

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA**

Maurício Ruviaro

**MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA DE ROTOR BOBINADO  
DUPLAMENTE ALIMENTADA POR MEIO DE  
TRANSFORMADOR ROTATIVO**

**Florianópolis**

**2011**



Maurício Ruviaro

**MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA DE ROTOR BOBINADO  
DUPLAMENTE ALIMENTADA POR MEIO DE  
TRANSFORMADOR ROTATIVO**

Dissertação submetida ao Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
da Universidade Federal de Santa  
Catarina para a obtenção do Grau de  
Mestre em Engenharia Elétrica.  
Orientador: Prof. Dr. Nelson Sadowski  
Co-orientador: Dr. Fredemar Rüncos

Florianópolis

2011

Catálogo na fonte elaborada pela biblioteca da  
Universidade Federal de Santa Catarina

R983m Ruviaro, Maurício

Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado duplamente alimentada por meio de transformador rotativo [dissertação] / Maurício Ruviaro ; orientador, Nelson Sadowski. - Florianópolis, SC, 2011.  
396 p.: il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia elétrica. 2. Máquinas elétricas de indução.  
3. Transformadores elétricos. I. Sadowski, Nelson. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDU 621.3

Maurício Ruviaro

**MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA DE ROTOR BOBINADO  
DUPLAMENTE ALIMENTADA POR MEIO DE  
TRANSFORMADOR ROTATIVO**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica e, aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 30 de setembro de 2011.

---

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Nelson Sadowski, Dr.

Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina

---

Eng. Fredemar Rüncos, Dr.

Co-Orientador

WEG Equipamentos Elétricos S.A. - Energia

---

Prof. Nelson Jhoe Batistela, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Silvio Ikuyo Nabeta, Dr.

Universidade de São Paulo



Aos meus pais,  
Francisco e Ivone

Aos meus irmãos,  
Luciana e Fernando



## AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida, pela minha fé na superação dos obstáculos e por me conferir o gosto pelo estudo.

Aos meus pais, Francisco e Ivone, e aos meus irmãos, Luciana e Fernando, pelo convívio, amor, compreensão e cumplicidade familiar em todos os momentos de minha vida.

Ao professor Nelson Sadowski, pela orientação, compreensão e auxílio no desenvolvimento deste trabalho; pela sua amizade desde a época de minha graduação.

Ao engenheiro Fredemar Rüncos, pela co-orientação, sugestão do tema, apoio e permanente entusiasmo no desenvolvimento do trabalho; pela amizade e pelos ensinamentos profissionais.

Ao engenheiro Iduan Machado Borges, pela dedicação, parceria, interesse e fundamental contribuição no desenvolvimento do projeto mecânico do protótipo; pela convivência profissional e pela amizade.

Aos colegas das áreas de processos e fabricação da WEG Energia e, em especial, a Ivomir Stassun, Neri Ern, Rui Carlos Krueger e Valdir Meier pelas grandes contribuições no desenvolvimento do projeto, pela disposição e pelo trabalho na montagem do protótipo.

Aos colegas das áreas de ensaios da WEG Motores, Fabio Luiz Mattos de Sousa, Geovan Pape e Mateus Francesconi da Boit pela grande ajuda na realização dos testes de laboratório.

Aos meus colegas de trabalho na engenharia da WEG Energia e, em especial a André Küll Aguillar, Celso Luiz Liermann Filho, Fábio Norio Razé Yamanaka, Gustavo Tadeu Omine, Luiz Fernando Camarini de Oliveira, Marcelo Schulter, Rafael de Souza Barbeta e Ricardo Luiz Sartori, pela amizade e pelas contribuições oferecidas por cada um, ao seu modo, no desenvolvimento deste estudo.

À Fernanda Souza Senna, Henrique Reginaldo, Juliano Schier e Daniel Vinícius Testa, pela amizade que se iniciou na época de nossa graduação em engenharia e que perdura até os dias de hoje.

Aos meus amigos, Jorge Marcelo Ribeiro e Tomazo Silva Burin pela amizade e pela parceria.

À WEG Equipamentos Elétricos S.A., pela oportunidade de construção do protótipo, pelo apoio financeiro nesta empreitada e pela disponibilização de sua estrutura laboratorial para a execução de ensaios.



*Sê humilde para evitar o orgulho, mas  
voa alto para alcançar a sabedoria.*

*Mesmo que já tenha feito uma longa  
caminhada, sempre haverá mais um  
caminho a percorrer.*

Santo Agostinho de Hipona



## RESUMO

A máquina assíncrona trifásica é um equipamento extremamente difundido no universo das máquinas elétricas girantes. Ao operar como motor, ela transforma energia elétrica em força motriz bastante útil ao acionamento de cargas industriais. Operando como gerador, converte a energia dos ventos ou de pequenos aproveitamentos hidráulicos em energia elétrica.

De um modo geral, a máquina assíncrona trifásica apresenta duas modalidades construtivas para seus rotores: gaiola e bobinado. A máquina assíncrona de gaiola é a de construção mais simples e tem ampla utilização pelo mercado. A modalidade de rotor bobinado destaca-se pelo acesso ao circuito rotórico e por oferecer melhores condições de controle operacional.

Muito versátil em aplicações industriais e na geração eólica, a máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado tradicional apresenta a inconveniência de requerer o uso de escovas e anéis de deslizamento no acesso ao seu circuito rotórico, o que implica em elevadas taxas de manutenção, menor confiabilidade e maiores custos operacionais.

O uso do transformador rotativo trifásico permite o acesso ao circuito do rotor bobinado da máquina assíncrona, dispensando o uso de escovas e anéis de deslizamento.

Originalmente concebido ao uso em aplicações aeroespaciais, o transformador rotativo caracteriza-se pela eliminação dos problemas associados às escovas e aos anéis de deslizamento e pela moderada influência no comportamento da máquina assíncrona de rotor bobinado.

A máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado duplamente alimentada por meio de transformador rotativo é o foco deste estudo. A análise conceitual do transformador e seus aspectos construtivos são partes integrantes deste trabalho.

A construção de um protótipo, a realização de ensaios e a concepção de modelos em regime permanente e em regime dinâmico permitem uma ampla exploração do tema.

A utilização do transformador rotativo apresenta-se como uma solução técnica bastante interessante e promissora para o aumento da confiabilidade da máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado.

**Palavras-chave:** máquina assíncrona trifásica, transformador rotativo, máquina duplamente alimentada, máquina assíncrona sem escovas.



## ABSTRACT

The three-phase asynchronous machine is extremely widespread equipment in the universe of electric rotating machines. When operated as motor, the machine transforms electrical energy into useful driving force to industrial loads. Operating as a generator converts the energy of wind or small hydraulics plants in electric power.

In general, the three-phase asynchronous machine has two rotor design concepts: cage and wound. The cage asynchronous machine has simple construction and is largely used in the market. The wound rotor stands out by the access to the rotor circuit and for providing better operational control.

Very versatile in industrial applications and wind generation, the traditional wound rotor asynchronous machine has the inconvenience of requiring the use of brushes and slip rings to permit access to rotor circuit, which implies a high rate of maintenance, lower reliability and higher operating costs.

The use of three-phase rotary transformer provides access to the wound rotor circuit of asynchronous machine, eliminating the use of brushes and slip rings.

Originally designed for use in aerospace applications, the rotary transformer is characterized by the elimination of problems associated with brushes and slip rings and the moderate influence on the behavior of wound rotor asynchronous machine.

The three-phase wound rotor asynchronous machine doubly fed by rotary transformer is the focus of this study. The conceptual analysis of the transformer and its constructive aspects are parts of this work.

The construction of a prototype, testing execution and development of steady state and dynamic models allow a broad exploration of the theme.

The use of the rotary transformer is a technical solution very interesting and promising to increase the reliability of three-phase wound rotor asynchronous machine.

**Keywords:** assynchronous machine, rotary transformer, double-fed assynchronous machine, brushless machine.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.2.1	Estator com bobinas de fio circular .....	57
Figura 2.2.2	Estator com bobinas de fio retangular .....	57
Figura 2.2.3	Rotor de gaiola de esquilo .....	58
Figura 2.2.4	Rotor bobinado com anéis de deslizamento .....	59
Figura 2.2.5	Escovas e anéis de deslizamento em sistema de porta-escovas fixo.....	62
Figura 2.2.6	Escovas e anéis de deslizamento em sistema de porta-escovas levantável .....	62
Figura 2.2.7	Motor com sistema de porta-escovas levantável .....	63
Figura 2.3.1	Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado com o estator do transformador rotativo trifásico conectado a resistências externas .....	65
Figura 2.3.2	Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado duplamente alimentada por conversor conectado ao estator do transformador rotativo .....	66
Figura 3.1.1	Transformador monofásico de núcleo envolvido .....	70
Figura 3.1.2	Transformador monofásico de núcleo envolvente .....	70
Figura 3.2.1	Comparativo entre sistemas de transmissão de energia por escovas e transformador rotativo .....	71
Figura 3.3.1	Transformadores rotativos com núcleo axial (a) e frontal (b) .....	75
Figura 3.3.2	Transformador rotativo axial ou coaxial .....	76
Figura 3.3.3	Transformador rotativo frontal .....	76
Figura 3.3.4	Transformador rotativo frontal com enrolamentos coaxiais .....	77
Figura 3.4.1	Transformador rotativo trifásico axial .....	78
Figura 3.5.1.1	Magnetização do núcleo da <i>fase a</i> do transformador .....	79
Figura 3.5.1.2	Distribuição de chapas no rotor do transformador .....	82
Figura 3.5.1.1.1	Relutâncias do circuito de magnetização .....	83
Figura 3.5.2.1	O fluxo de magnetização e de dispersão no transformador.....	86

Figura 3.5.2.1.1	As indutâncias de dispersão no transformador ...	87
Figura 3.5.2.1.2	Transformador rotativo axial .....	88
Figura 3.5.3.1	As forças eletromotrizes no transformador rotativo .....	91
Figura 3.5.3.1.1	Operação do transformador rotativo em carga ...	93
Figura 4.1	Protótipo da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo .....	95
Figura 4.1.1	Chapas do estator e rotor da máquina assíncrona .....	97
Figura 4.1.2	Estator da máquina assíncrona trifásica .....	97
Figura 4.1.3	Rotor da máquina assíncrona trifásica .....	98
Figura 4.1.1.1	Circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica .....	98
Figura 4.2.1	Transformador rotativo trifásico .....	100
Figura 4.2.1.1	Curva B x H da chapa de aço-silício E170N para o campo magnético de 0 a 5000 H/m em 60 Hz .....	102
Figura 4.2.1.2	Permeabilidade magnética da chapa de aço-silício em função da densidade de fluxo magnético .....	102
Figura 4.2.2.1	Dimensões de um módulo do transformador .....	104
Figura 4.2.3.1	Perfil do transformador rotativo trifásico .....	105
Figura 4.2.3.2	Malha de elementos finitos aplicada ao transformador rotativo .....	106
Figura 4.2.3.3	Linhas de fluxo no transformador rotativo trifásico em $t: 0\ ms$ .....	107
Figura 4.2.3.4	Linhas de fluxo no transformado rotativo trifásico em $t: 5,55\ ms$ .....	107
Figura 4.2.3.5	Linhas de fluxo no transformador rotativo trifásico em $t: 11,1\ ms$ .....	108
Figura 4.2.3.6	Indução no caminho magnético médio para fase a .....	108
Figura 4.2.3.7	Indução no caminho magnético médio para fase b.....	109
Figura 4.2.3.8	Indução no caminho magnético médio para fase c .....	109
Figura 4.2.5.1	Circuito equivalente por fase do transformador rotativo .....	110
Figura 4.2.5.2	Curva de magnetização do transformador a partir da alimentação do estator .....	112

Figura 4.2.5.3	Curva da resistência no ferro em função da tensão nos terminais do estator .....	114
Figura 4.2.5.4	Curva da reatância de magnetização em função da tensão nos terminais do estator .....	116
Figura 4.2.5.5	Curva da resistência de perdas no núcleo do transformador em função da tensão nos terminais do estator .....	118
Figura 4.2.5.6	Curva de magnetização do transformador a partir da alimentação do rotor .....	120
Figura 4.2.5.7	Curva da resistência no ferro em função da tensão nos terminais do rotor .....	122
Figura 4.2.5.8	Curva da reatância de magnetização em função da tensão nos terminais do rotor .....	124
Figura 4.2.5.9	Curva da resistência no núcleo do transformador em função da tensão nos terminais do rotor .....	125
Figura 4.2.5.10	Circuito equivalente do transformador rotativo .....	127
Figura 4.2.7.1	Chapas de aço-silício .....	128
Figura 4.2.7.2	Rotor do transformador rotativo .....	129
Figura 4.2.7.3	Rotor bobinado do transformador .....	129
Figura 4.2.7.4	Rotores com enrolamentos recobertos por bandagem .....	130
Figura 4.2.7.5	Estator bipartido com bobina circular pré-formada .....	130
Figura 4.2.7.6	Estator com núcleo bipartido e bobina pré-formada isolada .....	131
Figura 4.2.7.7	Estatores do transformador rotativo .....	131
Figura 4.3.1	A montagem do protótipo .....	133
Figura 4.3.2	Rotores da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo montados sobre um eixo comum .....	132
Figura 4.3.3	Conexão elétrica entre os terminais dos rotores da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo .....	133
Figura 4.3.4	Máquina assíncrona trifásica e rotor do transformador .....	133
Figura 4.3.5	Máquina assíncrona trifásica com transformador rotativo .....	134

Figura 4.4.1	Alimentação do estator em ensaio de curto-circuito da máquina assíncrona trifásica ...	134
Figura 4.4.2	Alimentação do transformador em ensaio de circuito aberto .....	135
Figura 5.1.1.1	Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona trifásica .....	142
Figura 5.1.1.2	Circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica expresso na frequência elétrica do enrolamento do estator .....	145
Figura 5.1.1.3	Circuito da máquina assíncrona trifásica na frequência elétrica do enrolamento do estator ....	146
Figura 5.1.1.4	Circuito da máquina assíncrona trifásica referido ao estator .....	147
Figura 5.1.2.1	Circuito equivalente por fase do transformador rotativo .....	148
Figura 5.1.2.2	Circuito equivalente do transformador referido ao estator .....	150
Figura 5.1.3.1	Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo .....	151
Figura 5.1.3.2	Frequência elétrica de corrente e tensão nos enrolamentos da máquina assíncrona e do transformador rotativo .....	152
Figura 5.1.3.3	Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona trifásica e transformador rotativo com parâmetros expressos na frequência elétrica da rede .....	154
Figura 5.1.3.4	Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona trifásica e transformador rotativo com parâmetros expressos na frequência elétrica da rede .....	155
Figura 5.1.3.5	Circuito equivalente por fase referido ao estator da máquina assíncrona trifásica .....	156
Figura 5.2.1	Fluxo de potência para a máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo .....	160
Figura 5.3.1.1	Potência ativa no estator, no entreferro e no eixo da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito .....	178

Figura 5.3.1.2	Potência reativa no estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito .....	179
Figura 5.3.1.3	Potência aparente no estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito .....	179
Figura 5.3.1.4	Fator de potência no estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito .....	180
Figura 5.3.1.5	Torque eletromagnético e no eixo da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito .....	181
Figura 5.3.1.6	Correntes referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito .....	181
Figura 5.3.1.7	Correntes reais para o estator do transformador em curto-circuito .....	182
Figura 5.3.1.8	Tensões referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito .....	183
Figura 5.3.1.9	Tensões reais na máquina assíncrona e no transformador rotativo para o estator do transformador em curto-circuito .....	183
Figura 5.3.1.10	Potência aparente real transmitida do rotor da máquina assíncrona ao transformador na frequência $f_{te}$ .....	184
Figura 5.3.1.11	Potência ativa real transmitida do rotor da máquina assíncrona ao transformador na frequência $f_{te}$ .....	185
Figura 5.3.1.12	Fluxo magnético no transformador rotativo trifásico .....	185
Figura 5.3.1.13	Perdas no cobre da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo trifásico .....	186
Figura 5.3.1.14	Perdas no ferro da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo trifásico .....	187
Figura 5.3.1.15	Perdas rotacionais do equipamento .....	187
Figura 5.3.1.16	Perdas suplementares de 0,5% da potência absorvida .....	188

Figura 5.3.1.17	Perdas totais para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico .....	188
Figura 5.3.2.1	Potência ativa no estator da máquina assíncrona trifásica diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador .....	190
Figura 5.3.2.2	Potência aparente no estator da máquina assíncrona trifásica diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador .....	191
Figura 5.3.2.3	Torque eletromagnético no entreferro da máquina assíncrona diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador .....	191
Figura 5.3.2.4	Correntes referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador conectado à resistência $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ .....	193
Figura 5.3.2.5	Correntes referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador conectado à resistência $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ .....	193
Figura 5.3.2.6	Corrente no estator da máquina assíncrona trifásica diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador .....	194
Figura 5.3.2.7	Corrente de excitação da máquina assíncrona trifásica diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador .....	194
Figura 5.3.2.8	Corrente de excitação do transformador rotativo trifásico diante da variação da resistência externa conectada ao seu estator .....	195
Figura 5.3.2.9	Fluxo magnético no transformador rotativo trifásico diante da variação da resistência externa conectada ao seu estator .....	195
Figura 5.3.2.10	Tensão de magnetização do transformador referida ao estator da máquina assíncrona diante da variação da resistência ao transformador .....	196
Figura 5.3.2.11	Tensões referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador conectado à resistência $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ .....	197

Figura 5.3.2.12	Tensões referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador conectado à resistência $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ .....	197
Figura 5.3.2.13	Tensões reais para o estator do transformador conectado à resistência $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ .....	198
Figura 5.3.2.14	Tensões reais para o estator do transformador conectado à resistência $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ .....	198
Figura 5.3.2.15	Tensão de magnetização do rotor da máquina assíncrona diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador ..	199
Figura 5.3.2.16	Tensão de magnetização do transformador rotativo trifásico diante da variação da resistência externa conectada ao seu estator .....	199
Figura 5.3.2.17	Tensão nos terminais do estator do transformador rotativo diante da variação da resistência externa a ele conectada .....	200
Figura 5.3.2.18	Potência aparente nos terminais do rotor do transformador diante da variação da resistência externa conectada ao seu estator .....	200
Figura 5.3.2.1.1	Potência ativa no estator da máquina assíncrona trifásica diante do chaveamento da resistência externa conectada ao estator do transformador ..	202
Figura 5.3.2.1.2	Torque eletromagnético diante do chaveamento da resistência externa conectada ao estator do transformador .....	202
Figura 5.3.2.1.3	Correntes para o chaveamento da resistência externa conectada ao estator do transformador ..	203
Figura 5.3.2.1.4	Fluxo no transformador diante do chaveamento da resistência externa conectada ao estator do transformador .....	203
Figura 5.4.1.1	Corrente no estator da MAT vs. rotação diante do estator do transformador em curto-circuito .....	204
Figura 5.4.1.2	Torque vs. rotação diante do estator do transformador em curto-circuito .....	205
Figura 5.4.2.1	Corrente vs. rotação para o estator do transformador conectado à resistência $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ .....	211

Figura 5.4.2.2	Torque vs. rotação para o estator do transformador conectado à resistência $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ .....	211
Figura 5.4.2.3	Corrente vs. rotação para o estator do transformador conectado à resistência $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ .....	212
Figura 5.4.2.4	Torque vs. rotação para o estator do transformador conectada à resistência $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ .....	212
Figura 5.5.1	Comparativo de ensaios de corrente e torque vs. rotação .....	220
Figura 6.1.1	Sistema de coordenadas <i>abc</i> e sistema de eixos de referência <i>qdo</i> .....	224
Figura 6.2.1	Conexão elétrica entre a máquina assíncrona trifásica e o transformador rotativo .....	230
Figura 6.5.1.1.1	Tensões de fase <i>abc</i> no estator da máquina assíncrona .....	270
Figura 6.5.1.1.2	Tensões de fase <i>abc</i> no estator do transformador rotativo .....	271
Figura 6.5.1.1.3	Correntes <i>abc</i> no estator da máquina assíncrona .....	272
Figura 6.5.1.1.4	Corrente da <i>fase a</i> no estator da máquina assíncrona .....	272
Figura 6.5.1.1.5	Correntes <i>abc</i> no rotor da máquina assíncrona ..	273
Figura 6.5.1.1.6	Corrente da <i>fase a</i> no rotor da máquina assíncrona .....	273
Figura 6.5.1.1.7	Correntes <i>abc</i> no estator do transformador .....	274
Figura 6.5.1.1.8	Corrente da <i>fase a</i> no estator do transformador .....	274
Figura 6.5.1.1.9	Torque eletromagnético e torque no eixo .....	275
Figura 6.5.1.1.10	Velocidade angular mecânica .....	275
Figura 6.5.1.1.11	Corrente da <i>fase a</i> no estator da máquina assíncrona .....	276
Figura 6.5.1.1.12	Corrente da <i>fase a</i> no rotor da máquina assíncrona .....	276
Figura 6.5.1.1.13	Corrente da <i>fase a</i> no estator do transformador ..	277
Figura 6.5.1.1.14	Torque eletromagnético e torque no eixo vs. rotação .....	277
Figura 6.5.1.2.1	Corrente da <i>fase a</i> no estator da máquina assíncrona para $R'_{ext}=6.R'_{m2}$ .....	279

Figura 6.5.1.2.2	Corrente da <i>fase a</i> no rotor da máquina assíncrona para $R'_{ext}=6.R'_{m2}$ .....	279
Figura 6.5.1.2.3	Corrente da <i>fase a</i> no estator do transformador para $R'_{ext}=6.R'_{m2}$ .....	280
Figura 6.5.1.2.4	Torque eletromagnético e torque no eixo para $R'_{ext}=6.R'_{m2}$ .....	280
Figura 6.5.1.2.5	Corrente da <i>fase a</i> no estator da máquina assíncrona para $R'_{ext}=11.R'_{m2}$ .....	281
Figura 6.5.1.2.6	Corrente da <i>fase a</i> no rotor da máquina assíncrona para $R'_{ext}=11.R'_{m2}$ .....	281
Figura 6.5.1.2.7	Corrente da <i>fase a</i> no estator do transformador assíncrona para $R'_{ext}=11.R'_{m2}$ .....	282
Figura 6.5.1.2.8	Torque eletromagnético e torque no eixo assíncrona para $R'_{ext}=11.R'_{m2}$ .....	282
Figura 6.5.1.2.9	Corrente da <i>fase a</i> no estator da máquina assíncrona .....	283
Figura 6.5.1.2.10	Corrente da <i>fase a</i> no rotor da máquina assíncrona .....	283
Figura 6.5.1.2.11	Corrente da <i>fase a</i> no estator do transformador .....	284
Figura 6.5.1.2.12	Torque eletromagnético e torque no eixo .....	284
Figura 6.5.2.1.1	Tensões de fase <i>abc</i> no estator da máquina assíncrona .....	286
Figura 6.5.2.1.2	Correntes <i>abc</i> no estator da máquina assíncrona .....	287
Figura 6.5.2.1.3	Corrente da <i>fase a</i> no estator da máquina assíncrona .....	287
Figura 6.5.2.1.4	Correntes <i>abc</i> no rotor da máquina assíncrona .....	288
Figura 6.5.2.1.5	Corrente da <i>fase a</i> no rotor da máquina assíncrona .....	288
Figura 6.5.2.1.6	Correntes <i>abc</i> no estator do transformador .....	289
Figura 6.5.2.1.7	Corrente da <i>fase a</i> no estator do transformador...	289
Figura 6.5.2.1.8	Velocidade angular mecânica .....	290
Figura 6.5.2.1.9	Torque eletromagnético e de carga vs. tempo.....	290
Figura 6.5.2.1.10	Torque eletromagnético e de carga vs. rotação ..	291
Figura 6.5.2.2.1	Corrente da <i>fase a</i> no estator da máquina assíncrona .....	292
Figura 6.5.2.2.2	Corrente da <i>fase a</i> no rotor da máquina assíncrona .....	292

Figura 6.5.2.2.3	Corrente da <i>fase a</i> no estator do transformador rotativo .....	293
Figura 6.5.2.2.4	Velocidade angular mecânica .....	293
Figura 6.5.2.2.5	Torque eletromagnético e de carga vs. tempo ....	294
Figura 6.5.2.2.6	Torque eletromagnético e de carga vs. rotação ..	294

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1.1	Dados da máquina assíncrona trifásica.....	96
Tabela 4.1.1.1	Parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica obtidos por meio de cálculo...	99
Tabela 4.2.1.1	Coefficientes de perdas para a chapa E170N.....	101
Tabela 4.2.1.2	Características da chapa de aço silício .....	101
Tabela 4.2.1.3	Condutividade de materiais estruturais do transformador .....	103
Tabela 4.2.1.4	Condutividade do cobre a 20°C .....	103
Tabela 4.2.2.1	Dimensões do transformador rotativo .....	103
Tabela 4.2.5.1	Tensões de fase no estator e rotor do transformador em função de correntes impostas aos terminais do estator .....	111
Tabela 4.2.5.2	Resistências no enrolamento e no ferro a partir da alimentação dos terminais do estator do transformador .....	113
Tabela 4.2.5.3	Determinação das reatâncias de dispersão do enrolamento e de magnetização a partir da alimentação dos terminais do estator do transformador .....	115
Tabela 4.2.5.4	Determinação das resistências no enrolamento e no núcleo laminado a partir da alimentação dos terminais do estator do transformador .....	117
Tabela 4.2.5.5	Parâmetros de circuito equivalente determinados a partir do estator do transformador .....	118
Tabela 4.2.5.6	Tensões de fase no estator e rotor do transformador em função de correntes impostas aos terminais do rotor .....	119
Tabela 4.2.5.7	Determinação das resistências no enrolamento e no ferro a partir da alimentação dos terminais do rotor do transformador .....	121
Tabela 4.2.5.8	Determinação das reatâncias de dispersão do enrolamento e de magnetização a partir da alimentação dos terminais do rotor do transformador .....	123
Tabela 4.2.5.9	Determinação das resistências no enrolamento e no ferro a partir da alimentação dos terminais do rotor do transformador .....	125

Tabela 4.2.5.10	Parâmetros de circuito equivalente determinados a partir do rotor do transformador .....	126
Tabela 4.2.5.11	Parâmetros de circuito equivalente do transformador .....	126
Tabela 4.2.6.1	Comparativo entre parâmetros de circuito equivalente obtidos por meio de cálculo analítico e simulação em elementos finitos .....	128
Tabela 4.4.1.1	Parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona .....	135
Tabela 4.4.1.2	Comparativo entre os parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica obtidos em ensaio e cálculo .....	136
Tabela 4.4.2.1	Parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo obtidos a partir de ensaios .....	137
Tabela 4.4.2.2	Comparativo entre os parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica obtidos em ensaio e cálculo por elementos finitos .....	137
Tabela 4.4.2.3	Comparativo entre os parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica obtidos em ensaio e o cálculo analítico .....	138
Tabela 5.1.4.1	Parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica obtidos a partir de ensaios sobre o protótipo .....	158
Tabela 5.1.4.2	Parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo obtidos a partir de ensaios referidos ao estator da máquina assíncrona .....	159
Tabela 5.3.1.1	Tela de seleção para a simulação em regime permanente da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo .....	170
Tabela 5.3.1.2	Resultados para a simulação em regime permanente da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito (regime motor) .....	172
Tabela 5.3.1.3	Resultados para a simulação em regime permanente da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito (regime gerador) .....	174

Tabela 5.3.1.4	Resultados para a simulação de correntes e tensões da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo na condição de rotor bloqueado.....	176
Tabela 5.3.2.1	Tela de seleção para a simulação em regime permanente da máquina assíncrona associada ao transformador e resistências externas .....	189
Tabela 5.4.1.1	Resultados para a simulação em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito (regime motor) .....	206
Tabela 5.4.1.2	Resultados de ensaios em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito (regime motor) .....	206
Tabela 5.4.1.3	Resultados para a simulação em regime permanente da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito (regime gerador) .....	207
Tabela 5.4.1.4	Resultados de ensaio da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator em curto-circuito (regime gerador) .....	207
Tabela 5.4.1.5	Resultados de simulação para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com estator em curto-circuito (regime motor) .....	208
Tabela 5.4.1.6	Resultados de ensaio para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com estator em curto-circuito (regime motor) .....	208
Tabela 5.4.1.7	Resultados de simulação para o torque e a corrente máximos na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com estator em curto-circuito (regime gerador).....	208

Tabela 5.4.1.8	Resultados de ensaio para o torque e a corrente máximos na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com estator em curto-circuito (regime gerador) .....	208
Tabela 5.4.1.9	Resultados para simulação de correntes e tensões da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo na condição de rotor bloqueado .....	209
Tabela 5.4.1.10	Resultados de ensaio para as correntes e as tensões da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo na condição de rotor bloqueado .....	210
Tabela 5.4.2.1	Resultados de simulação para o torque e corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com estator conectado à resistência $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ (regime motor) .....	213
Tabela 5.4.2.2	Resultados de ensaio para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com estator conectado à resistência $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ (regime motor) .....	214
Tabela 5.4.2.3	Resultados de simulação para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com estator conectado à resistência $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ (regime motor) .....	214
Tabela 5.4.2.4	Resultados de ensaio para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com estator conectado à resistência $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ (regime motor) .....	215
Tabela 5.4.2.5	Resultados de ensaio para as correntes e as tensões da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo na condição de rotor bloqueado .....	215
Tabela 5.4.2.6	Resultados para a simulação de correntes e tensões da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo na condição de rotor bloqueado .....	216

Tabela 5.5.1	Resultados de ensaios em carga da máquina assíncrona trifásica com o rotor em curto-circuito (regime motor) .....	217
Tabela 5.5.2	Resultados de ensaios em carga da máquina assíncrona trifásica com o rotor em curto-circuito (regime gerador) .....	218



## **LISTA DE ABREVIATURAS**

IEC:	<i>International Electrotechnical Commission</i>
MAT:	Máquina Assíncrona Trifásica
NASA:	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
TRT:	Transformador Rotativo Trifásico



## LISTA DE SÍMBOLOS

- $B_{tmax}$  : indução ou densidade máxima de fluxo no núcleo do TRT;
- $B_{med}$  : indução ou densidade média de fluxo no núcleo do TRT;
- $D_{mext1}$  : diâmetro externo da chapa do estator da MAT;
- $D_{mint1}$  : diâmetro interno da chapa do estator da MAT;
- $D_{mext2}$  : diâmetro externo da chapa do rotor da MAT;
- $D_{mint2}$  : diâmetro interno da chapa do rotor da MAT;
- $e_{tch}$  : espessura da chapa de aço-silício do TRT;
- $e_{ta1}$  : força eletromotriz induzida no primário da *fase a* do TRT devido ao fluxo mútuo ou magnetizante;
- $e_{ta2}$  : força eletromotriz induzida no secundário da *fase a* do TRT devido ao fluxo mútuo ou magnetizante;
- $e_{ida1}$  : força eletromotriz induzida no primário da *fase a* do TRT devido ao fluxo de dispersão;
- $e_{ida2}$  : força eletromotriz induzida no secundário da *fase a* do TRT devido ao fluxo de dispersão;
- $\tilde{E}_{m1}$  : fasor da tensão de magnetização de fase no estator da MAT;
- $\tilde{E}_{m2}$  : fasor da tensão de magnetização de fase no rotor da MAT;
- $\tilde{e}_{m2}$  : fasor da tensão de magnetização de fase no rotor da MAT;
- $\tilde{E}_{t1}$  : fasor da tensão de magnetização de fase do estator da MAT;
- $\tilde{e}_{t1}$  : fasor da tensão de magnetização de fase no estator do TRT;
- $\tilde{E}_{t2}$  : fasor da tensão de magnetização de fase no rotor do TRT;
- $\tilde{e}_{t2}$  : fasor da tensão de magnetização de fase no rotor do TRT;
- $E_{m1}$  : tensão eficaz de magnetização de fase no estator da MAT;
- $E_{m2}$  : tensão eficaz de magnetização de fase no rotor da MAT;
- $e_{m2}$  : tensão eficaz de magnetização de fase no rotor da MAT;
- $E_{t1}$  : tensão eficaz de magnetização de fase no estator do TRT;
- $e_{t1}$  : tensão eficaz de magnetização de fase no estator do TRT;
- $E_{t2}$  : tensão eficaz de magnetização de fase no rotor do TRT;
- $e_{t2}$  : tensão eficaz de magnetização de fase no rotor do TRT;

$f_{e1}$  : frequência elétrica da rede, em Hz;  
 $f_{me1}$  : frequência elétrica no estator da MAT, em Hz;  
 $f_{me2}$  : frequência elétrica no rotor da MAT, em Hz;  
 $f_{te}$  : frequência elétrica do TRT, em Hz;  
 $f_{mec}$  : frequência mecânica, em Hz;  
 $f_{tlam}$  : fator de laminação;  
 $f_{ma1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase a* do estator da MAT;  
 $f_{mb1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase b* do estator da MAT;  
 $f_{mc1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase c* do estator da MAT;  
 $f_{ma2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase a* do rotor da MAT;  
 $f_{mb2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase b* do rotor da MAT;  
 $f_{mc2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase c* do rotor da MAT;  
 $f_{ta1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase a* do estator do TRT;  
 $f_{tb1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase b* do estator do TRT;  
 $f_{tc1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase c* do estator do TRT;  
 $f_{ta2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase a* do rotor do TRT;  
 $f_{tb2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase b* do rotor do TRT;  
 $f_{tc2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo na *fase c* do rotor do TRT;  
 $f_{mq1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do estator da MAT em *qdo*;  
 $f_{md1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do estator da MAT em *qdo*;  
 $f_{mo1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do estator da MAT em *qdo*;  
 $f_{mq2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do rotor da MAT em *qdo*;  
 $f_{md2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do rotor da MAT em *qdo*;  
 $f_{mo2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do rotor da MAT em *qdo*;  
 $f_{iq1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do estator do TRT em *qdo*;  
 $f_{id1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do estator do TRT em *qdo*;  
 $f_{io1}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do estator do TRT em *qdo*;  
 $f_{iq2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do rotor do TRT em *qdo*;  
 $f_{id2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do rotor do TRT em *qdo*;  
 $f_{io2}$  : vetor de tensão, corrente ou fluxo do rotor do TRT em *qdo*;

$FP_{m1}$ : fator de potência no estator da MAT;  
 $i_{ia0}$ : corrente de excitação na *fase a* do TRT;  
 $i_{ma}$ : corrente de magnetização na *fase a* do TRT;  
 $i_{yfa}$ : corrente de perdas de Foucault no núcleo da *fase a* do TRT;  
 $i_{tha}$ : corrente de perdas por histerese no núcleo da *fase a* do TRT;  
 $i_{ia1}$ : corrente no enrolamento do estator da *fase a* do TRT;  
 $i_{ia2}$ : corrente no enrolamento do rotor da *fase a* do TRT;  
 $i_{ib2}$ : corrente no enrolamento do rotor da *fase b* do TRT;  
 $i_{ic2}$ : corrente no enrolamento do rotor da *fase c* do TRT;  
 $i_C$ : corrente de carga no TRT;  
 $\tilde{I}_{m1}$ : fasor da corrente de fase no enrolamento do estator da MAT;  
 $\tilde{I}_{m0}$ : fasor da corrente de excitação de fase da MAT;  
 $\tilde{I}_{mm}$ : fasor da corrente de magnetização de fase da MAT;  
 $\tilde{I}_{mfe1}$ : fasor da corrente de perdas no ferro do estator da MAT;  
 $\tilde{I}_{mfe2}$ : fasor da corrente de perdas no ferro do rotor da MAT;  
 $\tilde{i}_{mfe2}$ : fasor da corrente de fase para perdas no ferro do rotor da MAT;  
 $\tilde{I}_{m2}$ : fasor da corrente de fase no enrolamento do rotor da MAT;  
 $\tilde{i}_{m2}$ : fasor da corrente de fase no enrolamento do rotor da MAT;  
 $\tilde{I}_{t1}$ : fasor da corrente de fase no enrolamento do estator do TRT;  
 $\tilde{i}_{t1}$ : fasor da corrente de fase no enrolamento do estator do TRT;  
 $\tilde{I}_{t0}$ : fasor de corrente de excitação de fase no TRT;  
 $\tilde{I}_{tfe}$ : fasor da corrente de perdas no ferro do TRT;  
 $\tilde{i}_{tfe}$ : fasor da corrente de perdas no ferro do TRT;  
 $\tilde{I}_{t2}$ : fasor da corrente de fase no enrolamento do rotor do TRT;  
 $\tilde{i}_{t2}$ : fasor da corrente de fase no enrolamento do rotor do TRT;  
 $I_{m1}$ : corrente eficaz de fase no enrolamento do estator da MAT;  
 $I_{m0}$ : corrente eficaz de excitação de fase da MAT;  
 $I_{mm}$ : corrente eficaz de magnetização de fase da MAT;  
 $I_{mfe1}$ : corrente eficaz de fase de perdas no ferro do estator da MAT;

$I_{mfe2}$  : corrente eficaz de fase de perdas no ferro do rotor da MAT;  
 $i_{mfe2}$  : corrente eficaz de fase de perdas no ferro do rotor da MAT;  
 $I_{m2}$  : corrente eficaz de fase no enrolamento do rotor da MAT;  
 $i_{m2}$  : corrente eficaz de fase no enrolamento do rotor da MAT;  
 $I_{t1}$  : corrente eficaz de fase no enrolamento do estator do TRT;  
 $i_{t1}$  : corrente eficaz de fase no enrolamento do estator do TRT;  
 $I_{tfe}$  : corrente eficaz de fase de perdas no ferro no TRT;  
 $i_{tfe}$  : corrente eficaz de fase de perdas no ferro no TRT;  
 $I_{t2}$  : corrente eficaz de fase no enrolamento do rotor do TRT;  
 $i_{t2}$  : corrente eficaz de fase no enrolamento do rotor do TRT;  
 $I_p$  : corrente de partida no enrolamento do estator da MAT;  
 $I_n$  : corrente nominal no enrolamento do estator da MAT;  
 $[i_{mabc1}]$  vetor de correntes no estator da MAT;  
 $[i_{mabc2}]$  vetor de correntes no rotor da MAT;  
 $[i_{tabc1}]$  vetor de correntes no estator do TRT;  
 $[i_{tabc2}]$  vetor de correntes no rotor do TRT;  
 $[I]$  : matriz identidade;  
 $J_m$  : inércia da MAT;  
 $J_t$  : inércia do TRT;  
 $J_{carga}$  : inércia da carga;  
 $k_{em1}$  : fator de enrolamento do estator da MAT;  
 $k_{em2}$  : fator de enrolamento do rotor da MAT;  
 $k_{mv}$  : relação de transformação de tensão do rotor ao estator da MAT;  
 $k_{mi}$  : relação de transf. de corrente do rotor ao estator da MAT;  
 $k_{mz}$  : relação de transf. de impedância do rotor ao estator da MAT;  
 $k_{tv}$  : relação de transf. de tensão do rotor ao estator do TRT;  
 $k_{ti}$  : relação de transf. de corrente do rotor ao estator do TRT;  
 $k_{tz}$  : relação de transf. de impedância do rotor ao estator do TRT;  
 $k_{mtv}$  : relação de transf. de tensão entre os estatores do TRT e MAT;

$k_{mti}$ : relação de transf. de corrente entre os estatores do TRT e MAT;  
 $k_{mtz}$ : relação de transf. de impedância entre estatores do TRT e MAT;  
 $[K_{m1}]$  matriz de transformação das grandezas do estator da MAT do sistema *abc* para *qdo*;  
 $[K_{m2}]$  matriz de transformação das grandezas do rotor da MAT do sistema *abc* para *qdo*;  
 $l_{me}$ : entreferro da MAT;  
 $l_{te}$ : entreferro do TRT;  
 $l_{m1}$ : comprimento médio do núcleo do estator do TRT;  
 $l_{m2}$ : comprimento médio do núcleo do rotor do TRT;  
 $l_{tcu}$ : comprimento médio das espiras do TRT;  
 $l_{tb}$ : largura das bobinas do TRT;  
 $l_{tf1}$ : altura da bobina do estator do TRT;  
 $l_{tf2}$ : altura da bobina do rotor do TRT;  
 $l_{tw}$ : distância entre os enrolamentos do estator e rotor do TRT;  
 $L_{m1}$ : indutância de dispersão do estator da MAT;  
 $L_{m2}$ : indutância de dispersão do rotor da MAT;  
 $L_{mm1}$ : indutância de magnetização do estator da MAT;  
 $L_{mm2}$ : indutância de magnetização do rotor da MAT;  
 $L_{mM1}$ : indutância mútua entre os enrolamentos do estator da MAT;  
 $L_{mM2}$ : indutância mútua entre os enrolamentos do rotor da MAT;  
 $L_{mM12}$  indutância mútua entre o estator e o rotor da MAT;  
 $L_{t1}$ : indutância de dispersão do estator do TRT;  
 $L_{t2}$ : indutância de dispersão do rotor do TRT;  
 $L_{tm}$ : indutância de magnetização do TRT;  
 $L_{tm1}$ : indutância de magnetização do estator do TRT;  
 $L_{tm2}$ : indutância de magnetização do rotor do TRT;  
 $L_{tM12}$ : indutância mútua entre o estator e o rotor do TRT;  
 $[L_{m11}]$ : matriz de indutâncias do estator da MAT;  
 $[L_{m22}]$ : matriz de indutâncias do rotor da MAT;

$[L_{m12}]$ : matriz de indutâncias mútuas entre o estator e o rotor da MAT;  
 $[L_{m21}]$ : matriz de indutâncias mútuas entre o rotor e o estator da MAT;  
 $[L_{t11}]$ : matriz de indutâncias do estator do TRT;  
 $[L_{t22}]$ : matriz de indutâncias do rotor do TRT;  
 $[L_{t12}]$ : matriz de indutâncias mútuas entre o estator e o rotor do TRT;  
 $[L_{t21}]$ : matriz de indutâncias mútuas entre o rotor e o estator do TRT;  
 $n_{mec}$ : velocidade mecânica do eixo, em r.p.m.;  
 $n_{sín}$ : velocidade síncrona do campo girante, em r.p.m.;  
 $M_m$ : indutância mútua da MAT;  
 $M_t$ : indutância mútua do TRT;  
 $N_{m1}$ : número de ranhuras no estator da MAT;  
 $N_{m2}$ : número de ranhuras no rotor da MAT;  
 $N_{mc1}$ : número de condutores em série por fase do estator da MAT;  
 $N_{mc2}$ : número de condutores em série por fase do rotor da MAT;  
 $N_{t1}$ : número de espiras no estator do TRT;  
 $N_{t2}$ : número de espiras no rotor do TRT;  
 $p_m$ : número de pares de pólos da MAT;  
 $p_{m\text{cu}1}$ : perdas no enrolamento do estator da MAT;  
 $p_{m\text{cu}2}$ : perdas no enrolamento do rotor da MAT;  
 $p_{m\text{fe}1}$ : perdas no ferro no estator da MAT;  
 $p_{m\text{fe}2}$ : perdas no ferro no rotor da MAT;  
 $p_{m1}$ : perdas totais no estator da MAT;  
 $p_{m2}$ : perdas totais no rotor da MAT;  
 $p_{t\text{cu}1}$ : perdas no enrolamento do estator do TRT;  
 $p_{t\text{cu}2}$ : perdas no enrolamento do rotor do TRT;  
 $p_{t\text{fe}}$ : perdas no ferro do TRT;  
 $p_{t\text{fe}1}$ : perdas no ferro no estator do TRT;  
 $p_{t\text{fe}2}$ : perdas no ferro no rotor do TRT;  
 $p_{t\text{fe}12}$ : perdas no ferro no TRT devidas à alimentação do estator;

$P_{t\ fe\ 2l}$  : perdas no ferro no TRT devidas à alimentação do rotor;  
 $P_{t\ fe\ 12n}$  : perdas no ferro do núcleo do TRT devidas à alimentação do estator;  
 $P_{t\ fe\ 2ln}$  : perdas no ferro do núcleo do TRT devidas à alimentação do rotor;  
 $P_{t1}$  : perdas totais no estator do TRT;  
 $P_{t2}$  : perdas totais no rotor do TRT;  
 $P_{rot}$  : perdas rotacionais devido ao atrito e ventilação;  
 $P_{sup}$  : perdas suplementares.  
 $P_{m1}$  : potência ativa no estator da MAT;  
 $P_{me}$  : potência ativa no entreferro da MAT;  
 $P_{conv}$  : potência elétrica convertida em mecânica;  
 $P_{eixo}$  : potência disponível no eixo;  
 $P_n$  : potência nominal;  
 $p_f$  : coeficiente de perdas por correntes de Foucault na chapa de aço-silício;  
 $p_h$  : coeficiente de perdas por histerese na chapa de aço-silício;  
 $Q_{m1}$  : potência reativa no estator da MAT;  
 $R_{m1}$  : resistência de fase do enrolamento estator da MAT;  
 $R_{mfe1}$  : resistência de fase para perdas do ferro no estator da MAT;  
 $R_{mfe2}$  : resistência de fase para perdas do ferro no rotor da MAT;  
 $r_{mfe2}$  : resistência de fase para perdas no ferro do rotor da MAT;  
 $R_{m2}$  : resistência de fase do enrolamento do rotor da MAT;  
 $r_{m2}$  : resistência de fase no enrolamento do rotor da MAT;  
 $R_{t1}$  : resistência de fase no enrolamento do estator do TRT;  
 $r_{t1}$  : resistência no enrolamento do estator do TRT;  
 $R_{t2}$  : resistência de fase no enrolamento do rotor do TRT;  
 $r_{t2}$  : resistência no enrolamento do rotor do TRT;  
 $R_{tfe}$  : resistência de fase para perdas no ferro do TRT;  
 $r_{tfe}$  : resistência de fase para perdas no ferro do TRT;

$R_{yfen}$  : resistência de fase para perdas no ferro do núcleo do TRT;  
 $R_{yfe12}$  : resistência de fase para perdas no ferro do TRT devidas à alimentação do estator;  
 $R_{yfe21}$  : resistência de fase para perdas no ferro do TRT devidas à alimentação do rotor;  
 $R_{yfe12n}$  : resistência de fase para perdas no ferro do núcleo do TRT devidas à alimentação do estator;  
 $R_{yfe21n}$  : resistência de fase para perdas no ferro do núcleo do TRT devidas à alimentação do rotor;  
 $R_{ext}$  : resistência de fase do reostato conectado ao estator do TRT;  
 $r_{ext}$  : resistência de fase do reostato conectado ao estator do TRT;  
 $[R_{m1}]$  : matriz de resistências dos enrolamentos do estator;  
 $[R_{m2}]$  : matriz de resistências dos enrolamentos do rotor;  
 $[R_{t1}]$  : matriz de resistências dos enrolamentos do estator;  
 $[R_{t2}]$  : matriz de resistências dos enrolamentos do rotor;  
 $S_{m1}$  : potência aparente no estator da MAT;  
 $S_{t1}$  : potência aparente no estator do TRT;  
 $S_{t2}$  : potência aparente no rotor do TRT;  
 $S_{m}$  : seção magnética do núcleo do TRT;  
 $S_{m1}$  : seção magnética do núcleo do estator do TRT;  
 $S_{m2}$  : seção magnética do núcleo do rotor do TRT;  
 $S_{te}$  : seção magnética do entreferro do TRT;  
 $S_{tg}$  : seção geométrica do núcleo do TRT;  
 $s$  : escorregamento da MAT;  
 $T_p$  : torque de partida ou de rotor bloqueado da MAT;  
 $T_{máx}$  : torque máximo da MAT;  
 $T_n$  : torque nominal da MAT;  
 $T_{me}$  : torque eletromagnético no entreferro da MAT;  
 $T_{eixo}$  : torque no eixo da MAT;  
 $T_{carga}$  : torque de carga;  
 $U_{ill}$  : tensão de linha induzida no estator do TRT;

$U_{il2}$ : tensão de linha induzida no rotor do TRT;  
 $\tilde{U}_{t1}$ : fasor da tensão de fase induzida no estator do TRT;  
 $U_{t1r}$ : parte real do fasor da tensão de fase induzida no estator do TRT;  
 $U_{t1i}$ : parte imaginária do fasor da tensão induzida no estator do TRT;  
 $\tilde{U}_{t2}$ : fasor da tensão induzida no rotor do TRT;  
 $U_{t2r}$ : parte real do fasor da tensão induzida no rotor do TRT;  
 $U_{t2i}$ : parte imaginária do fasor da tensão induzida no rotor do TRT;  
 $\tilde{U}_{m2}$ : fasor da tensão de fase induzida no rotor da MAT;  
 $\tilde{u}_{m2}$ : fasor da tensão de fase induzida no rotor da MAT;  
 $\tilde{U}_{t2}$ : fasor da tensão de fase induzida no rotor do TRT;  
 $\tilde{u}_{t2}$ : fasor da tensão de fase induzida no rotor do TRT;  
 $U_{m2}$ : tensão eficaz de fase induzida no rotor da MAT;  
 $u_{m2}$ : tensão eficaz de fase induzida no rotor da MAT;  
 $U_{t2}$ : tensão eficaz de fase induzida no rotor do TRT;  
 $u_{t2}$ : tensão eficaz de fase induzida no rotor do TRT;  
 $u_{iq1}$ : tensão induzida no rotor do TRT no sistema *qdo*;  
 $u_{id2}$ : tensão induzida rotor do TRT no sistema *qdo*;  
 $u_{io2}$ : tensão induzida no rotor do TRT no sistema *qdo*;  
 $[u_{abc2}]$  vetor de tensões induzidas no rotor do TRT;  
 $V_{lm1}$ : tensão de linha aplicada no estator da MAT;  
 $V_{lm2}$ : tensão de linha aplicada no rotor da MAT;  
 $V_{il1}$ : tensão de linha aplicada no estator do TRT;  
 $V_{il2}$ : tensão de linha aplicada no rotor do TRT;  
 $\tilde{V}_{t1}$ : fasor da tensão aplicada no estator do TRT;  
 $V_{t1r}$ : parte real do fasor da tensão aplicada no estator do TRT;  
 $V_{t1i}$ : parte imaginária do fasor da tensão aplicada no estator do TRT;  
 $\tilde{V}_{t2}$ : fasor da tensão aplicada no rotor do TRT;  
 $V_{t2r}$ : parte real do fasor da tensão aplicada no rotor do TRT;  
 $V_{t2i}$ : parte imaginária do fasor da tensão aplicada no rotor do TRT;  
 $\tilde{V}_{m1}$ : fasor da tensão de fase aplicada no estator da MAT;

$\tilde{V}_{m2}$  : fasor da tensão de fase aplicada no rotor da MAT;  
 $\tilde{v}_{m2}$  : fasor da tensão de fase aplicada no rotor da MAT;  
 $\tilde{V}_{t1}$  : fasor da tensão de fase aplicada no estator do TRT;  
 $\tilde{v}_{t1}$  : fasor da tensão de fase aplicada no rotor do TRT;  
 $\tilde{v}_{t2}$  : fasor da tensão de fase aplicada no rotor do TRT;  
 $V_{m1}$  : tensão eficaz de fase no estator da MAT  
 $V_{m2}$  : tensão eficaz de fase no rotor da MAT;  
 $v_{m2}$  : tensão eficaz de fase no rotor da MAT;  
 $V_{t1}$  : tensão eficaz de fase aplicada ao estator do TRT;  
 $v_{t1}$  : tensão eficaz de fase no estator do TRT;  
 $v_{t2}$  : tensão eficaz de fase aplicada ao rotor do TRT;  
 $v_{ta1}$  : tensão aplicada no estator da *fase a* do TRT;  
 $v_{ta2}$  : tensão aplicada no rotor da *fase a* do TRT;  
 $v_{mq1}$  : tensão aplicada no estator da MAT no sistema *qdo*;  
 $v_{md1}$  : tensão aplicada no estator da MAT no sistema *qdo*;  
 $v_{mo1}$  : tensão aplicada no estator da MAT no sistema *qdo*;  
 $v_{mq2}$  : tensão aplicada no rotor da MAT no sistema *qdo*;  
 $v_{md2}$  : tensão aplicada no rotor da MAT no sistema *qdo*;  
 $v_{mo2}$  : tensão aplicada no rotor da MAT no sistema *qdo*;  
 $v_{tq1}$  : tensão aplicada no estator do TRT no sistema *qdo*;  
 $v_{td1}$  : tensão aplicada no estator do TRT no sistema *qdo*;  
 $v_{to1}$  : tensão aplicada no estator do TRT no sistema *qdo*;  
 $[v_{mabc1}]$  vetor de tensões aplicadas no estator da MAT;  
 $[v_{mabc2}]$  vetor de tensões aplicadas no rotor da MAT;  
 $[v_{tabc1}]$  vetor de tensões aplicadas no estator do TRT;  
 $X_{m1}$  : reatância de dispersão de fase do estator da MAT;  
 $X_{mm}$  : reatância de magnetização da MAT;  
 $X_{m2}$  : reatância de dispersão de fase do rotor da MAT;  
 $x_{m2}$  : reatância de dispersão de fase do rotor da MAT;  
 $X_{t1}$  : reatância de dispersão de fase do estator do TRT;

- $x_{t1}$  : reatância de dispersão no estator do TRT;  
 $X_{t1s}$  : reatância em série do ramo magnetizante do estator do TRT;  
 $X_{m}$  : reatância de magnetização de fase do TRT;  
 $x_{tm}$  : reatância de magnetização do TRT;  
 $X_{m1}$  : reatância de magnetização de fase do TRT definida a partir da alimentação do estator;  
 $X_{m2}$  : reatância de magnetização de fase do TRT definida a partir da alimentação do rotor;  
 $X_{t2}$  : reatância de dispersão de fase do rotor do TRT;  
 $x_{t2}$  : reatância de dispersão no rotor do TRT;  
 $X_{t2s}$  : reatância em série do ramo magnetizante do rotor do TRT;  
 $W_{me}$  : energia armazenada nos campos eletromagnéticos da MAT;  
 $w_{fe}$  : perdas no ferro de chapa de aço-silício;  
 $b_{m1}$  : deslocamento angular do sistema de eixos de referência em relação ao eixo estacionário;  
 $b_{m2}$  : deslocamento do sistema de eixos de referência em relação ao eixo das fases do rotor da MAT;  
 $q_{Em1}$  : ângulo de fase da tensão de magnetização no estator da MAT;  
 $q_{Em2}$  : ângulo de fase da tensão de magnetização no rotor da MAT;  
 $q_{em2}$  : ângulo de fase da tensão de magnetização no rotor da MAT;  
 $q_{Et1}$  : ângulo de fase da tensão de magnetização no estator do TRT;  
 $q_{et1}$  : ângulo de fase da tensão de magnetização no estator do TRT;  
 $q_{Et2}$  : ângulo de fase da tensão de magnetização do rotor do TRT;  
 $q_{et2}$  : ângulo de fase da tensão de magnetização no rotor do TRT;  
 $q_{Im1}$  : ângulo de fase da corrente no enrolamento do estator da MAT;  
 $q_{Im0}$  : ângulo de fase da corrente de excitação da MAT;  
 $q_{Imm}$  : ângulo de fase da corrente de magnetização da MAT;  
 $q_{Imfe1}$  : ângulo de fase da corrente de perdas no ferro do estator da MAT;  
 $q_{Imfe2}$  : ângulo de fase da corrente de perdas no ferro do rotor da MAT;  
 $q_{imfe2}$  : ângulo de fase da corrente de perdas no ferro do rotor da MAT;  
 $q_{Im2}$  : ângulo de fase da corrente no enrolamento do rotor da MAT;

$q_{im2}$  : ângulo de fase da corrente no enrolamento do rotor da MAT;  
 $q_{It1}$  : ângulo de fase da corrente no enrolamento do estator do TRT;  
 $q_{it1}$  : ângulo de fase da corrente no enrolamento do estator do TRT;  
 $q_{I_{tfe}}$  : ângulo de fase da corrente de perdas no ferro no TRT;  
 $q_{i_{tfe}}$  : ângulo de fase da corrente de perdas no ferro no TRT;  
 $q_{It2}$  : ângulo de fase da corrente no enrolamento do rotor do TRT;  
 $q_{it2}$  : ângulo de fase da corrente no enrolamento do rotor do TRT;  
 $q_{Um2}$  : ângulo de fase da tensão induzida no rotor da MAT;  
 $q_{um2}$  : ângulo de fase da tensão induzida no rotor da MAT;  
 $q_{Ut2}$  : ângulo de fase da tensão induzida no rotor do TRT;  
 $q_{ut2}$  : ângulo de fase da tensão induzida no rotor do TRT;  
 $q_{Vm1}$  : ângulo de fase da tensão aplicada no estator da MAT;  
 $q_{Vm2}$  : ângulo de fase da tensão aplicada no rotor da MAT;  
 $q_{vm2}$  : ângulo de fase da tensão aplicada no rotor da MAT;  
 $q_{Vt1}$  : ângulo de fase da tensão aplicada no estator do TRT;  
 $q_{vt1}$  : ângulo de fase da tensão aplicada no estator do TRT;  
 $q_{vt2}$  : ângulo de fase da tensão aplicada ao rotor do TRT;  
 $q_{f_{mm}}$  : ângulo de fase do fluxo magnético no entreferro da MAT;  
 $q_{f_{tm}}$  : ângulo de fase do fluxo magnético no entreferro do TRT;  
 $q_{vm1m1}$  defasagem entre tensão e corrente no estator da MAT;  
 $q_{m1}$  : posição angular dos eixos dos enrolamentos do estator da MAT;  
 $q_{m2}$  : posição angular dos eixos dos enrolamentos do rotor da MAT;  
 $q_{qdo}$  : posição angular dos eixos de referência;  
 $q_{me1}$  : fase da tensão nos enrolamentos do estator da MAT;  
 $q_{me2}$  : fase da tensão nos enrolamentos do rotor da MAT;  
 $q_{te1}$  : fase da tensão nos enrolamentos do estator do TRT;  
 $q_{mec}$  : posição angular mecânica;  
 $I_{mq1}$  : fluxo concatenado no estator da MAT no sistema  $qdo$ ;  
 $I_{md1}$  : fluxo concatenado no estator da MAT no sistema  $qdo$ ;  
 $I_{mo1}$  : fluxo concatenado no estator da MAT no sistema  $qdo$ ;

$l_{mq2}$  : fluxo concatenado no rotor da MAT no sistema *qdo*;  
 $l_{md2}$  : fluxo concatenado no rotor da MAT no sistema *qdo*;  
 $l_{mo2}$  : fluxo concatenado no rotor da MAT no sistema *qdo*;  
 $l_{tq1}$  : fluxo concatenado no estator do TRT no sistema *qdo*;  
 $l_{td1}$  : fluxo concatenado no estator do TRT no sistema *qdo*;  
 $l_{to1}$  : fluxo concatenado no estator do TRT no sistema *qdo*;  
 $l_{tq2}$  : fluxo concatenado no rotor do TRT no sistema *qdo*;  
 $l_{td2}$  : fluxo concatenado no rotor do TRT no sistema *qdo*;  
 $l_{to2}$  : fluxo concatenado no rotor do TRT no sistema *qdo*;  
 $l_{tma1}$  : fluxo concatenado de magnetização na *fase a* do estator do TRT  
 $l_{tma2}$  : fluxo concatenado de magnetização na *fase a* do rotor do TRT;  
 $l_{tda1}$  : fluxo concatenado de dispersão na *fase a* do estator do TRT;  
 $l_{tda2}$  : fluxo concatenado de dispersão na *fase a* do rotor do TRT;  
 $l_{ta1}$  : fluxo concatenado total na *fase a* do estator do TRT;  
 $l_{ta2}$  : fluxo concatenado total na *fase a* do rotor do TRT;  
 $[l_{mabc1}]$  vetor de fluxos concatenados no estator da MAT;  
 $[l_{mabc2}]$  vetor de fluxos concatenados no rotor da MAT;  
 $[l_{tabc1}]$  vetor de fluxos concatenados no estator do TRT;  
 $[l_{tabc2}]$  vetor de fluxos concatenados no rotor do TRT;  
 $m_m$  : permeabilidade magnética do núcleo do TRT;  
 $m_{te}$  : permeabilidade magnética do entreferro do TRT;  
 $\tilde{f}_{mm}$  : fasor do fluxo magnético no entreferro da MAT;  
 $\tilde{f}_{tm}$  : fasor do fluxo magnético no entreferro do TRT;  
 $f_{mm}$  : fluxo magnético eficaz no entreferro da MAT;  
 $f_{tm}$  : fluxo magnético eficaz no entreferro do TRT;  
 $f_{tmax}$  : fluxo de magnetização máximo no TRT;  
 $f_{tma}$  : fluxo de magnetização na *fase a* do TRT;  
 $f_{tda1}$  : fluxo de dispersão na *fase a* do estator do TRT;  
 $f_{tda2}$  : fluxo de dispersão na *fase a* do rotor do TRT;  
 $f_{ta1}$  : fluxo total no primário da *fase a* do TRT;

$f_{ta2}$  : fluxo total no secundário na *fase a* do TRT;  
 $Y_{mq1}$  : fluxo concatenado no estator da MAT no sistema *qdo*;  
 $Y_{md1}$  : fluxo concatenado no estator da MAT no sistema *qdo*;  
 $Y_{mo1}$  : fluxo concatenado no estator da MAT no sistema *qdo*;  
 $Y_{mq2}$  : fluxo concatenado no rotor da MAT no sistema *qdo*;  
 $Y_{md2}$  : fluxo concatenado no rotor da MAT no sistema *qdo*;  
 $Y_{mo2}$  : fluxo concatenado no rotor da MAT no sistema *qdo*;  
 $Y_{tq1}$  : fluxo concatenado no estator do TRT no sistema *qdo*;  
 $Y_{td1}$  : fluxo concatenado no estator do TRT no sistema *qdo*;  
 $Y_{to1}$  : fluxo concatenado no estator do TRT no sistema *qdo*;  
 $Y_{tq2}$  : fluxo concatenado no rotor do TRT no sistema *qdo*;  
 $Y_{td2}$  : fluxo concatenado no rotor do TRT no sistema *qdo*;  
 $Y_{to2}$  : fluxo concatenado no rotor do TRT no sistema *qdo*;  
 $W_{me1}$  : frequência angular elétrica no estator da MAT, em rad/s;  
 $W_{me2}$  : frequência angular elétrica no rotor da MAT, em rad/s;  
 $W_{te}$  : frequência angular elétrica no TRT, em rad/s.  
 $W_{mec}$  : velocidade angular mecânica do eixo, em rad/s;  
 $W_{sin}$  : velocidade angular síncrona do campo girante, em rad/s;  
 $\mathfrak{R}_{m1}$  : relutância do núcleo do estator do TRT;  
 $\mathfrak{R}_{m2}$  : relutância do núcleo do rotor do TRT;  
 $\mathfrak{R}_{te}$  : relutância do entreferro do TRT;

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>51</b>
<b>2.</b>	<b>AS MÁQUINAS ASSÍNCRONAS TRIFÁSICAS.....</b>	<b>55</b>
2.1.	O PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO.....	55
2.2.	AS MÁQUINAS ASSÍNCRONAS CONVENCIONAIS .....	56
2.3.	AS MÁQUINAS ASSÍNCRONAS DUPLAMENTE ALIMENTADAS SEM ESCOVAS .....	64
2.4.	CONCLUSÃO....	67
<b>3.</b>	<b>O TRANSFORMADOR ROTATIVO TRIFÁSICO.....</b>	<b>69</b>
3.1.	O CONCEITO GERAL DE TRANSFORMADORES .....	69
3.2.	O ESTADO ATUAL DO TRANSFORMADOR ROTATIVO .....	71
3.3.	AS MODALIDADES CONSTRUTIVAS .....	75
3.4.	A CONCEPÇÃO DO TRANSFORMADOR ROTATIVO TRIFÁSICO .....	77
3.5.	O PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO .....	78
<b>3.5.1.</b>	<b>A magnetização do núcleo .....</b>	<b>78</b>
3.5.1.1.	A relutância à magnetização do núcleo .....	83
3.5.1.2.	A indutância de magnetização .....	85
3.5.1.3.	A reatância de magnetização .....	86
<b>3.5.2.</b>	<b>O fluxo de dispersão .....</b>	<b>86</b>
3.5.2.1.	As indutâncias de dispersão .....	87
3.5.2.2.	As reatâncias de dispersão .....	89
<b>3.5.3.</b>	<b>Fluxos, forças eletromotrizes, tensões e correntes .....</b>	<b>89</b>
3.5.3.1.	A corrente de carga .....	92
3.6.	CONCLUSÃO .....	93
<b>4.</b>	<b>O PROTÓTIPO .....</b>	<b>95</b>
4.1.	O PROJETO DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA .....	95
<b>4.1.1.</b>	<b>Os parâmetros de circuito equivalente determinados no projeto .....</b>	<b>98</b>
4.2.	O PROJETO DO TRANSFORMADOR ROTATIVO TRIFÁSICO .....	100
<b>4.2.1.</b>	<b>Os materiais do transformador .....</b>	<b>100</b>
<b>4.2.2.</b>	<b>As dimensões do transformador .....</b>	<b>103</b>
<b>4.2.3.</b>	<b>O cálculo em elementos finitos .....</b>	<b>104</b>
<b>4.2.4.</b>	<b>A operação em frequência variável .....</b>	<b>109</b>
<b>4.2.5.</b>	<b>Os parâmetros de circuito equivalente determinados por meio de elementos finitos .....</b>	<b>110</b>
<b>4.2.6.</b>	<b>A comparação entre os parâmetros de circuito determinados por elementos finitos e cálculo analítico .....</b>	<b>127</b>

4.2.7.	<b>A construção do transformador rotativo .....</b>	<b>128</b>
4.3.	A MONTAGEM DO PROTÓTIPO .....	131
4.4.	OS ENSAIOS SOBRE O PROTÓTIPO .....	134
4.4.1.	<b>Os parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona determinados por ensaios .....</b>	<b>135</b>
4.4.2.	<b>Os parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo determinados por ensaios .....</b>	<b>136</b>
4.5.	CONCLUSÃO .....	138
<b>5.</b>	<b>O MODELO EM REGIME PERMANENTE.....</b>	<b>141</b>
5.1.	O CIRCUITO EQUIVALENTE .....	141
5.1.1.	<b>O circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica .....</b>	<b>141</b>
5.1.2.	<b>O circuito equivalente do transformador rotativo trifásico ....</b>	<b>148</b>
5.1.3.	<b>O circuito equivalente da associação da máquina assíncrona ao transformador rotativo .....</b>	<b>151</b>
5.1.4.	<b>Os parâmetros de circuito equivalente .....</b>	<b>158</b>
5.2.	O FLUXO DE POTÊNCIA .....	159
5.2.1.	<b>Estator do transformador em curto-circuito .....</b>	<b>160</b>
5.2.1.1.	O fluxo de potência pelo transformador rotativo .....	167
5.2.2.	<b>Estator do transformador conectado a resistências externas ..</b>	<b>169</b>
5.3.	A SIMULAÇÃO EM REGIME PERMANENTE .....	170
5.3.1.	<b>Estator do transformador em curto-circuito .....</b>	<b>170</b>
5.3.2.	<b>Estator do transformador conectado a resistências externas ..</b>	<b>189</b>
5.3.2.1.	Estator do transformador conectado à resistência externa variável .....	201
5.4.	A COMPARAÇÃO ENTRE AS SIMULAÇÕES E ENSAIOS ....	204
5.4.1.	<b>Estator do transformador em curto-circuito .....</b>	<b>204</b>
5.4.2.	<b>Estator do transformador conectado a resistências externas ..</b>	<b>210</b>
5.5.	OS EFEITOS DO TRANSFORMADOR SOBRE A MÁQUINA ASSÍNCRONA .....	217
5.6.	CONCLUSÃO .....	221
<b>6.</b>	<b>O MODELO DINÂMICO .....</b>	<b>223</b>
6.1.	O SISTEMA DE EIXOS DE REFERÊNCIA .....	224
6.2.	AS CONEXÕES ELÉTRICAS E AS EQUAÇÕES DE TENSÃO NO SISTEMA <i>ABC</i> .....	229
6.3.	AS EQUAÇÕES EM VARIÁVEIS DE MÁQUINA NO SISTEMA <i>ABC</i> .....	232
6.3.1.	<b>As equações de tensão da máquina assíncrona trifásica .....</b>	<b>232</b>
6.3.2.	<b>As equações de tensão do transformador rotativo trifásico ....</b>	<b>237</b>
6.3.3.	<b>As equações de tensão da união da máquina e transformador .....</b>	<b>241</b>
6.3.4.	<b>A equação de torque .....</b>	<b>243</b>
6.4.	AS EQUAÇÕES NO SISTEMA DE REFERÊNCIA <i>QDO</i> .....	245
6.4.1.	<b>As equações de tensão da máquina assíncrona trifásica .....</b>	<b>245</b>

6.4.2.	As equações de tensão do transformador rotativo trifásico .....	251
6.4.3.	As equações de tensão da união da máquina e transformador .....	257
6.4.4.	A equação de torque .....	262
6.4.5.	O sistema de equações de espaço de estado .....	263
6.4.6.	As equações para o estator do transformador conectado a resistências externas .....	267
6.5.	OS RESULTADOS PARA O MODELO DINÂMICO .....	268
6.5.1.	O comportamento dinâmico em regime motor e gerador .....	269
6.5.1.1.	Estator do transformador em curto-circuito .....	270
6.5.1.2.	Estator do transformador conectado a resistências externas .....	278
6.5.2.	O comportamento dinâmico em acionamento de carga .....	285
6.5.2.1.	Estator do transformador em curto-circuito .....	285
6.5.2.2.	Estator do transformador conectado à resistência externa variável .....	291
6.6.	CONCLUSÃO.....	295
7.	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>297</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>301</b>
	<b>ANEXO A – Cálculo do transformador rotativo trifásico .....</b>	<b>307</b>
	<b>ANEXO B – Ensaio sobre o protótipo .....</b>	<b>325</b>
	<b>ANEXO C – Parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica .....</b>	<b>351</b>
	<b>ANEXO D – Parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo trifásico .....</b>	<b>367</b>



## 1 INTRODUÇÃO

As máquinas elétricas girantes são geradores que convertem energia mecânica em elétrica e motores que convertem energia elétrica em mecânica [1]. Dentre as suas diversas modalidades construtivas, destacam-se as máquinas assíncronas trifásicas, as quais são uma das mais difundidas soluções para conversão eletromecânica de energia em aplicações industriais [5, 11, 17, 18], parques de geração eólica [2, 10, 37, 38, 40, 50] e pequenos aproveitamentos hidrelétricos [41, 49].

O motor assíncrono trifásico com rotor de gaiola alimentado por conversor de frequência é bastante utilizado nos acionamentos em que se requer variação de velocidade, elevado torque de partida e baixa corrente de rotor bloqueado. Apesar de muito empregada, esta solução apresenta a inconveniência de exigir conversores dimensionados para a potência total do motor, impactando em elevados custos de implantação de projetos de grande potência e alta tensão de alimentação [5, 11, 37, 38].

Da mesma forma, em sistemas de geração de energia a partir da força dos ventos, a variação de velocidade das turbinas exige a presença de conversores de frequência dimensionados para a potência nominal do gerador quando feito o uso de máquina assíncrona com rotor de gaiola [37 - 40].

Neste contexto, a máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado duplamente alimentada apresenta-se como uma alternativa bastante atraente. O acesso ao circuito elétrico do rotor permite o controle de velocidade, a elevação do torque de partida e a redução da corrente de rotor bloqueado por meio do uso de resistências externas ou reostatos [37 - 40]. Se feita a opção pelo controle da máquina via conversor de frequência conectado ao circuito do rotor, tem-se o benefício da redução da potência do conversor para valores tão somente proporcionais à faixa de variação de velocidade do gerador [10, 37 - 40].

O controle por meio do rotor da máquina assíncrona permite que, em aplicações nas quais se exija a variação de velocidade de +/-30% da rotação nominal, o conversor de frequência seja dimensionado para cerca de 1/3 da potência total da máquina, possibilitando uma expressiva economia de recursos em sua aquisição [10, 50].

O adequado funcionamento do gerador em uma ampla faixa de velocidade é um requisito da geração eólica. O crescimento do mercado

de fontes alternativas de energia constitui-se, portanto, num elemento de grande valorização dos geradores elétricos aptos a operarem adequadamente em aproveitamentos eólicos [2, 10, 41, 50].

Dotada de diversos pontos positivos, a máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada de rotor bobinado incorre, todavia, em uma séria inconveniência: a necessidade de acesso ao enrolamento girante do rotor [38, 40]. A acessibilidade ao circuito rotórico desta máquina é normalmente garantida por meio do uso de escovas e anéis coletores ou de deslizamento. Esta solução é efetiva sob o aspecto funcional, porém apresenta problemas relativos à manutenção e confiabilidade do sistema. O permanente contato eletromecânico entre as escovas e os anéis de deslizamento implica no desgaste destes componentes, produção de pó prejudicial à isolação elétrica, exigência de constante monitoramento, curta periodicidade das manutenções em comparação às soluções desprovidas de escovas, possibilidade de faiscamento e desgaste prematuro dos anéis [40].

Na tentativa de reduzir o impacto do uso das escovas na operação da máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado, alguns fabricantes oferecem soluções com porta-escovas levantáveis. Nestas máquinas, o contato entre as escovas e os anéis ocorre apenas na partida da máquina assíncrona. Atingida a velocidade nominal, põe-se o enrolamento do rotor em curto-circuito e levantam-se as escovas, que deixam de atritar com os anéis [38]. Se por um lado este sistema preserva as escovas, por outro ele impede o controle via rotor durante a operação da máquina. Nesta configuração não há a possibilidade de se usufruir das vantagens do conversor de frequência conectado ao rotor.

As escovas e os anéis de deslizamento são de fato elementos que, apesar de prover os meios para que se acesse o enrolamento do circuito do rotor, prejudicam a confiabilidade das máquinas assíncronas de rotor bobinado.

Assim, diversos esforços têm sido feitos para a eliminação das escovas e anéis de deslizamento nas máquinas assíncronas trifásicas duplamente alimentadas. É farta a literatura relativa a estudos no campo do desenvolvimento e operação de máquinas sem escovas [3, 4, 12, 26, 36 - 40, 43, 50 - 52].

Os principais estudos das máquinas assíncronas trifásicas duplamente alimentadas sem escovas concentram-se em duas vertentes: a associação em cascata de duas máquinas de rotor bobinado, cada qual com seu próprio estator, rotor e polaridade [37]; e a construção de máquinas com estator de duplo enrolamento e rotor de gaiola dotado de topologia diferenciada em relação às construções convencionais [38].

Nestas soluções, a máquina de maior potência é normalmente a de maior polaridade e possui seu estator conectado diretamente à rede elétrica; a máquina de menor potência, conhecida por máquina auxiliar ou de controle, tem a menor polaridade e possui o seu estator acoplado a um banco de resistências ou um conversor de frequência [50, 51].

A associação de duas máquinas assíncronas trifásicas é útil do ponto-de-vista de eliminação de escovas, porém incorre na sobreposição das curvas de torque das máquinas e em baixo fator de potência quando da ausência de conversor de frequência acoplado ao estator da máquina auxiliar [37, 38].

Uma boa solução para as máquinas assíncronas duplamente alimentadas constitui no uso do transformador rotativo, um dispositivo capaz de atuar com a mesma funcionalidade das escovas e anéis coletores, sem, no entanto, oferecer o atrito entre partes girantes e estáticas [38, 40]. O transformador rotativo cumpre a função de aumentar a confiabilidade da máquina e proporcionar reduzida interferência na natureza da curva de torque e corrente vs. rotação.

Pouco estudada até o presente momento, a associação eletromecânica do transformador rotativo à máquina assíncrona trifásica é o objeto do presente estudo. A análise teórica, a discussão sobre as vantagens e desvantagens do uso deste dispositivo no contexto das máquinas assíncronas trifásicas de rotor bobinado, a construção de um protótipo e os resultados obtidos em laboratório são os principais assuntos explorados nos próximos capítulos.



## 2 AS MÁQUINAS ASSÍNCRONAS TRIFÁSICAS

As máquinas assíncronas trifásicas (MAT) são equipamentos de conversão eletromecânica de energia que operam como motores ou geradores. Sua origem remonta a 1889, quando o russo Dolivo-Dobrovolsky concebeu a primeira máquina assíncrona trifásica com rotor de gaiola [17, 18].

Integrante do grupo das máquinas elétricas girantes de corrente alternada, as máquinas assíncronas trifásicas são amplamente utilizadas como motores em diversos ramos industriais [5, 11, 17, 18] ou geradores em parques de geração eólica [2, 10, 37 - 40, 50] e aproveitamentos hidráulicos de pequeno porte [41, 49].

As máquinas assíncronas, também denominadas máquinas de indução, tem sua operação baseada na circulação de corrente induzida na gaiola ou no enrolamento do rotor [5, 11].

Estas máquinas operam em rotação diferente da velocidade síncrona do campo girante do estator, o que justifica sua denominação como máquina assíncrona [10].

### 2.1 O PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

A operação das máquinas assíncronas tem por base o princípio de interação eletromagnética entre o campo girante produzido pelas correntes trifásicas do enrolamento do estator e as correntes induzidas nos enrolamentos do rotor [5].

O campo magnético girante tem sua origem na passagem de correntes trifásicas defasadas de  $120^\circ$  no tempo por enrolamentos montados no estator e espaçados de  $120^\circ$  elétricos entre si. Este campo gira à velocidade síncrona, a qual pode ser obtida por meio das seguintes expressões:

$$n_{s\grave{in}} = 60 \cdot \frac{f_{me1}}{P_m} \quad (2.1.1)$$

$$\omega_{s\grave{in}} = \frac{2 \cdot p \cdot f_{me1}}{P_m} \quad (2.1.2)$$

Onde:

$n_{sín}$  : velocidade síncrona do campo girante, em r.p.m.;

$W_{sín}$  : velocidade angular síncrona do campo girante, em rad/s;

$f_{me1}$  : frequência elétrica no enrolamento do estator, em Hz; e

$p_m$  : número de pares de pólos.

Embora o campo girante do estator desloque-se na velocidade síncrona, a rotação mecânica do eixo não apresenta o mesmo valor devido ao escorregamento.

Define-se como *escorregamento* a diferença de velocidade entre o deslocamento do campo girante do estator e do campo induzido no rotor:

$$s = \frac{n_{sín} - n_{mec}}{n_{sín}} = \frac{W_{sín} - W_{mec}}{W_{sín}} \quad (2.1.3)$$

Onde:

$s$  : escorregamento da máquina assíncrona;

$n_{mec}$  : velocidade mecânica do eixo, em r.p.m.; e

$W_{mec}$  : velocidade angular mecânica do eixo, em rad/s.

Além de representar a diferença entre as velocidades síncrona e mecânica da máquina, o escorregamento implica na definição da frequência rotórica  $f_{me2}$ :

$$f_{me2} = s \cdot f_{me1} \quad (2.1.4)$$

O escorregamento é ponto-chave em todo o processo de conversão eletromecânica de energia da máquina assíncrona trifásica, conforme se analisa no Capítulo 5.

## 2.2 AS MÁQUINAS ASSÍNCRONAS CONVENCIONAIS

As máquinas assíncronas trifásicas são, construtivamente, compostas por dois elementos básicos: o estator e o rotor. O estator representa o elemento fixo e, portanto, imóvel em relação à estrutura da máquina. O rotor representa a parte móvel [5].

O estator é construído com lâminas de aço de boa permeabilidade magnética e condutores de cobre ou alumínio. Por meio do empilhamento de chapas forma-se o pacote do estator; os condutores, por sua vez, representam o enrolamento ou a bobinagem.

A isolação e as características construtivas das bobinas dependem da tensão de alimentação e do tamanho do estator. Em estatores de pequeno porte alimentados em baixa tensão é frequente o uso de bobinas randômicas de fios circulares, conforme a Figura 2.2.1.

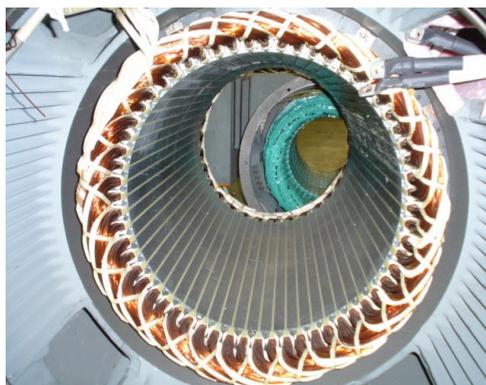


Figura 2.2.1 – Estator com bobinas de fio circular

Nos estatores de grande porte ou alimentados em média e alta tensão é comum a presença de bobinas pré-formadas, constituídas por fios retangulares, conforme a Figura 2.2.2.

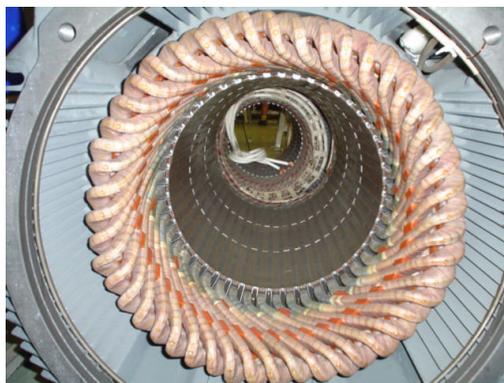


Figura 2.2.2 – Estator com bobinas de fio retangular

O rotor tem seus condutores dispostos em duas possibilidades construtivas: gaiola de esquilo ou bobinas [5, 11].

Os rotores de gaiola apresentam barras de cobre ou alumínio postas em curto-circuito em suas extremidades por meio de anéis. Estes rotores caracterizam-se pela simplicidade, robustez construtiva e pela indisponibilidade de terminais para a conexão elétrica ao circuito do rotor. A Figura 2.2.3 apresenta um rotor com gaiola de alumínio.

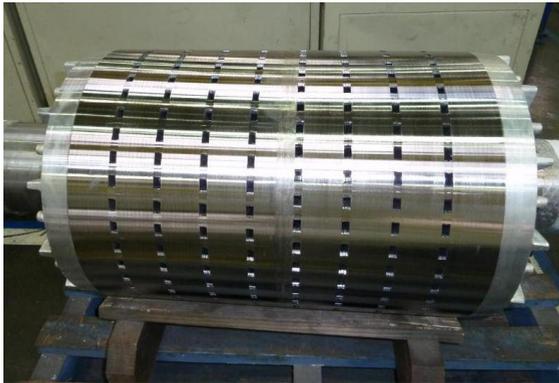


Figura 2.2.3 – Rotor de gaiola de esquilo

A máquina assíncrona trifásica de rotor de gaiola com alimentação somente no estator é a modalidade mais bem estabelecida sob o ponto-de-vista de projeto e utilização no mercado [38].

Este tipo de máquina caracteriza-se pelo baixo custo, pouca manutenção e alta confiabilidade. Constitui a maior parte da força motriz instalada nas indústrias e tem boa aplicabilidade em pequenos aproveitamentos hidrelétricos de geração de energia [41, 49].

Se conectado o estator desta máquina diretamente na rede elétrica, opera-se com pequena variação de velocidade [37, 38]. Entretanto, a operação com velocidade variável pode ser obtida por meio da alimentação do estator com conversor de frequência [5].

O uso do conversor de frequência apresenta-se como uma alternativa muito interessante e garante flexibilidade à máquina assíncrona com rotor de gaiola. Esta solução permite operá-la com velocidade variável, bem como melhorar as condições de partida em cargas com elevado torque [5].

O ponto negativo da utilização do conversor está na exigência de seu dimensionamento para a potência nominal da máquina. Nas aplicações em baixa tensão e de pouca potência, este aspecto não

representa um problema. No entanto, esta forma de acionamento incorre em elevado custo do conversor para as máquinas de grande potência alimentadas em média tensão [38].

Se desprovida do conversor de frequência, a máquina com rotor de gaiola e polaridade única opera com variação de velocidade em faixa muito restrita. O controle sobre o torque e corrente da máquina restringe-se à variação da tensão de alimentação por meio de chaves compensadoras, autotransformadores ou partida estrela-triângulo [5]. A construção de estatores de dupla polaridade oferece uma pequena melhora neste cenário, porém a variação de velocidade limita-se a valores próximos das rotações síncronas das polaridades disponíveis no estator.

Neste contexto, a máquina de rotor bobinado apresenta-se como uma alternativa interessante na busca por sistemas de controle de torque e velocidade que vão além das possibilidades já exploradas: redução da tensão de alimentação do estator, mudança de polaridade ou uso de conversores dimensionados para a potência total.

A configuração mais freqüente de máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado é aquela em que se tem acesso ao circuito do rotor por meio de escovas e anéis de deslizamento [10]. A Figura 2.2.4 mostra um rotor bobinado e o conjunto de anéis de deslizamento.



Figura 2.2.4 – Rotor bobinado com anéis de deslizamento

O acesso ao circuito do rotor por meio dos anéis de deslizamento e escovas de carvão permite a conexão elétrica de resistências externas ou reostatos. Enquanto se alimenta o estator na tensão e frequência nominais da rede elétrica, a conexão de resistências externas ao circuito do rotor possibilita o aumento do torque de partida da máquina,

facilitando o acionamento de cargas com elevada inércia ou alto torque de arranque [5, 11].

O uso de resistências externas impacta em grande dissipação de energia na forma de calor. Dessa forma, o enrolamento do rotor normalmente é posto em curto-circuito após a aceleração da carga [38].

Por meio das resistências externas conectadas ao rotor, pode-se atuar no controle de velocidade da máquina assíncrona trifásica. A elevação da resistência externa aumenta a inclinação na curva de torque e conduz à redução de velocidade na ponta de eixo. Por outro lado, a redução da resistência externa tem o efeito de reduzir a inclinação da curva de torque e promover o aumento de velocidade na ponta de eixo.

Apesar de efetivo, o controle de velocidade via a utilização de reostato não se configura como uma das soluções mais interessantes sob o ponto-de-vista de conservação energética. Este método incorre em dissipação de energia na forma de calor e redução no rendimento da máquina elétrica. Assim, utiliza-se o controle de velocidade por reostato em aplicações nas quais se necessite a alteração de rotação somente por curtos períodos [5].

Evitando-se a perda de energia elétrica sob a forma de calor, tem-se o benefício de melhor rendimento na máquina. Assim, diversos estudos têm sido desenvolvidos na busca pela recuperação da energia dissipada pelo escorregamento [1, 45]

Dentro desta realidade, ganham força os estudos da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada via a conexão de conversor de frequência ao circuito elétrico do rotor [1 - 4, 6, 10, 12, 15, 16, 22, 26, 29, 30, 35 - 43, 45, 49 - 52]. Enquanto o estator é ligado diretamente à rede elétrica, o enrolamento do rotor conecta-se a esta mesma rede por meio de um conversor de frequência bidirecional.

O uso do conversor de frequência conectado ao rotor permite o controle de velocidade, torque, corrente e fator de potência da máquina assíncrona trifásica. Além disso, esta técnica traz consigo o benefício de reduzir a potência de dimensionamento do conversor de forma proporcional à faixa variação de velocidade em torno da rotação síncrona da máquina [10, 37, 38, 50].

O duplo acionamento com controle via conversor de frequência conectado ao rotor permite a operação da máquina assíncrona trifásica como gerador ou motor tanto em velocidade síncrona, sub-síncrona e super-síncrona [10, 37, 38, 50].

A característica de operar numa ampla faixa de rotação enquanto o estator mantém-se conectado à rede em tensão e frequência constantes,

abriu o mercado da geração eólica à máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado com dupla alimentação [40, 41].

A inconstância dos ventos e a oscilação da velocidade da turbina eólica exigem um sistema geração de energia elétrica apto a operar com variação de +/-30% da rotação nominal do gerador. Nesta condição, a potência do conversor de frequência conectado ao rotor pode ser reduzida a apenas 1/3 da potência nominal da máquina. O dimensionamento do conversor para uma menor potência tem impacto direto na economia dos recursos despendidos na sua aquisição [36 - 41].

O conversor de frequência conectado ao rotor da máquina assíncrona opera com tensão e frequência variáveis em função do escorregamento. Esta condição de funcionamento implica em complexas técnicas de controle, que se encontram, todavia, amparadas por diversos estudos acadêmicos e pelo difundido uso no universo dos fabricantes de sistemas eólicos de geração de energia [2, 10, 22, 35 - 41].

A julgar por seus benefícios, tais como a operação adequada em ampla faixa de variação de velocidade, a redução na potência de dimensionamento do conversor de frequência, a possibilidade de correção de fator de potência da máquina via conversor conectado ao rotor e o possível uso de resistências externas para o aumento do torque de partida, não há dúvidas de que a máquina assíncrona de rotor bobinado apresenta-se como uma alternativa extremamente interessante e versátil para aplicações industriais e de geração de energia.

Há de se considerar, no entanto, que todos os benefícios decorrentes das ações sobre o circuito do rotor da máquina assíncrona trifásica dependem fundamentalmente da interface entre um elemento móvel, o circuito do rotor, e elementos fixos, os terminais elétricos aos quais se conectam o conversor de frequência ou as resistências externas.

O acesso ao circuito do rotor dá-se convencionalmente por meio de anéis de deslizamento e escovas de carvão. A Figura 2.2.5 apresenta um sistema de porta-escovas fixo, no qual escovas e anéis deslizantes mantêm contato permanente durante a operação da máquina assíncrona.

O uso de escovas e anéis de deslizamento trata-se de uma técnica consagrada na transmissão de sinal e energia elétrica entre superfícies girantes e estáticas. Esta solução, todavia, exige o contato entre estruturas móveis e fixas, o que incorre nas seguintes inconveniências:

- Desgaste dos anéis e escovas;
- Produção de pó de carvão prejudicial à isolamento elétrica;
- Exigência de monitoramento constante do estado das escovas;

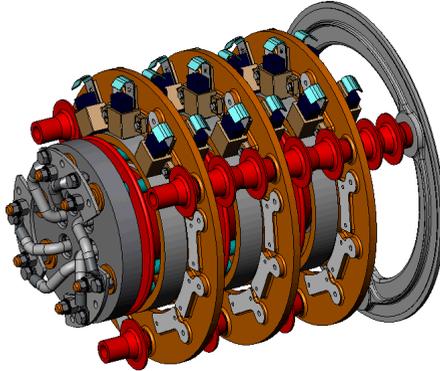


Figura 2.2.5 – Escovas e anéis de deslizamento em sistema de porta-escovas fixo

- Encurtamento na periodicidade dos serviços de manutenção;
- Possibilidade de faiscamento; e
- Redução na confiabilidade do sistema.

Para reduzir o impacto do uso das escovas sob a máquina assíncrona de rotor bobinado, alguns fabricantes oferecem soluções com porta-escovas levantável, conforme as Figuras 2.2.6 e 2.2.7.

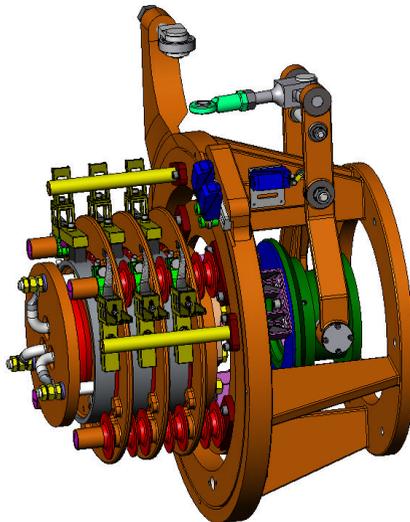


Figura 2.2.6 – Escovas e anéis de deslizamento em sistema de porta-escovas levantável

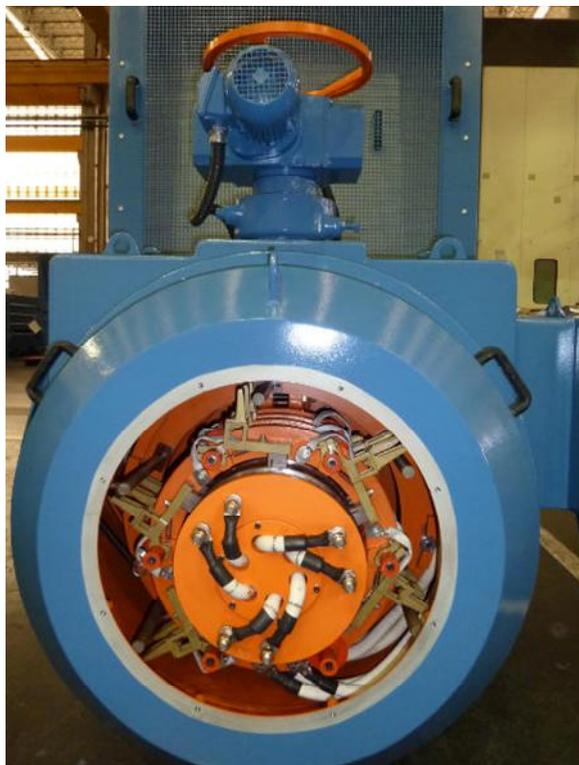


Figura 2.2.7 – Motor com sistema de porta-escovas levantável  
(Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)

Em máquinas assíncronas com porta-escovas levantável, o contato entre as escovas e os anéis ocorre apenas na partida. Uma vez atingida a velocidade nominal, põe-se o enrolamento do rotor em curto-circuito e levantam-se as escovas, que deixam de atritar com os anéis [38].

