



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**RAIMUNDO RONILSON LEAL DO ROSÁRIO**

**ALGORITMOS EVOLUTIVOS ADAPTATIVOS PARA  
PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL**

**FLORIANÓPOLIS-SC  
2011**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**RAIMUNDO RONILSON LEAL DO ROSÁRIO**

**ALGORITMOS EVOLUTIVOS ADAPTATIVOS PARA  
PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Sérgio Coelho

Coorientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Angela Olandoski Barboza

**FLORIANÓPOLIS  
2011**

---

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

---

R789 Rosário, Raimundo Ronilson Leal do  
Algoritmos evolutivos adaptativos para problemas de programação de pessoal /  
Raimundo Ronilson Leal do Rosário. — 2011.  
231 p. : il. ; 21 cm

Orientador: Antônio Sérgio Coelho.

Coorientador: Angela Olandoski Barbosa.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção. Florianópolis, 2011.

Bibliografia: p. 201-217.

1. Administração de pessoal. 2. Algoritmos genéticos. 3. Serviço ao cliente – Controle de custo. 4. Centro de Atendimento ao cliente. 5. Engenharia de produção – Teses. I. Coelho, Antônio Sérgio, orient. II. Barbosa, Angela Olandoski, coorient. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção. IV. Título.

---

CDD (22. ed.) 670.42

---

RAIMUNDO RONILSON LEAL DO ROSÁRIO

**ALGORITMOS EVOLUTIVOS ADAPTATIVOS PARA  
PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia de Produção e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 02 de dezembro de 2011.

---

Prof. Dr. Antonio Cezar Bornia  
Coordenador do Curso

---

Prof. Dr. Antônio Sérgio Coelho  
Orientador

---

Prof. Dr<sup>a</sup>. Angela Olandoski Barboza  
Coorientadora

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Enzo Morosini Frazzon

---

Prof. Dr. Lauro César Galvão  
UTFPR

---

Prof. Dr<sup>a</sup>. Mirian Buss Gonçalves

---

Prof. Dr. Sérgio Fernando Mayerle

---

Prof. Dr<sup>a</sup>. Silvana Ligia Vincenzi Bortolotti  
UTFPR



Dedico este trabalho à minha esposa Silmara  
e aos meus pais Elias e Antônia.





## AGRADECIMENTOS

Devo agradecer primeiro a Deus por ter me dado a capacidade de enfrentar esse árduo trabalho, sobre tudo com saúde.

Ao professor Antônio Sérgio Coelho, não somente pela orientação e competência, mas por ter dado a mim a oportunidade de trilhar por um caminho ímpar na minha vida.

À professora Angela Olandoski Barboza pela competente coorientação, pelos auxílios dados prontamente e, sobretudo pela amizade.

Aos professores da banca examinadora Enzo Morosini Frazzon, Lauro César Galvão, Mirian Buss Gonçalves, Sérgio Fernando Mayerle, Silvana Ligia Vincenzi Bortolotti pelos comentários e sugestões muito valiosas.

À minha esposa Silmara, que sempre esteve ao meu lado me incentivando e como não deixaria de ser com muita paciência.

Aos meus pais Elias e Antônia, sobretudo pela educação transmitida.

Aos professores e funcionários do PPGEP. Em especial, aos professores que eu tive a oportunidade de desfrutar dos seus ensinamentos em sala de aula e à secretária Rosimeri pela atenção dada.

Aos professores do DAMAT – UTFPR. Em especial, à Rosely Antunes de Souza por muitas contribuições durante todo meu trabalho, à Silvana Heidemann Rocha pela contribuição na fase final do trabalho e Antônio Amílcar Levandoski pela oportunidade e incentivo.

Aos meus irmãos Roberto, Marília pelos auxílios constantes, Ronaldo e Romilton, aos meus sobrinhos Lia e Alessandro. Deixo também, aqui, desculpas por ter dado menos atenção do que poderia.

Aos colegas Douglas, Neimar e Leonor que foram importantes nos momentos iniciais do curso.

À UTFPR por ter disponibilizado meu licenciamento para tal desafio.

Aos amigos que sempre me incentivaram e a todos que direta ou indiretamente contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.



Habilidade é o que você é capaz de fazer. Motivação determina o que você faz. Atitude determina a qualidade do que você faz.

Lou Holtz



## RESUMO

A crescente concorrência mundial tem estimulado empresas a tornar seus produtos mais competitivos e serviços mais eficazes, observando a redução de custos. Atualmente, percebe-se um rápido crescimento no setor de serviços, o que mostra a importância da utilização eficaz dos recursos materiais e humanos disponíveis. Com o foco neste crescimento, em especial no setor de *Call Centers*, este trabalho aborda uma metodologia para a resolução de problema de Programação de Pessoal com aplicação em uma empresa neste setor. O problema foi dividido em duas etapas, sendo resolvidas na seguinte ordem: problema de Turnos de Trabalho e problema de Designação dos Turnos aos Atendentes. O primeiro, consiste em determinar os turnos de trabalho e a quantidade de atendentes em cada turno, de modo a satisfazer à demanda. O segundo, busca a configuração de jornadas de trabalho e a designação destas aos atendentes. Os objetivos são o de minimizar a quantidade de atendentes e de encontrar jornadas que iniciem o turno o mais próximo possível de um horário determinado. Para resolver o problema, foi desenvolvido um Algoritmo Evolutivo (AE) que integra outros AEs, denominado Algoritmo Evolutivo Adaptativo (AEA). A ideia que motivou o desenvolvimento do AEA foi a introdução de um processo que leva em consideração o desempenho prévio de cada AE. Para a resolução do primeiro problema foram utilizados Algoritmos Genéticos, Evolução Diferencial Discreta e o AEA integrando os dois algoritmos anteriores. Também, um modelo de PLI foi desenvolvido e resolvido com os aplicativos XPRESS, Cbc, Gurobi e MOSEK, disponibilizados em um *site* na *internet*. Os resultados encontrados pelos AEs se mostraram próximos aos encontrados a partir da resolução do modelo em PLI. Os resultados do AEA e do modelo em PLI foram utilizados como dados de entrada para o segundo problema. Nesta segunda fase foi desenvolvida uma EDD com variáveis mistas (inteiras e binárias). Os resultados encontrados mostraram que para se encontrar resultados adequados para o problema de Programação de Pessoal, não é necessário usar os melhores resultados encontrados na primeira etapa, mas apenas resultados adequados. O AEA desenvolvido pode integrar, além de AEs, outras ferramentas e ser utilizado em outras aplicações. A metodologia adotada pode ser considerada adequada para aplicação em empresas de *Call Center*, podendo ser expandida para outras com características similares.

**Palavras-chave:** Programação de Pessoal, Algoritmos Evolutivos, Algoritmo Evolutivo Adaptativo, *Call Center*.



## ABSTRACT

Increasing global competition has encouraged companies to make their products more competitive and more efficient services, noting the cost savings. Currently, we see a rapid growth in the services sector, what shows the importance of efficient use of available human and material resources. With the focus on this growth, particularly in the Call Center industry, this paper presents a methodology for solving Human Resource problem with an application for a company in this sector. The problem was divided into two phases, resolved in the following order: Working Shift problem and Assignment of the Shifts to the Telephone Operators problem. The first one is to determine the shifts and the number of telephone operators on each shift to meet demand. The second one seeks the setting working hours and the assignment of the telephone operators. The objectives are to minimize the number of telephone operators and find working hours that begin the shift as close as possible to a certain time. To solve the problem has been developed an Evolutionary Algorithm (EA) that integrates other EAs, called Adaptive Evolutionary Algorithm (AEA). The idea that led to the development of the AEA was the introduction of a process that takes into account the previous performance of each EA. To solve the first problem was used Genetic Algorithms, Discrete Differential Evolution and AEA integrating the two previous algorithms. Also, an ILP model was developed and solved with XPRESS, Cbc, Gurobi and MOSEK applications, available on a website. The results find to AEs showed similar to those found from solving the ILP model. The results of AEA and PLI model were used as input data for the second problem. The second phase was developed with an EDD mixed variables (integer and binary). The results showed that in order to find appropriate results for the Human Resource problem, there is no need to use the best results in the first step, but only use the adequate results. The AEA developed may include, beyond the AE, others tools to be used in other applications. The methodology can be considered suitable for application in Call Center companies and can be expanded to others with similar characteristics.

**Keywords:** Personnel Scheduling, Evolutive Algorithms, Adaptive Evolutionary Algorithm, Call Center.





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplo de solução de um problema genérico de programação de turnos.....	51
Figura 2: Estrutura de funcionamento de um Algoritmo Genético tradicional.....	59
Figura 3: <i>Crossover</i> simples.....	65
Figura 4: <i>Crossover</i> de dois pontos.....	66
Figura 5: Mutação (troca simples).....	66
Figura 6: Etapas de Evolução Diferencial tradicional.....	69
Figura 7: Processo de geração do vetor mutante.....	72
Figura 8: Fluxograma do Algoritmo Evolutivo Adaptativo.....	100
Figura 9: Relação entre função objetivo e gerações - TT1.....	134
Figura 10: Relação entre SDQ e gerações - TT1.....	134
Figura 11: Relação entre função objetivo e geração - melhor resultado - TT2.....	154
Figura 12: Relação entre SDQ e geração - melhor resultado - TT2.....	154
Figura 13: Médias das frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA1.....	161
Figura 14: Função objetivo em relação a geração - melhor resultado - DTA1.....	163
Figura 15: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado - DTA1.....	163
Figura 16: Valor de FO <sub>2</sub> em relação a geração - melhor resultado - DTA1.....	164
Figura 17: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA1.....	164
Figura 18: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA2.....	166
Figura 19: Função objetivo em relação a geração - melhor resultado – DTA2.....	168
Figura 20: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado – DTA2.....	168
Figura 21: Valor de FO <sub>2</sub> em relação a geração - melhor resultado – DTA2.....	169
Figura 22: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA2.....	169
Figura 23: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA3/AEA(4 <sup>a</sup> execução).....	171
Figura 24: Função objetivo em relação a geração - melhor resultado – DTA3/AEA(4 <sup>a</sup> execução).....	173
Figura 25: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado - DTA3/AEA(4 <sup>a</sup> execução).....	173

Figura 26: Valor de FO <sub>2</sub> em relação a geração - melhor resultado – DTA3/AEA(4ª execução).....	174
Figura 27: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA3/AEA(4ª execução).....	174
Figura 28: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA3/AEA(6ª execução). ....	175
Figura 29: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado - DTA3/AEA(6ª execução).....	176
Figura 30: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA3/AEA(6ª execução).....	176
Figura 31: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA3/XPRESS.....	177
Figura 32: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado - DTA3/XPRESS.....	178
Figura 33: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA3/XPRESS.....	178
Figura 34: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA3/Gurobi. ....	179
Figura 35: Número de atendentes em relação a geração - melhor resultado - DTA3/Gurobi. ....	180
Figura 36: Frequências de atendentes em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA3/Gurobi. ....	180
Figura 37: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA3/Cbc. ....	181
Figura 38: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado - DTA3/Cbc.....	182
Figura 39: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA3/Cbc.....	182
Figura 40: fluxograma da metodologia adotada para a resolução do problema de Programação de Pessoal com aplicação a uma empresa de <i>Call Center</i> . ....	184

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Aplicações de ED no domínio discreto.....	78
Quadro 2: Trabalhos com abordagem de algum processo adaptativo ou autoadaptativo. ....	84



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Classificação por palavras-chave.....	42
Tabela 2: Classificação por área de aplicação.....	42
Tabela 3: Classificação por método de solução.....	43
Tabela 4: Estratégias de Evolução Diferencial.....	77
Tabela 5: Valores observados e respectivas amostras.....	88
Tabela 6: Médias e estimativas da variância populacional.....	88
Tabela 7: Parcelas da análise de variância.....	88
Tabela 8: Horários utilizados pelos atendentes do <i>Call Center</i> em estudo.....	91
Tabela 9: Exemplo de turno de trabalho do <i>Call Center</i> em estudo.....	92
Tabela 10: Relação entre $it_m$ e $m$ .....	97
Tabela 11: Previsão das demandas de atendentes para dias úteis, sábados e domingos.....	122
Tabela 12: Resultados das execuções do AG – 10.000 gerações – TT1.....	125
Tabela 13: Resultados das execuções do EDD – 10.000 gerações – TT1.....	126
Tabela 14: Resultados das execuções do AEA – 10.000 gerações – TT1.....	127
Tabela 15: Tempo médio computacional (em segundos) das execuções dos AEs – 10.000 gerações – TT1.....	127
Tabela 16: ANOVA para os resultados das execuções de AG para TT1.....	128
Tabela 17: método LSD 95% para grupos de homogeneidade (AG).....	128
Tabela 18: ANOVA para os resultados das execuções de EDD para TT1.....	129
Tabela 19: método LSD 95% para grupos de homogeneidade (EDD).....	129
Tabela 20: ANOVA para os resultados das execuções de AEA para TT1.....	130
Tabela 21: método LSD 95% para grupos de homogeneidade (AEA).....	130
Tabela 22: Resultados das execuções do AG, EDD e AEA – 10.000 gerações – TT1 – menores médias.....	131
Tabela 23: ANOVA para os resultados das execuções de AEA para TT1.....	131
Tabela 24: Quantidade de turnos programados resultados do AEA com critério de parada 100.000 gerações – TT1.....	132
Tabela 25: Desempenho do AG e EDD no AEA – melhor resultado – TT1.....	133
Tabela 26: Demanda e quantidade programada de turnos para domingos - TT1.....	135
Tabela 27: Demanda e quantidade programada de turnos para segundas-feiras - TT1.....	136
Tabela 28: Demanda e a quantidade programada de turnos - terças-feiras, quartas-feiras, quintas-feiras e sextas-feiras - TT1.....	137
Tabela 29: Demanda e a quantidade programada de turnos para sábados - TT1.....	138
Tabela 30: Programação dos turnos de trabalho para domingos – TT1 – AEA.....	139
Tabela 31: Programação dos turnos de trabalho para domingos – TT1 – resolução por XPRESS.....	140

Tabela 32: Programação dos turnos de trabalho para dias úteis – TT1 – resolução por XPRESS.....	141
Tabela 33: Programação dos turnos de trabalho para sábados – TT1 – resolução por XPRESS.....	142
Tabela 34: Programação dos turnos de trabalho para domingos – TT1 – resolução por Cbc.....	143
Tabela 35: Programação dos turnos de trabalho para dias úteis – TT1 – resolução por Cbc.....	144
Tabela 36: Programação dos turnos de trabalho para sábados – TT1 – resolução por Cbc.....	145
Tabela 37: Programação dos turnos de trabalho para domingos – TT1 – resolução por Gurobi.....	146
Tabela 38: Programação dos turnos de trabalho para dias úteis – TT1 – resolução por Gurobi.....	147
Tabela 39: Programação dos turnos de trabalho para sábados – TT1 – resolução por Gurobi.....	148
Tabela 40: Programação dos turnos de trabalho para domingos – TT1 – resolução por MOSEK.....	149
Tabela 41: Programação dos turnos de trabalho para dias úteis – TT1 – resolução por MOSEK.....	150
Tabela 42: Programação dos turnos de trabalho para sábados – TT1 – resolução por MOSEK.....	151
Tabela 43: Quantidade programada de turnos – TT2.....	152
Tabela 44: Desempenho dos AEs na 8ª execução do AEA - TT2.....	153
Tabela 45: Demanda e a quantidade programada de turnos para domingos - TT2.....	155
Tabela 46: Demanda e a quantidade programada de turnos para segundas-feiras - TT2.....	156
Tabela 47: Demanda e a quantidade programada de turnos de terças-feiras, quartas-feiras, quintas-feiras e sextas-feiras - TT2.....	157
Tabela 48: Demanda e a quantidade programada de turnos para sábados - TT2.....	158
Tabela 49: Programação dos turnos de trabalho para domingos - TT2.....	159
Tabela 50: Tempo (em segundos) computacional das execuções do AEA - TT1 e TT2.....	159
Tabela 51: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA1.....	161
Tabela 52: Relação entre função objetivo e geração - DTA1.....	162
Tabela 53: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA2.....	165
Tabela 54: Relação entre função objetivo e geração do melhor resultado encontrado – DTA2.....	167
Tabela 55: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA3/AEA(4ª execução).....	170

Tabela 56: Relação entre função objetivo e geração – DTA3/AEA(4ª execução).....	172
Tabela 57: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA3/AEA(6ª execução).....	175
Tabela 58: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA3/XPRESS.....	177
Tabela 59: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA3/Gurobi.....	179
Tabela 60: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA3/Cbc.....	181
Tabela 61: Tempo (em segundos) computacional das execuções do EDD para os cenários DTA.....	183
Tabela 62: Frequência do excesso de atendentes para domingos (TT1).....	189
Tabela 63: Frequência do excesso de atendentes para segundas-feiras (TT1).....	189
Tabela 64: Frequência do excesso de atendentes para terças-feiras às sextas-feiras (TT1).....	189
Tabela 65: Frequência do excesso de atendentes para sábados (TT1).....	190
Tabela 66: Resultados simplificados de TT1.....	191
Tabela 67: Frequência do excesso de atendentes para domingos (TT1).....	191
Tabela 68: Frequência do excesso de atendentes para segundas-feiras (TT1).....	192
Tabela 69: Frequência do excesso de atendentes para terças-feiras às sextas-feiras (TT1).....	192
Tabela 70: Frequência do excesso de atendentes para sábados (TT1).....	192
Tabela 71: Resultados simplificados de DTA3.....	195





## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEA	- Algoritmo Evolutivo Adaptativo
AG	- Algoritmo Genético
ED	- Evolução Diferencial
EDD	- Evolução Diferencial Discreta
Dem	- demanda
DQ	- diferença quadrática
DTA	- Designação dos Turnos aos Atendentes
DTA1	- cenário 1 para Designação dos Turnos aos Atendentes
DTA2	- cenário 2 para Designação dos Turnos aos Atendentes
DTA3	- cenário 3 para Designação dos Turnos aos Atendentes
DTE	- Designação dos Turnos aos Empregados
HF	- horário de fim
HI	- horário de início
LSD	- mínima diferença significativa de Fisher
PD	- Programação Dinâmica
PL	- Programação Linear
PLI	- Programação Linear Inteira
PNL	- Programação não-Linear
PP	- Programação de Pessoal
Progr	- programação
sAG	- sucesso na execução do AG
sEDD	- sucesso na execução do EDD
SDQ	- somatória das diferenças quadráticas
TT	- Turnos de Trabalho
TT1	- cenário 1 para Turnos de Trabalho
TT2	- cenário 2 para Turnos de Trabalho



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>31</b>
1.1	ORIGEM DO TRABALHO .....	31
1.2	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA .....	32
1.3	OBJETIVOS DO TRABALHO .....	33
1.3.1	Objetivo geral .....	33
1.3.2	Objetivos específicos .....	33
1.4	IMPORTÂNCIA DO TRABALHO .....	34
1.5	LIMITAÇÕES DO TRABALHO .....	36
1.6	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	37
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>39</b>
2.1	INTRODUÇÃO .....	39
2.2	REVISÃO DE LITERATURA .....	40
2.3	MODELAGEM DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL .....	46
2.3.1	Modelos .....	46
2.3.2	Definições e Conceitos Básicos em Programação de Pessoal .....	47
2.3.2.1	Programas cíclicos e não-cíclicos .....	48
2.3.3	Formulação Matemática .....	49
2.3.3.1	Formulação Matemática para o problemas de Programação de Pessoal .....	49
2.4	TÉCNICAS DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL .....	53
2.4.1	Meta-heurística .....	56
2.5	ALGORITMOS EVOLUTIVOS .....	56
2.5.1	Algoritmo Evolutivo Padrão .....	56
2.5.1.1	População de indivíduos que reproduz com herança .....	57
2.5.1.2	Varição genética .....	57
2.5.1.3	Seleção natural .....	57
2.6	ALGORITMOS GENÉTICOS (AGs) .....	57
2.6.1	Representação e Codificação de AGs .....	60
2.6.2	Pseudocódigos de AGs .....	61
2.6.2.1	População inicial .....	63
2.6.2.2	Função Aptidão .....	63
2.6.3	Operadores Genéticos .....	63
2.6.3.1	Seleção .....	64
2.6.3.2	<i>Crossover</i> ou Cruzamento .....	65

2.6.3.3	Mutação .....	66
2.6.4	Parâmetros de AGs .....	67
2.7	EVOLUÇÃO DIFERENCIAL (ED) .....	67
2.7.1	Visão Geral de Evolução Diferencial.....	69
2.7.1.1	Avaliação dos indivíduos.....	70
2.7.1.2	População inicial.....	70
2.7.1.3	Operadores de Evolução Diferencial .....	71
2.7.1.4	Seleção.....	74
2.7.1.5	Critério de término.....	74
2.7.1.6	Parâmetros .....	74
2.7.2	Estratégias de Evolução Diferencial .....	75
2.7.3	Evolução Diferencial Discreta (EDD) .....	77
2.7.3.1	Aplicações de Evolução Diferencial Discreta.....	78
2.8	MODIFICAÇÕES EM ALGORITMOS EVOLUTIVOS .....	81
2.8.1	Hibridização.....	81
2.8.2	Aleatoriedade.....	82
2.8.3	Adaptação, Autoadaptação e Parâmetros de Controle em AEs .....	83
2.9	ANÁLISE DE VARIÂNCIA.....	86
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>91</b>
3.1	INTRODUÇÃO.....	91
3.2	CARACTERÍSTICAS DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL.....	91
3.3	PROBLEMA DE TURNOS DE TRABALHO .....	93
3.3.1	Formulação Matemática para o problema de Turnos de Trabalho do <i>Call Center</i> .....	94
3.3.2	Resolução do problema de Turnos de Trabalho modelado como PLI .....	98
3.4	ALGORITMO EVOLUTIVO ADAPTATIVO (AEA).....	99
3.4.1	Pseudocódigo do AEA.....	100
3.4.2	Atualização das Probabilidades de Atuações dos AEs .....	101
3.4.3	Algoritmo Evolutivo Adaptativo para Turnos de Trabalho .....	102
3.4.3.1	Codificação.....	102
3.4.3.2	Inicialização da População.....	104
3.4.3.3	Avaliação dos Indivíduos.....	105
3.4.3.4	Atuação dos AEs.....	107
3.4.3.5	Mutação em EDD para TT.....	107
3.4.3.6	<i>Crossover</i> em EDD para TT .....	108
3.4.3.7	<i>Crossover</i> em AG para TT.....	109
3.4.3.8	Mutação em AG para TT .....	109
3.4.3.9	Seleção.....	109

3.4.3.10	Parâmetros em AEA para Turnos de Trabalho .....	109
3.4.3.11	Aleatoriedade em AEA para Turnos de Trabalho .....	110
3.4.3.12	Critério de Parada.....	111
3.5	DESIGNAÇÃO DOS TURNOS AOS ATENDENTES .....	111
3.5.1	Formulação Matemática para Designação dos Turnos aos Atendentes.....	111
3.5.2	Limitações em DTA.....	113
3.6	EVOLUÇÃO DIFERENCIAL DISCRETA PARA DTA .....	114
3.6.1	Codificação .....	114
3.6.2	Inicialização da População.....	116
3.6.3	Avaliação dos Indivíduos.....	117
3.6.4	Operadores de EDD para DTA .....	118
3.6.4.1	Mutação.....	118
3.6.4.2	<i>Crossover</i> e Seleção .....	119
3.6.5	Parâmetros em AEA.....	119
3.6.6	Aleatoriedade em EDD para DTA .....	120
3.6.7	Critério de Parada.....	120
<b>4</b>	<b>IMPLEMENTAÇÕES E RESULTADOS .....</b>	<b>121</b>
4.1	INTRODUÇÃO .....	121
4.2	DADOS PARA O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL .....	121
4.3	PARÂMETROS UTILIZADOS .....	122
4.3.1	Parâmetros dos AEs para resolução do problema de TT.....	123
4.3.2	Parâmetros do EDD para resolução do problema de DTA..	123
4.4	CENÁRIOS PARA TURNOS DE TRABALHO .....	123
4.4.1	Cenário TT1 .....	124
4.4.2	Resultados para o cenário TT1 .....	124
4.4.2.1	Resultados: resolução por Algoritmos Evolutivos .....	124
4.4.2.2	Resultados: resolução por XPRESS.....	139
4.4.2.3	Resultados: resolução por Cbc .....	142
4.4.2.4	Resultados: resolução por Gurobi .....	145
4.4.2.5	Resultados: resolução por MOSEK.....	148
4.4.3	Cenário TT2 .....	152
4.4.4	Resultados para o cenário TT2.....	152
4.5	CENÁRIOS PARA DESIGNAÇÃO DOS TURNOS AOS ATENDENTES.....	160
4.5.1	Cenário DTA1 .....	160
4.5.2	Resultados para o cenário DTA1 .....	160
4.5.3	Cenário DTA2.....	165
4.5.4	Resultados para o cenário DTA2 .....	165
4.5.5	Cenário DTA3 .....	170

4.5.5.1	Resultados para o cenário DTA3/AEA(4ª execução) .....	170
4.5.5.2	Resultados para o cenário DTA3/AEA(6ª execução) .....	175
4.5.5.3	Resultados para o cenário DTA3/XPRESS .....	177
4.5.5.4	Resultados para o cenário DTA3/Gurobi.....	179
4.5.5.5	Resultados para o cenário DTA3/Cbc.....	181
<b>5</b>	<b>DISCUSSÕES E CONCLUSÕES .....</b>	<b>185</b>
5.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	185
5.2	DISCUSSÕES .....	185
5.2.1	Dados de entrada para o problema de Programação de Pessoal .....	185
5.2.2	Discussões: parâmetros dos AEs .....	186
5.2.3	Discussões: problema de Turnos de Trabalho .....	187
5.2.4	Problema de Designação dos Turnos aos Atendentes.....	193
5.2.5	Problema de Programação de Pessoal.....	196
5.3	CONCLUSÕES .....	197
5.4	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	199
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>201</b>
	<b>Apêndice A - Resultados dos testes de normalidade (Método Shapiro-Wilk) para os resultados das execuções dos AEs – TT1.....</b>	<b>219</b>
	<b>Apêndice B - Relação entre número de gerações, valor da função objetivo e SDQ entre demanda e quantidade programada de turnos (TT1).....</b>	<b>220</b>
	<b>Apêndice C - Turnos de Trabalho para dias úteis (TT1).....</b>	<b>221</b>
	<b>Apêndice D - Turnos de trabalho para sábados (TT1).....</b>	<b>223</b>
	<b>Apêndice E - Relação entre o número de gerações, o valor da função objetivo e a SDQ entre demanda e quantidade programada de turnos (TT2).....</b>	<b>224</b>
	<b>Apêndice F - Turnos de trabalho para dias úteis - TT2.....</b>	<b>225</b>
	<b>Apêndice F - Turnos de trabalho para dias úteis - TT2 (continuação).....</b>	<b>226</b>
	<b>Apêndice G - Turnos de trabalho para sábados - TT2.....</b>	<b>227</b>
	<b>Apêndice H - Combinações possíveis de finais de semanas (Call Center).....</b>	<b>228</b>
	<b>Apêndice I - Combinações possíveis de finais de semanas: dois sábados e dois domingos.....</b>	<b>229</b>
	<b>Apêndice J - Combinações possíveis de finais de semanas: três sábados e dois domingos.....</b>	<b>230</b>
	<b>Anexo A - Taxa de abandono no <i>Call Center</i> em estudo – julho/2009.....</b>	<b>231</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 ORIGEM DO TRABALHO

Com a crescente concorrência mundial, as empresas têm sido estimuladas a tornar seus produtos mais competitivos e seus serviços mais eficazes, buscando sempre redução de custos de forma prudente e de forma a garantir qualidade de seus produtos e serviços. Uma das questões mais importantes para a competitividade de uma organização é a gestão eficaz de produção e serviços.

Atualmente, a economia mundial é caracterizada por um rápido crescimento no setor de serviços, que tende a ser de trabalho intensivo [BECHTOLD, BRUSCO e SHOWALTER, 1991]. Isto mostra a importância de utilizar eficazmente os recursos humanos, considerados como sendo os recursos mais dispendiosos para a maioria das organizações. Desta forma, uma programação de trabalho eficaz pode reduzir o custo com recursos humanos e também melhorar o atendimento ao cliente e aumentar a satisfação dos empregados [ALFARES, 2004].

A utilização eficiente dos recursos humanos sempre foi uma preocupação fundamental em qualquer organização e é um dos setores mais importantes para atingir ganhos de produtividade. Devido à sua importância, um esforço considerável tem sido dedicado para enfrentar este problema, e por este motivo, vários métodos de solução têm sido sugeridos na literatura [CAI e LI, 2000].

Empresas prestadoras de serviços detectaram a necessidade de aprimorar o desempenho de seus serviços. Perceberam que vários problemas surgem quando o volume de serviços sofre alterações, necessitando-se então um ajuste no número de empregados e designação destes aos turnos de trabalho. Entre esses problemas podem ser citados: o cálculo da demanda de empregados para cada turno e a programação do horário desses empregados. Na resolução desses problemas busca-se a melhor combinação das escalas, aliada a uma redução de custos com salários, e a alocação dos turnos aos trabalhadores, visando à satisfação dos mesmos.

Segundo Fukunaga (2002), na indústria de *Call Center/Contact Center*, a necessidade de sistemas eficazes de gestão da força de trabalho tem sido impulsionada principalmente pelo rápido crescimento recente deste setor, onde a implantação eficaz dos recursos humanos é de importância crucial e estratégica. Gans, Koole e Mandelbaum (2003)

comentaram que, minimizar o número de empregados é um assunto importante porque o custo com os empregados é bastante dispendioso, participando com aproximadamente 80% dos custos operacionais em *Call Centers*.

A programação de pessoal eficaz tornou-se um dos principais meios pelos quais as organizações de serviços permanecem competitivas. Ao contrário da manufatura, em que os turnos padrões e dias de folga são a regra, a indústria de serviços, muitas vezes atua 24 horas por dia, sete dias por semana com demanda flutuante. Uma programação de pessoal não adequada pode levar a um excesso de oferta de trabalhadores com muito tempo ocioso, ou uma suboferta com uma consequente perda de negócios [BARD, BINICI e DESILVA, 2003].

## 1.2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Para a maioria das organizações a capacidade de ter as pessoas certas nas tarefas designadas e na hora determinada é essencial para satisfazer as necessidades de seus clientes. O estudo que envolve este tipo de problemas é a Programação de Pessoal, que trata do processo de construção de horários de trabalho para o pessoal e tem recebido atenção crescente ao longo dos últimos anos.

A Programação de Pessoal aparece em diversas esferas empresariais, tais como: empresas, instalações industriais, hospitais, transportes públicos, companhias aéreas, universidades, *Call Centers*, entre outras. Pela diversidade de aplicação, é considerada de alta relevância. Podem ser consideradas neste tipo de problema algumas características como: a determinação da quantidade de empregados aos turnos, a escala de horários do quadro de pessoal e os cenários em condições mínimas necessárias ao atendimento de clientes garantindo certo nível de serviço. Estas características foram identificadas entre várias situações vivenciadas pelos gestores de empresas, na tomada de decisão, cada uma com a sua complexidade. Podem ainda tornarem-se mais complexas quando se considera o número de clientes variando de semana a semana, dia a dia, ou ainda, de momento a momento, dependendo da particularidade da demanda da empresa.

Diversos modelos de problemas de Programação de Pessoal foram abordados, para cada tipo de empresa, visto que as estruturas destas são diferentes entre si. E os modelos para estes problemas, por sua vez, requerem diferentes técnicas para que se encontre uma solução adequada.



Na literatura, o problema abordado neste trabalho é caracterizado como um problema isolado ou como parte de outros problemas, possuindo denominações diferentes, de acordo com a área de aplicação. Dentre essas denominações podem ser citadas: programação de força de trabalho (*workforce scheduling*), programação de recursos humanos (*manpower scheduling*), planejamento de pessoal (*staff scheduling*), programação de turnos (*shift scheduling*), definição de horários de empregados (*employee timetabling*), escala de serviços (*rostering*), programação de pessoal (*personnel scheduling*), programação da tripulação (*crew scheduling*), problema de programação de turno de trabalho (*labor shift scheduling problem*), entre outros. A denominação adotada para o problema abordado neste trabalho será: Programação de Pessoal.

De forma mais específica, este trabalho aborda o problema de Programação de Pessoal, que consiste em determinar os turnos de trabalho e a quantidade de empregados, sujeito a restrições legais e organizacionais, e em designar os turnos aos empregados, de modo a satisfazer uma demanda pré-estabelecida para cada momento do período de planejamento. Esse tipo de problema pode ser encontrado em muitas empresas que operam 24 horas por dia, como por exemplo, as centrais telefônicas, os hospitais, o transporte coletivo, entre outras.

### 1.3 OBJETIVOS DO TRABALHO

#### 1.3.1 Objetivo geral

O objetivo deste trabalho é determinar uma metodologia para a solução de um problema de Programação de Pessoal em empresas prestadoras de serviços, visando a redução de custos com salários e a satisfação dos atendentes com relação aos seus horários.

#### 1.3.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos, a serem tratados neste trabalho, são:

- Caracterizar um Problema de Programação de Pessoal e abordá-lo em duas etapas: problema de Turnos de Trabalho e problema de Designação dos Turnos aos Empregados.
- Desenvolver uma metodologia e modelos com aplicação de Algoritmos Evolutivos para a resolução do problema de

- Turnos de Trabalho, que seja capaz de obter soluções adequadas.
- Desenvolver um modelo em PLI para o problema de Turnos de Trabalho.
  - Comparar os resultados obtidos pela solução do problema de Turnos de Trabalho dos modelos a serem desenvolvidos.
  - Desenvolver uma metodologia com aplicação de Algoritmos Evolutivos para a resolução do problema de Designação de Turnos aos Empregados, que seja capaz de obter soluções adequadas à aplicação.
  - Aplicar a metodologia e os modelos para dados de um *Call Center*.

#### 1.4 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

Em algumas empresas ocorre uma variação acentuada na demanda de serviços o que faz com que seja necessário um ajuste da quantidade de empregados. Esta necessidade implica numa programação tanto dos horários quanto das escalas de trabalho. Na prática, esse tipo de problema, em geral é tratado usando-se a experiência do gestor e é resolvido manualmente ou com auxílio de planilhas eletrônicas [BLÖCHLIGER, 2004]. É considerado uma tarefa de alta complexidade, por envolver um grande número de possibilidades de solução, que acabam por despender um elevado tempo no processo de resolução.

Demonstra uma complexidade ainda maior quando se busca a solução ótima. É um problema de otimização classificado como NP-completo. Para sua solução, em geral deve-se resolver um problema de Programação Linear Inteira de grandes proporções. Na literatura, encontram-se algumas referências abordando técnicas de resolução para se encontrar a solução exata. Entre os métodos disponíveis, nenhum garante uma solução factível próxima da ótima em um período de tempo razoável para os problemas considerados de grande porte [HOJATI e PATIL, 2011].

Em casos de problemas de pequeno porte, soluções exatas são possíveis de se encontrar com programação matemática. No entanto, em casos reais, abordagens heurísticas são necessárias para obter soluções quase ótimas em tempos computacionais razoáveis [MONTROYA, 2006].

O desenvolvimento de modelos que facilitem esta programação de forma eficaz e rápida levaria a um melhor desempenho dessas

empresas prestadoras de serviços. Por ser uma situação comum em muitas empresas, percebe-se a necessidade e relevância do desenvolvimento de técnicas de otimização direcionadas para a resolução desse problema. Desta forma, a abordagem de heurísticas para sua resolução pode ser promissora.

Uma possibilidade em termos computacionais seria a resolução do problema de forma fracionada. Essa opção compreenderia várias etapas separadamente, onde em cada uma, se teria a resolução de problemas menores de modo que o tempo computacional fosse menor do que quando resolvido o problema de forma integral. O incentivo para resolver estas etapas separadamente é computacional, porque uma abordagem integral produz cálculos que são muito demorados para a obtenção da solução [BHULAI, 2008].

O problema considerado na primeira etapa, denominado de problema de Turnos de Trabalho, consiste em determinar os turnos de trabalho e a quantidade atendentes para cada um destes turnos, de forma a atender a demanda de produtos ou serviços para cada hora do dia. A construção desses turnos deve obedecer às restrições trabalhistas e também operacionais da organização. O problema tratado na segunda etapa, denominado de problema de Designação dos Turnos aos Atendentes, consiste em determinar as jornadas de trabalho e designá-las aos atendentes, visando minimizar os custos salariais.

A proposta deste trabalho para a resolução destas etapas utilizando Algoritmos Evolutivos, em especial, a meta-heurística Evolução Diferencial Discreta (EDD), ferramenta esta ainda pouco utilizada no domínio discreto, pode ser uma abordagem adequada, uma vez que levaria a solução ótima ou próxima da ótima em tempo computacional aceitável. O tempo neste caso, é importante devido à necessidade do gestor em obter uma solução, o mais rapidamente possível, para a tomada de decisão.

Evolução Diferencial é das técnicas dentre os Algoritmos Evolutivos, simples na sua implementação e que tem potencial para resolver de forma eficiente uma ampla variedade de problemas-teste [PRICE e STORN, 1995]. Se enquadrando que geralmente os usuários exigem de uma técnica de otimização prática: em primeiro lugar, o método deve encontrar o verdadeiro mínimo global, independentemente dos valores dos parâmetros iniciais do sistema; segundo, a convergência deve ser rápida; e em terceiro, o programa deve ter um mínimo de parâmetros de controle de modo que seja de fácil manuseio.

Desta forma, pretende-se desenvolver um Algoritmo Evolutivo com a ideia de integrar outros Algoritmos Evolutivos de forma que no

decorrer das gerações o desempenho de cada AE fosse considerado nas gerações prévias. Este algoritmo recebeu a denominação de Algoritmo Evolutivo Adaptativo (AEA). Na prática, cada AE que integra o AEA possui uma probabilidade de atuar nos indivíduos da população, e com o decorrer das gerações essas probabilidades são alteradas com o desempenho dos AEs.

O AEA foi aplicado para a resolução do problema de Turnos de Trabalho. Os AEs utilizados para integrá-lo foram o AG e um EDD misto (inteiro e binário). Já para a resolução do problema de Designação dos Turnos aos Atendentes foi utilizado um EDD misto (inteiro e binário).

A principal contribuição pretendida neste trabalho para a área de conhecimento é o desenvolvimento do Algoritmo Evolutivo Adaptativo. Apesar de terem sido utilizados apenas AEs na sua estrutura de integração, pode ser estendido para a utilização de outras ferramentas, tais como Busca Tabu, *Simulated Annealing* e outras. O diferencial do AEA é o processo de atuação dos AEs sobre os indivíduos da população. Os AEs são escolhidos para atuar nos indivíduos de acordo com certa probabilidade, que está relacionada com o sucesso obtido nas gerações precedentes.

Para empresas de *Call Center* e outras empresas com características similares às do *Call Center* abordado, fica a contribuição de mais uma metodologia que pode ser utilizada como auxílio a tomada de decisão. Vale ressaltar que, na resolução do problema de Programação de Pessoal abordado, procurou-se otimizar a quantidade de atendentes, não deixando de observar a satisfação destes com relação à equalização dos inícios dos turnos de cada um.

Um aspecto que é interessante observar é a questão de custo, relacionado com a utilização de ferramentas para a resolução dos problemas. As reduções de custos obtidas com bons algoritmos, mesmo limitando a qualidade da solução e a utilização de aplicativos disponíveis em sites podem ser substanciais em detrimento aos pacotes computacionais com elevados custos.

## 1.5 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Existe uma grande variedade de problemas de Programação de Pessoal que possuem, por um lado, similaridades em seus aspectos e, por outro, diferenças em sua essência devido às suas particularidades.

Na literatura, é possível encontrar inúmeras abordagens que tratam de diferentes versões desses problemas.

Devido às particularidades de cada problema, torna-se impossível uma abordagem genérica para um amplo grupo de organizações. Com isso, com intuito de particularizar, escolheu-se empresa de *Call Center* para aplicação da metodologia. Assim, a metodologia adotada neste trabalho está direcionada a resolução de problema de Programação de Pessoal com aplicação em empresas de *Call Center*.

Algumas limitações mais específicas abordadas são: os empregados possuem disponibilidade ilimitada; o tamanho do turno de trabalho é fixo; os turnos não são contínuos, neste caso, os turnos possuem intervalos e pausas.

Aplicações do mundo real operam em ambientes dinâmicos frequentemente sujeitos a vários tipos de ocorrências e perturbações aleatórias. Entre estes, as chegadas de novos trabalhos, a quebra de máquinas, a doença de empregados e o cancelamento de trabalhos. Estes fatores podem fazer o cronograma original tornar-se inviável [MADUREIRA, RAMOS e SILVA, 2002]. A diversidade de fatores variáveis torna complexo o processo de identificação dos dados de entrada de um problema. Mas, de acordo com a metodologia adotada e a caracterização do problema abordado tornou-se fácil a definição dos dados de entrada. Neste caso, os dados de entrada para o problema de Programação de Pessoal com aplicação a empresa de *Call Center* foram as previsões de demandas de atendentes para cada hora do período de planejamento.

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está estruturado em cinco capítulos. Este primeiro capítulo descreve a origem do trabalho, a descrição do problema, os objetivos geral e específicos, a importância e as limitações do trabalho. Os capítulos subsequentes deste trabalho estão organizados como segue.

No capítulo dois é apresentada a fundamentação teórica sobre assuntos pertinentes ao problema de Programação de Pessoal, a formulação do problema e uma revisão de trabalhos relacionada ao tema do trabalho. No mesmo capítulo é feita a introdução de Algoritmos Evolutivos, técnicas utilizadas para resolução do problema proposto neste trabalho e finalizando com Análise de Variância, para análise de dados.

No capítulo três está descrita a metodologia adotada. Primeiro, são abordadas as características de um problema particular e seus dados. Em seguida, o problema abordado é dividido em duas etapas. Na primeira etapa resolve-se o problema de Turnos de Trabalho e na segunda, o problema de Designação dos Turnos aos Atendentes. O primeiro por Algoritmos Evolutivos (AG, EDD e um Algoritmo Evolutivo Adaptativo) e por PLI. O segundo pela meta-heurística Evolução Diferencial Discreta.

No quarto capítulo é mostrada a implementação e experimentos com aplicação a dados de uma empresa de *Call Center* e os resultados encontrados.

O quinto capítulo expõe as discussões da implementação e dos resultados. As conclusões do trabalho e sugestões para desenvolvimento de pesquisas futuras, também, são apresentadas neste capítulo.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho são abordados problemas que, normalmente, são considerados subproblemas (ou etapas) de um problema que, na literatura, possui denominações, como: *Workforce Scheduling* (Programação de Força de Trabalho) [MUSLIU, 2001], *Labor Allocation* (Alocação de Trabalho) [BHULAI, KOOLE e POT, 2008], *Employee Scheduling* (Programação de Empregados) [HOJATI e PATIL, 2011] e outras.

Segundo Musliu (2001) o processo e programação de força de trabalho consistem das seguintes etapas:

- i) determinar as exigências temporais, onde para cada intervalo de tempo do período de planejamento é determinado o número necessário de empregados com certas qualificações;
- ii) determinar o número total de empregados necessários e projetar os turnos de trabalho;
- iii) designar estes turnos aos empregados.

Já Hojati e Patil (2011) descrevem três etapas na realização de programação de empregados para uma organização de serviço da seguinte forma: a primeira etapa é a previsão da demanda para o próximo período de planejamento (uma semana, um mês). A segunda etapa é traduzir as previsões da demanda em necessidade de empregados para cada momento de trabalho do período de planejamento, a fim de proporcionar um nível de serviço adequado para o atendimento aos clientes. A terceira etapa é atender as necessidades dos empregados para cada hora de trabalho do período de planejamento, determinando os turnos e os dias de trabalho para cada empregado. Normalmente, existem alguns padrões de serviços que devem ser cumpridos, como duração máxima dos turnos, número mínimo de dias de folga em uma semana, entre outros.

Ainda, Bhulai, Koole e Pot (2008) denominam estes problemas como Alocação de Trabalho. Definem como sendo um problema operacional com um horizonte de tempo de apenas algumas semanas. Distinguem quatro fases no processo de alocação de trabalho: Previsão de Carga de Trabalho; Pessoal; Programação de Turnos e Escala de Serviços. A Previsão de Carga de Trabalho está relacionada à previsão da quantidade futura de trabalho ofertado. A fase Pessoal traduz esta quantidade de carga de trabalho em número de empregados necessários

de tal forma que certos níveis de serviços pré-especificados sejam cumpridos. Programação de Turnos gera turnos de tal forma que estes níveis de serviços sejam atendidos. Finalmente, Escala de Serviços refere-se ao emparelhamento dos turnos nas escalas e a designação dos empregados às escalas.

O foco deste trabalho está nas fases de Pessoal, Programação de Turnos e Escala de Serviços e terão, daqui em diante, à denominação de Programação de Pessoal (PP). Na literatura, as denominações mais usualmente utilizadas para estas fases são: *personnel scheduling* e *rostering*.

A seguir uma revisão de literatura referente à Programação de Pessoal e assuntos correlacionados.

## 2.2 REVISÃO DE LITERATURA

*Personnel scheduling* ou *rostering* é o processo de construção de horários de trabalho para seus empregados para que uma organização possa satisfazer a demanda por seus produtos ou serviços. A primeira parte deste processo envolve a determinação do número de empregados, com competências específicas, necessário para atender a demanda de serviços. Membros do pessoal são atribuídos aos turnos, de modo a atender os níveis de empregados necessários em momentos diferentes e deveres são, então, atribuídos aos empregados para cada turno. Todos os regulamentos da organização, associados a acordos de trabalho relevantes devem ser observados durante o processo de construção de horários de trabalho [ERNST *et al.*, 2004a].

Segundo Fukunaga *et al.* (2002) Programação de Pessoal é o problema clássico de pesquisa operacional: que deve designar um conjunto de empregados a um conjunto de tarefas de tal forma que eles trabalhem onde são mais necessários, garantindo que certas restrições sejam mantidas, como por exemplo, a exigência de que os empregados trabalhem 40 horas por semana com pelo menos 12 horas entre os turnos de trabalho.

Em um sentido geral, o problema de escala de serviços envolve processo de construir horários de trabalho otimizados para equipes. O problema de escala de serviço envolve a alocação de pessoal qualificado para atender a uma demanda dependente do tempo para diferentes serviços, respeitando os acordos de trabalho da organização e com a tentativa de satisfazer as preferências de trabalho dos empregados [ERNST *et al.*, 2004a, 2004b].



Métodos computacionais para *rostering* ou *personnel scheduling* tem sido um tema de pesquisa continuada e com amplo interesse comercial desde os anos 1950 [ERNST *et al.*, 2004b].

Ernst *et al.* (2004a) forneceram uma revisão de literatura sobre escala de serviços com cerca de 200 referências. A revisão abrange uma ampla variedade de áreas de aplicação e técnicas de solução comum e, também, oferecem um esquema de classificação para descrever os problemas de escala de serviços.

Esta seção, também, descreve parte de uma bibliografia organizada por Ernst *et al.* (2004b). Esta possui uma vasta coleção com mais de 700 referências na área de programação de pessoal e escala de serviços desde os anos 1950, focando principalmente em algoritmos para a geração de listas e horários de pessoal, mas também abrangendo áreas afins, tais como planejamento de força de trabalho e estimativa de necessidades de pessoal.

Em um sentido geral os autores consideraram que o problema de escalas de serviços envolve a alocação de pessoal qualificado para atender a uma demanda dependente do tempo, para diferentes serviços, respeitando os acordos de trabalho coletivo e tentando satisfazer as preferências individuais de trabalho. Estes são problemas de otimização tipicamente complexos e altamente restritos. As necessidades específicas de diferentes empresas resultam em modelos de escala de serviços bastante variados, o que faz com estes modelos utilizem técnicas de solução muito diferenciadas, mas buscando soluções de boa qualidade e adequados à realidade.

Os avanços nos métodos de otimização exatos e heurísticos, aliados ao aumento da disponibilidade de computadores com alto desempenho, têm possibilitado o desenvolvimento de modelos muito mais próximos da realidade.

Uma classificação é feita pelos autores sobre os trabalhos em relação ao tipo de problema abordado, as áreas de aplicação e os métodos utilizados para resolução. Além disso, elaboraram um breve resumo para cada artigo. O objetivo do trabalho destes autores foi o de fornecer uma revisão abrangente das principais pesquisas, métodos de modelagem, métodos de solução e aplicações, em uma grande área de importância para empresas que é a de alocar pessoal em suas operações de uma maneira que seja rentável, que observe regulamentos industriais e que satisfaça as preferências individuais de trabalho dos empregados.

Foram selecionados, para esta bibliografia, trabalhos usando pesquisas com base em uma seleção de 60 palavras-chave para identificar as diferentes classes de problemas, áreas de aplicação e

métodos de solução associados com *personnel scheduling*. A seguir, de forma resumida, são mostradas as classificações abordadas.

A Tabela 1 mostra as palavras-chave usadas para descrever as classificações e lista o número de trabalhos que se relacionaram a cada classificação. Vale ressaltar que uma publicação, em particular, pode pertencer a mais de uma classificação.

Tabela 1: Classificação por palavras-chave.

<b>Classificação</b>	<b>Artigo</b>	<b>Classificação</b>	<b>Artigo</b>
<i>Crew Scheduling</i>	219	Demanda Baseada em Tarefa	47
<i>Tour Scheduling</i>	185	Modelagem de Demanda	40
Demanda Flexível	107	Designação de Tarefa	32
Planejamento de Força de Trabalho	99	Designação de Turnos	24
<i>Crew Rostering</i>	76	<i>Disruption Management</i>	16
Programação de Turnos	64	Outras Classificações	12
<i>Cyclic Roster</i>	62	<i>Stint Based Roster</i>	9
<i>Days Off Scheduling</i>	61	<i>Roster Assignment</i>	6
Demanda de Turnos	55		

Fonte: Ernst *et al.* (2004b).

A Tabela 2 mostra as palavras-chave usadas para descrever as áreas de aplicação e lista o número de artigos relativos a cada área. Também nesta Tabela, uma publicação pode estar relacionada a mais de uma área de aplicação.

Tabela 2: Classificação por área de aplicação.

<b>Classificação</b>	<b>Artigo</b>	<b>Classificação</b>	<b>Artigo</b>
Ônibus	129	Serviços e Utilidades Públicas	22
Programação de Enfermeiras	103	<i>Venue Management</i>	19
Companhias Aéreas	99	Serviços de Proteção e Emergência	16
Ferrovias	37	Outras Aplicações	14
<i>Call Centers</i>	37	Sistemas de Transporte	12
Geral	33	Hotelaria e Turismo	7
Manufatura	29	Serviços Financeiros	6
Transporte Coletivo	28	Vendas	3
Sistemas de Cuidado à Saúde	23		

Fonte: Ernst *et al.* (2004b).

A Tabela 3 exhibe as palavras-chave usadas para descrever os métodos de solução e lista o número de artigos relativos a cada um. Novamente, um artigo pode estar relacionado a mais de um método de solução.

Tabela 3: Classificação por método de solução.

<b>Classificação</b>	<b>Artigo</b>	<b>Classificação</b>	<b>Artigo</b>
<i>Branch-and-Bound</i>	14	Relaxação Lagrangeana	32
<i>Branch-and-Cut</i>	9	Programação Linear	35
<i>Branch-and-Price</i>	30	<i>Matching</i>	36
Geração de Colunas	48	Programação Matemática	27
Programação de Lógica Restrita	46	Fluxo em Rede	38
Heurística Construtiva	133	Outras Meta-heurísticas	11
Programação Dinâmica	17	Outros Métodos	35
Enumeração	13	Teoria de Fila	32
Evolução	4	Cobertura de Conjunto	58
Sistemas Especialistas	15	Particionamento de Conjunto	72
Algoritmos Genéticos	28	Busca Local Simples	39
<i>Goal Programming</i>	19	<i>Simulated Annealing</i>	20
Programação Inteira	139	Simulação	31
Construção Aleatória Iterada	5	Busca Tabu	16

Fonte: Ernst *et al.* (2004b).

Outros trabalhos relevantes à programação de pessoal e escalas de serviço são apresentados a seguir.

Bhulai, Koole e Pot (2008) introduziram um novo método para o problema de programação de turnos em *Call Centers* com múltiplas habilidades. O método consiste em duas etapas. Na primeira, níveis de pessoal são determinados e depois, na segunda etapa, os resultados são usados como dados de entrada para o problema de programação de turnos. O problema de programação de turnos, nesta aplicação, teve como base um modelo de programação linear de fácil implementação com tempo computacional adequado.

Dai e Huo (2008) definem programação de turnos como a ligação entre o cálculo da carga de trabalho prevista e a alocação de pessoal. A principal contribuição deste trabalho foi o desenvolvimento de um modelo de Programação Linear para resolver o problema de programação de turnos em *Call Center* com múltiplas habilidades.

Outro tipo de problema abordado por Hojati e Patil (2011) são os de programação de empregados com múltiplas habilidades e disponibilidade limitada. Este tipo de problema é especialmente desafiador porque os empregados têm disponibilidade e habilidades diferentes e porque possuem turnos diferenciados dentro do período de planejamento. As restrições deste problema, em geral, devem atender às necessidades dos empregados durante cada hora em um período de planejamento e respeitando ainda a duração mínima e máxima do turno de cada empregado. Os objetivos são minimizar o excesso de pessoal e atingir a meta de horas de trabalho total para cada empregado durante o

período de planejamento. Os autores fizeram a decomposição deste problema em: determinação de turnos adequados; atribuição dos turnos determinados para os empregados. Para a primeira parte usaram um conjunto de pequenos problemas de programação linear inteira para cada dia e cada tarefa. Para a outra parte, uma heurística com base em programação linear inteira é usada para atribuir os bons turnos aos empregados. Aplicaram este método com os dados de um artigo de referência e compararam os resultados. Além disso, vários problemas aleatórios foram gerados e resolvidos a fim de verificar a robustez do método de solução proposto.

Thompson (1996) definiu em seu trabalho que programação de trabalho, em seu nível mais básico, significa garantir que a quantidade de empregados suficiente para atender os clientes está presente durante todo o horário de funcionamento de uma instalação de serviço. Em seu trabalho desenvolveu uma heurística Simulated Annealing para programação de turnos para empregados com disponibilidade limitada. Comparou o desempenho do algoritmo com o de um modelo de Programação Linear Inteira, demonstrando a sua eficácia. Seus resultados também mostraram ser adequados à busca na "vizinhança" para a programação de trabalho e outras aplicações de Simulated Annealing.

Outro trabalho desenvolvido por Thompson (1997) trata do problema de programação de escalas de operadores em *Call Centers*. Nesta pesquisa, o autor desenvolveu o método denominado SSAH (*Specialized Shift Assignment Heuristic*) para designar atendentes satisfazendo a demanda de chamadas e procurando atender as preferências e prioridades destes.

Yoshimura e Nakano (1998) argumentaram que programação de trabalho de operadores de telefonia é um problema de otimização do mundo real. Os autores utilizaram um Algoritmo Genético com uma representação concisa das soluções e aplicaram ao problema com sucesso.

Barboza (2000) propôs uma solução para a elaboração e designação de jornadas de trabalho em uma central telefônica de atendimento. Utilizou a técnica de Simulação para determinar o número de atendentes necessários para satisfazer a demanda histórica. Em seguida desenvolveu um modelo de Programação Linear Inteira para fazer o escalonamento das jornadas dos atendentes. Este modelo foi resolvido com o pacote computacional LINGO. Finalmente fez a designação das jornadas aos atendentes, maximizando a satisfação destes com relação aos seus horários de trabalho.

Caprara, Monaci e Toth (2002) estudaram o problema de um *Call Center* na Itália que envolve a programação dos horários dos empregados da companhia com objetivo de minimizar o número total de atendentes. O referido *Call Center* atende chamadas de emergência 24 horas por dia. Para resolver o problema, primeiramente, determinaram o número mínimo de empregados e o padrão de trabalho associado para cada empregado. Nesta etapa, foi feita uma formulação em PLI e foi solucionada usando-se do método *Branch and Bound*. Depois, fizeram o balanceamento da carga horária de trabalho entre os empregados, resolvendo heurísticamente como uma sequência de Problemas de Transporte.

