

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO SÓCIO-ECONÔMICO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES
INTERNACIONAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

Artur Antonio Ribeiro Veloso

A REMUNERAÇÃO VARIÁVEL COMO FATOR PARA A
INSTABILIDADE DOS MERCADOS FINANCEIROS

Dissertação de Mestrado

Florianópolis
2011

Artur Antonio Ribeiro Veloso

**A REMUNERAÇÃO VARIÁVEL COMO FATOR PARA A
INSTABILIDADE DOS MERCADOS FINANCEIROS**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Jaylson Jair da Silveira

Florianópolis

2011

Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária
da
Universidade Federal de Santa Catarina

V443r Veloso, Artur Antonio Ribeiro

A remuneração variável como fator para a instabilidade dos mercados financeiros [dissertação] / Artur Antonio Ribeiro Veloso ; orientador, Jaylson Jair da Silveira. - Florianópolis, SC, 2011.

81 p.: grafs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Sócio-Econômico. Programa de Pós-Graduação em Economia.

Inclui referências

1. Economia. 2. Remuneração variável. 3. Mercado financeiro - Crise econômica. I. Silveira, Jaylson Jair da. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

CDU 33

Artur Antonio Ribeiro Veloso

**A REMUNERAÇÃO VARIÁVEL COMO FATOR PARA A
INSTABILIDADE DOS MERCADOS FINANCEIROS**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Economia e aprovada, em sua forma final, pelo Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 04 de novembro de 2011.

Prof. Dr. Roberto Meurer
Coordenador

Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Alves Portela Santos
Examinador interno

Prof. Dr. Eraldo Sérgio Barbosa da Silva
Examinador interno

Prof. Dr. Fernando Pigead de Almeida Prado
Departamento de Economia - FFCLRP/USP

Dedico este trabalho ao o meu primo,
Rômulo Gadelha Ribeiro (*in*
memorian)

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos a algumas pessoas que contribuíram para a realização e concretização deste trabalho.

Primeiramente à minha mãe, cujo exemplo de força, sabedoria, amor e coragem foram fundamentais para quaisquer passos dados em minha vida. Seu carinho e compreensão sempre foram essenciais para que eu pudesse superar os momentos difíceis.

À minha linda noiva Marina, que me tirou metade da concentração dada a esse trabalho por eu ficar sempre pensando nela, além de ter pacientemente escutado, com pouca atenção, todas as angústias, dúvidas e novidades acerca deste trabalho.

Às minhas irmãs Luciana e Ana Cristina, que me proporcionaram as maiores alegrias da minha vida: Heloysa, Pedro Henrique, Kenzo e Kenji.

Ao meu orientador, prof. Dr. Jaylson Jair da Silveira, uma das pessoas mais brilhantes que já conheci, tanto em aspectos profissionais como pessoais. Sem sua orientação, apoio, confiança e paciência, certamente não conseguiria finalizar esse trabalho. Os meus mais sinceros agradecimentos e admiração.

A Cleiton Taufemback e Paulo Victor da Fonseca, pela inestimável ajuda com o desenvolvimento do modelo no Matlab. Sem essa ajuda seria impossível finalizar este trabalho.

Aos professores Maurício Simiano e André Portela, pela presteza e solicitude em sempre ajudar.

A Evelise Elpo da Silveira, pela inestimável ajuda e apoio em todos os momentos do mestrado.

Aos meus colegas de labuta diária na universidade, principalmente aos amigos Carlos Alberto, Lúcio Barbosa, João Henrique Mazzeu, Juliana Dornelles, Camila Rodrigues, Raquel Bez, Lucas Chacha, Max Cardoso e Helberte França, que foram fundamentais para a minha formação acadêmica e foram amigos valorosos por tornar mais agradáveis os dias em Florianópolis, longe da minha família.

À família Joffily de Souza, pela inestimável gentileza e apoio.

Aos meus professores, tanto os da UFPB, pelos sólidos fundamentos, quanto aos do mestrado da UFSC, pelos inestimáveis conhecimentos.

À CAPES, pela concessão de bolsa de estudos para o curso de mestrado.

RESUMO

O presente trabalho visa analisar se a remuneração variável de analistas e executivos financeiros pode contribuir para a formação de eventos extremos nos mercados acionários. A hipótese norteadora é de que a elevação da parcela da renda variável na remuneração total dos agentes financeiros os incentivariam a realizar sistemáticas elevações nos preços das ações, que poderia levar a formação de eventos extremos, tais como bolhas econômicas. Com o intuito de avaliar tal hipótese, utilizou-se a modelagem computacional baseada em agentes para reproduzir dinâmicas características dos mercados financeiros. Os resultados da análise permitiram observar que a variação do percentual da participação da renda variável na composição da renda total dos agentes financeiros, como suposto, pode levar os mercados financeiros a apresentar uma maior incidência de eventos extremos.

Palavras-chave: economia computacional baseada em agentes; eventos extremos; crise financeira

ABSTRACT

The present study aimed to elucidate whether the variable remuneration of executives and financial analysts may lead to the formation of extreme events in the stock markets. The guiding hypothesis is that the increase the share of variable income in total remuneration of financial agents encouraged them to carry out systematic increases in stock prices, which in the extreme could lead to the formation of extreme events, such as economic bubbles. With the intention to earn this hypothesis, we used the agent-based computational modeling to reproduce the dynamic characteristics of financial markets. The results of the analysis allowed the observation that the variation in the percentage of variable income participation in the composition of the total income of financial agents, as supposed, may lead financial markets to have a higher incidence of extreme events

Keywords: agent-based models; extreme events; financial crisis

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1: FUNÇÃO VALOR ASSIMÉTRICA	36
FIGURA 4.1: ÁRVORE DE POSSIBILIDADES DE RESULTADOS PARA O DIFERENCIAL DE UTILIDADES PRIVADAS DETERMINÍSTICAS	55
FIGURA 4.2: VIZINHANÇA DE MOORE DE RAIOS 1	57
FIGURA 4.3: ÁRVORE DE POSSIBILIDADES DE RESULTADOS PARA O DIFERENCIAL DE UTILIDADES SOCIAIS DETERMINÍSTICAS	58
FIGURA 4.5: EVOLUÇÃO DA CURTOSE	69
FIGURA 4.6: ÍNDICE CAUDAL.....	72
FIGURA 4.7: EXPOENTE DE PARETO.....	73

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	19
1.1 OBJETIVOS	21
2 DA MODERNA TEORIA FINANCEIRA ÀS FINANÇAS	
COMPORTAMENTAIS	23
2.1 A MODERNA TEORIA DE FINANÇAS	23
2.2 CRÍTICA A HIPÓTESE DE EFICIÊNCIA DE MERCADO	26
2.2.1 <i>Anomalias do mercado acionário</i>	26
2.2.2 <i>Volatilidade do mercado acionário</i>	29
2.3 TEORIA COMPORTAMENTAL	30
2.3.1 <i>Limites à arbitragem</i>	32
2.3.2 <i>Psicologia</i>	33
3 A ESTRUTURA BÁSICA DE MODELOS DE ESCOLHAS BINÁRIAS	
COM MOTIVAÇÕES SOCIAIS	41
3.1 A ESTRUTURA BÁSICA DE UM MODELO DE ESCOLHA BINÁRIA.....	41
3.1.1 <i>Modelo sem efeito de rede</i>	41
3.1.2 <i>Modelo com efeito de rede</i>	48
3.2 UM MODELO DE ESCOLHA BINÁRIA DE ESTRATÉGIA DE INVESTIMENTO EM	
UM MERCADO ACIONÁRIO COM EFEITO REPUTAÇÃO	52
3.2.1 <i>Especificação da utilidade privada determinística</i>	53
3.2.2 <i>Especificação da utilidade social determinística</i>	55
3.2.3 <i>Motivações idiossincráticas e propensões individuais a</i>	
<i>escolha</i>	59

4 ANÁLISE DO EFEITO REMUNERAÇÃO VARIÁVEL SOBRE A EMERGÊNCIA DE EVENTOS EXTREMOS	63
4.1 FORMAÇÃO DO PREÇO DO ATIVO E CÁLCULO DO RETORNO	63
4.2 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	64
4.3 CALIBRAGEM DO MODELO COMPUTACIONAL	66
4.4 TESTES E RESULTADOS.....	68
5 CONCLUSÃO	75
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	77

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, um dos prováveis fatores que possibilitaram a formação das duas últimas grandes crises financeiras foi o crescente percentual da remuneração variável de analistas e executivos financeiros no pagamento total desses profissionais. As expectativas altistas e as recomendações de compra, mesmo quando o mercado acentuava-se na tendência de baixa dos preços das ações, sinalizavam que esses analistas eram instigados a não emitir recomendações negativas para ações das empresas que tinham negócios com a instituição financeira na qual trabalhavam. Outro possível motivo é atribuído a possíveis conflitos de interesse, no qual analistas recomendavam a compra de ações que possuíam, de forma a poder vendê-las por um preço mais satisfatório (FARHI; CINTRA, 2003).

Uma evidência disso surgiu em abril de 2002, quando um escândalo emergiu com a divulgação de mensagens eletrônicas internas do então banco de investimento *Merrill Lynch*, na qual os analistas referiam-se como “lixo” às ações que tinham sido recomendadas para compra. Esse fato levou a *Securities and Exchange Commission* (SEC) a instalar processo contra o *Merrill Lynch*, o *Crédit Suisse First Boston*, o *Morgan Stanley*, o *Goldman Sachs* e o *Salomon Smith Barney*. Neste processo, as citadas instituições financeiras foram acusadas de manipular os preços das ações durante a formação da bolha especulativa das empresas pontocom, mesmo após o estouro da bolha, para favorecer empresas clientes, fomentar valorização das ações detidas pelas tesourarias, atrair operações de abertura de capital, fusões e/ou aquisições para seus respectivos bancos.

Diante de tais fatos, a SEC instituiu diversas medidas regulamentando a atuação dos analistas financeiros. Entre elas está a obrigatoriedade dos analistas revelarem a relação existente entre as instituições financeiras nas quais trabalham com as companhias de capital aberto por eles avaliadas; imposição de que a remuneração variável desses profissionais não deve ter relação com o volume de negócios gerados para a área de investimento do banco em que atuam; obrigação dos analistas e das instituições a atuarem no mercado de forma similar àquela recomendada aos investidores; e, ainda, a revelação de suas compras e vendas de ações.

Todavia, a recente crise dos títulos *subprime* evidenciou que essas medidas foram insuficientes para evitar que analistas financeiros

tivessem uma atitude de maior cautela ao recomendar as ações. Jim Cramer, um dos analistas financeiros mais influentes dos Estados Unidos, em outubro de 2008, logo após o *Dow Jones* fechar abaixo dos 10000 pontos, sugeriu aos investidores que investissem todo seu dinheiro na compra de ações. Um mês após a recomendação o índice *Dow Jones* beirava os 8000 pontos, uma queda de cerca de 20% em relação à previsão de Cramer (LETHBRIDGE, 2008).

A lógica por trás de se conceder bônus e participações nos lucros reside no fato de se tentar alinhar os interesses dos executivos e dos acionistas com vistas à maximização do lucro e do valor das ações da empresa. No entanto, a principal crítica que ganhou proeminência logo após o estouro da crise do *subprime*, em 2008, quanto a essa forma de remuneração era de que embora em anos bons um percentual dos lucros seria repartido com os profissionais bonificáveis, o que é justificável, em tempos de crise os prejuízos não eram repartidos, os profissionais não ganhavam, mas também não perdiam. Assim, segundo Romano e Bhagat (2009), os pacotes de remuneração variável tornaram-se um incentivo para que os analistas e executivos assumissem posições exageradamente perigosas, criando distorções que contribuíram de forma significativa para a gênese da crise financeira de 2008.

Assim, aparentemente tem-se uma forma de sofisma da composição. O que é bom para os agentes do ponto de vista individual não necessariamente é bom para o conjunto como um todo. De uma perspectiva individual, a remuneração variável cria incentivos positivos para se alcançar metas e objetivos, de tal modo que individualmente torna-se coerente sua utilização. No entanto, o resultado agregado desses incentivos pode levar a um resultado antagônico ao proposto individualmente.

No caso do mercado financeiro brasileiro, segundo um levantamento da agência *Bloomberg*, no início de 2008, às vésperas de uma das maiores crises econômicas mundiais, cerca de 55% dos mais de 7000 relatórios disponíveis no mercado recomendavam a compra de ações de empresas brasileiras, 41% recomendavam manutenção e apenas 3,8% a venda (LETHBRIDGE, 2008).

Considerando as consequências calamitosas das crises especulativas, torna-se evidente a relevância da análise de como a remuneração variável de analistas e executivos financeiros pode levar a formação de eventos extremos nos mercados acionários. No presente trabalho pretende-se estudar este tema de um ponto de vista

predominantemente teórico, tomando como referência modelos de escolha discreta com motivações sociais.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo central do presente trabalho é analisar, sob uma perspectiva teórica, se a política de pagamento baseada em remuneração variável de executivos e analistas financeiros pode induzir a formação de eventos extremos.

Para atingir esse objetivo geral pretende-se alcançar os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar os fundamentos e as críticas feitas à hipótese de mercados eficientes com ênfase na percepção de bolhas financeiras;
2. Desenvolver um modelo computacional baseado em agentes de escolha discreta com motivações sociais para analisar, via simulações computacionais, alguns mecanismos presentes na interação estratégica entre investidores, executivos e analistas financeiros que poderiam levar a formação de eventos extremos sob condições de remuneração baseada em renda variável.
3. Testar, via simulações computacionais, se a elevação da fração de indivíduos que recebem remuneração variável em um mercado acionário simulado tenderia a aumentar a probabilidade de emergência de eventos extremos.

2 DA MODERNA TEORIA FINANCEIRA ÀS FINANÇAS COMPORTAMENTAIS

A primeira parte deste capítulo, objetiva delinear, introdutoriamente, a evolução histórica da moderna teoria financeira, partindo-se da sua concepção até a sua consolidação em *mainstream* econômico.

Em seguida, apesar da aparente robustez teórica, na seção 2.2 esboça-se um resumo das principais críticas inerentes à Hipótese de Mercados Eficientes (HME), alicerce da moderna teoria financeira, expondo-se a ineficiência da mesma em proporcionar elucidações quanto à dinâmica de formação e os determinantes dos preços nos mercados financeiros.

Por fim, na seção 2.3, contrapondo a moderna teoria de finanças, procurar-se apresentar a teoria de finanças comportamentais, que proporciona novas e plausíveis explicações para o surgimento e desenvolvimento de crises financeiras ao opor-se ao paradigma de que os investidores agem de maneira racional e estão livres de cometerem sistemáticos erros cognitivos.

2.1 A MODERNA TEORIA DE FINANÇAS

Desde o surgimento dos primeiros mercados financeiros há uma pretensão de desvendar um método para descrever o comportamento de ativos financeiros, aferir seus riscos e, com base nisso, poder realizar lucros. Um dos primeiros trabalhos que objetivavam definir as características básicas do mercado financeiro e de capitais foi realizado em 1934, por Graham e Dodd (2002), que introduziram a ideia de que o valor das ações depende dos dividendos que serão pagos no futuro. Um ano após, Hicks (1935) formalizou os primeiros conceitos de alocação de recursos entre ativos de risco e ativos monetários. Marschak (1938) introduziu a relação existente entre risco e retorno através da utilização de modelos de precificação de ativos financeiros. No mesmo ano, Williams (1997) aprofundou a definição proposta por Graham e Dodd de que o valor dos ativos financeiros deve estar relacionado aos recebimentos futuros, tais como dividendos, bonificações e juros sobre capital próprio, além de fundamentar teoricamente a ideia de diversificação de investimento.

Entretanto, somente no início da década de 1950, começou a emergir uma verdadeira revolução na área financeira com o surgimento de modelos robustos que tentavam explicar e, principalmente, prever o comportamento dos ativos de capital.

No ano de 1952, o economista norte-americano Harry Markowitz publicou o artigo *Portfolio Selection* no *Journal of Finance*, iniciando a moderna teoria de gestão de investimentos, que revolucionou o pensamento sobre finanças e deu o alicerce para uma geração de trabalhos que influenciou e ainda influencia ampla gama de estudiosos. Em tal trabalho, Markowitz (1952) conseguiu formalizar as ideias subjacentes à teoria financeira com a finalidade de auferir um portfólio otimizado dada a análise conjunta do *trade-off* existente entre os riscos e os retornos esperados envolvidos nos títulos financeiros considerados na análise.

Um ano após a publicação do estudo de Markowitz, atribui-se ao estatístico inglês Maurice Kendall (1953) a hipótese de que nos mercados financeiros o comportamento dos preços segue um processo de passeio (caminho) aleatório¹. Cada série de preços analisada por Kendall assemelhava-se a um processo “errático”, ou seja, as variações diárias de preços pareciam ser independentes dos acontecimentos passados, inexistindo assim movimentos sistemáticos tais como tendências ou ciclos. Desta forma, seria impossível prever o comportamento futuro de uma ação, ou de qualquer outro ativo financeiro, com base no comportamento das cotações passadas.

Seguindo essa linha, em sua tese de doutoramento, o economista norte-americano Eugene Fama (1965) lança as bases da HME, que viria a ser, de acordo com Shleifer (2000, p. 1), a “posição central das finanças”. Pouco tempo mais tarde, Fama (1970, p. 383) consolida a hipótese dos mercados eficientes lançando os três tipos clássicos de eficiência e definindo um mercado eficiente como “um mercado no qual os preços sempre ‘refletem perfeitamente’ as informações disponíveis” (tradução própria).

Desta forma, uma vez que os preços refletiriam perfeitamente todas as informações disponíveis no mercado, tornaria incoerente supor que haja qualquer espaço para que uma tendência consistente de elevação ou diminuição dos preços das ações decorrentes do uso de

¹Todavia, a ideia de Kendall foi proposta inicialmente pelo matemático francês Louis Bachelier, em 1900, em sua tese de doutoramento intitulada *Theorie de La Speculation* (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2008).

informações passadas. Novas informações poderiam afetar apenas momentaneamente o preço do ativo, não sendo possível realizar qualquer tipo de previsão, de tal maneira que as divergências entre os preços vigentes e seu real valor intrínseco seriam puramente aleatórias.

