

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Carlos Antonio Menegazzo Araujo

**CONTRIBUIÇÕES PARA PROJETO DE
LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS**

Florianópolis

2011

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

Carlos Antonio Menegazzo Araujo

**CONTRIBUIÇÕES PARA PROJETO DE
LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de DOUTOR em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio.

Co-orientador: Prof. Dr. José Manuel Matos Noronha da Camara.

Florianópolis

2011

A663c Araujo, Carlos Antonio Menegazzo
Contribuições para projeto de lajes alveolares protendidas
[tese] / Carlos Antonio Menegazzo Araujo ; orientador, Daniel
Domingues Loriggio. - Florianópolis, SC, 2011.
222 p.: il., grafs., tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina,
Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Civil.

Inclui referências

1. Engenharia civil. 2. Concreto protendido. 3. Lajes
de concreto. 4. Programas de computador. I. Loriggio, Daniel
Domingues. II. Universidade Federal de Santa Catarina.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDU 624

CONTRIBUIÇÕES PARA PROJETO DE LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS

por

Carlos Antonio Menegazzo Araujo

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de “Doutor”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof^a. Dr.^a Janaíde Cavalcante Rocha
Coordenadora do PPGEC

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio – Orientador – ECV/UFSC

Prof. Dr. José Camara – Co-Orientador – DECivil/IST/UTL

Prof. Dr. Narbal Ataliba Marcellino – ECV/UFSC

Prof. Dr. Fernando Rebouças Stucchi – PEF/POLI/USP

Prof^a. Henriette Lebre La Rovere, PhD – ECV/UFSC

Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs – SET/EESC/USP

Florianópolis, 26 de março de 2011

AGRADECIMENTOS

- À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES pela bolsa de estudos concedida;
- Ao Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, pelo espaço físico e equipamentos cedidos durante o estágio de doutorado;
- À Empresa Pavicentro Pré-Fabricação pela atenção prestada ao estudo desenvolvido;
- Ao Professor Daniel Domingues Loriggio pela amizade e orientações em todos os anos de trabalho conjunto;
- Ao Professor José Manuel Matos Noronha da Camara pela co-orientação do trabalho e amizade proporcionada durante o período de estada em Lisboa;
- Ao Professor Narbal Ataliba Marcelino pela dedicação ao ensino de estruturas de concreto e pelas valiosas conversas sobre minha pesquisa;
- À Professora Henriette Lebre La Rovere pela importante participação em minha formação acadêmica;
- Aos meus familiares, que sempre me apoiaram. Aos meus pais, Altamiro e Ana Maria, pela educação e condições de estudo que me fizeram chegar até aqui. Às minhas irmãs, Franciane e Cristine, por sempre torcerem por mim;
- À minha namorada, Patricia, pela ótima companhia, paciência e amor dedicados durante todos esses anos;
- A todos os amigos que de alguma forma estiveram presentes dando-me forças e palavras de incentivo.

RESUMO

O enfoque desta tese de doutorado é a contribuição teórica para o projeto estrutural de lajes alveolares protendidas com relação aos efeitos dependentes do tempo e a região do apoio. O modelo reológico utilizado nesse trabalho, fundamentado no método do coeficiente característico de envelhecimento, permitiu a análise de barras considerando o comportamento dependente do tempo do concreto e do aço por meio das funções de relaxação. Com isso, foi possível analisar os efeitos construtivos e o comportamento em diferentes etapas da vida útil das lajes alveolares isostáticas que são unidas para formar uma estrutura contínua com seção transversal composta. As análises dos resultados mostraram que a utilização de lajes alveolares com continuidade longitudinal é uma solução eficiente, mas requer verificações adicionais de projeto devido ao processo construtivo. O programa computacional PROTENLAJE, que permite a análise, dimensionamento e verificação de peças pré-tracionadas isostáticas e hiperestáticas nos estados limites de serviço e últimos, foi desenvolvido e utilizado neste estudo. Como contribuição para o estudo da região dos apoios, apresenta-se, por um lado, resultados de modelos numéricos não lineares, considerando a aderência entre a armadura e o concreto, e por outro lado, uma metodologia analítica para verificação da resistência à força cortante, baseada na Modified Compression Field Theory (MCFT) e nos conceitos de segurança do Eurocode 2. Os modelos numéricos representaram bem o comportamento de ensaios experimentais e clarificaram a distribuição de tensões na região de apoio. Os resultados obtidos com a metodologia analítica proposta para a verificação da resistência à força cortante alcançou os melhores resultados quando comparada com as normas CSA A23.3 e o Eurocode 2, utilizando um banco de dados com 129 ensaios experimentais de lajes alveolares. Além disto, a metodologia proposta é adequada para aplicações de projeto, visto sua simplicidade.

Palavras-chave: Concreto protendido, lajes alveolares, programa computacional.

ABSTRACT

The focus of this dissertation is the theoretical contribution to the structural design of hollow core slabs regarding the time dependents effects and the region of supports. The rheological model used in this work, based on general aging coefficient method, allowed the analysis of beams considering the time dependent behavior of concrete and steel by means of a relaxation functions. Thus, it was possible to analyze the constructions effects and the behavior at different stages of life time of isostatic slabs that are joined to form a continuous structure with composite cross section. The analysis of results showed that the use of hollow core slabs with longitudinal continuity is an efficient solution, however requires additional design checks due to the construction process. The software PROTENLAJE, suitable for analysis, design and verification of simply supported and continuous pre-tensioned members, at service and at ultimate limit states, was developed and utilized in this study. As contribution to the study of the region of supports, is presented on the one hand, results of numerical nonlinear models, considering the bond between the strand and the concrete, and on the other hand, an analytical method to verify the safety of hollow core slabs under shear, based on the Modified Compression Field Theory (MCFT) and on the safety concepts contained in Eurocode 2. The numerical models represented well the behavior of experimental tests and clarified the stress distribution in the region of support. The results obtained with the proposed analytical method for shear design reached the best results when compared with the codes CSA A23.3 and Eurocode 2, using a database with 129 experimental tests of hollow core slabs. Moreover, the proposed analytical method is also suitable for design applications, due to its simplicity.

Keywords: Prestressed concrete, hollow core floors, software.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	29
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	29
1.2 OBJETIVOS	30
1.2.1 Objetivos gerais	30
1.2.2 Objetivos específicos	31
1.3 JUSTIFICATIVA.....	31
1.4 INEDITISMO E CONTRIBUIÇÃO CIENTÍFICA.....	33
1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO	34
2 LAJES ALVEOLARES	37
2.1 BREVE HISTÓRICO.....	37
2.2 BENEFÍCIOS NA UTILIZAÇÃO DAS LAJES ALVEOLARES	38
2.2.1 Benefícios técnicos	39
2.2.2 Benefícios econômicos	39
2.2.3 Versatilidade	40
2.3 PRODUÇÃO.....	41
2.4 EXECUÇÃO	44
3 TENSÕES E DEFORMAÇÕES AO LONGO DO TEMPO	47
3.1 INTRODUÇÃO	47
3.2 HIPÓTESES BÁSICAS	49
3.3 FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA.....	49
3.4 MÉTODOS DE RESOLUÇÃO.....	51
3.5 FORMULAÇÕES PARA REOLOGIA DO CONCRETO	53
3.6 DEFORMAÇÕES DA ARMADURA ATIVA	55
3.6.1 Fluência e relaxação da armadura ativa.....	55
3.6.2 Relação entre os coeficientes de fluência e relaxação da armadura ativa	57

3.6.3	Deformação total do aço sob tensão.....	58
3.7	ANÁLISE DA SEÇÃO TRANSVERSAL.....	59
3.7.1	Equações fundamentais	59
3.7.2	Análise dos efeitos dependentes do tempo na seção transversal.....	61
3.7.3	Emprego do método das faixas.....	62
3.7.4	Emprego do método das fibras conjugadas	65
3.8	ANÁLISE DA ESTRUTURA.....	68
3.8.1	Emprego do método das forças	70
3.8.2	Emprego do método dos deslocamentos	75
3.8.3	Deslocamentos verticais	78

4 EFEITO DO TEMPO EM LAJES ALVEOLARES..... 81

4.1	INTRODUÇÃO	81
4.2	ESTRUTURAS ISOSTÁTICAS E HIPERESTÁTICAS.....	81
4.3	ESFORÇOS HIPERESTÁTICOS.....	84
4.4	TENSÕES NORMAIS.....	86
4.5	TENSÕES DE CISALHAMENTO ENTRE A CAPA E A LAJE.....	89
4.5.1	Interface entre painel e capa de concreto.....	92
4.5.2	Resistência ao cisalhamento na interface	93
4.6	ANÁLISE PARAMÉTRICA DOS EFEITOS HIPERESTÁTICOS	95
4.6.1	Esforços hiperestáticos	96
4.6.2	Tensões normais	102
4.6.3	Deformações verticais	106
4.7	EXEMPLO DE DIMENSIONAMENTO	107
4.7.1	Resultados das análises dos estados limites de serviço	110
4.7.2	Resultados das análises dos estados limites últimos.....	113
4.7.3	Comparação entre estruturas isostáticas e hiperestáticas... ..	113
4.7.4	Efeitos da temperatura	115

5 MODELOS NUMÉRICOS NÃO LINEARES.....	117
5.1 TEORIAS E PARÂMETROS ADOTADOS	117
5.1.1 Modelo constitutivo do concreto	117
5.1.2 Modelo da armadura de protensão.....	121
5.1.3 Modelo de interface entre concreto e aço	121
5.1.4 Elemento finito utilizado	124
5.1.5 Métodos de solução de problemas não lineares	124
5.2 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS 2D E 3D	125
5.3 COMPARAÇÃO COM ENSAIOS EXPERIMENTAIS.....	129
5.4 MODELO COM CARGA DISTRIBUÍDA EQUIVALENTE E VALORES DE PROJETO	137
6 REGIÃO DE APOIO E RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO.....	141
6.1 INTRODUÇÃO	141
6.2 ANCORAGENS DAS ARMADURAS PRÉ-TRACIONADAS.....	143
6.2.1 Aderência entre a armadura e o concreto.....	143
6.2.2 Comprimento e perda de ancoragem	144
6.2.3 Prescrições normativas	147
6.2.4 Exemplo de verificação de ancoragem	152
6.2.5 Deslizamentos e tensões de tração na região de transferência.....	155
6.3 COMPRIMENTO MÍNIMO DE APOIO	158
6.4 MECANISMOS DE RUPTURA POR CISALHAMENTO	160
6.4.1 Modified Compression Field Theory (MCFT)	162
6.4.2 Metodologia proposta	166
6.4.3 Estudo paramétrico	171
6.4.4 Comparações com painéis de concreto armado	174
6.4.5 Comparações com vigas de concreto armado.....	182
6.4.6 Comparações com lajes alveolares	184
6.4.7 Casos usuais de projeto.....	190
7 IMPLEMENTAÇÕES COMPUTACIONAIS.....	193

7.1 INTRODUÇÃO	193
7.2 DADOS DE ENTRADA.....	193
7.3 TENSÕES ADMISSÍVEIS NO CONCRETO	196
7.4 ESCOLHA DA AMADURA DE PROTENSÃO	197
7.5 GRÁFICO DO NÚMERO MÍNIMO E MÁXIMO DE FIOS OU CORDOALHAS	198
7.6 DETALHAMENTO DOS FIOS OU CORDOALHAS	199
7.7 DIAGRAMAS DE ESFORÇOS E TENSÕES AO LONGO DO TEMPO.....	200
7.8 CÁLCULO DAS PERDAS DE PROTENSÃO	204
7.9 VERIFICAÇÃO DE TENSÕES	206
7.10 VERIFICAÇÃO DE DESLOCAMENTOS	206
7.11 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS	207
7.12 ANÁLISE LINEAR COM REDISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS	209
7.13 ANÁLISE NÃO LINEAR.....	212
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	213
9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	217

LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 – Máquina de concretagem sob uma ponte rolante (PCI, 2005)	38
Figura 2-2 – Produção de lajes alveolares em pistas	39
Figura 2-3 – Montagem da laje alveolar.....	40
Figura 2-4 – Armazenamento dos painéis alveolares	40
Figura 2-5 – Linha de produção (ELEMATIC, 2007).....	41
Figura 2-6 – Concretagem contínua com extrusora (ELEMATIC, 2007)	42
Figura 2-7 – Máquina extrusora e seções transversais produzidas (NORDIMPIANTI, 2007)	43
Figura 2-8 – Sistema de fôrmas deslizantes e seções transversais produzidas (NORDIMPIANTI, 2007).....	43
Figura 2-9 – Montagem dos PACP	44
Figura 2-10 – Diferença de nível entre os painéis	45
Figura 2-11 – Nivelção dos painéis	45
Figura 3-1 – Seção composta pela laje alveolar, capa moldada no local e armaduras passivas e ativas	48
Figura 3-2 – (a) Lajes alveolares isostáticas (b) transformadas em contínuas	48
Figura 3-3 – Tensões no concreto ao longo do tempo, adaptado de Ghali e Favre (1986)	50
Figura 3-4 – Análise passo a passo (adaptado de GHALI; FAVRE, 1986)	52
Figura 3-5 – Gráfico do coeficiente de relaxação do aço em função da relação entre a tensão inicial e a tensão de ruptura, adaptado de Vasconcelos (1980).....	57
Figura 3-6 – Seção composta com convenção de sinais positiva	59
Figura 3-7 – Ilustração dos esforços fictícios (a) deformação livre da capa de concreto (b) seção transversal fictícia sem deformações com a aplicação dos esforços fictícios (c) deformação final e diagrama de tensões ao longo da seção transversal	61
Figura 3-8 – Discretização da seção transversal composta em faixas ...	63
Figura 3-9 – Método das fibras conjugadas	66
Figura 3-10 – Deformações devido ao carregamento permanente: (a)	

no instante inicial; (b) ao longo do tempo sem continuidade; (c) ao longo do tempo com continuidade	69
Figura 3-11 – Diagrama de momentos fletores e reações de apoio devido ao momento hiperestático.....	69
Figura 3-12 – Viga contínua: (a) real; (b) isostática fundamental.....	71
Figura 3-13 – Cálculo do vetor de esforços devido ao carregamento em cada elemento.....	72
Figura 3-14 – Cálculo dos coeficientes de flexibilidades em cada elemento.....	73
Figura 3-15 – Elemento de barra (a) coordenadas locais adotada para o elemento de pórtico plano (b) elemento livre e engastado para formar a matriz de flexibilidade $[f^*]$	77
Figura 4-1 – Utilização de lajes alveolares sem apoio direto em estruturas totalmente moldadas no local (adaptado de ASSAP, 2002) .	82
Figura 4-2 – Ligação: (a) contínua não intencional; (b) simplesmente apoiada	84
Figura 4-3 – Rotações nas extremidades da laje: (a) devido ao momento fletor positivo; (b) devido ao momento fletor negativo	85
Figura 4-4 – Diagramas dos esforços hiperestáticos provocados pelo peso próprio ou pela retração diferencial	86
Figura 4-5 – Diagramas dos esforços hiperestáticos provocados pela protensão.....	86
Figura 4-6 – Tensões e momentos devido ao peso próprio: (a) momentos isostáticos; (b) momentos hiperestáticos; (c) momentos no tempo t_2 ; (d) tensões normais ao longo da laje	87
Figura 4-7 – Tensões e momentos devido à protensão: (a) momentos isostáticos; (b) momentos hiperestáticos; (c) momentos no tempo t_2	88
Figura 4-8 – Efeitos da retração diferencial: (a) deformação fictícia;... ..	89
Figura 4-9 – Distribuição de tensões cisalhantes provocadas pela retração diferencial.....	90
Figura 4-10 – Distribuição de tensões normais provocadas pela retração diferencial.....	90
Figura 4-11 – Distribuições de tensões cisalhantes provocadas (a) pela retração diferencial (b) pelo carregamento (adaptado de FIB 2000)	91
Figura 4-12 – Equilíbrio de corpo rígido: (a) no instante inicial; (b) ao longo do tempo devido ao peso próprio da laje.....	91

Figura 4-13 – Momentos hiperestáticos na laje L20 com $L/h = 25$ gerados por:.....	97
Figura 4-14 – Momentos hiperestáticos na laje L20 com $L/h = 35$ gerados por:.....	98
Figura 4-15 – Momentos hiperestáticos totais sobre os apoios internos: (a) segundo apoio; (b) terceiro apoio da laje L20.....	99
Figura 4-16 – Distribuição dos efeitos hiperestáticos ao longo do tempo.....	100
Figura 4-17 – Momentos hiperestáticos totais na laje: (a) L26 com $L/h = 25$; (b) L26 com $L/h = 35$; (c) L32 com $L/h = 25$; (d) L32 com $L/h = 35$	101
Figura 4-18 – Momentos fletores na laje L20 com $L/h = 25$ com armadura:.....	101
Figura 4-19 – Força cortante na laje L20 com $L/h = 25$ com armadura: (a) vãos externos: $7 \phi 9,5$ vãos internos: $5 \phi 9,5$; (b) vãos externos: $7 \phi 12,7$ vãos internos: $5 \phi 12,7$; (c) vãos externos: $7 \phi 12,7$ vãos internos: $7 \phi 12,7$	102
Figura 4-20 – Fibras de referência.....	103
Figura 4-21 – Tensões normais devido ao carregamento permanente na laje L20 com $L/h = 25$ com armadura nos vãos externos: $7 \phi 9,5$ e nos Vãos internos: $5 \phi 9,5$ na: (a) fibra superior da capa; (b) fibra inferior da capa; (c) fibra superior da laje; (d) fibra inferior da laje....	104
Figura 4-22 – Tensões normais devido ao carregamento permanente na laje L20 com $L/h = 25$ com armadura de $7 \phi 12,7$ em todos os vãos: (a) fibra superior da capa; (b) fibra inferior da capa; (c) fibra superior da laje;.....	105
Figura 4-23 – Deformações verticais na laje L20 (a) $L/h = 25$ com armadura nos vãos externos: $7 \phi 9,5$ vãos internos: $5 \phi 9,5$; (b) $L/h = 25$ com armadura nos vãos externos: $7 \phi 12,7$ vãos internos: $5 \phi 12,7$; (c) $L/h = 35$ com armadura nos vãos externos: $7 \phi 9,5$ vãos internos: $5 \phi 9,5$; (d) $L/h = 35$ com armadura nos vãos externos: $7 \phi 12,7$ vãos internos: $5 \phi 12,7$	107
Figura 4-24 – Modelo estrutural.....	107
Figura 4-25 – (a) Seção transversal da laje alveolar; (b) Seção transversal de análise (Dimensões em mm).....	108
Figura 4-26 – Momentos fletores na laje L40 com armadura	

diferenciada nos vãos externos.....	110
Figura 4-27 – Variação dos momentos fletores dependentes do tempo: (a) devido a g_1 ; (b) devido a g_2 ; (c) devido à retração diferencial; (d) devido à protensão; (e) total	111
Figura 4-28 – Tensões normais na laje L40 com armadura diferenciada nos vãos externos: (a) fibra superior da capa; (b) fibra inferior da capa; (c) fibra superior da laje; (d) fibra inferior da laje ...	112
Figura 4-29 – Deformações verticais na laje L40 com armadura diferenciada nos vãos externos.....	113
Figura 4-30 – Envoltória de momentos fletores e esforços resistentes na laje L40 com armadura diferenciada nos vãos externos	113
Figura 4-31 – Momentos fletores hiperestáticos na laje L40 com armadura idêntica em todos os vãos.....	115
Figura 4-32 – Momentos fletores na laje L40 com armadura idêntica em todos os vãos	115
Figura 4-33 – Tensões normais na fibra inferior da laje L40 com armadura idêntica em todos os vãos.....	115
Figura 4-34 – Efeitos hiperestáticos gerados pela variação de temperatura:	116
Figura 4-35 – Gráficos na seção transversal: (a) variação da temperatura; (b) tensões normais na seção A; (c) tensões normais na seção B	116
Figura 5-1 – Diagrama tensão x deformação empregado.....	118
Figura 5-2 – Lei de amolecimento exponencial	118
Figura 5-3 – Lei de amolecimento à compressão.....	119
Figura 5-4 – Modelo de fissura fixa	119
Figura 5-5 – Fator de retenção do módulo de cisalhamento	120
Figura 5-6 – Critério de ruptura biaxial do concreto.....	120
Figura 5-7 – Armadura com aderência incorporada ao elemento de concreto (JENDELE; CERVENKA, 2006)	122
Figura 5-8 – Função constitutiva do comportamento da aderência $C_b(s)$, segundo Bigaj (1999).....	123
Figura 5-9 – Elemento finito isoparamétrico de 4 nós	124
Figura 5-10 – Seção transversal de laje alveolar com 20 cm de altura: (a) seção real; (b) seção equivalente	126
Figura 5-11 – Diagrama carga x deslocamento para os modelos 2D e 3D.....	127

Figura 5-12 – Comparações entre os modelos 2D e 3D: (a)-(b) deslizamentos; (c)-(d) tensões de aderência; (e)-(f) tensões na armadura ao longo do comprimento longitudinal da laje	128
Figura 5-13 – Resultados do modelo 3D: (a) fissuração com o carregamento crítico; (b) fissuração com o carregamento pós-crítico; (c) tensões principais com o carregamento crítico; (d) redistribuição das tensões principais entre as nervuras na passagem do carregamento crítico	129
Figura 5-14 – Esquema de ensaio.....	130
Figura 5-15 – Configurações de ruptura: (a) VTT 33.200; (b) VTT 109.265; (c) VTT 148.320.....	131
Figura 5-16 – Tensões principais. Unidades em MPa: (a) máximas; (b) mínimas	132
Figura 5-17 – Resultados numéricos da laje VTT 148.320.	132
Figura 5-18 – Diagramas reação de apoio x deslocamento vertical medido no ponto de aplicação de carga mais próximo ao apoio: (a) VTT 33.200;.....	134
Figura 5-19 – Resultados para a laje VTT 148.320: (a) deslizamentos;	135
Figura 5-20 – Resultados para as lajes VTT 33.200 e VTT 109.265: (a)-(b) deslizamentos; (c)-(d) tensões de aderência; (e)-(f) tensões na armadura ao longo do comprimento longitudinal da laje	136
Figura 5-21 – Esquema de carregamento	137
Figura 5-22 – Modos de ruptura: (a) cortante-tração; (b) flexão.....	138
Figura 5-23 – Diagrama reação de apoio x deslocamento vertical medido no ponto de aplicação de carga mais próximo ao apoio	138
Figura 5-24 – Tensão na armadura ao longo do comprimento longitudinal da laje: (a) $L/h = 30$; (b) $L/h = 35$	139
Figura 5-25 – Deslizamentos na armadura ao longo do comprimento longitudinal da laje: (a) $L/h = 30$; (b) $L/h = 35$	140
Figura 6-1 – Mecanismos de ruptura: (a) flexão; (b) ancoragem;	141
Figura 6-2 – Ruptura por cortante-tração (JENDELE; CERVENKA, 2006)	143
Figura 6-3 – Efeito Hoyer (Push-in).....	144
Figura 6-4 – Ancoragem da armadura ativa:.....	145
Figura 6-5 – Equilíbrio de tensões na fissuração.....	146
Figura 6-6 – Perda de ancoragem devido à fissuração	146

Figura 6-7 – Processo da perda de ancoragem.....	147
Figura 6-8 – Tensões na zona de ancoragem de elementos pré-tensionados na liberação da armadura e no estado limite último, representados, respectivamente, pela linha tracejada e pela linha cheia.....	147
Figura 6-9 – Exemplo de verificação de ancoragem com valores de projeto (Dimensões em mm).....	152
Figura 6-10 – Tensões de tração na região da transferência da força de protensão: (a) explosão; (b) separação; (c) destacamento.....	156
Figura 6-11 – Representação das tensões de destacamento geradas pela armadura superior e inferior na alma da laje (adaptado de ASSAP, 2002).....	157
Figura 6-12 – Comprimento nominal de apoio (adaptado de ASSAP, 2002).....	159
Figura 6-13 – Ensaio de painéis de concreto (Collins et. al, 2008) ...	165
Figura 6-14 – Tensões no MCFT.....	165
Figura 6-15 – Deformações no MCFT.....	165
Figura 6-16 – Relações tensão-deformação.....	166
Figura 6-17 – Diagrama de corpo livre do mecanismo básico de resistência à força cortante.....	167
Figura 6-18 – Relação entre a resistência à compressão e a tração do concreto.....	168
Figura 6-19 – Deformação longitudinal devido ao momento fletor....	170
Figura 6-20 – Seções da peça que devem ser verificadas.....	171
Figura 6-21 – Variação da carga última e da tensão de cisalhamento média em função da geometria da seção transversal: (a)-(b) variação da altura útil; (c)-(d) variação da largura mínima da alma.....	173
Figura 6-22 – Variação da carga última em função das propriedades: (a) dimensão máxima do agregado; (b) área da armadura de protensão;.....	174
Figura 6-23 – Comparação entre os modelos de verificação e os resultados.....	184
Figura 6-24 – Esquemas de ensaio. Unidades em mm. (BERTAGNOLI; MANCINI, 2009).....	186
Figura 6-25 – Representação gráfica dos resultados. No eixo vertical: (a)-(c) Relação entre a carga última analítica (F_u) e a carga última de ensaio (F_{fail}); (b)-(d) Relação entre a carga última de cálculo (F_{ud}) e a carga última de ensaio (F_{fail}). No eixo horizontal:	

(a)-(b) número do ensaio (conforme anexo); (c)-(d) esquema de ensaio (conforme Figura 6-24).....	187
Figura 6-26 – Representação gráfica dos resultados. No eixo vertical: (a)-(c)-(e) Relação entre a carga última analítica (F_u) e a carga última de ensaio (F_{fail}); (b)-(d)-(f) Relação entre a carga última de cálculo (F_{ud}) e a carga última de ensaio (F_{fail}). No eixo horizontal: (a)-(b) altura da laje; (c)-(d) largura mínima; (e)-(f) resistência do concreto	188
Figura 6-27 – Representação gráfica dos resultados: no eixo vertical, coeficiente β , no eixo horizontal, tensão na fibra inferior da laje devido à protensão na seção analisada. (a) Metodologia proposta; (b) CSA A23.3: 2004	190
Figura 6-28 – Orientação do eixo x e esquema de carregamento.....	191
Figura 6-29 – Carga uniformemente distribuída máxima limitada pela resistência à força cortante (linha contínua) e pelo momento fletor (linha pontilhada): (a) VTT 33.200; (b) VTT 109.265; (c) VTT 148.320.....	192
Figura 7-1 – Formulário inicial do programa	195
Figura 7-2 – Formulário de listagem de dados de entrada.....	196
Figura 7-3 – Formulário de escolha do aço de protensão.....	198
Figura 7-4 – Formulário para o gráfico do número mínimo e máximo de fios ou cordoalhas.....	199
Figura 7-5 – Detalhe da interpolação dos fios.....	200
Figura 7-6 – Formulário com a comparação dos modelos da NBR 6118:2004,.....	201
Figura 7-7 – Formulário com os diagramas de esforços internos e distribuição de tensões nas seções transversais	203
Figura 7-8 – Distribuição de tensões normais ao longo da estrutura...	203
Figura 7-9 – Formulário com a verificação de tensões cisalhantes entre a capa de concreto e o elemento pré-moldado ao longo da estrutura.....	204
Figura 7-10 – Formulário de perdas de protensão nas seções analisadas	205
Figura 7-11 – Formulário com o gráfico das forças de protensão ao longo da peça.....	205
Figura 7-12 – Formulário de verificação de tensões normais em serviço	206
Figura 7-13 – Deslocamentos verticais ao longo da estrutura.....	207

Figura 7-14 – Formulário do diagrama momento x curvatura e ELU.	208
Figura 7-15 – Formulário dos resultados do diagrama momento x curvatura	209
Figura 7-16 – Formulário para análise de redistribuições ao longo da estrutura.....	210
Figura 7-17 – Exemplo de redistribuição.....	210
Figura 7-18 – Redistribuição de esforços devido a g_3 e q	211
Figura 7-19 – Nova envoltória de esforços	211

LISTA DE QUADROS

Quadro 4-1 – Vantagens e desvantagens da continuidade (adaptado de FIB, 2000).....	83
Quadro 7-1 – Dados do arquivo de entrada.....	194

LISTA DE TABELAS

Tabela 4-1 – Estágios de tempo analisados	96
Tabela 4-2 – Características da seção transversal da laje alveolar	108
Tabela 4-3 – Características da capa de concreto moldada no local ...	109
Tabela 4-4 – Carregamentos adotados	109
Tabela 4-5 – Coeficientes dependentes do tempo	110
Tabela 4-6 – Comparação entre lajes nos apoios	114
Tabela 4-7 – Comparações entre lajes nos vãos	114
Tabela 5-1 – Função constitutiva do comportamento da aderência.....	123
Tabela 5-2 – Propriedades da laje alveolar com 20 cm de altura	126
Tabela 5-3 – Propriedades das lajes VTT analisadas	130
Tabela 5-4 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais	131
Tabela 6-1 – Resumo das recomendações do MC90, NBR6118 e EC2 (adaptada de WESTERBERG, 2002).....	150
Tabela 6-2 – Propriedades da laje alveolar e dos esforços de projeto .	153
Tabela 6-3 – Verificação de ancoragem do exemplo pelo EC 2	154
Tabela 6-4 – Resumo dos principais modelos para o cálculo da força cortante resistente.....	161
Tabela 6-5 – Propriedades adotadas para o estudo paramétrico.....	171
Tabela 6-6 – Comparação entre modelos de verificação com ensaios de painéis de concreto	176
Tabela 6-7 – Resumo do programa experimental de Sherwood et al. (2006).....	182
Tabela 6-8 – Comparação entre os modelos e os resultados experimentais de Sherwood et al. 2006.....	183
Tabela 6-9 – Relação entre a carga última analítica (F_u) e a carga última de ensaio (F_{fail}).....	185
Tabela 6-10 – Comparação entre os resultados numéricos, analíticos e experimentais.....	189

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As lajes alveolares são formadas por painéis de concreto protendido de seção transversal com altura constante e alvéolos longitudinais, que reduzem o consumo de material e, por consequência, o peso da estrutura. Estes painéis protendidos utilizam concreto de elevada resistência característica à compressão e somente armaduras protendidas. As seções transversais dos painéis podem apresentar alvéolos circulares, ovais, retangulares, mistos, etc. As dimensões são variadas: a largura apresenta valores próximos a 125 cm e a altura valores de 8 até 70 cm, sendo as alturas entre 20 e 26 cm as mais utilizadas.

Na dissertação de mestrado do autor deste trabalho (ARAUJO, 2007), foram estudadas lajes alveolares sem a utilização da capa de concreto, com ênfase nos dimensionamentos e nas verificações dos estados limites, aplicados em lajes com armaduras simples ou duplas. Com o auxílio do programa PROTENLAJE, desenvolvido durante o mestrado, foram gerados vários exemplos de dimensionamento e verificação de lajes alveolares protendidas. Os exemplos de dimensionamento mostraram a sua versatilidade, que podem atingir grandes vãos, mesmo sem a consideração da resistência da capa de concreto. Em lajes com elevadas sobrecargas, mostrou-se interessante o dimensionamento com armadura dupla, visto que a armadura superior atua no controle da flecha causada pela protensão inferior e no controle das tensões de tração na fibra superior no ato da protensão.

Nesta tese de doutorado os estudos foram direcionados para dois tópicos principais decorrentes da dissertação de mestrado: os efeitos dependentes do tempo nas estruturas hiperestáticas e o comportamento da região de apoio das lajes alveolares.

A análise da estrutura submetida aos carregamentos de serviço considerando os efeitos dependentes do tempo constitui um problema condicionado por muitas variáveis, por exemplo: o comportamento conjunto de materiais com propriedades distintas; a reologia dos diferentes tipos de materiais; a variação da resistência e da rigidez ao longo do tempo; a influência das etapas construtivas, etc. Tais efeitos dependentes do tempo nas lajes alveolares são abordados através de uma metodologia fundamentada no método do coeficiente característico de

envelhecimento e no método das forças. Com a aplicação dessa teoria e ampliação do programa PROTENLAJE, estruturas hiperestáticas pré-tensionadas com seções transversais compostas por vários materiais diferentes podem ser analisadas em diferentes etapas de sua construção e de sua vida útil.

A resistência à força cortante e os mecanismos de ruptura na região de apoio nas lajes alveolares também apresentam um comportamento complexo e peculiar, visto que nessa região das lajes existem agravantes não presentes em outros tipos de estrutura, como a grande proporção dos alvéolos na seção transversal, a ausência de armadura para a força cortante, os comprimentos de apoio usualmente pequenos, a ancoragem das cordoalhas e a dispersão da força de protensão. Neste trabalho foram gerados modelos numéricos não lineares – considerando a fissuração do concreto e aderência entre a armadura e o concreto – para a compreensão física do comportamento das tensões e deformações na região de apoio das lajes alveolares. Após isto, uma metodologia simples e com boa confiabilidade em termos de projeto, baseada na *Modified Compression Field Theory* MCFT (BENTZ; COLLINS, 2006; BENTZ et al., 2006; COLLINS et al., 1996; COLLINS et al., 2008; VECCHIO; COLLINS, 1986) e nos conceitos de segurança do Eurocode 2 (2004), é apresentada e verificada com resultados experimentais e numéricos; sua abordagem é semelhante às recomendações das versões preliminares do CEB-FIP *Model Code* (2010).

Esta tese visa à continuação do estudo iniciado na dissertação de mestrado do autor (ARAUJO, 2007), que obteve a passagem antecipada diretamente do mestrado para o doutorado, de acordo com a Portaria nº 077, de 15 de agosto de 2006, da Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES.

1.2 OBJETIVOS

Todos os objetivos apresentados a seguir são enfocados na elaboração e esclarecimento de critérios para o projeto de lajes alveolares.

1.2.1 Objetivos gerais

- Contribuir na compreensão do comportamento dos sistemas de lajes alveolares protendidas com o auxílio de um programa computacional;

- Elaborar critérios para melhorar o projeto estrutural dessas lajes e painéis formados por elas.

1.2.2 Objetivos específicos

- Estudar peças formadas por seções transversais compostas pela laje alveolar, capa de concreto moldada no local e diferentes tipos de armadura;
- Estudar os efeitos dependentes do tempo – fluência, retração e relaxação – e as etapas construtivas nas lajes alveolares hiperestáticas;
- Pesquisar o efeito da transferência de tensões das armaduras ativas para concreto e os modos de ruptura dessas lajes;
- Investigar as regiões de apoio das lajes alveolares, incluindo um estudo da perturbação de tensões presentes nessa região, tentando delimitar um comprimento de ancoragem mínimo para a segurança e desempenho adequado da peça estrutural;
- Propor uma metodologia de verificação, com base teórica, da resistência à força cortante para lajes alveolares.

1.3 JUSTIFICATIVA

As lajes alveolares já são amplamente utilizadas pela construção civil, embora algumas características do comportamento desses elementos pré-fabricados ainda causem dúvidas na comunidade científica. Dentre estas características, abordam-se neste trabalho os efeitos dependentes do tempo dos materiais e a região de apoio das lajes.

A correta análise de tensões e deformações dessas lajes, sob carregamentos de serviço, é essencial para garantir as condições funcionais e de durabilidade. Os fenômenos de fluência e retração do concreto e a relaxação das armaduras fazem com que as estruturas de concreto armado e protendido apresentem variações no estado de deformações, bem como podem apresentar igualmente variações no estado de tensões. Tais fenômenos tornam-se mais importantes no caso de estruturas formadas por seções compostas por diferentes materiais e ou construídas por etapas com alto índice de esbeltez – alta relação entre o vão e a altura da laje –, como é o caso das lajes alveolares, que podem

ser formadas por seções compostas pela seção do elemento pré-moldado, pela capa de concreto moldada no local e por uma ou mais camadas de armaduras ativas – um dos sistemas construtivos mais utilizados na aplicação de lajes alveolares. Portanto, o esclarecimento dos critérios para a utilização desse tipo de seção é essencial para o projeto estrutural. É válido lembrar que, com a utilização da capa moldada no local como elemento resistente, surgirão situações como: novo caso de carregamento, aplicado durante a fase construtiva dos painéis; elementos com coeficientes de fluência diferentes na seção transversal; capacidade resistente ao cisalhamento da capa de concreto; modificações das tensões e deformações, resultando em alterações na força de protensão; novas verificações nos estados limites de serviço e últimos. Ainda, para as lajes hiperestáticas, o estudo da adaptação da estrutura devido aos efeitos dependentes do tempo também será uma contribuição, pois tem grande relevância nos hiperestáticos na continuidade dessas lajes isostáticas que são unidas para a formação de elementos contínuos. Esta técnica construtiva é amplamente utilizada; contudo, o estudo da adaptação ainda não é aplicado nesse tipo de projeto. Então, o estudo adequado das redistribuições de esforços para tal estrutura pode identificar situações críticas distintas de análises mais simplificadas.

Para investigar as regiões de apoio das lajes alveolares, inicialmente são elaborados modelos numéricos não lineares, capazes de reproduzir a fissuração do concreto e aderência da armadura, para o esclarecimento físico do comportamento das tensões nessas regiões. Definido esse comportamento, modelos mais simples para a aplicação em projeto podem ser obtidos.

Como citado nos objetivos deste trabalho, também são estudados os efeitos da transferência de tensões das armaduras para o concreto e as regiões de apoio das lajes alveolares. Ao contrário das peças de concreto armado, em que os comprimentos de apoio necessários, as armaduras mínimas e as distribuições de tensões nessas regiões estão bem definidos, as peças de concreto protendido, pré-tracionadas com armadura aderente, não têm referências claras sobre a aplicação desse tema em projetos estruturais.

Diversos autores vêm dedicando estudos para a verificação da resistência à força cortante em lajes alveolares, como por exemplo: Pisanty (1992), Yang (1994), Pajari (2005), Girhammar e Pajari (2007), Bertagnoli e Mancini (2009), Catoia et. al (2010), Ajdukiewicz et. al (2010). No entanto, os modelos atuais para tal verificação ainda são baseados em teorias elásticas e resultados empíricos, sem relação física

direta com o comportamento real da estrutura e que pode negligenciar a influência de importantes parâmetros. A proposição de uma metodologia de verificação baseada, como proposta nessa tese, em uma teoria geral de cisalhamento pode conferir ao projeto de lajes alveolares melhores resultados e apurar a compreensão do comportamento estrutural.

A otimização dos projetos e definição de critérios podem ser alcançadas com implementações computacionais de alternativas de dimensionamento de lajes alveolares, oferecendo armadura ativa superior e inferior, aberto para a escolha de: alturas e resistências da capa de concreto; tipo de fio ou cordoalha utilizada; tipo de concreto utilizado na fabricação dos painéis; tipo de protensão, entre outras alternativas.

Na realização deste estudo foi utilizado e ampliado o programa computacional PROTENLAJE, desenvolvido pelo autor (ARAÚJO, 2007), que emprega a linguagem de programação Visual Basic; por ser simples, clara e objetiva. A escolha também foi motivada pela sua ampla utilização em projetos de pesquisas anteriores e pela experiência do autor com esta linguagem. O uso de ferramentas computacionais auxilia na realização de trabalhos que demandariam tempo excessivo ou naquelas cuja realização seria impossível sem a referida ferramenta.

1.4 INEDITISMO E CONTRIBUIÇÃO CIENTÍFICA

As contribuições científicas desta tese estão relacionadas ao projeto das lajes alveolares. No campo da análise dos efeitos dependentes do tempo, o trabalho apresenta a sistematização de um modelo para análise reológica dos materiais em estruturas hiperestáticas, considerando as etapas construtivas. Com isto, são definidas etapas adicionais de verificação necessárias para o projeto de lajes alveolares isostáticas que são unidas para formar uma estrutura contínua.

Para a região de apoio, a tese explana e simplifica os modos de ruptura das lajes alveolares, os mecanismos de transferência de tensões da armadura ativa para o concreto e o cálculo da tensão última que deve ser ancorada. Na mesma direção, é proposta uma metodologia de verificação da resistência à força cortante, em que o *Modified Compression Field Theory* MCFT é aplicado às lajes alveolares com significativas alterações, entre elas: modificação da resistência à tração do concreto e sua relação com a resistência à compressão; implementação do comprimento de ancoragem da força de protensão; distinção entre regiões fissuradas e não fissuradas por flexão; proposição de cálculo simplificado da área tracionada de concreto; definição das

seções transversais que devem ser verificadas; adequação com os conceitos de segurança do Eurocode 2 (2004).

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

O desenvolvimento e explanação ordenada deste trabalho são apresentados em oito capítulos, além das referências bibliográficas e a bibliografia consultada, como será mostrado, de forma resumida, a seguir.

O Capítulo 2, “Lajes alveolares”, mostra as características principais dessas lajes, abordando um breve histórico do sistema de piso, os benefícios técnicos e econômicos, a produção e a execução do referido tipo de estrutura.

O Capítulo 3, “Efeitos dependentes do tempo”, apresenta o modelo de análise viscoelástica utilizado. O capítulo inicia com a formulação geral de fluência para elementos uniaxiais, apresentando a seguir os métodos de resolução, a análise das seções transversais e a análise global da estrutura. Ainda, quando pertinente, os modelos de fluência e retração normativos são discutidos.

O Capítulo 4, “Efeitos dependentes do tempo em lajes alveolares”, refere-se ao estudo do sistema de lajes alveolares com continuidade e capa de concreto moldada no local, as quais são analisadas, mostrando em diferentes estágios suas distribuições de tensões e deformações, tais como no ato da protensão, concretagem da capa, aplicação de outros carregamentos permanentes e após certo período de tempo. Para cada fase, a compatibilidade e as leis constitutivas são introduzidas com a formulação apresentada no capítulo anterior.

O Capítulo 5, “Modelos numéricos não lineares”, apresenta análises numéricas não lineares de lajes alveolares submetidas ao momento fletor e à força cortante, considerando a aderência entre a armadura e o concreto. Os estudos apresentados investigam numericamente tópicos com interesse em projeto de lajes alveolares e podem ser dividido em três partes: comparações entre modelos em duas e três dimensões com valores de projeto; comparações entre resultados numéricos e experimentais das cargas de fissuração e última; modelos com cargas distribuídas equivalentes com variação do comprimento de apoio e da esbelteza da laje. Na análise de resultados, os valores numéricos ainda são comparados com as prescrições de códigos internacionais.

O Capítulo 6, “Região de apoio e resistência ao cisalhamento”,

avalia os modos de ruptura das lajes alveolares. Modelos físicos para a compreensão da distribuição de tensões na região de ancoragem são fornecidos com base nas recomendações do Eurocode 2. No mesmo capítulo, é apresentada uma metodologia para verificação da resistência à força cortante em elementos sem armadura de cisalhamento, com base na *Modified Compression Field Theory* (MCFT) e nos conceitos de segurança do Eurocode 2. A verificação da metodologia é feita através de comparações com resultados experimentais disponíveis na bibliografia e com códigos internacionais. Ao final do capítulo, é apresentada a aplicação da teoria aos casos usuais de projeto.

O Capítulo 7, “Programa PROTENLAJE”, mostra a ferramenta computacional desenvolvida para auxílio à pesquisa. Nele são apresentados os critérios utilizados no desenvolvimento do programa e a justificativa dos métodos utilizados.

O Capítulo 8, “Considerações finais”, como o próprio título define, sintetiza as conclusões deste trabalho, apresentado proposições para pesquisas futuras.

2 LAJES ALVEOLARES

2.1 BREVE HISTÓRICO

Os princípios das atuais lajes alveolares foram planeados pelos inventores alemães Wilhelm Schaefer e Otto Kuen em meados da década de 1930. Nessa época, as lajes eram elementos estruturais isolados, compostos de um núcleo alveolar de concreto celular embutido entre duas camadas de concreto armado. No final da década de 1940 e início da de 1950, depois de anos de alterações na linha de produção baseadas em tentativas e erros, as ideias de Schaefer e Kuen começaram a ter algum sucesso (ASSAP, 2002). Com isso, licenças de produção foram vendidas para cinco empresas na Alemanha Oriental e Ocidental e uma para os Estados Unidos.

O mais importante fabricante da Alemanha Ocidental, BUDERUSSCHE EISENWERKE, foi o primeiro a introduzir protensão nas lajes alveolares em sua fábrica em Burgsolms, a qual ainda está em operação. Os cálculos estáticos para isso foram feitos pelo Professor Friedrich da Technical University of Graz (Áustria).

Em seguida, por volta de 1950, a camada de concreto celular foi abandonada para permitir a produção de lajes alveolares em peças monolíticas com vãos e capacidades menos limitadas pela pobre resistência ao cisalhamento do concreto celular. Ao mesmo tempo, a empresa americana, que tinha comprado o projeto de Schaefer e Kuen, introduziu a protensão e desenvolveu o produto a tal ponto que se tornou um produto patenteado sob o nome de Spancrete (PCI, 2005). O projeto de Spancrete adota uma máquina de concretagem sob uma ponte rolante (Figura 2-1). As concretagens das lajes alveolares eram feitas em camadas, uma sobre as outras, separadas por uma simples folha plástica. A superfície não era perfeita, mas aceitável, como pode ser visto em vários silos e estacionamentos americanos. Uma vez que a camada superior de uma pilha de lajes estivesse naturalmente enrijecida, uma máquina com disco de diamante era montada em cima da mesma pilha, e as lajes eram cortadas e removidas.



Figura 2-1 – Máquina de concretagem sob uma ponte rolante (PCI, 2005)

O sistema de fôrmas deslizantes e vibratórias com uma única pista de protensão, similares às utilizadas hoje, foi projetado em 1955, por Max Gessner (Munique). Em 1957, as empresas da Alemanha Ocidental MAX ROTH KG E WEILER KG compraram a patente de Gessner, e em 1961 começaram a sua gradual expansão na Europa e no mundo.

Em 1960 a empresa canadense SPIROLL desenvolveu a máquina original para a produção de lajes alveolares por meio de extrusão do concreto, em cujo procedimento o concreto com baixa relação água/cimento era compactado e vibrado. As lajes produzidas nesse processo eram caracterizadas por seções transversais com alvéolos circulares, diferente dos habituais alongados produzidos até então pelas fôrmas deslizantes. O processo de extrusão foi recebido favoravelmente, em especial no norte da Europa e no Bloco Soviético. A partir daí deu-se o início da concorrência para a supremacia entre os sistemas de fôrmas deslizantes e os de extrusoras, o que foi benéfico ao desenvolvimento da fabricação das lajes alveolares em todo o mundo.

2.2 BENEFÍCIOS NA UTILIZAÇÃO DAS LAJES ALVEOLARES

Um dos mais aceitos elementos pré-fabricados em todo o mundo, as lajes alveolares oferecem inúmeras vantagens ante outros elementos estruturais pré-fabricados e moldados em obra, como veremos nos itens a seguir.

2.2.1 Benefícios técnicos

As técnicas de produção industrial conferem às lajes alveolares grande qualidade e confiabilidade. As longas pistas de protensão metálicas perfeitamente planas com comprimentos variando entre 120 a 150 metros (Figura 2-2) atribuem excelente uniformidade e acabamento inferior. Os equipamentos de extrusão ou de fôrmas deslizantes e vibratórios apresentam excelentes precisões geométricas nas seções transversais e nos cobrimentos das armaduras. Além disso, permitem a utilização de concretos com baixa relação água/cimento, elevada resistência e grande compactação. A classe de concreto utilizado garante um elevado módulo de elasticidade de 1,3 a 1,5 vezes maior, quando comparado às peças moldadas em obra.



Figura 2-2 – Produção de lajes alveolares em pistas

2.2.2 Benefícios econômicos

Ainda que o emprego de lajes alveolares necessite de um maior investimento financeiro inicial devido aos equipamentos com maior tecnologia e conseqüentemente uma mão de obra qualificada, as reduções consideráveis no tempo de construção e nos serviços em obra as tornam muito competitivas, principalmente nos casos de grandes obras e curtos prazos de entrega. Serviços como carpintaria, armação, cimbramento e revestimento, além do recebimento, estoque, transporte e manuseio de todos os materiais envolvidos nessas etapas são

drasticamente reduzidos. O transporte e montagem (Figura 2-3) são processos simples e repetitivos, de grande rendimento, tendo como resultado o armazenamento necessário das lajes facilitado e o reduzido tempo de estocagem (Figura 2-4).



Figura 2-3 – Montagem da laje alveolar



Figura 2-4 – Armazenamento dos painéis alveolares

2.2.3 Versatilidade

A ótima versatilidade das lajes alveolares permite a sua utilização em praticamente todo o tipo de estrutura, em sistemas isostáticos ou hiperestáticos, com possibilidade de atingir grandes vãos (até 20 metros)

e elevadas sobrecargas (cargas industriais). Elas ainda podem ser utilizadas em paredes estruturais, vedações, contensões, etc.

2.3 PRODUÇÃO

A produção das lajes alveolares requer um controle industrial das matérias-primas para garantir a alta qualidade necessária na fabricação do concreto, sendo incluídas a composição granulométrica dos agregados e a baixa relação água/cimento constante. A apurada fabricação permite a utilização de concretos de elevada resistência com $f_{ck} \geq 45$ a 60 MPa e um ciclo de produção com pequenos intervalos de tempos. A Figura 2-5 mostra um desenho esquemático da linha de produção de lajes alveolares.

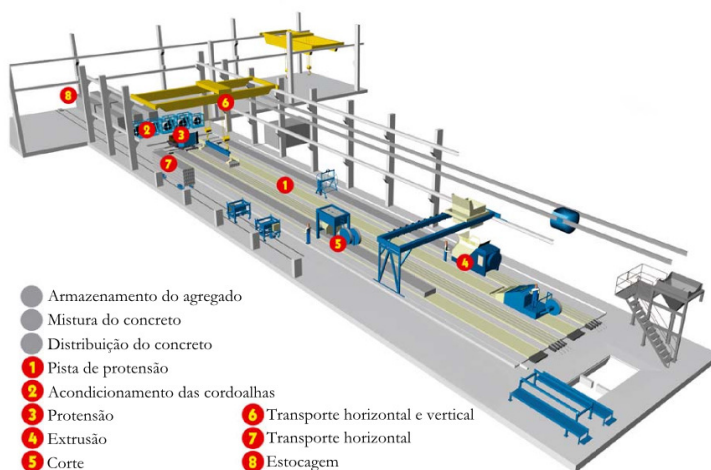


Figura 2-5 – Linha de produção (ELEMATIC, 2007)

Em síntese, todo o processo de fabricação de lajes alveolares deve conter os seguintes estágios (ASSAP, 2002):

- Preparação da pista de protensão, limpeza e aplicação de água ou desmoldante à base de óleo;
- Disposição dos fios e cordoalhas na pista de protensão;
- Aplicação da protensão nas cordoalhas com controle sistemático de tensão e alongamento;

- Concretagem contínua com extrusora ou fôrmas deslizantes (Figura 2-6);
- Intervenção manual ou mecanizada para definir comprimentos de projeto;
- Marcação unitária com as características de cada laje, número de ordem, data de produção e peso;
- Cobertura das lajes com mantas impermeáveis e possivelmente aplicação de cura térmica;
- Controle da resistência do concreto antes da liberação da protensão $f_{ckj} \geq 30$ a $35 MPa$;
- Corte transversal para isolar cada painel;
- Remoção das lajes da pista de protensão e transporte até a área de armazenamento apropriada;

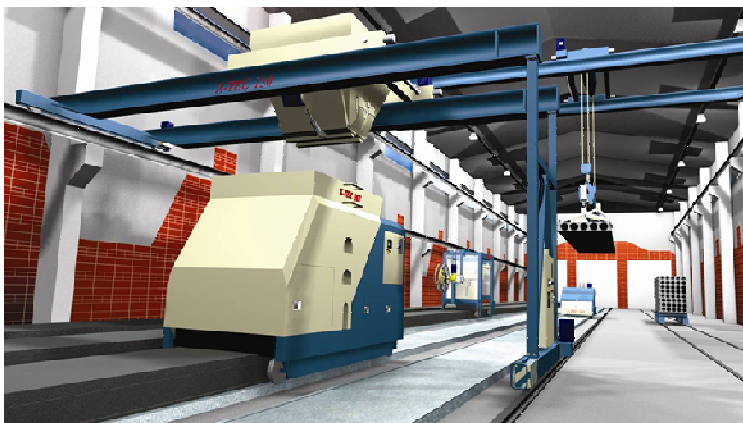


Figura 2-6 – Concretagem contínua com extrusora (ELEMATIC, 2007)

A concretagem contínua pode ser executada basicamente com dois tipos de sistema, como citado anteriormente, extrusoras ou formas deslizantes. Nas extrusoras o concreto é forçado a passar através de um alimentador em espiral que compacta em um único estágio a seção transversal (Figura 2-7). No outro sistema, de nas fôrmas deslizantes, o concreto é direcionado para dentro de setores móveis e vibrado por baterias de diferentes frequências que formam as seções transversais em três estágios: primeiro a mesa inferior, seguido da alma e finalizando com a mesa superior (Figura 2-8). As seções transversais produzidas

com extrusoras apresentam alvéolos mais circulares, enquanto as produzidas pelas fôrmas deslizantes apresentam alvéolos mais alongados e maior área de concreto; portanto, peças mais pesadas e com maior resistência ao cisalhamento.

