UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

O Jogo no ensino fundamental : alternativa para uma aprendizagem significativa da matemática

Trabalho de Conclusão de Curso
Aluno: Learcino dos Santos Luiz
Orientadora: Profa. Jane Bittencourt

Florianópolis
Julho - 2001

2008/9

Esta monografia foi julgada adequada como **TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO** no curso de Matemática - Habilitação licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada pela portaria nº 04/SCG/2001

Profª Carmen Suzane Comitre Gimenez
Professora da disciplina

Banca Examinadora:

Jane Bittencourt
Orientadora

Déborah Thomé Sayão

Neri Terezinha Both Carvalho

Forianópolis, Julho de 2001

AGRADECIMENTOS

A construção deste trabalho contou com a participação de muitas pessoas, pessoas que ajudaram direto ou indiretamente mas nem por isso têm sua participação diminuída. Assim, mesmo correndo o risco de deixar de citar algumas delas, gostaria de registrar meus sinceros agradecimentos à:

Todos os professores do Departamento de Matemática da UFSC que de uma forma ou de outra participaram da minha formação acadêmica. Também não posso deixar de agradecer aos funcionários da Secretaria do Curso de Matemática, os quais sempre estiveram prontos à prestar auxílio nos momentos em que precisei de ajuda.

À professora Jane Bittencourt, minha orientadora, que soube entender minhas dificuldades, e que teve um papel fundamental na organização e construção deste trabalho. À todos aqueles que foram meus alunos nas escolas onde lecionei, que, mesmo sem saber, serviram de "cobaias" para este trabalho, e ao mesmo tempo lhe conferiram sentido e significado.

Ao meu pai, Odiles, que com sua história de vida, me ensinou a importância e o valor da honestidade na vida de um homem. À minha mãe, Nancy, pelo seu carinho e amor, e por suas palavras de incentivo que sempre me dão forças para "lutar".

À minha filha Alana, que com suas "asinhas" me levam a voar pelo mundo infantil. Foi com ela que reaprendi a sentir o prazer por uma boa brincadeira de criança.

Principalmente, agradeço à minha companheira de todos os momentos, Cristiani, que me ensina a cada momento como ser mais forte e enfrentar a vida com entusiasmo. Seu companherismo, seu amor e sua dedicação, foram essenciais para a realização deste trabalho, aliás, são essenciais na minha vida.

Enfim, agradeço à Deus por minha vida.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A escolha do tema "Jogos no ensino da Matemática", tem uma ligação direta com a minha caminhada acadêmica e profissional, já que venho lecionando matemática para o ensino fundamental há alguns anos. Esta experiência de estudante e professor, lidando com o entusiasmo de "iniciante", e com a vivência cotidiana da prática em relação à teoria, impulsionou de maneira significativa as reflexões presentes neste trabalho.

Durante o tempo em que estive cursando a licenciatura em Matemática nesta Universidade e, por algum tempo, atuando também como professor de matemática, diversas dúvidas acompanharam minha trajetória. A principal delas, e talvez a geradora de todas as outras, sempre foi a questão de como aproximar aos meus alunos os conhecimentos e conceitos matemáticos apreendidos na Universidade

Deste modo, o presente trabalho representa uma batalha individual no sentido de se libertar dos paradigmas do ensino tradicional, e tentar, através da pesquisa e estudo de novas metodologias, buscar outras maneiras de desenvolver o ensino de matemática. Maneiras essas que permitam maior participação do aluno em sala de aula, e também uma aprendizagem significativa, ou seja, uma aprendizagem com significado para o aluno.

Este trabalho apresenta-se dividido em quatro capítulos. No primeiro capítulo, intitulado "O velho e o novo no ensino de Matemática", procuro mostrar as concepções e falhas do ensino tradicional no que diz respeito ao ensino/aprendizagem de matemática. Situo ainda as novas metodologias para o ensino de matemática dentro de uma abordagem construtivista.

No segundo capítulo, busco discutir as várias definições para o "jogo" , visto que este é um termo com muitos significados. Tendo adotado um destes sentidos, procuro situar o jogo no processo educacional, ou seja, descrever as principais formas como o jogo tem sido utilizado no ensino em geral.

No terceiro capítulo, tenho como objetivo procurar discutir por que e como o jogo pode ser utilizado no processo de ensino-aprendizagem de matemática. Para isso, baseei-me nos trabalhos de pesquisadores como Júlia Borim (1998), Manoel Oriosvaldo de Moura (1999) e também em minha própria experiência com os jogos em sala de aula.

Finalmente, no quarto e último capítulo, procuro descrever alguns jogos que julgo serem de grande utilidade para professores que desejem trabalhar com jogos em sala de aula. Estes jogos possuem características que possibilitam a interatividade entre os alunos e os conceitos matemáticos, sendo que há muitas outras possibilidades de ações que extrapolam as descritos neste trabalho.

Além das regras e dos materiais necessários para a realização de cada jogo, busquei em alguns deles, fazer algumas observações e reflexões que poderão ajudar o leitor a melhor compreender o significado matemático e didático de cada jogo.

Mas desde já advirto: Não tente entender um jogo sem antes jogá-lo. Um jogo é para ser jogado, assim como uma música é para ser ouvida !

CAPÍTULO 1

O velho e o novo no ensino de Matemática

1.1. O ensino tradicional

As referências sobre algo novo trazem sempre a pressuposição da existência de algo anterior, diferente ou velho. Pensando nos significados e no peso atribuído às novas propostas metodológicas para o ensino de matemática, uma reflexão sobre a forma com que o ensino tradicional vê e trabalha esta disciplina torna-se, aqui, imprescindível. Uma análise das concepções e, principalmente, dos limites do ensino tradicional seria uma tentativa de melhor situar as novas propostas de ensino/aprendizagem da matemática que têm surgido nas últimas décadas (Fiorentini, 1994). O estudo do uso de jogos didáticos como um recurso metodológico para o ensino e aprendizagem de matemática no ensino fundamental, objeto deste trabalho, se situa no contexto destas novas propostas.

O ensino tradicional vigente na maioria das escolas brasileiras, aproxima-se do aluno através de uma aula expositiva em que o professor passa para o quadro negro aquilo que julga importante. O aluno, por sua vez, copia do quadro para o seu caderno e, em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição da aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor.

Existem variações: ao invés do quadro negro, pode se usar retroprojetores ou slides, ou até mesmo outros recursos. No entanto, o que importa não são os recursos e sim o método que acaba preso a uma única concepção: transferência de informações. Um processo bastante linear e hierárquico, onde o aluno ocupa o lugar daquele que não sabe, e o professor seria o detentor do conhecimento.

Este tipo de ensino é baseado numa concepção de conhecimento conhecida como empirismo. O Empirismo neste sentido, Segundo Becker (1994) é a doutrina segundo a qual todo o conhecimento tem sua origem no domínio sensorial, na experiência .

Esta teoria, considera que a mente do aluno acaba sendo reduzida a uma "tábula rasa" (uma tábua que ainda não recebeu inscrições), ou seja, nada contém e portanto, é passiva e receptiva. O conhecimento, nessa concepção, viria do objeto, e o aluno apenas o recebe passivamente através das sensações ou experiências.

Aqui, faz-se necessário discutir as diferenças entre três termos que serão muito citados neste trabalho: informação, conhecimento e saber. Para Micotti (1999, p.154), informação, conhecimento e saber, são distintos, apesar de serem interrelacionados, e o entendimento entre estas diferenças ajudam a compreender melhor as diversas concepções de ensino e aprendizagem, ajudando assim a identificar alguns problemas pedagógicos.

A informação é um elemento presente no mundo objetivo, exterior ao indivíduo. A informação é todo dado inteligível de qualquer natureza. Ela possui um suporte e uma semântica. A semântica é conduzida pelo suporte até um sistema de tratamento, por exemplo o corpo humano, e assim é submetida a uma série de tratamentos pelo indivíduo. Para chegar até o corpo humano, a informação percorre por dois canais diferentes: ótico e/ou acústico.

Conhecimento é algo pessoal, subjetivo e não lingüístico em sua origem, e é o resultado de uma experiência pessoal do indivíduo com a informação. Ele nasce das experiências e atividades individuais de cada pessoa em relação ao objeto de conhecimento. Deste modo, podemos afirmar que conhecimento é o tratamento dado à informação, pelo indivíduo, sendo que este tem uma experiência interior, e portanto, uma interpretação individual.

Assim, conhecimento e informação são coisas distintas. A informação pode estar presente no meio ambiente, armazenada em livros, revistas, computadores e em muitas outras formas. No entanto, se o sujeito não interagir com ela, ou ainda, se esta informação não for significativa para este indivíduo, ela não se transformará em conhecimento. Deste modo, dizemos que não houve aprendizagem por parte do sujeito.