Entretanto, para compreender com precisão a hipótese de eficiência de mercado, torna-se necessário analisar primeiramente a base teórica que alicerça tal hipótese. De acordo com Shleifer (2000), a HME reside em três pilares básicos. A primeira hipótese é que os investidores conseguem precificar qualquer ativo da forma mais racional possível. A segunda premissa está baseada no fato de que se, por algum motivo, alguns investidores se comportarem irracionalmente, seus negócios serão executados de forma aleatória, o que, por conseguinte, faz com que suas negociações cancelem-se mutuamente e, como decorrência, sejam irrelevantes para a explicação da movimentação dos preços. E, por fim, a terceira diz respeito à presença de arbitrádores no mercado que impediriam que qualquer mudança irracional nos preços dos ativos se consolidasse.

Nota-se que, essencialmente, a hipótese de eficiência de mercado está intrinsecamente atrelada à presença da abordagem microeconômica de racionalidade dos agentes, que conforme definição de Barberis e Thaler (2002) significa duas coisas. Primeiro, os agentes atualizam suas expectativas corretamente ao receber novas informações, em conformidade com a lei de Bayes. Segundo, os agentes realizam suas escolhas de acordo com as suas expectativas, que são consistentes com a noção de Utilidade Esperada Subjetiva proposta por Savage².

Contudo, conforme Rubinstein (2000), não há a necessidade de que os agentes sejam totalmente racionais para que o mercado, em si, funcione de forma racional. Sendo que, para Rubinstein (2000, p. 3), racionalidade “significa ‘conhecer a si mesmo’, mas não

²O conceito de utilidade esperada, primeiramente foi desenvolvido pelo matemático suíço Daniel Bernoulli (1954), em um artigo de 1978 denominado *Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis*, como forma de explicar o paradoxo de São Petersburgo. Todavia, somente após o trabalho de Von Neuman e Morgestern, intitulado *Theory of Games and Economic Behavior* (1947) que a utilidade esperada se inseriu formalmente nas finanças. Em 1954, Savage, com o livro *The Foundations of Statistics*, estendeu os axiomas de utilidade esperada de Von Neuman e Morgestern para justificar o uso de probabilidades subjetivas no cálculo de utilidade esperada (BREALEY; MYERS; ALLEN, 2008).

necessariamente conhecer os outros” (tradução própria). Assim, mesmo que os preços não sejam definidos da forma mais racional possível, seria impossível obter ganhos anormais, em conformidade com a Hipótese dos Mercados Eficientes, uma vez que os comportamentos irracionais sistemáticos dos agentes tendem a ser autoanulados, e desta forma, não afetam a formação dos preços de mercado.

Shleifer (2000) apoia essa definição, defendendo que em mercados nos quais há um elevado número de investidores que mantem estratégias de investimento não correlacionadas, as suas negociações tenderam a ser anuladas, o que fará com que os efeitos de eventuais investidores irracionais sejam apagados da formação de preço dos ativos.

2.2 CRÍTICA A HIPÓTESE DE EFICIÊNCIA DE MERCADO

Contudo, determinadas peculiaridades do comportamento dos ativos financeiros começaram a ser detectadas por alguns estudos que objetivavam confirmar a validade ou não da Hipótese dos Mercados Eficientes (HME). Tais peculiaridades, tratadas como anomalias, podem ser entendidas, conforme Shiller (2000), como evidências estatísticas da determinação incorreta dos preços dos ativos pelo mercado. Estas peculiaridades tem demonstrado que a HME é insuficiente para explicar todos os nuances do mercado financeiro. A seguir, apresenta-se uma síntese dos mais difundidos exemplos de anomalias detectados nos comportamentos dos preços de ativos financeiros.

2.2.1 Anomalias do mercado acionário

Efeito dia-da-semana

Um dos primeiros trabalhos a encontrar anomalias no comportamento dos preços dos ativos foi realizado por Cross (1973), no qual utilizando *Standard & Poor's Composite* para o período de janeiro de 1953 a dezembro de 1970, o citado autor mostrou que havia um padrão sistemático de elevação do índice nas sextas-feiras e de declínio nas segundas-feiras.

French (1980), utilizando os retornos diários do *Standard and Poor's* de 1953 até 1977, testou dois modelos de processos de geração de retornos de ações, e em ambos encontrou evidências de que os retornos nas segundas-feiras apresentavam sistematicamente valores

negativos, enquanto os outros dias da semana apresentavam valores positivos.

Corroborando os resultados anteriores, Gibbons e Hess (1981) indicaram que ações individuais metodicamente apresentam retornos negativos nas segundas-feiras. Ademais, também encontraram evidências de que esse efeito exerce influência sobre os retornos da *Treasury Bills* do governo norte-americano, apresentando nas segundas-feiras, em média, retornos menores que nos demais dias da semana.

Lakonishok e Levi (1982) sugerem que o possível motivo para o efeito dia-da-semana deve-se ao fato de, naquela época, existir uma diferença de tempo entre a compra e a compensação do pagamento de uma ação nas sextas-feiras e nos demais dias da semana. Tal explicação, conforme os referidos autores, legitimaria a HME, uma vez que o sistemático declínio de valor nas sextas-feiras não afetaria o valor esperado da ação. Outra explicação plausível, sugerida por Copeland e Weston (2004), estaria ligada ao fato das empresas esperarem o fechamento do pregão de sexta-feira para anunciar más notícias.

Estendendo a análise do efeito dia da semana para os mercados internacionais, Jaffe e Westerfield (1985) depararam-se com ocorrências de menores retornos no início da semana nos mercados acionários do Canadá, Reino Unido, Austrália e Japão. Costa Jr. (1990), utilizando dados de retorno diários do IBOVESPA de março de 1986 até março de 1989, demonstrou que esse efeito também é significativo no mercado acionário brasileiro.

Efeito mês-do-ano

Após o estudo de Cross, vários outros estudos passaram a detectar a presença de tendências no comportamento dos preços das ações. Wachtel (1942) observou a existência de uma tendência de valorização do índice *Dow-Jones Industrial Average*, entre dezembro e janeiro de 1927 a 1942. Contudo, foram Rozeff e Kinney Jr. (1976) que primeiro demonstraram estatisticamente a existência de uma tendência de maior retorno médio em janeiro em comparação aos demais meses do ano utilizando-se uma combinação de vários índices de ações negociadas no *New York Stock Exchange* de 1904 a 1974. Para os autores, uma plausível explicação desse fenômeno estaria ligada à ocorrência do efeito *tax-loss-selling*. Este efeito, conforme destaca Costa Jr (1990), pode ser entendido como a tendência dos investidores a venderem em dezembro as ações que proporcionaram retornos negativos durante o ano com o intuito de abatimento no imposto de renda. Desta

forma, assim que essa pressão de venda cessa, o mercado tende a voltar ao equilíbrio e, portanto, as ações que caíram obtêm um retorno acima da média no período seguinte.

Gultekin e Gultekin (1982) apontaram que há fortes evidências do efeito mês-do-ano, ou efeito janeiro, próximo à virada do ano fiscal para a maioria dos países industrializados nos quais existe tributação sobre ganhos de capitais, o que corrobora a hipótese de existência do efeito *tax-loss-selling*. Todavia em países onde não há taxas sobre os ganhos de capital também há evidências de sazonalidade e médias elevadas de retorno em alguns meses do ano, entretanto estas datas não coincidem com o início do ano fiscal.

Segundo Ritter (1988) o efeito mês-do-ano está relacionado ao fato das *small stocks* proporcionarem maiores retornos durante o período que se inicia no último dia de transações em dezembro até o final de janeiro, com os retornos sendo progressivamente menores na medida em que o fim do mês se aproxima. Para o autor, tal fato pode ser elucidado pela hipótese de *parking-the-proceeds*. Tal hipótese está relacionada com o efeito *tax-loss-selling*, embora não se presume que os altos retornos obtidos por *small firms* sejam oriundos exclusivamente da passagem da pressão de venda motivada por questões fiscais. Segundo a hipótese *parking-the-proceeds*, o efeito janeiro é oriundo do comportamento dos investidores individuais que realizam prejuízos no final do ano para efeitos fiscais, como elucida a hipótese de *tax-loss-selling*. Todavia esses investidores, tipicamente, só voltam a investir em janeiro em *small stocks*, o que pressiona positivamente as cotações.

Contrariando a hipótese *detax-loss-selling*, Haug e Hirschey (2006) sugerem a existência do efeito-janeiro em diversos países em que não há coincidência entre o ano civil e o fiscal. Ademais, para os autores, não há indícios de que o efeito janeiro, nos Estados Unidos, foi influenciado pela reforma fiscal, promovida em 1986, a qual estabelece que o ano fiscal dos fundos norte-americano se encerre em 31 de outubro de cada ano.

Efeito Preço/lucro

Basu (1977) e Reinganum (1981) encontraram tendência de maiores retornos em uma base ajustada ao risco, ao investir em empresas com relação preço/lucro baixo, comparados aos retornos previstos pelo modelo CAPM. Tais achados contrariam a crença de que as informações disponíveis no mercado são instantaneamente absorvidas pelos investidores e rapidamente precificadas. Cook e Rozeff (1984)

reiteram os resultados encontrados nos dois artigos supracitados, além de corroborar com a hipótese de existência do efeito janeiro.

Segundo Ball (1978), os retornos anormais auferidos pós-divulgação de resultados podem ser atribuídos a um viés na estimação dos parâmetros de precificação dos ativos e não a uma ineficiência no modelo de precificação dos preços. Todavia, Watts (1978) encontrou retornos anormais estatisticamente significantes mesmo após a utilização das sugestões de Ball para reduzir o viés na estimação dos parâmetros do modelo de precificação de ativos.

Efeito Tamanho

Roll (1981) e Reinganum (1981) identificaram que empresas com pequeno valor de mercado tendiam a ser sistematicamente subavaliadas pelo modelo CAPM possibilitando a obtenção de retornos anormais.

Jegadeesh (1992) refutou a hipótese de que o aparecimento do Efeito Tamanho estivesse ligado a erros na metodologia de cálculo do beta do CAPM, apontando que este efeito está, provavelmente, mais ligado a fatores de risco externos ao mercado.

Efeito Nível de Endividamento

Ampliando a compilação de anomalias conhecidas, Bhandari (1988) encontrou uma relação positiva entre o valor esperado das ações e a razão dívida/patrimônio. Tal efeito, segundo o autor, não é sensível à escolha da *proxy* de mercado ou à metodologia utilizada para o cálculo do beta, nem desaparece ao excluir janeiro das estimativas, de modo que os investidores exigiriam maiores retornos de empresas com alto grau de endividamento comparado aos seus pares no setor, de forma que é possível obter sistemáticos retornos anormais ao investir em empresas com elevados níveis de endividamento. Dessa forma, tal retorno anormal obtido das ações com elevada relação dívida/patrimônio não é susceptível a ser considerado apenas um “prêmio de risco” e sim um parâmetro na determinação do valor esperado das ações.

2.2.2 Volatilidade do mercado acionário

No entanto, um artigo publicado no *Journal of Finance* em junho de 1992 pode ser considerado o mais impactante com relação às críticas à HME. Nesse artigo, Fama e French (1992) mostraram que a predição central do modelo CAPM, no qual o retorno médio das ações está positivamente relacionado ao beta de mercado, padece de falta de evidências pelos testes realizados. Aparentemente, os retornos estão

mais atrelados às variáveis de mercado, tais como nível de endividamento, valor de mercado das firmas, lucro por ação/preço, entre outros. Uma vez que Fama sempre foi um grande defensor das finanças modernas, o impacto do artigo no meio acadêmico foi colossal, a ponto que, segundo Haugen (2009), com a maior margem da história o artigo foi eleito o melhor do ano no *Journal of Finance*, e segundo Chan e Lakonishok (1993, p. 01) tal artigo pode ser “interpretado como o prego final do caixão” (tradução própria) do CAPM e, por decorrência, da HME.

Porém, conforme propõe Shiller (2003), a evidência mais impactante que refuta a HME está mais vinculada à elevada volatilidade que caracterizou o mercado acionário nos anos 1980 do que às várias anomalias encontradas. Segundo tal autor, para alguns observadores o excesso de volatilidade oriundo das mudanças nas cotações dos ativos são totalmente desconexas de uma razão fundamental, parecendo estar mais relacionadas com “manchas solares, espíritos animais ou apenas pela psicologia das massas” (SHILLER, 2003, p. 84, tradução própria).

Tais limitações empíricas da HME abriram espaço para o fortalecimento de uma corrente teórica antagônica ao pressuposto basilar de tal hipótese – a racionalidade.

A HME é questionada basicamente na essência de sua fundamentação, ou seja, na aptidão do cérebro humano de processar perfeitamente todas as informações disponíveis. Nesse sentido, haveria vieses cognitivos que disseminariam imperfeições ao mercado e, como consequência, tornaria as previsões da Moderna Teoria Financeira incapazes de descrever os reais eventos do mercado financeiro.

2.3 TEORIA COMPORTAMENTAL

Em um artigo revisado do seu discurso ao receber o Prêmio Nobel de Economia em 2001, Akerlof (2002) credita à *Teoria Geral* de Keynes, datada de 1936, como a obra pioneira das finanças comportamentais modernas. A metáfora de Keynes de que os mercados financeiros são similares às competições em que se tem que escolher o mais belo rosto entre centenas de fotografias, sendo o vencedor aquele que mais se aproximar das preferências média da maioria como um todo, relata com precisão a razão da ampla volatilidade e sensibilidade

do mercado financeiro às notícias³. Consequentemente, segundo Akerlof (2002, p. 424), “essa visão de mercado financeiro contrasta com o modelo de mercado eficiente no qual os preços das ações refletem o valor presente dos retornos futuros ajustados ao risco” (tradução própria).

Entretanto, nas décadas posteriores ao trabalho de Keynes, prevaleceu no *mainstream* a HME e sua proposição de racionalidade dos agentes que defendia, como já salientado, que mesmo em meio a uma enormidade de fatos, notícias e incertezas os agentes conseguiriam tomar a decisão da forma mais racional possível. Porém, vários experimentos e evidências empíricas expuseram a incapacidade da HME em prover explicações para os diversos fenômenos regularmente observados nos mercados financeiros.

A principal falha existente nos modelos de racionalidade plena é que o cérebro humano que está por trás dessa teoria simplesmente não existe, conforme destacam Barberis e Thaler (2002). Para estes autores, desvios em relação ao comportamento racional são intrínsecos à natureza humana e tem que ser incorporados na análise econômica, pois não só os agentes estão sujeitos a cometer erros sistemáticos de avaliação, como também as distorções geradas desses erros têm importantes e permanentes implicações econômicas.

Até meados da década de 1960, segundo Bernstein (2007), nenhum estudioso conseguiu elaborar uma teoria que explicasse, a contento, os fenômenos relegados pela HME. Todavia, nessa época, Daniel Kahneman, laureado com o Prêmio Nobel de Economia em 2002, e Amos Tversky⁴, começaram a elaborar uma concepção distinta da visão de racionalidade dos agentes para explicar como os investidores

³A lógica por trás da metáfora de Keynes sobre os concursos de beleza (*The Beauty Contest*) reside no fato de que nesses concursos o rosto da vencedora não necessariamente será o mais belo, mas sim a que, provavelmente, satisfará o gosto da maioria. Desta forma, num concurso desses, a estratégia mais eficaz seria tentar adivinhar qual moça será a escolhida como a mais bonita pelos seus oponentes, e não em julgar qual moça é mais bonita em sua opinião. De acordo com Keynes, essa mesma lógica se aplica aos mercados financeiros. Uma ação que mais se valoriza não necessariamente é a melhor nas análises individuais, mas sim é aquela na qual os investidores creem como sendo a de maior valor para os demais agentes.

⁴Faleceu em 1996, antes de ser laureado com o Nobel.

agem sob a presença de incerteza, que coloca no cerne da questão o comportamento humano.

Ao mesmo tempo em que mais anomalias e críticas surgiam para refutar a HME, mais se desenvolvia essa nova concepção, denominada Teoria Comportamental, na tentativa de esclarecer como indivíduos se comportam perante situações de incerteza. Segundo Shiller (2003), a partir da década de 1990 o foco das discussões acadêmicas passou da análise econométrica dos preços, dividendos e lucros para o debate de como os preços dos ativos são influenciados pela psicologia humana.

De acordo com Barberis e Thaler (2002), Shleifer (2000) e Shleifer e Summers (1990), os argumentos em prol das finanças comportamentais podem ser subdivididas em dois aspectos principais: nos limites à arbitragem e na psicologia. Os limites à arbitragem baseiam-se, sinteticamente, nas dificuldades de que os investidores racionais incorrem em desfazer as distorções nos preços dos ativos ocasionadas pelas ações dos investidores irracionais, enquanto que a psicologia examina, em profundidade, os desvios cognitivos dos agentes que os impedem de agir de forma racional.

2.3.1 Limites à arbitragem

Segundo Barberis e Thaler (2002), no paradigma tradicional, no qual os agentes são tidos como racionais e não há presença de fricções que possam causar qualquer tipo ineficiências no mercado, o preço de um ativo deverá ser igual ao seu respectivo valor fundamental, o qual será dado pela soma dos fluxos de caixa futuros corretamente projetados e descontados por uma determinada taxa.

No entanto, mesmo que todos os agentes não sejam totalmente racionais e, porventura, causem uma momentânea ruptura entre o preço de uma ação e seu valor fundamental, alguns economistas defendem que a HME poderá prevalecer. Esta defesa baseia-se no argumento de que a referida ruptura criaria uma oportunidade de lucro que seria imediatamente aproveitada por agentes racionais, o que acabaria exterminando o desvio do preço e o faria voltar ao seu valor fundamental. Em síntese, mesmo com a presença de investidores irracionais, a HME continuaria válida devido a duas pressuposições. A primeira, é que diferenças entre o valor efetivo de um ativo e seu valor fundamental geram oportunidades lucrativas de investimento. A segunda, que investidores racionais imediatamente aproveitam essas oportunidades, corrigindo a má precificação ocorrida.

De acordo com Barberis e Thaler (2002), a teoria comportamental não se opõe a segunda pressuposição, de que investidores racionais aproveitam as oportunidades de arbitragem corrigindo a má precificação. Contudo, contrapõem-se a primeira premissa, de que diferenças entre o valor efetivo de um ativo e seu valor fundamental geram oportunidades lucrativas de investimento, uma vez que essa desconsidera o fato de que embutido nessas oportunidades de lucro há tanto riscos envolvidos quanto custos. E como resultado, a má precificação do ativo poderá perdurar por períodos relativamente longos de tempo.

