



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**DEFINIÇÃO DE ESTRATÉGIA DE COMERCIALIZAÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA VIA MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO
ESTOCÁSTICA E ANÁLISE INTEGRADA DE RISCO**

GUSTAVO ANTONIO BAUR ARFUX

FLORIANÓPOLIS

2011

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

Gustavo Antonio Baur Arfux

**DEFINIÇÃO DE ESTRATÉGIA DE COMERCIALIZAÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA VIA MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO
ESTOCÁSTICA E ANÁLISE INTEGRADA DE RISCO**

Tese submetida ao Programa de pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo Celeste Ghizoni Teive

Florianópolis

2011

Gustavo Antonio Baur Arfux

**DEFINIÇÃO DE ESTRATÉGIA DE COMERCIALIZAÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA VIA MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO
ESTOCÁSTICA E ANÁLISE INTEGRADA DE RISCO**

“Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, área de Concentração em Sistemas de Energia Elétrica, e Aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina”

Florianópolis, 2011.

Prof. Raimundo Celeste Ghizoni Teive, Dr. Eng.
Orientador

Banca Examinadora:

Prof. Raimundo Celeste Ghizoni Teive, Dr. Eng.
Presidente

Prof Edson Luiz da Silva, Dr. Eng.

Prof. Marciano Morozowski Filho, D. Sc.

Prof. Paulo Sérgio Franco Barbosa, Dr.

Fabíola Sena Vieira Silveira, Dra. Eng.

AGRADECIMENTOS

Ao grande amigo André Gustavo Nogueira Garcia, nunca vou me esquecer da sua ajuda nos tempos de graduação e no início da minha história como pesquisador.

Ao Raimundo Teive que há muito tempo deixou de ser somente o meu orientador e se tornou um grande amigo. Sua dedicação foi decisiva para a conclusão deste trabalho.

Ao Prof. Edson Luiz da Silva, eterno guru, sempre presente nas decisões difíceis.

À Fabíola Sena Vieira Silveira, a quem sou grato pelo incentivo.

Ao professor da UNICAMP Paulo S. F. Barbosa pela confiança.

Aos amigos do LabPlan, pela prazerosa convivência no laboratório.

Aos amigos Erlon Finardi e Raphael Gonçalves, pelos ricos ensinamentos sobre os conceitos da Otimização Estocástica.

Aos amigos Maurício Costa e Marcelo Loureiro, pela intensa experiência no dia a dia de uma empresa privada do setor elétrico.

Aos amigos da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica – CCEE, pela oportunidade de fazer parte das discussões acerca do mercado brasileiro de energia elétrica. Tenho aprendido muito.

Aos amigos da Gerência de Preços da CCEE, André Tamashiro, Marcelo Luna, Hideo Koga, Camila Giglio e Renato Silva, que foram compreensivos nos momentos mais críticos, quando minhas atividades de pesquisa passaram a concorrer com as atividades profissionais.

Aos amigos da Assessoria Econômica da CCEE, especialmente ao Luiz Pazzini.

Um agradecimento especial ao meu amigo Alexandre Zucarato, pessoa brilhante cuja convivência tem me ensinado muito, tanto sobre aspectos de excelência técnica como de comportamento.

Aos amigos Alessandro, Fernando, Anderson, Wagner Kawaguti e Ricardo Matos.

Ao meu pai, minha mãe, minhas irmãs, meu tio Edwin Baur e meus quatro sobrinhos. Vocês são a minha fonte de vida, o meu porto seguro, enfim, a razão de tudo. Minha família é tudo para mim. Amo muito todos vocês e sinto uma baita saudade.

E agradeço, especialmente, à Fernanda Rossatto, que demonstrou toda a sua força, grandeza e maturidade ao me acompanhar nos momentos mais críticos do desenvolvimento deste trabalho. Você é o meu maior presente.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

DEFINIÇÃO DE ESTRATÉGIA DE COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA VIA MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA E ANÁLISE INTEGRADA DE RISCO

Gustavo Antonio Baur Arfux

Orientador: Prof. Raimundo Celeste Ghizoni Teive, Dr. Eng.

Área de Concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Palavras-chave: Comercialização de Energia, Seleção de Portfólios, Otimização Estocástica, Decomposição Aninhada, *Value-at-Risk* e *Conditional-Value-at-Risk*.

Número de páginas: 127

Com o processo de reestruturação do mercado brasileiro de energia elétrica, a remuneração do capital investido no segmento de geração passa a ser função do sucesso da estratégia de comercialização adotada e atividades como a quantificação do risco envolvido nas negociações e a administração do portfólio de contratos, passam a ser priorizadas pelos agentes do mercado. Esta é a principal motivação deste trabalho que propõe uma metodologia para definição de estratégia de comercialização de energia elétrica de um agente gerador.

Como o comportamento futuro do preço de curto prazo é desconhecido no momento da decisão de contratação, a alternativa que melhor contribui para uma representação eficiente do problema real, é a utilização de um modelo estocástico de otimização sob incerteza. Sob este enfoque são discutidas as principais formas matemáticas de mensuração e controle dos riscos inerentes a atividade de comercialização de energia elétrica, com atenção especial ao processo de internalização, no modelo de Seleção de Portfólios, da percepção de risco do decisor.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the Requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering

**DEFINITION OF ELECTRICITY TRADING STRATEGY
BY USING OPTIMIZATION STOCHASTIC METHODS
AND INTEGRATED RISK ANALYSIS**

Gustavo Antonio Baur Arfux

Advisor: Prof. Raimundo Celeste Ghizoni Teive, Dr. Eng.

Area of Concentration: Electric Power Systems.

Keywords: Energy Trading, Portfolio Selection, Stochastic Optimization, Nested Decomposition, Value-at-Risk and Conditional-Value-at-Risk.

Number of Pages: 127

As long as the restructuring process has happen in the electricity Brazilian market, the financial remuneration of the invested capital in the generation sector depends on the adopted trading strategy. Thus, activities such as the quantification of the risk related to the negotiations and the contracts portfolio management, have become priority for the generator agent. This is the main motivation of this work, which proposes a methodology for defining the trading strategy of an electrical energy generator agent.

Since the behavior of the future spot price is unknown at the decision moment of contracting, the most appropriate option to represent, in an efficient way, the real problem, is by using an optimization stochastic model under uncertainty. In this sense, it is discussed in this work the main metrics to quantify and control the risk inherent to the electricity trading activity, focusing specially on the internalization of the risk perception of the decision maker, into the portfolios selection model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Mercado Regulado x Mercado Livre (fonte: CCEE).....	31
Figura 2 - Evolução do Número de Consumidores Livres na CCEE (fonte: CCEE).....	31
Figura 3 - Mapa de Integração Eletroenergética do SIN (Fonte ONS) .	34
Figura 4 - Etapas do Planejamento da Operação.....	36
Figura 5 - Histórico do PLD médio Mensal SE/CO (Fonte: CCEE).....	39
Figura 6 - Redução da capacidade de regularização dos reservatórios (fonte: ONS).....	41
Figura 7 - Evolução da Capacidade Instalada do SIN (fonte: CCEE)...	42
Figura 8 - Capacidade Instalada do SIN em Dezembro de 2010 (fonte: CCEE).....	42
Figura 9 - Total de energia negociado nos leilões de energia nova - 1º LEN ao 8º LEN – (Fonte: CCEE)	43
Figura 10 - Balanço de Energia (Fonte: Deck PMO de jan/2011)	45
Figura 11 - Esquema de Gerenciamento de Riscos	58
Figura 12 - <i>VaR</i> para uma distribuição de Retornos (ou Receitas).....	72
Figura 13 - <i>VaR</i> para uma Distribuição de Perdas	73
Figura 14 - <i>CVaR</i> para uma distribuição de Retornos (ou Receitas).....	74
Figura 15 - <i>CVaR</i> para uma Distribuição de Perdas.....	75
Figura 16 - Variação do Fator K	81
Figura 17 - Árvore de Cenários	87
Figura 18 – Fluxo de Informações	97
Figura 19 - Árvore de Cenários de Preços.....	98
Figura 20 - Cenários de Preço para o Segundo Estágio	101
Figura 21 - Cenários de Preço para o Terceiro Estágio.....	103
Figura 22 - Variação do Nível de Contratação do Portfólio Ótimo com o Fator K.....	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Diferentes Abordagens Utilizadas no Estudo de Caso.....	96
Tabela 2 - Características dos Contratos Candidatos	97
Tabela 3 - Solução do Caso 1	100
Tabela 4 - Solução do Subproblema de Primeiro Estágio	101
Tabela 5 - Multiplicadores de Lagrange Associados aos Subproblemas de Terceiro Estágio – (L=6) a (L=9).....	103
Tabela 6 - Multiplicadores de Lagrange Associados aos Subproblemas de Segundo Estágio – (L=2) a (L=5)	105
Tabela 7 - Nova Solução do Subproblema de Primeiro Estágio	105
Tabela 8 - Solução do Problema (Terceira Abordagem).....	111
Tabela 9 - Simulação da Política de Contratação.....	112
Tabela 10 - Variáveis Auxiliares Não Nulas.....	113
Tabela 11 - Variação do Fator K.....	114
Tabela 12 - Retorno Esperado x Fator k.....	115

LISTA DE ABREVIATURAS

ACR	Ambiente de Contratação Regulada
ACL	Ambiente de Contratação Livre
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CMO	Custo Marginal de Operação
<i>CVaR</i>	<i>Conditional Value at Risk</i>
DA	Decomposição Aninhada
DAM	Desvio Absoluto Médio
EAR _{máx}	Energia Armazenável Máxima
LEN	Leilão de Energia Nova
LER	Leilão de Energia de Reserva
MRE	Mecanismo de Realocação de Energia
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PDDD	Programação Dinâmica Dual Determinística
PDE	Programação Dinâmica Estocástica
PDDE	Programação Dinâmica Estocástica Dual
PL	Programação Linear
PLD	Preço de Liquidação das Diferenças
PMO	Programa Mensal de Operação Energética
SEB	Setor Elétrico Brasileiro
SIN	Sistema Interligado Nacional
UHE	Usina Hidrelétrica
<i>VaR</i>	<i>Value at Risk</i>

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	23
1.1 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO.....	23
1.2 OBJETIVOS.....	25
1.2.1 Objetivo Geral.....	25
1.2.2 Objetivos Específicos e Principais Contribuições.....	26
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	26
2 CONTEXTUALIZAÇÃO DO TRABALHO – A EVOLUÇÃO DO MERCADO BRASILEIRO DE ENERGIA ELÉTRICA.....	29
2.1 O MARCO REGULATÓRIO ATUAL.....	29
2.2 RELAÇÃO ENTRE DESPACHO E FORMAÇÃO DE PREÇO DE CURTO PRAZO.....	32
2.3 RECURSOS ENERGÉTICOS DO SIN.....	33
2.4 O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO.....	34
2.4.1 Etapa de Médio Prazo do Planejamento da Operação.....	36
2.4.2 Etapa de Curto Prazo do Planejamento da Operação.....	37
2.5 O CUSTO MARGINAL DE OPERAÇÃO E O PREÇO DE LIQUIDAÇÃO DAS DIFERENÇAS.....	37
2.6 COMPORTAMENTO DO PREÇO DE CURTO PRAZO.....	39
2.6.1 Imprevisibilidade do Regime Hidrológico.....	39
2.6.2 Redução da Capacidade de Regularização.....	40
2.6.3 Aumento da Participação Termelétrica na Matriz Energética.....	41
2.6.4 Conseqüências da Alteração da Matriz Energética Nacional.....	44
2.6.5 Arbitrariedade no Despacho Complementar aos Modelos de Otimização.....	46
2.7 PAPEL DO PREÇO NA COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA.....	47
2.8 CONCLUSÕES.....	48

3	COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA – ESTADO DA ARTE	49
3.1	INTRODUÇÃO.....	49
3.1.1	Os Primeiros Modelos Matemáticos e as Questões Conceituais Envolvendo a Avaliação de Risco.....	50
3.1.2	Adaptação de Técnicas Desenvolvidas para o Mercado Financeiro.....	52
3.1.3	Aplicação de Variáveis Linguísticas e Inteligência Artificial.....	54
3.1.4	Modelos de Otimização Estocástica.....	54
3.1.5	Publicações com Foco na Regulamentação do Setor Elétrico Brasileiro.....	58
3.2	CONCLUSÕES.....	59
4	MÉTRICAS DE GERENCIAMENTO DE RISCO E SELEÇÃO DE PORTFÓLIOS	61
4.1	INTRODUÇÃO.....	61
4.1.1	O Risco Hidrológico e o Mecanismo de Realocação de Energia - MRE.....	62
4.1.2	Exposição à Diferença de Preços entre Submercados.....	63
4.1.3	Risco de Mercado.....	64
4.2	FERRAMENTAS DE QUANTIFICAÇÃO DE RISCO E COMPOSIÇÃO DE PORTFÓLIOS.....	65
4.2.1	Modelo Média-Variância de Markowitz.....	66
4.2.2	Modelo Desvio Absoluto Médio.....	67
4.2.3	Modelo Mini-Máx.....	69
4.2.4	Propriedades de Medidas Coerentes de Risco.....	70
4.2.4.1	Monotonicidade.....	70
4.2.4.2	Subaditividade.....	70
4.2.4.3	Homogeneidade Positiva.....	70
4.2.4.4	Invariância de Translação.....	71
4.2.5	Value-at-Risk (VaR).....	71
4.2.6	Conditional Value-at-Risk (CVaR).....	73

4.3 CÁLCULO DO CVAR SEM O CONHECIMENTO PRÉVIO DO VAR ...	75
4.3.1 Formulação Geral do Problema de Otimização de Portfólio com Restrição de CVaR	80
4.4 CONCLUSÕES	82
5 SELEÇÃO DE PORTFÓLIOS – TÉCNICAS DE SOLUÇÃO ..	83
5.1 INTRODUÇÃO – ESTRATÉGIA DE COMERCIALIZAÇÃO.....	83
5.2 GERAÇÃO DE CENÁRIOS	86
5.3 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO.....	87
5.4 DECOMPOSIÇÃO ANINHADA – PROBLEMAS DE DOIS ESTÁGIOS..	88
5.5 DECOMPOSIÇÃO ANINHADA – PROBLEMAS MULTI-ESTÁGIOS....	94
5.6 ESTUDO DE CASO	96
5.6.1 Primeira Abordagem – Problema de Maximização da Receita Esperada – Solução via PL_Único	98
5.6.2 Segunda Abordagem – Problema de Maximização da Receita Esperada – Solução via Decomposição Aninhada (Nested Decomposition).....	100
5.6.3 Terceira Abordagem – Problema de Maximização da Receita Esperada com Atendimento de Restrição de CVaR – Solução via PL_Único	107
5.7 CONCLUSÕES	116
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	119
6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	121
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123

Desde o início dos anos 90, a indústria de eletricidade de muitos países vem passando por um processo de reestruturação com ênfase na introdução de competição em seus segmentos, buscando com isso, uma maior eficiência econômica na valoração de recursos e benefícios para o consumidor final.

Embora os detalhes do processo de reforma e o desenho institucional sejam diferentes entre os diversos países, a organização geral, na maioria dos casos, passa pela substituição de um regime verticalizado por uma estrutura descentralizada, baseada em um mercado competitivo. Essa nova estrutura expõe as empresas do setor elétrico a um novo ambiente, onde os agentes são livres para tomar suas decisões, mas são responsáveis pelos riscos delas decorrentes.

Analisando especificamente o caso brasileiro, com o processo de reestruturação do mercado, a remuneração do capital investido no segmento de geração de energia elétrica passa a ser função do sucesso da estratégia de comercialização adotada, e atividades tais como a quantificação do risco e a administração do portfólio de contratos passam a ser priorizadas pelos agentes do mercado.

Nesse período de transição, aumenta a demanda por novos instrumentos de gerenciamento de riscos compatíveis com uma estrutura de mercado competitivo. Muitas técnicas dessa natureza foram desenvolvidas para o mercado financeiro e essa inteligência pode ser aproveitada no setor elétrico, desde que se respeitem as suas singularidades, que tornam a análise de contratos de energia elétrica diferenciada em relação a seus equivalentes no mercado financeiro.

1.1 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Assim como em qualquer atividade econômica, para alcançar bons resultados por meio da comercialização de energia elétrica é necessário realizar uma análise criteriosa das oportunidades de mercado. É preciso avaliar (i) o momento para se firmar um contrato, (ii) o montante a ser negociado, (iii) o preço, (iv) a vigência, (v) a projeção do preço de curto prazo, (vi) a disponibilidade de lastro, (vii) a priorização de clientes, (viii) a possibilidade de perdas, etc. A resposta para todas

essas questões está na composição ótima da carteira de vendas de um agente de geração.

Atualmente o mercado brasileiro de eletricidade se encontra em um estágio intermediário de desenvolvimento. Como se trata de um mercado relativamente recente e com características bastante específicas, salvo algumas exceções, boa parte dos agentes do setor elétrico utiliza somente seu *feeling* de negócio, soluções empíricas, ou estudos superficiais, como referência para definição de sua estratégia de comercialização de energia. Nota-se certa resistência quanto à aplicação de modelos matemáticos mais elaborados no problema de definição de portfólios, fato que pode conduzir as empresas, involuntariamente, a posições arriscadas.

Essa conjuntura serve como pano de fundo e motivação para o desenvolvimento do presente trabalho, que busca inicialmente, contribuir com o entendimento do problema de seleção de portfólios e avaliação de riscos, a partir de uma discussão sobre as técnicas disponíveis na literatura, sempre com atenção voltada à questão da possibilidade de adaptação às características do mercado brasileiro.

Quanto à utilização de técnicas de programação estocástica¹, muitos problemas em finanças procuram determinar uma seqüência de decisões ótimas ao longo de um horizonte de planejamento. Em geral a tomada de decisão em um dado instante de tempo depende do estado em que o sistema se encontra naquele momento e da ação, ou controle, que será exercido no sistema a partir de então. Os modelos estocásticos são aplicados com sucesso nestes casos e possibilitam que as incertezas envolvidas no processo de decisão sejam representadas no problema.

Quanto à relevância do tema, sua investigação se justifica pelo fato de que a definição de uma estratégia eficiente de composição da carteira faz toda a diferença no desempenho financeiro do agente. Com o amadurecimento do mercado, especialmente do segmento de comercialização de energia elétrica, os contratos (produtos) oferecidos são cada vez mais elaborados e flexíveis e o gerenciamento do portfólio demanda uma análise mais aprofundada das incertezas envolvidas.

¹ A estocasticidade do problema é atribuída ao desconhecimento do comportamento futuro do preço de curto prazo no momento da decisão da contratação.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desta proposta de trabalho de doutorado consiste em apresentar uma metodologia para definição de estratégia de comercialização de energia elétrica de um agente gerador. Como o comportamento futuro do preço de curto prazo é desconhecido no momento da decisão de contratação, a alternativa que contribui para uma representação mais próxima do problema real é a utilização de um modelo estocástico² de otimização sob incerteza.

No presente trabalho a incerteza referente ao comportamento futuro do preço é representada por meio de um conjunto de realizações (árvore de cenários). Quando se trata de uma análise multi-estágio verifica-se o crescimento da dimensão do problema, fato que é contornado com a utilização de técnicas de solução baseadas em princípios de decomposição.

São discutidas também, as principais formas de mensuração, mitigação e gestão dos riscos inerentes a atividade de comercialização de energia elétrica, fato indispensável no processo de aperfeiçoamento do modelo de comercialização de energia das empresas do setor.

Deve-se observar que em grande parte dos trabalhos da literatura, a definição do portfólio é realizada a partir do critério de maximização de receita e, só após a sua definição, é realizada a análise de risco da posição. Uma das principais contribuições do presente trabalho consiste em internalizar a variável de risco no processo de decisão da carteira de comercialização. Dessa maneira, dada uma lista de contratos candidatos, o modelo busca a determinação de uma carteira que maximize a receita do agente, sujeito ao atendimento de uma restrição de risco, pré-definida pelo decisor. A partir dessa abordagem pode ser obtido o portfólio ótimo avaliado tanto pelo critério de maximização de receita, quanto pelas diretrizes da política de risco pré-estabelecidas.

Para tanto, são utilizadas ferramentas como o *Value at Risk - VaR* e o *Conditional Value at Risk - CVaR*. Ressalta-se que em sua formulação padrão, o cálculo do *CVaR* requer o conhecimento prévio do *VaR*, já que é dado pelo valor esperado dos valores que o excedem, mas com a metodologia utilizada essa premissa é flexibilizada e ambas as

² Problemas de otimização podem ser classificados, de acordo com a natureza dos dados, como determinísticos e estocásticos. No primeiro caso, todos os dados são conhecidos no momento em que a decisão é tomada, enquanto no segundo é necessário otimizar sob incertezas em torno dos dados do problema.

medidas de risco são determinadas simultaneamente a partir da solução do problema de Programação Linear - PL.

1.2.2 Objetivos Específicos e Principais Contribuições

- i. Aprimorar o entendimento do problema de seleção de portfólios de contratos de energia elétrica, a partir de um levantamento dos diversos trabalhos existentes na literatura.
- ii. Avaliar alternativas de modelagem e metodologia de solução para o problema;
- iii. Avaliar qual a métrica de quantificação de risco de mercado (Média-Variância, Desvio Absoluto Médio, Mini-Máx, *VaR*, *CVaR*, *CVaR* sem o conhecimento prévio do *VaR*), que melhor se aplica ao contexto do problema;
- iv. Representar a característica estocástica do comportamento do preço de curto prazo, a partir de um conjunto de realizações possíveis (árvore de cenários);
- v. Utilizar técnicas de decomposição para mitigar a questão da dimensão do problema com representação estocástica (Decomposição Aninhada);
- vi. Internalizar no modelo de seleção de portfólio a percepção de risco do decisor utilizando-se a métrica de risco selecionada no objetivo específico iii;

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Inicialmente, no Capítulo 2, é apresentada uma descrição da condição atual do setor elétrico brasileiro, abordando questões comerciais e físicas do sistema como, por exemplo, as recentes alterações na matriz energética e as conseqüências dessas alterações no que se refere ao comportamento do preço de curto prazo. Como se trata de uma das principais referências para a atividade de comercialização de energia, o processo de formação do preço é discutido com particular atenção, destacando alguns fatores que contribuem para as variações verificadas no seu comportamento.

No Capítulo 3 são apresentadas e discutidas várias publicações que representam o estado da arte no desenvolvimento de técnicas de comercialização de energia elétrica.

A partir deste levantamento da literatura, os principais modelos matemáticos de quantificação de risco são selecionados para apresentação detalhada no Capítulo 4. O processo evolutivo das métricas de análise de risco é apresentado, desde o marco inicial atribuído ao trabalho de Markowitz, até as técnicas mais modernas utilizadas atualmente, como o *CVaR*. Também é realizada a demonstração matemática da proposta de cálculo do *CVaR* como restrição de risco para o problema de seleção de portfólios. Além disso, são apresentados estudos desenvolvidos com o intuito de identificar e classificar características desejáveis a uma medida de risco.

No Capítulo 5 um exemplo numérico é utilizado para descrever as diferentes abordagens propostas no presente trabalho. O estudo de caso é resolvido inicialmente por um problema único de programação linear com o objetivo de maximização da receita esperada do agente gerador. Num segundo momento, o mesmo problema é resolvido com o uso da técnica da Decomposição Aninhada. Por fim, é inserido no problema um conjunto de variáveis que modelam a percepção de risco do decisor e um novo problema é resolvido, agora com o objetivo de maximização da receita esperada do agente gerador, com atendimento de restrição de *CVaR*.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

CONTEXTUALIZAÇÃO DO TRABALHO – A EVOLUÇÃO DO MERCADO BRASILEIRO DE ENERGIA ELÉTRICA

Nas duas últimas décadas houve uma tendência mundial de reformas estruturais realizadas no setor elétrico de diversos países. Nos países desenvolvidos essas reformas foram motivadas por ganhos de eficiência que normalmente são obtidos em ambientes de mercado com adequada concorrência. Para os países em desenvolvimento, a reestruturação representou uma alternativa para viabilizar a expansão do setor frente à dificuldade do Estado em arcar com os investimentos necessários. O Setor Elétrico Brasileiro – SEB passou por um processo dessa natureza e o marco regulatório atual se encontra numa fase de consolidação das regras que definem o seu funcionamento.

Neste capítulo, portanto, é apresentado um levantamento atualizado de questões comerciais e físicas do SEB, com o intuito de inserir a proposta de trabalho no contexto vigente, ressaltando suas contribuições especialmente no que se refere à atividade de comercialização de energia elétrica. Como uma das principais referências para esta atividade é o preço de curto prazo, seu processo de formação é discutido com particular atenção, destacando as recentes alterações da matriz energética nacional que contribuem para as variações verificadas no seu comportamento.

2.1 O MARCO REGULATÓRIO ATUAL

Na grande maioria dos países, a energia elétrica surgiu como responsabilidade exclusiva do Estado. Com a dificuldade em manter os investimentos expressivos que o setor requer, o Estado transferiu essa responsabilidade para empresas por meio do mecanismo de concessão dos serviços de eletricidade, (HUNT, 2002).

No entanto, apenas a concessão para essas empresas não foi suficiente para cobrir a demanda por energia. Assim, veio o segundo estágio deste processo, onde foi promovida a quebra de determinados monopólios e a abertura para a livre concorrência, respeitando sempre o conceito de monopólio natural do “fio”.

O terceiro e quarto estágios desse processo são a abertura parcial e total, respectivamente, do mercado para a livre comercialização de

energia elétrica. Ou seja, os agentes pagam uma tarifa regulada pelos serviços de transmissão e distribuição, mas podem negociar livremente seus contratos de energia. O modelo brasileiro se situa atualmente entre o segundo e o terceiro estágio e a principal característica que o define é a coexistência de dois ambientes de contratação de energia, o Ambiente de Contratação Regulada - ACR e o Ambiente de Contratação Livre - ACL.

