

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA**

**MODELAMENTO E OTIMIZAÇÃO DE FILTROS
ACÚSTICOS REATIVOS UTILIZANDO ALGORITMOS
GENÉTICOS**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA
MECÂNICA**

REGINALDO FAISCA FERMIANO

FLORIANÓPOLIS, FEVEREIRO DE 2009

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**MODELAMENTO E OTIMIZAÇÃO DE FILTROS ACÚSTICOS
REATIVOS UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

REGINALDO FAISCA FERMIANO

Florianópolis, fevereiro de 2009

Catálogo na fonte pela Biblioteca Universitária da
Universidade Federal de Santa Catarina

Fermiano, Reginaldo Faisca

Modelamento e otimização de filtros acústicos reativos utilizando algoritmos genéticos [dissertação] / Reginaldo Faisca Fermiano; orientador, Arcanjo Lenzi. - Florianópolis, 2009.

xvi, 92 f.: il., grafs., tabs.; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui Bibliografia.

1. Filtros acústicos. 2. Método dos elementos finitos. 3. Otimização matemática.
I. Lenzi, Arcanjo. II. Universidade Federal de Santa Catarina - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA

MODELAMENTO E OTIMIZAÇÃO DE FILTROS ACÚSTICOS
REATIVOS UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS

REGINALDO FAISCA FERMIANO

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de
MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA
sendo aprovada em sua forma final.

Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D. - Orientador

Prof. Eduardo A. Fancello, Dr.Sc. - Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Prof. Eduardo A. Fancello, Dr.Sc. - Presidente

Prof. Fábio Fiates, Dr.Eng.

Prof. Júlio A. Cordioli, Dr.Eng.

À SIMONE, CAMILA E CAROLINA

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Prof. Arcanjo pelos ensinamentos, conselhos e amizade. Ao Olavo pela amizade, companheirismo e risadas. A todos os amigos do LVA que conviveram comigo nos anos de graduação e mestrado.

Agradeço a minha Mãe Cidália, Pai Osvaldo (*in memoriam*), meu Irmão Eduardo e Tia Heloisa pelo amor e apoio incondicional em todos os momentos da minha vida.

Agradeço a CAPES por ter fornecido bolsa de estudos no primeiro ano do Mestrado e à Embraer, em nome do Alex Froes, por entender a importância deste trabalho para minha realização pessoal e ter incentivado a conclusão do mesmo.

Meus agradecimentos à Patrícia e Thiago pelo apoio na conclusão do trabalho.

Sumário

Resumo	v
Abstract	vi
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	xi
Lista de Simbologias	xii
Lista de Abreviaturas e Siglas	xv
1 Introdução	1
2 Conceitos Básicos de Filtros Acústicos	4
2.1 Teoria de Acústica Linear	6
2.1.1 Lei dos Gases	6
2.1.2 Velocidade do Som	8
2.1.3 Equação da Onda	8
2.2 Propagação do Som em Dutos	10
2.2.1 Campo Sonoro a Frente de uma Superfície	11
2.2.1.1 Superfície Rígida	11
2.2.1.2 Superfície Elástica	12
2.2.1.3 Impedância Acústica Específica	13
2.2.2 Campo Acústico em Dutos	14

2.2.3	Frequência de Corte	15
2.2.4	Propagação Acústicas em Dutos de Seção Retangular	16
2.2.5	Propagação Acústicas em Dutos de Seção Circular	18
2.2.6	Terminação Anecoica	19
2.2.7	Terminação Flangeada	19
2.2.8	Terminação Não-Flangeada	20
2.3	Filtros Acústicos Reativos - Aplicação	21
2.3.1	Ressonador de Helmholtz	21
2.3.2	Tubo com uma Câmara de Expansão	23
2.3.3	Modelo de Mufflers por Parâmetros Concentrados	25
2.4	Parâmetros para Determinação da Performance dos Filtros Acústicos	27
2.4.1	Perda por Inserção (<i>Insertion Loss</i> - IL)	27
2.4.2	Perda de Transmissão (<i>Transmission Loss</i> - TL)	27
2.4.3	Método da Função Transferência - $H(f)$ ou Redução de Ruído (<i>Noise Reduction</i> - NR)	28
2.4.4	Método da Decomposição (Método dos dois microfones)	29
2.4.5	Método das Duas Fontes	30
3	Simulação Numérica de Filtros Acústicos	34
3.1	Métodos de Simulação Numérica FEM e BEM	35
3.1.1	Método Numérico FEM	35
3.1.1.1	Vantagens	35
3.1.1.2	Desvantagens	36
3.1.2	Método Numérico BEM	36
3.1.2.1	Vantagens	37
3.1.2.2	Desvantagens	37
3.2	Conceitos Básicos do Método FEM	39

3.2.1	Equações	39
3.2.2	Discretização do Domínio	41
3.2.2.1	Processo de Discretização	42
3.2.2.2	Geração Automática da Malha	43
3.3	Modelo Numérico em FEM para os Muffler de 1V e 2V	44
3.3.1	Dimensões dos Mufflers de 1V e 2V	44
3.3.2	Elementos da Malha	45
3.3.3	Amortecimento	46
3.3.4	Condições de Contorno	47
3.3.5	Frequência de Análise	47
3.3.6	Discretização	48
4	Validação dos Modelos Numéricos - Análise Experimental	50
4.1	Bancada Experimental	51
4.1.1	Equipamentos	51
4.1.2	Calibração da Cadeia de Medição	53
4.1.3	Aquisição dos Parâmetros Acústicos	54
4.2	Validação Experimental - TL Através da Técnica das Duas Fontes	56
4.2.1	Muffler de 1V	56
4.2.2	Muffler de 2V	58
5	Otimização da Geometria	60
5.1	Alguns Métodos de Otimização	61
5.1.1	Métodos Determinísticos	61
5.1.2	Métodos Heurísticos	62
5.1.2.1	Heurísticas Construtivas	62
5.1.2.2	Heurísticas de Refinamento	63
5.1.3	Métodos Metaheurísticos	64

5.2	Conceitos Básicos do Método de Otimização por Algoritmos Genéticos . . .	65
5.3	Fundamentos dos Algoritmos Genéticos	67
5.3.1	Representação dos Métodos de GA	67
5.3.2	Solução Inicial	68
5.3.3	Avaliação dos Indivíduos	68
5.3.4	Seleção dos Indivíduos	69
5.3.5	Cruzamento (<i>Crossover</i>)	70
5.3.6	Mutação	71
5.3.7	Sobrevivência dos Indivíduos	71
5.3.8	Condições de Parada	72
5.4	Exemplo de um Algoritmo Genético Simplificado	72
5.5	Otimização Multiobjetivo para Algoritmos Genéticos	72
5.5.1	Simple e Múltiplos Objetivos	74
5.5.2	Princípios da Otimização Multiobjetivo	74
5.6	Implementação da Otimização de Filtros Acústicos Utilizando GA	75
5.6.1	Interface Computacional	75
5.6.2	Procedimento para a Otimização dos Mufflers de 1V e 2V	77
5.6.2.1	Função Objetivo	77
5.6.2.2	Parametrização da Geometria dos <i>Mufflers</i>	78
5.6.2.3	Interface Otimizador x Softwares.	79
5.6.3	Parâmetros da Otimização	81
5.6.4	Análise de Sensibilidade	83
5.6.5	Mufflers de 1V e 2V	85
6	Conclusões	88
	Referências	90

Resumo

Filtros acústicos são amplamente utilizados na indústria para atenuar o ruído provocado por máquinas de exaustão, dutos ventilados, motores de combustão interna, descarga e sucção de compressores, entre outros. Os filtros acústicos reativos, comumente denominados *mufflers*, fazem uso de um sistema de tubos e volumes para refletir uma parcela da onda sonora incidente, resultando em uma pressão sonora transmitida menor que a pressão sonora incidente. A predição do desempenho acústico de *mufflers* pode ser obtida através de métodos analíticos, experimentais e numéricos, tais como o Método de Elementos Finitos (FEM) e o Método de Elementos de Contorno (BEM). Atualmente, busca-se encontrar soluções mais assertivas a fim de minimizar o tempo e custo de implementação e, portanto, somente a determinação de desempenho acústico não é suficiente. Conseqüentemente, técnicas de otimização tornaram-se ferramentas importantes aplicadas à indústria. Este trabalho propõe-se a demonstrar a otimização numérica, utilizando o Método dos Algoritmos Genéticos, de dois *mufflers* passivos do tipo reativo, sendo um deles de um volume com dois tubos e o outro com dois volumes e três tubos. Uma faixa de frequência foi selecionada para tal avaliação e os modelos numéricos de predição utilizados foram validados através do Método da Perda de Transmissão, utilizando a técnica das Duas Fontes. Os resultados obtidos mostram que os métodos de simulação numérica por FEM e de otimização por Algoritmo Genético, apoiados por uma técnica adequada para medir a performance acústica, oferecem bons resultados na elaboração de *mufflers* reativos em faixas de frequências de interesse com relativo baixo custo e tempo de desenvolvimento.

Palavras-chave: Filtros acústicos. Otimização. Algoritmo Genético. Método dos Elementos Finitos.

Abstract

Acoustic filters are widely used in the industry to attenuate the noise emission from exhaust machines, cooling ducts, internal combustion engines, inlet and outlet pipes of compressors and others. Reactive acoustic filters are known as mufflers and use a system of tubes and cavities to reflect part of the incident acoustic wave, resulting in a lower transmitted sound pressure than the incident sound pressure. The prediction of acoustic performance of mufflers can be obtained by analytical, experimental and numerical methods as Finite Element Method (FEM) and Boundary Element Method (BEM). Nowadays, in order to obtain more assertive solutions which minimize implementation time and costs, only determine the acoustic performance is not enough. Consequently, optimization methods are important tools to be applied in the industry. This thesis proposes to demonstrate a numerical optimization using the Genetic Algorithm Method (GA) in two reactive mufflers: the first one is assembled with two tubes and one cavity, and the other with three tubes and two cavities. One wide frequency band was chosen for this evaluation. The numerical models were validated using experimental results for the transmission loss, which was measured using the Two Sources Technique. The results showed FEM that simulations and GA optimization applied with a method of performance prediction in mufflers have good results in build of reactive mufflers in the desirable interest frequencies band with a relative low cost and time of development.

Keywords: Acoustic Filters. Optimization. Genetic Algorithm. Finite Element Method.

Lista de Figuras

2.1	Exemplo construtivo de um <i>muffler</i> reativo.	5
2.2	Exemplo construtivo de um <i>muffler</i> com elementos dissipativos.	6
2.3	Linearização - grandezas acústicas com pequenas oscilações nos pontos de equilíbrio do meio	10
2.4	Representação gráfica de um modelo mostrando o comportamento sonoro em frente a uma superfície rígida.	11
2.5	Representação gráfica de um modelo mostrando o comportamento sonoro em frente a uma superfície elástica.	12
2.6	Campo acústico em um duto de seção constante excitado por um pistão.	14
2.7	Frequência de corte - duto de seção retangular.	17
2.8	Frequência de corte - duto de seção circular.	17
2.9	Esquema de um tubo com terminação flangeada com ondas de pressão sonora excitado por um pistão.	20
2.10	Esquema de um tubo com terminação não flangeada com ondas de pressão sonora excitado por um pistão.	21
2.11	Modelo simplificado de um ressonador de Helmholtz.	22
2.12	Correção L' do comprimento do pescoço para um ressonador de Helmholtz.	22
2.13	Exemplo de um tubo com câmara de expansão	23
2.14	Parâmetros concentrados para um <i>mufflers</i> de dois volumes.	25
2.15	Exemplo de modelamento de <i>muffler</i> pela técnica de parâmetros concentrados - sistema massa-mola.	25
2.16	Resposta de um <i>muffler</i> de 2V e três tubos modelados pelo método dos parâmetros concentrados	27
2.17	Método da Decomposição	29

2.18	Método das Duas Fontes.	30
2.19	Parâmetros do Método da Matriz de Transferência como base para o Método das Duas Fontes.	31
3.1	Modelamento com o método FEM - Espaço de análise considerando o fluido no interior de um <i>muffler</i> genérico.	36
3.2	Um elemento quadrilateral formado por dois ou quatro elementos triangulares. (Adaptado de Rao [28]).	41
3.3	Alguns exemplos de elementos tridimensionais (Adaptado de Rao [28]).	42
3.4	Dimensões internas em mm do <i>muffler</i> de um volume.	45
3.5	Dimensões internas em mm do <i>muffler</i> de dois volume.	45
3.6	Tipos de elementos utilizados nos <i>mufflers</i> de 1V e 2V.	46
3.7	Detalhe dos elementos e conectividade dos fluidos contidos nos tubos o volume.	46
3.8	Representação dos tubos de entrada e saída para o modelo real e numérico.	47
4.1	Bancada experimental para determinação dos parâmetros acústicos dos <i>mufflers</i> de 1V e 2V	52
4.2	Esquema da bancada experimental mostrando toda a cadeia de medição	52
4.3	Determinação das pressões sonoras por dois microfones com ponteiras em uma mesma região do campo acústico para correção dos valores medidos.	54
4.4	Pontos de medição da pressão sonora nos tubos de entrada e saída do <i>muffler</i> de 1V.	55
4.5	Distância (em mm) das ponteiras para os <i>mufflers</i> de 1V e 2V.	55
4.6	Comparação da TL para o <i>muffler</i> de 1V experimental e numérico.	56
4.7	Função Transferência para o <i>muffler</i> numérico é experimental de 1V na configuração A.	57
4.8	Função Transferência para o <i>muffler</i> numérico é experimental de 1V na configuração B.	58
4.9	Comparação da TL para o <i>muffler</i> de 2V experimental e numérico.	58

4.10	Função Transferência para o <i>muffler</i> numérico é experimental de 2V na configuração A.	59
4.11	Função Transferência para o <i>muffler</i> numérico é experimental de 2V na configuração B.	59
5.1	Identificação de ótimos globais e locais em uma função de minimização. . .	61
5.2	Representação binária de cromossomos utilizados no Método de Algoritmo Genético.	68
5.3	Roleta Giratória mostrando que os indivíduos X_1 e X_4 possuem maior aptidão.	69
5.4	Cruzamento entre dois cromossomos com um único ponto de corte.	70
5.5	Cruzamento entre dois cromossomos com dois ponto de corte.	70
5.6	Dois pontos de mutação em um mesmo cromossomo.	71
5.7	Diagrama de fluxo para um Método de Algoritmo Genético Simplificado. .	73
5.8	Exemplos de geração de população inicial: Métodos Random e SOBOL. . .	76
5.9	Variáveis da otimização para o <i>muffler</i> de 1V.	78
5.10	Variáveis da otimização para o <i>muffler</i> de 2V.	78
5.11	Organização do procedimento de otimização no modeFrontier.	80
5.12	Iterações para o <i>muffler</i> de 2V utilizando-se os valores padrões do GA. . .	81
5.13	Iterações para o <i>muffler</i> de 1V utilizando-se os valores dos parâmetros modificados do GA.	82
5.14	Iterações para o <i>muffler</i> de 2V utilizando-se os valores dos parâmetros modificados do GA.	83
5.15	TL para o muffler otimizado de 1V.	83
5.16	TL para o muffler otimizado de 2V.	83
5.17	Valores mínimos e máximos para a função de desempenho para o <i>muffler</i> otimizado de 1V.	84
5.18	Valores mínimos e máximos para a função de desempenho do <i>muffler</i> otimizado de 2V.	85