Saltzman (2005) desenvolveu uma metodologia de escalonamento que combina Programação Linear, Busca Tabu e Simulação enquanto estima custos de equipe, tempos de espera e abandono de ligações. Para encontrar um escalonamento adequado foram considerados os custos do trabalho, o abandono de clientes e o tempo de espera. Os custos totais de espera e de serviços são as variáveis a serem minimizadas. Em um caso real a aplicação da abordagem reduziu os custos totais diários do escalonamento de um *Call Center* em aproximadamente 18%.

Tanomaru (1995) definiu um problema de programação de pessoal com força de trabalho heterogêneo, envolvendo diversas restrições realistas extraídas do problema real. Investigou sua solução usando um Algoritmo Genético personalizado, o qual inclui um grupo de operadores que combina comportamento estocástico e heurísticas. Violações de restrições e exigências do problema refletiram em aumentos de custos, quando então os operadores atuam estocasticamente para diminuir tais custos. Embora os operadores interajam uns com os outros, eles foram concebidos de forma independente por causa da simplicidade e modularidade. No geral, a ação destes operadores heurístico-estocásticos se assemelha a um operador de mutação sofisticado tendencioso para melhorar os horários, reduzindo os custos de violações de restrição. Os experimentos mostraram que programações da força de trabalho de alta qualidade podem ser obtidas em tempo razoável, mesmo para grandes problemas.

O problema de escala de horários para tripulação de empresas aéreas tem sido abordado por diversos pesquisadores, entre estes Kohl e Karisch (2004). Vários trabalhos foram desenvolvidos para os problemas de programação de horários em escolas, que dizem respeito à alocação das aulas de uma escola a um conjunto restrito de horários, satisfazendo diversas restrições. Muitos destes trabalhos usaram meta-

heurísticas, a citar: Simulated Annealing [ABRAMSON, 1991], Busca Tabu [HERTZ, 1992; COSTA, 1994] e Programação Genética [COLLORNI *et al.*, 1998]. Outros trabalhos dedicados ao desenvolvimento e aplicação de modelos capazes de solucionar os problemas de programação de horários, satisfazendo as restrições impostas e o menor custo, vêm sendo desenvolvidos, tais como: escalonamento de trabalhadores de uma central de carga e descarga de caminhões usando Geração de Colunas [SARIN e AGGARWALL, 2001]; escalas de plantão para militares usando PLI Binária [SILVA *et al.*, 2004]. Ainda, Siqueira *et al.* (2004) relataram a aplicação do Algoritmo do *Matching* de Peso Máximo na elaboração de escalas de trabalho para motoristas e cobradores de ônibus, as quais devem ser determinadas levando-se em consideração o maior aproveitamento possível das tabelas de horários, com o objetivo de minimizar o número de empregados, de horas extras e de horas ociosas.

## 2.3 MODELAGEM DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL

Inicialmente serão feitos alguns comentários e inseridas algumas definições sobre modelos como base e apoio inicial para a definição de um problema e desenvolvimento da estratégia para encontrar sua solução.

### 2.3.1 Modelos

Um modelo é uma representação de um sistema ou processo [CARSON II, 2005]. Ainda, pode-se afirmar, segundo Kheir (1995), que modelo é a forma que se escolhe para capturar as principais características do sistema em estudo e que deve possuir alguma representação das entidades ou dos objetos do sistema e refletir as atividades em que estas entidades ou objetos envolvem-se.

Segundo Goldbarg e Luna (2005, p.2) “modelos são representações simplificadas da realidade que representam, que preservam, para determinadas situações e enfoques, uma equivalência adequada”.

Ainda, Vissers (1998) respondeu ao questionamento “Qual é o propósito de modelagem?”, com possíveis propósitos de modelagem:

- para resolver um problema: um modelo é construído para resolver um problema particular que é confrontado com um

problema real. Isto poderia ser rotulado como uma abordagem de modelagem de problema orientado;

- para organizar desordem: o modelo destina-se a apoiar o tomador de decisão, organizando dados relevantes em um cenário complexo e confuso. Isto poderia ser rotulado como uma abordagem de modelagem de apoio à decisão;
- para melhorar a técnica: o modelo construído é destinado a demonstrar que a técnica utilizada no modelo é superior a uma técnica já utilizada para o tipo de questão estudada. Isto pode ser rotulado como uma abordagem de modelagem técnica orientada ou científica;
- para influenciar atitudes: o modelo destina-se a influenciar a mente e atitudes dos tomadores de decisão, mostrando que a realidade é diferente daquilo que se pensou até o momento. Isto poderia ser rotulado como uma abordagem de modelagem educacional.

### **2.3.2 Definições e Conceitos Básicos em Programação de Pessoal**

A Programação de Pessoal, aqui abordada, trata da determinação dos turnos de trabalho e da quantidade de empregados necessários para satisfazer as demandas cumprindo certos níveis de serviços. Também, o emparelhamento entre turnos e empregados, ou seja, a designação dos turnos aos empregados. A seguir, algumas definições e conceitos pertinentes à Programação de Pessoal.

Alguns conceitos e definições podem ser vistos em Musliu (2001), tais como:

- Turno: é o período de tempo em que um grupo de empregados está de plantão.
- Força de trabalho: é o número necessário de empregados para atender a demanda de um turno.
- Período de planejamento: é o período de tempo em que a força de trabalho é atribuída a diferentes turnos. Na prática o período de planejamento varia. Em geral envolve semanas ou meses.
- Quantidade de empregados: o número de empregados é variável e depende do problema específico. Em geral, nos problemas de força de trabalho os empregados possuem diferentes qualificações. Além disso, problemas gerais incluem empregados com diferentes turnos de trabalho.

São adotados, neste trabalho, os seguintes conceitos e definições para a modelagem de Programação de Pessoal:

- **Empregado:** é a pessoa contratada para realizar certo serviço. O número de empregados é variável e depende do problema específico. O empregado pode ter várias habilidades e possuir disponibilidades específicas de tempo de trabalho.
- **Turno de trabalho:** é o período de tempo compreendido entre a entrada e a saída de um empregado a cada dia. Nele estão inclusos: a duração efetiva do trabalho diário e as pausas e/ou intervalos para descanso e/ou alimentação. Neste caso, estão sendo considerados turnos não contínuos. Isso faz com que o problema tenha maior complexidade em relação aos problemas cujos turnos são contínuos, devido ao aumento no número de tipos de turnos.
- **Período de planejamento:** é o período de tempo para o qual é determinada a Programação de Pessoal.
- **Jornada de trabalho:** é o conjunto de turnos de trabalho a ser designado a cada empregado para o período de planejamento.
- **Subperíodo:** é o período de tempo submúltiplo de certo período de tempo em que a demanda está sendo relacionada.

### 2.3.2.1 Programas cíclicos e não-cíclicos

Existem duas principais variantes de programação de força de trabalho [MÖRZ e MUSLIU, 2004]: programação de força de trabalho rotativo (ou cíclico) e programação de força de trabalho não-rotativo (não-cíclico). Em uma programação de força de trabalho cíclico todos os empregados têm a mesma programação básica, mas com diferentes inícios de turnos. Portanto, as preferências individuais dos empregados não podem ser levadas em consideração, enquanto que o objetivo é encontrar um programa que seja ótimo para todos os empregados. Em programação de força de trabalho não-cíclico as preferências individuais dos trabalhadores podem ser levadas em consideração e o objetivo é determinar os programas que satisfaçam as preferências da maioria dos empregados. Em ambas as variações de programação de força de trabalho, outras restrições, tais como o número mínimo de empregados necessários para cada turno, devem ser cumpridas.



Neste trabalho, será considerado o problema de programação de força de trabalho não-cíclico. Uma preferência implícita dos empregados vai ser levada em consideração, que é a pouca variação dos horários de início dos turnos de trabalho de um mesmo empregado. Assim, para satisfação desta preferência, a diferença entre os inícios dos turnos de trabalho de um mesmo empregado em dias diferentes será minimizada. Esta abordagem de preferência não foi encontrada na literatura.

### 2.3.3 Formulação Matemática

Um problema de otimização pode ser formulado matematicamente da seguinte forma [LUENBERGER, 1984; APRIL, GLOVER e KELLY, 2003]:

$$\text{Minimizar } F(x) \quad (\text{função objetivo}) \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } Ax \leq b \quad (\text{restrições lineares}) \quad (2)$$

$$g_u \leq G(x) \leq g_v \quad (\text{restrições não-lineares}) \quad (3)$$

$$u \leq x \leq v \quad (\text{limites}) \quad (4)$$

onde  $x$  é um vetor  $n$ -dimensional,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , em que as componentes podem ser contínuas ou discretas. A função objetivo,  $F(x)$ , pode ser qualquer mapeamento de um conjunto de valores de  $x$  para um valor real. O conjunto de restrições pode ser linear e a matriz  $A$  de coeficientes e os valores  $b$  podem ser conhecidos. As restrições não-lineares são simples limites inferiores e/ou superiores impostas em uma função não-linear. Os valores dos limites  $g_u$  e  $g_v$  podem ser constantes conhecidas. Todas as variáveis podem ser limitadas e algumas podem ser restringidas a valores discretos com um tamanho de passo arbitrário.

#### 2.3.3.1 Formulação Matemática para o problemas de Programação de Pessoal

As diversas abordagens de programação de pessoal encontrados na literatura, possuem objetivos distintos e suposições diferenciadas, gerando desta forma uma grande quantidade de modelos matemáticos [ALFARES, 2004]. Assim, as formulações matemáticas, a seguir, foram escolhidas por melhor se enquadrarem ao problema abordado.

Dantzig (1954) desenvolveu a formulação original e genérica de Programação Inteira (PI) do problema de programação de turnos (*shift scheduling problem*):

$$\text{Minimizar} \quad W = \sum_{j=1}^{Nj} x_j \quad (5)$$

$$\text{sujeito a:} \quad \sum_{j=1}^{Nj} a_{tj}x_j \geq b_t \quad \forall t \in T \quad (6)$$

$$x_j \geq 0 \quad \text{e inteiro} \quad \forall j \in J \quad (7)$$

onde

- $T$  → número de subperíodos do período de planejamento
- $t$  → índice dos subperíodos
- $Nj$  → número de turnos de trabalho a ser considerado
- $J$  → conjunto dos turnos de trabalho a ser considerado
- $j$  → índice dos turnos de trabalho
- $x_j$  → número de empregados designados ao turno de trabalho  $j$
- $W$  → número total de empregados designados a todas os  $Nj$  turnos
- $a_{tj}$  →  $\begin{cases} 1, \text{ se } t \text{ é um subperíodo de trabalho para o turno } j \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
- $b_t$  → número mínimo de empregados necessários no subperíodo  $t$

O modelo definido tem como objetivo a minimização do custo da programação (equação (5)). As restrições de que a quantidade suficiente de empregados está presente em cada subperíodo estão contempladas na equação (6). A equação (7) impõe que não existam atribuições parciais de empregados aos turnos de trabalho.

Verifica-se que a formulação acima é genérica para o problema de programação de turnos. A Figura 1 traz um exemplo para ilustrar um problema de programação de turnos genérico. Neste exemplo, o período de planejamento foi dividido em vinte subperíodos, têm-se seis turnos (A, B, C, D, E e F) com tamanhos que variam de cinco a oito subperíodos. Cada turno possui certa quantidade de empregado, por exemplo, no turno A estão três empregados. Pode-se verificar que a restrição de demanda é satisfeita em todos os subperíodos.

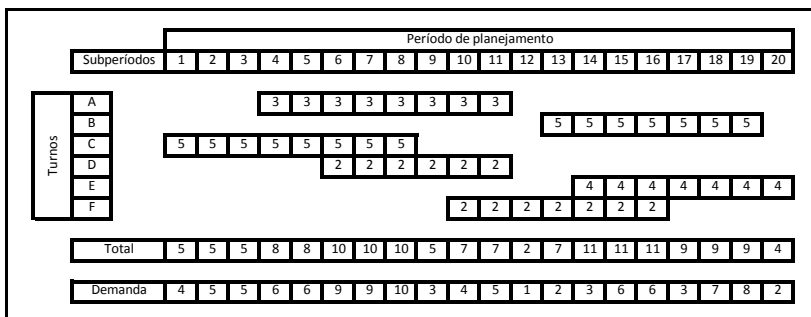


Figura 1: Exemplo de solução de um problema genérico de programação de turnos.

Na prática, além da restrição de demanda, cada problema possui as suas restrições particulares.

As regras de trabalho definem os horários de trabalho admissíveis em relação às suas características, tais como [ALFARES, 2004]:

- 1) os horários iniciais admissíveis de turnos;
- 2) a duração mínima e máxima de cada turno;
- 3) a frequência e a duração dos intervalos para refeição e descanso;
- 4) o período mínimo de descanso entre mudança de turno;
- 5) o horário de funcionamento por dia;
- 6) o número de dias úteis por semana;
- 7) limites para o número de dias de trabalho consecutivos;
- 8) rotação de turnos.

Outros fatores complicadores incluem padrões de demanda de trabalho, preferências dos empregados, as regras de prioridade por idade e equidade na atribuição dos horários aos trabalhadores.

Diversos trabalhos desenvolvidos na literatura referentes à programação de turnos de trabalho tratam principalmente de turnos de trabalho contínuo, ou seja, desconsideram os intervalos e/ou pausas. Mas, sabe-se que para alguns tipos de trabalhos há existência e a necessidade de intervalos e/ou pausas para descanso e/ou alimentação dos empregados. Desta forma, se uma empresa concede determinados intervalos e/ou pausas e na determinação da quantidade de turnos esses intervalos e/ou pausas não são levados em consideração, pode levar a não satisfação da demanda nestes momentos.

Quando os intervalos e/ou pausas são levados em consideração aumenta-se a quantidade de tipos de turnos de trabalho, com isso amplia-se o número de soluções e a complexidade do problema.

Verifica-se que são diversas as restrições e características existentes nos problemas de programação de pessoal. A seguir serão especificadas algumas restrições e características com o intuito de restringir e focar no tipo de problema de Programação de Pessoal abordado neste trabalho.

Como a maioria dos métodos encontrados na literatura, aqui será utilizado como unidade de tarefa o turno de trabalho, diferente de outros métodos que usam a hora de trabalho. O subperíodo, aqui considerado, é um submúltiplo tanto do período de um turno quanto de um dia. Assim, tem-se:

- $h$  → índice dos subperíodos
- $d$  → índice dos dias de trabalho para o período de planejamento
- $e$  → índice dos empregados
- $t$  → índice dos turnos possíveis
- $y_{td}$  → número de empregados programados para o turno  $t$  no dia  $d$
- $x_{etd}$  →  $\begin{cases} 1, \text{ se o turno } t \text{ no dia } d \text{ está designado ao empregado } e \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
- $a_{htd}$  →  $\begin{cases} 1, \text{ se o subperíodo de trabalho } h \text{ está no turno } t \text{ no dia } d \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$
- $r_{hd}$  → número mínimo de empregados necessários durante o subperíodo de trabalho  $h$  no dia  $d$
- $nT_e$  → número de turnos de trabalho meta para o empregado  $e$  para período de planejamento
- $nDe$  → número de dias de trabalho meta para o empregado  $e$  para período de planejamento
- $\beta_e^u$  → número de turnos de trabalho designados ao empregado  $e$  que está abaixo da meta  $nT_e$
- $\beta_e^o$  → número de turnos de trabalho designados ao empregado  $e$  que está acima da meta  $nT_e$

Modelo:

$$\text{Minimizar } \sum_t \sum_d y_{td} \quad (8)$$

$$\text{Minimizar } \sum_e \beta_e^u + \sum_e \beta_e^o \quad (9)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_t a_{ntd} y_{td} \geq r_{nd} \quad \text{para cada subperíodo de trabalho } h, \text{ dia } d \quad (10)$$

$$\sum_e x_{etd} = y_{td} \quad \text{para cada turno } t, \text{ dia } d \quad (11)$$

$$\sum_t x_{etd} \leq 1 \quad \text{para cada empregado } e, \text{ dia } d \quad (12)$$

$$\sum_t \sum_d x_{etd} \leq nD_e \quad \text{para cada empregado } e \quad (13)$$

$$\sum_t \sum_d x_{etd} + \beta_e^u - \beta_e^o = nT_e \quad \text{para cada empregado } e \quad (14)$$

$$y_{td} \text{ inteiro} \quad \text{para cada turno } t, \text{ dia } d \quad (15)$$

$$x_{etd} \text{ binário} \quad \text{para cada empregado } e, \text{ turno } t, \text{ dia } d \quad (16)$$

$$\beta_e^u, \beta_e^o \geq 0 \quad \text{para cada empregado } e \quad (17)$$

A função objetivo (8) minimiza a quantidade total de empregados. A função objetivo (9) minimiza o número total de turnos de trabalho acima ou abaixo da quantidade meta para o período de planejamento. Para cada dia, a restrição (10) assegura que, para cada subperíodo de trabalho, o número de empregados em todos os turnos atinja ou exceda as necessidades de empregados. Para cada dia, a restrição (11) assegura que cada turno de trabalho está designado ao número certo de empregados. A restrição (12) é a exigência de que cada empregado pode trabalhar somente no máximo  $nD_e$  dias no período de planejamento. A restrição (13) é a exigência de que cada empregado pode trabalhar somente em um turno por dia. A restrição (14) é a exigência de que cada empregado pode trabalhar no máximo  $nT_e$  turnos no período de planejamento. A restrição (15) garante que um número inteiro é usado para o número de empregados programado para cada turno. A restrição (16) garante que um valor binário é usado para o empregado programado para cada turno e dia. Finalmente, restrição (17) garante que os desvios das metas de turnos de trabalho do período de planejamento para cada empregado são não-negativos.

## 2.4 TÉCNICAS DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL

Diversas abordagens para modelar e resolver o problema de programação de pessoal tem sido propostas na literatura. Alfares (2004) buscou identificar classificações gerais presentes nos modelos matemáticos, comparar os diferentes métodos abordados na literatura e identificar as direções de pesquisas futuras. Após revisão de diversos

trabalhos publicados desde 1990, este estudo resultou em uma proposta de classificação das técnicas de solução para este tipo de problema em dez categorias:

- 1) solução manual;
- 2) programação inteira;
- 3) modelagem implícita;
- 4) decomposição;
- 5) *Goal Programming*;
- 6) geração de conjunto de trabalho;
- 7) solução baseada em PL;
- 8) construção e melhoria;
- 9) meta-heurísticas;
- 10) outros métodos.

As abordagens não são necessariamente técnicas de solução autônomas (que operam independentemente). Muitas vezes, uma série de abordagens deve ser combinada de modo a obter uma solução. As duas primeiras categorias, e em alguns casos, a terceira, podem ser consideradas como métodos de solução ótima, enquanto as demais categorias podem ser consideradas como métodos de solução heurística.

Técnicas tradicionais de matemática, tais como Programação Linear (PL), Programação não-Linear (PNL) e Programação Dinâmica (PD) têm sido frequentemente utilizadas para resolver os problemas de otimização. Estas três técnicas podem garantir ótimos globais em modelos simples e ideais. No entanto, em problemas do mundo real, existem algumas desvantagens: em PL, perdas consideráveis ocorrem quando um modelo linear ideal de um problema do mundo real não-linear é desenvolvido; em PD, um aumento no número de variáveis aumentaria exponencialmente o número de avaliações das funções recursivas e a taxa da memória de núcleo; em PNL, se as funções usadas na computação não são diferenciáveis e convexas, a resolução do algoritmo pode não encontrar o ótimo. Muita atenção também é necessária na seleção dos valores iniciais, a fim de garantir a convergência para o ótimo global e não em mínimos (máximos) locais. A fim de superar essas deficiências nas técnicas matemáticas, técnicas de otimização heurísticas foram introduzidas. Estas permitem que se encontre uma boa solução (próximo do ótimo) seja encontrada dentro de um tempo razoável de computação e com o uso razoável de memória. Ainda, sem perder as características sutis não-lineares do modelo e sem qualquer necessidade de derivativos complexos ou a escolha cuidadosa dos valores iniciais [GEEM, KIM e LOGANATHAN, 2001].

A complexidade de um problema pode levar à impossibilidade de encontrar uma solução ótima. Mas, mesmo assim é interessante encontrar uma solução que seja próxima do ótimo. Para isso, os métodos heurísticos são normalmente utilizados.

Segundo Hillier e Lieberman (2010) “um **método heurístico** é um procedimento que provavelmente vai encontrar uma excelente solução viável, mas não necessariamente uma solução ótima, para o problema específico em questão”. Os métodos heurísticos são normalmente desenvolvidos para a resolução de problemas específicos.

Ernst *et al.* (2004a) concluíram que em algumas organizações, os encarregados da determinação das escalas de pessoal necessitam de ferramentas de apoio à tomada de decisão. Essas ferramentas fornecem a quantidade de empregados para cada horário a custo reduzido e também buscando um alto nível de satisfação do empregado em relação seu trabalho. Também, propõem uma taxonomia para *rostering* e tratam *rostering* e *personnel scheduling* como sinônimos.

Devido à sua natureza dinâmica, os problemas de programação reais têm uma complexidade adicional em relação aos estáticos. Em muitas situações, estes problemas, mesmo em situações aparentemente simples, são difíceis de serem resolvidos, ou seja, o tempo necessário para calcular uma solução ótima aumenta exponencialmente com o tamanho do problema [MORTON e PENTICO, 1993].

Segundo Ernst *et al.* (2004a) o desenvolvimento de modelos matemáticos e algoritmos que são base de uma ferramenta de escalas de serviço, envolvem:

- 1) um estudo de modelagem de demanda que coleta e usa dados históricos para prever a demanda por serviços e converte-os para os níveis de pessoal necessários para satisfazer os padrões de serviços;
- 2) consideração das técnicas de solução necessárias para uma ferramenta de programação de pessoal que satisfaça as restrições decorrentes dos regulamentos locais de trabalho que melhor satisfaça uma série de objetivos, incluindo a cobertura da demanda de pessoal, custo mínimo e máxima satisfação dos empregados;
- 3) especificação de uma ferramenta de comunicação que exiba soluções e forneça os relatórios de desempenho.

### 2.4.1 Meta-heurística

Na busca por um método mais geral chegou-se ao desenvolvimento de métodos chamados meta-heurística, visto que para cada problema, a ser resolvido, precisaria começar do zero caso a ferramenta a ser utilizada fosse um método heurístico [HILLIER e LIEBERMAN, 2010].

Segundo Hillier e Lieberman (2010), “meta-heurística é um método de resolução geral que fornece tanto uma estrutura quanto diretrizes de estratégia gerais para desenvolver um método heurístico específico que se ajuste a um tipo de problema particular”. Afirmaram ainda que as três meta-heurísticas mais comumente utilizadas são: Busca Tabu, *Simulated Annealing* e Algoritmos Genéticos.

Como o problema de Programação de Pessoal é um problema da classe NP-completo, a aplicação de meta-heurísticas é indicada.

O próximo capítulo será dedicado aos Algoritmos Evolutivos.

## 2.5 ALGORITMOS EVOLUTIVOS

Evolução tem sido visto como um processo de busca capaz de localizar soluções para os problemas apresentados por um ambiente. Uma descrição algorítmica de evolução que pode ser usada para resolver problemas. Os algoritmos iterativos (busca e otimização) desenvolvidos com inspiração no processo biológico de evolução são denominados Algoritmos Evolutivos (AEs). Estes, tem como objetivo básico, a resolução de problemas e podem ser aplicados a uma ampla área de domínios. Computação Evolutiva é o nome usado para descrever o campo de pesquisa que inclui todos os Algoritmos Evolutivos [CASTRO, 2006].

### 2.5.1 Algoritmo Evolutivo Padrão

Um Algoritmo Evolutivo padrão possui uma população de indivíduos que reproduz com herança, variação genética e seleção natural [CASTRO, 2006].



### 2.5.1.1 População de indivíduos que reproduz com herança

Cada indivíduo representa ou codifica um ponto no espaço de busca de soluções potenciais de um problema. Estes indivíduos podem reproduzir (sexuadamente ou assexuadamente), gerando filhos que herdam algumas características (traços) de seus pais. Estes traços herdados dão aos filhos algumas semelhanças com seus progenitores.

### 2.5.1.2 Variação genética

Os filhos são propensos a variação genética através de mutação, que altera sua composição genética. A mutação permite o aparecimento de novos traços nos filhos e, deste modo, a exploração de novas regiões do espaço de busca.

### 2.5.1.3 Seleção natural

A avaliação de indivíduos em seu ambiente resulta em uma medida de adaptabilidade, qualidade, ou valor de *fitness* a ser atribuído a eles. Uma comparação do *fitness* dos indivíduos conduzirá a uma competição para sobrevivência e reprodução no ambiente, e terão vantagem seletiva aqueles indivíduos de melhor (menor no caso de minimização e maior no caso de maximização) *fitness*.

## 2.6 ALGORITMOS GENÉTICOS (AGs)

Na literatura existe uma quantidade grande de trabalhos que trata de Algoritmos Genéticos, suas aplicações e avanços. Desta forma, a abordagem de AGs será direcionada de forma básica e os conceitos e definições descritos são suficientes para a aplicação proposta.

Na natureza, a variedade manifesta-se como variação nos cromossomos dos indivíduos da população. Esta variação é transferida para a estrutura e para o comportamento dos indivíduos em seu ambiente. A variação na estrutura e no comportamento é refletida pelas diferenças nas taxas de sobrevivência e reprodução. Os indivíduos que são mais hábeis para desempenhar tarefas em seu ambiente sobrevivem e reproduzem-se com uma taxa elevada e indivíduos com menores habilidades, sobrevivem e reproduzem-se com uma taxa mais baixa. Este é o conceito de sobrevivência e seleção natural [DARWIN, 1981].

Após se passar um longo período de tempo e várias gerações, a população possui mais indivíduos com estruturas e comportamentos que permitem melhor desenvolvimento da realização de suas tarefas no seu ambiente, assim como sobreviver e reproduzir-se. Assim, passado um excessivo período de tempo, a estrutura dos indivíduos na população é modificada por causa da seleção natural. Quando se percebe estas visíveis e mensuráveis diferenças na estrutura, que se originaram de diferenças na aptidão, diz-se que a população sofreu evolução [KOZA, 1992].

Segundo Koza (1992) o processo evolutivo, na natureza, acontece quando quatro condições são satisfeitas:

- uma entidade tem a aptidão para reproduzir-se;
- existe uma população de tais entidades autorreprodutoras;
- existe alguma variedade entre as entidades autorreprodutoras;
- alguma diferença na aptidão para sobrevivência, no meio ambiente, está associada com a variedade.

Os AGs foram criados por John Holland no final da década de 60, e foi inspirado no que se conhece sobre o processo de evolução natural, conhecimento este iniciado com a teoria da evolução de Darwin. Os AGs tiveram maior difusão a partir do estudo de Holland (1975) “*Adaptation in Natural and Artificial Systems*”, que trata de sistemas adaptativos complexos, biológicos ou não.

Os AGs simulam o processo evolutivo de Darwin e, assim, naturalmente ocorrem operações genéticas nos cromossomos dos indivíduos [KOZA, 1992]. Sabe-se que, na natureza, os cromossomos são *strings* (sequências) de caracteres em alfabeto de base quatro. As quatro bases de nucleotídeos que aparecem ao longo da extensão da molécula de DNA, são: adenina, citosina, guanina e timina. Esta sequência de bases de nucleotídeos constitui a *string* dos cromossomos ou o genoma de um indivíduo biológico.

Os AGs têm se destacado na solução de diversos problemas, devido a sua simplicidade e sua facilidade em resolver problemas sem exigir um excessivo conhecimento prévio destes.

Os AGs formam uma classe de ferramentas versátil e robusta, e podem ser utilizados na solução de problemas de otimização ainda que não devam ser considerados estritamente minimizadores de funções [DE JONG, 1992].

Vale ressaltar, também, que os AGs não são facilmente “aprisionados” a mínimos (máximos) locais como é o caso dos algoritmos usuais de programação matemática.

Quando usados como algoritmos de minimização, os AGs se distinguem das técnicas mais comuns de programação matemática basicamente por [BARBOSA, 1997]:

- empregar uma população de indivíduos ou soluções;
- trabalhar sobre uma codificação das possíveis soluções (genótipos) e não sobre as soluções (fenótipos) propriamente ditas;
- empregar regras de transição probabilísticas;
- não necessitar de informações adicionais a respeito da função a ser otimizada.

Na Figura 2 tem-se a representação da estrutura de funcionamento de um Algoritmo Genético tradicional.

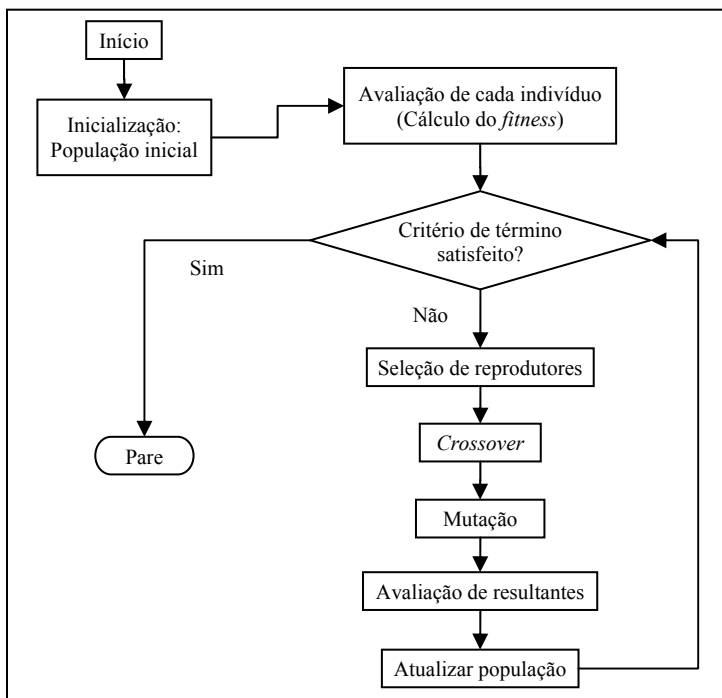


Figura 2: Estrutura de funcionamento de um Algoritmo Genético tradicional.

### 2.6.1 Representação e Codificação de AGs

A etapa inicial para se resolver certo problema utilizando AGs consiste no estabelecimento de um esquema de codificação (representação) para cada elemento do espaço de busca em questão já que os AGs não operam sobre tais elementos diretamente e sim sobre uma codificação dos mesmos [BARBOSA, 1997]. Utilizando a terminologia da Genética, cada elemento do espaço de busca é um fenótipo que corresponde à realização de um dado código: o seu genótipo. Matematicamente, a escolha da codificação para um dado problema é a escolha da função ou regra que associa os elementos do espaço dos genótipos com aqueles do espaço de busca, os fenótipos.

A forma mais comum empregada na construção de uma codificação, corresponde a uma cadeia de comprimento  $l$ , constituída de caracteres de certo alfabeto. A codificação mais comum é a binária, onde o alfabeto é composto dos símbolos 0 e 1. Assim, por exemplo, a sequência 101001 poderia representar uma possível solução de um dado problema. Neste caso, têm-se  $l = 6$  e o conjunto dos genótipos é constituído por todos os números binários de 000000 a 111111 contendo, conseqüentemente,  $2^l = 2^6 = 64$  elementos. A codificação é a função que associa a cada uma destas sequências/números binários uma solução que pode ser uma variável real, inteira, ou outras [BARBOSA, 1997].

A cada indivíduo pode ser associado mais de um cromossomo. O homo sapiens é diplóide, isto é, possui  $2n$  cromossomos. Uma grande quantidade das aplicações de AGs utiliza indivíduos haplóides, ou seja, indivíduos que possuem  $n$  cromossomos, sendo que a maioria dos AGs trabalha com  $n$  igual a 1, ou seja, um cromossomo apenas. Resumindo, o genótipo é composto de um ou mais cromossomos que são compostos de genes; construídos cada um por uma subsequência de símbolos pertencentes ao alfabeto utilizado.

Em muitas aplicações é suficiente o uso de uma representação estática, ou seja, utilizar uma representação cujo tamanho seja fixo, podendo ser um vetor, uma matriz, etc.

Para o caso considerado mais simples usa-se o alfabeto binário para a representação, mas no caso geral a representação depende de cada problema a ser tratado [TANOMARU, 1995].

## 2.6.2 Pseudocódigos de AGs

Segundo Barbosa (1997) um pseudocódigo genérico capaz de englobar a maioria dos AGs existente seria:

### **Algoritmo Genético genérico**

Inicialize a população

Avalie indivíduos na população

#### **Repita**

Selecione indivíduos para reprodução

Aplique os operadores de cruzamento e mutação

Selecione indivíduos para sobreviver

**Até** critério de parada satisfeito

#### **Fim**

Neste pseudocódigo os verbos utilizados *inicialize*, *avalie*, *selecione* e *aplique* são, propositalmente, ainda insuficientes para definir um algoritmo computacional único.

Com relação à forma pela qual se faz a inserção dos novos indivíduos criados na população, pode-se considerar dois tipos extremos de AGs. Um extremo é o que pode ser chamado AG generacional, onde toda a população atual é substituída pelos novos indivíduos gerados [BARBOSA, 1997], como visto na sequência:

### **Algoritmo Genético generacional**

Inicialize a população P aleatoriamente

Avalie indivíduos na população P

#### **Repita**

##### **Repita**

Selecione 2 ou mais indivíduos em P

Aplique operador de cruzamento com probabilidade  $p_c$

Aplique operador de mutação com probabilidade  $p_m$

Insira os novos indivíduos em P'

**Até** população P' completa

Avalie indivíduos na população P'

$P \leftarrow P'$

**Até** critério de parada satisfeita

#### **Fim**

De acordo com este pseudocódigo toda geração (de “pais”) é totalmente substituída por outra mais nova (de “filhos”), não há

convivência entre os indivíduos de população sequencial, correndo-se o risco de se perder um bom indivíduo neste processo. Desta forma, principalmente em problemas de otimização, um procedimento frequentemente incluído neste algoritmo é o elitismo, ou seja, o(s) melhor(es) indivíduo(s) de uma geração é(são) preservado(s): uma cópia é passada diretamente à geração seguinte. Vale mencionar que existem diversas formas desta inclusão e que dependem da forma como foi definida [BARBOSA, 1997].

Outro enfoque para AG é conhecido na literatura como “*steady-state*”. Neste algoritmo, apenas um indivíduo é criado de cada vez. Em seguida, este indivíduo é avaliado e, de acordo com alguma estratégia, é inserido ou não na população. Uma estratégia de inserção pode ser, por exemplo: o indivíduo é inserido se for melhor do que o pior existente. Já uma estratégia de substituição pode ser: substituir o pior de todos. Num AG *steady-state* a população é ordenada de acordo com a qualidade de cada solução: o seu *ranking* [BARBOSA, 1997].

Um pseudocódigo para o AG *steady-state* seria [BARBOSA, 1997]:

#### **Algoritmo Genético *steady-state***

Inicialize a população P aleatoriamente

Avalie indivíduos na população P

Ordene a população P de acordo com a aptidão

#### **Repita**

    Selecione operador genético

    Selecione indivíduo(s) para reprodução

    Aplique operador genético

    Avalie indivíduo(s) gerado(s)

    Selecione indivíduo *i* (dentre os gerados) para sobreviver

**Se *i* é melhor que o pior indivíduo de P Então**

        Remova o pior indivíduo da população

        Insira *i* em P de acordo com seu *ranking*

**Até** critério de parada satisfeita

#### **Fim**

Estas são algumas variantes de AGs, dentre diversas propostas na literatura, uma vez que existe a liberdade para criação.

### 2.6.2.1 População inicial

Na etapa de inicialização do algoritmo constrói-se a população inicial que, geralmente, é realizada aleatoriamente utilizando-se um gerador de números pseudoaleatórios. No caso de codificação binária, é simples a obtenção de uma boa distribuição de zeros e uns para se constituir a população inicial, observando a factibilidade de cada indivíduo. Mas, à medida que aumenta a cardinalidade do alfabeto empregado a codificação pode se tornar mais difícil [BARBOSA, 1997].

### 2.6.2.2 Função Aptidão

A função aptidão ou *fitness* é a responsável pelo processo de escolha dos indivíduos e deve indicar a qualidade de cada indivíduo/solução na população. Para o caso de otimização, ela está intimamente ligada à função objetivo que se deseja minimizar ou maximizar [BARBOSA, 1997].

Avaliar um indivíduo em AGs significa determinar o seu nível de aptidão de sobrevivência, ou seja, em AGs sobrevivem prioritariamente os indivíduos mais aptos. Assim, os indivíduos mais aptos têm maiores chances de sobreviver no ambiente e reproduzir-se, passando parte de seu material genético às gerações posteriores [TANOMARU, 1995].

A função aptidão é uma função matemática representativa do problema (ambiente onde a população de indivíduos está inserida).

Geralmente o valor atribuído a cada indivíduo, após tê-lo submetido à função aptidão, é o próprio valor resultante da função aptidão. Este valor representa o grau de adaptação do indivíduo ao ambiente em questão [DIAS e BARRETO, 1998].

### 2.6.3 Operadores Genéticos

Após a definição da representação dos indivíduos da população é possível construir operadores genéticos que, atuando sobre os genótipos, produzam novos indivíduos.

Os AGs possuem três tipos de operadores genéticos conhecidos, como: seleção, cruzamento (conhecido na literatura como *crossover*) e mutação [GOLDBERG, 1989; MITCHELL, 1997; CASTRO, 2006].

A seleção basicamente tem por objetivo fazer com que os indivíduos mais aptos da geração anterior tenham maior probabilidade

de participar do processo que irá gerar a nova população [DIAS e BARRETO, 1998].

O *crossover* explora o material genético já existente nos pais, ou seja, faria uma busca local.

A mutação tem a função de repor o material genético perdido em gerações anteriores e, também, introduzir material inexistente [DIAS e BARRETO, 1998].

### 2.6.3.1 Seleção

Diversos esquemas de seleção já foram criados, analisados e implementados na prática de AGs, mas, por simplicidade, apenas alguns desses esquemas serão aqui abordados.

Segundo Barbosa (1997), vale comentar que um esquema de seleção pode ser enquadrado em uma das seguintes categorias:

- seleção estabilizante, também chamada normalizante, que tende a eliminar indivíduos com valores extremos de aptidão;
- seleção direcional, que tem o efeito de aumentar (ou diminuir, em caso de minimização) a aptidão média da população e é usada na grande maioria dos AGs;
- seleção perturbante, que tende a eliminar os indivíduos moderados de aptidão.

Supondo um problema de maximização, uma das técnicas de seleção empregada em AGs estabelece que a probabilidade  $p_i$  do  $i$ -ésimo indivíduo da população vir a ser selecionado para reprodução é proporcional à sua aptidão relativa. Esta opção de seleção é conhecida como método da roleta (conhecido como roleta simples) ou método de seleção proporcional com reposição estocástica. Na implementação utiliza-se a fórmula a seguir [BARBOSA, 1997]:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^n f_j} \quad (18)$$

onde

- $f_i$  → valor da função aptidão do indivíduo  $i$
- $n$  → número de indivíduos da população

Outra ideia é abandonar a magnitude da função aptidão de cada indivíduo e utilizar somente a posição relativa (o *ranking*) de cada indivíduo na população. Assim, mantendo-se a população ordenada por valores decrescentes da função aptidão, a probabilidade de seleção de



um indivíduo para a etapa de cruzamento cresce com seu *ranking*: o primeiro do *ranking* tem maior probabilidade de seleção. Este método é conhecido como método do *ranking* linear.

Dependendo do tipo de aplicação, pode-se utilizar outra forma de seleção que é o torneio. Num esquema de seleção via torneios,  $k$  indivíduos são sorteados aleatoriamente na população e o vencedor do torneio (aquele de maior aptidão entre os  $k$  indivíduos) é selecionado. Este método é conhecido como torneio estocástico de tamanho  $k$ .

### 2.6.3.2 *Crossover* ou Cruzamento

O operador de cruzamento visa promover a recombinação do material genético de (pelo menos) dois “pais” para a geração de um ou dois “filhos” que serão avaliados posteriormente. Tais operadores são também conhecidos na literatura inglesa como operadores de *crossover*, termo oriundo da Genética [BARBOSA, 1997].

Existem diversos tipos desse operador, sendo aqui citado o *crossover* simples e o de dois pontos.

#### 2.6.3.2.1 *Crossover* simples

Por meio de um esquema de seleção, dois indivíduos são escolhidos e, com uma probabilidade  $p_c$ , são submetidos à operação de cruzamento. Uma posição de *crossover* é sorteada e o material genético dos “pais” é recombinado, conforme a Figura 3, onde o “pai 1” e o “pai 2” dão origem ao “filho 1” e ao “filho 2”, com a posição de *crossover*. No exemplo a seguir, a posição de *crossover* é entre o terceiro e o quarto genes dos cromossomos.



Figura 3: *Crossover* simples.

### 2.6.3.2 Crossover de dois pontos

Neste operador, dois pontos de *crossover* são sorteados e o material genético entre estes dois pontos é recombinado, como mostra a Figura 4. Neste exemplo, primeiro ponto de *crossover* está entre o primeiro e o segundo gene e o segundo ponto de *crossover* está entre o quarto e o quinto gene.

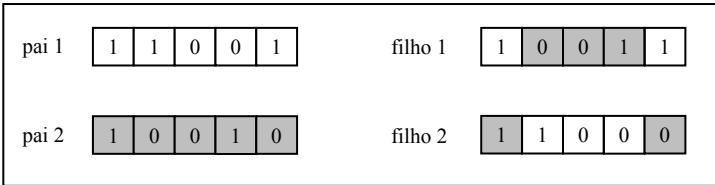


Figura 4: *Crossover* de dois pontos.

### 2.6.3.3 Mutação

O operador de mutação age sobre um dado indivíduo da população, produzindo uma alteração no seu genótipo, dando origem a um novo fenótipo também modificado, a ser avaliado posteriormente [BARBOSA, 1997].

Este operador proporciona uma forma de exploração do espaço de busca, visto que ele gera novos indivíduos, a serem avaliados, que podem revelar novas regiões promissoras.

Utiliza-se o termo mutação como sinônimo de troca simples. No exemplo, a seguir, tem-se a mutação de um indivíduo, onde se trocou o bit 1 pelo bit 0 no ponto de mutação, de acordo com a Figura 5:

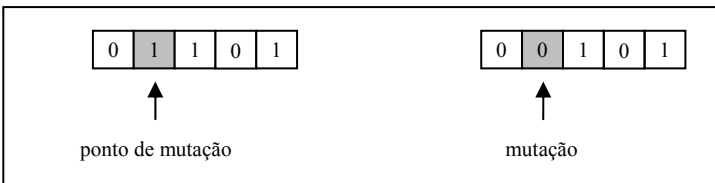


Figura 5: Mutação (troca simples).

## 2.6.4 Parâmetros de AGs

É importante, também, analisar de que maneira alguns parâmetros influenciam no comportamento dos AGs, para que eles possam ser estabelecidos conforme as necessidades do problema e dos recursos disponíveis.

O número de indivíduos da população, a probabilidade de ocorrer *crossover* ( $p_c$ ) e mutação ( $p_m$ ) são os parâmetros de controle de AGs [DIAS e BARRETO, 1998], bem como o número de gerações.

Quanto maior a probabilidade de recombinação, mais rapidamente novas estruturas serão introduzidas na população. Com uma probabilidade de mutação muito alta a busca se torna essencialmente aleatória. Bons resultados geralmente são obtidos com valores baixos para a probabilidade de mutação, o qual introduz e mantém a diversidade genética da população [CORRÊA, 2000]. De Jong (1975) por meio de estudos empíricos mostrou que bons resultados geralmente são alcançados com alto valor da probabilidade de *crossover* ( $p_c \geq 0,7$ ), baixo valor da probabilidade de mutação (geralmente  $p_m \leq 0,01$ ), número de indivíduos entre 50 e 200 e número máximo de gerações igual a 100.

Mas, com o avanço na aplicação de AGs estes parâmetros dependem do problema abordado. Na literatura, foram propostas diversas abordagens em relação aos parâmetros que envolvem, por exemplo, adaptação, autoadaptação, estratégias de controle de parâmetros e outras, visando sempre um melhor desempenho dos AGs.

## 2.7 EVOLUÇÃO DIFERENCIAL (ED)

Problemas de otimização estão presentes em muitas áreas do conhecimento, principalmente em ciência e engenharia. Sem dúvida, muitos pesquisadores precisam de um algoritmo de otimização robusto para resolver os problemas que são fundamentais para seu trabalho diário. Além de ser fácil de usar, um algoritmo de otimização global também deve ser suficientemente robusto para convergir de forma confiável para o verdadeiro ótimo. Além disso, o gasto de tempo computacional na procura de uma solução não deve ser excessivo. Assim, um método de otimização global, verdadeiramente útil, deve ser simples de implementar, fácil de usar, confiável e rápido [PRICE, STORN e LAMPINEN, 2005].

Evolução Diferencial (ED) [PRICE e STORN, 1995 e 1997] originou-se por meio do algoritmo *Annealing* Genético desenvolvido por Kenneth Price, publicado em outubro de 1994 numa revista destinada a programadores, chamada *Dr. Dobbs's Journal*. *Annealing* Genético é um algoritmo de otimização combinatória, baseado em população, que implementa um critério *annealing* via limiares. Após esta publicação, Price foi contactado pelo Dr. Rainer Storn, sobre a possibilidade de utilizar *Annealing* Genético para resolver o problema polinomial de Chebyshev, visto que, determinar os coeficientes dos polinômios de Chebyshev é considerado por muitos ser uma tarefa difícil para um otimizador de propósito geral [PRICE, STORN e LAMPINEN, 2005].

Price, finalmente, encontrou a solução para o problema cinco-dimensional de Chebyshev com o algoritmo *Annealing* Genético, mas a convergência foi muito lenta e os parâmetros de controle efetivos foram difíceis de determinar. Após este resultado inicial, Price começou a modificar o algoritmo *Annealing* Genético usando ponto flutuante em vez de bits de sequência de codificação e operações aritméticas em vez de lógicas. Em conjunto, estas alterações efetivamente transformaram o que tinha sido um algoritmo combinatório para otimizador numérico, que se tornou a primeira experiência com ED. Para melhor acomodar arquiteturas de máquinas paralelas, Storn sugeriu a criação de população de pais e filhos separados. Ao contrário do *Annealing* Genético, a ED não tem dificuldades em determinar os coeficientes, mesmo, do polinômio 33-dimensional de Chebyshev [PRICE, STORN e LAMPINEN, 2005].

ED mostrou eficácia não só sobre os polinômios de Chebyshev, mas também em muitas outras funções-teste. Em 1995, Storn e Price apresentaram "*Differential Evolution - A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces*" [PRICE e STORN, 1995], primeiro artigo de divulgação do então promissor algoritmo Evolução Diferencial. Nesse artigo foi apresentada a ED para minimizar funções de espaço contínuo não-linear e não diferenciável. Por meio de extensos testes experimentais, que inclui as funções "De Jong", foi demonstrado que o método converge mais rapidamente do que o *Simulated Annealing*, o qual tem reputação de ser bem eficiente. O novo método requer poucas variáveis de controle, é robusto e fácil de usar.

### 2.7.1 Visão Geral de Evolução Diferencial

As principais etapas de um algoritmo ED clássico estão mostradas na Figura 6. Para cada geração, os operadores são repetidos até que um critério de parada pré-definido seja satisfeito, como por exemplo, número máximo de gerações [PRICE e STORN, 1997]. Segundo Feoktistov e Janaqi (2004), a principal diferença entre ED e AG consiste na operação mutação. Em AG a mutação realiza pequenas alterações nos genes, enquanto que em ED a essência desta operação é a formação de um vetor diferença que faz mutação no indivíduo.

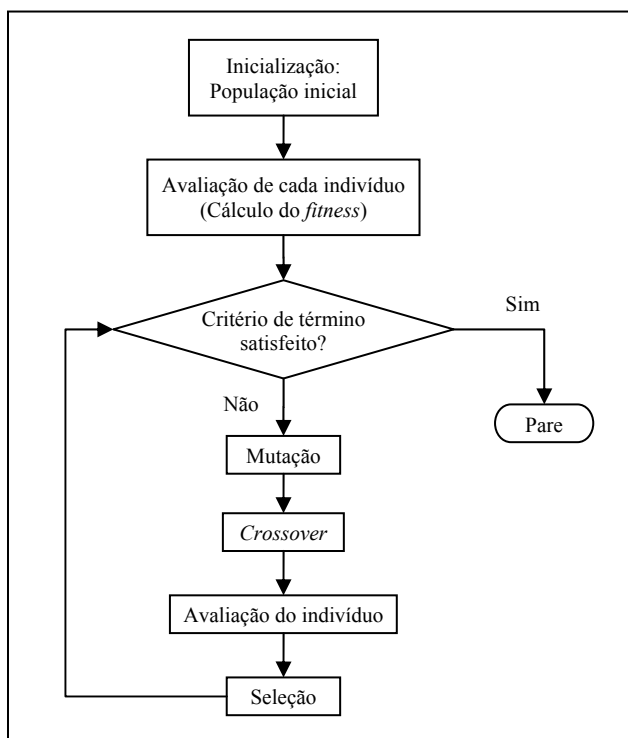


Figura 6: Etapas de Evolução Diferencial tradicional.

O algoritmo ED é iniciado criando-se uma população inicial, escolhida geralmente de forma aleatória, dentro dos limites do espaço de busca. Quando não existe nenhum conhecimento sobre o problema, normalmente, cria-se essa população por uma distribuição de probabilidade uniforme.

ED é baseado em um operador de mutação que gera novos indivíduos, chamados de vetores doadores, adicionando-se uma diferença ponderada de dois indivíduos a um terceiro indivíduo aleatoriamente escolhidos da população atual.

Na operação de *crossover*, em ED, são feitas misturas das componentes de um vetor doador com as componentes de outro indivíduo escolhido aleatoriamente da população (chamado de vetor alvo), resultando em um indivíduo chamado de vetor tentativa (ou experimental).

A seleção é feita comparando o valor do *fitness* dos vetores tentativa e alvo. Se o valor do *fitness* do vetor tentativa for menor (se o problema for de minimização) que o do alvo, então o vetor tentativa substitui o vetor alvo na geração seguinte.

### 2.7.1.1 Avaliação dos indivíduos

Para avaliar um indivíduo, é necessário medir sua adaptabilidade, qualidade ou valor de *fitness*. A função *fitness* é definida de acordo com o problema abordado [BARBOZA, 2005].

### 2.7.1.2 População inicial

Uma tarefa de otimização que consiste de  $D$  parâmetros, pode ser representada por um vetor  $D$ -dimensional. Como um membro da família de Algoritmos Evolutivos, ED também começa com uma população de  $NP$  indivíduos (vetores-solução),  $X_{i,G}$ , onde  $i = 1, 2, \dots, NP$  e  $G$  é o número de gerações. O vetor (indivíduo)  $X_i$  pode ser expresso da seguinte forma [ASLANTAS, 2009]:

$$X_i = \{x_{j,i}\} = \{x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{D,i}\}^T \quad (19)$$

onde  $x_{j,i}$  são as coordenadas do vetor  $X_i$   $D$ -dimensional.

Se não existir nenhum conhecimento prévio sobre o problema a ser otimizado, os vetores podem ser gerados aleatoriamente como segue [ASLANTAS, 2009]:

$$x_{i,G} = x_{i,(L)} + rand_i \cdot (x_{i,(H)} - x_{i,(L)}) \quad (20)$$

onde  $x_{i,(L)}$  e  $x_{i,(H)}$  são os limites inferior e superior do vetor  $D$ -dimensional,  $rand_i$  é um valor aleatório no intervalo  $[0, 1[$ .

### 2.7.1.3 Operadores de Evolução Diferencial

Assim como todo Algoritmo Evolutivo, os operadores de Evolução Diferencial se fundamentam no princípio da evolução natural cujos objetivos: são manter a diversidade da população e evitar convergências prematuras. Na sequência são explorados os operadores de ED: mutação, cruzamento e seleção.

#### 2.7.1.3.1 Mutação

Na geração  $G$ , um vetor mutante (ou doador)  $V_{i,G+1}$  é gerado, para cada vetor  $X_{r_1,G}$ , pela combinação de vetores escolhidos aleatoriamente a partir da população atual. Um par de vetores  $X_{r_2,G}$  e  $X_{r_3,G}$  define uma diferença  $X_{r_2,G} - X_{r_3,G}$ . Esta diferença é multiplicada por  $F$  (na versão tradicional de Evolução Diferencial  $F \in [0, 2]$ ), uma constante real positiva, fator de ponderação que controla a amplitude da variação diferencial, denotado de diferença ponderada. Este resultado é usado para fazer uma perturbação no vetor  $X_{r_1,G}$  ou no melhor vetor da população,  $X_{best,G}$ . De acordo com [PRICE e STORN, 1995, 1997]:

$$V_{i,G+1} = X_{r_1,G} + F (X_{r_2,G} - X_{r_3,G}) \quad (21)$$

ou

$$V_{i,G+1} = X_{best,G} + F (X_{r_2,G} - X_{r_3,G}) \quad (22)$$

onde  $i, r_1, r_2$  e  $r_3$  são valores inteiros mutuamente distintos selecionados aleatoriamente do conjunto de números inteiros  $\{1, 2, \dots, NP\}$ . De acordo com a definição, o tamanho da população deve ser superior a três ( $NP \geq 3$ ).

A mutação, como descrita, amplia o espaço de busca. Esta forma de gerar um vetor mutante é conhecido como esquema ED1. Outro esquema frequentemente utilizado é chamado ED2 em que os vetores mutantes são produzidos por incluir o impacto do melhor vetor,  $X_{best,G}$ , da geração atual, da seguinte forma [PRICE e STORN, 1995, 1997]:

$$V_{i,G+1} = X_{r_3,G} + K (X_{best,G} - X_{r_2,G}) + F (X_{r_1,G} - X_{r_2,G}) \quad (23)$$

onde  $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, NP\}$  são índices mutuamente distintos escolhidos aleatoriamente,  $K$  é o fator de combinação que oferece uma maior “ambição” do processo de busca.

A Figura 7, adaptada de Price e Storn (1995), traz um exemplo bidimensional ilustrando os vetores que participam da geração do vetor mutante,  $V_{i,G+1}$ , para o esquema ED1.

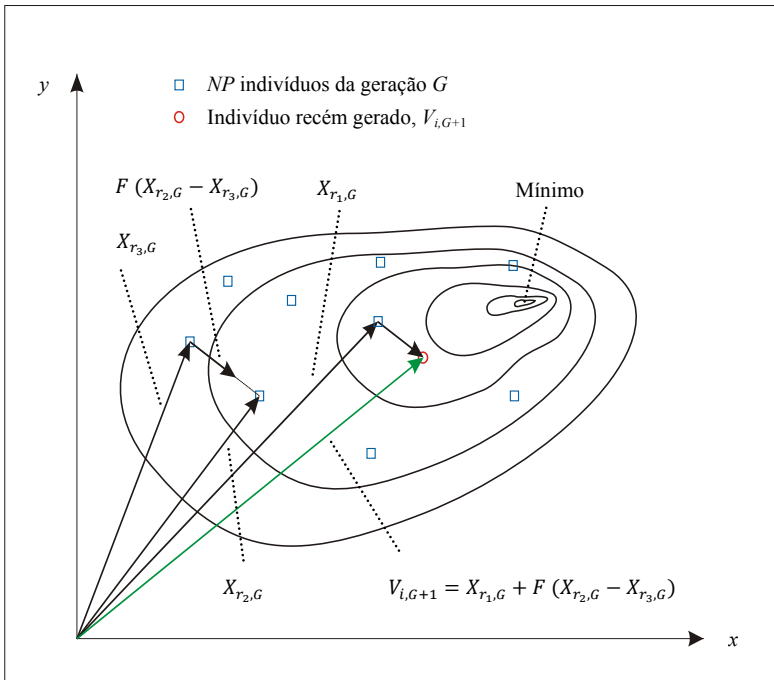


Figura 7: Processo de geração do vetor mutante.

