

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA**

Leandro Lucas Rodrigues Porto

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS ESFORÇOS DINÂMICOS DE
BAIXAS FREQUÊNCIAS TRANSMITIDOS POR
COMPRESSORES RECÍPROCOS**

Florianópolis
2010

Leandro Lucas Rodrigues Porto

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS ESFORÇOS DINÂMICOS DE
BAIXAS FREQUÊNCIAS TRANSMITIDOS POR
COMPRESSORES RECÍPROCOS**

Dissertação submetida ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica da Universidade Federal de
Santa Catarina para a obtenção do
Grau de Mestre em Engenharia
Mecânica.

Orientador: Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.

Florianópolis

2010

Catálogo na fonte elaborada pela biblioteca da
Universidade Federal de Santa Catarina

P853s Porto, Leandro Lucas Rodrigues
Simulação numérica dos esforços dinâmicos de baixas
frequências transmitidos por compressores recíprocos
[dissertação] / Leandro Lucas Rodrigues Porto ; orientador,
Arcanjo Lenzi. - Florianópolis, SC, 2010.
158 p.: il., grafs., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia mecânica. 2. Compressores. 3. Multicorpos. 4.
Análise dinâmica. 5. Balanceamento. I. Lenzi, Arcanjo. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDU 621

Leandro Lucas Rodrigues Porto

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS ESFORÇOS DINÂMICOS DE
BAIXAS FREQUÊNCIAS TRANSMITIDOS POR
COMPRESSORES RECÍPROCOS**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica” e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 20 de dezembro de 2010.

Prof. Eduardo Alberto Fancello, D.Sc.
Coordenador do Curso

Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.
Orientador

Banca Examinadora:

Prof. Roberto Jordan, Dr.Eng.
Universidade UFSC

Prof. Lauro Cesar Nicolazzi, Dr.Eng.
Universidade UFSC

Prof. Júlio Apolinário Cordioli, Dr.
Universidade UFSC

Aos meus pais,

Lucio Porto e Marlene Rodrigues

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus;

Aos meus pais e irmãs pelo incondicional apoio e carinho;

À minha família pelas orações, em especial as minhas queridas Vó Lôra e Dinha;

Ao meu orientador e grande amigo Arcanjo;

À UFSC pela oportunidade;

Aos grandes amigos pela força e companheirismo;

Às Escolas, Estadual Maurício Augusto de Azevedo, Sejan, CEC, PUC-MG, VIBRACON, UFMG e a grande e sábia escola da vida;

Ao CNPq Brasil pelo apoio financeiro no início do mestrado;

Ao importantíssimo apoio da EMBRACO; Em especial: Luan, Claudio, Edson, Viviane, Suelen, Emerson, Cícero, Alvarenga, Bruno, Gilnei, Bari, Otávio, Márcio Schissatti e Ricardo Maciel. Muito obrigado!

Não existem coincidências...
Nada é por acaso...
Tudo tem um propósito...

(Autor desconhecido)

RESUMO

O conforto acústico do usuário é um parâmetro relevante em projetos de sistemas de refrigeração. A vibração de baixa frequência produzida pelo compressor é uma fonte importante na composição do ruído final. Esta energia vibratória é transmitida aos painéis e componentes do sistema através de caminhos de propagação. A redução dos níveis de vibração e a seleção adequada das características dos caminhos são aspectos importantes na determinação da potência acústica irradiada na baixa frequência. A fonte é caracterizada pela própria vibração do compressor. Os caminhos, pelas tubulações e isoladores que conectam o compressor ao sistema. Este estudo avalia um compressor recíproco hermético de um pistão. Estes compressores estão sempre desbalanceados, entretanto, um balanceamento parcial pode ser realizado para minimizar o efeito da vibração resultante. Técnicas experimentais são alternativas para avaliar e minimizar os níveis produzidos pela fonte e analisar a influência dos caminhos. Para a fonte, pode ser realizado um balanceamento experimental das forças inerciais. A análise experimental dos caminhos é ainda mais complexa pela necessidade de confecção de protótipos para uma vasta quantidade de aplicações do compressor. A prática experimental, portanto, restringe o domínio do problema e representa uma elevada utilização de recursos. O presente estudo utiliza ferramentas numéricas para propor modelos multicorpos e de elementos finitos para simular a vibração e os esforços dinâmicos transmitidos por compressores recíprocos. A proximidade entre os valores numéricos e experimentais proporcionou a validação dos modelos para simular, tanto a vibração do compressor, quanto as forças transmitidas pelos caminhos. A análise dos resultados proporcionou importantes conclusões que permitirão elevar a qualidade dos projetos acústicos dos compressores e dos sistemas de refrigeração.

Palavras-chave: Multicorpos, Análise dinâmica, Balanceamento, Compressores recíprocos.

ABSTRACT

The pleasantness of the listener is a relevant parameter on refrigeration systems design. The low-frequency vibration produced by the compressor is an important source at final noise composition. This vibration energy is transmitted through different paths to the panels and refrigeration system components. The minimization of vibration levels and a proper selection of paths characteristics are important aspects to the sound power radiated at low frequencies. The source is characterized by the compressor vibration. The paths are the tubes and isolators that connect the compressor to the system. The study evaluates a hermetic reciprocating compressor of one piston. These compressors are always unbalanced, however, a partial balancing can be done to minimize the effect of the resulting vibration. Experimental techniques are alternatives to evaluate and minimize the levels produced by the source and analyze the influence of the paths. For the source, an experimental balancing of the inertial forces can be performed. Making prototypes for a wide range of applications provides more complexity to the path experimental analysis. Therefore, experimental techniques restrict the problem domain and represent high resource request. This study uses numerical tools to propose multibody and finite elements models to simulate the vibration and the dynamic forces transmitted by reciprocating compressors. The good correlation among numerical and experimental results shows that the simulations can be used to predict the vibration and the forces transmitted by the compressor. The results analysis have provided important conclusions that allow improve the acoustic design of the compressors and refrigeration systems.

Keywords: Multibody, Dynamic analysis, Balancing, Reciprocating compressors.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Apresentação geral do compressor em um ambiente típico real.....	30
Figura 2 – Apresentação do compressor em um ambiente acadêmico.....	31
Figura 3 – Montagem para medição de ruído.....	32
Figura 4 – Resultado comparativo de ruído.....	32
Figura 5 – Mecanismo alternativo de pistão único.....	36
Figura 6 – Modelo proposto para análise de mecanismos de pistão único.....	37
Figura 7 – Representação esquemática de um sistema multicorpos.....	41
Figura 8 – Representação esquemática de um elemento resiliente.....	41
Figura 9 – Características de um elemento resiliente.....	43
Figura 10 – Dois corpos conectados por uma mola.....	48
Figura 11 – Representação esquemática do problema em estudo.....	53
Figura 12 – Corpo rígido suportado por 4 molas com dois planos de simetria.....	57
Figura 13 – Modelo esquemático de transmissibilidade de força.....	59
Figura 14 – Transmissibilidades de sistemas de um grau de liberdade.....	61
Figura 15 – Método da meia potência com um grau de liberdade.....	63
Figura 16 – Método da meia potência com múltiplos graus de liberdade.....	65
Figura 17 – Identificação do sistema de coordenadas utilizado.....	67
Figura 18 – Características e identificações gerais do compressor.....	68
Figura 19 – Identificação dos componentes do mecanismo.....	69
Figura 20 – Identificação das forças e dos componentes considerados.....	70
Figura 21 – Balanceamento analítico das forças transferidas ao mancal.....	72
Figura 22 – Fluxograma descritivo das etapas da modelagem virtual.....	73
Figura 23 – O modelo multicorpos.....	75
Figura 24 – O modelo FEM.....	76
Figura 25 – Apresentação do isolador estudado.....	77
Figura 26 – Metodologia para obtenção do modo de translação longitudinal.....	79
Figura 27 – FRF do modo de translação longitudinal.....	79
Figura 28 – Metodologia para obtenção do modo de translação transversal.....	80
Figura 29 – FRF do modo de translação transversal.....	80
Figura 30 – Metodologia para obtenção do modo de translação vertical.....	81
Figura 31 – FRF do modo de translação vertical.....	81
Figura 32 – Metodologia para obtenção do modo de rotação longitudinal.....	82
Figura 33 – FRF do modo de rotação longitudinal.....	82
Figura 34 – Metodologia para obtenção do modo de rotação transversal.....	83
Figura 35 – FRF do modo de rotação transversal.....	83
Figura 36 – Metodologia para obtenção do modo de rotação vertical.....	84
Figura 37 – FRF do modo de rotação vertical.....	84
Figura 38 – Obtenção das propriedades mecânicas axiais do isolador.....	86
Figura 39 – Impactação para obtenção da rigidez axial.....	87
Figura 40 – Caracterização do sinal aplicado pelo martelo.....	88
Figura 41 – FRF da impactação vertical e coerência do sinal.....	89
Figura 42 – Obtenção das propriedades mecânicas transversais do isolador.....	90

Figura 43 – Impactação para obtenção da rigidez transversal.	91
Figura 44 – Identificação dos tubos.	92
Figura 45 – Impactação da tubulação real.	93
Figura 46 – Obtenção do módulo de elasticidade ajustado dos tubos.	94
Figura 47 – Análise estática da tubulação para obtenção da rigidez.	95
Figura 48 – Rigidezes dos tubos de descarga.	96
Figura 49 – Rigidezes dos tubos de sucção.	96
Figura 50 – Primeiras frequências naturais dos tubos de descarga.	97
Figura 51 – Primeiras frequências naturais dos tubos de sucção.	97
Figura 52 – Metodologia da validação experimental.	98
Figura 53 – Processo para variação física da massa de contrapeso.	99
Figura 54 – Apresentação do experimento de medição de força e vibração. ...	100
Figura 55 – Descrição dos transdutores do experimento.	100
Figura 56 – Norma ARI 530-2005.	102
Figura 57 – FFT típica do sinal processado.	104
Figura 58 – Força total transferida à estrutura suporte.	105
Figura 59 – Cálculo da força total transferida pelos isoladores.	106
Figura 60 – Modos de corpo rígido sem tubos.	109
Figura 61 – Modos de corpo rígido com os tubos de GEOMETRIA I.	111
Figura 62 – Comparativo analítico-numérico da força longitudinal.	112
Figura 63 – Comparativo analítico-numérico da força transversal.	112
Figura 64 – Forças transmitidas pelo mecanismo recíproco ao mancal.	113
Figura 65 – Momentos transmitidos pelo mecanismo recíproco ao mancal. ...	113
Figura 66 – Análise da geração de momento sobre o mancal.	114
Figura 67 – Vibração longitudinal no isolador 3 do modelo multicorpos.	115
Figura 68 – Vibração transversal no isolador 3 do modelo multicorpos.	115
Figura 69 – Vibração vertical no isolador 3 do modelo multicorpos.	116
Figura 70 – Vibração resultante nos tubos do modelo multicorpos.	117
Figura 71 – Força longitudinal no isolador 3 do modelo multicorpos.	118
Figura 72 – Força transversal no isolador 3 do modelo multicorpos.	118
Figura 73 – Força vertical no isolador 3 do modelo multicorpos.	119
Figura 74 – Força resultante no isolador 3 do modelo multicorpos.	119
Figura 75 – Força resultante na placa-base do modelo multicorpos.	120
Figura 76 – Vibração vertical nos tubos do modelo FEM.	121
Figura 77 – Força longitudinal no isolador 3 do modelo FEM.	122
Figura 78 – Força transversal no isolador 3 do modelo FEM.	122
Figura 79 – Força vertical no isolador 3 do modelo FEM.	123
Figura 80 – Força resultante no isolador 3 do modelo FEM.	123
Figura 81 – Força longitudinal transmitida pelo tubo de descarga.	124
Figura 82 – Força transversal transmitida pelo tubo de descarga.	124
Figura 83 – Força vertical transmitida pelo tubo de descarga.	125
Figura 84 – Força resultante transmitida pelo tubo de descarga.	125
Figura 85 – Força longitudinal transmitida pelo tubo de sucção.	126
Figura 86 – Força transversal transmitida pelo tubo de sucção.	126
Figura 87 – Força vertical transmitida pelo tubo de sucção.	127

Figura 88 – Força resultante transmitida pelo tubo de sucção.	127
Figura 89 – Análise da dinâmica do movimento – Vista Isométrica.	130
Figura 90 – Análise da dinâmica do movimento – Vista Frontal.	131
Figura 91 – Análise da dinâmica do movimento – Vista Lateral.	132
Figura 92 – Força resultante transmitida individualmente pelo isolador 3.	133
Figura 93 – Análise da vibração vertical.	134
Figura 94 – Análise experimental das forças transmitidas na placa-base.	135
Figura 95 – Força resultante total transmitida pela placa-base.	136
Figura 96 – Esforços no mancal para mínima força longitudinal.	137
Figura 97 – Esforços no mancal para mínima força transversal.	138
Figura 98 – Esforços no mancal para mínima força vertical.	139
Figura 99 – Análise da força vertical transmitida pela placa-base.	140
Figura 100 – Comparativo entre forças resultantes na placa-base.	141
Figura 101 – Força resultante transmitida pelo isolador 3.	142
Figura 102 – Força transmitida pelo tubo de sucção.	144
Figura 103 – Força transmitida pelo tubo de descarga.	144
Figura 104 – Frequências naturais do tubo de sucção de GEOMETRIA IV. ...	145
Figura 105 – Frequências naturais do tubo de descarga de GEOMETRIA IV.	146
Figura 106 – Avaliação de outros pontos de medição de vibração.	147
Figura 107 – Forças resultantes transmitidas.	148
Figura 108 – Comparativo entre força e vibração no isolador 3.	149
Figura 109 – Comparativo entre força e vibração no tubo de descarga.	149
Figura 110 – Comparativo entre força e vibração no tubo de sucção.	150

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Modos de corpo rígido sem tubos.....	108
Tabela 2 - Modos de corpo rígido com os tubos de GEOMETRIA I.....	110
Tabela 3- Correlação dos esforços no mecanismo com a vibração.....	129
Tabela 4- Análise de mínimos para a placa-base sem tubulação.	136
Tabela 5- Influência da tubulação nos modos de corpo rígido.....	143
Tabela 6- Análise de mínimos global.	151

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CO₂ – Gás Carbônico

FEM – Método dos Elementos Finitos

BEM – Método dos Elementos de Contorno

MBD – Análise Multicorpos

3D – Tridimensional

CG – Centro de Gravidade

FRF – Função de resposta no domínio da frequência

RMS – Raiz Média Quadrática

FFT – Transformada Rápida de Fourier

LISTA DE SÍMBOLOS

F_c	Força centrífuga	[N]
m	Massa	[kg]
r	Distância da massa até o centro do eixo girante	[m]
ω	Velocidade angular	[rad/s]
\emptyset	Ângulo entre biela e pino do pistão	[rad]
m_p	Massa alternativa total	[kg]
a	Aceleração	[m/s ²]
t	Tempo	[s]
f	Força de inércia ou de pressão do gás no pistão	[N]
f_1	Força lateral no cilindro	[N]
f_c	Força axial na biela	[N]
τ	Torque promovido pela força lateral f_1	[N.m]
x	Distância da massa alternativa ao centro de giro	[m]
l	Comprimento da biela	[m]
\ddot{x}	Aceleração	[m/s ²]
f_l	Vetor de força local	[N]
K_l	Matriz de rigidez local	[N/m]
x_l	Vetor de deslocamento local	[m]
x_G	Vetor de deslocamento global	[m]
T	Matriz de transformação	[1]
f_G	Vetor de força global	[N]
T^T	Transposta da matriz de transformação	[1]
T^{-1}	Inversa da matriz de transformação	[1]
K_G	Matriz de rigidez global	[N/m]
h_{ll}	Vetor de momento linear local	[kg.m/s]
v	Vetor de velocidade do CG	[m/s]
M	Matriz de massa	[kg]
a	Vetor de aceleração	[m/s ²]
h_{lG}	Vetor de momento linear global	[kg.m/s]
h_{al}	Vetor de momento angular local	[kg.m ² .rad/s]
I_l	Matriz de momento de inércia de massa local	[kg.m ²]
ω	Vetor de velocidade angular local	[rad/s]
h_{aG}	Vetor de momento angular global	[kg.m ² .rad/s]
I_G	Matriz de momento de inércia de massa global	[kg.m ²]
Ω	Vetor de velocidade angular global	[rad/s]
m_θ	Momento	[N.m]
K_p	Rigidez da mola p	[N/m]

\mathbf{d}_i	Vetor do movimento linear do corpo i	[m]
\mathbf{d}_j	Vetor do movimento linear do corpo j	[m]
$\boldsymbol{\theta}_i$	Vetor do movimento angular do corpo i	[rad]
$\boldsymbol{\theta}_j$	Vetor do movimento angular do corpo j	[rad]
\mathbf{u}_i	Vetor de deslocamento do ponto final da mola no corpo i	[m]
\mathbf{u}_j	Vetor de deslocamento do ponto final da mola no corpo j	[m]
\mathbf{r}_{pi}	Vetor de coordenadas da mola p presa ao corpo i	[m]
\mathbf{r}_{pj}	Vetor de coordenadas da mola p presa ao corpo j	[m]
R_{pi}	Matriz de coordenadas da mola p presa ao corpo i	[m]
R_{pj}	Matriz de coordenadas da mola p presa ao corpo j	[m]
\mathbf{u}	Deslocamento relativo	[m]
\mathbf{f}_{s_i}	Força de reação no corpo i devido ao deslocamento	[N]
\mathbf{f}_{s_j}	Força de reação no corpo j devido ao deslocamento	[N]
$\mathbf{m}_{\theta s_i}$	Momento devido às forças de mola no corpo i	[N.m]
$\mathbf{m}_{\theta s_j}$	Momento devido às forças de mola no corpo j	[N.m]
\mathbf{f}_i	Força externa no corpo i	[N]
\mathbf{f}_j	Força externa no corpo j	[N]
$\mathbf{m}_{\theta i}$	Momento externo no corpo i	[N.m]
$\mathbf{m}_{\theta j}$	Momento externo no corpo j	[N.m]
k_{px}	Rigidez da mola p da direção x	[N/m]
k_{py}	Rigidez da mola p da direção y	[N/m]
k_{pz}	Rigidez da mola p da direção z	[N/m]
i_{xx}	Momento de inércia de massa na direção do eixo x	[kg.m ²]
i_{yy}	Momento de inércia de massa na direção do eixo y	[kg.m ²]
i_{zz}	Momento de inércia de massa na direção do eixo z	[kg.m ²]
f_x	Frequência natural translacional na direção x	[Hz]
f_y	Frequência natural translacional na direção y	[Hz]
f_z	Frequência natural translacional na direção z	[Hz]
f_α	Frequência natural rotacional em torno da direção x	[Hz]
f_β	Frequência natural rotacional em torno da direção y	[Hz]
f_γ	Frequência natural rotacional em torno da direção z	[Hz]
$f(t)$	Força dinâmica externa	[N]
f_s	Força transmitida à estrutura suporte	[N]
T_f	Transmissibilidade de força	[1]
j	Operador complexo	[1]
b	Constante de amortecimento	[N.s/m]
ξ	Taxa de amortecimento	[1]

ω_n	Frequência natural	[rad/s]
r_f	Razão de frequências para a transmissibilidade de forças	[1]
m_{pi}	Massa do pistão	[kg]
m_{pin}	Massa do pino do pistão	[kg]
m_{bi}	Massa da biela	[kg]
m_m	Massa da manivela	[kg]
m_b	Massa da bomba de óleo	[kg]
r	Distância do pino excêntrico ao centro de giro	[m]
m_{cp}	Massa do contrapeso do eixo	[kg]
r_{cp}	Distância do CG do contrapeso do eixo ao centro de giro	[m]
m_{cpa}	Massa do contrapeso adicional	[kg]
r_{cpa}	Distância do CG do contrapeso adicional ao centro de giro	[m]
m_e	Massa do eixo	[kg]
r_e	Distância do CG do eixo ao centro de giro	[m]
m_{bip}	Massa proporcional da biela no pistão	[kg]
m_{bim}	Massa proporcional da biela na manivela	[kg]
k_z	Rigidez axial do isolador	[N/m]
k_t	Rigidez transversal do isolador	[N/m]
F_A	Força dinâmica da massa alternativa	[N]
F_{CP}	Força dinâmica do contrapeso	[N]

SUMÁRIO

1.INTRODUÇÃO	29
2.REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	35
2.1 BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS RECÍPROCAS	35
2.1.1 Introdução	35
2.1.2 Teoria sobre mecanismos recíprocos de pistão único	35
2.1.3 Balanceamento do carregamento inercial no pino do pistão	38
2.2 ANÁLISE MULTICORPOS E MODOS DE CORPO RÍGIDO	40
2.2.1 Introdução	40
2.2.2 Propriedades dos elementos resilientes	41
2.2.3 Equações de movimento	44
2.2.3.1 Definições e hipóteses	44
2.2.3.2 Equações de movimento para modelos lineares	44
2.2.3.3 Momento linear – Sistema de forças	45
2.2.3.3.1 <i>Sistemas de rigidez e amortecimento</i>	45
2.2.3.3.2 <i>Obtenção das equações de momento linear</i>	46
2.2.3.4 Obtenção das equações de momento angular	47
2.2.3.5 Montagem das equações	47
2.2.4 Aplicação das equações de movimento	52
2.2.5 Frequências naturais e modos de corpo rígido	56
2.3 ISOLAMENTO DA VIBRAÇÃO	58
2.4 MEDIÇÃO DE AMORTECIMENTO	61
3.METODOLOGIA	67
3.1 CARACTERÍSTICAS E DEFINIÇÕES GERAIS	67
3.2 MECANISMOS RECÍPROCOS DE UM PISTÃO	68
3.3 MODELAGEM VIRTUAL	72
3.3.1 Obtenção das propriedades virtuais do isolador	77
3.3.1.1 Introduzindo o isolador	77
3.3.1.2 Obtenção das frequências naturais e do amortecimento modal	78
3.3.1.3 Modelo e extração dos parâmetros do isolador	85
3.3.1.3.1 <i>Parâmetros axiais</i>	86
3.3.1.3.2 <i>Parâmetros transversais</i>	89
3.3.2 Caracterização dos tubos e obtenção de suas propriedades	91

3.4 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	98
3.5 PROCESSAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS	104
4.RESULTADOS	107
4.1 VALIDAÇÃO DOS MODELOS	107
4.1.1 Modos de corpo rígido	107
4.1.1.1 Sem tubos	107
4.1.1.2 Com tubos de GEOMETRIA I	109
4.1.2 Modelos multicorpos	111
4.1.2.1 Esforços dinâmicos transferidos ao mancal	111
4.1.2.2 Vibração na placa-base	114
4.1.2.3 Vibração nos tubos	116
4.1.2.4 Força transmitida pelos isoladores	117
4.1.3 Modelos FEM	120
4.1.3.1 Vibração nos tubos	120
4.1.3.2 Força transmitida pelos isoladores	121
4.1.3.3 Força transmitida pelos tubos	123
4.1.3.3.1 <i>Tubo de descarga</i>	124
4.1.3.3.2 <i>Tubo de sucção</i>	126
4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS	128
4.2.1 Análise da dinâmica do movimento do compressor	128
4.2.2 Análise das forças transmitidas na placa-base	133
4.2.3 Influência da tubulação na força transmitida pela placa-base	142
4.2.4 Influência da rigidez da tubulação na força transmitida	143
4.2.5 Avaliação de outros pontos de medição de vibração	146
4.2.6 Análise de mínimos	147
5.CONCLUSÕES	153
REFERÊNCIAS	157

1. INTRODUÇÃO

Um dos tipos mais comuns de compressor utilizado no campo da refrigeração é o compressor de pistão, também conhecido como compressor recíproco ou alternativo. Compressores recíprocos herméticos são largamente empregados para comprimir gás refrigerante em sistemas de refrigeração domésticos e comerciais. Foi no começo dos anos sessenta que estas máquinas tornaram-se um utensílio de uso comum em países industrializados. Desde então, numerosas pesquisas têm sido realizadas a fim de aperfeiçoar o projeto, melhorando a eficiência energética, aumentando a confiabilidade e reduzindo o ruído produzido.

Compressores de deslocamento positivo conduzem o gás refrigerante do evaporador, lado de baixa pressão, para o condensador, lado de alta pressão, através de redução e aumento constante do volume de sua câmara de compressão ou cilindro. Os compressores de um cilindro utilizam um pistão que reduz o volume da câmara através de seu movimento alternativo. O pistão é diretamente conduzido por um mecanismo biela-manivela que converte o movimento rotativo do eixo-rotor no movimento oscilante do pistão, necessário para realizar a compressão (ESTUPINAN; SANTOS, 2009).

Um compressor recíproco hermético é um caso particular onde motor e compressor estão diretamente acoplados no mesmo eixo, contidos na mesma carcaça e em contato com o óleo e o gás refrigerante. O compressor utilizado no estudo é normalmente aplicado em sistemas de refrigeração com fins comerciais, utilizando CO₂ como gás refrigerante.

A Figura 1 apresenta um compressor montado em um ambiente típico de um sistema de refrigeração. O compressor é na maioria das vezes suportado por isoladores de borracha, que por sua vez são também suportados pela estrutura-base do sistema de refrigeração, normalmente configurada como um arranjo de chapas metálicas e vigas reforçadoras. Complementando, o compressor é também cercado por outras estruturas que tem o objetivo de isolar o ambiente interno refrigerado e suportar as tubulações de sucção e descarga.

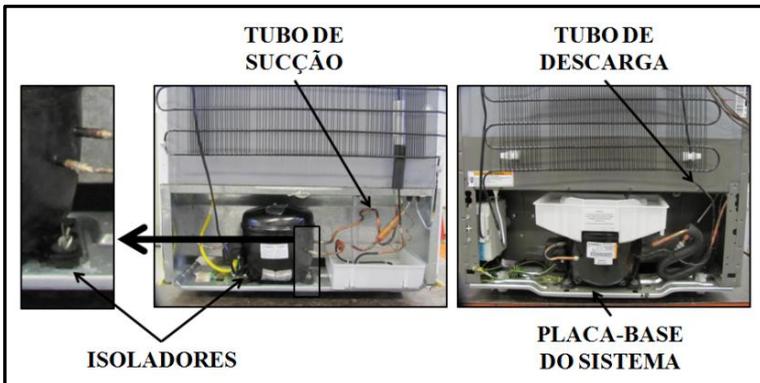


Figura 1 – Apresentação geral do compressor em um ambiente típico real.

O fenômeno da vibração, comum em equipamentos mecânicos e estruturas, é indesejado na maioria dos casos. A redução da vibração é um dos desafios que engenheiros mecânicos e estruturais têm que enfrentar constantemente. Compressores recíprocos de um pistão são máquinas naturalmente desbalanceadas, que vibram, transmitindo esforços dinâmicos ao sistema de refrigeração, através da placa-base que o suporta e pelas tubulações que transportam o gás.

O objetivo do presente estudo é modelar numericamente o comportamento dinâmico do compressor, analisando a vibração e a natureza da transmissão de esforços ao sistema de refrigeração nas baixas frequências. A utilização de ferramentas numéricas possibilita obter respostas mais rápidas, além de permitir um conhecimento mais abrangente do problema. A importância de se minimizar a energia vibratória transmitida pelo compressor está no fato de que isto potencializa a redução do ruído irradiado pelo refrigerador, o que, consequentemente, proporciona maior conforto acústico ao usuário.

Para dar subsídio à motivação do trabalho, foram realizadas medições de ruído, confrontando uma situação onde o compressor se encontrava *desbalanceado* e outra *balanceado*. A única diferença entre as duas configurações é a massa existente no contrapeso do eixo do compressor, onde a configuração *balanceado* tem 8,8 gramas a mais de massa que a configuração *desbalanceado*. Para realizar este comparativo, foi confeccionado um gabinete especial acadêmico, ilustrado pela Figura 2, onde seu objetivo é representar, de maneira controlada, um ambiente típico onde o compressor é normalmente aplicado.

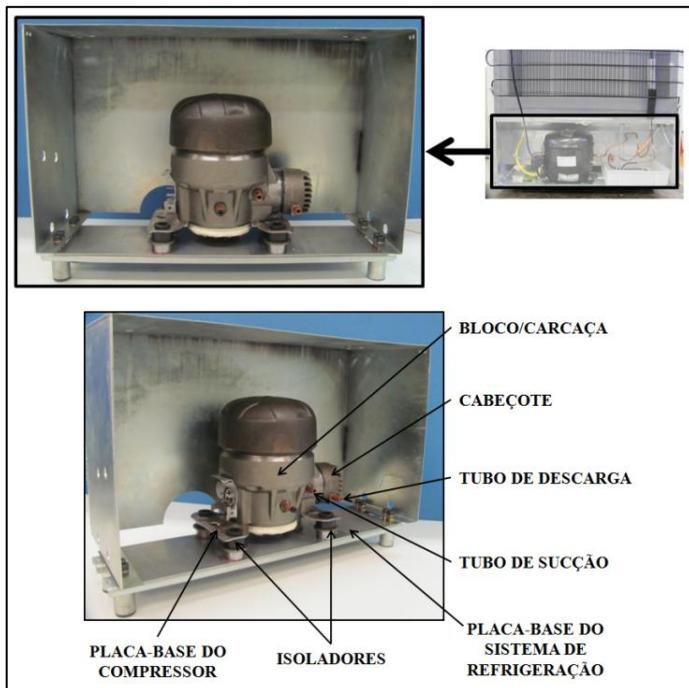


Figura 2 – Apresentação do compressor em um ambiente acadêmico.

As medições de ruído foram realizadas em câmara reverberante, onde o parâmetro avaliado foi o nível de pressão sonora, medida com um microfone posicionado no mesmo local nos dois testes. A Figura 3 apresenta a montagem do experimento e a Figura 4 o resultado comparativo. Vale lembrar que os valores representam uma média temporal e espacial da pressão sonora na câmara reverberante, apresentada em uma faixa espectral compreendida de 50 Hz até 10 kHz.

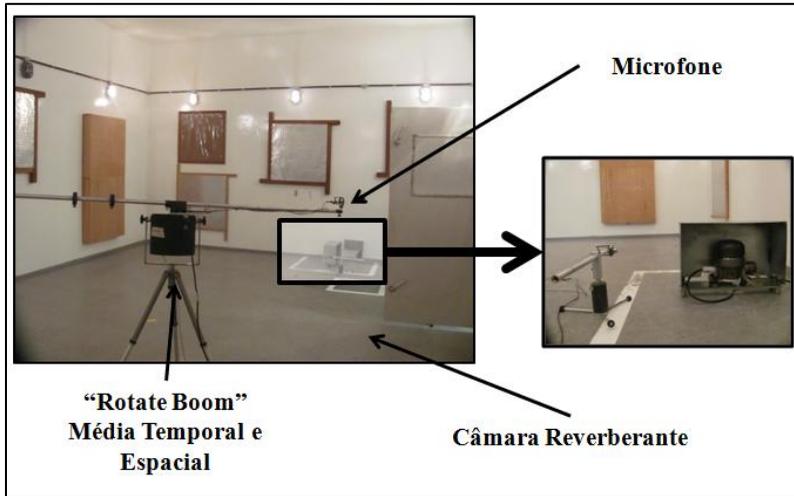


Figura 3 – Montagem para medição de ruído.

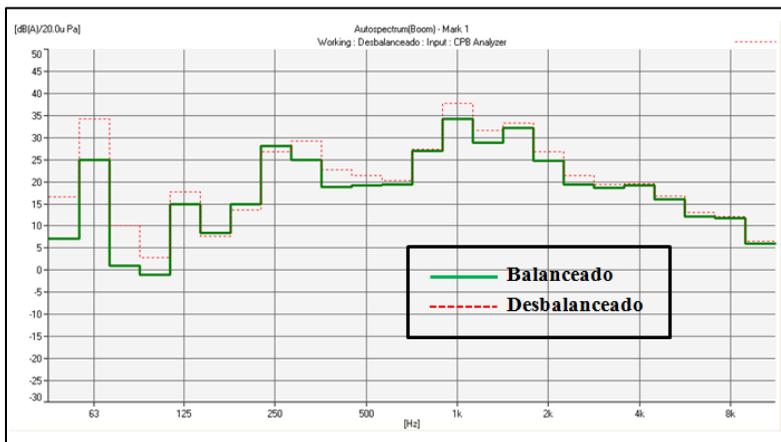


Figura 4 – Resultado comparativo de ruído.

A aplicação da massa de 8,8 gramas no contrapeso do eixo proporcionou um decréscimo de 9 dB(A) na frequência fundamental e 3 dB(A) no ruído total. Isto demonstra a importância de se ter um menor nível de vibração do compressor. Uma vibração mais baixa reduz a força transmitida e, por consequência, o ruído gerado por um sistema de refrigeração, motivando a realização de um estudo sobre o assunto. Vale destacar que a condição *balanceado*, que indicaria vibração nula, não se aplica na prática. De acordo com Khurmi e Gupta (2008) e como será

elucidado ao longo do trabalho, mecanismos recíprocos de um pistão não são totalmente balanceáveis. O que é realizado nestes casos é um *balanceamento parcial* com o objetivo de minimizar a vibração ou os esforços resultantes.

A modelagem de problemas relativos à vibração é uma técnica que tem sido extensivamente utilizada com o intuito de melhor entender o fenômeno vibracional. A modelagem da vibração implica em converter um problema de engenharia em um modelo matemático. Este é geralmente composto por cinco termos:

- Inércia ou massa;
- Elasticidade ou rigidez;
- Dissipação ou amortecimento;
- Excitação;
- Condições de contorno.

Dependendo da natureza do problema de vibração, a complexidade do modelo matemático varia de um simples sistema massa-mola para um sistema de múltiplos graus de liberdade. O sucesso do modelo depende fortemente de como os cinco termos mencionados podem representar o problema. Além disso, este deve ser suficientemente simplificado para produzir um aceitável custo computacional. A construção de tais modelos representativos da realidade exige um profundo entendimento dos princípios, de uma experiência extensiva em modelagem e de engenhosidade na utilização de ferramentas virtuais de simulação. Também requer suficiente conhecimento do caso que se está tratando, em termos das condições de trabalho e especificações (DE SILVA, 2007).

Exceto em poucos casos especiais, que possibilitam exatas e explícitas soluções analíticas, modelos de vibração são normalmente estudados por meio de métodos de aproximação numérica. Teorias para sistemas multicorpos e algoritmos FEM/BEM são típicos exemplos de métodos numéricos que têm influenciado consideravelmente o progresso da engenharia mecânica (PFEIFFER; GLOCKER, 2004).

Máquinas e mecanismos são sistemas de corpos rígidos e flexíveis interconectados chamados de sistemas multicorpos (SHABANA, 2005). A modelagem da dinâmica de sistemas multicorpos tem sido um dos fortes interesses dos centros de pesquisa (WITTBRODT; WÓJCIK; WOJCIECH, 2006). Em tais sistemas, os corpos, compostos de inércia, são interconectados por molas, amortecedores, atuadores, mancais e juntas (POPP; SCHIEHLEN,

2010). Em baixa frequência, a hipótese de que os corpos são rígidos é normalmente válida, o que faz da análise multicorpos uma importante ferramenta de simulação da vibração.

O presente trabalho tem o propósito de utilizar uma ferramenta comercial de simulação, o *ANSYS® Workbench v12.1*, para modelar e analisar o movimento dinâmico e os esforços transmitidos pelo compressor. Para tal, foram utilizados os módulos de dinâmica de corpos rígidos, *MBD*, e o método dos elementos finitos, *FEM*. O estudo concentra-se nas baixas frequências, até 400 Hz, onde a excitação gerada pelos esforços inerciais promovidos pelo mecanismo recíproco é composta quase que integralmente pela frequência fundamental e seus primeiros harmônicos. Nesta faixa de frequências o compressor comporta-se como um corpo rígido, ou seja, não há relevante deformação do mesmo. O método dos elementos finitos é aplicado nos casos onde a influência da tubulação é analisada, já que os tubos podem ter frequências naturais na região de funcionamento dos compressores.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 BALANCEAMENTO DE MÁQUINAS RECÍPROCAS

2.1.1 Introdução

Um mecanismo recíproco ou alternativo é basicamente uma peça corrediça que se move retilinearmente para frente e para trás ao longo de um trilho guia. Frequentemente, máquinas alternativas contêm também componentes rotatórios, onde o objetivo é converter um movimento alternativo em um movimento rotativo, como no caso de um motor de combustão interna, ou converter um movimento rotativo em um movimento alternativo, como no caso de um compressor.

Independente da máquina recíproca empregada é importante remover ou minimizar a excitação vibratória intrínseca ao mecanismo. A redução da vibração proporciona um menor nível de ruído gerado, maior integridade mecânica e extensão da vida do equipamento. Naturalmente, do ponto de vista de sua assimetria rotatória, máquinas alternativas são mais predispostas ao desbalanceamento que máquinas puramente rotativas (DE SILVA, 2005).

O texto na sequência apresenta a teoria sobre geração de esforços desbalanceados em máquinas alternativas de um pistão.

2.1.2 Teoria sobre mecanismos recíprocos de pistão único

A Figura 5 apresenta o desenho esquemático de um mecanismo recíproco de pistão único.