Investidores racionais, geralmente, são vistos como arbitradores pela teoria tradicional, contudo, a rigor, uma operação de arbitragem, segundo definição de Shleifer e Vishny (1990), é tida como a compra e venda simultânea de um ativo por um preço vantajoso em dois mercados diferentes. Sendo que, teoricamente, uma operação de arbitragem necessita que não haja qualquer risco envolvido e que também não haja custos envolvidos na operação, o que evidentemente não ocorre na realidade.

Corroborando tal conclusão, Grossman e Stigilz (1980) demonstram que, devido à presença de custos, na prática de arbitragem haveria um *trade-off* que seria capaz de tornar permanente desequilíbrios nos preços dos ativos. Tal *trade-off* estaria ligado ao fato de que os custos para a obtenção de informações anulariam o lucro de arbitragem que os indivíduos informados (arbitradores) ganhariam ao utilizar essas informações, o que resultaria que os preços não necessariamente refletiriam todas as informações disponíveis.

Dessa forma, para os defensores da hipótese de limites à arbitragem, o descolamento da cotação de um ativo do seu valor fundamental não gera, necessariamente, uma oportunidade de lucro para os arbitradores e, portanto, torna-se provável que esse deslocamento perdure por um período de tempo não desprezível.

2.3.2 Psicologia

A teoria de limite à arbitragem busca fornecer respostas de como as cotações dos ativos financeiros podem afastar-se dos seus respectivos valores fundamentais por longos períodos. Por outro lado, as pesquisas comportamentais ligadas à psicologia dos agentes tentam elucidar como os vieses e limitações cognitivas, que são sistematicamente observados nos indivíduos quando estes formam suas crenças e preferências, podem influenciar a formação dos preços dos ativos. O estudo da psicologia dos

agentes apresenta-se como uma ferramenta para a avaliação da forma pela qual os agentes efetuam suas escolhas em ambientes envoltos de incerteza.

Em 1974, Tversky e Kahneman demonstraram que o cérebro humano tende a valer-se de algumas regras heurísticas (atalhos mentais) para simplificar o trabalho de avaliar probabilidades e prever valores para operações de decisão. No entanto, tais princípios heurísticos podem induzir os indivíduos a cometerem vieses de avaliação que, conseqüentemente, os induzem a tomar decisões que podem ser consideradas “irracionais”.

Validando tal conclusão, Shiller (2003) aponta uma das regras heurísticas especificadas por Tversky e Kahneman (1974), a da representatividade, como uma das plausíveis explicações para o surgimento de bolhas especulativas nos mercados financeiros. A lógica que embasa tal regra é encontrada no fato de que os agentes se apegam em demasia a fatos e características ao tomarem decisões em detrimento das probabilidades de que esses fatos realmente ocorram. Quando solicitados a adivinhar, dentre as possíveis alternativas, a profissão de um indivíduo qualquer, as pessoas tendem a escolher a profissão que melhor se encaixa com a descrição das características e interesses desse indivíduo sem levar em consideração a raridade da ocupação.

Utilizando-se da mesma lógica, através dos chamados modelos de *feedback*, investidores poderiam alimentar uma persistente elevação nos preços dos ativos ao observar os ganhos auferidos num passado recente, elevar as suas expectativas de lucro em detrimento das probabilidades de que novos aumentos de preços se concretizem de fato, de forma que esse excesso de entusiasmo sustentaria um processo cumulativo de novos aumentos de preços. De forma análoga, o mesmo princípio poderia ser estendido à formação de bolhas negativas, o pessimismo geral se alastraria até um ponto em que os preços cheguem a um nível insustentavelmente baixo e totalmente desconexo dos fatores fundamentais subjacentes.

Em 1979, Kahneman e Tversky aprofundaram a ideia de que, em ambientes envolvendo incerteza, as escolhas estão sujeitas a efeitos e vieses psicológicos que podem torná-las completamente inconsistentes daquelas prognosticadas pelos axiomas que dão sustentação à HME.

Kahneman e Tversky (1979) demonstraram que os indivíduos tendem a subestimar resultados que são apenas prováveis em comparação com resultados que são obtidos com certeza, ao se deparar

com escolhas envolvendo incertezas. Tal efeito, denominado efeito certeza, está por trás da tendência dos indivíduos apresentarem aversão ao risco nas situações que envolvem ganhos e, ao contrário, propensão ao risco quando os resultados envolvem potenciais perdas. Ademais, outro efeito exposto acerca do comportamento dos agentes perante o risco, designado de efeito isolamento, é a tendência de realizar decisões inconsistentes para alternativas que se diferenciam apenas na forma apresentada, mas que mantêm o mesmo resultado líquido esperado (*framing effect*).

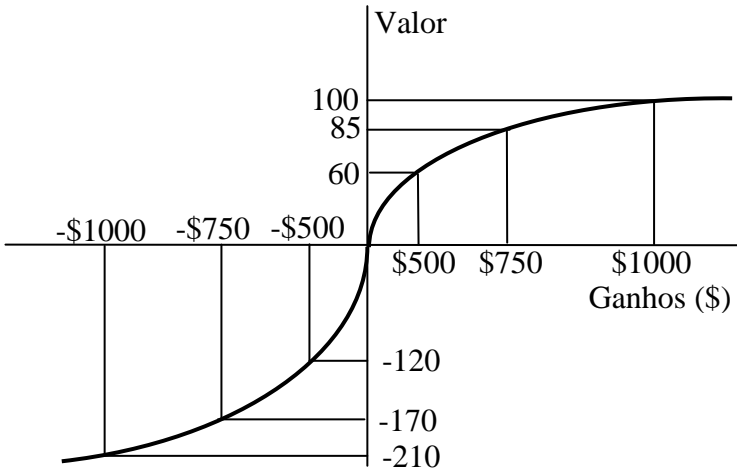
Diante de tais efeitos, Kahneman e Tversky (1979) desenvolveram uma nova metodologia que visa auferir com mais exatidão a forma como são realizadas as escolhas em situações envolvendo riscos, denominada *Teoria do Prospecto*. Segundo tal teoria, o processo de seleção das alternativas de escolha pode ser dividido em duas fases: uma primeira, de edição dos prospectos e avaliação do valor subjetivo associado a cada ganho ou perda resultante de suas possíveis escolhas; e uma fase posterior de avaliação da probabilidade de ocorrência dos prospectos gerados na etapa anterior.

A fase de edição visa organizar e reformular as alternativas com o intuito de simplificar a posterior avaliação e escolha. Para os autores, muitas das anomalias observadas nos mercados financeiros são resultantes da forma como os indivíduos editam os prospectos, uma vez que as ordens de preferência entre os prospectos variam de indivíduo para indivíduo dependendo do contexto nas quais aparecem.

Em seguida, em substituição da função utilidade concebida por Von Neumann e Morgenstern (1944), na qual os indivíduos são avessos a perdas e a utilidade resultante depende da variação absoluta da riqueza, Kahneman e Tversky (1979) desenvolvem a chamada *função valor*, em que cada decisão tende a ser avaliada de forma independente e o que se torna relevante para o processo de escolha e realmente influencia não é o valor esperado de uma escolha, mas sim a reação assintótica entre os potenciais ganhos e perdas medidas a partir de um valor referencial.

Dessa forma, a teoria do prospecto sustenta que o resultado de uma escolha será avaliado em função de como o agente pondera a dor de perder ou o prazer de ganhar relativamente a um ponto de referência. Nessa teoria as escolhas serão regidas por uma função assimétrica em forma de S, tal qual como ilustrado na Figura 2.1.

Figura 2.1: Função valor assimétrica



Fonte: Adaptado de Kahneman e Tversky (1979)

Considerando a ilustração na Figura 2.1 da função valor assimétrica, podem-se listar as seguintes propriedades:

1. Estritamente côncava no domínio dos ganhos, o que significa aversão ao risco por parte dos agentes;
2. Estritamente convexa no domínio das perdas, significando uma atratividade (inclinação) ao risco;
3. Descontinuidade no ponto de referência (na origem), sendo mais íngreme à esquerda da origem, o que leva à conclusão de que as perdas são mais valorizadas que os ganhos.

Seguindo a etapa de edição, a utilidade esperada da escolha será dada pelo resultado obtido pela função valor ponderado pela chance que esse resultado realmente ocorra. No entanto, essas ponderações, conforme definição de Kahneman e Tversky (1979, p. 280) “não são probabilidades: elas não obedecem aos axiomas de probabilidade e não devem ser interpretadas como medidas de grau ou crença” (tradução própria).

Dessa forma, os autores desenvolveram uma nova função comportamental, denominada *função de ponderação de probabilidades*, que expõe a maneira como os indivíduos aferem mentalmente as chances de ocorrência de um evento. A característica basilar desta função é derivada da tendência humana em superdimensionar eventos pouco prováveis e subavaliar eventos muito prováveis.

Após esse estudo, vários outros experimentos buscando estudar como os indivíduos agem na presença de incertezas se seguiram. Um dos experimentos mais célebres foi realizado por Ellsberg (1961). Tal experimento consiste em duas urnas escuras, cujo interior é impossível ver. Cada participante sabe que a primeira urna contém 50 bolas azuis e 50 vermelhas, no entanto, sabem apenas que a segunda urna contém 100 bolas, sendo a proporção existente entre bolas vermelhas e azuis desconhecida.

O jogo consiste em escolher uma das duas urnas e com uma única tentativa tentar pegar uma bola azul. Nos experimentos realizados por Ellsberg (1961), a maioria das pessoas escolheu a urna número 1, onde a proporção entre as bolas é sabida e, conseqüentemente, pode-se calcular a probabilidade de ganho. Todavia, em um jogo imediatamente seguinte, no qual se mudou a cor da bola vencedora de azul para vermelha, esperava-se, pelos axiomas que sustentam a HME, que os indivíduos mudassem de urna e escolhesse a urna número 2, que tornaria sua atual escolha coerente com a escolha passada. Entretanto, os experimentos mostraram que as pessoas continuavam a escolher a urna número 1, o que sugere que preferem risco mensurável à incerteza imensurável.

Como forma de evidenciar a relevância desses traços psicológicos nas atitudes dos agentes econômicos, Olsen (1998) relata evidências que foram identificadas nos mercados financeiros, as quais sugerem que não há racionalidade plena nos indivíduos:

- Formação caótica dos preços;
- Volatilidade excessiva e bolhas especulativas nos preços dos ativos;
- Subestimação do risco de perda;
- Sobre-reação/subreação nos preços quando surgem novas informações;
- Falhas na diversificação das carteiras individuais;
- Efeito manada dos investidores.

Em relação à última evidência acima, a síntese desse efeito faz alusão ao comportamento de várias espécies de animais que vivem em

bandos. Em geral, o comportamento relevante nesses grupos de animais não é daquele que representa o comportamento médio do bando, ou mesmo o animal dominante, mas sim daquele mais “medroso” e que, desta forma, dá o primeiro sinal de perigo para o bando, que imediatamente o segue.

Economicamente, segundo Scharfstein e Stein (1990), o efeito manada pode ser entendido como o comportamento que ocorre sempre que um agente financeiro subestima suas informações pessoais em detrimento a seguir as ações de outros investidores. De outra forma, Bikhchandani e Sharma (2001) definem efeito manada como o movimento correlacionado de investidores ao executarem uma determinada ação.

De acordo com Lux (1995), o efeito manada estaria associado basicamente a três motivos microeconômicos. O primeiro é vê-los simplesmente como indivíduos que agem irracionalmente. O segundo como uma tentativa de extrair informações sobre o que os outros investidores fazem. Essa atitude viria da percepção de que os outros agentes teriam melhores informações ou seriam mais talentosos e, conseqüentemente, seguir suas ações seria uma atitude mais inteligente. Por fim, o terceiro motivo estaria ligado a questão de renome, investidores racionais tenderiam a seguir a multidão pelo simples fato de que, caso estejam errados em suas expectativas acerca do futuro, podem compartilhar o fracasso com os outros agentes, minimizando os danos a sua reputação.

Corroborando a ideia de efeito manada, Welch (2000) e Graham (1999), utilizando-se de boletins de informações divulgados por analistas financeiros norte-americanos, encontraram evidências que sugerem a existência de efeito manada nas recomendações de compra e venda de ativos.

Lakonishok, Shleifer e Vishny (1992), ao analisarem as operações financeiras de 769 grandes fundos institucionais americanos, especialmente fundos de pensão, mostraram que comportamentos de manada de tais agentes, ao comprar ou vender um determinado ativo simultaneamente, pode elevar de forma significativa a volatilidade dos ativos no longo prazo ao causar processos desestabilizadores nos preços de tais ativos, afastando-os de seus respectivos valores fundamentais.

Mais recentemente, Venezia, Nashikkar e Shapira (2009), utilizando-se de quatro anos de transações diárias de investidores amadores e profissionais, encontraram evidências de efeito manada nas

operações de ambos investidores. Sendo mais significativas entre investidores amadores e menos intensas entre grandes fundos institucionais. De acordo com os autores, tal fato pode ser explicado pelo acesso assimétrico às informações relevantes. Quanto menor for o agente financeiro, em menor grau será o acesso à informação e mais propenso a apresentar comportamento de manada ele estará.

3 A ESTRUTURA BÁSICA DE MODELOS DE ESCOLHAS BINÁRIAS COM MOTIVAÇÕES SOCIAIS

O presente capítulo pretende fornecer uma visão geral mínima da estrutura analítica sobre a qual se fundamenta o modelo computacional baseado em agentes proposto no próximo capítulo. Portanto, a exposição que segue não tem a menor pretensão de originalidade, servindo apenas para organizar de maneira mais autossuficiente possível os conceitos e resultados analíticos que serão utilizados no próximo capítulo. Ao longo da exposição, referências bibliográficas para aprofundamento de vários tópicos serão fornecidas.

Inicialmente, na seção 3.1, apresenta-se a estrutura básica de um modelo de escolha discreta, mais precisamente com campo de escolha binário. Além disso, revisa-se os fundamentos que sustentam a hipótese, a ser utilizada no capítulo 4, de que o componente aleatório do modelo de escolha binária apresenta uma distribuição logística. Em seguida, na seção 3.2, mostra-se como a literatura econômica, inspirada na Mecânica Estatística, incorporou à estrutura básica do modelo de escolha binária um componente de interação social de caráter local, capaz de captar explicitamente certas externalidades de redes sobre os processos de tomada de decisões dos agentes. *O modelo de escolha binária com interação social* será o modelo de referência utilizado na construção do modelo computacional baseado em agentes desenvolvido no próximo capítulo para avaliar a influência da remuneração variável sobre a emergência de eventos extremos em um mercado artificial com agentes sujeitos à influências sociais locais.

3.1 A ESTRUTURA BÁSICA DE UM MODELO DE ESCOLHA BINÁRIA

3.1.1. Modelo sem efeito de rede

Considere-se um indivíduo i que deve escolher uma entre duas alternativas mutuamente excludentes, denotadas por -1 e 1 . Seja $w_i \in \{-1, 1\}$ a escolha do indivíduo i em um dado momento, que pode representar, por exemplo, a escolha de um consumidor entre dois bens substitutos próximos A ($w_i = -1$) e B ($w_i = 1$); a escolha de uma firma entre adotar ($w_i = 1$) ou não ($w_i = -1$) uma nova tecnologia; ou mesmo a escolha de um investidor decidindo se deve comprar ($w_i = 1$) ou vender ($w_i = -1$) um ativo financeiro em determinado momento.

Seja $V_i: \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ a função utilidade que representa as preferências do indivíduo i sobre o campo de escolha $\{-1, 1\}$. Esta função, naturalmente, depende de *motivações observáveis* da alternativa w_i , que podem ser atributos observáveis da alternativa em si, bem como do tomador de decisão (TRAIN, 2003). No exemplo do investidor, um atributo observável das alternativas seria a taxa de retorno observada do ativo, enquanto o atributo observável do agente poderia ser o seu nível de riqueza. Todavia, além das motivações identificáveis, há *motivações não observáveis idiossincráticas* que influenciam a escolha do indivíduo i da alternativa w_i , que tornam o seu comportamento de escolha um fenômeno probabilístico.

Considerando o caráter probabilístico do processo de escolha, a literatura de *modelos de escolhas discretas*, conforme exposto em Train (2003), decompõe a função utilidade V_i da seguinte maneira:

$$V_i(w_i) = u(w_i) + \varphi_i(w_i), \quad (3.1)$$

na qual o termo $u(w_i)$ representa a parcela determinística comum da função utilidade do indivíduo i , enquanto que o termo $\varphi_i(w_i)$ representa a parcela aleatória da referida função. O termo $u(w_i)$ é, tipicamente, uma função determinística de atributos observáveis da alternativa w_i , enquanto o termo $\varphi_i(w_i)$ é tomado como uma variável aleatória, que representa todos os demais efeitos não incluídos no termo $u(w_i)$.

Voltando-se ao exemplo do investidor que se depara com a escolha entre comprar ou vender um determinado ativo financeiro, o componente $u(w_i)$, como já dito, poderia ser uma função de apenas um atributo observado das alternativas, a saber, a taxa de retorno do ativo resultante da compra ou venda desse ativo, enquanto a parcela aleatória $\varphi_i(w_i)$ captaria os demais aspectos não observáveis e idiossincráticos que afetariam a utilidade do investidor, incluindo as valorações subjetivas que o indivíduo associaria às estratégias de compra e venda do ativo.

Cabe salientar que, normalmente, a função $u(w_i)$ está relacionada apenas com a escolha w_i em si, uma vez que tal função busca representar os incentivos observáveis deixando de lado as diferenças subjetivas dos agentes. Em outros termos, é de praxe supor que a função $u(w_i)$ é “comum” a todos os agentes que se defrontam com o mesmo campo de escolha e se encontram inseridos em um mesmo ambiente social, o que torna desnecessária a presença do subscrito i na referida função. Por sua vez, a parcela $\varphi_i(w_i)$, por representar as características

idiossincráticas do agente em relação à escolha w_i , é a parcela responsável pela introdução da heterogeneidade na população de agentes, atribuindo uma natureza estocástica ao processo de escolha.

O indivíduo i , considerado um maximizador de utilidade, escolherá a opção w_i se $V_i(w_i) > V_i(-w_i)$. Considerando-se (3.1), a desigualdade anterior pode ser restabelecida como:

$$u(w_i) + \varphi_i(w_i) > u(-w_i) + \varphi_i(-w_i), \quad (3.2)$$

Em outros termos, o indivíduo i optará pela alternativa w_i se o benefício líquido observado de escolher esta opção, dado por $u(w_i) - u(-w_i)$, superar o benefício líquido não observado que o indivíduo associa à escolha alternativa $-w_i$, dado por $\varepsilon_i \equiv \varphi(-w_i) - \varphi(w_i)$.

