

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

CONTROLADORES POR MÚLTIPLOS MODELOS
APLICADOS A SISTEMAS COM MULTIPLICIDADE
DE ENTRADA

Tese submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos
requisitos para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

JAIME EDUARDO NAVARRETE RODRIGUEZ

Florianópolis, Março de 2010

CONTROLADORES POR MÚLTIPLOS MODELOS APLICADOS A SISTEMAS COM MULTIPLICIDADE DE ENTRADA

Jaime Eduardo Navarrete Rodriguez

"Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de Concentração em Automação e Sistemas, e aprovada na sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina"

Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, Dr.
Orientador

Prof. Roberto de Souza Salgado, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, Dr - UFSC
Presidente

Prof. Francisco José Gomes, Dr. - UFJF

Prof. Otacílio da Mota Almeida, Dr. - UFC

Prof. Henrique Simas, Dr. - UFSC

Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr. - UFSC

*A Rosa e Gabriel que me iniciaram no caminhar da vida
A Taís que me dá forças para continuar nele!*

*“Nosso saber conjuntural vai sempre além
do que uma pessoa pode dominar. Por
isso não existe nenhuma autoridade. Isto é
válido também para as especialidades”*

Karl Popper.

AGRADECIMENTOS

É interessante perceber como um único campo do conhecimento pode ter pontos de vista tão subjetivos quando analisado pelas perspectivas de dois profissionais de diferentes áreas. Isto pelo fato de uma situação que aconteceu quando contei para um colega, Doutor em Engenharia Química na área de controle, que meu orientador, Doutor em Engenharia Elétrica na mesma área, estava sugerindo que modificássemos as dimensões de um tanque projetado para experiências laboratoriais com o objetivo de diminuir o seu tempo de resposta, o qual, para ele, estava muito lento. Meu colega ficou questionando a atitude de meu orientador, já que, para ele, o tempo de resposta do sistema já era rápido segundo seu critério. Trago a luz esta situação pelo fato que os problemas de controle, no dia a dia de um Engenheiro Químico, têm constantes de tempo da ordem de minutos e horas; já os problemas de controle, no dia a dia de um Engenheiro Elétrico, têm constantes de tempo de frações de segundo ou segundos. Iniciei com este relato para ressaltar que a decisão mais importante na minha formação profissional foi dar continuidade ao meu aprendizado na área de controle de processos junto a engenheiros com formação nas áreas elétrica, eletrônica e de automação e sistemas. Não pelo fato que eles talvez conheçam mais, ou talvez menos, a área de controle em relação aos engenheiros químicos, mas pelo motivo de possuir um ponto de vista diferente que me permitirá algum dia distinguir na minha área de atuação aqueles detalhes que podem fazer a diferença no êxito de um projeto pedagógico, acadêmico ou industrial.

Assim, quero agradecer ao meu orientador Antonio Augusto Rodrigues Coelho, por tudo aquilo que aprendi com ele, no âmbito pessoal e profissional, e especialmente em relação às pequenas constantes de tempo. Uma menção especial aos Rodrigues, Sumar e Ivan, o primeiro foco de reflexões irreverentes que expressam a inconformidade da conformidade e o segundo um constante exemplo que me ajuda a lembrar dia a dia que o conhecimento é um caminho sem final e que a cada amanhecer existe algo novo por aprender.

Finalmente, no texto, mais primeiro no coração, à minha família, que é o núcleo que sustenta tudo o que foi, sou e serei.

Resumo da Tese de Doutorado submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica

CONTROLADORES POR MÚLTIPLOS MODELOS APLICADOS A SISTEMAS COM MULTIPLICIDADE DE ENTRADA

Jaime Eduardo Navarrete Rodriguez

Março/2010

Orientador: Antonio Augusto Rodrigues Coelho, Dr.

Área de Concentração: Automação e Sistemas.

Palavras-chave: Identificação, controle preditivo, controle adaptativo, sistema não-linear, sistema de Van de Vusse.

Número de Páginas: xvii + 95.

A multiplicidade de entrada refere-se à obtenção de um valor estável da variável de saída em função de dois ou mais valores da variável de entrada. Sistemas com multiplicidade de entrada exibem curvas estáticas com valores máximos ou mínimos e o problema de controle é desafiante quando o valor desejado de operação da planta coincide com um destes valores. Estes máximos ou mínimos apresentam ganho estático nulo e diferentes comportamentos dinâmicos na operação a esquerda ou direita do valor ótimo. Na área de processos químicos, um sistema *benchmark* de multiplicidade de entrada é o sistema de Van de Vusse. Neste sistema o valor máximo da curva de operação estática coincide com o valor ótimo da referência da variável de interesse a ser controlada. Na área de otimização de redes de reatores este sistema tem sido amplamente estudado. Na área de controle de processos, embora este sistema seja considerado para estudos de controle, o seu uso no projeto de controladores que operem no valor ótimo tem sido limitado, sendo normalmente referido como sistema de teste em projetos de controle com plantas trabalhando longe do valor ótimo de operação. Este trabalho é direcionado ao problema de controle do sistema de Van de Vusse no valor ótimo de operação, através de uma estratégia de modelagem múltipla. São aplicadas técnicas de modelagem paramétrica e não-paramétrica, por múltiplos modelos, avaliando o desempenho em malha aberta. Posteriormente, com base nas técnicas usadas, são projetados sistemas de controle que fazem uso do modelo da planta para o cálculo da saída de controle. Na definição da quantidade de modelos a serem utilizados, são introduzidos índices de detecção de número de modelos. O trabalho também apresenta relações de comportamento estático e dinâmico para estes sistemas, mostrando que no projeto de controle e definição das referências de operação a análise destas relações deve ser levada em consideração visando a estabilidade de malha.

Abstract of Thesis presented to Federal University of Santa Catarina as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

MULTIPLE MODELS CONTROL APPLIED TO MULTIPLE INPUT SYSTEMS

Jaime Eduardo Navarrete Rodriguez

March/2010

Advisor: Antonio Augusto Rodrigues Coelho, Dr.

Area of Concentration: Automation and Systems.

Keywords: Identification, predictive control, adaptive control, nonlinear systems, Van de Vusse system.

Number of Pages: xvii + 95.

Input multiplicity deal with an output value as a function of two or more steady-state input values, showing maximum and/or minimum values in the steady-state relationship. The control design for input multiplicity plants is challenging when the setpoint plant coincides with one of these values. These maximum or minimum points have null steady-state gain and different dynamic behavior to each side of the maximum and/or minimum values, generating closed-loop stability problems. A benchmark plant with input multiplicity is the Van de Vusse reaction system. It is widely used in chemical process applications. For this plant the steady-state maximum value coincides with the optimal setpoint value for the process variable to be controlled. In reactors optimization fields this system is widely used in applications around the steady-state maximum value. In process control, although this system be considered for controller design, their use in control systems that operate in the steady-state maximum value has been limited, being normally used to assess control algorithms on plants working far from the steady-state maximum value. This work discusses the control design for the Van de Vusse reaction system in the steady-state maximum value, through a multiple modeling control strategy. For this purpose, both parametric and nonparametric modeling techniques are applied and the open-loop model performance is evaluated. Using multiple model techniques, control systems are designed, where several local models are utilized for deriving the global model. This global model is used to calculate the control output. For detection and to determine the number of models that will be applied, some performance indices are introduced. This work also analyzes qualitatively the relationships of both dynamic and static behaviors for input multiplicity systems, showing that in the control design and setpoint definition the analysis between these relations must be considered to assess the closed-loop stability.

Sumário

1. Introdução	1
1.1 Motivação e Justificativa	1
1.2 Estrutura da tese.....	5
2. Sistemas de reatores químicos com multiplicidade de entrada.....	6
2.1 Introdução	6
2.2 Sistema de reação de Van de Vusse	8
2.2.1 Comportamento estático e região atingível.....	10
2.2.1.1 Cenário 1: Aumento da concentração do componente <i>A</i> na corrente de alimentação.....	13
2.2.1.2 Cenário 2: Diminuição da concentração do componente <i>A</i> na corrente de alimentação.....	14
2.2.1.3 Cenário 3: Incerteza ou variação no valor dos parâmetros dos coeficientes cinéticos do processo	15
2.2.2 Comportamento dinâmico.....	16
2.3 Conclusão	18
3. Modelagem por múltiplos modelos em malha aberta aplicada a sistemas de reação com multiplicidade de entrada	20
3.1 Introdução	20
3.2 Múltiplos modelos – conceito	22
3.3 Representação através de modelos paramétricos.....	24
3.3.1 Estrutura de múltiplos modelos proposta na literatura.	26
3.4 Representação através de modelos não-paramétricos.....	28
3.5 Propostas da tese em modelagem por múltiplos modelos.....	31
3.6 Testes de modelagem.....	32
3.6.1 Modelagem paramétrica	33
3.6.1.1 Variação na taxa de diluição	35
3.6.1.2 Variação da concentração do componente <i>A</i> na alimentação.....	39
3.6.2 Modelagem não-paramétrica.....	42
3.6.2.1 Variação na taxa de diluição	43

3.6.3	Determinação do número ótimo de modelos	48
3.7	Conclusão	53
4.	Controle por múltiplos modelos aplicado a sistemas com multiplicidade de entrada....	55
4.1	Introdução	55
4.2	Aplicações de controle sobre o SRME de Van de Vusse	57
4.3	Propostas da tese em controle por múltiplos modelos.....	59
4.4	Controlador adaptativo baseado em comutação	60
4.4.1	Lei de controle de variância mínima generalizada	60
4.4.2	Cenário do problema de controle regulatório	63
4.4.2.1	Perturbação não-mensurável no controle	64
4.4.2.2	Perturbação mensurável na concentração de alimentação.....	66
4.4.2.3	Efeito da ponderação do controle	68
4.5	Controlador preditivo baseado em ponderação	72
4.5.1	Problema de controle regulatório.....	73
4.5.1.1	Perturbação não-mensurável no controle	74
4.5.1.2	Perturbação mensurável na concentração de alimentação.....	76
4.6	Conclusão	83
5.	Conclusão	85
5.1	Trabalhos futuros	87
6.	Referências Bibliográficas	89

Lista de Figuras

Figura 1.1: Controle PID aplicado num sistema com multiplicidade de entrada.	2
Figura 2.1: Representação de sistemas com multiplicidade de entrada ou saída.	6
Figura 2.2: Esquema geral de um processo de transformação química.....	8
Figura 2.3: Representação estequiométrica de reações elementares. i) simples; ii) em série e iii) em paralelo num reator do tipo CSTR.....	9
Figura 2.4: Comportamento estático de um sistema de reação série/paralelo.	11
Figura 2.5: Efeito da mudança da concentração do componente <i>A</i> na alimentação	13
Figura 2.6 Variação do máximo de operação C_{B-max} para mudanças de ± 1 unidade em C_{Ae}	14
Figura 2.7: Variação do máximo de operação C_{B-max} , em função da incerteza paramétrica.....	15
Figura 2.8: Relação de estado estacionário e zero do processo para o sistema de Van de Vusse.....	17
Figura 2.9: Comportamento em malha aberta, variações negativas da taxa de diluição. .	17
Figura 2.10: Comportamento em malha aberta, variações positivas da taxa de diluição. .	18
Figura 3.1: Decomposição do espaço operacional e associação de cada subespaço a um controlador (1) ou modelo (2).....	23
Figura 3.2: Operação por múltiplos modelos no espaço de parâmetros <i>S</i> . Comutação através de um modelo fixo e o modelo adaptativo reinicializante.	27
Figura 3.3: Mudança em região de operação estática.	29
Figura 3.4: Região de aplicação dos regimes operacionais na modelagem paramétrica do SRME de Van de Vusse.	34
Figura 3.5: Seqüência de entrada para modelagem paramétrica do SRME de Van de Vusse.....	36
Figura 3.6: Saída da planta e dos modelos paramétricos do SRME de Van de Vusse em função da variação da taxa de diluição.	36
Figura 3.7: Comutação dos modelos em malha aberta na modelagem por múltiplos modelos em função da variação da taxa de diluição.	37

Figura 3.8: Variação do parâmetro a_1 da planta na estimação por modelos adaptativos em função da variação da taxa de diluição.	38
Figura 3.9: Variação do parâmetro b_0 da planta na estimação por modelos adaptativos em função da variação da taxa de diluição.	38
Figura 3.10: Saída da planta e dos modelos paramétricos do SRME de Van de Vusse em função da variação da concentração de alimentação do componente A.	40
Figura 3.11: Comutação dos modelos em malha aberta na modelagem por múltiplos modelos em função da variação da concentração de alimentação do componente A.	40
Figura 3.12: Variação do parâmetro a_1 da planta na estimação por modelos adaptativos em função da variação da concentração de alimentação do componente A.	41
Figura 3.13: Variação do parâmetro b_1 da planta na estimação por modelos adaptativos em função da variação da concentração de alimentação do componente A.	41
Figura 3.14: Região de aplicação dos regimes operacionais na modelagem não-paramétrica do SRME de Van de Vusse.	43
Figura 3.15: Seqüência de entrada em teste de detecção de número de modelos.	44
Figura 3.16: Saída da planta e dos modelos não-paramétricos do SRME de Van de Vusse em função da variação da taxa de diluição.	44
Figura 3.17: Probabilidades associadas aos modelos em malha aberta na modelagem por múltiplos modelos em função da variação da taxa de diluição.	45
Figura 3.18: Efeito do valor de K_{PB} na velocidade de convergência do modelo.	46
Figura 3.19: Distribuição da probabilidade dos modelos para $K_{PB} = 10$	47
Figura 3.20: Distribuição da probabilidade dos modelos para $K_{PB} = 10000$	47
Figura 3.21: Detecção de número de modelos para excitação aplicada constante e variação no número de pontos de operação.	51
Figura 3.22: Saída da planta em malha aberta para o conjunto de modelos E.	52
Figura 3.23: Probabilidades associadas a cada modelo para o conjunto de modelos E.	52
Figura 4.1: Filosofia do controle preditivo.	56
Figura 4.2: Valores de operação sobre a curva estática para validação do controlador proposto por Kanter <i>et al.</i> , 2001.	59
Figura 4.3: Estrutura RST para o controlador de variância mínima generalizada.	60
Figura 4.4: Estrutura proposta de controle adaptativo por múltiplos modelos.	63
Figura 4.5: Saída no problema regulatório frente a uma perturbação não-mensurável no controle.	64
Figura 4.6: Controle no problema regulatório frente a uma perturbação não-mensurável no controle.	65

Figura 4.7: Comutação do controlador GMV-MM no problema regulatório frente a uma perturbação não-mensurável no controle.....	65
Figura 4.8: Saída no problema regulatório frente a uma perturbação na alimentação.	66
Figura 4.9: Controle no problema regulatório frente a uma perturbação na alimentação .	67
Figura 4.10: Comutação do controlador GMV-MM no problema regulatório frente a uma perturbação na alimentação.....	67
Figura 4.11: Comportamento em relação à perturbação não-mensurável no controle. $\lambda_0 = 50$	69
Figura 4.12: Comportamento em relação à perturbação não-mensurável no controle. $\lambda_0 = 3$	70
Figura 4.13: Comportamento em relação à perturbação não-mensurável no controle. $\lambda_0 = 2.5$	70
Figura 4.14: Comportamento em relação à perturbação não-mensurável no controle. $\lambda_0 = 2$	71
Figura 4.15: Relação da variância do sinal de controle e do sinal de saída em função do valor da ponderação do controle.....	71
Figura 4.16: Estrutura de controle DMC por múltiplos modelos.	73
Figura 4.17: Saída no problema regulatório frente a uma perturbação não-mensurável no controle.....	75
Figura 4.18: Controle no problema regulatório frente a uma perturbação não-mensurável no controle.....	75
Figura 4.19: Probabilidades do controlador DMC-MM no problema regulatório frente a uma perturbação não-mensurável no controle.	76
Figura 4.20: Saída no problema regulatório frente a uma perturbação na concentração de alimentação C_{Ae} . Controlador DMC e DMC-MM.....	77
Figura 4.21: Controle no problema regulatório frente a uma perturbação na concentração de alimentação C_{Ae} . Controlador DMC e DMC-MM.....	77
Figura 4.22: Probabilidades do controlador DMC-MM no problema regulatório frente a uma perturbação na concentração de alimentação C_{Ae}	78
Figura 4.23: Saída no problema regulatório frente a uma perturbação na concentração de alimentação C_{Ae} . Controlador DMC e DMC-MM para três condições de C_{Ae}	80
Figura 4.24: Controle no problema regulatório frente a uma perturbação na concentração de alimentação C_{Ae} . Controlador DMC e DMC-MM para três condições de C_{Ae}	80
Figura 4.25: Probabilidades do controlador DMC-MM no problema regulatório frente a uma perturbação na concentração de alimentação C_{Ae}	81

Figura 4.26: Probabilidades do controlador DMC-MM no problema regulatório frente a uma perturbação na concentração de alimentação C_{Ae}	81
Figura 4.27: Probabilidades do controlador DMC-MM no problema regulatório frente a uma perturbação na concentração de alimentação C_{Ae}	82

Lista de Tabelas

Tabela 2.1: Parâmetros do sistema de Van de Vusse.	11
Tabela 3.1: Família de modelos paramétricos em equações a diferenças..	25
Tabela 3.2: Valor das variáveis na geração do banco de modelos fixos – modelos paramétricos.	33
Tabela 3.3: Valor das variáveis na geração do banco de modelos fixos – modelos não-paramétricos.	42
Tabela 3.4: Métrica de divisão de modelos para teste do número de modelos.	51
Tabela 3.5: Critérios de informação em teste de detecção do número de modelos.	51
Tabela 4.1: Efeito da ponderação de controle na variância dos sinais de entrada e saída.	69
Tabela 4.2: Parâmetros do controlador DMC por múltiplos modelos.	74

Lista de Abreviaturas

AIC	Akaike's Information Criterion
AR	Auto Regressive
ARIMA	Auto Regressive Integrated Moving Average
ARMA	Auto Regressive Moving Average
BIC	Bayesian Information Criterion
CAR	Controlled Auto Regressive
CARIMA	Controlled Auto Regressive Integrated Moving Average
CARMA	Controlled Auto Regressive Moving Average
CSTR	Continuous Stirred Tank Reactor
DMC	Dynamic Matrix Control
EKF	Extended Filter Kalman
FIR	Finite Impulse Response
FPE	Final Prediction Error
GMV	Generalized Minimum Variance
GPC	Generalized Predictive Control
IMC	Internal Model Control
MA	Moving Average
MM	Múltiplos Modelos
MPC	Model Predictive Control
MQR	Mínimos Cuadrados Recursivo
PFR	Plug Flow Reactor
PID	Proporcional – Integral – Derivativo

RAIC	Akaike's Information Criterion - modificação Rodriguez
RBIC	Bayesian Information Criterion- modificação Rodriguez
RFPE	Final Prediction Error- modificação Rodriguez
RMSE	Root Mean Square Error
SRME	Sistema de Reação com Multiplicidade de Entrada

Lista de Símbolos

Funções e Polinômios

$A(z^{-1})$	polinômio do numerador do modelo do processo
$B(z^{-1})$	polinômio do denominador do modelo do processo
$C(z^{-1})$	polinômio associado ao erro do modelo do processo
Δ	operador a diferenças $(1-z^{-1})$
$E(z^{-1})$	polinômio em z^{-1}
$J(.)$	função custo ou função objetivo
$P(z^{-1})$	polinômio em z^{-1}
$R(z^{-1})$	polinômio em z^{-1}
$S(z^{-1})$	polinômio em z^{-1}
$T(z^{-1})$	polinômio em z^{-1}

Variáveis e constantes

$a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, p_i, r_i, s_i, r_i$	coeficientes dos polinômios em z^{-1} ; $i = 1, 2, 3, \dots$
A	espécie química de reação (reagente)
B	espécie química de reação (produto)
C	espécie química de reação (produto)
C_A	concentração da espécie química A
C_{Ae}	concentração da espécie química A na entrada do reator

C_B	concentração da espécie química B
C_{BSS}	concentração da espécie química B em estado estacionário
C_{B-max}	concentração do componente B no máximo da curva estática
C_C	concentração da espécie química C
C_D	concentração da espécie química D
d	atraso de transporte discreto
D	espécie química de reação (produto)
Δu	incremento de controle
e	erro de modelagem, erro de estimação, erro de controle
\vec{f}	vetor de resposta livre
g_i	coeficientes da resposta ao impulso
k_1	parâmetro cinético de reação
k_2	parâmetro cinético de reação
k_3	parâmetro cinético de reação
K	ganho do estimador
K_c	ganho do controlador
K_p	ganho do processo
K_{PB}	ganho do estimador de probabilidades de Bayes
m	número de medidas experimentas da planta; horizonte de controle
M/L^3	massa por unidade de comprimento elevada ao cubo
na, nb, nc, ne, ns	ordens dos polinômios em z^{-1}
n_θ	dimensão do vetor de parâmetros estimados $\hat{\theta}$
N_m	número de modelos
p	horizonte de predição
S	espaço de parâmetros
t	tempo

T_i	tempo integral
T_d	tempo derivativo
T_s	tempo de amostragem
u	signal de entrada do sistema, signal de controle, taxa de diluição
u^*	entrada do sistema referida a um estado estacionário
u_{max}	taxa de diluição no valor máximo do componente B
w	referência filtrada
x^*	variável de estado referida a um estado estacionário
x	variável de estado
y_r	referência, set-point
y	saída do sistema
y^*	saída do sistema referida a um estado estacionário
\hat{y}	saída do sistema estimada
β	atraso de transporte
δ	probabilidade limite (valor mínimo)
γ	ponderação associada à referência
φ	vetor de medidas de entrada/saída
θ	vetor de parâmetros
$\hat{\theta}$	vetor de parâmetros estimados
τ	constante de tempo do processo
τ_c	constante de tempo IMC
λ	fator de esquecimento, ponderação no controle
ϕ_i	probabilidade associada a um modelo no intervalo $[0, 1]$
$\bar{\phi}_i$	probabilidade normalizada n associada a um modelo
σ_{erro}^2	variância do erro de modelagem

Matrizes

G	matriz dinâmica
$I_{2 \times 2}$	matriz identidade 2 x 2
P	matriz de covariância
Φ	matriz de observação do sistema

Capítulo 2

Sistemas de reatores químicos com multiplicidade de entrada

2.1 Introdução

O conceito de multiplicidade no contexto de modelagem e controle de processos, aplicado em sistemas de uma entrada e uma saída (figura 2.1) se refere a:

- i. A geração de uma condição estável da saída por duas diferentes condições de entrada. Neste caso se denomina multiplicidade de entrada;
- ii. A geração de duas condições estáveis de saída por uma condição de entrada. Neste caso se denomina multiplicidade de saída.