Já o saber, compreende informação e conhecimento num aspecto social. É um produto e resultado da produção intelectual e coletiva humana através do tempos. O saber é um conjunto de informações e conhecimentos que passaram por processos coletivos de produção, organização e difusão.

Deste modo, uma das funções fundamentais da educação escolar é a de assegurar a propagação do saber, ou seja, é papel da escola propiciar a seus alunos uma relação com os saberes, o que chamamos de cultura. Esta cultura é geralmente organizada na escola através das disciplinas, e cabe ao professor fazer um elo de ligação entre o aluno e a cultura, propiciando a apropriação por parte do aluno, dos saberes correspondentes a cada área de conhecimento.

Neste sentido, o ensino tradicional acentua a transmissão de conhecimento já construídos, e estruturados pelo professor. Neste caso, a aprendizagem é vista como uma impressão, na mente dos alunos, de informações apresentados nas aulas. Para Micotti, "O trabalho didático escolhe um caminho "simples"- transferir para o aprendiz os elementos extraídos do saber criado e sistematizado, ao longo da história das ciências, fruto do trabalho de pesquisadores" (1999, p.156). Do ponto de vista do ensino tradicional, basta que o professor tenha o domínio dos conteúdos a serem ensinados para ensinar bem. E ainda, as falhas no processo de aprendizagem são, na maioria das vezes, justificadas pela pouca atenção, capacidade ou interesse do aluno.

Para Larsen (2000), este ponto de vista vê as mentes dos estudantes como recipientes nos quais as informações relevantes – os conteúdos - devem ser depositados, e por isso a abordagem implícita do ensino tradicional, na maioria das vezes, é simplista porque não faz qualquer distinção entre informação e conhecimento. Pressupõem-se que transferir informação para os alunos é idêntico a proporcionar-lhes conhecimento. A partir desta perspectiva, as preocupações educacionais acabam se reduzindo a questões do tipo: como elaborar bons materiais didáticos; como desenvolver e aperfeiçoar os métodos de transmissão; como elaborar material auxiliar a fim de que os professores possam, de modo preciso, levar informações relevantes aos recipientes, neste caso, os alunos.

De acordo com D'Ambrósio (1989), algumas conseqüências dessa prática educacional tem sido debatidas pela comunidade de pesquisadores em Educação Matemática. Primeiro, observa-se que os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algorítimos. Cria-se a idéia de que fazer matemática é seguir a aplicação de regras que foram transmitidas pelo professor; desvinculando-se assim a matemática dos problemas do dia-a-dia.

Segundo, os alunos passam a considerar que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo há a preocupação em compreender por que funcionam. E ainda, de maneira geral, existe o senso comum de que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios. Estes fatos fazem com que o aluno, acreditando e super valorizando o potencial da matemática formal, acabe desvinculando o conhecimento matemático de situações reais. Assim, por falta de oportunidades para elaborarem e manifestarem sua compreensão sobre os conteúdos, os aluno perdem sua auto-confiança e seu "bom-senso" matemático.

Estes problemas são criados por uma série de crenças, por parte de professores, sobre o ensino e aprendizagem da matemática. Estas "crenças" são geradas por interpretações equivocadas sobre o ensino, pela falta de uma formação profissional qualificada, por restrições ligadas às condições de trabalho, ou ainda, pela precariedade das políticas educacionais em nosso país.

Um exemplo de uma destas crenças, que faz parte do senso comum, é a idéia de que os conteúdos matemáticos devem ser ensinados somente pela sua utilidade futura. Desta forma, os professores tentam convencer os alunos que ele terá que estudar certo conteúdo, pois precisará dele no próximo bimestre, ano ou grau de estudo. Mas este tipo de motivação é pouco convincente para o aluno, que acaba sentindo-se desmotivado para estudar e, não raramente, ouvimos de algum aluno a seguinte pergunta: onde eu vou usar isto em minha vida? Esta desmotivação é ainda maior num país como o Brasil, onde somente uma pequena parte dos alunos que iniciam seus estudos chegam ao ensino médio.

Nota-se que há uma preocupação demasiada em relação à quantidade de conteúdo a ser trabalhado. Na concepção de muitos professores, a melhor forma do aluno aprender matemática é resolver uma grande quantidade de exercícios. Nesta perspectiva, o conteúdo trabalhado é a prioridade de sua ação pedagógica, ao invés da aprendizagem do aluno. Neste sentido, D'Ambrósio completa: "É difícil o professor que consegue se convencer de que o objetivo principal do processo educacional é que os alunos tenham o maior aproveitamento possível, e que esse objetivo fica longe de ser atingido quando a meta do professor passa a ser cobrir a maior quantidade possível de matéria em aula"(1989, p.15).

Nesta concepção de ensino, em nenhum momento no processo de ensino-aprendizagem de matemática são geradas situações em que o aluno precisa ser criativo, ou onde ele esteja motivado a solucionar um problema. Em geral, na matemática escolar, os alunos não vivenciam situações onde se possa explorar, investigar e lançar hipóteses sobre algum conceito matemático. Observa-se também que os professores, em geral, mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Deste modo, cabe ao aluno ser um mero "recipiente" de informações. Concepção que além de não oferecer oportunidades ao aluno para compreender e participar do processo de construção do conhecimento, o exclui de qualquer tentativa de questionar este mesmo conhecimento, ou sua possível aplicabilidade em sua vida cotidiana.

Para Rosseto (1999), o principal problema deste método de ensino viria do fato de que tanto o conhecimento matemático quanto seu aprendizado se tornam excluídos de uma perspectiva maior de transformação pedagógica e política. Tratar-se-ia portanto de uma abordagem ideologicamente construída, que concebe o conhecimento matemático como objetivo, universal, científico e despolitizado; que ignora completamente que a Matemática é um corpo de conhecimentos, que foi construído social, política e historicamente através dos tempos. Esta perspectiva que exclui qualquer possibilidade de uma Educação matemática que trabalhe a favor da construção da cidadania.

Com a complexificação das relações econômicas e sociais e conseqüentemente do saber, que gera tecnologia, o gerenciamento do saber foi tornando-se cada vez mais, um instrumento de poder e dominação. Nas sociedades contemporâneas, com o saber universalizado via meios de comunicação, o poder e o sucesso não estão mais vinculados ao conhecimento em si. O que está em jogo em nossos dias é o que podemos fazer com esse saber, como selecionar informações úteis para concretizarmos nossos objetivos, sejam eles em nível individual ou coletivo. Para tanto, o que pode ser relativizado não é o conhecimento, mas sim o tratamento que se dá a ele. Neste sentido, busca-se transformar o ensinar-aprender, entendido tradicionalmente como transmissão-acumulação de conhecimentos, numa relação de construção dos saberes.

Deste modo, parece relevante estudarmos novas formas de tratar o processo de ensino/aprendizagem da matemática que não privilegiem simplesmente a transmissão de conhecimento, e verificar o que estas metodologias trazem de significativo para este processo e para o desenvolvimento cognitivo do aluno.

1.2. Novas propostas metodológicas para o ensino de Matemática

A concepção tradicional que aborda os aspectos relativos ao que é matemática escolar; como ela pode ser abordada; assim como sua aprendizagem, tem sido alvo de estudos e também de intensas críticas. E é dentro desse panorama que novas propostas e reivindicações vem sendo encaminhadas pela comunidade internacional de Educação Matemática. Na opinião de Moura (1999), os Congressos de Educação Matemática, contribuíram para uma visão desarticulada dos problemas do ensino de matemática. Para este autor, as discussões de Ubiratan D'Ambrósio (1986), J. M. Matos (1989), e Dario Fiorentini (1994) sobre a evolução do conceito de educação matemática, mostram que os problemas de ensino desta disciplina, até meados dos anos 70, foram estudados tomando apenas aspectos isolados de elementos que constituem este ensino. Nesta perspectiva, o "fracasso da matemática", era invariavelmente procurado, ora nos objetivos, ora nos métodos, ora nos conteúdos.

Estas discussões têm mostrado, principalmente, que o ensino da matemática requer contribuições de outras áreas de conhecimento, como a psicologia, ou da antropologia e, sobretudo, a consideração de que o processo educativo é em si mesmo multifacetado. Isto é, estas tendências indicam a necessidade de reflexões sobre novas propostas de ensino, para que venhamos a considerar os múltiplos e variados elementos presentes na ação pedagógica do professor, seja ele da área da matemática ou não.