5.19	Curvas de TL muito próximas nas análises de sensibilidade para o <i>muffler</i> de 1V.	85
5.20	Curvas de TL muito próximas nas análises de sensibilidade para o <i>muffler</i> de 2V.	86
5.21	Vista em corte da malha referente ao fluido contido no <i>muffler</i> otimizado de 1V.	86
5.22	Vista em corte da malha referente ao fluido contido no <i>muffler</i> otimizado de 2V.	86
5.23	Comparação entre os <i>mufflers</i> otimizado e de referência de 1V.	87
5.24	Comparação entre os <i>mufflers</i> otimizado e de referência de 2V.	87

Lista de Tabelas

3.1	Comparação entre os tempos de processamento em <i>mufflers</i> numéricos pelos métodos BEM e FEM.	38
3.2	Comparativo de erro para alguns tipos de elementos - Fonte: Lima [30]. . .	44
5.1	Limites máximos e mínimos (em <i>mm</i>) dos parâmetros utilizados na otimização.	79
5.2	Comparação entre os parâmetros de referência e os otimizados.	84

Lista de Simbologias

$\lambda_{20K Hz}$	Comprimento da onda sonora para a frequência de $20K Hz$ [m]
Δx	Valor da distância na direção x entre dois elementos consecutivos de uma malha numérica (discretização da malha de um modelo numérico) [m]
λ	Comprimento da onda sonora para uma determinada frequência [m]
p_0	Pressão do fluido do meio [Pa]
c_0	Velocidade do som no meio [$\frac{m}{s}$]
ρ_0	Densidade do fluido do meio [$\frac{kg}{m^3}$]
γ	Razão entre os calores específicos a pressão e a volume constantes
α	Constante
c_v	Calor específico a valor constante [$\frac{J}{kgK}$]
c_p	Calor específico a pressão constante [$\frac{J}{kgK}$]
E	Energia total [kJ]
T	Temperatura [K]
H	Entalpia total [$\frac{kJ}{kg}$]
t	Tempo [s]
\vec{u}	Velocidade de partícula em cada ponto do elemento de volume [$\frac{m}{s}$]
\vec{n}	Normal à superfície de área dA onde uma quantidade de massa sai do volume dV
V	Volume [m^3]
A	Área [m^2]
μ	Coefficiente de viscosidade [$\frac{kg}{ms}$]
μ_{ex}	Coefficiente de viscosidade de expansão [$\frac{kg}{ms}$]
R	Constante do gás
R_0	Constante universal dos gases

s	Entropia específica $\left[\frac{kJ}{kgK}\right]$
S	Entropia total $\left[\frac{kJ}{kgK}\right]$
w	Frequência angular $\left[\frac{rad}{s}\right]$
\vec{F}_c	Forças de campo;
u_0	Velocidade de partícula no meio $\left[\frac{m}{s}\right]$
\Re	Parte real de uma grandeza complexa
\Im	Parte imaginária de uma grandeza complexa
p'	Pressão para pequenas oscilações no meio (pressão sonora) [Pa]
u'	Velocidade de partícula para pequenas oscilações no meio $\left[\frac{m}{s}\right]$
T'	Temperatura para pequenas oscilações no meio [K]
∇	Operador Laplaciano
\tilde{A}	Amplitude da onda sonora que se propaga no meio, sentido positivo de x [Pa]
\tilde{B}	Amplitude da onda sonora que se propaga no meio, sentido negativo de x [Pa]
j	Número imaginário
k	Número da onda $\left[\frac{1}{m}\right]$
p_T	Pressão sonora total [Pa]
p_t	Pressão sonora transmitida [Pa]
α_T	Coefficiente de transmissão
α_R	Coefficiente de reflexão
$I_{transmitida}$	Intensidade sonora da onda transmitida $\left[\frac{W_t}{m^2}\right]$
$I_{incidente}$	Intensidade sonora da onda incidente $\left[\frac{W_i}{m^2}\right]$
p_i	Pressão sonora incidente [Pa]
p_r	Pressão sonora refletida [Pa]
u_i	Velocidade de partícula incidente [Pa]
\tilde{z}	Impedância acústica específica $\left[\frac{Ns}{m^3}\right]$
L	Comprimento dos dutos [m]
m	Indexador m-ésimo de modos transversais em dutos retangulares
n	Indexador n-ésimo de modos transversais em dutos retangulares

∂	derivada parcial
J_m	Valor da função de Bessel
f	Frequência [Hz]
π	Pi=3,14159...
$R_1(2ka)$	Parte real da impedância na terminação de um tubo flangeado
$X_1(2ka)$	Parte imaginária da impedância na terminação de um tubo flangeado
$J_1(2ka)$	Função de Bessel de primeira ordem
$H_1(2ka)$	Função de Struve de primeira ordem
$z_{n_{flang}}$	Impedância acústica na extremidade de um tubo não flangeado [Rayls]
L'	Comprimento hipotético adicional para o pescoço de um ressonador de Helmholtz [m]
S_1	Autoespectro no ponto 1
S_2	Autoespectro no ponto 2
C_{12}	Parte real do espectro cruzado entre as pressões nos pontos 1 e 2
Q_{12}	Parte imaginária do espectro cruzado entre as pressões nos pontos 1 e 2
x_{12}	Distância entre os pontos 1 e 2
$G(x, y)$	Função de Green
H_0	Função de Hankel
Ω	Domínio do modelo
ϕ_j	Função base para o nó j
Γ	Contorno do domínio
$\{f\}$	Vetor força
M	Matriz de massa
K	Matriz de rigidez
\vec{n}	Vetor unitário normal ao contorno Γ
f_{max}	Frequência máxima de análise [Hz]
f_{min}	Frequência mínima de análise [Hz]
$\lambda_{f_{max}}$	Comprimento de onda da maior frequência de análise [Hz]
λ_d	Discretização da malha [m]
G	Constante
\sum	Operador matemático de Somatório

Lista de Abreviaturas e Siglas

<i>dB</i>	Decibel
<i>GA</i>	Algoritmo Genético (<i>Genetic Algorithm</i>)
<i>FEM</i>	Método dos Elementos Finitos (<i>Finite Element Method</i>)
<i>BEM</i>	Método dos Elementos de Contorno (<i>Boundary Element Method</i>)
<i>1V</i>	Filtro acústico reativo com um volume
<i>2V</i>	Filtro acústico reativo com dois volumes
<i>TL</i>	Perda de Transmissão (<i>Transmission Loss</i>)
<i>NR</i>	Método da Redução de Ruído (<i>Noise Reduction</i>)
<i>IL</i>	Perda por Inserção (<i>Insertion Loss</i>)
<i>IE</i>	Elementos Infinitos (<i>Infinite Element</i>)
<i>SEA</i>	Análise Estatística Energética (<i>Statistical Energy Analysis</i>)
<i>CAE</i>	Engenharia Auxiliada por Computador (<i>Computer-Aided Engineering</i>)
<i>3D</i>	Modelo Tri-dimensional
<i>2D</i>	Modelo Bi-dimensional
<i>RAM</i>	Memória de Acesso Aleatório (<i>Random Access Memory</i>)
<i>UFSC</i>	Universidade Federal de Santa Catarina
<i>EMC</i>	Departamento de Engenharia Mecânica
<i>LVA</i>	Laboratório de Vibrações e Acústica
<i>ICP</i>	<i>Integrated Circuit Piezoelectric</i>
<i>SA</i>	Recozimento Simulado (<i>Simulated Annealing</i>)
<i>SOOP</i>	Otimização com simples objetivo (<i>Single-Objective Optimization Problem</i>)
<i>MOOP</i>	Otimização com múltiplos objetivos (<i>Multi-Objective Optimization Problem</i>)
<i>BFGS</i>	<i>Bounded Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno</i>
<i>MOGA – II</i>	Algoritmo Genético Multi-Objetivo

NLPQLP Programação Sequencial Quadrática

DOE Planejamento dos Desenvolvimentos (*Design of Experiments*)

DOS *Disk Operating System*

1 *Introdução*

Altos níveis de pressão sonora de duração prolongada tendem a causar desconforto à percepção humana e tolerância individual. Dá-se o nome de ruído sonoro ao som desconfortável percebido. Com o advento da modernidade e, com isso, a ampla utilização de máquinas e equipamentos, a emissão de ruído sonoro no dia-a-dia da sociedade tornou-se prática comum.

Filtros acústicos são amplamente utilizados na indústria em geral como solução de atenuação de ruído sonoro em máquinas de exaustão, dutos ventilados, motores à combustão interna, descarga e sucção de compressores, entre outros. Os filtros acústicos podem ser classificados em: passivos e ativos. Dentre os filtros acústicos passivos pode-se subdividir essa categoria em reativos e dissipativos. De uma forma bem geral os filtros acústicos ativos atuam de forma inteligente e são adaptativos conforme as variações dinâmicas impostas pelas condições de contorno de entrada e saída. Este conceito utiliza-se das informações instantâneas obtidas, processadas e informadas através de computadores e atuadores dinâmicos de recepção e transmissão. O custo de desenvolvimento e aplicação dos filtros acústicos ativos nos problemas comuns do dia-a-dia vem caindo vertiginosamente com o avanço da tecnologia digital, capacidade e velocidade de processamento computacional e métodos numéricos. Entretanto, sua aplicação ainda está aquém da massificação do uso nas mais variadas aplicações.

Os filtros acústicos passivos possuem um conceito de funcionamento mais simples e de menor custo quando comparados ao ativos. No entanto, os resultados podem ser iguais ou até melhores de acordo com as condições de contorno aplicadas no sistema e os resultados esperados. Por este motivo, estas soluções costumam ser empregadas em dispositivos ruidosos. Os filtros acústicos passivos do tipo dissipativo utilizam materiais que dissipam a energia sonora na forma de calor. Além dos materiais porosos e fibrosos, alguns filtros utilizam-se de frestas e furos para criar, em suas bordas, efeitos cisalhantes nos campos de pressão e velocidades locais, dissipando parte da energia acústica também em calor. Os filtros acústicos do tipo reativo utilizam-se das diferenças de áreas, variação de impedância e os efeitos que as mesmas causam no campo de pressão e velocidade de uma onda sonora se propagando. As diferenças de áreas necessárias são, geralmente,

propiciadas pela aplicação de tubos e volumes, em série ou paralelo, formando um sistema de tubos e volumes que refletem uma parcela da onda incidente, resultando numa pressão sonora transmitida menor do que a pressão sonora incidente. É muito comum no uso acadêmico e industrial a denominação de *muffler* para o conjunto de tubos e volumes que compõe os filtros acústicos passivos (reativos, dissipativos ou misto) e, naturalmente, esse termo será utilizado ao longo do texto da dissertação.

Os estudos analíticos e experimentais dos filtros acústicos permearam os trabalhos realizados por muito tempo e são, até hoje, bastante aplicados nos meios de pesquisa e desenvolvimento. No entanto, com os avanços dos meios computacionais e o proporcional crescimento na capacidade de armazenamento, velocidade e processamento de cálculos, os estudos numéricos têm-se tornado ferramentas usuais e que complementam as outras duas formas citadas anteriormente. Assim sendo, com o avanço tecnológico digital tornou-se possível a solução de problemas acústicos complexos, tais como as características vibroacústicas de sistemas como salas, cabines veicular, motores, alto-falantes, dutos e painéis vibrantes. Nesses casos, é possível prever e otimizar a performance vibro-acústica ainda na fase inicial do projeto com maior rapidez e precisão. Os resultados de bancada, denominados de "resultados experimentais" e formulações analíticas, validam os modelos numéricos numa etapa inicial, possibilitando desta maneira eliminarmos a construção e testes de grande números de protótipos, de alto custo agregado.

O Método de Elementos Finitos (*Finite Element Method - FEM*) e o Método de Elementos de Contorno (*Boundary Element Method - BEM*) são exemplos de estudos numéricos bastante difundidos e considerados potentes ferramentas para investigações dos fenômenos básicos em filtros acústicos e que serão discutidas ao longo da dissertação. Alguns métodos analíticos e experimentais também serão mostrados como ferramentas na determinação da performance de atenuação nos *mufflers* acústicos.

Com o intuito de aproveitar os benefícios computacionais disponíveis e maximizar a performance dos componentes em tempos cada vez menores, as técnicas de otimização vem sendo amplamente utilizadas em muitas áreas do conhecimento. O Método do Algoritmo Genético (*Genetic Algorithm - GA*) é uma técnica de otimização que utiliza-se dos princípios fundamentais da Teoria Evolutiva das Espécies de Darwin, que afirma que os indivíduos mais adaptados são aqueles que possuem a maior chance de transmitir suas características genéticas e gerar descendentes mais fortes que os pais. O método de otimização por GA é considerado um algoritmo robusto e simples de ser utilizado. Funciona com uma população de indivíduos onde cada indivíduo representa uma provável solução para um determinado problema. Cada indivíduo é classificado com um "nível de aptidão" de acordo com o quão boa é a solução por ele representada. Para se evitar a convergência prematura de uma solução, a etapa de cruzamento é responsável por mis-

turar o material genético (cromossomo) de um par de indivíduos, buscando novas regiões na rede de soluções, etapa de mutação, entre outras. As informações necessárias para um mínimo resultado esperado deve conter: um problema, método para codificar soluções do problema, função avaliação para identificar as potenciais soluções para o problema, um conjunto de parâmetros para o método de *GA* e por fim, identificar os operadores que precisam ser utilizados.

A presente dissertação tem como objetivo demonstrar a otimização numérica de dois *mufflers* passivos do tipo reativo, sendo um deles de um volume ($1V$) com dois tubos e o outro um *muffler* de dois volumes ($2V$), com três tubos. A teoria de acústica linear é revisada de forma resumida, mostrando os pontos importantes que serão utilizados como embasamento teórico e que norteiam os princípios físicos da acústica linear com aplicação nos problemas de filtros acústicos aqui relatados.

Após a validação dos modelos numéricos de $1V$ e $2V$ com os respectivos resultados experimentais, tem-se a confiabilidade necessária para utilizar apenas os cálculos numéricos para o desenvolvimento dos *mufflers* de forma mais prática e rápida. A utilização da técnica de otimização por *GA* complementa o processo de desenvolvimento simplificando a elaboração dos *mufflers* e testando, sistematicamente, as melhores soluções para atingir os objetivos traçados.

A idéia principal é determinar uma faixa de frequência no espectro de frequência discreto de determinados *mufflers* de $1V$ e $2V$ e otimizar essa faixa de tal maneira que o resultados finais de atenuação, proporcionados pelos *mufflers* reativos, sejam maximizados. Para tanto, os diâmetros e comprimentos dos tubos e volumes serão testados pelo método de *GA*.

Ao final desta dissertação os resultados obtidos na otimização pelo método de *GA* aplicado aos filtros acústicos passivos reativos tipo *muffler* são apresentados e comentados, além das sugestões para trabalhos futuros.

2 *Conceitos Básicos de Filtros Acústicos*

A pelo menos três décadas, os filtros acústicos têm sido objeto de muitos estudos buscando o melhor entendimento dos fenômenos básicos envolvidos, resultando numa maior acuidade dos modelos experimentais, analíticos e numéricos. Os estudos embasadores para o comportamento de dutos lineares sem fluxo de gás foram estudados desde muito cedo por Morse [1] e Cremer [2]. Similarmente, a primeira validação sistemática de um filtro acústico sem fluxo foi conduzidos por Davis [3]. Estes trabalhos foram seguidos por numerosas investigações teóricas e experimentais que indicaram adicionalmente importantes tópicos tais como fluxo uniforme, temperatura, gradiente e o comportamento dos novos componentes dos filtros acústicos que são comuns nas aplicações atuais. Discussões dos maiores especialistas desta área tem sido apresentados periodicamente na forma de artigos individuais em jornais, capítulos de *engineering handbooks* e mais recentemente por Munjal [4], entre outros.