Caso a quantidade de indivíduos da população seja considerada elevada, pode-se melhorar a diversidade da população com o uso de duas diferenças ponderadas para perturbar um vetor existente, ou seja, cinco vetores mutuamente distintos são escolhidos aleatoriamente na população atual. O vetor diferença ponderada usa dois pares de diferenças ponderadas e é utilizado para perturbar o quinto vetor ou o melhor vetor da população atual. De acordo com [ARANTES, OLIVEIRA E SARAGAMO, 2006]:

$$V_{i,G+1} = X_{r_1,G} + F(X_{r_2,G} - X_{r_3,G} + X_{r_4,G} - X_{r_5,G}) \quad (24)$$

ou

$$V_{i,G+1} = X_{best,G} + F(X_{r_2,G} - X_{r_3,G} + X_{r_4,G} - X_{r_5,G}) \quad (25)$$



Os índices aleatórios  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 \in \{1, 2, \dots, NP\}$  são índices inteiros mutuamente distintos escolhidos aleatoriamente e tamanho da população,  $NP$ , que deve ser maior que 5. Este esquema é chamado de ED3.

### 2.7.1.3.2 Crossover

É comum a aplicação em ED de um *crossover* (cruzamento) não uniforme, onde um vetor “filho” tem parâmetros de um vetor “pai” mais frequentemente do que de outros. Este operador não uniforme mistura informações eficientemente sobre as combinações de mais sucesso. Isso permite que a busca se foque na área mais promissora do espaço de solução [BAŞTÜRK e GÜNAY, 2009].

Para aumentar a diversidade dos indivíduos da população que sofreram a mutação, ED emprega a operação *crossover* que incorpora soluções bem sucedidas da geração anterior. O vetor tentativa  $U_{i,G+1}$  é produzido a partir dos elementos do vetor mutante,  $V_{i,G+1}$ , e dos elementos do vetor alvo,  $Y_{i,G}$ . As componentes do vetor tentativa,  $U_{i,G+1}$ , são formadas conforme a expressão [ASLANTAS, 2009]:

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G+1}, & \text{se } r_j \leq CR \text{ ou } I_{rand} = j \\ y_{ji,G}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (26)$$

onde  $r_j \in [0, 1[$  é um número gerado aleatoriamente;  $I_{rand}$  é um número escolhido aleatoriamente pertencente ao conjunto  $\{1, 2, \dots, NP\}$ ;  $y_{ji,G}$  são as componentes do vetor alvo ( $Y_{i,G}$ );  $CR$  é a probabilidade de ocorrer cruzamento em ED e representa a probabilidade do vetor tentativa ( $U_{i,G+1}$ ) herdar os valores ( $v_{ji,G+1}$ ) das variáveis do vetor doador ( $V_{i,G+1}$ ).  $CR$  é fornecida pelo usuário e deve estar no intervalo  $[0, 1[$ . Quando  $CR$  for igual a 1, todas as componentes do vetor experimental derivarão do vetor doador ( $V_{i,G+1}$ ). Por outro lado, se  $CR$  for zero, todas as componentes do vetor experimental derivarão do vetor alvo ( $Y_{i,G}$ ).

Após esta operação, caso o vetor tentativa se encontre fora do espaço de busca, correções podem ser feitas de acordo com [ARANTES, OLIVEIRA e SARAMAGO, 2006]:

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} x_{ji,(L)}, & \text{se } u_{ji,G+1} < x_{ji,(L)} \\ x_{ji,(U)}, & \text{se } u_{ji,G+1} > x_{ji,(U)} \end{cases} \quad (27)$$

onde  $x_{ji,(L)}$  é o limite inferior e  $x_{ji,(U)}$  é o limite superior do espaço de busca da componente  $x_{ji}$ .

Existem poucas estratégias de *crossover*. Entre estas, podem ser citadas as estratégias binomial e exponencial. Lin *et al.* (2010), a fim de compreender o papel do *crossover* em ED, fizeram análise teórica e estudo comparativo de *crossover* em ED e projetaram dois novos métodos de *crossover*, chamados *crossover* binomial consecutivo e *crossover* exponencial não-consecutivo.

#### 2.7.1.4 Seleção

Se o valor retornado pela função objetivo (*fitness*) para o vetor tentativa ( $U_{i,G+1}$ ) for menor (em problemas de minimização) que o valor obtido pelo vetor alvo ( $X_{i,G}$ ), o vetor tentativa irá para a próxima geração, caso contrário o vetor alvo é que será inserido [PRICE e STORN, 1997], de acordo com a expressão:

$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_{i,G+1}, & \text{se } f(U_{i,G+1}) \leq f(Y_{i,G}), \\ Y_{i,G}, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, NP \quad (28)$$

#### 2.7.1.5 Critério de término

O critério de término de ED pode ser: um número determinado de iterações consecutivas, dentro do qual não há melhoria nas soluções, ou um tempo determinado de CPU, ou um número máximo de iterações ( $t_{max}$ ) ou ainda, quando um número máximo de avaliações de indivíduos (cálculo de *fitness*) é atingido.

#### 2.7.1.6 Parâmetros

ED possui três parâmetros: fator de amplificação do vetor diferença ( $F$ ), a taxa de *crossover* ( $CR$ ) e o tamanho da população ( $NP$ ).

Uma abordagem amplamente praticada para identificar um bom conjunto de parâmetros para uma classe particular de problema pode ser encontrada nos estudos de Aine, Kumar e Chakrabarti (2009).

O ED original mantém todos os três parâmetros fixos durante o processo de otimização. No entanto, existe ainda uma falta de conhecimento de como encontrar os valores razoavelmente bons para os parâmetros de controle de ED, para uma determinada função [LIU e LAMPINEN, 2005]. O fator  $F$  é um valor real, normalmente no intervalo  $[0, 2[$  que controla a amplitude do vetor diferencial,  $CR$  é um

valor real no intervalo  $[0, 1[$  que controla a probabilidade de cruzamento. Maiores valores de  $F$  resultam em maior diversidade na população gerada, e menores valores, em convergência, possivelmente para mínimos (máximos) locais.

Pesquisas mostram que valores fixos dos parâmetros  $F$  e  $CR$  podem facilmente levar à convergência prematura e perda da robustez [NOMAN e IBA, 2008], [ZAMUDA *et al.*, 2007]. Para tentar resolver este problema, Zhang, Zhao e Wang (2009a) descreveram uma estratégia de ajuste adaptativo, de acordo com:

$$F = F_0 \cdot e^{-a_1 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (29)$$

$$CR = CR_0 \cdot e^{-a_2 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (30)$$

onde  $G$  é a geração atual e  $G_{max}$  é o número máximo de gerações;  $F_0$  e  $CR_0$  são, respectivamente, o valor inicial de fator de escala e a taxa de *crossover*;  $a_1$  e  $a_2$  são constantes positivas.

De acordo com o sistema de classificação introduzido por Angeline (1995), Eiben, Hinterding e Michalewicz (1999) e Eiben e Smith (2003), existem três classes de mecanismos de controle de parâmetros:

- i) Controle de parâmetro determinístico: o parâmetro é alterado por algumas regras determinísticas sem levar em conta qualquer *feedback* da busca evolutiva.
- ii) Controle de parâmetro adaptativo: *feedback* da busca evolutiva é usado para alterar dinamicamente os parâmetros.
- iii) Controle de parâmetro autoadaptativo: um método de “evolução da evolução” é usado para conduzir a autoadaptação dos parâmetros. Os parâmetros estão diretamente associados com a população em um nível individual ou populacional e, portanto, eles são submetidos a seleção natural. Assim, os melhores valores de parâmetros tendem a gerar indivíduos que tem mais chances de sobreviver, esses valores podem ser propagados para mais descendentes.

## 2.7.2 Estratégias de Evolução Diferencial

Diferentes estratégias podem ser adotadas em ED dependendo do tipo de problema para o qual ED é aplicada. As estratégias podem variar

de acordo com o vetor a ser perturbado, o número de diferença de vetores considerado para perturbação e, finalmente, o tipo de cruzamento utilizado [BABU e JEHAN, 2003]. No *crossover* varia-se o tipo (por exemplo, binomial, exponencial) e na mutação varia-se na escolha de qual indivíduo (por exemplo, qualquer um, ou o melhor da geração) deve sofrer a modificação para a formação do vetor doador, bem como a quantidade de indivíduos que são escolhidos para fazer a perturbação. Uma notação adotada para especificar as estratégias pode ser escrita da seguinte forma [PRICE e STORN, 1997]:

$$ED/ a/b/c \quad (31)$$

onde:

- *a*: especifica o vetor a ser mutado, que pode ser "rand" (um vetor da população escolhido aleatoriamente), ou "melhor" (o vetor de custos mais baixos da população atual, em caso de minimização).
- *b*: indica o número de diferenças ponderadas utilizadas para a perturbação de *a*.
- *c*: denota o tipo de cruzamento (exp: exponencial, bin: binomial, etc.).

Arantes, Oliveira e Saramago (2006) mostraram de forma resumida dez estratégias de ED iniciadas e desenvolvidas por Price e Storn (1995, 1997), de acordo com a Tabela 4.  $X_{r_1}$ ,  $X_{r_2}$ ,  $X_{r_3}$ ,  $X_{r_4}$  e  $X_{r_5}$  são vetores distintos escolhidos aleatoriamente e  $X_{best}$  é o melhor vetor da geração anterior.

Feoktistov e Janaqi (2004) fizeram modificações em ED para o tratamento de variáveis mistas (contínuas e discretas). Para ter uma melhor escolha da fórmula de Diferenciação introduziram uma generalização das estratégias de Evolução Diferencial em quatro grupos de acordo com as informações que são usadas para produzir um novo indivíduo.

Lin, Qing e Feng (2010) a fim de compreender o papel do *crossover* em ED, fizeram análise teórica e estudo comparativo de *crossover* em ED e projetaram dois novos métodos de *crossover*, chamados *crossover* binomial consecutivo e *crossover* exponencial não-consecutivo.

Tabela 4: Estratégias de Evolução Diferencial.

Mutação	Notação
$V_{G+1} = X_{r_1} + F(X_{r_2} - X_{r_3})$	ED / rand / 1 / bin
$V_{G+1} = X_{best} + F(X_{r_2} - X_{r_3})$	ED / best / 1 / bin
$V_{G+1} = X_{r_1} + F(X_{r_2} - X_{r_3} + X_{r_4} - X_{r_5})$	ED / rand / 2 / bin
$V_{G+1} = X_{best} + F(X_{r_2} - X_{r_3} + X_{r_4} - X_{r_5})$	ED / best / 2 / bin
$V_{G+1} = X_{r_1} + F(X_{best} - X_{r_1} + X_{r_2} - X_{r_3})$	ED / rand-to-best / 2 / bin
$V_{G+1} = X_{r_1} + F(X_{r_2} - X_{r_3})$	ED / rand / 1 / exp
$V_{G+1} = X_{best} + F(X_{r_2} - X_{r_3})$	ED / best / 1 / exp
$V_{G+1} = X_{r_1} + F(X_{r_2} - X_{r_3} + X_{r_4} - X_{r_5})$	ED / rand / 2 / exp
$V_{G+1} = X_{best} + F(X_{r_2} - X_{r_3} + X_{r_4} - X_{r_5})$	ED / best / 2 / exp
$V_{G+1} = X_{r_1} + F(X_{best} - X_{r_1} + X_{r_2} - X_{r_3})$	ED / rand-to-best / 2 / exp

Fonte: Arantes, Oliveira e Saramago (2006).

### 2.7.3 Evolução Diferencial Discreta (EDD)

A capacidade do ED para executar em espaços contínuos de busca está amplamente documentada. O operador aritmético utilizado na operação de mutação em ED é simples, porém, a maneira pela qual está definido, torna praticamente impossível a aplicação do ED original a outros espaços [PAMPARÁ, ENGELBRECHT e FRANKEN, 2006]. O operador de mutação do ED original leva à conclusão de, que só pode manter fechamento no campo dos números reais. Assim, não pode ser usado em problemas de otimização discreta diretamente [DENG, ZHAO e DENG, 2008; DENG *et al.*, 2009] e torna impróprio para muitos problemas reais de otimização combinatória que operam no espaço binário [HOTA e PAT, 2010].

Versões discretas de ED foram propostas na literatura, porém, em problemas de otimização combinatória, os vetores diferenciais não têm uma correspondência clara com as direções no espaço de busca. Na operação de mutação, a subtração direta de soluções codificadas como vetores de valores inteiros, frequentemente, não geram soluções factíveis e nem representam direções significativas.

Verifica-se que cada novo problema de otimização combinatória discreto, tentando-se resolver via Evolução Diferencial Discreta, tem gerado novas propostas com o intuito de melhorar o mecanismo de EDD. O que ocorre é que novas modificações e definições surgem, sobretudo na operação de mutação, para suprir as possíveis dificuldades ainda encontradas relacionadas à infactibilidade das soluções e à direção do espaço de busca que é a principal proposta de ED.

A seguir, alguns trabalhos que abordam Evolução Diferencial no espaço discreto.

### 2.7.3.1 Aplicações de Evolução Diferencial Discreta

Podem ser encontradas diversas aplicações de ED no domínio discreto, em várias áreas do conhecimento. No Quadro 1 estão resumidas algumas destas aplicações.

Ano	Pesquisador	Aplicação	Observação
2006	Onwubolu e Davendra	minimização de <i>makespan</i> , <i>flowtime</i> e <i>tardiness</i> em um sistema de manufatura <i>flow shop</i>	
2006	Angira e Babu	problemas de síntese e projeto de processos em engenharia química	modificação em ED para envolver variáveis contínuas e inteiras
2006	Pampará, Engelbrecht e Franken	coeficientes de função trigonométrica	método de mapeamento que permite a ED operar no espaço binário
2007	Davendra e Onwubolu	Problema de Designação Quadrática e o Problema do Caixeiro Viajante	ED híbrido com <i>Scatter Search</i>
2007	Engelbrecht e Pampará	problemas com parâmetros de valores binários	
2007	He e Zhang		ED Binário baseado na teoria da imunidade na biologia
2007a	Tasgetiren <i>et al.</i>	<i>flowshop</i>	criação de um operador de mutação binário de troca chamado <i>Bswap</i>
2007b	Tasgetiren <i>et al.</i>	<i>no-wait flowshop scheduling</i>	EDD híbrido com o algoritmo “Descida de Vizinhança Variável”

Quadro 1: Aplicações de ED no domínio discreto.

Ano	Pesquisador	Aplicação	Observação
2007	Pan, Tasgetiren e Liang	<i>permutation flowshop scheduling</i> com o critério <i>makespan</i>	procedimento híbrido de busca local referenciada
2008	Pan, Tasgetiren e Liang	<i>permutation flowshop scheduling</i> com o critério <i>total flowtime</i>	
2008	Jun, Li e Wei	problema de <i>scheduling</i> de produção em linha de laminação a frio	
2008	Patra, Goswami e Goswami	problema de unidade de compromisso de transmissão e tensão limitada	codificação binária e implementação de lógica booleana tipo OR/XOR/NOT
2008	Peng, Jian e Zhiming	problema da mochila 0-1	versão Discreta Binária de ED
2008	Sauer e Coelho	problema do caixeiro viajante	EDD com busca local
2008	Varadarajan e Swarup	planejamento de sistema de energia	ED baseado em Fluxo de Potência Ótimo
2008	Deng <i>et al.</i>	problema da mochila	acrescentado a ED original um operador de manipulação de fronteira
2008	Yang	problema de satisfação com restrição binária aleatória	EDD com base na troca de elementos
2008b	Zhang <i>et al.</i>	Leilões Combinatoriais	ED autoadaptativo
2009b	Zhang, Zhao e Wang	síntese de circuitos lógicos reversíveis	EDD adaptativo reversível baseado no ótimo de Pareto
2009	Zhang, Zhao e Qian	controle inteligente de sinal de trânsito urbano <i>on-line</i> e em tempo real	EDD multiobjetivo
2009	Yuan <i>et al.</i>	<i>unit commitment problem</i>	EDD Binário
2009	Aliguliyev e Aliguliyev	sumarização de documentos	EDD para otimizar funções-critério
2009	Aliguliyev	sumarização de documentos	EDD para otimizar funções-critério
2009	Deng <i>et al.</i>	otimização combinatória	ED Binário
2009	He e Zhang	<i>data mining</i>	EDD Binário

Quadro 1: Aplicações de ED no domínio discreto (continuação).

Ano	Pesquisador	Aplicação	Observação
2009	Kang e He	<i>task scheduling</i>	codificação e adaptação do ED clássico para lidar com variáveis discretas
2009	Li, Wang e Han	previsão de carga à curto prazo	proposto um método de conjunto de redes neurais seletiva usando EDD
2009	Li	planejamento e <i>scheduling</i> de recursos de carga útil	EDD Binário
2009	Pan, Wang e Qian	problemas <i>no-wait flowshop scheduling</i> com critérios <i>makespan</i> e atraso máximo	
2009	Qian <i>et al.</i>	problemas de <i>permutation flow shop scheduling</i> multiobjetivo	conversão de valores contínuos em permutações de trabalho
2009	Tasgetiren, Pan e Liang	problema de atraso total ponderado de uma única máquina com sequência de tempos de setup dependentes	diferentes esquemas de inicialização da população
2009	Wang <i>et al.</i>	ambiente <i>e-learning</i>	
2010	Tasgetiren, Suganthan e Pan	caixeiro viajando generalizado	apresentado um conjunto de EDDs com populações paralelas
2010	Liao	otimização de projetos de engenharia com variáveis mistas	ED híbrido com a meta-heurística Busca Harmônica proposta por Geem, Kim e Loganathan (2001)
2010	Wang <i>et al.</i>	problemas de <i>blocking flow shop scheduling</i> com o critério <i>makespan</i>	EDD Híbrido

Quadro 1: Aplicações de ED no domínio discreto (continuação).

Observa-se que são recentes as aplicações de Evolução Diferencial no domínio discreto e que ainda são poucas, comparando-se com o domínio contínuo. Isso, traz motivações para estudo de novas abordagens de ED no domínio discreto.



## 2.8 MODIFICAÇÕES EM ALGORITMOS EVOLUTIVOS

Com o objetivo de melhorar os Algoritmos Evolutivos tradicionais diversas modificações foram propostas. Dentre essas modificações serão abordadas, a seguir: hibridização, aleatoriedade, adaptação, autoadaptação e parâmetros de controle.

### 2.8.1 Hibridização

Com o objetivo de melhorar a eficiência de meta-heurísticas, diversas abordagens que procuram adicionar buscadores locais ou fazer combinações com outras técnicas de resolução, foram apresentadas na literatura. Estas abordagens são comumente denominadas de hibridização e não existe uma regra principal que determina como são feitas estas adições ou combinações.

Yen *et al.* (1998) classificaram em quatro categorias os Algoritmos Genéticos Híbridos e que, aqui, será estendido para os Algoritmos Evolutivos Híbridos, a saber:

- Híbridos *pipelining*: as meta-heurísticas e/ou técnicas de otimização são aplicadas sequencialmente; uma gera dados (ou seja, pontos no espaço de busca) usados pela(s) outra(s). Normalmente, os híbridos *pipelining* usam um algoritmo de busca para podar o espaço de busca inicial de tal forma que o segundo algoritmo convirja mais rapidamente ou com mais precisão.
- Híbridos assíncronos: utiliza uma população compartilhada com várias técnicas de otimização para prosseguir e cooperar de forma assíncrona. Todas as técnicas que compõem a hibridização trabalham de forma cooperativa, podendo modificar as soluções das populações em comum.
- Híbridos hierárquicos: usam técnicas de otimização em diversos níveis, diferentes de um problema de otimização.
- Algoritmo com operadores adicionais: um algoritmo pode, às vezes, ser melhorado incluindo-se operadores com movimentos de busca.

Alguns trabalhos que envolvem hibridização com AEs são comentados a seguir.

Almeida, Pacheco e Vellasco (2003) propuseram um algoritmo híbrido usando Algoritmo Cultural e Algoritmo Genético, como apoio

para encontrar melhores alternativas para o desenvolvimento de um campo de petróleo.

Carrano *et al.* (2005) apresentaram um algoritmo híbrido que combina um algoritmo quase-Newton e um Algoritmo Genético para a expansão ótima de sistemas de distribuição de energia. O procedimento quase-Newton atua na busca das coordenadas de localização ótima de subestação e o Algoritmo Genético atua no projeto de topologias de rede ótima. Ambos os buscadores são realizados em conjunto na metodologia proposta. O algoritmo foi aplicado em um problema de expansão de sistema de distribuição de energia verdadeiro.

Chung *et al.* (2010) comentaram que ED é um algoritmo evolucionário promissor para resolver o problema de fluxo de potência reativa ótimo, mas requer o tamanho da população relativamente grande para evitar a convergência prematura, o que aumenta o tempo computacional. Por outro lado, a Programação Evolutiva (PE) provou ter boa habilidade para busca global. Com o objetivo de explorar essa característica complementar, propuseram um algoritmo híbrido de ED e PE para reduzir o tamanho necessário da população.

Duvvuru e Swarup (2011) propuseram um algoritmo híbrido agrupando o método de ponto interior (MPI) e a Evolução Diferencial para resolver o problema de despacho econômico de carga, com efeitos de ponto de válvula. O algoritmo envolve duas etapas. A primeira etapa emprega MPI para minimizar a função de custo, sem considerar o efeito de ponto de válvula. A segunda etapa considera efeito de ponto de válvula e minimiza a função custo utilizando ED.

Tometzki e Engell (2011) apresentaram abordagens de inicialização para Algoritmos Evolutivos para resolver dois problemas de Programação Inteira Mista estocástico dois-estágios. Os problemas são tratados por uma decomposição de estágios baseada em um algoritmo híbrido, onde um Algoritmo Evolutivo lida com as decisões do primeiro estágio e programação matemática lida com as decisões do segundo estágio. A população do Algoritmo Evolutivo é inicializada usando soluções que são geradas em uma etapa de pré-processamento do algoritmo híbrido.

### **2.8.2 Aleatoriedade**

Verifica-se que é parte essencial em Algoritmos Evolutivos a existência de aleatoriedade em seu mecanismo, como uma forma de evitar mínimos (máximos) locais. Diversas abordagens referentes à

aleatoriedade foram propostas, para que a busca não se torne essencialmente aleatória.

A estrutura de ED tem algumas limitações na lógica de busca, uma vez que contém um conjunto muito estreito de movimentos de exploração. Este fato tem inspirado muitos cientistas e pesquisadores da computação a melhorar ED, propondo modificações no algoritmo original, a fim de aprimorar seu desempenho. Nestas modificações incluem alguns movimentos de busca adicionais e alternativos, auxiliando na detecção de novas direções de busca promissora. Estes movimentos, empregados de forma limitada, podem obter sucessos de duas maneiras: com um aumento na pressão de exploração e a introdução de alguma aleatorização [NERI e TIRRONEN, 2010].

Ainda, aleatorização é fundamental para a obtenção de melhorias significativas no funcionamento de ED [NERI e TIRRONEN, 2010], mas não deve ser excessiva, pois poria em risco a busca. Desta forma, procura-se uma adequação nesse processo de aleatorização.

### **2.8.3 Adaptação, Autoadaptação e Parâmetros de Controle em AEs**

Os Algoritmos Evolutivos possuem vários parâmetros de controle. As melhores configurações dos parâmetros de controle dependem da função e dos requisitos para consumo de tempo e precisão. Se o tamanho (número de variáveis, dimensionalidade) do problema é aumentado, então muito mais tempo é necessário para realizar ajustes manuais e testes preliminares dos parâmetros evolutivos antes de iniciar o processo de otimização real [BREST *et al.*, 2010].

A configuração de parâmetros é um problema importante em Algoritmos Evolutivos, influenciando o desempenho dos AEs. Embora haja apenas três parâmetros de controle em Evolução Diferencial, uma boa configuração desses parâmetros pode ser um problema difícil. A autoadaptação é altamente benéfica para ajustar os parâmetros de controle, especialmente quando feito sem qualquer interação do usuário [FENG *et al.*, 2008].

O desempenho de EDD é substancialmente afetado pelos parâmetros do procedimento para gerar a população mutante e a população tentativa, bem como a escolha do operador de *crossover* [TASGETIREN, SUGANTHAN e PAN, 2010].

É comum dar a designação de algoritmo adaptativo ao algoritmo que possui, em parte de sua rotina, algum processo de adaptação ou

autoadaptação adicional que integra o algoritmo. Em AEs este processo é mais comumente utilizado para adaptação ou autoadaptação dos parâmetros de controle.

Na literatura, vários mecanismos de adaptação e autoadaptação foram propostos para superar problemas de manuseio de ajuste dos parâmetros de AEs. O Quadro 2 mostra alguns trabalhos que abordaram algum processo adaptativo ou autoadaptativo, sobretudo envolvendo Algoritmos Evolutivos.

Ano	Pesquisador	Abordagem
2006	Brest <i>et al.</i>	técnica para adaptar as configurações de parâmetros de controle associados com ED
2008	Cui	algoritmos de evolução autoadaptativos de ponto flutuante com base em ED
2008	Feng <i>et al.</i>	mecanismos autoadaptativos aplicados aos parâmetros de controle
2010	Ding	algoritmo Evolução Diferencial Fuzzy adaptativo para ajuste de parâmetros
2010	Fu, Ouyang e Xu	ajuste das taxas de mutação e <i>crossover</i> adaptativamente
2009a	Zhang, Zhao e Wang	estratégia de EDD adaptativo para reforçar a capacidade de exploração global
2009	Zhang e Shang	Algoritmo Genético adaptativo multiobjetivo aperfeiçoado com base em Frente de Pareto para problemas de otimização multiobjetivo
2008a	Zhang <i>et al.</i>	a seleção das estratégias de aprendizagem e os dois parâmetros de controle, <i>F</i> e <i>CR</i> , são autoadaptados de acordo com a experiência de aprendizagem
2007b	Zhang e Sanderson	ED baseado no controle de evolução adaptativa
2009	Yang <i>et al.</i>	agrupamento e ponderação adaptativa baseada no algoritmo de coevolução cooperativa
2009	Xinping e Ying	AG adaptativo baseado na diversidade
2011	Uslu e Dengiz	busca local autoadaptativa
2009	Thangaraj, Pant e Abraham	parâmetros de controle adaptativos
2010	Sum-Im	ED autoadaptativo
2010	Qu, He e Li	ED autoadaptativo
2011	Liu <i>et al.</i>	Algoritmo Genético <i>Annealing</i> Adaptativo

Quadro 2: Trabalhos com abordagem de algum processo adaptativo ou autoadaptativo.

Ano	Pesquisador	Abordagem
2009	Liu <i>et al.</i>	Algoritmo Genético Adaptativo Paralelo baseado em Frente de Pareto
2010	Jianhua <i>et al.</i>	ED adaptativo baseado em Sistema de Função Iterada
2010	Lakshmi, Rao e Bhaskar	algoritmo adaptativo baseado em ED
2010	Hota e Pat	Ampliação do conceito de operadores diferenciais com parâmetros de controle adaptativos para o paradigma quântico
2008	Hu <i>et al.</i>	ED híbrida autoadaptativa aliado com o <i>simulated annealing</i>
2010	Brest <i>et al.</i>	ED autoadaptativa
2006	Pang, Hu e Hong	algoritmo de aprendizagem incremental baseado em população adaptativa
2005	Jian <i>et al.</i>	AG Adaptativo
2002	Slowik	ED adaptativa
2011	Wang e Tang	Algoritmo Genético Adaptativo Melhorado
2002	Abbass	ED de Pareto autoadaptativo
2004	Abbas e Bayoumi	AG adaptativo
2011	Subbaraj, Rengaraj e Salivahanan	Algoritmo Genético de código real autoadaptativo de Taguchi
2010	Fister, Mernik e Filipic	algoritmo evolutivo híbrido autoadaptativo
2011	Liang e Leung	método de busca com população elitista adaptativa
2008	Nobakhti e Wang	esquema randômico autoadaptativo para o fator de mutação $F$ no ED
2007	Bingul	Algoritmo Genético Adaptativo com <i>fitness</i> dinâmico
2005	Chan, Chung e Chan	AG Adaptativo
2011	Hansen e Ostermeier	Autoadaptação em Estratégias Evolutivas

Quadro 2: Trabalhos com abordagem de algum processo adaptativo ou autoadaptativo.

As adaptações e autoadaptações observadas são bastante diferenciadas, com reflexo no processo de modificação, construção ou estruturação da ED. As aplicações e resultados dessas novas EDs mostram a importância dos processos adaptativos e autoadaptativos, motivando pesquisas em novas abordagens desses processos.

## 2.9 ANÁLISE DE VARIÂNCIA

Existem problemas em que há a necessidade de se decidir se diferenças observadas entre mais do que duas médias amostrais podem ser atribuídas à casualidade, ou se são referentes de diferenças reais entre as médias das populações [FREUND, 2006]. Por exemplo, pretende-se decidir com base em dados amostrais, se há diferença na eficácia de quatro métodos de ensino de língua inglesa. Também, querer comparar o rendimento médio por hectare de seis variedades de aveia, querer determinar se há realmente diferença na quilometragem média obtida com três tipos de etanol ou pode-se querer determinar se existe realmente alguma diferença na durabilidade de cinco marcas de tinta para pintura interna. O método que se utiliza na análise desses tipos de problemas é denominado **Análise de Variância** que é comumente conhecido pela abreviatura **ANOVA**, iniciais do inglês *Analysis of Variance* [FREUND (2006), MILONE (2006)].

Segundo Milone (2006):

**Análise de Variância** é a técnica estatística que permite avaliar afirmações sobre as médias de  $k$  populações e decidir se as diferenças amostrais observadas são reais ou casuais, isto é, se decorrentes de diferenças significativas nas populações avaliadas ou da mera variabilidade amostral.

Os pressupostos básicos da análise de variância são [MILONE, 2006]:

- i) as amostras são aleatórias e independentes;
- ii) as populações são normais;
- iii) as variâncias populacionais são iguais.

Na prática, esses pressupostos não precisam ser todos rigorosamente satisfeitos. Os resultados são empiricamente verdadeiros sempre que as populações são aproximadamente normais e tem variâncias próximas.

As hipóteses nula e alternativa a se testar são [MILONE, 2006]:

- $H_0$ : médias populacionais iguais;
- $H_1$ : médias populacionais diferentes.

A relação entre as variâncias da  $k$  amostras aleatórias permite decidir, por, exemplo, se as diferenças observadas são significativas. Se pequenas e atribuíveis à variabilidade amostral, aceita-se  $H_0$ . Se grandes demais para serem imputadas ao acaso, opta-se por  $H_1$  [MILONE, 2006].

O fundamento da análise de variância é o pressuposto da igualdade das variâncias populacionais. Nesse sentido, a estratégia do teste consiste em estimar a referida variância por métodos diferentes e relacionar os valores obtidos. Se as estimativas são ao menos próximas, a razão entre elas tende a um. A referida variância é estimável pela variância das médias amostrais e pela média das variâncias amostrais. A variância das médias amostrais é chamada *estimativa entre*. A média das variâncias amostrais, *estimativa dentro*. A *entre* reflete as diferenças entre as estatísticas amostrais; a *dentro*, a dispersão dentro das amostras consideradas. A *entre* define a variância populacional em termos da distribuição amostral das médias amostrais; a *dentro* reflete os próprios parâmetros populacionais. Outra justificativa para relacionar essas estimativas é o fato de só a estimativa *entre* ser afetada pela veracidade ou falsidade de  $H_0$ . Assim, a *entre* é a referência da *dentro*: para variâncias populacionais diferentes, a estimativa *entre* tende a ser bem maior que a *dentro* [MILONE, 2006].

A relação entre a estimativa *entre* e a *dentro* é denominada razão  $F$ . Por relacionar valores quadráticos,  $F$  é sempre positivo. Como nos demais testes, aceita-se  $H_0$  quando  $F_{cal} \leq F_{tab}$ , onde  $F_{tab}$  corresponde ao valor da distribuição  $F$  para  $v_e = k - 1$  e  $v_d = k(m - 1)$  graus de liberdade das estimativas *entre* e *dentro*, e nível de significância do teste, onde  $k$  é o total de populações avaliadas e  $m$ , o tamanho da  $m$ -ésima amostra considerada, com  $m \leq M$ , o tamanho da correspondente população. Regra geral,  $F_{cal} \approx 1$  indica variâncias aproximadamente iguais e a aceitação de  $H_0$ ;  $F_{cal} > 1$  sugere aceitar  $H_1$ . Em síntese, na avaliação da igualdade de médias populacionais, sacam-se amostras aleatórias e independentes das populações em análise, calculam-se as médias e as variâncias amostrais, a variância das médias amostrais e a média das variâncias das amostras. A relação entre a variância das médias amostrais e a média das variâncias amostrais fornece  $F_{cal}$ . Quando, para os graus de liberdade e significância definidos,  $F_{cal} \leq F_{tab}$ , aceita-se  $H_0$ :  $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ , caso contrário, toma-se  $H_1$ :  $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \dots \neq \mu_k$  [MILONE, 2006].

Os valores observados podem ser dispostos de acordo com a Tabela 5, na seguinte forma [MILONE, 2006]:

Tabela 5: Valores observados e respectivas amostras.

Observação	Amostra					Total
	1	2	3	...	k	
1	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	...	$x_{1k}$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	
m	$x_{m1}$	$x_{m2}$	$x_{m3}$	...	$x_{mk}$	
Total	$\sum x_{i1}$	$\sum x_{i2}$	$\sum x_{i3}$	...	$\sum x_{ik}$	$\sum x_{ij}$
Média	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$		$\bar{x}_k$	$\bar{x}$

Fonte: adaptado de Milone (2006).

O formulário básico para o cálculo de  $F$  é dado na Tabela 6, abaixo:

Tabela 6: Médias e estimativas da variância populacional.

Média	Estimativas da variância populacional		
	Global	Entre	Dentro
$\bar{x} = \frac{1}{m} \sum x$	$\hat{S}_x^2 = \frac{1}{m-1} \sum (x - \bar{x})^2$	$S_e^2 = n\hat{S}_x^2$	$S_d^2 = \frac{1}{k} \sum \hat{S}_x^2$

Fonte: Milone (2006).

Obtém-se uma melhor visualização das fontes de variação e mais fácil verificação dos cálculos mediante a disposição das parcelas da análise de variância na seguinte forma tabular (Tabela 7), denominada ANOVA (de *Analysis of Variance*):

Tabela 7: Parcelas da análise de variância.

Fonte de variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Variância	F
Entre amostras	$\sum_j m_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$	$k - 1$	$S_e^2 = \frac{1}{k-1} \sum_j m_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$	$F_{cat} = \frac{S_e^2}{S_d^2}$
Dentro das amostras	$\sum_{i,j} m_j (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$	$k(m - 1)$	$S_d^2 = \frac{\sum_{i,j} m_j (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{\sum_j m_j - k}$	
Total	$\sum_{i,j} (x_{ij} - \bar{x})^2$	$mk - 1$		

Fonte: Milone (2006).

onde  $k$  é o número de populações,  $m_j$ , o tamanho da  $j$ -ésima amostra da correspondente população,  $x_{ij}$ , o  $i$ -ésimo elemento da  $j$ -ésima amostra,



$\bar{x}_j = \frac{1}{m_j} \sum_i x_{ij}$ , a média da  $j$ -ésima amostra e  $\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_j \bar{x}_j$ , a média das médias amostrais. Por definição,  $1 < i < n$  e  $1 < j < k$ . O que justifica a disposição da ANOVA é o fato de a variação total dos dados amostrais ser igual à soma da variação *dentro* com a variação *entre* as amostras, isto é:

$$\sum_{i,j} (x_{ij} - \bar{x})^2 = \sum_{i,j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 + \sum_j m_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2 \quad (32)$$

Das parcelas à direita,  $\sum_i (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$  mede a dispersão da  $j$ -ésima amostra. Da sua divisão por  $m_j - 1$  resulta em  $\hat{S}_x^2$ , estimativa não tendenciosa da variância populacional. A repetição do processo para as  $k$  amostras retorna  $k$  estimativas idênticas. A média dessas  $k$  estimativas é  $S_d^2 = \frac{1}{k} \sum_{i,j} \frac{(x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{m_j - 1}$ , a estimativa *dentro* da variância populacional.

Seja  $\sum_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$  a dispersão das médias amostrais em relação à média populacional. Lembrando que a esperança da média amostral é a média populacional, com distribuição normal e variância  $\frac{\sigma^2}{m}$ , e que  $\frac{1}{k-1} \sum_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$  é estimativa não tendenciosa dessa variância, conclui-se que  $S_e^2 = \frac{1}{k-1} \sum_j m_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2$  é estimativa não tendenciosa de  $\sigma^2$ , denominada *entre*.



### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Cada aplicação envolvendo a resolução de um problema de Programação de Pessoal tem as suas próprias restrições, dificultando o desenvolvimento da abordagem de um problema genérico que envolva a maioria desses problemas. Além disso, diversas áreas do conhecimento possuem este tipo de problema.

Para a resolução de um problema de otimização precisam ser determinados, sobretudo: os dados de entrada, as restrições, as variáveis e o que se quer otimizar (função objetivo). Com isso, como base para o desenvolvimento da metodologia adotada e dos modelos propostos será caracterizado, a seguir, um problema de Programação de Pessoal de um *Call Center* receptivo. Os dados e as principais informações necessárias para a caracterização de tal problema foram retirados de Souza (2010).

#### 3.2 CARACTERÍSTICAS DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL

No *Call Center* em estudo as escalas para os atendentes são feitas manualmente com auxílio de planilhas do eletrônicas. O número de chamadas varia de hora em hora, gerando uma dificuldade com relação à previsão do número de atendentes necessário ao atendimento para cada hora. As escalas dos atendentes são elaboradas para o período de cinco semanas. A demanda é determinada a partir de uma estimativa para o número de chamadas e usando sempre dados do período anterior.

A Tabela 8 mostra os horários utilizados pelos atendentes do *Call Center* em estudo na época da pesquisa.

Tabela 8: Horários utilizados pelos atendentes do *Call Center* em estudo.

<b>Horário de Início (HI) e fim (HF) de turno</b>			
<b>HI</b>	<b>HF</b>	<b>HI</b>	<b>HF</b>
06:00	– 12:20	13:20	– 19:40
07:00	– 13:20	14:20	– 20:40
08:00	– 14:20	15:20	– 21:40
09:00	– 15:20	17:30	– 23:50
11:00	– 17:20	19:00	– 01:20

Fonte: Souza (2010).

As escalas de trabalho dos atendentes são elaboradas por uma equipe denominada “Coordenação de Clientes”. Os atendentes são contratados para trabalhar seis horas e vinte minutos por dia. Devendo cumprir durante a semana, seis turnos em dias diferentes e em cada turno devem estar inclusas duas pausas de dez minutos, além do intervalo de vinte minutos para descanso e alimentação. A primeira pausa, de dez minutos, pode iniciar após uma hora e terminar até duas horas e dez minutos do início do turno. A segunda pausa, de dez minutos, pode iniciar entre uma hora e dez minutos e duas horas e dez antes do término do turno. Finalmente, o intervalo para descanso e alimentação, de vinte minutos, tem início de uma a duas horas após o término da primeira pausa e término de uma a duas horas antes do início da segunda pausa. A Tabela 9 mostra um exemplo de turno de trabalho que se enquadra nestas restrições, com as seguintes características:

- início às 07:00;
- primeira pausa com início às 08:00 e retorno às 08:10;
- intervalo, de 20 minutos, com saída às 10:00 e retorno às 10:20;
- segunda pausa com início às 12:00 e retorno às 12:10;
- fim de turno às 13:20.

Souza (2010) constatou que existem algumas similaridades entre demandas de certos dias. Por simplificação, agrupou os dias de acordo com essas similaridades. Os grupos formados foram: domingos, dias úteis e sábados.

Tabela 9: Exemplo de turno de trabalho do *Call Center* em estudo.

<b>HORÁRIO: 07:00 às 13:20</b>							
<b>Início de turno</b>	<b>1ª Pausa</b>		<b>Intervalo</b>		<b>2ª Pausa</b>		<b>Fim de turno</b>
HI	HI	HF	HI	HF	HI	HF	HF
07:00	08:00	08:10	10:00	10:20	12:00	12:10	13:20

Fonte: Souza (2010).

Para aplicação do problema de Programação de Pessoal, o objetivo é determinar e designar os turnos diários e os dias de trabalho aos atendentes para o período de planejamento. O período de planejamento será igual ao adotado pelo *Call Center*, ou seja, cinco semanas.

O modelo matemático para problema de Programação de Pessoal possui diversas restrições e variáveis, tornando sua resolução complexa. Esse modelo, dependendo da metodologia adotada, não pode ser

resolvido em tempo razoável em computador pessoal. Assim, é razoável decompor o problema em problemas menores, conseguindo-se desta forma uma redução no tempo computacional, na complexidade e em detrimento da qualidade da solução. Segundo Blöchliger (2004), para um grande número de funcionários, o ganho da redução da complexidade deve ser maior do que a perda da redução do espaço de solução.

O problema de Programação de Pessoal será dividido em duas etapas, de forma similar ao trabalho de Hojati e Patil (2011). Estas etapas serão: determinação de turnos de trabalho, denominado de problema de Turnos de Trabalho (TT); e designação desses turnos aos atendentes, denominado de problema de Designação de Turnos aos Atendentes (DTA).

Por simplificação, não serão levados em consideração os feriados, uma vez que as demandas para estes dias seriam diferentes. Assim, por simplificação, serão consideradas que as semanas possuem demandas iguais. Desta forma, o problema de Turnos de Trabalho será aplicado a uma semana e o problema de Designação dos Turnos aos Atendentes envolverá um período de planejamento de  $n$  semanas. No *Call Center* em estudo  $n$  é igual a cinco ( $n = 5$ ).

Os modelos matemáticos dos problemas de Turnos de Trabalho e Designação dos Turnos aos Atendentes mesmo com complexidades menores que o do modelo do problema integral (problema de Programação de Pessoal) são de difícil resolução, ambos pertencentes à classe NP-completo. Estes, possivelmente, podem ser resolvidos através de Programação Linear Inteira (PLI), mas num tempo computacional elevado, principalmente em um computador pessoal.

A seguir as abordagens dos problemas de Turnos de Trabalho e Designação dos Turnos aos Atendentes.

### 3.3 PROBLEMA DE TURNOS DE TRABALHO

Nesta etapa procura-se determinar os turnos de trabalho e a quantidade de atendente em cada turno para certo período, de modo a satisfazer as demandas.

São convencionadas, para os turnos de trabalho, as seguintes características: inícios dos turnos a cada 30 minutos a partir de 00:00; não são incluídos turnos com inícios e terminos entre 00:00 e 06:00, devido a problemas com transporte, mas podendo-se, eventualmente permitir uma violação em relação a esse limite, em até vinte minutos

após à 00:00. Com estas características têm-se 27 possíveis inícios de turnos diários. Considerando as duas pausas e o intervalo para cada turno, têm-se 206 turnos com o mesmo início. Desta forma, a quantidade total de possíveis turnos diários distintos é de 5.562.

Considerou-se a duração dos subperíodos igual ao das pausas, ou seja, o tempo de cada pausa é de dez minutos. Como um turno tem a duração de seis horas e vinte minutos, cada um destes será composto por 38 subperíodos.

Definidas as limitações dos turnos pretende-se determinar a quantidade otimizada de turnos de trabalho satisfazendo as demandas diárias.

### 3.3.1 Formulação Matemática para o problema de Turnos de Trabalho do *Call Center*

A formulação matemática para o problema de programação de turnos definida por Dantzig (1954) serve de base para a formulação do problema de Turnos de Trabalho. O problema de Turnos de Trabalho do *Call Center* em estudo é modelado como um problema de Programação Linear Inteira.

As restrições consideradas são de: demanda para cada subperíodo, início de turno e as pausas e intervalos.

Para a formulação, tem-se:

- $i$  → número do subperíodo:  $i = 1, 2, \dots, I$
- $j$  → número do turno de trabalho:  $j = 1, 2, \dots, J$
- $I$  → quantidade total de subperíodos
- $J$  → quantidade total de turnos de trabalho
- $Dem_i$  → demanda de atendentes para o subperíodo  $i$
- $a_{ij}$  →  $\begin{cases} 1, & \text{se o subperíodo } i \text{ é um subperíodo do turno } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
- $b_{ij}$  →  $\begin{cases} 1, & \text{se o subperíodo } i \text{ é um subperíodo de pausa} \\ & \text{ou de intervalo do turno } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
- $x_j$  → quantidade de turnos  $j$

A formulação, genérica é dada por:

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^J x_j \quad (33)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^J (a_{ij} - b_{ij}) x_j \geq Dem_i \quad i = 1, \dots, I \quad (34)$$

$$x_j \quad \text{inteiro} \quad j = 1, \dots, J \quad (35)$$

Para este problema, o resultado ótimo é a quantidade mínima de turnos de trabalho satisfazendo a demanda. A função objetivo (33) é a somatória dos turnos de trabalho. A restrição de demanda (34) deve ser satisfeita para cada subperíodo. A restrição (35) assegura que as variáveis que determinam cada turno são inteiras.

Com o intuito de reduzir a quantidade de dados, algumas simplificações são feitas. As especificações referentes a cada item da formulação acima são abordadas a seguir.

Para cada dia são possíveis 5.562 turnos de trabalho distintos (27 possíveis inícios multiplicado por 206 possíveis combinações entre as duas pausas e o intervalo). Como foi abordado três grupos distintos de dias (dias úteis, sábados e domingos), simplificou-se os turnos possíveis dos sete dias da semana para três, assim  $J = 16.684$  (multiplicando-se 5.562 por 3). Os índices  $j$  variando de 1 a 5.562 são para turnos de domingos. Os índices  $j$  de 5.563 a 11.124 para turnos de dias úteis, e finalmente os índices  $j$  de 11.125 a 16.686 para turnos de sábados.

Existem certos turnos que iniciam em determinado dia e terminam no dia seguinte. Desta forma, a quantidade programada de turnos para cada subperíodo de certo dia é formada por subperíodos de turnos do próprio dia e do dia anterior. Devido a essa característica ter sido considerada, após análise, conclui-se que seriam necessários apenas quatro agrupamentos distintos de dias, referentes a quantidade de atendentes por subperíodos: domingos; segundas-feiras; terças-feiras às sextas-feiras; sábados. Assim, a quantidade de atendentes em cada subperíodo a serem aplicadas aos sete dias da semana, são simplificadas para quatro dias. Com isso, tem-se 576 subperíodos para o período de uma semana (144 subperíodos de um dia multiplicando-se por 4). Os índices  $i$  de 1 a 144 são para subperíodos de domingos, os índices  $i$  de 145 a 288 são para subperíodos de segundas-feiras, os índices  $i$  de 289 a 432 são para subperíodos de terças-feiras às sextas-feiras e, finalmente, os índices  $i$  de 433 a 576 são para subperíodos de sábados.

Desta forma, a formulação matemática do problema de Turnos de Trabalho resume-se a:







coluna 5.563, tem-se o valor igual a 1 para as linhas  $(p_m - 1) + d_r + 144$  (para relacionar com as demandas de segundas-feiras) e  $(p_m - 1) + d_r + 288$  (para relacionar com as demandas de terças-feiras às sextas-feiras) até completar 11.124 (que representam os turnos de dias úteis) colunas. Também, a cada 206 colunas dessa matriz, iniciando-se na coluna 11.125, tem-se o valor igual a 1 para as linhas  $(p_m - 1) + d_r + 432$ , caso este valor seja menor ou igual a 576, senão, as linhas são  $(p_m - 1) + d_r + 432$  até completar 16.686 (que representam os turnos de sábados) colunas.

O valor  $d_1$  pertence ao conjunto  $D1 = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ ,  $d_2$  e  $d_3$  pertencem ao conjunto  $D2 = \{14, 15, 16, \dots, 23, 24\}$ , com  $d_3 = d_2 + 1$  e  $d_4$  pertence ao conjunto  $D4 = \{26, 27, 28, 29, 30, 31, 32\}$ . As restrições de pausas e intervalos devem ser satisfeitas de acordo com:

$$7 \leq d_2 - d_1 \leq 13 \quad (41)$$

$$8 \leq d_4 - d_2 \leq 14 \quad (42)$$

A restrição (41) é referente ao tempo de trabalho entre 1ª pausa e intervalo que é de no mínimo uma hora e de no máximo duas horas e a restrição (42) refere-se ao tempo de trabalho entre o intervalo e a 2ª pausa que é de no mínimo uma hora e no máximo duas horas.

### 3.3.2 Resolução do problema de Turnos de Trabalho modelado como PLI

Para solucionar o problema de Turnos de Trabalho formulado como PLI serão utilizados aplicativos disponíveis no *site* NEOS SERVER ([www.neos-server.org](http://www.neos-server.org)). Este *site* disponibiliza aplicativos de otimização que representam o estado-da-arte em *software* de otimização. Os usuários necessitam definir o problema de otimização e enviá-lo ao *site*, em um dos formatos de arquivo definidos no *site*.

Dentre os aplicativos disponíveis, foram escolhidos os seguintes: Cbc, Gurobi, XPRESS e MOSEK. O formato de arquivo escolhido foi o GAMS (*General Algebraic Modeling System*).

GAMS é um sistema de modelagem de alto nível para programação matemática e otimização. Consiste de um compilador de linguagem e de aplicativos estáveis de alto desempenho. GAMS é adaptado para aplicações de modelagem de larga escala e permite que se construa modelos de grandes dimensões que pode ser adaptado rapidamente a novas situações.

Para usar os aplicativos, o usuário deve apresentar um modelo em formato GAMS para resolver um problema de otimização. Para fins de segurança, o modelo apresentado deve seguir as seguintes convenções:

- o modelo deve ser auto-contido;
- não é permitida execução de programas externos;
- não criação de arquivo.

XPRESS é um aplicativo que utiliza algoritmos de otimização robustos, sofisticados para resolver problemas de Programação Linear (PL) de grande escala, Programação Inteira Mista (PIM), Programação Quadrática (PQ), Programação Inteira Mista Quadrática (PIMQ) e Programação Quadrática Restrita Quadraticamente (PQRQ).

Cbc é um aplicativo que utiliza de um *solver simplex* para PLs e um *solver branch and cut* para MIPs.

O otimizador Gurobi é um *solver* do estado-da-arte para PL, PD e PIM (MILP e MIQP). Ele foi projetado desde o início para explorar modernos processadores multi-core.

MOSEK é uma implementação extremamente eficiente de um algoritmo de ponto interior para a solução de PLIM e Programação não-Linear Convexa.

### 3.4 ALGORITMO EVOLUTIVO ADAPTATIVO (AEA)

É proposto um Algoritmo Evolutivo de forma que possua no seu processo evolutivo um procedimento de adaptação envolvendo outros Algoritmos Evolutivos. O procedimento de adaptação foi determinado pelas atuações dos AEs sobre os indivíduos de uma única população.

Este algoritmo recebeu a denominação de Algoritmo Evolutivo Adaptativo (AEA). A Figura 8 mostra o fluxograma do AEA.

Como no início do processo evolutivo do AEA, ainda não se sabe o desempenho dos AEs sobre os indivíduos, adota-se que os valores das probabilidades de atuação dos AEs são iguais. A medida que as gerações avançam, essas probabilidades de atuação são atualizadas de acordo com o “sucesso” ou “insucesso” da atuação de cada AE sobre os indivíduos da população. Considera-se “sucesso” na atuação de um AE sobre um indivíduo, quando o *fitness* do indivíduo originado da atuação do AE é melhor que o do indivíduo que lhe deu origem.

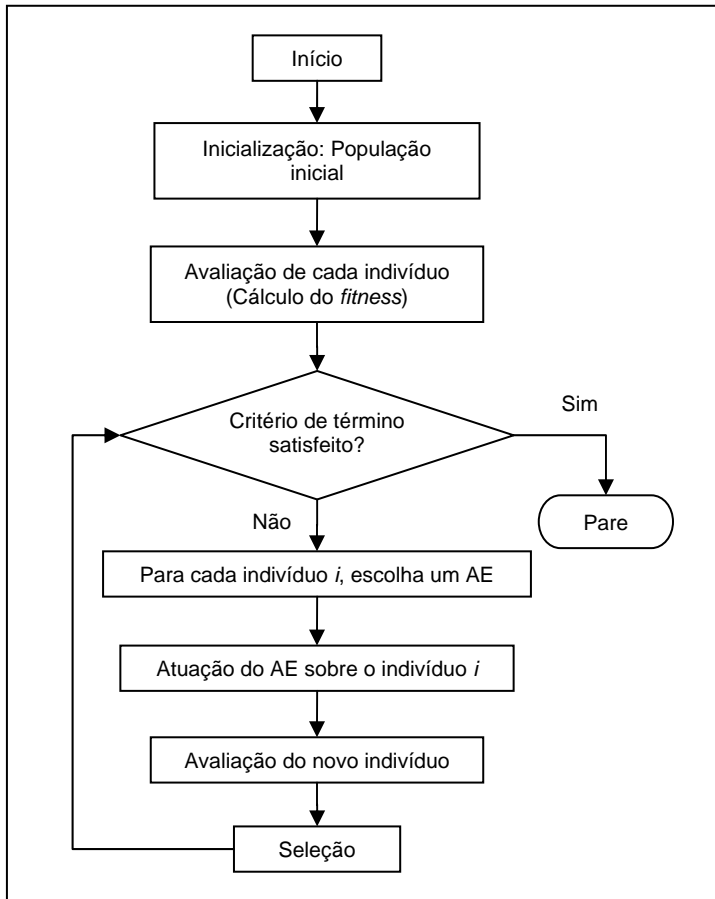


Figura 8: Fluxograma do Algoritmo Evolutivo Adaptativo.

### 3.4.1 Pseudocódigo do AEA

O Algoritmo Evolutivo Adaptativo proposto é um Algoritmo Evolutivo que integra outros AEs e que atuam em uma mesma população. Neste algoritmo, o processo de seleção é igual ao do ED, ou seja, cada indivíduo compete com seu(s) descendente(s). No processo de geração da nova população cada indivíduo descendente é gerado a partir de um dos Algoritmos Evolutivos. Cada AE possui uma probabilidade de atuar em cada indivíduo da população e em determinadas gerações

essas probabilidades são atualizadas de acordo com os sucessos das atuações de cada AE. Um pseudocódigo do AEA é mostrado a seguir.

### **Algoritmo Adaptativo Evolutivo**

Inicialize a população

Avalie indivíduos da população

**Repita**

**Repita**

**Para** cada indivíduo da população **faça**

Selecione um AE

Aplique os operadores desse AE

Selecione indivíduo para sobreviver

**Até** completar mais  $k$  gerações

**Atualizar** probabilidade de atuações dos AEs

**Até** critério de parada seja satisfeito

**Fim**

### **3.4.2 Atualização das Probabilidades de Atuações dos AEs**

As atualizações das probabilidades de atuação dos AEs sobre os indivíduos são feitas utilizando-se os dados referentes aos sucessos das atuações dos AEs, após certo número de gerações. Em cada geração e para cada indivíduo, um AE é escolhido aleatoriamente de acordo com a probabilidade de atuação atual. Para a primeira geração optou-se pela igualdade das probabilidades de atuação dos AEs em cada indivíduo, pois ainda não há nenhuma atuação dos AEs sobre os indivíduos. As probabilidades são atualizadas no decorrer das gerações de acordo com o sucesso das atuações nas últimas  $k$  gerações. O valor de  $k$  é determinado de forma arbitrária. As probabilidades de atuações são atualizadas de acordo com a seguinte equação:

$$PaAE_m = \frac{perc\_sAE_m}{\sum perc\_sAE_m} \quad (43)$$

onde

$PaAE_m$  → probabilidade de atuação do  $AE_m$   
 $perc\_sAE_m$  → percentual de sucessos do  $AE_m$

De acordo com a equação (43), caso um AE não tenha sucesso nas últimas  $k$  gerações sua probabilidade de atuação nas próximas  $k$  gerações assumir valor zero. Ainda, se todos os AEs tiverem insucesso nas últimas  $k$  gerações, as suas probabilidade de atuações para as

próximas  $k$  gerações seriam indefinidas pois, devido a divisão por zero. Caso um AE não tenha sucesso nas últimas  $k$  gerações sua probabilidade de atuação nas próximas  $k$  gerações assumir valor zero. Para que isso não aconteça, pode-se introduzir um valor pequeno  $\varepsilon$  para que tal AE tenha chance de atuação nas próximas  $k$  gerações, mesmo que com uma pequena probabilidade. Assim, a equação das probabilidades de atuação dos AEs, é dada por:

$$PaAE_m = \frac{perc\_sAE_m + \varepsilon}{\sum(perc\_sAE_m + \varepsilon)} \quad (44)$$

onde  $\varepsilon$  é um valor pequeno.

