

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

Paulo Vitor Larroyd

**COMPARAÇÃO DE POLÍTICAS COM AVERSÃO A RISCO
PARA O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA
DE MÉDIO PRAZO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Sistemas de Energia
Orientador: Prof. Dr. Edson Luiz da Silva.

Florianópolis

2012

Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária
da
Universidade Federal de Santa Catarina

L334c Larroyd, Paulo Vitor

Comparação de políticas com aversão a risco para o planejamento da operação hidrotérmica de médio prazo [dissertação] / Paulo Vitor Larroyd ; orientador, Edson Luiz da Silva. - Florianópolis, SC, 2012.

107 p.: il., grafs., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia elétrica. 2. Programação dinâmica. 3. Sistemas de energia elétrica. I. Silva, Edson Luiz da. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

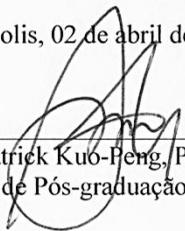
CDU 621.3

Paulo Vitor Larroyd

**COMPARAÇÃO DE POLÍTICAS COM AVERSÃO A RISCO
PARA O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO
HIDROTÉRMICA DE MÉDIO PRAZO**

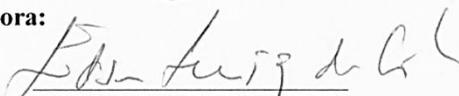
Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 02 de abril de 2012.

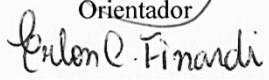

Prof. Patrick Kuo-Peng, Ph. D.

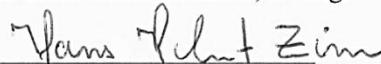
Coordenador do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica

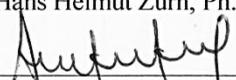
Banca Examinadora:

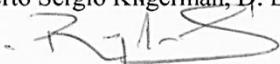

Prof. Edson Luiz da Silva, D. Eng.

Orientador


Prof. Erlon Cristian Finardi, D. Eng.


Prof. Hans Helmut Zurn, Ph. D.


Alberto Sergio Kligerman, D. Eng.


Raphael Eduardo Chagas Gonçalves, D. Eng.

AGRADECIMENTOS

Esta dissertação foi desenvolvida no Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LabPlan), para o curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina (PPGEEL). Gostaria de agradecer todas as pessoas que contribuíram na concepção e desenvolvimento deste trabalho. Dentre as quais se valem citar:

O professor Edson Luiz da Silva, pela orientação, ensinamentos, amizade, incentivos e discussões durante todo o período de mestrado, que culminaram nesta dissertação.

O professor Erlon Cristian Finardi e o colega de laboratório Vitor Luiz de Mattos, pelos ensinamentos, amizade, e constante apoio durante todo o trabalho.

Os membros da banca avaliadora, Alberto Sérgio Kligerman, Raphael Eduardo Chagas Gonçalves e prof. Hans Helmut Zurn, pelas discussões e contribuições na avaliação do presente trabalho.

Os demais professores do LabPlan, do Laboratório de Sistemas de Potência (Labspot) e do PPGEEL, pelas importantes contribuições para a minha formação.

Os professores do curso de graduação que me incentivaram a trilhar pelo universo da pós-graduação, dentre os quais vale mencionar os professores Antônio Carniato, Arlan Luiz Bettiol e Roderval Marcelino.

Destaco TODAS as amizades dos colegas de laboratório e programa de pós-graduação realizadas nesse período. Assim como os demais amigos de longa data que sempre me auxiliaram e apoiaram.

A minha família, pelo incessante apoio ao longo desse período. Em especial, ao meu falecido pai, Luiz Larroyd, minha mãe, Elzira, e meus irmãos, Carmen, Marlene, Fábio, Aretuza e Angela, por todo o suporte, incentivo e carinho.

Agradeço também a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte para realização desse trabalho.

Finalmente, agradeço a minha melhor amiga, companheira e parceira de toda hora, Morganinha Moretti, que faz com que os meus dias sejam cada vez melhores.

*How can the net amount of entropy
of the universe be massively decreased?*
...**THERE IS AS YET INSUFFICIENT DATA
FOR A MEANINGFUL ANSWER...**
“The Last Question”, Isaac Asimov

RESUMO

O problema do Planejamento da Operação Hidrotérmica de Médio Prazo consiste em quanto despachar de cada usina hidrelétrica e termelétrica em sistemas hidrotérmicos, de modo que a demanda por energia seja atendida ao menor custo total esperado de operação em um dado horizonte de estudo. Contudo, a política de operação obtida em termos de valor esperado pode não corresponder a uma operação segura do sistema, uma vez que condições adversas de operação não são enfatizadas na modelagem do problema. Assim, a fim de se tentar melhorar a segurança da operação do sistema hidrotérmico, metodologias de aversão a risco podem ser incluídas na modelagem do mesmo. Dessa maneira, este trabalho utiliza uma estratégia de modelagem baseada na combinação convexa do *Conditional Value at Risk* e do custo de operação esperado, além de outra baseada no critério de zonas de segurança do caso brasileiro, denominada de Método CAR, para se calcular políticas de operação com aversão a risco para o problema utilizando o método da Programação Dinâmica Dual Estocástica. Estas políticas são simuladas por um conjunto de cenários sintéticos de afluições e, por conseguinte, os resultados provenientes das mesmas são comparados. Observa-se que as políticas da metodologia baseada no CVaR proveem melhores resultados que as da CAR em basicamente três casos com distintas condições iniciais. Ademais, as políticas CAR provêm maior risco de déficit que as próprias políticas obtidas sem aversão a risco. Este trabalho também demonstra que uma extrema aversão a risco na modelagem CVaR pode produzir políticas bastante conservadoras que armazenam energia a usá-la para evitar níveis de déficit do sistema eletro-energético. Por fim, as performances computacionais de todos os algoritmos em todos os casos analisados são avaliadas.

Palavras-chave: Problema do Planejamento Hidrotérmico de Médio Prazo, Programação Dinâmica Dual Estocástica, Conditional Value at Risk, Zonas de Segurança de Armazenamento, Método CAR.

ABSTRACT

The long-term hydrothermal scheduling problem consists in how much to dispatch of each hydro and thermal plant in hydrothermal systems, in order that the demand for electric energy is met at lowest expected operation cost in a planning horizon. However, the value of expectation may not correspond to a safe operation of the hydrothermal system, and to improve this, risk-aversion approaches are included in the problem modeling. So, this dissertation uses a modeling strategy based on a convex combination of Conditional Value at Risk (CVaR) and expected operation cost, and a minimum zone curve (minzone) based on Brazilian Risk Aversion Curve (CAR) approach in Stochastic Dual Dynamic Programming method to compute risk-aversion operation policies for a specific long-term hydrothermal scheduling problem. These policies are simulated by a set of synthetic inflow scenarios and their results are evaluated and compared. The policies of CVaR based approach show better results than the CAR policies in three cases with different initial conditions. Moreover, the CAR policy provides more energy shortages than a risk-neutral SDDP policy. This work also demonstrates that an extreme risk-aversion of CVaR modeling can produce very conservative policies, in which prefer to keep hydro-energy in reservoirs to avoid shortages of electric-energy system. Finally, the computational performance of all algorithms is evaluated for all analyzed cases.

Keywords: The Long-Term Hydrothermal Scheduling Problem, Stochastic Dual Dynamic Programming, Risk-Aversion, Conditional Value at Risk, Reservoir Minzone Curve.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Árvore de cenários definida para a representação das variáveis aleatórias do problema discreto.	29
Figura 4.1: Distribuição de perdas com VaR e CVaR.	56
Figura 4.2: Funções de VaR e CVaR. Fonte: (URYASEV, 2010).....	58
Figura 4.3: Parâmetros da formulação com a métrica de risco baseada no CVaR na PDDE, para um problema específico de dois estágios.	59
Figura 4.4: Comportamento esperado de decisões conservadoras acerca do armazenamento de energia para o critério de zonas de segurança.	65
Figura 4.5: Justificativa da utilização do Método CAR.	68
Figura 5.1: Configuração elétrica do POMP específico.....	71
Figura 5.2: Parâmetros de aversão a risco – 1ª Bateria de estudos de casos.	76
Figura 5.3: Resultados gerais – 1ª bateria.	76
Figura 5.4: Evolução do armazenamento esperado de energia – 1ª Bateria.....	78
Figura 5.5: Evolução do armazenamento esperado de energia por subsistema (com desvio padrão) – política CAR, Caso 1, 1ª Bateria.	79
Figura 5.6: Violações da zona de segurança e de déficit – 1ª Bateria.	80
Figura 5.7: Evolução do déficit esperado – 1ª Bateria.	81
Figura 5.8: Evolução do vertimento esperado – 1ª Bateria.	83
Figura 5.9: Evolução do custo de operação – 1ª Bateria.....	84
Figura 5.10: Parâmetros de aversão a risco – 2ª Bateria de estudos de casos.	86
Figura 5.11: Resultados gerais – 2ª bateria.	87
Figura 5.12: Diferença entre os resultados gerais da 1ª e 2ª bateria.	87
Figura 5.13: Evolução do armazenamento esperado de energia – 2ª Bateria.....	88
Figura 5.14: Evolução do armazenamento esperado de energia por subsistema (com desvio padrão) – política CAR, Caso 1, 2ª Bateria.	89
Figura 5.15: Violações da zona de segurança e de déficit – 2ª Bateria.	90
Figura 5.16: Evolução do déficit esperado – 2ª Bateria.	91
Figura 5.17: Evolução do vertimento esperado – 2ª Bateria.	92

Figura 5.18: Evolução do custo de operação – 2ª Bateria.....	93
Figura 5.19: Evolução do limite inferior ao longo do processo iterativo da PDDE.	95
Figura 5.20: Tempo total de execução da PDDE.....	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1: Dados gerais de geração do sistema adotado.	72
Tabela 5.2: Atributos utilizados no reservatórios equivalentes.	72
Tabela 5.3: Patamares de déficit.	73

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SIN	-	Sistema Interligado Nacional
ONS	-	Operador Nacional do Sistema Elétrico
CEPEL	-	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
POE	-	Planejamento da Operação Energética
POMP	-	Planejamento da Operação Hidrotérmica de Médio Prazo
PEN	-	Planejamento Anual da Operação Energética
PL	-	Programação Linear
PD	-	Programação Dinâmica
PLE	-	Programação Linear Estocástica
IID	-	Independente e Identicamente Distribuída
FCF	-	Função de Custo Futuro
DA	-	Decomposição Aninhada
PDDE	-	Programação Dinâmica Dual Estocástica
FDP	-	Função de Distribuição de Probabilidade
VA	-	Valor da Água
CMO	-	Custo Marginal de Operação
VaR	-	do Termo em Inglês <i>Value at Risk</i>
CVaR	-	do Termo em Inglês <i>Conditional Value at Risk</i>
CAR	-	Curva de Aversão a Risco

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
1.2	OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	24
2	A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA COMO MÉTODO DE SOLUÇÃO PARA PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR ESTOCÁSTICA.....	27
2.1	A MODELAGEM DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR ESTOCÁSTICA VOLTADA À PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA	27
2.2	A DECOMPOSIÇÃO ANINHADA	32
2.3	A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA.....	38
3	O PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA DE MÉDIO PRAZO	43
3.1	CARACTERÍSTICAS GERAIS DO PROBLEMA.....	43
3.2	MODELAGEM GERAL DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA DE MÉDIO PRAZO APLICADA À PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA	45
3.3	MODELAGEM ESPECÍFICA DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA DE MÉDIO PRAZO APLICADA À PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA.....	50
4	METODOLOGIAS DE AVERSÃO A RISCO NA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA	55

4.1	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA COM MÉTRICA DE RISCO BASEADA NO CONDITIONAL VALUE AT RISK.....	55
4.1.1	Modelagem do Problema do Planejamento da Operação Hidrotérmica de Médio Prazo com Aversão a Risco Baseada no Conditional Value at Risk	63
4.2	PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA COM O CRITÉRIO DE ZONAS DE SEGURANÇA	65
5	RESULTADOS COMPUTACIONAIS	71
5.1	DADOS DO PROBLEMA	71
5.1.1	Modelo de Previsão de Energia Natural Afluente.....	73
5.2	ESTUDOS DE CASOS	74
5.2.1	Resultados das Políticas de Operação com Aversão a Risco nos 24 Estágios Iniciais.....	75
5.2.2	Resultados das Políticas de Operação com Aversão a Risco em Todos os Estágios	86
5.3	AVALIAÇÕES QUANTO AO CRITÉRIO DE PARADA E OS TEMPOS DE EXECUÇÃO DOS ALGORITMOS.....	94
5.4	COMENTÁRIOS GERAIS ACERCA DOS ESTUDOS DE CASOS ..	97
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	99
	REFERÊNCIAS.....	103

1 INTRODUÇÃO

Em sistemas de energia elétrica com a participação predominante de usinas hidrelétricas, o problema do Planejamento da Operação Energética (POE) consiste em quanto produzir de cada usina hidrelétrica e termelétrica, de modo que a demanda por energia seja atendida ao menor custo de operação em um determinado horizonte de planejamento. A incerteza sobre os futuros cenários de vazões nos rios que alimentam as usinas hidrelétricas, o acoplamento hídrico entre as mesmas (muita das quais se configuram em cascatas hidráulicas), o longo horizonte de planejamento e as não linearidades da função de custo das unidades termelétricas e da função de produção das hidrelétricas tornam o problema extremamente complexo e de difícil tratamento computacional.

Como não é possível lidar com o problema original do POE por completo, o mesmo é tratado como uma cadeia de subproblemas de planejamento, em que suas etapas possuem distintas representações do sistema e diferentes períodos de estudo (PEREIRA e PINTO, 1982). O problema a ser abordado nesta dissertação consiste na primeira etapa desta cadeia, também conhecida na literatura brasileira como Planejamento da Operação Hidrotérmica de Médio Prazo (POMP¹).

No POMP, vislumbra-se a obtenção de políticas de operação que acarretam no mínimo custo esperado ao longo de cinco ou dez anos, considerando as incertezas associadas às vazões afluentes nos reservatórios das usinas hidrelétricas. Assim, na formulação do POMP, utiliza-se uma árvore de cenários de aflúncias para modelar o processo estocástico associado a estas incertezas. Devido ao elevado número de cenários necessários para que a árvore represente adequadamente o problema estocástico original e também ao número de estágios do horizonte de planejamento, as formulações não lineares intrínsecas no POMP acabam sendo aproximadas, resultando em um problema de Programação Linear Estocástica (PLE). Desta forma, consegue-se cercá-lo de todas as informações relevantes à respectiva etapa de planejamento, e tratá-lo computacionalmente (PEREIRA e PINTO, 1983).

Após a obtenção da política de operação com a resolução do problema do POMP, a mesma é transferida, como dado de entrada, para

¹ Esta mesma etapa referente ao problema brasileiro atual é baseada no modelo do Planejamento Anual da Operação Energética (PEN).

a próxima etapa da cadeia de planejamento em que, com um menor horizonte de estudo, mais detalhes do problema ganham enfoque e são adicionados em sua modelagem.

Muitos países que lidam com problemas de características semelhantes ao POMP, como a Colômbia e a Nova Zelândia, assim como o Brasil, utilizam o método da Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) para a obtenção de boas políticas de operação, perante a imensa dimensão do problema (PEREIRA e PINTO, 1991). Este método consiste em resolver um modelo numericamente discreto de PLE de múltiplos estágios, baseado em uma árvore de cenários, amostrando um número finito de cenários por iteração. A sua estratégia de solução, baseia-se em calcular funções lineares por partes a fim de aproximar iterativamente a Função de Custo Futuro (FCF) de operação, a partir da solução dual do problema em cada estágio. Devido a esta estratégia, o método não lida com a explosão combinatória do espaço de estados ao longo do horizonte de planejamento, presente na Programação Dinâmica (PD) clássica, pois o mesmo não subdivide o seu espaço de estados por estágio (PEREIRA, 1989).

Em problemas a serem resolvidos via PDDE, tem-se por objetivo o valor esperado associado às realizações do processo estocástico atrelado aos mesmos. Porém, em muitos problemas práticos é interessante que se evite custos demasiados, provenientes de condições extremamente adversas, susceptíveis de ocorrência nos mesmos. Com isso, a aversão a risco vem como uma ferramenta a ser aplicada à modelagem dos problemas a fim de assegurar tal objetivo.

Particularmente, a necessidade de aversão a risco em modelos relacionados ao POMP vem de quão impactante é o corte de carga por déficit de energia para a sociedade em geral. Como a modelagem do problema tem por objetivo determinar políticas de operação que forneçam o mínimo custo esperado, o déficit pode ser considerado em alguns estágios, caso o seu custo seja mais barato que o da produção de energia em períodos futuros. Assim, este fato apesar de ser indesejável no POMP, é matematicamente aceitável sob o ponto de vista do objetivo do problema.

Assim, no contexto do POMP, os modelos com aversão a risco surgem a fim de evitar o elevado número de estágios com déficit de energia, oriundos da escassez de recursos hídricos, através do aumento do nível de armazenamento de água nos reservatórios hidrelétricos nos demais estágios ao longo do horizonte de estudo. Esse aumento do nível dos reservatórios se dá pelo incremento da participação termelétrica, i.e., elevação do custo esperado, nos estágios correspondentes à escassez

hídrica. De maneira geral, o desafio dos modelos com aversão a risco é encontrar uma política que evite um determinado número de estágios com déficit de energia, mantendo o custo esperado de operação em um patamar conveniente.

Nesse raciocínio, uma das propostas de aversão a risco no modelo da PDDE a ser avaliada neste estudo, caracteriza-se por incorporar o *Conditional Value at Risk* (CVaR) em sua formulação. Assim, define-se uma métrica de risco formada pela combinação convexa entre o custo esperado de operação e o seu CVaR, conforme sugerido por Shapiro (2011). Com isso, tem-se por objetivo a penalização dos cenários mais caros que compõem o custo esperado, de modo que as decisões acerca da operação hidrotérmica sejam mais conservadoras em relação ao armazenamento de água.

Outra proposta, essencialmente operacional, para lidar com a aversão a risco em um sistema hidrotérmico, consiste em adotar o critério de zonas de segurança nos reservatórios das usinas hidrelétricas. Uma zona de segurança em um reservatório pode ser definida como o nível mínimo capaz de manter a operação do sistema hidrotérmico por um determinado período, sem a ocorrência de déficit de energia, independentemente dos cenários hídricos que venham a se realizar nesse período. Uma vez que se alcance a zona de segurança de um determinado reservatório, pode-se então alocar todas as termelétricas do sistema a fim de suprir a demanda de energia requerida e, também, tentar manter o nível de segurança do reservatório a fim de postergar o período de segurança do sistema.

De modo que se evite uma elevação abrupta no custo da participação de unidades térmicas na manutenção do nível de segurança de um determinado reservatório, o critério de zonas de segurança pode ser inserido no modelo do POMP a ser resolvido pela PDDE. Assim, deseja-se que a participação de unidades térmicas seja incrementada nos cenários com abundância de recursos hídricos, elevando gradativamente o custo esperado de operação. Porém, segundo Kligerman *et al.*, (2005), a inclusão do critério de zona de segurança na modelagem da PDDE altera o seu objetivo original, associando a mesma a um problema de decisão conhecido na literatura como Minimax. Ainda, segundo o autor, até o presente momento não há uma forma consolidada de encarar e resolver um problema Minimax, dados os elevados números de cenários e estágios do horizonte de planejamento do POMP. Assim, uma metodologia foi desenvolvida pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) a pedido do Operador Nacional do Sistema Elétrico brasileiro (ONS), para que se resolva o modelo do POMP com critério

de zonas de segurança, utilizando a PDDE. Tal metodologia é conhecida como Método CAR, devido ao fato de que as zonas de segurança dos Reservatórios Equivalentes de Energia (REE) são chamadas de Curvas de Aversão a Risco (CAR).

Nesse contexto, esta dissertação tem como objetivo comparar os resultados de políticas de operação para um modelo específico do POMP, obtidas através da PDDE com as propostas de aversão a risco baseadas no CVaR e no Método CAR. Para que análises comparativas sejam realizadas, ambas as metodologias são modeladas considerando o mesmo problema hidrotérmico. Ainda, na busca de que o modelo que represente ao máximo as condições de problemas práticos, encontrados em sistemas reais, o modelo do POMP utilizado se baseia no modelo do caso brasileiro.

Na próxima seção é apresentada uma revisão bibliográfica de problemas de operação do gênero do POE e de propostas para a aversão a risco relacionada a problemas de programação estocástica e ao planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, tanto no que diz respeito à modelagem quanto à estratégia de solução.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, tem-se por objetivo destacar as contribuições científicas de maior relevância na evolução dos modelos computacionais que visam estratégias para a solução do problema do POMP. Também, são apresentadas as contribuições associadas à caracterização e solução de modelos discutidos nesta dissertação, como a incorporação de aversão a risco na PDDE.

No início dos anos 70, a estratégia para se lidar com o problema do planejamento da operação energética brasileiro tinha como característica o cumprimento de curvas guia de armazenamento, responsáveis por definir a participação da geração hidrelétrica no atendimento da demanda de energia. Estas curvas correspondiam a níveis mínimos de armazenamento de usinas hidrelétricas agregadas, determinadas a partir de estudos baseados no histórico de vazões afluentes sazonais. A substituição do método de curvas guia de armazenamento se deu pela Programação Dinâmica Estocástica (PDE), cujo modelo computacional foi desenvolvido por CEPEL (1977). Mesmo na PDE, a viabilidade de solução do problema ainda dependia da simplificação na representação de determinados aspectos do sistema hidrotérmico. Por exemplo, continuou-se a utilizar a representação por Reservatórios Equivalentes de Energia (REEs), (TERRY, 1980).

Já na década de 80, baseados nas etapas hierárquicas da cadeia do POE brasileiro, os trabalhos de Pereira e Pinto (1982), (1983) e (1985) culminaram em propostas de estratégias de solução baseadas na decomposição de Benders (BENDERS, 1962). Subsequentemente, Pereira (1989) propôs então a PDDE para a obtenção de políticas ótimas de operação de sistemas hidrotérmicos com afluências estocásticas. O método foi aplicado para a solução do problema composto por um sistema com trinta e nove usinas hidrelétricas dos subsistemas Sul e Sudeste, e um horizonte de planejamento de cinco estágios. Utilizando um sistema hidrotérmico semelhante ao anterior, Pereira e Pinto (1991) aplicaram a PDDE em um horizonte de dez meses, em que o processo estocástico foi representado por cenários independentes de afluências, com duas realizações por estágio.

A utilização da PDDE no problema do POMP brasileiro foi avaliada por Kligerman (1992), em que a representação do sistema hidrelétrico se deu por meio da agregação das usinas dos subsistemas Sul e Sudeste em dois REEs. Com um horizonte de cinco anos, as políticas de operação obtidas a partir do modelo também foram simuladas em séries baseadas no histórico mensal de Energia Natural Afluente (ENA). Os resultados foram superiores quando comparados com a solução das demais estratégias utilizadas na época para a resolução do problema mencionado. Quanto à representação por reservatórios agregados, Kligerman salientou que foi a forma de contornar a característica de grande porte do problema brasileiro, assim como a complexidade do tratamento das vazões afluentes como variáveis aleatórias. Ainda, a representação utilizada se baseou nos trabalhos de Arvanitidis e Rosing (1970a) e (1970b), e desde 1972 tem sido utilizada no Brasil.

Tanto os trabalhos citados anteriormente quanto outras publicações relevantes no que diz respeito à aplicação da PDDE ao problema do POMP, culminaram no desenvolvimento pelo CEPEL do modelo NEWAVE (CEPEL, 2001). O mesmo corresponde ao modelo computacional utilizado atualmente pelo Setor Elétrico Brasileiro na obtenção de políticas de operação para o problema do POMP, através da PDDE. Vale ainda ressaltar que o NEWAVE incorporou o modelo Auto-Regressivo Periódico (PAR) na representação do processo estocástico, ou seja, assumiu a correlação temporal na previsão de cenários de energia afluente.

Uma alternativa à PDDE amplamente discutida para o tratamento do problema do POMP, consiste em modelar o mesmo como um problema de otimização não linear, com afluências determinísticas, e

resolvê-lo através de algoritmos especializados (ROSENTHAL, 1981). Uma das principais justificativas para essa abordagem se baseia no fato de que em horizontes longos de planejamento, a variação no nível dos reservatórios acarreta um impacto significativo na função de produção das hidrelétricas. Assim, pressupõe-se que as aproximações em torno da modelagem linear do problema acarretam em mais pontos negativos na representação do POMP, que pontos positivos decorrentes do tratamento estocástico das aflúncias. Neste sentido, destacam-se os trabalhos de Carvalho e Soares (1987), Oliveira e Soares (1995), Siqueira *et al.*, (2006), que culminaram no desenvolvimento de um modelo computacional alternativo ao NEWAVE, denominado modelo de Otimização do Despacho Interligado Nacional (ODIN), (ZAMBELLI, 2009).

Ainda, na busca pelo aperfeiçoamento tanto do desempenho do método da PDDE quanto da representação da modelagem aplicada ao POMP, alguns trabalhos de destaque merecem ser citados.

Em Finardi (1999), avaliou-se o desempenho computacional do algoritmo da PDDE aplicado a um sistema teste com quinze usinas hidrelétricas e seis termelétricas, em que todas operavam no SEB. A configuração hidrelétrica foi modelada de forma individualizada para um horizonte de estudo de cinco a dez anos com estágios mensais. Neste trabalho, destacou-se uma grande redução no tempo de execução do algoritmo com a utilização de técnicas de processamento paralelo.

Por sua vez, Carvalho (2002) comparou o desempenho da PDDE aplicada a um modelo com representações individualizada e agregada de usinas hidrelétricas. Também foi utilizado um sistema teste de quinze usinas hidrelétricas e seis termelétricas pertencentes ao SEB; porém, com um horizonte de planejamento de cinco anos. Constatou-se que a modelagem das usinas hidrelétricas agregadas apresentou menor tempo de execução do algoritmo da PDDE e, por outro lado, a representação individualizada das hidrelétricas contribuiu com resultados que melhor representaram o problema real.

Santos (2004) manteve o foco na avaliação da modelagem com a representação de usinas hidrelétricas agregadas, porém, utilizando o paradigma da orientação a objetos no desenvolvimento do modelo computacional. Consideraram-se no sistema teste noventa e duas usinas hidrelétricas e vinte e oito termelétricas pertencentes ao SEB, para um período de planejamento de nove anos. Foram avaliados os desempenhos computacionais da agregação das usinas em quatro subsistemas elétricos e em onze bacias hidrográficas. Obteve-se um tempo de execução menor para a modelagem por subsistemas, porém,

pôde-se evidenciar certo otimismo a partir da mesma quanto à operação do sistema em cenários críticos de afluências.

Com o intuito de reproduzir e avaliar o modelo de previsão de afluências utilizado pelo NEWAVE, Garcia (2005), baseado em CEPEL (1993), estudou a correlação temporal do processo estocástico com a adoção do modelo Auto-Regressivo Periódico de ordem p . Para tanto, o autor utilizou o modelo computacional, o modelo de agregação das usinas hidrelétricas, e o sistema teste de SANTOS (2004). Pôde-se avaliar que as séries sintéticas construídas através do modelo PAR reproduziram as características estatísticas do histórico de energia afluente. Os resultados mostraram que a correlação temporal representou adequadamente os períodos críticos na operação do sistema energético, diferentemente do modelo independente, i.e., sem correlação.

De Matos (2008) comparou os resultados da agregação por subsistemas e cascatas hidrográficas na modelagem da configuração hidrelétrica, em que o sistema avaliado foi o próprio Sistema Interligado Nacional (SIN). Nesse sentido, autor utilizou um modelo de agregação que englobou a maioria dos atributos descritos pelo NEWAVE, e o modelo PAR na previsão de energia afluente. Os resultados do modelo de agregação por cascatas mostraram-se muito consistentes para o problema proposto, porém, o tempo computacional foi cerca de três vezes maior que o obtido para a modelagem de agregação por subsistemas.