As atenuações sonoras proporcionadas pelos filtros acústicos reativos são ocasionados pela variação da impedância acústica ao longo do caminho da onda sonora em propagação, fornecendo ondas reflexivas, ocasionadas pela variação nas dimensões e geometrias, tais como câmaras de expansão, tubos em terminação flangeada ou não-flangeada, tubos inseridos em volumes, etc.

Os *mufflers* reativos podem ser projetados considerando-se três princípios de funcionamento bastante difundidos e que, de acordo com a necessidade, podem ser utilizados no mesmo projeto: ressonador de Helmholtz, tubos ressonantes e tubos com câmara de expansão. A Figura 2.1 mostra um típico *muffler* passivo do tipo reativo.

Os filtros acústicos dissipativos, também chamados de resistivos, utilizam materiais de absorção para transformar parte da energia acústica em calor. Materiais porosos de poliestireno, latão e mantas acústicas fibrosas são exemplos de materiais utilizados nestes tipos de filtros acústicos. Os materiais porosos para controle de ruído são compostos por duas fases: a sólida, constituída geralmente por fibras ou por outro tipo de material que forma o chamado "esqueleto", e a fase fluída contida na interior dos poros. Geralmente,

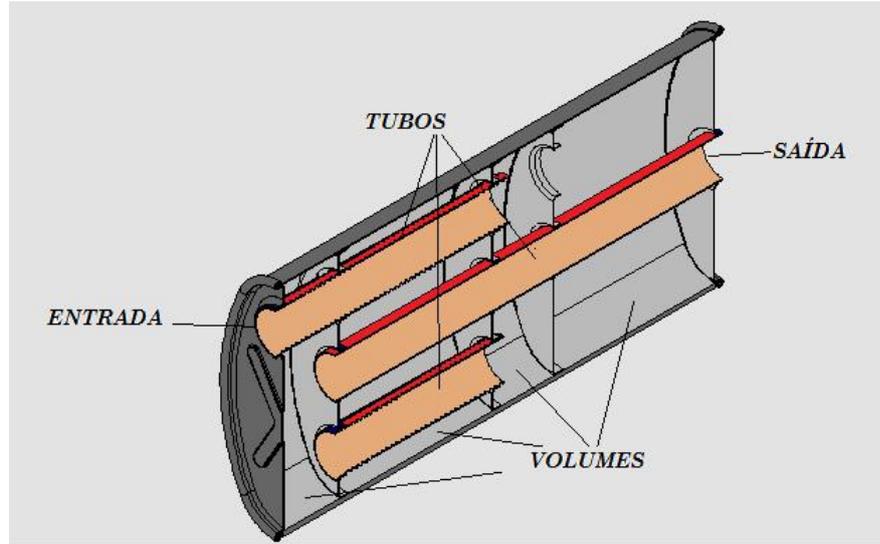


Figura 2.1: Exemplo construtivo de um *muffle* reativo.

estes materiais têm textura porosa e a conversão da energia acústica em calor ocorre pelo cisalhamento do fluido nas superfícies internas dos poros. Para isso, é importante que tenham dimensões controladas e poros abertos para maximizar a atenuação na faixa de frequência de interesse. Estes *mufflers* são, de fato, filtros acústicos com a vantagem de propiciar atenuação numa larga faixa de frequência. Infelizmente, sua performance é pobre nas baixas frequências. A Figura 2.2 mostra uma configuração típica de um muffle com elementos dissipativos.

Os filtros acústicos ativos também chamados de filtros acústico adaptativos utilizam o princípio da interferência destrutiva das ondas, onde uma onda de pressão inversa é utilizada para cancelar um ruído indesejado. Com o intuito de alcançar um cancelamento substancial e com grande precisão, um sinal de mesma amplitude, porém com fase invertida da onda sonora que se deseja cancelar, deve ser emitido. Os resultados alcançados são melhores em baixas frequências, porém novas pesquisas sinalizam que bons resultados estão sendo alcançados para médias e altas frequências. Estes filtros acústicos atuam em "tempo real" modificando sua atuação conforme as condições de contorno de entrada são modificadas.

Pode-ser citar ainda os Sistemas de Controle Híbrido de ruído que utilizam de sistemas passivos para atuarem em médias e altas frequências enquanto que, para baixa frequência são utilizados filtros acústicos ativos.

Serão abordados os principais tópicos referentes aos fenômenos acústicos em *mufflers* reativos, dentre eles: Teoria da Acústica Linear, Propagação do Som em Dutos, Frequência de Corte em Dutos, Filtros Acústicos. Também serão apresentados métodos para a determinação da performance dos filtros acústicos.

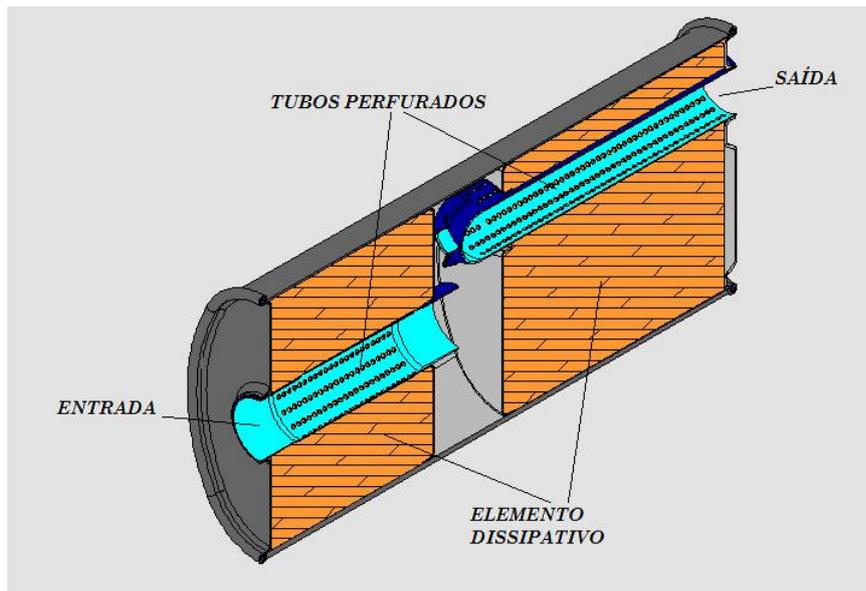


Figura 2.2: Exemplo construtivo de um *muffle* com elementos dissipativos.

2.1 Teoria de Acústica Linear

A magnitude da flutuação da pressão acústica, na grande maioria das vezes é muito menor do que a variação normal de pressão atmosférica e ocorre muito mais rapidamente, sendo que, segundo Fahy [6], a essência do movimento mecânico está na ligação das variações temporais e espaciais das grandezas físicas envolvidas. Em um campo acústico, portanto, necessita-se conhecer a pressão e a velocidade de partícula.

Em desenvolvimentos teóricos do comportamento do campo acústico é aceitável modelar fluidos como um meio contínuo. O modelo discreto molecular é substituído sem qualquer restrição por um meio no qual as propriedades, estado e comportamento em um ponto são expressos em termos de grandezas governadas pelo estado médio de uma grande quantidade de moléculas dentro de um pequeno volume que contém este ponto.

As ondas sonoras obedecem as leis da física: Leis de Conservação da Massa, da Quantidade de Movimento, Leis dos Gases Ideais e de Estado. Combinadas, essas equações dão origem a equação da onda.

2.1.1 Lei dos Gases

Na grande maioria dos casos onde pode-se aplicar os conceitos básicos de acústica, as condições de temperatura e pressão são tais que o comportamento do fluido assemelham-se em muito ao comportamento de um gás ideal.

Levando-se em consideração que a distância média percorrida entre choques sucessivos de moléculas é de aproximadamente $6 \times 10^{-8} \text{ m}$ para o ar nas Condições Normais

de Temperatura e Pressão (CNTP), conforme Wylen, Sonntag e Borgnakke [7] e que a frequência audível para seres humanos está na faixa de 20 Hz até $20k \text{ Hz}$, a simples conta para o menor comprimento de onda desta faixa ($\lambda_{20k \text{ Hz}}$), considerando-se a velocidade do som no ar da ordem de 340 m/s é de:

$$\lambda_{20k \text{ Hz}} = 0,017 \text{ m}.$$

Para uma discretização extremamente refinada de modelos de simulação numérica:

$$\Delta x = \frac{\lambda_{20k \text{ Hz}}}{100} \Rightarrow \Delta x \simeq 1,7 \times 10^{-4} \text{ m}.$$

Observa-se que as menores dimensões dos elementos de discretização numérica são ordens de grandeza maiores que a distância média percorrida entre choques sucessivos de moléculas e pode-se, assim, usar um modelo de meio contínuo para o fluido, em análises acústicas. Esta análise fornece uma idéia do grande número de moléculas em cada elemento de volume.

Na faixa de frequências audíveis, o fluxo de calor entre as regiões de baixa e alta temperatura são desprezíveis, pois as partículas estão tão afastadas que os gradientes de temperatura são muito pequenos para produzir uma condução de calor significativa. Conclui-se que a propagação do som representa um processo adiabático:

$$\frac{p_0}{\rho_0^\gamma} = \text{cte} \quad (2.1)$$

ou ainda em termos de pressão e densidade:

$$p_0 = \alpha \rho_0^\gamma \quad (2.2)$$

onde:

$\alpha \Rightarrow$ é uma constante;

$\gamma \Rightarrow$ é a razão entre os calores específicos a pressão (c_p) e a volume (c_v) constantes;

$p_0 \Rightarrow$ pressão do meio [Pa];

$\rho_0 \Rightarrow$ densidade do meio [$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$].

Para o ar (Wylen et al [7]):

$$c_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_v \Rightarrow c_{v_{ar}} = 718 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

e

$$c_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \Rightarrow c_{p_{ar}} = 1005 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$$

logo a razão entre os calores específicos a pressão e a volume constantes $c_{p_{ar}}$ e $c_{v_{ar}}$ para o

ar, respectivamente, é dado por:

$$\gamma_{ar} = \frac{c_{p_{ar}}}{c_{v_{ar}}} \cong 1,4. \quad (2.3)$$

onde,

$E \Rightarrow$ é a energia total $[kJ]$;

$H \Rightarrow$ é a entalpia total $\left[\frac{kJ}{kg}\right]$;

$T \Rightarrow$ é a temperatura $[K]$.

2.1.2 Velocidade do Som

A velocidade local do som é definida através da expressão abaixo:

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} \quad (2.4)$$

ou já que $p_0 = \rho_0 RT$, pode ser expressa somente através da temperatura local

$$c_0 = \sqrt{\gamma RT}. \quad (2.5)$$

R é a constante do gás e está relacionada à constante universal dos gases R_0 e a temperatura T representada em *Kelvin*. Para o ar, a $20^\circ C$, a velocidade do som é de $343,7 \text{ m/s}$.

2.1.3 Equação da Onda

Como dito anteriormente, as Leis de Conservação da Massa, da Quantidade de Movimento, Lei dos Gases Ideais e também a Equação de Estado $p = p(\rho, s)$ combinadas adequadamente formam a equação da onda, como segue:

Equação da Conservação da Massa

Considerando um volume fixo no espaço (não varia com o tempo), tem-se:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_A \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dA = 0 \quad (2.6)$$

Do Teorema da Divergência (Teorema de Gauss), pode-se escrever:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.7)$$

onde,

$\vec{u} \Rightarrow$ velocidade de partícula em cada ponto do elemento de volume $\left[\frac{m}{s}\right]$;

$\vec{n} \Rightarrow$ normal à superfície de área dA onde uma quantidade de massa sai do volume dV .

Equações da Quantidade de Movimento

As Equações de Navier-Stokes podem ser representadas através de uma única expressão:

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \mu \left[\nabla^2 \vec{u} + \left(\frac{1}{3} + \frac{\mu_{ex}}{\mu} \right) \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) \right]. \quad (2.8)$$

onde:

$\rho \vec{g} \Rightarrow$ são as Forças de campo \vec{F}_c ;

$\mu \Rightarrow$ coeficiente de viscosidade $\left[\frac{kg}{ms} \right]$;

$\mu_{ex} \Rightarrow$ coeficiente de viscosidade de expansão $\left[\frac{kg}{ms} \right]$.

Pode-se considerar que a variação de densidade e pressão nos níveis toleráveis pela percepção sonora do ser humano é tão pequena que os resultados não lineares são desprezíveis. Com o intuito de simplificar a Equação de Navier-Stokes e considerando o fluido como ideal $\mu = 0$ e $\mu_{ex} = 0$, considerando ainda a relação termodinâmica $p = p(\rho, s)$ e desprezando as forças de campo $\vec{F}_c = \rho \vec{g}$, temos:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (2.9)$$

Equação da Energia (1ª Lei da Termodinâmica)

A equação da energia considera termos de fluxo por condução a função de dissipação no meio. No entanto, para a acústica linear, as variações acústicas produzidas pela passagem de uma onda sonora no meio interfere muito pouco no comportamento termodinâmico associado a este sistema, logo os termos de fluxo de condução térmica e viscosidade podem ser desconsiderados e, portanto, a entropia no meio se mantém constante, caracterizando-se um meio isentrópico $\frac{DS}{Dt} \cong 0$. A Equação da Energia fica:

$$\rho T \frac{DS}{Dt} = \rho c_p \frac{DT}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} = 0 \quad (2.10)$$

onde:

$S \Rightarrow$ é a entropia total $\left[\frac{kJ}{kgK} \right]$

Linearização

Considerando as condições de pressão p_0 , velocidade u_0 e temperatura T_0 do ponto de equilíbrio do meio, tem-se que as grandezas acústicas p' , densidade ρ' e temperatura T' apresentam pequenas variações, oscilando entre esse ponto de equilíbrio conforme repre-

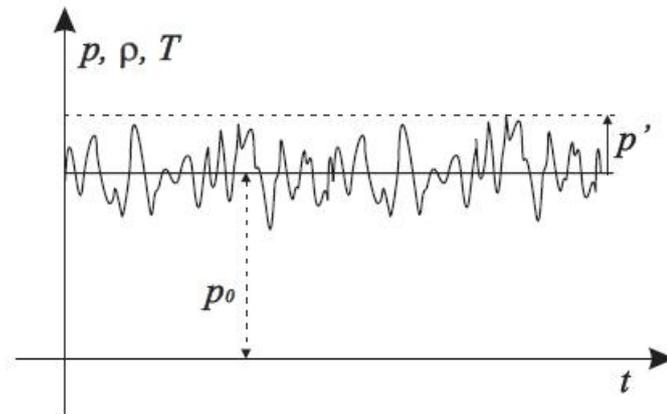


Figura 2.3: Linearização - grandezas acústicas com pequenas oscilações nos pontos de equilíbrio do meio

sentado na Figura 2.3, sendo que $p' \ll p_0$, $\rho' \ll \rho_0$ e $T' \ll T_0$,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = \frac{\gamma(p_0 + p')}{\rho_0 + \rho'} \cong \frac{\gamma p_0}{\rho_0} = c_0^2 \quad (2.11)$$

onde:

$\gamma \Rightarrow$ razão entre os calores específicos a pressão e volume constantes;

$c_0 \Rightarrow$ velocidade do som no meio $\left[\frac{m}{s}\right]$.