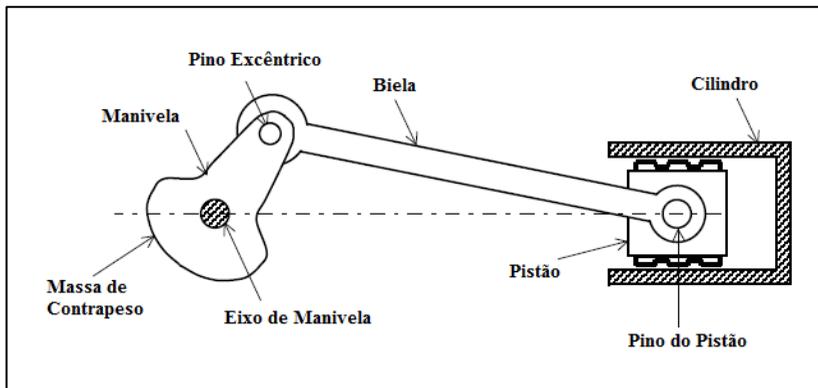


Figura 5 – Mecanismo alternativo de pistão único.

Fonte: DE SILVA, 2005.

Em compressores, o movimento rotativo do eixo de manivela é transmitido através da biela para o pistão, que realiza então um movimento alternativo. Tanto biela quanto manivela têm massas e momentos de inércia distribuídos. Para simplificar a análise, serão feitas as seguintes aproximações:

- A massa excêntrica da manivela será representada por uma massa pontual no pino excêntrico;
- Segundo Shigley e Uicker (1995), a massa da biela pode ser representada por duas massas pontuais, sendo uma no pino excêntrico e outra no pino do pistão. O movimento complexo da biela é então substituído por outros mais simples, circular no pino excêntrico e retilíneo no pino do pistão. O objetivo é simplificar o movimento produzido pela mesma, facilitando a obtenção da formulação algébrica. A divisão da massa é feita proporcionalmente, considerando a distância do centro de massa da biela ao pino excêntrico e ao pino do pistão. Isto significa que a maior parte da massa da biela estará concentrada no elemento mais próximo ao seu centro de massa.

O eixo de manivela tem uma massa de contrapeso, onde seu objetivo primário é balancear a força centrífuga da manivela e de parte da massa da biela, componentes situados diametralmente opostos ao contrapeso. A força centrífuga produzida pelos componentes puramente girantes é obtida através da equação abaixo:

$$F_c = m r \omega^2 \quad , \quad (2.1)$$

onde m é massa desbalanceada, r a distância do centro de massa da mesma até o eixo de giro e ω a velocidade de rotação.

A trepidação de uma máquina alternativa deve-se principalmente às forças de inércia das massas alternativas, localizadas no pino do pistão. As massas que giram com a árvore de manivelas são normalmente balanceadas e não transmitem uma força perturbadora (MABIE, OCVIRK, 1980). Visando manter foco nas forças desbalanceadas promovidas apenas pelo movimento recíproco será considerado que os componentes que giram com o eixo estão balanceados entre si. A análise a seguir assume, portanto, que não há massa desbalanceada no pino excêntrico, já que esta força é completamente balanceada pela massa de contrapeso. Assim, as únicas massas desbalanceadas são as massas alternativas concentradas no pino do pistão. Posteriormente, na metodologia, serão apresentadas as equações completas, onde os efeitos dos componentes puramente girantes são adicionados. A Figura 6 apresenta o modelo proposto por De Silva (2005) para análise do mecanismo recíproco de pistão único.

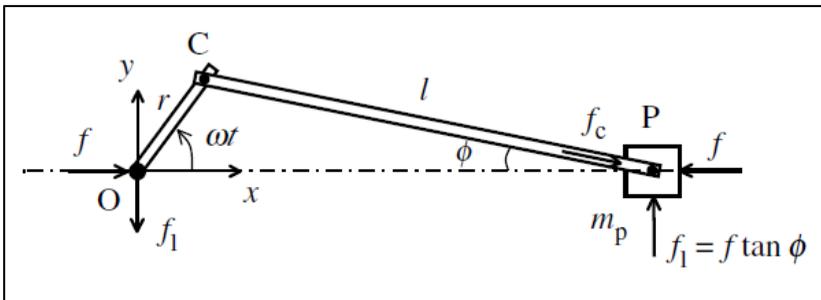


Figura 6 – Modelo proposto para análise de mecanismos de pistão único.

Fonte: DE SILVA, 2005.

As características e premissas deste modelo são as seguintes:

- Uma manivela, teoricamente sem massa, gira a uma velocidade angular constante ω em torno da origem O do sistema cartesiano x - y ;
- A biela CP , também teoricamente sem massa, é conectada ao pino excêntrico em C e ao pino do pistão em P através de juntas

sem atrito. A força suportada por tal componente é axial de compressão ou tração. A biela faz um ângulo \emptyset com OP;

- A massa concentrada m_p que está presente no pino do pistão é a massa alternativa total, representando a massa do pistão, do próprio pino e de parte da massa da biela;
- A força f pode ser interpretada como a força devido à pressão do cilindro na compressão do gás ou a força de inércia $m_p a$, onde a é a aceleração da massa m_p ;
- A força lateral f_1 atua sobre o pistão pela parede do cilindro.

Pela análise da Figura 6 conclui-se que devem existir forças no eixo de manivela em O para suportar as forças atuando em P. A força f_1 é determinada através da análise do equilíbrio em P.

$$f = f_c \cos(\emptyset) \quad , \quad (2.2)$$

$$f_1 = f_c \text{sen}(\emptyset) \quad , \quad (2.3)$$

$$f_1 = f \tan(\emptyset) \quad . \quad (2.4)$$

A força lateral f_1 atua tanto em O quanto em P, em direções opostas, formando o conjugado:

$$\tau = x f_1 \quad , \quad (2.5)$$

$$\tau = x f \tan(\emptyset) \quad . \quad (2.6)$$

Este torque atua como um torque sobre o eixo de manivela. Assim, já que a inércia rotacional m_c está balanceada pelo contrapeso, o esforço sobre o eixo é devido somente ao carregamento proveniente da massa alternativa, que consiste de

1. Uma força f na direção do movimento do pistão;
2. Um torque τ na direção de rotação do eixo de manivela.

2.1.3 Balanceamento do carregamento inercial no pino do pistão

A força inercial f devido à massa é dada por:

$$f = m_p a \quad , \quad (2.7)$$

onde a é a aceleração \ddot{x} . A análise da Figura 6 mostra que:

$$x = r \cos(\omega t) + l \cos(\emptyset) \quad . \quad (2.8)$$

Entretanto, tem-se:

$$r \sin(\omega t) = l \sin(\emptyset) \quad . \quad (2.9)$$

Conseqüentemente,

$$\cos(\emptyset) = \left[1 - \left(\frac{r}{l} \right)^2 \sin^2(\omega t) \right]^{1/2} \quad . \quad (2.10)$$

A Equação (2.10) pode ser expandida até o primeiro termo da série de Taylor, como:

$$\cos(\emptyset) \cong 1 - \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{r}{l} \right)^2 \sin^2(\omega t) \quad . \quad (2.11)$$

De acordo com De Silva (2005), a aproximação realizada acima é válida já que l é usualmente bem maior que r , como também é o caso do compressor em estudo. Conseqüentemente, $(r/l)^2$ é muito menor que a unidade. Da trigonometria tem-se que:

$$\sin^2(\omega t) = \frac{1}{2} [1 - \cos(2\omega t)] \quad . \quad (2.12)$$

E finalmente:

$$\cos(\emptyset) \cong 1 - \left(\frac{1}{4} \right) \left(\frac{r}{l} \right)^2 [1 - \cos(2\omega t)] \quad . \quad (2.13)$$

Substituindo a Equação (2.13) na Equação (2.8) tem-se, aproximadamente, que:

$$x = r \cos(\omega t) + \left(\frac{l}{4} \right) \left(\frac{r}{l} \right)^2 \cos(2\omega t) + l - \left(\frac{l}{4} \right) \left(\frac{r}{l} \right)^2 \quad . \quad (2.14)$$

Para obter a aceleração a da massa alternativa, diferencia-se a Equação (2.14) duas vezes em relação ao tempo t :

$$a = \ddot{x} = -r\omega^2 \cos(\omega t) - l \left(\frac{r}{l}\right)^2 \omega^2 \cos(2\omega t) \quad . \quad (2.15)$$

Por fim, da Equação (2.15), obtém-se a força de inércia f da massa alternativa m_p , e conseqüentemente sua reação no eixo de manivelas:

$$f = -m_p r \omega^2 \cos(\omega t) - m_p l \left(\frac{r}{l}\right)^2 \omega^2 \cos(2\omega t) \quad . \quad (2.16)$$

A equação anterior mostra que o carregamento inercial da massa recíproca no pino do pistão, exerce uma força vibratória sobre o eixo de manivela com uma componente primária de frequência ω e uma componente secundária menor de frequência 2ω , onde ω é velocidade angular do eixo. A componente primária tem a mesma forma daquela criada pela massa rotativa do eixo, entretanto, ao contrário do caso da massa rotativa, esta força vibrante é unidirecional, atuando somente na direção do movimento alternativo. Portanto, não pode ser balanceada por uma simples massa de contrapeso no eixo, já que isto implicaria em uma força na direção transversal do movimento, representando um efeito indesejado. Outro inconveniente é o fato de que a componente secundária não pode ser balanceada por uma massa de contrapeso girando com o dobro da velocidade angular. Uma alternativa é utilizar múltiplos cilindros, onde bielas e manivelas são conectadas ao eixo adequadamente, provocando um efeito de cancelamentos das forças desbalanceadas (DE SILVA, 2005).

2.2 ANÁLISE MULTICORPOS E MODOS DE CORPO RÍGIDO

2.2.1 Introdução

Será apresentada a seguir a formulação de Euler-Newton para o comportamento oscilatório de sistemas multicorpos interconectados ou suportados por elementos resilientes. A Figura 7 apresenta um exemplo esquemático de um sistema multicorpos onde corpos são interconectados e suportados por molas lineares.

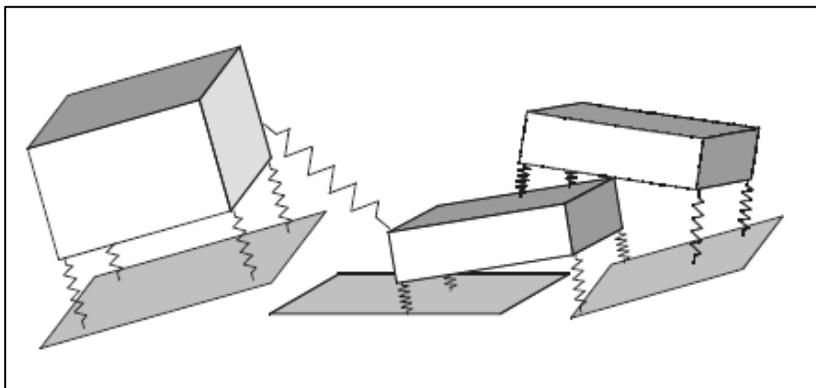


Figura 7 – Representação esquemática de um sistema multicorpos.
Fonte: DE SILVA, 2005.

2.2.2 Propriedades dos elementos resilientes

Um elemento resiliente é considerado ser um objeto 3D com dois terminais ou pontos de conexão em seus extremos. Quando os terminais são movidos relativamente, em qualquer direção, sua característica resiliente promove resistência ao movimento. A Figura 8 apresenta esquematicamente um elemento resiliente.

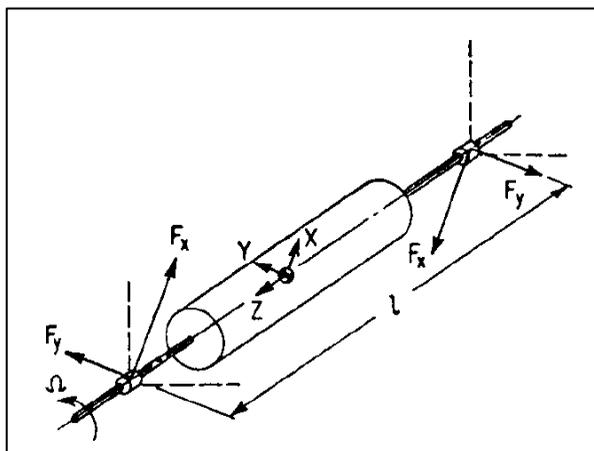


Figura 8 – Representação esquemática de um elemento resiliente.
Fonte: HARRIS E PIERSOL, 2002.

A força que resiste ao movimento relativo através do elemento é considerada por consistir de uma força elástica que é diretamente proporcional ao deslocamento relativo, deflexão através do elemento, e uma força dissipativa que é diretamente proporcional à velocidade relativa, velocidade através do elemento. Tais características definem tal elemento como de comportamento linear.

Em sistemas de um grau de liberdade ou em sistemas tendo restrições de caminho ou movimento, o elemento resiliente é obrigado a defletir em uma dada direção e as propriedades do elemento são então definidas em relação à força oposta nesta direção. Na falta de tais restrições de movimento, a força aplicada ao elemento resiliente geralmente causa movimento em outras direções. Os eixos elásticos principais de um elemento resiliente são aqueles eixos para os quais o elemento, quando livre, experimenta uma deflexão colinear com a direção da força aplicada.

Em dinâmica de corpos rígidos, o corpo pode vibrar em um modo que está acoplado pelas propriedades do elemento resiliente e pela sua localização perante o corpo. Por exemplo, se um corpo experimenta um deslocamento estático x na direção do eixo X somente, o elemento resiliente se opõe a este movimento exercendo uma força $k_{xx} x$ sobre o corpo na direção do eixo X, onde um subscrito na constante de mola indica a direção da força exercida pelo elemento e o outro subscrito indica a direção de deflexão. Se a direção X não é uma direção elástica principal do elemento e o corpo é submetido a um deslocamento estático x na direção do eixo X, o corpo é submetido a uma força $k_{yx} x$ na direção do eixo Y. A rigidez tem propriedades recíprocas, ou seja, $k_{xy} = k_{yx}$. Em geral, as rigidezes nas direções dos eixos coordenados podem ser expressas em termos das rigidezes principais e os ângulos entre os eixos coordenados e os eixos principais elásticos do elemento. Portanto, a rigidez de um elemento resiliente pode ser representada pela combinação de três elementos principais mutuamente perpendiculares, idealizados por molas orientadas ao longo das direções principais elásticas do elemento resiliente (HARRIS E PIERSOL, 2002). Cada mola tem uma rigidez igual ao principal eixo representado.

Há também efeitos dissipativos em elementos resilientes caracterizados por propriedades de amortecimento. Tais efeitos são representados por amortecedores viscosos, colocados em paralelo com as molas, onde valem todas as características definidas para as molas de reciprocidade e representação através dos eixos principais.

O ponto de interseção dos eixos principais elásticos de um elemento resiliente é designado como centro elástico do elemento resiliente. O centro elástico é importante já que define a localização do ponto teórico de um elemento resiliente para uso nas equações de movimento de um corpo rígido suportado por tais elementos. Por exemplo, um torque sobre o corpo da Figura 9 na direção do eixo Y devido a uma força $k_{xx} x$ transmitida pelo elemento resiliente na direção X é $k_{xx} x a_z$, onde a_z é a coordenada Z do centro elástico do elemento resiliente.

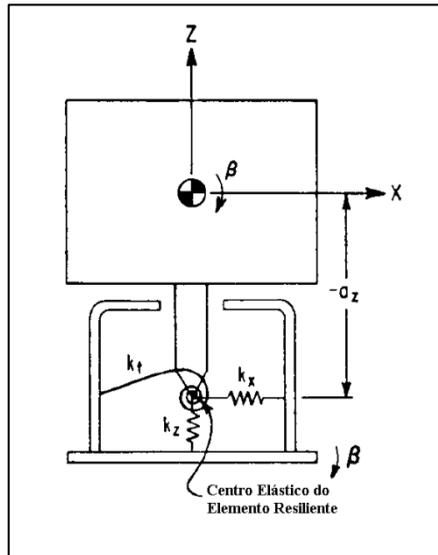


Figura 9 – Características de um elemento resiliente.

Fonte: HARRIS E PIERSOL, 2002.

Harris e Piersol (2002) sugerem que um elemento resiliente é geralmente fixado a um corpo por meio de uma rótula. Isto significa assumir que um elemento resiliente é incapaz de aplicar momento ao corpo. Se esta simplificação não é feita, tal elemento teria que ser representado não somente por molas e amortecedores translacionais ao longo dos eixos elásticos principais, mas também por molas e amortecedores rotacionais resistindo à rotação sobre as direções elásticas principais. Entretanto, ao analisar a Figura 9, tal efeito pode ser usualmente negligenciado. Isto porque é baixo o torque promovido pela rigidez torcional k_t . O torque que atua sobre o corpo rígido devido à rotação β do corpo e a rotação β do suporte é $(k_t + a_z^2 k_x)(\beta - \beta)$,

sendo k_t uma mola torcional na direção β . A rigidez torcional k_t é usualmente muito menor que o produto $a_z^2 k_x$ e pode então ser desconsiderada. O tratamento do caso geral indica que se a rigidez torcional do elemento resiliente é pequena comparada com o produto da rigidez translacional vezes a distância ao quadrado do centro elástico do elemento resiliente até o centro de gravidade do corpo. Portanto, a rigidez torcional tem um efeito desprezível no comportamento vibracional do corpo. O tratamento dos amortecedores torcionais é completamente análogo. Assim, os elementos resilientes são caracterizados por três molas e três amortecedores configurados em paralelo, um par para cada direção.

2.2.3 Equações de movimento

2.2.3.1 Definições e hipóteses

- Molas têm comprimento e massa nulos e comportamento linear;
- Os valores de rigidez das molas em seus eixos principais de deflexão permanecem desacoplados;
- A amplitude de oscilação é baixa. Isto implica que não-linearidades geométricas não estão presentes;
- Os efeitos dependentes do tempo de materiais poliméricos são irrelevantes;
- O efeito giroscópico é desprezível.

O exposto acima é aceitável para a maioria dos problemas de engenharia com baixas amplitudes de vibração (DE SILVA, 2005).

2.2.3.2 Equações de movimento para modelos lineares

Para montar as equações de movimento para um sistema dinâmico, os seguintes passos são necessários:

- (i) Obtenção das equações de reações internas e forças externas. As reações internas, devidas aos elementos de

amortecimento e rigidez, têm que ser expressas de uma maneira que permita a formulação matricial. (A estrutura da matriz de amortecimento é normalmente idêntica à estrutura da matriz de rigidez);

- (ii) Obtenção das equações de momento linear;
- (iii) Obtenção das equações de momento angular.

2.2.3.3 Momento linear – Sistema de forças

2.2.3.3.1 Sistemas de rigidez e amortecimento

A formulação utilizada para obter a matriz de rigidez poderia ser igualmente utilizada para obtenção da matriz de amortecimento apenas pela substituição dos parâmetros de rigidez pelos correspondentes de amortecimento. Assim será apresentada apenas a formulação da obtenção da matriz de rigidez já que a matriz de amortecimento é obtida de maneira análoga.

A primeira definição é de que os parâmetros de rigidez das molas são descritos em um sistema 3D de coordenadas local, onde os eixos do sistema coincidem com os eixos principais das molas. O vetor força \mathbf{f}_l atuando sobre as molas pode ser expresso como

$$\mathbf{f}_l = K_l \mathbf{x}_l \quad . \quad (2.17)$$

onde K_l é a matriz de rigidez (diagonal com os valores de rigidez principais) e \mathbf{x}_l é o vetor de deslocamentos (expressando a extensão da mola).

Em geral, é conveniente descrever o comportamento de um sistema em coordenadas globais (DE SILVA, 2005). Assim, as matrizes individuais de cada mola serão transformadas adequadamente. Um vetor, \mathbf{x}_l , em coordenadas locais poderia ser expresso como um vetor, \mathbf{x}_G , no sistema de coordenadas globais, usando, T, uma matriz de transformação

$$\mathbf{x}_G = T \mathbf{x}_l \quad . \quad (2.18)$$

Se a Equação (2.17) for multiplicada por T , então $T\mathbf{f}_l = TK_l\mathbf{x}_l$. Mas $T\mathbf{f}_l = \mathbf{f}_G$. Portanto, o vetor de força, \mathbf{f}_G , no sistema de coordenadas global, pode ser escrito como:

$$\mathbf{f}_G = TK_l\mathbf{x}_l \quad . \quad (2.19)$$

Para consistência, \mathbf{x}_l precisa ser substituído por \mathbf{x}_G . Para substituir \mathbf{x}_l por \mathbf{x}_G , a Equação (2.18) pode ser usada, dando $\mathbf{x}_l = T^T\mathbf{x}_G$. Isto é verdade já que $T^{-1} = T^T$ para matrizes de transformação ortogonais. Portanto:

$$\mathbf{f}_G = TK_lT^T\mathbf{x}_G \quad . \quad (2.20)$$

O exposto acima introduz uma nova matriz K_G , onde:

$$K_G = TK_lT^T \quad . \quad (2.21)$$

A matriz TK_lT^T é a matriz de rigidez da mola no sistema de coordenadas global. A matriz de transformação T pode ser descrita em três ângulos de rotação de Euler.

2.2.3.3.2 Obtenção das equações de momento linear

Se a matriz de massa/inércia na formulação de Euler-Newton for obtida com relação aos eixos que passam através do centro de massa, então a sub-matriz da matriz de massa correspondente ao momento linear é uma matriz diagonal contendo os elementos de massa. Assim:

$$\mathbf{h}_{ll} = M\mathbf{v} \quad . \quad (2.22)$$

Aqui, \mathbf{h}_{ll} , é o momento linear, M é uma matriz diagonal de massa, e \mathbf{v} é o vetor de velocidade do centro de massa do corpo.

A usual transformação para o sistema de coordenadas global, $\mathbf{h}_{lG} = TMT^T\mathbf{v}$, deixa a matriz de massa, M , não alterada. Portanto, a força \mathbf{f}_G atuando sobre o corpo pode ser expressa simplesmente como:

$$\mathbf{f}_G = \frac{\partial \mathbf{h}_{lG}}{\partial t} = M\mathbf{a} \quad , \quad (2.23)$$

onde \mathbf{a} é o vetor de aceleração do CG.

2.2.3.4 Obtenção das equações de momento angular

As equações de momento angular podem ser expressas como:

$$\mathbf{h}_{aI} = I_1 \boldsymbol{\omega} \quad , \quad (2.24)$$

onde \mathbf{h}_{aI} é o vetor momento angular, I_1 é a matriz de momento de inércia de massa e $\boldsymbol{\omega}$ é a velocidade angular do sistema de coordenadas.

Aqui, I_1 pode ou não ser uma matriz diagonal. Entretanto, é sempre simétrica. A Equação (2.24) está descrita no sistema local de coordenadas do corpo rígido e também precisa ser expressa em coordenadas globais para a montagem final da matriz. Como apresentado para os elementos de rigidez, a transformação segue da mesma maneira. Transformando a Equação (2.24) para coordenadas globais tem-se que:

$$\mathbf{h}_{aG} = T I_1 T^T \boldsymbol{\Omega} \quad . \quad (2.25)$$

O que introduz uma nova notação matricial:

$$I_G = T I_1 T^T \quad . \quad (2.26)$$

A diferenciação do vetor \mathbf{h}_{aG} fornece o vetor momento em coordenadas globais:

$$\mathbf{m}_\theta = \dot{\mathbf{h}}_{aG} = \frac{\partial \mathbf{h}_{aG}}{\partial t} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_{aG} \quad , \quad (2.27)$$

onde $\boldsymbol{\omega}$ é a velocidade angular do corpo. O produto vetorial $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_{aG}$ pode ser desprezado para vibrações de baixa amplitude e geometricamente lineares (DE SILVA, 2005).

2.2.3.5 Montagem das equações

Para montar as equações de movimento é necessário antes obter as forças internas atuando sobre os corpos individuais, devido ao

movimento relativo existente entre cada um deles. Na Figura 10, dois corpos (i e j) em movimento são mostrados, conectados pela mola K_p .

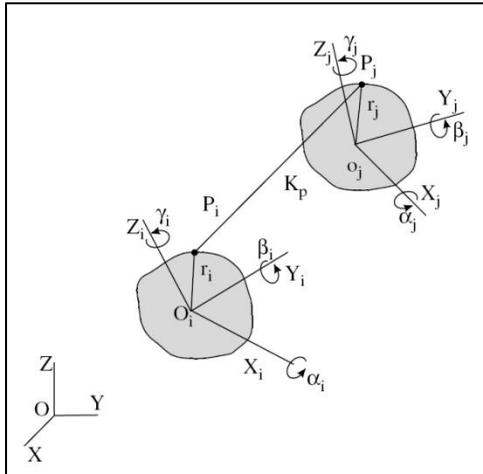


Figura 10 – Dois corpos conectados por uma mola.

Fonte: DE SILVA, 2005.

O movimento de translação da origem do vetor i , expresso em coordenadas locais e coincidente com o CG do corpo i , é dado por $\mathbf{d}_i = (x_i, y_i, z_i)$ e a rotação angular do sistema local de coordenadas i é dada por $\boldsymbol{\theta}_i = (\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$. Similarmente, o movimento de translação do corpo j é descrito por $\mathbf{d}_j = (x_j, y_j, z_j)$ e $\boldsymbol{\theta}_j = (\alpha_j, \beta_j, \gamma_j)$, representado no sistema de coordenadas local j .

Os deslocamentos dos pontos finais da mola em cada corpo, para movimentos de baixa amplitude, descritos no sistema de coordenadas de cada um, são dados por:

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{d}_i + \boldsymbol{\theta}_i \times \mathbf{r}_{pi} \quad , \quad (2.28)$$

$$\mathbf{u}_j = \mathbf{d}_j + \boldsymbol{\theta}_j \times \mathbf{r}_{pj} \quad , \quad (2.29)$$

onde \mathbf{r}_{pi} e \mathbf{r}_{pj} são as coordenadas da mola presa relativamente aos corpos i e j em seus respectivos sistemas de coordenadas, dados por $\mathbf{r}_{pi} = (x_{pi}, y_{pi}, z_{pi})$ e $\mathbf{r}_{pj} = (x_{pj}, y_{pj}, z_{pj})$.

Os termos do produto vetorial das Equações (2.28) e (2.29) podem ser convertidos para a forma matricial como:

$$\boldsymbol{\theta}_i \times \mathbf{r}_{pi} = \begin{bmatrix} 0 & z_{pi} & -y_{pi} \\ -z_{pi} & 0 & x_{pi} \\ y_{pi} & -x_{pi} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{Bmatrix} , \quad (2.30)$$

$$\boldsymbol{\theta}_j \times \mathbf{r}_{pj} = \begin{bmatrix} 0 & z_{pj} & -y_{pj} \\ -z_{pj} & 0 & x_{pj} \\ y_{pj} & -x_{pj} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \end{Bmatrix} . \quad (2.31)$$

Adotando a forma matricial:

$$\mathbf{R}_{pi} = \begin{bmatrix} 0 & z_{pi} & -y_{pi} \\ -z_{pi} & 0 & x_{pi} \\ y_{pi} & -x_{pi} & 0 \end{bmatrix} , \quad (2.32)$$

$$\mathbf{R}_{pj} = \begin{bmatrix} 0 & z_{pj} & -y_{pj} \\ -z_{pj} & 0 & x_{pj} \\ y_{pj} & -x_{pj} & 0 \end{bmatrix} . \quad (2.33)$$

Portanto:

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{d}_i + \boldsymbol{\theta}_i \times \mathbf{r}_{pi} , \quad (2.34)$$

$$\mathbf{u}_j = \mathbf{d}_j + \boldsymbol{\theta}_j \times \mathbf{r}_{pj} . \quad (2.35)$$

Que pode ser escrito como:

$$\mathbf{u}_i = \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & z_{pi} & -y_{pi} \\ -z_{pi} & 0 & x_{pi} \\ y_{pi} & -x_{pi} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{Bmatrix} , \quad (2.36)$$

$$\mathbf{u}_j = \begin{Bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & z_{pj} & -y_{pj} \\ -z_{pj} & 0 & x_{pj} \\ y_{pj} & -x_{pj} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \end{Bmatrix} . \quad (2.37)$$

Por fim, utilizando a nova notação:

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{d}_i + \mathbf{R}_{pi} \boldsymbol{\theta}_i , \quad (2.38)$$

$$\mathbf{u}_j = \mathbf{d}_j + \mathbf{R}_{pj} \boldsymbol{\theta}_j . \quad (2.39)$$

Para obter as reações atuando sobre cada corpo, os deslocamentos relativos entre os pontos de conexão devem ser calculados. O deslocamento relativo é dado por:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i \quad . \quad (2.40)$$

As forças de reação devido ao deslocamento relativo de cada corpo são dadas por:

$$\mathbf{f}_{\mathbf{s}_i} = K_p \mathbf{u} \quad . \quad (2.41)$$

Igual, mas de sentido oposto tem-se que:

$$\mathbf{f}_{\mathbf{s}_j} = -K_p \mathbf{u} \quad . \quad (2.42)$$

Momentos para as forças da mola p atuando nos pontos r_i e r_j nos corpos i e j, respectivamente, são dados por:

$$\mathbf{m}_{\theta \mathbf{s}_i} = \mathbf{r}_{\mathbf{p}_i} \times \mathbf{f}_{\mathbf{s}_i} \quad , \quad (2.43)$$

$$\mathbf{m}_{\theta \mathbf{s}_j} = \mathbf{r}_{\mathbf{p}_j} \times \mathbf{f}_{\mathbf{s}_j} \quad . \quad (2.44)$$

O produto vetorial pode ser expresso na forma matricial como:

$$\mathbf{m}_{\theta \mathbf{s}_i} = \mathbf{r}_{\mathbf{p}_i} \times \mathbf{f}_{\mathbf{s}_i} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{\mathbf{p}_i} & y_{\mathbf{p}_i} \\ z_{\mathbf{p}_i} & 0 & -x_{\mathbf{p}_i} \\ -y_{\mathbf{p}_i} & x_{\mathbf{p}_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{\mathbf{s}_{xi}} \\ f_{\mathbf{s}_{yi}} \\ f_{\mathbf{s}_{zi}} \end{Bmatrix} , \quad (2.45)$$

$$\mathbf{m}_{\theta \mathbf{s}_j} = \mathbf{r}_{\mathbf{p}_j} \times \mathbf{f}_{\mathbf{s}_j} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{\mathbf{p}_j} & y_{\mathbf{p}_j} \\ z_{\mathbf{p}_j} & 0 & -x_{\mathbf{p}_j} \\ -y_{\mathbf{p}_j} & x_{\mathbf{p}_j} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{\mathbf{s}_{xj}} \\ f_{\mathbf{s}_{yj}} \\ f_{\mathbf{s}_{zj}} \end{Bmatrix} . \quad (2.46)$$

As matrizes das Equações (2.45) e (2.46) são formas transpostas das matrizes das Equações (2.32) e (2.33), assim:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{p}_i}^T = \begin{bmatrix} 0 & -z_{\mathbf{p}_i} & y_{\mathbf{p}_i} \\ z_{\mathbf{p}_i} & 0 & -x_{\mathbf{p}_i} \\ -y_{\mathbf{p}_i} & x_{\mathbf{p}_i} & 0 \end{bmatrix} , \quad (2.47)$$

$$\mathbf{R}_{pj}^T = \begin{bmatrix} 0 & -z_{pj} & y_{pj} \\ z_{pj} & 0 & -x_{pj} \\ -y_{pj} & x_{pj} & 0 \end{bmatrix} . \quad (2.48)$$

As equações do movimento podem ser agora obtidas. Assim:

$$M_i \ddot{\mathbf{d}}_i + K_p \mathbf{u}_i - K_p \mathbf{u}_j = \mathbf{f}_i \quad , \quad (2.49)$$

$$M_j \ddot{\mathbf{d}}_j - K_p \mathbf{u}_i + K_p \mathbf{u}_j = \mathbf{f}_j \quad . \quad (2.50)$$

Neste caso, \mathbf{f}_i e \mathbf{f}_j são os vetores de forças externas atuando sobre os corpos i e j , respectivamente. Substituindo \mathbf{u}_i e \mathbf{u}_j , das Equações (2.38) e (2.39), nas Equações (2.49) e (2.50) tem-se que:

$$M_i \ddot{\mathbf{d}}_i + K_p (\mathbf{d}_i + R_{pi} \boldsymbol{\theta}_i) - K_p (\mathbf{d}_j + R_{pj} \boldsymbol{\theta}_j) = \mathbf{f}_i, \quad (2.51)$$

$$M_j \ddot{\mathbf{d}}_j - K_p (\mathbf{d}_i + R_{pi} \boldsymbol{\theta}_i) + K_p (\mathbf{d}_j + R_{pj} \boldsymbol{\theta}_j) = \mathbf{f}_j. \quad (2.52)$$

Expandindo o exposto acima, tem-se as equações de movimento linear para os corpos i e j :

$$M_i \ddot{\mathbf{d}}_i + K_p \mathbf{d}_i + K_p R_{pi} \boldsymbol{\theta}_i - K_p \mathbf{d}_j - K_p R_{pj} \boldsymbol{\theta}_j = \mathbf{f}_i, \quad (2.53)$$

$$M_j \ddot{\mathbf{d}}_j - K_p \mathbf{d}_i - K_p R_{pi} \boldsymbol{\theta}_i + K_p \mathbf{d}_j + K_p R_{pj} \boldsymbol{\theta}_j = \mathbf{f}_j. \quad (2.54)$$

As equações de momento podem ser escritas para os corpos i e j como exposto abaixo, onde $\mathbf{m}_{\theta i}$ e $\mathbf{m}_{\theta j}$ são os momentos externos atuantes:

$$I_i \ddot{\boldsymbol{\theta}}_i + \mathbf{r}_{pi} \times (K_p \mathbf{u}_i - K_p \mathbf{u}_j) = \mathbf{m}_{\theta i} \quad , \quad (2.55)$$

$$I_j \ddot{\boldsymbol{\theta}}_j - \mathbf{r}_{pj} \times (K_p \mathbf{u}_i - K_p \mathbf{u}_j) = \mathbf{m}_{\theta j} \quad . \quad (2.56)$$

Substituindo as expressões para \mathbf{u}_i e \mathbf{u}_j , convertendo o produto vetorial para a forma matricial e expandindo os termos, têm-se as equações de movimento angular para os corpos i e j como:

$$I_i \ddot{\boldsymbol{\theta}}_i + R_{pi}^T K_p \mathbf{d}_i + R_{pi}^T K_p R_{pi} \boldsymbol{\theta}_i - R_{pi}^T K_p \mathbf{d}_j - R_{pi}^T K_p R_{pj} \boldsymbol{\theta}_j = \mathbf{m}_{\theta i} , \quad (2.57)$$

$$I_j \ddot{\boldsymbol{\theta}}_j - R_{pj}^T K_p \mathbf{d}_i - R_{pj}^T K_p R_{pi} \boldsymbol{\theta}_i + R_{pj}^T K_p \mathbf{d}_j + R_{pj}^T K_p R_{pj} \boldsymbol{\theta}_j = \mathbf{m}_{\theta j} . \quad (2.58)$$

Reunindo as equações de movimento linear e angular, e expressando as mesmas em formato matricial, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} M_i & 0 \\ 0 & I_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{d}}_i \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p & K_p R_{pi} \\ R_{pi}^T K_p & R_{pi}^T K_p R_{pi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_i \\ \boldsymbol{\theta}_i \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_p & K_p R_{pj} \\ R_{pi}^T K_p & R_{pi}^T K_p R_{pj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_i \\ \boldsymbol{\theta}_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \mathbf{m}_{\boldsymbol{\theta}i} \end{Bmatrix}, \quad (2.59)$$

$$\begin{bmatrix} M_j & 0 \\ 0 & I_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{d}}_j \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}}_j \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_p & K_p R_{pi} \\ R_{pj}^T K_p & R_{pj}^T K_p R_{pi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_j \\ \boldsymbol{\theta}_j \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p & K_p R_{pj} \\ R_{pj}^T K_p & R_{pj}^T K_p R_{pj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_j \\ \boldsymbol{\theta}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_j \\ \mathbf{m}_{\boldsymbol{\theta}j} \end{Bmatrix}. \quad (2.60)$$

Com isso, as equações de movimento dos corpos i e j estão completas. Vale ressaltar que as matrizes de rigidez e amortecimento são idênticas em sua estrutura e, portanto, as forças dissipativas de amortecimento poderiam ser eventualmente consideradas, apenas pela substituição dos coeficientes de rigidez pelos correspondentes coeficientes de amortecimento.

2.2.4 Aplicação das equações de movimento

Com o objetivo de aplicar a teoria exposta acima, será apresentada a seguir a utilização das equações do movimento para um corpo rígido suportado por um número de molas. Este é o problema específico do presente estudo, esquematizado através da Figura 11.