No ensino de matemática, alguns pesquisadores já vêm dando exemplos das muitas possibilidades de trabalhar os conceitos desta disciplina levando em consideração outras propostas de trabalho. Neste processo, o ensino-aprendizagem revela-se como uma experiência onde o aluno torna-se o centro do processo educacional. A resolução de problemas como uma proposta metodológica, assim como a abordagem Etnomatemática, o uso de computadores, a modelagem matemática e o uso de jogos matemáticos no ensino, constituem abordagens que também acabam valorizando o aluno como um ser ativo, participando do próprio processo de construção do conhecimento matemático.

Neste ponto, fica claro que as propostas citadas no parágrafo anterior têm em comum a negação da idéia de transmissão de conhecimento e da ênfase na habilidade memorização e reprodução, sem que se evidencie um verdadeiro entendimento. Estas propostas estão em consonância com uma concepção de aprendizagem numa abordagem construtivista, que vincula o conceito de aprendizagem ao de saber, relacionando a questão da aprendizagem ao nível de funcionamento cognitivo do aprendiz, mais que aos seus produtos e resultados.

Deste modo, numa abordagem construtivista do ensino, baseada na teoria do desenvolvimento cognitivo de Jean Piaget (1974), a aprendizagem depende fundamentalmente de ações coordenadas do sujeito, quer sejam de caráter concreto ou abstrato. E, ainda, de acordo com esta teoria, o conhecimento é construído a partir de percepções e ações do sujeito, constantemente mediadas por estruturas mentais já construídas ou que vão se construindo ao longo do processo.

Os estudos de Piaget (1974) evidenciam já nos primeiros anos de vida os primórdios destas habilidades. Sua teoria procura explicar o complexo processo através do qual se dá o desenvolvimento das funções cognitivas da inteligência. Através de suas cuidadosas observações e entrevistas clínicas, procurou os diversos estágios deste processo, mostrando a contínua evolução das estruturas mentais, e cujo estado mais avançado se caracteriza pelo pensamento formal abstrato.

Para melhor entendimento do processo evolutivo das estruturas cognitivas, Piaget (1974) destacou três estágios básicos. Na construção dos primeiros esquemas de natureza lógico-matemática, as crianças se apoiam em ações sensório-motoras sobre objetos materiais e através de exercícios de repetição espontânea chegam ao domínio e generalização da ação (estágio pré-operatório). O segundo estágio caracteriza-se pelo aparecimento das operações, as ações em pensamento; mas nesta fase as crianças ainda dependem dos objetos concretos para que as ações se constituam em conceitos (estágio operatório concreto). E, finalmente, atingem o estágio das operações sobre objetos abstratos, já não dependendo mais de ações concretas ou de objetos concreto: é a constituição do pensamento puramente abstrato.

O que quer-se destacar é o quanto o processo de aprendizagem se baseia na ação do sujeito: inicialmente, as ações concretas sobre objetos concretos respondem pela constituição dos esquemas, e no último estágio, as ações abstratas (operações) sobre os objetos abstratos é que respondem pela constituição dos conceitos. Neste sentido Piaget (1974) afirma: "só falaríamos de aprendizagem na medida em que um resultado (conhecimento ou atuação) é adquirido em função da experiência , essa experiência podendo ser do tipo físico ou do tipo lógico-matemático ou os dois."

Os desequilíbrios entre experiência e estruturas mentais é que fazem o sujeito avançar no seu desenvolvimento cognitivo. O novo objeto de conhecimento é *assimilado* pelo sujeito através das estruturas já constituídas. O 'novo' produz conflitos internos, que são superados pela *acomodação* das estruturas cognitivas, e o objeto passa a ser percebido de outra forma. E é neste processo dialético que seria construído o conhecimento.

Na formação matemática dos alunos, além de pretender-se a construção de uma sólida base de conhecimento na área, deve-se estar atento para a riqueza intelectual que decorre do constante desenvolvimento cognitivo do sujeito quando a ele propicia-se imersão no processo do 'fazer matemática', que nada mais é que o processo dinâmico 'assimilação versus acomodação' de construção simultânea de conhecimento matemático e de estruturas mentais.

Para Micotti (1999), as atuais propostas pedagógicas, ao invés de transferência de conteúdos prontos, acentuam a interação do aluno com o objeto de estudo, a pesquisa, a construção dos conhecimentos para o acesso ao saber. As aulas são consideradas como situações de aprendizagem, onde são valorizados o trabalho dos alunos (pessoal e coletivo) na apropriação do conhecimento e a orientação do professor para o acesso ao saber.

Estas propostas requerem novas atitudes por parte tanto dos alunos, como dos professores, ou seja, devemos repensar a relação do aluno com o conhecimento, a sua participação em sala de aula, o papel do professor no processo de ensino/aprendizagem e o enfoque dado à matemática.

Segundo a revista Nova Escola (2001) num artigo publicado na revista Nova Escola descreve experiências positivas do ensino da matemática no qual os alunos são o centro do processo educacional, e com isso conseguem obter melhores níveis de aprendizagem. Neste artigo está bastante explícito a postura do professor em sala de aula, ou seja, seu dever em participar do aprendizado e não apenas apresentar conteúdos. Assim, numa aula de matemática onde o professor pretende romper com os paradigmas impostos pelo ensino tradicional, e adotar uma proposta de uma aprendizagem ativa da matemática, este mesmo professor deverá tentar desenvolver as seguintes habilidades :

- Ser um mediador: promover em sala de aula debates sobre os procedimentos adotados e as diferenças encontradas; orientar reformulações e valorizar as soluções mais adequadas;
- Ser um facilitador: fornecer informações (textos e material didático) que o aluno não tem condições de obter sozinho;
- Ser um avaliador: estar sempre atento à aprendizagem dos alunos e observando se os objetivos estão sendo atingidos ou se é necessário reorganizar a atividade pedagógica para que isso aconteça;
- Ser um organizador: conhecer quem são seus alunos (as condições socioculturais, as expectativas e o nível de conhecimento deles) e escolher problemas, atividades e novas metodologias que possibilitem atingir os objetivos no decorrer das atividades;

Neste ponto de vista, não basta ao professor ter o total domínio dos conteúdos matemáticos, mas sim, além disso, ter um profundo conhecimento daquele a quem deseja transmitir o saber e ter o domínio das várias possibilidades metodológicas de transpor tal saber ao aluno. Neste sentido, Micotti (1999, p.12) afirma : "A renovação do ensino não consiste, apenas, em mudança de atitude do professor diante do saber científico, mas, ainda e especialmente, diante do conhecimento do aluno: é preciso compreender como ele compreende, constrói e organiza o conhecimento".

Deste modo, penso que o uso de jogos no ensino de matemática, objeto de estudos dos próximos capítulos, pode possibilitar ao aluno uma atividade exploratória onde ele será o centro do processo educativo, podendo se envolver com os conceitos matemáticos de uma forma mais agradável e desafiadora. Neste ambiente de exploração, cria-se a oportunidade do professor analisar, conhecer e avaliar seus alunos de uma maneira mais eficaz e abrangente.

CAPÍTULO 2

O jogo e a educação

> *"(...) suponhamos que, de repente, nossas crianças parem de brincar, que os pátios de nossas escolas fiquem silenciosas, que não tivéssemos mais perto de nós este mundo infantil que faz a nossa alegria e o nosso tormento, mas um mundo triste de pigmeus desajeitados e silenciosos, sem inteligência e sem alma. Pigmeus que poderiam crescer, mas que conservariam por toda a sua existência a mentalidade de pigmeus, de seres primitivos. Pois é pelo jogo, pelo brinquedo, que crescem a alma e a inteligência. Uma criança que não sabe brincar, uma miniatura de velho, será um adulto que não saberá pensar."*
>
> *Jean Chateau*

Antes de entrarmos na discussão sobre o uso de jogos no ensino de matemática, é interessante fazermos uma reflexão sobre os significados do termo "jogo" de uma maneira geral e sobre sua utilização na educação. O que é jogo? Qual a diferença entre jogo e brinquedo ? Por que atividades tão diversas são chamadas de jogo ? A intenção de um jogador frente a um determinado jogo é sempre a mesma, ou depende das circunstâncias em que o jogador se encontra e de sua cultura ? Estas são algumas indagações a serem analisadas em um primeiro momento.

Tentar achar uma definição para o jogo não é tarefa fácil. A palavra jogo pode ter diversos significados e interpretações, e está longe de ser um termo claro e transparente. Para Brougére (1998), ao falar do termo jogo estamos lidando com uma noção aberta, polissêmica e às vezes ambígua.

Existem várias atividades que se utilizam do vocábulo "jogo" como definição: jogo de xadrez, jogo político, jogos de azar, jogo de futebol, de dominó, de amarelinha e muitas outras formas de jogo. Se compararmos, por exemplo, o jogo de xadrez e o jogo político, veremos que são atividades completamente diferentes. Enquanto a primeira é reconhecida de forma direta como jogo, ou seja, há duas pessoas realizando ações baseadas em um sistema de regras, a segunda possui uma identidade metafórica. Mesmo assim, ambas compartilham do mesmo vocábulo.