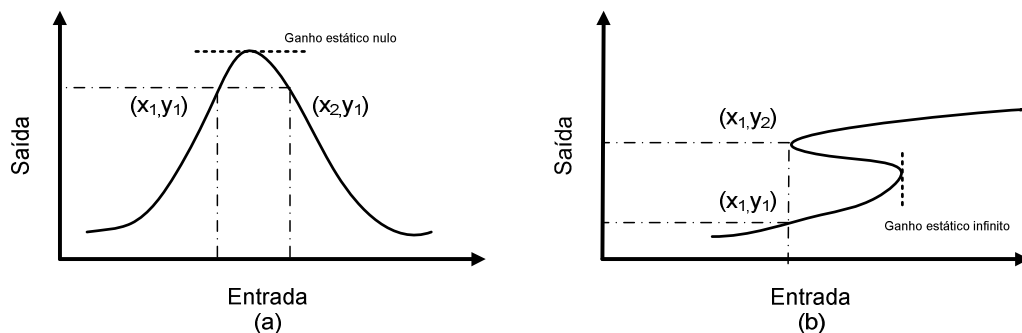


Figura 2.1: Representação de sistemas com multiplicidade de entrada ou saída. (a) duas entradas uma saída. (b) uma entrada duas saídas.

A multiplicidade de saída é observada em aplicações de destilação¹ binária e destilação reativa (Koggersbol *et al.*, 1996; Blagov *et al.*, 2000). Do ponto de vista de

¹ Destilação: método de separação de uma mistura de compostos em fase líquida, baseado no fenômeno de equilíbrio líquido-vapor de misturas líquidas (detalhes em McCabe *et al.*, 1991).

controle estes sistemas apresentam desafios já que, em alguns pontos de operação da curva estática, o ganho é infinito e há mudança de seu sinal.

A multiplicidade na entrada é encontrada em sistemas de reação química e bioquímica tais como biorreatores de fermentação contínua (Amrit e Saha, 2007) e reatores da indústria petroquímica e de polímeros (Glasser e Hildebrandt, 1997). Do ponto de vista de controle estes sistemas apresentam desafios já que, em alguns pontos de operação da curva estática, o ganho é nulo e há mudança de seu sinal.

Um sistema com multiplicidade de entrada amplamente usado em estudos de projeto e otimização de redes de reatores é o sistema de reação série/paralela de Van de Vusse (Feinberg, 2000; Hillestad, 2004; Kashiwagi e Li, 2004). No âmbito de controle de processos, o sistema de reação de Van de Vusse é usado como um *benchmark* em estudos de sistemas de controle não-linear (Sistu e Bequette, 1995; Klatt e Engell, 1998; Wu, 1999a ; Wu, 1999b; Kanter *et al.*, 2001; Perez *et al.*, 2002; Kashiwagi e Li, 2004; Graichen *et al.*, 2009). Um denominador comum destes trabalhos é a validação dos controladores obtidos em relação às incertezas paramétricas ou perturbações que atuem sobre o processo sem uma análise adequada de seu comportamento estático, caracterizado pelo conceito de região atingível. Tanto perturbações como incertezas paramétricas influenciam na resposta dinâmica e estática de um sistema de reação com multiplicidade de entrada (Graichen *et al.*, 2009) e, caso não sejam avaliadas adequadamente, podem levar a regiões de operação nas quais seja impossível atingir o valor de referência desejado, seja em malha fechada ou em malha aberta.

Para compreender a relação entre o comportamento estático e o comportamento dinâmico num sistema de reação com multiplicidade de entrada, é apresentada neste capítulo uma descrição do sistema de Van de Vusse em reatores do tipo CSTR, relacionando-se o comportamento estático com a existência ou inexistência de condições de operação através da abordagem do conceito de região atingível de operação. Em controle de processos, do ponto de vista da engenharia química, a correlação entre características estáticas e dinâmicas é de suma importância em etapas de projeto de sistemas de controle já que os processos químicos possuem constantes de tempo elevadas e tem associadas grandes quantidades de correntes mássicas ou demandas energéticas criando uma interdependência de custos operacionais entre a controlabilidade dinâmica e o comportamento estático do sistema (Luyben e Luyben, 1997). No caso específico de sistemas com multiplicidade de entrada e/ou saída estas características devem ser analisadas com maior ênfase também em função da existência ou inexistência de condições de operação específicas.

2.2 Sistema de reação de Van de Vusse

Os processos químicos industriais são projetados para obter economicamente um dado produto a partir de diferentes matérias primas, submetidas a diferentes etapas de tratamento, como apresentado na figura 2.2. As matérias primas passam por etapas de tratamentos físicos que visam condicioná-las para formas nas quais possam reagir quimicamente passando posteriormente a um reator químico. Os produtos obtidos no reator são submetidos posteriormente a novos tratamentos físicos (separações, purificações), para obter o produto desejado (Levenspiel, 1999).

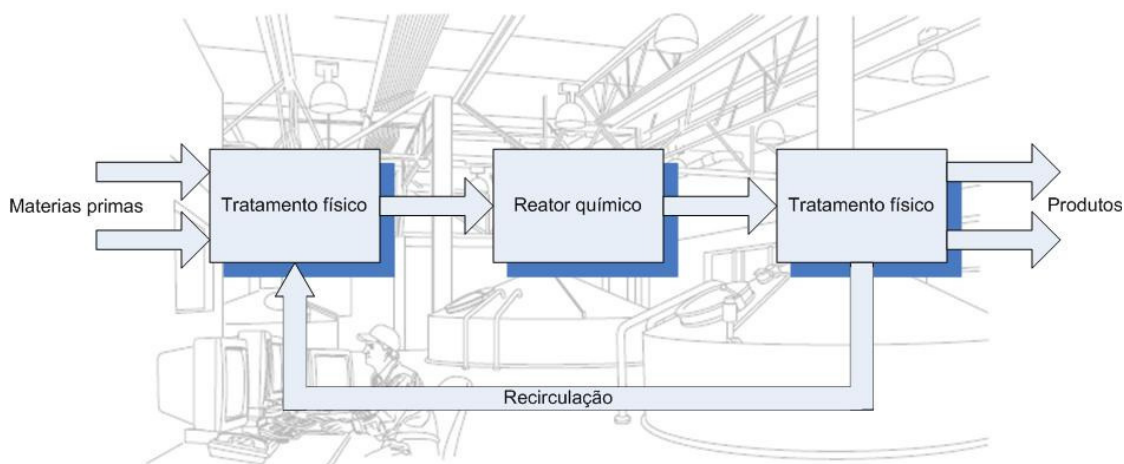


Figura 2.2: Esquema geral de um processo de transformação química.

Diferentes tipos de reatores químicos estão presentes na indústria, sendo as configurações em batelada e batelada alimentada as mais utilizadas nas áreas farmacêutica, agrícola e alimentar, enquanto as configurações batelada alimentada e contínua são as mais utilizadas nas áreas da petroquímica e indústria química de grande porte (Glasser e Hildebrandt, 1997; Azimzadeh *et al.*, 2001).

Na operação em forma contínua uma ou várias correntes de entrada adicionam reagentes no reator e uma corrente de saída remove os produtos gerados e os reagentes remanescentes que não foram convertidos em produtos. Esta operação pode acontecer num reator CSTR, onde são consideradas propriedades uniformes no seio do reator, ou em reatores tubulares do tipo PFR (*Plug Flow Reactor*), onde são consideradas propriedades variáveis em função de coordenadas espaciais ao longo do eixo do reator (Levenspiel, 1999).

Conforme o tipo de reator, uma modelagem matemática que represente o comportamento dinâmico da reação química pode ser obtida em função de equações

diferenciais resultantes de balanços de matéria e energia. Para os reatores do tipo CSTR esta representação é em função de equações diferenciais ordinárias e para reatores do tipo PFR em função de equações diferenciais parciais. Em ambos os casos são necessários modelos de rotas de reação que, no campo da engenharia química, são expressos em função de representações estequiométricas² e cinéticas de reação³ (Nauman, 2002).

Diferentes rotas de reação podem existir e qualquer uma delas pode ser representada em função de combinações de modelos de reações elementares (Levenspiel, 1999), que podem ser reações simples, reações em série ou reações em paralelo (figura 2.3).

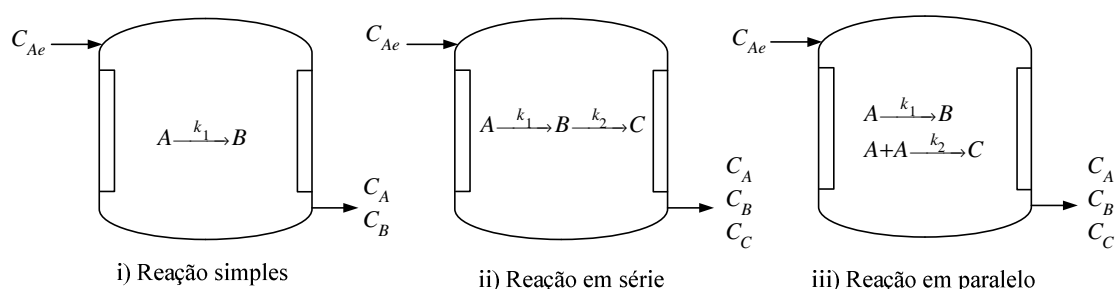


Figura 2.3: Representação estequiométrica de reações elementares. i) simples; ii) em série e iii) em paralelo num reator do tipo CSTR.

Uma reação amplamente usada como *benchmark* em estudos de projeto e otimização de redes de reatores é o sistema de reação de Van de Vusse (Shahraz, 2009; Van de Vusse, 1964). Esta reação é representada como uma combinação série/paralela que segue a seguinte estequiometria:



Na modelagem e controle de processos, a reação de Van de Vusse é usada como um modelo de prova em estudos de modelagem e controle de sistemas não-lineares (Wu, 1999b; Perez *et al.*, 2002; Kashiwagi e Li, 2004; Li *et al.*, 2008). Sua utilização se deve ao fato da reação apresentar comportamento de multiplicidade de entrada que traz atrelada a inversão de ganho em determinadas mudanças de referência e comportamento de fase

² Representação estequiométrica refere-se a uma representação matemática de uma equação química, ajustada através de coeficientes que representam as proporções de cada composto (moléculas/átomos/íons) envolvido na reação, os quais devem respeitar as leis de conservação de massa (detalhes em Levenspiel, 1999).

³ Cinética de reação trata do estudo experimental da velocidade das reações químicas, ajustada a modelos matemáticos que consideram leis de conservação da massa e energia (detalhes em Levenspiel, 1999).

mínima e não-mínima, conforme o ponto de operação. Adicionalmente, apresenta ganho zero no ponto ótimo de operação quando o objetivo é maximizar a concentração do componente B na saída do processo (Sistu e Bequette, 1995).

2.2.1 Comportamento estático e região atingível

O sistema de reação de Van de Vusse (equação 2.1) objetiva a obtenção de um produto de interesse B através da decomposição do reagente A . O produto B por sua vez se decompõe para um componente não desejado C . Paralela à reação de B , uma segunda reação de A acontece produzindo outro componente não desejado D . A dinâmica do sistema é representada por equações obtidas a partir de balanços de massa do sistema (Van de Vusse, 1964), segundo,

$$\frac{dC_A}{dt} = -k_1 C_A - k_3 C_A^2 + (C_{Ae} - C_A)u \quad (2.2)$$

$$\frac{dC_B}{dt} = k_1 C_A - k_2 C_B - C_B u \quad (2.3)$$

$$\frac{dC_C}{dt} = k_2 C_B - C_C u \quad (2.4)$$

$$\frac{dC_D}{dt} = k_3 C_A^2 - C_D u \quad (2.5)$$

onde C_A , C_B , C_C e C_D são as concentrações dos componentes A , B , C e D , respectivamente, $[M/L^3]$, C_{Ae} é a concentração de A na alimentação do reator, $[M/L^3]$, k_1 , k_2 e k_3 os parâmetros cinéticos associadas à velocidade da reação e u é a taxa de diluição, $[t^{-1}]$.

Na figura 2.4 é apresentado o comportamento estático do sistema da reação série/paralela, com a parametrização da tabela 2.1. Como o objetivo na operação do sistema é maximizar a concentração do componente B , o ponto operacional desejado corresponde ao valor máximo da curva C_B (figura 2.4). Entretanto, observa-se que as concentrações dos outros produtos da reação C e D também apresentam comportamentos de multiplicidade de entrada.

Considerando que o sistema opera no estado estacionário, o conjunto de equações 2.2 a 2.5 pode ser reduzido a

Tabela 2.1: Parâmetros do sistema de Van de Vusse.

Parâmetro	k_1	k_2	k_3	C_{Ae}
Valor	5/4	3/5	6/5	10

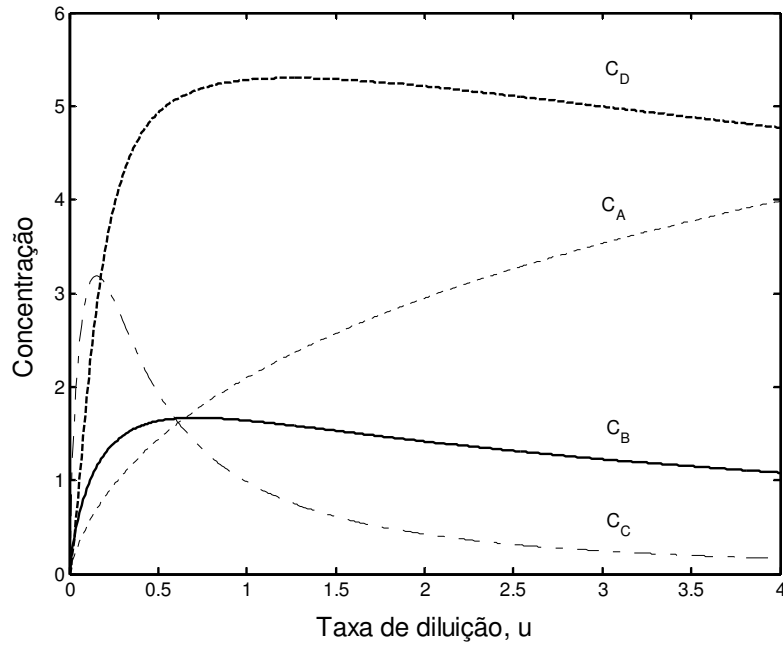


Figura 2.4: Comportamento estático de um sistema de reação série/paralelo.

$$0 = -k_1 C_A - k_3 C_A^2 + (C_{Ae} - C_A)u \quad (2.6)$$

$$0 = k_1 C_A - k_2 C_B - C_B u \quad (2.7)$$

$$0 = k_2 C_B - C_C u \quad (2.8)$$

$$0 = k_3 C_A^2 - C_D u \quad (2.9)$$

e, usando a equação 2.6, o valor de estado estacionário para o componente A pode ser expresso como

$$k_3 C_A^2 + (k_1 + u)C_A - C_{Ae}u = 0$$

$$C_A = \frac{-(k_1 + u) \pm \sqrt{(k_1 + u)^2 + 4k_3 C_{Ae}u}}{2k_3} \quad (2.10)$$

sendo que somente a solução positiva é válida ($C_A \geq 0$).

Substituindo a equação 2.10 na equação 2.7, obtém-se o valor em estado estacionário para o componente B , ou seja,

$$C_B = \frac{k_1 C_A}{k_2 + u} \quad (2.11)$$

$$C_B = \frac{k_1 \left[-(k_1 + u) + \sqrt{(k_1 + u)^2 + 4k_3 C_{Ae} u} \right]}{2k_3 (k_2 + u)}$$

A equação 2.11 representa o comportamento em estado estacionário da concentração do componente B em função da taxa de diluição do sistema. Diferenciando-se a expressão 2.11 é obtida a equação para a variação instantânea da concentração de B em relação à taxa de diluição:

$$\frac{dC_B}{du} = \frac{k_1 \left[-1 + \frac{2k_1 + 4k_3 C_{Ae} + 2u}{2\sqrt{(k_1 + u)^2 + 4k_3 C_{Ae} u}} \right]}{2k_3 (k_2 + u)} - \frac{k_1 \left[-k_1 - u + \sqrt{(k_1 + u)^2 + 4k_3 C_{Ae} u} \right]}{2k_3 (k_2 + u)^2} \quad (2.12)$$

No ponto de operação desejado (máximo da curva), a variação instantânea da concentração de B em relação à taxa de diluição é zero. Assim, evidenciando a taxa de diluição u na equação 2.12 obtém-se

$$u_{\max} = \frac{1}{2} \frac{2k_3 C_{Ae} k_2 + 2\sqrt{-2k_1^2 k_2^2 - 2k_1 k_2^2 k_3 C_{Ae} + k_1^3 k_2 + k_1 k_2^3 + k_3 C_{Ae} k_2^3 + k_3 C_{Ae} k_2 k_1^2}}{k_1 - k_2 + k_3 C_{Ae}} \quad (2.13)$$

$$u_{\max} = f(C_{Ae}, k_1, k_2, k_3)$$

Definindo-se a região atingível como a região limitada pelo conjunto total de composições que podem ser obtidas por diferentes alternativas de projeto (tipo de reatores, número de reatores, composições dos reagentes na corrente de alimentação dos reatores, parâmetros cinéticos, etc) (Glasser e Hildebrandt, 1997), a equação 2.13 representa a região atingível na concentração do componente B que pode ser obtida em função de diferentes valores de operação da concentração do componente A na alimentação do reator e de diferentes valores dos parâmetros cinéticos que o sistema reacional pode assumir.