No ACR a contratação é formalizada por meio de contratos bilaterais regulados, denominados Contratos de Comercialização de Energia Elétrica no Ambiente Regulado - CCEAR, celebrados entre agentes vendedores (geradores, produtores independentes ou autoprodutores) e compradores (distribuidores) que participam dos leilões de compra e venda de energia elétrica. Ou seja, trata-se de um *pool* de compra de energia formado pelas distribuidoras, que devem garantir o atendimento a 100% (cem por cento) de seus mercados de energia e potência, por intermédio de contratos registrados na Câmara de Comercialização de Energia Elétrica – CCEE. Os leilões são realizados com até cinco anos de antecedência em relação ao início do suprimento e o critério para definir os vencedores é o de menor tarifa para atendimento da demanda prevista pelas distribuidoras.

O ACL corresponde ao segmento de mercado no qual as operações de compra e venda de energia elétrica são livremente negociadas, por meio de contratos bilaterais, dentro de regras e procedimentos de comercialização estabelecidos para esse ambiente. Esse é o mercado dos grandes consumidores, que têm estrutura para escolher seu próprio fornecedor de energia elétrica, discutir preços e condições contratuais e com isso obter vantagens que um mercado de livre competição oferece. Atualmente o ACL representa aproximadamente 27% do mercado nacional, conforme ilustra a Figura 1.

Mercado Regulado x Livre - Maio de 2011

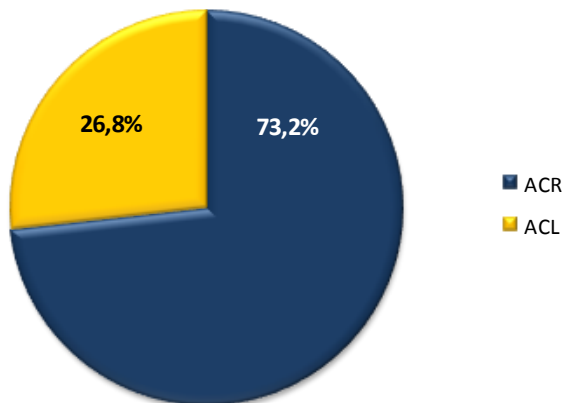


Figura 1 - Mercado Regulado x Mercado Livre (fonte: CCEE)

A Figura 2 apresenta o número de consumidores livres que fazem parte do ACL, destacando a expressiva migração verificada desde o ano de 2004.

Evolução do Número de Consumidores Livres/Especiais na CCEE

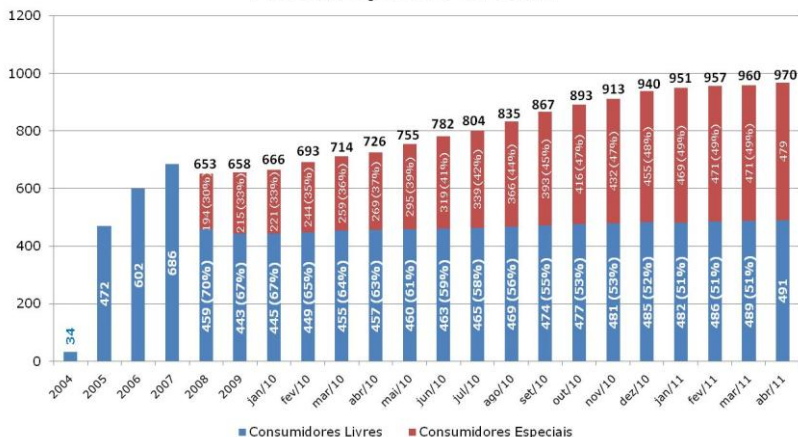


Figura 2 - Evolução do Número de Consumidores Livres na CCEE (fonte: CCEE)

No desenho atual do mercado brasileiro, toda a energia elétrica gerada e consumida no SIN é confrontada com os contratos registrados na CCEE e as diferenças são liquidadas no mercado à vista (*spot*) pelo Preço de Liquidação das Diferenças - PLD. Essa é uma das razões que torna o PLD uma importante referência para o mercado e justifica a ênfase dada neste capítulo para a discussão do processo de formação do preço.

2.2 RELAÇÃO ENTRE DESPACHO E FORMAÇÃO DE PREÇO DE CURTO PRAZO

O entendimento do processo de despacho e formação de preço tem como pré-requisito o reconhecimento de duas correntes básicas de mercado fundamentadas nos modelos *Pool* e Bilateral (DA SILVA, 2001).

- i. Modelo *Pool*: um operador do sistema calcula, com base nas ofertas de preços ou nos custos marginais de geração, o despacho ótimo que minimize o custo total de operação, sendo o preço de equilíbrio do mercado de curto prazo dado pelo recurso mais caro utilizado para atender à demanda. Neste modelo, os agentes podem assinar contratos bilaterais, que são meros instrumentos financeiros utilizados para mitigar o risco associado à volatilidade do preço de curto prazo.
- ii. Modelo Bilateral: é caracterizado pela existência de contratos bilaterais físicos para entrega de energia elétrica, sendo que o despacho realizado pelo operador do sistema visa seguir as decisões dos agentes de geração e consumo, minimizando a diferença entre os montantes contratados e a geração efetiva dos agentes, sem comprometer a segurança do sistema.

Na maioria dos países onde o processo de reestruturação foi implementado adotou-se o modelo *Pool*, que apresenta duas variações para a formação do preço de curto prazo:

- i. *Tight pool*, onde o equilíbrio de mercado é determinado indiretamente pela otimização da utilização dos recursos de geração, (MORETZ, 2004). Ou seja, no modelo *tight pool*, os agentes de geração termelétrica informam ao operador do mercado seus preços e quantidades disponíveis, enquanto os

agentes de geração hidrelétrica indicam a disponibilidade de suas usinas. De posse destes dados e do custo do déficit, o operador do mercado define o valor da água por meio de modelos computacionais de otimização e empilham as usinas em ordem crescente de preço (ordem de mérito) até que a demanda seja atendida.

Loose pool, onde o equilíbrio de mercado é determinado diretamente pelas ofertas dos agentes produtores e de consumo (oferta de preço). Ou seja, no modelo *loose pool* todos os agentes ofertam preços e quantidades para suprir uma determinada demanda, sendo que todas as ofertas aceitas são remuneradas pela oferta marginal. Este procedimento é equivalente a utilizar as ofertas dos agentes para construir a ordem de mérito sem a necessidade do modelo computacional de otimização.

Optou-se no Brasil por adotar o despacho centralizado, onde os geradores hidrelétricos declaram ao Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS a disponibilidade de cada central geradora, enquanto os geradores termelétricos informam, além da disponibilidade das centrais, os respectivos custos variáveis de *geração*, sujeitos à auditoria da Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. Essa opção é a mais comum quando se trata de mercados de energia elétrica com predominância de geração hidrelétrica, como é o caso do sistema brasileiro.

2.3 RECURSOS ENERGÉTICOS DO SIN

O sistema brasileiro é predominantemente hidrelétrico, com usinas dispostas em diferentes bacias hidrográficas, com distintos regimes hidrológicos e com várias usinas localizadas na mesma cascata. Entre as usinas há uma extensa malha de transmissão pela qual é possível integrar a geração no atendimento ao mercado, utilizando inclusive, o intercâmbio de energia entre as diferentes regiões do país, conforme ilustra a Figura 3.

Por conta da predominância hidrelétrica do sistema existe uma incerteza relacionada ao suprimento de energia, visto que o nível de armazenamento dos reservatórios pode não se recuperar de determinada decisão operativa, caso se verifique no futuro um período de baixas aflúências. Como as condições de suprimento dependem de quanto,

quando e onde chove, o processo decisório de despacho tem um caráter probabilístico.

Essas características foram determinantes para a definição de um despacho centralizado de geração no sistema brasileiro, para as respectivas metodologias de sua elaboração e para a formação do preço da energia elétrica. Para coordenar esse processo decisório, são utilizados modelos matemáticos que têm por objetivo encontrar a solução ótima de equilíbrio entre o benefício presente do uso da água e o benefício futuro de seu armazenamento, medido em termos da economia esperada dos combustíveis das usinas termelétricas.

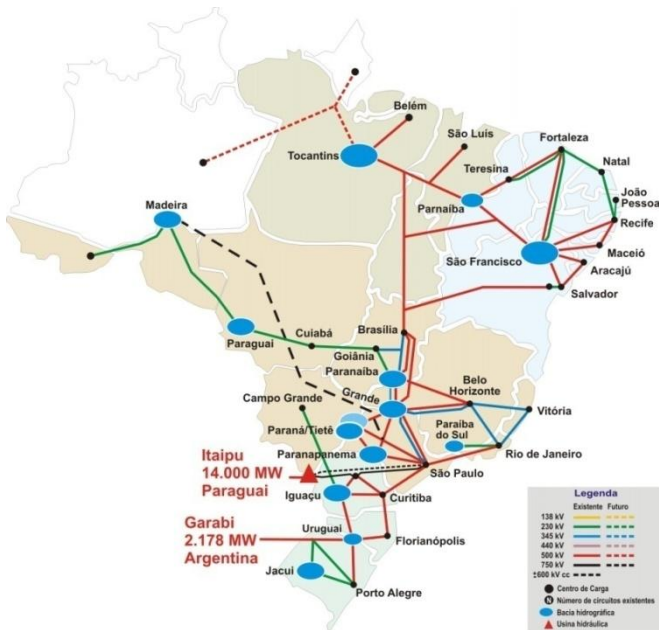


Figura 3 - Mapa de Integração Eletroenergética do SIN (Fonte ONS)

2.4 O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO

Em um sistema puramente termelétrico o custo de operação pode ser calculado diretamente pelo custo de combustível das unidades programadas para o despacho. As eventuais limitações de recursos estão relacionadas a falhas, geralmente de curta duração, nos equipamentos. Desta forma, em condições normais de suprimento de combustível, o

planejamento eletro-energético para um horizonte de algumas semanas é suficiente para a otimização dos recursos disponíveis em sistemas desta natureza.

Por outro lado, num sistema com predominância hidrelétrica, como o brasileiro, uma parcela do custo de operação é determinada indiretamente, pois está associada à disponibilidade de água nos reservatórios e às previsões de aflúências futuras. Para se atribuir um valor à água que possibilite a comparação com o custo de operação das termelétricas, são utilizadas: (i) as estimativas de aflúências futuras; (ii) a necessidade de complementação térmica valorizada pelo seu respectivo custo variável e; (iii) estimativas de corte de carga valoradas pelo custo de déficit.

No Brasil, esse problema é representado matematicamente por um modelo de otimização estocástica com acoplamento temporal e espacial. O problema é estocástico, pois as aflúências futuras ao sistema de reservatórios são desconhecidas no instante da tomada de decisão operativa. O acoplamento temporal é conseqüência da significativa participação de UHEs na matriz energética, uma vez que os reservatórios têm capacidade de armazenamento limitada e, portanto, a disponibilidade futura de energia dependerá da operação dos mesmos e das vazões afluentes futuras (DA SILVA, 2001). O acoplamento espacial advém do fato que a operação das usinas hidrelétricas depende das vazões defluentes das usinas a montante, ou seja, há uma interdependência operativa entre usinas localizadas em uma mesma cascata.

As características acima tornam o problema de coordenação dos recursos energéticos complexo e de grande porte, inviabilizando a utilização de um modelo único de solução com os recursos computacionais atualmente disponíveis. A alternativa viável consiste em dividir o problema em etapas, com diferentes níveis de detalhamento para representação do sistema, abrangendo períodos de estudo com horizontes distintos - médio prazo, curto prazo e programação diária³ – conforme ilustrado na Figura 4.

³ A Programação Diária consiste na última etapa do planejamento da operação energética e não será abordada no presente trabalho.



Figura 4 - Etapas do Planejamento da Operação

2.4.1 Etapa de Médio Prazo do Planejamento da Operação

Na etapa de médio prazo do planejamento da operação são realizados estudos para horizontes de até cinco anos à frente, para definir quais são as parcelas de geração hidráulica e térmica que minimizam o valor esperado do custo total de operação.

O modelo de médio prazo atualmente utilizado no Brasil, NEWAVE, tem representação individualizada do parque termelétrico e representação agregada, por meio de reservatórios equivalentes de energia, do parque hidrelétrico. As usinas hidrelétricas de cada subsistema são representadas por meio de um único reservatório equivalente e as linhas de transmissão, que conectam os subsistemas, são representados por meio de limites de intercâmbio. Os principais resultados obtidos nessa etapa são:

- ✓ Função de custo futuro⁴;
- ✓ Análise do atendimento energético e das condições de suprimento no futuro;
- ✓ Recomendações para a adequação de cronogramas de manutenção;

⁴ A função de custo futuro representa o custo esperado de todos os estágios futuros para uma determinada decisão no presente, sendo calculada em cada etapa do estudo e passada à próxima para coordenar as decisões.

- ✓ Estimativas dos intercâmbios entre regiões;
- ✓ Evolução do Custo Marginal de Operação - CMO⁵.

O estudo de médio prazo tem como principal objetivo orientar as decisões no curto prazo, informando as conseqüências futuras das decisões tomadas no presente. As informações obtidas na etapa de médio prazo são repassadas para a etapa de curto prazo por meio da função de custo futuro.

2.4.2 Etapa de Curto Prazo do Planejamento da Operação

O modelo de curto prazo, DECOMP, utiliza atualmente um horizonte de planejamento de dois meses, sendo o primeiro discretizado em base semanal, com aflúências determinísticas, obtidas a partir de modelos de previsão – na maior parte das bacias são utilizados modelos chuva-vazão. Para o segundo mês, a incerteza acerca das vazões afluentes aos diversos aproveitamentos do sistema é representada por meio de cenários hidrológicos.

Na etapa de curto prazo, são representadas as restrições físicas e operativas associadas ao problema (conservação da água, limites de turbinamento, defluência mínima, etc.) e o parque gerador é representado de forma individualizada, tanto para as usinas hidráulicas quanto para as térmicas. A partir daí determinam-se as metas individuais de geração das usinas hidráulicas e térmicas do sistema, bem como os intercâmbios de energia entre os subsistemas.

2.5 O CUSTO MARGINAL DE OPERAÇÃO E O PREÇO DE LIQUIDAÇÃO DAS DIFERENÇAS

Os principais resultados da etapa de curto prazo do problema de planejamento da operação são os despachos de geração por usina hidráulica e térmica em cada subsistema e os Custos Marginais de Operação - CMOs, que representam o custo variável do recurso de geração mais caro despachado, caso este ainda tenha disponibilidade para suprir o próximo incremento de carga.

Os CMOs obtidos estão relacionados com o estado de escassez de recursos do sistema e são utilizados como sinalizadores econômicos da sua atual condição de suprimento. O Preço de Liquidação das

⁵ Na etapa de médio prazo do planejamento da operação a discretização do CMO é mensal.

Diferenças - PLD é equivalente ao CMO, limitado a um piso e um teto estabelecidos pela regulamentação.

Nesse ponto cabe uma reflexão acerca da abrangência do sinal econômico fornecido pelo PLD que, apesar de aparentemente ser utilizado somente para liquidar as diferenças contratuais, tem um papel muito mais amplo para o mercado, envolvendo principalmente aspectos relacionados à eficiência econômica.

No caso do setor elétrico a eficiência econômica de curto prazo pode ser relacionada com a alocação ótima dos recursos disponíveis (eficiência alocativa), ao passo que a eficiência de longo prazo está associada ao nível de investimentos na expansão.

Para (STOFT, 2002), os preços de energia elétrica devem prover o mercado dos seguintes benefícios:

No curto prazo:

- i. Eficiência da demanda: o preço deve sinalizar ao consumidor o uso eficiente da energia elétrica, devendo o mesmo reduzir o consumo no momento de escassez ou elevá-lo na conjuntura inversa.
- ii. Eficiência do suprimento: o preço deve sinalizar a eficiência dos custos de produção, de forma que o máximo seja produzido com a mínima quantidade de recursos.

No longo prazo:

- i. Eficiência nos investimentos: o preço deve sinalizar adequadamente aos investidores a viabilidade de expansão da oferta (avaliação da remuneração do produtor) ou da demanda (exemplo: avaliação do impacto do custo futuro da energia elétrica sobre uma determinada atividade industrial).

Ou seja, o mecanismo utilizado para formação do preço de curto prazo deve ser tal, que permita a correta sinalização econômica tanto no curto quanto no longo prazo, o que mostra que a sua adequada formação constitui um pilar fundamental para o bom funcionamento do mercado⁶.

⁶ Caso o sinal de preço de curto prazo não seja suficiente para induzir o comportamento esperado do mercado na expansão, podem ser utilizados mecanismos auxiliares de sinalização (Mecanismos de Capacidade), mas isso não reduz a importância da sua correta formação.

2.6 COMPORTAMENTO DO PREÇO DE CURTO PRAZO

Historicamente o preço de curto prazo tem apresentado variações acentuadas ao longo do tempo, conforme mostra a Figura 5.

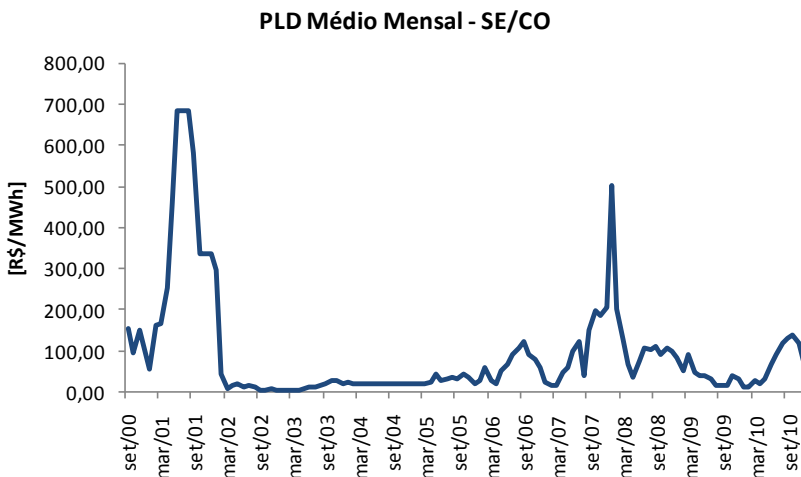


Figura 5 - Histórico do PLD médio Mensal SE/CO (Fonte: CCEE)

Essas variações podem ser atribuídas, em parte, às próprias características físicas do SIN, decorrentes da natureza aleatória da disponibilidade de recursos. Adicionalmente, existe uma volatilidade⁷ atribuída a questões de modelagem, que pode amplificar indevidamente as suas oscilações e que não constitui o foco de discussão do presente trabalho.

Dentre as características físicas do sistema que contribuem para a variação do preço de curto prazo, destacam-se:

2.6.1 Imprevisibilidade do Regime Hidrológico

Como visto anteriormente, no âmbito do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos é adotada uma abordagem

⁷ O termo volatilidade se refere ao conceito tradicional do desvio padrão das diferenças percentuais entre valores consecutivos de uma série de preços. Essa é uma métrica utilizada em análise de séries temporais para indicar a incapacidade de prever valores futuros com base em valores históricos.

probabilística de representação das incertezas associadas às projeções das afluências futuras.

As estimativas de afluências futuras são sensíveis às suas variações momentâneas, pois estas, além de influenciar diretamente o armazenamento dos reservatórios, afetam as estimativas de recurso hídrico no futuro, devido à correlação temporal existente no processo hidrológico natural.

Em outras palavras, na modelagem computacional atualmente utilizada no SIN para o planejamento da operação, a volatilidade hidrológica é transferida para a definição da estratégia da operação através da utilização do modelo PAR(p), adotado no processo de geração de cenários, que é um modelo autorregressivo no qual a tendência hidrológica passada, influencia a estimativa para os meses futuros. Como o preço de curto prazo depende intimamente das estimativas de afluências futuras, pode-se dizer que sua imprevisibilidade é uma das essências da sua volatilidade.

Outra questão relativa à configuração física do sistema que contribui para a volatilidade do preço de curto prazo é a combinação dos efeitos da redução da capacidade de regularização do SIN e a entrada de um volume expressivo de usinas termelétricas com elevado custo de operação na matriz energética brasileira.

2.6.2 Redução da Capacidade de Regularização

A redução da capacidade de regularização dos reservatórios do sistema pode ser fundamentada pela avaliação da razão entre a energia armazenável máxima⁸ e a carga do SIN, conforme ilustrado na Figura 6:

⁸ A Energia Armazenável Máxima é a máxima quantidade de energia que é gerada ao se deplecionar completamente os reservatórios de todas as usinas hidrelétricas do sistema.

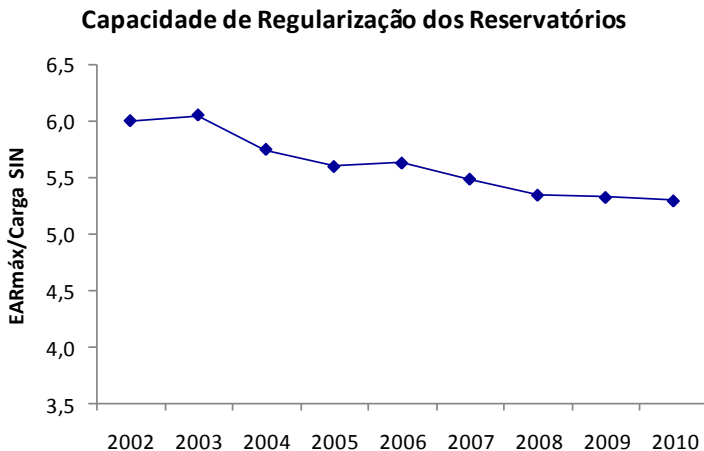


Figura 6 - Redução da capacidade de regularização dos reservatórios (fonte: ONS)

A razão $EAR_{máx}/carga\ SIN$ está diminuindo sistematicamente, como pode ser observado na Figura 6, especialmente por conta dos entraves ambientais impostos aos aproveitamentos hidrelétricos, o que faz com que a maior parte das usinas licitadas atualmente seja a fio d'água, ou com reservatórios pouco significantes.

Também é importante ter em vista que grande parte do potencial hidrelétrico nacional inexplorado está localizado na bacia amazônica, região de planície e com um regime hidrológico de grande variação sazonal. A característica de planície impede a construção de reservatórios de regularização com volume significativo e o regime sazonal afeta a contribuição energética dos aproveitamentos para o sistema, tornando-a significativa em certos períodos do ano, mas praticamente nula no período complementar.

2.6.3 Aumento da Participação Termelétrica na Matriz Energética

Com a dificuldade na obtenção de licenciamentos ambientais para aproveitamentos hidrelétricos e um período de escassez de estudos de inventário e de viabilidade técnico-econômica para novos aproveitamentos, houve, na última década, um aumento expressivo da participação termelétrica na matriz energética brasileira, fato que pode ser comprovado a partir da Figura 7.

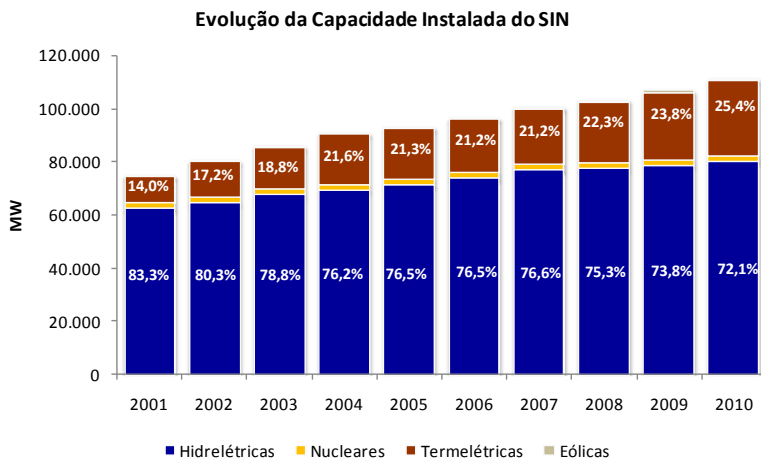


Figura 7 - Evolução da Capacidade Instalada do SIN (fonte: CCEE)

No decorrer de uma década, essa participação saltou de 14% para aproximadamente 25% de toda a capacidade instalada nacional.

A Figura 8 a seguir, detalha a composição da configuração térmica referente ao ano de 2010 por fonte de geração. Pode-se observar uma grande participação de usinas movidas a gás natural e biomassa.

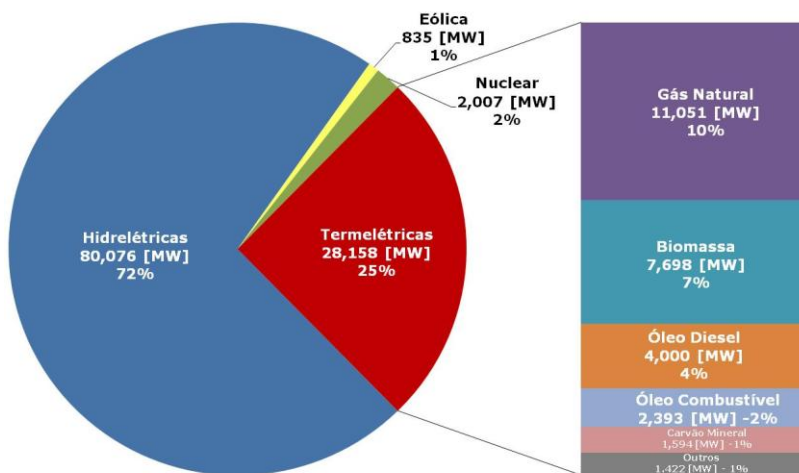


Figura 8 - Capacidade Instalada do SIN em Dezembro de 2010 (fonte: CCEE)

No entanto, ao avaliar os resultados dos Leilões de Energia Nova - LEN conclui-se que a capacidade de geração a ser agregada ao SIN apresenta grande participação de usinas movidas a óleo combustível, com custo de operação elevado. Conforme mostra a Figura 9, dos 23.687 MW médios negociados entre o 1º LEN e o 8º LEN, 11.059 MW médios são provenientes de plantas termelétricas, sendo que 4.731 MW médios correspondem a usinas a óleo combustível⁹.