Além dos trabalhos anteriores, muitos outros foram realizados com o foco em problemas de Programação Estocástica, que podem ser estendidos ao problema do planejamento hidrotérmico.

Nesse sentido, vale destacar o trabalho de Kleywegt, Shapiro e Homem-De-Mello (2002), o qual apresenta um método baseado na simulação de Monte Carlo, denominado de Aproximação pelo Método da Amostragem (SAA), para a aplicação no sorteio de variáveis aleatórias em problemas de otimização estocástica discreta.

Ainda, o estudo de Philpott e Guan (2008) discutiu condições de convergência necessárias para algoritmos de PLE multiestágios.

Morton (2009) avaliou a qualidade da política de operação resultante da aplicação da PLE multiestágios no problema do planejamento hidrotérmico de longo prazo, frente à aproximação realizada através do método de Monte Carlo na construção de uma árvore de cenários finita, a partir de distribuições de probabilidade contínuas.

De Matos *et al.*, (2011) sugeriram estratégias para a melhorar o desempenho do algoritmo da PDDE, dentre as quais vale citar a estratégia de solução de um cenário por recursão, que foi utilizada na PDDE aplicada ao problema do POE neozelandês.

Homem-de-Mello *et al.*, (2011) aplicaram outros métodos no sorteio da árvore de cenários além do Monte Carlo, como o Quase-Monte Carlo (QMC) e o Latin Hypercube Sampling (LHS), e propuseram um novo critério de parada para o algoritmo da PDDE baseado no teste de hipóteses. Vale salientar que essa última publicação ainda apresentou um modelo computacional sombra do NEWAVE denominado Stochastic Model for Energy Resources Allocation (SMERA), que foi aplicado ao problema completo do POMP brasileiro.

O trabalho de Shapiro (2011) além de ter contribuído com uma análise criteriosa das principais características da PDDE, também sugeriu uma formulação para a inclusão de aversão a risco na mesma. Baseado na preponderância do CVaR sobre outras métricas de risco em modelagens de problemas de otimização, salientada em Rockafellar e Uryasev (2000) e (2002), o autor propôs a inserção de uma métrica coerente de risco ao modelo de PLE, à qual atendeu aos axiomas de Artzner *et al.*, (1999). A métrica sugerida baseia-se na combinação convexa do custo esperado em um estágio e o seu CVaR, em que, segundo o autor, quando considerada dessa forma a viabilidade do problema é garantida.

Utilizando a métrica sugerida por Shapiro (2011), Philpott e De Matos (2011) propuseram uma modelagem consistente para a aversão a risco na PDDE, em que as estruturas de sua formulação e o processo de solução permaneceram muito próximos do modelo original, neutro a risco. A premissa básica foi de calcular o valor do VaR, parcela intrínseca do CVaR, ao longo do processo iterativo, através da adição do mesmo como uma nova variável de estado no modelo. Ainda, os autores avaliaram políticas de operação obtidas com o método da PDDE com CVaR, conforme denominado pelos mesmos a modelagem da PDDE com aversão a risco apresentada, para o problema do POMP do sistema hidrotérmico neozelandês. Pôde-se avaliar que, em geral, com o aumento da aversão a risco, maior foi o custo esperado de operação do sistema e menor o déficit esperado de energia. Resultados estes que contribuíram na avaliação positiva da modelagem.

Ainda no contexto da aversão a risco inserida em problemas semelhantes ao POMP, vale citar os trabalhos de Guigues e Sagastizábal (2009) e (2010), que contribuíram com uma proposta baseada no Horizonte Rolante para a solução de problemas de PLE, formulada com

restrições probabilísticas e o CVaR. Os autores aplicaram o método proposto em um problema teste baseado no POMP brasileiro, considerando os quatro subsistemas elétricos e seus reservatórios equivalentes, quarenta e quatro usinas termelétricas, um nível de déficit e uma demanda constante ao longo do horizonte de planejamento de cento e vinte estágios. Constatou-se que para o problema teste, as políticas obtidas se aproximaram muito do valor ótimo e, quando a abordagem foi comparada com a PDDE, os resultados foram próximos, para um tempo de execução da PDDE de oitenta e quatro vezes maior que o levado pelo método proposto.

Quanto à questão da proposta para a inclusão do critério de zonas de segurança de armazenamento exclusivamente na modelagem da PDDE aplicada ao problema do POMP brasileiro, vale salientar que a maioria dos trabalhos relevantes sobre o assunto não estão disponíveis para a comunidade acadêmica por questões de proteção de direitos autorais. Dentre os documentos disponibilizados ao acesso do público em geral e trabalhos publicados em anais ou periódicos científicos, destacam-se os seguintes artigos relevantes a esta dissertação, citados na ordem cronológica de publicação.

Em CEPEL (2003), os objetivos e justificativas da proposta de aversão a risco baseada no critério de zonas de segurança foram discutidos. Apresentaram-se as propostas metodológicas desenvolvidas até então para a modelagem do problema e, salientou-se que a abordagem desenvolvida pelo ONS, denominada de Contabilidade Criativa, possuía problemas de natureza conceitual. Ademais, reiterou-se a necessidade de discussões profundas sobre o assunto e, sugeriu-se que o critério de zonas de segurança fosse utilizado diretamente na operação do sistema até que se chegasse a um consenso sobre a modelagem discutida.

No ano seguinte, ONS (2004) apresentou de forma sucinta a modelagem adotada para a inclusão do critério de zonas de segurança na PDDE. O processo de solução foi brevemente discutido, sendo que as etapas relacionadas ao tratamento do critério no modelo NEWAVE receberam o nome de Método CAR. Basicamente, o Método CAR apresentado corresponde a três novas etapas no processo de solução da PDDE, oriundas da metodologia da Contabilidade Criativa, e designadas para modificarem as penalidades dos níveis de segurança violados ao longo de um processo iterativo. Justificou-se que essa estratégia se fez necessária devido aos problemas encontrados quando utilizadas penalidades constantes na formulação do problema.

O trabalho de Kligerman *et al.*, (2005) novamente discutiu os objetivos e justificativas da inclusão do Método CAR no modelo NEWAVE, assim como os problemas encontrados na abordagem utilizada. As etapas do processo de solução também foram apresentadas, com mais detalhes quando comparadas aos documentos citados anteriormente, assim como alguns ajustes utilizados em casos específicos. Porém, não foram mostrados quaisquer resultados do método. Por fim, salientou-se que o Método CAR estava aberto a futuros aperfeiçoamentos, e que o mesmo se encontrava em utilização pelo SEB oficialmente desde novembro de 2004.

1.2 OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esta dissertação tem como objetivo principal a comparação de políticas de operação com aversão a risco para um problema do POMP baseado no caso brasileiro. Assim, a obtenção destas políticas é realizada com a incorporação das metodologias de aversão a risco baseadas no CVaR e no método CAR, na modelagem do problema a ser resolvido via PDDE. Quanto à comparação das mesmas, deseja-se avaliar quantitativamente os resultados dos principais atributos acerca da operação de sistemas hidrotérmicos, a partir da simulação da operação do sistema com as políticas obtidas.

Os objetivos específicos a serem confrontados consistem na modelagem e implementação computacional das metodologias de risco a serem incorporadas na PDDE. Pode-se destacar também, a avaliação da aderência da metodologia baseada no CVaR quanto à representação por REE intrínseca no modelo do POMP brasileiro. Por fim, a investigação e validação do método CAR, já que as publicações acerca do mesmo são de certa maneira limitadas.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

No Capítulo 2, apresentam-se as características principais de problemas clássicos de PLE, seguida pela amostragem do problema e a estratégia de solução baseada na decomposição de Benders. O capítulo encerra com as discussões acerca das condições de aplicação e estratégia de solução do método da PDDE em problemas de PLE discretos.

No Capítulo 3, discute-se o problema do POMP de forma geral, assim como o modelo independente de previsão de aflúncias. O capítulo segue com a modelagem do problema geral voltado à solução via PDDE e, finaliza com as discussões e modelagem do problema denominado específico, cuja representação dos atributos dos REEs se baseia no modelo do POMP brasileiro.

No Capítulo 4, são descritas as metodologias de aversão a risco, baseadas no CVaR e no método CAR, a serem incorporadas na modelagem do problema para a solução via PDDE. Assim, no Capítulo 5, apresentam-se os parâmetros do problema teste a ser avaliado e, conseqüentemente, os resultados da simulação da operação hidrotérmica a partir de políticas com aversão a risco.

Por fim, no Capítulo 6, encerra-se esta dissertação com as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

2 A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA COMO MÉTODO DE SOLUÇÃO PARA PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR ESTOCÁSTICA

Devido à ampla utilização da PDDE na solução de problemas do gênero do planejamento da operação eletro-energética de sistemas hidrotérmicos, uma discussão geral acerca desse método é fundamental antes de qualquer comentário do referido problema.

Portanto, nas seções deste capítulo, busca-se contextualizar as características e as condições necessárias para a utilização da PDDE em modelos discretos de PLE.

2.1 A MODELAGEM DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR ESTOCÁSTICA VOLTADA À PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA

No ambiente da otimização linear, os problemas de Programação Linear (PL) associados à informação incerta são geralmente caracterizados como problemas de Programação Linear Estocástica (PLE). Com isso, tem-se que a modelagem e, conseqüentemente, a forma de representação destas informações são fundamentais para que as decisões de uma determinada solução encontrada sejam relevantes ao problema real. Assim, uma das principais vertentes no tratamento de problemas dessa natureza consiste em um processo estocástico, que atrela variáveis aleatórias associadas à Função de Distribuição de Probabilidade (FDP) das incertezas, dado que as mesmas possuam FDPs, na modelagem dos problemas de PLE.

Para a solução de modelos do gênero, caracterizados por múltiplas etapas, ou estágios, necessita-se que as decisões correspondentes a cada etapa dos mesmos sejam não antecipativas. Desta forma, baseado em Shapiro e Philpott (2012), um problema clássico de PLE de múltiplos estágios que visa à minimização de custos ao longo de um determinado período, pode ser formulado da seguinte maneira:

$$z := \min c_1^T x_1 + E[Q_2(x_1, \xi_2)], \quad (1)$$

$$\text{s.a.: } A_1 x_1 = b_1,$$

para $t = 2, \dots, T-1$, $\forall \omega_t$ e $\forall \omega_{t-1}$:

$$q_t(x_{t-1}^{0_{t-1}}, \xi_t^{0_t}) = \{z_t^{0_t}(x_t^{0_t}) := \min c_t^T x_t^{0_t} + E[Q_{t+1}(x_t^{0_t}, \xi_{t+1})]\}, \quad (2)$$

$$\text{s.a.: } B_t x_{t-1}^{0_{t-1}} + A_t x_t^{0_t} = b_t^{0_t},$$

$$\begin{aligned}
&\text{para } t = T, \forall \omega_t \text{ e } \forall \omega_{t-1} : \\
&q_t(x_{t-1}^{\omega_{t-1}}, \xi_t^{\omega_t}) = \{z_t^{\omega_t}(x_t^{\omega_t}) := \min c_t^T x_t^{\omega_t}\}, \\
&\text{s.a.: } B_t x_{t-1}^{\omega_{t-1}} + A_t x_t^{\omega_t} = b_t^{\omega_t},
\end{aligned} \tag{3}$$

em que:

- T : número total de estágios do problema;
- t : índice de estágios, sendo que $t \in [1, \dots, T]$;
- ξ_t : realizações possíveis de uma determinada variável aleatória com FPD conhecida no estágio t , $\xi_t \in \square$;
- ω_t : índice de uma determinada realização de ξ_t no estágio t ;
- $x_t^{\omega_t}$: vetor de decisões do estágio t , associado a ω_t ;
- c_t : custo associado às decisões do estágio t ;
- $E[f(\cdot)]$: valor esperado de $f(\cdot)$;
- $Q_t(x_{t-1}^{\omega_{t-1}}, \xi_t)$: valor ótimo do problema do estágio t , em função de $x_{t-1}^{\omega_{t-1}}$ e ξ_t ;
- $q_t(x_{t-1}^{\omega_{t-1}}, \xi_t^{\omega_t})$: função que descreve o custo do estágio t associada à realização $\xi_t^{\omega_t}$ e decisão $x_{t-1}^{\omega_{t-1}}$;
- $z_t^{\omega_t}$: Custo do estágio t , associado à decisão $x_t^{\omega_t}$, em que, para $t=1$, pode ser representado apenas por z , custo total do problema.
- B_t, A_t : Coeficientes das restrições lineares que definem o poliedro convexo do problema no estágio t ;
- $b_t^{\omega_t}$: Função de $\xi_t^{\omega_t}$.

O primeiro estágio do problema é encarado como determinístico, ou seja, todas as informações da primeira etapa são conhecidas e, portanto, atribui-se um valor para a realização em $\omega_1=1$. Nos demais estágios a representação das incertezas se dá pelos conjuntos de realizações das variáveis aleatórias inseridas no problema.

A partir da formulação anterior, vislumbra-se que em geral é inviável a solução de um problema prático com o valor esperado associado a uma distribuição de probabilidade contínua, de maneira a se tratar o problema de forma analítica. Assim, o mesmo é tratado de forma discreta em que se amostra uma quantidade significativa de realizações de ξ_t , com o intuito de representar adequadamente a distribuição original

contínua. O problema de (1) - (3) pode então ser formulado com as FDPs das variáveis aleatórias de cada estágio representadas por conjuntos discretos de realizações de dimensão N_t , $[\xi_t^1, \dots, \xi_t^{N_t}]$, com suas respectivas probabilidades definidas por $p_t^{\omega_t}$, $[p_t^1, \dots, p_t^{N_t}]$. Desta maneira, o valor esperado de Q_t pode ser descrito como:

$$E[Q_t(x_{t-1}^{\omega_{t-1}}, \xi_t)] = \sum_{\omega_t=1}^{N_t} p_t^{\omega_t} q_t(x_{t-1}^{\omega_{t-1}}, \xi_t^{\omega_t}). \quad (4)$$

Consequentemente o problema completo, discreto, pode ser formulado como um problema de PL único da seguinte forma:

$$z = \min c_1^T x_1 + \sum_{t=2}^T \sum_{\omega_t=1}^{N_t} p_t^{\omega_t} c_t^T x_t^{\omega_t}$$

s.a: $A_1 x_1 = b_1,$ $t = 2, \dots, T,$ (5)
 $B_t x_{t-1}^{\omega_{t-1}} + A_t x_t^{\omega_t} = b_t^{\omega_t},$ $\omega_t = 1, \dots, N_t,$
 $\omega_{t-1} = 1, \dots, N_{t-1}.$

Comumente, as realizações de problemas como o descrito acima são representadas por meio de grafos, definidos por árvores de cenários. Assim, a Figura 2.1 apresenta uma cenários definida para a representação das variáveis aleatórias do problema, com 3 estágios e uma amostragem de 2 realizações por ξ_t .

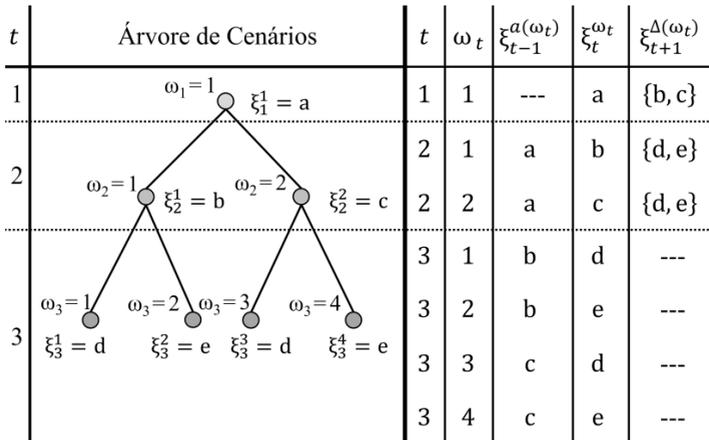


Figura 2.1: Árvore de cenários definida para a representação das variáveis aleatórias do problema discreto.

Os parâmetros da árvore de cenários apresentada pela Figura 2.1 podem ser associados à formulação anterior como:

ω_t : nó da árvore de cenários no estágio t , que, para $t=T$, também representa o conjunto formado pelo caminho completo de nós interligados da árvore, denominado cenário;

$\xi_t^{\omega_t}$: realização da variável aleatória associada ao nó da árvore de cenários ω_t no estágio t , com uma probabilidade de ocorrência $p_t^{\omega_t}$;

$a(\omega_t)$: nó antecessor ao nó ω_t ;

$\xi_{t-1}^{a(\omega_t)}$: realização associada ao nó antecessor do nó ω_t ;

$\Delta(\omega_t)$: conjunto de nós sucessores ao nó ω_t , de dimensão n_{t+1} ;

n_{t+1} : termo referente à dimensão dos conjuntos $\Delta(\omega_t)$ que, para a árvore de amostras comuns, é denominado como o número de abertura da mesma;

$\xi_{t+1}^{\Delta(\omega_t)}$: conjunto de realizações associadas aos nós sucessores do nó ω_t .

Logo, a probabilidade de ocorrência associada a cada cenário ω_T corresponde à composição das probabilidades dos nós correspondentes. Por exemplo, a probabilidade de ocorrência do cenário associado a $\omega_3=2$ corresponde ao produto de p_2^1 e p_3^2 .

Um ponto importante a ser destacado na figura anterior diz respeito ao conjunto de realizações, amostras, ao longo da árvore de cenários. Pode-se observar que neste exemplo, o conjunto de realizações sucessoras de ξ_2^1 , $\xi_3^{\Delta(1)} = \{d,e\}$, é replicado para ξ_2^2 , ou seja, a amostra sorteada $\{d,e\}$ é comum a demais nós da árvore. Este fato se torna extremamente conveniente para a construção da árvore de cenários, pois se necessita da amostragem de apenas um conjunto de realizações por estágio. Assim, aliada à simetria da árvore, também propiciada pela limitação do tamanho dos referidos conjuntos em um valor constante n_t por estágio t , a utilização de amostras comuns é fundamental para a viabilidade da solução do problema discreto de PLE via PDDE, conforme se discute nas próximas seções.

Quanto à questão da criação da árvore de cenários, podem-se enumerar diversas estratégias de construção da mesma, conforme apontado por Heitsch e Römisch (2009). Entretanto, uma estratégia

bastante utilizada, que concilia as características desejáveis da árvore de cenários ao problema, consiste no uso do método de Monte Carlo como processo para o sorteio das realizações da variável aleatória de interesse. Assim, dado que a variável possua uma FDP contínua, gera-se com o método de Monte Carlo uma amostra de tamanho n_t por estágio t , em que cada realização possua a mesma probabilidade de ocorrência, $1/n_t$, e seja independente das demais realizações sorteadas. Dessa maneira, a amostra gerada via sorteio de Monte Carlo é classificada como Independente e Identicamente Distribuída (IID), e, portanto, o valor esperado associado a uma amostra IID de realizações sucessoras $\xi_{t+1}^{\Delta(\omega_t)}$ de tamanho n_{t+1} , pode ser aproximado por uma média conforme:

$$E[Q_t(x_{t-1}^{\omega_{t-1}}, \xi_t^{\Delta(\omega_{t-1})})] = \frac{1}{n_{t+1}} \sum_{\omega_t \in \Delta(\omega_{t-1})} q_t(x_{t-1}^{\omega_{t-1}}, \xi_t^{\omega_t}). \quad (6)$$

Por fim, a formulação do problema a partir da árvore de cenários construída via método de Monte Carlo pode ser descrita como:

$$z = \min c_1^T x_1 + \sum_{t=2}^T \frac{1}{N_{t-1}} \sum_{\omega_{t-1}=1}^{N_{t-1}} \frac{1}{n_{t+1}} \sum_{\omega_t \in \Delta(\omega_{t-1})} c_t^T x_t^{\omega_t} \quad (7)$$

$$\text{s.a: } A_t x_t = b_t, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$A_t x_t^{\omega_t} = b_t^{\omega_t} - B_t x_{t-1}^{a(\omega_t)}, \quad \omega_t = 1, \dots, N_t,$$

em que $N_1 = 1$ e $N_t = n_t N_{t-1}$.

Dessa forma, garante-se que a probabilidade de ocorrência das realizações de todos os cenários da árvore é a mesma. Por exemplo, a partir da construção da árvore de cenários da Figura 2.1 pela estratégia discutida anteriormente, as realizações de ω_2 e ω_3 tem probabilidade de ocorrência de $1/2$, dado que $n_t=2$ para $t=2,3$. Com isso, todos os cenários compreendidos por $\omega_3=1, \dots, 4$ possuem a mesma probabilidade de ocorrência na árvore, correspondente ao produto de $p_2^{\omega_2}$ e $p_3^{\omega_3}$, igual a $0,25$.

Mesmo com a adequação das realizações das variáveis aleatórias do problema à conveniência da árvore de cenários discutida anteriormente, o número total de variáveis que se encontra no problema completo, conseqüente de árvores de cenários de proporções razoáveis², inviabiliza a solução de (7) como um único PL. Assim, estratégias que visam à divisão e resolução do problema completo de PLE em

² No contexto da representação do problema contínuo.

subproblemas reduzidos, correspondentes a um problema em cada nó da árvore de cenários, são extremamente atrativas na solução de problemas práticos.

2.2 A DECOMPOSIÇÃO ANINHADA

De acordo com a contextualização do problema clássico de PLE que vem sendo conduzido neste capítulo, avalia-se que estratégias praticáveis para a sua solução tendem a decompor o problema completo, resolvendo um subproblema associado a cada nó por vez, na árvore de cenários correspondente.

A grande questão das estratégias desse gênero é que dado que se encontre a solução ótima, $z_t^{\omega_t,*}$, individual para cada nó da árvore de cenários, quando visitados consecutivamente de $t=1, \dots, T$, em geral, a composição das mesmas não corresponde à solução ótima do problema completo. Observa-se então que o subproblema associado a cada nó não contém informações acerca das consequências que as suas decisões acarretam nos subproblemas dos nós sucessores. Assim, estratégias que tratam do problema de forma decomposta incluem informações de consequências futuras em cada subproblema, a partir de possíveis decisões tomadas nos subproblemas dos respectivos nós antecessores.

Dentre as estratégias apontadas por Morton (1998) para a solução exata de problemas de PLE, a Decomposição Aninhada (DA) é a que ganha o principal destaque deste capítulo por servir como base fundamental para a estratégia de solução do método da PDDE.

Com o objetivo de ilustrar os conceitos básicos da DA, um problema de PLE de 2 estágios, baseado no discutido anteriormente, é inicialmente avaliado. Assim, a formulação para o nó do primeiro estágio pode ser descrita como:

$$\begin{aligned} z &= \min c_1^T x_1, \\ \text{s.a: } A_1 x_1 &= b_1, \\ x_1 &\geq 0. \end{aligned} \quad (8)$$

A partir da decisão x_1 , a formulação para um nó ω_2 do segundo estágio consiste em:

$$\begin{aligned} z_2^{\omega_2} &= \min c_2^T x_2^{\omega_2}, \\ \text{s.a: } B_2 x_1 + A_2 x_2^{\omega_2} &= b_2^{\omega_2}, \quad [\pi_2^{\omega_2}] \\ x_2^{\omega_2} &\geq 0, \end{aligned} \quad (9)$$

em que $\pi_2^{0_2}$ corresponde aos multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade do problema.

O problema dual de (9) pode então ser descrito como:

$$\begin{aligned} z_2^{0_2} &= \max \pi_2^{0_2 \top} (b_2^{0_2} - B_2 x_1), \\ \text{s.a: } \pi_2^{0_2 \top} A_2 &\leq c_2, \\ \pi_2^{0_2} &\geq 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Na formulação dual do problema original, (10), observa-se que as restrições não estão associadas às decisões do nó do primeiro estágio, x_1 . Como o problema se trata de um PL, a sua solução pode estar em algum dos vértices que formam a fronteira de sua região viável. Dado que se conhecem todas as soluções $\pi_2^{0_2}$, o problema pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} z_2^{0_2} &= \max \pi_2^{0_2 \top} (b_2^{0_2} - B_2 x_1), \\ \text{s.a: } \pi_2^{0_2} &\in \{ \pi_{2,1}^{0_2}, \pi_{2,2}^{0_2}, \dots, \pi_{2,n_{pe}}^{0_2} \}, \end{aligned} \quad (11)$$

em que:

NPE: vértices que formam a fronteira da região viável do problema dual.

Destaca-se que este problema é considerado como de recurso relativamente completo, pois o problema do segundo estágio é viável para todas as possíveis realizações da variável aleatória (SHAPIRO, DENTCHEVA e RUSZCZYNSKI, 2009). Portanto, sempre é possível encontrar uma solução viável para o segundo estágio, dada a decisão tomada no primeiro. Assim, reescrevendo (9) a partir da formulação dual de (11):

$$\begin{aligned} z_2^{0_2} &= \min \alpha_2^{0_2}, \\ \text{s.a: } \alpha_2^{0_2} &\geq \pi_{2,1}^{0_2 \top} (b_2^{0_2} - B_2 x_1), \\ \alpha_2^{0_2} &\geq \pi_{2,2}^{0_2 \top} (b_2^{0_2} - B_2 x_1), \\ &\vdots \\ \alpha_2^{0_2} &\geq \pi_{2,n_{pe}}^{0_2 \top} (b_2^{0_2} - B_2 x_1). \end{aligned} \quad (12)$$

Então, o problema de dois estágios segundo (7) pode ser reformulado como:

$$\begin{aligned}
z &= \min c_1^T x_1 + \sum_{l=2}^2 \sum_{\omega_1=1}^1 \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \alpha_2^{\omega_2}, \\
\text{s.a: } &A_1 x_1 = b_1, \\
&\alpha_2^{\omega_2} + \pi_{2,1}^{\omega_2 T} B_2 x_1 \geq \pi_{2,1}^{\omega_2 T} b_2^{\omega_2}, \\
&\quad \vdots \\
&\alpha_2^{\omega_2} + \pi_{2,2}^{\omega_2 T} B_2 x_1 \geq \pi_{2,2}^{\omega_2 T} b_2^{\omega_2}, \\
&\alpha_2^{\omega_2} + \pi_{2,nFE}^{\omega_2 T} B_2 x_1 \geq \pi_{2,nFE}^{\omega_2 T} b_2^{\omega_2}, \\
&x_1 \geq 0,
\end{aligned} \tag{13}$$

$\omega_2 = 1, \dots, n_2.$

Como $\alpha_2^{\omega_2}$ é o mesmo para todos os ω_2 , pode-se definir uma variável escalar que representa o custo esperado do estágio 2 da forma:

$$\alpha_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \alpha_2^{\omega_2}. \tag{14}$$

Por fim, (13) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
z &= \min c_1^T x_1 + \alpha_2, \\
\text{s.a: } &A_1 x_1 = b_1, \\
&\alpha_2 + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_{2,1}^{\omega_2 T} B_2 x_1 \geq \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_{2,1}^{\omega_2 T} b_2^{\omega_2}, \\
&\alpha_2 + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_{2,2}^{\omega_2 T} B_2 x_1 \geq \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_{2,2}^{\omega_2 T} b_2^{\omega_2}, \\
&\quad \vdots \\
&\alpha_2 + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_{2,nFE}^{\omega_2 T} B_2 x_1 \geq \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_{2,nFE}^{\omega_2 T} b_2^{\omega_2}, \\
&x_1^{\omega_1} \geq 0.
\end{aligned} \tag{15}$$

Observe que com a nova formulação é possível resolver individualmente os problemas dos nós em cada estágio, uma vez que as informações futuras acerca das consequências da decisão x_1 estão contidas no próprio problema do primeiro estágio, correspondentes as desigualdades de (15). Assim, essas informações formam a Função de Custo Futuro (FCF) do segundo estágio, sendo que cada aproximação dessa função linear por partes é denominada de corte de Benders (BENDERS, 1962).