O percentual de sucesso do  $AE_m$  ( $perc\_sAE_m$ ) é dado pela razão entre o número de sucessos ocorridos e a quantidade de atuações nas últimas  $k$  gerações, dada pela seguinte equação:

$$perc\_sAE_m = \frac{nsAE_m}{naAE_m} \quad (45)$$

onde

$nsAE_m \rightarrow$  número de atuações com sucesso do  $AE_m$

$naAE_m \rightarrow$  número de atuações do  $AE_m$

A equação (45) é utilizada se  $naAE_m$  é diferente de zero. Se for zero,  $perc\_sAE_m$  é igual zero.

### 3.4.3 Algoritmo Evolutivo Adaptativo para Turnos de Trabalho

Aqui são abordados os processos que caracterizam o AEA para resolução do problema de Turnos de Trabalho.

#### 3.4.3.1 Codificação

Uma solução viável do problema de TT é composta por um conjunto de turnos de trabalho que satisfaz a demanda para o período de uma semana e terá a denominação de **programação TT**. Cada indivíduo da população do AEA possui uma quantidade fixa  $c$  de cromossomos e  $g$  de genes e representa uma solução do problema de Turnos de Trabalho. Cada cromossomo representa um tipo de turno e seus genes representam as características desse turno. A representação dos genes foi construída de forma que: o primeiro gene indica se o turno faz parte ou não da programação TT; o segundo representa o início do turno de trabalho; o terceiro, o início da primeira pausa; o quarto, o início do intervalo e o quinto, o início da segunda pausa. Para isso, foi utilizada

codificação mista (binária e inteira). O primeiro gene é um valor binário e os demais são valores inteiros: o segundo é um valor pertencente ao conjunto  $\{1, 2, \dots, T\}$  que representa um dos  $T$  subperíodos do período de planejamento (caso o período de planejamento seja um dia e o subperíodo 10 minutos, tem-se  $T = 144$ ); o terceiro, quarto e quinto genes são valores pertencentes ao conjunto  $\{1, 2, \dots, 38\}$  que representa cada um dos 38 subperíodos de um turno.

Um exemplo de um cromossomo pode ser dado pelo código [1, 40, 8, 17, 26]. A interpretação deste cromossomo é: o valor binário 1 indica que este turno faz parte da programação; o valor 40 indica que o início deste turno de trabalho é às 6 horas e 30 minutos; o 8 indica que o início da primeira pausa é 1 hora e 10 minutos após início do turno; o valor 17 indica que o início do intervalo é 2 horas e 40 minutos após início do turno e, finalmente o valor 26 indica que o início da segunda pausa é 4 horas e 10 minutos após o início do turno.

Uma representação genérica de um cromossomo pode ser dada por:

$$C_{ic} = [j_{ic}, it_{ic}, ip1_{ic}, ii_{ic}, ip2_{ic}], \quad i = 1, 2, \dots, NI; \quad c = 1, 2, \dots, NC \quad (46)$$

onde

- $C_{ic}$  →  $c$ -ésimo turno de trabalho da  $i$ -ésima programação TT
- $j_{ic}$  →  $\begin{cases} 1 & \text{se o } c\text{-ésimo turno faz parte da } i\text{-ésima programação TT} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$
- $it_{ic}$  → início do  $c$ -ésimo do turno de trabalho da  $i$ -ésima programação TT
- $ip1_{ic}$  → início da primeira pausa do  $c$ -ésimo turno de trabalho da  $i$ -ésima programação TT
- $ii_{ic}$  → início do intervalo do  $c$ -ésimo turno de trabalho da  $i$ -ésima programação TT
- $ip2_{ic}$  → início da segunda pausa do  $c$ -ésimo turno de trabalho da  $i$ -ésima programação TT
- $NI$  → número de programações
- $NC$  → número de turnos

Assim, a representação genérica de um indivíduo, é dada por:

$$I_i = [C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{iNC}], \quad i = 1, \dots, NI \quad (47)$$

onde,  $I_i$  é o  $i$ -ésimo indivíduo e representa a  $i$ -ésima programação

TT.

### 3.4.3.2 Inicialização da População

Assim como outros Algoritmos Evolutivos, AEA também inicia com uma população, neste caso, com  $NI$  indivíduos. Aqui, adota-se a construção dos indivíduos da população inicial de forma aleatória dentro dos limites do problema.

Uma forma natural de inicializar a população (na geração  $g = 0$ ) é produzi-la com valores aleatórios dentro da variação dos limites do problema. Neste caso, tem-se:

$$I_i(0) = [C_{i1}(0), C_{i2}(0), \dots, C_{iNC}(0)] \quad (48)$$

$$C_{ic}(0) = [j_{ic}(0), it_{ic}(0), ip1_{ic}(0), ii_{ic}(0), ip2_{ic}(0)] \quad (49)$$

$$j_{ic}(0) = kj_{ic} \quad (50)$$

$$it_{ic}(0) = kit_{ic} \quad (51)$$

$$ip1_{ic}(0) = kip1_{ic} \quad (52)$$

$$ii_{ic}(0) = kii_{ic} \quad (53)$$

$$ip2_{ic}(0) = kip2_{ic} \quad (54)$$

com  $i = 1, 2, \dots, NI$  e  $c = 1, 2, \dots, NC$ .

$kj_{ic} \in \{0,1\}$  → valor binário gerado aleatoriamente;

$kit_{ic} \in W$  → valor inteiro escolhido aleatoriamente entre os elementos do conjunto  $W = \{1, 37, 40, 43, \dots, 100, 103, 106, 109, 142\}$ , estes elementos obedecem as restrições de início de turno (de 30 em 30 minutos a partir da zero hora) e as restrições de início e término de turno entre zero e seis horas;

$kip1_{ic} \in P1$  → valor inteiro escolhido aleatoriamente do conjunto  $P1 = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ , estes elementos obedecem as restrições de acordo com os possíveis inícios da 1ª pausa: de 1 hora (início do 7º subperíodo do dia) até 2 horas (início do 13º subperíodo do dia) após início do turno de trabalho;

$kip2_{ic} \in P2$  → valor inteiro escolhido aleatoriamente do



conjunto  $P2 = \{26, 27, 28, 29, 30, 31, 32\}$ , estes elementos obedecem as restrições de acordo com os possíveis inícios da 2ª pausa: de 2 horas e dez minutos (início do 26º subperíodo) até 1 hora e 10 minutos (início do 32º subperíodo) antes do término do turno;

$kii_{ic} \in I \rightarrow$  valor inteiro escolhido aleatoriamente do conjunto  $I = \{14, 15, 16, \dots, 23, 24\}$ , estes elementos obedecem as restrições de acordo com os possíveis inícios do intervalo: pode ter seu início após 1 hora do término da 1ª pausa (início do 14º subperíodo), e seu término 1 hora antes do início da 2ª pausa (início do 24º subperíodo).

As restrições de tempo mínimo e máximo entre a 1ª pausa e o intervalo, e entre o intervalo e a 2ª pausa devem obedecer as desigualdades:

$$7 \leq kii_{ic} - kip1_{ic} \leq 13 \quad (55)$$

$$8 \leq kip2_{ic} - kii_{ic} \leq 14 \quad (56)$$

A restrição (55) é referente ao tempo de trabalho entre 1ª pausa e intervalo que é de no mínimo uma hora e de no máximo duas horas e a restrição (56) refere-se ao tempo de trabalho entre o intervalo e a 2ª pausa que é de no mínimo uma hora e no máximo duas horas.

### 3.4.3.3 Avaliação dos Indivíduos

De acordo com Bechtold, Brusco e Showalter (1991), os critérios da função objetivo sugerido na literatura em Programação de Pessoal incluem:

- 1) horas de trabalho total programadas
- 2) número total de empregados
- 3) custos do trabalho
- 4) custos laborais não programados
- 5) atendimento ao cliente
- 6) excesso de pessoal
- 7) falta de pessoal
- 8) número de jornadas com dias de folga consecutivos
- 9) o número de diferentes horários de trabalho utilizados

- 10) alguma combinação das opções acima
- 11) valor presente líquido do lucro
- 12) satisfação dos empregados
- 13) cargas de trabalho consistentes dos empregados
- 14) atribuição justa dos empregados aos horários.

Busca-se sobretudo a redução da quantidade diária de atendentes, isso pode ser refletido na quantidade de turnos de trabalho, pois cada turno é designado a um único atendente. Desta forma, procura-se minimizar a quantidade de turnos de trabalho enquanto se satisfaz a demanda. Neste trabalho, a função *fitness* utilizada foi a somatória dos turnos de trabalho. Assim, tem-se:

$$F_i = \sum_{c=1}^{NC} j_{ic}, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, NI\} \quad (57)$$

onde  $F_i$  é o *fitness* do  $i$ -ésimo indivíduo.

As demandas para os dias úteis de segunda-feira a sexta-feira são similares [SOUZA, 2010]. Desta forma, foram consideradas que as demandas dos dias úteis são iguais, simplificando as demandas dos cinco dias úteis para demanda de um dia útil que representa os cinco. As demandas para sábados também são similares entre si, assim como as de domingos. Assim, o valor da função *fitness* para um indivíduo para o ciclo de uma semana pode ser também dada por:

$$F_i = \sum_{c=1}^{NC} (dj_{ic} + 5uj_{ic} + sj_{ic}), \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, NI\} \quad (58)$$

onde  $dj_{ic}$ ,  $uj_{ic}$  e  $sj_{ic}$  são relativos ao valor do primeiro gene do  $c$ -ésimo cromossomo (turno) do  $i$ -ésimo indivíduo designados para domingos, dias úteis e sábados, respectivamente.

Além disso, também, procurou-se reduzir a diferença entre a quantidade programada de turnos e a demanda. Para isso, utilizou-se a diferença quadrática, relativa a cada subperíodo, dada por:

$$E_i = \sum_{s=1}^T (tp_s - dem_s)^2, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, NI\} \quad (59)$$

onde  $tp_s$  é a quantidade programada e  $dem_s$  é a demanda para o subperíodo  $s$ .

### 3.4.3.4 Atuação dos AEs

Para cada indivíduo  $i$  é escolhido um AE para atuar sobre ele. No início do AEA as probabilidades de atuação dos AEs são iguais e se atualizam no decorrer de  $k$  gerações ( $k$  é um valor arbitrário). Os AEs que fazem parte do AEA são o Algoritmo Genético e a Evolução Diferencial Discreta. A seguir estão descritos os operadores e parâmetros do AG e EDD para Turnos de Trabalho.

### 3.4.3.5 Mutação em EDD para TT

A aplica o da muta o de Evolu o Diferencial em problemas discretos pode levar, com frequência, a indivíduos inviáveis, além de não garantir sua principal proposta em rela o ao mecanismo de busca. Desta forma, propôs-se uma nova versão discreta da meta-heurística ED que tem como objetivo preservar ao máximo, a forma do mecanismo de busca original para domínios discretos, uma vez que os genes representam características diferenciadas entre si. Para isso, a opera o de muta o foi modificada para substituir o operador de muta o original. Essa muta o irá fazer uso de um operador, relacionado a cada gene.

Para um vetor (indivíduo) alvo  $Y_i(g)$ , a opera o de muta o escolhe três outros indivíduos  $X_{r1}(g)$ ,  $X_{r2}(g)$  e  $X_{r3}(g)$  distintos. Em seguida um vetor (indivíduo) mutante  $V_i(g + 1) = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iNC}]$ ,   gerado. Este vetor (indivíduo) mutante   definido a partir das opera es:

$$V_i(g + 1) = X_{r1}(g) \oplus F \otimes [X_{r2}(g) \odot X_{r3}(g)] \quad (60)$$

Cada cromossomo do vetor mutante  $V_i$    dado por:

$$v_{ic} = [jv_{ic}, itv_{ic}, ip1v_{ic}, iiv_{ic}, ip2v_{ic}] \quad (61)$$

Os símbolos  $\oplus$ ,  $\otimes$  e  $\odot$  substituem os símbolos tradicionais de adi o, multiplica o e subtra o, respectivamente. Em geral, as manipula es com os genes são determinadas, de forma a garantir a viabilidade das solu es.

As componentes dos cromossomos possuem dois tipos de variáveis (binárias e inteiras). Primeiro, define-se a opera o de muta o para as variáveis inteiras (segundo, terceiro, quarto e quinto genes), da seguinte forma:

$\odot \rightarrow$  diferença entre os genes do  $c$ -ésimo cromossomo do indivíduo  $X_{r2}$  pelos genes do  $c$ -ésimo cromossomo do

- indivíduo  $X_{r_3}$
- ⊗ → multiplicação do parâmetro  $F$  pelo resultado da operação  $\odot$ , arredondando para o número inteiro abaixo, onde  $F$  é um valor aleatório pertencente ao intervalo  $[0, 1[$
  - ⊕ → adição de  $X_{r_1}$  com o resultado da operação  $\otimes$ , limitando-se aos intervalos de viabilidade

Caso os resultados encontrados para o segundo gene (início de trabalho) estiverem fora do intervalo de viabilidade, estes são substituídos por um dos limites, ou seja, são substituídos pelo limite inferior, se for menor que este, ou pelo superior, se for maior que este. Caso o terceiro, quarto e quinto genes não satisfaçam as restrições (55) e (56), são substituídos por valores que satisfaçam tais restrições de forma análoga a descrita para o segundo gene.

Para a operação binária, referente ao primeiro gene do cromossomo, tem-se:

$$jv_{ic}(g + 1) = j_{r1c}(g) \oplus F \otimes [j_{r2c}(g) \odot j_{r3c}(g)] \quad (62)$$

A operação  $\otimes$  mantém o resultado da operação  $\odot$ . Assim, pode-se reescrever a equação (62) como:

$$jv_{ic}(g + 1) = j_{r1c}(g) \oplus [j_{r2c}(g) \odot j_{r3c}(g)] \quad (63)$$

As outras operações são definidas da seguinte forma:

- ⊙ → o operador binário AND, ou seja, retorna 1 sempre que ambos os operandos sejam 1, e 0 em caso contrário
- ⊗ → o operador binário OR, ou seja, devolve 1 sempre que pelo menos um dos operandos seja 1 e 0 caso contrário

#### 3.4.3.6 Crossover em EDD para TT

A operação de *crossover* adotada é similar à do ED original, ou seja, as componentes (cromossomos) do vetor (indivíduo) experimental são formadas pelas componentes (cromossomos) do vetor (indivíduo) mutante com probabilidade de *crossover*  $CR$  e do vetor (indivíduo) alvo. A estratégia usada é a binomial, uma vez que é a mais utilizada e, muitas vezes a mais promissora.

### 3.4.3.7 *Crossover* em AG para TT

A operação de *crossover* para AG é similar a do EDD para TT, sendo que o cruzamento é feito entre o  $i$ -ésimo indivíduo e outro indivíduo da população com probabilidade de *crossover*  $p_c$ .

### 3.4.3.8 Mutação em AG para TT

A operação de mutação em AG é realizada no vetor (indivíduo) resultante da operação de *crossover*, da seguinte forma:

- i) para a parte binária, se o valor do gene é 1 ele é permutado por 0 e vice-versa com probabilidade  $p_m$ ;
- ii) para a parte inteira é feita a mutação dos genes trocando-os por outros valores, determinados da mesma forma como foram criados os vetores (indivíduos) na população inicial, ou seja, de forma aleatória dentro dos limites do problema, também com probabilidade  $p_m$ .

### 3.4.3.9 Seleção

A operação de seleção do indivíduo para a próxima geração é igual à do ED original, ou seja, sobrevive o melhor indivíduo entre o indivíduo alvo e o indivíduo resultante da atuação (operações sequenciais de mutação e *crossover* no caso de EDD ou operações sequenciais de *crossover* e mutação no caso de AG) do AE sobre o indivíduo alvo.

### 3.4.3.10 Parâmetros em AEA para Turnos de Trabalho

Os parâmetros de EDD,  $F$  e  $CR$ , são ajustados de forma similar a estratégia de ajuste adaptativo proposto por Zhang, Zhao e Wang (2009a). A base  $e$  (natural), usada pelos autores, foi substituída pelo valor 2. Assim, a estratégia pode ser reescrita de forma genérica de acordo com:

$$F = F_0 \cdot 2^{-a_1 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (64)$$

$$CR = CR_0 \cdot 2^{-a_2 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (65)$$

De forma similar, os parâmetros do AG,  $p_m$  e  $p_c$ , são ajustados de acordo com:

$$p_c = p_{c_0} \cdot 2^{-a_3 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (66)$$

$$p_m = p_{m_0} \cdot 2^{-a_4 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (67)$$

onde  $F_0$ ,  $CR_0$ ,  $p_{c_0}$ ,  $p_{m_0}$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  são valores reais positivos determinados empiricamente,  $G$  é a geração corrente,  $G_{max}$  é o número máximo de gerações.

#### 3.4.3.11 Aleatoriedade em AEA para Turnos de Trabalho

Para aprimorar o desempenho de um ED, pode ser necessária uma busca local, que inclui alguns movimentos de buscas adicionais e alternativos que integram aqueles contidos em um ED padrão. Estes movimentos extras devem ajudar a estrutura de ED na detecção de novas direções de busca promissoras. Assim, um emprego limitado destes movimentos alternativos parece ser uma boa opção para a melhoria do ED. Estes movimentos extras podem ser obtidos de duas maneiras: um aumento na pressão de exploração e introdução de alguma aleatorização. Esta aleatorização não deve ser excessiva, uma vez que poderia prejudicar a busca. Um aumento adequado na aleatorização é fundamental para a obtenção de melhorias significativas no funcionamento do ED [NERI e TIRRONEN, 2010].

Uma aleatorização pode ser empregada ao AEA de forma que sejam inseridos alguns movimentos extras após a atuação de um dos AEs. Para isso, pode-se introduzir uma mutação “extra” aos genes  $ip1v_{ic}$ ,  $iiv_{ic}$  e  $ip2v_{ic}$  com fator de mutação  $ME$ . Assim, determina-se a probabilidade das pausas e intervalos, do  $c$ -ésimo cromossomo, sofrerem nova mutação. Aqui, nesta mutação os genes podem ser determinados de forma aleatória, ou seja, similar a forma como os indivíduos foram determinados na população inicial. O fator é dado por:

$$ME = ME_0 \cdot 2^{-a_5 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (68)$$

sendo  $ME_0$  e  $a_5$  constantes definidas empiricamente.

Após a atuação do AE, pode-se introduzir aleatorização aos genes binários. Definem-se as taxas de aleatorização,  $turn_{out}$  e  $turn_{in}$ , para mudança nos genes. Caso o gene binário seja 1, aplica-se a taxa  $turn_{out}$ , que é probabilidade do gene mudar para 0 e caso o gene seja 0, aplica-se

a taxa  $turn_{in}$ , que é probabilidade do gene mudar para 1. As taxas estão definidas de acordo com:

$$turn_{out} = turn_{out_0} \cdot 2^{-a_6 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (69)$$

$$turn_{in} = turn_{in_0} \cdot 2^{-a_7 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (70)$$

sendo  $turn_{out_0}$ ,  $turn_{in_0}$ ,  $a_6$  e  $a_7$  constantes definidas empiricamente.

### 3.4.3.12 Critério de Parada

O critério de parada pode ser determinado por um número de iterações consecutivas em que não haja melhoria nas soluções ou quando um número máximo de iterações (gerações) é atingido ou quando um determinado valor de *fitness* é atingido ou certa quantidade de cálculos de *fitness* é atingida. Também, pode-se utilizar como critério de parada, um tempo limite de CPU. Para o AEA, o critério de parada utilizado foi quando um número máximo de gerações é atingido.

## 3.5 DESIGNAÇÃO DOS TURNOS AOS ATENDENTES

Nesta etapa são designados os turnos de trabalho (encontrados no problema anterior) aos atendentes para o período de planejamento, minimizando o número de atendentes.

A seguir, uma formulação matemática para o problema de Designação dos Turnos aos Atendentes.

### 3.5.1 Formulação Matemática para Designação dos Turnos aos Atendentes

Primeiramente, define-se:

- $d$  → número dos dias
- $D$  → quantidade de dias do período de planejamento ( $D = 35$ )
- $t'$  → índice dos turnos definidos
- $T'$  → quantidade total turnos definidos
- $j$  → índice das jornadas de trabalho

- $J$  → quantidade total de jornadas de trabalho  
 $x_{t'dj}$  →  $\begin{cases} 1, \text{ se o turno } t' \text{ do dia pertence à jornada } j \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$   
 $w_j$  → quantidade de atendentes designados para a jornada  $j$   
 $s_{t'd}$  → número de turnos  $t'$  para o dia  $d$   
 $maxd_e$  → número máximo de dias de trabalho para a jornada  $j$   
 $mind_e$  → número mínimo de dias de trabalho para a jornada  $j$   
 $\delta_j$  → número máximo de dias consecutivos de trabalho para a jornada  $j$

A formulação matemática é dada por:

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^J w_j \quad (71)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^J x_{t'dj} \cdot w_j \geq s_{t'd} \quad \text{para cada turno } t', \text{ dia } d \quad (72)$$

$$\sum_{t'=1}^{T'} x_{t'dj} \leq 1 \quad \text{para cada jornada } j, \text{ dia } d \quad (73)$$

$$\sum_{t'=1}^{T'} \sum_{d=1}^D x_{t'dj} \geq mind_j \quad \text{para cada jornada } j \quad (74)$$

$$\sum_{t'=1}^{T'} \sum_{d=1}^D x_{t'dj} \leq maxd_j \quad \text{para cada jornada } j \quad (75)$$

$$\sum_{t'=1}^{T'} \sum_{d=d'}^{d'+\delta_j} x_{t'dj} \leq \delta_j \quad \text{para cada jornada } j, \text{ } d' = 1, 2, \dots, D - \delta_j \quad (76)$$

$$x_{t'dj} \text{ inteiro} \quad \text{para cada jornada } j, \text{ turno } t', \text{ dia } d \quad (77)$$

$$w_j \text{ binário} \quad \text{para cada jornada } j \quad (78)$$



A função objetivo (71) minimiza a quantidade total de jornadas (minimiza a quantidade total de atendentes, visto que a quantidade de atendentes equivale ao número de jornadas). Para cada turno e dia, a restrição (72) requer que o número de jornadas de trabalho atinja ou exceda as necessidades de atendentes. A restrição (73) é a exigência de que cada jornada possui no máximo um turno por dia. A restrição (74) é a exigência de que cada jornada pode ter uma quantidade mínima de trabalho para o período de planejamento, assim como a restrição (75) é a exigência de que cada jornada pode ter uma quantidade máxima de trabalho para o período de planejamento. A restrição (76) é a exigência de que cada jornada possui uma quantidade máxima de dias consecutivos (para satisfazer a quantidade máxima que um atendente pode trabalhar). A restrição (77) garante que as variáveis atribuídas a cada jornada de trabalho para cada turno e dia são zero ou um. A restrição (78) assegura que um número inteiro é usado para o número de jornadas.

De acordo com a formulação acima, algumas soluções viáveis podem ser consideradas indesejáveis em relação à satisfação dos atendentes. Por exemplo, turnos com inícios bastante diferenciados podem ser designados a um mesmo atendente. Então, aqui, procura-se a equalização desses inícios, ou seja, minimizar a variação entre eles. Para isso, é acrescida na formulação matemática acima a seguinte equação:

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^J \sum_{t1=1}^{T'} \sum_{t2=1}^{T'} \sum_{d1=1}^D \sum_{d2=1}^D (IT_{t1'd1j}x_{t1'd1j} - IT_{t2'd2j}x_{t2'd2j})^2 \quad (79)$$

Na equação (79),  $IT_{jt1'd1}$  e  $IT_{jt2'd2}$  são inícios dos turnos  $t1'$  e  $t2'$  dos dias  $d1$  e  $d2$ , distintos ( $d1 \neq d2$ ) pertencentes a jornada  $j$ . Assim, tem-se a somatória dos quadrados da diferença entre os inícios dos turnos de cada atendente.

### 3.5.2 Limitações em DTA

No *Call Center* abordado, cada atendente é designado a trabalhar todos os dias úteis, três sábados e um domingo para o período de cinco semanas. Com esta proposta chega-se a uma limitação em relação à quantidade mínima de atendentes para o período considerado que seria de cinco vezes a quantidade de atendentes necessários para o dia de domingo, uma vez que cada atendente trabalha apenas um domingo dos cinco do período de planejamento. Assim, outras propostas de

designação serão sugeridas, com combinações de sábados e domingos, para reduzir essa limitação. Com isso, outros cenários de minimização de atendentes serão gerados.

### 3.6 EVOLUÇÃO DIFERENCIAL DISCRETA PARA DTA

Procurou-se resolver os problemas de Designação dos Turnos aos Atendentes por meio de Evolução Diferencial, sobretudo Evolução Diferencial Discreta pois este problema possui características discretas.

A seguir são apresentadas as etapas de EDD para DTA.

#### 3.6.1 Codificação

Uma solução viável do problema de DTA é composta por um conjunto de jornadas de trabalho designadas aos atendentes para o período de planejamento de cinco semanas e terá a denominação de **programação DTA**. Cada indivíduo da população do EDD possui uma quantidade fixa  $c$  de cromossomos e  $g$  de genes e representa uma solução do problema de Designação dos Turnos aos Atendentes.

Cada cromossomo representa uma jornada de trabalho e seus genes representam as características dessa jornada de trabalho. A representação dos genes foi construída de forma que: o primeiro gene indica se a jornada de trabalho faz parte ou não da programação DTA (codificação binária); o segundo gene indica qual turno de trabalho de dia útil é designado ao atendente; o terceiro gene representa as combinações de sábados e domingos a serem designados ao atendente e respectivos turnos para cada um desses dias. Esse gene “guarda” uma matriz ( $M_{2 \times 10}$ ) com valores binários e inteiros, tais que: a primeira linha é formada por valores binário, onde 1, indica se existe turno designado naquele dia para o atendente  $e$ , e 0 caso contrário (os cinco primeiros valores refere-se aos sábados e os outros cinco aos domingos); a segunda linha são valores inteiros que representam os turnos (dos dias indicados na linha acima da mesma matriz) a serem designados ao atendente  $e$ . A matriz  $M$ , a seguir, mostra um exemplo para o terceiro gene.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 11 & 6 & 5 & 9 & 4 & 10 & 15 & 9 & 3 \end{bmatrix} \quad (80)$$

A matriz  $M$  representa que os turnos designados ao atendente  $e$  são: o turno 5 no primeiro sábado, o turno 6 no terceiro sábado, o turno

5 no quarto sábado e o turno 3 no quinto domingo. Neste caso, os valores representam alguns dos turnos determinados no problema de TT.

Uma representação genérica de um cromossomo pode ser dada por:

$$C_{ic} = [j_{ic}, tdu_{ic}, M_{ic}], \quad i = 1, 2, \dots, NI; \quad c = 1, 2, \dots, NC \quad (81)$$

onde

$$M_{ic} = \begin{bmatrix} s1_{ic} & s2_{ic} & s3_{ic} & s4_{ic} & s5_{ic} & d1_{ic} & d2_{ic} & d3_{ic} & d4_{ic} & d5_{ic} \\ ts1_{ic} & ts2_{ic} & ts3_{ic} & ts4_{ic} & ts5_{ic} & td1_{ic} & td2_{ic} & td3_{ic} & td4_{ic} & td5_{ic} \end{bmatrix} \quad (82)$$

- $C_{ic}$  →  $c$ -ésimo cromossomo do  $i$ -ésimo indivíduo e representa a  $c$ -ésima jornada de trabalho da  $i$ -ésima programação DTA.
- $j_{ic}$  → primeiro gene do  $c$ -ésimo cromossomo do  $i$ -ésimo indivíduo e representa se a  $c$ -ésima jornada de trabalho faz parte ou não da  $i$ -ésima programação DTA
- $tdu_{ic}$  → segundo gene do  $c$ -ésimo cromossomo do  $i$ -ésimo indivíduo e representa o turno de trabalho que faz parte da  $c$ -ésima jornada de trabalho da  $i$ -ésima programação DTA
- $M_{ic}$  → terceiro gene do  $c$ -ésimo cromossomo do  $i$ -ésimo indivíduo e a sequência de finais de semana e seus respectivos turnos que fazem parte da  $c$ -ésima jornada de trabalho da  $i$ -ésima programação DTA
- $NI$  → número de indivíduos e representa o número de programações
- $NC$  → número de cromossomos e representa o número de turnos

Assim, a representação genérica de um indivíduo, é dada por:

$$I_i = [C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{iNC}], \quad i = 1, \dots, NI \quad (83)$$

onde,  $I_i$  é o  $i$ -ésimo indivíduo e representa a  $i$ -ésima programação DTA.

De acordo com a codificação adotada, cada cromossomo representa uma jornada, assim, caso um conjunto de turnos que forma uma jornada seja o mesmo que forma outra, estas jornadas são consideradas distintas. Assim, a quantidade de jornadas equivale a quantidade de atendentes.

Como não estão sendo abordadas as restrições de disponibilidade de horário dos atendentes, será considerado disponibilidade ilimitada, ou seja, cada atendente pode trabalhar em qualquer horário. Desta forma,

qualquer jornada é designada a qualquer atendente. Com isso, quando necessário e por simplificação, a palavra “jornada” será permutada pela “atendente” e em certas situações podendo ser usada por qualquer uma delas, dependendo do contexto.

### 3.6.2 Inicialização da População

No EDD para DTA, a população inicial é gerada de forma aleatória dentro dos limites do problema. Neste caso, tem-se:

$$I_i(0) = [C_{i1}(0), C_{i2}(0), \dots, C_{iNC}(0)] \quad (84)$$

$$C_{ic}(0) = [j_{ic}(0), tdu_{ic}(0), M_{ic}(0)] \quad (85)$$

$$j_{ic}(0) = kj_{ic} \quad (86)$$

$$tdu_{ic}(0) = ktdu_{ic} \quad (87)$$

Em  $M_{ic}(0)$  tem-se:

$$sp_{ic}(0) = ksp_{ic} \quad p = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (88)$$

$$dp_{ic}(0) = kdp_{ic} \quad p = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (89)$$

$$tsp_{ic}(0) = ktsp_{ic} \quad p = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (90)$$

$$tdp_{ic}(0) = ktdp_{ic} \quad p = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (91)$$

onde

- $kj_{ic} \in \{0,1\}$  → valor binário gerado aleatoriamente;
- $ktdu_{ic} \in W$  → valor inteiro gerado aleatoriamente pertencente ao conjunto  $W$ , cujos elementos representam cada um dos turnos de dias úteis, resultado do problema de TT,  $W = \{1, 2, 3, \dots, T\}$ , onde  $T$  é a quantidade de turnos de dias úteis;
- $ksp_{ic} \in \{0,1\}$  → valor binário gerado aleatoriamente;
- $kdp_{ic} \in \{0,1\}$  → valor binário gerado aleatoriamente;
- $ktsp_{ic} \in TS$  → valor inteiro gerado aleatoriamente pertencente ao conjunto  $TS$ , cujos elementos representam cada um dos turnos de sábados, resultado do problema de TT,  $TS = \{1, 2, 3, \dots, T\}$ , onde  $T$  é

$ktdp_{ic} \in TD \rightarrow$  a quantidade de turnos de sábados;  
 valor inteiro gerado aleatoriamente pertencente ao conjunto  $TD$ , cujos elementos representam cada um dos turnos de domingos, resultado do problema de TT,  $TD = \{1, 2, 3, \dots, T\}$ , onde  $T$  é a quantidade de turnos de domingos;

### 3.6.3 Avaliação dos Indivíduos

Duas funções para a adaptação dos indivíduos serão abordadas no problema de DTA: uma relacionada à redução de custos, onde procura-se minimizar o número de atendentes; outra relacionada à satisfação dos atendentes, referente à oscilação do horário de entrada no trabalho de um mesmo atendente, neste caso procura-se minimizar a variação entre os inícios dos turnos de trabalho de um mesmo atendente. Assim tem-se uma função biobjetivo a ser minimizada é dada por:

$$F = FO_1 + wFO_2 \quad (92)$$

Neste caso  $FO_1$  é a equação (71),  $FO_2$  é a equação (79) e  $w$  é uma constante a ser determinada.

Como convencionado para o problema anterior, todos os dias úteis possuem os mesmos turnos. Assim, para o problema de DTA, para um mesmo atendente serão designados turnos iguais dos dias úteis. Também, para um mesmo atendente será determinado turnos iguais dos sábados. De forma similar, para um mesmo atendente será determinado turnos iguais dos domingos. Mas não necessariamente iguais entre os dias úteis, sábados e domingos. Com isso, simplifica-se a quantidade de cálculos em relação à variação de inícios de turnos, resultando em:

$$FO_3 = \sum_{j=1}^J \sum_{t1'=1}^{T1'} \sum_{t3'=1}^{T3'} \sum_{s=1}^5 (ITS_{t1'sj}Z_{t1'sj} - ITU_{t3'j}Z_{t3'j})^2 \quad (93)$$

$$FO_4 = \sum_{j=1}^J \sum_{t2'=1}^{T2'} \sum_{t3'=1}^{T3'} \sum_{s=1}^5 (ITD_{t2'sj}Z_{t2'sj} - ITU_{t3'j}Z_{t3'j})^2 \quad (94)$$

$$FO_5 = \sum_{j=1}^J \sum_{t1'=1}^{T1'} \sum_{t2'=1}^{T2'} \sum_{s1=1}^5 \sum_{s2=1}^5 (ITS_{t1'sj}Z_{t1'sj} - ITD_{t2'sj}Z_{t2'sj})^2 \quad (95)$$

resultando  $FO_2$ , em:

$$FO_2 = FO_3 + FO_4 + FO_5 \quad (96)$$

onde

$j$	→	número da jornada de trabalho
$J$	→	quantidade de jornadas de trabalho
$s$	→	número da semana
$s1$	→	número da semana
$s2$	→	número da semana
$t1'$	→	número do turno de sábados
$t2'$	→	número do turno de domingos
$t3'$	→	número do turno de dias úteis
$T1'$	→	quantidade de turnos definidos de sábados
$T2'$	→	quantidade de turnos definidos de domingos
$T3'$	→	quantidade de turnos definidos de dias úteis
$ITS_{jt1's}$	→	início do turno $t1'$ de sábado, se o $s$ -ésimo sábado está designado para a jornada $j$ ; 0, caso contrário
$ITD_{jt2's}$	→	início do turno $t2'$ de domingo, se o $s$ -ésimo domingo está designado para a jornada $j$ ; 0, caso contrário
$ITU_{jt3's}$	→	início do turno $t3'$ de dia útil, da jornada $j$ ; 0, caso contrário
$Z_{t1'sj}$	→	1, se o turno $t1'$ de sábado da $s$ -ésima semana pertence à jornada $j$ ; 0, caso contrário
$Z_{t2'sj}$	→	1, se o turno $t2'$ de domingo da $s$ -ésima semana pertence à jornada $j$ ; 0, caso contrário
$Z_{t3'j}$	→	1, se o turno $t3'$ de dia útil pertence à jornada $j$ ; 0, caso contrário

Na simplificação, a variável  $x_{t'dj}$  é decomposta nas três:  $Z_{t1'sj}$ ,  $Z_{t2'sj}$  e  $Z_{t3'j}$ .

### 3.6.4 Operadores de EDD para DTA

#### 3.6.4.1 Mutação

Para um vetor (indivíduo) alvo  $Y_i(g)$ , a operação de mutação escolhe três outros indivíduos  $X_{r1}(g)$ ,  $X_{r2}(g)$  e  $X_{r3}(g)$  distintos e um vetor (indivíduo) mutante  $V_i(g+1) = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iNC}]$ , é então gerado. Assim, o vetor mutante é expresso de forma similar ao do EDD para TT, de acordo com:

$$V_i(g + 1) = X_{r_1}(g) \oplus F \otimes [X_{r_2}(g) \odot X_{r_3}(g)] \quad (97)$$

Os tradicionais operadores de adição, multiplicação e subtração são substituídos pelos operadores  $\oplus$ ,  $\otimes$  e  $\odot$ , sendo definidos de acordo com a codificação (binária e inteira). Cada cromossomo do vetor mutante  $V_i$  é dado por  $v_{ic} = [jv_{ic}, tduv_{ic}, Mv_{ic}]$ .

Para o primeiro gene e os elementos da primeira linha da matriz  $M$  (codificação binária), tem-se as seguintes definições, semelhantes as da mutação de EDD para TT:

- $\odot$  → o operador binário OR, ou seja, retorna 1, sempre que pelo menos um dos operandos seja 1 e; 0, caso contrário
- $\otimes$  → mantém o resultado da operação  $\odot$
- $\oplus$  → o operador binário AND, ou seja, retorna 1, sempre que ambos os operandos sejam 1 e; 0, caso contrário

Para o segundo gene (codificação inteira), tem-se:

- $\odot$  → diferença entre os genes do  $c$ -ésimo cromossomo do indivíduo  $X_{r_2}$  pelos genes do  $c$ -ésimo cromossomo do indivíduo  $X_{r_3}$
- $\otimes$  → multiplicação da constante  $F$  pelo resultado da operação  $\odot$ , arredondando para o número inteiro abaixo, onde  $F$  é um valor aleatório pertencente ao intervalo  $[0, 1[$
- $\oplus$  → adição de  $X_{r_1}$  com o resultado da operação  $\otimes$ , limitando-se aos intervalos de viabilidade

Como os elementos da segunda linha da matriz  $M$  representam os turnos dos sábados e domingos, determinados no problema de Turnos de Trabalho, foram dadas as mesmas definições para  $\odot$ ,  $\otimes$  e  $\oplus$  convencionadas para o segundo gene, uma vez que este gene também representa turnos (de dias úteis).

#### 3.6.4.2 Crossover e Seleção

As operações de *crossover* e seleção são iguais as de Evolução Diferencial.

#### 3.6.5 Parâmetros em AEA

Os parâmetros de EDD,  $F$  e  $CR$ , são ajustados de forma igual aos do EDD para TT. Assim, as estratégias são dadas por:

$$F = F_0 \cdot 2^{-a_8 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (98)$$

$$CR = CR_0 \cdot 2^{-a_9 \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (99)$$

onde  $F_0$ ,  $CR_0$ ,  $a_8$ ,  $a_9$  são valores reais positivos determinados empiricamente,  $G$  é a geração corrente,  $G_{max}$  é o número máximo de gerações.

### 3.6.6 Aleatoriedade em EDD para DTA

No EDD será introduzida aleatorização para a melhoria de seu funcionamento. Para o primeiro gene (binário) de cada cromossomo a aleatorização foi introduzida da seguinte forma: caso o gene binário for 1 (vale lembrar que, a jornada faz parte da programação DTA) aplica-se a taxa denominada  $jorn_{out}$  que é a probabilidade do gene ser permutado por 0 e, caso o gene for 0 aplica-se a taxa denominada  $jorn_{in}$  que é a probabilidade do gene ser permutado por 1. As taxas estão definidas de acordo com:

$$jorn_{out} = jorn_{out_0} \cdot 2^{-a_{10} \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (100)$$

$$jorn_{in} = jorn_{in_0} \cdot 2^{-a_{11} \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (101)$$

onde,  $jorn_{out_0}$  e  $jorn_{in_0}$  são constantes definidas empiricamente.

São feitas mutações no segundo gene e nos elementos da matriz  $M$ , onde são substituídos por qualquer valor dentro dos limites do problema, ou seja, são permutados por valores aleatórios gerados da mesmo forma como foram gerados na população inicial, com a seguinte taxa de mutação, igual para todos:

$$T = T_0 \cdot 2^{-a_{12} \left( \frac{G}{G_{max}} \right)} \quad (102)$$

onde  $T_0$  é uma constante definida empiricamente.

### 3.6.7 Critério de Parada

O critério de parada do EDD, também, é quando um número máximo de gerações é atingido.



## 4 IMPLEMENTAÇÕES E RESULTADOS

### 4.1 INTRODUÇÃO

A metodologia adotada é aplicada a resolução de um problema de programação de pessoal em um *Call Center* receptivo. Assim, primeiramente, neste capítulo são apresentados os dados referentes ao *Call Center*, retirados de Souza (2010) que são os dados de entrada para o problema de programação de pessoal. Em seguida são apresentados os parâmetros utilizados nos algoritmos AG, EDD e AEA para a resolução do problema de Turnos de Trabalho e os parâmetros do algoritmo EDD para Designação dos Turnos aos Atendentes.

Ainda, são descritos alguns cenários que caracterizam as restrições do *Call Center* em estudo e as relaxações propostas para estas restrições. Finalmente, são apresentados os resultados encontrados para cada cenário proposto.

As implementações dos algoritmos foram feitas em linguagem VBA (*Visual Basic for Applications*) do Excel 2007. Foi utilizado para o processamento um computador Dual Core, 2,79GHz, 3,00GB de memória RAM.

### 4.2 DADOS PARA O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL

Vale relembrar que o problema de Programação de Pessoal foi dividido em duas etapas e foram implementadas na seguinte ordem: resolução do problema de Turnos de Trabalho e, em seguida, resolução do problema de Designação dos Turnos aos Atendentes. Primeiramente, são necessários dados de entrada para o primeiro problema, uma vez que seus resultados são os dados de entrada para o segundo problema.

De acordo com a metodologia adotada, nesta etapa é necessária, para a resolução do problema de Turnos de Trabalho, a determinação dos dados de entrada. Neste caso, os dados de entrada são a demanda de atendentes para o período de planejamento de cinco semanas, mesmo período adotado pelo *Call Center* em estudo. Os dados foram retirados de Souza (2011) e podem ser visualizados na Tabela 11.

Nesta Tabela tem-se a previsão de demanda de atendentes para cada hora do dia, do *Call Center* em estudo, para domingos, dias úteis e sábados. Estes grupos foram definidos de acordo com as similaridades das demandas identificadas. Souza (2010) desenvolveu um simulador

para a realização desta previsão e como dados de entrada utilizou as médias dos números de chamadas recebidas do *Call Center* em estudo do mês de julho de 2009 e foram estipuladas em até 5% de taxa de abandono.

Tabela 11: Previsão das demandas de atendentes para dias úteis, sábados e domingos.

DOMINGO			SÁBADO			DIA ÚTIL		
Horário		Dem	Horário		Dem	Horário		Dem
Início	Fim		Início	Fim		Início	Fim	
00:00	01:00	3	00:00	01:00	3	00:00	01:00	2
01:00	02:00	2	01:00	02:00	3	01:00	02:00	2
02:00	03:00	1	02:00	03:00	1	02:00	03:00	1
03:00	04:00	1	03:00	04:00	3	03:00	04:00	1
04:00	05:00	1	04:00	05:00	1	04:00	05:00	1
05:00	06:00	2	05:00	06:00	1	05:00	06:00	2
06:00	07:00	2	06:00	07:00	3	06:00	07:00	3
07:00	08:00	3	07:00	08:00	4	07:00	08:00	5
08:00	09:00	5	08:00	09:00	10	08:00	09:00	16
09:00	10:00	7	09:00	10:00	15	09:00	10:00	25
10:00	11:00	8	10:00	11:00	18	10:00	11:00	28
11:00	12:00	9	11:00	12:00	17	11:00	12:00	27
12:00	13:00	8	12:00	13:00	18	12:00	13:00	22
13:00	14:00	8	13:00	14:00	13	13:00	14:00	24
14:00	15:00	6	14:00	15:00	12	14:00	15:00	23
15:00	16:00	5	15:00	16:00	11	15:00	16:00	22
16:00	17:00	5	16:00	17:00	10	16:00	17:00	23
17:00	18:00	5	17:00	18:00	11	17:00	18:00	20
18:00	19:00	5	18:00	19:00	10	18:00	19:00	13
19:00	20:00	5	19:00	20:00	8	19:00	20:00	11
20:00	21:00	4	20:00	21:00	7	20:00	21:00	8
21:00	22:00	4	21:00	22:00	6	21:00	22:00	6
22:00	23:00	4	22:00	23:00	5	22:00	23:00	5
23:00	00:00	2	23:00	00:00	3	23:00	00:00	3

Fonte: Souza (2010).

### 4.3 PARÂMETROS UTILIZADOS

É comum serem feitos testes preliminares para a determinação dos parâmetros, caso a estratégia adotada não seja autoadaptativa, mas mesmo neste caso sempre há a necessidade de algum dado de entrada, que necessita ser ajustado. Assim, foram realizados experimentos preliminares para ajustes dos parâmetros dos AEs.

### 4.3.1 Parâmetros dos AEs para resolução do problema de TT

Foram adotadas as mesmas quantidades de indivíduos e de cromossomos para os AEs, que são:

- $NI = 5$ ;

- $NC = 350$ ;

Os seguintes parâmetros foram adotados para EDD:

- $F_0 = 0,1$ ;

- $CR_0 = 0,5$ ;

Para o AG, os parâmetros foram:

- $p_{c_0} = 0,5$ ;

- $p_{m_0} = 0,1$ ;

Os seguintes parâmetros foram adotados para o AEA:

- $ME_0 = 0,01$ ;

- $turn_{out_0} = 0,1$ ;

- $turn_{in_0} = 0,01$ ;

- $k = 20$ .

Os parâmetros  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  e  $a_7$  serão ajustados a seguir.

### 4.3.2 Parâmetros do EDD para resolução do problema de DTA

Os seguintes parâmetros foram adotados para o EDD:

- $NI = 5$ ;

- $NC = 300$ ;

- $F_0 = 0,1$ ;

- $CR_0 = 0,8$ ;

- $T_0 = 0,01$ ;

- $jorn_{out_0} = 0,001$ ;

- $jorn_{in_0} = 0,0001$ ;

- $a_9 = 1$ ;

- $a_8 = a_{10} = a_{11} = a_{12} = 3$ ;

- $w = 40.000^{-1}$

## 4.4 CENÁRIOS PARA TURNOS DE TRABALHO

Existem algumas restrições impostas em relação aos turnos de trabalho (inícios e terminos) no *Call Center* em estudo, isso leva à limitação na quantidade de turnos, refletindo na minimização da

quantidade destes. Dois cenários foram utilizados para atender essas restrições: TT1 e TT2.

#### 4.4.1 Cenário TT1

Neste cenário, são consideradas as restrições de início e término de turno entre meia-noite e seis da manhã, como abordado no *Call Center* (devido a problemas com transporte), mas permitindo violação, em relação a esses limites, em até vinte minutos. Com estas características têm-se 27 inícios distintos de turnos para cada dia. Considerando ainda as 206 combinações possíveis entre as duas pausas (de dez minutos) e intervalo (de vinte minutos), encontra-se um total de 5.562 turnos possíveis para cada dia.

#### 4.4.2 Resultados para o cenário TT1

Os resultados para este cenário são mostrados de acordo com cada ferramenta utilizada.

##### 4.4.2.1 Resultados: resolução por Algoritmos Evolutivos

Para reduzir a complexidade de ajuste dos parâmetros  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  e  $a_7$  eles foram considerados iguais e chamados de  $\beta$ , ou seja,  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = a_7 = \beta$ .

Foram realizadas, primeiramente, trinta execuções dos AEs (EDD, AG e AEA) com 10.000 gerações como critério de parada. Os resultados referentes ao valor da função objetivo podem ser visualizados nas Tabelas 12, 13 e 14 para AG, EDD e AEA, respectivamente.

Tabela 12: Resultados das execuções do AG – 10.000 gerações – TT1.

Execução	Valores de $\beta$						
	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
<b>1</b>	130	132	128	129	127	129	127
<b>2</b>	130	130	131	128	126	129	129
<b>3</b>	133	130	128	128	130	130	129
<b>4</b>	130	128	128	129	127	128	129
<b>5</b>	130	129	126	127	128	127	128
<b>6</b>	129	130	129	129	127	131	130
<b>7</b>	132	129	130	131	128	130	126
<b>8</b>	128	129	129	128	128	126	128
<b>9</b>	131	132	128	129	127	128	129
<b>10</b>	132	131	127	126	125	128	129
<b>11</b>	131	128	128	130	126	128	128
<b>12</b>	133	130	129	129	127	128	127
<b>13</b>	129	130	129	130	130	128	131
<b>14</b>	132	129	129	128	131	127	130
<b>15</b>	131	130	128	127	129	129	128
<b>16</b>	133	129	128	129	128	129	131
<b>17</b>	134	130	129	129	127	128	128
<b>18</b>	132	129	128	128	129	127	131
<b>19</b>	134	131	129	127	129	129	127
<b>20</b>	131	129	128	128	127	129	127
<b>21</b>	133	129	130	128	126	129	132
<b>22</b>	132	131	128	129	125	130	128
<b>23</b>	131	129	127	130	128	127	130
<b>24</b>	130	130	129	132	129	129	128
<b>25</b>	132	131	127	128	126	132	128
<b>26</b>	131	133	130	128	126	127	126
<b>27</b>	132	129	129	129	126	126	127
<b>28</b>	134	128	128	128	129	128	132
<b>29</b>	135	127	130	127	127	129	129
<b>30</b>	130	129	129	126	127	126	127
<b><i>Média</i></b>	<b>131,50</b>	<b>129,70</b>	<b>128,53</b>	<b>128,47</b>	<b>127,50</b>	<b>128,37</b>	<b>128,63</b>

Tabela 13: Resultados das execuções do EDD – 10.000 gerações – TT1.

Execução	Valores de $\beta$						
	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
1	130	128	127	130	128	131	129
2	134	128	129	130	127	129	129
3	130	127	128	128	128	130	129
4	130	128	127	129	130	128	130
5	132	127	128	128	127	129	130
6	131	129	127	128	129	130	131
7	129	129	128	126	127	129	129
8	128	130	127	127	130	130	129
9	130	127	128	131	127	131	129
10	130	129	128	127	129	130	130
11	128	127	127	128	129	129	128
12	130	126	128	128	129	130	131
13	131	131	129	126	129	129	130
14	131	127	128	126	128	128	131
15	132	128	127	128	129	131	131
16	130	129	126	127	129	129	132
17	131	128	130	129	129	129	130
18	132	129	127	130	130	128	132
19	130	129	126	127	128	132	130
20	129	126	128	127	129	129	131
21	130	128	125	129	126	128	128
22	127	127	129	129	128	133	131
23	129	128	126	132	133	128	133
24	133	127	126	130	130	131	129
25	130	128	128	129	131	129	131
26	129	129	125	128	129	128	132
27	129	128	127	130	131	127	130
28	130	128	128	128	132	130	129
29	131	129	127	128	128	132	130
30	132	130	127	129	128	130	130
<b>Média</b>	<b>130,27</b>	<b>128,13</b>	<b>127,37</b>	<b>128,40</b>	<b>128,90</b>	<b>129,57</b>	<b>130,13</b>

Tabela 14: Resultados das execuções do AEA – 10.000 gerações – TT1.

Execução	Valores de $\beta$						
	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
1	131	128	127	127	126	127	129
2	133	130	125	127	130	128	129
3	129	130	128	128	127	128	127
4	128	129	129	130	127	129	129
5	132	129	127	128	127	129	130
6	131	129	127	127	128	129	128
7	130	128	126	126	129	126	129
8	130	127	126	129	129	127	130
9	129	129	130	125	126	130	130
10	130	130	128	126	129	131	128
11	129	127	128	126	127	129	127
12	131	128	126	127	127	126	127
13	133	129	128	128	129	127	131
14	130	127	128	126	125	130	128
15	131	128	128	128	127	128	128
16	132	129	127	128	129	128	129
17	131	128	129	126	129	128	126
18	130	126	128	128	128	128	129
19	132	131	128	127	128	129	128
20	134	126	127	129	129	129	127
21	130	128	127	126	128	127	127
22	131	127	128	126	128	130	128
23	129	129	127	129	128	128	130
24	130	127	131	127	126	128	128
25	129	127	126	127	131	128	127
26	130	128	127	125	127	128	129
27	128	128	129	127	128	127	128
28	130	127	126	128	126	128	128
29	132	128	130	128	128	130	128
30	129	128	127	129	126	128	128
<b>Média</b>	<b>130,47</b>	<b>128,17</b>	<b>127,60</b>	<b>127,27</b>	<b>127,73</b>	<b>128,27</b>	<b>128,33</b>

A Tabela 15 mostra o tempo médio computacional das execuções de cada AE.

Tabela 15: Tempo médio computacional (em segundos) das execuções dos AEs – 10.000 gerações – TT1.

Algoritmo	Valores de $\beta$						
	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
AG	39,20	39,41	39,19	39,55	39,29	39,25	39,33
EDD	39,30	39,09	39,01	39,61	39,43	39,22	39,19
AEA	39,36	39,46	39,60	39,25	39,40	39,23	39,50

A Tabela 16 mostra o resultado da ANOVA (Análise de Variância) para os resultados das execuções de AG para os sete valores de  $\beta$ .

Tabela 16: ANOVA para os resultados das execuções de AG para TT1.

<i>Fonte de Variação</i>	<i>Soma dos quadrados</i>	<i>Graus de liberdade</i>	<i>Variância</i>	<i>F</i>	<i>P</i>
<i>Entre amostras</i>	300,448	6	50,0746	24,1931	0,0000
<i>Dentro das amostras</i>	420,167	203	2,06979		
<i>Total</i>	720,614	209			

O fator  $F$ , que neste caso é igual a 24,1931, é uma relação entre a estimativa entre os grupos e a estimativa dentro do grupo. O valor de  $P$  do teste  $F$  é inferior a 0,05, assim, há uma diferença estatisticamente significativa entre as médias para os sete valores de  $\beta$  no nível de confiança de 95%.

Para determinar quais médias são significativamente diferentes das outras, será utilizado um procedimento de comparação múltipla. O método utilizado é a mínima diferença significativa de Fisher (LSD), cujos resultados podem ser visualizados na Tabela 17. Nesta Tabela pode-se verificar quais médias são significativamente diferentes de quais outras.

Tabela 17: método LSD 95% para grupos de homogeneidade (AG).

<i>Fator</i>	<i>Contagem</i>	<i>Média</i>	<i>Grupos Homogêneos</i>
$\beta = 4$	30	127,5	X
$\beta = 5$	30	128,367	X
$\beta = 3$	30	128,467	X
$\beta = 2$	30	128,533	X
$\beta = 6$	30	128,633	X
$\beta = 1$	30	129,7	X
$\beta = 0$	30	131,5	X

Ainda, nesta Tabela são identificados quatro grupos homogêneos usando colunas de X. Dentro de cada coluna, os níveis contendo X forma um grupo de médias em que não há diferenças estatisticamente significativas. Com este método, há um risco de 5% de chamar cada par de médias significativamente diferentes quando a diferença real é igual a 0.

A Tabela 18 mostra o resultado da ANOVA para os resultados das execuções de EDD para os sete valores de  $\beta$ .



Tabela 18: ANOVA para os resultados das execuções de EDD para TT1.

<i>Fonte de Variação</i>	<i>Soma dos quadrados</i>	<i>Graus de liberdade</i>	<i>Variância</i>	<i>F</i>	<i>P</i>
<i>Entre amostras</i>	209,733	6	34,9556	18,8206	0,0000
<i>Dentro das amostras</i>	377,033	203	1,85731		
<i>Total</i>	586,767	209			

O fator  $F$ , que neste caso é igual a 18,8206, é uma relação entre a estimativa entre os grupos e a estimativa dentro do grupo. O valor de  $P$  do teste  $F$  é inferior a 0,05, assim, há uma diferença estatisticamente significativa entre as médias para os sete valores de  $\beta$  no nível de confiança de 95%.

Na Tabela 19 pode-se verificar quais médias são significativamente diferentes de quais outras, utilizando-se o método LSD.

Tabela 19: método LSD 95% para grupos de homogeneidade (EDD).

<i>Fator</i>	<i>Contagem</i>	<i>Média</i>	<i>Grupos Homogêneos</i>
$\beta = 2$	30	127,367	X
$\beta = 1$	30	128,133	X
$\beta = 3$	30	128,4	X X
$\beta = 4$	30	128,9	X X
$\beta = 5$	30	129,567	X X
$\beta = 6$	30	130,133	X X
$\beta = 0$	30	130,267	X

Nesta Tabela são identificados seis grupos homogêneos usando colunas de X. Dentro de cada coluna, os níveis contendo X forma um grupo de médias em que não há diferenças estatisticamente significativas. Com este método, há um risco de 5% de chamar cada par de médias significativamente diferentes quando a diferença real é igual a 0.

A Tabela 20 mostra o resultado da ANOVA (para os resultados das execuções de AEA para os sete valores de  $\beta$ ).

Tabela 20: ANOVA para os resultados das execuções de AEA para TT1.