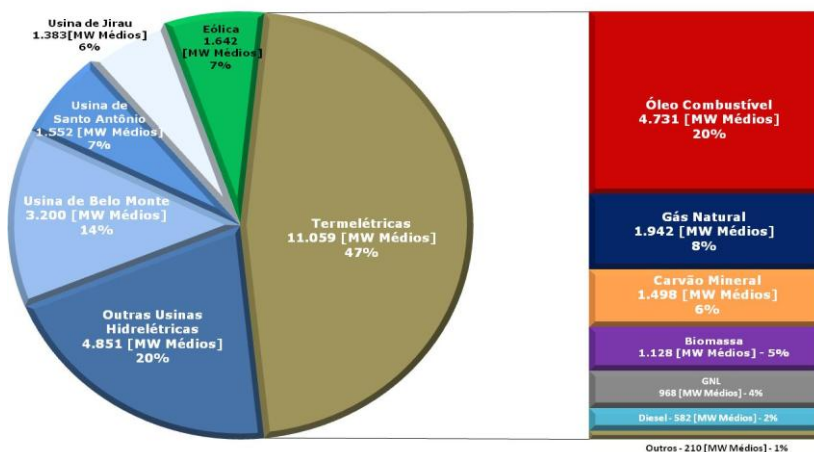


Figura 9 - Total de energia negociado nos leilões de energia nova - 1º LEN ao 8º LEN – (Fonte: CCEE)

Grande parte das usinas movidas a óleo combustível foi licitada no 7º LEN (A-5 de 2008) e, portanto, ainda se encontra em fase de construção, com entrada em operação comercial prevista para o ano de 2013. Apesar da expressiva capacidade adicional que essa contratação representa, sua qualidade é discutível, principalmente quando avaliada à luz da tendência mundial de expansão da matriz energética por meio de fontes renováveis de geração.

⁹ Na regulamentação vigente, o índice de classificação dos empreendimentos utilizado para valorar a energia termelétrica contratada por disponibilidade tem se mostrado pouco sensível ao Custo Variável Unitário - CVU das termelétricas, o que fez com que um montante considerável de usinas caras fosse contratado. A pouca sensibilidade do índice em relação aos CVUs elevados tem sido contornada por meio da limitação do CVU máximo para participação nos leilões de contratação de energia nova.

2.6.4 Conseqüências da Alteração da Matriz Energética Nacional

No que se refere ao comportamento do preço de curto prazo, a principal conseqüência da alteração da composição da matriz energética brasileira, são picos de preço mais freqüentes e de maior amplitude.

O levantamento ilustrado na Figura 10, mostra um balanço entre a oferta e demanda de energia projetada de 2011 a 2015, e contribui com a fundamentação dessa afirmação. Pode-se observar por meio desse estudo, que a característica da curva de oferta da matriz energética nacional define uma região de instabilidade, onde uma pequena variação da oferta ou demanda pode resultar em grandes oscilações do PLD¹⁰.

Pode-se concluir, portanto, que as características físicas atuais do sistema brasileiro (dependência do comportamento hidrológico futuro e redução da capacidade de regularização dos reservatórios) e da expansão a ser agregada (aumento da participação termelétrica com elevado custo de operação e sazonalidade da oferta energética dos grandes aproveitamentos da região amazônica) contribuem para as significativas variações verificadas no comportamento do PLD.

¹⁰ Dados extraídos do deck do PMO de jan/2011.

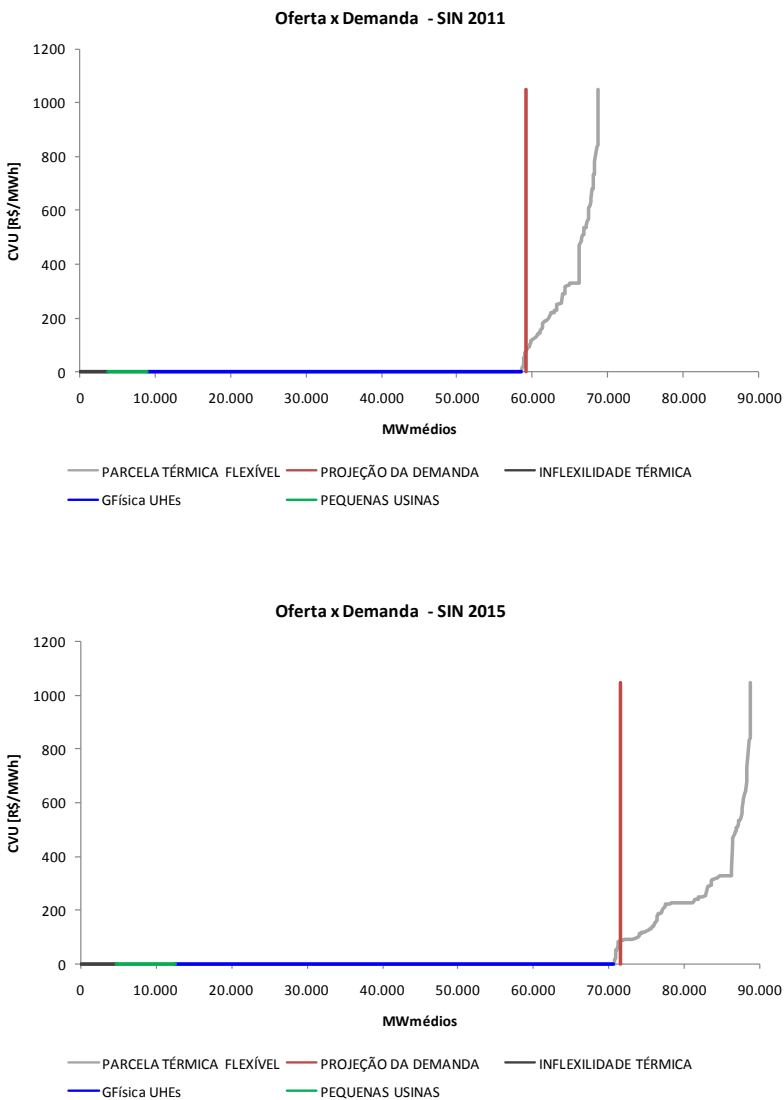


Figura 10 - Balanço de Energia (Fonte: Deck PMO de jan/2011)

2.6.5 Arbitrariedade no Despacho Complementar aos Modelos de Otimização

Além das características físicas do sistema elétrico brasileiro e de questões relacionadas aos modelos de formação de preços, existe outra questão que agrava o problema da imprevisibilidade do PLD.

Como visto anteriormente, em seu conceito inicial, o CMO seria proveniente da definição da operação ótima do sistema e representaria o recurso marginal necessário ao atendimento da demanda. Como forma de sinalizar ao mercado o custo de utilização dos recursos, o PLD seria equivalente ao CMO, limitado a um piso e um teto estabelecidos pela regulamentação do setor.

A partir do racionamento ocorrido em 2001 foram incorporados aos processos de decisão da operação do sistema, mecanismos que estabelecem o despacho térmico preventivo, complementar ao despacho definido pelos modelos de otimização, com o objetivo de garantir maior segurança no abastecimento do SIN.

Esses mecanismos foram incorporados aos modelos por meio de heurísticas que não têm consenso por parte dos agentes do mercado e com a sua inclusão houve um distanciamento entre os critérios utilizados na formação de preços (despacho pelo mínimo custo) e os critérios utilizados para a operação (que leva em conta aspectos adicionais de segurança).

Os mecanismos adicionais de segurança operativa configuram-se como um critério de suprimento adicional, aplicável apenas no horizonte da operação. Dado que o critério de suprimento no âmbito do planejamento da expansão pressupõe a possibilidade de ocorrência de déficit, é natural a busca por mecanismos mitigadores deste risco quando da operação do SIN¹¹.

Acontece que em determinados momentos o preço de curto prazo pode deixar de refletir condição de escassez de recursos energéticos do sistema. Podem ocorrer situações em que o PLD se verifica baixo, ao mesmo tempo em que os mecanismos de segurança adicionais apontam para a decisão de despacho antecipado de usinas termelétricas de alto custo de operação. Esse tipo de comportamento inesperado é amplificado por conta da arbitrariedade encontrada na definição dos parâmetros utilizados para determinação do despacho termelétrico complementar.

¹¹ Os mecanismos adicionais de segurança operativa não são considerados no processo de formação de preço.

O que se discute aqui não é o mérito que envolve a alocação do sobrecusto operativo incorrido pela adoção de um critério mais restritivo de suprimento na operação do que na expansão, mas sim a arbitrariedade na determinação do despacho termelétrico complementar, que aumenta a imprevisibilidade do preço de curto prazo, trazendo consequências comerciais para o mercado (se num ambiente estável e previsível, o custo associado à percepção de risco diminui, num ambiente volátil e imprevisível, ele cresce consideravelmente).

2.7 PAPEL DO PREÇO NA COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Quando se trata da comercialização de *commodities*, o principal preço de mercado é o preço à vista para entrega imediata do produto. O mercado no qual são estabelecidas estas compras e vendas à vista com entrega imediata deve sua relevância ao fato de ser o comprador e o vendedor de última instância na cadeia de comercialização. Os demais preços do produto, para entrega em instantes de tempo futuros, derivam de alguma forma do preço de curto prazo.

No setor elétrico esta relação também é verdadeira e o preço de curto prazo permeia inúmeros instrumentos setoriais, sendo uma referência para:

- i. Decisões de contratação e gerência de risco de consumidores livres;
- ii. Impactos em tarifas de consumidores regulados;
- iii. Critério de seleção de projetos em leilões de energia nova para termelétricas;
- iv. Incentivar práticas prudentes por parte de geradores e consumidores;
- v. Incentivar a otimização da manutenção de unidades geradoras;
- vi. Incentivar economia de energia em situações de escassez.

No curto prazo, portanto, a influência do PLD nas decisões de contratação é direta e a volatilidade verificada em sua trajetória proporciona riscos associados à gestão dos contratos, pelo grau de incerteza contido nas decisões envolvendo as operações de compra e venda.

No longo prazo, a referência de preço mais importante para a comercialização de energia elétrica é a tarifa de energia do ACR, pois se os preços praticados no ACL tornarem-se menos atrativos, o

consumidor retorna a sua condição de Cativo¹². Mas é preciso ter em mente que a tarifa de energia praticada no ambiente regulado também sofre influência do preço de curto prazo (por exemplo, tarifas de distribuidoras dependem de contratos por disponibilidade¹³, cujo custo depende do PLD). Ou seja, apesar de toda a dificuldade encontrada para construir uma projeção de preços, essa é uma importante referência para definição da política de contratação dos agentes.

2.8 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi apresentado um levantamento atualizado de questões comerciais e físicas do setor elétrico brasileiro com o intuito de inserir a proposta de trabalho no contexto vigente. Foram discutidos alguns aspectos referentes à formação do preço de curto prazo, destacando as recentes alterações da matriz energética nacional que contribuem para as variações verificadas no seu comportamento. Pelo exposto, pode-se concluir que o SIN está evoluindo gradativamente para a condição de um sistema realmente hidrotérmico, onde os picos de preços serão cada vez mais frequentes e de maior intensidade.

Como o comportamento do preço é pouco previsível e as oscilações são grandes, é importante que os níveis de risco sejam quantificados e gerenciados num processo dinâmico de realimentação de informações, visto que as variáveis de decisão envolvidas sofrem alterações constantes. É nesse contexto que a proposta deste trabalho se insere, buscando uma solução (política de decisão) que forneça o melhor *trade-off* entre risco e retorno para a carteira de contratos do agente gerador.

¹² Consumidor Cativo é aquele que adquire energia de concessionária ou permissionária à cuja rede esteja conectado e segundo tarifas regulamentadas pela ANEEL, tendo um Contrato Padrão com a concessionária.

¹³ Os Contratos de Disponibilidade de Energia são aqueles nos quais tanto os riscos, como os ônus e os benefícios da variação de produção em relação à energia assegurada, são alocados ao *pool* e repassados aos consumidores regulados.

CAPÍTULO 3

COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA – ESTADO DA ARTE

Conforme descrito no Capítulo 2, com o processo de reestruturação do setor elétrico, a remuneração do capital investido no segmento de geração de energia elétrica passa a ser função da estratégia de comercialização adotada e atividades tais como a quantificação do risco e a administração do portfólio de contratos passam a ser priorizadas pelos agentes do mercado.

Esta transição motivou a demanda por instrumentos de gerenciamento de riscos compatíveis com uma estrutura de mercado competitivo, o que cria uma nova e extensa área para desenvolvimento de pesquisa. O objetivo deste capítulo é fazer um apanhado geral sobre os vários trabalhos que em conjunto representam o estado da arte no desenvolvimento de técnicas de comercialização de energia elétrica.

3.1 INTRODUÇÃO

Como se trata de um problema relativamente novo, as publicações nesta área de pesquisa discutem as mais variadas abordagens, cada uma com um objetivo distinto. Alguns trabalhos discutem conceitualmente os tipos de risco envolvidos no negócio, como o risco regulatório, de crédito, de mercado, operacional, sistêmico, dentre outros, e qual a métrica mais adequada para a sua quantificação e controle. Outros propõem adaptações para o setor elétrico, de técnicas desenvolvidas inicialmente para o mercado financeiro, como os instrumentos derivativos, ou então de variáveis linguísticas e inteligência artificial.

Alguns autores exploram as características estocásticas do problema e sugerem técnicas de solução e avaliação da qualidade da solução. Neste caso, muito se desenvolveu no Brasil tendo como motivação o problema de planejamento da operação. Por fim, em alguns trabalhos o objetivo principal está na fidelidade da reprodução da regulamentação do setor (regras algébricas de comercialização, penalidades, etc.).

Para facilitar a compreensão da produção científica desta área de pesquisa, (DAHLGREN & LIU, 2003) propõem uma classificação a partir dos seguintes tópicos:

- i. Conceitos gerais de avaliação de risco;
- ii. Ferramentas de apoio à tomada de decisão;
- iii. Técnicas de previsão de preço em um mercado competitivo; e
- iv. Técnicas de proteção (*hedging*) baseadas em instrumentos derivativos.

Seguindo uma linha de raciocínio semelhante, a revisão bibliográfica apresentada a seguir está classificada de acordo com as seguintes características:

- i. Os primeiros modelos matemáticos e as questões conceituais envolvendo a avaliação de risco;
- ii. Aplicação de técnicas desenvolvidas para o mercado financeiro;
- iii. Aplicação de variáveis linguísticas e inteligência artificial;
- iv. Modelos de otimização estocástica; e
- v. Publicações com foco na regulamentação do setor elétrico brasileiro.

3.1.1 Os Primeiros Modelos Matemáticos e as Questões Conceituais Envolvendo a Avaliação de Risco

Um dos primeiros modelos matemáticos utilizados para seleção de investimentos na área econômico-financeira foi o modelo média-variância de Harry Markowitz, (MARKOWITZ, 1952). Esse é um marco importante na história das finanças e apesar de não ser mais uma unanimidade (é discutida a utilização da variância como métrica de risco) o conceito desenvolvido pelo autor é utilizado até os dias de hoje, tanto no mercado financeiro como no contexto do setor elétrico.

Por exemplo, (BJORGAN, LIU, & LAWARRÉE, 2003) propõem uma forma de gerenciamento de risco para um sistema termelétrico por meio da possibilidade da elaboração de uma carteira composta por Contratos Futuros¹⁴. A ferramenta utilizada para selecionar o portfólio é

¹⁴ Contratos Futuros são negociados em bolsas de valores e têm uma padronização em termos de quantidade, qualidade (especificações da *commodity*), data de vencimento e local de entrega.

a técnica da Fronteira Eficiente de Markowitz; sendo modelado o comportamento do decisor via curvas de indiferença¹⁵.

(DENTON, 2003), segue esta mesma forma de abordagem do problema, mas propõe uma metodologia de previsão de preços baseada em resultados da década anterior, sendo investigados os aspectos fundamentais que direcionam as variações de mercado e desenvolvidos cenários de projeção de preço baseados nestas informações. No entanto, diferentemente de (BJORGAN, LIU, & LAWARRÉE, 2003), são utilizados contratos de opção ao invés de contratos futuros para compor a carteira. O gerenciamento do risco é realizado por meio de informações obtidas pela análise do *Value at Risk* e *Cash Flow at Risk* associados à Teoria de Portfólios de Markowitz.

Ambos os trabalhos foram desenvolvidos para sistemas termelétricos, mas aplicações desta natureza também são encontradas em mercados com predominância hidrelétrica, como é o caso de (SILVEIRA, 2001) e (ARFUX, TEIVE, & SILVEIRA, 2004).

Como visto, o modelo de Markowitz não é uma unanimidade na literatura e os questionamentos a respeito da utilização da variância como métrica de risco motivaram o desenvolvimento de outros trabalhos, sugerindo novas métricas como, por exemplo, (KONNO & YAMAZAKI, 1991) com o modelo do Desvio Absoluto Médio e (YOUNG, 1998) com o modelo Mini-Máx.

O surgimento de novas métricas de quantificação de risco motivou, por sua vez, o desenvolvimento em (ARTZNER & DELBAEN, 1998) de uma classificação a respeito de propriedades consideradas desejáveis para uma medida de risco (medidas coerentes de risco). Toda essa evolução dos modelos que quantificação de risco será apresentada de maneira detalhada no Capítulo 4.

Paralelamente ao desenvolvimento dos modelos matemáticos, muitas publicações trazem discussões conceituais a respeito da avaliação de risco como, por exemplo, (ANDERS & ENTRIKEN, 1999) que apresentam um tutorial com técnicas utilizadas para identificar, modelar e gerenciar o risco de mercado. São utilizados conceitos do mercado financeiro, do setor elétrico e práticas de apoio à tomada de decisão.

Da mesma forma em (RAMOS, 2002) é apresentada uma visão geral do problema de comercialização, no entanto, seu foco principal é o mercado de eletricidade brasileiro. Assim como em (SCHUCH &

¹⁵ Uma curva de indiferença é uma função que mostra combinações de bens, na quantidade que torna o consumidor indiferente (mesmo nível de satisfação, ou seja, a utilidade não muda). As curvas de indiferença são muito utilizadas para representar as preferências do consumidor.

PORRUA, 2003) que analisam as possibilidades de comercialização de energia elétrica no Brasil, destacando os aspectos regulatórios envolvidos.

(SCHOUCHANA, 2007) destaca os principais fatores de risco na comercialização de energia elétrica e características específicas desta *commodity* como: (i) o tempo longo de resposta para que a expansão da geração atenda ao crescimento da demanda; (ii) o sinal de preço que estimula os investimentos deve ser captado muito antes do que outros produtos de ciclo mais curto de produção; (iii) fatores que determinam o preço no curto prazo são diferentes dos que o determinam no longo prazo. Assim sendo, o preço futuro de longo prazo não é igual ao preço à vista somado às expectativas de oferta e demanda futura (como nas outras commodities).

O preço futuro da eletricidade é função da viabilidade econômica do investimento (oferta) e da viabilidade econômica dos produtos que consomem esse bem (demanda). Por essa razão, dentre todas as commodities de energia, a eletricidade constitui o maior desafio para os agentes do mercado para modelar o comportamento do seu preço.

3.1.2 Adaptação de Técnicas Desenvolvidas para o Mercado Financeiro

Muitos trabalhos propõem adaptações para o setor elétrico de técnicas desenvolvidas inicialmente para o mercado financeiro e o foco principal deste tipo de estudo geralmente envolve a utilização de instrumentos Derivativos¹⁶. Estes contratos são bastante difundidos na área financeira, mas em um ambiente de mercado de energia elétrica, pela própria natureza do ativo negociado, algumas adaptações devem ser realizadas para viabilizar sua aplicação (PILIPOVIC, 1997).

Os autores (LEGEY & KAZAY, 2002) concluem que embora vários dos instrumentos e métodos de avaliação de riscos estejam bem estabelecidos em outros mercados e possam ser transferidos sem grandes dificuldades para o mercado de eletricidade, há algumas características próprias desse setor - a mais notável delas a incapacidade de se armazenar energia elétrica em grandes quantidades - que tornam necessária a adaptação das sistemáticas tradicionalmente utilizadas para a valoração de Derivativos e para a modelagem de processos de variação

¹⁶ Os Derivativos podem ser definidos como instrumentos financeiros cujo valor depende dos valores de outras variáveis básicas que o referenciam.

de preços. A partir desta premissa vários trabalhos foram desenvolvidos para o contexto do setor elétrico.

Por exemplo, (BJORGAN, 2000) propõe a utilização no setor elétrico de contratos do tipo *forward*¹⁷ com flexibilidade na entrega da energia, especificando um intervalo de variação em relação ao suprimento. O autor também propõe uma metodologia de precificação dessa flexibilidade. De maneira semelhante (PALAMARCHUK, 2003) modela contratos flexíveis com retornos representados por uma função capaz de refletir a incerteza associada à flexibilidade oferecida.

(AZEVEDO & VALE, 2003) propõem um modelo matemático de apoio à tomada de decisão que traduz a estratégia ótima de comercialização para uma carteira com possibilidades de negociação através de contratos *forward*, futuros e de opção. Algumas variações de instrumentos derivativos são encontradas em (GEDRA, 1994), que utiliza conceitos de contratos de opção e contratos *forward*, mas compõe a carteira com contratos exóticos do tipo *callable forward* e *puttable forward*. O método de precificação destes contratos é baseado no modelo de *Black Scholes*.

Já (TANLAPCO, LAWARRÉE, & LIU, 2002) não recomendam o uso do modelo de *Black Scholes* para precificação de opções no setor elétrico, pois segundo os autores, esta teoria parte de premissas não aplicáveis à este contexto, tais como o modelo lognormal do comportamento dos preços. Os mesmos autores propõem o uso de contratos futuros para proteção contra volatilidade dos preços em mercados desregulamentados de energia elétrica. De maneira semelhante (VÁZQUEZ, RIVIER, & ARRIAGA, 2002) defendem um sistema de comercialização, com mínima intervenção regulatória, baseado nos contratos financeiros de opção, os quais introduziriam algum *hedging* para os agentes comercializadores.

Atualmente, o estágio mais avançado de amadurecimento em que o mercado brasileiro se encontra, traz novamente à tona propostas desse tipo, buscando tornar um aliado do setor elétrico, o sofisticado mercado financeiro de que o Brasil dispõe. Dessa forma, alguns esforços estão sendo realizados no sentido de criar um mercado de balcão organizado, podendo evoluir para transações em bolsa, o que possivelmente atrairia novos entrantes na cadeia de comercialização do mercado livre, como já se verifica em outros países.

¹⁷ O contrato *forward*, ou a termo é o derivativo mais simples sendo definido como um acordo de compra ou venda de um ativo em uma data futura, por preço pré-especificado. Estes contratos não são negociados em bolsas, são acordos particulares entre instituições financeiras conhecidos como contratos de balcão.

3.1.3 Aplicação de Variáveis Linguísticas e Inteligência Artificial

Assim como em (BJORGAN, LIU, & LAWARRÉE, 2003), citado anteriormente, muitos trabalhos utilizam técnicas que possibilitam modelar as preferências do decisor quanto às possibilidades de assumir um determinado nível de risco ou retorno. Um exemplo desta abordagem pode ser encontrado em (TEIVE & MARTIN, 2001) onde o problema de otimização de portfólios é resolvido via teoria de Markowitz e o perfil do decisor é modelado por meio de funções utilidade quadráticas. De maneira semelhante, (SCHMUTZ, GNANSOUNOU, & SARLOS, 2002) e (ZELAYA, TEIVE, & CAMARGO, 2004) também utilizam o conceito de variáveis linguísticas que representam a percepção de risco do decisor, mas neste caso são modeladas por meio de um sistema Fuzzy.

Além da lógica Fuzzy, outras técnicas de inteligência artificial têm sido aplicadas especialmente ao problema de otimização de portfólios, em particular os algoritmos multi-objetivos. Em (SKOLPADUNGKET, DAHAL, & HARNPORNCHAL, 2007) algoritmos genéticos multi-objetivos foram aplicados a um problema geral de otimização de portfólios, com o propósito de fornecer ao decisor a fronteira de Pareto com as soluções não dominadas.

Num contexto semelhante, (TEIVE, GUDER, & SEBBA, 2010) propõem o uso do algoritmo genético multi-objetivo Niched-Pareto para solucionar o problema de otimização de portfólios de contratos de energia elétrica. Neste trabalho considera-se o portfólio formado por contratos de opção (*call* e *put*), contratos bilaterais e *spot*. O algoritmo encontra a fronteira de Pareto, considerando os critérios de *VaR*, *CVaR*, retorno e variância e, ao final, busca-se modelar o perfil de aversão ao risco do decisor via teoria multi-critério.

3.1.4 Modelos de Otimização Estocástica

Alguns trabalhos se concentram na representação das características estocásticas do problema de Seleção de Portfólios. (SHAPIRO & PHILPOTT, 2007), por exemplo, apresentam um tutorial que introduz algumas noções básicas sobre o assunto. São discutidas as características que definem um problema estocástico e a possibilidade de aproximar o comportamento de uma variável aleatória por meio de uma Função de Distribuição de Probabilidade - FDP conhecida. A partir dessa aproximação são discutidas algumas alternativas para resolver o problema de otimização resultante (problema de dois estágios e

problemas multi-estágios) e, por fim, a relevância de se avaliar a qualidade da solução obtida. Nesse trabalho também é discutida a questão do controle de risco numa condição de otimização sob incerteza.

Em (SHAPIRO, 2008) várias abordagens para controle de risco (variância ou restrições probabilísticas) são discutidas utilizando como pano de fundo o problema da seleção de portfólios. Nesse trabalho o autor ratifica a conclusão de (ARTZNER & DELBAEN, 1998) a respeito das medidas coerentes de risco, destacando o fato de que o *CVaR* atende a essas características (Monotonicidade, Subaditividade, Homogeneidade Positiva e Invariância de Translação) sendo considerado portanto, como uma medida coerente de risco¹⁸.