Na grande maioria dos problemas práticos, não se possui informações iniciais acerca dos vértices da região viável da representação dual dos referidos problemas. Com o objetivo de contornar esta situação, o método da DA constrói iterativamente a FCF para o subproblema de cada nó da árvore de cenários associada, inserindo sucessivos cortes de Benders nos mesmos. Portanto, a fim de descrever as formas com que se calcula e se insere um determinado corte ao respectivo problema, o caso anterior, de 2 estágios, é novamente utilizado na sequência do documento.

A partir da resolução do problema do primeiro estágio (8), obtém-se uma solução x_1^* , “ótima” para o mesmo. Resolvendo-se agora cada nó ω_2 do segundo estágio com a decisão x_1^* via (9), obtém-se também as soluções ótimas duais dos mesmos, $\pi_2^{\omega_2^*}$ e $z_2^{\omega_2^*}$, sendo que o custo $z_2^{\omega_2^*}$ para um nó ω_2 pode ser calculado da forma:

$$z_2^{\omega_2^*} = \pi_2^{\omega_2^*T} (b_2^{\omega_2} - B_2 x_1^*), \quad (16)$$

e, dado que (16) pode ser reescrita como:

$$\pi_2^{\omega_2^*T} b_2^{\omega_2} = z_2^{\omega_2^*} + \pi_2^{\omega_2^*T} B_2 x_1^*. \quad (17)$$

Ao substituir os termos comuns dos cortes determinados em (15) por (17), têm-se então que a formulação de um determinado corte c , o qual deve ser calculado a partir de x_1^* , $\pi_2^{\omega_2^*}$, e $z_2^{\omega_2^*}$, corresponde a:

$$\alpha_2 + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_2^{\omega_2^*T} B_2 x_1 \geq \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} z_2^{\omega_2^*} + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_2^{\omega_2^*T} B_2 x_1^*. \quad (18)$$

Assim, o corte de índice c calculado em (18) é inserido em um conjunto $C_t^{\omega_1}$ para $t=1$, de forma a aproximar iterativamente via DA os custos dos estágios subsequentes.

$$z = \min c_1^T x_1 + \alpha_2,$$

$$\text{s.a: } A_1 x_1 = b_1,$$

$$\alpha_2 + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_2^{\omega_2^*T} B_2 x_1 \geq \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} z_2^{\omega_2^*} + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_2^{\omega_2^*T} B_2 x_1^*, \quad (19)$$

$$\alpha_2 \geq 0, x_1 \geq 0,$$

$$c \in C_1^{\omega_1}.$$

O processo descrito anteriormente corresponde a uma iteração do método da DA, para o problema de 2 estágios. A próxima iteração consiste na obtenção de um novo x_1^* a partir de (19) e na obtenção de novos $\pi_2^{0_2^*}$ e $z_2^{0_2^*}$ com a solução de (9) para todos os ω_2 , com base em x_1^* . Calcula-se então um novo corte $c+1$ com os últimos x_1^* , $\pi_2^{0_2^*}$ e $z_2^{0_2^*}$ obtidos, e, por fim, adiciona-se $c+1$ em $C_1^{0_1}$.

Pode-se observar que cada vez em que é inserido um determinado c em $C_1^{0_1}$, uma nova decisão x_1^* para o problema (19) é encontrada. Calcula-se então um novo corte a partir da solução do problema (9) para todos os ω_2 , e o conjunto de cortes do estágio 1 é incrementado. Pode-se observar que à medida que o processo iterativo transcorre, a FCF do primeiro estágio é constantemente atualizada.

A ideia para o critério de parada do método consiste em identificar se a FCF construída no primeiro estágio representa adequadamente as consequências que decisões provenientes do subproblema acarretam no próximo estágio. Com esse objetivo, ao longo do processo iterativo se calculam um limite inferior, Z_{inf} , e um superior, Z_{sup} , de custo que correspondem respectivamente ao custo das decisões no primeiro estágio somadas a α_2 e ao custo das decisões no primeiro estágio somadas ao valor esperado do custo das decisões de todos ω_2 do segundo estágio. Matematicamente Z_{inf} e Z_{sup} podem ser expressos como:

$$Z_{\text{inf}} = c_1^T x_1^* + \alpha_2, \quad (20)$$

$$Z_{\text{sup}} = c_1^T x_1^* + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} c_2^T x_2^{\omega_2^*}, \quad (21)$$

em que Z_{inf} é calculado após a solução do problema do primeiro estágio, (19), e Z_{sup} após a solução de (9) para todos os nós do segundo estágio.

Com isso, ao longo do processo iterativo, o valor de Z_{inf} tende a aumentar à medida que novas informações a respeito do futuro são adicionadas ao primeiro estágio e Z_{sup} decrescer com decisões do primeiro estágio mais irrelevante ao futuro. Assim, o processo da DA encerra quando os valores de Z_{inf} e Z_{sup} se tornam próximos, a partir de uma determinada tolerância ε .

Dado o encerramento da DA, obtém-se então o conjunto de cortes no problema do primeiro estágio correspondentes a FCF do problema de segundo estágio. Dessa forma, encontram-se as decisões ótimas

pertinentes ao problema completo com a solução do problema de primeiro estágio.

A partir da modelagem e estratégia de solução da DA para o problema de 2 estágios, naturalmente tem-se que o método pode ser estendido e aplicado a um problema de maior dimensão, com T estágios. Assim, a formulação referente a um determinado nó ω_t no estágio t pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 z_t^{\omega_t} &= \min c_t^T x_t^{\omega_t} + \alpha_{t+1}, \\
 \text{s.ã:} \\
 A_t x_t^{\omega_t} &= b_t^{\omega_t} - B_t x_{t-1}^{a(\omega_t)}, \\
 \alpha_{t+1} + \frac{1}{n_{t+1}} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} \pi_{t+1,c}^{\omega_{t+1}*T} B_{t+1} x_t^{\omega_t} \\
 &\geq \frac{1}{n_{t+1}} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} z_{t+1,c}^{\omega_{t+1}*} + \frac{1}{n_{t+1}} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} \pi_{t+1,c}^{\omega_{t+1}*T} B_{t+1} x_{t,c}^{\omega_t*}, \\
 \alpha_{t+1} &\geq 0, x_t^{\omega_t} \geq 0, \\
 c &\in C_t^{\omega_t},
 \end{aligned} \tag{22}$$

em que, o conjunto $C_t^{\omega_t}$ não existe para $t=T$.

A estratégia do processo da DA para o caso de T estágios se diferencia um pouco do caso de 2 estágios devido à estrutura da árvore de cenários de um problema multiestágios. Assim o processo se caracteriza por possuir duas etapas principais: a recursão progressiva ou *forward*, e a recursão regressiva ou *backward*.

Na primeira etapa, chamada de recursão progressiva, resolvem-se os problemas de todos os nós do estágio $t=1$ à $t=T-1$ e armazenam-se as informações das decisões do problema de cada nó ω_t a serem repassadas aos respectivos problemas dos conjuntos $\Delta(\omega_t)$.

A segunda etapa, recursão regressiva, é a responsável por calcular os cortes de Benders a serem incluídos em todos os $C_t^{\omega_t}$ de todos os nós ω_t , do estágio $t=T-1$ a $t=1$. Dessa forma, a partir das decisões obtidas na primeira etapa, resolvem-se os problemas de cada conjunto $\Delta(\omega_t)$ dos nós ω_t do estágio $t=T-1$ a $t=1$, calculando e inserindo os cortes em $C_t^{\omega_t}$, na medida em que se obtenham $\pi_{t+1}^{\omega_{t+1}*}$ e $z_{t+1}^{\omega_{t+1}*}$ de todos os ω_{t+1} que pertençam aos respectivos $\Delta(\omega_t)$.

Da mesma maneira que no caso de 2 estágios, os limites inferior, Zinf, e superior, Zsup, de custo também são calculados ao longo do

processo iterativo a fim de avaliar as aproximações das FCF do problema. Assim, a representação matemática dos mesmos para o caso de T estágios pode ser escrita como:

$$Z \text{ inf} = c_1^T x_1^* + \alpha_2^*, \quad (23)$$

$$Z \text{ sup} = c_1^T x_1^* + \sum_{t=2}^T \frac{1}{N_{t-1}} \sum_{\omega_{t-1}=1}^{N_{t-1}} \frac{1}{n_t} \sum_{\omega_t \in \Delta(\omega_{t-1})} c_t^T x_t^{\omega_t,*}, \quad (24)$$

em que $N_1 = 1$ e $N_t = n_t N_{t-1}$.

Com o encerramento do processo da DA, obtém-se a FCF de cada subproblema associado a cada nó da árvore de cenário dos estágios $t=1, \dots, T-1$.

Contudo, em uma análise crítica da formulação acima, consegue-se perceber o quão imenso e impraticável o problema pode se tornar para a solução via DA, dados T e cada n_t para $t=1, \dots, T$. No caso do POMP brasileiro, por exemplo, geralmente se utilizam árvores de cenários com $T=120$ e $n_t=20$ para todo t , ou seja, 20^{119} cenários. Assim, para se lidar com um problema praticável do POMP, necessita-se de estratégias que consigam obter boas soluções para o problema sem necessariamente enfrentar a dimensão completa do mesmo. Com esse objetivo, a PDDE tem sido amplamente utilizada na resolução destes casos, em que, como se descreve nas próximas seções, basicamente a mesma trata de uma amostra da árvore de cenários do problema de PLE.

2.3 A PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA

Todas as seções deste capítulo discutidas até esse ponto buscam descrever o ambiente da PLE que envolve os problemas a serem resolvidos via PDDE, assim como os princípios básicos da decomposição de Benders em um método de solução do gênero, a DA.

Conforme proposta por Pereira e Pinto (1991), a PDDE consiste em um método de solução que se baseia na decomposição de Benders para resolver problemas discretos de PLE. Embora suas etapas de solução sejam bastante parecidas, a grande diferença conceitual da PDDE em relação a DA diz respeito à parcela do problema que é tratado ao longo do processo iterativo.

Desta forma, destaca-se de antemão que o processo de solução da PDDE amostra um conjunto de cenários a partir da árvore referente ao problema completo. Assim, obtém-se as decisões dos subproblemas correspondentes aos nós desses cenários, calculam-se os cortes de Benders para os subproblemas, e adicionam-se os mesmos no problema

completo. A partir de então, um novo conjunto de cenários é amostrado e o processo se repete. O detalhe é que, dessa vez, os cortes de Benders calculados com os cenários amostrados da primeira vez estão agregados aos subproblemas dos nós correspondentes ao novo conjunto de cenários.

Em termos práticos, um corte c calculado a partir das informações do subproblema de $\omega_t=1$ e seu respectivo $\Delta(\omega_t)$, do cenário sorteado $\omega_T=1$, por exemplo, é inserido em um conjunto C_t a fim de ser compartilhado pelos subproblemas dos demais $\omega_t=2, \dots, N_t$ do problema completo. A partir desse fato, uma questão importante a ser esclarecida é o fato de que a PDDE pode compartilhar cortes para os problemas de todos os nós do mesmo estágio.

Conforme a justificativa da formulação dos cortes de Benders no problema, (11) e (12), um determinado corte c pode ser inserido em um problema de $\omega_t=1$, por exemplo, dado que $\pi_{t+1}^{0_{t+1}*}$ e $z_{t+1}^{0_{t+1}*}$, utilizados na construção do corte, fazem parte do conjunto de soluções viáveis dos problemas duais do respectivo $\Delta(\omega_t)$. Assim, para que c possa ser utilizado também pelos problemas de $\omega_t=2, \dots, N_t$, necessita-se que $\pi_{t+1}^{0_{t+1}*}$ e $z_{t+1}^{0_{t+1}*}$ sejam soluções viáveis dos problemas duais de todos os $\Delta(\omega_t)$ referentes aos respectivos ω_t .

Dessa forma, baseado na argumentação de Infanger e Morton (1996), um problema de PLE com a formulação de (22) pode ter seus multiplicadores de Lagrange como soluções viáveis para os problemas duais dos demais nós do mesmo estágio. Para tanto, A_t , c_t e, os coeficientes de α_{t+1} e $x_t^{0_t}$ dos cortes que pertencem a $C_t^{0_t}$, devem ser iguais para todos os ω_t de um determinado estágio t .

Portanto, a fim de satisfazer a afirmação anterior, a árvore de cenários associada à representação das incertezas do problema deve necessariamente ser constituída de amostras comuns. Com isso, garante-se que o corte quando compartilhado pelos problemas de diversos nós do mesmo estágio represente “um único futuro”. Assim, as restrições do problema dual e, conseqüentemente, os coeficientes dos cortes, são iguais em todos os problemas dos nós em um mesmo estágio.

De maneira bastante semelhante ao processo de solução da DA, a estratégia da PDDE também é composta pelas etapas de recursão regressiva e progressiva, com a principal diferença relacionada à forma com que os cenários são tratados nas recursões. Assim, inicialmente no processo da PDDE, uma amostra IID de cenários da árvore associada ao problema completo é sorteada.

Na primeira etapa, recursão progressiva, resolvem-se os problemas dos nós referentes aos cenários sorteados, do estágio $t=1$ a $t=T-1$, e, armazenam-se as informações das decisões do problema de cada nó ω_t a serem repassadas aos respectivos problemas dos conjuntos $\Delta(\omega_t)$.

A segunda etapa, recursão regressiva, é a responsável por calcular os cortes de Benders a serem incluídos em cada C_t do estágio $t=T-1$ a $t=1$. Dessa forma, a partir das decisões obtidas na primeira etapa, resolvem-se os subproblemas de cada conjunto $\Delta(\omega_t)$ de todos os ω_t referentes aos cenários sorteados, do estágio $t=T-1$ a $t=1$, calculando e inserindo os cortes em C_t , uma vez que se obtenham $\pi_{t+1}^{\omega_{t+1}}$ e $z_{t+1}^{\omega_{t+1}}$ de todos os ω_{t+1} que pertençam aos respectivos $\Delta(\omega_t)$.

O processo de solução segue adiante sempre com o novo sorteio de uma amostra IID de cenários da árvore completa e o consecutivo tratamento dos mesmos nas recursões progressiva e regressiva. Em condições práticas, mesmo que este processo se repita por inúmeras vezes, apenas uma parte dos subproblemas referentes à árvore completa de cenários é tratada pela PDDE.

Com o objetivo de avaliar as aproximações das FCF ao longo do processo de solução, o método da PDDE pode utilizar uma estratégia também baseada no Zinf e Zsup, porém, agora calculados da seguinte maneira:

$$Z \text{ inf} = c_1^T x_1^* + \alpha_2^*, \quad (25)$$

$$Z \text{ sup} = c_1^T x_1^* + \sum_{t=2}^T \frac{1}{N_T} \sum_{\omega_{t-1}=1}^{N_T} \frac{1}{n_t} \sum_{\omega_t \in \Delta(\omega_{t-1})} c_t^T x_t^{\omega_t,*}, \quad (26)$$

em que N_T corresponde, no caso da PDDE, o número de cenários ω_T sorteados.

Também define-se um $Z \text{ sup}^{\omega_T}$ para cada cenário ω_T sorteado da amostra IID, conforme:

$$Z \text{ sup}^{\omega_T} = c_1^T x_1^* + \sum_{t=2}^T c_t^T x_t^{\omega_t,*}, \text{ para } \omega_t \in \omega_T. \quad (27)$$

Devido ao cálculo de Zinf e Zsup ser obtido a partir de uma amostra da árvore de cenários, os mesmos não podem ser usados para avaliar a representatividade das FCF do problema completo. Assim, Pereira e Pinto (1991) propuseram um critério de parada baseado no teorema do limite central, denominando aqui de critério de convergência

estatístico, que utiliza a informação do desvio padrão dos $Z \text{ sup}^{\omega_r}$ em relação à $Z \text{ sup}$, denominado σ_z . Com isto, limita-se um intervalo de confiança de 95% sob a área de uma curva de distribuição normal, em que o valor de $Z \text{ inf}$ tem que estar a fim de que o critério aceite a proximidade de $Z \text{ sup}$ e $Z \text{ inf}$. Desta forma, σ_z é calculado como:

$$\sigma_z = \frac{1}{N_T} \sqrt{\sum_{\forall \omega_r} (Z \text{ sup} - Z \text{ sup}^{\omega_r})}. \quad (28)$$

E por fim, o critério é definido como:

$$Z \text{ sup} - 1,96 \frac{\sigma_z}{\sqrt{N_T}} \leq Z \text{ inf} \leq Z \text{ sup} + 1,96 \frac{\sigma_z}{\sqrt{N_T}}. \quad (29)$$

Por fim, destaca-se que o critério definido por (29), juntamente com uma condição baseada na estabilização do valor de $Z \text{ inf}$, é utilizado atualmente pelo setor elétrico brasileiro no método da PDDE que calcula políticas de operação para modelo discreto de PDE que representa o problema do POMP.

3 O PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA DE MÉDIO PRAZO

O problema do planejamento da operação de médio prazo geralmente corresponde à primeira etapa da cadeia do POE de um sistema hidrotérmico cujas decisões acerca da operação de usinas hidrelétricas são predominantes. As decisões oriundas da solução desse problema correspondem a políticas de operação energética para o sistema hidrotérmico, em um determinado período de estudo, que devem ser respeitadas pelas demais etapas da cadeia de planejamento.

Como este trabalho tem por objetivo a avaliação de políticas de operação associadas à resolução de um determinado problema do POMP via PDDE, nas próximas seções são apresentadas as principais características do problema, com foco especialmente no caso brasileiro, bem como as particularidades da PDDE quando aplicada na solução do mesmo.

3.1 CARACTERÍSTICAS GERAIS DO PROBLEMA

Conforme já comentado, normalmente o POMP corresponde à etapa inicial da cadeia do POE de sistemas hidrotérmicos. Nele, busca-se tratar a questão da utilização racional dos recursos energéticos que fomentam o sistema hidrotérmico correspondente. Como esse problema é voltado para sistemas com a operação predominante de usinas hidrelétricas, a principal matéria prima para a produção de energia elétrica nos mesmos é a própria água que chega aos reservatórios destas usinas. Assim, pode-se afirmar que o grande desafio do problema do POMP é o de definir o quanto se produzir de energia elétrica em cada usina termelétrica e hidrelétrica a partir do uso racional da água disponível nos reservatórios, para suprir a demanda do sistema em um determinado período de interesse.

A água disponível para a produção de energia elétrica pelas usinas hidrelétricas está diretamente associada às vazões afluentes dos rios em que as mesmas são construídas. De modo geral, os dados de previsões de vazões afluentes de um determinado rio são extremamente incertos, dependendo do horizonte de estudo considerado.

Dessa forma, como no POMP se deseja tomar decisões com base nas incertezas associadas às afluências, o problema é caracterizado como essencialmente estocástico. Destaca-se também que além das vazões afluentes nos rios, uma série de outros atributos do problema é

caracterizada como incerta. Vale citar a demanda, a disponibilidade do sistema de transmissão de energia elétrica, o custo do combustível associado às usinas termelétricas, a disponibilidade de produção das usinas do sistema, dentre outros. Contudo, tende a ser muito comum nesse tipo de problema, a modelagem por processos estocásticos apenas dos dados referentes às vazões afluentes. Em geral, os outros atributos são estimados de antemão e inseridos no problema como dados determinísticos do mesmo, por serem considerados mais previsíveis (PEREIRA e PINTO, 1983).

De acordo com os aspectos discutidos na Seção 2.1, pode-se construir uma árvore de cenários para modelar o processo estocástico de uma determinada variável, desde que a mesma possua uma FDP conhecida. Dado que geralmente se possui um registro histórico das vazões afluentes nos rios de uma determinada bacia hidrográfica, a partir de seus parâmetros estatísticos é possível aproximar uma FDP para cada uma das vazões. Assim, torna-se muito natural e conveniente ao problema, a construção de uma árvore de cenários para a modelagem do processo estocástico referente às vazões afluentes nos reservatórios das usinas hidrelétricas do sistema.

Portanto, uma árvore de cenários de vazões afluentes, ou afluências, pode ser associada à notação apresentada no Capítulo 2 como:

- ω_t : nó da árvore de cenários no estágio t , que para $t=T$ também representa o conjunto formado pelo caminho completo de nós interligados da árvore, denominado cenário;
- $y_t^{\omega_t}$: realização de afluência associada ao nó da árvore de cenários ω_t no estágio t , com uma probabilidade de ocorrência $p_t^{\omega_t}$;
- $a(\omega_t)$: nó antecessor ao nó ω_t ;
- $y_{t-1}^{a(\omega_t)}$: realização associada ao nó antecessor do nó ω_t ;
- $\Delta(\omega_t)$: conjunto de nós sucessores ao nó ω_t ;
- $y_{t+1}^{\Delta(\omega_t)}$: conjunto de realizações associadas aos nós sucessores do nó ω_t , de dimensão n_{t+1} .

Assim, dado que a árvore de cenários de afluências seja composta por amostras comuns, de realizações IID, ela está apta para representar o processo estocástico em um modelo do POMP a ser resolvido via PDDE. Vale-se destacar que quando o sorteio de uma amostra não depende da realização de afluência do nó descendente, a árvore se

enquadra ao que se conhece como modelo independente de previsão de afluências.

No modelo independente de previsão não há o fator da correlação temporal no sorteio das realizações de afluências. Ou seja, dado que o valor da vazão afluyente associada a um determinado nó seja considerada baixa, a amostra correspondente ao conjunto de nós descendentes não necessariamente possui uma probabilidade que a condiciona a valores também baixos.

Segundo Pereira *et al.*, (1984), um modelo denominado auto-regressivo de previsão de afluências, que considera a correlação temporal, é o mais indicado para a representação de um registro histórico de vazões afluyentes. Contudo, o que se observa na prática é que estes modelos acarretam em não linearidades no problema do POMP condicionado à PLE e, portanto, indesejáveis para métodos de solução como a PDDE.

3.2 MODELAGEM GERAL DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA DE MÉDIO PRAZO APLICADA À PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA

A partir da definição da árvore de cenários a ser utilizada no problema do POMP, o mesmo pode ser modelado como um PLE para a solução via PDDE. Vale ressaltar que o condicionamento do problema, essencialmente não linear, para um problema de PLE, se justifica pela posição do mesmo na cadeia do POE. Sabe-se que geralmente na etapa do POMP as atenções são voltadas à disponibilidade energética do sistema hidrotérmico, que por sua vez está associada às incertezas das vazões afluyentes nas usinas hidrelétricas do mesmo. Portanto, uma vez que se deseja representar adequadamente a característica estocástica do POMP, algumas simplificações no problema são realizadas a fim de torná-lo computacionalmente tratável.

Dessa maneira, todos os coeficientes de funções não lineares que compõem a formulação do problema são aproximados por um único coeficiente linear, como o coeficiente de custo $cost_j$ que representa toda a função de custo de produção de uma unidade termelétrica j .

Também, algumas funções não lineares multivariáveis são aproximadas por um único coeficiente linear monovariável. Assim é o caso da função de produção de uma unidade hidrelétrica h , que é aproximada por um coeficiente linear ρ_h , denominado produtividade específica. Com isso, a produção hidrelétrica depende somente da vazão

turbinada q_h , e, difere da função original, pois a mesma também leva em conta o volume do reservatório da usina correspondente.

A conexão elétrica entre os subsistemas é modelada como intercâmbios de energia em uma “via de duas mãos”, sendo que nos subsistemas não se representam as perdas e restrições de transmissão. Ainda, o déficit de energia de cada subsistema é representado por uma unidade térmica fictícia, cujo coeficiente de custo está atrelado ao respectivo custo social do déficit.

A modelagem geral do POMP aplicada à PDDE descrita nesta seção basicamente segue as formulações assumidas por Pereira e Pinto (1985) desde meados dos anos 80. Assim, o objetivo do problema em um determinado estágio t é de minimizar o custo de operação do sistema, composto pelo custo do despacho termelétrico e o custo social do déficit de energia, somado ao o custo esperado de operação dos estágios futuros. As restrições do problema correspondem a um conjunto de equações e inequações que viabilizam: o atendimento à demanda de energia, o balanço hídrico dos reservatórios das usinas hidrelétricas, os limites quantitativos de todas as variáveis do modelo e a aproximação linear da FCF de cada estágio.

Então, a partir de uma determinada árvore de cenários que representa um modelo independente de previsão de vazão afluente, o problema completo do POMP pode ser formulado para cada nó ω_t da mesma como:

$$z_t^{\omega_t} = \min \sum_{k \in K} \sum_{j \in T_k} cst_j g_t^{\omega_t} + \alpha_{t+1}, \quad \nexists \alpha_t : t = T, \quad (30)$$

s.a:

$$\sum_{h \in H_k} \rho_h q_{ht}^{\omega_t} + \sum_{j \in T_k} g_{jt}^{\omega_t} + \sum_{i \in \Omega_k} (f_{ikt}^{\omega_t} - f_{kit}^{\omega_t}) = l_{kt}, \quad (31)$$

$$v_{h,t+1}^{\omega_t} - M(ct.q_t^{\omega_t} + ct.s_t^{\omega_t}) = v_{ht}^{a(\omega_t)} + ct.y_{ht}^{\omega_t}, \quad (32)$$

$$\underline{g}_j \leq g_{jt}^{\omega_t} \leq \bar{g}_j, \quad (33)$$

$$\underline{f}_{ik} \leq f_{ikt}^{\omega_t} \leq \bar{f}_{ik}, \quad (34)$$

$$\underline{f}_{ki} \leq f_{kit}^{\omega_t} \leq \bar{f}_{ki}, \quad (35)$$

$$\underline{v}_h \leq v_{h,t+1}^{\omega_t} \leq \bar{v}_h, \quad (36)$$

$$q_{ht}^{\omega_t} + s_{ht}^{\omega_t} \geq \underline{q}_h, \quad (37)$$

$$q_{ht}^{\omega_t} \leq \bar{q}_h, \quad (38)$$

$$\begin{aligned} & \alpha_{t+1} + \sum_{h \in H_k} \pi_{hc,t+1}^{\Delta(\omega_t)^*} v_{h,t+1}^{\omega_t} \\ & \geq \frac{1}{n_t} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} z_{c,t+1}^{\omega_{t+1}} + \sum_{h \in H_k} \pi_{hc,t+1}^{\Delta(\omega_t)^*} v_{hc,t+1}^{\omega_t^*}, \\ & \forall h \in H_k, \forall j \in T_k, \forall i \in \Omega_k, \forall k \in K, \forall c \in C_t, \end{aligned} \quad \#C_t : t = T, \quad (39)$$

em que:

- K : conjunto de subsistemas elétricos;
- k : índice associado ao conjunto de subsistemas;
- Ω_k : conjunto dos subsistemas conectados ao subsistema k ;
- i : índice associado ao conjunto dos subsistemas conectados ao subsistema k ;
- T_k : conjunto de unidades termelétricas no subsistema k ;
- j : índice associado ao conjunto de unidades termelétricas no subsistema k ;
- H_k : conjunto de unidades hidrelétricas no subsistema k ;
- h : índice associado ao conjunto de unidades hidrelétricas no subsistema k ;
- C_t : conjunto de cortes de Benders que aproximam a FCF do estágio t ;
- c : índice associado ao conjunto de cortes de Benders que aproximam a FCF do estágio t ;
- $z_t^{\omega_t}$: custo total de operação (R\$) associado ao problema do nó ω_t e estágio t ;
- cst_j : coeficiente linear de custo (R\$/energia) da função de custo de produção da unidade termelétrica j ;
- l_{kt} : demanda (energia) do subsistema k no estágio t ;
- $g_{jt}^{\omega_t}$: produção (energia) da unidade termelétrica j para o nó ω_t e estágio t ;
- $\underline{g}_j, \bar{g}_j$: limites mínimo e máximo de produção (energia) da unidade termelétrica j ;
- $f_{ikt}^{\omega_t}$: intercâmbio (energia) do subsistema i para o subsistema k , para o nó ω_t e estágio t ;
- $f_{kit}^{\omega_t}$: intercâmbio (energia) do subsistema k para o subsistema i , para o nó ω_t e estágio t ;
- $\underline{f}_{ik}, \bar{f}_{ik}$: limites mínimo e máximo de intercâmbio (energia) do subsistema k para o subsistema i ;

- $\underline{f}_{ki}, \bar{f}_{ki}$: limites mínimo e máximo de intercâmbio (energia) do subsistema i para o subsistema k ;
- ρ_h : coeficiente linear de produção (energia/hm³/s/m) da função de produção da unidade hidrelétrica h ;
- $s_{ht}^{\omega_t}$: vazão vertida (m³/s) da unidade hidrelétrica h para o nó ω_t e estágio t ;
- $q_{ht}^{\omega_t}$: vazão turbinada (m³/s) da unidade hidrelétrica h para o nó ω_t e estágio t ;
- $\underline{q}_h, \bar{q}_h$: limites mínimo e máximo de vazão turbinada (m³/s) da unidade hidrelétrica h ;
- $v_{h,t+1}^{\omega_t}$: volume armazenável final (hm³) do reservatório da unidade hidrelétrica h para o nó ω_t , no estágio $t+1$;
- $v_{h,t}^{a(\omega_t)}$: volume armazenável inicial (hm³) do reservatório da unidade hidrelétrica h para o nó ω_t , no estágio t ;
- $\underline{v}_h, \bar{v}_h$: limites mínimo e máximo de volume armazenável (hm³) da unidade hidrelétrica h ;
- $y_{ht}^{\omega_t}$: vazão afluyente (m³/s) do rio associado à unidade hidrelétrica h para o nó ω_t e estágio t ;
- M : matriz de incidência (s) das unidades hidrelétricas do sistema, associada também ao tempo de deslocamento das massas de água nos respectivos rios;
- ct : constante de conversão (10⁻⁶s) de m³/s para hm³;
- α_{t+1} : custo total esperado do estágio $t+1$;
- $\pi_{hc,t+1}^{\Delta(\omega_t)}$: média dos multiplicadores de Lagrange de (32), $\pi_{h,t+1}^{\omega_{t+1}}$ $\forall \omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)$, da unidade hidrelétrica h no estágio $t+1$, que compõe o c -ésimo corte de Benders que pertence ao conjunto C_t no estágio t .