Retornando ao exemplo do investidor, pode-se ilustrar o significado de (3.2) considerando-se um investidor i que tenha optado por comprar um ativo ($w_i = 1$), muito embora os incentivos observáveis fossem tais que $u(-1) > u(1)$, de maneira que aparentemente a venda do ativo ($w_i = -1$) constituísse a escolha mais coerente em termos de motivações observáveis. Como a escolha observada foi comprar o ativo, pode-se inferir que $V_i(1) > V_i(-1)$, ou seja, $u(1) + \varphi_i(1) > u(-1) + \varphi_i(-1)$, tal que $\varphi_i(-1) - \varphi_i(1) < u(1) - u(-1) < 0$. Em outros termos, observou-se que o investidor escolheu comprar o ativo porque, embora a recompensa observada da opção vender fosse maior do que comprar o ativo, havia para este indivíduo motivações latentes ou idiossincráticas tais que o diferencial não observado a favor da escolha comprar quando comparada à opção vender, $\varphi_i(-1) - \varphi_i(1)$, não foi compensado pelo diferencial de incentivos observados, $u(1) - u(-1)$, em suma, $|\varphi_i(-1) - \varphi_i(1)| > |u(1) - u(-1)|$.

Seja $I[\cdot]$ uma função indicadora, que toma o valor 1 se $\varepsilon_i(w_i) \equiv \varphi_i(-w_i) - \varphi_i(w_i) < u(w_i) - u(-w_i)$ e zero caso contrário. Logo, a probabilidade de que o indivíduo i escolha a opção $w_i \in \{-1, 1\}$ pode ser estabelecida como o valor esperado desta função indicadora, a saber:

$$Prob_i(w_i) = \int_{-\infty}^{\infty} I[\varepsilon_i < u(w_i) - u(-w_i)] f(\varepsilon_i) d\varepsilon_i, \quad (3.3)$$

sendo $f(\varepsilon_i)$ a função densidade de probabilidade da variável aleatória ε_i . Em outros termos, a probabilidade com que o indivíduo i escolhe a opção w_i nada mais é do que a função de distribuição acumulada da variável aleatória ε_i :

$$Prob_i(w_i) = \int_{-\infty}^{u(w_i) - u(-w_i)} f(\varepsilon_i) d\varepsilon_i. \quad (3.4)$$

Como destaca Freitas (2003), a probabilidade (3.4) não estabelece qual será de fato a decisão tomada em uma dada

circunstância, mas apenas a *propensão à escolha* do indivíduo *ida* alternativa $w_i \in \{-1, 1\}$ nesta circunstância. Assim, embora do ponto de vista do observador não seja possível conhecer todas as motivações idiossincráticas dos agentes e, portanto, não seja possível afirmar *a priori* qual será a escolha de um determinado agente, torna-se possível afirmar que a propensão à escolha da alternativa w_i será tanto maior quanto maior for o diferencial de incentivos observados $u(w_i) - u(-w_i)$. Em outros termos, as motivações idiossincráticas tendem a se tornar cada vez menos importantes quanto maior for o diferencial de incentivos observados, pois a probabilidade (3.4) é uma função não decrescente com respeito ao diferencial $u(w_i) - u(-w_i)$.

Ademais, como destaca Train (2003), a propensão à escolha de w_i pelo i -ésimo agente, dada em (3.4), não depende dos valores absolutos das utilidades associados a cada alternativa, o que importa são as diferenças de utilidades entre as alternativas. Em outras palavras, qualquer transformação monotônica estritamente crescente da função utilidade (3.1) não altera as desigualdades em (3.2) e (3.3) e, portanto, não altera a probabilidade (3.4).

A intuição por trás da distribuição de probabilidades da variável aleatória ε_i pode ser dada de um ponto de vista objetivo ou subjetivo (TRAIN, 2003). Considere-se uma população formada por agentes que se defrontam com o mesmo campo de escolha binária e com o mesmo diferencial de utilidade entre as alternativas, porém heterogêneos com relação às motivações idiossincráticas e não observadas.

Neste contexto, em termos objetivos, a função densidade de probabilidade $f(\varepsilon_i)$ é a distribuição dos incentivos idiossincráticos e não observados de uma população de agentes que se defronta com o mesmo diferencial de utilidades entre duas alternativas. Assim, a probabilidade (3.4), que é a função de distribuição acumulada da variável aleatória ε_i , fornece a fração da população que escolhe a alternativa w_i , para um dado diferencial de incentivos observados. Em termos subjetivos, a função $f(\varepsilon_i)$ pode representar a densidade de probabilidade subjetiva de um observador (pesquisador) da população de agentes relativa à distribuição de incentivos não observáveis nesta população. Dessa maneira, (3.4) passa a ser a probabilidade associada pelo observador à escolha da alternativa w_i pelo indivíduo i da população.

Train (2003) destaca ainda outra interpretação, a saber, a função $f(\varepsilon_i)$ pode representar o efeito de fatores quixotescos ligados, por exemplo, à racionalidade limitada dos agentes. Dessa forma,

(3.4)passaria a ser a probabilidade com que tais fatores levariam à escolha da alternativa w_i dados os incentivos observados (não quixotescos).

A literatura sobre escolha discreta tipicamente impõe mais estrutura sobre a função $u(w_i)$, bem como sobre a função densidade de probabilidade da variável aleatória ε_i . Tome-se, por exemplo, $u(w_i) = h w_i + k$ como representação dos incentivos observados, de forma que:

$$u(w_i) - u(-w_i) = h w_i + k - [h(-w_i) + k] = 2h w_i, \quad (3.5)$$

na qual h e k são constantes reais quaisquer. A constante h ao afetar o diferencial de utilidades, altera os incentivos observáveis que o agente i recebe ao escolher a opção w_i em relação à escolha $-w_i$. Mais precisamente, se for suposto que $f(\varepsilon_i) > 0$ para todo $\varepsilon_i \in \mathbb{R}$, então quanto maior for o valor do parâmetro h , *ceteris paribus*, maior será a probabilidade do indivíduo i escolher $w_i = \text{sgn}(h)$, já⁵ que $\frac{d}{dh} \int_{-\infty}^{2h w_i} f(\varepsilon_i) d\varepsilon_i = f(2h w_i) 2w_i \text{sgn}(h)$.

Uma hipótese amplamente utilizada, conforme expõe Train (2003), com relação ao diferencial de utilidades aleatórias ε_i , devido à sua conveniência analítica, é a de que esta variável aleatória é logisticamente distribuída. Esta hipótese é decorrente de duas premissas básicas com relação às utilidades aleatórias $\varphi_i(w_i)$ e $\varphi_i(-w_i)$. A primeira suposição é de que tais utilidades são independentes, ou seja, não são correlacionadas entre si. Como salienta Train (2003), esta suposição não é tão restritiva se a utilidade determinística $u(\cdot)$ for bem especificada, no sentido de incorporar os principais incentivos observados das tomadas de decisão dos indivíduos.

Além da premissa de independência, supõe-se que as utilidades aleatórias apresentam a mesma *distribuição de probabilidade de valores extremos*, cuja função densidade de probabilidade, para uma média zero e desvio padrão $\pi/\beta\sqrt{6}$, pode ser especificada como:

$$f(\varphi_i) = \beta e^{-\beta\varphi_i} e^{-e^{-\beta\varphi_i}}, \quad (3.6)$$

⁵Lembrando que $\text{sgn}(\cdot)$ denota a função sinal, definida como

$$\text{sgn}(h) = \begin{cases} -1, & h < 0, \\ 0, & h = 0, \\ 1, & h > 0. \end{cases}$$

sendo $\beta > 0$ uma constante real. A distribuição (3.6) é também conhecida por *distribuição Gumbel* ou *distribuição de valor extremo tipo I*. A função de distribuição acumulada associada a (3.6) é dada por:

$$F(\varphi_i) = e^{-e^{-\beta\varphi_i}}. \quad (3.7)$$

Com base em (3.1), a condição para que o i -ésimo indivíduo escolha a alternativa w_i pode ser expressa como $\varphi_i(-w_i) < \varphi_i(w_i) + u(w_i) - u(-w_i)$. Como há apenas duas alternativas, a probabilidade disto ocorrer, dada a utilidade aleatória $\varphi_i(w_i)$, é determinada diretamente por (3.7), sendo:

$$Prob_i(w_i | \varphi_i(w_i)) = F(\varphi_i(-w_i)) = e^{-e^{-\beta[\varphi_i(w_i) + u(w_i) - u(-w_i)]}}. \quad (3.8)$$

Naturalmente, a utilidade aleatória $\varphi_i(w_i)$ não é dada e, portanto, a probabilidade do indivíduo i escolher a alternativa w_i é obtida como o valor esperado de (3.8), ou seja, pela integração, com relação à variável $\varphi_i(w_i)$, da probabilidade condicional (3.8) ponderada por sua densidade de probabilidade (3.6):

$$Prob_i(w_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{-e^{-\beta[\varphi_i(w_i) + u(w_i) - u(-w_i)]}} \right) \beta e^{-\beta\varphi_i(w_i)} e^{-e^{-\beta\varphi_i(w_i)}} d\varphi_i(w_i). \quad (3.9)$$

Seguindo os passos expostos em Train (2003), a solução desta integral gera a conhecida função de distribuição acumulada logística⁶:

$$Prob_i(w_i) = \frac{1}{1 + e^{-\beta[u(w_i) - u(-w_i)]}} \quad (3.10)$$

⁶Fazendo $s = \varphi_i(w_i)$ e após algumas manipulações algébricas, a integral (3.9) pode ser reescrita como:

$$Prob(w_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{-e^{-\beta s} (1 + e^{-\beta[u(w_i) - u(-w_i)]})} \right) \beta e^{-\beta s} ds.$$

Seja $x = e^{-\beta s}$. Logo, como $\beta > 0$, tem-se $\log_{s \rightarrow -\infty} x = \infty$ e $\log_{s \rightarrow \infty} x = 0$. Ademais, $dx = -\beta e^{-\beta s} ds$.

Assim, a integral anterior pode ser transformada em:

$$Prob(w_i) = \int_{\infty}^0 \left(e^{-x(1 + e^{-\beta[u(w_i) - u(-w_i)]})} \right) (-dx) = \int_0^{\infty} e^{-x(1 + e^{-\beta[u(w_i) - u(-w_i)]})} dx.$$

Resolvendo esta última obtem-se a função de distribuição acumulada logística:

$$Prob(w_i) = \frac{e^{-x(1 + e^{-\beta[u(w_i) - u(-w_i)]})}}{1 + e^{-\beta[u(w_i) - u(-w_i)]}} \Bigg|_0^{\infty} = \frac{1}{1 + e^{-\beta[u(w_i) - u(-w_i)]}}.$$

O parâmetro β em (3.9), como destaca Freitas (2003), tem uma interpretação interessante do ponto de vista populacional. Observando-se que, para um dado diferencial de utilidade determinística, a $Prob(w_i)$ especificada em (3.9) é uma função estritamente crescente de β , infere-se que quanto menor for este parâmetro maior será o peso dos incentivos não observados e idiossincráticos nas decisões dos agentes, de maneira que mais incerta será a decisão dos mesmos. Ademais, como $\lim_{\beta \rightarrow 0^+} Prob(w_i) = 1/2$, quando β torna-se nulo as escolhas $\{-1, 1\}$ passam a ser equiprováveis, independentemente do valor assumido pelo diferencial observado de utilidades determinísticas. Por sua vez, como $\lim_{\beta \rightarrow +\infty} Prob(w_i | u(w_i) > u(-w_i)) = 1$, um elevado valor de β reduz o peso dos fatores não observados e idiossincráticos sobre o processo de tomada de decisões dos agentes, fazendo com que as decisões dos agentes respondam predominantemente aos incentivos observados. Em suma, quando o parâmetro β aumenta (diminui) o grau de heterogeneidade dos agentes diminui (aumenta).

Delineado o processo de escolha de um indivíduo tomado isoladamente, pode-se perguntar sobre o comportamento médio que se espera em uma população finita de $N > 2$ indivíduos com motivações não observadas heterogêneas que se defrontam com o mesmo campo de escolha $\{-1, 1\}$ e o mesmo diferencial de utilidades determinísticas entre as alternativas. A título de ilustração, uma forma simples de responder a esta questão não trivial é supor que estes indivíduos fazem suas escolhas de maneira simultânea e independente.

Dadas as N escolhas individuais, o comportamento conjunto da população é completamente especificado pelo seguinte vetor:

$$\vec{w} = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_{N-1}, w_N) \in \{-1, 1\}^N. \quad (3.11)$$

Tendo em vista que, por hipótese, a escolha de um indivíduo é realizada de maneira independente das dos demais agentes, ou seja, cada w_i é uma variável aleatória independente, pode-se tratar o vetor de escolhas dos agentes \vec{w} como uma variável aleatória, na qual sua distribuição de probabilidades é dada pelo produto das distribuições de probabilidade dos comportamentos individuais de cada um dos N agentes da população. Por decorrência, a frequência com que a escolha $w_i = 1$ é observada na população, definida como⁷:

⁷ $I[\cdot]$ é uma função indicador, que toma o valor 1 se $w_i = 1$ e zero caso contrário.

$$q \equiv \frac{\sum_{i=1}^N I[w_i=1]}{N} \in [0,1] \subset \mathbb{R}, \quad (3.12)$$

será uma variável aleatória com distribuição binomial, tal que a frequência esperada da escolha da alternativa $w_i = 1$ na população é dada por:

$$E(q) = \binom{N}{qN} [Prob(w_i = 1)]^{qN} [1 - Prob(w_i = 1)]^{(1-q)N}. \quad (3.13)$$

É claro, que a premissa de independência das escolhas individuais pode ser extremamente irrealista em certos contextos de interação estratégica. Quando esta premissa é relaxada, a obtenção de resultados gerais é dificultada. Considerando-se o objetivo do presente trabalho, esta premissa de independência deve ser relaxada. Na próxima seção apresenta-se a estrutura básica de um modelo de escolha binária em que se leva em consideração a interdependência entre as escolhas individuais.

3.1.2 Modelo com efeito de rede

Considerando-se que a tomada de decisão de um dado indivíduo inserido em um contexto de interação estratégica com múltiplos tomadores de decisão sofre influência de outros indivíduos inseridos neste contexto, autores como Durlauf (1997) e Brock e Durlauf (2001), propõem o uso de estratégias de modelagem oriundas da Física Estatística como forma de incorporar ao modelo de escolha discreta a interdependência das escolhas individuais. No que segue, apresentar-se-á a adaptação *do modelo de campo aleatório* proposta por Durlauf (1997), que pode ser vista como uma extensão do modelo de escolha binária apresentado na subseção 3.1.1, a qual incorpora a influência da estrutura de interação social (externalidades de rede) sobre as decisões individuais.

Admita-se a possibilidade de existir interações comportamentais entre os diversos indivíduos que compõem o conjunto N de agentes de uma população, de modo que a decisão de um indivíduo pode apresentar algum tipo de vínculo com a decisão dos seus vizinhos sociais, que pode ser um subconjunto próprio da população (interação local) ou a população como um todo (interação global).

A *vizinhança social do agente i* , daqui em diante denotada por n_i , pode ser definida, em sentido amplo, como o conjunto de indivíduos com os quais o agente i interage e que influencia de alguma forma seu comportamento. No contexto do exemplo do investidor que se vem

trabalhando, a vizinhança social seria formada por investidores que o agente i considera bem informados ou por investidores que concorrem diretamente com ele na captação de clientes.

Com a inclusão de efeitos de vizinhança, as escolhas binárias de cada um dos N indivíduos inseridos em uma dada situação de interação estratégica passam a ser afetadas por *motivações sociais*, ou seja, no processo de decisão de cada agente, as escolhas dos seus vizinhos sociais passam a ser levadas em consideração. Assim, além dos fatores determinísticos e observáveis, captados por $u(w_i)$ e das características idiossincráticas não observadas de cada indivíduo, captadas por $\varphi_i(w_i)$, outro determinante do lado dos incentivos identificáveis aparece, que Durlauf (1997) sugere denominar *utilidade social determinística*, para diferenciar do componente $u(w_i)$, que passa a ser denominado *utilidade privada determinística*. Mais precisamente, a utilidade social determinística pode entrar na função de utilidade (3.1) como um termo aditivo, tal que:

$$V_i(w_i | \vec{w}_i^e) = u(w_i) + s_i(w_i, \vec{w}_i^e) + \varphi_i(w_i), \quad (3.14)$$

na qual $s_i(w_i, \vec{w}_i^e)$ é a utilidade social determinística que o agente i associa à alternativa $w_i \in \{-1, 1\}$, dadas as escolhas que este agente espera que seus vizinhos farão ou que observa que seus vizinhos tomaram $\vec{w}_i^e \equiv \{w_j^e\}_{j \in n(i)}$, sendo $w_j^e \in \{-1, 1\}$ a alternativa que o agente i espera que o seu vizinho j irá tomar em um dado momento ou, a depender do contexto em análise, como uma ação já tomada por este agente j .

A inserção do termo $s_i(w_i, \vec{w}_i^e)$ pode ser interpretada como a introdução de uma variável (uma função mais precisamente) omitida do modelo inicial, conforme modelo de escolha binária apresentado na subseção 3.1.1, com o intuito de se tentar reduzir a significância do resíduo, ou em outros termos, da parcela aleatória no cômputo das escolhas dos agentes. Em outras palavras, conforme salienta Greene (2003), equivaleria, utilizando-se de uma terminologia econométrica, à eliminação da autocorrelação dos erros pela inclusão de uma variável oculta.