Em um trabalho mais recente (SHAPIRO, 2010) descreve o problema de Seleção de Portfólios a partir de um modelo simples de maximização de retorno, e a partir deste modelo o autor descreve inúmeras formas de controle de risco para problemas de dois estágios e problemas multi-estágios. Outros trabalhos com abordagens semelhantes sobre problemas de otimização estocástica podem ser encontrados em (SHAPIRO & RUSZCZYNSKI, 2006), (EICHORN & RÖMISCH, 2005) e (RIEDEL, 2004).

Já (CARRIÓN, PHILPOTT, & CONEJO, 2007) apresentam uma técnica baseada em programação estocástica para resolver o problema de aquisição de energia de um grande consumidor que tenha como fontes de fornecimento um montante limitado de auto-produção, contratos bilaterais e um *pool* constituído de leilões *day-ahead* bem como leilões com curto horizonte de tempo.

Como o trabalho considera a perspectiva de um grande consumidor que detém uma capacidade de auto-produção limitada (unidade de cogeração) seu intuito é mostrar uma metodologia que permita obter uma decisão ótima envolvendo contratos bilaterais, sua auto-produção e a participação no *pool*. Ou seja, o objetivo perseguido é minimizar o valor esperado do custo de aquisição da energia enquanto a volatilidade é limitada pela incorporação da aversão a risco por meio da metodologia do *CVaR*.

É importante observar que, num mercado onde os contratos bilaterais podem ser fechados numa base diária, semanal ou mensal, são os contratos com horizontes de tempo mais longos que oferecem uma proteção mais efetiva contra a volatilidade do preço do *pool*. E é dessa relação entre a contratação no curto prazo e no longo prazo que o modelo busca extrair os melhores resultados financeiros para o decisor.

¹⁸ As propriedades de uma medida coerente de risco serão detalhadas no Capítulo 4.

Outro aspecto interessante é que neste trabalho a incerteza é representada detalhadamente por meio de uma modelagem estocástica mas, para controlar a dimensão do problema, são utilizadas técnicas de redução de cenários.

Em um trabalho semelhante (CONEJO & BERTRAND, 2008) abordam o problema de um produtor independente transacionando energia em dois mercados, um *pool* e um mercado futuro - que propicia proteção contra o risco de volatilidade do preço do *pool*.

O problema foi tratado por meio de um modelo de programação estocástica onde a incerteza no preço é representada a partir de um conjunto de cenários. Cada cenário contém uma plausível realização do preço *pool*. No entanto, assim como no trabalho de (CARRIÓN, PHILPOTT, & CONEJO, 2007), para que o problema de programação linear inteiro-mista resultante fosse tratável os cenários foram convenientemente reduzidos.

Portanto, suas principais contribuições são a consideração do risco por meio da metodologia do *CVaR*, o desenvolvimento de um procedimento heurístico de geração de cenários, a utilização de técnicas de redução de cenários com o intuito de tornar tratável o problema linear inteiro misto de otimização de grande porte e a análise de um caso real baseado no mercado Espanhol de energia.

No Brasil, (MARZANO & MELO, 2003), desenvolveram um modelo aplicado ao contexto do setor elétrico nacional. A formação de cenários de preços é baseada nas simulações do custo marginal de operação. Em seu trabalho o autor estabelece uma comparação entre contratos bilaterais imediatos e futuros e o mercado de curto prazo, abordando a característica dinâmica de atualização do portfólio. São propostas três metodologias de solução, sendo que duas delas utilizam o conceito da Programação Dinâmica Estocástica Dual - PDDE. O trabalho desenvolvido modela o problema por meio de variáveis aleatórias, onde o processo de decisão consiste em definir qual o volume de energia a ser transacionado em cada contrato candidato.

(BARROSO, 2007) apresenta em seu trabalho uma introdução ao uso de técnicas de programação estocástica para tomada de decisão sob incerteza em mercados de eletricidade. São consideradas como fontes de incerteza o preço da energia, o preço e a disponibilidade de combustíveis de termelétricas e a expectativa de crescimento da demanda. O artigo discute a questão da “Maldição da Dimensionalidade” encontrada em problemas estocásticos. O autor sugere uma formulação via programação linear inteira mista, semelhante às citadas anteriormente, e que reduz o número de cenários considerados

sem reduzir significativamente a informação embutida na árvore de cenários.

Trabalhando com foco na geração de cenários, (PIRES, 2008) utiliza uma técnica com abordagem probabilística (Monte Carlo) e determinística (Quasi-Monte Carlo), para a avaliação do impacto da mudança dos cenários nas respostas do modelo de otimização. Para a redução dos cenários, são adotadas as reduções *Backward* e *Backward-Média*, que aproxima as séries por meio da soma das probabilidades das séries de menor distância euclidiana entre elas. Para controle do risco, o autor utilizou o *Conditional Value at Risk – CVaR*.

Ainda se referindo ao mercado brasileiro, (ZANFELICE, 2007) desenvolveu um modelo de otimização estocástica utilizando a técnica de programação mista onde foram representadas as restrições operacionais e regulatórias, intrínsecas ao processo de compra e venda de energia, bem como as várias alternativas de contratação futura das empresas distribuidoras, via leilões regulados.

Já (CABERO & BAÍLLO, 2005) apresentam uma metodologia para gerenciamento integrado de risco de mercado de uma empresa situada no mercado espanhol de energia, com plantas hidrelétricas e termelétricas de geração de energia no médio prazo (um ano). A metodologia proposta inclui três passos: (i) geração de cenários de preço; (ii) aproximação desses cenários para uma árvore multi-variada; (iii) otimização do desempenho financeiro da companhia via programação estocástica. O modelo de otimização permite a composição de um portfólio diversificado, tendo como propósito, a mitigação do risco.

Embora o detalhamento e os objetivos de cada um desses trabalhos citados na Seção 3.1.4 sejam diferentes, a organização geral, na maioria dos casos, recai sobre a solução de um problema estocástico de programação linear, multi-estágio e de grande porte. Como visto anteriormente, muito se desenvolveu no Brasil sobre técnicas de solução de problemas desta natureza, tendo como motivação o problema de planejamento da operação energética de sistemas de energia.

É o caso de (DA COSTA & SOARES, 2010) que contribuem de maneira muito didática para o entendimento da convergência do algoritmo da PDDE, comparando a situação onde o conjunto de cenários *forward* é amostrado com a Amostragem Aleatória Simples – AAS e mantido fixo durante as iterações, ou quando é utilizada a reamostragem na recursão *forward*. Já (FILHO, 2002) apresenta um estudo comparativo entre as técnicas da Programação Dinâmica Estocástica - PDE e da PDDE na resolução do problema de planejamento da operação

e (DIAS, 2010) apresenta uma metodologia para determinar o nível mínimo de discretizações necessário para modelagem das funções de custo futuro na PDE. O trabalho de (DE MATOS, 2010) também contribui de maneira muito didática para o entendimento de tais técnicas de solução, especialmente a PDDE.

3.1.5 Publicações com Foco na Regulamentação do Setor Elétrico Brasileiro

Algumas publicações propõem um modelo para a gestão dos riscos de comercialização de uma empresa geradora especificamente sob a luz das regras do mercado de energia elétrica brasileiro. Um exemplo é o trabalho de (PINTO, FERNANDEZ, & MACÊDO, 2007), onde os autores propõem uma solução integrada para a construção do portfólio ótimo considerando incertezas no preço e na demanda, mas com o objetivo de minimizar o custo de exposição ao mercado de curto prazo. O modelo corresponde a um problema estocástico não linear de programação inteira e é resolvido por um algoritmo customizado desenvolvido pelos autores. No módulo de previsão de demanda indicado na Figura 11 são utilizadas variáveis econômicas e climatológicas.

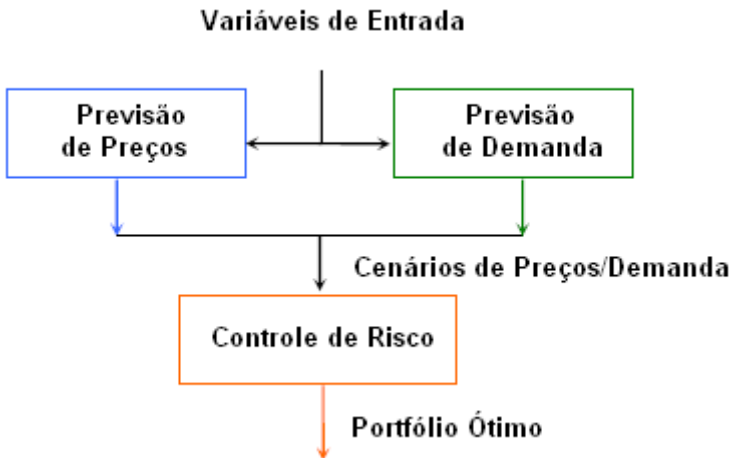


Figura 11 - Esquema de Gerenciamento de Riscos

Em (PINTO, MACÊDO, & TOMAZ, 2008) os autores também avaliam o risco da carteira sob a ótica da regulamentação do setor e contemplam todas as suas nuances, inclusive o Mecanismo de Realocação de Energia - MRE. O modelo busca refletir as metas e percepções do agente, por meio da otimização multi-objetivo: é possível escolher entre uma produção total constante (máxima garantia física) ou o máximo retorno (máxima margem de comercialização).

Em um trabalho com um foco um pouco diferente, (PINTO, LEITE, & MACÊDO, 2009) propõem uma ferramenta de otimização da carteira de contratos cujo objetivo principal é a avaliação de risco de crédito da contraparte. É proposta uma modelagem qualitativa e quantitativa que avalia as características da empresa que podem influenciar em sua qualidade de crédito.

Na análise qualitativa são considerados critérios como: (i) capacidade da organização - se a empresa cumpre seus compromissos no curto prazo e no ambiente institucional vigente, (ii) capital da organização - situação econômica e financeira, (iii) caráter da organização - intenção da empresa em cumprir seus compromissos, (iv) colateral e conglomerado - análise do grupo da empresa, (v) condição de mercado - riscos que envolvem o setor, como secas, política, etc.

A análise quantitativa é baseada em técnicas de Análise e Regressão Linear, segundo as quais a qualidade de crédito de uma empresa é modelada em função de um conjunto de indicadores: (i) despesas financeiras, (ii) ativo total médio, (iii) ativo circulante, (iv) passivo circulante, (v) investimentos, (vi) lucro operacional, (vii) lucro líquido, (viii) margem bruta e (iv) ciclo financeiro.

Também sob a ótica atual da regulamentação do setor, (STREET, 2004) apresenta os modelos de Função Utilidade Quadrática, Exponencial, Logarítmica, Linear por Partes para definir a estratégia de oferta de agentes geradores em leilões de contratação de energia. Em um trabalho mais recente (STREET, 2009), o mesmo autor explora a técnica do *Conditional Value at Risk* como ferramenta de controle de risco, e em (RUDLOFF & STREET, 2011) os autores apresentam uma interpretação econômica do problema de seleção de portfólios.

3.2 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi apresentado um apanhado geral sobre os trabalhos que representam o estado da arte no desenvolvimento de técnicas de comercialização de energia elétrica. Para facilitar a

compreensão do conteúdo disponível na literatura, a revisão bibliográfica foi classificada de acordo com as seguintes características dos trabalhos (i) os primeiros modelos matemáticos e as questões conceituais envolvendo a avaliação de risco, (ii) adaptação de técnicas desenvolvidas para o mercado financeiro, (iii) aplicação de variáveis lingüísticas e inteligência artificial, (iv) modelos de otimização estocástica; e, por fim, (v) publicações com foco na regulamentação do setor elétrico brasileiro.

A partir deste levantamento geral da literatura, os principais modelos matemáticos de quantificação de risco foram selecionados para apresentação detalhada no Capítulo 4. O intuito desta avaliação detalhada consiste em selecionar o modelo que melhor se adapta às especificidades do setor elétrico brasileiro. Como critério auxiliar de seleção, serão utilizadas as propriedades desejáveis à uma medida de risco, conforme descreve o trabalho de (ARTZNER & DELBAEN, 1998).

Também foi visto no presente capítulo que, no Brasil, muito se desenvolveu sobre técnicas de solução de problemas de otimização estocástica, tendo como motivação o problema de planejamento da operação energética de sistemas de energia. Apesar do objetivo totalmente distinto do problema de Seleção de Portfólios, esse conhecimento é perfeitamente aproveitável, pois, de maneira geral, o modelo matemático resultante é semelhante (modelo estocástico, multi-estágio e de grande porte).

Por fim, é importante observar a contribuição que o presente trabalho apresenta quando comparado ao tratamento do problema de comercialização de energia e sua solução em relação às diversas publicações da literatura, especialmente por conta do tratamento do *CVaR* de maneira independente, ou seja, sem o conhecimento prévio do *VaR* e a internalização dessa característica - nível de aversão ao risco do decisor - no modelo de otimização. Essa contribuição será descrita de maneira detalhada nos capítulos seguintes.

CAPÍTULO 4

MÉTRICAS DE GERENCIAMENTO DE RISCO E SELEÇÃO DE PORTFÓLIOS

O presente capítulo apresenta as principais métricas desenvolvidas na área econômico-financeira com o objetivo de mensurar o risco em modelos de otimização de portfólios, destacando-se a evolução e contribuição de cada modelo até a situação atual. São enumeradas algumas propriedades desejáveis a uma medida de risco e, com base nessas informações, uma metodologia foi selecionada para ser utilizada na estrutura do problema de composição de portfólios, que será tratado no Capítulo 5.

4.1 INTRODUÇÃO

O gerenciamento de riscos representa uma ferramenta indispensável no processo de aperfeiçoamento do modelo de gestão das empresas, em especial as que trabalham com *commodities*, pois permite um melhor planejamento e até mesmo um melhor conhecimento do negócio, por exigir o levantamento de todos os fatores que o afetam. No caso específico do setor elétrico, há que se criar ou ao menos entender a função da gestão de riscos, que de acordo com (TAMAROZI, 2002) pode ser resumida nas seguintes atividades:

- i. Identificação (qualificação) de fatores geradores de riscos, de todos os grupos de riscos da atividade comercial. Identificar um fator gerador de risco é identificar qualquer fator que possa interferir no sistema afetado, suas possíveis origens e condições de ocorrência. Por exemplo, a variação do preço de curto prazo da energia elétrica é um fator gerador de risco, pois afeta o fluxo de caixa dos agentes expostos a este preço;
- ii. Modelagem dos fatores geradores de risco (definição das funções de distribuição de probabilidade ou elaboração de cenários possíveis). A modelagem, por simplificar o problema real, envolve um risco em si, pois alguns aspectos do problema acabam sendo desconsiderados;
- iii. Modelagem do sistema afetado (Ex: fluxo de caixa do negócio);

- iv. Obtenção das relações risco versus retorno, através da distribuição de probabilidade do retorno financeiro;
- v. Decisão e verificação de critérios e valores aceitáveis de risco versus retorno (aceitação de risco, definição clara da política de risco da empresa);

A mitigação de risco é a redução (ou adequação) do risco a valores aceitáveis, sabendo-se que no que se refere à mitigação o que se deseja evitar não é necessariamente a ocorrência do fator gerador do risco, mas sua consequência. Esta adequação tem um preço que é refletido pela reserva de capital necessário para cobrir o prejuízo, no nível aceitável de sua probabilidade de ocorrência.

Como parte do processo de identificação dos fatores geradores de riscos, é preciso ter em mente que além de características comuns a qualquer atividade econômica como o Risco Regulatório, Risco de Crédito, Risco de Mercado, Risco Operacional, Risco Sistêmico, dentre outros, a comercialização de energia elétrica possui alguns fatores específicos de risco, como o risco hidrológico e o risco de diferença de preços entre submercados, conforme será descrito a seguir.

4.1.1 O Risco Hidrológico e o Mecanismo de Realocação de Energia - MRE

Quando se trata de comercialização de energia em um sistema termelétrico (usinas termelétricas), os contratos bilaterais permitem gerenciar adequadamente os riscos das usinas: se o preço de curto prazo é baixo, a usina não é despachada e atende seu contrato por meio da compra de energia no mercado *spot*, evitando assim os custos de produção; se o preço de curto prazo é elevado, a usina é despachada e atende seu contrato por meio de geração própria, evitando assim compras onerosas.

No caso de usinas hidrelétricas, entretanto, a contratação não é suficiente para reduzir os riscos a um nível adequado, pois existe uma correlação negativa entre capacidade de produção e o preço de curto prazo. Ou seja, num sistema predominantemente hidrelétrico os preços normalmente são elevados em situações de aflúncias críticas (risco hidrológico).

Como consequência, a hidrelétrica contratada corre riscos em ambos os extremos: se estiver pouco contratada, está exposta a preços

baixos no curto prazo; e se estiver muito contratada, está exposta ao risco de ser obrigada a comprar energia a preços elevados.

Com o propósito de operacionalizar o compartilhamento dos riscos hidrológicos associados ao despacho centralizado e à otimização do sistema pelo ONS, foi criado o Mecanismo de Realocação de Energia - MRE. O MRE transfere o excedente das hidrelétricas que geraram além de suas garantias físicas em um período de comercialização para aquelas que geraram abaixo e, assim, assegura às usinas hidrelétricas seus níveis de garantia física para comercialização de contratos, independente de seus níveis individuais de produção, desde que a geração total do MRE nesse período seja maior ou igual a soma das garantias físicas dos participantes deste mecanismo.

O excesso de geração em relação à soma das garantias físicas é denominado de energia secundária e também é realocada entre os participantes do MRE, proporcionalmente a garantia física de cada usina. Como a produção total de energia hidroelétrica é mais estável que a produção individual das usinas hidroelétricas, conclui-se que o MRE é um esquema eficiente de redução do risco hidrológico.

O pagamento das transferências de energia entre as usinas participantes do MRE é valorado pela Tarifa de Energia de Otimização - TEO¹⁹, que visa cobrir os custos incrementais de operação e manutenção das usinas hidrelétricas e o pagamento da compensação financeira referente à energia trocada. Mais informações relativas às regras de alocação de energia no MRE podem ser encontradas em (ARFUX & FERNANDES, 2007).

4.1.2 Exposição à Diferença de Preços entre Submercados

Outro risco específico da atividade de comercialização de energia elétrica é a exposição à diferença de preços entre submercados. O conceito de submercado define uma região elétrica do SIN constituída por barras interligadas entre si, sem restrições estruturais de transmissão²⁰.

Devido à ausência de restrições elétricas internas, a comercialização da energia em um submercado é realizada com base em um único custo marginal, promovendo a isonomia de preços de mercado. O objetivo desta representação é viabilizar transações

¹⁹ Desde dezembro de 2009 é adotada uma TEO diferenciada para a usina Itaipu Binacional, equivalente ao valor do PLD Mínimo vigente.

²⁰ No Brasil, o critério determinante para a definição das áreas de mercado é a presença e duração de restrições relevantes de transmissão nos fluxos de energia dos sistemas interligados.

comerciais de energia elétrica entre dois pontos quaisquer de um submercado sem risco de exposições às diferenças de preços.

Caso o despacho do sistema resulte na necessidade de transferência de um grande montante de energia de um submercado exportador para um importador e esta transferência seja limitada pela capacidade do sistema de transmissão existente entre estes submercados, estas duas regiões terão preços de curto prazo diferentes entre si, pois haverá necessidade de despachar geradores de maior custo no submercado importador. Esta situação expõe os agentes ao chamado risco de submercados.

Trabalhos como (PORRUA, 2005) e (STOFT, 2002) discutem o tratamento do congestionamento da transmissão e do excedente financeiro (*surplus*) gerado nestas situações. No entanto, como o foco do presente trabalho é a avaliação do Risco de Mercado, o risco de exposição à diferença de preços entre submercados não será abordado com detalhes.

4.1.3 Risco de Mercado

Quando se trata de comercialização de energia elétrica, várias fontes de incerteza como disponibilidade de energia água/combustível; volume de energia (consumo ou venda); expectativa de crescimento da economia (elasticidade consumo/renda); preços de mercado (preços de curto prazo ou futuros); questões operacionais e comerciais; devem ser consideradas como fatores de risco. Grande parte dessas incertezas é refletida no comportamento do preço de curto prazo, o que caracteriza o Risco de Mercado²¹.

O propósito do presente capítulo consiste em selecionar a métrica de quantificação de Risco de Mercado mais apropriada para aplicação ao problema de composição de portfólios no setor elétrico, por meio de um estudo comparativo das diferentes abordagens existentes.

Uma importante referência para o desenvolvimento do presente capítulo foi o trabalho de (MARZANO, 2004) onde se encontra um levantamento dos principais modelos de otimização de portfólios propostos tanto para a área econômico-financeira, quanto para a área de comercialização de energia (como, por exemplo, os modelos Desvio Absoluto Médio e Mini-Máx apresentados respectivamente nas Seções 4.2.2 e 4.2.3).

²¹ O Risco de Mercado representa a incerteza em relação ao comportamento dos preços dos ativos negociados.

4.2 FERRAMENTAS DE QUANTIFICAÇÃO DE RISCO E COMPOSIÇÃO DE PORTFÓLIOS

De maneira geral, o objetivo das técnicas de análise e gerenciamento de riscos de mercado consiste em minimizar uma medida de risco para carteiras sujeitas a um conjunto de restrições, o que resulta em problemas de otimização. A complexidade dos problemas depende fundamentalmente da medida utilizada, da estrutura do conjunto de restrições e da natureza dos ativos envolvidos.

Portanto, um problema de minimização de riscos pode ser descrito de maneira geral como:

$$\text{Min } W(x)$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^N E(R_i) \cdot x_i \geq R_o \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, N$$

A função objetivo $W(x)$ modela o risco que o investidor deseja minimizar. Os valores $E(r_i)$ são os retornos esperados de cada ativo (contrato) e a fração de cada ativo no portfólio é representada por x_i . A primeira restrição assegura uma receita projetada mínima R_o estabelecida pelo decisor.

Existe uma grande diversidade de ferramentas de mensuração de risco, como medidas de sensibilidade e análise de cenários. (JORION, 1998), alerta para o fato de que grande parte de tais metodologias apresentam uma percepção intuitiva dos riscos, de maneira a dificultar uma constatação quantitativa das probabilidades de perdas de um investimento. Essa observação não descaracteriza o fato de que a experiência e o conhecimento do mercado e suas regras contribuem sobremaneira para um processo coerente de decisão.

4.2.1 Modelo Média-Variância de Markowitz

Conforme visto no Capítulo 3, a primeira proposição utilizada para seleção de investimentos na área econômico-financeira foi o modelo média-variância de Harry Markowitz, um marco na história moderna das finanças, (MARKOWITZ, 1952).

Esse modelo tornou-se um exemplo clássico na gestão de portfólios. Apesar de apresentar restrições para sua aplicação prática, é uma das principais referências para se compreender o processo de determinação de uma carteira ótima, a partir da minimização de uma função de avaliação de risco. Em (ARFUX, 2004), essa metodologia foi utilizada para compor uma carteira com múltiplos contratos de compra e venda de energia elétrica de um agente de comercialização, incluindo contratos derivativos (opções).

O modelo de composição de portfólios de Markowitz pode ser descrito como:

$$\text{Min } W(x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i \cdot x_j \text{Cov}_{ij}$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^N x_i \cdot \mu_i = E^* \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, N$$

onde:

N	número de ativos candidatos a compor o portfólio
x_i	fração do capital aplicado no ativo candidato i
Cov_{ij}	covariância entre os retornos dos ativos i e j
μ_i	valor esperado do retorno do i-ésimo ativo
E^*	valor esperado do retorno do portfólio (receita projetada)

Ou seja, para um retorno esperado pré-estabelecido são obtidas as devidas participações de cada ativo na carteira, de forma que o risco seja

minimizado. Os valores de risco e retorno esperado para o portfólio são definidos pelo decisor, posteriormente sendo determinadas as carteiras ótimas que fornecem esta combinação.

A principal restrição para aplicação prática do modelo de Markowitz está na utilização da variância²² como medida de risco. Esta medida penaliza tanto desvios positivos quanto desvios negativos em relação à média. Outra restrição importante é a inadequação do modelo para avaliar situações de perdas extremas, situadas nas caudas da distribuição de probabilidade. Críticas ao modelo de média-variância de Markowitz motivaram a proposição de modelos alternativos de análise de risco.

4.2.2 Modelo Desvio Absoluto Médio

Como a utilização da variância como medida de risco por Markowitz foi questionada, (KONNO & YAMAZAKI, 1991), apresentaram uma estratégia alternativa para a minimização do risco de um portfólio. Ao invés da variância, a nova proposta utiliza como medida de risco o Desvio Absoluto Médio - DAM, ou seja, a média dos valores absolutos dos desvios é determinada conforme a equação a seguir:

$$DAM = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^S \left| \sum_{i=1}^N (r_{is} - \mu_i) \cdot x_i \right| \quad (3)$$

onde:

- r_{is} é o retorno do i-ésimo ativo candidato a compor o portfólio no cenário S
- μ_i é o valor esperado do retorno do i-ésimo ativo
- x_i fração do capital aplicado no ativo candidato i

A formulação do problema com a nova medida de risco pode ser descrita como:

²² Definição de variância de uma amostra: $s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

$$\text{Min } \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S y_s$$

s.a.

$$y_s \geq - \sum_{i=1}^N (r_{is} - \mu_i) \cdot x_i \quad s = 1, \dots, S$$

$$y_s \geq \sum_{i=1}^N (r_{is} - \mu_i) \cdot x_i \quad s = 1, \dots, S \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N x_i \cdot \mu_i = \rho$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

$$x_i \geq 0$$

onde:

S	número de cenários
y_s	variável auxiliar utilizada na modelagem do desvio absoluto médio
N	número de ativos a compor o portfólio
ρ	valor esperado do retorno do portfólio (receita projetada)

A função objetivo e as duas primeiras restrições modelam o DAM, que deve ser minimizado. O modelo do Desvio Absoluto Médio não requer a estimação da Matriz de Covariâncias de Markowitz que, conforme relata (ARFUX, 2004), pode trazer problemas de instabilidade numérica em problemas mal-condicionados. Além disso, por se tratar de um modelo linear a sua solução é mais rápida e eficiente.