Desta forma, (30) é a função objetivo que minimiza o custo total de operação do problema do nó ω_t e estágio t , e (31) é o conjunto de restrições de atendimento à demanda dos subsistemas k . A equação (32) corresponde à restrição de balanço hídrico de cada usina hidrelétrica considerada e, as restrições que limitam as variáveis do problema correspondem a (33)-(38). Um ponto a ser destacado nessas equações é que os termos relacionados ao volume armazenável dos reservatórios correspondem as variáveis de estado do modelo, que acoplam os problemas de nós em estágios adjacentes. Ou seja, a decisão acerca do volume de um determinado reservatório a ser mantido para a operação no início de $t+1$ é tomada em t .

Quanto aos termos dos cortes de Benders definidos em (39), vale destacar que um $\pi_{h,t+1}^{\omega_{t+1}}$, associado a uma determinada hidrelétrica h no modelo, possui uma importante interpretação econômica. O mesmo corresponde ao Valor da Água (VA) associado a h , a qual, implica na redução de custo do problema de ω_{t+1} a ser efetuada por uma unidade extra de água no reservatório de h . Assim, $\pi_{hc,t+1}^{\Delta(\omega_t)}$ corresponde a um VA esperado para os problemas de $\Delta(\omega_t)$ do estágio $t+1$. Quando o VA é repassado ao estágio t em um corte $c \in C_t$, o mesmo reflete aos problemas de t as consequências futuras de decisões presentes envolvendo o uso³ da água no estágio atual. Portanto, quanto maior for o valor de $\pi_{hc,t+1}^{\Delta(\omega_t)}$, maior o sinal econômico para o uso da água no estágio $t+1$ e, por consequência, maior tende a ser o volume armazenável final de h , dos problemas ω_t no estágio t . Cabe ainda ressaltar que no último estágio, $t=T$, não existe um conjunto de cortes C_T , pois, não há qualquer FCF a ser aproximada.

Com isso, o modelo do POMP pode ser resolvido pela estratégia de solução do método da PDDE, desde que se utilize o modelo independente de previsão de aflúncias representado por árvores de cenários. Dessa forma, a solução obtida pelo método consiste no que se denomina de política de operação, o que corresponde as FCFs aproximadas em todos os estágios.

A avaliação de uma determinada política de operação se dá por uma etapa denominada de simulação da operação, em que se verifica o desempenho da mesma na operação do sistema hidrotérmico para inúmeras séries de aflúncias. Os atributos a serem observados nos resultados destas simulações podem ser os mais diversos, desde o risco de déficit, o custo esperado de operação, o armazenamento esperado e a geração termelétrica esperada. As séries utilizadas devem possuir o mesmo horizonte de estudo do problema, e podem ser geradas através de modelos independentes de previsão, modelos auto-regressivos, registros históricos e, também, pelo próprio sorteio de cenários da árvore correspondente ao problema resolvido.

A partir de então, a política de operação obtida através da PDDE pode ser repassada para as demais etapas da cadeia de planejamento, cabendo à mesma, a representação das decisões acerca do uso da água a serem tomadas ao longo do horizonte de estudo do POE.

³ O uso da água para a produção de energia.

3.3 MODELAGEM ESPECÍFICA DO PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDROTÉRMICA DE MÉDIO PRAZO APLICADA À PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA

Apesar de todas as simplificações que são impostas no modelo de PLE do POMP para a solução via PDDE já discutidas, em casos práticos a dimensão do sistema hidrotérmico e, conseqüentemente, o elevado número de variáveis de estado no modelo do POMP fazem com que ainda seja inviável o seu tratamento por métodos computacionais. Dessa forma, modelos do POMP para a solução via PDDE a partir da formulação anterior completa, se restringem, por enquanto, a sistemas hidrotérmicos de pequeno porte.

Logo, em alguns problemas do gênero como no caso do POMP brasileiro, utilizam-se representações agregadas dos reservatórios das usinas hidrelétricas que compõem o sistema hidrotérmico. Com essa estratégia, reduz-se consideravelmente a dimensão do modelo de PLE referente ao problema e, segundo Arvanitidis e Rosing (1970b), é uma alternativa bastante atrativa quando a informação acerca de um montante de energia elétrica, a partir de decisões mensais, se torna mais importante economicamente do que a alocação do mesmo em cada hidrelétrica.

Portanto, uma série de atributos é definida a fim de que se obtenha uma boa resposta da representação de hidrelétricas agregadas, dadas as diferentes características de operação das mesmas. Como o problema específico do POMP a ser avaliado neste trabalho se baseia no problema brasileiro, a representação da agregação das hidrelétricas se dá por Reservatórios Equivalentes de Energia (REE). Assim, a forma como se realiza a agregação, bem como todos os atributos considerados em sua representação, são extraídos de CEPEL (2001).

Dessa maneira, as novas formulações, com a representação das hidrelétricas por REE, das restrições de atendimento à demanda e de balanço energético, a substituir a restrição de balanço hídrico, são escritas como:

$$gh_{kt}^{o_t} + \sum_{j \in \Gamma_k} g_{jt}^{o_t} + \sum_{i \in \Omega_k} (f_{ikt}^{o_t} - f_{kit}^{o_t}) = l_{kt} - qm_{kt}^{o_t} - yf_{kt}^{o_t} + qf_k, \quad \forall k \in K, \quad (40)$$

$$v_{k,t+1}^{o_t} + gh_{kt}^{o_t} + s_{kt}^{o_t} = v_{kt}^{a(o_t)} + fc_{kt}^{o_t} yc_{kt}^{o_t} - qm_{kt}^{o_t} - ev_{kt}^{o_t} + qc_k, \quad (41)$$

em que alguns parâmetros definidos anteriormente para o problema do POMP geral podem ser agora definidos como:

- $v_{k,t+1}^{\omega_t}$: energia armazenável final (energia) do REE em k para o nó ω_t , disponível no estágio $t+1$;
- $v_{k,t}^{a(\omega_t)}$: energia armazenável inicial (energia) do REE em k para o nó ω_t , disponível no estágio t ;
- $\underline{v}_k, \bar{v}_k$: limites mínimo e máximo de Energia Armazenável (energia) do REE em k ;
- $y_{kt}^{\omega_t}$: energia natural afluyente (energia) associada ao REE em k para o nó ω_t e estágio t ;
- $s_{kt}^{\omega_t}$: energia vertida (energia) do REE em k para o nó ω_t e estágio t ;

e novas variáveis são definidas com base nos atributos utilizados na representação do REE, em que:

- $gh_{kt}^{\omega_t}$: geração hidrelétrica (energia) do REE em k para o nó ω_t e estágio t ;
- $qm_{kt}^{\omega_t}$: energia de vazão mínima (energia) do REE em k para o nó ω_t e estágio t , em função de $v_{kt}^{a(\omega_t)}$;
- qf_k : energia de desvio fio d'água (energia) do REE em k ;
- qc_k : energia de desvio controlável (energia) do REE em k ;
- $fc_{kt}^{\omega_t}$: Fator de correção da energia controlável do REE em k para o nó ω_t e estágio t , em função de $v_{kt}^{a(\omega_t)}$;
- $yc_{kt}^{\omega_t}$: energia controlável (energia) do REE em k para o nó ω_t e estágio t , em função de $y_{kt}^{\omega_t}$;
- $yf_{kt}^{\omega_t}$: energia fio d'água (energia) do REE em k para o nó ω_t e estágio t , em função de $y_{kt}^{\omega_t}$;
- $ev_{kt}^{\omega_t}$: energia evaporada (energia) do REE em k para o nó ω_t e estágio t , em função de $v_{kt}^{a(\omega_t)}$.

Também, (37) e (38) são substituídos por:

$$0 \leq gh_{kt}^{\omega_t} \leq \bar{gh}_{kt}^{\omega_t} - qm_{kt}^{\omega_t} - yf_{kt}^{\omega_t} + qf_k, \quad \forall k \in K, \quad (42)$$

em que:

- $\bar{gh}_{kt}^{\omega_t}$: geração hidrelétrica máxima (energia) do REE em k para o nó ω_t e estágio t , em função de $v_{kt}^{a(\omega_t)}$.

Como cada subsistema possui apenas um reservatório equivalente no modelo do POMP adotado, as equações definidas para o mesmo não

possuem o índice h . Assim, as variáveis dos REE são representadas diretamente pelo respectivo subsistema, índice k .

Vale citar que nem todos os atributos dos REEs considerados por CEPEL (2001) são utilizados. Apenas alguns termos foram incluídos no modelo sob o pretexto de não torná-lo extremamente complexo, conforme se discute no Capítulo 5.

Um ponto importante dessa formulação a respeito de $\pi_{h,t}^{o_t}$ merece destaque. Conforme definido anteriormente, esse termo se refere ao multiplicador de Lagrange da restrição (32), também conhecido como VA, associado à determinada hidrelétrica h . Porém, com as substituições das restrições do modelo geral pelas equações que contém a representação por REE, o multiplicador de Lagrange de (41) perde o sentido original, relacionado a $\pi_{h,t}^{o_t}$, uma vez que outras restrições do modelo específico dependem da energia armazenável. Portanto, conforme discutido em CEPEL (2001), deve-se definir o valor do termo associado ao VA como a derivada da função objetivo da formulação dual do problema, em relação à energia armazenável do reservatório correspondente. Assim, para um determinado REE k no problema do nó ω_t e estágio t , o termo referente ao VA é definido conforme:

$$\pi_{kt}^{o_t} := \frac{\partial \widehat{z}_t^{o_t}}{\partial v_{kt}^{a(o_t)}}, \quad \forall k \in K, \quad (43)$$

em que:

$\widehat{z}_t^{o_t}$: corresponde ao custo total de operação (R\$) da formulação dual de (22) a (39), para o nó ω_t e estágio t . Na qual $\widehat{z}_t^{o_t} = z_t^{o_t}$.

Portanto, no contexto da modelagem do problema específico:

$$\begin{aligned} \pi_{kt}^{o_t} = \tau_{kt}^{o_t} \left[1 + \frac{\partial f_{kt}^{o_t}}{\partial v_{kt}^{a(o_t)}} y_{kt}^{o_t} - \frac{\partial qm_{kt}^{o_t}}{\partial v_{kt}^{a(o_t)}} - \frac{\partial ev_{kt}^{o_t}}{\partial v_{kt}^{a(o_t)}} \right] \\ - v_{kt}^{o_t} \frac{\partial qm_{kt}^{o_t}}{\partial v_{kt}^{a(o_t)}} + \gamma_{kt}^{o_t} \left[\frac{\partial \overline{gh}_{kt}^{o_t}}{\partial v_{kt}^{a(o_t)}} - \frac{\partial qm_{kt}^{o_t}}{\partial v_{kt}^{a(o_t)}} \right], \quad \forall k \in K, \quad (44) \end{aligned}$$

em que:

- $\tau_{kt}^{\omega_t}$: multiplicador de Lagrange associado à restrição de balanço energético (41), referente ao reservatório k , para o problema do nó ω_t e estágio t .
- $\nu_{kt}^{\omega_t}$: multiplicador de Lagrange associado à restrição de atendimento a demanda (40), referente ao reservatório k , para o problema do nó ω_t e estágio t .
- $\gamma_{kt}^{\omega_t}$: multiplicador de Lagrange associado à restrição do limite de geração hidrelétrica (42), referente ao reservatório k , para o problema do nó ω_t e estágio t .

Desta maneira, $\pi_{kt}^{\omega_t}$ representa a redução de custo no problema do nó ω_t e estágio t , a partir de uma unidade extra de energia no respectivo REE, tornando-se possível inseri-lo, por meio de $\pi_{kc,t+1}^{\Delta(\omega_t)}$, em um corte $c \in C_{t-1}$.

4 METODOLOGIAS DE AVERSÃO A RISCO NA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA

Na grande maioria dos trabalhos que tratam da aplicação de aversão a risco nos mais variados campos, torna-se muito recorrente o uso de métricas de risco no objetivo de se tomar decisões conservadoras, a fim de evitar ou minimizar grandes perdas de capital. Consequentemente, a utilização de aversão a risco em modelos de PLE a serem solucionados via PDDE, de maneira geral, não foge à regra.

Nesse sentido, as próximas seções discutem a inclusão de uma métrica de aversão a risco, baseada no CVaR, na formulação da PDDE. Na sequência, detalham-se a modelagem da métrica em um problema clássico de PLE discreto, assim como no problema do POMP tratado nesta dissertação.

Por fim, discute-se também neste capítulo o Método CAR que corresponde a uma metodologia de aversão a risco, sendo esta baseada no critério de zonas de segurança de RREs. Consequentemente, a modelagem do problema do POMP para a aplicação do Método CAR também é apresentada.

4.1 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA COM MÉTRICA DE RISCO BASEADA NO CONDITIONAL VALUE AT RISK

Ser avesso a risco no contexto da metodologia a ser incorporada pela PDDE consiste basicamente em penalizar grandes perdas provenientes de cenários adversos em um determinado estágio do estudo. Assim, tem-se um aumento no custo esperado dos problemas referentes aos estágios anteriores, a partir de decisões conservadoras, de forma a conter o valor esperado das grandes perdas no estágio crítico, em um patamar aceitável.

A fim de se discutir a respeito da métrica de aversão a risco proposta por Shapiro (2011) na formulação da PDDE, vale recorrer à formulação clássica de PLE (1)-(3) para um problema discreto de 2 estágios.

No problema avaliado, sabe-se que a partir de uma determinada realização $\xi_2^{\omega_2}$ do segundo estágio, $\omega_2 \in \Delta(\omega_1)$, o seu custo associado, $q_2(x_1, \xi_2^{\omega_2})$, pode ser extremamente alto e indesejável, quando principalmente comparado com $E[Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)})]$.

De maneira a se tentar manter todos os valores $q_2(x_1, \xi_2^{\omega_2})$, $Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)})$, abaixo de um determinado custo máximo estipulado, κ , a seguinte restrição pode ser adicionada no problema:

$$Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)}) \leq \kappa. \quad (45)$$

Contudo, com a nova restrição não se pode garantir a viabilidade do problema de otimização. Assim, uma abordagem mais cautelosa para o tratamento de (45) consiste em restringir a mesma em um intervalo de confiança, ou seja, descrevê-la pela seguinte restrição probabilística:

$$\Pr(Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)}) \leq \kappa) \geq 1 - \beta, \quad (46)$$

em que:

β : Nível de significância, $\beta \in [0, \dots, 1]$;

$\Pr()$: Probabilidade associada a uma distribuição discreta.

Dessa forma, pode-se observar uma grande semelhança da restrição descrita anteriormente com a definição da métrica de risco denominada *Value at Risk* (VaR):

$$\text{VaR}_\beta Z = \inf_{u \in \mathbb{R}} [u : \Pr(Z \leq u) \geq 1 - \beta]. \quad (47)$$

De modo geral, a partir de uma determinada FDP de perdas de uma variável aleatória Z , o VaR pode ser caracterizado como o maior valor da mesma, u^* , em que a sua probabilidade de ocorrência $\Pr(Z \leq u)$ está contida em um certo intervalo de confiança $1 - \beta$. Assim, o VaR pode ser observado a partir da Figura 4.1.

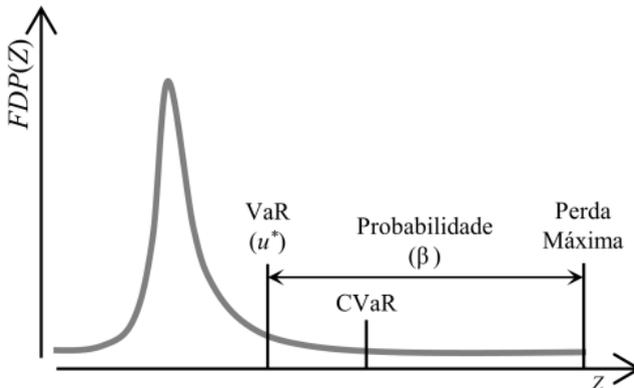


Figura 4.1: Distribuição de perdas com VaR e CVaR.

Portanto, o VaR de $Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)})$ pode ser definido a partir da Restrição (46) da seguinte forma:

$$\text{VaR}_\beta(Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)})) \leq \kappa, \quad (48)$$

em que $\kappa = u^*$.

Assim, a formulação de um problema de PLE de 2 estágios pode incorporar (48) como:

$$\begin{aligned} z &= \min c_1^T x_1 + E[Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)})], \\ \text{s.a: } A_1 x_1 &= b_1, \\ B_2 x_1 + A_2 x_2^{\omega_2} &= b_2^{\omega_2}, \\ \text{VaR}_\beta(Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)})) &\leq \kappa, \quad \forall \omega_2 \in \Delta(\omega_1). \\ x_1 &\geq 0, x_2^{\omega_2} \geq 0, \end{aligned} \quad (49)$$

A principal ressalva acerca da formulação anterior, diz respeito ao fato de que não se pode atestar a convexidade de uma função $\text{VaR}_\beta(Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)}))$ em x_1 , mesmo que $Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)})$ seja convexa. Assim, conforme sugerido por Rockafellar e Uryasev (2002), substituiu-se a Restrição (48) pela sua aproximação mais conservadora, denominada de *Conditional Value at Risk* (CVaR) e definida como:

$$\text{CVaR}_\beta Z = \inf_{u \in \mathbb{R}} u + \beta^{-1} E [Z - u]_+, \quad (50)$$

em que $[Z - u]_+$ corresponde ao valor máximo de $Z - u$ e 0.

O CVaR_β , também representado na Figura 4.1, por sua vez está associado ao montante esperado dos valores de Z associados a cauda da respectiva distribuição de perdas, limitada pelo VaR_β . Dessa forma, quantitativamente o CVaR é visto como mais conservador em relação ao VaR, pois o valor esperado da cauda da distribuição, maiores valores de Z , necessariamente é maior que o VaR da mesma.

Por fim, salienta-se que a métrica CVaR é uma função convexa para um determinado $x \in \mathbb{R}$, conforme pode ser observado na Figura 4.2 extraída de Uryasev (2010).

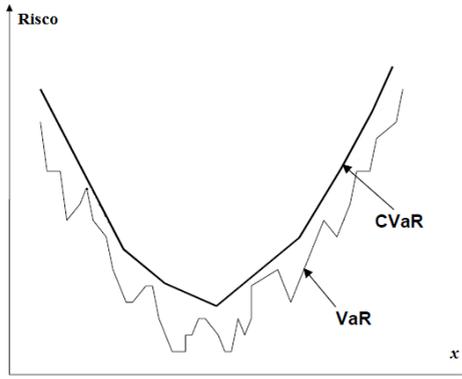


Figura 4.2: Funções de VaR e CVaR. Fonte: (URYASEV, 2010)

Portanto, voltando ao problema de PLE de 2 estágios, tem-se agora que:

$$\text{CVaR}_\beta \left(Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)}) \right) \leq \kappa. \quad (51)$$

Com a substituição de (48) por (51) em (19) se obtém:

$$\begin{aligned} z &= \min c_1^T x_1 + E[Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)})], \\ \text{s.a: } A_1 x_1 &= b_1, \\ A_2 x_2^{\omega_2} &= b_2^{\omega_2} - B_2 x_1, \\ \text{CVaR}_\beta \left(Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)}) \right) &\leq \kappa, \quad \forall \omega_2 \in \Delta(\omega_1), \\ x_1 &\geq 0, \quad x_2^{\omega_2} \geq 0, \end{aligned} \quad (52)$$

Contudo, segundo Shapiro (2011) é conveniente ao problema que a restrição (51) seja transferida para a função objetivo do mesmo. Dessa forma, o autor propõe a utilização da seguinte métrica de risco que incorpora o CVaR:

$$\rho_\lambda(Z) = (1-\lambda)E[Z] + \lambda \text{CVaR}_\beta(Z), \quad (53)$$

em que λ é um parâmetro de ajuste acerca do quanto se considerar da parcela correspondente ao CVaR na métrica $\rho_\lambda(Z)$. Logo $\lambda \in [0, \dots, 1]$.

Agora, com a substituição de (51) por (53) em (52) se obtém:

$$\begin{aligned}
 z &= \min c_1^T x_1 + (1-\lambda)E[Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)})] + \lambda \text{CVaR}_\beta(Q_2(x_1, \xi_2^{\Delta(\omega_1)})), \\
 \text{s.a: } &A_1 x_1 = b_1, \\
 &B_2 x_1 + A_2 x_2^{\omega_2} = b_2^{\omega_2}, \quad \forall \omega_2 \in \Delta(\omega_1). \\
 &x_1 \geq 0, x_2^{\omega_2} \geq 0,
 \end{aligned}
 \tag{54}$$

A métrica de risco descrita em (53) é classificada como métrica coerente de risco por, assim como o CVaR, satisfazer os axiomas propostos em Artzner *et al.*, (1999). A grande vantagem da formulação (54) em relação à (52), consiste que esta última ainda pode tornar o problema inviável devido à restrição (51). O que de certa forma é lamentável, pois ajustar o parâmetro λ se torna muito menos intuitivo que associar um valor para κ , no contexto da aversão a risco.

De maneira a se ilustrar de forma simplificada os termos associados em (54), a Figura 4.3 exibe um problema de dois estágios, com 10 realizações no segundo estágio, cuja FDP do custo associado a cada cenário é descrito por uma função Normal. Observa-se que o custo esperado do segundo estágio corresponde à média ponderada dos custos de todos os cenários e, que para o parâmetro β atribuído em 10%, o CVaR é calculado como a média ponderada dos dois cenários mais caros do problema.

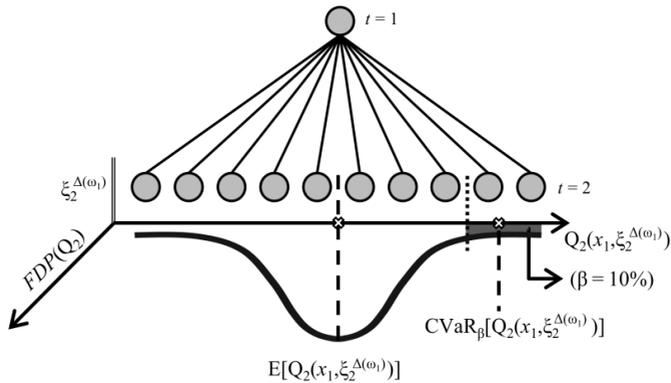


Figura 4.3: Parâmetros da formulação com a métrica de risco baseada no CVaR na PDDE, para um problema específico de dois estágios.

Baseando-se na modelagem de Philpott e de Matos (2011) para a aplicação da PDDE no problema, com a definição do CVaR em (50), o problema (54) pode ser descrito como:

$$\begin{aligned}
z &= \min c_1^\top x_1 + (1-\lambda) \left[\frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} c_2^\top x_2^{\omega_2} \right] + \lambda u_2 + \lambda \beta^{-1} E[c_2^\top x_2^{\Delta(\omega_1)} - u_2 e^\top]_+, \\
\text{s.a: } &A_1 x_1 = b_1, \\
&B_2 x_1 + A_2 x_2^{\omega_2} = b_2^{\omega_2}, \quad \forall \omega_2 \in \Delta(\omega_1). \\
&x_1 \geq 0, x_2^{\omega_2} \geq 0,
\end{aligned} \tag{55}$$

Em que e é um vetor unitário com a dimensão de $\Delta(\omega_1)$.

Dado que o termo $[c_2^\top x_2^{\Delta(\omega_1)} - u_2 e^\top]_+$ possa ser substituído por uma única variável $v_2^{\Delta(\omega_1)}$, têm-se as seguintes restrições adicionadas ao problema:

$$\begin{aligned}
v_2^{\omega_2} &\geq c_2^\top x_2^{\omega_2} - u_2, \\
v_2^{\omega_2} &\geq 0,
\end{aligned} \quad \forall \omega_2 \in \Delta(\omega_1). \tag{56}$$

Assim, (55) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
z &= \min c_1^\top x_1 + (1-\lambda) \left[\frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} c_2^\top x_2^{\omega_2} \right] + \lambda u_2 + \lambda \beta^{-1} E[v_2^{\Delta(\omega_1)}]_+, \\
\text{s.a: } &A_1 x_1 = b_1, \\
&B_2 x_1 + A_2 x_2^{\omega_2} = b_2^{\omega_2}, \\
&v_2^{\omega_2} \geq c_2^\top x_2^{\omega_2} - u_2, \\
&x_1 \geq 0, x_2^{\omega_2} \geq 0, v_2^{\omega_2} \geq 0,
\end{aligned} \quad \forall \omega_2 \in \Delta(\omega_1). \tag{57}$$

Observa-se que com as decisões x_1 e o nível do VaR u_2 , o problema do segundo estágio pode ser formulado para cada nó ω_2 da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
z_2^{\omega_2} &= \min (1-\lambda) c_2^\top x_2^{\omega_2} + \lambda \beta^{-1} v_2^{\omega_2}, \\
\text{s.a: } &A_2 x_2^{\omega_2} = b_2^{\omega_2} - B_2 x_1, \quad [\pi_2^{\omega_2}] \\
&v_2^{\omega_2} - c_2^\top x_2^{\omega_2} \geq -u_2, \quad [\phi_2^{\omega_2}] \\
&x_2^{\omega_2} \geq 0, v_2^{\omega_2} \geq 0.
\end{aligned} \tag{58}$$

Logo, a formulação dual de (58) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
z_2^{\omega_2} &= \max \pi_2^{\omega_2 \top} (b_2^{\omega_2} - B_2 x_1) - \phi_2 u_2, \\
\text{s.a: } &\pi_2^{\omega_2 \top} A_2 - \phi_2^{\omega_2} c_2 \leq (1-\lambda) c_2, \\
&\phi_2^{\omega_2} \leq \lambda \beta^{-1}, \\
&\pi_2^{\omega_2} \geq 0, \phi_2^{\omega_2} \geq 0.
\end{aligned} \tag{59}$$

Portanto, da mesma maneira que (19), a decomposição de Benders pode ser utilizada para representar o problema do segundo estágio. Com isso, a formulação do problema do primeiro estágio composta por cortes de Benders pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 z &= \min c_1^T x_1 + \lambda u_2 + \alpha_2, \\
 \text{s.a: } &A_1 x_1 = b_1, \\
 &\alpha_2 + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_{2,c}^{\omega_2 * T} B_2 x_1 + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \phi_{2,c}^{\omega_2 *} u_2 \\
 &\geq \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} z_{2,c}^{\omega_2 *} + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_{2,c}^{\omega_2 * T} b_{2,c}^{\omega_2} x_{1,c}^* + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \phi_{2,c}^{\omega_2 *} u_2^*, \\
 &\alpha_2 \geq 0, x_1 \geq 0, \\
 &c \in C_1^{\omega_1}.
 \end{aligned} \tag{60}$$

Assim, o problema de 2 estágios que visa a minimização de custos com a métrica de aversão a risco baseada no CVaR, está apto para ser resolvido por métodos como a DA e a PDDE, desde que os seus requisitos discutidos no Capítulo 2 sejam cumpridos.