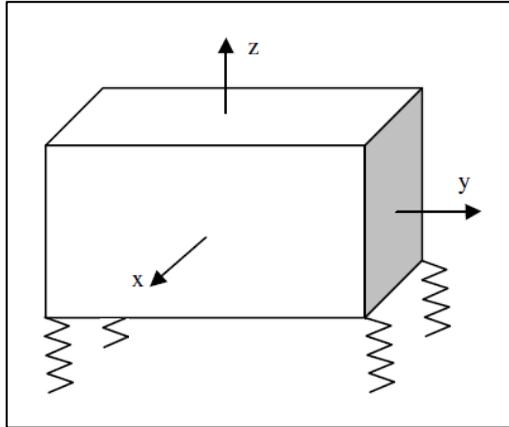


Figura 11 – Representação esquemática do problema em estudo.

Fonte: DE SILVA, 2005.

Partindo da Equação (2.59) e já que o corpo j não existe, todos os termos relevantes ao mesmo podem ser excluídos. Além disso, não há mais a necessidade de manter o sufixo i . Entretanto, para um número n de molas são necessárias adequações à matriz de rigidez. Adições têm que ser realizadas para cada rigidez p , referentes a cada mola fixada em uma posição específica do corpo. Sendo assim, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{\ddot{d}} \\ \mathbf{\ddot{\theta}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{p=1}^n K_p & \sum_{p=1}^n K_p R_p \\ \sum_{p=1}^n R_p^T K_p & \sum_{p=1}^n R_p^T K_p R_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{m}_{\theta} \end{Bmatrix}. \quad (2.61)$$

Para uma situação onde os eixos das molas são paralelos ao sistema global de coordenadas, caso do problema em estudo, não é necessária a realização de transformação da matriz de rigidez. Tem-se que a sub-matriz da matriz de rigidez dada na Equação (2.61) como:

$$K_p = \begin{bmatrix} k_{px} & 0 & 0 \\ 0 & k_{py} & 0 \\ 0 & 0 & k_{pz} \end{bmatrix}. \quad (2.62)$$

E $K_p R_p$ é dada por:

$$K_p R_p = \begin{bmatrix} k_{px} & 0 & 0 \\ 0 & k_{py} & 0 \\ 0 & 0 & k_{pz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & z_p & -y_p \\ -z_p & 0 & x_p \\ y_p & -x_p & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.63)$$

A matriz acima, após a multiplicação, toma a forma:

$$K_p R_p = \begin{bmatrix} 0 & k_{px}z_p & -k_{px}y_p \\ -k_{py}z_p & 0 & k_{py}x_p \\ k_{pz}y_p & -k_{pz}x_p & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.64)$$

Para $R_p^T K_p$ tem-se que:

$$R_p^T K_p = \begin{bmatrix} 0 & -z_p & y_p \\ z_p & 0 & -x_p \\ -y_p & x_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{px} & 0 & 0 \\ 0 & k_{py} & 0 \\ 0 & 0 & k_{pz} \end{bmatrix}. \quad (2.65)$$

A matriz acima, após a multiplicação, toma a forma:

$$R_p^T K_p = \begin{bmatrix} 0 & -k_{py}z_p & k_{pz}y_p \\ k_{px}z_p & 0 & -k_{pz}x_p \\ -k_{px}y_p & k_{py}x_p & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.66)$$

Finalmente, $R_p^T K_p R_p$, é dada por:

$$R_p^T K_p R_p = \begin{bmatrix} 0 & -k_{py}z_p & k_{pz}y_p \\ k_{px}z_p & 0 & -k_{pz}x_p \\ -k_{px}y_p & k_{py}x_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & z_p & -y_p \\ -z_p & 0 & x_p \\ y_p & -x_p & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.67)$$

A matriz acima, após a multiplicação, toma a forma:

$$R_p^T K_p R_p = \begin{bmatrix} k_{pz}y_p^2 + k_{py}z_p^2 & -k_{pz}x_p y_p & -k_{py}x_p z_p \\ -k_{pz}x_p y_p & k_{pz}x_p^2 + k_{px}z_p^2 & -k_{px}y_p z_p \\ -k_{py}x_p z_p & -k_{px}y_p z_p & k_{py}x_p^2 + k_{px}y_p^2 \end{bmatrix}. \quad (2.68)$$

Segue a matriz de rigidez completa para uma mola única:

$$\begin{bmatrix}
 k_{px} & 0 & 0 \\
 0 & k_{py} & 0 \\
 0 & 0 & k_{pz} \\
 0 & -k_{py}z_p & k_{pz}y_p & \dots \\
 k_{px}z_p & 0 & -k_{pz}x_p & \\
 -k_{px}y_p & k_{py}x_p & 0 & \\
 \\
 0 & k_{px}z_p & -k_{px}y_p & \\
 -k_{py}z_p & 0 & k_{py}x_p & \\
 k_{pz}y_p & -k_{pz}x_p & 0 & \\
 k_{pz}y_p^2 + k_{py}z_p^2 & -k_{pz}x_p y_p & -k_{py}x_p z_p & \\
 -k_{pz}x_p y_p & k_{pz}x_p^2 + k_{px}z_p^2 & -k_{px}y_p z_p & \\
 -k_{py}x_p z_p & -k_{px}y_p z_p & k_{py}x_p^2 + k_{px}y_p^2 &
 \end{bmatrix} \cdot (2.69)$$

As matrizes de massa e de inércia de massa são diagonais, já que os principais eixos do corpo coincidem com o sistema global de coordenadas. Assim:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} , \quad (2.70)$$

$$I = \begin{bmatrix} i_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & i_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & i_{zz} \end{bmatrix} . \quad (2.71)$$

Por fim, as equações completas de movimento de um corpo rígido suportado por um número de molas n é:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & i_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{Bmatrix} +$$

$$\sum_{p=1}^n \begin{bmatrix} k_{px} & 0 & 0 \\ 0 & k_{py} & 0 \\ 0 & 0 & k_{pz} \\ 0 & -k_{py}z_p & k_{pz}y_p \dots \\ k_{px}z_p & 0 & -k_{pz}x_p \\ -k_{px}y_p & k_{py}x_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & k_{px}z_p & -k_{px}y_p \\ -k_{py}z_p & 0 & k_{py}x_p \\ k_{pz}y_p & -k_{pz}x_p & 0 \\ k_{pz}y_p^2 + k_{py}z_p^2 & -k_{pz}x_p y_p & -k_{py}x_p z_p \\ -k_{pz}x_p y_p & k_{pz}x_p^2 + k_{px}z_p^2 & -k_{px}y_p z_p \\ -k_{py}x_p z_p & -k_{px}y_p z_p & k_{py}x_p^2 + k_{px}y_p^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_{\theta_x} \\ m_{\theta_y} \\ m_{\theta_z} \end{Bmatrix} \cdot (2.72)$$

2.2.5 Frequências naturais e modos de corpo rígido

Ao invés de ser um sistema de um grau de liberdade com apenas uma frequência natural, o presente estudo considera uma massa 3D com liberdade total de movimento. Assim, o compressor tem seis graus de liberdade e seis tipos elementares de movimento, três de translação e três de rotação. Uma massa rígida suportada elasticamente com essas características tem, por consequência, seis frequências naturais (HAMILTON, 1988).

A obtenção analítica das frequências naturais de um caso geral é possível, entretanto suficientemente complexa. Simplificações podem ser realizadas como a identificação de planos de simetria. A Figura 12 apresenta um arranjo comumente utilizado no isolamento de máquinas. Este consiste de um equipamento suportado por quatro isoladores iguais não inclinados localizados nos seus quatro cantos inferiores. Verifica-se

que há dois planos de simetria que passam através do centro de gravidade do equipamento, paralelos ao eixo z.

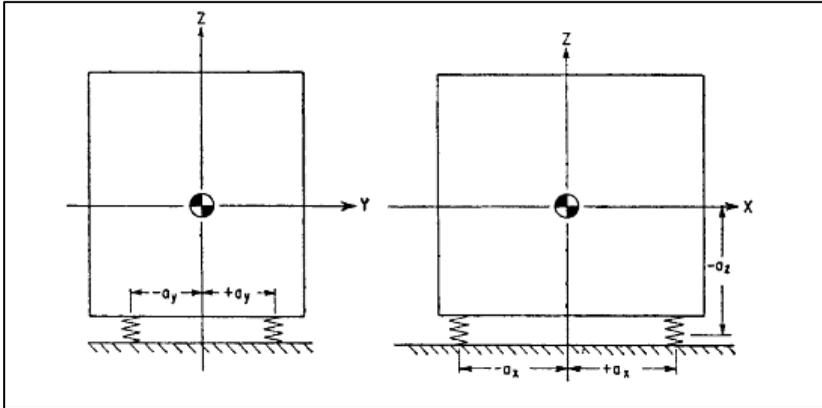


Figura 12 – Corpo rígido suportado por 4 molas com dois planos de simetria.

Um sistema com estas configurações produz modos acoplados e desacoplados. O acoplamento de modos é caracterizado por movimentos solidários entre os graus de liberdade, ou seja, o movimento de um grau de liberdade acoplado é garantia de movimento do outro grau de liberdade acoplado. Devido aos dois planos de simetria, ficam desacoplados os modos de translação e rotação em Z. Os modos de rotação e translação em X e Y permanecem acoplados. A introdução de um terceiro plano de simetria promoveria o desacoplamento de todos os modos.

Com o objetivo de simplificar o equacionamento foi realizada a aproximação de que há três planos de simetria no sistema formado pelo compressor montado sobre os isoladores. As fórmulas apresentadas a seguir definem, portanto, os valores de seis frequências naturais completamente desacopladas.

TRANSLAÇÃO EM X:

$$f_x = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum k_x}{m}} \quad . \quad (2.73)$$

TRANSLAÇÃO EM Y:

$$f_y = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum k_y}{m}} \quad . \quad (2.74)$$

TRANSLAÇÃO EM Z:

$$f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum k_z}{m}} \quad . \quad (2.75)$$

ROTAÇÃO EM X:

$$f_\alpha = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum (k_z a_y^2 + k_y a_z^2)}{I_{xx}}} \quad . \quad (2.76)$$

ROTAÇÃO EM Y:

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum (k_x a_z^2 + k_z a_x^2)}{I_{yy}}} \quad . \quad (2.77)$$

ROTAÇÃO EM Z:

$$f_\gamma = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum (k_x a_y^2 + k_y a_x^2)}{I_{zz}}} \quad . \quad (2.78)$$

2.3 ISOLAMENTO DA VIBRAÇÃO

O objetivo do isolamento da vibração é isolar estruturas e máquinas de excitações vibratórias não desejadas pela introdução de um isolador no caminho da fonte dinâmica (DE SILVA, 2005). Podem ser identificados dois tipos gerais de isolamento:

1. Isolamento de força relacionado à transmissibilidade de força;
2. Isolamento de movimento relacionado à transmissibilidade de movimento.

No isolamento de força, as forças vibrantes, que seriam ordinariamente transmitidas diretamente da fonte para a estrutura suporte, são filtradas por um isolador através de sua flexibilidade, obtida através de uma mola, e sua dissipação, obtida através de um amortecedor, onde parte da força é dirigida para o caminho inercial. Claramente, os conceitos de transmissibilidade de força são aplicados neste caso. Por outro lado, no isolamento de movimento, os movimentos vibratórios, que são aplicados em uma plataforma móvel de um sistema mecânico, são absorvidos por um isolador através dos mesmos princípios do isolamento de força, fazendo com que o movimento

transmitido seja reduzido. Os conceitos de transmissibilidade de movimento são aplicados neste caso. O problema, em ambos os casos, é seleccionar parâmetros do isolador para que a força ou vibração transmitida esteja abaixo de valores permitidos máximos.

No caso do presente estudo, aplica-se o modelo de transmissibilidade de força onde o objetivo é reduzir a força transmitida da máquina para a estrutura que a suporta. Entretanto, vale lembrar que é análogo o modelo de transmissibilidade de movimento. A Figura 13 apresenta o modelo de transmissibilidade de força através de um isolador em um sistema de um grau de liberdade.

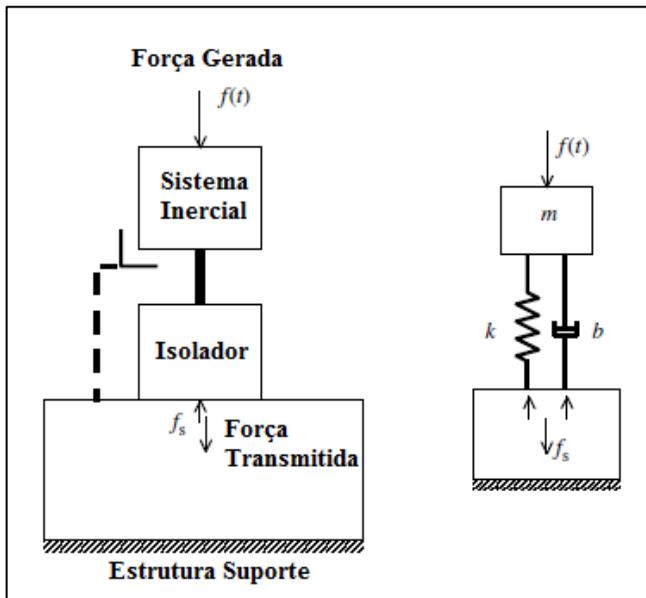


Figura 13 – Modelo esquemático de transmissibilidade de força.

A força vibrante gerada pela fonte $f(t)$ é dividida pelo caminho do isolador e pelo caminho inercial, identificado pela linha tracejada. Assim, somente a força remanescente f_s , referente ao caminho do isolador, é transmitida à estrutura suporte que se quer isolar. A função complexa transmissibilidade de força T_f é dada por:

$$T_f = \frac{f_s}{f} = \frac{k + bj\omega}{(k - m\omega^2 + bj\omega)} \quad , \quad (2.79)$$

onde ω é a frequência de excitação da fonte. A equação acima também pode ser expressa na forma:

$$T_f = \frac{f_s}{f} = \frac{\omega_n^2 + 2\xi\omega_n\omega j}{(\omega_n^2 - \omega^2 + 2\xi\omega_n\omega j)} \quad , \quad (2.80)$$

onde

$$\omega_n = \sqrt{k/m} \quad (2.81)$$

é a frequência natural não amortecida do sistema e

$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{km}} \quad (2.82)$$

é a taxa de amortecimento do sistema.

A Equação (2.80) pode ser escrita na forma não dimensional como:

$$T_f = \frac{f_s}{f} = \frac{1 + 2\xi r_f}{1 - r_f^2 + 2\xi r_f j} \quad , \quad (2.83)$$

onde r_f é a razão não dimensional de frequência de excitação definida como:

$$r_f = \frac{\omega}{\omega_n} \quad . \quad (2.84)$$

A função transmissibilidade tem um ângulo de fase tanto quanto uma magnitude. Em aplicações práticas, o nível de atenuação da excitação vibratória, ou seja, a magnitude da curva tem importância primária. A magnitude da curva transmissibilidade é dada por:

$$|T_f| = \sqrt{\frac{1 + 4\xi^2 r_f^2}{(1 - r_f^2)^2 + 4\xi^2 r_f^2}} \quad . \quad (2.85)$$

A função dada pela Equação (2.85) está apresentada na Figura 14 através de cinco curvas transmissibilidade. Cada curva corresponde a uma taxa de amortecimento ξ . Verifica-se que, independente da taxa de

amortecimento, $|T| < 1$ para $r_f > \sqrt{2}$, sendo esta a região de isolamento do sistema.

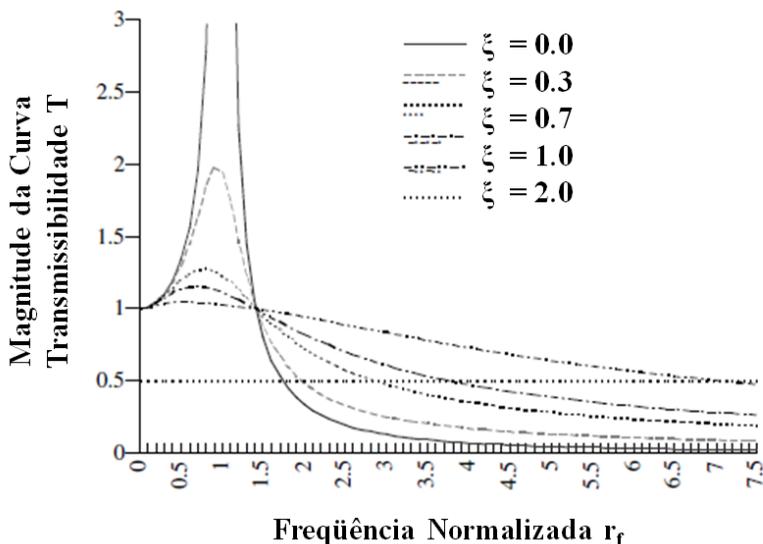


Figura 14 – Transmissibilidades de sistemas de um grau de liberdade.

Vale lembrar que foi apresentada a teoria de isolamento de um sistema com apenas um grau de liberdade. O modelo tratado no presente estudo tem seis graus de liberdade, três de translação e três de rotação, o que, portanto, proporciona seis frequências naturais. A obtenção de um isolamento efetivo requer que todas as frequências naturais estejam consideravelmente abaixo da frequência de excitação (BERANEK; VÉR, 2006). Entretanto, o conceito de isolamento se aplica da mesma maneira, sendo a frequência mais alta dos seis modos de corpo rígido aquela que determina a razão r_f e conseqüentemente o grau de isolamento do sistema.

2.4 MEDIÇÃO DE AMORTECIMENTO

De acordo com De Silva (2007), amortecimento é o fenômeno pelo qual energia mecânica é dissipada, usualmente, pela conversão em energia térmica. O conhecimento do nível de amortecimento é

importante na utilização, análise e testes do comportamento dinâmico de sistemas. A natureza e o nível de amortecimento devem ser conhecidos a fim de desenvolver um modelo dinâmico do sistema.

Existem três mecanismos primários de amortecimento que são importantes no estudo de sistemas mecânicos:

- amortecimento interno ou de material;
- amortecimento estrutural através de juntas e interfaces;
- amortecimento fluido através da interação fluido-estrutura.

Amortecimento interno provém da dissipação de energia mecânica dentro do material devido a vários processos microscópicos e macroscópicos. O amortecimento estrutural é causado pela dissipação proveniente do movimento relativo entre componentes em estruturas mecânicas que tem pontos de contato em comum, juntas ou suportes. Amortecimento fluido procede do resultado das forças de arrasto e interações dinâmicas associadas quando o sistema mecânico ou seus componentes se movem em um meio fluido.

Antes de medir amortecimento é necessário primeiro decidir em qual representação será adequadamente caracterizada a natureza da dissipação da energia mecânica no sistema. Em seguida, é necessário decidir quais parâmetros do modelo precisam ser medidos. Amortecimento pode ser representado por vários parâmetros, como capacidade específica de amortecimento, fator de perda e taxa de amortecimento.

É extremamente difícil desenvolver um modelo realístico para amortecimento em um componente de um equipamento operando sob várias condições de interação mecânica. Até se um satisfatório amortecimento modal é desenvolvido, a determinação experimental desses parâmetros pode ser árdua. Isto porque é usualmente complexo isolar vários tipos de amortecimento em uma medição. Além disso, medições de amortecimento devem ser conduzidas sob a condição normal de operação para serem realísticas.

O fato de eliminar um tipo de amortecimento durante a medição pode implicar em não representatividade da verdadeira condição de operação. Isto também eliminaria possíveis efeitos interativos do tipo de amortecimento eliminado com os outros tipos. Em particular, o amortecimento total em um sistema não é geralmente igual à soma dos amortecimentos individuais quando estes estão atuando independentemente. Outra limitação da obtenção dos valores de amortecimento equivalentes utilizando dados experimentais é o fato de

assumir que o comportamento do sistema é linear. Se o sistema é altamente não-linear, um erro significativo poderia ser introduzido na estimação do amortecimento. Contudo, de Silva (2007) sugere que seja normalmente assumido comportamento linear viscoso quando se estima os parâmetros de amortecimento utilizando dados experimentais.

Existem duas maneiras gerais de se fazer medições de amortecimento: utilizando uma resposta no domínio do tempo ou no domínio da frequência. Como exemplo de uma técnica no domínio do tempo pode ser citado o método do decremento logarítmico. O método utilizado para as medições de amortecimento neste estudo foi o da banda de meia potência, onde se trabalha com o domínio da frequência.

A Equação (2.86) e a Figura 15 determinam a resposta no domínio da frequência de um sistema de um grau de liberdade com amortecimento viscoso:

$$|H(\omega)| = \frac{\omega_n^2}{[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2]^{1/2}} \quad . \quad (2.86)$$

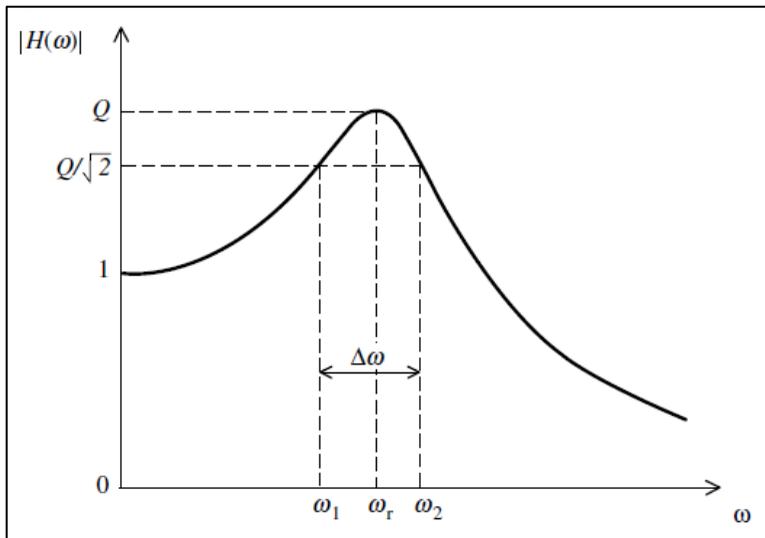


Figura 15 – Método da meia potência com um grau de liberdade.

Fonte: DE SILVA, 2007.

A magnitude do pico Q para baixos amortecimentos é dada por:

$$Q = \frac{1}{2\xi} \quad . \quad (2.87)$$

A largura da banda de meia potência é definida como a largura da curva de magnitude de resposta em frequência quando a magnitude é $1/\sqrt{2}$ vezes o valor do pico. Isto é denotado por $\Delta\omega$ na Figura 15. Uma expressão para $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ é obtida abaixo utilizando a Equação (2.87). Por definição, ω_1 e ω_2 são as raízes da equação:

$$\frac{\omega_n^2}{[(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2 \omega_n^2 \omega^2]^{1/2}} = \frac{1}{2\xi\sqrt{2}} \quad . \quad (2.88)$$

para ω . A Equação (2.88) pode ser expressa na forma:

$$\omega^4 - 2(1 - 2\xi^2)\omega_n^2 \omega^2 + (1 - 8\xi^2)\omega_n^4 = 0 \quad . \quad (2.89)$$

A Equação (2.89) é uma equação quadrática em ω^2 , tendo raízes ω_1^2 e ω_2^2 , para as quais se tem:

$$(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2) = \omega^4 - (\omega_1^2 + \omega_2^2)\omega^2 + \omega_1^2\omega_2^2 = 0 \quad . \quad (2.90)$$

Consequentemente:

$$\omega_1^2 + \omega_2^2 = 2(1 - 2\xi^2)\omega_n^2 \quad (2.91)$$

e

$$\omega_1^2\omega_2^2 = (1 - 8\xi^2)\omega_n^4 \quad . \quad (2.92)$$

Segue que:

$$(\omega_2 - \omega_1)^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\omega_1\omega_2 \quad . \quad (2.93)$$

Substituindo as Equações (2.91) e (2.92) em (2.93) tem-se que:

$$\omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\omega_1\omega_2 = 2(1 - 2\xi^2)\omega_n^2 - 2\omega_n^2\sqrt{1 - 8\xi^2} \quad . \quad (2.94)$$

Para pequenos valores de amortecimento ξ , em comparação com uma unidade, tem-se que:

$$\sqrt{1 - 8\xi^2} = 1 - 4\xi^2 \quad . \quad (2.95)$$

Consequentemente:

$$(\omega_2 - \omega_1)^2 = 4\xi^2 \omega_n^2 \quad . \quad (2.96)$$

Ou, para baixos valores de amortecimento:

$$\Delta\omega = 2\xi\omega_n \quad . \quad (2.97)$$

Da Equação (2.97) segue que a taxa de amortecimento pode ser estimada através da largura de banda utilizando a relação seguinte:

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{\Delta\omega}{\omega_n} \quad . \quad (2.98)$$

Para um sistema de múltiplos graus de liberdade com ressonâncias largamente espaçadas, o método acima mencionado pode ser estendido para estimar o amortecimento modal. A Figura 16 apresenta uma curva de magnitude de resposta em frequência em dB. Como um fator de $\sqrt{2}$ corresponde à 3dB, a largura de banda é dada pelos limites em frequência correspondentes a um nível de magnitude 3 dB abaixo do pico da ressonância.

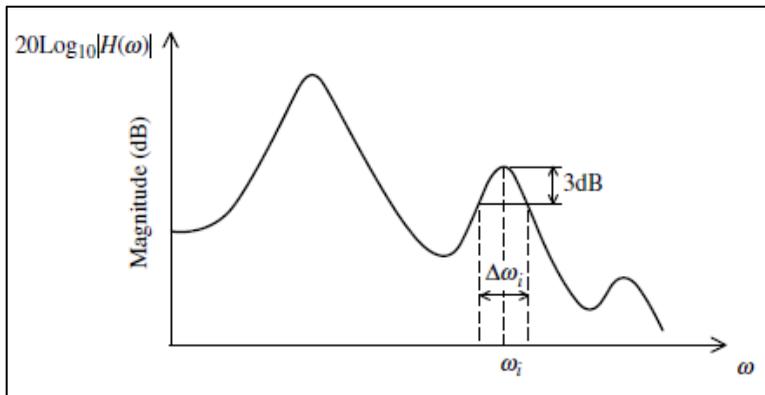


Figura 16 – Método da meia potência com múltiplos graus de liberdade.

Fonte: DE SILVA, 2007.

Generalizando, para o modo i , a taxa de amortecimento é dada por:

$$\xi_i = \frac{1}{2} \frac{\Delta\omega_i}{\omega_i} \quad . \quad (2.99)$$

O método da banda de meia potência para medição de amortecimento indica que a largura da banda em uma ressonância é uma medição de dissipação de energia na vizinhança desta ressonância. A relação simplificada dada pela Equação (2.99) é válida para baixos amortecimentos e sistemas lineares. Vale ressaltar também que o método não é adequado nas situações onde os modos de vibração se encontram pouco espaçados.

3. METODOLOGIA

3.1 CARACTERÍSTICAS E DEFINIÇÕES GERAIS

Para descrever a direção dos movimentos de translação, rotação e transmissão dos esforços será utilizada, durante todo o estudo, a nomenclatura:

- Eixo x nomeado como *Longitudinal*;
- Eixo y nomeado com *Transversal*;
- Eixo z nomeado como *Vertical*.

As denominações longitudinal, transversal e vertical são provenientes da direção do movimento do pistão, sendo o eixo longitudinal orientado longitudinalmente ao movimento do pistão, o eixo transversal orientado transversalmente ao movimento do pistão e o eixo vertical perpendicular ao plano formado pelos outros dois. A figura 17 identifica o sistema de coordenadas utilizado.

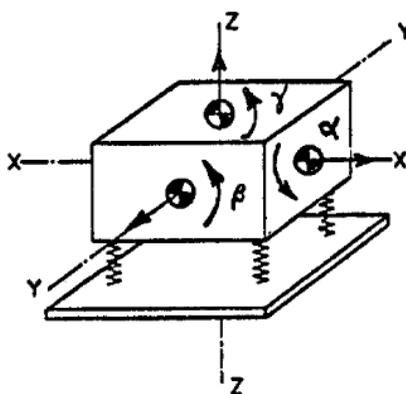


Figura 17 – Identificação do sistema de coordenadas utilizado.

A Figura 18 apresenta as características geométricas externas mais relevantes do compressor estudado, além de sua massa, suas inércias rotacionais, a localização do CG e a identificação da numeração de cada isolador.

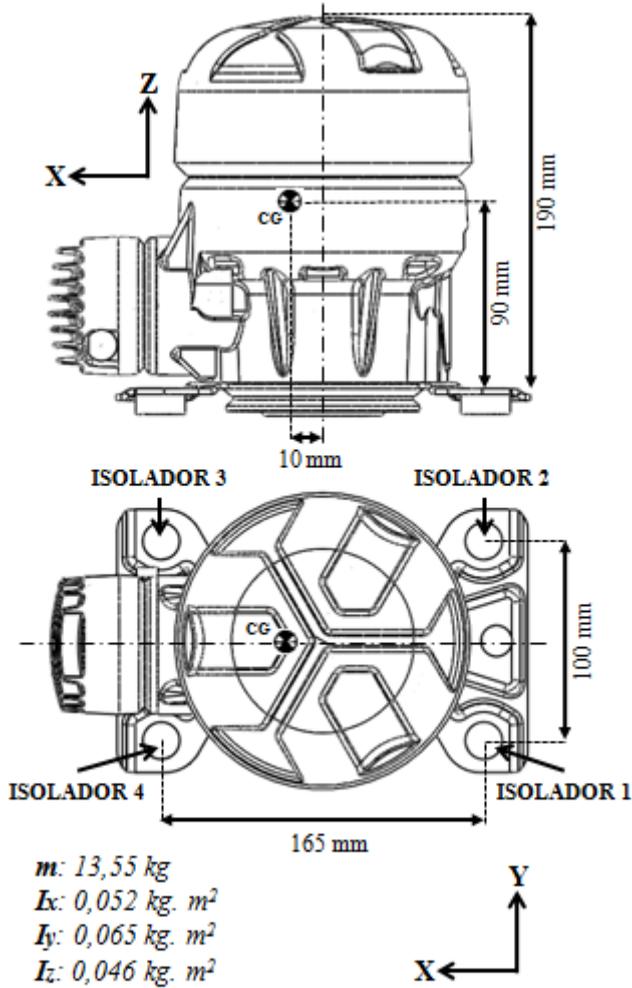


Figura 18 – Características e identificações gerais do compressor.

3.2 MECANISMOS RECÍPROCOS DE UM PISTÃO

A massa rotativa em uma máquina de pistão único pode ser balanceada pela aplicação de uma massa de contrapeso, colocada no eixo de manivelas de uma forma que anule o efeito da força centrífuga

resultante. Entretanto, a massa recíproca, atuante principalmente na direção de seu movimento alternativo, não pode ser balanceada por uma massa no eixo sem haver consequências. Isto porque o balanceamento no eixo, da força centrífuga recíproca longitudinal, exige que mais massa de contrapeso seja aplicada, promovendo um desbalanceamento indesejado na direção transversal. Além disso, há o efeito do não balanceamento da componente secundária com o dobro da frequência de rotação. Assim, como também exposto no Tópico 2.1.3 da revisão bibliográfica, uma máquina alternativa de pistão único estará sempre desbalanceada.

A Figura 19 apresenta o mecanismo e o bloco do compressor em estudo. O propósito nestes mecanismos é equilibrar as componentes de força nas duas direções, gerando um efeito resultante menor, ou seja, realizar um balanceamento parcial. Para equilibrar as forças utiliza-se a técnica de adicionar mais massa ao contrapeso do eixo, excedendo o necessário para balancear as massas puramente girantes.

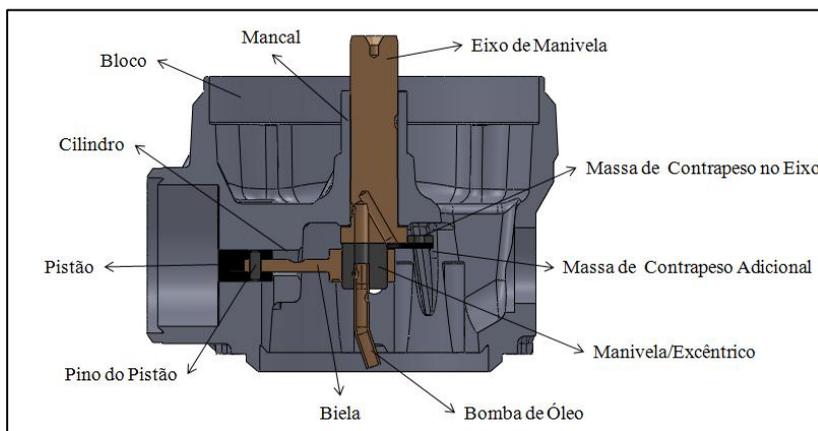


Figura 19 – Identificação dos componentes do mecanismo.

Segue o equacionamento para obtenção das forças longitudinal e transversal que o mecanismo exerce sobre o mancal. As equações são baseadas na teoria apresentada na revisão bibliográfica e suas simplificações. Não são consideradas as forças providas do processo de compressão do gás e a força lateral no cilindro f_1 , exercida pelo pistão, e sua respectiva reação no mancal. A análise das consequências da força de compressão do gás não está no escopo deste estudo. Cálculos e simulações prévias mostraram que a força lateral inercial f_1 não é

dominante na resposta dinâmica do compressor. O torque τ , proveniente da força lateral f_1 , também não é considerado já que f_1 tem baixa amplitude, além de ter o compressor uma manivela e uma biela curtas, o que proporciona uma pequena distância para multiplicação da força e consequente geração do momento. A Figura 20 mostra os componentes do mecanismo considerados nas equações e a direção das forças geradas.

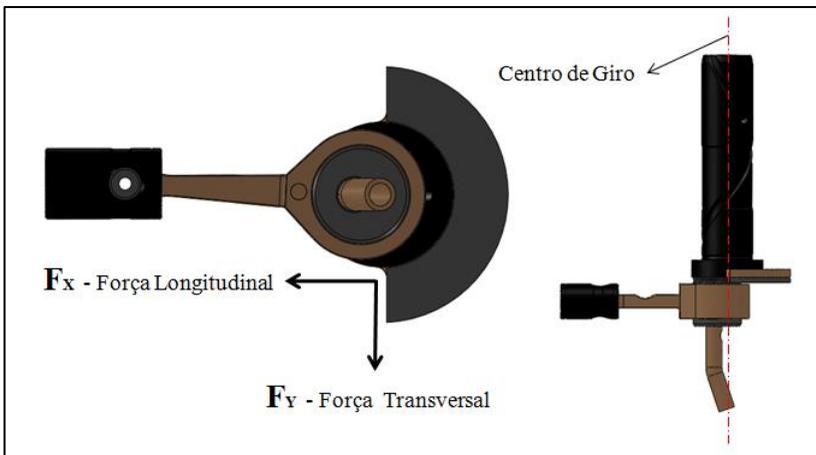


Figura 20 – Identificação das forças e dos componentes considerados.

FORÇA LONGITUDINAL - F_x

$$\begin{aligned}
 &= \left((m_{pi} + m_{pin} + m_{bi} + m_m + m_b)r \right) \\
 &\quad - (m_{cp}r_{cp} + m_{cpa}r_{cpa} + m_e r_e) \omega^2 \cos(\omega t) \\
 &\quad + (m_{pi} + m_{pin} + m_{bip}) \frac{r^2}{l} \omega^2 \cos(2\omega t)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

FORÇA TRANSVERSAL - F_Y

$$= \left((m_{bim} + m_m + m_b)r - (m_{cp}r_{cp} + m_{cpa}r_{cpa} + m_e r_e) \right) \omega^2 \sin(\omega t) \quad (3.2)$$

Sendo:

m_{pi}	Massa do pistão [kg];
m_{pin}	Massa do pino do pistão [kg];
m_{bi}	Massa da biela [kg];
m_m	Massa da manivela [kg];
m_b	Massa da bomba de óleo [kg];
r	Distância do pino excêntrico ao centro de giro [m];
m_{cp}	Massa do contrapeso do eixo [kg];
r_{cp}	Distância do CG do contrapeso do eixo ao centro de giro [m];
m_{cpa}	Massa do contrapeso adicional [kg];
r_{cpa}	Distância do CG do contrapeso adicional ao centro de giro [m];
m_e	Massa do eixo [kg];
r_e	Distância do CG do eixo ao centro de giro [m];
ω	Velocidade angular [rad/s];
t	Tempo [s];
m_{bip}	Massa proporcional da biela concentrada no pistão [kg];
l	Comprimento da biela [m];
m_{bim}	Massa proporcional da biela concentrada na manivela [kg];

A Figura 21 apresenta valores de força, em RMS, para algumas quantidades de massa de contrapeso adicional. As equações anteriores foram utilizadas para realizar um balanceamento parcial analítico das forças longitudinal e transversal transferidas ao mancal.

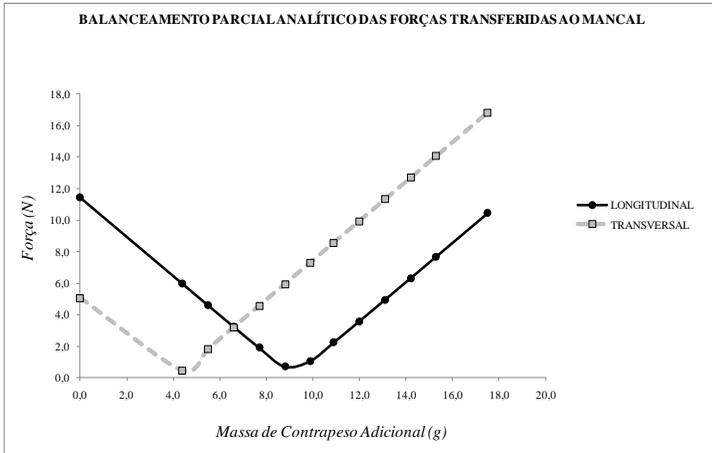


Figura 21 – Balanceamento analítico das forças transferidas ao mancal.