Com a invariância dos parâmetros cinéticos do sistema de reação, k_1, k_2 e k_3 , a taxa de diluição ótima que maximiza a concentração do componente B é função da concentração do componente A na corrente de entrada. Graficamente, com uma variação unitária na concentração do componente A na entrada, a partir da equação 2.13 se obtém as diferentes curvas estáticas mostradas na figura 2.5. A partir destas curvas são apresentados diferentes cenários que relacionam o valor ótimo em malha aberta com o valor ótimo como referência em malha fechada.

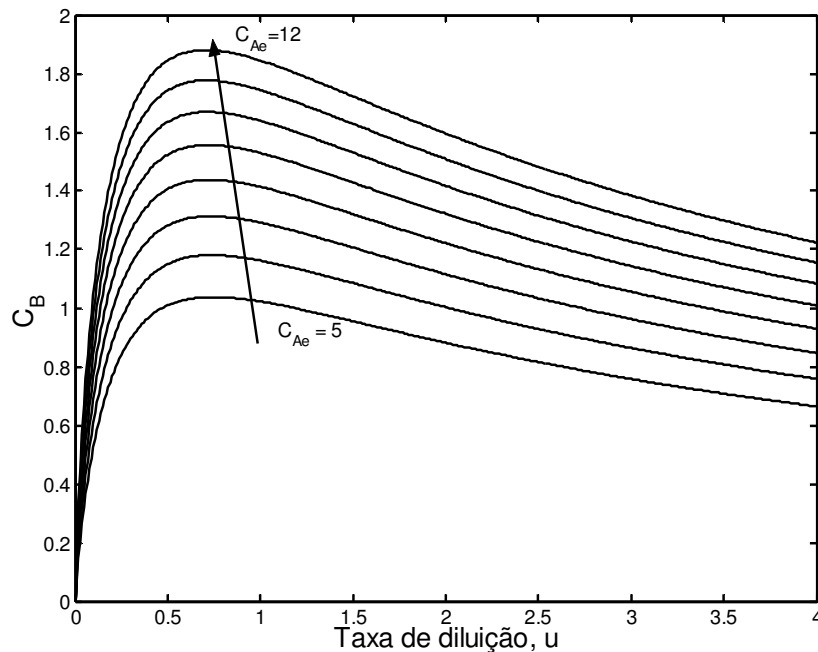


Figura 2.5: Efeito da mudança da concentração do componente A na alimentação.

2.2.1.1 Cenário 1: Aumento da concentração do componente A na corrente de alimentação

Considere o sistema operando em malha fechada com a taxa de diluição u como variável manipulada, a concentração do componente B , C_B , como variável controlada e com uma concentração do componente A na entrada $C_{Ae} = 10$. Aplicando-se a equação 2.13, com os parâmetros dados na tabela 2.1, a referência de operação correspondente ao ponto $u = 0.7140$ é $C_{B-max} = 1.6691$. Se acontece uma perturbação a montante do processo que varie a concentração do componente A para $C_{Ae} = 11$, e a referência não é alterada, o processo se desloca para um valor na curva estática de operação $C_{Ae} = 11$ onde o sistema pode operar com uma taxa de diluição $u = 1.3335$ ou $u = 0.3824$ para manter o valor da referência. Neste caso um sistema de controle, projetado de forma

adequada, consegue manter o valor de referência de concentração do componente B , mas o sistema não opera no valor ótimo para a nova concentração de componente A na entrada (figura 2.6).

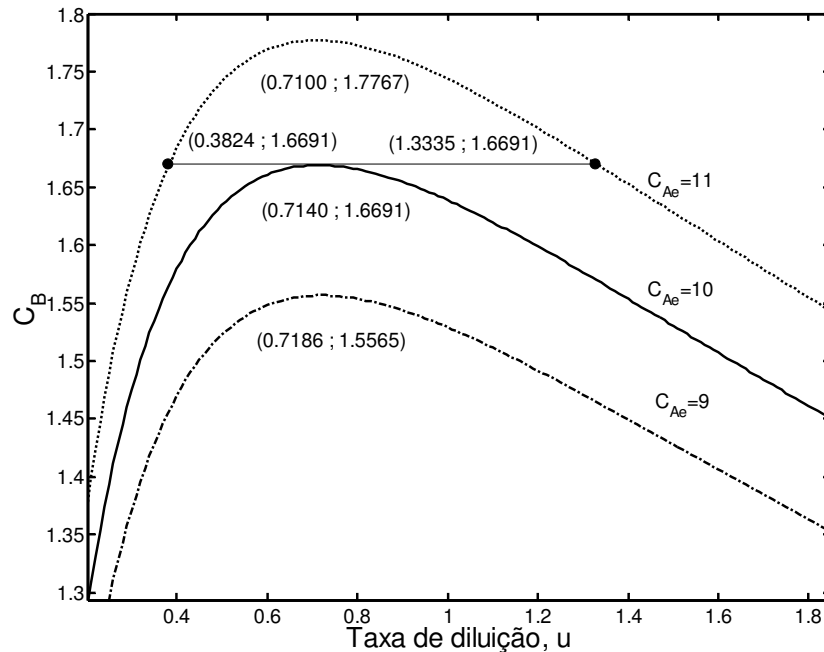


Figura 2.6 Variação do máximo de operação C_{B-max} para mudanças de ± 1 unidade em C_{Ae} .

2.2.1.2 Cenário 2: Diminuição da concentração do componente A na corrente de alimentação

De forma análoga ao cenário 1, acontecendo uma diminuição na concentração de A na corrente de entrada para $C_{Ae} = 9$, sem mudança na referência, o processo deve se deslocar para um valor operacional na curva estática de $C_{Ae} = 9$. Entretanto, nesta condição de alimentação, não existe um valor operacional válido para a referência na curva estática. Para esta condição, qualquer sistema de controle apresenta falhas se não é mudado o valor de referência (figura 2.6). Dependendo da estrutura de controle, sintonia ou algoritmos de segurança, o sistema vai atuar de forma oscilatória ou instável.

Nestes cenários apresentados, os parâmetros cinéticos são considerados constantes nos sistemas reacionais. Estes parâmetros, porém, podem apresentar variações em função de fatores tais como temperatura, composição, impurezas, entre outros. Por exemplo, no caso de reações elementares, é normal representar estes parâmetros como função da variação da temperatura com expressões que se ajustam à equação de Arrhenius (Levenspiel, 1999). Além destas variações, para aplicações de sistemas de

controle baseados em modelo podem existir incertezas nos cálculos destes parâmetros, os quais são obtidos através de técnicas de ajuste gráfico ou matemático de dados experimentais (Levenspiel, 1999). Estas variações e incertezas podem gerar situações que levem o sistema a operar fora do valor ótimo ou à sua instabilidade por inexistência do ponto operacional na curva estática.

2.2.1.3 **Cenário 3: Incerteza ou variação no valor dos parâmetros dos coeficientes cinéticos do processo**

Considerando que o sistema opera em malha fechada com uma concentração do componente A na entrada $C_{Ae} = 10$, a referência de operação correspondente ao ponto $u = 0.7140$ e $C_{B-max} = 1.6691$, que é o valor máximo atingível de C_B . Se existe uma incerteza paramétrica associada ao cálculo da referência estática, existirá então uma região de variação de incerteza da referência, associada à esta incerteza paramétrica. Considerando, para efeitos de apresentação do cenário, incertezas sobre os parâmetros cinéticos na ordem de grandeza de $\pm 10\% k_1$, $\pm 10\% k_2$ ou $\pm 10\% k_3$; as incertezas que sobreestimam o valor da referência C_B são controláveis sem operar no valor ótimo e as incertezas que subestimam o valor da referência C_B serão não-controláveis. A figura 2.7 apresenta a variação do máximo de operação em função da incerteza paramétrica.

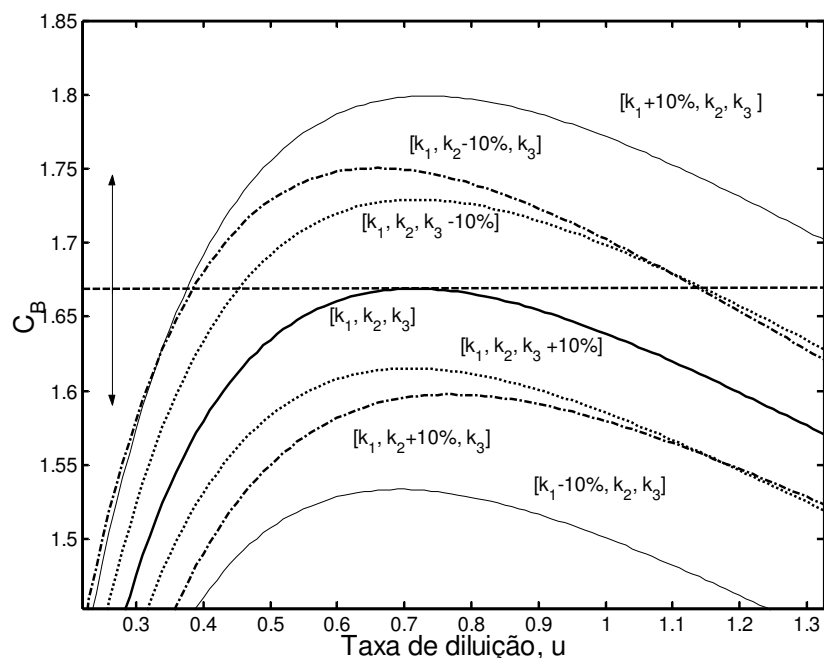


Figura 2.7: Variação do máximo de operação C_{B-max} em função da incerteza paramétrica.

Com base nos três cenários apresentados e levando em consideração que em problemas de controle o máximo da curva estática é o ponto de máximo rendimento da concentração do componente de interesse B , pode ser enunciado:

Seja um sistema com multiplicidade de entrada que utilize como referência de controle o valor máximo da curva de operação estática e mantenha esta referência fixa independente da estrutura de controle a ser usada. Neste sistema, na presença de perturbações ou incertezas paramétricas, existe uma região de perturbação ou incerteza paramétrica atingível e uma região de perturbação ou incerteza paramétrica não-atingível. Ditas regiões são divididas pelo valor máximo da curva de operação estática.

Observações:

- i. Na região atingível, o valor considerado como referência deixa de ser o valor ótimo;
- ii. Na região não-atingível o sistema é instável pela inexistência do valor de referência na curva de operação da planta; a redefinição do valor de referência pode estabilizar-lo.

2.2.2 Comportamento dinâmico

A partir da análise da dinâmica zero, Kulhmann e Bogle (1997) e Perez *et al.* (2002) mostraram que, para sistemas com multiplicidade de entrada, existe um deslocamento de um zero do processo do plano direito para o plano esquerdo na medida em que o sistema se desloca entre pontos localizados em diferentes lados do valor ótimo de operação. No cruzamento do zero do processo com o eixo imaginário, existe uma correspondência com o ponto máximo de operação da curva estática, no qual o valor do ganho é zero (figura 2.8).

Utilizando-se os parâmetros da tabela 2.1, as variações dinâmicas à esquerda e à direita do valor ótimo, em malha aberta, são representadas graficamente nas figuras 2.9 e 2.10, para variações da taxa de diluição de $\Delta u = -0.02$ e $\Delta u = +0.02$, respectivamente, mostrando-se a influência que o deslocamento do zero do processo tem sobre a dinâmica de operação do sistema.

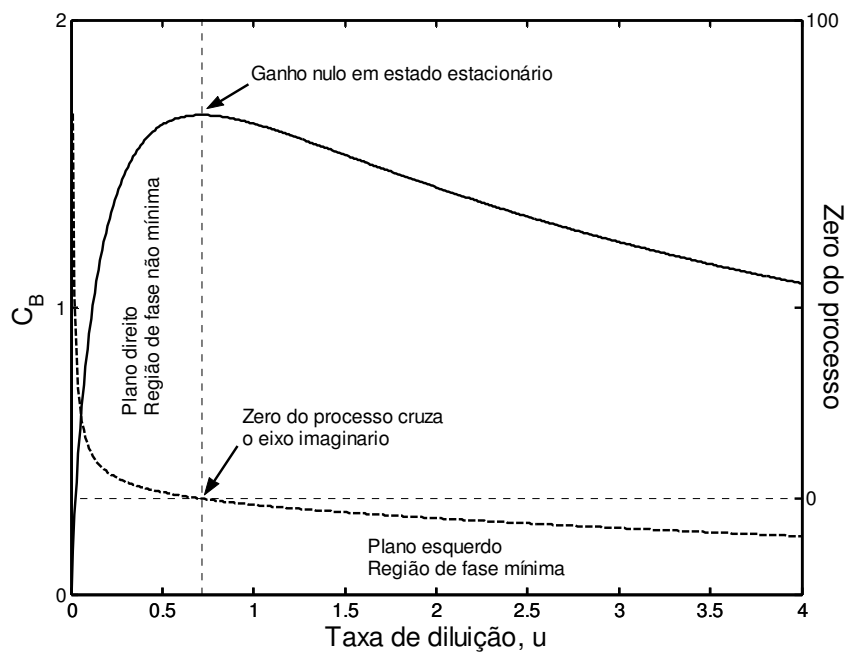


Figura 2.8: Relação de estado estacionário e zero do processo para o sistema de Van de Vusse.

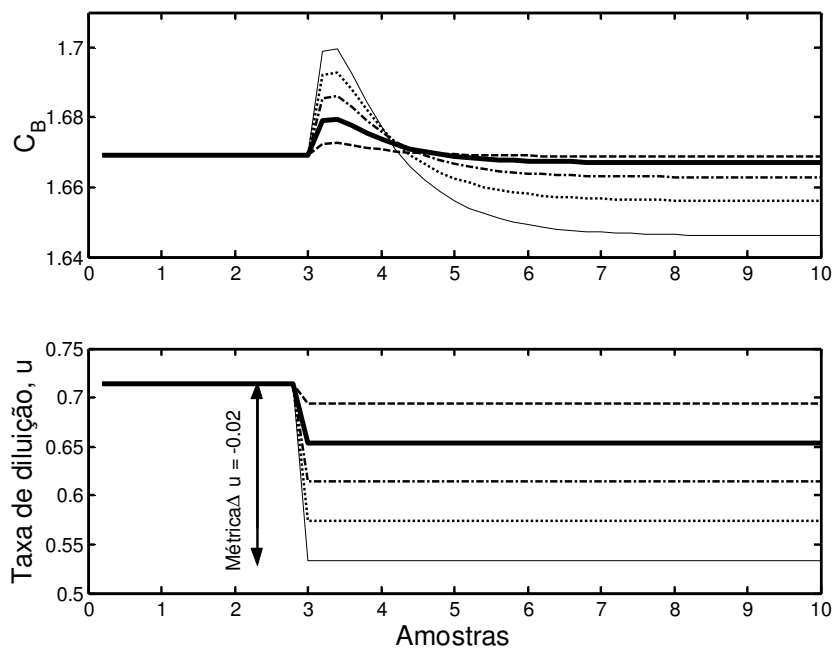


Figura 2.9: Comportamento em malha aberta, variações negativas da taxa de diluição.

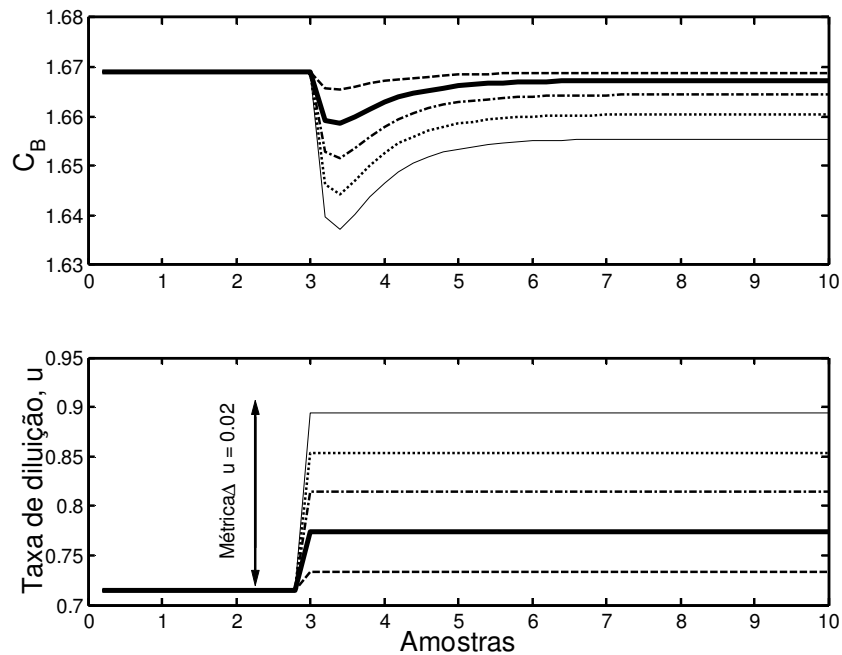


Figura 2.10: Comportamento em malha aberta, variações positivas da taxa de diluição.

Na figura 2.9 observa-se que, à esquerda do valor de operação ótimo, o sistema apresenta um comportamento de fase não-mínima com variações não-lineares do ganho estático, isto é, um incremento simétrico no sinal de entrada não gera incrementos simétricos no valor estacionário do sinal de saída. Adicionalmente o tempo de estabilização (expresso em função do número de amostras) é diferente para cada incremento simétrico da taxa de diluição. À direita do valor de operação ótimo (figura 2.10), o sistema apresenta ganho inverso e comportamentos não-lineares do ganho e do tempo de estabilização em relação a uma métrica de variação constante da taxa de diluição. O comportamento anterior é desafiante para implementação de sistemas de controle que usem o valor máximo da curva estática como referência do controlador.

2.3 Conclusão

Este capítulo apresentou o conceito de processos com multiplicidade de entrada, introduzindo o caso *benchmark* do sistema de reação de Van de Vusse.

Através do conceito de região atingível, utilizado no projeto e otimização de redes de reatores, foi mostrado que, para processos com multiplicidade de entrada, existem regiões não-atingíveis na curva estática. Estas regiões são dependentes de parâmetros

inerentes ao sistema, como os parâmetros cinéticos, e de variáveis de operação do processo como a concentração de reagentes na entrada.

Quando a análise destas regiões é desconsiderada no projeto de controle, e são assumidos valores de referência próximos ao valor máximo de concentração de um dos componentes, perturbações ou erros de modelagem podem deslocar a região atingível (figuras 2.6 e 2.7) o que pode levar o sistema a tentar atingir valores não existentes da curva operacional.

Adicionalmente à existência de uma região atingível da referência, foi mostrado que um sistema com multiplicidade de entrada apresenta características não-lineares desafiantes, do ponto de vista de controle, tais como o comportamento de fase não-mínima, ganho zero e inversão de ganho. Estas características influenciam de forma direta no tipo e desempenho de controladores que podem ser utilizados nestes sistemas, como apresentado nos próximos capítulos. Embora este trabalho tenha sido validado no sistema de Van de Vusse, outros sistemas de multiplicidade de entrada, como biorreatores de fermentação contínua, apresentam comportamento dinâmico similar (Amrit e Saha, 2007; Nagy, 2007).