Cada atividade que é caracterizada pela palavra "jogo" tem suas especificidades e características próprias. Por exemplo, no futebol, temos a paixão da torcida como característica motivadora deste tipo de jogo; no jogo político, a relação de poder e a astúcia dos políticos que negociam vantagens para conseguir seus objetivos; no jogo de xadrez, as regras padronizadas e as estratégias do jogador; nos jogos de azar, a probabilidade que um jogador tem de fazer uma boa ou má jogada.

Além disso, se formos analisar uma só destas atividades, veremos que mesmo assim ela poderá, ou não, ser considerada como jogo, ou ainda, poderá haver uma diferenciação na atitude de seus jogadores diante deste jogo, conforme a maneira que ele é praticado (profissional, amadora, educacional, etc.) e a cultura no qual este jogo está inserido. Por exemplo, há uma diferença significativa no que diz respeito a atitude dos jogadores, quando comparamos um jogo de futebol de várzea com o profissional. Enquanto na várzea o jogo é realizado só pelo prazer dos jogadores, no futebol profissional nem sempre é assim, ou seja, os jogadores são motivados por outros fatores como o trabalho e a competição.

Da mesma forma, um tabuleiro de damas não teria a mesma finalidade e seus jogadores não teriam a mesma atitude perante este jogo, se ele é usado como um simples brinquedo ou como um material didático destinado ao ensino de matemática.

Observamos também que um determinado jogo pode ser considerado como tal, ou não, dependendo da cultura em que ele está inserido. Um exemplo é o ábaco, que em nossas escolas muitas vezes é usado como brinquedo e material didático, mas que no Japão é usado como uma ferramenta de trabalho, longe de ser um jogo ou brinquedo.

Deste modo, para "dissecarmos" o sentido da palavra jogo, precisamos analisar as características de cada atividade que recebe este termo, e questionar seus diferentes sentidos, ou seja, tentar descobrir por que atividades tão diferentes foram, em nossa língua e em outras, designadas pelo mesmo termo.

No caso do jogo aplicado à educação, teremos que ter uma definição clara e concisa do tipo de jogo que iremos trabalhar. Em seu trabalho sobre o jogo e a educação infantil, Kishimoto (1999) apresenta uma definição sobre o jogo e aponta diferenças entre jogo e brinquedo. A partir de estudos de Gilles Brougére e Jacques Henriot realizados no Laboratório de Pesquisa sobre Jogo e Brinquedo, da Universidade de Paris-Nord, a autora traz a consideração de três níveis de diferenciação entre o que é jogo e o que é brinquedo. Nesta perspectiva, o jogo é visto como :

1. o resultado de um sistema lingüístico que funciona dentro de um contexto social;
2. um sistema de regras;
3. um objeto;

O funcionamento lingüístico do jogo parte do entendimento de que a noção de jogo não remete à língua ou à ordem particular de uma ciência, mas sim a um uso cotidiano e específico. Dessa forma, precisa-se considerar o funcionamento da linguagem, ou seja as formas pelas quais um determinado grupo expressa e dá significado às palavras, a maneira como ela é utilizada e projetada socialmente. Assim, dependendo do lugar e da época, os jogos assumem significados diferentes.

Um sistema de regras caracteriza um jogo quando há uma estrutura seqüencial que especifica uma modalidade, e junto com a realização desta sequência de regras há, simultaneamente , uma atividade lúdica sendo realizada.

Por fim, o jogo toma o sentido de um objeto. Por exemplo o jogo de damas, que tanto pode ser confeccionado de papel, plástico ou madeira, representa o objeto usado na atividade lúdica de jogar damas. O brinquedo diferencia-se do jogo, simplesmente por haver uma indeterminação quanto ao seu uso, ou seja, um brinquedo é desprovido de uma seqüência de regras que organizam sua utilização. Desta forma, crianças que não conhecem as regras do dominó, e simplesmente manipulam suas peças para construir uma casa, estarão interagindo com um brinquedo. De outra maneira, crianças que conhecem as regras e realizam toda a seqüência conhecida e necessária para atingir os objetivos desta atividade lúdica, estarão jogando o "jogo de dominó".

Ainda, segundo Macedo (1992), há três pontos sempre presentes em qualquer jogo:

1. um objetivo ou uma *situação-problema*;

2. um resultado, em função desse objetivo;

3. um conjunto de regras determinando os limites dentro dos quais os aspectos 1 e 2 serão considerados.

Estes aspectos servem para clarear nossa compreensão do jogo, permitindo-nos diferenciar os significados atribuídos por culturas, regras e objetos que o caracterizam. Neste trabalho serão estudados os jogos que são caracterizados por um sistema de regras, onde necessariamente o jogador usará algum conceito matemático para alcançar seu objetivo no jogo.

Em educação, as primeiras ações de professores apoiadas em teorias construtivistas foram no sentido de tornar os ambientes de ensino ricos em quantidade e variedade de jogos, para que o aluno pudesse descobrir conceitos inerentes às estruturas dos jogos por meio de sua manipulação. Na opinião de Moura (1999), esta concepção tem levado a práticas espontaneístas da utilização dos jogos na escola. Ou seja, práticas onde são colocadas apenas no sujeito as possibilidades de aprender, desconsiderando elementos externos como possibilitadores de aprendizagem, e que sugere que qualquer intenção do professor em transmitir um conhecimento estruturado está descartada.

Deste modo, essas concepções têm como principal característica a crença de que o desenvolvimento cognitivo é a sustentação da aprendizagem, ou seja: para haver aprendizagem é necessário que o aluno tenha um determinado nível de desenvolvimento e a atividade direta do aluno sobre os objetos de conhecimento é a única fonte válida de aprendizagem (Salvador, 1994 p.102).

Assim, as situações de jogo são consideradas como parte das atividades pedagógicas, porque são elementos estimuladores do desenvolvimento, isto é, o jogo é elemento do ensino apenas como um possibilitador que coloca em ação um pensamento que ruma para uma nova estrutura.

Foi decorrente desta concepção que materiais estruturados, como os blocos lógicos, material dourado, Cuisenaire entre outros, passaram a ser veiculados nas escolas. Deste modo, estes materiais, incluindo aí os jogos, deveriam ser usados obedecendo a certos níveis de conhecimento dos alunos, devendo ter uma estruturação tal que lhes permita dar um salto na compreensão dos conceitos a serem estudados.

Este tipo de uso dos jogos e materiais concretos é uma prática pedagógica apriorista. Segundo Becker (1994), aprioristas são todos aqueles que pensam que as condições de possibilidade do conhecimento são dadas na bagagem hereditária: de forma inata ou submetidas ao processo maturacional, mas, de qualquer forma, predeterminadas ou formadas a "priori". Penso que, quando os jogos são usados desta maneira, não trazem consigo todo o seu potencial, pois não permitem ao aluno uma reflexão dos seus atos no jogo.

Tal como a concepção relatada anteriormente, as contribuições da psicologia de cunho sócio-interacionista também vêm a estabelecer novos paradigmas para a utilização do jogo na escola. De acordo com Moura (1999) teóricos como Vygostsky, Leontiev e Elkonin destacam a importância do jogo na produção de conhecimentos, diferenciando-se da concepção anterior, por considerar o jogo como impregnado de conteúdos culturais e que os sujeitos, ao tomar contato com eles, fazem-no através de conhecimentos adquiridos socialmente.

Neste sentido, as concepções sócio-interacionistas partem do pressuposto de que a criança aprende e desenvolve suas estruturas cognitivas ao lidar com o jogo de regras. Deste modo, o jogo promove o desenvolvimento, porque está impregnado de aprendizagem e, ao jogar, os sujeitos, passam a lidar com regras que lhes permitem a compreensão do conjunto de conhecimentos veiculados socialmente, permitindo-lhes novos elementos para apreender os conhecimentos futuros.

Emerique (1999), partindo das premissas sócio-interacionistas, resume os ganhos decorrentes do jogo, dos pontos de vista:

- afetivo: como regular o ciúme, a inveja a frustração, adiar o prazer imediato, subordinar-se a regras, abrir-se para o outro, para o imprevisível;

- social: a necessidade da linguagem, de códigos, da cooperação, da solidariedade, das relações interpessoais;
- cognitivo: necessidade e possibilidade de construção de novos conhecimentos e procedimentos, de descobrir erros e de imaginar formas de superá-los;

Assim, o jogo como promotor da aprendizagem e do desenvolvimento, passa a ser considerado como importante aliado para o ensino de diversas disciplinas, pois ao colocar o aluno diante de situações de jogo, estamos aproximando-o dos conteúdos culturais a serem veiculados na escola, além de poder estar promovendo o desenvolvimento de novas estruturas cognitivas.

