

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANÁLISE DE TUBOS DE CALOR PULSANTES DE BAIXA TEMPERATURA COM
ÊNFASE NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR**

**TESE SUBMETIDA À
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM ENGENHARIA MECÂNICA**

FRANCO ANDREY SILVÉRIO DE SOUZA

FLORIANÓPOLIS, JULHO DE 2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE DE TUBOS DE CALOR PULSANTES DE BAIXA TEMPERATURA COM
ÊNFASE NA ESTIMATIVA DO COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

FRANCO ANDREY SILVÉRIO DE SOUZA

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de
DOUTOR EM ENGENHARIA
ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA
sendo aprovada em sua forma final.

Professor Sérgio Colle, Dr. Sc. - Orientador

Eduardo Alberto Fancello, Dr. Sc. – Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Professora Márcia Mantelli, Ph. D.

**Professor Amir Antônio Martins
de Oliveira Junior, Ph. D.**

Professor Paulo Couto, Dr. Eng.

Professor Júlio César Passos, Dr. Eng.

Professor Gherhardt Ribatski, Ph. D.

A diferença entre o possível e o impossível está na vontade humana.

Louis Pasteur

Aos meus amores: Karin, Bernardo e Vinícius.

Aos meus pais: João e Arlete.

Aos meus irmãos: Fábio, Fernando, Fredy e Fernanda.

À minha sogra: Sílvia.

Agradecimentos

Aos professores da área de Refrigeração e Climatização do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC) - Campus São José, por terem assumido as minhas atividades durante o meu afastamento.

Ao professor Sérgio Colle pela competente orientação e empenho.

Ao professor Júlio Cezar Passos pelas contribuições relativas à análise dos processos de evaporação e condensação.

Ao engenheiro João Felipe Almeida Destri por sua assistência no desenvolvimento do programa de aquisição de dados e na montagem dos Experimentos I e II.

Ao engenheiro Júlio Nelson Scussel por sua assistência no desenvolvimento do programa de aquisição de dados do Experimento III.

Ao técnico Danti Régis de Souza e aos bolsistas Fábio Cezar Canesin e Daniel Bonin, por suas contribuições nas montagens experimentais.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Símbolos	xvii
Resumo	xx
Abstract	xxii
1 Introdução	1
1.1 Gerenciamento Térmico de Componentes Eletrônicos	1
1.2 Características Operacionais dos Tubos de Calor Pulsantes	8
1.3 Aplicações Envolvendo Baixas Temperaturas	10
1.4 Transferência de Calor num Tubo de Calor Pulsante	10
1.5 Fechamento do Capítulo	14
2 Revisão Bibliográfica	15
2.1 Estudos Experimentais	15
2.2 Estudos Teóricos	27
2.3 Estudos Teórico-Experimentais	31
2.4 Fechamento do Capítulo	35
3 Descrição dos Experimentos	36
3.1 Dispositivos Periféricos	36
3.2 Seleção do Fluido de Trabalho	37
3.3 Procedimentos de Carga	38
3.4 Descrição do Experimento I	39
3.5 Descrição do Experimento II	42
3.6 Descrição do Experimento III	43
3.7 Fechamento do Capítulo	46
4 Análise dos Resultados Experimentais	47
4.1 Resultados do Experimento I	47

4.2	Resultados do Experimento II	51
4.2.1	Análise Comparativa dos Resultados do Experimento II	57
4.4	Resultados do Experimento III	59
4.5	Fechamento do Capítulo	69
5	Método para Estimar o Coeficiente de Transferência de Calor no Interior do Evaporador do Tubo de Calor Pulsante	70
5.1	Apresentação e Desenvolvimento do Método	70
5.1.1	Validação da Técnica de Discretização por Funções-Tenda	83
5.2	Estimador Inverso com Gradientes Conjugados.....	89
5.2.1	Determinação e Minimização da Função-Objetivo do Problema	89
5.2.2	Especificação e Análise da Matriz de Sensibilidade do Problema	90
5.3.3	Descrição do Método dos Gradientes Conjugados	93
5.3	Validação do Método Proposto	97
5.4	Análise de Sensibilidade do Método proposto	99
5.4.1	Caso de Coeficiente de Transferência de Calor Constante	99
5.4.2	Caso de Coeficiente de Transferência de Calor Variável	103
5.5	Estimativa do Coeficiente de Transferência de Calor do Experimento III.....	105
5.5.1	Análise Comparativa de Resultados	109
5.6	Conclusões do Capítulo	110
6	Conclusões	111
6.1	Conclusões Gerais	111
6.2	Conclusões dos Resultados Experimentais.....	112
6.3	Conclusões sobre a Estimativa do Coeficiente de Transferência de Calor.....	114
6.4	Recomendações para Estudos Posteriores	115
	Referências Bibliográficas	116
	Publicações Decorrentes do Presente Estudo	121
	Apêndice A Propriedades Termofísicas	122
A.1	Cálculo das Propriedades Termofísicas do Dióxido de Carbono	122
A.2	Propriedades Termofísicas do Material do Tubo do TCP	122
A.3	Referências Bibliográficas do Apêndice A.....	123
	Apêndice B Incertezas de Medição	124
B.1	Conceito de Incerteza	124
B.2	Incetezas Relativas ao Fluxo de Calor Externo.....	125
B.3	Incetezas Relativas ao Ganho de Calor Externo	126

B.4 Incertezas Relativas ao Cálculo das Resistências Térmicas	128
B.5 Incertezas Relativas às Medições de Temperatura	128
B.6 Incertezas Relativas às Medições de Pressão	129
B.7 Incertezas dos Instrumentos de Medição	133
B.8 Referências Bibliográficas do Apêndice B	134
Apêndice C Dedução das Equações (5.30) a (5.41)	135
C.1 Dedução das Equações (5.30) a (5.35)	135
C.2 Dedução das Equações (5.36) a (5.41)	140
Apêndice D Raízes da Equação (5.12)	143
Apêndice E Raízes da Equação (5.90)	144
Apêndice F Algoritmo do Método Proposto	145
F.1 Algoritmo do Método Proposto com Newton-Raphson e Polak-Ribière	145

Lista de Figuras

Figura 1.1	Tendências da dissipação térmica e das tecnologias de resfriamento de componentes eletrônicos durante as últimas décadas.....	2
Figura 1.2	Corte transversal num conjunto de <i>chip</i> e sumidouro de calor e seu circuito térmico equivalente simplificado.....	3
Figura 1.3	Vista em corte de um tubo de calor típico	7
Figura 1.4	(a) Desenhos esquemáticos de tubos de calor pulsantes em circuitos aberto e fechado; (b) Principais componentes de um tubo de calor pulsante.....	8
Figura 1.5	Diagrama pressão-entalpia típico de um tubo de calor pulsante de CO ₂	9
Figura 1.6	Variação do título do fluido de trabalho de um TCP operando com água e temperaturas de evaporação iguais a 25 °C e 100 °C.....	11
Figura 1.7	Variação do título do fluido de trabalho de um TCP operando com CO ₂ e temperaturas de evaporação iguais a 5 °C e -20 °C.....	12
Figura 2.1	Exemplos de alguns dos tubos de calor pulsantes de Akachi (1993)	16
Figura 2.2	Distribuição das fases líquido e vapor tubo num capilar.....	17
Figura 2.3	Esquema e radiografias do TCP de Kawara <i>et al.</i> (1996).....	18
Figura 2.4	(a) Aleta Kenzan típica e dados relativos ao seu desempenho. (b) Sumidouro de calor Heatline TM produzido pela TS Heatronics Co. Ltda. ..	19
Figura 2.5	(a) Montagem para visualização do escoamento do fluido de trabalho no experimento de Tong <i>et al.</i> (2001). (b) Esquema do TCP.....	20
Figura 2.6	Esquema do experimento de Khandekar <i>et al.</i> (2003).....	21
Figura 2.7	Aparato experimental utilizado por Khandekar <i>et al.</i> (2003).....	22
Figura 2.8	Influência dos padrões de escoamento sobre o máximo fluxo de calor alcançado no TCP estudado por Khandekar <i>et al.</i> (2003)	23
Figura 2.9	Fotografias e esquema do experimento de Khandekar <i>et al.</i> (2003)	24
Figura 2.10	Esquema da seção de testes utilizada por Khandekar <i>et al.</i> (2009)	26

Figura 2.11	Variação da pressão interna e espectro de frequências do experimento realizado por Khandekar <i>et al.</i> (2009) 26	26
Figura 2.12	Esquema do modelo massa-mola-amortecedor de Wong <i>et al.</i> (1999) 27	27
Figura 2.13	Esquema e discretização dos TCPs modelados por Shaffi <i>et al.</i> (2001) 28	28
Figura 2.14	Esquema da evaporação e condensação em película do modelo de Zhang e Faghri (2002) 29	29
Figura 2.15	Esquema do aparato experimental de Swanepoel <i>et al.</i> (2000) 32	32
Figura 2.16	Comparação entre o coeficiente de transferência de calor calculado pela Equação (2.14) e o coeficiente experimental de Dobson e Graf (2003) 33	33
Figura 2.17	Comparação entre os resultados experimentais e teóricos do modelo de redes neurais de Khandekar (2004) 35	35
Figura 3.1	Desenho esquemático do Experimento I 39	39
Figura 3.2	Seção de testes do Experimento I 40	40
Figura 3.3	Compressor Stirling estudado por Heidrich <i>et al.</i> (2005) 40	40
Figura 3.4	Seção de testes do Experimento II 43	43
Figura 3.5	Desenho da câmara de vácuo e da seção de testes do Experimento III 45	45
Figura 3.6	Desenho da seção de testes do Experimento III, destacando a resistência elétrica do evaporador, o circuito de resfriamento e o condensador 46	46
Figura 4.1	Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento I, para razão de enchimento de 50% e inclinação de 0° 48	48
Figura 4.2	Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento I, para razão de enchimento de 50% e inclinação de 45° 49	49
Figura 4.3	Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento I, para razão de enchimento de 50% e inclinação de 90° 49	49
Figura 4.4	Variação da resistência térmica do TCP do Experimento II, em relação à potência fornecida, para diferentes frações de enchimento e ângulo de inclinação igual a 45° 52	52
Figura 4.5	Variação da resistência térmica do TCP do Experimento II, em relação à potência fornecida, para diferentes frações de enchimento e ângulo de inclinação igual a 90° 53	53

Figura 4.6	Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 30% e inclinação de 45° 54
Figura 4.7	Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 30% e inclinação de 90° 55
Figura 4.8	Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 50% e inclinação de 45° 55
Figura 4.9	Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 50% e inclinação de 90° 56
Figura 4.10	Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 70% e inclinação de 45° 56
Figura 4.11	Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 70% e inclinação de 90° 57
Figura 4.12	Variação da pressão do fluido de trabalho no interior do evaporador do TCP do Experimento III, em relação aos fluxos de calor aplicados 59
Figura 4.13	Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 2 W/cm ² 60
Figura 4.14	Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 4 W/cm ² 60
Figura 4.15	Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 6 W/cm ² 61
Figura 4.16	Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 8 W/cm ² 61
Figura 4.17	Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 10 W/cm ² 62
Figura 4.18	Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 12 W/cm ² 62
Figura 4.19	Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 14 W/cm ² 63

Figura 4.20	Variação da temperatura média da superfície externa do condensador do Experimento III.....	64
Figura 4.21	Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador do Experimento III.....	64
Figura 4.22	Variação da temperatura do fluido de trabalho no interior do evaporador do Experimento III.....	65
Figura 4.23	Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 2 W/cm^2	65
Figura 4.24	Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 4 W/cm^2	66
Figura 4.25	Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 6 W/cm^2	66
Figura 4.26	Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 8 W/cm^2	67
Figura 4.27	Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 10 W/cm^2	67
Figura 4.28	Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 12 W/cm^2	68
Figura 4.29	Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 14 W/cm^2	68
Figura 5.1	Seção transversal do tubo do evaporador do TCP do Experimento III	71
Figura 5.2	Esquema da discretização do coeficiente de transferência de calor utilizando funções-tenda.....	76
Figura 5.3	Comparação entre as temperaturas da parede externa do tubo do TCP calculadas pelas Equações (5.65) e (5.70)	88
Figura 5.4	Variação do desvio percentual entre a temperatura da parede externa do tubo do TCP calculada pela Equação (5.65) e pela Equação (5.70).....	88

Figura 5.5	Determinante de sensibilidade do problema-teste direto caracterizado pela Tabela (5.1) e pela Equação (5.99).....	93
Figura 5.6	Comparação entre os coeficientes de transferência de calor estimados e os coeficientes de transferência de calor com dependência temporal do problema-teste direto referencial	98
Figura 5.7	Efeito do RMS, gerado por erro aleatório na temperatura externa do tubo, sobre o coeficiente de transferência de calor constante estimado pelo método proposto	102
Figura 5.8	Efeito do BIAS, gerado por erro aleatório na temperatura externa do tubo, sobre o coeficiente de transferência de calor constante estimado pelo método proposto	102
Figura 5.9	Comparação entre os coeficientes de transferência de calor estimados e os coeficientes do problema inverso referencial com saltos temporais.....	105
Figura 5.10	Comparação entre a temperatura da superfície externa do evaporador do Experimento III e a temperatura estimada, utilizando os coeficientes constantes da Tabela 5.13	107
Figura 5.11	Coefficientes de transferência de calor com dependência temporal estimados, utilizando os dados do Experimento III.....	108
Figura 5.12	Comparação entre a temperatura da superfície externa do evaporador do Experimento III e a temperatura estimada, considerando o coeficiente de transferência de calor variável com o tempo	108
Figura B.1	Desenho do transdutor de pressão absoluta do Experimento III	130
Figura B.2	Gráfico da pressão real absoluta em função da tensão do transdutor de pressão subminiatura	132
Figura C.1	Esquema do ajuste de funções-tenda para os parâmetros $h_i(t')$, $T(r_i, t')$, $T_f(t')$ e $q_e''(t')$	136

Lista de Tabelas

Tabela 1.1	Principais métodos de resfriamento de componentes eletrônicos	4
Tabela 1.2	Razão entre calor latente e sensível num tubo de calor pulsante.....	14
Tabela 2.1	Desempenho típico do sumidouro de calor Heatlane™ DLC	18
Tabela 2.2	Comparação entre o TCP de Khandekar <i>et al.</i> (2006) e outros dispositivos passivos usados para transferir calor	25
Tabela 3.1	Lista de equipamentos usados nos experimentos realizados	36
Tabela 3.2	Comparações entre alguns dos fluidos mais usados em refrigeração.....	37
Tabela 3.3	Dimensões e características de operação dos trocadores de calor frio e quente do compressor Stirling estudado por Heidrich <i>et al.</i> (2005).....	40
Tabela 3.4	Características de projeto do TCP do Experimento I	41
Tabela 3.5	Características de projeto do TCP do Experimento II.....	42
Tabela 3.6	Características de projeto do da câmara de vácuo do Experimento III	44
Tabela 3.7	Características de projeto do TCP do Experimento III.....	45
Tabela 4.1	Resistência térmica global do TCP do Experimento I.....	50
Tabela 4.2	Máxima potência transferida pelo TCP do Experimento II.....	54
Tabela 4.3	Análise comparativa do máximo fluxo de calor transferido pelo TCP do Experimento II.....	58
Tabela 5.1	Dados do problema-teste para validação da técnica de discretização utilizando funções-tenda.....	87
Tabela 5.2	Resultados complementares aos resultados apresentados na Figura 5.5	93
Tabela 5.3	Comparação entre os coeficientes de transferência de calor estimados e os coeficientes os coeficientes do problema-teste referencial, sem variação temporal	97
Tabela 5.4	Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático na temperatura da parede externa do tubo, para coeficiente de transferência de calor constante	100

Tabela 5.5	Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático na temperatura do fluido de trabalho, para coeficiente de transferência de calor constante 100
Tabela 5.6	Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático no fluxo de calor, para coeficiente de transferência de calor constante 101
Tabela 5.7	Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático na temperatura da parede externa do tubo, para coeficiente de transferência de calor variável..... 103
Tabela 5.8	Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático na temperatura do fluido de trabalho, para coeficiente de transferência de calor variável 104
Tabela 5.9	Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático no fluxo de calor, para coeficiente de transferência de calor variável..... 104
Tabela 5.10	Parâmetros numéricos para estimar os coeficientes de transferência de calor do Experimento III..... 106
Tabela 5.11	Coefficientes de transferência de calor constantes estimados pelo método proposto, a partir dos dados do Experimento III 106
Tabela 5.12	Erros percentuais médios entre a temperatura da superfície externa do evaporador do Experimento III e a temperatura estimada..... 109
Tabela 5.13	Comparação entre os coeficientes de transferência de calor do TCP do Experimento III e os coeficientes de Kotthoff <i>et al.</i> (2004)..... 110
Tabela B.1	Especificações da aferição do transdutor de pressão 130
Tabela B.2	Parâmetros de aferição do transdutor de pressão..... 130
Tabela B.3	Resultados da aferição do transdutor de pressão 131
Tabela B.4	Correlação obtida na aferição do transdutor de pressão 131
Tabela B.5	Comparação entre os resultados fornecidos pela correlação obtida na aferição do transdutor de pressão e os valores referenciais..... 132
Tabela B.6	Incerteza de medição do transdutor de pressão 133
Tabela B.7	Incertezas dos instrumentos de medição utilizados durante os experimentos realizados 134
Tabela D.1	Raízes da Equação (5.12) aplicada ao problema-teste da Tabela 5.1 e ao TCP do Experimento III 143
Tabela E.1	Raízes da Equação (5.90) aplicada ao problema-teste da Tabela 5.1 144

Tabela F.1	Processo iterativo do algoritmo do método proposto, com Newton-Raphson e Polak-Ribière	146
------------	--	-----

Lista de Símbolos

Nomenclatura

A	: área (m^2)
CO_2	: dióxido de carbono
C_p	: calor específico à pressão constante (kJ/kgK)
d	: diâmetro (m)
f	: fator de atrito
g	: aceleração da gravidade (m/s^2)
G	: fluxo de massa por unidade de área (kg/sm^2)
h	: entalpia, (kJ/kg), coeficiente de transferência de calor ($\text{W/m}^2\text{K}$)
h_{lv}	: calor latente de vaporização (J/kg)
H_{SL}	: razão entre entalpia sensível e latente
I	: corrente (A)
k	: condutividade térmica (W/m.K)
L	: comprimento (m)
m	: massa (kg)
\dot{m}	: fluxo de massa (kg/s)
N	: número de curvas
p	: pressão (N/m^2)
P	: potência (W)
\dot{q}	: taxa de transferência de calor (W)
q''	: fluxo de calor (W/m^2)
R	: constante do gás (J/kgK)
Re	: repetitividade
R_T	: resistência térmica
s	: desvio padrão

T	: temperatura (°C ou K)
t	: coeficiente de Student
u	: incerteza de medição
V	: volume (m ³); tensão (V)
x	: título; posição (m)

Símbolos Gregos

v	: velocidade (m/s)
β	: inclinação em relação ao eixo horizontal (graus ou radianos)
μ	: viscosidade dinâmica (Ns/m ²)
ρ	: densidade (kg/m ³)
σ	: tensão superficial (N/m)
τ	: tempo (s)
ω	: frequência angular (rad/s)
ω_o	: frequência de ressonância (rad/s)

Números Adimensionais

Bo	: número de Bond = $d [g (\rho_l - \rho_v) / \sigma]^{1/2}$
Ja	: número de Jacob = $h_v / (cp \Delta T)$
Ka	: número de Karman = $f Re^2 = (\rho \Delta p d^3) / (\mu^2 L_{ef})$
Nu	: número de Nusselt = $(h d) / k$
Pr	: número de Prandtl = $(\mu cp) / k$
Re	: número de Reynolds = $(\rho v d) / \mu = (G d) / \mu$

Subíndices

<i>adb</i>	: seção adiabática
<i>amb</i>	: ambiente
<i>cond</i>	: condensador
<i>crít</i>	: crítico
<i>i</i>	: interno
<i>e</i>	: externo
<i>ef</i>	: efetivo
<i>evap</i>	: evaporador
<i>ext</i>	: externo
<i>f</i>	: fluido
<i>iso</i>	: isolamento
<i>l</i>	: líquido
<i>máx</i>	: máximo
<i>mín</i>	: mínimo
<i>o</i>	: saída
<i>pol</i>	: poliuretano
<i>v</i>	: vapor
<i>sat</i>	: saturação

Abreviaturas

RE	: razão de enchimento do fluido de trabalho (volume de líquido/volume interno total)
GC	: gradientes conjugados
ODP	: potencial de redução da camada de ozônio
NR	: Newton-Raphson
TCP	: tubo de calor pulsante
WGP	: potencial de aquecimento global

Resumo

A utilização de tubos de calor pulsantes (TCPs) como dispositivos de controle térmico de equipamentos eletrônicos que operando acima da temperatura ambiente, tem sido objeto de investigações teóricas e experimentais. Todavia, até o presente, ainda não foram realizados estudos sobre o comportamento destes dispositivos em aplicações de baixas temperaturas. Neste contexto, o presente estudo tem como principal objetivo a investigação teórico-experimental do comportamento térmico de TCPs, em temperaturas típicas de refrigeração, utilizando o dióxido de carbono (CO_2) como fluido de trabalho.

Três experimentos foram realizados, sendo que no Experimento I o comportamento térmico de um TCP em circuito fechado, com múltiplas curvas foi avaliado em termos da variação da potência fornecida, da razão de enchimento do fluido de trabalho e do ângulo de inclinação. O máximo fluxo de calor transferido foi de 75 W, no modo de operação direto (condensador situado acima do evaporador), para razão de enchimento de 75% e ângulo de inclinação de 45°.

No Experimento II o desempenho do TCP foi avaliado em relação aos mesmos parâmetros do Experimento I, havendo porém um acréscimo significativo do número de curvas da serpentina e também uma redução do diâmetro interno do tubo. Estas mudanças tiveram como principal objetivo melhorar o desempenho do TCP de CO_2 nos modos de operação horizontal e contra gravidade. Nesta configuração o máximo fluxo de calor transferido foi de 170 W, também no modo de operação direto, para razão de enchimento de 50% e ângulo de inclinação de 90°.

O Experimento III foi idealizado de modo a permitir a obtenção dos parâmetros experimentais necessários para a estimativa do coeficiente de transferência de calor por convecção no interior do evaporador do TCP, permitindo a realização de análises

comparativas entre o TCP e outros dispositivos de transferência de calor usados em refrigeração. Para tanto, é proposta uma metodologia cujo desenvolvimento pressupõe a formulação de um problema inverso de transferência de calor, cuja solução pode tornar-se instável devido aos erros de medição inerentes às grandezas experimentais. Como solução do problema inverso obtém-se inicialmente uma expressão analítica aproximada para o perfil de temperaturas ao longo da espessura de parede do tubo, partindo da solução da equação da difusão de calor. Esta expressão é posteriormente simplificada utilizando-se o conjunto de parâmetros experimentais. Complementarmente, é realizada uma análise de sensibilidade com o objetivo de avaliar a confiabilidade e a estabilidade das soluções obtidas a partir da metodologia proposta, em relação à presença de erros de medição inerentes aos parâmetros experimentais. Os erros máximos de estimativa do coeficiente de transferência foram menores do que 12%.

Palavras-chave: tubo de calor pulsante, refrigeração, dióxido de carbono, coeficiente de transferência de calor, transferência de calor inversa, método dos gradientes conjugados.

Abstract

The use of pulsating heat pipes (PHPs) as heat control devices, for electronic components working above room temperature has been the subject of theoretical and experimental investigations. However, so far, there are not studies on the behavior of these devices in applications involving low temperatures. In this context, the main objective of this study is the theoretical and experimental investigation of the thermal behavior of closed loop pulsating heat pipes (CLPHPs), working at typical refrigeration temperatures, using carbon dioxide (CO₂) as the working fluid.

Three experiments were performed, being that in Experiment I the thermal behavior of a multi-turn CLPHP was studied in relation to the variation of the supplied power, the filling ratio of the working fluid and the inclination angle. The maximum heat flux achieved was 75 W, in down head operation mode (evaporator placed bellow the condenser), for filling ratio of 75% and inclination angle of 45°.

In Experiment II the performance of the CLPHP was investigated monitoring the same parameters, however considering greater number of turns in relation to Experiment I, as well as smaller tube inner diameter. These changes were made in order to achieve horizontal and against-gravity operation modes. In this configuration the maximum heat flux achieved was 170 W, also in down head operation mode, for filling ratio of 50% and inclination angle of 90°.

Experiment III was designed to provide the experimental parameters required to estimate the convection heat transfer coefficient inside the evaporator of a single loop pulsating heat pipe (SLPHP), allowing the realization of comparative analysis between SLPHP and other heat transfer devices used in refrigeration applications. For this reason it is proposed a methodology whose development requires the confrontation of an ill-posed heat transfer

problem whose solution may be unstable, due to measurement errors inherent to the experimental data. An inverse method is used to solve the related ill-posed boundary value problem, which is formulated in terms of integral equations. As solution of the inverse problem, is obtained initially an approximate analytical expression for the temperature profile along the tube wall thickness, starting from the heat diffusion equation. This expression is further simplified using the experimental parameters. In addition, a sensibility analysis respective to the uncertainty related to the heat flux as well as the tube outer wall temperature and working fluid temperature is also carried out. The maximum estimation errors of the heat transfer coefficient were less than 12%.

KEYWORDS: pulsating heat pipe, refrigeration, carbon dioxide, heat transfer coefficient, inverse heat transfer, conjugate gradient method.

Capítulo 1

Introdução

Este capítulo introdutório apresenta as principais tecnologias empregadas para o gerenciamento térmico, destacando as suas principais potencialidades e limitações. Ênfase maior é atribuída aos tubos de calor pulsantes (TCPs), sendo estabelecidas relações ente o desempenho térmico e a aplicabilidade destes dispositivos em relação às demais tecnologias existentes. Em seguida, são apresentadas novas perspectivas de utilização dos TCPs e os desafios relativos a estas novas aplicações.

1.1 Gerenciamento Térmico de Componentes Eletrônicos

Os recentes avanços no projeto e manufatura de componentes eletrônicos resultaram no aumento significativo da densidade de fluxo de calor a ser dissipada, decorrente da miniaturização e do aumento significativo dos níveis de potência associados. Paralelamente, a complexidade das tecnologias usadas para o resfriamento de componentes eletrônicos tem aumentado significativamente. Os desafios mais recentes incluem a dissipação de fluxos de calor entre 10 e 40 W/cm². A Figura 1.1 mostra a correspondência entre a densidade de potência e a evolução das tecnologias usadas para o resfriamento de componentes eletrônicos, ao longo das últimas décadas (Azar, 2000).

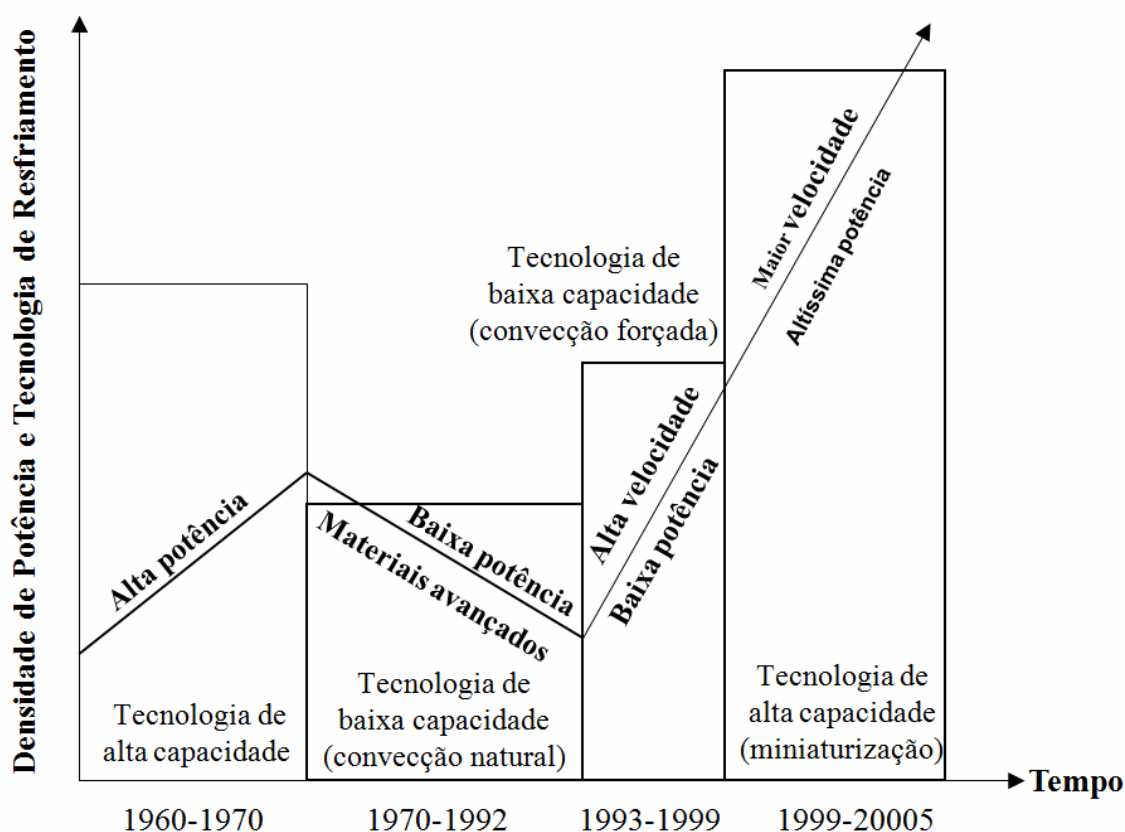


Figura 1.1 Tendências da dissipação térmica e das tecnologias de resfriamento de componentes eletrônicos durante as últimas décadas.

Nos anos sessenta, o consumo/dissipação de potência dos primeiros equipamentos eletrônicos foi relativamente elevado. Como a miniaturização não era considerada, grandes espaços refrigerados eram usados para acomodar as tecnologias existentes. Entretanto, já na década seguinte, limitações de velocidade de processamento dos computadores e também de espaço físico disponível tornaram-se fatores decisivos. Estes por sua vez, forçaram avanços nos projetos de circuitos eletrônicos e de materiais, reduzindo drasticamente as demandas de potência. Apesar desta redução, novas tecnologias de resfriamento precisaram ser desenvolvidas para atender as exigências de miniaturização de componentes e a conseqüente diminuição do porte dos equipamentos (como por exemplo, a refrigeração por circulação forçada de ar). Esta realidade foi substancialmente alterada na década de noventa, quando a tecnologia bipolar (transistores bipolares) foi substituída pela tecnologia CMOS (*Complementary Metal-Oxide-Semiconductor*), provocando um crescimento sem precedentes. Atualmente, não há nenhum indicativo de que este crescimento irá se estabilizar num determinado patamar e as projeções apontam para níveis de fluxos de calor da ordem de 60 W/cm^2 , já na próxima década.

O controle térmico de um equipamento eletrônico requer que o calor gerado num determinado chip seja removido por convecção natural e/ou forçada e por irradiação, de modo a manter a sua temperatura em níveis aceitáveis. Estes mecanismos de transferência de calor podem ser melhor entendidos a partir da análise de um corte transversal numa montagem típica de chip e sumidouro de calor, sobre placa de circuito impresso, conforme mostrado na Figura 1.2 (Karimi e Kulhan, 2004).

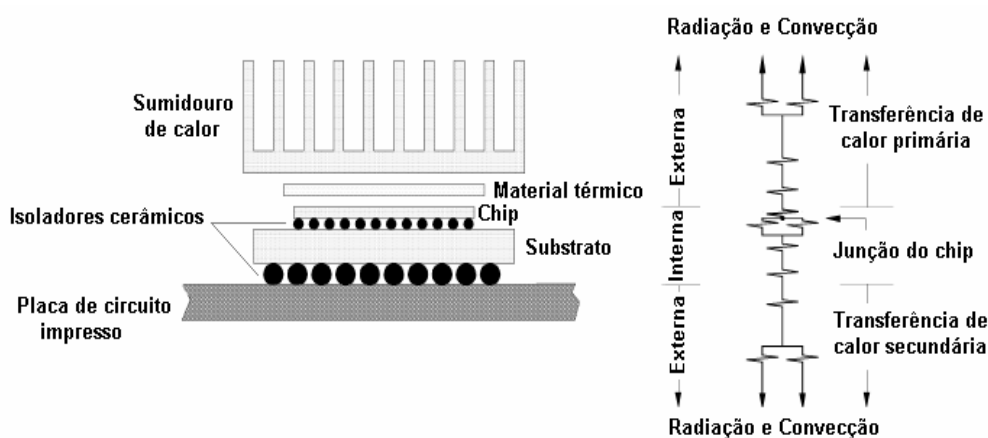


Figura 1.2 Corte transversal num conjunto de *chip* e sumidouro de calor e seu circuito térmico simplificado equivalente.

A maior parte do calor gerado pelo chip difunde-se através do material térmico (condutor térmico responsável pela junção chip-sumidouro de calor) e do sumidouro de calor, onde é removido por uma combinação de radiação e convecção. O restante do calor gerado atravessa os isoladores cerâmicos, o substrato e a placa de circuito impresso, sendo então dissipado para o ambiente. Esta dissipação de calor pode ser dividida em dois níveis: o interno e o externo. O nível interno é aquele relacionado com o calor transferido do *chip* para os materiais vizinhos e o externo é relativo ao calor transferido do conjunto para o ambiente. Estes processos de transferência de calor podem ser intensificados a partir da utilização de métodos de resfriamento térmico, sendo os mais empregados sumarizados na Tabela 1.1 (Kakac, 1994; Lin *et al.*, 2002).

Tabela 1.1 Principais métodos de resfriamento de componentes eletrônicos.

Tecnologias monofásicas	Tecnologias bifásicas	Tecnologias especiais
Convecção natural Convecção forçada	Ebulição livre Filme de líquido Jato/borrifo de líquido Ebulição em micro-canais	Dispositivos termoeletrônicos Tubos de calor Tubos de calor pulsantes

A convecção natural é o método mais antigo de resfriamento térmico, sendo o ar o fluido mais usado como agente de resfriamento. Alternativamente, podem ser empregados outros fluidos com propriedades térmicas mais adequadas (como por exemplo, os fluidos dielétricos). A transferência de calor é intensificada pela movimentação do fluido, decorrente das forças de empuxo termicamente induzidas. Este método, apesar de não necessitar de trabalho externo para a movimentação do fluido, apresenta resistências térmicas elevadas. Sendo assim, se um chip típico fosse mergulhado num líquido dielétrico, o máximo fluxo de calor retirado por convecção natural seria da ordem de 1 W/cm^2 (para uma temperatura de $85 \text{ }^\circ\text{C}$). Valores típicos do coeficiente de transferência de calor para o ar em convecção natural situam-se entre 5 e $12 \text{ W/m}^2\text{K}$, enquanto que para os líquidos dielétricos fluor-químicos esta faixa altera-se para 200 a $500 \text{ W/m}^2\text{K}$ (Cengel, 1998).

O resfriamento por convecção forçada permite obter-se um acréscimo de 5 a 12 vezes do coeficiente de transferência de calor, quando comparado aos valores relativos à convecção natural (Moffat, 1998). Este método exige a aplicação de trabalho externo (bomba/ventilador), implicando principalmente numa elevação de custos, aumento dos níveis de ruído e diminuição de confiabilidade. O ar tem sido o fluido mais utilizado no resfriamento de componentes eletrônicos por convecção forçada. No entanto, atualmente vários equipamentos empregam líquido como agente refrigerante. Apesar de sua maior capacidade térmica, a refrigeração com líquidos apresenta problemas adicionais, tais como: vazamento, corrosão, peso adicional e condensação, entre outros. Os principais fluidos empregados no resfriamento por convecção forçada são a água (refrigeração indireta) e os fluidos dielétricos (refrigeração direta).

Dos métodos de resfriamento de componentes eletrônicos que utilizam mudança de fase, a ebulição livre (pool boiling) é o mais simples. Essencialmente, os métodos bifásicos de resfriamento destacam-se pelas elevadas taxas de transferência de calor alcançadas e pelo superaquecimento de parede relativamente baixo. Os coeficientes de transferência de calor obtidos são cerca de 10 a 100 vezes maiores do que os obtidos na convecção forçada sem mudança de fase, para um mesmo fluido de resfriamento (Chu, 1999). Entretanto, este método apresenta sérias restrições relativas ao espaço disponível nos circuitos/equipamentos eletrônicos.

Menos convencional do que os anteriores, o método de resfriamento por filme de líquido faz uso da gravidade para gerar um escoamento de fluido refrigerante sobre uma superfície inclinada aquecida (por exemplo, um chip). A ebulição do fluido é induzida, de modo a obter-se uma intensificação da transferência de calor. Apesar de apresentar maiores coeficientes de transferência de calor do que a ebulição livre, esta técnica é muito pouco utilizada, principalmente, devido à necessidade de sistemas auxiliares adicionais, limitações de espaço e dificuldades de controle da ebulição (Grimley *et al.*, 1998).

O método de resfriamento por jato de líquido utiliza jatos de líquido refrigerante que são direcionados sobre uma superfície aquecida, resultando num modo extremamente eficaz de dissipação de calor. Obtêm-se elevados fluxos de calor (até 70 W/cm^2), em temperaturas relativamente baixas. Ao atingirem as superfícies os jatos formam camadas limites (hidrodinâmica e térmica) muito finas, resultando em coeficientes de transferência de calor monofásicos da ordem de $10^4 \text{ W/m}^2\text{K}$ (Incropera, 1999). Entretanto, este método apresenta uma série de inconvenientes, tais como: circuito de recirculação do fluido refrigerante, sistema de controle da velocidade do jato, erosão da superfície resfriada e entupimento da tubeira do jato. A erosão da superfície resfriada pode ser reduzida, ou mesmo evitada, substituindo-se o jato por um borrião de líquido refrigerante. Nesta variante, o fluido refrigerante é aplicado à superfície sob a forma de um spray muito fino e com baixa velocidade, resultando num processo contínuo de formação e evaporação de uma fina camada de líquido. Excetuando-se a limitação relativa à corrosão, as demais restrições apresentadas na técnica de resfriamento por jato de líquido mantêm-se neste método.

A refrigeração por ebulição em micro-canais é uma técnica baseada no bombeamento de um fluido refrigerante através de um conjunto de micro-canais feitos na superfície aquecida. À medida que se desloca no interior dos canais, o fluido refrigerante sofre um processo de ebulição, gerando altíssimos fluxos de calor (da ordem de 100 W/cm^2 , ou mais; Bowers e Mudawar, 1994). Apesar de empregar componentes adicionais, este método de resfriamento pode ser empregado em situações onde exista restrição de espaço. Como exemplo cita-se o micro-sistema desenvolvido por Lin *et al.* (2002): composto por um evaporador e um condensador com micro-canais e uma micro-bomba, interligados em circuito fechado e usando água como fluido refrigerante. Esta técnica faz parte de uma nova tendência tecnológica, com ênfase na transferência de calor com ebulição (boiling heat transfer) em micro-componentes.

A utilização de dispositivos termoelétricos para o resfriamento de componentes de circuitos eletrônicos baseia-se no efeito Peltier, ou seja, no surgimento de um gradiente de temperatura decorrente da passagem de corrente elétrica através de um condutor formado pela junção de dois materiais com características termoelétricas diferentes. Este método permite a implantação de um sistema de resfriamento compacto, silencioso, livre de partes móveis e de fácil controle. Dentre as suas maiores desvantagens incluem-se a baixa capacidade de dissipação de calor e o baixo desempenho térmico.

Os tubos de calor são dispositivos passivos de transferência de calor bifásica, capazes de transferir grandes quantidades de calor a partir de pequenos gradientes de temperatura (Gaugler, 1942). Sua configuração básica é formada por uma carcaça evacuada, dividida em três seções (evaporador, seção adiabática e condensador) e que contém uma estrutura capilar e um fluido de trabalho no seu interior. A Figura 1.3 mostra um tubo de calor em corte, destacando a estrutura capilar, os escoamentos internos (líquido/vapor) e as suas principais seções.

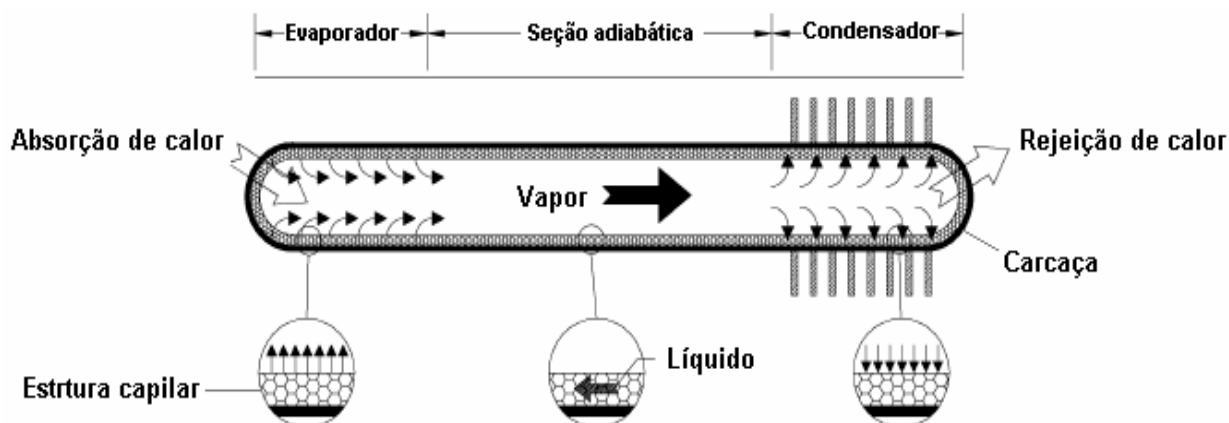


Figura 1.3 Vista em corte de um tubo de calor típico.

O processo de carregamento do tubo de calor se inicia com a evacuação da carcaça e posterior adição do fluido de trabalho, em quantidade suficiente para saturar a estrutura capilar. Numa condição de equilíbrio termodinâmico, a pressão interna é igual à pressão de saturação associada à temperatura do tubo de calor. À medida que calor é adicionado ao evaporador, este equilíbrio é perturbado, gerando vapor com pressão e temperatura ligeiramente maiores do que os valores inicialmente existentes. Esta elevação de pressão gera um escoamento de vapor no sentido do evaporador para o condensador, onde o fluido de trabalho se condensa devido à rejeição de calor para o ambiente. O líquido resultante do processo de condensação retorna para o evaporador, devido às forças capilares geradas pela estrutura capilar. Este processo repete-se continuamente, gerando grandes fluxos de calor a partir de pequenos gradientes de temperatura (da ordem de 2°C ; Faghri, 1995).

Apesar de o primeiro tubo de calor com estrutura capilar ter sido inventado em 1963, foi somente no início da década de 1990 que este dispositivo passou a ser usado em maior escala pela indústria eletrônica. Atualmente, os tubos de calor são uma tecnologia consolidada e amplamente utilizada como ferramenta de gerenciamento térmico em diversas aplicações (notebooks, estações de trabalho, mainframes, fontes de potência e trocadores de calor). Algumas das principais limitações apresentadas por estes dispositivos, incluem os limites capilar, viscoso, sônico, de arraste (entrainment) e de ebulição.

O tubo de calor pulsante (TCP) é um dispositivo de transferência de calor relativamente novo (surgiu em meados de 1990), que se enquadra na família dos dispositivos passivos de

transferência de calor bifásica. A estrutura básica de um TCP é caracterizada pelos seguintes componentes:

- Uma serpentina construída a partir de um tubo metálico com dimensões capilares, carregado parcialmente com um determinado fluido de trabalho e sem a presença de estrutura capilar interna. Esta serpentina pode ser configurada tanto em circuito aberto quanto em circuito fechado (Figura 1.4a).
- Um evaporador e um condensador (Figura 1.4b).
- Uma seção adiabática (opcional), situada entre o evaporador e o condensador.

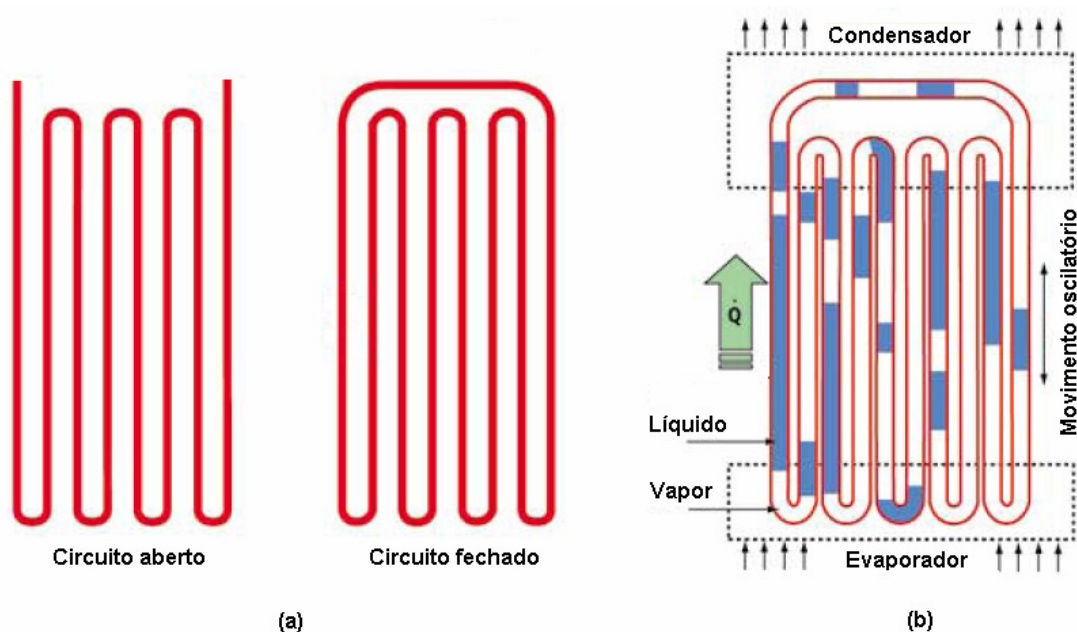


Figura 1.4 (a) Desenhos esquemáticos de tubos de calor pulsantes em circuitos aberto e fechado. (b) Principais componentes de um tubo de calor pulsante.

1.2 Características Operacionais dos Tubos de Calor Pulsantes

Apesar de serem relativamente fáceis de construir, os TCPs apresentam características operacionais termo-hidrodinâmicas bastante complexas. Com o objetivo de facilitar a compreensão destas características, consideremos inicialmente uma situação onde um TCP de CO_2 esteja completamente isotérmico. Nesta condição, as fases de líquido e de vapor existentes no interior do tubo encontram-se em equilíbrio termodinâmico, na pressão de saturação correspondente à temperatura do TCP. O estado termodinâmico de todos os

meniscos de líquido e de todas as bolhas de vapor, independentemente dos seus tamanhos e de suas posições, são representados pelos pontos A e B do digrama pressão-entalpia da Figura 1.5. Suponha-se agora que a temperatura do TCP seja lentamente aumentada para um novo valor fixo, forçando o sistema a estabelecer uma nova condição de equilíbrio. Este novo equilíbrio ocorrerá numa pressão de saturação correspondente à nova temperatura do dispositivo e as fases de vapor e de líquido passarão a ter os seus estados termodinâmicos representados pelos pontos A' e B'. Durante a transição para esta nova condição de equilíbrio, ocorrerá a transferência de certa quantidade de massa do líquido para o vapor (evaporação). Um processo similar ocorrerá se o sistema for lentamente resfriado até a condição de equilíbrio representada pelos pontos A'' e B''. Entretanto, em condições reais de operação, o TCP não é isotérmico, visto que existem gradientes de temperatura tanto entre as seções do evaporador e do condensador, quanto no interior destes componentes. Estes gradientes são decorrentes principalmente da não uniformidade do processo de transferência de calor. Consequentemente, são gerados desequilíbrios de pressão que induzem as forças responsáveis pelo transporte do fluido e pela instabilidade do escoamento bifásico gerado.