Se por um lado o sistema levantável preserva as escovas, por outro impede o controle da máquina por meio do rotor durante a operação em carga, não permitindo que se aproveitem os benefícios do uso do conversor de frequência.

As escovas e os anéis de deslizamento são elementos que, apesar de proverem meios de acesso ao enrolamento do circuito do rotor, destituem das máquinas assíncronas de rotor bobinado duas grandes características das máquinas assíncronas trifásicas de gaiola: a robustez e a confiabilidade.

## 2.3 AS MÁQUINAS ASSÍNCRONAS DUPLAMENTE ALIMENTADAS SEM ESCOVAS

A busca pelo aumento da robustez e confiabilidade da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada tem orientado diversos esforços para a eliminação das escovas e anéis de deslizamento.

A literatura apresenta muitos estudos sobre o desenvolvimento e operação de máquinas assíncronas trifásicas duplamente alimentadas sem escovas [3, 4, 12, 25, 34 - 38, 42, 50, 51].

Em [37], Rüncos apresenta a associação em cascata de duas máquinas assíncronas trifásicas de rotor bobinado, cada qual com seus próprios estatores, rotores e polaridades. Neste estudo, os dois rotores são montados sobre um mesmo eixo e possuem conexão elétrica entre seus circuitos. Com a alimentação do estator da máquina principal a partir da rede elétrica, o controle é realizado por meio do estator da máquina auxiliar.

Em [15], Hunt apresenta a possibilidade de reprodução do efeito de duas máquinas ligadas em cascata por meio de uma única máquina assíncrona, na qual o estator e o rotor apresentam dois enrolamentos independentes. Os enrolamentos do rotor são ligados em série, enquanto os enrolamentos do estator podem ser alimentados por duas fontes de tensão independentes.

Em [4], Broadway e Burbridge apresentam o desenvolvimento de uma máquina na qual se tem dois enrolamentos no estator dotados de diferentes polaridades eletromagneticamente acoplados a uma gaiola de construção especial.

Nestas soluções, a máquina principal tem maior potência, maior polaridade e apresenta seu estator conectado diretamente à rede elétrica; a máquina auxiliar tem menor potência, menor polaridade e está com seu estator acoplado a um banco de resistências ou a um conversor de frequência.

Em [38], Rüncos estuda as soluções propostas por Hunt, Broadway e Burbridge, e desenvolve os modelos dinâmicos e em regime permanente da máquina assíncrona duplamente alimentada, acompanhados pela construção de protótipos e realização de ensaios.

A associação de duas máquinas assíncronas trifásicas é útil do ponto-de-vista de eliminação de escovas, porém implica na sobreposição das curvas de torque das máquinas e em baixo fator de potência quando da ausência de conversor de frequência acoplado ao estator da máquina auxiliar. O número de pólos equivalente do conjunto corresponde à

soma do número de pares de pólos das máquinas principal e auxiliar [37, 38]. Se acelerada do repouso até velocidades superiores à rotação síncrona da máquina auxiliar, nota-se por mais de uma vez a alternância entre torque positivo (regime motor) e negativo (regime gerador).

Uma boa solução para as máquinas assíncronas duplamente alimentadas constitui-se no uso de um dispositivo capaz de atuar com a mesma funcionalidade das escovas e anéis de deslizamento, sem, no entanto, oferecer atrito entre as partes girantes e estáticas.

Dentro desta realidade, o transformador rotativo trifásico (TRT) apresenta-se como um bom candidato ao acesso do circuito do rotor da máquina assíncrona ao eliminar o atrito entre partes estática e girante. Este transformador especial cumpre o papel de aumentar a confiabilidade da máquina, introduzindo reduzida interferência na natureza de sua curva de torque e corrente vs. rotação [40].

A Figura 2.3.1 apresenta a máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado como o estator do transformador rotativo conectado a resistências externas.

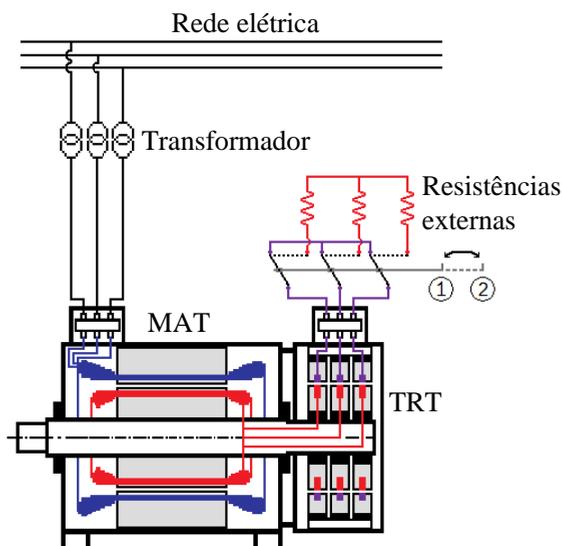


Figura 2.3.1 – Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado com o estator do transformador rotativo trifásico conectado a resistências externas

Na Figura 2.3.1, a comutação entre os pontos 1 e 2 permite a inserção ou a retirada das resistências externas, implicando na alteração no formato da curva de torque e corrente.

A Figura 2.3.2 mostra a máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado duplamente alimentada por meio do uso de conversor de frequência conectado entre a rede elétrica e o estator do transformador rotativo.

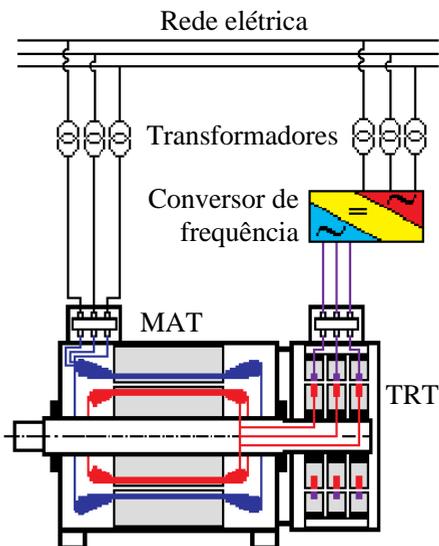


Figura 2.3.2 – Máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado duplamente alimentada por conversor conectado ao estator do transformador rotativo

Com a máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado associada ao transformador rotativo, observam-se as seguintes vantagens:

- Eliminação do contato mecânico entre partes girantes e estáticas;
- Eliminação de geração de pó de carvão;
- Redução de custos e periodicidade das manutenções;
- Aumento da confiabilidade do sistema; e
- Possibilidade de uso da máquina em ambiente com atmosfera explosiva.

O uso do transformador rotativo une o benefício da eliminação do contato eletromecânico de escovas ao permanente acesso ao circuito do rotor da máquina assíncrona trifásica.

As desvantagens oferecidas por esta tecnologia em relação ao uso das escovas e anéis deslizantes referem-se à:

- Complexidade de fabricação do transformador rotativo;
- Queda do torque máximo da máquina assíncrona para cerca de  $2/3$  do valor originalmente desenvolvido pelo equipamento; e
- Redução do torque máximo da máquina assíncrona em função do aumento da resistência externa quando do projeto de um transformador com possibilidade de operação com núcleo magnético saturado.

Conforme se aborda nos capítulos 3, 4 e 5, a queda no torque máximo e a saturação do núcleo do transformador podem ser abrandadas por meio da minimização das reatâncias de dispersão e da maximização da reatância de magnetização no projeto do transformador rotativo.

## 2.4 CONCLUSÃO

A máquina assíncrona trifásica é uma das mais difundidas soluções na conversão eletromecânica de energia.

A modalidade com gaiola constitui-se na configuração de maior robustez e confiabilidade. O uso de conversores de potência associados ao estator destas máquinas permite grande flexibilidade no seu acionamento.

As máquinas assíncronas com rotores bobinados acessíveis por meio de escovas e anéis de deslizamento permitem o uso de resistências externas no controle do torque e corrente. Além disso, elas possibilitam o uso de conversores associados ao rotor e dimensionados em potência tão somente proporcional a faixa de variação de velocidade do equipamento.

O uso de escovas e anéis de deslizamento permite o acesso do circuito do rotor, porém traz consigo as desvantagens de alta taxa de manutenção, desgaste de componentes, produção de pó de escovas e possibilidade de faiscamento.

A máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo é um desenvolvimento bastante interessante na eliminação de contatos eletromecânicos girantes e preservação dos benefícios advindos da possibilidade de acesso ao circuito elétrico do rotor.



### 3 O TRANSFORMADOR ROTATIVO TRIFÁSICO

O transformador rotativo trifásico (TRT) é um dispositivo formado por três transformadores monofásicos dotados de enrolamentos primários e secundários móveis entre si. Em sua essência, apresenta as mesmas características elétricas de um transformador convencional, exceto pela particularidade da presença de entreferro em seus núcleos magnéticos [8, 20, 40].

#### 3.1 O CONCEITO GERAL DE TRANSFORMADORES

Os transformadores são equipamentos responsáveis por conectar os circuitos elétricos de corrente alternada por meio da atuação de campo magnético variável no tempo sob núcleos ferromagnéticos. Muito utilizados em todos os campos da engenharia elétrica, caracterizam-se por estabelecer relações de transformação de corrente, tensão e impedância entre os circuitos elétricos conectados a cada um de seus enrolamentos [5, 9, 11, 17, 23].

Nos sistemas de potência, os transformadores cumprem papel fundamental na geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Eles têm a função de elevar ou rebaixar o nível de tensão nas várias etapas compreendidas entre a produção e o consumo de energia pelas indústrias, residências e estabelecimentos comerciais.

Em eletrônica e telecomunicações, os transformadores são responsáveis por casar as impedâncias entre a fonte e a carga, permitir a máxima transferência de potência e isolar a corrente contínua em circuitos de corrente alternada [23].

No aspecto construtivo, os transformadores caracterizam-se pelo envolvimento de condutores elétricos em torno de um núcleo de material ferromagnético.

Enquanto os condutores são o caminho para a passagem de corrente elétrica, o núcleo constitui o meio preferencial de circulação do fluxo magnético.

Nos transformadores monofásicos de núcleo envolvido, os enrolamentos envolvem duas pernas do núcleo magnético, conforme ilustrado na Figura 3.1.1.

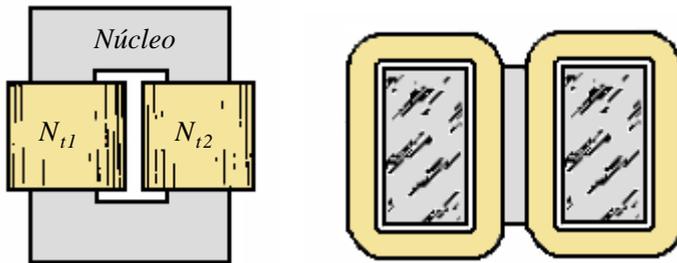


Figura 3.1.1 – Transformador monofásico de núcleo envolvido

Nos transformadores de núcleo envolvente, os enrolamentos são envolvidos pelo núcleo, conforme ilustrado na Figura 3.1.2.

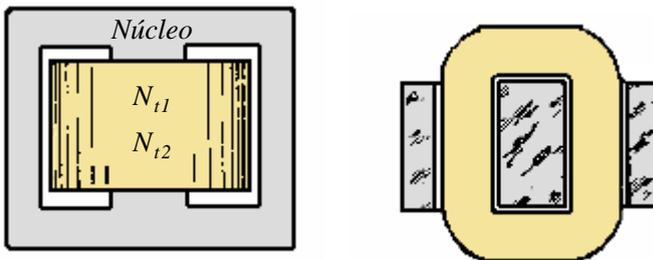


Figura 3.1.2 – Transformador monofásico de núcleo envolvente

A sobreposição do enrolamento primário e secundário contribui para reduzir a dispersão de fluxo nos transformadores de núcleo envolvente, o que lhes garante nas aplicações práticas prevalência sobre os transformadores de núcleo envolvido [23].

Em transformadores que operam em baixa frequência, o núcleo é geralmente construído com chapas de aço-silício.

Nos transformadores que operam em alta frequência e baixo nível de energia, os núcleos são normalmente construídos com ligas ferromagnéticas ou ferrites.

Em sua concepção original, os transformadores são dispositivos estáticos, construídos de forma a não permitir mobilidade entre o enrolamento primário e secundário. O transformador rotativo, portanto, representa uma quebra de paradigma no conceito tradicional deste equipamento.

### 3.2 O ESTADO ATUAL DO TRANSFORMADOR ROTATIVO

O transformador rotativo é um transformador convencional dotado de entreferro e mobilidade entre seu enrolamento primário e secundário.

Conforme demonstrado na Figura 3.2.1, extraída e adaptada a partir de [25], o transformador rotativo apresenta-se como um dispositivo muito interessante para substituir as escovas e anéis de deslizamento em situações nas quais se necessita de transferência de sinal ou potência por meio de interfaces rotativas.

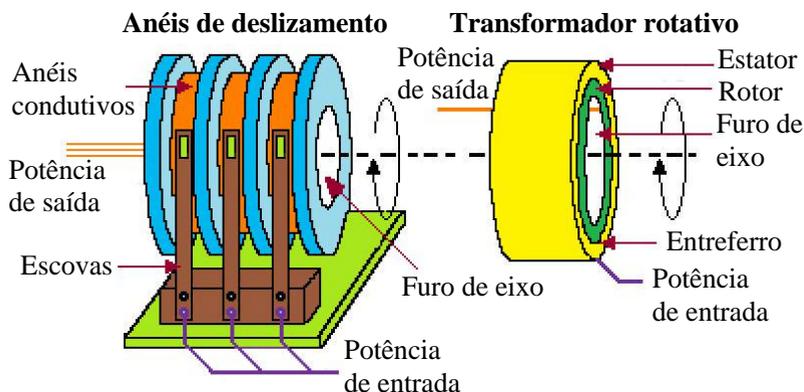


Figura 3.2.1 – Comparativo entre os sistemas de transmissão de energia por escovas e transformador rotativo

O estudo do transformador rotativo teve seu início nos anos de 1970 motivado pela necessidade de transmissão de sinal e potência por meio de interfaces rotativas em aplicações espaciais [24].

Em diversas configurações de satélites e sondas, o uso de antenas, painéis solares e estruturas girantes demandam a transferência de potência entre estruturas móveis e estáticas [24, 25].

Naturalmente, a transferência de energia deve ser feita com mínimas perdas, baixa interferência eletromagnética e reduzido torque resistente. Ademais, tem-se por requisito que o sistema ofereça alta confiabilidade durante toda a vida útil do veículo, cuja expectativa mínima é de 5 a 10 anos [25].

O uso de escovas e anéis de deslizamento permite a transmissão de sinal e energia entre as partes móveis e estáticas, porém apresenta a

inconveniência do desgaste de contatos e emissão de pó e ruído no ambiente. Essas características representam sérios problemas para equipamentos que exijam longa vida útil e alta confiabilidade operativa, o que é o caso dos satélites e naves espaciais [24, 25].

O transformador rotativo reúne as características de ausência de contato entre partes estáticas e girantes e eliminação do atrito e desgaste dos contatos elétricos. Além disso, o transformador oferece alta confiabilidade de operação e baixo nível de ruído, o que o qualifica como um bom substituto às escovas e anéis de deslizamento em veículos espaciais [24, 25, 47].

O transformador rotativo possui uma longa expectativa de vida, a qual depende apenas da integridade dos suportes de mancais e de seus sistemas de lubrificação [24].

Em [24], Marx e Bounds apresentam o projeto de um transformador rotativo de 1 kW para aplicação aeroespacial. Em seu estudo, os requisitos de projeto correspondem ao desenvolvimento de um transformador dotado de dois canais independentes de transferência de potência, cada qual dimensionado para 500 W. O transformador opera com alimentação em tensão de onda retangular na frequência de 18 kHz e amplitude de 50 a 65 V. Dentro do sistema, encontra-se instalado entre as etapas de inversão e retificação do sinal em um sistema de conversão CC-CC.

O reduzido tamanho do transformador conduziu Marx e Bounds a optarem pelo uso de ferrite na confecção do núcleo. As baixas perdas em altas frequências, o peso reduzido e a possibilidade de fabricação de núcleos em diversas formas e tamanhos são características interessantes das ferrites [24]. Em seu estudo, os autores trabalharam em duas etapas: estabelecimento das limitações mecânicas básicas e otimização do projeto. O transformador desenvolvido tem 2,3 kg de massa e está especificado para operar com rotação máxima de 150 r.p.m.

De acordo com Marx e Bounds, os requisitos construtivos do transformador rotativo resultam em restrições de projeto incomuns aos transformadores convencionais. O entreferro entre os núcleos móvel e estático reduz a indutância de magnetização por espira. A separação entre o enrolamento primário e secundário eleva a reatância de dispersão. Por fim, a estrutura cilíndrica resulta em ineficiente uso do núcleo e em excesso de material magnético nas superfícies externas devido às necessidades estruturais do transformador [24].

Conforme Stuart, King e Shamseddin, os veículos espaciais que recebem energia solar devem ser capazes de mover seus painéis de captação conforme a posição do Sol. O movimento entre o painel e a

estrutura do veículo espacial torna adequado o uso de transformador rotativo, no qual a energia elétrica é transmitida por meio de um pequeno entreferro [47].

De acordo com Stuart et. al, o uso do transformador rotativo resolve muitos dos problemas dos anéis de deslizamento, porém introduz algumas dificuldades como o aumento de peso, pequeno decréscimo na eficiência e complexidade mecânica de construção [47].

Segundo McLyman, a curta vida útil das escovas e anéis de deslizamento associada à necessidade de transmissão de dados por meio de interfaces rotativas estimulou a NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) a utilizar transformadores rotativos no projeto do veículo espacial Galileu. Os transformadores rotativos deste veículo tinham núcleo de ferrite, diâmetro externo de 100 mm e operaram sem apresentarem qualquer falha durante toda a vida útil do veículo, de 1989 a 2003 [25].

De acordo com Paspastergiou e Macpherson, a transferência de energia sem contato tem sido uma característica de permanente interesse em aplicações aeroespaciais [31 - 34]. Em seu estudo, propõem o transformador rotativo como uma solução alternativa para a transmissão de energia sem contato através de uma base rotativa de um radar aéreo.

Em [31], Paspastergiou e Macpherson estudam um transformador rotativo dimensionado para a potência de 1 kW, tensão de 330 V e frequência de operação de 100 kHz. Construído com ferrite, o núcleo deste transformador apresenta diâmetro externo de 66 mm.

Em [8], Esser e Nagel apresentam o uso do transformador rotativo na operação de três canais de transmissão de sinais integrados a um canal de transmissão de energia. O acoplamento indutivo para transmissão de energia é alimentado por conversores na frequência de 25 kHz e tensão de 300 V. Dimensionado para operar com 1,2 kW de potência em fluxo bidirecional, o transformador é confeccionado em ferrite e apresenta diâmetro externo de 54 mm.

Para Smeets, Encica e Lomonova, a transferência de potência entre partes girantes desempenha um importante papel em aplicações da robótica e na indústria eletrônica [46]. Os cabos utilizados na transferência de potência em braços robotizados limitam o ângulo de rotação e reduzem o grau de liberdade de giro. Para superar este obstáculo, alguns equipamentos utilizam escovas e anéis de deslizamento que, no entanto, apresentam sua vida útil limitada pelo desgaste e vibração. Neste contexto, Smeets, Encica e Lomonova julgam o transformador rotativo como uma boa solução tecnológica na

superação das dificuldades operativas em braços de robôs. Em seu estudo, os autores apresentam o comparativo entre o estudo teórico e os dados construtivos de dois transformadores de núcleos frontais e enrolamentos adjacentes e coaxiais. Os transformadores operam na frequência de 200 kHz e tensão de alimentação de 200 V.

Em [14], Huang, Chen e Shu apresentam o comparativo entre simulações em elementos finitos e resultados de medições em um transformador rotativo comercial utilizado em cabeçotes de aparelhos de videocassete. O transformador rotativo em estudo apresenta núcleo de ferrite, diâmetro externo de 25,8 mm e opera na frequência de 100 kHz. A partir de simulações axissimétricas em elementos finitos, os autores analisam o comportamento dos parâmetros de circuito equivalente em função do aumento do entreferro e da frequência.

Em [20], Legranger et al. trabalham uma metodologia de otimização de projeto de transformadores rotativos alimentados por uma fonte de baixa tensão e submetidos à operação em alta temperatura. O método foca na análise multidisciplinar dos aspectos magnético, térmico e elétrico do transformador. Para o modelo magnético, utilizam-se redes de relutância; para o modelo térmico, o recurso utilizado são as redes de resistência.

Legranger et al. propõem a análise de desempenho global e das restrições de transformadores rotativos dedicados à operação em alta temperatura, alta eficiência e tamanho reduzido. O modelo é utilizado para estudar o impacto do entreferro no desempenho global do transformador e apontar as restrições de projeto deste equipamento [20]. O aumento do entreferro ocasiona redução da indutância de magnetização, aumento da corrente de excitação do transformador e sobreaquecimento no enrolamento de alimentação.

Em sua análise, Legranger et al. estabelecem a comparação entre dois modelos de transformadores: núcleos coaxial de aço silício e núcleos frontais de ferrite. Os resultados da otimização de projeto são validados por meio da comparação entre simulações em método de elementos finitos (FEM), circuitos elétricos e redes de relutância [20].

Os transformadores sob estudo em [20] são parte de um sistema de conversão de energia CC-CC, o qual inclui uma fonte CC, um conversor primário de ponte completa, um transformador rotativo, uma ponte de retificação e uma carga. Nesta aplicação, a carga corresponde ao enrolamento do rotor de uma máquina síncrona, isto é, uma resistência em série com uma indutância.

Em [21], Legranger et al. propõem o uso de transformador rotativo em substituição aos contatos deslizantes aplicados na

alimentação dos rotores de máquinas síncronas. Neste estudo, os autores apresentam um transformador rotativo monofásico com potência de 800 W, frequência de operação de 800 Hz e diâmetro externo de 127 mm. O projeto do núcleo do transformador considera o uso de aço silício adaptado a frequências inferiores a 1 kHz.

Comparado ao sistema de alimentação convencional com escovas e anéis de deslizamento, a desvantagem do transformador rotativo está na perda de energia no retificador, na necessidade do uso de inversor de frequência e no aumento das perdas nos enrolamentos devido ao efeito da corrente de excitação [21].

De acordo com Mecke, nos últimos tempos tem-se intensificado o desenvolvimento da tecnologia de transmissão de energia sem contato. Alguns dos campos de aplicação deste conceito são os robôs, ferramentas elétricas giratórias, sistemas de movimento linear, carregadores de bateria sem contato para veículos elétricos e equipamentos para instalação em atmosfera explosiva [27].

### 3.3 AS MODALIDADES CONSTRUTIVAS

O projeto do transformador rotativo exige partes estáticas e móveis posicionadas de forma a permitirem o enlace do fluxo magnético a ambos os enrolamentos. A disposição do núcleo compreende duas possibilidades básicas: axial (ou coaxial) e frontal.

Os conceitos construtivos dos transformadores rotativos são apresentados em diversas publicações [8, 13, 19, 20, 23, 30 – 33, 45, 46] e podem ser observados na Figura 3.3.1.

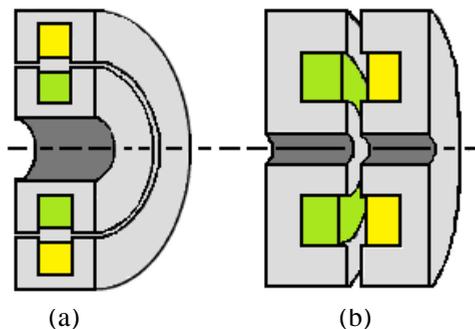


Figura 3.3.1 – Transformadores rotativos com núcleo axial (a) e frontal (b)

Extraídas e adaptadas a partir de [25], as Figuras 3.3.2 e 3.3.3 mostram a fixação da parte girante ao conjunto estático por meio do uso de rolamentos associados à estrutura do próprio transformador.

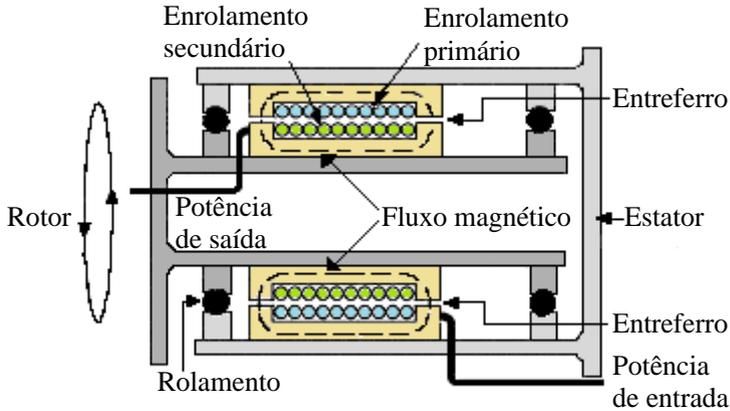


Figura 3.3.2 – Transformador rotativo axial ou coaxial

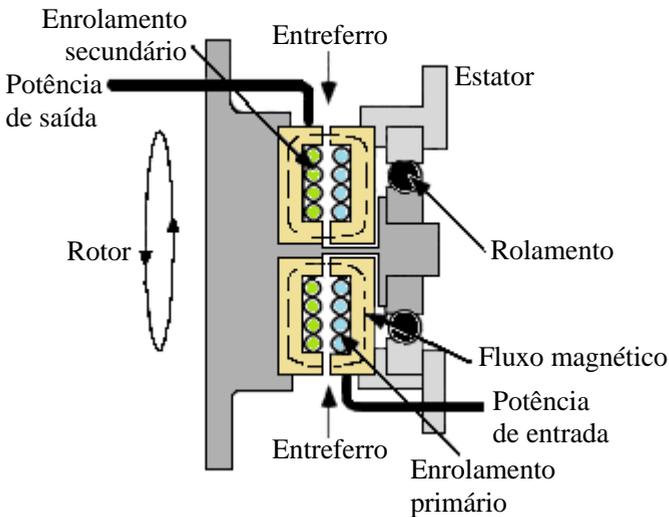


Figura 3.3.3 – Transformador rotativo frontal

Extraída e adaptada de [34], a Figura 3.3.4 apresenta uma terceira modalidade construtiva na qual se combinam a disposição frontal dos núcleos com a bobinagem coaxial dos enrolamentos. Esta configuração permite que se minimize o fluxo de dispersão dos enrolamentos, preservando a facilidade de inserção de bobinas de pequena dimensão conferida pelo modelo frontal.

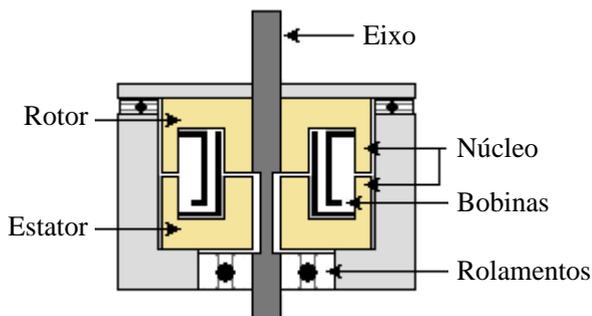


Figura 3.3.4 – Transformador rotativo frontal com enrolamentos coaxiais

De acordo com as características mecânicas do projeto, faz-se a opção pelo modelo construtivo mais adequado ao equipamento.

### 3.4 A CONCEPÇÃO DO TRANSFORMADOR ROTATIVO TRIFÁSICO

O uso do transformador rotativo associado ao circuito elétrico do rotor de uma máquina assíncrona trifásica exige a concepção de um modelo trifásico de transformador.

Conforme a Figura 3.4.1, o projeto do transformador rotativo trifásico concebido neste estudo contempla três módulos monofásicos com disposição coaxial de seus núcleos. A adoção deste modelo garante benefícios no processo de montagem do transformador, porém introduz desafios construtivos para a fixação das bobinas do rotor e do estator. Este transformador não possui rolamentos próprios e os módulos rotativos são presos ao eixo da própria máquina assíncrona trifásica.

O transformador rotativo apresentado na Figura 3.4.1 diferencia-se dos estudos apresentados nas seções 3.2 e 3.3 pela sua concepção trifásica, construção com chapas de aço-silício e pela operação em frequência elétrica bastante reduzida: 0 a 60 Hz.

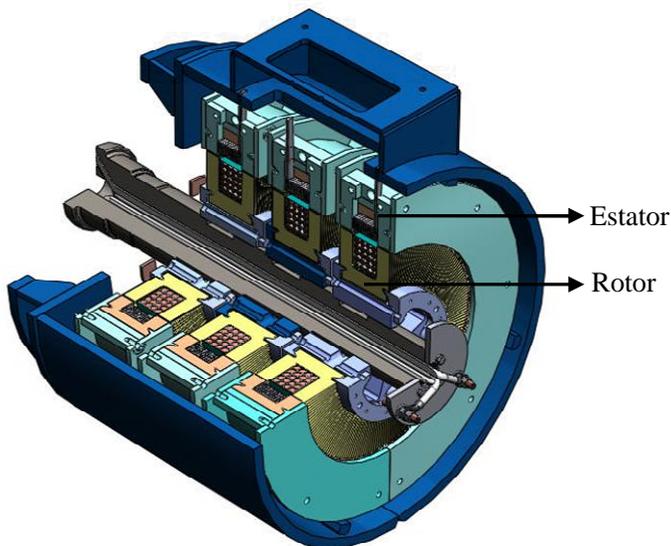


Figura 3.4.1 – Transformador rotativo trifásico axial

No capítulo 4 apresentam-se com maiores detalhes o projeto e a construção do transformador rotativo trifásico associado à máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado.

### 3.5 O PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

Conforme exposto na seção 3.4, o transformador rotativo trifásico corresponde à junção de três módulos de transformadores monofásicos. Devido à similaridade construtiva entre cada um destes módulos, analisa-se o princípio de funcionamento do transformador rotativo sob a ótica de uma única fase.

Todo o desenvolvimento apresentado a seguir refere-se à *fase a*. Todavia, o raciocínio é igualmente aplicável às *fases b e c*.

#### 3.5.1 A magnetização do núcleo

A magnetização do núcleo corresponde ao estabelecimento do fluxo responsável pelo acoplamento dos enrolamentos primário e secundário do transformador, conforme ilustrado na Figura 3.5.1.1.

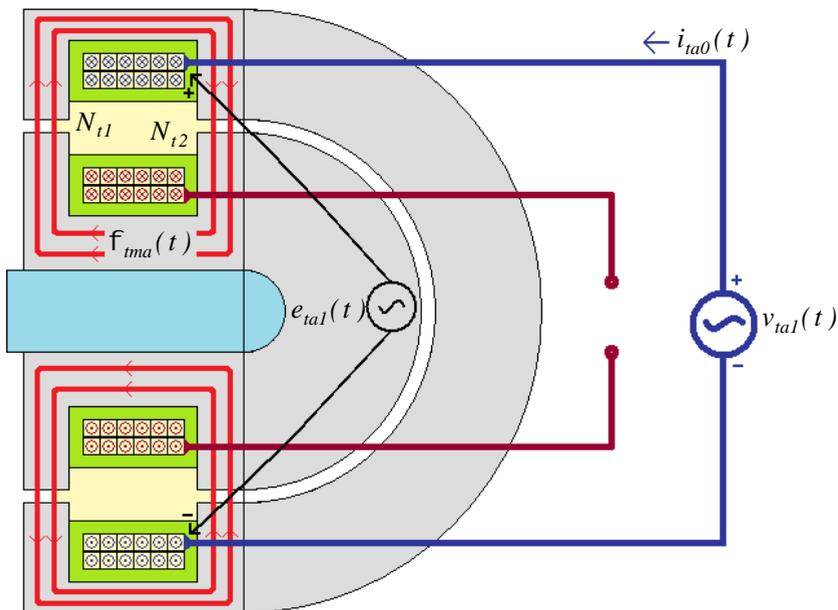


Figura 3.5.1.1 – Magnetização do núcleo da fase a do transformador

Na Figura 3.5.1.1,  $N_{t1}$  e  $N_{t2}$  correspondem aos respectivos números de espiras dos enrolamentos do estator e rotor.

Seja a fonte de tensão  $v_{tal}(t)$  representada por:

$$v_{tal}(t) = \sqrt{2} \cdot v_{t1} \cdot \cos(\omega_{te} \cdot t) \quad (3.5.1.1)$$

Onde:

$v_{t1}$ : valor eficaz da tensão de fase, em V; e

$\omega_{te}$ : frequência angular elétrica do transformador, em rad/s.

Alimentando-se o enrolamento primário com tensão alternada e mantendo-se o secundário em aberto, o transformador rotativo absorve a corrente de excitação  $i_{ta0}(t)$  responsável pelo estabelecimento do fluxo alternado de magnetização  $\vec{f}_{tma}(t)$  no núcleo da fase a.

O fluxo de magnetização é variável no tempo e pode ser expresso por meio de:

$$f_{ma}(t) = \sqrt{2} \cdot f_{tm} \cdot \text{sen}(W_{te} \cdot t) = f_{tmax} \cdot \text{sen}(W_{te} \cdot t) \quad (3.5.1.2)$$

Onde:

$f_{tm}$  : valor eficaz do fluxo de magnetização, em Wb; e

$f_{tmax}$  : valor máximo do fluxo de magnetização, em Wb.

A frequência angular elétrica em *rad/s* corresponde a:

$$W_{te} = 2\pi \cdot f_{te} \quad (3.5.1.3)$$

Onde:

$f_{te}$  : frequência elétrica do transformador, em Hz.

A presença de fluxo alternado no núcleo leva ao estabelecimento da força eletromotriz induzida  $e_{tal}(t)$ :

$$e_{tal}(t) = N_{t1} \frac{df_{ma}(t)}{dt} \quad (3.5.1.4)$$

Substituindo-se 3.5.1.2 em 3.5.1.4 e derivando-se o fluxo em relação ao tempo, obtém-se:

$$e_{tal}(t) = N_{t1} \cdot \frac{df_{ma}(t)}{dt} = W_{te} \cdot N_{t1} \cdot f_{tmax} \cdot \text{cos}(W_{te} \cdot t) \quad (3.5.1.5)$$

A partir de 3.5.1.5 e 3.5.1.3, pode-se representar a força eletromotriz induzida  $e_{tal}(t)$  por meio de:

$$e_{tal}(t) = 2\pi \cdot f_{te} \cdot N_{t1} \cdot f_{tmax} \cdot \text{cos}(W_{te} \cdot t) = \sqrt{2} \cdot e_{t1} \cdot \text{cos}(W_{te} \cdot t) \quad (3.5.1.6)$$

O valor eficaz da força contra-eletromotriz induzida ( $e_{t1}$ ) corresponde a:

$$e_{t1} = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot f_{te} \cdot N_{t1} \cdot f_{tmax} = 2\pi \cdot f_{te} \cdot N_{t1} \cdot f_{tm} \quad (3.5.1.7)$$

Conforme a Figura 3.5.1.1, desconsiderando-se a resistência e o fluxo de dispersão do enrolamento primário na alimentação do transformador em vazio,  $e_{t1}$  adquire o mesmo valor da tensão  $v_{t1}$ , o que resulta nas seguintes expressões:

$$\mathfrak{f}_{tmax} = \frac{e_{t1}}{\sqrt{2} \cdot p \cdot f_{te} \cdot N_{t1}} \approx \frac{v_{t1}}{\sqrt{2} \cdot p \cdot f_{te} \cdot N_{t1}} \quad (3.5.1.8)$$

$$\mathfrak{f}_{tm} = \frac{e_{t1}}{2 \cdot p \cdot f_{te} \cdot N_{t1}} \approx \frac{v_{t1}}{2 \cdot p \cdot f_{te} \cdot N_{t1}} \quad (3.5.1.9)$$

De acordo com 3.5.1.8 e 3.5.1.9, o fluxo do núcleo é determinado pela tensão, frequência e número de espiras do enrolamento.

O fluxo máximo corresponde ao produto da seção magnética do núcleo ( $S_{tm}$ ) e da máxima densidade de fluxo magnético ( $B_{tmax}$ ):

$$\mathfrak{f}_{tmax} = B_{tmax} \cdot S_{tm} \quad (3.5.1.10)$$

Substituindo-se a equação 3.5.1.10 em 3.5.1.8, obtém-se a expressão 3.5.1.11, a partir da qual se observa que a determinação da seção do núcleo do transformador depende da tensão e frequência de alimentação, do número de espiras e da máxima densidade de fluxo magnético admissível pelo material.

$$S_{tm} \approx \frac{v_{t1}}{\sqrt{2} \cdot p \cdot f_{te} \cdot N_{t1} \cdot B_{tmax}} = \frac{v_{t1}}{4,44 \cdot f_{te} \cdot N_{t1} \cdot B_{tmax}} \quad (3.5.1.11)$$

Em caso de uso de lâminas para a construção do transformador, faz-se necessário que a seção geométrica do núcleo ( $S_{tg}$ ) seja majorada em relação à seção magnética por meio do fator de laminação ( $f_{ilam}$ ):

$$S_{tg} = \frac{S_{tm}}{f_{ilam}} \quad (3.5.1.12)$$

Nos transformadores rotativos construídos a partir de lâminas planas, conforme a Figura 3.5.1.2, o fator de laminação reduz à medida

que se avança do diâmetro interno, ou ponto de apoio das chapas, para o diâmetro externo, ou ponto de maior afastamento entre elas.



Figura 3.5.1.2 – Distribuição de chapas no rotor do transformador

Conforme ilustrado anteriormente na Figura 3.5.1.1, a presença de fluxo magnético no núcleo do transformador está associada à corrente de excitação  $i_{ta0}(t)$ . A forma de onda da corrente de excitação difere do fluxo magnético devido às propriedades não-lineares do núcleo do transformador. A análise da corrente de excitação por métodos baseados em série de Fourier aponta a existência de uma componente fundamental e uma série de harmônicas ímpares [9, 23].

Na maior parte dos estudos práticos de transformadores, a corrente de excitação é substituída por uma onda senoidal equivalente de mesma frequência da componente fundamental e valor eficaz idêntico à onda original [9, 23]. Este raciocínio também é aplicado ao estudo do transformador rotativo, no qual a corrente de excitação  $i_{ta0}(t)$  apresenta-se como uma função senoidal resultante da soma das correntes de magnetização, de perdas no núcleo por histerese e de perdas por correntes de Foucault:

$$i_{ta0}(t) = i_{ma}(t) + i_{ffa}(t) + i_{tha}(t) \quad (3.5.1.13)$$

Onde:

$i_{ma}(t)$ : corrente de magnetização da fase  $a$ , em A;

$i_{ffa}(t)$ : corrente de perdas de Foucault na fase  $a$ , em A; e

$i_{tha}(t)$ : corrente de perdas por histerese na fase  $a$ , em A.

As correntes que modelam as perdas por correntes de Foucault e por histerese representam a parcela ativa da corrente de excitação, enquanto a corrente de magnetização corresponde à parcela reativa.

Devido às suas naturezas resistivas, as correntes  $i_{ffa}(t)$  e  $i_{tha}(t)$  são consideradas em fase com a tensão  $e_{tal}(t)$ . Já a corrente de magnetização  $i_{ma}(t)$  apresenta defasagem de  $90^\circ$  em relação à tensão  $e_{tal}(t)$ .

As perdas por histerese estão vinculadas ao ciclo de histerese dos materiais ferromagnéticos. As perdas por correntes de Foucault estão associadas à espessura dos materiais percorridos pelo fluxo.

A corrente de magnetização está associada à relutância oferecida pelo núcleo à circulação do fluxo magnético.

### 3.5.1.1 A relutância à magnetização do núcleo

A passagem do fluxo de magnetização pelo núcleo do transformador rotativo depende da corrente de magnetização e da relutância oferecida pelo caminho magnético. A relutância representa a resistência oferecida pelo meio à passagem de fluxo magnético.

A Figura 3.5.1.1.1 apresenta os principais elementos de relutância no circuito magnético do transformador.

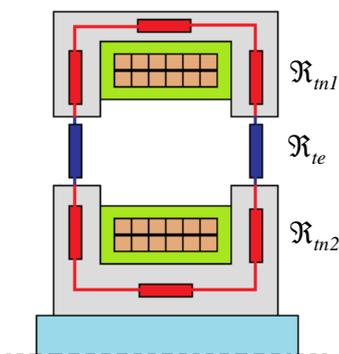


Figura 3.5.1.1.1 – Relutâncias do circuito de magnetização

Onde:

$\mathfrak{R}_{m1}$  : relutância do núcleo do estator, em A.e/Wb;

$\mathfrak{R}_{m2}$  : relutância do núcleo do rotor, em A.e/Wb; e

$\mathfrak{R}_{te}$  : relutância do entreferro, em A.e/Wb.

A relutância ao fluxo magnético depende da permeabilidade magnética, da seção e do comprimento da região em análise:

$$\mathfrak{R}_{m1} = \frac{I}{m_m} \cdot \frac{l_{m1}}{S_{m1}} \quad (3.5.1.1.1)$$

$$\mathfrak{R}_{m2} = \frac{I}{m_m} \cdot \frac{l_{m2}}{S_{m2}} \quad (3.5.1.1.2)$$

$$\mathfrak{R}_{te} = \frac{I}{m_{te}} \cdot \frac{l_{te}}{S_{te}} \quad (3.5.1.1.3)$$

Onde:

$m_m$  : permeabilidade magnética do núcleo, em H/m;

$m_{te}$  : permeabilidade magnética do entreferro, em H/m;

$l_{m1}$  : comprimento médio do núcleo do estator, em m;

$l_{m2}$  : comprimento médio do núcleo do rotor, em m;

$l_{te}$  : comprimento do entreferro, em m;

$S_{m1}$  : seção magnética do núcleo do estator, em m<sup>2</sup>;

$S_{m2}$  : seção magnética do núcleo do rotor, em m<sup>2</sup>; e

$S_{te}$  : seção magnética do entreferro, em m<sup>2</sup>.

A relação entre a relutância, o fluxo e a corrente de magnetização  $i_{ma}(t)$  é estabelecida por:

$$N_{t1} \cdot i_{ma}(t) = (\mathfrak{R}_{m1} + \mathfrak{R}_{m2} + \mathfrak{R}_{te}) \cdot \Phi_{ma}(t) \quad (3.5.1.1.4)$$

A corrente de magnetização depende das propriedades de relutância do meio, do número de espiras e do fluxo de magnetização:

$$i_{ma}(t) = \frac{(\mathfrak{R}_{m1} + \mathfrak{R}_{m2} + \mathfrak{R}_{te}) \cdot \Phi_{ma}(t)}{N_{t1}} \quad (3.5.1.1.5)$$

Nos transformadores rotativos, o entreferro é o responsável pelo estabelecimento de correntes de magnetização mais elevadas em relação aos modelos convencionais.

### 3.5.1.2 A indutância de magnetização

Multiplicando-se a expressão 3.5.1.1.4 pelo número de espiras em ambos os lados, obtém-se:

$$N_{t1}^2 \cdot i_{ma}(t) = N_{t1} \cdot (\mathfrak{R}_{m1} + \mathfrak{R}_{m2} + \mathfrak{R}_{te}) \cdot f_{ma}(t) \quad (3.5.1.2.1)$$

A partir de 3.5.1.2.1 é possível obter a seguinte relação:

$$\frac{N_{t1} \cdot f_{ma}(t)}{i_{ma}(t)} = \frac{N_{t1}^2}{\mathfrak{R}_{m1} + \mathfrak{R}_{m2} + \mathfrak{R}_{te}} \quad (3.5.1.2.2)$$

Conforme se pode observar em [13], a indutância de magnetização a partir dos terminais do estator ( $L_{m1}$ ) é definida por:

$$L_{m1} = \frac{N_{t1} \cdot f_{ma}(t)}{i_{ma}(t)} \quad (3.5.1.2.3)$$

Substituindo-se 3.5.1.2.3 em 3.5.1.2.2, obtém-se:

$$L_{m1} = \frac{N_{t1}^2}{\mathfrak{R}_{m1} + \mathfrak{R}_{m2} + \mathfrak{R}_{te}} \quad (3.5.1.2.4)$$

De forma equivalente, a indutância de magnetização a partir dos terminais do rotor ( $L_{m2}$ ) é determinada a partir de:

$$L_{m2} = \frac{N_{t2}^2}{\mathfrak{R}_{m1} + \mathfrak{R}_{m2} + \mathfrak{R}_{te}} \quad (3.5.1.2.5)$$

Sendo  $L_{m}$  a indutância de magnetização, tem-se que:

$$L_{m} = L_{m1} = \frac{N_{t1}^2}{N_{t2}^2} \cdot L_{m2} \quad (3.5.1.2.6)$$

Por meio de 3.5.1.2.4 e 3.5.1.2.5 é possível realizar-se o cálculo da indutância de magnetização do transformador rotativo a partir de seus dados construtivos. Este recurso é muito interessante na obtenção dos parâmetros de circuito equivalente do transformador, conforme se pode observar no Anexo A.

### 3.5.1.3 A reatância de magnetização

Esta reatância é obtida a partir da indutância de magnetização:

$$x_m = W_{te} \cdot L_{tm} \quad (3.5.1.3.1)$$

A expressão 3.5.1.3.1 apresenta a relação da reatância com a indutância de magnetização e a frequência elétrica de alimentação do transformador rotativo.

### 3.5.2 O fluxo de dispersão

Nem todo o fluxo gerado pela circulação de corrente no primário fica confinado no núcleo do transformador. Conforme a Figura 3.5.2.1, parte das linhas de fluxo fecha-se pelo ar, constituindo os fluxos de dispersão do primário  $f_{ida1}(t)$  e secundário  $f_{ida2}(t)$  da fase *a*. Os parâmetros  $r_{i1}$  e  $r_{i2}$  representam as resistências dos enrolamentos.

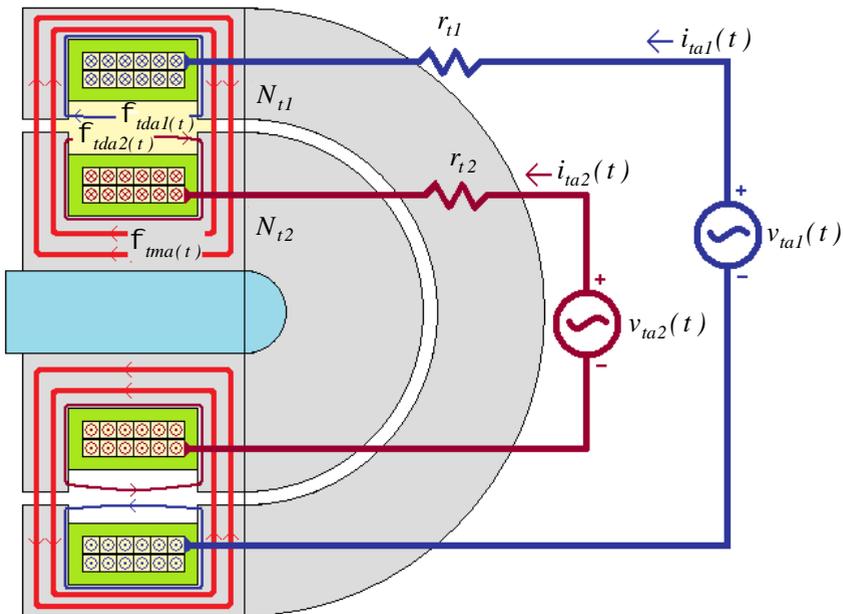


Figura 3.5.2.1 – Os fluxos de magnetização e de dispersão no transformador

Nos transformadores convencionais, o fluxo de dispersão representa uma fração muito pequena frente ao fluxo de magnetização. Para transformadores com potência da ordem de 50kVA, a dispersão costuma representar menos de 0,5% do fluxo magnético total [5, 9, 11].

Nos transformadores rotativos, no entanto, o grande afastamento entre os enrolamentos primário e secundário e a profundidade das ranhuras para colocação das bobinas impactam em expressivo fluxo de dispersão, o qual pode representar de 5 a 10% do fluxo total.

### 3.5.2.1 As indutâncias de dispersão

Conhecendo-se o fluxo de dispersão dos enrolamentos do transformador rotativo, podem-se estabelecer as indutâncias de dispersão em parâmetros concentrados, conforme a Figura 3.5.2.1.1.

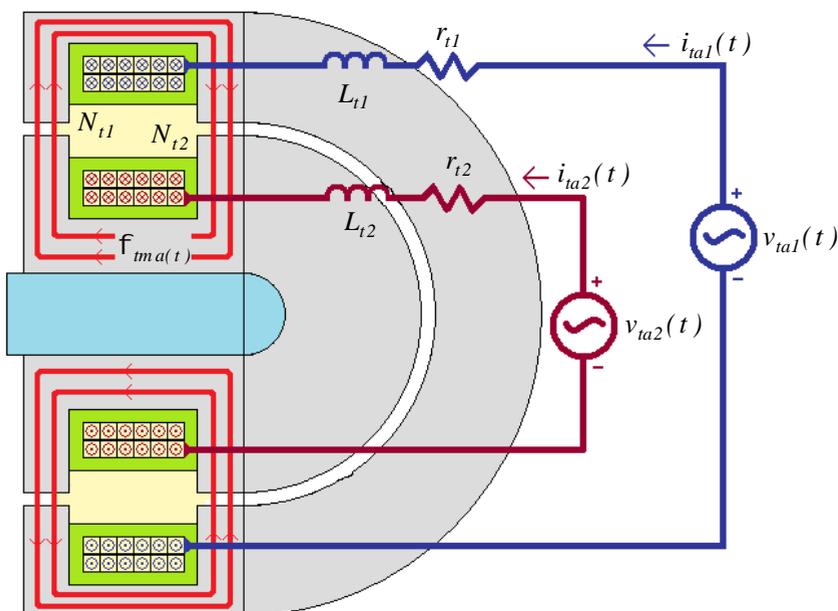


Figura 3.5.2.1.1 – As indutâncias de dispersão no transformador

As relações entre os fluxos e as indutâncias de dispersão em parâmetros concentrados correspondem a:

$$L_{t1} = \frac{N_{t1} \cdot \tilde{f}_{ida1}(t)}{i_{ta1}(t)} \quad (3.5.2.1.1)$$

$$L_{t2} = \frac{N_{t2} \cdot \tilde{f}_{ida2}(t)}{i_{ta2}(t)} \quad (3.5.2.1.2)$$

Onde:

$L_{t1}$  : indutância de dispersão do enrolamento do estator, em H; e

$L_{t2}$  : indutância de dispersão do enrolamento do rotor, em H.

Em 3.5.2.1.1 e 3.5.2.1.2, apresenta-se o cálculo da indutância de dispersão em função do fluxo gerado pela passagem de corrente. Na etapa de projeto, no entanto, é conveniente que se possam determinar estas indutâncias a partir da geometria do transformador:

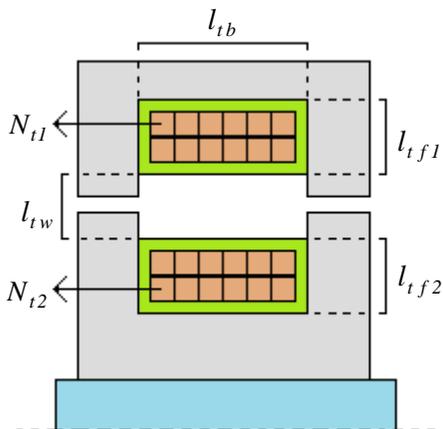


Figura 3.5.2.1.2 – Transformador rotativo axial

De acordo com McLyman [25], conhecendo-se as dimensões do transformador rotativo, a indutância de dispersão total pode ser, de forma simplificada, calculada a partir de:

$$L_{t1} + L'_{t2} = \frac{4\mu \cdot l_{tcu} \cdot N_{t1}^2}{l_{tb}} \left( l_{tw} + \frac{l_{tf1} + l_{tf2}}{3} \right) 10^{-7} \quad (3.5.2.1.3)$$

Onde:

$l_{cu}$  : comprimento médio das espiras, em m;

$l_{tb}$ ,  $l_{tf1}$ ,  $l_{tf2}$  : dimensões dos enrolamentos, em m; e

$l_{tw}$  : distância entre os enrolamentos do estator e rotor, em m.

De acordo com a expressão 3.5.2.1.3, para se minimizar a reatância de dispersão de um transformador rotativo deve-se reduzir a distância entre o enrolamento primário e secundário e projetar as ranhuras de alojamento dos condutores mais rasas e largas possível.

### 3.5.2.2 As reatâncias de dispersão

Estas reatâncias são obtidas a partir das indutâncias de dispersão:

$$x_{t1} = W_{te} \cdot L_{t1} \quad (3.5.2.2.1)$$

$$x_{t2} = W_{te} \cdot L_{t2} \quad (3.5.2.2.2)$$

Onde:

$x_{t1}$  : reatância de dispersão no estator; e

$x_{t2}$  : reatância de dispersão no rotor.

As expressões 3.5.2.2.1 e 3.5.2.2.2 apresentam as relações das reatâncias com as indutâncias e a frequência elétrica do transformador.

### 3.5.3 Fluxos, forças eletromotrizes, tensões e correntes

Alimentando-se os terminais do transformador rotativo a partir das fontes de tensão  $v_{ta1}(t)$  e  $v_{ta2}(t)$ , estabelecem-se em seus enrolamentos as correntes  $i_{ta1}(t)$  e  $i_{ta2}(t)$  e os correspondentes fluxos magnéticos:

$$f_{ta1}(t) = f_{ma}(t) + f_{ta1}(t) \quad (3.5.3.1)$$

$$f_{ta2}(t) = f_{ma}(t) + f_{ta2}(t) \quad (3.5.3.2)$$

Onde:

$f_{ta1}(t)$ : fluxo total do enrolamento primário, em Wb; e

$f_{ta2}(t)$ : fluxo total do enrolamento secundário, em Wb.

Os fluxos de magnetização concatenados pelo enrolamento primário e secundário são obtidos por meio de:

$$l_{ma1}(t) = N_{t1} \cdot f_{ma}(t) \quad (3.5.3.3)$$

$$l_{ma2}(t) = N_{t2} \cdot f_{ma}(t) \quad (3.5.3.4)$$

Os fluxos concatenados de dispersão correspondem a:

$$l_{da1}(t) = N_{t1} \cdot f_{da1}(t) \quad (3.5.3.5)$$

$$l_{da2}(t) = N_{t2} \cdot f_{da2}(t) \quad (3.5.3.6)$$

Assim, os fluxos totais concatenados correspondem a:

$$l_{ta1}(t) = N_{t1} \cdot f_{ta1}(t) \quad (3.5.3.7)$$

$$l_{ta2}(t) = N_{t2} \cdot f_{ta2}(t) \quad (3.5.3.8)$$

Ao fluxo total associa-se a indutância própria do enrolamento, ao fluxo de magnetização a indutância de magnetização e ao fluxo de dispersão a indutância de dispersão.

Conhecidos os fluxos magnéticos, as forças eletromotrizes de magnetização e de dispersão são definidas conforme as expressões:

$$e_{ta1}(t) = \frac{dl_{ma1}(t)}{dt} \quad (3.5.3.9)$$

$$e_{ta2}(t) = \frac{dl_{ma2}(t)}{dt} \quad (3.5.3.10)$$

$$e_{da1}(t) = \frac{dl_{da1}(t)}{dt} \quad (3.5.3.11)$$

$$e_{da2}(t) = \frac{dl_{da2}(t)}{dt} \quad (3.5.3.12)$$

Onde:

$e_{ia1}(t)$ : força eletromotriz induzida no primário da *fase a* devido ao fluxo magnetizante;

$e_{ida2}(t)$ : força eletromotriz induzida no secundário da *fase a* devido ao fluxo magnetizante;

$e_{ida1}(t)$ : força eletromotriz induzida no primário da *fase a* devido ao fluxo de dispersão; e

$e_{ia2}(t)$ : força eletromotriz induzida no secundário da *fase a* devido ao fluxo de dispersão.

A Figura 3.5.3.1 apresenta as forças eletromotrizes no transformador rotativo.

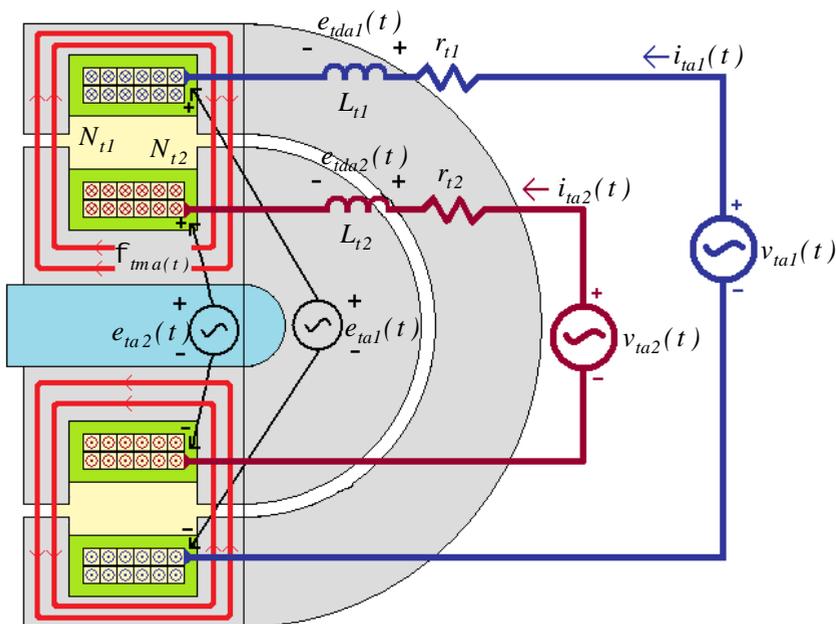


Figura 3.5.3.1 – As forças eletromotrizes no transformador rotativo

Aplicando-se a Lei de Kirchoff das tensões aos circuitos primários e secundários da Figura 3.5.3.1, obtêm-se:

$$v_{ia1}(t) = r_{i1} \cdot i_{ia1}(t) + e_{ida1}(t) + e_{ia1}(t) \quad (3.5.3.13)$$

$$v_{ia2}(t) = r_{i2} \cdot i_{ia2}(t) + e_{ida2}(t) + e_{ia2}(t) \quad (3.5.3.14)$$

Aplicando-se 3.5.3.3 a 3.5.3.6 e 3.5.3.9 a 3.5.3.12 em 3.5.3.13 e 3.5.3.14, obtém-se:

$$v_{ia1}(t) = r_{t1} \cdot i_{ia1}(t) + N_{t1} \cdot \frac{df_{ida1}(t)}{dt} + N_{t1} \cdot \frac{df_{ima}(t)}{dt} \quad (3.5.3.15)$$

$$v_{ia2}(t) = r_{t2} \cdot i_{ia2}(t) + N_{t2} \cdot \frac{df_{ida2}(t)}{dt} + N_{t2} \cdot \frac{df_{ima}(t)}{dt} \quad (3.5.3.16)$$

Por fim, aplicando-se 3.5.1.2.3 a 3.5.1.2.6 e 3.5.2.1.1 a 3.5.2.1.2 em 3.5.3.15 e 3.5.3.16 obtém-se:

$$v_{ia1}(t) = r_{t1} \cdot i_{ia1}(t) + L_{t1} \cdot \frac{di_{ia1}(t)}{dt} + L_{im} \cdot \frac{di_{ima}(t)}{dt} \quad (3.5.3.17)$$

$$v_{ia2}(t) = r_{t2} \cdot i_{ia2}(t) + L_{t2} \cdot \frac{di_{ia2}(t)}{dt} + L_{im} \cdot \frac{di_{ima}(t)}{dt} \quad (3.5.3.18)$$

Por meio de 3.5.3.17 e 3.5.3.18 observa-se a representação dos fluxos de dispersão e de magnetização do transformador rotativo por meio de indutâncias. O uso dessa estratégia prova-se conveniente no emprego de técnicas de estudo por circuito equivalente, conforme se observa com maior profundidade nos capítulos 4, 5 e 6.

### 3.5.3.1 A corrente de carga

Uma vez estabelecido o fluxo de magnetização por meio da corrente de excitação  $i_{ia0}(t)$ , toda solicitação de corrente pelo secundário será compensada pelo aumento da corrente no primário [9]. Dessa forma, tem-se a seguinte equação:

$$N_{t1} \cdot i_{ia1}(t) + N_{t2} \cdot i_{ia2}(t) = N_{t1} \cdot i_{ia0}(t) \quad (3.5.3.1.1)$$

Seja a corrente de carga  $i_C(t) = -i_{ia2}(t)$  obtém-se a seguinte expressão:

$$N_{t1} \cdot i_{ia1}(t) - N_{t1} \cdot i_{ia0}(t) = N_{t2} \cdot i_C(t) \quad (3.5.3.1.2)$$

Na Figura 3.5.3.1.1, a fonte de tensão  $v_{ta2}(t)$  é substituída por uma carga sobre a qual se tem uma queda de tensão  $v_C(t)$ .

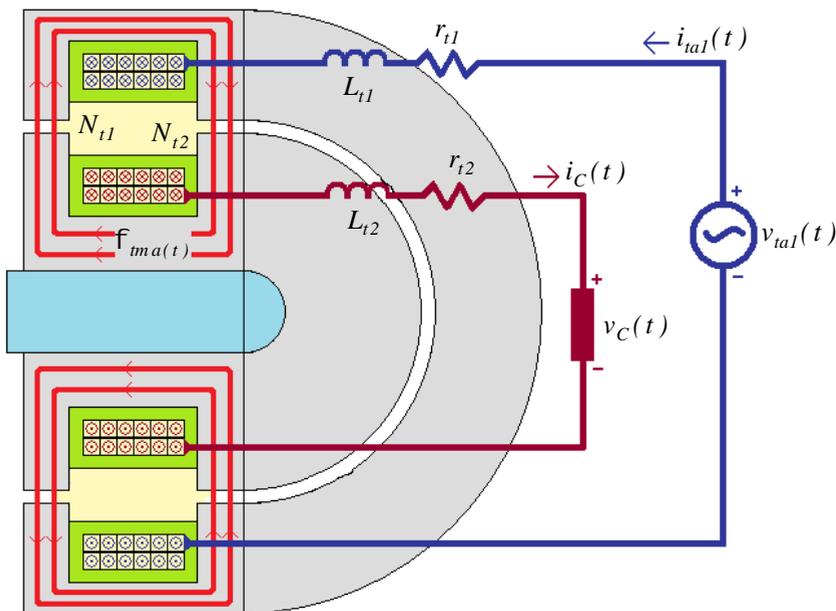


Figura 3.5.3.1.1 – Operação do transformador rotativo em carga

A partir da expressão 3.5.3.1.2 observa-se que todo o aumento da corrente de carga tende a desmagnetizar o núcleo. Dessa forma, o aumento da corrente de carga deve ser compensado pelo aumento da corrente no primário para que não ocorra a desmagnetização.

O conhecimento da corrente primária e secundária nominal é fundamental para o dimensionamento dos condutores do transformador, cuja seção depende da corrente à qual o transformador está apto a atender em plena carga.

### 3.6 CONCLUSÃO

Oriundos da indústria aeroespacial, os transformadores rotativos apresentam-se como um dispositivo muito útil em conexões elétricas móveis em satélites, radares e robôs.

O uso de escovas e anéis de deslizamento em contatos eletromecânicos impacta em reduzida vida útil dos componentes, necessidade de frequente manutenção, emissão de ruído e geração de pó, o que prejudica a isolamento elétrica e pode impactar em contaminação do meio ambiente.

Os benefícios decorrentes do uso de transformadores rotativos na substituição de escovas e anéis de deslizamento justificam o interesse pela sua aplicação em máquinas elétricas girantes.

O transformador rotativo trifásico é um equipamento bastante interessante no uso integrado às máquinas assíncronas trifásicas de rotor bobinado.

Em linhas gerais, os transformadores rotativos assemelham-se aos transformadores convencionais. Suas peculiaridades estão na presença de entreferro e na mobilidade entre os enrolamentos primários e secundários.

A presença de entreferro confere baixa reatância de magnetização ao transformador rotativo em relação aos transformadores usuais. O afastamento entre o enrolamento do rotor e do estator impacta em maior reatância de dispersão em relação aos transformadores convencionais.

A maximização da reatância de magnetização e a minimização das reatâncias de dispersão do rotor e estator constituem dois grandes desafios no projeto de um transformador rotativo.

## 4 O PROTÓTIPO

A construção e execução de testes em um protótipo constituem importantes etapas para a avaliação de um novo dispositivo.

A Figura 4.1 apresenta o projeto do protótipo da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo.

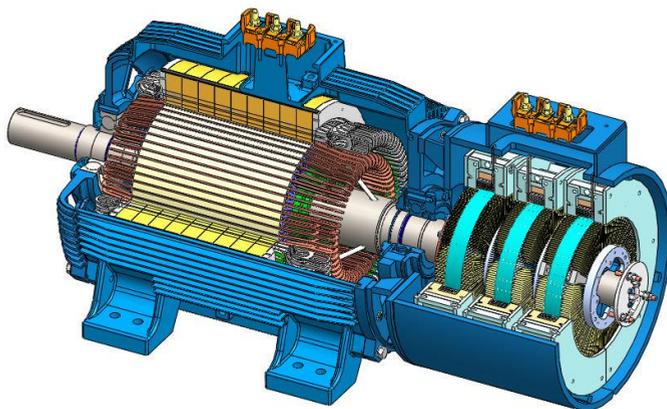


Figura 4.1 – Protótipo da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo

Por se tratarem de equipamentos distintos, a máquina assíncrona trifásica e o transformador rotativo foram calculados a partir de ferramentas diversas. O projeto eletromagnético da máquina assíncrona trifásica foi desenvolvido por meio do uso de um software comercial para cálculo de motores de indução. O projeto do transformador rotativo, por sua vez, provém de cálculos analíticos e do uso de software de elementos finitos.

### 4.1 O PROJETO DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA

A máquina assíncrona trifásica apresenta a configuração de um motor de indução de rotor bobinado convencional. Seu cálculo foi feito por meio do software *Asynchronmaschine Rechnung*.

Desenvolvido na *Leibniz Universität Hannover*, este software é o aplicativo utilizado no projeto eletromagnético de máquinas assíncronas de grande porte pela empresa *WEG Equipamentos Elétricos S.A.* A validade de seus resultados é assegurada pelo projeto, construção e ensaios de milhares de máquinas produzidas por este fabricante.

A Tabela 4.1.1 apresenta os principais dados da máquina assíncrona trifásica projetada por meio do uso deste software alemão.

Tabela 4.1.1 – Dados da máquina assíncrona trifásica

Carcaça	355
$V_{lm1}$	690 V (Y) / 400 V (D)
$V_{lm2}$	525 V (Y)
$P_{eixo}$	90 kW
$p_m$	3
$f_{me1}$	60 Hz
$D_{mext1}$	600,0 mm
$D_{mint1}$	395,0 mm
$D_{mext2}$	392,2 mm
$D_{mint2}$	145,0 mm
$l_{me}$	1,4 mm
$N_{m1}$	72
$N_{m2}$	54

Onde:

$V_{lm1}$  : tensão de linha nos terminais do estator;

$V_{lm2}$  : tensão de linha nos terminais do rotor;

$P_{eixo}$  : potência nominal no eixo;

$D_{mext1}$  : diâmetro externo da chapa do estator;

$D_{mint1}$  : diâmetro interno da chapa do estator;

$D_{mext2}$  : diâmetro externo da chapa do rotor;

$D_{mint2}$  : diâmetro interno da chapa do rotor;

$l_{me}$  : entreferro;

$N_{m1}$  : número de ranhuras no estator; e

$N_{m2}$  : número de ranhuras no rotor.

A Figura 4.1.1 apresenta as chapas do estator e do rotor da máquina assíncrona trifásica. Realizada por meio do software FEMM, a simulação em elementos finitos mostra a formação dos seis pólos.

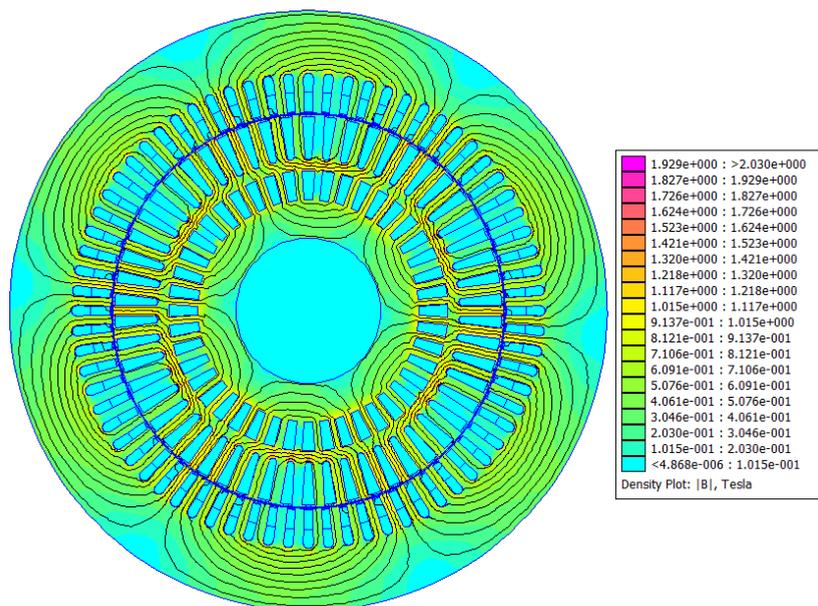


Figura 4.1.1 – Chapas do estator e rotor da máquina assíncrona

As Figuras 4.1.2 e 4.1.3 apresentam o estator e o rotor da máquina assíncrona em processo de fabricação.



Figura 4.1.2 – Estator da máquina assíncrona trifásica



Figura 4.1.1.3 – Rotor da máquina assíncrona trifásica

A parte mais prolongada do eixo do rotor apresentado na Figura 4.1.1.3 destina-se à fixação dos três módulos de transformador rotativo.

#### 4.1.1 Os parâmetros de circuito equivalente determinados no projeto

No projeto da máquina assíncrona trifásica, os parâmetros de circuito equivalente são obtidos através do software *Asynchronmaschine Rechnung*. A partir dos dados construtivos da máquina, o software calcula os parâmetros do circuito equivalente monofásico, as relações de transformação entre os enrolamentos do estator e do rotor e o desempenho da máquina assíncrona.

A Figura 4.1.1.1 ilustra o circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica proveniente desse software.

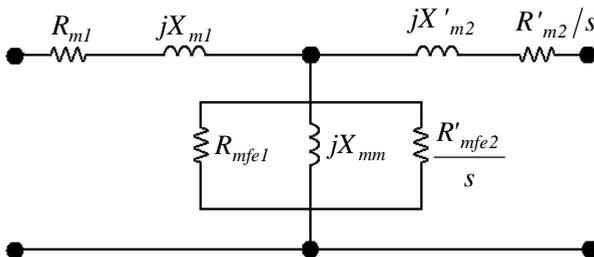


Figura 4.1.1.1 – Circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica

Os parâmetros de circuito equivalente da máquina, obtidos a partir do programa de cálculo, são apresentados na Tabela 4.1.1.1.

Tabela 4.1.1.1 – Parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica obtidos por meio de cálculo

Parâmetro	Cálculo
$R_{m1}$	0,035 W
$X_{m1}$	0,228 W
$R_{mfe1}$	449,2 W
$X_{mm}$	10,01 W
$R'_{mfe2}$	1045 W
$R'_{m2}$	0,037 W
$X'_{m2}$	0,346 W
$k_{mv}$	1,285
$k_{mi}$	0,778
$k_{mz}$	1,651

Onde:

$R_{m1}$  : resistência de fase do enrolamento estator;

$X_{m1}$  : reatância de dispersão de fase do estator;

$R_{mfe1}$  : resistência de fase para perdas do ferro no estator;

$X_{mm}$  : reatância de magnetização;

$R'_{mfe2}$  : resistência de fase para perdas do ferro no rotor;

$R'_{m2}$  : resistência de fase do enrolamento do rotor;

$X'_{m2}$  : reatância de dispersão de fase do rotor;

$k_{mv}$  : relação de transformação de tensão entre o rotor e o estator;

$k_{mi}$  : relação de transformação de corrente; e

$k_{mz}$  : relação de transformação de impedância.

Os valores das resistências dos enrolamentos apresentados na Tabela 4.1.1.1 desconsideram o efeito pelicular da frequência elétrica da corrente de alimentação. A temperatura de referência é de 40°C.

Conforme se pode verificar nos capítulos 5 e 6, os parâmetros de circuito equivalente são bastante úteis para o estudo em regime permanente e em regime dinâmico da máquina assíncrona trifásica.

## 4.2 O PROJETO DO TRANSFORMADOR ROTATIVO TRIFÁSICO

O transformador rotativo trifásico consiste em três módulos monofásicos dispostos lado a lado, conforme se observa na Figura 4.2.1.

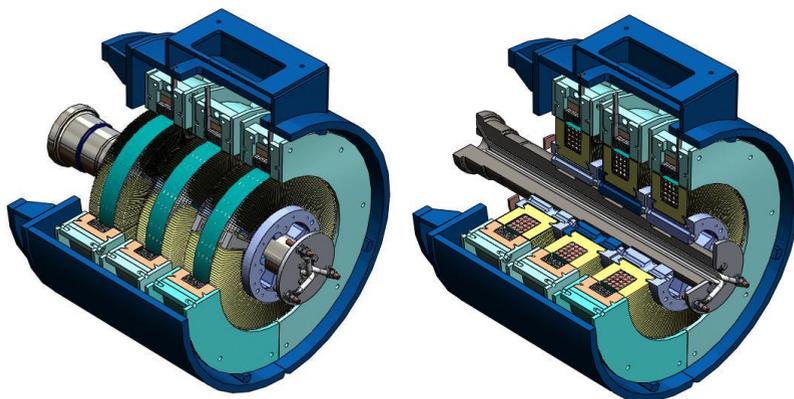


Figura 4.2.1 – Transformador rotativo trifásico

No transformador rotativo trifásico, os enrolamentos são completamente envolvidos pelo núcleo magnético.

### 4.2.1 Os materiais do transformador

O núcleo do transformador rotativo é composto por chapas de aço silício dispostas no mesmo sentido do eixo. São chapas de grão não-orientado com espessura de 0,5mm.

Quando submetidas à densidade de fluxo magnético de 1 T na frequência de 50 Hz, estas chapas apresentam perdas de 1,7 W/kg.

De acordo com [23], as perdas oferecidas por esta chapa nas diversas condições de frequência e fluxo magnético podem ser obtidas de forma aproximada por meio de:

$$w_{fe} = \left[ p_f \cdot \left( \frac{e_{tch}}{0,5mm} \cdot \frac{f_{te}}{50Hz} \right)^2 + p_h \cdot \frac{f_{te}}{50Hz} \right] \cdot \left( \frac{B_{med}}{1T} \right)^2 \quad (4.2.1.1)$$

Onde:

$w_{fe}$  : perdas no ferro, em W/kg;

$p_f$  : coeficiente de perdas por correntes de Foucault, em W/kg;

$p_h$  : coeficiente de perdas por histerese, em W/kg;

$e_{rch}$  : espessura da chapa, em mm;

$B_{med}$  : indução ou densidade de fluxo magnético médio, em T.

Conforme se observa no Anexo A, a expressão 4.2.1.1 pode ser bastante útil para a determinação das perdas no ferro no cálculo analítico do transformador.

A Tabela 4.2.1.1 apresenta os valores dos coeficientes de perdas por correntes de Foucault e por histerese para a chapa utilizada na confecção do núcleo do transformador rotativo [23].

Tabela 4.2.1.1 – Coeficientes de perdas para a chapa E170N

Chapa	$w_{fe}$	$P_f$	$P_h$
	$(f_{te} : 50\text{Hz}, e_{rch} : 0,5\text{mm}) (B_{med} : 1\text{T})$		
E170N	1,7 W/kg	0,275 W/kg	1,4 W/kg

A Tabela 4.2.1.2 apresenta informações adicionais referentes à condutividade da chapa de aço-silício E170N [44].

Tabela 4.2.1.2 – Características da chapa de aço silício

Designação	Fabricante	Espessura	Condutividade
E170N	Acesita	0,5 mm	2,22 MS

O conhecimento da condutividade do material e de sua curva de magnetização são informações importantes na determinação das perdas no ferro por meio das simulações em elementos finitos.

A Figura 4.2.1.1 apresenta a curva B x H para a chapa E170N quando submetida a campos magnéticos até 5000 A/m na frequência de 60 Hz.

O uso de curvas de magnetização para uma ampla faixa de dados é útil para uma boa avaliação do comportamento das chapas em condições de saturação do núcleo.

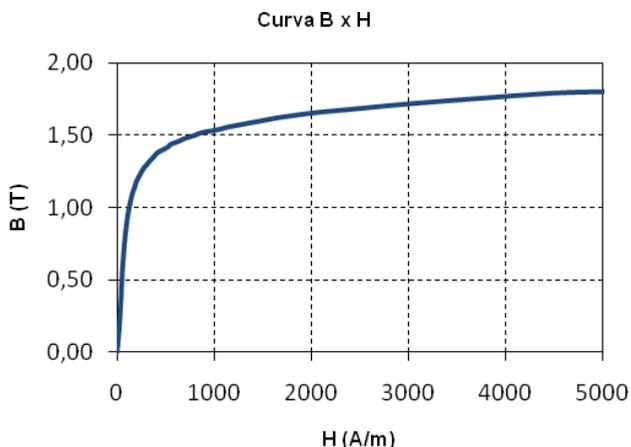


Figura 4.2.1.1 – Curva B x H da chapa de aço-silício E170N para o campo magnético de 0 a 5000 H/m em 60 Hz

A Figura 4.2.1.2 apresenta os valores da permeabilidade magnética da chapa em função da densidade de fluxo magnético.

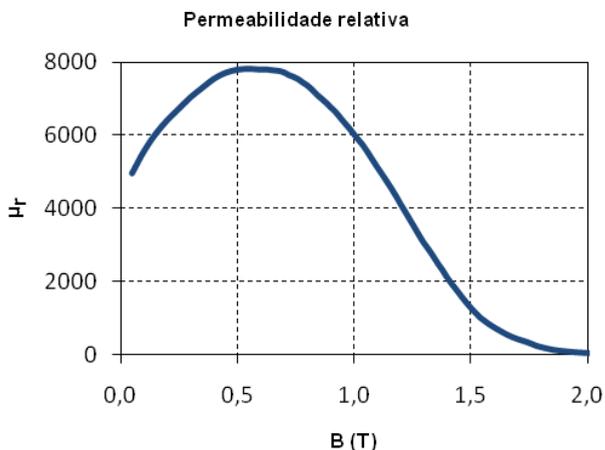


Figura 4.2.1.2 – Permeabilidade magnética da chapa de aço-silício em função da densidade de fluxo magnético

A partir do gráfico da Figura 4.2.1.2 observa-se que a máxima permeabilidade relativa manifesta-se entre 0,5 e 0,7 T.

Neste protótipo, a estrutura de sustentação do transformador é constituída por aço carbono e ferro fundido. A tabela 4.2.1.3 apresenta a condutividade elétrica destes materiais [7, 48]. O conhecimento desta propriedade é interessante na determinação das perdas no ferro devidas à estrutura de sustentação nas simulações em elementos finitos.

Tabela 4.2.1.3 – Condutividade de materiais estruturais do transformador

<b>Material</b>	<b>Condutividade</b>
Aço carbono	6,20 MS
Ferro fundido	9,05 MS

Os enrolamentos do transformador são construídos com cobre eletrolítico, cuja condutividade na temperatura ambiente de 20°C é apresentada na tabela 4.2.1.4.

Tabela 4.2.1.4 – Condutividade do cobre a 20°C

<b>Material</b>	<b>Condutividade</b>
Cobre eletrolítico	58,0 MS

A partir da condutividade do cobre, do comprimento e do número de espiras utilizadas em cada bobina, pode-se calcular a resistência dos enrolamentos.

## 4.2.2 As dimensões do transformador

A Figura 4.2.2.1 apresenta as dimensões das chapas e dos enrolamentos do transformador rotativo. Os valores numéricos das dimensões são apresentados na Tabela 4.2.2.1.

Tabela 4.2.2.1 – Dimensões do transformador rotativo

$D_{t1a}$	$D_{t1b}$	$D_{t1f}$	$l_{ta}$	$N_{t1}$
493 mm	451 mm	387 mm	110 mm	19
$D_{t2a}$	$D_{t2b}$	$D_{t2f}$	$l_{tb}$	$N_{t2}$
188 mm	254 mm	384 mm	52 mm	19

O entreferro  $l_{te}$  adotado neste protótipo é de 1,5mm.

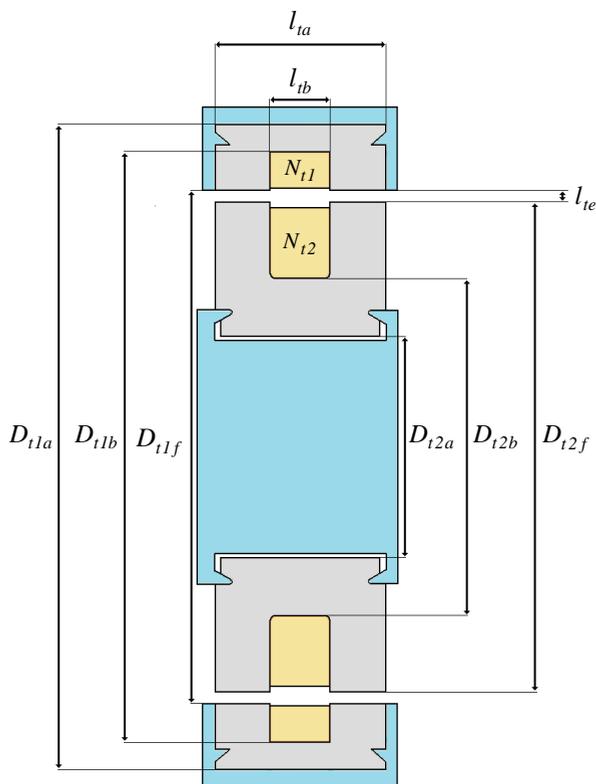


Figura 4.2.2.1 – Dimensões de um módulo do transformador

Os valores indicados na Tabela 4.2.2.1 são similares às dimensões obtidas no cálculo analítico apresentado no Anexo A. As pequenas diferenças numéricas devem-se aos ajustes construtivos necessários na etapa do projeto estrutural do transformador.

### 4.2.3 O cálculo em elementos finitos

Para o cálculo do transformador rotativo em elementos finitos fez-se uso do software FEMM 4.2, o qual corresponde a um conjunto de programas para a resolução de problemas eletromagnéticos em baixa frequência em domínios planares ou axissimétricos [28].

Devido à sua natureza construtiva, o projeto do transformador rotativo trifásico requer a realização de simulações axissimétricas.

A Figura 4.2.3.1 apresenta o perfil do transformador rotativo com destaque para a região considerada no programa de simulação em elementos finitos.

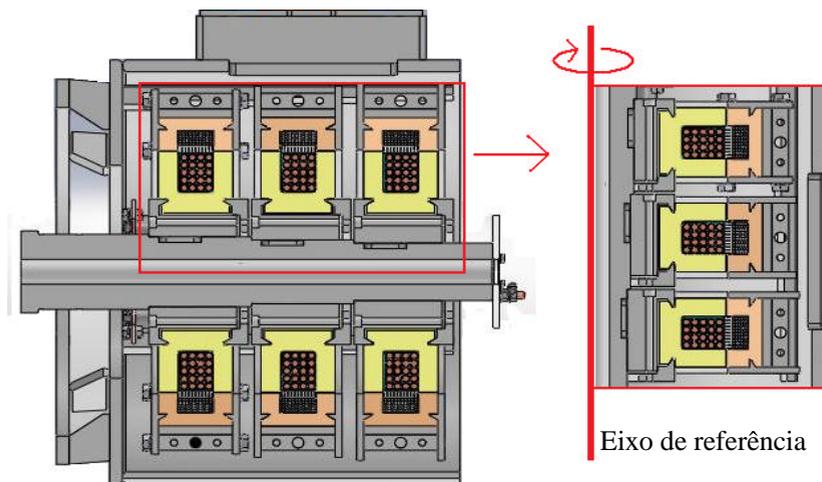


Figura 4.2.3.1 – Perfil do transformador rotativo trifásico

A Figura 4.2.3.2 apresenta a malha de elementos finitos aplicada à região de simulação. Na imagem em destaque é possível identificar a chapa de aço silício do estator e do rotor (*Chapa 1* e *Chapa 2*), os enrolamentos ( $N_{t1}$  e  $N_{t2}$ ), os elementos de fixação (*Sup. 1*, *Sup. 2* e *Estr.*) e o *Eixo*.

As Figuras 4.2.3.3 a 4.2.3.5 apresentam as linhas de fluxo magnético no núcleo do transformador geradas pela aplicação de correntes elétricas ( $i_{ta2}$ ,  $i_{tb2}$  e  $i_{tc2}$ ) nas 3 fases dos enrolamentos do rotor na frequência  $f_{te} = 60$  Hz e amplitude  $i_{t1} = 90$  A.

$$i_{ta2}(t) = \sqrt{2} \cdot i_{t1} \cdot \cos[2 \cdot p \cdot f_{te} \cdot t] \quad (4.2.3.1)$$

$$i_{tb2}(t) = \sqrt{2} \cdot i_{t1} \cdot \cos\left[2 \cdot p \cdot f_{te} \cdot t - \frac{2 \cdot p}{3}\right] \quad (4.2.3.2)$$

$$i_{tc2}(t) = \sqrt{2} \cdot i_{t1} \cdot \cos\left[2 \cdot p \cdot f_{te} \cdot t + \frac{2 \cdot p}{3}\right] \quad (4.2.3.3)$$

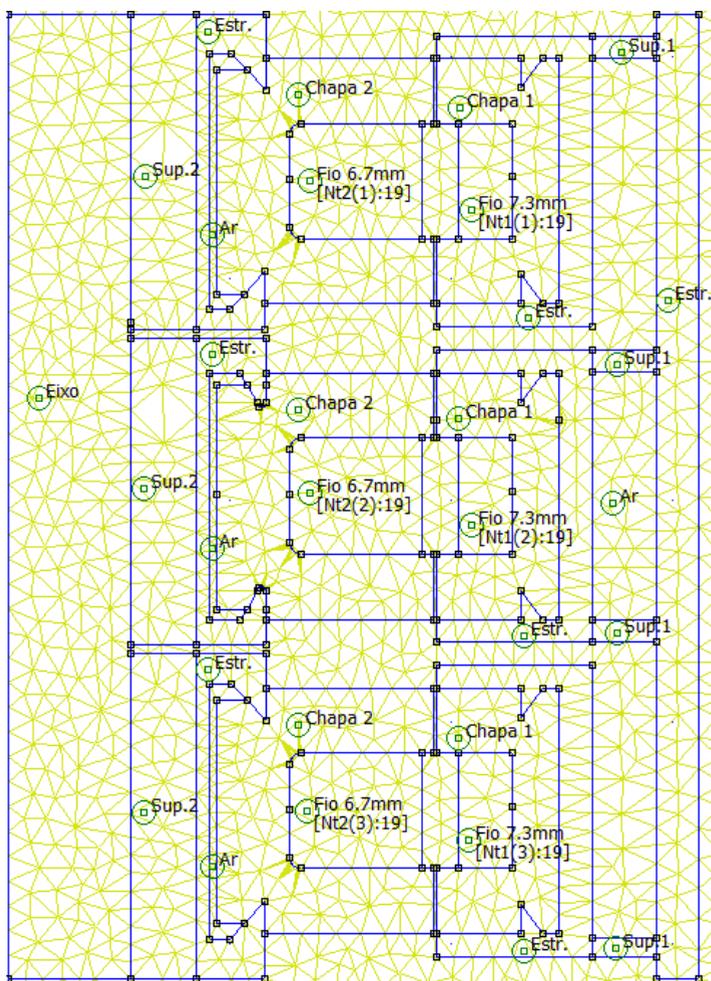


Figura 4.2.3.2 – Malha de elementos finitos aplicada ao transformador rotativo

Nas simulações em elementos finitos, as correntes são aplicadas aos enrolamentos do rotor do transformador, enquanto os terminais do estator permanecem abertos, isto é, em vazio.

Os fluxos magnéticos apresentados nas Figuras 4.2.3.3 a 4.2.3.5 representam três diferentes instantes de tempo (0, 5,55 e 11,1 ms), nos quais as fases *a*, *b* e *c* passam pelos seus respectivos picos de corrente.

O valor de  $126 A_p$  ou 90 A corresponde à corrente de magnetização absorvida pelo transformador quando seus terminais são submetidos à tensão de linha de 300V.

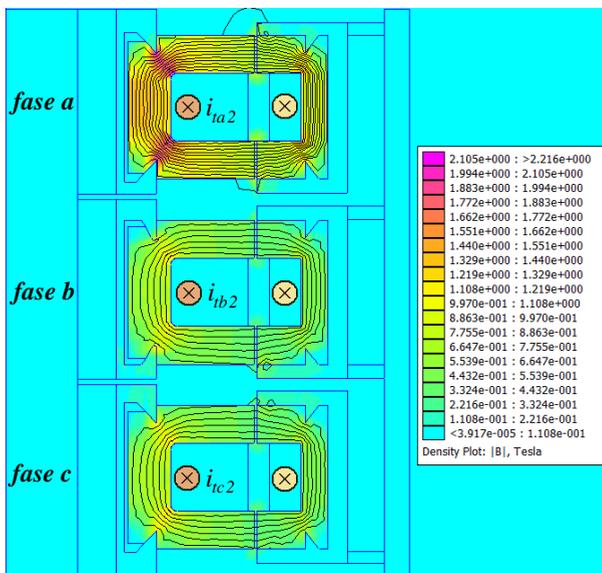


Figura 4.2.3.3 – Linhas de fluxo no transformador rotativo trifásico em  $t: 0 \text{ ms}$   
 $(i_{a2}:126\text{A}_p, i_{b2}:-63\text{A}_p, i_{c2}:-63\text{A}_p)$

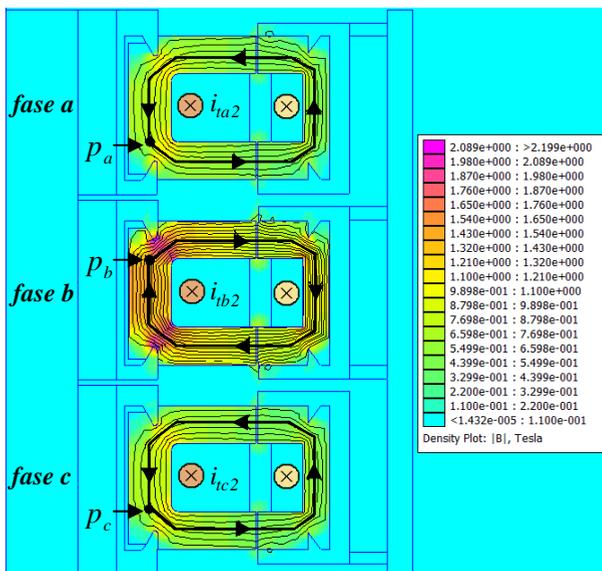


Figura 4.2.3.4–Linhas de fluxo no transformado rotativo trifásico em  $t: 5,55 \text{ ms}$   
 $(i_{a2}: -63\text{A}_p, i_{b2}:126\text{A}_p, i_{c2}:-63\text{A}_p)$

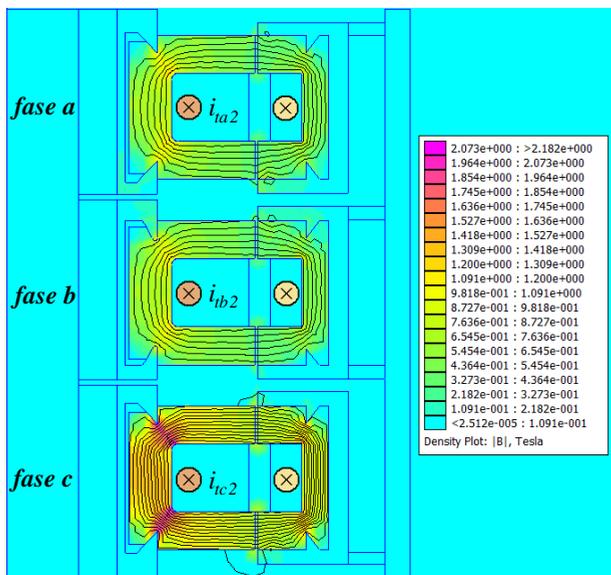


Figura 4.2.3.5–Linhas de fluxo no transformador rotativo trifásico em  $t: 11,1 \text{ ms}$   
 $(i_{ta2}:-63\text{A}_p, i_{tb2}:-63\text{A}_p, i_{tc2}:126\text{A}_p)$

As Figuras 4.2.3.6 a 4.2.3.8 apresentam os gráficos dos valores de densidade de fluxo magnético no núcleo dos transformadores das *fases a, b e c*. Os gráficos referem-se ao percurso dos caminhos magnéticos no instante  $t: 5,55 \text{ ms}$  a partir dos pontos  $p_a, p_b$  e  $p_c$  nos sentidos indicados na Figura 4.2.3.4.