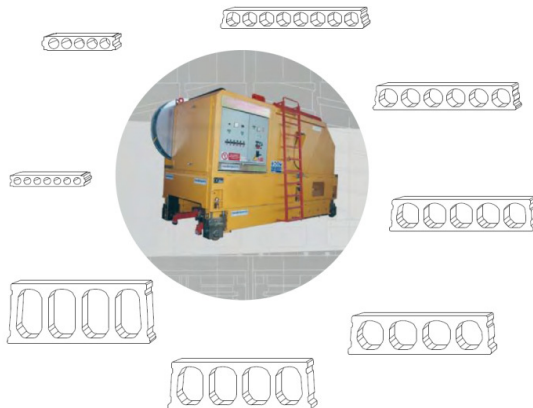


Figura 2-7 – Máquina extrusora e seções transversais produzidas (NORDIMPIANTI, 2007)

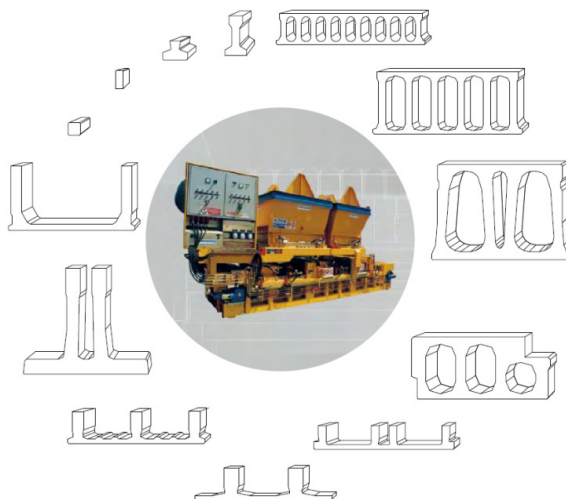


Figura 2-8 – Sistema de fôrmas deslizantes e seções transversais produzidas (NORDIMPIANTI, 2007)

2.4 EXECUÇÃO

A sistemática execução das lajes alveolares apresenta grande rendimento e exige mão de obra treinada. Embora cada fabricante exiba uma variante do processo de execução, pode-se resumir-lo nas etapas de montagem dos painéis, nivelamento, preenchimento de juntas e aberturas e, quando aplicável, concretagem da capa de concreto moldada no local.

Para a montagem dos painéis, em geral é utilizado um perfil I metálico com garras e cabos para o correto posicionamento (Figura 2-9). É imprescindível observar o nivelamento dos apoios e possíveis concentrações de tensões e esforços não previstos em projeto.



Figura 2-9 – Montagem dos PACP

Os painéis alveolares podem muitas vezes apresentar diferenças relevantes nos valores das contraflechas (Figura 2-10) provocadas pelas tolerâncias normais de projeto, fabricações em tempos distintos, estocagem em locais e condições diferentes, etc. Este desnivelamento pode ser corrigido para valores aceitáveis com a utilização de um tirante de aço ancorado na face superior e inferior com travas e cunhas de madeira, aplicado antes da concretagem das juntas entre lajes (Figura 2-11).



Figura 2-10 – Diferença de nível entre os painéis

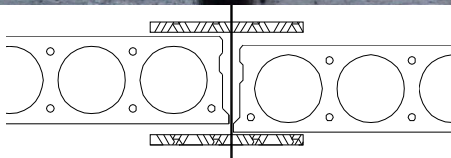


Figura 2-11 – Nivelção dos painéis

A última etapa de execução das lajes alveolares é dedicada ao preenchimento das juntas entre lajes, que garante a transmissão de esforços entre os painéis, e ao das aberturas destinadas às armaduras complementares e tubulações. A seguir, poderá ser executada a capa de concreto estrutural ou não moldada em obra. A utilização da capa de

concreto nesse sistema de lajes não é obrigatória, porém é a opção mais utilizada. Quando a capa de concreto for considerada como parte resistente no dimensionamento dos painéis, deve ser executada de forma que a aderência entre os painéis e o concreto seja verificada. Nessa fase ou na anterior poderá ser ainda alterado o sistema estrutural de isostático para um sistema estrutural hiperestático, dependendo da concepção de cada projeto.

3 TENSÕES E DEFORMAÇÕES AO LONGO DO TEMPO

3.1 INTRODUÇÃO

Os desenvolvimentos científicos dos materiais, das técnicas de construção e dos projetos proporcionaram construções de estruturas mais esbeltas e, assim sendo, mais sensíveis às deformações e com comportamentos mais complexos. Nesse caso, aumenta a importância da consideração das deformações e tensões provenientes de fenômenos dependentes do tempo na análise estrutural.

As considerações desses efeitos em projetos de estruturas envolvem o estudo dos materiais ao longo do tempo, basicamente o efeito da fluência e retração do concreto e a relaxação do aço, e também o estudo de métodos de análise que permitam a consideração desses efeitos nos materiais.

Na área da análise estrutural, o estudo do comportamento dos materiais ao longo do tempo, algumas vezes chamado de estudo de adaptação por fluência, é fundamentado em resultados experimentais e tem o objetivo de considerar esses fenômenos dependentes do tempo nos modelos numéricos adotados. Os principais códigos internacionais apresentam equacionamentos na tentativa de prever esses efeitos; contudo, valores muito divergentes ainda são encontrados em confrontações numéricas *versus* experimentais.

As estruturas de concreto protendido são estruturas formadas por diferentes tipos de materiais, estruturas heterogêneas podendo ser compostas por diferentes tipos de aços e tipos de concretos. Tal composição de materiais com diferentes propriedades conduz a redistribuições de tensões no interior das seções transversais. Como exemplo de seção transversal heterogênea, tem-se o caso das lajes alveolares com a utilização de capa moldada no local (Figura 3-1).

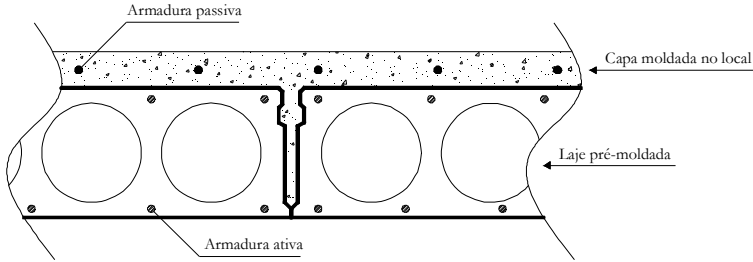


Figura 3-1 – Seção composta pela laje alveolar, capa moldada no local e armaduras passivas e ativas

Os efeitos dos comportamentos dos materiais, além de redistribuições nas seções transversais, podem ocasionar redistribuições ao longo da estrutura, o que é comum nas estruturas pré-moldadas em que o sistema isostático inicial é consecutivamente alterado no processo construtivo. Como exemplo, novamente é apresentado o caso das lajes alveolares, montadas em uma primeira etapa isostática e, após a concretagem nos nós de ligação, transformadas em lajes hiperestáticas (Figura 3-2). O mesmo caso é frequente em estruturas de pontes.

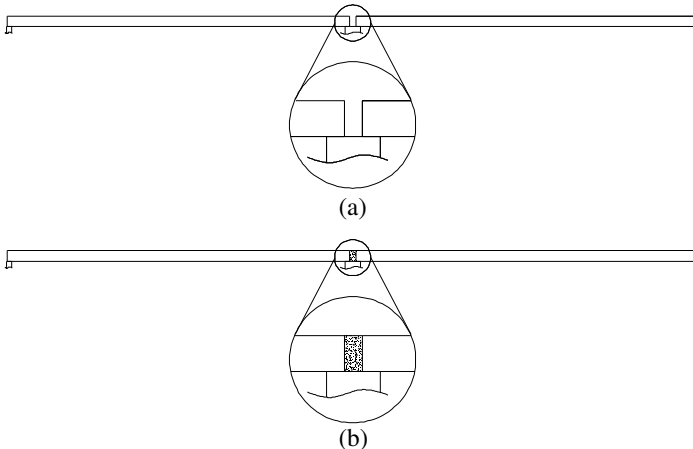


Figura 3-2 – (a) Lajes alveolares isostáticas (b) transformadas em contínuas

Em projeto geralmente os efeitos dependentes do tempo são verificados para os estados limites de utilização através dos cálculos das tensões nas seções transversais, para os carregamentos permanentes ou

eventualmente para os quase-permanentes. Os critérios adotados para as limitações de tensões serão função das condições ambientais e do nível de qualidade exigido em cada obra.

Em regra, nos estados limites últimos a consideração dos efeitos dependentes do tempo não é necessária, visto que decorrem de um estado próprio de tensões e não influenciam na capacidade portante, correspondem somente a uma redistribuição de esforços ao longo da estrutura. Essa afirmação é condicionada à ductilidade da estrutura.

Em conclusão, a consideração do comportamento dos materiais ao longo do tempo nos estados limites últimos é necessária somente quando efeitos de segunda ordem estão envolvidos na análise estrutural.

3.2 HIPÓTESES BÁSICAS

As teorias apresentadas neste capítulo, tendo como referências os livros clássicos de análise de concreto estrutural dos autores Ghali e Favre (1986), Leonhardt (1983), Ghali et. al (2009), admitem algumas hipóteses simplificadoras, sendo as principais:

- Os esforços são aplicados em um eixo de simetria vertical nas seções transversais, resultando em casos de flexo-compressão reta;
- As seções transversais, inicialmente planas antes da aplicação de uma ação, permanecerão planas após tal aplicação;
- As deformações decorrentes das tensões tangenciais são consideradas desprezáveis nos casos de aplicação avaliados;
- Admite-se aderência perfeita nas interfaces concreto/concreto e concreto/aço; logo, somente se faz uso de protensão com armadura aderente;

3.3 FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA

Em situações de serviço com tensões inferiores a 40% da tensão de ruptura do concreto, admite-se uma relação linear entre as tensões e deformações, de acordo com os códigos internacionais com base em resultados experimentais. Nesse caso, as deformações no concreto podem ser obtidas por sobreposição de efeitos. Na Equação (3-1) é apresentada a deformação do concreto em um tempo t qualquer.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{ca}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t), \quad (3-1)$$

onde

- $\varepsilon_c(t_0) = \sigma_c(t_0)/E_{ci}(t_0)$ é a deformação imediata, por ocasião do carregamento que provoca a tensão $\sigma_c(t_0)$;
- $\varepsilon_{cc}(t)$ é a deformação por fluência, no intervalo de tempo (t, t_0) ;
- $\varepsilon_{ca}(t)$ é a deformação por envelhecimento do material, no intervalo de tempo (t, t_0) ;
- $\varepsilon_{cs}(t)$ é a deformação por retração, no intervalo de tempo (t, t_0) ;
- $\varepsilon_{cT}(t)$ é a deformação pelos efeitos térmicos, no intervalo de tempo (t, t_0) .

Com as redistribuições de tensões nas seções transversais devido aos efeitos dependentes do tempo, as tensões no concreto, em geral, terão um comportamento semelhante ao apresentado na Figura 3-3.

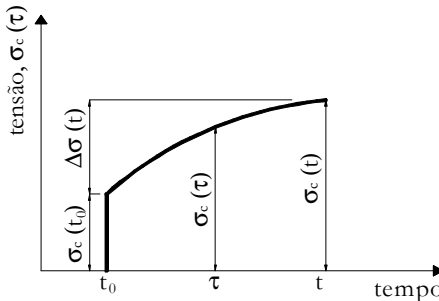


Figura 3-3 – Tensões no concreto ao longo do tempo, adaptado de Ghali e Favre (1986)

As parcelas de deformações dependentes do carregamento serão afetadas pelo fenômeno da fluência, enquanto as parcelas independentes, retração e efeitos térmicos, não serão. Então, adotando admitindo essas hipóteses, a deformação em um instante t qualquer pode ser dada pela Equação (3-2).

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \int_{\sigma_c(t_0)}^{\sigma_c(t)} \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E_c(\tau)} d\sigma_c(\tau) + \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (3-2)$$

A resolução da Equação (3-2) é condicionada às variações de tensões no concreto ao longo do tempo em que, na maioria dos casos práticos, não é conhecida. Assim sendo, fica dependente da resolução simultânea das equações de equilíbrio, compatibilidade e constitutivas. Portanto, é necessária a utilização de métodos numéricos e transformações ou simplificações para resolvê-la. No próximo item deste trabalho serão descritos sucintamente alguns desses processos.

3.4 MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

Os métodos de resolução da Equação (3-2) podem ser organizados em simplificadores, numéricos e algébricos.

Na resolução pelos métodos simplificadores, a função de fluência é simplificada de maneira a facilitar a resolução da integral presente na Equação (3-2). Com a simplificação, o método de *Dishinger melhorado* (LEONHARDT, 1983) reduz a equação integral referida a uma equação diferencial com coeficientes constantes. Esse tipo de resolução é limitado a alguns casos de aplicação, devido às hipóteses adotadas.

Ao contrário dos métodos simplificadores, os métodos numéricos são muito abrangentes e particularmente adequados a estruturas construídas em vários estágios ou com grandes variações de tensões. O conceito básico é a divisão do tempo em intervalos realizada com o cálculo numérico da integral de tensões ou através da aproximação da função de fluência por uma série de *Dirichlet*, transformando a Equação (3-2) em um sistema de equações diferenciais.

O cálculo numérico da integral é realizado passo a passo, não exigindo grandes capacidades de processamento e, por isso, sendo mais empregado do que a aproximação da função de fluência. Então, considerando os intervalos de tempo discreto em intervalos infinitesimais e com uma variação escalonada de tensões, introduzidas nos tempos predeterminados, a integral de tensões pode ser calculada (Figura 3-4). Esse processo também pode ser empregado para o cálculo da relaxação do concreto, necessário para os métodos algébricos (GHALI; FAVRE, 1986).

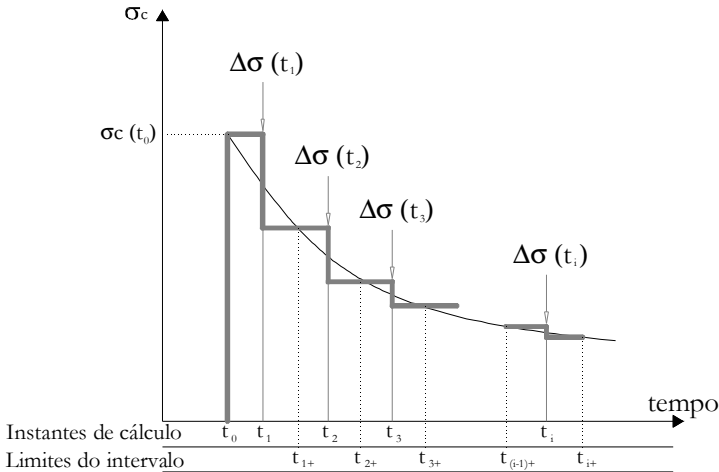


Figura 3-4 – Análise passo a passo (adaptado de GHALI; FAVRE, 1986)

Nos métodos algébricos, a integral correspondente à sobreposição de efeitos é resolvida de forma aproximada, com a introdução do coeficiente característico de envelhecimento χ . Tal integral representa uma deformação instantânea acrescida dos efeitos da fluência no concreto sob a tensão $\Delta\sigma_c$ (Figura 3-3). Esse incremento é gradualmente introduzido entre o intervalo (t, t_0) , produzindo assim uma parcela de fluência menor quando comparada a uma parcela de fluência produzida pela mesma tensão aplicada instantaneamente em t_0 e mantida constante no intervalo (t, t_0) . O método coeficiente característico do envelhecimento trata $\Delta\sigma_c(t)$ como se fosse aplicada instantaneamente no instante t_0 e mantida constante no intervalo (t, t_0) , porém o coeficiente $\varphi(t, t_0)$ é reduzido pelo coeficiente $\chi(t, t_0)$, sendo este menor do que 1 (GHALI; FAVRE, 1986). Assim, a deformação total do concreto pode ser dada pela Equação (3-3).

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \Delta\sigma(t) \frac{1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (3-3)$$

Os valores de $\chi(t, t_0)$ podem ser adotados na faixa de 0,6 a 0,9. Nos casos usuais não é necessário grande precisão no valor de $\chi(t, t_0)$, visto que este coeficiente aparece na Equação (3-3) multiplicando o coeficiente de fluência, que também não pode ser estimado com grande precisão. Entretanto, a compreensão do significado do coeficiente característico de envelhecimento é essencial para a aplicação do método.

O cálculo do coeficiente, quando necessário, poderá ser feito com a função de relaxação, como apresentado em Ghali e Favre (1986). As sugestões de Trost, Zerna e Bazant podem ser encontradas em Leonhardt (1983).

A equação da deformação total (Equação (3-3)) ainda pode ser reescrita com o conceito do módulo de elasticidade ajustado $\bar{E}_c(t, t_0)$ (Equação (3-4)), a ser utilizado nos casos onde o incremento de tensão $\Delta\sigma_c(t)$ é desenvolvido gradualmente de zero até o seu valor máximo.

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\Delta\sigma(t)}{\bar{E}_c(t, t_0)} + \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \varepsilon_{cT}(t), \quad (3-4)$$

onde

$$\bar{E}_c(t, t_0) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)}. \quad (3-5)$$

3.5 FORMULAÇÕES PARA REOLOGIA DO CONCRETO

Uma das características da fluência do concreto é a parcela de deformações irreversíveis que ocorrem nos primeiros instantes após a aplicação do carregamento. Devido à dificuldade de separar estas deformações irreversíveis das deformações elásticas instantâneas, associada ao fato de que as deformações do concreto dependem da velocidade da aplicação da carga, as principais normas internacionais propõem a consideração de dois módulos de elasticidade: secante e tangente.

A separação entre deformações instantâneas e deformações de fluência é arbitrária, visto que pressupõe a definição do tempo para qual a deformação é instantânea. O módulo de elasticidade tangente foi definido como sendo o correspondente a deformações que se dá ao fim de um período da ordem de 30 segundos (FIP, 1984); o módulo de

elasticidade secante médio, num período de 2 a 10 minutos após a aplicação.

Como a parcela de deformações irreversíveis já é considerada nos equacionamentos dados nas normas internacionais para o cálculo do coeficiente de fluência, nas análises considerando os efeitos dependentes do tempo, deverá ser utilizado o módulo de elasticidade tangente na origem; nas análises elásticas, deverá ser utilizado o módulo de elasticidade secante médio.

É válido lembrar ainda que as expressões normalizadas para o cálculo do coeficiente de fluência pressupõem um módulo de elasticidade médio aos 28 dias; portanto, o coeficiente de fluência a ser utilizado nas expressões deste capítulo deve ser corrigido tendo em conta o módulo de elasticidade na idade do carregamento. Por exemplo, calculando-se o coeficiente de fluência $\varphi_{CEB}(t, t_0)$ com as indicações do CEB-FIP *Model Code* (1990), o coeficiente $\varphi(t, t_0)$ deverá ser corrigido como indicado na Equação (3-6).

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{CEB}(t, t_0) \frac{E_c(t_0)}{E_c(28)}, \quad (3-6)$$

onde

$E_c(28)$ é o módulo de elasticidade aos 28 dias.

O grande número de variáveis, incluindo as condições climáticas, dificulta a caracterização do fenômeno de fluência no concreto por meio de um único coeficiente. As teorias do envelhecimento e da hereditariedade podem ser citadas como as mais aceitas para representar a reologia dos materiais.

Na teoria do envelhecimento a função fluência depende apenas da idade do concreto no instante de carregamento, podendo ser representada pela Equação (3-7). Na teoria da hereditariedade, a função de fluência depende da duração do carregamento, como mostra a Equação (3-8).

$$\varphi(t, t_0) = \frac{1}{E_c} + A(t) - A(t_0) \quad (3-7)$$

$$\varphi(t, t_0) = \frac{1}{E_c} + B(t - t_0) \quad (3-8)$$

Ambas as teorias citadas não representam adequadamente a fluência do concreto, visto que esta é dependente do instante de carregamento e da sua duração do mesmo. As formulações numéricas apresentadas pelas normas de concreto tentam reproduzir os ensaios experimentais e são fundamentadas nas teorias do envelhecimento e da hereditariedade. A NBR 6118:2004 e o CEB-FIP *Model Code* (1978) adotaram uma expressão da forma aditiva, em que às parcelas dependentes do instante do carregamento são somadas as parcelas da duração do carregamento, da maneira representada na Equação (3-9). Outros regulamentos como o CEB-FIP *Model Code* (1990) e o EC2:2004 adotam uma forma multiplicativa para representar as duas parcelas, como ilustra a Equação (3-10).

$$\varphi(t, t_0) = \frac{1}{E_c} + A(t) - A(t_0) + B(t - t_0) \quad (3-9)$$

$$\varphi(t, t_0) = \frac{1}{E_c} + C(t_0)B(t - t_0) \quad (3-10)$$

Vários trabalhos, como de Virtuoso (1991) e Gilbert (1988), apresentam estudos de comparação entre as formulações de fluência fornecidas pelas normas internacionais. Entretanto, o grande número de variáveis do problema dificulta uma conclusão única sobre o assunto. No modelo estrutural apresentado neste capítulo, qualquer formulação de fluência pode ser adotada, sendo representada pelo coeficiente de fluência. Em geral, as formulações para a retração seguem as mesmas ideias.

3.6 DEFORMAÇÕES DA ARMADURA ATIVA

Quando a armadura é solicitada por uma tensão constante e não há impedimento de deformações, ela sofrerá deformações imediatas e progressivas devido à fluência do aço. Neste item serão apresentados inicialmente os efeitos de fluência e relaxação do aço e, logo após, serão descritas suas deformações.

3.6.1 Fluência e relaxação da armadura ativa

A fluência e relaxação da armadura são efeitos de um mesmo fenômeno. A fluência é a deformação do aço ao longo do tempo, quando este é solicitado por uma tensão constante; a relaxação é o efeito

responsável pela perda de tensão ao longo do tempo sob uma deformação constante.

A NBR 6118:2003 oferece valores médios de relaxação (Tabela 8.3 da norma), medidos após 1.000 h à temperatura constante de 20° C, para as perdas de tensão referidas a valores básicos da tensão inicial de 50% a 80% da resistência característica do aço. Essa norma ainda apresenta a Equação (3-11) para tempos diferentes de 1.000 h, sempre a 20° C e para um nível de protensão testado.

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \cdot \left(\frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (3-11)$$

Vasconcelos (1980) utiliza a Equação (3-12) para o cálculo do coeficiente de relaxação. Esta equação representa uma parábola num gráfico de ψ em função da relação σ_{po} / f_{ptk} que passa por três pontos conhecidos (Figura 3-5). É válido lembrar que a Equação (3-12) é adequada para qualquer nível de protensão dentro da faixa estabelecida.

$$\psi(t, t_0) = a \left(\frac{\sigma_{po}}{f_{ptk}} \right)^2 + b \left(\frac{\sigma_{po}}{f_{ptk}} \right) + c \quad (3-12)$$

onde

- σ_{po} representa a tensão inicial de protensão;
- $a = 50\psi_{60} - 100\psi_{70} + 50\psi_{80}$;
- $b = -75\psi_{60} - 140\psi_{70} - 65\psi_{80}$;
- $c = 28\psi_{60} - 48\psi_{70} + 21\psi_{80}$.

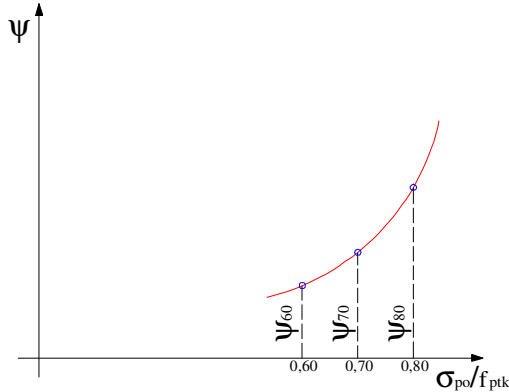


Figura 3-5 – Gráfico do coeficiente de relaxação do aço em função da relação entre a tensão inicial e a tensão de ruptura, adaptado de Vasconcelos (1980)

Como a relaxação, a fluência é função da tensão aplicada, do tempo decorrido e da temperatura. Quando o aço é submetido a uma tensão constante, aplicada no instante t_0 , a deformação cresce com o tempo. Então, pode-se definir o índice de fluência do aço como:

$$\varphi_p(t, t_0) = \frac{\text{deformação por fluência}}{\text{deformação imediata}}, \quad (3-13)$$

onde

$\varphi_p(t, t_0)$ é o coeficiente de fluência do aço.

3.6.2 Relação entre os coeficientes de fluência e relaxação da armadura ativa

Uma armadura é submetida inicialmente a uma tensão $\sigma_s(\tau_1)$, sendo mantido seu comprimento. Pelo efeito da relaxação, depois de um tempo t , a tensão passará a $\sigma_s(t)$. No instante seguinte, $t + dt$, essa tensão sofrerá uma modificação de $d\sigma_s(t)$. Como existe restrição de deformações, pode-se chegar à conclusão de que (FERRAZ, 1985):

$$\frac{\sigma_s(t)}{E_s} d\varphi_p(t, \tau) + \frac{d\sigma_s(t)}{E_s} = 0, \quad (3-14)$$

onde

E_s é o módulo de elasticidade do aço.

Resolvendo a equação diferencial, obtêm-se a Equação (3-15).

$$\ln \sigma_s(t) = -\varphi_p(t, \tau) + C. \quad (3-15)$$

Como para $t = \tau_1$, $\sigma_s(t) = \sigma_s(\tau_1)$, têm-se:

$$\sigma_s(t) = \sigma_s(\tau_1) e^{-\varphi_p(t, \tau_1)} \quad (3-16)$$

e

$$\Delta \sigma_s(t) = -\sigma_s(\tau_1) (1 - e^{-\varphi_p(t, \tau_1)}). \quad (3-17)$$

Assim,

$$\psi(t, t_0) = \left| \frac{\Delta \sigma_s(t)}{\sigma_s(\tau_1)} \right| = 1 - e^{-\varphi_p(t, \tau_1)}; \quad (3-18)$$

portanto,

$$\varphi_p(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] = \ln \psi(t, t_0). \quad (3-19)$$

É válido observar que, de acordo com Ferraz (1985), os valores de $\varphi_p(t, t_0)$ e $\psi(t, t_0)$ não divergem muito entre si para os valores baixos de relaxações. Porém, para os aços de alta relaxação, há uma diferença sensível.

3.6.3 Deformação total do aço sob tensão

Em situações que a livre deformação por fluência é impedida, seja por ações externas ou agentes de diferentes propriedades reológicas, a deformação total no aço pode ser calculada pela Equação(3-20), que é deduzida de forma análoga à da deformação total do concreto.

$$\varepsilon_s(t) = \sigma_s(t_0) \frac{1 + \varphi_p(t, t_0)}{E_s} + \Delta \sigma_s(t) \frac{1 + \varphi_p(t, t_0)}{E_s} \quad (3-20)$$

A Equação(3-20) também pode ser reescrita com o conceito do módulo de elasticidade do aço corrigido $\overline{E_s}$, como mostra a Equação (3-22).

$$\varepsilon_s(t) = \frac{\sigma_s(t_0)}{E_s(t, t_0)} + \frac{\Delta\sigma_s(t)}{E_s(t, t_0)}, \quad (3-21)$$

onde

$$\overline{E_s} = \frac{E_s}{1 + \varphi_p(t, t_0)}. \quad (3-22)$$

3.7 ANÁLISE DA SEÇÃO TRANSVERSAL

Neste item serão descritas de forma resumida as ideias básicas da análise de seções transversais ao longo do tempo. Para isso, será adotada uma seção transversal composta submetida ao esforço normal e ao momento fletor variável ao longo do tempo. Como exemplo, tem-se a seção composta pelas armaduras ativas e passivas e por diferentes tipos de concreto da Figura 3-6. Nessa mesma figura é apresentada a convenção de sinais positiva adotada.

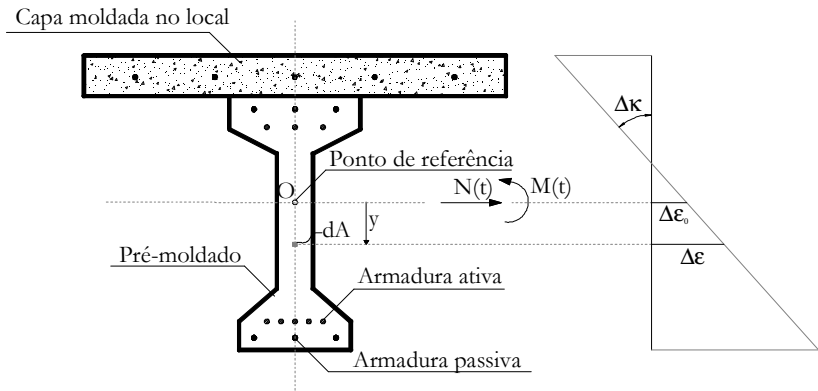


Figura 3-6 – Seção composta com convenção de sinais positiva

3.7.1 Equações fundamentais

As equações fundamentais que definem a análise de seções transversais podem ser escritas como:

- Equação de compatibilidade de deformações na seção (admitindo a hipótese de seção plana):

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_0 + y \Delta \kappa; \quad (3-23)$$

- Equações de equilíbrio na seção:

$$\Delta N = \int \Delta \sigma dA \quad (3-24)$$

$$\Delta M = \int \Delta \sigma y dA; \quad (3-25)$$

- Equações constitutivas dos materiais:

$$\Delta \sigma = E \Delta \varepsilon - \Delta \sigma^*. \quad (3-26)$$

A solução da seção pode ser encontrada substituindo a Equação (3-26) nas equações (3-24) e (3-25), tendo em conta a Equação (3-23).

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \int E dA & \int E y dA \\ \int E y dA & \int E y^2 dA \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \kappa \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Delta N^* \\ \Delta M^* \end{Bmatrix}, \quad (3-27)$$

onde

- ΔN , ΔM são os esforços interno devido à hiperstaticidade da seção;
- ΔN^* , ΔM^* são os esforços internos fictícios capazes de gerar deformações iguais às deformações livres de cada elemento que compõe a seção transversal;
- $\int E dA$ é a rigidez axial da seção homogeneizada $(EA)_h$, utilizando a unidade como módulo de elasticidade de referência e sendo A a área;
- $\int E y^2 dA$ é a rigidez à flexão da seção homogeneizada $(EI)_h$, utilizando a unidade como módulo de elasticidade de referência e sendo I o momento de inércia;
- $\int E y dA$ é a rigidez que relaciona o esforço axial com o momento fletor $(EQ)_h$, utilizando a unidade como módulo de elasticidade de referência e sendo Q o momento estático de área;
- $\Delta \varepsilon_0$, $\Delta \kappa$ é o acréscimo de deformação axial e de curvatura ao longo do tempo, em relação ao eixo de referência.

Os esforços internos fictícios ΔN^* e ΔM^* podem ser mais bem compreendidos com a Figura 3-7, que mostra uma estrutura simples em que a capa de concreto apresenta uma deformação inicial. Em uma primeira etapa, é admitido que capa de concreto possa se deformar livremente (Figura 3-7a). Então, os esforços fictícios capazes de restaurar as dimensões originais da peça são aplicados no centro de gravidade da seção homogeneizada (Figura 3-7b) e assim, as deformações e tensões provocadas por esses esforços podem ser encontradas (Figura 3-7c).

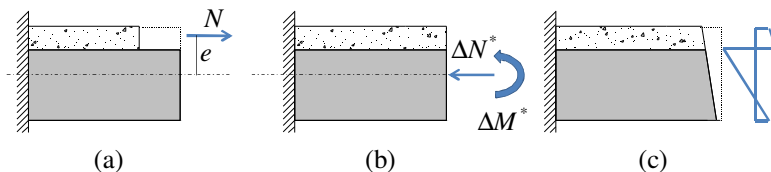


Figura 3-7 – Ilustração dos esforços fictícios (a) deformação livre da capa de concreto (b) seção transversal fictícia sem deformações com a aplicação dos esforços fictícios (c) deformação final e diagrama de tensões ao longo da seção transversal

3.7.2 Análise dos efeitos dependentes do tempo na seção transversal

Com a equação apresentada anteriormente utilizando o método do coeficiente característico do envelhecimento para a deformação total, Equação (3-3), a variação da deformação em um intervalo de tempo (t, t_0) , em uma fibra de concreto, pode ser dada pela Equação (3-28), desprezando-se o efeito térmico.

$$\Delta \varepsilon(t, t_0) = \sigma(t_0) \frac{\varphi(t, t_0)}{E(t_0)} + \Delta \sigma(t) \frac{1 + \chi \varphi}{E(t_0)} + \varepsilon_{cs}(t, t_0), \quad (3-28)$$

onde

- $\Delta \varepsilon(t, t_0) = \varepsilon(t) - \varepsilon(t_0)$;
- $\chi \varphi \equiv \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)$.

As equações constitutivas ao longo do tempo $\Delta \sigma(t)$ em uma fibra da seção podem ser encontradas por meio da Equação (3-28), como apresenta a Equação (3-29), que utiliza o conceito de módulo de elasticidade corrigido $\bar{E}(t, t_0)$.

$$\Delta\sigma(t) = (\Delta\varepsilon_0 + y\Delta\psi)\bar{E}(t, t_0) - \sigma(t_0) \frac{\phi(t, t_0)}{1 + \chi\phi} - \varepsilon_{cs}(t, t_0)\bar{E}(t, t_0) \quad (3-29)$$

Com o mesmo procedimento utilizado no item anterior, porém empregando agora a Equação (3-29) em vez da (3-26), chega-se ao novo sistema de equações para análise ao longo do tempo para a seção transversal, Equação (3-30).

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \bar{E} dA & \int \bar{E} y dA \\ \int \bar{E} y dA & \int \bar{E} y^2 dA \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_0 \\ \Delta\kappa \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Delta N^* \\ \Delta M^* \end{Bmatrix} \quad (3-30)$$

A definição dos esforços internos ΔN^* e ΔM^* pode ser escrita como sendo os esforços que surgirão na seção transversal composta para impedir os deslocamentos hipotéticos que ocorreriam devido à livre deformação de cada fibra ao longo do tempo. As Equações (3-31) e (3-32) apresentam os valores desses esforços fictícios.

$$\Delta N^* = \int \sigma(t_0) \frac{\phi(t, t_0)}{1 + \chi\phi} dA + \int \bar{E} \varepsilon_{cs}(t, t_0) dA \quad (3-31)$$

$$\Delta M^* = \int \sigma(t_0) \frac{\phi(t, t_0)}{1 + \chi\phi} y dA + \int \bar{E} \varepsilon_{cs}(t, t_0) y dA \quad (3-32)$$

3.7.3 Emprego do método das faixas

O método das faixas (“*Fiber Model*”) aplicado ao estudo de tensões e deformações permite com relativa facilidade a análise linear ou não linear de seções transversais de peças de concreto armado, protendido ou estruturas mistas, com ou sem reforços, ao longo do tempo.

Nesse método, as seções são discretizadas em faixas paralelas entre si e perpendiculares a um eixo qualquer de referência perpendicular ao eixo vertical de simetria (Figura 3-8). Essas faixas são compostas exclusivamente por um único material e, quando necessário, faixas de diferentes materiais podem ser sobrepostas para representar diferentes materiais situados na mesma posição.

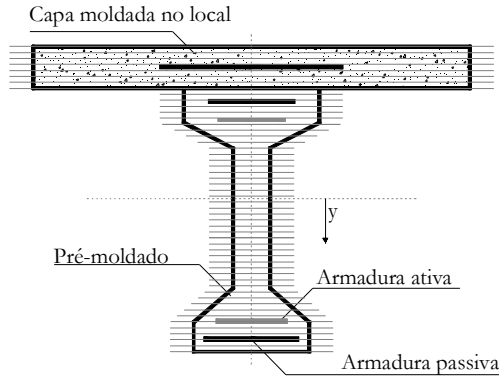


Figura 3-8 – Discretização da seção transversal composta em faixas

Com o método das faixas, as equações definidas no item anterior podem ser reescritas como somatório das faixas. Quando as faixas representarem armadura ativa, deverá ser adotada a fluência e o módulo de elasticidade apresentados no item 3.6 deste trabalho. No caso das armaduras passivas, o módulo de elasticidade será constante e as tensões e deformações iniciais nulas. As Equações (3-33), (3-34) e (3-35) apresentam o caso geral para o método das faixas. A discretização das seções deve ser feita de maneira que o erro envolvido na simplificação do momento de inércia possa ser desprezível. Lembrando que, para pontos discretos (áreas concentradas em um ponto), admite-se:

$$I_x = I_x + Ad^2 \approx Ad^2.$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta N \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \bar{E}_i A_i & \sum_{i=1}^n \bar{E}_i y_i A_i \\ \sum_{i=1}^n \bar{E}_i y_i A_i & \sum_{i=1}^n \bar{E}_i y_i^2 A_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \kappa \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Delta N^* \\ \Delta M^* \end{Bmatrix} \quad (3-33)$$

$$\Delta N^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i(t_0) A_i \frac{\phi_i(t, t_0)}{1 + \chi \phi_i} + \sum_{i=1}^n \bar{E}_i \varepsilon_{csi}(t, t_0) A_i \quad (3-34)$$

$$\Delta M^* = \sum_{i=1}^n \sigma_i(t_0) A_i y_i \frac{\phi_i(t, t_0)}{1 + \chi \phi_i} + \sum_{i=1}^n \bar{E}_i \varepsilon_{csi}(t, t_0) A_i y_i \quad (3-35)$$

Nas análises ao longo do tempo, pode-se notar que o centro de gravidade da seção homogeneizada poderá variar devido às alterações no módulo de elasticidade corrigido e às possíveis alterações na seção, como no caso da capa de concreto moldada no local ou de reforços instalados em um tempo futuro.

As deduções apresentadas anteriormente são definidas para um eixo qualquer de referência, desde que este seja perpendicular ao eixo de simetria vertical. Em alguns casos é interessante adotar um eixo de referência diferente do centroide da seção homogeneizada, como, por exemplo, nas pontes construídas de balanços sucessivos, onde existe a necessidade de correção de deslocamentos ao longo das fases construtivas. Entretanto, na maioria dos casos práticos, pode-se adotar um eixo de referência coincidente com o centroide da seção homogeneizada e, com isso, o momento estático de área da seção será nulo em relação a esse eixo de referência, como mostrado na Equação (3-36).

$$\sum_{i=1}^n \bar{E}_i y_i A_i = 0 \quad (3-36)$$

Assim, o sistema de Equações (3-33) pode ser desenvolvido nas Equações (3-37) e (3-38), que apresentam, respectivamente, a deformação axial no centroide e a curvatura da seção homogeneizada. Nos casos de estruturas isostáticas, os esforços hiperestáticos ΔN e ΔM serão nulos, e as deformações da seção podem ser encontradas diretamente. Nas estruturas hiperestáticas, como a seção não poderá deformar-se livremente, as deformações irão depender dos esforços hiperestáticos, calculados na análise estrutural discutida no item 3.8.1 deste trabalho.

$$\Delta \varepsilon_0 = \frac{\Delta N + \Delta N^*}{\sum_{i=1}^n \bar{E}_i A_i} \quad (3-37)$$

$$\Delta \kappa = \frac{\Delta M + \Delta M^*}{\sum_{i=1}^n \bar{E}_i y_i^2 A_i} \quad (3-38)$$

Com a Equação (3-23) e os valores de $\Delta\varepsilon_0$ e $\Delta\kappa$, podem ser calculadas as variações de deformações em qualquer ponto da seção transversal, lembrando que $\Delta\varepsilon_0$ representa o coeficiente linear e $\Delta\kappa$ o coeficiente angular de uma reta que define a variação da deformação específica ao longo da seção. Com isso, também podem ser calculadas as variações de tensões devido aos efeitos do tempo utilizando a Equação (3-29). O produto da área de uma faixa composta por armadura ativa pela respectiva variação de tensão irá fornecer diretamente a perda progressiva da força de protensão naquela armadura.

O mesmo procedimento citado poderia ser utilizado para uma análise passo a passo, desde que os intervalos sejam suficientemente pequenos e o módulo de elasticidade corrigido \bar{E}_i de cada componente da seção seja substituído pelo módulo de elasticidade na idade de análise.

3.7.4 Emprego do método das fibras conjugadas

Alternativo ao método das faixas, o método das fibras conjugadas apresentado por Busemann (1954, apud LEONHARDT, 1983) permite a discretização de uma seção de área A e momento de inércia I em apenas dois pontos de áreas A_1 e A_2 , separadas por uma distância f (Figura 3-9).

O emprego do método das fibras conjugadas na análise dos efeitos dependentes do tempo é semelhante ao método das faixas, e o equacionamento apresentado nos itens anteriores é válido para esse caso, porém cada área de concreto será discretizada agora em apenas dois pontos. Em Ferraz e Castanho (1989) pode-se encontrar uma abordagem prática desse processo, a qual foi denominada “Método dos prismas equivalentes”.

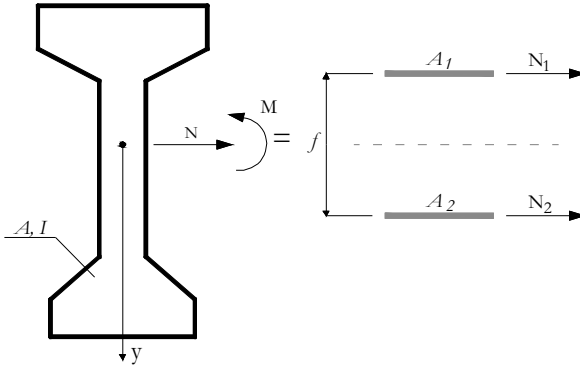


Figura 3-9 – Método das fibras conjugadas

A validade da ideia original de Busemann (1954, apud LEONHARDT, 1983) pode ser demonstrada como exposto a seguir com base no método das deformações.

Considerando válida a hipótese de seção plana, têm-se:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon - y_1 \kappa \quad (3-39)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon + y_2 \kappa \quad (3-40)$$

ou

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 y_2 + \varepsilon_2 y_1}{f} \quad (3-41)$$

$$\kappa = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{f}, \quad (3-42)$$

onde

- y_1 é a distância do eixo de referencia até a área A_1 ;
- y_2 é a distância do eixo de referencia até a área A_2 ;
- f é a distância entre as áreas A_1 e A_2 ;
- $f = y_1 + y_2$.

Fazendo o equilíbrio da seção, encontram-se:

$$N = N_1 + N_2 \quad (3-43)$$

$$M = -N_1 y_1 + N_2 y_2 \quad (3-44)$$

ou

$$N_1 = \frac{N y_2 - M}{f}, \quad N_2 = \frac{N y_1 - M}{f}. \quad (3-45)$$

Então, podem ser representadas as equações elásticas para a seção reduzida a dois pontos:

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = \frac{EA}{f^2} \begin{bmatrix} (y_2^2 - i^2) & (y_1 y_2 - i^2) \\ (y_1 y_2 - i^2) & (y_1^2 - i^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}, \quad (3-46)$$

onde

- i é o raio de giração da seção;
- $i^2 = \frac{I}{A}$.

A matriz de elasticidade presente na Equação (3-46) pode ser levada à forma de matriz diagonal se os termos da diagonal secundária se anularem. Então:

$$y_1 y_2 = i^2, \quad e_1 = \frac{i^2}{e_2} \quad (3-47)$$

Sendo dada ou arbitrada a distância de uma das áreas, a outra distância é deduzida com a Equação (3-47).

Considerando a Equação (3-47), obtêm-se a partir da Equação (3-46) os esforços em cada área.

$$N_1 = \frac{EA y_2}{f} \varepsilon_1 = EA_1 \varepsilon_1 \quad (3-48)$$

$$N_2 = \frac{EA y_1}{f} \varepsilon_2 = EA_2 \varepsilon_2, \quad (3-49)$$

onde

- $A_1 = \frac{A y_2}{f}$;
- $A_2 = \frac{A y_1}{f}$.

Sendo conhecidos os valores dos esforços solicitantes na seção composta (N e M), podem-se encontrar os valores de N_1 e N_2 por meio da Equação (3-45) e as deformações por meio das Equações (3-48) e (3-49). Com os valores das deformações na altura das áreas A_1 e A_2 , defini-se a equação da reta de deformações e, então, as tensões na viga podem ser obtidas com:

$$\sigma_j = E\varepsilon_j = \frac{N_j}{A_j}, \quad j = 1, 2. \quad (3-50)$$

Com tais deduções, pode-se expressar a ideia original de Busemann, de transformar em matriz diagonal a matriz de elasticidade: “a posição das áreas equivalentes em que a seção se considera concentrada é escolhida de tal modo que a força normal em uma das áreas equivalentes não produz tensões na outra” (LEONHARDT, 1983).

3.8 ANÁLISE DA ESTRUTURA

Os efeitos da fluência e retração do concreto e relaxação da armadura podem ocasionar, além das redistribuições de esforços nas seções transversais discutidas no item anterior, redistribuições ao longo da estrutura. Essas redistribuições, seja a peça estrutural constituída por um único material homogêneo ou pela composição de vários materiais, podem ser ocasionadas por recalques diferenciais ou alterações no esquema estrutural, como é o caso das peças pré-moldadas isostáticas, que são conectadas para formar um único elemento estrutural contínuo.

A Figura 3-10 mostra duas vigas homogêneas sob carregamento permanente aplicado em um esquema estrutural isostático. No instante da aplicação do carregamento, as extremidades das vigas sofrerão um deslocamento rotacional θ_p (Figura 3-10a). No caso de o esquema estrutural continuar isostático e considerando somente o efeito da fluência, esse deslocamento será majorado por $(1 + \varphi)$ (Figura 3-10b). Entretanto, se após a aplicação do carregamento a continuidade da estrutura for executada, tornando-se assim uma estrutura hiperestática, a majoração do deslocamento θ_p devido à fluência estará impedida por meio de um esforço hiperestático M_{hip} (Figura 3-10c).

Os esforços hiperestáticos gerados devido aos efeitos dependentes do tempo são autoequilibrados, visto que decorrem de um estado próprio de tensões – existem tensões sem carregamento externo, e as reações de apoio formam um sistema estaticamente nulo (Figura 3-11). Assim sendo, tais esforços acarretam somente redistribuições de esforços e não influenciam no mecanismo de colapso e na capacidade portante da estrutura, caso haja ductilidade suficiente.

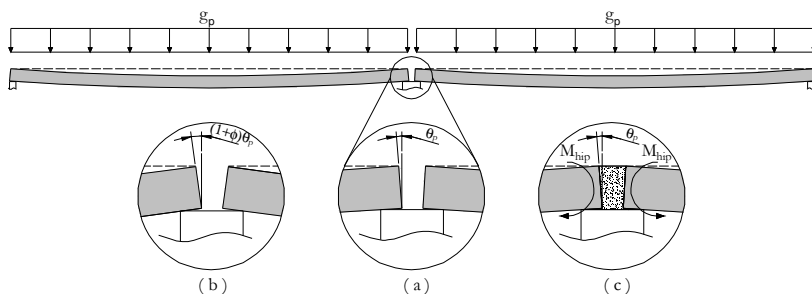


Figura 3-10 – Deformações devido ao carregamento permanente: (a) no instante inicial; (b) ao longo do tempo sem continuidade; (c) ao longo do tempo com continuidade

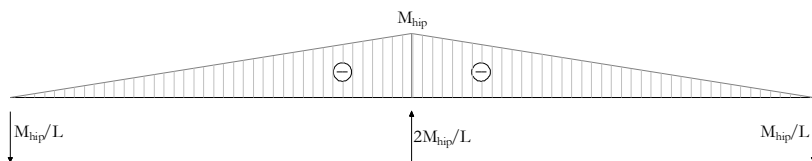


Figura 3-11 – Diagrama de momentos fletores e reações de apoio devido ao momento hiperestático

Em peças com seção transversal composta, as análises dos esforços hiperestáticos na estrutura dependerão, do histórico de carregamento e execução e das variações de deformações nas seções devido aos efeitos do tempo. Contudo, como visto nas equações (3-37) e (3-38), as variações de deformações nas seções também são dependentes dos esforços hiperestáticos ΔM e ΔN .

Visto que as redistribuições nas seções são função da diferença de rigidez dos materiais, em peças constituídas por um único material, os esforços hiperestáticos na estrutura dependeriam somente do histórico de carregamento e execução. Alguns métodos simplificados se baseiam

neste conceito e consideram peças de concreto protendido como sendo formadas somente por concreto. Em Ghali e Favre (1986), pode se encontrar um exemplo desse método, onde a rigidez das armaduras é desprezada ante à rigidez do concreto, e as perdas de protensão são calculadas em uma etapa anterior e aplicadas como carregamento externo.

Esses métodos simplificados podem trazer bons resultados quando o objetivo é a análise de esforços; contudo, quando o objetivo são os deslocamentos, métodos mais gerais devem ser aplicados. A seguir será apresentado um processo fundamentado no método das forças para a obtenção dos esforços hiperestáticos considerando as redistribuições nas seções transversais.

3.8.1 Emprego do método das forças

Neste item será explanado um procedimento para o cálculo dos esforços hiperestáticos provocados pelos efeitos dependentes do tempo. As indicações apresentadas são aplicáveis a análises viscoelásticas para vigas contínuas com o eixo de referência coincidente com o centroide da seção homogeneizada, porém a expansão para outros tipos de análise podem ser realizadas com pequenas modificações.

Com base nas Equações (3-37) e (3-38), as variações das deformações nas seções transversais podem ser divididas em duas parcelas distintas: uma parcela nesta ocasião denominada isostática, correspondendo às deformações que ocorreriam caso a seção pudesse deformar-se livremente; e outra parcela denominada hiperestática, correspondente às deformações devido aos esforços hiperestáticos atuando na seção. As Equações (3-51) a (3-54) demonstram a divisão.

$$\Delta \varepsilon_{0j} = \Delta \varepsilon_{hipj} + \Delta \varepsilon_{isoj} \quad (3-51)$$

$$\Delta \kappa_j = \Delta \kappa_{hipj} + \Delta \kappa_{isoj} \quad (3-52)$$

$$\Delta \varepsilon_{hipj} = \frac{\Delta N_j}{(EA)_j} \quad \Delta \varepsilon_{isoj} = \frac{\Delta N_j^*}{(EA)_j} \quad (3-53)$$

$$\Delta \kappa_{hipj} = \frac{\Delta M_j}{(EI)_j} \quad \Delta \kappa_{isoj} = \frac{\Delta M_j^*}{(EI)_j}, \quad (3-54)$$

onde

- $(EA)_j = \sum_{i=1}^n \bar{E}_i A_i$;
- $(EI)_j = \sum_{i=1}^n \bar{E}_i y_i^2 A_i$;
- i é o índice correspondente a faixa da seção transversal em análise;
- j é o índice correspondente a seção transversal em análise.

A aplicação do método das forças nas análises viscoelásticas pode ser explicada com uma viga contínua que sofrerá acréscimos de deformações ao longo do seu eixo. A Figura 3-12a apresenta uma viga contínua com p apoios intermediários e, portanto, $p + 1$ vãos. Para a resolução dessa viga será adotada a estrutura isostática fundamental da Figura 3-12b.

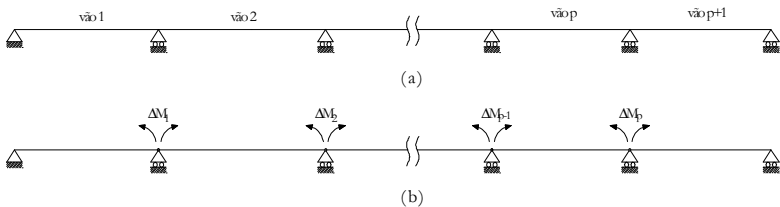


Figura 3-12 – Viga contínua: (a) real; (b) isostática fundamental

Cada elemento da isostática fundamental é uma viga simplesmente apoiada e pode-se supor que ela esteja sem carregamentos; contudo, apresente um estado próprio de tensões devido aos efeitos dependentes do tempo. Com isso, os deslocamentos, em virtude do tempo, podem ser calculados integrando as variações de curvatura de cada seção $\Delta\kappa_{isoj}$. A Figura 3-13 mostra o processo de integração com a utilização do método dos pesos elásticos, onde as curvaturas da viga isostática são aplicadas como carregamento em uma viga conjugada (Figura 3-13b). Com o método apresentado, são conhecidas as variações de curvatura somente nas seções transversais adotadas, o que acarreta a utilização de uma integração numérica. Logo, a variação das curvaturas pode ser substituída por cargas elásticas

equivalentes (Figura 3-13c). Na Equação (3-55) são apresentados os valores das cargas elásticas equivalentes quando a integração (por trapézios) é realizada supondo a variação da curvatura ao longo da viga como uma curva de segundo grau.