Substituindo a Equação (2.11) na Equação (2.7) e derivando em relação ao tempo:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot u) = 0 \quad (2.12)$$

Aplicando o operador ∇ na Equação (2.9) e subtraindo o resultado da equação (2.12), tem-se como resultado a equação da onda, de acordo com Munjal [4] e Beranek [5]:

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0 \quad (2.13)$$

2.2 Propagação do Som em Dutos

A propagação do som em dutos são problemas de engenharia, na grande maioria das vezes, de cunho prático. Isso inclui, por exemplo, propagação de ondas acústicas em instrumentos de sopro, em dutos de ar condicionado e ventilação, em sistemas com sensores de temperatura onde o ar tomado é garantido por um ventilador, etc. De forma geral, a propagação das ondas nesses e em alguns outros exemplos são da forma tri-dimensional, sendo bastante difíceis de se tratar. Entretanto, é coerente dizer que abaixo da menor frequência de corte as ondas acústicas podem se propagar como ondas planas ao longo do tubo e, portanto, abaixo dessa frequência o campo sonoro dentro do tubo pode ser

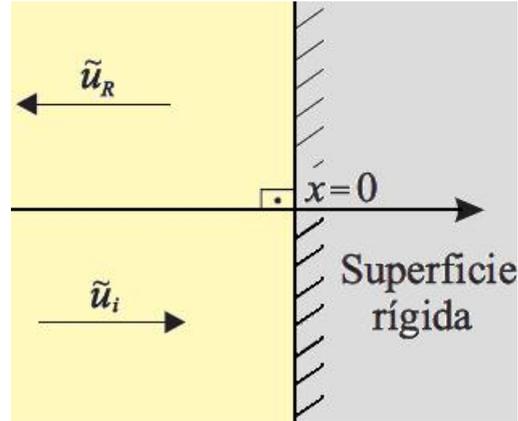


Figura 2.4: Representação gráfica de um modelo mostrando o comportamento sonoro em frente a uma superfície rígida.

representado por onda planas unidimensionais.

2.2.1 Campo Sonoro a Frente de uma Superfície

O campo sonoro em frente a uma superfície é especialmente importante de ser comentado, tendo em vista que os *mufflers* passivos do tipo reativo, como dito anteriormente, possuem o princípio de atenuação acústica baseado na parcela da onda sonora incidente que é refletida. A reflexão das ondas sonoras podem ocorrer por meio de superfícies rígidas ou quando encontram uma impedância acústica no meio de propagação e que, neste caso, pode ser comparado a uma onda acústica sonora se propagando de encontro a uma superfície do tipo elástica.

2.2.1.1 Superfície Rígida

Considerando que uma onda sonora propagando-se na direção x positivo dentro de um tubo de paredes rígidas, conforme mostrado na Figura 2.4, de encontro com uma superfície perfeitamente rígida (não há absorção de energia pela superfície) possui na função da velocidade que rege o movimento de partícula uma amplitude A , então no campo de pressão sonora em $x < 0$ ocorre uma superposição de duas ondas planas, incidente e refletida, onde a onda refletida de amplitude $-B$ está defasada de 180° em relação à incidente. Como a parede é rígida, então tem-se em $x = 0$ velocidade de partícula $\tilde{u}(0, t)$:

$$\tilde{u}(0, t) = \tilde{A}e^{j\omega t} + \tilde{B}e^{-j\omega t} = 0 \quad (2.14)$$

então

$$u(x, t) = \Re \{ \tilde{u}(x, t) \} = 2A \text{sen}(kx) \text{sen}(\omega t) \quad (2.15)$$

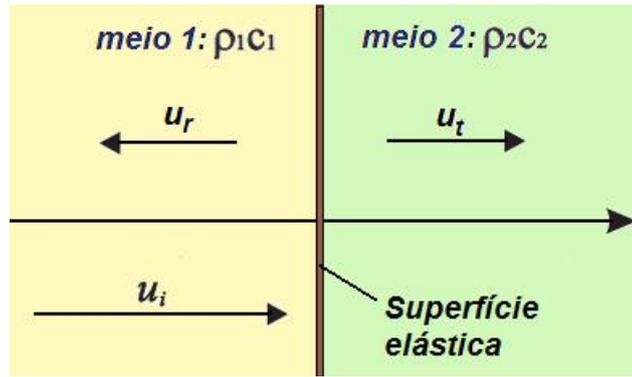


Figura 2.5: Representação gráfica de um modelo mostrando o comportamento sonoro em frente a uma superfície elástica.

Uma **onda estacionária** pode ser representada por esta expressão porque em qualquer ponto o campo sonoro as propriedades do campo variam apenas harmonicamente com o tempo. Logo o campo de pressão:

$$p(x, t) = \Re \{ \tilde{p}(x, t) \} = 2\rho_0 c_0 A \cos(kx) \cos(\omega t). \quad (2.16)$$

onde:

$\Re \Rightarrow$ representa a parte real da grandeza complexa;

$c_0 \Rightarrow$ é a velocidade do som no meio $\left[\frac{m}{s} \right]$;

$\rho_0 \Rightarrow$ é a densidade do som no meio $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$.

Note que em casos onde tenhamos ondas estacionárias as paredes rígidas produzem distribuição de $p(x)$ tipo $\cos(kx)$.

2.2.1.2 Superfície Elástica

Considerando agora a mesma onda plana propagando-se na direção x positivo do meio 1 para o meio 2, porém indo perpendicularmente de encontro a uma superfície elástica que faz interface de separação de dois meios, cujas impedâncias são $\rho_1 c_1$ e $\rho_2 c_2$, mostrados na Figura 2.5. Quando a onda sonora de velocidade \tilde{u}_i encontrar a superfície elástica que separa os dois meios a tendência é que parte da energia desta seja transmitida com velocidade \tilde{u}_t e parte refletida com velocidade \tilde{u}_r . Admite-se que as ondas sonoras nos dois meios obedecem à equação da onda e considerações de ondas planas e que as condições de contorno da interface entre os dois meios (superfície elástica) são dadas por $u_1 = u_2$ e $p_1 = p_2$, onde são, respectivamente, as velocidades de propagação sonora e pressão para os meios 1 e 2.

O Coeficiente de Transmissão de Energia α_T , fica:

$$\begin{aligned}\alpha_t &= \frac{I_{transmitida}}{I_{incidente}} = \frac{\frac{1}{2}p_t u_t}{\frac{1}{2}p_i u_i} \\ \alpha_t &= \frac{\rho_2 c_2 u_t^2}{\rho_1 c_1 u_i^2} = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} \frac{4(\rho_1 c_1)^2}{(\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2)^2} \\ \alpha_t &= \frac{4(\rho_1 c_1)(\rho_2 c_2)}{(\rho_1 c_1 + \rho_2 c_2)^2}\end{aligned}\quad (2.17)$$

onde,

$p_t \Rightarrow$ é a pressão sonora transmitida;

$u_i \Rightarrow$ é a velocidade de partícula incidente;

$u_t \Rightarrow$ é a velocidade de partícula transmitida;

$u_i \Rightarrow$ é a velocidade de partícula incidente.

E o Coeficiente de Reflexão de Energia α_R , fica:

$$\begin{aligned}\alpha_R &= 1 - \alpha_T \\ \alpha_R &= \left(\frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} \right)^2\end{aligned}\quad (2.18)$$

Quando:

$$\rho_1 c_1 \gg \rho_2 c_2$$

ou,

$$\rho_2 c_2 \gg \rho_1 c_1$$

$$\alpha_R \longrightarrow 1 \quad e \quad \alpha_T \longrightarrow 0 \quad (2.19)$$

2.2.1.3 Impedância Acústica Específica

O termo "impedância" quer dizer que impede o movimento. Impedância Acústica específica \tilde{z} é definida como sendo a razão entre o campo de pressão sonora e seu respectivo vetor de velocidade de partícula. O termo "específica" é usada para representar a força por unidade de área, necessária para proporcionar uma velocidade de partícula unitária.

$$\tilde{z} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{u}} \left[\frac{Ns}{m^3} \right] \quad (2.20)$$

A impedância acústica específica é normalmente complexa, sendo constituída de uma parte real e outra imaginária, onde:

- $Re\{\tilde{z}\} = R_s$, é a resistência acústica específica;

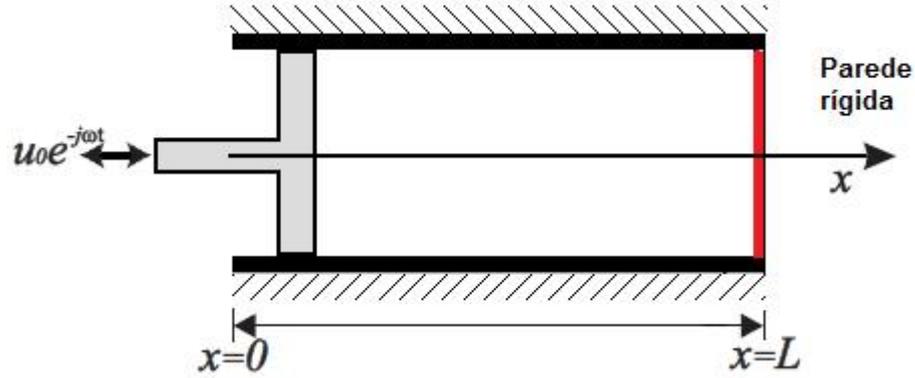


Figura 2.6: Campo acústico em um duto de seção constante excitado por um pistão.

- $Im\{\tilde{z}\} = X_s$, é a reatância acústica específica.

Para uma onda em propagação livre, a parte real da impedância do meio representa a propagação da energia da onda, e a parte imaginária a dissipação da energia no meio.

2.2.2 Campo Acústico em Dutos

Impedância Acústica de um Tubo - Ondas Planas

Dado um duto de seção constante e parede rígida, de comprimento L , excitado em uma extremidade por um pistão rígido oscilando com velocidade $u(0, t) = u_o e^{-j\omega t}$, conforme Figura 2.6, as expressões dos campos de pressão e velocidade de partícula são:

$$\tilde{u}(x, t) = \frac{u_o \text{sen}[\tilde{k}(L - x)]}{\text{sen}(\tilde{k}L)} e^{-j\omega t} \quad (2.21)$$

e,

$$\tilde{p}(x, t) = j\rho_o c_o \frac{u_o \text{cos}[\tilde{k}(L - x)]}{\text{sen}(\tilde{k}L)} e^{-j\omega t} \quad (2.22)$$

Em $x = 0$, as expressões tornam-se

$$\tilde{u}(0, t) = u_o e^{-j\omega t} \quad (2.23)$$

e

$$\tilde{p}(0, t) = j\rho_o c_o \frac{u_o \text{cos}(\tilde{k}L)}{\text{sen}(\tilde{k}L)} e^{-j\omega t}, \quad (2.24)$$

e a impedância no domínio da frequência ω , fica

$$\tilde{z}(x = 0, \omega) = \frac{\tilde{p}(0)}{\tilde{u}(0)} = j\rho_o c_o \frac{\text{cos}(\tilde{k}L)}{\text{sen}(\tilde{k}L)} \quad (2.25)$$

Considerando o número de onda complexo $\tilde{k} = k_1 + jk_2$ onde a parte imaginária j

multiplicando o número de onda k_2 significa a parcela dissipativa no meio, sendo $k_2 \ll k_1$, a impedância pode ser expressa na seguinte forma

$$\tilde{z}(0, w) = \frac{j\rho_0 c_0 [\cos(k_1 L) \cosh(k_2 L) - j \operatorname{sen}(k_1 L) \operatorname{senh}(k_2 L)]}{[\operatorname{sen}(k_1 L) \cosh(k_2 L) + j \cos(k_1 L) \operatorname{senh}(k_2 L)]}, \quad (2.26)$$

para pequenos argumentos ($k_2 L \ll 1$),

$$\cosh(k_2 L) \simeq 1;$$

$$\operatorname{senh}(k_2 L) \simeq k_2 L.$$

Então

$$\tilde{z}(0, w) = \frac{j\rho_0 c_0 [\cos(k_1 L) - j(k_2 L) \operatorname{sen}(k_1 L)]}{[\operatorname{sen}(k_1 L) + j(k_2 L) \cos(k_1 L)]}, \quad (2.27)$$

ou

$$\tilde{z}(0, w) = \frac{\rho_0 c_0 [k_2 L + j \operatorname{sen}(k_1 L) \cos(k_1 L)]}{[\operatorname{sen}^2(k_1 L) + (k_2 L)^2 \cos^2(k_1 L)]}. \quad (2.28)$$

onde:

$L \Rightarrow$ comprimento do tubo [m];

$\rho_0 \Rightarrow$ densidade do meio $[\frac{kg}{m^3}]$;

$c_0 \Rightarrow$ velocidade do som no meio $[\frac{m}{s}]$.

2.2.3 Frequência de Corte

Esse valor é de grande importância porque, abaixo da frequência de corte as ondas sonoras que se propagando em dutos podem ser consideradas como ondas planas.

Nesta seção, será analisada brevemente a determinação da frequência de corte em dutos de seção retangular e circular, que são as mais simples de serem resolvidas analiticamente e também as mais utilizadas em casos práticos. A frequência de corte depende da deformação da seção de área transversal do duto e outros procedimentos podem ser utilizados para geometrias mais complexas do que as retangulares e circulares.

Ondas Planas

Em análises e desenvolvimentos de problemas acústicos, principalmente aqueles relacionados com propagação da onda sonora em dutos, é de suma importância uma análise para identificar se as ondas sonoras naquele meio podem ser consideradas como *ondas planas* ou não. Para um melhor entendimento físico do que se trata uma onda sonora se propagando como onda plana, pode-se considerar um caso ideal de um tubo com paredes rígidas com as dimensões de seção suficientemente pequenas preenchido com um fluido

ideal estacionário (não-viscoso), ondas se propagando com pequenas amplitudes como ondas planas são assumidas se a perturbação de pressão acústica (em ambientes de pressão estática) p e velocidade de partícula u em todos os pontos da secção transversal são as mesmas. A frente de onda ou superfície de fase, definida como uma superfície onde todos os pontos nos quais p e u tem a mesma amplitude e fase, é um plano normal a direção de propagação da onda que, no caso específico de um duto, é o eixo longitudinal do mesmo.

2.2.4 Propagação Acústicas em Dutos de Seção Retangular

De acordo com Munjal [4], utilizando o Método de Separação das Variáveis para a Equação da onda 2.13 para o potencial de velocidade abaixo descrita:

$$\nabla^2 \phi(x, y, z, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.29)$$

As seguintes equações e respectivas soluções são obtidas:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} + k_x^2 X(x) &= 0 ; X(x) = A_x e^{jk_x x} + B_x e^{-jk_x x}, \\ \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} + k_y^2 Y(y) &= 0 ; Y(y) = A_y e^{jk_y y} + B_y e^{-jk_y y}, \\ \frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + k_z^2 Z(z) &= 0 ; Z(z) = A_z e^{jk_z z} + B_z e^{-jk_z z}. \end{aligned}$$

sendo

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2. \quad (2.30)$$

onde k_x , k_y e k_z são as componentes do número de onda de propagação sonora no interior do duto.

Considerar um duto retangular com as dimensões e coordenadas mostradas na Figura 2.7. Sabe-se que abaixo da frequência de corte, tem-se asseguradamente ondas planas propagando em dutos, assim a pressão varia somente com z independente do comprimento. Neste caso tem-se oscilações puramente longitudinais que se propagam ao longo do duto, logo pode-se considerar $k_z = 0$

O duto retangular da Figura 2.7 com dimensões a e b nas direções x e y , respectivamente, com uma onda acústica propagando-se na direção z positivo possui as soluções mais específicas para as equações $X(x)$ e $Y(y)$ e, aplicando as condições de contornos nas direções x e y , que são velocidade de partícula u_x e u_y igual a zero nas paredes do duto consideradas rígidas, chega-se a conclusão que a frequência de corte para um duto

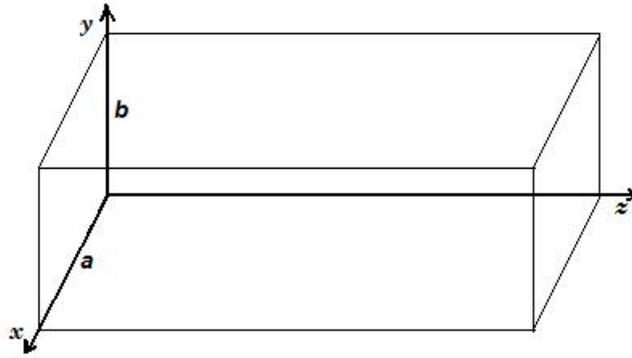


Figura 2.7: Frequência de corte - duto de seção retangular.