3.3 MODELAGEM VIRTUAL

A Figura 22 apresenta o fluxograma que descreve as etapas do processo virtual para modelar o comportamento dinâmico e realizar o balanceamento virtual do compressor.

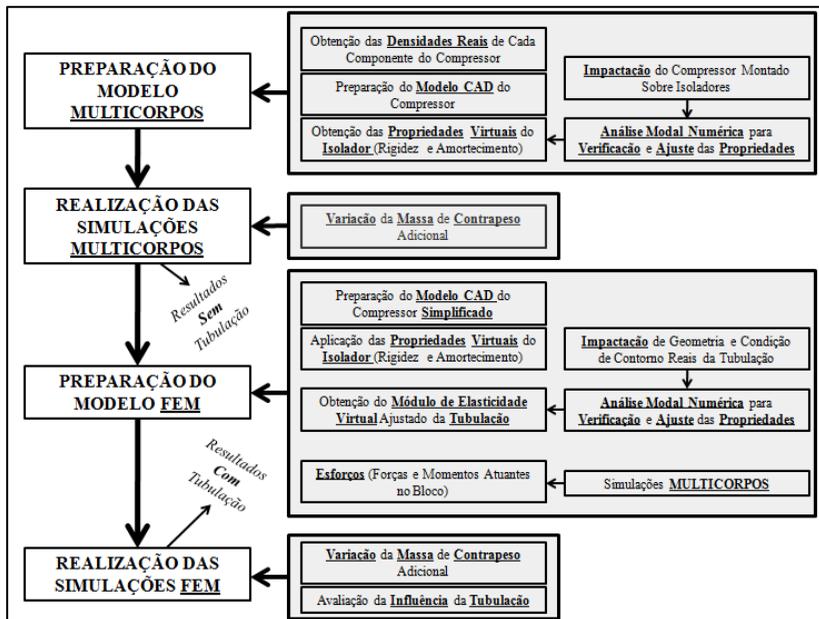


Figura 22 – Fluxograma descritivo das etapas da modelagem virtual.

A modelagem do problema foi dividida em duas etapas. A primeira realizou simulações multicorpos, sem considerar os tubos de sucção e descarga. A etapa seguinte realizou simulações transientes FEM, onde a tubulação estava presente. A avaliação pelo método dos elementos finitos tem o objetivo principal de considerar a influência dinâmica de possíveis ressonâncias dos tubos na força transmitida. Uma vantagem indireta da simulação FEM é a possibilidade de visualização completa, tanto com o modelo deformado quanto com uma distribuição de cores em escala, da maneira como o compressor vibra e transmite os esforços. Outra importante implicação de considerar o tubo como um elemento flexível está no fato de que isto não exige que simplificações sejam realizadas, ao aplicar apenas molas translacionais em substituição aos tubos reais. Assim, como sugere Hamilton (1982), foi considerada a matriz de rigidez completa, com todos os coeficientes de rigidez translacional e rotacional, em todas as direções, além dos outros coeficientes cruzados fora da diagonal principal.

A etapa de modelagem propriamente dita começou com a construção da montagem CAD, onde foram eliminados os componentes irrelevantes do problema. Portanto, válvulas, juntas de vedação e outros componentes de massa desprezível foram desconsiderados. Na

sequência, foi medida a massa de cada componente, permitindo uma aplicação adequada de densidade no modelo.

Foi imposto ao eixo do modelo multicorpos uma velocidade constante igual a 60 Hz, frequência de funcionamento do compressor. Esta velocidade angular foi aplicada de maneira instantânea. A análise foi configurada com um tempo total de 2,5 segundos e passo temporal de 0,5 milissegundos. O tempo total é suficiente para estabilização do compressor, evitando assim os efeitos indesejados dos transientes de partida. Da mesma maneira, o passo temporal é pequeno o bastante para descrever o movimento recíproco com velocidade de 60 Hz. Cada um dos quatro isoladores foi representado por três conjuntos de molas e amortecedores, um conjunto para cada direção. Acelerômetros virtuais foram inseridos no modelo para obtenção dos valores de vibração e posterior confronto experimental.

A Figura 23 apresenta o modelo multicorpos. Este é ainda composto de juntas que realizam a conexão entre os corpos, restringindo os iniciais seis graus de liberdade de cada um. São três juntas de revolução, que restringem todas as translações e duas rotações, aplicadas nas conexões eixo-bloco, excêntrico-biela e biela-pino do pistão. A conexão pistão-cilindro foi realizada através de uma junta cilíndrica, onde é permitida a translação do movimento alternativo e a rotação em torno dessa mesma direção. Vale lembrar que não há, na prática, movimento de rotação do pistão e que no modelo isto também não acontece, já que as juntas entre os outros componentes já realizam tal restrição de movimento. A aplicação de uma junta de translação, neste caso, implicaria em redundância na restrição dos graus de liberdade. Os demais componentes foram conectados por juntas fixas, onde todos os graus de liberdade são restritos, significando que estes corpos realizam movimentos solidários.

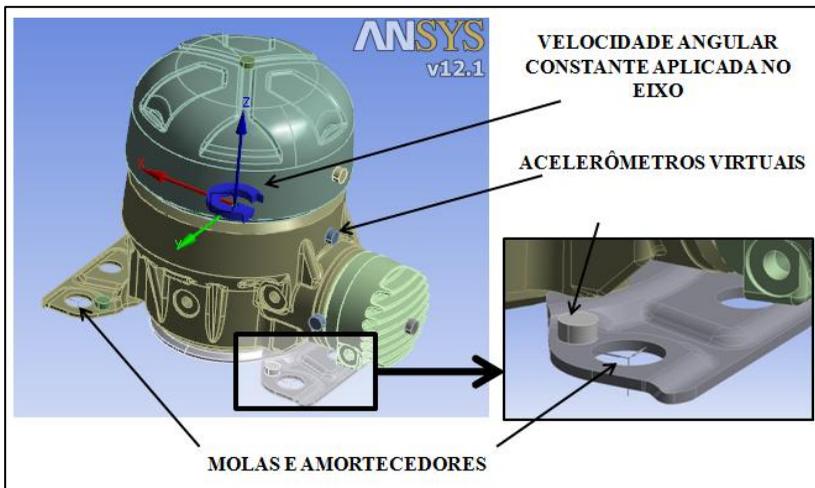


Figura 23 – O modelo multicorpos.

O modelo transiente FEM foi construído com a mesma massa, inércias e posição do CG do modelo multicorpos. Foram também observadas as posições onde os tubos e isoladores são conectados ao compressor, além de suas dimensões globais. Não foi utilizado o mesmo modelo do estudo multicorpos para as simulações FEM já que isto implicaria em esforço computacional desnecessário. O modelo multicorpos tem relevante grau de complexidade geométrica que exigiria uma fina discretização da malha se o mesmo fosse utilizado nas simulações FEM. Diante disso, foi considerada uma geometria mais simples, que permitiu uma malha pouco refinada, poucos graus de liberdade ao modelo e conseqüentemente uma solução menos onerosa computacionalmente. Ao contrário do compressor, para os tubos foi adotada uma malha mais refinada, com o intuito de obter a convergência dos resultados, garantindo uma maior aproximação numérica dos valores reais de rigidez impostos e das frequências naturais dos mesmos. Em ambas as malhas do compressor e dos tubos foram utilizados elementos sólidos tetraédricos de dez nós. Foi ainda avaliada a influência na força transmitida de tubulações com diferentes rigidezes. A Figura 24 apresenta a geometria e a malha do modelo FEM.

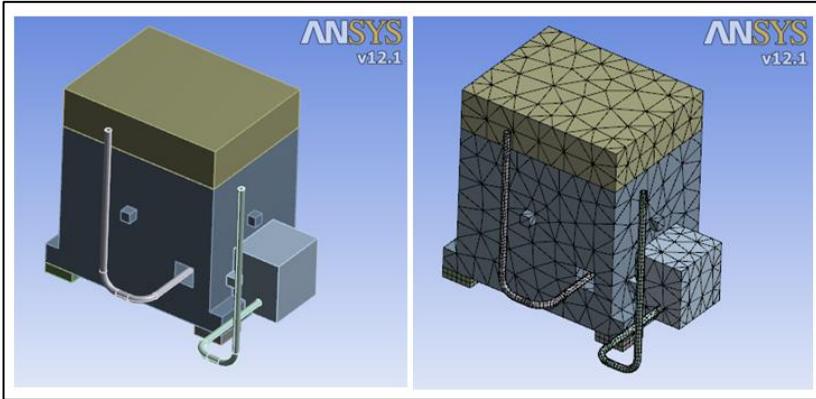


Figura 24 – O modelo FEM.

O balanceamento parcial virtual foi realizado inicialmente no modelo multicorpos, através da mudança dos contrapesos adicionais previamente inseridos. As simulações multicorpos forneceram os esforços necessários para as simulações FEM. Assim, o balanceamento parcial também foi realizado no modelo de elementos finitos, onde cada contrapeso adicional implicou que diferentes esforços fossem transferidos.

Os esforços foram aplicados no mancal que sustenta o eixo, onde as forças e momentos, tanto longitudinais quanto transversais, foram transferidos do modelo multicorpos para o modelo FEM. Não foram considerados os esforços promovidos pelo pistão ao cilindro, devido às suas baixas amplitudes, quando comparados com os esforços transferidos ao mancal do eixo. O tempo total da análise transiente FEM foi configurado com duração de 0,25 segundos, tempo este adequado para atingir uma boa estabilização do transiente de partida e não exigir relevante esforço computacional. O passo temporal médio da análise FEM foi de 1 milissegundo.

3.3.1 Obtenção das propriedades virtuais do isolador

3.3.1.1 Introduzindo o isolador

O objetivo primário dos isoladores é reduzir a transmissão de energia vibratória, provinda do compressor, para o sistema de refrigeração. O propósito final é reduzir o ruído emitido pelo próprio sistema, através de um adequado isolamento da excitação promovida pela dinâmica do processo de compressão e pelos esforços inerciais do mecanismo do compressor.

Os isoladores são normalmente constituídos de materiais poliméricos, mais comumente conhecidos como borrachas. São elastômeros com características únicas, onde elasticidade e viscosidade estão fortemente presentes, sendo assim utilizados como isoladores de choque e vibração. Borrachas têm um baixo módulo de elasticidade, sendo capazes de sustentar uma deformação da ordem de grandeza de até mil por cento. Depois de tal deformação, voltam rapidamente para sua dimensão original (HARRIS E PIERSOL, 2002).

A geometria dos isoladores depende basicamente dos valores de rigidez e de características específicas da montagem de cada projeto. Os valores de rigidez estão diretamente correlacionados com os valores das frequências de corpo rígido do compressor montado sobre os isoladores o que, portanto, define o grau de isolamento das forças. A Figura 25 apresenta o isolador utilizado no estudo.

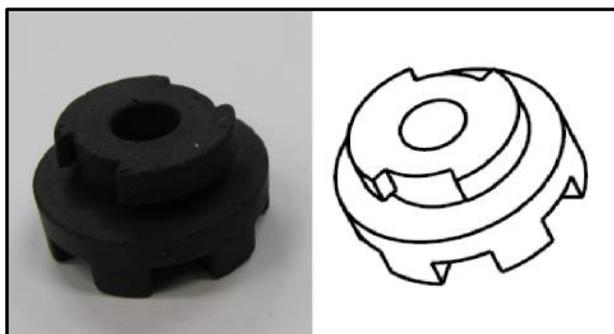


Figura 25 – Apresentação do isolador estudado.

3.3.1.2 Obtenção das frequências naturais e do amortecimento modal

Para implementar os modelos computacionais foi necessário antes obter as características de rigidez e amortecimento dos isoladores. Uma das maneiras de se obter tais características é extrair as curvas de resposta no domínio da frequência do sistema composto pelo compressor montado sobre os isoladores. As figuras seguintes demonstram a metodologia adotada para obtenção destes modos e os respectivos valores, mostrados ao lado da curva FRF, das seis frequências naturais determinadas experimentalmente. Os valores estão sumarizados posteriormente, no tópico de resultados, onde é feita uma comparação com os cálculos analíticos e numéricos.

O procedimento para obtenção dos modos é definido pela relação entre os locais de aplicação da força impulsiva e a obtenção da aceleração. Estes são relacionados entre si para favorecer que a curva FRF transmita com maior intensidade o valor da frequência do modo que se quer obter. Foi verificado que a obtenção dos valores de dois modos já permite a definição dos parâmetros do isolador. Porém, o conhecimento dos outros, possibilita uma verificação da exatidão dos parâmetros de rigidez definidos, da validade das simplificações e, conseqüentemente, da qualidade dos resultados.

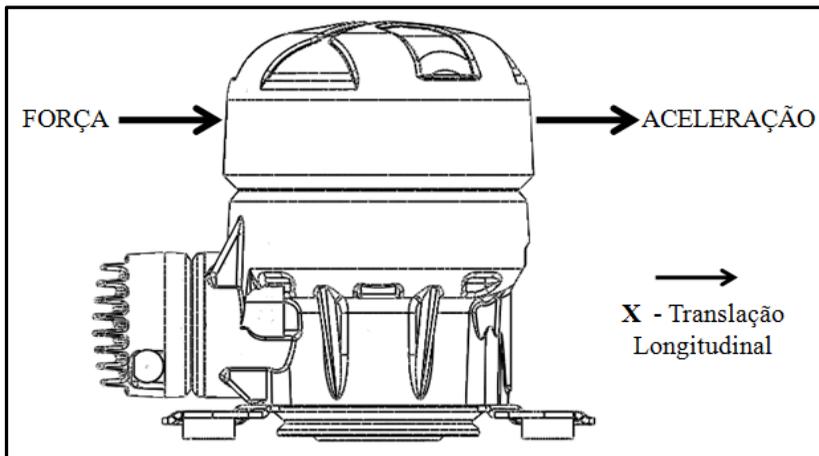


Figura 26 – Metodologia para obtenção do modo de translação longitudinal.

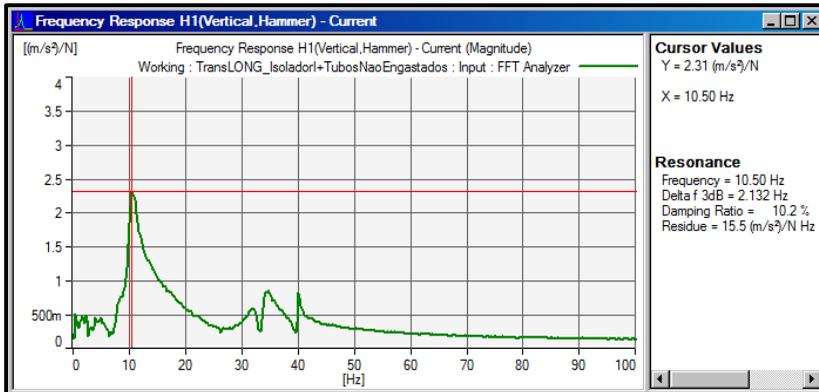


Figura 27 – FRF do modo de translação longitudinal.

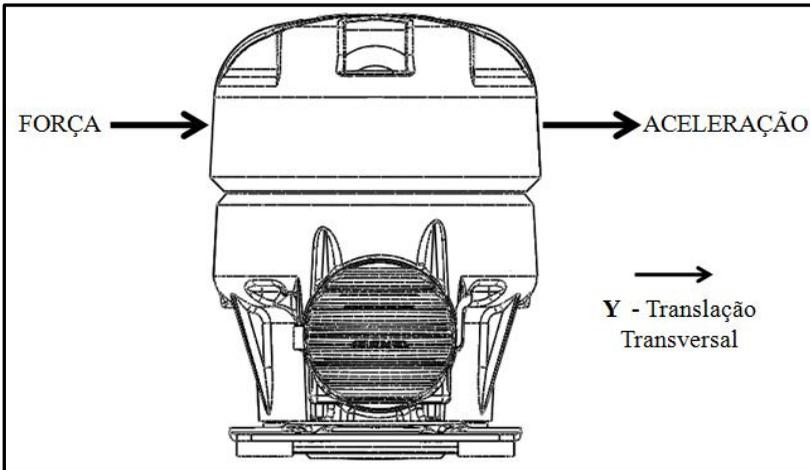


Figura 28 – Metodologia para obtenção do modo de translação transversal.

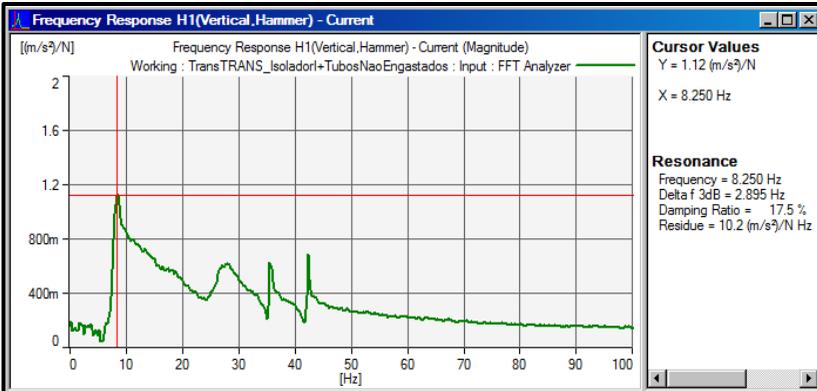


Figura 29 – FRF do modo de translação transversal.

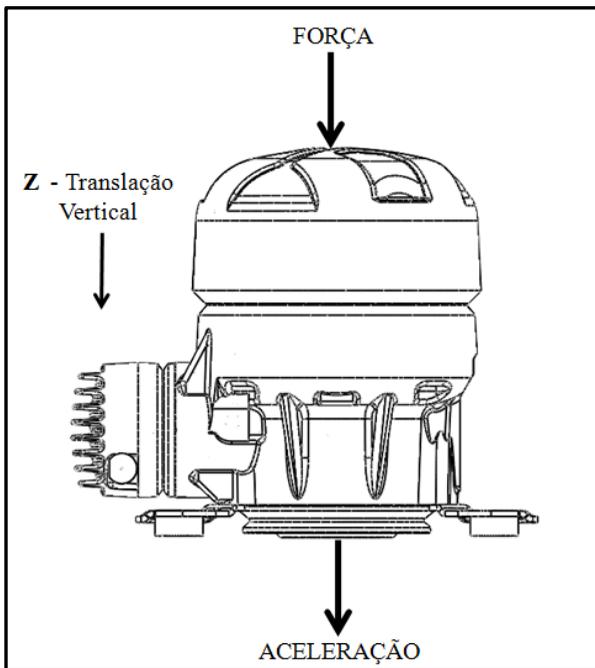


Figura 30 – Metodologia para obtenção do modo de translação vertical.

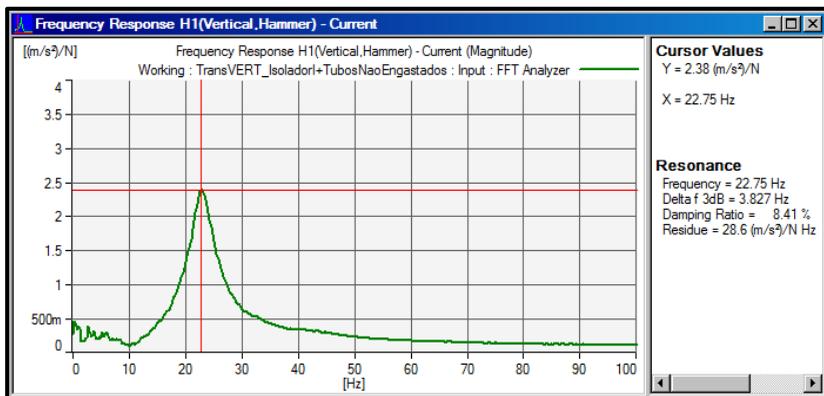


Figura 31 – FRF do modo de translação vertical.

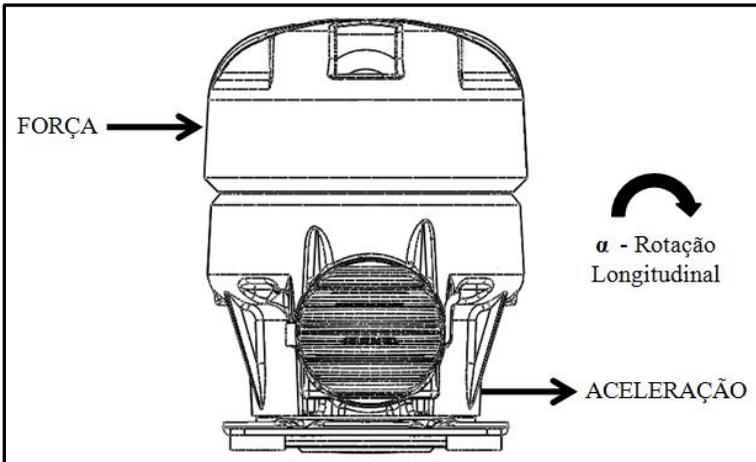


Figura 32 – Metodologia para obtenção do modo de rotação longitudinal.

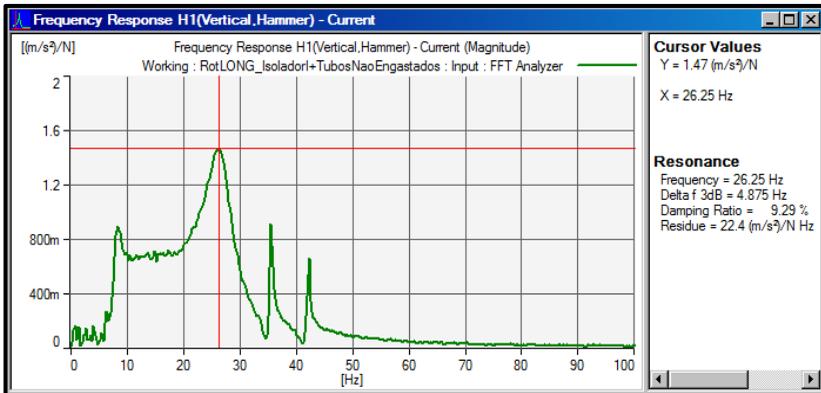


Figura 33 – FRF do modo de rotação longitudinal.

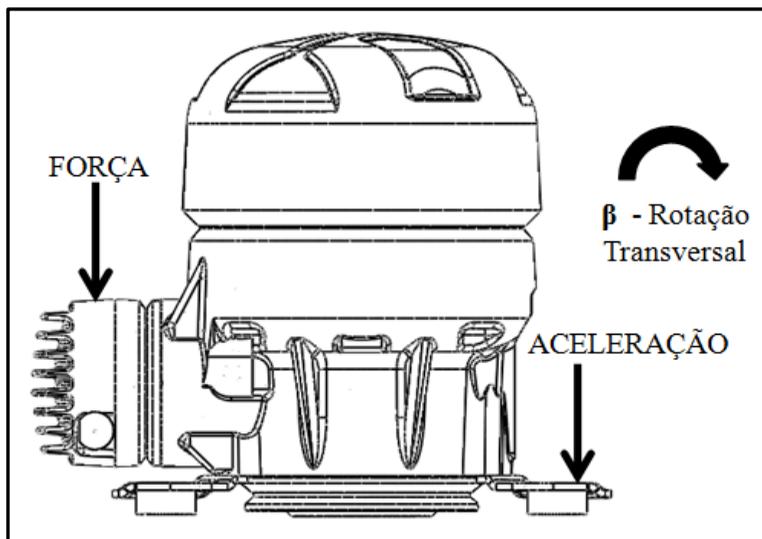


Figura 34 – Metodologia para obtenção do modo de rotação transversal.

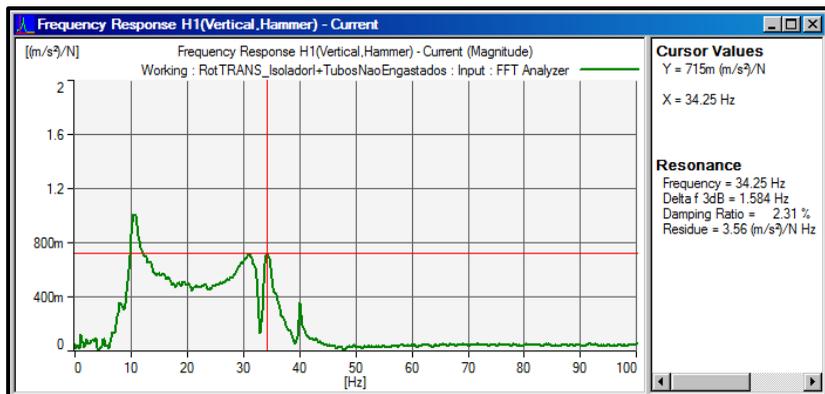


Figura 35 – FRF do modo de rotação transversal.

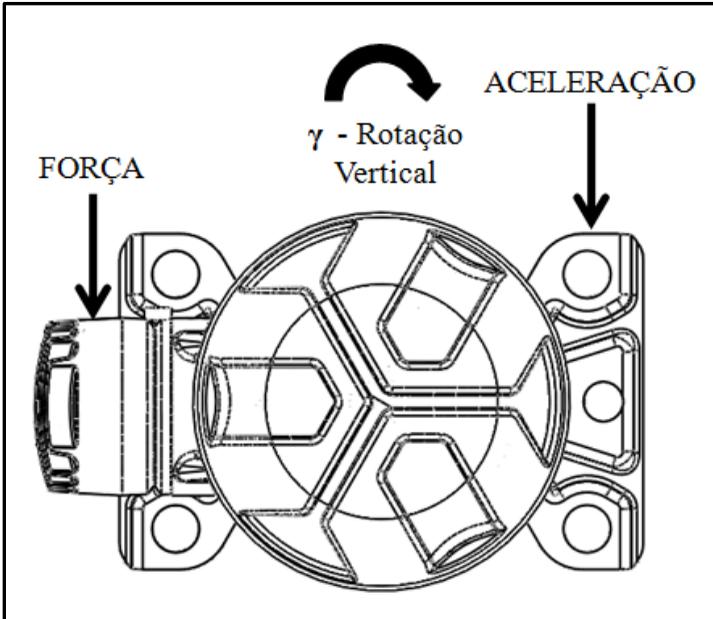


Figura 36 – Metodologia para obtenção do modo de rotação vertical.

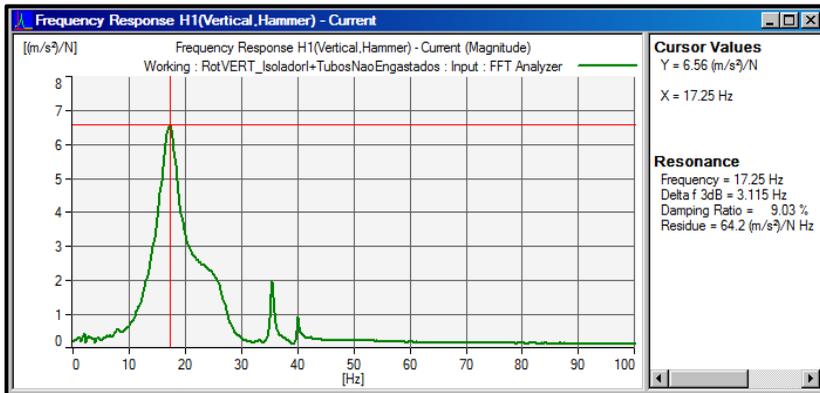


Figura 37 – FRF do modo de rotação vertical.

3.3.1.3 Modelo e extração dos parâmetros do isolador

Como mencionado anteriormente, os isoladores são caracterizados por aplicar efeitos elásticos e dissipativos o que, portanto, os caracteriza por molas e amortecedores configurados em paralelo. A rigidez é dada pela resistência à deformação do isolador, proporcionada pelas características do material e sua geometria, e seu consequente amortecimento, proporcionado pelo mecanismo interno de dissipação do material. Como mencionado no Tópico 2.2.2 da revisão bibliográfica, tanto a rigidez quanto o amortecimento dos isoladores podem ser normalmente representados por componentes atuando apenas nas três direções principais translacionais de movimento X, Y e Z.

Na sequência é apresentada a metodologia utilizada para obtenção dos parâmetros de rigidez k e amortecimento b para as direções vertical (Z) e transversal (X ou Y) do isolador. Estes valores serão utilizados como informação de entrada nas simulações multicorpos, FEM e nas análises modais numéricas. Vale lembrar que, pela própria simetria do isolador, a rigidez transversal é a mesma para as direções X e Y.

O equacionamento adotado para o cálculo das frequências naturais foi aquele apresentado no Tópico 2.2.5 da revisão bibliográfica. Esta formulação considera de que há três planos de simetria no sistema formado pelo corpo rígido, representado por seu CG, com os isoladores que estão posicionados equidistantes e não inclinados. A Figura 18 mostra que, na prática, há apenas um plano de simetria no sistema formado pelo compressor montado sobre os quatro isoladores. Portanto, a utilização do equacionamento que considera três planos de simetria visa apenas aproximar os valores de rigidez.

Para obter valores de rigidez mais próximos da realidade foram executadas análises modais numéricas onde foram realizados ajustes marginais nas propriedades dos isoladores. Isto tem o objetivo de corrigir o erro promovido pelas simplificações do equacionamento. O processo foi feito com uma primeira simulação utilizando os dados inicialmente calculados com a formulação de três planos de simetria. Na sequência, foram realizadas correções nos valores de rigidez, aproximando os valores das frequências naturais numéricas das experimentais. Isto permitiu conceber um modelo matemático mais próximo da realidade física.

Por serem pequenos comparados ao compressor, foi considerado que o centro elástico do isolador, local onde os parâmetros de rigidez e

amortecimento são aplicados, está localizado no contato entre o isolador e a placa-base do compressor. Para o amortecimento, será adotado o modelo de amortecimento viscoso, em substituição ao modelo de amortecimento interno, simplificando os cálculos sem detrimento da qualidade dos resultados.

3.3.1.3.1 Parâmetros axiais

A Figura 38 ilustra o modelo utilizado para representar o isolador dentro do contexto da vibração do grau de liberdade correspondente à sua rigidez axial. Como as quatro molas e amortecedores estão em paralelo, a rigidez e o amortecimento total equivalente é a soma das propriedades de cada isolador, considerando que os isoladores têm propriedades iguais. Para obtenção da rigidez k_z utiliza-se a equação abaixo, apresentada anteriormente no Tópico 2.2.5 da revisão bibliográfica:

$$f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum k_z}{m}} \quad (3.3)$$

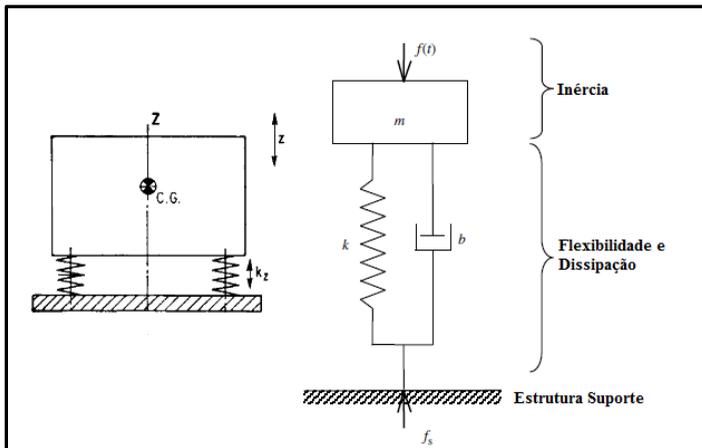


Figura 38 – Obtenção das propriedades mecânicas axiais do isolador.

Para obtenção de f_z e conseqüentemente de k_z , utilizou-se de impactar o compressor como mostrado na Figura 39. Neste experimento foi utilizado um martelo de impacto *B&K modelo 8202* com um sensor

de força *PCB*, do tipo *ICP* e modelo *208C02*. Para favorecer a excitação em baixas frequências, região dos modos de corpo rígido, foi utilizada uma ponteira de borracha no martelo. A medição de vibração foi realizada com um acelerômetro *B&K*, do tipo *ICP* e modelo *4397*. O analisador de sinais utilizado foi um *B&K 3050-B-060* com 6 canais.

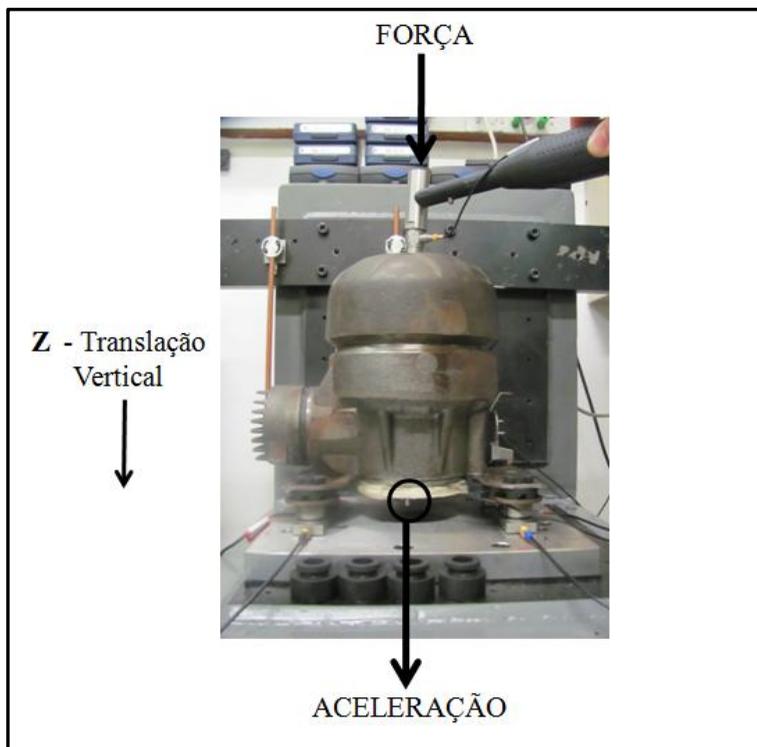


Figura 39 – Impactação para obtenção da rigidez axial.

A impactação produz um impulso que excita a faixa de frequências dos modos de corpo rígido do compressor montado sobre os isoladores. A Figura 40 apresenta uma curva típica do sinal de força aplicado pelo martelo no domínio da frequência. Verifica-se uma entrada praticamente plana para a região de frequência de interesse.

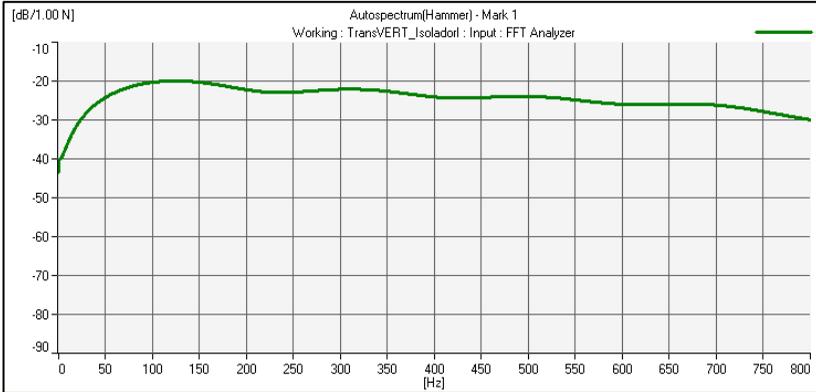


Figura 40 – Caracterização do sinal aplicado pelo martelo.

Devido à maneira como força e aceleração são aplicados e medidos, é favorecido que o modo translacional em Z seja dominante. A análise da função resposta em frequência, FRF, que relaciona o sinal medido no acelerômetro com a força medida no martelo, fornece o valor da frequência do modo excitado, permitindo assim que o valor da rigidez seja calculado.

A Figura 41 apresenta a FRF da impactação vertical e sua consequente curva de coerência, onde o pico da curva representa o modo translacional vertical Z. A análise da curva de coerência indica, pela sua proximidade à unidade ao longo do espectro, que há forte correlação entre força e aceleração o que, portanto, corrobora com a qualidade dos resultados experimentais obtidos.

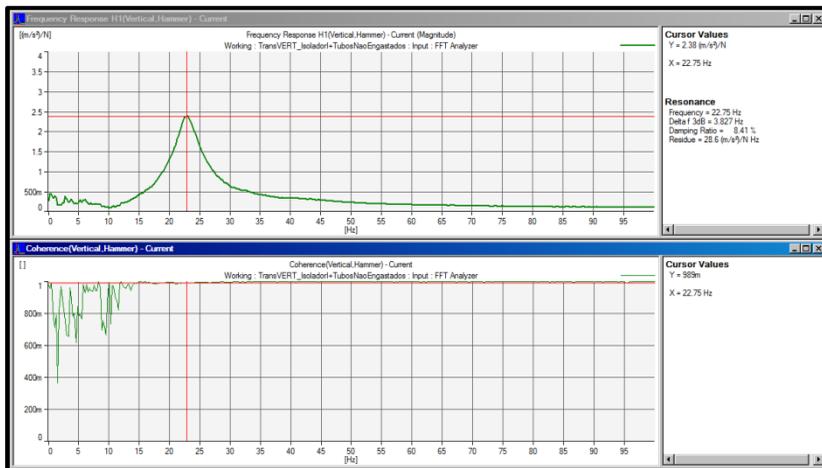


Figura 41 – FRF da impactação vertical e coerência do sinal.