Capítulo 3

Modelagem por múltiplos modelos em malha aberta aplicada a sistemas de reação com multiplicidade de entrada

3.1 Introdução

Visando obter soluções que generalizem a aplicabilidade de técnicas de modelagem e controle avançado em SRME, o uso de múltiplos modelos para o desenvolvimento de controladores pode ser considerada uma alternativa atrativa. No capítulo 2 foi mostrado que estes sistemas possuem propriedades tais como a inversão de ganho e mudança de característica de fase em pontos de operação separados pelo máximo da curva estática, ponto no qual o ganho estático do sistema é zero. Assim, estas características fazem que uma representação global através de um único modelo não-linear seja uma tarefa complexa, demande muitos dados de entrada-saída e/ou forneça como resultado modelos em função de parâmetros variantes no tempo ou parâmetros de difícil avaliação *on-line* (Aufderheide e Bequette, 2003).

O conceito de múltiplos modelos não é novo no contexto geral de técnicas de modelagem, controle e otimização de processos. A sua utilização visando a estimação de estados, o controle de processos e a identificação de falhas têm seu início nos anos 60, intrínseco ao desenvolvimento da teoria de controle moderna. Nos seus primórdios foi aplicado na solução dos problemas de controle em sistemas do tipo não-linear, na área aeronáutica e aeroespacial. Na década dos anos 70, Lainiotis (1976 a,b), apresentou à comunidade científica um trabalho detalhado sobre estimação de estados e controle de sistemas lineares e não-lineares. Seu trabalho fez uso do filtro de *Kalman*, teoria de controle quadrático e teoria de probabilidades numa abordagem de modelagem múltipla. A partir deste trabalho, diversas pesquisas foram desenvolvidas na abordagem original

ou com modificações na metodologia de cálculo da probabilidade que um modelo tem para representar um sistema e/ou na metodologia de estimação dos estados. Estes trabalhos foram orientados principalmente ao controle e detecção de falhas, aplicados na área aeronáutica (Athans *et al.*, 1977; Wenk e Bar-Shalom, 1980; Blom e Bar-Shalom, 1988; Maybeck e Stevens, 1991; Hanlon e Maybeck, 2000; Ducard e Geering, 2006; Yu-Ying e Bin, 2009).

A migração do conceito de múltiplos modelos da área aeronáutica e aeroespacial para outras áreas surge da necessidade contínua de melhorar os processos produtivos, do aumento da complexidade dos sistemas industriais e da falta de avanços para generalizar técnicas que apliquem modelos não-lineares complexos na resolução de problemas de controle na abordagem preditiva ou adaptativa. Assim, na década de 90, além do aprimoramento de técnicas de controle baseadas em um único modelo linear ou não-linear e da difusão de técnicas de controle baseadas em lógica nebulosa e redes neurais, o conceito de controle por múltiplos modelos começou a ser incluído em projetos de controle de natureza PID, controle adaptativo e controle preditivo, na tentativa de aprimorar as metodologias de estimação, controle e detecção de falhas. Neste contexto, Loparo *et al.* (1991) usaram técnicas de filtragem fundamentadas em múltiplos modelos para a detecção de vazamentos em trocadores de calor; Yu *et al.* (1992) apresentaram uma técnica de regulagem de taxas de infusão de medicamentos para controle da pressão arterial usando múltiplos modelos, controle preditivo e controle adaptativo. Narendra e Balakrishnan (1993) e Narendra *et al.* (1995) aplicaram técnicas de modelagem por múltiplos modelos e controle adaptativo para a operação de juntas em manipuladores robóticos diminuindo os erros transientes quando comparados com implementações adaptativas que fazem uso de um único modelo. Foss *et al.* (1995) usaram a modelagem múltipla, no contexto de controle preditivo, para o controle da temperatura de um processo de biorreação em batelada nas diferentes fases de crescimento dos microorganismos. Finalmente, Chung *et al.* (2006) desenvolveram uma estrutura de controle PID-IMC para o controle de processos biorreação com alta densidade de células.

Embora o uso de metodologias de modelagem usando múltiplos modelos apresente vantagens quando comparadas ao uso de um único modelo, as aplicações reportadas na literatura não apresentam, de forma explícita e clara, metodologias para determinação do número de modelos a serem usados num determinado problema de modelagem e/ou controle. Normalmente o número de modelos é associado a uma divisão métrica da faixa de operação, porém sem uma avaliação desta métrica, uma vez que os modelos foram

definidos (Narendra *et al.*, 1995; Cheng e Yu, 2000; Gundala *et al.*, 2000; Aufderheide e Bequette, 2003; Ren *et al.*, 2004; Ye, 2008).

Neste capítulo são aplicadas, sobre o SRME de Van de Vusse, as técnicas de obtenção de modelos discretos lineares, paramétricos, e de modelos de resposta ao degrau, não-paramétricos, para a obtenção de um modelo global, composto por modelos locais lineares. Estas duas metodologias são usadas em função da sua aplicabilidade em controle adaptativo e preditivo GMV e GPC (*Generalized Predictive Control*), no caso de modelos paramétricos, e sobre o controle preditivo DMC, no caso dos modelos não-paramétricos. Para o modelo discreto, a ser usado no projeto de controladores adaptativos, é aplicada uma técnica de escolha de modelo baseada em comutação, na qual um único modelo é usado a cada instante de amostragem para representar o sistema. Para o modelo de resposta ao degrau, a ser empregado no projeto de controle preditivo, é usada uma combinação de modelos baseada em ponderação, a qual permite que a saída da planta seja representada por um ou mais modelos num instante de tempo específico. Como contribuição, a aplicação das técnicas é realizada em regiões de trabalho que envolvem a transição de pontos operacionais ao redor do valor máximo da concentração do componente de interesse da reação e são propostos critérios de determinação do número de modelos para implementações de modelagem múltipla.

3.2 Múltiplos modelos – conceito

A abordagem por múltiplos modelos envolve a subdivisão do espaço operacional de um sistema em regimes operacionais para resolver o problema de modelagem e/ou controle. Em cada subdivisão, que é intrínseca a uma determinada condição operacional, podem ser aplicados modelos locais ou controladores locais de forma independente, que podem ser lineares ou não-lineares. Um sistema supervisor coordena os diferentes modelos ou controladores locais através da seleção de um único modelo ou controlador, ou através da combinação dos valores dos parâmetros, saídas dos modelos, ou das ações de controle de diferentes modelos ou controladores locais para obter um modelo ou controlador global, como apresentado na figura 3.1 (Murray-Smith e Johansen, 1997). Neste caso, a palavra local refere-se a uma faixa de validade menor que a faixa de validade desejada e a palavra global a validade em toda a faixa de operação. Cada região de validade local é considerada um regime operacional.

As etapas associadas à aplicação de estruturas de múltiplos modelos num problema de modelagem e/ou controle são:

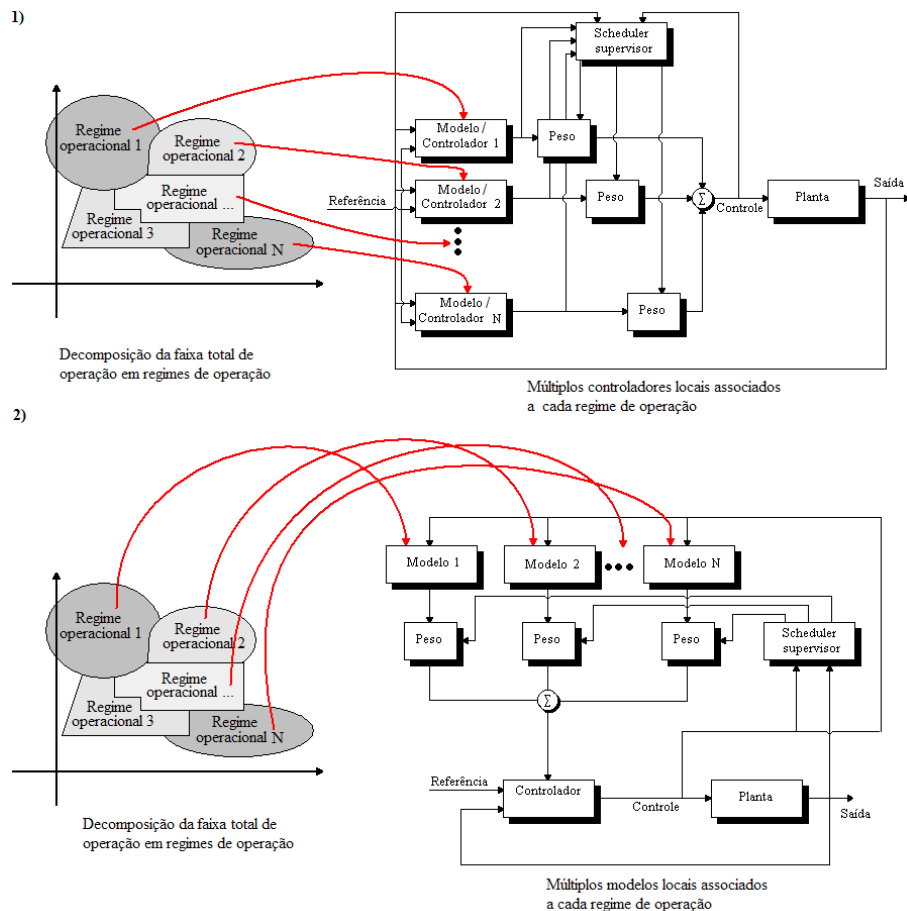


Figura 3.1: Decomposição do espaço operacional e associação de cada subespaço a um controlador (1) ou modelo (2).

- i. Decomposição do sistema total de operação em regimes operacionais: Esta tarefa consiste na definição da faixa total de operação e na identificação das variáveis que podem ser utilizadas para caracterizar os regimes operacionais;
- ii. Seleção de estruturas de modelos ou controladores locais simples dentro de cada regime operacional (múltiplos modelos ou múltiplos controladores): Estas estruturas são definidas pela informação relevante do sistema que é disponível sob as diferentes condições operacionais, como também o propósito de utilização dos modelos e/ou controladores;
- iii. Parametrização dos modelos ou estruturas locais por certas variáveis a serem determinadas;
- iv. Aplicação um método para combinar os modelos ou controladores locais em um modelo ou controlador global.

As estratégias de decomposição dos modelos podem ser baseadas em componentes físicos da planta, ocorrência de fenômenos em particular (p.e., algum tipo específico de reação química), objetivos econômicos, ambientais ou de segurança e regimes de operação. Os modelos e/ou controladores utilizados em cada regime operacional podem ser de natureza similar ou não, na forma e estrutura. A combinação dos modelos ou controladores locais visando obter o modelo ou controlador global pode ser realizada através de lógica discreta, autômatos de estado finito, lógica nebulosa, abordagens probabilísticas, entre outras (Murray-Smith e Johansen, 1997).

3.3 Representação através de modelos paramétricos

Esta representação corresponde a modelos que apresentam parâmetros característicos. Os parâmetros são coeficientes de uma equação a diferenças ou de uma função de transferência discreta que represente o sistema (Santos, 2007). Este tipo de modelo pode ser usado em projetos de controle preditivo e adaptativo GPC e GMV.

Os modelos paramétricos são representados por equações a diferenças da forma

$$A(z^{-1})\Delta y(t) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(t) + C(z^{-1})e(t) \quad (3.1)$$

onde Δ é o operador $(1-z^{-1})$, $y(t)$ é a saída do sistema, $d \geq 1$ é o atraso de transporte associado a planta, $u(t)$ é o sinal de excitação, $e(t)$ é a incerteza da modelagem, $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$ são polinômios no operador discreto z com ordens na , nb e nc , respectivamente, com as estruturas dadas por

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_naz^{-na} \quad (3.2)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_nbz^{-nb} \quad (3.3)$$

$$C(z^{-1}) = c_0 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_ncz^{-nc} \quad (3.4)$$

A equação 3.1 é conhecida como modelo CARIMA (*Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average*) e os casos particulares desta equação, apresentados na tabela 3.1, mostram a família de modelos paramétricos em equações a diferenças existentes que podem representar os processos dinâmicos.

Seja um sistema linear local representando pela modelo CAR

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + e(t) \quad (3.5)$$

Tabela 3.1: Família de modelos paramétricos em equações a diferenças. (Coelho e Coelho, 2004).

Modelo	$A(z^{-1})$	$B(z^{-1})$	$C(z^{-1})$	Δ
FIR	1	x	1	1
MA	1	-	x	1
AR	x	-	1	1
ARMA	x	-	x	1
CAR	x	x	1	1
CARMA	x	x	x	1
ARIMA	x	x	x	$1-z^{-1}$
CARIMA	x	x	x	$1-z^{-1}$

x: coeficiente presente no modelo. -: coeficiente inexistente no modelo.

A representação da saída $y(t)$ em função do tempo pode ser dada como uma equação a diferenças da forma

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - a_2 y(t-2) - \dots - a_n y(t-na) + b_0 u(t-d) + b_1 u(t-d-1) + \dots + b_m u(t-d-nb) + e(t) \quad (3.6)$$

Definindo o vetor de medidas

$$\varphi^T(t) = \begin{bmatrix} -y(t) & -y(t-1), \dots, -y(t+1-na), \\ u(t+1-d) & u(t-d), \dots, u(t+1-d-nb) \end{bmatrix}_{na+nb+1} \quad (3.7)$$

e o vetor de parâmetros como

$$\theta^T(t) = [a_1 \ a_2, \dots, a_n \ b_0 \ b_1, \dots, b_m]_{na+nb+1} \quad (3.8)$$

então a equação 3.6 pode ser representada na forma vetorial, isto é,

$$y(t) = \varphi^T(t-1)\theta + e(t) \quad (3.9)$$

Considerando um horizonte de tempo no qual são realizadas m medidas, a equação 3.9 pode ser estendida no horizonte de tempo como

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(m) \end{bmatrix}}_{\bar{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi^T(0) \\ \varphi^T(1) \\ \vdots \\ \varphi^T(m-1) \end{bmatrix}}_{\Phi} \theta + \underbrace{\begin{bmatrix} e(1) \\ e(2) \\ \vdots \\ e(m) \end{bmatrix}}_{\bar{e}} \quad (3.10)$$

$$\bar{y}(t) = \Phi \theta + \bar{e}(t)$$

onde $\bar{y}(t)$ é vetor de medidas do sistema e Φ é a matriz de observação do sistema de dimensão $[m \times na+nb+1]$.

3.3.1 Estrutura de múltiplos modelos proposta na literatura

Narendra *et al.* (1995) apresentaram uma proposta para a representação de sistemas através de múltiplos modelos discretos. A proposta é baseada em comutação de modelos provenientes de um banco de modelos, calculado de forma *off-line*, e de modelos adaptativos, calculados de forma *on-line*. Esta proposta se enquadra dentro de uma linha de pesquisa em controle e modelagem múltipla aplicada a diferentes tipos de sistemas lineares e não-lineares (Narendra *et al.*,1995; Ciliz e Narendra, 1996; Narendra e Balakrishnan, 1997; Narendra e Xiang, 2000; Chen e Narendra, 2001). Na proposta dos autores, a estabilidade e convergência dos modelos são demonstradas e a sua aplicação é realizada sobre plantas lineares e não-lineares sem multiplicidade de entrada e/ou saída.

Na técnica de modelagem múltipla proposta pelos autores, um banco de modelos fixos é calculado a partir da equação 3.10 em diferentes pontos operacionais usando uma filosofia não-recursiva. O uso de modelos fixos tem a vantagem da baixa demanda computacional, já que somente as saídas dos modelos são calculadas em tempo real. Entretanto, como o banco de modelos é finito, algum ponto operacional pode não ser representado de forma adequada. Assim, uma representação com uma precisão adequada para objetivos de controle pode demandar uma quantidade grande de modelos fixos. Para eliminar este efeito, dois modelos adaptativos calculados de forma recursiva em tempo real são usados. O primeiro trabalha no sentido de que os parâmetros são estimados desde um conjunto inicial de parâmetros no tempo zero e o segundo é reiniciado no conjunto de parâmetros de um dos modelos de parâmetros fixos que mais se aproxime a representação real do sistema (figura 3.2). A vantagem do uso de modelos adaptativos é que o modelo, cujos parâmetros são inicializados no tempo zero, garante a convergência assintótica do modelo global do sistema e o modelo, cujos parâmetros são reinicializados, permite um rápido ajuste do sistema ao ponto operacional desejado (Narendra *et al.*,1995).

Na estimação não-recursiva é calculado um conjunto de $N-2$ vetores θ associados a $N-2$ regimes operacionais locais. Um modelo de regressão é usado para ajustar as medidas da planta em função das saídas dos modelos, através da minimização do erro de predição de um conjunto de m medidas, usando a técnica de estimação dos mínimos quadrados, ou seja,

$$\min J = \min_{\hat{\theta}} \|\bar{y}(t) - \Phi \hat{\theta}\|^2 \quad (3.11)$$

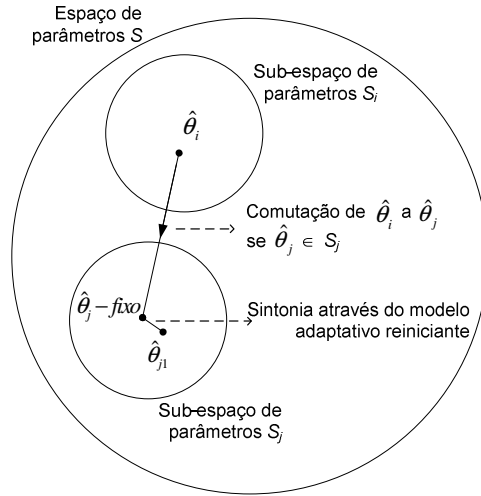


Figura 3.2: Operação por múltiplos modelos no espaço de parâmetros S . Comutação através de um modelo fixo e o modelo adaptativo reiniciante.

onde $\hat{\theta}$ é o vetor de parâmetros estimados.

A solução *off-line* do estimador de mínimos quadrados toma a forma

$$\hat{\theta} = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T \bar{y} \quad (3.12)$$

Para a estimação recursiva é calculado um conjunto de dois vetores θ associados a dois modelos adaptativos que representem a planta. A partir da equação 3.12, aplicada em dois instantes adjacentes de tempo, é obtida uma expressão recursiva para o cálculo do vetor de parâmetros estimados a cada instante de tempo (Coelho e Coelho, 2004), conforme

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t) [y(t) - \varphi^T(t-1) \hat{\theta}(t-1)] \quad (3.13)$$

onde $K(t)$ é o ganho do estimador, calculado recursivamente através de

$$K(t) = \frac{P(t-1) \varphi(t)}{1 + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)} \quad (3.14)$$

$$P(t) = P(t-1) - \frac{P(t-1) \varphi(t) \varphi^T(t) P(t-1)}{1 + \varphi^T(t) P(t-1) \varphi(t)} \quad (3.15)$$

Assim, o banco de modelos fixo é calculado de forma *off-line* através da equação 3.12 e as equações 3.13 a 3.15 são usadas numa abordagem de Mínimos Quadrados Recursivo (MQR) para o cálculo *on-line* dos dois modelos adaptativos, sendo um modelo

continuamente reinicializado em seus parâmetros e na matriz de covariância quando um modelo fixo ajusta de forma mais adequada o sistema.

Para a comutação dos modelos é usado um índice de desempenho baseado no erro de identificação. Este índice é dado pela relação

$$J_{ERRO-i}(t) = \sum_{\tau=1}^t \frac{e_i^2(\tau)}{1 + \varphi^T(\tau-d)\varphi(\tau-d)}; \quad i=1,2,\dots,N \quad (3.16)$$

onde $e_i(\tau)$ é o erro de identificação associado ao i -ésimo modelo num instante de tempo t e a cada instante é escolhido o modelo que apresenta o menor valor J_{ERRO-i} .