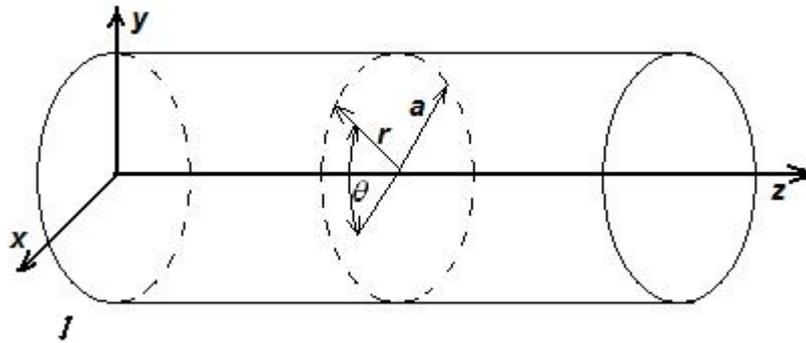


Figura 2.8: Frequência de corte - duto de seção circular.

de seção retangular é dada por:

$$f_{corte(mn)} = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad (2.31)$$

sendo a e b as dimensões internas da seção transversal e m e n os indexadores mn-ésimos inteiros m e $n = 0, 1, 2, \dots$ dos modos acústicos transversais no interior de um duto. A frequência de corte deve ser aquela representada pelo primeiro modo transversal, tal que:

$$a > b \Rightarrow f_{corte} = \frac{c_0}{2a} \quad (2.32)$$

ou

$$b > a \Rightarrow f_{corte} = \frac{c_0}{2b} \quad (2.33)$$

2.2.5 Propagação Acústicas em Dutos de Seção Circular

A mesma análise para determinação da frequência de corte para propagação acústica em dutos de seção retangular é utilizada para os dutos de seção circular. Considerar um duto de seção circular mostrado na Figura 2.8. Recomenda-se a utilização de coordenadas cilíndricas aplicadas à equação da onda sonora, logo tem-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + k^2 \phi = 0. \quad (2.34)$$

Sendo as componentes da velocidade de partícula, , dadas por:

$$\text{Axial: } u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad ; \quad \text{Radial: } u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

$$\text{Circunferencial: } u_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi}$$

O campo sonoro em uma cavidade cilíndrica, de raio a , com comprimento $z = L$, pode ser calculado a partir da seguinte expressão:

$$\phi(r, \varphi, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} [A_{mr} e^{jk_z z} + B_{mr} e^{-jk_z z}] \cos(m\varphi) J_m(k_r r) e^{-j\omega t}. \quad (2.35)$$

Para determinar os modos radiais e circunferenciais de uma onda plana se propagando em um duto de parede rígida e de seção circular a componente radial da velocidade de partícula na direção radial deve ser $u_r = 0$ na parede do duto de raio a . Portanto:

$$\left(\frac{\partial J_m(k_r r)}{\partial r} \right)_{r=a} = 0$$

ou,

$$J'_m(k_r a) = 0 \Rightarrow k_{mr}. \quad (2.36)$$

onde,

$J_m(k_r r)$ é a Função de Bessel do primeiro tipo de ordem m .

Para os dutos com seção circular de raio a conforme mostrado na Figura 2.8, as frequências de corte, correspondentes aos modos de vibração/ressonância, são dadas por:

$$k^2 = k_z^2 + k_{mr}^2$$

onde k_x é o número de onda na direção longitudinal que, como dito anteriormente, deve ter valores nulos. Logo $k_z = 0$, tem-se:

$$k = \frac{2\pi f}{c_0} = k_{mr};$$

$$f_{corte(mr)} = \frac{c_0 k_{mr}}{2\pi} = \frac{c_0}{2\pi} \frac{\beta_{mr}}{a}$$

Assim, se quer os mn-ésimos modos (m para os modos circunferenciais e n para os modos radiais), tem-se $k_r a = \beta_{mn}$, ou seja:

$$f_{corte(mn)} = \frac{c_0}{2\pi} \frac{\beta_{mn}}{a} \quad (2.37)$$

Munjaj [4] demonstra um exercício matemático das equações e considerações apresentadas acima e deduz que a frequência de corte f_{corte} em um duto de seção circular pode ser dado por:

$$f_{corte} = \frac{1,84}{\pi D} c_0 \quad (2.38)$$

onde,

$D \Rightarrow$ diâmetro interno do duto em $[m]$;

$c_0 \Rightarrow$ é a velocidade do som se propagando no interior do duto em $[\frac{m}{s}]$.

2.2.6 Terminação Anecoica

Algumas aproximações podem ser efetuadas utilizando-se a terminação anecoica no cálculo de irradiação sonora em um ponto no campo de pressão na extremidade de um tubo. Em resultados experimentais onde são adotados mecanismos que representam um campo sonoro anecoico, uma expressão para a impedância correspondente à impedância do fluido contido no tubo é dada por:

$$z_0 \equiv \left(\frac{p}{u} \right) = \rho_0 c_0. \quad (2.39)$$

2.2.7 Terminação Flangeada

De acordo com Blackstock [8], o efeito de uma terminação flangeada sobre a radiação sonora pode ser interpretada como sendo a reação que o fluido oferece a uma superfície (imaginária) localizada na terminação do tubo, conforme Figura 2.9. Esta superfície imaginária pode ser modelada considerando-se a impedância por unidade de área de um pistão flangeado, como segue:

$$z_p = \rho_0 c_0 [R_1(2ka) - iX_1(2ka)] \quad (2.40)$$

onde os seguintes termos são mostrados abaixo,

$$R_1(2ka) = 1 - \frac{2J_1(2ka)}{2ka} \quad (2.41)$$

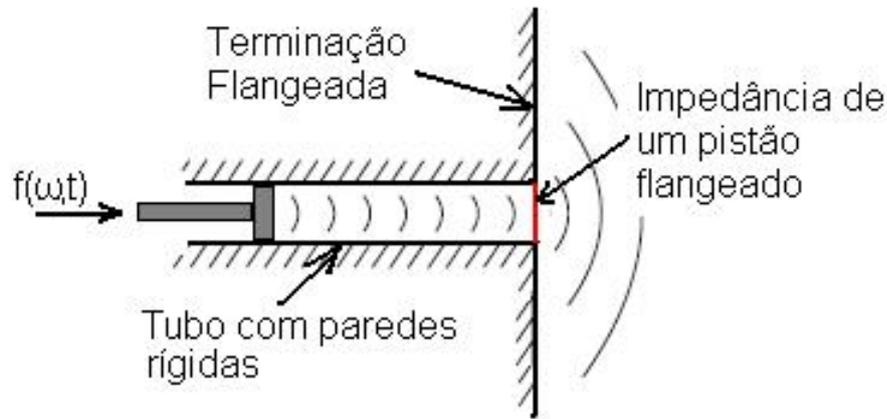


Figura 2.9: Esquema de um tubo com terminação flangeada com ondas de pressão sonora excitado por um pistão.

e

$$X_1(2ka) = 1 - \frac{2H_1(2ka)}{2ka} \quad (2.42)$$

onde:

$\rho_0 \Rightarrow$ densidade do gás em $[\frac{kg}{m^3}]$;

$c_0 \Rightarrow$ velocidade do som em $[m/s]$;

$k \Rightarrow$ número de onda em $[m^{-1}]$;

$a \Rightarrow$ diâmetro do pistão em $[m]$.

$R_1(2ka) \Rightarrow$ parte real da impedância;

$X_1(2ka) \Rightarrow$ parte imaginária da impedância.

As funções de Bessel $J_1(2ka)$, e Struve $H_1(2ka)$, ambas de primeira ordem, podem ser obtidas respectivamente, por:

$$J_1(2ka) = \frac{2}{\pi} (2ka) \int_0^{\pi/2} \cos(2kac\cos\phi) (\sen\phi)^2 d\phi; \quad (2.43)$$

$$H_1(2ka) = \frac{2}{\pi} (2ka) \int_0^{\pi/2} \sen(2kac\cos\phi) (\sen\phi)^2 d\phi. \quad (2.44)$$

2.2.8 Terminação Não-Flangeada

A impedância na extremidade de um tubo flangeado possui valores (parte real e imaginária) diferentes daqueles encontrados nos tubos com terminação aberta não flangeadas.

Pierce [9] desenvolveu uma equação para determinação da impedância acústica de radiação de um tubo de seção transversal circular constante com terminação aberta não flangeada, conforme mostrado na Figura 2.10. Esta equação aplica-se para os casos onde

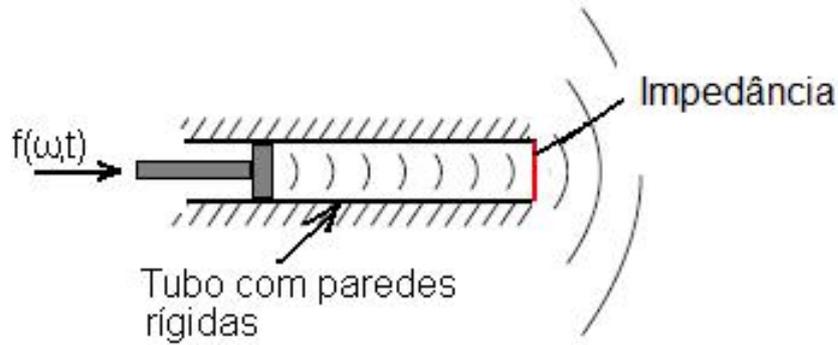


Figura 2.10: Esquema de um tubo com terminação não flangeada com ondas de pressão sonora excitado por um pistão.

o produto entre o número de onda e o raio do tubo é menor que 1.

$$z_{nflang} = \rho_0 c_0 \left[\frac{1}{4} (ka^2) + j0,6133 (ka) \right] \quad (2.45)$$

onde:

$\rho_0 \Rightarrow$ densidade do fluido em $[\frac{kg}{m^3}]$;

$c_0 \Rightarrow$ velocidade do som em $[m/s]$;

$k \Rightarrow$ número de onda em $[m^{-1}]$;

$a \Rightarrow$ raio do tubo $[m]$.

2.3 Filtros Acústicos Reativos - Aplicação

2.3.1 Ressonador de Helmholtz

Um ressonador de Helmholtz é constituído de duas partes distintas, volume e pescoço. Uma maneira interessante de deduzir suas equações é considerar o sistema volume/pescoço do ressonador de Helmholtz como um sistema massa mola. Considere um ressonador de Helmholtz, com volume $Vol [m^3]$, pescoço de comprimento $L [m]$ com área de seção transversal $S [m^2]$, conforme mostrado na Figura 2.11.

O gás contido no pescoço possui uma massa efetiva m tal que:

$$m = \rho_0 SL \quad (2.46)$$

Se um pequeno duto for exposto para a atmosfera, ou para um grande volume, uma irradiação reativa pode ser adicionada à de inércia do tubo e a reatância combinada pode ser vista como uma impedância do tubo estendido, conforme mostrado na figura 2.12. O

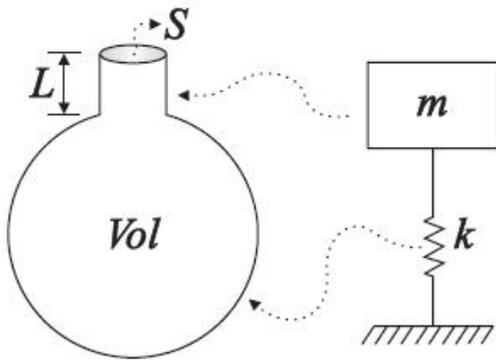


Figura 2.11: Modelo simplificado de um ressonador de Helmholtz.

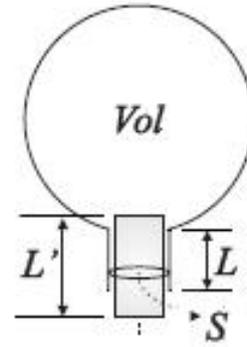


Figura 2.12: Correção L' do comprimento do pescoço para um ressonador de Helmholtz.

comprimento hipotético adicional L' [m] citado por [4] é dado por:

$$L' = L + 1,70a \quad (2.47)$$

onde a é o raio [m] do pescoço do ressonador de Helmholtz.

Para a rigidez equivalente considerar o gás contido no volume comportando-se como gás perfeito,

$$pVol^\gamma = \alpha \quad (2.48)$$

Lembrando que $c_0 = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}$, a rigidez fica:

$$k = \frac{dF}{dx} = -\frac{\rho_0 c_0^2 S^2}{Vol}. \quad \left[\frac{N}{m} \right] \quad (2.49)$$

Analisando o ressonador como um sistema de um grau de liberdade (sem considerar amortecimento), conforme modelamento mostrado na Figura 2.11, pode-se calcular a frequência de ressonância, dada através da equação de movimento,

$$\begin{aligned} M\ddot{x}(t) + kx(t) &= 0 \\ (-w^2M + k)x(t) &= 0 \end{aligned}$$

A ressonância ocorre quando,

$$w = w_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{\rho_0 c_0^2 S^2}{\rho_0 S L' Vol}}$$

ou,

$$f_0 = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{L' Vol}}; \quad [Hz] \quad (2.50)$$

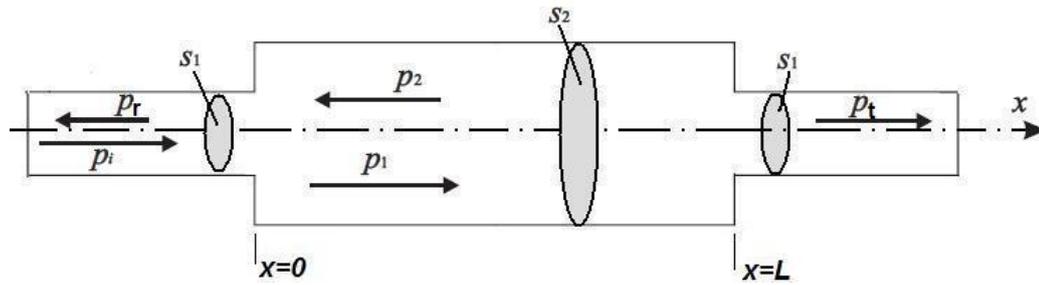


Figura 2.13: Exemplo de um tubo com câmara de expansão

2.3.2 Tubo com uma Câmara de Expansão

Considere dois tubos com mesma área de seção transversal S_1 contendo uma câmara de expansão de área S_2 entre eles, conforme Figura 2.13. É representada uma onda de pressão incidente p_i se propagando no interior do *muffler* citado. A medida que a onda sonora incidente se propaga pelo *muffler* são encontradas variações de área da seção transversal, ocasionando reflexões de parte da onda incidente de volta para a origem do sistema. Logo p_i e p_1 são parcelas da onda se propagando que irão formar a onda de pressão transmitida p_t .

$$\begin{aligned} p_i(x, t) &= P_i e^{jkx} e^{-j\omega t}; \\ p_r(x, t) &= P_r e^{-jkx} e^{-j\omega t}; \\ p_1(x, t) &= P_1 e^{jkx} e^{-j\omega t}; \\ p_2(x, t) &= P_2 e^{-jkx} e^{-j\omega t}; \\ p_t(x, t) &= P_t e^{jkx} e^{-j\omega t}. \end{aligned}$$

Condições de contorno:

em $x = 0$:

$$p_i(0, t) + p_r(0, t) = p_1(0, t) + p_2(0, t) \quad (I)$$

$$\rho_0 S_1 (u_i(0, t) + u_r(0, t)) = \rho_0 S_2 (u_1(0, t) + u_2(0, t)) \quad (II)$$

em $x = L$:

$$p_1(L, t) + p_2(L, t) = p_t(L, t) \quad (III)$$

$$\rho_0 S_2 (u_1(L, t) + u_2(L, t)) = \rho_0 S_1 u_t(L, t) \quad (IV)$$

Na montagem destas equações foi considerado que a equação da onda transmitida ($p_t e^{jkx} e^{-j\omega t}$) tem a origem do eixo x , em $x = L$ (no final da câmara de expansão), para simplificar as expressões.