Considerando-se (3.14), o i -ésimo indivíduo maximizador de utilidade escolherá a opção $w_i \in \{-1, 1\}$ se:

$$u(w_i) + s_i(w_i, \vec{w}_i^e) + \varphi_i(w_i) > u(-w_i) + s_i(-w_i, \vec{w}_i^e) + \varphi_i(-w_i). \quad (3.15)$$

Seja $I[\cdot]$ uma função indicadora, que toma o valor 1 se $\varphi(-w_i) - \varphi(w_i) < u(w_i) - u(-w_i) + s_i(w_i, \vec{w}_i^e) - s_i(-w_i, \vec{w}_i^e)$ e zero caso contrário. Logo, a probabilidade de que o indivíduo i escolha a opção $w_i \in \{-1, 1\}$, condicionada a \vec{w}_i^e , pode ser estabelecida como o valor esperado desta função indicadora, a saber:

$$Prob_i(w_i) = \int_{-\infty}^{\infty} I[\varepsilon_i < U(w_i) + S_i(w_i, \vec{w}_i^e)] f(\varepsilon_i) d\varepsilon_i, \quad (3.16)$$

sendo $U(w_i) \equiv u(w_i) - u(-w_i)$, $S_i(w_i, \vec{w}_i^e) \equiv s_i(w_i, \vec{w}_i^e) - s_i(-w_i, \vec{w}_i^e)$ e $f(\varepsilon_i)$ a função densidade de probabilidade da variável aleatória $\varepsilon_i \equiv \varphi(-w_i) - \varphi(w_i)$. Em outros termos, a probabilidade com que o indivíduo i escolhe a opção w_i nada mais é do que a função de probabilidade acumulada da variável aleatória ε_i :

$$Prob_i(w_i | \vec{w}_i^e) = \int_{-\infty}^{U(w_i) + S_i(w_i, \vec{w}_i^e)} f(\varepsilon_i) d\varepsilon_i. \quad (3.17)$$

Cabe destacar que (3.17), assim como (3.4), depende do diferencial de utilidade determinística, todavia este diferencial agora, diferentemente de (3.4), não depende unicamente do diferencial de utilidades privadas determinísticas $U(w_i) \equiv u(w_i) - u(-w_i)$, mas também do diferencial de utilidades sociais determinísticas $S_i(w_i, \vec{w}_i^e) \equiv s_i(w_i, \vec{w}_i^e) - s_i(-w_i, \vec{w}_i^e)$.

Outros dois pontos são dignos de nota. O primeiro é que a propriedade de que somente as diferenças de utilidade entre as alternativas importam se mantém. O segundo ponto é que o componente estocástico do modelo, a utilidade aleatória, não se altera com a inserção da utilidade social. Assim, as interpretações feitas sobre a distribuição das utilidades aleatórias na população feitas na subseção 3.1.1 continuam válidas neste *modelo de escolha binária com motivação social*.

Como forma de tornar o modelo melhor tratável analiticamente, faz-se necessário impor mais estrutura ao componente $S_i(w_i, \vec{w}_i^e)$. Considere-se, a título de ilustração, a especificação sugerida em Durlauf (1997), a qual parte da expressão $(w_i - w_j^e)^2$. Quando o agente i toma a mesma decisão que ele espera que seu vizinho j tomará ou tomou, tem-se $w_i = w_j^e$ e, portanto, $(w_i - w_j^e)^2 = 0$. Por sua vez, quando $w_i \neq w_j^e$, ou seja, quando $w_i = -w_j^e$, tem-se $(w_i - w_j^e)^2 = (\pm 2)^2 = 4$.

Seja J_{ij} um parâmetro real que mede o grau de importância da escolha do vizinho $j \in n_i$ no processo de escolha do agente i . A influência do vizinho j na decisão do agente i pode ser expressa, então,

como $J_{ij}(w_i - w_j^e)^2$. Logo, por simples agregação, a utilidade social determinística pode ser expressa da seguinte maneira:

$$s_i(w_i, \bar{w}_i^e) = \sum_{j \in n_i} J_{ij}(w_i - w_j^e)^2. \quad (3.18)$$

A partir de (3.18), a diferença de incentivos sociais entre as escolhas w_i e $-w_i$ é dada por:

$$S_i(w_i, \bar{w}_i^e) \equiv s_i(w_i, \bar{w}_i^e) - s_i(-w_i, \bar{w}_i^e) = \sum_{k \in n(i)} J_{ij}(w_i - w_j^e)^2 - \sum_{k \in n(i)} J_{ij}(-w_i - w_j^e)^2, \quad 3.19$$

a qual, após algumas manipulações algébricas, pode-se ser simplificada para:

$$S_i(w_i, \bar{w}_i^e) = -\sum_{j \in n_i} 4J_{ij}w_iw_j^e. \quad (3.20)$$

Intuitivamente, pode-se interpretar o significado do diferencial de utilidades sociais determinísticas (3.20) como segue. Se $J_{ij} > 0$, há um incentivo social para que o agente i diferencie seu comportamento ante seu vizinho j , pois se $w_i \neq w_j^e$ tem-se $w_iw_j^e < 0$ e, portanto, $-4J_{ij}w_iw_j^e > 0$, o que contribui para ampliar o diferencial de utilidades sociais a favor da escolha $w_i \neq w_j^e$. Em síntese, quando $J_{ij} > 0$, existe um incentivo social para que a escolha do agente i seja antagônica com relação à escolha predominante em sua vizinhança. Inversamente, quando $J_{ij} < 0$ o indivíduo i possui um incentivo a imitar a estratégia adotada pelo seu vizinho j , pois uma vez que $w_i = w_j^e$, tem-se $w_iw_j^e > 0$ e, conseqüentemente, $-4J_{ij}w_iw_j^e > 0$, o que, *ceteris paribus*, eleva o diferencial de utilidades sociais a favor da escolha $w_i = w_j^e$. Em suma, quando $J_{ij} < 0$, existe um incentivo social para que o agente i busque conformar a sua escolha àquela predominante na sua vizinhança.

De modo a simplificar ainda mais o modelo, suponha-se que os graus de influência dos vizinhos sejam iguais e que menor será a importância do comportamento esperado ou observado do agente j na decisão do agente i quanto maior for o tamanho da vizinhança do agente i , formalmente⁸:

$$J_{ij} = \frac{J}{|2n_i|}, \quad \forall j \in n_i \quad (3.21)$$

Substituindo (3.21) em (3.20), resulta-se em:

⁸O número 2 que aparece no denominador da equação (3.21) é uma normalização que visa simplificações posteriores.

$$S_i(w_i, \vec{w}_i^e) = -2Jw_i m_{n_i}^e, \quad (3.22)$$

sendo $m_{n_i}^e \equiv \frac{1}{n_i} \sum_{j \in n_i} w_j^e$ a predominância que o agente i espera observar ou observa na sua vizinhança $n(i)$. A função (3.22) reflete o fato de que o agente i é influenciado pela predominância da escolha na sua vizinhança, se $m_{n(i)}^e < 0$ o agente espera que a maioria de seus vizinhos escolherá ou observa que a maioria escolheu -1 , enquanto que $m_{n(i)}^e > 0$ indica predominância da alternativa 1. Como já comentado, se $J < 0$ o indivíduo i buscará se conformar ao comportamento predominante esperado ou observado em sua vizinhança, caso $J > 0$ o indivíduo i buscará se diferenciar do comportamento predominante na sua vizinhança.

Supondo-se que o diferencial de utilidades privadas determinísticas seja dado por (3.5), que o diferencial de utilidades sociais determinísticas seja dado por (3.22) e o diferencial de utilidades aleatórias seja logisticamente distribuído, conforme função (3.10), a propensão à escolha da alternativa w_i pelo indivíduo i é dada por:

$$Prob(w_i | \vec{w}_i^e) = \frac{1}{1 + e^{[-2\beta(n - Jm_{n_i}^e)w_i]}}. \quad (3.23)$$

O modelo com campo de escolha $\{-1, 1\}$, comum a todos os agentes, e com propensões à escolha dadas por (3.23) é o modelo de referência. O modelo computacional baseado em agentes a ser apresentado na próxima seção constitui-se como uma variante deste modelo de referência. Neste novo modelo os diferenciais de utilidades privada e social serão especificados buscando-se captar certos determinantes considerados relevantes dentro do escopo de pesquisa delineado nos capítulos anteriores.

3.2 UM MODELO DE ESCOLHA BINÁRIA DE ESTRATÉGIA DE INVESTIMENTO EM UM MERCADO ACIONÁRIO COM EFEITO REPUTAÇÃO

Considere-se um mercado de um ativo composto por N agentes. Em cada período de tempo t o agente $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ deste mercado pode optar por comprar ou vender uma, e somente uma unidade do ativo. Caso o i -ésimo agente assuma a posição comprada, denota-se seu estado por $w_i = 1$, caso opte pela posição vendida, seu estado será denotado por $w_i = -1$. Em outros termos, em cada período t , cada

agente i deve estar em um de dois estados mutuamente excludentes, ou seja, $w_i \in \{-1, +1\}$.

Dado esse campo de escolha binário, a cada período t pode-se decompor a população de N agentes em dois grupos distintos, a saber, $N_b(t)$ agentes compradores e $N_s(t)$ agentes vendedores, de maneira que:

$$N(t) = N_b(t) + N_s(t). \quad (3.24)$$

As propensões à escolha de cada agente dependem, como destacado na seção anterior, de incentivos observáveis, tanto de caráter privado quanto social, bem como de incentivos idiossincráticos, latentes e não observáveis. Nas próximas subseções formalizam-se estes incentivos em um modelo de um mercado acionário simplificado, que servirá como ambiente econômico de referência no qual se avaliará, no próximo capítulo, o efeito da remuneração variável sobre a emergência de eventos extremos.

3.2.1 Especificação da utilidade privada determinística

A cada período t , cada agente i leva em consideração, para tomar sua decisão entre comprar ou vender uma unidade do ativo, incentivos explícitos e observáveis de caráter privado, que no presente contexto estão associados à remuneração recebida pelo agente.

Dado o objetivo do presente trabalho, a remuneração de cada agente assumirá uma entre duas formas possíveis: fixa ou variável. Os agentes com remuneração fixa são indivíduos que possuem única e exclusivamente uma remuneração pré-definida, que independe do estado do mercado (*bull market* ou *bearmarket*), do volume de negócios realizados ou mesmo da valorização do valor das ações presentes em seu portfólio. Uma vez que os agentes com remuneração fixa recebem um fluxo monetário periódico que independe dos lucros auferidos ou prejuízos incorridos com suas compras e vendas da ação, segue que seus incentivos privados não dependem diretamente da taxa de retorno do ativo. Dessa forma, pode-se supor que os incentivos privados determinísticos, para essa classe de agentes, são constantes, e por simplicidade, serão normalizados em zero. Logo, o diferencial de utilidades privadas determinísticas entre as alternativas $w_i = 1$ e $w_i = -1$ é nulo.

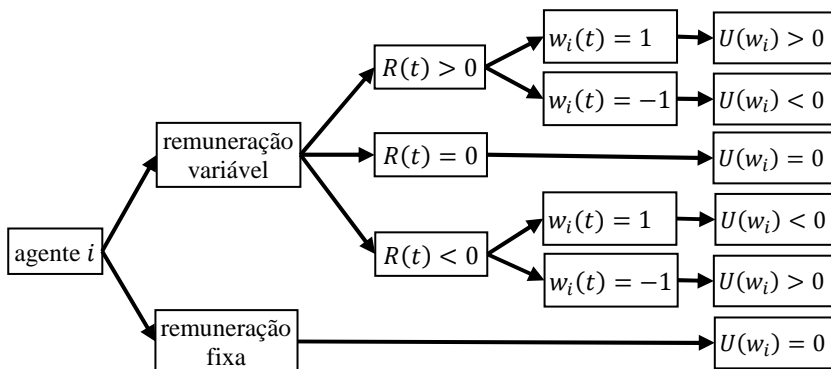
Por sua vez, os agentes com remuneração variável são aqueles cujas remunerações estão exclusivamente ligadas ao estado do mercado, de modo que a remuneração desses indivíduos varia positivamente com

o preço (valor) do(s) ativo(s) que compõe(m) o seu portfólio. Pode-se pensar no agente com remuneração variável como um investidor particular cujo rendimento (lucro/prejuízo) provém da valorização (desvalorização) da carteira de ações monitorada por ele, ou como um gerente financeiro que obtém sua remuneração com base na valorização do portfólio sob seu comando.

Dessa forma, uma vez que a remuneração auferida pelo agente i com remuneração variável está atrelada ao desempenho do ativo, pode-se inferir que a cada período t , o diferencial de utilidades privadas determinísticas entre as alternativas poderá ser positivo ou negativo, a depender de seu estado (posição comprada ou vendida) no mercado. Somente no caso particular no qual a taxa de retorno do ativo é nula é que o diferencial de utilidades privadas determinísticas de uma agente com remuneração variável independe de sua posição no mercado e se iguala ao diferencial de utilidades privadas determinísticas de uma agente com remuneração fixa, ou seja, iguala-se a zero. Este caso encontra-se representado no ramo intermediário que se inicia no nó “agente com remuneração variável” da árvore de possibilidades da Figura 4.1.

Supondo-se que a taxa de retorno do ativo em t seja estritamente positiva, $R(t) > 0$, tal como apresentado no ramo superior que se inicia no nó “remuneração variável” da árvore de possibilidades da Figura 4.1, se um agente i opera comprado em t , ou seja, se este indivíduo optou pela compra do ativo no início do período, $w_i(t) = 1$, pode-se constatar que auferiu um diferencial de utilidades privadas determinísticas positivo, $U(w_i(t)) > 0$, visto que ele ganhou por conta da valorização do ativo em t . Em contrapartida, os agentes que optaram pela venda do ativo, $w_i(t) = -1$, incorreram em uma remuneração negativa, o que, por consequência resulta em $U(w_i(t)) < 0$. Utilizando-se da mesma lógica podem-se inferir os resultados dos demais ramos da árvore de possibilidades associados a uma taxa de retorno estritamente negativa.

Figura 4.1: Árvore de possibilidades de resultados para o diferencial de utilidades privadas determinísticas



Fonte: desenvolvido pelo autor.

As considerações anteriores podem ser sintetizadas, admitindo-se que o diferencial entre a utilidade privada determinística da alternativa w_i com relação à $-w_i$ seja dada pela seguinte função:

$$U(w_i) \begin{cases} 0, & \text{remuneração fixa,} \\ \delta R(t) w_i(t), & \text{remuneração variável,} \end{cases} \quad (3.25)$$

em que $\delta \in (0, 1) \subset \mathbb{R}$ é uma constante paramétrica, que pode ser interpretada como uma *taxa de performance*, que em síntese, segundo Sanvicente (1999), pode ser entendida como a taxa que incide na parcela do retorno que excede a variação de um determinado índice e que é paga aos administradores financeiros como forma de premiar o bom desempenho da carteira administrada pelos mesmos. Portanto, toma-se aqui a taxa de retorno do ativo como o índice de referência.

Finalmente, cabe observar, considerando-se a função (3.25), que o diferencial de utilidades privadas determinísticas de um agente i com remuneração variável não depende unicamente da estratégia w_i adotada por ele, pois a taxa de retorno é resultado das decisões dos N agentes participantes do mercado (conforme equação (3.24)), sendo tais decisões tomadas sem coordenação central.

3.2.2 Especificação da utilidade social determinística

Além das motivações de caráter privado, as escolhas por parte do investidor i também são condicionadas pelo comportamento de sua vizinhança social, formada por agentes que operam no mercado e são tomados como referências pelo investidor i .

Em um mercado financeiro, pode-se argumentar que os incentivos sociais representam mudanças relativas na reputação dos agentes. Um investidor financeiro quando auferir ganhos gostaria que seus concorrentes não compartilhassem da mesma ação executada por ele, pois ganharia reputação em termos relativos, de tal modo que haveria um incentivo para que a sua escolha não fosse a escolha predominante na sua vizinhança social. Todavia, quando um investidor toma uma má decisão, gostaria que seus concorrentes também estivessem errados, pois sua reputação não seria afetada em termos relativos, de modo que ele gostaria que a sua escolha fosse a escolha predominante em sua vizinhança social. Em outras palavras, um investidor i gostaria de fazer parte da minoria na sua vizinhança social quando toma a decisão certa, ao passo que gostaria de fazer parte da maioria quando toma a decisão errada. Em suma, a utilidade social determinística do investidor i depende não somente da sua escolha ($w_i = \pm 1$), mas também do retorno do ativo ($R(t)$) e da escolha preponderante da sua vizinhança social. No presente contexto, a vizinhança social do investidor i poderia ser composta por investidores que o agente i considera bem informados ou por investidores que concorrem diretamente com ele na captação de clientes.

Utilizar-se-á uma rede regular, mais especificamente, uma rede quadrática para representar as interconexões entre os N investidores. Suponha-se que o i -ésimo agente esteja localizado na posição $(k, \ell) \in \{1, 2, \dots, N\}^2$ em uma rede quadrática de ordem N . A vizinhança social deste agente será, por construção, uma vizinhança de Moore de raio $r \in \mathbb{N}$, na qual são considerados vizinhos os agentes que estiverem até r células de distância do mesmo. Formalmente, pode-se definir tal vizinhança como segue:

$$n_i = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2: |x - k| \leq r, |y - \ell| \leq r\}. \quad (3.26)$$

A vizinhança do tipo (3.26) é composta pelos vizinhos do agente i posicionados nas $(2r + 1)^2 - 1$ células mais próximas da célula em que está posicionado o referido agente. Na Figura 4.2 adiante se representa uma vizinhança de Moore de raio 1.

Figura 4.2: Vizinhança de Moore de raio 1

$\text{Ind}_{i-2;j-2}$	$\text{Ind}_{i-2;j-1}$	$\text{Ind}_{i-2;j}$	$\text{Ind}_{i-2;j+1}$	$\text{Ind}_{i-2;j+2}$
$\text{Ind}_{i-1;j-2}$	$\text{Ind}_{i-1;j-1}$	$\text{Ind}_{i-1;j}$	$\text{Ind}_{i-1;j+1}$	$\text{Ind}_{i-1;j+2}$
$\text{Ind}_{i;j-2}$	$\text{Ind}_{i;j-1}$	$\text{Ind}_{i;j}$	$\text{Ind}_{i;j+1}$	$\text{Ind}_{i;j+2}$
$\text{Ind}_{i+1;j-2}$	$\text{Ind}_{i+1;j-1}$	$\text{Ind}_{i+1;j}$	$\text{Ind}_{i+1;j+1}$	$\text{Ind}_{i+1;j+2}$
$\text{Ind}_{i+2;j-2}$	$\text{Ind}_{i+2;j-1}$	$\text{Ind}_{i+2;j}$	$\text{Ind}_{i+2;j+1}$	$\text{Ind}_{i+2;j+2}$

Fonte: desenvolvido pelo autor.