No entanto, a adaptação proposta por (KONNO & YAMAZAKI, 1991) em relação ao modelo de Markowitz não eliminou a inadequação do modelo para avaliar situações de perdas extremas em determinado portfólio.

4.2.3 Modelo Mini-Máx

O objetivo do modelo Mini-Máx consiste em minimizar a máxima perda possível, ou de maneira equivalente maximizar o mínimo retorno esperado, (YOUNG, 1998). Matematicamente o modelo pode ser descrito como:

Max y

s.a.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N x_i \cdot r_{is} &\geq y & s = 1, \dots, S \\ \sum_{i=1}^N x_i \cdot \mu_{is} &\geq \rho \\ \sum_{i=1}^N x_i &= 1 \\ x_i &\geq 0 & i = 1, \dots, N \end{aligned} \tag{5}$$

onde:

y	variável que representa o retorno associado ao pior cenário
x_i	fração do capital aplicado no ativo candidato i
r_{is}	é o retorno do i -ésimo ativo candidato a compor o portfólio no cenário S
ρ	valor esperado do retorno do portfólio (receita projetada)

A função objetivo e a primeira restrição do problema modelam o resultado do cenário de pior retorno, que deve ser maximizado. Por tratar dos piores resultados do portfólio o modelo Mini-Máx é considerado extremamente conservador e pode ser afetado por valores espúrios na amostra de dados analisados. No entanto, o autor argumenta que sua aplicação é mais apropriada que aquelas apresentadas até o momento, quando se trata de uma distribuição assimétrica de retornos²³.

²³ Em (MARZANO, 2004) é apresentada uma formulação equivalente do modelo Mini-Máx.

4.2.4 Propriedades de Medidas Coerentes de Risco

Como visto, é extensa a literatura que trata do problema de determinação de carteiras de mínimo risco sob a ótica de otimização. Essa variedade de modelos disponíveis motivou o desenvolvimento de uma classificação geral das propriedades inerentes à cada medida. Neste sentido, o trabalho realizado por (ARTZNER & DELBAEN, 1998) se destacou, pois enumerou quatro axiomas com características “desejáveis” a uma medida de risco e, as medidas que satisfazem essas propriedades, são denominadas pelos autores como medidas “coerentes”.

Portanto, segundo (ARTZNER & DELBAEN, 1998), considerando-se um conjunto V de variáveis aleatórias, a função $\rho: V \rightarrow \mathbb{R}$ pode ser definida como uma medida coerente de risco, caso ela apresente as seguintes propriedades:

4.2.4.1 Monotonicidade

$X, Y \in \mathbb{R}, X \leq Y \Rightarrow \rho(Y) \leq \rho(X)$, assim sejam X e Y pertencentes ao conjunto dos números reais, sendo $X \leq Y$, para que a função ρ seja monótona, a imagem desta função para X deverá ser maior ou igual a de Y .

4.2.4.2 Subaditividade

$X, Y, X + Y \in V \Rightarrow \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$, ou seja, a medida de risco de um conjunto de ativos deve ser menor ou igual à soma das medidas de risco de cada ativo, consideradas isoladamente. Essa propriedade está relacionada à redução do risco por meio do efeito da diversificação do portfólio.

4.2.4.3 Homogeneidade Positiva

$X \in V, h \geq 0, h \cdot X \in V \Rightarrow \rho(h \cdot X) = h \cdot \rho(X)$, se uma constante multiplica o termo independente de uma função, esta constante pode ser evidenciada na função. Ou seja, para um portfólio com risco $\rho(X)$, se o capital investido for ampliado ou reduzido linearmente, o risco resultante é ampliado ou reduzido linearmente pelo mesmo fator. O risco é proporcional ao capital investido.

4.2.4.4 Invariância de Translação

Supondo X como o retorno de um portfólio e α o retorno de um investimento livre de risco tem-se $X \in V, \alpha \in \mathbb{R} \Rightarrow \rho(X + \alpha \cdot r) = \rho(X) - \alpha$, de maneira que, suas propriedades não se alteram caso seus argumentos sofram uma translação. A interpretação dessa propriedade mostra que a adição de um investimento livre de risco a um portfólio, necessariamente diminui o risco do portfólio resultante.

Portanto, de acordo com (ARTZNER & DELBAEN, 1998) essas são as quatro propriedades desejáveis à uma medida de risco. Como a principal motivação dos autores para o desenvolvimento deste trabalho foi a disseminação do *VaR*, esta foi a primeira métrica submetida aos testes de coerência.

4.2.5 Value-at-Risk (VaR)

O *VaR* é um método de mensuração de risco que utiliza técnicas estatísticas padrões comumente usadas em outras áreas. Em linguagem formal, *o VaR mede a pior perda esperada ao longo de um determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de determinado nível de confiança*, (JORION, 1998). Esse único valor resume a exposição da empresa ao risco de mercado, bem como a probabilidade de uma oscilação adversa possibilitando aos administradores concluir se esse nível de risco é aceitável. É importante salientar o grande atrativo do uso do *VaR* como medida de risco, que é a quantificação do risco em forma de um único valor monetário.

De forma geral, pode-se obter o *VaR* a partir da distribuição de probabilidade do valor futuro da carteira $z = f(x, w)$, onde α_β é o menor valor da carteira para um determinado nível de confiança β e (x) representa a participação de cada ativo no portfólio (vetor de decisões).

É importante perceber a diferença entre o *VaR* obtido para uma distribuição de perdas ou para uma distribuição de retornos (ou receitas). Quando se trata de uma distribuição de retornos (ou receitas) o *VaR* se localiza na cauda esquerda da distribuição, conforme mostra a Figura 12:

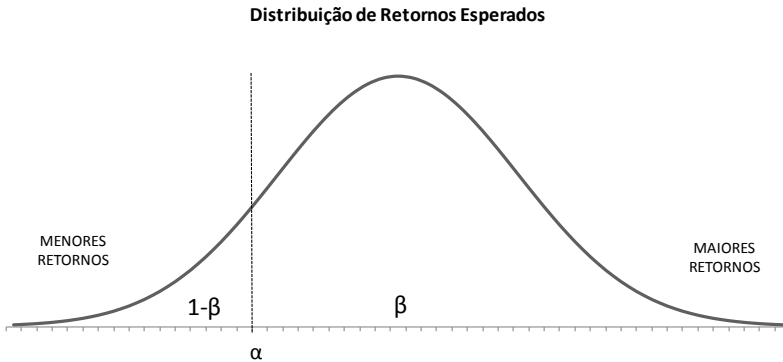


Figura 12 - VaR para uma distribuição de Retornos (ou Receitas)

Na forma integral, a área β pode ser determinada da seguinte maneira:

$$\beta = \int_{\alpha}^{\infty} z(x, w)dw = \text{prob}(z \geq \alpha_{\beta}) \quad (6)$$

A área restante deve corresponder a $(1-\beta)$ e representa a probabilidade do retorno esperado do portfólio violar um dado VaR (α_{β}).

$$1 - \beta = \int_{-\infty}^{\alpha} z(x, w)dw = \text{prob}(z \leq \alpha_{\beta}) \quad (7)$$

Por sua vez, quando se trata de uma distribuição de perdas o VaR se localiza na cauda direita da distribuição, conforme mostra a Figura 13:

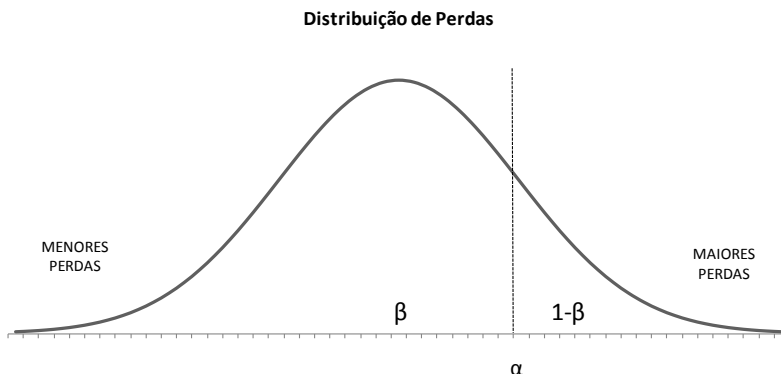


Figura 13 - VaR para uma Distribuição de Perdas

Uma das principais restrições do modelo é que o *VaR* não fornece nenhuma informação à respeito das perdas que o excedem, as quais podem inviabilizar o negócio em questão. Outra característica do modelo, que inclusive motivou o desenvolvimento do trabalho de (ARTZNER & DELBAEN, 1998), está relacionada à sua limitação quanto ao atendimento da propriedade de subaditividade. Tais autores mostram que o *VaR* não é uma medida coerente de risco, quando avaliada pelos critérios expostos anteriormente. (MARZANO, 2004) corrobora com a conclusão da não subaditividade do *VaR* por meio de um exemplo numérico.

4.2.6 Conditional Value-at-Risk (CVaR)

Como definição formal, o *CVaR* mede a média das piores perdas esperadas ao longo de determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de um determinado nível de confiança. Portanto, o *CVaR* produz uma indicação mais conservadora das perdas potenciais, dado que considera todos os resultados além do nível de confiança para gerar a média esperada das perdas, (CHERNOZHUKOV & UMANTSEV, 2001).

De maneira análoga ao *VaR*, o *CVaR* também pode ser obtido para uma distribuição de perdas ou para uma distribuição de retornos (ou receitas), conforme mostra a Figura 14:

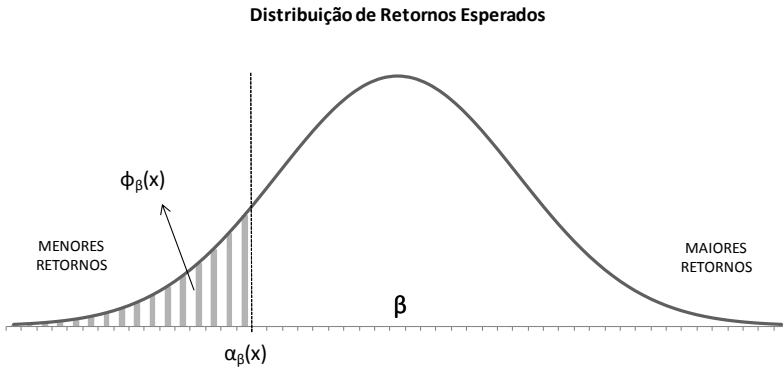


Figura 14 - CVaR para uma distribuição de Retornos (ou Receitas)

Matematicamente, o $CVaR(\phi_\beta)$ de uma distribuição de retornos esperados pode ser descrito como (área que excede o Var):

$$\phi_\beta(x) = E[z / z \leq \alpha_\beta(x)] = \int_{-\infty}^{\alpha_\beta(x)} z \cdot p(w / z \leq \alpha_\beta(x)) dw \quad (8)$$

onde:

$z = f(x, w)$ representa a distribuição de probabilidade do retorno da carteira

$\alpha_\beta(x)$ representa o menor valor esperado da carteira para um determinado nível de confiança β

Se a função considerada representar as perdas esperadas de um portfólio, o sinal se inverte e a equação (8) passa a ser escrita como:

$$\phi_\beta(x) = E[z / z \geq \alpha_\beta(x)] = \int_{\alpha_\beta(x)}^{\infty} z \cdot p(w / z \geq \alpha_\beta(x)) dw \quad (9)$$

Graficamente, tem-se:

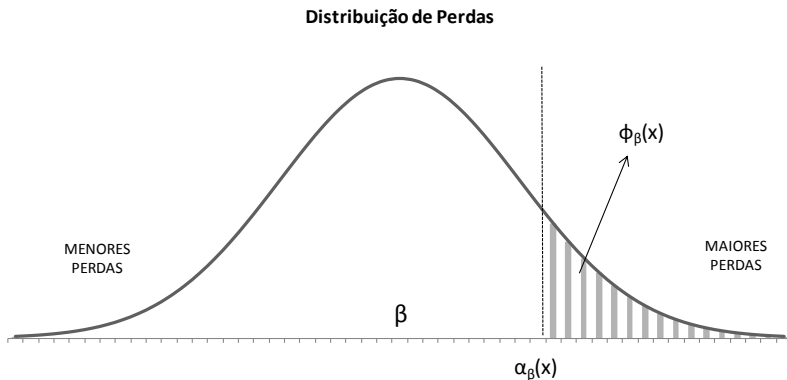


Figura 15 - CVaR para uma Distribuição de Perdas

Em seu trabalho, (ARTZNER & DELBAEN, 1998) também submetem o *CVaR* aos testes de coerência e concluem que esta métrica satisfaz às quatro condições de uma medida coerente de risco.

No entanto, na formulação apresentada em (8) e (9), para o cômputo do *CVaR* é necessário o conhecimento prévio do valor do *VaR*, que em alguns casos pode ser representado por uma função mal comportada e de difícil otimização. Esse fato motivou a proposição de uma técnica de cálculo do *CVaR* que não requer o conhecimento prévio do *VaR*.

4.3 CÁLCULO DO CVAR SEM O CONHECIMENTO PRÉVIO DO VAR

Para facilitar a compreensão da proposta de (ROCKAFELLAR & URYASEV, 2004) de cálculo do *CVaR* sem o conhecimento prévio do *VaR*, será utilizada a seguinte notação:

ϕ_β	<i>CVaR</i> a um nível de confiança β
$\alpha_\beta(x)$	<i>VaR</i> a um nível de confiança β
w	retorno unitário dos ativos candidatos
x	representa a participação de cada ativo no portfólio
$z = f(x, w)$	variável aleatória que representa a distribuição de perda do portfólio

Os autores demonstram que a minimização da função²⁴
 $F_\beta(x, \alpha) = \alpha + \frac{1}{1-\beta} \int_{-\infty}^{\infty} [z - \alpha]^+ p(w) dw$ em α , resulta no *CVaR* a nível de confiança β do portfólio. Ou seja:

$$\phi_\beta(x) = \underset{\alpha}{\text{Min}} F_\beta(x, \alpha) \quad (10)$$

Então, avaliando a condição de primeira ordem de $F_\beta(x, \alpha)$ tem-se:

$$\frac{\partial F_\beta(x, \alpha)}{\partial \alpha} = 1 + \frac{1}{1-\beta} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\int_{-\infty}^{\infty} [z - \alpha]^+ p(w) dw \right] \quad (11)$$

A integral em (11) representa o valor esperado da função convexa $[z - \alpha]^+$, isto pois, $\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f(x) \cdot dx = E[g(x)]$.

Aplicando a propriedade demonstrada em (SHAPIRO & WARDI, 1994), que mostra que a derivada parcial de um valor esperado de uma função é igual ao valor esperado da derivada parcial dessa função:

$$\frac{\partial E[f(x)]}{\partial x} = E \left[\frac{\partial f(x)}{\partial x} \right] \quad (12)$$

A derivada parcial pode ser escrita dentro da integral:

$$\frac{\partial F_\beta(x, \alpha)}{\partial \alpha} = 1 + \frac{1}{1-\beta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \alpha} [z - \alpha]^+ p(w) dw \quad (13)$$

Mas:

$$[z - \alpha]^+ = \begin{cases} z - \alpha & \text{se } z \geq \alpha \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (14)$$

²⁴ Função obtida a partir da equação (9).

Logo, a derivada parcial em α :

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} [z - \alpha]^+ = \begin{cases} -1 & \text{se } z \geq \alpha \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (15)$$

Com isso, a condição de primeira ordem pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial F_\beta(x, \alpha)}{\partial \alpha} = 1 - \frac{1}{1 - \beta} \int_{z \geq \alpha} p(w) dw = 0 \quad (16)$$

E conseqüentemente:

$$\int_{z \geq \alpha} p(w) dw = 1 - \beta \quad (17)$$

Pela definição de *VaR* o mínimo ocorre em $\alpha = \alpha_\beta$. Com isso:

$$\text{Min}_\alpha F_\beta(x, \alpha) = F_\beta(x, \alpha_\beta(x)) = \alpha_\beta(x) + \frac{1}{1 - \beta} \int_{-\infty}^{\infty} [z - \alpha_\beta(x)]^+ p(w) dw \quad (18)$$

Mas,

$$\int_{-\infty}^{\infty} [z - \alpha_\beta(x)]^+ p(w) dw = \int_{z \geq \alpha_\beta(x)} [z - \alpha_\beta(x)] p(w) dw \quad (19)$$

Abrindo a integral do lado direito da equação (separando a diferença):

$$= \underbrace{\int_{z \geq \alpha_\beta(x)} z p(w) dw}_{\text{}} - \underbrace{\alpha_\beta(x) \int_{z \geq \alpha_\beta(x)} p(w) dw}_{\text{}} \quad (20)$$

Com isso:

$$\int_{-\infty}^{\infty} [z - \alpha_\beta(x)]^+ p(w) dw = (1 - \beta) \cdot [\phi_\beta(x) - \alpha_\beta(x)] \quad (21)$$

Substituindo-se (21) em (18) obtém-se:

$$\text{Min}_{\alpha} F_{\beta}(x, \alpha) = \alpha_{\beta}(x) + \frac{1}{1-\beta} [(1-\beta)(\phi_{\beta}(x) - \alpha_{\beta}(x))] = \quad (22)$$

$$= \alpha_{\beta}(x) + \frac{1}{1-\beta} [(1-\beta) \cdot \phi_{\beta}(x) - (1-\beta) \cdot \alpha_{\beta}(x)] \quad (23)$$

E finalmente:

$$= \alpha_{\beta}(x) + \phi_{\beta}(x) - \alpha_{\beta}(x) = \phi_{\beta}(x) \quad (24)$$

Portanto, a minimização da função $F_{\beta}(x, \alpha)$ em α , resulta no $CVaR$ a nível de confiança β do portfólio.

Dessa maneira, quando as incertezas são representadas de forma discreta por meio de S cenários, a função $F_{\beta}(x, \alpha)$ pode ser representada como:

$$F_{\beta}(x, \alpha) = \alpha + \frac{1}{(1-\beta) \cdot S} \sum_{s=1}^S [z_s - \alpha]^+ \quad (25)$$

A parcela $[z_s - \alpha]^+$ representa as situações onde a perda excede o VaR , tornando positivo o resultado da diferença. Neste caso, com o uso de variáveis auxiliares $u_s, s = 1, \dots, S$, a minimização da função (25) pode ser escrita como um problema de otimização:

$$\text{Min} \quad \alpha + \frac{1}{(1-\beta) \cdot S} \cdot \sum_{s=1}^S u_s$$

s.a. (26)

$$u_s \geq 0 \quad s = 1, \dots, S$$

$$u_s \geq z_s - \alpha \quad s = 1, \dots, S$$

Onde z_s representa a perda do portfólio e pode ser representada por:

$$z_s = - \sum_{i=1}^N x_i \cdot r_{is} \quad (27)$$

De maneira análoga, quando as incertezas são representadas de forma discreta por meio de S cenários e considerando g_s como a variável aleatória que represente o retorno (ou receita) do portfólio no cenário s :

$$g_s = \sum_{i=1}^N x_i \cdot r_{is} \quad (28)$$

A função $F_\beta(x, \alpha)$ pode ser representada como:

$$F_\beta(x, \alpha) = \alpha + \frac{1}{(1 - \beta) \cdot S} \sum_{s=1}^S [g_s - \alpha]^- \quad (29)$$

A parcela $[g_s - \alpha]^-$ representa as situações onde o retorno esperado é menor que o VaR , tornando negativo o resultado da diferença. Neste caso, com o uso de variáveis auxiliares $u_s, s = 1, \dots, S$, a minimização da função (29) pode ser escrita como um problema de otimização, cujos sinais das inequações aparecem invertidos em relação a (26):

$$\text{Min } \alpha + \frac{1}{(1 - \beta) \cdot S} \cdot \sum_{s=1}^S u_s \quad (30)$$

s.a.

$$\begin{aligned} u_s &\leq 0 & s &= 1, \dots, S \\ u_s &\leq g_s - \alpha & s &= 1, \dots, S \end{aligned}$$

Este raciocínio pode ser estendido para o problema de Seleção de Portfólios cujo objetivo é a maximização do retorno esperado, com restrição no $CVaR$, conforme apresentado a seguir.

4.3.1 Formulação Geral do Problema de Otimização de Portfólio com Restrição de CVaR

A formulação de um problema geral de otimização de portfólio baseado no modelo *CVaR* como restrição de risco pode ser descrita por:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^N x_i \cdot \mu_i$$

s.a.

$$\alpha + \frac{1}{(1-\beta) \cdot S} \sum_{s=1}^S u_s \geq k \quad (31)$$

$$u_s \leq g_s - \alpha \quad s = 1, \dots, S$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, N$$

$$u_s \leq 0 \quad s = 1, \dots, S$$

onde:

x_i	participação do ativo candidato i
μ_i	retorno esperado do i -ésimo ativo candidato
u_s	variável auxiliar para o cálculo do <i>CVaR</i>
α	variável que fornece o <i>VaR</i> do portfólio
β	nível de confiança para o cálculo do <i>VaR</i> e <i>CVaR</i>
S	número de cenários
N	número de ativos candidatos
K	limite de <i>CVaR</i> requerido pelo investidor
g_s	retorno do portfólio no cenário s

O sinal de (\geq) da primeira restrição é interpretado como um limite mínimo de retorno esperado, como por exemplo, uma receita mínima projetada pela empresa. Ou seja, a representação apresentada

em (31) busca a maximização do retorno esperado de uma carteira, de acordo com uma restrição no *CVaR*.

Na segunda restrição de (31), quando a receita esperada g_s for maior ou igual ao *VaR* (representado pela variável α), a restrição $u_s - g_s + \alpha \leq 0$ será atendida e a variável artificial u_s deverá ser nula. Quando a receita esperada for menor que o *VaR* (violação do *VaR*) a variável u_s assumirá um valor correspondente ao tamanho dessa violação e será computada no cálculo do *CVaR*.

E conforme indica a Figura 16 apresentada a seguir, quando se trata de uma distribuição de retornos esperados, ao aumentar o fator k o decisor indica maior aversão ao risco, visto que está limitando num valor mais alto o valor mínimo do retorno esperado do portfólio. Ou seja, à medida que o fator k aumenta, o par risco e receita tende a diminuir, o que indica a obtenção de uma solução mais conservadora.

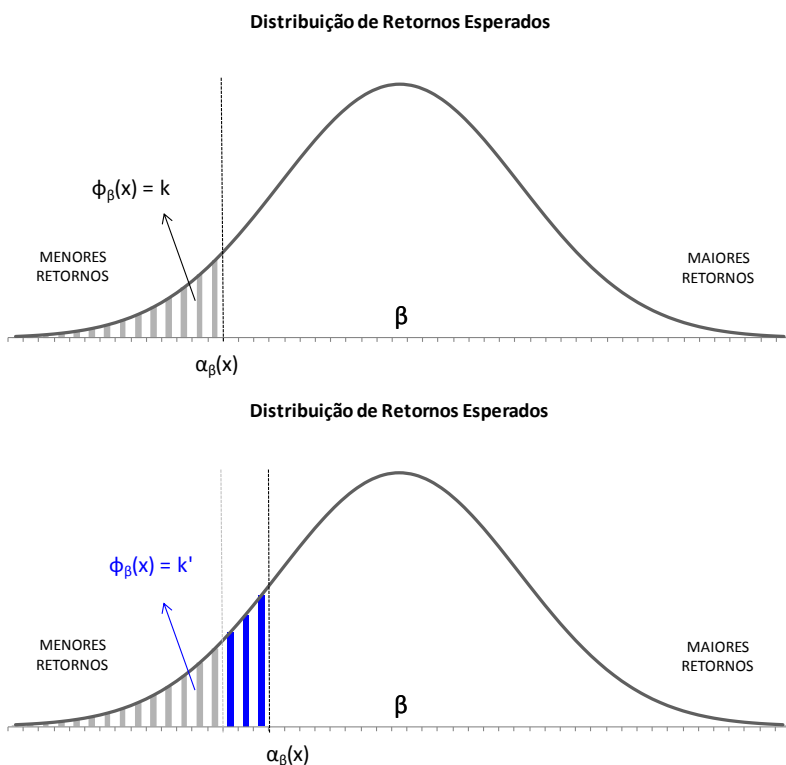


Figura 16 - Variação do Fator K

É importante notar que por estar trabalhando com uma distribuição de retornos (ou receitas), quanto maior for a média do $CVaR$, menor é o risco. Por esta razão a primeira restrição em (31) aparece com o sinal de maior ou igual.

4.4 CONCLUSÕES

O levantamento apresentado no Capítulo 4 mostrou que o modelo de Markowitz, apesar de sua simplicidade e de ser considerado um marco na análise de finanças, apresenta algumas limitações para aplicação prática, tais como: (i) utilização da variância como medida de risco, que penaliza tanto desvios positivos quanto desvios negativos em relação à média, (ii) inadequação do modelo para avaliar situações de perdas extremas, situadas nas caudas da distribuição de probabilidade, (iii) dependência direta da estimação da matriz de covariâncias o que prejudica o seu desempenho.

Críticas ao modelo de média-variância de Markowitz motivaram a proposição de modelos alternativos de avaliação de risco (modelo do Desvio Absoluto Médio, modelo Mini-Máx, dentre outros) e critérios de classificação de uma medida coerente de risco (Monotonicidade, Subaditividade, Homogeneidade Positiva e Invariância de Translação).

A partir deste novo enfoque a métrica considerada mais adequada para quantificação do risco foi o $CVaR$. Esta é uma medida de risco que avalia os eventos concentrados nas extremidades (caudas) da distribuição de probabilidades do retorno do portfólio, enquanto a covariância e o desvio médio avaliam o quanto os dados estão dispersos em relação à média. Qualquer perturbação que desloque a média de maneira considerável ou afete a dispersão, terá tendência a desestabilizar os respectivos estimadores.