<i>Fonte de Variação</i>	<i>Soma dos quadrados</i>	<i>Graus de liberdade</i>	<i>Variância</i>	<i>F</i>	<i>P</i>
<i>Entre amostras</i>	197,495	6	32,9159	19,7049	0,0000
<i>Dentro das amostras</i>	339,1	203	1,67044		
<i>Total</i>	536,595	209			

O fator  $F$ , que neste caso é igual a 19,7049, é uma relação entre a estimativa entre os grupos e a estimativa dentro do grupo. O valor de  $P$  do teste  $F$  é inferior a 0,05, assim, há uma diferença estatisticamente significativa entre as médias para os sete valores de  $\beta$  no nível de confiança de 95%.

Para determinar quais médias são significativamente diferentes das outras, será utilizado um procedimento de comparação múltipla. O método LSD é utilizado para determinar quais médias são significativamente diferentes das outras, cujos resultados podem ser visualizados na Tabela 21.

Tabela 21: método LSD 95% para grupos de homogeneidade (AEA).

<i>Fator</i>	<i>Contagem</i>	<i>Média</i>	<i>Grupos Homogêneos</i>
$\beta = 3$	30	127,267	x
$\beta = 2$	30	127,6	x x
$\beta = 4$	30	127,733	x x x
$\beta = 1$	30	128,167	x x
$\beta = 5$	30	128,267	x
$\beta = 6$	30	128,333	x
$\beta = 0$	30	130,467	x

Nesta Tabela são identificados quatro grupos homogêneos usando colunas de X. Dentro de cada coluna, os níveis contendo X é um grupo de médias em que não há diferenças estatisticamente significativas.

No Apêndice A podem visualizados os resultados dos testes de normalidade para as populações amostradas, ou seja, para os resultados das execuções dos AEs para cada valor de  $\beta$ . Pode-se verificar que todas as populações não podem ser rejeitadas de que venha de uma distribuição normal com 95% de confiança.

Na Tabela 22 tem-se os resultados das execuções do AG, EDD e AEA que obtiveram menor média.

Tabela 22: Resultados das execuções do AG, EDD e AEA – 10.000 gerações – TT1 – menores médias.

Execução	EDD	AEA	AG
	$\beta = 2,0$	$\beta = 3,0$	$\beta = 4,0$
1	127	127	127
2	129	127	126
3	128	128	130
4	127	130	127
5	128	128	128
6	127	127	127
7	128	126	128
8	127	129	128
9	128	125	127
10	128	126	125
11	127	126	126
12	128	127	127
13	129	128	130
14	128	126	131
15	127	128	129
16	126	128	128
17	130	126	127
18	127	128	129
19	126	127	129
20	128	129	127
21	125	126	126
22	129	126	125
23	126	129	128
24	126	127	129
25	128	127	126
26	125	125	126
27	127	127	126
28	128	128	129
29	127	128	127
30	127	129	127
<b>Média</b>	<b>127,37</b>	<b>127,27</b>	<b>127,50</b>

A Tabela 23 mostra o resultado da ANOVA para os resultados da Tabela 22.

Tabela 23: ANOVA para os resultados das execuções de AEA para TT1.

Fonte de Variação	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Variância	F	P
Entre amostras	0,822222	6	0,411111	0,237916	0,7888
Dentro das amostras	150,333	87	1,72797		
<b>Total</b>	<b>151,156</b>	<b>89</b>			

O fator  $F$ , que neste caso é igual a 0,237916, é uma relação entre a estimativa entre os grupos e a estimativa dentro do grupo. O valor de  $P$  do teste  $F$  é superior a 0,05, assim, não há uma diferença estatisticamente significativa entre as médias para os três AEs no nível de confiança de 95%.

Foram realizadas outras dez execuções do AEA, mas com 100.000 gerações como critério de parada. Obteve-se o valor igual a 124 para a função objetivo (soma dos turnos programados para domingo, dia útil e sábado) em cinco execuções. Em outras três execuções obteve-se o valor igual 125 e os valores 126 e 127 foram encontrados apenas uma vez cada. Os resultados referentes à quantidade de turnos de trabalho programados para domingos, dias úteis e sábados podem ser vistos na Tabela 24.

Tabela 24: Quantidade de turnos programados resultados do AEA com critério de parada 100.000 gerações – TT1.

Dia da semana	Execuções										Média
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Domingo	22	23	22	21	23	22	22	23	22	22	
Dia útil	63	64	64	63	63	64	63	65	65	62	
Sábado	39	38	41	40	39	38	39	38	38	40	
<b>TOTAL</b>	<b>124</b>	<b>125</b>	<b>127</b>	<b>124</b>	<b>125</b>	<b>124</b>	<b>124</b>	<b>126</b>	<b>125</b>	<b>124</b>	<b>124,8</b>

Dentre as execuções com os melhores resultados da função objetivo, a que obteve menor somatória das diferenças quadráticas (SDQ) entre a demanda e a quantidade programada de turnos para os subperíodos, foi a 4ª execução com o valor de 8.150. Esses valores foram encontrados na geração 58.733. O desempenho de EDD e AG, para alguns valores de gerações podem ser visualizadas na Tabela 25.

Nesta Tabela temos: na coluna **Ger** o número de gerações, na **EDD** a quantidade de atuações de EDD, na **sEDD** a quantidade de atuações do EDD com sucesso, vale relembrar que sucesso acontece quando o novo indivíduo criado supera o indivíduo alvo, na **AG** a quantidade de atuações do AG, na **sAG** a quantidade de atuações do AG com sucesso.

Tabela 25: Desempenho do AG e EDD no AEA – melhor resultado – TT1.

Ger	EDD	sEDD	AG	sAG	Ger	EDD	sEDD	AG	sAG
2000	5765	331	4235	238	52000	4928	6	5072	7
4000	6417	155	3583	51	54000	4592	6	5408	11
6000	5608	105	4392	62	56000	4313	4	5687	14
8000	6758	130	3242	28	58000	4173	1	5827	5
10000	5732	62	4268	35	60000	4361	1	5639	4
12000	7068	95	2932	18	62000	4980	0	5020	0
14000	6718	57	3282	20	64000	5073	0	4927	0
16000	5635	60	4365	36	66000	5006	0	4994	0
18000	4714	22	5286	27	68000	4979	0	5021	0
20000	5690	20	4310	12	70000	5037	0	4963	0
22000	4995	1	5005	5	72000	5081	0	4919	0
24000	5205	15	4795	5	74000	4976	0	5024	0
26000	7876	27	2124	2	76000	5050	0	4950	0
28000	4016	2	5984	8	78000	4950	0	5050	0
30000	4851	10	5149	13	80000	5007	0	4993	0
32000	4978	2	5022	3	82000	5017	0	4983	0
34000	3446	4	6554	22	84000	4950	0	5050	0
36000	5221	3	4779	2	86000	4981	0	5019	0
38000	5071	0	4929	0	88000	4994	0	5006	0
40000	4358	1	5642	4	90000	4966	0	5034	0
42000	3927	0	6073	6	92000	4986	0	5014	0
44000	4982	0	5018	0	94000	5057	0	4943	0
46000	4360	4	5640	14	96000	5037	0	4963	0
48000	3968	0	6032	14	98000	4895	0	5105	0
50000	4306	12	5694	32	100000	4966	0	5034	0

A Figura 9 ilustra o gráfico com o valor da função objetivo em relação ao número de gerações e na Figura 10 pode-se visualizar o gráfico com o valor da SDQ em relação ao número de gerações, para execução com melhor resultado. As relações entre geração, valor da função objetivo e SDQ, também, podem ser visualizadas no Apêndice B.

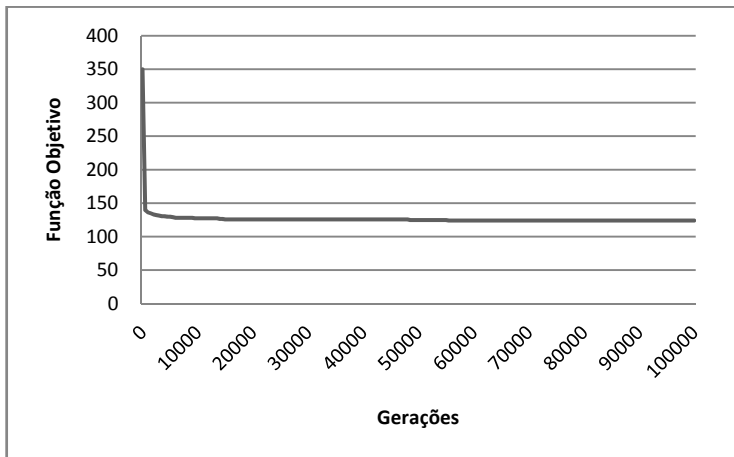


Figura 9: Relação entre função objetivo e gerações - TT1.

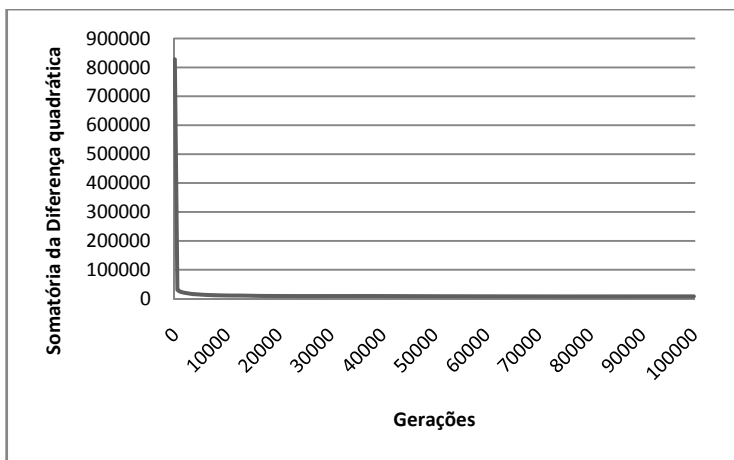


Figura 10: Relação entre SDQ e gerações - TT1.

As Tabelas 26, 27, 28 e 29 mostram as demandas, a quantidade programada de turnos para cada subperíodo, a diferença entre a quantidade programada de turnos e a demanda, e a diferença quadrática (DQ). A última linha mostra a soma das diferenças quadráticas (SDQ). A Tabela 26 é referente aos domingos, a Tabela 27 às segundas-feiras, a Tabela 28, às terças-feiras, quartas-feiras, quintas-feiras e sextas-feiras e a Tabela 29 aos sábados.

Nestas Tabelas têm-se: na coluna **N**, a numeração dos 144 subperíodos; na coluna **Dem**, as demandas; na **Progr**, as quantidades programadas de turnos; na **DQ**, as diferenças quadráticas entre a quantidade programada de turnos e a demanda.

Tabela 26: Demanda e quantidade programada de turnos para domingos - TT1.

N	Dem	Progr	DQ	N	Dem	Progr	DQ	N	Dem	Progr	DQ	N	Dem	Progr	DQ
1	3	5	4	37	2	4	4	73	8	10	4	109	5	7	4
2	3	5	4	38	2	4	4	74	8	10	4	110	5	6	1
3	3	3	0	39	2	2	0	75	8	9	1	111	5	6	1
4	3	3	0	40	2	2	0	76	8	10	4	112	5	6	1
5	3	3	0	41	2	2	0	77	8	10	4	113	5	6	1
6	3	3	0	42	2	2	0	78	8	10	4	114	5	6	1
7	2	3	1	43	3	3	0	79	8	10	4	115	5	5	0
8	2	2	0	44	3	4	1	80	8	9	1	116	5	5	0
9	2	3	1	45	3	4	1	81	8	9	1	117	5	5	0
10	2	2	0	46	3	4	1	82	8	9	1	118	5	5	0
11	2	3	1	47	3	3	0	83	8	9	1	119	5	6	1
12	2	3	1	48	3	4	1	84	8	8	0	120	5	5	0
13	1	2	1	49	5	6	1	85	6	7	1	121	4	4	0
14	1	3	4	50	5	6	1	86	6	8	4	122	4	5	1
15	1	2	1	51	5	6	1	87	6	7	1	123	4	5	1
16	1	2	1	52	5	5	0	88	6	8	4	124	4	4	0
17	1	2	1	53	5	5	0	89	6	7	1	125	4	5	1
18	1	2	1	54	5	5	0	90	6	7	1	126	4	4	0
19	1	3	4	55	7	7	0	91	5	6	1	127	4	4	0
20	1	3	4	56	7	8	1	92	5	6	1	128	4	4	0
21	1	3	4	57	7	7	0	93	5	5	0	129	4	5	1
22	1	2	1	58	7	7	0	94	5	6	1	130	4	4	0
23	1	2	1	59	7	7	0	95	5	6	1	131	4	4	0
24	1	3	4	60	7	7	0	96	5	6	1	132	4	5	1
25	1	3	4	61	8	9	1	97	5	7	4	133	4	4	0
26	1	3	4	62	8	8	0	98	5	6	1	134	4	4	0
27	1	2	1	63	8	8	0	99	5	6	1	135	4	4	0
28	1	2	1	64	8	8	0	100	5	6	1	136	4	4	0
29	1	3	4	65	8	9	1	101	5	6	1	137	4	4	0
30	1	2	1	66	8	9	1	102	5	5	0	138	4	4	0
31	2	3	1	67	9	9	0	103	5	6	1	139	2	3	1
32	2	3	1	68	9	10	1	104	5	5	0	140	2	3	1
33	2	3	1	69	9	11	4	105	5	5	0	141	2	2	0
34	2	3	1	70	9	10	1	106	5	6	1	142	2	2	0
35	2	3	1	71	9	10	1	107	5	6	1	143	2	2	0
36	2	2	0	72	9	10	1	108	5	6	1	144	2	2	0
<b>TOTAL</b>		<b>59</b>				<b>27</b>				<b>58</b>				<b>17</b>	

O valor total da SDQ para todos os subperíodos de domingos é igual a 161.

Tabela 27: Demanda e quantidade programada de turnos para segundas-feiras - TT1.

N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ
1	2	5	9	37	3	10	49	73	22	26	16	109	13	18	25
2	2	5	9	38	3	10	49	74	22	27	25	110	13	19	36
3	2	3	1	39	3	7	16	75	22	27	25	111	13	19	36
4	2	3	1	40	3	8	25	76	22	27	25	112	13	19	36
5	2	3	1	41	3	8	25	77	22	27	25	113	13	19	36
6	2	3	1	42	3	8	25	78	22	27	25	114	13	19	36
7	2	2	0	43	5	9	16	79	24	29	25	115	11	17	36
8	2	2	0	44	5	9	16	80	24	28	16	116	11	16	25
9	2	3	1	45	5	9	16	81	24	28	16	117	11	16	25
10	2	3	1	46	5	10	25	82	24	28	16	118	11	16	25
11	2	3	1	47	5	10	25	83	24	28	16	119	11	16	25
12	2	3	1	48	5	11	36	84	24	28	16	120	11	16	25
13	1	2	1	49	16	19	9	85	23	27	16	121	8	14	36
14	1	3	4	50	16	18	4	86	23	27	16	122	8	13	25
15	1	2	1	51	16	18	4	87	23	25	4	123	8	13	25
16	1	2	1	52	16	18	4	88	23	27	16	124	8	13	25
17	1	3	4	53	16	18	4	89	23	26	9	125	8	13	25
18	1	3	4	54	16	18	4	90	23	25	4	126	8	12	16
19	1	2	1	55	25	25	0	91	22	24	4	127	6	11	25
20	1	2	1	56	25	25	0	92	22	24	4	128	6	10	16
21	1	2	1	57	25	25	0	93	22	23	1	129	6	9	9
22	1	2	1	58	25	25	0	94	22	23	1	130	6	9	9
23	1	3	4	59	25	25	0	95	22	22	0	131	6	8	4
24	1	3	4	60	25	25	0	96	22	23	1	132	6	7	1
25	1	3	4	61	28	29	1	97	23	23	0	133	5	7	4
26	1	2	1	62	28	28	0	98	23	23	0	134	5	6	1
27	1	3	4	63	28	29	1	99	23	23	0	135	5	6	1
28	1	2	1	64	28	28	0	100	23	23	0	136	5	6	1
29	1	3	4	65	28	28	0	101	23	23	0	137	5	6	1
30	1	2	1	66	28	28	0	102	23	23	0	138	5	5	0
31	2	3	1	67	27	28	1	103	20	21	1	139	3	4	1
32	2	3	1	68	27	29	4	104	20	21	1	140	3	5	4
33	2	3	1	69	27	30	9	105	20	21	1	141	3	3	0
34	2	3	1	70	27	31	16	106	20	22	4	142	3	4	1
35	2	3	1	71	27	31	16	107	20	22	4	143	3	4	1
36	2	3	1	72	27	31	16	108	20	21	1	144	3	3	0
<b>TOTAL</b>			<b>74</b>				<b>416</b>				<b>334</b>				<b>597</b>

O valor total da SDQ para todos os subperíodos de segundas-feiras é igual a 1.421.



Tabela 28: Demanda e a quantidade programada de turnos - terças-feiras, quartas-feiras, quintas-feiras e sextas-feiras - TT1.

N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ
1	2	6	16	37	3	10	49	73	22	26	16	109	13	18	25
2	2	6	16	38	3	10	49	74	22	27	25	110	13	19	36
3	2	4	4	39	3	7	16	75	22	27	25	111	13	19	36
4	2	4	4	40	3	8	25	76	22	27	25	112	13	19	36
5	2	3	1	41	3	8	25	77	22	27	25	113	13	19	36
6	2	4	4	42	3	8	25	78	22	27	25	114	13	19	36
7	2	3	1	43	5	9	16	79	24	29	25	115	11	17	36
8	2	3	1	44	5	9	16	80	24	28	16	116	11	16	25
9	2	4	4	45	5	9	16	81	24	28	16	117	11	16	25
10	2	4	4	46	5	10	25	82	24	28	16	118	11	16	25
11	2	4	4	47	5	10	25	83	24	28	16	119	11	16	25
12	2	4	4	48	5	11	36	84	24	28	16	120	11	16	25
13	1	3	4	49	16	19	9	85	23	27	16	121	8	14	36
14	1	4	9	50	16	18	4	86	23	27	16	122	8	13	25
15	1	3	4	51	16	18	4	87	23	25	4	123	8	13	25
16	1	3	4	52	16	18	4	88	23	27	16	124	8	13	25
17	1	3	4	53	16	18	4	89	23	26	9	125	8	13	25
18	1	3	4	54	16	18	4	90	23	25	4	126	8	12	16
19	1	3	4	55	25	25	0	91	22	24	4	127	6	11	25
20	1	3	4	56	25	25	0	92	22	24	4	128	6	10	16
21	1	3	4	57	25	25	0	93	22	23	1	129	6	9	9
22	1	3	4	58	25	25	0	94	22	23	1	130	6	9	9
23	1	4	9	59	25	25	0	95	22	22	0	131	6	8	4
24	1	4	9	60	25	25	0	96	22	23	1	132	6	7	1
25	1	4	9	61	28	29	1	97	23	23	0	133	5	7	4
26	1	3	4	62	28	28	0	98	23	23	0	134	5	6	1
27	1	3	4	63	28	29	1	99	23	23	0	135	5	6	1
28	1	3	4	64	28	28	0	100	23	23	0	136	5	6	1
29	1	4	9	65	28	28	0	101	23	23	0	137	5	6	1
30	1	3	4	66	28	28	0	102	23	23	0	138	5	5	0
31	2	4	4	67	27	28	1	103	20	21	1	139	3	4	1
32	2	4	4	68	27	29	4	104	20	21	1	140	3	5	4
33	2	4	4	69	27	30	9	105	20	21	1	141	3	3	0
34	2	4	4	70	27	31	16	106	20	22	4	142	3	4	1
35	2	4	4	71	27	31	16	107	20	22	4	143	3	4	1
36	2	3	1	72	27	31	16	108	20	21	1	144	3	3	0
<b>TOTAL</b>			<b>181</b>				<b>416</b>				<b>334</b>				<b>597</b>

O valor total da SDQ para todos os subperíodos de terças-feiras, quartas-feiras, quintas-feiras e sextas-feiras é igual a 1.528.

Tabela 29: Demanda e a quantidade programada de turnos para sábados - TT1.

N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ
1	3	6	9	37	3	6	9	73	18	21	9	109	10	11	1
2	3	6	9	38	3	6	9	74	18	20	4	110	10	12	4
3	3	4	1	39	3	3	0	75	18	20	4	111	10	11	1
4	3	4	1	40	3	6	9	76	18	19	1	112	10	11	1
5	3	3	0	41	3	6	9	77	18	20	4	113	10	11	1
6	3	4	1	42	3	6	9	78	18	19	1	114	10	10	0
7	3	4	1	43	4	6	4	79	13	15	4	115	8	9	1
8	3	4	1	44	4	6	4	80	13	16	9	116	8	9	1
9	3	4	1	45	4	7	9	81	13	15	4	117	8	9	1
10	3	3	0	46	4	6	4	82	13	16	9	118	8	10	4
11	3	4	1	47	4	7	9	83	13	16	9	119	8	10	4
12	3	4	1	48	4	7	9	84	13	16	9	120	8	9	1
13	1	2	1	49	10	12	4	85	12	15	9	121	7	9	4
14	1	4	9	50	10	12	4	86	12	15	9	122	7	9	4
15	1	4	9	51	10	11	1	87	12	13	1	123	7	9	4
16	1	4	9	52	10	11	1	88	12	13	1	124	7	9	4
17	1	3	4	53	10	12	4	89	12	13	1	125	7	8	1
18	1	3	4	54	10	11	1	90	12	12	0	126	7	9	4
19	1	4	9	55	15	15	0	91	11	12	1	127	6	8	4
20	1	3	4	56	15	16	1	92	11	12	1	128	6	8	4
21	1	3	4	57	15	15	0	93	11	11	0	129	6	8	4
22	1	3	4	58	15	15	0	94	11	12	1	130	6	7	1
23	1	3	4	59	15	16	1	95	11	11	0	131	6	8	4
24	1	3	4	60	15	15	0	96	11	11	0	132	6	7	1
25	1	3	4	61	18	19	1	97	10	11	1	133	5	6	1
26	1	4	9	62	18	18	0	98	10	11	1	134	5	6	1
27	1	3	4	63	18	19	1	99	10	10	0	135	5	6	1
28	1	3	4	64	18	19	1	100	10	11	1	136	5	6	1
29	1	4	9	65	18	18	0	101	10	10	0	137	5	6	1
30	1	4	9	66	18	19	1	102	10	10	0	138	5	5	0
31	1	3	4	67	17	18	1	103	11	11	0	139	3	4	1
32	1	3	4	68	17	18	1	104	11	11	0	140	3	4	1
33	1	4	9	69	17	19	4	105	11	11	0	141	3	3	0
34	1	4	9	70	17	19	4	106	11	12	1	142	3	4	1
35	1	4	9	71	17	19	4	107	11	11	0	143	3	4	1
36	1	3	4	72	17	19	4	108	11	12	1	144	3	3	0
<b>TOTAL</b>			<b>169</b>				<b>123</b>				<b>96</b>				<b>68</b>

O valor total da SDQ para todos os subperíodos de sábados é igual a 456. Para uma semana tem-se um valor total igual a 8.150.

Na Tabela 30 tem-se o resultado dos turnos de trabalho para domingos, onde são mostrados o início e o fim de cada turno, das pausas e do intervalo. Nos Apêndices C e D estão os resultados dos turnos de trabalho para dias úteis e sábados, respectivamente.

Tabela 30: Programação dos turnos de trabalho para domingos – TT1 – AEA.

INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
	HI	HF	HI	HF	HI	HF	
0:00	1:20	1:30	2:30	2:50	4:30	4:40	6:20
0:00	2:00	2:10	3:40	4:00	5:10	5:20	6:20
6:00	7:40	7:50	9:40	10:00	11:00	11:10	12:20
6:00	7:50	8:00	9:30	9:50	10:50	11:00	12:20
6:30	7:30	7:40	8:50	9:10	10:50	11:00	12:50
7:30	8:30	8:40	9:50	10:10	11:40	11:50	13:50
8:00	9:10	9:20	10:30	10:50	12:30	12:40	14:20
8:00	9:20	9:30	11:10	11:30	12:50	13:00	14:20
9:00	10:10	10:20	11:50	12:10	14:10	14:20	15:20
9:00	10:30	10:40	12:00	12:20	14:00	14:10	15:20
9:30	10:40	10:50	12:00	12:20	14:00	14:10	15:50
10:30	11:30	11:40	13:20	13:40	15:00	15:10	16:50
12:30	13:40	13:50	15:00	15:20	17:20	17:30	18:50
13:30	15:10	15:20	17:00	17:20	18:20	18:30	19:50
15:00	16:00	16:10	17:30	17:50	19:10	19:20	21:20
16:00	17:00	17:10	18:30	18:50	20:40	20:50	22:20
17:00	18:00	18:10	19:30	19:50	21:10	21:20	23:20
17:00	18:10	18:20	20:10	20:30	22:10	22:20	23:20
18:00	19:20	19:30	20:50	21:10	23:10	23:20	0:20
18:00	20:00	20:10	21:30	21:50	23:00	23:10	0:20
23:30	1:10	1:20	2:50	3:10	4:40	4:50	5:50

#### 4.4.2.2 Resultados: resolução por XPRESS

Os resultados encontrados pelo aplicativo XPRESS podem ser visualizados nas Tabelas 31, 32 e 33, onde são mostrados os turnos de domingos, dias úteis e sábados, respectivamente. Nestas Tabelas,  $qT$  indica a quantidade de cada turno, HI o horário inicial e HF o horário final.

Tabela 31: Programação dos turnos de trabalho para domingos – TT1 – resolução por XPRESS.

qT	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
1	0:00	1:20	1:30	2:50	3:10	4:20	4:30	6:20
1	6:00	8:00	8:10	9:50	10:10	11:10	11:20	12:20
1	6:00	7:00	7:10	8:10	8:30	10:30	10:40	12:20
1	6:00	7:30	7:40	8:40	9:00	11:00	11:10	12:20
1	6:00	7:40	7:50	8:50	9:10	11:10	11:20	12:20
1	7:00	8:10	8:20	9:40	10:00	12:00	12:10	13:20
1	7:00	8:40	8:50	10:40	11:00	12:00	12:10	13:20
1	8:00	9:10	9:20	11:20	11:40	12:50	13:00	14:20
1	8:00	9:30	9:40	11:30	11:50	12:50	13:00	14:20
1	8:30	9:50	10:00	11:50	12:10	13:10	13:20	14:50
1	9:30	11:20	11:30	13:00	13:20	14:20	14:30	15:50
1	10:30	12:20	12:30	13:50	14:10	15:40	15:50	16:50
1	11:00	12:00	12:10	14:00	14:20	15:40	15:50	17:20
1	12:00	13:00	13:10	15:00	15:20	16:30	16:40	18:20
1	12:30	14:10	14:20	15:20	15:40	17:10	17:20	18:50
1	13:30	14:30	14:40	16:10	16:30	18:10	18:20	19:50
1	15:30	16:40	16:50	18:00	18:20	20:20	20:30	21:50
1	17:00	18:00	18:10	19:20	19:40	21:20	21:30	23:20
1	17:00	18:40	18:50	20:00	20:20	21:40	21:50	23:20
1	18:00	19:00	19:10	20:40	21:00	23:00	23:10	0:20
1	18:00	19:40	19:50	21:00	21:20	23:00	23:10	0:20

Tabela 32: Programação dos turnos de trabalho para dias úteis – TT1 – resolução por XPRESS.

qT	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
1	0:00	1:30	1:40	3:30	3:50	5:10	5:20	6:20
2	0:00	2:00	2:10	3:10	3:30	4:40	4:50	6:20
1	6:00	7:00	7:10	8:20	8:40	10:30	10:40	12:20
2	6:00	7:30	7:40	8:40	9:00	11:00	11:10	12:20
2	6:00	7:40	7:50	8:50	9:10	11:10	11:20	12:20
1	6:30	7:50	8:00	9:30	9:50	11:40	11:50	12:50
1	7:30	9:10	9:20	11:20	11:40	12:40	12:50	13:50
2	8:00	9:20	9:30	11:30	11:50	12:50	13:00	14:20
3	8:00	9:30	9:40	11:40	12:00	13:00	13:10	14:20
4	8:00	9:50	10:00	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
1	8:00	10:00	10:10	11:20	11:40	12:40	12:50	14:20
3	8:30	9:40	9:50	11:10	11:30	13:00	13:10	14:50
1	9:00	10:10	10:20	11:30	11:50	13:30	13:40	15:20
1	9:00	10:40	10:50	11:50	12:10	13:10	13:20	15:20
5	9:00	11:00	11:10	12:30	12:50	14:00	14:10	15:20
2	9:30	11:10	11:20	12:20	12:40	14:00	14:10	15:50
6	11:00	12:20	12:30	13:50	14:10	15:10	15:20	17:20
5	12:00	13:40	13:50	14:50	15:10	17:10	17:20	18:20
2	12:30	13:50	14:00	15:00	15:20	17:00	17:10	18:50
1	14:00	15:20	15:30	17:30	17:50	19:10	19:20	20:20
1	14:30	15:30	15:40	17:30	17:50	19:30	19:40	20:50
1	14:30	15:30	15:40	17:40	18:00	19:30	19:40	20:50
2	14:30	15:40	15:50	17:50	18:10	19:40	19:50	20:50
1	14:30	16:30	16:40	18:00	18:20	19:40	19:50	20:50
3	15:00	17:00	17:10	18:30	18:50	20:00	20:10	21:20
1	15:30	17:30	17:40	18:40	19:00	20:40	20:50	21:50
1	16:30	18:30	18:40	20:20	20:40	21:40	21:50	22:50
2	17:00	18:20	18:30	19:50	20:10	21:10	21:20	23:20
1	17:30	18:30	18:40	20:20	20:40	21:40	21:50	23:50
1	17:30	18:40	18:50	20:10	20:30	22:10	22:20	23:50
1	17:30	19:00	19:10	20:20	20:40	22:00	22:10	23:50
1	23:30	0:50	1:00	3:00	3:20	4:20	4:30	5:50
1	23:30	1:10	1:20	3:10	3:30	4:30	4:40	5:50
1	23:30	1:30	1:40	3:20	3:40	4:40	4:50	5:50

Tabela 33: Programação dos turnos de trabalho para sábados – TT1 – resolução por XPRESS.

qT	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
1	6:00	8:00	8:10	9:50	10:10	11:10	11:20	12:20
1	6:00	7:10	7:20	8:30	8:50	10:30	10:40	12:20
1	6:00	7:30	7:40	8:40	9:00	10:10	10:20	12:20
1	6:00	7:40	7:50	8:50	9:10	11:10	11:20	12:20
1	6:30	7:30	7:40	8:40	9:00	11:00	11:10	12:50
1	7:00	8:30	8:40	10:30	10:50	12:10	12:20	13:20
1	7:00	8:30	8:40	10:40	11:00	12:00	12:10	13:20
1	7:30	9:20	9:30	11:20	11:40	12:40	12:50	13:50
2	8:00	9:30	9:40	11:40	12:00	13:10	13:20	14:20
1	8:00	9:40	9:50	11:40	12:00	13:00	13:10	14:20
1	8:30	9:40	9:50	11:10	11:30	13:30	13:40	14:50
2	8:30	9:50	10:00	12:00	12:20	13:30	13:40	14:50
1	8:30	10:20	10:30	11:30	11:50	13:00	13:10	14:50
2	9:00	11:00	11:10	12:10	12:30	14:00	14:10	15:20
1	9:30	11:10	11:20	12:50	13:10	14:10	14:20	15:50
1	10:00	11:20	11:30	12:30	12:50	14:20	14:30	16:20
2	10:00	11:30	11:40	13:30	13:50	15:10	15:20	16:20
1	11:30	13:00	13:10	14:20	14:40	15:40	15:50	17:50
2	12:00	13:00	13:10	14:30	14:50	16:10	16:20	18:20
1	12:30	13:30	13:40	15:00	15:20	17:20	17:30	18:50
1	13:30	15:30	15:40	17:00	17:20	18:30	18:40	19:50
1	14:30	16:10	16:20	18:00	18:20	19:30	19:40	20:50
2	15:00	16:00	16:10	18:00	18:20	20:00	20:10	21:20
1	15:30	17:30	17:40	19:10	19:30	20:30	20:40	21:50
1	16:00	17:40	17:50	18:50	19:10	20:30	20:40	22:20
1	17:00	18:00	18:10	19:50	20:10	21:30	21:40	23:20
1	17:00	18:20	18:30	20:30	20:50	22:10	22:20	23:20
1	17:30	18:40	18:50	20:10	20:30	21:40	21:50	23:50
2	18:00	19:00	19:10	21:00	21:20	23:10	23:20	0:20
1	23:30	1:30	1:40	3:20	3:40	4:40	4:50	5:50

O tempo de execução do aplicativo foi de 0,304 segundos.

#### 4.4.2.3 Resultados: resolução por Cbc

Os resultados encontrados pelo aplicativo Cbc podem ser visualizados nas Tabelas 34, 35 e 36 que mostram os turnos de domingos, dias úteis e sábados, respectivamente. Nestas Tabelas,  $qT$  indica a quantidade de cada turno, HI o horário inicial e HF horário final.

Tabela 34: Programação dos turnos de trabalho para domingos – TT1 – resolução por Cbc.

qT	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
1	0:00	1:10	1:20	2:20	2:40	4:40	4:50	6:20
1	0:00	2:00	2:10	3:20	3:40	4:50	5:00	6:20
1	6:00	7:00	7:10	8:10	8:30	10:30	10:40	12:20
1	6:00	8:00	8:10	9:20	9:40	11:10	11:20	12:20
1	7:00	8:10	8:20	9:20	9:40	11:30	11:40	13:20
1	7:00	8:20	8:30	9:40	10:00	12:00	12:10	13:20
1	8:00	9:40	9:50	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
1	8:00	9:50	10:00	11:40	12:00	13:00	13:10	14:20
1	8:00	9:50	10:00	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
1	9:00	11:00	11:10	12:10	12:30	14:00	14:10	15:20
1	9:00	11:00	11:10	12:30	12:50	14:10	14:20	15:20
1	9:30	11:20	11:30	12:50	13:10	14:10	14:20	15:50
1	11:00	12:20	12:30	14:00	14:20	15:30	15:40	17:20
1	11:00	12:30	12:40	13:50	14:10	15:10	15:20	17:20
1	13:30	15:00	15:10	17:00	17:20	18:20	18:30	19:50
1	15:30	17:30	17:40	19:20	19:40	20:40	20:50	21:50
1	15:30	17:10	17:20	18:40	19:00	20:00	20:10	21:50
1	17:00	18:00	18:10	19:30	19:50	21:40	21:50	23:20
1	17:00	18:10	18:20	20:10	20:30	21:30	21:40	23:20
1	18:00	19:00	19:10	20:40	21:00	23:00	23:10	0:20
1	18:00	19:30	19:40	20:40	21:00	23:00	23:10	0:20

Tabela 35: Programação dos turnos de trabalho para dias úteis – TT1 – resolução por Cbc.

qT	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
1	0:00	1:00	1:10	3:00	3:20	4:20	4:30	6:20
2	0:00	2:00	2:10	3:20	3:40	4:40	4:50	6:20
1	6:00	7:10	7:20	8:30	8:50	10:40	10:50	12:20
2	6:00	7:30	7:40	8:50	9:10	11:10	11:20	12:20
2	6:30	7:30	7:40	8:40	9:00	11:00	11:10	12:50
1	6:30	7:40	7:50	8:50	9:10	11:10	11:20	12:50
3	7:30	9:10	9:20	11:20	11:40	12:40	12:50	13:50
3	7:30	9:30	9:40	11:10	11:30	12:30	12:40	13:50
3	8:00	9:20	9:30	11:30	11:50	12:50	13:00	14:20
3	8:00	9:40	9:50	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
1	8:00	9:50	10:00	11:30	11:50	12:50	13:00	14:20
2	8:30	9:50	10:00	12:00	12:20	13:30	13:40	14:50
1	9:00	10:30	10:40	11:40	12:00	13:10	13:20	15:20
1	9:00	10:50	11:00	12:20	12:40	14:00	14:10	15:20
5	9:30	11:30	11:40	13:20	13:40	14:40	14:50	15:50
1	10:30	11:40	11:50	12:50	13:10	15:00	15:10	16:50
5	11:00	12:00	12:10	13:10	13:30	15:10	15:20	17:20
2	12:00	13:00	13:10	14:50	15:10	17:10	17:20	18:20
1	12:00	13:10	13:20	15:00	15:20	17:10	17:20	18:20
2	12:00	13:20	13:30	14:30	14:50	16:30	16:40	18:20
1	13:00	14:00	14:10	15:10	15:30	17:30	17:40	19:20
2	14:00	15:30	15:40	17:40	18:00	19:10	19:20	20:20
2	14:30	16:00	16:10	18:10	18:30	19:30	19:40	20:50
2	14:30	16:10	16:20	18:20	18:40	19:40	19:50	20:50
1	14:30	16:20	16:30	18:10	18:30	19:40	19:50	20:50
1	15:00	17:00	17:10	18:20	18:40	20:00	20:10	21:20
4	15:00	17:00	17:10	18:40	19:00	20:00	20:10	21:20
1	16:00	18:00	18:10	19:40	20:00	21:00	21:10	22:20
2	17:00	18:10	18:20	19:50	20:10	21:10	21:20	23:20
1	17:30	18:30	18:40	20:00	20:20	22:00	22:10	23:50
1	18:00	19:20	19:30	20:30	20:50	22:10	22:20	0:20
1	18:00	19:50	20:00	21:00	21:20	23:10	23:20	0:20
1	23:30	1:30	1:40	3:10	3:30	4:30	4:40	5:50



Tabela 36: Programação dos turnos de trabalho para sábados – TT1 – resolução por Cbc.

<i>qT</i>	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
3	0:00	2:00	2:10	3:30	3:50	5:10	5:20	6:20
1	6:00	7:00	7:10	8:40	9:00	11:00	11:10	12:20
1	6:00	7:10	7:20	8:30	8:50	10:50	11:00	12:20
1	6:00	7:20	7:30	8:30	8:50	10:10	10:20	12:20
1	6:30	7:30	7:40	8:40	9:00	11:00	11:10	12:50
1	6:30	7:30	7:40	8:50	9:10	11:10	11:20	12:50
2	7:30	9:20	9:30	11:10	11:30	12:40	12:50	13:50
2	8:00	9:30	9:40	11:40	12:00	13:00	13:10	14:20
2	8:00	9:40	9:50	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
2	8:30	9:50	10:00	12:00	12:20	13:20	13:30	14:50
1	8:30	10:00	10:10	12:00	12:20	13:20	13:30	14:50
1	9:00	10:30	10:40	12:00	12:20	13:30	13:40	15:20
1	9:00	10:40	10:50	12:30	12:50	14:10	14:20	15:20
1	9:00	11:00	11:10	12:20	12:40	14:10	14:20	15:20
2	10:00	11:40	11:50	13:00	13:20	15:00	15:10	16:20
1	11:00	12:20	12:30	13:50	14:10	15:10	15:20	17:20
1	11:30	13:10	13:20	14:20	14:40	15:40	15:50	17:50
2	12:00	13:00	13:10	14:30	14:50	16:10	16:20	18:20
1	12:00	13:20	13:30	15:00	15:20	17:10	17:20	18:20
1	14:30	16:00	16:10	18:10	18:30	19:30	19:40	20:50
1	14:30	16:10	16:20	18:00	18:20	19:20	19:30	20:50
2	15:00	16:00	16:10	18:00	18:20	19:40	19:50	21:20
1	15:30	17:30	17:40	19:10	19:30	20:40	20:50	21:50
1	16:00	18:00	18:10	19:30	19:50	20:50	21:00	22:20
1	17:00	19:00	19:10	20:10	20:30	21:40	21:50	23:20
1	17:30	19:20	19:30	20:30	20:50	22:00	22:10	23:50
1	18:00	19:00	19:10	20:20	20:40	22:10	22:20	0:20
2	18:00	19:10	19:20	21:00	21:20	23:00	23:10	0:20
1	23:30	1:30	1:40	2:40	3:00	4:40	4:50	5:50

O tempo de execução do aplicativo foi de 0,382 segundos.

#### 4.4.2.4 Resultados: resolução por Gurobi

Os resultados encontrados pelo aplicativo Gurobi podem ser visualizados nas Tabelas 37, 38 e 39 que mostram os turnos de domingos, dias úteis e sábados, respectivamente. Nestas Tabelas, *qT* indica a quantidade de cada turno, HI o horário inicial e HF horário final.

Tabela 37: Programação dos turnos de trabalho para domingos – TT1 – resolução por Gurobi.

qT	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
1	0:00	1:20	1:30	3:10	3:30	5:10	5:20	6:20
1	0:00	1:40	1:50	3:00	3:20	5:00	5:10	6:20
1	6:00	7:10	7:20	8:20	8:40	10:20	10:30	12:20
1	6:00	7:30	7:40	8:50	9:10	11:10	11:20	12:20
1	7:00	8:00	8:10	9:10	9:30	11:20	11:30	13:20
1	7:00	8:10	8:20	9:30	9:50	11:40	11:50	13:20
1	8:00	9:40	9:50	11:30	11:50	12:50	13:00	14:20
1	8:00	9:50	10:00	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
1	9:00	10:00	10:10	12:00	12:20	14:10	14:20	15:20
1	9:00	11:00	11:10	12:10	12:30	14:10	14:20	15:20
1	9:30	11:20	11:30	12:30	12:50	14:00	14:10	15:50
1	11:00	12:00	12:10	13:30	13:50	15:10	15:20	17:20
1	11:00	12:10	12:20	14:00	14:20	15:40	15:50	17:20
1	12:00	13:00	13:10	15:00	15:20	17:10	17:20	18:20
1	13:30	15:00	15:10	17:00	17:20	18:40	18:50	19:50
1	15:00	17:00	17:10	18:20	18:40	20:00	20:10	21:20
1	17:00	18:00	18:10	20:00	20:20	21:20	21:30	23:20
1	17:00	18:10	18:20	19:30	19:50	21:10	21:20	23:20
1	17:30	19:00	19:10	20:20	20:40	21:40	21:50	23:50
1	18:00	19:00	19:10	21:00	21:20	23:10	23:20	0:20
1	18:00	19:10	19:20	20:40	21:00	23:00	23:10	0:20

Tabela 38: Programação dos turnos de trabalho para dias úteis – TT1 – resolução por Gurobi.

qT	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
1	0:00	1:00	1:10	2:10	2:30	4:30	4:40	6:20
1	0:00	1:40	1:50	3:00	3:20	5:10	5:20	6:20
1	0:00	2:00	2:10	3:20	3:40	4:40	4:50	6:20
1	6:00	7:10	7:20	8:20	8:40	10:20	10:30	12:20
1	6:00	7:30	7:40	8:40	9:00	10:30	10:40	12:20
1	6:00	7:40	7:50	8:50	9:10	11:10	11:20	12:20
3	6:30	7:30	7:40	8:50	9:10	11:10	11:20	12:50
3	7:30	9:20	9:30	11:10	11:30	12:30	12:40	13:50
3	8:00	9:10	9:20	11:20	11:40	12:50	13:00	14:20
3	8:00	9:30	9:40	11:40	12:00	13:10	13:20	14:20
3	8:00	9:40	9:50	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
3	8:30	9:50	10:00	11:30	11:50	13:20	13:30	14:50
1	9:00	10:00	10:10	11:40	12:00	13:30	13:40	15:20
7	9:00	11:00	11:10	12:30	12:50	13:50	14:00	15:20
5	11:00	12:00	12:10	13:10	13:30	15:10	15:20	17:20
2	12:00	13:20	13:30	14:40	15:00	17:00	17:10	18:20
2	12:00	13:20	13:30	14:50	15:10	17:10	17:20	18:20
3	12:30	13:40	13:50	15:00	15:20	17:10	17:20	18:50
1	12:30	13:40	13:50	15:00	15:20	17:20	17:30	18:50
1	14:00	15:20	15:30	17:30	17:50	18:50	19:00	20:20
1	14:00	15:40	15:50	17:50	18:10	19:10	19:20	20:20
1	14:30	15:30	15:40	17:40	18:00	19:40	19:50	20:50
1	14:30	16:00	16:10	18:10	18:30	19:40	19:50	20:50
1	14:30	16:10	16:20	18:10	18:30	19:30	19:40	20:50
1	14:30	16:20	16:30	18:00	18:20	19:40	19:50	20:50
1	14:30	16:30	16:40	18:10	18:30	19:30	19:40	20:50
2	15:00	17:00	17:10	18:20	18:40	19:50	20:00	21:20
1	15:00	17:00	17:10	18:40	19:00	20:10	20:20	21:20
1	16:00	18:00	18:10	19:30	19:50	21:00	21:10	22:20
2	17:00	18:10	18:20	19:50	20:10	21:10	21:20	23:20
1	17:30	19:20	19:30	20:30	20:50	22:10	22:20	23:50
1	18:00	19:00	19:10	20:50	21:10	23:10	23:20	0:20
1	18:00	19:00	19:10	21:00	21:20	23:00	23:10	0:20
1	23:30	0:30	0:40	2:10	2:30	3:50	4:00	5:50
1	23:30	0:40	0:50	2:20	2:40	4:10	4:20	5:50

Tabela 39: Programação dos turnos de trabalho para sábados – TT1 – resolução por Gurobi.

$qT$	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
2	0:00	2:00	2:10	3:30	3:50	5:10	5:20	6:20
1	6:00	7:00	7:10	8:30	8:50	10:30	10:40	12:20
1	6:00	7:10	7:20	8:40	9:00	11:00	11:10	12:20
1	6:00	7:20	7:30	8:30	8:50	10:50	11:00	12:20
1	6:30	7:30	7:40	8:40	9:00	10:40	10:50	12:50
1	6:30	7:40	7:50	8:50	9:10	11:10	11:20	12:50
1	7:30	8:50	9:00	11:00	11:20	12:20	12:30	13:50
1	8:00	9:10	9:20	11:20	11:40	12:50	13:00	14:20
1	8:00	9:20	9:30	11:20	11:40	13:00	13:10	14:20
2	8:00	9:30	9:40	11:40	12:00	13:10	13:20	14:20
1	8:00	9:40	9:50	11:10	11:30	13:00	13:10	14:20
2	8:30	9:40	9:50	11:50	12:10	13:10	13:20	14:50
1	8:30	9:50	10:00	12:00	12:20	13:30	13:40	14:50
1	8:30	10:00	10:10	12:10	12:30	13:30	13:40	14:50
2	9:00	11:00	11:10	12:30	12:50	14:10	14:20	15:20
1	10:00	12:00	12:10	13:50	14:10	15:10	15:20	16:20
1	10:00	11:10	11:20	13:20	13:40	14:40	14:50	16:20
1	10:00	11:40	11:50	13:00	13:20	14:40	14:50	16:20
1	11:00	12:00	12:10	13:10	13:30	15:10	15:20	17:20
2	12:00	13:00	13:10	14:10	14:30	16:10	16:20	18:20
1	12:30	13:40	13:50	15:00	15:20	17:10	17:20	18:50
1	14:00	15:30	15:40	17:40	18:00	19:00	19:10	20:20
1	14:30	16:00	16:10	18:00	18:20	19:40	19:50	20:50
1	14:30	16:00	16:10	18:10	18:30	19:30	19:40	20:50
1	15:00	17:00	17:10	18:10	18:30	19:30	19:40	21:20
1	15:30	17:30	17:40	19:00	19:20	20:20	20:30	21:50
1	16:00	18:00	18:10	19:10	19:30	20:40	20:50	22:20
1	17:00	18:00	18:10	19:50	20:10	21:40	21:50	23:20
1	17:00	18:10	18:20	20:20	20:40	22:10	22:20	23:20
1	17:30	18:30	18:40	20:20	20:40	22:00	22:10	23:50
1	18:00	19:20	19:30	21:00	21:20	23:00	23:10	0:20
1	18:00	19:30	19:40	20:50	21:10	23:10	23:20	0:20
1	23:30	1:10	1:20	2:30	2:50	3:50	4:00	5:50

O tempo de execução deste aplicativo foi de 0,510 segundos.

#### 4.4.2.5 Resultados: resolução por MOSEK

Os resultados encontrados pelo aplicativo MOSEK podem ser visualizados nas Tabelas 40, 41 e 42 que mostram os turnos de domingos, dias úteis e sábados, respectivamente. Nestas Tabelas,  $qT$

indica a quantidade de cada turno, HI o horário inicial e HF horário final.

Tabela 40: Programação dos turnos de trabalho para domingos – TT1 – resolução por MOSEK.

qT	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
1	0:00	1:20	1:30	2:40	3:00	4:30	4:40	6:20
1	0:00	1:50	2:00	3:00	3:20	5:00	5:10	6:20
1	6:00	7:40	7:50	8:50	9:10	11:10	11:20	12:20
1	6:00	7:50	8:00	9:10	9:30	11:10	11:20	12:20
1	7:00	8:20	8:30	9:40	10:00	12:00	12:10	13:20
1	7:30	9:10	9:20	11:10	11:30	12:30	12:40	13:50
1	8:00	9:40	9:50	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
1	8:00	9:50	10:00	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
1	9:00	10:50	11:00	12:50	13:10	14:10	14:20	15:20
1	9:00	11:00	11:10	12:10	12:30	14:00	14:10	15:20
1	9:00	11:00	11:10	12:30	12:50	14:10	14:20	15:20
1	11:00	12:00	12:10	14:10	14:30	15:30	15:40	17:20
1	11:00	12:10	12:20	13:50	14:10	15:10	15:20	17:20
1	11:00	12:10	12:20	14:00	14:20	15:30	15:40	17:20
1	13:30	15:00	15:10	17:00	17:20	18:30	18:40	19:50
1	13:30	15:00	15:10	17:00	17:20	18:40	18:50	19:50
1	15:30	17:10	17:20	18:30	18:50	20:40	20:50	21:50
1	15:30	17:30	17:40	19:10	19:30	20:40	20:50	21:50
1	17:00	19:00	19:10	20:10	20:30	21:30	21:40	23:20
1	17:30	19:10	19:20	20:20	20:40	21:40	21:50	23:50
1	18:00	19:10	19:20	21:00	21:20	23:10	23:20	0:20
1	18:00	19:20	19:30	20:50	21:10	23:00	23:10	0:20

Tabela 41: Programação dos turnos de trabalho para dias úteis – TT1 – resolução por MOSEK.

qT	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
1	0:00	1:50	2:00	3:10	3:30	4:30	4:40	6:20
1	0:00	2:00	2:10	3:10	3:30	4:30	4:40	6:20
1	0:00	2:00	2:10	3:30	3:50	4:50	5:00	6:20
3	6:00	7:40	7:50	8:50	9:10	11:10	11:20	12:20
1	6:30	7:30	7:40	8:40	9:00	10:50	11:00	12:50
1	6:30	7:30	7:40	8:50	9:10	11:10	11:20	12:50
2	7:30	9:10	9:20	11:10	11:30	12:40	12:50	13:50
1	7:30	9:20	9:30	11:20	11:40	12:40	12:50	13:50
1	8:00	9:10	9:20	11:20	11:40	13:10	13:20	14:20
2	8:00	9:20	9:30	11:30	11:50	13:10	13:20	14:20
1	8:00	9:30	9:40	11:30	11:50	13:10	13:20	14:20
4	8:00	9:40	9:50	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
1	8:30	9:30	9:40	11:40	12:00	13:40	13:50	14:50
4	8:30	9:50	10:00	12:00	12:20	13:40	13:50	14:50
1	9:00	10:30	10:40	12:40	13:00	14:10	14:20	15:20
7	9:30	11:30	11:40	13:20	13:40	14:40	14:50	15:50
3	11:00	12:00	12:10	13:10	13:30	15:10	15:20	17:20
2	11:00	12:10	12:20	13:40	14:00	15:10	15:20	17:20
2	12:30	13:40	13:50	14:50	15:10	17:10	17:20	18:50
2	12:30	13:50	14:00	15:00	15:20	17:10	17:20	18:50
1	12:30	13:50	14:00	15:00	15:20	17:20	17:30	18:50
1	13:00	14:00	14:10	15:10	15:30	17:30	17:40	19:20
1	14:30	15:30	15:40	17:40	18:00	19:40	19:50	20:50
1	14:30	15:50	16:00	18:00	18:20	19:40	19:50	20:50
1	14:30	16:00	16:10	18:00	18:20	19:20	19:30	20:50
1	14:30	16:10	16:20	18:10	18:30	19:30	19:40	20:50
1	14:30	16:20	16:30	18:20	18:40	19:40	19:50	20:50
1	15:00	17:00	17:10	18:50	19:10	20:10	20:20	21:20
3	15:00	17:00	17:10	18:20	18:40	20:10	20:20	21:20
3	15:00	17:00	17:10	18:40	19:00	20:10	20:20	21:20
1	16:30	18:30	18:40	20:20	20:40	21:40	21:50	22:50
1	17:00	18:00	18:10	19:50	20:10	21:10	21:20	23:20
1	17:00	18:30	18:40	20:40	21:00	22:00	22:10	23:20
1	18:00	19:00	19:10	20:10	20:30	22:10	22:20	0:20
2	18:00	19:40	19:50	20:50	21:10	23:10	23:20	0:20

Tabela 42: Programação dos turnos de trabalho para sábados – TT1 – resolução por MOSEK.

qT	INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
		HI	HF	HI	HF	HI	HF	
1	0:00	1:50	2:00	3:00	3:20	4:20	4:30	6:20
3	6:00	8:00	8:10	9:50	10:10	11:10	11:20	12:20
1	6:00	7:20	7:30	8:30	8:50	10:10	10:20	12:20
1	6:00	7:20	7:30	8:40	9:00	10:20	10:30	12:20
1	6:00	7:40	7:50	8:50	9:10	11:10	11:20	12:20
1	6:30	7:30	7:40	8:40	9:00	10:40	10:50	12:50
2	6:30	7:30	7:40	8:40	9:00	11:00	11:10	12:50
1	7:30	9:10	9:20	11:10	11:30	12:30	12:40	13:50
1	8:00	9:20	9:30	11:30	11:50	13:10	13:20	14:20
2	8:00	9:40	9:50	11:50	12:10	13:10	13:20	14:20
1	8:30	9:30	9:40	11:40	12:00	13:40	13:50	14:50
2	8:30	9:50	10:00	12:00	12:20	13:40	13:50	14:50
1	8:30	10:00	10:10	11:20	11:40	12:40	12:50	14:50
1	8:30	10:10	10:20	11:30	11:50	12:50	13:00	14:50
1	9:00	11:00	11:10	12:30	12:50	14:10	14:20	15:20
1	9:30	11:20	11:30	13:20	13:40	14:40	14:50	15:50
1	7:30	9:30	9:40	10:50	11:10	12:10	12:20	13:50
1	10:00	11:50	12:00	13:10	13:30	15:00	15:10	16:20
1	10:00	12:00	12:10	13:20	13:40	15:00	15:10	16:20
1	11:00	12:10	12:20	13:50	14:10	15:10	15:20	17:20
1	12:00	13:00	13:10	14:50	15:10	17:10	17:20	18:20
1	12:00	13:50	14:00	15:00	15:20	17:10	17:20	18:20
1	12:30	13:40	13:50	15:10	15:30	17:30	17:40	18:50
1	12:30	13:50	14:00	15:00	15:20	17:10	17:20	18:50
2	14:30	16:00	16:10	18:00	18:20	19:40	19:50	20:50
1	14:30	16:10	16:20	18:20	18:40	19:40	19:50	20:50
1	15:00	16:00	16:10	18:00	18:20	19:20	19:30	21:20
1	15:00	16:10	16:20	18:00	18:20	19:30	19:40	21:20
1	15:00	17:00	17:10	18:30	18:50	20:10	20:20	21:20
1	17:00	19:00	19:10	20:10	20:30	21:30	21:40	23:20
1	17:00	19:00	19:10	20:30	20:50	22:00	22:10	23:20
1	17:30	19:30	19:40	21:20	21:40	22:40	22:50	23:50
1	17:30	19:20	19:30	20:30	20:50	22:10	22:20	23:50
1	18:00	19:20	19:30	20:40	21:00	23:00	23:10	0:20
2	18:00	19:50	20:00	21:00	21:20	23:10	23:20	0:20
1	23:30	1:00	1:10	2:10	2:30	3:40	3:50	5:50

O tempo de execução do aplicativo foi de 0,362 segundos.

### 4.4.3 Cenário TT2

A diferença entre essa proposta e a anterior é que as restrições de entrada e saída entre meia-noite e seis horas da manhã são desconsideradas. Assim, a quantidade de turnos possíveis com inícios distintos é igual a 48. Com as 206 combinações possíveis de pausas e intervalos obtém-se um total de 9.888 turnos possíveis para cada dia.