Neste trabalho busco mostrar que os jogos, quando usados no ensino de matemática, podem trazer melhores resultados quando trabalhado de acordo com a concepção interacionista, pois esta concebe o jogo como um elemento externo possibilitador de aprendizagem.

CAPÍTULO 3

O jogo no ensino de matemática

"O primeiro objeto de qualquer ato de aprendizagem, acima e além do prazer que nos possa dar, é o de que deverá servir-nos no presente e valer-nos no futuro."

J. Bruner.

Numa sala de aula, o professor depara-se com uma série de desafios, que acaba servindo para que o mesmo siga em frente, ou o desestimule até mesmo a iniciar algo novo. Infelizmente, estes desafios, que vão desde as condições de estrutura da escola, passando pela escassez de recursos didáticos e até mesmo pela própria falta de continuidade de um trabalho, imposto pela diferenciação das categorias funcionais na escola, tem causado uma certa falta de estimulo e perspectiva aos profissionais da educação.

Na minha experiência como professor de matemática tenho observado que, além desses desafios, existem também aqueles que giram em torno da resistência dos alunos em relação ao próprio conteúdo. Esta resistência acaba aparecendo na própria dificuldade alimentada em torno da disciplina que tem contado, na prática, com poucos recursos didáticos para despertar no aluno o gosto, o prazer em se estudar a matemática.

A idéia de usar os jogos como recursos didáticos na matemática surgiram (em minha prática pedagógica) a partir de minha experiência de trabalho, onde atuando enquanto estagiário nas oficinas promovidas pela "Sala de Ciências"[1], descobri os jogos na prática. A partir deste momento, passei também a trabalhar com os jogos em sala de aula, não apenas como uma distração, ou seja, uma pausa tipo "relax" para depois voltar ao "árduo" ensino da matemática. Ao contrário, passei a utilizá-lo como um recurso didático no processo de ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos.

No entanto, tenho percebido que mesmo após uma série de publicações e estudos acerca do uso do jogo como recurso didático, ele segue sendo visto por uma grande maioria dos profissionais da educação somente como alternativa, ou seja, uma "aula diferente". Certamente, uma aula com o uso de jogo será uma aula diferente, pois seu uso abre inúmeras possibilidades, espaços onde os alunos poderão brincar e interagir com seus colegas. Contudo, sem tirar a importância da ludicidade e da interação que este tipo de atividade proporciona, convém prestar atenção aos limites implicados quando percebe-se os jogos no ensino da matemática apenas desta forma.

Nesse sentido, penso que o jogo, pode e deve ser pensado - acima de tudo – como um exercício de aprendizagem ativa da matemática. O jogo possibilita simulações de situações-problema que provocam e exigem soluções imediatas. Neste processo, há o estímulo à criatividade do aluno implicando na elaboração de estratégias de resolução, planejamento de ações, busca de soluções e avaliação da eficácia dos resultados obtidos.

Sob esta perspectiva, Borin (1998) afirma que a atividade de jogar desempenha um importante papel no desenvolvimento de habilidades de raciocínio, tais como a organização, concentração e atenção, além do desenvolvimento da linguagem, criatividade e raciocínio dedutivo, exigidos na escolha de uma jogada e na argumentação necessária durante a troca de informações.

---

[1] Projeto desenvolvido pelo setor de educação do SESC (Serviço Social do Comércio), que tem como objetivo principal apresentar os conceitos de física e matemática de uma forma lúdica e experimental.

Os jogos contribuem também, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), para a formação de atitudes positivas diante do erro, pois jogando o aluno estará, ao mesmo tempo, enfrentando desafios, lançando-se à busca de soluções, desenvolvendo o seu senso crítico, sua intuição e criando estratégias que podem ser alteradas a qualquer momento. Deste modo, como as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, o erro passa a ser visto como uma medida de qualidade para a estratégia seguida, e desta forma, não deixa marcas negativas.

Borin (1998), ainda compara o comportamento e a atividade mental de um jogador disposto a ganhar e de um cientista em busca de uma solução para um problema. Ambos, inicialmente, partem para uma experimentação sem muita ordem ou direção, para conhecerem o que defrontam. Após esta fase, coletam dados que servirão para formular hipóteses e, de posse destas, partem para a experimentação ou jogada e observam o que acontece. A cada tentativa, podem reformular as hipóteses através das conclusões obtidas e os erros cometidos, até certificarem-se da resposta precisa para o problema original, que no caso do jogo, significa ter uma boa estratégia para vencer. Neste sentido, esta mesma autora completa: "todas as habilidades envolvidas nesse processo, que exigem tentar, observar, analisar, conjecturar, verificar, compõem o que chamamos de raciocínio lógico, que é uma das metas prioritárias do ensino de Matemática e características primordial do fazer ciência"(1998, p.9).

Neste mesmo sentido, Moura, afirma que a relevância do jogo está nas possibilidades de aproximar o aluno do conhecimento científico, levando-o a vivenciar situações de soluções de problema que o aproximem daquelas que o homem realmente enfrenta ou enfrentou.

Carrasco (1992), no trabalho no qual analisou jogos versus realidade, identificou pontos comuns entre o raciocínio utilizado nos jogos e o raciocínio útil na produção de matemática. Segundo ela, proporcionar prazer e diversão, representar um desafio e provocar o pensamento reflexivo do aluno seriam razões suficientes para defender o jogo na educação, sem a pretensão de que a educação se reduza a um jogo.

Outro ponto importante neste tipo de metodologia, é o fato de que ao jogarem os alunos estão desenvolvendo, além de seu raciocínio lógico, habilidades tais como a observação, concentração e generalização. Estas habilidades são essenciais para o desenvolvimento do raciocínio indutivo, ou seja, o raciocínio que utilizamos para formular hipóteses gerais a partir da observação de alguns casos particulares.

Por se tratar de jogo, esta metodologia deve basear-se em um trabalho em grupo, cabendo a cada um discutir as regras do jogo e questionar as soluções propostas pelos participantes. A quantidade de participantes deve variar com o tipo de jogo, variando entre dois e quatro participantes por grupo. Deste modo o jogo terá uma alternância de momentos coletivos e individuais, pois cada participante, na sua vez de jogar, deve resolver o problema criado pelo momento do jogo e, sozinho, tomar uma decisão apropriada às regras do jogo e às possibilidades dos outros participantes. Enquanto isso, os outros observam para ver se as regras são respeitadas e também para elaborar suas estratégias de jogo com base na jogada que está sendo feita pelo amigo.

Neste sentido, Azevedo ressalta: "Propondo jogos para os alunos reunidos em grupos, o professor possibilita situações que favorecem a construção social do conhecimento, ajudando o desenvolvimento individual por favorecer a substituição progressiva do egocentrismo pela reciprocidade feita pela criança"(1999, p.133).

A atividade em grupo, nesta metodologia, me parece imprescindível, pois para construirmos um espaço onde haja reflexão a partir da observação e da análise cuidadosa, é essencial a troca de opiniões e a oportunidade de argumentar com o outro, de modo organizado.

Mas, como observa Borim (1998), o professor pode se frustar com tal atividade, pois a criança, sendo naturalmente centrada em si mesma, se exacerba em situação de jogo quando, evidentemente, o que ela deseja é vencer. Ou seja, quando trabalhamos com jogos em sala de aula, o barulho é inevitável, pois somente através de discussões é possível chegar a resultados convincentes. Desta forma é preciso encarar este barulho de forma construtiva, pois sem ele, dificilmente, há clima ou motivação para o jogo.

No planejamento deste tipo de atividade é interessante que o professor reserve um espaço de tempo para uma discussão e avaliação do jogo, tentando com isso resgatar com os alunos as questões mais significativas que foram objeto de discussão durante o jogo. Deste modo, o professor terá uma melhor visão sobre os "erros" e "acertos" dos alunos, e com isso poderá buscar o aprimoramento do seu trabalho pedagógico.

Ainda, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, as atividade com jogos permitem ao professor avaliar ainda os seguintes aspectos:

- compreensão: facilidade para entender o processo do jogo assim como o autocontrole e o respeito a si próprio;
- facilidade: possibilidade de construir uma estratégia vencedora;
- *possibilidade de descrição:* capacidade de comunicar o procedimento seguido e da maneira de atuar;

- estratégia utilizada: capacidade de comparar as estratégias com as previsões ou hipóteses.