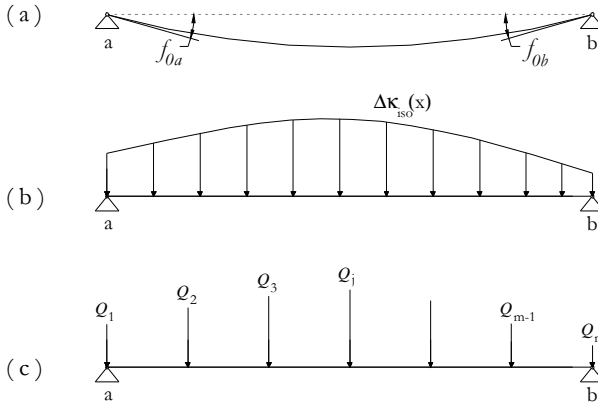


Figura 3-13 – Cálculo do vetor de esforços devido ao carregamento em cada elemento

$$Q_j = \frac{\Delta x}{24} [7\Delta\kappa_{iso,j} + 6\Delta\kappa_{iso,j+1} - \Delta\kappa_{iso,j+2}], \quad j = 1$$

$$Q_j = \frac{\Delta x}{12} [\Delta\kappa_{iso,j-1} + 10\Delta\kappa_{iso,j} + \Delta\kappa_{iso,j+1}], \quad 1 < j < m \quad (3-55)$$

$$Q_j = \frac{\Delta x}{24} [-\Delta\kappa_{iso,j-2} + 6\Delta\kappa_{iso,j-1} + 7\Delta\kappa_{iso,j}], \quad j = m$$

Por fim, as rotações nas extremidades, por causa dos efeitos do tempo em cada elemento da estrutura isostática fundamental, podem ser calculadas como as reações de apoio da viga análoga Figura 3-13c. As Equações (3-56) e (3-57) apresentam tais valores.

$$f_{0a}^{(k)} = \sum_{j=1}^m Q_j \left(\frac{L_k - x_j}{L_k} \right) \quad (3-56)$$

$$f_{0b}^{(k)} = \sum_{j=1}^m Q_j \left(\frac{x_j}{L_k} \right) \quad (3-57)$$

Os coeficientes de flexibilidade de cada elemento da isostática fundamental podem ser calculados aplicando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais de carga unitária. Nessa etapa, é válido ressaltar que a viga pode apresentar rigidez ou flexibilidade variável ao longo do elemento; logo, o procedimento utilizado no cálculo dos deslocamentos pode ser aplicado novamente (Figura 3-14).

As Equações (3-58) e (3-59) apresentam os valores das cargas elásticas equivalentes aproximando a variação das curvaturas com linhas retas (integração de Simpson). As Equações (3-60), (3-61) e (3-62) apresentam os valores dos coeficientes de flexibilidade para cada elemento.

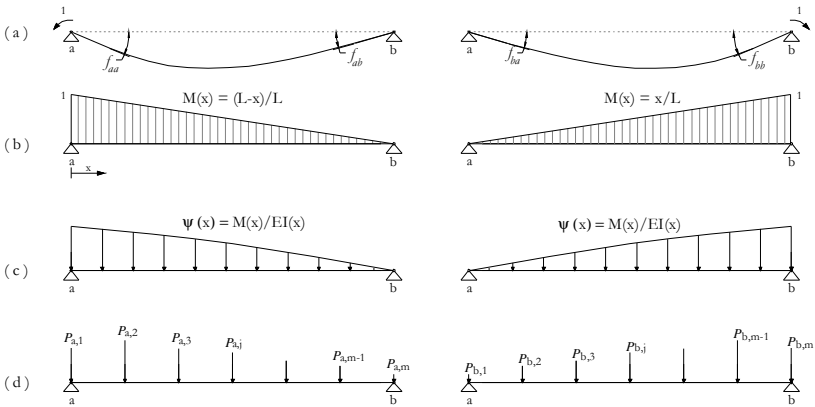


Figura 3-14 – Cálculo dos coeficientes de flexibilidades em cada elemento

$$\begin{aligned}
 & j = 1 \\
 P_{a,j} &= \frac{\Delta x}{6} \left[\frac{2(L_k - x_j)}{L_k(EI)_j} + \frac{(L_k - x_{j+1})}{L_k(EI)_{j+1}} \right], \\
 & 1 < j < m \\
 P_{a,j} &= \frac{\Delta x}{6} \left[\frac{(L_k - x_{j-1})}{L_k(EI)_{j-1}} + \frac{4(L_k - x_j)}{L_k(EI)_j} + \frac{(L - x_{j+1})}{L_k(EI)_{j+1}} \right], \quad (3-58) \\
 & j = m \\
 P_{a,j} &= \frac{\Delta x}{6} \left[\frac{(L_k - x_{j-1})}{L_k(EI)_{j-1}} + \frac{2(L_k - x_j)}{L_k(EI)_j} \right],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & j = 1 \\
 P_{b,j} &= \frac{\Delta x}{6} \left(\frac{2x_j}{L_k(EI)_j} + \frac{x_{j+1}}{L_k(EI)_{j+1}} \right), \\
 & 1 < j < m \\
 P_{b,j} &= \frac{\Delta x}{6} \left(\frac{x_{j-1}}{L_k(EI)_{j-1}} + \frac{4x_j}{L_k(EI)_j} + \frac{x_{j+1}}{L_k(EI)_{j+1}} \right), \quad (3-59) \\
 & j = m
 \end{aligned}$$

$$P_{b,j} = \frac{\Delta x}{6} \left(\frac{x_{j-1}}{L_k(EI)_{j-1}} + \frac{2x_j}{L_k(EI)_j} \right),$$

$$f_{aa}^{(k)} = \sum_{j=1}^m P_{a,j} \left(\frac{L_k - x_j}{L_k} \right) \quad (3-60)$$

$$f_{bb}^{(k)} = \sum_{j=1}^m P_{b,j} \left(\frac{x_j}{L_k} \right) \quad (3-61)$$

$$f_{ab}^{(k)} = f_{ba}^{(k)} = \sum_{j=1}^m P_{a,j} \left(\frac{x_j}{L_k} \right) \text{ ou} \quad (3-62)$$

$$f_{ab}^{(k)} = f_{ba}^{(k)} = \sum_{j=1}^m P_{b,j} \left(\frac{L_k - x_j}{L_k} \right)$$

Impondo condições de compatibilidade, pode-se formar o sistema de equações (3-63). As Equações (3-64), (3-65) e (3-66) apresentam a montagem de cada componente do sistema.

$$[f] \{\Delta M\} = \{f_0\}, \quad (3-63)$$

onde

- $[f]$ é a matriz de flexibilidade da estrutura;
- $\{\Delta M\}$ é o vetor de ações;
- $\{f_0\}$ é o vetor de deslocamentos.

$$[f] = \begin{bmatrix} f_{bb}^{(1)} + f_{bb}^{(2)} & & & & \\ f_{bb}^{(2)} & f_{bb}^{(2)} + f_{bb}^{(3)} & & & \\ 0 & f_{bb}^{(3)} & f_{bb}^{(3)} + f_{bb}^{(4)} & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & f_{bb}^{(p)} & f_{bb}^{(p)} + f_{bb}^{(p+1)} \end{bmatrix} \quad \text{simétrica} \quad (3-64)$$

$$\{\Delta M\} = \begin{Bmatrix} \Delta M_1 \\ \Delta M_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta M_p \end{Bmatrix} \quad (3-65)$$

$$\{f_0\} = - \begin{Bmatrix} f_{0b}^{(1)} + f_{0a}^{(2)} \\ f_{0b}^{(2)} + f_{0a}^{(3)} \\ \vdots \\ \vdots \\ f_{0b}^{(p)} + f_{0a}^{(p+1)} \end{Bmatrix} \quad (3-66)$$

Calculados os momentos hiperestáticos nos apoios, os momentos hiperestáticos em cada seção são obtidos por equilíbrio. Assim, as variações de deformações totais de cada seção poderão ser encontradas por meio da Equação (3-52).

3.8.2 Emprego do método dos deslocamentos

A utilização do método das forças para as análises viscoelásticas de vigas contínuas traz como principal vantagem a expressiva facilidade didática. No entanto, para outras estruturas a implementação computacional do método dos deslocamentos torna-se mais apropriada, dada a sua generalidade. Neste item serão apresentadas as ideias básicas da aplicação do método dos deslocamentos nas análises, considerando os efeitos do tempo; entretanto, o modelo numérico adotado na tese emprega o método das forças, descrito no item anterior.

O emprego do método dos deslocamentos, também apresentado como método da rigidez, utiliza a consideração de barras de seção transversal variável. Conforme apresentado em Ghali et. al (2009), a matriz de rigidez de um elemento de barra pode ser dividida em

submatrizes, como exposto na Equação (3-67). A primeira linha dessa matriz contém as forças no primeiro nó da barra. Equilibrando essas forças no segundo nó, formam-se os elementos da segunda linha. Devido a essas relações de equilíbrio e à simetria, a matriz de rigidez pode ser reescrita como mostrado na Equação (3-68).

$$[S^*] = \begin{bmatrix} [S_{11}^*] & [S_{12}^*] \\ [S_{21}^*] & [S_{22}^*] \end{bmatrix} \quad (3-67)$$

$$[S^*] = \begin{bmatrix} [S_{11}^*] & [S_{11}^*][R]^T \\ [R] & [R][S_{11}^*][R]^T \end{bmatrix}, \quad (3-68)$$

onde

$[R]$ é a matriz gerada pelo equilíbrio estático.

Para elementos de pórtico plano, a matriz $[R]$ pode ser dada pela Equação (3-69), onde os elementos na primeira coluna representam os valores das forças nas coordenadas 4*, 5* e 6* em equilíbrio com uma força unitária na direção 1* (Figura 3-15). Analogamente, os valores da segunda e terceira colunas correspondem a cargas unitárias aplicadas nas direções 2* e 3*, respectivamente.

$$[R] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & L & -1 \end{bmatrix} \quad (3-69)$$

A submatriz $[S_{11}^*]$ pode ser determinada pela Equação (3-70).

$$[S_{11}^*] = [f^*]^{-1}, \quad (3-70)$$

onde

$[f^*]$ é a matriz de flexibilidade quando a barra é tratada como uma viga em balanço fixada no segundo nó (Figura 3-15).

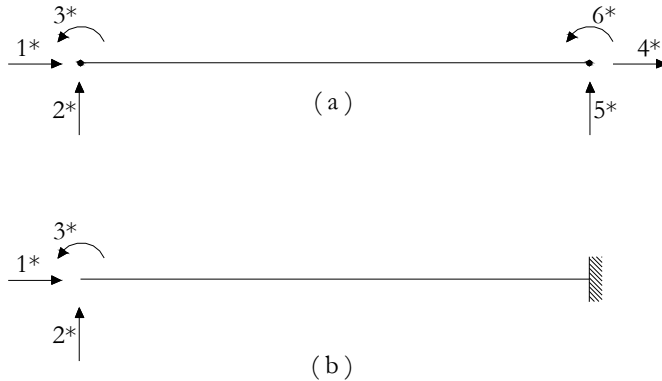


Figura 3-15 – Elemento de barra (a) coordenadas locais adotada para o elemento de pórtico plano (b) elemento livre e engastado para formar a matriz de flexibilidade $[f^*]$

Com a utilização do princípio dos trabalhos virtuais, podem ser encontrados os coeficientes de flexibilidade da matriz (Equação (3-71)).

$$f_{ij}^* = \int_0^L N_{ui} \varepsilon_{0uj} dx + \int_0^L M_{ui} \kappa_{0uj} dx, \quad (3-71)$$

onde

N_{ui} , M_{ui} são, respectivamente, o esforço normal e o momento fletor em uma seção qualquer distante de x do nó inicial, devido a uma força virtual unitária aplicada na direção i , sendo $i = 1^*, 2^*$ ou 3^* .

ε_{0uj} , κ_{0uj} são, respectivamente, a deformação axial e a curvatura na mesma seção, produzidas por uma força unitária aplicada na direção j , sendo $j = 1^*, 2^*$ ou 3^* .

A Equação (3-71), com o Princípio dos Trabalhos Virtuais de carga unitária, pode ser reescrita na forma da Equação (3-72). As integrais dessa equação podem ser resolvidas numericamente, do mesmo modo como apresentado no item anterior.

$$\begin{aligned}
 f_{1j}^* &= -\int_0^L \varepsilon_{0uj} dx ; \\
 f_{2j}^* &= -\int_0^L \kappa_{uj} x dx ; \\
 f_{3j}^* &= -\int_0^L \kappa_{uj} dx \\
 \text{com } j &= 1, 2, 3
 \end{aligned}
 \tag{3-72}$$

Para a aplicação do método dos deslocamentos, ainda deve-se calcular o vetor de esforços de engastamento perfeito. Estes esforços podem ser avaliados com procedimento semelhante ao aplicado para o cálculo dos coeficientes de flexibilidade, aplicando novamente o Princípio dos Trabalhos Virtuais e lembrando que os esforços de engastamento perfeito surgirão devido à variação de deformações ao longo do tempo (equações (3-53) e (3-54)).

3.8.3 Deslocamentos verticais

Depois de calculados os momentos hiperestáticos em cada seção analisada, as curvaturas devido a esses esforços podem ser encontradas por meio da Equação (3-54) e, conseqüentemente, por meio da Equação (3-52) são encontradas as curvaturas finais da estrutura. Analogamente ao procedimento da Figura 3-13, as rotações concentradas nas seções de análise (cargas elásticas equivalentes) são calculadas pela Equação (3-73), e a rotação na extremidade de cada elemento pela Equação (3-74).

$$\begin{aligned}
 T_j &= \frac{\Delta x}{24} [7\Delta\kappa_j + 6\Delta\kappa_{j+1} - \Delta\kappa_{j+2}], \quad j = 1 \\
 T_j &= \frac{\Delta x}{12} [\Delta\kappa_{j-1} + 10\Delta\kappa_j + \Delta\kappa_{j+1}], \quad 1 < j < m \\
 T_j &= \frac{\Delta x}{24} [-\Delta\kappa_{j-2} + 6\Delta\kappa_{j-1} + 7\Delta\kappa_j], \quad j = m
 \end{aligned}
 \tag{3-73}$$

$$\theta_a^{(k)} = \sum_{j=1}^m T_j \left(\frac{L_k - x_j}{L_k} \right)
 \tag{3-74}$$

Logo, o deslocamento vertical em uma seção qualquer “ s ” de um elemento qualquer “ k ” pode ser obtida com a Equação (3-75). Esse valor de deslocamento vertical equivale ao momento fletor em uma viga análoga carregada com as curvaturas finais $\Delta\kappa$ do tramo “ k ”.

$$v_s^{(k)} = \theta_a^{(k)} x_j - \sum_{j=1}^{a-1} T_j (x_s - x_j) \quad (3-75)$$

4 EFEITO DO TEMPO EM LAJES ALVEOLARES

4.1 INTRODUÇÃO

Um sistema de piso que utiliza lajes alveolares pode ser composto por vários tipos de materiais – diferentes tipos de concreto, armaduras ativas e armaduras passivas, conferindo assim propriedades viscoelásticas distintas na estrutura. Assim sendo, redistribuições de esforços ocorrerão nas seções transversais e também poderão ocorrer ao longo da estrutura, como discutido no capítulo 3, “Tensões e deformações ao longo do tempo”.

Neste capítulo serão apresentadas as influências do tempo mais correntes nas estruturas compostas por lajes alveolares. É válido observar que neste estudo não serão abordados problemas relacionados às descontinuidades presentes nas regiões de apoio, sendo a continuidade apresentada de forma sucinta.

4.2 ESTRUTURAS ISOSTÁTICAS E HIPERESTÁTICAS

As concepções dos pisos de lajes alveolares no princípio de suas aplicações adotavam esquemas isostáticos, com a ideia da “pré-fabricação”, que utilizava juntas secas, e as lajes eram somente encaixadas nos apoios. Ainda hoje, a grande parte das lajes alveolares produzidas é empregada como peças simplesmente apoiadas por razões de economia e velocidade de construção.

A partir da década de 1970, o conceito de “pré-fabricação” foi gradualmente sendo alterado para “industrialização de edifícios por componentes”, e uma maior atenção tem sido dada às conexões e integrações da estrutura, restabelecendo as tradicionais características monolíticas dos edifícios. Por conseguinte, as concepções dos projetos das lajes alveolares foram sendo alteradas para um melhor desempenho estrutural, dando início à utilização da continuidade (ASSAP, 2002).

Os sistemas contínuos em lajes alveolares dificilmente são justificados economicamente, dada a relativa eficiência da armadura ativa inferior e as pequenas taxas de armaduras passivas necessárias na continuidade (PCI, 1998).

A continuidade torna-se “indispensável”, de acordo com a FIB (2000), quando as lajes alveolares são utilizadas em estruturas moldadas

no local e as lajes não são apoiadas diretamente sobre a viga (Figura 4-1), sendo a continuidade indispensável para o equilíbrio da estrutura.

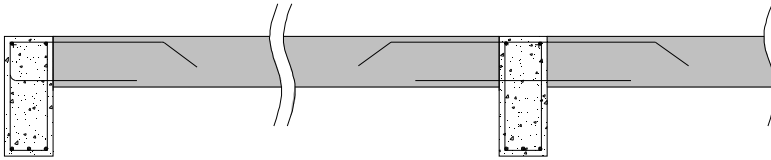


Figura 4-1 – Utilização de lajes alveolares sem apoio direto em estruturas totalmente moldadas no local (adaptado de ASSAP, 2002)

A continuidade também é “indispensável” quando o acabamento do piso não permite fissuras visíveis nas regiões dos apoios e quando as deformações elásticas e diferidas devem permanecer com valor mínimo.

A continuidade é “recomendada” quando se opta pelo alargamento da mesa comprimida das vigas de apoio, estendendo-se para dentro das lajes, conferindo assim uma maior rigidez e a possibilidade de reduzir as alturas das vigas.

A continuidade pode ser ainda uma “consequência indesejada” devido às restrições involuntárias, por exemplo, em lajes que utilizam capa moldada no local e malha de aço soldada e/ou armadura mínima de flexão, impedindo a livre rotação (Figura 4-2).

O esquema estrutural adotado, isostático ou hiperestático, dependerá das exigências e critérios necessários para cada edificação. O

Quadro 4-1, adaptado de FIB (2000) apresenta uma lista de aspectos técnicos e econômicos a serem considerados nos projetos dos pisos com lajes alveolares.

Quadro 4-1 – Vantagens e desvantagens da continuidade (adaptado de FIB, 2000)

Requisitos de projeto	Vantagens da continuidade	Desvantagens da continuidade
1. Resistência à flexão e ao cisalhamento nos ELS e ELU.	– Com a mesma altura da laje alveolar e a mesma armadura de protensão, é possível obter momentos resistentes até 30% maiores. O cisalhamento depende do número de alvéolos preenchidos nos apoios.	– Custo da armadura passiva adicionada nas continuidades (acima de 3 kg/m ²) e do concreto moldado no local (acima de 20 l/m ² para ligações nos apoios); – É necessário o uso de um número mínimo de cordoalhas superiores e abertura de alvéolos nas extremidades das lajes; – É necessário o uso de plugues dentro dos alvéolos a uma determinada distância dos apoios para limitar o volume preenchido com concreto moldado no local; – É necessário verificar a protensão máxima da laje na face inferior para evitar forças de compressão excessivas devido ao momento negativo.
2. Resistência ao fogo.	– Valores superiores (até 30%) com a mesma seção e armadura ativa.	– Idem ao ponto 1.
3. Projeto sísmico de pré-fabricados.	– Valores superiores do fator de comportamento da estrutura “q” devido ao aumento de ductilidade e dissipação de energia.	– Idem ao ponto 1.
4. Deflexões elásticas e diferidas sob carregamento permanente e quase permanente.	– Esse requerimento é encontrado com valores menores de deflexão (de 2 a 5 vezes menores) com a mesma seção de laje.	– Idem ao ponto 1.

Quadro 4-1 – Vantagens e desvantagens da continuidade (adaptado de FIB, 2000) (cont.)

Requisitos de projeto	Vantagens da continuidade	Desvantagens da continuidade
5. (Eliminação) ou minimização de fissuras visíveis sob os apoios em pisos com vários vãos.	– Esse requerimento é encontrado em todos os casos, embora se deva ter um cuidado especial com o número, diâmetro e distância das armaduras passivas.	– Idem ao ponto 1.
6. Aumento da rigidez da viga de apoio.	– Isso pode ser obtido com o alargamento da mesa de compressão da viga para dentro da laje;	– Idem ao ponto 1.
7. Lajes alveolares apoiadas em vigas moldadas no local com a mesma altura da laje.	– Essa aplicação é possível.	– Os projetos das seções transversais das lajes alveolares requerem uma espessura da alma mais larga (normalmente 400 mm) e armaduras ativas inferiores menores para minimizar os efeitos das tensões de destacamento (<i>spalling</i>).

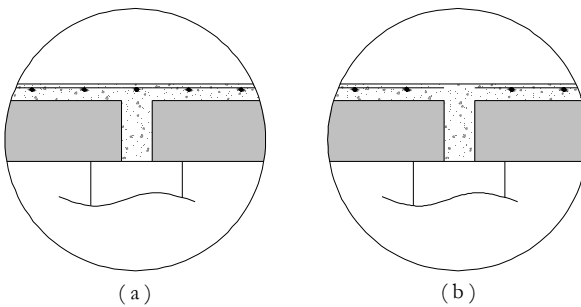


Figura 4-2 – Ligação: (a) contínua não intencional; (b) simplesmente apoiada

4.3 ESFORÇOS HIPERESTÁTICOS

Nas situações em que o projeto das lajes alveolares apresentarem continuidades – sendo essas intencionais ou não intencionais –, esforços hiperestáticos surgirão em decorrência do sistema construtivo adotado e dos efeitos dependentes do tempo.

Em geral, as lajes alveolares são montadas em um esquema estrutural isostático que deverá suportar o peso próprio da estrutura e outros possíveis carregamentos, como o peso próprio da capa moldada no local ainda no estado fresco e eventuais cargas de construção. Para equilibrar esses carregamentos, ainda existirão os esforços devido à protensão. Desse modo, ocorrerão deformações na estrutura com esquema isostático, e tais deformações permanecerão no esquema hiperestático. Como visto no Capítulo 3 “Tensões e deformações ao longo do tempo”, a tendência de acréscimo dessas deformações irá gerar os esforços hiperestáticos.

Para melhor compreensão dos efeitos nas lajes alveolares, neste capítulo os esforços hiperestáticos serão divididos em função do carregamento ou ação que gerou as deformações iniciais, ou seja, divididos em: peso próprio da estrutura (g_1), peso próprio da capa de concreto moldada no local (g_2), forças de protensão (P) e ação da retração diferencial (ϵ), nos casos de lajes com utilização de capa de concreto.

Admitindo o painel das lajes alveolares apoiadas em uma única direção, o esquema estrutural hiperestático poderá ser representado como uma viga contínua. Por conseguinte, aparecerão forças cortantes e momentos fletores hiperestáticos. Como não há restrição axial, não existirão esforços normais hiperestáticos.

Dado o sentido da deformação inicial (Figura 4-3), os esforços hiperestáticos por causa dos efeitos de protensão terão sentido contrário às demais ações. As Figuras 4-4 e 4-5 apresentam, respectivamente, um exemplo de esforços hiperestáticos provocados ao longo do tempo pelas deformações iniciais do peso próprio ou da retração diferencial, ambos com mesmo sentido, e pelos efeitos da protensão.

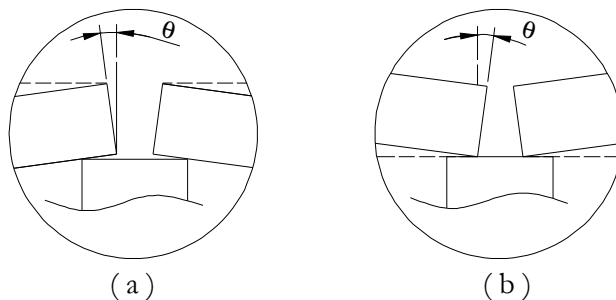


Figura 4-3 – Rotações nas extremidades da laje: (a) devido ao momento fletor positivo; (b) devido ao momento fletor negativo

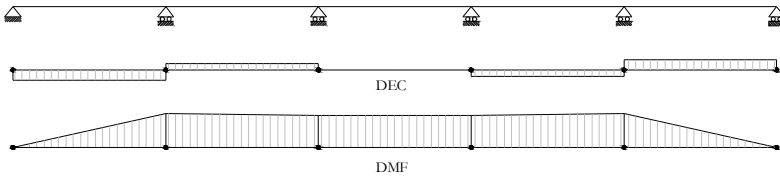


Figura 4-4 – Diagramas dos esforços hiperestáticos provocados pelo peso próprio ou pela retração diferencial

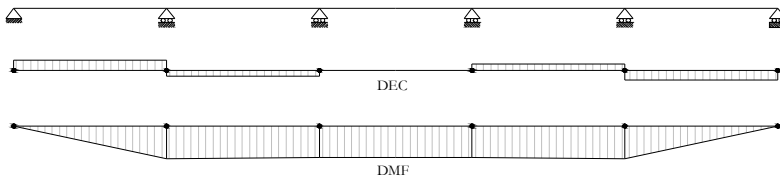


Figura 4-5 – Diagramas dos esforços hiperestáticos provocados pela protensão

Em geral, os esforços hiperestáticos totais, adição de todas as parcelas, nas lajes alveolares apresentam valores de pequena ordem de grandeza quando comparados aos esforços isostáticos; contudo, com o surgimento dos efeitos do tempo, verificações adicionais de projeto serão necessárias, como será discutido nos próximos itens.

4.4 TENSÕES NORMAIS

Como esquematizado no Capítulo 3, “Tensões e deformações ao longo do tempo”, a distribuição das tensões normais nas seções transversais depende da rigidez de cada componente da seção e da hiperestaticidade da estrutura.

As lajes alveolares protendidas sempre apresentam seções transversais compostas por aço e concreto e, portanto, sempre ocorrerão redistribuições de tensões normais, seja da armadura ativa para o concreto ou do concreto da laje para a capa – nos casos aplicáveis. Ainda poderão ocorrer redistribuições da capa para laje, no caso da ação da retração diferencial. Além disso, nas lajes hiperestáticas ainda existirão as redistribuições ao longo da estrutura, como já citado.

A complexidade das distribuições de tensões nesse tipo de estrutura exige a compreensão de cada parcela de carregamento ou ação separadamente, admitindo uma laje contínua com dois vãos, analisada nos instantes: t_0 ato da protensão, t_{1A} concretagem da capa de concreto

e a ligação entre as lajes, t_{1B} aplicação do revestimento e início da utilização e t_2 final da vida útil da estrutura.

A Figura 4-6 traz uma análise qualitativa dos efeitos do carregamento do peso próprio em uma laje contínua de dois vãos. Na Figura 4-6a é apresentado o diagrama de momentos fletores na estrutura ainda isostática; na Figura 4-6b, os momentos hiperestáticos ao longo da laje; na Figura 4-6c, mostra o diagrama de momentos fletores devido ao peso próprio no final da vida útil da laje, onde já ocorreram as redistribuições de tensões locais e globais; e na Figura 4-6d, as tensões em cinco seções ao longo da laje.

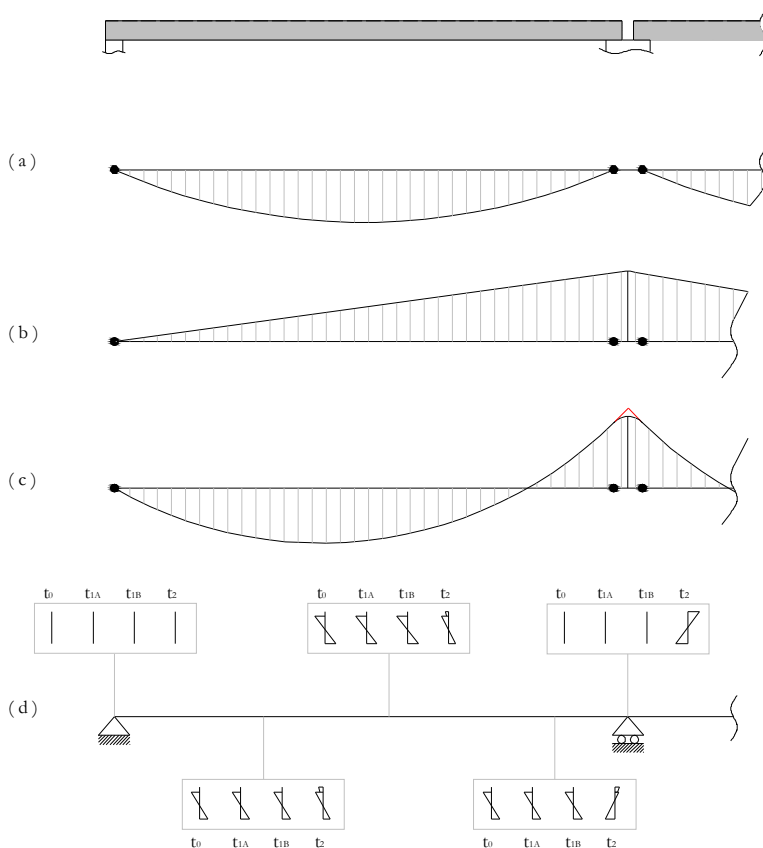


Figura 4-6 – Tensões e momentos devido ao peso próprio: (a) momentos isostáticos; (b) momentos hiperestáticos; (c) momentos no tempo t_2 ; (d) tensões normais ao longo da laje

Análoga à Figura anterior, a Figura 4-7 exibe os efeitos da protensão ao longo do tempo. Na Figura 4-7a nota-se que os momentos isostáticos de protensão aumentam de zero até o seu valor máximo após o comprimento de transferência, discutido no Capítulo 6, “Região de Apoio e Resistência ao Cisalhamento”.

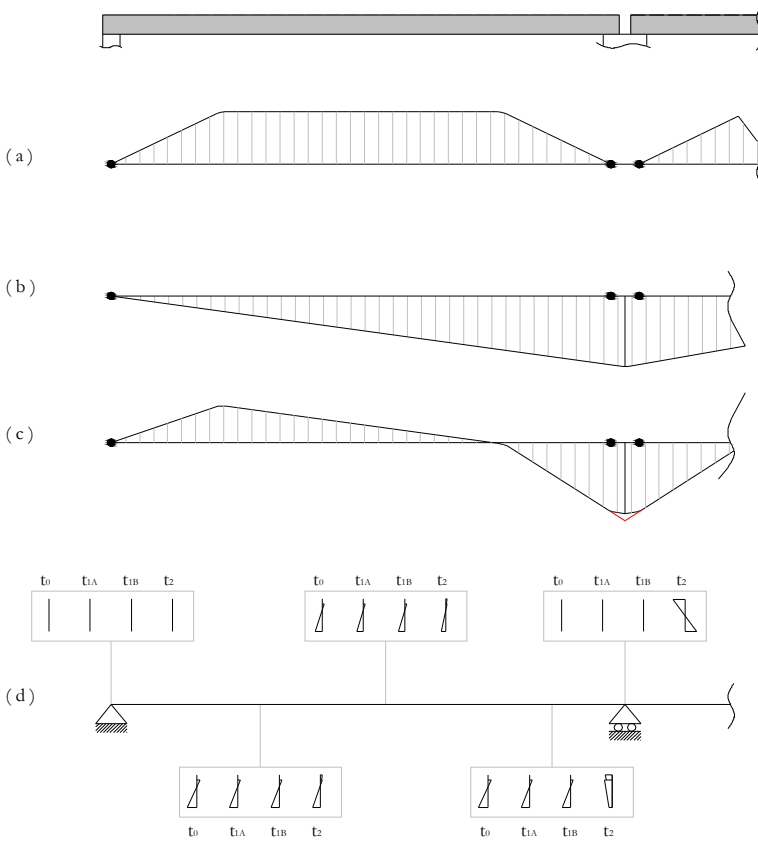


Figura 4-7 – Tensões e momentos devido à protensão: (a) momentos isostáticos; (b) momentos hiperestáticos; (c) momentos no tempo t_2 ; (d) tensões normais ao longo da laje

4.5 TENSÕES DE CISALHAMENTO ENTRE A CAPA E A LAJE

As seções compostas por elementos de concreto pré-moldado com superfície da interface plana e larga, caso das lajes alveolares com capa de concreto, em geral apresentam tensões baixas e não há necessidade de armadura de cisalhamento na interface (FIB, 2000).

As tensões de cisalhamento entre a capa de concreto e a laje alveolar surgirão ao longo do tempo em duas situações: em razão das redistribuições de tensões da capa de concreto para a laje alveolar e da laje alveolar para a capa de concreto.

As redistribuições da capa de concreto para a laje são ocasionadas pelo efeito da retração, visto a diferença entre a idade dos concretos utilizados. Supondo o exemplo da Figura 4-8, onde a estrutura é formada por dois concretos distintos, está descarregada e somente a capa de concreto apresenta deformação por retração. Caso não existisse aderência entre os concretos, a capa de concreto deformar-se-ia livremente e não existiriam tensões na estrutura (Figura 4-8a). Contudo, admitindo aderência perfeita entre os materiais, a deformação da capa induziria tensões e deformações no restante da estrutura, garantindo assim a compatibilidade e equilíbrio (Figura 4-8b). Nesse caso, houve a redistribuição de tensões normais da capa para o elemento inferior por intermédio das tensões de cisalhamento na interface destes materiais.

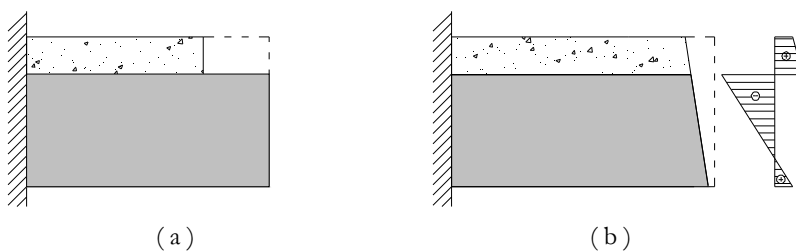


Figura 4-8 – Efeitos da retração diferencial: (a) deformação fictícia; (b) deformação compatibilizada

A transferência de cisalhamento em virtude da retração na interface entre painéis alveolares e capa de concreto, em que não existe armadura cruzando essa interface, é similar a que ocorre na ancoragem por aderência de armaduras ativas pré-tracionadas. Por conseguinte, esta transferência ocorre somente nas extremidades com apoios simples, onde não há momentos fletores, o que pode ser observado na Figura 4-9, que mostra as tensões cisalhantes próximas a um apoio simples e um

gráfico das variações dessa tensão ao longo da interface. Analogamente, a Figura 4-10 mostra a distribuição das tensões normais. Os modelos numéricos foram gerados com o programa comercial SAP2000 (CSI, 2007).

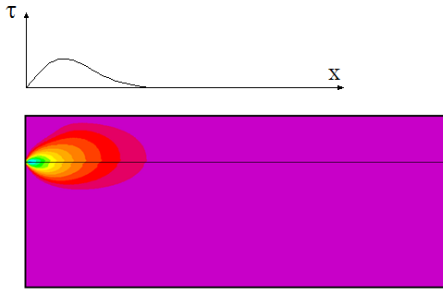


Figura 4-9 – Distribuição de tensões cisalhantes provocadas pela retração diferencial

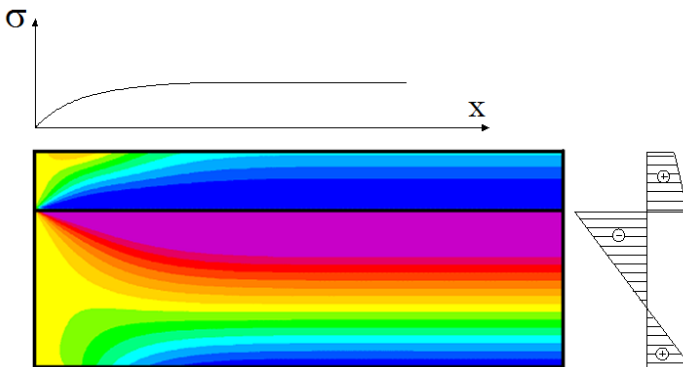


Figura 4-10 – Distribuição de tensões normais provocadas pela retração diferencial

Como visto na Figura 4-9, a região da transferência de tensões é uma região de perturbações destas, cuja área não é facilmente encontrada. A FIB (2000) propõe uma simplificação linear desta distribuição em função da altura “t” da capa de concreto (Figura 4-11a). Na Figura 4-9 é possível observar as diferenças entre as tensões cisalhantes devido à retração e devido ao carregamento.

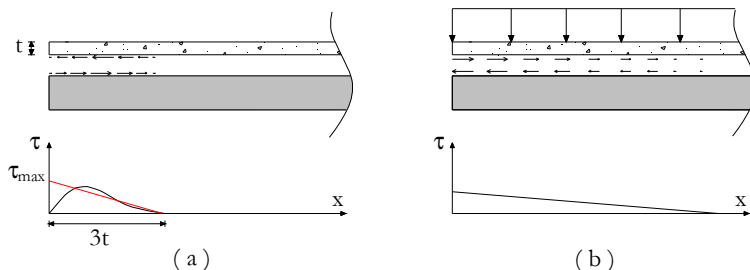


Figura 4-11 – Distribuições de tensões cisalhantes provocadas (a) pela retração diferencial (b) pelo carregamento (adaptado de FIB 2000)

Além das redistribuições em virtude da retração diferencial, podem-se observar as redistribuições provenientes da laje para a capa. Por exemplo, as tensões normais por causa peso próprio atuam na laje antes da execução da capa de concreto. Após a capa compor efetivamente a seção transversal, devido aos efeitos do tempo, ocorrerá a redistribuição de tensões normais por intermédio das tensões cisalhantes. A Figura 4-12a mostra o equilíbrio de um corpo rígido retirado da laje, onde aparecem as tensões devido ao peso próprio imediatamente posterior a concretagem da capa. A Figura 4-12b apresenta o equilíbrio dos corpos rígidos ao longo do tempo, onde são identificadas as tensões na interface. A ordem de grandeza dessas tensões geralmente é muito baixa.

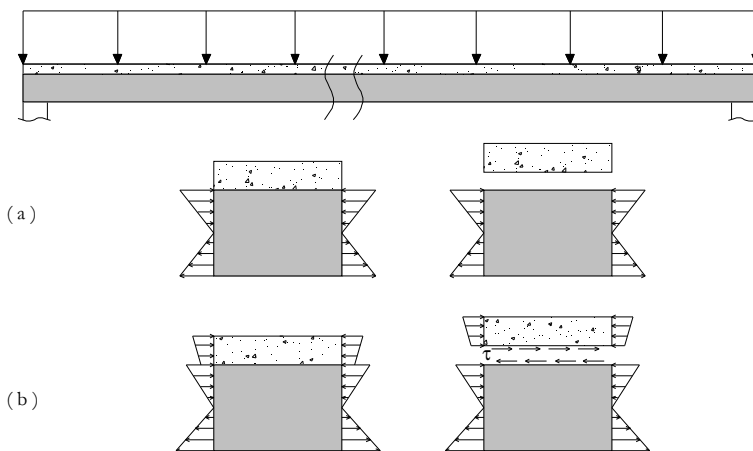


Figura 4-12 – Equilíbrio de corpo rígido: (a) no instante inicial; (b) ao longo do tempo devido ao peso próprio da laje

Em estruturas hiperestáticas, ainda ocorrerá tensões de cisalhamento na interface devido à força cortante hiperestática. Essas tensões também apresentam valores muito baixos em virtude da grande área de transferência.

4.5.1 Interface entre painel e capa de concreto

Os principais fatores que influenciam a resistência ao cisalhamento na interface entre elementos sem armadura cruzando a interface são: resistência do concreto, relacionada à resistência à tração; rugosidade da superfície de contato, aumentando a rugosidade, aumenta a resistência ao cisalhamento; tensão normal à interface, que mobiliza a transferência por atrito; e ações cíclicas, que reduzem a resistência ao cisalhamento.

Visto a importância da superfície de contato dos elementos pré-fabricados, a FIP (1998) estabeleceu uma detalhada classificação de rugosidade de superfícies:

- I. Superfície lisa, obtida com o uso de fôrmas metálicas ou de madeira plastificada;
- II. Superfície que foi desempenada ou alisada, onde é obtida uma superfície tão lisa quanto a superfície (I);
- III. Superfície que foi desempenada ou compactada, que traz os finos do agregado para cima, embora pequenos cumes de saliências ou ondulações ainda permanecem;
- IV. Superfície que foi obtida pelo uso de fôrmas deslizantes e régua vibratória;
- V. Superfície obtida em uma unidade de produção de pré-fabricados por alguma forma de extrusão;
- VI. Superfície que foi deliberadamente texturizada por escovação do concreto quando ainda úmido, para uma profundidade específica;
- VII. Como a superfície VI, mas onde a textura é mais pronunciada, obtida tipicamente por escovação, ou por um instrumento que deixa a superfície ranhurada transversalmente, penteando com um ancinho de aço ou marcando previamente com um metal expandido;
- VIII. Superfície onde o concreto foi perfeitamente vibrado, sem a intenção de alisar a superfície, socar ou texturizá-la de qualquer forma, deixando-a áspera com os agregados graúdos expostos;

- IX. Superfície onde o concreto foi jateado com água ou areia ainda no estado fresco, expondo o agregado propositalmente;
- X. Superfície onde foram propositalmente moldadas chaves mecânicas de cisalhamento.

Como simplificação, a FIP (1998) aconselha que as superfícies, citadas anteriormente, sejam divididas em três grupos:

- a) Superfície lisa: correspondente às superfícies I e II;
- b) Superfície naturalmente rugosa: correspondente às superfícies de III e VI;
- c) Superfície intencionalmente rugosa: correspondente às superfícies de VII e X.

Pelo processo de fabricação das lajes alveolares no Brasil, essas peças pré-fabricadas se enquadrariam nas superfícies V e VI, de acordo com a classificação da FIP (1998), e consideradas superfícies naturalmente rugosas, na sugestão de El Debs (2000).

Também é válido lembrar que a execução da capa de concreto é outro fator importante na transferência de cisalhamento na interface; portanto, os projetos de elementos de seções compostas devem indicar os cuidados na execução do concreto moldado no local.

4.5.2 Resistência ao cisalhamento na interface

Segundo a FIP (2008)

Para os casos onde a tensão de cisalhamento é muito baixa, armaduras específicas de cisalhamento não são necessárias. A interface entre a capa de concreto e o painel alveolar pode ser considerada uma situação dessas. Para esse caso, a FIP (1998) recomenda valores para resistência ao cisalhamento, para verificações em estado limite último. Segundo El Debs (2000), por meio de resultados experimentais, pode-se admitir que atendendo ao estado limite último nesse caso, os estados limites de serviço estarão automaticamente atendidos. Os valores limites recomendados pela FIP (1998) são apresentados a seguir:

- $\tau_{Rd1} = 0.1 \cdot f_{ctd}$ para superfícies do tipo I e II;
- $\tau_{Rd1} = 0.2 \cdot f_{ctd}$ para superfícies do tipo III a VI;

- $\tau_{Rd1} = 0.4 \cdot f_{ctd}$ para superfícies do tipo VII a X;
- sendo f_{ctd} resistência à tração de cálculo do concreto, estabelecido pelo EC2:2004 (equação 2.13).

$$f_{ctd} = \frac{0.21 \cdot f_{ck}^{2/3}}{1.5}, \quad (4-1)$$

onde

f_{ck} é a resistência característica cilíndrica do concreto (em MPa).

Lembrando que as superfícies das lajes produzidas no Brasil enquadram-se nas superfícies V e VI. Então, o valor a ser utilizado será o de 20% da resistência de cálculo à tração do concreto.

Segundo a NBR9062: 2006

A norma NBR 9062:2006 estabelece que será admitida interface entre concretos com idades diferentes de seções compostas, quando a seguinte condição é respeitada:

$$\tau_{sd} \leq \beta_c f_{td}, \quad (4-2)$$

onde

$$\tau_{sd} = \frac{F_{md}}{a_v b}, \quad (4-3)$$

sendo

- τ_{sd} : é a tensão de aderência de cálculo;
- β_c : é o coeficiente de minoração aplicado ao concreto;
- f_{td} : resistência à tração de cálculo do concreto menos resistente da ligação;
- F_{md} : é o valor médio da força de compressão ou de tração acima da ligação, ao longo do comprimento a_v ;
- a_v : é a distância entre os pontos de momento nulo e máximo, respectivamente, na peça;
- b : é a largura da interface.

O coeficiente β_c pode assumir, nesse caso de interface sem armadura, valor igual a 0,3. Porém, a superfície de ligação deve ser intencionalmente áspera com rugosidade mínima de 0,5 cm em 3,0 cm. A NBR 9062:2006 estabelece que, para superfícies lisas ou naturalmente rugosas, o valor de β_c deve ser obtido por ensaios específicos.

Além da condição exposta na Equação (4-2), devem ser simultaneamente satisfeitas, segundo a NBR 9062:2006, as seguintes condições para a utilização de superfícies de interface sem armadura:

- a) que a interface ocorra em região da peça onde haja predominância da largura sobre as outras dimensões da peça;
- b) que a superfície de ligação deva ser intencionalmente áspera com rugosidade mínima de 0,5 cm em 3,0 cm;
- c) que o plano de ligação não esteja submetido a esforços normais de tração, nem a tensões de carregamentos repetidos;
- d) que a armadura da alma resista à totalidade das forças de tração provenientes da força cortante, desprezada a contribuição do concreto na zona comprimida, respeitando-se o disposto na NBR 6118:2004, quanto à dispensa de armadura para cisalhamento;
- e) que seja escovada a superfície do concreto já endurecido para eliminar a nata de cimento superficial e que seja abundantemente molhada e encharcada a superfície que vai receber o novo concreto, pelo menos, com duas horas de antecedência à nova concretagem.

4.6 ANÁLISE PARAMÉTRICA DOS EFEITOS HIPERESTÁTICOS

Para a melhor compreensão dos efeitos dependentes do tempo nas lajes alveolares, neste item será descrito um estudo paramétrico de uma laje com cinco vãos idênticos, como já exemplificado na Figura 4-4. Todas as análises foram feitas utilizando o programa PROTENLAJE.

As seções transversais utilizadas nesse estudo paramétrico são idênticas às utilizadas nas análises numéricas não lineares apresentadas no item 5.3 da tese, com espessuras de 20, 26 e 32 cm, denominadas aqui como L20, L26 e L32, respectivamente. Em todos os exemplos foi utilizado um carregamento devido ao revestimento (g3) de 0,5 kN/m² e uma tensão inicial da armadura de 1.000 MPa. Os tempos utilizados nas análises podem ser identificados na Tabela 4-1.

Tabela 4-1 – Estágios de tempo analisados

	Unidade	Tempo
Liberação da protensão (t_0)	(horas)	48
Concretagem da capa e adicionais (t_{1A})	(dias)	28
Aplicação das cargas permanentes restantes (t_{1B})	(dias)	35
Estágio final (t_2)	(anos)	50

As armaduras passivas em cima dos apoios foram fixadas como armadura mínima ($M_y \approx M_{cr}$, onde M_y é o momento que provoca o início do escoamento da armadura e M_{cr} é o momento que provoca o início da fissuração do concreto) com a taxa mínima de 0.15%, mais o aumento de armadura em virtude da malha de aço soldada de $2,83 \text{ cm}^2$ (ϕ 6 mm) embutida na capa de concreto moldada no local com espessura de 6 cm e resistência característica à compressão do concreto igual a 30 MPa.

4.6.1 Esforços hiperestáticos

O desempenho das lajes alveolares em serviço dependerá do equilíbrio dos carregamentos atuantes e da protensão aplicada, que pode ser melhor compreendido isolando-se cada parcela componente dos esforços hiperestáticos. As Figuras 4-13 e 4-14 mostram, respectivamente, para as relações L/h de 25 e 35 (em que “L” é comprimento do vão e “h” a altura da laje), os esforços hiperestáticos para uma estrutura que adota a seção transversal L20 e vários exemplos de armadura. Nessas figuras é interessante observar que, para os casos com menor esbelte e maior armadura, os esforços hiperestáticos em razão da protensão tornam-se maior que o efeito resultante dos demais carregamentos, ocasionando momentos fletores positivos nas seções do apoio da laje. Nas situações sem a aplicação do carregamento de utilização, somente carregamentos permanentes, esses momentos hiperestáticos positivos podem ocasionar tração em uma região onde não existe armadura e, além disso, ocasionar maiores redistribuições de esforços em serviço ao longo do tempo. A influência da esbelte e da protensão nos efeitos hiperestáticos, da mesma estrutura, é resumida na Figura 4-15, e a distribuição destes efeitos ao longo do tempo é mostrada na Figura 4-16. O mesmo comportamento é observado no caso das seções transversais L26 e L32, como mostra a Figura 4-17.

A Figura 4-18 apresenta os diagramas de momentos fletores

devido aos carregamentos permanentes – para a relação L/h de 25 e os tempos citados anteriormente – onde corroboram as afirmações anteriores. Para o mesmo caso, a Figura 4-19 apresenta as forças cortantes nos mesmos tempos de análise.