### 4.4.4 Resultados para o cenário TT2

Os resultados para este cenário estão organizados de forma similar aos resultados abordados para o cenário TT1, mas aqui o diferencial está no número de execuções. Foram realizadas dez execuções do AEA, com o critério de parada 100.000 gerações.

Obteve-se o valor igual a 120 para a função objetivo em cinco execuções. Em uma execução obteve-se o valor igual 121 e o valor 122 nas outras quatro execuções.

A Tabela 43, mostra a quantidade programada de turnos para domingos, dias úteis e sábados, das dez execuções do AEA para o cenário TT2.

Tabela 43: Quantidade programada de turnos – TT2.

Dia da semana	Execuções									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Domingo	22	21	21	21	23	22	21	21	23	23
Dia útil	62	62	62	61	60	61	60	61	60	61
Sábado	38	39	38	38	37	39	39	38	37	38
<b>TOTAL</b>	<b>122</b>	<b>122</b>	<b>121</b>	<b>120</b>	<b>120</b>	<b>122</b>	<b>120</b>	<b>120</b>	<b>120</b>	<b>122</b>

Dentre as execuções com os melhores resultados da função objetivo, a que obteve menor somatória das diferenças quadráticas (SDQ) entre a demanda e a quantidade programada de turnos para os subperíodos foi a 8ª execução com o valor de 4.972. Esses valores foram encontrados na geração com ordem 73.412.

O desempenho do EDD e do AG são mostrados na Tabela 44.



Tabela 44: Desempenho dos AEs na 8ª execução do AEA - TT2.

Ger	EDD	sEDD	AG	sAG	Ger	EDD	sEDD	AG	sAG
2000	5502	253	4498	180	52000	5021	3	4979	2
4000	5628	117	4372	64	54000	4900	0	5100	5
6000	5908	159	4092	65	56000	5014	0	4986	0
8000	5911	147	4089	52	58000	5029	0	4971	0
10000	6228	160	3772	42	60000	4982	0	5018	0
12000	5470	119	4530	62	62000	5046	0	4954	0
14000	5958	65	4042	13	64000	5038	0	4962	0
16000	5661	93	4339	32	66000	4997	0	5003	0
18000	5521	48	4479	15	68000	5000	5	5000	0
20000	5541	39	4459	10	70000	4958	0	5042	0
22000	5103	24	4897	14	72000	5000	0	5000	0
24000	5082	1	4918	0	74000	5113	7	4887	3
26000	5065	11	4935	7	76000	5089	0	4911	0
28000	5229	19	4771	4	78000	4982	0	5018	0
30000	5267	32	4733	10	80000	4976	0	5024	0
32000	5171	19	4829	4	82000	5055	0	4945	0
34000	5141	15	4859	4	84000	4993	0	5007	0
36000	4951	5	5049	4	86000	5038	0	4962	0
38000	4990	0	5010	1	88000	4944	0	5056	0
40000	4955	4	5045	1	90000	4950	0	5050	0
42000	5060	9	4940	3	92000	5037	0	4963	0
44000	5063	0	4937	0	94000	4965	0	5035	0
46000	5048	0	4952	0	96000	5006	0	4994	0
48000	5040	0	4960	0	98000	4997	0	5003	0
50000	4962	0	5038	0	100000	5064	0	4936	0

A Figura 11 ilustra o gráfico da relação entre o valor da função objetivo e o número de gerações e a Figura 12 ilustra o gráfico da relação entre a SDQ e o número de gerações, para execução com melhor resultado. As relações entre geração, valor da função objetivo e SDQ estão no Apêndice E.

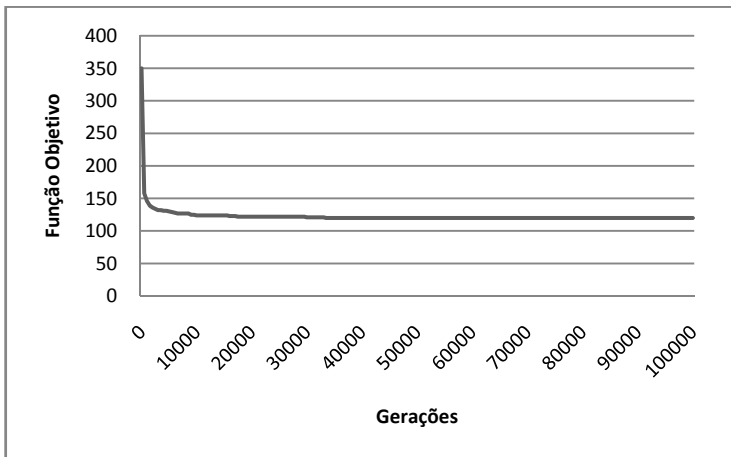


Figura 11: Relação entre função objetivo e geração - melhor resultado - TT2.

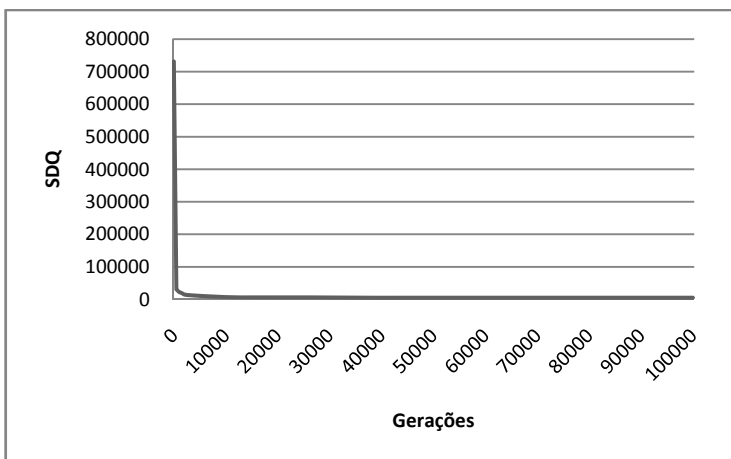


Figura 12: Relação entre SDQ e geração - melhor resultado - TT2.

As Tabelas 45, 46, 47 e 47 mostram as demandas, a quantidade programada de turnos para cada subperíodo, a diferença entre a quantidade programada de turnos e a demanda, e a diferença quadrática (DQ). A última linha mostra a somatória das diferenças quadráticas (SDQ). A Tabela 45 é referente aos domingos, a Tabela 46 às segundas-feiras, a Tabela 47, às terças-feiras, quartas-feiras, quintas-feiras e sextas-feiras e a Tabela 48 aos sábados.

Nestas Tabelas têm-se: na coluna **N**, a numeração dos 144 subperíodos; na coluna **Dem**, as demandas; na **Progr**, as quantidades programadas de turnos; na **DQ**, as diferenças quadráticas entre a quantidade programada de turnos e a demanda.

Tabela 45: Demanda e a quantidade programada de turnos para domingos - TT2.

<b>N</b>	<b>Dem</b>	<b>Progr</b>	<b>DQ</b>	<b>N</b>	<b>Dem</b>	<b>Progr</b>	<b>DQ</b>	<b>N</b>	<b>Dem</b>	<b>Progr</b>	<b>DQ</b>	<b>N</b>	<b>Dem</b>	<b>Progr</b>	<b>DQ</b>
1	3	3	0	37	2	3	1	73	8	8	0	109	5	6	1
2	3	3	0	38	2	3	1	74	8	9	1	110	5	5	0
3	3	3	0	39	2	3	1	75	8	8	0	111	5	5	0
4	3	3	0	40	2	3	1	76	8	8	0	112	5	5	0
5	3	3	0	41	2	3	1	77	8	9	1	113	5	5	0
6	3	3	0	42	2	4	4	78	8	8	0	114	5	5	0
7	2	3	1	43	3	4	1	79	8	9	1	115	5	6	1
8	2	3	1	44	3	4	1	80	8	9	1	116	5	6	1
9	2	3	1	45	3	4	1	81	8	9	1	117	5	6	1
10	2	2	0	46	3	4	1	82	8	9	1	118	5	6	1
11	2	3	1	47	3	4	1	83	8	9	1	119	5	6	1
12	2	2	0	48	3	4	1	84	8	9	1	120	5	5	0
13	1	2	1	49	5	5	0	85	6	8	4	121	4	5	1
14	1	2	1	50	5	6	1	86	6	8	4	122	4	5	1
15	1	1	0	51	5	6	1	87	6	8	4	123	4	4	0
16	1	1	0	52	5	6	1	88	6	7	1	124	4	4	0
17	1	2	1	53	5	6	1	89	6	8	4	125	4	4	0
18	1	2	1	54	5	6	1	90	6	7	1	126	4	4	0
19	1	2	1	55	7	8	1	91	5	6	1	127	4	4	0
20	1	2	1	56	7	8	1	92	5	7	4	128	4	4	0
21	1	1	0	57	7	9	4	93	5	6	1	129	4	4	0
22	1	1	0	58	7	8	1	94	5	6	1	130	4	5	1
23	1	1	0	59	7	8	1	95	5	5	0	131	4	5	1
24	1	1	0	60	7	8	1	96	5	6	1	132	4	5	1
25	1	2	1	61	8	9	1	97	5	5	0	133	4	5	1
26	1	2	1	62	8	9	1	98	5	6	1	134	4	4	0
27	1	2	1	63	8	9	1	99	5	5	0	135	4	4	0
28	1	2	1	64	8	9	1	100	5	6	1	136	4	4	0
29	1	2	1	65	8	9	1	101	5	7	4	137	4	4	0
30	1	1	0	66	8	9	1	102	5	6	1	138	4	4	0
31	2	3	1	67	9	10	1	103	5	7	4	139	2	3	1
32	2	3	1	68	9	10	1	104	5	6	1	140	2	4	4
33	2	2	0	69	9	9	0	105	5	6	1	141	2	3	1
34	2	3	1	70	9	10	1	106	5	6	1	142	2	2	0
35	2	3	1	71	9	10	1	107	5	6	1	143	2	3	1
36	2	3	1	72	9	9	0	108	5	6	1	144	2	2	0
<b>Total</b>		<b>20</b>				<b>39</b>				<b>50</b>				<b>19</b>	

O valor total da SDQ para todos os subperíodos de domingos é igual a 128.

Tabela 46: Demanda e a quantidade programada de turnos para segundas-feiras - TT2.

N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ
1	2	3	1	37	3	7	16	73	22	24	4	109	13	15	4
2	2	2	0	38	3	7	16	74	22	25	9	110	13	16	9
3	2	3	1	39	3	7	16	75	22	25	9	111	13	16	9
4	2	3	1	40	3	7	16	76	22	26	16	112	13	16	9
5	2	2	0	41	3	8	25	77	22	25	9	113	13	15	4
6	2	2	0	42	3	8	25	78	22	25	9	114	13	15	4
7	2	2	0	43	5	8	9	79	24	27	9	115	11	14	9
8	2	3	1	44	5	9	16	80	24	27	9	116	11	15	16
9	2	2	0	45	5	8	9	81	24	27	9	117	11	15	16
10	2	2	0	46	5	9	16	82	24	27	9	118	11	14	9
11	2	2	0	47	5	8	9	83	24	27	9	119	11	14	9
12	2	2	0	48	5	9	16	84	24	27	9	120	11	15	16
13	1	2	1	49	16	18	4	85	23	26	9	121	8	12	16
14	1	2	1	50	16	18	4	86	23	26	9	122	8	12	16
15	1	1	0	51	16	18	4	87	23	25	4	123	8	12	16
16	1	1	0	52	16	18	4	88	23	26	9	124	8	12	16
17	1	2	1	53	16	18	4	89	23	26	9	125	8	12	16
18	1	2	1	54	16	18	4	90	23	25	4	126	8	10	4
19	1	1	0	55	25	26	1	91	22	24	4	127	6	10	16
20	1	2	1	56	25	26	1	92	22	24	4	128	6	10	16
21	1	2	1	57	25	26	1	93	22	22	0	129	6	7	1
22	1	2	1	58	25	26	1	94	22	22	0	130	6	8	4
23	1	2	1	59	25	25	0	95	22	22	0	131	6	7	1
24	1	2	1	60	25	25	0	96	22	22	0	132	6	7	1
25	1	2	1	61	28	28	0	97	23	23	0	133	5	7	4
26	1	2	1	62	28	29	1	98	23	23	0	134	5	7	4
27	1	2	1	63	28	28	0	99	23	23	0	135	5	5	0
28	1	3	4	64	28	29	1	100	23	23	0	136	5	6	1
29	1	2	1	65	28	28	0	101	23	23	0	137	5	6	1
30	1	2	1	66	28	28	0	102	23	23	0	138	5	5	0
31	2	4	4	67	27	27	0	103	20	20	0	139	3	4	1
32	2	4	4	68	27	28	1	104	20	21	1	140	3	5	4
33	2	4	4	69	27	28	1	105	20	21	1	141	3	5	4
34	2	5	9	70	27	29	4	106	20	21	1	142	3	4	1
35	2	6	16	71	27	28	1	107	20	21	1	143	3	5	4
36	2	6	16	72	27	28	1	108	20	20	0	144	3	5	4
<b>Total</b>			<b>75</b>				<b>227</b>				<b>166</b>				<b>265</b>

O valor total da SDQ para todos os subperíodos de segundas-feiras é igual a 733.

Tabela 47: Demanda e a quantidade programada de turnos de terças-feiras, quartas-feiras, quintas-feiras e sextas-feiras - TT2.

N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ	N	Dem	Prog	DQ
1	2	5	9	37	3	7	16	73	22	24	4	109	13	15	4
2	2	5	9	38	3	7	16	74	22	25	9	110	13	16	9
3	2	5	9	39	3	7	16	75	22	25	9	111	13	16	9
4	2	5	9	40	3	7	16	76	22	26	16	112	13	16	9
5	2	5	9	41	3	8	25	77	22	25	9	113	13	15	4
6	2	5	9	42	3	8	25	78	22	25	9	114	13	15	4
7	2	5	9	43	5	8	9	79	24	27	9	115	11	14	9
8	2	5	9	44	5	9	16	80	24	27	9	116	11	15	16
9	2	5	9	45	5	8	9	81	24	27	9	117	11	15	16
10	2	5	9	46	5	9	16	82	24	27	9	118	11	14	9
11	2	5	9	47	5	8	9	83	24	27	9	119	11	14	9
12	2	5	9	48	5	9	16	84	24	27	9	120	11	15	16
13	1	4	9	49	16	18	4	85	23	26	9	121	8	12	16
14	1	4	9	50	16	18	4	86	23	26	9	122	8	12	16
15	1	4	9	51	16	18	4	87	23	25	4	123	8	12	16
16	1	4	9	52	16	18	4	88	23	26	9	124	8	12	16
17	1	4	9	53	16	18	4	89	23	26	9	125	8	12	16
18	1	5	16	54	16	18	4	90	23	25	4	126	8	10	4
19	1	4	9	55	25	26	1	91	22	24	4	127	6	10	16
20	1	4	9	56	25	26	1	92	22	24	4	128	6	10	16
21	1	4	9	57	25	26	1	93	22	22	0	129	6	7	1
22	1	4	9	58	25	26	1	94	22	22	0	130	6	8	4
23	1	4	9	59	25	25	0	95	22	22	0	131	6	7	1
24	1	3	4	60	25	25	0	96	22	22	0	132	6	7	1
25	1	3	4	61	28	28	0	97	23	23	0	133	5	7	4
26	1	3	4	62	28	29	1	98	23	23	0	134	5	7	4
27	1	2	1	63	28	28	0	99	23	23	0	135	5	5	0
28	1	3	4	64	28	29	1	100	23	23	0	136	5	6	1
29	1	2	1	65	28	28	0	101	23	23	0	137	5	6	1
30	1	2	1	66	28	28	0	102	23	23	0	138	5	5	0
31	2	4	4	67	27	27	0	103	20	20	0	139	3	4	1
32	2	4	4	68	27	28	1	104	20	21	1	140	3	5	4
33	2	4	4	69	27	28	1	105	20	21	1	141	3	5	4
34	2	5	9	70	27	29	4	106	20	21	1	142	3	4	1
35	2	6	16	71	27	28	1	107	20	21	1	143	3	5	4
36	2	6	16	72	27	28	1	108	20	20	0	144	3	5	4
<b>Total</b>		<b>286</b>				<b>227</b>				<b>166</b>				<b>265</b>	

O valor total da SDQ para todos os subperíodos de terças-feiras, quartas-feiras, quintas-feiras e sextas-feiras é igual a 944.

Tabela 48: Demanda e a quantidade programada de turnos para sábados - TT2.

N	Dem	Prog	SQD	N	Dem	Prog	SQD	N	Dem	Prog	SQD	N	Dem	Prog	SQD
1	3	4	1	37	3	5	4	73	18	18	0	109	10	11	1
2	3	4	1	38	3	4	1	74	18	19	1	110	10	11	1
3	3	4	1	39	3	5	4	75	18	19	1	111	10	10	0
4	3	4	1	40	3	4	1	76	18	19	1	112	10	11	1
5	3	4	1	41	3	5	4	77	18	18	0	113	10	11	1
6	3	4	1	42	3	5	4	78	18	18	0	114	10	10	0
7	3	5	4	43	4	6	4	79	13	14	1	115	8	9	1
8	3	4	1	44	4	6	4	80	13	15	4	116	8	10	4
9	3	4	1	45	4	5	1	81	13	15	4	117	8	10	4
10	3	4	1	46	4	6	4	82	13	15	4	118	8	10	4
11	3	4	1	47	4	7	9	83	13	16	9	119	8	10	4
12	3	4	1	48	4	7	9	84	13	15	4	120	8	10	4
13	1	3	4	49	10	12	4	85	12	15	9	121	7	9	4
14	1	3	4	50	10	12	4	86	12	14	4	122	7	10	9
15	1	4	9	51	10	11	1	87	12	13	1	123	7	10	9
16	1	4	9	52	10	12	4	88	12	14	4	124	7	9	4
17	1	3	4	53	10	12	4	89	12	13	1	125	7	9	4
18	1	4	9	54	10	11	1	90	12	13	1	126	7	9	4
19	1	3	4	55	15	15	0	91	11	13	4	127	6	8	4
20	1	3	4	56	15	15	0	92	11	12	1	128	6	8	4
21	1	3	4	57	15	16	1	93	11	12	1	129	6	7	1
22	1	3	4	58	15	15	0	94	11	12	1	130	6	7	1
23	1	3	4	59	15	16	1	95	11	12	1	131	6	7	1
24	1	2	1	60	15	15	0	96	11	11	0	132	6	8	4
25	1	2	1	61	18	18	0	97	10	12	4	133	5	7	4
26	1	2	1	62	18	19	1	98	10	11	1	134	5	6	1
27	1	1	0	63	18	19	1	99	10	11	1	135	5	5	0
28	1	2	1	64	18	19	1	100	10	12	4	136	5	7	4
29	1	2	1	65	18	19	1	101	10	11	1	137	5	6	1
30	1	1	0	66	18	18	0	102	10	11	1	138	5	5	0
31	1	2	1	67	17	17	0	103	11	11	0	139	3	5	4
32	1	2	1	68	17	17	0	104	11	13	4	140	3	5	4
33	1	2	1	69	17	17	0	105	11	12	1	141	3	4	1
34	1	2	1	70	17	18	1	106	11	12	1	142	3	4	1
35	1	3	4	71	17	17	0	107	11	11	0	143	3	4	1
36	1	3	4	72	17	17	0	108	11	11	0	144	3	3	0
<b>Total</b>			<b>91</b>				<b>74</b>				<b>75</b>				<b>95</b>

O valor total da SDQ para todos os subperíodos de sábados é igual a 335. Para uma semana tem-se um valor total igual a 4.972.

Na Tabela 59 tem-se o resultado dos turnos de trabalho para domingos, onde são mostrados o início e o fim de cada turno, das pausas e do intervalo. Nos Apêndices F e G estão os resultados dos turnos de trabalho para dias úteis e sábados.

Tabela 49: Programação dos turnos de trabalho para domingos - TT2.

INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
	HI	HF	HI	HF	HI	HF	
4:00	5:20	5:30	7:30	7:50	9:00	9:10	10:20
5:00	6:30	6:40	7:40	8:00	9:30	9:40	11:20
5:00	6:40	6:50	7:50	8:10	10:00	10:10	11:20
6:30	7:30	7:40	8:40	9:00	10:40	10:50	12:50
7:30	8:30	8:40	9:40	10:00	12:00	12:10	13:50
7:30	9:10	9:20	11:00	11:20	12:20	12:30	13:50
8:30	10:30	10:40	12:10	12:30	13:40	13:50	14:50
9:00	10:10	10:20	12:20	12:40	14:00	14:10	15:20
9:00	10:50	11:00	12:40	13:00	14:10	14:20	15:20
10:00	12:00	12:10	13:30	13:50	15:00	15:10	16:20
10:30	11:50	12:00	13:20	13:40	15:10	15:20	16:50
11:00	13:00	13:10	14:20	14:40	15:40	15:50	17:20
11:30	13:30	13:40	14:50	15:10	16:30	16:40	17:50
13:00	14:30	14:40	16:10	16:30	18:10	18:20	19:20
13:30	14:40	14:50	16:00	16:20	17:40	17:50	19:50
16:00	17:10	17:20	18:20	18:40	20:40	20:50	22:20
16:30	17:30	17:40	18:40	19:00	21:00	21:10	22:50
17:00	19:00	19:10	20:20	20:40	22:10	22:20	23:20
17:30	19:10	19:20	21:10	21:30	22:30	22:40	23:50
19:00	20:50	21:00	22:40	23:00	0:10	0:20	1:20
22:30	23:30	23:40	0:40	1:00	3:00	3:10	4:50

A Tabela 50 mostra o tempo computacional das dez execuções do AEA e as médias dos tempos para os dois cenários (TT1 e TT2), com o critério de parada 100.000 gerações.

Tabela 50: Tempo (em segundos) computacional das execuções do AEA - TT1 e TT2.

Execução	TT1	TT2
1	392,97	388,57
2	389,20	391,54
3	392,95	396,25
4	395,76	387,15
5	385,58	388,24
6	391,08	394,00
7	386,96	390,67
8	387,33	396,94
9	389,25	387,74
10	392,71	391,47
<b>Média</b>	<b>390,38</b>	<b>391,26</b>

## 4.5 CENÁRIOS PARA DESIGNAÇÃO DOS TURNOS AOS ATENDENTES

No *Call Center* em estudo os atendentes devem trabalhar um período de cinco semanas: em três sábados e um domingo, em semanas distintas e em todos os dias úteis. Para a implementação desta fase foram configurados alguns cenários observando-se os dias a serem designados aos atendentes, sobretudo os finais de semana, visto que devem trabalhar todos os dias de segunda-feira à sexta-feira.

### 4.5.1 Cenário DTA1

Neste cenário, foram aplicadas as mesmas limitações definidas pelo *Call Center* em estudo. Essas limitações são referentes aos dias que os atendentes devem trabalhar. As restrições para os finais de semana, adotadas, foram: três sábados e um domingo em semana distinta dos sábados. Estas combinações, geraram um total de vinte combinações possíveis, que podem ser visualizadas no Apêndice H (o valor 1 indica que o atendente é designado a trabalhar naquele dia e 0 quando não é designado). Este cenário teve como dados de entrada apenas os dados do melhor resultado encontrado no cenário TT1 (4ª execução do AEA).

### 4.5.2 Resultados para o cenário DTA1

Foram realizadas 10 execuções do EDD como critério de parada 40.000 gerações. Obteve-se o valor de 105 jornadas (atendentes) para cinco semanas. A Tabela 51 mostra as frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho (em horas), entre dias úteis, sábados e domingos. Também apresenta as médias das frequências de jornadas das execuções e percentual correspondente. A Figura 13 mostra o histograma destas médias.



Tabela 51: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA1.

Varição (hora)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média	%
0,0	59	62	65	64	62	63	66	61	62	66	63	60,0
0,5	33	34	32	34	33	32	32	35	33	30	32,8	31,2
1,0	7	6	4	4	6	4	5	5	6	4	5,1	4,8
1,5	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0,4	0,4
2,0	1	0	1	1	1	2	0	0	1	2	0,9	0,9
2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
3,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
4,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
4,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
5,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
5,5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1,9
6,0	2	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0,8	0,8
Mais	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>Total</b>	<b>105</b>	<b>105</b>	<b>105</b>	<b>105</b>	<b>105</b>	<b>105</b>	<b>105</b>	<b>105</b>	<b>105</b>	<b>105</b>	<b>105</b>	<b>100,0</b>

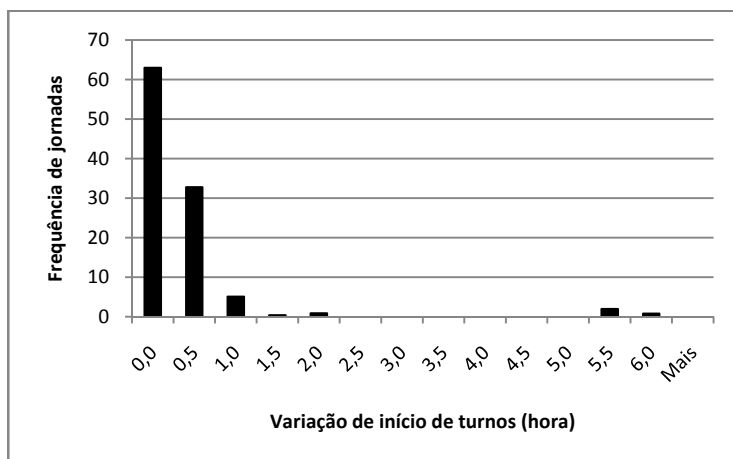


Figura 13: Médias das frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA1.

O melhor resultado para a função objetivo igual a 105,13 foi encontrado na sétima execução. Para essa execução, tem-se na Tabela 52 os valores da função objetivo em alguma das gerações, assim como o da função que determina a quantidade de atendentes e da função que expressa a somatória das diferenças entre os inícios dos turnos (em horas) dos atendentes.

Tabela 52: Relação entre função objetivo e geração - DTA1.

Geração	FO	FO <sub>1</sub>	FO <sub>2</sub>	Geração	FO	FO <sub>1</sub>	FO <sub>2</sub>	Geração	FO	FO <sub>1</sub>	FO <sub>2</sub>
0	335,531	300	1421226	13600	105,402	105	16093	27200	105,286	105	11448
400	216,124	201	604950	14000	105,400	105	16002	27600	105,286	105	11448
800	167,156	156	446228	14400	105,398	105	15930	28000	105,286	105	11448
1200	143,031	135	321253	14800	105,393	105	15732	28400	105,286	105	11448
1600	128,106	122	244224	15200	105,393	105	15715	28800	105,278	105	11124
2000	123,574	119	182957	15600	105,392	105	15660	29200	105,276	105	11034
2400	116,697	113	147883	16000	105,392	105	15660	29600	105,276	105	11034
2800	112,136	109	125456	16400	105,391	105	15642	30000	105,268	105	10728
3200	110,629	108	105163	16800	105,309	105	12366	30400	105,268	105	10710
3600	110,212	108	88466	17200	105,306	105	12222	30800	105,268	105	10710
4000	107,906	106	76235	17600	105,304	105	12168	31200	105,264	105	10566
4400	107,651	106	66049	18000	105,304	105	12168	31600	105,263	105	10530
4800	106,499	105	59961	18400	105,304	105	12168	32000	105,261	105	10440
5200	106,237	105	49485	18800	105,302	105	12060	32400	105,261	105	10440
5600	106,134	105	45363	19200	105,302	105	12060	32800	105,261	105	10440
6000	106,039	105	41563	19600	105,301	105	12024	33200	105,261	105	10440
6400	105,985	105	39407	20000	105,300	105	11988	33600	105,261	105	10422
6800	105,869	105	34780	20400	105,300	105	11988	34000	105,261	105	10422
7200	105,833	105	33301	20800	105,300	105	11988	34400	105,261	105	10422
7600	105,719	105	28748	21200	105,300	105	11988	34800	105,261	105	10422
8000	105,680	105	27217	21600	105,299	105	11970	35200	105,261	105	10422
8400	105,661	105	26452	22000	105,299	105	11970	35600	105,261	105	10422
8800	105,630	105	25183	22400	105,298	105	11934	36000	105,260	105	10404
9200	105,616	105	24643	22800	105,298	105	11934	36400	105,195	105	7794
9600	105,599	105	23962	23200	105,298	105	11934	36800	105,195	105	7794
10000	105,585	105	23382	23600	105,298	105	11916	37200	105,130	105	5202
10400	105,577	105	23076	24000	105,298	105	11916	37600	105,130	105	5202
10800	105,574	105	22950	24400	105,287	105	11484	38000	105,130	105	5202
11200	105,571	105	22825	24800	105,287	105	11484	38400	105,130	105	5202
11600	105,565	105	22590	25200	105,287	105	11484	38800	105,130	105	5202
12000	105,503	105	20106	25600	105,286	105	11448	39200	105,130	105	5202
12400	105,420	105	16795	26000	105,286	105	11448	39600	105,130	105	5202
12800	105,416	105	16633	26400	105,286	105	11448	40000	105,130	105	5202
13200	105,412	105	16470	26800	105,286	105	11448				

Os gráficos das Figuras 14, 15 e 16 ilustram os dados da Tabela 52. Na Figura 14 tem-se valor da função objetivo em relação a geração. Na Figura 15, tem-se o número de jornadas em relação a geração. Na Figura 16, tem-se a relação entre função que expressa a somatória das diferenças entre os inícios dos turnos dos atendentes .

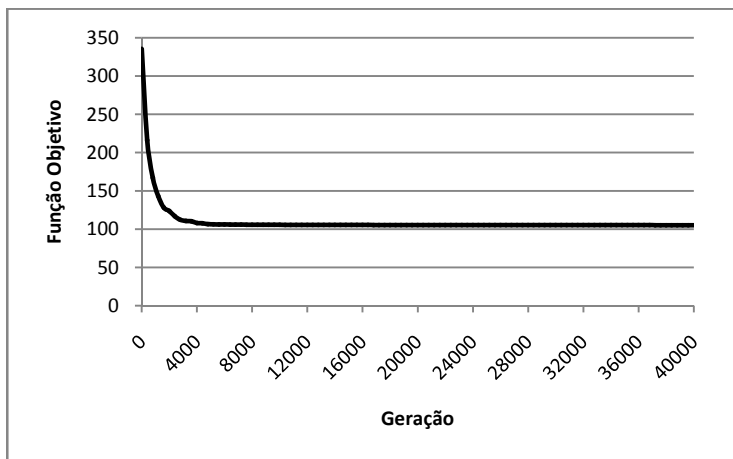


Figura 14: Função objetivo em relação a geração - melhor resultado - DTA1.

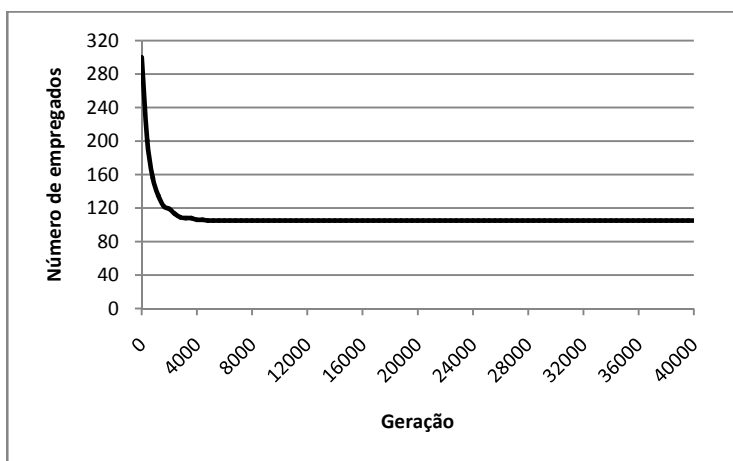


Figura 15: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado - DTA1.

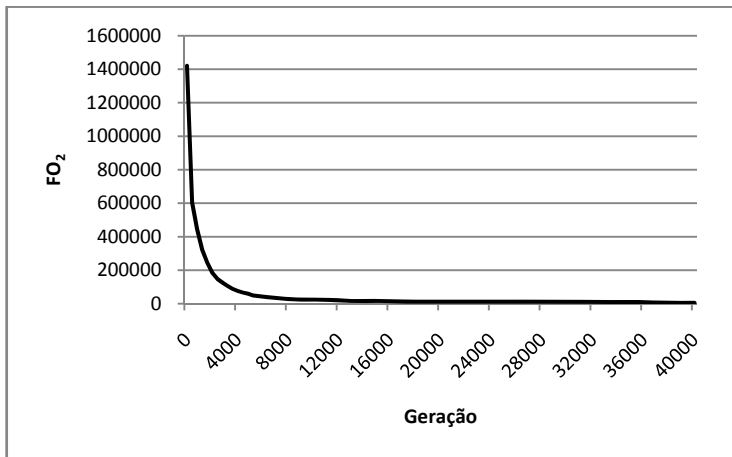


Figura 16: Valor de FO<sub>2</sub> em relação a geração - melhor resultado - DTA1.

A Figura 17 mostra o histograma das frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho do melhor resultado.

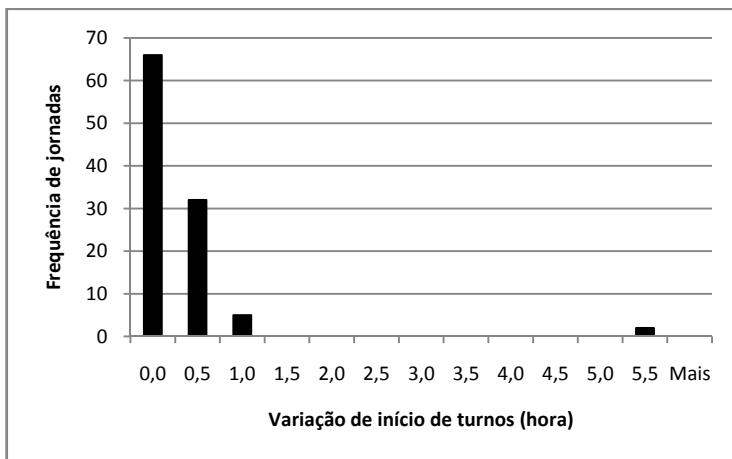


Figura 17: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA1.

### 4.5.3 Cenário DTA2

Este cenário se diferencia do anterior pelo número de combinações possíveis para os finais de semanas. Neste cenário, dois outros conjuntos com combinações de sábados e domingos foram acrescentados. O primeiro conjunto tem: dois sábados e dois domingos, sendo que em apenas uma das cinco semanas se tem sábado e domingo no mesmo final de semana, neste caso têm-se dois finais de semana de folga para cada atendente. Estas combinações, num total de sessenta, podem ser visualizadas no Apêndice I. O segundo conjunto possui: três sábados e dois domingos, e apenas um final de semana com um sábado e um domingo nas cinco semanas. Desta forma, cada atendente tem um final de semana de folga. Estas combinações, num total de oitenta, estão no Apêndice J. Os dados de entrada utilizados neste cenários foram os mesmos utilizados no cenário DTA1, ou seja, os dados do melhor resultado encontrado no cenário TT1 (4ª execução do AEA).

### 4.5.4 Resultados para o cenário DTA2

Foram realizadas 10 execuções do EDD com o critério de parada 40.000 gerações. A Tabela 53 mostra as frequências de jornadas de trabalho em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho (em horas), entre dias úteis, sábados e domingos, também, as médias das frequências de jornadas das execuções e percentual correspondente.

Tabela 53: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA2.

<b>Varição (hora)</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>Média</b>	<b>%</b>
0,0	45	41	45	44	45	44	45	45	43	42	43,9	56,6
0,5	23	29	27	27	28	27	27	26	27	27	26,8	34,5
1,0	5	5	4	4	4	4	4	4	4	5	4,3	5,5
1,5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0,1
2,0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0,2	0,3
2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
3,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
4,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
4,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
5,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
5,5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2,6
6,0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0,3	0,4
Mais	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>Total</b>	<b>77</b>	<b>77</b>	<b>78</b>	<b>78</b>	<b>79</b>	<b>78</b>	<b>78</b>	<b>77</b>	<b>77</b>	<b>77</b>	<b>77,6</b>	<b>100,0</b>

A Figura 18 mostra o histograma das médias das frequências das jornadas das execuções do EDD para este cenário.

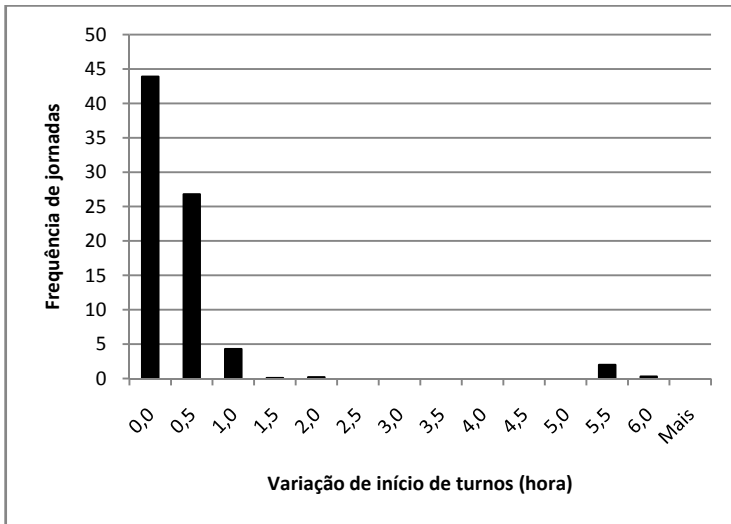


Figura 18: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA2.

O melhor resultado para a função objetivo foi encontrado na oitava execução. A Tabela 54 traz os valores da função objetivo no decorrer das gerações, assim como, o da função que determina a quantidade de atendentes e da função que expressa a somatória das diferenças quadráticas entre os inícios dos turnos dos atendentes.

Tabela 54: Relação entre função objetivo e geração do melhor resultado encontrado – DTA2.

Geração	FO	FO <sub>1</sub>	FO <sub>2</sub>	Geração	FO	FO <sub>1</sub>	FO <sub>2</sub>	Geração	FO	FO <sub>1</sub>	FO <sub>2</sub>
0	338,254	300	1530144	13600	80,245	80	9792	27200	78,129	78	5148
400	202,121	189	524847	14000	80,241	80	9648	27600	78,129	78	5148
800	146,428	139	297105	14400	80,240	80	9594	28000	78,129	78	5148
1200	124,794	119	231776	14800	80,228	80	9108	28400	78,129	78	5148
1600	114,808	110	192304	15200	80,227	80	9072	28800	78,129	78	5148
2000	105,063	101	162508	15600	80,223	80	8910	29200	77,128	77	5130
2400	99,159	96	126354	16000	80,216	80	8622	29600	77,128	77	5130
2800	97,207	95	88292	16400	80,215	80	8586	30000	77,128	77	5130
3200	95,930	94	77189	16800	80,213	80	8514	30400	77,128	77	5130
3600	94,635	93	65400	17200	79,208	79	8316	30800	77,128	77	5130
4000	91,481	90	59228	17600	79,207	79	8298	31200	77,128	77	5130
4400	90,114	89	44568	18000	78,207	78	8262	31600	77,128	77	5130
4800	89,002	88	40087	18400	78,205	78	8190	32000	77,128	77	5112
5200	87,926	87	37028	18800	78,205	78	8190	32400	77,127	77	5076
5600	87,758	87	30336	19200	78,203	78	8136	32800	77,127	77	5076
6000	85,685	85	27418	19600	78,202	78	8082	33200	77,127	77	5076
6400	84,569	84	22771	20000	78,201	78	8028	33600	77,127	77	5076
6800	84,531	84	21227	20400	78,198	78	7920	34000	77,126	77	5058
7200	84,505	84	20197	20800	78,132	78	5292	34400	77,126	77	5040
7600	84,496	84	19837	21200	78,132	78	5274	34800	77,126	77	5040
8000	82,496	82	19854	21600	78,132	78	5274	35200	77,126	77	5040
8400	81,458	81	18325	22000	78,130	78	5202	35600	77,126	77	5040
8800	81,448	81	17911	22400	78,130	78	5202	36000	77,126	77	5040
9200	80,427	80	17082	22800	78,130	78	5202	36400	77,126	77	5040
9600	80,417	80	16687	23200	78,130	78	5202	36800	77,126	77	5040
10000	80,410	80	16380	23600	78,130	78	5202	37200	77,126	77	5040
10400	80,405	80	16218	24000	78,130	78	5184	37600	77,126	77	5040
10800	80,399	80	15949	24400	78,130	78	5184	38000	77,126	77	5040
11200	80,335	80	13392	24800	78,130	78	5184	38400	77,126	77	5040
11600	80,333	80	13302	25200	78,129	78	5166	38800	77,126	77	5040
12000	80,268	80	10710	25600	78,129	78	5166	39200	77,126	77	5040
12400	80,266	80	10656	26000	78,129	78	5166	39600	77,126	77	5040
12800	80,266	80	10620	26400	78,129	78	5148	40000	77,126	77	5040
13200	80,261	80	10422	26800	78,129	78	5148				

Observando-se a Tabela 54, onde tem-se a relação entre função objetivo e geração do melhor resultado encontrado, pode-se verificar que na geração inicial a quantidade de atendentes é igual a 300, chegando-se no valor mínimo, 77, entre as gerações de ordem 28.800 e 29.200. Mas, a melhor solução foi encontrada entre as gerações de ordem 34.000 e 34.400.

Os gráficos das Figuras 19, 20 e 21 ilustram os dados da Tabela 54. Na Figura 19 tem-se o valor da função objetivo em relação a geração. Na Figura 20, tem-se o número de jornadas em relação a geração. Na Figura 21, tem-se a relação entre função que expressa a somatória das diferenças entre os inícios dos turnos dos atendentes.

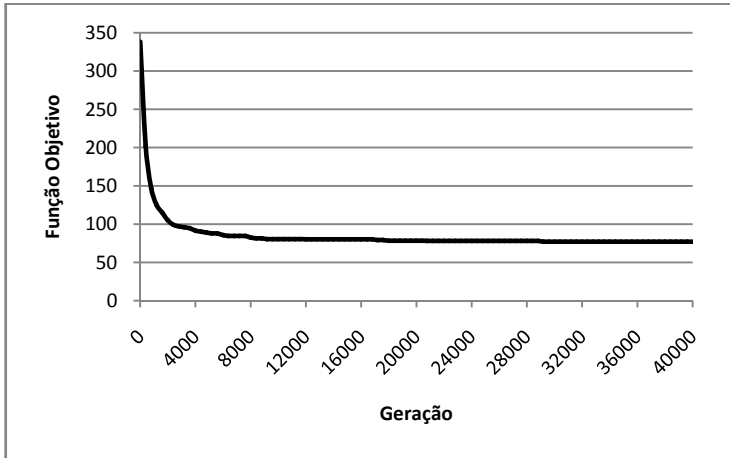


Figura 19: Função objetivo em relação a geração - melhor resultado – DTA2.

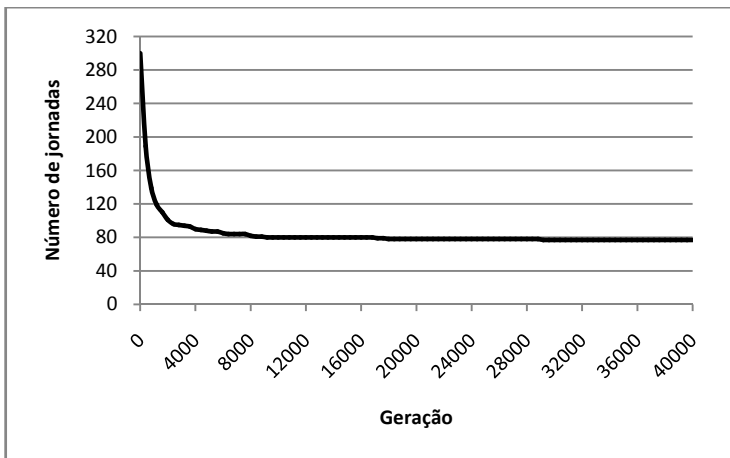


Figura 20: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado – DTA2.



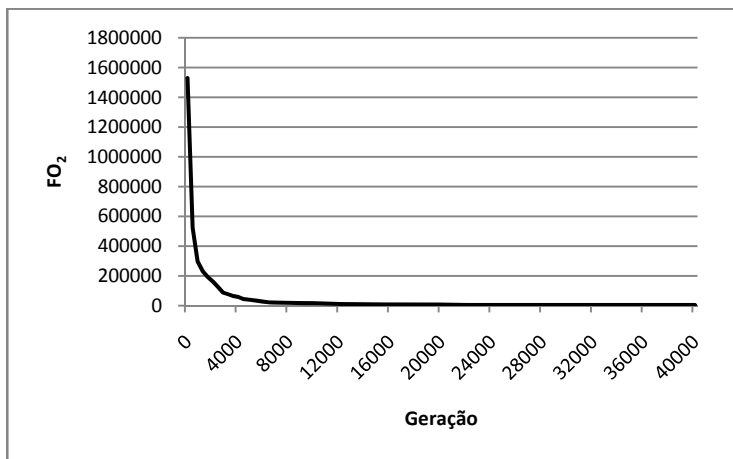


Figura 21: Valor de FO<sub>2</sub> em relação a geração - melhor resultado – DTA2.

A Figura 22 mostra o histograma das frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho do melhor resultado.

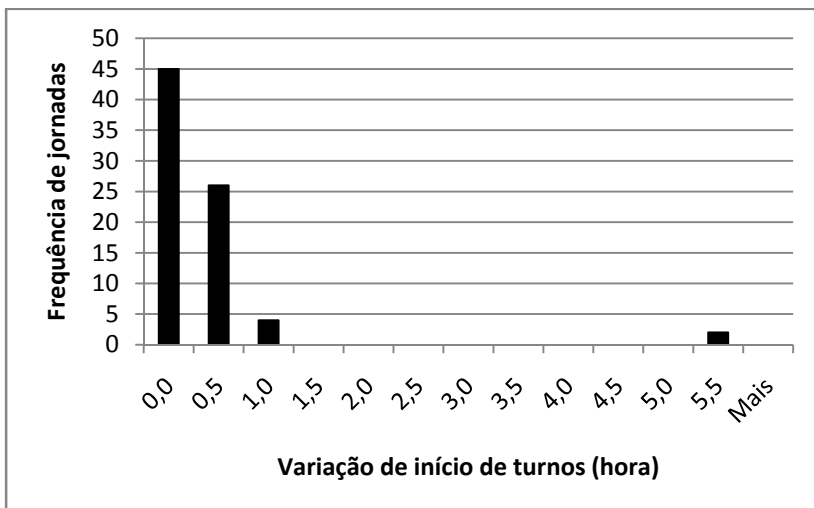


Figura 22: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA2.



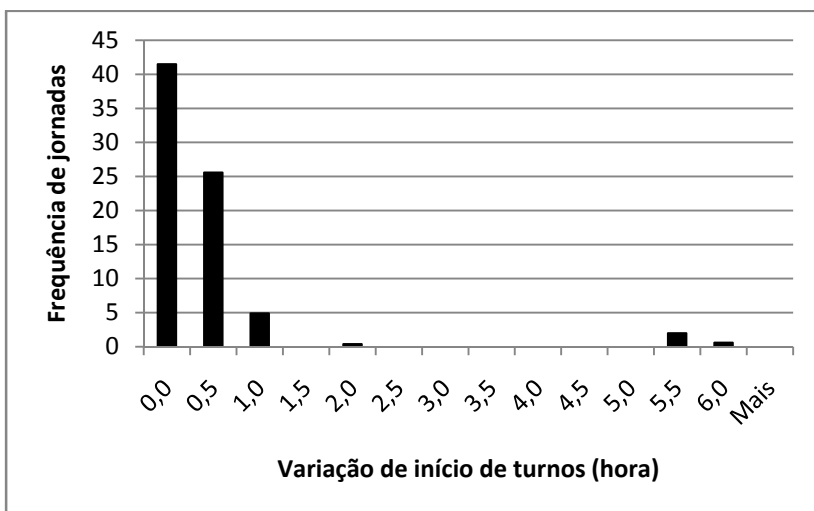


Figura 23: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA3/AEA(4ª execução).

O melhor resultado para a função objetivo foi encontrado na quinta execução do AEA. A Tabela 56 traz os valores da função objetivo no decorrer das gerações, assim como, o da função que determina a quantidade de atendentes e da função que expressa a somatória das diferenças quadráticas entre os inícios dos turnos dos atendentes.

Tabela 56: Relação entre função objetivo e geração – DTA3/AEA(4ª execução).

Geração	FO	FO <sub>1</sub>	FO <sub>2</sub>	Geração	FO	FO <sub>1</sub>	FO <sub>2</sub>	Geração	FO	FO <sub>1</sub>	FO <sub>2</sub>
0	339,363	300	1574514	13600	76,288	76	11502	27200	75,192	75	7668
400	183,195	171	487812	14000	76,282	76	11286	27600	75,192	75	7668
800	131,785	125	271393	14400	76,278	76	11124	28000	75,192	75	7668
1200	112,205	108	168193	14800	76,273	76	10908	28400	75,192	75	7668
1600	100,437	98	97469	15200	76,270	76	10818	28800	75,192	75	7668
2000	89,103	87	84126	15600	76,269	76	10764	29200	75,192	75	7668
2400	85,630	84	65198	16000	76,269	76	10764	29600	75,191	75	7650
2800	84,285	83	51418	16400	75,269	75	10746	30000	75,191	75	7650
3200	84,028	83	41117	16800	75,266	75	10638	30400	75,191	75	7650
3600	83,885	83	35390	17200	75,263	75	10530	30800	75,191	75	7650
4000	82,784	82	31376	17600	75,261	75	10440	31200	75,191	75	7632
4400	81,735	81	29413	18000	75,259	75	10368	31600	75,191	75	7632
4800	80,670	80	26786	18400	75,259	75	10350	32000	75,191	75	7632
5200	80,642	80	25670	18800	75,259	75	10350	32400	75,191	75	7632
5600	80,602	80	24067	19200	75,259	75	10350	32800	75,191	75	7632
6000	80,585	80	23419	19600	75,259	75	10350	33200	75,191	75	7632
6400	79,544	79	21745	20000	75,258	75	10332	33600	75,191	75	7632
6800	79,513	79	20502	20400	75,258	75	10332	34000	75,126	75	5040
7200	77,487	77	19495	20800	75,192	75	7668	34400	75,126	75	5040
7600	77,482	77	19299	21200	75,192	75	7668	34800	75,126	75	5040
8000	77,447	77	17875	21600	75,192	75	7668	35200	75,126	75	5040
8400	77,440	77	17604	22000	75,192	75	7668	35600	75,126	75	5040
8800	77,373	77	14905	22400	75,192	75	7668	36000	75,126	75	5040
9200	77,369	77	14760	22800	75,192	75	7668	36400	75,126	75	5040
9600	77,368	77	14725	23200	75,192	75	7668	36800	75,126	75	5040
10000	77,366	77	14652	23600	75,192	75	7668	37200	75,126	75	5040
10400	77,301	77	12024	24000	75,192	75	7668	37600	75,126	75	5040
10800	76,336	76	13446	24400	75,192	75	7668	38000	75,126	75	5040
11200	76,323	76	12925	24800	75,192	75	7668	38400	75,126	75	5040
11600	76,295	76	11791	25200	75,192	75	7668	38800	75,126	75	5040
12000	76,291	76	11646	25600	75,192	75	7668	39200	75,126	75	5040
12400	76,290	76	11610	26000	75,192	75	7668	39600	75,126	75	5040
12800	76,290	76	11592	26400	75,192	75	7668	40000	75,126	75	5040
13200	76,288	76	11502	26800	75,192	75	7668				

Os gráficos das Figuras 24, 25 e 26 ilustram os dados da Tabela 56. Na Figura 24 tem-se valor da função objetivo em relação a geração. Na Figura 25, tem-se o número de jornadas em relação a geração. Na Figura 26, tem-se a relação entre a função que expressa a somatória das diferenças quadráticas entre os inícios dos turnos dos atendentes.

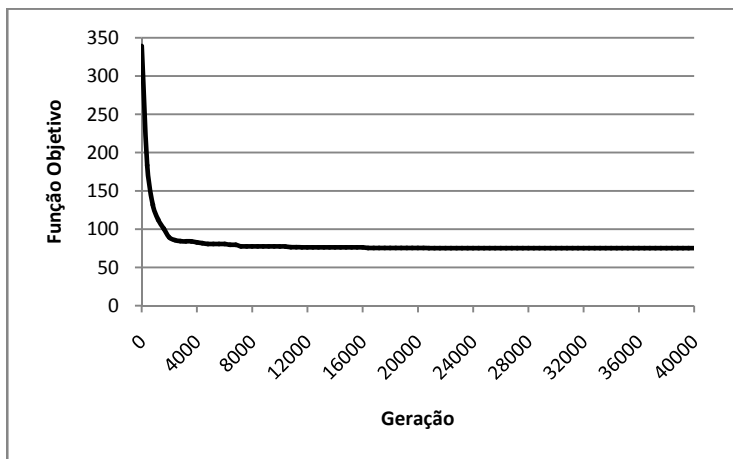


Figura 24: Função objetivo em relação a geração - melhor resultado - DTA3/AEA(4ª execução).

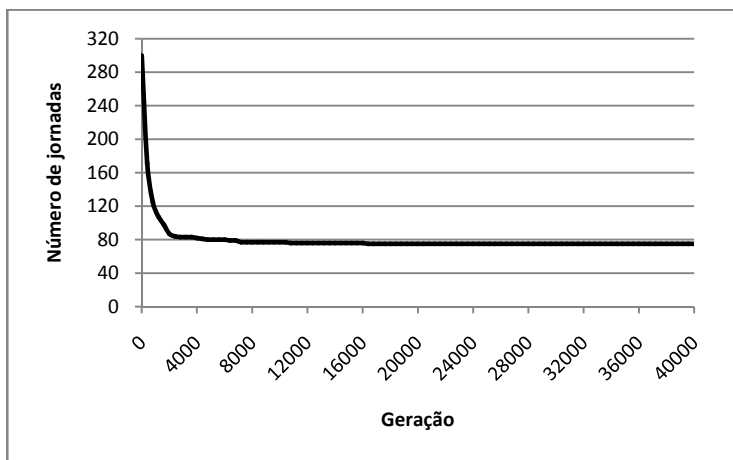


Figura 25: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado - DTA3/AEA(4ª execução).

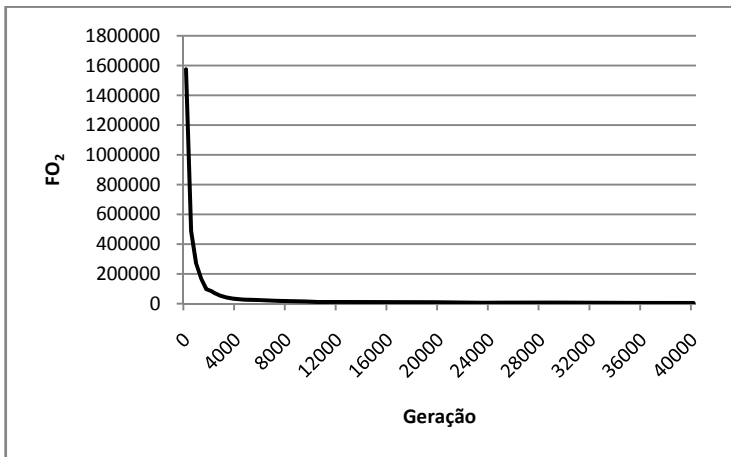


Figura 26: Valor de FO<sub>2</sub> em relação a geração - melhor resultado – DTA3/AEA(4ª execução).

A Figura 27 mostra o histograma das frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho do melhor resultado.

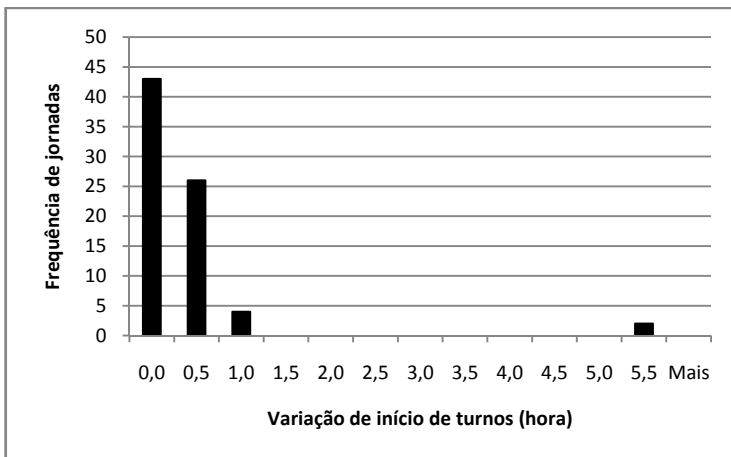


Figura 27: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA3/AEA(4ª execução).