Após a seleção do $CVaR$ como métrica de avaliação de risco, foi apresentada uma variação de sua metodologia de cálculo proposta por (ROCKAFELLAR & URYASEV, 2004), onde o $CVaR$ é calculado sem o conhecimento prévio do VaR . Este raciocínio é estendido para o problema de Seleção de Portfólios cujo objetivo é a maximização do retorno esperado com restrição no $CVaR$. Ou seja, é realizada a internalização do nível de aversão ao risco do decisor no modelo de otimização, por meio do fator k . Esta será a técnica utilizada no estudo de caso do Capítulo 5.

O objetivo deste capítulo consiste em apresentar uma metodologia para definição de estratégia de comercialização de energia elétrica que maximize a receita esperada pelo agente vendedor. São investigadas alternativas de modelagem para o problema e os métodos de solução correspondentes.

Um exemplo numérico é utilizado para descrever as diferentes abordagens estudadas: (i) modelo de maximização de receita sem restrição de risco, (ii) modelo resolvido a partir da Decomposição Aninhada, e (iii) modelo de maximização de receita com restrição de *CVaR*. Vale ressaltar que se trata de um exemplo numérico reproduzido em escala reduzida, preparado com o intuito de ressaltar as especificidades e o desempenho de cada uma das diferentes abordagens para o problema.

5.1 INTRODUÇÃO – ESTRATÉGIA DE COMERCIALIZAÇÃO

Quando se trata especificamente das decisões envolvendo as operações de compra e venda de energia, a variabilidade verificada na trajetória do preço de curto prazo se traduz em riscos associados à gestão dos contratos. Por exemplo, se um agente gerador adotar como estratégia de comercialização a liquidação no mercado de curto prazo de toda a sua energia disponível, sua receita é determinada por:

$$R_t = (\pi_t - Cop) \cdot G_t \quad (32)$$

onde:

π_t	preço de curto prazo no período t
Cop	custo variável unitário da usina
G_t	despacho de geração no período t

Ao adotar essa estratégia o agente irá trabalhar com um fluxo de caixa instável, fato que pode inviabilizar o seu negócio. Uma maneira de

mitigar a instabilidade do fluxo de caixa é a comercialização da energia a partir de um contrato bilateral. Nesse caso a receita do agente é determinada por:

$$R = P \cdot x \quad (33)$$

onde:

P	preço bilateral
x	volume transacionado no contrato bilateral

Como existem diferenças entre a geração e o volume contratado, o ajuste é realizado por:

$$R_t = \pi_t \cdot (G_t - x) \quad (\text{Ajuste de diferenças}) \quad (34)$$

onde:

π_t	preço de curto prazo no período t
---------	-------------------------------------

Portanto, a receita do gerador é determinada por:

$$R_t = (P - \pi_t) \cdot x + (\pi_t - Cop) \cdot G_t \quad (35)$$

Se por um lado a estratégia de vender toda a energia em um único contrato bilateral diminui a instabilidade do fluxo de caixa, por outro ela impede o agente de se apropriar da renda associada aos picos de preço de curto prazo. É importante considerar também o risco de crédito, já que a receita fica concentrada em uma única fonte.

Uma estratégia mais eficiente é a composição de um portfólio diversificado de contratos, incluindo até uma parcela para negociação à vista, de forma que o desempenho financeiro do agente seja maximizado, (OLIVEIRA, TEIVE, & ARFUX, 2006). Definir esta política de contratação não é tarefa trivial, pois existe a incerteza associada ao comportamento do preço de curto prazo e o acoplamento temporal associado à decisão de contratação. Além disso, quando o horizonte de análise se estende e o número de contratos candidatos é elevado (com diferentes vigências, preços e quantidades) o problema torna-se de grande porte.

Para se obter uma solução de qualidade, o problema acima pode ser resolvido a partir de técnicas de otimização que considerem todas as suas características. Como o objetivo do agente é maximizar sua receita sujeito ao atendimento das restrições impostas pela regulamentação, o problema pode ser escrito como um modelo de Programação Linear (PL) do tipo:

maximize

$$\sum_{t=1}^T \sum_{n=1}^N (P_n - \pi_t) \cdot x_{nt} + (\pi_t - Cop) \cdot G_t$$

s.t.

$$\sum_{n=1}^N x_{nt} \leq \bar{X} \tag{36}$$

$$x_{nt} \leq \bar{x}_{nt}$$

$$x_{nt} - x_{nt+1} = 0$$

onde:

N	número de ativos candidatas a compor o portfólio
t	número de estágios
Cop	custo de operação
x_{nt}	volume do contrato bilateral n no estágio t
p_n	preço do contrato bilateral n
\bar{X}	capacidade total de contratação
\bar{x}_{nt}	limite para o contrato n no estágio t
G_t	despacho do gerador no estágio t
π_t	preço de curto prazo (PLD) no estágio t

Se o comportamento futuro do preço de curto prazo fosse conhecido no momento da decisão, a solução deste problema de programação linear apontaria a política de contratação com o melhor desempenho financeiro para o agente. Caso o número de estágios e de contratos fosse elevado, tornando a solução do problema por meio de

um problema único de programação linear dimensionalmente inviável, poderia ser utilizada uma técnica de decomposição como a Programação Dinâmica Dual Determinística - PDDD.

Como o comportamento futuro do preço de curto prazo não é conhecido, o problema é de natureza estocástica e o grande desafio está na representação, por meio de cenários, da incerteza associada ao preço de curto prazo.

5.2 GERAÇÃO DE CENÁRIOS

A otimização estocástica busca modelar a tomada de decisões sob incerteza que, em geral, deve ser realizada ao longo de certos estágios de tempo. A incerteza pode ser modelada por meio de cenários, os quais representam uma possível realização dos parâmetros estocásticos do modelo.

Ao construir a árvore, mesmo com a adoção de métodos sofisticados de solução do problema de otimização correspondente, é importante avaliar com parcimônia qual o conjunto de realizações deve ser considerado. É preciso respeitar o *trade-off* existente entre uma representação que forneça uma solução de qualidade e o esforço computacional exigido²⁵.

Uma árvore de cenários pode ser modelada de diferentes maneiras, podendo ser construída com o mesmo número de aberturas em cada realização de um mesmo estágio, ou com um número independente de nós descendentes para cada nó raiz. No estudo de caso apresentado na Seção **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, é considerado um problema de três estágios onde a árvore completa é composta por 16 cenários, com quatro possíveis realizações para cada nó.

A Figura 17 ilustra a árvore completa organizada em níveis que correspondem aos estágios 1, 2 e 3. No nível 1 encontra-se somente o nó raiz²⁶, associado ao valor conhecido ξ_1 . No nível 2 existem 4 nós, correspondendo às possíveis realizações de ξ_2 . Cada um desses nós é conectado ao nó raiz por um arco. Para cada nó i do nível 2, existem 4 nós correspondentes às realizações de ξ_3 . A figura da esquerda ilustra a

²⁵ A definição de um número adequado de discretizações em cada mês que forneça uma solução de boa qualidade para o valor esperado do problema representa, atualmente, um dos grandes desafios da área de otimização estocástica.

²⁶ O primeiro estágio é considerado determinístico, isto é, assume-se que a realização é previamente conhecida.

árvore de cenários em sua forma padrão. No entanto, quando é considerado o mesmo conjunto de realizações para cada estágio, a árvore pode ser representada conforme a figura da direita.

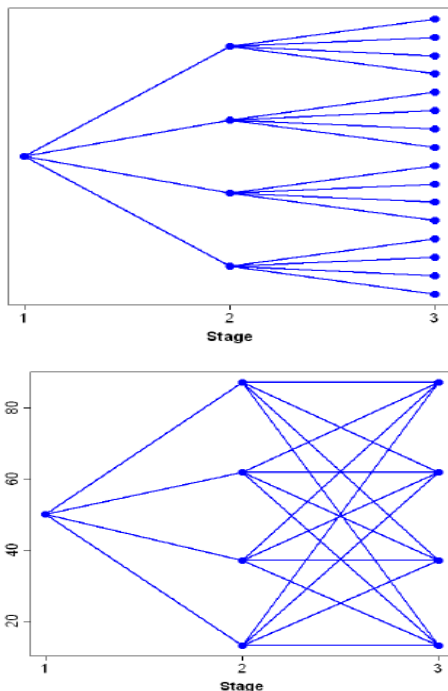


Figura 17 - Árvore de Cenários

É importante salientar que um procedimento muito simplificado de elaboração da árvore poderá comprometer totalmente a qualidade da solução encontrada pelo modelo de otimização, independentemente do número de cenários adotado.

5.3 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

Depois de definida a árvore de cenários a ser otimizada, a próxima etapa consiste em desenvolver um algoritmo de solução de acordo com as restrições do problema. Nessa etapa, ignora-se o

problema original e considera-se que a árvore de cenários descreve o problema da maneira mais adequada possível, (DE MATOS, 2010).

(MORTON, 1998) faz uma classificação dos algoritmos de otimização estocástica, separando-os em: (i) algoritmos de soluções exatas, onde o problema é resolvido com a consideração de todo o espaço amostral das variáveis aleatórias, onde se inclui o método da Decomposição Aninhada; e (ii) os métodos de amostragem, onde o espaço amostral do problema é reduzido por meio de técnicas de amostragem como a PDDE em (PEREIRA & PINTO, 1991).

No presente trabalho, a técnica de solução utilizada no estudo de caso foi a Decomposição Aninhada (DA), que será detalhada a seguir. A técnica da DA será descrita inicialmente para um problema de dois estágios e em seguida o raciocínio será estendido para o caso multi-estágio.

5.4 DECOMPOSIÇÃO ANINHADA – PROBLEMAS DE DOIS ESTÁGIOS

(DE MATOS, 2010) apresenta em seu trabalho a seguinte descrição para a técnica da Decomposição Aninhada²⁷. Considere o problema de minimização de custos descrito a seguir, onde o espaço amostral é um conjunto finito definido por Ω_2 , que um cenário desse espaço é identificado como ω e uma realização desse cenário é dada por ξ_2^ω :

minimize

$$z = c_1^T \cdot x_1 + \sum_{\omega=1}^N p_2^\omega \cdot c_2^T \cdot x_2^\omega \quad (37)$$

s.a.

$$A_1 \cdot x_1 = b_1$$

$$B_2 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2^\omega = b_2^\omega \quad \omega = 1, \dots, N$$

²⁷ Em geral as técnicas de solução são apresentadas na literatura na forma padrão de um problema de minimização de custo.

Esse problema pode ser resolvido diretamente por meio de um problema único de programação linear, ou, alternativamente, pode ser decomposto em subproblemas menores. Nesse caso, inicialmente ignora-se a existência do problema de segundo estágio e resolve-se o problema de primeiro estágio relaxado:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \\ & c_1^T \cdot x_1 \\ & \text{s.a.} \\ & A_1 \cdot x_1 = b_1 \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned} \tag{38}$$

A solução ótima encontrada x_1^* , é utilizada como valor inicial no problema de segundo estágio, que pode ser descrito por:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \\ & z_2^\omega = c_2^T \cdot x_2^\omega \\ & \text{s.a.} \\ & A_2 \cdot x_2^\omega = b_2^\omega - B_2 \cdot x_1^* \\ & x_2^\omega \geq 0 \end{aligned} \tag{39}$$

Os problemas de segundo estágio, associados a cada um dos cenários, são resolvidos, mas essa solução ainda não pode ser considerada ótima, pois a decisão x_1^* foi tomada para o problema de primeiro estágio relaxado, ignorando as consequências no segundo estágio. Para obter a solução ótima é preciso adicionar informações ao primeiro estágio de como o segundo é afetado pelas decisões do primeiro. Isso é feito por meio de uma função linear por partes que estima o custo esperado do segundo estágio de acordo com a decisão tomada no primeiro estágio. Para compreender esta estratégia, considere o problema dual apresentado abaixo:

maximize

$$z_2^\omega = \pi_2^{\omega T} \cdot (b_2^\omega - B_2 \cdot x_1^*) \quad (40)$$

s.a.

$$\pi_2^{\omega T} \cdot A_2 \leq c_2$$

A restrição $\pi_2^{\omega T} \cdot A_2 \leq c_2$ define uma região viável para o problema (40) que não depende das decisões tomadas no primeiro estágio. Da teoria de programação linear sabe-se que esta região é um poliedro convexo caracterizado pelos vértices $\pi_2^{\omega T}$. Como a solução ótima de um problema de programação linear corresponde a um vértice da região viável, o problema (40) pode ser resolvido por enumeração:

maximize

$$z_2^\omega = \pi_2^{\omega T} \cdot (b_2^\omega - B_2 \cdot x_1^*) \quad (41)$$

s.a.

$$\pi_2^{\omega T} \in \{\pi_{21}, \pi_{22}, \dots, \pi_{2n}\}$$

Onde:

n vértices do problema dual

Pode-se formular o problema dual de (41), ou seja, reescrever o problema primal de segundo estágio (39):

minimize

$$z_2^\omega = \alpha_2^\omega \quad (42)$$

s.a.

$$\alpha_2^\omega \geq \pi_{21}^T \cdot (b_2^\omega - B_2 \cdot x_1)$$

$$\alpha_2^\omega \geq \pi_{22}^T \cdot (b_2^\omega - B_2 \cdot x_1)$$

⋮

$$\alpha_2^\omega \geq \pi_{2n}^T \cdot (b_2^\omega - B_2 \cdot x_1)$$

Portanto, tem-se que o problema definido inicialmente por (37) pode ser reescrito como:

minimize

$$c_1^T \cdot x_1 + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \alpha_2^\omega$$

s.a.

$$A_1 \cdot x_1 = b_1$$

$$\alpha_2^\omega + \pi_{21}^T \cdot B_2 \cdot x_1 \geq \pi_{21}^T \cdot b_2^\omega \quad (43)$$

$$\alpha_2^\omega + \pi_{22}^T \cdot B_2 \cdot x_1 \geq \pi_{22}^T \cdot b_2^\omega$$

⋮

$$\alpha_2^\omega + \pi_{2n}^T \cdot B_2 \cdot x_1 \geq \pi_{2n}^T \cdot b_2^\omega$$

$$x_1 \geq 0, \omega \in \Omega$$

Definindo uma variável escalar que substitui o custo do segundo estágio:

$$\alpha_2 = \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \alpha_2^\omega \quad (44)$$

Finalmente:

minimize

$$c_1^T \cdot x_1 + \alpha_2$$

s.a.

$$A_1 \cdot x_1 = b_1$$

$$\alpha_2 + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_{21}^T \cdot B_2 \cdot x_1 \geq \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_{21}^T \cdot b_2^\omega \quad (45)$$

$$\alpha_2 + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_{22}^T \cdot B_2 \cdot x_1 \geq \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_{22}^T \cdot b_2^\omega$$

⋮

$$\alpha_2 + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_{2n}^T \cdot B_2 \cdot x_1 \geq \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_{2n}^T \cdot b_2^\omega$$

$$x_1 \geq 0$$

As inequações acima formam a Função Recurso – FR do problema e cada aproximação linear dessa função é conhecida como Corte de Benders, (BENDERS, 1962). Os Cortes de Benders são construídos iterativamente (recursões progressivas e regressivas). No caso do problema de dois estágios, deve-se resolver o problema referente ao nó do primeiro estágio e o resultado ótimo x_1^* é utilizado como dado de entrada para os nós dos problemas de segundo estágio. Com as soluções do primeiro e segundo estágios é possível calcular um corte, que é definido como:

$$\alpha_2 + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_{21}^T \cdot B_2 \cdot x_1 \geq \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_{21}^T \cdot b_2^\omega \quad (46)$$

Sabendo que o custo do segundo estágio para um dado cenário é dado por:

$$z_2^\omega = \pi_2^{\omega* T} \cdot (b_2^\omega - B_2 \cdot x_1^*) \quad (47)$$

O corte pode ser obtido a partir de:

$$\alpha_2 + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_2^{\omega* T} \cdot B_2 \cdot x_1 \geq \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot z_2^{\omega*} + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_2^{\omega* T} \cdot B_2 \cdot x_1^* \quad (48)$$

O Corte de Benders obtido em (48) é adicionado ao problema de primeiro estágio:

minimize

$$c_1^T \cdot x_1 + \alpha_2$$

s.a.

$$A_1 \cdot x_1 = b_1 \quad (49)$$

$$\alpha_2 + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_2^{\omega* T} \cdot B_2 \cdot x_1 \geq \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot z_2^{\omega*} + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot \pi_2^{\omega* T} \cdot B_2 \cdot x_1^*$$

$$x_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0$$

O procedimento iterativo continua adicionando cortes até que o critério de convergência seja atendido. A convergência do algoritmo avalia se o custo total do primeiro estágio obtido com as aproximações da FR está próximo à soma do custo esperado do primeiro e segundo estágio, dentro de uma tolerância ε . Se a FR construída até a iteração em análise for adequada, ela representará o custo esperado do segundo estágio de forma exata²⁸, garantindo que a solução encontrada é ótima.

Dessa forma define-se um limite inferior Z_{INF} formado pelo custo do primeiro estágio mais a FR, e um limite superior Z_{SUP} a formado pela soma dos custos do primeiro e segundo estágio.

$$Z_{INF} = c_1^T \cdot x_1^* + \alpha_2^*$$

$$Z_{SUP} = c_1^T \cdot x_1^* + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot c_2^T \cdot x_2^{\omega*}$$

(50)

²⁸ Lembrando que a DA é um método de solução exata que percorre a árvore completa de cenários do problema.

A diferença entre o limite superior Z_{SUP} e o limite inferior Z_{INF} pode ser utilizada para verificar a precisão com que a Função Recurso representa o custo esperado do segundo estágio. Se esta diferença for menor que uma dada tolerância, o problema estará resolvido.

$$Z_{SUP} - Z_{INF} \leq \varepsilon \quad (51)$$

5.5 DECOMPOSIÇÃO ANINHADA – PROBLEMAS MULTI-ESTÁGIOS

No caso de problemas com múltiplos estágios o algoritmo da DA pode ser estendido da seguinte forma:

minimize

$$c_t^T \cdot x_t^{ot} + \alpha_{t+1}$$

s.a.

$$A_t \cdot x_t^{ot} = b_t^{ot} - B_t \cdot x_{t-1}^{ot}$$

$$\alpha_{t+1} + \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} p_{t+1}^{\omega_{t+1}} \cdot \pi_{t+1}^{\omega_{t+1}*T} \cdot B_{t+1} \cdot x_t^{ot} \geq \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} p_{t+1}^{\omega_{t+1}} \cdot z_{t+1}^{\omega_{t+1}*} + \sum_{\omega_{t+1} \in \Delta(\omega_t)} p_{t+1}^{\omega_{t+1}} \cdot \pi_{t+1}^{\omega_{t+1}*T} \cdot B_{t+1} \cdot x_t^{ot*}$$

$$x_t^{ot} \geq 0$$

(52)

Resolvem-se os problemas de cada nó da árvore atualizando-se os nós sucessores de acordo com a solução ótima encontrada. Nessa etapa, conhecida como recursão progressiva (*forward*), a solução de um estágio indica o estado inicial a ser considerado no próximo estágio do problema. Ao final da recursão progressiva a convergência é avaliada por:

$$Z_{INF} = c_1^T \cdot x_1^* + \alpha_2^*$$

(53)

$$Z_{SUP} = c_1^T \cdot x_1^* + \sum_{\omega \in \Omega} p_2^\omega \cdot c_2^T \cdot x_2^{\omega*}$$

Se o critério de convergência não estiver satisfeito, inicia-se uma nova etapa denominada recursão regressiva (*backward*), onde os cortes são obtidos conforme apresentado em (48). Após o final da etapa de recursão regressiva, inicia-se uma nova recursão progressiva até a etapa de verificação da convergência.

Como visto, a Decomposição Aninhada utiliza em sua estratégia de solução todos os cenários associados com a determinação da política ótima. Para modelos com um grande número de estágios, percorrer todo o espaço amostral do problema pode tornar-se muito custoso computacionalmente, dessa forma, algoritmos com base em amostragem podem ser utilizados como alternativa.

Um dos métodos de amostragem mais difundidos na literatura é a Programação Dinâmica Estocástica Dual - PDDE que difere fundamentalmente da estratégia de solução da Decomposição Aninhada por sortear aleatoriamente alguns cenários e evitar que seja necessário percorrer todos os caminhos da árvore durante as recursões progressivas e regressivas.

5.6 ESTUDO DE CASO

O estudo de caso considerado no presente trabalho foi resolvido inicialmente por um problema único de programação linear com o objetivo de maximização da receita esperada do agente gerador. Num segundo momento, o mesmo problema foi resolvido com o uso da técnica da Decomposição Aninhada. Por fim, foi inserido no problema um conjunto de variáveis que modelam a percepção de risco do decisor e um novo problema foi resolvido por meio de um problema único de programação linear, agora com o objetivo de maximização da receita esperada do agente gerador com atendimento de restrição de *CVaR*. A Tabela 1 apresenta as diferentes abordagens utilizadas no estudo de caso:

Tabela 1 - Diferentes Abordagens Utilizadas no Estudo de Caso

Abordagem	Objetivo	Técnica de Solução
1	Maximização da Receita Esperada	PL Único
2	Maximização da Receita Esperada	Decomposição Aninhada
3	Maximização da Receita Esperada com Atendimento de Restrição de <i>CVaR</i>	PL Único

Como dito anteriormente, o estudo de caso proposto é um exemplo numérico reproduzido em escala reduzida, preparado com o intuito de ressaltar as especificidades e o desempenho de cada uma das diferentes abordagens para o problema. Nesse sentido foram adotadas as seguintes premissas:

- problema de 3 estágios;
- número limitado de aberturas para a árvore de cenários;
- não é considerada taxa de atualização de capital;
- preço de energia R\$/MW médio;
- o custo de operação será considerado nulo.

Em todas as abordagens avaliadas no estudo de caso as principais entradas e saídas do modelo seguiram o fluxo ilustrado no organograma a seguir:

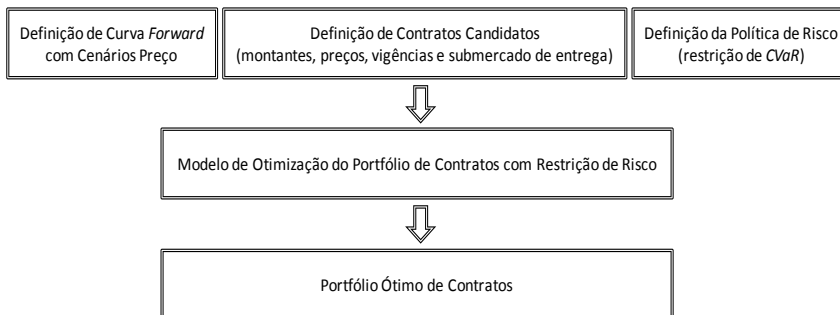


Figura 18 – Fluxo de Informações

Tendo em mente as premissas adotadas no estudo de caso e o fluxo de informações no modelo é possível apresentar os dados utilizados nos estudos. Suponha que um gerador tenha propostas firmes de três compradores distintos, ou seja, três contratos candidatos, com as características apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Características dos Contratos Candidatos

Contrato	Preço [R\$/MWmédio]	Quantidade [MWmédio]		
		Mês 1	Mês 2	Mês 3
1	82	10	10	10
2	110	5	5	5
3	70	5	5	5

A garantia física descontratada do gerador (10 MWmédios) é inferior à demanda por contratos candidatos, portanto a decisão consiste em selecioná-los de forma a obter a máxima receita. A expectativa de comportamento do preço de curto prazo nos três estágios é representada a partir da seguinte árvore de cenários equiprováveis e independentes ilustrada na Figura 19, apresentada a seguir:

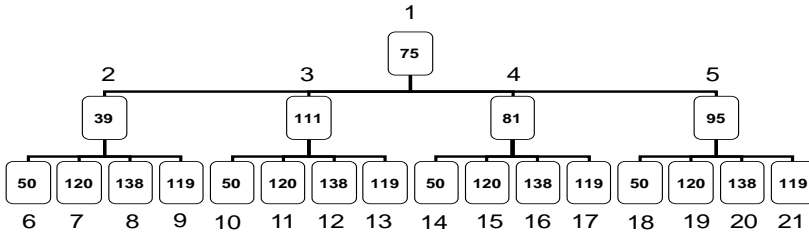


Figura 19 - Árvore de Cenários de Preços

Esse problema de seleção de contratos pode ser modelado e resolvido por meio de diversas abordagens, como será demonstrado a seguir. Vale ressaltar novamente que nesse exemplo numérico foi considerado um número limitado de aberturas para a árvore de cenários, pois se trata de uma aplicação científica que, conforme comentado anteriormente tem como objetivo ressaltar as especificidades e o desempenho de cada uma das diferentes abordagens para o problema. No entanto, conforme descrito na Seção 5.2, para uma aplicação comercial (real) é importante avaliar criteriosamente o conjunto de realizações a ser considerado na árvore de cenários para que essa representação forneça uma solução de qualidade.

5.6.1 Primeira Abordagem – Problema de Maximização da Receita Esperada – Solução via PL_Único

Ao modelar o problema estocástico, é necessário considerar um índice associado ao nó da árvore. Portanto, será adotada a notação x_{nt}^L , onde:

X	volume transacionado no contrato bilateral
n	contrato candidato
t	estágio
L	índice associado ao nó da árvore

Com isso o problema pode ser escrito como:

Maximize

$$\left(\begin{array}{l} \sum_{n=1}^3 [(p_n - \pi_1) \cdot x_{n1}] + \pi_1 \cdot G_1 + \\ \frac{1}{4} \cdot \sum_{L=2}^5 \left\{ \sum_{n=1}^3 [(p_n - \pi^L) \cdot x_{n2}^L] + \pi^L \cdot G_2^L \right\} + \\ \frac{1}{16} \cdot \sum_{L=6}^{21} \left\{ \sum_{n=1}^3 [(p_n - \pi^L) \cdot x_{n3}^L] + \pi^L \cdot G_3^L \right\} \end{array} \right) \quad (54)$$

s.a.