Obtém-se, assim, um sistema de 4 equações e 4 incógnitas (P_r, p_1, p_2, p_t). p_i é conhecida.

Deseja-se determinar a razão entre a potência transmitida e a incidente. Para isso, necessita-se determinar a razão p_t/p_i . A razão $\frac{W_{transmitida}}{W_{incidente}}$ fica:

$$\frac{W_{transmitida}}{W_{incidente}} = \frac{S_1 p_t^2}{S_1 p_i^2} = \frac{S_1 \frac{p_t^2}{\rho_o c_o}}{S_1 \frac{p_i^2}{\rho_o c_o}}. \quad (2.51)$$

Resolvendo o sistema acima obtém-se:

$$\alpha_t = \frac{p_t^2}{p_i^2} = \frac{4}{4\cos^2(kL) + \left(\frac{S_2}{S_1} + \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \text{sen}^2(kL)}. \quad (2.52)$$

A Perda de Transmissão (*Transmission Loss - TL*) entre a pressão sonora incidente e a transmitida pode ser dada por:

$$TL = 10\log\left(\frac{I_{transmitido}}{I_{incidente}}\right)^{-1} = 10\log(\alpha_t)^{-1}. \quad (2.53)$$

Câmaras de expansão proporcionam atenuação ao longo de amplas faixas de frequência. Maiores atenuações são obtidas quanto maior a razão S_2/S_1 . Observe que o mesmo resultado é também obtido quando $S_2 < S_1$.

O coeficiente de transmissão α_T apresenta valores unitários para frequências tais que $\text{sen}kL = 0$. Isto ocorre quando:

$$\begin{aligned} \alpha_T &= 1, \text{ para } kL = n\pi; \\ \frac{2\pi f L}{c} &= n\pi; \\ L &= n\frac{\lambda}{2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2.54)$$

As **máximas atenuações** ocorrem quando $\text{cos}kL = 0$. E isto ocorre quando,

$$kL = m\frac{\pi}{2} \quad ; \quad m = 1, 3, 5, \dots$$

isto é, quando na extensão da câmara de expansão formam-se ondas estacionárias cujos comprimentos de onda estão relacionadas a L, na forma,

$$L = m\frac{\lambda}{4} \quad , \quad m = 1, 3, 5, \dots$$

Este modelo considera apenas as ressonâncias formadas na direção axial da câmara. Na prática, ocorrem formações de ondas estacionárias nas demais direções também (radial

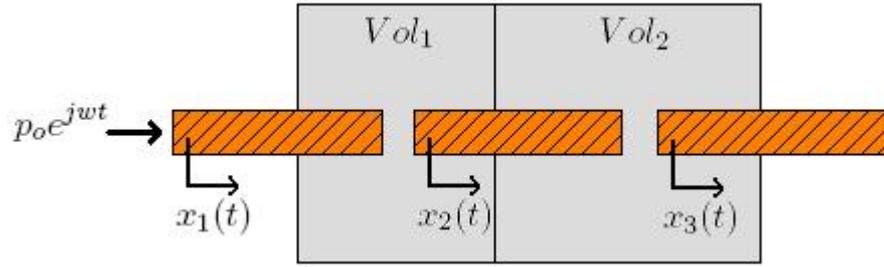


Figura 2.14: Parâmetros concentrados para um *mufflers* de dois volumes.

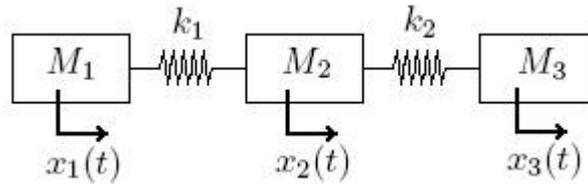


Figura 2.15: Exemplo de modelamento de *muffler* pela técnica de parâmetros concentrados - sistema massa-mola.

e circunferencial, se a cavidade for cilíndrica) acima da frequência de corte da câmara.

2.3.3 Modelo de Mufflers por Parâmetros Concentrados

Assim como foi elaborada uma analogia dos gases perfeitos contidos no volume/pescoço de um ressonador de Helmholtz com um sistema massa mola, um modelo de *muffler* por Parâmetros Concentrados também será demonstrado. *Mufflers* são filtros acústicos construídos com uma ou mais câmaras de expansão interligados por tubos. As massas contidas no interior de cada tubo são consideradas massas concentradas (todos os pontos contidos no interior de cada tubo movem-se com mesma amplitude e fase) e os volumes proporcionam efeitos de rigidez (todos os pontos contidos no interior do volume apresentam mesma variação de pressão em amplitude e fase). Um exemplo com geometria simplificada está representada na Figura 2.14.

Sabendo-se que a rigidez equivalente de um volume é dada por (relação entre dp e dx):

$$\begin{aligned} dp &= -\frac{\gamma p_0}{Vol} dV; \\ dp &= -\frac{\rho_0 c_0^2 S}{Vol} dx \end{aligned} \quad (2.55)$$

Este sistema pode ser representado por um sistema composto por massas e molas equivalentes concentradas, conforme Figura 2.15 e representa duas ressonâncias.

Para cada massa é aplicada a 2ª Lei de Newton. As massas são:

$$\begin{aligned} M_1 &= \rho_0 S_1 L'_1 \\ M_2 &= \rho_0 S_2 L'_2 \\ M_3 &= \rho_0 S_3 L'_3 \end{aligned}$$

onde S_1 e L'_1 , S_2 e L'_2 , S_3 e L'_3 são as áreas da seção transversal e comprimento dos tubos 1, 2 e 3, respectivamente, identificados na Figura 2.15.

Equacionamento para a Massa 1

$$\sum F = M_1 \ddot{x}_1(t)$$

A força de mola do volume 1, é dada por:

$$F_1 = S_1 \Delta P_1 = S_1 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_1} [S_2 x_2(t) - S_1 x_1(t)].$$

Então:

$$\begin{aligned} M_1 \ddot{x}_1(t) &= S_1 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_1} [S_2 x_2 - S_1 x_1] + S_1 P_0 e^{j\omega t}; \\ M_1 \ddot{x}_1 + S_1^2 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_1} x_1 - S_1 S_2 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_1} x_2 &= S_1 P_0 e^{j\omega t}. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Equacionamento para a Massa 2

$$\begin{aligned} M_2 \ddot{x}_2(t) &= -S_2 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_1} [S_2 x_2 - S_1 x_1] + S_2 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_2} [S_3 x_3 - S_2 x_2]; \\ M_2 \ddot{x}_2 + S_2^2 \rho_0 c_0^2 \left[\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right] x_2 - S_2 S_3 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_2} x_3 - S_1 S_2 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_1} x_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Equacionamento para a Massa 3

$$\begin{aligned} M_3 \ddot{x}_3(t) &= -S_3 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_2} [S_3 x_3 - S_2 x_2]; \\ M_3 \ddot{x}_3 + S_3^2 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_2} x_3 - S_2 S_3 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_2} x_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Em forma matricial, fica:

$$\begin{bmatrix} -w^2 M_1 + S_1^2 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_1} & -S_1 S_2 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_1} & 0 \\ -S_1 S_2 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_1} & -w^2 M_2 + S_2^2 \rho_0 c_0^2 \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) & -S_2 S_3 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_2} \\ 0 & -S_2 S_3 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_2} & -w^2 M_3 + S_3^2 \frac{\rho_0 c_0^2}{V_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 P_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Neste sistema não está sendo considerado o amortecimento. Pode-se, entretanto, determinar as frequências de ressonância, os modos de vibração, e as resposta relativas entre as massas. Por exemplo, a resposta da massa 3 (x_3) em relação à excitação P_0 , em função da frequência possui a forma esquematizada mostrada na Figura 2.16.

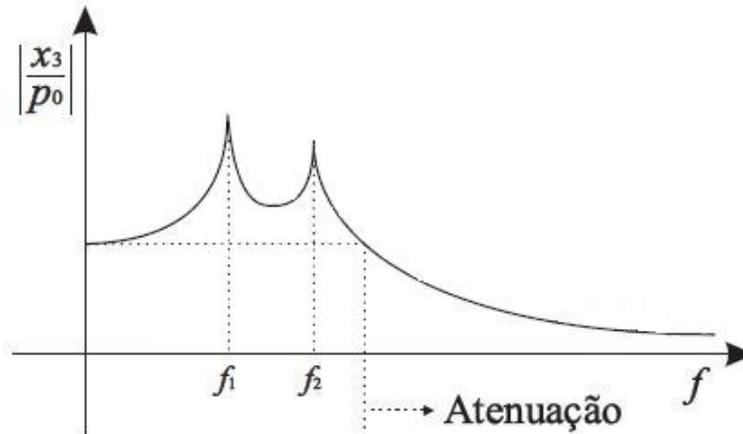


Figura 2.16: Resposta de um *muffler* de 2V e três tubos modelados pelo método dos parâmetros concentrados

2.4 Parâmetros para Determinação da Performance dos Filtros Acústicos

2.4.1 Perda por Inserção (*Insertion Loss - IL*)

A Perda por Inserção é a medida obtida da diferença do nível de pressão sonora medida no sistema com e sem o filtro acústico posicionado entre a fonte de ruído e o ponto de medição. É uma técnica bastante difundida para o desenvolvimento de produtos onde o sistema em estudo é de exaustão. Tem-se:

$$IL = LP_2 - LP_1. \quad (2.60)$$

2.4.2 Perda de Transmissão (*Transmission Loss - TL*)

A Perda de Transmissão é definida como $10 \log_{10}$ da razão da potência sonora incidente W_i e a potência transmitida W_t onde, geralmente para medições de *muffers*, os pontos de medição ficam, respectivamente, antes e depois do filtro acústico tomando como referência o sentido de propagação do ruído sonoro no sistema. De acordo com [5] a técnica de *TL* necessita que, na faixa de frequência de interesse, tenha-se um campo praticamente

anecoico na extremidade onde será medida a potência transmitida.

$$TL = 10 \log_{10} \frac{W_i}{W_t}. \quad (2.61)$$

Com o intuito de representar a equação de Perda de Transmissão (TL) em termos de pressão, tem-se:

$$TL = 10 \log_{10} \frac{p_{i_{rms}}}{p_t} + 10 \log_{10} \frac{S_i}{S_0} \quad (2.62)$$

Onde

$$W_i = \frac{p_{i_{rms}}^2}{\rho c} S_i,$$

e,

$$W_t = \frac{p_t^2}{\rho c} S_0.$$

O valor de amplitude $p_{i_{rms}}$ da pressão acústica de incidência pode ser determina por:

$$p_{i_{rms}} = \sqrt{P_i}$$

$p_{i_{rms}} \Rightarrow$ valor da amplitude em *rms* da pressão [Pa]. onde,

$p_i \Rightarrow$ amplitude complexa da onda sonora incidente dada em [Pa];

$p_t \Rightarrow$ amplitude complexa da onda sonora transmitida para a terminação anecoica dada em [Pa].

$S_i \Rightarrow$ área da seção transversal do tubo [m^2] onde se obtém a pressão p_i ;

$S_t \Rightarrow$ área da seção transversal do tubo [m^2] onde se obtém a pressão p_t .

2.4.3 Método da Função Transferência - $H(f)$ ou Redução de Ruído (*Noise Reduction* - NR)

É um método bastante simples mas que vem demonstrando bons resultados para uma análise comparativa de eficiência entre filtros acústicos. O Método de $H(f)$ ou NR consiste na diferença da medida do nível de pressão sonora antes e depois do filtro acústico. Diferente da Perda de Transmissão, o $H(f)$ faz uso de ondas estacionárias e, portanto, não necessita de terminação anecoica:

$$NR = H(f) = 20 \log_{10} \left(\frac{p_{out}}{p_{in}} \right) \quad (2.63)$$

onde:

$p_{out} \Rightarrow$ pressão [Pa] no tubo de saída do *muffler*;

$p_{in} \Rightarrow$ pressão em $[Pa]$ no tubo de entrada do *muffler*.

2.4.4 Método da Decomposição (Método dos dois microfones)

O Método da Decomposição, também conhecido como Método dos Dois Microfones, é o método mais comumente utilizado na determinação da perda de transmissão de um *muffler*. No entanto, para determinar a potência acústica de incidência e a potência transmitida por uma onda plana, através deste método, é necessária a construção de uma terminação anecoica de fundamental importância na bancada experimental. A Figura 2.17 mostra um exemplo de uma bancada experimental montada com a configuração de medição *TL* através do Método da Decomposição. Caso o Método da Decomposição seja colocado em prática utilizando-se um trio de microfones com uma terminação anecoica de baixa qualidade na faixa de frequência desejada, o ensaio certamente apresentará dificuldades e resultados imprecisos, tendo em vista que a pressão de incidência medida é diferente da pressão de incidência real em função da parcela de energia refletida pela terminação não perfeitamente anecoica. Tao e Seybert [10] mostram que conseguem bom resultados utilizando uma terminação anecoica no qual o coeficiente de absorção é de aproximadamente 0,95 ou mais na faixa de frequência de 100 *Hz* a 10K *Hz*.

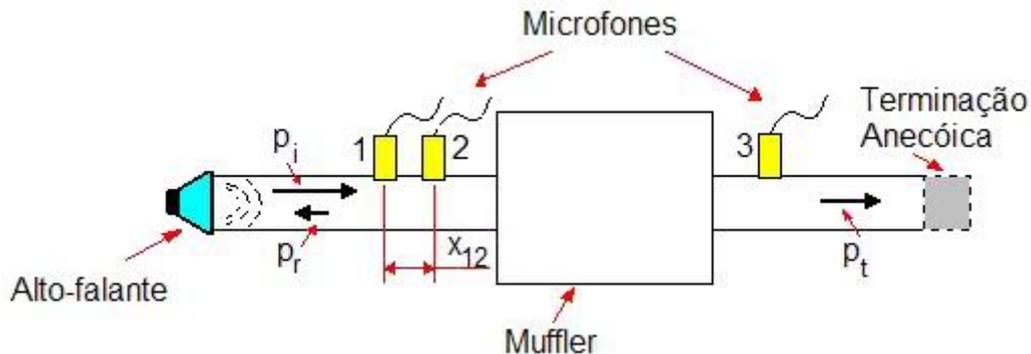


Figura 2.17: Método da Decomposição

A perda de transmissão de um *muffler* é dada pela diferença entre a potência acústica incidente, aquela realmente disponibilizada pela fonte sonora ao sistema, e pela potência sonora transmitida, sendo representada pela Equação 2.61. Como dito anteriormente, a potência acústica transmitida é facilmente obtida quando uma terminação anecoica, com um bom coeficiente de absorção, é disponibilizada. O ponto chave para o método é determinar a potência acústica transmitida ao sistema. A pressão sonora transmitida p_t pode ser apresentada como sendo:

$$p_t = p_i - p_r \quad (2.64)$$

onde:

$p_t \Rightarrow$ pressão total dado em $[Pa]$;

$p_i \Rightarrow$ pressão de incidência fornecida ao sistema pela fonte sonora, dada em $[Pa]$;

$p_r \Rightarrow$ pressão refletida pelo sistema reativo, dada em $[Pa]$.