A partir do mesmo raciocínio utilizado no problema de 2 estágios, naturalmente a modelagem pode ser expandida para um problema de T estágios. Ainda, segundo Philpot e de Matos (2012), a formulação para um problema de T estágios é escrita como:

$$\begin{aligned}
 z &= \min (1 - \lambda_1)(c_1^T x_1 + \lambda_2 u_2 + \alpha_2) + \lambda_1 \beta_1^{-1} v_1, \\
 \text{s.a: } &A_1 x_1 = b_1, \\
 &v_1 - (c_1^T x_1 + \lambda_2 u_2 + \alpha_2) \geq -u_1, \\
 &\alpha_2 + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_{2,c}^{\omega_2 * T} B_2 x_1 + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \phi_{2,c}^{\omega_2 *} u_2 \\
 &\geq \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} z_{2,c}^{\omega_2 *} + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \pi_{2,c}^{\omega_2 * T} b_{2,c}^{\omega_2} x_{1,c}^* + \frac{1}{n_2} \sum_{\omega_2 \in \Delta(\omega_1)} \phi_{2,c}^{\omega_2 *} u_2^*, \\
 &\alpha_2 \geq 0, x_1 \geq 0, v_1 \geq 0, \\
 &c \in C_1,
 \end{aligned} \tag{61}$$

para $t=2, \dots, T-1$:

$$\begin{aligned}
 z_t^{\omega_t} &= \min (1-\lambda_t)(c_t^T x_t^{\omega_t} + \lambda_{t+1} u_{t+1} + \alpha_{t+1}) + \lambda_t \beta_t^{-1} v_t^{\omega_t}, \\
 \text{s.a: } A_t x_t^{\omega_t} &= b_t^{\omega_t} - B_t x_{t-1}^{a(\omega_t)}, \\
 v_t^{\omega_t} - (c_t^T x_t^{\omega_t} + \lambda_{t+1} u_{t+1} + \alpha_{t+1}) &\geq -u_t, \\
 \alpha_{t+1} + \frac{1}{n_{t+1}} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} \pi_{t+1,c}^{\omega_{t+1} * T} B_{t+1} x_t^{\omega_t} + \frac{1}{n_{t+1}} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} \phi_{t+1,c}^{\omega_{t+1} *} u_{t+1} & \quad (62) \\
 \geq \frac{1}{n_{t+1}} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} z_{t+1}^{\omega_{t+1} *} + \frac{1}{n_{t+1}} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} \pi_{t+1,c}^{\omega_{t+1} * T} b_{t+1,c}^{\omega_{t+1}} x_{t,c}^{\omega_t *} + \frac{1}{n_{t+1}} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} \phi_{t+1,c}^{\omega_{t+1} *} u_{t+1}^*, \\
 \alpha_{t+1} \geq 0, x_t^{\omega_t} \geq 0, v_t^{\omega_t} \geq 0, \\
 c \in C_t^{\omega_t},
 \end{aligned}$$

para $t=T$:

$$\begin{aligned}
 z_t^{\omega_t} &= \min (1-\lambda_t)(c_t^T x_t^{\omega_t}) + \lambda_t \beta_t^{-1} v_t^{\omega_t}, \\
 \text{s.a: } A_t x_t^{\omega_t} &= b_t^{\omega_t} - B_t x_{t-1}^{a(\omega_t)}, \\
 v_t^{\omega_t} - c_t^T x_t^{\omega_t} &\geq -u_t, \\
 x_t^{\omega_t} \geq 0, v_t^{\omega_t} \geq 0. & \quad (63)
 \end{aligned}$$

Alguns pontos importantes acerca da modelagem apresentada merecem ser discutidos. Vale ressaltar que a modelagem descrita por (61), (62) e (63), de maneira geral, possui muitas semelhanças com a modelagem tradicional de um problema de PLE com decomposição de Benders, apresentada anteriormente. Isso, por sua vez, é um ponto facilitador na implementação computacional da mesma a partir da modelagem anterior.

Outro ponto a ser destacado, consiste na inclusão do VaR de um determinado estágio do problema, u_t , nos cortes de Benders. Basicamente o VaR é atribuído na modelagem da PDDE como uma variável de estado. Com isso, consegue-se que, ao longo do processo iterativo, os cortes representem além da FCF o nível do VaR dos estágios do problema. Ou seja, não há necessidade do cálculo explícito de u_t .

Como se pode observar, os parâmetros λ_t e β_t devem ser ajustados para todos os estágios t do problema. Dentre a infinidade de combinações possíveis, torna-se um tanto quanto conveniente fixar o valor de β_t em todos os estágios e variar λ_t conforme a aversão a risco desejada. A manutenção de β_t constante não necessariamente implica um mesmo nível de VaR para todos os estágios.

Quanto ao critério de parada dos métodos aplicados à modelagem com aversão a risco apresentada, é importante destacar que não é possível calcular um Z_{sup} para a mesma conforme descrito no Capítulo 2. Segundo Philpott e De Matos (2011), esta modelagem requer um processo de amostragem condicional para estimar o custo de qualquer política, o que é extremamente proibitivo para problemas multiestágios.

Assim, algumas alternativas são sugeridas para encerrar os métodos:

- (i) quando o acréscimo de Z_{inf} for ínfimo;
- (ii) no número de iterações da resolução de um problema equivalente sem aversão a risco com o critério estatístico;
- (iii) com a atribuição de um número de iterações suficientemente elevado.

Dadas estas considerações, um problema prático de PLE multiestágios, como o caso do POMP específico, pode então ser modelado e resolvido via PDDE com a metodologia de aversão a risco baseada na combinação convexa entre valor esperado e o CVaR.

4.1.1 Modelagem do Problema do Planejamento da Operação Hidrotérmica de Médio Prazo com Aversão a Risco Baseada no Conditional Value at Risk

A partir da formulação com REEs discutida no Capítulo 3, o problema do POMP pode ser modelado por meio da proposta de aversão a risco baseada na métrica (53). Assim, o subproblema associado a cada nó da árvore de cenários é formulado, de modo geral⁴, como:

$$z_t^{\omega_t} = \min (1 - \lambda_t) \left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in T_k} cst_j g_t^{\omega_t} + \lambda_{t+1} u_{t+1} + \alpha_{t+1} \right) + \lambda_t \beta_t^{-1} v_t^{\omega_t}, \quad (64)$$

s.a:

$$v_t^{\omega_t} - \left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in T_k} cst_j g_t^{\omega_t} + \lambda_{t+1} u_{t+1} + \alpha_{t+1} \right) \geq -u_t, \quad (65)$$

$$gh_{kt}^{\omega_t} + \sum_{j \in T_k} g_{jt}^{\omega_t} + \sum_{i \in \Omega_k} (f_{ikt}^{\omega_t} - f_{kit}^{\omega_t}) = l_{kt} - qm_{kt}^{\omega_t} - yf_{kt}^{\omega_t} + qf_k, \quad (66)$$

$$v_{k,t+1}^{\omega_t} + gh_{kt}^{\omega_t} + s_{kt}^{\omega_t} = v_{kt}^{a(\omega_t)} + fc_{kt}^{\omega_t} y c_{kt}^{\omega_t} - qm_{kt}^{\omega_t} - ev_{kt}^{\omega_t} + qc_k, \quad (67)$$

$$\underline{g}_j \leq g_{jt}^{\omega_t} \leq \bar{g}_j, \quad (68)$$

$$\underline{f}_{ik} \leq f_{ikt}^{\omega_t} \leq \bar{f}_{ik}, \quad (69)$$

⁴ Ressalvando as diferenças na modelagem ao longo dos estágios.

$$\underline{f}_{ki} \leq f_{kit}^{o_t} \leq \bar{f}_{ki}, \quad (70)$$

$$\underline{v}_k \leq v_{k,t+1}^{o_t} \leq \bar{v}_k, \quad (71)$$

$$0 \leq gh_{kt}^{o_t} \leq \overline{gh}_{kt}^{o_t} - qm_{kt}^{o_t} - yf_{kt}^{o_t} + qf_k, \quad (72)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{t+1} + \sum_{k \in K_k} \pi_{kc,t+1}^{\Delta(o_t)^*} v_{h,t+1}^{o_t} + \phi_{c,t+1}^{\Delta(o_t)^*} u_{t+1} \\ \geq \frac{1}{n_t} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(o_t)} z_{c,t+1}^{\omega_{t+1}*} + \sum_{k \in K_k} \pi_{kc,t+1}^{\Delta(o_t)^*} v_{kc,t+1}^{\omega_{t+1}*} + \phi_{c,t+1}^{\Delta(o_t)^*} u_{t+1}^*, \\ \forall j \in T_k, \forall i \in \Omega_k, \forall k \in K, \forall c \in C_t, \end{aligned} \quad (73)$$

em que:

$$\begin{aligned} \phi_{c,t+1}^{\Delta(o_t)^*}: \text{Média dos multiplicadores de Lagrange de (65), } \phi_{t+1}^{o_{t+1}} \\ \forall \omega_{t+1} \in \Delta(o_t), \text{ no estágio } t+1, \text{ que compõe o } c\text{-ésimo corte de} \\ \text{Benders que pertence ao conjunto } C_t \text{ no estágio } t. \end{aligned}$$

O termo $z_t^{o_t}$ não pode mais ser associado ao custo total de operação do nó ω_t no estágio t , devido à agregação dos demais termos referentes à métrica de aversão a risco na função objetivo do modelo de otimização. De forma semelhante, o Custo Marginal de Operação (CMO), obtido na modelagem neutra a risco como o multiplicador da restrição (40), não pode ser determinado, dessa forma, no modelo atual. O CMO está relacionado diretamente à vertente econômica marginalista, e segundo Silva (2001, p. 86) é imprescindível à formação do preço da energia elétrica no mercado denominado *spot*.

Em virtude da incorporação de uma modelagem avessa a risco no problema do POMP, espera-se obter políticas de operação também avessas a risco. Contudo, o impacto esperado destas políticas na operação do sistema hidrotérmico ao longo do período de estudo deve corresponder à elevação do nível de armazenamento de energia nos REEs em estágios iniciais. Necessariamente para o aumento do nível dos REEs, deve-se incrementar a participação térmica nos subsistemas correspondentes, o que, conseqüentemente, eleva o custo de operação nos mesmos.

Portanto, caso as políticas provenientes da modelagem de aversão a risco propiciem um razoável incremento no custo de operação, perante um significativo aumento na segurança operacional do sistema hidrotérmico, aumento no nível dos REEs, o fundamento básico de aversão a risco em problemas práticos, descrito na Seção 4.1, tende a ser firmado pela respectiva metodologia.

4.2 PROGRAMAÇÃO DINÂMICA DUAL ESTOCÁSTICA COM O CRITÉRIO DE ZONAS DE SEGURANÇA

Diferentemente da metodologia apresentada nas seções anteriores, a proposta do critério de zonas de segurança de armazenamento na PDDE é uma tentativa de inserir um método prático de aversão a risco de sistemas agregados na modelagem do problema do POMP. Especificamente, a abordagem discutida neste trabalho se baseia no caso brasileiro, a qual é denominada como Método CAR.

Em primeiro lugar, vale discutir a definição das zonas de segurança de armazenamento nos REE de um sistema hidrotérmico. Uma zona de segurança corresponde a um nível de armazenamento de energia a ser mantido nos REEs de modo que, em caso de escassez hídrica, a energia armazenada garanta a operação do sistema por um determinado período de tempo, ou seja, busca-se diminuir o risco de déficit nas condições críticas de falta de recursos de geração (água).

Portanto, dado que se alcance ou viole o nível da zona de segurança, a produção por meio dos demais recursos de geração é incrementada, a fim de que se poupe água, para manter ou restaurar o nível de segurança. Como este incremento de produção pode ser de magnitude considerável e, na maioria das vezes fora da ordem de mérito, o custo associado à manutenção destas zonas de segurança pode se tornar bastante alto. Dessa maneira, buscam-se metodologias a fim de que decisões acerca do armazenamento do sistema sejam precavidas em relação às futuras violações dos níveis de segurança, tomando decisões mais conservadoras acerca do armazenamento nos reservatórios antecipadamente ao período crítico, conforme apresenta a Figura 4.4.

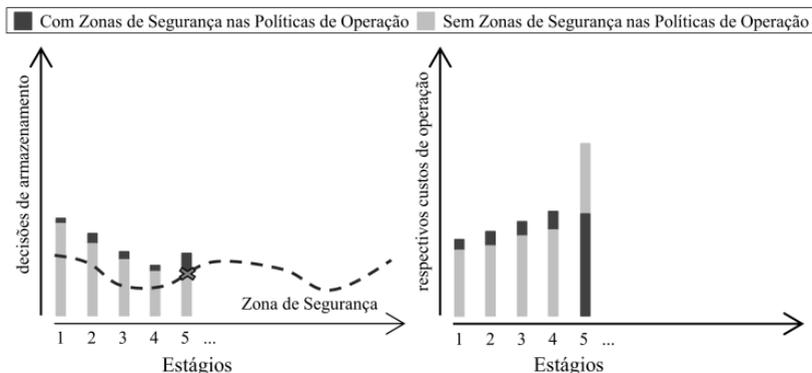


Figura 4.4: Comportamento esperado de decisões conservadoras acerca do armazenamento de energia para o critério de zonas de segurança.

A metodologia utilizada no caso brasileiro incluí no modelo do POMP, a ser resolvido via PDDE, as zonas de segurança dos REEs relevantes à operação do SIN. Portanto, dado que a modelagem utilizada neste trabalho se baseia no problema do POMP discutido na Seção 3.3, a formulação a partir da inclusão das zonas de segurança nos REEs, baseada em ONS (2004), generalizada para um nó ω_t do estágio t pode ser escrita como:

$$z_t^{\omega_t} = \min \sum_{k \in K} \sum_{j \in T_k} cst_j g_t^{\omega_t} + \sum_{k \in K} pen_k \Delta v_{kt}^{\omega_t} + \alpha_{t+1} \quad (74)$$

s.a:

$$gh_{kt}^{\omega_t} + \sum_{j \in T_k} g_{ji}^{\omega_t} + \sum_{i \in \Omega_k} (f_{ikt}^{\omega_t} - f_{kit}^{\omega_t}) = l_{kt} - qm_{kt}^{\omega_t} - yf_{kt}^{\omega_t} + qf_k, \quad (75)$$

$$v_{k,t+1}^{\omega_t} + gh_{kt}^{\omega_t} + s_{kt}^{\omega_t} = v_{kt}^{\omega_t} + fc_{kt}^{\omega_t} y c_{kt}^{\omega_t} - qm_{kt}^{\omega_t} - ev_{kt}^{\omega_t} + qc_k, \quad (76)$$

$$\underline{g}_j \leq g_{ji}^{\omega_t} \leq \bar{g}_j, \quad (77)$$

$$\underline{f}_{ik} \leq f_{ikt}^{\omega_t} \leq \bar{f}_{ik}, \quad (78)$$

$$\underline{f}_{ki} \leq f_{kit}^{\omega_t} \leq \bar{f}_{ki}, \quad (79)$$

$$v_k \leq v_{k,t+1}^{\omega_t} \leq \bar{v}_k, \quad (80)$$

$$\Delta v_{kt}^{\omega_t} \geq v_{=kt} - v_{k,t+1}^{\omega_t}, \quad (81)$$

$$\Delta v_{kt}^{\omega_t} \geq 0, \quad (82)$$

$$0 \leq gh_{kt}^{\omega_t} \leq \bar{gh}_{kt}^{\omega_t} - qm_{kt}^{\omega_t} - yf_{kt}^{\omega_t} + qf_k, \quad (83)$$

$$\alpha_{t+1} + \sum_{k \in K_k} \pi_{kc,t+1}^{\Delta(\omega_t)*} v_{h,t+1}^{\omega_t} \geq \frac{1}{n_t} \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} z_{c,t+1}^{\omega_{t+1}*} + \sum_{k \in K_k} \pi_{kc,t+1}^{\Delta(\omega_t)*} v_{kc,t+1}^{\omega_{t+1}*}, \quad (84)$$

$$\forall j \in T_k, \forall i \in \Omega_k, \forall k \in K, \forall c \in C_t,$$

em que:

$v_{=kt}^v$: nível da zona de segurança (energia) do REE pertencente ao subsistema k no estágio t ;

$\Delta v_{kt}^{\omega_t}$: montante violado de $v_{=kt}^v$ (energia) do REE em k , para o nó ω_t e estágio t ;

pen_k : penalidade de $\Delta v_{kt}^{\omega_t}$ (R\$/energia) atribuída ao REE pertencente ao subsistema k . Custo geralmente associado ao custo variável unitário da unidade termelétrica mais cara do sistema.

A partir de (74), pode-se observar que o objetivo da modelagem é penalizar a violação da zona de segurança nos REEs, a fim de evitar a mesma. Assim, associa-se um valor, pen_k , à violação do nível de armazenamento de modo a agregar custo aos recursos hídricos e, conseqüentemente, estimular a produção de energia com os demais recursos. Com isso, o modelo visa armazenar energia nos REEs do subproblema do nó ω_t e, através do VA adicionado nos cortes de Benders de C_{t-1} , repassar a informação de tendência de violação aos problemas dos nós do estágio anterior.

Contudo, com a solução da modelagem descrita anteriormente para o caso brasileiro, não se obtiveram resultados satisfatórios para o problema. Em ONS (2004) se aponta que o valor da penalidade constante, dada uma ampla sequência de estágios com tendência à violação, acarreta em cortes muito caros. Estes cortes, por sua vez, resultam em decisões extremas na operação do sistema, em que se aceitam níveis de déficit de energia em vez de se utilizar a própria energia dos REEs.

Com o objetivo de contornar esse resultado indesejável, o ONS propõe a utilização de um método, denominado Método CAR, na solução do problema de cada nó via PDDE. Ressalva-se que o CEPEL não é favorável à utilização deste método devido a sua incompatibilidade com a PDDE, conforme se discute no fim da Seção atual.

Basicamente, o método CAR visa à redução da penalidade dos REEs, de modo que ainda se obtenha uma decisão conservadora acerca do armazenamento nos reservatórios, porém de forma que não se gerem cortes excessivamente caros. Assim, baseado em Kligerman *et al.*, (2005), o Método CAR proposto para ser utilizado na PDDE, como uma sub-rotina da mesma, pode ser descrito através das etapas:

- 1) Resolve-se o problema do nó ω_t (74)-(84) com y_{kt}^{0i} e pen_k

$$\forall k \in K$$
.
 Se em algum REE de k há violação, $\Delta v_{kt}^{0i} > 0$, obtém-se π_{kt}^{0i} , inicia-se o contador de iterações, $iter = 0$, define-se $pen_k^{novo} = pen_k$ e o processo do Método CAR inicia no passo 2. Caso contrário, segue-se com o processo da PDDE.
- 2) Se $(\pi_{kt}^{0i} - pen_k^{novo}) > pen_k$, pen_k^{novo} recebe o valor 0. Senão, pen_k^{novo} recebe $pen_k - (\pi_{kt}^{0i} - pen_k^{novo})$. Avança-se para o passo 3.

- 3) Incrementa-se $iter$ e se resolve o problema do nó ω_t (74)-(84) com $y_{kt}^{\omega_t}$ e pen_k^{novo} em vez de pen_k , $\forall k \in K$. Se $v_{k,t+1}^{\omega_t, iter-1} \cong v_{k,t+1}^{\omega_t, iter}$, o processo é encerrado e se retorna à PDDE. Caso contrário, retorna-se ao passo 2.
- A) Sendo o $v_{k,t+1}^{\omega_t}$ obtido a partir da iteração anterior, $iter-1$, e atual, $iter$, do processo do Método CAR.

Com isso, a partir da redução da penalidade o valor de $\pi_{kt}^{\omega_t}$ associado ao reservatório também reduz. Sendo $\pi_{kt}^{\omega_t}$ correspondente ao VA do corte c ativo no problema somado à penalidade de um REE em k . Observa-se então que a penalidade é reduzida de forma que o $\pi_{kt}^{\omega_t}$ se aproxime do valor de pen_k . Dado que pen_k seja um custo bastante elevado, porém, menor que o custo do déficit, a ideia do método é de que um $\pi_{kt}^{\omega_t} \cong pen_k$, quando inserido em um corte, possa fazer com que se tomem decisões conservadoras no estágio anterior, o suficiente para armazenar energia nos REE, sem que sejam extremas a ponto de aceitar déficit de energia. Assim, a justificativa para a utilização do Método CAR pode ser ilustrada através da Figura 4.5.

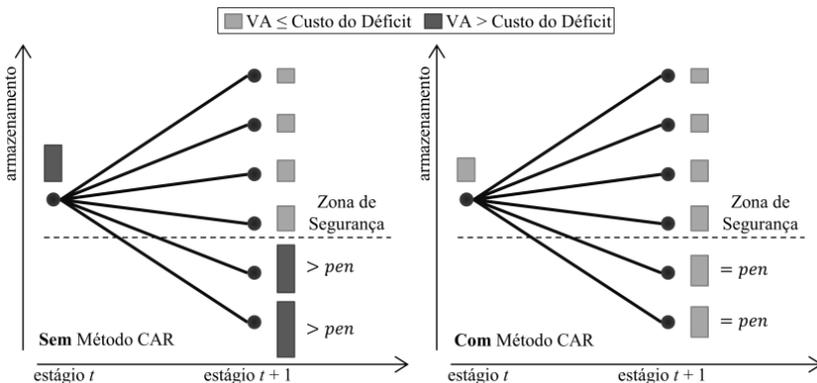


Figura 4.5: Justificativa da utilização do Método CAR.

Cabe observar que, conforme discutido na Seção 2.3, o compartilhamento de cortes só é realizado pela PDDE caso a solução dual de um determinado problema seja uma solução viável aos demais problemas do mesmo estágio. Dessa maneira, destaca-se que o coeficiente c_i do modelo generalizado é um dos atributos que devem

permanecer constantes para todos os demais problemas no mesmo estágio t .

Contudo, a partir da estratégia do Método CAR, observa-se que a alteração da penalidade dos REEs acaba modificando o termo da modelagem generalizada correspondente a c_i . Com isso, as soluções duais encontradas em um problema de um determinado nó não necessariamente são soluções viáveis para os problemas dos demais nós no mesmo estágio. Portanto, o compartilhamento de cortes acaba não sendo compatível com a utilização do Método CAR.

A incompatibilidade do Método CAR com o compartilhamento de cortes, e por consequência com a PDDE, é um fato aceito pelos seus desenvolvedores (KLIGERMAN *et al.*, 2005). Os mesmos alegam que há limitação tecnológica para o tratamento deste tipo de problema de forma factível. Entretanto, mesmo com essa ressalva, a metodologia acarreta em resultados relevantes para a operação do SIN. Dessa forma, o Método CAR é utilizado até o presente momento na obtenção de políticas de operação para o problema do POMP brasileiro.

5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo, tem-se como finalidade avaliar e comparar as políticas de operação para um problema do POMP baseado no caso brasileiro, obtidas através do método da PDDE com as formulações de aversão a risco discutidas no Capítulo 4. Tanto a avaliação da representatividade do modelo de previsão de aflúências quanto da qualidade da solução da PDDE com as formulações de aversão a risco, não são averiguadas neste trabalho.

5.1 DADOS DO PROBLEMA

O problema do POMP a ser estudado consiste em uma versão simplificada em comparação ao que é considerado no sistema brasileiro. Assim, as informações utilizadas na modelagem são extraídas dos dados do Deck de informações do modelo NEWAVE do mês de Janeiro do ano de 2009 (CCEE, 2009). De forma geral, a configuração elétrica do problema pode ser visualizada na Figura 5.1.

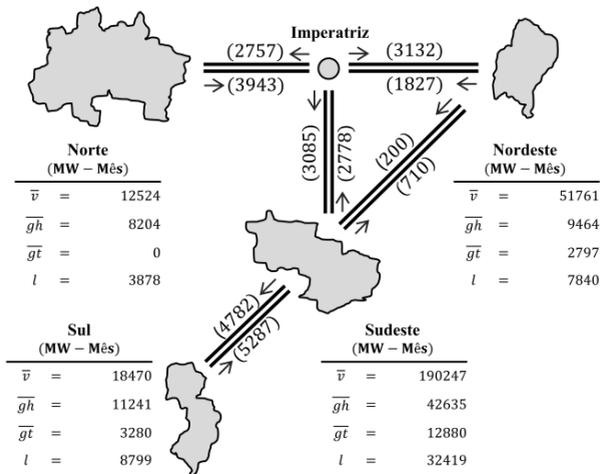


Figura 5.1: Configuração elétrica do POMP específico.

O sistema elétrico correspondente possui quatro subsistemas, além do nó denominado Imperatriz. As linhas duplas com setas na figura acima representam a interligação elétrica dos subsistemas, sendo que as mesmas estão modeladas no problema como intercâmbios bilaterais de energia. Os valores indicados dos intercâmbios, cercados

por parênteses, em MW-Mês, e a demanda de energia de cada subsistema, l_k , possuem um único patamar e são consideradas constantes ao longo do período de planejamento.

O parque de geração térmica é composto por 80 unidades termelétricas em operação no SIN, cuja disposição geográfica das mesmas e a geração termelétrica máxima por subsistema podem ser visualizadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Dados gerais de geração do sistema adotado.

Subsistema	Nº Unid. Termelétricas	Ger. Máx. Termelétrica (MW-Mês)	Nº Usinas Hidrelétricas	Ger. Máx. Hidrelétrica (MW-Mês)	Armazenamento Máximo (MW-Mês)
Sul	22	3280	23	11241	18470
Sudeste	36	12880	84	42635	190247
Norte	0	0	8	9464	51761
Nordeste	22	2797	9	8204	12524

Quanto à participação da geração hidrelétrica, a mesma corresponde a 124 usinas com regularização mensal ou diária em operação no SIN. Na Tabela 5.1 encontram-se também as informações acerca da disposição geográfica das mesmas, de geração hidrelétrica máxima por subsistema e de energia armazenável máxima no REE de cada subsistema. Conforme utilizado no problema brasileiro e comentado na Seção 3.3, as usinas hidrelétricas são agregadas em REEs a fim de tornar viável o tratamento do problema. Os atributos oriundos da representação agregada são calculados conforme CEPEL (2001), e os valores dos quais são utilizados no problema específico, dados de entrada do modelo computacional, são exibidos na Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Atributos utilizados no reservatórios equivalentes.