3.4 Representação através de modelos não-paramétricos

Os modelos não-paramétricos representam a dinâmica através dos coeficientes da resposta ao impulso ou ao degrau. Como característica principal estes modelos podem acompanhar de forma adequada dinâmicas que não podem ser representadas por modelos paramétricos de ordem reduzida sem a introdução de incertezas estruturais. Entretanto, como característica negativa, estes modelos possuem uma quantidade elevada de coeficientes (Santos, 2007). Este tipo de modelos é usado em projetos de controle preditivo do tipo DMC.

Considere um sistema representado de forma local através de um modelo de resposta ao degrau do tipo

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) + n(t) \quad (3.17)$$

onde g_i são os coeficientes da resposta ao degrau, Δu o incremento na entrada e n a incerteza associada ao modelo. A partir da equação 3.17 pode ser obtida uma expressão de predição na forma matricial (Camacho e Bordons, 1999), isto é,

$$\tilde{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_m & g_{m-1} & \dots & g_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_p & g_{p-1} & \dots & g_{p-m+1} \end{bmatrix}}_{p \times m} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+m-1) \end{bmatrix}}_{m \times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} g_2 - g_1 & g_3 - g_2 & \dots & g_{N+1} - g_N \\ g_3 - g_1 & g_4 - g_2 & \dots & g_{N+2} - g_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_m - g_1 & g_{m+1} - g_2 & \dots & g_{N+m-1} - g_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{p+1} - g_1 & g_{p+2} - g_2 & \dots & g_{N+p} - g_N \end{bmatrix}}_{p \times N} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u(t-1) \\ \Delta u(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u(t-N) \end{bmatrix}}_{N \times 1} + \underbrace{\begin{bmatrix} y(t) \\ y(t) \\ \vdots \\ y(t) \end{bmatrix}}_{p \times 1} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned}\vec{\hat{y}} &= \mathbf{G}\Delta\vec{u} + \underbrace{\mathbf{G}_{\text{livre}}\Delta\vec{u}_{\text{passados}}}_{f(t): \text{ resposta livre do sistema}} + y(t) \\ \vec{\hat{y}} &= \mathbf{G}\Delta\vec{u} + \vec{f}\end{aligned}\tag{3.19}$$

onde G é a matriz dinâmica do sistema e \vec{f} é a resposta livre do sistema.

No uso de uma estrutura por múltiplos modelos com modelos de resposta ao degrau, a faixa de operação é mapeada através de uma rede de N_m respostas ao degrau, obtida sobre horizontes de tempo finitos. No caso de uso de modelos não-paramétricos o objetivo não é comutar para um único modelo e sim ponderar as saídas das diferentes respostas ao degrau numa única saída que é uma representação global do sistema. Assim, a equação 3.19 pode ser aplicada no contexto de múltiplos modelos como uma ponderação de modelos individuais, isto é,

$$\vec{\hat{y}}_{\text{ponderado}} = \sum_{j=1}^{N_m} \phi_j \vec{\hat{y}}_j\tag{3.20}$$

onde $\vec{\hat{y}}_{\text{ponderado}}$ é a saída de predição do sistema ponderada através de N_m modelos, ϕ_j é a ponderação do j -ésimo modelo sobre a predição e $\vec{\hat{y}}_j$ é a predição de saída do j -ésimo modelo, sendo que o somatório das ponderações ao longo do número de modelos é igual a unidade.

Uma diferença essencial entre a predição baseada num único modelo e a predição baseada em múltiplos modelos é que, para o segundo caso, a entrada é aplicada sobre modelos que foram calculados em diferentes pontos operacionais. Assim, as respostas devem ser referidas aos pontos nos quais foram calculados os modelos (Aufderheide e Bequette, 2003). Considere três estados estacionários numa região de operação de um sistema, conforme ilustra a figura 3.3.

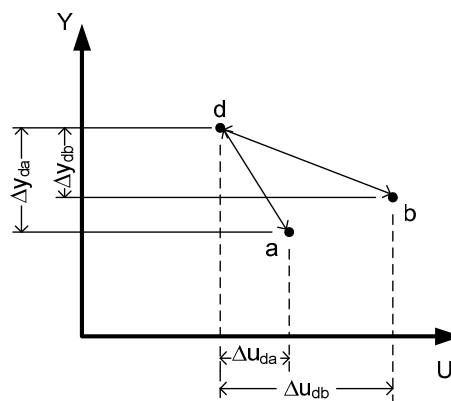


Figura 3.3: Mudança em região de operação estática.

Os modelos locais de predição representados pela equação 3.19 são obtidos nos pontos operacionais a e b para atingir o ponto d . Se a é o ponto operacional do sistema, o modelo local obtido em a pode ser usado de forma direta para representar uma mudança até d . Entretanto, se a mudança de a até d vai ser representada pelo modelo calculado em b , deve ser obtida uma expressão para correlacionar os coeficientes da matriz dinâmica calculada em b com os incrementos no sinal de entrada entre a e d para a resposta no estado estacionário.

Aplicando a equação 3.18 para calcular um modelo de predição entre b e d , se tem

$$\begin{aligned} \tilde{\hat{y}} &= \mathbf{G}_{db} \begin{bmatrix} \Delta u_{db}(t) \\ \Delta u_{db}(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u_{db}(t+m-1) \end{bmatrix} + \mathbf{G}_{livre-db} \begin{bmatrix} \Delta u_{db}(t-1) \\ \Delta u_{db}(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u_{db}(t-N) \end{bmatrix} + y_b(t) \\ \tilde{\hat{y}} &= \mathbf{G}_{db} \begin{bmatrix} u_d(t) - u_b(t) \\ u_d(t+1) - u_b(t+1) \\ \vdots \\ u_d(t+m-1) - u_b(t+m-1) \end{bmatrix} + \mathbf{G}_{livre-db} \begin{bmatrix} u_d(t-1) - u_b(t-1) \\ u_d(t-2) - u_b(t-2) \\ \vdots \\ u_d(t-N) - u_b(t-N) \end{bmatrix} + y_b(t) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Entretanto, a mudança do ponto a para o ponto d demanda uma seqüência de movimentos de controle calculada por

$$u_d(t) = \Delta u_{da}(t) + u_a(t) \quad (3.22)$$

e substituindo a equação 3.22 na equação 3.21 para os tempos passados e futuros

$$\tilde{\hat{y}} = \mathbf{G}_{db} \begin{bmatrix} \Delta u_{da}(t) + u_a(t) - u_b(t) \\ \Delta u_{da}(t+1) + u_a(t+1) - u_b(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u_{da}(t+m-1) + u_a(t+m-1) - u_b(t+m-1) \end{bmatrix} + \mathbf{G}_{livre-db} \begin{bmatrix} \Delta u_{da}(t-1) + u_a(t-1) - u_b(t-1) \\ \Delta u_{da}(t-2) + u_a(t-2) - u_b(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u_{da}(t-N) + u_a(t-N) - u_b(t-N) \end{bmatrix} + \tilde{y}_b(t) \quad (3.23)$$

Rearranjando,

$$\begin{aligned} \tilde{\hat{y}} &= \mathbf{G}_{db} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u_{da}(t) \\ \Delta u_{da}(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u_{da}(t+m-1) \end{bmatrix}}_{\text{reposta } a \rightarrow d} + \mathbf{G}_{livre-db} \begin{bmatrix} \Delta u_{da}(t-1) \\ \Delta u_{da}(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u_{da}(t-N) \end{bmatrix} + \\ &\underbrace{\mathbf{G}_{db} \begin{bmatrix} u_a(t) - u_b(t) \\ u_a(t+1) - u_b(t+1) \\ \vdots \\ u_a(t+m-1) - u_b(t+m-1) \end{bmatrix}}_{\text{bias}} + \mathbf{G}_{livre-db} \begin{bmatrix} u_a(t-1) - u_b(t-1) \\ u_a(t-2) - u_b(t-2) \\ \vdots \\ u_a(t-N) - u_b(t-N) \end{bmatrix} + y_b(t) \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\tilde{y} = \mathbf{G}_{db} \Delta \bar{u}_{da} + \mathbf{G}_{livre-db} \Delta \bar{u}_{da-passados} + y_{db-bias}(t) \quad (3.25)$$

A equação 3.25 representa a predição a partir do ponto a com um modelo que foi obtido no estado estacionário b , diferente daquele no qual o processo se encontra inicialmente. Os três últimos termos são considerados o *bias* associado ao modelo antes de acontecer uma mudança sobre o sistema.

A representação de predição da equação 3.24 é o fundamento da proposta de modelagem por múltiplos modelos locais baseada na resposta ao degrau. Assim, considerando os modelos de predição expressos através da equação 3.24, a equação 3.20 pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{ponderado}(t) &= \sum_{j=1}^{Nm} \phi_j(t) [\mathbf{G}_j \Delta \bar{u} + \mathbf{G}_{livre-j} \Delta \bar{u}_{passados} + y_{j-bias}(t)] \\ \tilde{y}_{ponderado}(t) &= \sum_{j=1}^{Nm} \phi_j(t) \mathbf{G}_j \Delta \bar{u} + \sum_{j=1}^{Nm} \phi_j(t) \mathbf{G}_{livre-j} \Delta \bar{u}_{passados} + \sum_{j=1}^{Nm} \phi_j(t) y_{j-bias}(t) \\ \tilde{y}_{ponderado}(t) &= \underbrace{\left[\sum_{j=1}^{Nm} \phi_j(t) \mathbf{G}_j \right]}_{\mathbf{G}_{ponderada}} \Delta \bar{u} + \underbrace{\left[\sum_{j=1}^{Nm} \phi_j(t) \mathbf{G}_{livre-j} \right]}_{\mathbf{f}_{ponderada}(t)} \Delta \bar{u}_{passados} + \sum_{j=1}^{Nm} \phi_j(t) y_{j-bias}(t) \\ \tilde{y}_{ponderado}(t) &= \mathbf{G}_{ponderado} \Delta \bar{u} + \tilde{f}_{ponderada}(t) \end{aligned} \quad (3.26)$$

As funções de ponderação são calculadas pelo uso de metodologias que comparam a saída do modelo com os dados observados. Para a ponderação sobre as predições é considerada uma formulação obtida através da regra de probabilidade de Bayes (Banerjee *et al.*, 1997), da forma

$$\phi_{j,t} = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{e}_{j,t}^T \mathbf{K}_{PB} \mathbf{e}_{j,t}\right) \phi_{j,t-1}}{\sum_{i=1}^{Nm} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{e}_{i,t}^T \mathbf{K}_{PB} \mathbf{e}_{i,t}\right) \phi_{i,t-1}} \quad (3.27)$$

onde $\mathbf{e}_{j,t}$ é o residual do j -ésimo modelo no regime operacional atuante j e $\phi_{j,k}$ é a probabilidade do regime operacional j -ésimo contribuir no modelo global.

3.5 Propostas da tese em modelagem por múltiplos modelos

A seção 3.3 apresentou o projeto de modelagem paramétrica por múltiplos modelos de Narendra *et al.* (Narendra *et al.*, 1995; Ciliz e Narendra, 1996; Narendra e Balakrishnan, 1997; Narendra e Xiang, 2000; Chen e Narendra, 2001). A seção 3.4 apresentou o projeto de modelagem por múltiplos modelos através de uma extensão de modelagem

não-paramétrica, reportada por Aufderheide e Bequette (2003), visando sua aplicação em controle preditivo. Nestes trabalhos nada foi dito em relação a metodologias para determinação de número de modelos a serem usados em abordagens de modelagem múltipla. Na proposta de modelagem paramétrica nada foi dito sobre a habilidade da técnica de modelagem em representar sistemas com características de multiplicidade de entrada dos quais o SRMR de Van de Vusse é tido como modelo *benchmark*, apresentando como características a inversão de ganho, mudança de comportamento de fase e ganho estático zero no ponto de operação que maximiza o valor da variável de interesse.

Será proposta, nas próximas seções, a aplicação de modelagem por múltiplos modelos, paramétricos ou não-paramétricos, sobre o SRME de Van de Vusse, para verificar a capacidade que esta técnica de modelagem tem na representação de transições em relação ao valor ótimo do SRME, que é o ponto de maior produtividade do sistema. Propõe-se uma metodologia de avaliação da quantidade de modelos necessários para a representação de um sistema, buscando minimizar a quantidade de modelos envolvidos na representação da planta. Esta metodologia é avaliada usando a modelagem não-paramétrica aplicada ao SRME de Van de Vusse. A escolha do modelo paramétrico é dada em função da sua aplicabilidade no contexto de controle como ferramenta para a abordagem de problemas de controle não-linear; a escolha do modelo não-paramétrico em função da aplicabilidade destes modelos no contexto industrial de engenharia química e de processos, no uso de estratégias de controle preditivas DMC. Assim, soluções ao problema de modelagem do SRME usando múltiplos modelos paramétricos e não-paramétricos permitiram a abordagem do problema de controle com técnicas adaptativas e preditivas no capítulo 4.

3.6 Testes de modelagem

Os testes de modelagem são realizados sobre o SRME de Van de Vusse apresentado no capítulo 2. O objetivo é expandir esta técnica de modelagem ao SRME modelando o sistema em malha aberta para mudanças do tipo degrau na taxa de diluição u , perturbações na concentração de alimentação do reagente A e incertezas nos parâmetros cinéticos do sistema. Na modelagem paramétrica é usado, para efeito de comparação, um modelo paramétrico adaptativo e na modelagem não-paramétrica um modelo baseado numa única resposta ao degrau. A comparação do desempenho entre os modelos é realizada através do índice RMSE (*root mean square error*) dado por

$$RMSE(i) = \frac{\sqrt{\sum_{t=1}^m (y(t) - \hat{y}(t))^2}}{\sqrt{\sum_{t=1}^m (y(t) - y(t-i))^2}} \quad (3.28)$$

onde i indica o horizonte de predição, sendo utilizado um passo a frente. Na comparação entre modelos distintos, o menor valor de RSME denota o melhor desempenho do modelo (Aguirre, 2007; Santos, 2007).

3.6.1 Modelagem paramétrica

Seguindo os quatro itens descritos da seção 3.2, o problema de modelagem paramétrica do SRME de Van de Vusse envolve as seguintes etapas:

- i. Decomposição do sistema em regimes operacionais: para efeito de modelagem o sistema é decomposto em nove pontos de operação da taxa de diluição, dois conjuntos de parâmetros cinéticos, três valores de concentração do componente A na alimentação e seis magnitudes de variação do tipo degrau. Esta decomposição cobre a faixa de interesse da variável de entrada entre $u = 0.4$ e $u = 1.2$ e inclui o valor do máximo de operação que é o ponto crítico de controle em malha fechada a ser usado no capítulo 4. As diferentes variações tipo degrau permitem que o sistema acompanhe uma possível inversão de ganho estático em função de mudanças da taxa de diluição. Os dois conjuntos de parâmetros cinéticos e os valores da concentração do componente A na alimentação permitem o mapeamento do sistema na presença de incertezas que possam deslocar o valor do máximo de concentração de um ponto de operação dado. A combinação dos diferentes valores gera um total de 324 regimes operacionais fixos. Os valores que cada variável assume para a geração dos regimes de operação estão especificados na tabela 3.2 e a região de aplicação dos regimes operacionais é representada pelo interior do polígono demarcado na curva estática da figura 3.4.

Tabela 3.2: Valor das variáveis na geração do banco de modelos fixo – modelos paramétricos.

Variável	Variáveis para geração de regimes operacionais
Taxa de diluição, u	[0.4 0.5 0.6 0.7 0.75 0.8 0.9 1.0 1.2]
Parâmetros cinéticos [k_1, k_2, k_3]	p_1 - [5/6 5/3 1/6] p_2 - [5/4 3/5 6/5]
C_A na alimentação, C_{ain}	[10 9 8];
Variação da taxa de diluição, Δu	[-0.1 0.1 -0.2 0.2 -0.3 0.3]

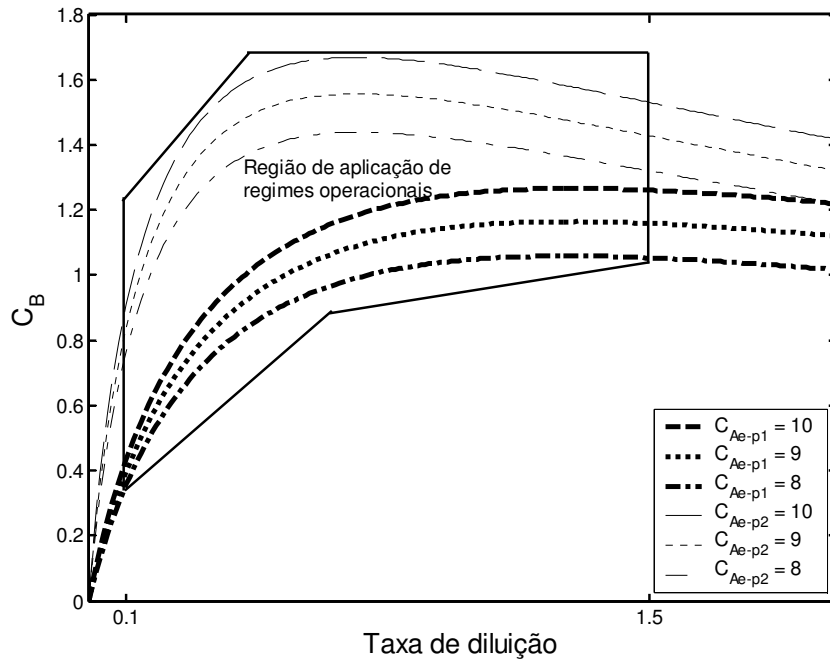


Figura 3.4: Região de aplicação dos regimes operacionais na modelagem paramétrica do SRME de Van de Vusse.

- ii. Seleção de estrutura de modelos dentro de cada regime operacional: dentro de cada um dos regimes operacionais são utilizados modelos de primeira ordem com atraso de transporte representados por equações a diferenças do tipo

$$y(t) = -a_1 y(t-1) + b_0 u(t-d) + e(t) \quad (3.29)$$

onde para cada regime operacional corresponde um modelo fixo. Adicionalmente, são utilizados dois modelos adaptativos sendo 1 reinicializado em função da comutação entre modelos fixos, para um total de 326 modelos;

- iii. Parametrização dos modelos ou estruturas locais: os 324 modelos fixos são parametrizados de forma *off-line* através do uso da equação 3.12 e os dois modelos adaptativos são parametrizados de forma *on-line* através das equações 3.13 a 3.15, sendo a inicialização dos MQR dada por $[a_1 \ b_0] = [0 \ 0.19]$, como parâmetros iniciais, e $P(0) = 10I_{2 \times 2}$, a matriz de covariância para os dois modelos adaptativos. Um dos modelos adaptativos é reiniciado em seus parâmetros e na matriz de covariância na presença de uma mudança de um modelo fixo que mais se aproxime à planta. Este modelo é identificado como o modelo número 326, sendo por tanto o outro modelo adaptativo o

modelo número 325. Os valores iniciais foram definidos através de simulação extensiva com os valores nos quais o sistema converge de forma mais rápida para a representação da planta, nas condições estudadas, nas simulações apresentadas. Entretanto, numa implementação para uma planta real, o valor de partida pode ser escolhido com base em informação a priori que permita conhecer os parâmetros de um modelo que represente a planta no ponto de partida. É importante salientar que para o modelo adaptativo reiniciante este valor de partida somente se aplica à primeira iteração, já que num segundo instante de tempo os parâmetros são reiniciados aos valores do modelo fixo que melhor representa o sistema (Coelho e Coelho, 2004);

- iv. Aplicação de um método de combinação dos modelos locais para obtenção do modelo global: a saída dos 326 modelos é calculada a cada instante de amostragem e a escolha do modelo válido é realizada usando a equação 3.16. Nesta técnica de modelagem somente um modelo local representa a saída do modelo global em um instante de amostragem.