A FRF apresentada na Figura 41 permite também que o valor do amortecimento modal seja calculado. O cálculo foi feito através do método da banda de meia potência, apresentado no Tópico 2.4 da revisão bibliográfica. A Equação (2.97), reescrita aqui, fornece o valor da taxa de amortecimento ξ :

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{\Delta\omega}{\omega_n} \quad (3.4)$$

Determinado o valor de ξ , obtém-se o valor da constante de amortecimento b através da Equação (3.5) a seguir:

$$\xi = \frac{b}{2\sqrt{km}} \quad (3.5)$$

3.3.1.3.2 Parâmetros transversais

O procedimento para obtenção das propriedades transversais tem o mesmo conceito e instrumentos do que foi realizado para obter as propriedades axiais. Isto significa realizar a impactação, favorecendo um modo de vibração em que a rigidez transversal é solicitada, obtendo assim os valores de rigidez e amortecimento transversais. Obtida a FRF do modo, utiliza-se um adequado equacionamento analítico para o cálculo dos parâmetros.

O modo escolhido foi aquele representado pela Figura 42 que descreve o movimento de rotação em torno de eixo vertical Z. A escolha do modo vertical de rotação para obtenção da rigidez transversal se deve ao fato de que dois planos de simetria já garantem que esse modo está desacoplado. Isto possibilita uma simplificação da equação que define o valor da frequência respectiva a esse modo. Assim, a Equação (2.78), definida na revisão bibliográfica e reescrita abaixo, fornece um valor de rigidez transversal mais próximo da realidade. Os outros modos, também definidos pela rigidez transversal, poderiam ser utilizados nos cálculos, porém, somente estão desacoplados com três planos de simetria. É prudente, portanto, utilizar para os cálculos um modo que necessite da presença de apenas dois planos de simetria para estar desacoplado.

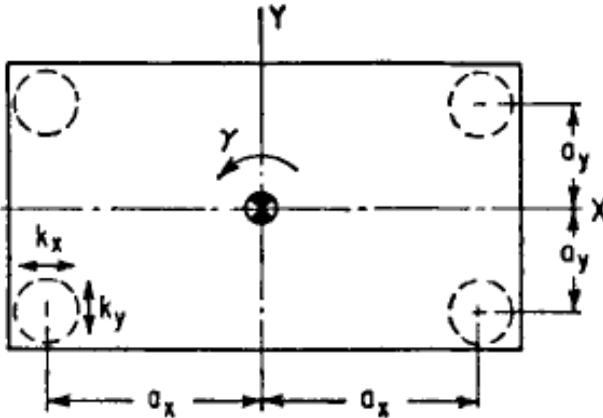


Figura 42 – Obtenção das propriedades mecânicas transversais do isolador.

Para obtenção de f_y e conseqüentemente da rigidez transversal k_t , utilizou-se de impactar o compressor como mostrado na Figura 43. A equação a utilizar é a Equação (2.78) reproduzida a seguir:

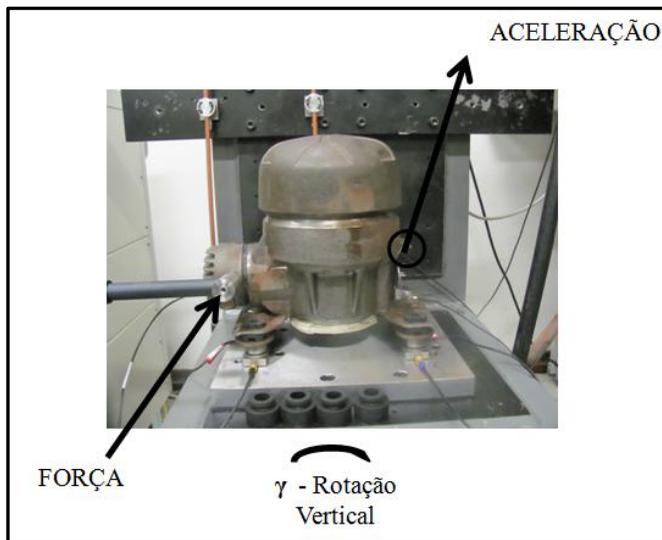


Figura 43 – Impactação para obtenção da rigidez transversal.

$$f_Y = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum(k_x a_y^2 + k_y a_x^2)}{I_{zz}}} \quad (3.6)$$

Como dito anteriormente, o isolador é simétrico sendo, portanto, k_x igual a k_y . Assim a rigidez transversal k_t é obtida pela transformação algébrica da equação apresentada acima como:

$$k_t = \frac{I_{zz} \pi^2 f_Y^2}{(a_x^2 + a_y^2)} \quad (3.7)$$

O cálculo do amortecimento transversal é similar ao realizado no cálculo axial onde também foi considerado que os amortecedores estão em paralelo e que o total é dividido por quatro.

3.3.2 Caracterização dos tubos e obtenção de suas propriedades

Na prática, cada sistema de refrigeração possui seu próprio arranjo de tubos de sucção e descarga. As rigidezes e as ressonâncias das tubulações são fatores determinantes para o quanto de esforço vibrante é transmitido do compressor para o sistema de refrigeração.

Com o propósito de emular diferentes possibilidades que podem acontecer na aplicação do compressor no sistema, foram estudados tubos com diferentes níveis de rigidez. A Figura 44 apresenta e identifica os tubos de descarga estudados. O tubo nomeado GEOMETRIA I é caracterizado por ser o mais rígido, os tubos GEOMETRIA II e III têm rigidezes intermediárias e o tubo GEOMETRIA IV é o mais flexível. Os tubos de sucção têm formas e rigidezes similares aos propostos para a descarga. A variação de rigidez foi obtida unicamente através de alterações geométricas na área da seção transversal ou no comprimento dos tubos. O material é o mesmo para todos, no caso cobre.

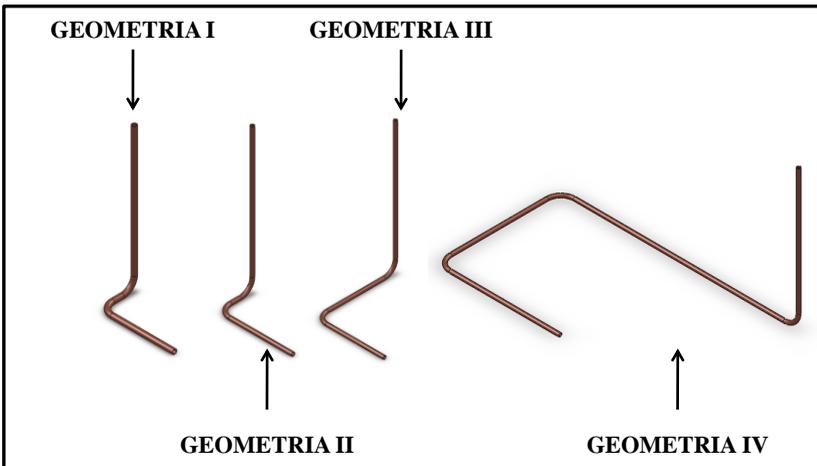


Figura 44 – Identificação dos tubos.

Para permitir a modelagem dos tubos de cobre simulados utilizou-se de impactá-los da mesma maneira como efetuado para os isoladores. Isto significou gerar uma excitação na região espectral dos primeiros modos de vibração dos tubos com um martelo instrumentado e medir a vibração resultante com um acelerômetro. O objetivo foi obter o valor do primeiro modo de vibração da geometria e das condições de contorno reais impostas à tubulação. As condições de contorno impostas ao experimento visaram aproximar o que é verificado na aplicação prática, onde normalmente os tubos são engastados na carcaça do compressor e na conexão com o sistema de refrigeração. O engaste junto à carcaça do compressor foi proporcionado por uma ligação soldada e na conexão com o sistema de refrigeração, substituído no experimento por uma bancada de testes rígida, por um sistema de aparafusamento. A

Figura 45 apresenta o experimento realizado para obtenção das FRF's dos tubos e consequentemente dos valores dos seus primeiros modos de vibração. Para instrumentação, foi utilizado o mesmo acelerômetro do processo para obtenção dos modos de corpo rígido, porém com um martelo menor. A impactação foi realizada com o martelo da *B&K modelo 8203*, com ponteira metálica para favorecer as altas frequências, faixa das frequências naturais dos tubos experimentados. Como o transdutor de força deste martelo não é ICP, ou seja, fornece valores de carga, foi necessário utilizar o conversor *B&K modelo 2647* para converter carga em tensão. O analisador de sinais foi o mesmo utilizado na impactação do compressor, um *B&K 3050-B-060* de 6 canais.

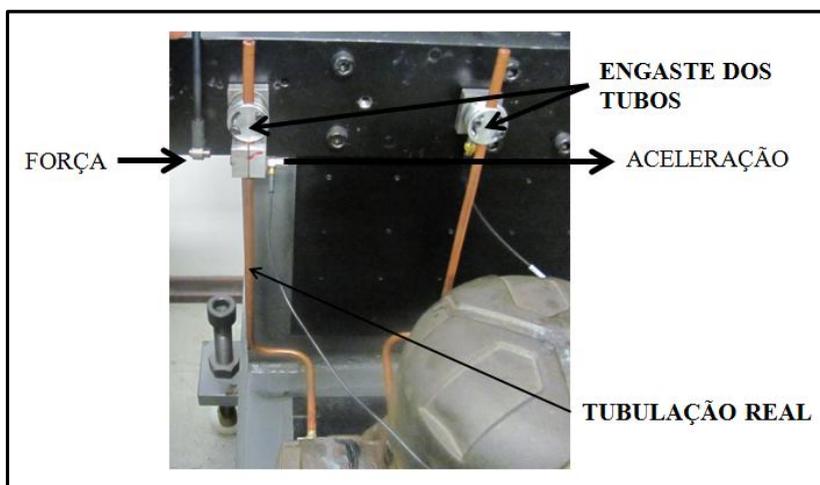


Figura 45 – Impactação da tubulação real.

Foram realizadas na sequência análises modais numéricas com o intuito de obter os valores dos primeiros modos de vibração dos tubos. Foram aplicadas ao modelo juntas fixas, onde o perfeito engaste nas duas extremidades da tubulação aproxima-se com as condições de contorno do experimento. O objetivo é ter o módulo de elasticidade ajustado, aproximando a realidade física do modelo virtual, através da equivalência numérico-experimental do valor do primeiro modo de vibração do tubo. A Figura 46 apresenta as FRF's produzidas pela impactação dos tubos de sucção e descarga e uma curva de coerência típica do ensaio. A impactação foi realizada nos tubos de GEOMETRIA I, tubos estes utilizados nos testes onde a força transmitida pela tubulação foi determinada experimentalmente. São também

apresentadas as figuras do primeiro modo de vibração da análise modal numérica de cada tubo, onde o módulo de elasticidade já tinha sido ajustado para 187 GPa.

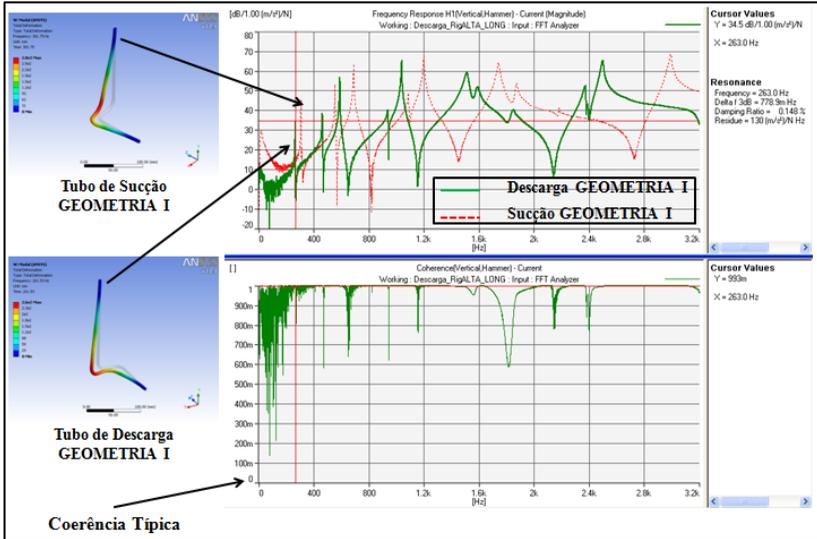


Figura 46 – Obtenção do módulo de elasticidade ajustado dos tubos.

Vale ressaltar que foi utilizado, em todas as simulações de tubulação presentes no trabalho, um coeficiente de Poisson de 0,34, valor típico encontrado em ligas de cobre. A densidade de 9.333 kg/m^3 foi obtida através da divisão da massa real medida pelo volume virtual do modelo.

Foram realizadas análises estáticas para obtenção das rigidezes translacionais dos tubos onde o propósito foi promover uma diferença gradual entre os níveis de rigidez, emulando assim diferentes possibilidades práticas de aplicação. Outra finalidade foi tentar promover valores de rigidez próximos entre as direções, não favorecendo assim demasiadamente uma direção em detrimento de outra. A Figura 47 apresenta a malha FEM e as figuras representativas da análise estática realizada para cada direção. Foi aplicado um deslocamento unidirecional em cada análise, sendo a rigidez determinada pela divisão da força de reação produzida no engaste pelo deslocamento aplicado.

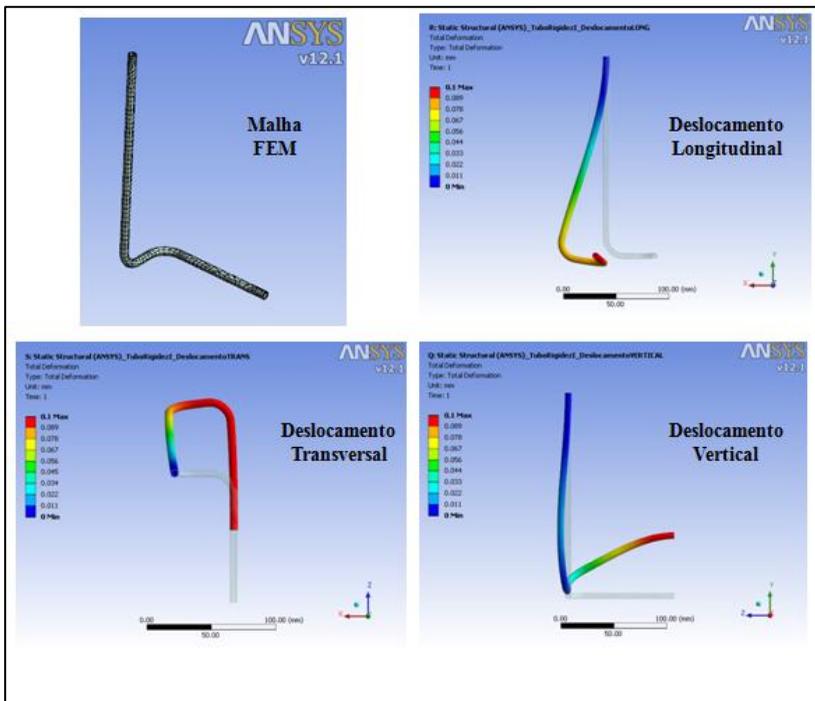


Figura 47 – Análise estática da tubulação para obtenção da rigidez.

Os valores das rigidezes dos tubos de descarga e sucção estão sumarizados nos gráficos das Figuras 48 e 49 respectivamente. Estes valores foram obtidos através da aplicação da lei de Hooke, onde força é igual ao produto da rigidez pelo deslocamento. A rigidez foi obtida com a divisão entre a força de reação produzida no engaste e o deslocamento estático unitário aplicado na outra extremidade do tubo. As rigidezes variam entre valores próximos a 100 N/m, tubos de GEOMETRIA IV, e valores próximos a 3.000 N/m, tubos de GEOMETRIA I. Os tubos de GEOMETRIA I têm um nível de rigidez da ordem de grandeza da rigidez transversal do isolador, 15.000 N/m, mas é relevantemente inferior à rigidez axial do mesmo, 82.500 N/m.

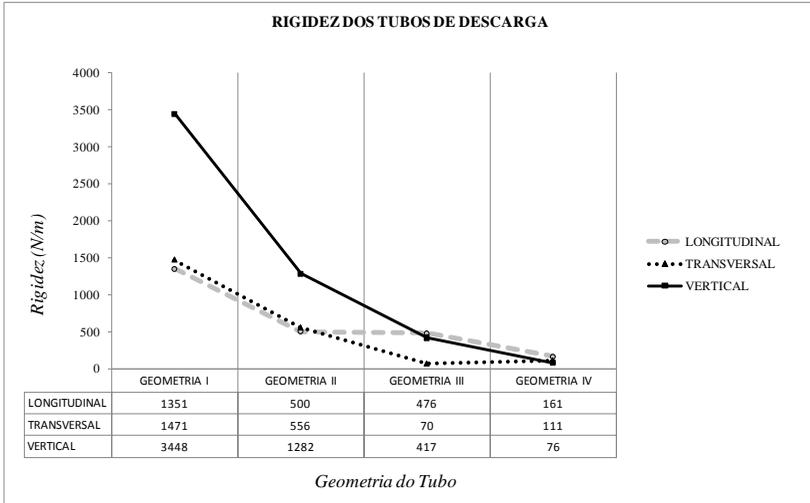


Figura 48 – Rigidezes dos tubos de descarga.

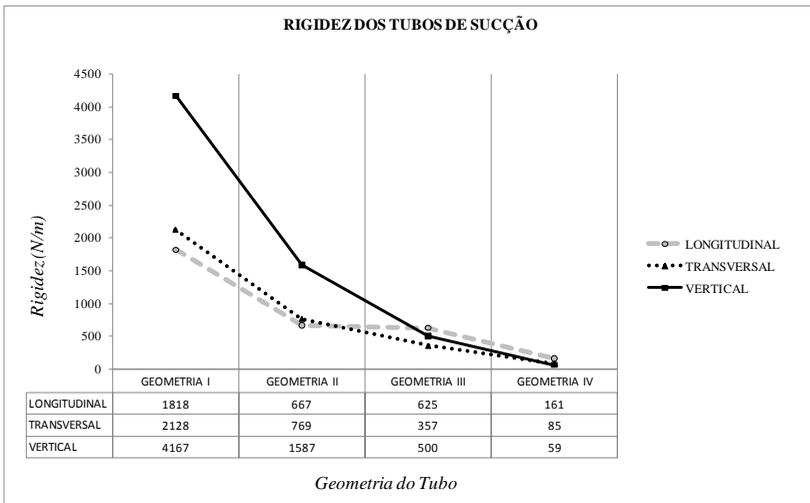


Figura 49 – Rigidezes dos tubos de sucção.

Os valores dos cinco primeiros modos de vibração de todos os níveis dos tubos de descarga e sucção estão sumarizados nos gráficos das Figuras 50 e 51 respectivamente. Estes valores foram obtidos através de análises modais numéricas, onde foram aplicadas as mesmas condições de contorno impostas no processo de obtenção do módulo de elasticidade. Vale lembrar que todas as simulações foram executadas

utilizando o módulo de elasticidade já ajustado, ou seja, 187 GPa. Os valores do primeiro modo de vibração variam entre 30 Hz, tubos de GEOMETRIA IV, e 300 Hz, tubos de GEOMETRIA I. Os tubos de GEOMETRIA III e IV possuem modos na região da frequência de funcionamento do compressor ou próximo aos primeiros harmônicos da mesma. Isto favorece a amplificação da força transmitida.

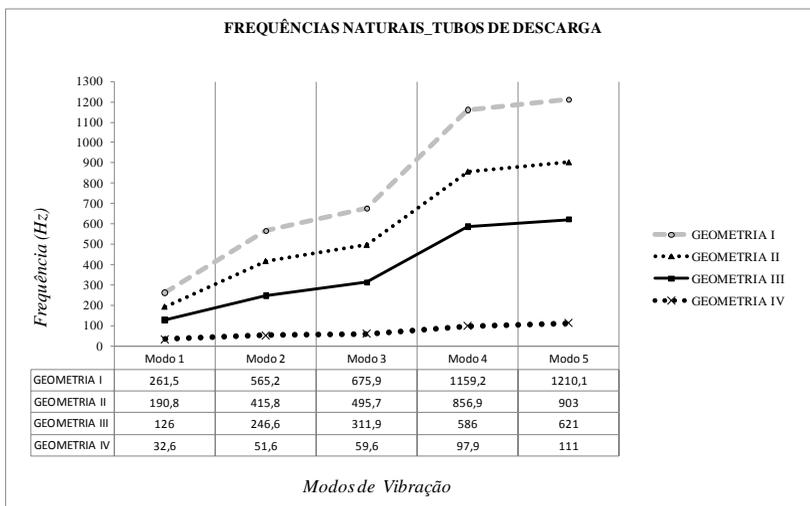


Figura 50 – Primeiras frequências naturais dos tubos de descarga.

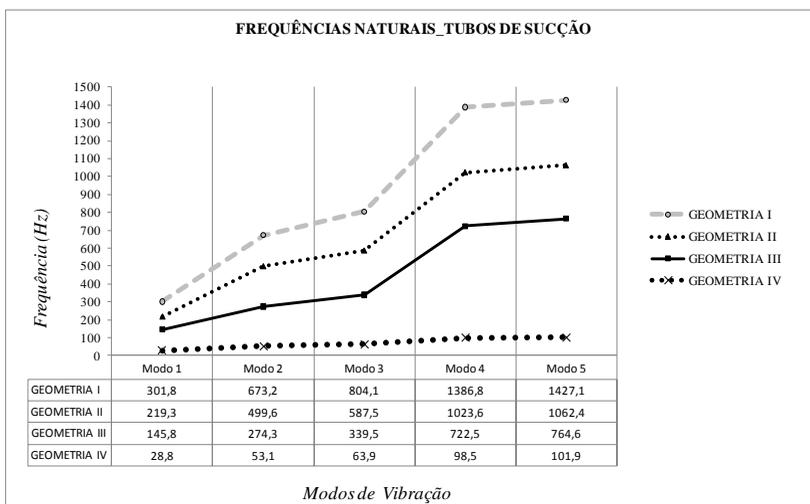


Figura 51 – Primeiras frequências naturais dos tubos de sucção.

3.4 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

A Figura 52 apresenta o fluxograma da metodologia utilizada para validação experimental dos valores de força e vibração.

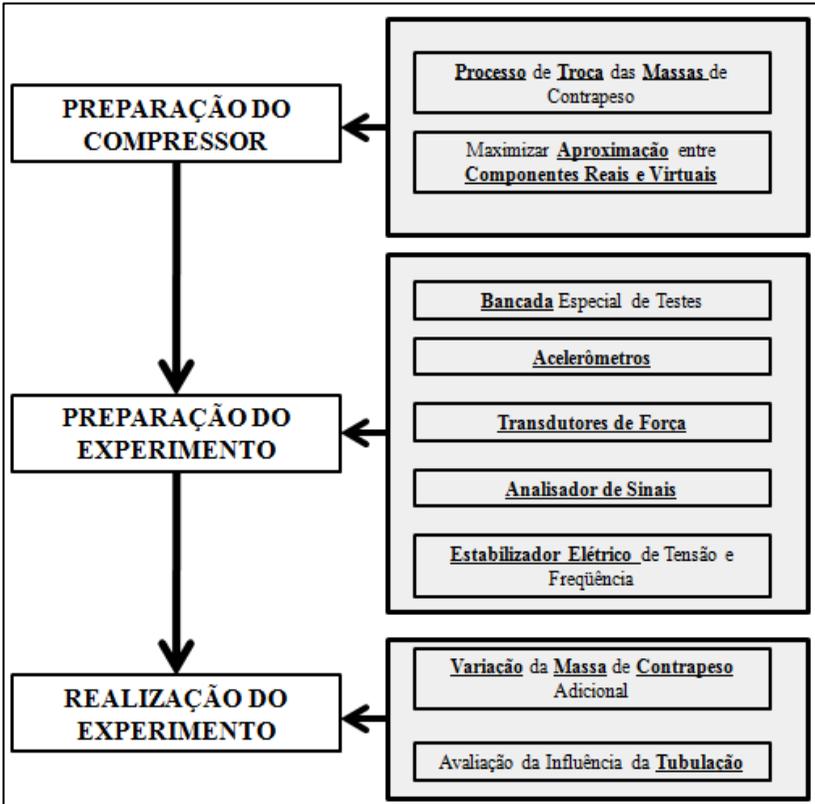


Figura 52 – Metodologia da validação experimental.

Inicialmente o compressor foi preparado para permitir a variação da massa de contrapeso e também maximizar a aproximação entre os componentes reais e virtuais. O eixo foi usinado para receber as massas de contrapeso adicionais. As massas adicionais foram confeccionadas em aço, com mesmo perfil geométrico e diferentes espessuras. A Figura 53 apresenta o processo de variação e as massas de contrapeso adicionais. A aproximação se deu pela usinagem das partes brutas do

eixo e uma prototipagem de qualidade das tubulações de sucção e descarga. A usinagem das partes brutas do eixo tem o objetivo de reduzir as altas tolerâncias de fabricação do mesmo, intrínsecas ao processo de fundição. Manter o eixo bruto potencializaria um alto desvio entre o real e o virtual, promovendo erros indesejados no confronto numérico-experimental.



Figura 53 – Processo para variação física da massa de contrapeso.

Estando o compressor preparado, o próximo passo foi montar a bancada experimental, mostrada na Figura 54. Uma bancada especial foi utilizada para suportar o compressor e permitir o engaste da tubulação. Para garantir a não oscilação da tensão e da frequência de alimentação foi utilizado um estabilizador elétrico que aplicou 100V e 60 Hz ao compressor.

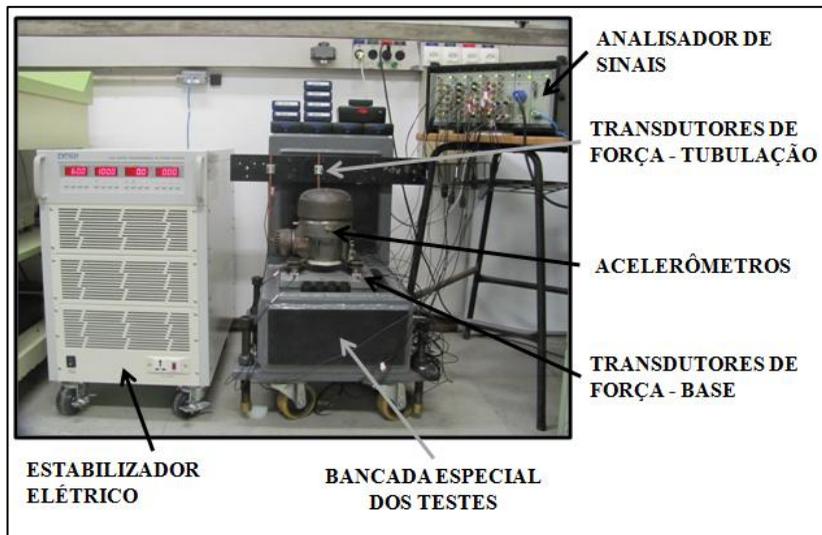


Figura 54 – Apresentação do experimento de medição de força e vibração.

Foi utilizado um analisador de sinais *B&K* de 28 canais com módulo de controle tipo 7536, módulo fonte tipo 2826 e módulos de aquisição do tipo 3032A, onde 26 canais foram utilizados para medir os sinais descritos pela Figura 55.

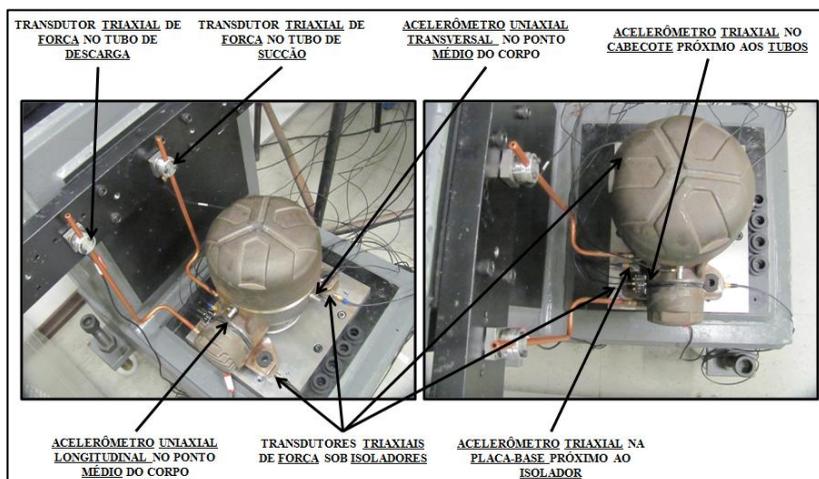


Figura 55 – Descrição dos transdutores do experimento.

Foram utilizados seis transdutores de força triaxiais da *PCB*, tipo *ICP* e modelo *260A01*, um para cada isolador e também um para cada tubo. Um acelerômetro triaxial *B&K*, tipo *ICP* e modelo *4520-004* mediu a vibração nas três direções na placa-base, próximo ao isolador 3. Outro acelerômetro triaxial *B&K*, de carga e modelo *4326* em conjunto com três conversores carga-tensão *B&K* modelo *2647*, mediu a vibração nas três direções no cabeçote, próximo aos tubos. Outros dois acelerômetros uniaxiais *B&K*, do tipo *ICP* e modelo *4397* mediram a vibração no centro geométrico do compressor nas direções longitudinal e transversal.

Os acelerômetros triaxiais na placa-base e nos tubos foram assim posicionados visando atendimento da norma *ARI 530-2005*. Esta norma estabelece condições de teste de ruído, vibração e pulsação para compressores utilizados em sistemas de refrigeração. Sobre os pontos de medição, a norma preconiza que a vibração deve ser tomada o mais próximo possível dos isoladores ou suportes. Adicionalmente, medições devem também ser executadas na carcaça ou corpo, próximo à localidade onde os tubos de sucção e descarga são conectados ao compressor. Sobre a direção da vibração, estabelece que devam ser consideradas três direções ortogonais em todos os pontos de medição. A Figura 56, retirada da própria norma, resume o que foi mencionado acima.

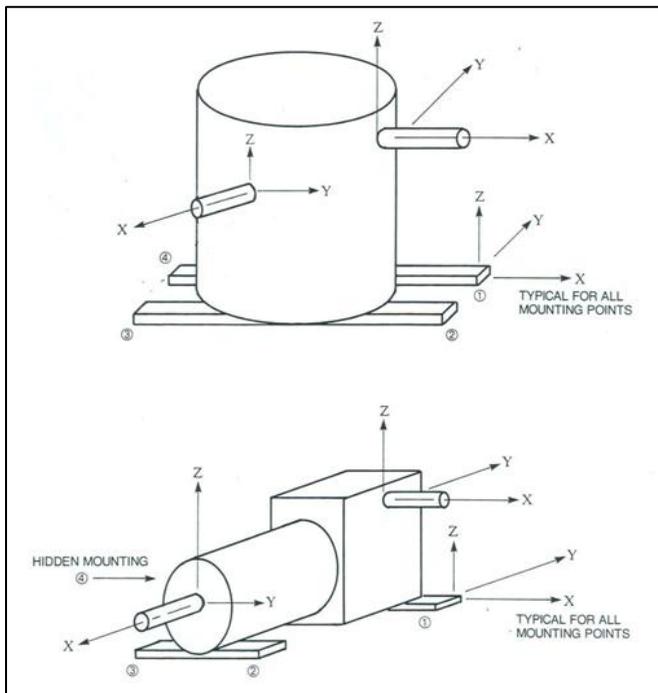


Figura 56 – Norma ARI 530-2005.

Como os tubos de sucção e descarga estão próximos, considerou-se apenas um transdutor de vibração, colocado entre os dois tubos. São similares os valores de vibração próxima a cada um dos isoladores, devido à quase simetria dos mesmos perante o CG do compressor. Assim apenas a medição próxima a um dos isoladores foi considerada. A colocação dos acelerômetros no centro geométrico da peça tem o objetivo de avaliar a possibilidade de determinar um balanceamento adequado em outro ponto de medição que não seja nas proximidades da base nem onde os tubos são conectados.

A realização do experimento considerou as situações 0 g, 4,4 g, 8,8 g e 13,2 g de massa adicional, colocada no contrapeso do eixo conforme descrito anteriormente. A influência da tubulação foi avaliada com todas as quatro situações de massa aplicadas, no caso com os tubos de GEOMETRIA I. As medições foram realizadas depois de assegurado o regime permanente de funcionamento do compressor, ou seja, não houve influência dos transientes de partida e parada.

A aquisição do sinal foi realizada até 400 Hz com 1600 linhas espectrais, resultando em um tempo de aquisição por amostra de 4 segundos e 0,25 Hz de espaçamento entre frequências. Foi também utilizada a janela “Hanning” na aquisição dos sinais medidos. Para uma melhor qualidade e robustez, cada medição é resultado da média de 20 amostras de cada configuração experimentada. Foi utilizado um filtro passa alta de 22,4 Hz, evitando que vibrações de baixa frequência provindas do piso interferissem no experimento. Essas vibrações são comuns em ambientes fabris, onde as prensas utilizadas no processo de estampagem produzem oscilações de baixa frequência no solo. Todos os experimentos foram realizados no laboratório de vibrações e acústica da EMBRACO/Joinville, localizado nas cercanias da linha de produção, portanto, é prudente tal preocupação. Vale ressaltar que este filtro somente foi utilizado nas medições de força e vibração do compressor em funcionamento, ou seja, quando as frequências dominantes eram 60 Hz e seus primeiros harmônicos. A Figura 57 abaixo ilustra uma FFT típica, onde o sinal de um transdutor de força triaxial presente na base foi processado.

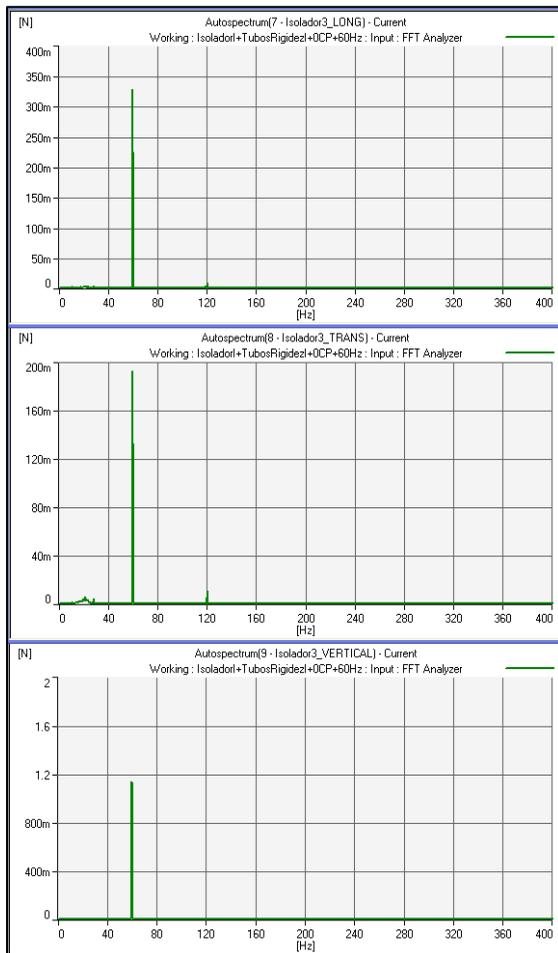


Figura 57 – FFT típica do sinal processado.

3.5 PROCESSAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS

Para o processamento virtual, sensores foram colocados em pontos de interesse, em ambos os modelos, para obtenção dos valores de vibração, medida em mm/s nas direções longitudinal, transversal e vertical. A utilização de velocidade em mm/s para quantificar a vibração se deve ao fato de ser esta grandeza normalmente utilizada para avaliar

compressores. As forças transmitidas para a placa-base do sistema de refrigeração foram determinadas pelo esforço passante nas molas e amortecedores que simulam os isoladores. Para os tubos, foram capturadas as forças de reação nas três direções principais.

Tanto força quanto vibração foram obtidas para todo o intervalo de tempo da análise e em todos os passos temporais. Entretanto, para o cálculo RMS, foi utilizado um intervalo representativo do final da simulação, onde os efeitos transitórios da partida do compressor já haviam sido amortecidos pelos isoladores. Na análise multicorpos foram utilizados os últimos 0,5 segundos de análise e na análise FEM os últimos 0,125 segundos. O mesmo vale para o processamento dos esforços de força e momento no mecanismo.

Como pode ser visualizado na Figura 58, os modelos computacionais dissociam a força transmitida pelos isoladores, composta por esforços de natureza elástica e dissipativa. Assim, a força total f_s recebida pela estrutura suporte, sob cada isolador e direção, é a soma das forças da mola e do amortecedor específicos de cada isolador e direção.