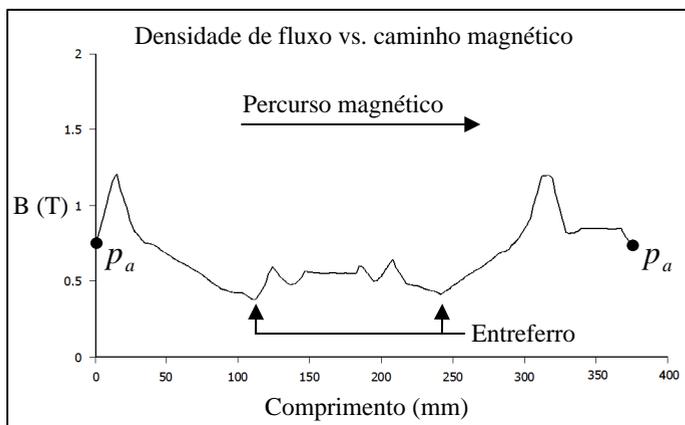


Figura 4.2.3.6 – Indução no caminho magnético médio para *fase a* ( $t: 5,55 \text{ ms}$ )

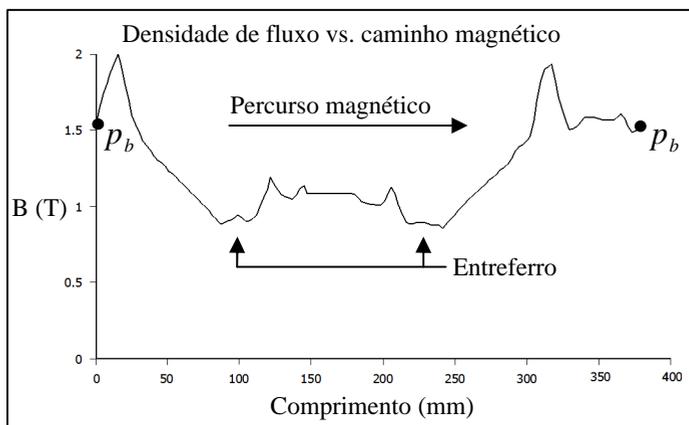


Figura 4.2.3.7 – Indução no caminho magnético médio para fase b ( $t: 5,55 \text{ ms}$ )

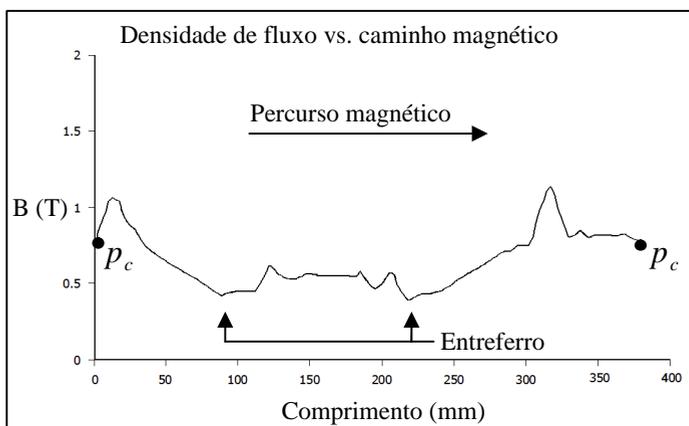


Figura 4.2.3.8 – Indução no caminho magnético médio para fase c ( $t: 5,55 \text{ ms}$ )

Conforme indicado nas Figuras 4.2.3.6 a 4.3.2.8, os pontos de indução mínima correspondem ao entreferro do transformador. As maiores induções estão nas regiões de estrangulamento da chapa.

#### 4.2.4 Operação em frequência variável

Quando conectado ao rotor da máquina assíncrona trifásica, o transformador rotativo opera em frequência elétrica variável. A

frequência aplicada ao transformador é a mesma do circuito rotórico da máquina assíncrona e varia de forma proporcional ao escorregamento.

A variação da frequência de operação do transformador é, por sua vez, acompanhada pela variação da amplitude da tensão imposta aos terminais do rotor do transformador, a qual também é proporcional ao escorregamento da máquina assíncrona.

Conforme a expressão 3.5.1.9, a variação simultânea da tensão e da frequência aplicadas ao rotor do transformador é responsável por manter constante o fluxo magnético do núcleo ao longo de toda a faixa de operação.

Quando o rotor da máquina assíncrona está bloqueado, seu escorregamento é unitário. Nesta situação, a frequência elétrica do estator reproduz-se no circuito do rotor da máquina assíncrona trifásica e, por consequência, nos enrolamentos do transformador rotativo.

#### 4.2.5 Os parâmetros de circuito equivalente determinados por meio de elementos finitos

Na determinação do circuito equivalente do transformador é conveniente que se definam seus parâmetros na frequência elétrica do estator da máquina assíncrona, o que se traduz em benefícios no momento de referi-los ao estator da máquina assíncrona.

A Figura 4.2.5.1 apresenta o circuito equivalente cujos parâmetros são definidos por meio de simulação em elementos finitos.

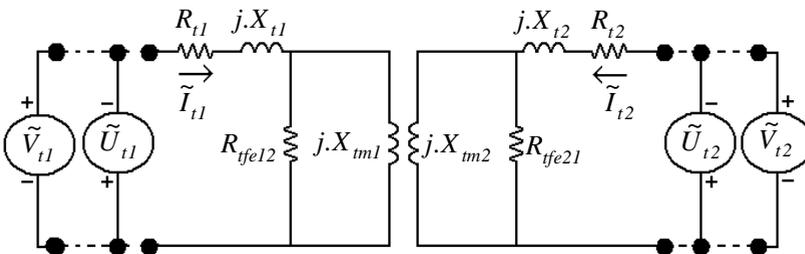


Figura 4.2.5.1 – Circuito equivalente por fase do transformador rotativo

A partir do modelo em elementos finitos apresentado na Figura 4.2.3.2, os parâmetros de circuito equivalente são obtidos por meio da imposição de corrente aos terminais do estator ou do rotor e pela análise das tensões e perdas nos enrolamentos e no núcleo.

As simulações realizadas por meio de técnicas de elementos finitos são comparáveis à execução de ensaios em vazio na temperatura ambiente de 20°C. Quando se aplica corrente aos terminais do estator, os enrolamentos do rotor encontram-se abertos e, vice-versa.

A Tabela 4.2.5.1 mostra a corrente aplicada ao estator ( $I_{t1}$ ) e as componentes reais e imaginárias das tensões no estator e rotor.

Tabela 4.2.5.1 – Tensões de fase no estator e rotor do transformador em função de correntes impostas aos terminais do estator

$I_{t1}$ (A)	$V_{t1r}$ (V)	$j \cdot V_{t1i}$ (V)	$V_{t1}$ (V)	$U_{t2r}$ (V)	$j \cdot U_{t2i}$ (V)	$U_{t2}$ (V)
10,0	1,5	22,8	22,8	1,4	22,0	22,1
20,0	3,1	45,9	46,0	2,9	44,4	44,5
30,0	4,7	69,0	69,2	4,3	66,7	66,9
40,0	6,3	93,5	93,7	5,9	90,4	90,6
50,0	7,8	115,4	115,7	7,2	111,5	111,7
60,0	9,2	134,7	135,0	8,5	129,8	130,1
70,0	10,6	150,7	151,0	9,8	144,6	145,0
80,0	12,0	162,9	163,3	11,1	155,5	155,9
90,0	13,0	173,0	173,4	12,0	164,1	164,6
100,0	13,8	181,0	181,5	12,7	170,5	171,0
125,0	16,5	197,6	198,2	15,2	182,8	183,4
150,0	20,0	211,4	212,3	18,5	193,7	194,6
175,0	23,6	223,2	224,5	21,8	199,8	201,0
200,0	26,7	232,5	234,0	24,7	206,1	207,6
250,0	30,2	255,6	257,4	27,6	219,2	220,9
300,0	32,5	275,4	277,3	29,3	230,7	232,6
400,0	35,6	308,7	310,7	31,2	248,5	250,5
500,0	37,9	330,9	333,0	32,1	259,4	261,4

As tensões nos terminais do estator e do rotor expressas em valores eficazes correspondem a:

$$\tilde{V}_{t1} = V_{t1r} + j \cdot V_{t1i} \quad (4.2.5.1)$$

$$\tilde{U}_{t2} = U_{t2r} + j \cdot U_{t2i} \quad (4.2.5.2)$$

Onde:

$\tilde{V}_{t1}$  : fasor da tensão imposta ao estator;

$V_{t1r}$  : parte real do fasor da tensão imposta ao estator;

$V_{t1i}$  : parte imaginária do fasor da tensão imposta ao estator;

$\tilde{U}_{t2}$  : fasor da tensão induzida no rotor;

$U_{t2r}$  : parte real do fasor da tensão induzida no rotor; e

$U_{t2i}$  : parte imaginária do fasor da tensão induzida no rotor.

As tensões de linha nos terminais do transformador ( $V_{t1}$  e  $U_{t2}$ ) correspondem a:

$$V_{t1} = \sqrt{3}.V_{t1r} \quad (4.2.5.3)$$

$$U_{t2} = \sqrt{3}.U_{t2r} \quad (4.2.5.4)$$

A Figura 4.2.5.2 apresenta as curvas de magnetização do transformador provenientes das informações contidas na Tabela 4.2.5.1 e das considerações feitas pelas expressões 4.2.5.3 e 4.2.5.4.

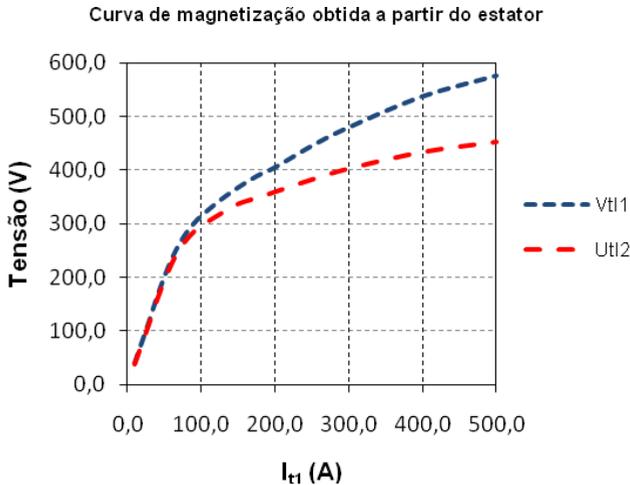


Figura 4.2.5.2 – Curva de magnetização do transformador a partir da alimentação do estator

Na Figura 4.2.5.2, observa-se a saturação dos núcleos magnéticos a partir de 300 V de tensão de linha. A distribuição coaxial dos núcleos do rotor e do estator implica em seção de núcleo inferior do primeiro em relação ao segundo, o que explica a maior saturação do rotor em relação ao estator do transformador.

A Tabela 4.2.5.2 apresenta o cálculo das resistências a partir das perdas no enrolamento do estator ( $p_{tcu1}$ ) e no ferro ( $p_{tfe12}$ ) para diferentes tensões e correntes aplicadas aos terminais do estator.

Tabela 4.2.5.2 – Resistências no enrolamento e no ferro a partir da alimentação dos terminais do estator do transformador

$I_{t1}$ (A)	$V_{t1}$ (V)	$U_{t2}$ (V)	$P_{tcu1}/3$ (W)	$P_{tfe12}$ (W)	$R_{t1}$ (W)	$R_{tfe12}$ (W)
10,0	22,8	22,1	1,0	14,1	0,0103	34,5
20,0	46,0	44,5	4,1	57,1	0,0103	34,7
30,0	69,2	66,9	9,3	129,1	0,0103	34,7
40,0	93,7	90,6	17,1	237,7	0,0107	34,5
50,0	115,7	111,7	26,5	365,1	0,0106	34,2
60,0	135,0	130,1	38,0	514,0	0,0106	32,9
70,0	151,0	145,0	51,6	688,9	0,0105	30,5
80,0	163,3	155,9	67,2	893,1	0,0105	27,2
90,0	173,4	164,6	84,9	1085,1	0,0105	25,0
100,0	181,5	171,0	104,7	1276,1	0,0105	22,9
125,0	198,2	183,4	164,9	1905,6	0,0106	17,7
150,0	212,3	194,6	236,6	2766,3	0,0105	13,7
175,0	224,5	201,0	321,1	3793,4	0,0105	10,7
200,0	234,0	207,6	421,6	4911,9	0,0105	8,8
250,0	257,4	220,9	659,7	6898,8	0,0106	7,1
300,0	277,3	232,6	946,3	8801,7	0,0105	6,1
400,0	310,7	250,5	1686,3	12571,7	0,0105	5,0
500,0	333,0	261,4	2631,2	16313,8	0,0105	4,2

As perdas no cobre ( $p_{tcu1}$ ) ocorrem nos enrolamentos do estator, enquanto as perdas no ferro se manifestam no núcleo laminado e nas estruturas de fixação do transformador. Conforme apresentado nas Tabelas 4.2.1.2 e 4.2.1.3, o conhecimento da condutividade dos materiais é importante na determinação das perdas com origem nas correntes induzidas de Foucault.

Por meio do software FEMM faz-se a cada simulação a leitura das perdas em cada parte do transformador, permitindo, dessa forma, sua extraficação e o cálculo individual de cada parâmetro. Os valores de resistência do enrolamento ( $R_{tl}$ ) e do ferro ( $R_{tfe12}$ ) apresentados na Tabela 4.2.5.2 são obtidos a partir de:

$$R_{tl} = \frac{P_{tcl}}{3 \cdot (I_{tl})^2} \quad (4.2.5.5)$$

$$R_{tfe12} = \frac{(U_{t12})^2}{P_{tfe12}} \quad (4.2.5.6)$$

A Figura 4.2.5.3 apresenta o comportamento da resistência no ferro em função da tensão nos terminais do estator do transformador. À medida que se avança na saturação do transformador, observa-se forte redução no valor da resistência devido ao aumento das perdas no ferro do transformador.

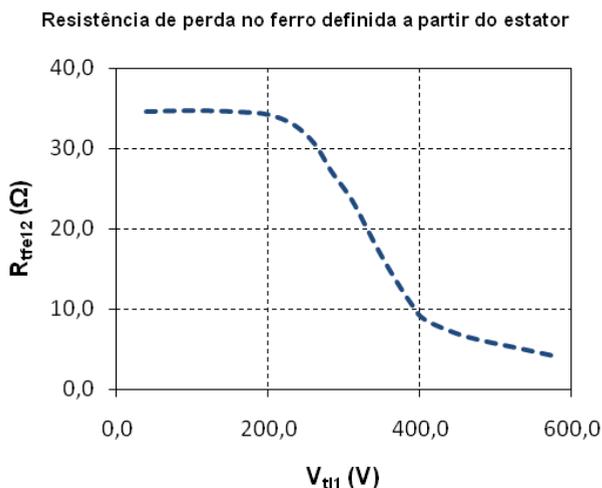


Figura 4.2.5.3 – Curva da resistência no ferro em função da tensão nos terminais do estator

A Tabela 4.2.5.3 apresenta as reatâncias de dispersão ( $X_{tl}$ ) e de magnetização ( $X_{tm1}$ ) obtidas a partir dos terminais do estator do transformador.

Tabela 4.2.5.3 – Determinação das reatâncias de dispersão do enrolamento e de magnetização a partir da alimentação dos terminais do estator do transformador

$I_{t1}$ (A)	$j \cdot V_{t1i}$ (V)	$j \cdot U_{t2i}$ (V)	$U_{t2}$ (V)	$X_{t1s}$ (W)	$X_{t1}$ (W)	$X_{tm1}$ (W)
10,0	22,8	22,0	22,1	2,203	0,076	2,212
20,0	45,9	44,4	44,5	2,220	0,076	2,229
30,0	69,0	66,7	66,9	2,225	0,076	2,234
40,0	93,5	90,4	90,6	2,260	0,078	2,269
50,0	115,4	111,5	111,7	2,229	0,079	2,239
60,0	134,7	129,8	130,1	2,163	0,082	2,173
70,0	150,7	144,6	145,0	2,066	0,086	2,076
80,0	162,9	155,5	155,9	1,944	0,092	1,953
90,0	173,0	164,1	164,6	1,823	0,098	1,833
100,0	181,0	170,5	171,0	1,705	0,104	1,715
125,0	197,6	182,8	183,4	1,462	0,118	1,473
150,0	211,4	193,7	194,6	1,291	0,118	1,303
175,0	223,2	199,8	201,0	1,142	0,134	1,156
200,0	232,5	206,1	207,6	1,031	0,132	1,045
250,0	255,6	219,2	220,9	0,877	0,146	0,891
300,0	275,4	230,7	232,6	0,769	0,149	0,782
400,0	308,7	248,5	250,5	0,621	0,150	0,631
500,0	330,9	259,4	261,4	0,519	0,143	0,527

Os valores de reatâncias de dispersão ( $X_{t1}$ ), de magnetização ( $X_{tm1}$ ) apresentados na Tabela 4.2.5.3 são obtidos a partir de:

$$X_{t1} = \frac{V_{t1i}}{I_{t1}} - X_{t1s} \quad (4.2.5.7)$$

$$X_{tm1} = \frac{(U_{t2})^2}{(I_{t1})^2 \cdot X_{t1s}} \quad (4.2.5.8)$$

A reatância em série do ramo magnetizante ( $X_{t1s}$ ) é obtida por meio da expressão 4.2.5.9 e constitui um artifício para que se chegue ao valor das reatâncias de dispersão e de magnetização do estator.

$$X_{t1s} = \frac{U_{t2i}}{I_{t1}} \quad (4.2.5.9)$$

A Figura 4.2.5.4 apresenta os valores da reatância de magnetização devidos às tensões aplicadas nos terminais do estator do transformador. Conforme se observa, a partir de 300 V há um forte declínio no valor desta reatância. Quanto maior o fluxo ao qual se submete o núcleo do transformador, menor é a permeabilidade magnética e, por consequência, menores são as indutâncias e reatâncias de magnetização.

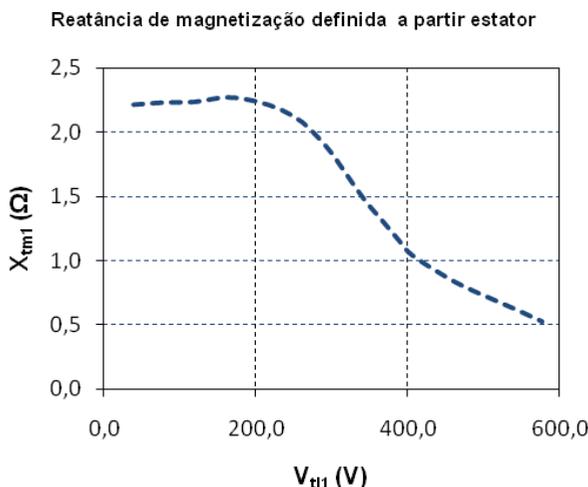


Figura 4.2.5.4 – Curva da reatância de magnetização em função da tensão nos terminais do estator

A Tabela 4.2.5.2 apresenta os cálculo da resistência do ferro relacionada às perdas detectadas tanto no núcleo quanto nas estruturas metálicas de sustentação do transformador, o que corresponde à realidade do equipamento.

Todavia, o calculo analítico do transformador apresentado no Anexo A estabelece as perdas relativas apenas ao núcleo laminado. Com o objetivo de se avaliar a proximidade da formulação apresentada na expressão 4.2.1.1 frente aos resultados apontados pelo software de elementos finitos, tem-se a Tabela 4.2.5.4, a qual apresenta as perdas exclusivas ao núcleo laminado do transformador ( $p_{fe12n}$ ).

Tabela 4.2.5.4 – Determinação das resistências no enrolamento e no núcleo laminado a partir da alimentação dos terminais do estator do transformador

$I_{t1}$ (A)	$V_{t1}$ (V)	$U_{t2}$ (V)	$P_{tcu1/3}$ (W)	$P_{tfe12n}$ (W)	$R_{t1}$ (W)	$R_{tfe12n}$ (W)
10,0	22,8	22,1	1,0	4,4	0,0103	110,9
20,0	46,0	44,5	4,1	17,6	0,0103	112,2
30,0	69,2	66,9	9,3	39,7	0,0103	112,6
40,0	93,7	90,6	17,1	73,3	0,0107	112,0
50,0	115,7	111,7	26,5	112,7	0,0106	110,7
60,0	135,0	130,1	38,0	155,1	0,0106	109,1
70,0	151,0	145,0	51,6	194,5	0,0105	108,1
80,0	163,3	155,9	67,2	226,3	0,0105	107,3
90,0	173,4	164,6	84,9	253,8	0,0105	106,7
100,0	181,5	171,0	104,7	274,6	0,0105	106,5
125,0	198,2	183,4	164,9	316,5	0,0106	106,3
150,0	212,3	194,6	236,6	357,8	0,0105	105,8
175,0	224,5	201,0	321,1	385,4	0,0105	104,9
200,0	234,0	207,6	421,6	414,6	0,0105	103,9
250,0	257,4	220,9	659,7	475,5	0,0106	102,6
300,0	277,3	232,6	946,3	528,2	0,0105	102,4
400,0	310,7	250,5	1686,3	617,9	0,0105	101,6
500,0	333,0	261,4	2631,2	676,3	0,0105	101,0

Os valores de resistência no ferro relativa às perdas no núcleo do transformador ( $R_{tfe12n}$ ) apresentados na Tabela 4.2.5.4 são obtidos a partir de:

$$R_{tfe12n} = \frac{(U_{t2})^2}{P_{tfe12n}} \quad (4.2.5.10)$$

A Figura 4.5.2.5 apresenta o comportamento da resistência que modela as perdas no núcleo do transformador em função do valor da tensão nos terminais do estator. À medida que se aumenta o nível de tensão aplicada aos terminais do estator, nota-se uma pequena redução no valor da resistência calculada e, portanto, aumento das perdas no núcleo. Todavia, o resultado apresentado nesta figura é bem mais estável que o comportamento detectado na Figura 4.2.5.3.

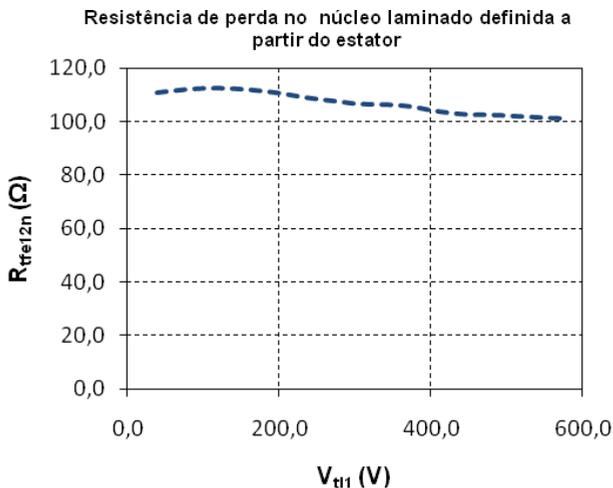


Figura 4.2.5.5 – Curva da resistência de perdas no núcleo do transformador em função da tensão nos terminais do estator

Conforme verificado na Figura 4.2.5.2, as simulações apontam forte saturação para a aplicação de tensão superior a 300 V. Assim, os parâmetros de circuito equivalente apresentados na Tabela 4.2.5.5 são resultantes da média dos nove primeiros valores apresentados para cada parâmetro nas Tabelas 4.2.5.2 a 4.2.5.4, o que corresponde somente à região linear de operação, isto é, sem saturação.

Tabela 4.2.5.5 – Parâmetros de circuito equivalente determinados a partir do estator do transformador

<b>Circuito equivalente a partir do estator</b>	
$R_{t1}$	0,010 W
$X_{t1}$	0,083 W
$X_{m1}$	2,135 W
$R_{tfe12}$	32,02 W
$R_{tfe12n}$	109,94 W

Todos os parâmetros apresentados na Tabela 4.2.5.5 são obtidos a partir da alimentação dos terminais do estator do transformador. Devido às condutividades dos materiais consideradas nas simulações, estes parâmetros refletem uma condição de temperatura ambiente de 20°C.

Determinados os parâmetros de circuito equivalentes a partir da alimentação dos terminais do estator, calculam-se os parâmetros obtíveis por meio da alimentação dos terminais do rotor do transformador.

A Tabela 4.2.5.6 mostra a corrente aplicada ao rotor ( $I_{t2}$ ) e as componentes reais e imaginárias das tensões no rotor e estator.

Tabela 4.2.5.6 – Tensões de fase no estator e rotor do transformador em função de correntes impostas aos terminais do rotor

$I_{t2}$ (A)	$V_{t2}$ (V)	$j \cdot V_{t2i}$ (V)	$V_{t2r}$ (V)	$U_{t1r}$ (V)	$j \cdot U_{t1i}$ (V)	$U_{t1}$ (V)
10,0	1,5	23,0	23,0	1,4	22,0	22,1
20,0	3,1	46,3	46,4	2,9	44,4	44,5
30,0	4,7	69,5	69,7	4,3	66,7	66,9
40,0	6,3	94,0	94,2	5,9	90,3	90,5
50,0	7,8	115,4	115,7	7,2	110,9	111,1
60,0	9,1	133,4	133,8	8,5	128,2	128,5
70,0	10,6	147,0	147,4	9,8	141,4	141,7
80,0	11,9	157,2	157,7	11,0	151,3	151,7
90,0	12,8	164,9	165,4	11,7	158,9	159,3
100,0	13,6	170,4	170,9	12,5	164,4	164,8
125,0	16,8	180,0	180,8	15,2	174,2	174,9
150,0	20,6	187,6	188,7	18,7	182,1	183,0
175,0	24,2	194,8	196,3	21,9	189,7	190,9
200,0	27,0	202,4	204,1	24,3	197,5	199,0
250,0	30,1	215,8	217,9	27,0	211,6	213,3
300,0	32,4	226,5	228,8	28,8	223,2	225,1
400,0	35,0	243,7	246,2	30,6	242,1	244,1
500,0	36,6	256,3	258,9	31,3	256,8	258,7

As tensões nos terminais do rotor e do estator expressas em valores eficazes correspondem às seguintes expressões:

$$\tilde{V}_{t2} = V_{t2r} + j \cdot V_{t2i} \quad (4.2.5.11)$$

$$\tilde{U}_{t1} = U_{t1r} + j \cdot U_{t1i} \quad (4.2.5.12)$$

Onde:

$\tilde{V}_{t2}$  : fasor da tensão imposta ao rotor;

$V_{t2r}$  : parte real do fasor da tensão imposta ao rotor;

$V_{t2i}$  : parte imaginária do fasor da tensão imposta ao rotor;

$\tilde{U}_{t1}$  : fasor da tensão induzida no estator;

$U_{t1r}$  : parte real do fasor da tensão induzida no estator; e

$U_{t1i}$  : parte imaginária do fasor da tensão induzida no estator.

A relação entre as tensões de fase ( $V_{t2}$  e  $U_{t1}$ ) e de linha ( $V_{tl2}$  e  $U_{tl1}$ ) nos enrolamentos do transformador correspondem a:

$$V_{tl2} = \sqrt{3}.V_{t2} \quad (4.2.5.13)$$

$$U_{tl1} = \sqrt{3}.U_{t1} \quad (4.2.5.14)$$

A partir dos informações contidas na Tabela 4.2.5.6 e das expressões 4.2.5.13 e 4.2.5.14 obtém-se as curvas de magnetização do transformador conforme se observa na Figura 4.2.5.6.

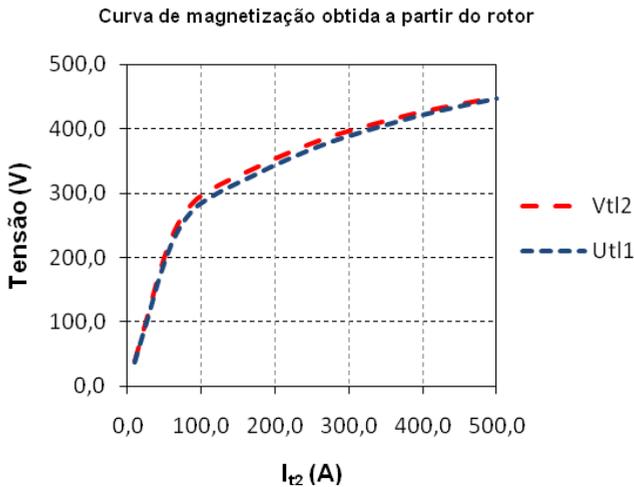


Figura 4.2.5.6 – Curva de magnetização do transformador a partir da alimentação do rotor

Na Figura 4.2.5.6, observa-se que o núcleo magnético também satura a partir de 300 V. Devido à maior seção do núcleo do estator em

relação ao rotor, observa-se que as curvas de magnetização são bastante similares, o que destoia do comportamento anteriormente verificado na Figura 4.2.5.2.

A Tabela 4.2.5.7 apresenta o cálculo das resistências por meio das perdas no enrolamento do rotor ( $p_{tcu2}$ ) e no ferro ( $p_{tfe21}$ ) para diferentes tensões e correntes aplicadas aos terminais do rotor.

Tabela 4.2.5.7 – Determinação das resistências no enrolamento e no ferro a partir da alimentação dos terminais do rotor do transformador

$I_{t2}$ (A)	$V_{t2}$ (V)	$U_{t1}$ (V)	$P_{tcu2}/3$ (W)	$P_{tfe21}$ (W)	$R_{t2}$ (W)	$R_{tfe21}$ (W)
10,0	23,0	22,1	0,9	14,2	0,0091	34,3
20,0	46,4	44,5	3,6	57,6	0,0091	34,4
30,0	69,7	66,9	8,2	130,1	0,0091	34,4
40,0	94,2	90,5	15,0	239,3	0,0094	34,2
50,0	115,7	111,1	23,3	365,8	0,0093	33,7
60,0	133,8	128,5	33,4	516,5	0,0093	32,0
70,0	147,4	141,7	45,3	695,3	0,0092	28,9
80,0	157,7	151,7	59,0	894,2	0,0092	25,7
90,0	165,4	159,3	74,6	1074,5	0,0092	23,6
100,0	170,9	164,8	91,9	1268,4	0,0092	21,4
125,0	180,8	174,9	144,9	1953,5	0,0093	15,7
150,0	188,7	183,0	207,8	2876,7	0,0092	11,6
175,0	196,3	190,9	282,1	3942,3	0,0092	9,2
200,0	204,1	199,0	370,3	5023,4	0,0093	7,9
250,0	217,9	213,3	579,4	6958,2	0,0093	6,5
300,0	228,8	225,1	831,3	8883,6	0,0092	5,7
400,0	246,2	244,1	1481,3	12538,5	0,0093	4,8
500,0	258,9	258,7	2311,3	15983,4	0,0092	4,2

As perdas no ferro correspondem ao total de perdas apresentadas pelo núcleo laminado e pelas estruturas de fixação do transformador.

Os valores da resistência do enrolamento ( $R_{t1}$ ) e do ferro ( $R_{tfe12}$ ) apresentados na Tabela 4.2.5.7 são obtidos a partir de:

$$R_{t2} = \frac{P_{tcu2}}{3 \cdot (I_{t2})^2} \quad (4.2.5.15)$$

$$R_{tfe21} = \frac{(U_{t1})^2}{P_{tfe21}} \quad (4.2.5.16)$$

A Figura 4.2.5.7 apresenta o comportamento da resistência no ferro em função da tensão nos terminais do rotor do transformador. Assim como detectado quando da alimentação dos terminais do estator, à medida que se avança na saturação do transformador, observa-se forte redução no valor da resistência que modela as perdas no ferro do transformador.

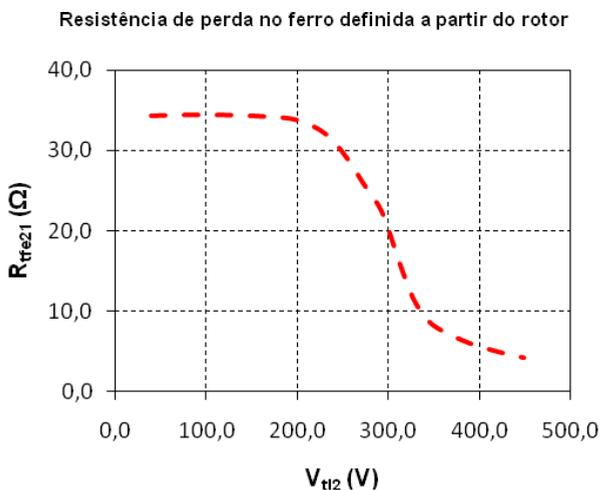


Figura 4.2.5.7 – Curva da resistência no ferro em função da tensão nos terminais do rotor

A Tabela 4.2.5.8 apresenta as reatâncias de dispersão do enrolamento ( $X_{t2}$ ) e de magnetização ( $X_{tm2}$ ) a partir dos terminais do rotor do transformador, cujo cálculo é feito por meio de:

$$X_{t2} = \frac{V_{t2i}}{I_{t2}} - X_{t2s} \quad (4.2.5.17)$$

$$X_{tm2} = \frac{(U_{t1})^2}{(I_{t2})^2 \cdot X_{t2s}} \quad (4.2.5.18)$$

Tabela 4.2.5.8 – Determinação das reatâncias de dispersão do enrolamento e de magnetização a partir da alimentação dos terminais do rotor do transformador

$I_{t2}$ (A)	$j \cdot V_{t2i}$ (V)	$j \cdot U_{t1i}$ (V)	$U_{t1}$ (V)	$X_{t2s}$ (W)	$X_{t2}$ (W)	$X_{tm2}$ (W)
10,0	23,0	22,0	22,1	2,204	0,092	2,213
20,0	46,3	44,4	44,5	2,220	0,092	2,230
30,0	69,5	66,7	66,9	2,224	0,092	2,234
40,0	94,0	90,3	90,5	2,257	0,093	2,266
50,0	115,4	110,9	111,1	2,217	0,091	2,227
60,0	133,4	128,2	128,5	2,137	0,087	2,146
70,0	147,0	141,4	141,7	2,020	0,081	2,030
80,0	157,2	151,3	151,7	1,892	0,074	1,902
90,0	164,9	158,9	159,3	1,765	0,067	1,775
100,0	170,4	164,4	164,8	1,644	0,060	1,653
125,0	180,0	174,2	174,9	1,394	0,046	1,405
150,0	187,6	182,1	183,0	1,214	0,037	1,227
175,0	194,8	189,7	190,9	1,084	0,030	1,098
200,0	202,4	197,5	199,0	0,988	0,024	1,003
250,0	215,8	211,6	213,3	0,847	0,017	0,860
300,0	226,5	223,2	225,1	0,744	0,011	0,756
400,0	243,7	242,1	244,1	0,605	0,004	0,615
500,0	256,3	256,8	258,7	0,514	0,001	0,521

A reatância em série do ramo magnetizante ( $X_{t2s}$ ) é obtida por meio da seguinte expressão:

$$X_{t2s} = \frac{U_{t1i}}{I_{t2}} \quad (4.2.5.19)$$

A Figura 4.2.5.8 apresenta a curva da reatância de magnetização em função do aumento do nível de tensão nos terminais do rotor do transformador. Conforme se pode observar, a partir de pouco menos de 300 V há um forte declínio no valor da reatância de magnetização. Quanto maior o fluxo ao qual se submete o núcleo do transformador, menores são a permeabilidade magnética e a reatância de magnetização.

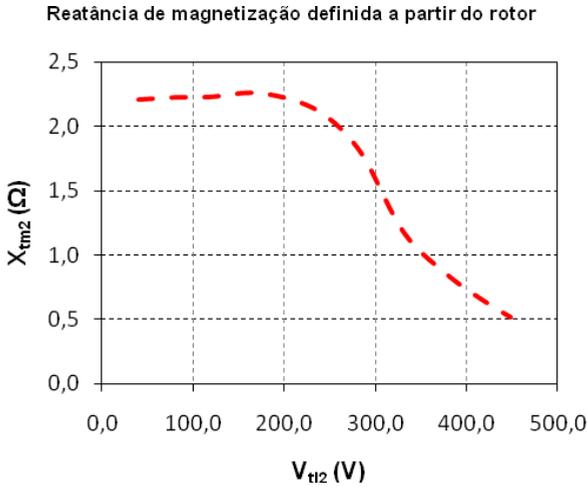


Figura 4.2.5.8 – Curva da reatância de magnetização em função da tensão nos terminais do rotor

A Tabela 4.2.5.7 apresenta os cálculo da resistência do ferro relacionada às perdas detectadas tanto no núcleo quanto nas estruturas metálicas de sustentação do transformador.

O calculo analítico do transformador apresentado no Anexo A estabelece somente as perdas relativas ao núcleo laminado. Com o objetivo de se avaliar proximidade da expressão 4.2.1.1 frente aos resultados apontados pelo software de elementos finitos, tem-se a Tabela 4.2.5.9, a qual apresenta as perdas exclusivas ao núcleo laminado do transformador ( $p_{tfe21n}$ ).

A resistência no ferro relativa ao núcleo do transformador ( $R_{tfe21n}$ ) é obtida por meio de:

$$R_{tfe21n} = \frac{(U_{t1})^2}{P_{tfe21n}} \quad (4.2.5.20)$$

A Figura 4.5.2.9 apresenta o comportamento da resistência que modela as perdas no núcleo do transformador em função do valor da tensão nos terminais do rotor.

Tabela 4.2.5.9 – Determinação das resistências no enrolamento e no ferro a partir da alimentação dos terminais do rotor do transformador

$I_{t2}$ (A)	$V_{t2}$ (V)	$U_{t1}$ (V)	$P_{tcu2/3}$ (W)	$P_{tfe21n}$ (W)	$R_{t2}$ (W)	$R_{tfe21n}$ (W)
10,0	23,0	22,1	0,9	4,6	0,0091	106,3
20,0	46,4	44,5	3,6	18,4	0,0091	107,6
30,0	69,7	66,9	8,2	41,5	0,0091	107,8
40,0	94,2	90,5	15,0	76,5	0,0094	107,0
50,0	115,7	111,1	23,3	116,8	0,0093	105,7
60,0	133,8	128,5	33,4	157,9	0,0093	104,6
70,0	147,4	141,7	45,3	193,5	0,0092	103,8
80,0	157,7	151,7	59,0	222,3	0,0092	103,6
90,0	165,4	159,3	74,6	244,2	0,0092	103,9
100,0	170,9	164,8	91,9	260,5	0,0092	104,3
125,0	180,8	174,9	144,9	291,0	0,0093	105,1
150,0	188,7	183,0	207,8	316,3	0,0092	105,9
175,0	196,3	190,9	282,1	340,8	0,0092	107,0
200,0	204,1	199,0	370,3	365,4	0,0093	108,4
250,0	217,9	213,3	579,4	408,3	0,0093	111,5
300,0	228,8	225,1	831,3	443,1	0,0092	114,3
400,0	246,2	244,1	1481,3	499,4	0,0093	119,3
500,0	258,9	258,7	2311,3	542,1	0,0092	123,4

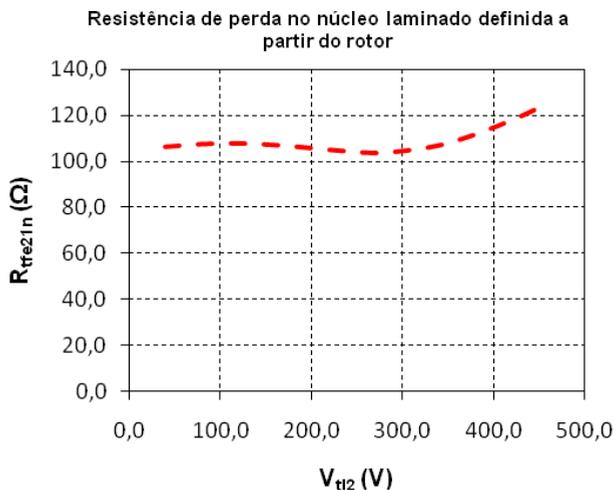


Figura 4.2.5.9 – Curva da resistência de perdas no núcleo do transformador em função da tensão nos terminais do rotor

Conforme verificado na Figura 4.2.5.6, as simulações apontam forte saturação para a aplicação de tensão de linha superior a 300 V.

Os parâmetros de circuito equivalente da Tabela 4.2.5.10 são resultantes da média dos nove primeiros valores apresentados nas Tabelas 4.2.5.7 a 4.2.5.9 e, portanto, livre de saturação. Devido às condutividades dos materiais considerados na simulação estes valores correspondem à temperatura ambiente de 20°C.

Tabela 4.2.5.10 – Parâmetros de circuito equivalente determinados a partir do rotor do transformador

<b>Circuito equivalente a partir do rotor</b>	
$R_{t2}$	0,009 W
$X_{t2}$	0,085 W
$X_{m2}$	2,113 W
$R_{ffe2l}$	31,24 W
$R_{ffe2ln}$	105,60 W

A partir da combinação dos resultados apresentados nas Tabelas 4.2.5.5 e 4.2.5.10 e corrigindo-se a temperatura para 40°C, têm-se todos os parâmetros de circuito equivalente reunidos na Tabela 4.2.5.11.

Tabela 4.2.5.11 – Parâmetros de circuito equivalente do transformador

<b>Circuito equivalente @ 40°C</b>	
$R_{t1}$	0,011 W
$X_{t1}$	0,083 W
$R_{tfe}$	34,12 W
$X_{tm}$	2,124 W
$R_{t2}$	0,010 W
$X_{t2}$	0,085 W
$R_{tfen}$	116,24 W
$k_{tv}$	1,00
$k_{ti}$	1,00
$k_{tz}$	1,00

Na tabela 4.2.5.11, a resistência no ferro ( $R_{tfe}$  e  $R_{tfen}$ ) e a reatância de magnetização ( $X_{tm}$ ) são obtidas a partir de:

$$R_{tfe} = \frac{R_{tfe12} + R_{tfe21}}{2} \quad (4.2.5.21)$$

$$R_{tfen} = \frac{R_{tfe12n} + R_{tfe21n}}{2} \quad (4.2.5.22)$$

$$X_{tm} = \frac{X_{tm1} + X_{tm2}}{2} \quad (4.2.5.23)$$

As constantes  $k_{tv}$ ,  $k_{ti}$ ,  $k_{tz}$  são as relações de transformação para tensão, corrente e impedância, respectivamente.

Os parâmetros apresentados na Tabela 4.2.5.11 aplicam-se ao circuito equivalente da Figura 4.2.5.10, na qual os apóstrofos indicam que os parâmetros do rotor estão referidos ao estator.

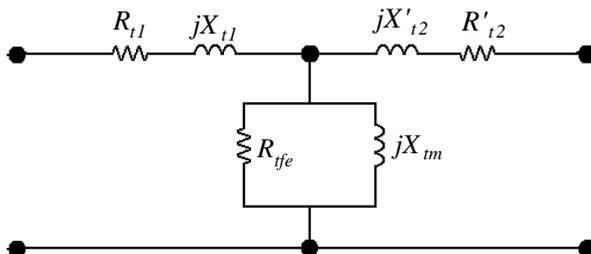


Figura 4.2.5.10 – Circuito equivalente do transformador rotativo

#### 4.2.6 A comparação entre os parâmetros de circuito determinados por elementos finitos e cálculo analítico

O cálculo pelo método de elementos finitos apresenta-se como uma ótima ferramenta no projeto do transformador rotativo. Sua desvantagem, todavia, concentra-se no elevado tempo de simulação. Dessa forma, a disposição de recursos de cálculo que permitam a rápida análise do equipamento adquire aspecto relevante na execução de projetos em escala industrial.

O Anexo A apresenta uma rotina para o cálculo rápido e eficaz do transformador em condição não-saturada.

A tabela 4.2.6.1 exhibe a boa proximidade entre os parâmetros de circuito equivalente obtidos por meio do cálculo analítico no Anexo A e a simulação em elementos finitos.

Tabela 4.2.6.1 – Comparativo entre parâmetros de circuito equivalente obtidos por meio de cálculo analítico e simulação em elementos finitos

Parâmetro	Elementos finitos	Cálculo analítico	Diferença
$R_{t1}$	0,011 W	0,011 W	0,0%
$X_{t1}$	0,083 W	0,081 W	-2,4%
$R_{tfe}$	34,12 W	-	-
$X_{tm}$	2,124 W	1,994 W	-6,1%
$R_{t2}$	0,010 W	0,010 W	0,0%
$X_{t2}$	0,085 W	0,087 W	2,4%
$R_{tfen}$	116,24 W	124,6 W	7,2%
$k_{rv}$	1,00	1,00	0,0%
$k_{ri}$	1,00	1,00	0,0%
$k_{tz}$	1,00	1,00	0,0%

Conforme já abordado, o cálculo analítico contempla as perdas no ferro exclusivas ao núcleo laminado do transformador ( $R_{tfe}$ ).

#### 4.2.7 A construção do transformador rotativo

A Figura 4.2.7.1 apresenta as chapas de aço-silício utilizadas no núcleo do transformador. A disposição de chapas planas em torno de uma estrutura cilíndrica exige o uso de espaçadores em extremidades.



Figura 4.2.7.1 – Chapas de aço-silício

A construção dos núcleos do transformador necessita de uma grande quantidade de chapas de aço-silício e, por consequência, implica em bastante trabalho manual em sua montagem.

A Figura 4.2.7.2 apresenta o rotor do transformador rotativo. As reentrâncias observadas nas chapas de aço-silício são responsáveis por assegurar a fixação das chapas ao cubo central.



Figura 4.2.7.2 – Rotor do transformador rotativo

A Figura 4.2.7.3 mostra a bobinagem do rotor a partir de cabos de ligação. A adoção desta solução garante uma boa isolamento aos condutores, porém implica em maior área de ranhura para a alocação dos condutores.

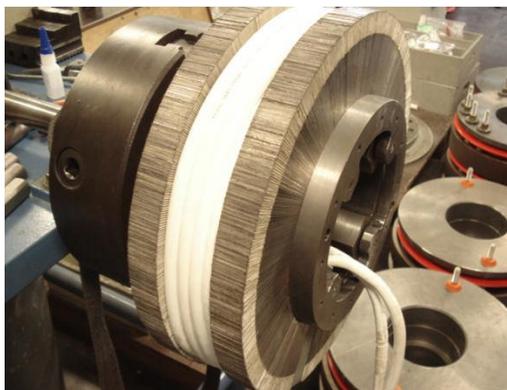


Figura 4.2.7.3 – Rotor bobinado do transformador

Finalmente, os enrolamentos do rotor recebem algumas camadas de bandagem com o objetivo de protegê-los de esforços centrífugos, conforme se observa na Figura 4.2.7.4.



Figura 4.2.7.4 – Rotores com enrolamentos recobertos por bandagem

Na construção do estator do transformador, optou-se pelo desenvolvimento de uma estrutura bipartida. Conforme se observa na Figura 4.2.7.5, esta solução construtiva permite o uso de bobinas circulares pré-formadas, o que garante maior eficiência na ocupação da área de ranhura do estator em relação à técnica adotada no rotor.



Figura 4.2.7.5 – Estator bipartido com bobina circular pré-formada

A Figura 4.2.7.6 apresenta as duas partes do estator bipartido e a bobina pré-formada isolada.

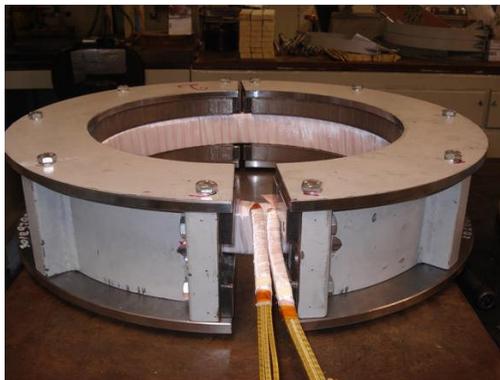


Figura 4.2.7.6 – Estator com núcleo bipartido e bobina pré-formada isolada

A Figura 4.2.7.7 apresenta os três estatores impregnados e dispostos lado a lado.



Figura 4.2.7.7 – Estatores do transformador rotativo

No estator, o formato circular das bobinas garante sua sustentação sem a necessidade do uso de cunhas de fechamento de ranhura.

### 4.3 A MONTAGEM DO PROTÓTIPO

A montagem do protótipo corresponde à junção da máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado ao transformador rotativo trifásico, conforme apresentado na Figura 4.3.1.

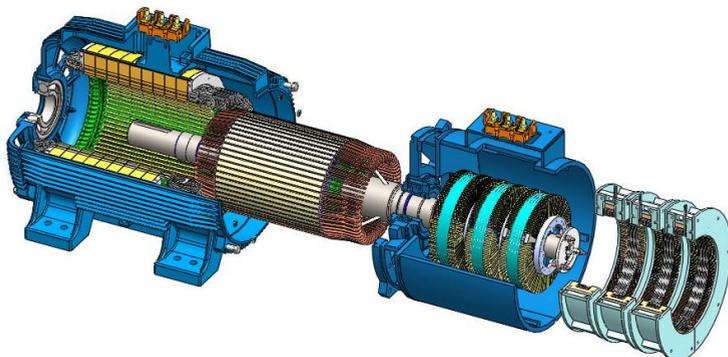


Figura 4.3.1 – A montagem do protótipo

De acordo com a Figura 4.3.2, os rotores da máquina assíncrona e do transformador rotativo encontram-se mecanicamente associados por meio de um eixo comum.



Figura 4.3.2 – Rotores da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo montados sobre um eixo comum

A conexão mecânica é naturalmente complementada pela associação elétrica entre os circuitos. A Figura 4.3.3 mostra a conexão elétrica entre os terminais dos rotores da máquina assíncrona e do transformador rotativo.

A fixação dos terminais na ponta de eixo permite o fácil acesso ao enrolamento dos rotores do transformador e da máquina assíncrona, o que contribui na etapa de execução de ensaios.



Figura 4.3.3 – Conexão elétrica entre os terminais dos rotores da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo

A Figura 4.3.4 mostra a junção do rotor à carcaça e ao estator da máquina assíncrona trifásica.



Figura 4.3.4 – Máquina assíncrona trifásica e rotor do transformador

A última etapa de montagem compreende a colocação do estator do transformador. A Figura 4.3.5 apresenta o estator montado sobre o rotor do transformador rotativo.

Montada a máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo, torna-se possível a execução de ensaios para a avaliação de desempenho do equipamento.



Figura 4.3.5 – Máquina assíncrona trifásica com transformador rotativo

#### 4.4 OS ENSAIOS SOBRE O PROTÓTIPO

Os parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona e do transformador rotativo provêm de ensaios de circuito aberto, curto-circuito e em vazio conforme se observa nos anexos B, C e D.

A Figura 4.4.1 ilustra a energização do estator da máquina assíncrona trifásica na execução do ensaio de curto-circuito.



Figura 4.4.1 – Alimentação do estator em ensaio de curto-circuito da máquina assíncrona trifásica

A acessibilidade a todos os terminais dos enrolamentos do rotor e do estator da máquina assíncrona e do transformador oferece grande flexibilidade à execução dos ensaios de circuito aberto e curto-circuito.



Figura 4.4.2 – Alimentação do transformador em ensaio de circuito aberto

A possibilidade de conexão e desconexão elétrica entre os circuitos do transformador e a máquina assíncrona trifásica permite a execução de ensaios em cada dispositivo de forma independente.

#### 4.4.1 Os parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona determinados por ensaios

A Tabela 4.4.1.1 apresenta os parâmetros da máquina assíncrona obtidos a partir dos ensaios e considerações feitas nos Anexos B e C.

Tabela 4.4.1.1 – Parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona

<b>Parâmetro</b>	<b>Ensaio</b>
$R_{m1}$	0,036 W
$X_{m1}$	0,284 W
$R_{mfe1}$	454,8 W
$X_{mm}$	9,69 W
$R'_{mfe2}$	1136 W
$R'_{m2}$	0,038 W
$X'_{m2}$	0,291 W
$k_{mv}$	1,278
$k_{mi}$	0,782
$k_{mz}$	1,634

A Tabela 4.4.1.2 compara os resultados de ensaio com os dados de cálculo anteriormente apresentados na Tabela 4.1.1.1.

Tabela 4.4.1.2 – Comparativo entre os parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica obtidos em ensaio e cálculo

<b>Parâmetro</b>	<b>Ensaio</b>	<b>Cálculo</b>	<b>Diferença</b>
$R_{m1}$	<b>0,036 W</b>	0,035 W	-2,8%
$X_{m1}$	<b>0,284 W</b>	0,228 W	-19,7%
$R_{mfe1}$	<b>454,8 W</b>	449,2 W	-1,2%
$X_{mm}$	<b>9,69 W</b>	10,01 W	3,3%
$R'_{mfe2}$	<b>1136 W</b>	1045 W	-8,0%
$R'_{m2}$	<b>0,038 W</b>	0,037 W	-2,6%
$X'_{m2}$	<b>0,291 W</b>	0,346 W	18,9%
$X_{m1} + X'_{m2}$	<b>0,575 W</b>	0,574 W	-0,2%
$k_{mv}$	<b>1,278</b>	1,285	0,5%
$k_{mi}$	<b>0,782</b>	0,778	-0,5%
$k_{mz}$	<b>1,634</b>	1,651	1,0%

Pela análise dos resultados presentes na Tabela 4.4.1.2, vê-se uma boa assertividade do software em relação aos ensaios.

Os maiores desvios encontram-se nos valores das reatâncias de dispersão do estator e do rotor, nos quais se observam, respectivamente, diferenças de -19,7% e +18,9% entre os valores de cálculo e de ensaio. No entanto, quando se comparam os valores da soma das reatâncias de dispersão ( $X_{m1} + X'_{m2}$ ), nota-se que a diferença entre cálculo e ensaio limita-se a -0,2%.

#### **4.4.2 Os parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo determinados por ensaios**

O tratamento das informações do transformador rotativo coletadas por meio de ensaios e os cálculos para a obtenção dos parâmetros de circuito equivalente são apresentados nos Anexos B e D. A Tabela 4.4.2.1 apresenta os parâmetros obtidos a partir da realização de ensaios sobre o protótipo.

Tabela 4.4.2.1 – Parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo obtidos a partir de ensaios

Parâmetro	Ensaio
$R_{t1}$	0,012 W
$X_{t1}$	0,080 W
$R_{fje}$	31,01 W
$X_{m}$	1,980 W
$R_{t2}$	0,010 W
$X_{t2}$	0,085 W
$R_{fjen}$	-
$k_{iv}$	0,999
$k_{ii}$	1,001
$k_{tz}$	0,998

A tabela 4.4.2.2 compara os resultados de ensaio com os valores provenientes das simulações em elementos finitos, mostrados na tabela 4.2.5.11.

Tabela 4.4.2.2 – Comparativo entre os parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo obtidos no ensaio e no cálculo por elementos finitos

Parâmetro	Ensaio	Elementos finitos	Diferença
$R_{t1}$	<b>0,012 W</b>	0,011 W	-8,3%
$X_{t1}$	<b>0,080 W</b>	0,083 W	3,8%
$R_{fje}$	<b>31,01 W</b>	34,12 W	10,0%
$X_{m}$	<b>1,980 W</b>	2,124 W	7,3%
$R_{t2}$	<b>0,010 W</b>	0,010 W	0,0%
$X_{t2}$	<b>0,085 W</b>	0,085 W	0,0%
$R_{fjen}$	-	116,24 W	-
$k_{iv}$	<b>0,999</b>	1,00	0,1%
$k_{ii}$	<b>1,001</b>	1,00	-0,1%
$k_{tz}$	<b>0,998</b>	1,00	0,2%

A tabela 4.4.2.3 apresenta a comparação entre os resultados de ensaio e os valores do cálculo analítico apresentado no Anexo A.

Tabela 4.4.2.3 – Comparativo entre os parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo obtidos no ensaio e no cálculo analítico

Parâmetro	Ensaio	Cálculo analítico	Diferença
$R_{t1}$	<b>0,012 W</b>	0,011 W	-8,3%
$X_{t1}$	<b>0,080 W</b>	0,081 W	1,3%
$R_{tfe}$	<b>31,01 W</b>	-	-
$X_{tm}$	<b>1,980 W</b>	1,994 W	0,7%
$R_{t2}$	<b>0,010 W</b>	0,010 W	0,0%
$X_{t2}$	<b>0,085 W</b>	0,087 W	2,4%
$R_{tfen}$	-	124,6 W	-
$k_{tv}$	<b>0,999</b>	1,00	0,1%
$k_{ti}$	<b>1,001</b>	1,00	-0,1%
$k_{tz}$	<b>0,998</b>	1,00	0,2%

Os resultados apresentados nas Tabelas 4.4.2.2 e 4.4.2.3 conferem uma boa assertividade à simulação em elementos finitos e à rotina de cálculo do Anexo A em relação aos valores verificados nos ensaios sobre o protótipo do transformador.

A partir dos dados apresentados nas Tabelas 4.4.2.2 e 4.4.2.3 observa-se que as reatâncias de dispersão presentes no protótipo de transformador rotativo representam cerca de 8% do valor da reatância total do circuito. Tomando-se por referência os valores de ensaio, tem-se:

$$\frac{X_{t1} + X_{t2}}{X_{t1} + X_{tm} + X_{t2}} = \frac{0,080 + 0,085}{0,080 + 1,980 + 0,085} = 7,69\% \quad (4.4.2.1)$$

O resultado da expressão 4.4.2.1 confirma a análise feita no capítulo 3 referente às elevadas reatâncias de dispersão do transformador rotativo frente à sua reatância de magnetização.

## 4.5 CONCLUSÃO

A construção de um protótipo é de fundamental importância para a confirmação prática das expectativas teóricas sobre o equipamento.

A proximidade entre os valores de parâmetros de circuito equivalente obtidos por meio de cálculo e de ensaio comprova o bom desempenho das ferramentas adotadas no projeto da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo.

No caso do transformador rotativo o uso de cálculo em elementos finitos permite uma boa avaliação do comportamento deste equipamento.

Os resultados obtidos no cálculo analítico, na simulação em elementos finitos e nos ensaios confirmam a presença de reatâncias de dispersão consideravelmente elevadas em relação à reatância de magnetização do transformador rotativo.

As técnicas adotadas no projeto e fabricação do protótipo do transformador rotativo provaram-se adequadas na construção de um equipamento eficaz sob o ponto-de-vista técnico-operacional.



## 5 O MODELO EM REGIME PERMANENTE

O modelo em regime permanente consiste em uma ferramenta bastante útil para se fazer a análise de tensão, corrente, potência, torque, velocidade, fator de potência e rendimento de uma máquina elétrica a partir de seu circuito equivalente.

### 5.1 O CIRCUITO EQUIVALENTE

O circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo corresponde à associação em série dos circuitos da máquina assíncrona e do transformador.

Para se chegar ao circuito da máquina completa, primeiramente definem-se os circuitos equivalentes individuais. Em seguida, realiza-se a associação em série dos dois circuitos elétricos [37, 38].

A presença de fases com impedâncias equilibradas permite a modelagem da máquina assíncrona e o transformador por meio de circuitos monofásicos a parâmetros concentrados.

Nos desenvolvimentos que se apresentam neste capítulo, os parâmetros em letras maiúsculas representam tensões, correntes, resistências e reatâncias expressas na frequência do estator da máquina assíncrona, isto é, na própria frequência da rede elétrica. Enquanto isso, os parâmetros escritos em letras minúsculas correspondem aos elementos expressos em frequência elétrica diversa daquela presente no estator da máquina assíncrona trifásica.

#### 5.1.1 O circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica

A Figura 5.1.1.1 apresenta o circuito equivalente por fase da máquina assíncrona trifásica em sua concepção clássica [5, 11, 18, 37], no qual as resistências e reatâncias correspondem a:

$R_{m1}$  : resistência de fase no enrolamento do estator;

$X_{m1}$  : reatância de dispersão de fase no enrolamento do estator;

$r_{m2}$  : resistência de fase no enrolamento do rotor;

$x_{m2}$  : reatância de dispersão de fase no enrolamento do rotor;  
 $R_{mfe1}$  : resistência de fase para perdas no ferro do estator; e  
 $r_{mfe2}$  : resistência de fase para perdas no ferro do rotor.

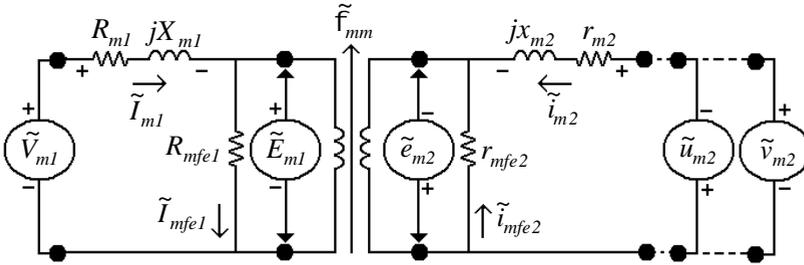


Figura 5.1.1.1 – Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona trifásica

E os fasores, expressos em valores eficazes, significam:

$\tilde{I}_{m1} = I_{m1} \angle \varphi_{Im1}$  : corrente de fase no enrolamento do estator;

$\tilde{i}_{m2} = i_{m2} \angle \varphi_{im2}$  : corrente de fase no enrolamento do rotor;

$\tilde{I}_{mfe1} = I_{mfe1} \angle \varphi_{Imfe1}$  : corrente para perdas no ferro do estator;

$\tilde{i}_{mfe2} = i_{mfe2} \angle \varphi_{imfe2}$  : corrente para perdas no ferro do rotor;

$\tilde{V}_{m1} = V_{m1} \angle \varphi_{Vm1}$  : tensão de fase aplicada aos terminais do estator

$\tilde{E}_{m1} = E_{m1} \angle \varphi_{Em1}$  : tensão de magnetização de fase no estator;

$\tilde{e}_{m2} = e_{m2} \angle \varphi_{em2}$  : tensão de magnetização de fase no rotor;

$\tilde{u}_{m2} = u_{m2} \angle \varphi_{um2}$  : tensão de fase induzida nos terminais do rotor;

$\tilde{v}_{m2} = v_{m2} \angle \varphi_{vm2}$  : tensão de fase aplicada aos terminais do rotor; e

$\tilde{f}_{mm} = f_{mm} \angle \varphi_{fmm}$  : fluxo magnético no entreferro da máquina.

As resistências e reatâncias estão em Ohm (W), as tensões em Volt (V), as correntes em Ampère (A) e o fluxo em Weber (Wb).

Sendo  $f_{me1}$  a frequência elétrica no enrolamento do estator e  $f_{me2}$  a frequência elétrica nos enrolamentos do rotor da máquina assíncrona, as reatâncias de dispersão correspondem a:

$$X_{m1} = 2 \cdot \rho \cdot f_{me1} \cdot L_{m1} \quad (5.1.1.1)$$

$$x_{m2} = 2p \cdot f_{me2} \cdot L_{m2} \quad (5.1.1.2)$$

Onde:

$L_{m1}$  : indutância de dispersão do estator, em H; e

$L_{m2}$  : indutância de dispersão do rotor, em H.

Conforme apresentado no capítulo 2, a frequência elétrica do rotor depende da frequência de alimentação do estator e do escorregamento da máquina assíncrona.

Substituindo-se 2.1.4 em 5.1.1.2, a reatância de dispersão do rotor corresponde a:

$$x_{m2} = 2p \cdot f_{me2} \cdot L_{m2} = 2p \cdot s \cdot f_{me1} \cdot L_{m2} = s \cdot X_{m2} \quad (5.1.1.3)$$

A reatância de dispersão de fase do rotor  $X_{m2}$  fica, portanto, expressa na frequência elétrica do estator.

A tensão de magnetização do rotor depende do escorregamento [5], o que corresponde a:

$$\tilde{e}_{m2} = s \cdot \tilde{E}_{m2} = s \cdot E_{m2} \angle q_{Em2} \quad (5.1.1.4)$$

Em função da referência adotada no circuito da Figura 5.1.1.1, as tensões de magnetização do rotor e estator relacionam-se conforme:

$$\tilde{E}_{m2} = - \frac{\tilde{E}_{m1}}{k_{mv}} \quad (5.1.1.5)$$

Onde:

$k_{mv}$  : relação de transformação de tensão do rotor ao estator.

Em máquinas assíncronas trifásicas, o valor de  $k_{mv}$  é facilmente obtido por meio de:

$$k_{mv} = \frac{k_{em1}}{k_{em2}} \cdot \frac{N_{mc1}}{N_{mc2}} \quad (5.1.1.6)$$

Onde:

$k_{em1}$  : fator de enrolamento do estator;

$k_{em2}$  : fator de enrolamento do rotor;

$N_{mc1}$  : número de condutores em série por fase do estator; e

$N_{mc2}$  : número de condutores em série por fase do rotor.

Conforme Rüncos [37, 38], os fatores de enrolamento e o número de condutores em série por fase dependem das características da bobinagem da máquina assíncrona trifásica.

Sejam válidas as seguintes relações:

$$s.\tilde{U}_{m2} = \tilde{u}_{m2} \quad (5.1.1.7)$$

$$s.\tilde{V}_{m2} = \tilde{v}_{m2} \quad (5.1.1.8)$$

$$\tilde{I}_{m2} = \tilde{i}_{m2} \quad (5.1.1.9)$$

$$\tilde{I}_{mfe2} = \tilde{i}_{fem2} \quad (5.1.1.10)$$

$$R_{m2} = r_{m2} \quad (5.1.1.11)$$

Onde:

$\tilde{U}_{m2} = U_{m2} \angle q_{Um2}$  : tensão de fase induzida nos terminais do rotor expressa na frequência do estator;

$\tilde{V}_{m2} = V_{m2} \angle q_{Vm2}$  : tensão de fase imposta aos terminais do rotor expressa na frequência do estator;

$\tilde{I}_{m2} = I_{m2} \angle q_{Im2}$  : corrente de fase nos enrolamentos do rotor expressa na frequência do estator; e

$\tilde{I}_{mfe2} = I_{mfe2} \angle q_{Imfe2}$  : corrente de perdas no ferro do rotor expressa na frequência do estator.

Os fasores apresentados em cada lado das igualdades de 5.1.1.7 a 5.1.1.10 têm os mesmos módulos e defasagens, porém se diferenciam em suas frequências elétricas.

A expressão 5.1.1.11 desconsidera o efeito pelicular da frequência sobre a resistência dos condutores.

Considerando-se as equações 5.1.1.1 a 5.1.1.11, o circuito da Figura 5.1.1.1 pode ser representado pela Figura 5.1.1.2.

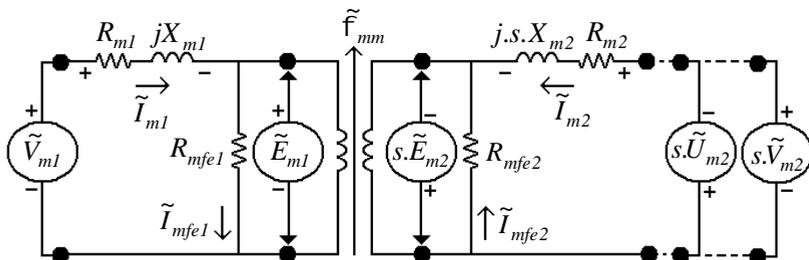


Figura 5.1.1.2 – Circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica expresso na frequência elétrica do enrolamento do estator

De acordo com o circuito da Figura 5.1.1.1, as perdas trifásicas no ferro do rotor ( $p_{mfe2}$ ) podem ser calculadas por meio de:

$$p_{mfe2} = \frac{3 \cdot (e_{m2})^2}{r_{mfe2}} \quad (5.1.1.12)$$

Aplicando-se 5.1.1.4 em 5.1.1.12, obtém-se a seguinte expressão:

$$p_{mfe2} = \frac{3 \cdot (s \cdot E_{m2})^2}{R_{mfe2}} = \frac{3 \cdot s \cdot (E_{m2})^2}{R_{mfe2} / s} \quad (5.1.1.13)$$

A presença do escorregamento ( $s$ ) na expressão 5.1.1.13 indica a dependência da perda no ferro em relação à frequência elétrica do rotor. Seguindo-se a mesma regra adotada em 5.1.1.11, tem-se que:

$$R_{mfe2} = r_{mfe2} \quad (5.1.1.14)$$

A perda no ferro calculada por meio das expressões 5.1.1.12 e 5.1.1.13 equivale a:

$$p_{mfe2} = \frac{3 \cdot (e_{m2})^2}{r_{mfe2}} = 3 \cdot r_{mfe2} \cdot (i_{mfe2})^2 \quad (5.1.1.15)$$

$$p_{mfe2} = 3 \cdot s \cdot E_{m2} \cdot \frac{E_{m2}}{R_{mfe2} / s} = 3 \cdot R_{mfe2} \cdot (I_{mfe2})^2 \quad (5.1.1.16)$$

As expressões 5.1.1.15 e 5.1.1.16 trazem consigo o benefício do cálculo das perdas no ferro a partir da resistência e da corrente.

A partir do circuito da Figura 5.1.1.2, tem-se que:

$$s.\tilde{E}_{m2} = s.\tilde{U}_{m2} + (R_{m2} + j.s.X_{m2}).\tilde{I}_{m2} \quad (5.1.1.17)$$

$$s.\tilde{E}_{m2} = s.\tilde{V}_{m2} - (R_{m2} + j.s.X_{m2}).\tilde{I}_{m2} \quad (5.1.1.18)$$

Rearranjando-se 5.1.1.17 e 5.1.1.18, obtém-se:

$$\tilde{E}_{m2} = \tilde{U}_{m2} + (R_{m2}/s + j.X_{m2}).\tilde{I}_{m2} \quad (5.1.1.19)$$

$$\tilde{E}_{m2} = \tilde{V}_{m2} - (R_{m2}/s + j.X_{m2}).\tilde{I}_{m2} \quad (5.1.1.20)$$

Assim, o circuito pode ser representado pela Figura 5.1.1.3.

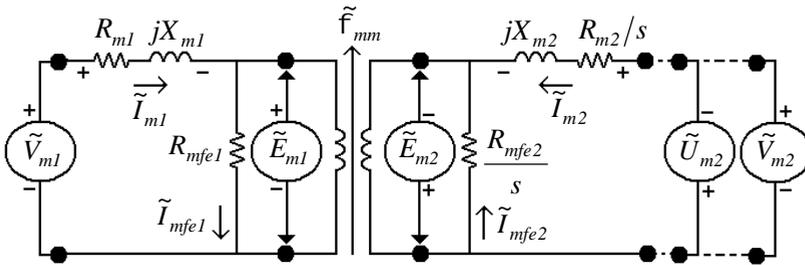


Figura 5.1.1.3 – Circuito da máquina assíncrona trifásica na frequência elétrica do enrolamento do estator

A partir da relação de transformação de tensão do rotor para o estator exibida em 5.1.1.6, definem-se as relações de transformação de corrente e impedância:

$$k_{mi} = (k_{mv})^{-1} \quad (5.1.1.21)$$

$$k_{mz} = (k_{mv})^2 \quad (5.1.1.22)$$

Onde:

$k_{mi}$  : relação de transformação de corrente do rotor ao estator; e

$k_{mz}$  : relação de transformação de impedância do rotor ao estator.

Por fim, referindo-se as grandezas do circuito do rotor ao estator da máquina assíncrona, obtém-se o circuito da Figura 5.1.1.4.

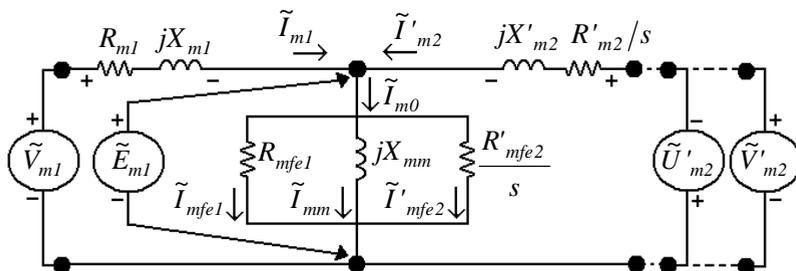


Figura 5.1.1.4 – Circuito da máquina assíncrona trifásica referido ao estator

No circuito da Figura 5.1.1.4, os elementos referidos ao estator da máquina assíncrona são indicados pelo apóstrofo e correspondem a:

$$R'_{m2} = k_{mz} \cdot R_{m2} \quad (5.1.1.23)$$

$$X'_{m2} = k_{mz} \cdot X_{m2} \quad (5.1.1.24)$$

$$R'_{mfe2} = k_{mz} \cdot R_{mfe2} \quad (5.1.1.25)$$

$$\tilde{U}'_{m2} = k_{mv} \cdot \tilde{U}_{m2} \quad (5.1.1.26)$$

$$\tilde{V}'_{m2} = k_{mv} \cdot \tilde{V}_{m2} \quad (5.1.1.27)$$

$$\tilde{I}'_{m2} = k_{mi} \cdot \tilde{I}_{m2} \quad (5.1.1.28)$$

$$\tilde{I}'_{mfe2} = -k_{mi} \cdot \tilde{I}_{mfe2} \quad (5.1.1.29)$$

Na Figura 5.1.1.4,  $X_{mm}$  representa a reatância de magnetização de fase e  $I_{m0}$  é a corrente de excitação.

A reatância de magnetização  $X_{mm}$  substitui o fluxo magnético no acoplamento entre o rotor e o estator da máquina assíncrona.

A corrente de excitação  $I_{m0}$  corresponde à soma fasorial das correntes de perda no ferro e de magnetização da máquina assíncrona:

$$\tilde{I}_{m0} = \tilde{I}_{m1} + \tilde{I}_{m2} = \tilde{I}_{mfe1} + \tilde{I}_{mm} + \tilde{I}'_{mfe2} \quad (5.1.1.30)$$

Onde:

$\tilde{I}_{m0} = I_{m0} \angle \varphi_{Im0}$  : corrente de excitação de fase; e

$\tilde{I}_{mm} = I_{mm} \angle \varphi_{Imm}$  : corrente de magnetização de fase.

A representação dos enrolamentos do rotor e do estator sob uma única frequência elétrica contribui para a manipulação do modelo e obtenção de resultados relevantes ao estudo de desempenho em regime permanente da máquina assíncrona trifásica.

### 5.1.2 O circuito equivalente do transformador rotativo trifásico

A Figura 5.1.2.1 apresenta o modelo do circuito equivalente por fase do transformador rotativo.

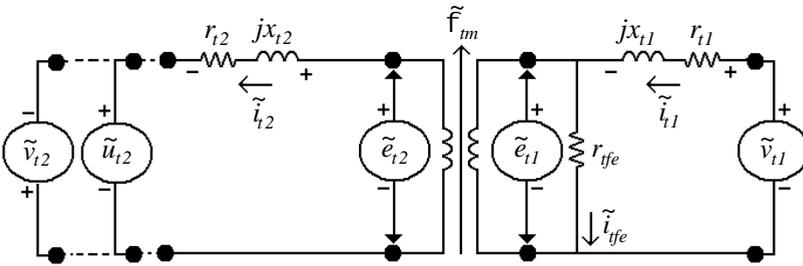


Figura 5.1.2.1 – Circuito equivalente por fase do transformador rotativo

As resistências e reatâncias da Figura 5.1.2.1 correspondem a:

$r_{t1}$ : resistência de fase no enrolamento do estator;

$x_{t1}$ : reatância de dispersão de fase no enrolamento do estator;

$r_{t2}$ : resistência de fase no enrolamento do rotor;

$x_{t2}$ : reatância de dispersão de fase no enrolamento do rotor;

$r_{tfe}$ : resistência de fase para perdas no ferro.

Os fasores, expressos em valores eficazes, significam:

$\tilde{i}_{t1} = i_{t1} \angle \varphi_{it1}$ : corrente de fase no enrolamento do estator;

$\tilde{i}_{t2} = i_{t2} \angle \varphi_{it2}$ : corrente de fase no enrolamento do rotor;

$\tilde{i}_{tfe} = i_{tfe} \angle \varphi_{itfe}$ : corrente de perdas no ferro;

$\tilde{v}_{t1} = v_{t1} \angle \varphi_{vt1}$ : tensão de fase aplicada aos terminais do estator;

$\tilde{e}_{t1} = e_{t1} \angle \varphi_{et1}$ : tensão de magnetização no estator;

$\tilde{e}_{t2} = e_{t2} \angle \varphi_{et2}$ : tensão de magnetização do rotor;

$\tilde{u}_{t2} = u_{t2} \angle \varphi_{ut2}$  : tensão de fase induzida nos terminais do rotor;  
 $\tilde{v}_{t2} = v_{t2} \angle \varphi_{vt2}$  : tensão de fase aplicada aos terminais do rotor; e  
 $\tilde{f}_{tm} = f_{tm} \angle \varphi_{f_{tm}}$  : fluxo magnético no entreferro do transformador.

As resistências e reatâncias estão em Ohm (W), as correntes em Ampère (A), as tensões em Volt (V) e o fluxo em Weber (Wb).

Sendo  $f_{te}$  a frequência elétrica nos enrolamentos do transformador rotativo, as reatâncias de dispersão correspondem a:

$$x_{t1} = 2p \cdot f_{te} \cdot L_{t1} \quad (5.1.2.1)$$

$$x_{t2} = 2p \cdot f_{te} \cdot L_{t2} \quad (5.1.2.2)$$

Onde:

$L_{t1}$ : indutância de dispersão do estator, em H; e

$L_{t2}$ : indutância de dispersão do rotor, em H.

A inexistência de escorregamento entre os campos magnéticos do rotor e estator determina a mesma frequência a ambos os enrolamentos, bem como implica na ausência de torque no transformador rotativo, o que o difere da máquina assíncrona.

De acordo com a Figura 5.1.2.1, as perdas trifásicas no ferro ( $p_{tfe}$ ) são calculadas por meio de:

$$p_{tfe} = \frac{3 \cdot (e_{t1})^2}{r_{tfe}} \quad (5.1.2.3)$$

$$p_{tfe} = 3 \cdot r_{tfe} \cdot (i_{tfe})^2 \quad (5.1.2.4)$$

As relações de transformação de tensão, corrente e impedância do rotor ao estator correspondem a:

$$k_{tv} = N_{t1} / N_{t2} \quad (5.1.2.5)$$

$$k_{ti} = (k_{tv})^{-1} \quad (5.1.2.6)$$

$$k_{tz} = (k_{tv})^2 \quad (5.1.2.7)$$

Onde:

$N_{t1}$ : número de espiras do estator;

$N_{t2}$ : número de espiras do rotor;

$k_{tv}$ : relação de transformação de tensão do rotor ao estator;

$k_{ti}$ : relação de transformação de corrente do rotor ao estator; e

$k_{tz}$ : relação de transformação de impedância do rotor ao estator.

Por meio das relações 5.1.2.5 a 5.1.2.7, os parâmetros do rotor são referidos ao estator do transformador. Dessa forma, obtém-se o circuito da Figura 5.1.2.2.

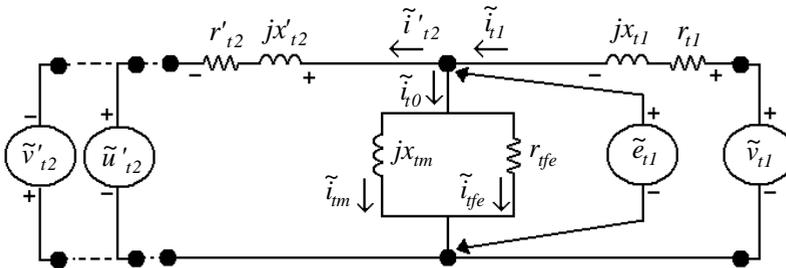


Figura 5.1.2.2 – Circuito equivalente do transformador referido ao estator

No circuito da Figura 5.1.2.2, os elementos referidos ao estator do transformador rotativo são marcados pelo apóstrofo e correspondem às seguintes expressões:

$$r'_{t2} = k_{tz} \cdot r_{t2} \quad (5.1.2.8)$$

$$x'_{t2} = k_{tz} \cdot x_{t2} \quad (5.1.2.9)$$

$$\tilde{u}'_{t2} = k_{tv} \cdot \tilde{u}_{t2} \quad (5.1.2.10)$$

$$\tilde{v}'_{t2} = k_{tv} \cdot \tilde{v}_{t2} \quad (5.1.2.11)$$

$$\tilde{i}'_{t2} = k_{ti} \cdot \tilde{i}_{t2} \quad (5.1.2.12)$$

Na Figura 5.1.2.2, a reatância de magnetização  $x_m$  substitui o fluxo magnético no acoplamento entre o rotor e o estator.

A corrente de excitação de fase ( $i_{t0}$ ) corresponde à soma fasorial da corrente de perda no ferro e corrente de magnetização do transformador rotativo:

$$\tilde{i}_{t0} = \tilde{i}_{t1} - \tilde{i}_{t2} = \tilde{i}_{tm} + \tilde{i}_{tfe} \quad (5.1.2.13)$$

Onde:

$\tilde{i}_{t0} = i_{t0} \angle \varphi_{it0}$  : corrente de excitação de fase; e

$\tilde{i}_{tm} = i_{tm} \angle \varphi_{itm}$  : corrente de magnetização de fase.

A representação dos enrolamentos do rotor e do estator do transformador sob um único circuito contribui para a manipulação do modelo e obtenção dos resultados em regime permanente.

### 5.1.3 O circuito equivalente da associação da máquina assíncrona ao transformador rotativo

O circuito da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo corresponde à Figura 5.1.3.1, a qual representa a junção dos circuitos anteriormente representados nas Figuras 5.1.1.1 e 5.1.2.1.

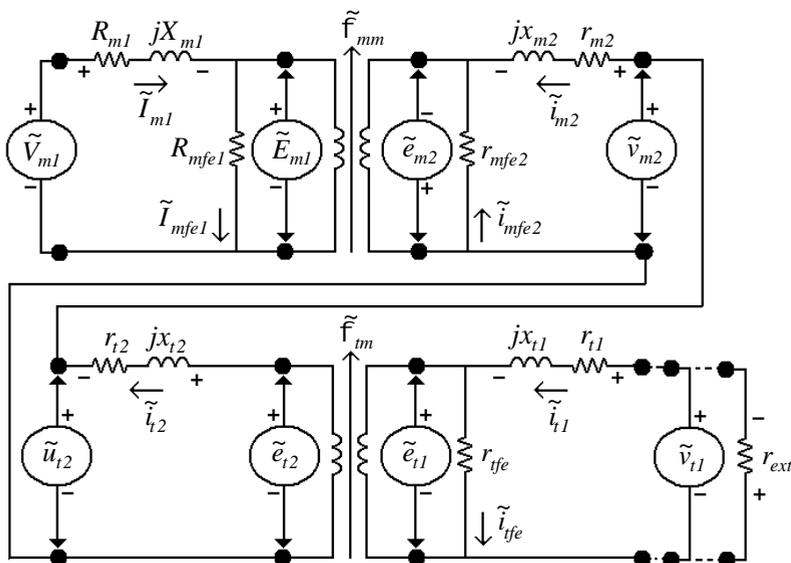


Figura 5.1.3.1 – Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo

No circuito da Figura 5.1.3.1,  $r_{ext}$  representa uma resistência externa associada ao estator do transformador, a qual permite alterar o torque e a corrente desenvolvidos pela máquina assíncrona.

Em decorrência das convenções adotadas na Figura 5.1.3.1, a tensão induzida nos terminais do rotor do transformador é a própria tensão aplicada aos terminais do rotor da máquina assíncrona:

$$\tilde{v}_{m2} = \tilde{u}_{t2} \quad (5.1.3.1)$$

Em decorrência de 5.1.3.1, a corrente do rotor do transformador é a mesma do rotor da máquina assíncrona:

$$\tilde{i}_{m2} = \tilde{i}_{t2} \quad (5.1.3.2)$$

A frequência elétrica nos enrolamentos do transformador é a mesma do rotor da máquina assíncrona:

$$f_{te} = f_{me2} = s \cdot f_{me1} \quad (5.1.3.3)$$

A Figura 5.1.3.2 apresenta o comportamento da frequência nos enrolamentos da máquina assíncrona e no transformador rotativo.

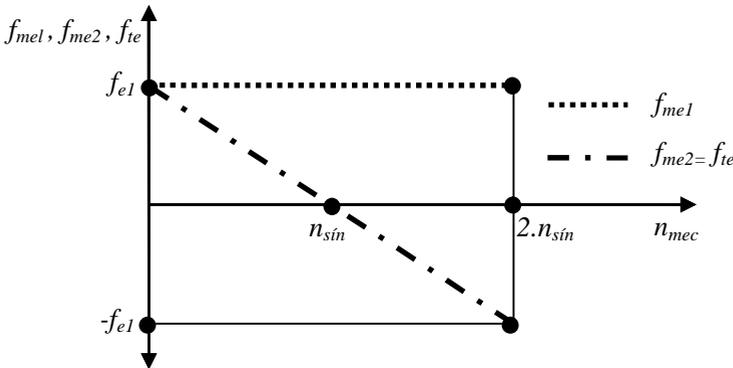


Figura 5.1.3.2 – Frequência elétrica de corrente e tensão nos enrolamentos da máquina assíncrona e do transformador rotativo

Enquanto a frequência elétrica no estator da máquina assíncrona mantém-se no seu rotor e no transformador ela depende da rotação.

Aplicando-se às tensões do transformador as considerações feitas em 5.1.1.7 e 5.1.1.8, têm-se:

$$s.\tilde{E}_{t2} = \tilde{e}_{t2} \quad (5.1.3.4)$$

$$s.\tilde{E}_{t1} = \tilde{e}_{t1} \quad (5.1.3.5)$$

$$s.\tilde{U}_{t2} = \tilde{u}_{t2} \quad (5.1.3.6)$$

$$s.\tilde{V}_{t1} = \tilde{v}_{t1} \quad (5.1.3.7)$$

Onde:

$\tilde{E}_{t2} = E_{t2} \angle \varphi_{Et2}$  : tensão de magnetização do rotor;

$\tilde{E}_{t1} = E_{t1} \angle \varphi_{Et1}$  : tensão de magnetização do estator;

$\tilde{U}_{t2} = U_{t2} \angle \varphi_{Ut2}$  : tensão de fase induzida no rotor; e

$\tilde{V}_{t1} = V_{t1} \angle \varphi_{Vt1}$  : tensão de fase aplicada ao estator.

Os fasores apresentados nas igualdades 5.1.3.4 a 5.1.3.7 têm os mesmos módulos e defasagens, porém se diferenciam fisicamente em suas frequências elétricas.

Em decorrência de 5.1.3.3, as reatâncias de dispersão do transformador, indicadas pelas expressões 5.1.2.1 e 5.1.2.2, podem ser reescritas da seguinte forma:

$$x_{t2} = 2.p.f_{te}.L_{t2} = 2.p.s.f_{me1}.L_{t2} = s.X_{t2} \quad (5.1.3.8)$$

$$x_{t1} = 2.p.f_{te}.L_{t1} = 2.p.s.f_{me1}.L_{t1} = s.X_{t1} \quad (5.1.3.9)$$

Na Figura 5.1.3.3, os parâmetros da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo estão expressos na frequência do estator da máquina assíncrona, isto é, na própria frequência da rede elétrica.

De acordo com o circuito da Figura 5.1.3.3, as perdas no ferro do transformador ( $p_{tfe}$ ) podem ser calculadas por meio da expressão 5.1.3.10, a qual corresponde à substituição de 5.1.3.5 em 5.1.2.3.

$$p_{tfe} = \frac{3.(s.E_{t1})^2}{R_{tfe}} \quad (5.1.3.10)$$

Onde:

$$R_{tfe} = r_{tfe} \quad (5.1.3.11)$$

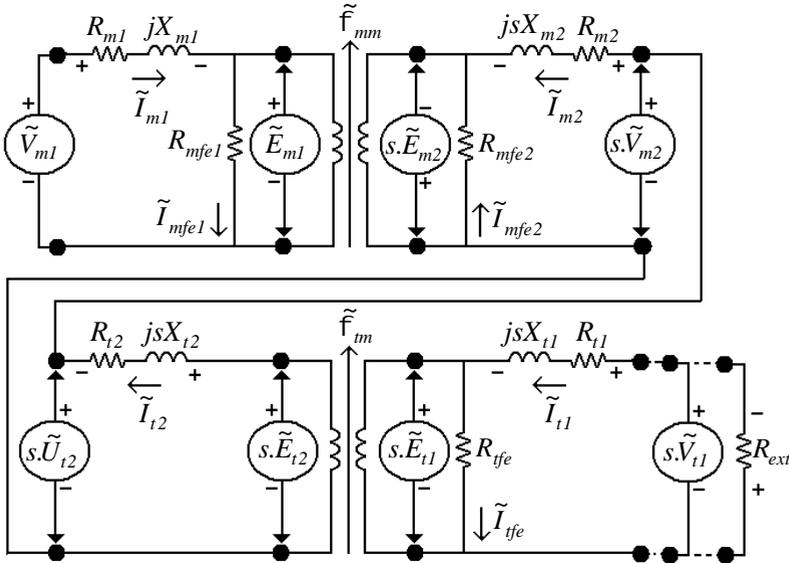


Figura 5.1.3.3 – Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona trifásica e transformador rotativo com parâmetros expressos na frequência elétrica da rede

A presença do escorregamento ( $s$ ) na expressão 5.1.3.10 indica que a perda no ferro do transformador é dependente da frequência elétrica do rotor da máquina assíncrona.

Uma forma alternativa de se obter as perdas no ferro do transformador corresponde à expressão 5.1.3.12, a qual relaciona as perdas à corrente e resistência:

$$p_{tfe} = 3 \cdot s \cdot E_{t1} \cdot \frac{E_{t1}}{R_{tfe}/s} = 3 \cdot R_{tfe} \cdot (I_{tfe})^2 \quad (5.1.3.12)$$

A partir da análise do circuito equivalente da Figura 5.1.3.3, obtêm-se as seguintes expressões:

$$s \cdot \tilde{E}_{t2} = s \cdot \tilde{U}_{t2} + (R_{t2} + j \cdot s \cdot X_{t2}) \cdot \tilde{I}_{t2} \quad (5.1.3.13)$$

$$s \cdot \tilde{E}_{t1} = s \cdot \tilde{V}_{t1} - (R_{t1} + j \cdot s \cdot X_{t1}) \cdot \tilde{I}_{t1} \quad (5.1.3.14)$$

Rearranjando-se 5.1.3.13 e 5.1.3.14, têm-se:

$$\tilde{E}_{t2} = \tilde{U}_{t2} + (R_{t2}/s + j.X_{t2}).\tilde{I}_{t2} \quad (5.1.3.15)$$

$$\tilde{E}_{t1} = \tilde{V}_{t1} - (R_{t1}/s + j.X_{t1}).\tilde{I}_{t1} \quad (5.1.3.16)$$

A partir das considerações 5.1.3.11 a 5.1.3.16, o circuito equivalente pode ser representado pela Figura 5.1.3.4.