O método da decomposição proporciona, através de uma álgebra relativamente simples, decompor da onda acústica total a parcela incidente da refletida, utilizando-se os autoespectros dos microfones 1 e 2, também mostrados na Figura 2.17.

$$p_i = \frac{S_1 + S_2 - 2C_{12}\cos kx_{12} + 2Q_{12}\sen kx_{12}}{4\sen^2 kx_{12}} \quad (2.65)$$

Os parâmetros C_{12} e Q_{12} são as partes reais e imaginárias do espectro cruzado entre as pressões tomadas nos pontos 1 e 2, respectivamente. S_1 e S_2 são os autoespectros das pressões nos pontos 1 e 2, respectivamente; k é o número de onda e x_{12} é a distância entre os microfones 1 e 2, conforme mostrado por Seybert [11]. O valor de p_i é utilizado na Equação 2.61 para o cálculo de TL pelo Método dos Dois Microfones.

2.4.5 Método das Duas Fontes

O método das duas fontes é uma alternativa bastante interessante quando não é possível desenvolver uma bancada experimental para se utilizar o método dos dois microfones, principalmente por ser muito difícil e oneroso montar uma terminação anecoica com alto nível de absorção.

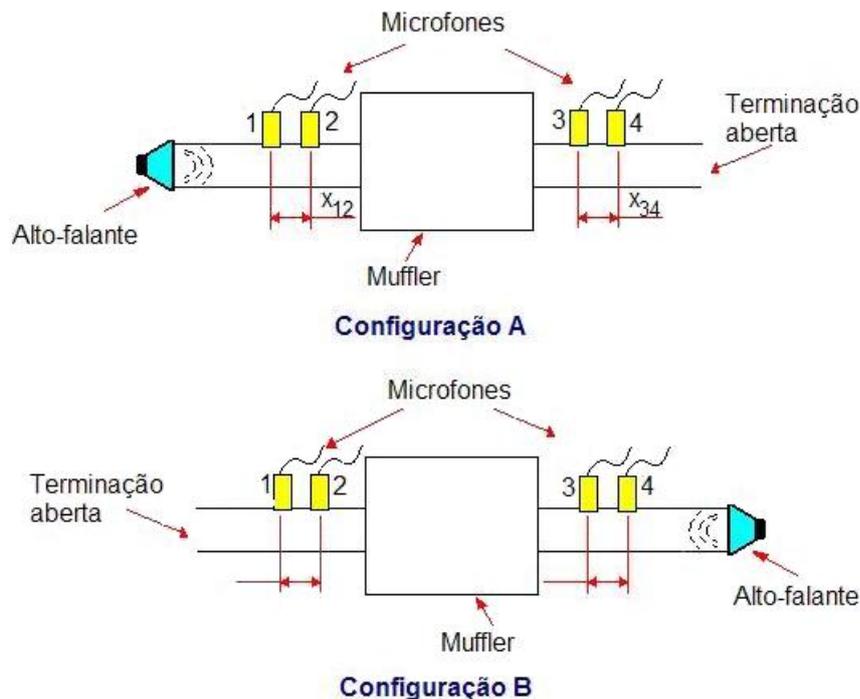


Figura 2.18: Método das Duas Fontes.

Dentre as vantagens de se utilizar o método das duas fontes, a que mais se destaca é a possibilidade de se usar apenas dois microfones, fixando um dos microfones como referência e variando o posicionamento do outro. A fonte sonora do sistema deve emitir um ruído branco e todo o cálculo é efetuado a partir da determinação da diferença entre as pressões acústicas tomadas nas quatro posições $H_{ij} = p_j p_i$, onde $i - j$ são os microfones de 1 – 4 mostrados na Figura 2.18. A mesma fonte sonora é posicionada em duas posições distintas no mesmo sistema, ora em uma extremidade do sistema, ora na outra extremidade.

Este método é baseado no método de Matriz de Transferência também chamado de Matriz de Transmissibilidade ou ainda de Método dos Parâmetros dos Quatro Polos, conforme Munjal [4] relata em seu trabalho. Tendo os quatro-polos como parâmetros representados na Figura 2.19, a matriz de transferência pode ser representada por:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Através do método da matriz de transferência pode-se obter os quatro-polos parâmetros entre os microfones 1 – 2 e 3 – 4. Analogamente, os quatro-polos para o elemento 2 – 3, onde será incluído o *muffler*. Primeiramente os sistemas de equações são desenvolvidos para a configuração A, podendo ser expresso como:

$$\begin{bmatrix} p_{2_A} \\ v_{2_A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{23} & B_{23} \\ C_{23} & D_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{3_A} \\ v_{3_A} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

onde a letra **A** refere-se a **configuração A**, com a fonte sonora posicionada na extre-

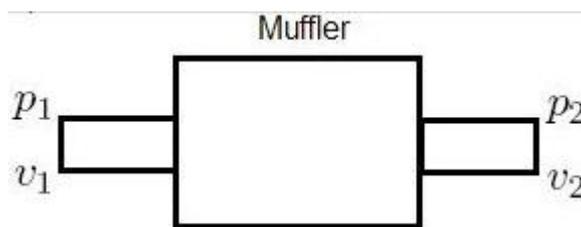


Figura 2.19: Parâmetros do Método da Matriz de Transferência como base para o Método das Duas Fontes.

midade esquerda do sistema, conforme representado na Figura 2.18. A dedução completa dos parâmetros que compõem as matrizes pode ser observado no trabalho realizado por Tao e Zeibert [10].

Assim sendo, tem-se:

$$\begin{bmatrix} p_{2_A} \\ \frac{1}{B_{12}} (p_{1_A} - A_{12} p_{2_A}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{23} & B_{23} \\ C_{23} & D_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{3_A} \\ \frac{D_{34}}{B_{34}} p_{3_A} + \left(C_{34} - \frac{D_{34} A_{34}}{B_{34}} \right) p_{4_A} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

- Sendo A_{ij}, B_{ij}, C_{ij} e D_{ij} os parâmetros quatro polos para os elementos acústicos $i - j$;
- p_{iA} é a pressão sonora em [Pa];
- v_{iA} a velocidade de partícula em [m/s] no ponto i na configuração A .

Nota-se que existem, portanto, 4 incógnitas para duas equações. Para determinar as incógnitas restantes duas novas equações serão obtidas.

Para a **configuração B**, também mostrada na Figura 2.18 faz-se o mesmo processo porém com a fonte acústica na outra extremidade do sistema. Nota-se que os sinais de C_{23} e B_{23} são negativos pelas velocidades terem sido mudadas de direção.

Tem-se então:

$$\begin{bmatrix} p_{3B} \\ v_{3B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{23} & -B_{23} \\ -C_{23} & D_{23} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} p_{2B} \\ v_{2B} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} D_{23} & B_{23} \\ C_{23} & A_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{2B} \\ v_{2B} \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

sendo que $\Delta = A_{23}D_{23} - B_{23}C_{23}$ é o determinante da matriz.

Agora fazendo a mesma coisa para a configuração B tem-se:

$$\begin{bmatrix} p_{3B} \\ \frac{-1}{B_{34}} (\Delta_{34} p_{4B} - D_{34} p_{4A}) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} D_{23} & B_{23} \\ C_{23} & A_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{2B} \\ \left(\frac{C_{12}}{\Delta_{12}} - \frac{A_{12}D_{12}}{\Delta_{12}B_{12}} - \frac{A_{12}p_{2B}}{B_{12}^2} \right) \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$A_{23} = \frac{\Delta_{34} (H_{32a}H_{34a} - H_{32b}H_{34a} + D_{34} (H_{32b} - H_{32a}))}{\Delta (H_{34b} - H_{34a})} \quad (2.71)$$

$$B_{23} = \frac{B_{34} (H_{32a} - H_{32b})}{\Delta_{34} (H_{34b} - H_{34a})} \quad (2.72)$$

$$C_{23} = \frac{(H_{31a} - A_{12}H_{32a}) (\Delta_{34}H_{34b} - D_{34}) - (H_{31b} - A_{12}H_{32b}) (\Delta_{34}H_{34a} - D_{34})}{B_{12}\delta_{34} (H_{34b} - H_{34a})} \quad (2.73)$$

$$D_{23} = \frac{B_{34} (H_{31a} - H_{31b}) - A_{12} (H_{32b} - H_{32a})}{B_{12}\Delta_{34} (H_{34b} - H_{34a})} \quad (2.74)$$

Assumindo que o fluxo se deslocando no sistema seja aproximadamente nulo, tem-se as seguintes igualdades:

$$\begin{bmatrix} A_{12} & B_{12} \\ C_{12} & D_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kl_{12} & j\rho c \sin kl_{12} \\ j \sin kl_{12} / (\rho c) & \cos kl_{12} \end{bmatrix}, \Delta_{12} = 1 \quad (2.75)$$

$$\begin{bmatrix} A_{34} & B_{34} \\ C_{34} & D_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kl_{34} & j\rho c \sin kl_{34} \\ j \sin kl_{34} / (\rho c) & \cos kl_{34} \end{bmatrix}, \Delta_{34} = 1 \quad (2.76)$$

Desenvolvendo as equações, a TL obtida através do Método das duas Fontes pode ser escrita como sendo:

$$TL = 20 \log_{10} \left\{ \frac{1}{2} \left| A_{23} + \frac{B_{23}}{\rho c} + \rho c C_{23} + D_{23} \right| \right\} + 10 \log_{10} \left(\frac{S_i}{S_0} \right) \quad (2.77)$$

Munjal [4] comenta que a determinação de Perda de Transmissão pela Técnica das Duas Fontes possui resultados muito bons, sendo recomendável a aplicação do mesmo quando não é possível obter-se uma terminação anecoica com alta absorção para aplicação do Método da Decomposição (Método dos Dois Microfones).

3 *Simulação Numérica de Filtros Acústicos*

Na prática, os *mufflers* geralmente possuem geometria complexa, onde as teorias unidimensionais não podem demonstrar ao certo todos os parâmetros acústicos envolvidos de forma integral. Os métodos analíticos envolvem uma álgebra muito complicada nestes casos e, portanto, não são aplicáveis em *mufflers* com geometrias irregulares. A avaliação da performance de *mufflers* pelos métodos numéricos vem crescendo à medida que os códigos comerciais, métodos numéricos e performance dos computadores vem evoluindo. O Método de Elementos Finitos (*Finite Element Method - FEM*) e o Método de Elementos de Contorno (*Boundary Element Method - BEM*) são exemplos de métodos numéricos bastante difundidos e considerados eficazes, eficientes e importantes ferramentas para investigações dos fenômenos básicos em filtros acústicos e, portanto serão discutidas ao longo da dissertação.

Existem várias outras técnicas numéricas para análises vibroacústicas de sistemas complexos, tais como: Elementos Infinitos (*Infinite Elements - IE*), onde o sistema acústico e/ou estrutural é dividido em pequenos elementos e a solução numérica da equação da onda acústica é resolvida satisfazendo as condições dos contornos entre as fronteiras dos elementos e as fronteiras externas, assim como os métodos BEM e FEM. O método de Análise Estatística de Energia (*Statistical Energy Analysis - SEA*) descreve o comportamento de cada subsistema de um sistema complexo através do balanço das potências de entrada, de saída e perdida em cada sub-sistema, e então fornece a resposta acústica e/ou vibratória de cada sistema. Outra técnica é o método de Raios Acústicos, que considera a energia acústica emitida pela fonte que é distribuída entre um número discreto de raios acústicos. Os raios que passam pelo ponto receptor são acompanhados e são calculados as atenuações acústicas sofridas por distâncias, absorção, reflexão, etc. e então é quantificado o nível de pressão sonora no receptor.

Das técnicas numéricas disponíveis as mais utilizadas para identificação de parâmetros acústicos em *mufflers* são os métodos em FEM e BEM que, portanto, serão os dois métodos discutidos.

3.1 Métodos de Simulação Numérica FEM e BEM

Os métodos numéricos FEM e BEM são largamente utilizados no desenvolvimento de atenuadores acústicos tipo *muffler* e, portanto, alguns trabalhos são citados brevemente. A técnica numérica FEM foi estudada por Young e Crocker [14] para análise do comportamento acústico em atenuadores acústicos de automóveis, também comumente chamados de silenciadores, para este tipo de aplicação. Foi avaliada a TL em um *muffler* de um volume. Foram estudadas por Cheng, Seybert e Wu [15] diversas configurações de atenuadores acústicos pelo método numérico BEM, sendo comparado com o resultados obtidos para os mesmos atenuadores modelados por FEM, concluí-se que os resultados foram satisfatórios. Também foram analisados o desempenho acústico em mufflers para diversas geometrias (retangulares, circulares e elípticas) por Zhenlin, Qiang e Zhihua [16], através do método numérico BEM. Os softwares comerciais Sysnoise e Ansys foram utilizados no trabalho de Kimura [17] para o estudo de perda de transmissão em *mufflers* de um volume através dos métodos numéricos BEM e FEM. Mehdizadeh, Paraschivoiu [19] demonstram o sucesso do método FEM em modelar um muffler com barreiras internas na propagação de ondas acústicas em meios não homogêneos. Mais recentemente Panigrahi e Munjal [20] utilizam-se do método numérico FEM e do código comercial SYSNOISE no processo de desenvolvimento de um algoritmo capaz de otimizar a performance de *mufflers*.

Portanto, os métodos numéricos FEM e BEM tem sido aplicados amplamente como duas técnicas em CAE (Computer-Aided Engineering). Ambas as técnicas possuem suas vantagens e desvantagens, que devem ser comparadas de acordo com as características do problema proposto.

3.1.1 Método Numérico FEM

No método numérico FEM é necessário a criação de elementos que representem o espaço de análise. Este espaço de análise pode ser representado por modelos em uma, duas ou três dimensões. Considera-se espaço de análise, por exemplo, a porção do fluido no interior de um *muffler* genérico, exemplificado na Figura 3.1, onde as condições de contorno de entrada, saída e geometria interna do *muffler* delimitam o espaço de análise.

3.1.1.1 Vantagens

- Formulação relativamente simples. Permite trabalhar com materiais homogêneos e não-homogêneos, isotrópicos e anisotrópicos, lineares e não lineares;
- A densidade de elementos (malha) pode ser facilmente ajustada de acordo com o problema;

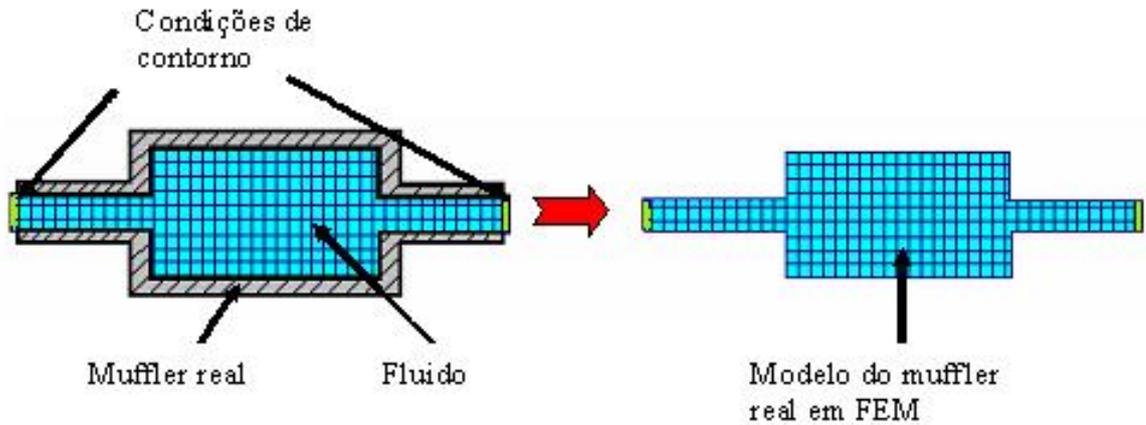


Figura 3.1: Modelamento com o método FEM - Espaço de análise considerando o fluido no interior de um *muffler* genérico.