É importante observar que a aprendizagem não se encontra no jogo, assim como não se encontram em nenhum material didático ou metodologia de ensino, mas sim decorre das reflexões que o aluno elabora e dos significados que ele estabelece a partir do que já conhece. Deste modo, o sucesso de uma metodologia, ou do uso de um material, está na confiança e no conhecimento que o professor tem sobre o potencial dos mesmos e isso só ocorrerá, no caso dos jogos, se o professor se dispuser a jogar e conhecer o jogo no qual irá aplicar. Pois só desta maneira o professor irá conhecer as dificuldades que seus alunos irão encontrar durante o jogo, e com isto poderá orientá-los de uma forma mais abrangente. Neste sentido Kamii (1991) completa: " assim como cada criança tem que reinventar o conhecimento para torná-lo seu, cada professor precisará construir sua própria maneira de trabalhar".

CAPÍTULO 4

Coletânea de jogos para o ensino de matemática

A utilização de jogos como recursos didáticos é de fácil acesso ao professor, porque, além de encontrá-los em livros didáticos, eles são encontrados também em revistas de circulação nacional como a Revista Super Interessante, por exemplo. É claro que é preciso um certo trabalho de reeleborar estes jogos, ou seja fazer uma releitura deles, adaptando-os a fim de que eles sirvam aos propósitos desejados. Os jogos que serão apresentados neste trabalho, foram selecionados de acordo com os critérios criados por Krulick e Rudnick e descritos por Borim (1998). Estes critérios se fazem necessários, pois existe uma grande variedade de tipos de jogos e nem todos possuem as características propostas neste trabalho: desenvolvimento social (necessidade da linguagem, de códigos, da cooperação, da solidariedade, das relações interpessoais) e cognitivo (necessidade e possibilidade de construção de novos conhecimentos e procedimentos). Os critérios são:

- o jogo deve ser para dois ou mais jogadores, ou seja, não deve ser um jogo "solitário";
- o jogo deve ter regras pré estabelecidas que não podem ser modificadas no decorrer de uma rodada;
- as regras devem ser formuladas de modo que, ao final, só haja um vencedor;
- os jogo não deve ser apenas mecânico e sem significado para os alunos;

• o jogo deve permitir que cada jogador possa fazer a jogada dentro das regras. A sorte deve ter um papel secundário ou seja, não deve ser um fator determinante do jogo;

A presente coletânea contém alguns jogos que foram escolhidos por serem diversificados, ou seja, por possibilitarem a exploração de vários conceitos matemáticos; por serem simples e de fácil acesso e por já terem sido usados em sala de aula pelo autor deste trabalho.

4.1. Torre de Hanói

Figura 1- torre de Hanói. Fonte :http://penta.ufrgs.br/

A lenda

De acordo com Machado (1995), este jogo tem origem em um mito indiano segundo o qual o centro do mundo encontra-se sob a cúpula de um templo situado em Benares, na India. Conta a lenda que no início dos tempos o "criador " do universo colocou nesta cúpula três hastes contendo 64 discos concêntricos. Também foi criado uma comunidade de monges cuja única tarefa mover os discos da primeira para a terceira haste. Os monges devem cumprir esta tarefa movendo um disco em exatamente uma unidade de tempo e de maneira minimal, isto é, eles utilizam uma regra de movimentação que produz o menor número possível de movimentos.

Dia e noite, incessantemente, os sacerdotes trocavam os discos de uma haste para a outra, de acordo com as leis imutáveis de Brahma, que dizia que o sacerdote do turno não poderia mover mais que um disco de cada vez, e que o disco fosse colocado na outra agulha, de maneira que o debaixo nunca fosse menor do que o de cima.

Quando todos os 64 discos tivessem sido transferidos da haste que Deus colocou no dia da Criação para outra haste, o mundo deixaria de existir.

O jogo[2]

Como o nome e a lenda indicam, este é um jogo de origem oriental. O material é composto por uma base, onde estão afixados três pequenos bastões em posição vertical, e cinco ou mais discos de diâmetros decrescentes, perfurados ao centro, que se encaixam nos bastões. Ao invés de discos, pode-se também utilizar argolas ou outros materiais. A torre é formada então pelos discos empilhados no bastão de uma das extremidades, que será chamada de haste A. O objetivo do jogo é transportar a torre para a haste C, usando a intermediária B. As regras são:

- Movimentar uma só peça (disco) de cada vez.
- Uma peça maior não pode ficar acima de uma menor.
- Não é permitido movimentar uma peça que esteja abaixo de outra.

O torre na sala de aula

A torre de Hanói pode ser usada desde os primeiros anos do ensino fundamental, possibilitando aos alunos uma série de explorações interessantes, no caminho para a descoberta da estratégia ótima para alcançar o fim almejado.

[2] Uma versão computacional deste jogo pode ser obtida no endereço ; www.caem.usp.br

No final do ensino fundamental (8^a série), onde já estudado o conceito de função, este jogo pode ser utilizado como uma ferramenta motivadora para o ensino deste conceito matemático. O conceito de função pode ser bem entendido quando conseguimos relacionar objetos de um conjunto com os de outro de maneira que possamos obter uma 'lei' que os relacione. Podemos assim construir uma tabela representando número de peças e o respectivo número (mínimo) de movimentos necessários para deslocar "n" peças da primeira haste para a terceira:

Número de peças	**Número de movimentos**	**+ 1**
3	7	8
4	15	16
5	31	32
6	63	64
7	127	128
8	255	256
9	511	512
10	1023	1024
n	$2^n - 1$	2^n

Tabela 1 – relação entre o número de peças e o respectivo número mínimo de movimentos para se realizar o jogo

Não entrarei na questão técnica de como movimentar as peças afim de obter o número mínimo de movimentos, pois este é aspecto do jogo, que ao meu ver, deve ser explorado e descoberto tanto pelos alunos como pelos professores. Neste sentido Machado (1999) afirma que quando se chega até estas regras de modo construtivo, compreendendo-se todas as etapas do processo de construção, adquire-se uma tal consciência na realização da transferência que a razão dos movimentos torna-se mais clara, enriquecendo-se o significado do jogo. Quando, no entanto, imediatamente após apresentar a torre, o professor se apressa em apresentar as regras que garantem o pleno êxito, sem se preocupar em fazê-las resultar de um processo de construção, o jogo será trivializado, e com isto não despertará maior interesse nos alunos.

Depois de "brincar" com a torre e descobrir a técnica de transferência que resulta em uma movimentação ótima, podemos analisar os dados da tabela anterior. Observemos que: (o número de jogadas + 1) é um número do tipo 2^x .

Podemos então concluir que o número de jogadas é igual a :

$$2^n - 1$$

Assim sendo podemos calcular o número de jogadas necessárias para uma quantidade qualquer de peças ! Através do raciocínio utilizado acima, podemos nos convencer da lei de função que relaciona o número de peças com o número de jogadas.

Matematicamente porém, nada podemos afirmar a este respeito. Podemos ainda provar a validade desta lei através do princípio da indução. Mas, como não é o objetivo deste trabalho analisar o caráter matemático deste jogo, e sim o didático, podemos formular em sala de aula, algumas questões que poderão ser exploradas:

1- Tente encontrar o número mínimo de jogadas para 50 peças. É possível de se jogar? Qual seria um limite razoável de peças ?
2- Supondo que se leve em média 1 segundo para realizar cada jogada. Quanto tempo levaríamos para jogar, sem errar, com 15 peças ?
3- Com 64 discos, é possível se jogar ?
4- De acordo com a lenda do jogo, em quanto tempo levaria para acabar o mundo supondo que os monges levassem 1 segundo para movimentar cada peça ?

5- Construa o gráfico que representa a relação entre o número de peças e o numero de movimentos mínimos para se realizar o jogo.

Portanto este jogo é interessante porque, além dos aspectos matemáticos que podem ser extraídos dele, instiga o aluno a buscar uma estratégia vencedora. O aluno percebe que não basta ganhar, ou seja, transferir as peças da primeira para a terceira haste, mas sim buscar uma estratégia que possibilite um número mínimo de movimentos com qualquer quantidade de peças. Neste sentido Machado (1995, pg. 53) afirma: "a razão mais fundamental, a nosso ver, é a que diz respeito à progressiva conscientização, fundada nas ações, que a prática do jogo propicia". Ou seja, a "torre" possibilita a reflexão, e uma possível conscientização, quanto ao fato de que em muitas atividades humanas é necessário a busca por soluções ótimas, isto é, soluções que minimizem o trabalho do homem.

4.2. "O sim"

Outra atividade interessante é o jogo chamado "O sim", para duas pessoas, usando lápis e papel, (denomina-se assim em honra ao seu inventor, Gustavus I. Simmons).