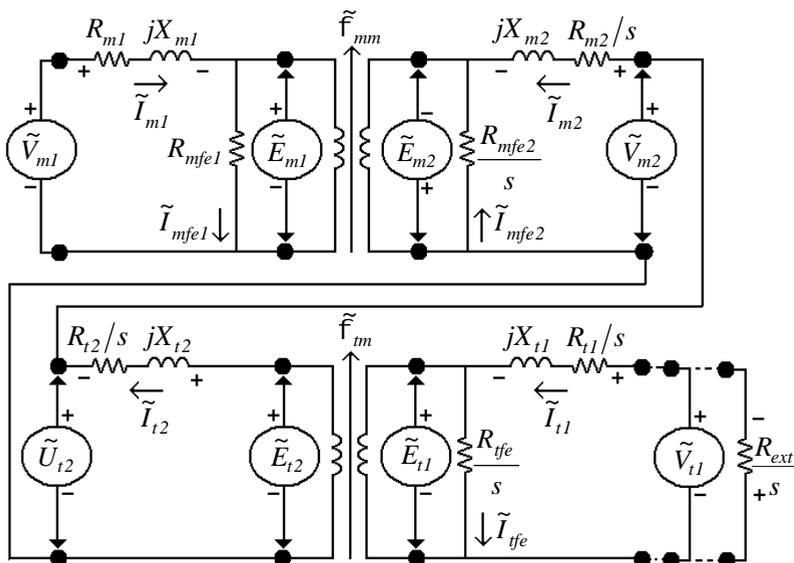


Figura 5.1.3.4 – Circuito equivalente por fase da máquina assíncrona trifásica e transformador rotativo com parâmetros expressos na frequência elétrica da rede

Conforme o raciocínio desenvolvido nas seções 5.1.1 e 5.1.2, todos os parâmetros do circuito equivalente devem ser referidos ao estator da máquina assíncrona. Para os parâmetros do rotor da máquina assíncrona e o rotor do transformador aplicam-se as relações de transformação 5.1.1.6, 5.1.1.21 e 5.1.1.22. Aos parâmetros do estator do transformador aplicam-se as relações 5.1.3.17, 5.1.3.18 e 5.1.3.19, as quais são obtidas a partir da combinação das expressões 5.1.1.6, 5.1.1.21, 5.1.1.22, 5.1.2.5, 5.1.2.6 e 5.1.2.7.

$$k_{mtv} = \frac{k_{mv}}{k_{tv}} \quad (5.1.3.17)$$

$$k_{mti} = \frac{k_{mi}}{k_{ti}} = \frac{1}{k_{mtv}} \quad (5.1.3.18)$$

$$k_{mtz} = \frac{k_{mz}}{k_{tz}} = (k_{mtv})^2 \quad (5.1.3.19)$$

Onde:

$k_{mtv}$ : relação de transformação de tensão entre os estatores do transformador e da máquina assíncrona;

$k_{mti}$ : relação de transformação de corrente entre os estatores do transformador e da máquina assíncrona; e

$k_{mtz}$ : relação de transformação de impedância entre os estatores do transformador e da máquina assíncrona.

Após se referir todos os parâmetros ao estator da máquina assíncrona, tem-se o circuito da Figura 5.1.3.5.

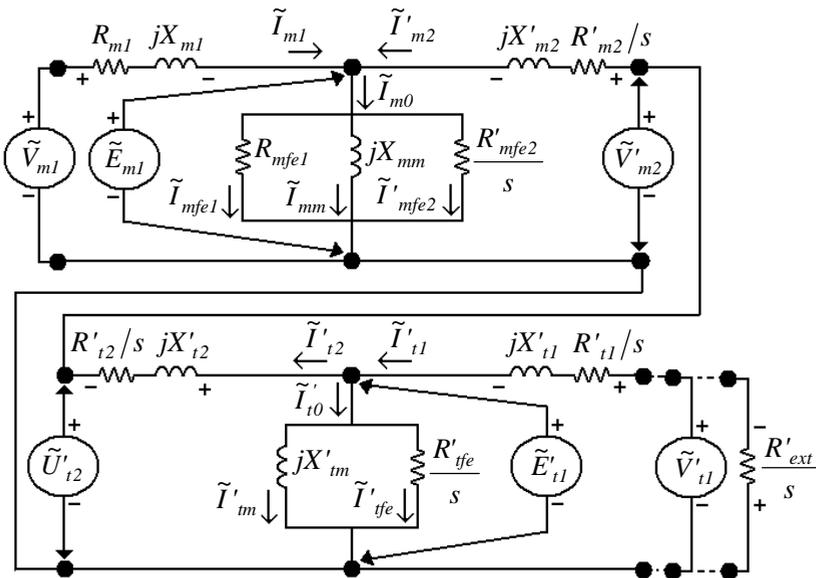


Figura 5.1.3.5 – Circuito equivalente por fase referido ao estator da máquina assíncrona trifásica

No circuito da Figura 5.1.3.5, os elementos referidos ao estator da máquina assíncrona são marcados pelo apóstrofo.

O processo de se referir os parâmetros do rotor da máquina assíncrona ao seu estator segue o mesmo procedimento adotado de 5.1.1.23 a 5.1.1.29. Quanto ao transformador, seus parâmetros são referidos ao estator da máquina assíncrona por meio das expressões:

$$R'_{t2} = k_{mz} \cdot R_{t2} \quad (5.1.3.20)$$

$$X'_{t2} = k_{mz} \cdot X_{t2} \quad (5.1.3.21)$$

$$\tilde{U}'_{t2} = k_{mv} \cdot \tilde{U}_{t2} \quad (5.1.3.22)$$

$$\tilde{I}'_{t2} = k_{mi} \cdot \tilde{I}_{t2} \quad (5.1.3.23)$$

$$R'_{t1} = k_{mtz} \cdot R_{t1} \quad (5.1.3.24)$$

$$X'_{t1} = k_{mtz} \cdot X_{t1} \quad (5.1.3.25)$$

$$X'_{tm} = k_{mtz} \cdot X_{tm} \quad (5.1.3.26)$$

$$R'_{tfe} = k_{mtz} \cdot R_{tfe} \quad (5.1.3.27)$$

$$R'_{ext} = k_{mtz} \cdot R_{ext} \quad (5.1.3.28)$$

$$\tilde{V}'_{t1} = k_{mtv} \cdot \tilde{V}_{t1} \quad (5.1.3.29)$$

$$\tilde{I}'_{t1} = k_{mi} \cdot \tilde{I}_{t1} \quad (5.1.3.30)$$

$$\tilde{I}'_{tfe} = k_{mti} \cdot \tilde{I}_{tfe} \quad (5.1.3.31)$$

A junção dos circuitos dos rotores e estatores sob um único circuito elétrico conduz à representação das reatâncias de magnetização e correntes de excitação:

$X_{mm}$  : reatância de magnetização de fase da máquina assíncrona;

$\tilde{I}_{m0}$  : corrente de magnetização de fase da máquina assíncrona;

$X_{tm}$  : reatância de magnetização de fase do transformador; e

$\tilde{I}_{t0}$  : corrente de magnetização de fase do transformador.

A reatância de magnetização do transformador corresponde a:

$$X_{tm} = 2 \cdot p \cdot f_{me1} \cdot L_{tm} \quad (5.1.3.32)$$

### 5.1.4 Os parâmetros de circuito equivalente

Conforme abordado nas seções 4.4.1 e 4.4.2 nota-se grande similaridade entre os valores de parâmetros de circuito equivalente obtidos por meio de cálculo e de ensaio.

Todas as simulações em regime permanente tomam por referência os valores oriundos dos ensaios. Além de não impactar em distorções em relação aos valores provenientes do cálculo teórico, a adoção dos parâmetros de ensaio como dados de entrada para o programa de simulação apresenta a vantagem de permitir a análise do desempenho entre os ensaios e as simulações em uma mesma base comparativa.

A Tabela 5.1.4.1 apresenta os parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica referidos ao seu estator.

Tabela 5.1.4.1 – Parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica obtidos a partir de ensaios sobre o protótipo

<b>Parâmetro</b>	<b>Ensaio</b>
$R_{m1}$	0,036 W
$X_{m1}$	0,284 W
$R_{mfe1}$	454,8 W
$X_{mm}$	9,690 W
$R'_{mfe2}$	1136 W
$R'_{m2}$	0,038 W
$X'_{m2}$	0,291 W
$k_{mv}$	1,278
$k_{mi}$	0,782
$k_{mz}$	1,634

Aplicando-se as relações de transformação 5.1.1.22 e 5.1.3.19 aos parâmetros apontados na Tabela 4.4.2.1, obtém-se a Tabela 5.1.4.2, na qual todos os parâmetros de circuito equivalente do transformador estão referidos ao estator da máquina assíncrona.

Tabela 5.1.4.2 – Parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo obtidos a partir de ensaios referidos ao estator da máquina assíncrona

Parâmetro	Ensaio
$R'_{t1}$	0,019 W
$X'_{t1}$	0,131 W
$R'_{tfe}$	50,70 W
$X'_{tm}$	3,240 W
$R'_{t2}$	0,017 W
$X'_{t2}$	0,139 W
$k_{tv}$	0,999
$k_{ti}$	1,001
$k_{tz}$	0,998

A referência de todos os parâmetros do circuito equivalente ao estator da máquina assíncrona permite a execução de simulações e a obtenção de resultados a partir do circuito da Figura 5.1.3.5.

## 5.2 O FLUXO DE POTÊNCIA

O fluxo de potência na máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por transformador rotativo é representado pela Figura 5.2.1. Neste diagrama, observa-se que toda a conversão eletromecânica de energia se dá no âmbito da máquina assíncrona, cujo rotor encontra-se sob efeito de escorregamento em relação ao estator.

Na Figura 5.2.1,  $S_{ml}$  representa a potência aparente absorvida ou entregue à rede pelo estator da máquina assíncrona. Por sua vez,  $S_{t1}$  representa a potência aparente absorvida ou entregue à rede pelo estator do transformador rotativo por meio de conversor de frequência.

Nas configurações em que o estator do transformador está em curto-circuito ou conectado a um banco de resistência não há conexão do estator do transformador à rede e, portanto,  $S_{t1}$  é nula.

As grandezas expressas em letras maiúsculas representam potências ativa e aparente, enquanto aquelas expressas em letras minúsculas representam as perdas eletromecânicas do equipamento.

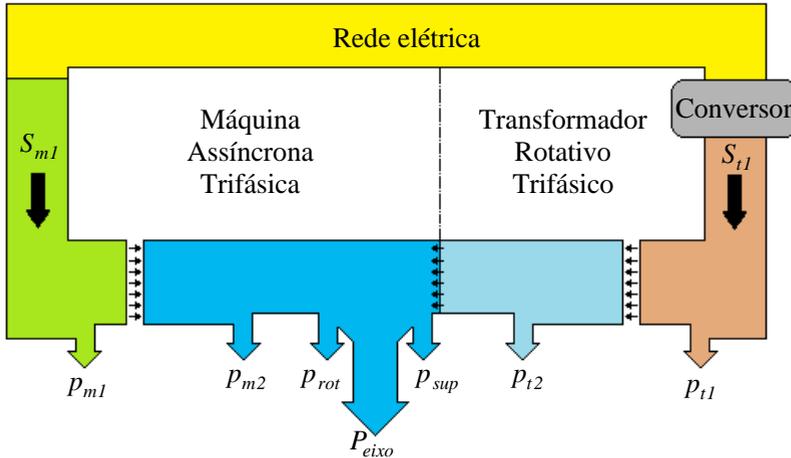


Figura 5.2.1 – Fluxo de potência para a máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo

A partir do modelo em regime permanente da máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo desenvolvido na seção 5.1.3, avalia-se o comportamento do sistema diante dos seguintes cenários:

- Estator do transformador em curto-circuito; e
- Estator do transformador conectado a resistências externas.

### 5.2.1 Estator do transformador em curto-circuito

No estudo da máquina assíncrona trifásica conectada ao transformador rotativo com estator em curto-circuito, considera-se o circuito da Figura 5.1.3.5 com as particularidades de que a tensão  $V'_{t1}$  e a resistência  $R'_{ext}$  são nulas. A potência  $S_{t1}$  indicada na Figura 5.2.1 também é nula nesta situação.

A potência absorvida ou entregue à rede pelo estator da máquina assíncrona é obtida por meio de:

$$S_{m1} = 3 \cdot \tilde{V}_{m1} \cdot \overline{\tilde{I}_{m1}} = P_{m1} + j \cdot Q_{m1} \quad (5.2.1.1)$$

$$P_{m1} = \text{Re}(S_{m1}) = 3 \cdot V_{m1} \cdot I_{m1} \cdot \cos(\varphi_{V_{m1} I_{m1}}) \quad (5.2.1.2)$$

$$Q_{m1} = \text{Im}(S_{m1}) = 3 \cdot V_{m1} \cdot I_{m1} \cdot \text{sen}(\varphi_{V_{m1}I_{m1}}) \quad (5.2.1.3)$$

Onde:

$S_{m1}$  : potência aparente trifásica, em VA;

$P_{m1}$  : potência ativa trifásica, em W; e

$Q_{m1}$  : potência reativa trifásica, em var.

Os fasores de tensão e corrente apresentados na Figura 5.1.3.5 correspondem às seguintes expressões:

$$\tilde{V}_{m1} = V_{m1} \angle \varphi_{V_{m1}} \quad (5.2.1.4)$$

$$\tilde{I}_{m1} = I_{m1} \angle \varphi_{I_{m1}} \quad (5.2.1.5)$$

A defasagem entre a tensão e a corrente e o cálculo do fator de potência são feitos a partir de:

$$\varphi_{V_{m1}I_{m1}} = \varphi_{V_{m1}} - \varphi_{I_{m1}} \quad (5.2.1.6)$$

$$FP_{m1} = \cos(\varphi_{V_{m1}I_{m1}}) \quad (5.2.1.7)$$

Seja o ângulo da tensão do estator a referência para todos os demais fasores, tem-se:

$$\varphi_{V_{m1}} = 0 \quad (5.2.1.8)$$

A tensão de magnetização da máquina assíncrona corresponde a:

$$\tilde{E}_{m1} = \tilde{V}_{m1} - \tilde{I}_{m1} \cdot (R_{m1} + j \cdot X_{m1}) \quad (5.2.1.9)$$

$$\tilde{E}_{m1} = E_{m1} \angle \varphi_{E_{m1}} \quad (5.2.1.10)$$

A corrente de excitação da máquina assíncrona pode ser obtida por meio de:

$$\tilde{I}_{m0} = \frac{\tilde{E}_{m1}}{1/R_{mfe1} + s/R'_{mfe2} + 1/(j.X_{mm})} \quad (5.2.1.11)$$

$$\tilde{I}_{m0} = I_{m0} \angle \varphi_{Im0} \quad (5.2.1.12)$$

Conforme o circuito da Figura 5.1.3.5, a corrente no rotor da máquina assíncrona é dada por:

$$\tilde{I}'_{m2} = \tilde{I}_{m0} - \tilde{I}_{m1} \quad (5.2.1.13)$$

$$\tilde{I}'_{m2} = I'_{m2} \angle \varphi_{Im2} \quad (5.2.1.14)$$

A tensão aplicada aos terminais do rotor da máquina assíncrona pode ser obtida a partir de:

$$\tilde{V}'_{m2} = \tilde{E}_{m1} + \tilde{I}'_{m2} \cdot \left( \frac{R'_{m2}}{s} + j.X'_{m2} \right) \quad (5.2.1.15)$$

Devido à conexão em série dos rotores da máquina assíncrona e do transformador rotativo, a tensão induzida nos terminais do rotor do transformador é a mesma tensão aplicada aos terminais do rotor da máquina assíncrona:

$$\tilde{U}'_{t2} = \tilde{V}'_{m2} \quad (5.2.1.16)$$

A corrente do rotor do transformador é a mesma que circula pelo rotor da máquina assíncrona:

$$\tilde{I}'_{t2} = \tilde{I}'_{m2} \quad (5.2.1.17)$$

Os fasores 5.2.1.15 a 5.2.1.17 correspondem a:

$$\tilde{V}'_{m2} = V'_{m2} \angle \varphi_{Vm2} \quad (5.2.1.18)$$

$$\tilde{U}'_{t2} = U'_{t2} \angle \varphi_{Ut2} \quad (5.2.1.19)$$

$$\tilde{I}'_{t2} = I'_{t2} \angle \varphi_{It2} \quad (5.2.1.20)$$

A tensão de magnetização do transformador corresponde a:

$$\tilde{E}'_{t1} = \tilde{U}'_{t2} + \tilde{I}'_{t2} \cdot \left( \frac{R'_{t2}}{s} + j \cdot X'_{t2} \right) \quad (5.2.1.21)$$

$$\tilde{E}'_{t1} = E'_{t1} \angle \varphi_{Et1} \quad (5.2.1.22)$$

A corrente de excitação do transformador é obtida a partir de:

$$\tilde{I}'_{t0} = \frac{\tilde{E}'_{t1}}{s/R_{ife} + 1/(j \cdot X_{tm})} \quad (5.2.1.23)$$

$$\tilde{I}'_{t0} = I'_{t0} \angle \varphi_{It0} \quad (5.2.1.24)$$

A corrente no estator do transformador é obtida por meio de:

$$\tilde{I}'_{t1} = \tilde{I}'_{t2} + \tilde{I}'_{t0} \quad (5.2.1.25)$$

$$\tilde{I}'_{t1} = I'_{t1} \angle \varphi_{It1} \quad (5.2.1.26)$$

Conhecidas as correntes e tensões em todo o circuito, é possível calcular as perdas do sistema, cujos valores são expressos em Watt.

No estator da máquina assíncrona, as perdas correspondem a:

$$p_{mcul} = 3 \cdot R_{m1} \cdot (I_{m1})^2 \quad (5.2.1.27)$$

$$p_{mfe1} = 3 \cdot \frac{(E_{m1})^2}{R_{mfe1}} \quad (5.2.1.28)$$

$$p_{m1} = p_{mcul} + p_{mfe1} \quad (5.2.1.29)$$

Onde:

$p_{mcul}$ : perdas no enrolamento do estator da máquina assíncrona;

$p_{mfe1}$ : perdas no ferro no estator da máquina assíncrona; e

$p_{m1}$ : perdas totais no estator da máquina assíncrona.

No rotor da máquina assíncrona, têm-se as seguintes perdas:

$$p_{m_{cu2}} = 3 \cdot R'_{m2} \cdot (I'_{m2})^2 \quad (5.2.1.30)$$

$$p_{m_{fe2}} = 3 \cdot s \cdot \frac{(E_{m1})^2}{R'_{m_{fe2}}/s} = 3 \cdot R'_{m_{fe2}} \cdot (I'_{m_{fe2}})^2 \quad (5.2.1.31)$$

$$p_{m2} = p_{m_{cu2}} + p_{m_{fe2}} \quad (5.2.1.32)$$

Onde:

$p_{m_{fe2}}$  : perdas no ferro no rotor da máquina assíncrona;

$p_{m_{cu2}}$  : perdas no enrolamento do rotor da máquina assíncrona; e

$p_{m2}$  : perdas totais no rotor da máquina assíncrona.

No transformador, a ocorrência de mesma frequência elétrica no seu rotor e estator permitem a definição de uma única parcela de perda no ferro conforme:

$$p_{t_{fe}} = 3 \cdot s \cdot \frac{(E'_{t1})^2}{R'_{t_{fe}}/s} = 3 \cdot R'_{t_{fe}} \cdot (I'_{t_{fe}})^2 \quad (5.2.1.33)$$

Onde:

$p_{t_{fe}}$  : perdas no ferro do transformador.

Supondo-se que as perdas no ferro do transformador distribuam-se igualmente pelos núcleos do rotor e estator, tem-se que:

$$p_{t_{fe1}} = p_{t_{fe2}} = \frac{p_{t_{fe}}}{2} \quad (5.2.1.34)$$

Onde:

$p_{t_{fe1}}$  : perdas no ferro no estator do transformador; e

$p_{t_{fe2}}$  : perdas no ferro no rotor do transformador.

No rotor do transformador, as perdas correspondem a:

$$P_{t_{cu2}} = 3 \cdot R'_{t2} \cdot (I'_{t2})^2 \quad (5.2.1.35)$$

$$P_{t2} = P_{t_{cu2}} + P_{tfe2} \quad (5.2.1.36)$$

Onde:

$P_{t_{cu2}}$ : perdas no enrolamento do rotor do transformador; e

$P_{t2}$ : perdas totais no rotor do transformador.

No estator do transformador, têm-se as seguintes perdas:

$$P_{t_{cu1}} = 3 \cdot R'_{t1} \cdot (I'_{t1})^2 \quad (5.2.1.37)$$

$$P_{t1} = P_{t_{cu1}} + P_{tfe1} \quad (5.2.1.38)$$

Onde:

$P_{t_{cu1}}$ : perdas no enrolamento do estator do transformador; e

$P_{t1}$ : perdas totais no estator do transformador.

A rotação do eixo da máquina determina a ocorrência de perdas mecânicas devido ao atrito e à ventilação, as quais são chamadas de perdas rotacionais ( $p_{rot}$ ).

Além disso, percebe-se a ocorrência de perdas adicionais nas máquinas elétricas que podem estar associadas ao próprio processo de fabricação e a possíveis variações na qualidade dos materiais empregados na construção do equipamento. Conhecidas por perdas suplementares ( $p_{sup}$ ), elas são de difícil determinação, porém devem ser consideradas no cálculo da potência disponível na ponta de eixo.

Para efeito do cálculo de rendimento, as normas aplicáveis às máquinas elétricas girantes costumam tratar as perdas suplementares ( $p_{sup}$ ) como uma parcela da potência absorvida. A *International Electrotechnical Commission* estabelece na norma IEC 60034-2: 1996 que as perdas suplementares correspondem a 0,5% da potência absorvida pelo estator.

Conhecidas as perdas do sistema, a potência ativa no entreferro da máquina assíncrona é obtida por meio de:

$$P_{me} = P_{m1} - p_{m1} \quad (5.2.1.39)$$

Onde:

$P_{me}$  : potência ativa no entreferro da máquina assíncrona, em W.

A potência no entreferro da máquina assíncrona pode também ser calculada a partir de:

$$P_{me} = 3 \cdot \left[ \begin{aligned} &\frac{R'_{m2}}{s} \cdot (I'_{m2})^2 + \frac{R'_{mfe2}}{s} \cdot (I'_{mfe2})^2 + \\ &+ \frac{R'_{t2}}{s} \cdot (I'_{t2})^2 + \frac{R'_{tfe}}{s} \cdot (I'_{tfe})^2 + \frac{R'_{t1}}{s} \cdot (I'_{t1})^2 \end{aligned} \right] \quad (5.2.1.40)$$

A potência elétrica convertida em potência mecânica ( $P_{conv}$ ) corresponde a 5.2.1.41 ou 5.2.1.42:

$$P_{conv} = P_{me} - p_{m2} - p_{t2} - p_{t1} \quad (5.2.1.41)$$

$$P_{conv} = 3 \cdot (1-s) \cdot \left[ \begin{aligned} &\frac{R'_{m2}}{s} \cdot (I'_{m2})^2 + \frac{R'_{mfe2}}{s} \cdot (I'_{mfe2})^2 + \\ &+ \frac{R'_{t2}}{s} \cdot (I'_{t2})^2 + \frac{R'_{tfe}}{s} \cdot (I'_{tfe})^2 + \\ &+ \frac{R'_{t1}}{s} \cdot (I'_{t1})^2 \end{aligned} \right] \quad (5.2.1.42)$$

Onde:

$P_{conv}$  : potência elétrica convertida em mecânica, em W.

A potência disponível no eixo é obtida por meio de 5.2.1.43, a qual desconta as perdas por atrito, ventilação e suplementares no cálculo da potência convertida.

$$P_{eixo} = P_{conv} - p_{rot} - p_{sup} \quad (5.2.1.43)$$

Onde:

$P_{eixo}$  : potência disponível no eixo, em W;

$p_{rot}$  : perdas rotacionais devido ao atrito e ventilação; e

$p_{sup}$  : perdas suplementares.

O conhecimento da potência no entreferro da máquina assíncrona permite o cálculo do torque eletromagnético:

$$T_{me} = \frac{P_{me}}{W_{sín}} \quad (5.2.1.44)$$

Onde:

$T_{me}$  : torque eletromagnético no entreferro da máquina, em N.m.

O torque desenvolvido no eixo da máquina assíncrona é obtido por meio de:

$$T_{eixo} = \frac{P_{eixo}}{W_{mec}} \quad (5.2.1.45)$$

Onde:

$T_{eixo}$  : torque no eixo da máquina assíncrona, em N.m.

A partir das expressões 5.2.1.1 a 5.2.1.45, tem-se todo o processo de conversão eletromecânica da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo.

### 5.2.1.1 O fluxo de potência pelo transformador rotativo

Conforme o circuito elétrico da Figura 5.1.3.1, o rotor da máquina assíncrona trifásica está conectado em série com o rotor do transformador. O cálculo da transmissão de potência entre os circuitos corresponde a:

$$S_{t2} = -3. \tilde{u}_{t2} \cdot \overline{\tilde{i}_{t2}} = P_{t2} + jQ_{t2} \quad (5.2.1.1.1)$$

O circuito da Figura 5.1.3.3 mostra que, de forma equivalente, a potência transmitida ao transformador é obtida por meio de:

$$S_{t2} = -3. s. \tilde{U}_{t2} \cdot \overline{\tilde{I}_{t2}} \quad (5.2.1.1.2)$$

Em 5.2.1.1.2, a tensão e a corrente estão expressas na frequência do estator da máquina assíncrona. A partir desta expressão, calcula-se a potência ativa entregue ao transformador por meio de:

$$P_{t2} = Re(S_{t2}) = 3.s.Re\left(-\tilde{U}_{t2}.\overline{\tilde{I}_{t2}}\right) \quad (5.2.1.1.3)$$

Analisando-se os circuitos das Figuras 5.1.3.4 e 5.1.3.5, chega-se à seguinte conclusão:

$$Re\left(-\tilde{U}_{t2}.\overline{\tilde{I}_{t2}}\right) = Re\left(-\tilde{U}'_{t2}.\overline{\tilde{I}'_{t2}}\right) \quad (5.2.1.1.4)$$

A partir do circuito da Figura 5.1.3.5, observa-se que todo o fluxo de potência ativa através do transformador com estator em curto-circuito é obtido por meio de:

$$Re\left(-\tilde{U}'_{t2}.\overline{\tilde{I}'_{t2}}\right) = \frac{R'_{t2}}{s}.(I'_{t2})^2 + \frac{R'_{tfe}}{s}.(I'_{tfe})^2 + \frac{R'_{t1}}{s}.(I'_{t1})^2 \quad (5.2.1.1.5)$$

Substituindo 5.2.1.1.5 e 5.2.1.1.4 em 5.2.1.1.3 tem-se:

$$P_{t2} = 3.s.\left(\frac{R'_{t2}}{s}.(I'_{t2})^2 + \frac{R'_{tfe}}{s}.(I'_{tfe})^2 + \frac{R'_{t1}}{s}.(I'_{t1})^2\right) \quad (5.2.1.1.6)$$

A partir de 5.2.1.1.6, chega-se a:

$$P_{t2} = 3.(R'_{t2}.(I'_{t2})^2 + R'_{tfe}.(I'_{tfe})^2 + R'_{t1}.(I'_{t1})^2) \quad (5.2.1.1.7)$$

Substituindo-se 5.2.1.33, 5.2.1.34 e 5.2.1.37 em 5.2.1.1.7 têm-se:

$$P_{t2} = P_{t\text{cu}2} + P_{t\text{fe}} + P_{t\text{cu}1} \quad (5.2.1.1.8)$$

Por meio de 5.2.1.1.8, observa-se que o fluxo de potência através do transformador corresponde tão somente às perdas dissipadas no ferro e em seus enrolamentos. Não há, portanto, qualquer processo de conversão eletromecânica de energia no âmbito do seu entreferro.

## 5.2.2 Estator do transformador conectado a resistências externas

A conexão de resistências externas ao estator do transformador rotativo implica na alteração da impedância vista a partir do estator da máquina assíncrona trifásica. O uso de resistências externas é bastante útil nas máquinas assíncronas de rotor bobinado quando se deseja elevar o torque e reduzir a corrente de partida do equipamento.

O comportamento do fluxo de potência definido em 5.2.1 não se altera devido à presença das resistências externas. No cálculo da potência ativa no entreferro, a única mudança corresponde à adição de  $R'_{ext}$  a  $R'_{t1}$ :

$$P_{me} = 3 \cdot \left[ \begin{aligned} & \frac{R'_{m2}}{s} \cdot (I'_{m2})^2 + \frac{R'_{mfe2}}{s} \cdot (I'_{mfe2})^2 + \\ & + \frac{R'_{t2}}{s} \cdot (I'_{t2})^2 + \frac{R'_{tfe}}{s} \cdot (I'_{tfe})^2 + \\ & + \frac{R'_{t1}}{s} \cdot (I'_{t1})^2 + \frac{R'_{ext}}{s} \cdot (I'_{t1})^2 \end{aligned} \right] \quad (5.2.2.1)$$

No cálculo da potência convertida, devem-se considerar as perdas dissipadas na resistência externa, assim:

$$P_{conv} = P_{me} - p_{m2} - p_{t2} - p_{t1} - p_{ext} \quad (5.2.2.2)$$

$$P_{conv} = 3 \cdot (I - s) \cdot \left[ \begin{aligned} & \frac{R'_{m2}}{s} \cdot (I'_{m2})^2 + \frac{R'_{mfe2}}{s} \cdot (I'_{mfe2})^2 + \\ & + \frac{R'_{t2}}{s} \cdot (I'_{t2})^2 + \frac{R'_{tfe}}{s} \cdot (I'_{tfe})^2 + \\ & + \frac{R'_{t1}}{s} \cdot (I'_{t1})^2 + \frac{R'_{ext}}{s} \cdot (I'_{t1})^2 \end{aligned} \right] \quad (5.2.2.3)$$

Exceto pelas expressões mostradas em 5.2.2.1 a 5.2.2.3, todas as demais apresentadas em 5.2.1 permanecem válidas quando há a conexão de resistência externa ao estator do transformador.

## 5.3 A SIMULAÇÃO EM REGIME PERMANENTE

Para a simulação em regime permanente, desenvolveu-se um programa em MATLAB® a partir das equações apresentadas em 5.2.

### 5.3.1 Estator do transformador em curto-circuito

Na simulação em regime permanente da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo com estator em curto-circuito, adota-se a seleção de dados apresentada na Tabela 5.3.1.1.

Tabela 5.3.1.1 – Tela de seleção para a simulação em regime permanente da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo

```

-----
----- SIMULAÇÃO DE MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA -----
-----
Modelo:                (1) Estático   (2) Dinâmico   -> 1
-----
----- MODELO ESTÁTICO -----
-----
Configuração:         (1) MAT
                      (2) MAT + TRT                -> 2
-----
Critério de carga:    (1) Potência   (2) Torque     -> 2
-----
Pontos de carga:      (1) 0 a 125%   (2) 0 a 175%  -> 1
-----
Cir. equivalente:     (1) Cálculo    (2) Ensaio     -> 2
-----
----- Dados da máquina -----
-----
Pn(kW)                Vlm1(V)         2.pml           fm1(Hz)
  90                   690              6                60
-----
----- Circuito equivalente (ohms) -----
-----
Rm1      Rmfe      Rm2`      Rt2`      Rtfe`      Rt1`
0.036    324.8    0.038    0.017    50.7      0.019
-----
Xm1      Xmm       Xm2`      Xt2`      Xtm`      Xt1`
0.284    9.690    0.291    0.139    3.240    0.131
-----
Reostato:             (1) Sim         (2) Não         -> 2
-----

```

A Tabela 5.3.1.2 apresenta os resultados de simulação em regime motor da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito. Conforme se pode observar, a simulação fornece os valores de torque, rotação, potência, fator de potência, rendimento, fluxo no núcleo do transformador, perdas, tensão e corrente para condições de carga que variam de 25 a 125% do torque nominal.

O torque nominal de ponta de eixo é 728 N.m, ocorrendo a 1181 r.p.m., o que corresponde a 90 kW de potência no eixo.

Em 100% de carga e alimentada em 690 V, a máquina absorve 99,7A de corrente com fator de potência de 0,80. A potência absorvida da rede é de 94,8 kW, o que, por consequência, determina um rendimento de 95%. Nesta condição, as perdas totais são 4736 W.

Conforme mostrado na seção 5.2.1.1, a potência ativa processada no transformador ( $P_{t2}$ ) corresponde à soma das perdas nele dissipadas ( $P_{t2u}$ ,  $P_{t2e}$  e  $P_{t2l}$ ).

Na condição de 100% de carga, o transformador está submetido a 10,3 mWb de fluxo magnético na frequência de 0,95 Hz.

A Tabela 5.3.1.2 apresenta o torque ( $T_p$ ) e a corrente ( $I_p$ ) desenvolvida na partida da máquina, isto é, na condição de rotor bloqueado. Observa-se que o torque de partida corresponde a 51% do torque nominal e a corrente de partida corresponde a 490% da corrente nominal.

O valor do torque máximo ( $T_{máx}$ ), da corrente ( $I_{máx}$ ) e da rotação ( $n_{máx}$ ) na qual este torque se manifesta também são apresentados pelo programa. O torque máximo corresponde a 279% do torque nominal e ocorre a 1093,8 r.p.m.

De forma complementar, a Tabela 5.3.1.3 exhibe os resultados da simulação para a operação desta mesma máquina em regime gerador, isto é, acima da velocidade síncrona de 1200 r.p.m.

A operação em regime gerador apresenta-se praticamente como um espelhamento do regime motor. Nota-se, porém, algumas peculiaridades como a redução do fator de potência e o aumento do torque máximo quando feita a comparação direta entre os resultados destes dois regimes de operação.

Na seqüência, a Tabela 5.3.1.4 apresenta as correntes e tensões presentes no circuito da máquina assíncrona trifásica com transformador rotativo para a condição de rotor bloqueado. Nestas simulações o enrolamento do estator do transformador encontra-se ora aberto, ora fechado.

Tabela 5.3.1.2 – Resultados para simulação em regime permanente da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com estator em curto-circuito (regime motor)

```

*****
MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA COM TRANSFORMADOR ROTATIVO
* REGIME MOTOR *
*****
Peixo(kW)  Vlml(V)  2.pml  fme1(Hz)  vlm2(V)  ult1(V)
  90.1      690.0    6      60        448.6    429.6
*****
Carga      25%      50%      75%      100%     125%
*****
Teixo (N.m)  184.9    364.0    547.4    728.2    910.5
Tme (N.m)   192.3    372.2    556.6    738.2    921.5
-----
Iml (A)     48.3     63.1     80.6     99.7     120.7
-----
Rot. (rpm)  1196     1191     1186     1181     1176
-----
Sm1 (kVA)   57.8     75.5     96.3     119.2    144.2
Pm1 (kW)    25.4     48.2     71.6     94.8     118.3
Qm1 (kvar)  51.9     58.1     64.5     72.3     82.4
-----
FPm1        0.44     0.64     0.74     0.80     0.82
-----
Pme (kW)    24.2     46.8     69.9     92.8     115.8
Pconv (kW)  24.1     46.4     69.1     91.3     113.4
Peixo (kW)  23.2     45.4     68.0     90.1     112.1
-----
Rend. (%)   91.2     94.3     95.0     95.0     94.7
-----
St2/s (kVA)  9.2      21.0     33.0     44.6     56.4
Pt2/s (kW)   8.5      19.6     31.3     42.6     53.9
-----
St2 (VA)    30.1     151.4    378.5    705.4    1150.7
Pt2 (W)     27.8     140.8    358.7    673.5    1099.9
-----
Fluxo (mWb)  6.5      9.2      10.0     10.3     10.3
-----
fte (Hz)    0.20     0.43     0.69     0.95     1.22
*****
----- Perdas -----
-----
pmcul (W)   252.3    430.6    701.8    1074.3   1572.4
pmfel (W)   979.3    968.8    958.5    947.0    933.0
pmfe2 (W)   0.0      0.0      0.1      0.1      0.2
pmcu2 (W)   51.1     196.0    443.3    792.3    1262.6
ptcu2 (W)   22.0     84.3     190.5    340.6    542.7

```

ptfe (W)	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2
ptcul (W)	5.8	56.5	168.1	332.8	557.0
prot (W)	794.8	788.5	781.8	774.9	767.7
psup (W)	127.0	240.9	358.0	474.0	591.6
ptot (W)	2232.3	2765.7	3602.2	4736.1	6227.3

\*\*\*\*\*

----- Correntes -----

Im1 (A)	48.3	63.1	80.6	99.7	120.7
Im0 (A)	39.8	39.6	39.3	39.1	38.8
Im2` (A)	21.2	41.5	62.4	83.4	105.2
It2` (A)	21.2	41.5	62.4	83.4	105.2
It0` (A)	18.5	26.1	28.3	29.0	29.2
It1` (A)	10.0	31.0	53.4	75.2	97.2

im2 (A)	27.1	53.0	79.7	106.5	134.5
it2 (A)	27.1	53.0	79.7	106.5	134.5
it0 (A)	23.6	33.4	36.2	37.1	37.3
it1 (A)	12.7	39.6	68.3	96.1	124.4

\*\*\*\*\*

----- Tensões -----

Vm1 (V)	398.4	398.4	398.4	398.4	398.4
Em1 (V)	385.3	383.2	381.2	378.9	376.1
Em2` (V)	385.3	383.2	381.2	378.9	376.1
Vm2` (V)	145.1	169.0	176.4	178.5	178.7
Ut2` (V)	145.1	169.0	176.4	178.5	178.7
Et1` (V)	59.8	84.6	91.8	93.9	94.5
Ut1` (V)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

em2 (V)	1.0	2.2	3.4	4.7	6.0
vm2 (V)	0.4	1.0	1.6	2.2	2.9
ut2 (V)	0.4	1.0	1.6	2.2	2.9
et1 (V)	0.2	0.5	0.8	1.2	1.5
ut1 (V)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

\*\*\*\*\*

----- Torques de partida e máximo -----

Tp(Nm)	Tp/Tn(pu)	Tmax(Nm)	Tmax/Tn(pu)	Tn(Nm)	nmax(rpm)
370.5	0.51	2031.7	2.79	728.2	1093.8

\*\*\*\*\*

----- Correntes de partida e máxima -----

Ip(A)	Ip/In(pu)	Imáx(A)	Imáx/In(pu)	In(A)
488.3	4.90	343.1	3.44	99.7

\*\*\*\*\*

Tabela 5.3.1.3 – Resultados para simulação em regime permanente da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com estator em curto-circuito (regime gerador)

```

*****
MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA COM TRANSFORMADOR ROTATIVO
* REGIME GERADOR *
*****
Peixo(kW)  Vlml(V)  2.pml    fme1(Hz)  vlm2(V)  ult1(V)
   92.9      690.0     6         60         448.6    429.6
*****
Carga           25%       50%       75%       100%     125%
*****
Teixo (N.m)    183.6    364.6    547.9    728.8    910.2
Tme  (N.m)    176.4    356.5    538.8    718.8    899.4
-----
Iml  (A)       46.6     60.7     77.3     95.5     115.1
-----
Rot.  (rpm)    1204     1208     1213     1218     1223
-----
Sm1  (kVA)     55.7     72.5     92.4     114.1    137.5
Pm1  (kW)      20.9     43.4     66.1     88.4     110.6
Qm1  (kvar)    51.6     58.1     64.5     72.1     81.7
-----
FPm1           0.38     0.60     0.72     0.77     0.80
-----
Pme  (kW)     22.2     44.8     67.7     90.3     113.0
Pconv (kW)    22.2     45.1     68.4     91.7     115.2
Peixo (kW)    23.1     46.1     69.6     92.9     116.6
-----
Rend. (%)     90.5     94.1     95.0     95.1     94.9
-----
St2/s (kVA)   8.2      19.9     31.8     43.3     54.9
Pt2/s (kW)    7.6      18.5     30.1     41.3     52.5
-----
St2  (VA)     24.2     134.2    343.5    644.2    1046.3
Pt2  (W)      22.4     124.5    324.9    614.5    1000.3
-----
Fluxo (mWb)   6.1      9.1      10.0     10.4     10.5
-----
fte  (Hz)     0.18     0.40     0.65     0.89     1.14
*****
----- Perdas -----
-----
pmcul (W)     234.3    397.6    645.1    984.2    1430.5
pmfel (W)     986.9    983.2    979.9    975.7    969.4
pmfe2 (W)      0.0      0.0      0.0      0.1      0.1
pmcu2 (W)     42.6     177.1    406.4    728.4    1154.5
ptcu2 (W)     18.3     76.1     174.7    313.1    496.2

```

ptfe (W)	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2
ptcul (W)	4.1	48.3	150.2	301.3	503.8
prot (W)	804.7	810.8	817.4	824.0	830.8
psup (W)	104.7	217.1	330.5	441.9	553.1
ptot (W)	2195.7	2710.3	3504.2	4568.6	5938.8

\*\*\*\*\*

----- Correntes -----

Im1 (A)	46.6	60.7	77.3	95.5	115.1
Im0 (A)	39.9	39.9	39.8	39.7	39.6
Im2` (A)	19.3	39.4	59.7	79.9	100.6
It2` (A)	19.3	39.4	59.7	79.9	100.6
It0` (A)	17.3	25.8	28.4	29.3	29.6
It1` (A)	8.4	28.6	50.5	71.5	92.5

im2 (A)	24.7	50.4	76.3	102.2	128.6
it2 (A)	24.7	50.4	76.3	102.2	128.6
it0 (A)	22.1	33.0	36.3	37.5	37.9
it1 (A)	10.7	36.6	64.6	91.5	118.3

\*\*\*\*\*

----- Tensões -----

Vm1 (V)	398.4	398.4	398.4	398.4	398.4
Em1 (V)	386.8	386.1	385.4	384.6	383.4
Em2` (V)	386.8	386.1	385.4	384.6	383.4
Vm2` (V)	142.1	168.5	177.6	180.7	181.8
Ut2` (V)	142.1	168.5	177.6	180.7	181.8
Et1` (V)	55.9	83.6	92.1	94.9	96.0
Ut1` (V)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

em2 (V)	0.9	2.0	3.3	4.5	5.7
vm2 (V)	0.3	0.9	1.5	2.1	2.7
ut2 (V)	0.3	0.9	1.5	2.1	2.7
et1 (V)	0.1	0.4	0.8	1.1	1.4
ut1 (V)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

\*\*\*\*\*

----- Torques de partida e máximo -----

Tp(Nm)	Tp/Tn(pu)	Tmax(Nm)	Tmax/Tn(pu)	Tn(Nm)	nmax(rpm)
-	-	2202.7	3.02	728.8	1306.2

\*\*\*\*\*

----- Correntes de partida e máxima -----

Ip(A)	Ip/In(pu)	Imáx(A)	Imáx/In(pu)	In(A)
-	-	356.1	3.73	95.5

\*\*\*\*\*

Tabela 5.3.1.4 – Resultados para a simulação de correntes e tensões da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo na condição de rotor bloqueado

```

*****
MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA COM TRANSFORMADOR ROTATIVO
*****
----- Correntes e tensões para rotor bloqueado -----
----(enrolamento do estator do transformador aberto)----
-----
Im1 (A)   Im0 (A)   Im2` (A)   It2` (A)   It0` (A)   It1` (A)
135.3     37.1      98.2      98.2      98.2      -
-----
-         -         im2 (A)   it2 (A)   it0 (A)   it1 (A)
-         -         125.4     125.4     125.4     -
-----
Vm1 (V)   Em1 (V)   Vm2` (V)   Ut2` (V)   Et1` (V)   Ut1` (V)
398.4     359.7     331.0     331.0     317.3     317.3
-----
-         -         vm2 (V)   ut2 (V)   et1 (V)   ut1 (V)
-         -         259.0     259.0     248.0     248.0
*****
----- Correntes e tensões para rotor bloqueado -----
----(enrolamento do estator do transformador fechado)----
-----
Im1 (A)   Im0 (A)   Im2` (A)   It2` (A)   It0` (A)   It1` (A)
488.3     26.7      461.7     461.7     18.2      443.6
-----
-         -         im2 (A)   it2 (A)   it0 (A)   it1 (A)
-         -         590.1     590.1     23.2      567.5
-----
Vm1 (V)   Em1 (V)   Vm2` (V)   Ut2` (V)   Et1` (V)   Ut1` (V)
398.4     258.6     123.1     123.1     58.7      0.0
-----
-         -         vm2 (V)   ut2 (V)   et1 (V)   ut1 (V)
-         -         96.3      96.3      45.9      0.0
*****
----- Circuito equivalente (ohms)-----
-----
|Zm1|   |Zmm|   |Zm2`|   |Zt2`|   |Ztm`|   |Zt1`|   |Zext`|
0.286  9.686  0.293  0.139  3.232  0.132  0.000
-----
Rm1     Rmfe    Rm2`    Rt2`    Rtfe`    Rt1`    Rext`
0.036  454.8  0.038  0.016  50.73  0.020  0.000
-----
Xm1     Xmm     Xm2`    Xt2`    Xtm`    Xt1`    Xext`
0.284  9.690  0.291  0.139  3.239  0.131  0.000
*****

```

Na Tabela 5.3.1.4, observa-se que, na condição de rotor bloqueado e estator do transformador aberto, a alimentação do circuito em 690 V de linha, ou 398,4 V de fase, implica na circulação de 135,3 A nos enrolamentos do estator da máquina assíncrona. Esta corrente corresponde à soma fasorial das correntes de excitação da máquina e do transformador. Nesta situação, a tensão induzida no estator do transformador é de 248 V por fase, ou 429 V de linha.

Comparando-se a tensão do estator do transformador referida ao estator da máquina assíncrona (317,3 V de fase, ou 550 V de linha) em relação à alimentação (690 V de linha), observa-se uma queda de tensão de aproximadamente 20%.

A segunda parte da Tabela 5.3.1.4, mostra o equipamento com o rotor bloqueado e os enrolamentos do estator do transformador fechados, isto é, em curto-circuito. Nesta condição, diante da alimentação da máquina assíncrona em 690 V de linha, verifica-se a presença de 488,3 A no estator da máquina assíncrona e 567,5 A no estator do transformador. Comparando-se a corrente do estator do transformador referida ao estator da máquina assíncrona (443,6 A) com a corrente absorvida da rede elétrica (488,3 A), observa-se uma redução de 9% na corrente. A redução na corrente, explica-se pela absorção de corrente nos circuitos de excitação da máquina e do transformador.

Analisando-se a queda de tensão em 20% e a redução de corrente em 9%, percebe-se uma grande influência da corrente de excitação do transformador nestes resultados. Na simulação com o rotor bloqueado e o estator do transformador em curto-circuito, a corrente de excitação do transformador ( $i_{t0}$ ) é de apenas 23,2 A. Já na situação em que se mantém o estator do transformador aberto, esta mesma corrente de excitação  $i_{t0}$  atinge 125,4 A. Nesta mesma condição, a corrente de excitação da máquina assíncrona ( $I_{m0}$ ) apresenta variação bem menor, de 26,7 A para 37,1 A.

Uma estratégia para a redução da acentuada queda de tensão no ensaio de rotor bloqueado e circuito aberto passa pelo projeto de um transformador com menor corrente de excitação, o que está fisicamente associado ao aumento da reatância de magnetização do equipamento.

De forma complementar à apresentação das tabelas de resultados numéricos, o programa desenvolvido em MATLAB® exibe as curvas de potência (ativa, reativa e aparente), fator de potência, torque, corrente, tensão, fluxo magnético e perdas manifestadas pela máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo. As curvas contemplam a

variação de 0 a 2 p.u. da velocidade nominal, o que corresponde às operações tanto em regime motor (0 a 1 p.u.) quanto gerador (1 a 2 p.u.).

Os valores bases adotados em todos os gráficos correspondem às grandezas na condição de 100% de carga em regime motor obtidos a partir da Tabela 5.3.1.2.

A Figura 5.3.1.1 apresenta a potência ativa no estator ( $P_{m1}$ ), no entreferro ( $P_{me}$ ) e no eixo ( $P_{eixo}$ ). De 0 a 1 p.u. a máquina opera no regime motor, o que se caracteriza pela conversão de potência elétrica proveniente da rede em potência mecânica no eixo. De 1 a 2 p.u. a máquina opera no regime gerador, que corresponde à conversão de potência mecânica aplicada ao eixo em potência elétrica entregue à rede.

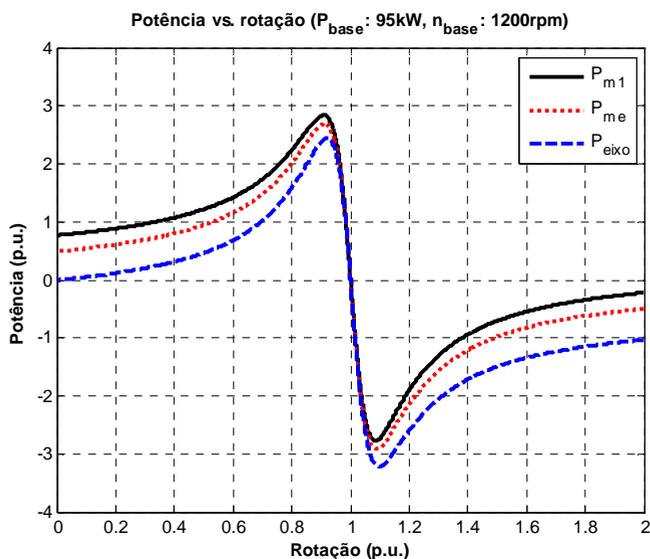


Figura 5.3.1.1 – Potência ativa no estator, no entreferro e no eixo da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito

As Figuras 5.3.1.2 e 5.3.1.3 mostram as potências reativa e aparente na interface do estator da máquina com a rede elétrica.

A Figura 5.3.1.4 exibe o fator de potência para a faixa de rotação de 0 a 2 p.u. Conforme é característico nas máquinas assíncronas, os maiores valores de fator de potência estão nas proximidades da rotação síncrona, ou 1 p.u. Quando se atinge a velocidade síncrona propriamente dita, a vertiginosa queda no fator de potência reflete a brusca redução na potência ativa no estator da máquina assíncrona, conforme apresentado na Figura 5.3.1.1.

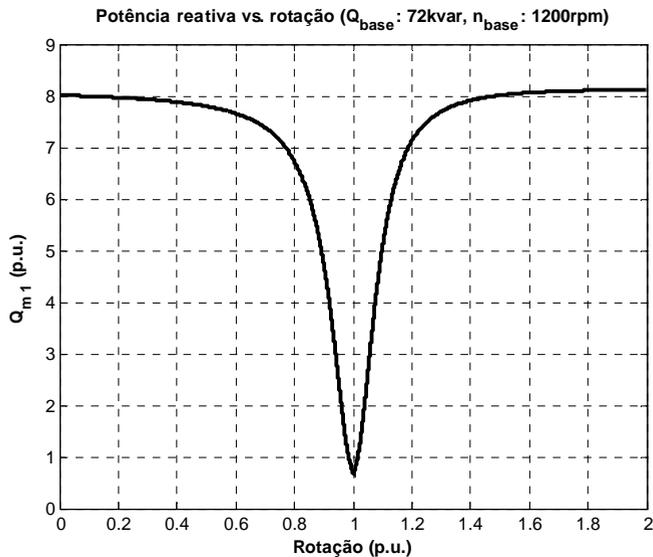


Figura 5.3.1.2 – Potência reativa no estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito

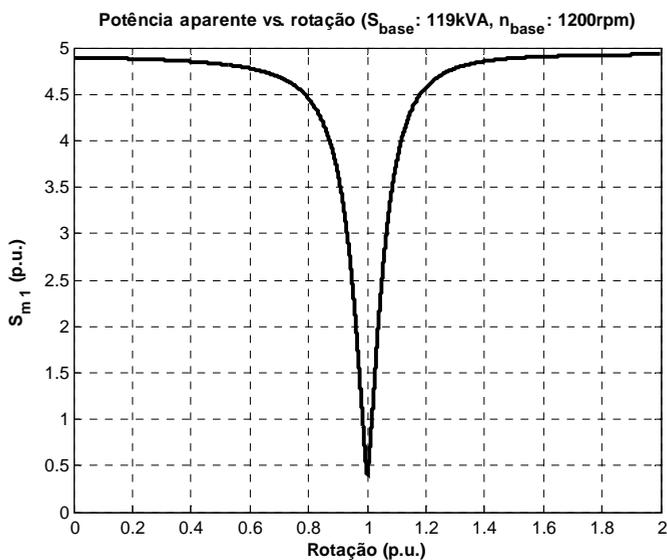


Figura 5.3.1.3 – Potência aparente no estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito

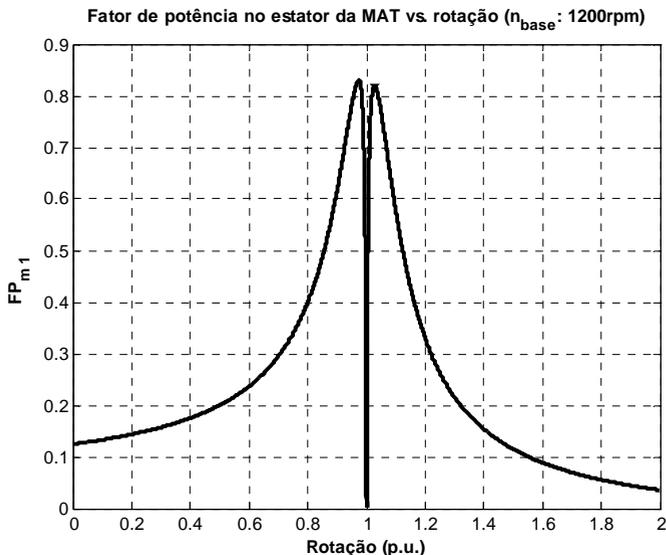


Figura 5.3.1.4 – Fator de potência no estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito

A Figura 5.3.1.5 apresenta as curvas dos torques eletromagnético e no eixo. De 0 a 1 p.u. a máquina opera como motor e, portanto, o torque é positivo. De 1 a 2 p.u. a máquina trabalha como gerador, sendo o torque negativo, isto é, imposto por uma máquina primária.

Por meio da Figura 5.3.1.5, observa-se que, apesar da presença do transformador rotativo, o equipamento apresenta as curvas de torque idênticas a uma máquina assíncrona trifásica convencional.

A Figura 5.3.1.6 mostra as curvas das correntes referidas ao estator da máquina assíncrona. Quando a máquina está a 0 ou 2 p.u., as correntes dos enrolamentos apresentam corrente de partida próxima a 5 p.u., enquanto as correntes de excitação da máquina assíncrona e do transformador estão próximas a 0,25 p.u..

Próximo da rotação nominal observa-se forte redução das correntes dos enrolamentos e o pequeno acréscimo das correntes de excitação.

A manutenção do comportamento típico das correntes das máquinas assíncronas trifásicas confirma o baixo grau de interferência do transformador rotativo sobre o comportamento qualitativo do equipamento em estudo.

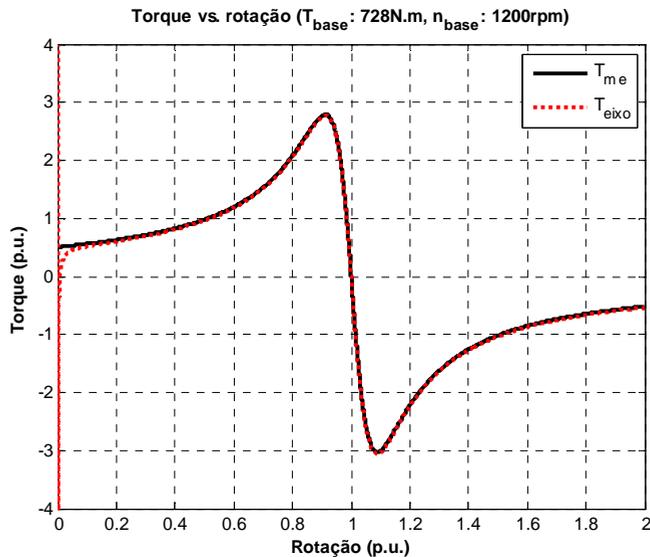


Figura 5.3.1.5 – Torque eletromagnético e no eixo da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito

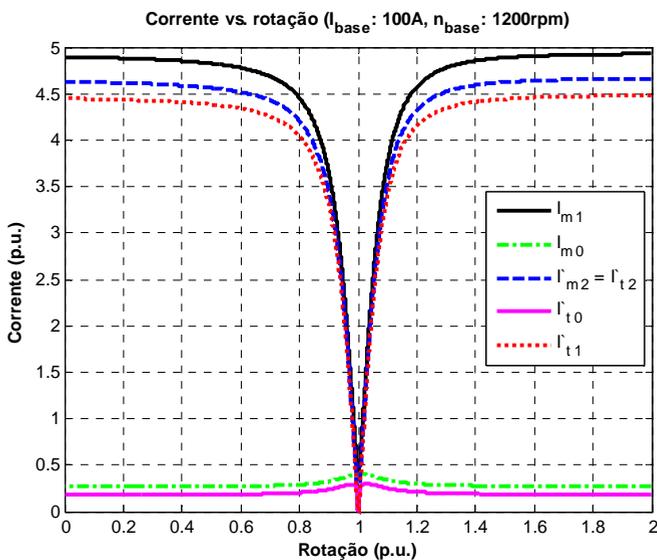


Figura 5.3.1.6 – Correntes referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito

A Figura 5.3.1.7 apresenta as correntes reais (não-referidas) nos enrolamentos e no ferro. O aumento dos valores das correntes do rotor da máquina assíncrona e do transformador rotativo em relação aos gráficos apresentados na Figura 5.3.1.6 deve-se às relações de transformação entre os enrolamentos.

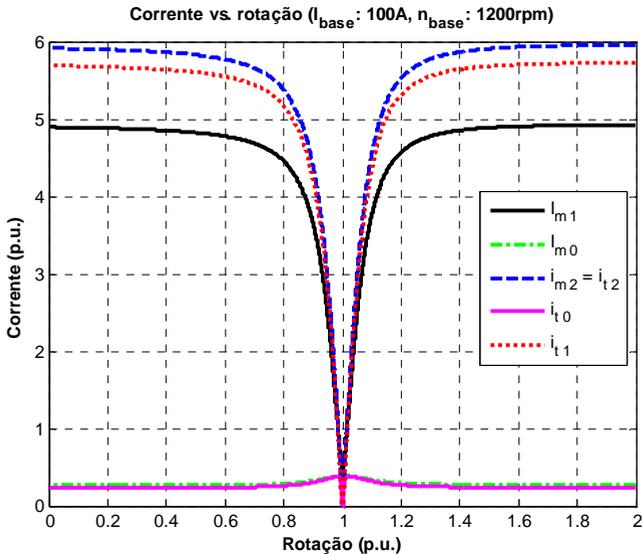


Figura 5.3.1.7 – Correntes reais para o estator do transformador em curto-circuito

As Figuras 5.3.1.8 e 5.3.1.9 apresentam as principais tensões de fase do circuito. Na Figura 5.3.1.8 elas estão referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica e expressas em termos da frequência  $f_{m1}$ .

Já a Figura 5.3.1.9 mostra as tensões de fase reais (não-referidas) nos principais pontos do circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo. O comportamento em V de alguns gráficos deve-se à variação do módulo das tensões do rotor da máquina assíncrona e do transformador em função do escorregamento.

Os gráficos das Figuras 5.3.1.8 e 5.3.1.9 exibem os valores de fase em função da coerência com o circuito equivalente monofásico adotado neste estudo (Figura 5.1.3.5). No entanto, em caso de interesse pelos valores de tensão de linha, estes são facilmente obtidos a partir da simples substituição da tensão base de 398 V (fase) por 690 V (linha).

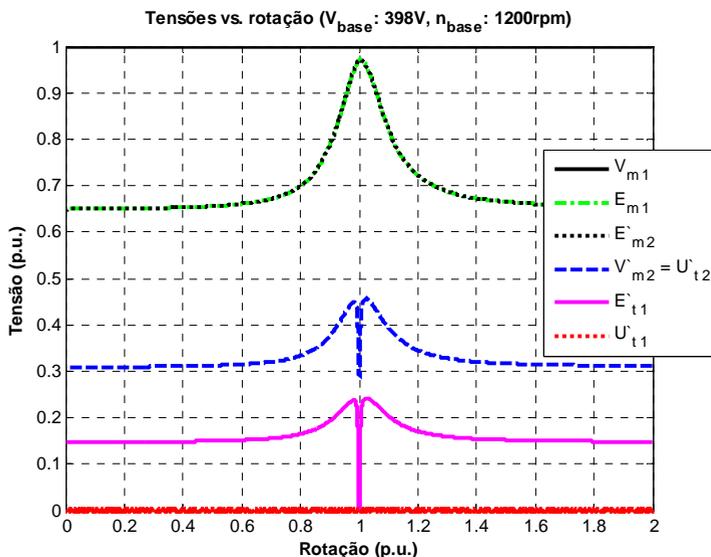


Figura 5.3.1.8 – Tensões referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador em curto-circuito

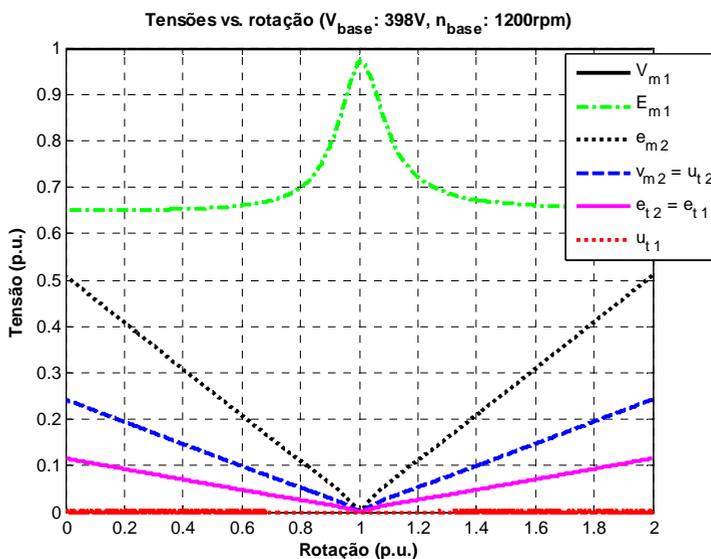


Figura 5.3.1.9 – Tensões reais na máquina assíncrona e no transformador rotativo para o estator do transformador em curto-circuito

A Figura 5.3.1.10 mostra a potência aparente transmitida da máquina assíncrona trifásica ao transformador.

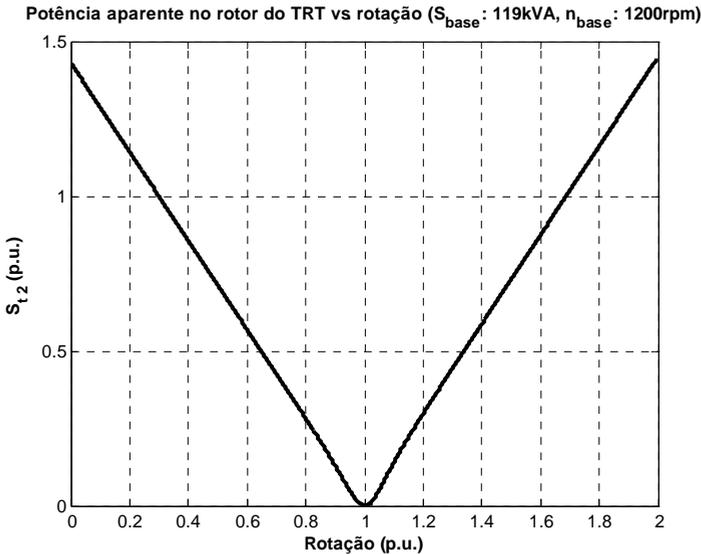


Figura 5.3.1.10 – Potência aparente transmitida do rotor da máquina assíncrona ao transformador na frequência  $f_e$

A Figura 5.3.1.11 apresenta a potência ativa entregue ao transformador, a qual corresponde às perdas dissipadas em seus enrolamentos e no processo de magnetização do núcleo.

A Figura 5.3.1.12 apresenta o fluxo no núcleo do transformador rotativo em função da rotação. O aumento do fluxo próximo à rotação síncrona explica-se pela redução das correntes nos enrolamentos, a menor queda de tensão ao longo do circuito e, por consequência, a elevação da tensão de magnetização aplicada ao núcleo.

A Figura 5.3.1.8 é complementar à Figura 5.3.1.12 e ajuda na compreensão do comportamento do fluxo magnético no transformador em função da rotação. A relação entre a tensão de magnetização e o fluxo magnético é claramente compreendida a partir da expressão 3.5.1.9.

Na Figura 5.3.1.12, a vertiginosa redução no fluxo magnético na rotação síncrona deve-se a aplicação de tensão de magnetização ( $e_{1l}$ ) nula em frequência zero sobre o núcleo do transformador.

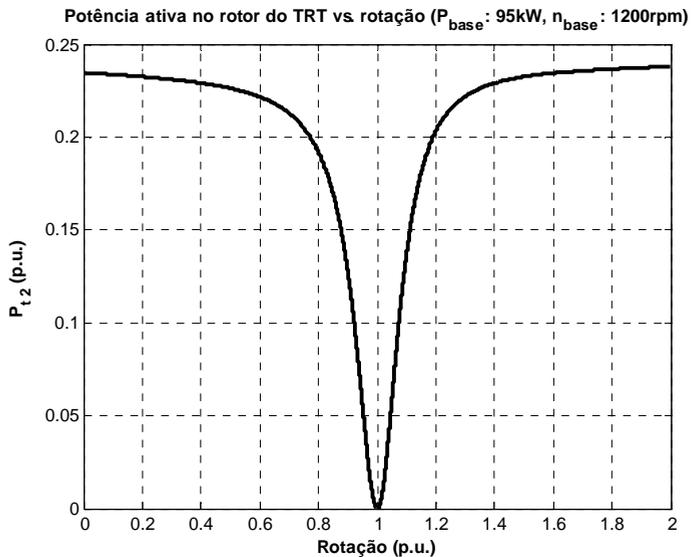


Figura 5.3.1.11 – Potência ativa real transmitida do rotor da máquina assíncrona ao transformador na frequência  $f_{te}$

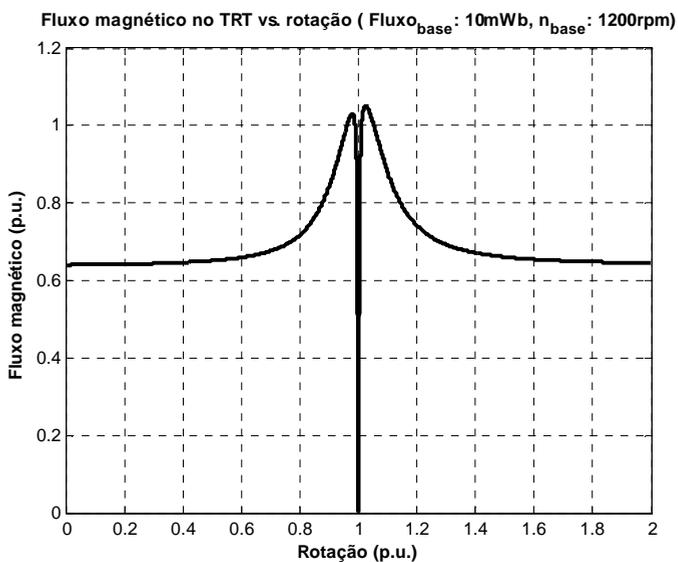


Figura 5.3.1.12 – Fluxo magnético no transformador rotativo trifásico

A Figura 5.3.1.13 mostra as perdas nos enrolamentos da máquina e do transformador em toda a faixa de rotação. Naturalmente, as perdas dos enrolamentos têm comportamento similar ao apresentado pelas correntes nas Figuras 5.3.1.6 e 5.3.1.7.

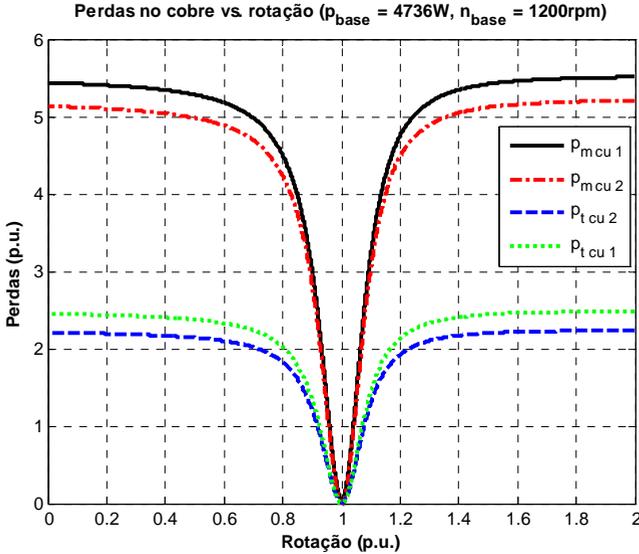


Figura 5.3.1.13 – Perdas no cobre da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo trifásico

A Figura 5.3.1.14 apresenta as perdas nos núcleos de ferro. Devido à ocorrência de frequência variável no rotor da máquina assíncrona e no transformador, notam-se diferenças no comportamento de suas perdas no ferro em relação ao estator da máquina assíncrona.

As Figuras 5.3.1.15, 5.3.1.16 e 5.3.1.17 referem-se, respectivamente, às perdas rotacionais, suplementares e totais da máquina assíncrona e do transformador. As perdas suplementares são de 0,5% da potência absorvida, conforme a norma IEC 60034-2: 1996.

As perdas rotacionais  $p_{rot}$  obedecem à seguinte equação:

$$p_{rot} = p_{rotv} \cdot \left( \frac{n_{mec}}{n_{sin}} \right)^2 \quad (5.3.1.1)$$

Onde:

$p_{rotv} = 800W$ , conforme medições apresentadas no anexo C.7.

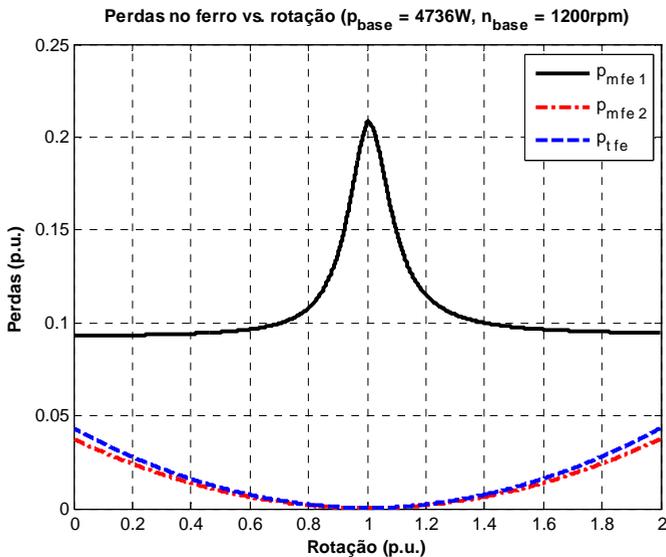


Figura 5.3.1.14 – Perdas no ferro da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo trifásico

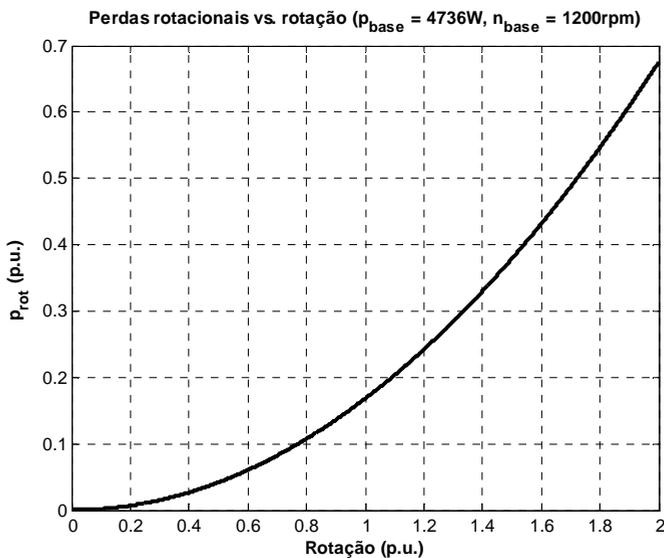


Figura 5.3.1.15 – Perdas rotacionais do equipamento

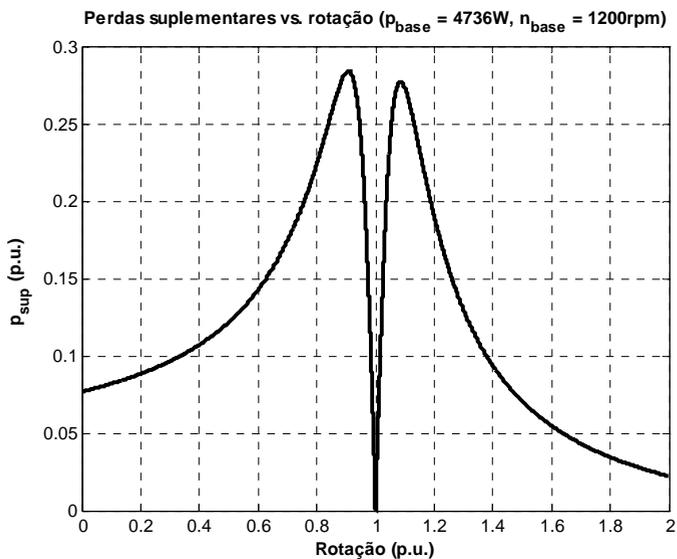


Figura 5.3.1.16 – Perdas suplementares de 0,5% da potência absorvida

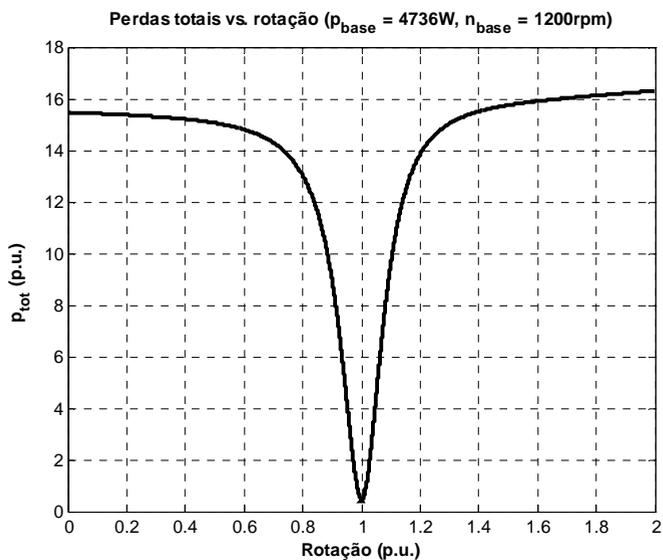


Figura 5.3.1.17 – Perdas totais para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico

### 5.3.2 Estator do transformador conectado a resistências externas

Na simulação em regime permanente da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo com estator conectado a resistências externas, adota-se a configuração apresentada na Tabela 5.3.2.1.

Tabela 5.3.2.1 – Tela de seleção para simulação em regime permanente da máquina assíncrona associada ao transformador e resistências externas

```

-----
----- SIMULAÇÃO DE MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA -----
-----
Modelo:                (1) Estático  (2) Dinâmico      -> 1
-----
----- MODELO ESTÁTICO -----
-----
Configuração:         (1) MAT
                    (2) MAT + TRT                        -> 2
-----
Critério de carga:    (1) Potência  (2) Torque        -> 2
-----
Pontos de carga:     (1) 0 a 125%  (2) 0 a 175%     -> 1
-----
Cir. equivalente:    (1) Cálculo  (2) Ensaio       -> 2
-----
----- Dados da máquina -----
-----
Pn(kW)                Vlm1(V)                2.pm1                fml(Hz)
    90                  690                    6                    60
-----
----- Circuito equivalente (ohms)-----
-----
Rm1                    Rmfe                    Rm2`                 Rt2`                 Rtfe`                 Rt1`
0.036                  324.8                  0.038                0.017                50.7                 0.019
-----
Xm1                    Xmm                     Xm2`                 Xt2`                 Xtm`                 Xt1`
0.284                  9.690                  0.291                0.139                3.240                0.131
-----
Reostato:             (1) Sim                (2) Não              -> 1
-----
----- INFORMAÇÕES DO REOSTATO -----
-----
Núm. de estágios:    (1)                    (2)                    (3)                    (4)                    (5) -> 2
-----
Resistência:          (1) Em ohms            (2) Múltipla de Rm2-> 1
-----
Reostato(1):          ___ ohms                -> 0.14
Reostato(2):          ___ ohms                -> 0.25
-----

```

Os resultados apresentam o comportamento da máquina assíncrona trifásica diante da inserção de resistências externas de 0,14 W e 0,25 W, o que corresponde aos valores medidos no banco resistivo utilizado na execução dos ensaios (Anexo B.4).

Referidas ao estator da máquina assíncrona as resistências de 0,14 W e 0,25 W equivalem numericamente a  $6.R'_{m2}$  e  $11.R'_{m2}$ .

A Figura 5.3.2.1 apresenta a potência ativa no estator da máquina diante da inserção de resistências no estator do transformador.

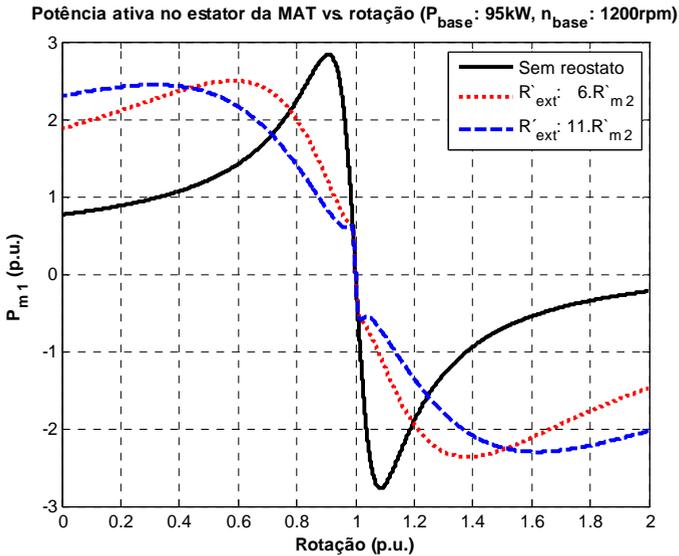


Figura 5.3.2.1 – Potência ativa no estator da máquina assíncrona trifásica diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador

A Figura 5.3.2.2 apresenta o comportamento da potência aparente no estator da máquina assíncrona trifásica em função da rotação.

A Figura 5.3.2.3 apresenta o torque eletromagnético desenvolvido de 0 a 2 p.u. de velocidade. Observa-se que o aumento da resistência externa melhora o torque de partida da máquina, o que constitui uma característica interessante no acionamento de cargas “pesadas”.

A presença do transformador é, no entanto, responsável por introduzir anomalias como a queda do torque máximo em função do aumento da resistência externa e o grampeamento da curva de torque e próximo à velocidade síncrona. Estes fenômenos devem-se ao baixo valor da reatância de magnetização deste protótipo de transformador. O aumento da reatância de magnetização tende a minimizar estes efeitos.

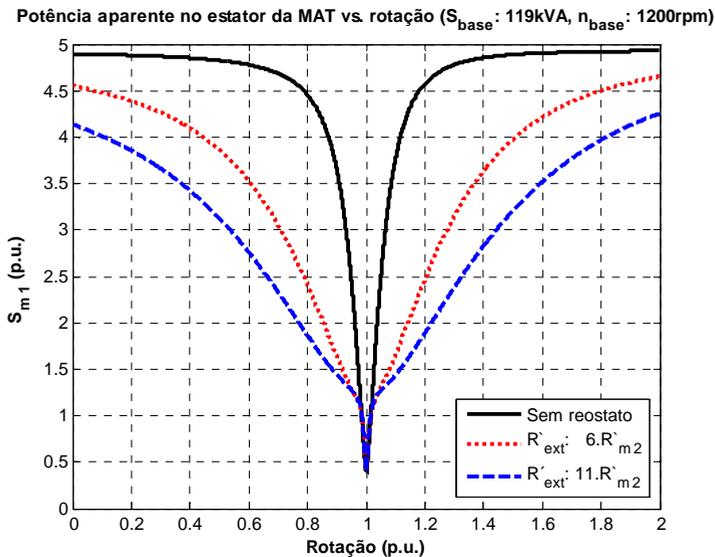


Figura 5.3.2.2 – Potência aparente no estator da máquina assíncrona trifásica diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador

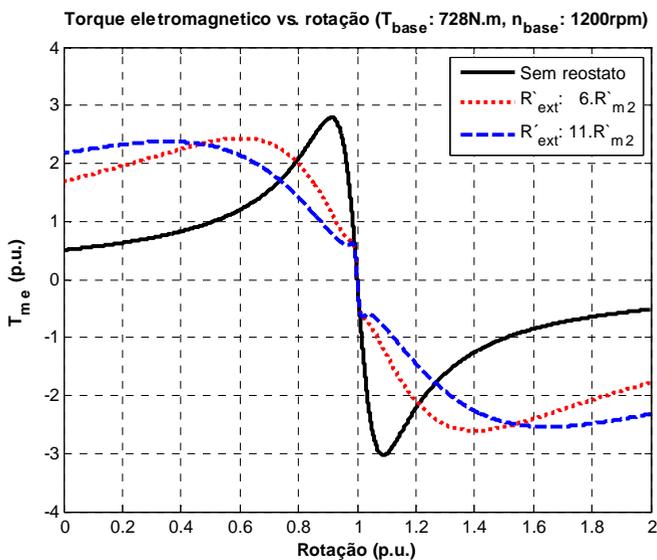


Figura 5.3.2.3 – Torque eletromagnético no entreferro da máquina assíncrona diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador

As Figuras 5.3.2.4 e 5.3.2.5 apresentam o comportamento das correntes da máquina assíncrona e do transformador rotativo em função da inserção das resistências externas  $6.R'_{m2}$  e  $11.R'_{m2}$ , respectivamente.

A inserção de resistências externas impacta na redução das correntes dos enrolamentos  $I_{m1}$ ,  $I'_{m2}$ ,  $I'_{i2}$  e  $I'_{t1}$  nas Figuras 5.3.2.4 e 5.3.2.5 em comparação à Figura 5.3.1.6, na qual o estator do transformador encontrava-se em curto-circuito.

A Figura 5.3.2.6 apresenta o comportamento da corrente do estator da máquina assíncrona  $I_{m1}$  diante do estator do transformador rotativo em curto-circuito e conectado às resistências externas de  $6.R'_{m2}$  e  $11.R'_{m2}$ . Nesta figura é clara a influência do aumento da resistência externa na redução da corrente do estator, o que se traduz em menores quedas de tensão na rede de alimentação durante a partida da máquina assíncrona.

Se por um lado o aumento da resistência externa conectada ao estator do transformador implica na redução das correntes de enrolamento, por outro impacta no aumento das correntes de excitação, conforme se pode observar na comparação das Figuras 5.3.2.4 e 5.3.2.5 com a Figura 5.3.1.6.

As Figuras 5.3.2.7 e 5.3.2.8 mostram a influência do aumento da resistência externa sobre as correntes de excitação da máquina assíncrona e do transformador. A partir da Figura 5.3.2.8, nota-se a grande sensibilidade da corrente de excitação do transformador em relação ao aumento da resistência externa.

O aumento do fluxo magnético no núcleo do transformador na Figura 5.3.2.9 explica tal aumento da corrente de magnetização detectado na Figura 5.3.2.8.

A relação entre o fluxo e a corrente de magnetização pode ser evidenciada por meio da expressão 3.5.1.1.5.

A Figura 5.3.2.10 apresenta o comportamento da tensão de magnetização do transformador em função da alteração da resistência externa conectada ao seu estator. O acréscimo do fluxo magnético observado na Figura 5.3.2.9 está, em última instância, relacionado ao aumento da tensão aplicada ao circuito magnético do transformador à medida que se elevam as resistências conectadas ao seu estator.

A expressão 3.5.1.9 estabelece a relação entre o fluxo magnético e a tensão de magnetização do transformador e explica os fenômenos associados aos resultados mostrados nas Figuras 5.3.2.9 e 5.3.2.10.

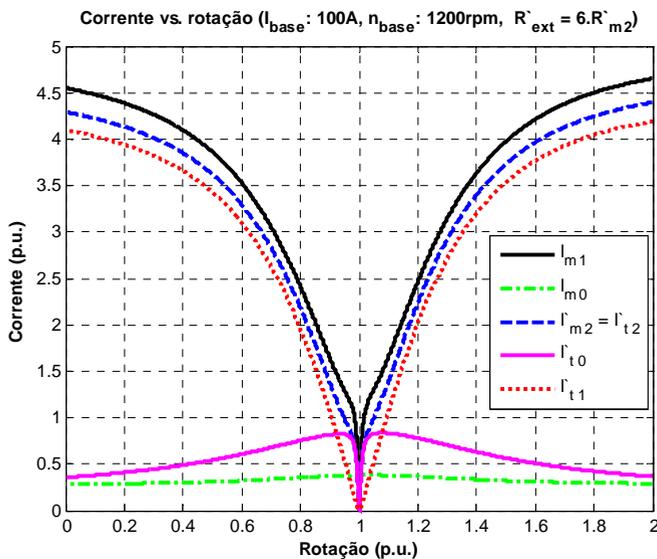


Figura 5.3.2.4 – Correntes referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador conectado à resistência  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$

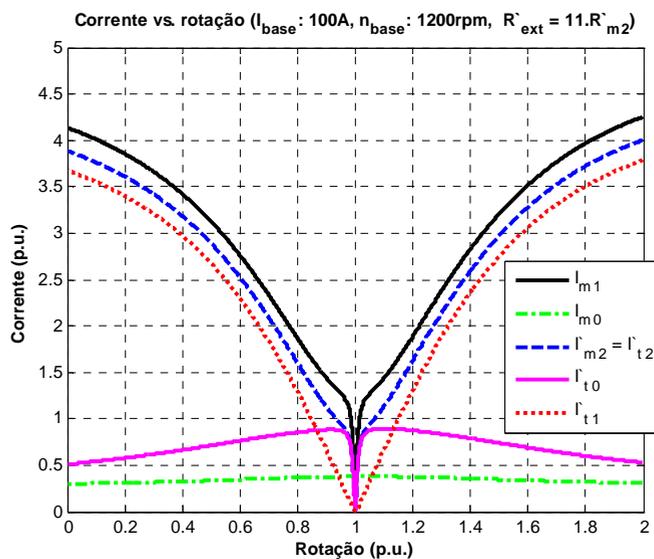


Figura 5.3.2.5 – Correntes referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador conectado à resistência  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$

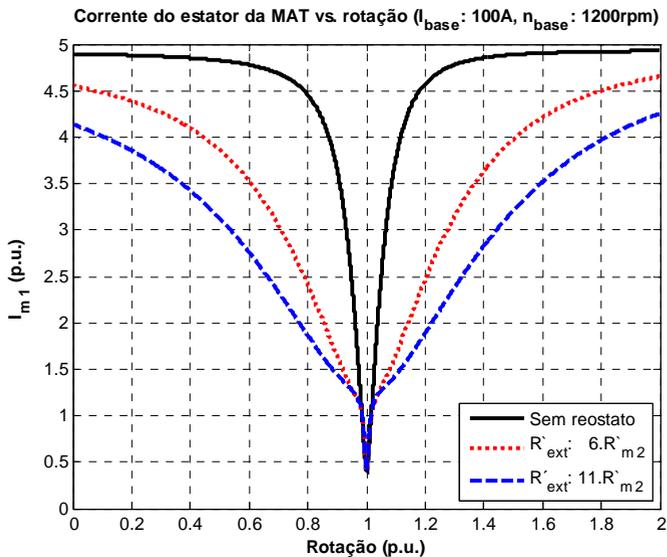


Figura 5.3.2.6 – Corrente no estator da máquina assíncrona trifásica diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador

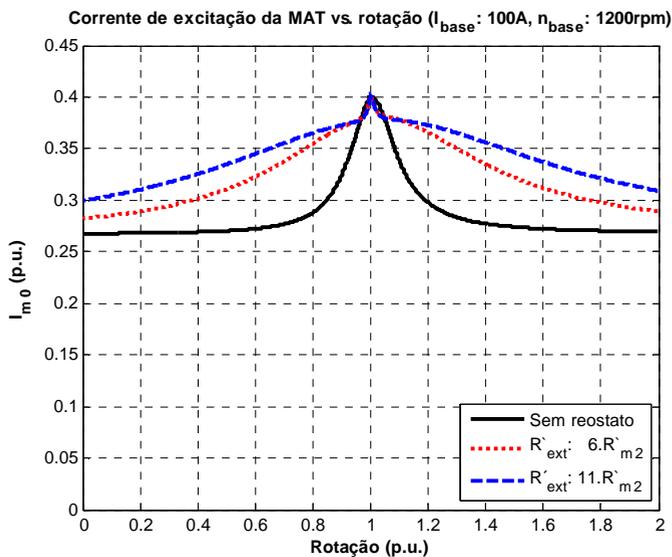


Figura 5.3.2.7 – Corrente de excitação da máquina assíncrona trifásica diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador

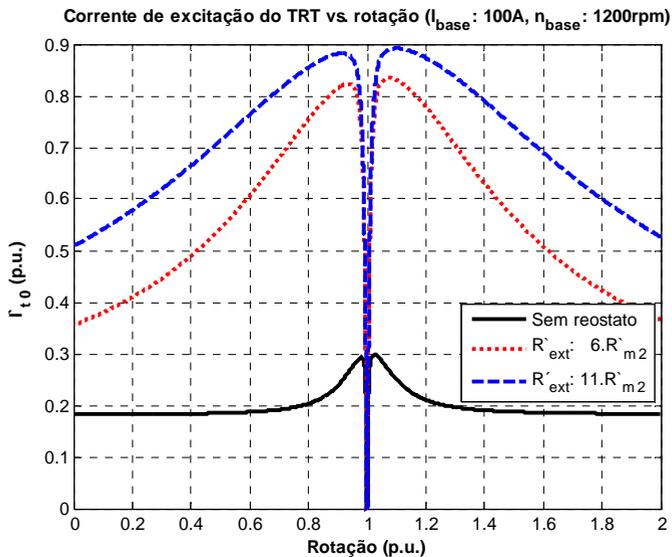


Figura 5.3.2.8 – Corrente de excitação do transformador rotativo trifásico diante da variação da resistência externa conectada ao seu estator

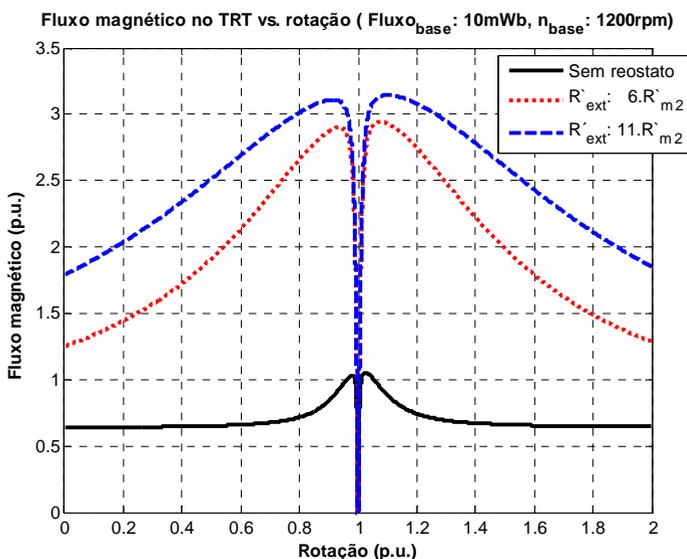


Figura 5.3.2.9 – Fluxo magnético no transformador rotativo trifásico diante da variação da resistência externa conectada ao seu estator

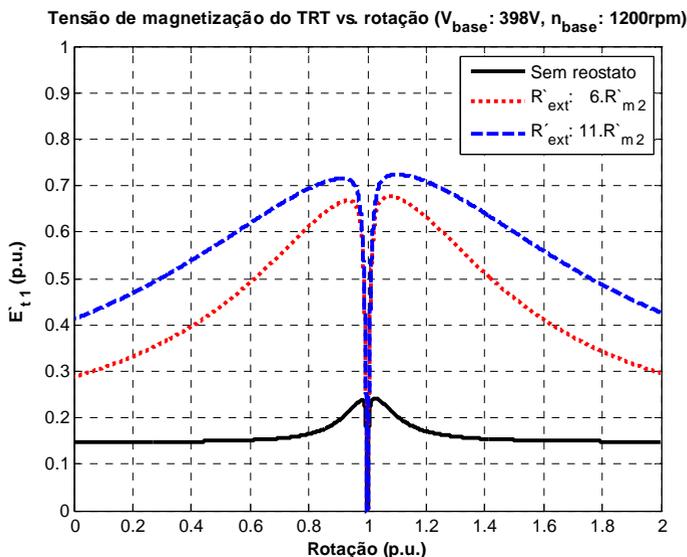


Figura 5.3.2.10 – Tensão de magnetização do transformador referida ao estator da máquina assíncrona diante da variação da resistência ao transformador

As Figuras 5.3.2.11 e 5.3.2.12 apresentam as tensões no circuito para as situações em que se tem a conexão das resistências externas  $6.R'_{m2}$  e  $11.R'_{m2}$ .