#### 4.5.5.2 Resultados para o cenário DTA3/AEA(6ª execução)

A Tabela 57 mostra as frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho (em horas), entre dias úteis, sábados e domingos. Também apresenta as médias das frequências de jornadas das execuções e percentual correspondente. A Figura 28 mostra o histograma destas médias.

Tabela 57: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA3/AEA(6ª execução).

Varição (hora)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média	%
0,0	33	30	32	32	32	30	31	29	36	32	31,7	43,4
0,5	28	29	28	26	28	30	27	28	27	27	27,8	38,0
1,0	10	7	10	9	11	8	8	8	6	9	8,6	11,7
1,5	2	2	1	0	1	0	2	3	2	2	1,5	2,1
2,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
3,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
4,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
4,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
5,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
5,5	0	3	1	1	0	1	1	2	1	0	1	1,4
6,0	2	2	3	3	2	3	3	2	2	3	2,5	3,4
Mais	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>	<b>73</b>	<b>75</b>	<b>71</b>	<b>74</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>74</b>	<b>73</b>	<b>73,1</b>	<b>100,0</b>

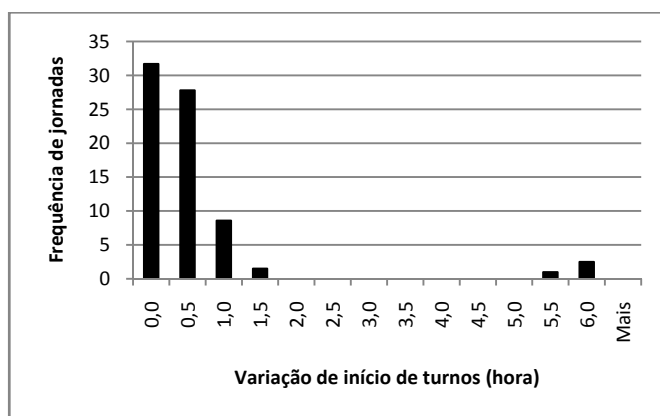


Figura 28: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA3/AEA(6ª execução).

O melhor resultado para a função objetivo foi encontrado na terceira execução. Na Figura 29, tem-se o número de jornadas em relação a geração. A Figura 30 mostra o histograma das frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho do melhor resultado.

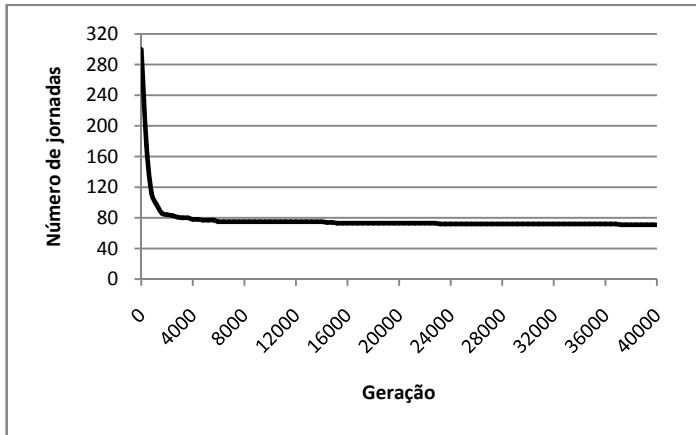


Figura 29: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado - DTA3/AEA(6ª execução).

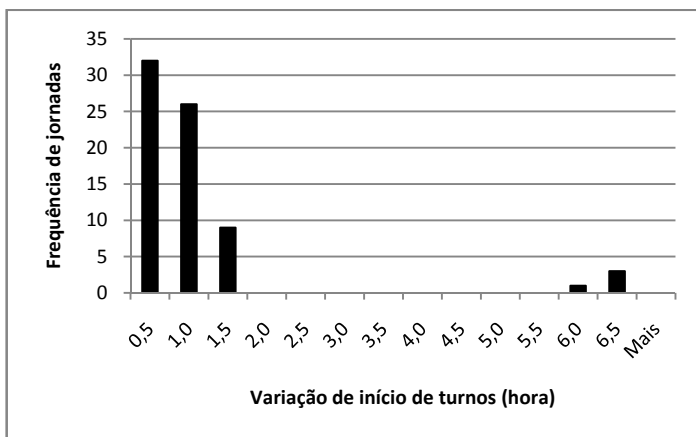


Figura 30: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA3/AEA(6ª execução).



### 4.5.5.3 Resultados para o cenário DTA3/XPRESS

A Tabela 58 mostra as frequências de atendentes em relação a variação de início dos turnos de trabalho de um mesmo atendente, entre dias úteis, sábados e domingos. A Figura 31 mostra o histograma das médias destas frequências.

Tabela 58: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA3/ XPRESS.

Variação (hora)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média	%
<b>0,0</b>	26	23	26	23	24	33	26	22	28	22	25,3	35,4
<b>0,5</b>	29	27	29	30	27	27	29	31	30	24	28,3	39,7
<b>1,0</b>	11	15	9	13	13	10	7	11	10	14	11,3	15,8
<b>1,5</b>	1	2	2	1	2	1	4	1	1	4	1,9	2,7
<b>2,0</b>	1	0	1	0	0	0	1	2	1	2	0,8	1,1
<b>2,5</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>3,0</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>3,5</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>4,0</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>4,5</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>5,0</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>5,5</b>	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2,8
<b>6,0</b>	2	2	2	2	2	0	2	3	1	2	1,8	2,5
<b>Mais</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>TOTAL</b>	<b>72</b>	<b>71</b>	<b>71</b>	<b>71</b>	<b>70</b>	<b>73</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>70</b>	<b>71,4</b>	<b>100,0</b>

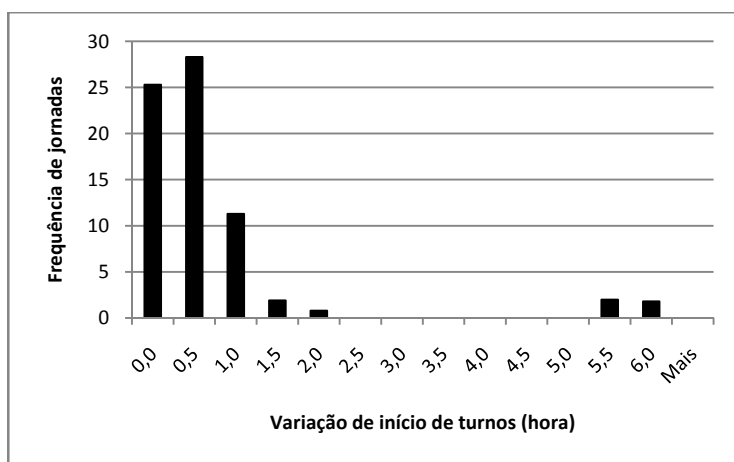


Figura 31: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA3/ XPRESS.

O melhor resultado para a função objetivo foi encontrado na quinta execução. Na Figura 32, tem-se o número de jornadas em relação a geração.

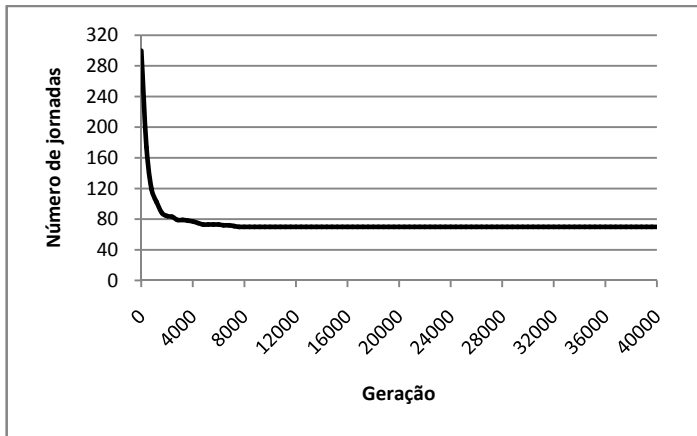


Figura 32: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado - DTA3/XPRESS.

A Figura 33 mostra o histograma das frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho do melhor resultado.

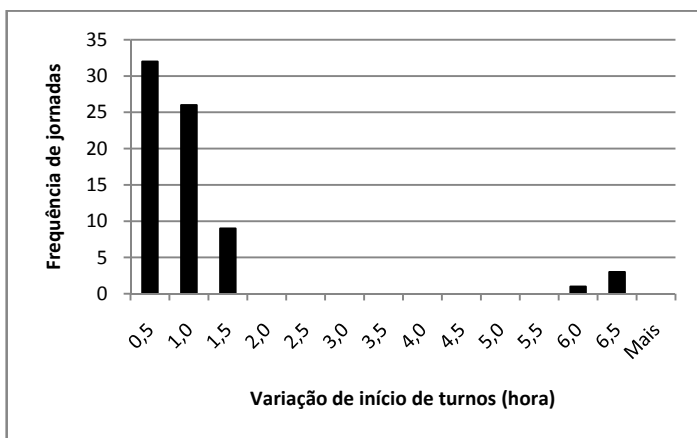


Figura 33: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA3/XPRESS.

#### 4.5.5.4 Resultados para o cenário DTA3/Gurobi

A Tabela 59 mostra as frequências de atendentes em relação a variação de início dos turnos de trabalho de um mesmo atendente, entre dias úteis, sábados e domingos. A Figura 34 mostra o histograma das médias destas frequências.

Tabela 59: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA3/Gurobi.

Variação (hora)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média	%
0,0	30	33	29	30	27	31	30	28	33	31	30,2	41,4
0,5	27	28	25	26	27	26	27	28	23	27	26,4	36,1
1,0	11	9	12	12	14	12	11	11	12	13	11,7	16,0
1,5	1	1	1	0	0	0	1	0	3	1	0,8	1,1
2,0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0,4	0,5
2,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
3,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
4,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
4,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
5,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
5,5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2,7
6,0	1	1	3	2	3	1	1	1	0	0	1,3	1,8
6,5	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0,3	0,4
Mais	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>TOTAL</b>	<b>72</b>	<b>75</b>	<b>73</b>	<b>73</b>	<b>73</b>	<b>73</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>74</b>	<b>74</b>	<b>73,1</b>	<b>100,0</b>

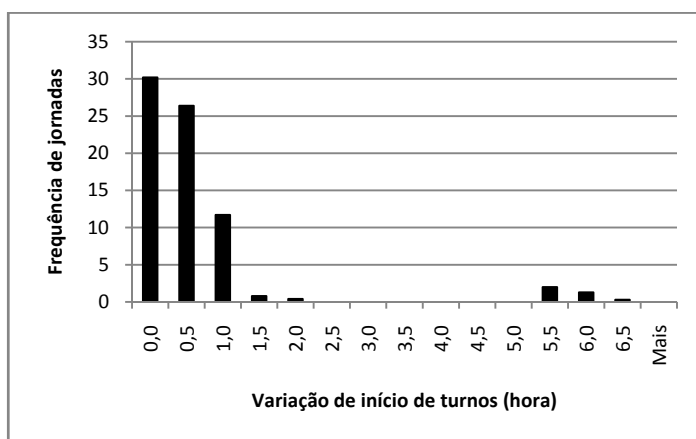


Figura 34: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA3/Gurobi.

O melhor resultado para a função objetivo foi encontrado na sétima execução. Na Figura 35, tem-se o número de atendentes em relação a geração.

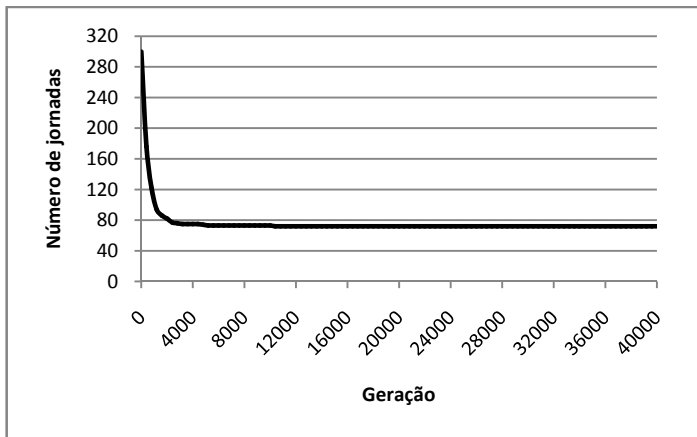


Figura 35: Número de atendentes em relação a geração - melhor resultado - DTA3/Gurobi.

A Figura 36 mostra o histograma das frequências de atendentes em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho do melhor resultado.

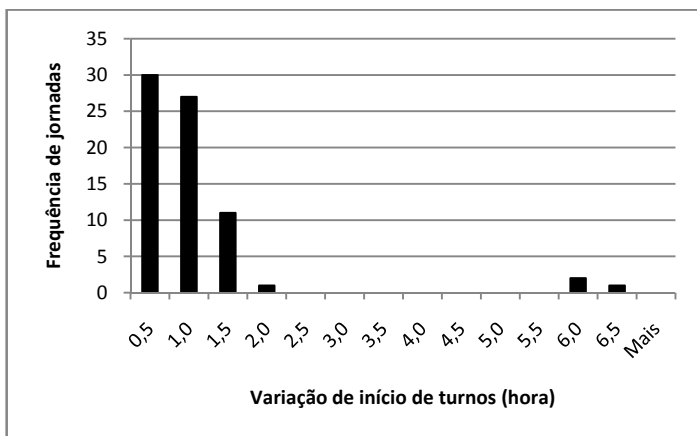


Figura 36: Frequências de atendentes em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA3/Gurobi.

#### 4.5.5.5 Resultados para o cenário DTA3/Cbc

A Tabela 60 mostra as frequências de atendentes em relação a variação de início dos turnos de trabalho de um mesmo atendente, entre dias úteis, sábados e domingos. A Figura 37 mostra o histograma das médias destas frequências.

Tabela 60: Frequência de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - DTA3/Cbc.

Variação (hora)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média	%
0,0	29	26	31	28	27	30	30	29	27	26	28,3	39,0
0,5	25	24	23	24	24	22	24	24	25	23	23,8	32,8
1,0	19	17	11	14	18	15	15	12	13	14	14,8	20,4
1,5	1	1	1	2	0	5	4	6	2	1	2,3	3,2
2,0	0	1	2	2	2	1	1	1	1	3	1,4	1,9
2,5	0	1	3	1	0	0	0	0	0	1	0,6	0,8
3,0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0,1
3,5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0,1	0,1
4,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
4,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
5,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
5,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
6,0	1	2	0	1	1	0	0	1	3	3	1,2	1,7
Mais	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
<b>TOTAL</b>	<b>75</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>73</b>	<b>74</b>	<b>73</b>	<b>72</b>	<b>71</b>	<b>72,6</b>	<b>100,0</b>

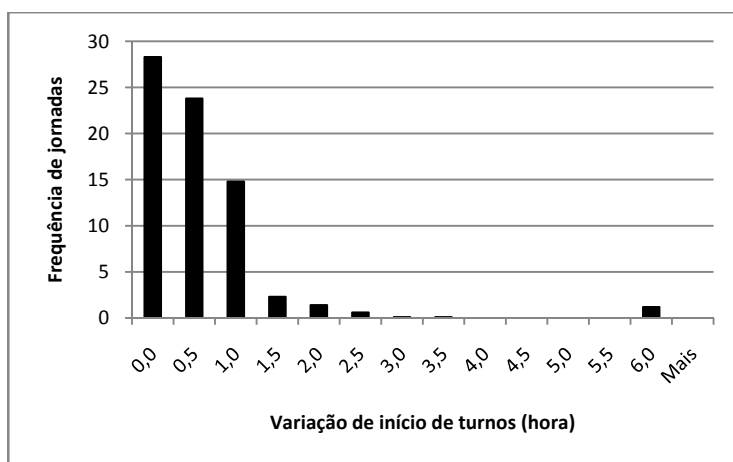


Figura 37: Médias das frequências de jornadas em relação a variação de início de turnos das jornadas programadas – DTA3/Cbc.

O melhor resultado para a função objetivo foi encontrado na décima execução. Na Figura 38, tem-se o número de jornadas em relação a geração.

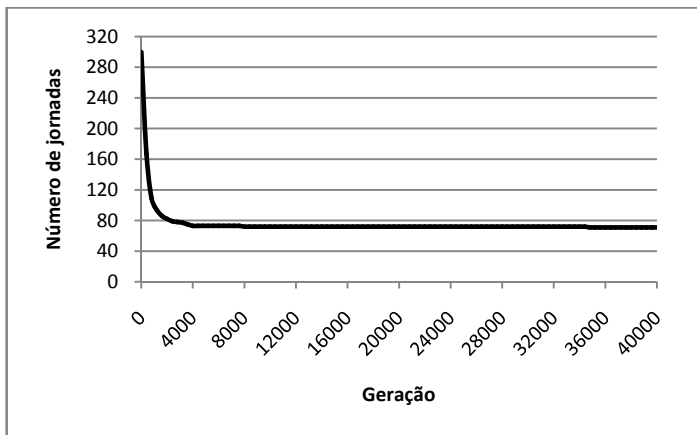


Figura 38: Número de jornadas em relação a geração - melhor resultado - DTA3/Cbc.

A Figura 39 mostra o histograma das frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho do melhor resultado.

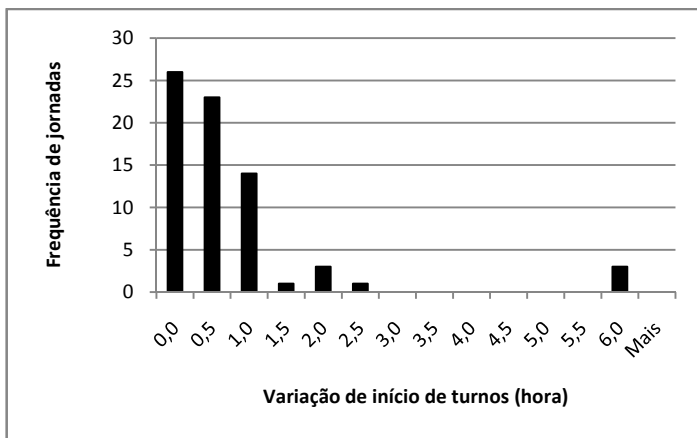


Figura 39: Frequências de jornadas em relação à diferença de tempo entre os inícios dos turnos de trabalho - melhor resultado - DTA3/Cbc.

A Tabela 61 mostra o tempo computacional das dez execuções do EDD para os três cenários abordados, combinados com os cinco conjuntos de dados de entrada utilizados.

Tabela 61: Tempo (em segundos) computacional das execuções do EDD para os cenários DTA.

Execução	DTA1	DTA2	DTA3				
			AEA4 <sup>ex</sup>	AEA6 <sup>ex</sup>	XPRESS	Cbc	Gurobi
1	234,27	233,38	230,19	233,18	231,44	231,18	234,55
2	237,87	237,95	237,25	233,22	237,90	234,95	230,37
3	233,23	236,49	232,00	232,84	231,77	231,60	234,78
4	232,51	231,94	237,38	234,84	236,58	229,28	237,40
5	229,98	229,05	237,28	234,77	230,42	235,89	234,72
6	233,44	233,37	235,63	231,09	231,48	233,10	236,58
7	236,11	234,26	230,21	230,93	232,41	237,72	231,90
8	234,17	235,64	231,49	233,13	233,03	230,32	229,31
9	233,75	231,11	232,65	237,98	233,27	233,70	229,93
10	236,82	229,29	233,13	229,76	232,87	232,85	231,21
<b>Média</b>	<b>234,22</b>	<b>233,25</b>	<b>233,72</b>	<b>233,17</b>	<b>233,12</b>	<b>233,06</b>	<b>233,08</b>

De forma resumida, a Figura 40 mostra o fluxograma do desenvolvimento da metodologia adotada para a resolução do problema de Programação de Pessoal com aplicação a uma empresa de *Call Center*. No início da metodologia têm-se os dados de entrada para o problema de Turnos de Trabalho, em seguida, os cenários propostos para esse problema. Depois, a utilização das técnicas de resolução: AG, EDD, AEA e por PLI. Seguindo-se dos resultados que servem de dados de entrada para o problema de Designação dos Turnos aos Atendentes. Também, cenários para esse problema é abordado. Finalizando com a resolução por EDD.

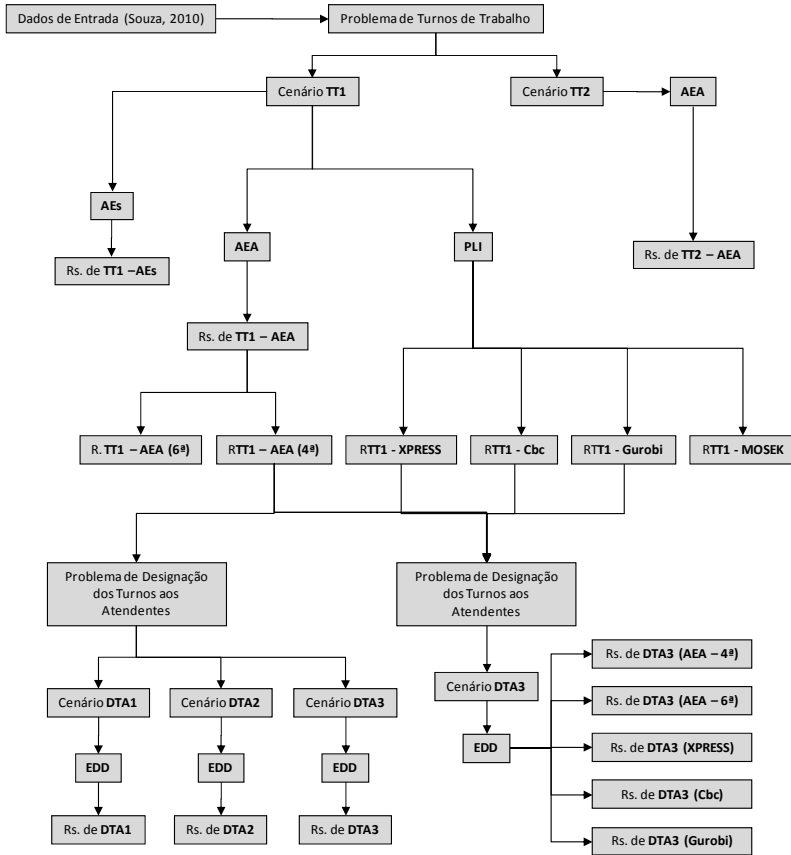


Figura 40: fluxograma da metodologia adotada para a resolução do problema de Programação de Pessoal com aplicação a uma empresa de *Call Center*.



## 5 DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

### 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste trabalho foi abordado um problema de Programação de Pessoal e foram desenvolvidas metodologias para a sua resolução com aplicação a uma empresa de *Call Center*. O problema foi decomposto em duas partes e resolvidos na seguinte ordem: problema de Turnos de Trabalho e problema de Designação dos Turnos aos Atendentes. Para a resolução do primeiro problema foram utilizados dados de previsão de demanda para o *Call Center* em estudo, retirados de Souza (2010). Os resultados encontrados, neste problema, foram os turnos de trabalho e a quantidade de atendentes em cada turno necessária para satisfazer a demanda, para o período de uma semana. Alguns desses resultados foram, então, usados como dados de entrada para o segundo problema, cujos resultados são a quantidade necessária de atendentes para cobrir os turnos determinados no primeiro problema para o período de planejamento (cinco semanas) e as jornadas de trabalho designadas aos atendentes, ou seja, a designação dos turnos aos atendentes.

### 5.2 DISCUSSÕES

As discussões são direcionadas aos valores dos parâmetros dos AEs, aos resultados encontrados na resolução dos problemas de Turnos de Trabalho e Designação dos Turnos aos Atendentes, aos cenários propostos para cada um dos problemas e ao problema de Programação de Pessoal.

#### **5.2.1 Dados de entrada para o problema de Programação de Pessoal**

Primeiramente, buscou-se uma aplicação para a metodologia adotada. Assim, escolheu-se um problema de Programação de Pessoal de uma empresa de *Call Center*. Os dados de entrada para o problema foram retirados de Souza (2010). Estes dados são as previsões de demanda para dias úteis, sábados e domingos, que satisfazem as chamadas recebidas pelo *Call Center* com taxa de abandono de até 5%, referentes ao mês de julho de 2009.

Os dados de entrada para o problema de Programação de Pessoal abordado são as demandas de atendentes para um determinado período de planejamento. Assim, os dados utilizados são suficientes e adequados para a aplicação da metodologia adotada.

### 5.2.2 Discussões: parâmetros dos AEs

Para a resolução de um problema por meio de Algoritmos Evolutivos, além dos dados de entrada do problema são necessários outros dados, geralmente chamados de parâmetros. Assim, antes da resolução dos problemas de TT e DTA por meio dos AEs é necessário determinar os valores de seus parâmetros. Desta forma, devem ser feitos ajustes dos valores de seus parâmetros. Esses ajustes foram determinados por meio de experimentos preliminares aos testes efetuados, cujos resultados estão expostos neste trabalho.

Primeiramente, foram determinados empiricamente os parâmetros relacionados aos valores iniciais dos operadores de cada AE, com o intuito de se encontrar valores adequados. Em seguida, procurou-se fazer ajustes em parâmetros que trouxessem redução quanto ao uso da memória computacional, que refletem no tempo computacional. Procurou-se fazer esta redução de forma que não comprometesse a viabilidade das soluções. Nesta fase, ajustou-se a quantidade de indivíduos e de cromossomos, também de forma empírica.

Os últimos parâmetros a serem ajustados foram os  $a_i$ 's, fatores dos expoentes das equações que representam as estratégias de atualização dos operadores dos AEs. Foram mostrados, neste trabalho, os ajustes dos  $a_i$ 's para o problema de turnos de trabalho. Por simplificação, os  $a_i$ 's foram considerados com mesmo valor e chamados de  $\beta$ . Assim, passou-se a ter apenas um parâmetro a ser ajustado.

Foram realizadas trinta execuções do AG, EDD e AEA para os seguintes valores de  $\beta$ : 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Em seguida, foi realizada a ANOVA dos valores encontrados para a função objetivo.

A ANOVA, para os resultados encontrados pelo AG, de acordo com o teste  $F$ , mostra que foram encontradas evidências de diferenças significativas, ao nível de 95% de confiança, entre os valores de  $\beta$ , com relação ao valor da função objetivo. Rejeita-se, portanto, a hipótese de igualdade entre as médias dos valores da função objetivo. Portanto, deve existir pelo menos um contraste significativo entre os valores de  $\beta$ , com relação às médias da função objetivo. De forma similar, para os

resultados de EDD e AEA, a ANOVA mostra que existe diferenças significativas, ao nível de 5%, relativo ao valor da função objetivo.

Após aplicação da ANOVA, foram feitos testes de comparação entre as médias dos valores da função objetivo para cada um dos resultados dos AEs. O método utilizado foi o LSD, que é a mínima diferença significativa de Fisher. Por meio deste método, verifica-se que o AG obteve, estatisticamente, menor média da função objetivo para  $\beta$  igual a 4 e para o EDD,  $\beta$  é igual a 2. Já, para o AEA, os valores de  $\beta$  encontrados são 2, 3 e 4. Neste caso, para qualquer um destes valores de  $\beta$  tem-se, estatisticamente, a mesma média do valor da função objetivo. Escolheu-se o valor para  $\beta$  igual 3 (que obteve menor média nas trinta execuções) para dar continuidade a outros testes.

Fazendo-se o estudo da ANOVA com os resultados de AG ( $\beta = 4$ ), EDD ( $\beta = 2$ ) e AEA ( $\beta = 3$ ) que obtiveram, estatisticamente, a menor média verifica-se que não há diferença estatisticamente significativa entre as médias no nível de confiança de 95% (ver Tabela 23). Isso mostra que os melhores resultados encontrados para os AEs possuem, estatisticamente, mesma média, mas para valores diferentes de  $\beta$ .

### 5.2.3 Discussões: problema de Turnos de Trabalho

Foram desenvolvidas duas metodologias para a resolução do problema de Turnos de Trabalho. Primeiro, através de AEs: Algoritmo Genético, Evolução Diferencial Discreta mista (binária e inteira) e Algoritmo Evolutivo Adaptativo. Segundo, o problema foi modelado como um problema de Programação Linear Inteira (PLI) e resolvido com os aplicativos de otimização XPRESS, Gurobi, Cbc e MOSEK, disponibilizados no *site* NEOS SERVER ([www.neos-server.org](http://www.neos-server.org)).

Foram abordados dois cenários para a resolução do problema de turnos de trabalho. Estes cenários caracterizam os tipos de turnos possíveis. Determinou-se para o primeiro cenário, denominado TT1, turnos que tivessem limitações semelhantes aos do *Call Center* em estudo, neste caso, turnos que não tivessem início ou término entre meia noite e seis horas da manhã.

O problema de turnos de trabalho com o cenário TT1, primeiramente, foi resolvido por AG, EDD e AEA com os intuitos de ajustar os parâmetros  $a_i$ 's, como visto na seção anterior, e verificar qual AE tem melhor desempenho, em seguida executar este AE mais vezes, para se determinar melhores soluções. Pode-se considerar que o AG com  $\beta$  igual a 4, o EDD com  $\beta$  igual a 2 e o AEA com  $\beta$  igual a 2, 3 e 4

possuem o mesmo desempenho, verificado por meio da ANOVA. Assim, escolheu-se o AEA com  $\beta$  igual a 3, uma vez que obteve menor média dos valores da função objetivo.

Verifica-se (ver Tabelas 14 e 24) que com o aumento no número de gerações, o AEA encontrou melhores resultados. A média dos valores da função objetivo foi de 124,8 e melhor resultado 124, enquanto que antes a média era de 127,27 e melhor resultado 125.

Pode-se verificar (Tabela 5) na execução do AEA, de melhor resultado, que a quantidade de sucesso de cada AE vai decaindo no decorrer das gerações, visto que quanto melhores as soluções menores são as possibilidades de melhoria. Uma das razões é o aumento no número de soluções inviáveis. Pode-se observar que qualquer redução na quantidade de turnos ou qualquer alteração nas características dos turnos (início, pausa ou intervalo) pode, facilmente, resultar em solução que não atenda a restrição de demanda em algum subperíodo. No decorrer da execução do AEA, tanto o AG quanto o EDD tiveram atuação com sucesso, sendo que em certos momentos um superava o outro em quantidade de sucesso.

A seguir algumas discussões referentes ao melhor resultado encontrado pelo AEA.

Na Figura 9 pode-se verificar o comportamento do valor da função objetivo no decorrer das gerações. Percebe-se um acentuado decrescimento do valor da função objetivo no decorrer das gerações iniciais, evidenciando a rápida melhoria das soluções nestas gerações. Depois, o decrescimento torna-se suave até a geração de ordem 55.327 onde se encontra o melhor valor, assim, é constante desta geração até o final. Observando-se a Figura 10, percebe-se que a SDQ tem um comportamento similar ao da função objetivo. A acentuada redução da SQD nas gerações iniciais, o decrescimento suave nas gerações subsequentes e finalizando com valores constantes.

A SDQ mostra um excesso de atendentes em relação à demanda. Esta ideia pode ser mais bem percebida nas Tabelas 62, 63, 64 e 65 que mostram as frequências do excesso de atendentes em cada subperíodo dos dias da semana.

Tabela 62: Frequência do excesso de atendentes para domingos (TT1).

<b>Nº de excesso de atendentes</b>	<b>Frequência</b>	<b>%</b>
0	52	36,1
1	69	47,9
2	23	16,0
Mais	0	0,0

Tabela 63: Frequência do excesso de atendentes para segundas-feiras (TT1).

<b>Nº de excesso de atendentes</b>	<b>Frequência</b>	<b>%</b>
0	22	15,3
1	42	29,2
2	23	16,0
3	7	4,8
4	18	12,5
5	22	15,3
6	8	5,5
7	2	1,4
Mais	0	0,0

Tabela 64: Frequência do excesso de atendentes para terças-feiras às sextas-feiras (TT1).

<b>Nº de excesso de atendentes</b>	<b>Frequência</b>	<b>%</b>
0	20	13,9
1	22	15,3
2	40	27,8
3	10	6,9
4	20	13,9
5	22	15,3
6	8	5,5
7	2	1,4
Mais	0	0,0

Tabela 65: Frequência do excesso de atendentes para sábados (TT1).

<b>Nº de excesso de atendentes</b>	<b>Frequência</b>	<b>%</b>
0	24	16,7
1	53	36,8
2	40	27,8
3	27	18,7
Mais	0	0,0

Observando-se as Tabelas 62, 63, 64 e 65 verifica-se que 36,1%, 15,3%, 13,9% e 16,7% dos 144 subperíodos de domingos, segundas-feiras, terças-feiras às sextas-feiras e sábados, respectivamente, tiveram quantidades de atendentes iguais às demandas. Ainda, o excesso máximo de atendentes em relação à demanda foi de dois, sete e três atendentes para domingos, segundas-feiras às sextas-feiras e sábados, respectivamente. Com isso, nota-se que a minimização do excesso de atendentes foi mais significativa nos domingos e sábados.

O problema de Turnos de Trabalho com o cenário TT1, também foi resolvido por Programação Linear Inteira (PLI) por meio dos aplicativos XPRESS, Gurobi, Cbc e MOSEK, disponíveis no site NEOS SERVER. Com esses resultados, foi possível fazer-se a comparação com os do AEA.

O melhor resultado encontrado pelo AEA para função objetivo foi 124, considerado um bom resultado, visto que os aplicativos XPRESS, Gurobi e Cbc encontraram o valor 122 e o MOSEK, 126.

Na Tabela 66 podem ser visualizados os resultados, simplificados, encontrados pelos aplicativos XPRESS, Cbc, Gurobi e MOSEK e o primeiro (4ª execução) e quinto (6ª execução) melhores resultados encontrados pelo AEA. Pode-se observar, por exemplo, que o XPRESS, Cbc e Gurobi encontraram o mesmo valor da função objetivo, mas a quantidade de turnos nos dias úteis e sábados são distintos, mesmo não sendo distintos como no domingo. Esses se diferenciam pelo tipo de turnos (ver Tabelas 31, 34 e 37).

Tabela 66: Resultados simplificados de TT1.

Resultados	TT1					
	AEA(4ª ex.)	AEA(6ª ex.)	XPRESS	Cbc	Gurobi	MOSEK
Domingos	21	22	21	21	21	22
Dias úteis	63	64	64	62	63	61
Sábados	40	38	37	39	38	43
<b>Total</b>	<b>124</b>	<b>124</b>	<b>122</b>	<b>122</b>	<b>122</b>	<b>126</b>

Para o cenário TT2, o problema de Turnos de Trabalho foi resolvido apenas por AEA. Vale lembrar que para este cenário não existe restrição de início e término para os turnos.

Observando-se as Tabelas e Figuras que mostram os resultados para os cenários TT1 e TT2, verifica-se que o AEA se comportou de forma similar em ambos os cenários.

Os resultados mostram que as soluções para o cenário TT2 são melhores que para o cenário TT1. Isso indica que as características dos cenários influenciaram na minimização da quantidade de turnos. Neste caso, o melhor resultado encontrado para o cenário TT2 foi igual a 120, resultado encontrado em cinco das dez execuções. Dentre estes cinco resultados, o melhor resultado encontrado para a SDQ foi de 4.972, na 8ª execução.

As Tabelas 67, 68, 69 e 70 mostram as frequências do excesso de atendentes para cada subperíodo dos dias da semana.

Tabela 67: Frequência do excesso de atendentes para domingos (TT1).

Nº de excesso de atendentes	Frequência	%
0	46	31,9
1	88	61,2
2	10	6,9
Mais	0	0,0

Tabela 68: Frequência do excesso de atendentes para segundas-feiras (TT1).

<b>Nº de excesso de atendentes</b>	<b>Frequência</b>	<b>%</b>
0	32	22,2
1	39	27,1
2	27	18,8
3	24	16,6
4	20	13,9
5	2	1,4
Mais	0	0,0

Tabela 69: Frequência do excesso de atendentes para terças-feiras às sextas-feiras (TT1).

<b>Nº de excesso de atendentes</b>	<b>Frequência</b>	<b>%</b>
0	21	14,6
1	24	16,7
2	30	20,8
3	46	31,9
4	21	14,6
5	2	1,4
Mais	0	0,0

Tabela 70: Frequência do excesso de atendentes para sábados (TT1).

<b>Nº de excesso de atendentes</b>	<b>Frequência</b>	<b>%</b>
0	25	17,4
1	62	43,1
2	48	33,3
3	9	6,2
Mais	0	0,0

Verifica-se nas Tabelas 67, 68, 69 e 70 que para 31,9%, 22,2%, 14,6% e 17,4% dos 144 subperíodos de domingos, segundas-feiras, terças-feiras às sextas-feiras e sábados, respectivamente, foram programadas quantidades de atendentes iguais a demanda, ou seja, não houve excesso de atendentes. Também, o excesso máximo de atendentes foi de dois, cinco e três para domingos, segundas-feiras às sextas-feiras



e sábados, respectivamente. Com isso, percebe-se que a minimização do excesso de atendentes foi mais acentuada para os domingos e sábados.

Apenas alguns resultados encontrados para o cenário TT1 do problema de Turnos de Trabalho foram utilizados como dados de entrada para o segundo problema. A seguir, as discussões referentes ao problema de Designação dos Turnos aos Atendentes.

#### **5.2.4 Problema de Designação dos Turnos aos Atendentes**

Para esta segunda etapa, foi aplicado um algoritmo envolvendo Evolução Diferencial Discreta mista (binária e inteira) para a resolução do problema de Designação dos Turnos aos Atendentes com similaridades ao algoritmo aplicado para a resolução do problema de Turnos de Trabalho. Mostrou facilidade de implementação.

De acordo com a codificação adotada na EDD mista, cada cromossomo representa uma jornada a ser designada a um atendente, assim, a quantidade de jornadas encontrada equivale à quantidade de atendentes, que é solução do problema de Programação de Pessoal.

Aplicação deste problema foi feita também para alguns cenários. Estes cenários caracterizam os dias de trabalhos a serem designados aos atendentes.

O primeiro cenário abordado, denominado DTA1, possui características semelhantes as do *Call Center*, ou seja, os dias a serem designados aos atendentes são: todos os dias de segunda-feira à sexta-feira, três sábados e um domingo em final de semana distinto dos sábados no período de cinco semanas. O conjunto de dados de entrada utilizado para este cenário foi o melhor resultado encontrado em TT1 pelo AEA.

A quantidade encontrada de jornadas (atendentes) para este cenário, DTA1, foi de 105. Este é o valor ótimo, pois se verifica que para cada domingo são necessários 21 atendentes e como cada atendente deve trabalhar apenas em um domingo dos cinco do período de planejamento, tem-se que o total de atendentes para satisfazer a demanda em domingos é igual a 21 multiplicado por cinco, resultando em 105. As limitações deste cenário fazem com que a quantidade de atendentes para satisfazer a demanda seja bem superior a quantidade de atendentes do *Call Center*, que era de 65 atendentes. Vale ressaltar que os 65 atendentes, tem uma média de 43,55% em certas horas em dia de semana no mês da coleta de dados (ver Anexo A).

Como o objetivo para DTA foi minimizar as variações entre os inícios dos turnos, para a satisfação dos atendentes, observa-se na Tabela 51 que há maior quantidade de jornadas com pouca ou nenhuma variação entre inícios de seus turnos. Observando-se a mesma Tabela, verifica-se que em relação às médias das frequências das variações entre os inícios dos turnos das jornadas, 60% possuem o mesmo início, 31,2% possuem uma variação de meia hora e o percentual de 8,8%, possui variação superior a meia hora.

A maior variação, com seis horas, foi encontrada por duas vezes em uma execução e uma, em seis execuções. Esta variação ocorreu em jornadas que possuem turnos que tem início à 00:00 e outros às 06:00. Vale lembrar que esses inícios são consecutivos, por não serem permitidas entradas entre esses horários. Nas outras três execuções a variação máxima foi de cinco horas e meia. Esta variação ocorreu em jornadas que possuem turnos que tem início às 18:00 e outros às 23:30. Essas entradas de turnos também têm inícios consecutivos.

Observando-se a Tabela 52, que mostra o melhor resultado para DTA1, a função objetivo teve decréscimo acentuado até a geração de ordem 2.800, cujo valor é igual a 109. Após, essa geração, atingiu-se o ótimo entre as gerações de ordem 4.400 e 4.800. Depois, houve melhoria apenas na diferença de variação entre os inícios dos turnos de trabalho de uma mesma jornada.

Como o objetivo geral é minimizar a quantidade de atendentes no *Call Center* em estudo, e o cenário DTA1 limitou em 105 atendentes, quantidade muito acima do número de atendentes na época da coleta dos dados, procurou-se propor outros cenários para encontrar melhores resultados. Com isso, outros cenários cujas limitações de dias de trabalho fossem passíveis de implementação pelo *Call Center* em estudo foram testados.

As combinações de trabalhos de finais de semanas do cenário DTA2 são: três sábados e um domingo em finais de semana distintos; dois sábados e dois domingos, com apenas um final de semana comum; três sábados e dois domingos, também com apenas um final de semana comum.

Para o cenário DTA2, o mínimo encontrado foi 77 atendentes. Este valor foi encontrado em cinco das dez execuções, cuja média foi de 77,6. Como esperado, estes resultados são melhores que os do DTA1, visto que existe possibilidade dos atendentes serem designados a mais de um domingo no período de planejamento.

O melhor resultado para o cenário DTA2 foi encontrado na oitava execução de EDD. Neste caso, dentre as cinco execuções que obtiveram

o resultado 77 para a função objetivo, a 8ª execução foi a que obteve o menor valor para a somatória das diferenças quadráticas (SDQ) entre os inícios dos turnos de uma mesma jornada. Observando o resultado desta execução (ver Tabela 53), pode-se verificar a minimização na variação entre os inícios dos turnos de uma mesma jornada, onde 61 dos 77 atendentes são designados a turnos com nenhuma variação entre seus inícios ou no máximo meia hora. A máxima variação foi de cinco horas e meia, mas vale lembrar que são turnos que tem início às 18:00 e às 23:30.

Observando-se os resultados do cenário DTA2, verifica-se que turnos dos três grupos que formam o cenário DTA2 fazem parte da solução, ou seja, na solução existem atendentes que foram designados a trabalhar em três sábados e um domingo, outros em dois sábados e dois domingos e outros em três sábados e dois domingos. Assim, com o intuito de melhorar ainda mais a solução foi proposto um terceiro cenário, denominado DTA3, cujas combinações de finais de semanas a serem designados aos atendentes possuísse maior quantidade dentre as abordadas, assim o cenário DTA3 possui as seguintes combinações de finais de semanas a serem designados aos atendentes: três sábados e dois domingos, mas com apenas um sábado e um domingo no mesmo final de semana.

Os dados de entrada para este cenário foram retirados dos resultados do problema de Turnos de Trabalho considerando apenas o cenário TT1, visto que este tem características similares as do *Call Center* em estudo. Os resultados que foram utilizados com dados de entrada, são: o melhor (4ª execução) e o quinto melhor resultado (6ª execução) encontrados pelo AEA e os resultados encontrados pelos aplicativos XPRESS, Cbc e Gurobi.

A Tabela 71 mostra, de forma simplificada, os resultados encontrados por EDD para o cenário DTA3 para cada um dos cinco conjuntos de dados de entrada considerados. Nesta Tabela, tem-se a quantidade de atendentes dos melhores resultados e as médias de atendentes das dez execuções.

Tabela 71: Resultados simplificados de DTA3.

Resultado	DTA3				
	AEA(4ªex)	AEA(6ªex)	XPRESS	Cbc	Gurobi
<b>Melhor</b>	75,00	71,00	70,00	71,00	72,00
<b>Média</b>	75,00	73,10	71,40	72,60	73,10

Cabe aqui, sobretudo, discutir os resultados referentes à quantidade de atendentes, uma vez que os resultados são distintos em tipos e quantidade de turnos.

Observa-se que para o cenário DTA3 os melhores resultados encontrados para o número de atendentes variaram entre 70 e 75. O melhor resultado foi encontrado utilizando-se o resultado do aplicativo XPRESS. Agora, utilizando-se como dados de entrada os resultados do Cbc e Gurobi os resultados foram maiores, 71 e 72. Vale lembrar que os aplicativos XPRESS, Cbc e Gurobi obtiveram o mesmo valor para a função objetivo na resolução do problema de TT. Utilizando-se o quinto melhor resultado encontrado pelo AEA em TT1, a EDD encontrou bons resultados, visto que o melhor resultado, 71 atendentes, foi apenas superado pelo do XPRESS. Agora, utilizando-se o melhor resultado do AEA (4ª execução), a EDD encontrou 75 atendentes como melhor resultado, superior a todos os outros melhores resultados. Observa-se que tanto a quantidade quanto as características dos turnos que são utilizados como dados de entrada influenciam na solução do problema de Designação dos Turnos aos Atendentes.

### **5.2.5 Problema de Programação de Pessoal**

Com as discussões anteriores, verifica-se que os dados de entrada para o problema de DTA podem ser escolhidos, dentre vários resultados encontrados no problema de Turnos de Trabalho. Assim, para se encontrar boas soluções para o problema de Programação de Pessoal é preciso encontrar para o problema de Turnos de Trabalho bons resultados, não necessariamente os melhores em relação à quantidade de turnos e em seguida utilizá-los como dados de entrada para o problema de Designação de Turnos aos Atendentes.

Uma situação particular pode ser observada comparando-se resultados encontrados com dados do *Call Center*. Por exemplo, o melhor valor encontrado pelo EDD para o número total de atendentes é igual 70, considerando uma taxa de abandono de até 5%, enquanto que a quantidade real na época da coleta de dados (julho de 2009) era de 65 atendentes, mas a taxa média máxima de abandono chegou a 20,27% em dias úteis, 43,55% nos sábados e 26,01% nos domingos. Isso mostra que com mais cinco atendentes, designados para trabalhar um domingo a mais do que a quantidade real poderia satisfazer a demanda com uma taxa de abandono de até 5%. Como eram necessários 64 atendentes para os dias de segundas-feiras às sextas-feiras, com os 70 atendentes teria

excesso 6 atendentes por dia, multiplicando por 25 (que são os dias de segundas-feiras às sextas-feiras do período de planejamento) resulta em 150 excessos. Desta forma, o domingo a mais a ser trabalhado poderia ser compensado com até dois dias de folga de segunda-feira à sexta-feira no período de planejamento.

Em relação aos cenários propostos, verifica-se que são importantes para a resolução dos problemas. Também, são considerados adequados, visto que alguns são similares aos do *Call Center* em estudo e outros passíveis de implementação.

### 5.3 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi desenvolvida uma metodologia para resolver o problema de Programação de Pessoal e que foi aplicada a uma empresa de *Call Center* para o período de planejamento de cinco semanas. O problema foi dividido em duas etapas: determinação de turnos de trabalho para o período de uma semana; e designação desses turnos aos atendentes para o período de cinco semanas. Cenários, que caracterizam tipos de turnos, foram propostos para o problema de Turnos de Trabalho e, também, foram propostos cenários para a segunda etapa, mas referentes aos possíveis dias a serem designados aos atendentes. Para resolução dos problemas foram utilizados Algoritmos Genéticos, Evolução Diferencial Discreta misto (binário e inteiro), um algoritmo proposto denominado Algoritmo Evolutivo Adaptativo e um modelo de PLI resolvido por aplicativos.

O Algoritmo Evolutivo Adaptativo proposto teve eficiência similar ao do Algoritmo Genético e da Evolução Diferencial Discreta misto, relacionado à qualidade de solução, uma vez que os três AEs obtiveram médias, estatisticamente, iguais para o valor da função objetivo na resolução do problema de turnos de trabalho para o cenário TT1 com o critério de parada 10.000 gerações.

Os resultados finais do problema de turnos de trabalho, para o cenário TT1 foram encontrados por AEA com critério de parada 100.000 gerações e por um modelo de PLI resolvido pelos aplicativos XPRESS, Cbc, Gurobi e MOSEK (disponíveis no site NEOS SERVER). O AEA obteve bons resultados, visto que são próximos dos encontrados pelos aplicativos. O AEA que encontrou como melhor resultado o valor 124, para função objetivo, foi superado pelos aplicativos XPRESS, Cbc e Gurobi que encontraram o valor 122, mas superou o MOSEK que encontrou o valor 126.

O problema de turnos de trabalho para o cenário TT2 foi resolvido apenas através do AEA com critério de parada 100.000 gerações. O melhor resultado encontrado para função objetivo foi igual a 120. Este valor superou ao do cenário TT1 que obteve um resultado igual a 124. Isto está relacionado às restrições de início e final de turno entre meia noite e seis horas da manhã, consideradas no cenário TT1.

O problema de designação dos turnos aos atendentes foi resolvido por uma EDD mista (binária e inteira).

Para o cenário DTA1, o valor 105 é o ótimo para o número de atendentes, pois são necessários 21 atendentes aos domingos e cada atendente é designado a trabalhar em apenas um dos cinco domingos do período de planejamento, mas muito aquém da quantidade real que era de 65. Com os 105 atendentes, o que se observa é a minimização das diferenças entre os inícios de turnos de um mesmo atendente, onde se verifica que em média 60% dos atendentes são designados a jornadas com todos os turnos possuindo o mesmo horário de início e quase a maioria, em média 91,2%, são designados a jornadas com no máximo meia hora de variação dos inícios dos turnos.

Verifica-se que as características do cenário refletem na minimização da quantidade de atendentes. Podem-se abordar diversos cenários para se encontrar melhores soluções, mas poucos sendo passíveis de implementação pela empresa. Assim, apenas outros dois cenários foram propostos, denominados DTA2 e DTA3. Estes novos cenários encontraram melhores soluções. Os melhores resultados encontrados foram 77 e 70 atendentes, para os cenários DTA2 e DTA3, respectivamente.

Conclui-se, também, que o cenário DTA3 é uma boa proposta, e de fácil implementação, uma vez que se teria uma taxa de abandono de até 5% em detrimento do aumento de 5 atendentes, trabalhando um domingo a mais do que o do cenário do *Call Center* da época da coleta de dados, mas podendo ser compensado com até dois dias de folga entre segunda-feira e sexta-feira no período de planejamento.

Para o cenário DTA3 foram utilizados cinco conjuntos de dados entrada. Os melhores valores encontrados foram 70, 71, 72 e 75 para o número de atendentes. Isso mostra que as características dos dados de entrada influenciam na solução do problema.

Com isso, conclui-se que os melhores resultados encontrados no problema de turnos de trabalho, não necessariamente são os dados de entrada para o problema de designação dos turnos aos atendentes que resultam na melhor solução para o problema de programação de pessoal. Assim, para se encontrar boas soluções para o problema de Programação

de Pessoal, de acordo com a metodologia adotada, deve-se encontrar resultados adequados para o primeiro problema e em seguida utilizá-los como dados de entrada para o segundo problema. Conclui-se, também, que vários cenários podem ser abordados para ajudar na tomada de decisão.

Os tempos computacionais das execuções do AEA para resolução do problema de turnos de trabalho estiveram entre 39 e 40 segundos. Já para a resolução do problema de Designação dos Turnos aos Atendentes, o tempo computacional ficou entre 229 e 238 segundos. Estes tempos são considerados adequados e compatíveis para uma possível tomada de decisão.

A metodologia adotada foi aplicada a um problema de *Call Center* receptivo, onde se tem como dados de entrada a demanda de atendentes. Verifica-se que esta metodologia pode ser expandida para outras aplicações de problemas similares, sobretudo para problemas em que é possível determinar facilmente a demanda diária de empregados. Vale ressaltar a fácil implementação dos algoritmos utilizados.

A metodologia adotada e as ferramentas utilizadas foram consideradas adequadas para a resolução de um problema de Programação de Pessoal com aplicação a uma empresa de *Call Center*.

#### 5.4 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

O Algoritmo Evolutivo Adaptativo, proposto neste trabalho, mostrou bons resultados, para problemas de Turnos de Trabalho. Sugere-se aplicá-lo a outros problemas para que seja verificada a sua eficiência.

O AEA proposto pode ser estendido para integrar outras ferramentas como *Simulated Annealing*, Busca Tabu, entre outras bem conhecidas e aplicá-lo em outros problemas, sobretudo no domínio contínuo devido a sua fácil implementação e análise de seu comportamento.

No problema de Programação de Pessoal abordado foram consideradas disponibilidades ilimitadas dos atendentes, ou seja, todos os atendentes estão disponíveis em todos os horários. Também, não foram consideradas a satisfação dos atendentes. Sugere-se, então, desenvolver uma metodologia para a resolução do problema de Programação de Pessoal considerando a satisfação dos atendentes e garantindo as restrições de disponibilidade.

O problema de Programação de Pessoal foi dividido em duas partes e resolvidos sequencialmente, procurando-se otimizar cada um deles. Isso reduz a complexidade do problema em detrimento da quantidade e qualidade de soluções. Com o avanço na velocidade computacional, sugere-se desenvolver uma metodologia para resolver o problema de forma integral, utilizando-se, possivelmente, dos AEs propostos neste trabalho.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABBASS, H. A. **The Self-Adaptive Pareto Differential Evolution Algorithm**. In: Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation, 2002 (CEC '02), p.831-836, 2002.
- ABBAS, H. M.; BAYOUMI, M. M. **Volterra System Identification using Adaptive Genetic Algorithms**. Applied Soft Computing, v.5, p.75-86, 2004.
- ABRAMSON, D. **Constructing School Timetables using Simulated Annealing: Sequential and Parallel Algorithms**. Management Science, v.37, p.98-113, 1991.
- AINE, S.; KUMAR, R.; CHAKRABARTI, P. P. **Adaptive Parameter Control of Evolutionary Algorithms to Improve Quality-Time Trade-Off**. Applied Soft Computing, v.9, p.527-540, 2009.
- ALFARES, H. K. **Survey, Categorization, and Comparison of Recent Tour Scheduling Literature**. Annals of Operations Research, v.127, p.145-175, 2004.
- ALGULIEV, R.; ALIGULIYEV, R. M. **Evolutionary Algorithm for Extractive Text Summarization**. Intelligent Information Management, v.1, p.128-138, 2009.
- ALIGULIYEV, R. M. **A New Sentence Similarity Measure and Sentence Based Extractive Technique for Automatic Text Summarization**. Expert Systems with Applications, v.36, p.7764-7772, 2009.
- ALMEIDA, L. F.; PACHECO, M. A.; VELLASCO, M. M. **Algoritmos Evolucionários na Otimização de Alternativas para o Desenvolvimento de Campos de Petróleo**. In: XXIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP 2003), p.1-9, 2003,
- ANGELINE, P. J. **Adaptive and Auto-Adaptive Evolutionary Computations**. In M. Palaniswami and Y. Attikiouzel, editors. Computational Intelligence: A Dynamic Systems Perspective. IEEE Press, p.152-163, 1995.

- ANGIRA, R.; BABU, B, V. **Optimization of Process Synthesis and Design Problems: A Modified Differential Evolution Approach.** Chemical Engineering Science, v.61, p.4707-4721, 2006.
- APRIL, J.; GLOVER, F.; KELLY, J. P. **Optfolio - A Simulation Optimization System for Project Portfolio Planning.** In: Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference, p.301-309, 2003.
- ARANTES, M. B; OLIVEIRA, G. T. S.; SARAMAGO, S. F. P. **Evolução Diferencial Aplicada à Solução de Alguns Problemas de Engenharia de Produção.** FAMAT em Revista, n.6, p.48-61, 2006.
- ASLANTAS, V. **An Optimal Robust Digital Image Watermarking Based on Svd Using Differential Evolution Algorithm.** Optics Communications, v.282, p.769-777, 2009.
- BABU, B. V.; JEHAN, M. M. L. **Differential Evolution for Multi-Objective Optimization.** In: The 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC '03), p.2696-2703, 2003.
- BARBOSA, H. J. C. **Introdução aos Algoritmos Genéticos.** In: XX Congresso Nacional de Matemática Aplicada. SBMAC: Gramado, setembro de 1997.
- BARBOZA A. O. **Simulação e Técnica da Computação Evolucionárias aplicadas a Problemas de Programação Linear Inteira Mista.** Curitiba, 2005. Tese de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2005.
- BARD, J. F.; BINICI, C.; DESILVA, A. H. **Staff Scheduling at the United States Postal Service.** Computers & Operations Research, v.30, p.745-771, 2003.
- BAŞTÜRK, A.; GÜNAY, E. **Efficient Edge Detection in Digital Images Using Cellular Neural Network Optimized by Differential Evolution Algorithm.** Expert systems with Applications, v.36, p.2645-2650, 2009.
- BECHTOLD, S. E.; BRUSCO, M. J.; SHOWALTER, M. J. A **Comparative Evaluation of Labor Tour Scheduling Methods.** Decision Sciences, v.22, n.4, p.683-699, 1991.