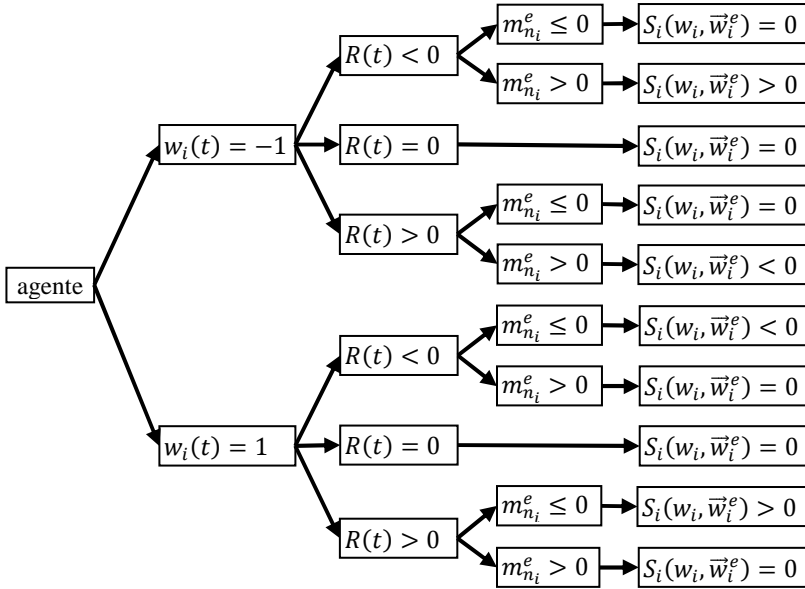
Quando o i -ésimo agente toma uma decisão distinta do seu j -ésimo vizinho tem-se $w_i w_j < 0$, caso contrário $w_i w_j > 0$. Assim, caso o agente i tome a mesma decisão que a minoria em sua vizinhança ter-se-á $w_i m_{n_i}^e < 0$, sendo $m_{n_i}^e \equiv \frac{1}{(2r+1)^2 - 1} \sum_{j \in n_i} w_j$. Por sua vez, caso tome a mesma decisão que a maioria ter-se-á $w_i m_{n_i}^e > 0$. No caso particular em que exatamente a metade dos vizinhos tomou uma determinada decisão, não há maioria nem minoria e, portanto, $w_i m_{n_i}^e = 0$.

Considere-se, inicialmente, o caso em que não há ganho nem perda de reputação. Quando o indivíduo toma a decisão correta, ou seja, compra o ativo e este se valoriza no período ou vende o ativo e este se desvaloriza no período, caso a maioria dos seus vizinhos tome a mesma decisão, este indivíduo não obterá ganhos de reputação. Por sua vez, caso o indivíduo tome a decisão errada, isto é, compra o ativo e este se desvaloriza no período ou vende o ativo e este se valoriza no período, ele também não perderá reputação se a maioria dos seus vizinhos tomou a mesma decisão errada. Em síntese, quando o indivíduo opta pela mesma decisão da maioria dos seus vizinhos não há ganho nem perda de reputação, independentemente da decisão tomada por ele. Nesse caso pode-se normalizar o diferencial de utilidades sociais determinística do agente i em zero, ou seja, $S_i(w_i, \vec{w}_i^e) = 0$ se $w_i m_{n_i}^e > 0$.

A Figura 4.3 representa esquematicamente as possibilidades de resultados do diferencial de utilidades sociais determinísticas para um indivíduo qualquer. O secundoramo de cima para baixo desta árvore de possibilidades representa o caso de um agente que optou pela venda do ativo, $w_i(t) = -1$, no período t em que ocorreu uma desvalorização do ativo, $R(t) < 0$. Como já visto, do ponto de vista estritamente privado ele adotou a estratégia apropriada, pois evitou incorrer em prejuízo. Ademais, do ponto de vista social, isto é, de sua reputação relativa, este indivíduo também tomou a decisão correta, pois ele faz parte da minoria, $w_i m_{n_i}^e < 0$. Logo, dada a normalização realizada no parágrafo

anterior, sua utilidade social determinística deve ser estritamente positiva. Os demais caminhos representados na árvore de possibilidades da Figura 4.3 podem ser interpretados seguindo-se a mesma lógica.

Figura 4.3: Árvore de possibilidades de resultados para o diferencial de utilidades sociais determinísticas



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Além de supor que há perda de reputação, $S_i(w_i, \bar{w}_i^e) < 0$, quando um agente toma uma má decisão e sua escolha é diferente da escolha da maioria da sua vizinhança social, pode-se argumentar que esta perda será tanto maior (em módulo) quanto: (i) maior (em módulo) for o prejuízo, dado pela taxa de retorno $R(t)$ e (ii) quanto menor for a predominância de vizinhos que tomaram a decisão errada, $w_i m_{n_i}^e$. Simetricamente, quando um agente toma uma decisão acertada, seu ganho relativo de reputação será tanto maior quanto maior for a taxa de retorno e/ou a fração de vizinhos que optaram pela escolha errada.

As considerações acerca da utilidade social feitas até o momento podem ser formalmente sintetizadas pela seguinte função de diferenças de utilidades sociais determinística:

$$S_i(w_i, \bar{w}_i^e) = \begin{cases} -R(t)m_{n_i}^e, & \text{se } w_i m_{n_i}^e < 0, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.27)$$

Deve-se ressaltar que o diferencial das utilidades sociais determinísticas(3.27), diferentemente do respectivo diferencial em (3.22), tem um grau de influência endógeno. Em outros termos, a hipótese sobre J_{ij} feita em (3.21) no modelo aqui proposto foi substituída pela hipótese de que $J_{ij} = \frac{R}{n_i}$, $\forall j \in n_i$. Portanto, tanto o sinal como o módulo do grau de influência J_{ij} tornam-se endógenos com respeito ao estado do mercado acionário sintetizado pela taxa de retorno, R .

3.2.3 Motivações idiossincráticas e propensões individuais a escolha

Seguindo-se o modelo de referência apresentado na subseção 3.1.2, a diferença entre as utilidades do agente i das alternativas w_i e $-w_i$ é obtida usando as funções (3.14), (3.25) e (3.27), resultando:

$$\begin{aligned} V_i(w_i) - V_i(-w_i) &= \alpha U(w_i) + S_i(w_i, \bar{w}_i^e) + \varepsilon_i \\ &= \alpha \left(\begin{array}{ll} 0, & \text{remuneração fixa} \\ \delta R(t)w_i(t), & \text{remuneração variável} \end{array} \right) \\ &+ \left(\begin{array}{ll} -R(t)m_{n_i}^e, & \text{sem}_{n_i}^e w_i(t) < 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{array} \right) + \varepsilon_i. \end{aligned} \quad (3.28)$$

lembrando-se que $\varepsilon_i \equiv \varphi(-w_i) - \varphi(w_i)$. Note-se que foi acrescentado um parâmetro real $\alpha > 0$, que servirá para analisar o peso realtivo do diferencial de utilidades privadas *vis-à-vis* o diferencial de utilidades sociais determinísticas.

Além das motivações privadas e da influência exercida pela vizinhança social, a decisão entre comprar ou vender um ativo no período t por um indivíduo i está sujeita também a fatores idiossincráticos. Manter-se-á a premissa apresentada na subseção 3.1.1, de que o diferencial $\varepsilon_i \equiv \varphi(-w_i) - \varphi(w_i)$ é logisticamente distribuído. Desta forma, a probabilidade de escolha do indivíduo i da alternativa w_i em (3.17) assume, por analogia com (3.10), a seguinte forma funcional:

$$Prob_i(w_i) = \frac{1}{1 + e^{-\beta[\alpha U(w_i) + S_i(w_i, \bar{w}_i^e)]}}. \quad (3.29)$$

De forma a tornar o modelo mais realista, diferentemente da subseção 3.1.2, em que o grau de heterogeneidade, β , apresentado na função de distribuição logística acumulada, é definido exogenamente, considerar-se-á um grau de heterogeneidade endógeno com relação ao estado do agente, bem como com relação à distância entre o preço do ativo e seu respectivo valor fundamental.

Embasando-se nos trabalhos de Suhadolnik, Galimberti e Da Silva (2010) e Hoffmann, Jager e Eiji (2007), pode-se conjecturar a existência de um valor justo para o preço da ação, ou seja, um valor fundamental, denotado $\bar{F} > 0$, que baliza a percepção dos agentes quanto ao preço do ativo. Sem perda de generalidade, assume-se que este valor é constante ao longo do tempo e que todos os indivíduos percebem o valor fundamental de forma idêntica a cada período de tempo.

No caso em que o preço do ativo, P , seja maior que \bar{F} , pode-se deduzir que o ativo está supervalorizado, analogamente, o ativo estará subvalorizado, quando $P < \bar{F}$. Desta forma, com base no trabalho de Hoffmann, Jager e Eiji (2007), cada investidor compara o preço da ação com o valor fundamental por meio da seguinte fórmula:

$$G(t) = \text{Max} \left\{ -1, \frac{P(t-1) - \bar{F}}{P(t-1)} \right\}, (3.30)$$

ou seja, um agente pesa o desvio do preço, no período $t - 1$, e o valor fundamental do ativo no período t , de maneira que, quando o preço do ativo é maior que o valor fundamental, os investidores sabem que a ação está supervalorizada, de tal forma que existe uma tendência à venda. Ao contrário, quando o valor fundamental é superior ao preço do ativo, os agentes percebem que a ação está subvalorizada, existindo uma tendência a comprar.

Uma vez que o diferencial de utilidades aleatórias, ε_i , captura as características psicológicas inerentes ao comportamento dos agentes, tais como medos, modismos, vieses cognitivos, entre outras, pode-se considerar que esses fatores são potencializados na medida em que o preço do ativo afasta-se do valor fundamental.

Voltando-se à analogia com o investidor financeiro, quando o preço do ativo está substancialmente mais alto que o valor fundamental, as incertezas inerentes acerca do comportamento futuro do preço da ação são elevadas comparando-as às incertezas presentes quando o preço do ativo está próximo ao seu valor fundamental, o que, por consequência, aumenta o peso dos fatores idiossincráticos, *vis-à-vis* os fatores determinísticos observáveis.

Entretanto, tal hipótese só tem validade caso o agente *iseja* um comprador, $w_i = 1$, caso o indivíduo tenha optado pela venda do ativo, $w_i = -1$, este efeito heterogeneidade perde relevância, haja visto que a tendência do preço do ativo é refletir o seu valor fundamental, ou seja, a tendência de uma ação cujo preço é superior ao valor fundamental é de desvalorização, o que não acarretaria perda para indivíduos na posição vendida.

Assim sendo, a propensão à escolha da estratégia w_i em (3.29) passa a ter um grau de heterogeneidade específico por agente, mais precisamente, postula-se que:

$$\beta_i = \frac{\kappa}{1+\theta_i}, \quad (3.31)$$

sendo $\kappa > 0$ uma constante paramétrica e:

$$\theta_i = \begin{cases} 0, & \text{se } G(t) \geq 0 \text{ e } w_i = -1, \\ \gamma|G(t)|, & \text{se } G(t) \geq 0 \text{ e } w_i = 1, \\ \gamma|G(t)|, & \text{se } G(t) < 0 \text{ e } w_i = -1, \\ 0, & \text{se } G(t) < 0 \text{ e } w_i = 1, \end{cases} \quad (3.32)$$

na qual $\gamma > 0$ é uma constante paramétrica que estabelece o peso do hiato entre o valor fundamental e o preço do ativo no cômputo da heterogeneidade do i -ésimo agente. Em suma, a propensão à escolha do agente i da estratégia w_i passa a ser dada por:

$$Prob_i(w_i) = \frac{1}{1+e^{-\beta_i[U(w_i)+s_i(w_i, \bar{w}_i^e)]}}. \quad (3.29-a)$$

Desta forma, considerando (3.21) e (3.22), conclui-se que se o preço do ativo no período $t-1$ for maior ou igual ao valor fundamental, ou seja, $G(t) \geq 0$, o grau de heterogeneidade do indivíduo i será igual a κ , caso contrário, se o agente i optou pela venda do ativo no período t , o grau de heterogeneidade será dado por $\frac{\kappa}{1+\theta_i} < \kappa$. Por outro lado, no caso em que o valor fundamental do ativo seja inferior ao preço no período $t-1$, $G(t) < 0$, os agentes compradores terão seu grau de heterogeneidade definido por κ , enquanto que os agentes vendedores terão seu grau de heterogeneidade definido por $\frac{\kappa}{1+\theta_i}$.

4 ANÁLISE DO EFEITO REMUNERAÇÃO VARIÁVEL SOBRE A EMERGÊNCIA DE EVENTOS EXTREMOS

Como já destacado na introdução, o presente trabalho propõe-se a analisar se, em um mercado acionário artificial, a elevação da parcela da renda variável na remuneração dos agentes financeiros inseridos neste mercado acionário poderia causar um acréscimo na ocorrência de eventos extremos. Para tanto, baseando-se nas informações para o desenvolvimento matemático do modelo de escolhas com motivações sociais de características complexas apresentadas no capítulo anterior, nas seções 4.1 e 4.2 inferem-se as características e regras que balizaram a simulação. Em seguida, na seção 4.3, como forma de aproximar o modelo teórico da realidade, será apresentada a calibragem dos principais parâmetros do modelo teórico de modo a reproduzir as características encontradas na série empírica do IBOVESPA, utilizando-se do teste de Kolmogorov-Smirnov para duas amostras. Por fim, na seção 4.4 realizar-se-ão três testes que confirmaram a hipótese, de que uma elevação na parcela de analistas com remuneração variável resultaria em uma maior probabilidade de ocorrência eventos extremos, é válida ou não.

4.1 FORMAÇÃO DO PREÇO DO ATIVO E CÁLCULO DO RETORNO

No modelo desenvolvido na seção 3.2 tomou-se como referência um mercado de um ativo composto por N agentes. Neste mercado a cada período de tempo t cada investidor pode optar por comprar ou vender uma, e somente uma unidade do ativo. Lembrando-se que, caso o i -ésimo investidor assuma a posição comprada, denota-se seu estado por $w_i = 1$, caso opte pela posição vendida, seu estado será denotado por $w_i = -1$.

Dado esse campo de escolha binário, a cada período t pode-se decompor a população de N agentes em dois grupos distintos, a saber, $N_b(t)$ agentes compradores e $N_s(t)$ agentes vendedores, de maneira que vale a igualdade (3.24), repetida aqui por conveniência:

$$N(t) = N_b(t) + N_s(t). \quad (3.24)$$

Baseando-se no trabalho de Plerou et al. (2002), supõe-se que o preço do ativo segue uma dinâmica definida pela seguinte equação de diferenças finitas não linear de primeira ordem:

$$P(t) = P(t - 1)[1 + \tanh(\lambda D(t))] \in [0, 2P(t - 1)] \quad (4.1)$$

sendo $\lambda > 0$ uma constante paramétrica, que representa a sensibilidade dos preços ao excesso de demanda $D(t)$, e $\tanh(\cdot) \in (-1, 1) \in \mathbb{R}$ a função tangente hiperbólica. Dada a premissa de que cada agente compra ou vende uma única unidade do ativo, a função excesso de demanda pode ser definida, conforme Lux (2009), da seguinte maneira:

$$D(t) \equiv \frac{N_b(t) - N_s(t)}{N}. \quad (4.2)$$

O sistema (4.1)-(4.2) é uma formalização em tempo discreto do processo de ajustamento walrasiano de preços, que capta o ajustamento determinado pelas forças de oferta e demanda do ativo. É importante frisar que se a demanda for igual à oferta do ativo, ou seja, se $N_b = N_s$, segue-se de (4.2) que o excesso de demanda será nulo e, portanto, $\tanh(\lambda D(t)) = \tanh(0) = 0$. Assim, a dinâmica do preço do ativo estaria em estado estacionário, uma vez que $P(t) = P(t - 1)$ enquanto não ocorrerem choques que torne $N_b \neq N_s$.

Adiante, a informação mais relevante não será o preço do ativo em si, mas sua taxa de retorno R . Esta taxa no período t será calculada a partir da diferença entre os logaritmos dos preços do ativo entre períodos de tempo consecutivos, isto é:

$$\begin{aligned} R(t) &\equiv \ln P(t) - \ln P(t - 1) \\ &= \ln[1 + \tanh(\lambda D(t))]. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Uma vez representado o processo de formação do preço do ativo, passa-se à formalização da tomada de decisões dos participantes do mercado utilizando o arcabouço apresentado no capítulo anterior.

4.2 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Como forma de implementar o sistema econômico descrito nas seções anteriores, todas as simulações foram realizadas utilizando-se o *software* MatLab, com a mesma configuração inicial. Cada simulação será executada por 3000 períodos, sendo as 524 primeiras observações descartadas a fim de possibilitar uma maturação do modelo, retirando-se quaisquer influências dos parâmetros estabelecidos no período $t = 0$. Além disso, será utilizada a mesma semente aleatória em todos os experimentos.

Cada agente é representado por uma célula inserida em uma grade bidimensional com lado igual 100, $L = 100$, de tal modo que o

número total de células ou o tamanho da população é dado por $N = 10000$.

A proporção de agentes com remuneração exclusivamente variável na população total de agentes é definida pelo parâmetro r_v , de forma que, por decorrência, a proporção de agentes com remuneração fixa é o seu complemento, e pode ser obtida por $r_f = (1 - r_v)$. Sendo a distribuição desses estados na rede realizada de maneira aleatória, ou seja, a distribuição geográfica dos agentes não mantém relação com a forma de remuneração dos mesmos.

Conforme definido na seção 3.2, cada agente pode realizar uma única ação em cada período, comprar, $w_i = 1$, ou vender, $w_i = -1$, uma única unidade do ativo. Como forma de definir as condições primárias do modelo, para o período $t = 0$, aplica-se a condição inicial de que 50% dos agentes são compradores e os 50% restantes são vendedores, distribuídos aleatoriamente entre a população total de indivíduos.

Ademais, para o período $t = 0$, são definidos $\bar{F} = 100$ e $P(0) = 100$, ou seja, tanto o valor fundamental como o preço do ativo, no período $t = 0$, são iguais a 100, de modo que o preço reflete exatamente os fundamentos da ação.

Uma vez determinados os agentes compradores e vendedores e dispondo-se do valor do preço do ativo no período anterior, pode-se chegar à definição do preço e do retorno do ativo, para o período corrente, utilizando-se as equações (4.1 – 4.3), definidas na seção 4.1.

Dado o retorno do ativo e definido o estado do mercado, pode-se calcular o diferencial de utilidades privadas determinísticas utilizando-se a equação (3.25) e o diferencial de utilidades sociais determinísticas auferidas por cada agente i no período t a partir da equação (3.27). O parâmetro δ , que estabelece a taxa incidente sobre o retorno do ativo que é paga aos administradores financeiros como forma de remuneração, é definido em 0,20. A razão para esta escolha baseia-se no *Ranking EXAME de fundos 2010*, no qual dos 208 fundos classificados na categoria *fundo de ações ativo*, 78 praticavam taxa de performance cobrando, em média, 20%.