Necessitamos de lápis de diferentes cores, um para cada jogador e um tabuleiro onde estão marcados os vértices de um polígono convexo.

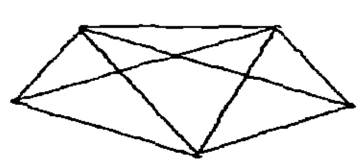

Figura 2 – Vértices de um polígono ligados por segmentos de retas

O objetivo do jogo, para cada participante, consiste em traçar segmentos que unam dois pontos quaisquer do tabuleiro, de tal forma que não se formem triângulos com três lados da mesma cor. Só contam os triângulos cujos vértices sejam pontos do tabuleiro inicial.

Regras do jogo

1. tira-se a sorte para saber que jogador começa a partida;
2. os jogadores, um de cada vez, traçam um segmento, unindo dois pontos quaisquer da figura. Um jogador utiliza um lápis de uma cor e o outro de cor diferente;
3. os jogadores, um de cada vez, traçam um segmento, unindo dois pontos quaisquer da figura;
4. Perde o primeiro jogador que formar um triângulo com três lados da cor que utiliza e cujos vértices são três pontos quaisquer do desenho inicial.

Para praticar esse jogo utilizamos tabuleiros com quatro, cinco ou seis pontos. Os tabuleiros mais adequados para jogar "O sim" são os de cinco e os de seis pontos. Os tabuleiros com três ou quatro pontos são jogos muito triviais e os com mais de seis pontos são demasiado complicados.

Este jogo introduz um problema interessante e que deve ser proposto aos alunos depois de terem jogado "O sim": "Qual é o número de retas que se podem traçar em um gráfico de "n" pontos de tal forma que cada uma passe por dois pontos?"

Para a análise da situação problema completemos a tabela a seguir, com base nas retas desenhadas:

Número de *vértices*	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Número de segmentos	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66

Tabela 2 – relação entre o número de vértices e o número de segmentos que une dois vértices de um polígono convexo.

A análise do jogo e de seus resultados deverá ser encaminhada conforme a série em que está sendo aplicado. Para turmas de 5ª ou 6ª série pode ser usado para introduzir o conceito de seqüências numéricas, onde após o jogo pode-se pedir para que os alunos completem a tabela 1 e analise os resultados obtidos. Depois de preenchida a tabela pode-se pedir para os alunos responderem algumas perguntas, como por exemplo:

1 - Qual a diferença (resultado da operação de subtração) entre o 2° e 1° termos desta seqüência? E entre o 4° e o 3° ? E entre o 5° e o 4° ?

2 - O que está acontecendo com a diferença entre um termo e o seu antecessor ?

3 - Qual será o 15° termo desta seqüência? E o 20° ?

4 - Você precisa desenhar os pontos e os segmentos para achar os demais termos da seqüência?

Desta maneira estaremos introduzindo o conceito de seqüência dos números triangulares de uma maneira divertida, partindo da ação do aluno.

No 2° grau pode-se usar este jogo para trabalhar com combinações. Notamos que o número de segmentos pode ser calculado usando a teoria da análise combinatória. Queremos obter o número de segmentos que unem "n" pontos "dois a dois", ou seja,

$$C_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2}$$

A estratégia a ser seguida pode ser a de primeiramente propor o jogo e pedir para que os alunos completem a tabela1 até um certo número de vértices que não seja prático faze-lo manualmente, ou seja, desenhando os vértices e segmentos. Mesmo que alguns alunos adotem a maneira descrita para ser usada no 1° grau (descobrindo a diferença entre um termo e o seu antecessor), o professor mostrará que existe uma maneira ainda mais prática, que é usando uma fórmula da teoria da análise combinatória, e que desta forma ficará fácil calcular qualquer termo da seqüência.

Esse tipo de investigação matemática é muito adequado para desenvolver estratégias de pensamento. A resolução de jogos e problemas possibilita que os alunos encontrem propriedades, relações e regularidades em um conjunto numérico, também, que formulem e comprovem conjecturas sobre uma regra que segue uma série de números.

4.3 Jogo das coordenadas cartesianas

Este é um jogo que facilita a percepção espacial, através do reconhecimento e localização de pontos no plano, do desenvolvimento do raciocínio lógico, da ação exploratória, da simbolização e da generalização de conceitos. É indicado para alunos a partir de 6ª série.

Objetivo do jogo

Ganha o jogo aquele que obtiver primeiro uma linha de três pontos consecutivos e colineares (sobre uma mesma linha reta na horizontal, vertical ou diagonal).

Material utilizado

Tabuleiro (plano cartesiano numerado de –6 a 6), contas coloridas (uma cor para cada jogador) e roletas (dois círculos divididos em treze partes iguais e numerados de -6 a 6). O tabuleiro consiste em uma malha quadriculada onde é desenhado os eixos cartesianos numerados de -6 a 6 (fig. 2).

Como jogar

Cada participante, em sua jogada, gira os dois marcadores da roleta. Os dois números sorteados corresponderão às coordenadas do ponto as ser marcado no tabuleiro. Por exemplo, se os números foram 1 e 4, o jogador poderá escolher em que ponto do plano colocará seu marcador: se no ponto (1,4) (representado pelo círculo preto, no tabuleiro da figura) ou no ponto (4,1) (círculo cinza na figura). Se o ponto escolhido já estiver ocupado por um marcador do adversário, este poderá ser retirado e substituído.

Este jogo faz parte de uma "família" de jogos que utilizam como tabuleiro o plano cartesiano. A "Batalha Naval" e a "Cassa ao tesouro" são exemplos de jogos desta mesma "família". Estes jogos funcionam muito bem na introdução do conceito de pares ordenados e do próprio plano cartesiano.

4.4 Soma de inteiros

Este jogo é indica para alunos da 6ª série, e facilita a atenção e a adição de números inteiros.

Objetivo do jogo

Ganha o jogo quem conseguir sair primeiro por uma das extremidades da fita numerada.

Material

Tabela numerada de -12 a 12 (de preferência, uma cor para os positivos, outra para os negativos e outra para o zero) um marcador para cada participante e roleta dividida em nove partes iguais e numeradas de -4 a 4 (incluindo-se o zero).

-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Figura 3 – Tabuleiro para o jogo dos inteiros

Como jogar

No início do jogo são colocados os dois marcadores sobre o número zero. Cada participante, alternadamente, gira a roleta. Se o número sorteado é positivo anda para a direita, se é negativo, para a esquerda, a partir da posição em que se encontrava na última jogada (o valor é somado ao numero em que o marcador se encontra).

Observação

Se usado para introduzir a adição ou subtração de inteiros, é essencial que sejam feitos registros do valor inicial e final de cada marcador após as jogadas. Observando os resultados o aluno tenta chegar às regras gerais. As operações de adição e subtração de inteiros passam a ser interpretadas como deslocamentos sobre a reta real.

4.5 – Jogo das probabilidades[3]

Como próprio nome já diz, este é um jogo usado para se trabalhar o conceito de probabilidade. Deve ser jogado por turmas que estejam estudando este conceito, que dependendo do contexto, é trabalhado em turmas de 7ª ou 8ª séries. Além do conceito de probabilidade, também é trabalhado neste jogo o conceito de proporção.

Material utilizado

Um par de dados.

Pedaços de papel com o nome de cada jogador para servir de apostas em um total de dez por jogador.

Tabela com as possíveis combinações de resultados do lançamento de dois dados:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Tabela 3 – possibilidades de combinações do sorteio de dois dados

Tabela contendo as possibilidades de aposta de cada jogador.

---

[3] *Adaptado de Matemática vol. 7, 1999*

Números iguais nos dois lados	**Número ímpar em um dos dados**	**Soma igual a 10**	**Produto igual a 12**	**Soma menor do que 5**
Número par no *resultado* do produto dos dois números	**Número ímpar no *resultado* do produto dos dois números**	**Um número maior *do que 4 em um* dos dois dados**	**Números menores *do que 3 nos dois* dados**	**Números pares e *iguais nos dois* dados**
Soma igual a 12	**Produto igual a 4**	**Soma maior do que 10**	**Soma maior do que 5**	**Números ímpares nos dois dados**
3 em um dado e 5 no outro	**6 nos dois dados**	**Diferença de uma unidade entre os números dos dois dados**	**5 em um dos dois dados**	**Número ímpar em um dado e número par no outro**

Regras do jogo:

1ª) Cada jogador aposta um determinado número de fichas, à sua vontade, colocando-as sobre uma única "casa" do tabuleiro.

2ª) Antes dos dados serem lançados, cada jogador deve registrar no seu caderno a aposta que fez e escrever também a probabilidade de que essa sua aposta seja vencedora. Por exemplo, um jogador colocou a ficha na casa "soma maior do que 8" e deve escrever no seu caderno :

Aposta 1 – Uma ficha em "soma maior do que 8".