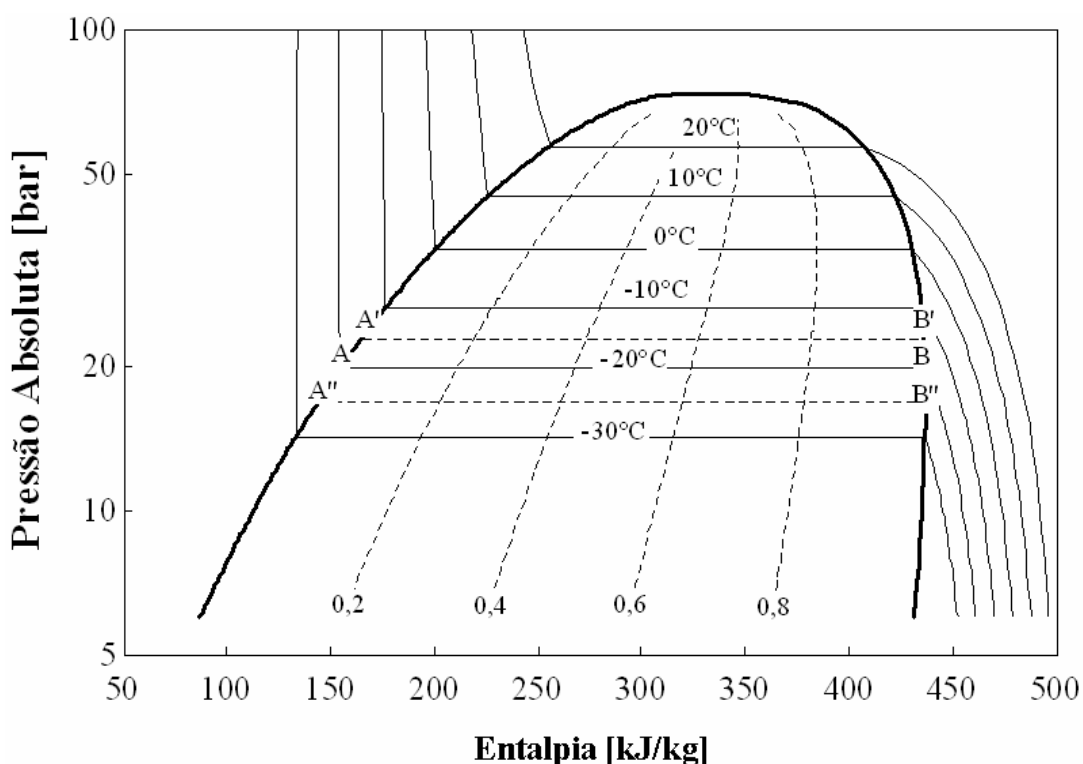


Figura 1.5 Diagrama pressão-entalpia típico de um tubo de calor pulsante de CO₂.

O processo de absorção de calor no evaporador induz um deslocamento ascendente do ponto A, em relação à linha de líquido saturado do diagrama pressão-entalpia. Simultaneamente, a rejeição de calor no condensador, induz um deslocamento descendente do ponto B, em relação à linha de vapor saturado. Sendo assim, um estado auto-sustentado de desequilíbrio termodinâmico se estabelece no interior do TCP.

1.3 Aplicações Envolvendo Baixas Temperaturas

O presente estudo tem como principal objetivo investigar experimentalmente o comportamento térmico de TCPs, operando em temperaturas inferiores a 5 °C. Esta faixa de temperatura é adequada para determinadas aplicações de refrigeração, onde o TCP pode ser usado como um trocador de calor passivo de baixa resistência térmica e elevada capacidade de dissipação de calor. Por exemplo, há a possibilidade de se empregar um TCP como trocador de calor intermediário, conectando a extremidade fria do compressor a ciclo stirling ao ambiente que se deseja refrigerar.

1.4 Transferência de Calor num Tubo de Calor Pulsante

Nos tubos de calor convencionais e nos termosifões bifásicos, os processos de transferência de calor predominantes ocorrem sob a forma de calor latente. Tal situação sugere que esta também seja a forma predominante nos tubos de calor pulsantes. Entretanto, uma análise mais aprofundada precisa ser realizada antes de se confirmar esta hipótese. Como um TCP é um dispositivo com volume interno fixo, se as suas temperaturas de operação forem mantidas constantes, haverá um equilíbrio termodinâmico entre as fases líquido e vapor saturados (exceto na presença de metaestabilidade). Assim, se uma determinada bolha de vapor colapsa devido à rejeição de calor numa determinada posição do condensador, liberando calor na forma latente, haverá a formação de uma bolha de vapor equivalente, numa dada posição do evaporador, devido à absorção de calor. Conseqüentemente, quando o TCP estiver operando numa condição de regime quase-permanente, a fração enchimento FE (volume de líquido do fluido de trabalho/volume interno do TCP) permanecerá praticamente constante ao longo do período de funcionamento do dispositivo. As Figuras 1.6 e 1.7 mostram

a variação do título do fluido de trabalho em relação à razão volumétrica de vapor ($1-FE$), de um TCP carregado com a água e CO_2 , operando em temperaturas de evaporação distintas. O título do fluido de trabalho, na temperatura de evaporação correspondente, é obtido a partir das seguintes equações:

$$x = \frac{1}{1 + \frac{\rho_l V_l}{\rho_v V_v}} \quad (1.1)$$

$$\frac{V_l}{V_v} = \frac{FE}{1 - FE} \quad (1.2)$$

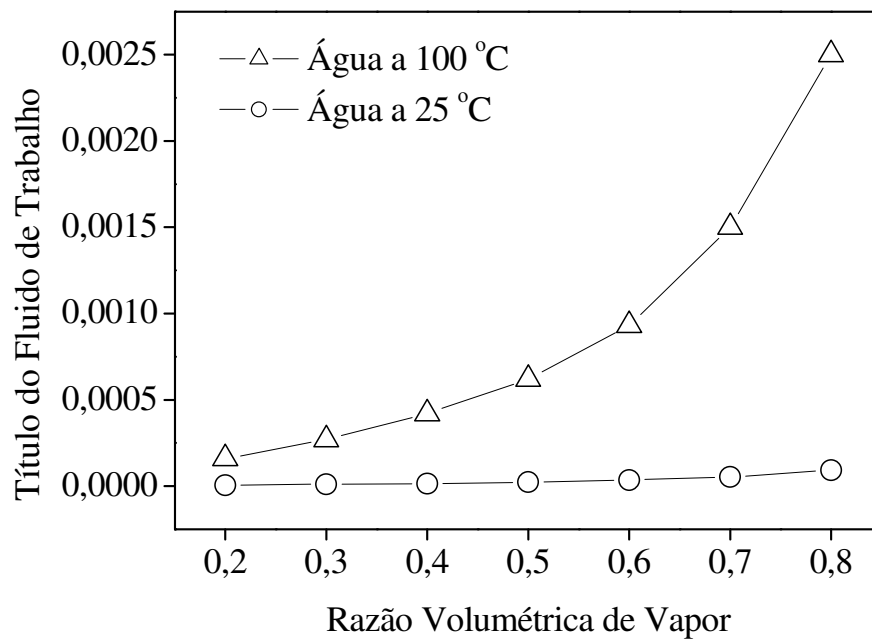


Figura 1.6 Variação do título do fluido de trabalho de um TCP operando com água e temperaturas de evaporação iguais a 25 °C e 100 °C.

Observa-se na Figura 1.6 que o título da água é extremamente baixo em toda a faixa de razões volumétricas de vapor aplicáveis aos TCPs (20 a 80%), quando estes operam entre temperaturas de evaporação e condensação maiores do que a temperatura ambiente. Entretanto, de acordo com a Figura 1.7, pode ser observado que o título do fluido de trabalho

apresenta valores relativamente elevados na operação em baixas temperaturas. Estas diferenças na ordem de grandeza do título do fluido de trabalho têm conseqüências diretas sobre os mecanismos de transferência de calor associados aos TCPs.

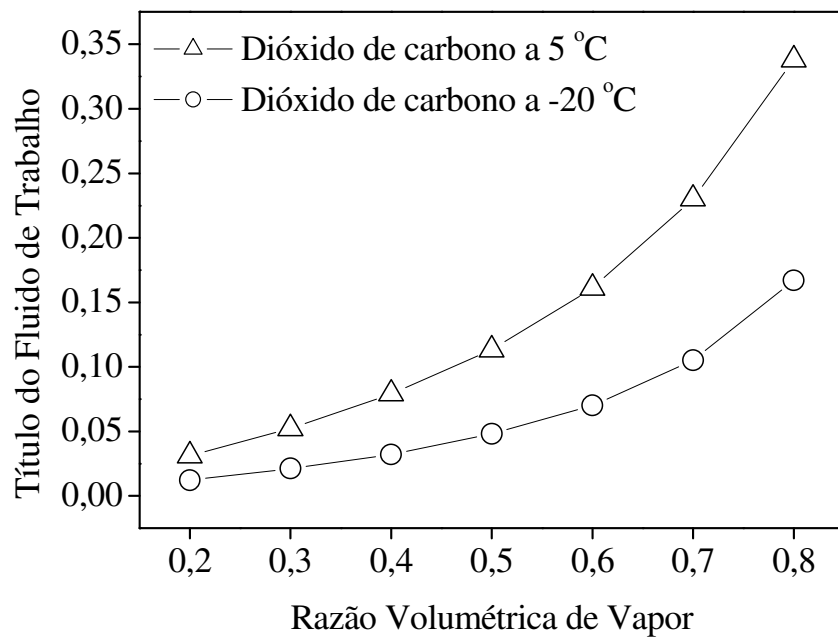


Figura 1.7 Variação do título do fluido de trabalho de um TCP operando com CO₂ e temperaturas de evaporação iguais a 5 °C e -20 °C.

Como o volume interno do dispositivo é fixo, se a razão de enchimento e as temperaturas de evaporação e condensação forem consideradas constantes, o título do fluido de trabalho também será constante durante a operação do TCP. Como não há trocas de calor na seção adiabática, parte do condensador será utilizada para resfriar o fluido de trabalho da temperatura de evaporação até a temperatura de condensação, e parte será responsável pela sua condensação. Estes processos de resfriamento e condensação podem ser comparados a partir das equações a seguir apresentadas.

$$H_{SL} = \frac{h_{m, \text{evap}} - h_{m, \text{cond}}}{h_{m, \text{cond}} - h_{l, \text{cond}}} \quad (1.3)$$

onde

$$h_{m,evap} = h_{l,evap} + x (h_{v,evap} - h_{l,evap}) \quad (1.4)$$

$$h_{m,cond} = h_{l,cond} + x (h_{v,cond} - h_{l,cond}) \quad (1.5)$$

sendo H_{SL} a razão entre entalpia sensível e latente, $h_{m,evap}$ a entalpia da mistura de líquido e vapor na temperatura de evaporação, $h_{m,cond}$ a entalpia da mistura de líquido e vapor na temperatura de condensação, $h_{l,evap}$ e $h_{v,evap}$ as entalpias do líquido e do vapor saturados na temperatura de evaporação, $h_{l,cond}$ e $h_{v,cond}$ a entalpia do líquido e do vapor saturados na temperatura de condensação.

A Tabela 1.2 apresenta valores calculados de H_{SL} para um TCP carregado com água e com dióxido de carbono (CO₂), operando em faixas distintas de temperatura. De acordo com a tabela, pode ser observado que a parcela sensível é predominante em operações acima da temperatura ambiente. Entretanto, em aplicações envolvendo baixas temperaturas, as parcelas sensível e latente praticamente se equivalem. Apesar de coerentes, estes resultados não são conclusivos, uma vez que foram obtidos admitindo-se várias simplificações relativas aos processos térmicos e hidrodinâmicos relativos à operação do TCP.

Tabela 1.2 Razão entre calor latente e sensível num tubo de calor pulsante.

Fluido de trabalho	Temperatura de evaporação	Temperatura de condensação	Razão volumétrica do vapor	Título na entrada do condensador	Razão entre entalpia sensível e latente (H_{SL})
Água	100°C	25°C	0,2	0,00016	826
			0,3	0,00027	482
			0,4	0,00042	310
			0,5	0,00062	206
			0,6	0,00093	138
			0,7	0,00150	89
			0,8	0,00250	52
			CO ₂	5°C	-20°C
0,3	0,052	3,7			
0,4	0,079	2,4			
0,5	0,113	1,6			
0,6	0,161	1,0			
0,7	0,230	0,7			
0,8	0,338	0,4			

1.5 Fechamento do Capítulo

O crescente aumento das potências e densidades de fluxo de calor a serem dissipadas tem gerado demandas por tecnologias capazes de atender os requisitos atuais de confiabilidade, durabilidade e custo. Dentre as tecnologias existentes, os tubos de calor pulsantes apresentam-se como uma possibilidade promissora tanto para o resfriamento de componentes eletrônicos quanto para aplicações envolvendo temperaturas de operação abaixo da temperatura ambiente. Neste contexto, será realizada no próximo capítulo deste estudo uma revisão bibliográfica relativa aos tubos de calor pulsantes, buscando estabelecer o estado da arte destes dispositivos, tanto no campo experimental quanto analítico/numérico.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Ainda que um tubo de calor pulsante (TCP) opere em regime bifásico, o entendimento do seu comportamento pressupõe a compreensão do escoamento monofásico oscilatório. Sendo assim, a revisão bibliográfica deste estudo iniciou pela leitura dos trabalhos de Siegel e Perlmutter (1962), Kurzweg e Zhao (1984), Zhao e Cheng (1995) e Sert e Beskok (2003). Os principais trabalhos relativos aos TCPs, destacando suas potencialidades e limitações, são apresentados e discutidos, sendo divididos nos seguintes grupos: estudos experimentais, estudos teóricos e estudos teórico-experimentais.

2.1 Estudos Experimentais

A descrição conceitual mais antiga de um tubo de calor pulsante encontra-se na patente de Smyrnov e Savchencov (1975). Posteriormente, o conceito de escoamento bifásico oscilatório termicamente auto-induzido foi patenteado por Akachi (1993). Como resultado desta operacionalização, vinte e quatro diferentes configurações, denominadas tubo de calor em circuito (*loop heat pipe*), foram patenteadas com o objetivo de superar algumas das deficiências apresentadas pelos tubos de calor convencionais. As resistências térmicas destes dispositivos situaram-se entre 0,082 a 0,233 K/W, para a água, e 0,077 a 0,189 K/W para o R11, com potências fornecidas variando de 310 W a 920 W. Todas as configurações propostas caracterizavam-se por apresentar, pelo menos, uma válvula direcional, impondo ao escoamento um sentido preferencial, conforme mostrado na Figura 2.1.

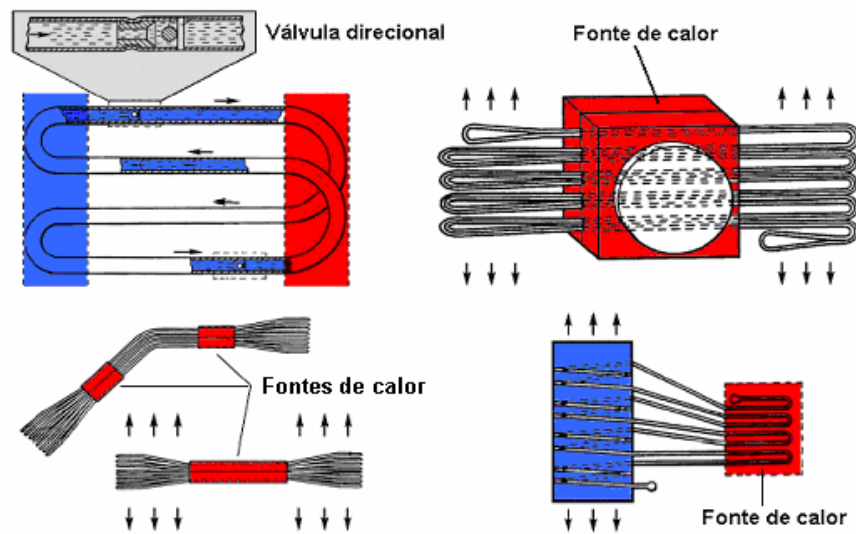


Figura 2.1 Exemplos de alguns dos tubos de calor pulsantes de Akachi (1993).

Os tubos utilizados por Akachi (1993) apresentavam diâmetros internos definidos a partir do número de Bond, dado pela Equação (2.1), que representa a razão entre as forças de corpo gravitacional e as forças de tensão superficial que atuam no sistema composto por bolhas de vapor e meniscos de líquido, existente no interior de um tubo capilar, conforme mostrado na Figura 2.1. A Equação (2.1) é obtida considerando uma condição de equilíbrio entre as forças de campo gravitacional e as forças de tensão superficial, de modo que as bolhas permaneçam estáticas em relação à parede do tubo (Harmathy, 1960; White e Beardmore, 1962). À medida que o diâmetro do tubo aumenta, as forças de tensão superficial são reduzidas, levando à estratificação das fases líquido e vapor. Todavia, a partir de um determinado diâmetro máximo (diâmetro crítico), o dispositivo não tem condições de operar no modo pulsante. Assim, para que a condição de equilíbrio aconteça e o dispositivo opere como um TCP, o número de Bond deve ser menor do que o seu valor crítico, definido a partir do diâmetro crítico do tubo. Cabe salientar, que não há consenso na literatura quanto ao número de Bond crítico para a determinação do diâmetro crítico, sendo que Akachi *et al.* (1996) assumem que o Bond crítico é igual a 2 enquanto Shafii *et al.* (2001) assumem o valor 1,84.

$$Bo = \sqrt{\frac{g(\rho_l - \rho_v)d_i}{\sigma}} \quad (2.1)$$



Figura 2.2 Distribuição fases líquido e vapor tubo num capilar.

A partir do caminho traçado pelas primeiras patentes, seguiu-se uma série de investigações experimentais relativas aos TCPs. Resultados qualitativos com ênfase na compreensão fenomenológica destes dispositivos são mais abundantes do que dados quantitativos. Outro aspecto a ressaltar está relacionado à grande diversidade geométrica proposta para os TCPs.

Maezawa *et al.* (1995) estudaram um tubo de calor pulsante em circuito aberto (*open loop pulsating heat pipe*), formado por uma serpentina de cobre com vinte curvas, vinte e quatro metros de comprimento, utilizando o R142b como fluido de trabalho. Foram analisados principalmente os efeitos da razão de enchimento (volume de líquido/volume interno total) e do ângulo de inclinação, além das flutuações de temperatura das paredes dos tubos na região adiabática.

Kawara *et al.* (1996) utilizaram emissão de prótons para visualizar a distribuição das fases do fluido de trabalho no interior de um tubo de calor pulsante em circuito aberto. Um feixe de prótons de 20 mm de diâmetro incide na seção de testes, sendo posteriormente convertido em luz visível numa tela fluorescente. O TCP foi construído com canais de geometria retangular com seção de $0,6 \times 9,7 \text{ mm}^2$, montados sobre uma base plana de $190 \times 50 \times 1,3 \text{ mm}^3$. A Figura 2.3 apresenta um extrato das radiografias obtidas a partir do feixe de prótons, nas quais o líquido aparece com cor mais escura.

Os trabalhos de Akachi *et al.* (1996) e Akachi e Polášek (1997) serviram de base para que a empresa japonesa TS-Heatronic Co. Ltda. desenvolvesse uma série de TCPs, dentre os quais se destacam principalmente aqueles denominados de HeatlaneTM e aleta Kenzan (Figura 2.4).

Uma versão atual de sumidouro de calor Heatlane™, usada para o resfriamento de semicondutores, com (200x130x170) mm e 1,1 kg, apresenta as características de desempenho especificadas na Tabela 2.1.

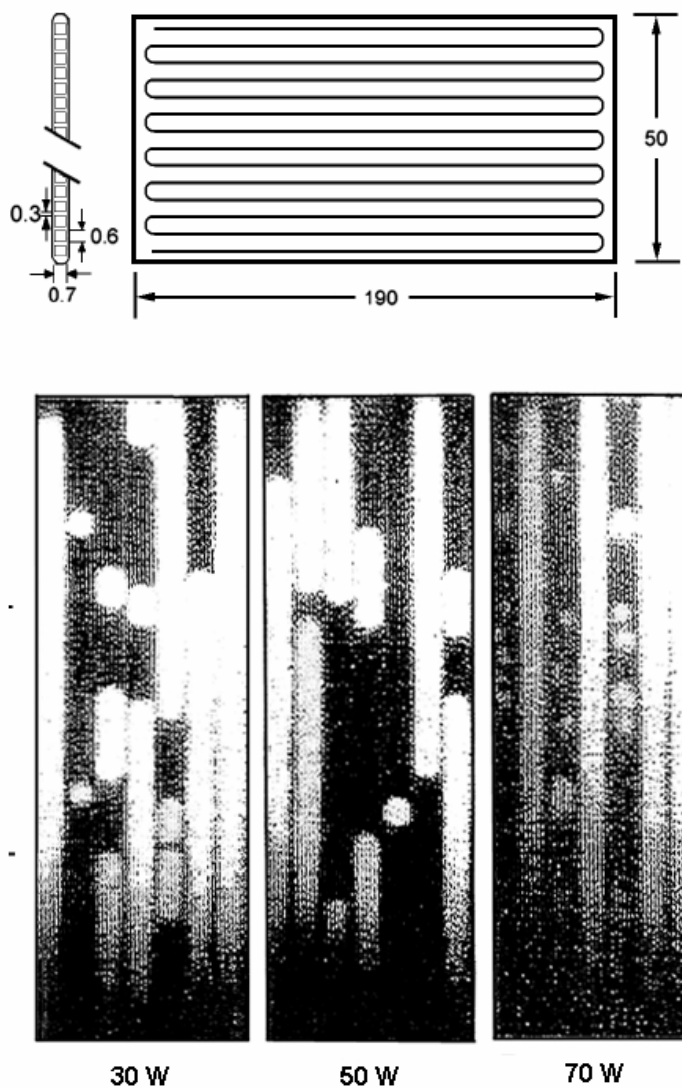


Figura 2.3 Esquema e radiografias do TCP de Kawara *et al.* (1996).

Tabela 2.1 Desempenho típico do sumidouro de calor Heatlane™ DLC.

Fluido de trabalho	Velocidade do ar	Resistência térmica	Diferença de temperatura	Queda de pressão estática	Máxima potência dissipada
Butano	1,5 m/s	0,079 °C/W	39,5 °C	18 Pa	1170 W
	2,0 m/s	0,077 °C/W	38,5 °C	24 Pa	1829 W
	3,0 m/s	0,065 °C/W	32,5 °C	47 Pa	2150 W
	4,0 m/s	0,063 °C/W	31,5 °C	67 Pa	2220 W

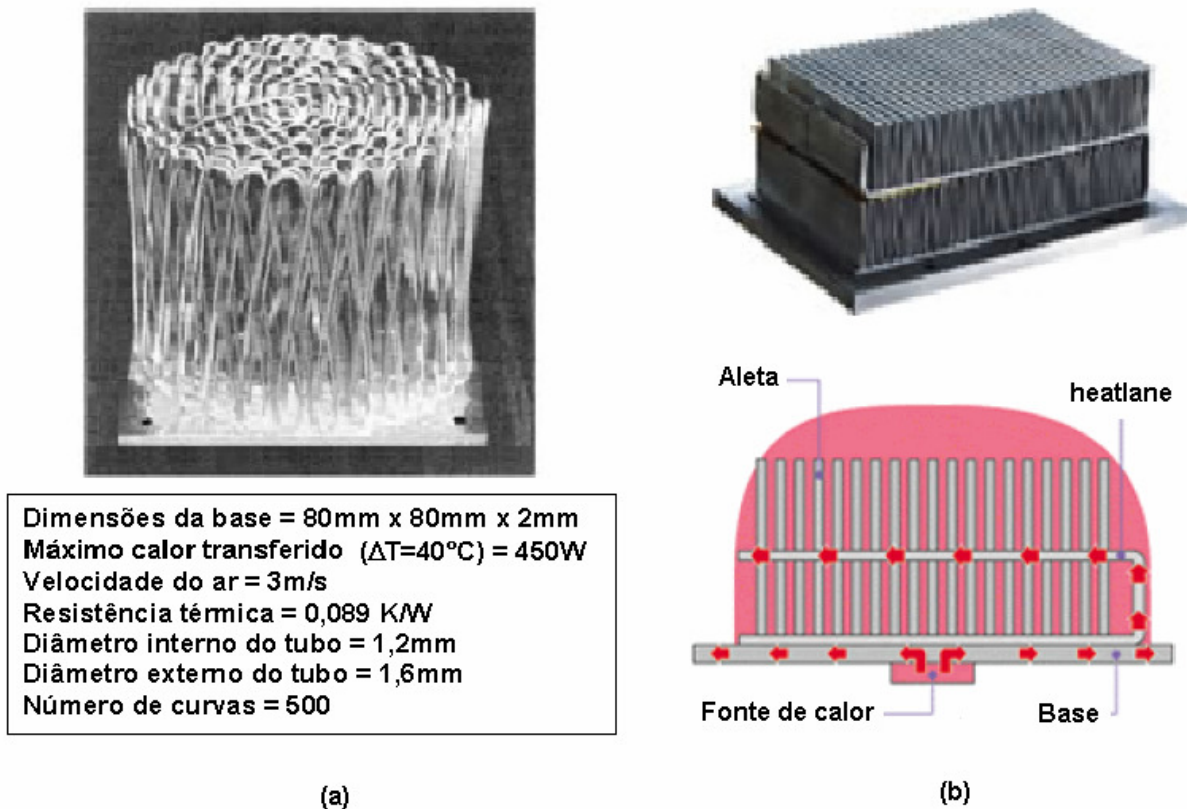


Figura 2.4 (a) Aleta Kenzan típica e dados relativos ao seu desempenho. (b) Sumidouro de calor HeatlineTM produzido pela TS Heatronics Co. Ltda.

Maezawa *et al.* (1997) testaram tubos de calor pulsantes em circuito aberto, feitos a partir de tubos de cobre com 52,5 m de comprimento, 40 curvas e diâmetros internos de 2 mm e 1 mm. Utilizaram como fluido de trabalho o R142b, com uma razão de enchimento igual a 50%. Os melhores resultados observados foram obtidos para o modo de operação vertical, com fornecimento de calor na parte inferior do TCP. O desempenho foi apenas satisfatório no modo de operação com fornecimento de calor na parte superior do TCP.

Hosoda *et al.* (1999) fabricaram um tubo de calor pulsante em circuito fechado, denominado MCL-HTD (*meandering closed-loop heat-transport device*), com o objetivo de investigar experimentalmente e analiticamente a capacidade de transporte de calor e os padrões de escoamento existentes. Os tubos foram fabricados em vidro transparente, com 10 curvas, diâmetro interno de 2,4 mm e externo de 4 mm. Para favorecer a visualização do escoamento utilizou-se água misturada com uma pequena quantidade de tinta preta como fluido de trabalho. Os resultados mostraram que a condutividade térmica equivalente do MCL-HTD de vidro foi relativamente maior do que a de um dispositivo equivalente de cobre.

Entretanto, deve-se considerar o fato de que as medições do calor transferido pelo TCP foram realizadas com precisão relativamente baixa, prejudicando significativamente os resultados obtidos.

Tong *et al.* (2001) realizaram um estudo de visualização num tubo de calor pulsante em circuito fechado, sem seção adiabática, fabricado em tubo de vidro com diâmetro interno de 1,8 mm, com 10 curvas no evaporador e 400 mm de comprimento total. Água foi usada como fluido de trabalho, com razão de enchimento igual a 60%. Para fazer as imagens do escoamento do fluido de trabalho foi usado um dispositivo do tipo CCD (*charge coupled device*), conforme mostrado na Figura 2.5. Foram analisados os efeitos da potência fornecida e do ângulo de inclinação sobre os padrões de escoamento e sobre o desempenho térmico do TCP. Observou-se predominância do padrão de escoamento do tipo “slug flow” durante todos os testes realizados.

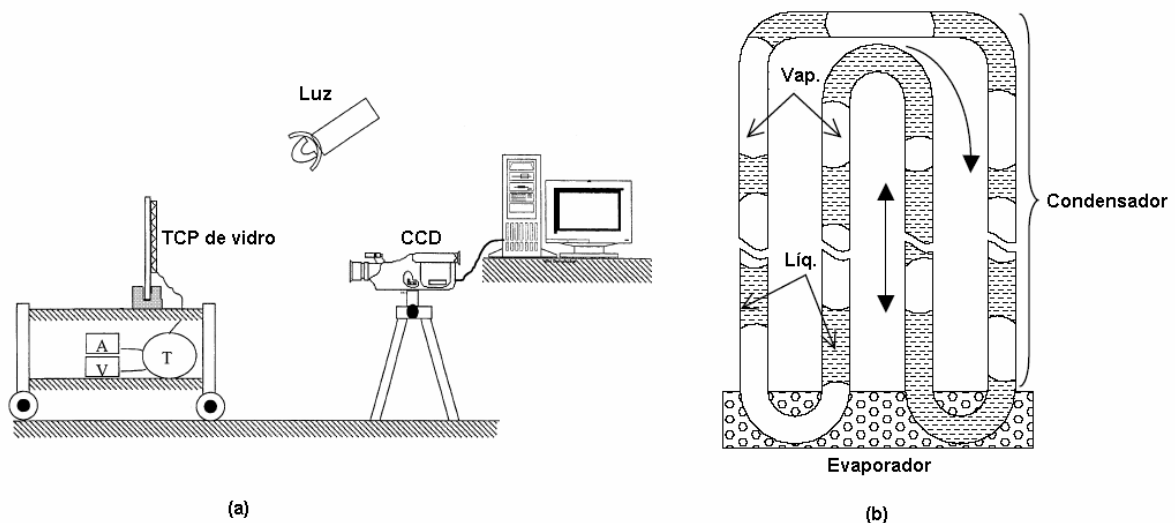


Figura 2.5 (a) Montagem para visualização do escoamento do fluido de trabalho no experimento de Tong *et al.* (2001). (b) Esquema do TCP.

Khandekar *et al.* (2003) analisaram experimentalmente o funcionamento de um tubo de calor pulsante em circuito fechado com o objetivo principal de obter um melhor entendimento dos seus limites de operação. O TCP foi feito em tubo de cobre com 2 mm de diâmetro interno, 3 mm de diâmetro externo e 5 curvas no evaporador, conforme esquema mostrado na Figura 2.6. Três diferentes fluidos de trabalho foram utilizados: água, etanol e R123. O TCP foi testado na posição vertical (evaporador localizado na parte inferior) e na posição

horizontal, com a temperatura do evaporador variando entre 25 e 100 °C. Observou-se que o TCP apresentou seu melhor desempenho, em termos do máximo calor transferido, quando a razão de enchimento situou-se entre 25 e 65%, independentemente do tipo de fluido de trabalho utilizado. Para frações de enchimento abaixo do limite inferior desta faixa, houve secagem (*dry-out*) parcial do evaporador em determinados testes.

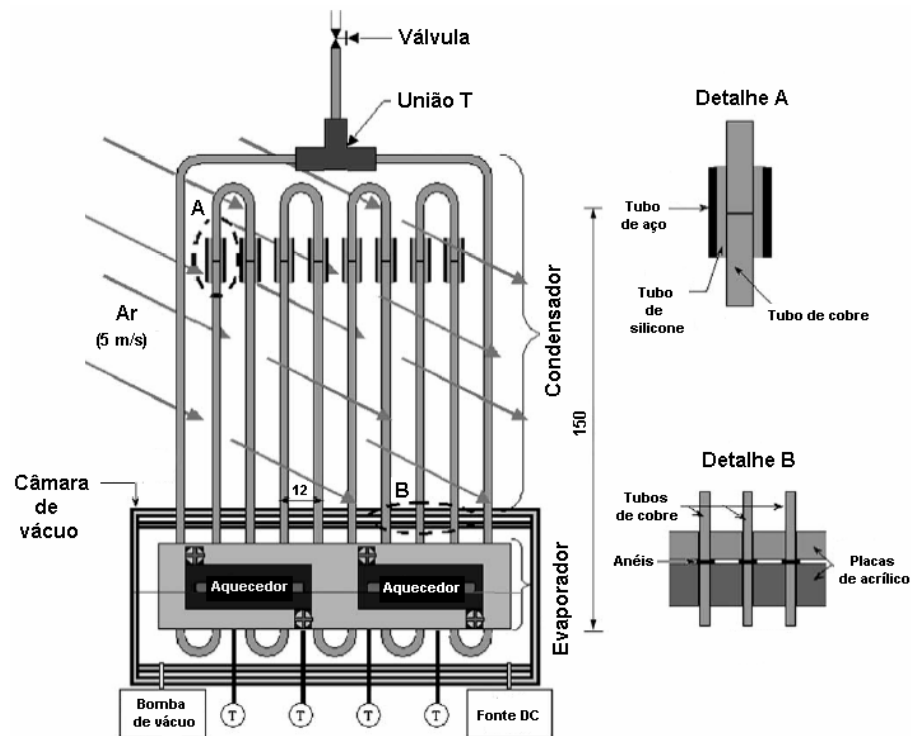


Figura 2.6 Esquema do experimento de Khandekar *et al.* (2003).

Charoensawan *et al.* (2003) apresentaram resultados da análise experimental de um tubo de calor pulsante feito em cobre, com diâmetro interno de 1,0 mm e externo de 2,0 mm. Três diferentes fluidos de trabalho foram utilizados: água, etanol e R123. Em todos os experimentos foram mantidas fixas a razão de enchimento (60%), a temperatura de condensação (20 °C) e a temperatura de evaporação (80 °C). Foram analisados os efeitos do diâmetro interno, número de curvas e ângulo de inclinação. Os resultados indicaram uma forte influência da gravidade e do número de curvas sobre o desempenho térmico do TCP.

Khandekar *et al.* (2003) complementaram o trabalho de Charoensawan *et al.* (2003), a partir de resultados de visualização do escoamento, obtidos com o aparato experimental

mostrado na Figura 2.7. A necessidade desta análise complementar surgiu em decorrência da busca pela confirmação da hipótese de que a performance do TCP (como por exemplo, em termos da sua resistência térmica global) é dependente dos padrões de escoamento existentes no interior dos tubos.

Os estudos de visualização permitiram confirmar que o desempenho do TCP pode tornar-se menos dependente da sua inclinação em relação à horizontal, desde que um número de curvas crítico (N_{crit}) seja atingido. Por definição, o número de curvas crítico é aquele que permite a operação adequada do TCP contra a gravidade (evaporador localizado abaixo do condensador). Os resultados também mostraram que o máximo calor transportado nas diferentes regiões do TCP é fortemente dependente dos padrões de escoamento, conforme mostrado na Figura 2.8. Concluiu-se, por conjectura e pela visualização experimental, que instabilidades são inerentes à operação dos TCPs e também que condições de não-equilíbrio metaestável ocorrerão no interior dos tubos.

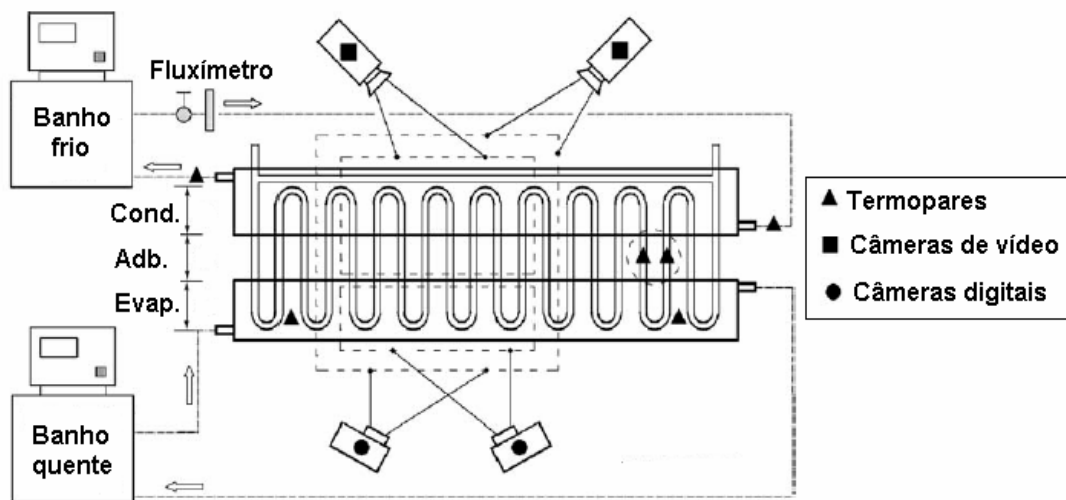


Figura 2.7 Aparato experimental utilizado por Khandekar *et al.* (2003).

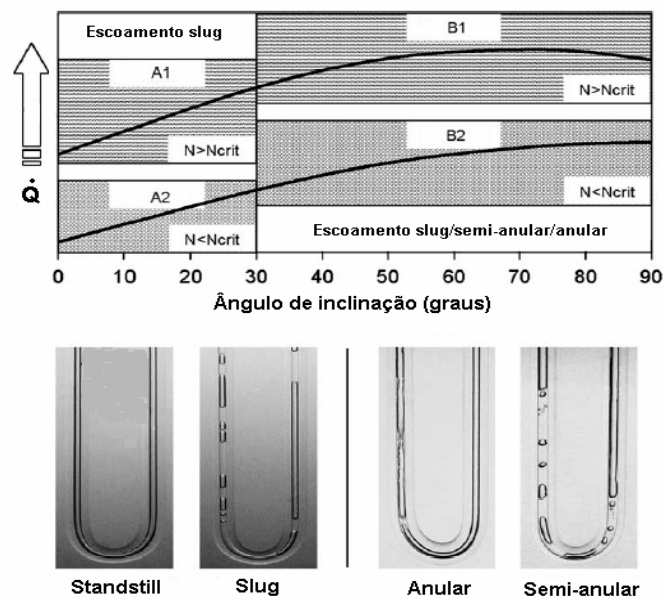


Figura 2.8 Influência dos padrões de escoamento sobre o máximo fluxo de calor alcançado no TCP estudado por Khandekar *et al.* (2003).

Khandekar *et al.* (2006) traçaram uma genealogia para os sistemas passivos bifásicos de transferência de calor, situando os TCPs na família dos tubos de calor, que inclui, entre outros, os tubos de calor convencionais e os termossifões. São também apresentadas as equações fundamentais associadas a estes dispositivos e as principais dificuldades encontradas nas suas soluções. Em seguida são apresentados os resultados experimentais obtidos para um TCP em circuito aberto, feito em tubo de cobre com 2 mm de diâmetro interno, 3 mm de diâmetro externo e vinte curvas, conforme fotografias e esquema da bancada experimental, mostrados na Figura 2.9. Os fluidos de trabalho utilizados foram água e etanol. O máximo fluxo de calor obtido foi de 12 W/cm^2 , correspondendo a uma potência máxima de aproximadamente 400 W.

Os resultados obtidos levaram às seguintes conclusões:

- O TCP poderá operar em qualquer orientação, desde que haja uma condição simultânea de elevado número de curvas e alto fluxo de calor.
- Em geral, a partida do TCP (start-up) por incremento de potência somente será possível a partir de um fluxo de calor mínimo. Esta mínima potência é muito menor no modo de operação vertical do que no horizontal. Além deste valor mínimo, o TCP mantém-se continuamente ativo à medida que a potência fornecida é incrementada.

- A resistência térmica global do TCP decresce continuamente com o aumento do fluxo de calor, até que a transferência de calor atinja o limite imposto pelo coeficiente de transferência de calor do fluido de condensação.
- O TCP não opera adequadamente para frações de enchimento inferiores a 20% ou superiores a 80%. Além disto, existe uma razão de enchimento ótima situada entre estes dois limites. Por outro lado, observou-se também que o TCP apresenta moderada sensibilidade à variação da razão de enchimento, quando ele opera dentro desses limites. Esta sensibilidade diminui ainda mais, à medida que a potência fornecida é aumentada.

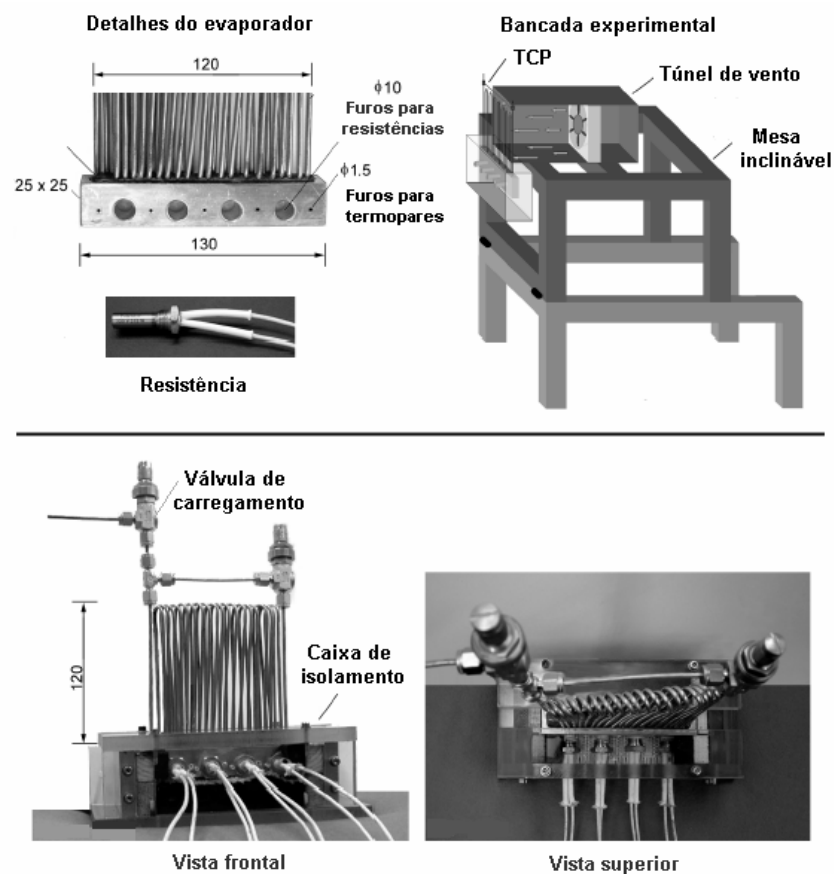


Figura 2.9 Fotografias e esquema do experimento de Khandekar *et al.* (2003).

Resultados adicionais são apresentados tendo como base uma analogia com aletas (Tabela 2.2), sendo o desempenho térmico do TCP comparado (no modo de operação vertical, com aquecimento na parte inferior) com o desempenho de três outros dispositivos: uma aleta maciça de cobre, um mini-tubo de calor convencional e uma aleta maciça de material supercondutor (condutividade térmica infinita). De acordo com os resultados, observa-se que

o TCP apresenta uma vantagem considerável quando comparado a uma aleta de cobre equivalente, tanto em termos de desempenho térmico quanto de peso. Entretanto, o seu desempenho é ligeiramente menor do que o desempenho do mini-tubo de calor. Esta pequena desvantagem pode ser compensada pela maior simplicidade de fabricação do TCP.

Tabela 2.2 Comparação entre o TCP de Khandekar *et al.* (2006) e outros dispositivos passivos usados para transferir calor.

T_{bloco} (°C)	T_{base} (°C)	T_{ar} (°C)	Calor transferido*			
			Aleta de cobre (380 W/mK)	TCP (4500 W/mk)	Mini-tubo de calor (12.344 W/mK)	Aleta supercondutora (∞ W/mK)
160	140	24	206 W	400 W	431 W	451 W
126	111	24	154 W	300 W	323 W	338 W
92	82	24	103 W	200 W	215 W	225 W
Peso			62,9 g	36,1 g (FE 50%, etanol)	33,7 g	-----

* $N=40$ aletas (20 curvas do TCP), $L=125$ mm (altura da aleta), $h_{ar}=82$ W/m²K

$d=3$ mm (diâmetro da aleta de cobre e supercondutora)

$d_{int}=2$ mm e $d_{ext}=3$ mm para o TCP e $d_{int}=3$ mm e $d_{ext}=2,5$ mm para o mini-tubo de calor

Khandekar *et al.* (2009) estudaram o tubo de calor pulsante em circuito fechado, mostrado na Figura 2.10, numa perspectiva de analisar os regimes de operação e os padrões de escoamento existentes. O etanol foi utilizado como fluido de trabalho e a razão de enchimento foi mantida em 60%. A temperatura do evaporador variou entre 20 e 80 °C (aproximadamente), para uma potência fornecida de 20 W. Foram utilizados tubos de vidro com dimensões capilares (diâmetro interno de 2 mm e externo de 3 mm) na seção adiabática, para permitir a visualização do escoamento. Um transdutor de pressão absoluta foi conectado ao evaporador de modo a obter a pressão no seu interior. Os resultados mais significativos dizem respeito à constatação da existência de múltiplos regimes periódicos de operação quase estáticos, com múltiplas frequências de oscilação (comportamento randômico), conforme pode ser observado na Figura 2.11.

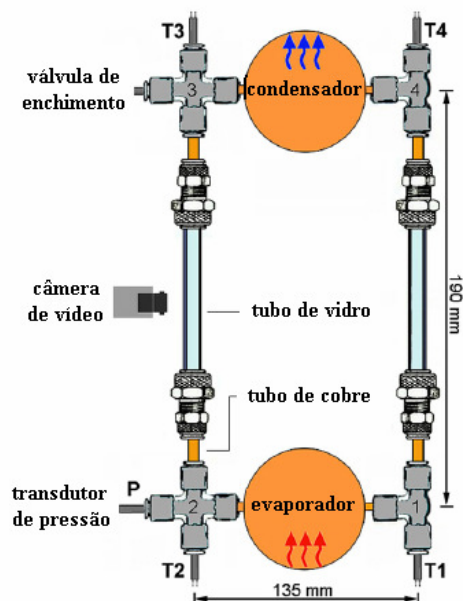


Figura 2.10 Esquema da seção de testes utilizada por Khandekar *et al.* (2009).