Em seguida, inicia-se o processo de revisão de estratégias dos agentes. A probabilidade definida pela equação (3.29-a) é calculada para cada indivíduo inserido no modelo. Em seguida, para cada agente i , um número aleatório, $rn \in [0, 1]$ é gerado a partir de uma distribuição uniforme. Se $rn_i > Prob_i$, o agente i muda sua estratégia, ou

seja, $w_i(t+1) \neq w_i(t)$, caso contrário, nenhuma mudança ocorre, $w_i(t+1) = w_i(t)$.

Tão logo os agentes decidam que estratégia seguir no próximo período, finaliza-se um período e uma nova distribuição de estratégias é obtida de forma que se pode calcular novamente a dinâmica dos preços repetindo-se o processo.

4.3 CALIBRAGEM DO MODELO COMPUTACIONAL

De modo a aprimorar a simulação, deixando-a mais realista possível, realizou-se a calibragem do modelo com o intuito de encontrar a configuração de parâmetros que obtivesse o melhor grau de ajuste possível quando confrontado a uma série empírica.

Para tanto, utilizou-se o teste Kolmogorov-Smirnov para duas amostras (*two-sample Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit measure*), através do qual aufere-se, estatisticamente, se é possível considerar que duas amostras de dados são provenientes da mesma distribuição de probabilidade.

A síntese do teste, para este estudo em particular, é comparar a diferença absoluta máxima entre a função de distribuição acumulada assumida para a série empírica dos dados e a função de distribuição acumulada proveniente da simulação do modelo, com um valor crítico, para um dado nível de significância, utilizando-se da seguinte estatística:

$$D_m = \sup_x |F_S(x) - F_{IBOV}(x)|, \quad (4.4)$$

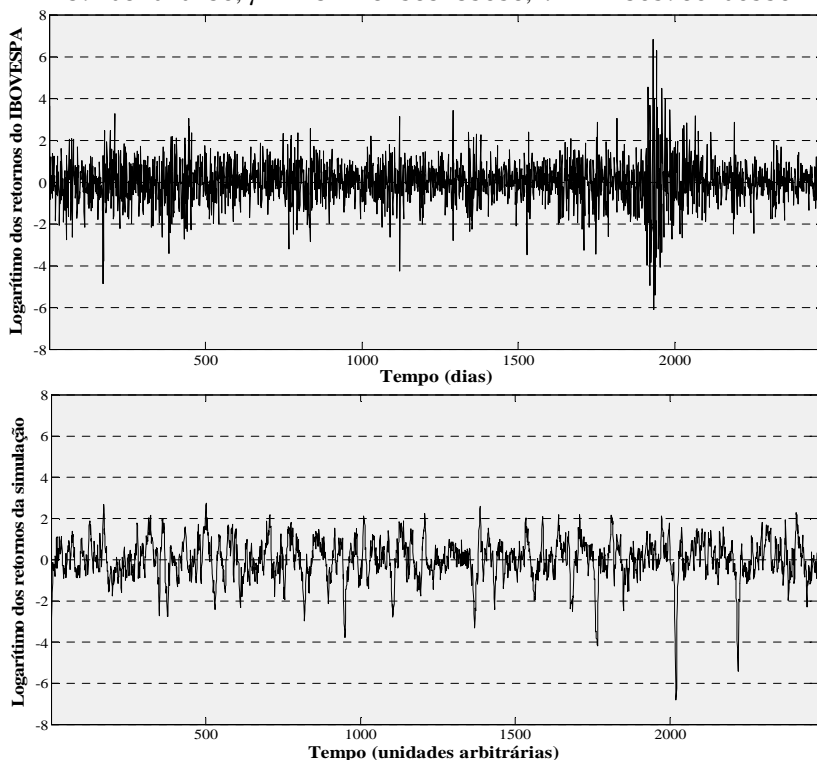
no qual $F_S(x)$ é a distribuição probabilística acumulada gerada pelos retornos da simulação e $F_{IBOV}(x)$ é a distribuição probabilística acumulada observada nos retornos do IBOVESPA. Esta última obtida do Ipeadata e formada pelos retornos diários para o período entre 02/01/2001 e 30/12/2010, o que totaliza 2476 observações. Ademais, conforme Suhadolnik, Galimberti e Da Silva (2010), tanto a série de retornos do IBOVESPA como a série de retornos da simulação foram normalizadas, o que significa que cada uma apresenta média zero e desvio-padrão unitário.

Após a realização de 50000 tentativas com conjuntos de parâmetros escolhidos aleatoriamente, através do comando *rand* do MatLab, encontrou-se a configuração de parâmetros que gerou o valor mínimo para a estatística D_m , especificada em (4.4), a saber:

$$\begin{aligned}
 rv &= 0.583017114584950 \\
 \alpha &= 3.270102008935882 \\
 \kappa &= 2.747397084040436 \quad , \\
 \gamma &= 2.341481583735658 \\
 \lambda &= 1.236598620655641
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

que gerou $D_m = 0.027059773828756$, com $p\text{-valor} = 0.320857497644493$. Assim sendo, pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, a hipótese nula de que as duas séries seguem a mesma distribuição não pode ser rejeitada para um nível de 10% de significância.

Figura 4.4: Superior: Evolução da série de retornos do índice IBOVESPA. Inferior: Evolução da série de retornos da simulação utilizando-se os parâmetros: $rv = 0.583017114584950$; $\alpha = 3.270102008935882$; $\kappa = 2.747397084040436$; $\gamma = 2.341481583735658$; $\lambda = 1.236598620655641$



Fonte: desenvolvido pelo autor.

A Figura 4.4 apresenta a série empírica de retornos do IBOVESPA e a série de retornos gerada pela simulação do modelo teórico como melhor configuração de parâmetros obtida pela calibragem.

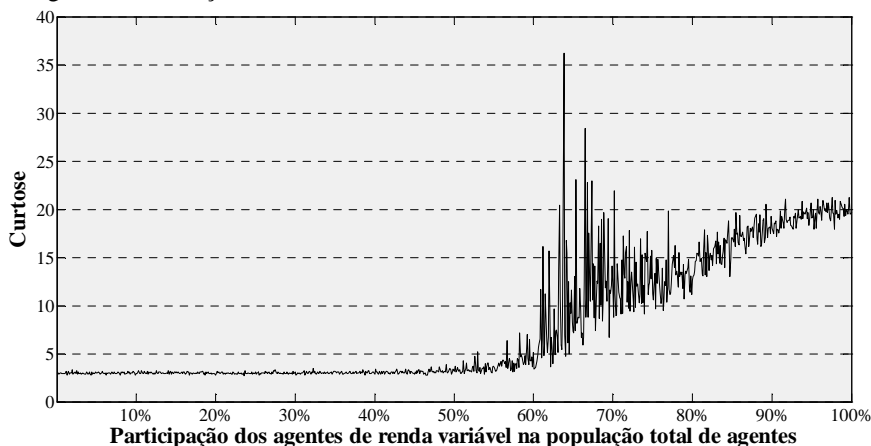
4.4 TESTES E RESULTADOS

Como forma de comprovar a hipótese de que a elevação da renda variável na remuneração total dos agentes financeiros leva a um acréscimo na incidência de eventos extremos, foram efetuadas sucessivas simulações com distintos níveis de rv . Em seguida, realizaram-se três testes para auferir se tal hipótese é válida ou não.

Em cada simulação, as configurações do autômato celular, bem como as estruturas de utilidade e as características de cada agente, são idênticas às que foram determinadas anteriormente. Ademais, os parâmetros encontrados no modelo calibrado foram preservados, de tal forma que para todas as simulações foram utilizados $\alpha = 3.270102008935882$, $\kappa = 2.747397084040436$, $\gamma = 2.341481583735658$ e $\lambda = 1.236598620655641$. A única exceção foi o parâmetro rv , no qual a cada simulação assumiu um valor distinto, variando a uma taxa de 0,1%, de 0% de participação de agentes com remuneração variável até 100% dos agentes com essa característica, o que, por conseguinte, totaliza 1001 simulações.

O primeiro teste consiste na comparação da curtose obtida de cada simulação. Uma vez que o quarto momento amostral pode ser entendido como uma medida de dispersão que caracteriza achatamento da curva da função de distribuição de probabilidade pode-se inferir que essa medida seja um indicador da existência de caudas mais gordas ou pesadas (*fat tails*). Em outras palavras, significa afirmar que quanto maior a curtose observada maior será a incidência de eventos extremos nos retornos da simulação.

Figura 4.5: Evolução da Curtose



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Ao analisar a Figura 4.5, pode-se observar uma tendência de elevação da curtose quando a parcela de agentes com renda variável na composição total dos indivíduos aumenta. Dessa forma, este resultado corrobora a hipótese de que o aumento da renda variável leva a um processo nos quais eventos extremos nos retornos tornam-se mais acentuados.

É relevante ressaltar que em um ambiente composto majoritariamente de agentes sem incentivos privados, contudo, com incentivos sociais, não resultou em um processo de geração de eventos extremos. Ao contrário, conforme exposto na Figura 4.5 a curtose inferida para esses casos foi aproximadamente igual a três, o que caracteriza um processo gaussiano. Ademais, entre 60% e 70% de participação de agentes com remuneração variável na população total de agentes, pode-se perceber um processo de alta variação da curtose, todavia tal processo não descaracteriza a tendência de elevação sistemática da curtose iniciada a partir da faixa em que os agentes com remuneração variável tornam-se maioria da população de agentes.

Entretanto, deve-se enfatizar que de acordo com Danielsson e Morimoto (2000), a utilização da curtose para inferir o peso das caudas pode gerar resultados incorretos, uma vez que a curtose mede a forma global da distribuição, não apenas a das caudas. Lux e Marchesi (2000) também não indicam a utilização da curtose, haja vista que a

consideram um conceito impreciso como forma de comparar as estatísticas obtidas para várias séries de tempo.

No intuito de suplantar tais críticas, lançou-se mão de um segundo teste, que consiste na utilização do método de excedentes além de um limiar (*peaks over a threshold*), derivado da Teoria de Valores Extremos, como forma de obter o formato das caudas das distribuições de cada uma das simulações. Deste modo, uma vez que a análise do problema da maneira proposta permite distinguir as simulações que apresentam caudas grossas daquelas com caudas finas, por consequência pode-se identificar quais simulações apresentam maior incidência de eventos extremos daquelas menos sujeitas.

De acordo com Pickands III (1975), Smith (1987) e McNeil (1999), o método de excedentes além de um limiar, resumidamente, embasa-se na hipótese de que a distribuição assintótica de uma série de mínimos ou máximos que transpõem um limite previamente estabelecido converge ou para uma distribuição degenerada⁹ ou para uma não degenerada, que neste caso é pertencente a uma Distribuição Generalizada de Pareto (*Generalized Pareto Distribution - GPD*).

Conforme apresentado em Hosking e Wallis (1987) e McNeil (1999), a Distribuição Generalizada de Pareto apresenta uma função de distribuição de forma:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\rho}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{x}{\rho}}, & \xi = 0 \end{cases}, \quad (4.6)$$

sendo $\rho > 0$ o parâmetro de escala da distribuição, e quando $\xi \geq 0$ então $x \geq 0$, e $0 \leq x \leq -\rho/\xi$ quando $\xi < 0$, sendo ξ o parâmetro de forma.

Desta forma, para este estudo, a variável de interesse é o parâmetro ξ , este parâmetro que definirá o tipo, bem como o tamanho, de cauda presente em cada distribuição. Conforme apresentado em Panzieri Filho (2001), uma GPD que apresenta um $\xi > 0$ é denominada de função de distribuição de Pareto, ou seja, a variável aleatória X possui uma cauda com decaimento por uma potência, ou de forma mais simples apresenta uma cauda gorda. No caso de um $\xi = 0$, a GPD é uma função de distribuição exponencial de parâmetro um, o que se traduz por

⁹Conforme apresentado em Rocha (2004), uma distribuição de probabilidade é considerada degenerada quando sua média e variância apresentam valores iguais a zero.

possuir uma cauda com decaimento exponencial, ou simplesmente uma cauda fina. Por fim, uma GPD com $\xi < 0$ é denominada de função de distribuição Beta, que se caracteriza por não possuir cauda.

Como forma de estimar os parâmetros da GPD, conforme apresentado em McNeil (1999) e Panzieri Filho (2001), pode-se empregar o método de estimação por Máxima Verossimilhança. Este método fornece os estimadores resolvendo um conjunto de equações não lineares dadas pelas condições de primeira ordem do problema de maximização. Conforme apresentado em Hosking e Wallis (1987) a função log-verossimilhança para a amostra $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ é dada por:

$$\log L(x; \rho, \xi) = -n \log \rho - (1 - \xi) \sum_{i=1}^n y_i, \quad (4.7)$$

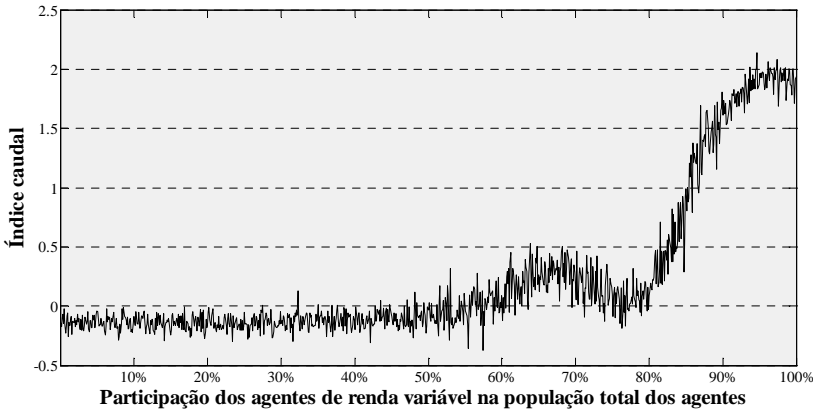
sendo $y_i = -\xi^{-1} \log \left(1 - \frac{\xi x_i}{\rho} \right)$.

Deve-se ressaltar que um aspecto de divergência na aplicação da Teoria dos Valores Extremos está relacionado à determinação do ponto onde começa a cauda de uma distribuição. Conforme relatado em Panzieri Filho (2001), embora existam vários métodos para a determinação das mesmas, não há um consenso sobre quais apresentam melhores resultados para todos os casos, de modo que, neste trabalho, optou-se por aplicar a definição proposta por Suhadolnik, Galimberti e Da Silva (2010), estabelecendo o tamanho da cauda como os 10% maiores retornos absolutos de cada simulação, isto é, $n = 1, 2, 3, \dots, 248$.

A Figura 4.6 apresenta os resultados para o índice caudal, ξ , utilizando-se da regressão apresentada pela equação (4.7), tal como observado no teste de curtose, novamente pode-se observar que há uma tendência de crescimento do índice caudal a partir do ponto no qual os agentes de renda variável tornam-se maioria na composição total dos indivíduos.

É interessante observar que entre a faixa de 70% a 80% de participação de agentes de renda variável na composição total de agentes, houve uma queda do índice caudal, que contradiz a hipótese formulada, mas que, no entanto, não distorce a tendência geral de crescimento do índice caudal a partir da faixa de 50% de participação de agentes com renda variável no total de agentes.

Figura 4.6: Índice Caudal



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Por fim, conforme Gabaix e Ibragimov (2007), nos últimos anos diversos estudos tem demonstrado a existência de leis de potência para caracterizar diversas regularidades encontradas nas caudas de séries temporais de economia e finanças.

Sinteticamente, segundo Gabaix (2008), uma lei de potência pode ser caracterizada por uma relação do tipo $Y = kX^\zeta$, na qual Y e X são as variáveis de interesse, k é uma constante, e ζ é denominada expoente da lei de potência.

De acordo com estudo de Gopikrishnan et al. (1998), as caudas da distribuição acumulada das série de retornos acionários comportam-se de acordo com uma lei de potência inversa. Ao analisar uma amostra de 40 milhões dados extraídos das três maiores bolsas de valores dos Estados Unidos para o período de dois anos, os autores encontraram sistemáticas regularidades na distribuição de probabilidade cumulativa das caudas das séries, de modo que tais caudas podem ser bem representadas por uma lei de potência com um expoente de Pareto aproximadamente igual a três.

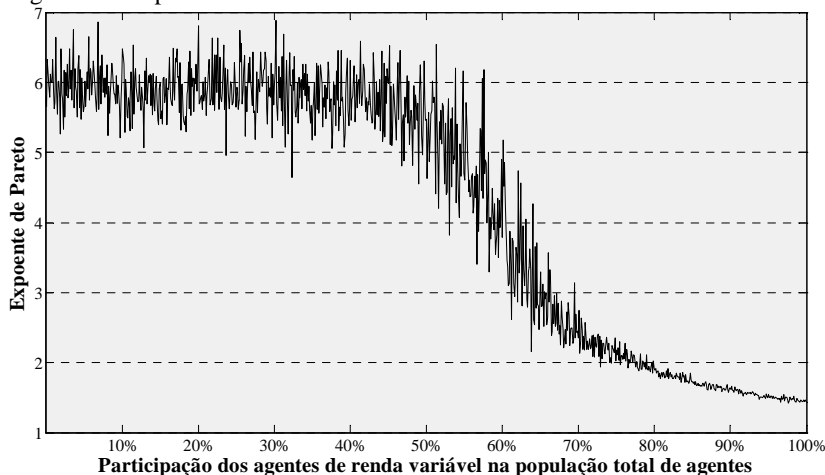
Conforme expõem Gabaix e Ibragimov (2007), um método simples de se calcular o expoente de Pareto consiste em rodar uma regressão de mínimos quadrados ordinários (MQO), para o tamanho dos retornos extremos ordenados decrescentemente $(R_1, R_2, R_3, \dots, R_t)$, isto é:

$$\log\left(t - \frac{1}{2}\right) = k - \zeta_R \log R_{(t)}, \quad (4.8)$$

no qual, ζ_R é uma estimativa do expoente de Pareto, e seu respectivo desvio-padrão, dado por $\sqrt{\frac{2}{n}}\hat{\zeta}_R$.

A Figura 4.7 apresenta os resultados para ζ_R utilizando-se da regressão apresentada pela equação (4.8), sendo a região caudal definida como os 10% maiores retornos absolutos ordenados decrescentemente de cada simulação, ou seja, $t = 1, 2, 3, \dots, 248$.