BHULAI, S.; KOOLE, G.; POT, A. **Simple Methods for Shift Scheduling in Multiskill Call Centers**. *Manufacturing & Service Operations Management*, v.10, n.3, p.411-420, 2008.

BINGUL, Z. **Adaptive Genetic Algorithms Applied to Dynamic Multiobjective Problems**. *Applied Soft Computing*, v.7, p.791-799, 2007.

BLÖCHLIGER, I. **Modeling Staff Scheduling Problems. A Tutorial**. *European Journal of Operational Research*, v.158, p.533-542, 2004.

BREST, J.; GREINER, S.; BOSKOVIC, B.; MERNIK, M.; ZUMER, V. **Self-Adapting Control Parameters in Differential Evolution: A Comparative Study on Numerical Benchmark Problems**. In: 2006 IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v.10, n.6, p. 646-657, 2006.

BREST, J.; ZAMUDA, A.; FISTER, I.; MAUCEC, M. S. **Large Scale Global Optimization using Self-Adaptive Differential Evolution Algorithm**. In: 2010 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2010), p.1-8, 2010.

CAI, X.; LI, K. N. **A Genetic Algorithm for Scheduling Staff of Mixed Skills under Multi-Criteria**. *European Journal of Operational Research*, v.125, p.359-369, 2000.

CAPRARA, A.; MONACI, M.; TOTH, P. **Models and Algorithms for a Staff Scheduling Problem**. *Mathematical Programming*, v.98, p.445-476, 2003.

CARRANO, E. G.; TAKAHASHI, R. H. C.; CARDOSO, E. P.; SALDANHA, R. R.; NETO, O.M. **Optimal Substation Location and Energy Distribution Network Design using a Hybrid GA-BFGS Algorithm**. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, v.152, n.6, p.919-926, 2005.

CARSON II, J. S. **Introduction to Modeling and Simulation**. In: *Proceedings of the 2005 Winter Simulation Conference*, p.150-161, 2005.

CASTRO, L. N. **Fundamentals of Natural Computing: Basic Concepts, Algorithms, and Applications**. Danvers: Chapman & Hall/CRC, 2006.

CHAN, F. T. S.; CHUNG, S. H.; CHAN, P. L. Y. **An Adaptive Genetic Algorithm with Dominated Genes for Distributed Scheduling Problems**. Expert Systems with Applications, v.29, p.364-371, 2005.

CHUNG, C. Y.; LIANG C. H.; WONG, K. P.; DUAN, X. Z. **Hybrid Algorithm of Differential Evolution and Evolutionary Programming for Optimal Reactive Power Flow**. IET Generation Transmission Distribution, v.4, n.1, p. 84-93, 2010.

COLLORNI, A.; DORIGO, M.; MANIEZZO, V. **Metaheuristics for High School Timetabling**. Computational Optimization and Applications, v.9, p.275-298, 1998 .

CORRÊA, E. S. **Algoritmos Genéticos e Busca Tabu Aplicados ao Problema das p-Medianas**. Curitiba, 2000. Dissertação de Mestrado no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2000.

COSTA, D. **A Tabu Search Algorithm for Computing an Operational Timetable**. European Journal of Operational Research, v.76, p.98-110, 1994.

CUI, M. **Research on Self-Adaptive Float Evolution Algorithm Based on DE**. In: 2008 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, p.140-144, 2008.

DAI, T.; HUO, J. **A Research on Shift Scheduling Problem in Multi-skill Call Center**. In: IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics, 2008 (SOLI 2008), p.140-144, 2008.

DANTZIG, G. B. **A Comment on Edie's "Traffic Delays at Toll Booths"**. Operations Research, v.2, n.3, p.339-341, 1954.

DARWIN, C. **The Origin of Species**. Fac-Simile da edição original – Charles W. Eliot, 1981.

DAVENDRA, D.; ONWUBOLU, G. **Enhanced Differential Evolution Hybrid Scatter Search for Discrete Optimization**. In: 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2007), p.1156-1162, 2007.

DE JONG, K. A. **An Analysis of the Behavior of a Class Genetic Adaptive Systems**. Doctoral Thesis, University of Michigan, 1975.

DE JONG, K. A. **Genetic Algorithms are NOT Function Optimizers**. In: FOGA-92, Foundations of Genetic Algorithms. Vail, Co, 24-29 July 1992. p.5-17, 1992.

DENG, C.; ZHAO, B.; DENG, A.; LIANG, C. Y. **Hybrid-Coding Binary Differential Evolution Algorithm with Application to 0-1 Knapsack Problems**. In: 2008 International Conference on Computer Science and Software Engineering, p.317-320, 2008.

DENG, C.; ZHAO, B.; YANG, Y.; DENG, A. **Novel Binary Differential Evolution Algorithm for Discrete Optimization**. In: 2009 Fifth International Conference on Natural Computation, p.346-349, 2009.

DIAS, J. S; BARRETO, J. M. **Algoritmo Genético: Inspiração Biológica na Solução de Problemas – Uma Introdução**. Revista Marítima Brasileira, n.11, p.105-128, 1998.

DING, S. **Logistics Network Design and Optimization Based on Fuzzy Adaptive Differential Evolution Algorithm**. In: 2010 International Conference on Biomedical Engineering and Computer Science (ICBECS-2010), p.1-4, 2010.

DUVVURU, N.; SWARUP, K. S. **A Hybrid Interior Point Assisted Differential Evolution Algorithm for Economic Dispatch**. IEEE Transactions on Power Systems, v. 26, n.2, 2011.

EIBEN, A. E.; HINTERDING, R.; MICHALEWICZ, Z. **Parameter Control in Evolutionary Algorithms**. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v.3, n.2, p.124-141, 1999.

EIBEN, A. E.; SMITH, J. E. **Introduction to Evolutionary Computing**. Natural Computing. Springer: New York, 2003.

ENGELBRECHT, A. P.; PAMPARÁ, G. **Binary Differential Evolution Strategies**. In: 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2007), p.1942-1947, 2007.

ERNST, A. T.; JIANG, H.; KRISHNAMOORTHY, M.; OWENS, B.; SIER, D. **An Annotated Bibliography of Personnel Scheduling and Rostering**. Annals of Operations Research, v.127, p.21-144, 2004b.

ERNST, A. T.; JIANG, H.; KRISHNAMOORTHY, M.; SIER, D. **Staff Scheduling and Rostering: A Review of Applications, Methods and Models**. European Journal of Operational Research, v.153 p.3-27, 2004a.

FENG, W. Z.; KUAN, H. H.; BEI, Y.; YING, Z. **A Modified Differential Evolution Algorithm with Self-Adaptive Control Parameters**. In: Proceedings of 2008 3<sup>rd</sup> International Conference on Intelligent System and Knowledge Engineering, p.524-527, 2008.

FEOKTISTOV, V.; JANAQI, S. **Generalization of the Strategies in Differential Evolution**. In: Proceedings 18<sup>th</sup> International Parallel and Distributed Processing Symposium, p.165-170, 2004.

FISTER, I.; MERNIK, M.; FILIPIC, B. **A Hybrid Self-Adaptive Evolutionary Algorithm for Marker Optimization in the Clothing Industry**. Applied Soft Computing, v.10, p.409-422, 2010.

FREUN, J. E. **Estatística Aplicada**. São Paulo: Bookman, 2006.

FUKUNAGA, A.; HAMILTON, E.; FAMA, J.; ANDRE, D.; MATAN, O.; NOURBAKSHI, I. **Staff Scheduling for Inbound Call Centers and Customer Contact Centers**. AI Magazine, v.23, n.4, p.30-40, 2002.

FU, H.; OUYANG, D.; XU, J. **A Self-Adaptive Differential Evolution Algorithm for Binary CSPs**. In: 2010 Sixth International Conference on Natural Computation (ICNC 2010), p.2254-2258, 2010.

GANS, N.; KOOLE, G. M.; MANDELBAUM, A. **Telephone Call Centers: Tutorial, Review, and Research Prospects**. Manufacturing & Service Operations Management, v.5, p.79-141, 2003.

GEEM, Z. W.; KIM, J. H.; LOGANATHAN, G. V. **A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search**. *Simulation*, v.76, n.2, p.60-68, 2001.

GOLDBARG, M. C.; LUNA H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. New York: Addison-Wesley, 1989.

HANSEN, N.; OSTERMEIER, A. **Completely Derandomized Self-Adaptation in Evolution Strategies**. *Evolutionary Computation*, v.9, n.2, p.159-195, 2001.

HE, X.; ZHANG, Q. **A Novel Binary Differential Evolution Algorithm Based on Artificial Immune System**. In: 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2007), p.2267-2272, 2007.

HE, X.; ZHANG, Q. **Feature Selection with Discrete Binary Differential Evolution**. In: 2009 International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence, p.327-330, 2009.

HERTZ, A. **Tabu Search for Large Scale Timetabling Problems**. *European Journal of Operational Research*, v.54, p.39-47, 1992.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. Porto Alegre: McGraw-Hill/Bookman, 2010.

HOJATI, M.; PATIL, A. S. **An Integer Linear Programming-Based Heuristic for Scheduling Heterogeneous, Part-Time Service Employees**. *European Journal of Operational Research*, v.209, p.37-50, 2011.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. The University of Michigan Press, 1975.

HOTA, A. R.; PAT, A. **An Adaptive Quantum-Inspired Differential Evolution Algorithm for 0-1 Knapsack Problem.** In: 2010 Second World Congress on Nature and Biologically Inspired Computing, p.703-708, 2010.

HU, Z. B.; SU, Q. H.; XIONG, S. W.; HU, F. G. **Self-Adaptive Hybrid Differential Evolution with Simulated Annealing Algorithm for Numerical Optimization.** In: IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2008 (CEC 2008), p.1189-1194, 2008.

JIAN, W. H.; JIE, Z.; QIAN, B. X.; CHENG, S. X. **An Improved Path Planner based on Adaptive Genetic Algorithm for Autonomous Underwater Vehicle.** In: Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics & Automation, p.857-861, 2005.

JIANHUA, Z.; BO, Z.; MIN, Z.; LAN, D.; JUN, D. **A Differential Evolution Optimized Fuzzy Clustering Algorithm with Adaptive Adjusting Strategy.** In: 2010 IEEE Youth Conference on Information Computing and Telecommunications (YC-ICT 2010), p.25-28, 2010.

JUN, Z.; LI, L. Q.; WEI, W. **Models and Algorithms of Production Scheduling in Tandem Cold Rolling.** Acta Automatica Sinica, v.34, n.5, p.565-573, 2008.

KANG, Q.; HE, H. **A Novel Discrete Differential Evolution Algorithm for Task Scheduling in Heterogeneous Computing Systems.** In: Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, p.5006-5011, 2009.

KHEIR, N. A. **Systems Modeling And Computer Simulation.** New York: Dekker, 1995.

KOHL, N.; KARISCH, S. E. **Airline Crew Rostering: Problem Types, Modeling and Optimization.** Annals of Operations Research, v.127, p.223-257, 2004.

KOZA, J. R. **Genetic Programming: on the Programming of Computers by Means of Natural Selection.** Cambridge: MIT Press, 1992.



LAKSHMI, K.; RAO, R. M.; BHASKAR, K. **Multi-objective adaptive Differential Evolution Algorithm for Combinatorial Optimisation.** In: 2010 Second International conference on Computing, Communication and Networking Technologies, p.1-8, 2010.

LI, J. **Resource Planning and Scheduling of Payload for Satellite with a Discrete Binary Version of Differential Evolution.** In: 2009 IITA International Conference on Control, Automation and Systems Engineering, p.62-65, 2009.

LI, Y.; WANG, D. F.; HAN, P. **Selective Ensemble using Discrete Differential Evolution Algorithm for Short-Term Load Forecasting.** In: Proceedings of the Eighth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, p.80-85, 2009.

LIANG, Y.; LEUNG, K. S. **Genetic Algorithm with Adaptive Elitist-Population Strategies for Multimodal Function Optimization.** Applied Soft Computing, v.11, p.2017-2034, 2011.

LIAO, T. W. **Two Hybrid Differential Evolution Algorithms for Engineering Design Optimization.** Applied Soft Computing, v.10, p.1188-1199, 2010.

LIN, C.; QING, A.; FENG, Q. **A Comparative Study of Crossover in Differential Evolution.** Journal of Heuristics, doi: 10.1007/s10732-010-9151-1, publicado online: 18 de novembro de 2010.

LIU, G.; ZHANG, J.; GAO, R.; SHANG, Y. **An Improved Parallel Adaptive Genetic Algorithm Based on Pareto Front for Multi-Objective Problems.** In: 2009 Second International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling, p.212-215, 2009.

LIU, J.; LAMPINEN, J. **A Fuzzy Adaptive Differential Evolution Algorithm.** Soft Computing - A Fusion Foundations e Methodologies and Applications, v.9, n.6, p.448-462, 2005.

LIU, M.; SUN, Z. J.; YAN, J. W.; KANG, J. S. **An Adaptive Annealing Genetic Algorithm for the Job-Shop Planning and Scheduling Problem.** Expert Systems with Applications, v.38, p.9248-9255, 2011.

LUENBERGER, D. G. **Linear and Nonlinear Programming**.  
Massachussets: Addison-Wesley, 1984.

MADUREIRA, A.; RAMOS, C.; SILVA, S. C. **A Coordination Mechanism for Real World Scheduling Problems Using Genetic Algorithms**. In: Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation, p.175-180, 2002.

MILONE, G. **Estatística: Geral e Aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 2006.

MITCHELL, M. **An Introduction to Genetic Algorithms**.  
Massachussets: MIT Press, 1997.

MONTOYA, C.; MEJIA, G. **Heuristic Algorithm for Workforce Scheduling Problems**. Brazilian Journal of Operations & Production Management, v.3, n.2, p.35-48, 2006.

MORTON, E. T.; PENTICO, D. W. **Heuristic Scheduling Systems**.  
John Wiley & Sons, 1993.

MÖRZ, M.; MUSLIU, N. **Genetic Algorithm for Rotating Workforce Scheduling Problem**. In: Second IEEE International Conference on Computational Cybernetics, 2004 (ICCC 2004), p.121-126, 2004.

MUSLIU, N. **Intelligent Search Methods for Workforce Scheduling: New Ideas and Practical Applications**. P.h.D Thesis, Fakultat Fur, Technische Universitat Wien, Vienna, Austria, 2001.

NERI, F.; TIRRONEN, V. **Recent Advances in Differential Evolution: A Survey and Experimental Analysis**. Artificial Intelligence Review, v.33, p.61-106, 2010.

NOBAKHTI, A.; WANG, H. **A Simple Self-Adaptive Differential Evolution Algorithm with Application on the ALSTOM Gasifier**. Applied Soft Computing, v.8, p.350-370, 2008.

NOMAN, M.; IBA, H. **Accelerating Differential Evolution Using an Adaptive Local Search**. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v.12, n.1, p.107-125, 2008.

ONWUBOLU, G.; DAVENDRA, D. **Scheduling Flow Shops Using Differential Evolution Algorithm**. European Journal of Operational Research, v.171, p.674-692, 2006.

PAMPARÁ, G.; ENGELBRECHT, A. P.; FRANKEN, N. **Binary Differential Evolution**. In: 2006 IEEE Congress on Evolutionary Computation, p.1873-1879, 2006.

PANG, H.; HU, K.; HONG, Z. **Adaptive PBIL Algorithm and its Application to Solve Scheduling Problems**. In: Proceedings of the 2006 IEEE Conference on Computer Aided Control Systems Design, p.784-789, 2006.

PAN, Q. K.; TASGETIREN, M. F.; LIANG, Y. C. **A Discrete Differential Evolution Algorithm for the Permutation Flowshop Scheduling Problem**. In: Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference 2007 (GECCO'07), p.126-133, 2007.

PAN, Q. K.; TASGETIREN, M. F.; LIANG, Y. C. **A Discrete Differential Evolution Algorithm for the Permutation Flowshop Scheduling Problem**. Computers & Industrial Engineering, v.55, p.795-816, 2008.

PAN, Q. K.; WANG, L.; QIAN, B. **A Novel Differential Evolution Algorithm for Bi-Criteria No-Wait Flowshop Scheduling Problems**. Computers & Operations Research, v.36, p.2498-2511, 2009.

PATRA, S.; GOSWAMI, S. K.; GOSWAMI, B. **A Binary Differential Evolution Algorithm for Transmission and Voltage Constrained Unit Commitment**. In: Joint International Conference on Power System Technology and IEEE Power India Conference, 2008 (POWERCON 2008), p.1-8, 2008.

PENG, C.; JIAN, L.; ZHIMING, L. **Solving 0-1 Knapsack Problems by a Discrete Binary Version of Differential Evolution**. In: Second International Symposium on Intelligent Information Technology Application (IITA'08), p.513-516, 2008.

PRICE, K. V.; STORN, R. M. **Differential Evolution: A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces**. Berkeley: International Computer Science Institute, 1995.

PRICE, K. V.; STORN, R. M. **Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces.** Journal of Global Optimization, v.11 , p. 341-359, 1997.

PRICE, K. V.; STORN, R. M.; LAMPINEN, J. **Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization.** Berlin: Springer, 2005.

QIAN, B.; WANG, L.; HUANG, D. X.; WANG, W. L.; WANG, X. **An Effective Hybrid DE-Based Algorithm for Multi-Objective Flow Shop Scheduling with Limited Buffers.** Computers and Operations Research, v.36, n.1, p.209-233, 2009.

QU, L.; HE, D.; LI, Y. **Self-Adaptive Improved Differential Evolution Algorithm.** In: 2010 Sixth International Conference on Natural Computation (ICNC 2010), p.2472-2475, 2010.

SOUZA, R. A. **Otimização das Escalas de Trabalho dos Atendentes e Dimensionamento de um Call Center Receptivo.** Florianópolis, 2010. Tese de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2010.

SALTZMAN, R. M. **A Hybrid Approach to Minimize the Cost of Staffing a Call Center.** International Journal of Operations and Quantitative Management, v.11, n.1, p.1-14, 2005.

SARIN, S. C.; AGGARWAL, S. **Modeling and Algorithmic Development of a Staff Scheduling Problem.** European Journal of Operational Research, v.128, p.558-569, 2001.

SAUER, J. G.; COELHO, L. S. **Discrete Differential Evolution with Local Search to Solve the Traveling Salesman Problem: Fundamentals and Case Studies.** In: 7th IEEE International Conference on Cybernetic Intelligent Systems, 2008 (CIS 2008), p.1-6, 2008.

SILVA, T. C. L.; STEINER, M. T. A.; CARNIERI, C.; SILVA, A. C. L. **Determinação de Escalas de Plantão para Militares Considerando Preferências e Hierarquia.** Pesquisa Operacional, v.24, n.3, p.373-391, 2004.

SIQUEIRA, P. H.; CARNIERI, C.; STEINER, M. T. A.; BARBOZA, A, O. **Uma Proposta de Solução para o Problema da Construção de Escalas de Motoristas e Cobradores de Ônibus através do Algoritmo do Matching de Peso Máximo.** Gestão & Produção, v.11, n.2, p.187-196, 2004.

SLOWIK, A. **Application of Adaptive Differential Evolution Algorithm with Multiple Trial Vectors to Artificial Neural Networks Training.** Journal of Latex Class Files, v.1, n.11, p.1-8, 2002.

SUBBARAJ, P.; RENGARAJ, R.; SALIVAHANAN, S. **Enhancement of Self-Adaptive Real-Coded Genetic Algorithm using Taguchi Method for Economic Dispatch Problem.** Applied Soft Computing, v.11, p.83-92, 2011.

SUM-IN, T. **Self-Adaptive Differential Evolution Algorithm for Economic Dispatch with Transmission Losses Consideration.** In: 2010 IEEE Region 10 Conference (TENCON 2010), p.90-95, 2010.

TANOMARU, J. **Motivação, Fundamentação e Aplicações de Algoritmos Genéticos.** In: II Congresso Brasileiro de Redes Neurais, p.373-403, 1995.

TASGETIREN, M. F.; PAN, Q. K.; LIANG Y. C.; SUGANTHAN, P. N. **A Discrete Differential Evolution Algorithm for the Total Earliness and Tardiness Penalties with a Common Due Date on a Single-Machine.** In: Proceedings of the 2007 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Scheduling (CI-Sched 2007), p.271-278, 2007a.

TASGETIREN, M. F.; PAN, Q. K.; LIANG T. C. **A Discrete Differential Evolution Algorithm for the Single Machine Total Weighted Tardiness Problem with Sequence Dependent Setup Times.** Computers & Operations Research, v.36, p.1900-1915, 2009.

TASGETIREN, M. F.; PAN, Q. K.; SUGANTHAN, P. N.; LIANG Y. C. **A Discrete Differential Evolution Algorithm for the No-Wait Flowshop Scheduling Problem with Total Flowtime Criterion.** In: Proceedings of the 2007 IEEE Symposium on Computational Intelligence in Scheduling (CI-Sched 2007), p.251-258, 2007b.

TASGETIREN, M. F.; SUGANTHAN, P. N.; PAN, Q. K. **An Ensemble of Discrete Differential Evolution Algorithms for Solving the Generalized Traveling Salesman Problem.** Applied Mathematics and Computation, v.215, p.3356-3368, 2010.

THANGARAJ, R.; PANT, M.; ABRAHAM, A. **A Simple Adaptive Differential Evolution Algorithm.** In: World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing, 2009 (NaBIC 2009), p. 457-462, 2009.

THOMPSON, G. M. **A Simulated-Annealing Heuristic for Shift Scheduling Using Non-Continuously Available Employees.** Computers & Operations Research, v.23, n.3, p.275-288, 1996.

THOMPSON, G. M. **Assigning Telephone Operators to Shifts at New Brunswick Telephone Company.** Interfaces, v.27, n.4, 1-11, 1997.

TOMETZKI, T.; ENGELL, S. **Systematic Initialization Techniques for Hybrid Evolutionary Algorithms for Solving Two-Stage Stochastic Mixed-Integer Programs.** IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v.15, n.2, 2011.

USLU, C. A.; DENGIZ, B. **A Self-Adaptive Local Search Algorithm for the Classical Vehicle Routing Problem.** Expert Systems with Applications, v.38, p.8990-8998, 2011.

VARADARAJAN, M.; SWARUP, K. S. **Network Loss Minimization with Voltage Security using Differential Evolution.** Electric Power Systems Research, v.78, p.815-823, 2008.

VISSERS, J. M .S. **Health Care Management Modelling: A Process Perspective.** Health Care Management Science, v.1, p.77-85, 1998.

WANG, F. R.; WANG, W. H.; YANG, H. Q.; PAN, Q. K. **A Novel Hybrid Discrete Differential Evolution Algorithm for Computer-Aided Test-Sheet Composition Problems**. In: International Conference on Information Engineering and Computer Science, 2009 (ICIECS 2009), p.1-4, 2009.

WANG, L.; PAN, Q. K.; SUGANTHAN, P. N.; WANG, W. H.; WANG, Y. M. **A Novel Hybrid Discrete Differential Evolution Algorithm for Blocking Flow Shop Scheduling Problems**. Computers & Operations Research, v.37, p.509-520, 2010.

WANG, L.; TANG, D. B. **An Improved Adaptive Genetic Algorithm Based on Hormone Modulation Mechanism for Job-Shop Scheduling Problem**. Expert Systems with Applications, v.38, p.7243–7250, 2011.

XINPING, L.; YING, L. **Adaptive Genetic Algorithm Based on Population Diversity**. In: 2009 International Forum on Information Technology and Applications, p.510-512, 2009.

YANG, Q. **A Comparative Study of Discrete Differential Evolution on Binary Constraint Satisfaction Problems**. In: 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2008), p.330-335, 2008.

YANG, Z.; ZHANG, J.; TANG, K.; YAO, X.; SANDERSON, A. C. **An Adaptive Coevolutionary Differential Evolution Algorithm for Large-Scale Optimization**. In: IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2009 (CEC 2009), p.102-109, 2009.

YEN, J.; LIAO, J. C.; LEE, B.; RANDOLPH, D. **A Hybrid Approach to Modeling Metabolic Systems using a Genetic Algorithm and Simplex Method**. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics, v.28, n.2, p.173-191, 1998.

YOSHIMURA, K.; NAKANO, R. **Kazuyuki Yoshimura**. In: Evolutionary Computation Proceedings, p.277-282, 1998.

YUAN, X.; SU, A.; NIE, H.; YUAN, Y.; WANG, L. **Application of Enhanced Discrete Differential Evolution Approach to Unit Commitment Problem**. Energy Conversion & Management, v.50, p.2449-2456, 2009.

ZAMUDA, A; BREST, J.; BOŠKOVIĆ, B.; ŽUMER, V. **Binary Differential Evolution**. In : 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation, p.3617-3624, 2007.

ZHANG, J.; AVASARALA, V.; SANDERSON, A. C.; MULLEN, T. **Differential Evolution for Discrete Optimization: An Experimental Study on Combinatorial Auctions Problem**. In: 2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2008), p.2794-2800, 2008b.

ZHANG, J.; SANDERSON, A. C. **DE-AEC: A Differential Evolution Algorithm Based on Adaptive Evolution Control**. In: IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2007 (CEC 2007), p.3824-3830, 2007b.

ZHANG, J.; SANDERSON, A. C. **JADE: Adaptive Differential Evolution with Optional External Archive**. In: IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2007 (CEC 2007), p.2251-2258, 2007a.

ZHANG, J.; SHANG, Y. **An Improved Multi-Objective Adaptive Niche Genetic Algorithm Based On Pareto Front**. In: 2009 IEEE International Advance Computing Conference (IACC 2009), p.300-304, 2009.

ZHANG, M.; ZHAO, S.; QIAN, Y. **Multi-Phase Urban Traffic Signal Real-Time Control with Multi-Objective Discrete Differential Evolution**. In: 2009 International Conference on Electronic Computer Technology, v.296-300, 2009.

ZHANG, M.; ZHAO, S.; WANG, X. **Multi-Objective Evolutionary Algorithm Based on Adaptive Discrete Differential Evolution**. In: 2009 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2009). p.614-621, 2009a.



ZHANG, M.; ZHAO, S.; WANG, X. **Multi-Objective Reversible Logic Gate-level Evolutionary Synthesis Using Multi-Objective Adaptive Discrete Differential Evolution**. In: 2009 Third International Symposium on Intelligent Information Technology Application, p.533-536, 2009b.

ZHANG, X.; CHEN, W.; DAI, C.; GUO, A. **Self-Adaptive Differential Evolution Algorithm for Reactive Power Optimization**. In: Fourth International Conference on Natural Computation, 2008 (ICNC'08), v.6, p.560-564, 2008a.



**Apêndice A** - Resultados dos testes de normalidade (Método Shapiro-Wilk) para os resultados das execuções dos AEs – TT1.

Valores de $\beta$	<i>p</i> -valor		
	AG	EDD	AEA
<b>0,0</b>	0,509801	0,245492	0,121409
<b>1,0</b>	0,07552	0,0719205	0,0985191
<b>2,0</b>	0,0619209	0,0730699	0,0946736
<b>3,0</b>	0,0815467	0,15748	0,0836306
<b>4,0</b>	0,121409	0,0993533	0,211882
<b>5,0</b>	0,11841	0,101012	0,0575034
<b>6,0</b>	0,0605406	0,0729788	0,0533167

## Apêndice B - Relação entre número de gerações, valor da função objetivo e SDQ entre demanda e quantidade programada de turnos (TT1).

Geração	F. O.	SDQ	Geração	F. O.	SDQ	Geração	F. O.	SDQ	F. O.	Fitness	SDQ
0	350	753773									
500	143	30832	25500	126	9474	50500	124	8743	75500	124	8150
1000	139	24955	26000	126	9447	51000	124	8743	76000	124	8150
1500	137	22342	26500	125	9447	51500	124	8716	76500	124	8150
2000	135	19998	27000	125	9442	52000	124	8716	77000	124	8150
2500	134	17982	27500	125	9442	52500	124	8711	77500	124	8150
3000	133	16977	28000	125	9442	53000	124	8685	78000	124	8150
3500	132	15995	28500	125	9442	53500	124	8685	78500	124	8150
4000	132	15656	29000	125	9436	54000	124	8685	79000	124	8150
4500	131	14591	29500	125	9431	54500	124	8685	79500	124	8150
5000	131	14521	30000	125	9415	55000	124	8679	80000	124	8150
5500	130	13525	30500	125	9415	55500	124	8166	80500	124	8150
6000	129	12654	31000	125	9415	56000	124	8160	81000	124	8150
6500	129	12547	31500	125	9415	56500	124	8155	81500	124	8150
7000	129	12482	32000	125	9409	57000	124	8155	82000	124	8150
7500	129	12215	32500	125	9399	57500	124	8155	82500	124	8150
8000	129	12146	33000	125	9388	58000	124	8155	83000	124	8150
8500	129	12092	33500	125	9383	58500	124	8155	83500	124	8150
9000	129	12033	34000	125	9383	59000	124	8150	84000	124	8150
9500	128	11306	34500	125	9378	59500	124	8150	84500	124	8150
10000	128	11302	35000	125	9378	60000	124	8150	85000	124	8150
10500	128	11164	35500	125	9378	60500	124	8150	85500	124	8150
11000	128	10950	36000	125	9378	61000	124	8150	86000	124	8150
11500	128	10901	36500	125	9378	61500	124	8150	86500	124	8150
12000	128	10874	37000	125	9378	62000	124	8150	87000	124	8150
12500	128	10837	37500	125	9378	62500	124	8150	87500	124	8150
13000	128	10811	38000	125	9378	63000	124	8150	88000	124	8150
13500	128	10768	38500	125	9378	63500	124	8150	88500	124	8150
14000	127	10212	39000	125	9372	64000	124	8150	89000	124	8150
14500	127	10201	39500	125	9372	64500	124	8150	89500	124	8150
15000	126	9716	40000	125	9372	65000	124	8150	90000	124	8150
15500	126	9656	40500	125	9372	65500	124	8150	90500	124	8150
16000	126	9629	41000	125	9351	66000	124	8150	91000	124	8150
16500	126	9607	41500	124	9351	66500	124	8150	91500	124	8150
17000	126	9581	42000	124	9351	67000	124	8150	92000	124	8150
17500	126	9565	42500	124	9351	67500	124	8150	92500	124	8150
18000	126	9559	43000	124	9351	68000	124	8150	93000	124	8150
18500	126	9543	43500	124	9351	68500	124	8150	93500	124	8150
19000	126	9543	44000	124	9351	69000	124	8150	94000	124	8150
19500	126	9533	44500	124	9340	69500	124	8150	94500	124	8150
20000	126	9527	45000	124	9324	70000	124	8150	95000	124	8150
20500	126	9527	45500	124	9324	70500	124	8150	95500	124	8150
21000	126	9527	46000	124	9324	71000	124	8150	96000	124	8150
21500	126	9527	46500	124	9324	71500	124	8150	96500	124	8150
22000	126	9516	47000	124	9324	72000	124	8150	97000	124	8150
22500	126	9516	47500	124	9318	72500	124	8150	97500	124	8150
23000	126	9495	48000	124	9303	73000	124	8150	98000	124	8150
23500	126	9490	48500	124	8790	73500	124	8150	98500	124	8150
24000	126	9490	49000	124	8746	74000	124	8150	99000	124	8150
24500	126	9479	49500	124	8743	74500	124	8150	99500	124	8150
25000	126	9479	50000	124	8743	75000	124	8150	100000	124	8150

**Apêndice C - Turnos de Trabalho para dias úteis (TT1).**

INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
	HI	HF	HI	HF	HI	HF	
0:00	1:00	1:10	2:20	2:40	4:00	4:20	6:20
0:00	2:00	2:10	3:20	3:40	4:40	5:00	6:20
6:00	7:00	7:10	8:30	8:50	10:30	10:50	12:20
6:00	7:10	7:20	8:40	9:00	10:50	11:10	12:20
6:00	7:20	7:30	8:30	8:50	10:30	10:50	12:20
6:00	7:30	7:40	8:40	9:00	10:50	11:10	12:20
6:00	7:30	7:40	8:40	9:00	10:50	11:10	12:20
6:00	7:40	7:50	8:50	9:10	11:00	11:20	12:20
6:00	7:50	8:00	9:30	9:50	11:00	11:20	12:20
7:00	8:30	8:40	10:40	11:00	12:00	12:20	13:20
7:00	8:50	9:00	10:30	10:50	11:50	12:10	13:20
7:30	9:10	9:20	11:10	11:30	12:30	12:50	13:50
7:30	9:20	9:30	11:20	11:40	12:30	12:50	13:50
8:00	9:30	9:40	11:30	11:50	12:40	13:00	14:20
8:00	9:30	9:40	11:30	11:50	12:40	13:00	14:20
8:00	9:40	9:50	11:40	12:00	12:50	13:10	14:20
8:00	9:40	9:50	11:50	12:10	13:00	13:20	14:20
8:00	9:50	10:00	11:40	12:00	13:00	13:20	14:20
8:00	9:50	10:00	11:50	12:10	13:00	13:20	14:20
8:00	9:50	10:00	11:50	12:10	13:00	13:20	14:20
8:30	10:00	10:10	12:10	12:30	13:20	13:40	14:50
8:30	10:00	10:10	12:10	12:30	13:30	13:50	14:50
8:30	10:10	10:20	12:00	12:20	13:30	13:50	14:50
8:30	10:30	10:40	12:20	12:40	13:30	13:50	14:50
9:00	10:10	10:20	12:00	12:20	13:30	13:50	15:20
9:00	10:20	10:30	12:10	12:30	13:40	14:00	15:20
9:00	11:00	11:10	12:30	12:50	13:40	14:00	15:20
9:00	11:00	11:10	12:50	13:10	14:00	14:20	15:20
9:30	11:30	11:40	12:40	13:00	13:50	14:10	15:50
10:00	11:10	11:20	12:20	12:40	14:00	14:20	16:20
10:00	11:20	11:30	12:30	12:50	14:00	14:20	16:20
10:30	12:00	12:10	13:20	13:40	14:50	15:10	16:50
11:00	12:00	12:10	13:10	13:30	15:00	15:20	17:20

**Apêndice C - Turnos de Trabalho para dias úteis (TT1) (continuação).**

INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
	HI	HF	HI	HF	HI	HF	
11:00	12:00	12:10	13:30	13:50	15:00	15:20	17:20
11:00	12:10	12:20	14:00	14:20	15:20	15:40	17:20
11:30	12:40	12:50	14:10	14:30	15:30	15:50	17:50
11:30	12:50	13:00	14:00	14:20	15:30	15:50	17:50
12:00	13:00	13:10	14:30	14:50	16:00	16:20	18:20
12:00	13:00	13:10	14:30	14:50	16:30	16:50	18:20
12:30	13:30	13:40	14:40	15:00	16:50	17:10	18:50
12:30	13:30	13:40	15:00	15:20	17:00	17:20	18:50
13:00	14:00	14:10	16:00	16:20	18:00	18:20	19:20
13:30	15:00	15:10	17:10	17:30	18:30	18:50	19:50
13:30	15:10	15:20	17:10	17:30	18:30	18:50	19:50
14:00	15:40	15:50	17:40	18:00	18:50	19:10	20:20
14:00	15:50	16:00	17:50	18:10	19:00	19:20	20:20
14:30	15:50	16:00	18:00	18:20	19:10	19:30	20:50
14:30	16:00	16:10	18:10	18:30	19:20	19:40	20:50
14:30	16:10	16:20	18:20	18:40	19:30	19:50	20:50
14:30	16:20	16:30	18:00	18:20	19:30	19:50	20:50
15:00	17:00	17:10	18:10	18:30	20:00	20:20	21:20
15:00	17:00	17:10	18:40	19:00	20:00	20:20	21:20
15:30	17:20	17:30	18:30	18:50	19:50	20:10	21:50
15:30	17:30	17:40	18:50	19:10	20:30	20:50	21:50
16:00	18:00	18:10	19:30	19:50	20:50	21:10	22:20
16:00	18:00	18:10	19:50	20:10	21:00	21:20	22:20
17:00	18:10	18:20	19:20	19:40	21:00	21:20	23:20
17:00	18:30	18:40	20:10	20:30	21:20	21:40	23:20
17:30	18:50	19:00	20:00	20:20	21:30	21:50	23:50
17:30	19:00	19:10	20:30	20:50	21:50	22:10	23:50
18:00	19:10	19:20	20:20	20:40	22:00	22:20	0:20
23:30	0:30	0:40	2:30	2:50	4:10	4:30	5:50
23:30	1:20	1:30	3:00	3:20	4:20	4:40	5:50

**Apêndice D - Turnos de trabalho para sábados (TT1).**

INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
	HS	HE	HS	HE	HS	HE	
0:00	2:00	2:10	3:20	3:40	4:40	5:00	6:20
0:00	2:00	2:10	3:40	4:00	4:50	5:10	6:20
6:00	7:10	7:20	8:20	8:40	10:30	10:50	12:20
6:00	7:20	7:30	8:40	9:00	10:20	10:40	12:20
6:00	7:30	7:40	8:40	9:00	10:50	11:10	12:20
6:30	7:40	7:50	8:50	9:10	10:30	10:50	12:50
6:30	7:50	8:00	10:00	10:20	11:20	11:40	12:50
7:00	8:10	8:20	9:30	9:50	11:10	11:30	13:20
7:00	8:40	8:50	10:50	11:10	12:00	12:20	13:20
7:30	8:30	8:40	9:40	10:00	11:50	12:10	13:50
8:00	9:30	9:40	11:30	11:50	13:00	13:20	14:20
8:00	9:40	9:50	11:10	11:30	13:00	13:20	14:20
8:00	9:40	9:50	11:30	11:50	12:50	13:10	14:20
8:00	9:50	10:00	11:40	12:00	12:50	13:10	14:20
8:30	9:30	9:40	11:40	12:00	12:50	13:10	14:50
8:30	10:20	10:30	12:00	12:20	13:20	13:40	14:50
9:00	10:50	11:00	12:10	12:30	13:30	13:50	15:20
9:00	10:50	11:00	12:10	12:30	13:50	14:10	15:20
9:00	11:00	11:10	12:30	12:50	14:00	14:20	15:20
9:30	11:10	11:20	13:20	13:40	14:30	14:50	15:50
9:30	11:30	11:40	12:40	13:00	14:00	14:20	15:50
10:00	12:00	12:10	13:50	14:10	15:00	15:20	16:20
10:30	11:50	12:00	13:10	13:30	15:00	15:20	16:50
11:30	12:40	12:50	13:50	14:10	15:50	16:10	17:50
11:30	13:10	13:20	14:20	14:40	16:20	16:40	17:50
12:30	13:40	13:50	15:00	15:20	16:30	16:50	18:50
12:30	14:10	14:20	15:30	15:50	17:30	17:50	18:50
13:30	15:00	15:10	17:10	17:30	18:30	18:50	19:50
14:30	16:30	16:40	18:00	18:20	19:10	19:30	20:50
15:00	16:10	16:20	18:00	18:20	19:10	19:30	21:20
15:00	17:00	17:10	18:20	18:40	20:00	20:20	21:20
15:30	17:30	17:40	18:40	19:00	19:50	20:10	21:50
16:30	18:20	18:30	19:30	19:50	20:50	21:10	22:50
16:30	18:30	18:40	19:50	20:10	21:00	21:20	22:50
17:00	18:10	18:20	19:30	19:50	21:00	21:20	23:20
17:00	19:00	19:10	20:10	20:30	21:50	22:10	23:20
17:30	19:00	19:10	20:30	20:50	22:20	22:40	23:50
18:00	19:10	19:20	20:20	20:40	22:10	22:30	0:20
18:00	19:10	19:20	20:40	21:00	22:30	22:50	0:20
23:30	1:30	1:40	3:10	3:30	4:30	4:50	5:50

**Apêndice E - Relação entre o número de gerações, o valor da função objetivo e a SDQ entre demanda e quantidade programada de turnos (TT2).**

Geração	F. O.	SDQ	Geração	F. O.	SDQ	Geração	F. O.	SDQ	F. O.	Fitness	SDQ
0	350	731414									
500	158	30644	25500	122	5864	50500	120	4986	75500	120	4972
1000	146	22558	26000	122	5852	51000	120	4986	76000	120	4972
1500	139	19474	26500	122	5840	51500	120	4986	76500	120	4972
2000	136	14954	27000	122	5840	52000	120	4986	77000	120	4972
2500	134	13365	27500	122	5832	52500	120	4986	77500	120	4972
3000	132	13154	28000	122	5832	53000	120	4986	78000	120	4972
3500	132	12799	28500	122	5830	53500	120	4984	78500	120	4972
4000	131	12300	29000	122	5820	54000	120	4984	79000	120	4972
4500	131	12057	29500	122	5810	54500	120	4984	79500	120	4972
5000	130	11533	30000	121	5718	55000	120	4984	80000	120	4972
5500	129	10606	30500	121	5714	55500	120	4984	80500	120	4972
6000	128	9268	31000	121	5714	56000	120	4984	81000	120	4972
6500	127	8708	31500	121	5712	56500	120	4984	81500	120	4972
7000	127	8410	32000	121	5712	57000	120	4984	82000	120	4972
7500	127	8172	32500	121	5712	57500	120	4984	82500	120	4972
8000	127	8001	33000	121	5712	58000	120	4984	83000	120	4972
8500	127	7870	33500	120	5034	58500	120	4984	83500	120	4972
9000	125	6819	34000	120	5022	59000	120	4984	84000	120	4972
9500	125	6740	34500	120	5022	59500	120	4984	84500	120	4972
10000	124	6586	35000	120	5020	60000	120	4984	85000	120	4972
10500	124	6497	35500	120	5020	60500	120	4984	85500	120	4972
11000	124	6406	36000	120	5010	61000	120	4984	86000	120	4972
11500	124	6326	36500	120	5010	61500	120	4984	86500	120	4972
12000	124	6286	37000	120	5010	62000	120	4984	87000	120	4972
12500	124	6272	37500	120	5010	62500	120	4984	87500	120	4972
13000	124	6269	38000	120	5010	63000	120	4984	88000	120	4972
13500	124	6255	38500	120	5010	63500	120	4984	88500	120	4972
14000	124	6215	39000	120	5010	64000	120	4984	89000	120	4972
14500	124	6199	39500	120	5000	64500	120	4984	89500	120	4972
15000	124	6172	40000	120	5000	65000	120	4984	90000	120	4972
15500	124	6134	40500	120	5000	65500	120	4984	90500	120	4972
16000	123	6032	41000	120	5000	66000	120	4984	91000	120	4972
16500	123	6017	41500	120	4990	66500	120	4984	91500	120	4972
17000	123	6010	42000	120	4988	67000	120	4984	92000	120	4972
17500	122	5946	42500	120	4988	67500	120	4982	92500	120	4972
18000	122	5936	43000	120	4988	68000	120	4982	93000	120	4972
18500	122	5922	43500	120	4988	68500	120	4982	93500	120	4972
19000	122	5916	44000	120	4988	69000	120	4982	94000	120	4972
19500	122	5904	44500	120	4988	69500	120	4982	94500	120	4972
20000	122	5900	45000	120	4988	70000	120	4982	95000	120	4972
20500	122	5900	45500	120	4988	70500	120	4982	95500	120	4972
21000	122	5892	46000	120	4988	71000	120	4982	96000	120	4972
21500	122	5868	46500	120	4988	71500	120	4982	96500	120	4972
22000	122	5868	47000	120	4988	72000	120	4982	97000	120	4972
22500	122	5868	47500	120	4988	72500	120	4980	97500	120	4972
23000	122	5868	48000	120	4988	73000	120	4980	98000	120	4972
23500	122	5868	48500	120	4988	73500	120	4972	98500	120	4972
24000	122	5866	49000	120	4988	74000	120	4972	99000	120	4972
24500	122	5864	49500	120	4988	74500	120	4972	99500	120	4972
25000	122	5864	50000	120	4988	75000	120	4972	100000	120	4972



**Apêndice F - Turnos de trabalho para dias úteis - TT2.**

INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
	HI	HF	HI	HF	HI	HF	
0:00	1:00	1:10	2:20	2:40	4:30	4:50	6:20
4:30	5:30	5:40	6:40	7:00	8:30	8:50	10:50
5:00	6:00	6:10	7:30	7:50	9:20	9:40	11:20
5:00	6:10	6:20	7:20	7:40	9:10	9:30	11:20
5:30	6:30	6:40	7:40	8:00	9:30	9:50	11:50
5:30	6:30	6:40	7:40	8:00	9:30	9:50	11:50
6:00	7:00	7:10	8:30	8:50	10:10	10:30	12:20
6:00	7:40	7:50	8:50	9:10	11:00	11:20	12:20
6:30	7:30	7:40	8:40	9:00	10:50	11:10	12:50
6:30	7:50	8:00	9:40	10:00	11:30	11:50	12:50
7:30	8:30	8:40	9:50	10:10	12:00	12:20	13:50
7:30	8:30	8:40	10:40	11:00	12:00	12:20	13:50
7:30	8:50	9:00	10:50	11:10	12:30	12:50	13:50
8:00	9:10	9:20	11:10	11:30	12:30	12:50	14:20
8:00	9:30	9:40	11:10	11:30	13:00	13:20	14:20
8:00	9:30	9:40	11:40	12:00	13:00	13:20	14:20
8:00	9:40	9:50	11:40	12:00	13:00	13:20	14:20
8:00	9:50	10:00	11:40	12:00	12:50	13:10	14:20
8:00	10:00	10:10	11:30	11:50	12:40	13:00	14:20
8:30	9:50	10:00	12:00	12:20	13:20	13:40	14:50
8:30	10:10	10:20	12:20	12:40	13:30	13:50	14:50
8:30	10:20	10:30	12:00	12:20	13:20	13:40	14:50
9:00	10:30	10:40	12:40	13:00	13:50	14:10	15:20
9:00	10:40	10:50	12:00	12:20	13:50	14:10	15:20
9:00	10:40	10:50	12:40	13:00	14:00	14:20	15:20
9:00	11:00	11:10	12:20	12:40	13:30	13:50	15:20
9:00	11:00	11:10	12:20	12:40	14:00	14:20	15:20
9:00	11:00	11:10	12:50	13:10	14:00	14:20	15:20
9:30	10:30	10:40	12:00	12:20	13:30	13:50	15:50
9:30	11:10	11:20	13:20	13:40	14:30	14:50	15:50
10:00	11:20	11:30	12:30	12:50	14:30	14:50	16:20
10:30	12:10	12:20	14:00	14:20	15:20	15:40	16:50
11:00	12:00	12:10	13:20	13:40	15:00	15:20	17:20

**Apêndice F - Turnos de trabalho para dias úteis - TT2 (continuação).**

INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
	HI	HF	HI	HF	HI	HF	
11:00	12:00	12:10	13:20	13:40	15:00	15:20	17:20
11:30	12:30	12:40	13:40	14:00	15:30	15:50	17:50
11:30	12:40	12:50	14:00	14:20	15:30	15:50	17:50
12:00	13:00	13:10	14:30	14:50	16:30	16:50	18:20
12:30	13:40	13:50	15:00	15:20	16:50	17:10	18:50
12:30	13:50	14:00	15:00	15:20	16:50	17:10	18:50
13:00	14:00	14:10	15:10	15:30	17:00	17:20	19:20
13:30	15:00	15:10	16:30	16:50	18:30	18:50	19:50
13:30	15:00	15:10	17:10	17:30	18:20	18:40	19:50
14:00	15:00	15:10	16:10	16:30	18:00	18:20	20:20
14:00	15:30	15:40	17:40	18:00	19:00	19:20	20:20
14:30	16:00	16:10	18:00	18:20	19:10	19:30	20:50
14:30	16:00	16:10	18:10	18:30	19:20	19:40	20:50
14:30	16:10	16:20	18:20	18:40	19:30	19:50	20:50
15:00	16:30	16:40	18:00	18:20	19:50	20:10	21:20
15:00	16:50	17:00	18:40	19:00	19:50	20:10	21:20
15:00	17:00	17:10	18:40	19:00	20:00	20:20	21:20
15:00	17:00	17:10	18:50	19:10	20:00	20:20	21:20
15:30	17:30	17:40	19:10	19:30	20:30	20:50	21:50
16:00	17:10	17:20	18:30	18:50	20:10	20:30	22:20
16:00	18:00	18:10	19:30	19:50	20:50	21:10	22:20
16:00	18:00	18:10	19:30	19:50	21:00	21:20	22:20
16:30	18:20	18:30	20:00	20:20	21:30	21:50	22:50
19:30	20:30	20:40	22:00	22:20	0:10	0:30	1:50
21:00	23:00	23:10	0:30	0:50	2:00	2:20	3:20
21:30	23:30	23:40	0:50	1:10	2:30	2:50	3:50
22:00	0:00	0:10	1:40	2:00	3:00	3:20	4:20
22:30	0:10	0:20	1:20	1:40	2:50	3:10	4:50

**Apêndice G - Turnos de trabalho para sábados - TT2.**

INÍCIO DE TURNO	1ª PAUSA		INTERVALO		2ª PAUSA		FIM DE TURNO
	HI	HF	HI	HF	HI	HF	
4:30	5:30	5:40	7:20	7:40	8:40	9:00	10:50
5:00	6:10	6:20	7:30	7:50	9:00	9:20	11:20
5:30	6:30	6:40	7:50	8:10	9:50	10:10	11:50
6:00	7:30	7:40	8:40	9:00	10:30	10:50	12:20
6:00	7:40	7:50	8:50	9:10	10:50	11:10	12:20
7:00	8:20	8:30	9:30	9:50	11:30	11:50	13:20
7:30	8:30	8:40	9:40	10:00	11:30	11:50	13:50
7:30	8:30	8:40	10:20	10:40	12:00	12:20	13:50
7:30	8:40	8:50	10:50	11:10	12:00	12:20	13:50
8:00	9:30	9:40	11:30	11:50	12:50	13:10	14:20
8:00	9:30	9:40	11:40	12:00	12:50	13:10	14:20
8:00	9:50	10:00	11:10	11:30	13:00	13:20	14:20
8:30	9:50	10:00	11:10	11:30	13:00	13:20	14:50
8:30	10:00	10:10	11:40	12:00	13:20	13:40	14:50
9:00	10:10	10:20	12:00	12:20	13:50	14:10	15:20
9:00	11:00	11:10	12:50	13:10	14:00	14:20	15:20
9:30	11:20	11:30	13:00	13:20	14:20	14:40	15:50
9:30	11:30	11:40	13:10	13:30	14:30	14:50	15:50
10:00	11:30	11:40	13:30	13:50	15:00	15:20	16:20
10:00	12:00	12:10	13:20	13:40	14:30	14:50	16:20
11:00	12:40	12:50	14:00	14:20	16:00	16:20	17:20
11:30	13:00	13:10	14:10	14:30	15:30	15:50	17:50
11:30	13:20	13:30	15:10	15:30	16:20	16:40	17:50
12:00	13:40	13:50	15:10	15:30	16:30	16:50	18:20
14:00	15:00	15:10	16:50	17:10	18:00	18:20	20:20
14:00	15:00	15:10	16:50	17:10	19:00	19:20	20:20
14:30	16:00	16:10	17:30	17:50	19:20	19:40	20:50
15:00	16:10	16:20	17:50	18:10	20:00	20:20	21:20
15:00	16:40	16:50	18:50	19:10	20:00	20:20	21:20
16:00	17:30	17:40	19:30	19:50	20:50	21:10	22:20
16:00	17:40	17:50	19:50	20:10	21:00	21:20	22:20
16:30	17:40	17:50	19:40	20:00	21:30	21:50	22:50
16:30	18:20	18:30	20:00	20:20	21:10	21:30	22:50
17:30	19:00	19:10	20:30	20:50	22:00	22:20	23:50
17:30	19:20	19:30	21:10	21:30	22:30	22:50	23:50
19:30	21:00	21:10	22:10	22:30	23:30	23:50	1:50
21:00	22:00	22:10	23:20	23:40	1:20	1:40	3:20
22:30	0:10	0:20	2:20	2:40	3:30	3:50	4:50

**Apêndice H - Combinações possíveis de finais de semanas (Call Center).**

	S1	S2	S3	S4	S5	D1	D2	D3	D4	D5
C01	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
C02	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
C03	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
C04	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
C05	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0
C06	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
C07	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
C08	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
C09	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
C10	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
C11	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
C12	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0
C13	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0
C14	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0
C15	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0
C16	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0
C17	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0
C18	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
C19	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
C20	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0

**Apêndice I - Combinações possíveis de finais de semanas: dois sábados e dois domingos.**

	S1	S2	S3	S4	S5	D1	D2	D3	D4	D5
C01	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0
C02	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
C03	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
C04	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
C05	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0
C06	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
C07	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
C08	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
C09	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
C10	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0
C11	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1
C12	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0
C13	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
C14	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0
C15	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
C16	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
C17	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0
C18	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
C19	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0
C20	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0
C21	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
C22	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1
C23	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
C24	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1
C25	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
C26	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
C27	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1
C28	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
C29	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
C30	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
C31	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
C32	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
C33	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
C34	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
C35	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
C36	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
C37	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
C38	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
C39	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
C40	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
C41	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
C42	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
C43	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0
C44	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
C45	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
C46	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
C47	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0
C48	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1
C49	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0
C50	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0
C51	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
C52	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1
C53	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
C54	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
C55	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0
C56	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
C57	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
C58	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
C59	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1
C60	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1

**Apêndice J** - Combinações possíveis de finais de semanas: três sábados e dois domingos.

	S1	S2	S3	S4	S5	D1	D2	D3	D4	D5
C01	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
C02	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1
C03	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0
C04	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
C05	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0
C06	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
C07	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0
C08	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1
C09	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
C10	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1
C11	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0
C12	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
C13	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0
C14	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0
C15	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
C16	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0
C17	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1
C18	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1
C19	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0
C20	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1
C21	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
C22	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
C23	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
C24	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1
C25	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0
C26	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
C27	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
C28	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
C29	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1
C30	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
C31	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0
C32	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0
C33	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0
C34	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
C35	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
C36	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
C37	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0
C38	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1
C39	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0
C40	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
C41	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0
C42	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1
C43	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
C44	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
C45	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0
C46	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0
C47	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
C48	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
C49	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
C50	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
C51	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0
C52	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
C53	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1
C54	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
C55	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0
C56	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0
C57	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0
C58	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
C59	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
C60	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1

**Anexo A - Taxa de abandono no Call Center em estudo – julho/2009.**

Horário	Dias úteis	Sábado	Domingo
00:00 a 01:00	13,19%	11,48%	11,25%
01:00 a 02:00	13,46%	22,81%	16,67%
02:00 a 03:00	17,98%	21,05%	8,33%
03:00 a 04:00	15,69%	6,25%	5,00%
04:00 a 05:00	20,27%	28,57%	8,33%
05:00 a 06:00	11,20%	8,33%	4,17%
06:00 a 07:00	4,40%	3,70%	15,00%
07:00 a 08:00	1,62%	2,86%	12,50%
08:00 a 09:00	0,71%	0,13%	2,97%
09:00 a 10:00	8,29%	1,84%	5,64%
10:00 a 11:00	12,16%	2,01%	15,72%
11:00 a 12:00	14,44%	9,20%	26,01%
12:00 a 13:00	6,05%	2,87%	17,46%
13:00 a 14:00	3,64%	0,31%	12,80%
14:00 a 15:00	5,25%	3,00%	8,56%
15:00 a 16:00	13,47%	3,88%	0,75%
16:00 a 17:00	15,01%	0,45%	1,27%
17:00 a 18:00	8,07%	5,58%	0,93%
18:00 a 19:00	0,42%	0,15%	0,75%
19:00 a 20:00	0,41%	1,49%	0,48%
20:00 a 21:00	1,57%	12,30%	7,56%
21:00 a 22:00	3,90%	43,55%	22,73%
22:00 a 23:00	2,18%	17,92%	22,86%
23:00 a 24:00	2,38%	9,38%	4,55%

Fonte: Souza (2010).