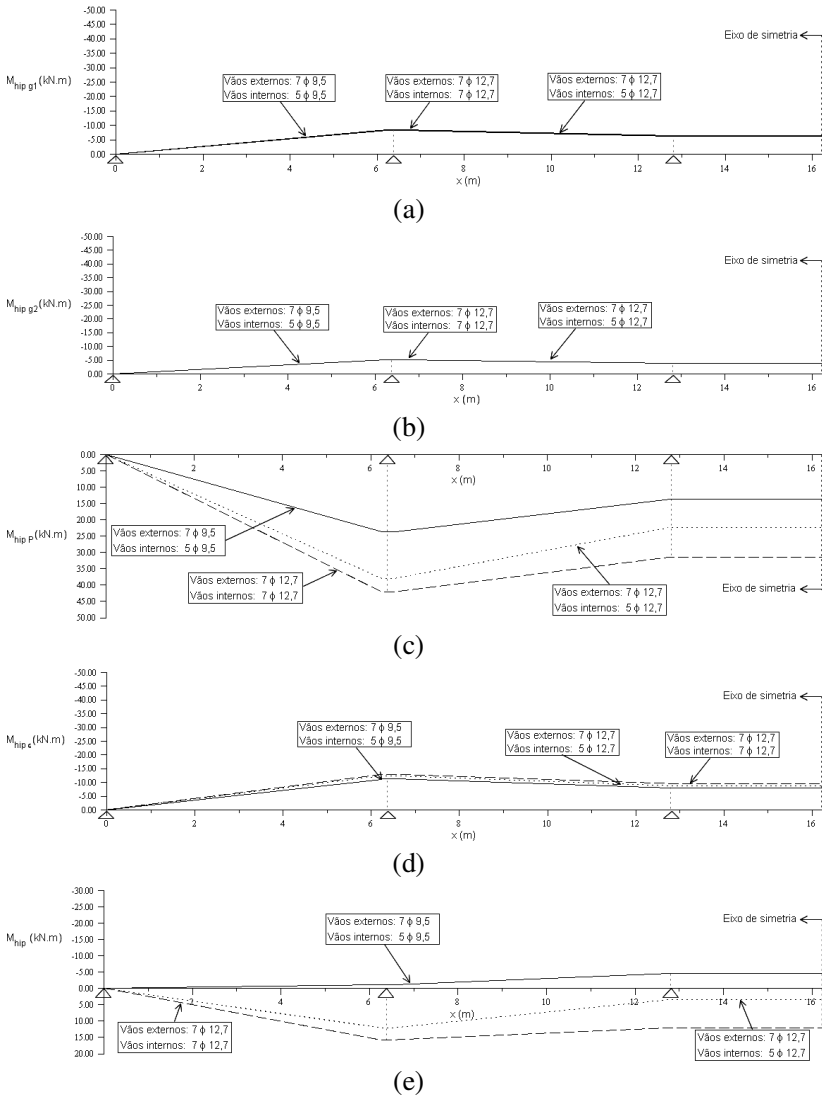


Figura 4-13 – Momentos hiperestáticos na laje L20 com L/h = 25 grados por:
 (a) g1; (b) g2; (c) P; (d) retração; (e) total

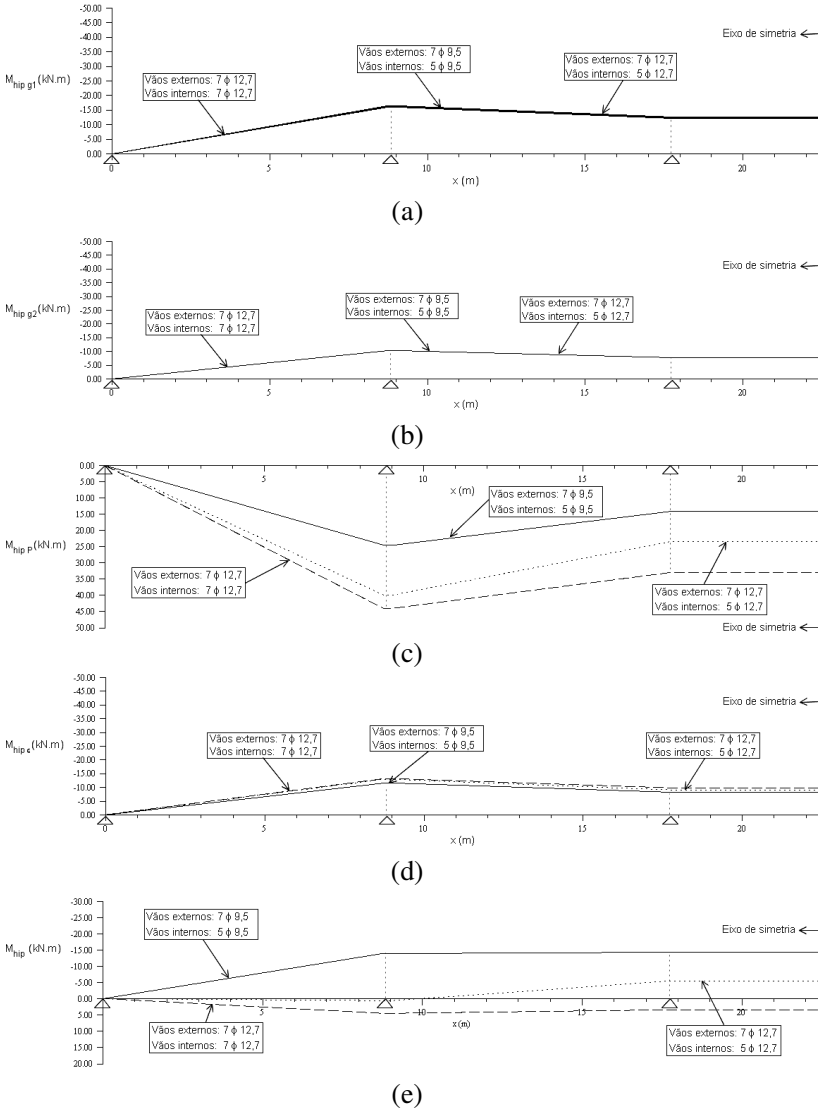
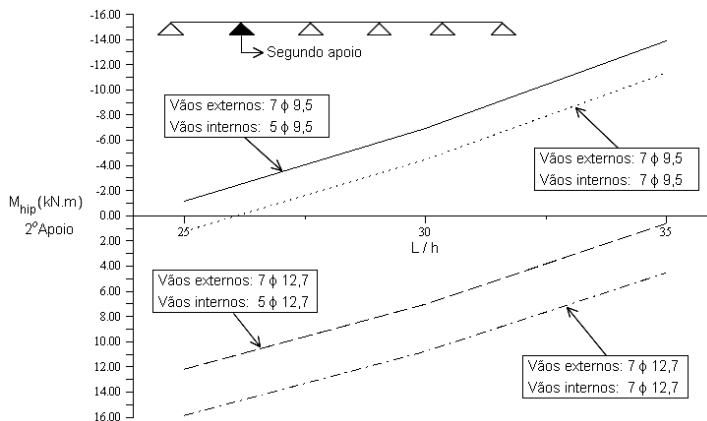
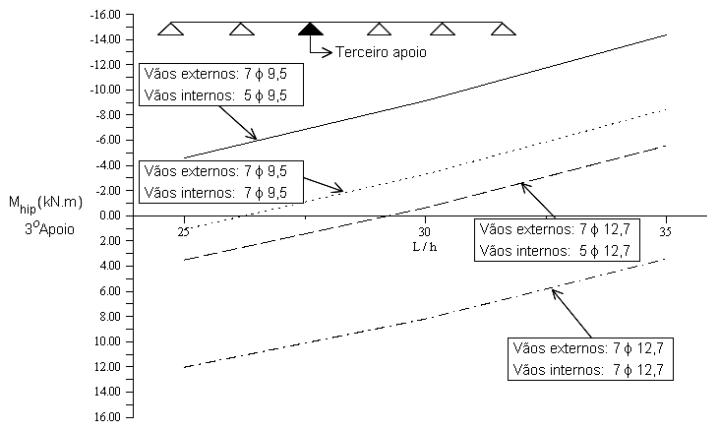


Figura 4-14 – Momentos hiperestáticos na laje L20 com $L/h = 35$ gerados por: (a) g1; (b) g2; (c) P; (d) retração; (e) total



(a)



(b)

Figura 4-15 – Momentos hiperestáticos totais sobre os apoios internos:
(a) segundo apoio; (b) terceiro apoio da laje L20

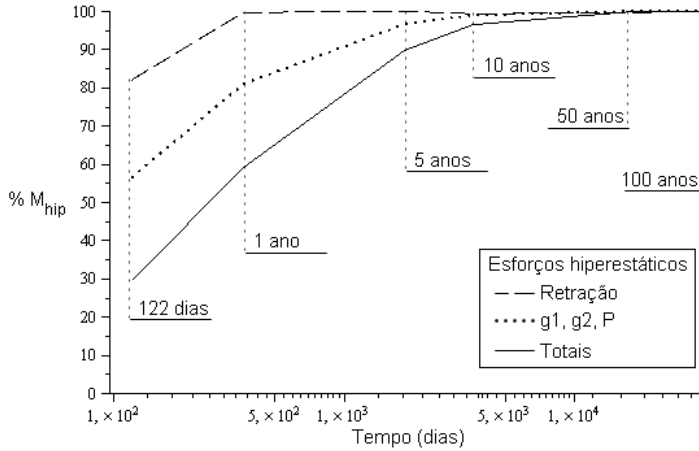
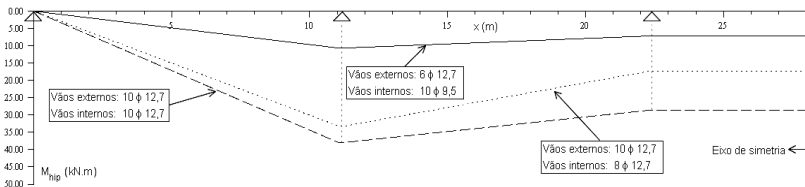
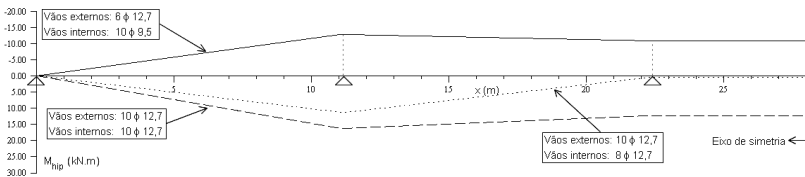


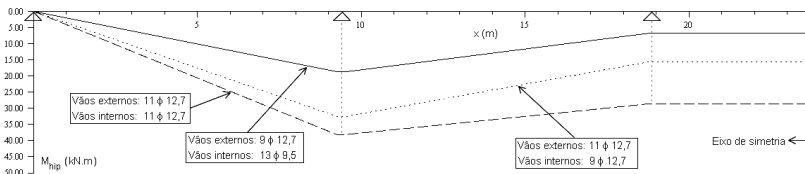
Figura 4-16 – Distribuição dos efeitos hiperstáticos ao longo do tempo



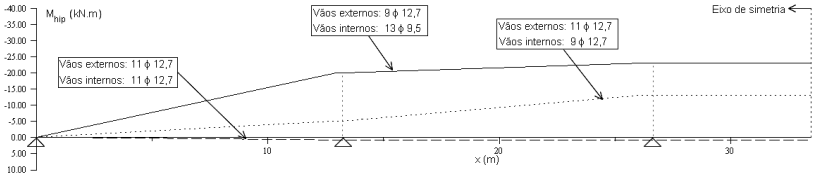
(a)



(b)

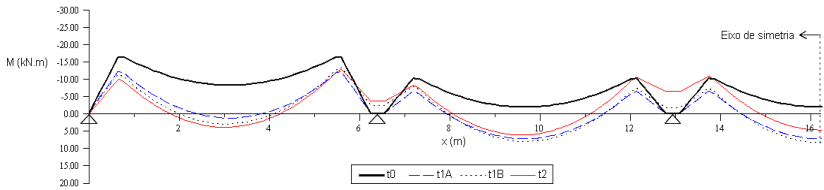


(c)

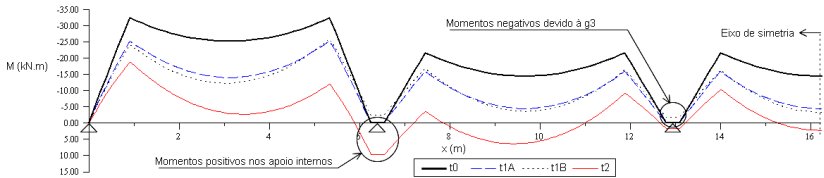


(d)

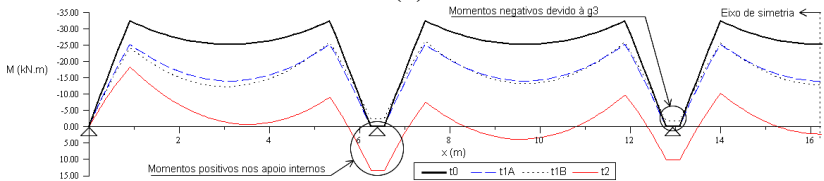
Figura 4-17 – Momentos hiperestáticos totais na laje: (a) L26 com $L/h = 25$; (b) L26 com $L/h = 35$; (c) L32 com $L/h = 25$; (d) L32 com $L/h = 35$



(a)



(b)



(c)

Figura 4-18 – Momentos fletores na laje L20 com $L/h = 25$ com armadura: (a) vãos externos: $7 \phi 9,5$ vãos internos: $5 \phi 9,5$; (b) vãos externos: $7 \phi 12,7$ vãos internos: $5 \phi 12,7$; (c) vãos externos: $7 \phi 12,7$ vãos internos: $7 \phi 12,7$

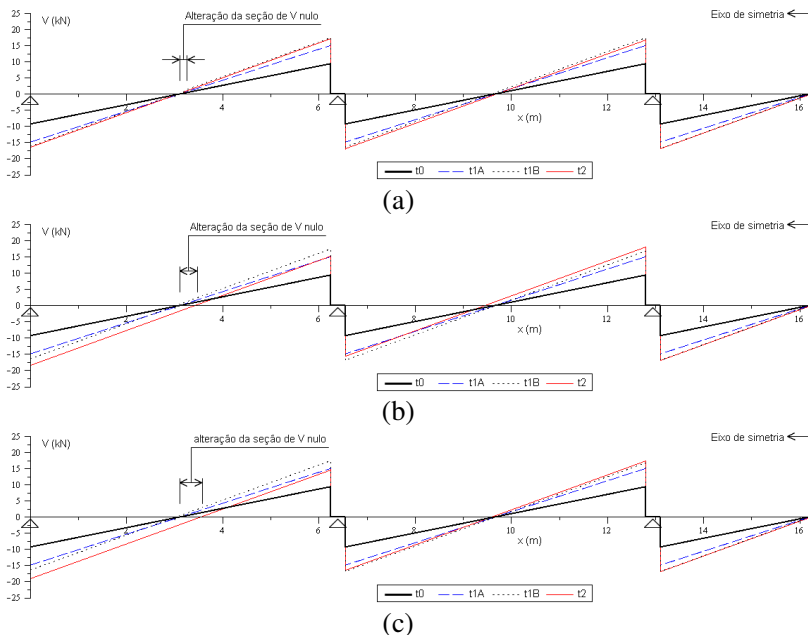


Figura 4-19 – Força cortante na laje L20 com $L/h = 25$ com armadura: (a) vãos externos: $7 \phi 9,5$ vãos internos: $5 \phi 9,5$; (b) vãos externos: $7 \phi 12,7$ vãos internos: $5 \phi 12,7$; (c) vãos externos: $7 \phi 12,7$ vãos internos: $7 \phi 12,7$

4.6.2 Tensões normais

Os diagramas de momento fletor, determinados para certas etapas da vida da estrutura, podem esclarecer o comportamento das redistribuições de esforços ao longo da estrutura; contudo, não ilustram as redistribuições de tensões em razão do comportamento distinto de cada material presente na seção. O diagrama de tensões completo em cada seção, admitida a hipótese de distribuição linear, pode ser definido com as tensões nas fibras indicadas na Figura 4-20.

Ainda para o exemplo anterior da laje L20, são apresentadas as tensões ao longo da estrutura devido aos carregamentos permanentes – incluída a protensão – para as situações de: $L/h = 25$ com armadura nos vãos externos de $7 \phi 9,5$ e nos vãos internos de $5 \phi 9,5$ (Figura 4-21) e $L/h = 25$ com armadura de $7 \phi 12,7$ em todos os vãos (Figura 4-22). Como se pode observar em ambos os casos, existe uma grande variação

de tensão na capa, uma vez que o carregamento aplicado após a execução da continuidade produzir pequenas tensões na capa e que a redistribuição de tensões da laje para capa apresentarem valores pequenos, essa variação de tensões observada é ocasionada principalmente pela retração diferencial.

Com a comparação dos exemplos citados, é válido ressaltar a pouca variação de tensões na laje entre os instantes t_{1B} e t_2 , no caso do detalhamento com baixa taxa de armadura e diferenciação desta entre os vãos externos e internos. Isso indica o bom desempenho das estruturas aos efeitos dependentes do tempo, ao contrário da situação com armadura elevada e idêntica em todos os vãos. Além disso, para esse último caso, ainda surgem trações inconvenientes nas seções do apoio, lembrando que os resultados apresentados neste item tratam apenas dos carregamentos.

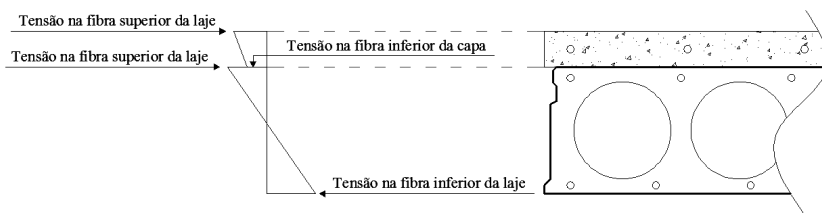
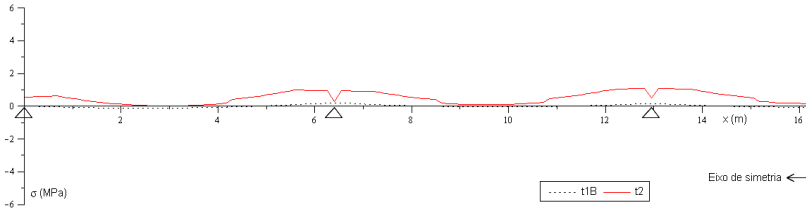
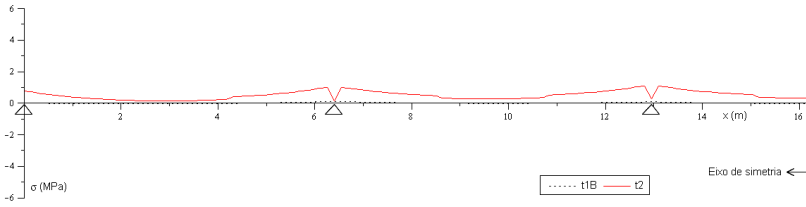


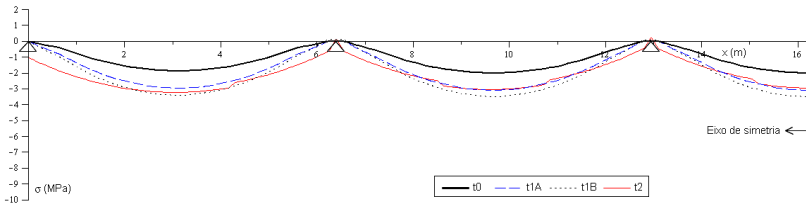
Figura 4-20 – Fibras de referência



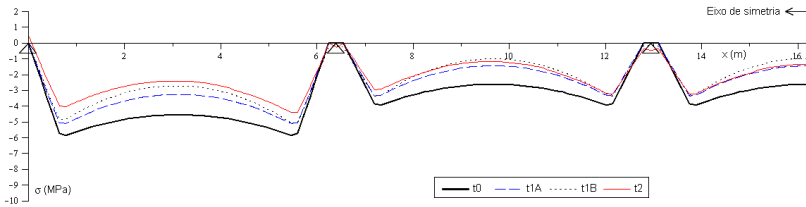
(a)



(b)

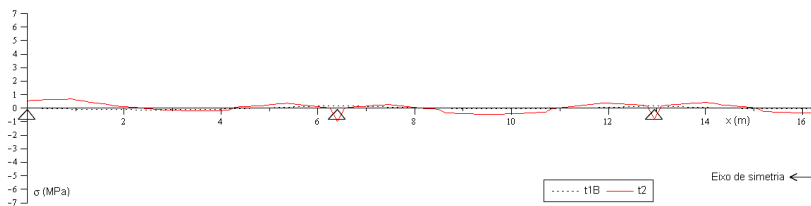


(c)

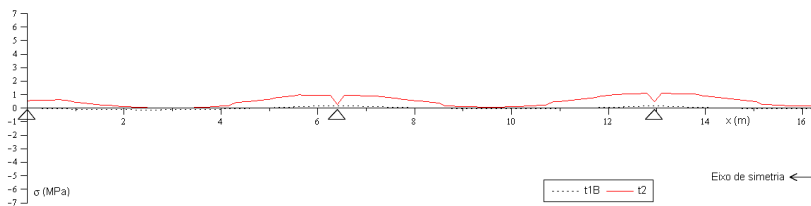


(d)

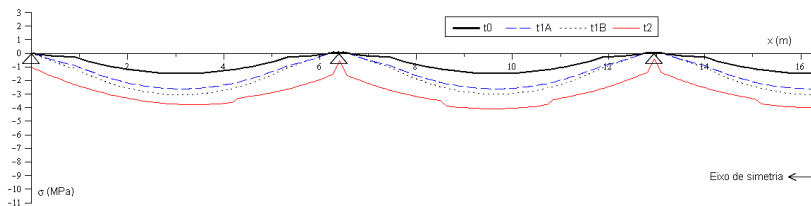
Figura 4-21 – Tensões normais devido ao carregamento permanente na laje L20 com $L/h = 25$ com armadura nos vãos externos: $7 \phi 9,5$ e nos Vãos internos: $5 \phi 9,5$ na: (a) fibra superior da capa; (b) fibra inferior da capa; (c) fibra superior da laje; (d) fibra inferior da laje



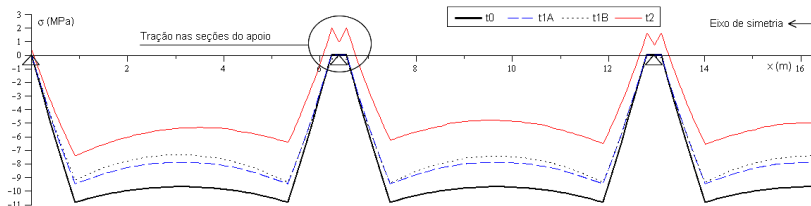
(a)



(b)



(c)

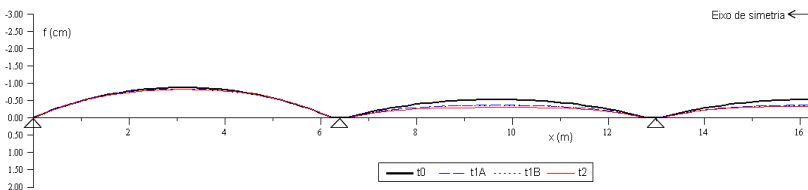


(d)

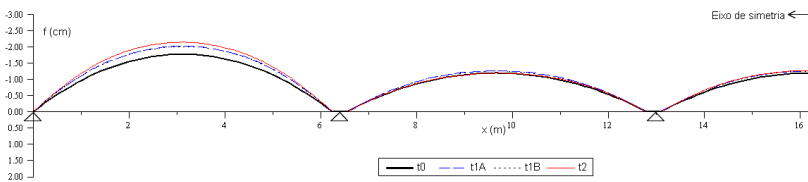
Figura 4-22 – Tensões normais devido ao carregamento permanente na laje L20 com $L/h = 25$ com armadura de $7 \phi 12,7$ em todos os vãos: (a) fibra superior da capa; (b) fibra inferior da capa; (c) fibra superior da laje; (d) fibra inferior da laje

4.6.3 Deformações verticais

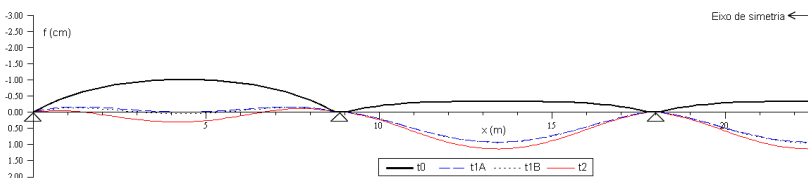
A utilização de níveis de protensão elevados poderá trazer, além dos incômodos já citados, prejuízos para as deformações verticais da estrutura. Para os exemplos da seção L20, a Figura 4-23 mostra as deformações da estrutura nas etapas já definidas. Apesar de os valores das flechas não serem elevados para os vãos adotados, é interessante observar que para as lajes que apresentaram momentos hiperestáticos positivos – efeitos da protensão maiores que o somatório dos outros efeitos, as deformações verticais nas lajes tendem a aumentar no sentido contrário ao da gravidade (sentido das deformações provocadas pela protensão). A diferenciação dos vãos externos, nesse caso mostrou-se também interessante para aprimorar o desempenho estrutural.



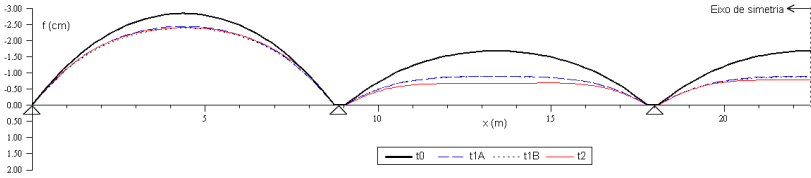
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4-23 – Deformações verticais na laje L20 (a) $L/h = 25$ com armadura nos vãos externos: $7 \phi 9,5$ vãos internos: $5 \phi 9,5$; (b) $L/h = 25$ com armadura nos vãos externos: $7 \phi 12,7$ vãos internos: $5 \phi 12,7$; (c) $L/h = 35$ com armadura nos vãos externos: $7 \phi 9,5$ vãos internos: $5 \phi 9,5$; (d) $L/h = 35$ com armadura nos vãos externos: $7 \phi 12,7$ vãos internos: $5 \phi 12,7$

4.7 EXEMPLO DE DIMENSIONAMENTO

Um caso de uma laje alveolar com continuidade é novamente apresentado para uma estrutura de cinco vãos livres idênticos. A Figura 4-24 mostra o modelo estrutural com suportes rígidos onde os vãos internos apresentam comprimento ligeiramente maior, em virtude da ligação entre a laje e a viga. Neste exemplo, somente esforços normais devido à protensão e momentos fletores serão discutidos.

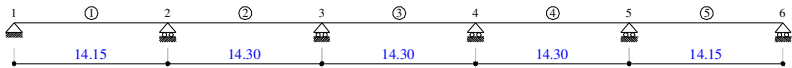


Figura 4-24 – Modelo estrutural

A mesma seção transversal pré-fabricada foi adotada em todos os vãos (Figura 4-25), e as suas propriedades são apresentadas na Tabela 4-2. Tal seção transversal é complementada com uma capa de concreto moldada no local com características apresentada na Tabela 4-3. Nos nós de ligação, os alvéolos também são preenchidos com o mesmo concreto da capa para garantir a solidariedade na ligação.

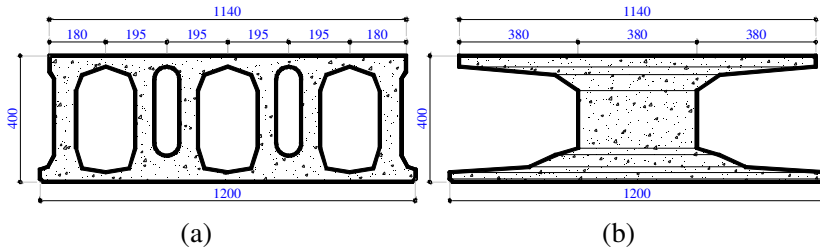


Figura 4-25 – (a) Seção transversal da laje alveolar; (b) Seção transversal de análise (Dimensões em mm)

Tabela 4-2 – Características da seção transversal da laje alveolar

	Unidade	Propriedades
Resistência característica à compressão do concreto	(MPa)	50
Espessura/área da seção/ momento de inércia	(cm/cm ² /cm ⁴)	40/ 2385/ 453053
Centroide	(cm)	20
Largura mínima da alma	(cm)	38
Camada de protensão inferior (vãos externos)	(-)	12 ϕ 9,5mm (6,74 cm ²)
Camada de protensão inferior (vãos intermediários)	(-)	6 ϕ 12,7mm (6,05 cm ²)
Distância do eixo das cordoalhas (bordo inferior)	(cm)	4
Protensão inicial	(MPa)	1453
Resistência da armadura de protensão	(MPa)	1710/1900

A determinação das armaduras de protensão, nesse caso, não é tão simples como no caso das estruturas isostáticas. De modo a respeitar o critério básico de não existência de tensões de tração nas fibras inferiores da laje para os carregamentos quase-permanentes, foi necessário utilizar um procedimento iterativo. Adotou-se uma armadura inicial, fez-se a verificação das tensões em todas as etapas e alterou-se a armadura adotada inicialmente até que as tensões finais fossem adequadas. Esse procedimento só foi possível com a utilização dos recursos computacionais desenvolvidos.

As armaduras passivas em cima dos apoios foram fixadas como armadura mínima ($M_y \approx M_{cr}$) com a taxa de 0.15%, mais o aumento de armadura devido à malha de aço soldada embutida na capa de concreto moldada no local. Os carregamentos adotados estão apresentados na Tabela 4-4.

Tabela 4-3 – Características da capa de concreto moldada no local

	Unidade	Propriedades da capa de concreto
Resistência característica à compressão do concreto	(MPa)	30
Espessura	(cm)	6
Malha de aço soldada	(cm ² / m)	2,83 (ϕ 6 mm)
Armadura passiva superior na continuidade	(cm ² / m)	7,80
Resistência da armadura passiva	(MPa)	500

Tabela 4-4 – Carregamentos adotados

	Unidade	Cargas
Peso próprio da laje (g_1)	(kN / m ²)	4,95
Peso das concretagens no local (g_2)	(kN / m ²)	1,50
Restante das cargas permanentes (g_3)	(kN / m ²)	1,50
Cargas de construção (q_c)	(kN / m ²)	0,50
Cargas de utilização (q)	(kN / m ²)	3,00

As análises foram feitas para os mesmos estágios de tempo mostrados na Tabela 4-1. Os tempos t_{1A} e t_{1B} não são tempos usualmente testados em outras estruturas protendidas. Eles são necessários para avaliar etapas importantes nesse tipo de estrutura. A idade de cinquenta anos representa o estágio onde se admite que todos os efeitos do tempo já tenham ocorrido, conforme indicam as avaliações feitas com o programa PROTENLAJE.

As características dos materiais dependentes do tempo considerados na análise seguem a NBR 6118:2004 e são resumidos na Tabela 4-5. Valores similares são encontrados usando-se CEB-FIP *Model Code* (1990).

Tabela 4-5 – Coeficientes dependentes do tempo

	Unidade	Laje alveolar	Concreto complementar
Classe do concreto	(-)	C50/60 (ARI)	C30/37 (ARI)
Umidade rel. do ar	%	70	70
$E_{c,t0}$	(GPa)	29,4	N/A
$E_{c,t1}$	(GPa)	38,6	33,5
$\varphi(t_1, t_0)$	(-)	1,00	N/A
$\varphi(t_2, t_0)$	(-)	2,21	N/A
$\varphi(t_2, t_1)$	(-)	1,21	2,85
$\chi(t_1, t_0)$	(-)	0,81	N/A
$\chi(t_2, t_1)$	(-)	0,63	0,75
$\varepsilon_{cs}(t_1, t_0)$	(-)	-8.97e-6	N/A
$\varepsilon_{cs}(t_2, t_1)$	(-)	-1,76e-4	-2,97e-4

4.7.1 Resultados das análises dos estados limites de serviço

Os resultados deste exemplo são apresentados somente para metade da estrutura, tirando-se vantagem de sua simetria. A Figura 4-26 mostra as distribuições de momentos para os quatro estágios de tempo definidos na Tabela 4-1. Os diagramas dos estágios t_{1B} e t_2 apontam para uma pequena redistribuição de esforços na estrutura, uma vez que são praticamente coincidentes. Para melhor compreensão do comportamento nesse período de tempo, a Figura 4-27 apresenta os momentos dependentes do tempo separadamente para cada efeito e para o valor total.

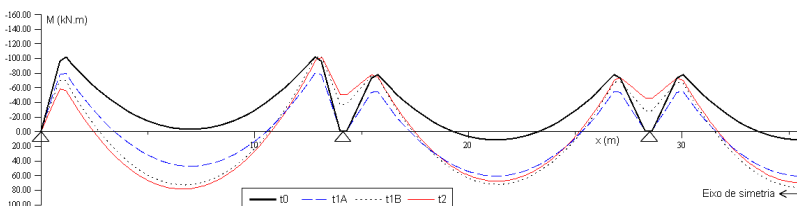


Figura 4-26 – Momentos fletores na laje L40 com armadura diferenciada nos vãos externos

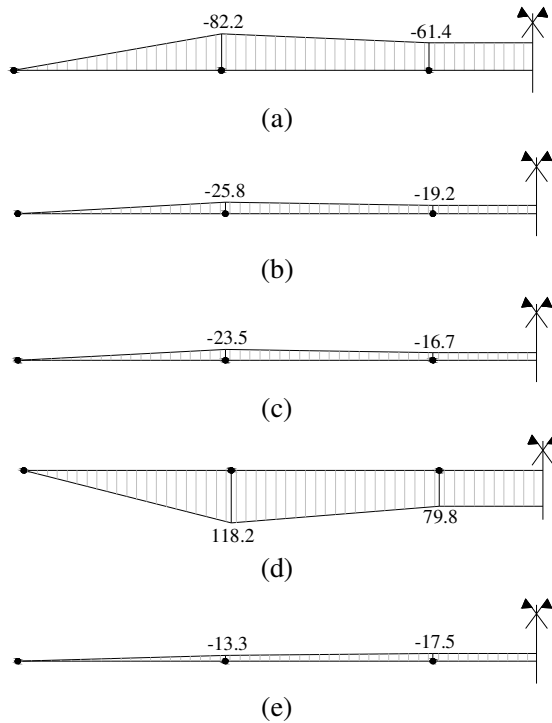
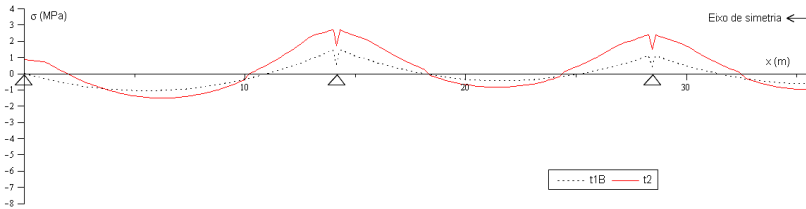
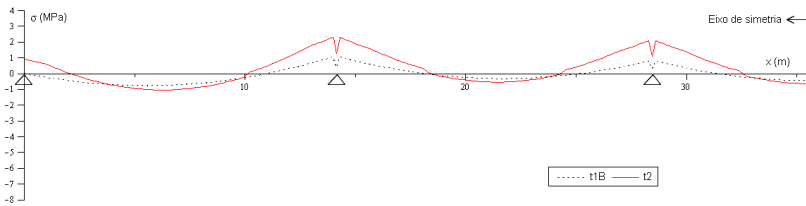


Figura 4-27 – Variação dos momentos fletores dependentes do tempo: (a) devido a g_1 ; (b) devido a g_2 ; (c) devido à retração diferencial; (d) devido à protensão; (e) total

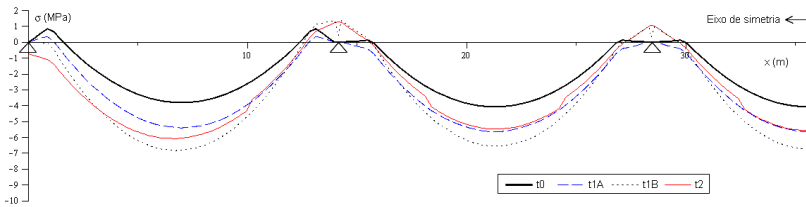
As distribuições de tensões nas fibras superiores da capa de concreto e nas fibras superiores e inferiores da laje alveolar, em todos os estágios analisados, são mostrados na Figura 4-28, onde se pode ver que as maiores alterações de tensões ocorrem na capa de concreto, principalmente causadas pela retração deste. As maiores tensões ocorrem próximas aos apoios internos, onde fissuras poderiam ocorrer. No entanto, o baixo nível de tensão e a quantidade de armadura passiva adotada indicam que a eventual abertura de fissuras pode ser facilmente controlada.



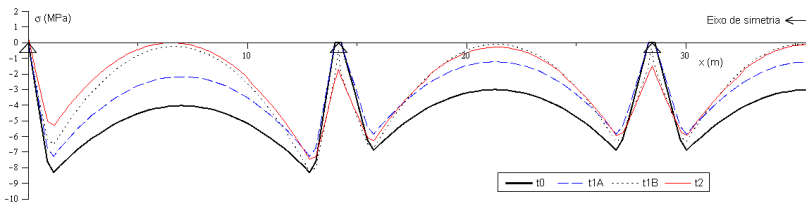
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4-28 – Tensões normais na laje L40 com armadura diferenciada nos vãos externos: (a) fibra superior da capa; (b) fibra inferior da capa; (c) fibra superior da laje; (d) fibra inferior da laje

Os deslocamentos desse exemplo são apresentados na Figura 4-29. Nesse caso, a estrutura também mostrou bom desempenho, com pequenas variações entre os estágios analisados, especialmente entre t1B e t2, que medem o desempenho em serviço do pavimento.

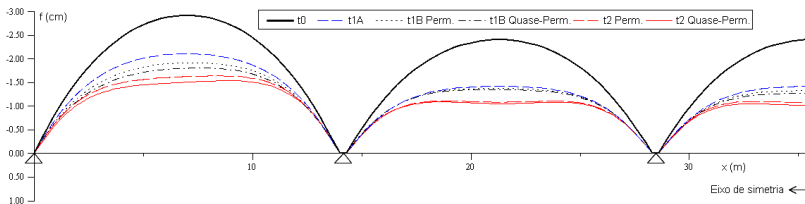


Figura 4-29 – Deformações verticais na laje L40 com armadura diferenciada nos vãos externos

4.7.2 Resultados das análises dos estados limites últimos

A capacidade resistente à flexão desse exemplo foi verificada com a construção de diagramas momento-curvatura, um procedimento que permite analisar melhor todo o comportamento da estrutura.

A Figura 4-30 mostra os momentos fletores resistentes e as envoltórias de momentos de projeto. A mesma figura também apresenta os momentos fletores de projeto para uma laje com as mesmas características; contudo, considerando um esquema estrutural isostático. Tais resultados, obviamente, mostram a conveniência da utilização da continuidade.

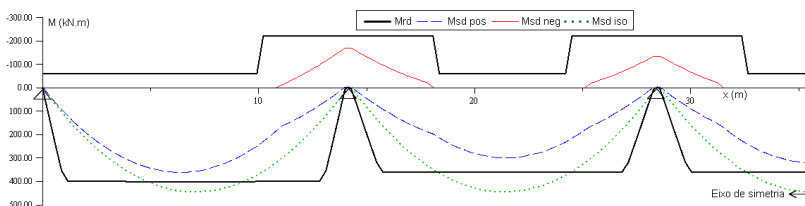


Figura 4-30 – Envoltória de momentos fletores e esforços resistentes na laje L40 com armadura diferenciada nos vãos externos

4.7.3 Comparação entre estruturas isostáticas e hiperestáticas

Usualmente, para o projeto de lajes alveolares, a estrutura é projetada como simplesmente apoiada, e uma camada de armadura construtiva é utilizada sobre os apoios para o controle da fissuração. Adotando esse critério para o exemplo anterior, a armadura de protensão deveria ser aumentada em 19,7% e 33,3%, respectivamente, para os vãos externos e para os vãos internos. Nomeando a laje do exemplo anterior como laje A e a nova laje simplesmente apoiada como laje B,

comparações entre tais esquemas estruturais são apresentados nas Tabelas 6 e 7. No caso da Laje B, é interessante enfatizar a existência de inconvenientes momentos positivos dependentes do tempo sobre os apoios (Figura 4-31) e maiores valores de deformações. A Figura 4-32 mostra a distribuição dos momentos para essa nova laje com armadura idêntica; e a Figura 4-33, as tensões na fibra inferior da laje para os tempos analisados.

Tabela 4-6 – Comparação entre lajes nos apoios

Momento fletor dependente do tempo	Unit	laje A		laje B	
		apoio 2	apoio 3	apoio 2	apoio 3
Devido ao peso próprio da laje (g1)	(kN.m)	-82,2	-61,4	-81,4	-60,7
Devido ao peso da capa e adicionais (g2)	(kN.m)	-25,8	-19,2	-25,7	-19,1
Devido à retração	(kN.m)	-23,5	-16,7	-24,9	-18,2
Devido à protensão	(kN.m)	118,2	79,8	141,4	105,6
Total	(kN.m)	-13,3	-17,5	9,4	7,6

Tabela 4-7 – Comparações entre lajes nos vãos

	Unidade	laje A			laje B		
		vão 1	vão 2	vão 3	vão 1	vão 2	vão 3
Msd simplesmente apoiada	(kN.m)	446,21					
Momento resistente de cálculo	(kN.m)	402,5	363,2	363,2	476,7	476,7	476,7
Máxima tensão na fibra inferior (carregamento permanente) quase-	(MPa)	-0,18	-0,28	-0,11	-1,15	-1,70	-1,57
Contraflecha (t0)	(cm)	-2,91	-2,40	-2,40	-3,96	-3,96	-3,96
Deflexão (t1A)	(cm)	-2,09	-1,41	-1,41	-3,46	-3,46	-3,46
Deflexão permanente (t1B) quase-	(cm)	-1,91	-1,37	-1,32	-3,27	-3,42	-3,37
Deflexão permanente (t2) quase-	(cm)	-1,80	-1,34	-1,27	-3,16	-3,39	-3,31
Deflexão permanente (t2) quase-	(cm)	-1,62	-1,08	-1,07	-3,08	-3,18	-3,15
Deflexão permanente (t2) quase-	(cm)	-1,52	-1,05	-1,02	-2,96	-3,15	-3,09

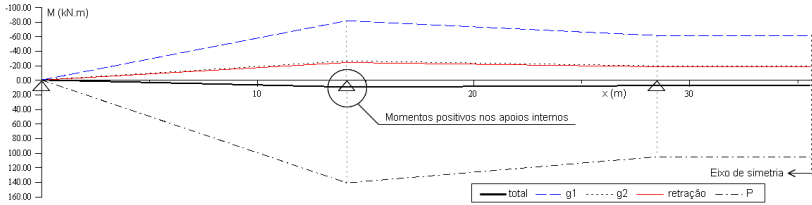


Figura 4-31 – Momentos fletores hiperestáticos na laje L40 com armadura idêntica em todos os vãos

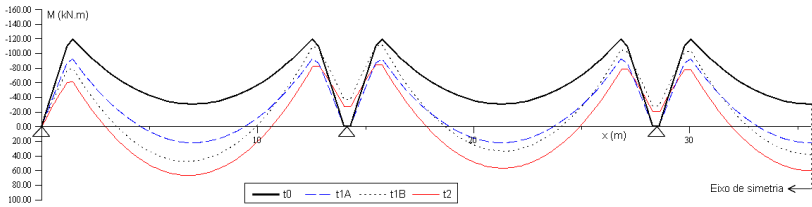


Figura 4-32 – Momentos fletores na laje L40 com armadura idêntica em todos os vãos

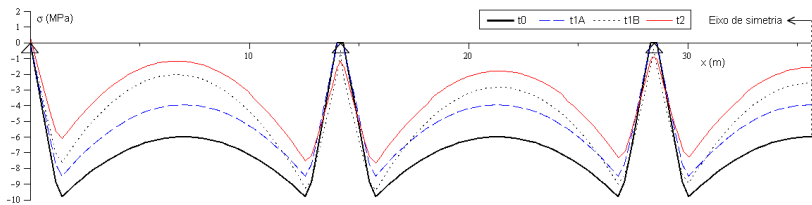


Figura 4-33 – Tensões normais na fibra inferior da laje L40 com armadura idêntica em todos os vãos

4.7.4 Efeitos da temperatura

A variação de temperatura diferencial também provocará esforços hiperestáticos nas lajes contínuas. A Figura 4-34 mostra os esforços gerados para a laje do exemplo com armadura diferenciada nos vãos externos. Nesta análise, foi adotada uma distribuição aproximada da temperatura na seção transversal seguindo um polinômio de quinto grau (Figura 4-35 a), semelhante à apresentada por Priestley (1976, apud GHALI e FAVRE, 1994) para seções celulares.

A Figura 4-35 b e c mostram, respectivamente, a distribuição de tensões nas seções A e B indicadas na Figura 4-34. Como se pode

observar, as tensões de tração ocorrem em uma região que, em geral, está comprimida devido à atuação dos outros efeitos. Apesar da grande variação de temperatura adotada no exemplo, as tensões geradas não originam um estado limite na estrutura, não sendo um efeito crítico nas aplicações de estruturas de edifícios; contudo, é válido salientar que no caso de pontes e viadutos, os efeitos térmicos tornam-se mais importantes.

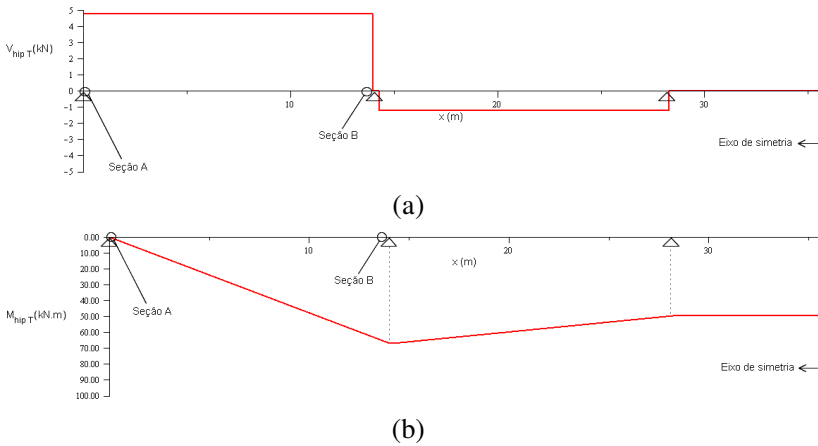


Figura 4-34 – Efeitos hiperestáticos gerados pela variação de temperatura:

(a) força cortante; (b) momento fletor

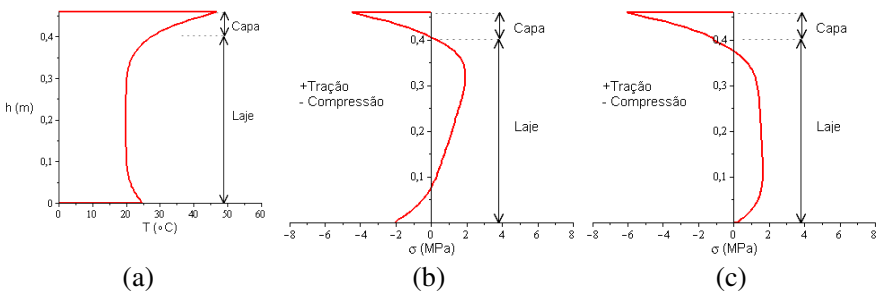


Figura 4-35 – Gráficos na seção transversal: (a) variação da temperatura; (b) tensões normais na seção A; (c) tensões normais na seção B

5 MODELOS NUMÉRICOS NÃO LINEARES

Uma melhor compreensão das regiões com descontinuidades de tensões, como as regiões de apoio e de aplicações de cargas concentradas, pode ser obtida com modelos de elementos finitos, utilizando análises não lineares que devem incluir os modelos constitutivos dos materiais e precisões adequados aos casos em estudo. Para investigar tais regiões, neste capítulo são apresentadas análises numéricas não lineares de lajes alveolares submetidas ao momento fletor e à força cortante, considerando a aderência entre a armadura e o concreto. Os modelos gerados com o programa comercial ATENA (CERVENKA; JENDELE, 2002) são discutidos e comparados com resultados experimentais.

5.1 TEORIAS E PARÂMETROS ADOTADOS

Os modelos constitutivos dos materiais e interface utilizados, assim como as teorias envolvidas na análise de elementos finitos, são apresentados a seguir.

5.1.1 Modelo constitutivo do concreto

O modelo constitutivo SBETA, implementado no programa ATENA (CERVENKA; JENDELE, 2002) e descrito brevemente neste item, foi adotado em todos os exemplos de estado plano de tensões. Ele é capaz de simular os seguintes efeitos do comportamento do concreto:

- Comportamento não linear em compressão incluindo o enrijecimento e amolecimento;
- Fratura do concreto sob tração baseada na mecânica da fratura não linear;
- Critério de falha de resistência biaxial;
- Redução da resistência à compressão após a fissuração;
- Efeito da contribuição entre fissuras;
- Redução da rigidez ao cisalhamento após a fissuração;
- Dois modelos de fissuração: modelo de fissura fixa e modelo de fissura giratória.

A matriz constitutiva é encontrada utilizando a aproximação elástica não linear. Nessa aproximação as constantes elásticas são derivadas de um diagrama tensão-deformação (Figura 5-1). O detalhamento da técnica utilizada pode ser encontrado em Chen (1982).

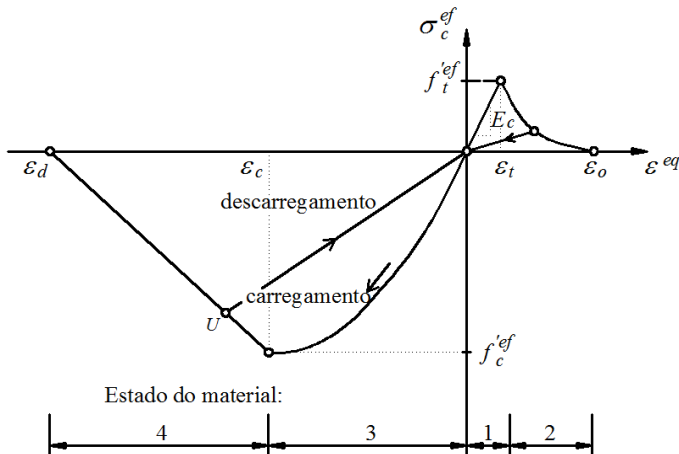


Figura 5-1 – Diagrama tensão x deformação empregado

O comportamento do concreto sob tração sem fissuras é admitido elástico linear. Após a fissuração, é modelado com a mecânica da fratura não linear combinada com o método da zona do processo de fissuração (*crack band*), onde o conceito de fissura distribuída é adotado (CERVENKA; JENDELE, 2002). Em todos os estudos apresentados nesta tese foi adotado um modelo de amolecimento à tração exponencial (Figura 5-2), derivado dos resultados experimentais de Hordijk (1991, apud CERVENKA; JENDELE, 2002).

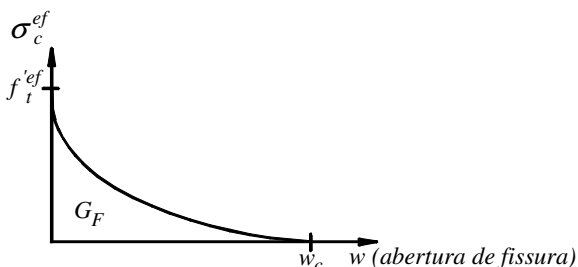


Figura 5-2 – Lei de amolecimento exponencial

Para o comportamento à compressão, é adotada a recomendação do CEB-FIP *Model Code* (1990) para o tramo ascendente do diagrama tensão-deformação. O comportamento pós-pico à compressão adotado apresenta um amolecimento linear com o modelo plano de compressão fictícia, baseado na hipótese de que a falha por compressão é localizada em um plano normal à direção da tensão principal de compressão. Todos os deslocamentos pós-pico e a energia dissipada estão localizados nesse plano (Figura 5-3). Também é admitido que esses deslocamentos são independentes do tamanho da estrutura. Tal processo é análogo ao adotado no amolecimento à tração.

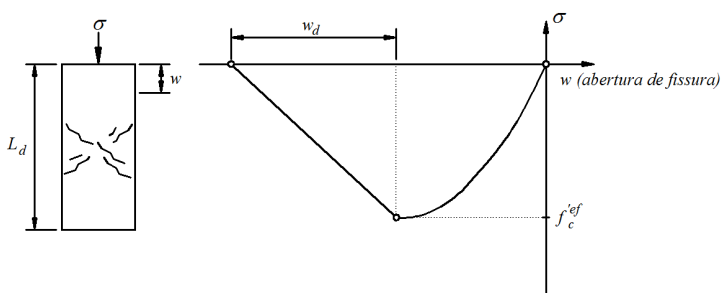


Figura 5-3 – Lei de amolecimento à compressão

Para a fissuração, é adotado um modelo contínuo com fissura fixa (Figura 5-4), ou seja, no modelo não há alteração na malha de elementos finitos e admite-se que o concreto fissurado é um material ortotrópico, no qual os eixos do material coincidem com os eixos de tensões principais, mas não com os eixos de deformações principais (ROVERE, 2007). Antes da fissuração, as tensões e deformações principais são coincidentes, visto supor-se que seja isotrópico.

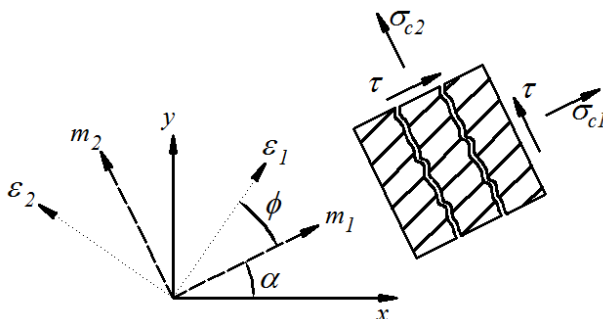


Figura 5-4 – Modelo de fissura fixa

Para o modelo de fissuração adotado, o módulo de cisalhamento é reduzido de acordo com a função de Kolmar (1986, apud CERVENKA; JENDELE, 2002), ou seja, é reduzido pelo fator r_g com o aumento da deformação normal à fissura, como mostra a Figura 5-5.

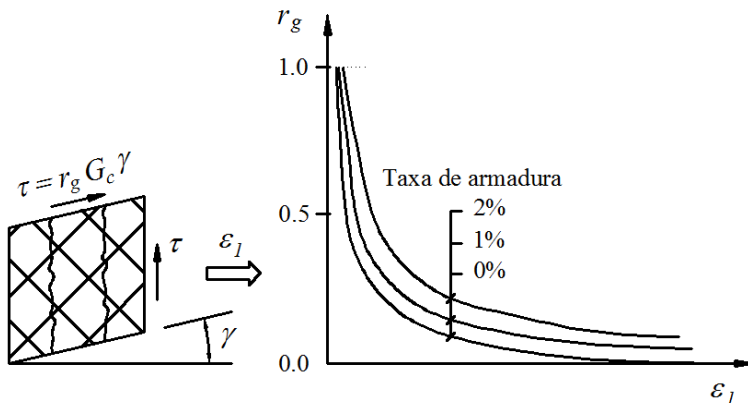


Figura 5-5 – Fator de retenção do módulo de cisalhamento

O critério de ruptura biaxial do concreto de Kupfer et al. (1969, apud CERVENKA; JENDELE, 2002), adotado nas análises é apresentado na Figura 5-6.