Atributo	Coeficientes Linear (CL) e Angular (CA) de Reta							
	Sul		Sudeste		Norte		Nordeste	
	CA	CL	CA	CL	CA	CL	CA	CL
\bar{v}	-	190247	-	18470,4	-	51761,7	-	12524,6
gh	0,021748	38498,48182	0,061898	10097,86443	0,011306	8879,046757	0,282459	4666,832011
ev	0,000631	99,482648	0,000421	2,86969	0,011851	301,294563	0,001572	5,64055
qm	0,003924	6229,398693	0,004595	719,701388	0,004142	3598,115625	0,033013	829,389795
fc	0,000001	0,928727	0,000006	0,927557	0,000001	0,96306	0,00003	0,7464
qc	-	-311,169	-	-33,3587	-	-301,623	-	-10,9567
qf	-	-39,1857	-	-0,952457	-	-5,35618	-	0
yc	0,856707	-	0,893849	-	0,975774	-	1	-

Os subsistemas elétricos também possuem patamares de déficit que servem tanto para estimar o custo da falta de energia no sistema quanto para tornar factível a modelagem do problema. Dessa forma, os patamares adotados correspondem a parcelas de déficit de energia que se aprofundam no montante da carga requisitada, em que cada parcela possui um custo social pré-estabelecido. Na Tabela 5.3 são exibidos os patamares de déficit com seus respectivos custos.

Tabela 5.3: Patamares de déficit.

Subsistema	Custo de Déficit por Patamar - Profundidade da Carga (R\$/MWh)			
	1° - 5%	2° - 5%	3° - 10%	4° - 80%
Sul	1050,27	2265,76	4734,74	5380,48
Sudeste	1050,27	2265,76	4734,74	5380,48
Norte	1050,27	2265,76	4734,74	5380,48
Nordeste	1050,27	2265,76	4734,74	5380,48

O horizonte de estudo tanto para a geração de políticas de operação quanto para a simulação das mesmas consiste em um período de 5 anos com o foco nas decisões mensais, o que compreende um total de 60 estágios. Por fim, a atualização econômica dos custos é realizada por meio de uma taxa de 12% ao ano (a.a.).

5.1.1 Modelo de Previsão de Energia Natural Afluyente

Conforme discutido na Seção 3.1, é comum no POMP a utilização de árvores de cenários de afluências para representar as incertezas associadas à previsão de vazões afluentes nos rios que alimentam as usinas hidrelétricas.

Dado que no problema em estudo se considera a agregação de usinas hidrelétricas por subsistemas, torna-se conveniente que a informação de uma determinada árvore de cenários pertença ao REE do subsistema correspondente. Isto implica que os dados de vazões nos postos das usinas hidrelétricas também sejam agregados e convertidos para unidades que melhor representem a operação de usinas equivalentes, como é feito no Brasil com a utilização da Energia Natural Afluyente (ENA). Portanto, a partir dos dados históricos de vazões afluentes nos postos de medição das hidrelétricas contido no Deck de informações a ser utilizado, calcula-se também um histórico de ENA para os REEs do sistema.

Assim, a construção da árvore de cenários se dá por meio do sorteio de realizações de ENA via método de Monte Carlo, recorrendo-se diretamente à distribuição de probabilidade do histórico mensal de ENA de cada subsistema. Dessa forma, as informações acerca da

previsão de afluência de um determinado subsistema são extremamente pertinentes ao seu REE.

No modelo de previsão adotado, a árvore de cenários de cada REE é constituída de 60 estágios e 20 aberturas, e se baseia no histórico de ENA calculado a partir dos dados históricos de vazão afluente do Deck de informações do modelo NEWAVE de Janeiro de 2009.

5.2 ESTUDOS DE CASOS

Utilizando o problema do POMP descrito nas seções anteriores, uma série de estudos é realizada a fim de avaliar as políticas de operação resultantes da PDDE com as formulações de aversão a risco de interesse neste trabalho.

Vale ressaltar que a opção de uma versão simplificada do caso brasileiro tem como principais justificativas:

- a redução do tempo de solução do problema;
- a garantia da viabilidade da solução do problema, uma vez que a formulação completa do POMP brasileiro pode apresentar não-linearidades, como no caso da inclusão de modelos PAR na previsão de afluências, o que se torna extremamente indesejável para a solução via métodos baseados em PLE;
- uma relação mais direta entre causa e consequência no que diz respeito à inclusão do risco na PDDE e a variação de seus parâmetros. Espera-se que se possam investigar minuciosamente as consequências da extrapolação de determinados atributos do problema a partir de uma versão simplificada do mesmo.

Contudo, se busca um problema simplificado de forma que suas principais características de operação não se desvirtuem das do problema original.

Na busca pela comparação das políticas de operação do problema do POMP a partir das metodologias de aversão a risco, basicamente se avaliam duas baterias de execuções de casos, com três casos cada. Cada bateria de execução considera um determinado período de aversão a risco no estudo. Já os casos estão diretamente relacionados à variação da condição inicial dos REEs do sistema: Caso 1 - Baixa (20% da ENA máxima), Caso 2 - Média (45%) e Caso 3 - Alta (85%). A ENA do primeiro estágio corresponde ao mesmo valor para todos os casos, e também é determinada via sorteio de Monte Carlo.

A partir da solução e obtenção das políticas de operação de cada caso com as formulações de aversão a risco na PDDE, uma simulação da operação é realizada nas políticas com 1927 séries sintéticas, geradas também via método de Monte Carlo e, 73 séries do histórico de ENA. O principal objetivo da avaliação dos resultados dessas simulações é averiguar se as políticas com aversão a risco conseguem desempenhar um papel conservador na operação do sistema, de modo que o risco de déficit seja menor que o caso neutro a risco, com um consequente aumento no custo de operação. Outro ponto importante acerca das simulações, consiste na comparação quantitativa dos resultados das políticas com as formulações do CVaR e da CAR no método da PDDE.

Uma questão a ser esclarecida é quão ótima são as políticas calculadas via as metodologias de aversão a risco na PDDE. Como mencionado anteriormente, o interesse deste trabalho não consiste em avaliar a qualidade de solução obtida com a PDDE. Porém, é importante ter em mente que, a partir dos critérios de convergência adotados, as soluções obtidas podem estar longe dos valores ótimos, conforme se discute na Seção 5.3. Assim, cabe destacar que as discussões acerca das políticas de operação, desta seção adiante, só se tornam relevantes para os casos em que a estratégia de solução da PDDE é executada sob os mesmos critérios de parada.

5.2.1 Resultados das Políticas de Operação com Aversão a Risco nos 24 Estágios Iniciais

Nesta primeira bateria de estudos de casos, o critério de aversão a risco de ambas as formulações é incluído apenas nos 24 estágios iniciais, seguindo a premissa de utilização do Método CAR. A zona de segurança incorporada na PDDE é a estimada para os anos de 2011 e 2012 nos REEs Sul, Sudeste e Nordeste, conforme ONS (2010a), (2010b) e (2010c). Destaca-se que essa zona de segurança foi preterida em relação à dos anos de 2009 e 2010, devido aos elevados níveis de armazenamento nos meses iniciais do estudo desta última. O que poderia vir a inviabilizar os estudos acerca da sensibilidade da respectiva metodologia em relação às condições iniciais dos REEs.

Já para os parâmetros da formulação do CVaR na PDDE, atribuídos a métrica de risco (53), β é fixo para todo t , igual a 5%, e λ pode variar como mostra a Figura 5.2. Pode-se observar que são avaliadas 4 políticas CVaR, em que, o parâmetro de combinação λ é fixo para 3 políticas e, atribuído como *flat* na restante. No decorrer do texto, cada política de operação simulada tem como denominação o acrônimo

da respectiva metodologia aplicada ao método da PDDE, seguida por números ordinais quando necessário.

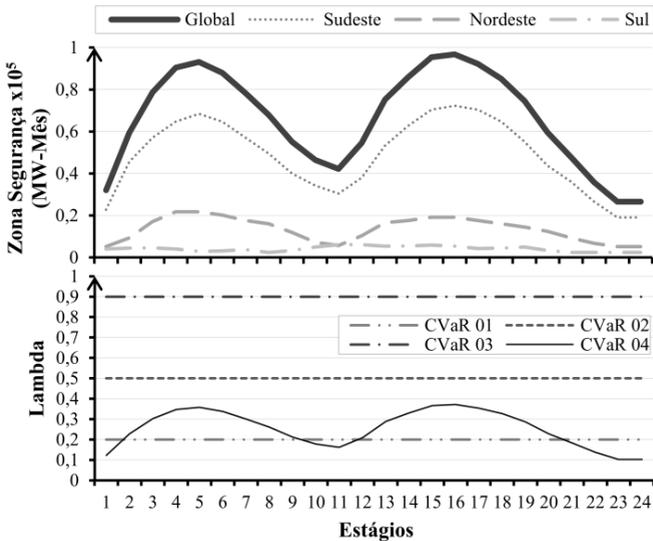


Figura 5.2: Parâmetros de aversão a risco – 1ª Bateria de estudos de casos.

Os principais resultados, tais como o risco de déficit e o custo total esperado nas três condições iniciais, são mostrados pela Figura 5.3.

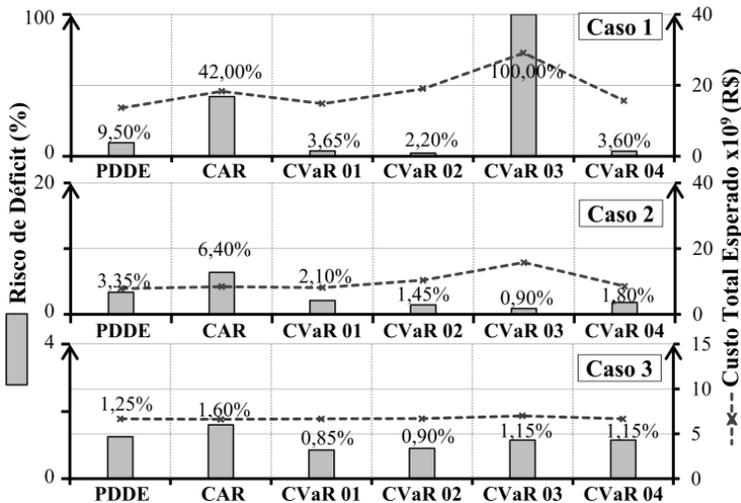


Figura 5.3: Resultados gerais – 1ª bateria.

Em todos os casos, as políticas de CVaR 01 e CVaR 04 mantiveram o risco de déficit abaixo do obtido a partir da PDDE sem aversão a risco, com um pequeno incremento no custo total esperado. Naturalmente, pode-se perceber que se tratando de políticas CVaR o custo total é acrescido conforme o aumento do parâmetro λ . Em geral, as políticas mais caras da formulação com CVaR conduzem a baixíssimos riscos de déficit nos Caso 1, exceção de CVaR 03, e Caso 2. No Caso 3, os reservatórios têm uma condição inicial suficientemente alta que faz com que o parâmetro de aversão a risco não impacte de forma significativa nas políticas de operação. Assim, neste caso, os resultados das simulações das políticas são muito próximos.

Voltando-se agora para as políticas obtidas com o método CAR, conforme se observa na Figura 5.3, as mesmas apresentaram altos riscos de déficit em todos os casos quando comparadas com as demais políticas. Isto se torna um resultado ainda mais delicado quando as mesmas são comparadas apenas com as políticas PDDE que, mesmo sem aversão a risco, apresentam um risco de déficit menor que a CAR em todos os casos. Contudo, vale salientar que a discussão acerca do déficit de energia deve levar em conta, além do risco de déficit, o montante de energia não suprida, conforme se verifica na Figura 5.7.

A partir da Figura 5.4, pode-se avaliar agora a evolução do armazenamento total de energia no sistema (soma da energia armazenada dos REEs) em todos os casos. Observa-se que políticas com maior aversão a risco mantêm mais elevado o nível dos reservatórios ao longo do horizonte de planejamento, conforme o esperado. Isso pode explicar o elevado risco de déficit com CVaR 03 no Caso 1, em que o elevado valor de λ associado à baixa condição inicial do caso resulta em uma política agressiva que aceita determinados níveis de déficit a fim de armazenar energia. Contudo, esse fato não ocorre nos casos 2 e 3 que, com boas condições iniciais, o uso de energia armazenável se torna mais “barato” e, em geral, ilimitado para ser usado na prevenção de déficits no sistema ao longo do período de estudo. Ainda, pode-se avaliar que em todos os casos a energia armazenável das políticas CVaR em termos esperados não violam o nível da zona de segurança global.

Ao se comparar o armazenamento esperado entre os casos, torna-se evidente que, quanto pior a condição inicial, mais destaque as respostas de políticas com alto grau de aversão a risco ganham. Como no Caso 3 a condição inicial é extremamente favorável ao armazenamento nos REEs, todas as políticas apresentam respostas de armazenamento muito próximas. Por outro lado, no Caso 1, observa-se que o comportamento da aversão a risco fica evidente nas respectivas

respostas das políticas de operação, em que se consegue elevar substancialmente a energia armazenável do sistema a partir das mesmas.

Observa-se também que na pior condição inicial, a regularização do armazenamento já ocorre a partir do segundo ciclo de cheias nos REEs, por volta do 15º estágio. Isso, por sua vez, é uma característica virtuosa, pois, indica que por volta de um ano, o sistema quando operado por políticas CVaR pode partir de situações hídricas críticas e atingir condições de armazenamento confortáveis. Evidentemente que a partir de um considerável incremento no custo esperado.

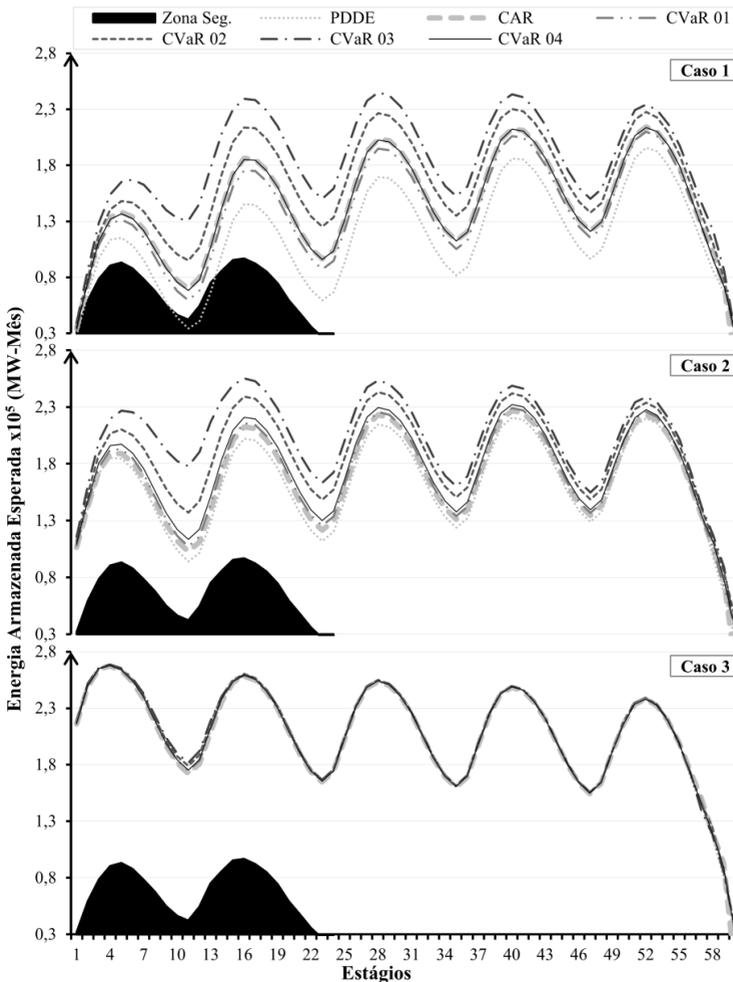


Figura 5.4: Evolução do armazenamento esperado de energia – 1ª Bateria.

Mesmo que as políticas CAR mantenham o armazenamento esperado acima do traçado da zona de segurança nos respectivos REEs, Figura 5.5, observa-se que a premissa básica do uso do Método CAR a fim de evitar déficit de energia acaba não sendo totalmente cumprida. A propósito, os resultados esperados de CVaR 04, cujo λ se baseia na evolução do nível zona de segurança global sobre o armazenamento máximo do sistema, se assemelham aos da CAR, porém, com um menor risco de déficit em todos os casos.

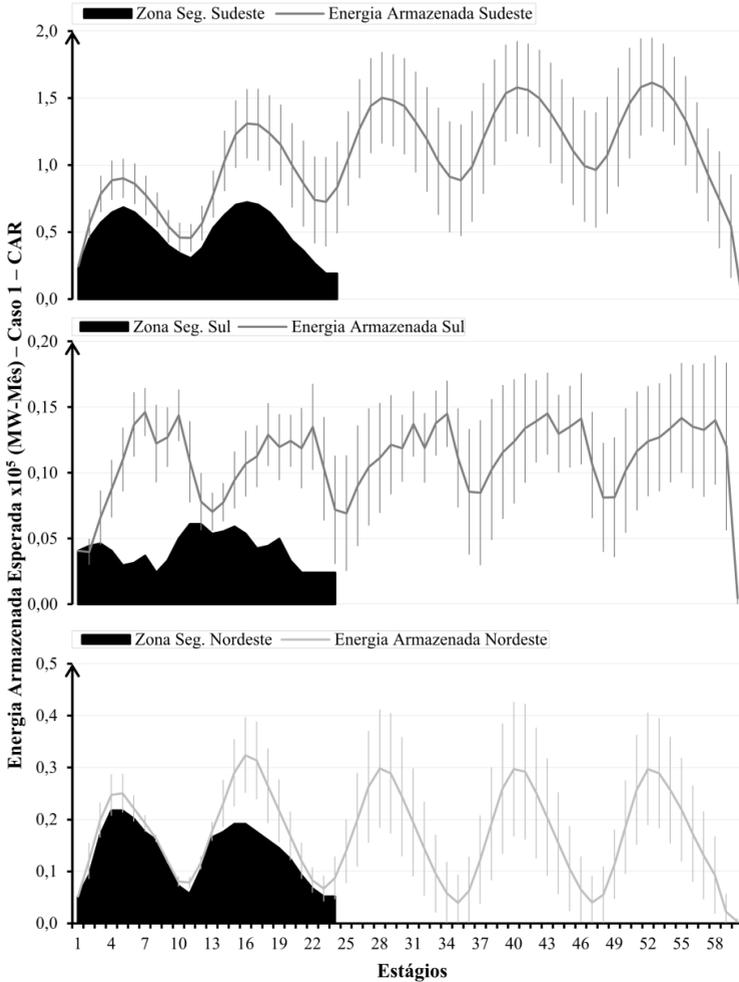


Figura 5.5: Evolução do armazenamento esperado de energia por subsistema (com desvio padrão) – política CAR, Caso 1, 1ª Bateria.

A fim de comparar diretamente as propostas de aversão a risco, na Figura 5.6 é traçada a curva com o número de violações da zona de segurança global versus o número de déficit nos subsistemas que possuem zona de segurança para 2000 séries simuladas. Com isso, pode-se avaliar a partir da figura que o número de violações da zona de segurança das políticas CVaR seguem o quanto as mesmas são avessas a risco e, em geral, para um maior λ , menor é a violação.

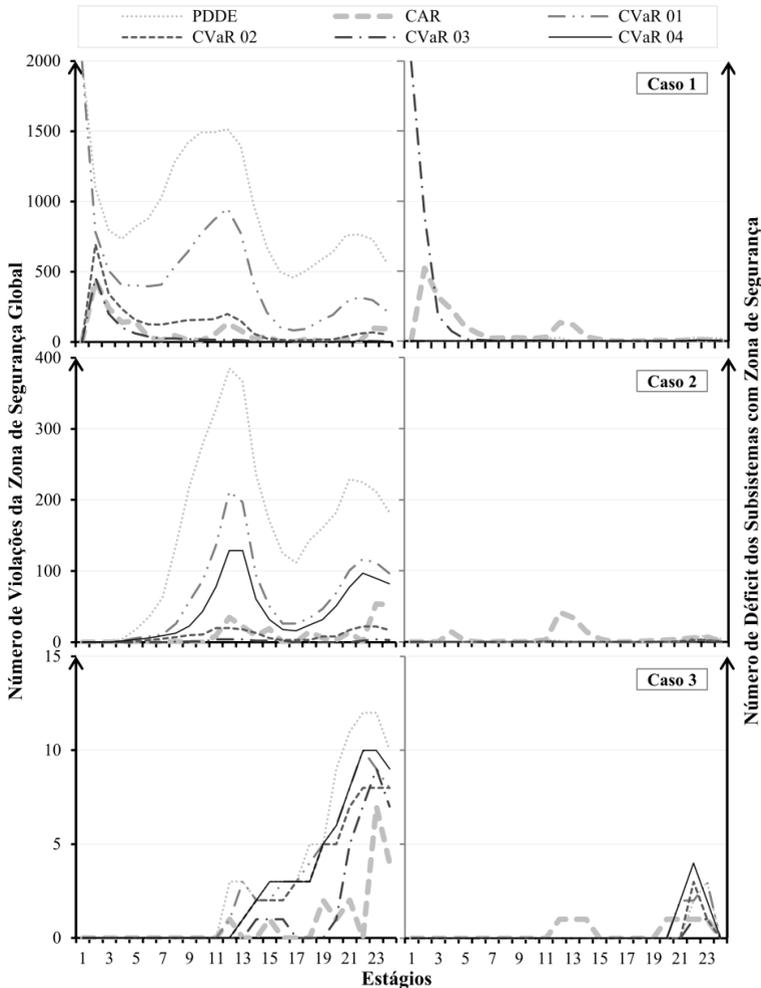


Figura 5.6: Violações da zona de segurança e de déficit – 1ª Bateria.

Quanto ao número de déficits, observa-se que as políticas com baixo número de violações da zona de segurança, CAR e, CVaR 03 no Caso 1, apresentam um elevado índice durante os 24 estágios. Obviamente que quando o número de déficit é significativamente superior ao número de violações em um estágio, há indícios claros de que a política propicia o déficit a utilizar energia armazenável para atender a demanda do sistema.

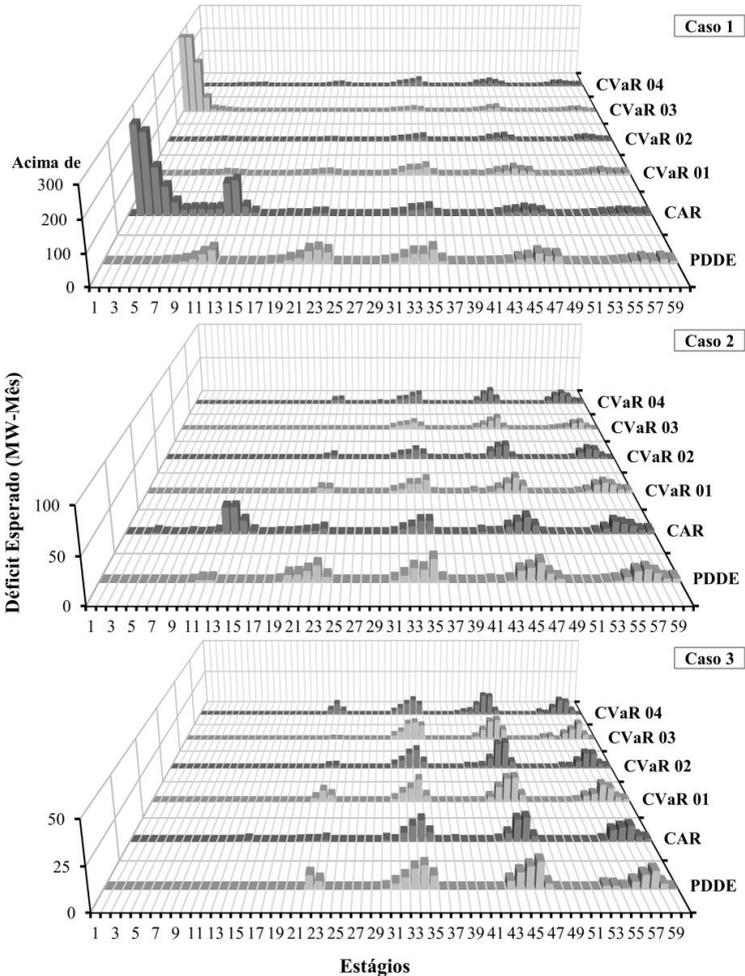


Figura 5.7: Evolução do déficit esperado – 1ª Bateria.

Assim, no contexto do problema do POMP, esta característica em particular pode ser adotada como um parâmetro a auxiliar na avaliação da racionalidade da operação do sistema hidrotérmico de uma determinada política com aversão a risco.

Também se tratando dos resultados acerca do déficit de energia, a Figura 5.7 exibe a distribuição do déficit esperado do sistema em todas as políticas para todos os casos ao longo do período de estudo. Conforme mencionado, ambas as políticas CAR e CVaR 03 possuem uma razoável concentração de déficit nos primeiros estágios. Já as políticas CVaR 01, 02 e 04, mantêm insignificantes níveis de déficit durante o período de aversão a risco e só apresentam algum montante de déficit esperado a partir do 30º estágio. Esse, por sua vez, é um importante resultado de se esperar de políticas racionais com aversão a risco, visto que os primeiros estágios dominam as principais decisões na operação de um sistema hidrotérmico.

Um ponto extremamente importante a ser observado, é que, nos casos avaliados, não se apresentaram níveis de déficit de energia superiores aos do primeiro patamar estabelecido nos subsistemas considerados no problema. Portanto, ressalta-se que os montantes de déficit encontrados não se caracterizam como alarmantes para a operação do sistema hidrotérmico brasileiro.

No que diz respeito ao montante de energia vertida no sistema para cada política de operação, pode-se avaliar a Figura 5.8, que quanto maior o nível de aversão a risco da política, maior também o nível de energia vertida no sistema. Isto ocorre, pois, os reservatórios tendem a manter um nível de armazenamento elevado ao longo do horizonte de planejamento. Observa-se assim que a inclusão da aversão a risco na política altera o objetivo principal do problema e prioriza, além da minimização de custo, a operação mais segura do sistema.

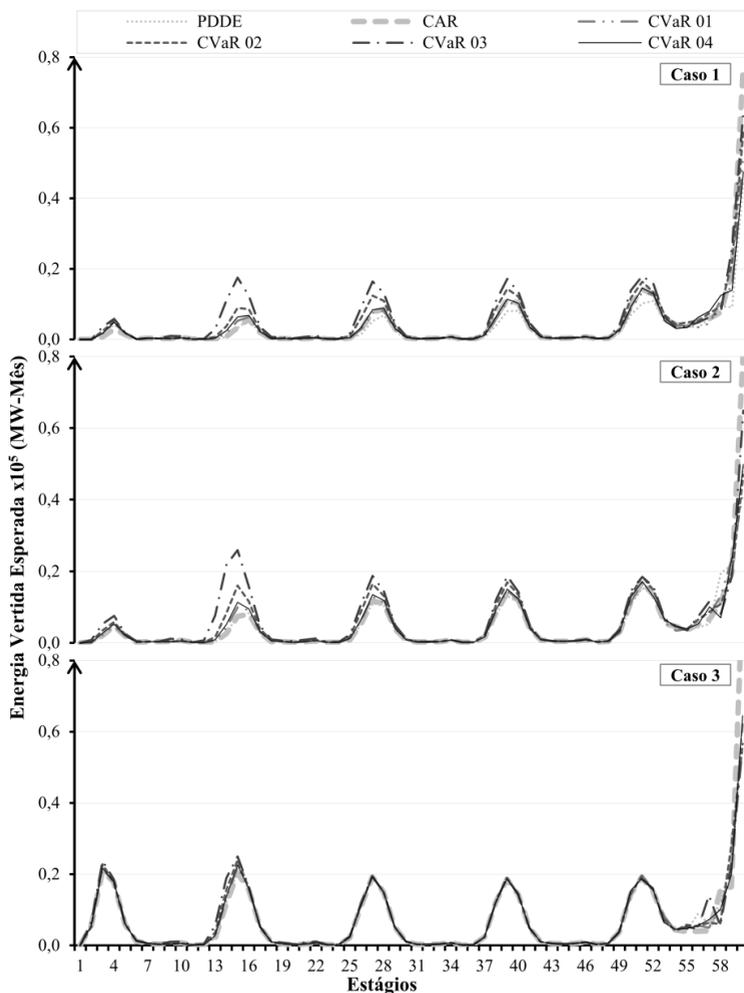


Figura 5.8: Evolução do vertimento esperado – 1ª Bateria.