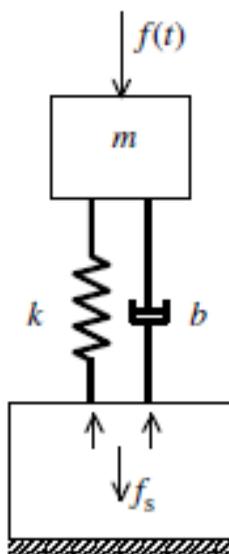


Figura 58 – Força total transferida à estrutura suporte.

A Figura 59 demonstra o cálculo e o resultado da soma no tempo das forças de mola e amortecedor, onde, para o isolador estudado, verifica-se que a força total é comandada pela força da mola.

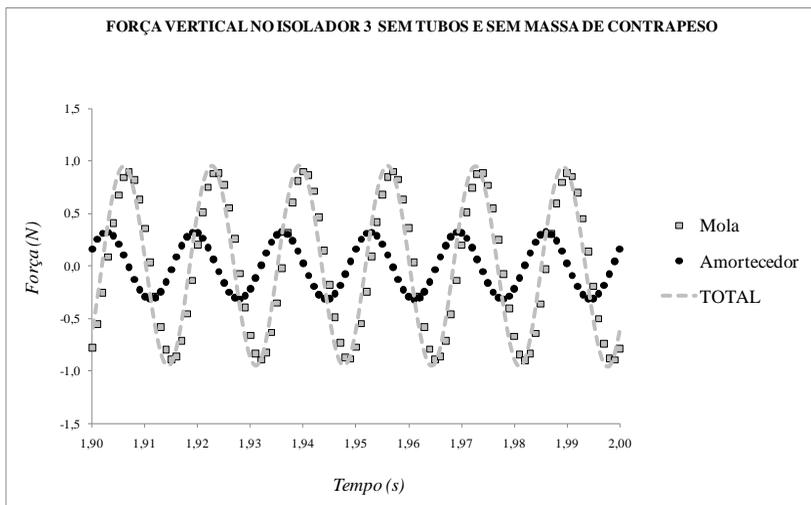


Figura 59 – Cálculo da força total transferida pelos isoladores.

Com a força transmitida por cada isolador determinada, o próximo passo foi o de calcular a força resultante transmitida por todos os isoladores. Este procedimento visa determinar o total de força que é transmitido para a placa-base do sistema de refrigeração. A importância deste cálculo será demonstrada no tópico de resultados, já que as componentes verticais da força de cada isolador não estão em fase. Este processamento do sinal foi também executado experimentalmente, através da soma prévia no tempo das forças instantâneas transmitidas por cada direção. Na sequência, tendo o total RMS do efeito dos quatro isoladores em cada direção, foi realizado o cálculo da força total resultante única transmitida para a base.

4. RESULTADOS

A apresentação dos resultados é dividida em duas partes. A primeira valida os modelos através:

- Do comparativo analítico-numérico-experimental dos modos de corpo rígido sem a presença da tubulação e numérico-experimental com a tubulação de GEOMETRIA I;
- Do comparativo analítico-numérico das forças transferidas ao mecanismo;
- Do comparativo numérico-experimental dos valores de vibração e das forças transmitidas no modelo multicorpos;
- Do comparativo numérico-experimental dos valores de vibração e das forças transmitidas no modelo FEM;

A segunda parte visa realizar uma análise sobre os resultados, principalmente no que diz respeito à minimização dos esforços transmitidos ao sistema de refrigeração.

4.1 VALIDAÇÃO DOS MODELOS

4.1.1 Modos de corpo rígido

4.1.1.1 Sem tubos

O comparativo dos valores das frequências dos modos de corpo rígido sem tubulação é sumarizado na Tabela 1. A Figura 60 apresenta os seis modos de vibração desta configuração.

Tabela 1- Modos de corpo rígido sem tubos.

MODO	FREQUÊNCIAS NATURAIS (Hz)		
	ANALÍTICO	NUMÉRICO	EXPERIMENTAL
TRANSLAÇÃO LONGITUDINAL	10,6	9,50	10,5
TRANSLAÇÃO TRANSVERSAL	10,6	7,90	8,25
TRANSLAÇÃO VERTICAL	22,9	22,3	22,8
ROTAÇÃO LONGITUDINAL	24,4	26,5	26,3
ROTAÇÃO TRANSVERSAL	30,6	33,1	34,3
ROTAÇÃO VERTICAL	17,6	17,8	17,3

Diante da proximidade dos valores numérico e experimental, verifica-se a validade do modelo quanto às propriedades do isolador e as características inerciais e geométricas do compressor. Apesar dos maiores desvios ocasionados pela simplificação das equações, os valores analíticos se apresentam próximos à realidade, mostrando-se úteis para estimar os valores das frequências naturais de corpo rígido.

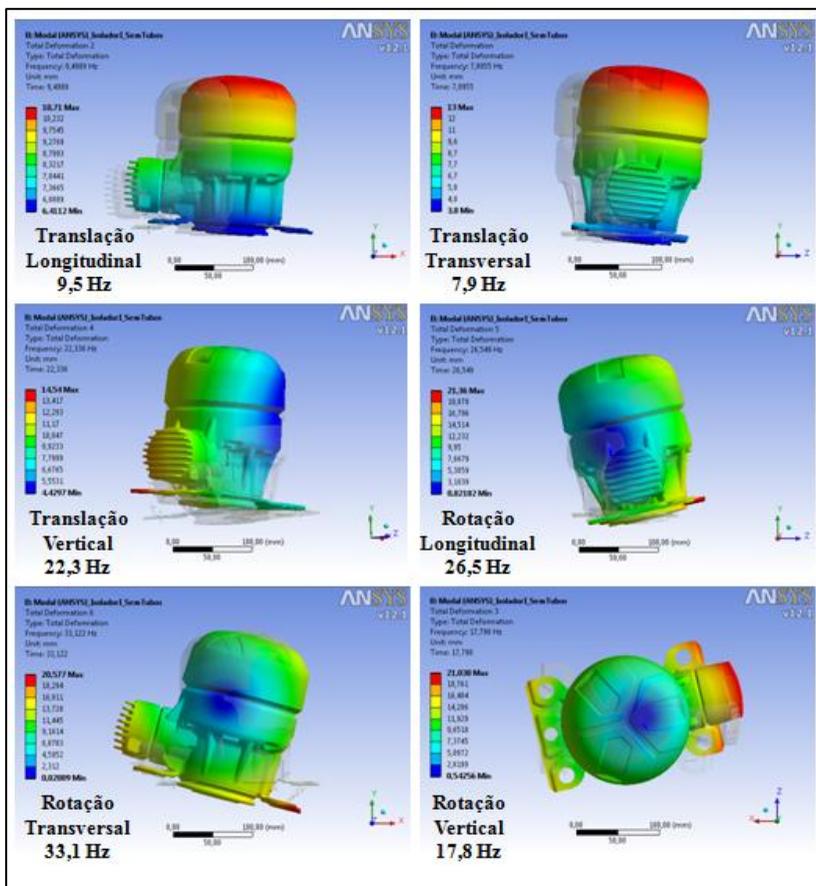


Figura 60 – Modos de corpo rígido sem tubos.

4.1.1.2 Com tubos de GEOMETRIA I

O comparativo dos valores das frequências dos modos de corpo rígido com a tubulação de GEOMETRIA I é sumarizado na Tabela 2. A Figura 61 apresenta os seis modos de vibração desta configuração.

Tabela 2 - Modos de corpo rígido com os tubos de GEOMETRIA I.

MODO	FREQUÊNCIAS NATURAIS (Hz)	
	NUMÉRICO	EXPERIMENTAL
TRANSLAÇÃO LONGITUDINAL	10,9	11,3
TRANSLAÇÃO TRANSVERSAL	10,1	9,75
TRANSLAÇÃO VERTICAL	25,3	23,8
ROTAÇÃO LONGITUDINAL	33,1	31,0
ROTAÇÃO TRANSVERSAL	39,9	41,5
ROTAÇÃO VERTICAL	23,8	21,0

Diante da proximidade dos valores numérico e experimental, verifica-se a validade do modelo quanto às propriedades dos tubos. Não foram apresentados resultados analíticos já que não há equacionamento trivial para esta configuração.

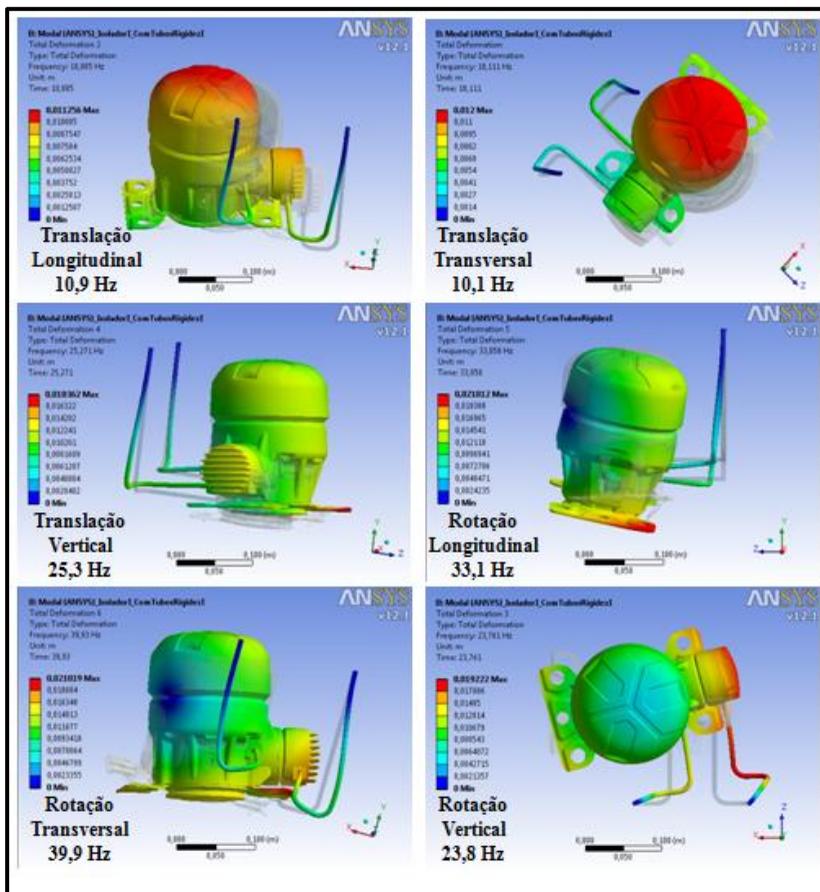


Figura 61 – Modos de corpo rígido com os tubos de GEOMETRIA I.

4.1.2 Modelos multicorpos

4.1.2.1 Esforços dinâmicos transferidos ao mancal

As Figuras 62 e 63 apresentam, respectivamente, o comparativo analítico-numérico das forças longitudinal e transversal transferidas ao mancal. Apesar das simplificações nas Equações (3.1) e (3.2) analíticas,

verifica-se uma forte correlação entre os resultados, permitindo validar as forças geradas numericamente pelo mecanismo recíproco.

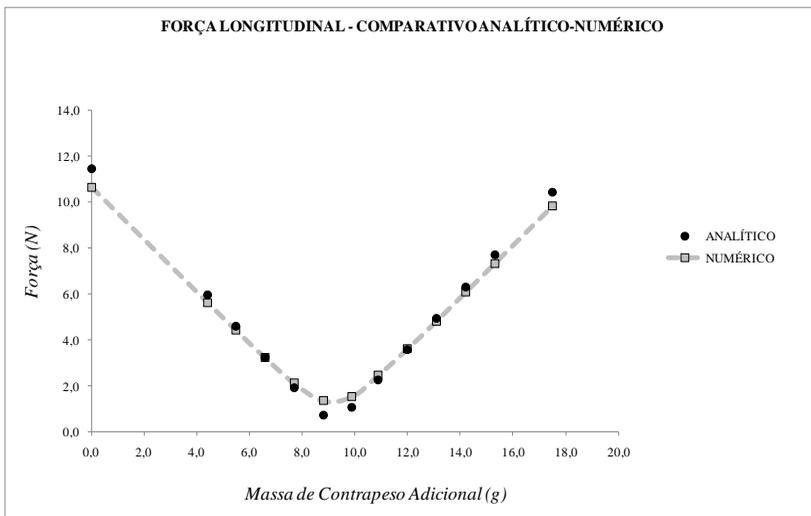


Figura 62 – Comparativo analítico-numérico da força longitudinal.

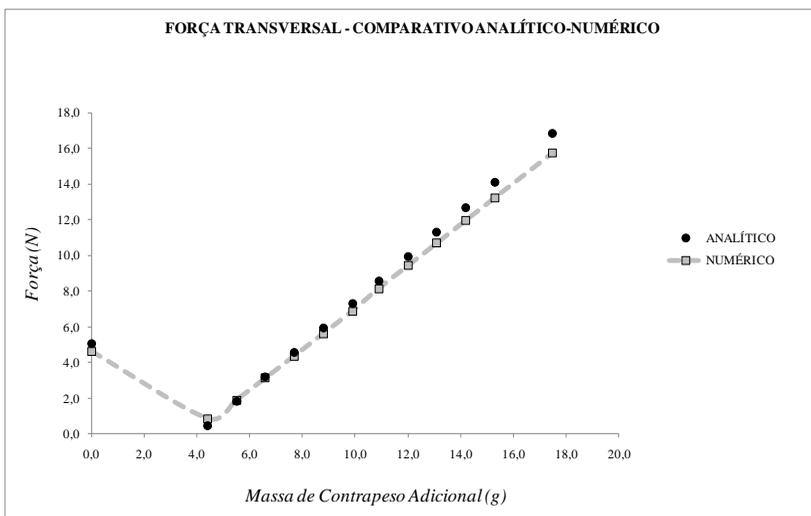


Figura 63 – Comparativo analítico-numérico da força transversal.

Resultantes do modelo multicorpos, as Figuras 64 e 65 apresentam, respectivamente, as forças e momentos, transmitidos pelo

eixo do mecanismo recíproco ao mancal. Vale lembrar que a resultante da força longitudinal provoca o momento transversal e que a resultante da força transversal provoca o momento longitudinal.

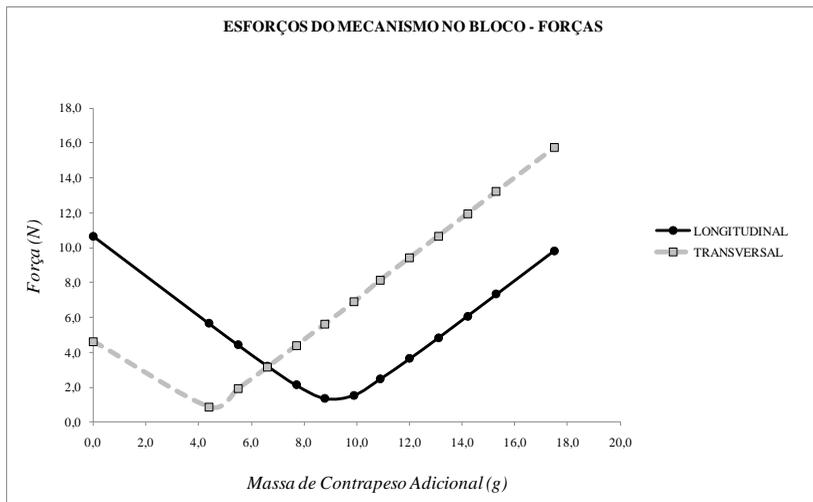


Figura 64 – Forças transmitidas pelo mecanismo recíproco ao mancal.

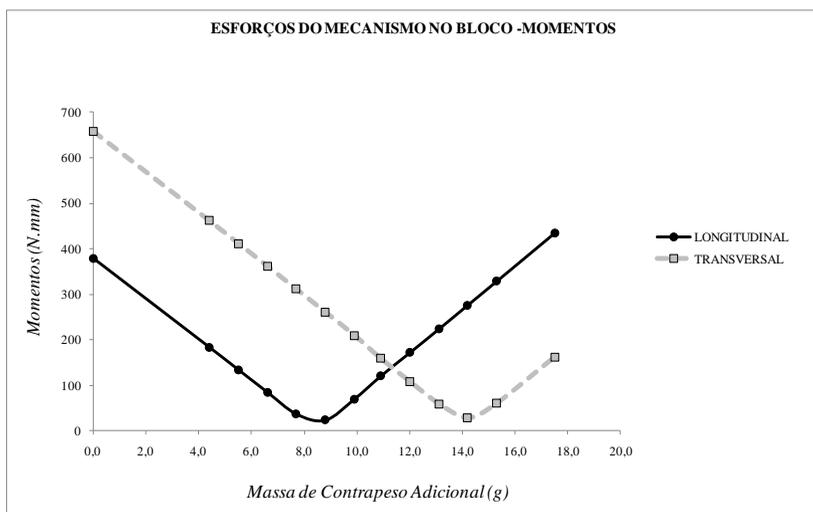


Figura 65 – Momentos transmitidos pelo mecanismo recíproco ao mancal.

Verifica-se que força e momento não são minimizados com a mesma massa de contrapeso. A Figura 66 demonstra porque isto ocorre.

As forças F_A e F_{CP} , força alternativa e do contrapeso do eixo respectivamente, não se encontram no mesmo plano de atuação. Assim, na quantidade de massa de contrapeso em que estas duas forças opostas são canceladas, o momento não é anulado. Neste caso, o momento é minimizado com uma quantidade maior de massa de contrapeso que a força que o provocou.

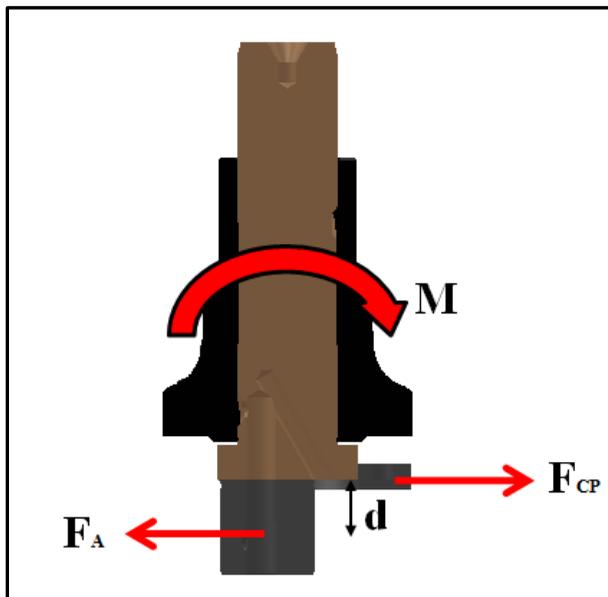


Figura 66 – Análise da geração de momento sobre o mancal.

4.1.2.2 Vibração na placa-base

As três figuras a seguir apresentam a validação do modelo para os valores de vibração na placa-base do compressor próximo ao isolador 3. Vale lembrar que todos os valores estão em RMS e os resultados experimentais compreendem a faixa de frequências de 22,4Hz até 400 Hz.

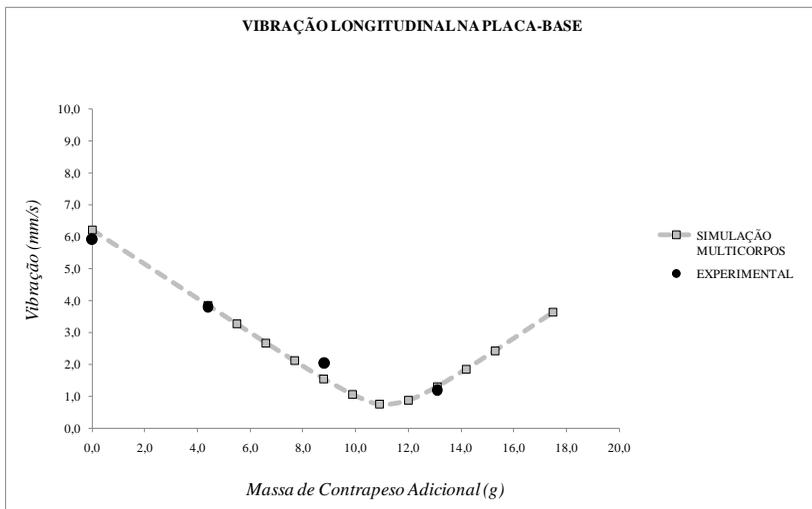


Figura 67 – Vibração longitudinal no isolador 3 do modelo multicorpos.

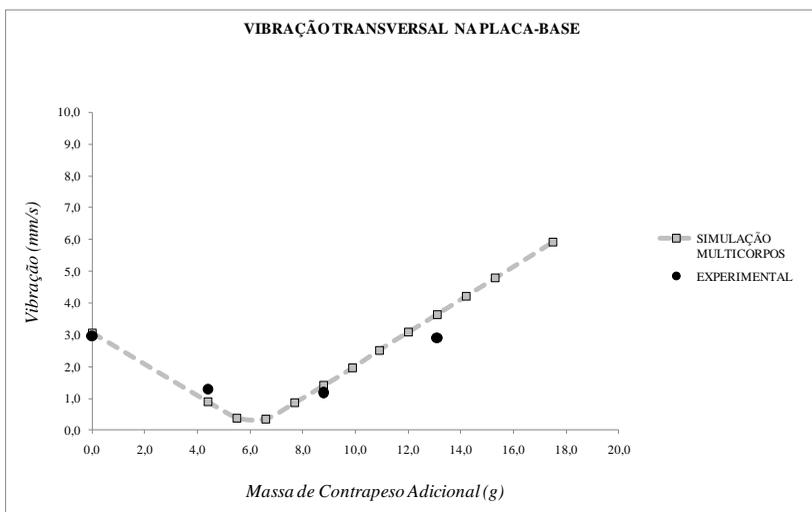


Figura 68 – Vibração transversal no isolador 3 do modelo multicorpos.

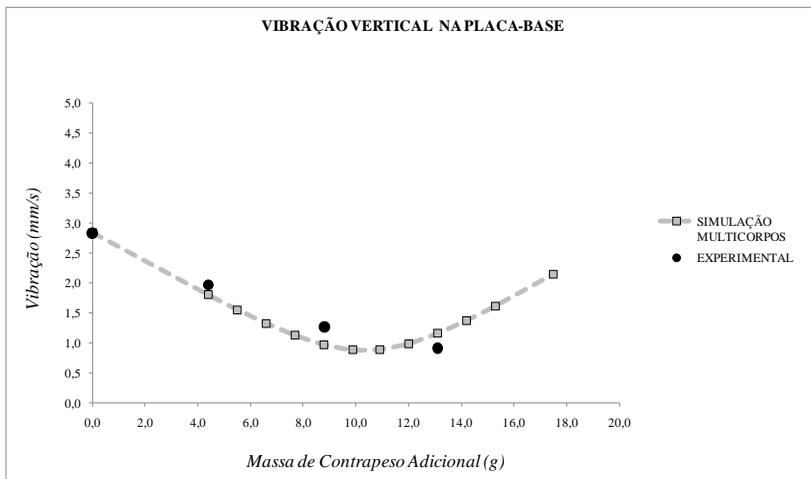


Figura 69 – Vibração vertical no isolador 3 do modelo multicorpos.

4.1.2.3 Vibração nos tubos

Com o intuito de verificar a vibração em outras regiões importantes do compressor, segue o comparativo numérico-experimental da vibração resultante próximo aos tubos de sucção e descarga. Verifica-se também uma boa correspondência entre os resultados do modelo e os valores experimentais medidos.

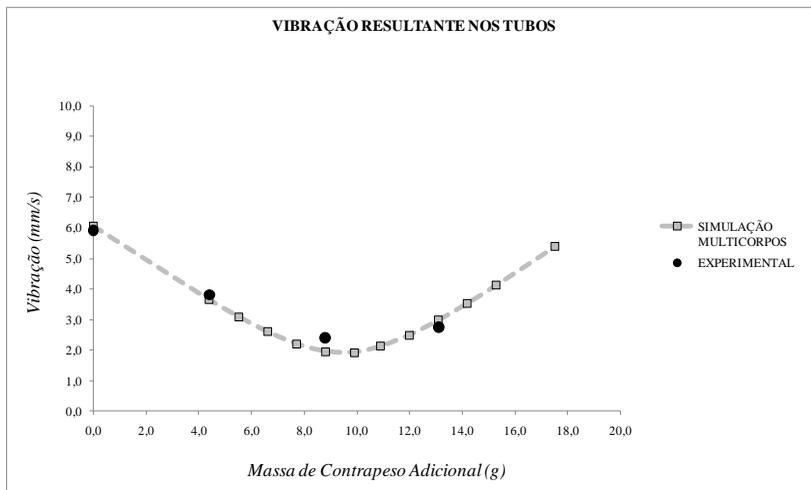


Figura 70 – Vibração resultante nos tubos do modelo multicorpos.

4.1.2.4 Força transmitida pelos isoladores

As cinco próximas figuras apresentam a validação do modelo para os valores da força transmitida pelos isoladores. As quatro primeiras representam as três direções principais mais o valor resultante no isolador 3. Já a Figura 75 apresenta o comparativo do valor total resultante de força transmitida por todos os isoladores, ou seja, da força resultante transmitida pela placa-base do compressor. Como mencionado anteriormente na metodologia, este valor global é a resultante das três direções, onde cada direção é resultado da soma no tempo do que cada isolador transmite de força, portanto, considera possíveis diferenças de fase.

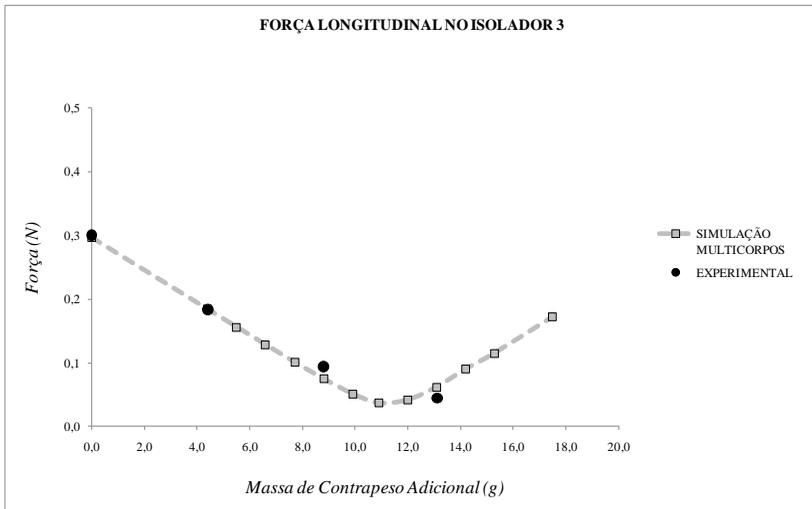


Figura 71 – Força longitudinal no isolador 3 do modelo multicorpos.

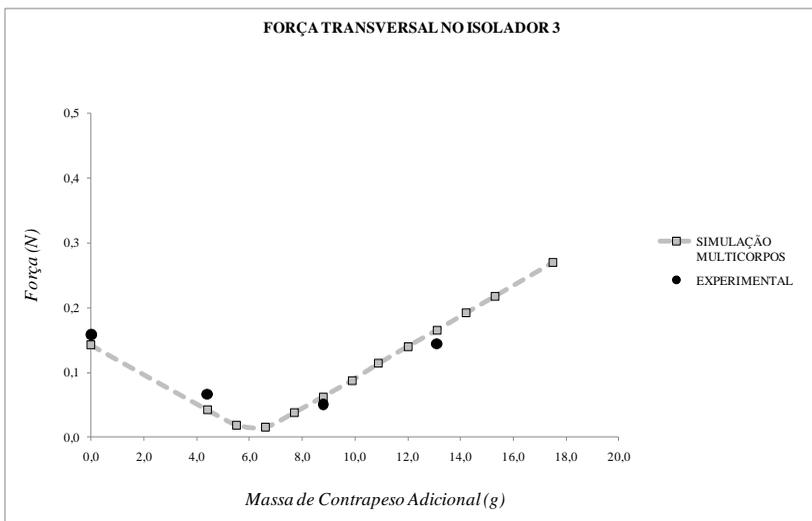


Figura 72 – Força transversal no isolador 3 do modelo multicorpos.

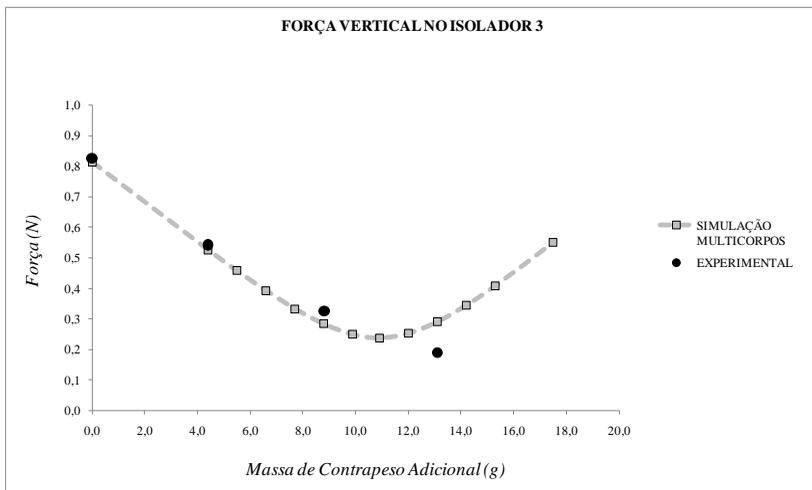


Figura 73 – Força vertical no isolador 3 do modelo multicorpos.

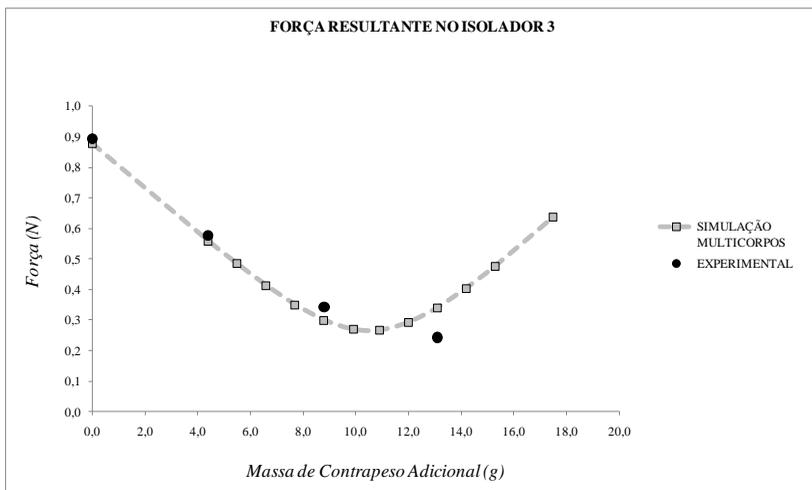


Figura 74 – Força resultante no isolador 3 do modelo multicorpos.

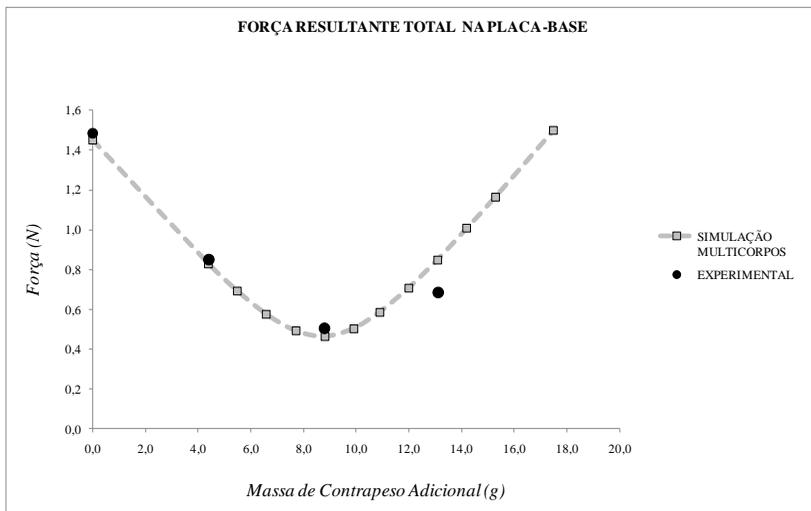


Figura 75 – Força resultante na placa-base do modelo multicorpos.

4.1.3 Modelos FEM

São apresentados neste tópico os resultados da validação do modelo FEM com a tubulação de GEOMETRIA I.

4.1.3.1 Vibração nos tubos

Segue o comparativo numérico-experimental da vibração vertical próximo aos tubos de sucção e descarga.

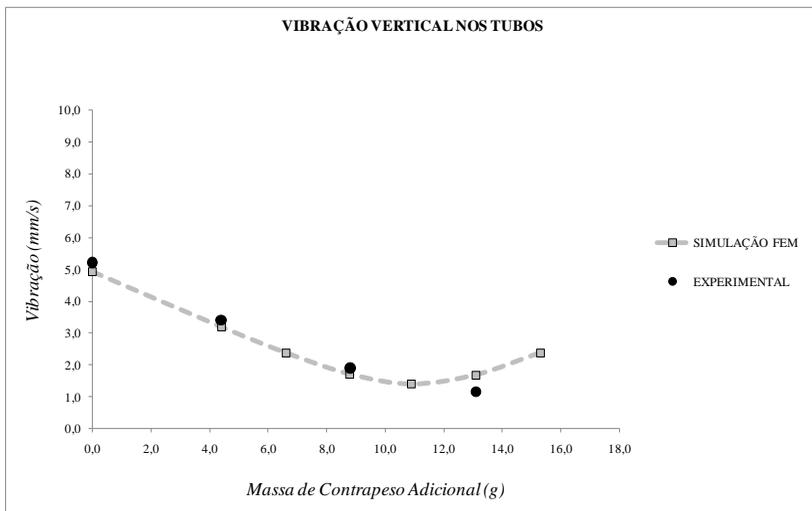


Figura 76 – Vibração vertical nos tubos do modelo FEM.

4.1.3.2 Força transmitida pelos isoladores

As quatro próximas figuras apresentam a validação do modelo FEM para os valores de força transmitida pelos isoladores. As figuras representam as três direções principais mais o valor resultante da força transmitida pelo isolador 3.

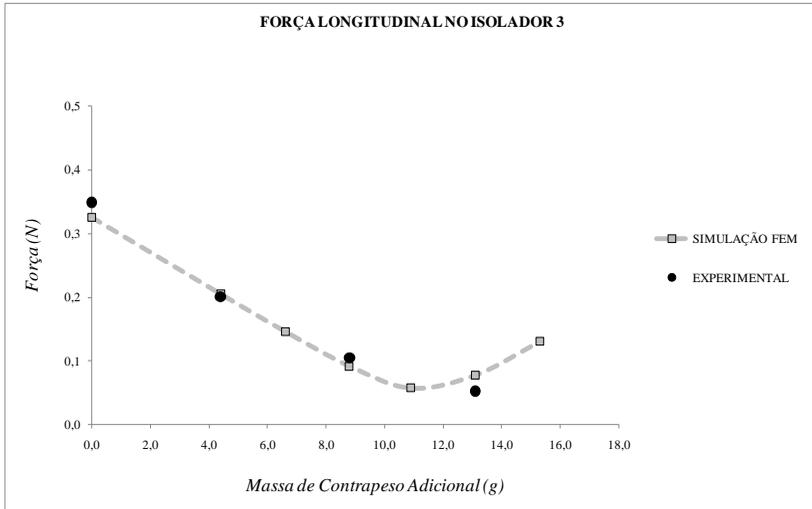


Figura 77 – Força longitudinal no isolador 3 do modelo FEM.

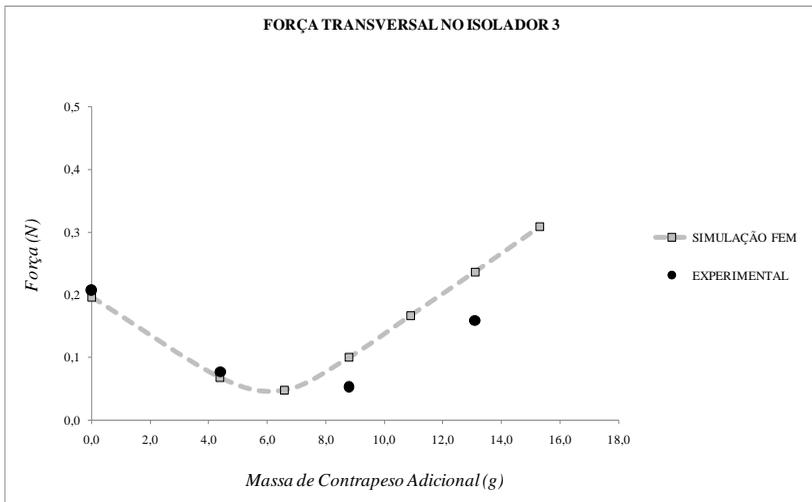


Figura 78 – Força transversal no isolador 3 do modelo FEM.