Figura 4.7: Expoente de Pareto



Fonte: desenvolvido pelo autor.

Segundo Gabaix (2008), quanto menor o ζ_R , mais pesada é a cauda da distribuição. Consequentemente, corroborando os resultados anteriores, pode-se discernir uma tendência de decaimento do expoente de Pareto a partir do ponto no qual os agentes de renda variável tornam-se maioria na composição total dos indivíduos. Portanto, maior a incidência de eventos extremos.

5 CONCLUSÃO

Nas últimas crises financeiras elencou-se como um dos plausíveis determinantes para o surgimento das crises residiu nos pacotes de remuneração variável de analistas e investidores financeiros. Tal suposição embasa-se na hipótese de que esses pacotes serviram de incentivo para que tais agentes assumissem posições exageradamente perigosas, criando distorções que contribuíram significativamente para a gênese de tais eventos.

Diante de tais fatos, esse estudo preocupou-se em analisar-se uma elevação no nível de remuneração variável de analistas e investidores financeiros poderia contribuir para um aumento na ocorrência de eventos extremos nos mercados acionários.

Para tanto, no segundo capítulo buscou-se sintetizar a evolução da Moderna Teoria Financeira, partindo-se da sua concepção até a sua consolidação em *mainstream* econômico. Em seguida, apesar da sua aparente robustez teórica, esboçou-se um resumo das principais críticas inerentes à Hipótese de Mercados Eficientes, alicerce da Moderna Teoria Financeira, expondo-se a ineficiência da mesma em proporcionar elucidações quanto à dinâmica de formação e os determinantes dos preços nos mercados financeiros. Por fim, contrapondo a Moderna Teoria Financeira, procurou-se apresentar a Teoria de Finanças Comportamentais, base para a concepção teórica do modelo, que proporciona novas e plausíveis explicações para o surgimento e desenvolvimento de crises financeiras ao opor-se ao paradigma de que os investidores agem de maneira racional e estão livres de cometerem sistemáticos erros cognitivos.

No terceiro capítulo buscou-se apresentar, sinteticamente, a estrutura analítica sobre a qual se fundamenta o modelo computacional baseado em agentes desenvolvido para avaliar a influência da remuneração variável sobre a emergência de eventos extremos em um mercado artificial com agentes sujeitos a influências sociais locais.

Em seguida, no capítulo 4, utilizando-se das informações apresentadas para o desenvolvimento matemático do modelo de escolhas com motivações sociais de características complexas, inferiram-se as características e regras que balizaram a simulação. Posteriormente, na subseção 4.3, como forma de aproximar o modelo teórico da realidade, realizou-se a calibragem dos principais parâmetros do modelo teórico, com o intuito de reproduzir as principais características encontradas na

série diária empírica do IBOVESPA no período de 02/01/2001 a 30/12/2010. Para tanto, utilizou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov para duas amostras. O resultado encontrado mostra uma convergência entre a distribuição das taxas de retorno do IBOVESPA e as respectivas taxas geradas pela simulação do modelo. Embora o modelo calibrado não tenha reproduzido com fidedignidade algumas características principais da série empírica, conforme Figura 4.4, isto não o invalida, haja visto que o processo de calibragem unicamente objetivava encontrar o conjunto de parâmetros que mais aproximava os resultados do modelo teórico ao comportamento de uma série empírica.

Em relação aos resultados, ao variar o percentual de indivíduos com renda variável na população total de agentes, *ceteris paribus*, os testes de modo global apresentaram tendências idênticas. O primeiro teste consistiu na comparação da curtose obtida de cada simulação, na qual mostrou uma tendência de elevação da curtose quando a parcela de agentes com renda variável na composição total dos indivíduos aumenta.

Todavia, como forma de superar as críticas inerentes a utilização da curtose como parâmetro para inferir o comportamento das caudas de uma distribuição, realizaram-se mais dois testes. O primeiro consistiu na utilização do método de excedentes além de um limiar (*peaks over a threshold*), derivado da Teoria de Valores Extremos, como forma de obter o formato das caudas de cada simulação. Por fim, baseando-se no estudo de Gopikrishnan et al. (1998), o segundo teste consistiu no cálculo das caudas das distribuições acumuladas das séries de retornos acionários de cada simulação através de uma lei de potência inversa. Os resultados de ambos os testes, novamente, indicaram uma elevação da ocorrência de eventos extremos à medida que eleva-se a parcela de agentes com renda variável na composição total dos indivíduos.

A fim de superar as limitações acerca dos resultados da calibragem e com o intuito de acrescentar maior realismo, análises futuras devem recorrer a métodos mais robustos de determinação de preços, utilizando-se processos de leilão duplo, tais como ocorrem nas bolsas de valores reais. Outras extensões incluem a introdução de restrições orçamentárias e quantidades finita de ações nos problemas de decisão dos agentes; bem como modificação da estrutura da vizinhança social, substituindo-se a utilização de redes regulares por redes do tipo *small world*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKERLOF, George A. Behavioral macroeconomics and macroeconomic behavior. **The American Economic Review**, v. 92, n. 3, p. 411-433, jun. 2002.
- BALL, Ray. Anomalies in relationships between securities' yields and yield-surrogates. **Journal of Financial Economics**, v. 6, n. 2-3, p. 103-126, jun.-set. 1978.
- BARBERIS, Nicholas; THALER, Richard. A survey for a behavioral finance. **NBER Working Paper**, n. 9222, p. 1-77, set. 2002.
- BASU, S. Investment performance of common stock in relation to their price-earnings ratios: A test of the efficient market hypothesis. **The Journal of Finance**, v. 32, n. 3, p. 663-682, jun. 1977.
- BERNOULLI, Daniel. Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk. **Econometrica**, v. 22, n. 1, p. 22-36, jan. 1954.
- BERNSTEIN, Peter L. **Capital Ideas Evolving**. Nova Jersey (EUA): John Wiley and Sons, 2007.
- BHANDARI, Laxmi Chand. Debt/equity ratio and expected common stock returns: Empirical evidence. **The Journal of Finance**, v. 43, n. 2, p. 507-528, jun. 1988.
- BIKHCHANDANI, Sushil; SHARMA, Sunil. Herd behavior in financial markets. **IMF Staff Papers**, v. 47, n. 3, p. 279-310, 2001.
- BREALEY, Richard A.; MYERS, Stewart C.; ALLEN, Franklin. **Princípios de finanças corporativas**. 8 ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2008.
- BROCK, William A.; DURLAUF, S. N. Discrete choice with social interactions. **Review of Economic Studies Limited**, v. 68, n. 2, p. 235-260, maio 2001.
- CHAN, Louis K. C.; LAKONISHOK, Josef. Institutional trades and intraday stock price behavior. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 2, p. 173-199, abr. 1993.
- COOK, Thomas J.; ROZEFF, Michael S. Size and earnings-price ratio anomalies: One effect or two. **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 19, n. 4, p. 449-466, dez. 1984.

COPELAND, T. E.; WESTON, F. J. **Financial theory and corporate policy**. 4 ed. Nova Iorque (EUA); Addison Wesley, 2004.

COSTA JR. Newton C. A. da. Sazonalidade no IBOVESPA. **RAE - Revista de Administração de Empresas**, v. 30, n. 3, p. 79-84, jul.-set. 1990.

CROSS, Frank. The Behavior of Stock Prices on Fridays and Mondays. **Financial Analysts Journal**, v. 29, n. 6, p. 67-69, dez. 1973.

DANIÉLSSON, Jón; MORIMOTO, Yuji. Forecasting extreme financial risk: a critical analysis of practical methods for the Japanese market. **Monetary and Economic Studies**, v. 18, n. 2, p. 25-48, dez. 2000.

DURLAUF, Steven N. Statistical mechanics approaches to socioeconomic behavior. In: ARTHUR, W. B.; DURLAUF, S. N.; LANE, D. A. **The economy as an evolving complex system II**. Massachusetts: Wddison-Wesley, Proceedings Volume XXVII, p. 81-104, 1997.

ELLSBERG, Daniel. Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 75, n. 4, p. 643-669, nov. 1961.

FAMA, Eugene F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**, v. 25, n. 2, p. 383-417, maio 1970.

. The Behavior of Stock-Market Prices. **The Journal of Business**, v. 38, n. 1, p. 34-105, jan. 1965.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. The cross-section of expected stock returns. **The Journal of Finance**, v. 47, n. 2, p. 427-465, jun. 1992.

FARHI, Maryse; CINTRA, Marcos Antônio Macedo. O crash de 2002: da ‘exuberância irracional’ à “ganância infecciosa”. **Revista de Economia Política**, v. 23, n. 1, p. 39-61, jan./mar. 2003.

FREITAS, Gustavo Gomes de. **Economia e Sistemas Complexos: Interações Sociais, Dinâmicas Emergentes e uma Análise da Difusão da Internet na Cidade de São Paulo**. Dissertação de mestrado. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2003.

FRENCH, Kenneth R. Stock returns and the weekend effect. **Journal of Financial Economics**, v. 8, n. 1, p. 55-69, mar. 1980.

GABAIX, Xavier. Power laws in economics and finance. **NBER Working Paper**, n. 14299, p. 1-62, set. 2008.

GABAIX, Xavier; IBRAGIMOV, Rustam. RANK-1/2: a simple way to improve the OLS estimation of tail Exponents. **NBER Technical Working Paper**, n. 342, p. 1-37, set. 2000.

GIBBONS, Michael R.; HESS, Patrick. Day of the week effects and asset returns. **The Journal of Business**, v. 54, n. 4, p. 579-596, out. 1981.

GOPIKRISHNAN, P., et al. Inverse cubic law for the distribution of stock price variations. **The European Physical Journal B**, v. 3, p. 139-140, abr. 1998.

GRAHAM, Benjamin; DODD, David. **Security analysis: The classic 1940 edition**. 2. ed. Nova Iorque (EUA): McGraw-Hill, 2002.

GRAHAM, John R. Herding among investment newsletters; theory and evidence. **The Journal of Finance**, v. 54, n. 1, p. 237-268, fev. 1999.

GREENE, W. H. **Econometric Analysis**. 5 ed. New Jersey (EUA): Prentice Hall, 2003.

GROSSMAN, Stanford J.; STIGLITZ, Joseph E. On the impossibility of informationally efficient markets. **The American Economic Review**, v. 70, n. 3, p. 393-408, jun. 1980.

GULTEKIN, Mustafa N.; GULTEKIN, N. Bulent. Stock market seasonality and end of the tax year effect. **Working Paper**, n. 10, v. 82, p. 1-39, mar. 1982.

HAUG, Mark; HIRSCHEY, Mark. The January effect. **Financial Analysts Journal**, v. 62, n. 5, p. 78-88, set.-out. 2006.

HAUGEN, Robert A. **The new finance: The case against efficient markets**. 2 ed. New Jersey: Prentice-Hall, 2009

HICKS, J. R. A Suggestion for Simplifying the Theory of Money. **Economica**, v. 2, n. 5, p. 1-19, fev. 1935.

HOFFMANN, A. O. I.; JAGER, W.; Von ELJE, H. Social simulation of stock markets. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 10, n. 2, p. 1-16, mar. 2003. Disponível em:

<<http://jasss.soc.surrey.ac.uk/10/2/7.html>>. Acesso em: 10 ago. 2010.

HOSKING, J. R. M.; WALLIS, J. R. Parameter and quantile estimation for the Generalized Pareto Distribution. **Technometrics**, v. 29, n. 3, p. 339-349, ago. 1987.

JAFFE, Jeffrey; WESTERFIELD, Randolph. The Week-end Effect in Common Stock Returns; The International Evidence. **The Journal of Finance**, v. 40, n. 2, p. 433-454, jun. 1985.

JEGADEESH, Narasimhan. Does market risk really explain the size effect? **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 27, n. 3, p. 337-351, set. 1992.

KAHNEMAN, Daniel; TVERSKY, Amos. Prospect theory: An analysis of decision under risk. **Econometrica**, v. 47, n. 2, p. 263-291, mar. 1979.

KENDALL, M. G.; HILL, A. Bradford. The analysis of economic time-series – Part 1: Prices. **Journal of the Royal Statistical Society**, v. 116, n. 1, p. 11-43, 1953.

LAKONISHOK, Josef; LEVI, Maurice. Weekend effects on stock returns: a note. **The Journal of Finance**, v. 37, n. 3, p. 883-889, jun. 1982.

LAKONISHOK, Josef; SHLEIFER, Andrei; VISHNY, Robert W. The impact of institutional trading on stock prices. **Journal of Financial Economics**, v. 49, n. 1, p. 23-43, ago. 1992.

LETHBRIDGE, Tiago. Pra que servem os analistas?. **Exame**, São Paulo: Abril, n. 23, p. 20-29, 3 dez. 2008.

LUX, Thomas. Herd behavior, bubbles and crashes. **The Economic Journal**, v. 105, n. 431, p. 881-896, jul. 1995.

LUX, Thomas. Stochastic Behavioral Asset-Pricing Models and Stylized Facts. In: HENS, Thorsten; SCHENK-HOPPE, Klaus Reiner (Org.) **Handbook of financial markets: Dynamics and evolution**. Amsterdam (HOL): North-Holland, 2009.

LUX, Thomas; MARCHESI, Michele. Volatility clustering in financial markets: a microsimulation of interacting agents. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**, v. 3, n. 4, p. 675-702, 2000.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, mar. 1952.

MARSCHAK, J. Money and the Theory of Assets. **Econometrica**, v. 6, n. 4, p. 311-325, out. 1938.

MCNEIL, Alexander J. Extreme Value Theory for risk managers. **Departement Mathematik**, p. 1-22, maio 1999.

NUNES, Mauricio Simiano; DA SILVA, Sergio. Bolhas racionais no índice Bovespa. **Revista Brasileira de Economia**, v. 63, n. 2, p. 119-134, abr./jun. 2009.

OLSEN, Robert A. Behavioral finance and its implications for stock-price volatility. **Financial Analysts Journal**, v. 54, n. 2, p. 10-18, mar. 1998.

PANZIERI FILHO, Adonório. **Teoria de valores extremos aplicada a finanças**: dois ensaios. Tese de doutorado. São Paulo: Fundação Getúlio Vargas, 2001.

PICKANDS III, James. Statistical Inference Using Extreme Order Statistics. **The Annals of Statistics**, v. 3, n. 1, p. 119-131, jan. 1975.

PLEROU, Vasiliki, et al. Quantifying stock-price response to demand fluctuations. **Physical Review E**, v. 66, n. 2, p. 027104-1 - 027104-4, ago. 2002

REINGANUM, Marc R. Misspecification of capital asset pricing: empirical anomalies based on earnings yields and market values. **Journal of Financial Economics**, v. 9, n. 1, p. 19-46, mar. 1981.

RITTER, Jay R. The buying and selling behavior of individual investors as the turn of the year. **The Journal of Finance**, v. 43, n. 3, p. 701-717, jul. 1988.

ROCHA, Alane Siqueira. **Mercados de risco e a teoria dos valores extremos**: estudo empírico de caso. Dissertação de mestrado. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2004.

ROLL, Richard. A possible explanation of the small firm effect. **The Journal of Finance**, v. 36, n. 4, p. 879-888, set. 1981.

ROMANO, Roberta; BHAGAT, Sanjai. Reforming executive compensation; focusing and committing to the long-term. **Yale Journal on Regulation**, v. 26, n. 2, p. 359-372, jan. 2009.

- ROZEFF, Michael S.; KINNEY JR., William R. Capital market seasonality: The case of stock returns. **Journal of Financial Economics**, v. 3, n. 4, p. 379-402, out. 1976.
- RUBINSTEIN, Mark. Rational markets: Yes or no? The affirmative case. **NBER Working Paper**, p. 1-24, jun. 2000.
- SANVICENTE, Antonio Zoratto. Taxas de performance e desempenho de fundos de ações. **Ibmec Business School**, p. 1-9, set. 1999.
- SAVAGE, Leonard J. **The foundations of statistics**, Nova Jersey (EUA): John Wiley and Sons, 1954.
- SCHARFSTEIN, David S.; STEIN, Jeremy C. Herd behavior and investment. **The American Economic Review**, v. 80, n. 3, p. 465-479, jun. 1990.
- SHILLER, Robert J. **Exuberância irracional**. São Paulo: Makron Books, 2000.
- . From efficient markets theory to behavioral finance. **Journal of Economic Perspectives**, v. 17, n. 1, p. 83-104, mar. 2003.
- SHLEIFER, Andrei. **Inefficient markets**. Nova Iorque (EUA): Oxford University Press, 2000.
- SHLEIFER, Andrei; SUMMERS, Lawrence H. The noise trader approach to finance. **Journal of Economic Perspective**, v. 4, n. 2, p. 19-33, primavera 1990.
- SHLEIFER, Andrei; VISHNY, Robert. Equilibrium short horizons of investors and firms. **The American Economic Review**, v. 80, n. 2, p. 148-153, maio 1990.
- SMITH, Richard L. Estimating Tails of Probability Distributions. **The Annals of Statistics**, v. 15, n. 3, p. 1174-1207, set. 1987.
- SUHADOLNIK, Nicolas; GALIMBERTI, Jaqueson; DA SILVA, Sérgio. Robot traders can prevent extreme events in complex stock markets. **Physica A**, v. 389, n. 22, p. 5182-5192, jul. 2010.
- TRAIN, K. E. **Discrete choice methods with simulation**. 2 Ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- TVERSKY, Amos; KAHNEMAN, Daniel. Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. **Science**, v. 185, n. 4157, p. 1124-1131, set. 1974.

VENEZIA, Itzhak; NASHIKKAR, Amrut; SHAPIRA, Zur. Herding in trading by amateur and professional investors. **Working Paper**, p. 1-41, fev. 2009.

VON NEUMANN, John; MORGENSTERN, Oskar. **Theory of games and economic behavior**, Princetown (EUA): Princetown University Press, 1944.

WACHTEL, Sidney B. Certain Observations on Seasonal Movements in Stock Prices. **The Journal of Business of the University of Chicago**, v. 15, n. 2, p. 184-193, abr. 1942.

WATTS, Ross L. Systematic 'abnormal' returns after quarterly earnings announcements. **Journal of Financial Economics**, v. 6, n. 2-3, p. 127-150, jun.-set. 1978.

WELCH, Ivo. Herding among security analysts. **Journal of Financial Economics**, v. 58, n. 3, p. 369-396, dez. 2000.

WILLIAMS, John Burr. **The theory of investment value**. Flint Hill (EUA): Fraser Publishing Co, 1997.