Comparando-se as Figuras 5.3.1.8, 5.3.2.11 e 5.3.2.12 observa-se o aumento das tensões  $E_{m1}$ ,  $E'_{m2}$ ,  $V'_{m2}$ ,  $U'_{t2}$ ,  $E'_{t1}$  e  $U'_{t1}$  referidas ao estator da máquina assíncrona. A partir dos gráficos percebe-se que a elevação da resistência externa tende a levar todas as tensões a níveis próximos a 1 p.u. Dessa forma, o projeto do transformador rotativo deve idealmente ser capaz de suportar a tensão nominal imposta pelo rotor da máquina assíncrona trifásica sem apresentar saturação em seu núcleo.

As Figuras 5.3.2.13 e 5.3.2.14 apresentam as tensões reais observadas no circuito da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo. As tensões  $e_{m2}$ ,  $v_{m2}$ ,  $u_{t2}$ ,  $e_{t1}$  e  $u_{t1}$  apresentam amplitude e frequência variáveis com a rotação.

Nas Figuras 5.3.2.15 a 5.3.2.17 observa-se a influência do aumento da resistência externa sobre as tensões  $e_{m2}$ ,  $e_{t1}$  e  $u_{t1}$ . Nota-se que  $e_{t1}$  e  $u_{t1}$  são mais sensíveis à alteração da resistência externa em comparação a  $e_{m2}$ .

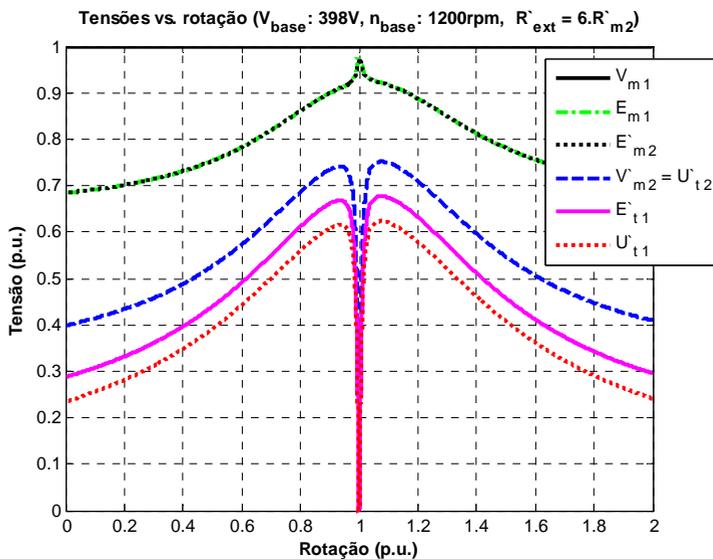


Figura 5.3.2.11 – Tensões referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador conectado à resistência  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$

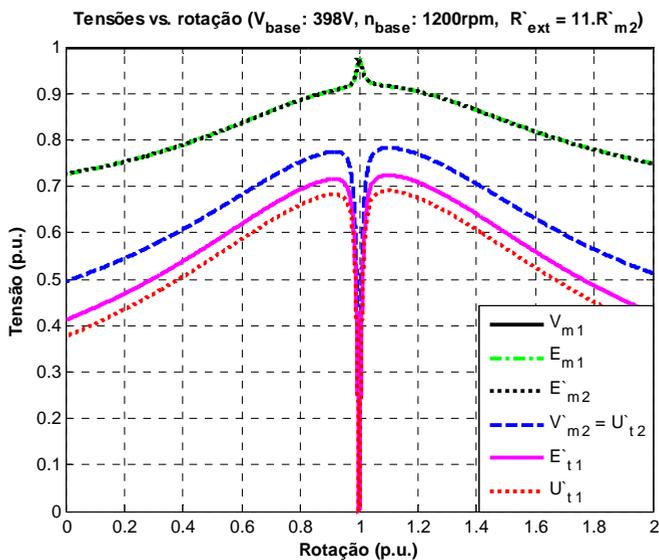


Figura 5.3.2.12 – Tensões referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica para o estator do transformador conectado a  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$

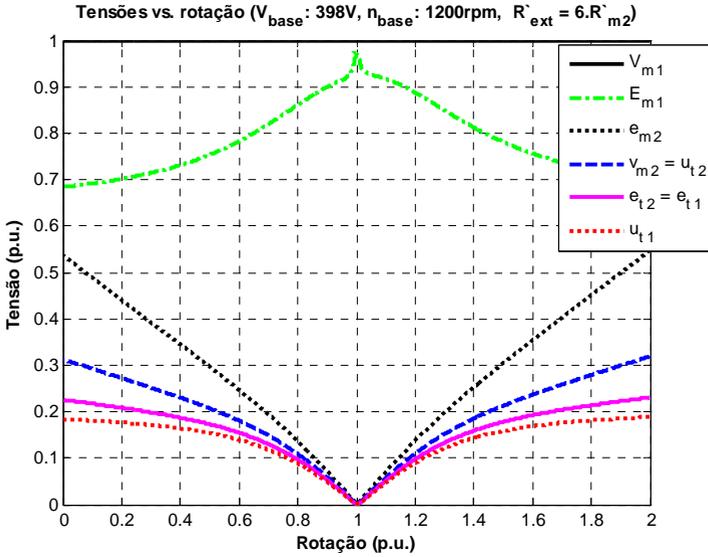


Figura 5.3.2.13 – Tensões reais para o estator do transformador conectado à resistência  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$

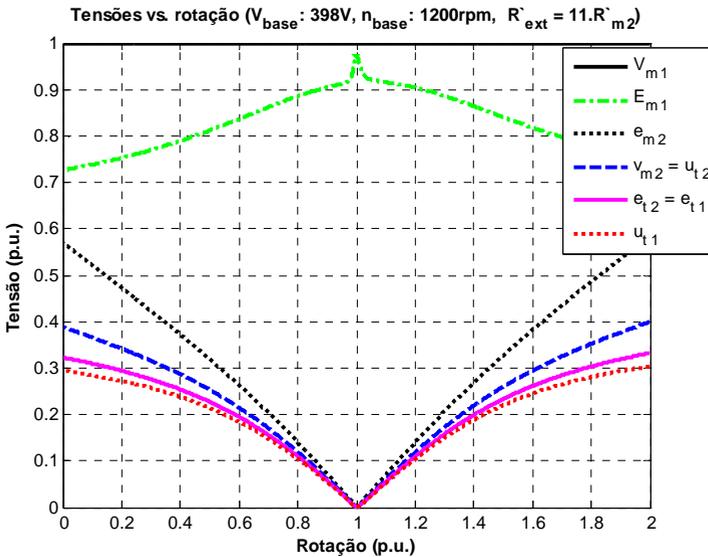


Figura 5.3.2.14 – Tensões reais para o estator do transformador conectado à resistência  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$

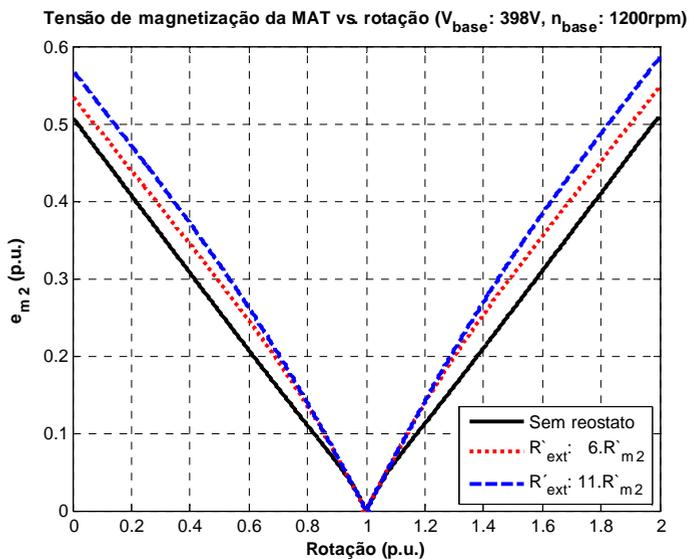


Figura 5.3.2.15 – Tensão de magnetização do rotor da máquina assíncrona diante da variação da resistência externa conectada ao estator do transformador

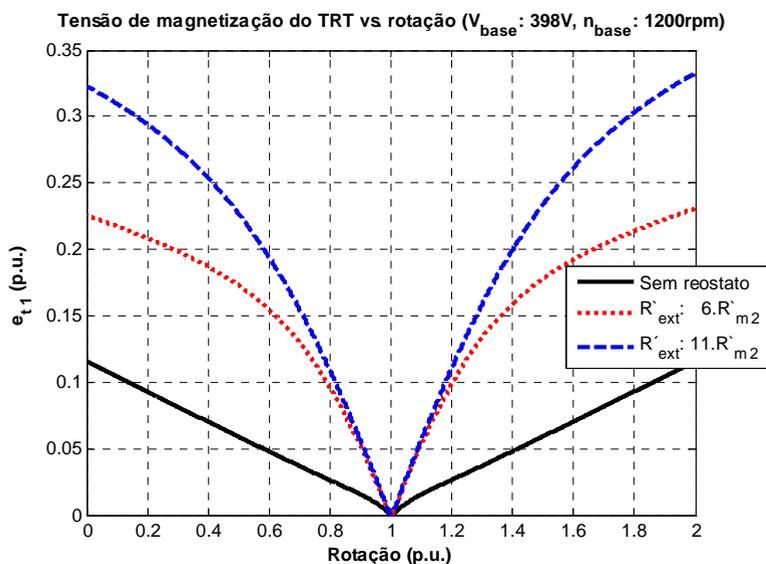


Figura 5.3.2.16 – Tensão de magnetização do transformador rotativo trifásico diante da variação da resistência externa conectada ao seu estator

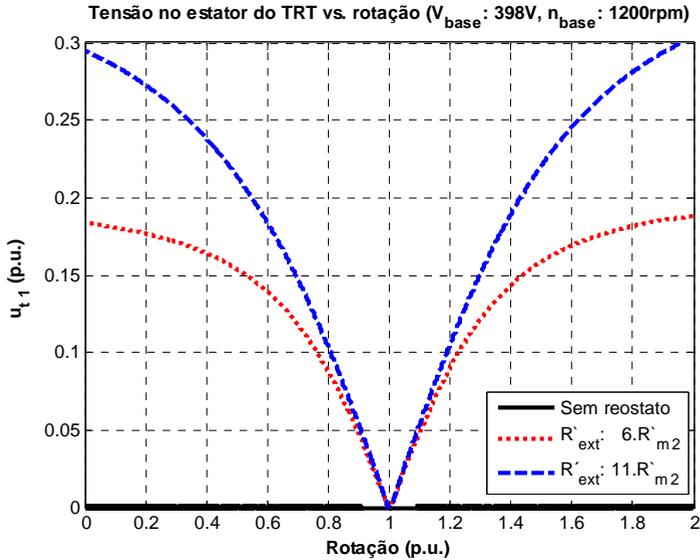


Figura 5.3.2.17 – Tensão nos terminais do estator do transformador rotativo diante da variação da resistência externa a ele conectada

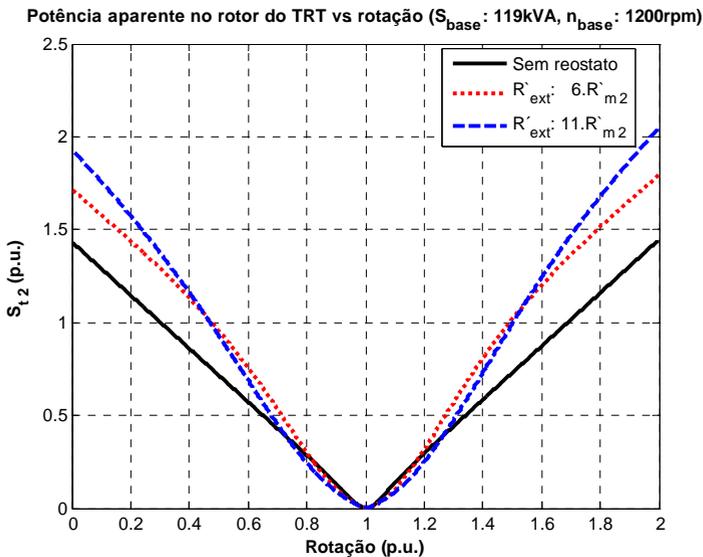


Figura 5.3.2.18 – Potência aparente nos terminais do rotor do transformador diante da variação da resistência externa conectada ao seu estator

A influência do escorregamento sobre a tensão nos circuitos elétricos girantes e no estator do transformador rotativo traduz-se na proporcionalidade entre a velocidade e a potência transmitida do rotor da máquina assíncrona ao rotor do transformador, conforme se pode observar na Figura 5.3.2.18.

A elevação da resistência externa impacta no aumento da potência aparente transmitida entre a máquina assíncrona e o transformador rotativo, sobretudo nas rotações próximas a 0 e a 2 p.u.

### 5.3.2.1 Estator do transformador conectado à resistência externa variável

A presença de resistências externas conectadas ao estator do transformador rotativo impacta em forte influência na potência ativa, torque eletromagnético, correntes e fluxo magnético no transformador, conforme se observa nas Figuras 5.3.2.1.1 a 5.3.2.1.4.

O acesso ao circuito elétrico do rotor da máquina assíncrona através do transformador rotativo permite a elevação da potência ativa e do torque eletromagnético em ampla faixa de rotação por meio do chaveamento da resistência externa, conforme se vê nas Figuras 5.3.2.1.1 e 5.3.2.1.2.

Na velocidade de 0 a 0,6 e de 1,4 a 2 p.u. a resistência externa é  $11.R'_{m2}$ ; de 0,6 a 0,8 e de 1,2 a 1,4 p.u. o valor é  $6.R'_{m2}$ ; e de 0,8 a 1,2 p.u., o estator do transformador encontra-se em curto-circuito.

De acordo com a Figura 5.3.2.1.3, o uso de resistências variáveis no estator do transformador permite reduzir as correntes de enrolamento.

Por meio da Figura 5.3.2.1.4, observa-se que a alteração de resistência traduz-se em considerável variação no fluxo magnético no núcleo do transformador. O forte aumento do fluxo magnético quando da elevação do valor da resistência externa implica no dimensionamento de um núcleo magnético apto a tal situação operativa.

Em condições ideais de projeto, o núcleo do transformador deve ser dimensionado para suportar a aplicação da tensão nominal do rotor da máquina assíncrona sem que haja saturação.

O aumento da reatância de magnetização do transformador também proporciona o benefício de minimizar a queda do valor de torque máximo da máquina assíncrona em função do aumento da resistência externa.

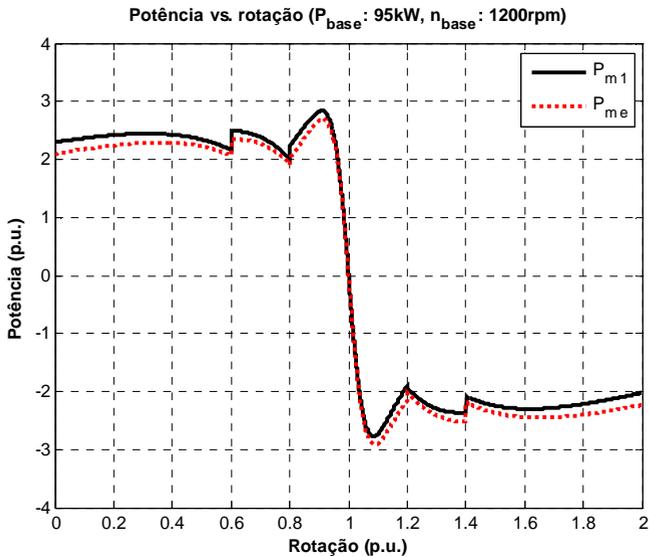


Figura 5.3.2.1.1 – Potência ativa no estator da máquina assíncrona diante do chaveamento da resistência externa conectada ao estator do transformador

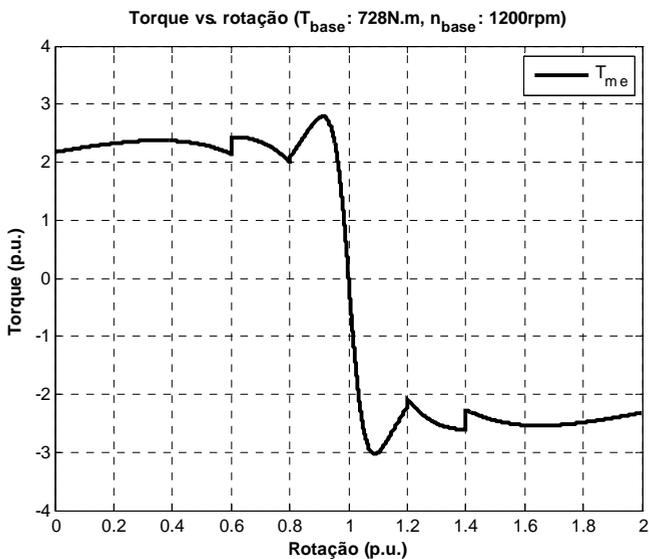


Figura 5.3.2.1.2 – Torque eletromagnético diante do chaveamento da resistência externa conectada ao estator do transformador

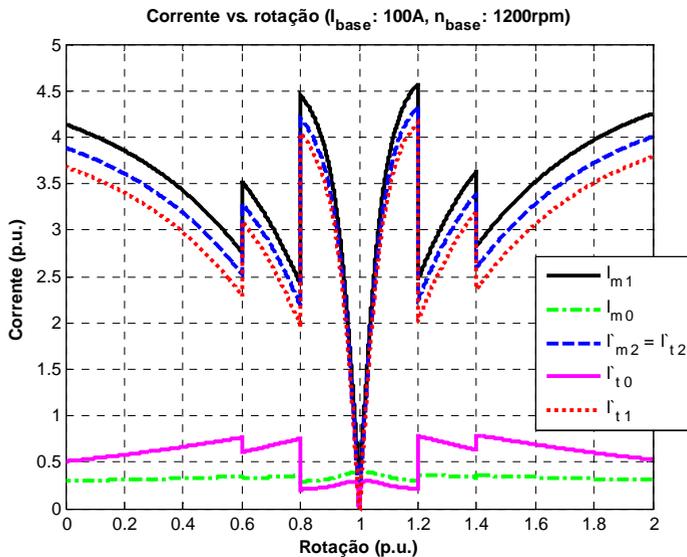


Figura 5.3.2.1.3 – Correntes diante do chaveamento da resistência externa conectada ao estator do transformador

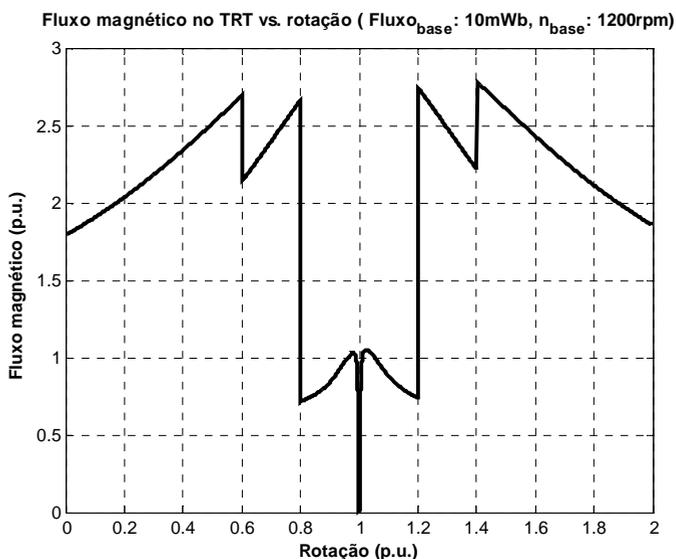


Figura 5.3.2.1.4 – Fluxo no transformador diante do chaveamento da resistência externa conectada ao estator do transformador

## 5.4 A COMPARAÇÃO ENTRE AS SIMULAÇÕES E ENSAIOS

A construção de um protótipo traz consigo o benefício da possibilidade de comparação entre os valores medidos e os simulados.

Por meio do uso de transdutores adequados, mede-se a corrente e o torque em função da velocidade desenvolvido pela máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo, conforme se pode observar detalhadamente no Anexo B.

### 5.4.1 Estator do transformador em curto-circuito

As Figuras 5.4.1.1 e 5.4.1.2 apresentam sob um mesmo gráfico as curvas obtidas para a corrente e o torque desenvolvido pela máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo por meio de ensaio e de simulação.

A partir da comparação estabelecida pelos gráficos das Figuras 5.4.1.1 e 5.4.1.2, observa-se grande proximidade entre as simulações e as medições realizadas no protótipo com o estator do transformador em curto-circuito.

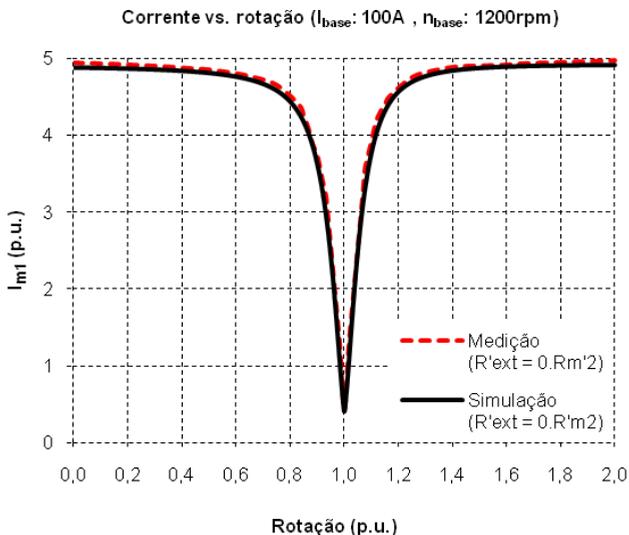


Figura 5.4.1.1 – Corrente no estator da MAT vs. rotação diante do estator do transformador em curto-circuito

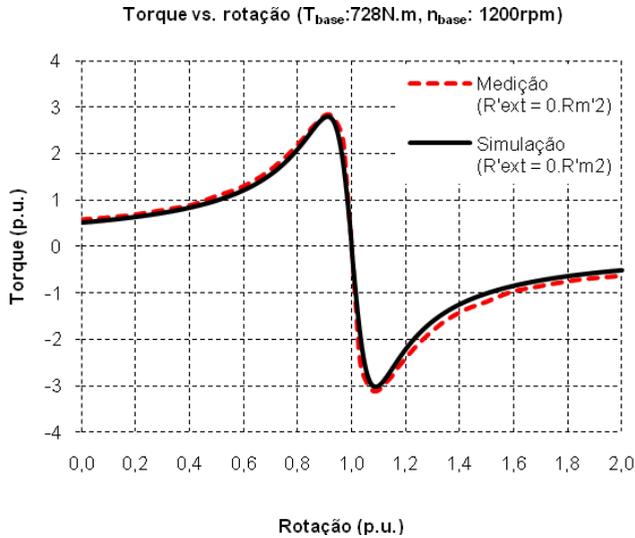


Figura 5.4.1.2 – Torque vs. rotação diante do estator do transformador em curto-circuito

As Tabelas 5.4.1.1 e 5.4.1.2 apresentam os resultados de simulação e de ensaio para diferentes condições de carga em regime motor. As tabelas 5.4.1.3 e 5.4.1.4 apresentam os resultados para a operação em regime gerador.

As correntes, rendimento, fator de potência, rotação e frequência elétrica obtida nas simulações e nos ensaios em carga apresentam grande coerência, traduzindo em números a proximidade gráfica detectada nas Figuras 5.4.1.1 e 5.4.1.2.

As Tabelas 5.4.1.5 e 5.4.1.6 apresentam os valores de torque ( $T_p$ ) e corrente ( $I_p$ ) de partida e torque máximo ( $T_{máx}$ ) detectados na simulação e nos ensaios em regime motor. A corrente de partida e o torque máximo apresentam valores bastante próximos entre o cálculo e o ensaio. Para o torque de partida, nota-se uma diferença de 13% entre o valor obtido em cálculo (370 N.m) e em ensaio (420 N.m), o que, todavia, se encontra dentro de uma margem de erro perfeitamente aceitável.

As Tabelas 5.4.1.7 e 5.4.1.8 apresentam os valores de torque máximo detectados na simulação e nos ensaios em regime gerador. Observa-se que tanto o valor de torque quanto a velocidade na qual este se manifesta apresentam valores de simulação e de ensaio aproximados.

Tabela 5.4.1.1 – Resultados para a simulação em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito (regime motor)

```

*****
MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA COM TRANSFORMADOR ROTATIVO
* REGIME MOTOR *
*****
Peixo (kW)  Vlm1 (V)  2.pml  fme1 (Hz)  vlm2 (V)  ult1 (V)
   90.1      690.0      6       60         448.6     429.6
*****
Carga          25%      50%      75%      100%     125%
*****
Teixo (N.m)   184.9    364.0    547.4    728.2    910.5
Peixo (kW)    23.2     45.4     68.0     90.1     112.1
Pml (kW)      25.4     48.2     71.6     94.8     118.3
Im1 (A)       48.3     63.1     80.6     99.7     120.7
it1 (A)       12.7     39.6     68.3     96.1     124.4
Rend. (%)     91.2     94.3     95.0     95.0     94.7
FPml          0.44     0.64     0.74     0.80     0.82
Rot. (rpm)    1196     1191     1186     1181     1176
fte (Hz)      0.20     0.43     0.69     0.95     1.22
*****

```

Tabela 5.4.1.2 – Resultados de ensaios em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito (regime motor)

Resultados de ensaio					
MAT + TRT					
Regime Motor					
Frequência de alimentação: 60 Hz					
$R'_{ext}: 0.R'_{m2}$					
Carga	25%	50%	75%	100%	125%
$V_{lm1}$ (V)	690	690	690	<b>690</b>	690
$T_{eixo}$ (N.m)	182	364	546	<b>728</b>	910
$P_{eixo}$ (kW)	22,8	45,4	67,7	<b>90,0</b>	111,9
$P_{m1}$ (kW)	25,4	48,5	71,8	<b>95,1</b>	118,8
$I_{m1}$ (A)	48,7	63,2	80,4	<b>100,0</b>	120,7
$i_{t1}$ (A)	14,0	40,4	68,0	<b>99,6</b>	128,6
Rend. (%)	89,8	93,5	94,4	<b>94,6</b>	94,2
$FP_{m1}$	0,44	0,64	0,75	<b>0,80</b>	0,82
Rot. (rpm)	1196	1191	1185	<b>1181</b>	1175
$f_{te}$ (Hz)	0,21	0,44	0,75	<b>0,95</b>	1,26

Tabela 5.4.1.3 – Resultados para a simulação em regime permanente da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito (regime gerador)

```

*****
MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA COM TRANSFORMADOR ROTATIVO
* REGIME GERADOR *
*****
Peixo(kW)  Vlm1(V)  2.pml    fme1(Hz)  vlm2(V)  ult1(V)
   92.9      690.0     6         60         448.6    429.6
*****
Carga      25%       50%       75%       100%     125%
*****
Teixo (N.m)  183.6    364.6    547.9    728.8    910.2
Peixo (kW)   23.1     46.1     69.6     92.9     116.6
Pml (kW)     20.9     43.4     66.1     88.4     110.6
Im1 (A)      46.6     60.7     77.3     95.5     115.1
it1 (A)      10.7     36.6     64.6     91.5     118.3
Rend. (%)    90.5     94.1     95.0     95.1     94.9
FPml         0.38     0.60     0.72     0.77     0.80
Rot. (rpm)   1204     1208     1213     1218     1223
fte (Hz)     0.18     0.40     0.65     0.89     1.14
*****

```

Tabela 5.4.1.4 – Resultados de ensaio da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator em curto-circuito (regime gerador)

Resultados de ensaio					
MAT + TRT					
Regime Gerador					
Frequência de alimentação: 60 Hz					
$R'_{ext} \cdot 0.R'_{m2}$					
Carga	25%	50%	75%	100%	125%
$V_{lm1}$ (V)	690	690	690	<b>690</b>	690
$T_{eixo}$ (N.m)	182	364	546	<b>728</b>	910
$P_{eixo}$ (kW)	23,0	46,1	69,4	<b>92,8</b>	116,5
$P_{m1}$ (kW)	20,4	42,8	65,6	<b>88,0</b>	110,4
$I_{m1}$ (A)	46,1	60,0	77,2	<b>96,2</b>	116,0
$i_{t1}$ (A)	14,0	37,4	64,6	<b>94,9</b>	127,0
<b>Rend.</b> (%)	88,9	92,9	94,6	<b>94,8</b>	94,8
<b>FP</b> <sub>m1</sub>	0,37	0,60	0,71	<b>0,77</b>	0,80
<b>Rot.</b> (rpm)	1205	1209	1214	<b>1218</b>	1223
<b>f</b> <sub>te</sub> (Hz)	0,22	0,44	0,72	<b>0,92</b>	1,18

Tabela 5.4.1.5 – Resultados de simulação para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator em curto-circuito (regime motor)

```

*****
----- Torques de partida e máximo -----
-----
Tp(Nm) Tp/Tn(pu) Tmax(Nm) Tmax/Tn(pu) Tn(Nm) nmax(rpm)
370.5 0.51 2031.7 2.79 728.2 1093.8
*****
----- Correntes de partida e máxima -----
-----
Ip(A) Ip/In(pu) Imáx(A) Imáx/In(pu) In(A)
488.3 4.90 343.1 3.44 99.7
*****

```

Tabela 5.4.1.6 – Resultados de ensaio para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator em curto-circuito (regime motor)

$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$	$T_n$ (N.m)
420	0,58	2070	2,84	728
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$	$n_{máx}$ (rpm)	$I_n$ (A)	
495	4,95	1100	100	

Tabela 5.4.1.7 – Resultados de simulação para o torque e a corrente máximos na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator em curto-circuito (regime gerador)

```

*****
----- Torques de partida e máximo -----
-----
Tp(Nm) Tp/Tn(pu) Tmax(Nm) Tmax/Tn(pu) Tn(Nm) nmax(rpm)
- - 2202.7 3.02 728.8 1306.2
*****
----- Correntes de partida e máxima -----
-----
Ip(A) Ip/In(pu) Imáx(A) Imáx/In(pu) In(A)
- - 356.1 3.73 95.5
*****

```

Tabela 5.4.1.8 – Resultados de ensaio para o torque e a corrente máximos na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator em curto-circuito (regime gerador)

$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$	$T_n$ (N.m)
-	-	2277	3,13	728
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$	$n_{máx}$ (rpm)	$I_n$ (A)	
-	-	1300	100	

A proximidade entre as simulações e os ensaios atesta a validade do modelo adotado no estudo em regime permanente da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo.

As Tabelas 5.4.1.9 e 5.4.1.10 apresentam as correntes e tensões no circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo para as simulações e os ensaios na condição de rotor bloqueado.

Tabela 5.4.1.9 – Resultados para a simulação de correntes e tensões da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo na condição de rotor bloqueado

```

*****
MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA COM TRANSFORMADOR ROTATIVO
*****
----- Correntes e tensões para rotor bloqueado -----
----(enrolamento do estator do transformador aberto)----
-----
Im1 (A)   Im0 (A)   Im2` (A)   It2` (A)   Itm` (A)   Itl` (A)
135.3     37.1      98.2      98.2      98.2      -
-----
-         -         im2 (A)   it2 (A)   itm (A)   itl (A)
-         -         125.4     125.4     125.4     -
-----
Vm1 (V)   Em1 (V)   Vm2` (V)   Ut2` (V)   Et1` (V)   Ut1` (V)
398.4     359.7     331.0     331.0     317.3     317.3
-----
-         -         vm2 (V)   ut2 (V)   et1 (V)   ut1 (V)
-         -         259.0     259.0     248.0     248.0
*****
----- Correntes e tensões para rotor bloqueado -----
----(enrolamento do estator do transformador fechado)----
-----
Im1 (A)   Im0 (A)   Im2` (A)   It2` (A)   It0` (A)   Itl` (A)
488.3     26.7      461.7     461.7     18.2      443.6
-----
-         -         im2 (A)   it2 (A)   it0 (A)   itl (A)
-         -         590.1     590.1     23.2     567.5
-----
Vm1 (V)   Em1 (V)   Vm2` (V)   Ut2` (V)   Et1` (V)   Ut1` (V)
398.4     258.6     123.1     123.1     58.7     0.0
-----
-         -         vm2 (V)   ut2 (V)   et1 (V)   ut1 (V)
-         -         96.3     96.3     45.9     0.0
*****

```

Tabela 5.4.1.10 – Resultados de ensaio para as correntes e as tensões da máquina assíncrona associada ao transformador na condição de rotor bloqueado

Resultados de ensaio		
MAT + TRT		
Rotor bloqueado		
Frequência de alimentação: 60 Hz		
$R'_{ext} = 0.R'_{m2}$		
Estator do transformador	Aberto	Fechado
$V_{m1}$ (V)	690	690
$V_{m1}$ (V)	398,4	398,4
$I_{m1}$ (A)	223,0	495,0
$u_{t1}$ (V)	357,5	0,0
$u_{t1}$ (V)	206,4	0,0
$i_{t1}$ (A)	0,0	581,0
$P_{m1}$ (kW)	19,8	85,1
$FP_{m1}$	0,07	0,14

Para a situação em que se tem o estator do transformador aberto, observa-se maior absorção de corrente  $I_{m1}$  e menor tensão induzida  $u_{t1}$  no ensaio em relação ao valor obtido na simulação. As diferenças observadas devem-se à saturação do transformador quando exposto a esta condição real de alimentação.

Quando se tem o estator do transformador fechado, isto é, em curto-circuito, os valores de ensaio e simulação da corrente nos estatores da máquina assíncrona  $I_{m1}$  e do transformador rotativo  $i_{t1}$  são bastante próximos.

A baixa corrente e tensão de magnetização detectadas na condição em que se tem o enrolamento do estator do transformador fechado indicam a operação do transformador em condição não-saturada, explicando a proximidade dos valores de simulação e de ensaio detectados nesta condição.

## 5.4.2 Estator do transformador conectado a resistências externas

As Figuras 5.4.2.1 e 5.4.2.2 apresentam sob um mesmo gráfico as curvas obtidas por meio de ensaio e simulação para a corrente no estator da MAT e o torque diante da inserção da resistência externa  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ . As Figuras 5.4.2.3 e 5.4.2.4 mostram os resultados referentes à inserção da resistência externa  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ .

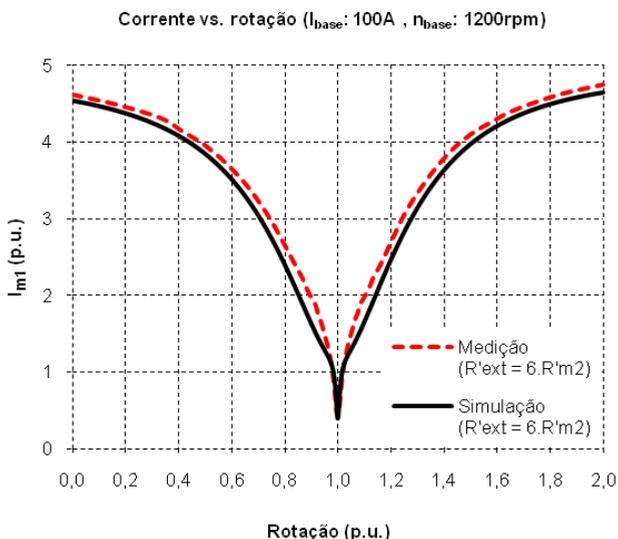


Figura 5.4.2.1 – Corrente no estator da MAT vs. rotação para o estator do transformador conectado à resistência  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$

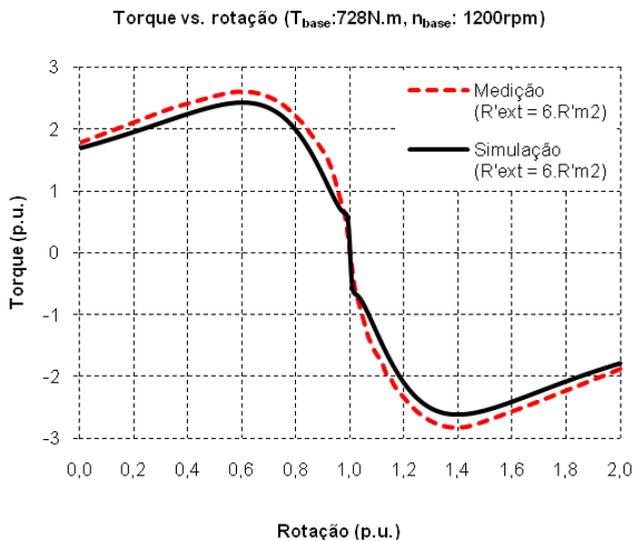


Figura 5.4.2.2 – Torque vs. rotação para o estator do transformador conectado à resistência  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$

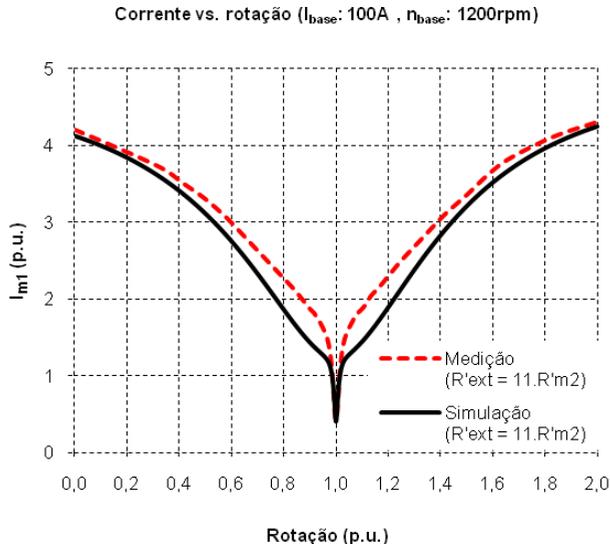


Figura 5.4.2.3 – Corrente no estator da MAT vs. rotação parao estator do transformador conectado à resistência  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$

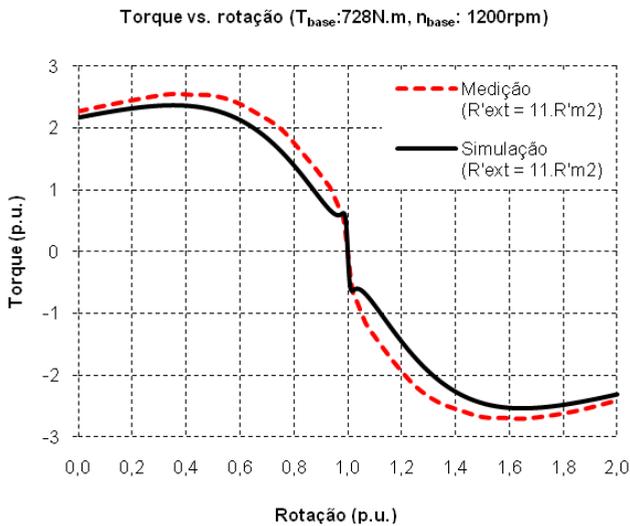


Figura 5.4.2.4 – Torque vs. rotação para o estator do transformador conectada à resistência  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$

Conforme as Figuras 5.4.2.1 a 5.4.2.4, a conexão da resistência externa nos ensaios realizados sob o protótipo determina um comportamento próximo àquele obtido por meio de simulação. Todavia, algumas diferenças são perceptíveis quanto maior a resistência externa conectada ao estator do transformador rotativo.

A diferença entre as curvas de corrente e torque entre os dados de ensaio e simulação especialmente nas Figuras 5.4.2.3 e 5.4.2.4 explica-se pela saturação do núcleo do protótipo diante da maior resistência externa associada ao transformador. Enquanto a simulação considera fixos os parâmetros de circuito equivalente o mesmo não ocorre nas medições, as quais refletem as possibilidades de saturação do núcleo magnético em função da alimentação aplicada ao equipamento.

Para o protótipo em questão, o projeto de um transformador rotativo apto à tensão nominal superior a 300 V é a solução para se reduzir a saturação diante do aumento da resistência externa. O transformador ideal a esta aplicação deve estar apto a suportar a tensão nominal no rotor da máquina assíncrona sem saturar.

As Tabelas 5.4.2.1 e 5.4.2.2 apresentam os resultados de simulação e de ensaio para o torque e corrente de partida e o torque máximo diante da conexão da resistência  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$  no estator do transformador.

Tabela 5.4.2.1 – Resultados de simulação para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator conectado à resistência  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$  (regime motor)

```
*****
MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA COM TRANSFORMADOR ROTATIVO
* REGIME MOTOR *
*****
R'ext: 6.R'm2
*****
----- Torques de partida e máximo -----
Tp(Nm) Tp/Tn(pu) Tmax(Nm) Tmax/Tn(pu) Tn(Nm) nmax(rpm)
1234.9 1.70 1771.0 2.43 728.2 722.5
*****
----- Correntes de partida e máxima -----
Ip(A) Ip/In(pu) Imáx(A) Imáx/In(pu) In(A)
453.8 4.55 350.7 3.52 99.7
*****
```

Tabela 5.4.2.2 – Resultados de ensaio para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator conectado à resistência  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$  (regime motor)

Resultados de ensaio				
MAT + TRT				
Regime Motor				
Frequência de alimentação: 60 Hz				
$R'_{ext} \cdot 6.R'_{m2}$				
$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$	$T_n$ (N.m)
1300	1,79	1900	2,61	728
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$	$n_{máx}$ (rpm)	$I_n$ (A)	
462	4,62	700	100,0	

As Tabelas 5.4.2.3.3 e 5.4.2.4 apresentam os resultados de simulação e de ensaio para o torque e a corrente de partida e o torque máximo diante da conexão da resistência  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$  no estator do transformador.

Tabela 5.4.2.3 – Resultados de simulação para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator conectado à resistência  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$  (regime motor)

```

*****
MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA COM TRANSFORMADOR ROTATIVO
* REGIME MOTOR *
*****
R'ext: 11.R'm2
*****
----- Torques de partida e máximo -----
Tp(Nm) Tp/Tn(pu) Tmax(Nm) Tmax/Tn(pu) Tn(Nm) nmax(rpm)
1583.0 2.17 1727.9 2.37 728.2 422.9
*****
----- Correntes de partida e máxima -----
Ip(A) Ip/In(pu) Imáx(A) Imáx/In(pu) In(A)
412.4 4.13 352.8 3.54 99.7
*****

```

Conforme se pode observar nas tabelas 5.4.2.1 a 5.4.2.4, os valores de torque e corrente de partida de ensaio são levemente superiores aos valores detectados em simulação. Esta observação é igualmente válida para o torque máximo.

A execução de simulações a partir de parâmetros de circuito equivalente com valores fixos é a responsável pela diferença entre os

valores obtidos por meio de simulação e de ensaios. Enquanto os ensaios estão submetidos à possibilidade física de saturação do núcleo do transformador, a simulação desconsidera a ocorrência deste fenômeno natural.

Tabela 5.4.2.4 – Resultados de ensaio para o torque e a corrente máximos e de partida na máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator conectado à resistência  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$  (regime motor)

Resultados de ensaio				
MAT + TRT				
Regime Motor				
Frequência de alimentação: 60 Hz				
$R'_{ext}: 11.R'_{m2}$				
$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$	$T_n$ (N.m)
1650	2,27	1850	2,54	728
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$	$n_{máx}$ (rpm)	$I_n$ (A)	
420	4,20	400	100,0	

As Tabelas 5.4.2.5 e 5.4.2.6 apresentam os resultados de ensaios e simulações para a máquina assíncrona trifásica com o rotor bloqueado e o estator do transformador rotativo conectado às resistências externas  $R'_{ext}=6.R'_{m2}$  e  $R'_{ext}=11.R'_{m2}$

Tabela 5.4.2.5 – Resultados de ensaio para as correntes e as tensões da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo na condição de rotor bloqueado

Resultados de ensaio		
MAT + TRT + $R_{ext}$		
Rotor bloqueado		
Frequência de alimentação: 60 Hz		
Resistência externa	$R'_{ext}: 6.R'_{m2}$	$R'_{ext}: 11.R'_{m2}$
$V_{lm1}$ (V)	690,0	690,0
$V_{m1}$ (V)	398,4	398,4
$I_{m1}$ (A)	462,0	420,0
$u_{lt1}$ (V)	0,0	0,0
$u_{tl}$ (V)	0,0	0,0
$i_{tl}$ (A)	532,0	463,0
$P_{m1}$ (kW)	201	226,6
$FP_{m1}$	0,36	0,45

Tabela 5.4.2.6 – Resultados para a simulação de correntes e tensões da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo na condição de rotor bloqueado

```

*****
MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA COM TRANSFORMADOR ROTATIVO
*****
R'ext: 6.R'm2
*****
----- Correntes e tensões para rotor bloqueado -----
---(enrolamento do estator do transformador fechado)---
-----
Im1 (A)   Im0 (A)   Im2` (A)   It2` (A)   Itm` (A)   It1` (A)
453.8     28.1     428.1     428.1     35.5     408.5
-----
-         -         im2 (A)   it2 (A)   itm (A)   it1 (A)
-         -         547.1     547.1     45.4     522.6
-----
Vm1 (V)   Em1 (V)   Vm2` (V)   Ut2` (V)   Et1` (V)   Ut1` (V)
398.4     272.6     159.0     159.0     114.8     93.6
-----
-         -         vm2 (V)   ut2 (V)   et1 (V)   ut1 (V)
-         -         124.4     124.4     89.7     73.2
*****
R'ext: 11.R'm2
*****
----- Correntes e tensões para rotor bloqueado -----
---(enrolamento do estator do transformador fechado)---
-----
Im1 (A)   Im0 (A)   Im2` (A)   It2` (A)   Itm` (A)   It1` (A)
412.4     29.9     387.4     387.4     50.8     366.6
-----
-         -         im2 (A)   it2 (A)   itm (A)   it1 (A)
-         -         495.1     495.1     65.0     469.0
-----
Vm1 (V)   Em1 (V)   Vm2` (V)   Ut2` (V)   Et1` (V)   Ut1` (V)
398.4     289.4     197.5     197.5     164.3     150.0
-----
-         -         vm2 (V)   ut2 (V)   et1 (V)   ut1 (V)
-         -         154.5     154.5     128.5     117.2
*****

```

A proximidade dos valores apresentados nas Tabelas 5.4.2.5 e 5.4.2.6 deve-se à operação do transformador em condição de baixo nível de saturação do núcleo magnético na condição de rotor bloqueado. A queda de tensão oferecida pela impedância do estator e do rotor da máquina assíncrona reduz a tensão aplicada ao ramo de magnetização do transformador rotativo e, por consequência, o fluxo e o nível de saturação do núcleo tornam-se menores.

## 5.5 OS EFEITOS DO TRANSFORMADOR SOBRE A MÁQUINA ASSÍNCRONA

A inserção do transformador rotativo no circuito elétrico da máquina assíncrona trifásica impacta em alterações no desempenho do equipamento.

A Tabela 5.5.1 apresenta os resultados de ensaio para a máquina com o rotor em curto-circuito operando em regime motor.

Tabela 5.5.1 – Resultados de ensaios em carga da máquina assíncrona trifásica com o rotor em curto-circuito (regime motor)

Resultados de Ensaio					
MAT					
Regime Motor					
Frequência de alimentação: 60 Hz					
$R'_{ext} \cdot 0.R'_{m2}$					
Carga	25%	50%	75%	100%	125%
$V_{lm1}$ (V)	690	690	690	<b>690</b>	690
$T_{eixo}$ (N.m)	182	364	546	<b>728</b>	910
$P_{eixo}$ (kW)	22,8	45,5	68,1	<b>90,7</b>	113,1
$P_{m1}$ (kW)	24,9	48,1	70,8	<b>95,1</b>	118,7
$I_{m1}$ (A)	45,7	58,0	73,8	<b>93,6</b>	113,7
$i_{t1}$ (A)	-	-	-	-	-
<b>Rend.</b> (%)	91,8	94,7	96,2	<b>95,4</b>	95,2
$FP_{m1}$	0,45	0,69	0,80	<b>0,85</b>	0,87
<b>Rot.</b> (rpm)	1198	1195	1192	<b>1190</b>	1187
<b>fte</b> (Hz)	-	-	-	-	-
<i>Correção do rendimento considerando-se perdas em escovas</i>					
<b>Perda esc.</b> <sup>1</sup> (kW)	0,211	0,235	0,265	<b>0,303</b>	0,342
<b>Rend.</b> <sup>2</sup> (%)	91,0	94,2	95,8	95,1	95,0
$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$	$T_n$ (N.m)	
490	0,67	3015	4,14	728	
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$	$n_{máx}$ (rpm)	$I_n$ (A)		
714	7,14	1100	100		

<sup>1</sup> Perdas referentes à presença de possíveis escovas.

<sup>2</sup> Rendimento corrigido em função das perdas devido a possíveis escovas

A Tabela 5.5.2 apresenta os resultados de ensaio em regime gerador.

Tabela 5.5.2 – Resultados de ensaios em carga da máquina assíncrona trifásica com o rotor em curto-circuito (regime gerador)

Resultados de Ensaio					
MAT					
Regime Gerador					
Frequência de alimentação: 60 Hz					
$R'_{ext} \cdot 0.R'_{m2}$					
Carga	25%	50%	75%	100%	125%
$V_{lm1}$ (V)	690	690	690	<b>690</b>	690
$T_{eixo}$ (N.m)	182	364	546	<b>728</b>	910
$P_{eixo}$ (kW)	22,9	45,9	69,0	<b>92,2</b>	115,5
$P_{m1}$ (kW)	20,8	43,6	66,0	<b>88,4</b>	110,7
$I_{m1}$ (A)	44,0	55,4	70,6	<b>88,8</b>	109,6
$i_{tl}$ (A)	-	-	-	-	-
Rend. (%)	90,9	94,9	95,6	<b>95,9</b>	95,9
$FP_{m1}$	0,40	0,66	0,78	<b>0,83</b>	0,84
Rot. (rpm)	1203	1205	1208	<b>1210</b>	1212
fte (Hz)	-	-	-	-	-
<i>Correção do rendimento considerando-se perdas em escovas</i>					
Perda esc. <sup>3</sup> (kW)	0,211	0,235	0,265	<b>0,303</b>	0,342
Rend. <sup>4</sup> (%)	90,0	94,4	95,2	<b>95,5</b>	95,6
$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$ (p.u.)	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$ (p.u.)	$T_n$ (N.m)	
-	-	3467	4,76	728	
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$ (p.u.)	$n_{máx}$ (r.p.m.)		$I_n$ (A)	
-	-	1290		100,0	

Ao se comparar os resultados apresentados nas Tabelas 5.5.1 e 5.5.2 com as Tabelas 5.4.1.2, 5.4.1.4, 5.4.1.6 e 5.4.1.8, observam-se os impactos do acoplamento do transformador rotativo na redução do fator de potência e no aumento do escorregamento nas diferentes condições de carga. O transformador promove a redução do torque máximo, do torque de partida e da corrente de partida desenvolvida pela máquina.

<sup>3</sup> Perdas referentes à presença de possíveis escovas.

<sup>4</sup> Rendimento corrigido em função das perdas devido a possíveis escovas.

A redução do torque máximo, do torque de partida e do fator de potência deve-se às reatâncias de dispersão do transformador rotativo. Assim, é salutar que no projeto do transformador trabalhe-se pela adoção de estratégias que conduzam à redução das reatâncias de dispersão dos enrolamentos do rotor e do estator.

O aumento do escorregamento deve-se, sobretudo, à resistência dos enrolamentos do transformador.

A redução na corrente de partida é resultado do aumento da impedância total do circuito da máquina assíncrona devido à associação em série da resistência e da reatância de dispersão dos enrolamentos do transformador rotativo.

A resistência dos enrolamentos do transformador também determina a redução no rendimento da máquina assíncrona trifásica.

A máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado desprovida de transformador rotativo exige, contudo, o uso de escovas e anéis de deslizamento para o acesso ao circuito do rotor. Considerando-se as perdas devido ao uso de possíveis escovas, o rendimento da máquina assíncrona trifásica convencional tende a apresentar rendimento similar àquela na qual se tem o transformador, conforme se observa ao se comparar as Tabelas 5.5.1 e 5.5.2 com as Tabelas 5.4.1.2 e 5.4.1.4.

A Figura 5.5.1 apresenta as curvas de corrente e torque vs. rotação nas seguintes situações:

- Máquina assíncrona trifásica com rotor em curto-circuito (MAT);
- Máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito (MAT + TRT);
- Máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator conectado a uma resistência externa  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$  (MAT + TRT +  $R'_{ext}$  ( $6.R'_{m2}$ )); e
- Máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator conectado a uma resistência externa  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$  (MAT + TRT +  $R'_{ext}$  ( $11.R'_{m2}$ )).

Conforme se observa na Figura 5.5.1 a inserção do transformador rotativo determina uma forte redução na curva de corrente vs. rotação e uma queda do torque máximo para cerca de 2/3 do valor original, sendo este último resultado das reatâncias de dispersão do transformador.

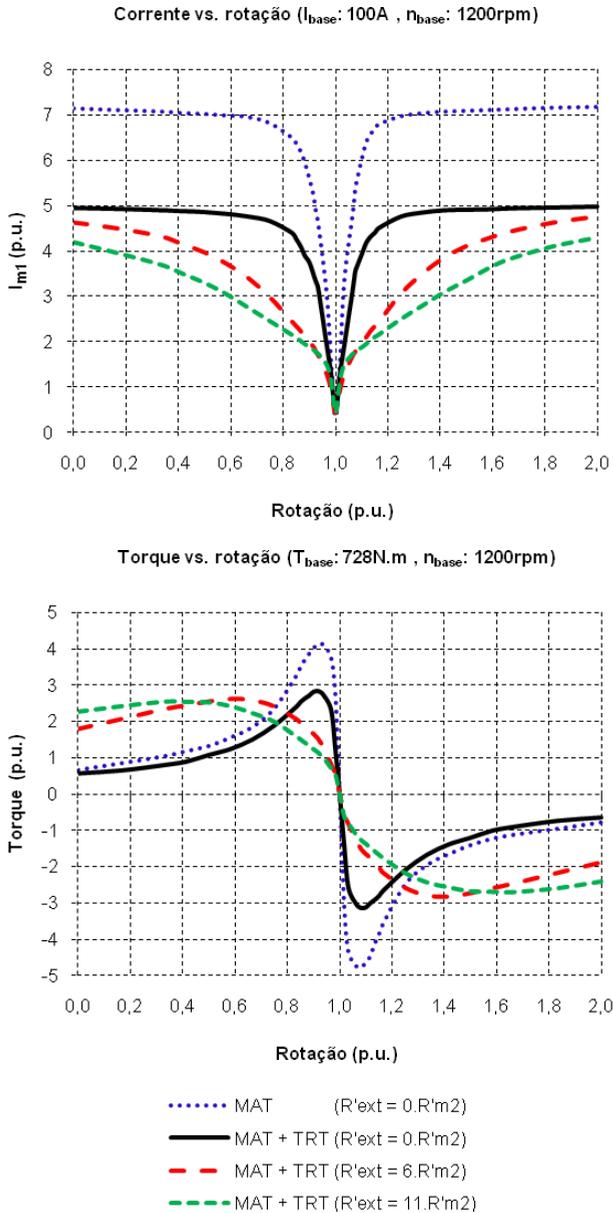


Figura 5.5.1 – Comparativo de ensaios de corrente e torque vs. rotação

Apesar da redução no torque máximo desenvolvido pela máquina, nota-se que a inserção de resistências externas ao estator do transformador permite o aumento do torque de partida em relação à condição inicial.

A possibilidade do aumento do torque de partida por meio da inserção de resistências externas é uma característica muito positiva na aceleração de cargas com elevado torque ou inércia.

## 5.6 CONCLUSÃO

O modelo em regime permanente é uma ferramenta bastante eficaz no estudo da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo.

O estabelecimento de circuitos equivalentes monofásicos permite a análise do equipamento de forma simples e eficaz por meio do equacionamento do fluxo de potência no sistema.

O desenvolvimento do programa para a análise do desempenho da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo é de grande importância para a predição do comportamento da máquina na fase de projeto.

A coerência entre os valores obtidos por meio das simulações e dos ensaios confirma a validade do modelo em regime permanente adotado neste estudo.

As curvas de torque, corrente, potência, tensão e perdas em função da rotação permitem a análise gráfica do equipamento em toda a sua faixa operativa.

A queda do torque máximo e do fator de potência devido ao transformador rotativo é perfeitamente coerente com sua natureza indutiva.

O uso do transformador rotativo permite a eliminação das escovas e anéis de deslizamento da máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado sem que se percam os benefícios do acesso ao circuito elétrico do seu rotor.



## 6 O MODELO DINÂMICO

O estudo dinâmico consiste num processo bastante interessante para a observação do comportamento das tensões, correntes, frequência, torque e velocidade apresentados pela máquina elétrica em sua partida e em operação. Ao contemplar grandezas variáveis no tempo, o modelo dinâmico permite a observação das características de funcionamento de forma muito próxima à realidade.

O equipamento elétrico sob análise neste estudo consiste na associação em série de uma máquina assíncrona trifásica a um transformador rotativo.

Sob o aspecto da modelagem dinâmica, o transformador rotativo trifásico apresenta o comportamento de um transformador convencional. A movimentação entre os enrolamentos primário e secundário não impacta em alteração temporal de suas indutâncias. Devido à ausência de indutâncias dependentes da posição dos enrolamentos, o comportamento dinâmico do transformador pode ser obtido diretamente a partir de variáveis de máquina. Assim, basta-se conhecer as tensões e impedâncias das fases *abc* do transformador para que se possa, sem qualquer dificuldade, realizar o seu estudo dinâmico.

A máquina assíncrona trifásica, no entanto, apresenta indutâncias mútuas entre as fases *abc* do rotor e do estator variáveis em função da posição relativa entre os enrolamentos. Por depender da posição do rotor e do estator, estas indutâncias variam no tempo, o que dificulta o estudo dinâmico da máquina assíncrona trifásica em variáveis de máquina. Neste contexto, o uso de técnicas de mudanças de variáveis apresenta-se bastante interessante para a eliminação da dependência temporal das indutâncias mútuas.

Em muitos programas computacionais utilizados para o estudo de estabilidade dinâmica e transitória de grandes sistemas de potência, as variáveis de todos os componentes do sistema de potência são representadas em um sistema de referência rotativo à velocidade síncrona. Assim, as variáveis associadas a transformadores, linhas de transmissão, cargas e bancos de capacitores podem ser representados em um sistema de referência rotativo por meio de uma mudança de variáveis [19].



Devido à natureza trifásica da máquina assíncrona e do transformador, os vetores das fases são simetricamente distribuídos e defasados de  $120^\circ$ , ou  $2\pi/3$  radianos.

O conjunto dos vetores associados ao enrolamento do estator da máquina assíncrona é estacionário e, portanto, apresenta velocidade angular  $w_{m1}$  nula.

$$w_{m1} = 0 \quad (6.1.1)$$

Em relação ao eixo estacionário, fixo no estator, o conjunto de vetores referentes ao enrolamento do rotor da máquina apresenta velocidade angular  $w_{m2}$ :

$$w_{m2} = p_m \cdot w_{mec} = 2 \cdot p \cdot p_m \cdot f_{mec} \quad (6.1.2)$$

Onde:

$w_{mec}$  : velocidade angular mecânica, em rad/s;

$f_{mec}$  : frequência mecânica, em Hz; e

$p_m$  : número de pares de pólos da máquina assíncrona.

A conexão dos enrolamentos do rotor do transformador aos enrolamentos do rotor da máquina assíncrona determina a operação do transformador na mesma frequência elétrica do rotor da máquina assíncrona. Esta propriedade justifica o posicionamento de  $f_{ia1}$ ,  $f_{ib1}$ ,  $f_{ic1}$  e  $f_{ia2}$ ,  $f_{ib2}$ ,  $f_{ic2}$  sob o mesmo eixo de  $f_{ma2}$ ,  $f_{mb2}$ ,  $f_{mc2}$  na Figura 6.1.1.

A posição angular dos vetores referentes ao enrolamento do estator da máquina assíncrona é representada por  $q_{m1}$ :

$$q_{m1} = \int_0^t w_{m1} \cdot dt + q_{m1}(0) \quad (6.1.3)$$

Onde:

$q_{m1}(0)$  : posição angular inicial referente às fases do estator.

Considerando-se nula a posição inicial dos vetores referentes ao enrolamento do estator da máquina assíncrona, tem-se:

$$q_{m1}(0) = 0 \quad (6.1.4)$$

Substituindo-se 6.1.1 e 6.1.4 em 6.1.3, obtém-se 6.1.5, o que é absolutamente coerente com o fato de se considerar estacionários os eixos do enrolamento do estator.

$$q_{m1} = 0 \quad (6.1.5)$$

Em relação aos circuitos do rotor da máquina assíncrona, do rotor e do estator do transformador, o deslocamento angular é expresso por meio de  $q_{m2}$  :

$$q_{m2} = \int_0^t w_{m2} \cdot dt + q_{m2}(0) \quad (6.1.6)$$

Onde:

$q_{m2}(0)$ : posição angular inicial dos vetores referentes às fases do rotor da máquina assíncrona, do rotor e do estator do transformador.

Na Figura 6.1.1, os vetores  $f_q$  e  $f_d$  representam os eixos do sistema de referência  $qdo$ , o qual gira à velocidade angular  $w_{qdo}$ .

O deslocamento angular dos eixos de referência em relação ao eixo estacionário é dado por  $q_{qdo}$  :

$$q_{qdo} = \int_0^t w_{qdo} \cdot dt + q_{qdo}(0) \quad (6.1.7)$$

Onde:

$q_{qdo}(0)$ : posição angular inicial do eixo de referência.

O deslocamento angular do sistema de eixos de referência em relação ao eixo estacionário é expresso em termos de  $b_{m1}$  :

$$b_{m1} = q_{qdo} - q_{m1} \quad (6.1.8)$$

O deslocamento do sistema de eixos de referência em relação ao eixo das fases do rotor da máquina assíncrona, rotor e estator do transformador podem ser expressos em termos de  $b_{m2}$  :

$$b_{m2} = q_{qdo} - q_{m2} \quad (6.1.9)$$

Com o objetivo de facilitar a manipulação matemática das grandezas no sistema  $abc$ , os vetores indicados na Figura 6.1.1 podem ser expressos em termos de 6.1.10 a 6.1.13, nas quais o sinal  $T$  indica que os vetores estão transpostos.

$$[f_{mabc1}]^T = [f_{ma1} \quad f_{mb1} \quad f_{mc1}] \quad (6.1.10)$$

$$[f_{mabc2}]^T = [f_{ma2} \quad f_{mb2} \quad f_{mc2}] \quad (6.1.11)$$

$$[f_{tabc2}]^T = [f_{ta2} \quad f_{tb2} \quad f_{tc2}] \quad (6.1.12)$$

$$[f_{tabc1}]^T = [f_{ta1} \quad f_{tb1} \quad f_{tc1}] \quad (6.1.13)$$

A transformação das grandezas expressas no sistema  $abc$  para o sistema  $qdo$  é possível por meio das matrizes de transformação  $[K_{m1}]$  e  $[K_{m2}]$ :

$$[f_{mqdo1}] = [K_{m1}] [f_{mabc1}] \quad (6.1.14)$$

$$[f_{mqdo2}] = [K_{m2}] [f_{mabc2}] \quad (6.1.15)$$

$$[f_{tqdo2}] = [K_{m2}] [f_{tabc2}] \quad (6.1.16)$$

$$[f_{tqdo1}] = [K_{m2}] [f_{tabc1}] \quad (6.1.17)$$

O conjunto de vetores  $[f_{mqdo1}]$ ,  $[f_{mqdo2}]$ ,  $[f_{tqdo2}]$  e  $[f_{tqdo1}]$  representam as tensões, correntes e enlaces de fluxos da máquina assíncrona e do transformador expressos no sistema de referência  $qdo$ :

$$[f_{mqdo1}]^T = [f_{mq1} \quad f_{md1} \quad f_{mo1}] \quad (6.1.18)$$

$$[f_{mqdo2}]^T = [f_{mq2} \quad f_{mbd} \quad f_{mo2}] \quad (6.1.19)$$

$$[f_{tqdo2}]^T = [f_{tq2} \quad f_{td2} \quad f_{to2}] \quad (6.1.20)$$

$$[f_{tqdo1}]^T = [f_{tq1} \quad f_{td1} \quad f_{to1}] \quad (6.1.21)$$

As matrizes de transformação  $[K_{m1}]$  e  $[K_{m2}]$  são obtidas por meio de [19]:

$$[K_{m1}] = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos(b_{m1}) & \cos\left(b_{m1} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(b_{m1} + \frac{2p}{3}\right) \\ \operatorname{sen}\left(b_{m1} - \frac{2p}{3}\right) & \operatorname{sen}\left(b_{m1} - \frac{2p}{3}\right) & \operatorname{sen}\left(b_{m1} + \frac{2p}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (6.1.22)$$

$$[K_{m2}] = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos(b_{m2}) & \cos\left(b_{m2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(b_{m2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \operatorname{sen}\left(b_{m2} - \frac{2p}{3}\right) & \operatorname{sen}\left(b_{m2} - \frac{2p}{3}\right) & \operatorname{sen}\left(b_{m2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (6.1.23)$$

Finalmente, para a transformação dos resultados expressos em *qdo* em grandezas no sistema *abc*, procede-se conforme as seguintes expressões:

$$[f_{mabc1}] = [K_{m1}]^{-1} \cdot [f_{mqdo1}] \quad (6.1.24)$$

$$[f_{mabc2}] = [K_{m2}]^{-1} \cdot [f_{mqdo2}] \quad (6.1.25)$$

$$[f_{tabc2}] = [K_{m2}]^{-1} \cdot [f_{tqdo2}] \quad (6.1.26)$$

$$[f_{tabc1}] = [K_{m2}]^{-1} \cdot [f_{tqdo1}] \quad (6.1.27)$$

De acordo com [19], as matrizes inversas  $[K_{m1}]^{-1}$  e  $[K_{m2}]^{-1}$  correspondem a:

$$[K_{m1}]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(b_{m1}) & \operatorname{sen}(b_{m1}) & 1 \\ \cos\left(b_{m1} - \frac{2p}{3}\right) & \operatorname{sen}\left(b_{m1} - \frac{2p}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(b_{m1} - \frac{2p}{3}\right) & \operatorname{sen}\left(b_{m1} + \frac{2p}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (6.1.28)$$

$$[K_{m2}]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(b_{m2}) & \operatorname{sen}(b_{m2}) & 1 \\ \cos\left(b_{m2} - \frac{2p}{3}\right) & \operatorname{sen}\left(b_{m2} - \frac{2p}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(b_{m2} - \frac{2p}{3}\right) & \operatorname{sen}\left(b_{m2} + \frac{2p}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (6.1.29)$$

Obtida a solução no sistema de referência *qdo*, o uso das expressões 6.1.24 a 6.1.27 permite a rápida conversão para o sistema *abc* em variáveis de máquina.

## 6.2 AS CONEXÕES ELÉTRICAS E AS EQUAÇÕES DE TENSÃO NO SISTEMA ABC

As tensões nos enrolamentos do estator da máquina assíncrona no sistema *abc* correspondem a:

$$v_{ma1}(t) = \sqrt{2} \cdot V_{m1} \cdot \cos[w_{me1} \cdot t + q_{me1}(0)] \quad (6.2.1)$$

$$v_{mb1}(t) = \sqrt{2} \cdot V_{m1} \cdot \cos\left[w_{me1} \cdot t + q_{me1}(0) - \frac{2p}{3}\right] \quad (6.2.2)$$

$$v_{mc1}(t) = \sqrt{2} \cdot V_{m1} \cdot \cos\left[w_{me1} \cdot t + q_{me1}(0) + \frac{2p}{3}\right] \quad (6.2.3)$$

Onde:

$w_{me1}$ : frequência angular elétrica da tensão nos enrolamentos do estator da máquina assíncrona, em rad/s; e

$q_{me1}(0)$ : fase inicial da tensão nos enrolamentos do estator da máquina assíncrona, em rad.

A frequência angular elétrica nos enrolamentos do estator é obtida por meio de:

$$w_{me1} = 2p \cdot f_{me1} \quad (6.2.4)$$

A conexão elétrica entre os enrolamentos da máquina assíncrona e do transformador rotativo é representada na Figura 6.2.1.

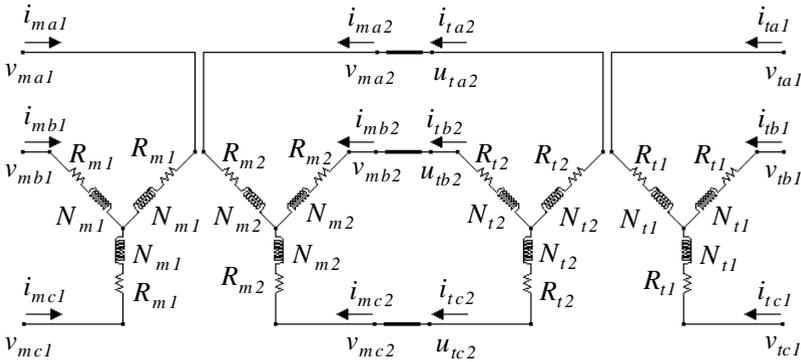


Figura 6.2.1 – Conexão elétrica entre a máquina assíncrona trifásica e o transformador rotativo

As tensões nos circuitos do rotor da máquina assíncrona são representadas por:

$$v_{ma2}(t) = \sqrt{2} \cdot v_{m2} \cdot \cos[\omega_{me2} \cdot t + q_{me2}(0)] \quad (6.2.5)$$

$$v_{mb2}(t) = \sqrt{2} \cdot v_{m2} \cdot \cos\left[\omega_{me2} \cdot t + q_{me2}(0) - \frac{2p}{3}\right] \quad (6.2.6)$$

$$v_{mc2}(t) = \sqrt{2} \cdot v_{m2} \cdot \cos\left[\omega_{me2} \cdot t + q_{me2}(0) + \frac{2p}{3}\right] \quad (6.2.7)$$

Onde:

$\omega_{me2}$ : frequência angular elétrica da tensão nos enrolamentos do rotor da máquina assíncrona, em rad/s; e

$q_{me2}(0)$ : fase inicial da tensão nos enrolamentos do rotor da máquina assíncrona, em rad.

A frequência angular elétrica nos enrolamentos do rotor é obtida por meio de:

$$\omega_{me2} = 2p \cdot f_{me2} = \omega_{me1} - \omega_{m2} \quad (6.2.8)$$

De acordo com a conexão elétrica realizada e a convenção de sinais adotados na Figura 6.2.1, as tensões induzidas nos terminais do rotor do transformador rotativo correspondem às tensões aplicadas nos terminais do rotor da máquina assíncrona e, portanto, são válidas as seguintes expressões:

$$u_{ia2}(t) = v_{ma2}(t) \quad (6.2.9)$$

$$u_{ib2}(t) = v_{mb2}(t) \quad (6.2.10)$$

$$u_{ic2}(t) = v_{mc2}(t) \quad (6.2.11)$$

Por fim, as tensões nos terminais do estator do transformador rotativo são obtidas por meio de:

$$v_{ia1}(t) = \sqrt{2} \cdot v_{i1} \cdot \cos[W_{te} \cdot t + q_{te1}(0)] \quad (6.2.12)$$

$$v_{ib1}(t) = \sqrt{2} \cdot v_{i1} \cdot \cos\left[W_{te} \cdot t + q_{te1}(0) - \frac{2 \cdot p}{3}\right] \quad (6.2.13)$$

$$v_{ic1}(t) = \sqrt{2} \cdot v_{i1} \cdot \cos\left[W_{te} \cdot t + q_{te1}(0) + \frac{2 \cdot p}{3}\right] \quad (6.2.14)$$

Onde:

$W_{te}$ : frequência angular elétrica da tensão nos enrolamentos do transformador, em rad/s; e

$q_{te1}(0)$ : fase inicial da tensão nos enrolamentos do estator do transformador, em rad.

A frequência angular elétrica nos enrolamentos do transformador é obtida por meio de:

$$W_{te} = 2 \cdot p \cdot f_{te} = W_{me2} \quad (6.2.15)$$

A partir da equação 6.2.15, observa-se que as tensões no rotor da máquina assíncrona, no rotor e no estator do transformador rotativo estão submetidas à mesma frequência elétrica.

### 6.3 AS EQUAÇÕES EM VARIÁVEIS DE MÁQUINA NO SISTEMA *ABC*

As equações em variáveis de máquina estabelecem o funcionamento da máquina assíncrona e do transformador rotativo em termos do sistema *abc*.

#### 6.3.1 As equações de tensão da máquina assíncrona trifásica

As equações de tensão nos terminais da máquina assíncrona trifásica em variáveis de máquina correspondem a:

$$\begin{bmatrix} [v_{mabc1}] \\ [v_{mabc2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{m1}] & [0] \\ [0] & [R_{m2}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{mabc1}] \\ [i_{mabc2}] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [l_{mabc1}] \\ [l_{mabc2}] \end{bmatrix} \quad (6.3.1.1)$$

Onde:

$[v_{mabc1}]$ : vetor de tensões aplicadas no estator;

$[v_{mabc2}]$ : vetor de tensões aplicadas no rotor;

$[i_{mabc1}]$ : vetor de correntes no estator;

$[i_{mabc2}]$ : vetor de correntes no rotor;

$[l_{mabc1}]$ : vetor de enlace de fluxos no estator;

$[l_{mabc2}]$ : vetor de enlace de fluxos no rotor;

$[R_{m1}]$ : matriz de resistências dos enrolamentos do estator; e

$[R_{m2}]$ : matriz de resistências dos enrolamentos do rotor.

As matrizes de resistências do estator e do rotor da máquina assíncrona são expressas por meio de:

$$[R_{m1}] = \begin{bmatrix} R_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & R_{m1} & 0 \\ 0 & 0 & R_{m1} \end{bmatrix} \quad (6.3.1.2)$$

$$[R_{m2}] = \begin{bmatrix} R_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & R_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & R_{m2} \end{bmatrix} \quad (6.3.1.3)$$

Os enlaces de fluxo do rotor e do estator da máquina são calculados a partir de:

$$\begin{bmatrix} [i_{mabc1}] \\ [i_{mabc2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{m11}] & [L_{m12}] \\ [L_{m21}] & [L_{m22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{mabc1}] \\ [i_{mabc2}] \end{bmatrix} \quad (6.3.1.4)$$

Onde:

$[L_{m11}]$ : matriz de indutâncias do estator;

$[L_{m22}]$ : matriz de indutâncias do rotor;

$[L_{m12}]$ : matriz de indutâncias mútuas entre o estator e o rotor; e

$[L_{m21}]$ : matriz de indutâncias mútuas entre o rotor e o estator.

As indutâncias mútuas entre o estator e o rotor da máquina assíncrona correspondem a:

$$[L_{m12}] = [L_{m21}]^T \quad (6.3.1.5)$$

A matriz de indutâncias do estator da máquina assíncrona é composta pelas indutâncias de dispersão, magnetizante e mútua entre seus enrolamentos, conforme se pode observar a seguir:

$$[L_{m11}] = \begin{bmatrix} L_{m1} + L_{mm1} & L_{mM1} & L_{mM1} \\ L_{mM1} & L_{m1} + L_{mm1} & L_{mM1} \\ L_{mM1} & L_{mM1} & L_{m1} + L_{mm1} \end{bmatrix} \quad (6.3.1.6)$$

Onde:

$L_{m1}$ : indutância de dispersão de fase nos enrolamentos do estator;

$L_{mm1}$ : indutância de magnetização de fase do estator; e

$L_{mM1}$ : indutância mútua entre os enrolamentos do estator.

De acordo com [19] o valor das indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator da máquina de indução trifásica corresponde à seguinte expressão:

$$L_{mM1} = -\frac{L_{mm1}}{2} \quad (6.3.1.7)$$

Seguindo o mesmo raciocínio aplicado ao estator, tem-se a seguinte matriz de indutâncias para o rotor da máquina assíncrona:

$$[L_{m22}] = \begin{bmatrix} L_{m2} + L_{mm2} & L_{mM2} & L_{mM2} \\ L_{mM2} & L_{m2} + L_{mm2} & L_{mM2} \\ L_{mM2} & L_{mM2} & L_{m2} + L_{mm2} \end{bmatrix} \quad (6.3.1.8)$$

Onde:

$L_{m2}$  : indutância de dispersão de fase nos enrolamentos do rotor;

$L_{mm2}$  : indutância de magnetização de fase do rotor; e

$L_{mM2}$  : indutância mútua entre os enrolamentos do rotor.

Conforme [19] o valor das indutâncias mútuas entre os enrolamentos do rotor da máquina de indução trifásica corresponde a:

$$L_{mM2} = -\frac{L_{mm2}}{2} \quad (6.3.1.9)$$

A matriz de indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e do rotor da máquina assíncrona é expressa por meio de:

$$[L_{m12}] = L_{mM12} \cdot \begin{bmatrix} \cos(q_{m2}) & \cos\left(q_{m2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{m2} - \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{m2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{m2}) & \cos\left(q_{m2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(q_{m2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(q_{m2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos(q_{m2}) \end{bmatrix} \quad (6.3.1.10)$$

Onde:

$L_{mM12}$  : indutância mútua entre o estator e o rotor da máquina.

Ao se realizar o estudo dinâmico da máquina assíncrona trifásica é conveniente que se refiram as resistências e indutâncias do rotor para o estator da máquina assíncrona por meio da relação de transformação de impedâncias  $k_{mz}$  apresentada em 5.1.1.22.

A matriz de resistências do rotor referida ao estator da máquina assíncrona  $[R'_{m2}]$  é representada por:

$$[R'_{m2}] = k_{mz} \cdot [R_{m2}] \quad (6.3.1.11)$$

A matriz das indutâncias do rotor referida ao estator  $[L'_{m22}]$  corresponde a:

$$[L'_{m22}] = k_{mz} \cdot [L_{m22}] \quad (6.3.1.12)$$

$$[L'_{m22}] = \begin{bmatrix} L'_{m2} + L'_{mm2} & L'_{mM2} & L'_{mM2} \\ L'_{mM2} & L'_{m2} + L'_{mm2} & L'_{mM2} \\ L'_{mM2} & L'_{mM2} & L'_{m2} + L'_{mm2} \end{bmatrix} \quad (6.3.1.13)$$

Considerando-se a relação de transformação de impedâncias  $k_{mz}$ , tem-se que as indutâncias referidas ao estator da máquina assíncrona podem ser obtidas por meio de:

$$L'_{m2} = k_{mz} \cdot L_{m2} \quad (6.3.1.14)$$

$$L'_{mm2} = k_{mz} \cdot L_{mm2} \quad (6.3.1.15)$$

$$L'_{mM2} = k_{mz} \cdot L_{mM2} \quad (6.3.1.16)$$

A matriz de indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e do rotor da máquina assíncrona referida ao seu estator corresponde a:

$$[L'_{m12}] = k_{mz} \cdot [L_{m12}] \quad (6.3.1.17)$$

$$[L'_{m12}] = L'_{mM12} \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{m2}) & \cos\left(\alpha_{m2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(\alpha_{m2} - \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(\alpha_{m2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos(\alpha_{m2}) & \cos\left(\alpha_{m2} + \frac{2p}{3}\right) \\ \cos\left(\alpha_{m2} + \frac{2p}{3}\right) & \cos\left(\alpha_{m2} - \frac{2p}{3}\right) & \cos(\alpha_{m2}) \end{bmatrix} \quad (6.3.1.18)$$

Onde:

$$L'_{mM12} = k_{mz} \cdot L_{mm2} = L_{mm1} \quad (6.3.1.19)$$

Conservando-se a validade da expressão 6.3.1.5, tem-se:

$$[L'_{m12}] = [L'_{m21}]^T \quad (6.3.1.20)$$

Finalmente as equações de tensão expressas em variáveis de máquinas referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica correspondem a:

$$\begin{bmatrix} [v_{mabc1}] \\ [v'_{mabc2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{m1}] & [0] \\ [0] & [R'_{m2}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{mabc1}] \\ [i'_{mabc2}] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} [L_{m11}] & [L'_{m12}] \\ [L'_{m21}] & [L'_{m22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{mabc1}] \\ [i'_{mabc2}] \end{bmatrix} \right\} \quad (6.3.1.21)$$

Nesta linha de raciocínio, a expressão 6.3.1.1, quando referida ao estator da máquina assíncrona, apresenta-se da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} [v_{mabc1}] \\ [v'_{mabc2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{m1}] & [0] \\ [0] & [R'_{m2}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{mabc1}] \\ [i'_{mabc2}] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [l_{mabc1}] \\ [l'_{mabc2}] \end{bmatrix} \quad (6.3.1.22)$$

Em 6.3.1.22 observam-se os valores de corrente, tensão e fluxo referidos ao estator da máquina assíncrona trifásica.

### 6.3.2 As equações de tensão do transformador rotativo trifásico

As equações de tensão nos terminais do transformador rotativo em variáveis de máquina correspondem a:

$$\begin{bmatrix} [v_{tabc1}] \\ [u_{tabc2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{t1}] & [0] \\ [0] & [R_{t2}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{tabc1}] \\ [-i_{tabc2}] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [l_{tabc1}] \\ [l_{tabc2}] \end{bmatrix} \quad (6.3.2.1)$$

Onde:

$[v_{tabc1}]$ : vetor de tensões aplicadas no estator;

$[u_{tabc2}]$ : vetor de tensões induzidas no rotor;

$[i_{tabc1}]$ : vetor de correntes no estator;

$[i_{tabc2}]$ : vetor de correntes no rotor;

$[l_{tabc1}]$ : vetor de enlace de fluxos no estator;

$[l_{tabc2}]$ : vetor de enlace de fluxos no rotor;

$[R_{t1}]$ : matriz de resistências dos enrolamentos do estator; e

$[R_{t2}]$ : matriz de resistências dos enrolamentos do rotor.

As matrizes de resistências do estator e do rotor do transformador são representadas por:

$$[R_{t1}] = \begin{bmatrix} R_{t1} & 0 & 0 \\ 0 & R_{t1} & 0 \\ 0 & 0 & R_{t1} \end{bmatrix} \quad (6.3.2.2)$$

$$[R_{t2}] = \begin{bmatrix} R_{t2} & 0 & 0 \\ 0 & R_{t2} & 0 \\ 0 & 0 & R_{t2} \end{bmatrix} \quad (6.3.2.3)$$

Os enlaces de fluxo do rotor e do estator do transformador rotativo são obtidos a partir de:

$$\begin{bmatrix} [l_{tabc1}] \\ [l_{tabc2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{t11}] & [L_{t12}] \\ [L_{t21}] & [L_{t22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{tabc1}] \\ [-i_{tabc2}] \end{bmatrix} \quad (6.3.2.4)$$

Onde:

$[L_{t11}]$ : matriz de indutâncias do estator;

$[L_{t22}]$ : matriz de indutâncias do rotor;

$[L_{t12}]$ : matriz de indutâncias mútuas entre o estator e o rotor; e

$[L_{t21}]$ : matriz de indutâncias mútuas entre o rotor e o estator.

As indutâncias mútuas entre o estator e o rotor do transformador apresentam a seguinte relação:

$$[L_{t12}] = [L_{t21}]^T \quad (6.3.2.5)$$

A matriz de indutâncias do estator do transformador rotativo é composta pelas indutâncias de dispersão e de magnetização:

$$[L_{t11}] = \begin{bmatrix} L_{t1} + L_{tm1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{t1} + L_{tm1} & 0 \\ 0 & 0 & L_{t1} + L_{tm1} \end{bmatrix} \quad (6.3.2.6)$$

Onde:

$L_{t1}$ : indutância de dispersão de fase nos enrolamentos do estator;

$L_{tm1}$ : indutância de magnetização de fase do estator.

Conforme se pode verificar na expressão 6.3.2.6, o transformador rotativo, diferentemente da máquina assíncrona trifásica, não apresenta indutância mútua entre os enrolamentos do estator, pois cada fase possui núcleo magnético exclusivo.

Seguindo-se o mesmo raciocínio aplicado ao estator, a matriz de indutâncias do rotor do transformador tem a seguinte configuração:

$$[L_{t22}] = \begin{bmatrix} L_{t2} + L_{tm2} & 0 & 0 \\ 0 & L_{t2} + L_{tm2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{t2} + L_{tm2} \end{bmatrix} \quad (6.3.2.7)$$

Onde:

$L_{t2}$ : indutância de dispersão de fase nos enrolamentos do rotor; e

$L_{tm2}$ : indutância de magnetização de fase do rotor.

A matriz de indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e do rotor do transformador rotativo é expressa por meio de:

$$[L_{t12}] = \begin{bmatrix} L_{tM12} & 0 & 0 \\ 0 & L_{tM12} & 0 \\ 0 & 0 & L_{tM12} \end{bmatrix} \quad (6.3.2.8)$$

Onde:

$$L_{tM12} = k_{tz} \cdot L_{tm2} = L_{tm1} \quad (6.3.2.9)$$

Devido aos núcleos independentes de cada fase e a posição geométrica invariável entre as bobinas, a matriz de indutâncias mútuas apresenta elementos somente na diagonal principal. A independência das indutâncias mútuas do transformador em relação ao tempo ou à posição torna o seu estudo mais simples que o da máquina assíncrona trifásica.

A conexão do transformador rotativo à máquina assíncrona requer a referência de todos seus parâmetros ao estator desta última. A partir das expressões 5.1.1.22 e 5.1.3.19 é possível referir-se os parâmetros de circuito equivalente.

A matriz de resistências do estator do transformador referida ao estator da máquina assíncrona é representada por:

$$[R'_{t1}] = k_{mz} \cdot [R_{t1}] \quad (6.3.2.10)$$

A matriz das indutâncias do estator do transformador referida ao estator da máquina assíncrona corresponde a:

$$[L'_{t11}] = k_{mz} \cdot [L_{t11}] \quad (6.3.2.11)$$

$$[L'_{t11}] = \begin{bmatrix} L'_{t1} + L'_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & L'_{t1} + L'_{m1} & 0 \\ 0 & 0 & L'_{t1} + L'_{m1} \end{bmatrix} \quad (6.3.2.12)$$

Onde:

$$L'_{t1} = k_{mz} \cdot L_{t1} \quad (6.3.2.13)$$

$$L'_{m1} = k_{mz} \cdot L_{m1} \quad (6.3.2.14)$$

A matriz de resistências do rotor do transformador referida ao estator da máquina assíncrona é representada por:

$$[R'_{t2}] = k_{mz} \cdot [R_{t2}] \quad (6.3.2.15)$$

A matriz de resistências do rotor do transformador referida ao estator da máquina assíncrona corresponde a:

$$[L'_{t22}] = k_{mz} \cdot [L_{t22}] \quad (6.3.2.16)$$

$$[L'_{t22}] = \begin{bmatrix} L'_{t2} + L'_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & L'_{t2} + L'_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & L'_{t2} + L'_{m2} \end{bmatrix} \quad (6.3.2.17)$$

Onde:

$$L'_{t2} = k_{mz} \cdot L_{t2} \quad (6.3.2.18)$$

$$L'_{m2} = k_{mz} \cdot L_{m2} \quad (6.3.2.19)$$

A matriz de indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e do rotor do transformador referida ao estator da máquina assíncrona trifásica é expressa por meio de:

$$[L'_{t12}] = k_{mz} \cdot [L_{t12}] \quad (6.3.2.20)$$

$$[L'_{t12}] = \begin{bmatrix} L'_{tM12} & 0 & 0 \\ 0 & L'_{tM12} & 0 \\ 0 & 0 & L'_{tM12} \end{bmatrix} \quad (6.3.2.21)$$

Onde:

$$L'_{tM12} = k_{mz} \cdot L_{tm2} = k_{mz} \cdot L_{tm1} \quad (6.3.2.22)$$

Conservando-se a validade de 6.3.2.5, tem-se a seguinte relação:

$$[L'_{t12}] = [L'_{t21}]^T \quad (6.3.2.23)$$

Finalmente as equações de tensão expressas em variáveis de máquinas e referidas ao estator da máquina assíncrona trifásica correspondem a:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [v'_{tabc1}] \\ [u'_{tabc2}] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} [R'_{t1}] & [0] \\ [0] & [R'_{t2}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i'_{tabc1}] \\ [-i'_{tabc2}] \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} [L'_{t11}] & [L'_{t12}] \\ [L'_{t21}] & [L'_{t22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i'_{tabc1}] \\ [-i'_{tabc2}] \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (6.3.2.24)$$

Dentro deste raciocínio, a expressão 6.3.2.1, quando referida ao estator da máquina assíncrona, apresenta-se conforme:

$$\begin{bmatrix} [v'_{tabc1}] \\ [u'_{tabc2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R'_{t1}] & [0] \\ [0] & [R'_{t2}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i'_{tabc1}] \\ [-i'_{tabc2}] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [l'_{tabc1}] \\ [l'_{tabc2}] \end{bmatrix} \quad (6.3.2.25)$$

Em 6.3.2.25 observam-se que os valores de corrente, tensão e fluxo estão referidos ao estator da máquina assíncrona trifásica.

### 6.3.3 As equações de tensão da união da máquina e transformador

Conforme ilustrado na Figura 6.2.1, os circuitos do rotor da máquina assíncrona trifásica e do rotor do transformador estão associados em série.