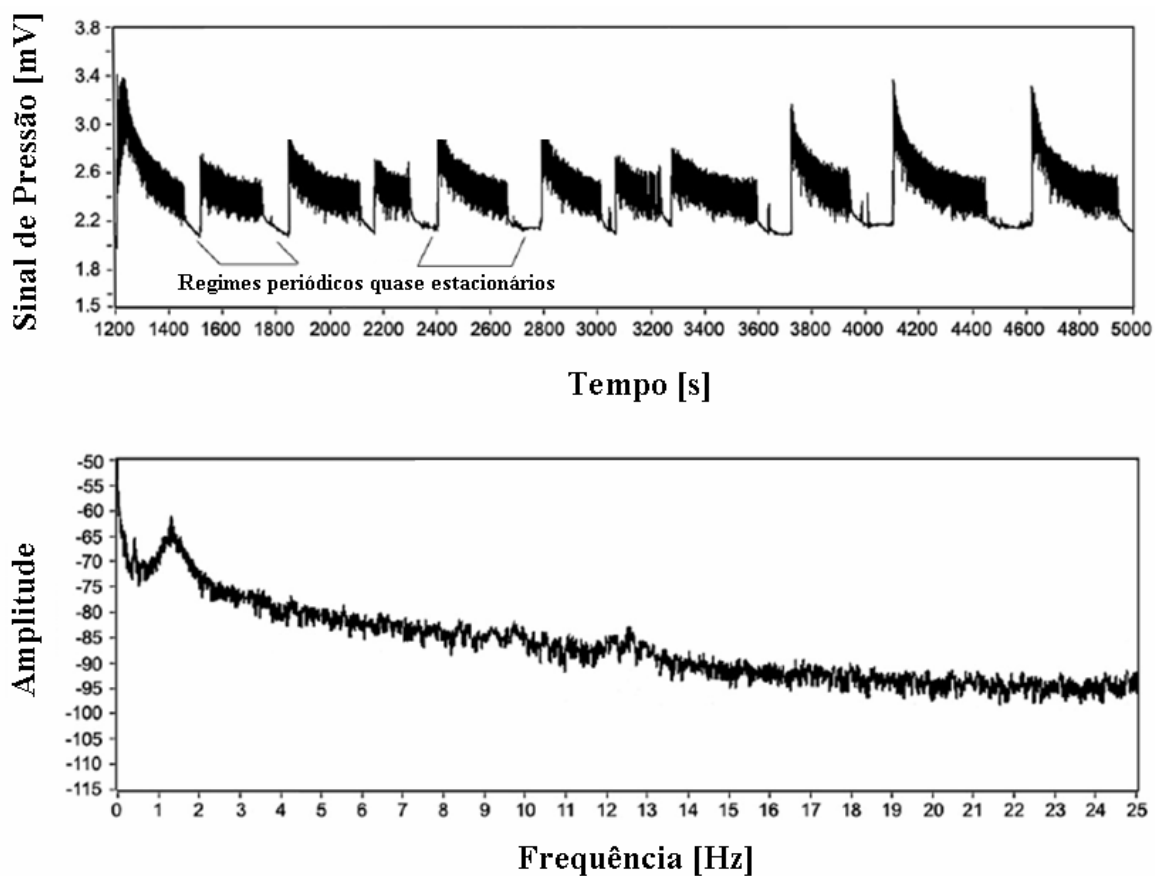


Figura 2.11 Variação da pressão interna e espectro de frequências do experimento realizado por Khandekar *et al.* (2009).

2.2 Estudos Teóricos

Os estudos teóricos com ênfase na modelagem matemática dos TCPs têm-se caracterizado principalmente por apresentarem uma série de simplificações metodológicas e/ou fenomenológicas. Conseqüentemente, os modelos atualmente existentes caracterizam-se principalmente por:

- Comparar o funcionamento do TCP a ação de um sistema massa-mola-amortecedor, composto por um único elemento ou por múltiplos elementos.
- Aplicar as equações de conservação da massa, momento e energia a um determinado volume de controle do TCP.
- Utilizar a teoria do caos.
- Ajustar correlações semi-empíricas, baseadas em grupos adimensionais.
- Empregar o conceito de redes neurais artificiais.

Neste contexto, Wong *et al.* (1999) apresentaram um modelo aproximado de um TCP em circuito aberto, baseado apenas na cinemática de um sistema plugues de líquido-bolhas de vapor e sem nenhuma consideração relativa à transferência de calor, de acordo com a Figura 2.12. Foram analisados os efeitos da imposição de um pulso de pressão ao sistema, a partir de uma análise paramétrica relativa aos plugues de líquido e a razão de enchimento. Apesar deste modelo fornecer algumas informações adicionais relativas ao funcionamento do TCP, as suas excessivas simplificações não podem ser ignoradas, do modo que torna-se difícil aplicá-lo em situações práticas de engenharia.

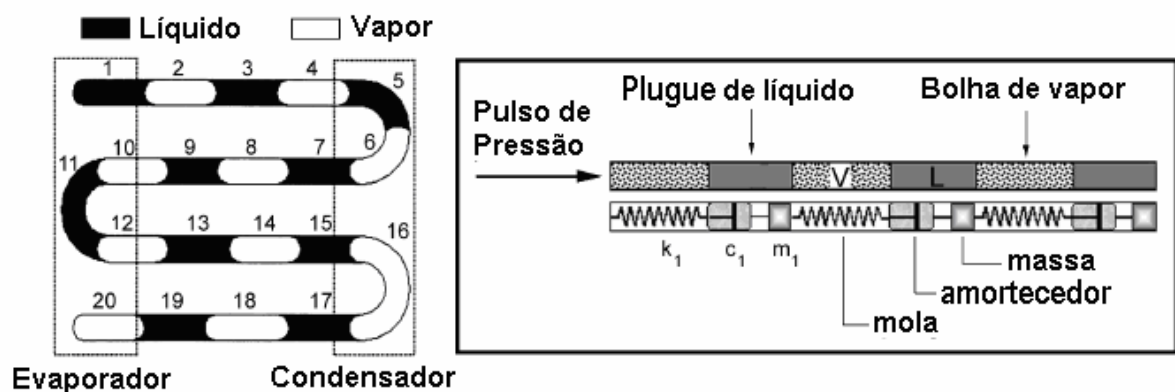


Figura 2.12 Esquema do modelo massa-mola-amortecedor de Wong *et al.* (1999).

Zuo e North (2000) modelaram um TCP comparando a sua pulsação à ação de um mecanismo massa-mola-amortecedor de único elemento. Tal efeito foi representado por uma equação diferencial homogênea de segunda ordem, com a constante da mola dependente do tempo. Devido as suas simplificações extremas, este modelo apresenta muito pouca aplicabilidade.

Shaffi *et al.* (2001) desenvolveram modelos analíticos para TCPs em circuitos fechado e aberto. Tais modelos consideram a existência de múltiplos plugues de líquido e bolhas de vapor no interior do TCP (Figura 2.13). Os comportamentos térmico e dinâmico destes elementos são obtidos a partir da solução das equações de conservação, empregando o método das diferenças finitas e desconsiderando a existências das curvas do TCP. São avaliados os efeitos da gravidade, diâmetro interno, razão de enchimento e temperatura da parede interna do tubo, sobre o desempenho térmico (transferência de calor) do TCP. Apesar da sua maior complexidade metodológica e da relativa coerência de parte dos resultados, quando comparados a dados experimentais, esse modelo não permite avaliar fenômenos tais como: formação, colapso e aglomeração de bolhas, padrões de escoamento, movimentos oscilatório-caóticos, entre outros.

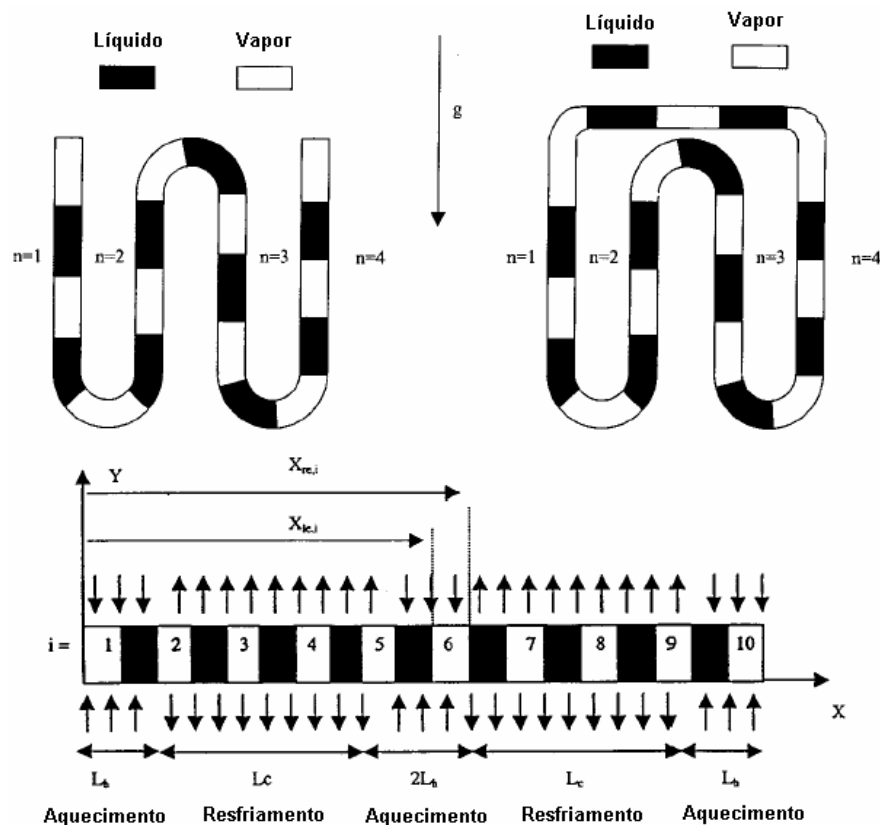


Figura 2.13 Esquema e discretização dos TCPs modelados por Shaffi *et al.* (2001).

Zhang e Faghri (2002) modelaram analiticamente a transferência de calor nas seções do evaporador e do condensador de um TCP em circuito aberto, com base em processos de evaporação e condensação em película (Figura 2.14). As soluções obtidas para a transferência de calor serviram de base para a obtenção do desempenho térmico global do TCP. As limitações encontradas são similares àquelas existentes no modelo de Shaffi *et al.* (2001).

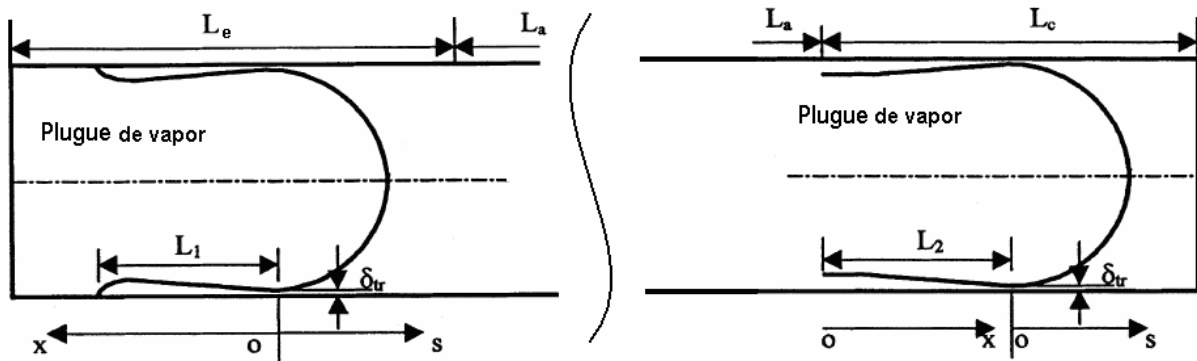


Figura 2.14. Esquema da evaporação e condensação em película do modelo de Zhang e Faghri (2002).

Maezawa *et al.* (2000) realizaram estudos que identificaram a existência de caos em algumas condições de operação de um TCP. Foi estabelecida uma série tempo-temperatura para a parede interna do tubo, na região adiabática do TCP, permitindo o mapeamento bidimensional de um atrator caótico (strange attractor). Simultaneamente, foi elaborado um modelo teórico global de um TCP em circuito fechado. Com base nos resultados fornecidos pelo modelo, concluiu-se que o escoamento do fluido de trabalho é governado pela dinâmica caótica estabelecida pela potência fornecida ao TCP. Apesar destes estudos terem acrescentado uma nova perspectiva de análise dos TCPs, os resultados gerados não contribuem significativamente com o projeto destes dispositivos.

Ma *et al.* (2006) desenvolveram um modelo matemático para prever o movimento oscilatório do fluido de trabalho no interior de um mini-tubo de calor pulsante, admitindo que o movimento do fluido de trabalho no interior do dispositivo é governado por uma equação similar a equação governante do movimento mecânico vibratório com amortecimento, de acordo com a seguinte expressão:

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \frac{c}{m} \frac{dx}{d\tau} + \frac{k}{m} x = \frac{B}{m} [1 + \cos(\omega \tau)] \quad (2.3)$$

onde

$$m = A(\rho_l L_l + \rho_v L_v) \quad (2.4)$$

$$c = A \left[(f_l \text{Re}_l) \left(\frac{\mu_l L_l}{2D_h^2} \right) + (f_v \text{Re}_v) \left(\frac{\mu_v L_v}{2D_h^2} \right) \right] \quad (2.5)$$

$$k = \frac{A \rho_l R T}{L_v} \quad (2.6)$$

$$B = \left(\frac{A h_{lv} \rho_l}{T_{sat, evap}} \right) \left[\frac{(\Delta T_{sat}^{evap-cond})_{m\acute{a}x} - (\Delta T_{sat}^{evap-cond})_{m\acute{i}n}}{2} \right] \quad (2.7)$$

A Equação (2.3) é uma equação diferencial não-homogênea, de segunda ordem, cuja solução, submetida às condições de contorno do problema, tem a seguinte forma:

$$x(\tau) = \frac{B}{m} (\Phi + \Psi) \quad (2.8)$$

$$\Phi = \frac{\sqrt{\xi^2 - 1} \text{sen}(\omega \tau) - e^{-\xi \varpi \tau} \text{senh}(\sqrt{\xi^2 - 1} \omega \tau)}{2 \xi \omega^2 \sqrt{\xi^2 - 1}} \quad (2.9)$$

$$\Psi = \frac{1 - e^{-\xi \omega \tau} \left[\cosh(\sqrt{\xi^2 - 1} \omega \tau) + \frac{\xi \text{senh}(\sqrt{\xi^2 - 1} \omega \tau)}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \right]}{\omega^2} \quad (2.10)$$

onde

$$\xi = \frac{c}{2 m \omega_0} \quad (2.11)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.12)$$

Durante a solução da Equação (2.3) foi considerado que a frequência natural de oscilação da coluna do fluido de trabalho é igual à frequência de variação da diferença de temperatura entre o evaporador e do condensador do mini-tubo de calor pulsante. Tal consideração teve como base o entendimento de que as variações de temperatura dependem das variações da pressão interna, resultantes do movimento oscilatório do sistema e, conseqüentemente, de que a frequência de variação de temperatura depende da frequência natural do sistema.

Os autores concluíram que os resultados obtidos a partir do modelo proposto apresentam relativa coerência com resultados teóricos disponíveis na literatura. Entretanto, deve-se considerar o fato de que tanto a obtenção quanto a resolução da equação diferencial proposta requer uma série de simplificações, restringindo a sua aplicabilidade.

2.3 Estudos Teórico-Experimentais

Swanepoel *et al.* (2000) aplicaram as equações de conservação a um TCP em circuito aberto formado por um plugue de líquido, cercado por bolhas de vapor envoltas por um filme fino de líquido. Um aparato experimental (Figura 2.15) foi montado com o objetivo de validar os resultados teóricos. Observou-se que os resultados teóricos eram discordantes dos experimentais e não houve nenhum indicativo quanto à possibilidade de aplicar este modelo a um sistema com múltiplos conjuntos de plugues e bolhas.

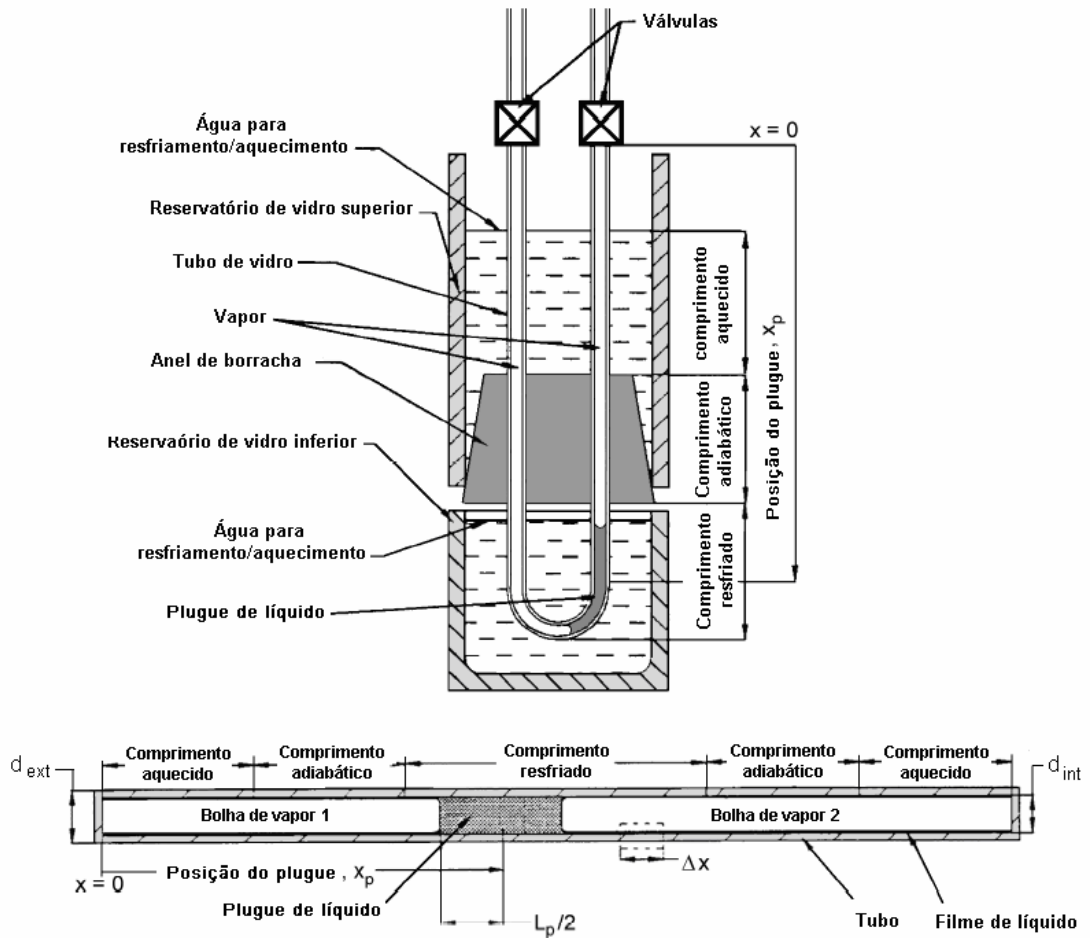


Figura 2.15 Esquema do aparato experimental de Swanepoel *et al.* (2000).

Dobson e Graf (2003) propuseram a definição de um coeficiente de transferência de calor médio para um tubo de calor pulsante em circuito fechado, formado por um tubo de alumínio dobrado em forma de uma serpentina com as seguintes dimensões: 1243,8 mm de comprimento, 1,9 mm de diâmetro interno e 3,28 mm de diâmetro externo. Dois blocos de alumínio foram utilizados para acomodar o evaporador e o condensador. O primeiro foi aquecido eletricamente e o segundo foi resfriado por um circuito de água. Amônia foi utilizada como fluido de trabalho e as temperaturas de operação variaram entre 20 °C e 80 °C, para fluxos de calor situados entre 20 W e 250 W. O TCP foi modelado globalmente com base no conceito de resistências térmicas, considerando-se $h_{evap} = h_{cond} = h_{TCP}$, de acordo com a equação abaixo.

$$h_{TCP} = \frac{q'_{TCP}}{(T_{evap} - T_{cond})} \left(\frac{1}{A_{i,evap}} - \frac{1}{A_{i,cond}} \right) \quad (2.13)$$

Uma análise de regressão multilinear foi utilizada para a obtenção de uma correlação para o coeficiente de transferência de calor, cuja forma é a seguir apresentada.

$$h_{TCP} = 5,23 q'_{TCP} T_{TCP}^{0,025} \beta^{0,132} FE^{-0,586} \quad [W / m^2 K] \quad (2.14)$$

onde

$$T_{TCP} = \frac{T_{evap} + T_{cond}}{2} \quad (2.15)$$

e

β é o ângulo de inclinação em relação à horizontal.

RE é a razão de enchimento (volume de líquido/volume interno do TCP).

A Figura 2.16 ilustra resultados comparativos entre o coeficiente de transferência de calor calculado pela Equação (2.14) e o obtido experimentalmente.

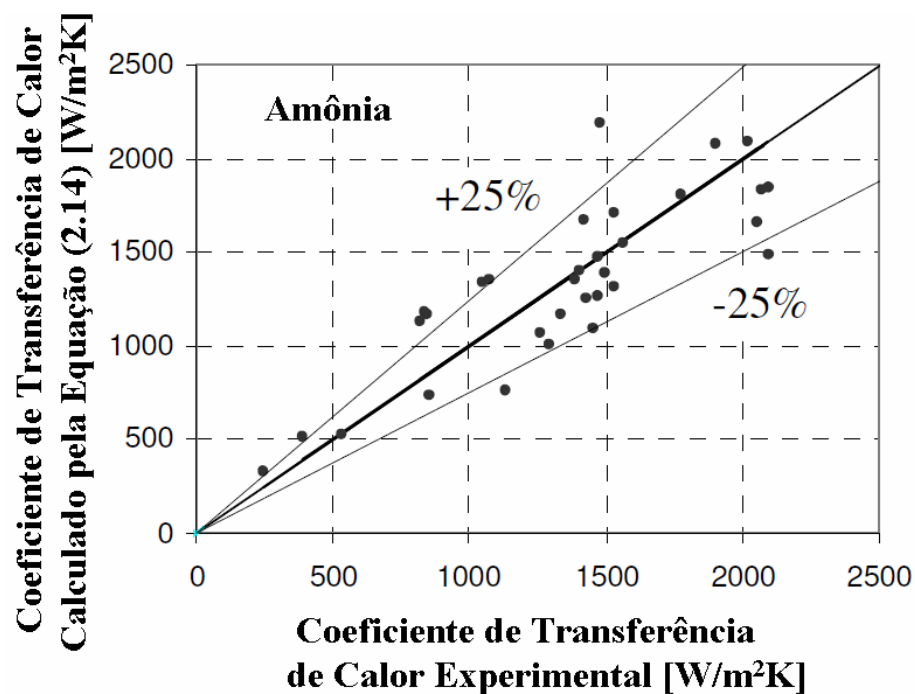


Figura 2.16 Comparação entre o coeficiente de transferência de calor calculado pela Equação (2.14) e o coeficiente experimental de Dobson e Graf (2003).

Khandekar *et al.* (2003) elaboram um modelo semi-empírico para TCPs em circuito fechado, com base em grupos adimensionais que correlacionam os seguintes parâmetros: propriedades termofísicas do fluido de trabalho, diâmetro interno do tubo (d_i), ângulo de inclinação (β), número de curvas (N), comprimento do evaporador (L_{evap}) e razão de enchimento (fixada em 50%).

Foram correlacionados os dados publicados por Charoensawan *et al.* (2003), resultando na correlação dimensional dada pela Equação 2.16, a qual permite calcular o máximo fluxo de calor transferido pelo TCP, quando é imposta uma determinada diferença de temperatura entre o evaporador e o condensador ($\Delta T_{sat}^{evap-cond}$).

$$q'' = \frac{q'}{\pi d_i 2 N L_{evap}} = 0,54 [N^{-0,27} (e^\beta)^{0,48}] Ka^{0,47} Pr_l^{0,27} Ja^{1,43} \quad [W / cm^2] \quad (2.16)$$

onde

$$Ka = f Re_l^2 = \frac{d_i^2 \rho_l \Delta p_l}{\mu_l L_{ef}}, \quad \text{sendo} \quad L_{ef} = \frac{L_{evap} + L_{cond}}{2} + L_{adb} \quad (2.17)$$

$$Pr_l = \frac{Cp_l \mu_l}{k_l} \quad (2.18)$$

$$Ja = \frac{h_{lv}}{Cp_l (\Delta T)_{sat}^{evap-cond}} \quad (2.19)$$

A Equação (2.16) foi obtida pelo método dos mínimos quadrados acoplado ao método da eliminação de Gauss, resultando num desvio médio de 30% entre os valores calculados e os experimentais. Sua validade é restrita a situações onde o número de Bond esteja próximo ao valor crítico (igual a 2) e para uma razão de enchimento do fluido de trabalho (água, etanol e R123) igual a 50%.

Khandekar (2004) complementou os estudos de Khandekar *et al.* (2003), modelando um TCP em circuito aberto utilizando o conceito de redes neurais artificiais. Os resultados

obtidos apresentam razoável precisão, conforme mostrado na Figura 2.17. Entretanto, a modelação por rede neural exige um extenso banco de dados experimentais para que possam ser obtidos resultados globais confiáveis.

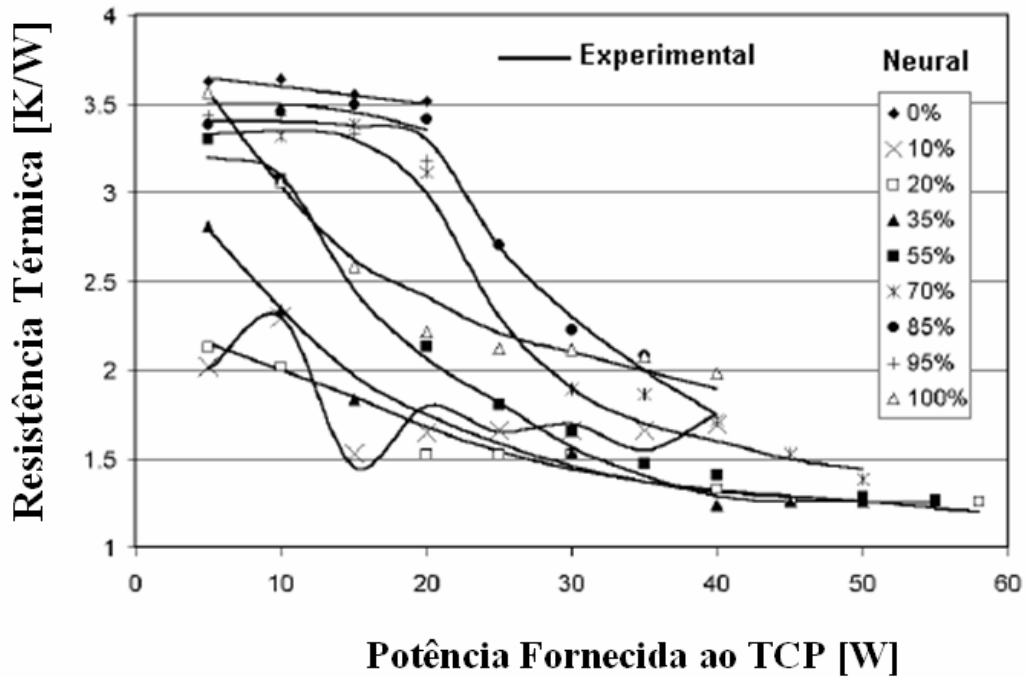


Figura 2.17 Comparação entre os resultados experimentais e teóricos do modelo de redes neurais de Khandekar (2004).

2.4 Fechamento do Capítulo

De acordo com o estado da arte atual, que os TCPs tem sido amplamente estudado numa perspectiva de utilização para o controle térmico de equipamentos e componentes eletrônicos, em situações onde as temperaturas de operação encontram-se acima da temperatura ambiente. Os estudos experimentais são predominantes, enfatizando a determinação dos limites de operação em termos da razão de enchimento, do ângulo de inclinação e do fluxo de calor transferido. Os estudos analíticos são escassos, imprecisos e pouco contribuem para o projeto e otimização dos TCPs. Isto se deve principalmente às extremas simplificações decorrentes das complexas características thermo-hidrodinâmicas associadas ao funcionamento destes dispositivos. Até o presente, não foram encontrados na literatura estudos relativos à operação dos TCPs em aplicações envolvendo temperaturas de operação abaixo da temperatura ambiente.

Capítulo 3

Descrição dos Experimentos

Este capítulo apresenta a descrição da metodologia experimental e dos principais dispositivos usados nos experimentos realizados. Três experimentos foram planejados com o propósito de permitir a análise do comportamento térmico dos TCPs de CO₂ em aplicações típicas de refrigeração e a obtenção do conjunto de parâmetros experimentais necessários para estimar o coeficiente de transferência de calor por convecção no interior do evaporador. Deve-se ressaltar que o conhecimento do coeficiente de convecção é de fundamental importância para a realização de análises comparativas entre o TCP e outros dispositivos de transferência de calor usados em refrigeração.

3.1 Dispositivos Periféricos

Os experimentos foram realizados com o auxílio dos equipamentos periféricos de suporte descritos na Tabela 3.1. As incertezas individuais e combinadas de todos os dispositivos utilizados (equipamentos, instrumentos e sensores) são detalhadamente apresentadas no Apêndice B.

Tabela 3.1 Lista de equipamentos usados nos experimentos realizados.

Equipamento	Fabricante	Modelo	Experimento
Sistema de aquisição de dados	Agilent	34970A	I e II
	National	Magazine SCXI-1000 com cassetes SCXI-1302 e 1328	III
Fonte de potência (CC)	Heinzinger	PTN 125-10	I, II e III
Fonte de tensão (CC)	ICEL	PS/7000	III
Banho termostático	Lauda	RK 8 KP	I, II e III

3.2 Seleção do Fluido de Trabalho

O dióxido de carbono (CO₂) foi escolhido como fluido de trabalho por apresentar propriedades termofísicas adequadas para aplicações em baixa temperatura (Apêndice A) e também pelo fato de ele ser um fluido quimicamente neutro. A Tabela 3.2 (Kim *et al.*, 2004) apresenta comparações entre algumas das principais características dos fluidos mais usados em refrigeração. O potencial de redução da camada de ozônio (*Ozone Depletion Potencial – ODP*) é definido como sendo a razão entre o impacto causado à camada de ozônio pelo refrigerante e o impacto causado pela massa equivalente de R-11. O potencial de aquecimento global (*Global Warming Potencial – GWP*) é a razão entre o aquecimento da atmosfera terrestre causado pelo refrigerante e o impacto causado pela massa equivalente de CO₂ (R-744).

Tabela 3.2 Comparações entre alguns dos fluidos mais usados em refrigeração.

	R-12	R-22	R-134a	R-407C	R-410A	R-717	R-290	R-744
ODP/GWP	1/8.500	0,05/1.700	0/1.300	0/1.600	0/1.900	0/0	0/3	0/1
Flamabilidade/toxidade	Não/Não	Não/Não	Não/Não	Não/Não	Não/Não	Sim./Sim	Sim/Não	Não/Não
Massa molecular (kg/kmol)	120,9	86,5	102	86,2	72,6	17	44,1	44
Pressão crítica (MPa)	4,11	4,97	4,07	4,64	4,79	11,42	4,25	7,38
Temperatura crítica (°C)	112	96	101,1	86,1	70,2	133	96,7	31,1
Pressão reduzida ^a	0,07	0,1	0,07	0,11	0,16	0,04	0,11	0,47
Temperatura reduzida ^b	0,71	0,74	0,73	0,76	0,79	0,67	0,74	0,90
Capacidade de refrigeração ^c (kJ/m ³)	2.734	4.356	2.868	4.029	6.763	4.382	3.907	22.545
Data de início do uso comercial	1931	1936	1990	1998	1998	1859	?	1869
Número de Bond ^d a -20 °C	1,26	1,19	1,21	1,22	1,24	0,59	0,83	1,39
Número de Bond ^d a 5 °C	1,139	1,33	1,36	1,38	1,44	0,64	0,93	1,88

Legenda:

R-12: diclorodifluormetano; R-22: clorodifluormetano; R-134a: tetrafluoretano; R-407C: mistura ternária de difluormetano/pentafluoretano/tetrafluoretano (23/25/52%); R-410A: mistura binária de difluormetano/pentafluoretano (50/50%); R-717: amônia (NH₃); R-290: propano; R-744: dióxido de carbono (CO₂).

^a Razão entre a pressão de saturação (a 0 °C) e a pressão crítica

^b Razão entre a temperatura de 0 °C e a temperatura crítica

^c Capacidade volumétrica de refrigeração à temperatura de 0 °C

^d Número de Bond Calculado para um diâmetro interno de 1,27 mm

De acordo com a tabela anterior, observa-se que a capacidade volumétrica de refrigeração do CO₂ (a 0 °C) é cerca de 3 a 10 vezes maior do que a capacidade volumétrica de refrigeração dos demais refrigerantes. Sendo assim, os sistemas que empregam o dióxido de carbono como fluido refrigerante têm como vantagem adicional a possibilidade de redução das suas dimensões (volume). Além disto, as propriedades de transporte (viscosidade e condutividade térmica) do CO₂ são mais favoráveis do que as dos demais refrigerantes (Kim *et al.*, 2004). Elevadas condutividades térmicas são essenciais para a intensificação dos coeficientes de transferência de calor, tanto no escoamento monofásico quanto no bifásico. A viscosidade, particularmente a da fase líquida, e também a razão entre a viscosidade do líquido e do vapor, são parâmetros importantes para a definição dos padrões de escoamento, coeficientes de transferência de calor convectivos e perdas de carga. Comparativamente, a condutividade térmica do CO₂ na forma de líquido ou de vapor saturados é cerca de 30 a 60% maior do que a condutividade térmica do R-134a. Enquanto, a viscosidade do CO₂ líquido é apenas 40% da viscosidade do R134a líquido e praticamente igual para a fase vapor. Apesar de o número de Bond obtido com o CO₂ ser maior do que o obtido para os demais fluidos da Tabela 3.2, deve-se salientar que ele se manteve abaixo do seu valor crítico (igual a 2).

3.3 Procedimentos de Carga

O carregamento do fluido de trabalho foi realizado utilizando-se um recipiente de carga, devido principalmente às dificuldades de se realizar a pesagem da massa de fluido com a precisão necessária (décimos de gramas). Neste processo, o recipiente de carga é inicialmente submetido a um vácuo da ordem de 10⁻⁹ mbar e em seguida é inundado com CO₂ proveniente de um cilindro. A carga correspondente à razão de enchimento (FE) desejada é ajustada pela liberação do excedente de massa de fluido contida no volume de carga. Posteriormente, conecta-se o volume de carga à válvula do TCP (Swagelok B-2JN), previamente evacuado, iniciando o processo de carregamento. A massa contida no interior do volume de carga é então transferida para o TCP, por resfriamento e gravidade, com incerteza de ±2%.

3.4 Descrição do Experimento I

Este experimento foi planejado com o objetivo de verificar a influência da razão de enchimento (FE), do ângulo de inclinação (β) e da potência fornecida, sobre o desempenho térmico do TCP de CO₂. Para tanto, foi montado o aparato experimental da Figura 3.1, cuja seção de testes é mostrada esquematicamente na Figura 3.2. As dimensões da seção de testes foram definidas com base nas dimensões do compressor Stirling de pistão livre estudado por Heidrich *et al.* (2005), mostrado esquematicamente na Figura 3.3. Os trocadores de calor frio e quente da máquina Stirling estudada apresentam as dimensões e características de operação especificadas na Tabela 3.3.

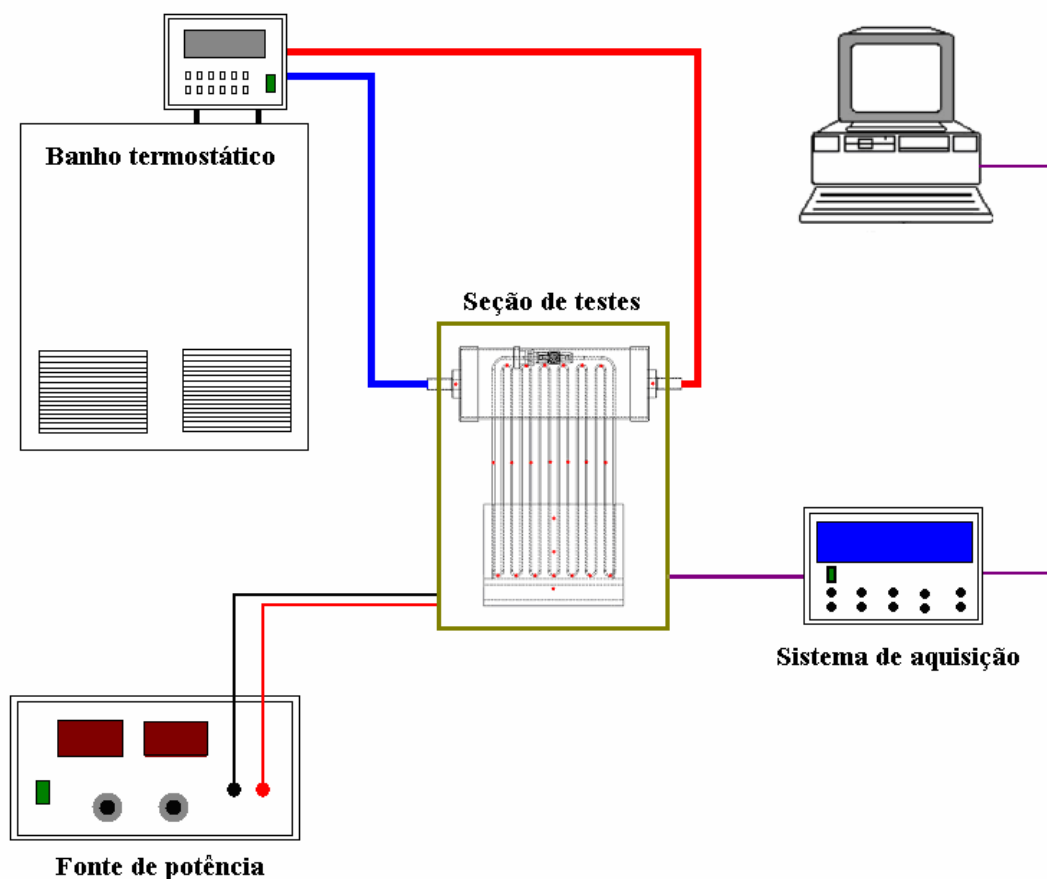


Figura 3.3 Desenho esquemático do Experimento I.

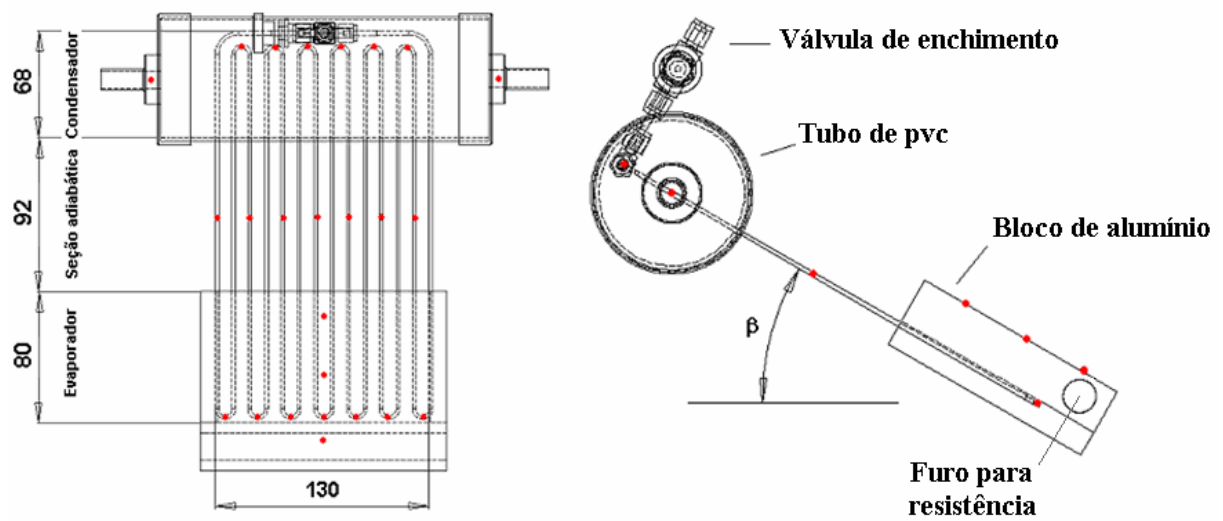


Figura 3.2 Seção de testes do Experimento I.

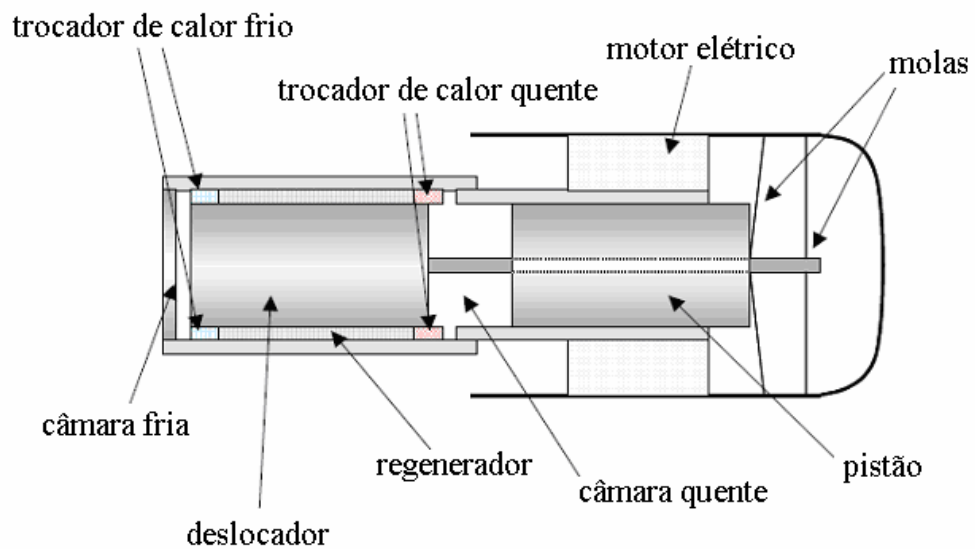


Figura 3.3 Compressor Stirling estudado por Heidrich *et al.* (2005).

Tabela 3.3 Dimensões e características de operação dos trocadores de calor frio e quente do compressor Stirling estudado por Heidrich *et al.* (2005).

Trocador de calor	Capacidade [W]	Diâmetro [mm]	Comprimento [mm]	Temperatura [°C]
Frio	600	100	80	-10
Quente	1200	100	100	50

O TCP testado foi produzido em tubo de cobre, dobrado na forma de uma serpentina, cujas características de projeto são apresentadas na Tabela 3.4. O condensador é inserido no interior de um tubo de PVC por onde circula o fluido de resfriamento (etanol), proveniente do criostato. Um bloco de alumínio foi usado para acomodar o evaporador e a resistência de aquecimento, fabricada na forma de cartucho cilíndrico. Os espaços existentes entre os tubos do evaporador e a superfície do bloco foram preenchidos com pasta térmica OT 201 – Omega Thermally Conductive Silicone Paste. A resistência de aquecimento foi conectada a uma fonte de potência de corrente contínua, responsável pelo fornecimento da potência requerida em cada teste. A seção de testes é isolada do ambiente externo por uma camada de poliuretano expandido. O ganho máximo de calor através do isolamento térmico foi estimado em 2,7 W, conforme mostrado no Apêndice B. Este ganho é corresponde a 3,6% da máxima potência fornecida ao TCP (75 W). A aquisição dos dados de temperatura foi realizada utilizando o equipamento Agilent controlado pelo software LabView, com frequência de aquisição de 1 Hz. Termopares do tipo T, com 0,5 mm de diâmetro e calibrados com incertezas de $\pm 0,1$ °C, foram instalados sobre as superfícies externas dos tubos, no evaporador, no condensador e na seção adiabática.

Tabela 3.4 Características de projeto do TCP do Experimento I.

Comprimento total de tubo no evaporador	1120 mm
Comprimento total do tubo na seção adiabática	1288 mm
Comprimento total de tubo no condensador	1020 mm
Comprimento total de tubo da serpentina	3428 mm
Diâmetro interno do tubo	1,5 mm
Diâmetro externo do tubo	2,0 mm
Número de curvas do evaporador	7
Fluido do banho termostático	etanol
Temperatura do fluido de resfriamento	-20 °C

3.5 Descrição do Experimento II

Este experimento foi planejado também com o objetivo de verificar a influência da razão de enchimento (FE), do ângulo de inclinação (β) e da potência fornecida, sobre o desempenho térmico do TCP de CO₂. Entretanto, houve uma redução do diâmetro interno do tubo e um incremento significativo do número de curvas da serpentina, em relação à serpentina da seção de testes do Experimento I. Estas mudanças foram realizadas com o objetivo principal de melhorar o desempenho térmico do TCP no modo de operação invertido (evaporador situado acima do condensador), conforme descrito por Charoensawan *et al.* (2003). A aquisição dos dados de temperatura, assim como no Experimento I, foi realizada utilizando um equipamento Agilent controlado pelo software LabView, com frequência de aquisição de 1 Hz. Termopares do tipo T, com 0,5 mm de diâmetro e calibrados com incertezas de $\pm 0,1$ °C, foram instalados sobre a superfície externa do tubo, no evaporador, no condensador e na seção adiabática. O ganho máximo de calor através do isolamento térmico foi de 2,7 W, correspondendo a 1,6% da máxima potência fornecida ao TCP (170 W).

As principais características de projeto do TCP deste experimento são mostradas na Tabela 3.5. Os dispositivos periféricos utilizados foram os mesmos que aqueles utilizados no Experimento I. A Figura 3.4 mostra uma perspectiva da serpentina do Experimento II.

Tabela 3.5 Características de projeto do TCP do Experimento II.

Comprimento total de tubo no evaporador	2560 mm
Comprimento total de tubo na seção adiabática	2944 mm
Comprimento total de tubo no condensador	2006 mm
Comprimento total de tubo da serpentina	7510 mm
Diâmetro interno do tubo	1,27 mm
Diâmetro externo do tubo	2,4 mm
Número de curvas do evaporador	16
Fluido do banho termostático	etanol
Temperatura do fluido de resfriamento	-20 °C

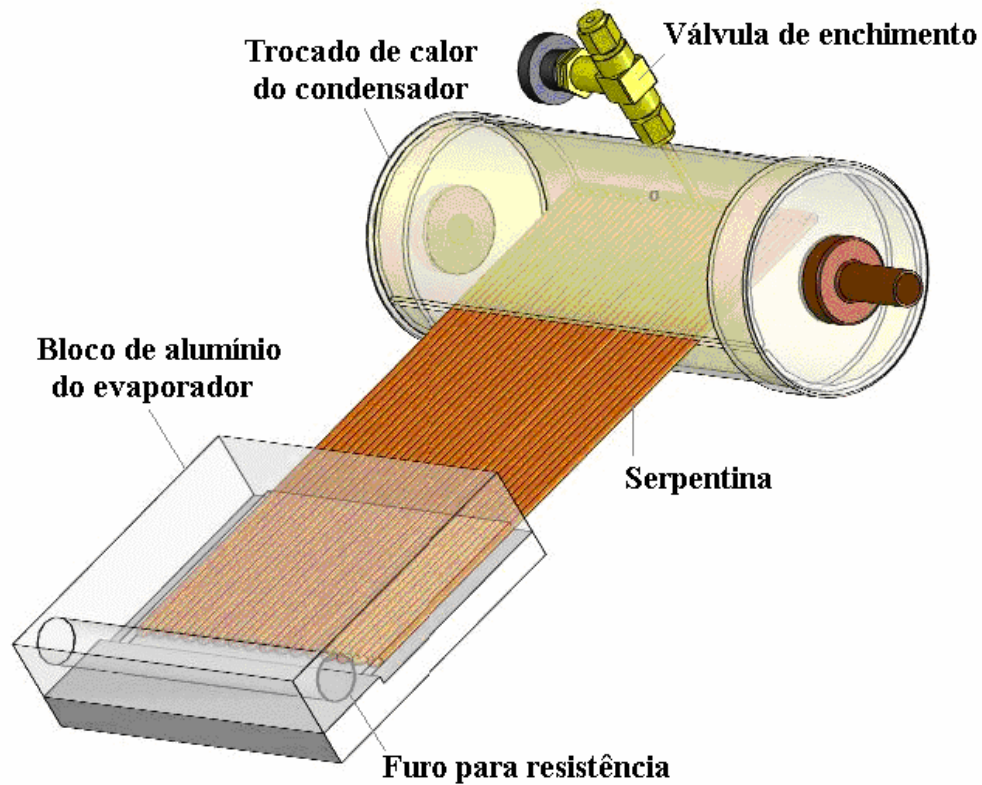


Figura 3.4 Desenho da seção de testes do Experimento II.

3.6 Descrição do Experimento III

Este experimento foi projetado de modo a permitir a obtenção dos parâmetros necessários para a estimativa do coeficiente de transferência de calor por convecção no interior do evaporador do TCP (Capítulo 5). Para tanto, diferentemente dos dois experimentos anteriores, adotou-se a configuração em circuito simples mostrada nas Figuras 3.5 e 3.6. Tal configuração tem menor desempenho térmico do que as configurações de serpentinas com múltiplas curvas, todavia, apresenta vantagens do ponto de vista experimental, tais como, a instalação da resistência elétrica diretamente sobre a superfície externa do tubo, formando um único evaporador contínuo e a possibilidade de se posicionar a tomada de pressão próxima à seção do evaporador e a redução das dimensões da seção de testes, resultando numa câmara de vácuo relativamente pequena, cujas dimensões são apresentadas na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 Características de projeto do da câmara de vácuo do Experimento III.

Material	Aço inox
Diâmetro interno	170 mm
Espessura	2,5 mm
Altura	280 mm

O circuito do TCP foi produzido em tubo de cobre, de acordo com as especificações mostradas na Tabela 3.7. Optou-se pelo cobre para reduzir os gradientes de temperatura na direção radial. O condensador é inserido no interior de um tubo de cobre por onde circula o fluido de resfriamento (etanol), proveniente do banho termostático. O evaporador é formado a partir da instalação de uma resistência elétrica diretamente sobre a superfície externa do tubo. A seção de testes foi inserida numa câmara de vácuo com o objetivo de minimizar as trocas de calor por convecção. A pressão no interior da câmara foi mantida em aproximadamente 10^{-3} mbar, através do funcionamento contínuo de uma bomba de vácuo. A resistência de aquecimento, formada a partir de um fio da liga Ni-Cr, foi coberta com material isolante para eliminar as trocas de calor por radiação com as paredes da câmara de vácuo. A incerteza do fluxo de calor no evaporador, obtida de acordo com o Apêndice B, foi menor do que 3,5%. Termopares do tipo T, com 0,5 mm de diâmetro e calibrados com incertezas de $\pm 0,1$ °C, foram instalados sobre a superfície externa do tubo, no evaporador e no condensador. Uma fonte de tensão contínua foi utilizada para alimentar um transdutor de pressão do tipo subminiatura, calibrado com incerteza de $\pm 0,05$ bar (conforme Apêndice B) e instalado imediatamente após o evaporador. O sensor de pressão do transdutor é do tipo analógico (diafragma), com frequência de ressonância de 38 kHz. A temperatura do fluido de trabalho durante a operação do TCP é obtida indiretamente, através de uma correlação da pressão de saturação medida, dada pela Equação (3.1), que apresenta um erro máximo de 0,34%. A temperatura de saturação, a temperatura da parede do tubo e o fluxo de calor na superfície externa da seção do evaporador, constituem o conjunto de parâmetros experimentais necessários para estimar o coeficiente de transferência de calor por convecção no interior do TCP.

$$T_{sat} [^{\circ}C] = -69.9486445 + 3.66828906P_{sat} [bar] - 0.0735455773P_{sat}^2 [bar] + 0.000896473373P_{sat}^3 [bar] + 0.00000439303912P_{sat}^4 [bar] \quad (3.1)$$

Os dados de pressão e temperatura foram adquiridos com frequência de 20 Hz, utilizando um console National SCXI 1000, com placas de aquisição SCXI-1328 e SCXI-1302, controladas pelo software LabView. A razão de enchimento e o ângulo de inclinação foram mantidos fixos em 60% e 90°, respectivamente.

Tabela 3.7 Características de projeto do TCP do Experimento III.

Comprimento do evaporador	33,16 mm
Comprimento do condensador	240 mm
Comprimento da seção adiabática	307 mm
Comprimento total do tubo	580 mm
Diâmetro interno do tubo	1,27 mm
Diâmetro externo do tubo	2,4 mm
Fluido do banho termostático	etanol
Temperatura do fluido de resfriamento	-30 °C

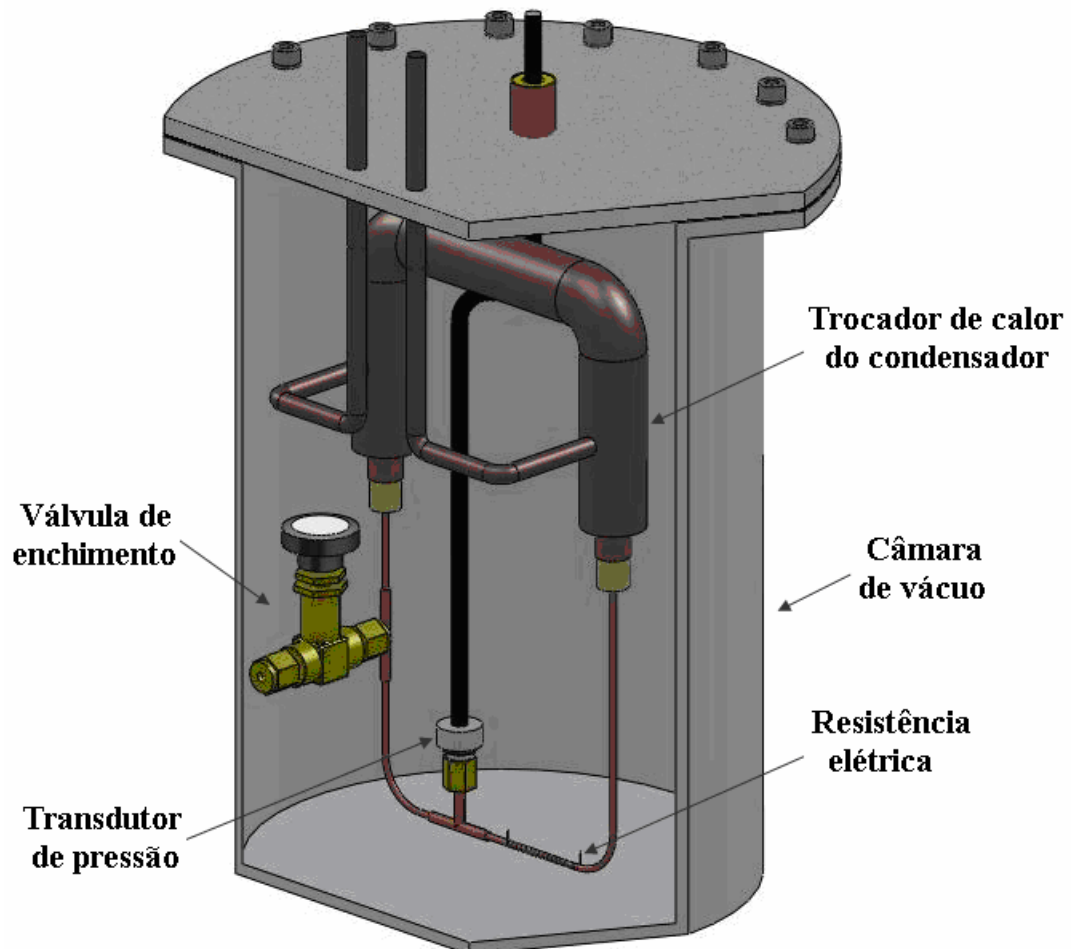


Figura 3.5 Desenho da câmara de vácuo e da seção de testes do Experimento III.

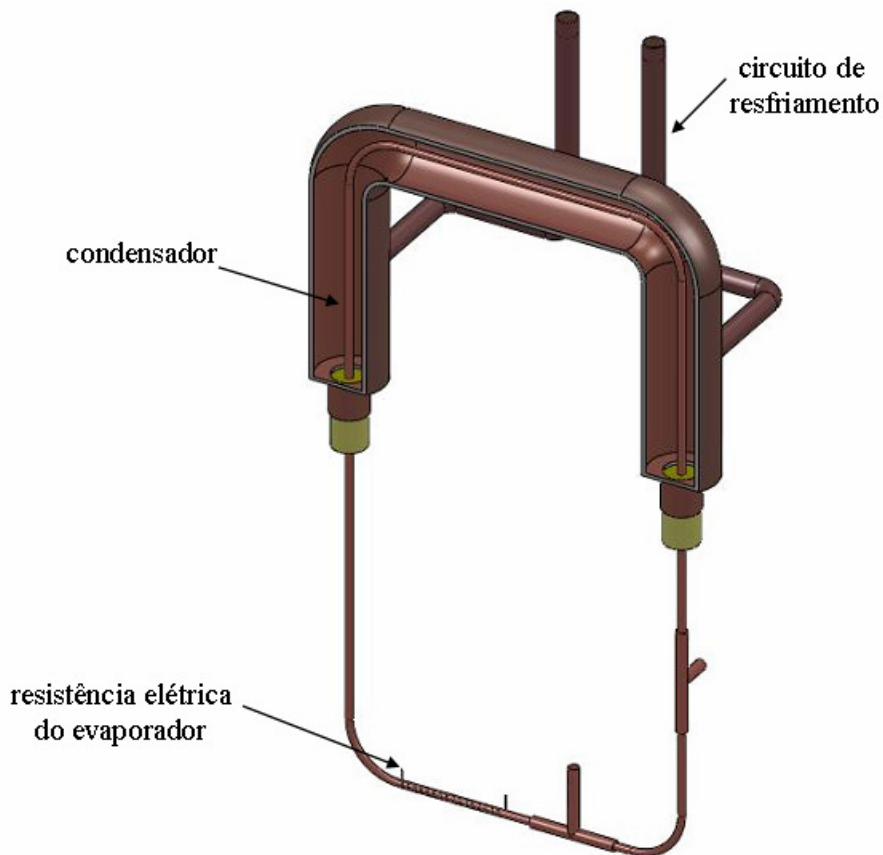


Figura 3.6 Desenho da seção de testes do Experimento III, destacando a resistência elétrica do evaporador, o circuito de resfriamento e o condensador.

3.7 Fechamento do Capítulo

Neste capítulo foram descritos os experimentos planejados com o intuito de se estudar os tubos de calor pulsantes numa perspectiva de avaliar a possibilidade de utilizá-los como trocadores de calor passivos de baixa temperatura. Os experimentos realizados permitiram verificar a influência da razão de enchimento, do ângulo de inclinação, da potência fornecida e do número de curvas sobre o desempenho térmico do TCP em aplicações típicas de refrigeração. Permitiram também que fosse obtido o conjunto de parâmetros necessários à estimativa do coeficiente de convecção no interior do evaporador. No capítulo seguinte serão apresentados e discutidos os principais resultados experimentais obtidos.

Capítulo 4

Análise dos resultados Experimentais

Nos Experimentos I e II os testes foram interrompidos quando a temperatura média da superfície externa do evaporador atingiu 5 °C, ou abaixo deste valor, quando a temperatura da superfície do evaporador apresentou crescimento assintótico. A adoção destes critérios de parada tem como objetivos a redução do tempo de duração dos testes e a minimização do risco de danos causados por pressões muito elevadas, geradas a partir da secagem do evaporador. No Experimento III, devido à curta duração dos testes realizados, não houve necessidade de se utilizar um critério de parada.

4.1 Resultados do Experimento I

Conforme descrito no capítulo anterior, no Experimento I, o comportamento térmico do TCP foi estudado em termos da variação da potência fornecida, da razão de enchimento e do ângulo de inclinação. Para uma determinada razão de enchimento (FE) e num dado ângulo de inclinação (β), variou-se a potência fornecida ao TCP até que um patamar de estabilização fosse atingido.

As Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 mostram a variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, da seção adiabática e do condensador, em relação ao ângulo de inclinação e à potência fornecida, para uma razão de enchimento de 50%.

No modo de operação horizontal (Figura 4.1) foi observado um aumento da amplitude das oscilações, a partir de 4000 segundos, acompanhadas por um deslocamento das curvas de temperatura, quando a potência fornecida ao TCP alcançou 50 W. É provável que este efeito

resulte principalmente de uma mudança no padrão do escoamento do CO₂, visto que não houve nenhuma alteração das condições experimentais (razão de enchimento, ângulo de inclinação e potência fornecida) durante a realização do teste.

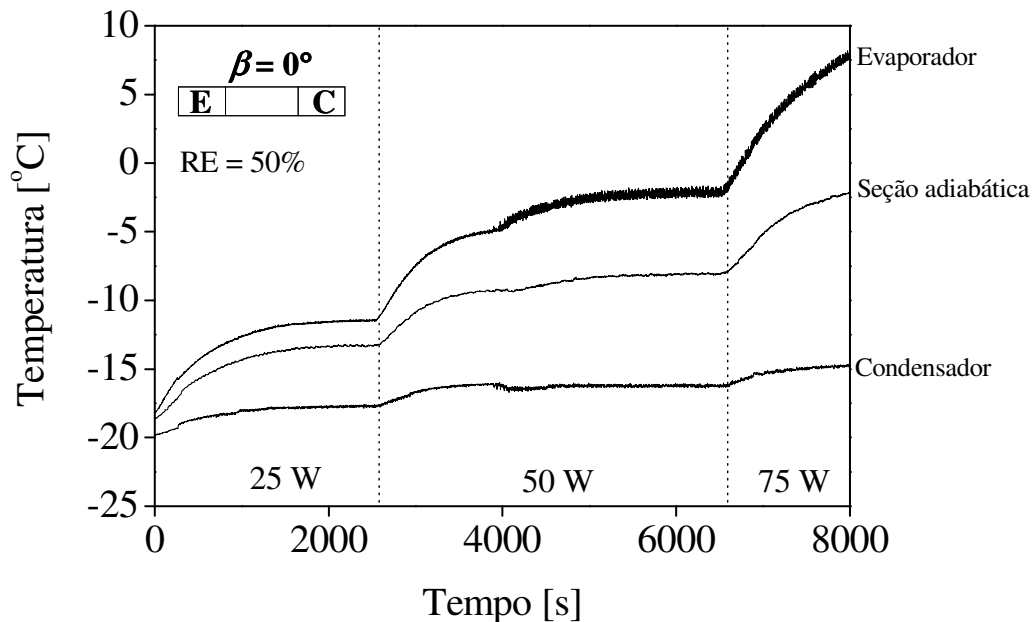


Figura 4.1 Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento I, para razão de enchimento de 50% e inclinação de 0°.

Para uma inclinação de 45° (Figura 4.2) também foram observadas oscilações de temperatura proeminentes, mas apenas quando a potência fornecida atingiu 75 W. Entretanto, não houve nenhuma mudança na tendência das curvas de temperatura. No modo de operação vertical (Figura 4.3), não foram observadas flutuações de temperatura com amplitudes significativas até o momento em que o teste foi interrompido, ou seja, quando o último patamar de estabilização foi atingido. O TCP não operou adequadamente contra gravidade ($\beta < 0$, evaporador acima do condensador), em qualquer nível de potência e razão de enchimento, sugerindo a ocorrência de secagem do evaporador (*dry out*). Este comportamento era esperado, uma vez que o TCP testado apresenta um número de curvas relativamente pequeno, não satisfazendo exigências necessárias para a operação em ângulos de inclinação negativos, conforme descrito por Charoensawan *et al.* (2003).

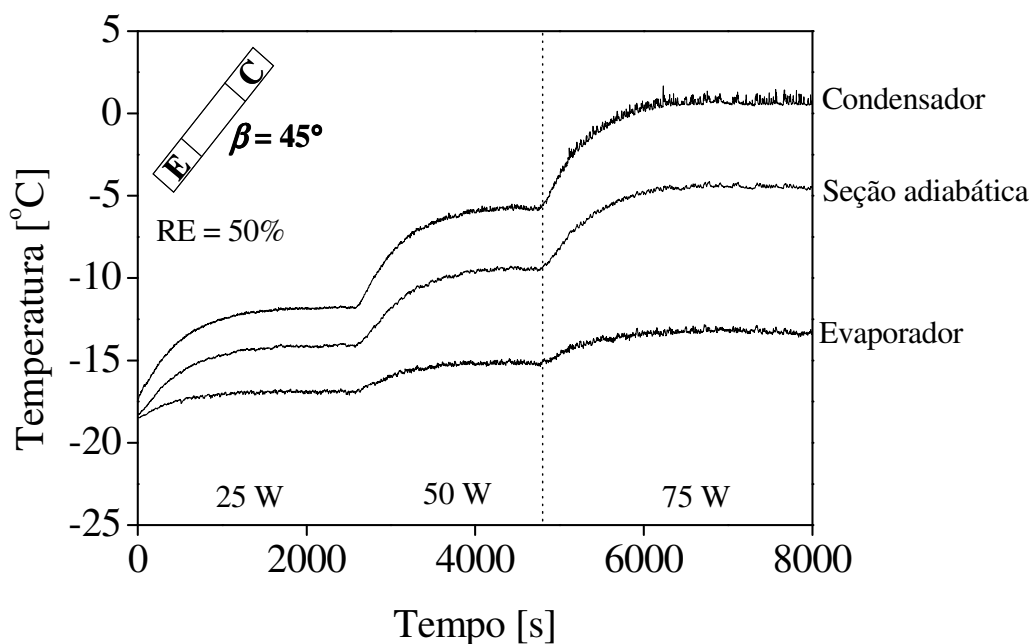


Figura 4.2 Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento I, para razão de enchimento de 50% e inclinação de 45°.

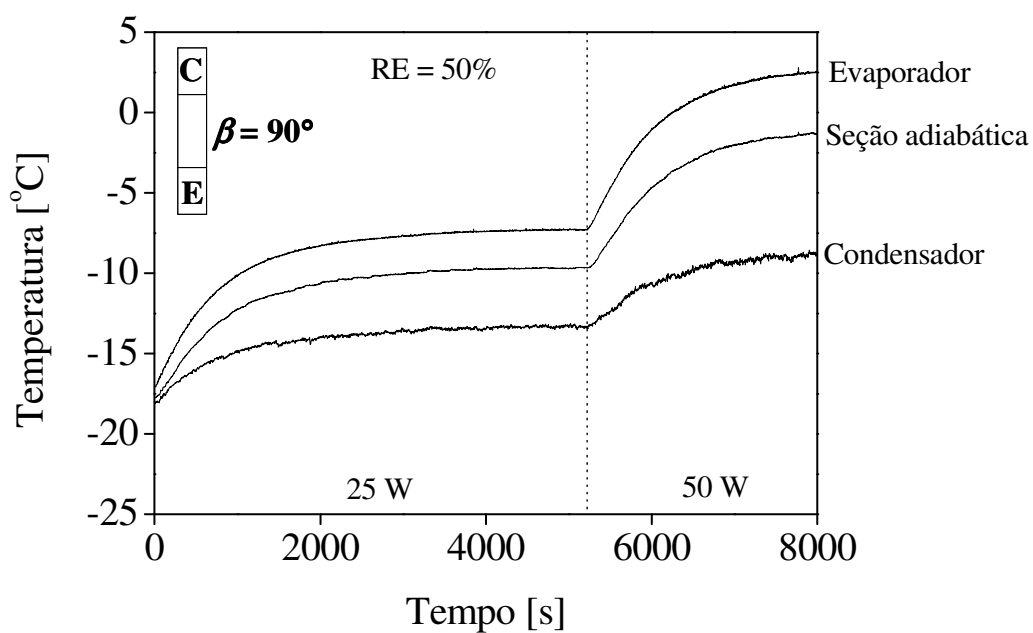


Figura 4.3 Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento I, para razão de enchimento de 50% e inclinação de 90°.

É importante ressaltar que a temperatura média da superfície externa do condensador variou com o ângulo de inclinação, para uma mesma potência fornecida. Como a temperatura e a vazão do fluido de condensação (etanol) foram mantidas fixas durante os testes, é provável que este comportamento esteja relacionado à ocorrência de diferentes padrões de escoamento no interior dos tubos do condensador.

A Tabela 4.1 mostra os efeitos da potência fornecida (P), da razão de enchimento (RE) e do ângulo de inclinação (β) sobre a resistência térmica global do TCP, calculada de acordo com as seguintes equações:

$$R_{T,cond} = \frac{T_{evap} - T_{cond}}{P} \quad (4.1)$$

e

$$R_{T,etanol} = \frac{T_{evap} - T_{etanol}}{P} \quad (4.2)$$

Tabela 4.1 Resistência térmica global do TCP do Experimento I.

		R_{T,Condensador} (K/W)								
FE		25%	25%	25%	50%	50%	50%	75%	75%	75%
β		0°	45°	90°	0°	45°	90°	0°	45°	90°
25W		0,309	0,154	0,233	0,250	0,226	0,242	0,321	0,142	0,238
50W		S	0,202	0,239	0,282	0,189	0,226	S	0,135	0,233
75W		S	S	S	S	0,187	L	S	L	0,218
100W		S	S	S	S	L	L	S	L	S
		R_{T,Etanol} (K/W)								
FE		25%	25%	25%	50%	50%	50%	75%	75%	75%
β		0°	45°	90°	0°	45°	90°	0°	45°	90°
25W		0,509	0,439	0,376	0,341	0,362	0,508	0,417	0,450	0,346
50W		S	0,448	0,354	0,357	0,285	0,457	S	0,405	0,312
75W		S	S	S	S	0,278	L	S	L	0,302
100W		S	S	S	S	L	L	S	L	S

S: secagem do evaporador (*dry out*)

L: limite de temperatura atingido (5 °C) ou último nível de estabilização atingido

De acordo com a Tabela 4.1, observa-se que o TCP comportou-se adequadamente para uma potência fornecida de 25 W. Entretanto, em 50 W ocorreu secagem do evaporador, no modo de operação horizontal ($\beta = 0^\circ$), para razões de enchimento de 25% e 75%. Para potência de 75 W houve a secagem do evaporador ou foi atingido o limite de operação, na maioria dos testes realizados.

O máximo fluxo de calor alcançado durante os testes foi $1,4 \text{ W/cm}^2$ (baseado na área interna do tubo do evaporador), correspondendo a 75 W de potência fornecida, 70% de razão de enchimento e 45° de inclinação. O fato de o máximo fluxo de calor transferido ter ocorrido para ângulo de inclinação menor do que 90° , pode ser um indicativo de que o TCP operou numa zona situada entre um tubo de calor pulsante e um termossifão. Esta hipótese baseia-se no fato de que o número de Bond ultrapassou o valor crítico sugerido por Akachi *et al.* (1996), $Bo = 2$, durante parte dos testes do Experimento I, variando entre 1,64 e 2,22. Estes valores correspondem às temperaturas limites de operação de -20°C e 5°C , respectivamente.

Não foi possível avaliar o comportamento do TCP no modo de operação contra gravidade ($\beta < 0^\circ$, evaporador acima do condensador), uma vez que nesta condição não puderam ser realizados testes, devido à secagem quase que imediata do evaporador, mesmo em níveis de potências relativamente baixos (menores do que 5 W).

4.2 Resultados do Experimento II

Neste experimento ocorreu um acréscimo significativo do número de curvas em relação ao TCP do Experimento I (de 7 para 16 curvas, no evaporador) e também uma redução do diâmetro interno do tubo da serpentina (de 1,5 para 1,27 mm). Estas mudanças foram efetuadas com o objetivo de melhorar o desempenho do TCP de CO_2 nos modos de operação horizontal ($\beta = 0^\circ$) e contra gravidade ($\beta < 0^\circ$). O aumento do número de curvas eleva o nível das perturbações internas (gradientes de pressão e temperatura), melhorando o desempenho térmico do TCP em situações onde o ângulo de inclinação seja relativamente pequeno (Charoensawan *et al.*, 2003). A redução do diâmetro interno resulta numa redução do número de Bond, ou seja, aumenta o efeito das forças viscosas sobre o fluido de trabalho e, conseqüentemente, contribui para a manutenção de meniscos de líquido e bolhas de vapor, criando as condições primárias necessárias para o surgimento de pulsações no interior do

dispositivo. A potência mínima necessária para acionar o TCP foi de aproximadamente 10W, em todos os testes realizados.

As Figuras 4.4 e 4.5 mostram o efeito da potência fornecida sobre a resistência térmica global do TCP, para frações de enchimento de 30%, 50% e 70% e para dois ângulos de inclinação: 45° e 90°. A resistência térmica foi calculada dividindo-se a diferença entre as temperaturas médias das superfícies externas do evaporador e do condensador pela potência fornecida ao dispositivo. Em ambos os casos foram observadas reduções da resistência térmica à medida que a potência fornecida foi aumentada. Isto ocorre devido ao fato de que em potências relativamente baixas (inferiores a 30 W) as forças dissipativas devido à fricção, aceleração e gravidade ainda não são suficientemente grandes para gerar pulsações significativas do fluido de trabalho. À medida que a potência fornecida aumenta, as pulsações tornam-se maiores e o dispositivo aumenta a sua eficiência térmica, resultando numa redução da sua resistência térmica. Entretanto, a redução da resistência térmica é limitada pela eficiência do condensador e pela temperatura do fluido de condensação (etanol). Fator que explica a tendência de estabilização do valor da resistência térmica do TCP para potências relativamente elevadas.

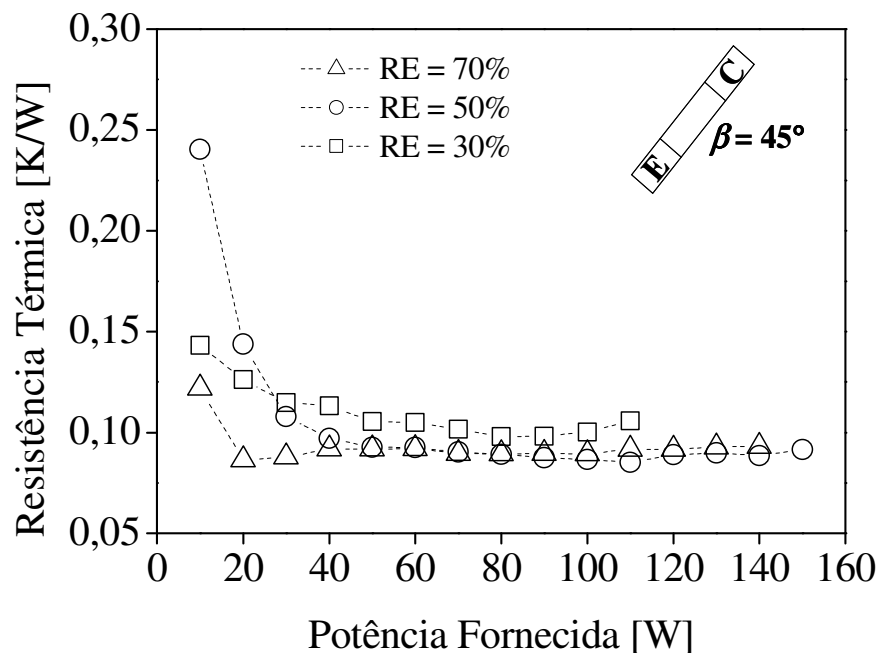


Figura 4.4 Variação da resistência térmica do TCP do Experimento II, em relação à potência fornecida, para diferentes frações de enchimento e ângulo de inclinação igual a 45°.

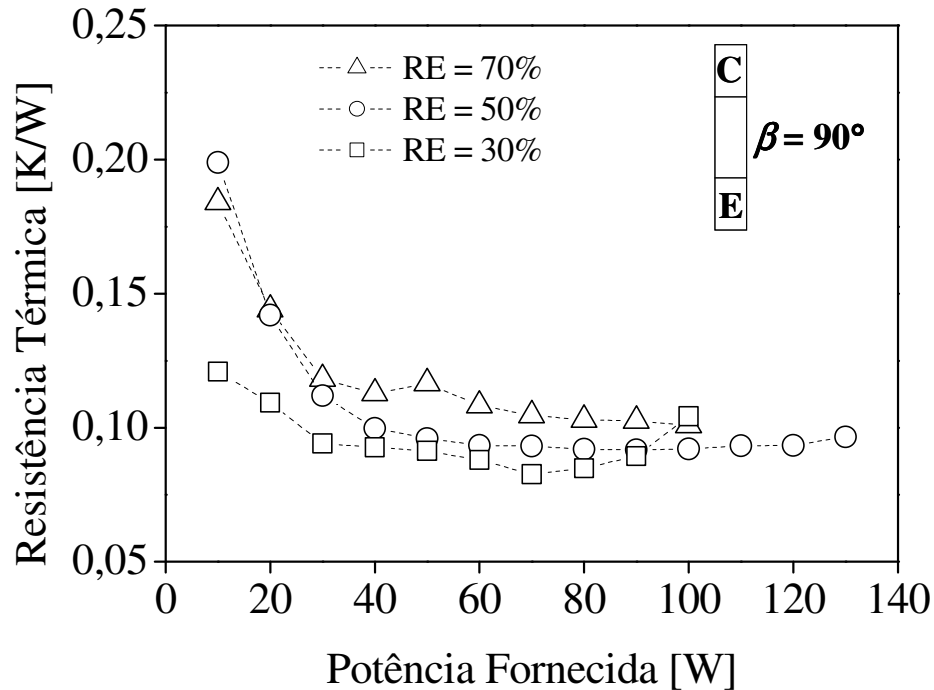


Figura 4.5 Variação da resistência térmica do TCP do Experimento II, em relação à potência fornecida, para diferentes frações de enchimento e ângulo de inclinação igual a 90° .

As Figuras 4.6 a 4.11 mostram a variação da temperatura média das superfícies externa do evaporador, da seção adiabática e do condensador, para diferentes frações de enchimento, ângulos de inclinação e níveis de potência. Pode ser observado que as amplitudes de oscilação das temperaturas medidas diminuem à medida que a razão de enchimento aumenta. Observa-se também que maiores inclinações correspondem a maiores potências transferidas pelo TCP. Assim como no Experimento I, em alguns testes foram observadas mudanças de tendência das curvas de temperatura sem que houvesse algum tipo de alteração das condições experimentais, indicando novamente uma possível ocorrência de mudanças no padrão do escoamento do CO_2 . As máximas potências transferidas pelo TCP ocorreram para inclinação de 90° (evaporador na posição inferior), conforme mostrado na Tabela 4.2. Nestas condições, o máximo fluxo de calor alcançado foi $1,7 \text{ W/cm}^2$ (baseado na área interna do tubo do evaporador). O número de Bond permaneceu abaixo do valor crítico sugerido por Akachi *et al.* (1996), variando entre 1,39 e 1,90.

No Experimento II, não foi possível avaliar o comportamento do TCP nos modos de operação horizontal ($\beta = 0^\circ$) e contra gravidade ($\beta < 0^\circ$), devido também à secagem quase que imediata do evaporador, mesmo em níveis de potências relativamente baixos.

Tabela 4.2 Máxima potência transferida pelo TCP do Experimento II.

Máxima potência transferida	Razão de enchimento	Inclinação
120 W	30%	90°
170 W	50%	90°
130 W	70%	90°

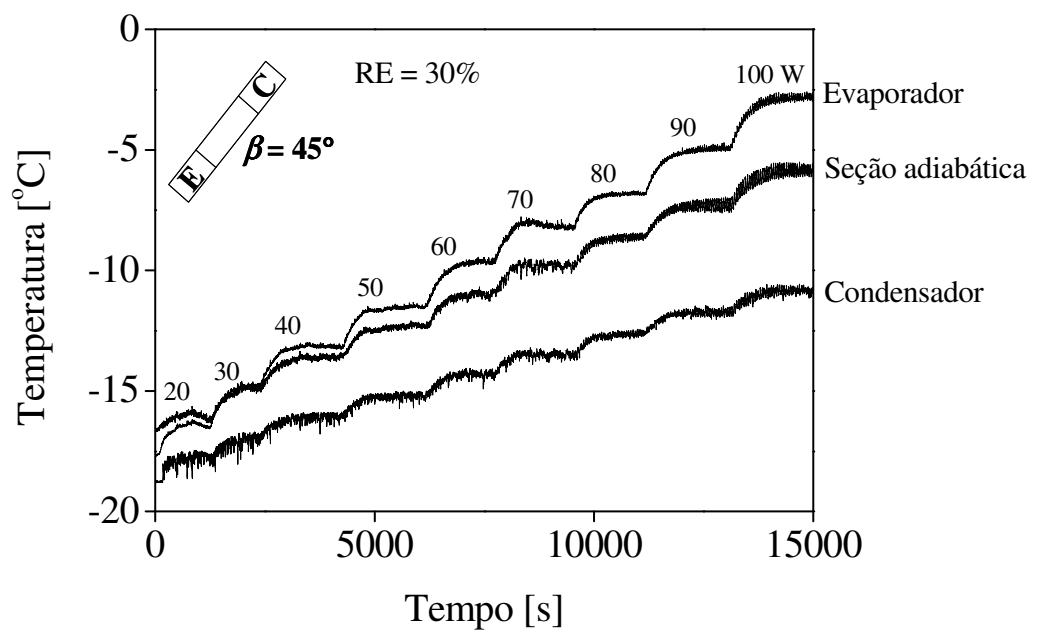


Figura 4.6 Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 30% e inclinação de 45° .

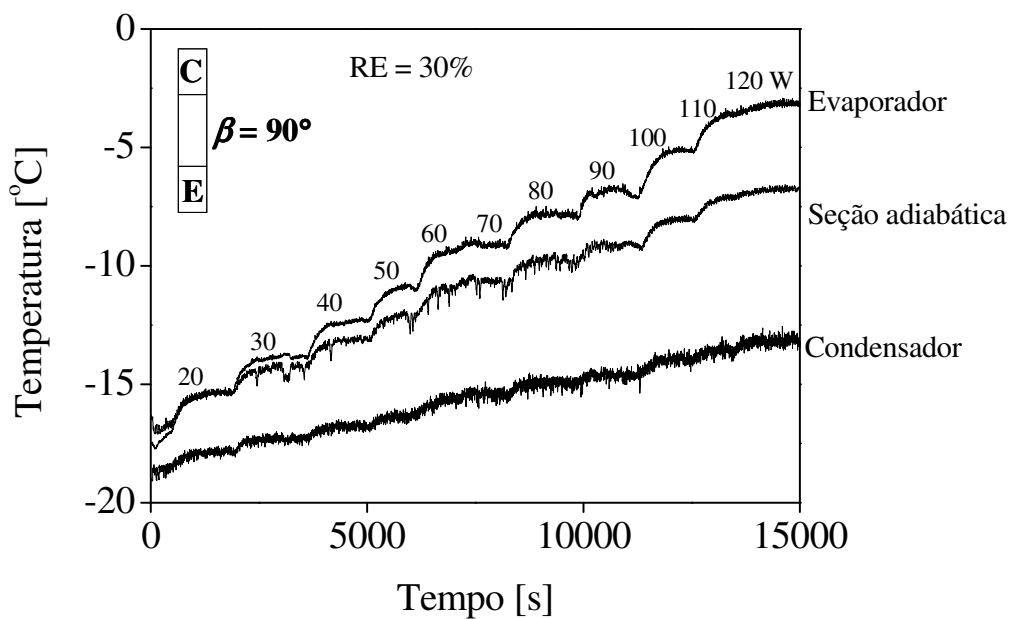


Figura 4.7 Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 30% e inclinação de 90° .

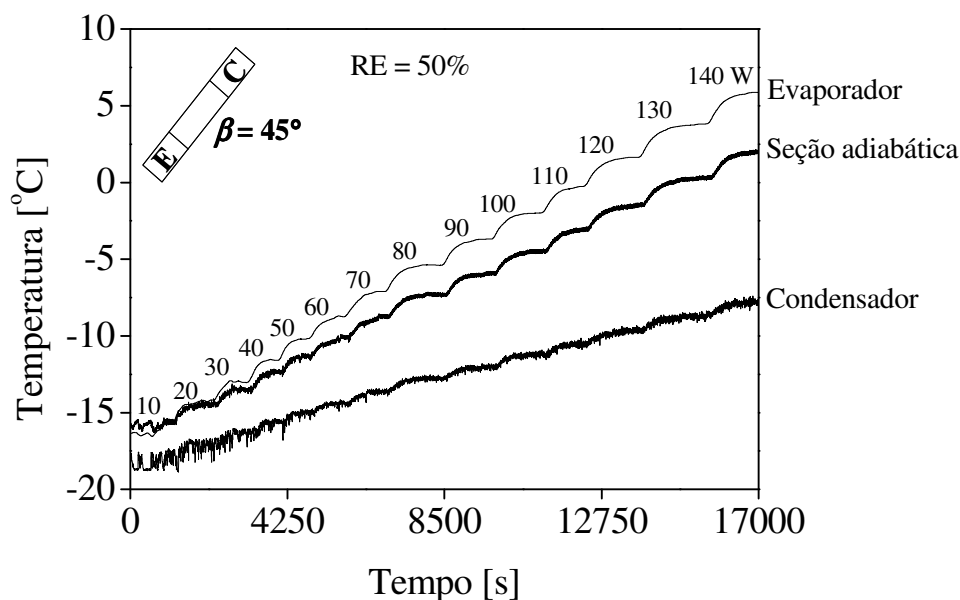


Figura 4.8 Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 50% e inclinação de 45° .

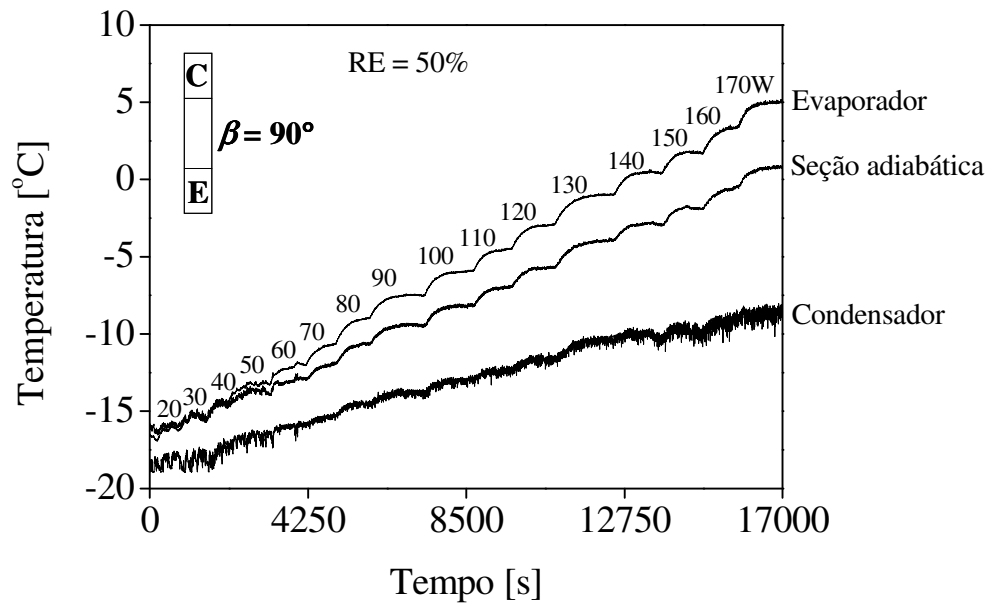


Figura 4.9 Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 50% e inclinação de 90°.

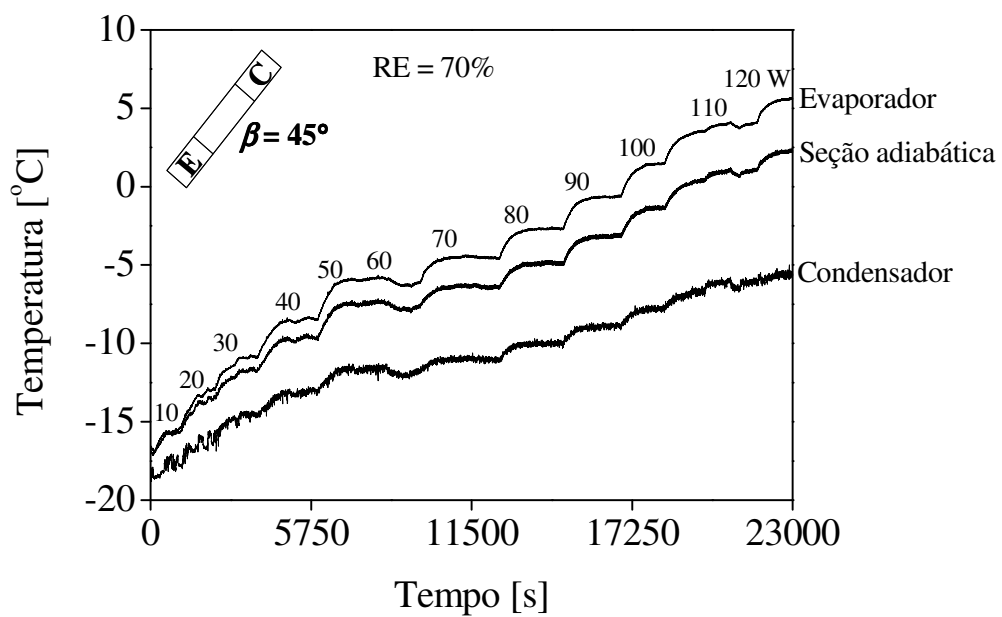


Figura 4.10 Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 70% e inclinação de 45°.

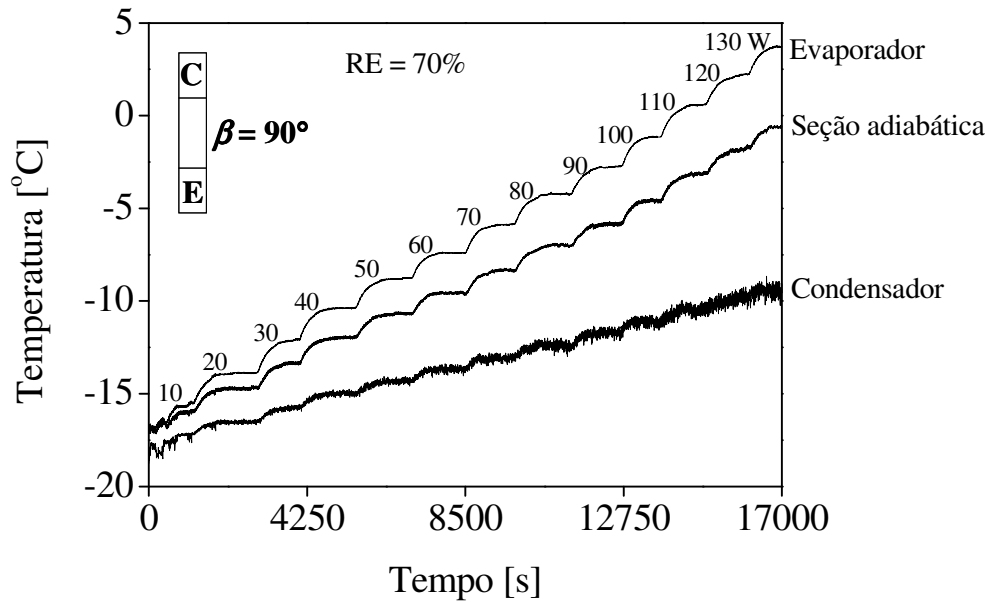


Figura 4.11 Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador, do condensador e da seção adiabática do TCP do Experimento II, para razão de enchimento de 70% e inclinação de 90°.

4.2.1 Análise Comparativa dos Resultados do Experimento II

Khandekar *et al.* (2003) correlacionaram o máximo fluxo de calor transferido por um TCP em circuito fechado, usando números adimensionais. Foi utilizada uma base de dados experimentais, para a água, o etanol e o R-123 como fluidos de trabalho. A correlação obtida tem a forma da Equação (4.3), que apresenta um desvio médio de $\pm 30\%$ e é válida apenas para razão de enchimento de 50%.

$$q'' = 0,54 Ka^{0,47} Ja^{1,43} Pr_l^{0,27} N^{-0,27} [\exp(\beta)]^{0,48} \quad [W / cm^2] \quad (4.3)$$

onde

$$Ka = \frac{d_i^2 \rho_l \Delta p_l}{\mu_l^2 L_{ef}} \approx \frac{d_i^2 \rho_l \Delta p_{sat}^{evap-cond}}{\mu_l^2 L_{ef}} \quad (4.4)$$

$$Ja = \frac{h_{lv}}{Cp_l \Delta T_{sat}^{evap-cond}} \quad (4.5)$$

$$Pr_l = \frac{Cp_l \mu_l}{k_l} \quad (4.6)$$

onde q'' é o máximo fluxo de calor transferido pelo TCP (W/cm^2), Ka é número de Karman, Ja é o número de Jacob, Pr é o número de Prandtl, N é o número de curvas no evaporador e β é o ângulo de inclinação em relação a horizontal.

A Tabela 4.3 mostra uma comparação entre os resultados experimentais obtidos no Experimento II e os resultados obtidos a partir da Equação (4.3), sendo o fluxo de calor experimental calculado com base na área interna do evaporador.

Tabela 4.3 Análise comparativa do máximo fluxo de calor transferido pelo TCP do Experimento II.

	Experimento II	Khandekar <i>et al.</i> (2003)
FE = 50%; N = 16; $\beta = 0^\circ$;	-	5,6 W/cm^2
FE = 50%; N = 16; $\beta = 45^\circ$	1,4 W/cm^2	8,1 W/cm^2
FE = 50%; N = 16; $\beta = 90^\circ$	1,7 W/cm^2	11,9 W/cm^2

Observa-se na tabela anterior que a correlação de Khandekar *et al.* (2003) não reproduziu adequadamente os resultados obtidos no Experimento II. Entretanto deve-se salientar que a referida correlação é uma equação dimensional, sendo obtida para um TCP operando com fluidos distintos do CO_2 (água, etanol e R-123), numa faixa de temperaturas de operação acima da temperatura ambiente (entre 20°C e 80°C).

4.4 Resultados do Experimento III

As Figuras 4.12 a 4.29 apresentam resultados experimentais obtidos com sete fluxos de calor distintos, para razão de enchimento de 60% e inclinação de 90°. Os fluxos foram calculados dividindo a potência fornecida à resistência elétrica de aquecimento (2, 5, 10, 15, 20, 25, 30 e 35 W) pela área da superfície externa do evaporador. Na Figura 4.12 é mostrada a variação da pressão do fluido de trabalho no evaporador, em relação aos sete fluxos de calor aplicados. Esta informação é complementada pelas Figuras 4.13 a 4.19, onde a variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho, em relação ao fluxo de calor correspondente, é apresentada individualmente. Pode ser observado que as amplitudes de oscilação da pressão foram maiores do que a incerteza do transdutor de pressão ($\pm 0,05$ bar). Observa-se também que para fluxos de até 6 W/cm² há um crescimento gradativo da amplitude da pressão, até um pico crítico, a partir do qual ocorrem oscilações seguindo uma curva descendente. Para fluxos maiores ou iguais a 8 W/cm² ocorre uma queda brusca após a qual as oscilações permanecem em torno de uma reta quase horizontal. Este efeito sugere uma predominância de vapor no interior do evaporador, no início da operação do TCP. À medida que o fluido de trabalho absorve calor a sua pressão aumenta, até que sejam gerados gradientes suficientemente grandes. Estes gradientes fazem com que mais líquido entre no evaporador, substituindo parte do vapor e dando origem às oscilações.

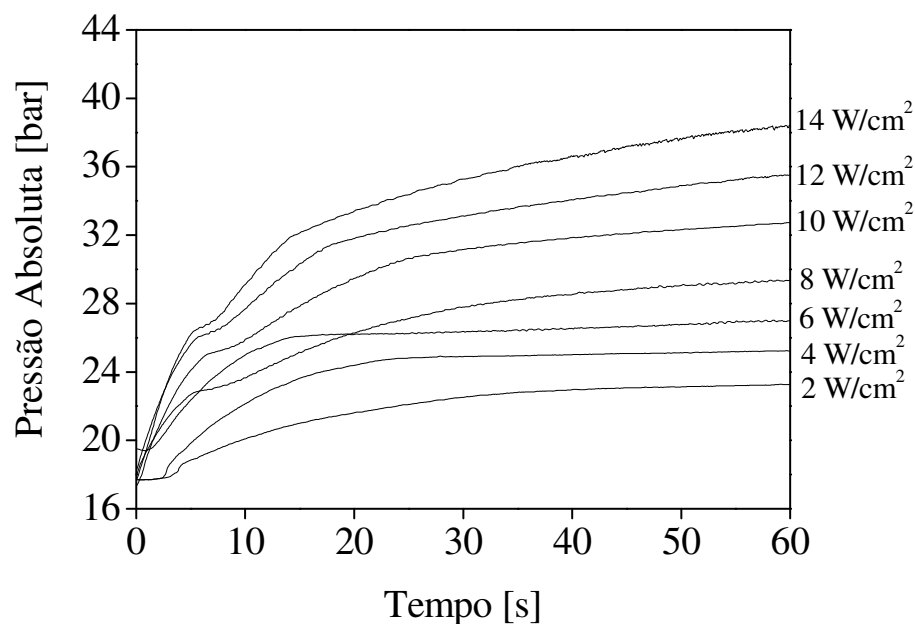


Figura 4.12 Variação da pressão do fluido de trabalho no interior do evaporador do TCP do Experimento III, em relação aos fluxos de calor aplicados.

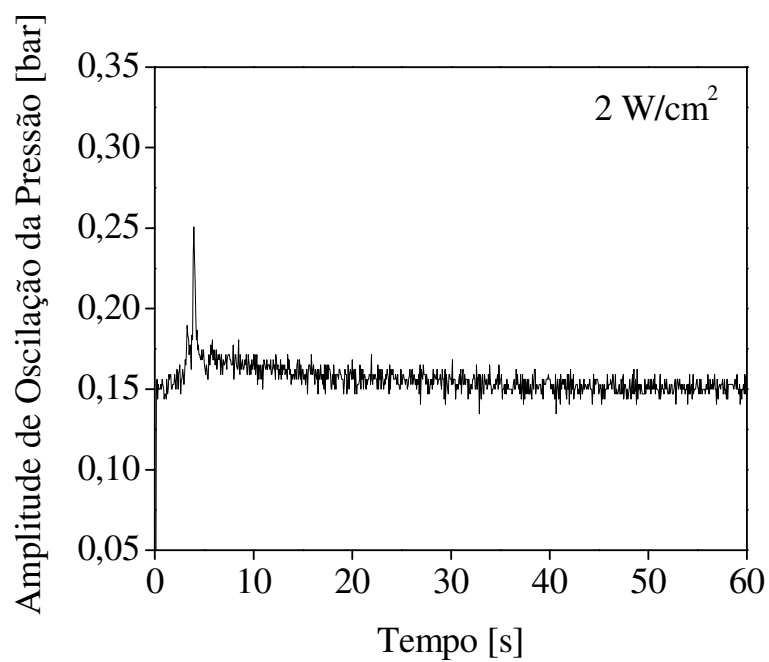


Figura 4.13 Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 2 W/cm^2 .

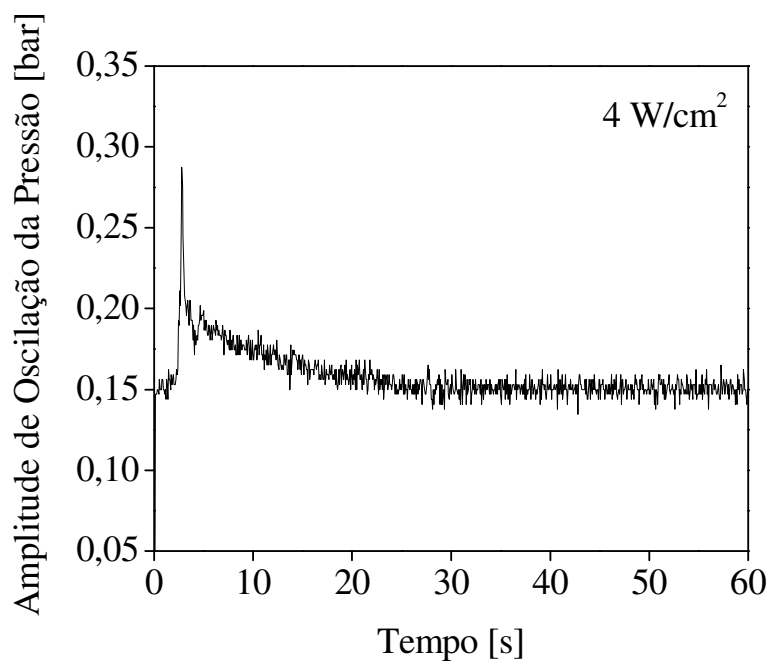


Figura 4.14 Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 4 W/cm^2 .

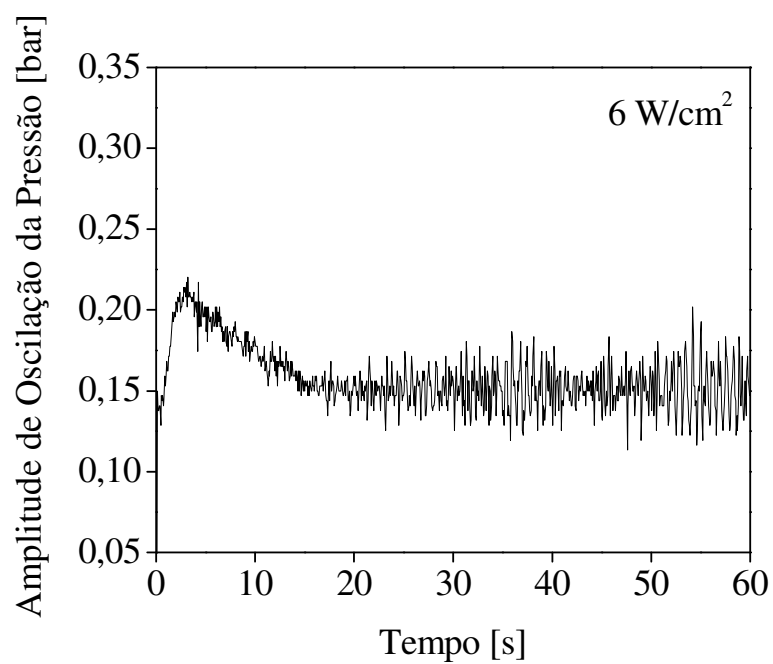


Figura 4.15 Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 6 W/cm^2 .

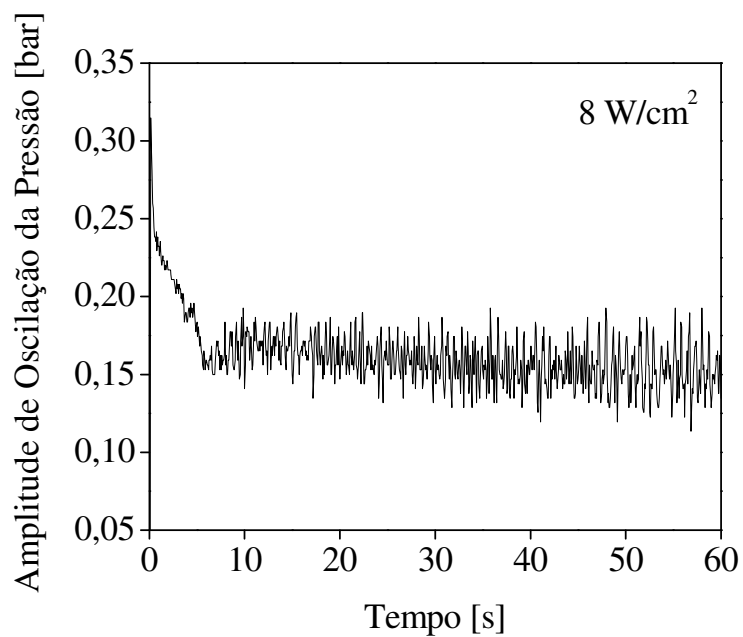


Figura 4.16 Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 8 W/cm^2 .

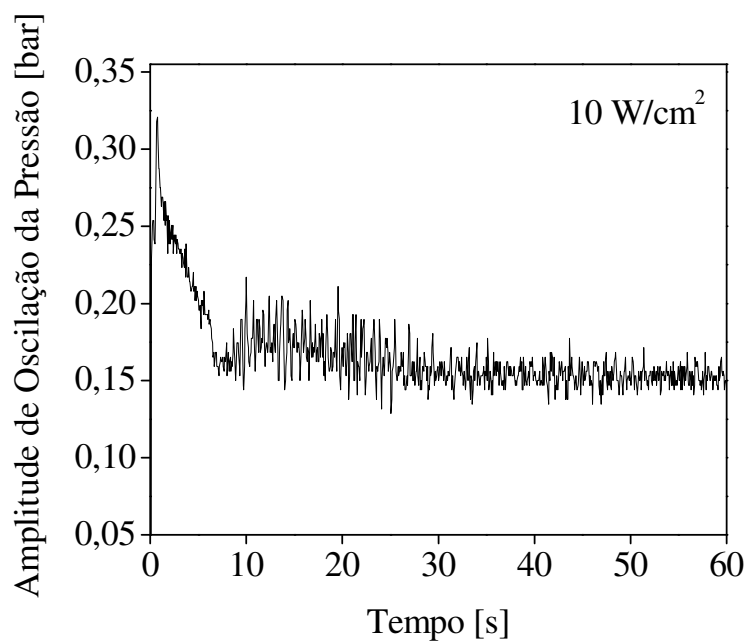


Figura 4.17 Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 10 W/cm².

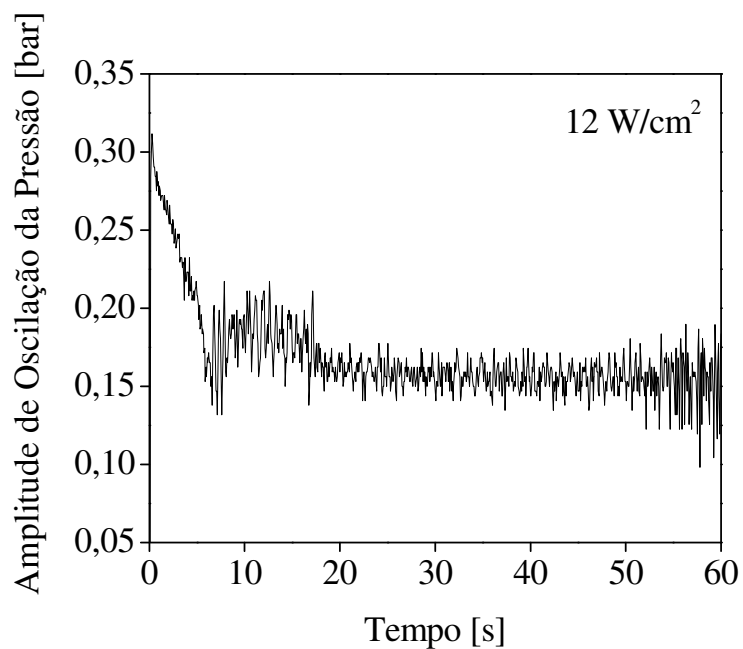


Figura 4.18 Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 12 W/cm².

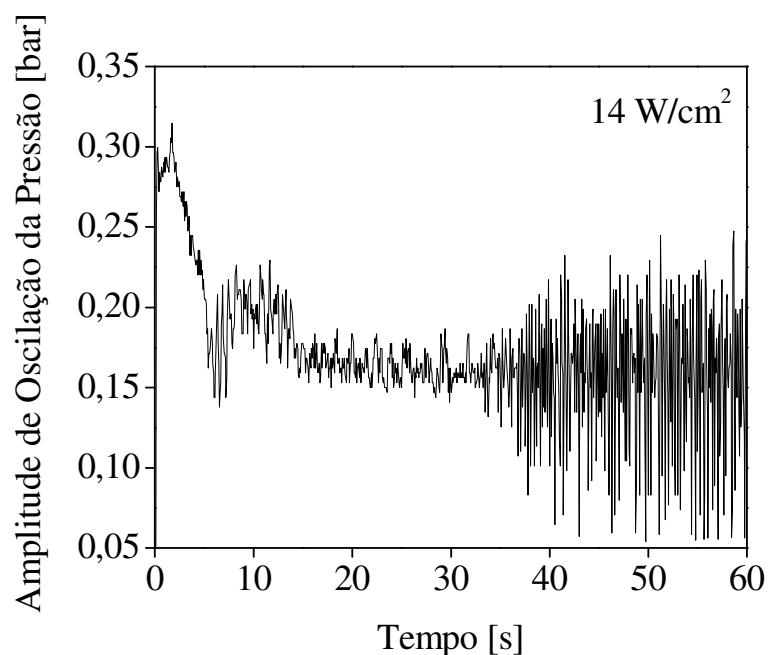


Figura 4.19 Variação da amplitude de oscilação da pressão do fluido de trabalho no evaporador do Experimento III, para fluxo de 14 W/cm².

Nas Figuras 4.20, 4.21 e 4.22 a temperatura média da superfície externa do condensador, a temperatura média da superfície externa do evaporador e a temperatura do fluido de trabalho, são plotadas em relação aos fluxos de calor no evaporador do TCP. Esta informação é complementada pelas Figuras 4.23 a 4.29, onde as variações da temperatura do condensador, do evaporador e do fluido de trabalho são apresentadas em relação ao fluxo de calor correspondente. De acordo com o esperado, observa-se que a temperatura do fluido de trabalho está situada entre as temperaturas médias das superfícies externas do condensador e do evaporador.

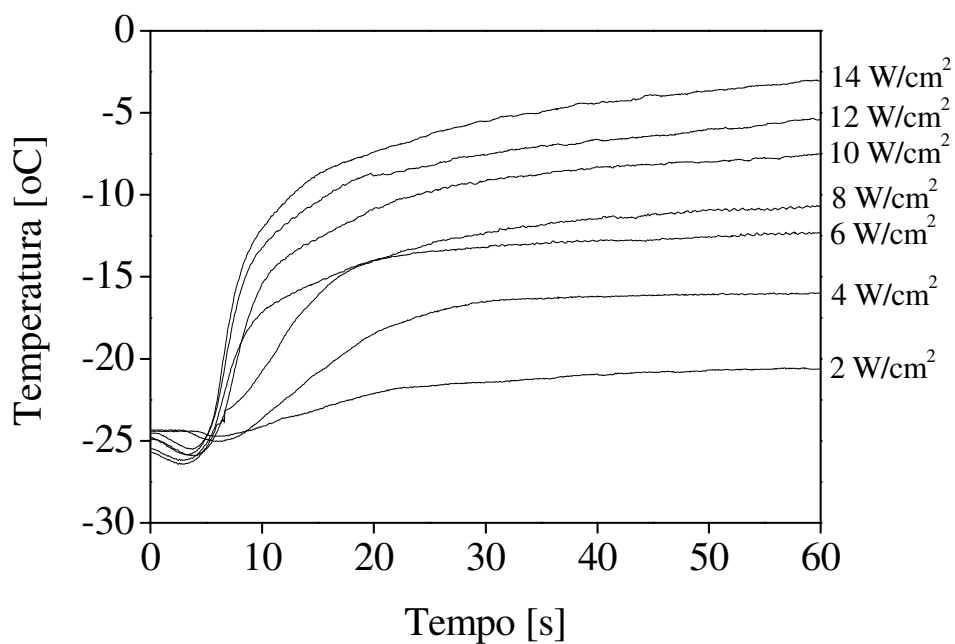


Figura 4.20 Variação da temperatura média da superfície externa do condensador do Experimento III.

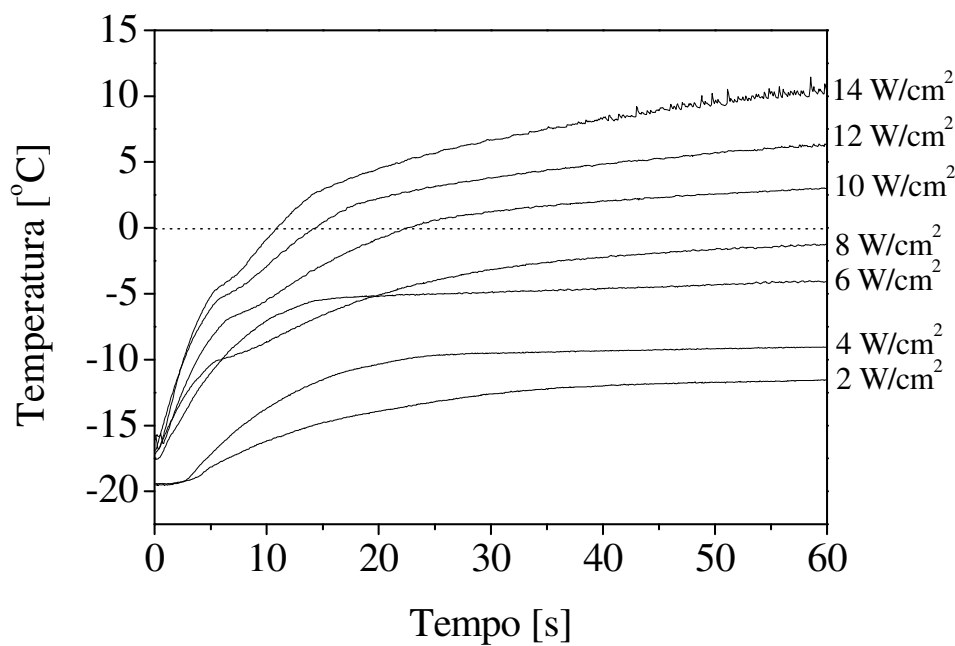


Figura 4.21 Variação da temperatura média da superfície externa do evaporador do Experimento III.

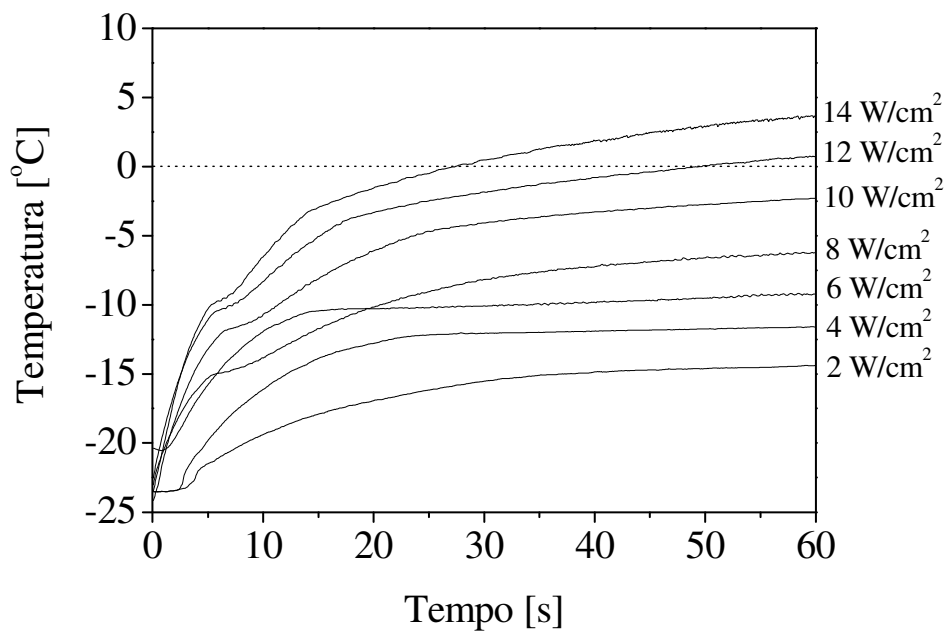


Figura 4.22 Variação da temperatura do fluido de trabalho no interior do evaporador do Experimento III.

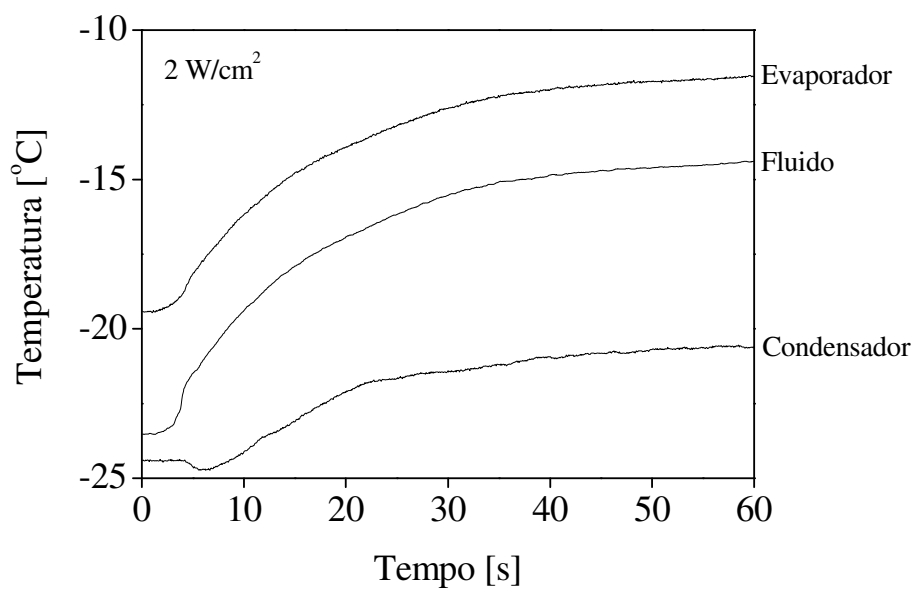


Figura 4.23 Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 2 W/cm².

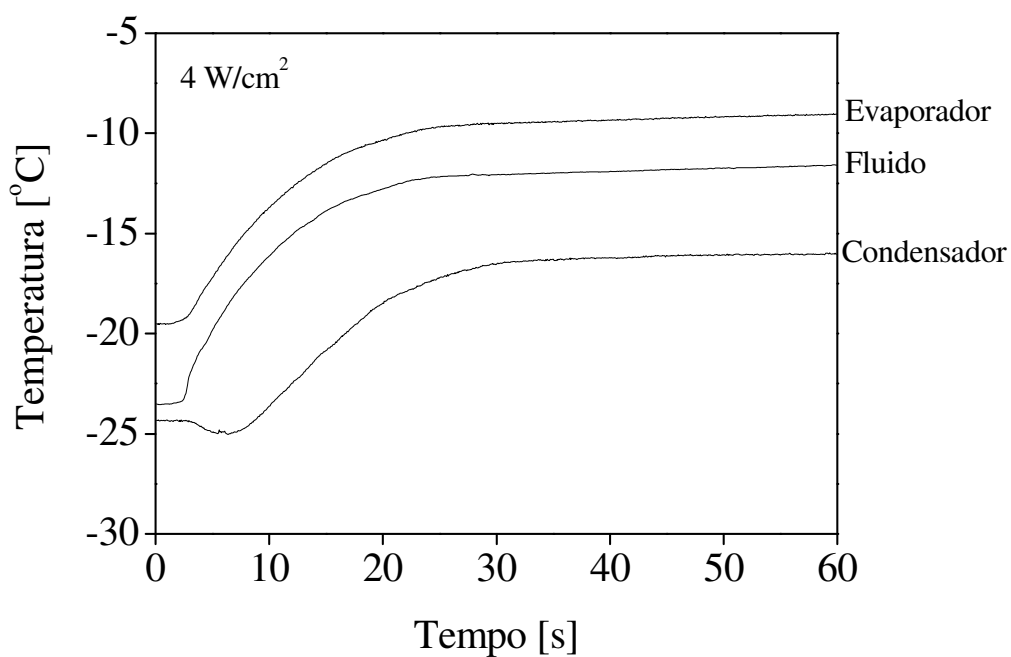


Figura 4.24 Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 4 W/cm^2 .

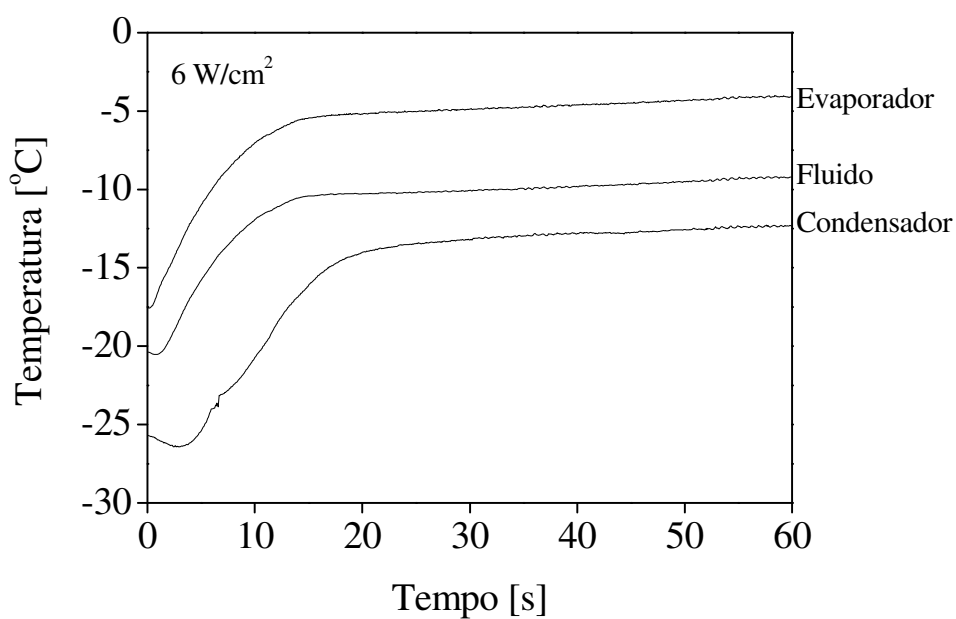


Figura 4.25 Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 6 W/cm^2 .

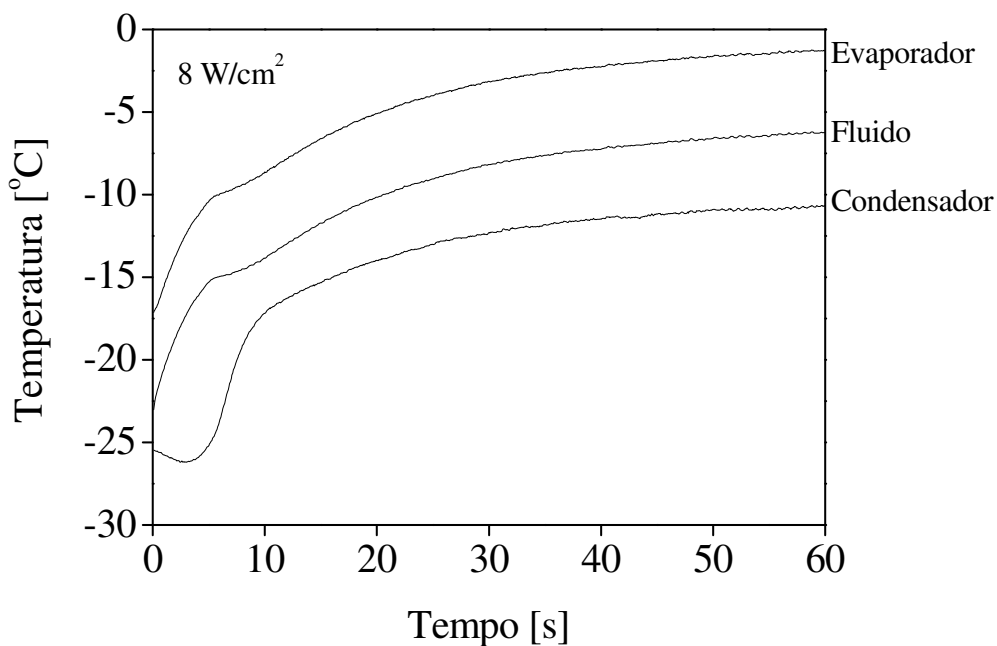


Figura 4.26 Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 8 W/cm^2 .

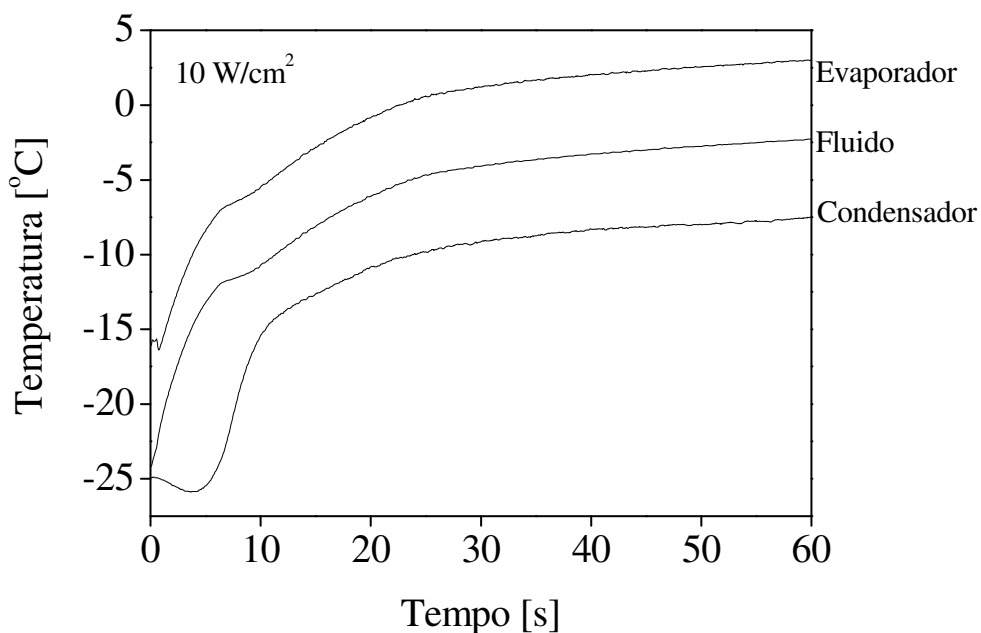


Figura 4.27 V Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 10 W/cm^2 .

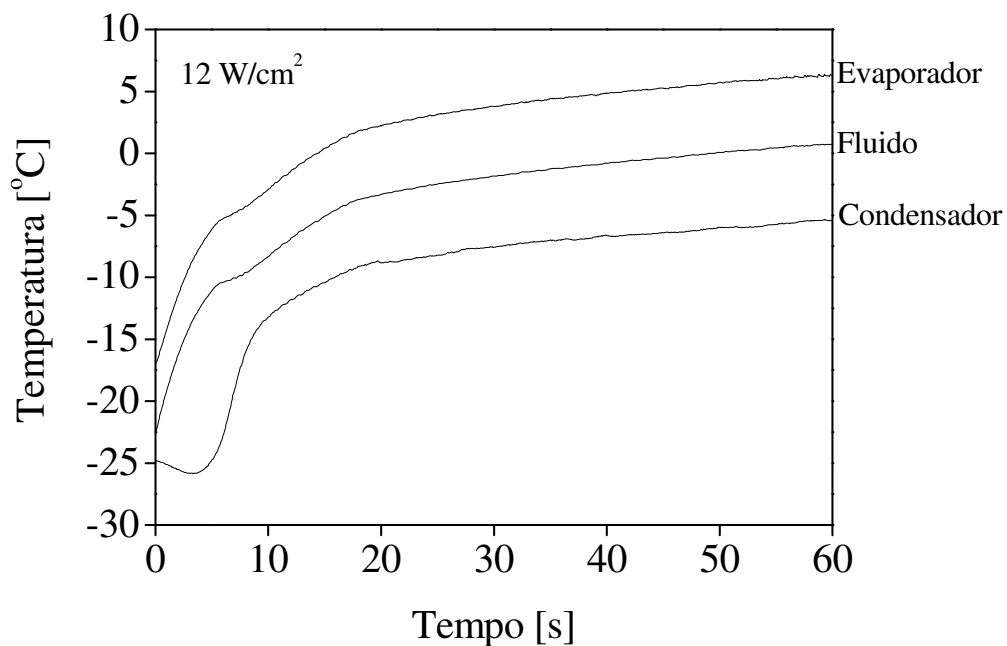


Figura 4.28 Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 12 W/cm^2 .

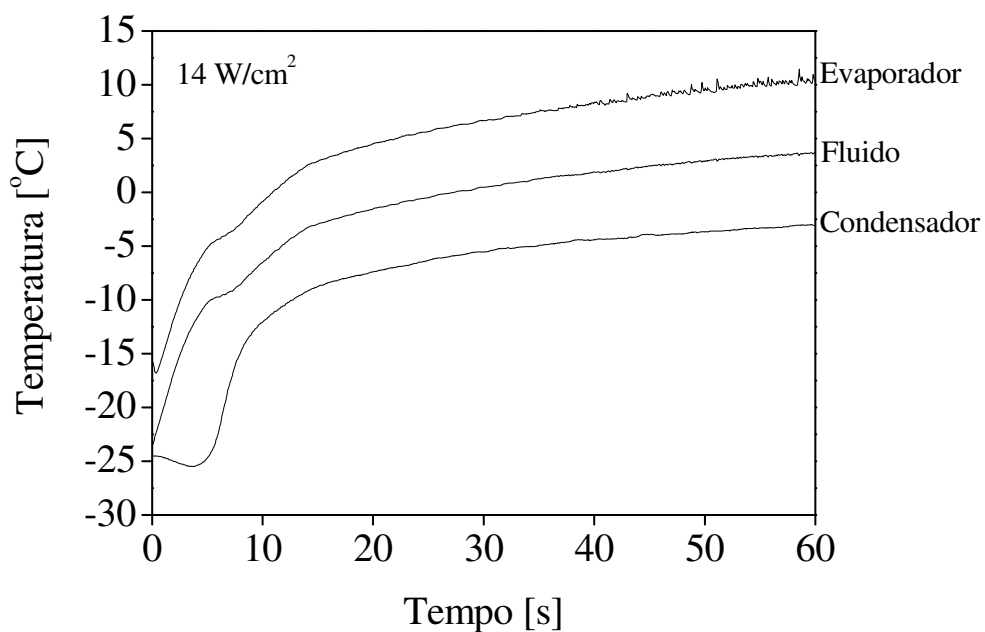


Figura 4.29 Variação da temperatura do fluido de trabalho e da temperatura média da superfície externa do condensador e do evaporador do Experimento III, para um fluxo de calor de 14 W/cm^2 .

4.5 Fechamento do Capítulo

Os resultados obtidos nos Experimentos I e II indicam que o TCP de CO₂ com múltiplas curvas tem potencialidades para ser usado em aplicações envolvendo baixas temperaturas. Entretanto, as baixas densidades de fluxos observadas indicam a necessidade de se aumentar ainda mais o número de curvas da serpentina para de modo que o dispositivo seja operar adequadamente em aplicações envolvendo pequenas inclinações ($\beta \approx 0^\circ$) e contra a gravidade (evaporador posicionado acima do condensador, $\beta < 0^\circ$).

No Experimento III foi obtido o conjunto de parâmetros experimentais necessários à estimativa do coeficiente de transferência de calor no interior do evaporador do TCP, sendo a temperatura do fluido de trabalho obtida a partir de uma correlação com a pressão de saturação medida. Os fluxos de calor alcançados foram superiores aos fluxos máximos dos Experimentos I e II. Entretanto deve ser observado que no Experimento III os testes foram realizados em períodos de tempo relativamente curtos (60 segundos). Esta estratégia foi adotada, principalmente, devido ao interesse em se obter o coeficiente de convecção interno durante a partida (*start up*) do dispositivo.

Capítulo 5

Método para Estimar o Coeficiente de Transferência de Calor no Interior do Evaporador do Tubo de Calor Pulsante

5.1 Apresentação e Desenvolvimento do Método

O presente método tem como foco principal a obtenção do coeficiente de transferência de calor em película no interior do evaporador do tubo de calor pulsante do Experimento III. Para tanto, será obtida inicialmente uma expressão analítica aproximada para o perfil de temperaturas ao longo da espessura de parede do tubo, partindo da solução da equação da difusão de calor. Esta expressão será posteriormente simplificada utilizando a temperatura da parede externa do tubo, a temperatura do fluido de trabalho e o fluxo de calor externo medidos.

Supondo condução transiente unidimensional na parede do tubo do evaporador do TCP do Experimento III e também que as propriedades termofísicas do material são constantes, a equação da difusão de calor em coordenadas cilíndricas (Özişik, 1993), sem geração interna, aplicada à seção do tubo da Figura 5.1, reduz-se a:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r,t)}{\partial t}, \text{ em } r_i < r < r_e \text{ e } t > 0, \text{ sendo } \alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (5.1)$$

sendo λ a condutividade térmica, ρ a densidade e c_p o calor específico do material do tubo.

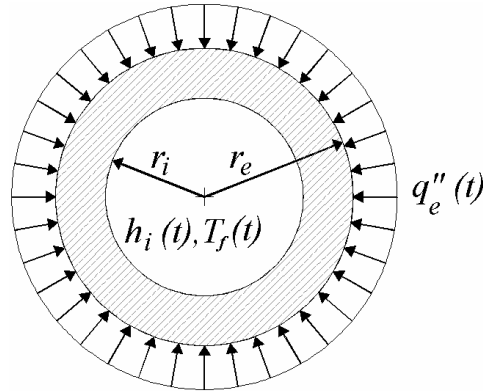


Figura 5.1 Seção transversal do tubo do evaporador do TCP do Experimento III.

Como o tubo do evaporador do TCP do Experimento III está sujeito a convecção na superfície interna (em r_i) e a fluxo de calor prescrito na superfície externa (em r_e), as seguintes condições de contorno e condição inicial podem ser escritas:

$$-\lambda \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = -h_i(t) [T(r_i,t) - T_f(t)], \text{ em } r = r_i \text{ e } t > 0 \quad (5.2)$$

$$\lambda \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = q_e''(t), \text{ em } r = r_e \text{ e } t > 0 \quad (5.3)$$

$$T(r,t) = F(r) = T_0, \text{ em } r_i < r < r_e \text{ e } t = 0 \quad (5.4)$$

sendo $h_i(t)$ o coeficiente de transferência de calor por convecção em película, $T(r_i,t)$ a temperatura da parede interna do tubo, $T_f(t)$ a temperatura do fluido de trabalho, T_0 a temperatura inicial da parede do tubo, $q_e''(t)$ o fluxo de calor na parede externa do tubo, r_i o raio interno e r_e o raio externo do tubo.

As Equações (5.1) a (5.4) caracterizam um problema de valor de contorno (PVC) não homogêneo (em r_i e r_e), para o qual o coeficiente $h_i(t)$ é desconhecido. A solução geral deste PVC pode ser obtida diretamente por funções de Green, de acordo com o método descrito em Stakgold (1968). A função de Green do problema não homogêneo é obtida a partir da solução do PVC homogêneo associado, ou problema de Neumann, dado pelas Equações (5.5), (5.6) e (5.7).

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial G(r,t|r',t')}{\partial r} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial G(r,t|r',t')}{\partial t}, \text{ em } r_i < r < r_e \text{ e } t > t' \quad (5.5)$$

$$\lambda \frac{\partial G(r,t|r',t')}{\partial r} = 0, \text{ em } r = r_i \text{ e } t > t' \quad (5.6)$$

$$\lambda \frac{\partial G(r,t|r',t')}{\partial r} = 0, \text{ em } r = r_e \text{ e } t > t' \quad (5.7)$$

A função de Green $G(r,t|r',t')$ representa fisicamente a temperatura da parede do tubo, numa posição r e num tempo t , devido a uma fonte de calor pontual instantânea e imaginária, situada numa posição r' , que libera a sua energia espontaneamente no tempo $t = t'$.

Uma vez determinada a função de Green do problema de Newmann, a distribuição de temperaturas na parede do tubo $T(r,t)$ pode ser expressa na forma integral dada pela Equação (5.8), de acordo com o detalhamento analítico de solução para o caso da geometria de seção anular apresentado em Colle *et al.* (2008).

$$T(r,t) = \int_{r_i}^{r_e} r' G(r,t|r',t') \Big|_{t=0} F(r') dr' + \frac{\alpha}{\lambda} \int_0^t \left\{ \sum_{i=1}^2 [r' G(r,t|r',t')] \Big|_{r=r_i} f_i(r',t') \right\} dt' \quad (5.8)$$

O primeiro termo à direita da igualdade da Equação (5.8) representa a contribuição da condição inicial sobre o perfil de temperaturas na parede do tubo e o segundo termo incorpora o efeito das não homogeneidades presentes nas condições de contorno. Na condição inicial a função de Green é nula.

De acordo com Colle *et al.* (2008), a solução do problema de Newmann dado pelas Equações (5.5) a (5.7) é a seguinte:

$$G(r,t|r',t') = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{N(\beta_m)} R_0(\beta_m, r) R_0(\beta_m, r') e^{-\alpha \cdot \beta_m^2 (t-t')} \quad (5.9)$$

onde

$$\frac{1}{N(\beta_m)} = \frac{\pi^2}{2} \frac{\beta_m^2 J_0'^2(\beta_m r_i)}{J_0'^2(\beta_m r_i) - J_0'^2(\beta_m r_e)} \quad (5.10)$$

$$R_0(\beta_m, r) = J_0(\beta_m r) Y_0'(\beta_m r_e) - J_0'(\beta_m r_e) Y_0(\beta_m r) \quad (5.11)$$

Nas três equações anteriores, J_0 e Y_0 são funções de Bessel do primeiro tipo e ordem zero, e J_0' e Y_0' são as suas derivadas em relação ao raio.

As autofunções $R_0(\beta_m, r)$ e a norma $N(\beta_m)$ do PVC, dadas pelas Equações (5.10) e (5.11), são obtidas da Tabela 3.3 de Özişik (1993). Os autovalores β_m são as raízes positivas da Equação (5.12), conforme detalhes apresentados no Apêndice D.

$$J_0'(\beta_m r_i) Y_0'(\beta_m r_e) - J_0'(\beta_m r_e) Y_0'(\beta_m r_i) = 0 \quad (5.12)$$

Substituindo as Equações (5.9), (5.10) e (5.11) na Equação (5.8), tem-se como solução PVC a seguinte equação:

$$\begin{aligned} T(r, t) = & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r)}{N(\beta_m)} e^{-\alpha \beta_m^2 t} \int_{r_i}^{r_e} r' R_0(\beta_m, r') F(r') dr' - \\ & \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r) R_0(\beta_m, r_i)}{N(\beta_m)} \int_0^t h_i(t') [T(r_i, t') - T_f(t')] e^{-\alpha \beta_m^2 (t-t')} dt' + \\ & \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} \int_0^t q_e''(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t-t')} dt' \end{aligned} \quad (5.13)$$

Como $\beta_0 = 0$ também é uma raiz da Equação (5.12), os somatórios à direita da igualdade da Equação (5.13) deverão iniciar com $m = 0$, resultando na Equação (5.14), que representa o perfil de temperaturas ao longo da parede da seção transversal do tubo.

$$\begin{aligned}
T(r,t) = & \sum_{m=0}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r)}{N(\beta_m)} e^{-\alpha\beta_m^2 t} \int_{r_i}^{r_e} r' R_0(\beta_m, r') F(r') dr' - \\
& \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r) R_0(\beta_m, r_i)}{N(\beta_m)} \int_0^t h_i(t') [T(r_i, t') - T_f(t')] e^{-\alpha\beta_m^2 (t-t')} dt' + \\
& \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} \int_0^t q_e''(t') e^{-\alpha\beta_m^2 (t-t')} dt'
\end{aligned} \quad (5.14)$$

Substituindo $\beta_0 = 0$ nas Equações (5.10) e (5.11), obtém as autofunções e a norma do problema, de acordo com:

$$R_0(\beta_0, r) = 1, \quad \frac{1}{N(\beta_0)} = \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \quad (5.15)$$

Assim, a Equação (5.14) pode ser reescrita como segue:

$$\begin{aligned}
T(r,t) = & \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} T_0 \int_{r_i}^{r_e} r' dr' + \\
& \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r)}{N(\beta_m)} e^{-\alpha\beta_m^2 t} \int_{r_i}^{r_e} r' R_0(\beta_m, r') F(r') dr' - \\
& \frac{\alpha r_i}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \int_0^t h_i(t') [T(r_i, t') - T_f(t')] dt' - \\
& \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r) R_0(\beta_m, r_i)}{N(\beta_m)} \int_0^t h_i(t') [T(r_i, t') - T_f(t')] e^{-\alpha\beta_m^2 (t-t')} dt' + \\
& \frac{\alpha r_e}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \int_0^t q_e''(t') dt' + \\
& \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} \int_0^t q_e''(t') e^{-\alpha\beta_m^2 (t-t')} dt'
\end{aligned} \quad (5.16)$$

Resolvendo a primeira integral à direita da Equação (5.16), pode-se escrever:

$$\begin{aligned}
T(r,t) = & T_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r)}{N(\beta_m)} e^{-\alpha\beta_m^2 t} \int_{r_i}^{r_e} r' R_0(r') F(r') dr' - \\
& \frac{\alpha r_i}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \int_0^t h_i(t') [T(r_i, t') - T_{esc}(t')] dt' - \\
& \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r) R_0(\beta_m, r_i)}{N(\beta_m)} \int_0^t h_i(t') [T(r_i, t') - T_{esc}(t')] e^{-\alpha\beta_m^2 (t-t')} dt' + \\
& \frac{\alpha r_e}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \int_0^t q_e''(t') dt' + \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} \int_0^t q_e''(t') e^{-\alpha\beta_m^2 (t-t')} dt'.
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Aplicando a Equação (5.17) às superfícies interna ($r = r_i$) e externa do tubo ($r = r_e$), no instante $t = t_k$, obtém-se:

$$\begin{aligned}
T(r_i, t_k) = & T_0 + G_k^{0i} - \frac{\alpha r_i}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \int_0^{t_k} h_i(t') [T(r_i, t') - T_f(t')] dt' - \\
& \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0^2(\beta_m, r_i)}{N(\beta_m)} \int_0^{t_k} h_i(t') [T(r_i, t') - T_f(t')] e^{-\alpha\beta_m^2 (t_k-t')} dt' + \\
& \frac{\alpha r_e}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \int_0^{t_k} q_e''(t') dt' + \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_i) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} \int_0^{t_k} q_e''(t') e^{-\alpha\beta_m^2 (t_k-t')} dt'.
\end{aligned} \tag{5.18}$$

$$\begin{aligned}
T(r_e, t_k) = & T_0 + G_k^{0e} - \frac{\alpha r_i}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \int_0^{t_k} h_i(t') [T(r_i, t') - T_f(t')] dt' - \\
& \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_i) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} \int_0^{t_k} h_i(t') [T(r_i, t') - T_f(t')] e^{-\alpha\beta_m^2 (t_k-t')} dt' + \\
& \frac{\alpha r_e}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \int_0^{t_k} q_e''(t') dt' + \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0^2(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} \int_0^{t_k} q_e''(t') e^{-\alpha\beta_m^2 (t_k-t')} dt'.
\end{aligned} \tag{5.19}$$

onde

$$G_k^{0i} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_i)}{N(\beta_m)} e^{-\alpha\beta_m^2 t_k} T_0 \int_{r_i}^{r_e} r' R_0(\beta_m, r') dr \tag{5.20}$$

$$G_k^{0e} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} e^{-\alpha\beta_m^2 t_k} T_0 \int_{r_i}^{r_e} r' R_0(\beta_m, r') dr \tag{5.21}$$

As Equações (5.18) e (5.19) são as equações de recorrência, na forma integral, para a obtenção do coeficiente de transferência de calor $h_i(t')$. Estas equações constituem um problema inverso, cuja solução deve ser numérica. O método de solução proposto neste estudo pressupõe que as equações de recorrência na forma integral sejam convertidas em equações algébricas. Sendo assim, é necessário que as variáveis das Equações (5.17) e (5.18) sejam discretizadas através do ajuste de funções de interpolação, em cada um dos subintervalos de tempo do domínio discretizado $[0, t]$. Colle *et al.* (2008) obtiveram êxito ao utilizar funções de interpolação lineares do tipo tenda para discretizar o fluxo de calor na resistência de contato entre o tubo de alumínio do núcleo e o condutor de aço coberto com alumínio, de um cabo OPGW (Optical Ground Wire). Funções-tenda serão também utilizadas expressar as variáveis envolvidas no problema da obtenção do coeficiente de transferência de calor no interior do evaporador do TCP. Nesta técnica, a função interpolação em cada ponto é igual à soma de duas funções lineares, cuja composição centrada no ponto, lembra a forma de uma tenda. A Figura 5.2 mostra a discretização do coeficiente de transferência de calor através de funções-tenda.

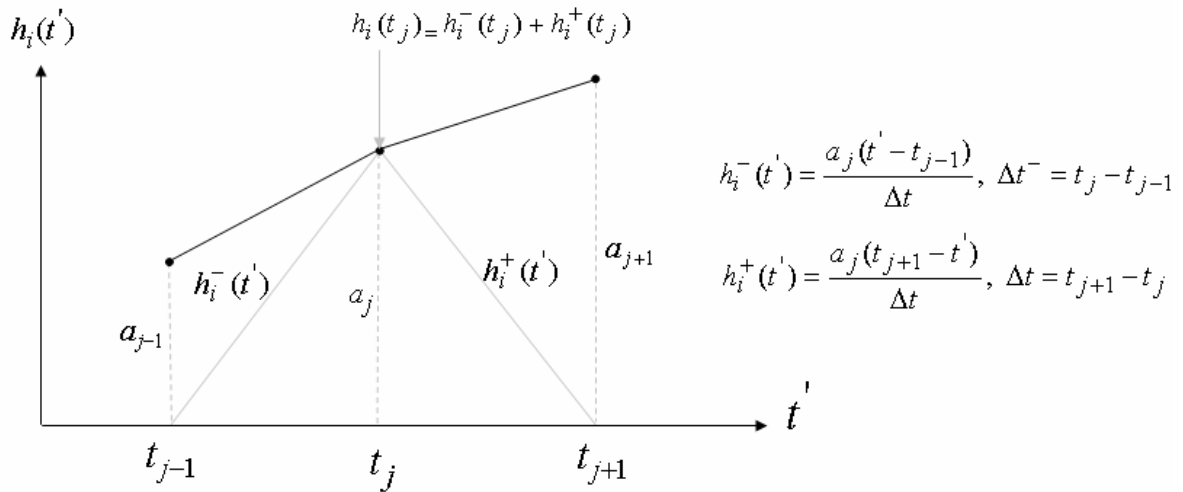


Figura 5.2. Esquema da discretização do coeficiente de transferência de calor utilizando funções-tenda.

A discretização das demais variáveis que aparecem na Equação (5.17), de acordo com o Apêndice C, resulta nas seguintes equações:

$$h_i^-(t') = \frac{a_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t}, \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (5.22)$$

$$h_i^+(t') = \frac{a_j(t_{j+1} - t')}{\Delta t}, \quad \Delta t = t_{j+1} - t_j \quad (5.23)$$

$$T^-(r_i, t') = \frac{b_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t}, \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (5.24)$$

$$T^+(r_i, t') = \frac{b_j(t_{j+1} - t')}{\Delta t}, \quad \Delta t = t_{j+1} - t_j \quad (5.25)$$

$$T_f^-(t') = \frac{c_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t}, \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (5.26)$$

$$T_f^+(t') = \frac{c_j(t_{j+1} - t')}{\Delta t}, \quad \Delta t = t_{j+1} - t_j \quad (5.27)$$

$$q_e^{''-}(t') = \frac{q_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t}, \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (5.28)$$

$$q_e^{''+}(t') = \frac{q_j(t_{j+1} - t')}{\Delta t}, \quad \Delta t = t_{j+1} - t_j \quad (5.29)$$

Aproximando agora as integrais das Equações (5.18) e (5.19) por somas de integrais calculadas nos subintervalos de tempo (Δt) e substituindo as variáveis envolvidas por suas componentes discretas, chega-se às Equações (5.30) e (5.31).

$$\begin{aligned}
T(r_i, t_k) = & T_0 + G_k^{0i} - \frac{\alpha r_i}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \sum_{j=1}^k \left(\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') [T^-(r_i, t') - T_f^-(t')] dt' + \right. \\
& \left. \int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') [T^+(r_i, t') - T_f^+(t')] dt' \right) - \\
& \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0^2(\beta_m, r_i)^2}{N(\beta_m)} \sum_{j=1}^k \left(\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') [T^-(r_i, t') - T_f^-(t')] e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' + \right. \\
& \left. \int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') [T^+(r_i, t') - T_f^+(t')] e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' \right) + \\
& \frac{\alpha r_e}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \sum_{j=1}^k \left(\int_{t_{j-1}}^{t_j} q_e^{''-}(t') dt' + \int_{t_j}^{t_{j+1}} q_e^{''+}(t') dt' \right) + \\
& \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_i) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} \sum_{j=1}^k \left(\int_{t_{j-1}}^{t_j} q_e^{''-}(t') e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' + \int_{t_j}^{t_{j+1}} q_e^{''+}(t') e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' \right)
\end{aligned} \tag{5.30}$$

$$\begin{aligned}
T(r_e, t_k) = & T_0 + G_k^{0e} - \frac{\alpha r_i}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \sum_{j=1}^k \left(\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') [T^-(r_i, t') - T_f^-(t')] dt' + \right. \\
& \left. \int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') [T^+(r_i, t') - T_f^+(t')] dt' \right) - \\
& \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_i) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} \sum_{j=1}^k \left(\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') [T^-(r_i, t') - T_f^-(t')] e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' + \right. \\
& \left. \int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') [T^+(r_i, t') - T_f^+(t')] e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' \right) + \\
& \frac{\alpha r_e}{\lambda} \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \sum_{j=1}^k \left(\int_{t_{j-1}}^{t_j} q_e^{''-}(t') dt' + \int_{t_j}^{t_{j+1}} q_e^{''+}(t') dt' \right) + \\
& \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0^2(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} \sum_{j=1}^k \left(\int_{t_{j-1}}^{t_j} q_e^{''-}(t') e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' + \int_{t_j}^{t_{j+1}} q_e^{''+}(t') e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' \right)
\end{aligned} \tag{5.31}$$

Substituindo as Equações (5.22) a (5.29) nas integrais das Equações (5.30) e (5.31), de acordo com as deduções do Apêndice C, tem-se que:

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T^-(r_i, t') e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' = a_j b_j A_{mkj}^- \tag{5.31}$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') T^+(r_i, t') e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' = a_j b_j A_{mkj}^+ \tag{5.32}$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T_f^-(t') e^{-\alpha\beta_m^2(t_k - t')} dt' = a_j c_j A_{mkj}^- \tag{5.33}$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h^+(t') T_f^+(t') e^{-\alpha\beta_m^2(t_k-t')} dt' = a_j c_j A_{mkj}^+ \quad (5.34)$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} q_e^{"-}(t') e^{-\alpha\beta_m^2(t_k-t')} dt' = q_j C_{mkj}^- \quad (5.35)$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} q_e^{"+}(t') e^{-\alpha\beta_m^2(t_k-t')} dt' = q_j C_{mkj}^+ \quad (5.36)$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T^-(r_i, t') dt' = a_j b_j B_{mkj}^{0-} \quad (5.37)$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') T^+(r_i, t') dt' = a_j b_j B_{mkj}^{0+} \quad (5.38)$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h^-(t') T_f^-(t') dt' = a_j c_j B_{mkj}^{0-} \quad (5.39)$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h^+(t') T_f^+(t') dt' = a_j c_j B_{mkj}^{0+} \quad (5.40)$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} q_e^{"-}(t') dt' = q_j D_{mkj}^{0-} \quad (5.41)$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} q_e^{"+}(t') dt' = q_j D_{mkj}^{0+} \quad (5.42)$$

onde

$$A_{mkj}^- = \frac{1}{\alpha\beta_m^2} \left\{ e^{-\alpha\beta_m^2(k-j)\Delta t} - \frac{2}{\alpha\beta_m^2 \Delta t} \left[e^{-\alpha\beta_m^2(k-j)\Delta t} - \left(\frac{e^{-\alpha\beta_m^2(k-j)\Delta t} - e^{-\alpha\beta_m^2(k-j+1)\Delta t}}{\alpha\beta_m^2 \Delta t} \right) \right] \right\}, \text{ para } j \leq k \quad (5.43)$$

$$A_{mkj}^+ = -\frac{1}{\alpha\beta_m^2} \left\{ e^{-\alpha\beta_m^2(k-j)\Delta t} + \frac{2}{\alpha\beta_m^2\Delta t} \left[e^{-\alpha\beta_m^2(k-j)\Delta t} + \left(\frac{e^{-\alpha\beta_m^2(k-j)\Delta t} - e^{-\alpha\beta_m^2(k-j+1)\Delta t}}{\alpha\beta_m^2\Delta t} \right) \right] \right\}, \text{ para } j \leq k-1 \quad (5.44)$$

$$C_{mkj}^- = \frac{1}{\alpha\beta_m^2} \left[e^{-\alpha\beta_m^2(k-j)\Delta t} - \left(\frac{e^{-\alpha\beta_m^2(k-j)\Delta t} - e^{-\alpha\beta_m^2(k-j+1)\Delta t}}{\alpha\beta_m^2\Delta t} \right) \right], \text{ para } j \leq k \quad (5.45)$$

$$C_{mkj}^+ = -\frac{1}{\alpha\beta_m^2} \left[e^{-\alpha\beta_m^2(k-j)\Delta t} + \left(\frac{e^{-\alpha\beta_m^2(k-j)\Delta t} - e^{-\alpha\beta_m^2(k-j+1)\Delta t}}{\alpha\beta_m^2\Delta t} \right) \right], \text{ para } j \leq k-1 \quad (5.46)$$

$$B_{mkj}^{0-} = B_{mkj}^{0+} = \frac{\Delta t}{3} \quad (5.47)$$

$$D_{mkj}^{0-} = D_{mkj}^{0+} = \frac{\Delta t}{2} \quad (5.48)$$

De acordo com as Equações (5.31) e (5.42), o coeficiente de transferência de calor, a temperatura da parede interna do tubo, a temperatura do escoamento e o fluxo de calor externo são agora representados discretamente pelos coeficientes a_j , b_j , c_j e q_j , respectivamente, para $\Delta t = 1/p$, $t_j = j \cdot \Delta t$, $j = 1, 2, \dots, p$, sendo p o número de pontos do domínio de tempo discretizado.

Substituindo agora Equações (5.31) a (5.42) nas Equações (5.30) e (5.31), chega-se às seguintes equações:

$$\begin{aligned} T(r_i, t_k) = b_k = G_k^i - \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{j=1}^k (B_{kj}^{0i-} + B_{kj}^{0i+}) a_j (b_j - c_j) - \\ \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{j=1}^k (B_{kj}^{i-} + B_{kj}^{i+}) a_j (b_j - c_j) + \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{j=1}^k (D_{kj}^{0i-} + D_{kj}^{0i+}) q_j + \\ \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{j=1}^k (D_{kj}^{i-} + D_{kj}^{i+}) q_j \end{aligned} \quad (5.49)$$

$$\begin{aligned}
T(r_e, t_k) = d_k = G_k^e - \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{j=1}^k (B_{kj}^{0e-} + B_{kj}^{0e+}) a_j (b_j - c_j) - \\
\frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{j=1}^k (B_{kj}^{e-} + B_{kj}^{e+}) a_j (b_j - c_j) + \frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{j=1}^k (D_{kj}^{0e-} + D_{kj}^{0e+}) q_j + \\
\frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{j=1}^k (D_{kj}^{e-} + D_{kj}^{e+}) q_j
\end{aligned} \tag{5.50}$$

Ou, ainda,

$$\begin{aligned}
b_k = G_k^i - \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{j=1}^k (B_{kj}^{0i-} + B_{kj}^{0i+} + B_{kj}^{i-} + B_{kj}^{i+}) a_j (b_j - c_j) \\
\frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{j=1}^k (D_{kj}^{0i-} + D_{kj}^{0i+} + D_{kj}^{i-} + D_{kj}^{i+}) q_j
\end{aligned} \tag{5.51}$$

$$\begin{aligned}
d_k = G_k^e - \frac{\alpha r_i}{\lambda} \sum_{j=1}^k (B_{kj}^{0e-} + B_{kj}^{0e+} + B_{kj}^{e-} + B_{kj}^{e+}) a_j (b_j - c_j) \\
\frac{\alpha r_e}{\lambda} \sum_{j=1}^k (D_{kj}^{0e-} + D_{kj}^{0e+} + D_{kj}^{ei-} + D_{kj}^{e+}) q_j
\end{aligned} \tag{5.52}$$

onde

$$G_k^i = T_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_i)}{N(\beta_m)} e^{-\alpha \beta_m^2 t_k} T_0 \int_{r_i}^{r_e} r' R_0(\beta_m, r') dr \tag{5.53}$$

$$G_k^e = T_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} e^{-\alpha \beta_m^2 t_k} T_0 \int_{r_i}^{r_e} r' R_0(\beta_m, r') dr \tag{5.54}$$

$$B_{kj}^{i-} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0^2(\beta_m, r_i)}{N(\beta_m)} A_{mkj}^- ; \quad B_{kj}^{i+} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0^2(\beta_m, r_i)}{N(\beta_m)} A_{mkj}^+ \tag{5.55}$$

$$B_{kj}^{e-} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_i) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} A_{mkj}^- ; \quad B_{kj}^{e+} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_i) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} A_{mkj}^+ \tag{5.56}$$

$$D_{kj}^{i-} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_i) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} C_{mkj}^-; \quad D_{kj}^{i+} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r_i) R_0(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} C_{mkj}^+ \quad (5.57)$$

$$D_{kj}^{e-} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0^2(\beta_m, r_e)}{N(\beta_m)} C_{mkj}^-; \quad D_{kj}^{e+} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0^2(\beta_m, r_i)}{N(\beta_m)} C_{mkj}^+ \quad (5.58)$$

$$B_{kj}^{0i-} = B_{kj}^{0e} = \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} B_{mkj}^{0-}; \quad B_{kj}^{0i+} = B_{kj}^{0e+} = \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} B_{mkj}^{0+} \quad (5.59)$$

$$D_{kj}^{0i-} = D_{kj}^{0e} = \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} D_{mkj}^{0-}; \quad D_{kj}^{0i+} = D_{kj}^{0e+} = \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} D_{mkj}^{0+} \quad (5.560)$$

Adicionalmente,

$$b_k = G_k^i - \sum_{j=1}^k B_{kj}^{is-+} a_j (b_j - c_j) + \sum_{j=1}^k D_{kj}^{is-+} q_j \quad (5.61)$$

$$d_k = G_k^e - \sum_{j=1}^k B_{kj}^{es-+} a_j (b_j - c_j) + \sum_{j=1}^k D_{kj}^{es-+} q_j + \quad (5.62)$$

onde

$$B_{kj}^{is-} = \frac{\alpha r_i}{\lambda} (B_{kj}^{0i-} + B_{kj}^{i-}); \quad B_{kj}^{es-} = \frac{\alpha r_e}{\lambda} (B_{kj}^{0e-} + B_{kj}^{e-}) \quad (5.63)$$

$$B_{kj}^{is-+} = \frac{\alpha r_i}{\lambda} (B_{kj}^{0i-} + B_{kj}^{0i+} + B_{kj}^{i-} + B_{kj}^{i+}); \quad B_{kj}^{es-+} = \frac{\alpha r_e}{\lambda} (B_{kj}^{0e-} + B_{kj}^{0e+} + B_{kj}^{e-} + B_{kj}^{e+}) \quad (5.64)$$

Explicitando os termos de discretização onde $j = k$, nas Equações (5.61) e (5.62), e levando em conta o fato de que no último subintervalo do domínio discretizado tem-se apenas a parcela esquerda da respectiva função de interpolação, chega-se finalmente às expressões algébricas de recorrência para a determinação do coeficiente de transferência de calor no interior do evaporador do TCP.

$$b_k = \frac{G_k^i - \sum_{j=1}^{k-1} B_{kj}^{is+} a_j (b_j - c_j) + B_{kk}^{is-} a_k c_k + \sum_{j=1}^{k-1} D_{kj}^{is+} q_j + D_{kk}^{is-} q_k}{1 + B_{kk}^{is-} a_k} \quad (5.65)$$

$$d_k = G_k^e - \sum_{j=1}^{k-1} B_{kj}^{es+} a_j (b_j - c_j) - B_{kk}^{es-} a_k (b_k - c_k) + \sum_{j=1}^{k-1} D_{kj}^{es+} q_j + D_{kk}^{es-} q_k \quad (5.66)$$

5.1.1 Validação da Técnica de Discretização por Funções-Tenda

Com o intuito de validar a técnica de discretização das variáveis da Equação (5.17), considere-se inicialmente um problema-teste no qual o coeficiente de transferência de calor h_i , o fluxo de calor externo (q_e'') e a temperatura do fluido de trabalho (T_f) sejam conhecidos e constantes ao longo do tempo. Para este caso o PVC é governado pelas equações que seguem:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r,t)}{\partial t}, \text{ em } r_i < r < r_e \text{ e } t > 0, \text{ sendo } \alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (5.67)$$

$$\lambda \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} - h_i T(r_i,t) = h_i T_f \text{ em } r = r_i \text{ e } t > 0 \quad (5.68)$$

$$\lambda \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = q_e'', \text{ em } r = r_e \text{ e } t > 0 \quad (5.69)$$

$$T(r,t) = F(r) = T_0, \text{ em } r_i < r < r_e \text{ e } t = 0 \quad (5.70)$$

De acordo com Özişik (1993), a solução do PVC dado pelas Equações (5.67) a (5.70), utilizando a técnica da Transformada Integral, tem a seguinte forma:

$$T(r,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_0(\beta_m, r)}{N(\beta_m)} e^{-\alpha \beta_m^2 t} \left[\bar{F}(\beta_m) + \int_0^t e^{\alpha \beta_m^2 t'} A(\beta_m, t') dt' \right] \quad (5.71)$$

onde

$$A(\beta_m, t') = \frac{\alpha}{\lambda} \left[r_i R_0(\beta_m, r_i) h_i T_{esc} + r_e R_0(\beta_m, r_e) q_e'' \right] \quad (5.72)$$

$$\bar{F}(\beta_m) = \int_{r_i}^{r_e} r' R_0(\beta_m, r') F(r') dr' \quad (5.73)$$

$$N(\beta_m) = \int_{r_i}^{r_e} r' [R_0(\beta_m, r')]^2 dr' \quad (5.74)$$

As autofunções $R_0(\beta_m, r)$ e os autovalores β_m que aparecem nas Equações (5.71) a (5.74), são obtidas a partir da solução do problema homogêneo associado, dado pelas seguintes equações:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right] = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(r,t)}{\partial t}, \text{ em } r_i < r < r_e \text{ e } t > 0, \text{ sendo } \alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (5.75)$$

$$\lambda \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} - h_i T(r_i, t) = 0 \text{ em } r = r_i \text{ e } t > 0 \quad (5.76)$$

$$\lambda \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} = 0, \text{ em } r = r_e \text{ e } t > 0 \quad (5.77)$$

$$T(r,t) = F(r) = T_0, \text{ em } r_i < r < r_e \text{ e } t = 0 \quad (5.78)$$

A solução do problema homogêneo, utilizando a técnica de separação de variáveis, é obtida pela equação:

$$T(r,t) = R_0(r) G_0(t) \quad (5.79)$$

Substituindo a Equação (5.79) na Equação (5.75) obtém-se:

$$\frac{1}{R_0(r)} \frac{d^2 R_0(r)}{dr^2} + \frac{1}{r R_0(r)} \frac{dR_0(r)}{dr} = \frac{1}{\alpha G_0(t)} \frac{dG_0(t)}{dt} = C_1 \quad (5.80)$$

Como C_1 é uma constante, tem-se que:

$$\frac{1}{R_0(r)} \frac{d^2 R_0(r)}{dr^2} + \frac{1}{r R_0(r)} \frac{dR_0(r)}{dr} - C_1 R_0(r) = 0 \quad (5.81)$$

$$\frac{dG_0(t)}{dt} - \alpha C_1 G_0(t) = 0 \quad (5.82)$$

As equações (5.81) e (5.82) apresentam as seguintes soluções:

$$R_0(r) = C_2 J_0(\sqrt{-C_1} r) + C_3 Y_0(\sqrt{-C_1} r) \quad (5.83)$$

$$G_0(t) = C_4 e^{\alpha C_1 t} \quad (5.84)$$

Fazendo $C_1 = -\beta_m^2$ e $C_4 = 1$, as Equações (5.83) e (5.84) tornam-se:

$$R_0(\beta_m, r) = C_2 J_0(\beta_m^2 r) + C_3 Y_0(\beta_m^2 r) \quad (5.85)$$

$$G_0(\beta_m, t) = e^{-\alpha \beta_m^2 t} \quad (5.86)$$

Consequentemente, a Equação (5.79) pode ser reescrita com segue:

$$T(r, t) = [C_2 J_0(\beta_m^2 r) + C_3 Y_0(\beta_m^2 r)] e^{-\alpha \beta_m^2 t} \quad (5.87)$$

Substituindo a Equação (5.87) na condição de contorno dada pela Equação (5.76), colecionando termos e isolando C_3 / C_2 , obtém-se:

$$\frac{C_3}{C_2} = -\frac{\lambda J_0'(\beta_m r_i) \beta_m + h_i J_0(\beta_m r_i)}{\lambda Y_0'(\beta_m r_i) \beta_m + h_i Y_0(\beta_m r_i)} \quad (5.88)$$

Substituindo agora Equação (5.87) na condição de contorno dada pela Equação (5.77), colecionando termos e isolando novamente C_3 / C_2 , obtém-se:

$$\frac{C_3}{C_2} = -\frac{J_0'(\beta_m r_e)}{Y_0'(\beta_m r_e)} \quad (5.89)$$

Igualando as Equações (5.88) e (5.89), chega-se a equação que permite determinar os autovalores β_m , que aparecem nas Equações (5.71) a (5.74).

$$\frac{\lambda J_0'(\beta_m r_e) \beta_m - h_i J_0(\beta_m r_i)}{\lambda Y_0'(\beta_m r_e) \beta_m - h_i Y_0(\beta_m r_i)} + \frac{J_0'(\beta_m r_e)}{Y_0'(\beta_m r_e)} = 0 \quad (5.90)$$

As constantes C_2 e C_3 , obtidas a partir da Equação (5.89), têm as seguintes formas:

$$C_2 = Y_0'(\beta_m r_e) \quad (5.91)$$

$$C_3 = -J_0'(\beta_m r_e) \quad (5.92)$$

Finalmente, as autofunções $R_0(\beta_m, r)$ podem ser obtidas substituindo-se as Equações (5.91) e (5.92) na Equação (5.85).

$$R_0(\beta_m, r) = J_0(\beta_m^2 r) Y_0'(\beta_m r_e) - J_0'(\beta_m r_e) Y_0(\beta_m^2 r) \quad (5.93)$$

No sentido de comparar os resultados fornecidos pela Equação (5.66) com os resultados fornecidos pela Equação (5.71), considerem-se os dados do problema-teste da Tabela 5.1. As Figuras 5.3 e 5.4 mostram comparações entre a temperatura da parede externa do tubo do evaporador do TCP obtida pela Equação (5.66) e pela Equação (5.71), utilizando os dados da Tabela 5.1. A Figura 5.4 mostra que o desvio percentual máximo da solução numérica em relação à solução analítica da técnica da transformada integral foi relativamente baixo, aproximadamente 3,5%, tornando-se praticamente nulo a partir de 15 segundos. Estes resultados mostram que a solução numérica reproduz com boa precisão os resultados obtidos pelo método da transformada integral, indicando que o equacionamento da solução numérica é coerente.

Tabela 5.1 Dados do problema-teste para validação da técnica de discretização utilizando funções-tenda.

Tubo de cobre	$\rho = 8954 \text{ kg/m}^3$ $\lambda = 386 \text{ W/mK}$ $c_p = 383,1 \text{ J/kgK}$	Temperatura do CO ₂	253 K (-20°C)
Diâmetros	Interno = 1,7 mm Externo = 2,4 mm	Coefficiente de transferência de calor	$h_{i,1} = 1000 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ $h_{i,2} = 5000 \text{ W/m}^2 \text{ K}$
Comprimento do evaporador	50 mm	Número de autovalores	20
Fluxo de calor	60 kW/m ² (6 W/cm ²)	Passo de tempo	$\Delta t = 0,1 \text{ s}$
Temperatura inicial	253 K (-20°C)	Total de pontos	600

Os autovalores β_m do problema-teste da Tabela 5.1 são obtidos da Equação (5.90), conforme valores apresentados no Apêndice E.

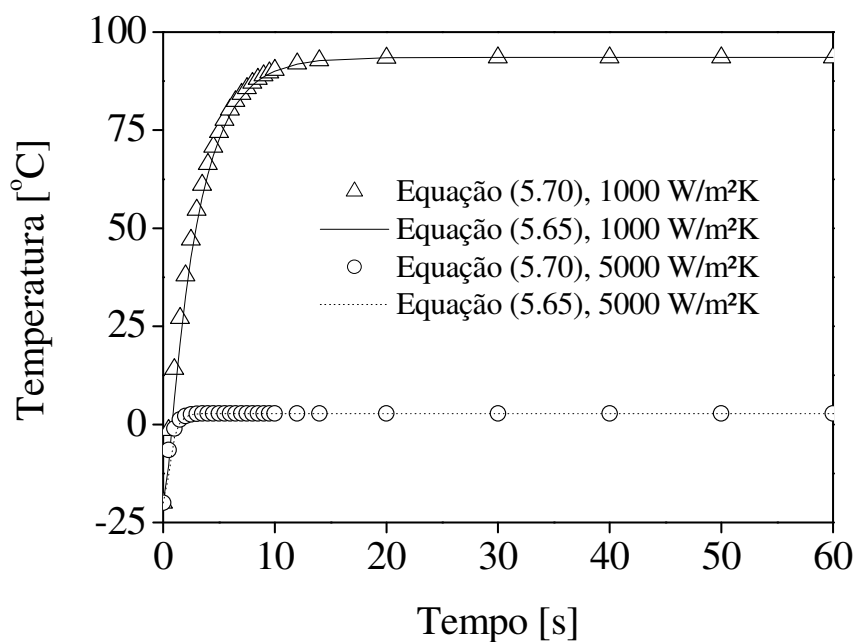


Figura 5.3 Comparação entre as temperaturas da parede externa do tubo do TCP calculadas pelas Equações (5.65) e (5.70).

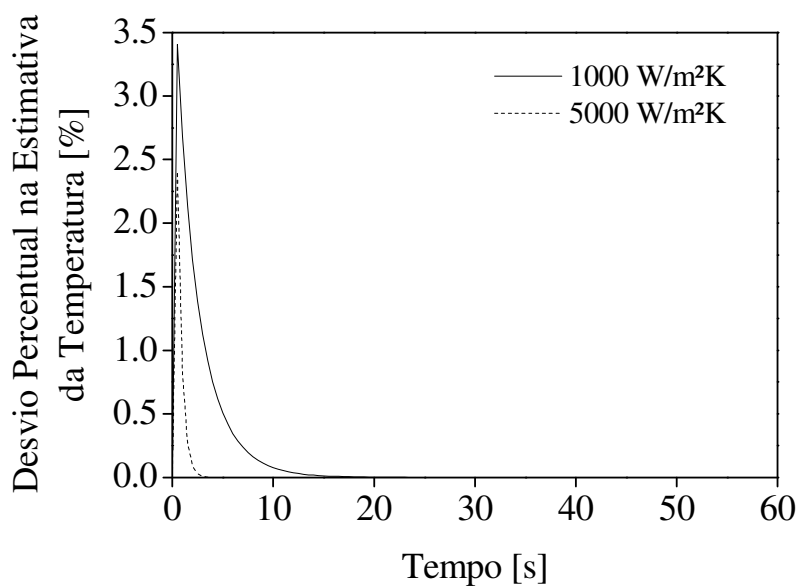


Figura 5.4 Variação do desvio percentual entre a temperatura da parede externa do tubo do TCP calculada pela Equação (5.65) e pela Equação (5.70).

5.2 Estimador Inverso com Gradientes Conjugados

5.2.1 Determinação e Minimização da Função-Objetivo do Problema

De acordo com a Beck *et al.* (1985), um dos métodos mais eficazes de solução de problemas inversos é o método da especificação de função. Neste método o parâmetro a ser estimado é calculado simultaneamente em todo o intervalo de tempo considerado (estimação em domínio completo), a partir da minimização de uma função-objetivo com alguma técnica de estabilização usada nos procedimentos de estimação. A função objetivo adotada deve correlacionar os parâmetros obtidos experimentalmente e os estimados. Conforme descrito por Özisik e Orlande (2000), a função-objetivo que fornece a menor variância das grandezas envolvidas é a norma dos mínimos quadrados ou soma dos resíduos quadráticos. Tal função, aplicada ao problema da estimativa do coeficiente de transferência de calor a partir da Equação (5.65), tem a seguinte forma:

$$S = \sum_{k=1}^p (Y_k - d_k)^2 \quad (5.94)$$

onde

S é soma dos resíduos quadráticos ou função objetivo.

d_k é a temperatura estimada da parede do tubo em $r = r_e$ e no tempo t_k .

Y_k é a temperatura da parede do tubo em $r = r_e$ e no tempo t_k , obtida experimentalmente.

p é o número total de pontos do domínio discretizado.

O problema da estimativa do coeficiente de convecção no interior do evaporador do TCP pressupõe a minimização da função objetivo. Consequentemente, a derivada de S em relação a a_k deve ser nula. O que, matematicamente, é representado pela seguinte equação:

$$\frac{\partial S}{\partial a_k} = 2 \sum_{k=1}^p \left(-\frac{\partial d_k}{\partial a_k} \right) (Y_k - d_k) = 0 \quad (5.95)$$

A forma matricial da equação escalar anterior, é representada da seguinte forma:

$$\nabla \mathbf{S} = 2 \left(-\frac{\partial \mathbf{d}^T}{\partial \mathbf{a}} \right) (\mathbf{Y} - \mathbf{d}) = 0 \quad (5.96)$$

onde

$$\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_p] \quad (5.97)$$

e

$$\frac{\partial \mathbf{d}^T}{\partial \mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial a_1} \\ \frac{\partial}{\partial a_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial a_p} \end{bmatrix} [d_1, d_2, \dots, d_p] = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1}{\partial a_1} & \frac{\partial d_2}{\partial a_1} & \dots & \frac{\partial d_p}{\partial a_1} \\ \frac{\partial d_1}{\partial a_2} & \frac{\partial d_2}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial d_p}{\partial a_2} \\ \frac{\partial d_1}{\partial a_3} & \frac{\partial d_2}{\partial a_3} & \dots & \frac{\partial d_p}{\partial a_3} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial d_1}{\partial a_p} & \frac{\partial d_2}{\partial a_p} & \dots & \frac{\partial d_p}{\partial a_p} \end{bmatrix} \quad (5.98)$$

5.2.2 Especificação e Análise da Matriz de Sensibilidade do Problema

Uma importante grandeza a ser analisada durante a solução de problemas inversos é a denominada matriz de sensibilidade (\mathbf{J}), cujos termos são chamados de coeficientes de sensibilidade (J_{kj} , $k = 1, 2, \dots, p$, $j = 1, 2, \dots, p$). Para o problema em questão, a matriz de sensibilidade é apresentada pela equação abaixo.

$$\mathbf{J} = \left(\frac{\partial \mathbf{d}^T}{\partial \mathbf{a}} \right)^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1}{\partial a_1} & \frac{\partial d_1}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial d_1}{\partial a_p} \\ \frac{\partial d_2}{\partial a_1} & \frac{\partial d_2}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial d_2}{\partial a_p} \\ \frac{\partial d_3}{\partial a_1} & \frac{\partial d_3}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial d_3}{\partial a_p} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial d_p}{\partial a_1} & \frac{\partial d_p}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial d_p}{\partial a_p} \end{bmatrix} \quad (5.99)$$

Os coeficientes de sensibilidade que aparecem na Equação (5.99) são obtidos derivando-se as Equações (5.65) e (5.66), resultando nas seguintes Equações:

$$\frac{\partial d_k}{\partial a_k} = - \sum_{j=1}^{k-1} B_{kj}^{es-+} \left[a_j \frac{\partial b_j}{\partial a_k} + (b_j - c_j) \frac{\partial a_j}{\partial a_k} \right] - B_{kk}^{es-} \left[a_k \frac{\partial b_k}{\partial a_k} + (b_k - c_k) \right] \quad (5.100)$$

$$\frac{\partial b_k}{\partial a_k} = \frac{- B_{kk}^{is-} \left[G_{0i} - \sum_{j=1}^{k-1} B_{kj}^{is-+} a_j (b_j - c_j) + B_{kk}^{is-} a_k c_k + \sum_{j=1}^{k-1} D_{kj}^{is-+} q_j + D_{kk}^{is-} q_k \right]}{(1 + B_{kk}^{is-} a_k)^2} + \quad (5.101)$$

$$- \frac{\sum_{j=1}^{k-1} B_{kj}^{is-+} \left[a_j \frac{\partial b_j}{\partial a_k} + (b_j - c_j) \frac{\partial a_j}{\partial a_k} \right] + B_{kk}^{is-} c_k}{1 + B_{kk}^{is-} a_k}$$

O coeficiente de sensibilidade representa a variação da temperatura d_k em relação ao parâmetro estimado a_k . Valores pequenos de J_{kj} indicam que grandes variações em a_k levam à pequenas variações em d_k . Nesta situação, a estimação de a_k é dificultada, uma vez que um mesmo valor da temperatura d_k pode ser obtido para uma ampla faixa de a_k . Adicionalmente, quando os coeficientes de sensibilidade são pequenos, resulta que o determinante de sensibilidade $|\mathbf{J}^T \mathbf{J}|$ aproxima-se de zero e o problema inverso torna-se mal-condicionado (ill-posed), de acordo com a terminologia de Beck *et al.* (1985). Nestas condições pode-se demonstrar (Özisik e Orlande, 2000) que os termos da matriz de

sensibilidade, \mathbf{J} , são linearmente dependentes, ou seja, cada um deles pode ser escrito como uma combinação linear dos demais. Assim, é desejável que os coeficientes de sensibilidade sejam linearmente independentes e que tenham grandes magnitudes de modo que o determinante de sensibilidade também apresente magnitude elevada. Deste modo, o problema inverso terá menor sensibilidade em relação aos erros de medição e os parâmetros a serem estimados apresentarão maior precisão. A maximização da matriz de sensibilidade depende principalmente da metodologia de solução e do número total de medições dos parâmetros experimentais.

A Figura 5.5 mostra a variação do determinante de sensibilidade $|\mathbf{J}^T \mathbf{J}|$, do problema-teste caracterizado pelos dados da Tabela 5.1, obtido a partir da Equação (5.99). As curvas foram geradas considerando-se um número variável de pontos do domínio discretizado (tempo) e diferentes valores do coeficiente de transferência de calor. Observa-se que a magnitude de $|\mathbf{J}^T \mathbf{J}|$ aumenta à medida que o coeficiente de transferência de calor aumenta. O mesmo comportamento é também observado quando o número de pontos do domínio discretizado (tempo de simulação) aumenta. A Tabela 5.2 complementa a Figura 5.5, mostrando que o determinante de sensibilidade do problema-teste já é relativamente alto (maior do que 10^{+3}) mesmo quando o coeficiente de convecção e o tempo de simulação são relativamente baixos ($200 \text{ W/m}^2\text{K}$ e 10 s). Esta constatação é um importante indicativo de que os coeficientes de sensibilidade do método proposto tendem a ser linearmente independentes. Ou seja, que as soluções obtidas a partir do problema inverso dado pelas Equações (5.65) e (5.66) são relativamente estáveis.

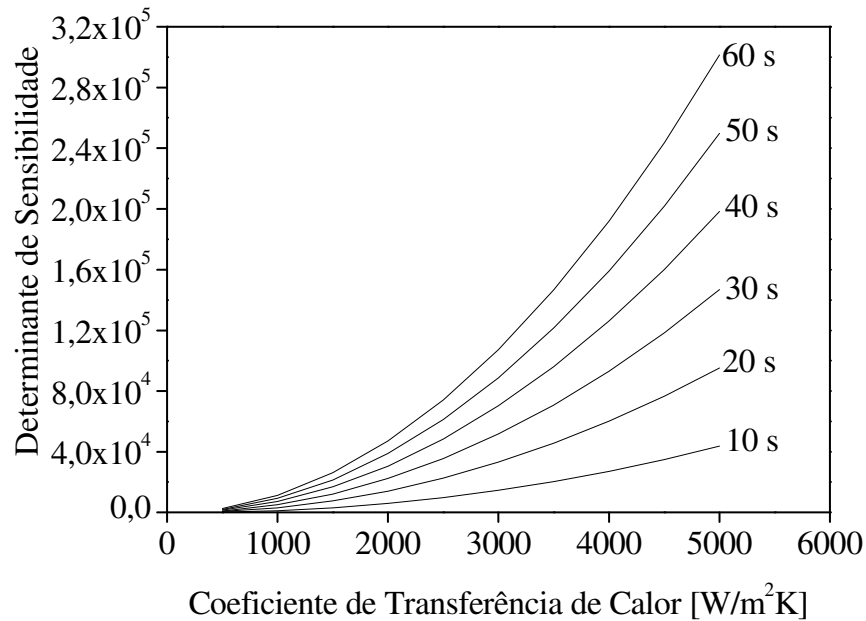


Figura 5.5 Determinante de sensibilidade do problema-teste direto caracterizado pela Tabela (5.1) e pela Equação (5.99).

Tabela 5.2 Resultados complementares aos resultados apresentados na Figura 5.5.

$h_i [W / m^2 k]$	Tempo					
	60 s	50 s	40 s	30 s	20 s	10 s
100	1,8E+02	1,4E+02	1,2E+02	1,4E+01	1,3E+00	1,2E-01
200	1,4E+02	1,4E+02	1,3E+02	1,2E+02	1,1E+02	1,2E+01
300	1,3E+03	1,2E+03	1,2E+03	1,1E+03	1,6E+02	1,1E+02
400	1,7E+03	1,6E+03	1,4E+03	1,3E+03	1,1E+03	1,3E+02
500	1,1E+04	1,1E+04	1,7E+03	1,5E+03	1,3E+03	1,7E+02
600	1,2E+04	1,1E+04	1,1E+04	1,8E+03	1,4E+03	1,1E+03

5.2.3 Descrição do Método dos Gradientes Conjugados

Conforme descrito anteriormente, a estimativa do coeficiente de transferência de calor implica em se determinar os mínimos da função-objetivo não-linear caracterizada pela Equação (5.94). Dentre as técnicas de minimização disponíveis, o método dos gradientes

conjugados é uma das mais simples e eficazes. A sua aplicação pressupõe a execução dos seguintes passos:

- Caracterização do problema direto.
- Caracterização do problema inverso.
- Estabelecimento do procedimento iterativo
- Determinação do critério de parada.
- Elaboração do algoritmo computacional.

Tanto o problema direto, quanto o inverso, foram devidamente caracterizados nas seções anteriores. Porém, as demais etapas a serem seguidas dependem ainda da definição da metodologia de solução a ser utilizada. Shewchuck (1994) apresenta uma descrição minuciosa dos principais métodos de solução de problemas não-lineares envolvendo os gradientes conjugados. No presente estudo optou-se por utilizar o método dos gradientes conjugados não-linear, normalizado e pré-condicionado (Apêndice F), sendo o pré-condicionamento realizado de acordo com a técnica de Polak-Ribière ($\mathbf{H} \approx \mathbf{S}''$) e as raízes da função objetivo obtidas pela técnica de Newton-Raphson. Tanto a normalização quanto o pré-condicionamento são artifícios matemáticos usados para minimizar as instabilidades inerentes à solução de problemas inversos não-lineares através do método dos mínimos quadrados. A normalização adotada é realizada tomando-se como referência a temperatura média da parede externa do tubo no evaporador do TCP, conforme equação abaixo:

$$d_{k,normalizada} = \frac{d_k - d_{média}}{\sigma} \quad (5.102)$$

onde

$$d_{média} = \frac{1}{P} \sum_{k=1}^P d_k \quad (5.103)$$

e σ é o desvio médio quadrático, definido como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{k=1}^P (d_k - d_{média})^2} \quad (5.104)$$

O pré-condicionamento é obtido pela redução do número de condicionamento da matriz dos coeficientes do sistema a ser resolvido. O número de condicionamento da matriz dos coeficientes, é obtido multiplicando a norma da matriz dos coeficientes pela norma da sua inversa, conforme equação abaixo.

O pré-condicionamento é obtido multiplicando a matriz dos parâmetros a serem minimizados por uma matriz auxiliar, denominada pré-condicionador. Na técnica de Polak-Ribière, o pré-condicionador \mathbf{H} , é a matriz da derivada segunda da função-objetivo S , em relação ao parâmetro a ser estimado a_k . Assim, multiplicando-se a Equação (5.96) pelo pré-condicionador \mathbf{H} , obtém-se:

$$2 \left[\begin{pmatrix} -\frac{\partial \mathbf{d}^T}{\partial \mathbf{a}} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} (\mathbf{Y} - \mathbf{d}) = 0 \right. \quad (5.105)$$

onde

$$\mathbf{H} = \nabla (\nabla S) = 2 \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 \mathbf{d}^T}{\partial^2 \mathbf{a}} \\ \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{a}} \end{pmatrix} \quad (5.106)$$

$$\frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_1}{\partial a_1} \\ \frac{\partial d_2}{\partial a_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial d_2}{\partial a_p} \end{bmatrix} \quad (5.107)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{d}^T}{\partial^2 \mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial^2 a_1} \\ \frac{\partial^2}{\partial^2 a_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial^2}{\partial^2 a_p} \end{bmatrix} [d_1, d_2, \dots, d_p] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 d_1}{\partial^2 a_1} & \frac{\partial^2 d_2}{\partial^2 a_1} & \dots & \frac{\partial^2 d_p}{\partial^2 a_1} \\ \frac{\partial^2 d_1}{\partial^2 a_2} & \frac{\partial^2 d_2}{\partial^2 a_2} & \dots & \frac{\partial^2 d_p}{\partial^2 a_2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial^2 d_1}{\partial^2 a_p} & \frac{\partial^2 d_2}{\partial^2 a_p} & \dots & \frac{\partial^2 d_p}{\partial^2 a_p} \end{bmatrix} \quad (5.108)$$

As derivadas segundas de d_k em relação aos coeficientes a_k são obtidas a partir da Equação (100), de acordo com:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a_v} \left(\frac{\partial b_k}{\partial a_k} \right) &= \frac{2(B_{kk}^{is-})^2 \left[G_{0i} - \sum_{j=1}^{k-1} B_{kj}^{is+} a_j (b_j - c_j) + B_{kk}^{is-} a_k c_k + \sum_{j=1}^{k-1} D_{kj}^{is+} q_j + D_{kk}^{is-} q_k \right] \frac{\partial a_k}{\partial a_v}}{(1 + B_{kk}^{is-} a_k)^3} + \\ & \frac{B_{kk}^{is-} \sum_{j=1}^{k-1} B_{kj}^{is+} \left[a_j \frac{\partial b_j}{\partial a_v} + (b_j - c_j) \frac{\partial a_j}{\partial a_v} \right] - (B_{kk}^{is-})^2 c_k \frac{\partial a_k}{\partial a_v}}{(1 + B_{kk}^{is-} a_k)^2} + \\ & \frac{\left[B_{kk}^{is-} \sum_{j=1}^{k-1} B_{kj}^{is+} \left[a_j \frac{\partial b_j}{\partial a_k} + (b_j - c_j) \frac{\partial a_j}{\partial a_k} \right] - B_{kk}^{is-} c_k \right] \frac{\partial a_k}{\partial a_v}}{(1 + B_{kk}^{is-} a_k)^2} + \\ & \frac{- \sum_{j=1}^{k-1} B_{kj}^{is+} \left[a_j \frac{\partial^2 b_j}{\partial a_v \partial a_k} + \frac{\partial b_j}{\partial a_k} \frac{\partial a_j}{\partial a_v} + (b_j - c_j) \frac{\partial^2 a_j}{\partial a_v \partial a_k} + \frac{\partial a_j}{\partial a_k} \frac{\partial b_j}{\partial a_v} \right]}{1 + B_{kk}^{is-} a_k} \end{aligned} \quad (5.109)$$

As derivadas segundas de d_k que aparecem na Equação (109) são obtidas a partir da Equação (101), de acordo com a Equação (5.110).

$$\frac{\partial}{\partial a_v} \left(\frac{\partial d_k}{\partial a_k} \right) = - \sum_{j=1}^{k-1} B_{kj}^{es+} \left[a_j \frac{\partial^2 b_j}{\partial a_v \partial a_k} + \frac{\partial b_j}{\partial a_k} \frac{\partial a_j}{\partial a_v} + (b_j - c_j) \frac{\partial^2 a_j}{\partial a_v \partial a_k} + \frac{\partial a_j}{\partial a_k} \frac{\partial b_j}{\partial a_v} \right] - B_{kk}^{es-} \left[a_k \frac{\partial^2 b_k}{\partial a_v \partial a_k} + \frac{\partial b_k}{\partial a_k} \frac{\partial a_k}{\partial a_v} + \frac{\partial b_k}{\partial a_v} \right] \quad (5.110)$$

5.3 Validação do Método Proposto

Consideremos inicialmente um problema-teste inverso com coeficiente de transferência de calor não conhecido, mas constante com o tempo. A Tabela 5.3 mostra os coeficientes obtidos usando o estimador inverso com gradientes conjugados (método proposto), tomando como referência os dados da Tabela 5.1 do problema-teste direto da Seção 5.2. Os coeficientes de convecção do problema-teste direto são usados para gerar os dados de temperatura na parede do tubo. Em seguida, estes dados são utilizados como parâmetros de entrada do problema inverso. Os coeficientes de transferência de calor do problema inverso são então estimados pelo método proposto. De acordo com os resultados, observa-se que houve uma boa concordância entre os valores estimados e os valores do coeficiente de convecção do problema direto referencial.

Tabela 5.3 Comparação entre os coeficientes de transferência de calor estimados e os coeficientes os coeficientes do problema-teste referencial, sem variação temporal.

Problema direto referencial	Problema inverso	Erro [%]
$h_{i,referencial} = 1000 \text{ W/m}^2 K$	$h_{i,estimado} = 999,999 9886 \text{ W/m}^2 K$	$1,14 \cdot 10^{-06}$
$h_{i,referencial} = 5000 \text{ W/m}^2 K$	$h_{i,estimado} = 4999,999732 \text{ W/m}^2 K$	$5,36 \cdot 10^{-06}$

O método proposto deve também ser capaz de solucionar problemas inversos onde o coeficiente de convecção varie com o tempo. Para tanto, vamos considerar novamente o problema-teste inverso da Seção 5.3, todavia, definindo-se um coeficiente de transferência de calor variando no tempo de acordo com as seguintes equações:

$$h_i(t)_{referencial} = 2345,6 \tau^{0,1}, \tau = \frac{\alpha t}{r_i^2} \quad (5.111)$$

$$h_i(t)_{referencial} = 4567,8 (1 - e^{-0,001\tau}), \tau = \frac{\alpha t}{r_i^2} \quad (5.112)$$

A Figura 5.6 mostra resultados do método proposto, tomando como referência o problema-teste direto da Seção 5.2. Os coeficientes de transferência de calor referenciais, das Equações (5.111) e (5.112), são usados para gerar os perfis de temperatura na parede do tubo do problema referencial direto. Em seguida, estes perfis são utilizados como dados de entrada do problema inverso. Os coeficientes de transferência de calor do problema inverso são então estimados. Observa-se novamente uma boa concordância entre os valores estimados e os referenciais.

Os resultados obtidos mostram que o método proposto foi capaz de estimar com boa precisão os coeficientes de convecção no interior do TCP, tanto em situações onde não há variação temporal quanto em situações onde os coeficientes variam com o tempo.

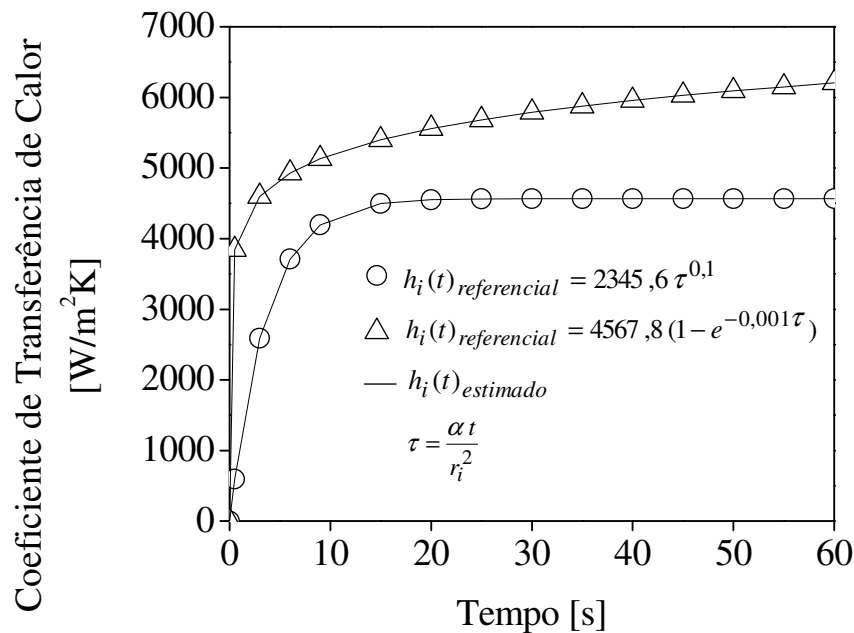


Figura 5.6 Comparação entre os coeficientes de transferência de calor estimados e os coeficientes de transferência de calor com dependência temporal do problema-teste direto referencial.

5.4 Análise de Sensibilidade do Método Proposto

A determinação do coeficiente de transferência de calor no interior do evaporador do TCP através do método proposto requer, além do modelo matemático, a obtenção experimental dos seguintes parâmetros: temperatura da parede interna do tubo (obtida através da medição da pressão interna), temperatura da parede externa do tubo e fluxo de calor. Conseqüentemente, é necessária uma análise da sensibilidade do estimador em relação aos erros experimentais associados à medição destas grandezas.

5.4.1 Caso de Coeficiente de Transferência de Calor Constante

As Tabelas 5.4, 5.5 e 5.6 mostram resultados do método proposto aplicado ao problema teste inverso da Seção 5.3, para coeficiente de convecção constante, considerando a presença de erros sistemáticos na temperatura da parede externa do tubo T_e , na temperatura do escoamento T_{esc} e no fluxo de calor externo q_e'' . De acordo com as Tabelas 5.4 e 5.5 observa-se que a agregação de erro sistemático nas temperaturas da parede externa do tubo e do escoamento, fez com que os coeficientes de convecção estimados divergissem dos resultados referenciais. Entretanto estas divergências, já esperadas, mostraram-se relativamente pequenas em toda a faixa analisada. As maiores divergências ficaram abaixo de 1% para $h_{i,referencial} = 1000 \text{ W/m}^2\text{K}$ e abaixo de 5% para $h_{i,referencial} = 5000 \text{ W/m}^2\text{K}$, quando o erro sistemático alcançou $\pm 1 \text{ K}$. Cabe salientar que esta faixa de erro é bastante superior à faixa de incerteza dos termopares usados na medição de temperatura, estimada em $\pm 0,1 \text{ K}$ (Apêndice B).

Pode-se observar na Tabela 5.6 que os maiores desvios ocorridos entre os valores estimados e os referenciais situam-se em torno dos 19%, para um erro sistemático do fluxo de calor externo de $\pm 15\%$. Entretanto, deve ser observado que as magnitudes de erro consideradas são maiores do que as incertezas de medição do fluxo de calor externo do Experimento III, que ficaram abaixo dos 3,5%.

Tabela 5.4 Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático na temperatura da parede externa do tubo, para coeficiente de transferência de calor constante.

<i>Erro sistemático na temperatura da parede externa do tubo</i> [K]	$h_{i,referencial}$ [W / m ² K]	$h_{i,estimado}$ [W / m ² K]	$\frac{ h_{i,referencial} - h_{i,estimado} }{h_{i,referencial}} \times 100$ [%]
-1,00 -0,75 -0,50 -0,25 +0,25 +0,50 +0,75 +1,00	1000	1009,6	0,96
		1007,2	0,72
		1004,8	0,48
		1002,4	0,24
		997,6	0,24
		995,3	0,47
		992,9	0,71
	5000	990,6	0,94
		5234,9	4,7
		5174,1	3,5
		5114,8	2,3
		5056,7	1,1
		4944,5	1,1
		4890,2	2,2
4837,1	3,3		
4785,2	4,3		

Tabela 5.5 Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático na temperatura do fluido de trabalho, para coeficiente de transferência de calor constante.

<i>Erro sistemático na temperatura do fluido de trabalho</i> [K]	$h_{i,referencial}$ [W / m ² K]	$h_{i,estimado}$ [W / m ² K]	$\frac{ h_{i,referencial} - h_{i,estimado} }{h_{i,referencial}} \times 100$ [%]
-1,00 -0,75 -0,50 -0,25 +0,25 +0,50 +0,75 +1,00	1000	1009,3	0,93
		1006,9	0,69
		1004,6	0,46
		1002,3	0,23
		997,7	0,23
		995,4	0,46
		993,2	0,68
	5000	990,9	0,91
		5232,5	4,7
		5172,4	3,4
		5113,6	2,3
		5056,2	1,1
		4945,0	1,1
		4891,3	2,2
4838,7	3,2		
4787,1	4,3		

Tabela 5.6 Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático no fluxo de calor, para coeficiente de transferência de calor constante.

<i>Erro sistemático no fluxo de calor externo</i> [%]	$h_{i,referencial}$ [W / m ² K]	$h_{i,estimado}$ [W / m ² K]	$\frac{ h_{i,referencial} - h_{i,estimado} }{h_{i,referencial}} \times 100$ [%]
-15 -10 -5	1000	863,8	13,62
		905,0	9,50
		950,2	4,98
		1055,0	5,50
		1116,2	11,62
+5 +10 +15	5000	1184,7	18,47
		4337,9	13,24
		4538,4	9,23
		4758,1	4,84
		5267,5	5,35
		5565,1	11,30
		5897,9	17,96

Nas Figuras 5.7 e 5.8 o coeficiente de convecção constante estimado pelo método proposto é plotado em relação ao RMS e ao Bias, gerados pela presença de erro aleatório na temperatura da parede externa do tubo, de acordo com as Equações (5.113) e (5.114). O erro aleatório foi gerado a partir de uma função distribuição normal (Gaussiana), com média nula e desvio padrão igual a 0,4. A faixa de variação do erro foi de $-1,38$ a $1,22$ K, em torno da média. O valor do desvio padrão adotado é da ordem de grandeza do desvio padrão obtido durante os procedimentos de aquisição das temperaturas do Experimento III. De acordo com as duas figuras anteriores citadas, verifica-se que a presença do erro aleatório na temperatura da parede externa tem menor efeito sobre o coeficiente de convecção calculado do que o erro sistemático. Este comportamento se deve principalmente ao fato de que a distribuição normal adotada para a geração do erro aleatório tem média nula. Consequentemente, durante a normalização da temperatura da parede externa do tubo (Equação 5.88), tem-se uma atenuação dos efeitos provocados pelo erro aleatório.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{np} \sum_{i=1}^{np} (T_{e,direto,i} - T_{e,inverso,i})^2} \quad (5.113)$$

$$Bias = \frac{1}{np} \sum_i (T_{e,direto,i} - T_{e,inverso,i}) \quad (5.114)$$

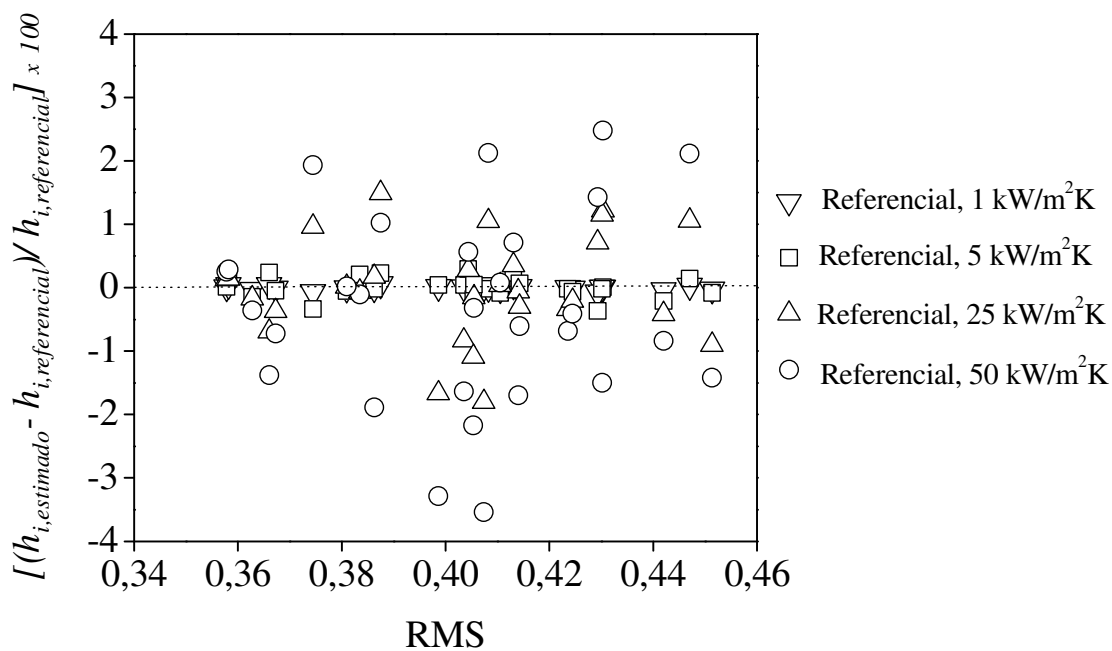


Figura 5.7 Efeito do RMS, gerado por erro aleatório na temperatura externa do tubo, sobre o coeficiente de transferência de calor constante estimado pelo método proposto.

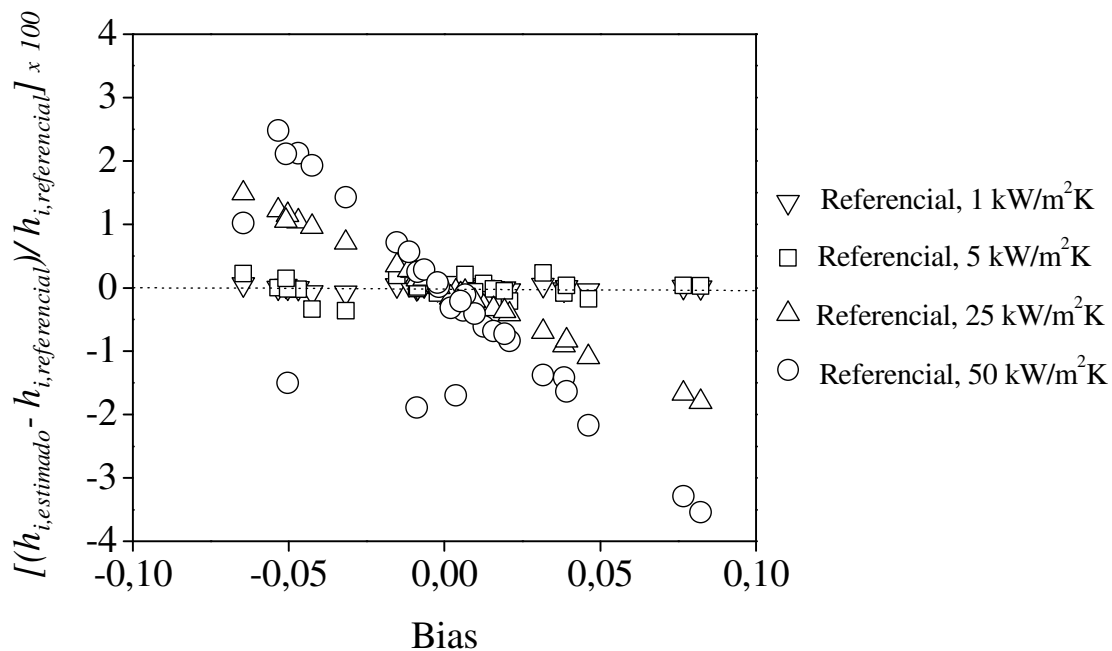


Figura 5.8 Efeito do BIAS, gerado por erro aleatório na temperatura externa do tubo, sobre o coeficiente de transferência de calor constante estimado pelo método proposto.

5.4.2 Caso de Coeficiente de Transferência de Calor Variável

As Tabelas 5.7, 5.8 e 5.9 mostram resultados do método proposto aplicado ao problema-teste inverso da Seção 5.3, considerando os dois casos de variação temporal do coeficiente de transferência de calor, dados pelas Equações (5.111) e (5.112), com erros sistemáticos presentes na temperatura da parede externa do tubo T_e , na temperatura do escoamento T_{esc} e no fluxo de calor externo q_e'' .

Nas Tabelas 5.7 e 5.8 pode ser observado que os maiores desvios entre os coeficientes estimados e os referenciais ficaram abaixo dos 5%, em toda a faixa de variação do erro sistemática considerada. Já na Tabela 5.9 verifica-se que maiores desvios ficaram abaixo dos 12%.

Tabela 5.7 Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático na temperatura da parede externa do tubo, para coeficiente de transferência de calor variável.

<i>Erro sistemático na temperatura da parede externa do tubo</i> [K]	$h_i(t)_{referencial}$ [W / m ² K]	$\frac{ h_i(t)_{referencial} - h_i(t)_{estimado} _{máximo}}{h_i(t)_{referencial}} \times 100$ [%]
-1,00 -0,50 +0,50 +1,00	Equação (5.11)	2,99
		1,47
	Equação (5.12)	1,43
		4,18
		3,95
		1,93
		1,86
		3,65

Tabela 5.8 Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático na temperatura do fluido de trabalho, para coeficiente de transferência de calor variável.

<i>Erro sistemático na temperatura do fluido de trabalho</i> [K]	$h_i(t)_{referencial}$ [W / m ² K]	$\frac{ h_i(t)_{referencial} - h_i(t)_{estimado} _{máximo}}{h_i(t)_{referencial}} \times 100$ [%]
-1,00 -0,50	Equação (5.11)	2,95
		1,46
		1,41
		2,79
+0,50 +1,00	Equação (5.12)	4,44
		2,15
		2,04
		3,97

Tabela 5.9 Análise da sensibilidade do método proposto em relação ao erro sistemático no fluxo de calor, para coeficiente de transferência de calor variável.

<i>Erro sistemático no fluxo de calor externo</i> [%]	$h_i(t)_{referencial}$ [W / m ² K]	$\frac{ h_i(t)_{referencial} - h_i(t)_{estimado} _{máximo}}{h_i(t)_{referencial}} \times 100$ [%]
-10 -5	Equação (5.11)	11,27
		5,34
		4,83
		9,23
+5 +10	Equação (5.12)	9,13
		4,47
		4,24
		8,24

A Figura 5.9 apresenta, complementarmente, resultados do método proposto aplicado a situações onde o coeficiente de transferência de calor, além da variação temporal, apresenta saltos específicos ao longo do período de análise considerado. Esta análise é importante porque permite avaliar o comportamento do estimador em situações onde o padrão do escoamento do fluido sofre alterações repentinas, inerentes à operação dos tubos de calor pulsantes. Para tanto, será considerado novamente o problema referencial inverso da Seção 5.3, mas agora com o coeficiente de convecção interno variando de acordo com a Equação (5.115).

$$h_{i,referencial}(t) = u_i (1 - e^{-0,001 \tau}), \text{ onde } : \tau = \frac{\alpha t}{r_i^2} \text{ e } u_i = \begin{cases} u_1 = 2000 \text{ W / m}^2 \text{ K, } 0 \leq t \leq 10 \text{ s} \\ u_2 = 2200 \text{ W / m}^2 \text{ K, } 10 < t \leq 20 \text{ s} \\ u_3 = 2400 \text{ W / m}^2 \text{ K, } 20 < t \leq 30 \text{ s} \\ u_4 = 2600 \text{ W / m}^2 \text{ K, } 30 < t \leq 40 \text{ s} \\ u_5 = 2800 \text{ W / m}^2 \text{ K, } 40 < t \leq 50 \text{ s} \\ u_6 = 3000 \text{ W / m}^2 \text{ K, } 50 < t \leq 60 \text{ s} \end{cases} \quad (5.115)$$

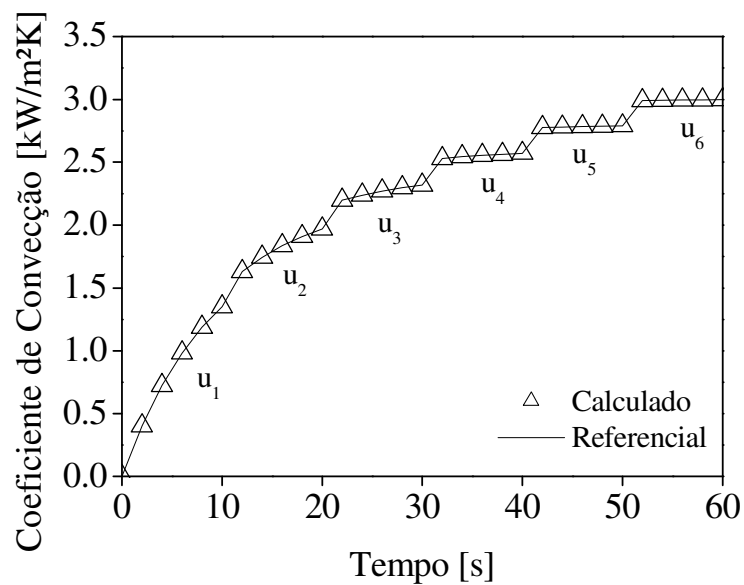


Figura 5.9 Comparação entre os coeficientes de transferência de calor estimados e os coeficientes do problema inverso referencial com saltos temporais.

Observa-se na figura anterior que o método proposto é capaz de assimilar saltos do coeficiente de convecção, apresentando uma boa concordância com os valores referenciais.

5.5 Estimativa do Coeficiente de Transferência de Calor do Experimento III

Os parâmetros experimentais juntamente com o método proposto podem agora ser utilizados para estimar o coeficiente de transferência de calor por convecção no interior do evaporador do TCP do Experimento III. Com este propósito, duas possibilidades serão consideradas. Na primeira, o coeficiente de convecção é considerado constante e, na segunda,

admite-se uma dependência temporal dos coeficientes discretos a_k das Equações (5.65) e (5.66), de acordo com a Equação (5.116).

$$a_k = u \tau_k^{0,1}, \tau_k = \frac{\alpha t_k}{r_i^2}, t_k = k\Delta t \quad (5.116)$$

sendo u um coeficiente a determinar.

Na Tabela 5.11 são apresentados os coeficientes de transferência de calor constantes, estimados pelo método proposto. Foram utilizados como dados de entrada os parâmetros numéricos da Tabela 5.10, a temperatura da superfície externa do evaporador e a temperatura do fluido de trabalho, obtidas no Experimento III.

Tabela 5.10 Parâmetros numéricos para estimar os coeficientes de transferência de calor do Experimento III.

Parâmetro	Valor
Passo de tempo considerado	0,05 s
Número de autovalores considerados	20
Número total de pontos considerados	1200
Tolerância dos gradientes conjugados	10^{-7}

Tabela 5.11 Coeficientes de transferência de calor constantes estimados pelo método proposto, a partir dos dados do Experimento III.

Fluxo de calor [W/cm ²]	$h_{i, estimado}$ [W/m ² K]
2	18692,6
4	25008,0
6	36153,3
8	46778,6
10	56103,7
12	64955,4
14	68211,1

A Figura 5.10 mostra uma comparação entre a temperatura da superfície externa do evaporador experimental e a temperatura gerada pelo método proposto, a partir dos coeficientes de convecção constantes estimados (Tabela 5.11). Observa-se uma boa

concordância entre a temperatura estimada e os dados experimentais, indicando que os coeficientes de convecção foram corretamente estimados.

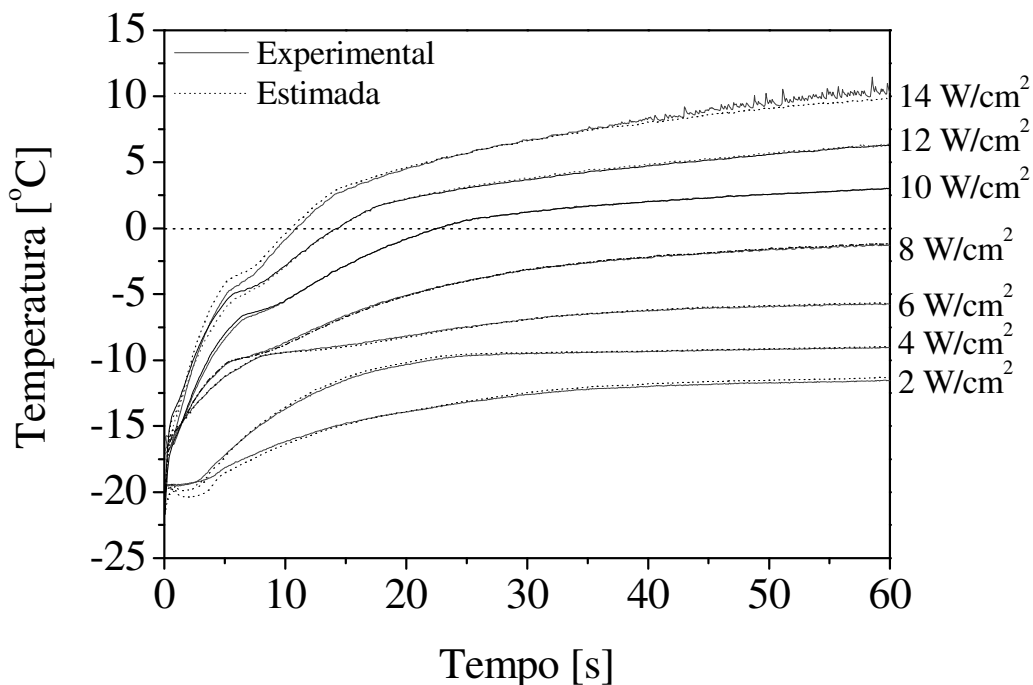


Figura 5.10 Comparação entre a temperatura da superfície externa do evaporador do Experimento III e a temperatura estimada, utilizando os coeficientes constantes da Tabela 5.13.

A Figura 5.11 mostra os coeficientes de transferência de calor com dependência temporal estimados pelo método proposto, utilizando os dados do Experimento III.

Na Figura 5.12 são apresentados resultados comparativos entre a temperatura da superfície externa do evaporador do Experimento III e a temperatura gerada pelo método proposto, considerando que o coeficiente de transferência de calor varia com o tempo. Verifica-se novamente uma boa concordância entre as temperaturas estimadas e as experimentalmente obtidas.

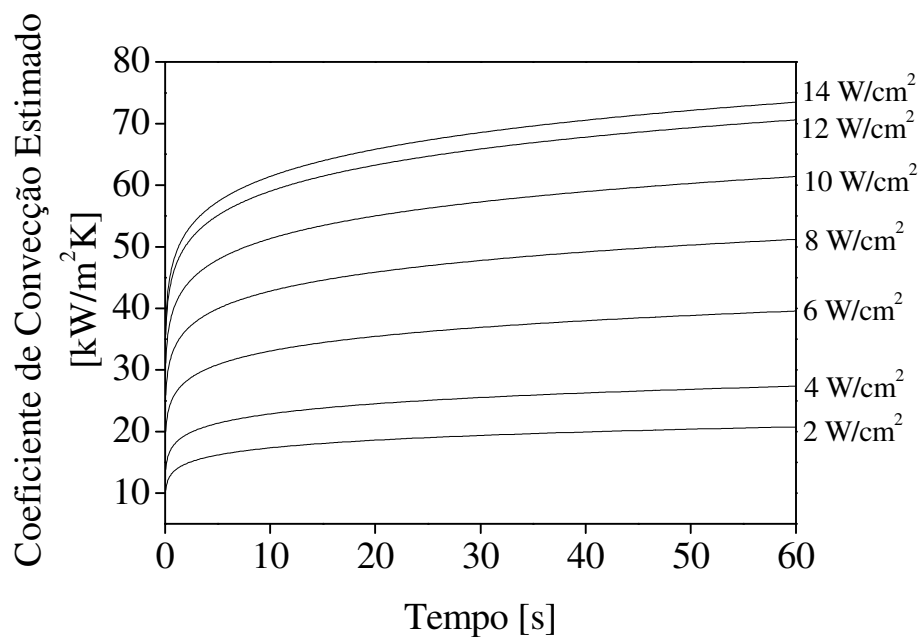


Figura 5.11 Coeficientes de transferência de calor com dependência temporal estimados, utilizando os dados do Experimento III.

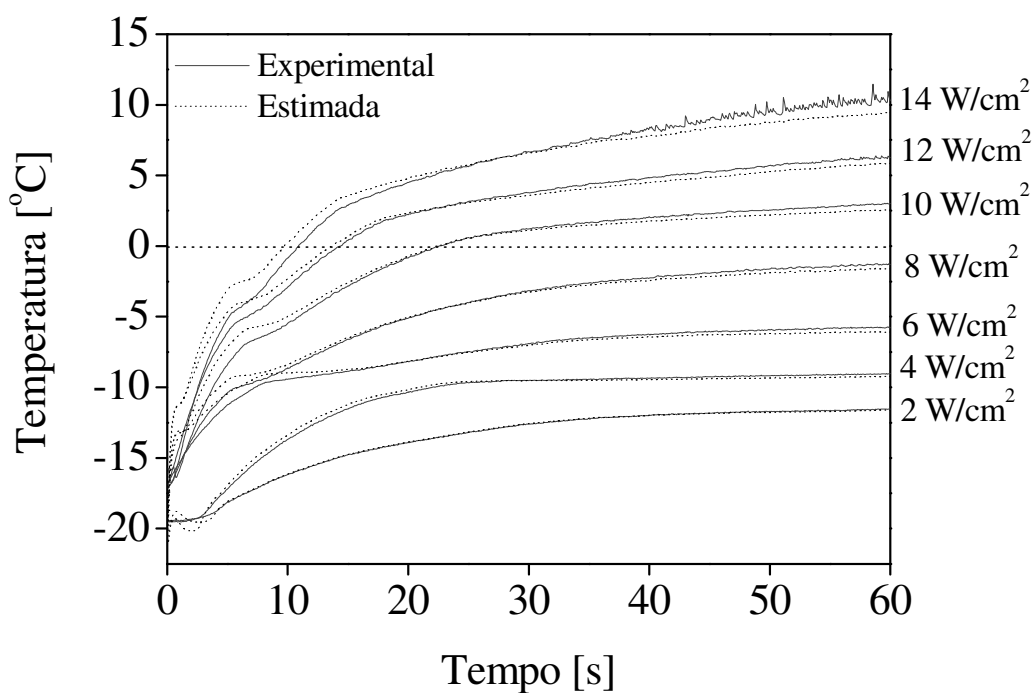


Figura 5.12 Comparação entre a temperatura da superfície externa do evaporador do Experimento III e a temperatura estimada, considerando o coeficiente de transferência de calor variável com o tempo.

A Tabela 5.12 complementa as Figuras 5.10 e 5.12, apresentando os erros percentuais médios entre a temperatura da superfície externa do evaporador experimental e a temperatura estimada pelo método proposto. Pode ser observado que o erro aumenta à medida que o fluxo de calor aumenta e também que os erros são menores quando o coeficiente de convecção é considerado constante. Entretanto, deve ser levado em conta o fato de que a dependência temporal dada pela Equação (5.116) é apenas uma das formas de variação possíveis de serem utilizadas e, sendo assim, outras funções podem ser utilizadas para reduzir ainda mais o erro de estimação do coeficiente de transferência de calor.

Tabela 5.12 Erros percentuais médios entre a temperatura da superfície externa do evaporador do Experimento III e a temperatura estimada.

	Coeficiente de convecção constante	Coeficiente de convecção variável
Fluxo de calor [W/cm ²]	Erro médio [%]	Erro médio [%]
2	0,5	0,9
4	0,8	1,6
6	1,3	3,5
8	2,2	8,3
10	2,4	13,5
12	4,2	27,4
14	11,4	28,3

5.5.1 Análise Comparativa de Resultados

Gorenflo e Kotthoff (2005) publicaram uma extensa revisão sobre ebulição nucleada do CO₂. Entre os artigos revisados o estudo de Kotthoff *et al.* (2004) apresenta resultados experimentais obtidos em condições similares às condições do Experimento III. O coeficiente de transferência de calor em ebulição nucleada foi obtido para um tubo de cobre, com 8 mm de diâmetro externo e 0,62 µm de rugosidade (sendo 0,63 µm no tubo do Experimento III), para amplas faixas de fluxos de calor (0,002 até 10 W/cm²), de pressões (5,18 até 46,12 bar) e de temperaturas de saturação (-56,56 até 10,91 °C). Estas faixas incluem grande parte das condições nas quais os testes do Experimento III foram realizados (2 a 8 W/cm², 17,36 a 38,44 bar e -24,15 a 3,72 °C). A Tabela 5.13 mostra uma comparação entre os coeficientes constantes da Tabela 5.13 e os coeficientes do estudo anteriormente citado.

Tabela 5.13 Comparação entre os coeficientes de transferência de calor do TCP do Experimento III e os coeficientes de Kotthoff *et al.* (2004).

Temperatura de saturação do CO ₂ (temperatura do escoamento) [°C]	Fluxo de calor [W/cm ²]	Coeficiente de transferência de calor		Erro [%]
		Presente estudo [W/m ² K]	Kotthoff <i>et al.</i> (2004)* [W/m ² K]	
-13,64	2	18692,6	≈ 17100	9,31
-14,05	4	25008,0	≈ 29300	14,65
-10,99	6	36153,3	≈ 41900	13,72
-9,71	8	46778,6	≈ 56900	17,79
-6,15	10	56103,7	≈ 68500	18,10

* valores interpolados diretamente da Figura 1 do artigo original

Resguardadas as diferenças metodológicas, pode-se afirmar que os coeficientes de transferência de calor estimados no presente estudo são consistentes com os coeficientes de convecção obtidos experimentalmente por Kotthoff *et al.* (2004).

5.6 Conclusões do Capítulo

A metodologia proposta mostrou ser uma ferramenta versátil e eficaz para a obtenção do coeficiente transferência de calor no interior do evaporador do TCP, tanto em condições teóricas (problemas-teste) quanto reais (Experimento III). Sendo capaz de realizar estimativas em situações onde coeficiente de convecção é constante ou variável com o tempo.

As análises de sensibilidade realizadas mostram que o método proposto fornece soluções estáveis, com elevada confiabilidade e capazes de assimilar os erros inerentes às grandezas medidas.

Capítulo 6

Conclusões

6.1 Conclusões Gerais

Este estudo teve como foco principal a verificação da adequabilidade de uso dos tubos de calor pulsantes CO₂ como trocadores passivos de calor em aplicações envolvendo baixas temperaturas de evaporação e de condensação (aplicações de refrigeração). Ainda que o TCP tenha apresentado um desempenho razoável em termos das densidades de fluxo de calor alcançadas no modo de operação vertical (evaporador situado abaixo do condensador) não foi possível avaliar o seu desempenho nos modos horizontal e contra gravidade (evaporador situado acima do condensador), visto que nestas condições houve a secagem do evaporador já na partida do dispositivo. Estas limitações tornam evidente que há a necessidade de se buscar novas configurações que possibilitem a operação contra-gravidade, de modo que os TCPs de baixa temperatura alcancem um desempenho térmico equivalente ao desempenho de outras tecnologias bifásicas existentes, tais como os termossifões e os tubos de calor convencionais.

Analisando os processos de transferência de calor inerentes a operação de um TCP de CO₂, constatou-se que as trocas de calor na forma sensível são predominantes, quando o TCP opera em condições onde as temperaturas de evaporação e de condensação estão acima da temperatura ambiente. Entretanto, em aplicações envolvendo baixas temperaturas às parcelas sensível e latente praticamente se equivalem. Apesar de coerentes, estes resultados não são conclusivos, uma vez que foram obtidos admitindo-se várias simplificações relativas aos processos térmicos e hidrodinâmicos relativos à operação do TCP.

Cada um dos três experimentos realizados, independentemente das suas especificidades, faz parte do contexto geral deste trabalho. O Experimento I possibilitou além da obtenção dos primeiros resultados experimentais relativos ao desempenho térmico de um TCP em circuito

fechado operando em baixa temperatura, o aperfeiçoamento dos procedimentos de carga do fluido de trabalho e o desenvolvimento do software de gerenciamento experimental. No Experimento II houve uma redução do diâmetro interno do tubo e um incremento significativo do número de curvas, em relação à serpentina do experimento anterior. Estas mudanças foram realizadas com o objetivo principal de melhorar o desempenho térmico do TCP no modo de operação contra gravidade (evaporador posicionado acima do condensador).

6.2 Conclusões dos Resultados Experimentais

De acordo com os resultados obtidos a partir da realização dos Experimentos I, II e III, pode-se concluir que:

- Os resultados observados no Experimento I mostram que a configuração testada não operou adequadamente para pequenos ângulos inclinação (modo de operação horizontal, $\beta \approx 0^\circ$), ainda que o número de Bond tenha se mantido abaixo do valor crítico ($Bo \approx 2$), independentemente da razão de enchimento e da potência fornecida, em todos os testes realizados. O máximo fluxo de calor transferido foi de $1,4 \text{ W/cm}^2$ (baseado na área da superfície interna do tubo, na região do evaporador), para razão de enchimento de 50% e ângulo de inclinação de 45° . Resultados análogos foram obtidos por Khandekar *et al.* (2003), para um TCP feito de tubo de cobre, com 2 mm de diâmetro interno, 5 curvas, e que utilizava como fluidos de trabalho água, etanol e R124.
- O maior número de curvas da serpentina do Experimento II, em relação à serpentina do Experimento I, elevou moderadamente o máximo fluxo de calor transferido pelo TCP para $1,7 \text{ W/cm}^2$, correspondendo a uma razão de enchimento de 50% e inclinação de 90° (evaporador posicionado abaixo do condensador). Para razão de enchimento de 50%, e inclinação de 45° , o máximo fluxo transferido foi $1,4 \text{ W/cm}^2$. Estes fluxos são significativamente menores do que os valores correspondentes de $8,1 \text{ W/cm}^2$ e $11,9 \text{ W/cm}^2$, obtidos a partir da correlação proposta por Khandekar *et al.* (2003). Entretanto esta correlação é uma equação dimensional, sendo obtida para um TCP operando com fluidos distintos do CO_2 (água, etanol e R-123), numa faixa de temperaturas de operação acima da temperatura ambiente (entre 20 e 80°C).

- Durante os testes realizados nos Experimentos I e II foi observado que a temperatura média do condensador variou com o ângulo de inclinação e com a razão de enchimento, para uma mesma potência fornecida. Como a temperatura e a vazão do fluido de resfriamento (etanol) foram mantidas fixas, é provável que este comportamento esteja relacionado à ocorrência de diferentes regimes de escoamento no interior dos tubos deste componente. Observou-se também que resistência térmica do global do TCP é reduzida à medida que a potência fornecida é aumentada. Isto se deve ao fato de que em potências relativamente baixas as forças dissipativas devidas à fricção, aceleração e gravidade, ainda não são suficientemente grandes para gerar pulsações significativas do fluido de trabalho. À medida que a potência fornecida aumenta as pulsações tornam-se maiores e o dispositivo aumenta a sua eficiência térmica, resultando numa redução da sua resistência térmica. Entretanto, a redução da resistência térmica é limitada pela eficiência do condensador e pela temperatura do fluido de condensação. Fato este que explica uma tendência de estabilização do valor da resistência térmica do TCP em potências relativamente elevadas.
- Em todos os testes foi observado que a temperatura média do condensador variou com o ângulo de inclinação e com a razão de enchimento, para uma mesma potência fornecida. Como a temperatura e a vazão do fluido de condensação (etanol) foram mantidas fixas durante os testes, é provável que este comportamento esteja relacionado à ocorrência de diferentes regimes de escoamento no interior dos tubos deste componente. Observou-se também que a resistência térmica do TCP é reduzida à medida que a potência fornecida é aumentada. Isto se deve ao fato de que em potências relativamente baixas as forças dissipativas devidas à fricção, aceleração e gravidade ainda não são suficientemente grandes para gerar pulsações significativas do fluido de trabalho. À medida que a potência fornecida aumenta as pulsações tornam-se maiores e o dispositivo aumenta a sua eficiência térmica, resultando numa redução da sua resistência térmica. Entretanto, a redução da resistência térmica é limitada pela eficiência do condensador e pela temperatura do fluido de condensação. Fato este que explica uma tendência de estabilização do valor da resistência térmica do TCP em potências relativamente elevadas.
- No Experimento III observou-se que a temperatura do fluido de trabalho obtida a partir de uma correlação com a pressão de saturação medida no interior do TCP, é

termodinamicamente coerente uma vez que está situada numa faixa compreendida entre a temperatura média da parede externa do condensador e a temperatura média da parede externa do evaporador. Observou-se também que os fluxos transferidos foram superiores aos máximos fluxos dos Experimentos I e II. Entretanto deve ser observado que no Experimento III os testes foram realizados em períodos de tempo muito curtos (60 segundos). Esta estratégia foi adotada, principalmente, devido ao interesse em se obter o coeficiente de transferência de calor durante a partida do dispositivo.

6.3 Conclusões sobre a Estimativa do Coeficiente de Transferência de Calor

Inicialmente as equações discretas do método proposto foram revisadas a partir de um problema-teste teórico com coeficiente de transferência de calor conhecido, denominado problema-teste direto. Como este problema apresenta solução conhecida, foi possível comparar os resultados fornecidos pelas equações de recorrência do método proposto com os resultados obtidos pela técnica da transformada integral. O maior desvio observado entre as temperaturas da parede externa do tubo do evaporador calculadas pelas duas metodologias foi relativamente baixo, aproximadamente 3,5%.

Em seguida, partiu-se para a fase de avaliação das potencialidades do método proposto em situações onde o coeficiente de transferência de calor não é conhecido. Considerou-se então dois problemas-teste inversos, sendo que no primeiro o coeficiente de transferência de calor a ser estimado é constante e no segundo varia com o tempo. Um problema-teste direto com coeficiente de transferência de calor conhecido foi usado para gerar os dados de temperatura na parede do tubo. Em seguida, estes dados foram utilizados como parâmetros de entrada do problema inverso. Os coeficientes do problema inverso são então estimados pelo método proposto. Em ambos os casos o máximo desvio obtido entre os coeficientes do problema referencial direto e os coeficientes estimados pelo método proposto foi menor do que 10^{-05} %. Complementarmente, as análises de sensibilidade realizadas mostram que o método proposto fornece soluções estáveis, com elevada confiabilidade e capazes de assimilar os erros inerentes às grandezas medidas.

Posteriormente, foi estimado o coeficiente de transferência de calor no interior do evaporador do TCP do Experimento III utilizando os parâmetros os medidos. Novamente foram consideradas as hipóteses de coeficiente de transferência de calor constante e variável.

Porém, neste caso, a checagem dos coeficientes estimados é feita de forma indireta. Ou seja, o coeficiente estimado é usado para gerar os dados de temperatura na parede externa do evaporador. Estes dados são então comparados aos dados experimentais. O desvio médio entre as temperaturas estimadas pelo método proposto e as temperaturas experimentais variou de 0,5 a 11,4%, para coeficiente de transferência de calor constante, e 0,9 a 28,3%, para coeficiente variável. Apesar destes resultados serem relativamente bons, é necessário considerar a possibilidade de existência de outras formas de dependência temporal do coeficiente de transferência de calor que levem a diminuição dos erros entre os parâmetros estimados e os dados experimentais.

Finalmente, resguardadas as diferenças metodológicas, é possível afirmar que os coeficientes de transferência de calor estimados pelo método proposto são consistentes com os coeficiente de transferência de calor obtidos experimentalmente por Kotthoff *et al.* (2004).

6.4 Recomendações para Estudos Posteriores

Em termos do desempenho térmico do TCP em aplicações de baixa temperatura é necessário testar outras configurações e fluidos de trabalho, buscando elevar as densidades de fluxo de calor transferido e também a operação contra gravidade (evaporador posicionado acima do condensador).

Experimentos que permitam a visualização do escoamento do CO₂ e a obtenção do espectro de frequências do CO₂ interior do TCP, são fundamentais para a determinação dos padrões de escoamento associados à operação destes dispositivos em baixas temperaturas. Esta informação serve de base para quaisquer avanços futuros no projeto destes dispositivos.

Em termos da diminuição dos erros de estimativa do método, novas funções para caracterizar a variação temporal do coeficiente de transferência de calor no interior do evaporador do TCP devem ser consideradas e testadas.

Referências Bibliográficas

AKACHI H. U. S. Patent, **Patent No. 521920**, 1993.

AKACHI H. U. S. Patent, **Patent No. 5490558**, 1998.

AKACHI H.; POLÁŠEK F. and ŠTULC P. Pulsating Heat Pipes, Proc. 5th Heat Pipe Symp., pp. 208-217, Melbourne, Australia, 1996.

AZAR K. The History of Power Dissipation. **Electronics Cooling**, Vol. 6, No. 1, 2000.

BECK J. V., Blackwell B. and St. Clair Jr. C. R. **Inverse Heat Conduction: Ill-posed Problems**, John Wiley & Sons, New York, 1985.

BOWERS M. B. and Mudawar I. High Heat Flux Boiling in Low Flow Rate, Low Pressure Drop Mini-channel and Micro-channel Heat Sinks, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Vol. 37, pp. 321-332, 1994.

CENGEL Y. A. **Heat Transfer – A Practical Approach**, MCGraw Hill, 1998.

CHAROENSAWAN P.; KHANDEKAR S.; GROLL M. and TERDTON P. Closed Loop Pulsating Heat Pipes – Part A: Parametric Experimental Investigations, *Applied Thermal Engg.*, Vol. 23/16, pp. 2009-2020, 2003.

CHU R. C. A Review of IBM Sponsored Research and Development Projects for Computer Cooling, Proc. 15th IEEE Semi-Therm Symposium, pp. 151-165, 1999.

COLLE, S.; ANDRADE M. A.; PINHO J. T.; SILVA J. C. V.; BEDIA M.; VEIGA C. E. and SCUSSEL J. N. Temperature Response of OPGW with Mixed Armored Aluminum Covered Steel Wires and Aluminum Alloy Wires Submitted to Short-Circuit. Transaction of International Wire and cable Symposium (IWCS), Vol. 1, pp. 137-146, 2008.

DOBSON R. T. and GRAF G. Thermal. Characterisation of an Amonia-Charged Pulsating Heat Pipe. 7th IHPS - International Heat Pipe Symposium, JeJu, South Korea, 2003.

FAGHRI A. **Heat Pipe Science and Technology**, Taylor and Francis, 1995.

G. KARIMI and J. R. KULHAN. Review and Assessment of Pulsating Heat Pipe Mechanism for High Heat Flux Electronic Cooling, 9th IEEE Inter Society Conference on Thermal Phenomena, pp. 52-59, 2004.

GAUGLER R. S., U. S. Patent, **Patent No. 2350348-1944**, 1942.

GOENFLO D. and KOTTHOFF S., Review on Pool Boiling Heat Transfer of Carbon Dioxide, **International Journal of Refrigeration**, Vol. 28, pp. 1169-1185, 2005.

GRIMLEY T. A.; MUDAWAR I. and INCROPERA F. P. Limits to Critical Heat Flux Enhancement in Liquid Film over Structured Surface that Simulates a Microelectronic Chip, Trans. ASME, **Journal of Heat Transfer**, Vol. 110, pp. 535-538, 1998.

GROLL M. and KHANDEKAR S. State of the Art on Pulsating Heat Pipes, 2th ASME Int. Conf. on Mini-channels and Micro-channels, Rochester (NY), USA, pp. 33-44, 2004.

HARMATHY T. Z. Velocity of Large Bubbles in Media Of Infinite or Restricted Extent, **A. I. Ch. E. Journal**, Vol. 6, No. 2, pp. 281-288, 1960.

HEIDRICH J. W. F.; PRATA A. T.; LILIE D. E. B. Heat and Fluid Flow in a Free Piston Stirling Refrigerator, International Conference on Compressors and Their Systems, London, pp. 71-80, 2005.

HOSODA M.; NISHIO S. and SHIRAKASHI R., Study of Meandering Closed-Loop Heat Transport Device (Vapor-Plug Propagation Phenomena), **JSME International Journal**, Series B, Vol. 42, No. 4, pp. 727-743, 1999.

INCROPERA F. P. **Liquid Cooling of Electronic Devices by Single-Phase Convection**, John Wiley & Sons, New York, 1999.

KAKAC S. Introduction to ASI on Cooling of Electronic Systems, **Cooling of Electronics Systems**, Kulwar Academic Publishers, pp. 1-15, 1994.

KARIMI, G., CULHAN, J. R. Review and Assessment of Pulsating Heat Pipe Mechanism for High Heat Flux Electronic Cooling, 9th ITherm Conference (Intersociety Conference on Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems), Las Vegas, USA, 2004.

KAWARA Z.; TAKAHASHI O.; SERIZAWA A. and KOHNO M. Visualization of Flow in a Heat Pipe by Proton Radiography, Proc. 24th Visualization and Information Symp., pp.27-23, Osaka, Japan, 1996.

KHANDEKAR S. Thermo-Hydrodynamics of Closed Loop Pulsating Heat Pipes, Doctorial Dissertation, Universität Stuttgart, Germany, 2004.

KHANDEKAR S.; CHAROENSAWAN P.; GROLL M. and TERDTON P. Closed Loop Pulsating Heat Pipes – Part B: Visualization and Semi-Empirical Modeling, **Applied Thermal Engg.**, Vol. 23/16, pp. 2021-2033, 2003.

KHANDEKAR S.; DOLLINGER N. and GROLL M. Understanding Operational Regimes of Pulsating Heat Pipes: an Experimental Study, **Applied Thermal Engg.**, Vol. 23/6, pp. 707-719, 2003.

KHANDEKAR S. and GROLL M., Insights Into the Performance Models of Closed Loop Pulsating Heat Pipes and Some Design Hints, 18th National & 7th ISHMT-ASME Heat and Mass Transfer Conference, IIT Guwahati, India, 2006.

KHANDEKAR S.; GAUTAN A. P. and SHARMA P. K. Multiple Quasi-Steady States in a Closed Loop Pulsating Heat Pipe, **International Journal of Thermal Sciences.**, Vol. 48, pp. 535-546, 2009.

KIM M-H., PETTERSEN J. and BULLARD C. W. Fundamental Process and System Design Issues in CO₂ Vapor Compression Systems, *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 30, pp. 119-174, 2004.

KOTTHOFF S, CHANDRA U. and GORENFLO D., New Measurements of Pool Boiling Heat Transfer for Carbon Dioxide in a Wide Temperature Range, *Proceedings of Sixth IIR – Gustav Lorentzen Conference*, Glasgow, England, 2004.

KURWEG U. and ZHAO L. Heat transfer by High Frequency Oscillations: A New Hydrodynamic Technique for Achieving Large Effective Thermal Conductivities, **Physics of Fluids**, Vol. 27, pp. 2624-2627, 1984.

LIN S.; SEFIANE K. and CHRISTY J. Prospect of Confined Flow Boiling in Thermal Management of Microsystems, *Applied Thermal Engg.*, Vol. 22, pp. 825-837, 2002.

MA H. B.; HANLON M. A. and CHEN C. L. An Investigation of Oscillating Motions in a Miniature Pulsating Heat Pipe, **Microfluid and Nanofluid**, Vol. 2, No. 2, pp. 171-179, 2006.

MAESAWA S.; MINAMISAWA K. and AKACHI H. Thermal Performance of Capillary Tube Thermosyphon, *Proc. 9th International Heat Pipe Conference*, Vol. 2, pp. 791-795, Albuquerque, New Mexico, USA, 1995.

MAESAWA S.; NAKAJIMA R. and AKACHI H. Experimental Chaos in Oscillating Capillary Tube Heat Pipes, *Preprints 10th Int. Heat Pipe Conf.*, Vol. 3/4, Stuttgart, Germany, 1997.

MAEZAWA S.; SATO F. and GI K. Chaotic Dynamics of Looped Oscillating Heat Pipes (Theoretical Analysis on Single Loop), *Proc. 6th Int. Heat Pipe Symp.*, pp. 273-280, Chiang Mai, Thailand, 2000.

MOFFAT R. J. Air Cooling of Electronics Components, in **Advances in Thermal Modeling of Electronics Components and Systems**, Vol. 1, Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, 1998.

ÖZİŞİK M. N. **Heat Conduction**, John Wiley & Sons, New York, 1993.

ÖZİŞİK M. N. and ORLANDE H. R. B. **Inverse Heat Transfer: Fundamental and Applications**, Taylor & Francis, New York, 2000.

SERT C. and BESKOK A. Numerical Simulation of Reciprocating Flow Forced Convection in Two-Dimensional Channels, **ASME Journal of Heat and Mass Transfer**, Vol. 125, pp. 403-412, 2003.

SHAFII M. B.; FAGHRI A. and ZHANG Y. Thermal Modeling of Unlooped and Looped Pulsating Heat Pipes, **ASME Journal of Heat and Mass Transfer**, Vol. 123, pp. 1159-1172, 2001.

SHEWCHUCK J. R. An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain, School of Computer Science, Carnegie Melon University, Pittsburgh, USA, 1994.

SIEGEL R. and PERLMUTTER M. Heat Transfer for Pulsating Laminar Duct Flow, **ASME Journal of Heat and Mass Transfer**, Vol. 84, pp. 111-123, 1962.

SMYRNOV G. and SAVCHENCOV G. USSR Patent, **Patent No. 504065**, 1975.

STAKGOLD, I., **Boundary Value Problems of Mathematical Physics**, Vol. II, MacMilan Series in Advanced Mathematics and Theoretical Physics, New York, 1968.

SWANEPOEL G.; TAYLOR A. and DOBSON R. Theoretical Modeling of Pulsating Heat Pipes, Int. Heat Pipe Symp., pp. 227-234, Chiang Mai, Thailand, 2000.

TONG B. Y.; WONG T. N. and OOI K. Closed-Loop Pulsating Heat Pipe, **Applied Thermal Engg.**, Vol. 21/18, pp. 1845-1862, 2001.

WHITE E. and BEARDMORE R. The Velocity of Rise of Single Cylindrical Air Bubbles Through Liquids Contained in Vertical Tubes, **Chem. Engg. Science**, Vol. 17, pp. 351-261, 1962.

WONG T.; TONG B. Y.; LIM S. M. and OOI K. Theoretical Modeling of Pulsating Heat Pipe, Proc. 11th Int. Heat Pipe Conf., pp. 159-163, Tokyo, Japan, 1999.

ZHANG Y. and FAGHRI A. Heat Transfer in a Pulsating Heat Pipe with Open End, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Vol. 45, pp. 755-764, 2002.

ZHAO T. and CHENG P. A Numerical Solution of Laminar Forced Convection in a Pipe Subjected to a Reciprocating Flow, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Vol. 3, pp. 3011-3022, 1995.

ZUO Z. J. and NORTH M. T. Miniature High Heat Flux Heat Pipes for Cooling Electronics, Proc. of SEE, Hong Kong, pp. 573-579, 2000.

Publicações Decorrentes do Presente Estudo

SOUZA F. A. S., DESTRI J. F. A. and COLLE S. An Experimental Investigation of an CO₂ Pulsating Heat Pipe, Proc. 14th Int. Heat Pipe Conf., Florianópolis, Brazil, 2007.

SOUZA F. A. S., COLLE S. and CANESIN F. C. Experimental Investigation of an CO₂ Pulsating Heat Pipe, 1th EBECHEM – Encontro Brasileiro Sobre Ebulição, Condensação e escoamento Multifásico Líquido-Gás, Florianópolis, Brasil, 2008.

SOUZA F. A. S. and COLLE S. An inverse Methodology to Estimate the Heat Transfer Coefficient in the Evaporator Section of a CO₂ Pulsating Heat Pipe, 15th Int. Heat Pipe Conf., Clemson, USA, 2010.

Apêndice A

Propriedades Termofísicas

A.1 Cálculo das Propriedades Termofísicas do Dióxido de Carbono

As propriedades termodinâmicas do dióxido de carbono foram obtidas a partir do software EES (Engineering Equation Solver), versão comercial 6.883-3D, que utiliza a equação fundamental de estado desenvolvida por Span e Wagner (1996), válida para temperaturas situadas entre o ponto triplo e 1100K, e pressões até 800MPa.

A viscosidade e a condutividade térmica são determinadas de acordo com a metodologia proposta por Vesovic e outros (1990). A correlação para a viscosidade é válida para temperaturas entre 200K e 1500K e a correlação da condutividade térmica é válida para temperaturas entre 200K e 1000K. Tanto a viscosidade quanto condutividade térmica são aplicáveis para pressões até 100MPa.

A tensão superficial é obtida através da correlação de Somayajulu (1998).

A.2 Propriedades Termofísicas do Material do Tubo do TCP

As propriedades termofísicas do material do tubo do TCP (cobre) foram obtidas de Özişik (1993).

A.3 Referências Bibliográficas do Apêndice A

ÖZİŞİK M. N. **Heat Conduction**, John Wiley & Sons, New York, 1993.

R. SPAN AND W. WAGNER. A New Equation of State for Carbon Dioxide Covering the Fluid Region from the Triple-Point Temperature to 1100 K at Pressures up to 800 MPa, *Ref. Data*, Vol. 25, No. 6, 1996.

VESOVIC V.; WAKEHAM W. A.; OLCHOWY G. A.; SENEGERS J. V.; WATSON J. T. R and MILLAT J. The Transport Properties of Carbon Dioxide, **Journal of Physical Chemistry**, Data, Vol. 19, No. 3, 1990.

SOMAYAJULU G.R. A Generalized Equation for Surface Tension from the Triple Point to the Critical Point, **International Journal of Thermophysics**, Vol. 9, No. 4, 1988.

Apêndice B

Incertezas de Medição

B.1 Conceito de Incerteza

Quando se relata o resultado de medição de uma grandeza física, é obrigatório que seja dada alguma indicação quantitativa da qualidade do resultado, de forma tal que aqueles que o utilizam possam avaliar sua confiabilidade. Sem esta indicação, resultados de medição não podem ser comparados, seja entre eles mesmos ou com valores de referência fornecidos numa especificação ou norma. É, portanto, necessário que haja um procedimento prontamente implementado, facilmente compreendido e de aceitação geral para caracterizar a qualidade de um resultado de uma medição, isto é, para avaliar e expressar sua incerteza (INMETRO-ABNT, 1994).

O conceito de incerteza como um atributo quantificável é relativamente novo na história da medição, embora erro e análise de erro tenham sido, há muito tempo, uma prática da ciência da medição ou metrologia. É agora amplamente reconhecido que, quando todos os componentes de erro conhecidos ou suspeitos tenham sido avaliados e as correções adequadas tenham sido aplicadas, ainda permanece uma incerteza sobre quão correto é o resultado declarado, isto é, uma dúvida acerca de quão corretamente o resultado da medição representa o valor da grandeza que está sendo medida.

No presente estudo a estimativa das incertezas foi realizada de acordo com o conceito de incerteza combinada (Gonçalves Jr., 2002), conforme descrição a seguir apresentada.

Seja G uma grandeza calculada em função de diversas grandezas de entrada relacionadas por:

$$G = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N) \quad (\text{B.1})$$

A incerteza combinada da grandeza G pode ser estimada por:

$$u^2(G) = \left(\frac{\partial G}{\partial x_1} u(x_1) \right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial x_2} u(x_2) \right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial x_3} u(x_3) \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial G}{\partial x_N} u(x_N) \right)^2 \quad (\text{B.2})$$

ou

$$u(G) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial G}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} \quad (\text{B.3})$$

onde

$u(G)$ representa a incerteza padrão da grandeza G ;

$u(x_1), u(x_2), u(x_3), \dots, u(x_N)$, representam as incertezas padrão associadas às grandezas de entrada $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$, respectivamente.

B.2 Incertezas Relativas ao Fluxo de Calor Externo

Em todos os experimentos, a potência fornecida ao TCP foi obtida indiretamente a partir das medições de tensão e corrente, de acordo com a seguinte equação:

$$P = V I \quad (\text{B.4})$$

onde

P é a potência fornecida pela fonte de potência [W]

V é a tensão [V]

I é a corrente [A]

Sendo a incerteza padrão, obtida a partir da Equação (B.1.3), tem a seguinte forma:

$$u(P) = \{ [I u(V)]^2 + [V u(I)]^2 \}^{1/2} \quad (\text{B.5})$$

Dividindo-se agora toda a Equação (B.4) pela área do evaporados do TCP, obtém-se uma expressão para o fluxo de calor externo. Ou seja:

$$q_e'' = \frac{P}{A_{evap}} = \frac{P}{\pi d_i L_{evap}} \quad (\text{B.6})$$

onde

d_i é o diâmetro interno do tubo [m].

L_{evap} é o comprimento do evaporador [m].

A incerteza padrão associada ao fluxo de calor externo, obtida a partir das Equações (B.5) e (B.6), é expressa pela equação:

$$u(q_e'') = \left\{ \left[\frac{1}{\pi d_i L_{evap}} u(P) \right]^2 + \left[-\frac{P}{\pi d_i^2 L_{evap}} u(d_i) \right]^2 + \left[-\frac{P}{\pi d_i L_{evap}^2} u(L_{evap}) \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{B.7})$$

B.3 Incertezas Relativas ao Ganho de Calor Externo

O ganho de calor do ambiente, nos Experimentos I e II, foi calculado a partir da equação unidimensional da condução do calor (Equação B.7), em regime permanente, aplicada entre a superfície externa do tubo do TCP e a face externa do isolamento térmico. O ganho máximo foi estimado em 2,7 W, quando a diferença entre a temperatura da superfície externa do tubo

do TCP e a temperatura externa do isolamento térmico alcançou 50 °C. Para o cálculo da incerteza padrão associada ao ganho de calor externo,

$$q'_{ganho} = \frac{\Delta T_{iso}}{L_{pol} / (\lambda_{pol} A_{pol})} = \frac{T_{amb} - T_e}{L_{pol} / (\lambda_{pol} A_{pol})} \quad (B.8)$$

onde

T_{amb} é a temperatura ambiente [K].

T_e é a temperatura da superfície externa do tubo do TCP [K].

L_{pol} é a espessura do isolamento de poliuretano [m].

A_{pol} é a área do isolamento de poliuretano [m].

A incerteza padrão associada ao ganho de calor externo, obtida também a partir das Equações (B.5) e (B.6), é dada pela equação:

$$u(q'_{ganho}) = \left\{ \left[\frac{1}{L_{pol} / (\lambda_{pol} A_{pol})} u(\Delta T_{iso}) \right]^2 + \left[-\frac{\Delta T_{isol}}{L_{pol}^2 / (\lambda_{pol} A_{pol})} u(L_{pol}) \right]^2 + \left[\frac{\Delta T_{iso}}{L_{pol} / A_{pol}} u(\lambda_{pol})^2 \right]^2 + \left[\frac{\Delta T_{iso}}{L_{pol} / \lambda_{pol}} u(A_{pol})^2 \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (B.9)$$

onde

$$u(\Delta T_{iso}) = \left\{ [u(T_{amb})]^2 + [u(T_e)]^2 \right\}^{1/2} \quad (B.10)$$

B.4 Incertezas Relativas ao Cálculo das Resistências Térmicas

A resistência térmica do TCP e a sua correspondente incerteza foram calculadas de acordo com as seguintes equações:

$$R_T = \frac{\Delta T}{P} = \frac{T_e - T_c}{P} \quad (\text{B.11})$$

$$u(\Delta T) = \left\{ [u(T_e)]^2 + [u(T_c)]^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{B.12})$$

$$u(R_T) = \left\{ \left[\frac{u(\Delta T)}{\Delta T} \right]^2 + \left[\frac{u(P)}{P} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{B.13})$$

onde

T_e é a temperatura da superfície externa do tubo na região do evaporador [K].

T_c é a temperatura da superfície externa do tubo na região do condensador [K].

Durante as medições de temperatura o valor de referência numa dada posição/região do TCP foi obtido a partir da média aritmética das leituras individuais de cada um dos termopares envolvidos.

B.5 Incertezas Relativas às Medições de Temperatura

As medições de temperatura foram realizadas com termopares do tipo T (cobre-constantan), calibrados numa faixa de variação compreendida entre -30 e 30 °C. A incerteza de medição de cada um dos termopares, estimada em $\pm 0,1$ K, foi obtida empregando-se as seguintes equações:

$$u(T) = \pm \frac{\text{Re}}{\sqrt{n}} \quad (\text{B.14})$$

$$Re = \pm t s \quad (B.15)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (B.16)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (B.17)$$

onde

n é número de medidas efetuadas (neste caso, trinta medidas para cada valor de referência).

Re é a repetitividade, ou seja, faixa de dispersão dentro da qual se situa o erro aleatório (normalmente para uma probabilidade de 95%).

t é o coeficiente (ou fator) de Studet ($n = 30$ e *Probabilidade* = 95% $\rightarrow t \approx 2$).

x_i é o valor do i ésimo evento.

\bar{x} é o valor médio de todos os eventos.

s é o desvio padrão da amostra de N medidas.

B.6 Incertezas Relativas às Medições de Pressão

As medições de pressão foram realizadas com transdutor de pressão absoluta subminiatura da Omega, modelo PX600-2KGV (Figura B.1), calibrado de acordo com os procedimentos apresentados a seguir.

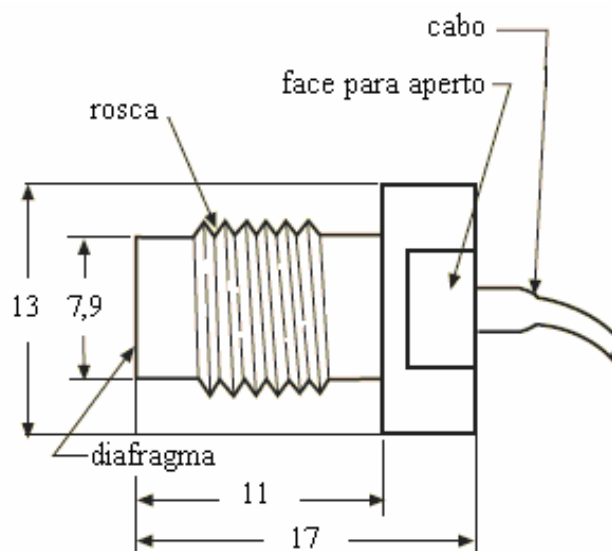


Figura B.1 Desenho do transdutor de pressão absoluta do Experimento III.

Tabela B.1 Especificações da aferição do transdutor de pressão.

Data de Calibração: 12/08/09
Validade da Calibração: 09/2010
Número de Série (fabricante): 122110110
Faixa de Operação: 0 - 100 bar
Incremento Digital: 0,001

Tabela B.2 Parâmetros de aferição do transdutor de pressão.

Pressão Atmosférica [bar]	1,017
Temperatura Ambiente [°C]	20 ± 1,0
Fonte do transdutor [V]	11,999
Sistema de medição padrão:	Máquina de peso morto DH-Budenberg 580 Series
Sistema de aquisição:	Agilent Technologies / Data Aquisition - 34970 A

Tabela B.3 Resultados da aferição do transdutor de pressão.

Pontos	P_r [bar]	IM_p [bar]	V [V]	Pontos	P_r [bar]	IM_p [bar]	V [V]
1	2,02	0,04	0,0005	13	76,01	0,00	0,0182
2	6,02	0,00	0,0015	14	81,00	0,01	0,0194
3	11,02	0,00	0,0027	15	91,00	0,02	0,0218
4	21,02	0,00	0,0051	16	11,01	0,00	0,0027
5	31,02	0,00	0,0075	17	81,00	0,00	0,0194
6	41,01	0,00	0,0099	18	21,01	0,00	0,0051
7	46,01	0,00	0,0111	19	71,00	0,03	0,0170
8	51,01	0,00	0,0123	20	31,01	0,00	0,0075
9	56,01	0,01	0,0135	21	61,00	0,00	0,0147
10	61,01	0,00	0,0146	22	41,01	0,00	0,0099
11	66,01	0,03	0,0158	23	51,01	0,00	0,012
12	71,01	0,00	0,0170	-	-	-	-

onde

P_r é a pressão real absoluta.

IM_p é a incerteza de medição pontual.

V é o sinal de tensão do transdutor.

Tabela B.4. Correlação obtida na aferição do transdutor de pressão.

Curva ajustada	$P_e = 4176,370969 V - 0,142841$
----------------	----------------------------------

Tabela B.5 Comparação entre os resultados fornecidos pela correlação obtida na aferição do transdutor de pressão e os valores referenciais.

Pontos	P_r [bar]	IM_p [bar]	P_e [bar]	Pontos	P_r [bar]	IM_p [bar]	P_e [bar]
1	2,02	0,00	1,92	13	76,01	0,02	75,99
2	6,02	0,00	5,97	14	81,00	0,02	80,96
3	11,02	0,00	10,99	15	91,00	0,02	90,90
4	21,02	0,01	21,02	16	11,01	0,00	10,99
5	31,02	0,01	31,05	17	81,00	0,02	80,98
6	41,01	0,01	41,06	18	21,01	0,01	21,01
7	46,01	0,01	46,05	19	71,00	0,02	70,98
8	51,01	0,01	51,06	20	31,01	0,01	31,06
9	56,01	0,01	56,05	21	61,00	0,01	61,04
10	61,01	0,01	61,03	22	41,01	0,01	41,05
11	66,01	0,02	65,99	23	51,01	0,01	51,05
12	71,01	0,02	71,02	-	-	-	-

onde P_e é a pressão estimada.

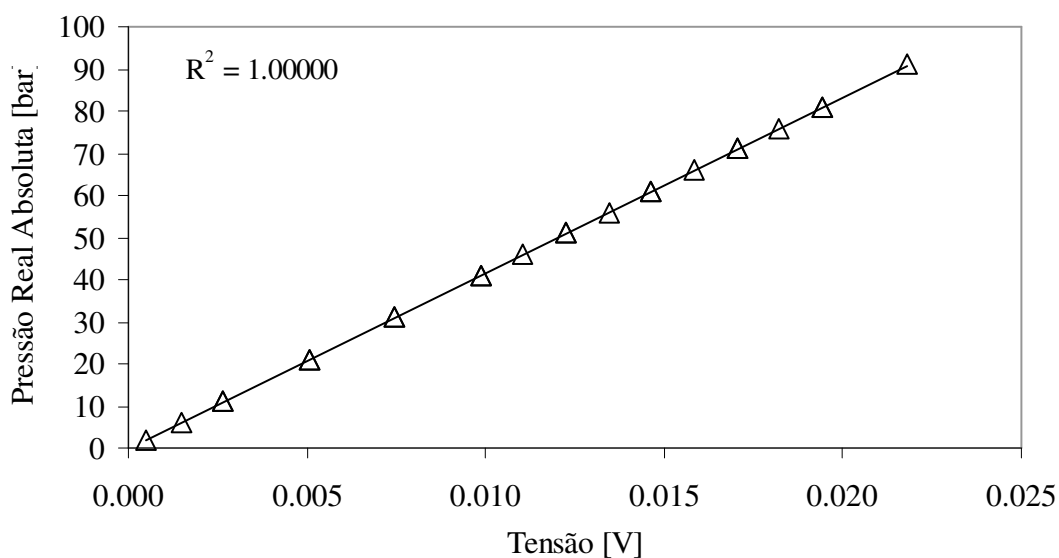


Figura B.2 Gráfico da pressão real absoluta em função da tensão do transdutor de pressão subminiatura.

Tabela B.6 Incerteza de medição do transdutor de pressão.

$IM_{\text{pressão}}$	$\pm 0,05$ bar
E_c	$\pm 0,10$ bar

onde

$IM_{\text{pressão}}$ é a incerteza de medição do transdutor de pressão.

E_c é o maior erro da curva ajustada.

$$IM_{\text{pressão}} = \sqrt{(IM_p)^2 + (IM_a)^2}$$

$$IM_p = DP \cdot FS$$

$$IM_a = EPE = \sqrt{\frac{\sum (P_e - P_i)^2}{N - (1 + GP)}}$$

IM_p é a incerteza de medição pontual.

IM_a é a incerteza de medição do ajuste.

DP é o desvio padrão máximo.

FS é o fator de Student.

EPE é o erro padrão de estimativa.

P_i é o valor medido no i ésimo ponto.

N é o número de pontos.

GP é o grau do polinômio da curva ajustada.

B.7 Incertezas dos Instrumentos de Medição

Na Tabela B.7.1 são apresentadas as incertezas dos instrumentos de medição utilizados nos experimentos realizados.

Tabela B.7 Incertezas dos instrumentos de medição utilizados durante os experimentos realizados.

Grandeza Medida	Equipamento	Faixa de Variação	Incerteza Associada
Temperatura	Termopares do tipo T	-30 a 30 °C	$\pm 0,1$ °C
Pressão	Transdutor de pressão	0 a 100 bar	$\pm 0,05$ bar
Tensão (CC)	Fonte de potência	0 a 125 V	$\pm 0,1$ V
Corrente (CC)	Fonte de potência	0 a 10 A	$\pm 0,01$ A
Massa	Balança de precisão	0,25 a 500 g	$\pm 0,005$ g
Comprimento	Paquímetro	0 a 150 mm	$\pm 0,02$ mm

B.8 Referências Bibliográficas do Apêndice B

INMETRO-ABNT. **Guia para a Expressão da Incerteza de Medição**, 2^a Ed., 1994.

GONÇALVES JR., A. A. **Metrologia – Parte I**, Laboratório de Metrologia e Automação, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2002.

Apêndice C

Dedução das Equações (5.30) a (5.41)

C.1 Dedução das Equações (5.30) a (5.35)

Aplicando-se a técnica de integração por partes às Equações (5.1.30) a (5.1.35), tem-se:

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T^-(r_i, t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = \left[f_1(t') \int g_1(t') dt' \right]_{j-1}^j - \int_{j-1}^j \left[\int g_1(t') dt' \right] \frac{df_1(t')}{dt'} dt' \quad (\text{C.1})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') T^+(r_i, t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = \left[f_2(t') \int g_2(t') dt' \right]_j^{j+1} - \int_j^{j+1} \left[\int g_2(t') dt' \right] \frac{df_2(t')}{dt'} dt' \quad (\text{C.2})$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T_f^-(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = \left[f_3(t') \int g_3(t') dt' \right]_{j-1}^j - \int_{j-1}^j \left[\int g_3(t') dt' \right] \frac{df_3(t')}{dt'} dt' \quad (\text{C.3})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') T_f^+(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = \left[f_4(t') \int g_4(t') dt' \right]_j^{j+1} - \int_j^{j+1} \left[\int g_4(t') dt' \right] \frac{df_4(t')}{dt'} dt' \quad (\text{C.4})$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} q_e^{n-}(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = \left[f_5(t') \int g_5(t') dt' \right]_{j-1}^j - \int_{j-1}^j \left[\int g_5(t') dt' \right] \frac{df_5(t')}{dt'} dt' \quad (\text{C.5})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} q_e^{n+}(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = \left[f_6(t') \int g_6(t') dt' \right]_j^{j+1} - \int_j^{j+1} \left[\int g_6(t') dt' \right] \frac{df_6(t')}{dt'} dt' \quad (\text{C.6})$$

Sendo $h_i^-(t')$, $h_i^+(t')$, $T^-(r_i, t')$, $T^+(r_i, t')$, $T_f^-(t')$, $T_f^+(t')$, $q_e^{''-}(t')$ e $q_e^{''+}(t')$ as componentes das funções tenda utilizadas para as discretizações de $h_i(t')$, $T(r_i, t')$, $T_f(t')$ e $q_e''(t')$, conforme mostrado na Figura C.1.

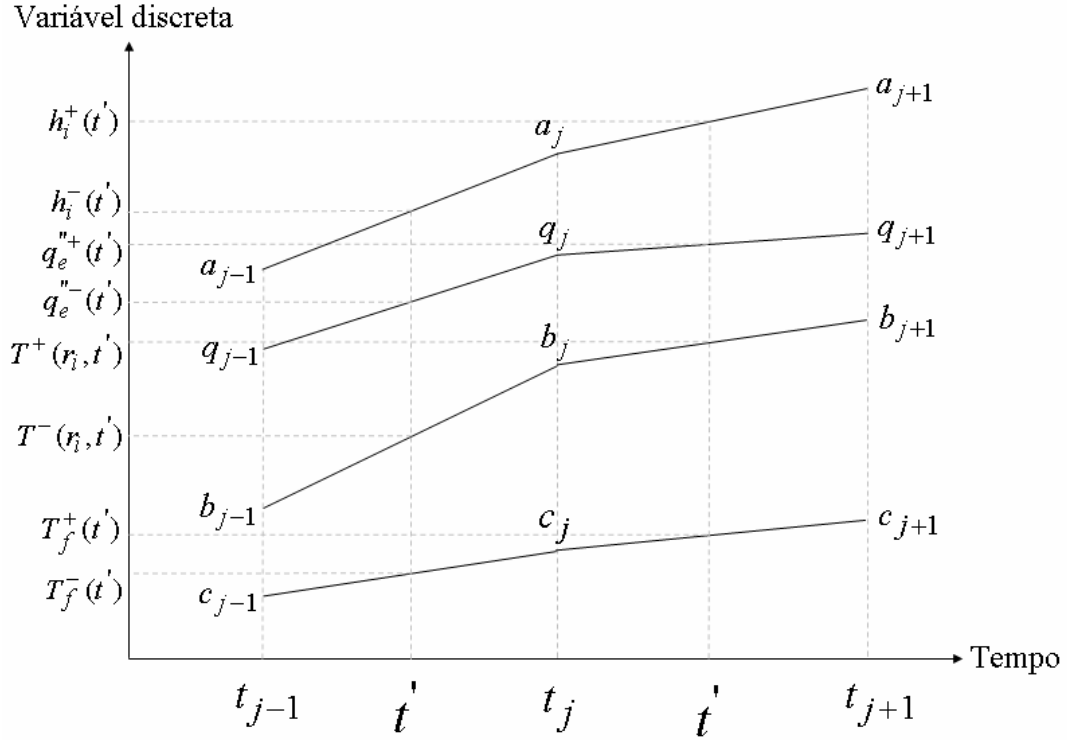


Figura C.1 Esquema do ajuste de funções-tenda para os parâmetros $h_i(t')$, $T(r_i, t')$, $T_f(t')$ e $q_e''(t')$.

De acordo com a figura anterior, as funções $f_1(t')$, ..., $f_6(t')$ são definidas como mostrado a seguir:

$$f_1(t') = h_i^-(t') T^-(r_i, t') = \frac{a_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t} \frac{b_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t} = \frac{a_j b_j (t' - t_{j-1})^2}{\Delta t^2}; \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (\text{C.7})$$

$$f_2(t') = h_i^+(t') T^+(r_i, t') = \frac{a_j(t_{j+1} - t')}{\Delta t} \frac{b_j(t_{j+1} - t')}{\Delta t} = \frac{a_j b_j (t_{j+1} - t')^2}{\Delta t^2}; \quad \Delta t = t_{j+1} - t_j \quad (\text{C.8})$$

$$f_3(t') = h_i^-(t') T_f^-(t') = \frac{a_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t} \frac{c_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t} = \frac{a_j c_j (t' - t_{j-1})^2}{\Delta t^2}; \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (\text{C.9})$$

$$f_4(t') = h_i^-(t') T_f^-(t') = \frac{a_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t} \frac{c_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t} = \frac{a_j c_j (t' - t_{j-1})^2}{\Delta t^2}; \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (\text{C.10})$$

$$f_5(t') = q_e^{''-}(t') = \frac{q_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (\text{C.11})$$

$$f_6(t') = q_e^{''+}(t') = \frac{q_j(t_{j+1} - t')}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_{j+1} - t_j \quad (\text{C.12})$$

Cujas derivadas, em relação à t' , são:

$$\frac{df_1(t')}{dt'} = 2 \frac{a_j b_j (t' - t_{j-1})}{\Delta t^2} \quad (\text{C.13})$$

$$\frac{df_2(t')}{dt'} = 2 \frac{a_j b_j (t' - t_{j+1})}{\Delta t^2} \quad (\text{C.14})$$

$$\frac{df_3(t')}{dt'} = 2 \frac{a_j c_j (t' - t_{j-1})}{\Delta t^2} \quad (\text{C.15})$$

$$\frac{df_4(t')}{dt'} = 2 \frac{a_j c_j (t' - t_{j+1})}{\Delta t^2} \quad (\text{C.16})$$

$$\frac{df_5(t')}{dt'} = q_j \quad (\text{C.17})$$

$$\frac{df_6(t')}{dt'} = -q_j \quad (\text{C.18})$$

Por sua vez, as funções $g_1(t')$, \dots , $g_6(t')$, têm a seguinte forma:

$$g_1(t') = g_2(t') = g_3(t') = g_4(t') = g_5(t') = g_6(t') = e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} \quad (\text{C.19})$$

Definindo-se as relações discretas: $t_{j-1} = (j-1)\Delta t$, $t_j = j\Delta t$; t_{j+1} , $t_{j+1} = (j+1)\Delta t$, $t_k = k\Delta t$, $t' = \zeta\Delta t$, pode-se então reescrever as Equações (C.5) a (C.19), como segue:

$$f_1(t') = a_j b_j (\zeta - j + 1)^2 \quad (\text{C.20})$$

$$f_2(t') = a_j b_j (j + 1 - \zeta)^2 \quad (\text{C.21})$$

$$f_3(t') = a_j c_j (\zeta - j + 1)^2 \quad (\text{C.22})$$

$$f_4(t') = a_j c_j (j + 1 - \zeta)^2 \quad (\text{C.23})$$

$$f_5(t') = q_e^-(t') = q_j (\zeta - j + 1) \quad (\text{C.24})$$

$$f_6(t') = q_e^+(t') = q_j (j + 1 - \zeta) \quad (\text{C.25})$$

$$\frac{df_1(t')}{dt'} = 2 \frac{a_j b_j (\zeta - j + 1)}{\Delta t} \quad (\text{C.26})$$

$$\frac{df_2(t')}{dt'} = 2 \frac{a_j b_j (\zeta - j - 1)}{\Delta t} \quad (\text{C.27})$$

$$\frac{df_3(t')}{dt'} = 2 \frac{a_j c_j (\zeta - j + 1)}{\Delta t} \quad (\text{C.28})$$

$$\frac{df_4(t')}{dt'} = 2 \frac{a_j c_j (\zeta - j - 1)}{\Delta t} \quad (\text{C.29})$$

$$\frac{df_5(t')}{dt'} = q_j \quad (\text{C.30})$$

$$\frac{df_6(t')}{dt'} = -q_j \quad (\text{C.31})$$

$$g_1(t') = g_2(t') = g_3(t') = g_4(t') = g_5(t') = g_6(t') = e^{-\alpha \beta_m^2 (k-\zeta) \Delta t} \quad (\text{C.32})$$

Substituindo-se as Equações (C.20) a (C.31), nas Equações (C.1) a (C.6), obtém-se:

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T^-(r_i, t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = \frac{a_j b_j}{\alpha \beta_m^2} e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - 2 \frac{a_j b_j}{\alpha \beta_m^2} \int_{j-1}^j (\zeta - j + 1) e^{-\alpha \beta_m^2 (k-\zeta) \Delta t} d\zeta \quad (\text{C.33})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') T^+(r_i, t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = -\frac{a_j b_j}{\alpha \beta_m^2} e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - 2 \frac{a_j b_j}{\alpha \beta_m^2} \int_j^{j+1} (\zeta - j - 1) e^{-\alpha \beta_m^2 (k-\zeta) \Delta t} d\zeta \quad (\text{C.34})$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T_f^- e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = \frac{a_j c_j}{\alpha \beta_m^2} e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - 2 \frac{a_j c_j}{\alpha \beta_m^2} \int_{j-1}^j (\zeta - j + 1) e^{-\alpha \beta_m^2 (k-\zeta) \Delta t} d\zeta \quad (\text{C.35})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') T_f^+ e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = \frac{a_j c_j}{\alpha \beta_m^2} e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - 2 \frac{a_j c_j}{\alpha \beta_m^2} \int_j^{j+1} (\zeta - j - 1) e^{-\alpha \beta_m^2 (k-\zeta) \Delta t} d\zeta \quad (\text{C.36})$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} q_e^-(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = \frac{q_j}{\alpha \beta_m^2} e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - \frac{q_j}{\alpha \beta_m^2} \int_{j-1}^j e^{-\alpha \beta_m^2 (k-\zeta) \Delta t} d\zeta \quad (\text{C.37})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} q_e^+(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = -\frac{q_j}{\alpha \beta_m^2} e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - \frac{q_j}{\alpha \beta_m^2} \int_j^{j+1} e^{-\alpha \beta_m^2 (k-\zeta) \Delta t} d\zeta \quad (\text{C.38})$$

Resolvendo agora as integrais à direita das igualdades das Equações (C.33) a (C.38) e rearranjando os termos das equações resultantes, chega-se finalmente a:

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T^-(r_i, t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = a_j b_j A_{kj}^-(\beta_m) \quad (\text{C.39})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') T^+(r_i, t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = a_j b_j A_{kj}^+(\beta_m) \quad (\text{C.40})$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T_f^-(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = a_j c_j A_{kj}^-(\beta_m) \quad (\text{C.41})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') T_f^+(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = a_j c_j A_{kj}^+(\beta_m) \quad (\text{C.42})$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} q_e^-(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = q_j C_{kj}^-(\beta_m) \quad (\text{C.43})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} q_e^+(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = -q_j C_{kj}^+(\beta_m) \quad (\text{C.44})$$

onde

$$A_{kj}^-(\beta_m) = \frac{1}{\alpha \beta_m^2} \left\{ e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - \frac{2}{\alpha \beta_m^2 \Delta t} \left[e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - \left(\frac{e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j+1) \Delta t}}{\alpha \beta_m^2 \Delta t} \right) \right] \right\} \quad (\text{C.45})$$

$$A_{kj}^+(\beta_m) = -\frac{1}{\alpha \beta_m^2} \left\{ e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} + \frac{2}{\alpha \beta_m^2 \Delta t} \left[e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} + \left(\frac{e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j-1) \Delta t}}{\alpha \beta_m^2 \Delta t} \right) \right] \right\} \quad (\text{C.46})$$

$$C_{mkj}^- = \frac{1}{\alpha \beta_m^2} \left[e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - \left(\frac{e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j+1) \Delta t}}{\alpha \beta_m^2 \Delta t} \right) \right], \text{ para } j \leq k \quad (\text{C.47})$$

$$C_{mkj}^+ = -\frac{1}{\alpha \beta_m^2} \left[e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} + \left(\frac{e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j) \Delta t} - e^{-\alpha \beta_m^2 (k-j+1) \Delta t}}{\alpha \beta_m^2 \Delta t} \right) \right], \text{ para } j \leq k-1 \quad (\text{C.48})$$

C.2 Dedução das Equações (5.36) a (5.41)

De acordo com as componentes das funções tenda apresentadas na Figura C.1, tem-se que:

$$h_i^-(t') = \frac{a_j (t' - t_{j-1})}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (\text{C.49})$$

$$h_i^+(t') = \frac{a_j(t_{j+1} - t')}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_{j+1} - t_j \quad (\text{C.50})$$

$$T^-(r_i, t') = \frac{b_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (\text{C.51})$$

$$T^+(r_i, t') = \frac{b_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (\text{C.52})$$

$$T_f^-(t') = \frac{c_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (\text{C.53})$$

$$T_f^-(t') = \frac{c_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (\text{C.54})$$

$$q_e^{"-}(t') = \frac{q_j(t' - t_{j-1})}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_j - t_{j-1} \quad (\text{C.55})$$

$$q_e^{"+}(t') = \frac{q_j(t_{j+1} - t')}{\Delta t}; \quad \Delta t = t_{j+1} - t_j \quad (\text{C.56})$$

Substituindo-se as Equações (C.49) a (C.56) nas Equações (5.36) a (5.41), juntamente com relações discretas definidas na seção anterior, chega-se então a:

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T^-(r_i, t') dt' = a_j b_j \Delta t \int_{j-1}^j (\zeta - j + 1) d\zeta = a_j b_j B_{mkj}^{0-} \quad (\text{C.57})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^-(t') T^-(r_i, t') dt' = a_j b_j \Delta t \int_j^{j+1} (j + 1 - \zeta) d\zeta = a_j b_j B_{mkj}^{0+} \quad (\text{C.58})$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} h_i^-(t') T_f^-(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = a_j c_j \Delta t \int_{j-1}^j (\zeta - j + 1) d\zeta = a_j c_j B_{mkj}^{0-} \quad (\text{C.59})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} h_i^+(t') T_f^+(t') e^{-\alpha \beta_m^2 (t_k - t')} dt' = a_j b_j \Delta t \int_j^{j+1} (j+1-\zeta) d\zeta = a_j c_j B_{mkj}^{0+} \quad (\text{C.60})$$

$$\int_{t_{j-1}}^{t_j} q_e^{0-}(t') dt' = q_j \Delta t \int_{j-1}^j (\zeta - j + 1) d\zeta = q_j D_{mkj}^{0-} \quad (\text{C.61})$$

$$\int_{t_j}^{t_{j+1}} q_e^{0-}(t') dt' = q_j \Delta t \int_j^{j+1} (j+1-\zeta) d\zeta = q_j D_{mkj}^{0+} \quad (\text{C.62})$$

onde

$$B_{mkj}^{0-} = B_{mkj}^{0+} = \frac{\Delta t}{3} \quad (\text{C.63})$$

Apêndice D

Raízes da Equação (5.12)

Tabela D.1 Raízes da Equação (5.12) aplicada ao problema-teste da Tabela 5.1 e ao TCP do Experimento III.

$[\beta_0, \dots, \beta_{19}]$	$[\beta_{20}, \dots, \beta_{39}]$	$[\beta_{40}, \dots, \beta_{59}]$	$[\beta_{60}, \dots, \beta_{79}]$
0	111211,2440	227976,1388	244657,0145
5642,934986	116771,3744	233536,4284	250217,3108
11164,10022	122331,5239	239096,7203	255777,6091
16710,27085	127891,6901	244657,0145	261337,9000
22263,38218	133451,8708	250217,3108	266898,2109
27819,35045	139012,0643	255777,6091	272458,5142
33376,76461	144572,2692	261337,9091	278018,8191
38935,01024	150132,4841	266898,2109	283579,1253
44493,77746	155692,7081	272458,5142	289139,4329
50052,89325	161252,9401	278018,8191	294699,7418
55612,25343	166813,1793	283579,1253	322501,3028
61171,79155	172373,4252	294699,7418	328061,6179
66731,46323	177933,6770	200174,7336	333621,9339
72291,23773	183493,9342	205735,0082	339182,2507
77851,09305	194614,4629	211295,2862	344742,5682
83411,01305	200174,7336	216855,5675	350302,8866
88970,98561	205735,0082	222415,8517	355863,2056
94531,00149	211295,2862	227976,1388	361423,5253
100091,0535	216855,5675	233536,4284	366983,8456
105651,1358	222415,8517	239096,7203	372544,1666

Apêndice E

Raízes da Equação (5.90)

Tabela E.1 Raízes da Equação (5.90) aplicada ao problema-teste da Tabela 5.1.

$h_{i,1} = 1000 \text{ W / m}^2 \text{ K}$	$h_{i,2} = 5000 \text{ W / m}^2 \text{ K}$
$[\beta_1, \dots, \beta_{20}]$	$[\beta_1, \dots, \beta_{20}]$
56,32027384	125,8187402
5643,715330	5646,833733
11164,50639	11166,13065
16710,54386	16711,63580
22263,58755	22264,40897
27819,51497	27820,17302
33376,90181	33377,45061
38935,12789	38935,59851
44493,88044	44494,29236
50052,98481	50053,35103
55612,33584	55612,66549
61171,86648	61172,16619
66731,53192	66731,80668
72291,30114	72291,55478
77851,15193	77851,38747
83411,06801	83411,28785
88971,03714	88971,24325
94531,04999	94531,24398
100091,0993	100091,2825
105651,1792	105651,3528

Apêndice F

Algoritmo do Método Proposto

F.1 Algoritmo do Método Proposto com Newton-Raphson e Polak-Ribière

O algoritmo do método proposto com Newton-Raphson e Polak-Ribière, mostrado na Tabela F.1, pressupõe a definição da função-objetivo S , do valor inicial do parâmetro a ser estimado u , do número máximo de iterações do gradiente conjugado i_{\max} , da tolerância de erro do gradiente conjugado $\varepsilon_{GC} < 1$, do número máximo de iterações do Newton-Raphson j_{\max} e da tolerância de erro do Newton-Raphson $\varepsilon_{NR} < 1$. Os processos iterativos terminam quando o número máximo de iterações i_{\max} é excedido ou quando $\|r(i)\| < \varepsilon_{GC} \|r(0)\|$.

Tabela F.1 Processo iterativo do algoritmo do método proposto, com Newton-Raphson e Polak-Ribière.

```

i ← 0
k ← 0
n = "número máximo de iterações para limpar a memória residual"
 $\mathbf{r}_{GC} \leftarrow -\mathbf{S}'(u)$ 
Calcular o précondicionador  $\mathbf{H} \approx \mathbf{S}''(u)$ 
 $s_{GC} \leftarrow \mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{r}$ 
 $d_{GC} \leftarrow s_{GC}$ 
 $\delta_{novo} \leftarrow \mathbf{r}_{GC}^T \cdot \mathbf{d}_{GC}$ 
 $\delta_0 \leftarrow \delta_{novo}$ 
While i < imax and  $\delta_{novo} > \varepsilon_{GC}^2 \delta_0$  do
  j ← 0
   $\delta_{d_{GC}} \leftarrow 0$ 
  While j < jmax and  $\alpha^2 \delta_{d_{GC}} > \varepsilon_{NR}^2$  do
     $\alpha \leftarrow -\frac{[\mathbf{S}'(u)]^T \cdot \mathbf{d}_{GC}}{\mathbf{d}_{GC}^T \cdot \mathbf{S}''(u)}$ 
     $u = u + \alpha d_{GC}$ 
    j = j + 1
  end while
   $\mathbf{r}_{GC} = -\mathbf{S}'(u)$ 
   $\delta_{velho} \leftarrow \delta_{novo}$ 
   $\delta_m \leftarrow \mathbf{r}_{GC}^T \cdot \mathbf{s}_{GC}$ 
  Calcular o pré-condicionador  $\mathbf{H} \approx \mathbf{S}''(u)$ 
   $S \leftarrow \mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{r}_{GC}$ 
   $\delta_m \leftarrow \mathbf{r}_{GC}^T \cdot \mathbf{s}_{GC}$ 
   $\beta = \frac{\delta_{novo} - \delta_m}{\delta_{velho}}$ 
  k = k + 1
  if k = n or  $\beta \leq 0$ 
     $d_{GC} \leftarrow s_{GC}$ 
    k ← 0
  else
     $d_{GC} = s_{GC} + \beta d_{GC}$ 
    i = i + 1
  end if
end while

```