Quanto aos resultados do custo de operação do sistema ao longo do horizonte de estudo, Figura 5.9, se espera que políticas com maior aversão a risco demandem maior custo de operação. O respectivo aumento de custo tem como justificativa a elevação da participação das unidades termelétricas a fim de aumentar o nível de armazenamento dos reservatórios. A elevação do armazenamento em um determinado estágio corresponde também a um incremento na produção de energia por hidrelétricas em estágios futuros.

Nos casos 1 e 2, observa-se que após o alto custo nos estágios iniciais, os picos de custo ao longo do período de estudo da operação da PDDE, em função dos custos de déficits no sistema, são atenuados nas políticas com aversão a risco. Ou seja, dado que economicamente o sistema tenha uma operação cara nos estágios iniciais com a aversão a risco, a tendência nos demais estágios é de uma expectativa mais barata de custo, tendo em vista a atenuação dos níveis de déficit propiciada pela aversão. Vale mencionar que os custos de operação citados correspondem ao efetivo custo do despacho térmico somado ao custo do déficit de energia em cada estágio.

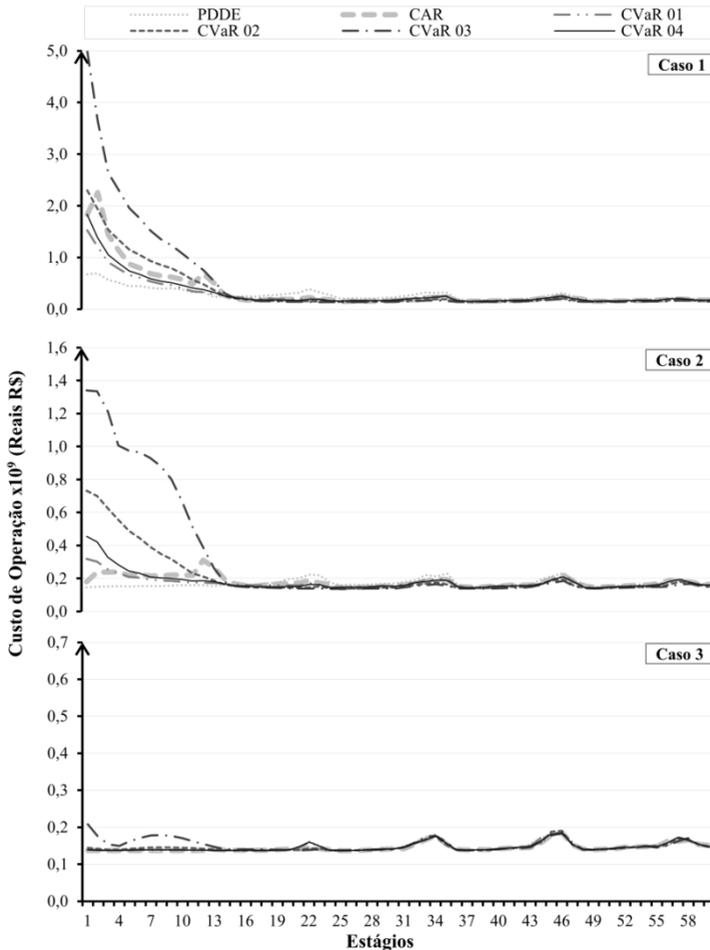


Figura 5.9: Evolução do custo de operação – 1ª Bateria.

Fazendo agora uma análise do custo de operação das políticas CAR, pode-se observar que quando comparados aos armazenamentos, resultantes das mesmas, Figura 5.4, os custos associados são superiores aos das políticas CVaR que mantiveram níveis semelhantes de armazenamento nos reservatórios do sistema. Esse maior custo de operação provavelmente é associado ao elevado índice de déficit nos estágios iniciais das políticas CAR. Nos demais casos, como o nível de armazenamento das políticas CAR em valor esperado é mais baixo, conseqüentemente o custo de operação nos estágios iniciais tende a ser mais baixo em relação às políticas CVaR.

Basicamente, os resultados das principais características de operação relevantes ao problema do POMP são discutidas nesta primeira bateria de simulações. Pode-se claramente observar que se tratando de aversão a risco, em geral as políticas CVaR mostram melhores resultados com relação à operação do sistema hidrotérmico.

Um ponto que merece ser discutido, diz respeito ao nível de $\beta=5\%$ que é adotado nas políticas CVaR. Dado o número de aberturas da árvore de cenários igual a 20, quando um problema associado a um determinado nó incorpora o CVaR dos problemas referentes ao conjunto de nós descendentes, o mesmo acaba incorporando o custo associado à realização de ENA mais baixa do conjunto, sendo que 5% de 20 é igual a 1.

Avaliando-se os resultados relacionados ao risco de déficit e custo esperado de operação das políticas CVaR, observa-se que em alguns casos os maiores valores de λ apresentam custos muito mais altos que os demais, na operação do sistema. Contudo, nota-se que como o CVaR, nas simulações desse estudo, está associado ao problema descendente mais caro, o seu valor pode ser extremamente alto em problemas com tendência de baixa afluência no respectivo estágio. Assim, destaca-se que além dos fatores já comentados anteriormente, que contribuem para os elevados custos, o valor de β também pode estar influenciando significativamente em decisões extremas dessas políticas.

Dessa maneira, destaca-se que se tratando de problemas discretos com aversão a risco baseada no CVaR em sua modelagem, deve-se tomar cuidado com o nível de β a fim de que o valor da métrica de risco não seja elevado, caso não se deseje altos custos de operação. Portanto, para o problema do POMP específico tratado nesta dissertação, um nível bastante conveniente para β pode se situar em torno de 10 a 20%.

Como a priori se desconhece o real impacto dos parâmetros na modelagem do problema, os estudos de casos realizados nesta dissertação continuam a utilizar o CVaR com $\beta=5\%$ no tratamento do

problema do POMP com aversão a risco. Assim, permanece a ressalva acerca do nível de β na discussão dos resultados da próxima bateria de execuções, principalmente para as políticas CVaR que propiciam resultados impraticáveis em sistemas hidrotérmicos reais.

5.2.2 Resultados das Políticas de Operação com Aversão a Risco em Todos os Estágios

Seguindo as premissas da seção anterior, esta segunda bateria de estudos de casos inclui o critério de aversão a risco em todos os estágios do estudo. Assim, a zona de segurança incorporada na PDDE continua sendo a estimada para os anos de 2011 e 2012 nas regiões Sul, Sudeste e Nordeste, porém, o ano de 2012 é replicado mais três vezes, de forma que a zona de segurança compreenda todos os estágios do estudo. Para os parâmetros da formulação do CVaR na PDDE, β permanece constante para todo t , igual a 5%, e λ é estendido aos demais estágios do estudo como mostra a Figura 5.10.

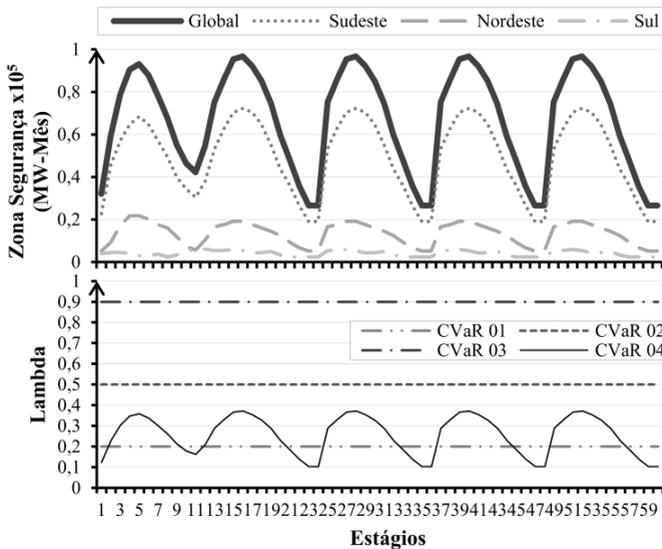


Figura 5.10: Parâmetros de aversão a risco – 2ª Bateria de estudos de casos.

A Figura 5.11 apresenta os resultados gerais da segunda bateria de estudos de casos. Comparando os resultados da figura aos da primeira bateria de estudos de casos, mostrada pela Figura 5.3, pode-se observar, de modo geral, que o comportamento das políticas é praticamente o mesmo em ambas as bateria de simulação.

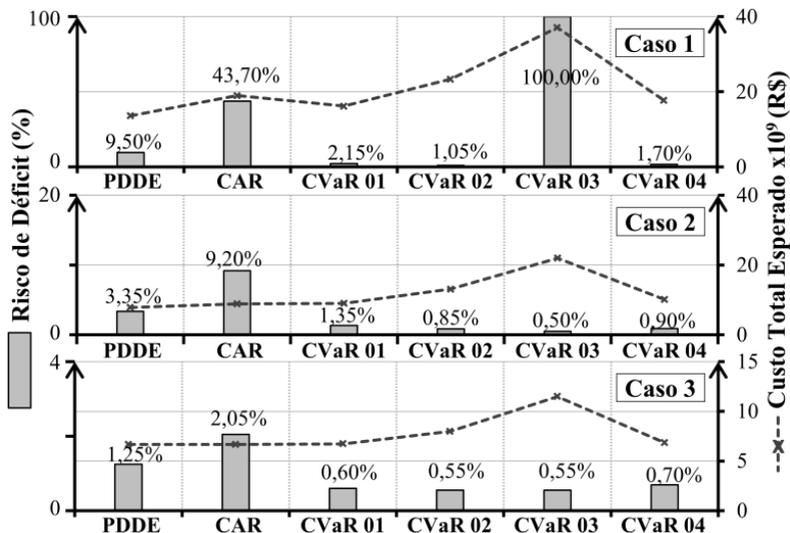


Figura 5.11: Resultados gerais – 2ª bateria.

Vale destacar que com a aversão em todos os estágios, o risco de déficit das políticas CVaR diminui em praticamente todos os casos quando comparados aos da bateria anterior. Porém, diferentemente do resultado de CVaR, nas políticas CAR o valor do risco de déficit é maior nesta nova bateria.

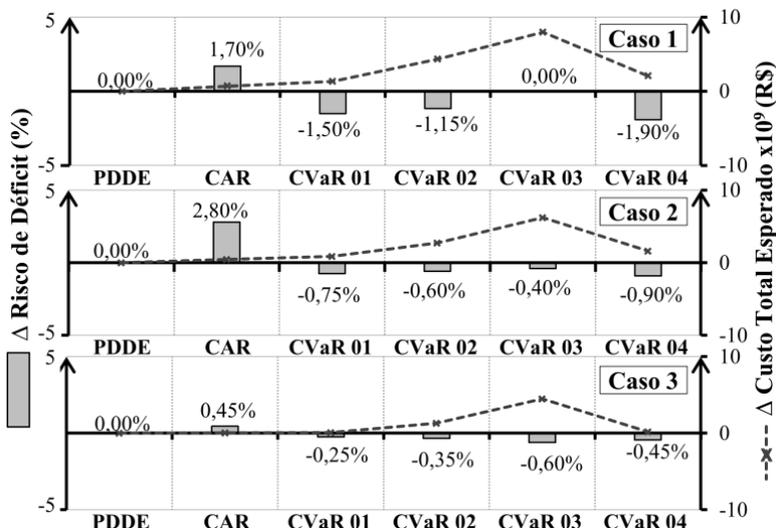


Figura 5.12: Diferença entre os resultados gerais da 1ª e 2ª bateria.

Quanto ao custo total de operação esperado, pode-se verificar que há um aumento em relação à bateria anterior, em todas as políticas, ocasionado explicitamente pela extensão da aversão a risco a todo o horizonte de planejamento.

Na avaliação da evolução do armazenamento do sistema com aversão a risco, percebe-se que a política CAR mantém praticamente os níveis dos casos do estudo anterior. Fato esse que não ocorre nas políticas CVaR, em que há a elevação nos níveis dos REEs a fim de “proteger” os demais estágios do horizonte de estudo.

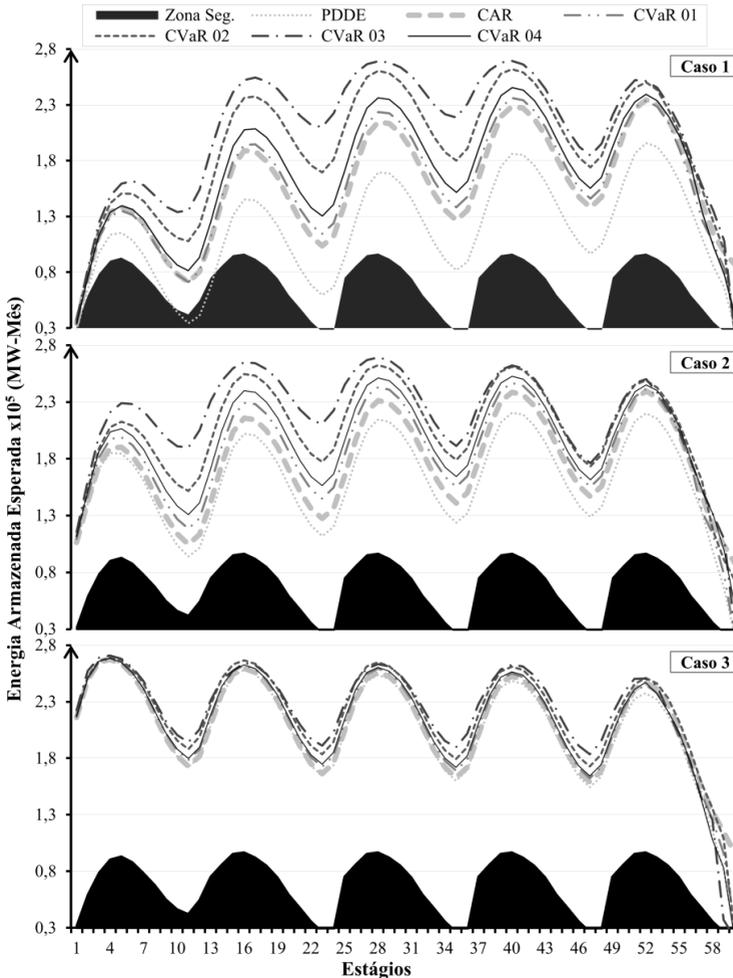


Figura 5.13: Evolução do armazenamento esperado de energia – 2ª Bateria.

Já na Figura 5.14, é exibida a evolução do armazenamento esperado das políticas CAR nos três subsistemas com zonas de segurança para Caso 1 da segunda bateria. Ainda se observa que a política respeita a zona de segurança nos reservatórios agregados, em termos esperados, mesmo que a zona abranja todos os estágios do período de planejamento.

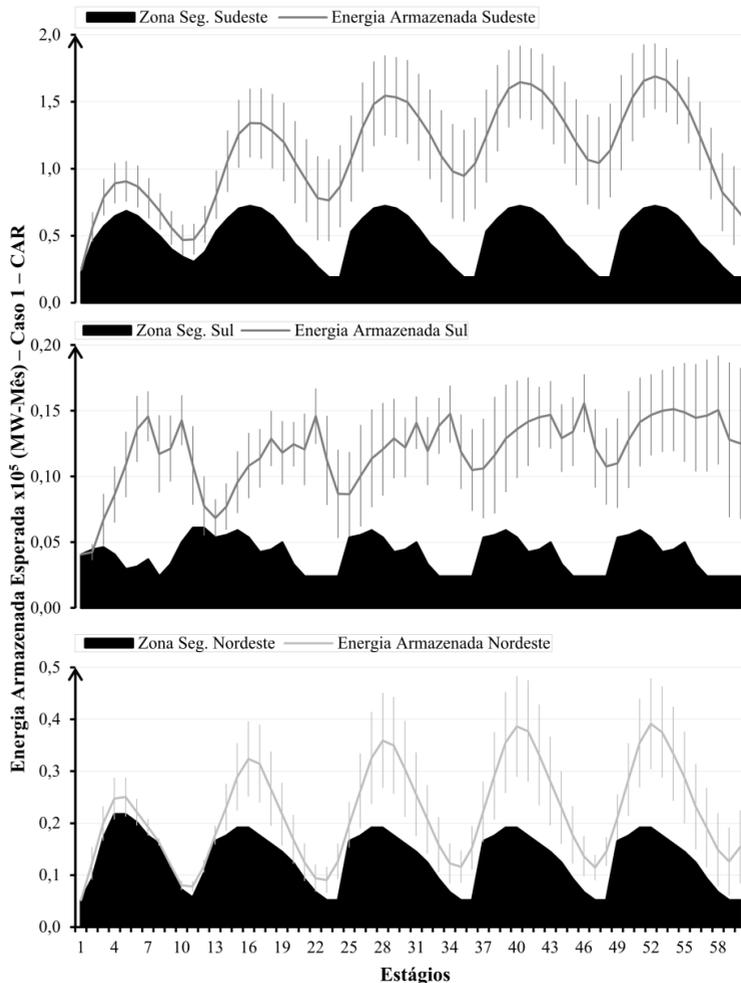


Figura 5.14: Evolução do armazenamento esperado de energia por subsistema (com desvio padrão) – política CAR, Caso 1, 2ª Bateria.

Ao avaliar o número de violações dos subsistemas com zonas de segurança dos casos da segunda bateria de estudos de casos, verifica-se uma considerável redução em todas as políticas com aversão a risco, principalmente nas CVaR. Quanto ao número de déficits dos subsistemas, também se verifica uma redução, porém menos acentuada que o número de violações da zona de segurança. Entretanto, o fato das políticas CAR, e a política CVaR 03 no Caso 1, propiciarem um número consideravelmente alto de déficit, perante um nível baixo de violações, ainda persiste nesta bateria de simulações.

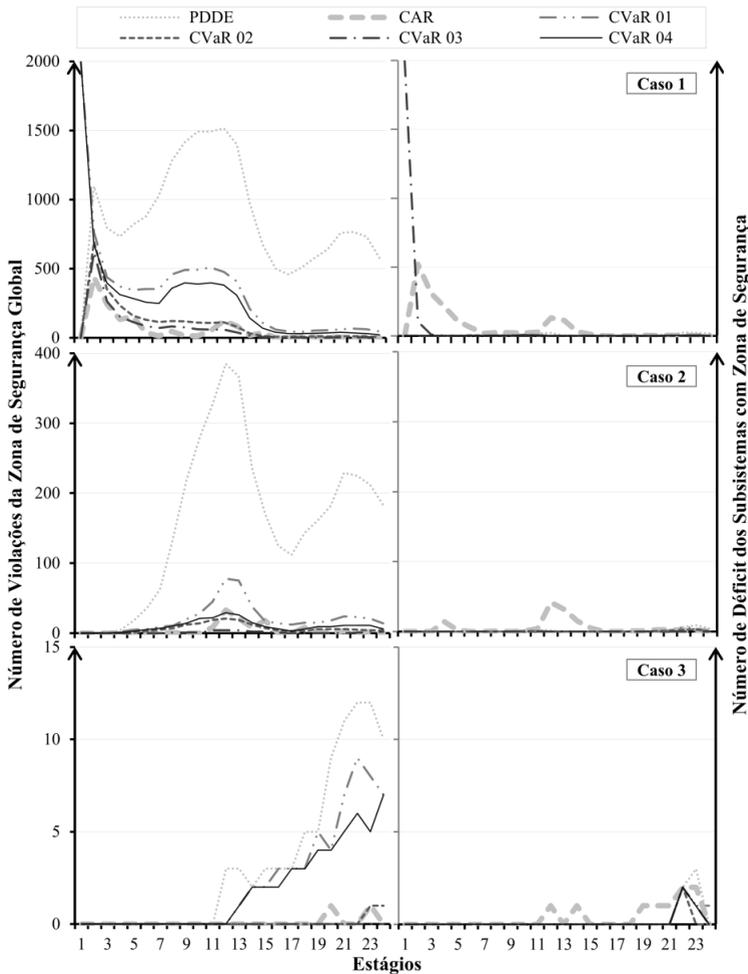


Figura 5.15: Violações da zona de segurança e de déficit – 2ª Bateria.

Na análise da distribuição do déficit esperado ao longo do horizonte da segunda bateria, Figura 5.16, pode-se claramente verificar que a inclusão da aversão a risco em todos os estágios além de ter reduzido o risco de déficit, conforme avaliado anteriormente na Figura 5.7, diminui também seus montantes em termos esperados, ao longo do período de planejamento. Vale ressaltar que assim como ocorre com o número de violações e número de déficit, as políticas CAR, e política CVaR 01 para o Caso 1, ainda resultam nos mais elevados montantes de déficit nos estágios iniciais.

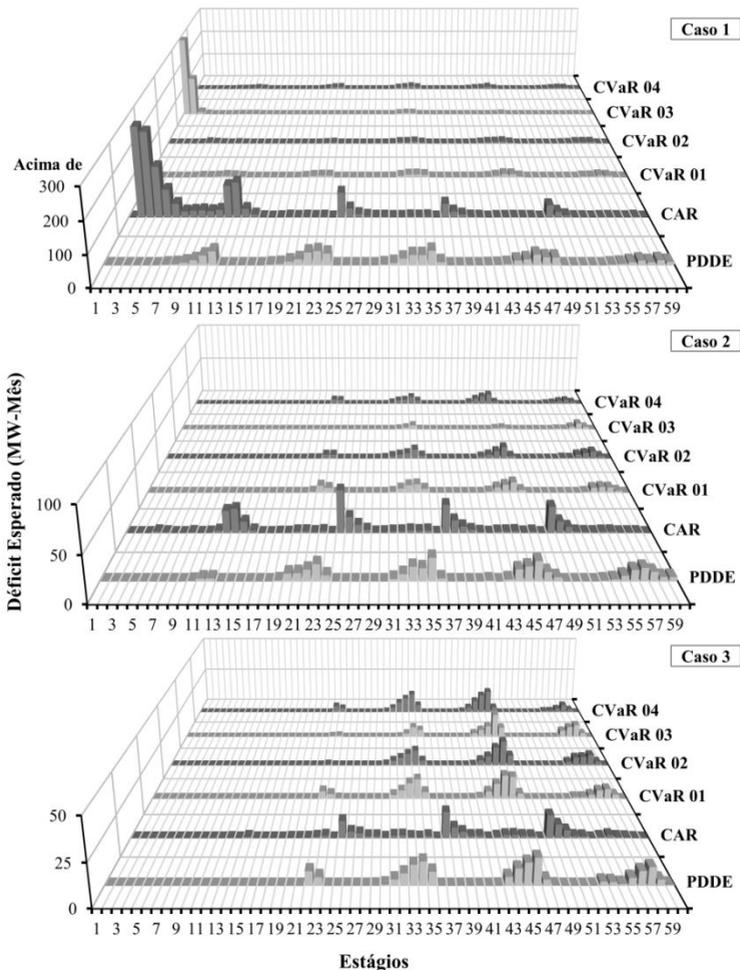


Figura 5.16: Evolução do déficit esperado – 2ª Bateria.

Da mesma maneira que ocorre no estudo de casos anterior, o valor esperado de energia vertida também é maior para as políticas mais avessas ao risco quando considerada a aversão em todos os estágios do horizonte de planejamento. Ainda pode se observar um aumento no montante de energia vertida de tais políticas quanto aos casos anteriores, também associado ao maior nível de armazenamento esperado das mesmas. Com isso, torna-se mais difícil o armazenamento da energia excedente proveniente de cenários úmidos, já que os reservatórios estão próximos de sua capacidade máxima.

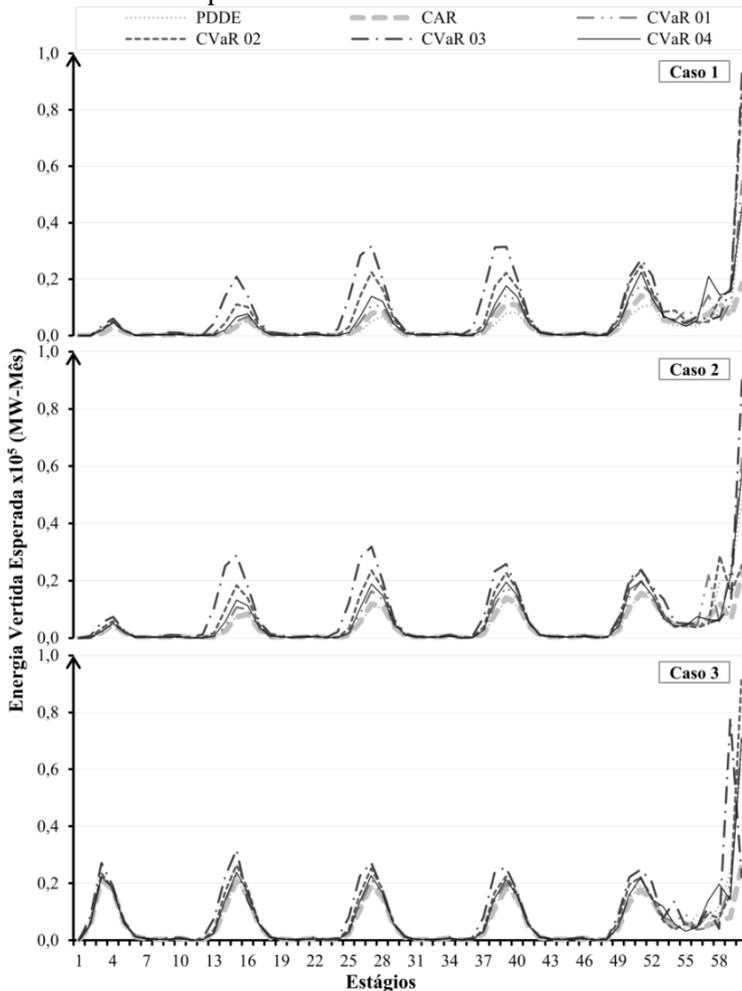


Figura 5.17: Evolução do vertimento esperado – 2ª Bateria.

Por fim, quanto ao custo de operação do sistema ao longo do período de planejamento para a aversão a risco em todos os estágios, Figura 5.18, observa-se que em todos os casos as políticas CVaR 02 e 03 apresentam elevados custos de operação. Esse resultado pode torná-las não competitivas em relação às demais, principalmente quando comparado aos custos das mesmas. Ademais, percebe-se um incremento no custo de todas as políticas quando comparadas ao estudo de caso anterior, o que se julga natural devido à extensão do período de aversão a risco.