Restrições de Lastro:

$$\sum_{n=1}^3 x_{nt}^L \leq 10 \quad L=1, \dots, 21; t=1, \dots, 3 \quad (55)$$

Características dos Contratos:

$$\begin{array}{l} x_{1t}^L \leq 10 \quad L=1, \dots, 21; t=1, \dots, 3 \\ x_{2t}^L \leq 5 \quad L=1, \dots, 21; t=1, \dots, 3 \\ x_{3t}^L \leq 5 \quad L=1, \dots, 21; t=1, \dots, 3 \end{array} \quad (56)$$

Geração Esperada:

$$G_t^L = 10 \quad L=1, \dots, 21; t=1, \dots, 3 \quad (57)$$

Acoplamento Temporal dos Contratos:

$$\begin{array}{l} x_{n1}^1 = x_{n2}^L \quad L=2, \dots, 5; n=1, \dots, 3 \\ x_{n2}^2 = x_{n3}^L \quad L=6, \dots, 9; n=1, \dots, 3 \\ x_{n2}^3 = x_{n3}^L \quad L=10, \dots, 13; n=1, \dots, 3 \\ x_{n2}^4 = x_{n3}^L \quad L=14, \dots, 17; n=1, \dots, 3 \\ x_{n2}^5 = x_{n3}^L \quad L=18, \dots, 21; n=1, \dots, 3 \end{array} \quad (58)$$

Tabela 3 - Solução do Caso 1

Solução:	Receita Esperada [R\$]	2.966,25
	Contrato 1 [MWmédios]	0,00
	Contrato 2 [MWmédios]	5,00
	Contrato 3 [MWmédios]	0,00

O resultado obtido a partir do modelo que considera somente o critério de maximização de receita indica como política ótima de comercialização, a assinatura do contrato 2 e a liquidação do restante da energia (5,0 MWmédios) no mercado de curto prazo.

5.6.2 Segunda Abordagem – Problema de Maximização da Receita Esperada – Solução via Decomposição Aninhada (Nested Decomposition)

Como visto na Seção 5.1 quando o número de estágios e contratos candidatos torna-se muito elevado a determinação da política ótima de contratação por meio da resolução de um único problema de PL torna-se impraticável para os recursos computacionais disponíveis atualmente. Uma alternativa é a utilização de técnicas de decomposição do problema completo em subproblemas menores, referentes a cada estágio da tomada de decisão.

Dessa maneira, o mesmo problema da Seção 5.6.1 será resolvido com a utilização da técnica de Decomposição de Benders que, quando aplicada ao caso estocástico de árvore completa, é conhecida como Decomposição Aninhada.

Primeira Recursão *Forward*:

O subproblema do primeiro estágio pode ser escrito como:

Maximize

$$7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1$$

s.t.

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \leq 10$$

$$x_{11} \leq 10; x_{21} \leq 5; x_{31} \leq 5;$$

$$G_1 = 10$$

(59)

Tabela 4 - Solução do Subproblema de Primeiro Estágio

Solução:	Receita Esperada [R\$]	960,00
	Contrato 1 [MWmédios]	5,00
	Contrato 2 [MWmédios]	5,00
	Contrato 3 [MWmédios]	0,00

As decisões do problema de primeiro estágio são transferidas aos problemas de segundo estágio por meio das restrições de acoplamento temporal:

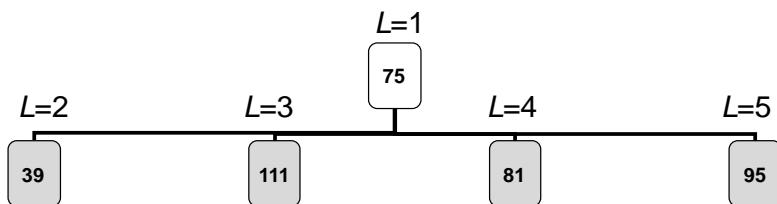


Figura 20 - Cenários de Preço para o Segundo Estágio

Portanto, cada um dos quatro subproblemas do segundo estágio, referentes aos nós (L = 2) a (L = 5), pode ser escrito como:

Maximize

$$\left\{ \sum_{n=1}^3 \left[(p_n - \pi^L) \cdot x_{n2}^L \right] + \pi^L \cdot G_2^L \right\}$$

s.t.

$$\sum_{n=1}^3 x_{nt} \leq \bar{X} \tag{60}$$

$$G_2^L = 10$$

$$x_{n2} - x_{n1}^* = 0$$

Onde x_{n1}^* corresponde à decisão ótima do subproblema de primeiro estágio para cada um dos contratos.

Da mesma forma, as decisões do segundo estágio são transferidas ao problema de terceiro estágio por meio das restrições de acoplamento temporal. Então cada um dos subproblemas do terceiro estágio, referentes aos nós ($L = 6$) a ($L = 21$), pode ser escrito como:

Maximize

$$\left\{ \sum_{n=1}^3 \left[(p_n - \pi^L) \cdot x_{n3}^L \right] + \pi^L \cdot G_3^L \right\}$$

s.t.

$$\sum_{n=1}^3 x_{nt} \leq \bar{X} \tag{61}$$

$$G_3^L = 10$$

$$x_{n3} - x_{n2}^* = 0$$

Para melhorar o entendimento da metodologia de cálculo a análise se concentrará num nó específico. Por exemplo, o nó ($L = 2$), que possui como descendentes os nós ($L = 6$) a ($L = 9$), conforme mostra a Figura 21.

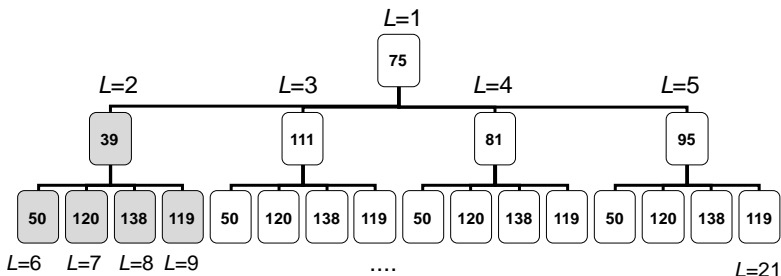


Figura 21 - Cenários de Preço para o Terceiro Estágio

Com a solução dos problemas de terceiro estágio são obtidos os Multiplicadores de Lagrange associados às restrições de acoplamento temporal e as respectivas receitas esperadas dos nós descendentes ao nó ($L = 2$), conforme indica a Tabela 5:

Tabela 5 - Multiplicadores de Lagrange Associados aos Subproblemas de Terceiro Estágio – ($L=6$) a ($L=9$)

Nó 6	Nó 7	Nó 8	Nó 9
$\pi_1^6 = 32$	$\pi_1^7 = -38$	$\pi_1^8 = -56$	$\pi_1^9 = -37$
$\pi_2^6 = 60$	$\pi_2^7 = -10$	$\pi_2^8 = -28$	$\pi_2^9 = -9$
$\pi_3^6 = 20$	$\pi_3^7 = -50$	$\pi_3^8 = -68$	$\pi_3^9 = -49$
$R = 960$	$R = 960$	$R = 960$	$R = 960$

Estas informações subsidiam a construção do primeiro Corte de Benders que será incorporado ao problema de segundo estágio, dando início à primeira recursão *backward*. Por serem equiprováveis os nós ($L = 6$) a ($L = 9$) devem apresentar as mesmas contribuições para o problema do nó antecessor.

Assim, pode-se expressar a receita esperada por meio da média das receitas obtidas a partir de cada um dos nós e também deve ser considerado o valor médio dos Multiplicadores de Lagrange da Tabela 5. Com base nessas informações obtém-se o seguinte Corte de Benders:

$$\alpha_2 + 24,75 \cdot x_{12} - 3,25 \cdot x_{22} + 36,75 \cdot x_{32} \leq 1390 \quad (62)$$

O procedimento descrito acima deve ser repetido para os nós ($L = 3$) a ($L = 5$) – vide Figura 21 - e cada um deles deve receber uma única restrição gerada a partir de todos os seus nós descendentes. Uma vez solucionados todos os problemas do último estágio, a mesma estratégia é seguida para os demais, até o segundo estágio gerar o corte para o primeiro, o que finaliza a primeira recursão regressiva. Note que para realizar a recursão regressiva considera-se a mesma condição inicial utilizada na primeira recursão progressiva, portanto:

Primeira Recursão Backward:

Os novos problemas de segundo estágio com os cortes inseridos são escritos como:

Maximize

$$\left\{ \sum_{n=1}^3 \left[(p_n - \pi^L) \cdot x_{n2}^L \right] + \pi^L \cdot G_2^L \right\}$$

s.t.

$$\sum_{n=1}^3 x_{nt} \leq \bar{X} \quad (63)$$

$$G_2^L = 10$$

$$x_{n2} - x_{n1}^* = 0$$

$$\alpha_2 + 24,75 \cdot x_{12} - 3,25 \cdot x_{22} + 36,75 \cdot x_{32} \leq 1390$$

Com a solução dos novos problemas de segundo estágio são obtidos os Multiplicadores de Lagrange associados às restrições de acoplamento temporal e as respectivas receitas esperadas, conforme indica a Tabela 6:

Tabela 6 - Multiplicadores de Lagrange Associados aos Subproblemas de Segundo Estágio – (L=2) a (L=5)

Nó 2	Nó 3	Nó 4	Nó 5
$\pi_1^2 = 18,25$	$\pi_1^3 = -53,75$	$\pi_1^4 = -23,75$	$\pi_1^5 = -37,75$
$\pi_2^2 = 74,25$	$\pi_2^3 = 2,25$	$\pi_2^4 = 32,25$	$\pi_2^5 = 18,25$
$\pi_3^2 = -5,75$	$\pi_3^3 = -77,75$	$\pi_3^4 = -47,75$	$\pi_3^5 = -61,75$
$R = 2242,50$	$R = 2242,50$	$R = 2242,50$	$R = 2242,50$

A partir destas informações será construído o corte que será incorporado ao problema de primeiro estágio:

$$\alpha_1 + 24,25 \cdot x_{11} - 31,75 \cdot x_{21} + 48,25 \cdot x_{31} \leq 2092,5 \quad (64)$$

E com isso é possível reescrever o problema de primeiro estágio como:

Maximize

$$7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 + \alpha_1$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \leq 10$$

$$x_{11} \leq 10; x_{21} \leq 5; x_{31} \leq 5;$$

$$G_1 = 10$$

$$\alpha_1 + 24,25 \cdot x_{11} - 31,75 \cdot x_{21} + 48,25 \cdot x_{31} \leq 2092,5 \quad (65)$$

A solução obtida a partir do novo problema de primeiro estágio indica a política de contratação da Tabela 7:

Tabela 7 - Nova Solução do Subproblema de Primeiro Estágio

Solução:	Receita Esperada [R\$]	925,00
	Contrato 1 [MWmédios]	0,00
	Contrato 2 [MWmédios]	5,00
	Contrato 3 [MWmédios]	0,00

Essa solução é diferente daquela obtida na primeira recursão progressiva, pois a informação dos estágios futuros foi trazida ao estágio inicial por meio dos Cortes de Benders.

Segunda Recursão Forward:

Na segunda recursão progressiva (*forward*) as novas decisões do problema de primeiro estágio são transferidas aos problemas de segundo estágio, referentes aos nós ($L = 2$) a ($L = 5$), por meio das restrições de acoplamento temporal.

Maximize

$$\left\{ \sum_{n=1}^3 \left[(p_n - \pi^L) \cdot x_{n2}^L \right] + \pi^L \cdot G_2^L \right\}$$

s.t.

$$\sum_{n=1}^3 x_{nt} \leq \bar{X} \quad (66)$$

$$G_2^L = 10$$

$$x_{n2} - x_{n1}^* = 0$$

$$\alpha_2 + 24,75 \cdot x_{12} - 3,25 \cdot x_{22} + 36,75 \cdot x_{32} \leq 1390$$

A solução dos quatro problemas indicados acima, apresenta uma receita esperada de 957,5 R\$/MWmédio. Por fim, são resolvidos os problemas de terceiro estágio, referentes aos nós ($L = 6$) a ($L = 21$) e é obtida uma receita esperada de 1083,75 R\$/MWmédio. A soma das receitas esperadas, do primeiro ao terceiro estágio do problema ($925,0 + 957,5 + 1083,75 = 2.966,25$), fornece o mesmo resultado obtido a partir da solução com o PL_Único, indicando a convergência do problema resolvido pela Decomposição Aninhada.

Esse modelo tem como único objetivo a maximização da receita esperada do agente, o que pode levá-lo a posições demasiadamente agressivas. Uma alternativa de modelagem que controle esse efeito consiste em avaliar as possibilidades de solução considerando a internalização de um critério de risco pré-definido pelo decisor, conforme apresentado a seguir.

5.6.3 Terceira Abordagem – Problema de Maximização da Receita Esperada com Atendimento de Restrição de CVaR – Solução via PL_Único

Conforme mostrado anteriormente, a percepção de risco do decisor pode ser modelada diretamente no modelo de PL a partir do conjunto de inequações apresentado na Seção 4.3.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \sum_{i=1}^N x_i \cdot \mu_i \\
 & \text{s.a.} \\
 & \alpha + \frac{1}{(1-\beta) \cdot S} \sum_{s=1}^S u_s \geq k \\
 & u_s \leq g_s - \alpha \quad s = 1, \dots, S \\
 & \sum_{i=1}^N x_i = 1 \\
 & x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, N \\
 & u_s \leq 0 \quad s = 1, \dots, S
 \end{aligned} \tag{67}$$

Onde:

x_i	participação do ativo candidato i
μ_i	retorno esperado do i -ésimo ativo candidato
u_s	variável auxiliar para o cálculo do CVaR
α	variável que fornece o VaR do portfólio
β	nível de confiança para o cálculo do VaR e CVaR
S	número de cenários
N	número de ativos candidatos
K	limite de CVaR requerido pelo investidor
g_s	retorno do portfólio no cenário s

Com isso, o novo problema de PL com a representação da aversão a risco do decisor pode ser escrito como:

Maximize

$$\left(\begin{array}{l} \sum_{n=1}^3 [(\mathbf{p}_n - \pi_1) \cdot x_{n1}] + \pi_1 \cdot G_1 + \\ \frac{1}{4} \cdot \sum_{L=2}^5 \left\{ \sum_{n=1}^3 [(\mathbf{p}_n - \pi^L) \cdot x_{n2}^L] + \pi^L \cdot G_2^L \right\} + \\ \frac{1}{16} \cdot \sum_{L=6}^{21} \left\{ \sum_{n=1}^3 [(\mathbf{p}_n - \pi^L) \cdot x_{n3}^L] + \pi^L \cdot G_3^L \right\} \end{array} \right) \quad (68)$$

s.a.

Restrições de Lastro:

$$\sum_{n=1}^3 x_{nt}^L \leq 10 \quad L=1, \dots, 21; t=1, \dots, 3 \quad (69)$$

Características dos Contratos:

$$\begin{aligned} x_{1t}^L &\leq 10 \quad L=1, \dots, 21; t=1, \dots, 3 \\ x_{2t}^L &\leq 5 \quad L=1, \dots, 21; t=1, \dots, 3 \\ x_{3t}^L &\leq 5 \quad L=1, \dots, 21; t=1, \dots, 3 \end{aligned} \quad (70)$$

Geração Esperada:

$$G_t^L = 10 \quad L = 1, \dots, 21; t = 1, \dots, 3 \quad (71)$$

Acoplamento Temporal dos Contratos:

$$\begin{aligned} x_{n1}^1 &= x_{n2}^L \quad L= 2, \dots, 5; n=1, \dots, 3 \\ x_{n2}^2 &= x_{n3}^L \quad L= 6, \dots, 9; n=1, \dots, 3 \\ x_{n2}^3 &= x_{n3}^L \quad L=10, \dots, 13; n=1, \dots, 3 \\ x_{n2}^4 &= x_{n3}^L \quad L=14, \dots, 17; n=1, \dots, 3 \\ x_{n2}^5 &= x_{n3}^L \quad L=18, \dots, 21; n=1, \dots, 3 \end{aligned} \quad (72)$$

Modelo de VaR e CVaR:

$$\alpha + \frac{1}{(1-0,75) \cdot 16} \sum_{s=1}^{16} u_s \geq 2700 \quad (73)$$

$$\begin{array}{llll} u_1 - g_1 + \alpha \leq 0; & u_5 - g_5 + \alpha \leq 0; & u_9 - g_9 + \alpha \leq 0; & u_{13} - g_{13} + \alpha \leq 0 \\ u_2 - g_2 + \alpha \leq 0; & u_6 - g_6 + \alpha \leq 0; & u_{10} - g_{10} + \alpha \leq 0; & u_{14} - g_{14} + \alpha \leq 0 \\ u_3 - g_3 + \alpha \leq 0; & u_7 - g_7 + \alpha \leq 0; & u_{11} - g_{11} + \alpha \leq 0; & u_{15} - g_{15} + \alpha \leq 0 \\ u_4 - g_4 + \alpha \leq 0; & u_8 - g_8 + \alpha \leq 0; & u_{12} - g_{12} + \alpha \leq 0; & u_{16} - g_{16} + \alpha \leq 0 \end{array} \quad (74)$$

$$\begin{aligned}
g_1 &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 + 43 \cdot x_{12} + 71 \cdot x_{22} + 31 \cdot x_{32} + 39 \cdot G_2 + 32 \cdot x_{13} + 60 \cdot x_{23} + 20 \cdot x_{33} + 50 \cdot G_3 \\
g_2 &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 + 43 \cdot x_{12} + 71 \cdot x_{22} + 31 \cdot x_{32} + 39 \cdot G_2 - 38 \cdot x_{13} - 10 \cdot x_{23} - 50 \cdot x_{33} + 120 \cdot G_3 \\
g_3 &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 + 43 \cdot x_{12} + 71 \cdot x_{22} + 31 \cdot x_{32} + 39 \cdot G_2 - 56 \cdot x_{13} - 28 \cdot x_{23} - 68 \cdot x_{33} + 138 \cdot G_3 \\
g_4 &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 + 43 \cdot x_{12} + 71 \cdot x_{22} + 31 \cdot x_{32} + 39 \cdot G_2 - 37 \cdot x_{13} - 9 \cdot x_{23} - 49 \cdot x_{33} + 119 \cdot G_3 \\
g_5 &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 - 29 \cdot x_{12} - x_{22} - 41 \cdot x_{32} + 111 \cdot G_2 + 60 \cdot x_{13} + 60 \cdot x_{23} + 20 \cdot x_{33} + 50 \cdot G_3 \\
g_6 &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 - 29 \cdot x_{12} - x_{22} - 41 \cdot x_{32} + 111 \cdot G_2 - 38 \cdot x_{13} - 10 \cdot x_{23} - 50 \cdot x_{33} + 120 \cdot G_3 \\
g_7 &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 - 29 \cdot x_{12} - x_{22} - 41 \cdot x_{32} + 111 \cdot G_2 - 56 \cdot x_{13} - 28 \cdot x_{23} - 68 \cdot x_{33} + 138 \cdot G_3 \\
g_8 &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 - 29 \cdot x_{12} - x_{22} - 41 \cdot x_{32} + 111 \cdot G_2 - 37 \cdot x_{13} - 9 \cdot x_{23} - 49 \cdot x_{33} + 119 \cdot G_3 \\
g_9 &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 + x_{12} + 29 \cdot x_{22} - 11 \cdot x_{32} + 81 \cdot G_2 + 32 \cdot x_{13} + 60 \cdot x_{23} + 20 \cdot x_{33} + 50 \cdot G_3 \\
g_{10} &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 + x_{12} + 29 \cdot x_{22} - 11 \cdot x_{32} + 81 \cdot G_2 - 38 \cdot x_{13} - 10 \cdot x_{23} - 50 \cdot x_{33} + 120 \cdot G_3 \\
g_{11} &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 + x_{12} + 29 \cdot x_{22} - 11 \cdot x_{32} + 81 \cdot G_2 - 56 \cdot x_{13} - 28 \cdot x_{23} - 68 \cdot x_{33} + 138 \cdot G_3 \\
g_{12} &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 + x_{12} + 29 \cdot x_{22} - 11 \cdot x_{32} + 81 \cdot G_2 - 37 \cdot x_{13} - 9 \cdot x_{23} - 49 \cdot x_{33} + 119 \cdot G_3 \\
g_{13} &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 - 13 \cdot x_{12} + 15 \cdot x_{22} - 25 \cdot x_{32} + 95 \cdot G_2 + 32 \cdot x_{13} + 60 \cdot x_{23} + 20 \cdot x_{33} + 50 \cdot G_3 \\
g_{14} &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 - 13 \cdot x_{12} + 15 \cdot x_{22} - 25 \cdot x_{32} + 95 \cdot G_2 - 38 \cdot x_{13} - 10 \cdot x_{23} - 50 \cdot x_{33} + 120 \cdot G_3 \\
g_{15} &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 - 13 \cdot x_{12} + 15 \cdot x_{22} - 25 \cdot x_{32} + 95 \cdot G_2 - 56 \cdot x_{13} - 28 \cdot x_{23} - 68 \cdot x_{33} + 138 \cdot G_3 \\
g_{16} &= 7 \cdot x_{11} + 35 \cdot x_{21} - 5 \cdot x_{31} + 75 \cdot G_1 - 13 \cdot x_{12} + 15 \cdot x_{22} - 25 \cdot x_{32} + 95 \cdot G_2 - 37 \cdot x_{13} - 9 \cdot x_{23} - 49 \cdot x_{33} + 119 \cdot G_3
\end{aligned}$$

(75)

As restrições (73) a (75) modelam a percepção de risco do decisor. Como visto no Capítulo 4, quando a receita esperada g_s for maior ou igual ao VaR (representado pela variável α), a restrição $u_s - g_s + \alpha \leq 0$ será atendida e a variável artificial u_s deverá ser nula. Quando a receita esperada for menor que o VaR (violação do VaR) a variável u_s assumirá um valor correspondente ao tamanho dessa violação e será computada no cálculo do $CVaR$.

Para o problema acima, com $\beta = 75\%$ e $CVaR$ limitado por $k = 2700$, a solução ótima indicou uma nova política de contratação:

Tabela 8 - Solução do Problema (Terceira Abordagem)

Solução:	Receita Esperada [R\$]	2.957,14
	Contrato 1 [MWmédios]	0,53
	Contrato 2 [MWmédios]	5,00
	Contrato 3 [MWmédios]	0,00

Para efeito de validação da metodologia, a política de contratação obtida a partir do modelo de otimização pode ser simulada para os 16 cenários de preço de curto prazo e serão obtidas receitas esperadas enumeradas na Tabela 9:

Tabela 9 - Simulação da Política de Contratação

Cenários Spot		Receita Esperada [R\$]	
75	39	50	2513,29
		120	2826,34
		138	2906,83
		119	2821,86
	111	50	2835,28
		120	3148,32
		138	3228,82
		119	3143,85
	81	50	2701,12
		120	3014,16
		138	3094,66
		119	3009,69
	95	50	2763,73
		120	3076,77
		138	3157,27
		119	3072,30

Análise do VaR:

O *VaR* obtido a partir do modelo de PL é igual a ($\alpha = VaR = 2821,86$). Ao ordenar os valores de receita da Tabela 9 de maneira crescente, o valor obtido pela otimização coincide exatamente com o quarto menor valor de receita obtido na simulação. Ou seja, assim como esperado, para um nível de confiança de 75%, o portfólio apresenta valores de receita superiores ao *VaR* em doze das dezesseis possíveis realizações de preço.

Análise do CVaR:

Outro resultado importante é obtido a partir da análise das variáveis auxiliares u_S do modelo de PL, que representam o tamanho da violação do *VaR*, ou seja, o *CVaR* do portfólio. Para o exemplo em questão, as únicas variáveis auxiliares não nulas obtidas no PL são:

Tabela 10 - Variáveis Auxiliares Não Nulas

$u_1 = -308,57$	$u_9 = -120,74$	$u_{13} = -58,13$
-----------------	-----------------	-------------------

Ao subtrair do VaR o valor médio das violações indicado pelas variáveis auxiliares obtém-se o $CVaR$ do portfólio:

$$CVaR = VaR + \frac{1}{(1-0,75) \cdot 16} \sum_{s=1}^{16} u_s = 2700 \quad (76)$$

Para aferir o resultado obtido pelo modelo basta calcular o $CVaR$ por sua forma padrão, a partir da simulação das receitas médias que violaram o VaR :

$$CVaR = \frac{2513,3 + 2701,1 + 2763,7 + 2821,9}{4} = 2700 \quad (77)$$

Análise da Política de Comercialização Obtida e sua Relação com o Fator K:

No caso apresentado na Seção 5.6.3, ao contrário do exemplo resolvido sem a representação da aversão ao risco, o decisor pode limitar sua exposição ao mercado de curto prazo a partir do ajuste do fator k.

Ao aumentar o fator k, o decisor indica maior aversão ao risco, visto que está limitando num valor mais alto o valor mínimo da receita esperada do portfólio. A Tabela 11 mostra o resultado do problema resolvido para diferentes níveis de aversão e seu impacto no nível de contratação do portfólio:

Tabela 11 - Variação do Fator K

Fator K [R\$]	x ₁	x ₂	x ₃	Contratação [%]
	[MWmédios]			
2.500	0,00	5,00	0,00	50,00%
2.650	0,00	5,00	0,00	50,00%
2.700	5,30	5,00	0,00	55,30%
2.750	1,77	5,00	0,00	67,70%
2.775	2,39	5,00	0,00	73,90%
2.800	3,01	5,00	0,00	80,10%
2.825	3,63	5,00	0,00	86,30%
2.850	4,25	5,00	0,00	92,50%
2.880	5,00	5,00	0,00	100,00%

O comportamento da restrição de controle de risco na definição do portfólio ótimo também pode ser avaliado a partir da Tabela 12 - que apresenta situações onde ocorreriam violações acima do limite de risco pré-estabelecido.