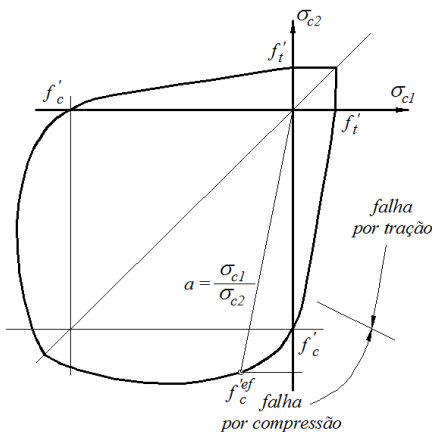


Figura 5-6 – Critério de ruptura biaxial do concreto

5.1.2 Modelo da armadura de protensão

O programa ATENA (CERVENKA; JENDELE, 2002) fornece a opção de dois modelos distintos para as armaduras: modelo discreto com armadura incorporada, em que a armadura é considerada através de um elemento de treliça ou de um elemento múltiplo dentro do elemento de concreto; modelo distribuído, a armadura está sobreposta ao elemento de concreto, e o conceito de módulo de elasticidade equivalente é utilizado. Dada a necessidade e facilidade da introdução das relações tensão de aderência-deslizamento (“*Bond-slip*”), somente o modelo discreto foi utilizado. Nos casos de estudo foram utilizadas leis constitutivas multilineares para o aço.

5.1.3 Modelo de interface entre concreto e aço

A interface entre o concreto e o aço foi modelada com uma formulação estendida de barras incorporadas em elementos de concreto. Esta formulação implementada no programa ATENA (CERVENKA; JENDELE, 2002) e apresentada em Jendele e Cervenka (2006) inclui três tipos de elementos finitos (Figura 5-7): elemento contínuo de concreto (2D ou 3D); elemento de treliça (deformação constante); elemento de aderência (deslizamento constante). Nesse esquema, um novo grau de liberdade s representando o deslizamento é introduzido. O deslocamento nodal total \tilde{u} e a tensão na barra i podem ser estimados, respectivamente, de acordo com as Eqs. (3-63) e (5-2) em função do deslizamento s e do deslocamento nodal u .

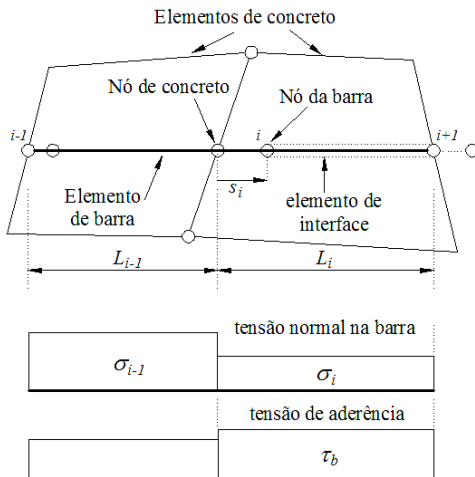


Figura 5-7 – Armadura com aderência incorporada ao elemento de concreto (JENDELE; CERVENKA, 2006)

$$\tilde{u} = u + s \quad (5-1)$$

$$\sigma = \frac{E}{L_i} (\tilde{u}_{i+1} - \tilde{u}_i) = \frac{(u_{i+1} + s_{i+1} - u_i - s_i)}{L_i} E \quad (5-2)$$

Com a condição de equilíbrio, a variável s pode ser calculada conforme a Equação (5-3) ou Equação (5-4) na forma discretizada. Caso essa inequação não seja respeitada, um deslizamento pode ocorrer. A função constitutiva do comportamento da aderência $\tau_{b,max} = C_b(s)$ define a máxima tensão que pode ser transmitida através da interface para um dado deslizamento, análogo às funções de atrito. A função adotada neste trabalho é apresentada na Figura 5-8, e os parâmetros necessários para definir esse diagrama, para concretos com $f_{ck} < 60$ e em condições de “boa qualidade” de aderência, são apresentados na Tabela 5-1.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} \leq \tau_{b,max} \frac{p}{A_b}, \quad \tau_{b,max} = C_b(s), \quad (5-3)$$

onde

p e A_b são o perímetro e a área da seção transversal da armadura, respectivamente.

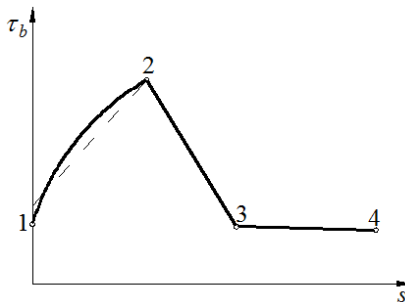


Figura 5-8 – Função constitutiva do comportamento da aderência $C_b(s)$, segundo Bigaj (1999)

O CEB-FIP *Model Code* (1990) e o boletim FIB (1999) não determinam nenhuma relação para a aderência em peças pré-tracionadas devido à significativa influência provocada pelas deformações transversais do fio ou cordoalha – efeito Hoyer explanado no próximo capítulo desta tese – que poderão apresentar grandes variações. Entretanto, bons resultados foram encontrados com esse tipo de relação, como apresentado nesta tese e em Broo et al. (2007).

Tabela 5-1 – Função constitutiva do comportamento da aderência

	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4
s/ϕ	0,000	0,030	0,047	0,480
$\tau_b/\sqrt{0.8 f_{cu}}$	0,500	2,000	0,700	0,000

A Equação (5-4) é escrita para $m+1$ nós de barra, o que resulta em uma série de inequações que permitem encontrar os deslizamentos em cada nó de barra. Devido à hipótese de distribuição de deformação constante na barra, existem dois valores de tensão em cada nó de elemento de armadura. Para amenizar tal problema, as tensões nodais nas barras são suavizadas antes do cálculo das tensões de aderência, cuja operação é dada pela Equação (5-5).

$$A_b (\sigma_{i+1} - \sigma_i) \leq L_i p \tau_{b,max} \tag{5-4}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{i+1} &= \frac{\sigma_{i+1}L_{i+1} + \sigma_i L_i}{L_{i+1} + L_i} \\ \tilde{\sigma}_i &= \frac{\sigma_i L_i + \sigma_{i-1}L_{i-1}}{L_i + L_{i-1}} \\ \tau_b &= \frac{(\tilde{\sigma}_{i+1} - \tilde{\sigma}_i)A_b}{pL_i}\end{aligned}\quad (5-5)$$

Além do modelo de interface utilizado, a perda de rigidez devido à fissuração, de acordo com o modelo constitutivo adotado para o concreto, é essencial para modelar corretamente falhas de ancoragem.

5.1.4 Elemento finito utilizado

Nos modelos 2D apresentados nesta tese foram utilizados elementos planos quadriláteros isoparamétricos (Figura 5-9) integrados por integração de Gauss em quatro pontos para o caso de interpolação bilinear.

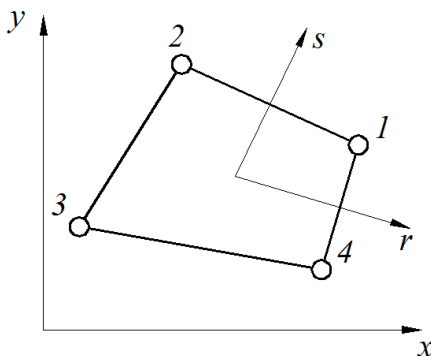


Figura 5-9 – Elemento finito isoparamétrico de 4 nós

5.1.5 Métodos de solução de problemas não lineares

O tipo de controle adotado em cada análise, deslocamentos ou força, determinou o método de solução de problemas não lineares. O método de Newton-Raphson com atualização da rigidez tangente a cada iteração foi adotado nos casos de controle de deslocamentos – nesta tese são os modelos de ensaios a quatro pontos. Entretanto, quando o

carregamento era aplicado por meio de forças, o método de comprimento de arco com atualização da rigidez tangente a cada iteração foi adotado.

As tolerâncias adotadas em todos os processamentos foram:

- Número limite de iterações: 70
- Tolerância no erro deslocamento: 0,001
- Tolerância no erro de forças residuais: 0,001
- Tolerância no erro absoluto residual: 0,001
- Tolerância no erro energia: 0,0001

5.2 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS 2D E 3D

Com teorias e definições análogas às apresentadas para os modelos em duas dimensões, para os estudos apresentados, também foram gerados modelos com três dimensões no programa comercial ATENA (CERVENKA; JENDELE, 2002). O número elevado de graus de liberdade nos modelos com três dimensões em análises não lineares, para a finalidade pretendida, levou à criação de modelos mais refinados em duas dimensões. Com isso, poder-se-iam utilizar malhas mais refinadas em processamentos menos onerosos e com melhor precisão. Apesar de o modelo constitutivo adotado para o concreto minimizar a influência da malha, a proposição de tensão constante na interface entre o concreto e a armadura pode influenciar negativamente os resultados na transferência da força de protensão.

Como exemplo comparativo entre os modelos de duas e três dimensões, é apresentada aqui uma laje alveolar de 20 cm de altura, submetida a um ensaio de quatro pontos com cargas concentradas afastadas do apoio a uma distância de 2,5 vezes a altura da laje. O modelo em três dimensões apresenta elementos finitos com dimensões de até 5 cm (malha fina); enquanto o modelo 2D (malha fina), de até 1 cm. A Tabela 5-2 mostra as principais características dessa laje; e a Figura 5-10, a seção transversal. Os processamentos dos modelos utilizaram valores de projeto, visto que os resultados obtidos são comparados com prescrições normativas.

Tabela 5-2 – Propriedades da laje alveolar com 20 cm de altura

	Unidade	Propriedades da laje alveolar
Resistência característica do concreto à compressão	(MPa)	50
Altura/área da seção transversal/momento de inércia	(cm/cm ² /cm ⁴)	20/ 1631/ 147186
Espessura mínima da alma	(cm)	24
Protensão inferior	(-)	5 ϕ 12,7 mm (5,04 cm ²)
Distância da face inferior da laje ao cg da cordoalha	(cm)	3,5
Tensão aplicada na armadura	(MPa)	1100
Resistência característica do aço de protensão	(MPa)	1710/1900

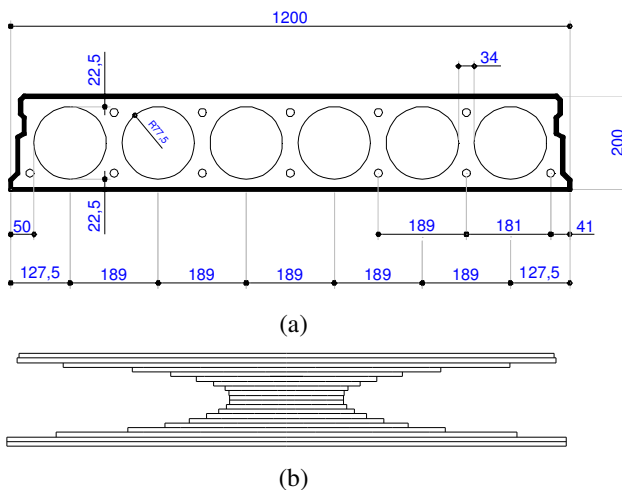


Figura 5-10 – Seção transversal de laje alveolar com 20 cm de altura: (a) seção real; (b) seção equivalente

Em todas as análises não lineares expostas neste capítulo, visando uma melhor convergência numérica, a aplicação dos carregamentos foi dividida em três etapas distintas: peso próprio da estrutura, aplicada em um único passo para os casos onde não exista fissuração em virtude

desse carregamento; força de protensão, aplicada em no mínimo dez passos de igual intensidade; carga concentrada, aplicada em passos de 0,1 mm. Para o exemplo da laje de 20 cm, a Figura 5-11 traz os diagramas carga *versus* deslocamento para os modelos e um desenho esquemático das etapas de aplicação de carga. Nessa comparação, o comportamento do modelo 3D difere do modelo 2D principalmente por um efeito do deslizamento da armadura ligeiramente maior ainda na etapa de aplicação da protensão. Nessa figura pode-se observar, ainda, que os deslocamentos da estrutura são muito pequenos – salientando que a ruptura foi ocasionada por cisalhamento – e que a carga crítica dos dois estão coerentes.

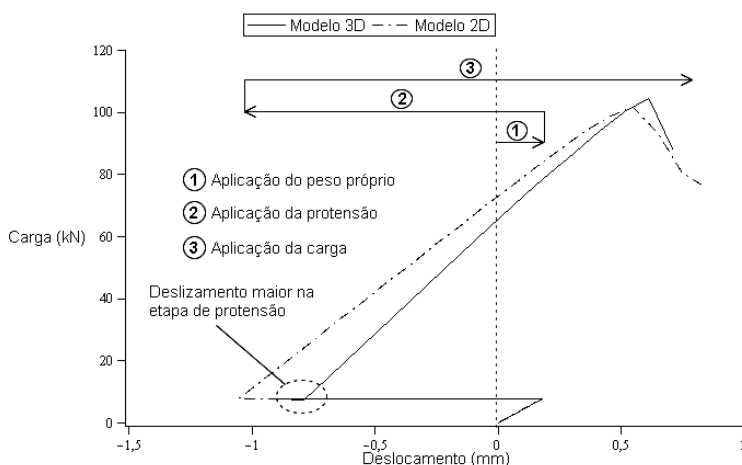


Figura 5-11 – Diagrama carga x deslocamento para os modelos 2D e 3D

Os valores da tensão de aderência na interface e do deslizamento e tensão na armadura também podem ser analisados. A Figura 5-12 mostra tais valores para ambos os modelos com a comparação de valores analíticos obtidos com a EN 1168-1 (1997) e o Eurocode 2 (ver Capítulo 6). Nessa figura pode-se observar a boa concordância entre os modelos de duas e três dimensões com os valores normalizados, além disso, os resultados mostraram que neste exemplo o aumento do deslizamento e da tensão na armadura é praticamente insignificante entre os estágios de liberação da protensão e o estado limite último. Devido às malhas adotadas, os modelos 2D apresentam aparentemente curvas mais suaves do que os modelos 3D.

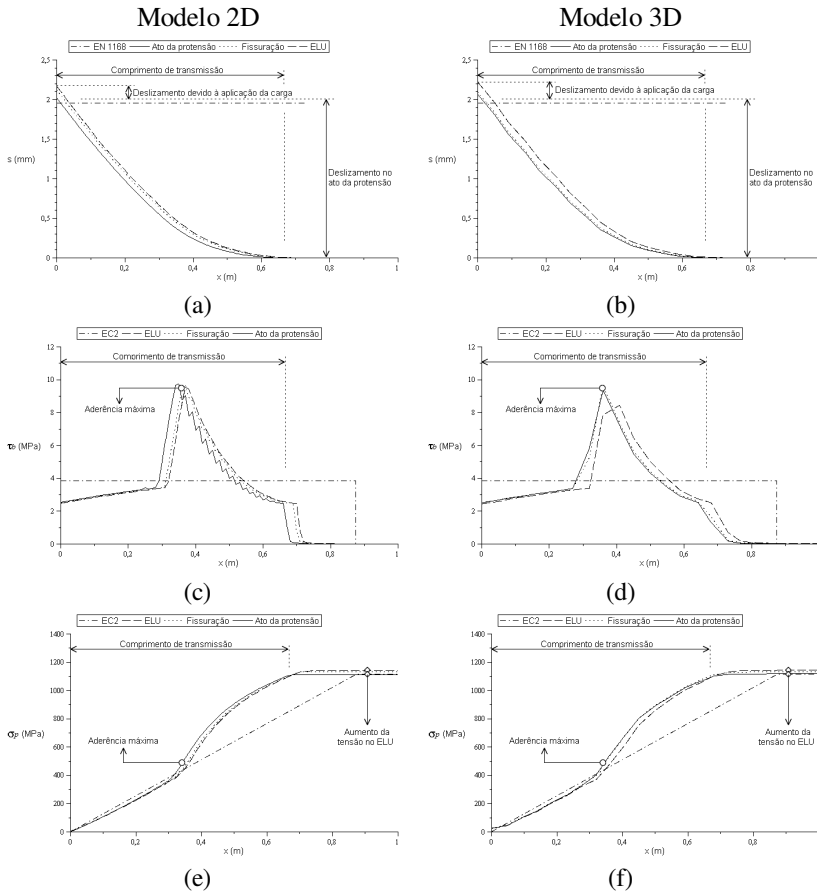


Figura 5-12 – Comparações entre os modelos 2D e 3D: (a)-(b) deslocamentos; (c)-(d) tensões de aderência; (e)-(f) tensões na armadura ao longo do comprimento longitudinal da laje

Quando utilizada uma malha com o mesmo refinamento nos modelos de duas e três dimensões, os resultados aproximam-se ainda mais. Isso mostra que os modelos em duas dimensões podem capturar as principais características necessárias para o estudo da região do apoio em peças não submetidas a esforços devido à torção. Contudo, para os casos estudados, os modelos 3D trouxeram como benefício a compreensão da distribuição das tensões entre as nervuras. Em geral, as nervuras com maior protensão e mais centrais atingem o valor de

resistência à tração do concreto antes das demais que, através da redistribuição de tensões entre as almas, continuam a ser carregadas até a ruptura (Figura 5-13). Tal redistribuição também foi observada nos estudos de Broo et. al (2007). Os bons resultados dos modelos, no ELU, em duas dimensões, que utilizam seção maciça equivalente, podem ser justificados por esse fato.

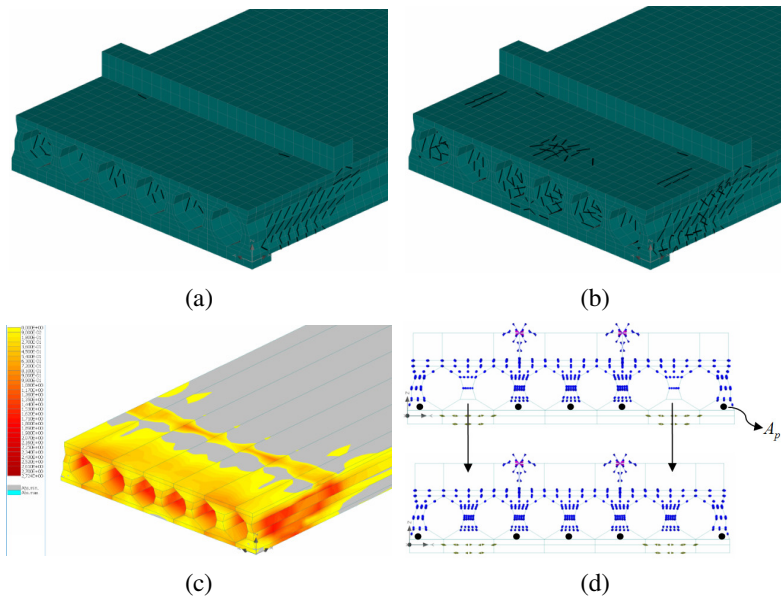


Figura 5-13 – Resultados do modelo 3D: (a) fissuração com o carregamento crítico; (b) fissuração com o carregamento pós-crítico; (c) tensões principais com o carregamento crítico; (d) redistribuição das tensões principais entre as nervuras na passagem do carregamento crítico

5.3 COMPARAÇÃO COM ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção são apresentadas três lajes alveolares submetidas ao momento fletor e à força cortante. Os ensaios experimentais foram realizados pelo laboratório VTT Building and Transport e podem ser encontrados em Pajari (2005). O esquema de ensaio isostático com quatro pontos de aplicação de carga é mostrado na Figura 5-14 e os principais dados, na Tabela 5-3.

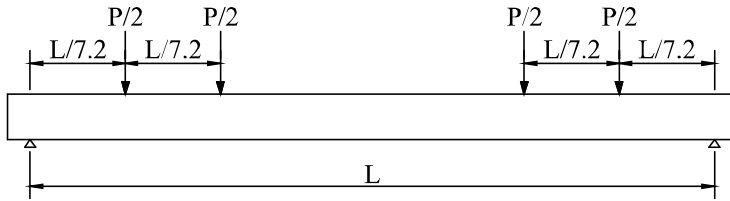


Figura 5-14 – Esquema de ensaio

Tabela 5-3 – Propriedades das lajes VTT analisadas

	Unit	VTT33.200	VTT109.265	VTT148.320
Resistência característica do concreto à compressão	(MPa)	47.5	51.8	43.5
Espessura	(mm)	200	265	320
Área da seção transversal	(10^5 mm ²)	1.19	1.72	2.03
Momento de inércia	(10^8 mm ⁴)	6.03	15.0	25.9
Centroide	(mm)	103	137	164
Espessura mínima da alma	(mm)	238	242	263
Armadura de protensão superior	(-)	-	-	2 ϕ 9.3
Armadura de protensão inferior	(-)	7 ϕ 12.5	10 ϕ 12.5	11 ϕ 12.5
Área da armadura superior	(mm ²)	-	-	104
Área da armadura inferior	(mm ²)	651	930	1023
Tensão aplicada na armadura superior	(MPa)	-	-	900
Tensão aplicada na armadura inferior	(MPa)	1100	1000	1000
Distância da face superior ao cg da cordoalha superior	(mm)	-	-	49
Distância da face inferior ao cg da cordoalha inferior	(mm)	40	39	51
Energia específica de fratura	(10^{-5} MN/m)	9.56	9.44	8.40
Vão da laje	(mm)	4958	4957	5945
Largura dos pratos de apoio	(mm)	40	40	40

Todos os modelos apresentaram boa concordância com os valores mensurados em laboratório e com os valores analíticos calculados conforme indicado no Capítulo 6. A Tabela 5-4 apresenta os valores das cargas de fissuração F_{cr} e última F_{fai} nos ensaios numéricos e experimentais, aplicadas como indicado no esquema mostrado anteriormente. O modo cortante-tração caracterizou claramente a ruptura nos três casos, com fissuras sempre menor que 1 mm antes da ruptura. A Figura 5-15 mostra as fissuras nos instantes de aplicação da carga última e após a carga última. Contudo, devido à dificuldade de convergência após a carga última nas peças sem armadura de cisalhamento, a fissuração nesse estágio é aceita somente como um indicativo.

A falha de ancoragem das cordoalhas não foi notada em nenhum caso, visto que dentro do comprimento de transmissão não existem fissuras de flexão devido às tensões de compressão presentes no bordo inferior da laje. As Figuras 5-16 e 5-17 trazem, respectivamente, as tensões principais e as deformações longitudinais ao longo da laje VTT 148.320, nos estágios de ato da protensão e na carga última.

Tabela 5-4 – Comparação entre os resultados numéricos e experimentais

laje	experimental		modelo numérico		
	F_{cr} : kN	F_{fai} : kN	F_{cr} : kN	F_{um} : kN	F_{um}/F_{fai}
33.200	81	108	96	112	1,04
109.265	-	178	-	188	1,06
148.320	223	238	214	233	0,98

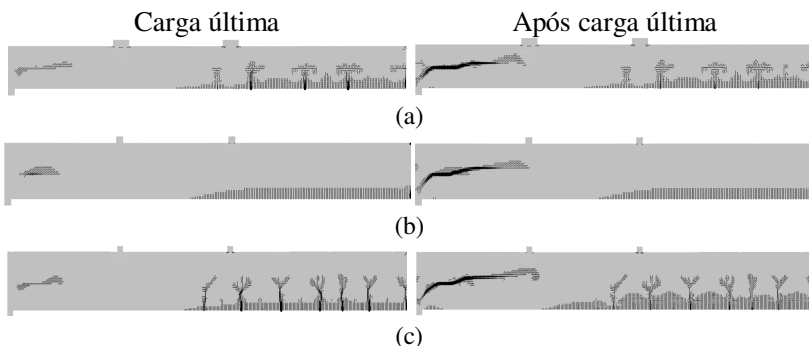
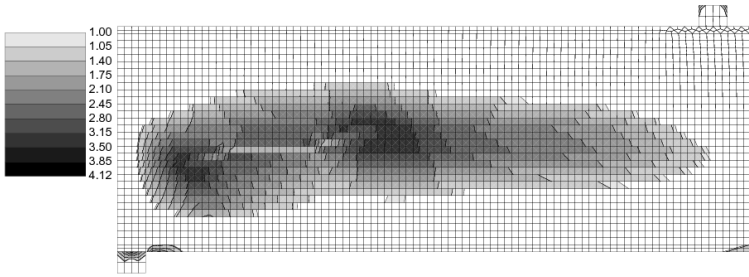
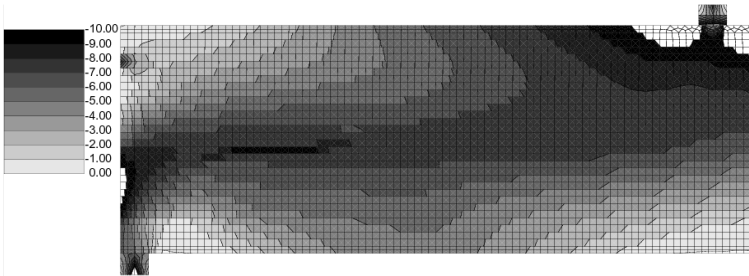


Figura 5-15 – Configurações de ruptura: (a) VTT 33.200; (b) VTT 109.265; (c) VTT 148.320

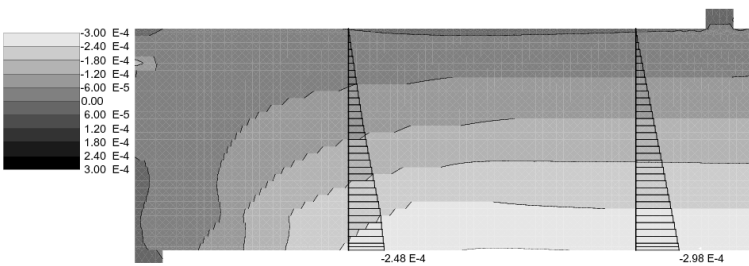


(a)

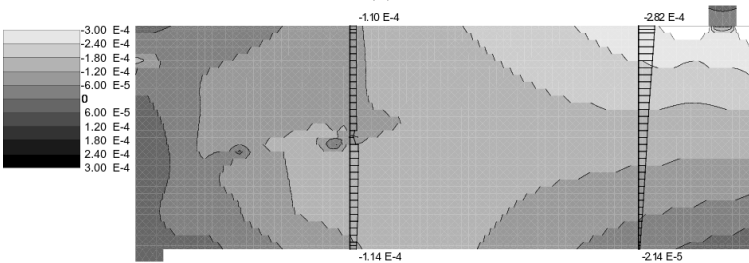


(b)

Figura 5-16 – Tensões principais. Unidades em MPa: (a) máximas; (b) mínimas



(a)



(b)

Figura 5-17 – Resultados numéricos da laje VTT 148.320.
Deformações longitudinais (a) no ato da protensão (b) na carga última

A Figura 5-18 expõe os diagramas reação de apoio *versus* deslocamento vertical, indicando as cargas de fissuração para as lajes VTT 33.200 e VTT 148.320, exceto na laje VTT 109.265, que rompeu sem a abertura expressiva de fissuras de flexão. É válido ressaltar que dados importantes como o módulo de elasticidade e a resistência à tração, devido à ausência de informações diretas, foram derivados da resistência característica do concreto à compressão, de acordo com o Eurocode 2. Também não estavam disponíveis os diagramas reação de apoio *versus* deslocamento vertical dos resultados experimentais, os quais neste trabalho equivalem aos tradicionais gráficos carga *versus* deslocamento, porém aqui são exibidos com a soma das cargas aplicadas, incluído nelas o peso próprio da estrutura.

A Figura 5-18 apresenta os resultados dos deslizamentos, das tensões de aderência e das tensões na armadura ao longo do comprimento longitudinal da laje VTT 148.320, como também o deslizamento calculado com a EN 1168-1 (1997), comentado no Capítulo 6 desta tese, e as tensão de aderência e tensões na armadura calculadas segundo o Eurocode 2. A Figura 5-19 mostra da mesma forma os resultados para as lajes VTT 33.200 e VTT 109.265.

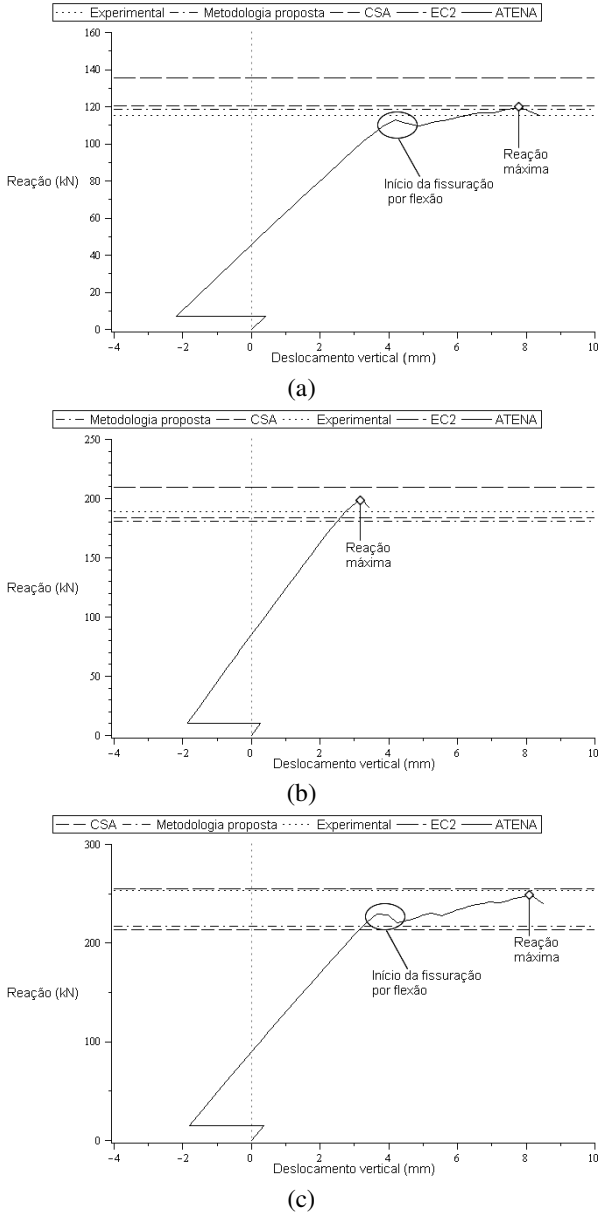
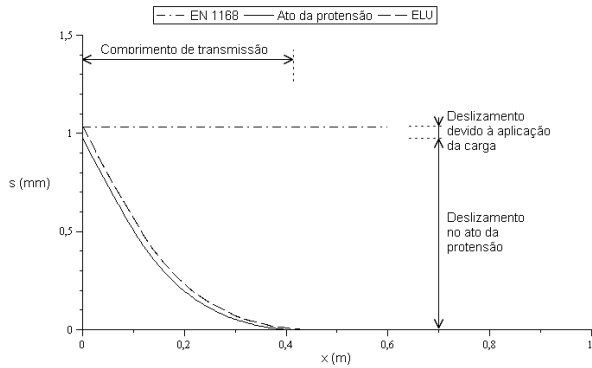
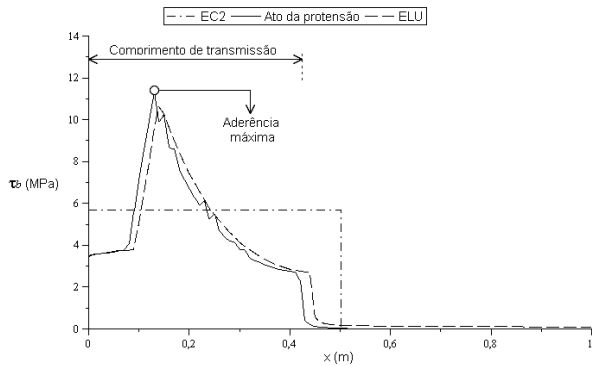


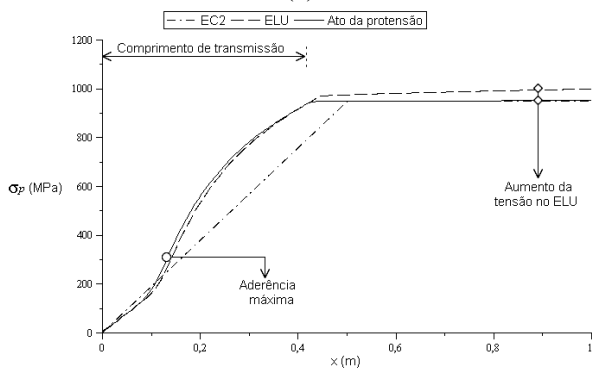
Figura 5-18 – Diagramas reação de apoio x deslocamento vertical medido no ponto de aplicação de carga mais próximo ao apoio: (a) VTT 33.200; (b) VTT 109.265; (c) VTT 148.320



(a)



(b)



(c)

Figura 5-19 – Resultados para a laje VTT 148.320: (a) deslizamentos; (b) tensões de aderência; (c) tensões na armadura ao longo do comprimento longitudinal da laje

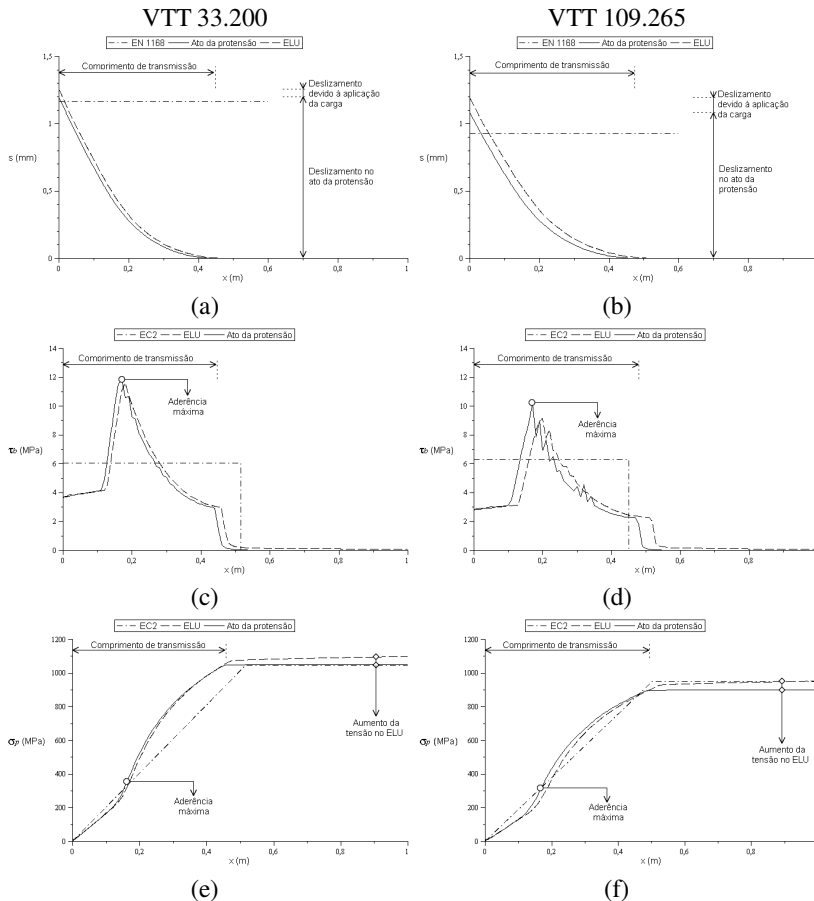


Figura 5-20 – Resultados para as lajes VTT 33.200 e VTT 109.265: (a)-(b) deslizamentos; (c)-(d) tensões de aderência; (e)-(f) tensões na armadura ao longo do comprimento longitudinal da laje

Qualitativamente, bons resultados foram obtidos, de onde algumas conclusões importantes podem ser destacadas: sob carregamento aplicado, a variação da tensão na armadura entre o ato da protensão e a carga última foi muito pequena, assim como os deslizamentos e as tensões de aderência; em algumas seções próximas à aplicação da carga, percebeu-se que a hipótese de seção plana é aceitável; as análises numéricas mostraram a validade das explicações sobre os mecanismos de ruptura mencionados no próximo capítulo desta tese.

5.4 MODELO COM CARGA DISTRIBUÍDA EQUIVALENTE E VALORES DE PROJETO

Os exemplos anteriores apresentaram casos de peças com relações entre o vão e a altura da laje (L/h) adequada somente para os ensaios experimentais, que não são habitualmente utilizados em projeto. Ao contrário, neste item são apresentados alguns exemplos com os mesmos materiais e seção transversal da laje VTT 33.200; no entanto, utilizando valores de projeto e relação L/h igual a 30 e 35. O carregamento foi aplicado de forma a fornecer efeitos semelhantes aos provocados por um carregamento distribuído, como mostra a Figura 5-21. Outro parâmetro estudado neste item é o comprimento de apoio “a”, também indicado na figura, para o qual foram adotados dois valores, 40 e 120 mm. Portanto, quatro modelos são estudados: laje com $L/h = 30$ e $a = 40$ mm; laje com $L/h = 30$ e $a = 120$ mm; laje com $L/h = 35$ e $a = 40$ mm; laje com $L/h = 35$ e $a = 120$ mm.

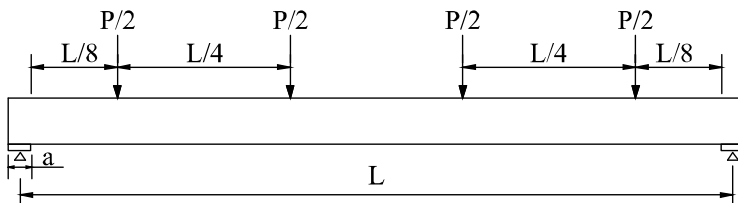


Figura 5-21 – Esquema de carregamento

As lajes com relação $L/h = 30$ apresentaram ruptura por cisalhamento com o modo cortante-tração (conforme será explicado no próximo capítulo), enquanto as lajes com esbeltez maior romperam por flexão com esgotamento da capacidade resistente da armadura (Figura 5-22).

A Figura 5-23 mostra os diagramas reação de apoio *versus* deslocamento para todos os casos. Visto que a fissura crítica de cisalhamento nas peças com esbeltez 30 ocorreu dentro do comprimento de transmissão, as peças com maior comprimento de apoio apresentam maior tensão nos trechos iniciais do vão, como mostra a Figura 5-24. Isso justifica a ligeira diferença entre os valores de carga última. Logo, nas seções onde a força de protensão está totalmente ancorada, o comprimento de apoio não influencia o valor da carga última, como observado nas peças com esbeltez 35.

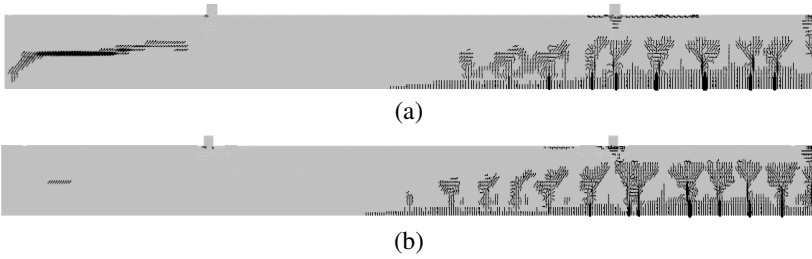


Figura 5-22 – Modos de ruptura: (a) cortante-tração; (b) flexão

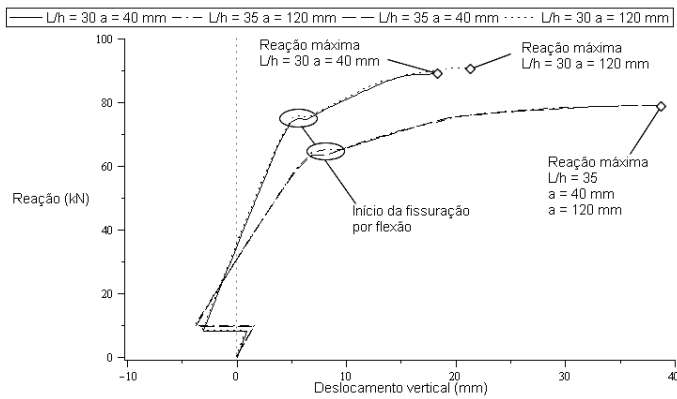
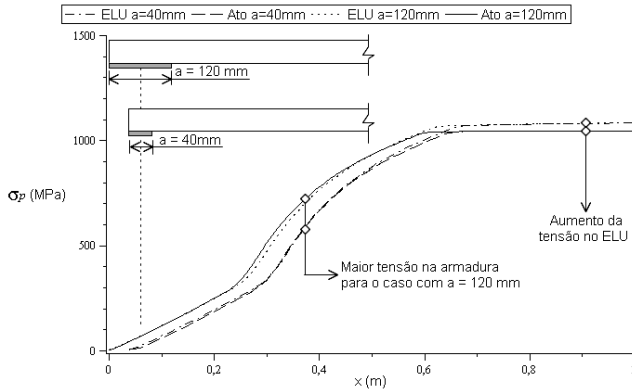
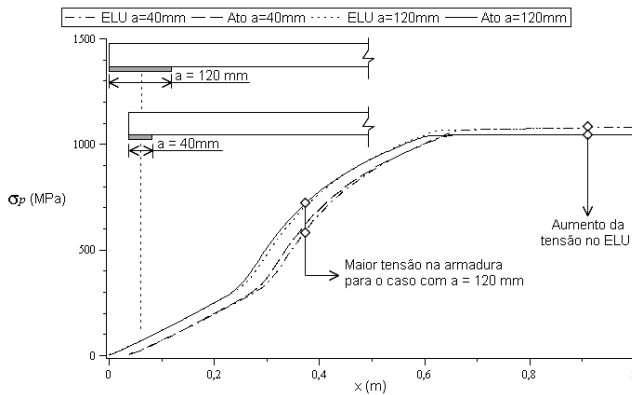


Figura 5-23 – Diagrama reação de apoio x deslocamento vertical medido no ponto de aplicação de carga mais próximo ao apoio



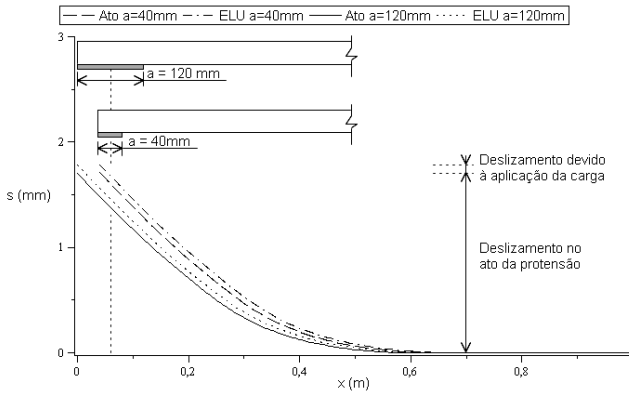
(a)



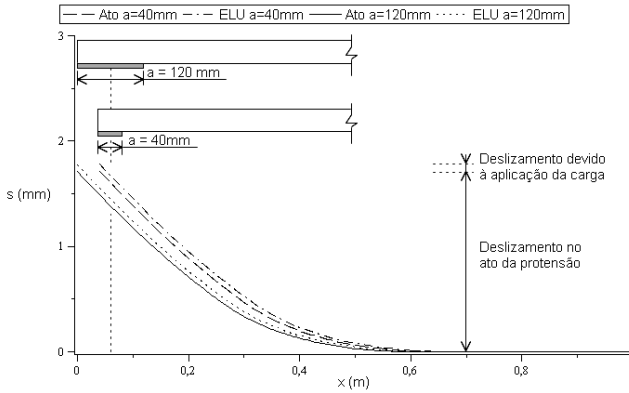
(b)

Figura 5-24 – Tensão na armadura ao longo do comprimento longitudinal da laje: (a) $L/h = 30$; (b) $L/h = 35$

A Figura 5-25 apresenta os deslizamentos da armadura ao longo da laje nas etapas do ato da protensão e do estado limite último. Em todos os casos, o acréscimo do deslizamento entre tais etapas foi muito pequeno e, portanto, foi descartada a hipótese de perda de ancoragem devido à aplicação da carga.



(a)



(b)

Figura 5-25 – Deslizamentos na armadura ao longo do comprimento longitudinal da laje: (a) $L/h = 30$; (b) $L/h = 35$

6 REGIÃO DE APOIO E RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO

6.1 INTRODUÇÃO

Os modos de ruptura das lajes alveolares, excluindo as hipóteses de rupturas em seções compostas, podem ser basicamente caracterizados em quatro tipos (Figura 6-1): flexão, ancoragem, cortante-flexão e cortante-tração.

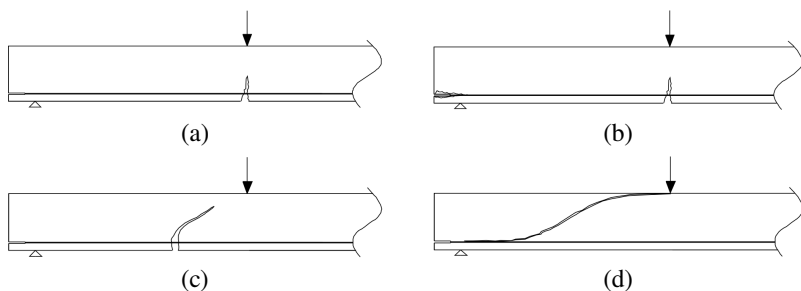


Figura 6-1 – Mecanismos de ruptura: (a) flexão; (b) ancoragem; (c) cortante-flexão; (d) cortante-tração

As falhas por flexão, segundo Walraven e Mercx (1983, apud FELLINGER *et al.*, 2005), são os tipos mais comuns e preferíveis de ruptura, por serem dúcteis e previsíveis. É o resultado da atuação do momento fletor que primeiro leva ao desenvolvimento de uma ou mais fissuras de flexão, iniciando na fibra inferior da laje. A laje é projetada de tal modo que a armadura possa suportar o aumento de tensão provocado pela fissura e que a capacidade resistente do concreto prevaleça sobre a da armadura. Então, um aumento do momento fletor levará à plastificação da armadura em uma das fissuras de flexão e será acompanhada de grandes deslocamentos e grande abertura da fissura. Por fim, a laje entrará em ruína pela ruptura do fio ou cordoalha.

A falha de ancoragem também pode ocorrer, particularmente quando o carregamento causar valores elevados de momento fletor próximo ao final da laje e do apoio. Dentro da extensão denominada comprimento de ancoragem a partir do final da laje, a força de tração necessária para levar à plastificação e à ruptura da armadura não pode ser alcançada devido à falta de aderência entre o aço e o concreto dentro

do comprimento de ancoragem. Como resultado, a laje entra em colapso com o “arrancamento” da armadura. Caso a fissura de flexão ocorra dentro do comprimento de transferência, onde a força de protensão é transmitida ao concreto, as cordoalhas serão arrancadas logo no início da formação da fissura de flexão; caso a formação da fissura de flexão seja fora do comprimento de transferência da força de protensão, mas ainda dentro do comprimento de ancoragem, a armadura só será arrancada após um acréscimo no momento fletor. Em ambos os casos, a ruptura no aço não irá ocorrer. Enquanto o arrancamento imediato da armadura no início da formação da fissura tem um caráter frágil, o arrancamento após um acréscimo de carga mostra-se mais dúctil. O efetivo comportamento depende do esquema de carregamento: quanto mais próxima do apoio uma carga concentrada for aplicada, maior será a influência de modo frágil; quanto mais afastada, maior será a influência será maior de modo dúctil.

As falhas por força cortante podem ocorrer em seções que apresentam fissuras de flexão, então são designadas de cortante-flexão, ou próximas aos apoios em seções não fissuradas por flexão, denominadas cortante-tração. Em ambos os tipos de ruptura por cisalhamento, a capacidade de transmissão da força cortante é alcançada através do engrenamento dos agregados, efeito de pino da armadura, protensão, etc. Na ruptura cortante-flexão, a fissura vertical iniciada pelo momento fletor propaga-se em uma fissura diagonal. O segundo mecanismo de ruptura por cisalhamento, cortante-tração (Figura 6-2), é o mais comum nas lajes alveolares, em que após a formação da fissura diagonal no centro da altura, esta se propaga em direção ao apoio e a área de compressão, ocasionando uma grande fissura com ruptura frágil. Após a formação dessa grande fissura e a chegada ao colapso da peça, surgirá uma tensão adicional na armadura que poderá ocasionar também a falha de ancoragem; contudo, o estado limite último da peça ainda será devido ao cisalhamento.

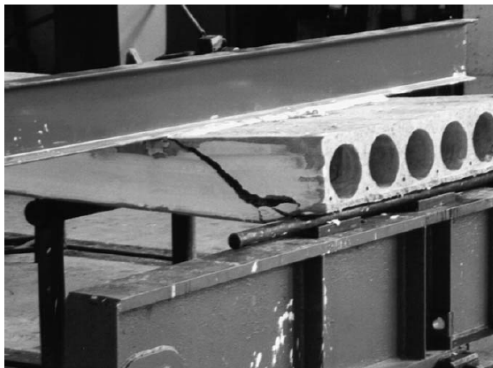


Figura 6-2 – Ruptura por cortante-tração (JENDELE; CERVENKA, 2006)

6.2 ANCORAGENS DAS ARMADURAS PRÉ-TRACIONADAS

O comportamento conjunto dos materiais aço e concreto e suas peculiaridades devidas à pré-tração serão discutidas neste item do trabalho.

6.2.1 Aderência entre a armadura e o concreto

As peças pré-tensionadas, em geral, não utilizam aparelhos de ancoragem ou dobras, sendo a solidariedade entre os materiais garantida pela existência de certa aderência, que é composta por diversas parcelas – adesão, atrito, mecânica e “efeito Hoyer”, conforme Fusco (1995).

A aderência por adesão é o resultado de uma colagem na interface do aço com a nata de cimento, apresentando resistência pequena que dependerá da limpeza e rugosidade da armadura. Além disso, tal aderência será destruída por pequenos deslocamentos entre os materiais. Em seguida à destruição da adesão, inicia-se o mecanismo de atrito, que será função dos coeficientes de atrito das superfícies, da retração e das tensões de compressão transversais devido aos carregamentos externos – principalmente próximo aos apoios. A aderência mecânica, com maior eficiência e confiabilidade, decorre das saliências na superfície da armadura e funciona como elementos de transmissão de esforços.

A aderência, no caso da utilização de fios e cordoalhas, ainda é melhorada pelo efeito Hoyer (Figura 6-3). Após o alongamento destes na pista de protensão, o diâmetro original ϕ_0 é reduzido a ϕ por causa

do efeito de Poisson. Em seguida ao enrijecimento do concreto, a protensão é transferida, e a extremidade do cabo penetra no concreto. A protensão nessa extremidade será nula e o cabo irá recuperar seu diâmetro original ϕ_0 ao longo do comprimento de transferência. A alteração do diâmetro irá criar um efeito de cunha, auxiliando na transferência da protensão.

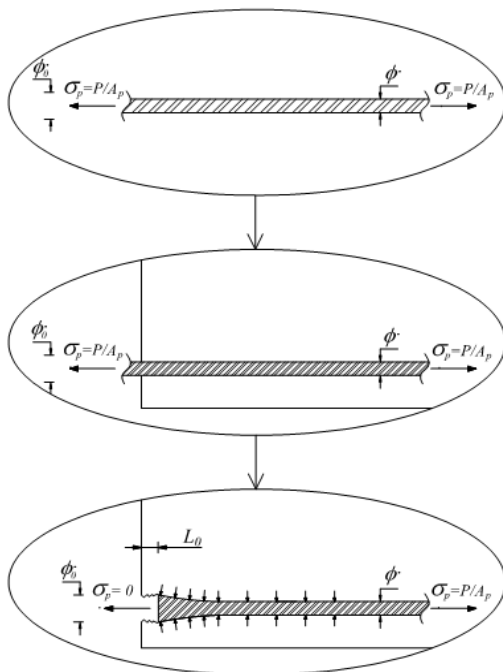


Figura 6-3 – Efeito Hoyer (Push-in)

6.2.2 Comprimento e perda de ancoragem

As deformações transversais dos cabos provocam uma significativa diferença nas situações de aderência da armadura, podendo ser caracterizadas por duas fases distintas (Figura 6-4): liberação da protensão e carregamento. Na liberação da protensão, ocorre o estrangulamento dos fios e cordoalhas ao longo do comprimento de transferência l_{pt} combinado com a expansão destes (efeito Hoyer). Quando a peça está sob carregamento, o aumento de tensão na armadura

provoca um efeito contrário ao efeito Hoyer, causando a diminuição do diâmetro, e consequentemente, o decréscimo da tensão de aderência. Portanto, nesta última situação será necessário um comprimento de ancoragem l_{bpd} com capacidade de suportar, além da força de protensão, a variação na tensão provocada pelo carregamento.