Probabilidade de ganhar : $\frac{10}{36}$

Perceba que são 36 resultados possíveis e que são 10 resultados desejados : (3,6), (4,5), (4,6), (5,4), (5,5), (5,6), (6,3), (6,4), (6,5), e (6,6).

3ª) Depois que todos fizeram suas jogadas e calcularam suas probabilidades de ganhos, alguém lança os dois dados ao mesmo tempo.

4ª) Quem ganhar, só leva de fato o pontos se calcular o número que ganhou. Para isso, resolverá uma regra de três com a probabilidade de ganho que calculou anteriormente. Por exemplo, se nos dados apareceu o par (6,5), quem apostou 1 ficha na jogada "Soma maior do que 8" ganhou o número "x" de pontos calculado pela equação:

$$\frac{10}{36} = \frac{1}{x}$$

Calculado o valor de "x", o ganhador anota no seu caderno o resultado aproximado com uma casa decimal, e ao final do jogo, é totalizado todo o seu ganho.

5ª) As fichas apostadas são recolhidas e colocadas de lado.

6ª) Após certo número de rodadas fixado inicialmente, o jogo termina e o ganhador é o jogador que tiver o maior número de pontos acumulados.

Uma atividade que pode ser proposta no final do jogo seria a construção de uma tabela montada experimentalmente pelos alunos. Cada aluno ou grupo jogariam varias vezes dois dados e anotariam os valores conforme a tabela abaixo:

sentença	*Número de eventos*
Números iguais nos dois lados	
Soma igual a 10	
Soma maior do que 5	
***Números pares e iguais* nos dois dados**	
Números menores do que 3 nos dois dados	
5 em um dos dois dados	
6 nos dois dados	
Produto igual a 12	
Soma menor do que 8	

Depois que cada grupo preencher a sua tabela o professor pode organizar uma tabela com os todos os resultados da turma.

O que deve ser refletido neste jogo e ressaltado pelo professor é o fato de que o número que exprime uma probabilidade não determina o resultado do experimento. Por exemplo, a probabilidade de termos dois números iguais em um sorteio é 1/6, mas não necessariamente ao lançarmos várias vezes um dado teremos o número exato de acordo com a probabilidade do evento.

Não é difícil ouvirmos argumentos que evidenciam essa questão, como, por exemplo, "se metade é homem e metade é mulher, sorteando duas pessoas uma será homem e outra será mulher!"

Para que duvidas desse tipo sejam dissipadas, nada melhor do que os alunos participarem de situações em que determinado experimento seja repetido várias vezes e seus resultados sejam tabelados ou até mesmo lançados em gráficos, a fim de mostrar que a freqüência porcentual de acontecimentos de certo resultado esperado se aproxima da probabilidade calculada quando o número de repetições do experimento aumenta bastante.

Deste modo, estaremos dando a oportunidade para que o aluno reflita sobre o conceito de probabilidade, podendo assim construir seu conhecimento e criar significados próprios acerca deste conceito, ou seja, estaremos possibilitando ao aluno uma "aprendizagem significativa".

CONCLUSÃO

Cursei 5 semestres de Engenharia Elétrica, sendo que comecei a dar aulas de matemática apenas para complementar minha renda. Desde esse momento, até me decidir que na verdade a idéia de ser professor de matemática me seduzia mais do que a de ser engenheiro, passei bons momentos pensando que tipo de professor eu gostaria de ser. E foi pensando e buscando uma alternativa ao que estava me deparando nas escolas que acabei chegando aos jogos e realizando este trabalho.

Escolhi os jogos como tema deste trabalho por considerá-lo, dentre as metodologias para o ensino de matemática, o mais acessível para o trabalho do professor. É acessível pelo fato de não estar preso a uma tecnologia cara, como é o uso de computadores, e nem dependendo de estudo mais aprofundado como é a metodologia de resolução de problemas. Isto é, podemos trabalhar com os jogos em sala de aula usando materiais bastante simples e de fácil acesso aos professores.

Não tenho a pretensão de dizer que o uso de jogos acabaria com as dificuldades no ensino e aprendizagem da matemática, no entanto, acredito que mesmo uma pequena tentativa de olhar o ensino de modo geral de maneira diferente, mais dinâmica, democrática, plural, em qualquer ambiente escolar, talvez já valha alguma coisa e quem sabe a longo prazo mude mesmo e para melhor o ensino de matemática.

No que diz respeito ao uso de jogos nas aulas de matemática, concordo com Borim (1998), quando ela afirma que neste caso o importante é o professor observar que:

deve questionar-se sempre: quando, por que e para que está propondo o uso dos jogos; não deve cair no exagero de querer transformar tudo em jogo, pois o seu objetivo não é ensinar os alunos a jogarem, mas mantê-los mentalmente ativos, para que possam construir o seu conhecimento através do pensamento lógico- matemático; precisa ver o jogo como uma das muitas estratégias de ensino e não como uma fórmula mágica capaz de resolver ou amenizar todos os problemas existentes na aprendizagem de matemática. O jogo é mais uma ferramenta de que podemos dispor de acordo com a ocasião, como são os livros didáticos, os computadores, os artigos de jornais e revistas etc.

A conclusão principal deste trabalho, é a percepção do fato de que a aprendizagem não se encontra nas metodologias de ensino, mas sim que ela decorre das reflexões que o aluno elabora e dos significados que ele estabelece a partir do que já conhece. E que o sucesso de uma metodologia depende da confiança e do conhecimento que o professor tem sobre a mesma, sendo que estes fatore, só são alcançados com muita pesquisa, estudo e prática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, M. V. R. de. **Jogando e Construindo Matemática**. São Paulo: VAP, 2° edição, 1999,

BECKER, F. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola**. Petrópolis: Vozes, 2ª edição, 1994.

BICUDO, M. A.V. (Org.) **Pesquisa em educação matemática: Concepções e perspectivas**. São Paulo, Editora UNESP, 1999.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. São Paulo: CAEM-USP, 3ª edição, 1998. Pg. 8.

BROUGÉRE, G. **Jogo e educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

CARRASCO, L. H. **Jogo versus realidade: implicações em educação Matemática**. 1992. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Universidade estadual Paulista, Rio Claro.

D'AMBROSIO, B. **"Como ensinar matemática hoje?"** In: Temas & Debates. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Ano II, n.° 2, 1989.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Campinas, Papirus, 1986.

EMERIQUE, P. S. **Isto e Aquilo: Jogo e "ensinagem" de Matemática**. In: In: ALENCAR, E. M. S. S. de. Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem. São Paulo: Cortez, 1992. pp.119-40.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção cieutífica em cursos de pós-graduação**. Tese de Doutorado. Unicampi, 1994

LARSEN, S. **Aspectos Sociais e Psicológicos das Tecnologias Educacionais**. In: JORNADA CATARINENSE DE TECNOLOGIA EDUCACIONAL. 2, 2000, Anais... Florianópolis.

MACEDO, L. de. **Por uma Psicopedagogia Construtivista**. In: ALENCAR, E. M. S. S. de. Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem. São Paulo: Cortez, 1995.

MACHADO, N. J. **Matemática e educação: alegorias, tecnologias e temas afins**. São Paulo: Cortez, 1995.

MATOS, J. M. **Cronologia do ensino de matemática**. Lisboa, Associação de professores de matemática, 1989.

BRASIL. Secretaria de educação fundamental. **Parâmetros Curriculares Naciouais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

MICOTTI, M. C. de O. **O ensino e as propostas pedagógicas.** in: BICUDO, Maria A. Viggiani. (Org.) Pesquisa em educação matemática: Concepções e perspectivas. São Paulo, Editora UNESP, 1999.

MOURA, M. O. de. In: KISHIMOTO, Tizuko Morchida. **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação**. São Paulo: Editora: Cortez, 1999.

PIAGET, J. **Aprendizagem e conhecimento**. Rio de Janeiro, Freitas Bastos, 1974.

REVISTA NOVA ESCOLA. **Parâmetros Curriculares Nacionais Fáceis de entender**. São Paulo: Editora Abril, 2001.

ROSSETTO, R. e BASSO, M. **Uma Proposta de Educação Matemática para a Escola Cidadã.** Disponível em: <http://mathematikos.psico.ufrgs.br/ecidada.html.>Acesso em 10 de junho de 2001.

SALVADOR, C. C. **Aprendizagem escolar e construção do conhecimento**. Poeto Alegre: Artes Médicas, 1994.

SPINELLI, W. Maria Helena Souza. **MATEMÁTICA, Vol 7**. São Paulo: Editora Ática, 1999.