O modelo global, baseado nos 324 modelos locais fixos e nos dois modelos adaptativos, é testado em função de variações na taxa de diluição, na concentração do componente A na alimentação do reator e na variação dos parâmetros cinéticos da planta. Para efeitos de comparação, um modelo adaptativo convencional (sem uma metodologia de rastreamento de parâmetros variantes no tempo) é usado na modelagem do sistema e seu desempenho avaliado junto ao modelo global baseado em múltiplos modelos locais.

3.6.1.1 Variação na taxa de diluição

Em relação à taxa de diluição, a figura 3.5 apresenta a seqüência de mudanças no intervalo $u = 0.40$ até $u = 1.20$ usando o conjunto de parâmetros cinéticos p_2 da tabela 3.2 e concentração do reagente A na alimentação de $C_{Ae} = 9$. Neste intervalo, o sistema realiza uma seqüência de movimentos do lado esquerdo ao lado direito do valor máximo da concentração do componente B na curva estática. Assim, o modelo é avaliado em relação a sua capacidade de acompanhar a mudança de característica de fase e contornar a inversão de ganho estático do sistema.

Na figura 3.6 são apresentadas as respostas da planta, do modelo adaptativo e do modelo global por múltiplos modelos. Observa-se um ajuste adequado da planta na representação por múltiplos modelos, quando comparada a representação que faz uso de um único modelo adaptativo. Os valores RMSE são 0.9997 para o modelo global por

múltiplos modelos e 1.6549 para o modelo adaptativo, corroborando o seu melhor desempenho na representação da planta.

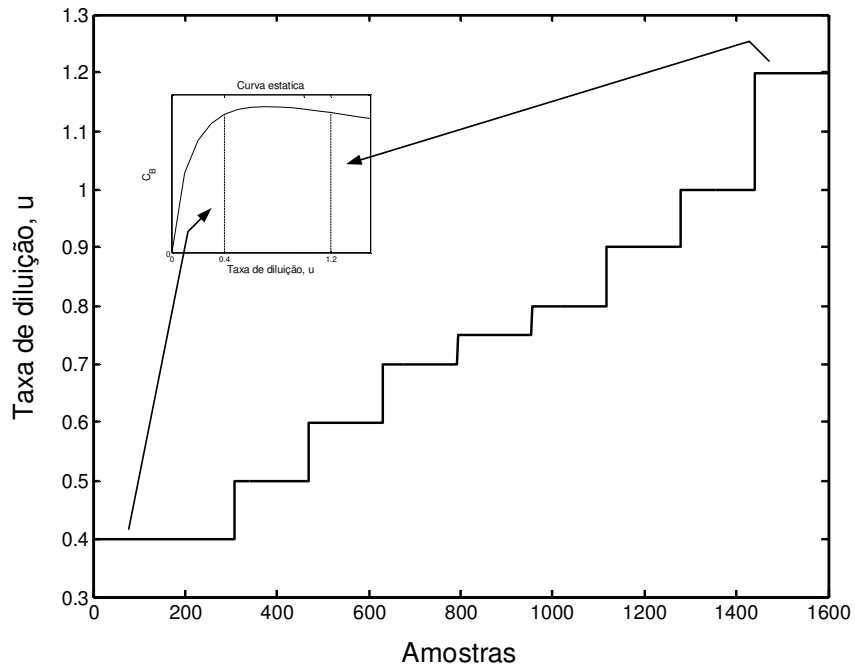


Figura 3.5: Seqüência de entrada para modelagem paramétrica do SRME de Van de Vusse.

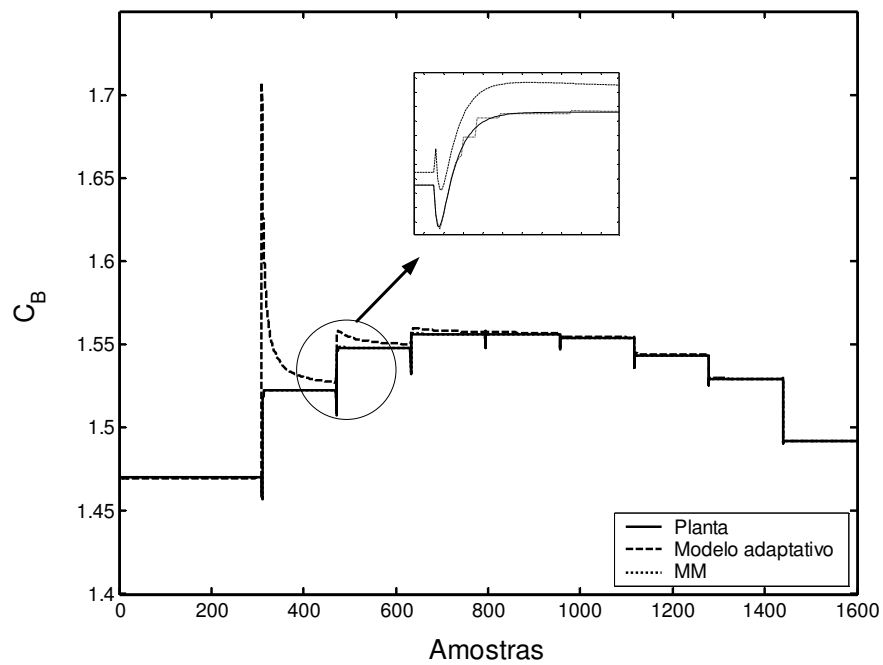


Figura 3.6: Saída da planta e dos modelos paramétricos do SRME de Van de Vusse em função da variação da taxa de diluição.

No caso de um único modelo se observa uma convergência lenta (figura 3.6), não existindo nas primeiras 800 amostras um ajuste do modelo à planta em um intervalo de tempo adequado (medido em número de amostras), quando comparado ao ajuste usando múltiplos modelos, que é feito rapidamente diminuindo os erros no transiente. Este ajuste refere-se ao seguimento da referência nos diferentes níveis de operação. Este efeito ocorre por causa da comutação rápida no momento de uma mudança no sinal de excitação da planta e a reinicialização de um dos modelos adaptativos. O efeito anterior pode ser observado na figura 3.7 na qual o modelo número 326, adaptativo reiniciante, é o modelo que representa a planta na maior parte do tempo. Deve-se ter a precaução na interpretação desta comutação no sentido que, prévio a cada escolha do modelo número 326, um modelo fixo foi selecionado e os parâmetros do modelo adaptativo 326 foram reiniciados nos valores do modelo fixo escolhido, dando lugar a uma etapa de sintonia fina dos parâmetros (figura 3.2).

Em relação às variações na taxa de diluição, para cada patamar de operação são obtidos valores diferentes dos parâmetros dos modelos. A figura 3.8 mostra a variação, tanto no caso do uso de um único modelo adaptativo, como no caso do uso de múltiplos modelos, do parâmetro a_1 e a figura 3.9 mostra a variação para ambos os casos do parâmetro b_0 .

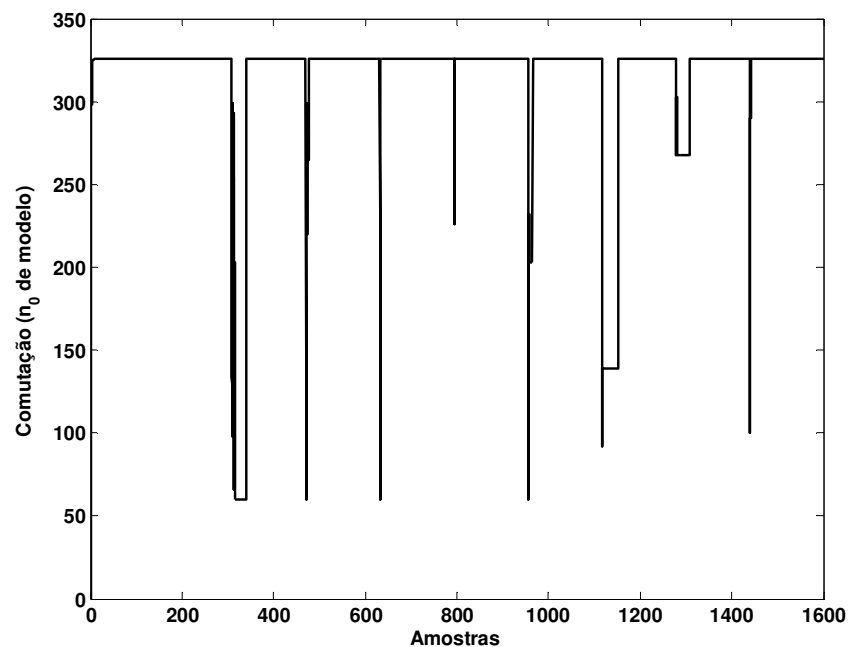


Figura 3.7: Comutação dos modelos em malha aberta na modelagem por múltiplos modelos em função da variação da taxa de diluição.

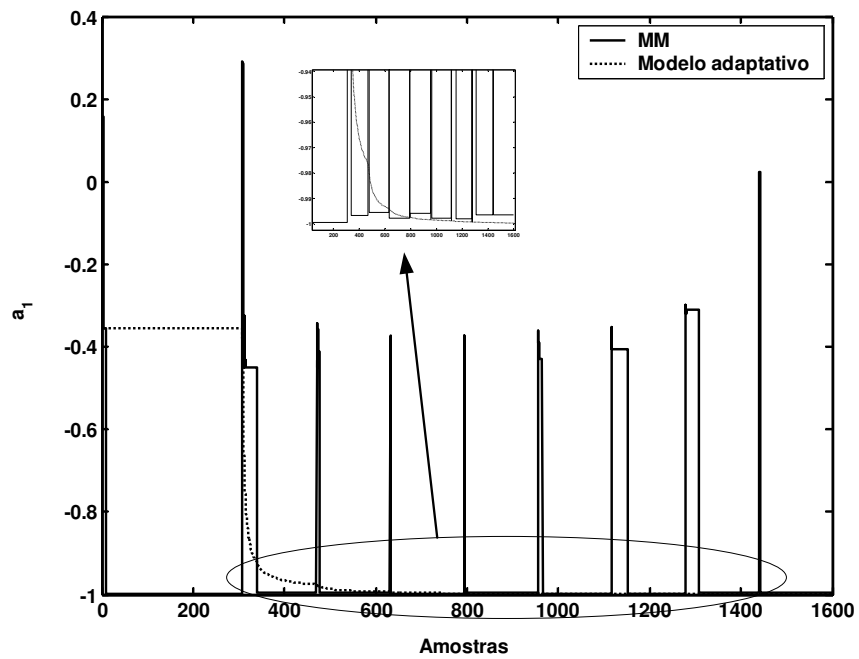


Figura 3.8: Variação do parâmetro a_1 da planta na estimação por modelos adaptativos em função da variação da taxa de diluição.

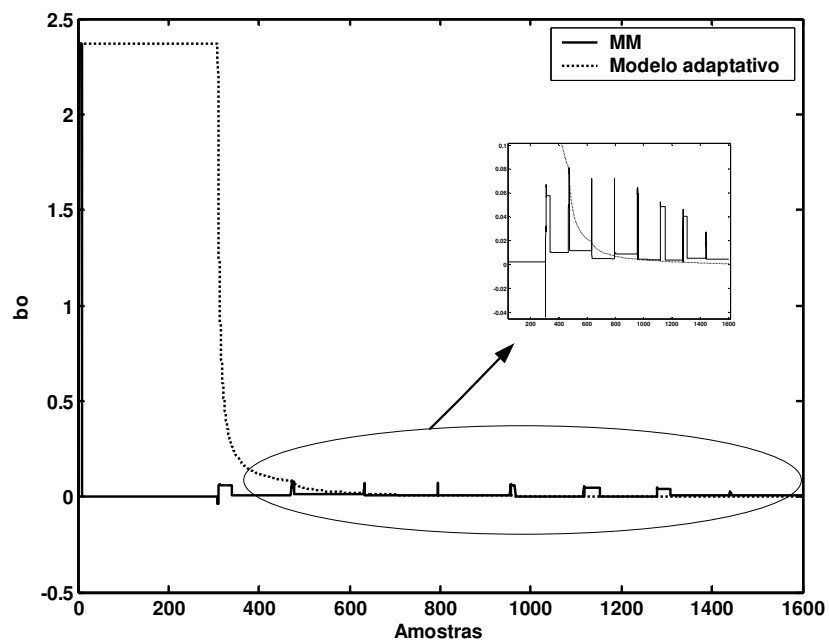


Figura 3.9: Variação do parâmetro b_0 da planta na estimação por modelos adaptativos em função da variação da taxa de diluição.

A variação dos parâmetros do modelo entre as abordagens adaptativas por um ou por múltiplos modelos mostra que, a cada variação de patamar, a taxa de convergência dos parâmetros é maior no caso da identificação por múltiplos modelos. No caso do modelo adaptativo, ao longo de todas as mudanças de patamar os parâmetros tendem a um valor mínimo tanto para a_1 como para b_0 (ver re-quadros de zoom). Já, no caso dos múltiplos modelos, não existe uma tendência para um valor definido durante todo o intervalo de identificação, o qual é coerente com a premissa que modelos diferentes representam o sistema a cada nível de operação. Deve ser levado em conta que, no caso do modelo adaptativo o cálculo dos parâmetros em cada intervalo de amostragem considera os parâmetros no intervalo anterior. Já no caso dos múltiplos modelos existe uma comutação abrupta entre as mudanças de patamar de operação.

3.6.1.2 Variação da concentração do componente A na alimentação

Em relação à variação da concentração do componente A na alimentação é considerado que o sistema se encontra em um estado estacionário correspondente a uma taxa de diluição de $u = 0.7186$ e concentração do reagente A na alimentação de $C_{Ae} = 9$, para o qual a saída da planta é o valor máximo de concentração do componente de interesse B. Neste estado estacionário, a composição na corrente de alimentação é variada numa forma cíclica, na seqüência $C_{Ae} = 9 \rightarrow 10 \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 9$. Assim, o modelo é avaliado em relação à sua capacidade de mudar entre os valores de operação estática correspondentes a diferentes curvas de operação do sistema (seção 2.2.1). A figura 3.10 apresenta a saída dos modelos, com valores RMSE de 0.9991 e 1.6274 para os múltiplos modelos e o modelo adaptativo respectivamente, mostrando o melhor desempenho para os múltiplos modelos. Na figura 3.11 é observada a comutação dos modelos na qual se observa uma relação direta entre o instante da mudança da composição C_{Ae} e a comutação para um modelo fixo, seguida do retorno ao modelo número 326. Novamente, deve-se ter a precaução na interpretação desta comutação no sentido que, prévio a cada escolha do modelo número 326, um modelo fixo foi selecionado e os parâmetros do modelo adaptativo 326 foram reiniciados nos valores do modelo fixo escolhido, dando lugar a uma etapa de sintonia fina dos parâmetros (figura 3.2).

Em relação às variações na concentração do reagente A na alimentação, para cada variação são obtidos valores diferentes dos parâmetros dos modelos. A figura 3.12 mostra a variação, tanto no caso do uso de um único modelo adaptativo, como no caso do uso de múltiplos modelos, do parâmetro a_1 e a figura 3.13 mostra a variação para ambos os casos do parâmetro b_0 .

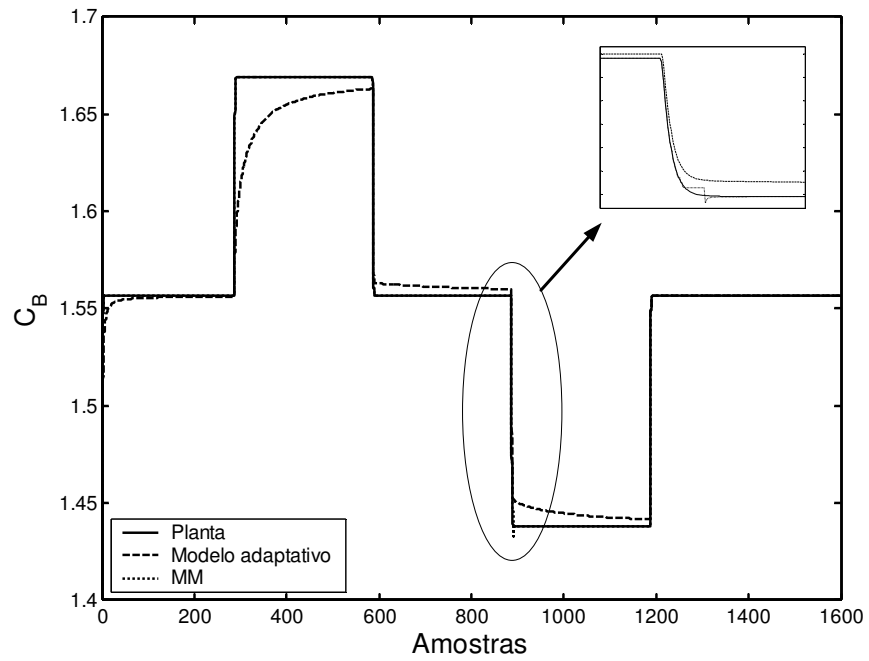


Figura 3.10: Saída da planta e dos modelos paramétricos do SRME de Van de Vusse em função da variação da concentração de alimentação do componente A.

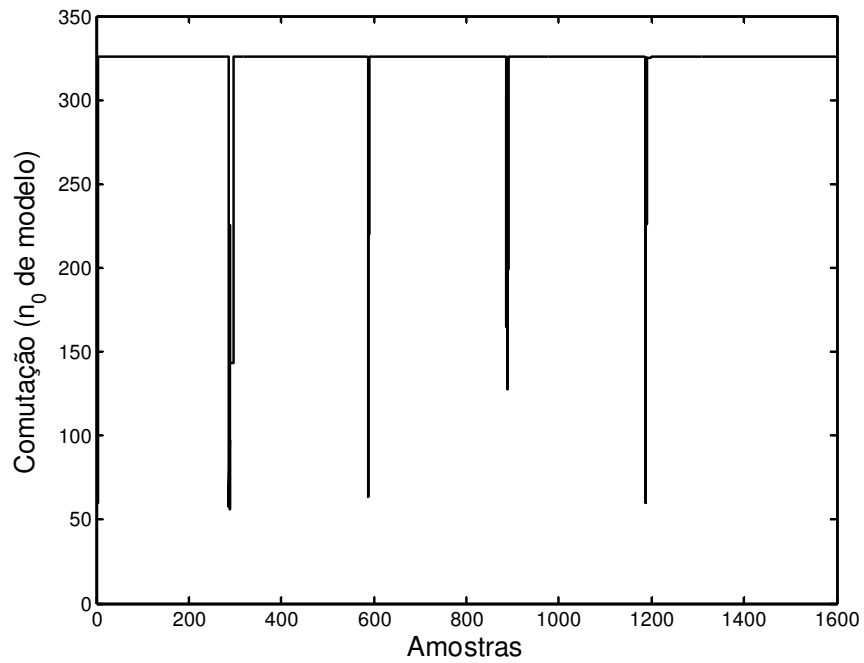


Figura 3.11: Comutação dos modelos em malha aberta na modelagem por múltiplos modelos em função da variação da concentração de alimentação do componente A.