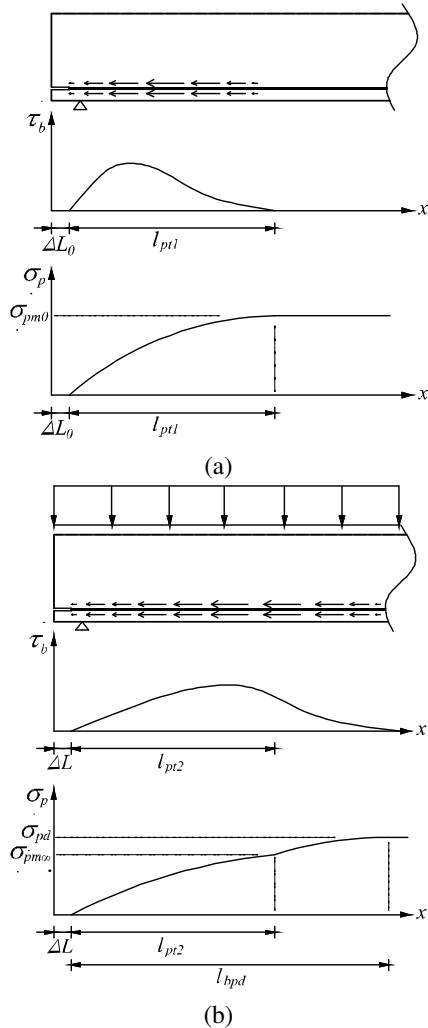


Figura 6-4 – Ancoragem da armadura ativa:
 (a) na liberação da protensão; (b) sob carregamento

Nos casos usuais das peças pré-tracionadas a variação de tensão na armadura próxima às regiões de ancoragens é muito pequena, salientando que tal região dificilmente estará fissurada e apresentará grande rigidez à flexão (*vide* as análises numéricas nesta tese). Contudo, havendo fissuras de flexão próximas a essas regiões, as variações de tensões serão mais representativas, e o comprimento disponível até o apoio deverá ser suficiente para o equilíbrio de tensões (Figura 6-5). Caso contrário, a perturbação de tensões ocasionada pela fissuração não será equilibrada e acarretará a perda de ancoragem e ruína da peça (Figura 6-6).

A Figura 6-7 mostra a evolução da fissuração de uma peça pré-tracionada com baixa protensão, semelhante às ideias iniciais de Janney (1954). Na figura são traçadas esquematicamente a fissuração e as tensões de aderência ao longo da peça ensaiada numericamente em quatro pontos.

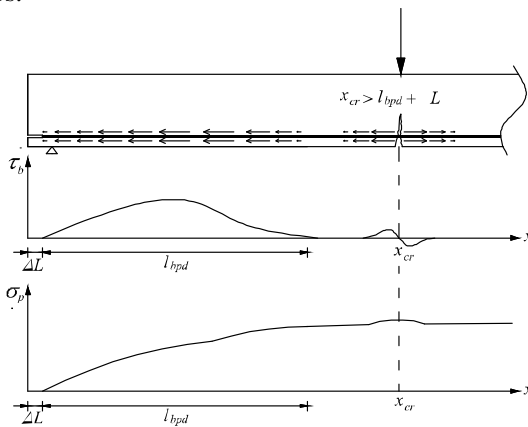


Figura 6-5 – Equilíbrio de tensões na fissuração

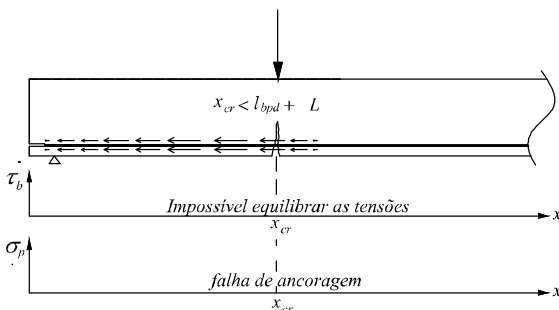


Figura 6-6 – Perda de ancoragem devido à fissuração

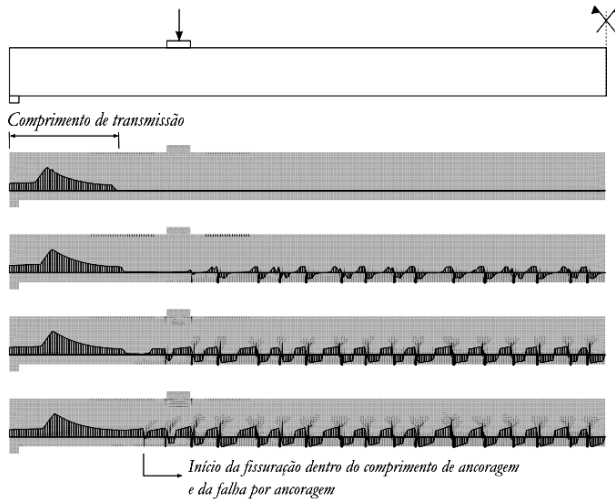


Figura 6-7 – Processo da perda de ancoragem

6.2.3 Prescrições normativas

Nos principais códigos internacionais, a ancoragem das armaduras com pré-esforço é representada por modelos analíticos simplificados, baseados no desempenho estrutural ou na ruptura (DUMÊT, 2003). Em geral, os modelos admitem o desenvolvimento das tensões linear como uma aproximação razoável e não consideram a variação ΔL no comprimento da armadura (Figura 6-8).

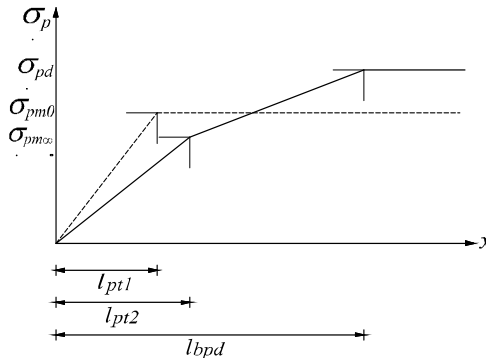


Figura 6-8 – Tensões na zona de ancoragem de elementos pré-tracionados na liberação da armadura e no estado limite último, representados, respectivamente, pela linha tracejada e pela linha cheia

As recomendações do ACI 318-05 são baseadas exclusivamente em critérios de ruptura e resultados empíricos em peças de concreto normal com cobrimento mínimo de aproximadamente 5cm. A utilização desse modelo, de acordo com comentários ACI 318R-05, pode não representar o comportamento de cordoalhas em concretos com baixa relação água/cimento. Assim, a utilização de tal procedimento nas lajes alveolares deve ser evitada ou utilizada com precauções extras, visto que tais elementos, em geral, utilizam baixas relações água/cimento e cobrimentos menores que 5 cm.

No modelo do MC90, adotado pela NBR 6118:2004 e por diversas outras normas internacionais, além da garantia da resistência, as deformações da estrutura estão incluídas, caracterizando um modelo baseado no desempenho. Os principais parâmetros considerados nesse modelo são: a protensão inicial na armadura; o tipo de liberação da protensão; a diferença nas condições de aderência devido à posição da armadura; a diferença nas condições de aderência devido às deformações transversais da armadura; e a diferença entre fios e cordoalhas.

O EC2 apresenta basicamente o mesmo modelo do MC90, mas com uma formulação diferente (WESTERBERG, 2002), ou seja, existe uma diferença principal: o MC90 apresenta dois valores para o comprimento de transferência l_{pt} , com uma relação de 2 entre o valor superior e o inferior; as prescrições no EC2 foram calibradas para fornecer os mesmos valores médios obtidos com o MC90; contudo, com uma relação de 1,5 (1,2/0,8) entre o valor superior e inferior. Então, o valor superior será um pouco menor e o inferior um pouco maior com as prescrições do EC2, quando comparado com o MC90.

Resumidamente, a Tabela 6-1 apresenta a comparação entre as formulações do MC90 e do EC2. O fator η_{p1} é o mesmo em ambos os modelos; entretanto, no EC2 existe a possibilidade de considerar “boas condições de aderência” nos casos onde estas forem alcançadas com outros dispositivos. Além disso, no EC2 o fator η_{p1} (Equação (6-1)) inclui dois fatores que, no MC90, são aplicados diretamente ao comprimento de transferência, nomeados de α_9 , e o valor médio de α_{10} , $(0,5+1,0)/2 = 0,75$. Assim sendo, o EC2 já inclui o efeito Hoyer na resistência de aderência f_{bpt} , o que no MC90 é referido na definição do fator α_{10} . Outrossim, f_{bpt} no EC2 é um valor médio, não um valor limite como no MC90.

$$\eta_{p1,EC2} = \frac{\eta_{p1,MC90}}{\alpha_{10} \alpha_{9,m\u00e9dio}} \quad \eta_{p1,EC2} = \frac{1,4}{0,70 \cdot 0,75} = 2,7 \text{ para fios} \quad (6-1)$$

$$\eta_{p1,EC2} = \frac{1,4}{0,50 \cdot 0,75} = 3,2 \text{ para cordoalhas}$$

Normalmente, um comprimento de transmissão curto resulta em maiores tensões transversais no concreto, no ato de protensão (ocorrendo destacamento, separação e explosão), enquanto um comprimento de transmissão maior é mais crítico no ELU, no que diz respeito à força cortante, momento fletor, etc. Há, no entanto, uma incerteza no valor calculado. Então, no caso do EC2, o valor mais desfavorável do comprimento de transferência deve ser usado em projeto (WESTERBERG, 2002).

Outra comparação importante é observar que os valores de η_{p2} do EC2 é o mesmo que η_{p1} no MC90. No cálculo do comprimento de ancoragem ocorre o fenômeno contrário ao efeito “Hoyer”, uma vez que a peça está sob carregamento; logo, este não é considerado no cálculo da resistência de aderência na ancoragem.

Tabela 6-1 – Resumo das recomendações do MC90, NBR6118 e EC2 (adaptada de WESTERBERG, 2002)

Parâmetro	MC90/NBR6118	EC 2 (EN 1992-1-1)
	$l_{bp} = \frac{A_{sp} \cdot f_{pd}}{\pi \phi \cdot f_{bpd}},$	
Comp. de ancoragem básico	<p>onde</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $A_{sp} / \pi \phi = (1/4) \phi$ fios; <li style="padding-left: 20px;">$= (7/36) \phi$ cordoalhas de 3 e 7 fios; ▪ $f_{pd} = f_{ptk} / \gamma_s$, resistência de projeto do aço. 	Não é utilizado como parâmetro individual.
	$f_{bpt} = \eta_{p1} \eta_{p2} f_{ctd}(t),$	
Resistência de aderência na liberação da protensão	<p>onde</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\eta_{p1} = 1,0$ fios lisos; <li style="padding-left: 20px;">$= 1,2$ fios cordoalhas de 3 e 7 fios; <li style="padding-left: 20px;">$= 1,4$ fios dentados; ▪ $\eta_{p2} = 1,0$ para situações de boa aderência; <li style="padding-left: 20px;">$= 0,7$ para situações de má aderência; 	<p>onde</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\eta_{p1} = 2,7$ fios dentados; <li style="padding-left: 20px;">$= 3,2$ cordoalhas de 3 e 7 fios; ▪ $\eta_1 = 1,0$ condições de boa aderência; <li style="padding-left: 20px;">$= 0,7$ condições onde não há boa aderência. ▪ $f_{ctd}(t)$ resistência à tração de projeto na liberação da protensão.
	$l_{pt} = \alpha_8 \alpha_9 \alpha_{10} \phi \sigma_{pm0} / f_{bpt},$	
Comp. de transferência	<p>onde</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\alpha_8 = 1,0$ liberação gradual; <li style="padding-left: 20px;">$= 1,25$ liberação repentina; 	<p>onde</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ α_1 idem ao α_8 do MC90;

Tabela 6-1 – Resumo das recomendações do MC90, NBR6118 e EC2 (adaptada de WESTERBERG, 2002) (cont.)

Parâmetro	MC90/NBR6118	EC 2 (EN 1992-1-1)
Comp. de transferência	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $\alpha_9 = 1,0$ comprimento de ancoragem ELU; = 0,5 tensões na liberação da protensão; ▪ $\alpha_{10} = 0,7$ cabos com seção transversal circular; = 0,5 cordoalhas de 3 e 7 fios; 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $\alpha_2 = 0,25$ cabos com seção transversal circular; = 0,19 cordoalhas de 3 e 7 fios; ▪ ϕ é o diâmetro nominal dos cabos. ▪ σ_{pm0} tensão imediatamente depois da liberação.
Valor de projeto de l_{pt}	Considerado no fator α_9 acima	$l_{pt1} = 0,8 l_{pt}$ $l_{pt2} = 1,2 l_{pt}$
Aderência na ancoragem	$f_{bpd} = \eta_{p1} \eta_{p2} f_{ctd}$, onde ▪ f_{ctd} resistência à tração de projeto.	$f_{bpd} = \eta_{p2} \eta_1 f_{ctd}$, onde ▪ η_{p2} é o mesmo que η_{p1} adotado no MC90
Comp. de ancoragem necessário	$l_{bpd} = l_{bpt} + l_{bp} \frac{\sigma_{pd} - \sigma_{pcs}}{f_{pd}}$, onde ▪ σ_{pd} tensão no cabo que deve ser ancorada; ▪ $\sigma_{pm\infty}$ tensão devido à protensão após as perdas totais;	$l_{bpd} = l_{pt2} + \alpha_2 \phi (\sigma_{pd} - \sigma_{pm\infty}) / f_{bpd}$, onde ▪ σ_{pd} tensão no cabo que deve ser ancorada; ▪ $\sigma_{pm\infty}$ tensão devido à protensão após as perdas totais;

6.2.4 Exemplo de verificação de ancoragem

Segundo o EC2, a verificação da ancoragem das forças de tração no estado limite último deve ser feita nas seções onde as tensões no concreto excedam a resistência característica inferior do concreto à tração. A força na armadura deverá ser calculada admitindo as seções não-fissuradas. As seções onde as tensões no concreto não excedam a resistência do concreto à tração, a verificação de ancoragem não é necessária.

Complementando as indicações do EC2, nesta tese é proposta que a tensão no cabo que deve ser ancorada, σ_{pd} , seja calculada, de forma simplificada, pela Equação (6-2). No item 0 deste capítulo a equação é melhor detalhada.

$$\sigma_{pd} = \frac{V_d + M_d / d_v + 0,5 N_d}{A_{ps}}, \quad (6-2)$$

onde

- $d_v = 0,9d$ é a estimativa do braço de alavanca;
- d é a altura útil da seção.

A Figura 6-9 e a Tabela 6-2 apresentam uma laje alveolar carregada com uma carga concentrada e com peso próprio. Nesse exemplo, a primeira seção fissurada aparece em baixo da carga concentrada e nela deve-se verificar se o comprimento disponível até o fim da laje é suficiente para ancorar a armadura ativa. A verificação em questão é apresentada na Tabela 6.3.

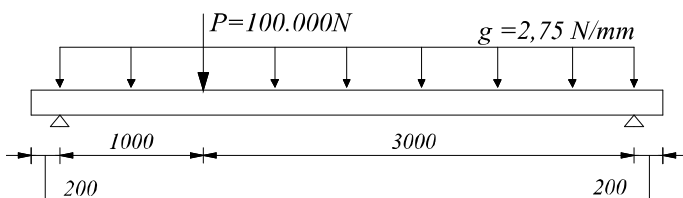


Figura 6-9 – Exemplo de verificação de ancoragem com valores de projeto (Dimensões em mm)

Tabela 6-2 – Propriedades da laje alveolar e dos esforços de projeto

	Unidade	Propriedades da laje alveolar
Resistência à tração de projeto na liberação da protensão	(MPa)	1,64
Resistência à tração de projeto	(MPa)	2,85
Altura útil	(cm)	16,5
Protensão inferior	(-)	5 ϕ 12,7 mm (4,65 cm ²)
Tensão aplicada na armadura	(MPa)	1100
Tensão na armadura após as perdas	(MPa)	935
Momento de fissuração da seção analisada	(kN.m)	79,00
Momento fletor de projeto na seção analisada	(kN.m)	79,12
Força cortante de projeto na seção analisada	(kN)	77,75

Tabela 6-3 – Verificação de ancoragem do exemplo pelo EC 2

Resistência de aderência na liberação da protensão

$$f_{bpt} = \eta_{p1} \eta_1 f_{ctd}(t) = 5,12 \text{ MPa},$$

onde

- $\eta_{p1} = 3,2$ cordoalhas de 7 fios;
- $\eta_1 = 1,0$ condições de boa aderência;
- $f_{ctd}(t) = 1,60 \text{ MPa}$

Comprimento de transferência

$$l_{pt} = \alpha_1 \alpha_2 \phi \sigma_{pm0} / f_{bpt} = 434 \text{ mm},$$

onde

- $\alpha_1 = 1,0$ liberação gradual; $\alpha_2 = 0,19$ cordoalhas de 7 fios;
- $\phi = 12,5 \text{ mm}$;
- $\sigma_{pm0} = 1100 \text{ MPa}$

Valor de projeto do comprimento de transferência

$$l_{pt2} = 1,2 l_{pt} = 521 \text{ mm}$$

Resistência de aderência na ancoragem

$$f_{bpd} = \eta_{p2} \eta_1 f_{ctd} = 3,42 \text{ MPa},$$

onde

- $\eta_{p2} = 1,2$ cordoalhas de 7 fios;
- $f_{ctd} = 2,85 \text{ MPa}$

Comprimento de ancoragem necessário

$$l_{bpd} = l_{pt2} + \alpha_2 \phi (\sigma_{pd} - \sigma_{pm\infty}) / f_{bpd} = 784 \text{ mm},$$

onde

- $d_v = 0,9 d$
- $\sigma_{pd} = \frac{V_d + M_d / d_v}{A_{ps}} = 1.313,07 \text{ MPa}$
- $\sigma_{pm\infty} = 935 \text{ MPa}$

Verificação com o comprimento disponível

Como $l_{bpd} = 784 \text{ mm} < l_{disponível} = 1.000 + 20 = 1.020 \text{ mm}$, não há risco de perda de ancoragem.

6.2.5 Deslizamentos e tensões de tração na região de transferência

As verificações da ancoragem em projeto podem prevenir eventuais problemas de fabricação e utilização das lajes alveolares; entretanto, a grande variabilidade das capacidades de aderência – que apresentam variações significativas em parâmetros não considerados em projeto, como a origem e as características do cimento e do agregado – implica o emprego de controles de qualidade mais rigorosos para a região da transferência da força de protensão.

Embora a grande compactação do concreto na fabricação garanta boa ancoragem das cordoalhas, não é capaz de evitar deslizamentos visíveis nas extremidades da laje. Imediatamente após o corte das lajes na pista de protensão, é necessário inspecionar visualmente os deslizamentos nas duas extremidades da laje. O efetivo deslizamento pode ser mensurado como a média dos valores obtidos nos dois extremos da cordoalha (ASSAP 2002).

A norma europeia EN 1168-1 (1997) indica a Equação (6-3) para calcular o valor máximo permissível de deslizamento da armadura ΔL_0 , o qual é considerado ser a média das três cordoalhas que mais encurtaram na mesma extremidade da laje. O deslizamento individual de cada cordoalha deve ser medido com precisão de 0,05 mm e então comparado com o valor de $1,3\Delta L_0$. Caso o valor do deslizamento encontrado seja superior aos limites aceitáveis, a laje ou o lote devem ser descartados ou pelo menos desclassificado.

$$\Delta L_0 = 0,4 l_{bpd} \frac{\sigma_{pm0}}{E_p} \quad (6-3)$$

O deslizamento e a ancoragem da armadura são altamente influenciados pela presença ou não de fissuras na região de transferência. As situações de fissuração na região podem ser classificadas, de acordo com a EN 1168-1 (1997), em explosão (*bursting*), separação (*splitting*) e destacamento (*spalling*), como mostra a Figura 6-10.

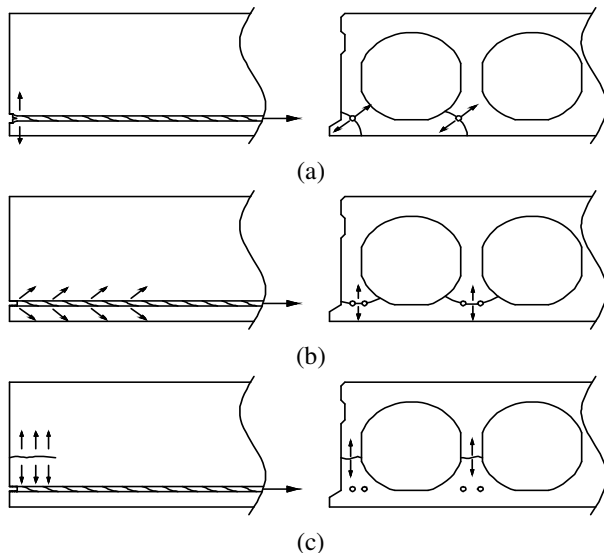


Figura 6-10 – Tensões de tração na região da transferência da força de protensão: (a) explosão; (b) separação; (c) destacamento

As tensões de explosão são geradas pelos deslizamentos da cordoalha para dentro da laje. No momento do corte da armadura tracionada, devido ao efeito Hoyer, acompanhado de um leve giro, ocorrerão tensões de tração na extremidade da peça. Logo, o posicionamento incorreto da armadura pode causar esse tipo de fissuração e, com isso, favorecer ainda mais o deslizamento. As tensões de explosão são facilmente controladas respeitando os limites de cobertura dos fios e cordoalhas.

As tensões de tração geradas pela transferência da força de protensão dentro do comprimento de ancoragem causam as tensões de separação e, quando ultrapassam a resistência à tração do concreto, podem causar fissuras típicas partindo de uma cordoalha para outra, com o risco de destacar a fibra inferior da laje. As tensões de separação são controladas respeitando os limites de espaçamento entre as armaduras.

O destacamento também é ocasionado pelas tensões de tração devido à transferência da protensão; no entanto, ocorre na altura da dimensão mínima da alma, salientando que as tensões de compressão ainda se concentram na região inferior da laje. A fissura típica da situação é conhecida comumente pelos fabricantes como “boca de lobo” ou “boca de crocodilo”. Especial atenção a essas tensões nos casos de

utilização de apoios flexíveis deve ser considerada.

A EN 1168-1 (1997) requer a verificação (Equação (3-63)) de tensões de destacamento σ_{sp} (Equação (6-5)) na alma com maior protensão, e as armaduras superiores – que aliviam as tensões provocadas pelas armaduras inferiores (Figura 6-11) – não devem ser consideradas. Em almas que utilizam diferentes diâmetros, o resultado das tensões deve ser o somatório das tensões provocadas por cada armadura individualmente.

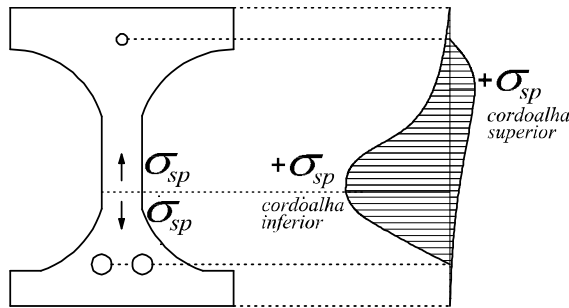


Figura 6-11 – Representação das tensões de destacamento geradas pela armadura superior e inferior na alma da laje (adaptado de ASSAP, 2002)

$$\sigma_{sp} \leq f_{ctk0,05} , \quad (6-4)$$

onde

$f_{ctk0,05}$ é o valor inferior da resistência característica à tração;

$$\sigma_{sp} = \frac{P_0}{b_i e_0} \cdot \frac{15 \alpha_e^{2,3} + 0,07}{1 + \left(\frac{l_{bp}}{e_0}\right)^{1,5} (1,3 \alpha_e + 0,1)} , \quad (6-5)$$

onde

- b_i é a largura da alma;
- $P_0 = \sigma_{p0} A_p$ é a força de protensão transmitida pela armadura na alma considerada;
- σ_{p0} , A_p , e_0 são, respectivamente, a tensão no tempo verificado, a área e a excentricidade da armadura ativa;
- $\alpha_e = (e_0 - k)/h$ é a taxa de excentricidade;

- k é igual à relação entre o módulo resistente inferior e a área da seção, em milímetros;
- h é a altura da seção;
- l_{bp} é o valor médio do comprimento de transmissão.

A exemplo das vigas pré-tracionadas, nas lajes alveolares também se pode utilizar bainhas plásticas com o objetivo de neutralizar a protensão próximo aos apoios. A técnica traz como principais benefícios o alívio de tensões de trações nos apoios e o melhor comportamento ao longo do tempo em estruturas contínuas. Apesar disso, as complicações executivas do processo desmotivam a sua utilização por parte da indústria.

6.3 COMPRIMENTO MÍNIMO DE APOIO

O comprimento de apoio deve garantir a integridade da estrutura e o seu desempenho adequado. O detalhamento dessa região, de acordo com ENV 1992-1-3 (1996), depende, além do tipo de piso utilizado, do material da estrutura portante. Os pontos práticos que devem ser considerados são: o comprimento de apoio mínimo e suas tolerâncias; uniformidade ao longo da região de contato; capacidade de rotação, prevenindo a fissuração do apoio; armaduras construtivas; grau de restrição do apoio; tensões no apoio devido ao carregamento que, no caso das lajes alveolares, raramente são as críticas. Nesta tese é abordado somente o comprimento de apoio mínimo, todavia é válido lembrar que ainda devem ser verificados e dimensionados as ligações longitudinais entre as lajes e contatos com elementos não estruturais.

Faixas rígidas de neoprene, almofadas de argamassa, placas de aço ou materiais semelhantes podem ser utilizados para localizar a reação de apoio e aprimorar as condições deste quando as superfícies não são uniformes ou quando as tensões de contato são elevadas. Nos casos usuais, geralmente com tensões baixas, as almofadas não são necessárias, e as lajes podem ser apoiadas diretamente nas estruturas de apoio.

O valor do comprimento mínimo, de acordo com o ENV 1992-1-3 (1996), pode ser estimado pela Figura 6-12 e Equação (6-6). As recomendações da NBR 9062:2006 são semelhantes às indicadas a seguir.

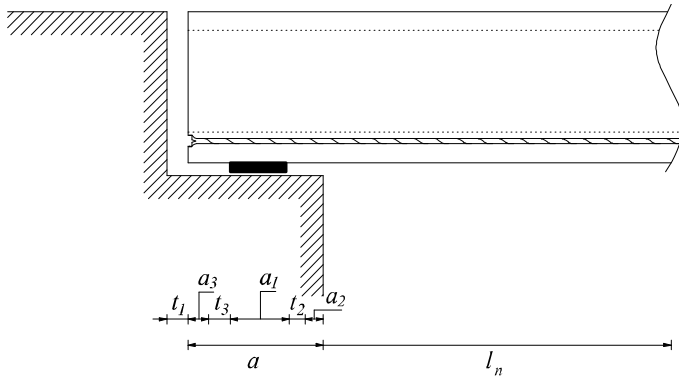


Figura 6-12 – Comprimento nominal de apoio (adaptado de ASSAP, 2002)

$$a = a_1 + (a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_3^2)^{1/2}, \quad (6-6)$$

onde

- $a_1 = \frac{V_d}{b_n \sigma_{Rd}}$, o qual não deve ser menor que 40 mm;
- V_d é o valor de cálculo da reação de apoio;
- b_n é a largura do apoio, que nunca deve ser menor que 600 mm;
- σ_{Rd} é a tensão de compressão máxima admitida para o concreto;
- $\sigma_{Rd} \leq 0,6 f_{cd}$ para apoio seco (concreto em concreto);
 - $\sigma_{Rd} \leq 0,7 f_{cd}$ para apoio em faixas de neoprene ou borracha;
 - $\sigma_{Rd} \leq 0,8 f_{cd}$ para apoio em almofadas ou para concreto em aço;
- f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto;
- a_2 é o comprimento da possível plastificação da extremidade em estruturas com tensões atuantes de apoio maiores que $0,4 f_{cd}$;
 - $a_2 = 0$ no caso de estruturas metálicas;
 - $a_2 = 25 \text{ mm}$ no caso de alvenaria estrutural ou concreto simples;
 - $a_2 =$ cobrimento nominal da armadura para $\phi \leq 12 \text{ mm}$;

- $a_2 =$ cobrimento nominal da armadura ($\phi > 12mm$) + o diâmetro ϕ + raio interno de curvatura.
- a_3 é o comprimento da possível plastificação da extremidade da laje com tensões atuantes de apoio maiores que $0,4 f_{cd}$;
 - $a_3 = 0$ no caso de cordoalhas retas ou barras expostas na extremidade da laje;
 - $a_3 =$ maior valor entre o cobrimento da armadura na extremidade ou 10 mm (para armaduras com $\phi \leq 12mm$);
 - $a_3 = 15mm$ (no caso de barras $\phi > 12mm$);
- $t_2 = 15mm$ para estruturas apoio pré-fabricadas ou metálicas;
- $t_2 = 20mm$ para estruturas apoio moldadas no local ou alvenaria;
- $t_3 = l_n/2500$, em que l_n é a distância entre faces de dois apoios consecutivos;
- t_1 é a variação máxima de fabricação no comprimento da laje + tolerância construtiva máxima ($t_1 \approx 50mm$).

6.4 MECANISMOS DE RUPTURA POR CISALHAMENTO

A força cortante resistente e os mecanismos de ruptura na região dos apoios não são completamente entendidos na maior parte dos elementos estruturais de concreto. Nas lajes alveolares existem ainda alguns agravantes para a compreensão e análise dessa região, como a grande proporção dos alvéolos nas seções transversais sem armadura de cisalhamento, os comprimentos de apoio usualmente pequenos, a ancoragem das armaduras ativas e a dispersão da força de protensão.

A Tabela 6-4 mostra os principais modelos de cálculo da força cortante resistente. Os modelos do ACI 318-05, BS 8110: 1997 e do EC-2: 2004 apresentam formulações similares, equações baseadas em teorias elásticas e em resultados empíricos para regiões, respectivamente, não fissuradas e fissuradas por flexão. As equações baseadas nas teorias elásticas podem não representar adequadamente o estado de tensões na região dos apoios, dado o número de variáveis que influenciam tal região e as equações baseadas em resultados experimentais podem estar calibradas com elementos estruturais de geometrias que não condizem com as utilizadas realmente em projeto. Somente a CSA A23.3: 2004 aplica uma teoria geral de cisalhamento,

Modified Compression Field Theory (MCFT), como será discutido mais adiante neste trabalho. A norma suíça SIA 262: 2003 também apresenta fundamentos teóricos, *Critical Shear Crack Theory*; contudo, é aplicada somente a peças de concreto armado.

A NBR 6118:2004 apresenta uma formulação adaptada das versões anteriores do EC2: 2004 para regiões fissuradas com os mesmos critérios atuais. Além disso, a norma brasileira não faz referências a regiões fissuradas ou não fissuradas.

Tabela 6-4 – Resumo dos principais modelos para o cálculo da força cortante resistente

Código	Formulação
	Região não fissurada
	$V_{cw} = (0,3\sqrt{f_c'} + 0,3f_{pc})b_w d + V_p$
ACI 318-05	Região fissurada
	$V_{ci} = 0,05\sqrt{f_c'}b_w d + V_d + V_i \frac{M_{cr}}{M_{max}} \leq 0,42\sqrt{f_c'}b_w d$
	$M_{max} = M_u - M_d$
	Região não fissurada
	$V_{co} = 0,67b_w h \sqrt{f_t^2 + \phi_p f_{cp} f_t}$
	Região fissurada
BS 8110:1997	$V_{cr} = \left(1 - 0,55 \frac{f_{pe}}{f_{pu}}\right) v_c b_w d + M_0 \frac{V}{M}$
	$v_c = 0,79 \rho_1^{1/3} \left(\frac{400}{d}\right)^{1/4} \left(\frac{f_{cu}}{25}\right)^{1/3}$
	Região não fissurada / fissurada
	$V_c = \beta b_w d_v \sqrt{f_c'}$
	$\beta = \frac{0,40}{(1 + 1500 \epsilon_x)} \cdot \frac{1300}{(1000 + s_{xe})}$
CSA A23.3	$\epsilon_x = \frac{M_d / d_v + V_d - A_{ps} f_{p0}}{2(E_s A_s + E_p A_{ps})}$
	$s_{xe} = \frac{35 s_x}{15 + a_g} \geq 0,85 s_x$

Tabela 6-4 – Resumo dos principais modelos para o cálculo da força cortante resistente (cont.)

Código	Formulação
	Região não-fissurada
	$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}}$ $\alpha_1 = \frac{l_x}{l_{pl2}}$
EC-2 2004	Região fissurada
	$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} + 0,15 \sigma_{cp} \right] b_w d$ $C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$ $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$
	Região fissurada
NBR 6118:2004	$V_{Rd1} = \left[\tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_1) + 0,15 \sigma_{cp} \right] b_w d$ $\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd}$ $k = 1,6 - d \leq 1$

6.4.1 Modified Compression Field Theory (MCFT)

Neste item será descrito um breve histórico e as principais ideias vinculadas ao MFCT, utilizando como principais referências Bentz e Collins (2006), Bentz *et al.* (2006), Collins *et al.* (1996), Collins *et al.* (2008), Vecchio e Collins (1986).

O procedimento original para a verificação da resistência à força cortante em peças de concreto armado, proposto por Ritter e Morsch há mais de cem anos, admitia que o concreto fissurado na alma de uma viga resistia às tensões cisalhantes V somente pelas tensões na diagonal comprimida f_2 e que estes esforços eram inclinados em um ângulo de 45 graus em relação ao eixo longitudinal da peça. Nesse modelo, as tensões diagonais comprimidas afastam os banzos da viga, causando tração nos estribos, que são responsáveis por manter a integridade da peça. Após a plastificação da armadura transversal, é previsto que a viga

seja capaz de resistir a uma tensão de cisalhamento de $\rho_z f_y$, onde ρ_z é a taxa de armadura transversal e f_y é a tensão de escoamento. Devido ao modelo de treliça com ângulo de 45 graus, qualquer contribuição da resistência à tração do concreto era ignorada, o que poderia fornecer resultados conservadores para peças com baixa taxa de estribos. Por causa disso, nos últimos quarenta anos, as especificações do ACI admitem a resistência ao cisalhamento de uma viga como $\rho_z f_y + v_c$, onde a contribuição do concreto v_c é tomada como a tensão cisalhante que forma a fissura diagonal, v_{cr} . O esforço normal de tração reduz o valor de v_{cr} e, então, é previsto que a força cortante resistente diminua; enquanto que com o esforço normal de compressão ou com a protensão, o valor de v_{cr} aumenta e, conseqüentemente, a força cortante resistente também. Durante os anos de 1970 e 1980, pesquisadores europeus observaram que, em geral, o ângulo θ não é 45 graus. No modelo de treliça com diagonais inclinadas em um ângulo θ , a tensão cisalhante resistente da alma é dada por $\rho_z f_y \cot \theta$. A dificuldade era determinar apropriadamente o valor de θ . Então, os modelos baseados na teoria da plasticidade permitiram ao projetista selecionar o valor de θ . Visto que as falhas por cisalhamento são frágeis, foi necessário arbitrar limites para o ângulo θ (por exemplo, $\theta > 30^\circ$) e para f_2 (por exemplo, $f_2 < 0,6 f_c$ para evitar estimativas contra a segurança).

O desenvolvimento do *Compression Field Theory* (CFT) foi um passo significativo em direção à uma teoria mais racional para o cisalhamento. Diferente dos modelos tradicionais, tal teoria utiliza condições de deformações da alma para determinar a inclinação da diagonal comprimida. A relação adotada foi $\tan 2\theta = (\varepsilon_x + \varepsilon_2)/(\varepsilon_z + \varepsilon_2)$, onde ε_x é a deformação longitudinal na alma (positiva para tração e negativa para compressão), ε_z é a deformação transversal resultante de tensões de tração e ε_2 é a deformação diagonal resultante das tensões de compressão. Visto que ε_x é geralmente muito menor que ε_z , o ângulo θ pode ser consideravelmente menor que 45 graus, o que aumenta o valor da força cortante resistente calculada. A protensão e a compressão axial podem reduzir consideravelmente o valor de ε_x e, então, fornecer baixos valores para a inclinação da diagonal, que

resultará também em maiores valores para a força cortante resistente calculada. Para estudar a relação entre as tensões f_2 e as deformações ε_2 na diagonal comprimida, Vecchio e Collins (1986) testaram trinta elementos de concreto armado (painéis quadrados com lado aproximadamente igual a 1 m) sob tensões biaxiais em uma máquina de testes inovadora (Figura 6-13). Eles encontraram que f_2 é uma função dependente não somente da deformação ε_2 , mas também da deformação de tração perpendicular ε_1 . Além disso, observaram que, mesmo após a formação de grandes fissuras diagonais, ainda existiam tensões de tração no concreto entre as fissuras. Combinada com as tensões de cisalhamento nas faces das fissuras, ν_{ci} , tais tensões de tração aumentam a capacidade do concreto fissurado de resistir às tensões cisalhantes – efeito conhecido como *tension-stiffening*. Quando as relações do CFT foram modificadas para considerar a tensão principal média no concreto fissurado, f_1 , o equilíbrio (Figura 6-14 e as Equações (6-7)-(6-11)), geometria (Figura 6-15 e Eqs. (6-12)-(6-16)) e relações constitutivas (Figura 6-16 e Eqs. (6-17)-(6-21)) do *Modified Compression Field Theory* (MCFT) foram obtidas. Este modelo MCFT é classificado como modelo de fissura giratória (rotating-crack model), pois os eixos de deformações principais coincidem sempre com os de tensões principais. Com estas relações é possível traçar o diagrama carga-deformação completo de um elemento de concreto submetido a tensões de cisalhamento. Todavia, quando for necessário somente o esforço resistente da peça, relações simplificadas podem ser utilizadas. Em Bentz et al. (2006) foram propostas simplificações para o cálculo do ângulo da fissura θ e da deformação longitudinal ε_x , definindo assim o Simplified Modified Compression Field Theory (SMCFT), adotado pela norma canadense CSA A23.3: 2004 e pela versão, ainda em preparação, do CEB-FIP *Model Code* (2010).



Figura 6-13 – Ensaio de painéis de concreto (Collins et. al, 2008)

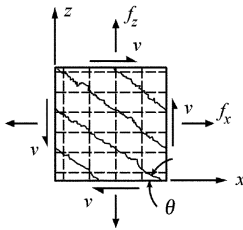


Figura 6-14 – Tensões no MCFT (BENTZ et. Al, 2006)

Equilíbrio

Tensões médias:

$$f_x = \rho_x f_{sx} + f_1 - v \cot \theta \tag{6-7}$$

$$f_z = \rho_z f_{sz} + f_1 - v \cot \theta \tag{6-8}$$

$$v = (f_1 + f_2) / (\tan \theta + \cot \theta) \tag{6-9}$$

Tensões nas fissuras:

$$f_{sxcr} = (f_x + v \cot \theta + v_{ci} \tan \theta) / \rho_x \tag{6-10}$$

$$f_{szcr} = (f_z + v \cot \theta + v_{ci} \tan \theta) / \rho_z \tag{6-11}$$

Condições geométricas

Deformações médias:

$$\tan^2 \theta = \frac{\epsilon_x + \epsilon_2}{\epsilon_z + \epsilon_2} \tag{6-12}$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_x + \epsilon_z + \epsilon_2 \tag{6-13}$$

$$\gamma_{xz} = 2(\epsilon_x + \epsilon_2) \cot \theta \tag{6-14}$$

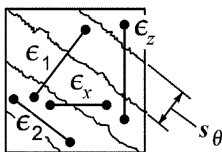


Figura 6-15 – Deformações no MCFT (BENTZ et. al, 2006)

Tensões nas fissuras:

$$w = s_\theta \epsilon_1 \tag{6-15}$$

$$s_\theta = 1 / \left(\frac{\sin \theta}{s_x} + \frac{\cos \theta}{s_z} \right) \tag{6-16}$$

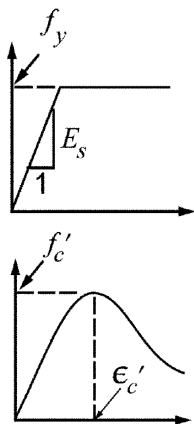


Figura 6-16 – Relações tensão-deformação (BENTZ et. al, 2006)

Relações tensão-deformação

Armadura:

$$f_{sx} = E_s \varepsilon_x \leq f_{yx} \quad (6-17)$$

$$f_{sz} = E_s \varepsilon_z \leq f_{yz} \quad (6-18)$$

Concreto fissurado:

$$f_2 = \frac{f'_c}{0,8 + 170\varepsilon_1} \left[2 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c} - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad (6-19)$$

$$f_1 = 0,33\sqrt{f'_c} / (1 + \sqrt{500\varepsilon_1}) \text{ MPa} \quad (6-20)$$

Tensão entre fissuras:

$$v_{ci} \leq \frac{0,18\sqrt{f'_c}}{0,31 + \frac{24w}{a_g + 16}} \text{ MPa,mm} \quad (6-21)$$

6.4.2 Metodologia proposta

A metodologia para a verificação da resistência à força cortante resistente de elementos de concreto armado e protendido apresentada neste item é baseada no MCFT, base dos critérios da CSA A23.3: 2004, e nos conceitos de segurança do Eurocode 2, além dos critérios de projeto sugeridos e justificados nesta tese.

6.4.2.1 Base do mecanismo resistente do modelo

O modelo simplificado, para cálculo da carga última de peças sem armadura transversal e com cordoalhas posicionadas paralelas ao eixo longitudinal, pode ser visto na Figura 6-17. O diagrama de corpo livre dessa figura corta a armadura longitudinal, a região comprimida pela flexão e segue o ângulo da fissura diagonal de cisalhamento. Nesse caso, é admitido que as tensões de cisalhamento são suportadas pelas tensões devido ao engrenamento dos agregados (τ_{ci}) e às tensões de cisalhamento na região comprimida por flexão. A partir do equilíbrio pode ser observado que a componente horizontal das tensões de cisalhamento na fissura diagonal contribui no aumento da tração na armadura longitudinal. O efeito de pino da armadura longitudinal é ignorado, e o engrenamento dos agregados é estimado constante ao longo da altura (BENTZ; COLLINS, 2006).

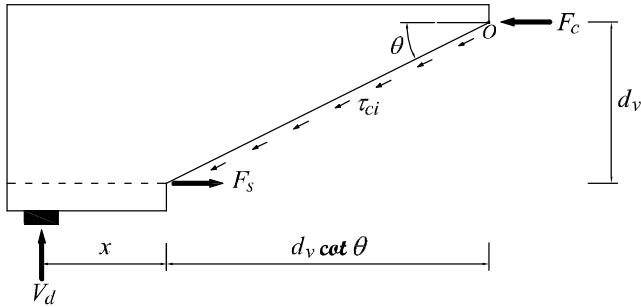


Figura 6-17 – Diagrama de corpo livre do mecanismo básico de resistência à força cortante

6.4.2.2 Modelo de verificação da resistência à força cortante

Para elementos sem armadura para o cisalhamento, é admitido que este seja resistido principalmente pelo engrenamento dos agregados. Com isso, o MCFT define que a resistência ao cisalhamento pode ser calculada pela Equação (6-23).

$$V_{Rd} = 0,65 \beta b_w d_v \sqrt{f_{ck}} \quad (6-22)$$

Na época em que o MCFT foi proposto era usual trabalhar-se com concretos de resistência característica à compressão próxima de 20 MPa , muito inferior aos concretos atuais, com resistências superiores à 50 MPa . Para considerar essa mudança no material, na metodologia proposta, a equação original do MCFT para a resistência ao cisalhamento, Equação (6-22), foi substituída pela Equação (6-23). Nela equação o termo original $\sqrt{f_{ck}}$ do MCFT foi substituído por $2f_{ctm}$, que não deverá ultrapassar o valor de 8 MPa. O f_{ctm} pode ser calculado de acordo com as recomendações do EC2, como mostra a Equação (6-25).

$$V_{Rd} = \frac{2}{\gamma_c} \beta b_w d_v f_{ctm} \quad (6-23)$$

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,30 f_{ck}^{\frac{2}{3}} & f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2,2 \ln \left(1 + \frac{f_{ck}}{10} \right) & f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (6-24)$$

Na formulação do MCFT, a alteração proposta implica na mudança da relação constitutiva do concreto e o valor admitido para tensão entre fissuras. A Equação (6-20) define a tensão principal de tração do concreto fissurado, onde o numerador $0,33\sqrt{f'_c}$ é a resistência à tração do concreto e o denominador $(1 + \sqrt{500\epsilon_1})$ modela o efeito da contribuição do concreto à tração entre as fissuras (*tension-stiffening*). Na metodologia proposta, o valor de $0,33\sqrt{f'_c}$ é substituído por $0,66f_{cm}$, assim f_{cm} considera a variação da resistência à tração do concreto com sua resistência à compressão, conforme o Eurocode 2, e o coeficiente 0,66 leva em conta um efeito de escala. A Figura 6-18 apresenta graficamente, para a metodologia proposta e para o MCFT, a relação entre o comportamento da resistência à tração e da resistência à compressão do concreto.

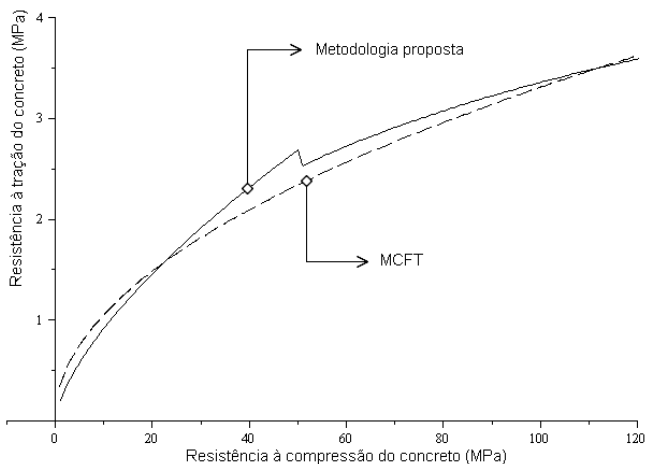


Figura 6-18 – Relação entre a resistência à compressão e a tração do concreto

A metodologia apresentada adota o coeficiente β proposto por Bentz et al. (2006), que modela os efeitos da deformação (*strain effect*) e da altura (*size effects*), respectivamente, o primeiro e o segundo termo da Equação (6-25). O efeito da deformação, que representa a contribuição da resistência à tração do concreto entre fissuras (*tension-stiffening*), é considerado através do controle da deformação na metade

da altura da peça, ε_x , o qual pode ser adotado – como simplificação a favor da segurança – igual à metade da deformação da armadura longitudinal, uma vez que a deformação do concreto na fibra mais comprimida é, em geral, pequena quando comparada à deformação do aço (Collins et al. 2008).

$$\beta = \frac{0,40}{(1 + 1500 \varepsilon_x)} \cdot \frac{1300}{(1000 + s_{xe})} \quad (6-25)$$

A Figura 6-19 mostra a deformação da armadura longitudinal devido ao momento fletor e à força cortante. Caso $\cot \theta$ for admitido igual a 2, como sugerido pela CSA A23.3: 2004, a deformação ε_x pode ser calculada pela Equação (6-26). Na metodologia apresentada nesta tese, quando o momento fletor solicitante for menor que o momento fletor de fissuração – seção não fissurada por flexão – a rigidez axial da área tracionada de concreto deverá ser adicionada à rigidez da armadura longitudinal. Admitindo como uma simplificação razoável, a área tracionada de concreto pode ser tomada igual a $0,5b_w d_v$ e o regime de trabalho elástico; sendo assim, a rigidez axial da área tracionada de concreto pode ser tomada igual à $0,5E_c b_w d_v$. Existindo fissuras de flexão na seção verificada, a rigidez axial da área tracionada de concreto deverá ser desprezada. O braço de alavanca d_v é admitido como sendo $0,9d$, onde d é a altura útil.

A ancoragem da força de protensão é implementado na metodologia por meio da tensão na armadura $f_{p0}(x)$, que deve ser calculada admitindo a variação linear do comprimento de transferência, como discutido anteriormente na Figura 6-8.

$$\varepsilon_x = \begin{cases} \text{Seção não fissurada por flexão} \\ \frac{M_d / d_v + V_d - A_{ps} f_{p0}(x)}{2 E_p A_{ps} + 0,5 E_c b_w d_v} \\ \text{Seção fissurada por flexão} \\ \frac{M_d / d_v + V_d - A_{ps} f_{p0}(x)}{2 E_p A_{ps}} \end{cases} \quad (6-26)$$

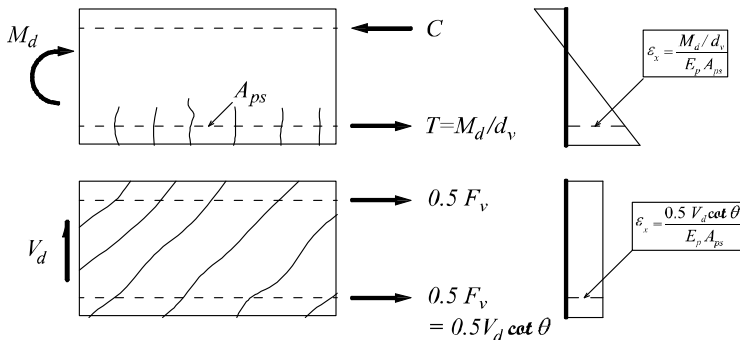


Figura 6-19 – Deformação longitudinal devido ao momento fletor e à força cortante (COLLINS et al., 1996)

O parâmetro s_{xe} , termo que representa o efeito da altura, é dado pela Equação (6-27), onde o espaçamento entre fissuras s_x pode ser tomado como a distância entre as camadas de armadura superior e inferior ou igual a d_v , para elementos com armadura somente no lado tracionado, $s_x \approx d_v = 0.9d$. A dimensão máxima do agregado a_g deve ser admitida igual a zero para concretos de alta resistência ($f_{ck} > 70 \text{ MPa}$) e concretos leves, de acordo com Collins et al. (2008).

$$s_{xe} = \frac{35s_x}{15 + a_g} \geq 0,85s_x \quad (6-27)$$

onde

- a_g é a dimensão máxima do agregado em mm;
- s_x é o espaçamento entre fissuras em mm.

A seção da peça que deve ser verificada depende do tipo de carregamento, que deverá ser onde as deformações, na seção transversal, possam ser bem representadas por um diagrama linear, de acordo com Muttoni e Ruiz (2008). Na metodologia apresentada nesta tese, foi admitido apropriado considerar uma seção distante $d_v/2$ do ponto de aplicação da carga concentrada mais próxima do apoio, e duas seções no caso de carga uniformemente distribuída: uma seção distante d_v da face do apoio e a primeira seção fissurada devido à ação do momento fletor (Figura 6-20). No item sobre os casos usuais de projeto, ainda neste capítulo, os casos de carga uniformemente distribuída serão clarificados.

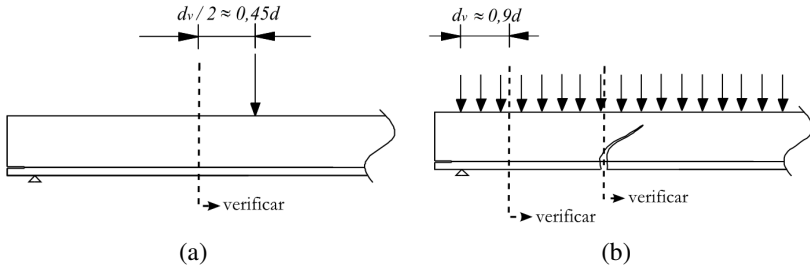


Figura 6-20 – Seções da peça que devem ser verificadas
 (a) casos de carga concentrada; (b) casos de carga uniformemente distribuída

6.4.3 Estudo paramétrico

Para analisar a sensibilidade dos parâmetros utilizados na metodologia proposta no item anterior, é apresentado um estudo paramétrico. A Tabela 6-5 apresenta as propriedades adotadas no estudo, que representam valores aproximados aos das lajes alveolares. Não foi utilizada uma seção transversal única de laje alveolar, mas sim funções que representam as características gerais das lajes alveolares. O critério adotado está adequado para o estudo das equações da metodologia apresentada no item anterior. O esquema de carregamento no estudo pode ser visto na Figura 6-24 (esquema 4).

A Figura 6-21 apresenta os gráficos com a variação carga última e a tensão de cisalhamento média, em função da altura e da espessura mínima da alma. É válido observar na Figura 6-21b o “efeito da altura”, em que peças com maiores alturas rompem com tensões médias mais baixas. A Figura 6-22 apresenta a variação da dimensão máxima do agregado, da área da armadura de protensão, da resistência à compressão do concreto e da tensão na armadura devido à protensão, todas em função da carga máxima aplicada. Nos casos de protensão extremamente baixos (não usuais) com os dados adotados, a peça apresentará fissuras devido à flexão e uma significativa perda de rigidez, como mostra a Figura 6-22b. A descontinuidade da Equação (6-24), que representa a resistência à tração do concreto, pode ser observada na Figura 6-22c.