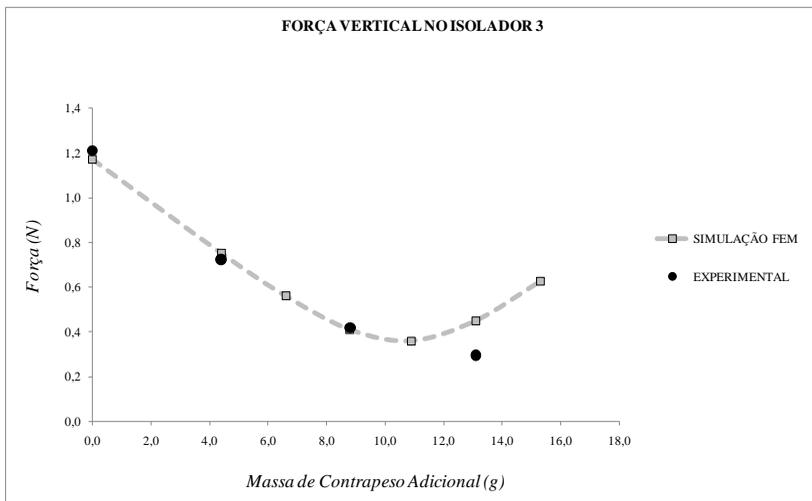


Figura 79 – Força vertical no isolador 3 do modelo FEM.

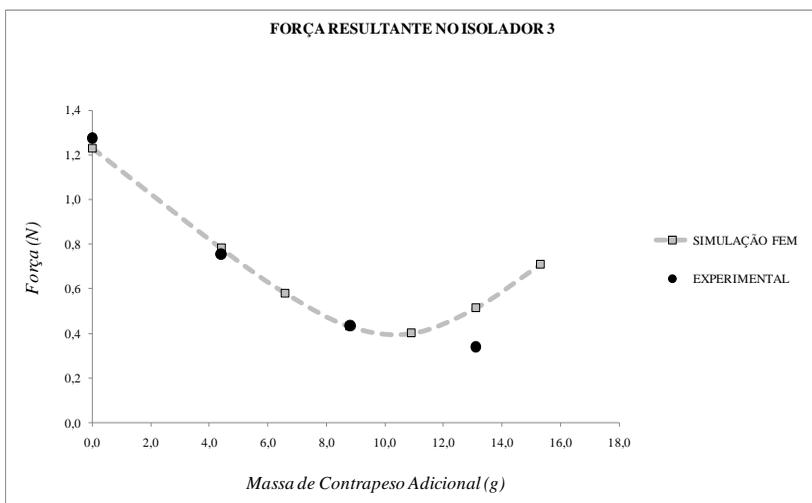


Figura 80 – Força resultante no isolador 3 do modelo FEM.

4.1.3.3 Força transmitida pelos tubos

As figuras apresentadas neste tópico têm o intuito de validar o modelo FEM para simular a força transmitida pelos tubos de sucção e

descarga. As figuras representam as três direções principais mais o valor resultante da força transmitida.

4.1.3.3.1 Tubo de descarga

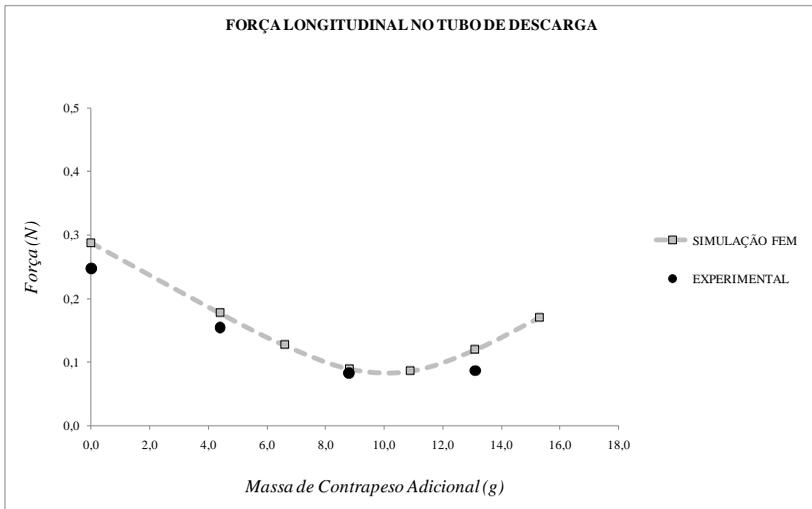


Figura 81 – Força longitudinal transmitida pelo tubo de descarga.

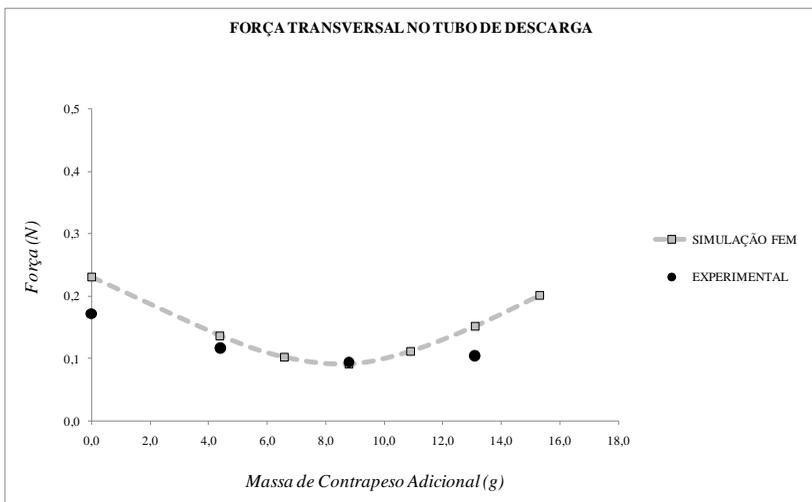


Figura 82 – Força transversal transmitida pelo tubo de descarga.

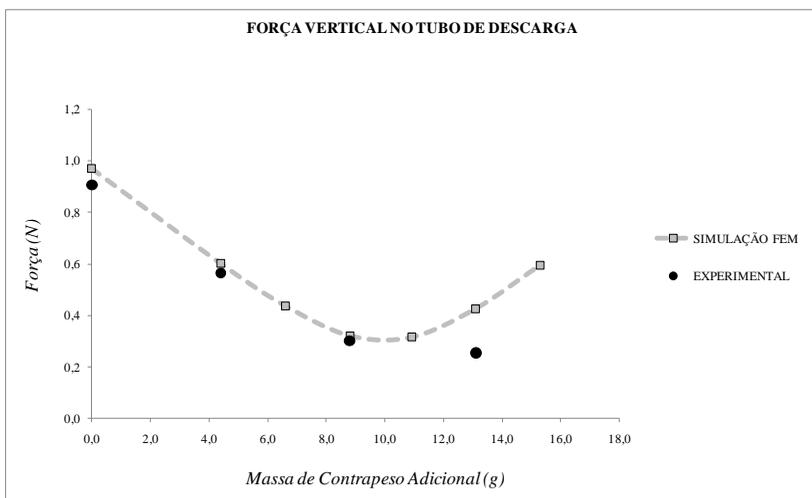


Figura 83 – Força vertical transmitida pelo tubo de descarga.

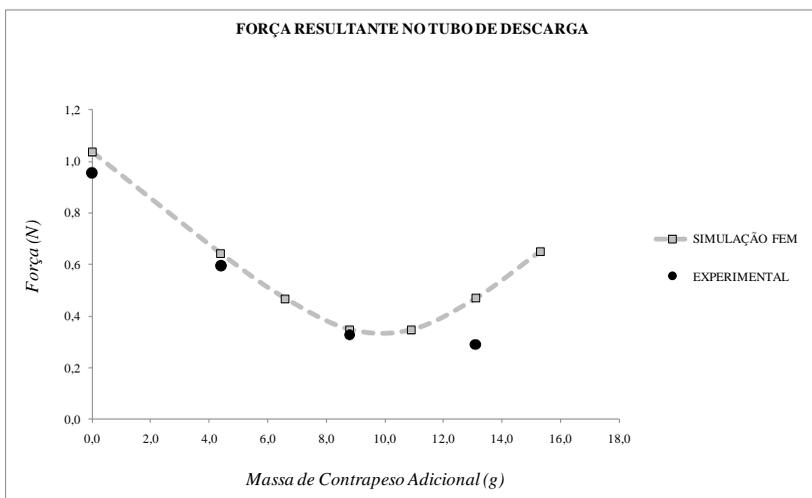


Figura 84 – Força resultante transmitida pelo tubo de descarga.

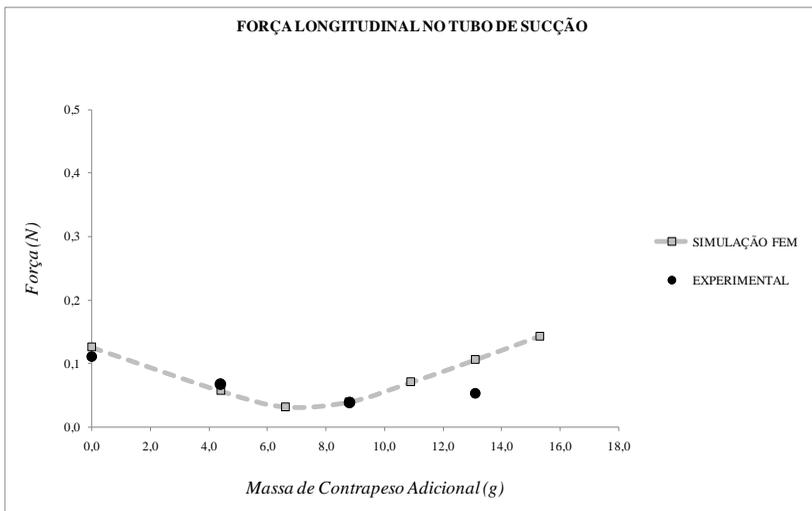
4.1.3.3.2 *Tubo de sucção*

Figura 85 – Força longitudinal transmitida pelo tubo de sucção.

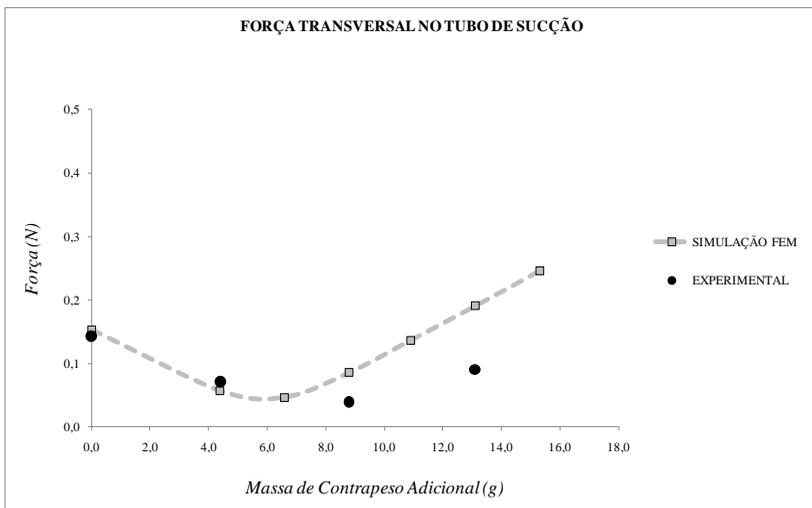


Figura 86 – Força transversal transmitida pelo tubo de sucção.

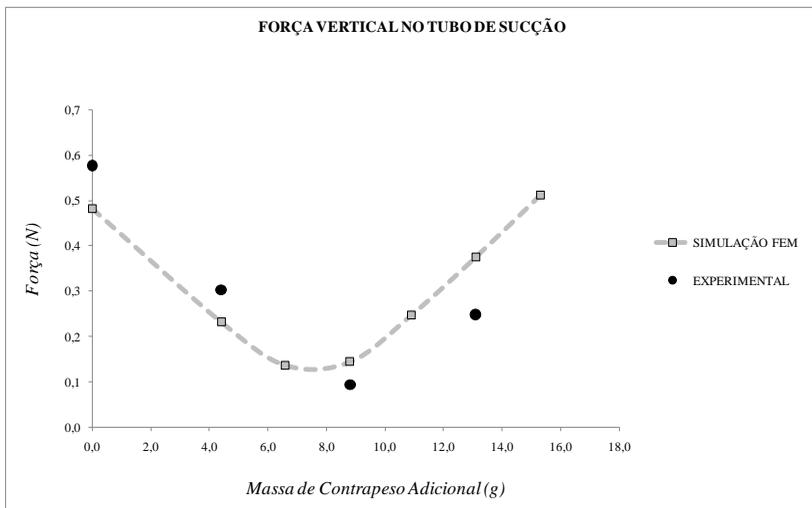


Figura 87 – Força vertical transmitida pelo tubo de sucção.

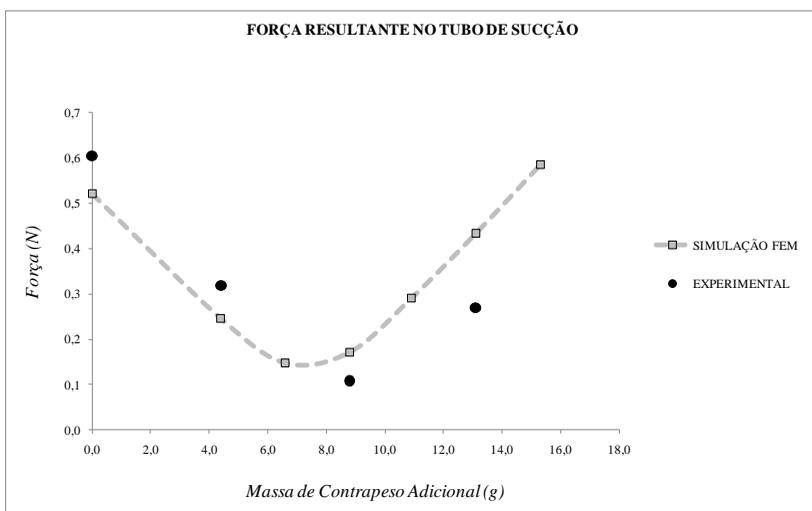


Figura 88 – Força resultante transmitida pelo tubo de sucção.

4.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

No tópico anterior foi verificada a robustez dos modelos para simular tanto a vibração do compressor quanto a força transmitida. A validação dos resultados dos modelos multicorpos e FEM permite que outras simulações sejam realizadas para um aprofundamento da análise da vibração do compressor e das potenciais consequências da mesma sobre os sistemas de refrigeração. Os tópicos seguintes apresentam uma análise dos resultados com foco:

- No entendimento de como e porque o compressor vibra e transmite força de uma determinada maneira;
- Em como os esforços são transmitidos na placa-base;
- Na influência da tubulação na força transmitida na placa-base;
- Em avaliar a influência de outras possíveis tubulações;
- Em analisar locais e maneiras de medição;
- Na análise de critérios para avaliar o balanceamento parcial do compressor.

4.2.1 Análise da dinâmica do movimento do compressor

As três próximas figuras têm o objetivo de mostrar como o compressor vibra em seis situações de massa de contrapeso. As figuras apresentam o comportamento dinâmico do compressor com modelos deformados e uma graduação de cores em escala. Além disso, permite entender o porquê o movimento acontece daquela maneira, ao correlacionar os gráficos dos esforços presentes no mecanismo com a vibração resultante. A tabela 3 sumariza, qualitativamente, indicando qual são os esforços majoritários para determinação do movimento dinâmico do compressor. Vale lembrar que todas as figuras foram capturadas no momento de máxima vibração resultante do modelo.

Tabela 3- Correlação dos esforços no mecanismo com a vibração.

QUANTIDADE DE MASSA DE CONTRAPESO (g)	ESFORÇO NO MECANISMO	
	INFLUÊNCIA DA FORÇA	INFLUÊNCIA DO MOMENTO
0	-	<i>TRANSVERSAL e LONGITUDINAL</i>
6,6	-	<i>TRANSVERSAL</i>
8,8	<i>TRANSVERSAL</i>	<i>TRANSVERSAL</i>
10,9	<i>TRANSVERSAL</i>	-
13,1	<i>TRANSVERSAL</i>	<i>LONGITUDINAL</i>
15,3	<i>TRANSVERSAL</i>	<i>LONGITUDINAL</i>

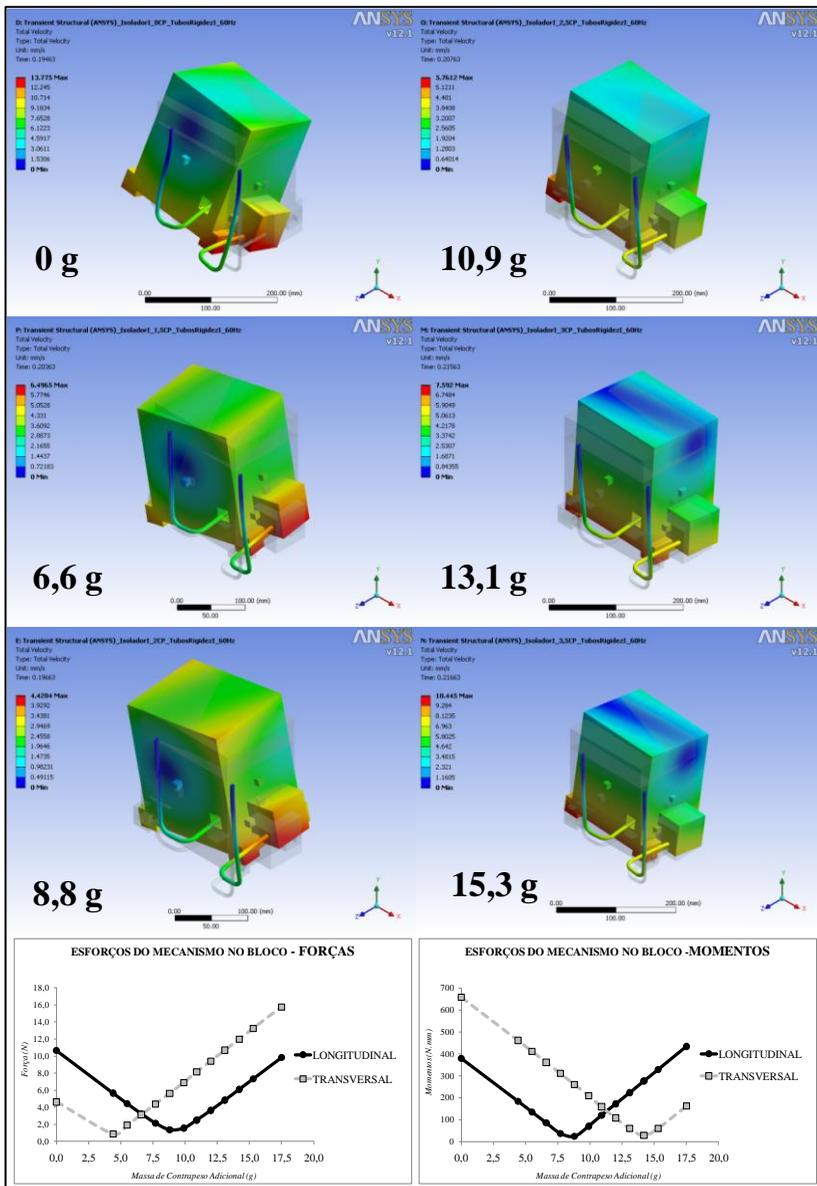


Figura 89 – Análise da dinâmica do movimento – Vista Isométrica.

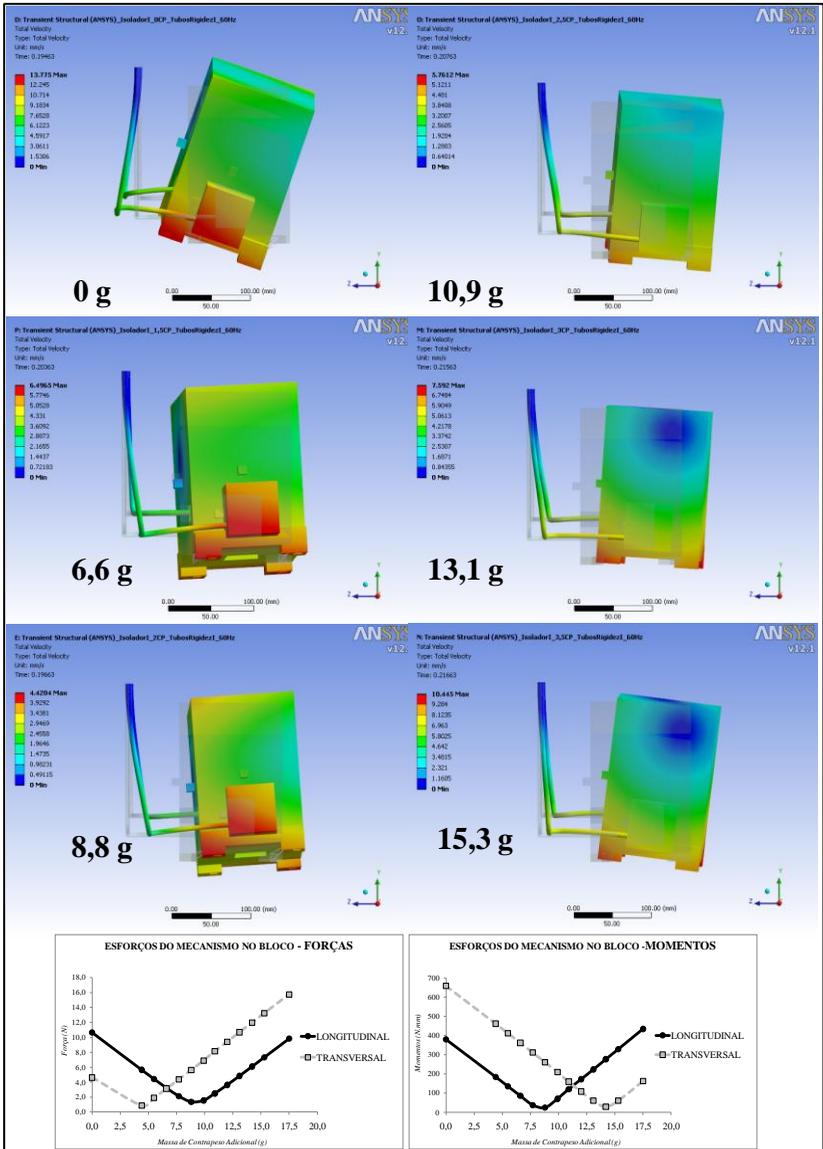


Figura 90 – Análise da dinâmica do movimento – Vista Frontal.

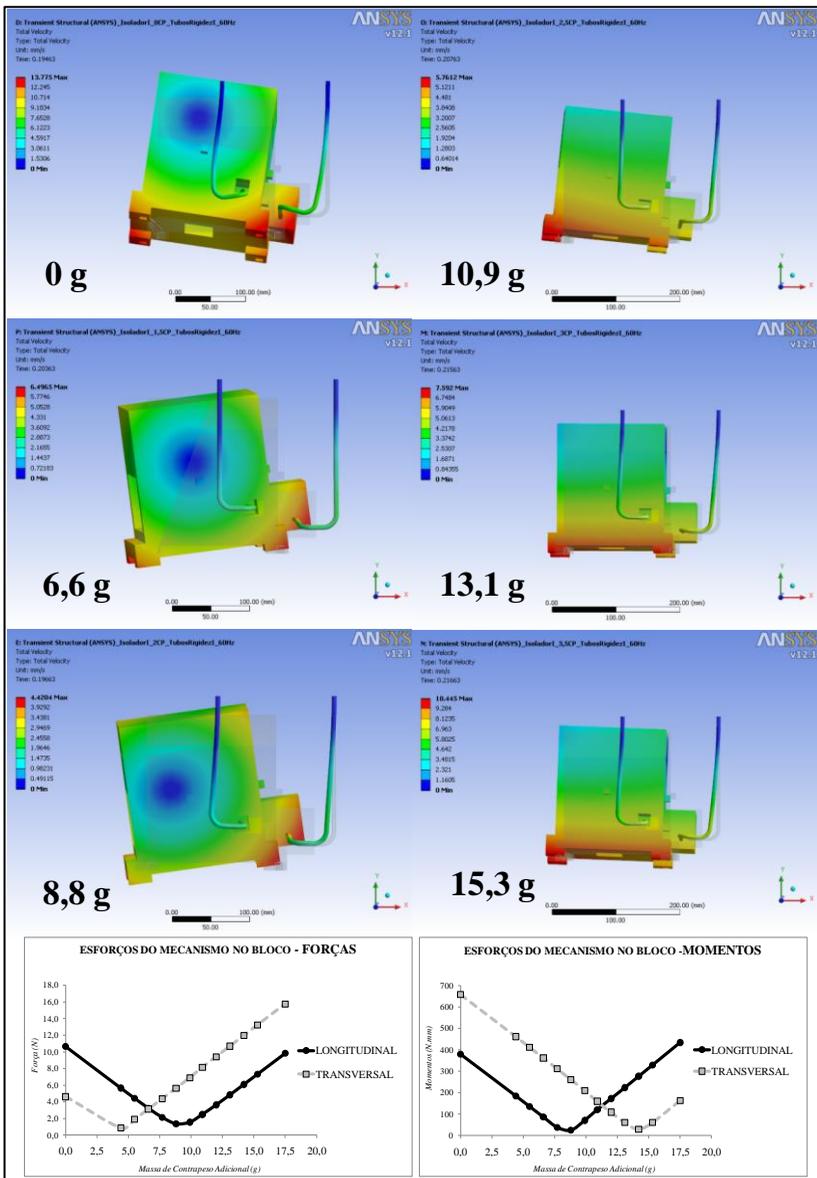


Figura 91 – Análise da dinâmica do movimento – Vista Lateral.

4.2.2 Análise das forças transmitidas na placa-base

Verifica-se na Figura 92 que a força dominante em cada isolador é a força vertical. A vibração vertical é ligeiramente mais baixa que a longitudinal e a transversal, porém a rigidez vertical é quase seis vezes maior que as demais. Isto faz com que mais força seja transmitida nesta direção.

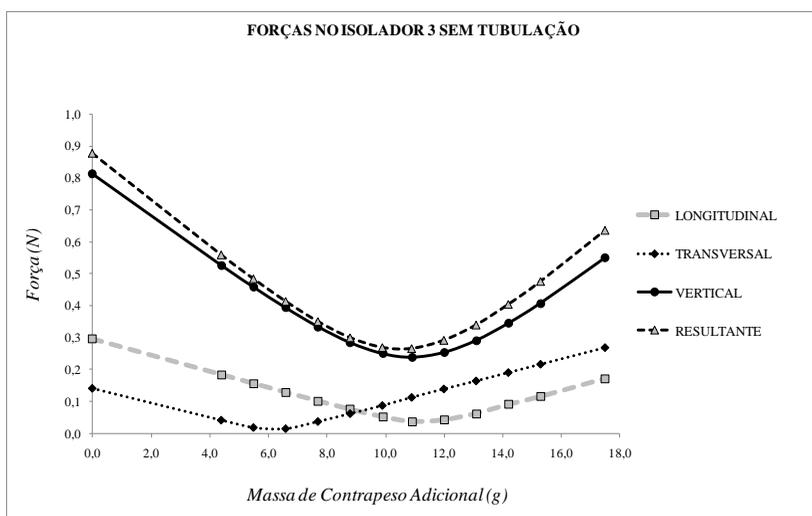


Figura 92 – Força resultante transmitida individualmente pelo isolador 3.

Já quando analisada a força resultante transmitida pela placa-base, ou seja, o efeito somado dos quatro isoladores, a força vertical não é dominante. Isto porque, diferentemente das forças longitudinal e transversal, as forças verticais dos isoladores estão em fases opostas. A Figura 93 apresenta a distribuição de cores da oscilação vertical no momento onde a magnitude da força transmitida pelos isoladores 2 e 4 é máxima. Observa-se que no momento de máxima vibração positiva do isolador 2, representado pela cor vermelha, o isolador diagonalmente oposto apresenta seu momento de máxima vibração negativa, representado pela cor azul. Neste instante, a vibração é praticamente nula nos outros dois isoladores, cores verdes na figura. Não há cancelamento total devido a fato de não ser o compressor simétrico em relação ao plano formado pelas direções vertical e transversal, plano ZY.

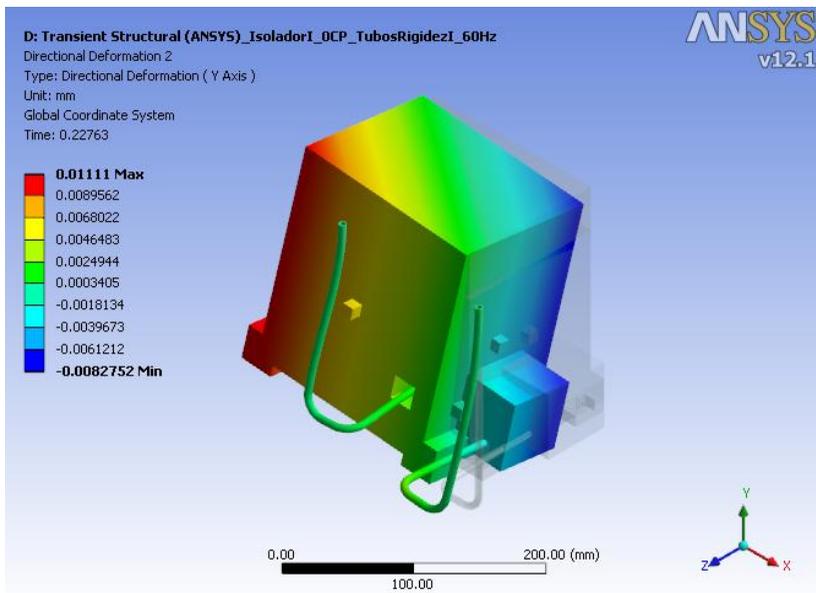


Figura 93 – Análise da vibração vertical.

A vibração vertical é gerada pelos movimentos rotacionais do compressor, consequência dos momentos recebidos pelo mancal. A Figura 94 complementa a análise ao apresentar os valores medidos experimentalmente no tempo de todas as doze componentes de força na base. Nos três gráficos da figura estão apresentadas, respectivamente, as quatro forças longitudinais, transversais e verticais dos isoladores. Nos dois primeiros gráficos, verifica-se que as quatro forças estão em fase, diferentemente do último gráfico onde o efeito descrito pela Figura 93 é observado.

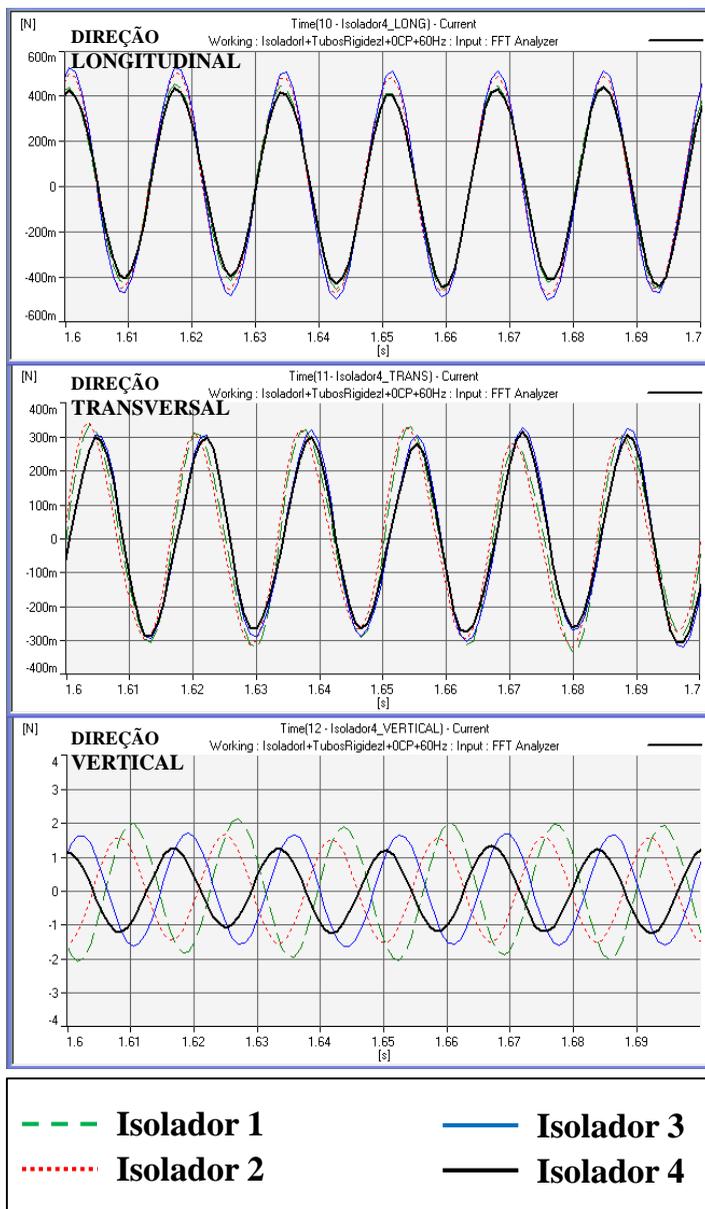


Figura 94 – Análise experimental das forças transmitidas na placa-base.

Assim, globalmente, a força vertical não é a dominante. A Figura 95 apresenta as forças resultantes totais na placa-base.

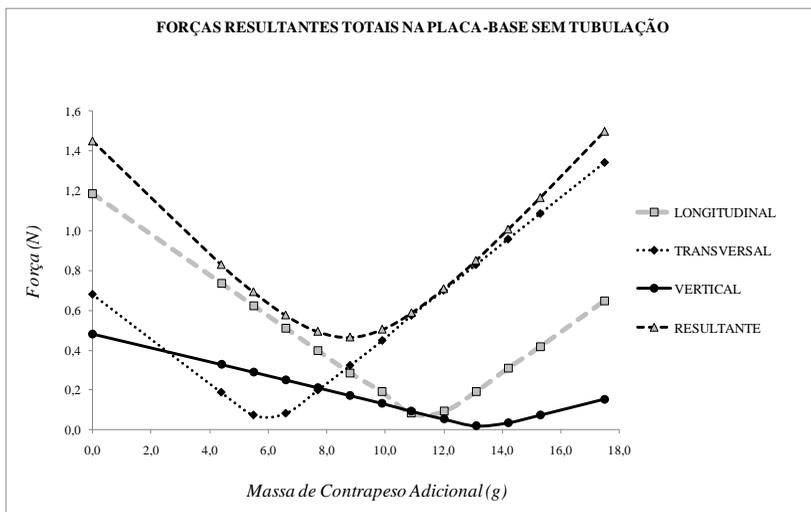


Figura 95 – Força resultante total transmitida pela placa-base.

A Tabela 4 sumariza os dados até então apresentados, identificando a quantidade aproximada de massa de contrapeso necessária para obtenção da mínima força transmitida pela placa-base, tanto pela análise individual de cada isolador, Figura 92, quanto pela análise global dos quatro isoladores, representada pela Figura 95.

Tabela 4- Análise de mínimos para a placa-base sem tubulação.

DIREÇÃO DA FORÇA	QUANTIDADE DE MASSA DE CONTRAPESO (g)	
	ISOLADOR	GLOBAL
LONGITUDINAL	11,0	11,0
TRANSVERSAL	6,2	6,2
VERTICAL	11,2	13,5
RESULTANTE	10,7	8,8

A Tabela 4 mostra que, independente da situação analisada, as forças nas direções longitudinal e transversal são minimizadas com a mesma quantidade de massa. Diferentemente, a força vertical é minimizada com uma quantidade de massa maior quando é realizada a análise da força resultante transmitida por todos os isoladores. Para entender tal efeito é necessário analisar como as forças são minimizadas com uma determinada quantidade de massa de contrapeso. A análise dos esforços presentes no mancal determina como uma determinada direção da força na placa-base é minimizada. As três próximas figuras apresentam os esforços determinantes para geração da força longitudinal, transversal e vertical em cada isolador respectivamente.

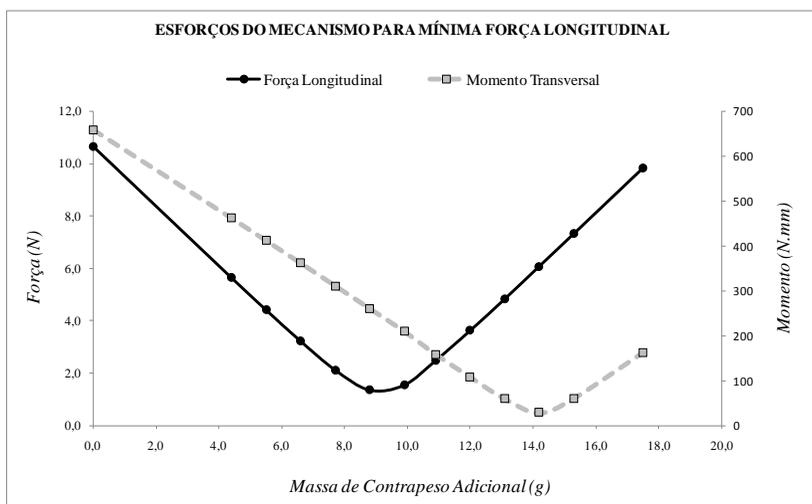


Figura 96 – Esforços no mancal para mínima força longitudinal.