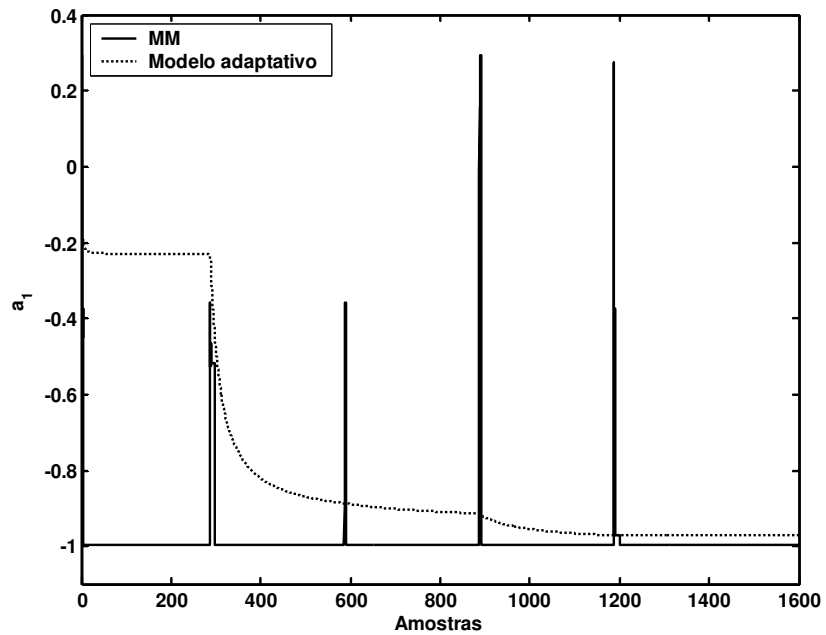


Figura 3.12: Variação do parâmetro a_1 da planta na estimação por modelos adaptativos em função da variação da concentração de alimentação do componente A.

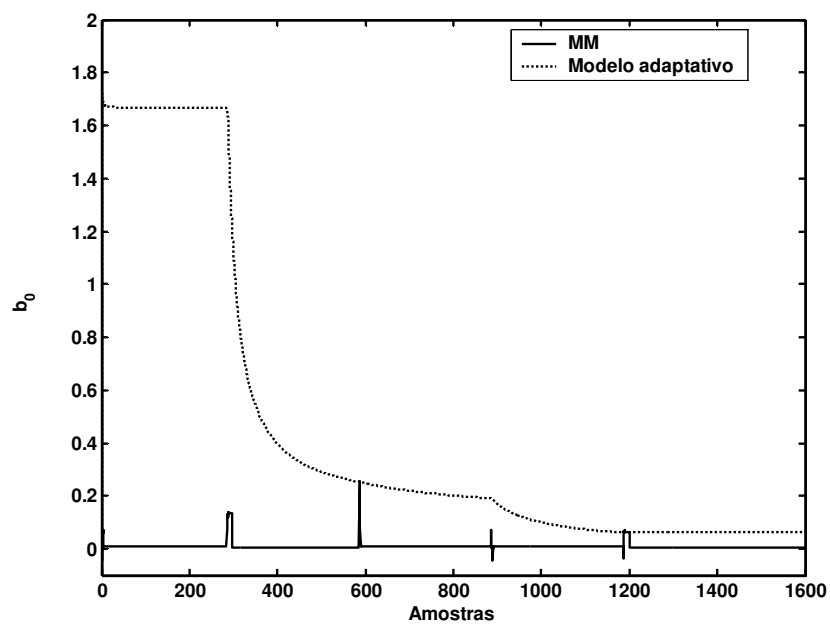


Figura 3.13: Variação do parâmetro b_0 da planta na estimação por modelos adaptativos em função da variação da concentração de alimentação do componente A.

No caso da variação da concentração de alimentação do componente A, a velocidade de estimação dos parâmetros a_1 e b_0 é maior quando comparada a velocidade de convergência entre a estimação com único modelo e com múltiplos modelos.

3.6.2 Modelagem não-paramétrica

Seguindo os quatro itens descritivos da seção 3.2, o problema de modelagem não-paramétrica do SRME de Van de Vusse envolve as seguintes etapas:

- i. Decomposição do sistema em regimes operacionais: para efeito de modelagem o sistema é decomposto em onze pontos de operação da taxa de diluição, um conjunto de parâmetros cinéticos, um valor da concentração do componente A na alimentação e duas magnitudes de variação do tipo degrau. Esta métrica de decomposição gera um total de 22 regimes operacionais fixos e é especificada na tabela 3.3. A divisão corresponde a região limitada entre $u = 0.4$ e $u = 1.1$ na curva estática apresentada na figura 3.14;
- ii. Seleção de estrutura de modelos dentro de cada regime operacional: dentro de cada um dos regimes operacionais são utilizados modelos de resposta ao degrau. A cada regime operacional corresponde um único modelo para um total de 22 modelos fixos;
- iii. Parametrização dos modelos ou estruturas locais: os 22 modelos fixos são parametrizados de forma *off-line* através do uso da equação 3.24 numa representação em função dos coeficientes das respostas ao degrau geradas para cada regime;
- iv. Aplicação de um método de combinação dos modelos locais para obtenção do modelo global: a saída dos 22 modelos é calculada a cada instante de amostragem. Uma ponderação das saídas é realizada usando a equação 3.27, onde a cada modelo é dada uma probabilidade entre zero e um, sendo o somatório do total de modelos igual à unidade.

Tabela 3.3: Valor das variáveis na geração do banco de modelos fixo – modelos não-paramétricos.

Variável	Variáveis para geração de regimes operacionais
Taxa de diluição, u	[0.50 0.55 0.60 0.65 0.70 0.75 0.80 0.85 0.90 0.95 1.0]
Parâmetros cinéticos [k_1, k_2, k_3]	[5/6 5/3 1/6]
C_A na alimentação, C_{ain}	10
Variação da taxa de diluição, Δu	[-0.1 0.1]

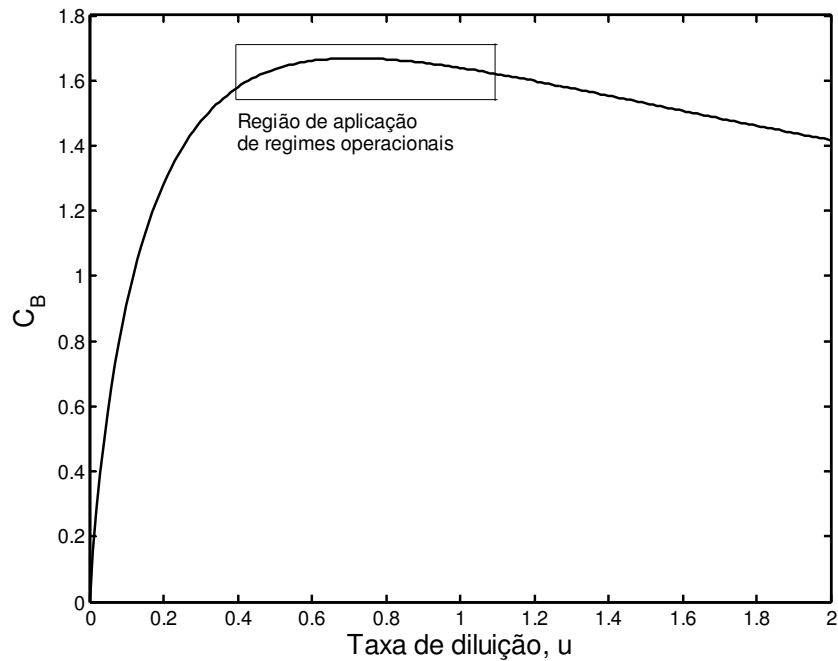


Figura 3.14: Região de aplicação dos regimes operacionais na modelagem não-paramétrica do SRME de Van de Vusse.

O modelo global baseado nos 22 modelos locais fixos é testado em função de variações na taxa de diluição de sistema. Para fins de comparação, um modelo calculado no estado estacionário com $u = 0.5$ com uma magnitude de variação ao degrau de $\Delta u = +0.1$ é usado na modelagem do sistema e seu desempenho avaliado junto ao modelo global baseado em múltiplos modelos locais.

3.6.2.1 Variação na taxa de diluição

Em relação a taxa de diluição, a figura 3.15 apresenta a seqüência de mudanças no intervalo $u = 0.50$ até $u = 1.00$. Neste intervalo, o sistema realiza uma seqüência de movimentos do lado esquerdo do valor máximo da concentração do componente B ao lado direito. Assim, o modelo não-paramétrico é avaliado em relação à sua capacidade de acompanhar a mudança de característica de fase e contornar a inversão de ganho estático do sistema.

Na figura 3.16 são apresentadas as respostas da planta, do modelo simples e do modelo global por múltiplos modelos. Observa-se um ajuste adequado da planta na representação por múltiplos modelos, quando comparada a representação que utiliza um

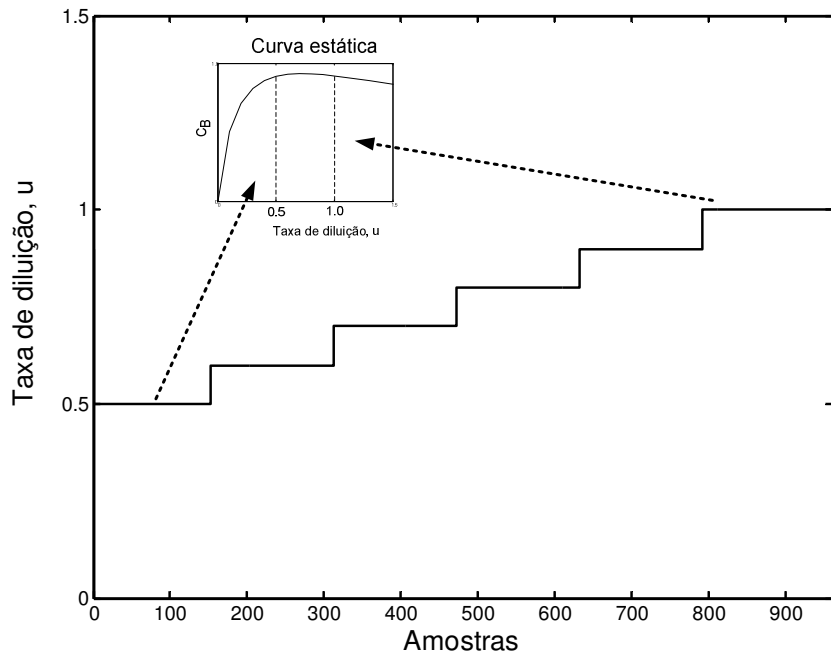


Figura 3.15: Seqüência de entrada em teste de detecção de número de modelos.

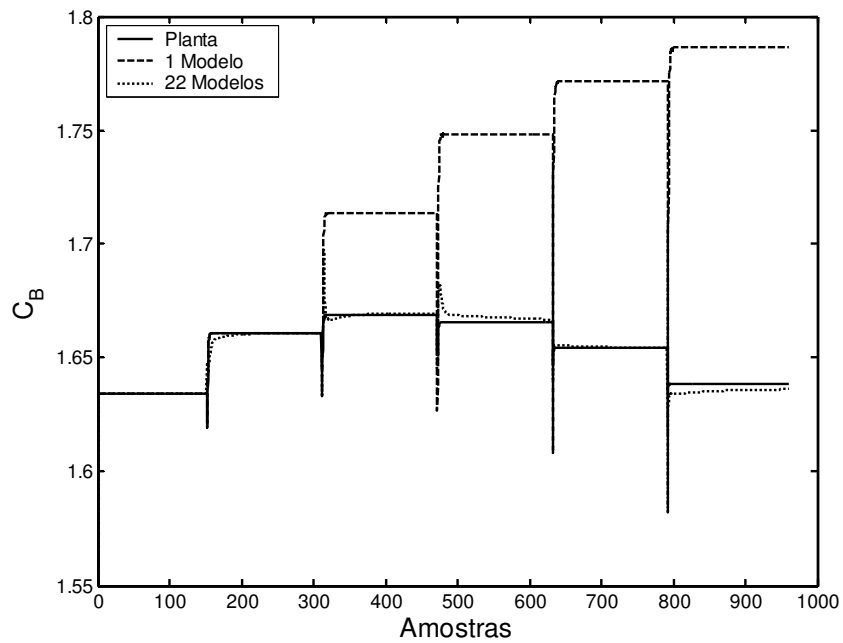


Figura 3.16: Saída da planta e dos modelos não-paramétricos do SRME de Van de Vusse em função da variação da taxa de diluição.

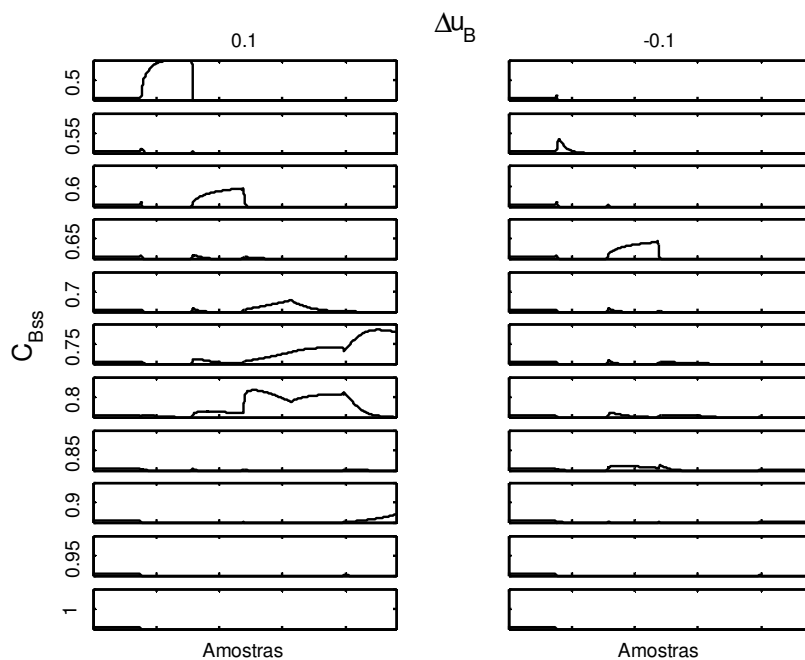


Figura 3.17: Probabilidades associadas aos modelos em malha aberta na modelagem por múltiplos modelos em função da variação da taxa de diluição.

único modelo. Os valores RMSE são 4.8299 para o modelo global por múltiplos modelos e 151.8616 para a representação por um único modelo.

No caso de um único modelo se observa sua incapacidade de acompanhar a planta uma vez que é ultrapassado o valor máximo da concentração de componente B no sistema. No caso dos múltiplos modelos, o modelo global acompanha a mudança de sinal do ganho estático da planta. Este acompanhamento da planta pelo modelo global é observado na mudança de probabilidades ao longo da mudança da taxa de diluição (figura 3.17). Neste caso, a diferença do caso paramétrico, não existe uma comutação discreta entre os modelos e sim uma comutação suave, em função das diferentes ponderações da saída de cada modelo local sobre a saída global.

É importante observar no caso de modelos não-paramétricos a presença de um *off-set* em algumas regiões de operação. Isto se deve ao fato que a decomposição dos modelos é finita e, a diferença do caso paramétrico, não existe um mecanismo de adaptação de um modelo para um ajuste fino do sistema.

Para o cálculo das probabilidades, conforme a equação 3.27, o erro é calculado a cada instante de tempo e os valores das probabilidades dos erros passados são transmitidos através da probabilidade no instante de tempo anterior. A avaliação é

dependente de um ganho que pondera o erro da estimação (K_{PB}). O ganho influencia na velocidade de convergência do sistema para o modelo real, sendo que um ganho pequeno permite transições suaves entre diferentes modelos que contribuíam para o modelo global, e ganhos elevados geram transições do tipo comutação entre os diferentes modelos. A figura 3.18 mostra o comportamento temporal dos valores estimados pelos modelos para ganhos de $K_{PB} = 10$ e $K_{PB} = 10000$. Na figura 3.19 e na figura 3.20 são apresentadas as distribuições das probabilidades para cada modelo, sendo que no caso de $K_{PB} = 10$ pode-se observar que nas mudanças de patamar de operação (figura 3.18) a maioria dos modelos contribui no cálculo da variável estimada, e existe uma lenta convergência do modelo estimado em relação a planta (dentro do intervalo de tempo de cada patamar). Já para o ganho $K_{PB} = 10000$ o modelo estimado representa o sistema, sendo que as contribuições de modelos individuais são mais significativas e em alguns patamares estas atingem valores unitários.

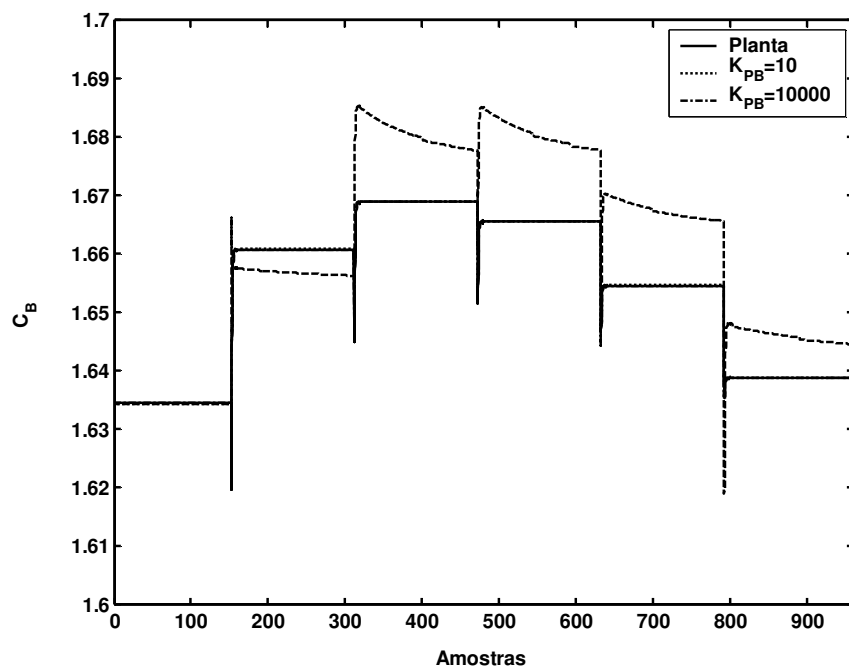


Figura 3.18: Efeito do valor de K_{PB} na velocidade de convergência do modelo.

No cálculo das probabilidades, existem patamares de operação nos quais um modelo adapta um valor de probabilidade de 1, levando outros modelos a adotar valores de probabilidade zero (efeito visível na figura 3.20). Numa nova mudança do modelo, modelos que apresentem probabilidade zero não contribuiriam mais na estimação do modelo global. Esta característica é não desejável e, na implementação do algoritmo de identificação, um valor de probabilidade limite δ é assumido, evitando que os modelos

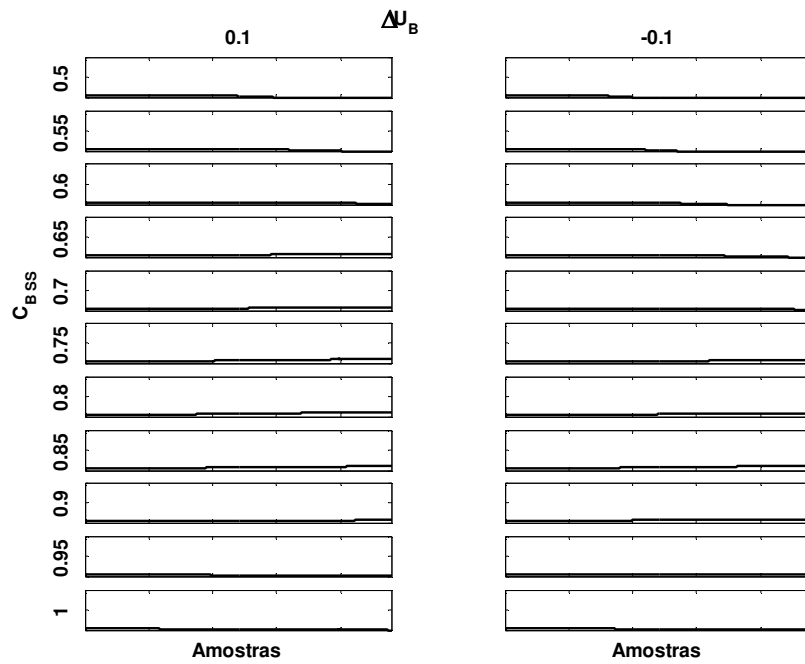


Figura 3.19: Distribuição da probabilidade dos modelos para $K_{PB} = 10$.