Tabela 6-5 – Propriedades adotadas para o estudo paramétrico

Unidade	Laje
---------	------

Resistência característica do concreto à compressão f_{ck}	(MPa)	$f_{ck} = 50$
Resistência do concreto à compressão no ato da protensão f_{ckj}	(MPa)	$f_{ckj} = 0,7 f_{ck}$
Diâmetro máximo do agregado a_g	(mm)	$a_g = 10$
Espessura h	(mm)	$h = d + d_{bs}$
Área da seção transversal A_c	(mm ²)	$A_c = 0,5 b_t h$
Momento de inércia I_c	(mm ⁴)	$I_c = 0,75 b_t h^3 / 12$
Centroide y_{cg}	(mm)	$y_{cg} = h/2$
Largura total da laje b_t	(mm)	$b_t = 1200$
Largura mínima da alma b	(mm)	$b = 0,25 b_t$
Diâmetro da armadura de protensão inferior ϕ	(mm)	$\phi = 12,5$
Área da armadura inferior A_p	(mm ²)	$A_p = 0,005 A_c$
Tensão aplicada na armadura inferior σ_{p0}	(MPa)	$\sigma_{p0} = 1100$
Altura útil da seção d	(mm)	$d = 220$
Distância da face inferior ao cg da cordoalha inferior d_{bs}	(mm)	$d_{bs} = 40$
Esbeltez L/h	(-)	$L/h = 35$
Largura do apoio t_b	(mm)	$t_b = 40$
Vão de cisalhamento a	(mm)	$a = 2,5 h$
Perdas de protensão $Perdas$	(%)	$Perdas = 5$

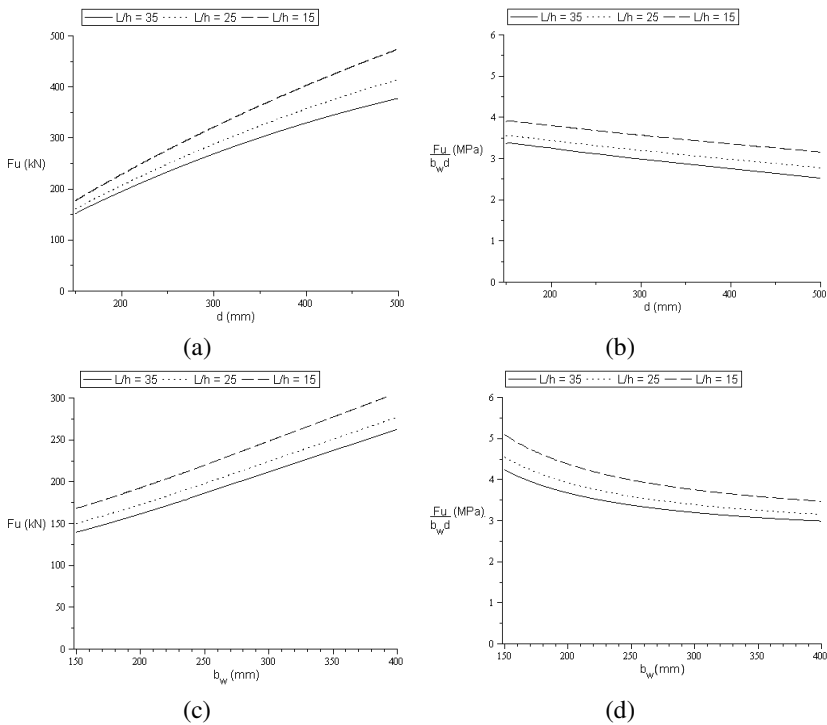


Figura 6-21 – Variação da carga última e da tensão de cisalhamento média em função da geometria da seção transversal: (a)-(b) variação da altura útil; (c)-(d) variação da largura mínima da alma

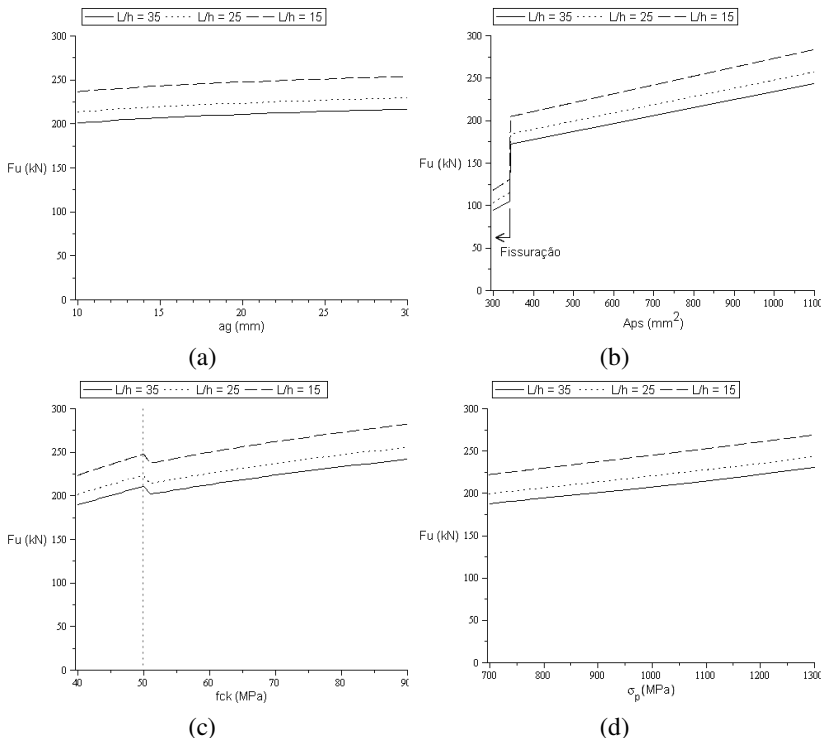


Figura 6-22 – Variação da carga última em função das propriedades: (a) dimensão máxima do agregado; (b) área da armadura de protensão; (c) resistência à compressão do concreto; (d) tensão na armadura devido à protensão

6.4.4 Comparações com painéis de concreto armado

Para a validação da metodologia proposta nos itens anteriores, inicialmente é apresentada a comparação entre 98 ensaios de placas de concreto (Figura 6-13), resumidos em Bentz et al. (2006), com valores calculados pelos modelos do MCFT, ACI, SMCFT e pela metodologia proposta utilizando o valor de $0,66f_{ctm}$ ao invés de $0,33\sqrt{f'_c}$ para a resistência à tração do concreto. Os valores do MCFT e do ACI foram calculados por Bentz et al. (2006).

A Tabela 6-6 mostra os valores calculados e os dados de cada painel de concreto. No final são apresentados os valores médios e os

coeficientes de variação para cada modelo utilizado. O MCFT, com aplicação completa, apresentou os melhores resultados; porém, sendo esse um procedimento muito mais complexo. Os resultados obtidos com o SMCFT e com a metodologia proposta foram praticamente iguais para as placas com $f_{ck} \leq 30 \text{ MPa}$; entretanto, para resistências à compressão maiores, os resultados obtidos com a metodologia proposta ficaram melhores do que os obtidos com o SMCFT. Os resultados obtidos com o ACI divergem acentuadamente dos outros métodos.

Tabela 6-6 – Comparação entre modelos de verificação com ensaios de painéis de concreto

Painel	Armadura					Carga Axial fx/V	Vexp/fc	Vexp/Vcalc			Metod. Proposta
	fc MPa	ρ_x (%)	fyx MPa	sx mm	$\rho_z.fy/fc$			MCFT	ACI	SMCFT	
Vecchio and Collins; ag = 6 mm											
PV1	34,5	1,79	483	51	0,235	0	0,23	0,93	1,37	0,95	0,95
PV2	23,5	0,18	428	51	0,033	0	0,049	1,47	0,48	1,39	1,39
PV3	26,6	0,48	662	51	0,12	0	0,115	0,95	0,63	0,95	0,95
PV4	26,6	1,03	242	51	0,096	0	0,109	1,12	0,68	1,14	1,14
PV5	28,3	0,74	621	102	0,163	0	0,15	0,91	0,8	0,92	0,92
PV6	29,8	1,79	266	51	0,159	0	0,153	0,95	0,84	0,96	0,96
PV10	14,5	1,79	276	51	0,19	0	0,27	1,06	1,05	1,08	1,08
PV11	15,6	1,79	235	51	0,197	0	0,23	0,98	0,9	0,92	0,92
PV12	16	1,79	469	51	0,075	0	0,196	1,09	1,24	1,19	1,21
PV16	21,7	0,74	255	51	0,087	0	0,099	1,12	0,62	1,12	1,12
PV18	19,5	1,79	431	51	0,067	0	0,156	1,08	1,1	1,08	1,08
PV19	19	1,79	458	51	0,112	0	0,21	0,95	1,1	1,07	1,07
PV20	19,6	1,79	460	51	0,134	0	0,22	0,93	1,04	1,01	1,01
PV21	19,5	1,79	458	51	0,201	0	0,26	0,91	1,14	1,04	1,04
PV22	19,6	1,79	458	51	0,327	0	0,31	0,98	1,38	1,24	1,24
PV26	21,3	1,79	456	51	0,219	0	0,25	0,88	1,18	1,00	1,00
PV27	20,5	1,79	442	51	0,385	0	0,31	0,96	1,41	1,24	1,24
PV30	19,1	1,79	437	51	0,249	0	0,27	0,88	1,18	1,08	1,08

Tabela 6-6 – Comparação entre modelos de verificação com ensaios de painéis de concreto (cont.)

Painel	Armadura					Carga Axial fx/V	Vexp/fc	Vexp/Vcalc			Metod. Proposta
	fc MPa	ρ_x (%)	f _{yx} MPa	s _x mm	$\rho_z \cdot f_y / f_c$			MCFT	ACI	SMCFT	
Bhide and Collins; ag = 9 mm (PB15-27 série com agregado leve)											
PB11	25,9	1,09	433	90	0	0	0,049	1,02	0,75	1,03	1,01
PB12	23,1	1,09	433	90	0	0	0,066	1,28	0,96	1,29	1,28
PB4	16,4	1,09	423	90	0	1	0,071	1,25	1,4	1,35	1,39
PB6	17,7	1,09	425	90	0	1	0,065	1,28	1,33	1,30	1,33
PB7	20,2	1,09	425	90	0	1,9	0,043	0,97	1,34	1,06	1,07
PB8	20,4	1,09	425	90	0	3	0,039	0,99	1,74	1,09	1,10
PB10	24	1,09	433	90	0	5,94	0,023	0,92	2,1	0,90	0,89
PB15	38,4	2,02	485	45	0	0	0,051	1,02	0,95	1,14	1,06
PB16	41,7	2,02	502	45	0	1,96	0,035	0,98	1,61	1,12	1,04
PB14	41,1	2,02	489	45	0	3,01	0,037	1,13	2,39	1,30	1,21
PB17	41,6	2,02	502	45	0	5,93	0,029	1,04	3,47	1,27	1,19
PB18	25,3	2,2	402	45	0	0	0,067	1,06	1,02	1,13	1,11
PB19	20	2,2	411	45	0	1,01	0,064	0,98	1,4	1,09	1,10
PB20	21,7	2,2	424	45	0	2,04	0,065	1,16	2,25	1,32	1,32
PB28	22,7	2,2	426	45	0	1,98	0,067	1,23	2,32	1,39	1,38
PB21	21,8	2,2	402	45	0	3,08	0,065	1,26	3,09	1,46	1,45
PB22	17,6	2,2	433	45	0	6,09	0,059	1,13	4,62	1,40	1,42
PB29	41,6	2,02	496	45	0	2,02	0,036	1,02	1,69	1,15	1,07
PB30	40,04	2,02	496	45	0	2,96	0,037	1,10	2,29	1,27	1,19
PB31	43,4	2,02	496	45	0	5,78	0,026	0,97	3,13	1,16	1,08

Tabela 6-6 – Comparação entre modelos de verificação com ensaios de painéis de concreto (cont.)

Painel	Armadura					Carga Axial fx/V	Vexp/fc	Vexp/Vcalc			Metod. Proposta
	fc MPa	ρx (%)	fyx MPa	sx mm	$\rho z.fy/fc$			MCFT	ACI	SMCFT	
Yamaguchi et al.; ag = 20 mm											
S-21	19	4,28	378	150	0,849	0	0,34	0,89	1,5	1,36	1,36
S-31	30,2	4,28	378	150	0,535	0	0,28	0,80	1,52	1,12	1,12
S-32	30,8	3,38	381	150	0,418	0	0,28	0,87	1,58	1,12	1,12
S-33	31,4	2,58	392	150	0,323	0	0,26	0,86	1,46	1,04	1,04
S-34	34,6	1,91	418	150	0,23	0	0,21	0,91	1,25	0,91	0,91
S-35	34,6	1,33	370	150	0,142	0	0,163	1,15	0,97	1,14	1,14
S-41	38,7	4,28	409	150	0,452	0	0,31	0,95	1,91	1,24	1,24
S-42	38,7	4,28	409	150	0,452	0	0,33	1,02	2,06	1,32	1,32
S-43	41	4,28	409	150	0,427	0	0,29	0,91	1,86	1,16	1,16
S-44	41	4,28	409	150	0,427	0	0,3	0,94	1,91	1,20	1,20
S-61	60,7	4,28	409	150	0,288	0	0,25	0,90	1,98	1,00	1,00
S-62	60,7	4,28	409	150	0,288	0	0,26	0,91	2,01	1,04	1,04
S-81	79,7	4,28	409	150	0,22	0	0,2	0,92	1,82	0,91	0,91
S-82	79,7	4,28	409	150	0,22	0	0,2	0,92	1,83	0,91	0,91
Andre; ag = 9 mm; KP ag = 20 mm											
TP1	22,1	2,04	450	45	0,208	0	0,26	0,92	1,21	1,04	1,04
TP1A	25,6	2,04	450	45	0,179	0	0,22	0,89	1,14	0,88	0,88
KP1	25,2	2,04	430	89	0,174	0	0,22	0,89	1,12	0,89	0,89

Tabela 6-6 – Comparação entre modelos de verificação com ensaios de painéis de concreto (cont.)

Painel	Armadura					Carga Axial fx/V	Vexp/fc	Vexp/Vcalc			Metod. Proposta
	fc MPa	ρx (%)	fyx MPa	sx mm	$\rho z.fy/fc$			MCFT	ACI	SMCFT	
TP2	23,1	2,04	450	45	0,199	3	0,114	1,01	0,72	1,02	1,02
KP2	24,3	2,04	430	89	0,18	3	0,106	1,03	0,68	1,04	1,04
TP3	20,8	2,04	450	45	0	3	0,061	1,27	2,75	1,35	1,35
KP3	21	2,04	430	89	0	3	0,054	1,15	2,47	1,22	1,22
TP4	23,2	2,04	450	45	0,396	0	0,35	1,09	1,68	1,40	1,40
TP4A	24,9	2,04	450	45	0,369	0	0,35	1,14	1,77	1,40	1,40
KP4	23	2,04	430	89	0,381	0	0,3	0,94	1,44	1,20	1,20
TP5	20,9	2,04	450	45	0	0	0,093	1,49	1,28	1,42	1,42
KP5	20,9	2,04	430	89	0	0	0,063	1,01	0,87	0,97	0,98
Kirschner and Khalifa; ag = 10 mm											
SE1	42,5	2,92	492	72	0,11	0	0,159	0,9	1,04	0,94	0,92
SE5	25,9	4,5	492	72	0,855	0	0,31	0,89	1,6	1,24	1,24
SE6	40	2,92	492	72	0,04	0	0,094	0,95	1,02	0,99	0,96
Porasz and Beidermann; ag = 10 mm											
SE11	70,8	2,93	478	34	0,063	0	0,093	0,83	0,91	0,90	0,89
SE12	75,9	2,94	450	72	0,06	0	0,098	0,96	0,99	1,03	1,02
SE13	80,5	6,39	509	54	0,115	0	0,149	0,82	1,34	0,86	0,85
SE14	60,4	4,48	509	72	0,378	0	0,3	1,03	2,32	1,20	1,20

Tabela 6-6 – Comparação entre modelos de verificação com ensaios de painéis de concreto (cont.)

Painel	Armadura					Carga Axial fx/V	Vexp/fc	Vexp/Vcalc			Metod. Proposta
	fc MPa	ρx (%)	fyx MPa	sx mm	$\rho z.fy/fc$			MCFT	ACI	SMCFT	
Vecchio et al.; ag = 10 mm											
PA1	49,9	1,65	606	45	0,086	0	0,126	0,94	0,95	0,95	0,95
PA2	43	1,66	606	45	0,1	0	0,145	0,94	0,96	0,94	0,94
PHS1	72,2	3,25	606	44	0	0	0,037	1,07	0,97	1,11	1,07
PHS2	66,1	3,25	606	44	0,033	0	0,093	1,13	1,27	1,24	1,22
PHS3	58,4	3,25	606	44	0,074	0	0,14	0,99	1,2	1,12	1,11
PHS8	55,9	3,25	606	44	0,115	0	0,193	1,02	1,45	1,15	0,95
PC1	25,1	1,65	500	50	0,163	0	0,197	0,84	0,99	0,85	0,85
Pang and Hsu; ag = 19 mm											
A2	41,3	1,19	463	189	0,134	0	0,136	1,01	0,87	1,01	1,01
A3	41,6	1,79	447	189	0,192	0	0,19	0,98	1,23	0,99	0,99
A4	42,5	2,98	470	189	0,33	0	0,28	0,97	1,82	1,12	1,12
B1	45,2	1,19	463	189	0,056	0	0,092	1,01	0,87	1,09	1,08
B2	44,1	1,79	447	189	0,126	0	0,146	0,96	0,97	0,96	0,96
B3	44,9	1,79	447	189	0,057	0	0,102	0,94	0,96	1,06	1,03
B4	44,8	2,99	470	189	0,057	0	0,119	0,92	1,12	1,10	1,07
B5	42,8	2,98	470	189	0,129	0	0,177	0,89	1,16	0,96	0,95
B6	42,8	2,98	470	189	0,194	0	0,23	0,95	1,53	0,92	0,92

Tabela 6-6 – Comparação entre modelos de verificação com ensaios de painéis de concreto (cont.)

Painel	Armadura					Carga Axial fx/V	Vexp/fc	Vexp/Vcalc			Metod. Proposta
	fc MPa	ρx (%)	fyx MPa	sx mm	$\rho z.fy/fc$			MCFT	ACI	SMCFT	
Zhang and Hsu; ag = 13 mm											
VA1	95,1	1,19	445	94	0,056	0	0,068	1,04	0,75	1,21	1,21
VA2	98,2	2,39	409	94	0,1	0	0,103	1,03	1,02	1,03	1,03
VA3	94,6	3,59	455	94	0,173	0	0,163	0,94	1,59	0,94	0,94
VA4	103,1	5,24	470	94	0,239	0	0,22	1,00	2,21	0,92	0,92
VB1	98,2	2,39	409	94	0,054	0	0,08	1,01	0,91	1,08	1,08
VB2	97,6	3,59	455	94	0,054	0	0,097	0,95	1,1	1,14	1,13
VB3	102,3	5,98	445	94	0,052	0	0,099	0,90	1,17	1,08	1,08
VB4	96,9	1,79	455	189	0,027	0	0,052	0,97	0,85	1,13	1,12
Valor médio								1,01	1,40	1,11	1,09
Coef. variação (%)								12,1	46,7	13,7	13,8

6.4.5 Comparações com vigas de concreto armado

Na comparação com os painéis de concreto foi aplicada somente uma das alterações sugeridas na metodologia apresentada. Então, antes de comparar com o real objeto de estudo deste trabalho – as lajes alveolares –, foi apresentada a comparação entre resultados experimentais de vigas de concreto armado sem armadura transversal, utilizando concreto leve, com os modelos analíticos da CSA A23.3:2004, do EC2:2004, do ACI 318:2005 e a metodologia proposta. Os ensaios experimentais são resumidos em Sherwood et al. (2006) e os dados de cada elemento, carregado com carga pontual no centro do elemento biapoiado, são reproduzidos na Tabela 6-7.

Tabela 6-7 – Resumo do programa experimental de Sherwood et al. (2006)

N	Peça	h (mm)	b (mm)	d'' (mm)	d' (mm)	ρ_{inf} (%)	ρ_{sup} (%)	L (mm)	Apoio (mm)	f_c (MPa)	a_g (mm)
1	SB-10-N-1	1510	300	110	75	0,83	0,13	8100	150	38,4	10
2	SB-10-N-2	1510	300	110	75	0,83	0,13	8100	150	40,3	10
3	SB-10-H-1	1510	300	110	75	0,83	0,13	8100	150	73,6	0
4	SB-20-N-1	1510	300	110	75	0,83	0,13	8100	150	31,4	20
5	SB-20-N-2	1510	300	110	75	0,83	0,13	8100	150	33,2	20
6	SB-40-N-1	1510	300	110	75	0,83	0,13	8100	150	28,1	40
7	SB-40-N-2	1510	300	110	75	0,83	0,13	8100	150	28,5	40
8	SB-50-N-1	1510	300	110	75	0,83	0,13	8100	150	41	50
9	SB-50-N-2a	1510	300	110	75	0,83	0,13	8100	150	40,1	50
10	SB-50-N-2b	1510	300	110	75	0,83	0,13	8100	150	40,1	50
11	SSB-10-N-1	330	122	50	0	0,83	0	1620	30	41,9	10
12	SSB-10-N-2	330	122	50	0	0,83	0	1620	30	41,9	10
13	SSB-10-H-1	330	122	50	0	0,83	0	1620	30	77,3	0
14	SSB-20-N-1	330	122	50	0	0,83	0	1620	30	39,2	20
15	SSB-20-N-2	330	122	50	0	0,83	0	1620	30	38,1	20
16	SSB-40-N-1	330	122	50	0	0,83	0	1620	30	29,1	40
17	SSB-40-N-2	330	122	50	0	0,83	0	1620	30	29,1	40

Os resultados dos ensaios experimentais e os obtidos com os modelos analíticos são apresentados na Tabela 6-8. A metodologia proposta e a norma canadense mostram os melhores resultados, com valores médios muito próximos aos dos ensaios. Os piores resultados foram apresentados pela norma americana. É válido ressaltar que as recomendações do ACI 318-05 e do EC2: 2004 têm formulações diferentes para elementos com concreto normal e concreto leve. A Figura 6-23 mostra graficamente os resultados da Tabela 6-8.

Tabela 6-8 – Comparação entre os modelos e os resultados experimentais de Sherwood et al. 2006

N	Ensaio	CSA A23.3: 2004		EC2: 2004		ACI 318-05		Metodologia Proposta	
		F_{fail}	F_u	F_u/F_{fail}	F_u	F_u/F_{fail}	F_u	F_u/F_{fail}	F_u
1	499	456,1	0,91	677,4	1,36	869,3	1,74	488,9	0,98
2	454	464,1	1,02	688,4	1,52	890,5	1,96	500,1	1,10
3	449	446,6	0,99	841,5	1,87	1203,5	2,68	462,4	1,03
4	499	490,1	0,98	633,5	1,27	786,1	1,58	512,6	1,03
5	500	499,8	1,00	645,4	1,29	808,3	1,62	526,1	1,05
6	453	501,2	1,11	610,5	1,35	743,6	1,64	517,4	1,14
7	545	503,7	0,92	613,4	1,13	748,9	1,37	520,8	0,96
8	512	571,8	1,12	692,4	1,35	898,2	1,75	615,6	1,20
9	565	567,4	1,00	687,3	1,22	888,3	1,57	609,5	1,08
10	614	567,4	0,92	687,3	1,12	888,3	1,45	609,5	0,99
11	72,7	66,1	0,91	78,2	1,08	73,9	1,02	71,0	0,98
12	76,1	66,1	0,87	78,2	1,03	73,9	0,97	71,0	0,93
13	74,9	72,5	0,97	96,0	1,28	100,3	1,34	74,6	1,00
14	77,7	68,0	0,87	76,5	0,98	71,4	0,92	72,5	0,93
15	75,9	67,4	0,89	75,8	1,00	70,4	0,93	71,6	0,94
16	83,3	63,0	0,76	69,3	0,83	61,5	0,74	65,1	0,78
17	69,3	63,0	0,91	69,3	1,00	61,5	0,89	65,1	0,94
Valor médio		0,95		1,22		1,42		1,00	
Coef. variação (%)		9,06		19,54		33,46		9,31	

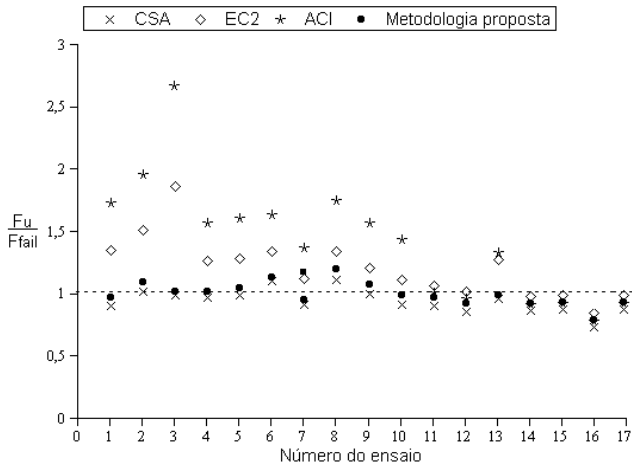


Figura 6-23 – Comparação entre os modelos de verificação e os resultados experimentais de Sherwood et al. 2006

6.4.6 Comparações com lajes alveolares

Por fim, os resultados obtidos com a metodologia proposta nesta tese são comparados com uma base de dados experimentais de lajes alveolares, utilizada em Bertagnoli e Mancini (2009), onde um processo multicritério seguindo as recomendações do Eurocode 2 foi apresentado. Os programas experimentais foram desenvolvidas por: VTT Building and Transport (Finlândia), TNO (Holanda), TU-Delft (Holanda), Università dell’Aquila (Itália), Istituto di Ricerche e Collaudi M.Masini (Itália).

Os 129 ensaios de lajes alveolares – contendo uma grande diversidade de seções, vãos e armaduras – foram analisados com as recomendações propostas nesta tese e na CSA A23.3: 2004. Os resultados são mostrados na Tabela 6-9, divididos em cinco critérios: laboratório, espessura da laje, esquema de ensaio (Figura 6-24), tipo de alvéolo e resistência característica do concreto. Esta mesma tabela mostra ainda a relação entre a carga última analítica (F_u) e a carga última de ensaio (F_{fail}). Para todas as lajes, a perda de protensão adotada foi de 5%, e a resistência do concreto à tração foi estimada a partir da Equação (6-24). É importante observar que os dois procedimentos obtiveram boa concordância com os resultados experimentais, e que nenhuma das lajes apresentou falha de ancoragem para os valores de carga calculados e também para os valores de projeto – a relação entre a

carga calculada e carga de ensaio foi sempre menor do que 1. A Figura 6-25 e Figura 6-26 apresentam graficamente os resultados obtidos com a metodologia mencionada.

Tabela 6-9 – Relação entre a carga última analítica (Fu) e a carga última de ensaio (Ffail)

		CSA			Metodologia proposta	
		Nº.	Valor médio	Coefficiente de variação (%)	Valor médio	Coefficiente de variação (%)
Adotando valores médios para as propriedades dos materiais						
Realizado por	VTT	46	0,84	17,6	0,94	15,9
	TNO	39	0,85	18,4	0,98	17,1
	TU-D	16	0,81	16,0	0,89	13,4
	USA	14	0,68	22,5	0,77	21,1
	MANSINI	14	0,94	17,9	1,00	17,9
Faixa de espessura (mm)	155-200	13	0,86	27,9	0,92	28,2
	240-260	45	0,80	17,6	0,90	17,0
	300-320	35	0,88	18,3	1,00	15,6
	360-400	24	0,81	18,0	0,92	16,7
	420-500	12	0,90	19,6	0,93	16,4
Esquema de ensaio (Figura 6-24)	1	19	0,90	19,6	1,02	15,0
	2	1	1,03	0,0	1,16	0,0
	3	10	0,81	8,5	0,89	8,3
	4	66	0,81	20,0	0,92	18,9
	5	25	0,78	14,5	0,85	12,3
	6	8	0,96	20,4	1,05	21,7
Tipo de alvéolo	circular	39	0,83	23,0	0,95	21,5
	irregular	90	0,83	17,9	0,93	16,8
f_{ck} (MPa)	$f_{ck} \leq 60$	39	0,84	24,8	0,94	23,4
	$60 < f_{ck} \leq 90$	75	0,84	16,1	0,93	15,3
	$90 < f_{ck} \leq 120$	15	0,80	19,2	0,92	18,0
Total		129	0,83	19,0	0,93	18,0
Adotando valores de projeto para as propriedades dos materiais						
Total		129	0,60	22,1	0,64	19,0

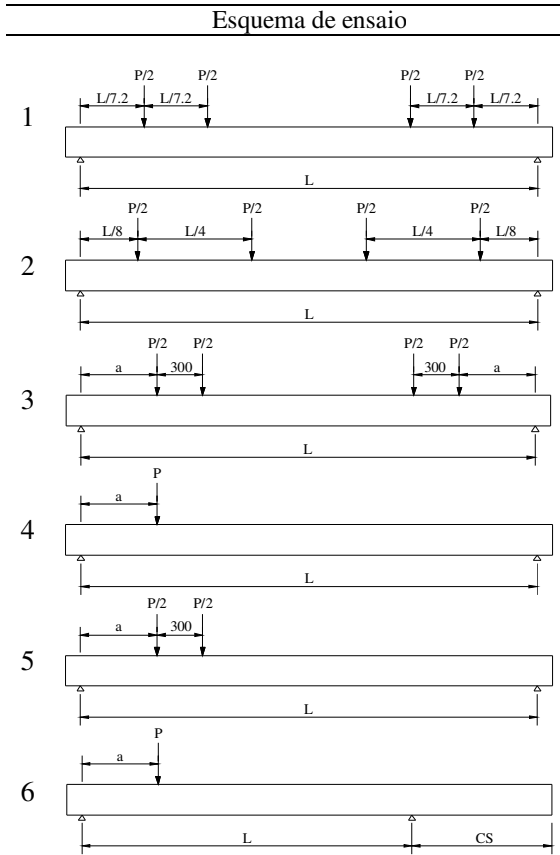


Figura 6-24 – Esquemas de ensaio. Unidades em mm. (BERTAGNOLI; MANCINI, 2009)

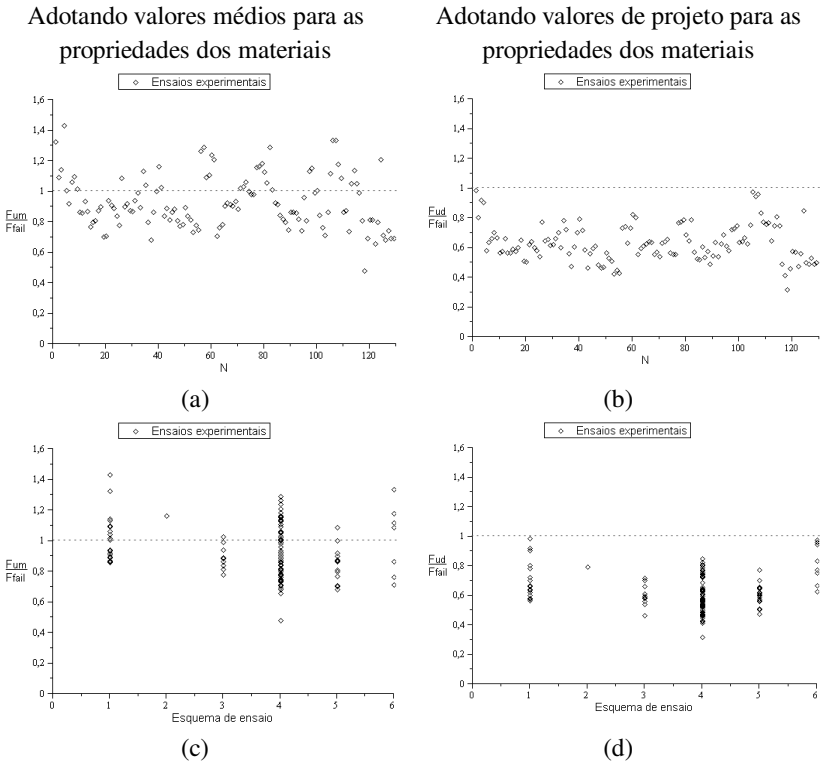
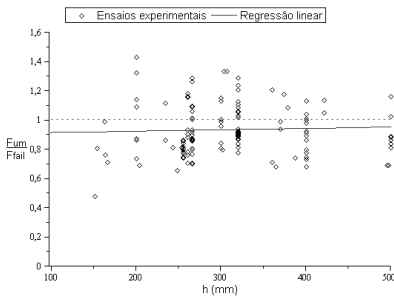


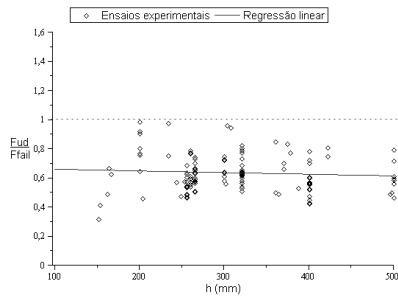
Figura 6-25 – Representação gráfica dos resultados. No eixo vertical: (a)-(c) Relação entre a carga última analítica (F_u) e a carga última de ensaio (F_{fail}); (b)-(d) Relação entre a carga última de cálculo (F_{ud}) e a carga última de ensaio (F_{fail}). No eixo horizontal: (a)-(b) número do ensaio (conforme anexo); (c)-(d) esquema de ensaio (conforme Figura 6-24)

Adotando valores médios para as propriedades dos materiais

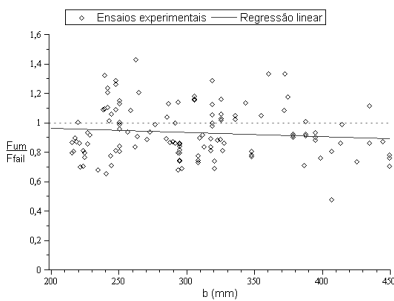


(a)

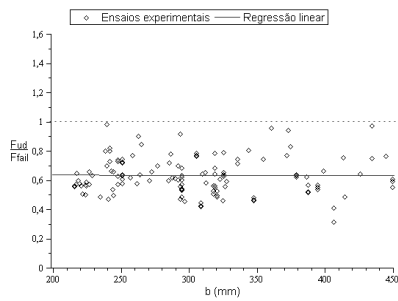
Adotando valores de projeto para as propriedades dos materiais



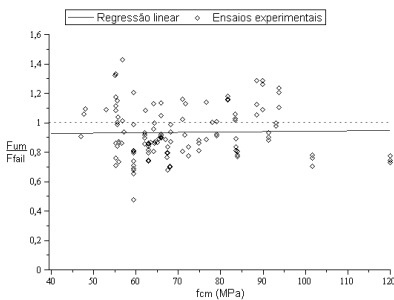
(b)



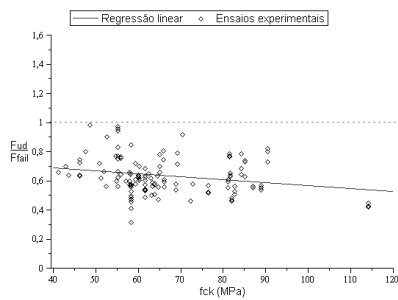
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 6-26 – Representação gráfica dos resultados. No eixo vertical: (a)-(c)-(e) Relação entre a carga última analítica (F_u) e a carga última de ensaio (F_{fail}); (b)-(d)-(f) Relação entre a carga última de cálculo (F_{ud}) e a carga última de ensaio (F_{fail}). No eixo horizontal: (a)-(b) altura da laje; (c)-(d) largura mínima; (e)-(f) resistência do concreto

Com o mesmo banco de dados, Bertagnoli e Mancini (2009), utilizando um procedimento muito complexo, obtiveram valores médios de 0,89 e 0,58 com coeficientes de variação de 25% e 22%, respectivamente, para análise com valores médios e com valores de projeto.

A Tabela 6-10 mostra os resultados de três lajes do mesmo banco de dados e adotadas nas análises numéricas do Capítulo 5 desta tese, também comparadas com a CSA A23.3: 2004 e a metodologia proposta. Neste caso, os procedimentos adotados também obtiveram boa concordância.

Tabela 6-10 – Comparação entre os resultados numéricos, analíticos e experimentais

Laje	Ensaio		CSA		Metodologia proposta			Modelos numéricos	
	F _{cr} : kN	F _{fail} : kN	ϵ_x (‰)	F _{um} /F _{fail}	ϵ_x (‰)	F _{um} /F _{fail}	F _{cr} : kN	ϵ_x (‰)	F _{um} /F _{fail}
33.200	81	108	-0,031	1,05	-0,014	1,09	96	-0,085	1,04
109.265	-	178	-0,077	0,97	-0,064	1,00	-	-0,083	1,06
148.320	223	238	-0,088	0,83	-0,060	0,91	214	-0,091	0,98

A Figura 6-27 apresenta dois gráficos para comparação entre os valores do coeficiente β , definido na Equação (6-25), calculados com os dois modelos analíticos discutidos neste item. Como o procedimento da CSA A23.3: 2004 não faz menção ao momento de fissuração, diferente da metodologia proposta, as maiores diferenças são encontradas nas lajes com baixas tensões de compressão na fibra inferior, como mostra a figura.

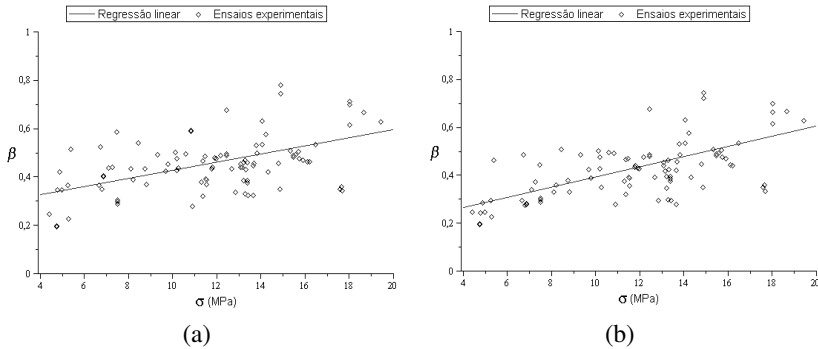


Figura 6-27 – Representação gráfica dos resultados: no eixo vertical, coeficiente β , no eixo horizontal, tensão na fibra inferior da laje devido à protensão na seção analisada. (a) Metodologia proposta; (b) CSA A23.3: 2004

6.4.7 Casos usuais de projeto

Usualmente as lajes alveolares são empregadas com cargas uniformemente distribuídas e com grandes valores da relação L/h (Figura 6-28), onde as tensões nos estados limites de serviço são normalmente as situações críticas. Entretanto, devido às características da seção transversal das lajes alveolares, o comportamento nos estados limites últimos é diferente dos casos de lajes de concreto com seção maciça. Para as lajes alveolares, os limites devido a resistência à força cortante e ao momento fletor estão próximos.

Esse comportamento pode ser mais bem compreendido com o auxílio das curvas de máxima carga uniformemente distribuída que cada seção permite nos estados limites últimos, devido ao momento fletor e à força cortante. A Figura 6-29 mostra as curvas para três diferentes seções e várias relações L/h . As seções transversais utilizadas são as mesmas adotadas na análise não linear apresentada no Capítulo 5 desta tese, com a nomenclatura VTT 33.200, VTT 109.265 e VTT 148.320 (Pajari, 2005). As linhas contínuas nos gráficos representam a carga máxima em cada seção limitada pela resistência à força cortante e as linhas pontilhadas, pelo momento fletor. Os resultados são apresentados para metade da estrutura, tirando proveito de sua simetria. Nos gráficos, o final do comprimento de transmissão é indicado, como também as descontinuidades devido às fissuras de flexão. Os pontos V1, V2, V3, V4 e M1, M2, M3, M4 representam respectivamente a carga máxima

permitida pela resistência à força cortante e pelo momento fletor resistente para as relações L/h de 20, 25, 30 e 35. A seção crítica para o momento, em todos os casos, ocorre no meio do vão; ao contrário, as seções críticas para a resistência à força cortante estão a uma distância d_v da face do apoio, exceto para as relações L/h iguais a 30 e 35 da laje VTT 148.320. Neste caso, os valores críticos estão adjacentes à fissura de flexão mais próxima ao apoio, mostrando que a seção de verificação proposta na metodologia está apropriada.

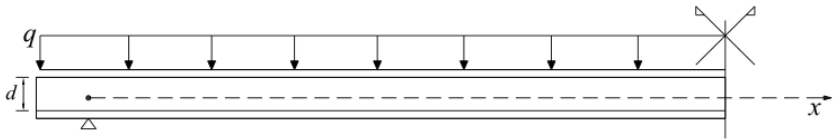
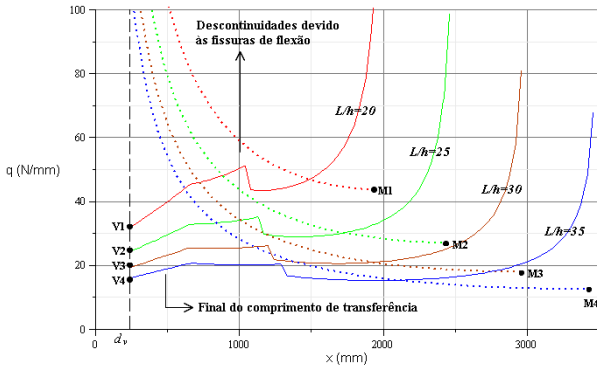
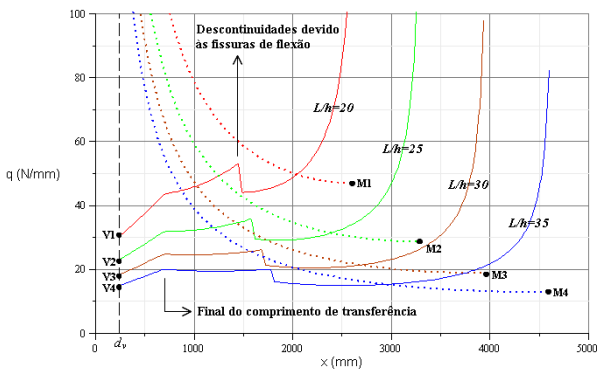


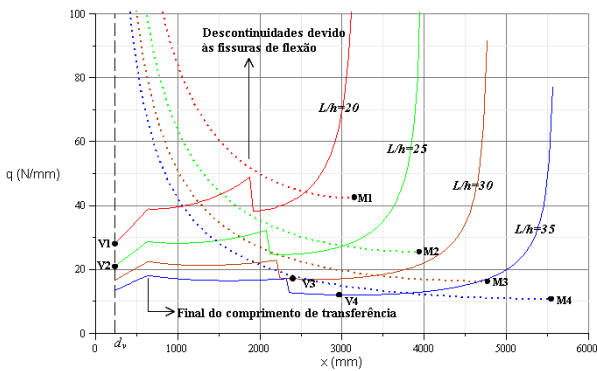
Figura 6-28 – Orientação do eixo x e esquema de carregamento



(a)



(b)



(c)

Figura 6-29 – Carga uniformemente distribuída máxima limitada pela resistência à força cortante (linha contínua) e pelo momento fletor (linha pontilhada): (a) VTT 33.200; (b) VTT 109.265; (c) VTT 148.320

7 IMPLEMENTAÇÕES COMPUTACIONAIS

7.1 INTRODUÇÃO

As pesquisas apresentadas nesta tese foram auxiliadas pelo programa computacional PROTENLAJE, desenvolvido inicialmente pelo autor durante sua dissertação de mestrado (ARAUJO, 2007) e ampliado com novas rotinas geradas durante a fase de desenvolvimento desta tese de doutorado.

Em sua primeira versão (ARAUJO, 2007), o programa era capaz de analisar, dimensionar, detalhar e verificar estruturas protendidas (vigas ou lajes biapoiadas), sem a utilização da capa de concreto, submetida a cargas verticais. Em síntese, a nova versão apresentada nesta tese traz como principais modificações: a possibilidade de trabalhar com estruturas hiperestáticas; a inclusão da seção composta; a consideração dos efeitos construtivos; a redistribuição de esforços no estado limite último. Nos próximos subitens serão explicadas todas as etapas atuais do programa.

7.2 DADOS DE ENTRADA

A entrada de dados do programa deve ser feita através de arquivos ANSI com extensão PTD. Com esse arquivo, o usuário informará ao programa os 64 dados necessários para o processamento da estrutura. Caso o modelo do arquivo-texto não esteja no formato correto em algum ponto, o *software* interpretará como erro na entrada de dados. Tal procedimento evita a entrada incorreta de dados no programa, o que poderia acarretar uma análise incorreta da estrutura. Todos os dados são identificados com o devido título, que fornece as opções disponíveis para cada caso. O Quadro 7-1 apresenta as variáveis do arquivo de entrada e a Figura 7-1 o formulário inicial do programa. É válido observar que na entrada de dados foram admitidas quatro etapas construtivas, características das lajes alveolares: aplicação da protensão (t_0), aplicação da capa de concreto (t_{1A}), aplicação do revestimento (t_{1B}) e tempo final de análise (t_2). Entretanto, a formulação adotada no programa está aberta para o número de etapas necessárias para outro tipo de estrutura, então poderá facilmente ser adaptada.

Quadro 7-1 – Dados do arquivo de entrada

Títulos do arquivo de entrada	
Número de vãos	Número de faixas para o cálculo do $M \times l/r$
Comprimento (m)	Número de trapézios na seção
Tipo de seção (R T)	Base superior e inferior de cada trapézio
Momento de inércia (m4)	Altura de cada trapézio
Momento resistente superior (m3)	Distância da base da seção até o topo de cada trapézio
Momento resistente inferior (m3)	Dist. em x do vértice sup. esquerdo até o inf. esquerdo
Área de concreto (m2)	Coefficiente de ponderação para resistência do concreto
Numero de Seções	Coefficiente de ponderação para resistência do aço
Altura(m)	Coefficiente de ponderação para carga de longa duração
g1 (kN/m)	Comprimento de apoio (apoio 1 e apoio 2 em metros)
g2 (kN/m)	Altura da capa (m)
g3 (kN/m)	Base da capa (m)
q (kN/m)	f_{ck} da capa (MPa)
Coefficientes de ponderação (γ_{g1} γ_{g2} γ_{g3} γ_{gq})	Abatimento do Tronco de Cone do concreto da capa (cm)
Resistência característica do concreto (MPa)	Coefficiente de rugosidade (indicação da FIP(1998))
Tempo de protensão (dias) t0	Número de camadas de armadura passiva
Instante de aplicação da capa (dias) t1A	Altura da camada passiva em relação a base da seção (m)
Instante de aplicação do revestimento (dias) t1B	Área da armadura passiva (m2)
Tempo final de análise (dias) t2	Módulo de elasticidade da armadura passiva (kN/m2)
Perda estimadas	Número de camadas de armadura passiva em cada apoio
Coefficiente de ponderação (Psi1)	Altura da camada passiva negativa (m)
Coefficiente de ponderação (Psi2)	Área da armadura passiva negativa (m2)
Tipo de protensão (completa ou limitada)	Módulo de elasticidade da armadura passiva (kN/m2)
Posição centro de gravidade (m)	Comprimento arm. passiva negativa antes do apoio (m)

Quadro 7-1 – Dados do arquivo de entrada (cont.)

Títulos do arquivo de entrada	
Excentricidade da armadura inferior (m)	Comprimento armadura passiva negativa após o apoio (m)
Excentricidade da armadura superior (m)	Comprimento de cada continuidade (m)
Relação entre a protensão superior e inferior	Coefficiente de expansão térmica do concreto (por °C)
Umidade do ar (%)	Coefficiente de expansão térmica do aço (por °C)
Perímetro em contato com o ar (m)	Temperatura na face superior do elemento (em °C)
Abatimento do tronco de cone (cm)	Temperatura na face inferior do elemento (em °C)
Tipo de Cimento (CP1 CP2 CP3 CP4 CP5)	Altura de inversão da curva de temperatura (m)
Liberação da protensão (gradual ou não)	Temperatura no ponto de inversão (em °C)

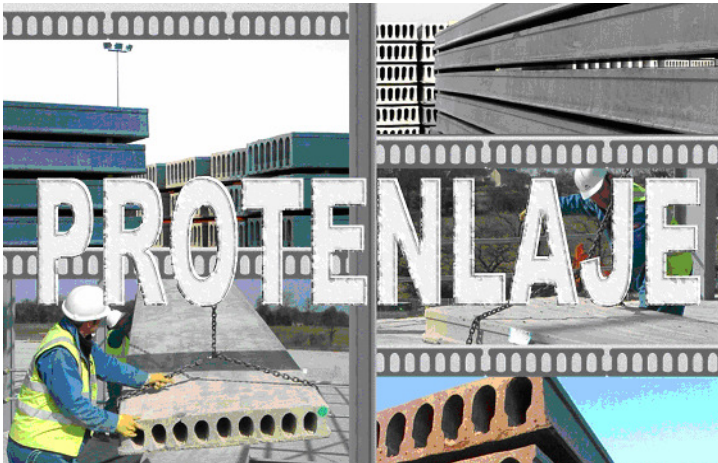
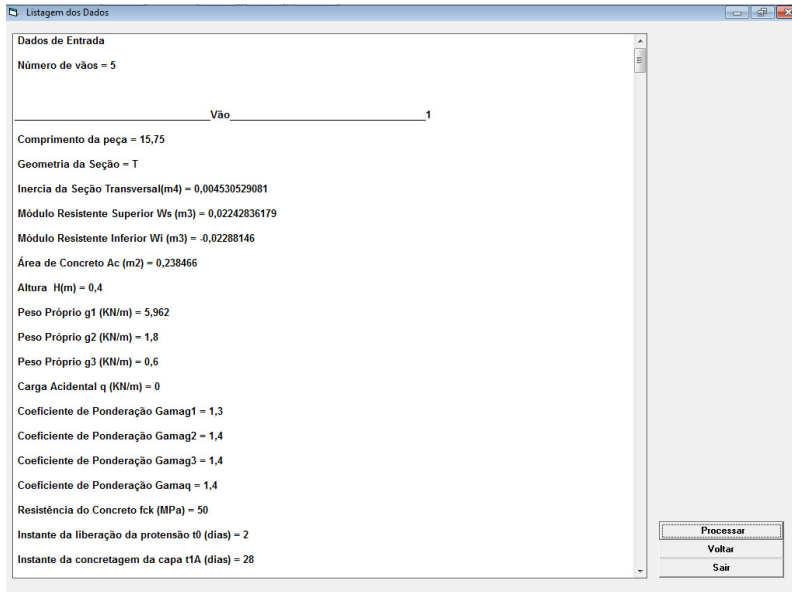


Figura 7-1 – Formulário inicial do programa

Após a escolha e leitura do arquivo-texto, o programa apresenta os dados lidos em um formulário com uma caixa de texto (Figura 7-2), onde o usuário poderá conferir os dados digitados no arquivo-texto e efetuar eventuais alterações.



Dados de Entrada

Número de vãos = 5

Vão _____ 1

Comprimento da peça = 15,75

Geometria da Seção = T

Inercia da Seção Transversal(m⁴) = 0,004530529081

Módulo Resistente Superior W_s (m³) = 0,02242836179

Módulo Resistente Inferior W_i (m³) = -0,02288146

Área de Concreto A_c (m²) = 0,238466

Altura H(m) = 0,4

Peso Próprio g₁ (KN/m) = 5,962

Peso Próprio g₂ (KN/m) = 1,8

Peso Próprio g₃ (KN/m) = 0,6

Carga Acidental q (KN/m) = 0

Coefficiente de Ponderação Gamag₁ = 1,3

Coefficiente de Ponderação Gamag₂ = 1,4

Coefficiente de Ponderação Gamag₃ = 1,4

Coefficiente de Ponderação Gamaq = 1,4

Resistência do Concreto f_{ck} (MPa) = 50

Instante da liberação da protensão t₀ (dias) = 2

Instante da concretagem da capa t_{1A} (dias) = 28

Processar

Voltar

Sair

Figura 7-2 – Formulário de listagem de dados de entrada

7.3 TENSÕES ADMISSÍVEIS NO CONCRETO

Com os dados de entrada, já é possível calcular as tensões admissíveis no concreto nas etapas construtivas e de utilização da peça protendida e da capa de concreto moldada no local. Todos os cálculos foram agrupados em uma só rotina, que apresenta as seguintes tensões limites, de acordo com a NBR 6118:2004:

- Tensão admissível de compressão para o ato da protensão;
- Tensão admissível de tração para o ato da protensão;
- Tensão admissível para o estado limite de compressão excessiva;
- Tensão admissível para o estado limite de descompressão;
- Tensão admissível para o estado limite de fissuração.

A definição dos estados limites e suas aplicações no programa podem ser encontradas em Araujo (2007).

7.4 ESCOLHA DA AMADURA DE PROTENSÃO

O programa fornece ao usuário a escolha do tipo de aço por meio de um formulário (Figura 7-3) que contém os tipos de fios e cordoalhas disponibilizados nas normas NBR 07482:1991 e NBR 07483:2005, respectivamente.