A partir das expressões 6.3.1.21 e 6.3.2.24 obtém-se as equações de tensão para o sistema compreendido pela conexão da máquina assíncrona trifásica ao transformador rotativo.

$$\begin{aligned}
 [v_{mabc1}] = [R_{m1}] [i_{mabc1}] + \frac{d}{dt} \{ [L_{m11}] [i_{mabc1}] \} + \\
 + \frac{d}{dt} \{ [L'_{m12}] [i'_{mabc2}] \}
 \end{aligned}
 \tag{6.3.3.1}$$

$$\begin{aligned}
 [0] = [R'_{m2} + R'_{t2}] [i'_{mabc2}] + \\
 + \frac{d}{dt} \{ ([L'_{m22}] + [L'_{t22}]) [i'_{mabc2}] \} + \\
 + \frac{d}{dt} \{ [L'_{m21}] [i'_{mabc1}] - [L'_{t21}] [i'_{tabc1}] \}
 \end{aligned}
 \tag{6.3.3.2}$$

$$\begin{aligned}
 [v'_{tabc1}] = [R'_{t1}] [i'_{tabc1}] + \frac{d}{dt} \{ [L'_{t11}] [i'_{tabc1}] \} + \\
 - \frac{d}{dt} \{ [L'_{t12}] [i'_{mabc2}] \}
 \end{aligned}
 \tag{6.3.3.3}$$

Arranjando-se as expressões 6.3.3.1 a 6.3.3.3 sob a forma matricial, obtém-se o seguinte sistema:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} [v_{mabc1}] \\ [0] \\ [v'_{tabc1}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{m1}] & [0] & [0] \\ [0] & [R'_{m2} + R'_{t2}] & [0] \\ [0] & [0] & [R'_{t1}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [i_{mabc1}] \\ [i'_{mabc2}] \\ [i'_{tabc1}] \end{bmatrix} + \\
 + \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} [L_{m11}] & [L'_{m12}] & [0] \\ [L'_{m21}] & [L'_{m22} + L'_{t22}] & -[L'_{t21}] \\ [0] & -[L'_{t12}] & [L'_{t11}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [i_{mabc1}] \\ [i'_{mabc2}] \\ [i'_{tabc1}] \end{bmatrix} \right\}
 \end{aligned}
 \tag{6.3.3.4}$$

A expressão 6.3.3.4 apresenta todas as equações de tensões da máquina e do transformador referidas ao estator da máquina assíncrona.

### 6.3.4 A equação de torque

A energia armazenada nos campos eletromagnéticos da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo é obtida por meio de 6.3.4.1, na qual  $[I]$  representa a matriz identidade [19].

$$\begin{aligned}
 W_{me} = & \frac{1}{2} \cdot [i_{mabc1}]^T \cdot ([L_{m11}] - L_{m1} \cdot [I]) \cdot [i_{mabc1}] + \\
 & + [i_{mabc1}]^T \cdot [L'_{m12}] \cdot [i'_{mabc2}] + \\
 & + \frac{1}{2} \cdot [i'_{mabc2}]^T \cdot ([L'_{m22}] - L'_{m2} \cdot [I]) \cdot [i'_{mabc2}] + \\
 & + \frac{1}{2} \cdot [i'_{tabc1}]^T \cdot ([L'_{t11}] - L'_{t1} \cdot [I]) \cdot [i'_{tabc1}] + \\
 & + [i'_{tabc1}]^T \cdot [L'_{t12}] \cdot [-i'_{tabc2}] + \\
 & + \frac{1}{2} \cdot [-i'_{tabc2}]^T \cdot ([L'_{t22}] - L'_{t2} \cdot [I]) \cdot [-i'_{tabc2}]
 \end{aligned} \tag{6.3.4.1}$$

O torque eletromagnético desenvolvido pela máquina assíncrona trifásica conectada ao transformador rotativo corresponde a:

$$T_{me} = -\frac{dW_{me}}{dq_{mec}} = -p_m \cdot \frac{dW_{me}}{dq_{m2}} \tag{6.3.4.2}$$

Sendo a posição angular mecânica  $q_{mec}$  é obtida por meio de:

$$q_{mec} = \frac{q_{m2}}{p_m} \tag{6.3.4.3}$$

Substituindo-se 6.3.4.1 em 6.3.4.2 e observando-se que somente a matriz  $[L'_{m12}]$  depende de  $q_{m2}$ , tem-se que o torque eletromagnético desenvolvido pelo conjunto corresponde a:

$$T_{me} = p_m [i_{mabc1}]^T \cdot \left( \frac{d}{dq_{m2}} [L'_{m12}] \right) \cdot [i'_{mabc2}] \tag{6.3.4.4}$$

A partir da expressão 6.3.4.4, observa-se que a matriz de indutâncias  $[L'_{m12}]$  presente no cálculo do torque eletromagnético refere-se somente às indutâncias mútuas entre o estator e o rotor da máquina assíncrona.

O transformador rotativo, conforme já previsto, não desenvolve qualquer torque eletromagnético no seu entreferro. Sua ação sobre o torque eletromagnético do conjunto limita-se à influência de sua impedância sobre as correntes  $[i'_{mabc1}]$  e  $[i'_{mabc2}]$ .

Expandindo-se a expressão 6.3.4.4 e realizando-se as devidas transformações trigonométricas, tem-se que:

$$\begin{aligned}
 T_{me} = & -P_m \cdot L'_{mM12} \left\{ [i'_{ma1} \cdot (i'_{ma2} - \frac{1}{2} i'_{mb2} - \frac{1}{2} i'_{mc2}) + \right. \\
 & + i'_{mb1} \cdot (i'_{mb2} - \frac{1}{2} i'_{ma2} - \frac{1}{2} i'_{mc2}) + \\
 & + i'_{mc1} \cdot (i'_{mc2} - \frac{1}{2} i'_{mb2} - \frac{1}{2} i'_{ma2})] J \cdot \text{sen}(\alpha_{m2}) + \\
 & + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot [i'_{ma1} \cdot (i'_{mb2} - i'_{mc2}) + i'_{mb1} \cdot (i'_{mc2} - i'_{ma2}) + \\
 & \left. + i'_{mc1} \cdot (i'_{ma2} - i'_{mb2})] J \cdot \text{cos}(\alpha_{m2}) \right\} \quad (6.3.4.5)
 \end{aligned}$$

Considerando-se que a máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo esteja acoplada a uma carga de inércia  $J_{carga}$  e torque  $T_{carga}$ , a equação dinâmica do sistema pode ser escrita conforme:

$$T_{me} = (J_m + J_t + J_{carga}) \cdot \frac{d\omega_{mec}}{dt} + T_{carga} \quad (6.3.4.6)$$

$$\omega_{mec} = \frac{dq_{mec}}{dt} \quad (6.3.4.7)$$

Onde:

$J_m$  : inércia da máquina assíncrona trifásica; e

$J_t$  : inércia do transformador rotativo trifásico.

Conforme se observa, a expressão 6.3.4.6 não contempla a presença do atrito na determinação do torque, o que configura em uma simplificação da análise do sistema físico.

## 6.4 AS EQUAÇÕES NO SISTEMA DE REFERÊNCIA *QDO*

Estabelecidas as equações no sistema *abc*, parte-se para a definição das equações no sistema de referência *qdo*.

### 6.4.1 As equações de tensão da máquina assíncrona trifásica

Aplicando-se as transformações estabelecidas de 6.1.14 a 6.1.17 em 6.3.1.22, obtêm-se as equações de tensões no sistema *qdo* [19]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [v_{mqdo1}] \\ [v'_{mqdo2}] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} [R_{m1}] & [0] \\ [0] & [R'_{m2}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{mqdo1}] \\ [i'_{mqdo2}] \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} w_{qdo} [l_{mdq1}] \\ (w_{qdo} - w_{m2}) [l'_{mdq2}] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [l_{mqdo1}] \\ [l'_{mqdo2}] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.4.1.1)$$

Onde:

$$[l_{mdq1}]^T = [l_{md1} \quad -l_{mq1} \quad 0] \quad (6.4.1.2)$$

$$[l'_{mdq2}]^T = [l'_{md2} \quad -l'_{mq2} \quad 0] \quad (6.4.1.3)$$

Os enlaces de fluxo do rotor e do estator da máquina assíncrona no sistema *qdo* são calculados a partir de:

$$\begin{bmatrix} [l_{mqdo1}] \\ [l'_{mqdo2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{mqdo11}] & [L'_{mqdo12}] \\ [L'_{mqdo21}] & [L'_{mqdo22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{mqdo1}] \\ [i'_{mqdo2}] \end{bmatrix} \quad (6.4.1.4)$$

A transformação das indutâncias para o sistema *qdo* dá-se por meio das seguintes expressões:

$$[L_{mqdo11}] = [K_{m1}] [L_{m11}] [K_{m1}]^{-1} \quad (6.4.1.5)$$

$$[L'_{mqdo22}] = [K_{m2}] [L'_{m22}] [K_{m2}]^{-1} \quad (6.4.1.6)$$

$$[L'_{mqdo12}] = [L'_{mqdo21}] = [K_{m1}][L'_{m12}][K_{m2}]^{-1} \quad (6.4.1.7)$$

As expressões 6.4.1.8 a 6.4.1.10 apresentam as matrizes das indutâncias expressas no sistema *qdo*.

$$[L'_{mqdo11}] = \begin{bmatrix} L_{m1} + M_m & 0 & 0 \\ 0 & L_{m1} + M_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{m1} \end{bmatrix} \quad (6.4.1.8)$$

$$[L'_{mqdo12}] = \begin{bmatrix} L'_{m2} + M_m & 0 & 0 \\ 0 & L'_{m2} + M_m & 0 \\ 0 & 0 & L'_{m2} \end{bmatrix} \quad (6.4.1.9)$$

$$[L'_{mqdo12}] = [L'_{mqdo21}] = \begin{bmatrix} M_m & 0 & 0 \\ 0 & M_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.4.1.10)$$

Onde:

$$M_m = \frac{3}{2} \cdot L_{mm1} \quad (6.4.1.11)$$

Substituindo-se as expressões 6.4.1.8 a 6.4.1.10 em 6.4.1.4, o cálculo dos enlaces de fluxos na máquina assíncrona corresponde a:

$$l_{mq1} = L_{m1} \cdot i_{mq1} + M_m \cdot (i_{mq1} + i'_{mq2}) \quad (6.4.1.12)$$

$$l_{md1} = L_{m1} \cdot i_{md1} + M_m \cdot (i_{md1} + i'_{md2}) \quad (6.4.1.13)$$

$$l_{mo1} = L_{m1} \cdot i_{mo1} \quad (6.4.1.14)$$

$$l'_{mq2} = L'_{m2} \cdot i'_{mq2} + M_m \cdot (i_{mq1} + i'_{mq2}) \quad (6.4.1.15)$$

$$l'_{md2} = L'_{m2} \cdot i'_{md2} + M_m \cdot (i_{md1} + i'_{md2}) \quad (6.4.1.16)$$

$$l'_{mo2} = L'_{m1} \cdot i'_{mo2} \quad (6.4.1.17)$$

As equações de tensão apresentadas em 6.4.1.1 podem ser expressas da seguinte forma:

$$v_{mq1} = R_{m1} \cdot i_{mq1} + W_b \cdot l_{md1} + \frac{d}{dt} \cdot (l_{mq1}) \quad (6.4.1.18)$$

$$v_{md1} = R_{m1} \cdot i_{md1} - W_b \cdot l_{mq1} + \frac{d}{dt} \cdot (l_{md1}) \quad (6.4.1.19)$$

$$v_{mo1} = R_{m1} \cdot i_{mo1} + \frac{d}{dt} \cdot (l_{mo1}) \quad (6.4.1.20)$$

$$v'_{mq2} = R'_{m2} \cdot i'_{mq2} + (W_{qdo} - W_{m2}) \cdot l'_{md2} + \frac{d}{dt} \cdot (l'_{mq2}) \quad (6.4.1.21)$$

$$v'_{md2} = R'_{m2} \cdot i'_{md2} - (W_{qdo} - W_{m2}) \cdot l'_{mq2} + \frac{d}{dt} \cdot (l'_{md2}) \quad (6.4.1.22)$$

$$v'_{mo2} = R'_{m2} \cdot i'_{mo2} + \frac{d}{dt} \cdot (l'_{mo2}) \quad (6.4.1.23)$$

As expressões 6.4.1.12 a 6.4.1.23 estão escritas em função de fluxos e de indutâncias. Todavia, os parâmetros da máquina são normalmente definidos em função de resistências e reatâncias.

Tomando-se por referência a frequência angular base  $W_b = W_{me1}$  e substituindo-se as indutâncias por reatâncias nas expressões 6.4.1.12 a 6.4.1.17, obtêm-se as expressões 6.4.2.24 a 6.4.2.29, nas quais o fluxo  $y$  é expresso em volts [19].

$$y_{mq1} = W_b \cdot l_{mq1} = X_{m1} \cdot i_{mq1} + X_{mM} \cdot (i_{mq1} + i'_{mq2}) \quad (6.4.1.24)$$

$$y_{md1} = W_b \cdot l_{md1} = X_{m1} \cdot i_{md1} + X_{mM} \cdot (i_{md1} + i'_{md2}) \quad (6.4.1.25)$$

$$y_{mo1} = W_b \cdot l_{mo1} = X_{m1} \cdot i_{mo1} \quad (6.4.1.26)$$

$$y'_{mq2} = W_b \cdot l'_{mq2} = X'_{m2} \cdot i'_{mq2} + X_{mM} \cdot (i_{mq1} + i'_{mq2}) \quad (6.4.1.27)$$

$$y'_{md2} = W_b \cdot l'_{md2} = X'_{m2} \cdot i'_{md2} + X_{mM} \cdot (i_{md1} + i'_{md2}) \quad (6.4.1.28)$$

$$y'_{mo2} = W_b \cdot l'_{mo2} = X'_{m2} \cdot i'_{mo2} \quad (6.4.1.29)$$

Onde:

$$X_{m1} = W_b \cdot L_{m1} \quad (6.4.1.30)$$

$$X'_{m2} = W_b \cdot L'_{m2} \quad (6.4.1.31)$$

$$X_{mM} = W_b \cdot M_m \quad (6.4.1.32)$$

Substituindo-se as expressões 6.4.1.24 a 6.4.1.29 em 6.4.1.18 a 6.4.1.23, as equações de tensão adquirem os seguintes formatos:

$$v_{mq1} = R_{m1} \cdot i_{mq1} + \frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot \mathcal{Y}_{md1} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}_{mq1}) \quad (6.4.1.33)$$

$$v_{md1} = R_{m1} \cdot i_{md1} - \frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot \mathcal{Y}_{mq1} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}_{md1}) \quad (6.4.1.34)$$

$$v_{mo1} = R_{m1} \cdot i_{mo1} + \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}_{mo1}) \quad (6.4.1.35)$$

$$v'_{mq2} = R'_{m2} \cdot i'_{mq2} + \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \mathcal{Y}'_{md2} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}'_{mq2}) \quad (6.4.1.36)$$

$$v'_{md2} = R'_{m2} \cdot i'_{md2} - \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \mathcal{Y}'_{mq2} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}'_{md2}) \quad (6.4.1.37)$$

$$v'_{mo2} = R'_{m2} \cdot i'_{mo2} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}'_{mo2}) \quad (6.4.1.38)$$

As equações de tensões da máquina assíncrona apresentadas em 6.4.1.33 a 6.4.1.38 podem ser expressas na seguinte forma matricial:

$$[y_m] = [A_m] \cdot [z_m] + [B_m] \cdot \frac{d}{dt} [z_m] \quad (6.4.1.39)$$

Em 6.4.1.39, os vetores  $[y_m]$  e  $[z_m]$  representam respectivamente as tensões e correntes nos terminais da máquina assíncrona trifásica:

$$[y_m]^T = [v_{mq1} \quad v_{md1} \quad v_{mo1} \quad v'_{mq2} \quad v'_{md2} \quad v'_{mo2}] \quad (6.4.1.40)$$

$$[z_m]^T = [i_{mq1} \quad i_{md1} \quad i_{mo1} \quad i'_{mq2} \quad i'_{md2} \quad i'_{mo2}] \quad (6.4.1.41)$$

Em 6.4.1.39, as matrizes  $[A_m]$  e  $[B_m]$  correspondem a:

$$[A_m] = \begin{bmatrix} a_{11}^m & a_{12}^m & 0 & 0 & a_{15}^m & 0 \\ a_{21}^m & a_{22}^m & 0 & a_{24}^m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33}^m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{42}^m & 0 & a_{44}^m & a_{45}^m & 0 \\ a_{51}^m & 0 & 0 & a_{54}^m & a_{55}^m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66}^m \end{bmatrix}. \quad (6.4.1.42)$$

$$[B_m] = \begin{bmatrix} b_{11}^m & 0 & 0 & b_{14}^m & 0 & 0 \\ 0 & b_{22}^m & 0 & 0 & b_{25}^m & 0 \\ 0 & 0 & b_{33}^m & 0 & 0 & 0 \\ b_{41}^m & 0 & 0 & b_{44}^m & 0 & 0 \\ 0 & b_{52}^m & 0 & 0 & b_{55}^m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{66}^m \end{bmatrix}. \quad (6.4.1.43)$$

Os elementos da matriz  $[A_m]$  correspondem a:

$$a_{11}^m = R_{m1} \quad (6.4.1.44)$$

$$a_{12}^m = \frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot (X_{m1} + X_{mM}) \quad (6.4.1.45)$$

$$a_{15}^m = \frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.1.46)$$

$$a_{21}^m = -\frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot (X_{m1} + X_{mM}) \quad (6.4.1.47)$$

$$a_{22}^m = R_{m1} \quad (6.4.1.48)$$

$$a_{24}^m = -\frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.1.49)$$

$$a_{33}^m = R_{m1} \quad (6.4.1.50)$$

$$a_{42}^m = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.1.51)$$

$$a_{44}^m = R'_{m2} \quad (6.4.1.52)$$

$$a_{45}^m = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{m2} + X_{mM}) \quad (6.4.1.53)$$

$$a_{51}^m = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.1.54)$$

$$a_{54}^m = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{m2} + X_{mM}) \quad (6.4.1.55)$$

$$a_{55}^m = R'_{m2} \quad (6.4.1.56)$$

$$a_{66}^m = R'_{m2} \quad (6.4.1.57)$$

Os elementos da matriz  $[B_m]$  são representados por:

$$b_{11}^m = X_{m1} + X_{mM} \quad (6.4.1.58)$$

$$b_{14}^m = X_{mM} \quad (6.4.1.59)$$

$$b_{22}^m = X_{m1} + X_{mM} \quad (6.4.1.60)$$

$$b_{25}^m = X_{mM} \quad (6.4.1.61)$$

$$b_{33}^m = X_{m1} \quad (6.4.1.62)$$

$$b_{41}^m = X_{mM} \quad (6.4.1.63)$$

$$b_{44}^m = X'_{m2} + X_{mM} \quad (6.4.1.64)$$

$$b_{52}^m = X_{mM} \quad (6.4.1.65)$$

$$b_{55}^m = X'_{m2} + X_{mM} \quad (6.4.1.66)$$

$$b_{66}^m = X_{m1} \quad (6.4.1.67)$$

## 6.4.2 As equações de tensão do transformador rotativo trifásico

Aplicando-se as transformações apresentadas de 6.1.14 a 6.1.17 em 6.3.2.25, obtêm-se as equações de tensões no sistema de referência  $qdo$ :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [v'_{iqdo1}] \\ [u'_{iqdo2}] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} [R'_{t1}] & [0] \\ [0] & [R'_{t2}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i'_{iqdo1}] \\ [-i'_{iqdo2}] \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} (W_{qdo} - W_{m2})[i'_{idq1}] \\ (W_{qdo} - W_{m2})[i'_{idq2}] \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [l'_{iqdo1}] \\ [l'_{iqdo2}] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.4.2.1)$$

Onde:

$$[l'_{idq1}]^T = [l'_{id1} \quad -l'_{iq1} \quad 0] \quad (6.4.2.2)$$

$$[l'_{idq2}] = [l'_{id2} \quad -l'_{iq2} \quad 0] \quad (6.4.2.3)$$

Os enlaces de fluxo do rotor e do estator do transformador rotativo no sistema  $qdo$  são calculados a partir de:

$$\begin{bmatrix} [l'_{iqdo1}] \\ [l'_{iqdo2}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L'_{iqdo11}] & [L'_{iqdo12}] \\ [L'_{iqdo21}] & [L'_{iqdo22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i'_{iqdo1}] \\ [i'_{iqdo2}] \end{bmatrix} \quad (6.4.2.4)$$

A transformação das indutâncias para o sistema  $qdo$  dá-se por meio das seguintes expressões:

$$[L_{iqdo11}] = [K_{m2}] \cdot [L'_{t11}] \cdot [K_{m2}]^{-1} \quad (6.4.2.5)$$

$$[L'_{iqdo22}] = [K_{m2}] \cdot [L'_{t22}] \cdot [K_{m2}]^{-1} \quad (6.4.2.6)$$

$$[L'_{iqdo12}] = [L'_{iqdo21}] = [K_{m2}] \cdot [L'_{t22}] \cdot [K_{m2}]^{-1} \quad (6.4.2.7)$$

As expressões 6.4.2.8 a 6.4.2.10 apresentam as matrizes das indutâncias expressas no sistema  $qdo$ :

$$[L'_{iqdo11}] = \begin{bmatrix} L'_{t1} + M'_t & 0 & 0 \\ 0 & L'_{t1} + M'_t & 0 \\ 0 & 0 & L'_{t1} + M'_t \end{bmatrix} \quad (6.4.2.8)$$

$$[L'_{iqdo22}] = \begin{bmatrix} L'_{t2} + M'_t & 0 & 0 \\ 0 & L'_{t2} + M'_t & 0 \\ 0 & 0 & L'_{t2} + M'_t \end{bmatrix} \quad (6.4.2.9)$$

$$[L'_{iqdo12}] = [L'_{iqdo21}] = \begin{bmatrix} M'_t & 0 & 0 \\ 0 & M'_t & 0 \\ 0 & 0 & M'_t \end{bmatrix} \quad (6.4.2.10)$$

Onde:

$$M'_t = L'_{m1} \quad (6.4.2.11)$$

Substituindo-se as expressões 6.4.2.8 a 6.4.2.10 em 6.4.2.4, o cálculo dos enlaces de fluxos no transformador rotativo trifásico pode ser feito por meio de:

$$l'_{iq1} = L'_{t1} \cdot i'_{iq1} + M'_t \cdot (i'_{iq1} - i'_{iq2}) \quad (6.4.2.12)$$

$$l'_{id1} = L'_{t1} \cdot i'_{id1} + M'_t \cdot (i'_{id1} - i'_{id2}) \quad (6.4.2.13)$$

$$l'_{io1} = L'_{t1} \cdot i'_{io1} + M'_t \cdot (i'_{io1} - i'_{io2}) \quad (6.4.2.14)$$

$$l'_{iq2} = -L'_{t2} \cdot i'_{iq2} + M'_t \cdot (i'_{iq1} - i'_{iq2}) \quad (6.4.2.15)$$

$$l'_{id2} = -L'_{t2} \cdot i'_{id2} + M'_t \cdot (i'_{id1} - i'_{id2}) \quad (6.4.2.16)$$

$$l'_{io2} = -L'_{t2} \cdot i'_{io2} + M'_t \cdot (i'_{io1} - i'_{io2}) \quad (6.4.2.17)$$

As equações de tensão apresentadas em 6.4.2.1 podem ser expressas sob as seguintes formas:

$$v'_{iq1} = R'_{t1} \cdot i'_{iq1} + (W_{qdo} - W_{m2}) \cdot l'_{id1} + \frac{d}{dt} (l'_{iq1}) \quad (6.4.2.18)$$

$$v'_{id1} = R'_{t1} \cdot i'_{id1} - (W_{qdo} - W_{m2}) \cdot l'_{iq1} + \frac{d}{dt} (l'_{id1}) \quad (6.4.2.19)$$

$$v'_{io1} = R'_{t1} \cdot i'_{io1} + \frac{d}{dt} (l'_{io1}) \quad (6.4.2.20)$$

$$u'_{iq2} = -R'_{t2} \cdot i'_{iq2} + (W_{qdo} - W_{m2}) \cdot l'_{id2} + \frac{d}{dt} (l'_{iq2}) \quad (6.4.2.21)$$

$$u'_{id2} = -R'_{t2} \cdot i'_{id2} - (W_{qdo} - W_{m2}) \cdot l'_{iq2} + \frac{d}{dt} (l'_{id2}) \quad (6.4.2.22)$$

$$u'_{io2} = -R'_{t2} \cdot i'_{io2} + \frac{d}{dt} (l'_{io2}) \quad (6.4.2.23)$$

As expressões 6.4.2.12 a 6.4.2.23 estão escritas em função de fluxos e de indutâncias. Todavia, os parâmetros do transformador rotativo podem ser expressos em função de resistências e reatâncias.

Tomando-se novamente por referência a frequência angular base  $W_b = W_{me1}$  e substituindo-se as indutâncias por reatâncias nas expressões 6.4.2.12 a 6.4.2.17, obtêm-se as expressões 6.4.2.24 a 6.4.2.29, nas quais o fluxo  $y$  é expresso em volts [19].

$$y'_{iq1} = W_b \cdot l'_{iq1} = X'_{t1} \cdot i'_{iq1} + X'_{tM} \cdot (i'_{iq1} - i'_{iq2}) \quad (6.4.2.24)$$

$$y'_{id1} = W_b \cdot l'_{id1} = X'_{t1} \cdot i'_{id1} + X'_{tM} \cdot (i'_{id1} - i'_{id2}) \quad (6.4.2.25)$$

$$y'_{io1} = W_b \cdot l'_{io1} = X'_{t1} \cdot i'_{io1} + X'_{tM} \cdot (i'_{io1} - i'_{io2}) \quad (6.4.2.26)$$

$$y'_{iq2} = W_b \cdot l'_{iq2} = -X'_{t2} \cdot i'_{iq2} + X'_{tM} \cdot (i'_{iq1} - i'_{iq2}) \quad (6.4.2.27)$$

$$y'_{id2} = W_b \cdot l'_{id2} = -X'_{t2} \cdot i'_{id2} + X'_{tM} \cdot (i'_{id1} - i'_{id2}) \quad (6.4.2.28)$$

$$y'_{io2} = W_b \cdot l'_{io2} = -X'_{t1} \cdot i'_{io2} + X'_{tM} \cdot (i'_{io1} - i'_{io2}) \quad (6.4.2.29)$$

Onde:

$$X'_{t1} = W_b \cdot L'_{t1} \quad (6.4.1.30)$$

$$X'_{t2} = W_b \cdot L'_{t2} \quad (6.4.1.31)$$

$$X'_{tM} = W_b \cdot M_t \quad (6.4.1.32)$$

Substituindo-se as expressões 6.4.2.24 a 6.4.2.29 em 6.4.1.18 a 6.4.1.23, tem-se:

$$v'_{iq1} = R'_{t1} \cdot i'_{iq1} + \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \psi'_{id1} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\psi'_{iq1}) \quad (6.4.2.33)$$

$$v'_{id1} = R'_{t1} \cdot i'_{id1} - \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \psi'_{iq1} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\psi'_{id1}) \quad (6.4.2.34)$$

$$v'_{to1} = R'_{t1} \cdot i'_{to1} + \frac{d}{dt} (\psi'_{to1}) \quad (6.4.2.35)$$

$$u'_{iq2} = -R'_{t2} \cdot i'_{iq2} + \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \psi'_{id2} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\psi'_{iq2}) \quad (6.4.2.36)$$

$$u'_{id2} = -R'_{t2} \cdot i'_{id2} - \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \psi'_{iq2} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\psi'_{id2}) \quad (6.4.2.37)$$

$$u'_{to2} = -R'_{t2} \cdot i'_{to2} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\psi'_{to2}) \quad (6.4.2.38)$$

As equações de tensões da máquina assíncrona apresentadas em 6.4.2.33 a 6.4.2.38 podem ser expressas na seguinte forma matricial:

$$[y_t] = [A_t] [z_t] + [B_t] \cdot \frac{d}{dt} [z_t] \quad (6.4.2.39)$$

Em 6.4.2.39, os vetores  $[y_t]$  e  $[z_t]$  representam respectivamente as tensões e as correntes nos terminais do transformador rotativo trifásico.

$$[y_t]^T = [v'_{iq1} \quad v'_{id1} \quad v'_{to1} \quad u'_{iq2} \quad u'_{id2} \quad u'_{to2}] \quad (6.4.2.40)$$

$$[z_t]^T = [i'_{iq1} \quad i'_{id1} \quad i'_{to1} \quad i'_{iq2} \quad i'_{id2} \quad i'_{to2}] \quad (6.4.2.41)$$

Em 6.4.2.39, as matrizes  $[A_t]$  e  $[B_t]$  correspondem a:

$$[A_t] = \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & 0 & 0 & a'_{15} & 0 \\ a'_{21} & a'_{22} & 0 & a'_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a'_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a'_{42} & 0 & a'_{44} & a'_{45} & 0 \\ a'_{51} & 0 & 0 & a'_{54} & a'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a'_{66} \end{bmatrix} \quad (6.4.2.42)$$

$$[B_t] = \begin{bmatrix} b'_{11} & 0 & 0 & b'_{14} & 0 & 0 \\ 0 & b'_{22} & 0 & 0 & b'_{25} & 0 \\ 0 & 0 & b'_{33} & 0 & 0 & b'_{36} \\ b'_{41} & 0 & 0 & b'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & b'_{52} & 0 & 0 & b'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & b'_{63} & 0 & 0 & b'_{66} \end{bmatrix} \quad (6.4.2.43)$$

Os elementos da matriz  $[A_t]$  são representados por:

$$a'_{11} = R'_{t1} \quad (6.4.2.44)$$

$$a'_{12} = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{t1} + X'_{tM}) \quad (6.4.2.45)$$

$$a'_{15} = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.2.46)$$

$$a'_{21} = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{t1} + X'_{tM}) \quad (6.4.2.47)$$

$$a'_{22} = R'_{t1} \quad (6.4.2.48)$$

$$a'_{24} = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.2.49)$$

$$a'_{33} = R'_{t1} \quad (6.4.2.50)$$

$$a'_{42} = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.2.51)$$

$$a_{44}^t = -R'_{t2} \quad (6.4.2.52)$$

$$a_{45}^t = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{t2} + X'_{tM}) \quad (6.4.2.53)$$

$$a_{51}^t = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.2.54)$$

$$a_{54}^t = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{t2} + X'_{tM}) \quad (6.4.2.55)$$

$$a_{55}^t = -R'_{t2} \quad (6.4.2.56)$$

$$a_{66}^t = -R'_{t2} \quad (6.4.2.57)$$

Os elementos da matriz  $[B_t]$  correspondem a:

$$b_{11}^t = X'_{t1} + X'_{tM} \quad (6.4.2.58)$$

$$b_{14}^t = -X'_{tM} \quad (6.4.2.59)$$

$$b_{22}^t = X'_{t1} + X'_{tM} \quad (6.4.2.60)$$

$$b_{25}^t = -X'_{tM} \quad (6.4.2.61)$$

$$b_{33}^t = X'_{t1} + X'_{tM} \quad (6.4.2.62)$$

$$b_{36}^t = -X'_{t1} \quad (6.4.2.63)$$

$$b_{41}^t = X'_{tM} \quad (6.4.2.64)$$

$$b_{44}^t = -(X'_{t2} + X'_{tM}) \quad (6.4.2.65)$$

$$b_{52}^t = X'_{tM} \quad (6.4.2.66)$$

$$b_{55}^t = -(X'_{t2} + X'_{tM}) \quad (6.4.2.67)$$

$$b_{63}^t = X'_{tM} \quad (6.4.2.68)$$

$$b_{66}^t = -(X'_{t2} + X'_{tM}) \quad (6.4.2.69)$$

### 6.4.3 As equações de tensão da união da máquina e transformador

Conforme a Figura 6.2.1, a associação da máquina assíncrona ao transformador rotativo determina as seguintes condições:

$$\left[ v'_{mqdo2} \right] = \left[ u'_{iqdo2} \right] \quad (6.4.3.1)$$

$$\left[ v'_{mqdo2} \right] - \left[ u'_{iqdo2} \right] = 0 \quad (6.4.3.2)$$

As equações de tensão para a máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo, obtidas a partir da combinação das equações 6.4.1.33 a 6.4.1.38 e 6.4.2.33 a 6.4.2.38, correspondem a:

$$v_{mq1} = R_{m1} \cdot i_{mq1} + \frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot \mathcal{Y}_{md1} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}_{mq1}) \quad (6.4.3.3)$$

$$v_{md1} = R_{m1} \cdot i_{md1} - \frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot \mathcal{Y}_{mq1} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}_{md1}) \quad (6.4.3.4)$$

$$v_{mo1} = R_{m1} \cdot i_{mo1} + \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}_{mo1}) \quad (6.4.3.5)$$

$$0 = R'_{m2} \cdot i'_{mq2} + \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \mathcal{Y}'_{md2} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}'_{mq2}) + \\ + R'_{t2} \cdot i'_{iq2} - \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \mathcal{Y}'_{td2} - \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}'_{iq2}) \quad (6.4.3.6)$$

$$0 = R'_{m2} \cdot i'_{md2} - \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \mathcal{Y}'_{mq2} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}'_{md2}) + \\ + R'_{t2} \cdot i'_{td2} + \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \mathcal{Y}'_{iq2} - \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}'_{td2}) \quad (6.4.3.7)$$

$$0 = R'_{m2} \cdot i'_{mo2} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}'_{mo2}) + \\ + R'_{t2} \cdot i'_{io2} - \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\mathcal{Y}'_{io2}) \quad (6.4.3.8)$$

$$v'_{iq1} = R'_{t1} \cdot i'_{iq1} + \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \psi'_{td1} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\psi'_{iq1}) \quad (6.4.3.9)$$

$$v'_{td1} = R'_{t1} \cdot i'_{td1} - \left( \frac{W_{qdo} - W_{m2}}{W_b} \right) \psi'_{iq1} + \frac{1}{W_b} \cdot \frac{d}{dt} (\psi'_{td1}) \quad (6.4.3.10)$$

$$v'_{to1} = R'_{t1} \cdot i'_{to1} + \frac{d}{dt} (\psi'_{to1}) \quad (6.4.3.11)$$

As equações de tensões nos terminais da máquina assíncrona e do transformador rotativo apresentadas em 6.4.3.3 a 6.4.3.11 podem ser expressas na forma matricial:

$$[y_{mt}] = [A_{mt}] \cdot [z_{mt}] + [B_{mt}] \cdot \frac{d}{dt} [z_{mt}] \quad (6.4.3.12)$$

Em 6.4.3.12, os vetores  $[y_{mt}]$  e  $[z_{mt}]$  representam respectivamente as tensões e correntes nos terminais da máquina assíncrona e do transformador rotativo:

$$[y_{mt}]^T = [v_{mq1} \quad v_{md1} \quad v_{mo1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad v'_{iq1} \quad v'_{td1} \quad v'_{to1}] \quad (6.4.3.13)$$

$$[z_{mt}]^T = [i_{mq1} \quad i_{md1} \quad i_{mo1} \quad i'_{iq2} \quad i'_{td2} \quad i'_{to2} \quad i'_{iq1} \quad i'_{td1} \quad i'_{to1}] \quad (6.4.3.14)$$

As matrizes  $[A_{mt}]$  e  $[B_{mt}]$  de 6.4.3.12 correspondem às seguintes expressões:

$$[A_{mt}] = \begin{bmatrix} a_{11}^{mt} & a_{12}^{mt} & 0 & 0 & a_{15}^{mt} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}^{mt} & a_{22}^{mt} & 0 & a_{24}^{mt} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33}^{mt} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{42}^{mt} & 0 & a_{44}^{mt} & a_{45}^{mt} & 0 & 0 & a_{48}^{mt} & 0 \\ a_{51}^{mt} & 0 & 0 & a_{54}^{mt} & a_{55}^{mt} & 0 & a_{57}^{mt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66}^{mt} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{75}^{mt} & 0 & a_{77}^{mt} & a_{78}^{mt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{84}^{mt} & 0 & 0 & a_{87}^{mt} & a_{88}^{mt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{99}^{mt} \end{bmatrix} \quad (6.4.3.15)$$

$$[B_{mt}] = \begin{bmatrix} b_{11}^{mt} & 0 & 0 & b_{14}^{mt} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22}^{mt} & 0 & 0 & b_{25}^{mt} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{33}^{mt} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{41}^{mt} & 0 & 0 & b_{44}^{mt} & 0 & 0 & b_{47}^{mt} & 0 & 0 \\ 0 & b_{52}^{mt} & 0 & 0 & b_{55}^{mt} & 0 & 0 & b_{58}^{mt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{66}^{mt} & 0 & 0 & b_{69}^{mt} \\ 0 & 0 & 0 & b_{74}^{mt} & 0 & 0 & b_{77}^{mt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{85}^{mt} & 0 & 0 & b_{88}^{mt} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{96}^{mt} & 0 & 0 & b_{99}^{mt} \end{bmatrix} \quad (6.4.3.16)$$

Os elementos da matriz  $[A_{mt}]$  correspondem a:

$$a_{11}^{mt} = a_{11}^m = R_{m1} \quad (6.4.3.17)$$

$$a_{12}^{mt} = a_{12}^m = \frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot (X_{m1} + X_{mM}) \quad (6.4.3.18)$$

$$a_{15}^{mt} = a_{15}^m = \frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.3.19)$$

$$a_{21}^{mt} = a_{21}^m = -\frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot (X_{m1} + X_{mM}) \quad (6.4.3.20)$$

$$a_{22}^{mt} = a_{22}^m = R_{m1} \quad (6.4.3.21)$$

$$a_{24}^{mt} = a_{24}^m = -\frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.3.22)$$

$$a_{33}^{mt} = a_{33}^m = R_{m1} \quad (6.4.3.23)$$

$$a_{42}^{mt} = a_{42}^m = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.3.24)$$

$$a_{44}^{mt} = a_{44}^m - a_{44}^t = R'_{m2} + R'_{t2} \quad (6.4.3.25)$$

$$a_{45}^{mt} = a_{45}^m - a_{45}^t = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{m2} + X_{mM} + X'_{t2} + X'_{tM}) \quad (6.4.3.26)$$

$$a_{48}^{mt} = -a_{42}^t = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X_{tM} \quad (6.4.3.27)$$

$$a_{51}^{mt} = a_{51}^m = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.3.28)$$

$$a_{54}^{mt} = a_{54}^m - a_{54}^t = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{m2} + X_{mM} + X'_{t2} + X'_{tM}) \quad (6.4.3.29)$$

$$a_{55}^{mt} = a_{55}^m - a_{55}^t = R'_{m2} + R'_{t2} \quad (6.4.3.30)$$

$$a_{57}^{mt} = -a_{15}^t = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.3.31)$$

$$a_{66}^{mt} = a_{66}^m - a_{66}^t = R'_{m2} + R'_{t2} \quad (6.4.3.32)$$

$$a_{75}^{mt} = a_{15}^t = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.3.33)$$

$$a_{77}^{mt} = a_{11}^t = R'_{t1} \quad (6.4.3.34)$$

$$a_{78}^{mt} = a_{12}^t = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{t1} + X'_{tM}) \quad (6.4.3.35)$$

$$a_{84}^{mt} = a_{24}^t = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.3.36)$$

$$a_{87}^{mt} = a_{21}^t = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{t1} + X'_{tM}) \quad (6.4.3.37)$$

$$a_{88}^{mt} = a_{22}^t = R'_{t1} \quad (6.4.3.38)$$

$$a_{99}^{mt} = a_{33}^t = R'_{t1} \quad (6.4.3.39)$$

Os elementos da matriz  $[B_{mt}]$  obedecem às seguintes expressões:

$$b_{11}^{mt} = b_{11}^m = X_{m1} + X_{mM} \quad (6.4.3.40)$$

$$b_{14}^{mt} = b_{14}^m = X_{mM} \quad (6.4.3.41)$$

$$b_{22}^{mt} = b_{22}^m = X_{m1} + X_{mM} \quad (6.4.3.42)$$

$$b_{25}^{mt} = b_{25}^m = X_{mM} \quad (6.4.3.43)$$

$$b_{33}^{mt} = b_{33}^m = X_{m1} \quad (6.4.3.44)$$

$$b_{41}^{mt} = b_{41}^m = X_{mM} \quad (6.4.3.45)$$

$$b_{44}^{mt} = b_{44}^m - b_{44}^t = X'_{m2} + X_{mM} + X'_{t2} + X'_{tM} \quad (6.4.3.46)$$

$$b_{47}^{mt} = -b_{41}^t = -X'_{tM} \quad (6.4.3.47)$$

$$b_{52}^{mt} = b_{52}^m = X_{mM} \quad (6.4.3.48)$$

$$b_{55}^{mt} = b_{55}^m - b_{55}^t = X'_{m2} + X_{mM} + X'_{t2} + X'_{tM} \quad (6.4.3.49)$$

$$b_{58}^{mt} = -b_{52}^t = -X'_{tM} \quad (6.4.3.50)$$

$$b_{66}^{mt} = b_{66}^m - b_{66}^t = X_{m1} + X'_{t2} + X'_{tM} \quad (6.4.3.51)$$

$$b_{69}^{mt} = -b_{63}^t = -X'_{tM} \quad (6.4.3.52)$$

$$b_{74}^{mt} = b_{14}^t = -X'_{tM} \quad (6.4.3.53)$$

$$b_{77}^{mt} = b_{11}^t = X'_{t1} + X'_{tM} \quad (6.4.3.54)$$

$$b_{85}^{mt} = b_{25}^t = -X'_{tM} \quad (6.4.3.55)$$

$$b_{88}^{mt} = b_{22}^t = X'_{t1} + X'_{tM} \quad (6.4.3.56)$$

$$b_{96}^{mt} = b_{36}^t = -X'_{t1} \quad (6.4.3.57)$$

$$b_{99}^{mt} = b_{33}^t = X'_{t1} + X'_{tM} \quad (6.4.3.58)$$

#### 6.4.4 A equação de torque

Pela resolução das equações 6.4.3.12, obtêm-se as correntes da máquina assíncrona e do transformador rotativo no sistema *qdo*.

Conhecidas as correntes nos eixos de referência e aplicando-se as transformações 6.1.14 a 6.1.17 em 6.3.4.4, pode-se determinar o torque eletromagnético:

$$T_{me} = p_m \cdot \left[ [K_{m1}]^{-1} \cdot [i'_{mqdo1}] \right]^T \left( \frac{d}{dq_{m2}} [L'_{m12}] \right) \left[ [K_{m2}]^{-1} \cdot [i'_{mqdo2}] \right] \quad (6.4.4.1)$$

Desenvolvendo-se a equação 6.4.4.1, obtêm-se o torque eletromagnético desenvolvido pela máquina assíncrona trifásica em função das correntes referenciadas no eixo *qdo*:

$$T_{me} = \frac{3}{2} p_m \cdot M_m \cdot (i'_{mq1} \cdot i'_{md2} - i'_{md1} \cdot i'_{mq2}) \quad (6.4.4.2)$$

De forma equivalente, o torque eletromagnético pode ser obtido em função dos fluxos concatenados [19]:

$$T_{me} = \frac{3}{2} p_m \cdot M_m \cdot (l_{md1} \cdot i_{mq1} - l_{mq1} \cdot i_{md1}) \quad (6.4.4.3)$$

$$T_{me} = \frac{3}{2} p_m \cdot M_m \cdot (l'_{mq2} \cdot i'_{md2} - l_{md2} \cdot i'_{mq2}) \quad (6.4.4.4)$$

Quanto à interação do torque eletromagnético em relação ao torque de carga, permanece naturalmente válida a expressão 6.3.4.6, a qual pode ser reescrita sob a seguinte forma:

$$T_{carga} = T_{me} - (J_m + J_t + J_{carga}) \cdot \frac{dW_{mec}}{dt} \quad (6.4.4.5)$$

A relação entre a velocidade  $W_{mec}$  e o deslocamento angular mecânico  $q_{mec}$  é expressa por meio de 6.3.4.7.

### 6.4.5 O sistema de equações de espaço de estado

Considerando-se as equações de tensão definidas pelo sistema matricial apresentado em 6.4.3.12 e as equações mecânicas em 6.4.4.2 e 6.3.4.5, tem-se o conjunto de equações no espaço de estado:

$$[y] = [C].[z] + [D].[\dot{z}] \quad (6.4.5.1)$$

O vetor  $[y]$  representa as variáveis de entrada do sistema:

$$[y]^T = [v_{mq1} \quad v_{md1} \quad v_{m01} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad v'_{mq2} \quad v'_{md2} \quad v'_{m02} \quad T_{c \text{ arg a}} \quad 0] \quad (6.4.5.2)$$

Os vetores  $[z]$  e  $[\dot{z}]$  correspondem respectivamente às variáveis de estado e às suas derivadas:

$$[z]^T = [i_{mq1} \quad i_{md1} \quad i_{m01} \quad i'_{mq2} \quad i'_{md2} \quad i'_{m02} \quad i'_{tq1} \quad i'_{td1} \quad i'_{t01} \quad w_{mec} \quad q_{mec}] \quad (6.4.5.3)$$

$$[\dot{z}]^T = [\dot{i}_{mq1} \quad \dot{i}_{md1} \quad \dot{i}_{m01} \quad \dot{i}'_{mq2} \quad \dot{i}'_{md2} \quad \dot{i}'_{m02} \quad \dot{i}'_{tq1} \quad \dot{i}'_{td1} \quad \dot{i}'_{t01} \quad \dot{w}_{mec} \quad \dot{q}_{mec}] \quad (6.4.5.4)$$

As matrizes  $[C]$  e  $[D]$  correspondem às seguintes definições:

$$[C] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & c_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & c_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{42} & 0 & c_{44} & c_{45} & 0 & 0 & c_{46} & 0 & 0 & 0 \\ c_{51} & 0 & 0 & c_{54} & c_{55} & 0 & c_{57} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{75} & 0 & c_{77} & c_{78} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{84} & 0 & 0 & c_{87} & c_{88} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{99} & 0 & 0 \\ c_{101} & c_{102} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{1110} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.4.5.5)$$

$$[D] = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & d_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & 0 & d_{25} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{41} & 0 & 0 & d_{44} & 0 & 0 & d_{47} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{52} & 0 & 0 & d_{55} & 0 & 0 & d_{58} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{66} & 0 & 0 & b_{69} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{74} & 0 & 0 & d_{77} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{85} & 0 & 0 & d_{88} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{96} & 0 & 0 & d_{99} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{1010} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{1111} \end{bmatrix} \quad (6.4.5.6)$$

Os elementos da matriz [C] correspondem às expressões:

$$c_{11} = a_{11}^{mt} = R_{m1} \quad (6.4.5.7)$$

$$c_{12} = a_{12}^{mt} = \frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot (X_{m1} + X_{mM}) \quad (6.4.5.8)$$

$$c_{15} = a_{15}^{mt} = \frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.5.9)$$

$$c_{21} = a_{21}^{mt} = -\frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot (X_{m1} + X_{mM}) \quad (6.4.5.10)$$

$$c_{22} = a_{22}^{mt} = R_{m1} \quad (6.4.5.11)$$

$$c_{24} = a_{24}^{mt} = -\frac{W_{qdo}}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.5.12)$$

$$c_{33} = a_{33}^{mt} = R_{m1} \quad (6.4.5.13)$$

$$c_{42} = a_{42}^{mt} = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.5.14)$$

$$c_{44} = a_{44}^{mt} = R'_{m2} + R'_{t2} \quad (6.4.5.15)$$

$$c_{45} = a_{45}^{mt} = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{m2} + X_{mM} + X'_{t2} + X'_{tM}) \quad (6.4.5.16)$$

$$c_{48} = a_{48}^{mt} = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.5.17)$$

$$c_{51} = a_{51}^{mt} = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X_{mM} \quad (6.4.5.18)$$

$$c_{54} = a_{54}^{mt} = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{m2} + X_{mM} + X'_{t2} + X'_{tM}) \quad (6.4.5.19)$$

$$c_{55} = a_{55}^{mt} = R'_{m2} + R'_{t2} \quad (6.4.5.20)$$

$$c_{57} = a_{57}^{mt} = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.5.21)$$

$$c_{66} = a_{66}^{mt} = R'_{m2} + R'_{t2} \quad (6.4.5.22)$$

$$c_{75} = a_{75}^{mt} = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.5.23)$$

$$c_{77} = a_{77}^{mt} = R'_{t1} \quad (6.4.5.24)$$

$$c_{78} = a_{78}^{mt} = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{t1} + X'_{tM}) \quad (6.4.5.25)$$

$$c_{84} = a_{84}^{mt} = \frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot X'_{tM} \quad (6.4.5.26)$$

$$c_{87} = a_{87}^{mt} = -\frac{(W_{qdo} - W_{m2})}{W_b} \cdot (X'_{t1} + X'_{tM}) \quad (6.4.5.27)$$

$$c_{88} = a_{88}^{mt} = R'_{t1} \quad (6.4.5.28)$$

$$c_{99} = a_{99}^{mt} = R'_{t1} \quad (6.4.5.29)$$

$$c_{101} = \frac{3}{2} \cdot p_m \cdot \frac{X_{mM}}{W_b} \cdot i'_{md2} \quad (6.4.5.30)$$

$$c_{102} = -\frac{3}{2} \cdot p_m \cdot \frac{X_{mM}}{W_b} \cdot i'_{mq2} \quad (6.4.5.31)$$

$$c_{1110} = 1 \quad (6.4.5.32)$$

Os elementos da matriz  $[D]$  correspondem a:

$$d_{11} = b_{11}^{mt} = X_{m1} + X_{mM} \quad (6.4.5.33)$$

$$d_{14} = b_{14}^{mt} = X_{mM} \quad (6.4.5.34)$$

$$d_{22} = b_{22}^{mt} = X_{m1} + X_{mM} \quad (6.4.5.35)$$

$$d_{25} = b_{25}^{mt} = X_{mM} \quad (6.4.5.36)$$

$$d_{33} = b_{33}^{mt} = X_{m1} \quad (6.4.5.37)$$

$$d_{41} = b_{41}^{mt} = X_{mM} \quad (6.4.5.38)$$

$$d_{44} = b_{44}^{mt} = X'_{m2} + X_{mM} + X'_{t2} + X'_{tM} \quad (6.4.5.39)$$

$$d_{47} = b_{47}^{mt} = -X'_{tM} \quad (6.4.5.40)$$

$$d_{52} = b_{52}^{mt} = X_{mM} \quad (6.4.5.41)$$

$$d_{55} = b_{55}^{mt} = X'_{m2} + X_{mM} + X'_{t2} + X'_{tM} \quad (6.4.5.42)$$

$$d_{58} = b_{58}^{mt} = -X'_{tM} \quad (6.4.5.43)$$

$$d_{66} = b_{66}^{mt} = X_{m1} + X'_{t2} + X'_{tM} \quad (6.4.5.44)$$

$$d_{69} = b_{69}^{mt} = -X'_{tM} \quad (6.4.5.45)$$

$$d_{74} = b_{74}^{mt} = -X'_{tM} \quad (6.4.5.46)$$

$$d_{77} = b_{77}^{mt} = X'_{t1} + X'_{tM} \quad (6.4.5.47)$$

$$d_{85} = b_{85}^{mt} = -X'_{tM} \quad (6.4.5.48)$$

$$d_{88} = b_{88}^{mt} = X'_{t1} + X'_{tM} \quad (6.4.5.49)$$

$$d_{96} = b_{96}^{mt} = -X'_{t1} \quad (6.4.5.50)$$

$$d_{99} = b_{99}^{mt} = X'_{t1} + X'_{tM} \quad (6.4.5.51)$$

$$d_{1010} = -(J_{carg a} + J_m + J_t) \quad (6.4.5.52)$$

$$d_{1111} = -I \quad (6.4.5.53)$$

A matriz  $[D]$  é não singular, podendo-se obter sua inversa  $[D]^{-1}$ . Assim, a expressão 6.4.5.1 pode ser reescrita conforme:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} = [D]^{-1} [y] - [D]^{-1} \cdot [C] \cdot [z] \quad (6.4.5.54)$$

Em 6.4.5.54,  $[y]$  representa as variáveis de entrada do sistema e  $[z]$  as variáveis de estado.

Utilizando-se um método numérico de resolução de equações diferenciais, como o Runge-Kutta de 4ª ordem, é possível obter-se a solução da equação 6.4.5.54.

#### 6.4.6 As equações para o estator do transformador conectado a resistências externas

A consideração de resistências externas conectadas ao estator do transformador rotativo é feita por meio do acréscimo de  $R'_{ext}$  à resistência do próprio enrolamento.

Para se realizar a simulação dos efeitos da associação de resistências externas por meio do sistema de equações em espaço de estado apresentado na seção 6.4.5, basta que se efetue a substituição das expressões 6.4.5.24, 6.4.5.28 e 6.4.5.29 por:

$$c_{77} = R'_{t1} + R'_{ext} \quad (6.4.6.1)$$

$$c_{88} = R'_{t1} + R'_{ext} \quad (6.4.6.2)$$

$$c_{99} = R'_{t1} + R'_{ext} \quad (6.4.6.3)$$

Todos os demais elementos da matriz  $[C]$  não sofrem qualquer alteração, mantendo-se iguais àqueles apresentados na seção 6.4.5.

## 6.5 RESULTADOS PARA O MODELO DINÂMICO

Por meio do modelo estabelecido nas seções 6.4.5 e 6.4.6 desenvolveu-se um programa em MATLAB® para a simulação do comportamento dinâmico da máquina assíncrona e do transformador rotativo trifásico.

As tabelas 6.5.1 e 6.5.2 apresentam os dados de circuito equivalente e os valores de inércia considerados no estudo dinâmico do equipamento.

Tabela 6.5.1 – Parâmetros da máquina assíncrona trifásica referidos ao seu estator

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
$R_{m1}$	0,036 W
$X_{m1}$	0,284 W
$X_{mM}$	14,53 W
$R'_{m2}$	0,038 W
$X'_{m2}$	0,291 W
$k_{mv}$	1,278
$k_{mi}$	0,782
$k_{mz}$	1,634
$J_m$	8,1 kg.m <sup>2</sup>

Tabela 6.5.2 – Parâmetros do transformador rotativo referidos ao estator da máquina assíncrona

<b>Parâmetro</b>	<b>Ensaio</b>
$R'_{t1}$	0,019 W
$X'_{t1}$	0,131 W
$X'_{tM}$	3,24 W
$R'_{t2}$	0,017 W
$X'_{t2}$	0,139 W
$k_{tv}$	0,999
$k_{ti}$	1,001
$k_{tz}$	0,998
$J_t$	3,4 kg.m <sup>2</sup>

Conforme se observa nas Tabelas 6.5.1 e 6.5.2, os parâmetros de circuito equivalente provêm de dados de ensaios e apresentam os mesmos valores considerados no estudo em regime permanente (Tabelas 5.1.4.1 e 5.1.4.2).

As inércias da máquina assíncrona ( $J_m$ ) e do transformador rotativo ( $J_t$ ) foram obtidos por meio de cálculos na fase de projeto do equipamento.

As equações de tensões aplicadas ao sistema são representadas pelas expressões 6.2.1 a 6.2.3.

Os valores de tensão, frequência, deslocamentos angulares iniciais e velocidade do eixo de referência considerados na simulação são resumidos pela Tabela 6.5.3.

Tabela 6.5.3 – Valores de parâmetros para a simulação dinâmica

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
$V_{lm1}$	690 V
$V_{m1}$	398 V
$f_{me1}$	60 Hz
$T_n$	728 N.m
$q_{me1}(0)$	0 rad
$q_{me2}(0)$	0 rad
$q_{m1}(0)$	0 rad
$q_{m2}(0)$	0 rad
$q_{qdo}(0)$	0 rad
$W_{qdo}$	0 rad/s

Nas simulações dinâmicas, a tensão e a corrente base correspondem aos valores de pico das grandezas bases utilizados no estudo em regime permanente.

### 6.5.1 O comportamento dinâmico em regime motor e gerador

O comportamento dinâmico das tensões, correntes, torque e velocidade em regime motor e gerador é obtido por meio da imposição de torque no eixo capaz de acelerar o conjunto de 0 a 2 p.u. da rotação nominal.

As simulações compreendem a avaliação dinâmica da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo nas seguintes condições:

- Estator do transformador rotativo em curto-circuito;
- Estator do transformador rotativo conectado à resistência externa  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ ;
- Estator do transformador rotativo conectado à resistência externa  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ ; e
- Estator do transformador conectado à resistência externa variável.

### 6.5.1.1 Estator do transformador em curto-circuito

Com o estator do transformador rotativo em curto-circuito, alimenta-se o estator da máquina assíncrona trifásica e se observa o comportamento das correntes, torque e velocidade.

A Figura 6.5.1.1.1 apresenta as tensões *abc* aplicadas ao estator da máquina assíncrona trifásica. As tensões de fase mantêm o módulo de  $563V_{pico}$  e frequência de 60 Hz durante todo o acionamento.

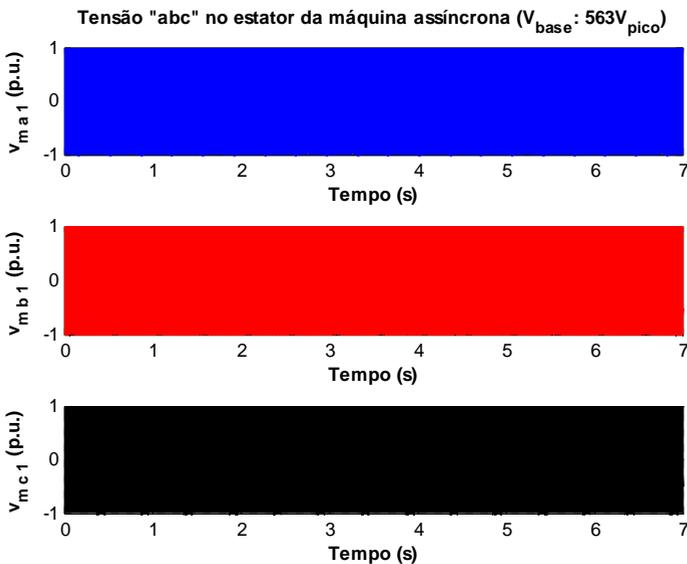


Figura 6.5.1.1.1 – Tensões de fase *abc* no estator da máquina assíncrona

O curto-circuito no estator do transformador rotativo implica em tensões de fase nulas em seus terminais, conforme pode ser observado na Figura 6.5.1.1.2.

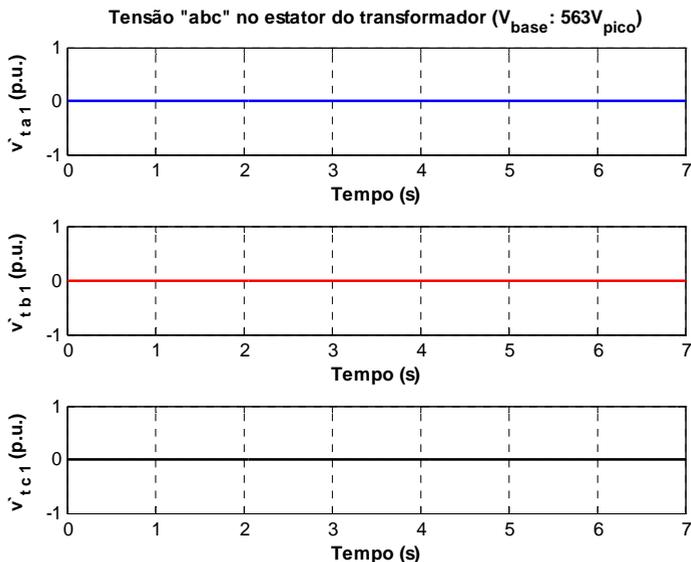


Figura 6.5.1.1.2 – Tensões de fase *abc* no estator do transformador rotativo

De acordo com as Figuras 6.5.1.1.3 e 6.5.1.1.4, a corrente do estator apresenta amplitude variável no tempo. Observa-se a amplitude mínima em 2 segundos, quando a máquina encontra-se na velocidade síncrona. A frequência, por sua vez, mantém-se constante em 60 Hz em todo o intervalo.

As Figuras 6.5.1.1.5 a 6.5.1.1.8 apresentam o comportamento dinâmico das correntes no rotor da máquina assíncrona, no rotor e no estator do transformador rotativo. Conforme se observa, a amplitude e a frequência variam no tempo. Próximo a 2 segundos, a frequência atinge seu valor mínimo.

As Figuras 6.5.1.1.9 e 6.5.1.1.10 apresentam o comportamento do torque eletromagnético e da velocidade em função do tempo. Na Figura 6.5.1.1.10, observa-se que após 7 segundos de acionamento, a máquina atinge velocidade pouco superior a 2 p.u.

As Figuras 6.5.1.1.11 a 6.5.1.1.13 apresentam o comportamento das correntes da *fase a* em função da rotação. Considerando-se defasagens de  $120^\circ$  no tempo, este comportamento se aplica às demais fases. A Figura 6.5.1.1.14 apresenta a curva de torque vs. rotação.

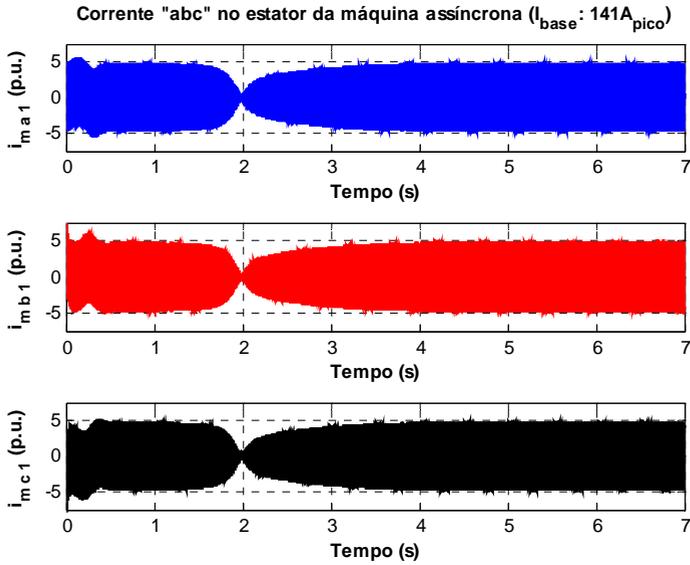


Figura 6.5.1.1.3 – Correntes *abc* no estator da máquina assíncrona

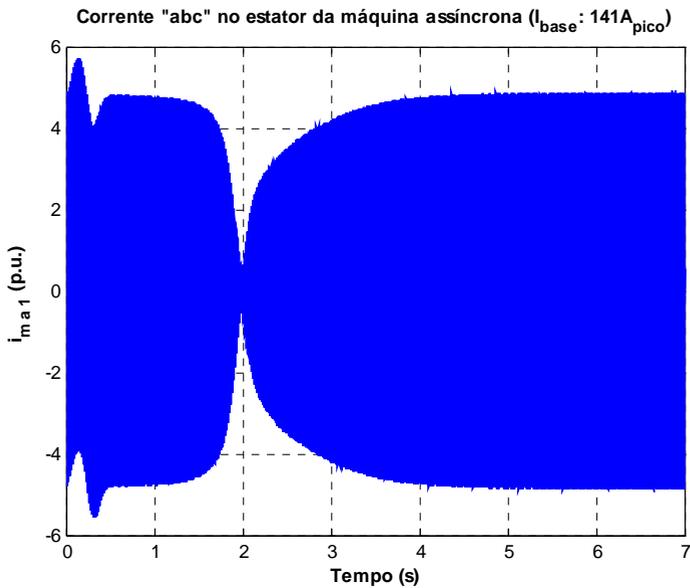


Figura 6.5.1.1.4 – Corrente da *fase a* no estator da máquina assíncrona

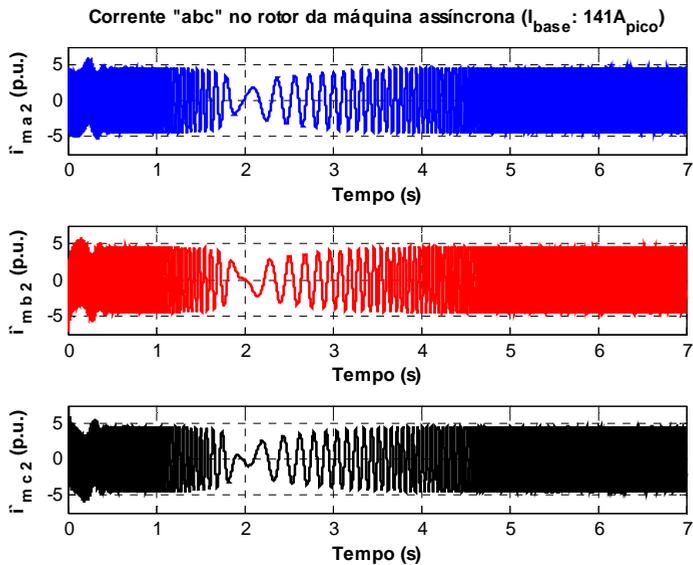


Figura 6.5.1.1.5 – Correntes *abc* no rotor da máquina assíncrona

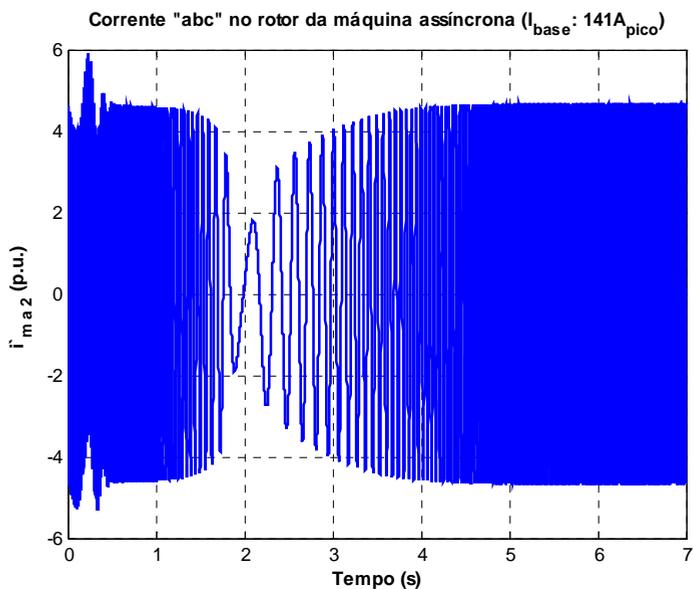


Figura 6.5.1.1.6 – Corrente da *fase a* no rotor da máquina assíncrona

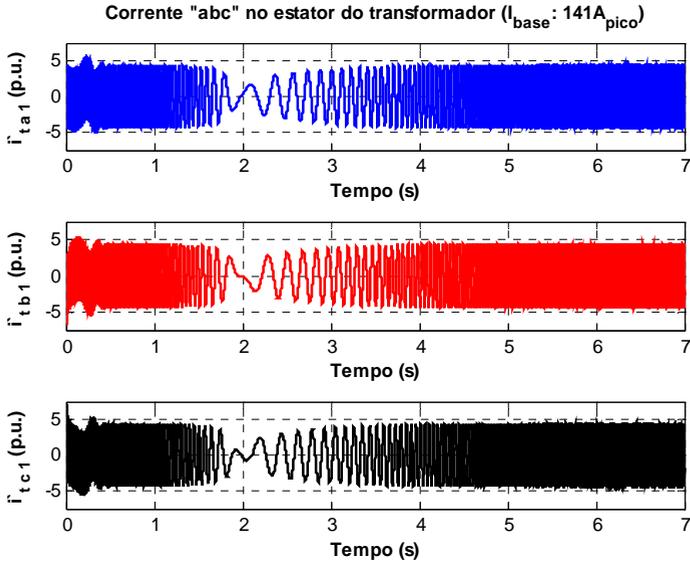


Figura 6.5.1.1.7 – Correntes *abc* no estator do transformador

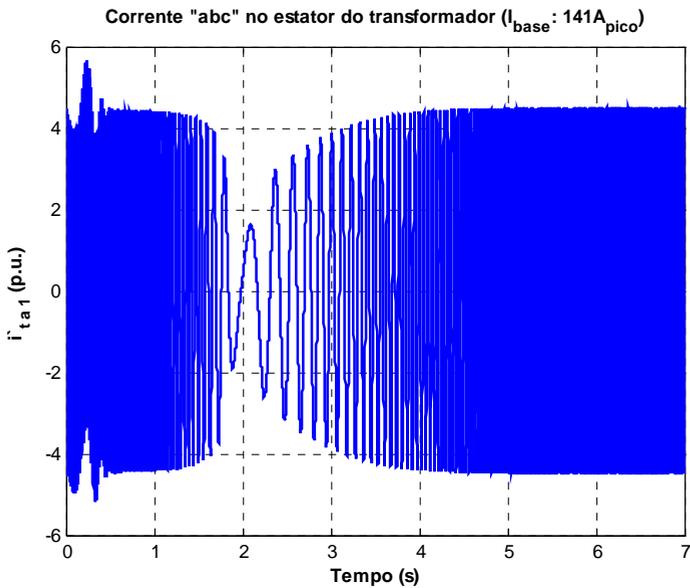


Figura 6.5.1.1.8 – Corrente da *fase a* no estator do transformador

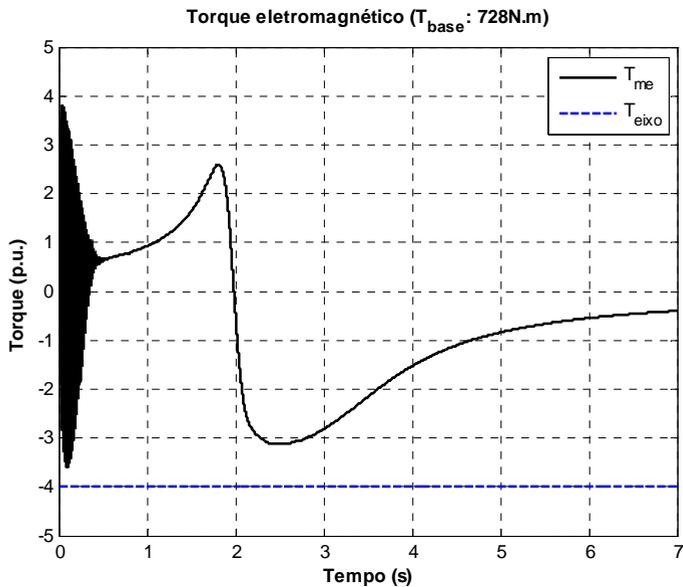


Figura 6.5.1.1.9 – Torque eletromagnético e torque no eixo

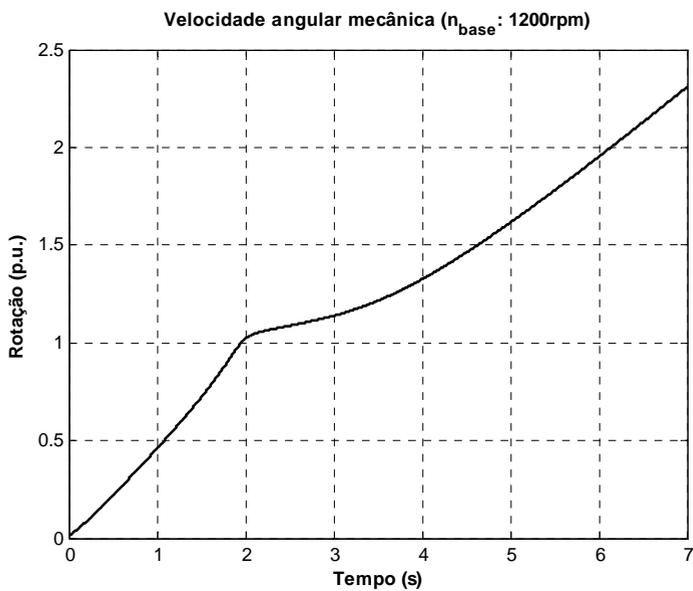


Figura 6.5.1.1.10 – Velocidade angular mecânica

Corrente "abc" no estator da máquina assíncrona ( $I_{base} : 141A_{pico}$ ,  $n_{base} : 1200rpm$ )

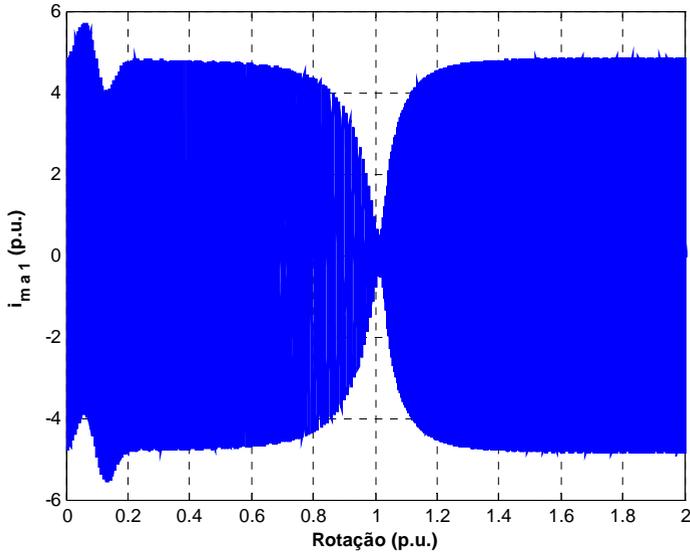


Figura 6.5.1.1.11 – Corrente da fase a no estator da máquina assíncrona

Corrente "abc" no rotor da máquina assíncrona ( $I_{base} : 141A_{pico}$ ,  $n_{base} : 1200rpm$ )

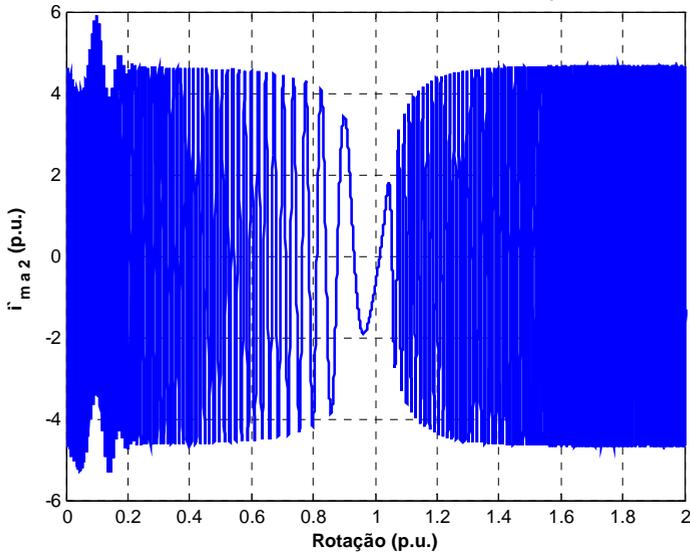


Figura 6.5.1.1.12 – Corrente da fase a no rotor da máquina assíncrona

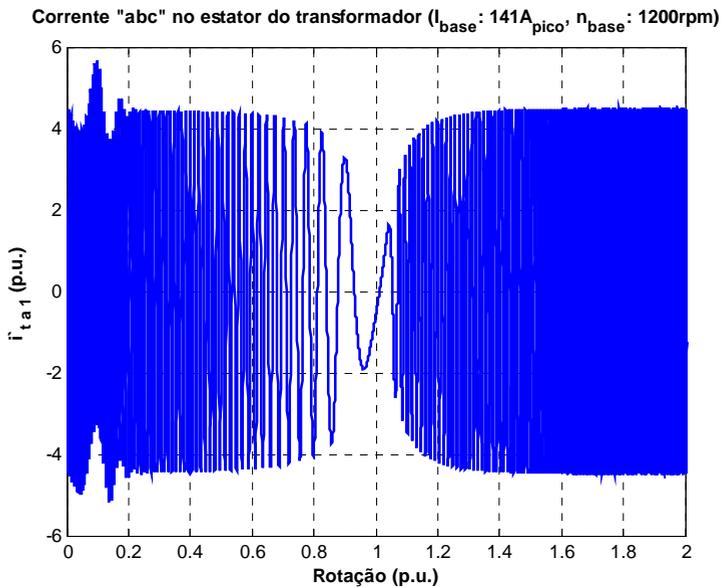


Figura 6.5.1.1.13 – Corrente da fase *a* no estator do transformador

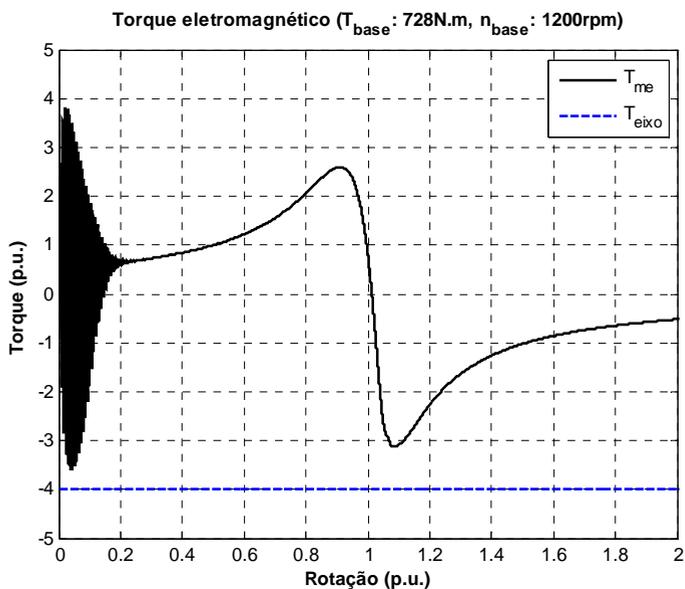


Figura 6.5.1.1.14 – Torque eletromagnético e torque no eixo vs. rotação

Por meio da Figura 6.5.1.1.11, observa-se a independência da frequência da corrente do estator da máquina assíncrona em relação à rotação. Enquanto isso, as Figuras 6.5.1.1.12 e 6.5.1.1.13 mostram a clara dependência da frequência das correntes do rotor da máquina assíncrona e do rotor e estator do transformador rotativo em relação à rotação. Tal comportamento na frequência destas correntes obedece à predição feita na Figura 5.1.3.2.

Exceto pelo comportamento oscilatório do torque no momento da partida da máquina, a curva de torque vs. rotação exibida na Figura 6.5.1.1.14 é similar à curva de torque em regime permanente apresentada na Figura 5.3.1.5.

### **6.5.1.2 Estator do transformador conectado a resistências externas**

A conexão de resistências externas ao estator do transformador rotativo promove significativas alterações no formato das curvas de corrente e torque da máquina assíncrona.

A Figura 6.5.1.2.1 a 6.5.1.2.3 apresentam o comportamento das correntes no estator e no rotor da máquina assíncrona trifásica e do transformador rotativo perante a inserção de  $R'_{ext}=6.R'_{m2}$ . Conforme se observa, a inserção da resistência externa determina a redução na corrente de partida da máquina. A frequência mantém-se naturalmente dependente do escorregamento.

A Figura 6.5.1.2.4 ilustra a curva de torque vs. rotação em função do acoplamento da resistência externa  $R'_{ext}=6.R'_{m2}$ . Como a exemplo da Figura 5.3.2.3, a resistência externa promove a elevação do torque de partida desenvolvido pela máquina.

As Figuras 6.5.1.2.5 a 6.5.1.2.8 apresentam o comportamento das correntes e torque diante da conexão da resistência  $R'_{ext}=11.R'_{m2}$ . O acréscimo do valor da resistência externa reduz a corrente de partida e aumenta o torque de partida da máquina assíncrona trifásica.

Por fim, as Figuras 6.5.1.2.9 a 6.5.1.2.12 apresentam o comportamento das correntes e torque vs. rotação em função da alteração do valor da resistência externa. Na rotação de 0 a 0,6 e de 1,4 a 2 p.u. a resistência externa corresponde a  $11.R'_{m2}$ ; de 0,6 a 0,8 e de 1,2 a 1,4 p.u. o valor é de  $6.R'_{m2}$ ; e de 0,8 a 1,2 p.u., o estator do transformador está em curto-circuito.

Corrente "abc" no estator da máquina assíncrona ( $I_{base} : 141A_{pico}$ ,  $n_{base} : 1200rpm$ )

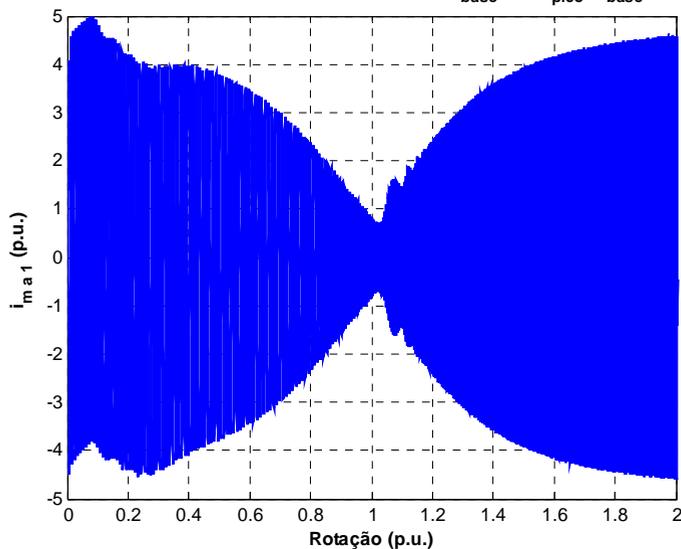


Figura 6.5.1.2.1 – Corrente da *fase a* no estator da máquina assíncrona para  $R'_{ext}=6.R'_{m2}$

Corrente "abc" no rotor da máquina assíncrona ( $I_{base} : 141A_{pico}$ ,  $n_{base} : 1200rpm$ )

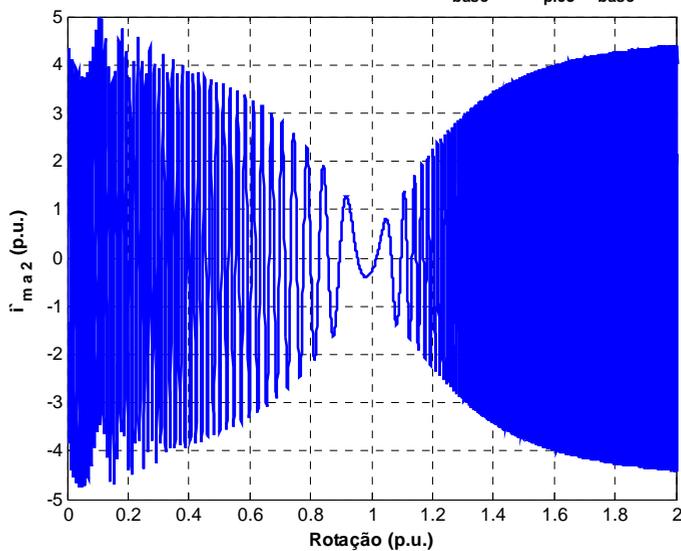


Figura 6.5.1.2.2 – Corrente da *fase a* no rotor da máquina assíncrona para  $R'_{ext}=6.R'_{m2}$

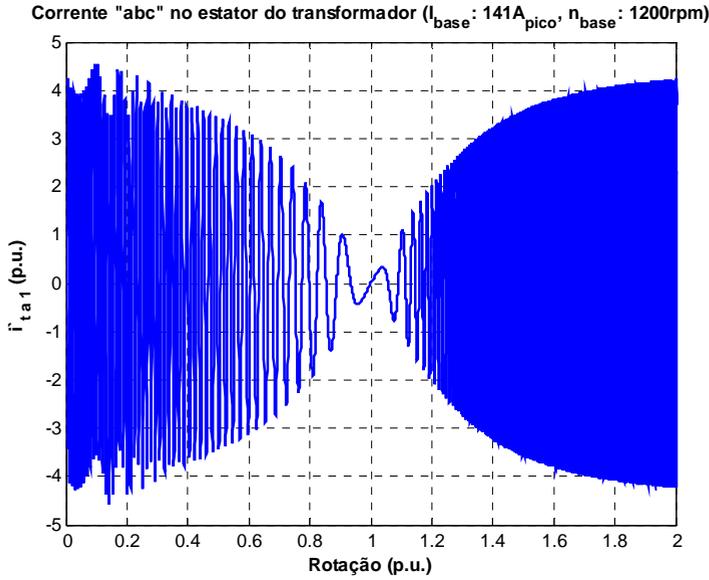


Figura 6.5.1.2.3 – Corrente da fase *a* no estator do transformador para  $R'_{ext}=6.R'_{m2}$

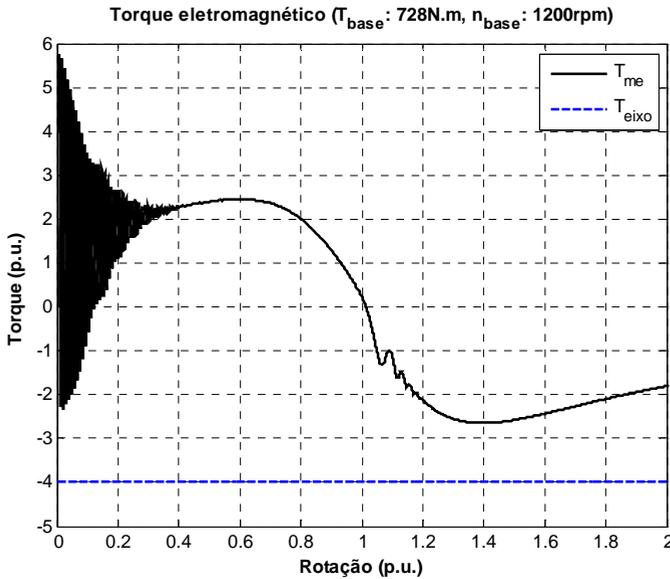


Figura 6.5.1.2.4 – Torque eletromagnético e torque no eixo para  $R'_{ext}=6.R'_{m2}$

Corrente "abc" no estator da máquina assíncrona ( $I_{base} : 141A_{pico}$ ,  $n_{base} : 1200rpm$ )

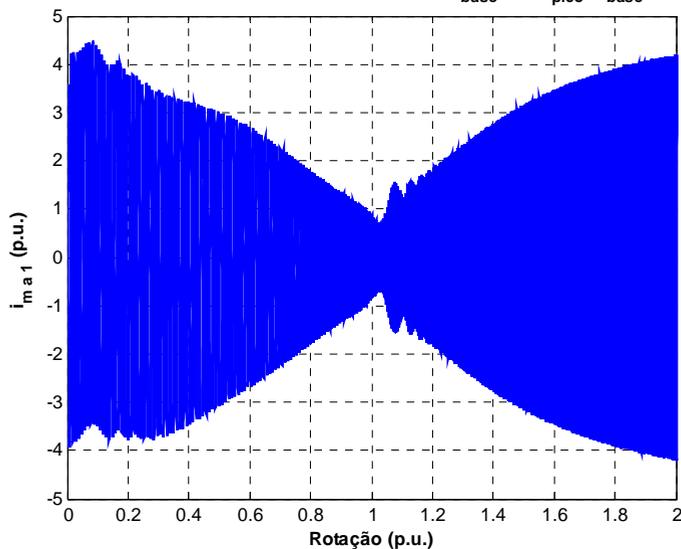


Figura 6.5.1.2.5 – Corrente da *fase a* no estator da máquina assíncrona para  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$

Corrente "abc" no rotor da máquina assíncrona ( $I_{base} : 141A_{pico}$ ,  $n_{base} : 1200rpm$ )

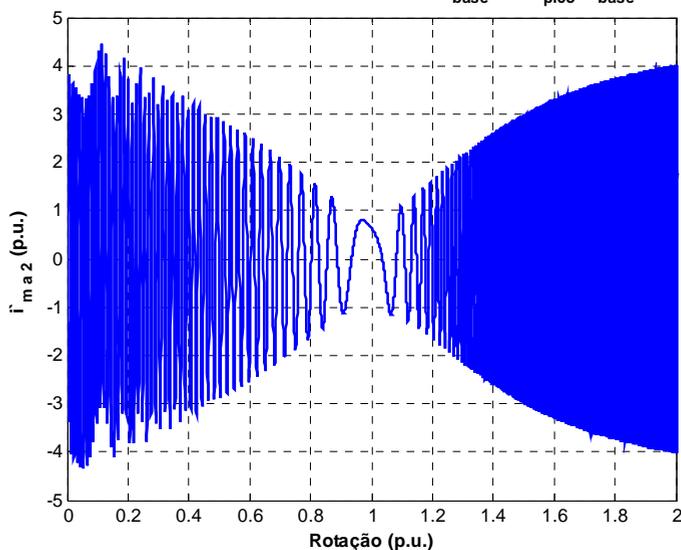


Figura 6.5.1.2.6 – Corrente da *fase a* no rotor da máquina assíncrona para  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$

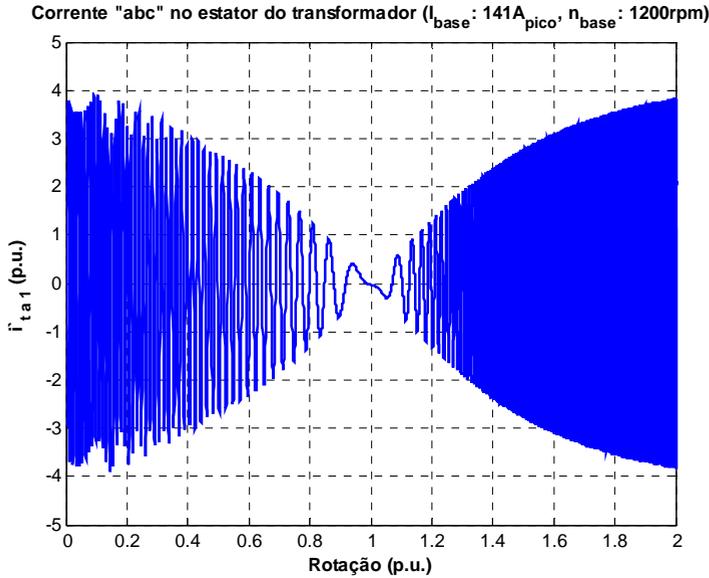


Figura 6.5.1.2.7 – Corrente da fase a no estator do transformador para  $R'_{ext}=11.R'_{m2}$

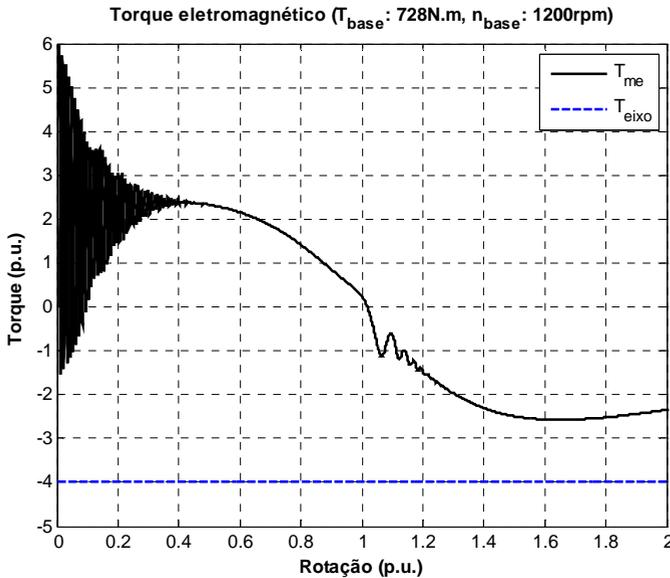


Figura 6.5.1.2.8 – Torque eletromagnético e torque no eixo para  $R'_{ext}=11.R'_{m2}$

Corrente "abc" no estator da máquina assíncrona ( $I_{base} : 141A_{pico}$ ,  $n_{base} : 1200rpm$ )

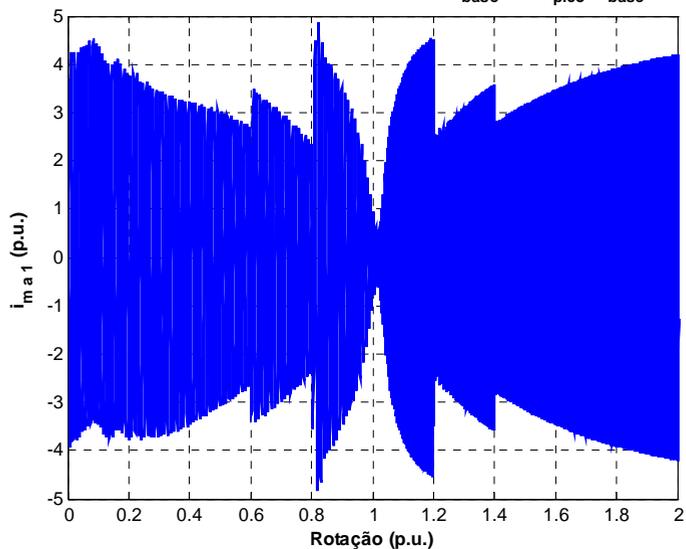


Figura 6.5.1.2.9 – Corrente da *fase a* no estator da máquina assíncrona

Corrente "abc" no rotor da máquina assíncrona ( $I_{base} : 141A_{pico}$ ,  $n_{base} : 1200rpm$ )

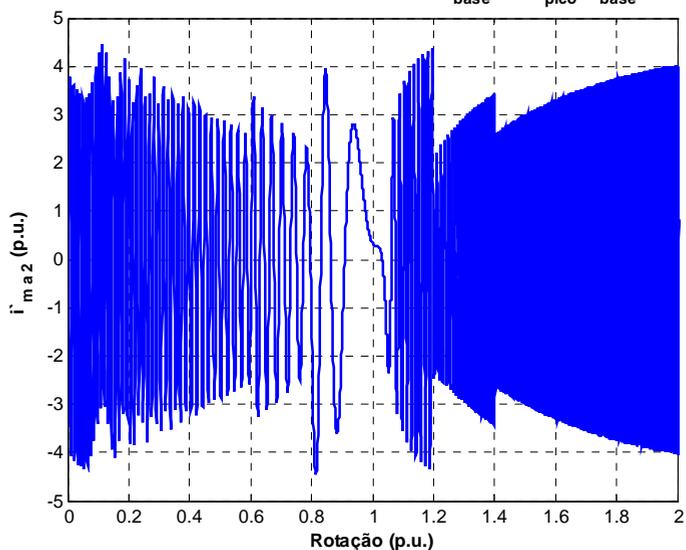


Figura 6.5.1.2.10 – Corrente da *fase a* no rotor da máquina assíncrona

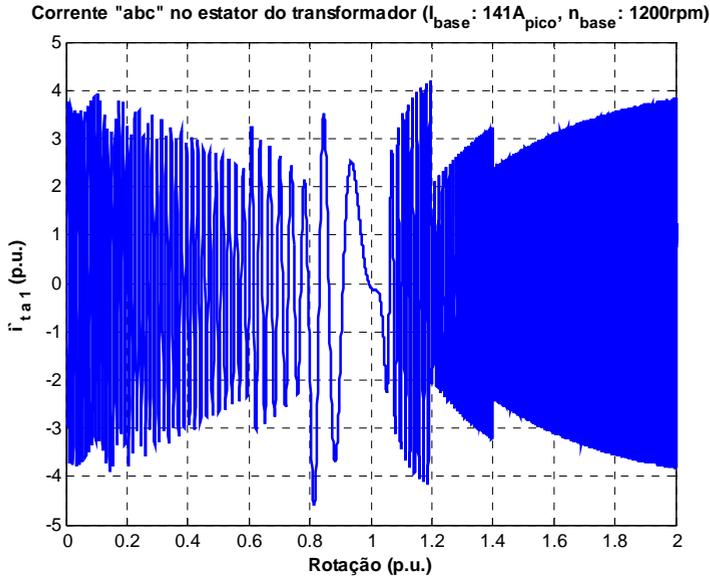


Figura 6.5.1.2.11 – Corrente da fase a no estator do transformador

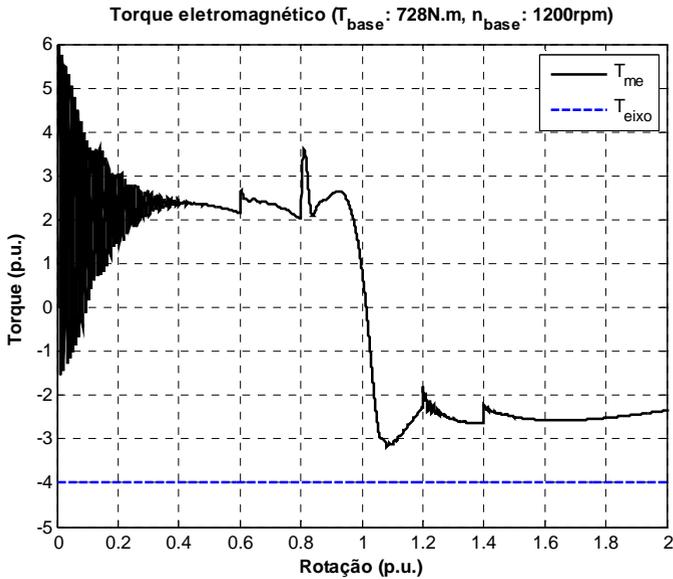


Figura 6.5.1.2.12 – Torque eletromagnético e torque no eixo

Exceto pelo comportamento oscilatório da simulação dinâmica, a Figura 6.5.1.2.12 assemelha-se à Figura 5.3.2.1.2 apresentada no estudo de regime permanente.