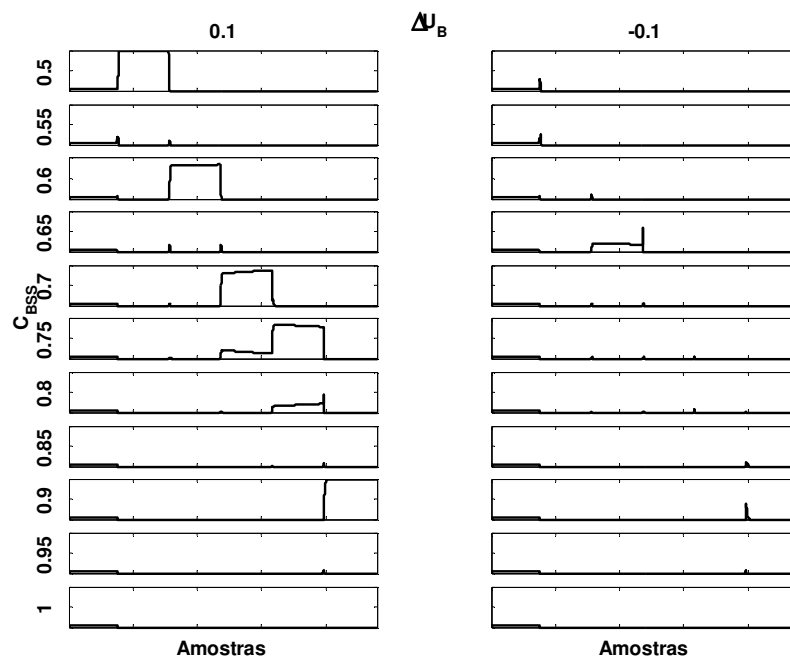


Figura 3.20: Distribuição da probabilidade dos modelos para $K_{PB} = 10000$.

que não contribuem para a estimação num determinado período de avaliação fiquem inativos por assumir valores de probabilidade zero. Assim, a probabilidade calculada através da equação 3.27 e normalizada conforme a equação 3.30,

$$\bar{\phi}_{j,t} = \begin{cases} \frac{\phi_{j,t}}{N_m}, \forall \phi_{j,t} > \delta \\ \sum_{i=1}^{N_m} \phi_{i,t} \\ 0, \forall \phi_{j,t} \leq \delta \end{cases} \quad (3.30)$$

3.6.3 Determinação do número ótimo de modelos

Nas seções 3.6.1 - 3.6.2 são realizadas implementações de modelagem múltipla sobre o SRME de Van de Vusse. No caso de modelagem paramétrica são usados 326 modelos para dividir o espaço de trabalho em 324 regimes operacionais com validade local (2 modelos são adaptativos sem associação permanente com um regime operacional). No caso da modelagem não-paramétrica são usados 22 modelos para a divisão no mesmo número de regimes operacionais. Embora a tarefa de modelagem tenha-se revelado satisfatória e a divisão possa ser realizada em função de critérios de operação, não existem resultados reportados na literatura em relação a uma análise do número de modelos que representem adequadamente o modelo global através de N_m modelos locais.

Na área de modelagem paramétrica Akaike (1974) introduz um índice para a seleção de ordens de modelos lineares que leva em conta informações referentes a variância do erro de modelagem e penalização do número de parâmetros para representar o sistema. O índice, denominado AIC (*Akaike's Information Criterion*), é definido como

$$AIC(n_\theta) = m \ln(\sigma_{erro}^2(e)) + 2n_\theta \quad (3.31)$$

onde $n_\theta = \dim[\hat{\theta}]$ e $\sigma_{erro}^2(e)$ é variância do erro de modelagem calculada como

$$\sigma_{erro}^2(e) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m [y(k) - \hat{y}(k)]^2 \quad (3.32)$$

No AIC, à medida que são incluídas ordens no modelo, o número de graus de liberdade aumenta, permitindo um ajuste mais exato dos dados do modelo. Assim, a variância do erro de modelagem diminui à medida que o número de parâmetros aumenta. Entretanto, a partir de um determinado aumento do número de parâmetros a diminuição da variância do erro de modelagem é tão pequena que não se justifica a inclusão de um termo adicional. Desta forma, a primeira parcela da equação 3.31 quantifica a diminuição na variância do erro de modelagem na inclusão de um termo e sua segunda parcela penaliza a inclusão de cada termo por um fator de dois (Aguirre, 2007). Outros critérios

similares ao AIC são o FPE (*Final Prediction Error*) e o BIC (*Bayesian Information Criterion*), sendo que estes diferem basicamente na ponderação das duas parcelas (Coelho e Coelho, 2004). Estes critérios estão definidos por:

$$FPE(n_\theta) = m \ln(\sigma_{erro}^2(e)) + m \ln \frac{m + n_\theta}{m - n_\theta} \quad (3.33)$$

$$BIC(n_\theta) = m \ln(\sigma_{erro}^2(e)) + n_\theta \ln m \quad (3.34)$$

Um exemplo da aplicação destes critérios na área de identificação de modelos para controle preditivo pode ser encontrada em Banerjee e Arkun (1998).

Para o caso de modelagem múltipla, embora possam ser definidas diferentes estruturas de modelos associadas a diferentes regimes operacionais, o uso de modelos de ordens iguais para os diferentes regimes operacionais tem-se mostrado satisfatória em aplicações na área de múltiplos modelos (Pishvaie e Shahrokhi, 2000; Ippoliti e Longhi, 2004; Chung *et al.*, 2006). Assim, usando modelos de ordens iguais em cada regime operacional, a variância do erro de modelagem vai estar associada a:

- i. um aumento nas ordens dos modelos usados para cada regime operacional quando fixado o número de modelos;
- ii. um aumento do número de modelos a ser usado quando fixadas as ordens dos modelos em cada regime operacional.

Na primeira condição a variância do erro de modelagem é base para o cálculo da ordem dos modelos usando-se as equações 3.31 a 3.33 e 3.34 de forma direta, com a diferença que a variância do erro é calculada sobre a saída do modelo global e não sobre os modelos individuais, isto é,

$$\sigma_{erro}^2(e) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m [y(k) - \hat{y}_{ponderado}(k)]^2 \quad (3.35)$$

Na segunda condição a variância do erro de modelagem varia com o aumento de número de modelos e propõem-se índices baseados no AIC, FPE e BIC, com a diferença de realizar a avaliação nas equações 3.31, 3.33 e 3.34 como função do número de modelos, N_m , ao invés do número de medidas, ou seja,

$$RAIC(N_m) = m \ln(\sigma_{erro}^2(e)) + 2N_m \quad (3.36)$$

$$RFPE(N_m) = m \ln(\sigma_{erro}^2(e)) + N_m \ln \frac{m + N_m}{m - N_m} \quad (3.37)$$

$$RBIC(N_m) = m \ln(\sigma_{erro}^2(e)) + N_m \ln m \quad (3.38)$$

onde a letra R denota a modificação do índice proposto, por exemplo, RAIC entende-se pelo critério de informação AIC-Rodríguez.

Desta forma, as equações 3.36 a 3.38, com a variância calculada pela equação 3.35, permitem determinar o número de modelos a ser usado através de uma representação de modelagem por múltiplos modelos, independentemente de ser a modelagem paramétrica ou não-paramétrica, considerando modelos de igual estrutura ou forma na representação dos regimes operacionais nos quais é dividido o espaço do problema a ser modelado.

Para verificação dos índices propostos, é considerado o problema de determinar o número de modelos adequado na modelagem não-paramétrica abordado na seção 3.6.2. Para isto, é realizada uma variação da quantidade de modelos na região delimitada pela taxa de diluição mínima de $u = 0.5$ e máxima de $u = 1.0$. Nesta região a divisão de regimes operacionais é dada segundo a tabela 3.4.

Observação:

A escolha do número de modelos pode ser realizada através dos testes de detecção de número de modelos. Entretanto, os critérios adotados em relação à métrica entre os modelos são dependentes de considerações operacionais da planta, faixa de operação do sistema e perturbações reais que possam atingir o sistema. Para a apresentação do método, foi adotada uma divisão simétrica da variação da taxa de diluição entre o valor máximo e mínimo da faixa a ser modelada.

Sobre a divisão de modelos da tabela 3.4 são realizadas simulações conforme a seqüência de entrada da figura 3.15 e avaliadas as variâncias e os critérios RAIC, RFPE e RBIC. A tabela 3.5 apresenta os valores destes critérios e a figura 3.21 mostra o comportamento gráfico, sendo a escolha do número de modelos adequada dada pela estabilização, a obtenção de um mínimo ou quando seja evidenciada uma variação brusca da inclinação do gráfico.

A análise dos valores da tabela 3.5 e a análise da mudança da inclinação nos critérios RAIC, RFPE e RBIC da figura 3.21 permitem determinar que um número entre 10 e 14 modelos é adequado à representação do sistema através de múltiplos modelos na região definida de operação (taxa de diluição de $u = 0.5$ a $u = 1.0$). Observa-se, a partir deste número de modelos, que as mudanças na variância são pequenas.

Tabela 3.4: Métrica de divisão de modelos para teste do número de modelos.

Modelos	No mod.	Valores de operação da taxa de diluição u	Excitação aplicada
A	2	[0.50]	[0.1 -0.1]
B	4	[0.50 1.0]	[0.1 -0.1]
C	6	[0.50 0.75 1.0]	[0.1 -0.1]
D	10	[0.50 0.70 0.75 0.80 1.0]	[0.1 -0.1]
E	14	[0.50 0.60 0.70 0.75 0.80 0.90 1.0]	[0.1 -0.1]
F	18	[0.50 0.60 0.65 0.70 0.75 0.80 0.85 0.90 1.0]	[0.1 -0.1]
G	22	[0.50 0.55 0.60 0.65 0.70 0.75 0.80 0.85 0.90 0.95 1.0]	[0.1 -0.1]

Tabela 3.5: Critérios de informação em teste de detecção do número de modelos.

Modelos	No mod.	$J_N(e)$	RAIC	RFPE	RBIC
A	2	7.4870×10^{-3}	1.7197×10^4	1.7197×10^4	1.7210×10^4
B	4	6.8767×10^{-3}	1.6792×10^4	1.6792×10^4	1.6818×10^4
C	6	4.9375×10^{-6}	-1.7951×10^4	-1.7951×10^4	-1.7912×10^4
D	10	1.9583×10^{-6}	-2.2382×10^4	-2.2382×10^4	-2.2317×10^4
E	14	1.2500×10^{-6}	-2.4529×10^4	-2.4529×10^4	-2.4438×10^4
F	18	9.3750×10^{-7}	-2.5902×10^4	-2.5902×10^4	-2.5785×10^4
G	22	7.5000×10^{-7}	-2.6965×10^4	-2.6965×10^4	-2.6822×10^4

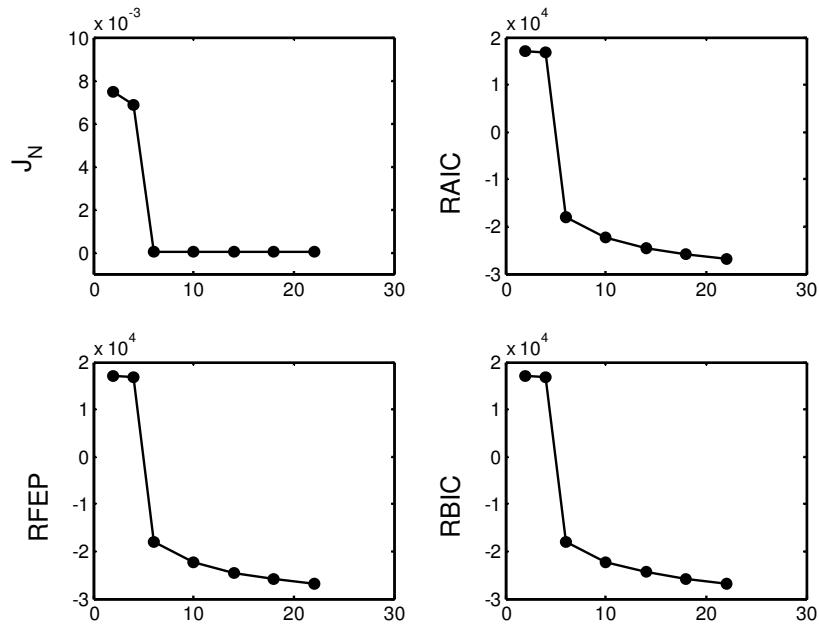


Figura 3.21: Detecção de número de modelos para excitação aplicada constante e variação no número de pontos de operação.

Com a escolha de 14 modelos que correspondem a 7 pontos operacionais com variações de $\Delta U_{SS} = \pm 0.1$, o comportamento do sistema é dado pelas figura 3.22 e 3.23.

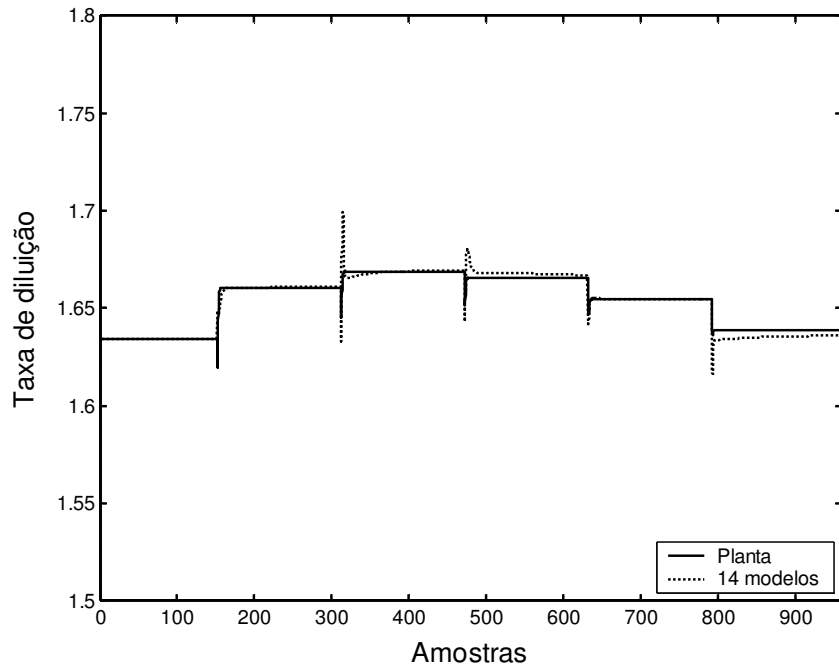


Figura 3.22: Saída da planta em malha aberta para o conjunto de modelos E

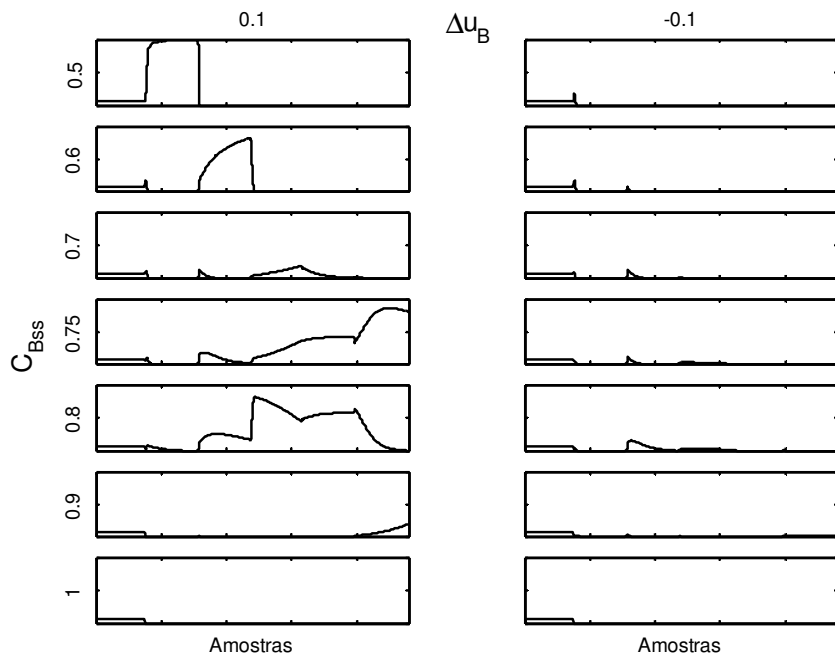


Figura 3.23: Probabilidades associadas a cada modelo para o conjunto de modelos E

Observação:

Além dos testes de detecção de modelos, o propósito para o qual este é usado pode influenciar na escolha do número de modelos. Schott e Bequette (1997) recomendam que, para uso de múltiplos modelos em controle, a tarefa de determinação do número de modelos requeridos deve ser realizada simultaneamente com o projeto do controlador, sendo que um grande número de modelos permite uma melhor identificação e o controlador baseado em cada modelo pode ser facilmente sintonizado. Usando poucos modelos, o controlador baseado em cada modelo deve ter uma sintonia mais adequada a diferentes situações que deva tratar.

3.7 Conclusão

Este capítulo apresentou a modelagem múltipla baseada em modelos paramétricos do tipo CAR e modelos não-paramétricos do tipo resposta ao degrau, aplicados aos sistemas com multiplicidade de entrada. Os equacionamentos apresentados para estes dois tipos de estruturas podem ser estendidos para outras estruturas paramétricas tais como CARMA e CARIMA, e estruturas não-paramétricas como a FIR (*Finite Impulse Response*) e suas diferentes versões.

Ambas as técnicas de modelagem por múltiplos modelos mostraram-se adequadas no tratamento do problema do SRME de Van de Vusse, que é um sistema *benchmark* em problemas de modelagem, controle e otimização de processos. As técnicas apresentadas foram avaliadas com variações no sinal de entrada que levam o sistema a uma transição ao redor do máximo de operação e variações na concentração de alimentação do componente *A* na entrada. Tanto os múltiplos modelos, paramétricos ou não-paramétricos, acompanharam adequadamente a inversão do ganho e o deslocamento dos zeros da planta que mudam seu comportamento entre a fase mínima e a fase não-mínima.

No caso da representação por modelos paramétricos que incluem mecanismos de adaptação, a vantagem no uso de múltiplos modelos é o ganho na velocidade de convergência do modelo global quando comparado ao uso de um único modelo adaptativo. Este ganho de velocidade é de suma importância no uso do modelo na implementação de controle no campo da engenharia química e de processos, onde a

controlabilidade dinâmica tem uma ponderação importante em termos econômicos no projeto de sistemas de controle (Luyben e Luyben, 1997).

No caso da representação por modelos não-paramétricos o uso de modelagem múltipla garante a representação adequada do sistema com multiplicidade de entrada quando comparado ao uso de um único modelo. Neste último caso, o modelo não tem a capacidade de acompanhar a inversão de ganho nem a mudança de comportamento de fase do sistema. A capacidade de acompanhar a inversão de ganho e mudança de fase é importante para o uso deste tipo de modelos em implementações de controle baseadas em técnicas de controle preditivo DMC.

Para ambas as técnicas de modelagem apresentadas a determinação do número de modelos a ser usado na tarefa de modelagem pode ser realizada através de três critérios de informação introduzidos com base em modificações de critérios de informação usados para a determinação de ordens em modelagem paramétrica. Os critérios introduzidos se mostraram uma ferramenta adequada na determinação do número de modelos necessários para a tarefa de modelagem. Numa implementação real, o uso destes critérios é condicionado à possibilidade real e prática de realizar diversos testes de modelagem sobre o sistema. Entretanto, informações já existentes do processo podem ser utilizadas como uma base preliminar na tarefa de determinação do número de modelos a ser adotado para representar o sistema na abordagem de modelagem múltipla.