O formulário ainda apresenta o número de fios (ou cordoalhas) necessários para a protensão estimada e a diferença entre a área necessária e a área adotada; assim, o usuário pode facilmente identificar a solução mais econômica e adequada. O programa faz um pré-dimensionamento do aço de protensão para armadura dupla, em função da relação entre a área de aço da camada superior e a área de aço da camada inferior. A alternativa de pré-dimensionamento adotada neste trabalho é a definição da protensão necessária através da verificação de tensão na fibra inferior, testando-se as duas combinações de serviço exigidas para a verificação dessa fibra. Neste trabalho são estudadas lajes com protensão completa e limitada e, portanto, são utilizadas as hipóteses do Estádio I para a determinação das tensões. No caso das estruturas hiperestáticas, devido a seu comportamento complexo ao longo do tempo, o programa adota como primeira estimativa a armadura necessária da estrutura como isostática. Então, o usuário deverá fazer iterações manuais de processamento para encontrar a melhor solução para o seu caso.

O usuário do programa poderá adotar qualquer número de camadas e qualquer tipo de aço oferecido pelas normas supracitadas. No caso da utilização de armaduras com bitolas diferentes na mesma altura de camada, o usuário deverá informar a armadura como duas camadas distintas utilizando a mesma excentricidade.

Escolha de Fio ou Cordoalha

Código	Designação	A Nom.(mm ²)	Tração(MPa)	Núm.fios Sup	Delta S(mm ²)	Núm.fios Inf	Delta I(mm ²)
001	CP.150 RN 8	50,3	1500	000	0,00	024	22,52
002	CP.160 RN 8	50,3	1600	000	0,00	024	22,52
003	CP.150 RN 7	38,5	1500	000	0,00	031	8,82
004	CP.160 RN 7	38,5	1600	000	0,00	031	8,82
005	CP.150 RN 6	28,3	1500	000	0,00	042	3,92
006	CP.160 RN 6	28,3	1600	000	0,00	042	3,92
007	CP.150 RN 5	19,6	1500	000	0,00	061	10,92
008	CP.160 RN 5	19,6	1600	000	0,00	061	10,92
009	CP.160 RN 4	12,6	1600	000	0,00	095	12,32
010	CP.170 RN 4	12,6	1700	000	0,00	095	12,32
011	CP.150 RB 8	50,3	1500	000	0,00	024	22,52
012	CP.160 RB 8	50,3	1600	000	0,00	024	22,52
013	CP.150 RB 7	38,5	1500	000	0,00	031	8,82
014	CP.160 RB 7	38,5	1600	000	0,00	031	8,82
015	CP.150 RB 6	28,3	1500	000	0,00	042	3,92
016	CP.160 RB 6	28,3	1600	000	0,00	042	3,92
017	CP.150 RB 5	19,6	1500	000	0,00	061	10,92
018	CP.160 RB 5	19,6	1600	000	0,00	061	10,92
019	CP.160 RB 4	12,6	1600	000	0,00	095	12,32
020	CP.170 RB 4	12,6	1700	000	0,00	095	12,32

Fios de aço de acordo com a NBR 7482:1991

Código	Designação	A Nom.(mm ²)	Carga Rup(MPa)	Núm.Cord. Sup	Delta S(mm ²)	Núm.Cord. Inf	Delta I(mm ²)
021	CP.190 RB 9,5	56,2	1900	000	0,00	022	51,72
022	CP.190 RB 12,7	100,9	1900	000	0,00	012	26,12
023	CP.190 RB 15,2	143,4	1900	000	0,00	009	105,52
024	CP.210 RB 9,5	56,2	2100	000	0,00	022	51,72
025	CP.210 RB 12,7	100,9	2100	000	0,00	012	26,12
026	CP.210 RB 15,2	143,4	2100	000	0,00	009	105,52

Cordoalhas de aço de acordo com a NBR 7483:2004

EDITOR DE CAMADA EDITOR DE ARMADURA Protensão superior = 0,00 KN Protensão inferior = 947,75 KN

Número: CP.190 RB 9,5 cordoalha Curvas Limites

Atualizar Atualizar 01 Excentricidade ECONOMICO VBo: 0K

m Código 05 1 Voltar

Figura 7-3 – Formulário de escolha do aço de protensão

7.5 GRÁFICO DO NÚMERO MÍNIMO E MÁXIMO DE FIOS OU CORDOALHAS

O gráfico do número de fios em cada seção transversal permite um pré-lançamento da armadura ativa pelo usuário do programa. Permite igualmente ao usuário analisar a seção transversal da peça, uma vez que curva de máximo e mínimo muito perto pode significar que a seção tem pouca folga, podendo apresentar problemas no detalhamento da peça. Essas rotinas são úteis para o detalhamento de vigas protendidas que necessitam de interrupção de alguns cabos de protensão antes do apoio.

O número mínimo de cabos é calculado através da força de protensão estimada com as combinações de ações necessárias para cada caso. O número máximo de fios também é calculado através da força de protensão estimada, aplicada com os carregamentos atuantes no ato da protensão para a fibra superior. Independente da hiperestaticidade da estrutura, a protensão estimada é calculada para estruturas isostáticas.

A Figura 7-4 expõe o formulário onde são traçadas as curvas de mínimo e máximo de fios. As retas verticais traçadas em cinza

representam as seções transversais analisadas, e as retas horizontais, os fios (ou cordoalhas) da camada em análise. A escala horizontal é propositalmente diferente da escala vertical. O gráfico é limitado ao número máximo de duas camadas.

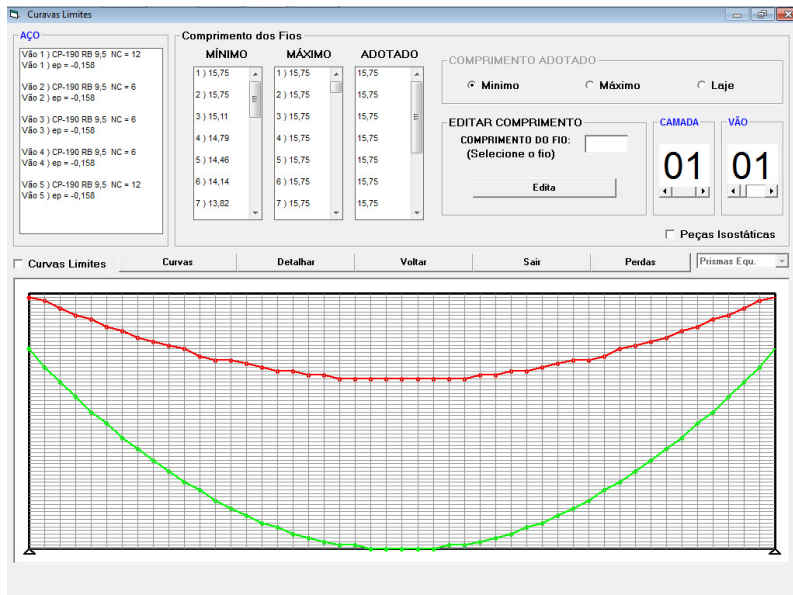


Figura 7-4 – Formulário para o gráfico do número mínimo e máximo de fios ou cordoalhas

7.6 DETALHAMENTO DOS FIOS OU CORDOALHAS

O detalhamento dos fios (ou cordoalhas) pode ser realizado de forma automática ou manual. O detalhamento automático apresenta três opções: detalhamento mínimo, detalhamento máximo e detalhamento laje. A opção “mínimo” detalha os fios (ou cordoalhas), acompanhando a curva do número mínimo de fios; analogamente, a opção “máximo” acompanha a curva de máximo. A última opção, “laje”, detalha os fios em toda a extensão da viga, sendo uma boa opção para a produção em pistas de protensão.

Para o cálculo de cada comprimento, foi desenvolvida uma rotina de interpolação linear que calcula o ponto de interseção do fio (ou cordoalha) com a curva requerida. A Figura 7-5 mostra os elementos

utilizados para realizar a interpolação. Nessa figura pode-se observar que os pontos 1 e 2 apresentam coordenadas conhecidas, uma vez que estão sobre seções transversais. Então os comprimentos dos fios 1 e 3 são conhecidos. Já o comprimento do fio 2 terá de ser calculado através de uma interpolação linear que fornecerá as coordenadas do ponto de interseção, possibilitando assim calcular o comprimento do fio.

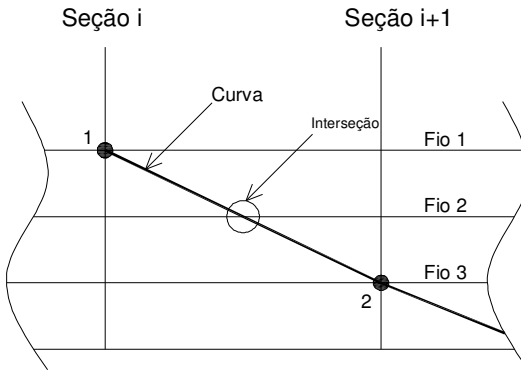


Figura 7-5 – Detalhe da interpolação dos fios

Logo após o cálculo do comprimento mínimo dos fios (ou cordoalhas), procede-se ao cálculo do comprimento de ancoragem necessário para fios ancorados no vão. O cálculo do comprimento de ancoragem é realizado pelo programa de acordo com a NBR 6118:2004.

O detalhamento máximo é análogo ao detalhamento mínimo; porém, sua utilização auxiliará apenas na análise da seção transversal, uma vez que no detalhamento espera-se sempre encontrar uma solução econômica.

7.7 DIAGRAMAS DE ESFORÇOS E TENSÕES AO LONGO DO TEMPO

Com os dados de entrada e armaduras definidas, o programa está apto para processar a estrutura. As verificações dos estados limites de serviço, geralmente as mais críticas nos projetos das lajes alveolares, são realizadas antes das verificações dos estados limites últimos. Isso já ocorria nas versões anteriores do programa.

Para as análises viscoelásticas, o programa PROTENLAJE permite ao usuário optar por três modelos reológicos de projeto,

indicados pelas normas NBR 6118:2004 (Anexo A), CEB-FIP *Model Code* (1978) e CEB-FIP *Model Code* (1990). A Figura 7-6 apresenta o formulário de comparação dos modelos, onde se pode observar o desenvolvimento ao longo do tempo do módulo de elasticidade, coeficiente de envelhecimento, coeficiente de retração e coeficiente de fluência. O coeficiente de envelhecimento é calculado através da função de relaxação do concreto com um processo passo a passo, adaptado de Ghali e Favre (1986).

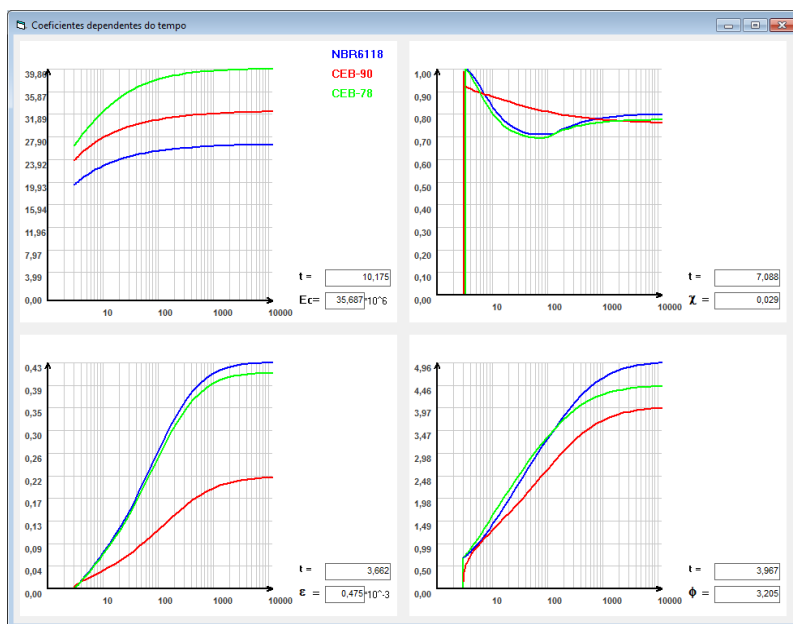


Figura 7-6 – Formulário com a comparação dos modelos da NBR 6118:2004, CEB-FIP Model Code (1978) e CEB-FIP Model Code (1990)

A partir da definição dos coeficientes dependentes do tempo, para os intervalos previamente definidos, a estrutura é analisada com a utilização da formulação do método geral do coeficiente característico de envelhecimento, com o emprego do método das forças para análise da estrutura e do método das faixas para a análise das seções – como abordado no Capítulo 3 desta tese. Com o programa, o usuário poderá obter os resultados de análise nas seguintes parcelas:

- Peso próprio da laje (g_1) na estrutura isostática;
- Peso próprio da capa (g_2) na estrutura isostática;
- Carga de construção na estrutura (q_c) isostática;
- Cargas permanentes restantes (g_3) na estrutura hiperestática;
- Carga de utilização (q) na estrutura hiperestática;
- Força de protensão no tempo t_0 ;
- Força de protensão no tempo t_{1A} ;
- Força de protensão no tempo t_{1B} ;
- Força de protensão no tempo t_2 ;
- Efeitos da retração do concreto;
- Esforços hiperestáticos gerados por g_1 ;
- Esforços hiperestáticos gerados por g_2 ;
- Esforços hiperestáticos gerados pela protensão;
- Esforços hiperestáticos gerados pela retração;
- Esforços hiperestáticos gerados pela variação da temperatura diferencial;
- Combinação dos esforços no tempo t_0 ;
- Combinação dos esforços no tempo t_{1A} ;
- Combinação dos esforços no tempo t_{1B} ;
- Combinação dos esforços no tempo t_2 ;
- Combinação dos esforços no tempo t_2 (sem protensão);

Os resultados de análise podem ser obtidos de forma numérica – exportando para planilhas eletrônicas XLS – ou de forma gráfica, em diagramas de esforços internos e em diagramas de distribuição de tensões normais na seção transversal, como mostra a Figura 7-7. As tensões normais nas fibras superiores e inferiores do elemento pré-moldado e da capa de concreto ainda podem ser visualizadas de forma gráfica ao longo da estrutura (Figura 7-8).

As tensões cisalhantes entre a capa e o elemento pré-moldado, assim como as suas parcelas de redistribuição de tensões ao longo do tempo, também são apresentadas graficamente ao longo da estrutura, como indicado na Figura 7-9.

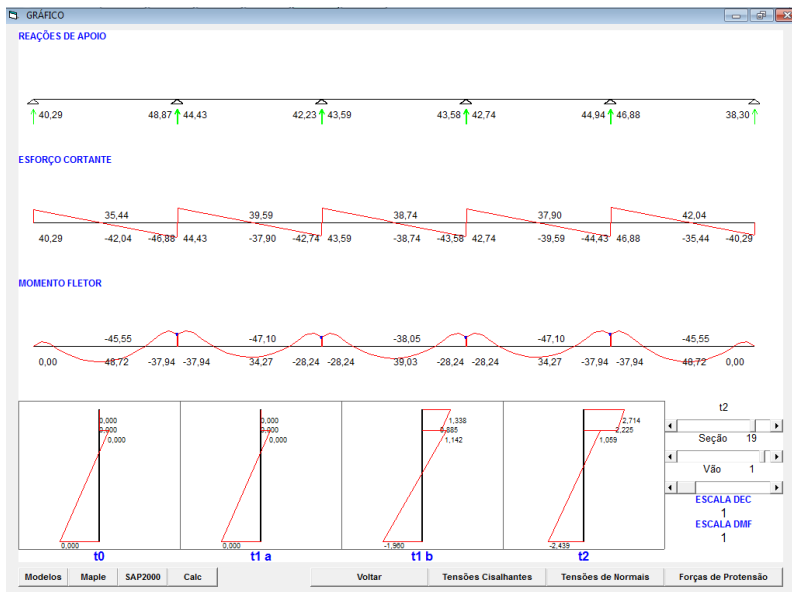


Figura 7-7 – Formulário com os diagramas de esforços internos e distribuição de tensões nas seções transversais

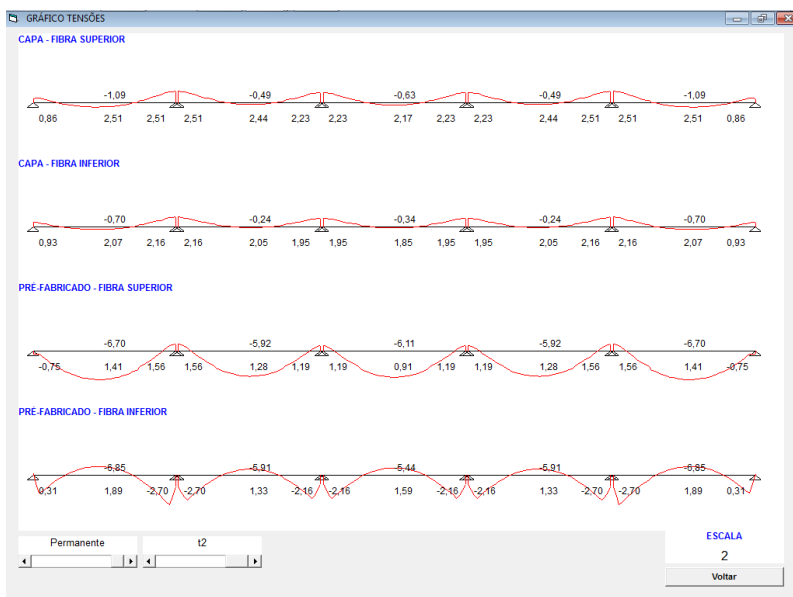


Figura 7-8 – Distribuição de tensões normais ao longo da estrutura

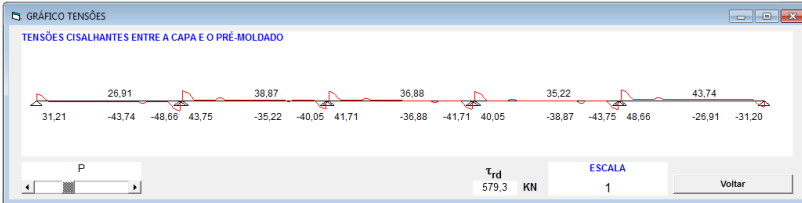


Figura 7-9 – Formulário com a verificação de tensões cisalhantes entre a capa de concreto e o elemento pré-moldado ao longo da estrutura

7.8 CÁLCULO DAS PERDAS DE PROTENSÃO

Após a análise das tensões da estrutura ao longo do tempo, pode-se fazer o cálculo das perdas de protensão, que para este caso são apresentadas como perdas imediatas (devido ao encurtamento elástico e à relaxação da armadura na pista) e perdas progressivas, decorrentes dos efeitos dependentes do tempo.

As perdas imediatas devido ao encurtamento elástico são calculadas em regime elástico, considerando a seção transversal da peça homogeneizada e o módulo de elasticidade apropriado à data de protensão, corrigido, se houver cura térmica. As perdas progressivas são calculadas com os resultados da análise das seções transversais ao longo do tempo, como abordado no Capítulo 3.

Os valores das perdas de protensão são analisados por meio de um formulário que apresenta todo o histórico de protensão da peça (Figura 7-10). O programa também fornece um gráfico das forças de protensão ao longo da peça, onde podem ser observadas as perdas de protensão (Figura 7-11).

Valores de Protensão com Perdas

Protensão P1	Protensão P0	Protensão P1	Protensão P2	Perdas Imed. (%)	Perdas t0-t1 (%)	Perdas t1-t2 (%)
1) 0,00000	1) 0,00000	1) 0,00000	1) 0,00000	1) 0,18251	1) 0,25486	1) 1,41928
2) 324,87678	2) 318,82958	2) 312,49977	2) 294,37198	2) 1,92294	2) 1,92380	2) 5,80090
3) 649,75356	3) 625,86994	3) 604,10367	3) 561,11892	3) 1,56111892	3) 1,47776	3) 7,11546
4) 674,40000	4) 650,64812	4) 628,32713	4) 586,43797	4) 1,352193	4) 1,327688	4) 6,81588
5) 674,40000	5) 652,65062	5) 633,37236	5) 592,76164	5) 1,22497	5) 1,295387	5) 6,41182
6) 674,40000	6) 654,95993	6) 637,22026	6) 598,75993	6) 1,24249	6) 1,264845	6) 6,03564
7) 674,40000	7) 656,36315	7) 640,87083	7) 604,43284	7) 1,267450	7) 1,236033	7) 5,69570
8) 674,40000	8) 658,07278	8) 644,32408	8) 609,78037	8) 1,242100	8) 1,208924	8) 5,36123
9) 674,40000	9) 659,68471	9) 647,57939	9) 614,80252	9) 1,218198	9) 1,183492	9) 5,06153
10) 674,40000	10) 661,19895	10) 650,63898	10) 619,49928	10) 1,195745	10) 1,159715	10) 4,79596
11) 674,40000	11) 662,81549	11) 653,49984	11) 623,87087	11) 1,174741	11) 1,137571	11) 4,53392
12) 674,40000	12) 663,93435	12) 656,16377	12) 627,91688	12) 1,155185	12) 1,117038	12) 4,30488
13) 674,40000	13) 665,15551	13) 658,63038	13) 631,63731	13) 1,137077	13) 1,098099	13) 4,09836
14) 674,40000	14) 667,27897	14) 660,89895	14) 635,03295	14) 1,120419	14) 1,080737	14) 3,91392
15) 674,40000	15) 667,30475	15) 662,97160	15) 638,10242	15) 1,09206	15) 1,064935	15) 3,75117
16) 674,40000	16) 668,23283	16) 664,84621	16) 640,94691	16) 1,01447	16) 1,050680	16) 3,63975
17) 674,40000	17) 669,06322	17) 666,52350	17) 643,26601	17) 1,079134	17) 1,037969	17) 3,48937
18) 674,40000	18) 669,79592	18) 668,00347	18) 645,39574	18) 1,068269	18) 1,027671	18) 3,38976
19) 674,40000	19) 670,43092	19) 668,28610	19) 647,12809	19) 0,58953		
20) 674,40000	20) 670,98823	20) 670,37141	20) 648,87105	20) 0,50886		
21) 674,40000	21) 671,40785	21) 671,29939	21) 649,68864	21) 0,44368		

Gráfico Perdas
Verificação
Vôlar
Sair

VÃO: 01

Figura 7-10 – Formulário de perdas de protensão nas seções analisadas



Figura 7-11 – Formulário com o gráfico das forças de protensão ao longo da peça



7.9 VERIFICAÇÃO DE TENSÕES

O comportamento complexo ao longo do tempo do tipo de estrutura analisada pelo programa PROTENLAJE exige que, ao contrário das recomendações usuais de projeto propostas pelas normas, as verificações de tensões normais em serviço sejam feitas em várias fases da construção e vida útil da estrutura. Então, o programa faz a verificação automática de tensões normais, nas fibras inferiores e superiores do elemento pré-moldado e da capa de concreto, para os estados limites definidos no item 0, nos instantes pré-estabelecidos t_0 , t_{1A} , t_{1B} e t_2 . A Figura 7-12 exibe o formulário de verificação de tensões normais do programa.

Figura 7-12 – Formulário de verificação de tensões normais em serviço

7.10 VERIFICAÇÃO DE DESLOCAMENTOS

O programa PROTENLAJE calcula os deslocamentos verticais do eixo da peça em todos os tempos de análise e para todas as parcelas já citadas na visualização dos esforços internos. Os deslocamentos são obtidas da integração das curvaturas, procedimento discutido no

Capítulo 3 desta tese.

Os valores dos deslocamentos verticais são apresentados em uma tabela, organizadas pelos carregamentos correspondentes. A Figura 7-13 mostra o formulário dos deslocamentos, onde é possível visualizar as verificações e o desenho da estrutura deformada. O formulário ainda conta com uma animação gráfica da deformada.

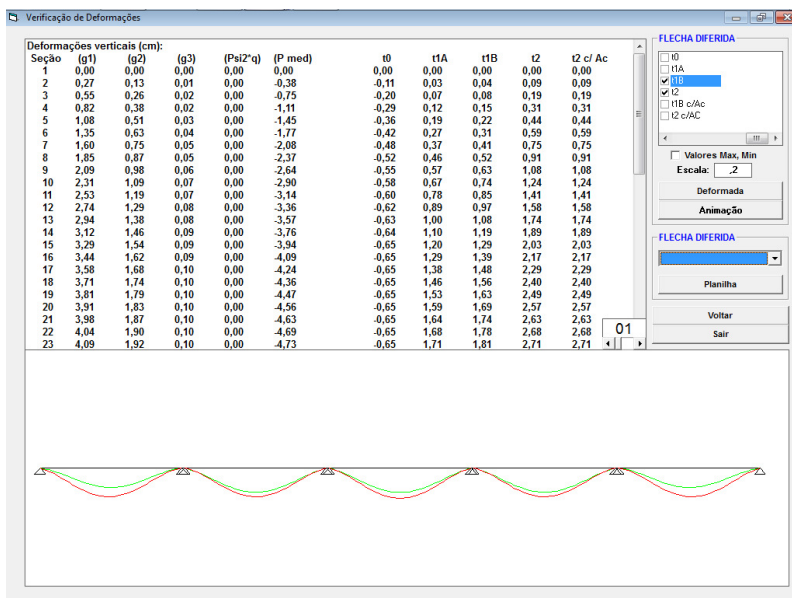


Figura 7-13 – Deslocamentos verticais ao longo da estrutura

7.11 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LÍMITES ÚLTIMOS

O programa oferece ao usuário a verificação aos estados limites últimos, devido ao momento fletor e à força cortante. O procedimento adotado para a verificação do estado limite último em virtude das solicitações normais é realizado com a comparação do último ponto do diagrama momento x curvatura com o valor do momento fletor de cálculo, admitindo a aderência perfeita entre a capa e o elemento pré-fabricado. A verificação adotada no programa é válida para qualquer tipo de seção transversal e para qualquer número de camadas de armaduras ativas.

A utilização do diagrama momento x curvatura permite ao usuário do programa obter uma visão global do comportamento da peça em todos os estágios de carregamento, além de fornecer o momento fletor último.

As rotinas para a verificação do estado limite último devido às solicitações tangenciais são válidas somente para a verificação da parcela resistente do concreto, ou seja, somente para verificação de dispensa de armadura para cisalhamento (caso das lajes alveolares), calculada de acordo com a NBR 6118:2004.

A Figura 7-14 apresenta o formulário das verificações dos estados limites últimos e do diagrama momento x curvatura. Para cada seção transversal adotada, é traçado um diagrama e são exibidas as verificações dos esforços resistentes.

Na Figura 7-15 são encontrados os valores do diagrama momento x curvatura. O formulário mostrado na figura apresenta, além dos valores numéricos, os diagramas de tensão e deformação, a seção transversal da peça e o diagrama momento x curvatura. Para atualizar essas figuras, o programa oferece uma rotina de animação, apresentando todos os valores do diagrama.

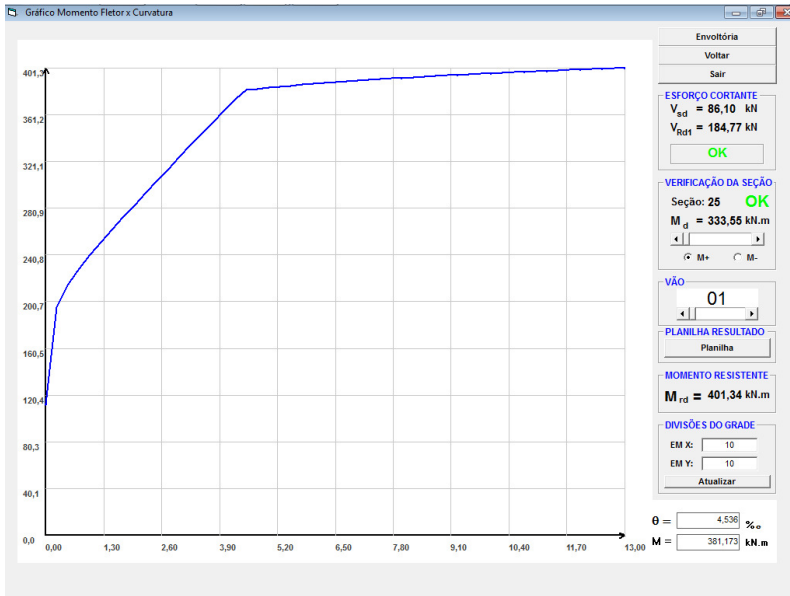


Figura 7-14 – Formulário do diagrama momento x curvatura e ELU

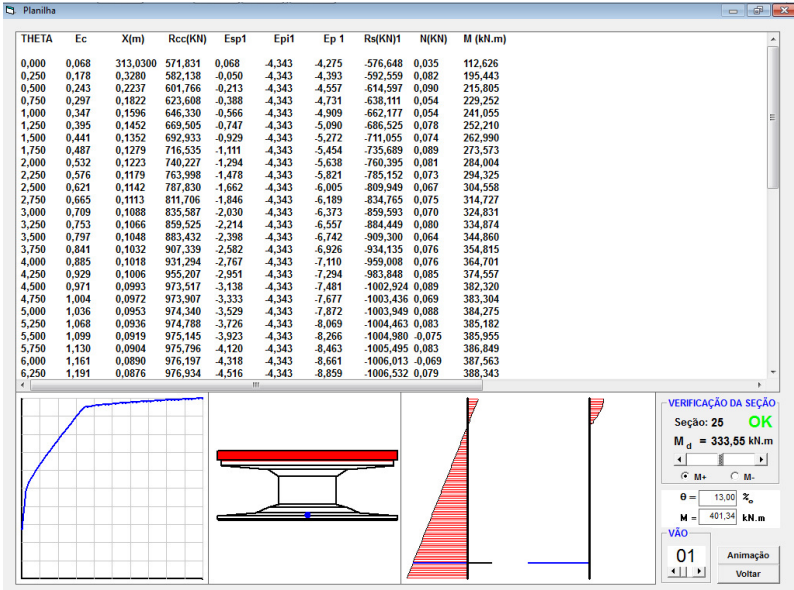


Figura 7-15 – Formulário dos resultados do diagrama momento x curvatura

7.12 ANÁLISE LINEAR COM REDISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS

As lajes alveolares, em geral, são dimensionadas no domínio dois de deformações e apresentam boa ductilidade, uma vez que a capacidade de rotação dos elementos estruturais é função da posição da linha neutra no ELU – quanto menor for x/d , maior será esta capacidade. Araujo e Loriggio (2008) mostraram que, mesmo nos casos de adição de armadura ativa superior nessas lajes – solução utilizada para resolver alguns problemas do ELS, como controle da contraflecha e limitações de tensões de tração no ato da protensão, o comportamento no ELU é pouco afetado.

Para tirar proveito da ductilidade da estrutura, o programa PROTENLAJE fornece a opção de redistribuição de esforços (Figura 7-16), os quais, após determinados na análise linear, são redistribuídos na estrutura no ELU. Para isso, as condições de equilíbrio e ductilidade (conforme a NBR 6118:2003) são atendidas. Tal procedimento não altera as verificações de ELS apresentadas.

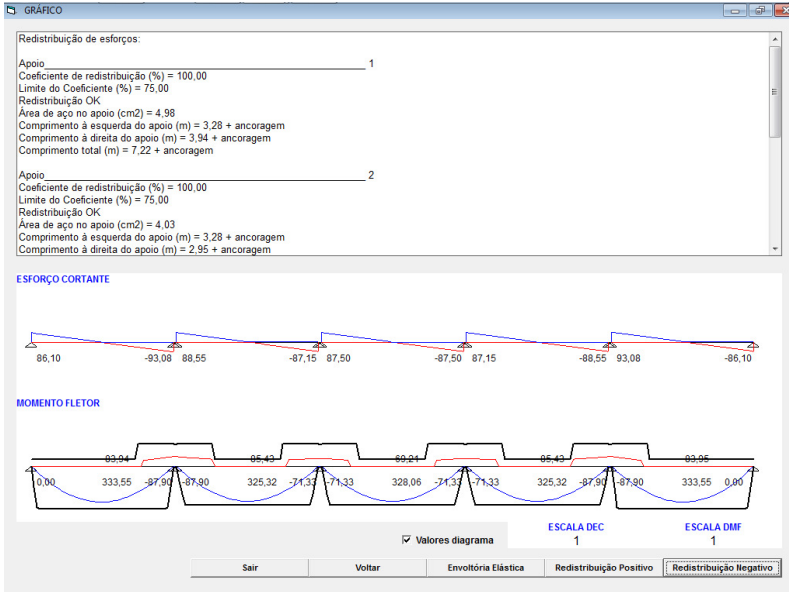


Figura 7-16 – Formulário para análise de redistribuições ao longo da estrutura

Para melhor ilustrar o procedimento do programa, adota-se como exemplo a Figura 7-17, onde as linhas paralelas ao eixo da laje são esforços resistentes. Inicialmente, o programa calcula uma envoltória elástica dos esforços (com os respectivos coeficientes de ponderação), contemplando assim todas as combinações de ações em todos os tempos. Nesse caso, observa-se que o momento fletor solicitante negativo ultrapassou o momento resistente nas seções próximas ao apoio.

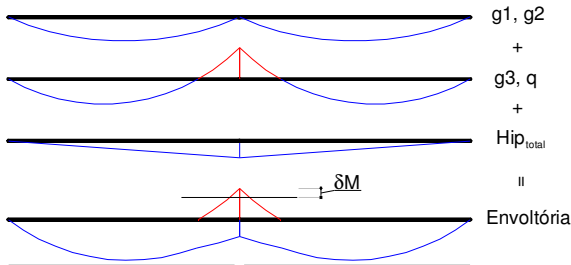


Figura 7-17 – Exemplo de redistribuição

Admitindo que essa estrutura tenha ductilidade suficiente, pode-se fazer uso de uma redistribuição de esforços, que é realizada somente para os esforços devidos a g_3 e a q (que são aplicados no sistema hiperestático). Então, o valor de δM (figura anterior) será redistribuído com sentido contrário, nos diagramas de g_3 e de q , como mostra a Figura 7-18.

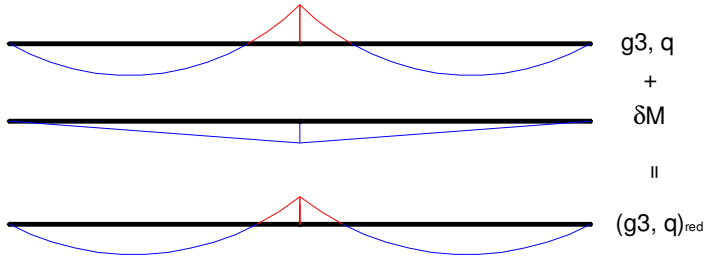


Figura 7-18 – Redistribuição de esforços devido a g_3 e q

A partir desse novo diagrama g_3 e q , é feita uma envoltória de esforços (como indica a Figura 7-19). A metodologia difere dos códigos internacionais, pois a redistribuição de esforços é feita diretamente nas ações e não nas combinações de ações. Isso é perfeitamente válido, desde que a estrutura apresente ductilidade suficiente e a hipótese de superposição de efeitos seja aceita. A vantagem do procedimento é a facilidade de implementação computacional e compreensão do problema, além de permitir o cálculo do coeficiente de redistribuição em relação ao esforço solicitante total.

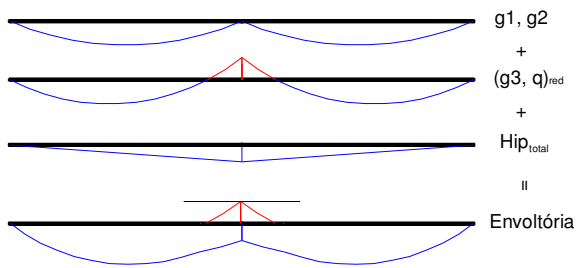


Figura 7-19 – Nova envoltória de esforços

É válido ressaltar que o coeficiente de ponderação a ser aplicado nos esforços hiperestáticos no ELU pode ser qualquer, uma vez tais esforços correspondem à fixação arbitrária de uma linha de fechamento do diagrama de momentos fletores, pois decorrem de um estado próprio de tensões e não influenciam na capacidade portante, condicionada à ductilidade da estrutura.

7.13 ANÁLISE NÃO LINEAR

Paralelo ao desenvolvimento do modelo reológico apresentado nesta tese, foram desenvolvidas rotinas adicionais, adaptáveis ao programa PROTENLAJE, para um modelo de fissuração distribuída, com a modificação das leis constitutivas dos materiais. Dada a não linearidade das leis constitutivas, também foi implementado um processo semelhante ao Newton-Raphson para a resolução da seção e para a análise no tempo, realizada com o método “passo a passo”, discretizando o tempo em subetapas, mais refinadas nos tempos iniciais e mais espaçadas nos tempos finais. Outras alterações, como a utilização de eixos de referência não coincidente com o centro de gravidade da seção, já estão parcialmente desenvolvidas. Tais rotinas, devido à complexidade da formulação, ainda necessitam de testes e ajustes finais para serem empregadas; entretanto, poderão ser utilizadas em trabalhos futuros de outros elementos estruturais.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O escopo deste trabalho foi a avaliação do comportamento de lajes alveolares protendidas, em que várias dificuldades pertinentes aos projetos dessas lajes foram abordadas. A metodologia utilizada neste trabalho para a análise reológica permitiu a análise de barras considerando o comportamento dependente do tempo do concreto e do aço por meio das funções de relaxação. Com isso, foi possível analisar os efeitos construtivos e o comportamento das lajes alveolares em várias etapas de sua vida útil. Em todas essas etapas não foi evidenciada a necessidade da utilização de modelos que contemplassem a fissuração do concreto nos estados limites de serviço.

As análises dos resultados mostraram que a utilização de continuidade em lajes alveolares em projeto mostrou-se ser uma solução eficiente, mas requer verificações de projeto adicionais devido ao processo construtivo, de modo similar ao caso de projetos de viadutos (CAMARA; HIPÓLITO, 2006). A avaliação apropriada da protensão dos vãos internos e externos é importante para um projeto eficiente de estruturas contínuas. Como mostrado nos exemplos desta tese, com uma distribuição diferente de cordoalhas, é possível aprimorar o desempenho estrutural, sem risco do aparecimento de momentos positivos nos apoios intermédios. Se o objetivo for a utilização do mesmo número de cordoalhas, vãos laterais menores são preferíveis; caso contrário, alguns inconvenientes podem surgir no estado limite de serviço, tais como tração nas fibras inferiores nos apoios internos.

No contexto de projetos de lajes alveolares com seção composta, a retração diferencial é um importante componente das tensões internas dependentes do tempo; e não deveria ser negligenciada.

A consideração dos efeitos dependentes do tempo não é necessária nos estados limites últimos, uma vez que tais esforços são equivalentes a uma redistribuição do diagrama de momentos fletores. A afirmação é sujeita naturalmente à ductilidade da estrutura, que nesses casos está normalmente presente.

Especialmente para estruturas contínuas, a utilização de programas computacionais permite facilmente o estudo de alternativas de projeto, aperfeiçoando o seu desempenho. O programa PROTENLAJE mostrou-se ser uma ferramenta adequada para análise, projeto e verificações de segurança de peças pré-tracionadas.

A análise numérica não linear apresentada representou bem o comportamento das lajes alveolares. Nessas análises, foi observado que as variações de tensão na armadura de protensão, entre os estágios de liberação da protensão e o estado limite último, são pequenas e que, perto do apoio, as tensões nas fibras inferiores da laje estão comprimidas, evitando fissuras de flexão dentro do comprimento de transferência.

Os estudos com carga distribuída equivalente e valores de projeto indicaram que o comprimento de apoio exerce pouca influência nos mecanismos de resistência ao cisalhamento e nas falhas de ancoragem. Conforme os estudos numéricos apresentados neste trabalho e as ideias originais de Janney (1954), a falha por ancoragem ocorreria em peças pré-tracionadas quando ocorressem fissuras de flexão dentro do comprimento de transferência, situação não comum nas lajes alveolares usuais.

Os modelos mais simples 2D representaram bem o comportamento da ruptura e o comportamento da interface entre o concreto e a armadura de protensão. Os modelos 3D trouxeram como principal benefício a compreensão das redistribuições de tensões entre as nervuras. Assim, pode-se concluir que os formatos dos alvéolos dessas lajes pouco influenciam seu estado limite último, tendo influência somente nos estágio de carregamento em que a elasticidade é aplicável.

Mesmo com a correta verificação da resistência ao cisalhamento, como em qualquer peça de concreto com armadura aderente, a solidariedade entre o concreto e a armadura deve ser garantida para o funcionamento da peça. O escorregamento relativo entre os materiais não previsto nas verificações de projeto pode ocasionar o colapso da peça por falta de ancoragem da armadura ou desencadear outro modo de ruptura. No caso das lajes alveolares, sem a utilização de armadura de cisalhamento, é recomendado evitar a aplicação de grandes cargas concentradas dentro do comprimento de transferência, ou no caso de não ser possível, especial atenção deve ser direcionada ao controle de qualidade na produção e montagem das lajes, garantindo as hipóteses adotadas em projeto.

As rupturas devido à força cortante nas lajes alveolares são usualmente repentinas, frágeis e de difícil caracterização e monitoração em laboratório. Portanto, os modelos de dimensionamento dessas lajes não apresentam relações claras com os mecanismos não lineares de comportamento da peça submetida à força cortante. Contudo, esse comportamento pode ser adequadamente explicado com a teoria

apresentada por Collins et al. (2008) para peças de concreto armado ou protendido. Utilizando essa teoria, modelos numéricos não lineares e os conceitos de segurança do Eurocode 2, foi possível propor uma metodologia para a verificação da resistência à força cortante para lajes alveolares, procedimento que tem como principal vantagem ser baseado em uma teoria geral aplicada a elementos de concreto armado e protendido.

Os resultados obtidos com a metodologia analítica proposta para a verificação da resistência à força cortante obteve os melhores resultados quando comparada com as normas CSA A23.3 (2004) e o Eurocode 2 (2004). Utilizando um banco de dados de 129 ensaios experimentais de lajes alveolares, a metodologia proposta obteve um valor médio da relação entre a carga última analítica e a carga última de ensaio de 0,93 com coeficiente de variação de 18%, enquanto que as prescrições da CSA A23.3 obteve 0,83 com coeficiente de variação de 19% e do Eurocode 2, utilizando um procedimento complexo proposto por Bertagnoli e Mancini (2009), obteve 0,89 com coeficiente de variação de 25%. É válido ressaltar que utilizando o Eurocode 2 sem os critérios de Bertagnoli e Mancini (2009), os resultados são muito mais desfavoráveis.

Ao final deste trabalho são sugeridos alguns temas que poderão empurrar a barreira do conhecimento no tema de peças de concreto protendido pré-tracionadas:

- Preparar o programa computacional PROTENLAJE, inicialmente desenvolvido para auxílio à pesquisa, para utilização plena por engenheiros projetistas e outros pesquisadores de outras instituições;
- Ampliar o programa computacional PROTENLAJE com rotinas específicas de pré e pós-processamento de viadutos de concreto protendido;
- Monitoramento e estudo do desenvolvimento das deformações das lajes alveolares nas fases construtivas, desde a sua fabricação dentro da indústria até a sua utilização;
- Geração de modelos numéricos não lineares para lajes isostáticas e hiperestáticas com seção composta;

- Generalização da metodologia de verificação da resistência à força cortante para peças de concreto armado e protendido isostáticas e hiperestáticas, com e sem a utilização de seções compostas;
- Estudo do efeito de temperatura em lajes alveolares aplicadas em pontes e viadutos.

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary**, 318-05. Farmington Hills, 2005. 430p.

AJDUKIEWICZ, A. B.; KLISZCZEWICZ, A. T.; WĘGLORZ, M. **Shear Resistance of Pre-Tensioned Hollow Core Slabs – Test Results Vs. Standards**. In: 3th International fib congress and PCI annual convention and national bridge conference, Washington, 2010.

ARAUJO, C. A. M. **Estudo de lajes alveolares pré-tracionadas com auxílio de programa computacional**. 2007. 128 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Centro Tecnológico - Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis.

ARAUJO, C. A. M.; LORIGGIO, D. D. **Estudo de lajes alveolares pré-tracionadas com armadura inferior e superior**. In: 50^o Congresso Brasileiro do Concreto, 2008, Salvador.

ASSAP ASSOCIATION OF MANUFACTURERS OF PRESTRESSED HOLLOW CORE FLOORS. **The Hollow Core Floor Design and Applications**. 1. ed. Verona: Offset Print Veneta, 2002. 220 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estrutura de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003. 221 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7482**: Fios de Aço para Concreto Protendido. Rio de Janeiro, 2005. 6 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7483**: Cordoalhas de Aço para Concreto Protendido – Especificação. Rio de Janeiro, 2005. 7 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado. Rio de Janeiro, 2006. 59 p.

BENTZ E. C.; COLLINS M. P. Development of the 2004 CSA A23.3 shear provisions for reinforced concrete. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 33, n. 5, p. 521–534, mai. 2006

BENTZ E. C.; VECCHIO F. J.; COLLINS M. P. The simplified MCFT for calculating the shear strength of reinforced concrete elements. **ACI Structural Journal**, v. 103, n. 4, p. 614–624, jul./aug. 2006.

BERTAGNOLI G.; MANCINI, G. Failure analysis of hollow-core slabs tested in shear. **Structural Concrete**, v. 10, n. 3, p. 139–152, set./out. 2009.

BIGAJ A.J. **Structural dependence of rotation capacity of plastic hinges in RC beams and slabs**. 1999. 236 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Department of Civil Engineering, Delft University of Technology, Delft.

BRITISH STANDARD. **BS 8110-1**: Structural use of concrete - Part 1: Code of practice for design and construction. Londres, 1997. 168 p.

BROO, H.; LUNDGREN, K. ; ENGSTRO, B. Shear and torsion in prestressed hollow core units: finite element analyses of full-scale tests. **Structural Concrete**, Londres, v. 8, n. 2, p. 87–100, jun. 2007.

CAMARA, J.; HIPÓLITO, A. **Precast Bridges: Design for Time Dependant Effects**. In: The 2nd International fib Congress, Nápoles, 2006.

CATOIA, B.; FERREIRA, M. A.; CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, M. L. **Prestressed Hollow Core Slabs**. In: 3th International fib congress and PCI annual convention and national bridge conference, 2010, Washington.

CEB-FIP COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. **Model Code 1978**. Thomas Telford, Bulletin d'Information, Lausanne, 1978.

CEB-FIP COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. **Model Code 1990**. Thomas Telford, Bulletin d'Information, Lausanne, 1993.

CEB-FIP COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. **Model Code 2010**. DCC Document Competence Center Siegmund Kästl, Bulletin d'Information (draft version), Lausanne, 2010.

CERVENKA J. ; JENDELE, L. **Atena user's manual**, Part 1–7. Cervenka Consulting, Praga, 2002.

CHEN, W. **Plasticity in reinforced concrete**. Nova York: MacGraw-Hill Book Company, 1982.

COLLINS, M. P.; BENTZ, E. C.; SERWOOD, E. G.; XIE, L. An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures. **Magazine of Concrete Research**, v. 60, n. 9, p. 635–650, 2008.

COLLINS, M. P.; MITCHELL, D.; ADEBAR, P.; VECCHIO, F. J. A general shear design method. **ACI Structural Journal**, v. 93, n. 1, p. 36-45, jan./fev. 1996.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **EN 1168-1**: Floors of precast prestressed hollow core elements, 1997.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **Eurocode 2**: Design of concrete Structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings, EN 1992-1-1:2004. CEN, Bruxelas, 2004.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **Eurocode 2**: Design of concrete Structures. Part 1-3: General rules – Precast concrete elements and structures, ENV 1992-1-3:1996. CEN, Bruxelas, 1996.

CSA CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **A23.3**: Design of Concrete Structures. CSA, Mississauga, Ontario, 2004.

CSI COMPUTERS AND STRUCTURES. **Analysis Reference Manual for SAP2000**. Berkeley, 2007.

DUMÊT, T. B. **Aderência de cordoalhas em concretos de alta resistência com e sem fibras de aço**. 2003. 490 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo.

EL DEBS, M. K. **Concreto Pré-Moldado**: fundamentos e aplicações. 1.ed. São Carlos: EESC-USP, 2000.

ELEMATIC GROUP. **Product Description X-Tec Extruder Line**. Toijala, Finlândia, 2009.

FELLINGER J.; STARK J.; WALRAVEN, J. Shear and anchorage behavior of fire exposed hollow core slabs. **Heron**, v. 50, n. 4, p. 279-301, 2005.

FERRAZ, J.C.F. Cálculo das alterações de tensão, ao longo do tempo, nas peças de concreto protendido: procedimentos diretos, simples, alternativos ao CEB. **Boletim Técnico BT**, PEF 8506, Universidade de São Paulo, 1985.

FERRAZ, J.C.F. O Método dos Prismas Equivalentes Aplicado ao Cálculo das Variações de Tensões, ao Longo do Tempo, nas Seções de Concreto. **Boletim Técnico BT**, PEF 8903, Universidade de São Paulo, 1989.

FIB FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Special design considerations for precast prestressed hollow core floors**: Guide to good practice prepared by FIP comisión 6. Londres: Thomas Telford Limited, 2000.

FIB FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **Structural Concrete Textbook on Behavior, Design and Performance**. Vol. 2: Basis of Design Manual. Lausanne: Sprint-Druck Stuttgart, 1999.

FIP FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAİNTE. **Composite Floor Structures**: Guide to Good Practice. Londres: Thomas Telford Limited, 1998.

FIP FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAİNTE. **Practical Design of Reinforced and Prestressed Concrete Structures**. Londres: Thomas Telford Limited, 1984.

FUSCO, P. B. **Técnicas de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Pini, 1995. 382 p.

GHALI, A; FAVRE, R. **Concrete Structures: Stresses and Deformations**. Nova York: Chapman and Hall, 1986.

GHALI, A; NEVILLE, A. M.; BROWN, T. G. **Structural Analysis**. 6 Rev. Londres: Ed Taylor & Francis Ltd United Kingdom, 2009.

GILBERT, R. I. **Time Effects in Concrete Structures**. Nova York: Elsevier, 1988.

GIRHAMMAR, U. A., PAJARI, M. Tests and Analysis on Shear Strength of Composite Slabs of Hollow Core Units and Concrete Topping. **Construction and Building Materials**, v. 22, n. 8, p. 1708-1722, ago. 2007.

JANNEY, J. R. Nature of bond in pre-tensioned prestressed concrete. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 50, p. 717, mai. 1954.

JENDELE, L.; CERVENKA, J. Finite element modelling of reinforcement with bond. **Computers and Structures**, v. 84, p. 1780-1791, 2006.

LEONHARDT, F. **Construções de Concreto: Concreto Protendido**. v.5, Rio de Janeiro: Interciência, 1983. p. 253-299.

MUTTONI, A.; RUIZ, M. F. Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width. **ACI Structural Journal**, v. 105, n. 2, mar./abr. 2008, p. 163-172.

NORDIMPIANTI SYSTEM SLR. **Technology for Precast and Prestressed Concrete Industry**. Chieti, 2009.

PAJARI, M. **Resistance of Prestressed Hollow Core Slabs against Web Shear Failure**. ESPOO, Finland, 2005, VTT Research Notes 2292.

PCI Precast/Prestressed Concrete Institute. **Manual for the Design of Hollow Core Slabs**: Second Edition. Chicago, 1998.

PCI Precast/Prestressed Concrete Institute. The History of Spancrete – Bringing Excellence to the Construction Industry for Sixty Years. **PCI Journal**, jan./fev. 2005, p. 25-35.

PISANTY, A. The shear strength of extruded hollow-core slabs. **Materials and Structures**, v. 25, 1992, p. 224-230.

ROVERE, H. **Análise Não-Linear de Estruturas: Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil**. Ago. 2007. Notas de Aula. 2007.

SHERWOOD, E.G.; BENTZ, E.C.; COLLINS, M.P. **Evaluation of shear design methods for large, lightly-reinforced concrete beams.** In: *Advances in Engineering Structures, Mechanics & Construction*, p. 153–164, Holanda, 2006.

SIA SWISS SOCIETY OF ENGINEERS AND ARCHITECTS. **SIA Code 262 for Concrete Structures.** Zurique, Suíça, 2003, 94 p.

VASCONCELOS, A. C. **Manual prático para a correta utilização dos aços no concreto protendido em obediência às normas atualizadas.** São Paulo: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 1980.

VECCHIO F. J. ; COLLINS, M. P. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Journal, Proceedings**, v.83, n.2, p. 219-231, 1986.

VIRTUOSO, F. B. E. **Análise de pontes curvas em caixão.** 1991. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Instituto Superior Técnico, Lisboa.

WESTERBERG, B. **Anchorage of pretensioned tendons.** Background to clause 8.10.2 in EN 1992-1-1. Stockholm, 2002.

YANG, L. Design of Prestressed Hollow Core Slabs with Reference to Web Shear Failure. **Journal of Structural Engineering**, v. 120, n. 9, set. 1994.