## 6.5.2 O comportamento dinâmico em acionamento de carga

O comportamento dinâmico da máquina assíncrona associada ao transformador rotativo no acionamento de uma carga foi avaliado nas seguintes condições:

- Estator do transformador rotativo em curto-circuito; e
- Estator do transformador conectado à resistência externa variável.

O torque e inércia de carga obedecem às expressões 6.5.2.1 e 6.5.2.2, respectivamente:

$$T_{carga} = T_n \cdot \left( 0,20 + 0,80 \cdot \left( \frac{W_{mec}}{W_{sin}} \right)^2 \right) \quad (6.5.2.1)$$

$$J_{carga} = 4 \cdot (J_m + J_t) \quad (6.5.2.2)$$

### 6.5.2.1 Estator do transformador em curto-circuito

Com o estator do transformador em curto-circuito, alimenta-se o estator da máquina assíncrona trifásica e se observa o comportamento das correntes, torque e velocidade no acionamento da carga em regime motor.

A Figura 6.5.2.1.1 apresenta as tensões *abc* aplicadas ao estator da máquina assíncrona trifásica. As tensões de fase mantêm constantes o módulo de  $563V_{pico}$  e a frequência de 60 Hz em todo o acionamento da carga.

As Figuras 6.5.2.1.2 e 6.5.2.1.3 apresentam as correntes no estator da máquina assíncrona durante o acionamento da carga. Após cerca de 19 segundos, observa-se a redução da corrente de estator para o seu valor nominal. Durante todo o acionamento da carga, a frequência da corrente do estator mantém-se fixa em 60 Hz.

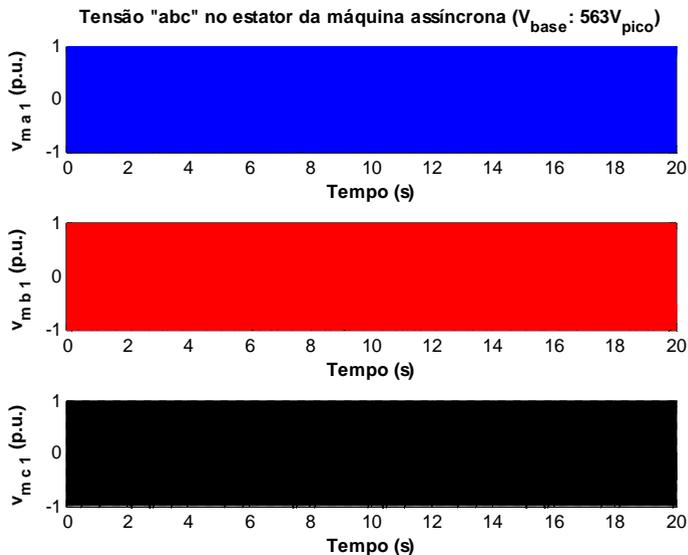


Figura 6.5.2.1.1 – Tensões de fase *abc* no estator da máquina assíncrona

As Figuras 6.5.2.1.4 a 6.5.2.1.7 apresentam as correntes do rotor da máquina assíncrona e nos enrolamentos do transformador rotativo. Conforme se observa, tais correntes sofrem alterações de amplitude e de frequência durante o acionamento da carga.

Na condição nominal, as correntes apresentadas nas Figuras 6.5.2.1.4 a 6.5.2.1.7 operam em frequência extremamente baixa determinada pelo escorregamento da máquina assíncrona.

De acordo com a Tabela 5.3.1.2 a frequência elétrica da corrente nos enrolamentos do transformador nesta condição operativa é de aproximadamente 0,95 Hz.

A Figura 6.5.2.1.8 apresenta o comportamento da velocidade em função do tempo. Conforme se pode observar, a máquina atinge a velocidade nominal após 19 segundos.

As Figuras 6.5.2.1.9 e 6.5.2.1.10 apresentam as curvas de torque da máquina assíncrona e da carga em função do tempo e da rotação, respectivamente.

Conforme a Figura 6.5.2.1.9, o torque de carga iguala-se ao da máquina assíncrona após 19 segundos de acionamento, quando a máquina atinge sua velocidade nominal.

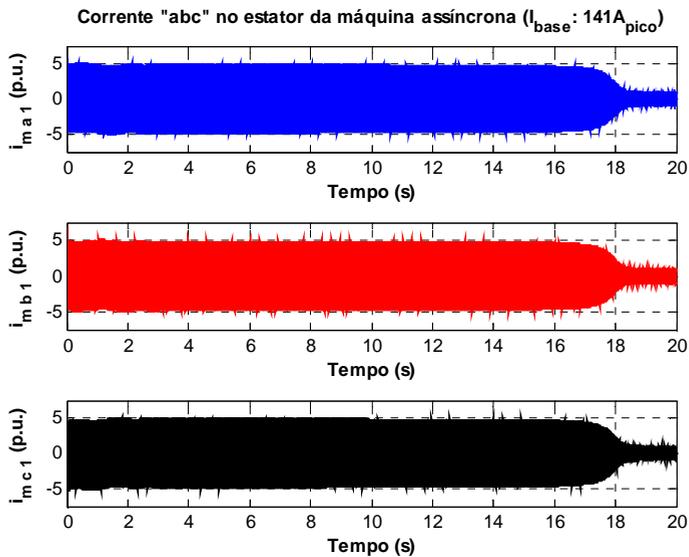


Figura 6.5.2.1.2 – Correntes *abc* no estator da máquina assíncrona

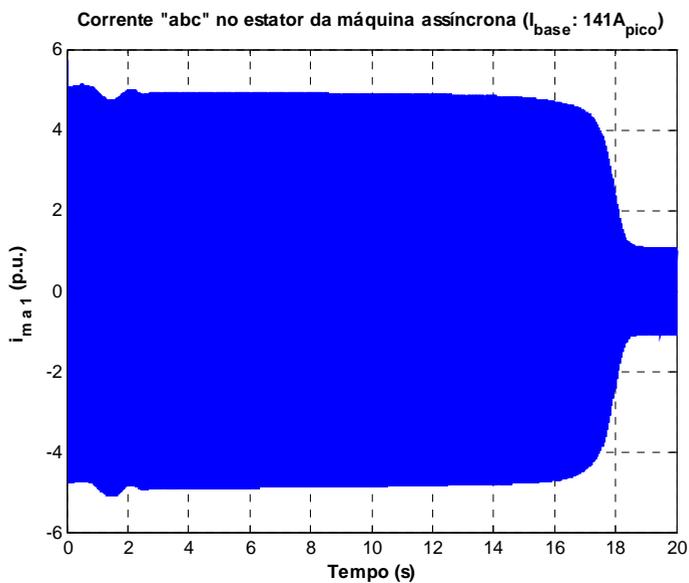


Figura 6.5.2.1.3 – Corrente da *fase a* no estator da máquina assíncrona

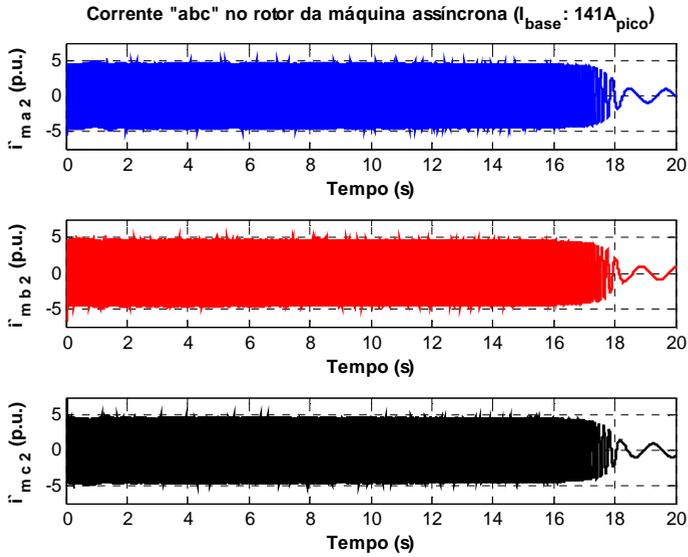


Figura 6.5.2.1.4 – Correntes *abc* no rotor da máquina assíncrona

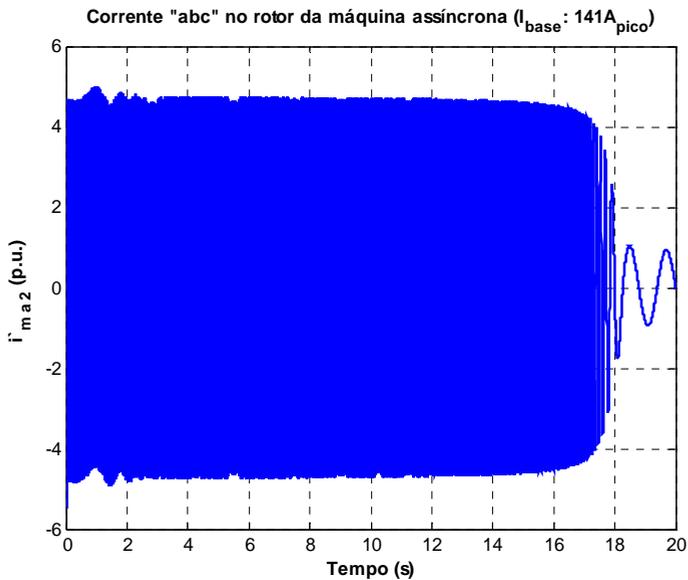


Figura 6.5.2.1.5 – Corrente da *fase a* no rotor da máquina assíncrona

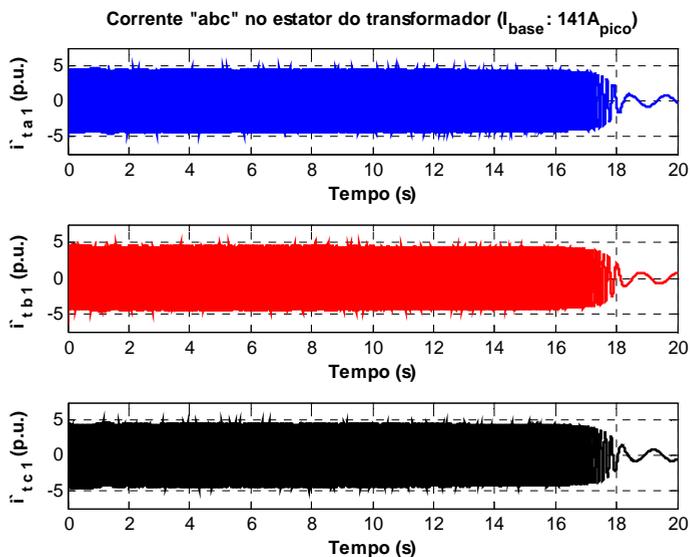


Figura 6.5.2.1.6 – Correntes *abc* no estator do transformador

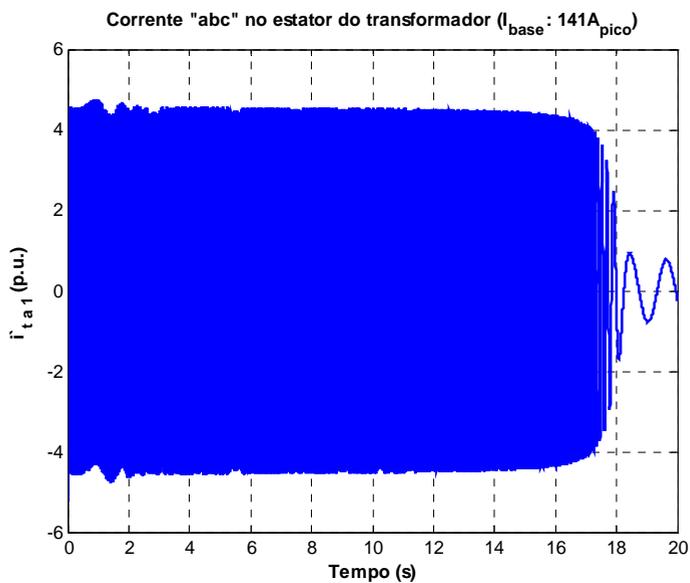


Figura 6.5.2.1.7 – Corrente da *fase a* no estator do transformador

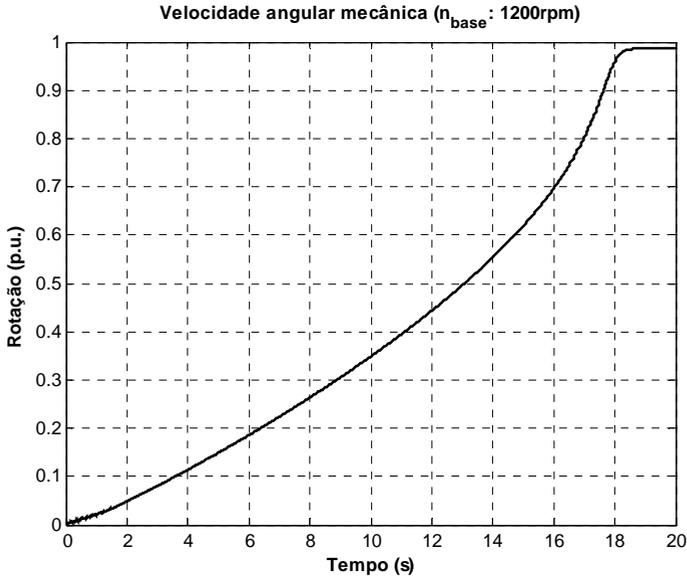


Figura 6.5.2.1.8 – Velocidade angular mecânica

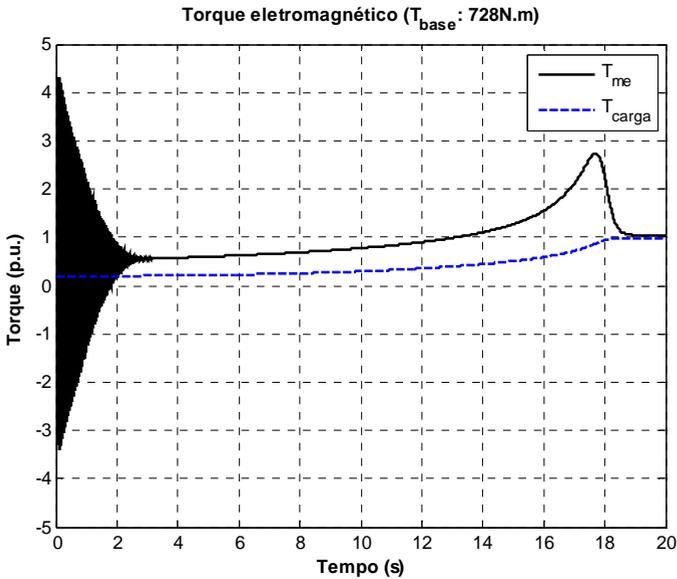


Figura 6.5.2.1.9 – Torque eletromagnético e de carga vs. tempo

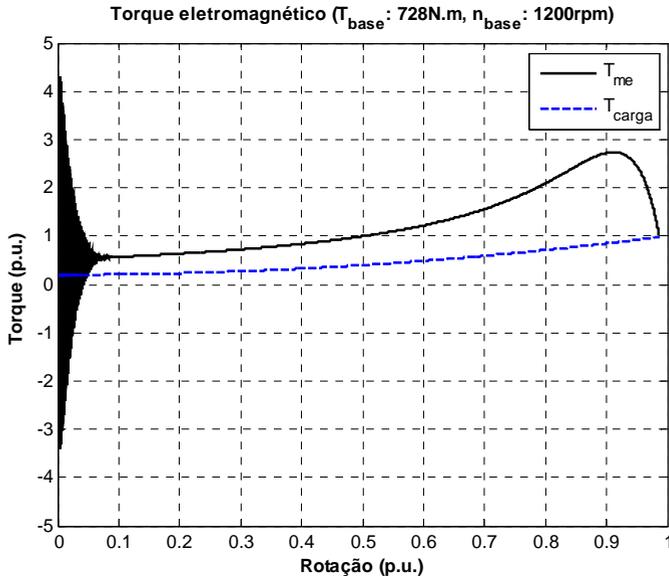


Figura 6.5.2.1.10 – Torque eletromagnético e de carga vs. rotação

### 6.5.2.2 Estator do transformador conectado à resistência externa variável

O uso de resistências externas conectadas ao estator do transformador rotativo permite a redução da corrente de partida, o aumento do torque de aceleração e a redução do tempo para que se atinja a velocidade nominal.

Conforme as Figuras 6.5.2.2.1 a 6.5.2.2.3, a conexão de resistências externas  $R'_{ext}=11.R'_{m2}$  e  $R'_{ext}=6.R'_{m2}$  reduz a amplitude da corrente de partida.

A presença de resistências externas permite que a máquina assíncrona atinja a velocidade nominal em menos de 6 segundos, conforme se pode observar na Figura 6.5.2.2.4.

A redução do tempo de aceleração explica-se pelo aumento do torque da máquina assíncrona em relação à carga, conforme se observa nas Figuras 6.5.2.2.5 e 6.5.2.2.6.

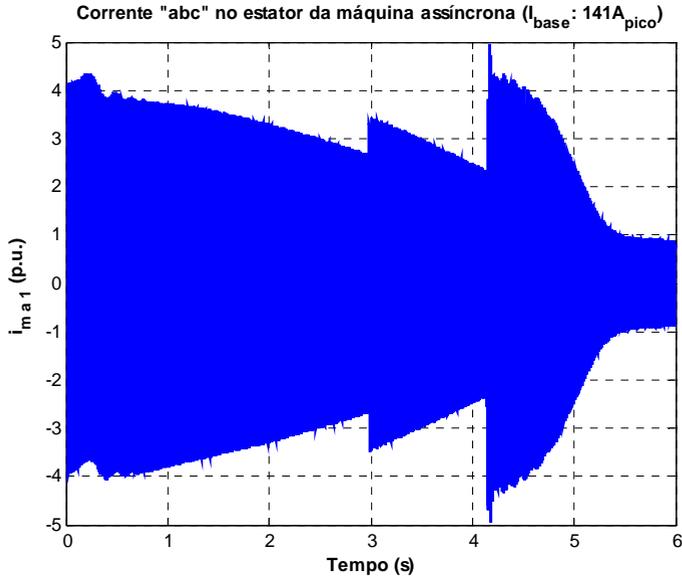


Figura 6.5.2.2.1 – Corrente da *fase a* no estator da máquina assíncrona

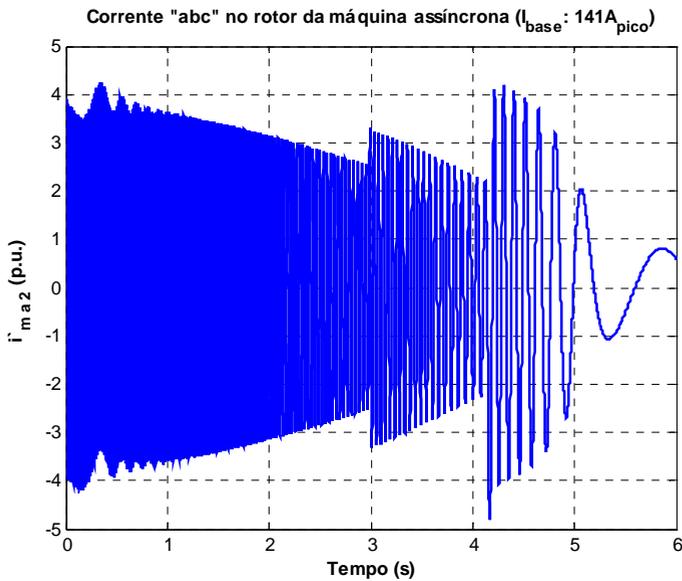


Figura 6.5.2.2.2 – Corrente da *fase a* no rotor da máquina assíncrona

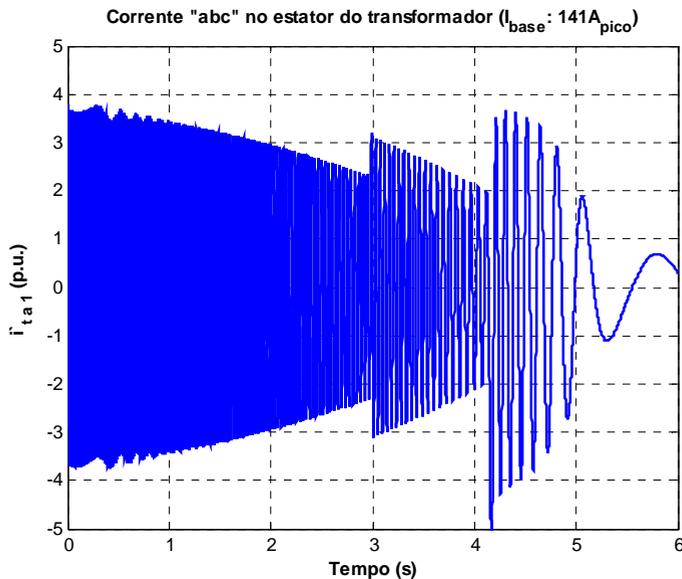


Figura 6.5.2.2.3 – Corrente da *fase a* no estator do transformador rotativo

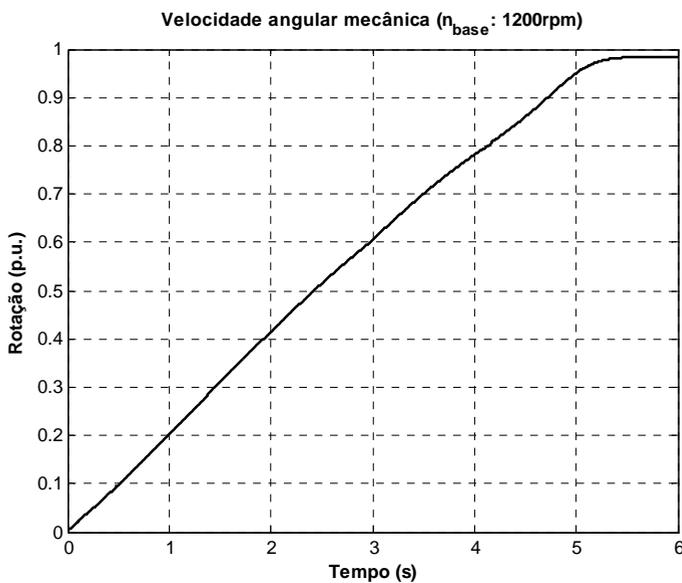


Figura 6.5.2.2.4 – Velocidade angular mecânica

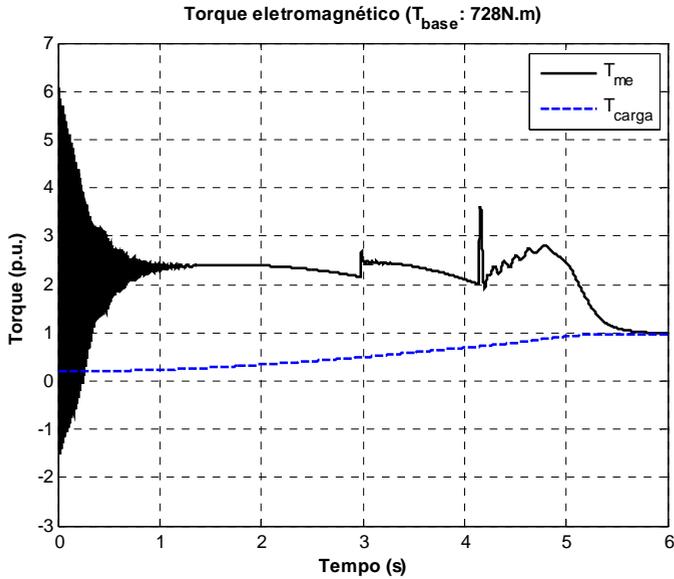


Figura 6.5.2.2.5 – Torque eletromagnético e de carga vs. tempo

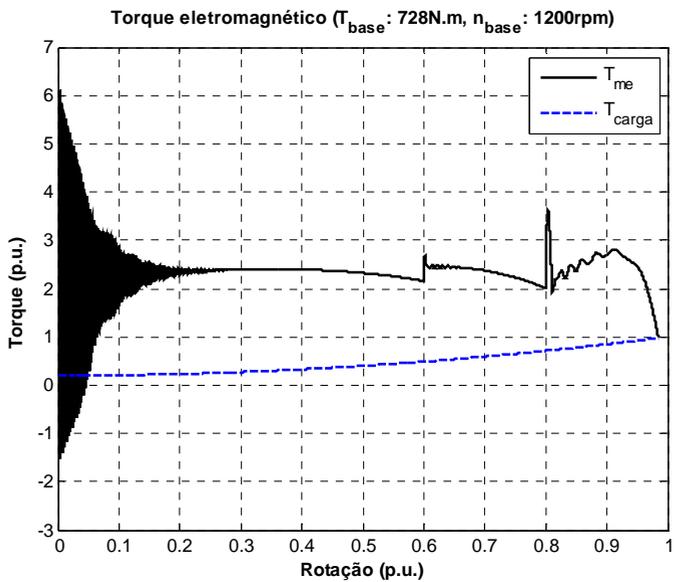


Figura 6.5.2.2.6 – Torque eletromagnético e de carga vs. rotação

## 6.6 CONCLUSÃO

O modelo dinâmico permite a análise do acionamento da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo.

Por meio do modelo dinâmico observa-se o comportamento da amplitude e da frequência da corrente elétrica nos circuitos da máquina assíncrona e do transformador em função do tempo.

A reação da curva de torque diante da inserção de resistências externas comprova a eficácia do uso deste recurso na aceleração de cargas com elevado torque ou inércia.

A análise dinâmica do equipamento complementa o estudo em regime permanente, sendo de grande utilidade na compreensão dos fenômenos transitórios no acionamento da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo.



## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

A máquina assíncrona trifásica é uma das mais difundidas soluções na conversão eletromecânica de energia. Suas versões munidas de rotores bobinados acessíveis por meio de escovas e anéis de deslizamento permitem o uso de resistências externas ou de conversores de frequência dimensionados para a potência proporcional à faixa de variação de velocidade do equipamento, o que se constitui em um aspecto de grande interesse econômico.

As escovas e os anéis de deslizamento permitem o acesso do circuito do rotor, porém trazem consigo as desvantagens de alta taxa de manutenção, desgaste de componentes, produção de pó de carvão e possibilidade de faiscamento.

A máquina assíncrona trifásica duplamente alimentada por meio de transformador rotativo é um desenvolvimento bastante interessante na eliminação das escovas e anéis de deslizamento ao mesmo passo que preserva os benefícios advindos da possibilidade de acesso ao circuito elétrico do rotor.

Com a máquina assíncrona trifásica de rotor bobinado associada ao transformador rotativo, observam-se vantagens como a:

- Eliminação do contato mecânico entre partes girantes e estáticas;
- Eliminação de geração de pó de carvão;
- Redução dos custos e na periodicidade das manutenções;
- Aumento da confiabilidade do sistema; e
- Possibilidade de uso da máquina em ambiente com atmosfera explosiva.

Oriundo da aplicação na indústria aeroespacial, o transformador rotativo apresentou-se como um dispositivo muito útil em conexões elétricas móveis em satélites, radares e robôs. Os benefícios decorrentes do uso do transformador rotativo na substituição de escovas e anéis de deslizamento justificam o interesse pela sua aplicação em máquinas elétricas girantes.

Os transformadores rotativos assemelham-se em linhas gerais aos transformadores convencionais. Suas peculiaridades estão na presença de entreferro e na mobilidade entre os enrolamentos.

A presença de entreferro confere baixa reatância de magnetizante ao transformador rotativo em relação aos transformadores usuais. O afastamento relativamente grande entre o enrolamento do rotor e do estator impacta em maior reatância de dispersão.

A maximização da reatância de magnetização e a minimização das reatâncias de dispersão do rotor e do estator constituem dois grandes desafios no projeto de um transformador rotativo.

A construção de um protótipo configurou-se como uma importante etapa na confirmação prática das expectativas teóricas sobre o desenvolvimento desta tecnologia.

Os estudos em elementos finitos empregados no projeto do transformador foram bastante eficazes na determinação de parâmetros de circuito equivalente coerentes com os valores verificados na prática laboratorial.

As técnicas de projeto e fabricação adotadas no protótipo provaram-se adequadas na construção de um equipamento eficaz sob o ponto-de-vista técnico-operacional. O uso de lâminas de aço elétrico na confecção do núcleo do transformador rotativo garantiu seu adequado funcionamento em toda sua faixa de variação de frequência elétrica, isto é, de 0 a 60 Hz.

O estabelecimento de circuitos equivalentes monofásicos permitiu a análise do equipamento em regime permanente de forma simples e eficaz por meio do equacionamento do fluxo de potência presente no sistema.

O desenvolvimento do programa para a análise do desempenho da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo foi de grande importância para a predição do comportamento da máquina assíncrona trifásica na fase de projeto. A coerência entre os valores obtidos por meio de simulação e ensaios confirmaram a validade do modelo de regime permanente adotado neste estudo.

As curvas de torque, corrente, potência, tensão e perdas em função da rotação permitem a análise gráfica do equipamento em toda a sua faixa operativa.

A queda do torque máximo e do fator de potência devido ao acréscimo do transformador rotativo à máquina assíncrona trifásica é perfeitamente coerente com a natureza indutiva do transformador.

O modelo dinâmico permite a análise do comportamento real durante o acionamento da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo. A análise dinâmica complementa o estudo em regime permanente, sendo de grande utilidade na compreensão do

comportamento global da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador.

Os resultados atingidos no ensaio do protótipo foram bastante satisfatórios e confirmam a viabilidade operacional do equipamento.

Como trabalhos futuros neste campo sugerem-se:

- A implementação de técnicas de otimização no projeto do transformador rotativo;
- A análise da concepção construtiva de transformadores rotativos trifásicos frontais;
- O estudo do controle vetorial da máquina por meio da conexão de conversor de frequência ao estator do transformador rotativo; e
- O estudo do comportamento dinâmico do equipamento para fenômenos transitórios, tais como curto-circuito e re-ligamento.



## REFERÊNCIAS

- [1] AKPINAR, E.; PILLAY, P., ERSAK, A., “Starting Transient in Slip Energy Recovery Induction Motor”, em *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 7, Iss. 1, pp. 238-244, 2002.
- [2] AMÊNDOLA, C. A. M., “Contribuição ao Estudo de Aerogeradores de Velocidade e Passo Variáveis com Gerador Duplamente Alimentado e Sistema de Controle Difuso”, *Tese*, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, Brasil, 2007.
- [3] BLASQUEZ,F.;VEGANZONES,C.;RAMIREZ,D.;PLATERO, C., “Characterization of the Rotor Magnetic Field in a Brushless Doubly-Fed Induction Machine”, em *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol 24, pp. 599 – 607, Sep, 2009.
- [4] BROADWAY, A. R. W.; BURBRIDGE, L., “Self Cascade Machine: a Low-Speed Motor or High Frequency Brushless Alternator”, em *Proc. Institute of Electrical Engineers*, Vol. 117, pp. 1277-1290, 1970.
- [5] CHAPMAN, S. J.; “Electric Machinery Fundamentals”, 3rd ed., Ed. New York: McGraw-Hill, pp. 371-378, 1999.
- [6] DATTA, R.; RANGANATHAN, V. T., "Variable-Speed Wind Power Generation Using Doubly Fed Wound Rotor Induction Machine - A Comparison With Alternative Schemes", em *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 17, pp. 414, Sep, 2002.
- [7] EDDY CURRENT TECHNOLOGY INCORPORATED, “Conductivity of Metals Sorted by Resistivity”, <<http://www.eddy-current.com/condres.htm>>, acesso em: Dez, 2010.
- [8] ESSER, A.; NAGEL, A., “Contactless High Speed Signal Transmission Integrated in a Compact Rotatable Power Transformer”, em *The European Power Electronics Association*, pp. 409-414, 1993.
- [9] FALCONE, A. G., “Eletromecânica – Transformadores e Transdutores, Conversão Eletromecânica de Energia”, Vol. 1, Ed. Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1985.

- [10] FERREIRA, J. F. S. B., “Controlo de Geradores de Indução Duplamente Alimentados em Turbinas Eólicas”, *Dissertação*, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2009.
- [11] FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY Jr., C.; UMANS, S. D.; tradução: LASCHUK, A., “Máquinas Elétricas”, 6ª Edição, Ed. Bookman, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil, 2006.
- [12] GORTI, B. V.; ALEXANDER, G. C.; SPÉE, R.; WALLACE, A. K., “Characteristics of a Brushless Doubly-Fed Machine in Current-Fed Mode of Operation”, em *Proc. IEEE/IAS International Conference on Industrial Automation and Control*, pp. 143-148, 1995.
- [13] HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J.; tradução: SOTERO, D. S., “Fundamentos de Física 3 - Eletromagnetismo”, 4ª Edição, Ed. LTC, Rio de Janeiro, Brasil, 1996.
- [14] HUANG, Y. T.; CHEN, C. J.; SHU, W. B., “Finite Element Analysis on Characteristics of Rotary Transformer”, em *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, pp. 4866, Nov, 1994.
- [15] HUNT, L. J., “A New Type of Induction Motor”, em *Journal of Institute of Electrical Engineers*, Vol. 38, pp. 648-667, 1907.
- [16] JOKSIMOVIC, G. M., “Double-fed Induction Machine-Dynamic Modeling using Winding Function Approach”, em *Proc. IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, pp. 694-697, 2007.
- [17] KOSTENKO, M.; PIOTROVSKY, L., “Electrical Machines”, Vol. I, Ed. Mir Publishers, Moscow, Russia, 1977.
- [18] KOSTENKO, M.; PIOTROVSKY, L., “Electrical Machines”, Vol. II, Ed. Mir Publishers, Moscow, Russia, 1977.
- [19] KRAUSE, P. C.; WASYNCZUK, O.; SUDHOFF, S. D.; “Analysis of Electric Machines”, Ed. IEEE Press, New York, 1994.
- [20] LEGRANGER, J.; FRIEDRICH, G.; VIVIER, S.; MIPO, J. C., “Comparison of Two Optimal Rotary Transformer Designs for Highly Constrained Applications”, em *Proc IEEE Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, pp. 1546-1515, 2007.
- [21] LEGRANGER, J.; FRIEDRICH, G.; VIVIER, S.; MIPO, J. C., “Design of a Brushless Rotor Supply for a Wound Rotor

- Synchronous Machine for Integrated Starter Generator”, em *Proc IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, pp. 236-241, 2007.
- [22] MA, H. T.; CHOWDHURY, B. H., “Working Towards Frequency Regulation With Wind Plants: Combined Control Approaches”, em *IET Renewable Power Generation*, Vol. 4, Iss. 4, pp. 308-316, 2010.
- [23] MARTIGNONI, A., “Transformadores”, Ed. Globo, Porto Alegre, Brasil, 1971.
- [24] MARX, S. H.; BOUNDS, R. W., “A Kilowatt Rotary Power Transformer”, em *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-7, issue 6, pp. 1157-1163, Nov, 1971.
- [25] MCLYMAN, C. W. T., “Transformer and Inductor Design Handbook”, 3ª Edição, Capítulo 19, Ed. New York: Marcel Dekker Inc., New York, 2004.
- [26] MCMAHON, R. A.; ROBERTS, P. C.; WANG, X.; TAYNER, P. J., “Performance of BDFM as generator and motor”, em *IEE Proceedings Electric Power Applications*, vol. 153, pp. 153, Mar, 2006.
- [27] MECKE, R., “Contactless Inductive Energy Transmission Systems with Large Air Gap”, em *Proc. European Conference on Power Electronics and Applications*, 2001.
- [28] MEEKER, D., “Finite Element Method Magnetics (FEMM) – User’s Manual”, Versão 4.2, 2009.
- [29] MILLER, T. J. E., “Theory of the Doubly-Fed Induction Machine in the Steady State”, em *XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Rome, Italy, 2010.
- [30] OFNER, G.; KOENIG, O.; DANNERER, G.; SEEBACHER, R., “Steady State Modelling of Doubly Fed Induction Generators for Mega Watt Class Wind Turbines”, em *XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Rome, Italy, 2010.
- [31] PAPASTERGIOU, K. D.; MACPHERSON, D. E., “An Airborne Radar Power Supply With Contactless Transfer of Energy - Part I: Rotating Transformer”, em *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, no. 5, pp. 2874-2884, Oct, 2007.

- [32] PAPASTERGIU, K. D.; MACPHERSON, D. E., "An Airborne Radar Power Supply With Contactless Transfer of Energy - Part II: Converter Design", em *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, no. 5, pp. 2885-2893, Oct, 2007.
- [33] PAPASTERGIU, K. D.; MACPHERSON, D. E., "Air-gap Effects in Inductive Energy Transfer", em *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 4092-4097, 2008.
- [34] PAPASTERGIU, K. D.; MACPHERSON, D. E., "Contact-less Transfer of Energy by means of a Rotating Transformer", em *Proc. IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pp. 1735-1740, 2005.
- [35] PATIN, N.; MONMASSON, E.; LOUIS, J. P., "Modeling and Control of a Cascaded Doubly Fed Induction Generator Dedicated to Isolated Grid", em *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 10, pp. 4207-4219, Oct, 2009.
- [36] ROBERTS, P. C.; MCMAHON, R. A.; TAYNER, P. J.; FLACK, T. J.; MACIEJOWSKI, J. M., "Equivalent Circuit for the Brushless Doubly Fed Machine (BDFM) including Parameter Estimation and Experimental Verification", em *IEE Proceedings Electric Power Applications*, vol. 152, pp. 933, Jul, 2005.
- [37] RÜNCOS, F., "Máquina Assíncrona Trifásica Brushless em Cascata Duplamente Alimentada", *Dissertação*, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, 2001.
- [38] RÜNCOS, F., "Modelagem, Projeto e Análise de Máquinas Assíncronas Trifásicas Duplamente Alimentadas sem Escovas", *Tese*, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2006.
- [39] RÜNCOS, F.; SADOWSKI, N.; CARLSON, R.; OLIVEIRA, A. M.; KUO-PENG, P., "Performance Analysis of a Brushless Double Fed Cage Induction Generator", em *Nordic Wind Power Conference*, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2004.
- [40] RUVIARO, M.; RÜNCOS, F.; SADOWSKI, N.; BORGES, I. M., "Design and Analysis of a Brushless Doubly Fed Induction Machine with Rotary Transformer", em *XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Rome, Italy, 2010.

- [41] SEGNINI, H. H. A., “Controle do Fluxo de Potência da Máquina de Indução Duplamente Alimentada”, *Dissertação*, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil, 2006.
- [42] SEMAN, S., “Transient Performance Analysis of Wind-Power Induction Generators”, *Doctoral Dissertation*, Helsinki University of Technology, Espoo, Finland, 2006.
- [43] SHAO, S.; ABDI, E.; BARATI, F.; MCMAHON, R., "Stator-Flux-Oriented Vector Control for Brushless Doubly Fed Induction Generator", em *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 10, pp. 4220-4228, Oct, 2009.
- [44] SILVA, C. L. B.; BATISTA, A. J., “Determination of the Parameters in a Model for the Magnetic Losses in Silicon”, em *8º Seminário Internacional de Metrologia Elétrica (VIII Semetro)*, João Pessoa, Paraíba, Brasil, 2009.
- [45] SINGH, B. K.; NAIK, K. B., “Steady State Modeling and Performance Analysis of Static Slip Energy Recovery Controlled Slip Ring Induction Motor Drive”, em *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS)*, Vol. II, Hong Kong, 2009.
- [46] SMEETS, J. P. C.; ENCICA, L.; LOMONOVA, E.A., “Comparison of Winding Topologies in a Pot Core Rotating Transformer”, em *12<sup>th</sup> International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM)*, Brasov, Romania, 2010.
- [47] STUART, T. A. K.; KING, R. J.; SHAMSEDDIN, H., “Rotary Transformer Design with Fixed Magnetizing and/or Leakage Inductances”, em *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-22, pp. 565, Sep 1986.
- [48] TIBTECH INNOVATIONS, “Properties Table of Stainless steel, Metals and Other Conductive Materials”, <[www.tibtech.com/conductivity.php](http://www.tibtech.com/conductivity.php)>, acesso em: Dez, 2010.
- [49] VIANA, A. N. C.; REZEK, A. J. J.; MEDEIROS, D. M., “A Utilização de Geradores de Indução Acionados por BFTs na Geração de Energia Elétrica”, em *5º Encontro de Energia no Meio Rural e Geração Distribuída (AGRENER GD)*, Campinas, São Paulo, Brasil, 2004.

- [50] VOLTOLINI, H., “Modelagem e Controle de Geradores Duplamente Alimentados com Aplicação em Sistemas Eólicos”, *Tese*, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, 2007.
- [51] WILLIAMSON, S.; FERREIRA, A. C.; WALLACE, A. K., “Generalised Theory of the Brushless Doubly-Fed Machine. Part 1: Analysis”, em *IEE Proceedings Electrical Power Application*, vol. 144, n. 2, pp. 111-122, Mar, 1997.
- [52] WILLIAMSON, S.; FERREIRA, A. C., “Generalised Theory of the Brushless Doubly-Fed Machine. Part 2: Model Verification and Performance”, em *IEE Proceedings Electrical Power Application*, vol. 144, n. 2, pp. 123-129, Mar, 1997.

## **ANEXO A**

### **Cálculo do transformador rotativo trifásico**

## CÁLCULO DO TRANSFORMADOR ROTATIVO

### A.1 Parâmetros de entrada

#### A.1.1 Dados elétricos nominais do transformador

Tensão no estator:  $V_{t1} := 300 \text{ V}$

Tensão no rotor:  $V_{t2} := 300 \text{ V}$

Corrente no rotor:  $I_{t2} := 100 \text{ A}$

Frequência elétrica:  $f_{te} := 60 \text{ Hz}$

Temperatura ambiente (°C):  $T_{amb} := 20$

#### A.1.2 Dados do núcleo magnético

Permeabilidade magnética do ar:  $\mu_0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$

Indução magnética máxima:  $B_{tmax} := 1.90 \text{ T}$

Indução magnética média:  $B_{tmed} := 1.25 \text{ T}$

Fator de aproveitamento do núcleo:  $K_{nucleo} := 1050 \frac{\text{mm}^2}{\sqrt{\text{J}}}$

Diâmetro interno do núcleo do rotor:  $D_{t2a} := 188 \text{ mm}$

Entreferro:  $l_{te} := 1.5 \text{ mm}$

#### A.1.2.1 Dados da chapa de aço silício

Permeabilidade relativa da chapa:  $\mu_r := 4000$

Espessura da chapa:  $e_{tch} := 0.5 \text{ mm}$

Coef. para perdas por correntes de Foucault:  $p_f := 0.275 \frac{\text{W}}{\text{kg}}$

Coeficiente para perdas por histerese:  $p_h := 1.4 \frac{\text{W}}{\text{kg}}$

Densidade do aço silício:  $d_{aço} := 7.89 \cdot 10^3 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

### A.1.3 Dados de bobinagem

Resistividade do cobre (20°C):  $\rho := 1.724 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$

Densidade do cobre:  $d_{\text{cu}} := 8.92 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Espessura da isolação da bobina:  $e_{\text{isol}} := 0.9 \text{ mm}$

Relação largura x espessura da ranhura:  $k_{\text{Ihran}} := 0.91$

#### A.1.3.1 Bobinagem do estator

Densidade de corrente:  $J_{\text{cond1}} := 2.40 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$

Fator de enchimento da ranhura:  $f_{\text{ench1}} := 64\%$

Recuo do enrolamento:  $l_{\text{tg1}} := 9 \text{ mm}$

#### A.1.3.2 Bobinagem do rotor

Densidade de corrente:  $J_{\text{cond2}} := 2.85 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$

Fator de enchimento da ranhura:  $f_{\text{ench2}} := 21\%$

Recuo do enrolamento:  $l_{\text{tg2}} := 5 \text{ mm}$

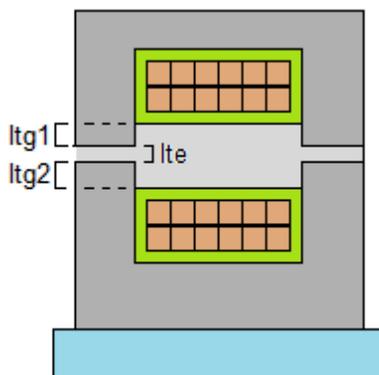


Figura A.1 - Entreferro e recuos de bobinagem do transformador

## A.2 Relação de transformação para tensão, corrente e impedâncias

$$\text{Rel. transf. da tensão:} \quad k_{tV} := \frac{V_{t1}}{V_{t2}} \quad k_{tV} = 1$$

$$\text{Rel. transf. da corrente:} \quad k_{ti} := \frac{1}{k_{tV}} \quad k_{ti} = 1$$

$$\text{Rel. transf. da imped.:} \quad k_{tZ} := k_{tV}^2 \quad k_{tZ} = 1$$

## A.3 Corrente no estator do transformador

$$\text{Corrente no estator:} \quad I_{t1} := k_{ti} \cdot I_{t2} \quad I_{t1} = 100\text{A}$$

## A.4 Potência nominal do transformador

$$\text{Potência no estator:} \quad S_{t1} := \sqrt{3} \cdot V_{t1} \cdot I_{t1} \quad S_{t1} = 52\text{kVA}$$

$$\text{Potência no rotor:} \quad S_{t2} := \sqrt{3} \cdot V_{t2} \cdot I_{t2} \quad S_{t2} = 52\text{kVA}$$

## A.5 Núcleo magnético do transformador

$$\text{Seção magnética:} \quad S_{tm} := K_{\text{nucleo}} \sqrt{\frac{S_{t2}}{3 \cdot f_{te}}} \quad S_{tm} = 17840\text{mm}^2$$

A constante  $K_{\text{núcleo}}$  representa o fator de aproveitamento do núcleo do transformador. Conforme apresentado em [23], o valor desta constante é empírico.

## A.6 Determinação dos enrolamentos

### A.6.1 Enrolamento do rotor

$$\text{Número de espiras: } N_{t2} := \frac{V_{t2}}{4.44\sqrt{3} \cdot B_{\text{tmax}} \cdot S_{\text{tm}} \cdot f_{\text{te}}} \quad N_{t2} = 19$$

$$\text{Sç. de cobre do condutor: } S_{\text{cond2}} := \frac{I_{t2}}{J_{\text{cond2}}} \quad S_{\text{cond2}} = 35 \text{ mm}^2$$

$$\text{Diâm. eq. do condutor: } D_{\text{tcu2}} := \sqrt{4 \cdot \frac{S_{\text{cond2}}}{\pi}} \quad D_{\text{tcu2}} = 6.7 \text{ mm}$$

$$\text{Sç. de cobre da bobina: } S_{\text{tcu2}} := N_{t2} \cdot S_{\text{cond2}} \quad S_{\text{tcu2}} = 673 \text{ mm}^2$$

### A.6.2 Enrolamento do estator

$$\text{Número de espiras: } N_{t1} := k_{\text{tv}} \cdot N_{t2} \quad N_{t1} = 19$$

$$\text{Sç. de cobre do condutor : } S_{\text{cond1}} := \frac{I_{t1}}{J_{\text{cond1}}} \quad S_{\text{cond1}} = 42 \text{ mm}^2$$

$$\text{Diâm. eq. do condutor: } D_{\text{tcu1}} := \sqrt{4 \cdot \frac{S_{\text{cond1}}}{\pi}} \quad D_{\text{tcu1}} = 7.3 \text{ mm}$$

$$\text{Seção de cobre: } S_{\text{tcu1}} := N_{t1} \cdot S_{\text{cond1}} \quad S_{\text{tcu1}} = 799 \text{ mm}^2$$

## A.7 Determinação das ranhuras

### A.7.1 Ranhura do rotor:

Seção total da ranhura:  $S_{\text{tran}2} := \frac{S_{\text{tcu}2}}{f_{\text{ench}2}} \quad S_{\text{tran}2} = 3205 \text{mm}^2$

Largura da ranhura:  $l_{\text{tb}} := k_{\text{lhran}} \sqrt{S_{\text{tran}2}} \quad l_{\text{tb}} = 52 \text{mm}$

Altura da bob. isol.:  $l_{\text{tf}2} := \frac{S_{\text{tran}2}}{l_{\text{tb}}} \quad l_{\text{tf}2} = 62 \text{mm}$

### A.7.2 Ranhura do estator:

Seção total da ranhura:  $S_{\text{tran}1} := \frac{S_{\text{tcu}1}}{f_{\text{ench}1}} \quad S_{\text{tran}1} = 1249 \text{mm}^2$

Largura da ranhura:  $l_{\text{tb}} = 52 \text{mm}$

Altura da bob. isol.:  $l_{\text{tf}1} := \frac{S_{\text{tran}1}}{l_{\text{tb}}} \quad l_{\text{tf}1} = 24 \text{mm}$

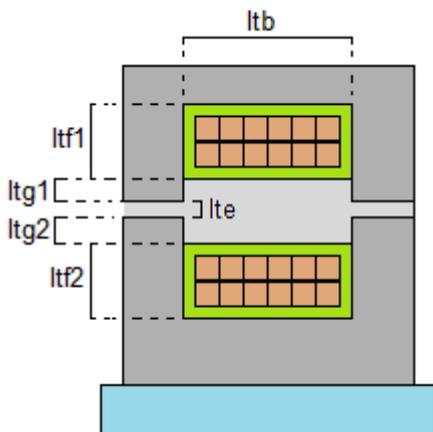


Figura A.7 - Largura e profundidade da bobinagem do transformador

## A.8 Dimensionamento do núcleo e bobinas

### A.8.1 Núcleo e bobina do rotor

Diâmetro interno:  $D_{t2a} = 188\text{mm}$

Diâm. fundo ranhura.:  $D_{t2b} := \frac{2S_{tm}}{\pi \cdot D_{t2a}} + D_{t2a}$   $D_{t2b} = 248\text{mm}$

Diâm. int. bob. s/ isol.:  $D_{t2c} := D_{t2b} + 2 \cdot e_{isol}$   $D_{t2c} = 250\text{mm}$

Diâm. ext. bob. s/ isol.:  $D_{t2d} := D_{t2b} + 2 \cdot (l_{tf2} - e_{isol})$   $D_{t2d} = 371\text{mm}$

Diâm. ext. bob. isol.:  $D_{t2e} := D_{t2b} + 2 \cdot l_{tf2}$   $D_{t2e} = 373\text{mm}$

Diâm. externo:  $D_{t2f} := D_{t2b} + 2 \cdot (l_{tf2} + l_{tg2})$   $D_{t2f} = 383\text{mm}$

### A.8.2 Núcleo e bobina do estator

Diâmetro interno:  $D_{t1f} := D_{t2f} + 2 \cdot l_{te}$   $D_{t1f} = 386\text{mm}$

Diâm. int. bob. isol.:  $D_{t1e} := D_{t1f} + 2 \cdot l_{tg1}$   $D_{t1e} = 404\text{mm}$

Diâm. int. bob. s/ isol.:  $D_{t1d} := D_{t1e} + 2 \cdot e_{isol}$   $D_{t1d} = 406\text{mm}$

Diâm. ext. bob. s/ isol.:  $D_{t1c} := D_{t1e} + 2 \cdot (l_{tf1} - e_{isol})$   $D_{t1c} = 451\text{mm}$

Diâm. fundo ranhura:  $D_{t1b} := D_{t1e} + 2 \cdot l_{tf1}$   $D_{t1b} = 452\text{mm}$

Diâm. externo:  $D_{t1a} := 2 \cdot \frac{S_{tm}}{\pi \cdot D_{t1f}} + D_{t1b}$   $D_{t1a} = 482\text{mm}$

### A.8.3 Larguras do núcleo e bobinas

Largura do núcleo:  $l_{ta} := \frac{2 \cdot S_{tm}}{\pi \cdot D_{t2a}} + l_{tb}$   $l_{ta} = 112\text{mm}$

Largura bob. isol.:  $l_{tb} = 52\text{mm}$

Largura bob. s/ isol.:  $l_{tc} := l_{tb} - 2 \cdot e_{isol}$   $l_{tc} = 50\text{mm}$

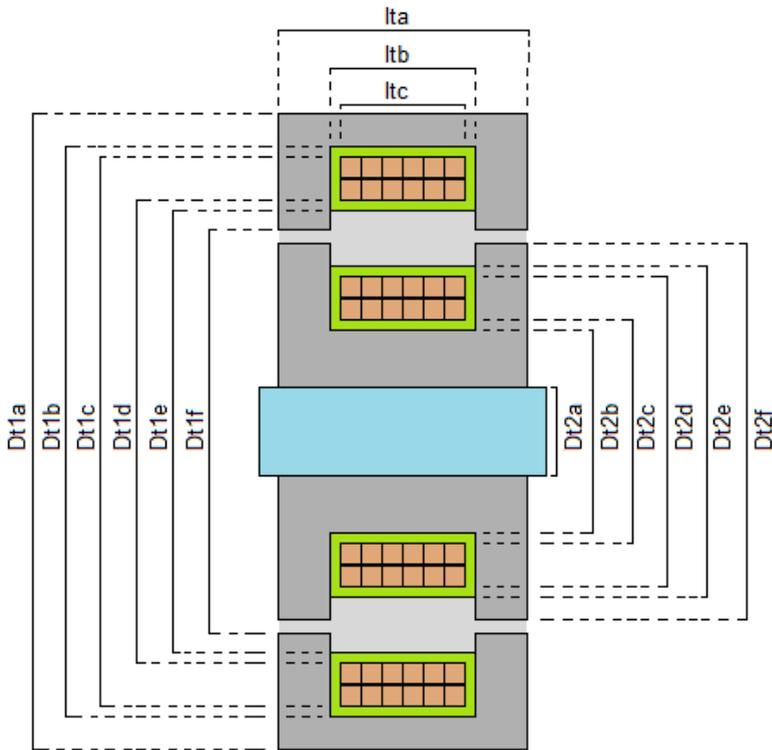


Figura A.8.3 - Diâmetros e larguras do transformador

### A.8.4 Comprimentos médios

Comp. bob. rotor:  $l_{tcu2} := \frac{\pi \cdot (D_{t2d} + D_{t2c})}{2}$   $l_{tcu2} = 976\text{mm}$

Comp. entreferro:  $l_{te12} := \frac{\pi \cdot (D_{t1f} + D_{t2f})}{2}$   $l_{te12} = 1207\text{mm}$

Comp. bob. estator:  $l_{tcu1} := \frac{\pi \cdot (D_{t1d} + D_{t1c})}{2}$   $l_{tcu1} = 1345\text{mm}$

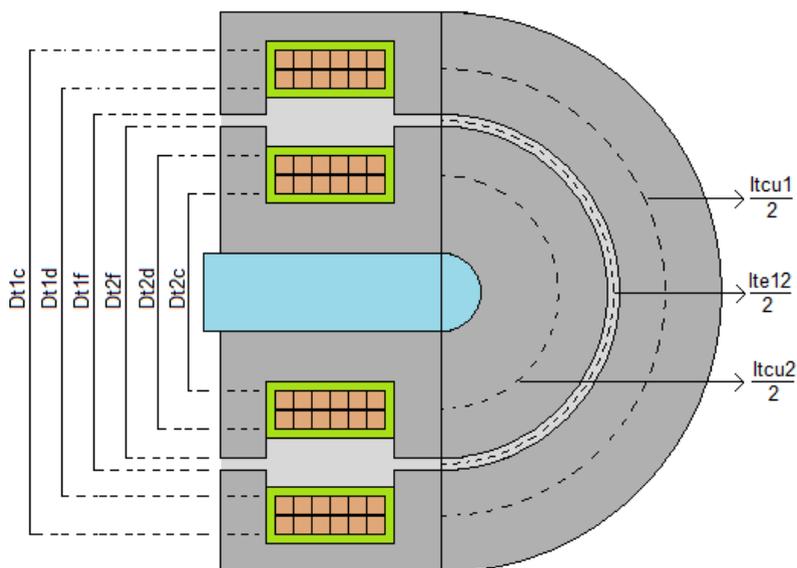


Figura A.8.4 - Diâmetros e comprimentos médios das bobinas e entreferro

## A.9 Cálculo da resistência dos enrolamentos

### A.9.1 Resistência do enrolamento do rotor

$$\text{Resist. enrolamento: } R_{t2} := \frac{(N_{t2} \cdot l_{tcu2} \cdot \rho)}{S_{cond2}} \quad R_{t2} = 0.009\Omega$$

### A.9.2 Resistência do enrolamento do estator

$$\text{Resist. enrolamento: } R_{t1} := \frac{(N_{t1} \cdot l_{tcu1} \cdot \rho)}{S_{cond1}} \quad R_{t1} = 0.011\Omega$$

## A.10 Cálculo das indutâncias e reatâncias de dispersão dos enrolamentos

### A.10.1 Indutância e reatância de dispersão dos enrolamentos do rotor

Indutância de dispersão:

$$L_{t2} := u_0 \cdot \frac{N_{t2}^2 \cdot l_{tcu2}}{l_{tb}} \cdot \left[ \frac{l_{tf2}}{3} + \left( l_{tg2} + \frac{l_{te}}{2} \right) \right] \quad L_{t2} = 0.232\text{mH}$$

Reatância de dispersão:

$$X_{t2} := 2 \cdot \pi \cdot f_{te} \cdot L_{t2} \quad X_{t2} = 0.087\Omega$$

### A.10.2 Indutância e reatância de dispersão dos enrolamentos do estator

Indutância de dispersão:

$$L_{t1} := u_0 \cdot \frac{N_{t1}^2 \cdot l_{tcu1}}{l_{tb}} \cdot \left[ \frac{l_{tf1}}{3} + \left( l_{tg1} + \frac{l_{te}}{2} \right) \right] \quad L_{t1} = 0.215\text{mH}$$

Reatância de dispersão:

$$X_{t1} := 2 \cdot \pi \cdot f_{te} \cdot L_{t1} \quad X_{t1} = 0.081\Omega$$

### A.11 Determinação dos caminhos magnéticos médios

Comprimento magnético radial médio do rotor:

$$l_{tj2} := \frac{1}{2} \left[ D_{t2f} - \frac{(D_{t2b} + D_{t2a})}{2} \right] \quad l_{tj2} = 82 \text{ mm}$$

Comprimento magnético radial médio do estator:

$$l_{tj1} := \frac{1}{2} \left[ \frac{(D_{t1a} + D_{t1b})}{2} - D_{t2f} \right] \quad l_{tj1} = 42 \text{ mm}$$

Comprimento magnético axial médio:

$$l_{th} := \frac{(l_{ta} + l_{tb})}{2} \quad l_{th} = 82 \text{ mm}$$

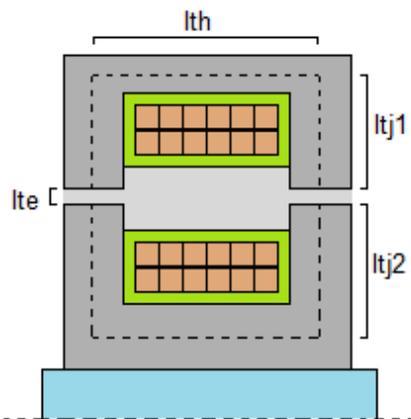


Figura A.11 - Caminhos magnéticos médios

### A.12 Cálculo da indutância e reatância de magnetização do transformador

Seção magnética das pernas do estator:

$$S_{tm1} := D_{t1f} \cdot \pi \cdot \frac{(l_{ta} - l_{tb})}{2} \quad S_{tm1} = 36613 \text{mm}^2$$

Seção do entreferro:

$$S_{te} := l_{te12} \cdot \frac{(l_{ta} - l_{tb})}{2} \quad S_{te} = 36471 \text{mm}^2$$

Relutância total do circuito magnético:

$$R_{tm} := \frac{1}{u_0} \cdot \left[ \frac{2}{u_r \cdot S_{tm}} \cdot (l_{th} + l_{tj2}) + \frac{2}{u_r \cdot S_{tm1}} \cdot l_{tj1} + \frac{2}{S_{te}} \cdot l_{te} \right]$$

Indutância de magnetização do transformador:

$$L_{tm} := \frac{N_{t1}^2}{R_{tm}} \quad L_{tm} = 5.288 \text{mH}$$

Reatância de magnetização do transformador:

$$X_{tm} := 2 \cdot \pi \cdot f_{te} \cdot L_{tm} \quad X_{tm} = 1.994 \Omega$$

### A.13 Cálculo da corrente de magnetização

Valor de pico da corrente de magnetização do transformador:

$$I_{t0max} := \frac{2B_{tmax}}{N_{t1} \cdot u_0} \cdot \left[ \frac{1}{u_r} \cdot \left[ (l_{th} + l_{tj2}) \cdot \frac{S_{tm}}{S_{tm}} + l_{tj1} \cdot \frac{S_{tm}}{S_{tm1}} \right] + l_{te} \cdot \frac{S_{tm}}{S_{te}} \right]$$

$$\text{Corrente de magnetização: } I_{t0} := \frac{I_{t0max}}{\sqrt{2}} \quad I_{t0} = 86.9 \text{A}$$

$$\text{Razão } I_{t0}/I_{t2}: \quad \text{Razao} := \frac{I_{t0}}{I_{t2}} \quad \text{Razao} = 0.869$$

## A.14 Cálculo da quantidade de material para confecção do transformador

### A.14.1 Número de chapas de aço silício e espaçamento máximo

$$\text{Qtde chapas no rotor: } Q_{\text{tch2}} := \pi \cdot \frac{D_{\text{t2a}}}{e_{\text{tch}}} \quad Q_{\text{tch2}} = 1181$$

$$\text{Esp. máx. entre chapas: } \text{esp}_2 := \frac{\pi \cdot (D_{\text{t2f}} - D_{\text{t2a}})}{Q_{\text{tch2}}} \quad \text{esp}_2 = 0.518 \text{mm}$$

$$\text{Qtde chapas estator: } Q_{\text{tch1}} := \pi \cdot \frac{D_{\text{t1f}}}{e_{\text{tch}}} \quad Q_{\text{tch1}} = 2424$$

$$\text{Esp. máx. entre chapas: } \text{esp}_1 := \frac{\pi \cdot (D_{\text{t1a}} - D_{\text{t1f}})}{Q_{\text{tch1}}} \quad \text{esp}_1 = 0.124 \text{mm}$$

### A.14.2 Massa de chapas de aço silício

#### A.14.2.1 Massa de chapas no rotor

Volume do núcleo de chapas:

$$\text{Vol}_{\text{tch2}} := \pi \cdot D_{\text{t2a}} \cdot \left[ \left[ \frac{(D_{\text{t2b}} - D_{\text{t2a}})}{2} \right] \cdot l_{\text{tb}} + \left[ \frac{(D_{\text{t2f}} - D_{\text{t2a}})}{2} \right] \cdot (l_{\text{ta}} - l_{\text{tb}}) \right]$$

$$\text{Vol}_{\text{tch2}} = 4.395 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\text{Massa de chapas: } m_{\text{tch2}} := d_{\text{aço}} \cdot \text{Vol}_{\text{tch2}} \quad m_{\text{tch2}} = 34.7 \text{kg}$$

#### A.14.2.2 Massa de chapas no estator

Volume do núcleo de chapas do estator:

$$\text{Vol}_{\text{tch1}} := \pi \cdot D_{\text{t1f}} \cdot \left[ \left[ \frac{(D_{\text{t1a}} - D_{\text{t1b}})}{2} \right] \cdot l_{\text{tb}} + \left[ \frac{(D_{\text{t1a}} - D_{\text{t1f}})}{2} \right] \cdot (l_{\text{ta}} - l_{\text{tb}}) \right]$$

$$\text{Vol}_{\text{tch1}} = 4.431 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\text{Massa de chapas: } m_{\text{tch1}} := d_{\text{cu}} \cdot \text{Vol}_{\text{tch1}} \quad m_{\text{tch1}} = 39.5 \text{kg}$$

### A.14.3 Massa de cobre

#### A.14.3.1 Massa de cobre no rotor

Volume de cobre:  $Vol_{t_{cu2}} := l_{t_{cu2}} \cdot S_{t_{cu2}}$

Massa de cobre:  $m_{t_{cu2}} := d_{cu} \cdot Vol_{t_{cu2}} \quad m_{t_{cu2}} = 5.9\text{kg}$

#### A.14.3.2 Massa de cobre no estator

Volume de cobre:  $Vol_{t_{cu1}} := l_{t_{cu1}} \cdot S_{t_{cu1}}$

Massa de cobre:  $m_{t_{cu1}} := d_{cu} \cdot Vol_{t_{cu1}} \quad m_{t_{cu1}} = 9.6\text{kg}$

### A.14.4 Massa total

Massa do rotor:  $m_{t2} := m_{t_{cu2}} + m_{t_{ch2}} \quad m_{t2} = 40.5\text{kg}$

Massa do estator:  $m_{t1} := m_{t_{cu1}} + m_{t_{ch1}} \quad m_{t1} = 49.1\text{kg}$

### A.15 Determinação das perdas no ferro

Perdas no ferro W/kg:

$$w_{fe} := \left[ Pf \cdot \left( \frac{e_{tch}}{0.5\text{mm}} \cdot \frac{f_{te}}{50\text{Hz}} \right)^2 + Ph \cdot \frac{f_{te}}{50\text{Hz}} \right] \cdot \left( \frac{B_{tmed}}{1\text{T}} \right)^2 \quad w_{fe} = 3.244 \frac{\text{W}}{\text{kg}}$$

Perdas núcleo rotor:  $P_{tfe2} := w_{fe} \cdot m_{tch2} \quad P_{tfe2} = 112.5\text{W}$

Perdas núcleo estator:  $P_{tfe1} := w_{fe} \cdot m_{tch1} \quad P_{tfe1} = 128.2\text{W}$

### A.16 Cálculo da resistência equivalente de perdas no ferro

Resistência no ferro:  $R_{tfe} := \frac{V_{t1}^2}{3 \cdot (P_{tfe1} + P_{tfe2})} \quad R_{tfe} = 124.6\Omega$

## A.17 Resultados de cálculo para o transformador rotativo

### A.17.1 Dados elétricos para sistema trifásico de transformadores

	<b>Estator</b>		<b>Rotor</b>
Tensão de linha:	$V_{t1} = 300V$		$V_{t2} = 300V$
Corrente de linha:	$I_{t1} = 100A$		$I_{t2} = 100A$
Potência trifásica:	$S_{t1} = 52kVA$		$S_{t2} = 52kVA$
	<b>Tensão</b>	<b>Corrente:</b>	<b>Impedância:</b>
Relação de transf.:	$k_{tv} = 1$	$k_{ti} = 1$	$k_{tz} = 1$
Frequência nominal:	$f_{te} = 60Hz$	Ind. media:	$B_{tmed} = 1.25T$
Corrente de excitação:	$I_{t0} = 86.9A$	Razão:	$\frac{I_{t0}}{I_{t1}} = 0.869$

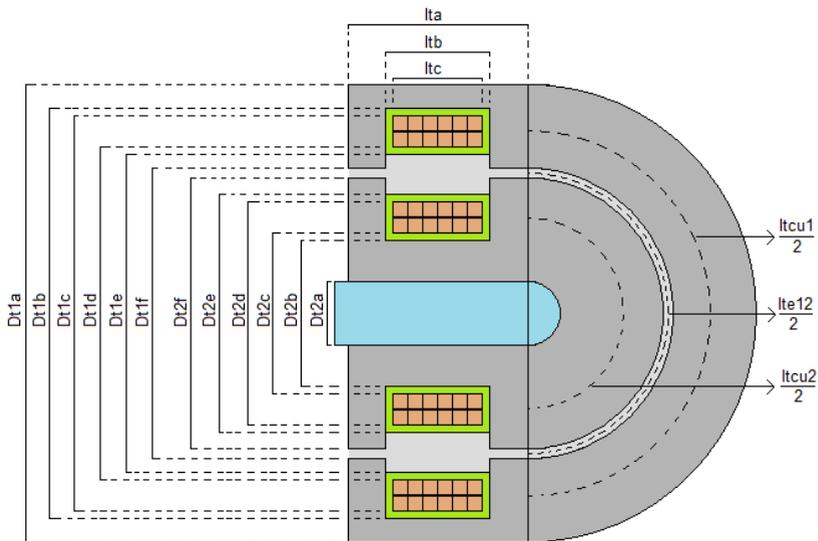
### A.17.2 Dados da bobinagem

	<b>Estator</b>		<b>Rotor</b>
Número de espiras:	$N_{t1} = 19$		$N_{t2} = 19$
Seção do condutor:	$S_{cond1} = 42mm^2$		$S_{cond2} = 35mm^2$
Diâm. equiv. condutor:	$D_{tcu1} = 7.3mm$		$D_{tcu2} = 6.7mm$
Massa de cobre:	$m_{tcu1} = 9.6kg$		$m_{tcu2} = 5.9kg$

### A.17.3 Dados das chapas de aço silício

	<b>Estator</b>		<b>Rotor</b>
Número de chapas:	$Q_{tch1} = 2424$		$Q_{tch2} = 1181$
Espessura da chapa:	$e_{tch} = 0.5mm$		$e_{tch} = 0.5mm$
Massa de chapa:	$m_{tch1} = 39.5kg$		$m_{tch2} = 34.7kg$
Esp. máx. entre chapas:	$esp_1 = 0.12mm$		$esp_2 = 0.52mm$

### A.17.4 Dimensões do transformador



$$D_{t1a} = 482\text{mm}$$

$$D_{t2a} = 188\text{mm}$$

$$l_{ta} = 112\text{mm}$$

$$D_{t1b} = 452\text{mm}$$

$$D_{t2b} = 248\text{mm}$$

$$l_{tb} = 52\text{mm}$$

$$D_{t1c} = 451\text{mm}$$

$$D_{t2c} = 250\text{mm}$$

$$l_{tc} = 50\text{mm}$$

$$D_{t1d} = 406\text{mm}$$

$$D_{t2d} = 371\text{mm}$$

$$l_{tcu1} = 1345\text{mm}$$

$$D_{t1e} = 404\text{mm}$$

$$D_{t2e} = 373\text{mm}$$

$$l_{te12} = 1207\text{mm}$$

$$D_{t1f} = 386\text{mm}$$

$$D_{t2f} = 383\text{mm}$$

$$l_{tcu2} = 976\text{mm}$$

### A.17.5 Massa total

#### Estator

#### Rotor

Massa de cobre:

$$m_{tcu1} = 9.6\text{kg}$$

$$m_{tcu2} = 5.9\text{kg}$$

Massa de chapa:

$$m_{tch1} = 39.5\text{kg}$$

$$m_{tch2} = 34.7\text{kg}$$

Massa total:

$$m_{t1} = 49.1\text{kg}$$

$$m_{t2} = 40.5\text{kg}$$

### A.17.6 Circuito equivalente referido ao estator do transformador rotativo(40°C)

Coef. correção temperatura:  $kT := \frac{(234.5 + 40)}{(234.5 + T_{amb})}$

Resistência do estator:  $R_{t1cc} := R_{t1} \cdot kT$

$$R_{t1cc} = 0.011 \Omega$$

Reatância de dispersão do estator:  $X_{t1} = 0.081 \Omega$

Resistência de perda no ferro:  $R_{tfe} = 124.6 \Omega$

Reatância magnetizante:  $X_{tm} = 1.994 \Omega$

Resistência do rotor:  $R_{t2cc} := kT \cdot k_{tz} \cdot R_{t2}$

$$R_{t2cc} = 0.010 \Omega$$

Reatância de dispersão do rotor:  $X_{t2} := k_{tz} \cdot X_{t2}$

$$X_{t2} = 0.087 \Omega$$



## **ANEXO B**

### **Ensaio sobre o protótipo**

## B. Ensaios

A execução de ensaios sobre o protótipo tem por objetivo o levantamento dos parâmetros de circuito equivalente, das curvas de torque e de corrente vs. rotação e a avaliação do desempenho em carga apresentado pela máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo.

### B.1 Equipamentos de medição e suas utilizações

Para a realização dos ensaios utilizou-se uma série de equipamentos, dentre os quais se destacam:

- **Alicate de corrente Yokogawa CL 155:**
  - Medição da corrente nos enrolamentos em 60 Hz;
- **Analizador de potência LEM Norma 4000:**
  - Medição da frequência no estator do transformador rotativo em ensaios com carga;
- **Encoder Wieder Rooth 1024 pulsos:**
  - Medição de velocidade para ensaios em carga;
- **Fonte DC HP6684A:**
  - Aplicação de corrente contínua para a medição da resistência dos enrolamentos;
- **Milivoltímetro Fluke 45:**
  - Medição da tensão na determinação da resistência dos enrolamentos;
- **Multímetro Fluke 89 IV:**
  - Medição da resistência dos sensores de temperatura (PT-100);
  - Medição da tensão dos enrolamentos na frequência de 60 Hz;
- **Placa de aquisição National Instruments SCB-68:**
  - Aquisição de sinais fornecidos pelos transdutores referentes à tensão, corrente, velocidade e torque em ensaios para a obtenção de curvas em função do tempo;

- **Transdutor de Torque HBM T10F e T40F:**
  - Medição do torque entre a ponta do eixo da máquina e o dinamômetro;
  - Medição do torque em ensaios para a obtenção de curvas de torque vs. rotação;
- **Transdutores de tensão e velocidade:**
  - Medição de tensão e velocidade em ensaios para a obtenção de torque e corrente vs. rotação;
- **Transformadores de corrente de efeito Hall:**
  - Medição da corrente em baixa frequência no estator do transformador rotativo em ensaios com carga;
  - Medição da corrente do estator da máquina assíncrona em ensaios para a obtenção de curva de corrente vs. rotação;
- **Wattímetro Yokogawa WT130:**
  - Análise da potência trifásica consumida ou fornecida pela máquina assíncrona trifásica.

## **B.2 Determinação de parâmetros da máquina assíncrona trifásica**

A determinação dos parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica compreende cinco etapas de ensaio:

- Medição das resistências do estator e do rotor em corrente contínua;
- Energização em corrente alternada do estator com o rotor em circuito aberto;
- Energização em corrente alternada do estator com o rotor em curto-circuito;
- Energização em corrente alternada do rotor como o estator em circuito aberto;
- Energização em corrente alternada do rotor com o estator em curto-circuito.

## B.2.1 Medição das resistências em corrente contínua

Para a determinação das resistências dos enrolamentos, aplica-se corrente contínua ao estator e ao rotor da máquina assíncrona trifásica.

### B.2.1.1 Estator da máquina assíncrona trifásica

Com o estator da máquina assíncrona trifásica conectado em Y, dois terminais do enrolamento são alimentados por meio de uma fonte de corrente contínua a cada medição.

A resistência por fase corresponde à metade da resistência obtida entre os terminais. A resistência  $R_{m1}$  é calculada a partir da média dos valores obtidos nos ensaios.

Nestas medições, a temperatura ambiente é de 28,7°C.

Tabela B.2.1.1.1 – Ensaio de resistências no estator da máquina assíncrona

Terminais	Tensão (V)	Corrente (A)	Resistência por fase (W) – 28,7°C	Resistência por fase (W) – 40°C
U – V	1,0356	14,97	0,03458	0,03588
V – W	1,0464	14,97	0,03488	0,03619
W – U	1,0532	14,97	0,03517	0,03649
<b><math>R_{m1}</math></b>	1,0451	14,97	0,03491	<b>0,03621</b>

A última coluna da Tabela B.2.1.1.1, apresenta os valores das resistências referidos à temperatura de 40°C, a qual será tomada como referência na realização dos cálculos de desempenho.

### B.2.1.2 Rotor da máquina assíncrona trifásica

Com o rotor da máquina assíncrona trifásica também conectado em Y, dois terminais do enrolamento são alimentados por meio de uma fonte de corrente contínua a cada medição.

A resistência por fase corresponde à metade da resistência obtida entre os terminais. A resistência  $R_{m2}$  é calculada a partir da média dos valores obtidos nos ensaios.

Nestas medições, a temperatura ambiente é de 28,7°C.

Tabela B.2.1.2.1 – Ensaio de resistências no rotor da máquina assíncrona

Terminais	Tensão (V)	Corrente (A)	Resistência por fase (W) – 28,7°C	Resistência por fase (W) – 40°C
U – V	0,7915	17,98	0,02201	0,02283
V – W	0,7932	17,98	0,02205	0,02288
W – U	0,7935	17,98	0,02206	0,02289
<b><math>R_{m2}</math></b>	0,7927	17,98	0,02204	<b>0,02287</b>

Da mesma forma que se fez para o estator, a última coluna da Tabela B.2.1.2.1 considera os valores da resistência referidos à temperatura de 40°C.

## B.2.2 Energização em corrente alternada

As medições obtidas com a energização do estator e rotor da máquina assíncrona trifásica em corrente alternada correspondem aos valores apresentadas no Anexo C.

## B.3 Determinação dos parâmetros do transformador rotativo trifásico

A determinação dos parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo trifásico obedece às seguintes etapas:

- Medição das resistências do estator e rotor em corrente contínua;
- Energização em corrente alternada do estator com o rotor em circuito aberto;
- Energização em corrente alternada do estator com o rotor em curto-circuito;
- Energização em corrente alternada do rotor como o estator em circuito aberto;
- Energização em corrente alternada do rotor com o estator em curto-circuito.

### B.3.1 Medição das resistências em corrente contínua

Para a determinação das resistências dos enrolamentos, aplica-se corrente contínua ao estator e ao rotor do transformador rotativo.

#### B.3.1.1 Estator do transformador rotativo trifásico

Com o estator do transformador rotativo conectado em Y, dois terminais do enrolamento são alimentados por meio de uma fonte de corrente contínua a cada medição.

A resistência por fase corresponde à metade da resistência obtida entre os terminais. A resistência  $R_{t1}$  é calculada a partir da média dos valores obtidos em ensaio.

Nestas medições, a temperatura ambiente é de 28,7°C.

Tabela B.3.1.1.1 – Ensaio de resistências no estator do transformador rotativo

Terminais	Tensão (V)	Corrente (A)	Resistência por fase (W) – 28,7°C	Resistência por fase (W) – 40°C
U – V	0,4546	19,98	0,01140	0,01183
V – W	0,4574	19,98	0,01144	0,01188
W – U	0,4580	19,98	0,01146	0,01189
<b><math>R_{t1}</math></b>	0,4570	14,97	0,01143	<b>0,01186</b>

A última coluna da Tabela B.3.1.1.1, apresenta os valores das resistências referidos à temperatura de 40°C, a qual será tomada como referência na realização dos cálculos de desempenho.

#### B.3.1.2 Rotor do transformador rotativo trifásico

Com o rotor do transformador rotativo conectado em Y, dois terminais do enrolamento são alimentados por meio de uma fonte de corrente contínua a cada medição.

A resistência por fase corresponde à metade da resistência obtida entre os terminais. A resistência  $R_{t2}$  é calculada a partir da média dos valores obtidos em ensaio.

Nestas medições, a temperatura de ensaio é 28,7°C.

Tabela B.3.1.2.1 – Ensaio de resistências no rotor do transformador rotativo

Terminais	Tensão (V)	Corrente (A)	Resistência por fase (W) – 28,7°C	Resistência por fase (W) – 40°C
U – V	0,4080	19,98	0,01021	0,01059
V – W	0,3998	19,98	0,01001	0,01038
W – U	0,3912	19,98	0,00979	0,01016
<b><math>R_{\rho 2}</math></b>	<b>0,4570</b>	<b>14,97</b>	<b>0,01000</b>	<b>0,01038</b>

Da mesma forma que se fez para o estator, a última coluna da Tabela B.3.1.2.1 considera os valores da resistência referidos à temperatura de 40°C.

### B.3.2 Energização em corrente alternada

As medições obtidas com a energização do estator e do rotor do transformador em corrente alternada correspondem aos valores apresentadas no Anexo D.

### B.4 Determinação dos parâmetros do reostato

A determinação dos parâmetros de circuito equivalente do reostato corresponde:

- Medição das resistências em corrente contínua.

#### B.4.1 Medição das resistências em corrente contínua

Para a determinação das resistências do reostato, aplica-se corrente contínua aos seus terminais. Para a obtenção de dois valores de resistência trifásica, as conexões do reostato foram arrançadas de forma a permitir duas combinações, as quais foram denominadas  $R_{ext1}$  e  $R_{ext2}$ .

As Tabelas B.4.1.1 e B.4.1.2 apresentam os valores de tensão, corrente e resistência em corrente contínua referentes às medições realizadas no banco de resistências.

Tabela B.4.1.1 – Ensaio de resistências  $R_{ext1}$  no reostato

Terminais	Tensão (V)	Corrente (A)	Resistência por fase (W) – 28,7°C	Resistência por fase (W) – 40°C
U – V	4,00	14,97	0,13360	0,13860
V – W	4,10	14,97	0,13694	0,14207
W – U	4,20	14,97	0,14028	0,14553
<b><math>R_{ext1}</math></b>	4,10	14,97	0,13694	<b>0,14207</b>

Tabela B.4.1.2 – Ensaio de resistências  $R_{ext2}$  no reostato

Terminais	Tensão (V)	Corrente (A)	Resistência por fase (W) – 28,7°C	Resistência por fase (W) – 40°C
U – V	7,40	14,97	0,24716	0,25642
V – W	7,30	14,97	0,24382	0,25295
W – U	7,20	14,97	0,24048	0,24949
<b><math>R_{ext2}</math></b>	7,30	14,97	0,24382	<b>0,25295</b>

Conforme se observa nas Tabelas E.4.1.1 e E.4.1.2, o banco de resistências apresenta um pequeno desequilíbrio de impedância entre suas fases.

## B.5 Ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica

O ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica é feito por meio do acoplamento de seu eixo ao dinamômetro, conforme mostrado na Figura B.5.1.

Com o objetivo de se avaliar o desempenho individual da máquina assíncrona trifásica, desacopla-se o transformador rotativo do seu circuito. De acordo com a Figura B.5.1, os terminais do rotor da máquina assíncrona trifásica são postos em curto-circuito. Assim, o transformador permanece mecanicamente acoplado, porém sem participar do circuito elétrico do equipamento sob teste.

O estator da máquina assíncrona é alimentado na tensão nominal de linha, isto é, 690 V. Os instrumentos de medição apresentados na Figura B.5.1 têm os seguintes significados:

- A: amperímetro,
- W: wattímetro;
- T: transdutor de torque; e
- w : transdutor de velocidade (encoder).

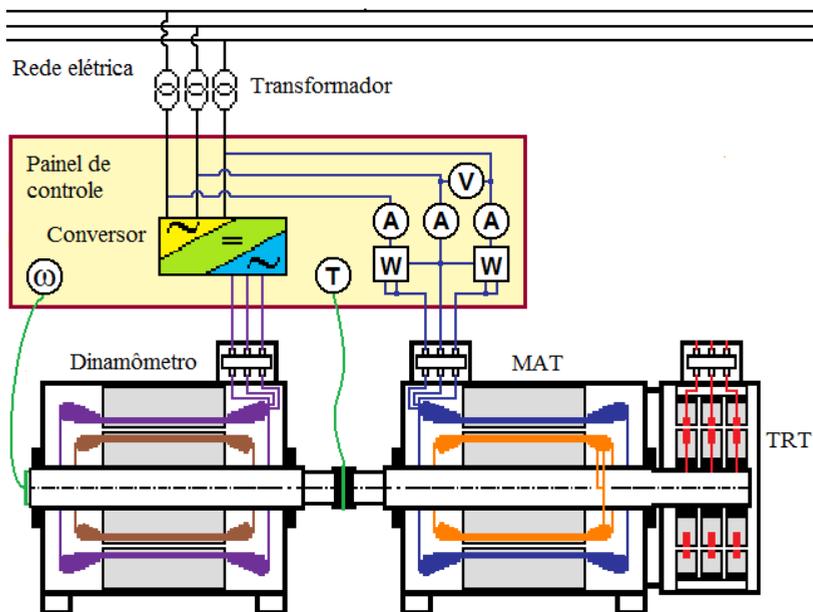


Figura B.5.1 – Esquema de ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica com rotor em curto-circuito

A partir do esquema de ensaio apresentado na Figura B.5.1, realiza-se o ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica em regime motor e gerador.

As Tabelas B.5.1 e B.5.2 apresentam os resultados de ensaio em carga para o regime motor. Para 100% de carga, isto é, 728 N.m, observa-se que a máquina assíncrona apresenta rotação de 1190 r.p.m. e fator de potência de 0,85. O rendimento da máquina é de 95,4%.

Todavia, há de se considerar que se fosse de fato desprovida de transformador rotativo, esta máquina assíncrona necessitaria de escovas e anéis de deslizamento para que houvesse a possibilidade de acesso ao circuito elétrico de seu rotor.

A presença de escovas e anéis de deslizamento implica em perdas de natureza elétrica e mecânica. A Tabela B.5.1 apresenta o rendimento corrigido em função das possíveis perdas devido às escovas. A partir de tal consideração, o rendimento nominal da máquina corresponde a 95,1%.

Tabela B.5.1 – Ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica em regime motor

Resultados de Ensaios						
MAT						
Regime Motor						
Frequência de alimentação: 60 Hz						
$R'_{ext}: 0.R'_{m2}$						
Carga	0%	25%	50%	75%	100%	125%
$V_{lm1}$ (V)	690	690	690	690	<b>690</b>	690
$T_{eixo}$ (N.m)	5	182	364	546	<b>728</b>	910
$P_{eixo}$ (kW)	0,7	22,8	45,5	68,1	<b>90,7</b>	113,1
$P_{m1}$ (kW)	2,6	24,9	48,1	70,8	<b>95,1</b>	118,7
$I_{m1}$ (A)	39,6	45,7	58,0	73,8	<b>93,6</b>	113,7
Rendimento (%)	26,7	91,8	94,7	96,2	<b>95,4</b>	95,2
$FP_{m1}$	0,27	0,45	0,69	0,80	<b>0,85</b>	0,87
Rotação (r.p.m.)	1198	1198	1195	1192	<b>1190</b>	1187
<i>Correção do rendimento considerando-se perdas em escovas</i>						
Perda escovas <sup>1</sup> (kW)	0,100	0,211	0,235	0,265	<b>0,303</b>	0,342
Rendimento <sup>2</sup> (%)	25,7	91,0	94,2	95,8	<b>95,1</b>	95,0

Na Tabela B.5.2 observa-se a corrente de partida, o torque de partida, o torque máximo e a velocidade na qual se detecta o torque máximo no ensaio da máquina assíncrona trifásica em regime motor.

Tabela B.5.2 – Determinação dos torques e das correntes da máquina assíncrona trifásica em regime motor

$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$ (p.u.)	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$ (p.u.)	$T_n$ (N.m)
490	0,67	3015	4,14	728
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$ (p.u.)	$n_{máx}$ (r.p.m.)		$I_n$ (A)
714	7,14	1110		100,0

<sup>1</sup> Perdas referentes à presença de possíveis escovas.

<sup>2</sup> Rendimento corrigido em função das perdas devido a possíveis escovas.

A Tabela B.5.3 apresenta os resultados em regime gerador.

Tabela B.5.3 – Ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica em regime gerador

Resultados de Ensaio						
MAT						
Regime Gerador						
Frequência de alimentação: 60 Hz						
$R'_{ext}: 0.R'_{m2}$						
Carga	0%	25%	50%	75%	100%	125%
$V_{lm1}$ (V)	690	690	690	690	<b>690</b>	690
$T_{eixo}$ (N.m)	-	182	364	546	<b>728</b>	910
$P_{eixo}$ (kW)	-	22,9	45,9	69,0	<b>92,2</b>	115,5
$P_{m1}$ (kW)	-	20,8	43,6	66,0	<b>88,4</b>	110,7
$I_{m1}$ (A)	-	44,0	55,4	70,6	<b>88,8</b>	109,6
Rendimento (%)	-	90,9	94,9	95,6	<b>95,9</b>	95,9
$FP_{m1}$	-	0,40	0,66	0,78	<b>0,83</b>	0,84
Rotação (r.p.m.)	-	1203	1205	1208	<b>1210</b>	1212
<i>Correção do rendimento considerando-se perdas em escovas</i>						
Perda escovas <sup>3</sup> (kW)	-	0,211	0,235	0,265	<b>0,303</b>	0,342
Rendimento <sup>4</sup> (%)	-	90,0	94,4	95,2	<b>95,5</b>	95,6

Na Tabela B.5.4 observa-se o torque máximo e a velocidade na qual ele se manifesta no ensaio em regime gerador.

Tabela B.5.4 – Determinação dos torques e das correntes da máquina assíncrona trifásica em regime gerador

$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$ (p.u.)	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$ (p.u.)	$T_n$ (N.m)
-	-	3467	4,76	728
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$ (p.u.)	$n_{máx}$ (r.p.m.)		$I_n$ (A)
-	-	1290		100,0

<sup>3</sup> Perdas referentes à presença de possíveis escovas.

<sup>4</sup> Rendimento corrigido em função das perdas devido a possíveis escovas.

Comparando-se as Tabelas B.5.2 e B.5.4, observa-se que o torque máximo em regime gerador é superior ao valor obtido no ensaio em regime motor.

A Tabela B.5.5 apresenta os resultados para o ensaio de rotor bloqueado da máquina assíncrona trifásica para duas condições: circuito do rotor aberto e fechado.

Tabela B.5.5 – Dados da máquina assíncrona trifásica para a condição de rotor bloqueado

Resultados de Ensaio		
MAT		
Rotor bloqueado		
Frequência de alimentação: 60 Hz		
$R'_{ext} \cdot 0.R'_{m2}$		
Rotor da máquina	Aberto	Fechado
$V_{lm1}$ (V)	690,0	690,0
$I_{m1}$ (A)	38,9	714,0
$v_{lm2}$ (V)	519,4	0,0
$i_{m2}$ (A)	0,0	882,0
$P_{m1}$ (W)	1,614	114
$FP_{m1}$	0,03	0,13

A corrente  $I_{m1}$  para o circuito do rotor aberto corresponde à corrente de excitação da máquina assíncrona. Comparando-a com a corrente  $I_{m1}$  para 0% de carga mostrada na Tabela B.5.1, observa-se a grande proximidade entre os valores registrados.

As Figuras B.5.1 e B.5.2 apresentam as curvas de corrente vs. rotação e torque vs. rotação obtidas para a máquina assíncrona trifásica por meio do uso de transdutores de torque, corrente, tensão e velocidade. Para o registro dos valores medidos pelos transdutores utilizou-se uma placa de aquisição da National Instruments.

Para a obtenção da curva, realizou-se o ensaio em duas etapas. De 0 a 1 p.u. de velocidade, os valores de torque e corrente foram obtidos por meio da acionamento da máquina como motor. Para se obter os valores de torque e corrente no intervalo de 1 a 2 p.u. de velocidade, a máquina foi primeiramente acelerada a 2 p.u., ou 2400 r.p.m., por meio do dinamômetro. Em seguida, alimentou-se o estator da máquina assíncrona e desligou-se o dinamômetro. Assim, os valores de corrente e

torque vs. rotação foram registrados pelos transdutores a partir da desaceleração da máquina de 2 a 1 p.u. de velocidade.

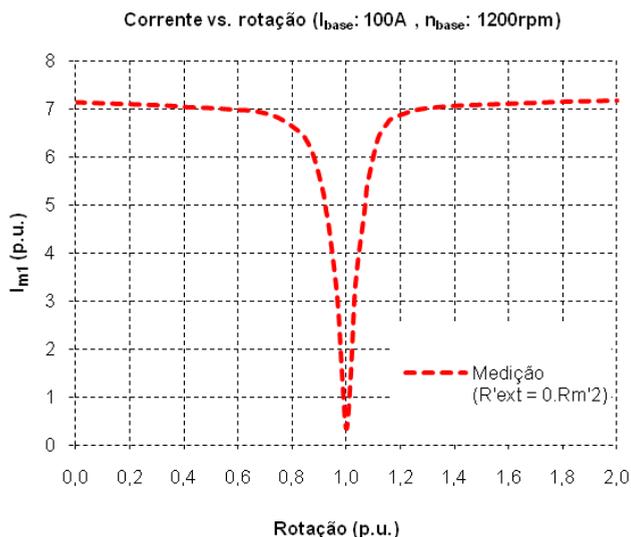


Figura B.5.1 – Curva de corrente vs. rotação para a máquina assíncrona trifásica

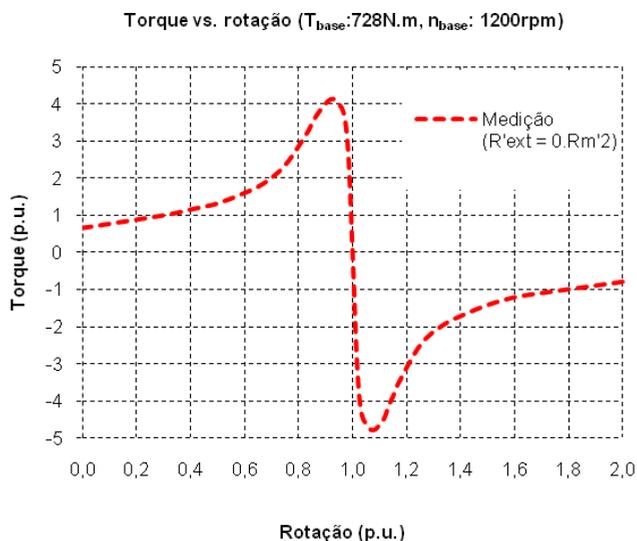


Figura B.5.2 – Curva de torque vs. rotação para a máquina assíncrona trifásica

## B.6 Ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo

Para a análise da influência do transformador rotativo sobre a máquina assíncrona trifásica, realiza-se o ensaio com o acoplamento elétrico dos dois dispositivos.

Conforme se pode observar na Figura B.6.1, o circuito do rotor da máquina assíncrona trifásica está conectado ao circuito do rotor do transformador. O estator do transformador, por sua vez, está fechado em curto-circuito.

Os transdutores de corrente presentes no circuito do estator do transformador permitem a medição da frequência e da corrente elétrica.

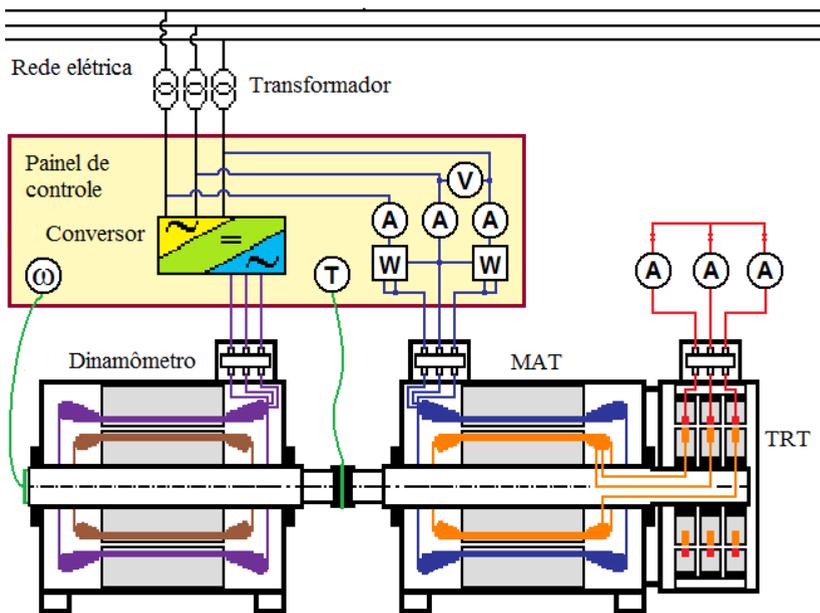


Figura B.6.1 – Esquema de ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator em curto-circuito

Por meio do arranjo apresentado na Figura B.6.1, realiza-se o ensaio da máquina nos regimes motor e gerador.

A Tabela B.6.1 apresenta os resultados para o ensaio em carga no regime motor.

Tabela B.6.1 – Ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo (regime motor)

Resultados de Ensaio						
MAT + TRT						
Regime Motor						
Frequência de alimentação: 60 Hz						
$R'_{ext}: 0.R'_{m2}$						
Carga	0%	25%	50%	75%	100%	125%
$V_{lm1}$ (V)	690	690	690	690	<b>690</b>	690
$T_{eixo}$ (N.m)	5	182	364	546	<b>728</b>	910
$P_{eixo}$ (kW)	0,7	22,8	45,4	67,7	<b>90,0</b>	111,9
$P_{m1}$ (kW)	2,7	25,4	48,5	71,8	<b>95,1</b>	118,8
$I_{m1}$ (A)	39,9	48,7	63,2	80,4	<b>100,0</b>	120,7
$i_{t1}$ (A)	0,0	14,0	40,4	68,0	<b>99,6</b>	128,6
Rendimento (%)	25,6	89,8	93,5	94,4	<b>94,6</b>	94,2
$FP_{m1}$	0,06	0,44	0,64	0,75	<b>0,80</b>	0,82
Rotação (r.p.m.)	1198	1196	1191	1185	<b>1181</b>	1175
$f_{te}$ (Hz)	0,11	0,21	0,44	0,75	<b>0,95</b>	1,26

Na Tabela B.6.2 observa-se a corrente de partida, o torque de partida, o torque máximo e a velocidade na qual o torque máximo se manifesta no ensaio em regime motor da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo.

Tabela B.6.2 – Determinação dos torques e das correntes da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo (regime motor)

$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$ (p.u.)	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$ (p.u.)	$T_n$ (N.m)
420	0,58	2070	2,84	728
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$ (p.u.)	$n_{máx}$ (r.p.m.)	$I_n$ (A)	
495	4,95	1100	100,0	

A Tabela B.5.3 apresenta o resultado do ensaio em carga para regime gerador.

Tabela B.6.3 – Ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo (regime gerador)

Resultados de Ensaio						
MAT + TRT						
Regime Gerador						
Frequência de alimentação: 60 Hz						
$R'_{ex1}: 0.R'_{m2}$						
Carga	0%	25%	50%	75%	100%	125%
$V_{lm1}$ (V)	690	690	690	690	<b>690</b>	690
$T_{eixo}$ (N.m)	-	182	364	546	<b>728</b>	910
$P_{eixo}$ (kW)	-	23,0	46,1	69,4	<b>92,8</b>	116,5
$P_{m1}$ (kW)	-	20,4	42,8	65,6	<b>88,0</b>	110,4
$I_{m1}$ (A)	-	46,1	60,0	77,2	<b>96,2</b>	116,0
$i_{t1}$ (A)	-	14,0	37,4	64,6	<b>94,9</b>	127,0
Rendimento (%)	-	88,9	92,9	94,6	<b>94,8</b>	94,8
$FP_{m1}$	-	0,37	0,60	0,71	<b>0,77</b>	0,80
Rotação (r.p.m.)	-	1205	1209	1214	<b>1218</b>	1223
$f_{te}$ (Hz)	-	0,22	0,44	0,72	<b>0,92</b>	1,18

Na Tabela B.6.4 observa-se o torque máximo e a velocidade na qual ele ocorre no ensaio em regime gerador.

Tabela B.6.4 – Determinação dos torques e das correntes da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo (regime gerador)

$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$ (p.u.)	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$ (p.u.)	$T_n$ (N.m)
-	-	2277	3,13	728
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$ (p.u.)	$n_{máx}$ (rpm)		$I_n$ (A)
-	-	1300		100,0

Comparando-se as Tabelas B.6.2 e B.6.4, observa-se que o torque máximo em regime gerador é superior ao valor obtido no ensaio em regime motor.

Quando comparados os dados do ensaio da máquina assíncrona trifásica conectada ao transformador com os dados da situação na qual não há esta conexão, observam-se maiores escorregamentos. Enquanto a primeira apresenta rotações nominais de 1181 e 1218 r.p.m. para os regimes motor e gerador, respectivamente; a segunda apresenta rotações nominais de 1190 r.p.m. para o regime motor e 1210 r.p.m. para regime gerador, conforme se pode observar nas Tabelas B.6.1, B.6.3, B.5.1 e B.5.3.

Pelas Tabelas B.5.2, B.5.4, B.6.2 e B.6.4 nota-se que a inclusão do transformador rotativo impacta na redução do torque máximo para aproximadamente 67% do apresentado pela máquina assíncrona trifásica em sua configuração original.

A Tabela B.6.5 apresenta os resultados para o ensaio de rotor bloqueado da máquina assíncrona trifásica para duas condições: circuito do estator do transformador aberto e fechado.

Tabela B.6.5 – Dados da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo para a condição de rotor bloqueado

Resultados de Ensaio		
MAT + TRT		
Rotor bloqueado		
Frequência de alimentação: 60 Hz		
$R'_{ext}: 0.R'_{m2}$		
<b>Estator do transformador</b>	Aberto	Fechado
$V_{lm1}$ (V)	690,0	690,0
$I_{m1}$ (A)	223,0	495,0
$V_{lt1}$ (V)	357,5	0,0
$I_{t1}$ (A)	0,0	581,0
$P_{m1}$ (kW)	19,853	85,012
$FP_{m1}$	0,07	0,14

Em função do acoplamento do transformador à máquina assíncrona, percebe-se que a corrente  $I_{m1}$  para rotor bloqueado com o estator do transformador aberto (Tabela B.6.5) difere bastante do valor medido para corrente  $I_{m1}$  para 0% de carga (Tabela B.6.1).

Em 0% de carga e operando próximo à rotação nominal, a máquina assíncrona trifásica absorve tão somente sua própria corrente

de excitação e, portanto, os valores de  $I_{mI}$  apresentados nas Tabelas B.5.1 e B.6.1 são muito próximos. Em ambas as situações, a corrente no rotor da máquina assíncrona é praticamente nula.

Todavia quando se faz a medição da corrente absorvida para a condição de rotor bloqueado e estator do transformador aberto, os enrolamentos do rotor da máquina assíncrona encontram-se conectados ao rotor do transformador. Dessa forma, o enrolamento do estator da máquina assíncrona é percorrido pela soma das correntes de excitação da máquina assíncrona e do transformador. Este fenômeno explica a diferença detectada para  $I_{mI}$  entre o ensaio em vazio (0% de carga) e a condição de rotor bloqueado com o enrolamento do estator do transformador aberto.

As Figuras B.6.2 e B.6.3 apresentam as curvas de corrente vs. rotação e torque vs. rotação obtidas para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo por meio do uso de transdutores de torque, corrente, tensão e velocidade.

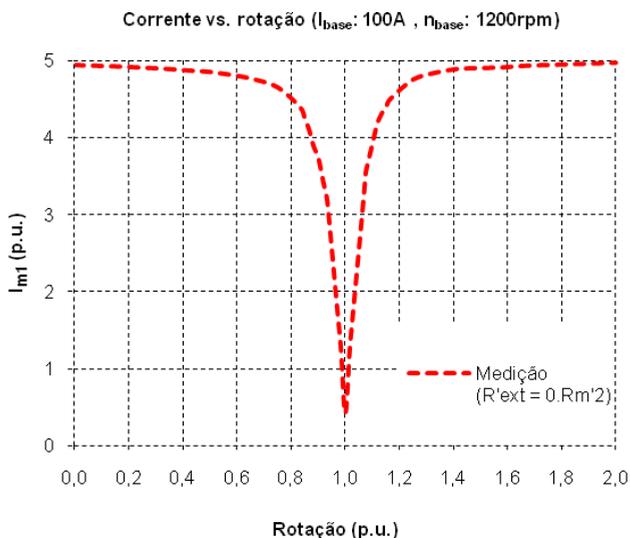


Figura B.6.2 – Curva de corrente vs. rotação para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo

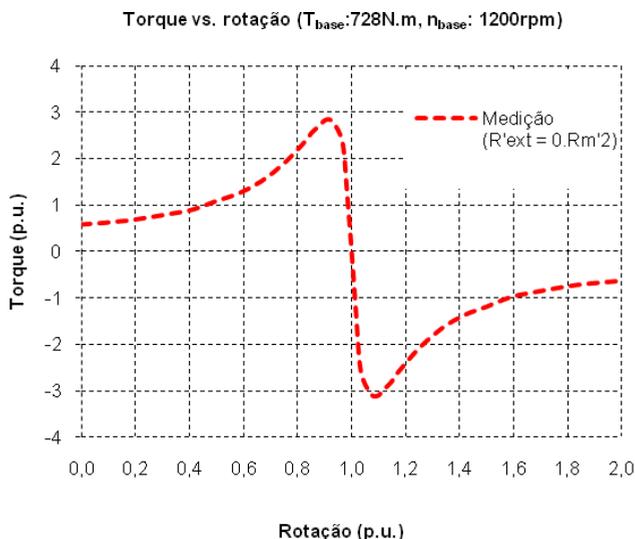


Figura B.6.3 – Curva de torque vs. rotação para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo

Assim como se descreveu anteriormente, a obtenção das curvas realizou-se por meio de ensaio em duas etapas. De 0 a 1 p.u. a corrente e o torque provém do monitoramento das grandezas pela aceleração da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo em regime motor. De 2 a 1 p.u., os valores são obtidos por meio da desaceleração do conjunto.

### B.7 Ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com conexão à resistência externa

Para a análise do comportamento da máquina assíncrona trifásica diante do conexão de resistências externas ao estator do transformador rotativo, realizaram-se ensaios conforme o esquema apresentado na Figura B.7.1.

Os ensaios com a conexão de resistências externas, correspondem aos seguintes cenários:

- $R_{ext1} = 0,14W$  ou  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ ; e
- $R_{ext2} = 0,25W$  ou  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ .

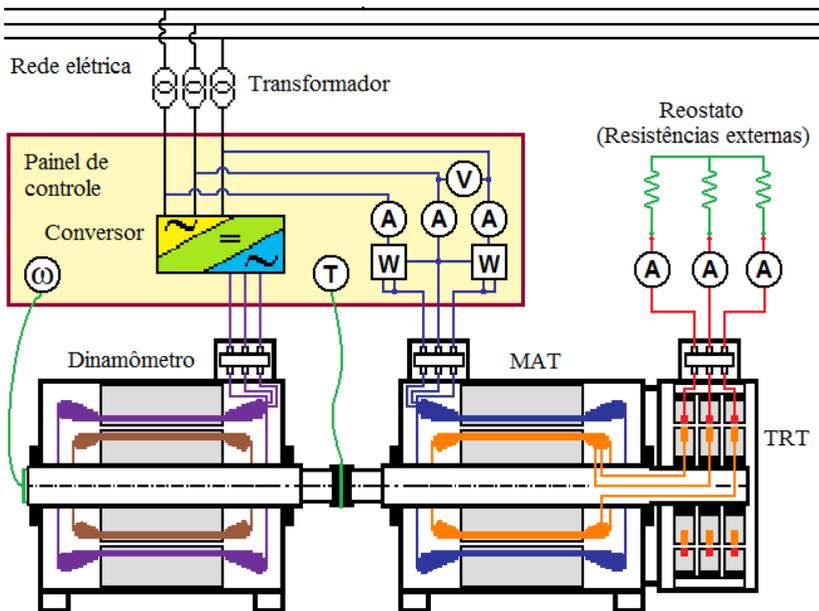


Figura B.7.1 – Esquema de ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com o estator conectado a resistências externas

Tabela B.7.1 – Dados da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com conexão a resistências externas na condição de rotor bloqueado

Resultados de ensaio		
MAT + TRT + $R_{ext}$		
Rotor bloqueado		
Frequência de alimentação: 60 Hz		
Resistência externa	$R'_{ext}: 6.R'_{m2}$	$R'_{ext}: 11.R'_{m2}$
$V_{m1}$ (V)	690,0	690,0
$I_{m1}$ (A)	462,0	420,0
$v_{t1}$ (V)	0,0	0,0
$i_{t1}$ (A)	532,0	463,0
$P_{m1}$ (kW)	201	226,6
$FP_{m1}$	0,36	0,45

A Tabela B.7.2 apresenta os resultados para o ensaio em carga em regime motor para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo e à resistência externa  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ .

Tabela B.7.2 – Ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com conexão a  $R_{extl} = 0,14 W$  (regime motor)

RESULTADOS DE ENSAIO						
MAT + TRT						
Regime Motor						
Frequência de alimentação: 60 Hz						
$R'_{ext}: 6.R'_{m2}$						
Carga	0%	25%	50%	75%	100%	125%
$V_{lm1}$ (V)	690	690	690	690	<b>690</b>	690
$T_{eixo}$ (N.m)	5	182	364	546	<b>728</b>	910
$P_{eixo}$ (kW)	0,7	22,7	45,2	66,6	<b>85,6</b>	103,0
$P_{m1}$ (kW)	2,7	25,8	49,5	73,4	<b>98,3</b>	122,2
$I_{m1}$ (A)	39,9	46,4	75,3	130,1	<b>156,1</b>	183,9
$i_{t1}$ (A)	0,0	1,0	6,8	41,8	<b>74,6</b>	120,9
Rendimento (%)	25,6	88,3	91,3	90,8	<b>87,0</b>	84,3
$FP_{m1}$	0,06	0,46	0,55	0,47	<b>0,53</b>	0,56
Rotação (r.p.m.)	1198	1194	1187	1160	<b>1123</b>	1081
$f_{te}$ (Hz)	0,10	0,30	0,65	2,00	<b>3,85</b>	5,95

Na Tabela B.7.3 observa-se a corrente de partida, o torque de partida, o torque máximo e a velocidade na qual o torque máximo se manifesta no ensaio em regime motor.

Tabela B.7.3 – Determinação dos torques e das correntes da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com conexão a  $R_{extl} = 0,14 W$  (regime motor)

$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$ (p.u.)	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$ (p.u.)	$T_n$ (N.m)
1300	1,79	1900	2,61	728
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$ (p.u.)	$n_{máx}$ (rpm)	$I_n$ (A)	
462	4,62	700	100,0	

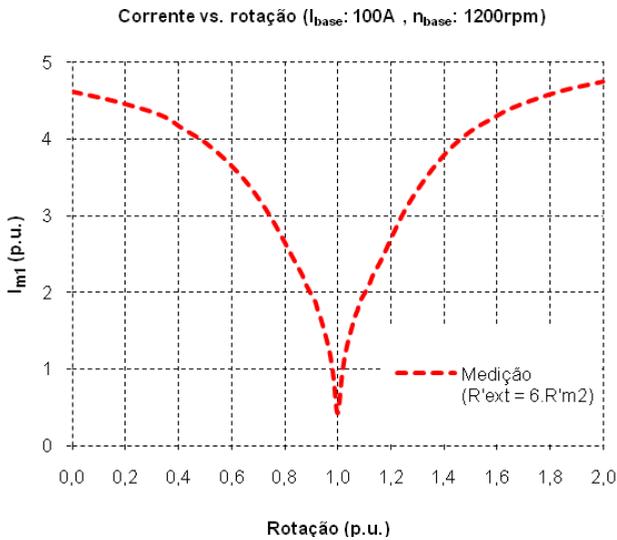


Figura B.7.2 – Curva de corrente vs. rotação para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com conexão a  $R_{ext1} = 0,14 W$

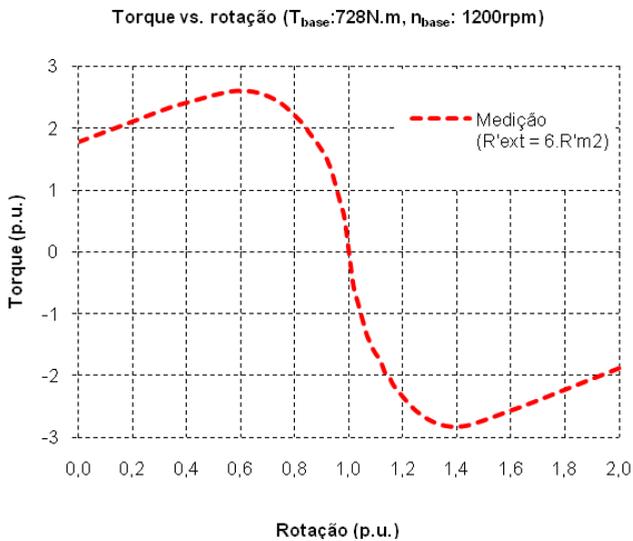


Figura B.7.3 – Curva de torque vs. rotação para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com conexão a  $R_{ext1} = 0,14 W$

A Tabela B.7.4 apresenta os resultados para o ensaio em carga em regime motor para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo e à resistência externa  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ .

Tabela B.7.4 – Ensaio em carga da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com conexão a  $R_{ext2} = 0,25 W$  (regime motor)

RESULTADOS DE ENSAIO						
MAT + TRT						
Regime Motor						
Frequência de alimentação: 60 Hz						
$R'_{ext}: 11.R'_{m2}$						
Carga	0%	25%	50%	75%	100%	125%
$V_{m1}$ (V)	690	690	690	690	<b>690</b>	690
$T_{eixo}$ (N.m)	5	182	364	546	<b>728</b>	910
$P_{eixo}$ (kW)	0,7	22,7	45,2	65,2	<b>82,2</b>	94,9
$P_{m1}$ (kW)	2,7	25,6	49,0	75,0	<b>99,7</b>	123,5
$I_{m1}$ (A)	39,9	48,6	75,3	142,5	<b>175,4</b>	205,2
$i_{t1}$ (A)	0,0	0,9	4,8	46,2	<b>77,3</b>	128,4
Rendimento (%)	25,6	88,7	92,1	86,8	<b>82,5</b>	76,8
$FP_{m1}$	0,06	0,44	0,54	0,44	<b>0,48</b>	0,50
Rotação (r.p.m.)	1198	1194	1186	1140	<b>1079</b>	996
$f_{te}$ (Hz)	0,10	0,30	0,70	3,00	<b>6,05</b>	10,20

Na Tabela B.7.5 observa-se a corrente de partida, o torque de partida, o torque máximo e a velocidade na qual o torque máximo se manifesta no ensaio em regime motor.

Tabela B.7.5 – Determinação dos torques e das correntes da máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com conexão a  $R_{ext2} = 0,25 W$  (regime motor)

$T_p$ (N.m)	$T_p/T_n$ (p.u.)	$T_{máx}$ (N.m)	$T_{máx}/T_n$ (p.u.)	$T_n$ (N.m)
1650	2,27	1850	2,54	728
$I_p$ (A)	$I_p/I_n$ (p.u.)	$n_{máx}$ (rpm)	$I_n$ (A)	
420	4,20	400	100,0	

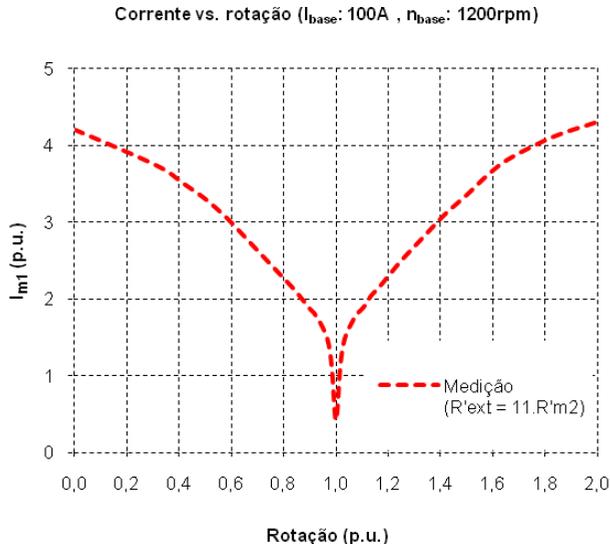


Figura B.7.4 – Curva de corrente vs. rotação para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com conexão a  $R_{ext2} = 0,25 W$

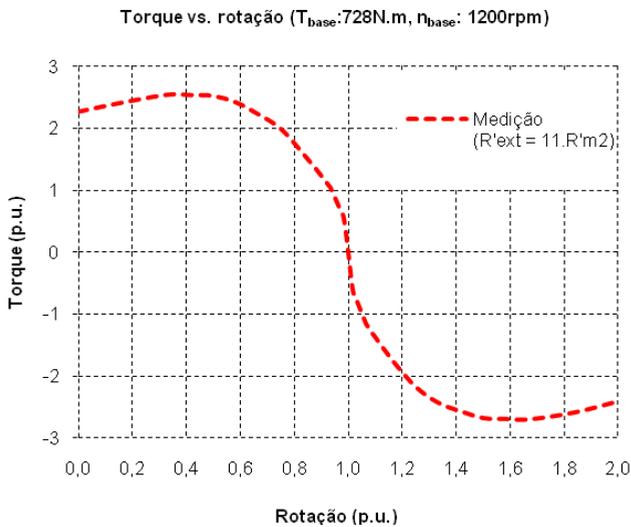


Figura B.7.5 – Curva de torque vs. rotação para a máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo com conexão a  $R_{ext2} = 0,25 W$

## B.8 Comparativo entre as curvas de corrente e de torque

As Figuras B.8.1 e B.8.2 apresentam o comparativo entre as curvas de corrente e torque para as quatro situações de ensaio:

- MAT: máquina assíncrona trifásica com o rotor em curto-circuito;
- MAT + TRT: máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator em curto-circuito;
- MAT + TRT ( $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ ): máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator conectado à resistência externa  $R'_{ext} = 6.R'_{m2}$ ;
- MAT + TRT ( $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ ): máquina assíncrona trifásica associada ao transformador rotativo trifásico com o estator conectado à resistência externa  $R'_{ext} = 11.R'_{m2}$ .

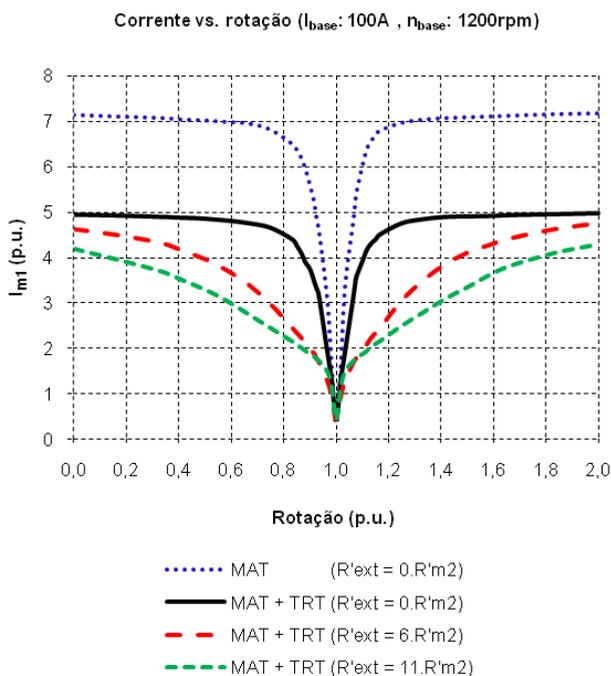


Figura B.8.1 – Curva de corrente vs. rotação para quatro condições de ensaio

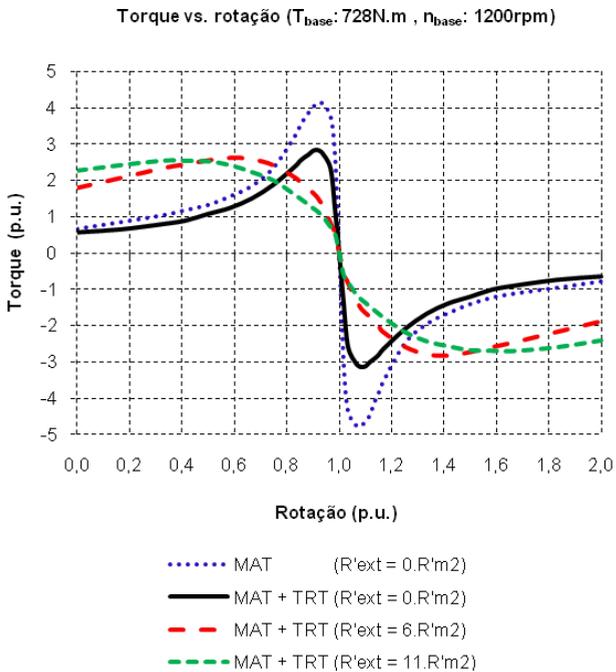


Figura B.8.2 – Curva de torque vs. rotação para quatro condições de ensaio

## **ANEXO C**

### **Parâmetros de circuito equivalente da máquina assíncrona trifásica**

## PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA

### C.1 Dados de ensaio

#### Estator

Conexão do estator:  $Cx_1 := "Y"$

Coeficiente de tensão:  $k_{mt1} := \text{if}(Cx_1 = "Y", \sqrt{3}, 1)$

Coeficiente de corrente:  $k_{mc1} := \text{if}(Cx_1 = "Y", 1, \sqrt{3})$

Resistência por fase:  $R_{m1ra} := 0.03491\Omega$

#### Rotor

Conexão do rotor:  $Cx_2 := "Y"$

Coeficiente de tensão:  $k_{mt2} := \text{if}(Cx_2 = "Y", \sqrt{3}, 1)$

Coeficiente de corrente:  $k_{mc2} := \text{if}(Cx_2 = "Y", 1, \sqrt{3})$

Resistência por fase:  $R_{m2ea} := 0.02204\Omega$

#### Temperatura ambiente

Temp. ambiente (°C):  $T_{amb} := 28.7$

### C.2 Medições a partir da energização do estator

Circuito do rotor:	Aberto	Curto
Tensão no estator:	$V_{m1ra} := 690.9V$	$V_{m1rc} := 150.3V$
Corrente no estator:	$I_{m1ra} := 39.9A$	$I_{m1rc} := 150.0A$
Tensão no rotor:	$U_{m2ra} := 525.2V$	$U_{m2rc} := 0V$
Corrente no rotor:	$I_{m2ra} := 0A$	$I_{m2rc} := 190.4A$
Potência absorvida:	$P_{m1ra} := 1610.1W$	$P_{m1rc} := 5313.7W$
Fator de potência:	$FP_{m1ra} := \frac{P_{m1ra}}{\sqrt{3} \cdot V_{m1ra} \cdot I_{m1ra}}$	$FP_{m1ra} = 0.034$
	$FP_{m1rc} := \frac{P_{m1rc}}{\sqrt{3} \cdot V_{m1rc} \cdot I_{m1rc}}$	$FP_{m1rc} = 0.136$

### C.3 Medições a partir da energização do rotor

Circuito do estator:	Aberto	Curto
Tensão no estator:	$U_{m1ea} := 683.0V$	$U_{m1ec} := 0V$
Corrente no estator:	$I_{m1ea} := 0A$	$I_{m1ec} := 145.2A$
Tensão no rotor:	$V_{m2ea} := 550.5V$	$V_{m2ec} := 116.1V$
Corrente no rotor:	$I_{m2ea} := 52.3A$	$I_{m2ec} := 185.2A$
Potência absorvida:	$P_{m2ea} := 1682W$	$P_{m2ec} := 4883.0W$
Fator de potência:	$FP_{m2ea} := \frac{P_{m2ea}}{\sqrt{3} \cdot V_{m2ea} \cdot I_{m2ea}}$	$FP_{m2ea} = 0.034$
	$FP_{m2ec} := \frac{P_{m2ec}}{\sqrt{3} \cdot V_{m2ec} \cdot I_{m2ec}}$	$FP_{m2ec} = 0.131$

#### C.4 Relações de transformação para tensão, corrente e impedância

$$\text{Rel. transf. da tensão:} \quad k_{mra} := \frac{V_{m1ra} \cdot k_{mt1}^{-1}}{U_{m2ra} \cdot k_{mt2}^{-1}} \quad k_{mra} = 1.315$$

$$k_{mea} := \frac{U_{m1ea} \cdot k_{mt1}^{-1}}{V_{m2ea} \cdot k_{mt2}^{-1}} \quad k_{mea} = 1.241$$

$$k_{mv} := \frac{k_{mea} + k_{mra}}{2} \quad k_{mv} = 1.278$$

$$\text{Rel. transf. da corrente:} \quad k_{mi} := k_{mv}^{-1} \quad k_{mi} = 0.782$$

$$\text{Rel. transf. da impedância:} \quad k_{mz} := k_{mv}^2 \quad k_{mz} = 1.634$$

#### C.5 Análise para o estator energizado e o rotor em circuito aberto

$$\text{Tensão no estator (fase):} \quad V_{m1raf} := V_{m1ra} \cdot k_{mt1}^{-1}$$

$$V_{m1raf} = 398.9V$$

$$\text{Corrente no estator (fase):} \quad I_{m1raf} := I_{m1ra} \cdot k_{mc1}^{-1} \cdot e^{j \cdot -\text{acos}(FP_{m1ra})}$$

$$I_{m1raf} = 1.3 - 39.9iA$$

$$\text{Perdas no cobre do estator:} \quad P_{mcul} := 3 \cdot R_{m1ra} \cdot (|I_{m1raf}|)^2$$

$$P_{mcul} = 166.7W$$

$$\text{Perdas no ferro:} \quad P_{mfelra} := P_{m1ra} - P_{mcul}$$

$$P_{mfelra} = 1443.4W$$

Tensão no rotor (fase):  $U_{m2rar} := U_{m2ra} \cdot k_{mt2}^{-1} \cdot k_{mv}$

$$U_{m2rar} = 387.5V$$

Resistência de perda ferro:  $R_{mfe1ra} := \frac{(U_{m2rar})^2}{\frac{P_{mfe1ra}}{3}}$

$$R_{mfe1ra} = 312.2\Omega$$

Impedância do estator:  $Z_{m1ra} := \frac{V_{m1raf}}{I_{m1raf}}$

$$Z_{m1ra} = 0.337 + 9.992i\Omega$$

Resistência série do circuito de magnetização:  $R_{sra1} := \text{Re}(Z_{m1ra}) - R_{m1ra}$

$$R_{sra1} = 0.302\Omega$$

Reatância série do circuito de magnetização:  $X_{sra1} := \sqrt{\left(\frac{|U_{m2rar}|}{|I_{m1raf}|}\right)^2 - R_{sra1}^2}$

$$X_{sra1} = 9.708\Omega$$

Reatância de magnetização:  $X_{mm1ra} := \frac{(|U_{m2rar}|)^2}{(|I_{m1raf}|)^2 \cdot X_{sra1}}$

$$X_{mm1ra} = 9.718\Omega$$

Reatância de dispersão:  $X_{m1ra} := \text{Im}(Z_{m1ra}) - X_{sra1}$

$$X_{m1ra} = 0.283\Omega$$

### C.5.1 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao estator

Resistência no enrolamento do estator:	$R_{m1ra} = 0.035\Omega$
Reatância de dispersão no estator:	$X_{m1ra} = 0.283\Omega$
Resistência no ferro:	$R_{mfe1ra} = 312.2\Omega$
Reatância de magnetização:	$X_{mm1ra} = 9.718\Omega$

### C.6 Análise para o rotor energizado e o estator com circuito aberto

Tensão no rotor (fase):	$V_{m2eaf} := V_{m2ea} \cdot k_{mt2}^{-1}$ $V_{m2eaf} = 317.8V$
Corrente no rotor (fase):	$I_{m2eaf} := I_{m2ea} \cdot k_{mc2}^{-1} \cdot e^{j \cdot \text{acos}(FP_{m2ea})}$ $I_{m2eaf} = 1.8 - 52.3iA$
Perdas no cobre do rotor :	$P_{m2cu} := 3 \cdot R_{m2ea} \cdot ( I_{m2eaf} )^2$ $P_{m2cu} = 180.9W$
Perdas no ferro:	$P_{m2fe} := P_{m2ea} - P_{m2cu}$ $P_{m2fe} = 1501.1W$
Tensão no estator (fase):	$U_{m1ear} := U_{m1ea} \cdot k_{mt2}^{-1} \cdot k_{mv}^{-1}$ $U_{m1ear} = 308.5V$
Resist. de perdas no ferro:	$R_{m2fe} := \frac{(U_{m1ear})^2}{\frac{P_{m2fe}}{3}}$ $R_{m2fe} = 190.2\Omega$

Impedância do rotor:  $Z_{m2ea} := \frac{V_{m2eaf}}{I_{m2eaf}}$

$$Z_{m2ea} = 0.205 + 6.074i\Omega$$

Resistência série do circuito de magnetização:  $R_{sea2} := \text{Re}(Z_{m2ea}) - R_{m2ea}$

$$R_{sea2} = 0.183\Omega$$

Reatância série do circuito de magnetização:  $X_{sea2} := \sqrt{\left(\frac{|U_{m1ear}|}{|I_{m2eaf}|}\right)^2 - R_{sea2}^2}$

$$X_{sea2} = 5.896\Omega$$

Reatância de magnetização:  $X_{mm2ea} := \frac{(|U_{m1ear}|)^2}{(|I_{m2eaf}|)^2 \cdot X_{sea2}}$

$$X_{mm2ea} = 5.902\Omega$$

Reatância de dispersão:  $X_{m2ea} := \text{Im}(Z_{m2ea}) - X_{sea2}$

$$X_{m2ea} = 0.177\Omega$$

### C.6.1 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao rotor

Resistência no enrolamento do rotor:  $R_{m2ea} = 0.022\Omega$

Reatância de dispersão no rotor:  $X_{m2ea} = 0.177\Omega$

Resistência no ferro:  $R_{mfe2ea} = 190.2\Omega$

Reatância de magnetização:  $X_{mm2ea} = 5.902\Omega$

### C.6.2 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao estator

Resistência no enrolamento do rotor:  $R_{m2ear} := R_{m2ea} \cdot k_{mz}$   
 $R_{m2ear} = 0.036\Omega$

Reatância de dispersão no rotor:  $X_{m2ear} := X_{m2ea} \cdot k_{mz}$   
 $X_{m2ear} = 0.29\Omega$

Resistência no ferro:  $R_{mfe2ear} := R_{mfe2ea} \cdot k_{mz}$   
 $R_{mfe2ear} = 310.8\Omega$

Reatância de magnetização:  $X_{mm2ear} := X_{mm2ea} \cdot k_{mz}$   
 $X_{mm2ear} = 9.641\Omega$

Resistência no ferro para rotor estático:  $R_{mferest} := \frac{R_{mfe1ra} + R_{mfe2ear}}{2}$   
 $R_{mferest} = 311.5\Omega$

### C.7 Medições com a energização do estator com eixo rodando em vazio

Tensão no estator:  $V_{m1v} := 690.2V$

Corrente no estator:  $I_{m1v} := 39.9A$

Potência absorvida:  $P_{m1v} := 1998.0W$

Perdas no cobre:  $P_{mcu1v} := 167.1W$

Perdas rotacionais:  $P_{rotv} := 800W$

Perdas no ferro:  $P_{mfe1v} := 1031.0W$

Fator de potência:  $FP_{m1v} := \frac{P_{m1v}}{\sqrt{3} \cdot V_{m1v} \cdot I_{m1v}}$

$FP_{m1v} = 0.042$

### C.8 Análise para o estator energizado com a máquina rodando em vazio

Tensão no estator (fase):  $V_{m1vf} := V_{m1v} k_{mt1}^{-1}$

$$V_{m1vf} = 398.5V$$

Corrente no estator (fase):  $I_{m1fv} := I_{m1v} k_{mc1}^{-1} \cdot e^{j \cdot - \cos(\text{FP}_{m1v})}$

$$I_{m1fv} = 1.7 - 39.9iA$$

Tensão de magnetização:  $E_{m1vf} := V_{m1vf} - I_{m1fv} (R_{m1ra} + 1 \cdot j X_{m1ra})$

$$E_{m1vf} = 387.136 + 0.918iV$$

Resistência de perda ferro:  $R_{mfe1v} := \frac{(|E_{m1vf}|)^2}{\frac{P_{mfe1v}}{3}}$

$$R_{mfe1v} = 436.1\Omega$$

Impedância a partir dos terminais do estator:  $Z_{m1v} := \frac{V_{m1vf}}{I_{m1fv}}$

$$Z_{m1v} = 0.418 + 9.978i\Omega$$

Resistência série do circuito de magnetização:  $R_{s1v} := \text{Re}(Z_{m1v}) - R_{m1ra}$

$$R_{s1v} = 0.383\Omega$$

Reatância série do circuito de magnetização:  $X_{s1v} := \sqrt{\left(\frac{|E_{m1vf}|}{|I_{m1fv}|}\right)^2 - R_{s1v}^2}$

$$X_{s1v} = 9.695\Omega$$

$$\text{Reatância de magnetização: } X_{mm1v} := \frac{(|E_{m1vf}|)^2}{(|I_{m1fv}|)^2 \cdot X_{s1v}}$$

$$X_{mm1v} = 9.71\Omega$$

$$\text{Reatância de dispersão: } X_{m1v} := \text{Im}(Z_{m1v}) - X_{s1v}$$

$$X_{m1v} = 0.283\Omega$$

### C.8.1 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao estator

$$\text{Reatância de dispersão no estator: } X_{m1v} = 0.283\Omega$$

$$\text{Resistência no ferro: } R_{mfe1v} = 436.1\Omega$$

$$\text{Reatância de magnetização: } X_{mm1v} = 9.71\Omega$$

### C.9 Análise para o estator energizado e o rotor em curto-circuito (rotor bloqueado)

$$\text{Tensão no estator (fase): } V_{m1rcf} := V_{m1rc} \cdot k_{mt1}^{-1}$$

$$V_{m1rcf} = 86.8\text{V}$$

$$\text{Corrente no estator (fase): } I_{m1rcf} := I_{m1rc} \cdot k_{mc1}^{-1} \cdot e^{j \cdot \text{acos}(FP_{m1rc})}$$

$$I_{m1rcf} = 20.4 - 148.6i\text{A}$$

$$\text{Impedância do circuito a partir dos term. do estator: } Z_{m1rc} := \frac{V_{m1rcf}}{I_{m1rcf}}$$

$$Z_{m1rc} = 0.079 + 0.573i\Omega$$

$$\begin{aligned}
 \text{Resistência do estator:} \quad R_{m1rc} &:= \frac{\operatorname{Re}(Z_{m1rc})}{2} \cdot \frac{2R_{m1ra}}{R_{m1ra} + R_{m2ear}} \\
 \text{Reatância do estator:} \quad X_{m1rc} &:= \frac{\operatorname{Im}(Z_{m1rc})}{2} \cdot \frac{2X_{m1ra}}{X_{m1ra} + X_{m2ear}} \\
 \text{Resistência do rotor:} \quad R_{m2rc} &:= \frac{\operatorname{Re}(Z_{m1rc})}{2} \cdot \frac{2R_{m2ear}}{R_{m1ra} + R_{m2ear}} \\
 \text{Reatância do rotor:} \quad X_{m2rc} &:= \frac{\operatorname{Im}(Z_{m1rc})}{2} \cdot \frac{2X_{m2ear}}{X_{m1ra} + X_{m2ear}}
 \end{aligned}$$

### C.9.1 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao estator

$$\begin{aligned}
 \text{Resistência no enrolamento do estator (CA):} \quad R_{m1rc} &= 0.039\Omega \\
 \text{Reatância de dispersão no estator:} \quad X_{m1rc} &= 0.283\Omega \\
 \text{Resistência no enrolamento do rotor (CA):} \quad R_{m2rc} &= 0.040\Omega \\
 \text{Reatância de dispersão no estator:} \quad X_{m2rc} &= 0.290\Omega
 \end{aligned}$$

### C.10 Análise para o rotor energizado e estator em curto-circuito (rotor bloqueado)

$$\begin{aligned}
 \text{Tensão no rotor (fase):} \quad V_{m2ecf} &:= V_{m2ec} \cdot k_{mt1}^{-1} \\
 V_{m2ecf} &= 67V \\
 \text{Corrente no rotor (fase):} \quad I_{m2ecf} &:= I_{m2ec} \cdot k_{mc1}^{-1} \cdot e^{j \cdot \dots} \cdot \operatorname{acos}(FP_{m2ec}) \\
 I_{m2ecf} &= 24.3 - 183.6iA \\
 \text{Impedância do circuito a partir dos term. do rotor:} \quad Z_{m2ec} &:= \frac{V_{m2ecf}}{I_{m2ecf}} \\
 Z_{m2ec} &= 0.047 + 0.359i\Omega
 \end{aligned}$$

Resistência do estator: 
$$R_{m1ec} := \frac{\operatorname{Re}(Z_{m2ec})}{2} \cdot \frac{2R_{m1ra}}{R_{m1ra} + R_{m2ear}}$$

$$R_{m1ec} = 0.023\Omega$$

Reatância do estator: 
$$X_{m1ec} := \frac{\operatorname{Im}(Z_{m2ec})}{2} \cdot \frac{2X_{m1ra}}{X_{m1ra} + X_{m2ear}}$$

$$X_{m1ec} = 0.177\Omega$$

Resistência do rotor: 
$$R_{m2ec} := \frac{\operatorname{Re}(Z_{m2ec})}{2} \cdot \frac{2R_{m2ear}}{R_{m1ra} + R_{m2ear}}$$

$$R_{m2ec} = 0.024\Omega$$

Reatância do rotor: 
$$X_{m2ec} := \frac{\operatorname{Im}(Z_{m2ec})}{2} \cdot \frac{2X_{m2ear}}{X_{m1ra} + X_{m2ear}}$$

$$X_{m2ec} = 0.181\Omega$$

### C.10.1 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao rotor

Resistência no enrolamento do estator (CA): 
$$R_{m1ec} = 0.023\Omega$$

Reatância de dispersão no estator: 
$$X_{m1ec} = 0.177\Omega$$

Resistência no enrolamento do rotor (CA): 
$$R_{m2ec} = 0.024\Omega$$

Reatância de dispersão no rotor: 
$$X_{m2ec} = 0.181\Omega$$

### C.10.2 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao estator

Resistência no enrolamento do estator (CA): 
$$R_{m1ecr} := R_{m1ec} \cdot k_{mz}$$

$$R_{m1ecr} = 0.038\Omega$$

Reatância de dispersão no estator: 
$$X_{m1ecr} := X_{m1ec} \cdot k_{mz}$$

$$X_{m1ecr} = 0.29\Omega$$

Resistência no enrolamento do rotor (CA):  $R_{m2ecr} := R_{m2ec} \cdot k_{mz}$   
 $R_{m2ecr} = 0.039\Omega$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{m2ecr} := X_{m2ec} \cdot k_{mz}$   
 $X_{m2ecr} = 0.296\Omega$

### C.10.3 Parâmetros de circuito equivalente obtidos com o ensaio de rotor bloqueado referidos ao estator

Resistência no enrolamento do estator (CA):  $R_{m1rb} := \frac{R_{m1rc} + R_{m1ecr}}{2}$   
 $R_{m1rb} = 0.038\Omega$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{m1rb} := \frac{(X_{m1rc} + X_{m1ecr})}{2}$   
 $X_{m1rb} = 0.287\Omega$

Resistência no enrolamento do rotor (CA):  $R_{m2rb} := \frac{R_{m2rc} + R_{m2ecr}}{2}$   
 $R_{m2rb} = 0.04\Omega$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{m2rb} := \frac{(X_{m2rc} + X_{m2ecr})}{2}$   
 $X_{m2rb} = 0.293\Omega$

### C.11 Circuito equivalente da máquina assíncrona referidos ao estator (690V - 40°C)

Coef. correção temperatura:  $kT := \frac{(234.5 + 40)}{(234.5 + T_{amb})}$

Resistência do estator (CC):  $R_{m1cc} := R_{m1ra} \cdot kT$   
 $R_{m1cc} = 0.036\Omega$

Resistência do estator (CA):  $R_{m1ca} := R_{m1rb} \cdot kT$   
 $R_{m1ca} = 0.040\Omega$

Reatância de dispersão do estator:  $X_{m1} := \frac{(X_{m1ra} + X_{m1v} + X_{m1rb})}{3}$   
 $X_{m1} = 0.284\Omega$

Resistência do ferro (estator) :  $R_{mfe1} := R_{mfe1v} \cdot kT$   
 $R_{mfe1} = 454.8\Omega$

Reatância de magnetização:  $X_{mm} := \frac{X_{mm1ra} + X_{mm2ear} + X_{mm1v}}{3}$   
 $X_{mm} = 9.691\Omega$

Resistência do ferro (rotor):  $R_{mfe2r} := \frac{R_{mferest} \cdot R_{mfe1v}}{R_{mfe1v} - R_{mferest}} \cdot kT$   
 $R_{mfe2r} = 1136.7\Omega$

Resistência do rotor (CC):  $R_{m2ccr} := R_{m2ear} \cdot kT$   
 $R_{m2ccr} = 0.038\Omega$

Resistência do estator (CA):  $R_{m2car} := R_{m2rb} \cdot k_T$   
 $R_{m2car} = 0.041 \Omega$

Reatância de dispersão do rotor:  $X_{m2r} := \frac{X_{m2ear} + X_{m2rb}}{2}$   
 $X_{m2r} = 0.291 \Omega$

Relação de transformação de tensão:  $k_{mv} = 1.278$

Relação de transformação de corrente:  $k_{mi} = 0.782$

Relação de transformação de impedância:  $k_{mz} = 1.634$



## **ANEXO D**

### **Parâmetros de circuito equivalente do transformador rotativo trifásico**

## PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE DO TRANSFORMADOR ROTATIVO TRIFÁSICO

### D.1 Dados de ensaio

#### Estator

Conexão do estator:  $Cx_1 := "Y"$

Coeficiente de tensão:  $k_{tt1} := \text{if}(Cx_1 = "Y", \sqrt{3}, 1)$

Coeficiente de corrente:  $k_{tc1} := \text{if}(Cx_1 = "Y", 1, \sqrt{3})$

Resistência por fase:  $R_{t1ra} := 0.01143 \cdot \Omega$

#### Rotor

Conexão do rotor:  $Cx_2 := "Y"$

Coeficiente de tensão:  $k_{tt2} := \text{if}(Cx_2 = "Y", \sqrt{3}, 1)$

Coeficiente de corrente:  $k_{tc2} := \text{if}(Cx_2 = "Y", 1, \sqrt{3})$

Resistência por fase:  $R_{t2ea} := 0.01000 \cdot \Omega$

#### Temperatura ambiente

Temp. ambiente (°C):  $T_{amb} := 28.7$

#### D.1.1 Relações de transformação da máquina assíncrona

Rel. transf. da tensão:  $k_{mv} := 1.278$   $k_{mv} = 1.278$

Rel. transf. da corrente:  $k_{mi} := k_{mv}^{-1}$   $k_{mi} = 0.782$

Rel. transf. da impedância:  $k_{mz} := k_{mv}^2$   $k_{mz} = 1.633$

## D.2 Medições a partir da energização do estator com o rotor aberto

Tensão no estator:	Corrente no estator:	Tensão no rotor:	Potência no estator:
32	8.8	30.9	37
50	13.4	48.4	84
75	19.9	72.6	181
100	26.5	96.7	308
125	33.0	120.7	461
150	40.0	144.8	654
175	47.2	168.8	875
200	55.6	192.4	1154
225	64.8	215.5	1521
250	76.0	238.7	2023
275	89.3	261.3	2699
300	105.7	281.2	3599
325	127.2	301.4	4926
350	153.7	321.4	6713
375	186.1	339.1	9281
400	224.7	357.2	12710
425	267.9	372.6	16825
450	319.2	389.2	22366
475	376.2	403.1	29530
500	443.6	417.2	39060
525	530.0	428.0	52000

$$k := 0..(\text{length}(V_{t1ra}) - 1)$$

$$\text{Fator de potência: } FP_{t1ra_k} := \frac{P_{t1ra_k}}{\sqrt{3} \cdot V_{t1ra_k} \cdot I_{t1ra_k}}$$

### D.3 Medições a partir da energização do rotor com o estator aberto

Tensão no rotor:	Corrente no rotor:	Tensão no estator:	Potência no rotor:
33	8.8	31.5	37
50	13.1	47.5	82
75	19.5	71.5	174
100	26.0	96.2	296
125	32.5	120.0	447
150	39.1	143.2	623
175	46.9	167.9	855
200	55.8	190.9	1143
225	65.7	214.9	1529
250	78.1	239.5	2107
275	94.5	264.3	2959
300	117.9	287.3	4332
325	153.3	309.9	6682
350	202.1	335.5	10490
375	266.5	358.5	16021
400	356.3	382.4	24980
425	469.5	406.7	38446
450	614.6	426.7	59590
475	800.0	443.0	90000
500	1050.0	460.0	140000
525	1400.0	477.0	220000

Fator de potência:

$$FP_{t2ea_k} := \frac{P_{t2ea_k}}{\sqrt{3} \cdot V_{t2ea_k} \cdot I_{t2ea_k}}$$

#### D.4 Medições a partir da energização do estator com o rotor em curto-circuito

Tensão no estator:	Corrente no estator:	Corrente no rotor:	Potência no estator:
$V_{t1rc} := \begin{pmatrix} 28.4 \\ 35.2 \\ 42.3 \\ 49.4 \\ 56.5 \end{pmatrix} \text{V}$	$I_{t1rc} := \begin{pmatrix} 100 \\ 125 \\ 150 \\ 175 \\ 200 \end{pmatrix} \text{A}$	$I_{t2rc} := \begin{pmatrix} 98.8 \\ 118.9 \\ 141.8 \\ 171.3 \\ 193.0 \end{pmatrix} \text{A}$	$P_{t1rc} := \begin{pmatrix} 891 \\ 1409 \\ 1992 \\ 2768 \\ 3434 \end{pmatrix} \text{W}$

$$m := 0..(\text{length}(V_{t1rc}) - 1)$$

Fator de potência:

$$FP_{t1rc_m} := \frac{P_{t1rc_m}}{\sqrt{3} \cdot V_{t1rc_m} \cdot I_{t1rc_m}}$$

#### D.5 Medições a partir da energização do rotor com o estator em curto-circuito

Tensão no rotor:	Corrente no rotor:	Corrente no estator:	Potência no rotor:
$V_{t2ec} := \begin{pmatrix} 29.8 \\ 38.6 \\ 42.4 \\ 49.6 \\ 57.2 \end{pmatrix} \text{V}$	$I_{t2ec} := \begin{pmatrix} 100 \\ 125 \\ 150 \\ 175 \\ 200 \end{pmatrix} \text{A}$	$I_{t1ec} := \begin{pmatrix} 97.8 \\ 120.2 \\ 147.3 \\ 170.0 \\ 197.8 \end{pmatrix} \text{A}$	$P_{t2ec} := \begin{pmatrix} 910 \\ 1415 \\ 2003 \\ 2738 \\ 3480 \end{pmatrix} \text{W}$

Fator de potência:

$$FP_{t2ec_m} := \frac{P_{t2ec_m}}{\sqrt{3} \cdot V_{t2ec_m} \cdot I_{t2ec_m}}$$

### D.6 Relações de transformação para tensão, corrente e impedância

Rel. transf. da tensão:

$$k_{tra_k} := \frac{V_{t1ra_k} \cdot k_{tt1}^{-1}}{U_{t2ra_k} \cdot k_{tt2}^{-1}}$$

$$k_{tea_k} := \frac{U_{t1ea_k} \cdot k_{tt1}^{-1}}{V_{t2ea_k} \cdot k_{tt2}^{-1}}$$

$$k_{tera_k} := \frac{k_{tea_k} + k_{tra_k}}{2}$$

$$k_{tv_k} := k_{tera_k}$$

Rel. transf. da corrente:

$$k_{ti_k} := \left(k_{tv_k}\right)^{-1}$$

Rel. transf. da impedância:

$$k_{tz_k} := \left(k_{tv_k}\right)^2$$

Os gráficos das Figuras D.6.1 e D.6.2 mostram as curvas de tensão vs. corrente do transformador rotativo quando alimentado pelos enrolamentos do estator e do rotor, respectivamente.

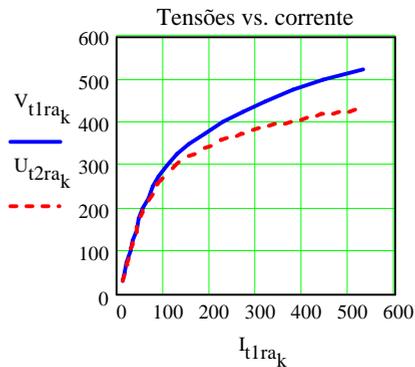


Figura D.6.1 - Tensões no estator e no rotor vs. corrente no estator

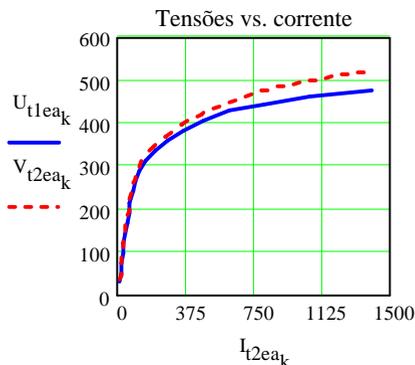


Figura D.6.2 - Tensões no estator e no rotor vs. corrente no rotor

Por meio da observação das Figuras D.6.1 e D.6.2, detecta-se uma forte saturação do transformador e o distanciamento das curvas de tensão a partir de 300V. Dessa forma, as relações de transformação são calculadas a partir da média das relações de transformações obtidas para os 11 primeiros pontos de medição.

$n := 11$  (posição do vetor correspondente às medições em 300V)

$$\text{Rel. transf. da tensão: } k_{tv} := \frac{1}{n+1} \left[ \sum_{q=0}^n \left( k_{tv_q} \right) \right] \quad k_{tv} = 0.999$$

$$\text{Rel. transf. da corrente: } k_{ti} := \frac{1}{n+1} \left[ \sum_{q=0}^n \left( k_{ti_q} \right) \right] \quad k_{ti} = 1.001$$

$$\text{Rel. transf. da imp.: } k_{tz} := \frac{1}{n+1} \left[ \sum_{q=0}^n \left( k_{tz_q} \right) \right] \quad k_{tz} = 0.998$$

### D.7 Análise para o estator energizado com o circuito do rotor aberto

Tensão no estator (fase):  $V_{t1raf_k} := V_{t1ra_k} \cdot k_{tt1}^{-1}$

Corrente no estator (fase) :  $I_{t1raf_k} := I_{t1ra_k} \cdot k_{tc1}^{-1} \cdot e^{j \cdot -\cos(\text{FP}_{t1ra_k})}$

Perdas no cobre do estator :  $P_{tcu1_k} := 3 \cdot R_{t1ra} \cdot \left( |I_{t1raf_k}| \right)^2$

Perdas no ferro:  $P_{tfe1ra_k} := P_{t1ra_k} - P_{tcu1_k}$

Tensão no rotor (fase):  $U_{t2rar_k} := U_{t2ra_k} \cdot k_{tt2}^{-1} \cdot k_{tv}$

Resistência de perda ferro:  $R_{tfe1ra_k} := \frac{\left( U_{t2rar_k} \right)^2}{\frac{P_{tfe1ra_k}}{3}}$

Impedância do estator:  $Z_{t1ra_k} := \frac{V_{t1raf_k}}{I_{t1raf_k}}$

Resistência série do circuito de magnetização:  $R_{tsra1_k} := \text{Re}\left( Z_{t1ra_k} \right) - R_{t1ra}$

Reatância série do circuito de magnetização:  $X_{tsra1_k} := \sqrt{\left( \frac{|U_{t2rar_k}|}{|I_{t1raf_k}|} \right)^2 - \left( R_{tsra1_k} \right)^2}$

Reatância de magnetização:  $X_{tm1ra_k} := \frac{\left( |U_{t2rar_k}| \right)^2}{\left( |I_{t1raf_k}| \right)^2 \cdot X_{tsra1_k}}$

Reatância de dispersão:  $X_{t1ra_k} := \text{Im}(Z_{t1ra_k}) - X_{tsra1_k}$

$$X_{t1rar_k} := X_{t1ra_k}$$

$V_{t1ra_k} =$	$I_{t1ra_k} =$	$U_{t2ra_k} =$	$R_{tfe1ra_k} =$	$X_{t1ra_k} =$	$X_{tm1ra_k} =$
32 V	8.8 A	30.9 V	27.7 $\Omega$	0.074 $\Omega$	2.031 $\Omega$
50	13.4	48.4	30.0	0.071	2.088
75	19.9	72.6	31.4	0.071	2.109
100	26.5	96.7	32.9	0.074	2.109
125	33.0	120.7	34.3	0.077	2.113
150	40.0	144.8	34.9	0.077	2.092
175	47.2	168.8	35.6	0.077	2.066
200	55.6	192.4	35.2	0.080	1.999
225	64.8	215.5	33.7	0.086	1.921
250	76.0	238.7	31.2	0.087	1.814
275	89.3	261.3	28.1	0.090	1.691
300	105.7	281.2	24.5	0.104	1.537
325	127.2	301.4	20.7	0.108	1.370
350	153.7	321.4	17.5	0.108	1.209
375	186.1	339.1	14.2	0.112	1.054
400	224.7	357.2	11.6	0.110	0.920
425	267.9	372.6	9.6	0.113	0.805
450	319.2	389.2	8.0	0.110	0.706
475	376.2	403.1	6.6	0.110	0.621
500	443.6	417.2	5.4	0.108	0.545
525	530.0	428.0	4.3	0.106	0.468

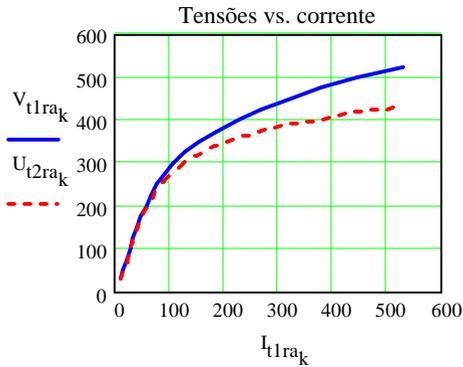


Figura D.7.1 - Tensões no estator e no rotor vs. corrente no estator

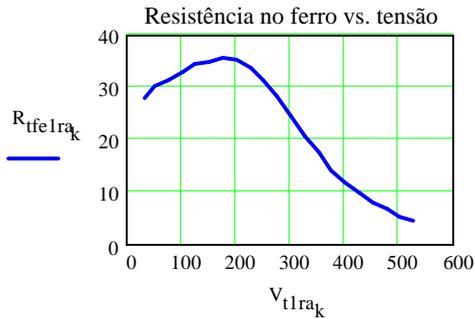


Figura D.7.2 - Resistência no ferro para o rotor estático vs. tensão no estator

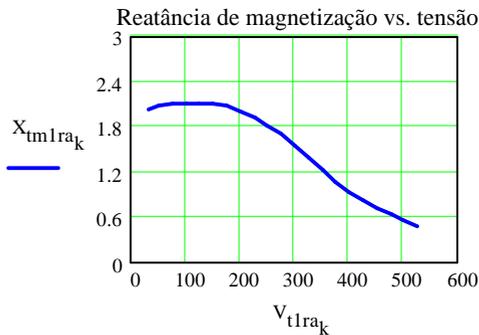


Figura D.7.3 - Reatância de magnetização para o rotor estático vs. tensão no estator

Por meio dos gráficos das Figuras D.7.1, D.7.2 e D.7.3, observa-se a saturação do transformador a partir de 300V. Dessa forma, os parâmetros do circuito equivalente são obtidos tomando-se em consideração as medições efetuadas no intervalo de 32V a 300V.

$n := 11$  (posição do vetor correspondente às medições em 300V)

$$R_{t1rar} := R_{t1ra} \qquad R_{t1rar} = 0.011 \Omega$$

$$R_{tfe1ra} := \frac{1}{n+1} \left( \sum_{q=0}^n R_{tfe1ra_q} \right) \qquad R_{tfe1ra} = 31.6 \Omega$$

$$X_{t1ra} := \frac{1}{n+1} \left( \sum_{q=0}^n X_{t1ra_q} \right) \qquad X_{t1ra} = 0.081 \Omega$$

$$X_{tm1ra} := \frac{1}{n+1} \left( \sum_{q=0}^n X_{tm1ra_q} \right) \qquad X_{tm1ra} = 1.964 \Omega$$

### D.7.1 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao estator

Resistência no enrolamento do estator:  $R_{t1rar} = 0.011 \Omega$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{t1ra} = 0.081 \Omega$

Resistência no ferro:  $R_{tfe1ra} = 31.6 \Omega$

Reatância de magnetização:  $X_{tm1ra} = 1.964 \Omega$

### D.8 Análise para o rotor energizado e o estator com circuito aberto

Tensão no rotor (fase):  $V_{t2eaf_k} := V_{t2ea_k} \cdot k_{tt2}^{-1}$

Corrente no rotor (fase):  $I_{t2eaf_k} := I_{t2ea_k} \cdot k_{tc2}^{-1} \cdot e^{j - \arccos(\text{FP}_{t2ea_k})}$

Perdas no cobre do rotor:  $P_{tcu2_k} := 3 \cdot R_{t2ea} \cdot \left( |I_{t2eaf_k}| \right)^2$

Perdas no ferro:  $P_{tfe2ea_k} := P_{t2ea_k} - P_{tcu2_k}$

Tensão no estator (fase):  $U_{t1ear_k} := U_{t1ea_k} \cdot k_{tt2}^{-1} \cdot (k_{tv})^{-1}$

Resistência de perda ferro:  $R_{tfe2ea_k} := \frac{\left( U_{t1ear_k} \right)^2}{\frac{P_{tfe2ea_k}}{3}}$

Impedância do rotor:  $Z_{t2ea_k} := \frac{V_{t2eaf_k}}{I_{t2eaf_k}}$

Resistência série do circuito de magnetização:  $R_{tsea2_k} := \text{Re}\left( Z_{t2ea_k} \right) - R_{t2ea}$

Reatância série do circuito de magnetização:  $X_{tsea2_k} := \sqrt{\left( \frac{|U_{t1ear_k}|}{|I_{t2eaf_k}|} \right)^2 - \left( R_{tsea2_k} \right)^2}$

Reatância de magnetização:  $X_{tm2ea_k} := \frac{\left( |U_{t1ear_k}| \right)^2}{\left( |I_{t2eaf_k}| \right)^2 \cdot X_{tsea2_k}}$

Reatância de dispersão:  $X_{t2ea_k} := \text{Im}(Z_{t2ea_k}) - X_{tsea2_k}$

$V_{t2ea_k} =$	$I_{t2ea_k} =$	$U_{t1ea_k} =$	$R_{tfe2ea_k} =$	$X_{t2ea_k} =$	$X_{tm2ea_k} =$
33 V	8.8 A	31.5 V	28.7 $\Omega$	0.096 $\Omega$	2.074 $\Omega$
50	13.1	47.5	29.4	0.108	2.101
75	19.5	71.5	31.5	0.101	2.124
100	26.0	96.2	33.6	0.082	2.143
125	32.5	120.0	34.7	0.086	2.138
150	39.1	143.2	35.6	0.098	2.120
175	46.9	167.9	35.8	0.085	2.073
200	55.8	190.9	34.8	0.092	1.980
225	65.7	214.9	33.1	0.086	1.894
250	78.1	239.5	29.9	0.075	1.775
275	94.5	264.3	26.0	0.063	1.620
300	117.9	287.3	21.1	0.060	1.412
325	153.3	309.9	16.1	0.055	1.171
350	202.1	335.5	12.2	0.040	0.962
375	266.5	358.5	9.3	0.034	0.780
400	356.3	382.4	6.9	0.027	0.623
425	469.5	406.7	5.2	0.021	0.503
450	614.6	426.7	3.8	0.020	0.404
475	800.0	443.0	2.8	0.022	0.322
500	1050.0	460.0	2.0	0.021	0.255
525	1400.0	477.0	1.4	0.018	0.199

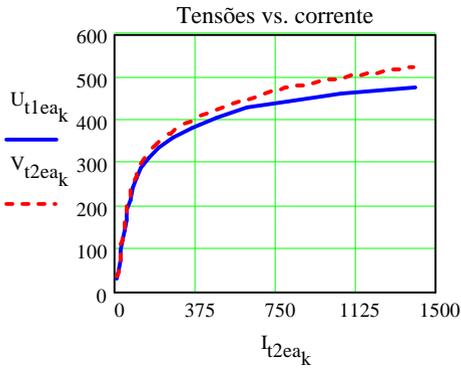


Figura D.8.1 - Tensões no estator e no rotor vs. corrente no rotor

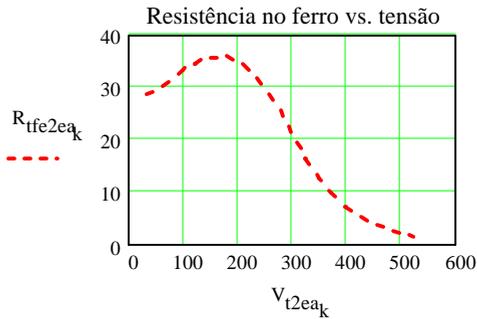


Figura D.8.2 - Resistência no ferro para o rotor estático vs. tensão no rotor

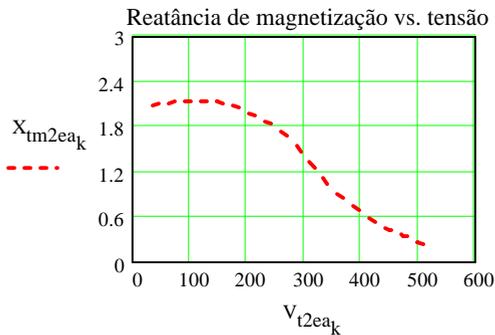


Figura D.8.3 - Reatância de magnetização para o rotor estático vs. tensão no rotor

Por meio dos gráficos das Figuras B.8.1, B.8.2 e B.8.3, observa-se a saturação do transformador a partir de 300V. Assim, os parâmetros do circuito equivalente são obtidos tomando-se em consideração as medições efetuadas no intervalo de 32V a 300V.

$n := 11$  (posição do vetor correspondente às medições em 300V)

$$R_{tfe2ea} := \frac{1}{n+1} \left( \sum_{q=0}^n R_{tfe2ea_q} \right) \quad R_{tfe2ea} = 31.19 \Omega$$

$$X_{t2ea} := \frac{1}{n+1} \left( \sum_{q=0}^n X_{t2ea_q} \right) \quad X_{t2ea} = 0.086 \Omega$$

$$X_{tm2ea} := \frac{1}{n+1} \left( \sum_{q=0}^n X_{tm2ea_q} \right) \quad X_{tm2ea} = 1.954 \Omega$$

### D.8.1 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao rotor

Resistência no enrolamento do rotor:  $R_{t2ea} = 0.010 \Omega$

Reatância de dispersão no rotor:  $X_{t2ea} = 0.086 \Omega$

Resistência no ferro:  $R_{tfe2ea} = 31.2 \Omega$

Reatância de magnetização:  $X_{tm2ea} = 1.954 \Omega$

### D.8.2 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao estator

Resistência no enrolamento do rotor:  $R_{t2ear} := R_{t2ea} \cdot k_{tz}$

$$R_{t2ear} = 0.010 \Omega$$

Reatância de dispersão no rotor:  $X_{t2ear} := X_{t2ea} \cdot k_{tz}$

$$X_{t2ear} = 0.086 \Omega$$

Resistência no ferro:  $R_{tfe2ear} := R_{tfe2ea} \cdot k_{tz}$

$$R_{tfe2ear} = 31.125 \Omega$$

Reatância de magnetização:  $X_{tm2ear} := X_{tm2ea} \cdot k_{tz}$

$$X_{tm2ear} = 1.95 \Omega$$

Resistência no ferro para rotor estático:  $R_{tferest} := \frac{R_{tfe1ra} + R_{tfe2ear}}{2}$

$$R_{tferest} = 31.378 \Omega$$

### D.9 Medições a partir da energização do estator com o rotor aberto girando a 1200rpm

	Tensão no estator:	Corrente no estator:	Potência no estator:
	( 32 )	( 8.5 )	( 47 )
	50	13.0	108
	75	19.1	221
	100	25.5	370
	125	31.8	548
	150	38.7	750
	175	45.9	1010
	200	54.2	1350
	225	63.9	1775
	250	74.5	2310
$V_{t1rav} :=$	275 V	$I_{t1rav} :=$ 87.7 A	$P_{t1rav} :=$ 3060 W
	300	104.3	4080
	325	126.3	5560
	350	153.1	7520
	375	186.2	10190
	400	225.2	13770
	425	268.6	18260
	450	320.4	24290
	475	379.5	31690
	500	444.6	40600
	( 525 )	( 531.2 )	( 53500 )

$$k := 0..(\text{length}(V_{t1rav}) - 1)$$

Fator de potência:

$$FP_{t1rav_k} := \frac{P_{t1rav_k}}{\sqrt{3} \cdot V_{t1rav_k} \cdot I_{t1rav_k}}$$

### D.10 Análise para o estator energizado com o rotor aberto girando a 1200rpm

Tensão no estator (fase):  $V_{t1ravf_k} := V_{t1rav_k} \cdot k_{tt1}^{-1}$

Corrente no estator (fase) :  $I_{t1ravf_k} := I_{t1rav_k} \cdot k_{tc1}^{-1} \cdot e^{j \cdot \cos(\text{FP}_{t1rav_k})}$

Tensão mag. (fase):  $E_{t1vf_k} := V_{t1ravf_k} - I_{t1ravf_k} \cdot (R_{t1ra} + 1 \cdot j \cdot X_{t1rar_k})$

Tensão de magnetização:  $E_{t1v_k} := \sqrt{3} \cdot E_{t1vf_k}$

Perdas no cobre do estator :  $p_{tcu1v_k} := 3 \cdot R_{t1ra} \cdot \left( |I_{t1ravf_k}| \right)^2$

Perdas no ferro:  $p_{tfe1rav_k} := P_{t1rav_k} - p_{tcu1v_k}$

Resistência de perda ferro:  $R_{tfe1rav_k} := \frac{\left( |E_{t1vf_k}| \right)^2}{\frac{p_{tfe1rav_k}}{3}}$

Impedância do estator:  $Z_{t1rav_k} := \frac{V_{t1ravf_k}}{I_{t1ravf_k}}$

Resistência série do circuito de magnetização:  $R_{tsrav1_k} := \text{Re}\left(Z_{t1rav_k}\right) - R_{t1ra}$

Reatância série do circuito de magnetização:  $X_{tsrav1_k} := \sqrt{\left( \frac{|E_{t1vf_k}|}{|I_{t1ravf_k}|} \right)^2 - \left( R_{tsrav1_k} \right)^2}$

$$\text{Reatância de magnetização: } X_{\text{tm}1\text{rav}_k} := \frac{\left( |E_{\text{t}1\text{vf}_k}| \right)^2}{\left( |I_{\text{t}1\text{rav}_k}| \right)^2 \cdot X_{\text{tsrav}1_k}}$$

$$\text{Reatância de dispersão: } X_{\text{t}1\text{rav}_k} := \text{Im} \left( Z_{\text{t}1\text{rav}_k} \right) - X_{\text{tsrav}1_k}$$

$V_{\text{t}1\text{rav}_k}$	$I_{\text{t}1\text{rav}_k}$	$ E_{\text{t}1\text{v}_k} $	$R_{\text{tfe}1\text{rav}_k}$	$X_{\text{tm}1\text{rav}_k}$	$X_{\text{t}1\text{rav}_k}$
V	A	V	$\Omega$	$\Omega$	$\Omega$
32	8.5	30.9	21.5	2.109	0.074
50	13.0	48.4	22.9	2.159	0.071
75	19.1	72.6	25.3	2.203	0.071
100	25.5	96.7	26.9	2.197	0.074
125	31.8	120.7	28.4	2.198	0.077
150	38.7	144.8	30.0	2.166	0.077
175	45.9	168.8	30.4	2.128	0.077
200	54.2	192.4	29.6	2.054	0.080
225	63.9	215.4	28.4	1.951	0.086
250	74.5	238.7	26.9	1.854	0.087
275	87.7	261.3	24.4	1.724	0.090
300	104.3	281.1	21.3	1.560	0.104
325	126.3	301.2	18.1	1.381	0.108
350	153.1	321.2	15.4	1.215	0.108
375	186.2	338.7	12.7	1.054	0.112
400	225.2	356.7	10.6	0.918	0.110
425	268.6	372.1	8.8	0.803	0.113
450	320.4	388.6	7.3	0.703	0.110
475	379.5	402.0	6.0	0.615	0.110
500	444.6	416.6	5.1	0.544	0.108
525	531.2	427.3	4.2	0.467	0.106

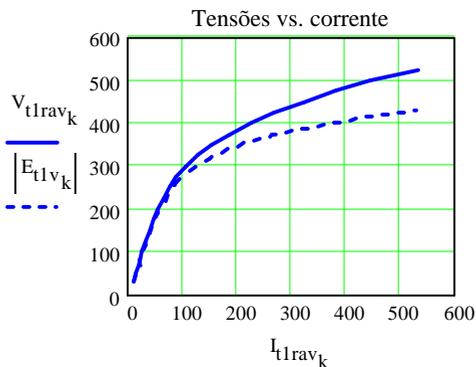


Figura D.10.1 - Tensões no estator e de magnetização vs. corrente no estator

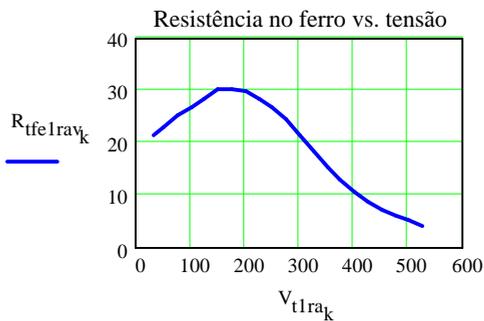


Figura D.10.2 - Resistência no ferro para o rotor estático vs. tensão no estator

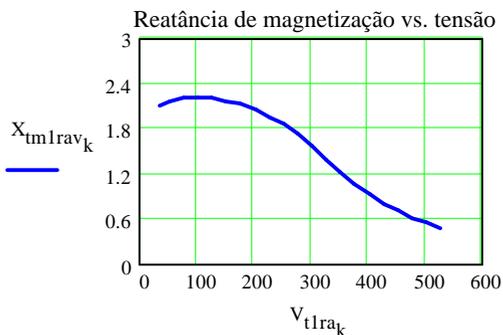


Figura D.10.3 - Reatância de magnetização para o rotor estático vs. tensão no estator

Por meio dos gráficos anteriores, observa-se a saturação do transformador a partir de 300V. Assim, os parâmetros do circuito equivalente são obtidos tomando-se em consideração as medições efetuadas no intervalo de 32V a 300V.

$n := 11$  (posição do vetor correspondente às medições em 300V)

$$R_{tfe1rav} := \frac{1}{n+1} \left( \sum_{q=0}^n R_{tfe1rav_q} \right)$$

$$X_{t1rav} := \frac{1}{n+1} \left( \sum_{q=0}^n X_{t1rav_q} \right)$$

$$X_{tm1rav} := \frac{1}{n+1} \left( \sum_{q=0}^n X_{tm1rav_q} \right)$$

### D.10.1 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao estator

Reatância de dispersão no estator:  $X_{t1rav} = 0.081 \Omega$

Resistência no ferro:  $R_{tfe1rav} = 26.3 \Omega$

Reatância de magnetização:  $X_{tm1rav} = 2.025 \Omega$

### D.11 Análise para o estator energizado como rotor em curto-circuito (rotor estático)

Tensão no estator (fase):  $V_{t1rcf_m} := V_{t1rc_m} \cdot k_{tt1}^{-1}$

Corrente no estator (fase):  $I_{t1rcf_m} := I_{t1rc_m} \cdot k_{tc1}^{-1} \cdot e^{j - \text{acos}(FP_{t1rc_m})}$

Impedância do circuito a partir dos term. do estator:  $Z_{t1rc_m} := \frac{V_{t1rcf_m}}{I_{t1rcf_m}}$

Resistência do estator:  $R_{t1rc_m} := \frac{\text{Re}(Z_{t1rc_m})}{2} \cdot \frac{2R_{t1ra}}{R_{t1ra} + R_{t2ear}}$

Reatância do estator:  $X_{t1rc_m} := \frac{\text{Im}(Z_{t1rc_m})}{2} \cdot \frac{2X_{t1ra}}{X_{t1ra} + X_{t2ear}}$

Resistência do rotor:  $R_{t2rc_m} := \frac{\text{Re}(Z_{t1rc_m})}{2} \cdot \frac{2R_{t2ear}}{R_{t1ra} + R_{t2ear}}$

Reatância do rotor:  $X_{t2rc_m} := \frac{\text{Im}(Z_{t1rc_m})}{2} \cdot \frac{2X_{t2ear}}{X_{t1ra} + X_{t2ear}}$

$R_{t1rc_m} =$

0.016
0.016
0.016
0.016
0.015

Ω

$X_{t1rc_m} =$

0.078
0.077
0.078
0.078
0.078

Ω

$R_{t2rc_m} =$

0.014
0.014
0.014
0.014
0.013

Ω

$X_{t2rc_m} =$

0.083
0.082
0.083
0.083
0.083

Ω

**D.11.1 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao estator**

Resistência no enrolamento do estator (CA):  $R_{t1rcr} := \text{mean}(R_{t1rc})$

$$R_{t1rcr} = 0.016 \Omega$$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{t1rcr} := \text{mean}(X_{t1rc})$

$$X_{t1rcr} = 0.078 \Omega$$

Resistência no enrolamento do rotor (CA):  $R_{t2rcr} := \text{mean}(R_{t2rc})$

$$R_{t2rcr} = 0.014 \Omega$$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{t2rcr} := \text{mean}(X_{t2rc})$

$$X_{t2rcr} = 0.083 \Omega$$

### D.12 Análise para o rotor energizado com o estator em curto-circuito (rotor estático)

Tensão no rotor (fase):  $V_{t2ecf_m} := V_{t2ec_m} \cdot k_{tt1}^{-1}$

Corrente no rotor (fase):  $I_{t2ecf_m} := I_{t2ec_m} \cdot k_{tc1}^{-1} \cdot e^{j \cdot -\text{acos}(FP_{t2ec_m})}$

Impedância do circuito a partir dos term. do rotor:  $Z_{t2ec_m} := \frac{V_{t2ecf_m}}{I_{t2ecf_m}}$

Resistência do estator:  $R_{t1ec_m} := \frac{\text{Re}(Z_{t2ec_m})}{2} \cdot \frac{2R_{t1ra}}{R_{t1ra} + R_{t2ear}}$

Reatância do estator:  $X_{t1ec_m} := \frac{\text{Im}(Z_{t2ec_m})}{2} \cdot \frac{2X_{t1ra}}{X_{t1ra} + X_{t2ear}}$

Resistência do rotor:  $R_{t2ec_m} := \frac{\text{Re}(Z_{t2ec_m})}{2} \cdot \frac{2R_{t2ear}}{R_{t1ra} + R_{t2ear}}$

Reatância do rotor:  $X_{t2ec_m} := \frac{\text{Im}(Z_{t2ec_m})}{2} \cdot \frac{2X_{t2ear}}{X_{t1ra} + X_{t2ear}}$

$R_{t1ec_m} =$

0.016
0.016
0.016
0.016
0.015

 $\Omega$ 

$X_{t1ec_m} =$

0.082
0.085
0.078
0.078
0.079

 $\Omega$ 

$R_{t2ec_m} =$

0.014
0.014
0.014
0.014
0.014

 $\Omega$ 

$X_{t2ec_m} =$

0.087
0.091
0.083
0.083
0.084

 $\Omega$

### D.12.1 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao rotor

Resistência no enrolamento do estator (CA):  $R_{t1ec} := \text{mean}(R_{t1ec})$

$$R_{t1ec} = 0.016 \Omega$$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{t1ec} := \text{mean}(X_{t1ec})$

$$X_{t1ec} = 0.080 \Omega$$

Resistência no enrolamento do rotor (CA):  $R_{t2ec} := \text{mean}(R_{t2ec})$

$$R_{t2ec} = 0.014 \Omega$$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{t2ec} := \text{mean}(X_{t2ec})$

$$X_{t2ec} = 0.085 \Omega$$

### D.12.2 Parâmetros de circuito equivalente calculados referidos ao estator

Resistência no enrolamento do estator (CA):  $R_{t1ecr} := R_{t1ec} \cdot k_{tz}$

$$R_{t1ecr} = 0.016 \Omega$$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{t1ecr} := X_{t1ec} \cdot k_{tz}$

$$X_{t1ecr} = 0.08 \Omega$$

Resistência no enrolamento do rotor (CA):  $R_{t2ecr} := R_{t2ec} \cdot k_{tz}$

$$R_{t2ecr} = 0.014 \Omega$$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{t2ecr} := X_{t2ec} \cdot k_{tz}$

$$X_{t2ecr} = 0.085 \Omega$$

**D.13 Parâmetros de circuito equivalente obtidos com o ensaio de rotor estático referidos ao estator**

Resistência no enrolamento do estator (CA):  $R_{t1rb} := \frac{R_{t1rcr} + R_{t1ecr}}{2}$

$$R_{t1rb} = 0.016 \Omega$$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{t1rb} := \frac{(X_{t1rcr} + X_{t1ecr})}{2}$

$$X_{t1rb} = 0.079 \Omega$$

Resistência no enrolamento do rotor (CA):  $R_{t2rb} := \frac{R_{t2rcr} + R_{t2ecr}}{2}$

$$R_{t2rb} = 0.014 \Omega$$

Reatância de dispersão no estator:  $X_{t2rb} := \frac{(X_{t2rcr} + X_{t2ecr})}{2}$

$$X_{t2rb} = 0.084 \Omega$$

### D.14 Circuito equivalente do transformador rotativo trifásico referido ao seu estator (40°C)

Coef. correção temperatura:  $kT := \frac{(234.5 + 40)}{(234.5 + T_{amb})}$

Resistência do estator (CC):  $R_{t1cc} := R_{t1ra} \cdot kT$

$$R_{t1cc} = 0.012 \Omega$$

Resistência do estator (CA):  $R_{t1ca} := R_{t1rb} \cdot kT$

$$R_{t1ca} = 0.017 \Omega$$

Reatância de dispersão do estator:  $X_{t1} := \frac{(X_{t1ra} + X_{t1rav} + 2 \cdot X_{t1rb})}{4}$

$$X_{t1} = 0.080 \Omega$$

Resistência do ferro:  $R_{tfe} := \frac{(R_{tfe1rav} + R_{tfe1ra} + R_{tfe2ea}) \cdot kT}{3}$

$$R_{tfe} = 31.0 \Omega$$

Reatância de magnetização:  $X_{tm} := \frac{X_{tm1ra} + X_{tm2ear} + X_{tm1rav}}{3}$

$$X_{tm} = 1.98 \Omega$$

Resistência do rotor (CC):  $R_{t2cc} := R_{t2ear} \cdot kT$

$$R_{t2cc} = 0.010 \Omega$$

Resistência do estator (CA):

$$R_{t2ca} := R_{t2rb} \cdot kT$$

$$R_{t2ca} = 0.014 \Omega$$

Reatância de dispersão do rotor:

$$X_{t2} := \frac{X_{t2ear} + X_{t2rb}}{2}$$

$$X_{t2} = 0.085 \Omega$$

Relação de transf. de tensão:

$$k_{tv} = 0.999$$

Relação de transf. de corrente:

$$k_{ti} = 1.001$$

Relação de transf. de impedância:

$$k_{tz} = 0.998$$

### D.15 Circuito equivalente do transformador rotativo referido ao estator da máquina assíncrona trifásica (40°C)

Resistência do estator (CC):  $R_{t1ccr} := \frac{k_{mz}}{k_{tz}} \cdot R_{t1ra}$

$$R_{t1ccr} = 0.019 \Omega$$

Resistência do estator (CA):  $R_{t1car} := \frac{k_{mz}}{k_{tz}} \cdot R_{t1ca}$

$$R_{t1car} = 0.027 \Omega$$

Reatância de dispersão do estator:  $X_{t1r} := \frac{k_{mz}}{k_{tz}} \cdot X_{t1}$

$$X_{t1r} = 0.131 \Omega$$

Resistência do ferro:  $R_{tfer} := \frac{k_{mz}}{k_{tz}} \cdot R_{tfe}$

$$R_{tfer} = 50.7 \Omega$$

Reatância de magnetização:  $X_{tmr} := \frac{k_{mz}}{k_{tz}} \cdot X_{tm}$

$$X_{tmr} = 3.241 \Omega$$

Resistência do rotor (CC):  $R_{t2ccr} := \frac{k_{mz}}{k_{tz}} \cdot R_{t2cc}$

$$R_{t2ccr} = 0.017 \Omega$$

Resistência do estator (CA):  $R_{t2car} := \frac{k_{mz}}{k_{tz}} \cdot R_{t2ca}$

$$R_{t2car} = 0.024 \Omega$$

Reatância de dispersão do rotor:  $X_{t2r} := \frac{k_{mz}}{k_{tz}} \cdot X_{t2}$

$$X_{t2r} = 0.139 \Omega$$

Relações de transformação de tensão:

$$k_{tv} = 0.999$$

$$k_{mv} = 1.278$$

Relações de transformação de corrente:

$$k_{ti} = 1.001$$

$$k_{mi} = 0.782$$

Relações de transformação de impedância:

$$k_{tz} = 0.998$$

$$k_{mz} = 1.633$$