A força longitudinal transmitida pela placa-base é dependente da força longitudinal e do momento transversal presentes no mancal. A Tabela 4 e a Figura 95 mostraram que a mínima força longitudinal foi obtida com uma massa aproximada de 11,0 gramas, ponto onde as curvas da Figura 96 se cruzam. Assim, a minimização da força longitudinal transmitida pela placa-base foi obtida quando do cruzamento das curvas da força longitudinal e do momento transversal presentes no mancal.

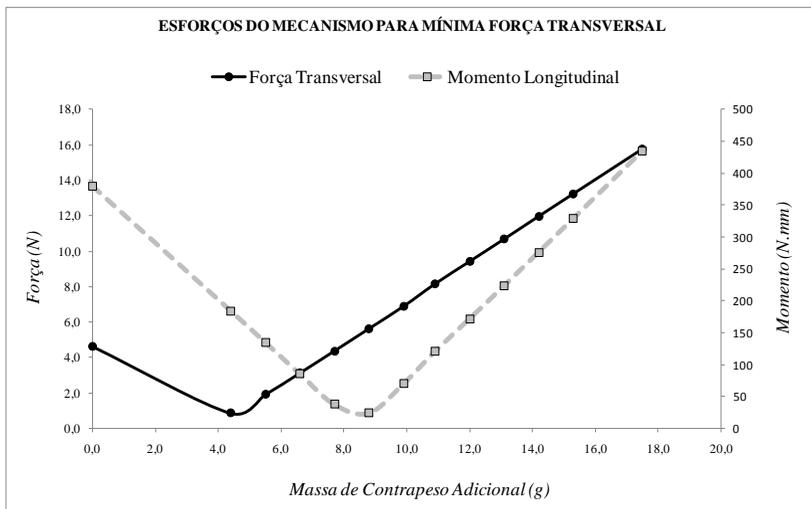


Figura 97 – Esforços no mancal para mínima força transversal.

A força transversal transferida pela placa-base é dependente da força transversal e do momento longitudinal presentes no mancal. A Tabela 4 e a Figura 95 mostraram que a mínima força transversal foi obtida com uma massa aproximada de 6,2 gramas, ponto onde as curvas da Figura 97 se cruzam. Assim, a minimização da força transversal na placa-base foi obtida quando do cruzamento das curvas da força transversal e do momento longitudinal presentes no mancal.

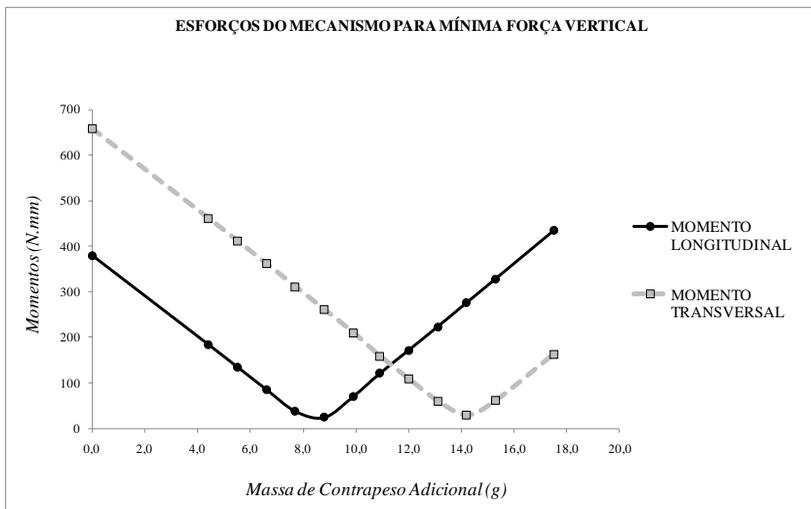


Figura 98 – Esforços no mancal para mínima força vertical.

A força vertical transmitida por cada isolador da placa-base é dependente dos momentos longitudinal e transversal presentes no mancal. A Tabela 4 e a Figura 92 mostraram que a mínima força vertical foi obtida com uma massa aproximada de 11,2 gramas, ponto onde as curvas da Figura 98 se cruzam. Assim, a minimização da força vertical em cada isolador da placa-base é obtida quando do cruzamento das curvas do momento longitudinal e transversal presentes no mancal. A Figura 99 correlaciona os momentos no mancal com a força vertical transmitida pela placa-base, tanto para a análise individual do isolador quanto para a análise da força global.

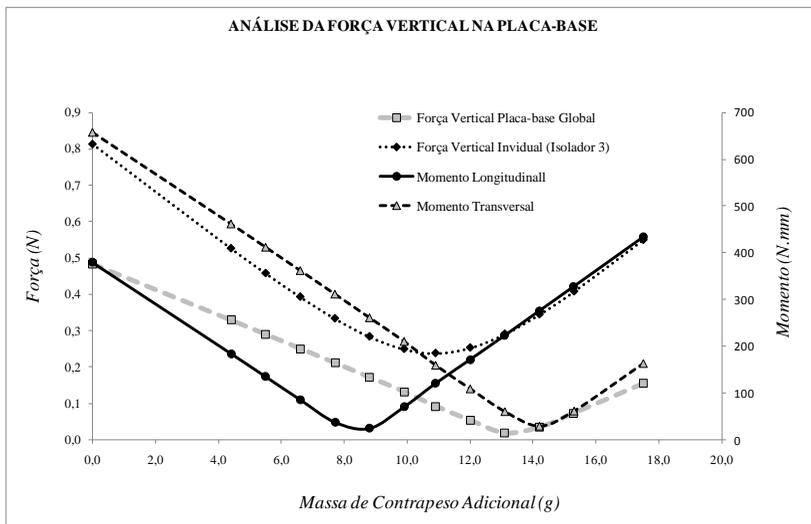


Figura 99 – Análise da força vertical transmitida pela placa-base.

A Figura 99 mostra que a força vertical resultante é comandada pelo momento transversal existente no mancal. Como mostrado na Figura 18 da metodologia, o CG do compressor está deslocado aproximadamente 10 mm à frente, na direção do cabeçote. Se diferentemente disso o compressor fosse simétrico, a força vertical resultante seria praticamente nula. O momento transversal é o esforço que proporciona as diferenças entre as forças verticais nos isoladores e o conseqüente não cancelamento da força vertical resultante. Assim, a minimização da força vertical resultante é obtida, aproximadamente, quando o momento transversal no mancal é também minimizado.

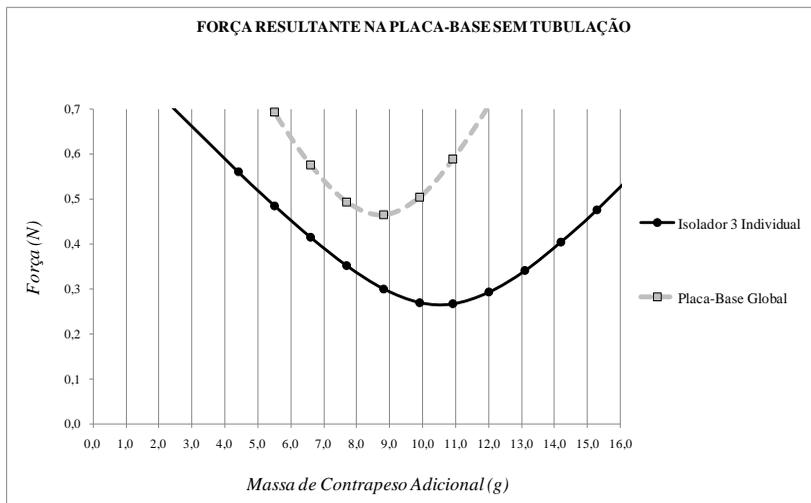


Figura 100 – Comparativo entre forças resultantes na placa-base.

Diante de tudo o que foi elucidado, fica claro que a força vertical na placa-base é considerável se cada isolador é visualizado separadamente. A Figura 100 compara apenas a força através do isolador 3 com a força global através dos quatro isoladores, sendo que as duas situações exprimem o valor resultante das três direções. Como para a situação placa-base global a força vertical é muito baixa, o mínimo de força resultante é fortemente influenciado pelas forças longitudinal e transversal. Nesta consideração, o mínimo é obtido com aproximadamente 8,8 gramas, massa de contrapeso que é aproximadamente onde as curvas das forças longitudinal e transversal se cruzam na Figura 92 ou 95. Se analisado individualmente, a força vertical de cada isolador é preponderante. Neste caso, 10,7 gramas é aproximadamente a massa adequada para minimização da força resultante. Se analisada a Figura 92, esta é praticamente a massa de minimização da força vertical, ou seja, as forças longitudinal e transversal não seriam relevantes nesta consideração onde cada isolador é analisado individualmente.

Assim, verifica-se que existem massas diferentes para minimização da força transmitida pela placa-base em cada uma das considerações. Se analisado individualmente, é ideal que mais massa seja aplicada ao contrapeso, já a análise global indica que uma menor quantidade de massa seria mais adequada. Contudo, apesar de haver um quase cancelamento das forças verticais, o momento gerado por estas

forças diagonais opostas não é anulado. Este momento é considerável, não somente pela maior magnitude das forças verticais perante as outras direções, mas também pela relevante distância diagonal entre os isoladores. Isto poderia dar maior relevância à análise individual de cada isolador, entretanto, foge do escopo do presente trabalho afirmar que a forças longitudinal e transversal transmitidas à base são menos importantes que a força vertical e seu consequente momento gerado. Cada sistema de refrigeração tem uma resposta específica aos estímulos vibracionais do compressor, onde cada caso é um caso. Além disso, podem ser utilizados isoladores com rigidezes transversais mais altas que a situação analisada, promovendo maiores forças longitudinais e transversais. A confirmação desta hipótese poderia ser tema de um futuro trabalho, onde somente análises conjuntas com vários sistemas típicos de refrigeração e vários isoladores promoveriam uma resposta do que é mais adequado considerar.

4.2.3 Influência da tubulação na força transmitida pela placa-base

Verificou-se que a presença dos tubos afeta a força transmitida pela placa-base. A Figura 101 demonstra isto ao analisar a força resultante imposta pelo isolador 3.

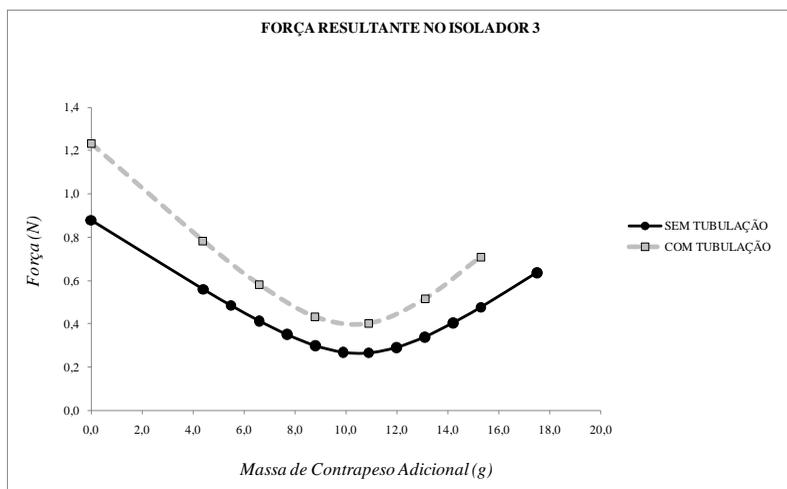


Figura 101 – Força resultante transmitida pelo isolador 3.

A presença dos tubos eleva a quantidade de força transmitida pela placa-base. A tubulação impõe maior rigidez ao compressor o que consequentemente promove um incremento nos valores das frequências de corpo rígido, como evidenciado pela tabela 5. Como apresentado na revisão bibliográfica, maiores frequências naturais, implicam em um menor nível de isolamento da fonte de excitação e que, portanto, mais força seja transmitida.

Tabela 5- Influência da tubulação nos modos de corpo rígido.

MODO	FREQUÊNCIAS NATURAIS (Hz)	
	SEM TUBULAÇÃO	COM TUBULAÇÃO
TRANSLAÇÃO LONGITUDINAL	10,5	11,3
TRANSLAÇÃO TRANSVERSAL	8,25	9,75
TRANSLAÇÃO VERTICAL	22,8	23,8
ROTAÇÃO LONGITUDINAL	26,3	31,0
ROTAÇÃO TRANSVERSAL	34,3	41,5
ROTAÇÃO VERTICAL	17,3	21,0

4.2.4 Influência da rigidez da tubulação na força transmitida

Foi realiza uma análise para avaliar a influência da rigidez da tubulação na força transmitida. As duas próximas figuras apresentam as forças transmitidas, respectivamente, pelo tubo de sucção e descarga nas três direções e a resultante, das quatro configurações de rigidez de tubulação estudadas.

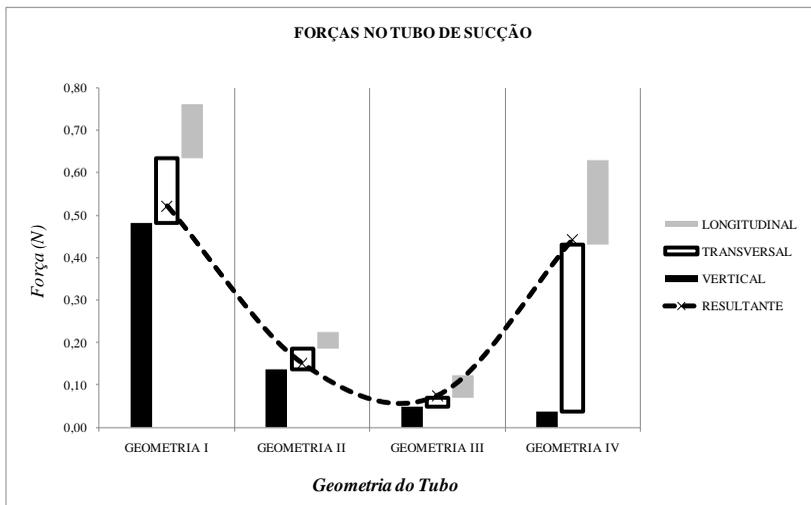


Figura 102 – Força transmitida pelo tubo de sucção.

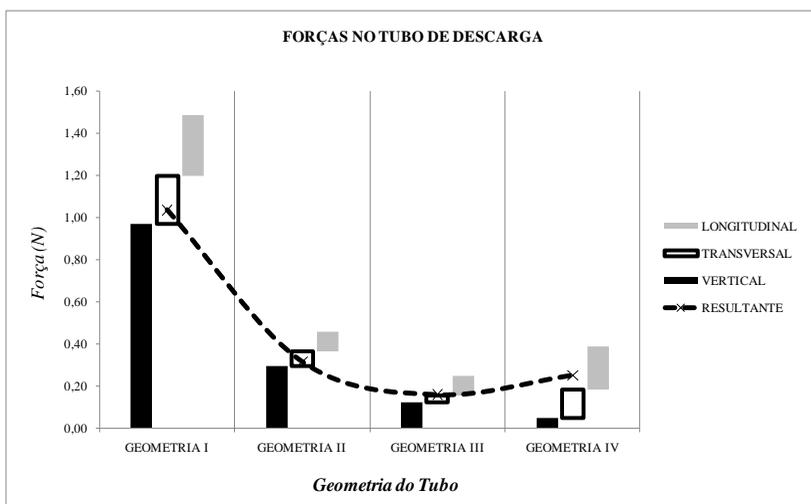


Figura 103 – Força transmitida pelo tubo de descarga.

Verifica-se que existe uma rigidez ótima para a transmissão mínima de força pela tubulação. Tubos de rigidez alta, GEOMETRIA I, transferem naturalmente mais força. Tubos muito flexíveis, GEOMETRIA IV, acabam por ter frequências naturais próximas da frequência de funcionamento do compressor, ocasionando ressonâncias que amplificam a força transmitida. O efeito das ressonâncias pode ser

observado na preponderância das forças longitudinal e transversal, já que a forma dos primeiros modos é caracterizada pela flexão dos tubos. Isto pode ser observado, respectivamente, nas duas próximas figuras que apresentam os valores e a forma modal das quatro primeiras frequências naturais dos tubos de sucção e descarga de GEOMETRIA IV.

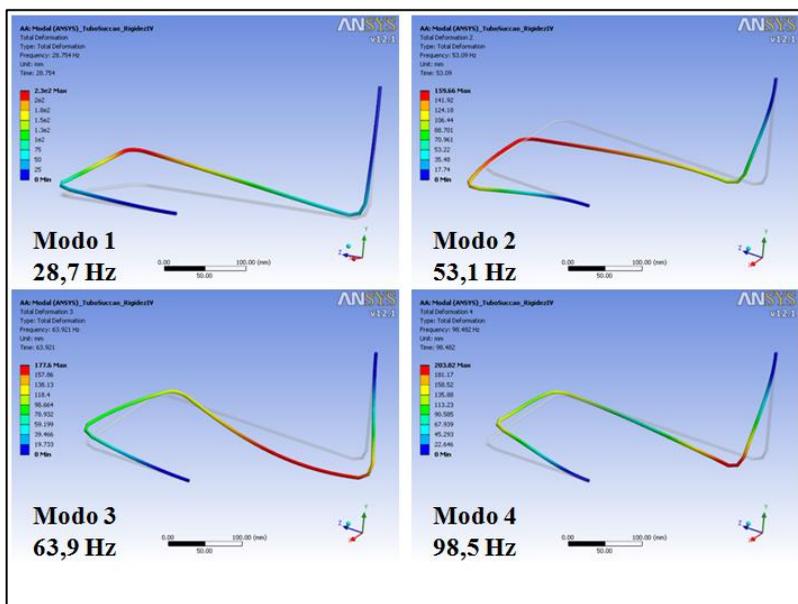


Figura 104 – Frequências naturais do tubo de sucção de GEOMETRIA IV.

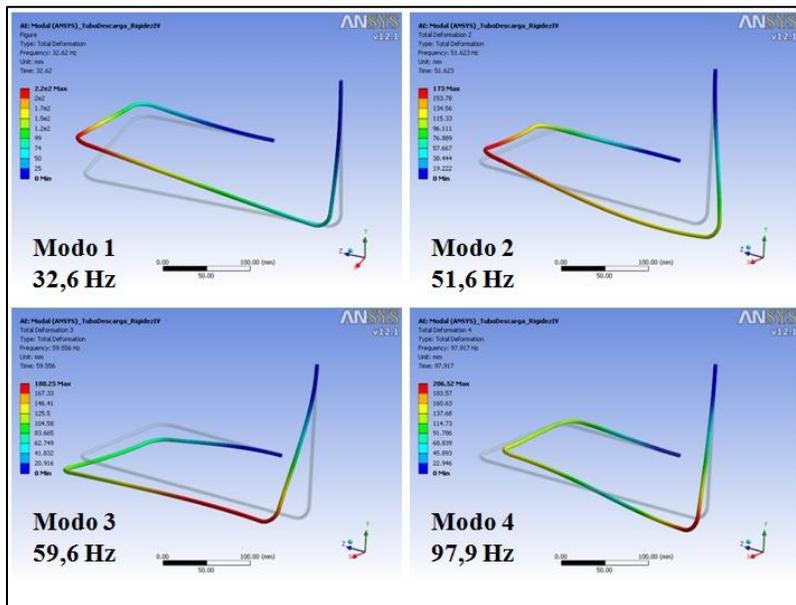


Figura 105 – Frequências naturais do tubo de descarga de GEOMETRIA IV.

4.2.5 Avaliação de outros pontos de medição de vibração

A figura 106 apresenta as vibrações longitudinais e transversais no centro geométrico do compressor e a força resultante transmitida pelo isolador 3. Esta posição de medição é normalmente utilizada na avaliação da vibração dos compressores. O objetivo é analisar a possibilidade de avaliar o balanceamento parcial medindo vibração em outros pontos que não sejam os pontos de conexão com o sistema.

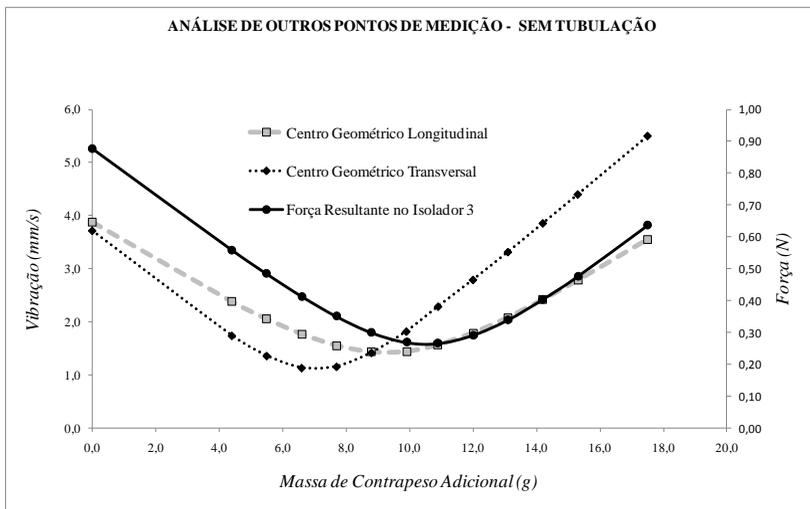


Figura 106 – Avaliação de outros pontos de medição de vibração.

Verifica-se que o centro geométrico não é um bom local para avaliar o balanceamento parcial do compressor, já que não garante que a mínima força será transmitida pela placa-base. O centro geométrico está normalmente muito próximo ao CG do compressor, região onde o efeito do movimento de rotação é pouco relevante.

4.2.6 Análise de mínimos

O objetivo da análise de mínimos é sintetizar tudo o que foi apresentado ao comparar quais são as quantidades de massa de contrapeso ideais para minimizar cada caminho de transmissão de força. Um segundo objetivo, e não menos importante, é avaliar se é possível determinar pela vibração que a menor quantidade de força está sendo transmitida.

A Figura 107 apresenta a força transmitida para o tubo de sucção, o tubo de descarga, pela placa-base analisada globalmente e pela análise individual do isolador 3. O gráfico está focado na região dos mínimos para uma melhor identificação do ideal de cada situação.

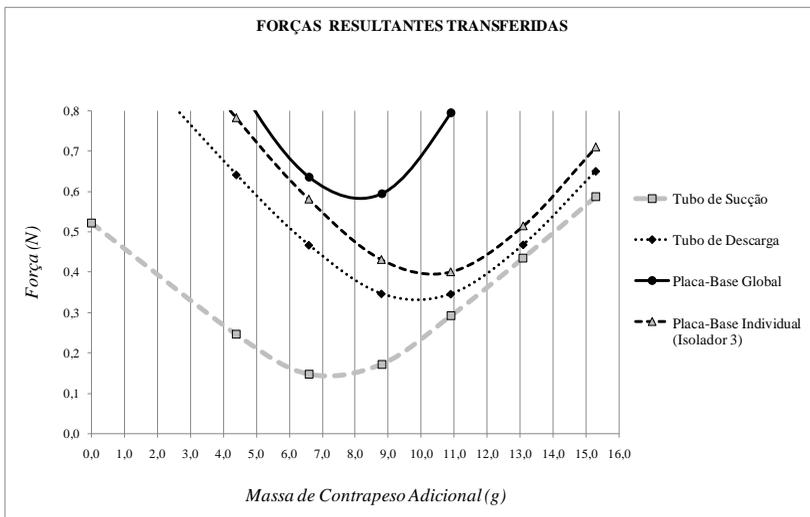


Figura 107 – Forças resultantes transmitidas.

Verifica-se que existem quantidades diferentes de massa de contrapeso para minimizar cada caminho ou consideração. Minimizar a força transmitida para o tubo de descarga não significa que a mínima força será transmitida pelo tubo de sucção. É análoga a situação da base, onde a massa adequada é dependente da consideração adotada.

A Figura 108 compara a força transmitida pelo isolador 3 e a vibração medida num ponto próximo ao mesmo. Observa-se que força e vibração não são minimizadas com a mesma quantidade de massa de contrapeso.

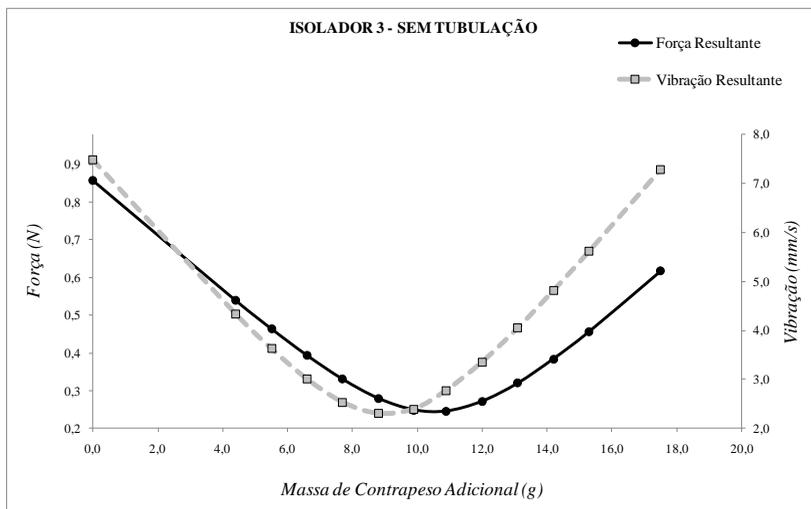


Figura 108 – Comparativo entre força e vibração no isolador 3.

A Figura 109 compara a força transmitida pelo tubo de descarga e a vibração medida num ponto próximo à conexão do mesmo com o compressor. Observa-se um comportamento similar de força e vibração, sendo neste caso possível assegurar que, minimizada a vibração, a menor força resultante é transmitida pelo tubo de descarga.

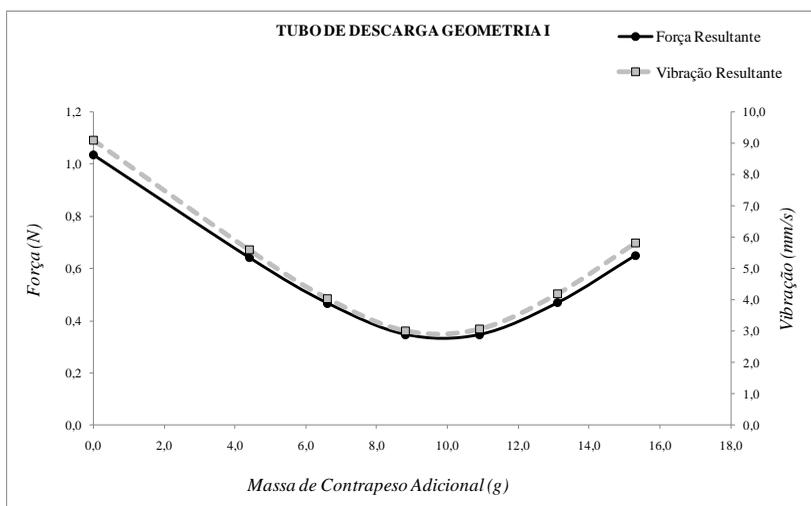


Figura 109 – Comparativo entre força e vibração no tubo de descarga.

A Figura 110 compara a força transmitida pelo tubo de sucção e a vibração medida num ponto próximo à conexão do mesmo com o compressor. Observa-se um comportamento similar ao verificado para o isolador 3, onde força e vibração não são minimizadas com a mesma quantidade de massa.

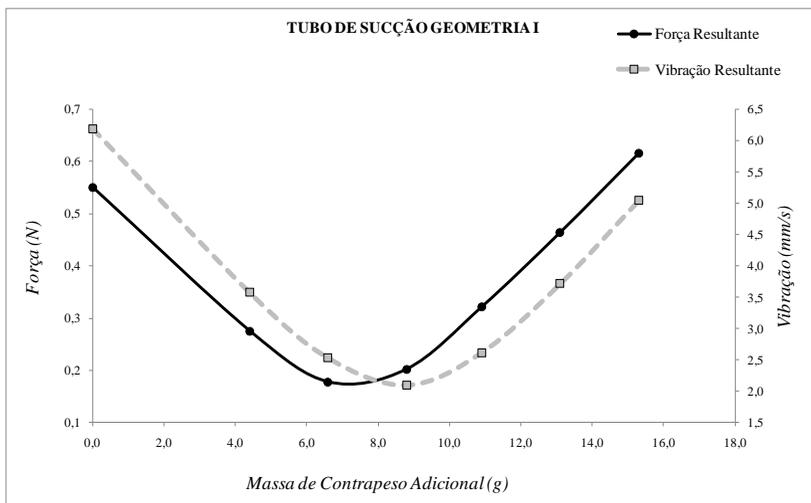


Figura 110 – Comparativo entre força e vibração no tubo de sucção.

A Tabela 6 compara os valores aproximados de massa necessária ao contrapeso para minimizar as forças resultantes de cada caminho ou consideração. Também sumariza os valores determinados pelas análises de vibração e força.

Tabela 6- Análise de mínimos global.

CAMINHO	QUANTIDADE DE MASSA DE CONTRAPESO (g)	
	VIBRAÇÃO	FORÇA
TUBO DE SUCCÃO	9,0	7,0
TUBO DE DESCARGA	10,0	10,0
PLACA-BASE GLOBAL	8,8	8,8
PLACA-BASE ISOLADOR INDIVIDUAL	8,8	10,7

Analisada a vibração, verifica-se que a placa-base e os tubos não são minimizados com a mesma massa. Isto porque, primeiramente, os tubos e a placa-base do compressor não estão geometricamente no mesmo local, ou seja, vibram com intensidades diferentes devido aos movimentos rotacionais do compressor em torno de seu CG.

A análise das forças mostra a influência da impedância de cada caminho. A força transmitida ao sistema de refrigeração depende não somente da vibração, mas também da rigidez imposta por cada caminho em uma determinada direção. Assim, minimizar a vibração resultante próxima a essas regiões de transferência de energia não implica que a mínima força estará sendo transmitida ao sistema de refrigeração, já que uma determinada direção de rigidez dominante pode influenciar mais que a intensidade vibrante. Um bom exemplo é o comparativo de força e vibração para a análise individual do isolador. Devido à maior rigidez vertical do mesmo, mais força é transmitida nesta direção, mesmo sendo a vibração nas outras direções mais elevada. Isto promove a diferença de mínimos observada na Tabela 6. O caso é ainda mais complexo para a tubulação, onde as rigidezes rotacionais e o acoplamento de rigidezes entre as direções também podem influenciar na força transmitida.

5. CONCLUSÕES

A aproximação dos resultados experimentais, analíticos e numéricos permitiu validar a metodologia adotada para simular a vibração e os esforços transmitidos por compressores recíprocos aos sistemas de refrigeração. As simplificações no equacionamento analítico, para o cálculo das forças inerciais atuantes no mancal e para o cálculo das frequências de corpo rígido, mostraram-se satisfatórias para análises e aproximações rápidas.

A modelagem FEM permitiu não somente considerar os efeitos dinâmicos promovidos pelas ressonâncias da tubulação, mas foi também importante para a visualização de como o compressor vibra e transmite os esforços. A correlação entre as figuras do modelo deformado com cores e os esforços presentes no mecanismo proporcionou um melhor entendimento das causas da dinâmica do movimento. Estes modelos mostraram-se importantes ferramentas de auxílio à minimização da energia vibratória ou da força transmitida.

O fato de não minimizar a força e o momento com a mesma quantidade de massa de contrapeso torna mais complexo o balanceamento parcial de compressores recíprocos de um pistão. Isto também não permite que menores níveis de força resultante sejam transmitidos. A maior complexidade é promovida por ser a força vertical na placa-base minimizada com uma quantidade de massa diferente daquela determinada pelo cruzamento das curvas de força longitudinal e transversal. Menores níveis seriam transmitidos pela base já que a mínima força transversal, por exemplo, seria obtida pela minimização da curva da força transversal do mecanismo apenas e não no ponto onde as curvas de força transversal e de momento longitudinal se cruzam.

A análise de tubos com diferentes rigidezes sugere haver um valor ótimo para minimizar a força transmitida pela tubulação. Tubos de alta rigidez acabam por transmitir mais energia enquanto que tubos de baixa rigidez possuem ressonâncias na faixa de frequência de funcionamento dos compressores. Foi observado também que os tubos podem elevar a força transmitida pela placa-base ao aplicar maior rigidez ao compressor. Isto eleva os valores das frequências naturais de corpo rígido e conseqüentemente reduz o nível de isolamento promovido pelos isoladores.

Neste estudo, não foi considerada a força promovida pela pressão do cilindro durante a compressão do gás refrigerante. A

influência da condição termodinâmica na força aplicada longitudinalmente ao pistão é uma sugestão para trabalhos futuros.

A norma ARI 530-2005, que estabelece condições de teste de ruído, vibração e pulsação para compressores utilizados em sistemas de refrigeração, preconiza medir vibração nos pontos onde o compressor se conecta ao sistema. Medir vibração nestes pontos é uma maneira de aproximar o que é transmitido, sendo mais adequado que avaliar, por exemplo, no centro geométrico, onde a influência da rotação do compressor é reduzida. Entretanto, como verificado anteriormente, minimizar a vibração nos pontos de conexão do compressor com o sistema de refrigeração não garante que a mínima força é transmitida, já que a impedância do caminho é também fator determinante. Assim, para avaliação do balanceamento parcial de compressores recíprocos, a determinação das forças transmitidas é mais adequada que a vibração.

Foi verificado que não há um valor ideal de massa de contrapeso para minimizar a força transmitida por todos os caminhos de transferência de energia. Outro ponto que deve ser ressaltado é a questão de analisar a placa-base globalmente, ou seja, analisar o efeito resultante das forças transmitidas pelos isoladores. Esta consideração de análise não assegura que o melhor está sendo feito para o sistema de refrigeração. A força vertical resultante transmitida pela placa-base é praticamente cancelada entre os isoladores nesta consideração, entretanto o momento gerado por tais forças não é anulado. Apenas uma avaliação conjunta entre compressor e sistema permitiria determinar se é mais adequado considerar a placa-base globalmente ou se é mais importante a influência individual de cada isolador na baixa frequência. Vale lembrar também que uma direção de força de menor intensidade pode ser mais impactante, do ponto de vista de geração de ruído, que outra de maior valor.

Neste estudo foram analisados em conjunto o compressor, os isoladores e os tubos de sucção e descarga. Um próximo e importante passo é finalmente adicionar o sistema de refrigeração à análise. A sugestão para trabalhos futuros é conceber virtualmente e fisicamente um sistema de refrigeração acadêmico parametrizado, onde várias possibilidades poderiam ser avaliadas de maneira controlada. O objetivo principal seria avaliar quais caminhos e direções de força são mais críticos para o ruído gerado em cada situação. Diante de uma validação experimental do sistema virtual, análises numéricas poderiam ser realizadas, onde uma otimização dos parâmetros permitiria minimizar o efeito da vibração. Isto significaria realizar análises dedicadas, onde o foco não seria minimizar a força de um determinado caminho, direção

ou consideração, mas sim realizar o balanceamento parcial para redução efetiva do ruído do sistema de refrigeração.

REFERÊNCIAS

ARI – Air-Conditioning and Refrigeration Institute. **ARI 2005-530 – Sound and vibration rating of refrigeration compressors**. Arlington, Virginia: [s.n.], 2005.

BERANEK, Leo; VÉR, István. **Noise and vibration control engineering – principles and applications**. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.

DE SILVA, Clarence W. **Vibration and shock handbook**. Boca Raton, Florida: Taylor & Francis Group, 2005.

DE SILVA, Clarence W. **Computer techniques in vibration**. Boca Raton, Florida: Taylor & Francis Group, 2007.

DE SILVA, Clarence W. **Vibration damping, control, and design**. Boca Raton, Florida: Taylor & Francis Group, 2007.

ESTUPINAN, Edgar A.; SANTOS, Ilmar F. **Modelling hermetic compressors using different constraint equations to accommodate multibody dynamics and hydrodynamic lubrication**. Em: Revista da Sociedade Brasileira de Ciências e Engenharia Mecânica. [S.I.]: 2009.

HAMILTON, James. **Modeling and simulation of compressor suspension system vibrations**. West Lafayette, Indiana: School of Mechanical Engineering PURDUE UNIVERSITY, 1982.

HAMILTON, James. **Measurement and control of compressor noise**. West Lafayette, Indiana: School of Mechanical Engineering PURDUE UNIVERSITY, 1988.

HARRIS, Cyril M.; PIERSOL, Allan G. . **Harri's shock and vibration handbook**. New York: McGraw-Hill, 2002.

KHURMI, R. S.; GUPTA, J. K. **Theory of machines**. [S.I.]: [s.n.], 2008.

MABIE, Hamilton H.; OCVIRK, Fred. **Dinâmica das máquinas**. Tradução de: Edival Ponciano de Carvalho. Rio de Janeiro: Livro Técnicos e Científicos, 1980.

PFEIFFER, Friedrich; GLOCKER, Christoph. **Multibody dynamics with unilateral contacts**. Germany: 2004.

POPP, Karl; SCHIEHLEN, Werner. **Ground vehicle dynamics**. Hoboken, Chennai, India: Springer, 2010.

SHABANA, Ahmed A. **Dynamics of multibody systems**. New York: Cambridge University Press, 2005.

SHIGLEY, Joseph Edward; UICKER, John Joseph Jr. **Theory of machines and mechanisms**. New York: McGraw-Hill, 1995.

WITTBRODT, Edmund; WOJCIECH, Stanislaw; WÓJCIK, Iwona Adamiec. **Dynamics of flexible multibody systems**. New York: Springer, 2006.