Por exemplo, para o caso de um fator $k = 2650$, apresentado na segunda coluna da Tabela 12, é obtido um $CVaR = 2678,8$. Essa solução atende a primeira restrição de controle de risco apresentada em (78), no entanto, não a torna ativa.

$$\alpha + \frac{1}{(1 - \beta) \cdot S} \sum_{s=1}^S u_s \geq k \quad (78)$$

Caso o fator k seja elevado, por exemplo, para o valor de $k = 2700$, a restrição de $CVaR$ se torna ativa e a decisão do problema é alterada para satisfazer a política de risco pré-definida pelo decisor.

Tabela 12 - Retorno Esperado x Fator k

	Receita Esperada [R\$]									
	k = 2500	k = 2650	k = 2700	k = 2750	k = 2775	k = 2800	k = 2825	k = 2850	k = 2880	
	2470,0	2470,0	2513,3	2615,2	2666,1	2717,0	2768,0	2818,9	2880,0	
	2680,0	2680,0	2701,1	2750,8	2775,7	2800,5	2825,3	2850,2	2880,0	
	2750,0	2750,0	2763,7	2796,0	2812,2	2828,3	2844,5	2860,6	2880,0	
	2815,0	2815,0	2821,9	2838,0	2846,1	2854,2	2862,2	2870,3	2880,0	
	2820,0	2820,0	2826,3	2841,2	2848,7	2856,1	2863,6	2871,1	2880,0	
	2830,0	2830,0	2835,3	2847,7	2853,9	2860,1	2866,3	2872,5	2880,0	
	2910,0	2910,0	2906,8	2899,4	2895,7	2891,9	2888,2	2884,5	2880,0	
	3025,0	3025,0	3009,7	2973,7	2955,7	2937,6	2919,6	2901,6	2880,0	
	3030,0	3030,0	3014,2	2976,9	2958,3	2939,6	2921,0	2902,4	2880,0	
	3095,0	3095,0	3072,3	3018,9	2992,2	2965,5	2938,8	2912,0	2880,0	
	3100,0	3100,0	3076,8	3022,1	2994,8	2967,5	2940,1	2912,8	2880,0	
	3120,0	3120,0	3094,7	3035,0	3005,2	2975,4	2945,6	2915,8	2880,0	
	3175,0	3175,0	3143,9	3070,6	3033,9	2997,3	2960,6	2924,0	2880,0	
	3180,0	3180,0	3148,3	3073,8	3036,5	2999,3	2962,0	2924,7	2880,0	
	3190,0	3190,0	3157,3	3080,2	3041,7	3003,2	2964,7	2926,2	2880,0	
	3270,0	3270,0	3228,8	3131,9	3083,5	3035,0	2986,6	2938,1	2880,0	
VaR	2815,0	2815,0	2821,9	2838,0	2846,1	2854,2	2862,2	2870,3	2880,0	
CVaR	2678,8	2678,8	2700,0	2750,0	2775,0	2800,0	2825,0	2850,0	2880,0	

É importante ter em mente que ao ajustar o nível de contratação por meio da variação do fator k , o decisor estará alterando a relação risco x receita do portfólio, conforme ilustrado na Figura 22:

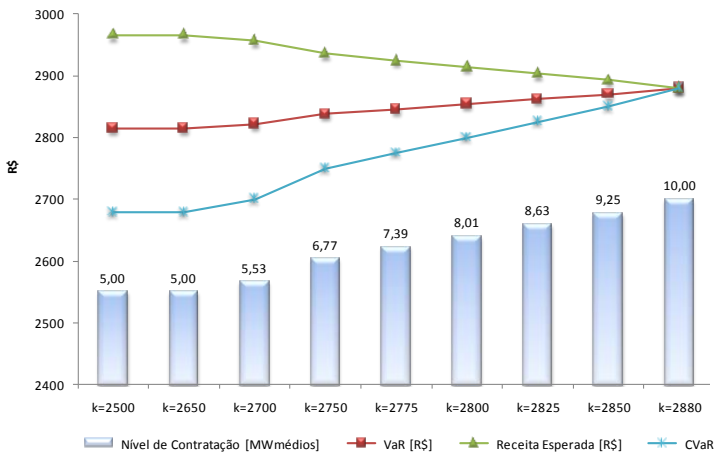


Figura 22 - Variação do Nível de Contratação do Portfólio Ótimo com o Fator K

Na Figura 22, as linhas mostram a evolução do VaR , o $CVaR$ e a Receita Esperada do portfólio e as colunas mostram o nível de contratação obtido, para cada variação do fator k . Pode-se concluir que à medida que o nível de contratação aumenta, influenciado pelo fator k , o par risco e receita diminui²⁹, o que indica uma solução mais conservadora.

5.7 CONCLUSÕES

Foi mostrado no Capítulo 5 que a otimização estocástica tem como interesse a tomada de decisões sob incerteza que, em geral, deve ser realizada ao longo de certos estágios de tempo e a incerteza pode ser modelada por meio de cenários, os quais representam uma possível realização dos parâmetros estocásticos do modelo. Depois de definida a

²⁹ Como se trata de uma distribuição de receitas (e não de perdas), quanto maior o valor do VaR e do $CVaR$ menor o risco do portfólio.

árvore de cenários a ser otimizada, a próxima etapa consiste em desenvolver um algoritmo de solução de acordo com as restrições do problema.

Neste sentido, para avaliar a aplicação das técnicas de solução, foi utilizado como estudo de caso um problema ilustrativo de três estágios. O problema foi resolvido inicialmente por um modelo único de PL com o objetivo de maximização da receita esperada do agente gerador. Como visto, quando o número de estágios e contratos candidatos torna-se elevado, a determinação da política ótima de contratação por meio da resolução de um único problema de PL torna-se impraticável para os recursos computacionais disponíveis atualmente.

Uma alternativa é a utilização de técnicas de decomposição do problema completo em subproblemas menores, referentes a cada estágio da tomada de decisão. Por esta razão, num segundo momento, com o intuito de contornar a questão do crescimento de dimensão do PL, o mesmo problema foi resolvido com o uso da técnica da Decomposição Aninhada.

Em ambas as abordagens a solução encontrada é idêntica e o modelo pode orientar o agente a assumir posições demasiadamente agressivas. Para controlar este efeito, foi inserido no modelo um conjunto de variáveis que representam a percepção de risco do decisor e um novo problema foi resolvido, agora com o objetivo de maximização da receita esperada com atendimento de restrição de *CVaR*. Neste caso o agente pode controlar o seu nível de exposição ao mercado de curto prazo por meio da calibração do fator k . É importante destacar que a decisão obtida a partir dessa abordagem será diferente das anteriores quando a restrição de controle de risco estiver ativa.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho foi idealizado para apresentar de maneira clara o encadeamento das idéias expostas. Inicialmente foi apresentada a sua principal motivação, fundamentada no fato de que boa parte dos agentes do setor elétrico utiliza somente seu *feeling* de negócio, soluções empíricas, ou estudos superficiais, como referência para definição de sua estratégia de comercialização de energia. Nota-se certa resistência quanto à aplicação de modelos matemáticos mais elaborados no problema de Seleção de Portfólios, fato que pode conduzir as empresas, involuntariamente, a posições arriscadas.

Esta situação pode ser ainda mais crítica a partir do momento em que o SIN evolui para uma condição de complementação termelétrica cada vez mais efetiva. Neste caso, os picos de preços tenderão a ser cada vez mais freqüentes e de maior intensidade. Como o comportamento do preço é pouco previsível e as oscilações são (potencialmente) grandes, é importante que os níveis de risco sejam quantificados e controlados, buscando uma solução (política de decisão) que forneça o melhor *trade-off* entre risco e retorno para a carteira de contratos do agente gerador.

Por esta razão o levantamento das métricas de quantificação de risco foi tratado com atenção particular no presente trabalho, desde o marco inicial atribuído ao trabalho de Markowitz, até as técnicas mais modernas utilizadas atualmente. Esta avaliação mostrou que o modelo de Markowitz, apesar de sua simplicidade e de ser considerado um marco na análise de finanças, apresenta algumas limitações para aplicação prática (i) utilização da variância como medida de risco, que penaliza tanto desvios positivos quanto desvios negativos em relação à média, (ii) inadequação do modelo para avaliar situações de perdas extremas, situadas nas caudas da distribuição de probabilidade, (iii) dependência direta da estimação da matriz de covariâncias o que prejudica o seu desempenho.

As críticas ao modelo de média-variância de Markowitz motivaram a proposição de modelos alternativos de avaliação de risco e critérios de classificação de uma medida coerente de risco. A partir deste novo enfoque, a métrica considerada mais adequada para o contexto do presente trabalho foi o *CVaR* e, após a sua seleção, foi apresentada uma

variação de sua metodologia de cálculo, onde o *CVaR* é calculado sem o conhecimento prévio do *VaR*. Este raciocínio foi estendido para o problema de Seleção de Portfólios cujo objetivo é a maximização do retorno esperado, com restrição no *CVaR*. Esta é uma das principais contribuições do presente trabalho, que, ao considerar este critério diretamente no modelo de Seleção de Portfólios, torna possível a adequação dos seus resultados à política de risco da empresa.

Esta contribuição foi evidenciada na elaboração do Estudo de Caso apresentado no Capítulo 5. O exemplo mostra que no caso inicial, onde o modelo de Seleção de Portfólios não considera o critério de risco, a solução ótima aponta um nível de exposição ao mercado de curto prazo de 50% do montante total de energia disponível para negociação. Esta solução pode ser classificada como demasiadamente agressiva por um decisor avesso ao risco e tenderia a ser desprezada, por não se enquadrar na política de risco da empresa. Ao tomar uma decisão diferente (possivelmente baseada em critérios superficiais) a empresa poderia não auferir o retorno “ótimo”.

No entanto, ao inserir o critério de risco no modelo de Seleção de Portfólios, torna-se possível a adequação, por parte do decisor, de um nível de exposição ao mercado de curto prazo que se enquadre na política de risco da empresa e ainda garanta uma solução ótima. No Estudo de Caso apresentado no Capítulo 5, esta adequação foi apresentada na Tabela 11, onde o nível de exposição ao mercado de curto prazo foi reduzido gradativamente por meio da calibração do fator k .

Como dito anteriormente, o problema ilustrativo resolvido no Estudo de Caso foi desenvolvido com o intuito de ressaltar as contribuições do presente trabalho. A partir deste exercício foi possível identificar uma série de sugestões para trabalhos futuros, com o intuito de desenvolver modelos cada vez mais elaborados e adequados ao problema de Seleção de Portfólios no contexto do setor elétrico brasileiro. Ressalta-se que a proposta desta Tese guarda as características de um trabalho acadêmico, no entanto, seu conteúdo é completamente adaptável ao contexto real da regulamentação do setor.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- i. No presente trabalho foi apresentada a técnica da Decomposição Aninhada, que utiliza em sua estratégia de solução todos os cenários associados com a determinação da política ótima. Como visto no Capítulo 5, para modelos com um grande número de estágios, percorrer todo o espaço amostral do problema pode tornar-se muito custoso computacionalmente, dessa forma, algoritmos com base em técnicas de amostragem podem ser utilizados como uma alternativa mais interessante. Portanto, uma sugestão para trabalhos futuros é a utilização de um método de solução baseado em amostragem, como a Programação Dinâmica Estocástica Dual – PDDE. Esta técnica difere fundamentalmente da estratégia de solução da Decomposição Aninhada, por sortear aleatoriamente alguns cenários e evitar que seja necessário percorrer todos os caminhos da árvore durante as recursões progressivas e regressivas.
- ii. O problema apresentado na Seção 5.6.3 - Problema de Maximização da Receita Esperada com Atendimento de Restrição de *CVaR* - foi resolvido por meio de um problema único de PL. Uma sugestão para trabalhos futuros é a utilização de técnicas de decomposição para solução deste problema.
- iii. Outro aspecto relacionado ao problema da Seção 5.6.3 é que o controle de risco é realizado por meio da calibração do fator k e de acordo com as receitas obtidas pelo portfólio o problema de PL pode se tornar inviável. Uma alternativa a ser investigada em trabalhos futuros é a utilização de técnicas de penalização na função objetivo ou cortes de viabilidade com o propósito de controlar este efeito;
- iv. Também deve ser avaliada uma técnica eficiente para a construção da árvore de cenários. Como visto no Capítulo 5, a definição de um número adequado de discretizações que forneça uma solução de qualidade para o valor esperado do problema representa, atualmente, um dos

grandes desafios da área de otimização estocástica. Além disso, um procedimento muito simplificado de elaboração da árvore poderá comprometer totalmente a qualidade da solução encontrada pelo modelo de otimização, independentemente do número de cenários adotado;

- v. No mesmo contexto da sugestão acima, também deve ser avaliada a viabilidade de utilização de técnicas de Redução de Cenários como, por exemplo, reduções *Backward* e *Backward-Média*.
- vi. Outra sugestão importante para trabalhos futuros consiste em investigar técnicas de avaliação da qualidade da solução obtida pelo modelo de programação estocástica;
- vii. Para guardar as características de um trabalho de pesquisa, o presente trabalho teve como foco principal a discussão conceitual do problema de Seleção de Portfólios. No entanto, a metodologia desenvolvida é facilmente adaptável às regras de mercado do setor elétrico brasileiro. Por se tratar de um modelo de Programação Linear, é possível trabalhar com um número considerável de cenários e contratos candidatos, além de tornar simples a adaptação de possíveis regras (penalidades, etc.) a partir da inclusão de restrições ao modelo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERS, G., & ENTRIKEN, R. (1999). Tutorial: Risk Assessment and Financial Management. *IEEE Power Engineering Society* .

ANDERS, G., & ENTRIKEN, R. (1999). Tutorial: Risk Assessment and Financial Management. *IEEE Power Engineering Society* .

ARFUX, G. A. (2004). Gerenciamento de Riscos na Comercialização de Energia Elétrica com Uso de Instrumentos Derivativos: Uma abordagem Via Teoria de Portfólios de Markowitz. *Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC*.

ARFUX, G. A., & FERNANDES, R. C. (2007). Critérios de Alocação do Excedente Financeiro e o Problema de Exposições Residuais dos Geradores do MRE – Uma Proposta de Solução. *XIX Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica – SNPTEE, Rio de Janeiro*.

ARFUX, G. A., TEIVE, R. C., & SILVEIRA, F. S. (2004). *Metodologia para Avaliação de Riscos de Carteira de Contratos de Comercialização de Energia Elétrica*. Rio de Janeiro: IX Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning.

ARTZNER, P., & DELBAEN, F. (1998). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance* , v. 9, p. 203-228.

AZEVEDO, F., & VALE, Z. A. (2003). Decision-Support Tool for the Establishment of Contracts in the Electricity Market. *IEEE Bologna Power Tech Conference* .

BAÍLLO, A., & CERISOLA, S. (2007). Strategic Bidding in Electricity Spot Markets Under Uncertainty: A Roadmap. *Power Engineering Society General Meeting* .

BARROSO, L. A. (2007). Decision Making under Uncertainty in Electricity Markets. *Power Engineering Society General Meeting* .

- BENDERS, J. F. (1962). Partitioning Procedure for Solving Mixed Variables Programming Problems. *Numerische Mathematik* , v.4, p.238-252.
- BJORGAN, R. (2000). Pricing Flexible Electricity Contracts. *IEEE Transactions on Power Systems* , Vol.15, No 2.
- BJORGAN, R., LIU, C. C., & LAWARRÉE, J. (2003). *Financial Risk Management in a Competitive Electricity Market*. University of Washington, Seattle.
- CABERO, J., & BAÍLLO, A. (2005). A Medium-Term Integrated Risk Management Model for a Hydrothermal Generation Company. *IEEE Transactions on Power Systems* , Vol 20, Nº3.
- CARRIÓN, M., PHILPOTT, A., & CONEJO, A. J. (2007). A Stochastic Programming Approach to Electric Energy Procurement for Large Consumers. *IEEE Transactions on Power Systems* .
- CHERNOZHUKOV, V., & UMANTSEV, L. (2001). Conditional Value-at-Risk: Aspects of Modeling and Estimation. *Social Science Research Network* .
- CONEJO, A. J., & BERTRAND, R. G. (2008). Optimal Involvement in Futures Markets of a Power Producer. *IEEE Transactions on Power Systems* .
- DA COSTA, J. P., & SOARES, M. P. (2010). On SDDP Algorithm Implementation - Forward Re-Sampling.
- DA SILVA, E. L. (2001). *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. Porto Alegre: 1ª Ed. Sagra Luzzatto.
- DAHLGREN, R., & LIU, C.-C. (2003). Risk Assessment in Energy Trading. *IEEE Transactions on Power Systems* , VOL. 18, No 2.
- DE MATOS, V. L. (2010). *Um Modelo para o Planejamento Anual da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Considerando Técnicas de Amostragem para Redução da Variância*. Florianópolis - SC.

- DENTON, M. (2003). Managing Market Risk in Energy. *IEEE Transactions on Power Systems* , Vol. 18. No 2.
- DIAS, B. H. (2010). Programação Dinâmica Estocástica e Algoritmo de Fechos Convexos no Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos. *PUC-Rio* .
- EICHHORN, A., & RÖMISCH, W. (2005). Polyhedral Risk Measures in Stochastic Programming. *Journal on Optimization* , 16:69-95.
- FILHO, S. S. (2002). Programação Dinâmica Estocástica Primal versus Dual no Planejamento da Operação Energética.
- GEDRA, T. W. (1994). Optional Forward Contracts for Electric Power Markets. *IEEE Transactions on Power Systems* , Vol. 9, No 4.
- HUNT, S. (2002). *Making Competition Work in Electricity*.
- JORION, P. (1998). *Value at Risk, A Nova Fonte de Referência para o Controle do Risco de Mercado*. 1ª Ed. Bolsa de Mercadorias & Futuros – BM&F.
- KONNO, H., & YAMAZAKI, H. (1991). Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokio Stock Market. *Management Science* , Vol. 37, p. 519-531.
- LEGEY, L. F., & KAZAY, H. F. (2002). Mercados futuros, Derivativos e outras Opções do Setor Elétrico Brasileiro. *Revista Brasileira de Energia* .
- MARKOWITZ, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance* Nº 7.
- MARZANO, L. G. (2004). *Otimização de Portfólio de Contratos de Energia em Sistemas Hidrotérmicos com Despacho Centralizado*. Tese de Doutorado, Programa de Pós Graduação Pontifícia Universidade Católica - PUC – RJ.
- MARZANO, L. G., & MELO, A. C. (2003). An Approach for Portfolio Optimization of Energy Contracts in the Brazilian Electric Sector. *IEEE Bologna Power Tech Conference - June 23th-26th, Bologna, Italy* .

- MORETZ, P. A. (2004). *Formação do Preço, Atração de Investimentos Formação do Preço, Atração de Investimentos e Gerenciamento de Risco no Mercado Brasileiro de Energia Elétrica*. Tese de Doutorado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- MORTON, D. P. (1998). Stopping Rules for a Class of Sampling-Based Stochastic Programming. *Operations Research* , v.46, n.5, p.710-718.
- NETO, C., & OLIVEIRA, P. L. (1991). *Estatística*. 11a Edição.
- OLIVEIRA, M., TEIVE, R. C., & ARFUX, G. A. (2006). Risk Management in the Comercialization Activity in Brazil: An Aproach by Using Markowitz, VaR and CVaR. *IEEE/PES T&D - Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America, Caracas* .
- PALAMARCHUK, S. (2003). Forward Contracts for Electricity and Their Correlation With Spot Markets. *IEEE Bologna Power Tech Conference* , June 23th-26th, Bologna, Italy.
- PEREIRA, M. V., & PINTO, L. M. (1991). Multi-stage Stochastic Optimization Applied to Energy Planning. *Mathematical Programming* , v.52, n.359-375.
- PILIPOVIC, D. (1997). *Energy Risk: Valuing and Managing Energy Derivatives*. . McGraw – Hill.
- PINTO, L., FERNANDEZ, M., & MACÊDO, L. H. (2007). Building the Optimal Contract Portfolio under Non-Probabilistic Uncertainties. *Powertech* .
- PINTO, L., LEITE, P., & MACÊDO, L. (2009). *A Gestão do Crédito: Uma Ferramenta Inédita, Especialmente Desenhada Para o Mercado de Energia Brasileiro*. São Paulo.
- PINTO, L., MACÊDO, L., & TOMAZ, F. (2008). *Gestão Ótima de Riscos da Carteira do Gerador*.
- PIRES, J. R. (2008). *Otimização e Geração de Cenários Aplicadas à Contratação de Energia Elétrica*. Tese de Doutorado - Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA.

- PORRUA, F. (2005). *Metodologia para Precificação e Análise do Risco de Contratação entre Submercados no Setor Elétrico Brasileiro*. Campinas - UNICAMP: Dissertação de Mestrado.
- RAMOS, D. S. (2002). Formação de Preços e Comercialização de Energia no Novo Ambiente Institucional do Sistema Elétrico Brasileiro – Gerenciamento de Risco no Setor de Energia Elétrica. *Escola Politécnica da Universidade de São Paulo* .
- RAMOS, D. S. (2002). *Formação de Preços e Comercialização de Energia no Novo Ambiente Institucional do Sistema Elétrico Brasileiro – Gerenciamento de Risco no Setor de Energia Elétrica*. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- RIEDEL, F. (2004). Dynamic Coherent Risk Measures. *Stochastic Processes and Their Applications* , 112:185-200.
- ROCKAFELLAR, T., & URYASEV, S. (2004). Optimization of Conditional Value-at-Risk. *The Journal of Risk* , Vol.2, Nº 3, pp 21-41.
- RUDLOFF, B., & STREET, A. (2011). *On the Economic Interpretation of Time Consistent Risk Averse Dynamic Stochastic Programming Problems*. PUC - Rio.
- SCHMUTZ, A., GNANSOUNOU, E., & SARLOS, G. (2002). Economic Performance of Contracts in Electricity Markets: A Fuzzy and Multiple Criteria Approach. *IEEE Transactions on Power Systems* , Vol.17, No 4.
- SCHOUCHANA, F. (2007). *Alternativas Eficientes de Atração e Proteção de Investimentos*. São Paulo, Bolsa de Mercadorias & Futuros.
- SCHUCH, G., & PORRUA, F. (2003). Análise da Atividade de Comercialização de Energia Elétrica no Setor Elétrico Brasileiro. *Anais do Fórum de Energia* , v.01.p.01-05.
- SCHUCH, G., & PORRUA, F. (2003). Análise da Atividade de Comercialização de Energia Elétrica no Setor Elétrico Brasileiro. *Anais do Fórum de Energia* . , v.01. p.01 – 05.

SHAPIRO, A. (2010). Risk Averse Approach to Two and Multi-Stage Stochastic Programming.

SHAPIRO, A. (2008). *Risk Averse Models*.

SHAPIRO, A., & PHILPOTT, A. (2007). *A Tutorial on Stochastic Programming*.

SHAPIRO, A., & RUSZCZYNSKI, A. (2006). Optimization of Convex Risk Functoins. *Mathematics of Operations Research* , 31:433-452.

SHAPIRO, A., & WARDI, Y. (1994). Nondifferentiability of the Steady-State Function in Discrete Event Dynamic Systems. *IEEE Transaction an Automatica Control* , Vol.39, N°8,pp 1707-1711.

SILVEIRA, F. S. (2001). *Modelo Integrado para Avaliação de Projetos de Investimento no Setor Elétrico*. Florianópolis, SC.: Tese de Doutorado – UFSC/PGEEL.

SKOLPADUNGKET, P., DAHAL, K., & HARNPORNCHAL, N. (2007). Portfolio Optimization Using Multi-Objective Genetic Algorithms. *IEEE Congress on Evolutionary Computation* .

STOFT, S. (2002). *Power System Economics*. Wiley.

STREET, A. (2004). *Estratégia de Oferta de Geradoras em Leilões de Contratação de Energia*. Rio de Janeiro: PUC-RIO.

STREET, A. (2009). *On the Conditional Value-at-Risk Probability Dependent Utility Function*.

TAMAROZI, R. (2002). *Identificação, Modelagem e Mitigação de Riscos em Operações de Comercialização de Energia Elétrica no Mercado Brasileiro*. Curitiba - PR: Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, do Setor da Tecnologia, da Universidade Federal do Paraná - UFPR.

TANLAPCO, E., LAWARRÉE, J., & LIU, C. C. (2002). Hedging With Futures Contracts in a Deregulated Electricity Industry. *IEEE Transactions on Power Systems* , Vol. 17, No 4.

TEIVE, R. C., & MARTIN, J. M. (2001). *Mecanismos de Hedge em Contratos de Compra/Venda de Energia*. Ipojuca: Seminário de Planejamento Econômico-Financeiro do Setor Elétrico - SEPEF.

TEIVE, R. C., GUDER, R., & SEBBA, C. (2010). *Risk Management in the Energy Trading Activity - An Approach by Using Multi-Objective Genetic Algorithm and Multi-Criteria Theory*. São Paulo: IEEE Transmission & Distribution Conference.

VÁZQUEZ, C., RIVIER, M., & ARRIAGA, P. I. (2002). A Market Approach to Long-Term Security of Supply. *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 17, No 2.

YOUNG, M. R. (1998). A Minimax Portfolio Selection Rule with Linear Programming Solution. *Management Science*, 44, 673-68.

ZANFELICE, F. R. (2007). *Estratégia de Contratação Ótima na Comercialização de Energia Elétrica*. Campinas - São Paulo: Dissertação de Mestrado - UNICAMP.

ZELAYA, R. A., TEIVE, R. C., & CAMARGO, C. C. (2004). *Avaliação de Contratos de Energia sob Incerteza - Uma Abordagem Baseada em Lógica Fuzzy e Teoria Multi-Critério*. Rio de Janeiro: IX Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning.