

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE ESTRUTURA  
MISTA DE CONCRETO E PERFIL PULTRUDADO DE  
PRFV SOB FLEXÃO

Dissertação submetida à Universidade  
Federal de Santa Catarina exigida  
pelo Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil - PPGEC, como  
parte dos requisitos para obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia Civil.

ISABEL CALEGARI CANALLI

Florianópolis, 2010

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE ESTRUTURA  
MISTA DE CONCRETO E PERFIL PULTRUDADO DE  
PRFV SOB FLEXÃO

ISABEL CALEGARI CANALLI

Dissertação submetida à Universidade  
Federal de Santa Catarina exigida  
pelo Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil - PPGEC, como  
parte dos requisitos para obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia Civil.

---

Prof<sup>a</sup>. Janaíde Cavalcante Rocha, Dr.Ing. – Coordenadora do PPGEC

---

Prof. Ivo José Padaratz, Ph.D. – Orientador / Moderador

---

Prof<sup>a</sup>. Henriette Lebre La Rovere, Ph.D. – Co-orientadora

COMISSÃO EXAMINADORA:

---

Prof. Narbal Ataliba Marcellino, Dr. – ECV/UFSC

---

Prof. Roberto Caldas Andrade Pinto, Ph.D. – ECV/UFSC

---

Prof. Luiz Carlos Pinto da Silva Filho, Ph.D. – UFRGS

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais pela oportunidade de estudar em Florianópolis e pelo apoio incondicional.

Ao professor Ivo José Padaratz e à professora Henriette Lebre La Rovere pela generosidade no compartilhamento do conhecimento, dedicação e apoio sempre presentes.

Aos meus familiares por torcerem pelo meu sucesso, principalmente minha tia, Carmen, e minha avó, Maria José.

Ao Tiago pela compreensão e aos meus amigos pelos momentos de distração.

Aos meus colegas Paulo Junges e Daniel Vieira Venâncio pelos valiosos auxílios na execução das etapas experimentais e pela amizade. Ao pessoal da salinha, Elizabeth e Lourenço, a todos do GPEND (Grupo de Pesquisa em Ensaio Não-destrutivos), especialmente à Silvana, e ao GIEM (Grupo Interdisciplinar de Estudos da Madeira) pela agradável convivência e apoio.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFSC que contribuíram para o enriquecimento deste trabalho.

Aos meus professores da Universidade Federal do Paraná que me incentivaram a buscar a continuidade da minha formação acadêmica.

À empresa SIKA, pelo fornecimento das resinas utilizadas neste estudo. À empresa CSE Composites pela doação dos perfis pultrudados de PRFV. À empresa Termotécnica pela doação dos blocos de EPS utilizados na confecção dos vigotes. À empresa NeoNatex pelo fornecimento das fibras. À empresa Metrológica Comércio e Representações LTDA pela manutenção da câmara climática.

À FAPESC (Fundação de Apoio à Pesquisa Científica e Tecnológica do Estado de Santa Catarina) e à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior) pelo apoio financeiro dado à pesquisa.

---

**SUMÁRIO**

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>ix</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>xi</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>xiii</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xvii</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Justificativa.....</b>	<b>3</b>
<b>1.2 Objetivo Geral.....</b>	<b>4</b>
<b>1.3 Objetivos Específicos .....</b>	<b>4</b>
<b>1.4 Estrutura da Dissertação.....</b>	<b>5</b>
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>7</b>
<b>2.1 Materiais Compostos Avançados.....</b>	<b>7</b>
<b>2.1.1 Materiais Componentes.....</b>	<b>7</b>
2.1.1.1 Componentes Estruturais .....	7
2.1.1.2 Componentes Matriciais.....	10
2.1.1.3 Processo de Pultrusão.....	11
<b>2.1.2 Propriedades Elásticas de Perfis de PRFV – Material Ortotrópico Equivalente .....</b>	<b>13</b>
2.1.2.1 Análise Micromecânica de uma Lâmina .....	13
2.1.2.2 Análise Macromecânica de uma Lâmina .....	16
2.1.2.3 Análise Macromecânica de um Laminado .....	21
<b>2.1.3 Propriedades Elásticas de Perfis de PRFV – Material Isotrópico Equivalente .....</b>	<b>26</b>
<b>2.1.4 Propriedades dos Perfis de PRFV na Ruptura .....</b>	<b>29</b>
<b>2.2 Concreto.....</b>	<b>30</b>
<b>2.2.1 Concreto com Fibras de Polipropileno.....</b>	<b>31</b>
<b>2.3 Polímeros Reforçados com Fibras e Concreto.....</b>	<b>33</b>

---

<b>3</b>	<b>RIGIDEZ À FLEXÃO .....</b>	<b>41</b>
3.1	Introdução .....	41
3.2	Rigidez à Flexão de Perfis de PRFV .....	41
3.2.1	Análise Experimental .....	42
3.2.2	Análise Numérica .....	48
3.2.3	Análise dos Resultados .....	50
3.3	Rigidez à Flexão de Vigas Mistas Concreto/PRFV .....	53
3.3.1	Análise Teórica.....	54
3.3.2	Análise Experimental .....	57
3.3.3	Análise Numérica.....	67
3.3.4	Análise dos Resultados .....	68
<b>4</b>	<b>ADERÊNCIA CONCRETO E PERFIL DE PRFV .....</b>	<b>71</b>
4.1	Análise Experimental.....	71
4.1.1	Estudo da Interface concreto/perfil.....	71
4.1.2	Influência da Adição de Fibras de Polipropileno.....	75
4.2	Análise dos Resultados .....	79
4.3	Estudo Complementar .....	82
4.3.1	Análise dos Resultados .....	89
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>93</b>
5.1	Conclusões .....	93
5.1.1	Rigidez à flexão .....	93
5.1.1.1	Rigidez à flexão de perfis de PRFV .....	93
5.1.1.2	Rigidez à flexão de vigas mistas concreto/PRFV.....	93
5.1.2	Aderência concreto e perfil de PRFV .....	94
5.1.2.1	Comportamento da tensão de aderência .....	94
5.1.2.2	Estudo complementar .....	94
5.2	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	95
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>97</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>101</b>

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 1.1 – Aplicações de materiais compostos avançados ..... 1

Figura 1.2 – Detalhe da laje mista ..... 2

Figura 1.3 – Seções dos perfis ..... 3

Figura 2.1 – Filamento contínuo (*rovings*) ..... 8

Figura 2.2 – Filamentos entrelaçados (*woven roving*) ..... 9

Figura 2.3 – Manta de fibras picotadas (*chopped-strand mat*) ..... 9

Figura 2.4 – Manta de fibras contínuas (*continuous strand mat*) ..... 9

Figura 2.5 – Manta fina ou véu (*surfacing mat* ou *veil*) ..... 10

Figura 2.6 – Tecido (*cloth*) ..... 10

Figura 2.7 – Processo de pultrusão ..... 12

Figura 2.8 – Formas possíveis de perfis pultrudados ..... 12

Figura 2.9 – Eixos local e global de uma lâmina orientada ..... 18

Figura 2.10 – Deformação do laminado no plano  $xz$  ..... 22

Figura 2.11 – Detalhe das lâminas do laminado ..... 26

Figura 2.12 – Flexão de uma viga de seção transversal H ..... 27

Figura 2.13 – Configuração do ensaio de flexão a três pontos ..... 28

Figura 2.14 – NeoFibra MF ..... 32

Figura 2.15 – Fibra *Durus* ..... 32

Figura 2.16 – Geometria do protótipo utilizado ..... 33

Figura 2.17 – Ensaio de flexão à 4 pontos ..... 34

Figura 2.18 – Tipos selecionados de barras ..... 35

Figura 2.19 – Barras preparadas para ensaio de tração ..... 36

Figura 2.20 – Ensaio de viga curta ..... 36

Figura 3.1 – Seção do perfil utilizado ..... 41

Figura 3.2 – Ensaio à flexão a três pontos ..... 43

Figura 3.3 – Foto do CP-1 ..... 44

Figura 3.4 – Gráfico  $(4Av/PL)$  versus  $(L/r)^2$  ..... 45

Figura 3.5 – Modelo do perfil ..... 48

Figura 3.6 – Sentido dos eixos locais ..... 49

Figura 3.7 – Diagrama  $(4Av/PL)$  versus  $(L/r)^2$  para o SAP ..... 50

Figura 3.8 – Gráficos  $(P \times v)$  ..... 52

Figura 3.9 – Seção dos vigotes ..... 53

Figura 3.10 – Seção homogeneizada ..... 54

Figura 3.11 – Fôrmas dos vigotes ..... 58

Figura 3.12 – Aplicação da resina ..... 59

Figura 3.13 – Vigote concretado ..... 59

Figura 3.14 – Esquema do ensaio do vigote ..... 60

Figura 3.15 – Preparação do ensaio do vigote .....	61
Figura 3.16 – Gráfico $P \times v$ para os vigotes.....	62
Figura 3.17 – Ruptura local na região do apoio do V2 .....	63
Figura 3.18 – Fissura no V1 .....	64
Figura 3.19 – Deformação excessiva no apoio do V1 .....	64
Figura 3.20 – Detalhe da ruptura no perfil do V1 .....	64
Figura 3.21 – Fissura no V3 .....	65
Figura 3.22 – Instabilidade global do V3 .....	65
Figura 3.23 – Modos de instabilidade.....	66
Figura 3.24 – Instabilidade do V4 .....	66
Figura 3.25 – Modelo do vigote .....	67
Figura 3.26 – Gráficos carga x deslocamento para todas as análises ....	68
Figura 3.27 – Gráficos carga x deslocamento até 2000 kN .....	69
Figura 4.1 – Detalhe dos corpos-de-prova para o ensaio de aderência..	71
Figura 4.2 – Fôrma para os corpos-de-prova de aderência .....	72
Figura 4.3 – Corpo-de-prova de aderência .....	72
Figura 4.4 – Esquema do ensaio de cisalhamento duplo .....	73
Figura 4.5 – Foto do ensaio de cisalhamento duplo.....	74
Figura 4.6 – Ruptura típica ( $T_0$ ).....	75
Figura 4.7 – Ruptura típica para fibra <i>MF</i> .....	76
Figura 4.8 – Ruptura típica para fibra <i>Durus</i> 1%.....	77
Figura 4.9 – Ruptura típica para fibra <i>Durus</i> 2%.....	78
Figura 4.10 – Ruptura típica ( $T_1$ ).....	83
Figura 4.11 – Ruptura do $T_1$ -3 .....	83
Figura 4.12 – Ruptura típica ( $T_2$ ).....	84
Figura 4.13 – Ruptura típica ( $T_3$ ).....	85
Figura 4.14 – Ruptura típica ( $T_4$ ).....	86
Figura 4.15 – Resultados aderência .....	87
Figura 4.16 – Comportamento da tensão de aderência.....	88

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 2.1 – Propriedades mecânicas das fibras de vidro-E e vidro-S ....	8
Tabela 2.2 – Classificação dos componentes matriciais .....	10
Tabela 2.3 – Propriedades de alguns tipos de resina .....	11
Tabela 2.4 - Propriedades das lâminas e do laminado .....	26
Tabela 2.5 – Propriedades das fibras de polipropileno .....	33
Tabela 3.1 – Distância entre apoios para diferentes relações $(L/r)^2$ .....	42
Tabela 3.2 – Deslocamentos verticais obtidos para cada vão (mm) .....	44
Tabela 3.3 – Valores obtidos para $E$ e $G$ para cada corpo-de-prova .....	45
Tabela 3.4 – Verificação de valor espúrio para o $E$ .....	46
Tabela 3.5 – Verificação de valor espúrio para o $G$ .....	46
Tabela 3.6 – Valores finais para $E$ e $G$ .....	46
Tabela 3.7 – Valores de $E$ e $G$ encontrados na literatura .....	47
Tabela 3.8 – Resumo das propriedades para os perfis .....	47
Tabela 3.9 – Comparação entre as rigidezes dos perfis .....	47
Tabela 3.10 – Propriedades elásticas dos laminados .....	49
Tabela 3.11 – Deslocamentos obtidos no SAP (em mm) .....	49
Tabela 3.12 – Valores finais para $E$ e $G$ obtidos numericamente .....	50
Tabela 3.13 – Comparação entre $E$ e $G$ , experimental e numérico .....	52
Tabela 3.14 – Propriedades geométricas da seção homogeneizada .....	55
Tabela 3.15 – Rigidez da seção transformada .....	55
Tabela 3.16 – Deslocamento vertical no meio do vão, teórico .....	56
Tabela 3.17 – Módulo de elasticidade aparente teórico .....	56
Tabela 3.18 – Características da resina Sikadur 31 .....	57
Tabela 3.19 – Características do concreto .....	57
Tabela 3.20 – Deslocamentos no meio do vão para os 4 vigotes (mm) .....	61
Tabela 3.21 – Módulo de elasticidade aparente, $Ea$ , em GPa .....	62
Tabela 3.22 – Módulo de elasticidade aparente final por vigote .....	63
Tabela 3.23 – Deslocamento vertical no meio do vão, numérico .....	68
Tabela 3.24 – Módulo de elasticidade aparente numérico .....	68
Tabela 3.25 – Comparação dos módulos de elasticidade aparente .....	69
Tabela 4.1 – Resultados para $T_0$ .....	74
Tabela 4.2 – Resultados para fibra $MF$ .....	76
Tabela 4.3 – Resultados para fibra <i>Durus</i> 1% .....	76
Tabela 4.4 – Resultados para fibra <i>Durus</i> 2% .....	77
Tabela 4.5 – Verificação de valor espúrio .....	78
Tabela 4.6 – Tensões de aderência finais .....	79
Tabela 4.7 – Resistência do concreto (MPa) .....	79

Tabela 4.8 – Resumo das tensões de aderência .....	80
Tabela 4.9 – Resumo dos dados .....	80
Tabela 4.10 – Análise ANOVA para a resistência do concreto .....	80
Tabela 4.11 – Resumo dos dados.....	81
Tabela 4.12 – Análise ANOVA para a adição de fibras .....	81
Tabela 4.13 – Comparação 2 a 2.....	82
Tabela 4.14 – Resultados para $T_1$ .....	83
Tabela 4.15 – Resultados para $T_2$ .....	84
Tabela 4.16 – Resultados para $T_3$ .....	85
Tabela 4.17 – Resultados para $T_4$ .....	85
Tabela 4.18 – Verificação de valor espúrio .....	86
Tabela 4.19 – Tensões de aderência finais .....	87
Tabela 4.20 – Resistência do concreto (MPa) .....	89
Tabela 4.21 – Resumo dos dados.....	89
Tabela 4.22 – Análise ANOVA para a resistência do concreto .....	89
Tabela 4.23 – Resumo dos dados.....	90
Tabela 4.24 – Análise ANOVA para influência do número de dias de exposição .....	90
Tabela 4.25 – Resumo dos dados.....	90
Tabela 4.26 – Análise ANOVA para tempo de exposição até $T_2$ .....	91

**LISTA DE SÍMBOLOS**

$v_c, v_f, v_m, v_v$	Volume do composto, da fibra, matriz e vazios
$V_f, V_m, V_v$	Fração volumétrica
$\rho$	Densidade
$E_1$	Módulo de elasticidade longitudinal
$E_2$	Módulo de elasticidade transversal
$G_{12}$	Módulo de elasticidade cisalhante
$\nu_{12}$	Coefficiente de Poisson
[S]	Matriz de flexibilidade
[Q]	Matriz de rigidez
[T]	Matriz de transformação
[R]	Matriz de Reuter
$[\bar{Q}]$	Matriz de rigidez transformada
$[\bar{S}]$	Matriz de flexibilidade reduzida
$\varepsilon, \gamma$	Deformações específicas
$k$	Curvatura
[A]	Matriz de rigidez extensional
[B]	Matriz de ligação
[D]	Matriz de rigidez à flexão
$v_f$	Deslocamento vertical devido à flexão
$v_c$	Deslocamento vertical devido ao cisalhamento
$I_y$	Momento de inércia da seção em torno do eixo $y$
$A$	Área da seção transversal
$K_y$	Coefficiente de forma de cisalhamento
$d$	altura total da seção do perfil
$t$	espessura da mesa e da alma
$P$	Carga concentrada no meio do vão

$L$	Vão
$(L/r)$	Índice de esbeltez
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto
$f_{cd}$	Resistência de cálculo do concreto
$E_{ci}$	Módulo de elasticidade do concreto
$E_{cs}$	Módulo de elasticidade secante do concreto
$I_{eq}$	Momento de inércia equivalente da seção transformada
$A_{eq}$	Área equivalente da seção transformada
$E_a$	Módulo de elasticidade aparente

## RESUMO

É cada vez maior o interesse por estudos relacionados a novos materiais de possível utilização na construção, em conjunto com o concreto, como é o caso dos polímeros reforçados com fibras de vidro (PRFV). Este material é uma alternativa à utilização do aço, principalmente em regiões em que a ação dos agentes agressivos é intensa, degradando o aço e causando danos graves nas estruturas compostas por este material. Algumas vantagens do material PRFV podem ser citadas: resistência à corrosão, leveza e elevada resistência específica. No entanto, esses materiais apresentam valores baixos de módulo de elasticidade o que resulta em projetos governados por limites de deslocamento em serviço ou de flambagem, no caso de paredes finas, ao invés de limites de resistência. Desta forma, é de grande importância a determinação da rigidez à flexão destes perfis.

Neste trabalho obteve-se, inicialmente, esta rigidez à flexão dos perfis pultrudados, determinando-se os módulos de elasticidade longitudinal (E) e de cisalhamento (G) assim como para vigas mistas formadas por uma capa de concreto disposta sobre um perfil de PRFV, usando blocos de EPS como enchimento. A obtenção destes parâmetros foi feita de forma experimental e numérica apresentando boa aproximação entre os métodos para a análise dos perfis e uma rigidez maior para a análise teórica das vigas mistas.

Outro tema abordado é a aderência entre os materiais concreto e perfil de PRFV. Para este estudo foram confeccionados protótipos compostos por um perfil de PRFV e dois prismas de concreto e ensaiados ao cisalhamento duplo até a ruptura. Dois estudos foram realizados para caracterizar a tensão de aderência desta interface. O Estudo 1 analisou o comportamento desta tensão frente a processos de envelhecimento acelerado. Os corpos-de-prova foram ensaiados a 1, 2, 3, 4 e 5 meses, sendo aqueles das quatro últimas idades colocados em uma câmara de envelhecimento para acelerar o processo de degradação. Mas, não foi possível obter uma conclusão consistente para o comportamento da tensão. O Estudo 2 avaliou a influência nesta tensão quando da adição de tipos diferentes de fibras ao concreto. Resultando diferença apenas quando são comparados os tipos de fibras utilizadas.

Palavras-chave: PRFV, rigidez à flexão, aderência, adição de fibras.

## ABSTRACT

There is an increasing interest in studies related to new materials for possible use in construction, combined with concrete, as is the case of glass fibers reinforced polymers (GFRP). This material is an alternative to steel, especially in regions where the action of aggressive agents is intense, degrading the steel and causing severe damage to structures composed of this material. Some advantages of FRP material may be mentioned: resistance to corrosion, lightweight and high specific strength. However, these materials present low values of elastic moduli which results in projects governed by limitations in deflection at service load levels, or by buckling, in the case of thin-walled sections, instead of ultimate strength limits. Hence, it becomes crucial to evaluate accurately the flexural stiffness of these profiles.

The flexural stiffness of pultruded profiles were obtained by determining the flexural elastic modulus (E) and shear modulus (G) as well as for composite beams that consists of a concrete cover placed over a GFRP profile with foam in between. These parameters were obtained both experimentally and numerically and the results showed a good approximation between the methods for the analysis of GFRP profiles and a greater stiffness to the theoretical analysis of composite beams.

Another topic addressed is the bond strength behavior between concrete and GFRP profile. For this study prototypes consisting of a GFRP profile and two concrete prisms were fabricated and subjected to a double shear test up to failure. Two studies were conducted to characterize the bond strength between those materials. Study 1 examined the behavior of this strength when subjected to accelerated environmental ageing. The specimens were tested at 1, 2, 3, 4 and 5 months, and those of the last four ages placed on a climatic chamber to accelerate the aging process of degradation. But it was not possible to obtain a consistent conclusion for the behavior of bond strength. Study 2 evaluated the influence of the addition of different types of fibers to concrete on the bond strength. Differences were only found when comparing the types of fibers.

Key-words: GFRP, flexural stiffness, bond, fiber addition.

## 1 INTRODUÇÃO

Os materiais compostos avançados vêm sendo muito utilizados na indústria automobilística, naval, ferroviária e aeroespacial, na execução de estruturas principais de automóveis, barcos, satélites, naves espaciais, entre outros. Mais recentemente esses materiais têm se mostrado como uma alternativa viável para aplicação também na Engenharia Civil, devido a algumas características favoráveis tais como elevada resistência específica (resistência/massa específica), leveza, resistência à corrosão e à fadiga, e transparência eletro-magnética, (MOSALLAM, 2002).

São utilizados para recuperação e reforço externo de estruturas, reforço interno para estruturas de concreto e para desenvolvimentos de novos sistemas estruturais. Particularmente os materiais de polímeros reforçados com fibra (PRF) têm sido empregados em elementos de estruturas externas submetidas a ambientes agressivos tais como pontes, passarelas, plataformas marítimas e torres.

Um exemplo de aplicação de PRF em sistemas estruturais de passarelas é a passarela estaiada de 39.6 m de comprimento, construída dentro do campus da Universidade da Califórnia, San Diego (UCSD), mostrada na Figura 1.1a). Há vários outros exemplos de aplicação de materiais PRF em passarelas, entre elas pode-se citar a de Aberfeldy, na Escócia, de 114 m de comprimento e 2 m de largura, ver Figura 1.1b), e a de Kolding, na Dinamarca, de 40 m de comprimento e 3 m de largura, ver Figura 1.1c).



a) Foto: Frieder Seible



b) Foto: Bob Cortright



c) Foto: Per Wählin

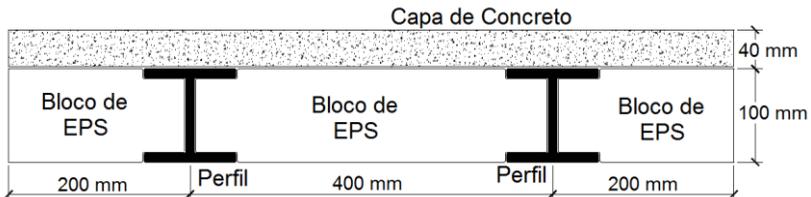
### Figura 1.1 – Aplicações de materiais compostos avançados

(a) Scripps I. Ó., UCSD, EUA; (b) Aberfeldy, Escócia  
([www.pwpeics.se/scotland.htm](http://www.pwpeics.se/scotland.htm)) e (c) Kolding, Dinamarca  
([www.pwpeics.se/denmark.htm](http://www.pwpeics.se/denmark.htm)).

Polímeros reforçados com fibras de vidro (PRFV) são mais utilizados devido ao baixo custo da fibra de vidro quando comparado com outros tipos de fibras (SANTOS NETO e LA ROVERE, 2006). Mas, devido aos baixos valores dos módulos de elasticidade quem governa o projeto de vigas de PRFV submetidas à flexão são os limites de deslocamento ou de estabilidade no caso de parede fina, ao invés dos limites de resistência. Além disso, devido à baixa relação entre o módulo de cisalhamento e o módulo de elasticidade longitudinal, a deformação por cisalhamento torna-se uma parcela significativa da deformação total de perfis de PRFV submetidos à flexão simples (ROBERTS e AL-UBAIDI, 2002). Kumar et al, (2003) confirmaram as observações desses estudos e também mostraram que os perfis de PRFV se comportam no regime elástico-linear, devido ao nível elevado de deformação específica atingido na ruptura por ambos os materiais, fibra de vidro e resina.

A partir da década de 90, os engenheiros e pesquisadores despertaram para os benefícios de se combinar o concreto com PRF. Enquanto estes fornecem a resistência à tração aqueles proporcionam a resistência à compressão e a estabilidade do conjunto. Assim, tira-se proveito das características favoráveis dos dois materiais e reduz-se o custo total da obra, em comparação com sistemas constituídos apenas por PRF.

Tirando partido de todas estas propriedades, Santos Neto e La Rovere (2002) propuseram um sistema de laje mista de concreto e perfis pultrudados de PRFV, com seção mostrada na Figura 1.2. Este estudo faz parte de um projeto chamado *Laje Mista de Concreto e Perfis Pultrudados de PRFV – Aplicação em Tabuleiros de Passarelas* que começou em 2002 na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).



**Figura 1.2 – Detalhe da laje mista**

Este sistema consiste de uma capa de concreto sobre vigas de perfis H pultrudados, com preenchimento de blocos de EPS (poliestireno

expandido) entre os perfis, sendo adicionadas fibras curtas de polipropileno à capa de concreto. O conjunto de perfis de PRFV e blocos de EPS funciona como fôrma para o concreto fresco, não sendo necessário o uso de escoramentos. A aderência entre estes materiais foi realizada por meio de um adesivo estrutural a base de resina epóxi.

A seção utilizada por Santos Neto e La Rovere (2002) é apresentada na Figura 1.3a) e, uma vez que esta seção não estava mais sendo fabricada, escolheu-se uma nova seção para dar continuidade a este projeto, apresentada na Figura 1.3b).

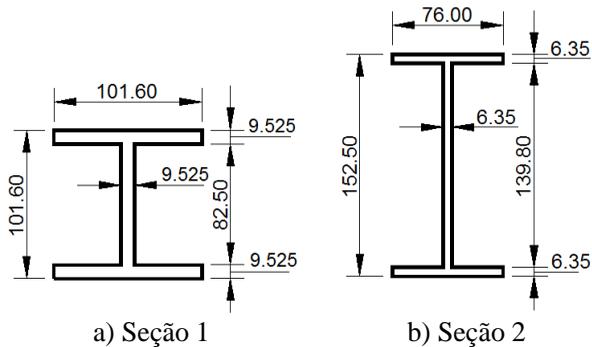


Figura 1.3 – Seções dos perfis

Deste projeto fazem ainda parte outros três professores e dois alunos de mestrado estudando outros tópicos: o comportamento dinâmico e à flexão assim como a verificação da punção e cisalhamento, com o objetivo de validar a utilização desse sistema de laje mista.

## 1.1 Justificativa

Uma vez que a seção do perfil utilizada neste trabalho não é a mesma utilizada por Santos Neto (2006) fez-se necessária nova obtenção da rigidez à flexão dos perfis de PRFV.

Santos Neto (2006) em sua tese de doutorado ensaiou três lajes mistas à flexão obtendo três diferentes tipos de ruptura:

- Descolamento da capa de concreto do perfil pultrudado devido às tensões de cisalhamento na interface que ultrapassaram a resistência de aderência na ligação concreto/perfil;
- Ruptura por cisalhamento na alma dos perfis em função das tensões

de cisalhamento na alma do perfil ultrapassarem a resistência ao cisalhamento do material PRFV;

- Ruptura combinada, apenas um dos perfis rompeu na alma, formando uma fissura longitudinal no concreto sobre o perfil em apenas um lado.

Os diferentes tipos de ruptura mostram que há a necessidade de maiores estudos sobre a aderência e o cisalhamento. Desta forma, pretende-se continuar a verificação da viabilidade de utilização destes perfis no sistema de laje mista em desenvolvimento na UFSC, dando ênfase ao comportamento sob flexão.

São realizados estudos de caracterização da rigidez à flexão dos perfis e também de vigotes mistos de concreto e perfil de PRFV além do estudo da aderência entre concreto e perfil. Como estudo preliminar ao comportamento da laje mista na ruptura, investiga-se o comportamento dos vigotes mistos de concreto/perfil de PRFV sob flexão a 3 pontos.

## 1.2 Objetivo Geral

O presente estudo visa dar continuidade ao desenvolvimento deste sistema de laje mista, analisando o comportamento da interface concreto/perfil. Obter a rigidez à flexão dos perfis de PRFV e de pequenos vigotes mistos de concreto e perfil de PRF, assim como verificar os modos de ruptura deste conjunto, também fazem parte dos objetivos deste trabalho.

## 1.3 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho estão descritos nos itens a seguir:

- caracterizar os perfis pultrudados à flexão determinando os módulos de elasticidade longitudinal ( $E$ ) e de cisalhamento ( $G$ ), de forma experimental e numérica;
- caracterizar a interface concreto/perfil obtendo a tensão de aderência;
- analisar o comportamento à flexão de pequenos vigotes mistos de concreto e perfil de PRFV de forma teórica, numérica e experimental;

- no decorrer de quatro meses estudar a aderência entre o concreto e o perfil em protótipos submetidos a envelhecimento acelerado (colocação em câmara de envelhecimento);
- verificar a influência da adição de fibras na aderência entre concreto/perfil.

#### **1.4 Estrutura da Dissertação**

O presente trabalho está estruturado em 6 capítulos, incluindo a introdução e as referências bibliográficas, acrescida de 10 anexos.

O Capítulo 2 apresenta, resumidamente, a revisão bibliográfica referente aos diversos assuntos abordados, como os Materiais Compostos Avançados, obtenção das propriedades elásticas dos perfis de PRFV, concretos com fibras e a ligação entre concreto e perfil.

No Capítulo 3 é apresentada a obtenção da rigidez à flexão, primeiro para perfis de PRFV e em seguida para vigas mistas de concreto e perfis de PRFV, de forma experimental e numérica.

O Capítulo 4 é direcionado para o estudo da aderência entre concreto e perfil. Dois diferentes estudos foram realizados: a influência na tensão de aderência quando da adição de fibras no concreto e o comportamento da tensão de aderência em corpos-de-prova submetidos a envelhecimento acelerado. Este último estudo, colocado no final desse capítulo, não apresentou conclusões satisfatórias sendo então apenas apresentado para auxiliar futuras pesquisas.

Finalmente, no Capítulo 5, são apresentadas algumas conclusões, sugestões e recomendações para trabalhos futuros.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Este capítulo tem por objetivo, primeiramente, descrever os materiais compostos avançados, seus componentes, suas principais propriedades e seu processo de fabricação. Em seguida uma breve revisão sobre concreto e concreto com fibras de polipropileno, também considerado um material composto avançado. Por fim, um destaque é dado à literatura consultada, cujo tema encontra-se diretamente ligado ao objetivo principal desta pesquisa.

### **2.1 Materiais Compostos Avançados**

De acordo com Mendonça (2005), “Um material composto é um conjunto de dois ou mais materiais diferentes, combinados em escala macroscópica, para funcionarem como uma unidade, visando obter um conjunto de propriedades que nenhum dos componentes individualmente apresenta.”

#### **2.1.1 Materiais Componentes**

Os compostos constituem uma classe de materiais heterogêneos, multifásicos, podendo ser ou não poliméricos, em que um dos componentes dá a principal resistência ao esforço (componente estrutural) e o outro é o meio de transferência deste esforço (componente matricial) (MANO, 2000).

A atuação conjunta dos dois componentes faz com que algumas propriedades do material composto seja melhorada em relação aos seus constituintes, como é o caso da resistência, rigidez, isolamento térmico e acústico, resistência à corrosão, condutividade térmica, durabilidade, entre outras (PIERIN, 2005).

##### **2.1.1.1 Componentes Estruturais**

Os componentes estruturais devem ter resistência, rigidez e maleabilidade para suportar cargas e impedir deformações excessivas.

Com relação ao comprimento, as fibras podem ser contínuas, longas ou curtas. Quanto à sua disposição podem ser unidirecionais, bidirecionais em forma de tecido ou aleatoriamente orientadas. O primeiro tipo caracteriza-se por fornecer reforços apenas na direção em

que as fibras são dispostas, já o segundo tipo permite reforços em duas direções, enquanto o último tipo produz reforços aleatórios.

Como este estudo trata sobre fibras de vidro, serão apresentadas a seguir algumas características apenas para este tipo de fibra. As fibras de vidro têm vantagem sobre outros tipos quando são comparados custos (a de vidro tem custo menor) e a relação resistência/densidade (para estas fibras esta relação é alta). Porém, possuem baixa relação módulo de elasticidade/densidade e baixa resistência à abrasão, o que reduz a resistência à ruptura. Na Tabela 2.1 encontram-se algumas propriedades mecânicas dos dois tipos principais de fibra de vidro, vidro-E (*E-glass*) e vidro-S (*S-glass*). A letra *E* no vidro-E origina-se de *electrical*, pois é usada em instalações elétricas, já a letra *S* em vidro-S origina-se de sílica, por possuir alta concentração deste composto químico.

**Tabela 2.1 – Propriedades mecânicas das fibras de vidro-E e vidro-S**

PROPRIEDADE	VIDRO-E	VIDRO-S
Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	2,54	2,49
Módulo de Elasticidade (GPa)	72,4	85,5
Resistência à tração (MPa)	1720	2400
Coefficiente de dilatação térmica (10 <sup>-6</sup> /°C)	5,0	2,9
Diâmetro da fibra (µm)	3-20	8-13
Elongamento Elástico (%)	4,8	5,4

Fonte: MENDONÇA, 2005.

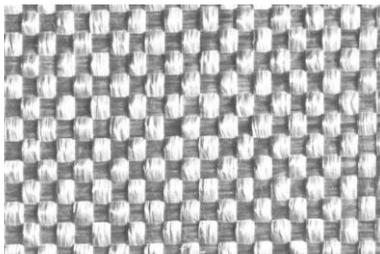
Algumas formas comercialmente disponíveis das fibras de vidro são apresentados a seguir. As Figuras 2.1 a 2.6 constam em Lubin (1969) apud Santos Neto (2006).

- Filamentos (*rovings*): conjunto de filamentos contínuos unidirecionais bobinados juntos, de diâmetro de 9 a 13 µm e rendimento (número de metros/unidade de massa) de 3600 m/kg a 450 m/kg, Figura 2.1;



**Figura 2.1 – Filamento contínuo (*rovings*)**

- Filamentos entrelaçados (*woven roving*): tecido composto pelo entrelaçamento de dois filamentos ou faixas de fibras, com peso de 600 a 800 g/m<sup>2</sup>, Figura 2.2;



**Figura 2.2 – Filamentos entrelaçados (*woven roving*)**

- Manta de fibras picotadas (*chopped strand mat*): formada por fios picados, de 25 a 50 mm de comprimento, dispostos aleatoriamente, com peso de 250 a 920 g/m<sup>2</sup>, Figura 2.3;



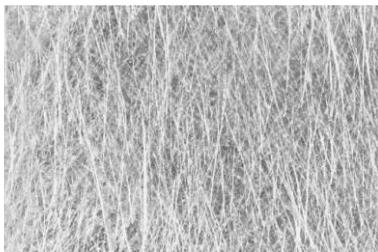
**Figura 2.3 – Manta de fibras picotadas (*chopped-strand mat*)**

- Manta de fibras contínuas (*continuous strand mat*): formadas por fibras depositadas de forma emaranhada, Figura 2.4;



**Figura 2.4 – Manta de fibras contínuas (*continuous strand mat*)**

- Manta fina ou véu (*surfacing mat* ou *veil*): aglomerado fino, composto de uma camada de filamentos contínuos, Figura 2.5;



**Figura 2.5 – Manta fina ou véu (*surfacing mat* ou *veil*)**

- Tecido (*cloth*): formado por contínuos filamentos de fios, fabricado por processo têxtil convencional, com peso de 150 a 400 g/m<sup>2</sup>, Figura 2.6.



**Figura 2.6 – Tecido (*cloth*)**

### 2.1.1.2 Componentes Matriciais

Os componentes matriciais têm a função de manter a orientação das fibras e seu espaçamento, transmitir as forças de cisalhamento entre as camadas de fibras e proteger a fibra de danos superficiais. A classificação destes materiais é apresentada na Tabela 2.2.

**Tabela 2.2 – Classificação dos componentes matriciais**

NATUREZA	EXEMPLOS
Termoplástica	Polipropileno, nylon, Policarbonato, poli-sulfonas
Termofixa	Epóxi, poliéster, poliamidas

*Fonte: MANO, 2000.*

Os polímeros termoplásticos são aqueles que amolecem ou fundem quando aquecidos, o que não ocorre com os polímeros termofixos, pois, uma vez o material endurecido, ele não pode ser amolecido ou fundido pelo calor. Logo, por serem menos afetados pela variação de temperatura, os polímeros termofixos são mais utilizados como componentes matriciais, principalmente o epóxi e o poliéster. Na Tabela 2.3 encontram-se algumas propriedades de tipos de resinas.

**Tabela 2.3 – Propriedades de alguns tipos de resina**

PROPRIEDADE	TERMOFIXAS		TERMOPLÁSTICAS
	Epóxi	Poliéster	Polipropileno
Massa Específica (kg/m <sup>3</sup> )	1100 - 1400	1200 - 1500	900
Módulo de Elasticidade (GPa)	3 - 6	2 - 4,5	1,0 - 1,4
Coefficiente de Poisson	0,38 - 0,4	0,37 - 0,39	0,3
Resistência à Tração (MPa)	35 - 100	40 - 90	-
Resistência à Compressão (MPa)	100 - 200	90 - 250	-
Tensão de Escoamento (MPa)	-	-	25 - 38
Limite de Deformação (%)	1 - 6	2	> 300
Coef. de Dilatação Térmica (10 <sup>-6</sup> /°C)	60	100 - 200	110
Temperatura de Amolecimento (°C)	-	-	175
Absorção de água (24h a 20°C) (%)	0,1 - 0,4	0,1 - 0,3	0,03

*Fonte: HULL (1992).*

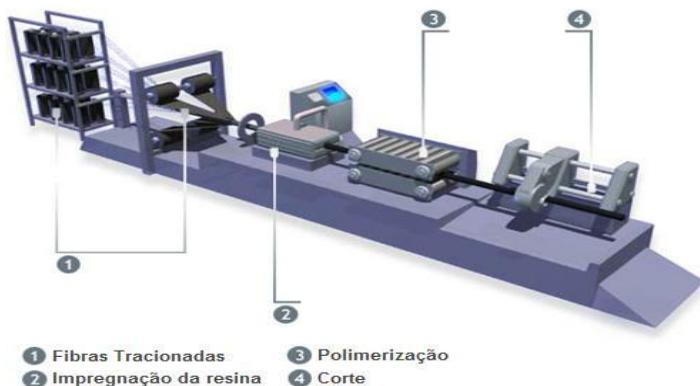
As resinas epoxídicas são consideradas uma extensão das resinas do tipo vinil éster, sendo consideradas superiores ao poliéster em diversos aspectos, como: melhor adesão às fibras, resistência à absorção de umidade e contração durante a cura.

### **2.1.1.3 Processo de Pultrusão**

Existem vários métodos de fabricação de componentes de materiais compostos por polímeros reforçados com fibras, como por exemplo: processo manual, processo manual por spray, bobinamento, moldagem por membrana, processo com preformados, por centrifugação, moldagem rápida com termoplásticos e a pultrusão. Neste

trabalho será focado apenas o último processo, pois foi o utilizado para fabricação dos perfis utilizados no projeto de pesquisa.

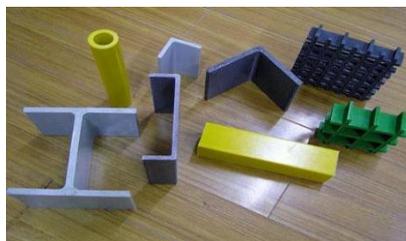
A pultrusão ou trefilação gera perfis contínuos de seção uniforme seguindo o processo apresentado na Figura 2.7. Várias formas de perfis podem ser confeccionadas, como aqueles na Figura 2.8. Uma vantagem deste método é o alto volume relativo de fibras que pode ser utilizado, podendo ser fios contínuos ou mantas.



**Figura 2.7 – Processo de pultrusão**

O processo de pultrusão é composto das seguintes etapas:

- grande quantidade de fios é puxada de carretéis e passa por um banho de resina;
- as fibras passam por um conformador do perfil, o qual dará a forma do perfil;
- a barra pré-formada passa por processos de cura (com calor);
- a barra é cortada no comprimento desejado.



**Figura 2.8 – Formas possíveis de perfis pultrudados**

## 2.1.2 Propriedades Elásticas de Perfis de PRFV – Material Ortotrópico Equivalente

Neste item é apresentada a obtenção das propriedades elásticas de perfis de PRFV, considerando material ortotrópico equivalente, por meio da Regra das Misturas e da Teoria Clássica da Laminação.

### 2.1.2.1 Análise Micromecânica de uma Lâmina

Por meio da Análise Micromecânica é possível, a partir das propriedades mecânicas do tipo escolhido de fibra e resina e da porcentagem (em volume) de fibras a ser utilizada, determinar as propriedades mecânicas de uma lâmina de material composto, como mostrado a seguir.

Adotando-se o índice  $f$  para fibras,  $m$  para matriz,  $c$  para o composto e  $v$  para vazios, tem-se que:

$$v_c = v_f + v_m + v_v \quad (2.1)$$

Em que  $v$  corresponde ao volume. Para o caso de perfis fabricados pelo processo de pultrusão, adota-se índice de vazios nulo ( $v_v = 0$ ). Dividindo-se os volumes de fibras, matriz e vazios pelo volume do composto, encontram-se as Frações Volumétricas ( $V$ ), como mostra a Equação 2.2.

$$V_f = \frac{v_f}{v_c}, \quad V_m = \frac{v_m}{v_c}, \quad V_v = \frac{v_v}{v_c} \quad (2.2)$$

Sendo que

$$V_f + V_m + V_v = 1 \quad (2.3)$$

Definem-se ainda as densidades ( $\rho$ ), resultando na Equação 2.4.

$$\rho_c v_c = \rho_f v_f + \rho_m v_m \quad (2.4)$$

Dividindo-se ambos os lados por  $v_c$ , obtém-se:

$$\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m \quad (2.5)$$

A partir da Equação 2.5 pode-se definir uma relação que representa a forma básica de várias das equações que definem outras propriedades do composto. Este tipo de relação é conhecido como Regra da Mistura (MENDONÇA, 2005).

$$(\text{propriedade } X)_c = (\text{propriedade } X)_f V_f + (\text{propriedade } X)_m V_m \quad (2.6)$$

Como exemplo, pode-se obter o módulo de elasticidade longitudinal do composto ( $E_1$ ), a partir do módulo de elasticidade da fibra ( $E_f$ ) e da matriz ( $E_m$ ):

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (2.7)$$

Para a obtenção do módulo de elasticidade transversal do composto, a Equação 2.8 pode ser utilizada.

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (2.8)$$

Da mesma forma pode-se obter o módulo de elasticidade cisalhante  $G_{12}$  e o coeficiente de Poisson, conforme Equação 2.9 e 2.10, respectivamente .

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{V_m}{G_m} \quad (2.9)$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (2.10)$$

Halphin e Tsai (1967), apud Kaw (1997), desenvolveram equações semi-empíricas para o módulo de cisalhamento e para o módulo de elasticidade transversal, baseados nas soluções das equações da elasticidade, juntamente com a verificação de dados experimentais (por isso chamado semi-empírico).

Para o módulo de elasticidade longitudinal  $E_1$  e para o coeficiente de Poisson  $\nu_{12}$  os autores utilizam as mesmas equações dadas pela Resistência dos Materiais (Equação 2.7 e 2.10, respectivamente). No entanto, para obtenção do módulo de elasticidade transversal  $E_2$  esses autores propuseram a seguinte equação:

$$\frac{E_2}{E_m} = \frac{1 + \xi\eta V_f}{1 - \eta V_f} \quad (2.11)$$

onde

$$\eta = \frac{(E_f/E_m) - 1}{(E_f/E_m) + \xi} \quad (2.12)$$

Equações análogas podem ser aplicadas também para obtenção do módulo de cisalhamento e coeficiente de Poisson. As equações genéricas propostas pelos autores são:

$$\frac{P}{P_m} = \frac{1 + \xi\eta V_f}{1 - \eta V_f} \quad (2.13)$$

$$\eta = \frac{(P_f/P_m) - 1}{(P_f/P_m) + \xi} \quad (2.14)$$

em que  $P$  são os módulos do composto  $E_2$ ,  $G_{12}$  ou  $\nu$  e  $P_{f,m}$  corresponde aos módulos  $E$ ,  $G$  ou  $\nu$  da fibra ou da matriz de acordo com o índice subscrito.

O termo  $\xi$  é uma medida do nível de reforço no composto e depende da seção da fibra, do arranjo entre as fibras e do carregamento. Para o cálculo de  $E_2$  sugeriram os seguintes valores:

$\xi = 2$  para fibras de seção circular dispostas em um arranjo quadrado;  
 $\xi = 2 \frac{a}{b}$  para fibras de seção retangular  $a \times b$  onde  $a$  é a dimensão da seção da fibra na direção do carregamento.

Para o cálculo de  $G_{12}$  no caso de compostos de fibras de seção circular em arranjo quadrado sugerem  $\xi = 1$ . Entretanto, Hewitt e Malherbe (1970) apud Kaw (1997) mostraram que a utilização desse valor subestima em 30% o valor do  $G_{12}$ , sugerindo utilizar a seguinte função:

$$\xi = 1 + 40V_f^{10} \quad (2.15)$$

### 2.1.2.2 Análise Macromecânica de uma Lâmina

O objetivo da Macromecânica de uma lâmina é, conhecidas as propriedades mecânicas do material, estimar o comportamento de uma lâmina sob um conjunto de carregamentos combinados, e geralmente aplicados fora das direções principais de ortotropia do material (MENDONÇA, 2005).

As relações tensões-deformações para os materiais compostos são mais complexas do que para os materiais isotrópicos. Admite-se, em geral, nas lâminas de PRFV com reforço de fibra na direção 1 (no caso de *rovings*) ou direções 1 e 2 (no caso de tecidos ou filamentos entrelaçados) que estas relações sejam lineares e de comportamento ortotrópico, sendo dadas pela Equação 2.16 a seguir:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Em que:

$E_i$ ,  $\varepsilon_i$  e  $\sigma_i$  são, respectivamente, o módulo de elasticidade, a deformação linear e a tensão normal à direção  $i$ ;

$G_{ij}$  são os módulos de cisalhamento nos planos 1-2, 1-3 e 2-3;

$\tau_{ij}$  são as tensões cisalhantes nos planos 1-2, 1-3 e 2-3;

$\tau_{ij}$  são as tensões cisalhantes nos planos 1-2, 1-3 e 2-3;

$\gamma_{ij}$  são componentes da deformação angular nos planos 1-2, 1-3 e 2-3;

$\nu_{ij}$  é o coeficiente de Poisson definido pela razão entre a deformação específica na direção  $i$  pela deformação na direção  $j$ , provocada quando o corpo é submetido somente à tensão normal na direção  $i$ .

Apesar de terem sido definidas 12 constantes de engenharia ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{13}$ ,  $\nu_{21}$ ,  $\nu_{23}$ ,  $\nu_{31}$ ,  $\nu_{32}$ ) para o material ortotrópico apenas 9 são independentes, uma vez que a matriz constitutiva é simétrica. Logo,

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad \text{para } i, j = 1, 2, 3 \quad (2.17)$$

Dessa forma pode-se escrever:

$$\nu_{21} = \frac{E_2 \nu_{12}}{E_1} \quad (2.18)$$

$$\nu_{31} = \frac{E_3 \nu_{13}}{E_1} \quad (2.19)$$

$$\nu_{32} = \frac{E_3 \nu_{23}}{E_2} \quad (2.20)$$

Considerando que uma lâmina esteja sob um estado plano de tensões, ou seja,  $\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{31} = 0$ , a Equação 2.16 pode ser reescrita como:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

ou na forma matricial:

$$\{\varepsilon^1\} = [S]\{\sigma^1\} \quad (2.22)$$

sendo a matriz  $[S]$  chamada de matriz de flexibilidade reduzida. Invertendo-se essa relação obtém-se a relação tensão-deformação reduzida, conforme Equação 2.23 a seguir:

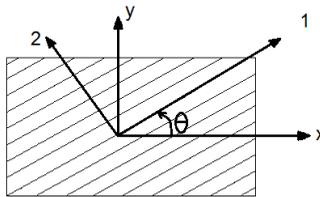
$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \begin{bmatrix} E_1 & \nu_{21}E_1 & 0 \\ \nu_{12}E_2 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12}(1 - \nu_{12}\nu_{21}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

ou

$$\{\sigma^1\} = [Q]\{\varepsilon^1\} \quad (2.24)$$

sendo  $[Q]$  a matriz de rigidez reduzida.

Em geral, os componentes mecânicos compostos são construídos pelo empilhamento de várias lâminas, formando um laminado. Cada lâmina é colocada com as fibras orientadas em direção diferente das demais para aumentar a rigidez e a resistência transversal. Logo, para esta análise é necessário definir dois sistemas de coordenadas: um global ( $xy$ ) para definir os parâmetros do laminado, e um local (12) para a lâmina, sendo a direção 1 paralela a fibra e a direção 2 perpendicular. Faz-se isso pois, geralmente, o eixo do laminado não coincide com as direções principais de ortotropia 1 e 2. Estes sistemas podem ser observados na Figura 2.9. Os eixos global e local são relacionados por meio do ângulo  $\theta$ .



**Figura 2.9 – Eixos local e global de uma lâmina orientada**

Aplicando-se uma transformação de coordenadas no vetor de tensão do sistema global para o local tem-se que:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

em que  $[T]$  é chamada de matriz de transformação e é definida por (KAW, 1997):

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

substituindo a Equação 2.24 na Equação 2.25 obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1}[Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

O vetor de deformações também pode ser escrito no sistema de referência usando-se a matriz de transformação:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

A Equação 2.28 pode ser modificada com o uso de uma matriz [R], conforme Equação 2.29 a seguir:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [R][T][R]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

sendo esta matriz [R] chamada de matriz de Reuter (KAW, 1997) e definida por:

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

então, substituindo a Equação 2.29 na Equação 2.27 chega-se a:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1}[Q][R][T][R]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

Pode-se demonstrar que

$$[T]^{-t} = [R][T][R]^{-1} \quad (2.32)$$

em que o índice  $t$  denota a matriz transposta da matriz inversa. Então,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1}[Q][T]^{-t} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.33)$$

e fazendo com que

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1}[Q][T]^{-t} \quad (2.34)$$

sendo a matriz  $[\bar{Q}]$  chamada de matriz de rigidez transformada, obtém-se finalmente

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

que pode ser escrita como

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.36)$$

Invertendo-se as matrizes chega-se a:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{21} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{61} & \bar{S}_{62} & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{S}] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

sendo que a matriz  $[\bar{S}]$  é chamada de matriz de flexibilidade reduzida transformada e definida pelo inverso da matriz de rigidez transformada  $[\bar{Q}]$ .

No caso de laminados formados por diversas lâminas com diferentes orientações, pode-se encontrar a matriz constitutiva

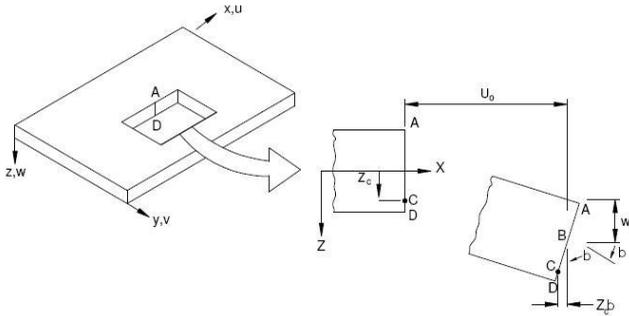
ortotrópica equivalente do laminado através da Teoria Clássica da Laminação e dos modelos macromecânicos.

### 2.1.2.3 *Análise Macromecânica de um Laminado*

A análise macromecânica de um laminado é a modelagem do comportamento do laminado supondo conhecidas as propriedades mecânicas e o comportamento individual de cada lâmina, sendo baseada na Teoria Clássica da Laminação em que se supõe que:

- Cada lâmina é ortotrópica;
- Cada lâmina é homogênea;
- O laminado consiste de lâminas perfeitamente coladas, ou seja, sem deslizamento ou descolamento;
- Os deslocamentos são contínuos e pequenos através das lâminas;
- O laminado é considerado delgado, ou seja, é uma placa ou casca de parede relativamente fina em relação a uma das dimensões da superfície;
- Uma linha originalmente reta e perpendicular à superfície que define a geometria da estrutura (superfície de referência) permanece reta e perpendicular a essa superfície quando o laminado for estendido ou flexionado ( $\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = 0$ );
- Os segmentos normais à superfície de referência são considerados inextensíveis ( $\varepsilon_z = 0$ ).

Considerando a deformação da seção de um laminado no plano  $xyz$ , como mostrado na Figura 2.10, adota-se uma linha  $ABCD$ , originalmente reta e perpendicular ao plano médio do laminado que também permaneça reta e perpendicular ao plano médio na configuração deformada. Esta suposição equivale a desprezar as deformações por cisalhamento  $\gamma_{xz}$  e  $\gamma_{yz}$  e é também equivalente a admitir que as lâminas que compõem a seção transversal não deslizam uma em relação às outras. Além disso, admite-se que o ponto B no centro geométrico do plano médio sofre deslocamentos  $u_o$ ,  $v_o$  e  $w_o$  ao longo das direções dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente.



**Figura 2.10 – Deformação do laminado no plano  $xz$**

*Fonte: MENDONÇA, 2005.*

O deslocamento  $u$  na direção  $x$  de um ponto  $C$ , localizado na normal  $ABCD$  em uma distância  $z$  do plano médio é dado por:

$$u = u_0 - z\alpha \quad (2.39)$$

Onde  $\alpha$  é a inclinação do plano médio do laminado na direção  $x$ , ou seja:

$$\alpha = \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (2.40)$$

Combinando as Equações 2.39 e 2.40, obtém-se a expressão para deslocamento  $u$  na direção  $x$  de um ponto arbitrário a uma distância  $z$  a partir do eixo médio do laminado pela Equação 2.41.

$$u = u_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (2.41)$$

Por analogia, o deslocamento  $v$  na direção  $y$  de um ponto arbitrário em uma distância  $z$  a partir do plano médio geométrico é:

$$v = v_0 - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (2.42)$$

Logo, o deslocamento  $w$  na direção  $z$  para qualquer ponto em  $ABCD$  é o deslocamento  $w_0$  do plano médio mais o alongamento da normal. Admite-se, portanto, que o alongamento (ou encurtamento) da normal  $ABCD$  é insignificante em comparação ao deslocamento  $w_0$  e

assim, o deslocamento normal de qualquer ponto do laminado é tomado igual ao deslocamento  $w_o$  do ponto correspondente ao plano médio. Desta maneira a deformação normal  $\varepsilon_z$  torna-se desprezável. Esta hipótese reduz as deformações de um laminado para  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  e  $\gamma_{xy}$  em que estas deformações podem ser obtidas derivando os deslocamentos  $u$  e  $v$  como mostra as Equações 2.43.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_o}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y}\end{aligned}\tag{2.43}$$

As relações anteriores podem ser escritas em termos das deformações no plano médio e curvaturas da placa, como se segue:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}\tag{2.44}$$

Em que as deformações no plano médio são:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_o}{\partial x} \\ \frac{\partial v_o}{\partial y} \\ \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} \end{Bmatrix}\tag{2.45}$$

e as curvaturas:

$$\begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}\tag{2.46}$$

Pode-se analisar pela Equação 2.44 que as deformações de um laminado variam linearmente ao longo de sua espessura. As tensões em uma lâmina qualquer podem ser obtidas substituindo a Equação 2.44 na relação tensão-deformação para uma lâmina:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Assim, a variação de tensão através da espessura de um laminado é obtida calculando-se as variações de tensões em todo o laminado.

Integrando-se as tensões em cada lâmina, obtém-se a força resultante por unidade de comprimento no plano  $xy$  ao longo da espessura da lâmina, conforme as Equações 2.48.

$$\begin{aligned} N_x &= \int \sigma_x dz && \text{(força normal por unidade de comprimento)} \\ N_y &= \int \sigma_y dz && \text{(força normal por unidade de comprimento)} \\ N_{xy} &= \int \tau_{xy} dz && \text{(força de cisalhamento por unidade de comprimento)} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Com intervalo de variação de  $-h/2$  a  $+h/2$  em que  $h/2$  é a metade da espessura do laminado. Do mesmo modo, integrando-se as tensões em cada lâmina tem-se o momento resultante por unidade de comprimento no plano  $xy$  ao longo da espessura do laminado.

$$\begin{aligned} M_x &= \int \sigma_x z dz && \text{(momentos fletores por unidade de comprimento)} \\ M_y &= \int \sigma_y z dz && \text{(momentos fletores por unidade de comprimento)} \\ M_{xy} &= \int \tau_{xy} z dz && \text{(momento torsor por unidade de comprimento)} \end{aligned} \quad (2.49)$$

As deformações e curvaturas de um laminado, no plano médio, são independentes da coordenada  $z$ . Além disso, a matriz transformada reduzida  $[Q]_k$  é constante em cada lâmina. Desta maneira, pode-se reescrever as expressões da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 A_{ij} &= \sum_{k=1}^n [Q_{ij}]_k (h_k - h_{k-1}), \quad i = 1,2,3; \quad j = 1,2,3 \\
 B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [Q_{ij}]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2), \quad i = 1,2,3; \quad j = 1,2,3 \\
 D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [Q_{ij}]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3), \quad i = 1,2,3; \quad j = 1,2,3
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

Em que:

[A] → chamada de matriz de rigidez extensional, relaciona as forças resultantes no plano em função das deformações no plano;

[B] → chamada de matriz de ligação, relaciona os termos de força e momento em função das deformações e curvaturas no plano médio do laminado;

[D] → chamada de matriz de rigidez à flexão, relaciona os momentos resultantes em função das curvaturas da placa.

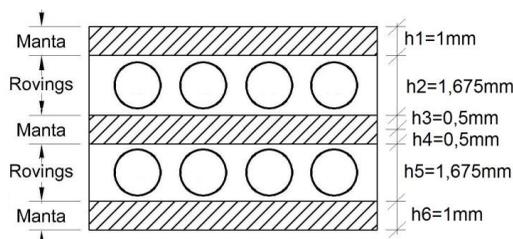
Logo, as expressões podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix} \tag{2.51}$$

Supondo que o laminado esteja submetido apenas a deformações específicas no plano xy da superfície média do laminado (curvaturas nulas) a Equação 2.51 se reduz a

$$[N] = [A][\varepsilon^0] \tag{2.52}$$

O laminado que forma as mesas e a alma do perfil escolhido para este trabalho é composto por cinco lâminas: três camadas de manta de filamentos contínuos consideradas isotrópicas e duas de *rovings* de fibra de vidro, ortotrópicas. Considera-se ainda que os eixos 1 e 2 da lâmina coincidem com os eixos x e y do laminado, não sendo então necessária a aplicação da transformação de coordenadas. O detalhe das lâminas é mostrado na Figura 2.11.



**Figura 2.11 – Detalhe das lâminas do laminado**

A Tabela 2.4, a seguir, apresenta as propriedades das lâminas e do laminado utilizado neste trabalho. As propriedades mecânicas adotadas para a fibra de vidro e resina foram fornecidas pelo fabricante. A obtenção destes valores, de cada lâmina e do laminado, encontra-se no Anexo A.

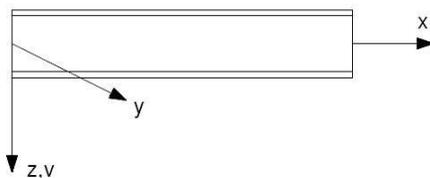
**Tabela 2.4 - Propriedades das lâminas e do laminado**

	$E_1$ (GPa)	$E_2$ (GPa)	$\nu_{12}$	$G_{12}$ (GPa)
Manta	7,0	7,0	0,401	2,5
Rovings	44,334	6,56	0,272	2,381
Laminado	26,727	7,19	0,341	2,437

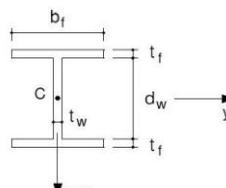
### 2.1.3 Propriedades Elásticas de Perfis de PRFV – Material Isotrópico Equivalente

Este tópico apresenta a metodologia proposta por Bank (1989) para a obtenção dos módulos de elasticidade longitudinal e transversal de perfis pultrudados a partir de ensaios de flexão a 3 pontos e da Teoria de Viga de Timoshenko.

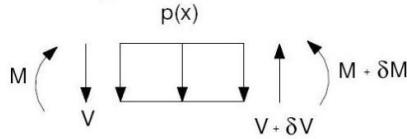
Segundo a Teoria de Timoshenko as seções da viga permanecem planas após a deformação, mas não permanecem perpendiculares ao eixo neutro.



(a) Vista e eixos



(b) Seção transversal



(c) carregamento do elemento de área

**Figura 2.12 – Flexão de uma viga de seção transversal H.**

As equações diferenciais que governam a flexão de um perfil de seção transversal, mostrada na Figura 2.12, podem ser descritas pelas Equações 2.53 e 2.54 (TIMOSHENKO e GERE, 1994).

$$EI_y \frac{d^4 v_f}{dx^4} = p(x) \quad (2.53)$$

$$\frac{d^2 v_c}{dx^2} = -\frac{p(x)}{GK_y A} \quad (2.54)$$

Sendo:

$p(x)$  → carga transversal distribuída por unidade de comprimento, na direção  $z$ ;

$v_f$  → deslocamento vertical devido à flexão;

$v_c$  → deslocamento vertical devido ao cisalhamento;

$EI_y$  → rigidez à flexão;

$E$  → módulo de elasticidade longitudinal;

$I_y$  → momento de inércia da seção em torno do eixo  $y$ ;

$GK_y A$  → rigidez ao cisalhamento;

$G$  → módulo de cisalhamento;

$K_y$  → coeficiente de forma de cisalhamento;

$A$  → área da seção transversal.

O coeficiente de cisalhamento  $K_y$  pode ser escrito da seguinte forma:

$$K_y = \frac{(d - t_f)t_w}{A} \quad (2.55)$$

Sendo:

$d$  → altura total da seção do perfil;

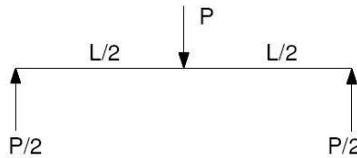
$t_f$  → espessura da mesa;

$t_w$  → espessura da alma;  
 $A$  → área da seção transversal.

O deslocamento total da viga é a soma dos deslocamentos por flexão e cisalhamento, assim:

$$v = v_f + v_c \quad (2.56)$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{d^2v_f}{dx^2} + \frac{d^2v_c}{dx^2} = -\frac{M}{EI_y} - \frac{p(x)}{GK_yA} \quad (2.57)$$



**Figura 2.13 – Configuração do ensaio de flexão a três pontos**

No caso do ensaio de flexão a três pontos com o perfil submetido a uma carga concentrada  $P$  no meio do vão, conforme ilustrada a Figura 2.13, a solução das Equações 2.53 e 2.54 fornece a linha elástica, sendo o deslocamento máximo ( $v$ ), no meio do vão, dado por:

$$v = v_f + v_c = \frac{PL^3}{48EI_y} + \frac{PL}{4GK_yA} \quad (2.58)$$

Pode-se reescrever a Equação 2.58 de forma a obter simultaneamente o módulo de elasticidade longitudinal e de cisalhamento, utilizando como parâmetro o índice de esbeltez, como mostrado a seguir.

$$\frac{4v}{PL} = \frac{1}{12E} \left(\frac{L}{r}\right)^2 + \frac{1}{GK_y} \quad (2.59)$$

Essa expressão corresponde à equação de uma reta quando se relaciona  $4Av/PL$  com  $(L/r)^2$  cuja inclinação é  $1/12E$  e que intercepta o eixo das ordenadas em  $1/GK_y$ . A relação do vão livre ( $L$ ) pelo raio de giração ( $r$ ) é chamada de índice de esbeltez.

Para a aplicação desta última expressão, os perfis devem ser ensaiados para vãos livres diferentes. Assim, para todos os vãos, a viga é carregada, a carga  $P$  é lida e o deslocamento  $v$ , medido. A linha reta é obtida por regressão linear a partir dos pontos obtidos experimentalmente pelo diagrama  $4Av/PL$  versus  $(L/r)^2$ , de acordo com a Equação 2.59.

Com a equação da reta, consegue-se obter o valor da inclinação e conseqüentemente o valor do módulo de elasticidade longitudinal, de acordo com a Equação 2.60. O módulo de cisalhamento é determinado pela interseção desta linha com o eixo da ordenada, conforme Equação 2.61.

$$E = \frac{1}{12 \times \text{inclinação}} \quad (2.60)$$

$$G = \frac{1}{K_y \times \text{interseção}} \quad (2.61)$$

Esta metodologia será aplicada no Capítulo 3 para obtenção dos módulos  $E$  e  $G$  equivalentes a material isotrópico do perfil utilizado neste trabalho.

#### 2.1.4 Propriedades dos Perfis de PRFV na Ruptura

Nos perfis de PRFV diferentes tipos de rupturas podem ocorrer, como, por exemplo:

- Ruptura por tração na mesa inferior do perfil;
- Ruptura por compressão na mesa superior;
- Ruptura por cisalhamento na alma do perfil.

A verificação deste último tipo será feita de duas formas neste trabalho: a primeira pela Resistência dos Materiais e a segunda pelo critério de ruptura de Tsai-Hill, apresentado brevemente a seguir.

Tsai adaptou o critério de Hill (MENDONÇA 2005) para os compostos unidirecionais, onde se admitem que a lâmina esteja submetida ao estado plano de tensões ( $\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$ ) e as resistências mecânicas nas direções 2 e 3 são iguais, ou seja,  $Y = Z$  e por simplicidade  $S_{12} = S$ . Logo, pelo critério de ruptura de Tsai-Hill, o composto não apresenta falhas caso a inequação a seguir seja satisfeita.

$$\left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 < 1 \quad (2.62)$$

No caso das vigas mistas de concreto e PRFV carregadas à flexão, alguns modos de ruptura podem ocorrer, de acordo com Deskovic et al. (1995):

- A alma pode flambar ou romper em função das tensões de cisalhamento, resultando em ruptura por cisalhamento;
- Um ou mais dos elementos da viga podem falhar em consequência de tensões normais, resultando em ruptura por flexão;
- A viga pode flambar lateralmente;
- A ligação entre concreto e PRFV pode falhar causando deslizamento entre os materiais;
- Se a camada de concreto for fina, o concreto pode romper por compressão ou cisalhamento.

Por outro lado, Bakis et al. (2002) explicam que dois modos de ruptura prevalecem para sistemas estruturais em materiais compostos associados com o concreto quando submetidos à flexão:

- Seções com pequenas quantidades de composto rompem por tração;
- Seções com grande quantidade de composto resultam em ruptura por esmagamento do concreto na região comprimida, antes de ser atingida a deformação última à tração da camada mais afastada do material composto.

## 2.2 Concreto

Concreto de Cimento Portland é o produto resultante do endurecimento de uma mistura de cimento Portland, agregado miúdo (areias), agregado graúdo (britas) e água, adequadamente proporcionada. A esses materiais básicos podem ser acrescentados aditivos (plastificantes, incorporadores de ar), adições (pozolanas, escória), fibras (vidro, carbono), etc, em situações específicas em que se deseja alterar alguma de suas propriedades, seja no estado fresco e/ou endurecido.

O concreto é constituído por duas fases distintas, pasta e agregado, com as funções descritas a seguir:

- pasta (cimento + água): dar impermeabilidade e trabalhabilidade ao concreto, envolver os grãos, preencher vazios e conferir resistência mecânica ao concreto;
- agregado: reduzir o custo do concreto, reduzir as variações de volume (retrações), contribuir com a resistência aos esforços solicitantes.

### 2.2.1 Concreto com Fibras de Polipropileno

Concreto contendo um cimento hidráulico, água, agregados graúdos e miúdos e fibras discretas descontínuas é chamado concreto reforçado com fibra. Consideram-se como fases principais do concreto com fibras o próprio concreto, denominado matriz, e as fibras, que podem ser produzidas a partir de diferentes materiais, como aço, vidro, nylon, polipropileno entre outros.

Considerações sobre as fibras de polipropileno serão feitas a seguir uma vez que estas fibras foram selecionadas para utilização no sistema de laje mista em desenvolvimento na UFSC.

Estas fibras são chamadas de fibras de baixo módulo pois possuem módulo de elasticidade inferior ao do concreto endurecido. Por apresentar menor resistência mecânica, deve-se utilizar altos teores dessas fibras para possibilitar o reforço da matriz. Sua utilização só é eficiente quando a resistência e o módulo de elasticidade do concreto são baixos, ou seja, no estado fresco e no início do endurecimento, diminuindo o risco de fissuração plástica (variação do volume do concreto ainda no estado fresco com a perda de água).

A incorporação de fibras não aumenta consideravelmente as resistências últimas à tração, mas sim as deformações de tração. Antes de as fibras serem solicitadas no seu limite de deformação, a matriz já está fissurada, desta forma as fibras atuam como uma ponte de transferência de tensões por meio das fissuras, diminuindo a velocidade de propagação no material que passa a ter um comportamento não frágil. Uma das vantagens da utilização de fibras como reforço de matriz é sua distribuição aleatória na matriz, reforçando toda a peça.

Neste trabalho dois tipos de fibras de polipropileno foram utilizadas, fornecidas pela *Neo Matex*:

- NeoFibra MF (microfibra de polipropileno para concreto): são filamentos de polipropileno extremamente finos obtidos por

meio de extrusão. Após receberem tratamentos superficiais que facilitam a dispersão no concreto, os filamentos são cortados dando origem às microfibras de polipropileno. Atuam principalmente na fase plástica do concreto, reduzindo a incidência de fissuras de retração plástica e de assentamento e controlando a exsudação e a segregação do concreto. São quimicamente inertes e possuem elevada resistência alcalina. Pode-se observar essa fibra na Figura 2.14. Teor utilizado: 0,1%, de volume.



**Figura 2.14 – NeoFibra MF**

- Durus (macrofibra sintética estrutural para concreto): são monofilamentos sintéticos obtidos por extrusão, ondulados e cortados formando uma macrofibra sintética estrutural para reforço de concreto. Aumentam a tenacidade do concreto e a resistência ao impacto, são quimicamente inertes e possuem alta resistência a álcalis, ácidos e sais. A Figura 2.15 mostra esta fibra. Teores utilizados: 1 e 2%.



**Figura 2.15 – Fibra Durus**

Algumas das propriedades destas fibras podem ser observadas na Tabela 2.5.

**Tabela 2.5 – Propriedades das fibras de polipropileno**

Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	0,91
Resistência à Tração (MPa)	0,5 - 0,75
Módulo de Elasticidade (GPa)	1 – 7,7
Ponto de Fusão (°C)	160
Resistência Alcalina	alta

*Fonte: livro IBRACON (2005) e site da Empresa NeoMatex.*

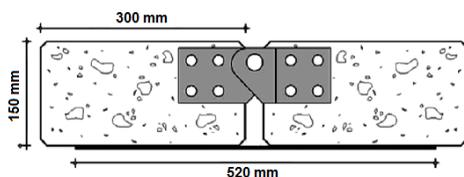
A escolha destas fibras e dos teores utilizados faz parte do estudo proposto por Daniel Venâncio Vieira em dissertação de Mestrado desenvolvida paralelamente a este trabalho.

### 2.3 Polímeros Reforçados com Fibras e Concreto

Polímeros reforçados com fibras são utilizados principalmente como material de reforço para estruturas, logo, não foi encontrado na literatura a utilização deste material em estruturas novas mistas. No entanto, o desempenho da interface entre concreto e perfis de PRFV frente a agentes agressivos, o qual é um dos focos deste trabalho, foi estudada em trabalhos sobre reforço estrutural, como pode ser observado nos estudos revistos a seguir.

Silva e Biscaia (2008) dedicaram-se ao estudo da degradação da ligação entre PRF (plástico reforçado com fibras) e vigas de concreto armado. O estudo, além de analisar esta ligação, tentou fazer uma comparação entre plástico reforçado com fibras de vidro (PRFV) e com fibra de carbono (PRFC). Para o presente trabalho, será apenas apresentada a metodologia e os resultados obtidos para os PRFV.

Os protótipos utilizados eram compostos por dois prismas de concreto independentes, mas conectados por uma dobradiça de aço e reforçados externamente por duas camadas de lâminas de PRFV, como mostra a Figura 2.16.



**Figura 2.16 – Geometria do protótipo utilizado**

Foram confeccionados protótipos de referência e outros que foram submetidos a processos de envelhecimento acelerado como ciclos de mudança de temperatura (-10°C por 12 horas e +10°C por mais 12 horas), imersão em água salina e ciclos de névoa salina (a 35°C). Foram então ensaiados à flexão a quatro pontos após 1.000, 5.000 e 10.000 horas de exposição.

Como conclusões, processos de envelhecimento que envolveram água salina (imersão e névoa) causaram considerável degradação da ligação entre concreto e PRFV, ocasionando a ruína da ligação. Em relação à capacidade resistente da viga, os ciclos de variação de temperatura foram os mais prejudiciais, em que houve perda de 31% de sua capacidade resistente.

Outro estudo que segue a mesma linha do apresentado anteriormente analisou a variação na resistência de vigas de concreto armado reforçadas com lâminas de PRF quando submetidas a ciclos de molhagem e secagem. Este estudo, proposto por Toutanji e Gómez (1997), tem como variáveis o tipo de fibra (carbono e vidro), tipo de resina epóxi usada para ligação (3 tipos diferentes) e as condições de exposição (à temperatura ambiente e a ciclos de molhagem e secagem a 35°C e 90% de umidade).

Os corpos-de-prova foram ensaiados à flexão a 4 pontos (Figura 2.17) e algumas características tais como a máxima capacidade resistente e a ductilidade foram avaliadas para protótipos com e sem reforço.

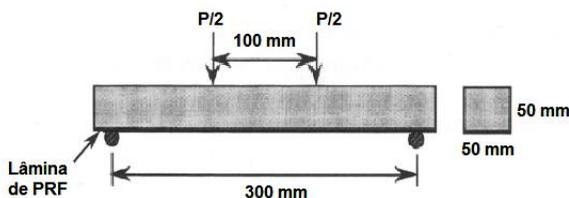
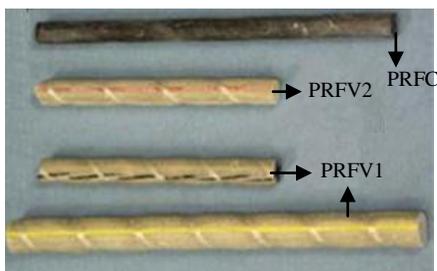


Figura 2.17 – Ensaio de flexão à 4 pontos

Os resultados mostraram que corpos-de-prova sujeitos às condições de exposição com as lâminas de PRF (com reforço) mostraram ganho considerável na capacidade resistente quando comparados àqueles sem reforço. Entretanto, aqueles sujeitos aos ciclos de molhagem e secagem mostraram menor ganho que aqueles à temperatura ambiente. Este fato pode ser atribuído à degradação da resina epóxi, a qual levou ao enfraquecimento da ligação entre os

materiais. Foi possível observar que um dos tipos de resina estudada obteve maior capacidade resistente, sendo a escolha da resina um fator importante para a resistência final do conjunto.

Chen et al. (2005) estudaram a durabilidade de barras de PRF para reforço de estruturas de concreto por meio de processos de envelhecimento acelerado, utilizando altas temperaturas. Dois tipos de barras de PRF com fibra de vidro do tipo E-glass e resina vinil-éster foram utilizadas e, como parâmetro de comparação, foram selecionadas barras de fibra de carbono e resina epóxi. Os tipos selecionados para as barras podem ser observados na Figura 2.18.



**Figura 2.18 – Tipos selecionados de barras**

Para simular as condições reais de exposição, cinco soluções diferentes foram preparadas:

- Solução 1: água de abastecimento para simular alta umidade (esta solução foi usada como referência);
- Solução 2: solução combinada de hidróxido de sódio (NaOH), hidróxido de potássio (KOH) e hidróxido de cálcio ( $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ) com pH de 13,6 para simular a imersão em concretos convencionais;
- Solução 3: solução combinada de hidróxido de sódio (NaOH), hidróxido de potássio (KOH) e hidróxido de cálcio ( $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ) com pH de 12,7 para simular a imersão em concretos de alto desempenho;
- Solução 4: solução de cloreto de sódio (NaCl) e sulfato de sódio ( $\text{Na}(\text{SO})_4$ ), para simular a água do mar;
- Solução 5: solução de cloreto de sódio (NaCl) e hidróxido de potássio (KOH) com pH de 13, para simular concretos contaminados com cloretos.

Combinados com a imersão em algumas destas soluções e a

temperaturas elevadas (40 a 60°C), as barras foram expostas a ciclos de molhagem e secagem e gelo e degelo. Para uma avaliação mais realista da durabilidade de barras de PRF para estruturas de concreto, algumas barras foram embebidas em concreto normal e outras em concreto de alta resistência e imersas na Solução 3 a 60°C.

Como medida do desempenho da durabilidade, foi comparada a resistência à tração por ensaios de tração e a resistência ao cisalhamento interlaminar por meio do ensaio de viga curta (*short beam test*). Estes ensaios foram realizados antes e depois da exposição. As barras preparadas para o ensaio de tração encontram-se na Figura 2.19, enquanto na Figura 2.20 pode-se observar o ensaio de viga curta.

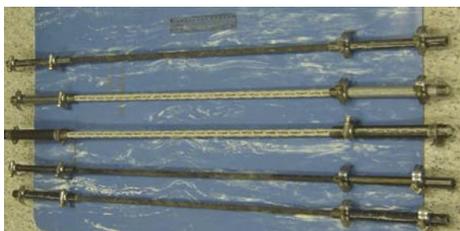


Figura 2.19 – Barras preparadas para ensaio de tração

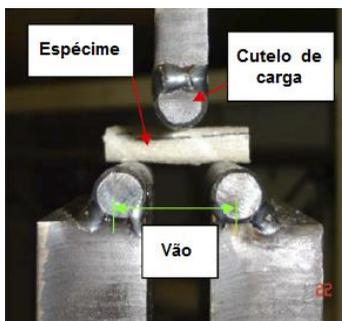


Figura 2.20 – Ensaio de viga curta

A Solução 2 resultou ser a mais agressiva, seguida pela 3, 1 e 4. Os ciclos de gelo e degelo e molhagem e secagem tiveram efeitos negligenciáveis no processo de degradação, logo, não são considerados críticos para testes de desempenho. Outro parâmetro avaliado foi a resistência da ligação entre barras de PRF e concreto, por meio de ensaios de arrancamento (*pull out test*) e pode-se verificar que elevadas temperaturas e alcalinidade aceleram a degradação da ligação.

Concluíram, além disso, que a resistência da ligação de barras de PRF não depende somente da forma, tamanho e características da superfície, mas também do tipo de concreto em que as barras são embebidas.

Em relação ao efeito do envelhecimento nas propriedades de perfis pultrudados de fibra de vidro, Liao et. al. (1998) ratificaram que processos acelerados de envelhecimento podem produzir mudanças em seus constituintes a taxas diferentes comparadas ao processo natural de envelhecimento. Logo, é necessário cuidado quando se correlaciona os dois processos. Essa conclusão foi obtida comparando-se protótipos submetidos a processos de envelhecimento com água a 75°C e a temperatura ambiente.

Protótipos com distribuição das fibras paralela ao eixo longitudinal foram estudados quanto à resistência à flexão e módulo de elasticidade, nas condições de: imersão em água a temperatura ambiente (por 3900 horas), a 75°C (por 2400 horas), em solução 5% e 10% salina (3980 e 6570 horas, respectivamente). Para todas as situações o módulo de elasticidade não sofreu considerável alteração, mas a resistência à flexão diminuiu consideravelmente, principalmente para o caso de imersão a 75°C em que houve uma queda de 40%.

O mesmo estudo foi feito para os protótipos com distribuição das fibras perpendicular ao eixo longitudinal, nas condições de imersão em água a temperatura ambiente (por 7940 horas) e a 75°C (por 1360 horas), resultando em diminuição do módulo de elasticidade em ambas as condições (para temperatura ambiente queda de 13% e a 75°C de 19%) e considerável diminuição da resistência à flexão, principalmente a 75°C com queda de 54% enquanto que para temperatura ambiente observou-se queda de 21%.

Mouzakis et al. (2007) avaliaram a ruína de compostos de matrizes poliméricas quando expostos às condições ambientais. Para isto, criaram uma câmara de envelhecimento em que podiam controlar as ações combinadas de temperatura, umidade e radiação ultravioleta. Os materiais analisados foram o poliéster e poliéster reforçado com fibra de vidro (PRFV) nas formas virgem (antes de entrar na câmara de envelhecimento), saturada e seca após envelhecimento.

No caso do poliéster houve redução na resistência à tração e aumento do módulo de elasticidade, mostrando o enfraquecimento devido ao envelhecimento do polímero. Para os PRFVs não houve variação significativa em relação às suas propriedades mecânicas, uma vez que estas características são governadas principalmente pelas

propriedades das fibras. Mas em ambos os casos pode-se observar um enrijecimento da matriz polimérica devido a um efeito de pós-cura do material causado pela temperatura e pela radiação ultravioleta.

Um estudo que trata principalmente sobre as características de durabilidade dos PRFV é o proposto por Coomarasamy e Goodman (1999). Neste estudo foram testadas diversas amostras de PRFV comercialmente disponíveis, obtidas de cinco fornecedores diferentes, variando-se a matriz entre poliéster e vinil-éster. Também foram analisadas amostras no formato de grelhas de fibra de vidro, carbono e basalto para um mesmo fornecedor.

Ensaio à tração foram realizados em perfis de 1m de comprimento que não foram submetidos a envelhecimento acelerado (valor referência) e naqueles que foram submetidos. Para obter este envelhecimento os perfis foram armazenados em recipientes com uma solução alcalina de pH aproximadamente igual a 13,5, simulando a solução nos poros do concreto. Esta solução foi preparada pela mistura de hidróxido de potássio (0,6 M), hidróxido de sódio (0,2 M) e hidróxido de cálcio saturado. A temperatura escolhida para a realização do estudo foi de 60°C, pois não iniciaria mecanismos de degradação que não ocorreriam durante a exposição real ao meio ambiente e ainda forneceria informações em um tempo relativamente curto (o estudo teve duração de 6 meses).

Um estudo paralelo que estes autores realizaram foi sobre o aumento da massa de amostras de PRF quando mergulhados em solução alcalina com pH de 12,5 a temperatura de 60°C por várias semanas. A massa inicial foi obtida e, a cada sete dias, o espécime era retirado do recipiente com a mistura e seco ao ar por 5 minutos, sendo a massa novamente adquirida, comparando-se com o valor inicial. Mudanças morfológicas também foram observadas.

Esta variação (no caso destes ensaios resultou em aumento de massa) pode ser usada como parâmetro para eliminar possíveis materiais de baixa qualidade, sem a necessidade de fazer testes muito complexos. Como resultado dos ensaios à tração, foram obtidos gráficos de tensão x deformação, mostrando uma redução considerável nas propriedades de resistência. Os PRF de matriz de vinil-éster mostraram-se mais duráveis que aqueles de poliéster, mas houve variação nesta conclusão quando comparados os fornecedores. Por este motivo que é possível afirmar que a durabilidade e a integridade estrutural destes materiais dependem fortemente da qualidade do processo de fabricação dos mesmos.

Outro estudo que obteve a mesma conclusão sobre a utilização de resina vinil-éster foi o proposto por Benmokrane et al. Por meio de ensaios de envelhecimento acelerado, avaliaram a degradação provocada em barras de PRFV quando em ambiente alcalino (em solução de hidróxido de sódio, em solução representando a água nos poros de concreto e embebidas em concreto a temperatura ambiente e a 60°C) para identificar os fatores que influenciam na durabilidade, tais como o efeito do tipo de fibra, o tipo de resina, parâmetros de produção, revestimentos superficiais e possíveis combinações desses fatores.

Como conclusão, observou-se que a penetração e difusão de íons agressivos em PRF dependem fortemente do tipo de resina utilizada assim como do processo de fabricação do polímero, uma vez que a resina tem o importante papel de proteger as fibras, diminuindo a difusão e sendo resistentes à fissuração. O tipo de resina que mostrou melhores resultados foi a vinil-éster.

Um estudo que está diretamente relacionado com os assuntos abordados neste trabalho, é o proposto por Correia et al (2007) em que caracterizam o comportamento à flexão de vigas mistas de concreto armado e PRFV, mas utilizando conectores de aço inoxidável como ligação entre os materiais. Em um estudo preliminar provaram que a aderência entre o concreto e o perfil de PRFV é insignificante, sendo o cisalhamento resistido apenas pelas conexões mecânicas.

Dividiram o estudo em duas etapas: na primeira, caracterizaram o tipo de conexão e com os resultados escolheram a geometria da ligação para as vigas mistas. Na segunda etapa avaliaram os efeitos do deslizamento na interface entre os materiais, a largura efetiva da capa de concreto e a contribuição do cisalhamento na deformação.

Chegaram à conclusão de que vigas mistas apresentam considerável rigidez e aumento na resistência quando comparadas apenas com perfis de PRFV, tirando proveito das propriedades dos perfis e que é possível, com boa precisão, prever as cargas últimas e deflexões de vigas mistas utilizando métodos de análise em que a deformação por cisalhamento e o deslizamento da conexão sejam considerados.

Em um segundo estudo os mesmos autores (2009) verificaram a aderência entre os materiais utilizando tanto conectores de aço quanto adesivo à base de resina epóxi. Comparando as duas soluções mostraram que a resina epóxi proporciona maior rigidez e conseqüentemente menores deformações e maior resistência à flexão. Contudo, no que diz

respeito à resistência, testes de flexão mostraram que vigas com conectores alcançaram cargas últimas maiores.

No próximo capítulo é obtida a rigidez à flexão de perfis de PRFV assim como de vigas mistas de concreto e perfis de PRFV, de forma numérica e experimental.

### 3 RIGIDEZ À FLEXÃO

#### 3.1 Introdução

Neste capítulo avalia-se a rigidez do perfil de PRFV em estudo assim como de uma viga mista composta por uma capa de concreto disposta sobre o perfil e preenchimento de EPS. Esta avaliação é feita tanto analítica como experimentalmente, utilizando-se as propriedades e métodos descritos no Capítulo 2.

Apresenta-se inicialmente, no próximo item, a avaliação da rigidez para os perfis de PRFV e, no item 3.3, para as vigas mistas.

#### 3.2 Rigidez à Flexão de Perfis de PRFV

Vigas de perfis de PRFV apresentam, em geral, baixos valores para os módulos de elasticidade o que resulta geralmente em projetos governados por limites de deslocamento para cargas de serviço ou de estabilidade no caso de perfis de parede fina, ao invés das limitações de resistência. Assim sendo, é necessária uma avaliação correta da rigidez à flexão dos perfis de PRFV.

Roberts e Al-Ubaidi (2002) mostraram em seu estudo que a deformação por cisalhamento é uma parcela significativa da deformação total de perfis de PRFV submetidos à flexão simples, devido à baixa relação entre o módulo de cisalhamento e o módulo de elasticidade longitudinal do material, em comparação com o aço.

Neste trabalho foi selecionado um perfil pultrudado de PRFV de seção I de dimensões 152,5 mm x 76,0 mm x 6,35 mm conforme a Figura 3.1, de acordo com a disponibilidade do fabricante.

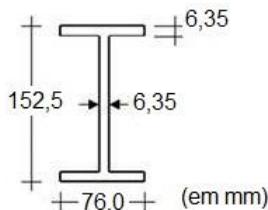


Figura 3.1 – Seção do perfil utilizado

A rigidez à flexão deste perfil será obtida de duas maneiras. A primeira delas é uma metodologia experimental que fornece simultaneamente os módulos de elasticidade longitudinal ( $E$ ) e transversal ( $G$ ), equivalentes a material isotrópico, descrita no item a seguir. A segunda maneira é por meio de uma análise de elementos finitos do perfil sob flexão, considerando as paredes do perfil como laminados com propriedades ortotrópicas equivalentes, conforme é apresentado no item 3.2.2.

### 3.2.1 Análise Experimental

Inicialmente avalia-se a rigidez à flexão do perfil em estudo aplicando-se a metodologia descrita no item 0, proposta inicialmente por Bank (1989) e utilizada posteriormente por Roberts e Al-Ubaidi (202) e Santos Neto e La Rovere (2006).

Foram ensaiados quatro perfis de 1,20 m de comprimento, variando-se o vão de forma que o índice de esbeltez ao quadrado  $(L/r)^2$  fosse igual a 100, 150, 200 e 250. Cada perfil foi ensaiado 3 vezes para cada vão e adotou-se a média dos resultados obtidos para o deslocamento vertical medido no meio do vão.

A distância entre apoios do perfil e os índices de esbeltez usados podem ser vistos na Tabela 3.1 e os cálculos para obtenção destes parâmetros estão no Anexo B.

**Tabela 3.1 – Distância entre apoios para diferentes relações  $(L/r)^2$**

$(L/r)^2$	100	150	200	250
Distância entre apoios (m)	0,60	0,73	0,84	0,94

Ao total foram realizados 48 ensaios de flexão a três pontos. Com os resultados dos ensaios, o módulo de elasticidade ( $E$ ) e o módulo de cisalhamento ( $G$ ) foram calculados pela teoria de viga de Timoshenko, conforme item 0.

Os ensaios foram realizados no Laboratório de Experimentação de Estruturas (LEE) do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

A carga foi aplicada por meio de uma prensa hidráulica marca *Mohr e Federhaff AG* com capacidade de 200 kN e lida por uma célula de carga, marca *Kratos*, de capacidade 50 kN, ligada a um

microcomputador por meio de um sistema de aquisição de dados, *HBM/Spider 8* com 4 canais (*Software: Catman 4.0*). O deslocamento vertical no meio do vão foi calculado pela média dos valores medidos por dois Transdutores Lineares de Deslocamento (LVDT), marca *HBM WA-20*, com campo de leitura de 20 mm, dispostos um em cada face lateral do perfil e apoiados em uma régua de alumínio fixada na altura da linha neutra sobre os apoios. Os LVDTs também foram ligados ao sistema de aquisição de dados.

Para garantir que o perfil se comportasse no regime elástico-linear durante o ensaio, foi feita uma estimativa da carga máxima a ser aplicada, verificando-se os estados limites último e em serviço. No cálculo das resistências na ruptura foram usadas tanto as equações da Resistência dos Materiais como as de Halphin-Tsai (KAW, 1989). Os cálculos foram realizados por meio do programa Mathcad (versão 2001) e estão mostrados no Anexo C e Anexo D. Obteve-se para carga máxima, pelo limite de flecha máxima em serviço, o valor de  $P = 18,541 \text{ kN}$ .

Arbitrou-se que a taxa de aplicação do carregamento seria de 3,5 kN/min, como fez Santos Neto (2006) e que os deslocamentos verticais no meio do vão seriam tomados para dois carregamentos: 5 kN e 10 kN, inferior ao valor limite.

Em um ensaio preliminar foi utilizado um cutelo rotulado para a aplicação da carga, mas o perfil apresentou ruptura localizada no flange superior, na região de aplicação da carga, devido à pequena espessura do mesmo. Para evitar esse problema nos demais ensaios, o cutelo de carga foi girado em  $90^\circ$ , sendo disposto longitudinalmente e distribuiu-se mais a carga em uma área de  $80\text{cm}^2$ .

O esquema deste ensaio pode ser observado na Figura 3.2 e uma foto do CP-1 sendo ensaiado na prensa é mostrada na Figura 3.3.

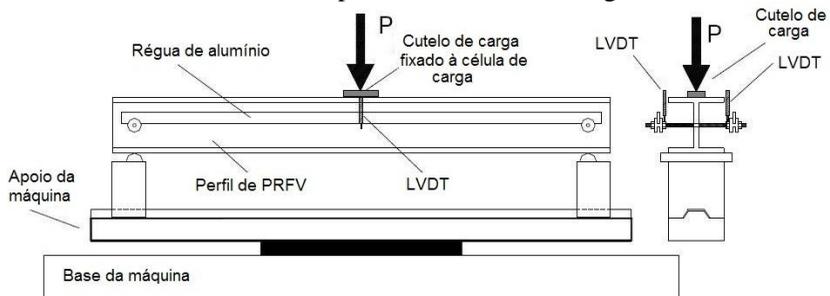


Figura 3.2 – Ensaio à flexão a três pontos

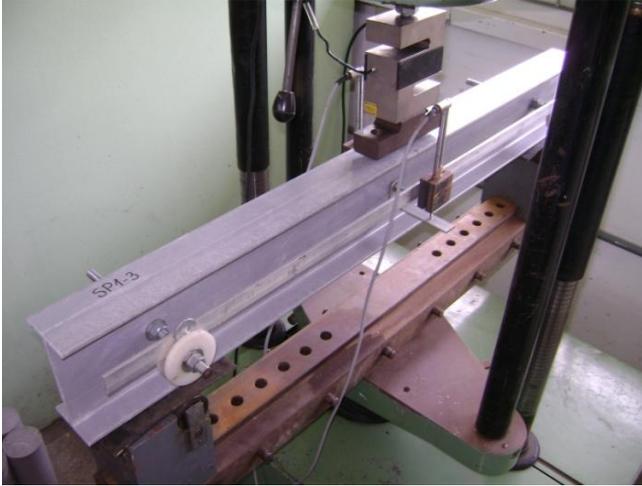


Figura 3.3 – Foto do CP-1

Os valores médios obtidos entre os dois LVDTs para os deslocamentos verticais no meio do vão encontram-se na Tabela 3.2.

**Tabela 3.2 – Deslocamentos verticais obtidos para cada vão (mm)**

$(L/r)^2$	Carga (kN)	CP-1	CP-2	CP-3	CP-4
100	5,0	0,3693	0,3155	0,3039	0,3042
	10,0	0,7508	0,6419	0,6161	0,6159
150	5,0	0,5215	0,4688	0,4687	0,4230
	10,0	1,0662	0,9703	0,9582	0,8895
200	5,0	0,6803	0,6015	0,6036	0,5691
	10,0	1,4058	1,2729	1,2608	1,1700
250	5,0	0,8636	0,8005	0,7825	0,7258
	10,0	1,7877	1,6661	1,6091	1,4964

A partir da média entre os valores obtidos para a carga de 5 e 10 kN foi plotado o gráfico  $(4Av/PL)$  versus  $(L/r)^2$  resultante dos ensaios dos quatro perfis. Este gráfico pode ser observado na Figura 3.4.

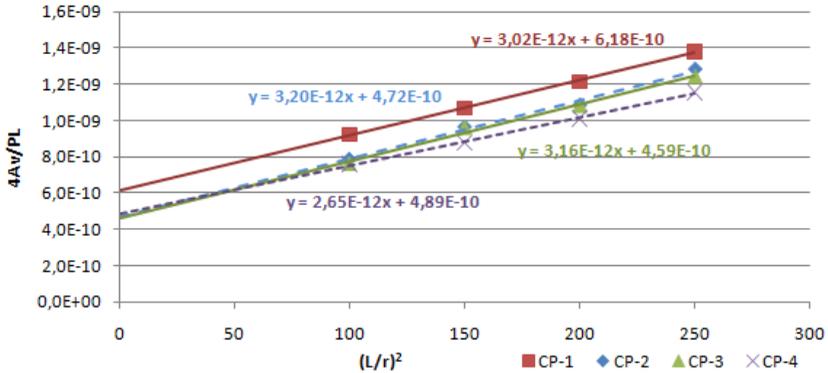


Figura 3.4 – Gráfico  $(4Av/PL)$  versus  $(L/r)^2$

De acordo com a Equação 2.60 e a Equação 2.61 encontraram-se os valores para o módulo de elasticidade e de cisalhamento, respectivamente, mostrados na Tabela 3.3. Os resultados obtidos para cada perfil, em separado, encontram-se no Anexo E.

Tabela 3.3 – Valores obtidos para  $E$  e  $G$  para cada corpo-de-prova

	CP-1	CP-2	CP-3	CP-4	Média
E (GPa)	27,57	26,08	26,34	31,43	27,85
G (GPa)	3,23	4,23	4,35	4,09	3,97

Procedeu-se então a análise dos resultados. Fazendo:

$$R = \left| \frac{x - \bar{x}}{S} \right| < R_{lim} \quad (3.1)$$

Em que

$x$  → valor suspeito;

$\bar{x}$  → média;

$\bar{S}$  → desvio padrão;

$R_{lim}$  → valor limite, no caso igual a 1,46 para 4 elementos e 95% de confiança, de acordo com tabela apresentada no Anexo G.

A Tabela 3.4 apresenta a verificação de valores espúrios para o módulo de elasticidade longitudinal. Para o módulo de cisalhamento,

esta verificação é mostrada na Tabela 3.5.

**Tabela 3.4 – Verificação de valor espúrio para o  $E$**

	E (GPa)	MÉDIA	DESVIO PADRÃO	R	ESPÚRIO? $R > R_{lim}$
CP-1	27,57			0,116	Não
CP-2	26,08	27,85	2,470	0,719	Não
CP-3	26,34			0,612	Não
CP-4	31,43			1,447	Não

**Tabela 3.5 – Verificação de valor espúrio para o  $G$**

	E (GPa)	MÉDIA	DESVIO PADRÃO	R	ESPÚRIO? $R > R_{lim}$
CP-1	3,23			1,466	Sim
CP-2	4,23	3,97	0,507	0,498	Não
CP-3	4,35			0,744	Não
CP-4	4,09			0,223	Não

O valor obtido para o módulo  $E$  com o CP-4 não foi classificado como espúrio mas, por estar muito perto do valor limite, este valor será descartado. Já o valor obtido para o módulo  $G$  pelo CP-1 foi considerado espúrio e também será descartado. Desta forma optou-se por descartar os perfis CP-1 e CP-4 refazendo a média apenas com os valores obtidos para os CP-2 e CP-3 Assim, chega-se aos seguintes valores finais para o módulo de elasticidade longitudinal e transversal:

**Tabela 3.6 – Valores finais para  $E$  e  $G$**

	MÉDIA
E (GPa)	26,21
G (GPa)	4,29

Os valores para  $E$  e  $G$  obtidos neste trabalho são comparados com os encontrados por outros autores na Tabela 3.7.

**Tabela 3.7 – Valores de  $E$  e  $G$  encontrados na literatura**

<b>Autor</b>	<b>Seção do Perfil</b>	<b>Resina</b>	<b>E (GPa)</b>	<b>G (GPa)</b>
ROBERTS e AL-UBAIDI (2002) ( $V_f$ não disponível)	H 200x200x10	Poliéster	18,9	2,81
	H 150x150x10	Poliéster	23,5	2,74
	I 102x51x6,35	Poliéster	32,3	3,77
BANK (1989) ( $V_f$ de 40 a 50%)	H 102x102x6,35	Poliéster	22,75	0,75
	H 102x102x6,35	Viniléster	21,86	0,88
	I 102x51x6,35	Poliéster	22,13	1,20
CORREIA (2005) ( $V_f$ de 62%)	I 102x51x6,35	Viniléster	22,82	1,23
	I 100x200x10	Poliéster	38,40	3,58

A Tabela 3.8, apresentada a seguir, mostra um resumo das propriedades do perfil utilizado neste trabalho, de abas curtas, assim como daquele usado por Santos Neto (2006), de abas largas e de composição similar, feito pelo mesmo fabricante.

**Tabela 3.8 – Resumo das propriedades para os perfis**

	<b>ABAS CURTAS</b>	<b>ABAS LARGAS</b>
Dimensões (mm)	152,5 x 76,0 x 6,35	101,6 x 101,6 x 9,525
Área (cm <sup>2</sup> )	18,53	27,22
Inércia (cm <sup>4</sup> )	660,319	456,33
Coef. de forma ( $K_y$ )	0,501	0,322
Módulo E (GPa)	26,21	32,86
Módulo G (GPa)	4,29	2,67

Com os dados desta tabela faz-se uma comparação entre os valores de rigidez  $EI_y$  e  $GK_yA$  para as duas seções de perfil, conforme Tabela 3.9.

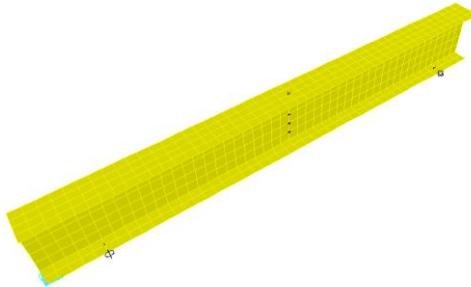
**Tabela 3.9 – Comparação entre as rigidezes dos perfis**

	<b><math>EI_y</math> (kNm<sup>2</sup>)</b>	<b><math>GK_yA</math> (kN)</b>
Perfil abas largas	149,95	2340,21
Perfil abas curtas	173,40	3982,63

Observa-se que, apesar do módulo de elasticidade longitudinal do perfil utilizado neste trabalho ser menor do que aquele obtido por Santos Neto (2006) apresenta rigidez à flexão ( $EI_y$ ) maior devido ao maior momento de inércia. A rigidez ao cisalhamento ( $GK_yA$ ) também resulta maior para o perfil de abas curtas apesar de possuir área menor, pois apresenta maior módulo de elasticidade transversal.

### 3.2.2 Análise Numérica

Em seguida avaliou-se a rigidez à flexão de perfis de PRFV por meio de uma análise numérica, usando-se o Método dos Elementos Finitos. As paredes do perfil (tanto as mesas como a alma) foram modeladas por elementos de casca fina de 4 nós, com dimensões de 25 mm x 19 mm para as mesas e 25 mm x 29 mm para a alma. Nos apoios foram restringidos os deslocamentos verticais (na direção  $z$ ) enquanto que no centróide do perfil foram restringidos os deslocamentos horizontais (na direção  $x$  e  $y$ ). O modelo está mostrado na Figura 3.5.



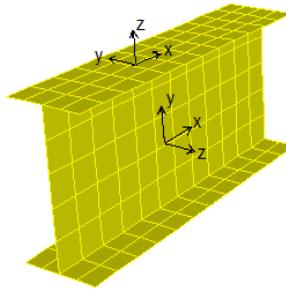
**Figura 3.5 – Modelo do perfil**

Considerou-se que as paredes do perfil são laminados, cujas propriedades elásticas equivalentes a material ortotrópico foram estimadas por meio da Teoria Clássica da Laminação, utilizando-se as expressões apresentadas no item 2.1.2.1, com exceção do módulo de elasticidade transversal  $G_{xy}$  que foi obtido por meio do modelo semi-empírico de Halphin-Tsai, uma vez que apresenta melhores resultados para o  $G$ , conforme apresentado naquele mesmo item. A Tabela 3.10 apresenta todas estas propriedades.

**Tabela 3.10 – Propriedades elásticas dos laminados**

$E_x$	$E_y$	$G_{xy}$	$\nu_{xy}$
26,727	7,190	3,818	0,341

O sentido dos eixos locais é mostrado na Figura 3.6.



**Figura 3.6 – Sentido dos eixos locais**

Como se admitiu que o material PRFV fosse elástico-linear, aplicou-se apenas um valor de carga no meio do vão,  $P=10$  kN. Extraiu-se das análises o deslocamento vertical do meio do vão, na altura da linha neutra, para os diferentes vãos utilizados nos ensaios experimentais (0,6m; 0,73m; 0,84m e 0,94m). Para possibilitar a comparação com os resultados obtidos experimentalmente por meio dos LVDTs, foi descontado do valor obtido para o deslocamento vertical no meio do vão aquele encontrado nos apoios, na linha neutra. A Tabela 3.11 apresenta os valores finais obtidos para os deslocamentos verticais no meio do vão.

**Tabela 3.11 – Deslocamentos obtidos no SAP (em mm)**

$(L/r)^2$	Carga (kN)	SAP
100	10,0	0,5927
150	10,0	0,9125
200	10,0	1,2248
250	10,0	1,5739

Esses valores serão comparados com os obtidos experimentalmente no próximo item. Para possibilitar uma comparação

direta dos valores dos módulos  $E$  e  $G$  obtidos dos ensaios (Tabela 3.6), aplicou-se aos resultados numéricos a metodologia experimental (item 0), traçando-se o gráfico  $(4Av/PL)$  versus  $(L/r)^2$ , mostrado na Figura 3.7.

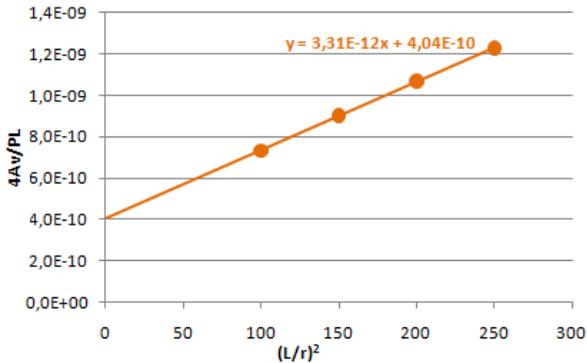


Figura 3.7 – Diagrama  $(4Av/PL)$  versus  $(L/r)^2$  para o SAP

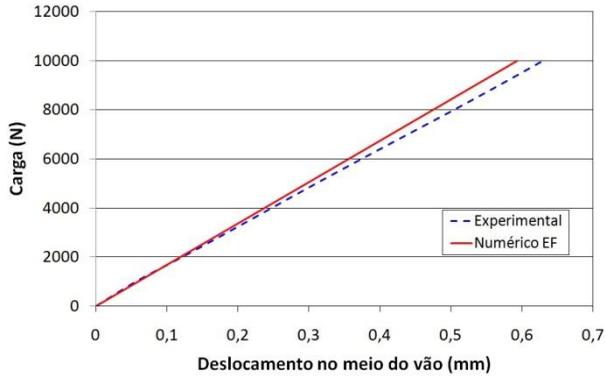
Aplicando-se uma regressão linear aos dados e, a partir das Equações 2.60 e 2.61, obteve-se os módulos equivalentes a material isotrópico, mostrados na Tabela 3.12.

Tabela 3.12 – Valores  finais para  $E$  e  $G$  obtidos numericamente

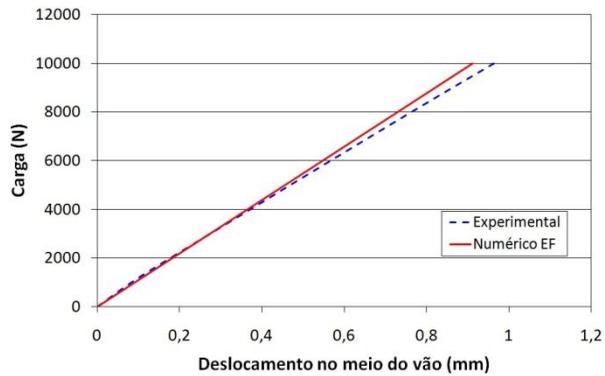
<u>E (GPa)</u>	<u>G (GPa)</u>
25,20	4,94

### 3.2.3 Análise dos Resultados

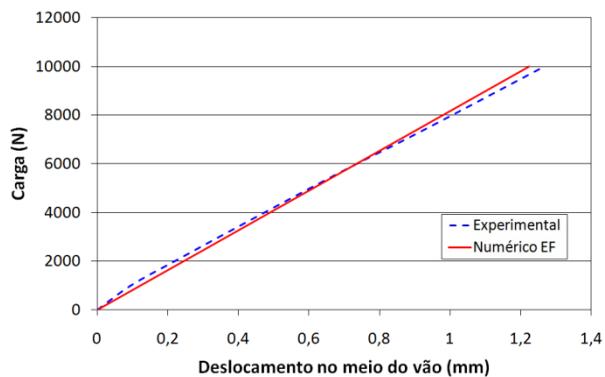
Para comparar a rigidez à flexão dos perfis de PRFV obtida experimental e numericamente por elementos finitos, traçaram-se inicialmente os gráficos carga vertical ( $P$ ) versus deslocamento vertical ( $v$ ) no meio do vão, para os quatro vãos utilizados. Para cada vão, o valor experimental do deslocamento vertical mostrado é a média dos valores obtidos pelos quatro corpos-de-prova.



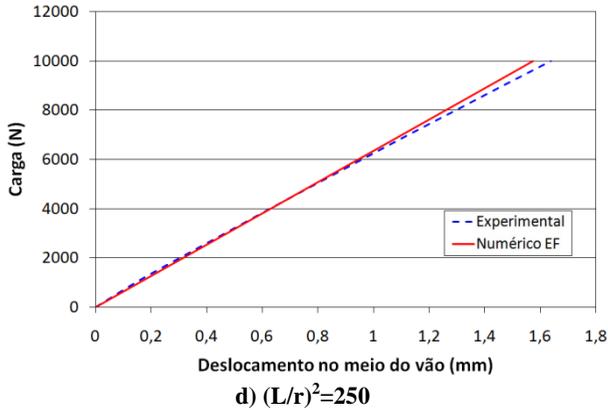
a)  $(L/r)^2=100$



b)  $(L/r)^2=150$



c)  $(L/r)^2=200$



**Figura 3.8 – Gráficos ( $P \times v$ )**

Observa-se da Figura 3.8 que as retas obtidas numericamente, por meio do Método dos Elementos Finitos, fornecem uma ótima aproximação das curvas obtidas experimentalmente nos ensaios de flexão a 3 pontos, usando a Teoria de Viga de Timoshenko. Observa-se também que, para os menores vãos, o modelo numérico mostra-se um pouco mais rígido que o experimental, o que pode ser explicado pelo efeito de arco que ocorre para pequenos vãos o qual não é capturado pela Teoria de Viga.

Ressalta-se, no entanto, que estas diferenças são muito pequenas quando comparadas com as variações observadas nos ensaios entre os diferentes corpos-de-prova e entre os dois LVDTs.

Comparam-se em seguida os valores obtidos experimental e numericamente para os módulos  $E$  e  $G$  dos perfis, equivalente a material isotrópico, como mostra a Tabela 3.13.

**Tabela 3.13 – Comparação entre  $E$  e  $G$ , experimental e numérico**

	Experimental	Numérico EF
E (GPa)	26,21	25,20
G (GPa)	4,29	4,94

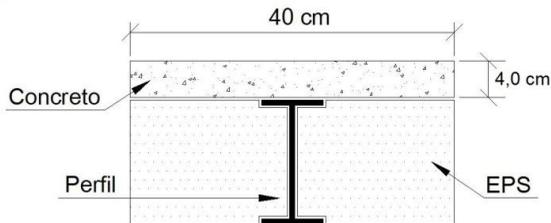
Observa-se desta tabela que há certa diferença entre os valores obtidos das duas diferentes formas, maior do que a observada nos gráficos carga x deslocamento da Figura 3.8. Isto pode ser explicado pelo fato da obtenção dos módulos de elasticidade ser muito sensível em

relação a reta gerada pela plotagem de  $(4Av/PL)$  versus  $(L/r)^2$ . Então, mesmo que os deslocamentos tenham resultado parecido, pequenas diferenças implicam em variações em maior escala na obtenção dos valores de  $E$  e  $G$ .

No próximo item apresenta-se o estudo realizado para avaliação da rigidez à flexão de vigas mistas concreto/perfil de PRFV.

### 3.3 Rigidez à Flexão de Vigas Mistas Concreto/PRFV

Conforme explicado na introdução deste trabalho, está em desenvolvimento na UFSC um sistema de laje mista concreto/perfis de PRFV com preenchimento de blocos de EPS. Neste trabalho realiza-se um estudo inicial do comportamento à flexão da laje mista, avaliando-se a rigidez de vigotes mistos de 1,20 m de comprimento e 40 cm de largura, com uma capa de concreto de 4 cm de altura, conforme mostra a seção da Figura 3.9.



**Figura 3.9 – Seção dos vigotes**

A altura da capa de concreto foi escolhida a partir de estudos preliminares, buscando aproximar a linha neutra da seção composta na interface concreto/perfil, de forma que o concreto trabalhasse comprimido e o perfil de PRFV tracionado, na flexão da estrutura, tirando assim proveito das propriedades dos materiais componentes.

É difícil coincidir exatamente a interface com a linha neutra, mas deve-se evitar que a mesa superior do perfil fique comprimida causando possível flambagem. Assim, a linha neutra pode ficar acima da interface, na capa de concreto, verificando-se o limite de fissuração do concreto para cargas em serviço.

A espessura da capa de concreto foi escolhida a partir de recomendações da NBR 14859-1 de 2002 como Santos Neto (2006) apresenta em seu trabalho.

A largura do vigote, de 40 cm, coincide com o espaçamento entre os perfis na laje mista, de forma a se obter uma fatia representativa da laje. Esse espaçamento foi escolhido com base nas recomendações do projeto de norma NBR 8800 (2003) e da norma CEB-FIP (1998) conforme Santos Neto (2006).

O comprimento de 1,20 m foi escolhido para se obter um vão de 0,944 m, o qual foi o maior vão utilizado para obtenção da rigidez à flexão do perfil de PRFV, conforme apresentado em 3.2.1. Como não é possível furar os vigotes para diferentes vãos, não será utilizada a metodologia experimental usada para os perfis isolados, assim sendo, não será possível se obter os módulos de elasticidade  $E$  e  $G$  dos vigotes ensaiados a flexão a 3 pontos, apenas o módulo de elasticidade aparente,  $E_a$ , conforme será visto no item 3.3.2.

Além da análise experimental, a rigidez à flexão dos vigotes mistos foi avaliada por uma análise teórica, descrita no item 3.3.1 e também por uma análise numérica de Elementos Finitos, apresentada no item 3.3.3. Ao final, no item 3.3.4, comparam-se os valores de rigidez obtidos pelas diferentes análises e os gráficos carga x deslocamento.

### 3.3.1 Análise Teórica

Inicialmente avalia-se a rigidez do vigote misto a partir da Teoria de Viga de Timoshenko e do Método de Homogeneização da Seção (TIMOSHENKO, 1983) utilizando-se propriedades elásticas (módulos  $E$  e  $G$ ) obtidos experimentalmente para o perfil de PRFV e módulo de elasticidade  $E_c$  estimado para o concreto. Considera-se que os materiais concreto e perfil de PRFV estão perfeitamente ligados, sem possibilidade de deslizamento.

Optou-se em homogeneizar a seção toda em uma seção de material PRFV equivalente, conforme mostra a Figura 3.10.

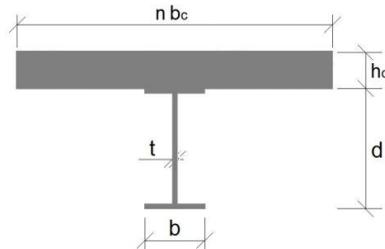


Figura 3.10 – Seção homogeneizada

Em que  $n = E_c / E_{PRFV}$ .

As propriedades geométricas da seção homogeneizada foram calculadas no início do Anexo F, usando o programa Mathcad (versão 2001) e foram resumidas na Tabela 3.14.

**Tabela 3.14 – Propriedades geométricas da seção homogeneizada**

Momento de Inércia (cm <sup>4</sup> )	Área (cm <sup>2</sup> )	Fator de Forma
$I_{eq} = 2410,08$	$A_{eq} = 177,68$	$\chi_{eq} = 11,078$

Portanto, a rigidez da seção transformada pode ser calculada, usando-se os módulos  $E$  e  $G$  calculados anteriormente para o perfil de PRFV, conforme mostra Tabela 3.15.

**Tabela 3.15 – Rigidez da seção transformada**

Rigidez à Flexão (kNm <sup>2</sup> )	Rigidez ao cisalhamento (kN)
$E_{PRFV} I_{eq} = 631,68$	$G_{PRFV} A_{eq} / \chi_{eq} = 6880,9$

Utilizando-se estes valores calcula-se o deslocamento vertical no meio do vão para vigas sob flexão a 3 pontos usando-se a Equação 3.2 que corresponde à Equação 2.58 para seção transformada.

$$v = v_f + v_c = \frac{PL^3}{48EI_{eq}} + \frac{PL\chi_{eq}}{4GA_{eq}} \quad (3.2)$$

Sendo:

$v$  → deslocamento total;

$P$  → carga no meio do vão;

$L$  → distância entre os apoios;

$E$  → módulo de elasticidade longitudinal;

$I_{eq}$  → momento de inércia equivalente da seção composta transformada;

$G$  → módulo de cisalhamento;

$\chi_{eq}$  → fator de forma;

$A_{eq}$  → área equivalente da seção composta transformada.

A Tabela 3.16, apresentada a seguir, mostra o valor obtido para o deslocamento vertical no meio do vão, considerando o vão de 0,944m. Por apresentar comportamento linear, foi obtido apenas o valor correspondente à carga de 13 kN. A explicação da escolha desta carga é apresentada no item seguinte.

**Tabela 3.16 – Deslocamento vertical no meio do vão, teórico**

Carga (N)	Deslocamento (mm)
13000	0,8065

Os resultados serão comparados com os obtidos experimental e numericamente, em termos de gráficos carga x deslocamento vertical no meio do vão, no item 3.3.4.

É feito, ainda, o cálculo teórico do módulo de elasticidade aparente ( $E_a$ ) de acordo com a Equação 3.5 apresentada a seguir, obtida a partir da Equação 3.2 a qual pode ser reescrita como

$$v = \frac{PL^3}{48E_a I_{eq}} \quad (3.3)$$

Em que

$$\frac{1}{E_a} = \frac{1}{E} \left( 1 + \frac{12 E / GK_y}{(L/r)^2} \right) \quad (3.4)$$

de onde se extrai

$$E_a = \frac{PL^3}{48I_{eq} v} \quad (3.5)$$

Com os valores da Tabela 3.14 e da Tabela 3.16 obtém-se o valor do módulo de elasticidade aparente, apresentado na Tabela 3.17.

**Tabela 3.17 – Módulo de elasticidade aparente teórico**

TEÓRICO	
$E_a$ (GPa)	11,72

### 3.3.2 Análise Experimental

Para esta análise confeccionaram-se 4 vigotes com seção mostrada na Figura 3.9. A ligação entre o concreto e o perfil foi feita por meio de aplicação de uma resina epoxídica, Sikadur 31. A escolha desta resina foi resultado de um estudo proposto por Santos Neto (2006), que analisou três tipos diferentes para obter a melhor ponte de aderência. Os tipos estudados foram:

- **Sikadur 31:** adesivo estrutural bi componente à base de resina epóxi, de alta viscosidade (tixotrópico) e de elevada resistência mecânica. Esta resina é aplicada sobre o perfil, sendo em seguida colocada em contato com o concreto, ainda no estado fresco;
- **Sikadur 32 Gel:** adesivo estrutural bi componente à base de resina epóxi, de baixa viscosidade (autonivelante) e de elevada resistência mecânica. Esta resina é aplicada sobre o perfil, sendo em seguida pulverizada uma camada de areia, deixando-se curar o conjunto resina/areia por dois dias, para após lançar o concreto;
- **Sem tratamento superficial:** o concreto é aplicado diretamente sobre o perfil, sem a utilização de produtos ou conectores.

A resina Sikadur 31 resultou ser a melhor opção sendo, por isso, a solução empregada neste trabalho. As características desta resina podem ser vistas na Tabela 3.18, as quais foram obtidas da Ficha Técnica do Produto, fornecida pelo fabricante da resina (Sika S.A).

**Tabela 3.18 – Características da resina Sikadur 31**

Massa específica	Pot Life	Resistência à compressão	Aderência	Consumo
1,70 kg/litro	A 20°C – 55min	1 dia – 60 MPa	> 18,6 MPa	1,7 kg/mm <sup>2</sup> /mm

Foi utilizado concreto com resistência de 30 MPa e com as características descritas na Tabela 3.19.

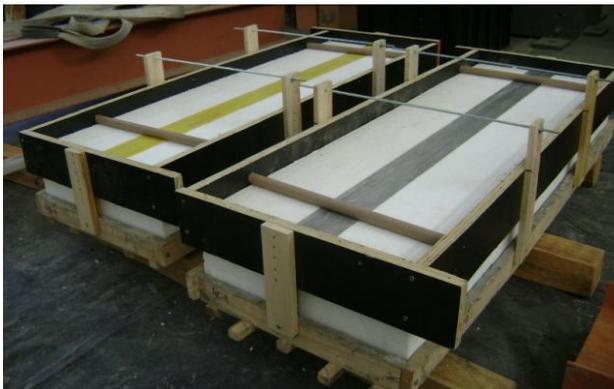
**Tabela 3.19 – Características do concreto**

Traço em massa	1 : 1,95 : 2,62
Relação água/cimento	0,51
Teor de argamassa	53%
Massa específica do concreto (kg/m <sup>3</sup> )	2400
Abatimento do tronco de cone (mm)	60 ± 10

O concreto com resistência de 30 MPa foi escolhido, pois será o adotado para a fabricação das lajes mistas. Esta dosagem foi testada por meio do ensaio de 4 corpos-de-prova e os resultados obtidos para a resistência podem ser encontrados no Anexo G. Foi adicionada a este concreto a fibra NeoFibra MF com teor de 0,1% para diminuir a fissuração por retração plástica.

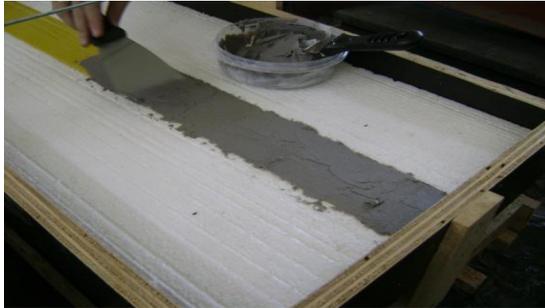
Para avaliar a resistência à compressão e módulo de elasticidade do concreto usado nos vigotes, foram moldados 6 corpos-de-prova cilíndricos, de seção 10x20 cm. Os corpos-de-prova foram moldados de acordo com a NBR 5738 (1994) e ensaiados à compressão conforme a NBR 5739 (1994).

A seguir são apresentadas algumas fotos da concretagem desses vigotes. Na Figura 3.11 podem-se ver as fôrmas para os vigotes. Os tubos de PVC foram colocados para tornar possível a montagem do dispositivo de ensaio, apresentado a seguir.



**Figura 3.11 – Fôrmas dos vigotes**

A Figura 3.12 mostra a resina sendo aplicada com a utilização de uma espátula. Antes da aplicação o perfil foi lixado na região da interface para melhorar a aderência entre os materiais. A mistura dos componentes A (resina epóxi) e B (endurecedor amínico) foi feita em peso, sendo a relação (A:B) de 1:1,18. A espessura desta camada foi aproximadamente de 2,0 mm e a quantidade de resina utilizada para um vigote foi de 310,08g, conforme cálculos apresentados no Anexo H.



**Figura 3.12 – Aplicação da resina**

Logo após a aplicação o concreto foi lançado e nivelado, como mostra a Figura 3.13, não ultrapassando o *pot-life* da mistura de 55 minutos.



**Figura 3.13 – Vigote concretado**

Os vigotes foram desformados no dia seguinte à concretagem e cobertos com uma lona plástica com a finalidade de evitar a perda excessiva de água do concreto.

Os corpos-de-prova foram submetidos ao ensaio de flexão a três pontos 28 dias após a concretagem para apenas o vão de 0,944 m, com relação  $(L/r)^2=250$ , de forma semelhante àquela apresentada no item 3.2.1, para obtenção da rigidez apenas do perfil. Os ensaios foram realizados no Laboratório de Experimentação de Estruturas (LEE) do Departamento de Engenharia Civil da UFSC.

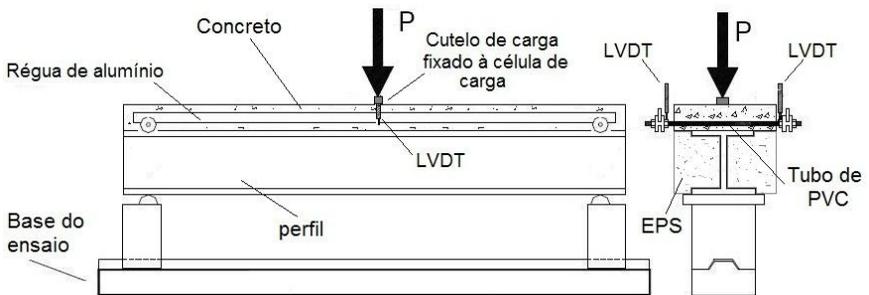
Definiu-se para este ensaio que a carga aplicada seria 1/3 da carga última estimada, obtida a partir da verificação à flexão e ao cisalhamento. No Anexo F são apresentados os cálculos para a obtenção

desta carga que resultou igual a 39,39 kN. Cada vigote foi ensaiado três vezes até a carga de 13,0 kN e uma quarta vez levando-os até a ruptura.

O carregamento foi aplicado por meio de um pistão hidráulico marca *Sperry Vickers* com capacidade de 250 kN e curso de 300 mm. Este pistão está fixado a um pórtico de reação sendo este fixo em uma laje de reação. A carga foi lida por uma célula de carga, marca *Gunt*, de capacidade 300 kN, ligada a um microcomputador por meio de um sistema de aquisição de dados, *HBM/Spider 8* com 4 canais (*Software: Catman 4.0*).

O deslocamento vertical no meio do vão foi calculado pela média dos valores medidos por dois Transdutores Lineares de Deslocamento (LVDT), marca *HBM WA-20*, com campo de leitura de 20 mm, dispostos um em cada face lateral do vigote e apoiados em uma régua de alumínio fixada na altura da linha neutra sobre os apoios. Os tubos de PVC mostrados na Figura 3.11 serviram para passar um parafuso rosca sem fim que apoiou esta régua de alumínio. Os LVDTs também foram ligados ao sistema de aquisição de dados.

Utilizou-se um cutelo de aplicação de carga rotulado para reduzir possíveis excentricidades no carregamento e possibilitando a aplicação de um carregamento vertical e igualmente distribuído nos dois LVDTs. O esquema do ensaio pode ser observado na Figura 3.14.



**Figura 3.14 – Esquema do ensaio do vigote**

Uma foto da preparação do ensaio pode ser vista na Figura 3.15. As cordas foram colocadas com o propósito de evitar que o vigote caísse da base da máquina tanto na fase de preparação quanto durante o ensaio.



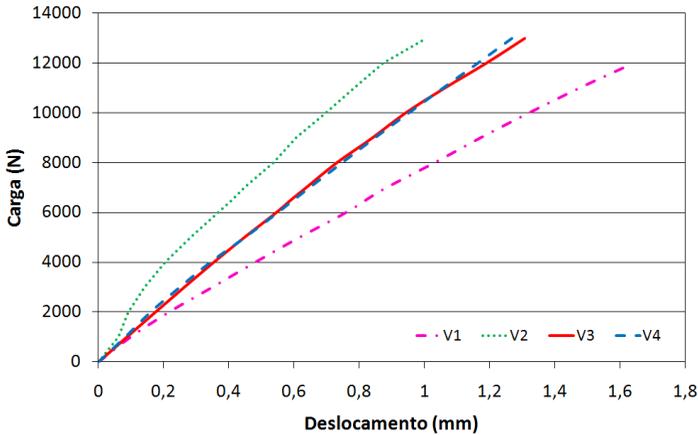
**Figura 3.15 – Preparação do ensaio do vigote**

Os valores médios obtidos entre os dois LVDTs para os deslocamentos verticais no meio do vão, na altura da linha neutra, encontram-se na Tabela 3.2.

**Tabela 3.20 – Deslocamentos no meio do vão para os 4 vigotes (mm)**

<b>CARGA (N)</b>	<b>V1</b>	<b>V2</b>	<b>V3</b>	<b>V4</b>	<b>Média</b>
1000	0,09809	0,06212	0,08669	0,08162	0,08213
2000	0,21543	0,09235	0,17433	0,15925	0,16034
3000	0,34870	0,14168	0,26268	0,24890	0,25049
4000	0,47974	0,20551	0,35307	0,34241	0,34518
5000	0,61567	0,28397	0,44716	0,44896	0,44894
6000	0,75901	0,36714	0,54519	0,54970	0,55526
7000	0,81960	0,40981	0,58964	0,59789	0,60424
8000	0,88292	0,44764	0,63681	0,64703	0,65360
9000	1,03036	0,53826	0,73076	0,74697	0,76159
10000	1,17152	0,60706	0,84001	0,84740	0,86650
11000	1,31977	0,69591	0,94182	0,95166	0,97729
12000	1,47498	0,78287	1,06176	1,05656	1,09404
13000	1,64130	0,87197	1,18966	1,16337	1,21657

Estes valores foram então plotados em um gráfico carga x deslocamento como apresenta a figura a seguir.



**Figura 3.16 – Gráfico  $P \times v$  para os vigotes**

É possível observar desse gráfico que existe uma grande variabilidade entre os vigotes. Isso pode ser explicado tanto por uma variação do perfil de PRFV quanto da execução dos vigotes.

Em seguida foi obtido o valor do módulo de elasticidade aparente para cada vigote. A Equação 3.5 foi utilizada com os valores da Tabela 3.6 e Tabela 3.14, obtendo-se um módulo  $E_a$  para os pares carga/deslocamento. Para a obtenção do módulo  $E_a$  adotaram-se dois valores de carga aplicada, 4,0 e 10,0 kN, correspondente ao trecho linear dos gráficos carga x deslocamento. Fez-se, então, a média destes valores para obter o módulo  $E_a$  de cada vigote. Estes valores estão mostrados na Tabela 3.21.

**Tabela 3.21 – Módulo de elasticidade aparente,  $E_a$ , em GPa**

CARGA (N)	V1	V2	V3	V4
4000	6,0791	14,1907	8,2601	8,5172
10000	5,5244	10,4769	7,7414	7,6613

O valor do módulo de elasticidade aparente final para cada vigote está na Tabela 3.22.

**Tabela 3.22 – Módulo de elasticidade aparente final por vigote**

	V1	V2	V3	V4	MÉDIA
$E_a$ (GPa)	5,80	12,33	8,00	8,09	8,56

A média final para o módulo de elasticidade aparente,  $E_a$ , experimental também está mostrada na Tabela 3.22.

Apesar do objetivo da análise experimental ser apenas obter a rigidez (aparente) do vigote, também foi observado o comportamento até o esgotamento da capacidade última.

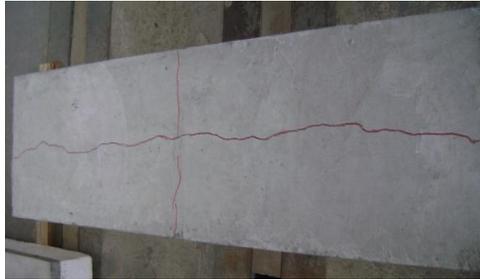
O primeiro vigote ensaiado foi o vigote V2 em que o modo último foi de instabilidade local. Neste primeiro ensaio o vigote estava apoiado somente no perfil e isso fez com que ocorresse primeiro uma ruptura local por compressão na região dos apoios, como mostra a Figura 3.17. Para os próximos ensaios aumentou-se a área do apoio para evitar que esse problema ocorresse novamente.



**Figura 3.17 – Ruptura local na região do apoio do V2**

Quando a carga aplicada chegou a aproximadamente 20,0 kN, o vigote apresentou grande instabilidade sendo praticamente derrubado da base do ensaio.

Em seguida realizou-se o ensaio do vigote V1. Os três ciclos de carregamento até 13,0 kN foram realizados sem aparecerem fissuras no concreto. No quarto ciclo, fissuras começaram a aparecer, primeiro uma grande fissura longitudinal causada por tensão de tração transversal, posteriormente ocorreu outra fissura, transversal, na região de aplicação da carga, como mostra a Figura 3.18.



**Figura 3.18 – Fissura no V1**

Este vigote apresentou deformação excessiva em um dos apoios, mostrando a capacidade do material PRFV de suportar grandes deformações. Esta deformação é apresentada na Figura 3.19.



**Figura 3.19 – Deformação excessiva no apoio do V1**

E, com carga de 42,3 kN a ligação mesa/alma do perfil rompeu por cisalhamento, sendo a carga última esperada de 39,622 kN. O detalhe da ruptura do perfil é mostrado na Figura 3.20.



**Figura 3.20 – Detalhe da ruptura no perfil do V1**

O vigote V3 foi o próximo a ser ensaiado. Neste ensaio apenas o concreto rompeu, devido à flexão no sentido transversal, com carga de 30,6 kN. Esta fissura pode ser observada na Figura 3.21.



**Figura 3.21 – Fissura no V3**

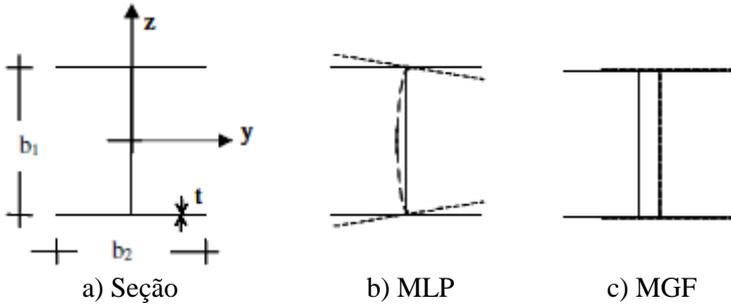
Mas, ocorreu também, uma instabilidade global, com carga de aproximadamente 31,0 kN, fazendo com que o vigote fosse derrubado da base de ensaio, conforme apresentado na Figura 3.22.



**Figura 3.22 – Instabilidade global do V3**

De acordo com Pierin (2005), as configurações dos modos de instabilidade relevantes para a análise do comportamento de colunas com seção em I são, especificamente, o modo local de placa (MLP) onde ocorre uma rotação na junção da alma com a mesa comprimida

(Figura 3.23b) e o modo de instabilidade global de flexão (MGF) onde ocorre uma translação da seção (Figura 3.23c).



**Figura 3.23 – Modos de instabilidade**

Por último, o vigote V4 foi ensaiado apresentando instabilidade local no perfil (MLP) com um baixo valor de carga, 16,0 kN, como mostra a Figura 3.24. Não apresentou fissuras no concreto nem ruptura por cisalhamento no perfil.



**Figura 3.24 – Instabilidade do V4**

Em resumo, nos quatro ensaios realizados, houve diferentes tipos de esgotamento da capacidade última. Vale ressaltar que a fissuração

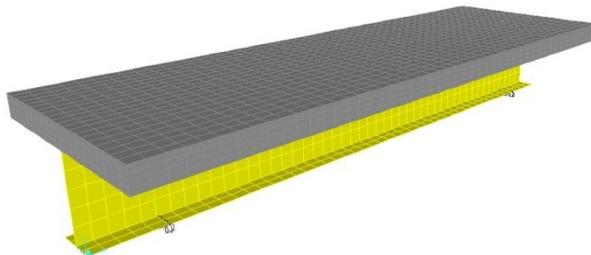
devido à flexão transversal não ocorreu nas lajes ensaiadas por Santos Neto (2006), entretanto estas lajes foram confeccionadas com perfis diferentes daqueles utilizados neste estudo. Dando continuidade a este estudo, ensaios de flexão a 4 pontos de lajes confeccionadas com a nova seção de perfil estão em andamento na UFSC, mas não fazem parte do objetivo deste trabalho.

Devido à pequena espessura destes perfis, problemas de ruptura local e instabilidade aconteceram, demonstrando ser este perfil menos eficiente que aquele utilizado por Santos Neto (2006).

### 3.3.3 Análise Numérica

Em seguida foi feita a análise numérica do vigote, usando-se o Método dos Elementos Finitos. O perfil foi modelado da mesma maneira daquela apresentada no item 3.2.2. Para a capa de concreto foram utilizados elementos sólidos de 8 nós com dimensões de 25 mm x 19 mm x 10 mm.

Nos apoios foram restringidos os deslocamentos verticais (na direção  $z$ ) enquanto que no centróide do perfil foram restringidos os deslocamentos horizontais (na direção  $x$  e  $y$ ). As propriedades utilizadas também são aquelas já apresentadas no item 3.2.2. O modelo está mostrado na Figura 3.25.



**Figura 3.25 – Modelo do vigote**

Como se admitiu que o material PRFV fosse elástico-linear, aplicou-se apenas um valor de carga no meio do vão,  $P=13$  kN distribuído ao longo de uma linha transversal, simulando o dispositivo de ensaio. Extraiu-se das análises o deslocamento vertical do meio do vão, na altura da linha neutra, para o maior vão, de 0,944 m. Para possibilitar a comparação com os resultados obtidos experimentalmente,

por meio dos LVDTs, foi descontado do valor obtido para o deslocamento vertical no meio do vão aquele encontrado nos apoios, na linha neutra. A Tabela 3.23 apresenta os valores finais obtidos para o deslocamento vertical no meio do vão, em milímetros.

**Tabela 3.23 – Deslocamento vertical no meio do vão, numérico**

Carga (N)	Deslocamento (mm)
13000	0,8793

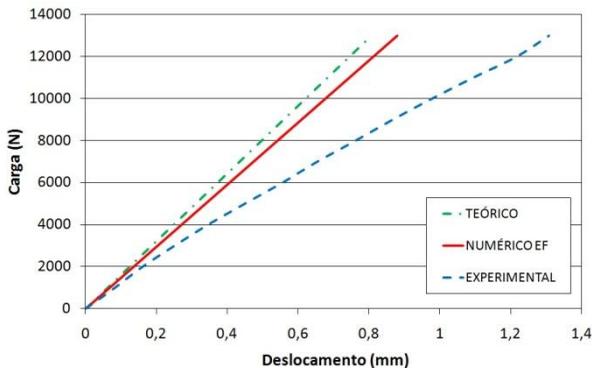
A forma de obtenção do módulo de elasticidade aparente, numérico, foi a mesma utilizada no item 3.3.1. Com os valores da Tabela 3.14 e da Tabela 3.23 obtém-se o valor do módulo de elasticidade apresentado a seguir.

**Tabela 3.24 – Módulo de elasticidade aparente numérico**

NUMÉRICO	
$E_a$ (GPa)	10,78

### 3.3.4 Análise dos Resultados

A Figura 3.26 apresenta o gráfico carga x deslocamento para as três análises: teórica, experimental e numérica. Para o traçado do gráfico da análise experimental foi realizada a média entre os resultados obtidos para os quatro vigotes.



**Figura 3.26 – Gráficos carga x deslocamento para todas as análises**

O modelo teórico resulta mais rígido do que o numérico de Elementos Finitos pois considera flexão em apenas uma direção e material isotrópico, enquanto que no modelo numérico utilizam-se propriedades ortotrópicas sendo o módulo de elasticidade transversal ( $E_2$ ) bem inferior ao longitudinal ( $E_1$ ), como apresentado na Tabela 2.4.

Por outro lado, o modelo experimental é mais flexível que o numérico de Elementos Finitos pois leva em conta o comportamento não linear na compressão assim como a fissuração do concreto e as deformações do perfil no apoio.

O modelo numérico de Elementos Finitos consegue representar a rigidez inicial (considerada até 2000 kN) do modelo experimental como mostra a Figura 3.26 e mais claramente na Figura 3.27.

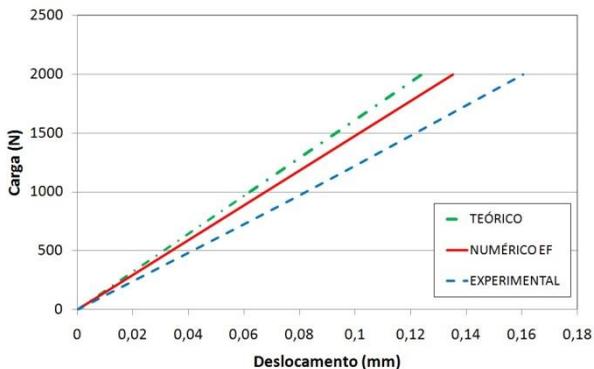


Figura 3.27 – Gráficos carga x deslocamento até 2000 kN

A comparação entre os valores obtidos para o módulo de elasticidade aparente teórico, experimental e numérico é mostrada na Tabela 3.25.

**Tabela 3.25 – Comparação dos módulos de elasticidade aparente**

	TEÓRICO	EXPERIMENTAL	NUMÉRICO
$E_a$ (GPa)	11,72	8,56	10,78

Após a obtenção da rigidez à flexão de perfis de PRFV e de vigas mistas concreto/perfil de PRFV, passa-se, no próximo capítulo, ao estudo da aderência entre estes materiais.

## 4 ADERÊNCIA CONCRETO E PERFIL DE PRFV

Para a análise da aderência entre concreto e perfis de PRFV dois estudos diferentes foram realizados. O desempenho da interface entre estes materiais foi analisado obtendo-se a tensão de aderência em corpos-de-prova ensaiados aos 28 dias (valor referência). A influência nesta tensão quando da colocação de fibras de polipropileno no concreto também foi analisada.

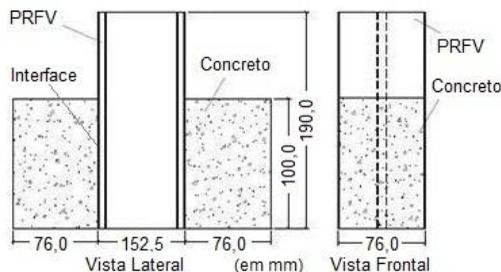
Um estudo complementar realizado, o qual não obteve conclusões consistentes, é mostrado ao final deste capítulo para auxiliar futuras pesquisas. Esse estudo trata do desempenho da interface quando os corpos-de-prova são submetidos a envelhecimento acelerado com a colocação em câmara climática. Ensaios a 1, 2, 3, 4 e 5 meses foram então realizados verificando se houve decréscimo nesta tensão.

### 4.1 Análise Experimental

Neste item são apresentados os ensaios experimentais realizados para caracterizar a tensão de aderência entre concreto e perfis de PRFV ligados por uma resina epóxi.

#### 4.1.1 Estudo da Interface concreto/perfil

Para a análise da aderência da ligação entre concreto e perfil foram confeccionados 3 corpos-de-prova formados por um perfil com 190,0 mm de comprimento e por dois prismas de concreto de dimensões 76,0 mm x 76,0 mm x 100,0 mm, conforme Figura 4.1. Estes protótipos seguiram o mesmo modelo proposto por Santos Neto (2006).



**Figura 4.1 – Detalhe dos corpos-de-prova para o ensaio de aderência**

O concreto empregado tem as mesmas características usadas para a confecção dos vigotes mostradas no item 3.3.2. Todos os corpos-de-prova foram moldados no mesmo dia para evitar diferenças no concreto que possam comprometer os resultados.

Antes da concretagem os perfis foram lixados na região da interface, para remover a camada externa de resina, facilitando a aderência entre os materiais. Este perfil foi colocado em uma fôrma (Figura 4.2) e a resina aplicada de maneira uniforme com o auxílio de uma espátula, formando uma camada de aproximadamente 2 mm de espessura. Após a aplicação da resina o concreto foi adicionado. Todos os corpos-de-prova foram então cobertos por uma lona plástica para evitar perda de água e desformados no dia seguinte, continuando com procedimentos de cura. O corpo-de-prova já desformado pode ser visto na Figura 4.3.



**Figura 4.2 – Fôrma para os corpos-de-prova de aderência**



**Figura 4.3 – Corpo-de-prova de aderência**

Para avaliar a resistência à compressão do concreto foram moldados 4 corpos-de-prova cilíndricos, de seção 10x20 cm, ensaiados aos 14 dias de idade do concreto e na época da realização do ensaio. Os corpos-de-prova foram moldados de acordo com a NBR 5738 (1994) e

ensaiados à compressão conforme a NBR 5739 (1994).

A resistência ligação concreto/perfil é obtida pelo ensaio de cisalhamento duplo, em que o carregamento é aplicado no topo do perfil, ocasionando esforços de compressão longitudinal no conjunto. A tensão de aderência é obtida dividindo a carga aplicada pela área de contato perfil/concreto.

Os ensaios foram realizados no Laboratório de Experimentação de Estruturas (LEE) do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

A carga foi aplicada por meio de uma prensa hidráulica marca *Mohr e Federhaff AG* com capacidade de 200 kN e lida por uma célula de carga, marca *Kratos*, de capacidade 300 kN, ligada a um microcomputador por meio de um sistema de aquisição de dados, *HBM/Spider 8* com 4 canais (*Software: Catman 4.0*).

Para medir o deslocamento relativo entre perfil e prismas de concreto, foram utilizados dois Transdutores Lineares de Deslocamento (LVDT), marca *HBM WI-10-T*, com campo de leitura de 10 mm, ligados ao sistema de aquisição de dados. Os LVDTs foram fixados em réguas de alumínio e estas fixadas na altura média de ambos os lados dos perfis de concreto.

O dispositivo do ensaio impõe que o cutelo de aplicação de carga seja rotulado, reduzindo-se assim possíveis excentricidades no carregamento e possibilitando a aplicação de um carregamento vertical e igualmente distribuído nos dois LVDTs. A taxa de carregamento aplicada foi de 10 kN/min, a mesma utilizada por Santos Neto (2006). O esquema do ensaio é apresentado na Figura 4.4.

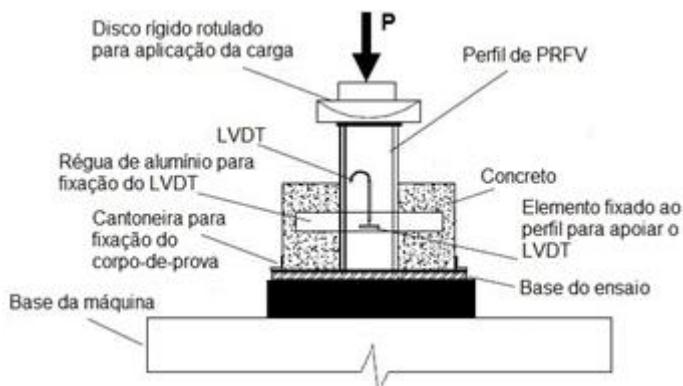


Figura 4.4 – Esquema do ensaio de cisalhamento duplo

A caracterização da interface foi realizada aos 36 dias de idade do concreto ( $T_0$ ) em que 3 corpos-de-prova foram submetidos ao ensaio de cisalhamento duplo, obtendo-se uma tensão de aderência considerada como valor referência desta tensão. Uma foto do ensaio encontra-se na Figura 4.5.



**Figura 4.5 – Foto do ensaio de cisalhamento duplo**

Os resultados obtidos para a tensão de aderência para os 3 corpos-de-prova podem ser observados na Tabela 4.1. Para obtenção da área de contato real, os prismas de concreto foram medidos com o auxílio de um paquímetro digital.

**Tabela 4.1 – Resultados para  $T_0$**

	ÁREA (mm <sup>2</sup> )	CARGA DE RUPTURA (N)	TENSÃO DE ADERÊNCIA (MPa)	PLANOS DE RUPTURA
$T_0$ -1	7962,62	34700	2,18	1
$T_0$ -2	7841,21	32250	2,06	1
$T_0$ -3	7779,75	36690	2,36	1

OBS: o número *1* para plano de ruptura indica que apenas um dos lados do corpo-de-prova rompeu e o 2 para ruptura dos dois lados.

Estes resultados foram analisados como mostrado no item 3.2.1, mas com  $R_{lim} = 1,15$  para o caso de análise com 3 elementos e nenhum

valor foi classificado como espúrio. Logo obteve-se de média 2,20 MPa.

Deve-se ressaltar o comportamento área x carga de ruptura. Em um ensaio ideal seria esperado que corpos-de-prova com maior área de contato resultassem em maior carga de ruptura, proporcionalmente, mas isso não ocorreu, como pode ser observado na Tabela 4.1.

A ruptura típica para estes corpos-de-prova está representada na Figura 4.6. Em todos os corpos-de-prova sempre o mesmo lado do corpo-de-prova rompia, indicando uma possível falha na confecção da base do ensaio, uma vez que quando esta base era girada o lado rompido invertia.



Figura 4.6 – Ruptura típica ( $T_0$ )

#### 4.1.2 Influência da Adição de Fibras de Polipropileno

Daniel Venâncio Vieira em sua dissertação de Mestrado, desenvolvida paralelamente a este trabalho, verificou a influência da adição de tipos diferentes de fibras de polipropileno em placas de concreto. Desta forma, enquanto foram moldados os corpos-de-prova para seu estudo aproveitou-se para verificar a influência na tensão de aderência quando da adição dessas fibras.

As fibras utilizadas foram a *NeoMatex MF* com teor de 0,1% e *Durus*, com 1 e 2% , anteriormente apresentadas no item 2.2.1.

O ensaio e a confecção dos corpos-de-prova foram os mesmos apresentados no item anterior, com exceção do concreto, no qual foi necessária a utilização de aditivo superplastificante para melhorar a trabalhabilidade quando a fibra *Durus* foi utilizada. Para cada tipo de fibra 4 corpos-de-prova foram confeccionados.

O primeiro ensaio foi realizado para a fibra *NeoMatex MF* aos 33 dias com os resultados obtidos apresentados na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2 – Resultados para fibra MF**

	ÁREA (mm <sup>2</sup> )	CARGA DE RUPTURA (N)	TENSÃO DE ADERÊNCIA (MPa)	PLANO DE RUPTURA
MF-1	7783,11	37990	2,44	1
MF-2	8035,18	60860	3,79	1
MF-3	7767,65	49830	3,21	1
MF-4	7766,18	35730	2,30	1

A ruptura típica para estes corpos-de-prova está representada na Figura 4.7.



**Figura 4.7 – Ruptura típica para fibra MF**

Os corpos-de-prova confeccionados com a fibra *Durus* e teor de 1% foram ensaiados 28 dias após sua concretagem. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 4.3.

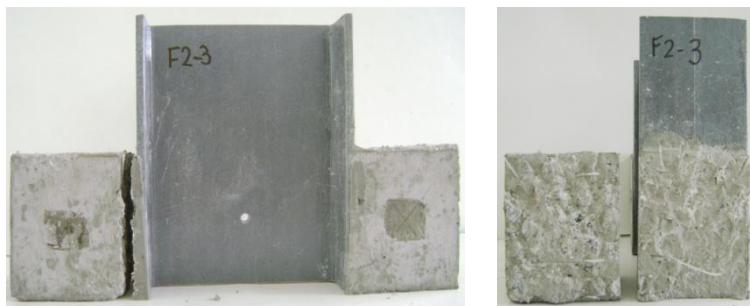
**Tabela 4.3 – Resultados para fibra *Durus* 1%**

	ÁREA (mm <sup>2</sup> )	CARGA (N) DE RUPTURA	CARGA (N) FINAL	TENSÃO DE ADERÊNCIA (MPa)	PLANO DE RUPTURA
D1-1	7471,88	16160	18550	1,08	1
D1-2	7706,95	16270	16520	1,06	1
D1-3	7833,71	21870	21870	1,40	1
D1-4	7907,11	25880	25880	1,64	1

Esta tabela agora apresenta duas colunas para a carga, pois com

este tipo de fibra, um fenômeno diferente ocorreu: primeiramente o concreto rompe, mas o prisma de concreto não se solta do perfil pois a fibra, ainda colada no perfil, continua resistindo até que ocorra o descolamento ou não ganho adicional de carga. Convencionou-se chamar para a carga que rompeu o concreto de “Carga de Ruptura” e de “Carga Total” quando a fibra não mais resiste. A tensão de aderência foi calculada com a carga de ruptura.

Assim que o concreto rompeu, a carga diminuiu mas começou novamente a aumentar, somente com as fibras resistindo. Este fenômeno ocorreu apenas para os dois primeiros corpos-de-prova e a carga total resultou maior que a carga de ruptura. Já para os dois outros corpos-de-prova o concreto rompeu e não havia fibra colada à resina para resistir uma carga adicional. A ruptura típica é mostrada na Figura 4.8.



**Figura 4.8 – Ruptura típica para fibra *Durus* 1%**

Por último a fibra *Durus* com teor de 2% foi ensaiada, 31 dias após sua concretagem. Os resultados estão na Tabela 4.4.

**Tabela 4.4 – Resultados para fibra *Durus* 2%**

	ÁREA (mm <sup>2</sup> )	CARGA (N)		TENSÃO DE ADERÊNCIA (MPa)	PLANO DE RUPTURA
		DE RUPTURA	FINAL		
D2-1	7756,67	9330	13430	0,60	1
D2-2	7949,91	19570	18790	1,23	1
D2-3	7912,85	32860	32860	2,08	1
D2-4	8001,64	33920	34790	2,12	1

A variação das cargas obtidas para os corpos-de-prova pode ser atribuída à grande quantidade de fibras no concreto que, dependendo de

sua disposição e concentração na região da interface, pode comprometer a aderência entre os dois materiais. A ruptura para esta fibra pode ser observada na Figura 4.9.



**Figura 4.9 – Ruptura típica para fibra *Durus* 2%**

Todos estes resultados foram então analisados como mostrado no item anterior mas com  $R_{lim} = 1,46$  para o caso de análise com 4 elementos, conforme tabela ao final do Anexo G.

**Tabela 4.5 – Verificação de valor espúrio**

	TENSÃO DE ADERÊNCIA	MÉDIA	DESVIO PADRÃO	R	ESPÚRIO? $R > R_{lim}$
MF-1	2,44	2,934	0,695	0,710	Não
MF-2	3,79			1,228	Não
MF-3	3,21			0,394	Não
MF-4	2,30			0,912	Não
D1-1	1,08	1,292	0,277	0,762	Não
D1-2	1,06			0,856	Não
D1-3	1,40			0,374	Não
D1-4	1,64			1,244	Não
D2-1	0,60	1,507	0,729	1,242	Não
D2-2	1,23			0,379	Não
D2-3	2,08			0,781	Não
D2-4	2,12			0,840	Não

Nenhum valor foi classificado como espúrio então, como tensão de aderência média final para os corpos-de-prova sem e com fibra, tem-se:

**Tabela 4.6 – Tensões de aderência finais**

TENSÃO DE ADERÊNCIA MÉDIA (MPa)	
T <sub>0</sub>	2,20
MF	2,93
D1	1,29
D2	1,51

A Tabela 4.7, apresentada a seguir, mostra a resistência do concreto obtida para os diferentes corpos-de-prova. Os ensaios para obtenção desta resistência seguiram as recomendações da NBR 5739:1994.

**Tabela 4.7 – Resistência do concreto (MPa)**

	T <sub>0</sub>	MF	D1	D2
CP-1	41,0	34,4	36,3	38,6
CP-2	38,1	36,4	33,5	39,8

## 4.2 Análise dos Resultados

A seguir é apresentada uma análise estatística comparando a tensão de aderência entre corpos-de-prova com e sem fibra. Esta análise foi realizada para verificar se existem diferenças significativas entre as tensões de aderência obtidas para os diferentes corpos-de-prova.

Para verificar se há diferença significativa na tensão de aderência quando são adicionados os diferentes tipos de fibra foi realizada uma análise de variância (ANOVA). Para esta análise adotou-se a função contida no Excel: “ANOVA: fator único”.

**Tabela 4.8 – Resumo das tensões de aderência**

S/ FIBRA	MF	D1%	D2%
2,18	2,44	1,08	0,60
2,06	3,79	1,06	1,23
2,36	3,21	1,40	2,08
--	2,30	1,64	2,12

Esta comparação tem por base a distribuição “F” em que o valor obtido para  $F$  deve ser comparado com outro valor de  $F$ , tabelado, com um nível de significância desejado (neste caso 5%). Assim, se  $F > F_{0,05}$  pode-se concluir que existe diferença significativa entre as médias analisadas, ou seja, há diferença nas tensões de aderência quando da adição de fibras.

Mas, primeiramente foi feita uma análise de variância para aceitar a hipótese de que a resistência do concreto não difere significativamente entre os diferentes corpos-de-prova, para então fazer a comparação da tensão de aderência.

As tabelas apresentadas a seguir são as respostas obtidas no Excel para este caso. A Tabela 4.9 apresenta um resumo dos dados enquanto que a Tabela 4.10 mostra os resultados da análise ANOVA.

**Tabela 4.9 – Resumo dos dados**

Grupo	Contagem	Soma	Média	Variância
S/ FIBRA	2	79,10	39,55	4,21
MF	2	70,84	35,42	1,97
D1	2	69,82	34,91	4,07
D2	2	78,40	39,20	0,72

**Tabela 4.10 – Análise ANOVA para a resistência do concreto**

Fonte	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	35,7985	3	11,9328	4,3532	0,0946	6,5914
Dentro dos grupos	10,9647	4	2,7412			
Total	46,7632	7				

Como  $F < F_{crítico}$  se aceita a hipótese de que as médias são iguais, ou seja, pode-se afirmar, com 95% de confiança que não existe diferença significativa na resistência do concreto para os diferentes corpos-de-prova.

Uma vez que não há diferença significativa entre a resistência do concreto, passa-se a verificação da influência da adição de fibras na tensão de aderência. As respostas obtidas no Excel são apresentadas na Tabela 4.11, a qual mostra um resumo dos dados e na Tabela 4.12 a qual mostra os resultados da análise ANOVA.

**Tabela 4.11 – Resumo dos dados**

Grupo	Contagem	Soma	Média	Variância
S/ FIBRA	3	6,60	2,20	0,023
MF	4	11,74	2,94	0,485
D1	4	5,18	1,30	0,077
D2	4	6,03	1,51	0,534

**Tabela 4.12 – Análise ANOVA para a adição de fibras**

Fonte	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	6,5617	3	2,1872	7,2133	0,0060	3,5874
Dentro dos grupos	3,3355	11	0,3032			
Total	9,8972	14				

Como  $F > F_{crítico}$  pode-se afirmar, com 95% de confiança que existe diferença significativa na tensão de aderência quando são adicionadas fibras no concreto. Neste caso é necessário realizar uma análise para verificar quais médias diferem entre si. Para este estudo esta segunda análise será feita pelo método de Duncan. Os cálculos completos para esta análise estão no Anexo I. A seguir serão apresentadas apenas as conclusões quanto à existência de diferença significativa entre os tipos de fibras e sem fibra, com 95% de confiança.

a) Não há diferença significativa entre:

- Os corpos-de-prova sem fibras e aqueles com fibra;
- Os teores de fibra de 1% e 2% para a fibra *Durus*.

b) Há diferença significativa entre:

- Os tipos de fibras.

Como conclusão, não há diferença significativa entre corpos-de-prova com e sem fibra, só havendo diferença quando comparados os tipos de fibras (entre MF e *Durus*). E no caso da comparação entre os teores da fibra *Durus* conclui-se que sua porcentagem não afeta a tensão de aderência.

Mas, ao fazer esta comparação de 2 em 2 chega-se a conclusão de que há também diferença significativa entre corpos-de-prova sem fibra e aqueles com fibra *Durus* 1%, como pode ser observado na Tabela 4.13, a qual é um resumo de todas as combinações realizadas no Excel.

**Tabela 4.13 – Comparação 2 a 2**

<b>Fonte</b>	<b>F</b>	<b>F crítico</b>	
S/ FIBRA e MF	3,0860	6,6079	Não difere
S/ FIBRA e D1%	25,3346	6,6079	Difere
S/ FIBRA e D2%	2,4926	6,6079	Não difere
MF e D1%	19,1385	5,9874	Difere
MF e D2%	7,9954	5,9874	Difere
D1% e D2%	0,2953	5,9874	Não difere

### 4.3 Estudo Complementar

Como dito anteriormente, este estudo não apresentou conclusões consistentes e só deve ser utilizado como referência para pesquisas futuras.

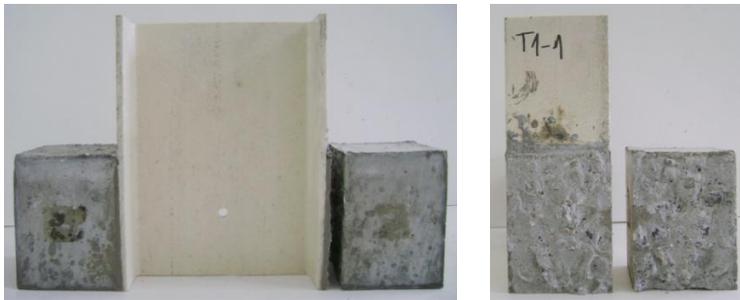
Foram confeccionados 15 corpos-de-prova sem fibras com seção mostrada na Figura 4.1 e ensaiados às idades de 36, 63, 88, 121 e 149 dias. Os ensaios realizados na primeira idade já foram apresentados no item 4.1.1. Todos os corpos-de-prova ficaram à temperatura ambiente até o primeiro ensaio ser realizado (36 dias) e então colocados em uma Câmara Climática, Modelo 420 CLD, localizada no Laboratório de Experimentação de Estruturas, à temperatura de 55°C e 70% de umidade relativa. Estas características foram escolhidas em função do equipamento disponível e após revisão bibliográfica, apresentada no item 2.3, em que se sugere utilização de altas temperaturas e umidade relativa para acelerar o processo de degradação.

Após 27 dias da colocação na câmara climática, outros 3 dos

corpos-de-prova foram ensaiados ( $T_1$ ), com os resultados obtidos mostrados na Tabela 4.14. A ruptura típica para estes corpos-de-prova está representada na Figura 4.10.

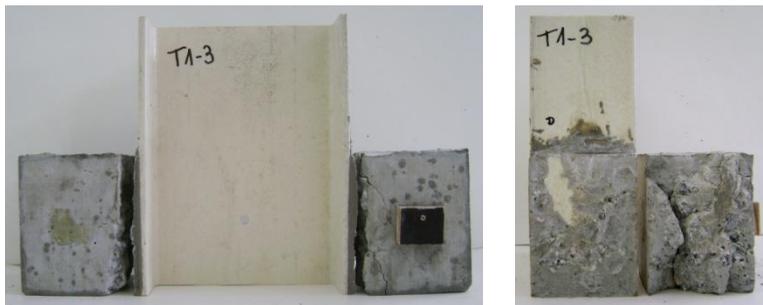
**Tabela 4.14 – Resultados para  $T_1$**

	ÁREA (mm <sup>2</sup> )	CARGA DE RUPTURA (N)	TENSÃO DE ADERÊNCIA (MPa)	PLANO DE RUPTURA
$T_1$ -1	7776,64	24680	1,59	1
$T_1$ -2	7945,42	28300	1,78	1
$T_1$ -3	7811,16	57020	3,65	2



**Figura 4.10 – Ruptura típica ( $T_1$ )**

O corpo-de-prova  $T_1$ -3 apresentou ruptura diferente dos demais: houve rompimento dos dois lados e um descolamento da resina. Esta ruptura é apresentada na Figura 4.11.



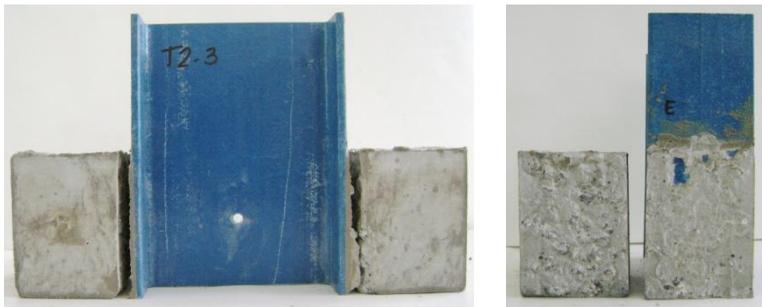
**Figura 4.11 – Ruptura do  $T_1$ -3**

Com total de 52 dias na câmara ( $T_2$ ) mais 3 corpos-de-prova foram ensaiados com resultados mostrados a seguir na Tabela 4.15.

**Tabela 4.15 – Resultados para  $T_2$**

	ÁREA (mm <sup>2</sup> )	CARGA DE RUPTURA (N)	TENSÃO DE ADERÊNCIA (MPa)	PLANO DE RUPTURA
$T_2$ -1	7939,54	19620	1,24	1
$T_2$ -2	7799,12	28940	1,86	1
$T_2$ -3	7801,64	24060	1,54	1

A ruptura típica é mostrada na Figura 4.12. A foto mostra os dois lados rompidos. Porém, o que ocorreu foi o rompimento de apenas um lado e após o término do ensaio foi rompido o outro lado. Em dois corpos-de-prova houve pequeno descolamento da resina.



**Figura 4.12 – Ruptura típica ( $T_2$ )**

Logo após este último ensaio, a câmara climática apresentou um problema na Osmose acionando um dispositivo de segurança que não permite que a água entre na câmara sem ser purificada, fazendo com que a umidade relativa caísse para 0%. Entrou-se em contato com a assistência técnica do fornecedor, no entanto devido à proximidade do Natal, os técnicos já estavam de férias, não sendo possível realizar a manutenção da câmara até janeiro de 2010.

Só foi possível consertá-la após 33 dias. Desta forma, durante este período, os corpos-de-prova ficaram na condição de 55°C e 0% de umidade relativa. Decidiu-se então fazer os ensaios mesmo assim para esta data apenas para controle. Desta forma mais 3 corpos-de-prova

foram ensaiados com um total de 85 dias na câmara ( $T_3$ ). Os resultados obtidos estão na Tabela 4.16 e a ruptura típica na Figura 4.13.

**Tabela 4.16 – Resultados para  $T_3$**

	ÁREA (mm <sup>2</sup> )	CARGA DE RUPTURA (N)	TENSÃO DE ADERÊNCIA (MPa)	PLANO DE RUPTURA
$T_3$ -1	7713,64	37860	2,45	1
$T_3$ -2	7781,51	27880	1,79	1
$T_3$ -3	7748,78	32890	2,12	1



**Figura 4.13 – Ruptura típica ( $T_3$ )**

Os últimos corpos-de-prova foram ensaiados 28 dias após o conserto da câmara, com um total de 113 dias de exposição ( $T_4$ ), com resultados mostrados na Tabela 4.17.

**Tabela 4.17 – Resultados para  $T_4$**

	ÁREA (mm <sup>2</sup> )	CARGA DE RUPTURA (N)	TENSÃO DE ADERÊNCIA (MPa)	PLANO DE RUPTURA
$T_4$ -1	7851,70	60237	3,84	1
$T_4$ -2	7814,13	39649	2,54	1
$T_4$ -3	7555,91	21230	1,40	1

O corpo-de-prova  $T_4$ -1 apresentou pequeno descolamento de resina. O valor obtido para a tensão de aderência para o primeiro corpo-de-prova desta idade foi o maior valor encontrado entre todos os corpos-

de-prova. Considerações sobre isso serão feitas ao final deste item.

A ruptura típica para esta idade pode ser observada na Figura 4.14.

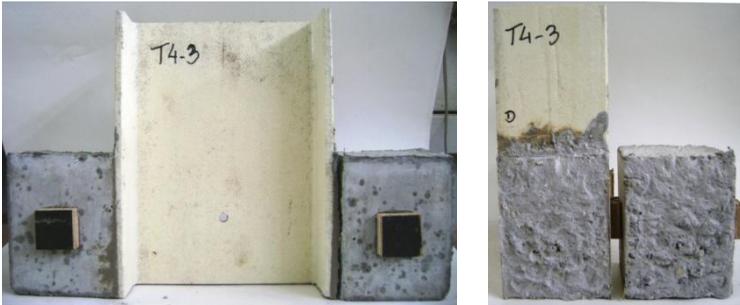


Figura 4.14 – Ruptura típica (T<sub>4</sub>)

Todos estes resultados foram então analisados como mostrado no item 3.2.1 mas com  $R_{lim} = 1,15$  para o caso de análise com 3 elementos, conforme tabela ao final do Anexo G.

Tabela 4.18 – Verificação de valor espúrio

	TENSÃO DE ADERÊNCIA	MÉDIA	DESVIO PADRÃO	R	ESPÚRIO? $R > R_{lim}$
T <sub>1</sub> -1	1,59			0,660	Não
T <sub>1</sub> -2	1,78	2,339	1,139	0,490	Não
T <sub>1</sub> -3	3,65			1,151	Sim
T <sub>2</sub> -1	1,24			0,996	Não
T <sub>2</sub> -2	1,86	1,544	0,310	1,004	Não
T <sub>2</sub> -3	1,54			0,007	Não
T <sub>3</sub> -1	2,45			1,000	Não
T <sub>3</sub> -2	1,79	2,123	0,469	1,000	Não
T <sub>3</sub> -3	2,12			0,001	Não
T <sub>4</sub> -1	3,84			1,022	Não
T <sub>4</sub> -2	2,54	2,593	1,216	0,046	Não
T <sub>4</sub> -3	1,40			0,976	Não

O único valor descartado é o correspondente ao corpo-de-prova T<sub>1-3</sub>, que é justamente aquele que apresentou ruptura diferente dos demais, com grande descolamento de resina. Isso não significa, necessariamente, que esse corpo-de-prova estava ruim, pode ter havido falha na aplicação de resina assim como ser resultado de um ótimo concreto e por isso ruptura na resina. Todos estes resultados podem ser observados na Figura 4.15.

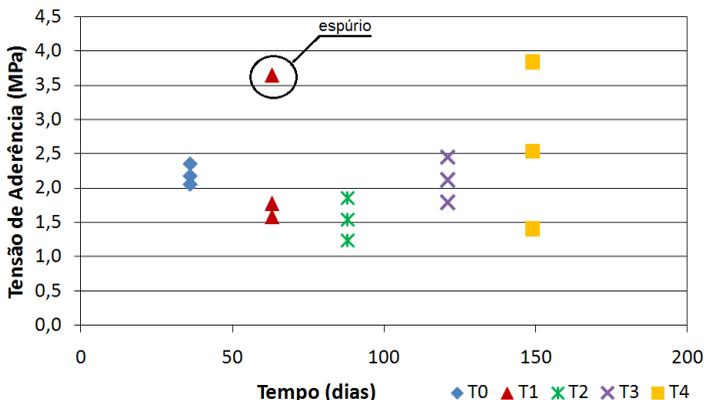


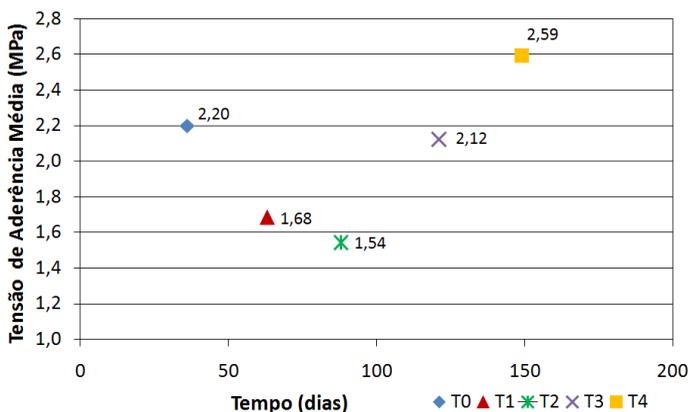
Figura 4.15 – Resultados aderência

A Tabela 4.18 mostra a grande variação obtida para os valores da tensão para o último ensaio a qual fica evidenciada na Figura 4.15. Prováveis explicações para esta variação encontram-se ao final deste item. Refazendo-se o cálculo para a média, chega-se a Tabela 4.19 com os valores finais das tensões médias de aderência para cada idade.

Tabela 4.19 – Tensões de aderência finais

TENSÃO DE ADERÊNCIA MÉDIA (MPa)	
T <sub>0</sub>	2,20
T <sub>1</sub>	1,68
T <sub>2</sub>	1,54
T <sub>3</sub>	2,12
T <sub>4</sub>	2,59

Estes dados podem ser representados graficamente, como mostra a Figura 4.16.



**Figura 4.16 – Comportamento da tensão de aderência**

Pode-se observar que os valores obtidos até a terceira leitura ( $T_2$ ), antes do problema ocorrido na câmara, possuem uma tendência decrescente para a tensão de aderência. Mas, não se pode afirmar que os valores obtidos para as leituras seguintes, os quais não mostram essa mesma tendência, sejam resultados do mau funcionamento da câmara.

Neste trabalho considerou-se que todos os corpos-de-prova apresentavam as mesmas características: o mesmo concreto, a mesma resina, a mesma forma de aplicação. Mas, é possível que, se todos os ensaios tivessem sido realizados na mesma idade, sem colocação na câmara, já houvesse uma grande variação na tensão de aderência.

Para validar este ensaio e tirar uma conclusão mais consistente sobre o comportamento da tensão de aderência quando submetida a envelhecimento acelerado seria necessário realizar novos ensaios, com maior quantidade de corpos-de-prova por idade ou até mesmo estudar uma nova seção para os corpos-de-prova que contribua para diminuir a variabilidade dos resultados.

Outro detalhe que deve ser ressaltado é o comportamento área x carga de ruptura. Num ensaio ideal seria esperado que corpos-de-prova com maior área de contato resultassem em maior carga de ruptura, proporcionalmente, mas isso não ocorreu, como pode ser observado na Tabela 4.1, Tabela 4.15, Tabela 4.16 e Tabela 4.17.

### 4.3.1 Análise dos Resultados

A mesma análise ANOVA foi aplicada para a verificação da influência do número de dias de exposição a altas temperaturas e umidade relativa (submetidos a envelhecimento acelerado) na tensão de aderência. Primeiramente foi feita uma verificação para avaliar se há diferença na resistência do concreto para as diferentes idades ensaiadas. A Tabela 4.20 mostra a resistência do concreto obtida para os corpos-de-prova. Os ensaios para obtenção desta resistência seguiram as recomendações da NBR 5739:1994. Os resultados obtidos estão na Tabela 4.21 e na Tabela 4.22

**Tabela 4.20 – Resistência do concreto (MPa)**

	T <sub>0</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>
CP-1	41,0	34,3	36,8	35,3	34,12
CP-2	38,1	29,6	35,7	37,8	39,77

**Tabela 4.21 – Resumo dos dados**

Grupo	Contagem	Soma	Média	Variância
T0	2	79,10	39,55	4,21
T1	2	63,92	31,96	11,22
T2	2	72,47	36,24	0,63
T3	2	73,10	36,55	3,13
T4	2	73,89	36,95	15,96

**Tabela 4.22 – Análise ANOVA para a resistência do concreto**

Fonte	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	59,7635	4	14,9409	2,1262	0,2147	5,1922
Dentro dos grupos	35,1359	5	7,0272			
Total	94,8995	9				

Como  $F < F_{crítico}$  se aceita a hipótese de que as médias são iguais, ou seja, pode-se afirmar, com 95% de confiança que não existe diferença significativa na resistência do concreto para os diferentes corpos-de-prova.

Em seguida realizou-se a análise de variância para verificar a influência do número de dias de exposição. Os resultados obtidos estão na Tabela 4.23 e na Tabela 4.24.

**Tabela 4.23 – Resumo dos dados**

<b>Grupo</b>	<b>Contagem</b>	<b>Soma</b>	<b>Média</b>	<b>Variância</b>
0 dias	3	6,60	2,20	0,023
27 dias	2	3,37	1,69	0,018
52 dias	3	4,64	1,55	0,096
85 dias	3	6,36	2,12	0,109
113 dias	3	7,78	2,59	1,491

**Tabela 4.24 – Análise ANOVA para influência do número de dias de exposição**

<b>Fonte</b>	<b>SQ</b>	<b>gl</b>	<b>MQ</b>	<b>F</b>	<b>valor-P</b>	<b>F crítico</b>
Entre grupos	1,9941	4	0,4985	1,2987	0,3406	3,6331
Dentro dos grupos	3,4548	9	0,3839			
Total	5,4489	13				

Como  $F < F_{crítico}$  se aceita a hipótese de que as médias são iguais, ou seja, pode-se afirmar, com 95% de confiança que não existe diferença significativa na tensão de aderência quando são comparados os diferentes tempos de exposição a altas temperaturas e umidade relativa.

Mas, ao fazer essa mesma análise para apenas as três primeiras idades pode-se chegar à conclusão que esta diferença existe, pois  $F$  resultou maior que  $F_{crítico}$ , como mostra a Tabela 4.26.

**Tabela 4.25 – Resumo dos dados**

<b>Grupo</b>	<b>Contagem</b>	<b>Soma</b>	<b>Média</b>	<b>Variância</b>
0 dias	3	6,60	2,20	0,023
27 dias	2	3,37	1,69	0,018
52 dias	3	4,64	1,55	0,096

**Tabela 4.26 – Análise ANOVA para tempo de exposição até  $T_2$**

Fonte	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	0,6935	2	0,3467	6,7744	0,0377	5,7861
Dentro dos grupos	0,2559	5	0,0512			
Total	0,9494	7				

Aplicando-se o método de Duncan conclui-se que há diferença significativa entre a tensão de aderência obtida para os corpos-de-prova com 27 dias de exposição e aqueles com 52 quando comparados àqueles ensaiados antes da colocação na câmara, conforme Anexo J.

No Capítulo 5 apresentam-se as conclusões para os tópicos estudados assim como sugestões para trabalhos futuros.

## 5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste capítulo são apresentadas as conclusões obtidas para os estudos realizados assim como algumas sugestões e recomendações para trabalhos futuros que seguirem esta mesma linha de pesquisa.

### 5.1 Conclusões

Os objetivos principais deste trabalho foram o estudo da rigidez à flexão, tanto de perfis pultrudados de polímeros reforçados com fibra de vidro quanto de vigas mistas de concreto e perfil de PRFV e o comportamento da aderência entre estes materiais. As conclusões apresentadas para o primeiro estudo estão no item 5.1.1 e no item 5.1.2, faz-se considerações sobre o segundo estudo.

#### 5.1.1 Rigidez à flexão

Primeiramente são apresentadas conclusões sobre a rigidez apenas dos perfis de PRFV e em seguida para as vigas mistas.

##### 5.1.1.1 *Rigidez à flexão de perfis de PRFV*

Quanto a rigidez de perfis de PRFV, as análises numéricas e teóricas, utilizando a Teoria Clássica de Laminação, Regra das Misturas e equações de Halphin-Tsai para estimar as propriedades elásticas dos perfis mostraram boa aproximação em relação aos resultados obtidos experimentalmente, podendo então ser usadas para fim de projetos sem a necessidade de realização de ensaios experimentais.

##### 5.1.1.2 *Rigidez à flexão de vigas mistas concreto/PRFV*

Comparando-se os modelos teórico, numérico e experimental resulta o primeiro mais rígido que todos os demais e o último o mais flexível. Logo, em projeto, fazendo apenas análises teóricas e numéricas estaria a favor da segurança, não sendo necessários ensaios experimentais.

Pode-se observar que o Método dos Elementos Finitos conseguiu representar bem a rigidez inicial do modelo experimental.

Por o perfil possuir pequena espessura, problemas de ruptura e instabilidade locais foram observados quando da realização dos ensaios experimentais tanto para os ensaios dos perfis quanto dos vigotes. Tais problemas não foram observados nos ensaios realizados por Santos Neto (2006) indicando assim que a seção utilizada por ele é mais eficiente daquela utilizada neste trabalho.

Observou-se a influência da variabilidade dos perfis, sendo o processo de fabricação e o controle da qualidade fatores importantes.

### **5.1.2 Aderência concreto e perfil de PRFV**

Apresenta-se, no item 5.1.2.1 as conclusões observadas para o comportamento da tensão de aderência e a influência nesta tensão quando são adicionados diferentes tipos de fibras no concreto.

#### **5.1.2.1 *Comportamento da tensão de aderência***

Para este estudo foram comparados corpos-de-prova sem fibra e dois tipos diferentes de fibras, uma microfibras e outra macrofibras com diferentes teores. Comparando-se os resultados obtidos para a tensão de aderência para cada situação verificou-se não haver diferença significativa entre a utilização ou não de fibras no concreto a não ser quando são comparados 2 a 2 o que resultou diferença significativa entre corpos-de-prova sem fibra e aqueles com fibra Durus 1%. Existe diferença também quando são comparados os tipos de fibras, resultando para a microfibras maiores valores de tensão.

#### **5.1.2.2 *Estudo complementar***

Em se tratando da aderência entre concreto e perfis de PRFV quando submetidos a envelhecimento acelerado não foi possível tirar uma conclusão consistente, uma vez que houve grande variação nos resultados. Isto pode ter ocorrido devido a vários fatores como, por exemplo, deficiência na aplicação da resina, tanto na forma de aplicação quanto no tempo de aplicação. É importante salientar a grande influência da forma e o cuidado que se deve ter na aplicação da resina no perfil.

Mas, o estudo é válido devendo ser mais bem investigado de forma a obter o verdadeiro comportamento da tensão de aderência.

## 5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

A seguir são listadas algumas recomendações para próximos trabalhos nesta linha de pesquisa:

- Estudo de outras seções transversais mais eficientes para o perfil de PRFV, menos suscetível às instabilidades e rupturas locais;
- Verificar a durabilidade destes perfis frente a agentes agressivos como, por exemplo, colocando-os em solução alcalina por longo período de tempo;
- Verificar a durabilidade de vigas mistas frente a agentes agressivos;
- Para a aderência dos dois materiais, fazer maior quantidade de corpos-de-prova variando alguns parâmetros como: seção, forma de aplicação da resina, tipo de resina;
- Verificar a durabilidade da aderência frente a agentes atmosféricos por períodos mais longos;
- Utilizar ensaios não-destrutivos, como eco-impacto e ultra-som, para verificar a potencialidade de estes ensaios detectarem falhas na aderência entre os materiais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos.** Rio de Janeiro, NBR 5739, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **Moldagem e cura de corpos-de-prova cilíndricos ou prismáticos de concreto.** Rio de Janeiro, NBR 5738, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, NBR 6118, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. **Projeto e execução de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios.** Rio de Janeiro, NBR 8800. Projeto de Revisão da NBR 8800, Versão Ago. 2003.

BAKIS, C., E.; BANK, L., C.; BROWN, V., L.; COSENZA, E.; DAVALOS, J., F.; LESKO, J., J.; MACHIDA, A.; RIZKALLA, S., H.; TRIANTAFILLOU, T., C. – **Fiber-Reinforced Polymer Composites for Construction – State-of-the-Art Review.** Journal of Composites for Construction. Vol. 6. No. 2. 2002, p. 73-87. ASCE.

BANK, L. C. – **Flexural and Shear Moduli of Full-Section Fiber Reinforced Plastic (FRP) Pultruded Beams.** Journal of Testing and Evaluation, JTEVA, v. 17, n. 1, p. 40-45. 1989.

BENMOKRANE, B., WANG., P, TON-THAT, T. M., RAHMAN, H., ROBERT, J. – **Durability of Glass Fiber-Reinforced Polymer Reinforcing Bars in Concrete Environment.** Journal of Composites for Construction, v. 6, n.3, p. 143-153, 2002.

CEB-FIP – **Composite floor structure. Guide to good practice.** Committee Europeu du Béton. Fédération Internationale de la Précontrainte. 58 p. 1998.

CHEN, Y., DAVALOS, J. F., RAY, I., KIM, H. – **Accelerated aging**

**tests for evaluations of durability performance of FRP reinforcing bars for concrete structures.** Composite Structures, v. 78, p. 101-111, 2007.

**Concreto – Ensino, Pesquisa e Realizações.** São Paulo, Ibracon, 2005.

COOMARASAMY, A., GOODMAN, S. – **Investigation of the Durability Characteristics of Fiber Reinforced Plastic (FRP) Materials in Concrete Environment.** Journal of Thermoplastic Composite Materials, v.12, 214-226, 1999.

CORREIA, J. R., BRANCO, F. A., FERREIRA, J. G. – **Flexural behaviour of GFRP-concrete hybrid beams with interconnection slip.** Composite Structures, v. 77, p. 66-78, 2007.

CORREIA, J. R., BRANCO, F. A., FERREIRA, J. G. – **GFRP-concrete hybrid cross-sections for floors of buildings.** Engineering Structures, v. 31, p. 1331-1343, 2009.

CSE–Composites. Disponível em < <http://www.csecomposites.com.br/>>

DESKOVIC, N.; TRIANTAFILLOU, T., C.; MEIER, U. – **Innovative Design of FRP Combined with Concrete: Short-Term Behavior.** Journal of Structural Engineering. Vol. 121. No. 7. 1995a. p. 1069-1078.

HULL, D. – **An Introduction to Composite Materials.** Cambridge University Press. 1992.

KAW, A. K. – **Mechanics of Composite Materials.** USA. CRC Press LLC, 1997.

KUMAR, P.; CHANDRASHEKHARA, K; NANNI, A. – **Testing and Evaluation of Components for a Composite Bridge Deck.** Journal of Reinforced Plastics and Composites, v. 22. n. 5, p. 441-461, 2003.

LA ROVERE, H. L., SANTOS NETO, A. B. S. – **Composite concrete/FRP slab: design for crosswalk deck applications.** In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SCIENCE AND TECHNOLOGY OF COMPOSITE MATERIALS, 4, 2007, Rio de

Janeiro. Anais. CD-ROM.

LIAO, K., SCHULTHEISZ, C. R., HUNSTON, D. L. – **Effects of environmental aging on the properties of pultruded GFRP**. Composites: Part B. v. 30, p. 485-493, 1999.

MANO, E., B. – **Polímeros como Materiais de Engenharia**. Editora Edgard Blücher Ltda, 2000.

MENDONÇA, P., T., R. – **Materiais Compostos & Estruturas Sanduíche – Projeto e Análise**. Editora Manole Ltda, 2005.

MEHTA, P. K., MONTEIRO, P. J. M. – **Concreto: Estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo: PINI, 1994. 573p.

MOSALLAM, A., S. – **Polymer Composites: Architectural and Civil Construction Materials for the 21st Century**. In: Int. Conference on Composites in Architecture and Civil Engineering. 19-21 November. São Paulo. Brazil. 2002.

MOUZAKIS, D. E., ZOGA, H., GALIOTIS, C. – **Accelerated environmental ageing study of polyester/glass fiber reinforced composites (GFRPCs)**. Composites: Part B: engineering. v. 39, p. 467-475, 2008.

NeoMatex Fibras e Têxteis Técnicos para Engenharia. Disponível em: <<http://www.neomatex.com.br/website/production/htms/default.asp>>.

PIERIN, I. – Estudo de estabilidade de perfis pultrudados de materiais PRFV. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Dissertação de Mestrado. Florianópolis, 2005.

PRUDÊNCIO JUNIOR, L. R. – **Materiais de Construção Civil I**, Notas de Aula do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

PRUDÊNCIO JUNIOR, L. R. – **Métodos Estatísticos**, Notas de Aula do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal

de Santa Catarina, 2002.

ROBERTS, T. M., AL-UBAIDI, H. – **Flexural and Torsional Properties of Pultruded Fiber Reinforced Plastic I-Profiles**. Journal of Composites for Construction, ASCE, v.6, n.1, p. 28-34, 2002.

SANTOS NETO, A. B. S. – **Desenvolvimento de um sistema de laje mista de concreto com perfis pultrudados de materiais compostos avançados**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Tese de Doutorado. Florianópolis, 2006.

SANTOS NETO, A. B. S., LA ROVERE, H. L. – **Flexural stiffness characterization of fiber reinforced plastic (FRP) pultruded beams**. Composite Structures, v. 81, p. 274-282, 2006.

SAP 2000 PLUS – **Integrated Finite Elements Analysis and Design of Structures**. Computers and Structures, Inc. Berkeley, Califórnia, USA. Versão 6.13, 1998.

SIKA S. A. Disponível em: <<http://www.sika.com.br>>. Acesso em 13 de março de 2009.

SILVA, M. A. G., BISCAIA, H. – **Degradation of bond between FRP and RC beams**. Composite Structures, v. 85, p. 164-174, 2008.

TIMOSHENKO, S., P.; GERE, J., E. – **Mecânica dos Sólidos**. Vol. 1. Editora LTC – Livros Técnicos e Científicos. Rio de Janeiro. 1983.

TOUTANJI, H., GÓMEZ, W. – **Durability Characteristics of Concrete Beams Externally Bonded with FRP Composite Sheets**. Cement and Concrete Composites, v. 19, p. 351-358, 1997.

## ANEXOS

## Anexo A

## 1. PROPRIEDADES ELÁSTICAS DA LÂMINA UNIDIRECIONAL DE ROVINGS

Obs: será desprezado o índice de vazios  $v_v := 0$       GPa :=  $10^9$  Pa  
 Mpa :=  $10^6$  Pa

### 1) Propriedades da fibra:

fração volumétrica:  $V_f := 0.60$

coeficiente de Poisson:  $v_f := 0.2$

módulo de elasticidade:  $E_f := 72.03 \text{ GPa}$  (Valor médio fornecido pelo fabricante)

módulo de cisalhamento:  $G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + v_f)}$        $G_f = 30.021 \text{ GPa}$

### 1.2) Propriedades da matriz:

fração volumétrica:  $V_m := 1 - V_f$

coeficiente de Poisson:  $v_m := 0.38$

módulo de elasticidade:  $E_m := 2.76 \text{ GPa}$

módulo de cisalhamento:  $G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + v_m)}$        $G_m = 1 \text{ GPa}$

### 1.3) Propriedades do composto:

Módulo de Elasticidade Longitudinal:

$$E_1 := E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m \quad E_1 = 44.334 \text{ GPa}$$

Módulo de Elasticidade Transversal:

$$E_{2inv} := \left( \frac{V_f}{E_f} \right) + \left( \frac{V_m}{E_m} \right)$$

$$E_2 := \frac{1}{E_{2inv}} \quad E_2 = 6.525 \text{ GPa}$$

Coefficientes de Poisson:

$$\nu_{12} := V_f \cdot \nu_f + \nu_m \cdot V_m \quad \nu_{12} = 0.272$$

Módulo de Cisalhamento:

$$G := \frac{(V_f)}{G_f} + \frac{(1 - V_f)}{G_m} \quad G_{12} := \frac{1}{G} \quad G_{12} = 2.381 \text{ GPa}$$

## 2. TEORIA CLÁSSICA DA LAMINAÇÃO - DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DO LAMINADO DE PRFV:

Espessura total do Laminado:  $t_{tot} := 6.35 \text{ mm}$

Número de lâminas do perfil de PRFV:  $N_{lam} := 5 \quad i := 1..N_{lam}$

Lâmina de Manta de Filamentos Contínuos (1):

$$E_{1_1} := 7 \text{ GPa} \quad E_{2_1} := 7 \text{ GPa} \quad \nu_{12_1} := 0.401 \quad G_{12_1} := 2.5 \text{ GPa} \quad t_1 := 1.0 \text{ mm}$$

Lâmina de Filamentos Contínuos (2):

$$E_{1_2} := 44.334 \text{ GPa} \quad E_{2_2} := 6.525 \text{ GPa} \quad \nu_{12_2} := 0.272 \quad G_{12_2} := 2.38 \text{ GPa} \quad t_2 := 1.675 \text{ mm}$$

Lâmina de Manta de Filamentos Contínuos (3):

$$E_{1_3} := 7 \text{ GPa} \quad E_{2_3} := 7 \text{ GPa} \quad \nu_{12_3} := 0.401 \quad G_{12_3} := 2.5 \text{ GPa} \quad t_3 := 1.0 \text{ mm}$$

Lâmina de Filamentos Contínuos (4):

$$E_{1_4} := 44.334 \text{ GPa} \quad E_{2_4} := 6.525 \text{ GPa} \quad \nu_{12_4} := 0.272 \quad G_{12_4} := 2.38 \text{ GPa} \quad t_4 := 1.675 \text{ mm}$$

Lâmina de Manta de Filamentos Contínuos (5):

$$E_{1_5} := 7 \text{ GPa} \quad E_{2_5} := 7 \text{ GPa} \quad \nu_{12_5} := 0.401 \quad G_{12_5} := 2.5 \text{ GPa} \quad t_5 := 1.0 \text{ mm}$$

**Matriz transformada reduzida:**

$$Q_i := \begin{bmatrix} \frac{E_{1_i}}{\left[ 1 - \left[ \left( \frac{E_{2_i}}{v_{12_i} \cdot E_{1_i}} \right) \cdot v_{12_i} \right] \right]} & \frac{E_{2_i} \cdot v_{12_i}}{\left[ 1 - \left[ \left( \frac{E_{2_i}}{v_{12_i} \cdot E_{1_i}} \right) \cdot v_{12_i} \right] \right]} & 0 \\ \frac{E_{2_i} \cdot v_{12_i}}{\left[ 1 - \left[ \left( \frac{E_{2_i}}{v_{12_i} \cdot E_{1_i}} \right) \cdot v_{12_i} \right] \right]} & \frac{E_{2_i}}{\left[ 1 - \left[ \left( \frac{E_{2_i}}{v_{12_i} \cdot E_{1_i}} \right) \cdot v_{12_i} \right] \right]} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12_i} \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 8.341 & 3.345 & 0 \\ 3.345 & 8.341 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{pmatrix} \text{ GPa} \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 44.822 & 1.794 & 0 \\ 1.794 & 6.597 & 0 \\ 0 & 0 & 2.381 \end{pmatrix} \text{ GPa}$$

$$Q_3 = \begin{pmatrix} 8.341 & 3.345 & 0 \\ 3.345 & 8.341 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{pmatrix} \text{ GPa} \quad Q_4 = \begin{pmatrix} 44.822 & 1.794 & 0 \\ 1.794 & 6.597 & 0 \\ 0 & 0 & 2.381 \end{pmatrix} \text{ GPa}$$

$$Q_5 = \begin{pmatrix} 8.341 & 3.345 & 0 \\ 3.345 & 8.341 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{pmatrix} \text{ GPa}$$

Posição das camadas:

$$j := 0..N_{\text{lam}} - 1$$

$$h_0 := \frac{-t_{\text{tot}}}{2}$$

$$h_{j+1} := h_j + t_{j+1}$$

$$A := \sum_{k=1}^5 (Q_k) \cdot (h_k - h_{k-1}) \quad A = \begin{pmatrix} 1.752 \times 10^8 & 1.605 \times 10^7 & 0 \\ 1.605 \times 10^7 & 4.712 \times 10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 1.548 \times 10^7 \end{pmatrix} \text{ m}\cdot\text{Pa}$$

$$\alpha := A^{-1} \quad \alpha = \begin{pmatrix} 5.892 \times 10^{-9} & -2.006 \times 10^{-9} & 0 \\ -2.006 \times 10^{-9} & 2.19 \times 10^{-8} & 0 \\ 0 & 0 & 6.461 \times 10^{-8} \end{pmatrix} \frac{1}{\text{m}\cdot\text{Pa}}$$

Módulo de Elasticidade Longitudinal:

$$E_x := \frac{1}{t_{\text{tot}} \cdot \alpha(0,0)} \quad E_x = 26.727 \text{ GPa}$$

Módulo de Elasticidade Transversal:

$$E_y := \frac{1}{t_{\text{tot}} \cdot \alpha(1,1)} \quad E_y = 7.190 \text{ GPa}$$

Módulo de Cisalhamento:

$$G_{xy} := \frac{1}{t_{\text{tot}} \cdot \alpha(2,2)} \quad G_{xy} = 2.437 \text{ GPa}$$

Coefficientes de Poisson:

$$v_{yx} := \frac{-\alpha(0,1)}{\alpha(1,1)} \quad v_{yx} = 0.092$$

$$v_{xy} := v_{yx} \cdot \frac{E_x}{E_y} \quad v_{xy} = 0.341$$

### 3. MODELO SEMI-EMPÍRICO DE HALPHIN-TSAI

OBS.: E1 igual ao obtido pela Regra das Misturas

#### 3.1) Módulo de elasticidade transversal

Fator de reforço para módulo de elasticidade transversal:  $\xi_E := 2$

$$\eta_E := \frac{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) - 1}{\left(\frac{E_f}{E_m}\right) + \xi_E} \quad \eta_E = 0.893$$

$$E_2 := E_m \cdot \left(\frac{1 + \xi_E \cdot \eta_E \cdot V_f}{1 - \eta_E \cdot V_f}\right) \quad E_2 = 12.323 \text{ GPa}$$

#### 3.2) Módulo de cisalhamento

Fator de reforço para módulo de elasticidade transversal:

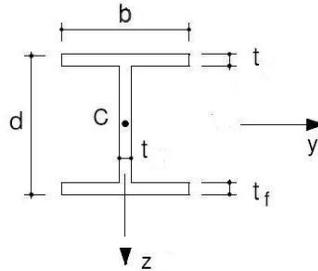
$$\xi_G := 1 + 40 \cdot V_f^{10} \quad \xi_G = 1.242$$

$$\eta_G := \frac{\left(\frac{G_f}{G_m}\right) - 1}{\left(\frac{G_f}{G_m}\right) + \xi_G} \quad \eta_G = 0.928$$

$$G_{12} := G_m \cdot \left(\frac{1 + \xi_G \cdot \eta_G \cdot V_f}{1 - \eta_G \cdot V_f}\right) \quad G_{12} = 3.818 \text{ GPa}$$

## Anexo B

## CÁLCULO DO VÃO LIVRE PARA ENSAIO DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS EM FUNÇÃO DA ESBELTEZ



$$d := 15.25 \text{ cm}$$

$$b := 7.6 \text{ cm}$$

$$t := 0.635 \text{ cm}$$

Área da seção:

$$A := 2 \cdot (b \cdot t) + (d - 2 \cdot t) \cdot t \quad A = 1.853 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Momento de Inércia em relação ao eixo y:

$$I_y := \left( \frac{b \cdot d^3}{12} \right) - 2 \left[ \frac{\frac{(b-t)}{2} \cdot (d-2t)^3}{12} \right] \quad I_y = 6.603 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

Raio de giração:

$$r := \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad r = 0.06 \text{ m}$$

Cálculo dos vãos para os diferentes valores de esbeltez:

*Chamando  $(L/r)^2$  de  $j$*

para  $j := 100$        $L_{100} := r \cdot \sqrt{j}$        $L_{100} = 0.597 \text{ m}$

para  $j := 150$        $L_{150} := r \cdot \sqrt{j}$        $L_{150} = 0.731 \text{ m}$

para  $j := 200$        $L_{200} := r \cdot \sqrt{j}$        $L_{200} = 0.844 \text{ m}$

para  $j := 250$        $L_{250} := r \cdot \sqrt{j}$        $L_{250} = 0.944 \text{ m}$

## Anexo C

**RESISTÊNCIA DE UM LAMINADO UNIDIRECIONAL DE PRFV****1. DADOS INICIAIS**

$$\text{GPa} := 10^9 \text{ Pa}$$

$$E_f := 72.05 \text{ GPa} \quad E_m := 2.76 \text{ GPa}$$

$$\text{MPa} := 10^6 \text{ Pa}$$

$$V_f := 0.60 \quad V_m := 0.4$$

$$\nu_f := 0.20 \quad \nu_m := 0.38$$

$$G_f := 30.02 \text{ GPa} \quad G_m := 1.0 \text{ GPa}$$

$$E_1 := 44.334 \text{ GPa} \quad \nu_{12} := 0.272$$

$$E_2 := 6.525 \text{ GPa} \quad G_{12} := 2.38 \text{ GPa}$$

Por Halphin-Tsai:

$$E_{2\_HT} := 12.32 \text{ GPa} \quad G_{12\_HT} := 3.818 \text{ GPa}$$

**2. RESISTÊNCIAS DE RUPTURA DE UMA LÂMINA:****2.1) Resistências ao cisalhamento pela resistência dos materiais**

(Fibras circulares dispostas em um conjunto quadrado)

$$r := \left( \frac{4 \cdot V_f}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad r = 0.874$$

Resistência ao cisalhamento da matriz (Tabela 3.2 KAW):

$$\tau_{12m\_ult} := 34 \text{ MPa}$$

Resistência ao cisalhamento da fibra (KAW):

$$\tau_{12f\_ult} := 35 \text{ MPa}$$

Deformação de cisalhamento na ruptura:

$$\gamma_{12m\_ult} := \frac{\tau_{12m\_ult}}{G_m} \quad \gamma_{12m\_ult} = 0.034$$

Tensão de cisalhamento na direção 1-2:

$$\tau_{12\_RM} := G_{12} \left[ r \cdot \frac{G_m}{G_f} + (1 - r) \right] \cdot \gamma_{12m\_ult} \quad \tau_{12\_RM} = 12.554 \text{ MPa}$$

## 2.2) Resistências ao cisalhamento por Halphin-Tsai:

(Fibras circulares dispostas em um conjunto quadrado)

Tensão de cisalhamento na direção 1-2:

$$\tau_{12\_HT} := G_{12\_HT} \left[ r \cdot \frac{G_m}{G_f} + (1 - r) \right] \cdot \gamma_{12m\_ult} \quad \tau_{12\_HT} = 20.131 \text{ MPa}$$

## 2.3) Resistências à tração

### 2.3.1) Tração longitudinal às fibras

Tensão de tração última na direção longitudinal da fibra

$$\sigma_{f\_ult} := 3515 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{f\_ult} := \frac{\sigma_{f\_ult}}{E_f} \quad \varepsilon_{f\_ult} = 0.049$$

Tensão de tração última da matriz (ALMIR):

$$\sigma_{m\_ult} := 72 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{m\_ult} := \frac{\sigma_{m\_ult}}{E_m} \quad \varepsilon_{m\_ult} = 0.026$$

Tensão de tração última na direção longitudinal da lâmina:

$$\sigma_{t1\_ult} := \sigma_{m\_ult} \cdot V_m + \varepsilon_{m\_ult} \cdot E_f \cdot V_f \quad \sigma_{t1\_ult} = 1.157 \times 10^3 \text{ MPa}$$

### 2.3.2) Tração transversal às fibras pela resistência dos materiais

$$\varepsilon_{t2\_ult} := \left[ r \cdot \left( \frac{E_m}{E_f} - 1 \right) + 1 \right] \cdot \varepsilon_{m\_ult} \quad \varepsilon_{t2\_ult} = 4.159 \times 10^{-3}$$

Tensão de tração última transversal da lâmina:

$$\sigma_{t2\_ult\_RM} := E_2 \cdot \varepsilon_{t2\_ult} \quad \sigma_{t2\_ult\_RM} = 27.140 \text{ MPa}$$

### 2.3.3) Tração transversal às fibras pelo modelo de Halphin-Tsai:

$$\sigma_{t2\_ult\_HT} := E_{2\_HT} \cdot \varepsilon_{t2\_ult} \quad \sigma_{t2\_ult\_HT} = 51.256 \text{ MPa}$$

## 2.4) Resistência à compressão

### 2.4.1) Modo de falha pela resistência última da matriz:

$$\sigma_{c1\_ult\_a} := \frac{E_1 \cdot \varepsilon_{t2\_ult}}{\nu_{12}} \quad \sigma_{c1\_ult\_a} = 677.948 \text{ MPa}$$

### 2.4.2) Modo de falha pela microflambagem da fibra:

$$S_{1c} := 2 \cdot \left[ V_f + (1 - V_f) \cdot \frac{E_m}{E_f} \right] \cdot \sqrt{\frac{V_f \cdot E_m \cdot E_f}{3 \cdot (1 - V_f)}} \quad S_{1c} = 1.227 \times 10^4 \text{ MPa}$$

$$S_{2c} := \frac{G_m}{1 - V_f} \quad S_{2c} = 2.5 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$S_c := \begin{pmatrix} S_{1c} \\ S_{2c} \end{pmatrix} \quad \sigma_{c1\_ult\_b} := \min(S_c) \quad \sigma_{c1\_ult\_b} = 2.5 \times 10^3 \text{ MPa}$$

### 2.4.3) Modo de falha pela ruptura ao cisalhamento da fibra:

$$\sigma_{c1\_ult\_c} := 2 \cdot (\tau_{12f\_ult} \cdot V_f + \tau_{12m\_ult} \cdot V_m) \quad \sigma_{c1\_ult\_c} = 69.2 \text{ MPa}$$

## Anexo D

**CRITÉRIOS DE RUPTURA****DADOS INICIAIS**

1) *Dados do perfil pultrudado (seção I):*

$$L_t := 1.2\text{m}$$

$$L := 0.944\text{m}$$

$$d := 15.25\text{cm}$$

$$b := 7.6\text{cm}$$

$$t := 0.635\text{cm}$$

$$A := 2 \cdot (b \cdot t) + (d - 2 \cdot t) \cdot t \quad A = 1.853 \times 10^{-3} \text{m}^2$$

$$\text{GPa} := 10^9 \cdot \text{Pa}$$

$$\text{MPa} := 10^6 \cdot \text{Pa}$$

$$\text{kN} := 1000\text{N}$$

2) *Propriedades do perfil pultrudado:*

$$\gamma_p := 1950 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$E_1 := 26.727\text{GPa}$$

$$G_{\text{firp}} := 2.437\text{GPa} \quad (\text{Valores estimados, ver Anexo A})$$

3) *Inércia do Perfil Pultrudado:*

$$I_p := \left( \frac{b \cdot d^3}{12} \right) - 2 \left[ \frac{\frac{(b-t)}{2} \cdot (d-2t)^3}{12} \right] \quad I_p = 660.319\text{cm}^4$$

4) *Rigidez à Flexão da Seção do Perfil (D):*

$$D := E_1 \cdot I_p \quad D = 1.765 \times 10^5 \text{N} \cdot \text{m}^2$$

5) *Rigidez ao Cisalhamento da Seção do Perfil (Q):*

$$Q := G_{\text{fip}} \cdot d \cdot t \quad Q = 2.36 \times 10^6 \text{ N}$$

## ESTADO LIMITE ÚLTIMO

1) Verificação do carregamento à flexão:

1.1) *Resistência à flexão do perfil:*

1.1.1) Tração na mesa inferior:

$$y_f := \frac{d - t}{2} \quad y_f = 73.075 \text{ mm}$$

$$\sigma_{1t\_ult} := 1.157 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$Mu_t := \frac{\sigma_{1t\_ult} \cdot I_p}{y_f} \quad Mu_t = 104.549 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$Pu_t := \frac{4 \cdot Mu_t}{L} \quad Pu_t = 443.002 \text{ kN}$$

1.1.2) Compressão da mesa superior:

$$\sigma_{1c\_ult} := 69.2 \text{ MPa}$$

$$Mu_c := \frac{\sigma_{1c\_ult} \cdot I_p}{y_f} \quad Mu_c = 6.253 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$Pu_c := \frac{4 \cdot Mu_c}{L} \quad Pu_c = 26.496 \text{ kN}$$

2) Resistência ao cisalhamento:

2.1) *Tensão de cisalhamento na alma do Perfil PRFV pela resistência dos materiais:*

$$\tau_{12\_ult\_RM} := 12.55 \text{ MPa}$$

Momento estático da mesa inferior e da metade inferior da alma do perfil:

$$Q_{cr} := t \cdot b \cdot \left( \frac{d}{2} - \frac{t}{2} \right) + \frac{t}{2} \cdot \left( \frac{d}{2} - t \right)^2 \quad Q_{cr} = 50.779 \text{ m}^3$$

$$V_{u1RM} := \frac{\tau_{12\_ult\_RM} \cdot t \cdot I_p}{Q_{cr}} \quad V_{u1RM} = 10.366 \text{ kN}$$

$$P_{ult\_cis\_RM} := 2 \cdot V_{u1RM} \quad P_{ult\_cis\_RM} = 20.733 \text{ kN}$$

2.2) *Tensão de cisalhamento na alma do Perfil PRFV por Halphin-Tsai:*

$$\tau_{12\_ult\_HT} := 20.133 \text{ MPa}$$

$$V_{u1HT} := \frac{\tau_{12\_ult\_HT} \cdot t \cdot I_p}{Q_{cr}} \quad V_{u1HT} = 16.625 \text{ kN}$$

$$P_{ult\_cis\_HT} := 2 \cdot V_{u1HT} \quad P_{ult\_cis\_HT} = 33.249 \text{ kN}$$

## CRITÉRIO DE RUPTURA DE TSAI-HILL

### 1) Tensões últimas teóricas:

1.1) *Tensão de tração (direção longitudinal à fibra)*  $\sigma_{t1\_ult} := 1.15 \text{ GPa}$

1.2) *Tensão de tração (direção transversal à fibra)*  $\sigma_{t2\_ult} := 27.140 \text{ MPa}$

1.3) *Tensão de compressão pela ruptura ao cisalhamento da fibra:*  $\sigma_{c1\_ult} := 69.2 \text{ MPa}$

1.4) *Tensão de cisalhamento da matriz:*  $\tau_{12m\_ult} := 34 \text{ MPa}$

1.5) *Tensão de cisalhamento na direção 1-2:*  $\tau_{12} := 12.554 \text{ MPa}$

2) Equação de Tsai-Hill:

$$\left( \frac{\sigma_1}{\sigma_{t1\_ult}} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{\sigma_{t1\_ult}^2} \right) + \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_{t2\_ult}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{12}}{\tau_{12m\_ult}} \right)^2 \leq 1$$

Fazendo  $\sigma_2=0$  e sabendo-se que:

$$\sigma_1 = \frac{M \cdot y}{I_p} \text{ ou } \sigma_1 = \frac{\frac{P \cdot L}{4} \cdot y}{I_p} \text{ e } \tau_{12} = \frac{P \cdot Q_{fw}}{I_p \cdot t} \text{ tem-se que}$$

Momento estático da ligação mesa-alma:

$$Q_{fw} := b \cdot \frac{t^2}{2} \quad Q_{fw} = 1.532 \text{ cm}^3$$

Logo, tem-se que

$$P := 1 \text{ kN}$$

$$\text{Given} \quad \left( \frac{\frac{P \cdot L \cdot d}{4 \cdot 2}}{I_p} \right)^2 + \left( \frac{\frac{P \cdot Q_{fw}}{I_p \cdot t}}{\tau_{12m\_ult}} \right)^2 = 1$$

$$P\_ult\_TH := \text{Find}(P)$$

$$P\_ult\_TH = 386.244 \text{ kN}$$

**ESTADO LIMITE SERVIÇO**

1) Carga de utilização utilizando a flecha máxima

$$K_y := \frac{(d - t) \cdot t}{A} \quad K_y = 0.501$$

$$\delta_{lim} := \frac{L}{250} \quad \delta_{lim} = 3.776 \text{ mm}$$

Fazendo com que  $v \leq \delta_{lim}$ , sendo que  $v = v_f + v_c$  e

$$v_f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot D} \text{ e } v_c = \frac{P \cdot L}{4 \cdot G_{frp} \cdot K_y \cdot A}$$

A carga de utilização observando-se o limite da flecha máxima é:

$$x := 1 \text{ kN}$$

$$\text{Given} \quad \frac{x \cdot L^3}{48 \cdot D} + \frac{x \cdot L}{4 \cdot G_{frp} \cdot K_y \cdot A} = \delta_{lim}$$

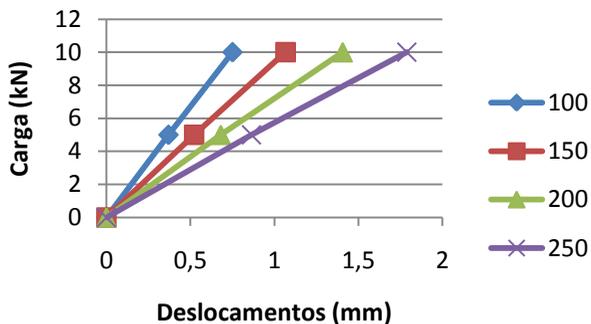
$$x := \text{Find}(x) \quad x = 18.541 \text{ kN}$$

## Anexo E

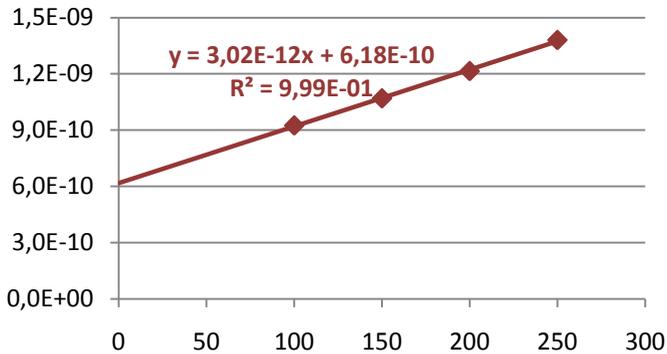
## 1. RESULTADOS OBTIDOS PARA O CP-1

Diagrama Carga x Deslocamento (em kN e mm)

$(L/r)^2$	100	150	200	250
CARGA	DESLOC.	DESLOC.	DESLOC.	DESLOC.
0	0	0	0	0
5	0,3693251	0,521450377	0,6802716	0,8635793
10	0,750801	1,06618352	1,4057689	1,7877029

Diagrama  $4Av/PL \times (L/r)^2$ 

$(L/r)^2$	Carga (N)	Área (m <sup>2</sup> )	L (m)	Flecha (m)	$4Av/PL$	Média
100	5000	1,85E-03	0,597	3,69E-04	9,17E-10	9,25E-10
	10000	1,85E-03	0,597	7,51E-04	9,32E-10	
150	5000	1,85E-03	0,731	5,21E-04	1,06E-09	1,07E-09
	10000	1,85E-03	0,731	1,07E-03	1,08E-09	
200	5000	1,85E-03	0,844	6,80E-04	1,19E-09	1,21E-09
	10000	1,85E-03	0,844	1,41E-03	1,23E-09	
250	5000	1,85E-03	0,944	8,64E-04	1,36E-09	1,38E-09
	10000	1,85E-03	0,944	1,79E-03	1,40E-09	



Cálculo do Módulo de Elasticidade Longitudinal e de Cisalhamento

$$y = 3,02E-12x + 6,18E-10$$

$$\text{GPa} := 10^9 \text{Pa}$$

$$\text{inclinação} := 3,02 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Pa}}$$

$$\text{interseção} := 6,18 \cdot 10^{-10} \frac{1}{\text{Pa}}$$

Módulo de Elasticidade Longitudinal:

$$E := \frac{1}{12 \cdot \text{inclinação}} \quad E = 27,57 \text{GPa}$$

Módulo de Cisalhamento:

$$d := 15,25 \text{cm}$$

$$b := 7,6 \text{cm}$$

$$t := 0,635 \text{cm} \quad t_w := t \quad t_f := t$$

$$A := 2 \cdot (b \cdot t) + (d - 2 \cdot t) \cdot t$$

$$K_y := \frac{(d - t_f)}{A} \cdot t_w \quad K_y = 0,501$$

$$G := \frac{1}{K_y \cdot \text{interseção}} \quad G = 3,23 \text{GPa}$$

## 2. RESULTADOS OBTIDOS PARA O CP-2

Diagrama Carga x Deslocamento (em kN e mm)

(L/r) 2	100	150	200	250
CARGA	DESLOC.	DESLOC.	DESLOC.	DESLOC.
0	0	0	0	0
5	0,3154501	0,468779907	0,6014974	0,8005295
10	0,6418756	0,970304582	1,2728558	1,6661344

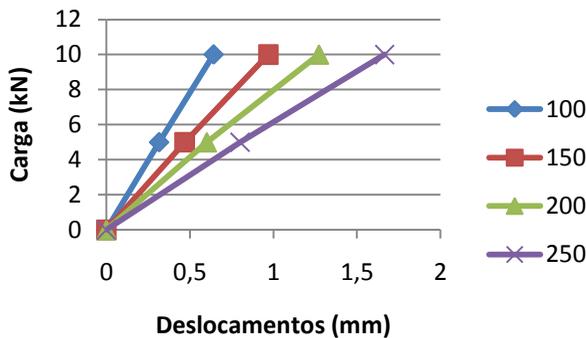
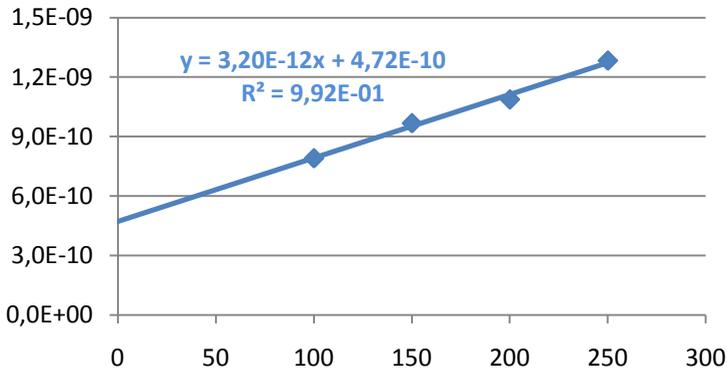


Diagrama  $4Av/PL \times (L/r)^2$

(L/r) <sup>2</sup>	Carga (N)	Área (m <sup>2</sup> )	L (m)	Flecha (m)	4Av/PL	Média
100	5000	1,85E-03	0,597	3,15E-04	7,83E-10	7,90E-10
	10000	1,85E-03	0,597	6,42E-04	7,97E-10	
150	5000	1,85E-03	0,731	4,69E-04	9,50E-10	9,67E-10
	10000	1,85E-03	0,731	9,70E-04	9,84E-10	
200	5000	1,85E-03	0,844	6,01E-04	1,06E-09	1,09E-09
	10000	1,85E-03	0,844	1,27E-03	1,12E-09	
250	5000	1,85E-03	0,944	8,01E-04	1,26E-09	1,28E-09
	10000	1,85E-03	0,944	1,67E-03	1,31E-09	



Cálculo do Módulo de Elasticidade Longitudinal e de Cisalhamento

$$y = 3,20E-12x + 4,72E-10 \quad \text{GPa} := 10^9 \text{ Pa}$$

$$\text{inclinação} := 3.20 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{1}{\text{Pa}}$$

$$\text{interseção} := 4.72 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{1}{\text{Pa}}$$

Módulo de Elasticidade Longitudinal:

$$E := \frac{1}{12 \cdot \text{inclinação}} \quad E = 26.08 \text{ GPa}$$

Módulo de Cisalhamento:

$$d := 15.25 \text{ cm}$$

$$b := 7.6 \text{ cm}$$

$$t := 0.635 \text{ cm} \quad t_w := t \quad t_f := t$$

$$A := 2 \cdot (b \cdot t) + (d - 2 \cdot t) \cdot t$$

$$K_y := \frac{(d - t_f)}{A} \cdot t_w \quad K_y = 0.501$$

$$G := \frac{1}{K_y \cdot \text{interseção}} \quad G = 4.23 \text{ GPa}$$

### 3. RESULTADOS OBTIDOS PARA O CP-3

Diagrama Deslocamento x Carga (em mm e kN)

$(L/r)^2$	100	150	200	250
CARGA	DESLOC.	DESLOC.	DESLOC.	DESLOC.
0	0	0	0	0
5	0,3039262	0,468681048	0,6036233	0,782461
10	0,6160718	0,958248196	1,2608262	1,6091286

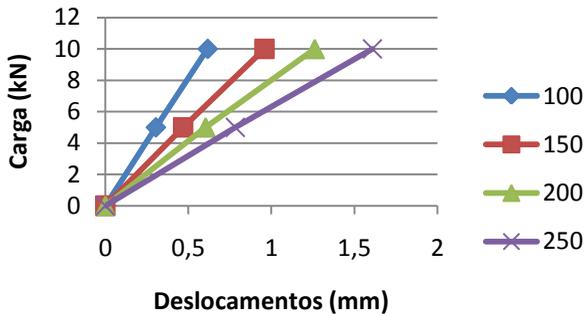
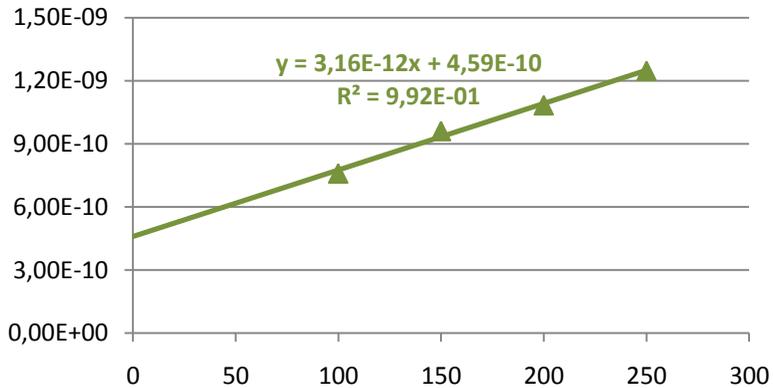


Diagrama  $4Av/PL$  x  $(L/r)^2$

$(L/r)^2$	Carga (N)	Área (m <sup>2</sup> )	L (m)	Flecha (m)	$4Av/PL$	Média
100	5000	1,85E-03	0,597	3,04E-04	7,55E-10	7,60E-10
	10000	1,85E-03	0,597	6,16E-04	7,65E-10	
150	5000	1,85E-03	0,731	4,69E-04	9,50E-10	9,61E-10
	10000	1,85E-03	0,731	9,58E-04	9,71E-10	
200	5000	1,85E-03	0,844	6,04E-04	1,06E-09	1,08E-09
	10000	1,85E-03	0,844	1,26E-03	1,11E-09	
250	5000	1,85E-03	0,944	7,82E-04	1,23E-09	1,25E-09
	10000	1,85E-03	0,944	1,61E-03	1,26E-09	



Cálculo do Módulo de Elasticidade Longitudinal e de Cisalhamento

$$y = 3,16E-12x + 4,59E-10$$

$$\text{GPa} := 10^9 \text{ Pa}$$

$$\text{inclinação} := 3,16 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Pa}}$$

$$\text{interseção} := 4,59 \cdot 10^{-10} \frac{1}{\text{Pa}}$$

Módulo de Elasticidade Longitudinal:

$$E := \frac{1}{12 \cdot \text{inclinação}} \quad E = 26,34 \text{ GPa}$$

Módulo de Cisalhamento:

$$d := 15,25 \text{ cm}$$

$$b := 7,6 \text{ cm}$$

$$t := 0,635 \text{ cm} \quad t_w := t \quad t_f := t$$

$$A := 2 \cdot (b \cdot t) + (d - 2 \cdot t) \cdot t$$

$$K_y := \frac{(d - t_f)}{A} \cdot t_w \quad K_y = 0,501$$

$$G := \frac{1}{K_y \cdot \text{interseção}} \quad G = 4,35 \text{ GPa}$$

#### 4. RESULTADOS OBTIDOS PARA O CP-4

Diagrama Deslocamento x Carga (em mm e kN)

$(L/r)^2$	100	150	200	250
CARGA	DESLOC.	DESLOC.	DESLOC.	DESLOC.
0	0	0	0	0
5	0,3042387	0,4229691	0,5690951	0,7258474
10	0,6159143	0,889485543	1,1700215	1,4963512

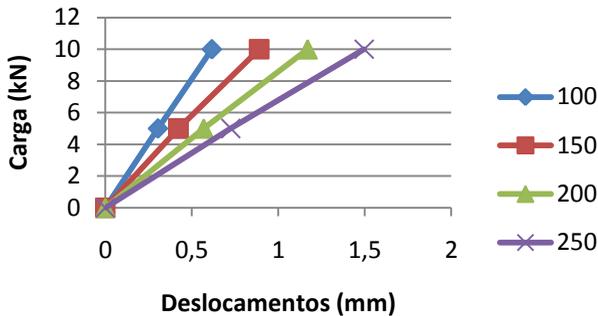
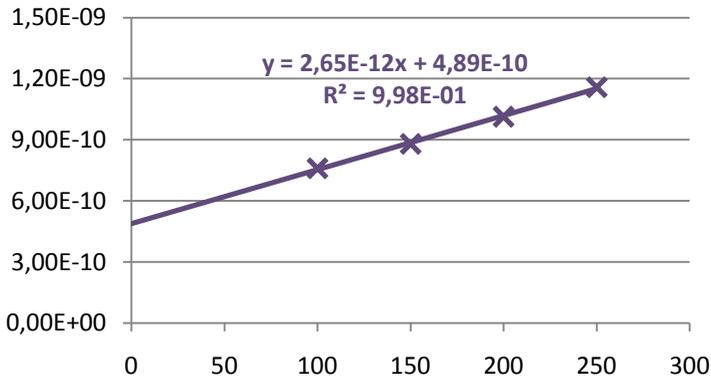


Diagrama  $4Av/PL$  x  $(L/r)^2$

$(L/r)^2$	Carga (N)	Área (m <sup>2</sup> )	L (m)	Flecha (m)	$4Av/PL$	Média
100	5000	1,85E-03	0,597	3,04E-04	7,55E-10	7,60E-10
	10000	1,85E-03	0,597	6,16E-04	7,65E-10	
150	5000	1,85E-03	0,731	4,23E-04	8,58E-10	8,80E-10
	10000	1,85E-03	0,731	8,89E-04	9,02E-10	
200	5000	1,85E-03	0,844	5,69E-04	9,99E-10	1,01E-09
	10000	1,85E-03	0,844	1,17E-03	1,03E-09	
250	5000	1,85E-03	0,944	7,26E-04	1,14E-09	1,16E-09
	10000	1,85E-03	0,944	1,50E-03	1,17E-09	



Cálculo do Módulo de Elasticidade Longitudinal e de Cisalhamento

$$y = 2,65E-12x + 4,89E-10$$

$$\text{GPa} := 10^9 \text{ Pa}$$

$$\text{inclinação} := 2,65 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{Pa}}$$

$$\text{interseção} := 4,89 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{1}{\text{Pa}}$$

Módulo de Elasticidade Longitudinal:

$$E := \frac{1}{12 \cdot \text{inclinação}} \quad E = 31,43 \text{ GPa}$$

Módulo de Cisalhamento:

$$d := 15,25 \text{ cm}$$

$$b := 7,6 \text{ cm}$$

$$t := 0,635 \text{ cm} \quad t_w := t \quad t_f := t$$

$$A := 2 \cdot (b \cdot t) + (d - 2 \cdot t) \cdot t$$

$$K_y := \frac{(d - t_f)}{A} \cdot t_w \quad K_y = 0,501$$

$$G := \frac{1}{K_y \cdot \text{interseção}} \quad G = 4,09 \text{ GPa}$$

## Anexo F

## ANÁLISE TEÓRICA – ESTIMATIVA ELÁSTICA DO VIGOTE

**DADOS INICIAIS**     $\text{GPa} := 10^9 \cdot \text{Pa}$      $\text{MPa} := 10^6 \cdot \text{Pa}$      $\text{kN} := 1000 \text{ N}$

1) Propriedades e Dados do perfil pultrudado (seção I):

$$d := 15.25 \text{ cm}$$

$$b := 7.6 \text{ cm}$$

$$t := 0.635 \text{ cm} \quad t_f = t_w = t$$

$$d_w := d - 2 \cdot t \quad d_w = 13.98 \text{ cm}$$

$$A_p := 2 \cdot (b \cdot t) + (d_w \cdot t) \quad A_p = 18.529 \text{ cm}^2$$

$$\gamma_p := 1950 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

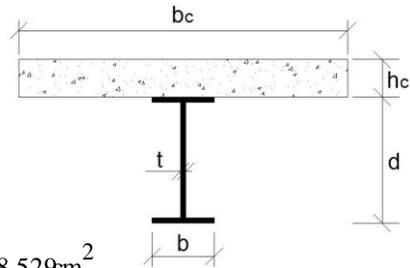
$$E_l := 26.2 \text{ GPa}$$

$$G_{\text{fip}} := 4.29 \text{ GPa} \quad (\text{Valores obtidos experimentalmente})$$

$$y_p := \frac{d}{2} \quad y_p = 7.625 \text{ cm}$$

$$I_p := \left( \frac{b \cdot d^3}{12} \right) - 2 \left[ \frac{(b - t) \cdot (d - 2 \cdot t)^3}{12} \right] \quad I_p = 660.319 \text{ cm}^4$$

$$r := \sqrt{\frac{I_p}{A_p}} \quad r = 5.97 \text{ cm}$$



## 2) Propriedades e Dados do Concreto:

$$\gamma_c := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$f_{ck} := 30 \text{ MPa}$$

$$E_{ci} := 5600 \sqrt{f_{ck} \cdot \text{MPa}} \quad E_{ci} = 30.672 \text{ GPa}$$

$$E_c := 0.85 E_{ci} \quad E_c = 26.072 \text{ GPa}$$

$$\varepsilon_c := 0.0030$$

$$b_c := 0.4 \text{ m}$$

$$h_c := 4 \text{ cm}$$

$$A_c := b_c \cdot h_c \quad A_c = 160 \text{ cm}^2$$

$$y_c := d + \frac{h_c}{2} \quad y_c = 17.25 \text{ cm}$$

## 3) Peso próprio do vigote:

$$\gamma_{eps} := 18 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Peso\_vigote} := (\gamma_p \cdot A_p + \gamma_c \cdot h_c \cdot b_c + \gamma_{eps} \cdot d \cdot b_c) \quad \text{Peso\_vigote} = 0.423 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

## **HOMOGENEIZAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL EM RELAÇÃO**

### **AO MATERIAL PRFV**

#### 1) Posição da Linha Neutra:

$$n := \frac{E_c}{E_l} \quad n = 0.995 \quad (\text{Homogeneização da seção para material compósito})$$

$$y := \frac{(n \cdot y_c \cdot A_c) + (y_p \cdot A_p)}{n \cdot A_c + A_p} \quad y = 16.246 \text{ cm}$$

$$y_{ln} := d + h_c - y \quad y_{ln} = 3.0037 \text{ cm} \quad (\text{Altura da LN a partir do topo da seção})$$

2) Momento de Inércia da Seção Transformada:

$$I_c := \frac{n \cdot b_c \cdot h_c^3}{12} \quad I_c = 2.122 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$d_c := y_c - y \quad d_c = 1.004 \text{ cm}$$

$$d_p := y - y_p \quad d_p = 8.621 \text{ cm}$$

$$I_{st} := \left[ \left( I_c + n \cdot A_c \cdot d_c^2 \right) + \left( I_p + A_p \cdot d_p^2 \right) \right] \quad I_{st} = 2410.084 \text{ cm}^4$$

3) Área da Seção Transformada:

$$A_{st} := A_p + A_c \cdot n \quad A_{st} = 177.684 \text{ cm}^2$$

4) Rigidez à Flexão da Seção Transformada (D):

$$D := E_1 \cdot I_{st} \quad D = 6.317 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

5) Rigidez ao Cisalhamento da Seção Transformada (Q):

$$Q := G_{frp} \cdot d \cdot t \quad Q = 4.154 \times 10^6 \text{ N}$$

6) Cálculo do Fator de Forma da Seção Transformada:

$$b_{c\_st} := n \cdot b_c \quad b_{c\_st} = 0.398 \text{ m} \quad (\text{Largura da capa de concreto})$$

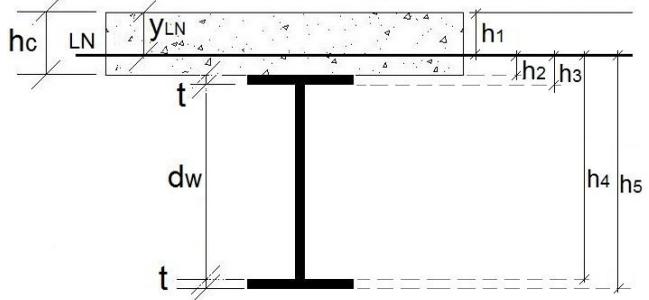
$$b_{w\_st} := t \quad b_{w\_st} = 0.006 \text{ m} \quad (\text{Largura da alma})$$

$$b_{fi\_st} := b \quad b_{fi\_st} = 0.076 \text{ m} \quad (\text{Largura da mesa inferior})$$

$$b_{fs\_st} := b \quad b_{fs\_st} = 0.076 \text{ m} \quad (\text{Largura da mesa superior})$$

6.1) *Dividindo a seção em 5 retângulos:*

- 1) topo da capa de concreto até LN;
- 2) da LN até base da capa de concreto;
- 3) flanges superiores;
- 4) alma;
- 5) flanges inferiores.



$$h1 := y_{Ln}$$

$$h2 := h_c - y_{Ln}$$

$$h3 := h2 + t$$

$$h4 := h3 + d_w$$

$$h5 := h4 + t$$

6.2) *Cálculo da integral na área dos momentos estáticos ao quadrado das sub-áreas 1 a 5 em relação à linha neutra:*

$$Q1_{quad} := \int_0^{h1} \left[ b_{c\_st} \cdot (y_{Ln} - z) \cdot \left[ \left( \frac{y_{Ln}}{2} \right) + \frac{z}{2} \right] \right]^2 \cdot b_{c\_st} dz$$

$$Q5_{quad} := \int_{h4}^{h5} \left[ b_{fs\_st} \cdot (h5 - z) \cdot \left[ \left( \frac{h5}{2} \right) + \frac{z}{2} \right] \right]^2 \cdot b_{fs\_st} dz$$

$$Q4_{quad} := \int_{h3}^{h4} \left[ b_{fs\_st} \cdot t \cdot \left( h4 + \frac{t}{2} \right) + \left[ b_{w\_st} \cdot (h4 - z) \cdot \left[ \left( \frac{h4}{2} \right) + \frac{z}{2} \right] \right] \right]^2 \cdot b_{w\_st} dz$$

$$Q3_{quad} := \int_{h2}^{h3} \left[ b_{fs\_st} \cdot t \cdot \left( h4 + \frac{t}{2} \right) + \left[ b_{w\_st} \cdot d_w \cdot \left( h3 + \frac{d_w}{2} \right) \right] + \left[ b_{fs\_st} \cdot (h3 - z) \cdot \left[ \left( \frac{h3}{2} \right) + \frac{z}{2} \right] \right] \right]^2 \cdot b_{fs\_st} dz$$

$$Q_{2quad} := \int_0^{h_2} \left[ b_{fs\_st} \cdot t \cdot \left( h_4 + \frac{t}{2} \right) + \left[ b_{w\_st} \cdot d_w \cdot \left( h_3 + \frac{d_w}{2} \right) \right] + \left[ b_{fs\_st} \cdot t \cdot \left( h_2 + \frac{t}{2} \right) \right] + \left[ b_{c\_st} \cdot (h_2 - z) \cdot \left[ \left( \frac{h_2}{2} \right) + \frac{z}{2} \right] \right]^2 \cdot b_{c\_st} dz$$

$$Q_{sum} := \left( \frac{Q_{1quad}}{b_{c\_st}^2} \right) + \left( \frac{Q_{2quad}}{b_{c\_st}^2} \right) + \left( \frac{Q_{3quad}}{b_{fs\_st}^2} \right) + \left( \frac{Q_{4quad}}{b_{w\_st}^2} \right) + \left( \frac{Q_{5quad}}{b_{fi\_st}^2} \right)$$

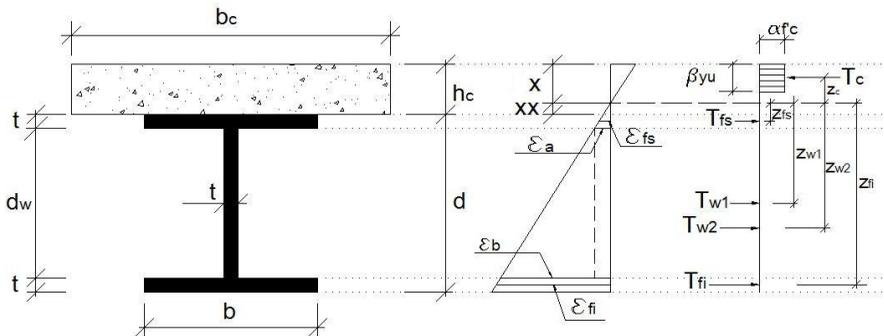
6.3) *Fator de Forma:*

$$f_s := \left( \frac{A_{st}}{I_{st}^2} \right) \cdot Q_{sum} \quad f_s = 11.078$$

## ESTADO LIMITE ÚLTIMO

### 1) Verificação do carregamento à flexão:

#### 1.1) *Posição da Linha Neutra (Ruptura à flex*



$$\alpha_1 := 0.85$$

$$\beta_1 := 0.85$$

$$\varepsilon_{c\_ult} := 0.0030 \quad (\text{Deformação de ruptura do concreto})$$

$$\varepsilon_{l\_ult} := 0.049 \quad (\text{Deformação de ruptura do PRFV})$$

$$x := 1\text{mm}$$

Given

$$\beta_1 \cdot x \cdot \alpha_1 \cdot f_{ck} \cdot b_c - E_1 \cdot \left[ b \cdot t \cdot \left( h_c - x + \frac{t}{2} \right) \cdot \frac{\varepsilon_{c\_ult}}{x} + b \cdot t \cdot \left( h_c - x + d_w + t + \frac{t}{2} \right) \cdot \frac{\varepsilon_{c\_ult}}{x} + t \cdot d_w \cdot \left( h_c - x + t + \frac{d_w}{2} \right) \cdot \frac{\varepsilon_{c\_ult}}{x} \right] = 0$$

$$x := \text{Find}(x) \quad x = 36.588\text{mm} \quad (\text{Posição da linha neutra a partir do topo})$$

$$xx := h_c - x \quad xx = 3.412\text{mm}$$

1.2) *Resultantes:*

1.2.1) Para o perfil:

$$\text{no CG do flange superior: } \varepsilon_{fs} := \frac{\left( xx + \frac{t}{2} \right) \cdot \varepsilon_{c\_ult}}{x} \quad \varepsilon_{fs} = 5.401 \times 10^{-4}$$

$$T_{fs} := E_1 \cdot t \cdot b \cdot \varepsilon_{fs} \quad T_{fs} = 6.832\text{kN}$$

$$\text{no CG do flange inferior: } \varepsilon_{fi} := \frac{\left( xx + t + d_w + \frac{t}{2} \right) \cdot \varepsilon_{c\_ult}}{x} \quad \varepsilon_{fi} = 0.013$$

$$T_{fi} := E_1 \cdot t \cdot b \cdot \varepsilon_{fi} \quad T_{fi} = 158.40\text{kN}$$

$$\text{na alma: } \varepsilon_a := \frac{(xx + t) \cdot \varepsilon_{c\_ult}}{x} \quad \varepsilon_a = 8.004 \times 10^{-4}$$

$$T_{w1} := E_1 \cdot t \cdot d_w \cdot \varepsilon_a \quad T_{w1} = 18.624\text{kN}$$

$$\varepsilon_b := \frac{(xx + t + d_w) \cdot \varepsilon_{c\_ult}}{x} \quad \varepsilon_b = 0.012$$

$$T_{w2} := E_1 \cdot t \cdot d_w \cdot \frac{(\varepsilon_b - \varepsilon_a)}{2} \quad T_{w2} = 133.354 \text{ kN}$$

Resultante Total no perfil:

$$T_p := T_{fs} + T_{fi} + T_{w1} + T_{w2} \quad T_p = 317.219 \text{ kN}$$

1.2.2) Para o concreto:

$$T_c := x \cdot \alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot b_c \cdot f_{ck} \quad T_c = 317.219 \text{ kN}$$

1.2.3) Verificação do equilíbrio:

$$\text{Verificação} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } T_p = T_c \\ \text{"Não OK"} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{Verificação} = \text{"OK"}$$

1.3) *Momento último*:

1.3.1) Braço de alavanca para a resultante no concreto:

$$z_c := x - 0.85 \frac{x}{2} \quad z_c = 0.021 \text{ m}$$

1.3.2) Braço de alavanca para a resultante no flange supe

$$z_{fs} := xx + \frac{t}{2} \quad z_{fs} = 6.587 \times 10^{-3} \text{ m}$$

1.3.3) Braço de alavanca para a resultante na alma:

$$z_{w1} := xx + t + \frac{d_w}{2} \quad z_{w1} = 0.08 \text{ m}$$

$$z_{w2} := xx + t + \frac{2 \cdot d_w}{3} \quad z_{w2} = 0.103 \text{ m}$$

1.3.4) Braço de alavanca para a resultante no flange inferior:

$$z_{fi} := xx + t + d_w + \frac{t}{2} \quad z_{fi} = 0.153 \text{ m}$$

Momento último:

$$M_u := T_c \cdot z_c + T_{fs} \cdot z_{fs} + T_{w1} \cdot z_{w1} + T_{w2} \cdot z_{w2} + T_{fi} \cdot z_{fi} \quad M_u = 46.128 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

1.4) Carga última para ensaio de flexão a 3 pontos:

$$L := 0.944 \text{ m}$$

$$P_u := \frac{4M_u}{L} \quad P_u = 195.456 \text{ kN}$$

2) Verificação ao cisalhamento da laje mista:

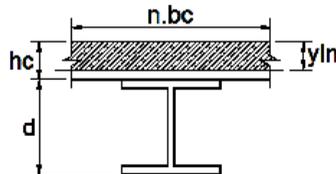
2.1) *Tensão de cisalhamento considerando a seção transversal não-fissurada:*

2.1.1) Tensão de cisalhamento na linha neutra do vigote (capa de concreto):

a) *Momento Estático:*

$$Q_{\max} := \left[ \frac{[(d + h_c) - y]^2}{2} \right] \cdot (n \cdot b_c)$$

$$Q_{\max} = 1.795 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$



b) *Tensão de Cisalhamento:*

$$V := P_u \quad (\text{Adotando a carga de ruptura de flexão para verificar a tensão de cisalhamento produzida})$$

$$\tau := \frac{V \cdot Q_{\max}}{I_{st} \cdot n \cdot b_c} \quad \tau = 3.659 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{ult\_prfv\_HT}} := 20.13 \text{ MPa} \quad (\text{Halpin Tsai, ver Anexo C})$$

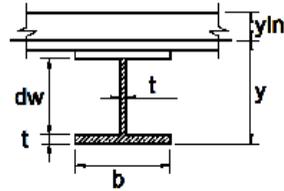
$$\tau_{\text{ult\_prfv\_RM}} := 12.554 \text{ MPa} \quad (\text{Resistência dos materiais, ver Anexo C})$$

## 2.1.2) Esforço cortante último na ligação mesa-alma:

a) *Momento Estático:*

$$Q_{ma} := b \cdot t \cdot \left( y - \frac{t}{2} \right) + t \cdot d_w \cdot \left( y - t - \frac{d_w}{2} \right)$$

$$Q_{ma} = 1.534 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

b) *Esforço cortante último:*

$$V_{ma} := \frac{\tau_{ult\_prfv\_HT} \cdot I_{st} \cdot t}{Q_{ma}}$$

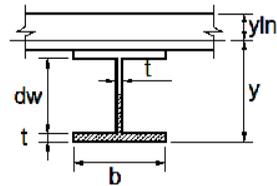
$$V_{ma} = 20.085 \text{ kN}$$

## 2.1.3) Esforço cortante último no centro da alma do perfil:

a) *Momento Estático:*

$$Q_a := b \cdot t \cdot \left( y - \frac{t}{2} \right) + \frac{t \cdot d_w}{2} \cdot \left( y - t - \frac{d_w}{4} \right)$$

$$Q_a = 1.307 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

b) *Esforço cortante último:*

$$V_a := \frac{\tau_{ult\_prfv\_HT} \cdot I_{st} \cdot t}{Q_a}$$

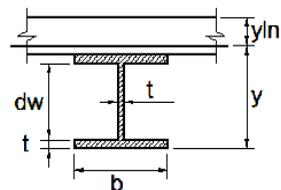
$$V_a = 23.583 \text{ kN}$$

## 2.1.4) Esforço cortante último na interface concreto/perfil:

a) *Momento Estático:*

$$Q_{inter} := b \cdot t \cdot \left( y - \frac{t}{2} \right) + t \cdot d_w \cdot \left( y - t - \frac{d_w}{2} \right) + b \cdot t \cdot \left( y - d + \frac{t}{2} \right)$$

$$Q_{inter} = 1.597 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$



b) *Esforço cortante último:*

$\tau_{ult\_conc\_prfv} := 2.2 \cdot \text{MPa}$  (Tensão de aderência concreto/PRFV  
 Valor médio para o concreto de 30MPa, com resina Sikadur 31)

$$V_{inter} := \frac{\tau_{ult\_conc\_prfv} \cdot I_{st} \cdot b}{Q_{inter}} \quad V_{inter} = 25.225 \text{ kN}$$

2.2) *Tensão de cisalhamento considerando a seção transversal fissurada*

2.2.1) Linha neutra da seção fissurada sem levar em conta o concreto na rigidez ao cisalhamento:

$$A_a := \frac{b_{c\_st}}{2} \quad B_b := A_p \quad C_c := -A_p \cdot \left( h_c + t + \frac{d_w}{2} \right)$$

$$x_{cr} := \frac{-B_b + \sqrt{B_b^2 - 4 \cdot A_a \cdot C_c}}{2 \cdot A_a} \quad x_{cr} = 28.576 \text{ mm}$$

$$y_{cr} := d + h_c - x_{cr} \quad y_{cr} = 163.924 \text{ mm}$$

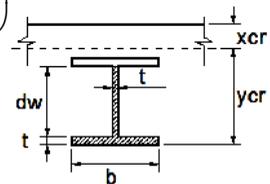
2.2.2) *Momento de inércia da seção fissurada:*

$$I_{cr} := \left[ \frac{n \cdot b_c \cdot x_{cr}^3}{3} + \left[ I_p + A_p \cdot \left( y_{cr} - \frac{d}{2} \right)^2 \right] \right] \quad I_{cr} = 2.394 \times 10^3 \text{ cm}^4$$

2.2.3) *Esforço cortante último na ligação mesa-al*a) *Momento Estático:*

$$Q_{ma\_cr} := b \cdot t \cdot \left( y_{cr} - \frac{t}{2} \right) + t \cdot d_w \cdot \left( y_{cr} - t - \frac{d_w}{2} \right)$$

$$Q_{ma\_cr} = 1.554 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

b) *Esforço cortante último:*

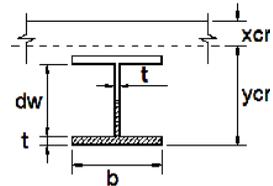
$$V_{ma\_cr} := \frac{\tau_{ult\_prfv\_HT} \cdot I_{cr} \cdot t}{Q_{ma\_cr}} \quad V_{ma\_cr} = 19.695 \text{ kN}$$

## 2.2.4) Esforço cortante último no centro da alma do perfil:

a) *Momento Estático:*

$$Q_{a\_cr} := b \cdot t \cdot \left( y_{cr} - \frac{t}{2} \right) + \frac{t \cdot d_w}{2} \cdot \left( y_{cr} - t - \frac{d_w}{4} \right)$$

$$Q_{a\_cr} = 1.32 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

b) *Esforço cortante último:*

$$V_{a\_cr} := \frac{\tau_{ult\_prfv\_HT} \cdot I_{cr} \cdot t}{Q_{a\_cr}}$$

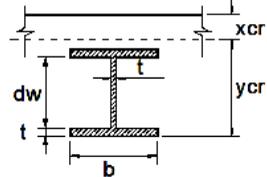
$$V_{a\_cr} = 23.186 \text{ kN}$$

## 2.2.5) Esforço cortante último na interface concreto/perfil

a) *Momento Estático:*

$$Q_{inter\_cr} := b \cdot t \cdot \left( y_{cr} - \frac{t}{2} \right) + t \cdot d_w \cdot \left( y_{cr} - t - \frac{d_w}{2} \right) + b \cdot t \cdot \left( y_{cr} - d + \frac{t}{2} \right)$$

$$Q_{inter\_cr} = 1.625 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

b) *Esforço cortante último:*

$$V_{inter\_cr} := \frac{\tau_{ult\_conc\_prfv} \cdot I_{cr} \cdot b}{Q_{inter\_cr}}$$

$$V_{inter\_cr} = 24.64 \text{ kN}$$

8) Carga última:

$$P_{u\_tot} := \min(P_u, 2 \cdot V_{ma}, 2V_a, 2V_{inter}, 2V_{ma\_cr}, 2V_{a\_cr}, 2V_{inter\_cr})$$

$$P_{u\_tot} = 39.39 \text{ kN}$$

## ESTADO LIMITE SERVIÇO

### 1) Carga de utilização pela flecha máxima:

$$\delta_{lim} := \frac{L}{250} \quad \delta_{lim} = 3.776 \text{ mm}$$

#### 1.1) *Sem levar em conta a contribuição do concreto na rigidez ao cisalhamento:*

Fazendo com que  $v \leq \delta_{lim}$ , sendo que  $\delta = \delta_f + \delta_c$  e

$$\delta_f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot D} \text{ e } \delta_c = \frac{P \cdot L}{4 \cdot Q}$$

A carga de utilização observando-se o limite da flecha máxima é:

$$x := 1 \text{ kN}$$

Given

$$\frac{x \cdot L^3}{48 \cdot D} + \frac{x \cdot L}{4 \cdot Q} = \delta_{lim}$$

$$P_{s\_sc} := \text{Find}(x) \quad P_{s\_sc} = 44.659 \text{ kN}$$

#### 1.2) *Levando em conta a contribuição do concreto na rigidez ao cisalhamento:*

Fazendo com que  $v \leq \delta_{lim}$ , sendo que  $\delta = \delta_f + \delta_c$  e

$$\delta_f = \frac{P \cdot L^3}{48 \cdot D} \text{ e } \delta_c = \frac{P \cdot L \cdot f_s}{4 \cdot G_{frp} \cdot A_{st}}$$

A carga de utilização observando-se o limite da flecha máxima é:

$$x := 1 \text{ kN} \quad \text{Given}$$

$$\frac{x \cdot L^3}{48 \cdot D} + \frac{x \cdot L \cdot f_s}{4 \cdot G_{frp} \cdot A_{st}} = \delta_{lim}$$

$$P_{s\_cc} := \text{Find}(x) \quad P_{s\_cc} = 60.862 \text{ kN}$$

## ENSAIO DE FLEXÃO À 3 PONTOS

1) Cálculo da rigidez da seção não-fissurada para ensaio de flexão a 3 pontos:

1.1) *Sem levar em conta a contribuição do concreto na rigidez ao cisalhamento:*

$$\text{Rig} := \frac{1}{\frac{L^3}{48D} + \frac{L}{4Q}} \quad \text{Rig} = 1.183 \times 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Deslocamento para } P_{u\_tot}: \delta := \frac{P_{u\_tot}}{\text{Rig}} \quad \delta = 3.3305 \text{mm}$$

1.2) *Levando em conta a contribuição do concreto na rigidez ao cisalhamento:*

$$\text{Rig} := \frac{1}{\frac{L^3}{48D} + \frac{L \cdot f_s}{4G_{fp} \cdot A_{st}}} \quad \text{Rig} = 1.612 \times 10^4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\text{Deslocamento para } P_{u\_tot}: \delta := \frac{P_{u\_tot}}{\text{Rig}} \quad \delta = 2.4438 \text{mm}$$

Deslocamento para carga de fissuração

$$y_{tt} := h_c - x_{cr} \quad y_{tt} = 11.424 \text{mm}$$

$$f_{cr} := \frac{6.7 \sqrt{\frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \cdot 145.33}}{145.33} \quad (\text{valor utilizado para transformação de unidades})$$

$$\varepsilon_{cr} := \frac{f_{cr} \cdot \text{MPa}}{E_c} \quad \varepsilon_{cr} = 1.168 \times 10^{-4}$$

$$M_{cr} := D \cdot \frac{\varepsilon_{cr}}{y_{tt}} \quad M_{cr} = 6.456 \text{kN}\cdot\text{m}$$

$$P_{cr} := \frac{4 \cdot M_{cr}}{L} \quad P_{cr} = 27.356 \text{ kN}$$

$$\delta_{cr} := \frac{P_{cr}}{Rig} \quad \delta_{cr} = 1.697 \text{ mm}$$

1.3) Cálculo da rigidez da seção fissurada (com nova posição da linha neutra) sem levar em conta concreto no cisalhamento:

$$D_{cr} := E_1 \cdot I_{cr} \quad D_{cr} = 6.275 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

$$Rig_{cr} := \frac{1}{\frac{L^3}{48 \cdot D} + \frac{L}{4Q}} \quad Rig_{cr} = 1.183 \times 10^7 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

$$\delta_u := \frac{Pu_{tot}}{Rig_{cr}} \quad \delta_u = 3.33 \text{ mm}$$

## Anexo G

## VERIFICAÇÃO DA RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO À COMPRESSÃO:

Carga de Ruptura dos cps:

$$\text{MPa} := 10^6 \text{ Pa}$$

$$\text{CP-1: } P_1 := 329.110^3 \text{ N}$$

$$\text{CP-2: } P_2 := 304.110^3 \text{ N}$$

$$\text{CP-3: } P_3 := 321.610^3 \text{ N}$$

$$\text{CP-4: } P_4 := 320.110^3 \text{ N}$$

Características da seção transversal:

$$\text{Diâmetro: } d := 10 \text{ cm} \quad d = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{Área: } A := \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad A = 7.854 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Resistência média à compressão:

$$i := 1..4 \quad f_{c_i} := \frac{P_i}{A}$$

$$f_{c_1} = 41.9 \text{ MPa}$$

$$f_{c_2} = 38.7 \text{ MPa}$$

$$f_{c_3} = 40.9 \text{ MPa}$$

$$f_{c_4} = 40.8 \text{ MPa}$$

Verificação de valor espúrio (com 95% de confiança):

$$\text{Valor suspeito: } x_{\text{suspeito}} := f_{cj_2}$$

$$\text{Média: } x := \text{mean}(f_{cj_1}, f_{cj_2}, f_{cj_3}, f_{cj_4}) \quad x = 40.6 \text{MPa}$$

$$\text{Desvio Padrão: } S := \text{Stdev}(f_{cj_1}, f_{cj_2}, f_{cj_3}, f_{cj_4}) \quad S = 1.3 \text{MPa}$$

$$R := \frac{|x_{\text{suspeito}} - x|}{S} \quad R = 1.39$$

Comparando com o valor limite (ver tabela de Valores Extrem

$$R_{\text{lim}} := 1.46$$

$$\text{Conclusão} := \begin{cases} \text{"Não é espúrio"} & \text{if } R \leq R_{\text{lim}} \\ \text{"É espúrio"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Conclusão = "Não é espúrio"

**Resistência característica à compressão:**

$$f_{cj} := x \quad Sd := 4 \text{MPa}$$

$$f_{ck} := f_{cj} - 1.65 \cdot Sd \quad f_{ck} = 33.981 \text{MPa}$$

#### VALORES EXTREMOS

*Table of Critical Values for T (One-sided Test) When Standard Deviation is Calculated from the Same Sample*

Número de Observações	5% de significância	2,5% de significância	1% de significância
3	1,15	1,15	1,15
4	1,46	1,48	1,49
5	1,67	1,71	1,75
6	1,82	1,89	1,94
7	1,94	2,02	2,10

*Fonte: Apostila de Métodos Estatísticos, Prof. Dr. Luiz Roberto Prudêncio Jr., 2002.*

## Anexo H

## CÁLCULO DA QUANTIDADE DE RESINA UTILIZADA PARA UM VIGOTE

1) Dados da Resina:1.1) *Proporção em peso:*

$$g := \frac{\text{kg}}{1000}$$

$$(A) := 1 \quad (B) := 1.18$$

1.2) *Consumo por mm de espessura:*

$$C_{1\text{mm}} := 1.7 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

1.3) *Consumo para 2,0 mm de espessura:*

$$C_{2\text{mm}} := 2 \cdot C_{1\text{mm}} \quad C_{2\text{mm}} = 3.4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

2) Dados do Vigote:2.1) *Comprimento:*  $L := 120\text{cm}$ 2.2) *Largura:*  $b := 7.6\text{cm}$ 2.3) *Área de aplicação:*  $A_P := L \cdot b \quad A = 1 \frac{1}{\text{m}^2}$ 3) Cálculo do consumo para um vigote:

$$C_v := C_{2\text{mm}} \cdot A_P \quad C_v = 310.08 \text{ g}$$

4) Proporção entre os componentes:4.1) *Componente (A):*

$$\begin{array}{l} C_v \text{ ---} \\ A \text{ ---} \end{array} \quad (A) + (B) = 2.18 \quad A := \frac{C_v}{(A) + (B)} \quad \boxed{A = 142.24 \text{ g}}$$

4.2) *Componente (B):*

$$B := C_v - A \quad \boxed{B = 167.84 \text{ g}}$$

## Anexo I

## TESTE DE DUNCAN PARA COMPARAR SEM E COM FIBRA

Médias das tensões de aderência:

Sem fibra: SemFibra := 2.2       $n_{sf} := 3$

Microfibra: MF := 2.935       $n_{MF} := 4$        $k := 4$

Durus 1%: D1 := 1.295       $n_{D1} := 4$

Durus 2%: D2 := 1.5075       $n_{D2} := 4$

1) Ordenar as médias em ordem crescente:

$M_1 := D1$      $M_2 := D2$      $M_3 := \text{SemFibra}$      $M_4 := MF$

2) Calcular o desvio padrão combinado:

$MQR := 0.303225$

$S_c := \sqrt{MQR}$        $S_c = 0.551$

3) Calcular o desvio padrão das médias:

$$n_h := \frac{k}{\frac{1}{n_{sf}} + \frac{1}{n_{MF}} + \frac{1}{n_{D1}} + \frac{1}{n_{D2}}} \quad n_h = 3.692$$

$$S_{x_-} := \frac{S_c}{\sqrt{n_h}} \quad S_{x_-} = 0.287$$

4) Valores limites:

$R_2 := 0.89$        $R_3 := 1.09$        $R_4 := 1.22$

5) Verificações:

*Entre D2 e D1:*  $v1 := M_2 - M_1 \quad v1 = 0.213$

$$\text{Verificação1} := \begin{cases} \text{"não difere significativamente"} & \text{if } v1 < R_2 \\ \text{"difere significativamente"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Verificação1 = "não difere significativamente"**

*Entre sem fibra e D2:*  $v2 := M_3 - M_2 \quad v2 = 0.693$

$$\text{Verificação2} := \begin{cases} \text{"não difere significativamente"} & \text{if } v2 < R_2 \\ \text{"difere significativamente"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Verificação2 = "não difere significativamente"**

*Entre Microfibra e sem fibra:*  $v3 := M_4 - M_3 \quad v3 = 0.735$

$$\text{Verificação3} := \begin{cases} \text{"não difere significativamente"} & \text{if } v3 < R_2 \\ \text{"difere significativamente"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Verificação3 = "não difere significativamente"**

*Entre Sem fibra e D1:*  $v4 := M_3 - M_1 \quad v4 = 0.905$

$$\text{Verificação4} := \begin{cases} \text{"não difere significativamente"} & \text{if } v4 < R_3 \\ \text{"difere significativamente"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Verificação4 = "não difere significativamente"**

*Entre Microfibra e D2:*  $v5 := M_4 - M_2 \quad v5 = 1.428$

$$\text{Verificação5} := \begin{cases} \text{"não difere significativamente"} & \text{if } v5 < R_2 \\ \text{"difere significativamente"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Verificação5 = "difere significativamente"**

*Entre Microfibra e D1:*  $v6 := M_4 - M_1 \quad v6 = 1.64$

$$\text{Verificação6} := \begin{cases} \text{"não difere significativamente"} & \text{if } v6 < R_3 \\ \text{"difere significativamente"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

**Verificação6 = "difere significativamente"**

## Anexo J

## TESTE DE DUNCAN

Médias das tensões de aderência:

$$T0: \quad T0 := 2.2 \quad n_{T0} := 3$$

$$T1: \quad T1 := 1.685 \quad n_{T1} := 2 \quad k := 3$$

$$T2: \quad T2 := 1.546666667 \quad n_{T2} := 3$$

1) Ordenar as médias em ordem crescente

$$M_1 := T2 \quad M_2 := T1 \quad M_3 := T0$$

2) Calcular o desvio padrão combinado:

$$MQR := 0.0511833$$

$$S_c := \sqrt{MQR} \quad S_c = 0.226$$

3) Calcular o desvio padrão das médias:

$$n_h := \frac{k}{\frac{1}{n_{T0}} + \frac{1}{n_{T1}} + \frac{1}{n_{T2}}} \quad n_h = 2.571$$

$$S_{x\_} := \frac{S_c}{\sqrt{n_h}} \quad S_{x\_} = 0.141$$

4) Valores limites:

$$R_2 := 0.46 \quad R_3 := 0.57$$

5) Verificações:

Entre  $T0$  e  $T1$ :  $v1 := M_3 - M_2$   $v1 = 0.515$

Verificação1 :=  $\begin{cases} \text{"não difere significativamente"} & \text{if } v1 < R_2 \\ \text{"difere significativamente"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação1 = "difere significativamente"

Entre  $T1$  e  $T2$ :  $v2 := M_2 - M_1$   $v2 = 0.138$

Verificação2 :=  $\begin{cases} \text{"não difere significativamente"} & \text{if } v2 < R_2 \\ \text{"difere significativamente"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação2 = "não difere significativamente"

Entre  $T0$  e  $T2$ :  $v3 := M_3 - M_1$   $v3 = 0.653$

Verificação3 :=  $\begin{cases} \text{"não difere significativamente"} & \text{if } v3 < R_3 \\ \text{"difere significativamente"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação3 = "difere significativamente"