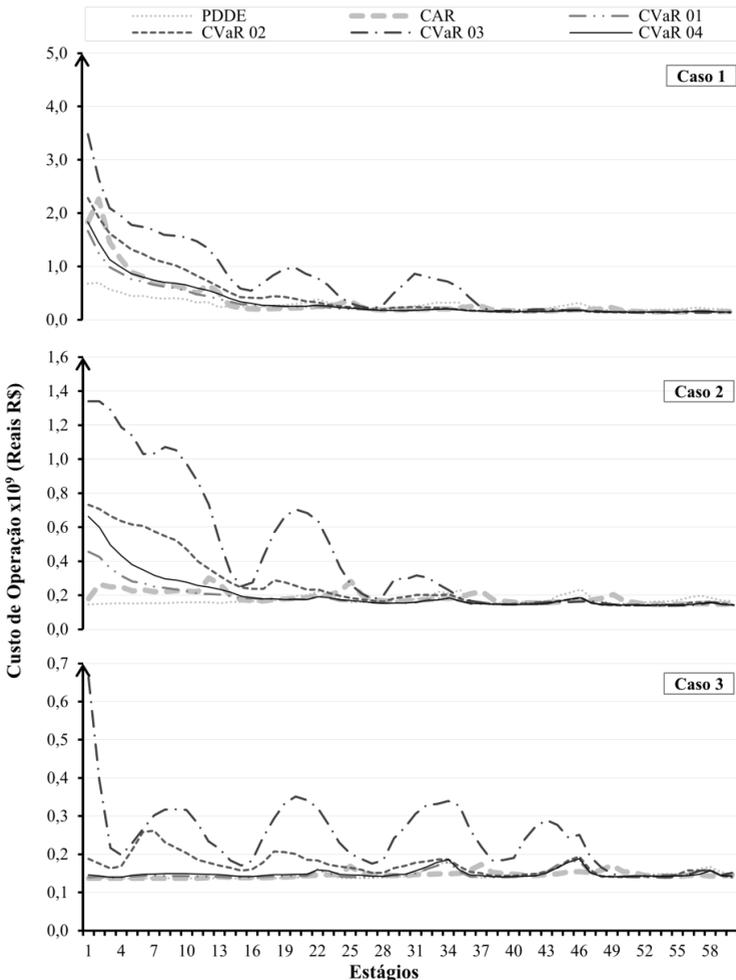


Figura 5.18: Evolução do custo de operação – 2ª Bateria.

De maneira geral, o que se observa na inclusão da aversão a risco em todos os estágios é que há um incremento do custo de operação em todas as políticas e a diminuição do risco de déficit para as CVaR. Naturalmente, o montante de déficit a ser reduzido, em relação à primeira bateria, está associado aos estágios mais distantes do início do planejamento. Portanto, convém avaliar se a redução deste parâmetro, e consequentemente o correspondente incremento de custo, é significativa e relevante à operação do sistema hidrotérmico de interesse.

5.3 AVALIAÇÕES QUANTO AO CRITÉRIO DE PARADA E OS TEMPOS DE EXECUÇÃO DOS ALGORITMOS

Embora este trabalho tenha por foco avaliar o desempenho das políticas de operação obtidas com as formulações de aversão a risco na PDDE, é importante investigar aspectos relacionados ao critério de parada utilizado na PDDE, e o quanto isso impacta na operação das próprias políticas.

O critério de parada da PDDE que é utilizado, com e sem as formulações de aversão a risco, consiste em um limite máximo de iterações, convenientemente maior que o número da iteração em que a PDDE sem aversão atinge o critério de convergência estatística, conforme discutido na Seção 4.1. Assim, nas duas baterias de estudos de casos, o número de iterações considerado para a PDDE com qualquer formulação é de 20 iterações, já que o maior valor encontrado no critério de convergência estatística da PDDE sem aversão a risco para o problema foi igual a 12 iterações.

Como nos estudos se optou por amostrar 400 cenários por iteração na PDDE, um total de 8000 cortes é adicionado ao final das 20 iterações do método. Desta maneira, a fim de se avaliar a forma com que são geradas as políticas de operação pelo método ao longo do processo iterativo, na Figura 5.19 é exibida a evolução do limite inferior do problema para cada caso dos estudos realizados.

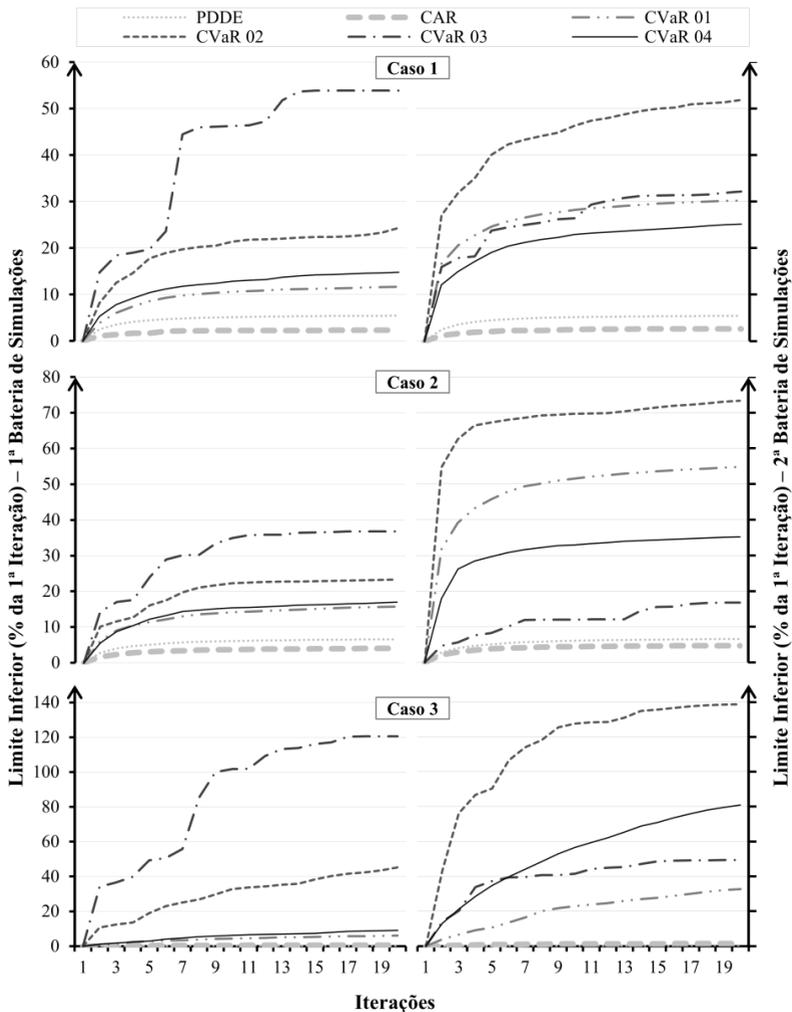


Figura 5.19: Evolução do limite inferior ao longo do processo iterativo da PDDE.

Na PDDE sem aversão a risco aplicada ao POMP, o limite inferior mostrado na Figura 5.19 representa o menor custo total de operação esperado encontrado para o problema de planejamento. À medida que o processo iterativo evolui, mais cenários do problema são percorridos e uma melhor estimativa da solução é encontrada. Assim, na solução da árvore completa, em que se percorrem todos os cenários, o

limite inferior tende ao valor ótimo do custo total de operação esperado. Como na PDDE se utiliza a amostragem da árvore de cenários ao invés de percorrer todos os cenários possíveis, o limite inferior é restrito, podendo ou não estar próximo ao valor ótimo.

Esta discussão acerca do limite inferior serve basicamente para contextualizar a avaliação da Figura 5.19. Embora nas políticas com aversão a risco o mesmo possa não representar o mínimo custo total esperado, a ideia da estabilização do custo inferior ao longo do processo iterativo pode ser válida na observação da evolução da geração das políticas.

Ao avaliar a Figura 5.19, pode-se claramente observar que os limites inferiores tanto da PDDE quanto da CAR estabilizam, seus valores sofrem pequenos incrementos, muito antes do limite máximo de iterações. Quanto aos valores do limite inferior da formulação CVaR na PDDE, verifica-se que, de modo geral, os mesmos requerem mais iterações para estabilizarem, naqueles que possam ser considerados como estabilizados, em comparação à PDDE e CAR. Principalmente nos casos 1 e 3 da segunda bateria, os limites inferiores da PDDE com CVaR ainda possuem uma tendência acentuada de subida. Isso pode representar que as respectivas políticas devem ser calculadas com mais iterações, a fim de que possam ser comparadas àquelas calculadas para o Caso 2 em ambas as baterias.

No que diz respeito ao tempo de execução dos casos, tanto os algoritmos da PDDE com e sem metodologias de aversão a risco, quanto a simulação das políticas obtidas, são ambos executados em um Computador Pessoal (PC) com um processador Intel Core 2 Extreme de 4 núcleos a 3GHz, e 4 MB de memórias DDR3 em canal duplo a 1333 MHz. Os algoritmos são compilados em Visual Studio 2008 C++, e, para resolver os problemas de PL, utiliza-se a biblioteca Gurobi Optimizer 4.5 para C++.

Assim, os tempos totais de execução de todos os algoritmos e simulações de ambas as baterias de estudos de casos podem ser visualizados na Figura 5.20.

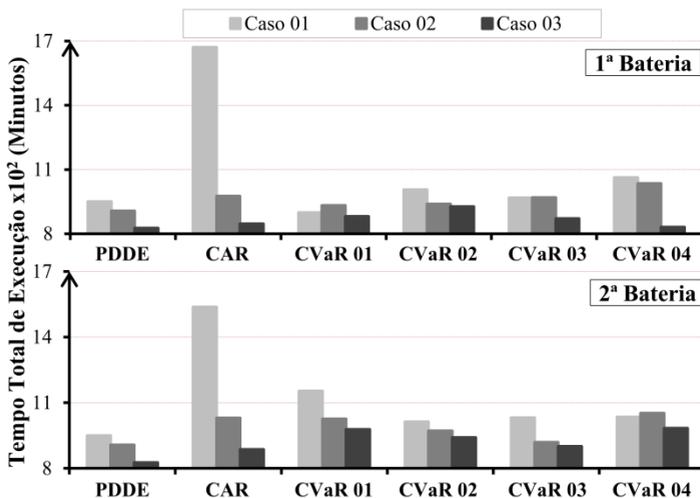


Figura 5.20: Tempo total de execução da PDDE.

De maneira geral, observa-se que o tempo de execução do algoritmo da PDDE muda de acordo com as condições iniciais do problema, ou seja, quanto menor a energia inicial maior o tempo de execução. Especificamente, como o Método CAR é executado quando a zona de segurança em um subsistema é violada, então, em uma ampla sequência de baixos níveis de armazenamentos, o método é processado exaustivamente, o que incrementa de forma considerável o tempo computacional.

5.4 COMENTÁRIOS GERAIS ACERCA DOS ESTUDOS DE CASOS

Conforme discutido nas sessões anteriores, os resultados obtidos a partir das políticas CVaR para o POMP específico, de maneira geral, atendem aos objetivos da inclusão da aversão a risco no problema.

Diferentemente das políticas CVaR, as políticas CAR apresentam alguns resultados com incoerências no contexto da aversão a risco que, de certa forma, contradizem o seu objetivo principal.

Por se tratarem de diferentes metodologias na inclusão de aversão a risco ao problema, vale também uma discussão além da avaliação quantitativa dos resultados e, portanto, alguns pontos gerais merecem ressalva acerca das mesmas.

Primeiramente, convém destacar a proximidade tanto da modelagem, quanto do algoritmo de solução da PDDE para a

metodologia com CVaR, com o que é utilizado no problema sem aversão a risco. Com isso, destaca-se que a partir deste fato, a implementação computacional de ambas é muito próxima e, como se observa na Figura 5.20, os tempos totais de execução permanecem no mesmo patamar. Assim, conforme comentado na Seção 4.1, a incorporação da metodologia de aversão a risco baseada no CVaR em um algoritmo desenvolvido a partir da modelagem clássica da PDDE aplicada ao problema do POMP, não é uma tarefa difícil, quando se leva em conta o número de alterações no mesmo.

Por outro lado, para a incorporação do critério de zona de segurança na PDDE, conforme o caso brasileiro, necessita-se da implementação de um novo processo iterativo, correspondente ao Método CAR, além das alterações na modelagem do problema para a inclusão do critério de zonas de segurança.

Contudo, apesar do maior esforço na implementação computacional e de alguns resultados indesejáveis na simulação das políticas, o método CAR possui uma característica interessante que merece ser destacada no contexto da aversão a risco. Como se pode observar na Figura 5.5 e Figura 5.14, as políticas CAR visam à aversão a risco por subsistema e, com isso, buscam manter os REEs do sistema hidrotérmico individualmente abastecidos conforme a respectiva zona de segurança. Tal fato é um ponto extremamente favorável na operação segura de sistemas hidrotérmicos, já que uma vez atingidos os limites de intercâmbios por subsistemas em condições críticas de afluições, consegue-se com o armazenamento da zona de segurança de cada REE manter a operação dos mesmos por um determinado período de tempo.

Por fim, ressalta-se que embora as políticas CAR contemplem a característica de armazenamento mínimo por REE, as mesmas não possuem controle quanto à aversão a risco em REEs sem zonas de segurança, diferentemente das CVaR que visam o armazenamento global do sistema.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Ao longo deste trabalho são discutidos os principais aspectos da PDDE voltada à solução do problema relacionado ao planejamento energético de sistemas hidrotérmicos de médio prazo. Especificamente, avaliam-se metodologias de aversão a risco que são incorporadas à PDDE, bem como os resultados provenientes das políticas de operação obtidas com a solução das mesmas.

Compreendem-se aqui como metodologias de aversão a risco tanto a inclusão de métricas de risco, quanto à adoção de critérios operacionais a serem considerados na modelagem do POMP a ser resolvido via PDDE. Com isso, adotam-se duas metodologias distintas de aversão a risco, que correspondem, respectivamente, a uma métrica de risco baseada no CVaR, a ser incluída na função objetivo do modelo de PLE, e o Método CAR, aplicado sob o critério de zonas de segurança do problema do POMP.

Assim, uma das principais contribuições deste trabalho consiste na investigação e reprodução de um processo semelhante ao Método CAR, baseado no levantamento das informações dos poucos trabalhos e documentos acerca do assunto. Dessa forma, é realizada a implementação computacional do algoritmo descrito na Seção 4.2, em que se busca a aferição do mesmo na reprodução de comportamentos históricos da operação do problema do POMP brasileiro. Assim, almeja-se que os resultados encontrados a partir das políticas obtidas com a metodologia, representem adequadamente a operação via critério de zonas de segurança do sistema hidrotérmico avaliado.

Além da incorporação do Método CAR, é importante ressaltar que outra contribuição importante deste trabalho consiste no estudo da modelagem da PDDE com CVaR, proposta por Philpott e De Matos (2011), aplicada ao problema específico do POMP com resenetação por REEs. Desta maneira, a formulação da metodologia é incorporada na modelagem do problema, cujo comportamento dos REEs é representado por um conjunto de atributos. Assim, políticas de operação com aversão a risco baseadas no CVaR são obtidas para o problema, em que suas respostas são avaliadas nos resultados das simulações da operação.

Antes da avaliação dos principais resultados das políticas de operação, vale destacar o tratamento por parte deste trabalho de um problema específico de POMP, que é baseado no problema brasileiro. Assim, conforme se justifica na Seção 5.2, o problema específico é de

certa forma uma versão simplificada do original, em que, a partir da reprodução de resultados históricos de operação, se obtém um comportamento muito parecido ao obtido pelo problema completo. Desta maneira, basicamente são obtidos menores tempos, tanto de execução quanto de homologação, do processo de solução dos algoritmos da PDDE com diferentes metodologias de aversão a risco, que viabiliza uma análise de sensibilidade das políticas, na execução de diversos casos com diferentes condições operacionais.

Ao se avaliar os resultados de todos os casos das simulações das políticas com aversão a risco, nas duas baterias de execuções, têm-se que o comportamento operacional das CVaR é melhor em relação as políticas CAR. Os resultados gerais compreendem o custo total esperado de operação e o risco de déficit associados a simulação de uma determinada política, e os mesmos são expostos em conjunto devido a sua relevância no momento da tomada de decisões de operação. Observa-se que as políticas CVaR resultam em um custo esperado mais elevado que a PDDE que, por sua vez, é incrementado à medida que o parâmetro de aversão a risco λ aumenta. Por outro lado, os custos estão quase sempre associados a baixos valores de risco de déficit, dado que em geral se considera como baixo um valor em torno de 0 a 5% para o mesmo. Já as políticas CAR apresentam custos esperados muito próximos aos da PDDE, porém, quase sempre associados a altos níveis de risco de déficit.

Juntamente aos resultados anteriores, os níveis de armazenamento esperado nos REEs do sistema servem para avaliar, no contexto do POMP, o quanto avessa a risco uma política de operação efetivamente tende a ser. Pode-se observar que os maiores níveis de armazenamento nos casos analisados estão associados diretamente às políticas CVaR 02 e CVaR 03. Portanto, dado o nível de armazenamento resultante, o sistema hidrotérmico tende a suportar situações consideráveis de baixa afluência ao longo do período de estudo. Ainda, ao se avaliar o armazenamento das políticas CAR, observa-se que o nível do mesmo alcança, no máximo, o resultante de políticas CVaR com parâmetro de aversão baixo. Contudo, salienta-se que o armazenamento resultante de políticas CAR sempre está mais bem distribuído entre os REEs que os correspondentes CVaR.

No que diz respeito à avaliação da consistência das políticas de operação, pode-se observar que políticas CAR possuem fortes indícios de propiciar determinados níveis de déficit a utilizar a energia armazenada nos REEs com zona de segurança. Além disso, observam-se consideráveis montantes de déficit de energia nos primeiros 24 estágios,

nos resultados das referidas políticas. Esse fato dificilmente ocorre nas políticas CVaR, sendo que a distribuição de déficit resultante das mesmas, quase sempre está localizada nos estágios da metade final do período de estudo.

Contudo, vale salientar que devido à modelagem adotada para a metodologia de aversão a risco baseada no CVaR, perde-se um indicador econômico extremamente relevante ao problema do POMP, denominado de custo marginal de operação. Logo com a modelagem utilizada, não se pode precificar a energia para a etapa do POMP a partir dos multiplicadores de Lagrange do problema de otimização.

Ainda no contexto da aversão a risco, alguns resultados importantes provenientes das políticas CVaR merecem destaque. Na Seção 5.2.1 avalia-se que para o problema associado a uma árvore de cenários com o número de aberturas igual a 20, e quando um $\beta=5\%$ é atribuído à metodologia de aversão a risco, o modelo pode tomar decisões extremas como precaução a um CVaR também extremo do custo futuro esperado. Dessa maneira, em alguns resultados das políticas CVaR, associados a condições de baixo volume inicial e alto nível de aversão a risco, pode-se observar esse comportamento.

Portanto, uma importante recomendação para trabalhos futuros consiste na avaliação de políticas de operação baseada na metodologia CVaR a serem obtidas com maior variedade de valores de β . Ainda nesse sentido, sugere-se a avaliação de novos estudos de casos para as políticas CVaR, com novas combinações do parâmetro λ e diferentes períodos de inclusão da aversão a risco no problema.

Nesta mesma linha, sugere-se a avaliação das políticas de operação CAR e CVaR para um modelo do problema do POMP que represente completamente o modelo utilizado no caso brasileiro. Desta forma, necessita-se a consideração de todos os parâmetros dos REEs, a flutuação da carga por patamares, a entrada em operação de novas unidades geradoras ao longo do período de estudo, assim como outras características que são relevantes ao problema brasileiro.

Também, no contexto da avaliação de políticas de aversão a risco para o problema do POMP brasileiro, recomenda-se para trabalhos futuros a avaliação de modelos reduzidos do sistema hidrotérmico correspondente, porém, com a representação por usinas hidrelétricas individualizadas. Com isso, tem-se a ideia de que a metodologia de aversão a risco baseada no CVaR possa distribuir melhor o armazenamento entre os reservatórios das hidrelétricas correspondentes, e contribuir de forma ainda mais significativa para a segurança do sistema hidrotérmico.

Por fim, destaca-se que os resultados deste trabalho podem ser utilizados como uma ferramenta na tomada de decisão acerca da escolha entre as metodologias de aversão a risco avaliadas. Ainda, os resultados podem auxiliar na calibração dos parâmetros das respectivas metodologias, para um determinado problema de planejamento hidrotérmico que venha a ser semelhante ao problema específico do POMP tratado neste estudo.

REFERÊNCIAS

ARTZNER, P. et al. Coherent measures of risk. **Mathematical Finance**, 9, n. 3, July 1999. 203-228.

ARVANITIDIS, N. V.; ROSING, J. Composite representation of a multireservoir hydroelectric power system. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, PAS-89, n. 2, January 1970a. 319-326.

ARVANITIDIS, N. V.; ROSING, J. Optimal operation of multireservoir systems using a composite representation. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, PAS-98, n. 2, February 1970b. 327-335.

BENDERS, J. F. Partitioning procedure for solving mixed variables programming problems. **Numerische Mathematik**, 4, 1962. 238-252.

CARVALHO, L. C. X. **Planejamento de sistemas hidrotérmicos- Uma análise comparativa entre as representações a usinas individualizadas e a reservatórios equivalentes de energia**. Florianópolis SC: PGEEL, Universidade Federal de Santa Catarina, 2002.

CARVALHO, M.; SOARES, S. An efficient hydrothermal scheduling algorithm. **IEEE Transactions on Power Systems**, 3, 1987. 537-542.

CCEE. Câmara de Comercialização de Energia Elétrica. **Download Deck de Preços**, Janeiro 2009. Disponível em: <www.ccee.org.br>. Acesso em: 6 Julho 2011.

CEPEL. **Programação dinâmica dual estocástica aplicada ao planejamento da operação energética de sistemas hidrotérmicos com representação das aflúências por modelos auto-regressivos periódicos**. Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. Rio de Janeiro. 1993.

CEPEL. **Manual de referência do modelo NEWAVE**. Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. Rio de Janeiro. 2001.

CEPEL. **Status do processo de introdução de metodologias de aversão ao risco no modelo NEWAVE**. Centro de Pesquisas de Energia Elétrica. [S.l.]. 2003.

DE MATOS, V. L. **Análise comparativa entre as modelagens de reservatório equivalente de energia agregado por subsistema e por cascata no problema do planejamento anual da operação energética**. Florianópolis SC: PGEEL, Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.

- DE MATOS, V. L. et al. **Solving long-term hydrothermal scheduling problems**. Proceedings from PSCC'11. Stockholm: [s.n.]. 2011.
- FINARDI, E. C. **Planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos utilizando processamento de alto desempenho**. Florianópolis SC: PGEEL, Universidade Federal de Santa Catarina, 1999.
- GARCIA, A. G. N. **Representação do processo estocástico de energias afluentes por modelos auto-regressivos periódicos no planejamento de sistemas hidrotérmicos**. Florianópolis SC: PGEEL, Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.
- GUIGUES, V.; SAGASTIZÁBAL, C. Risk averse feasible policies for stochastic linear programming. **Optimization Online**, 2009. Disponível em: <http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2009/02/2215.html>.
- GUIGUES, V.; SAGASTIZÁBAL, C. The value of rolling-horizon policies for risk-averse hydro-thermal planning. **Optimization Online**, 2010. Disponível em: <http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2010/10/2756.html>.
- HEITSCH, H.; RÖMISCH, W. Scenario tree modeling for multistage stochastic programs. **Mathematical Programming**, 118, n. 2, 2009. 371-406.
- HOMEM-DE-MELLO, T.; DE MATOS, V. L.; FINARDI, E. C. Sampling strategies and stopping criteria for stochastic dual dynamic programming: a case study in long-term hydrothermal scheduling. **Energy Systems**, Heidelberg, v. 2, p. 1-31, 01 mar. 2011.
- INFANGER, G.; MORTON, D. Cut sharing for multistage stochastic linear programs with interstage dependency. **Mathematical Programming**, 75, 1996. 241-256.
- KLEYWEGT, A. J.; SHAPIRO, A.; HOMEM-DE-MELLO, T. The sample average approximation method for stochastic discrete optimization. **SIAM Journal on Optimization**, 12, 2002. 479-502.
- KLIGERMAN, A. S. Operação ótima de subsistemas hidrotérmicos interligados utilizando programação dinâmica estocástica dual, Campinas, 1992.
- KLIGERMAN, A. S. et al. **Incorporação da curva de aversão a risco no modelo NEWAVE**. Anais do XVIII SNPTEE. Curitiba: [s.n.]. 2005.
- MORTON, D. Stopping rules for a class of sampling-based stochastic programming algorithms. **Operations Research**, 46, n. 5, 1998. 710-718.

MORTON, D. **Assessing policy quality in a multistage stochastic program for long-term hydrothermal planning**. [S.l.]. 2009.

OLIVEIRA, G. G.; SOARES, S. A second-order network flow algorithm for hydrothermal scheduling. **IEEE Transactions on Power Systems**, 10, n. 3, 1995. 1635-1641.

ONS. **Metodologia de incorporação da curva de aversão a risco ao modelo NEWAVE método CAR**. Operador Nacional do Sistema Elétrico. [S.l.]. 2004. (007).

ONS. **Curva bianual de aversão a risco para a região Nordeste**. Operador Nacional do Sistema Elétrico. [S.l.]. 2010a. (Nota Técnica 128).

ONS. **Curva bianual de aversão a risco para a região Sudeste**. Operador Nacional do Sistema Elétrico. [S.l.]. 2010b. (Nota Técnica 128).

ONS. **Curva bianual de aversão a risco para a região Sul**. Operador Nacional do Sistema Elétrico. [S.l.]. 2010c. (Nota Técnica 128).

PEREIRA, M. V. F. Optimal stochastic operations scheduling of large hydroelectric systems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, 11, n. 3, July 1989. 161-169.

PEREIRA, M. V. F. et al. Stochastic streamflow models for hydroelectric systems. **Water Resources Research**, 20, n. 3, March 1984. 379-390.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. A decomposition approach to the economic dispatch of hydrothermal systems. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, PAS-101, n. 10, 1982. 3851-3860.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Application of decomposition techniques to the mid - and short - term scheduling of hydrothermal systems. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, PAS-102, n. 11, 1983. 3611-3618.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: a decomposition approach. **Water Resources Research**, 21, n. 6, June 1985. 779-792.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. **Mathematical Programming**, North-Holland, 52, 1991. 359-375.

PHILPOT, A. B.; DE MATOS, V. L. Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion. **European Journal of Operational Research**, 2011.

PHILPOTT, A. B.; GUAN, Z. On the convergence of stochastic dual dynamic programming and other methods. **Operations Research Letters**, 36, n. 4, 2008. 450-455.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Optimization of conditional value at risk. **The Journal of Risk**, 2, 2000. 21-41.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Conditional value-at-risk for general loss distributions. **Journal of Banking and Finance**, n. 26, 2002. 1443-1471.

ROSENTHAL, R. A nonlinear network flow algorithm for maximization of benefits in a hydroelectric power system. **Operations Research**, 29, n. 4, 1981. 763-786.

SANTOS, M. L. L. **Aplicação de modelagem orientada a objetos ao problema do planejamento de sistemas hidrotérmicos**. Florianópolis SC: PGEEL, Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

SHAPIRO, A. Analysis of stochastic dual dynamic programming method. **European Journal of Operational Research**, 209, n. 1, 2011. 63-72.

SHAPIRO, A.; DENTCHEVA, D.; RUSZCZYŃKI, A. P. **Lectures on stochastic programming - modeling and theory**. [S.l.]: SIAM, v. MPS-SIAM series on optimization 9, 2009.

SHAPIRO, A.; PHILPOTT, A. B. **A tutorial on stochastic programming**. [S.l.]: Disponível em <http://stoprog.org/SPTutorial/SPTutorial.html>. Acessado em 10/01/2012, 2012.

SILVA, E. L. **Formação de preços em mercados de energia elétrica**. 1. ed. Porto Alegre RS: Sagra Luzzato, 2001.

SIQUEIRA, T. G. et al. Effects of streamflow modeling in stochastic dynamic programming for long term hydrothermal scheduling. **X SEPOPE - Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica**, Florianópolis SC, 2006.

TERRY, L. A. **Modelo a sistema equivalente - descrição geral**. [S.l.]. 1980. (DPP/PEN - 1705 - 1265).

URYASEV, S. **VaR vs CVaR in risk management and optimization.**
CARISMA conference. London, UK: [s.n.]. 2010.

ZAMBELLI, M. S. **Planejamento da operação energética do sistema interligado nacional baseado em modelo de controle preditivo.** Campinas SP: Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 2009.

...LET THERE BE LIGHT!
And there was light.