- O comportamento dos sistemas de equações é bastante amigável, sendo que são formadas matrizes esparsas em bandas, permitindo soluções eficientes.

3.1.1.2 Desvantagens

- O método numérico FEM apresenta desvantagem em problemas com contornos abertos onde não se tem uma formulação analítica da impedância, pois nestes casos é necessário criar um ambiente de condições de contorno artificiais, os quais geralmente estão distantes das condições de contorno reais. Para tanto torna-se necessário que o domínio de discretização seja estendido além da região de interesse do problema;
- Para geometrias muito complexas o processo de construção da malha é muito dispendioso.

3.1.2 Método Numérico BEM

No método numérico BEM é necessário a criação da malha bi-dimensional ($2D$), modelando apenas os contornos do domínio e área das terminações do objeto em estudo. Para um *muffler* real considera-se a superfície interna em contato com o fluido como sendo os contornos do domínio.

De acordo com Brebbia [13], este método baseia-se na utilização no teorema de Green no cálculo da solução fundamental e da equação de Helmholtz para obter uma integral apenas no contorno do domínio:

$$c(x)p(x) = \int \left(p(y) \frac{\partial G(x,y)}{\partial n} - G(x,y) \frac{\partial p(y)}{\partial n} \right) dS \quad (3.1)$$

onde:

$p(x) \Rightarrow$ é a pressão sonora no ponto analisado (desejado);

$c(x) \Rightarrow$ é um coeficiente que assume um determinado valor entre 0 e 1, que depende do tipo de análise realizado (se análise é de campo acústico interno ou externo);

$x \Rightarrow$ é um ponto no campo acústico analisado;

$y \Rightarrow$ é um ponto na superfície do sistema;

$n \Rightarrow$ é um vetor normal ao contorno em Y orientado na direção do fluido.

$G(x, y)$ é a função de Green a qual é uma solução da equação de Helmholtz que, para um modelo $2D$ é dado por:

$$G(x, y) = \frac{-iH_0^2 (kr(x, y))}{4} \quad (3.2)$$

onde:

$H_0 \Rightarrow$ é a função de Hankel;

$k \Rightarrow$ é o número da onda;

$r(x, y) \Rightarrow$ é a distância entre a fonte sonora e um pontos na superfície de contorno.

3.1.2.1 Vantagens

- O método BEM utiliza apenas elementos $2D$ representando as superfícies de interface com o campo volumétrico de interesse e condições de contorno, logo torna-se mais indicado para modelamento de geometrias complexas;
- Oferece resultados mais consistentes em campos abertos, pois no método BEM basta identificar quais são as geometrias reais do objeto de estudo em questão, sem se preocupar com o campo externo.

3.1.2.2 Desvantagens

- O tempo de processamento do método BEM, dependendo do problema em questão, pode ser considerado uma desvantagem tendo em vista que os métodos matemáticos por ele utilizado dependem do uso de matrizes completas, que podem elevar o tempo de processamento consideravelmente;
- Diferentemente do método FEM, o método BEM possui restrições na resolução de problemas não-lineares.

Observando as vantagens e desvantagens de ambos métodos, FEM e BEM, fica evidente a necessidade de analisar-se quais são as características intrínsecas para a determinação da forma ótima de um *muffler* reativo de $1V$ e $2V$, pois a escolha de qual método utilizar depende dos fatores inerentes a própria característica do problema. Como será

Tabela 3.1: Comparação entre os tempos de processamento em *mufflers* numéricos pelos métodos BEM e FEM.

Muffler 1V			Muffler 2V		
	FEM	BEM		FEM	BEM
n. elementos	4104	962	n. elementos	7488	1469
n. nós	4705	963	n. nós	8695	1470
Tempo de processamento (min.)	21	220	Tempo de processamento (min.)	46	450

visto no Capítulo 5, o método de otimização por Algoritmos Genéticos é uma ferramenta do tipo gerar-e-testar, logo uma grande quantidade de soluções serão geradas e testadas até se achar a configuração ótima para o *muffler*, respeitando as restrições impostas. The University of Auckland [12] lista algumas vantagens e desvantagens na utilização dos métodos FEM e BEM.

Os modelos de *mufflers* de 1V e 2V propostos nesta dissertação para otimização de suas performances, e que serão descritos adiante, possuem geometria relativamente simples, o que aproxima o tempo de modelamento destes *mufflers* pelos métodos FEM e BEM. O tempo de processamento torna-se, portanto a principal diferença encontrada na otimização dos mufflers reativos neste trabalho. O tempo de processamento para o BEM é muito maior quando comparado com o método FEM por utilizar, como dito anteriormente, equações com matrizes completas, enquanto que as equações no método FEM utilizam de matrizes esparsas, diminuindo em muito o volume de operações matemáticas.

Para comprovar na prática os tempos de processamento na análise numérica de *mufflers* pelos métodos BEM e FEM, foram modelados dois mufflers, 1V e 2V, utilizando-se aproximadamente as mesmas discretizações para ambos métodos. A Tabela 3.1 mostra a quantidade de elementos, número de nós e tempo de processamento. A configuração do microcomputador é a seguinte: Processador Intel Core 2 Duo T5800 com 2,0G Hz de velocidade, memória (RAM) de 3,0G Hz e sistema operacional de 32 *Bits*.

Maiores detalhes sobre tipos de elementos, discretização da malha, condições de contorno, etc, serão mostrados nas próximas seções. Foi utilizado o software Patran para geração das geometrias e geração da malha e o código comercial **Virtual.Lab** para a análise acústica. É fácil notar que os modelos em FEM precisam de uma quantidade muito maior de elementos quando comparado com o método BEM. No entanto o tempo de processamento no método BEM foi de aproximadamente 9-10 vezes maior que pelo método FEM. Em ambos os casos o método direto para solução numérica foi utilizado pois é o único método oferecido pelo software.

Assim sendo, será utilizado o método FEM para determinação dos parâmetros ótimos

nos modelos de mufflers de 1V e 2V propostos.

3.2 Conceitos Básicos do Método FEM

De acordo com Rao [28] o Método de Elementos Finitos é utilizado em diversas áreas da engenharia e pesquisa, podendo ser desenvolvido para resolver problemas estáticos, dinâmicos, homogêneos, não-homogêneos, etc. Este método divide o objeto de estudo, por exemplo, uma viga em balanço, uma porção de fluido contido em um vaso de pressão, transferência de calor, chapa vibrante, etc, em diversos elementos. Após a inserção de todas as contribuições elementares e da substituição das condições de contorno do problema, uma técnica adequada é utilizada para resolver o sistema global de equações, possibilitando a determinação dos valores nodais e conseqüentemente a resolução do problema. Através dos resíduos ponderados ou o princípio variacional as equações dos sistemas são reduzidas gerando equações esparsas e bandas, representados por todos os valores nodais dos elementos que compõe o objeto de estudo.

3.2.1 Equações

A proposta desta dissertação, como dito anteriormente, é de otimizar a performance de filtros acústicos reativos, considerando que os fenômenos acústicos envolvidos sejam caracterizados por comportamentos lineares. Portanto as equações desenvolvidas para o método FEM tem como origem a equação da onda para acústica linear.

As equações que regem a teoria dos métodos FEM são largamente difundidas na literatura e, portanto, tem-se o intuito de mostrar brevemente o desenvolvimento do método FEM para acústica linear. Será utilizado o Método de Galerkin aplicado aos elemento finitos, os quais podem ser observados com detalhes nos trabalhos de Cook, Malkus e Plesha [25] e Zienkiewicz e Taylor [27].

De acordo com Betts [26] o método de elemento finito é uma aproximação numérica da solução para um equação diferencial e, neste caso, é uma aproximação da equação de Helmholtz (Beranek [5]):

$$\nabla^2 P + \left(\frac{w}{c_0}\right)^2 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (3.3)$$

onde P é a amplitude da pressão sonora [Pa].

Em problemas tridimensionais com geometrias complexas é conveniente que a Equação

de Helmholtz seja escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (3.4)$$

Aplicando o método Galerkin ao resíduo gerado na Equação 3.4, tem-se:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - k_0^2 P \right] \phi_j d\Omega = 0 \quad (3.5)$$

A Equação 3.5 é integrada no domínio Ω e tem-se que ϕ_j é a função base para o nó j . Integrando por partes os três primeiros termos da equação de Helmholtz através do Teorema de Gauss e substituindo estas integrais novamente na equação de Helmholtz e reagrupando os termos, obtém-se:

$$\int_{\Gamma} [\nabla P \bullet n] \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla P \bullet \nabla \phi_j d\Omega + k^2 \int_{\Omega} P \phi_j d\Omega = 0 \quad (3.6)$$

onde Ω ainda é o domínio modelado, Γ é o contorno deste domínio e n é o vetor unitário normal ao contorno Γ . Utilizando a equação do equilíbrio dinâmico na equação acima tem-se:

$$-j\rho_0\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla P \bullet \nabla \phi_j d\Omega + k_0^2 \int_{\Omega} P \phi_j d\Omega = 0 \quad (3.7)$$

Novamente, usando a aproximação dos elementos finitos, esta equação pode ser escrita como:

$$-j\rho_0\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla \phi_i \bullet \nabla \phi_j d\Omega + k_0^2 \int_{\Omega} \phi_i \phi_j d\Omega p_i = 0 \quad (3.8)$$

Matricialmente esta equação ainda pode ser expressa como sendo:

$$[[K] - k_0^2 [M]] \{p\} = \{f\} \quad (3.9)$$

Assim sendo,

$$[K] = \int_{\Omega} \nabla \phi_i \bullet \nabla \phi_j d\Omega; \quad (3.10)$$

$$[M] = j\rho_0 \int_{\Omega} \phi_i \phi_j d\Omega; \quad (3.11)$$

$$\{f\} = j\rho_0\omega \int_{\Gamma} u_n \phi_j d\Gamma. \quad (3.12)$$

As Equações 3.10, 3.10 e 3.10 representam, respectivamente, as matrizes rigidez, massa

e interface fluido-estrutura.

Depois que todas as equações que compõe o sistema global de equações estão prontas utiliza-se de um alguma técnica adequada para resolução.

3.2.2 Discretização do Domínio

A discretização do domínio é de fundamental importância para o resultado final através do método numérico FEM. O tipo, tamanho e número de elementos devem ser escolhidos de acordo com o problema proposto com o intuito de melhor atender a solução final. Geralmente o tempo de processamento é uma variável que possui bastante importância na escolha do processo de discretização.

Os elementos unidimensionais podem descrever problemas que necessitam apenas de uma coordenada espacial. A distribuição de temperatura em uma chapa de metal ou a deformação de uma viga com carregamento axial podem ser determinado através do uso destes elementos. A representação clássica destes elementos é em forma de uma linha, porém vale ressaltar que estes elementos possuem area de seção transversal. Os elementos bidimensionais podem ser utilizados quando a configuração do objeto de estudo pode ser descrito através de duas coordenadas espaciais independentes. O formato do elemento bidimensional é tradicionalmente triangular. Elementos quadrilaterais, retangulares e demais formas podem ser utilizadas, no entanto é comum que estas formas seja formadas por combinações de elementos triangulares, conforme mostrado na Figura 3.2. Rao [28] menciona que para alguns casos o uso de elementos quadriculares, tais como retangulares ou paralelogramos podem oferecer vantagens adicionais. Existem ainda os elementos tridimensionais em que o objeto de estudo pode ser descrito por três coordenadas espaciais independentes. O tipo de elemento básico utilizado nestes casos são os elementos tetraédricos e, em alguns casos, usa-se elementos hexaédricos com vantagens sobre os tetraédricos. A Figura 3.3 mostra algumas geometrias dos elementos aqui descritos.

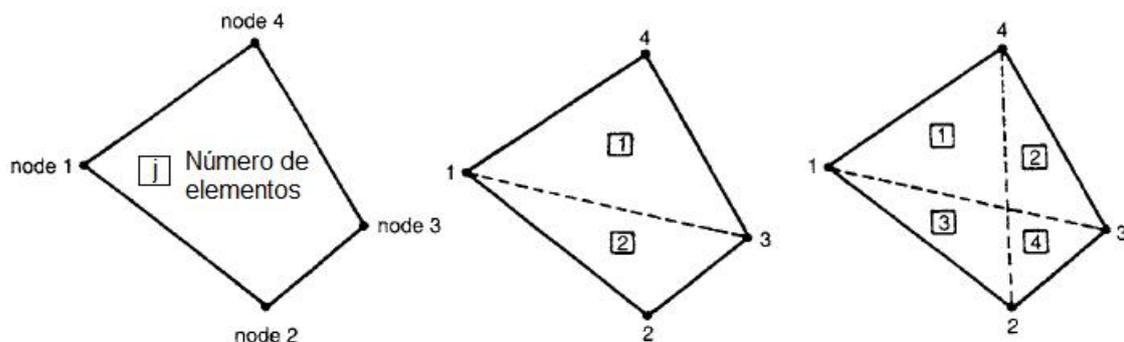


Figura 3.2: Um elemento quadrilateral formado por dois ou quatro elementos triangulares. (Adaptado de Rao [28]).

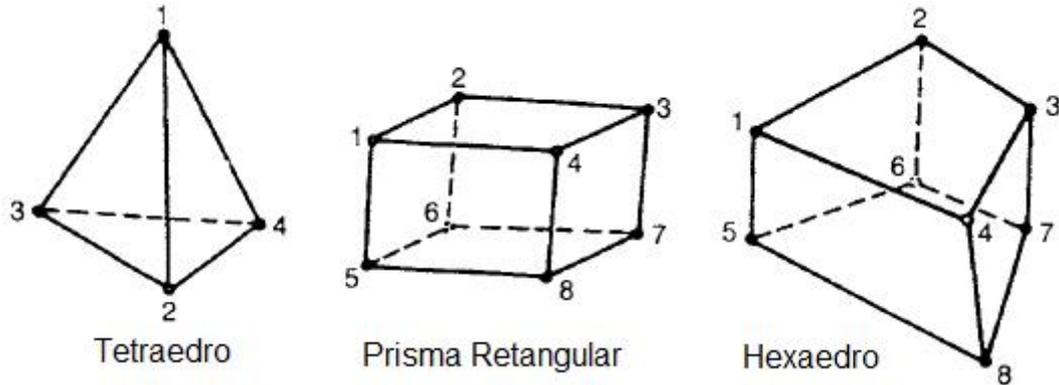


Figura 3.3: Alguns exemplos de elementos tridimensionais (Adaptado de Rao [28]).

3.2.2.1 Processo de Discretização

O processo de discretização de uma malha em métodos numéricos é, de certa forma, subjetiva, e depende de vários fatores tais como: tipo e tamanho dos elementos, localização do nós, número de elementos, simplificações, etc. Idealizar uma boa malha de elementos finitos requer um pouco de prática e conhecimento de modelamento. Para problemas que envolvem geometrias complexas elaborar uma boa malha de elementos finitos pode ser bastante dispendioso para o analista. No entanto existem códigos comerciais que utilizam "métodos automáticos" para geração de malhas de domínios irregulares, diminuindo consideravelmente o tempo de construção da malha de elementos finitos. Segue abaixo, brevemente, algumas considerações que devem ser analisadas no processo de discretização de uma malha.

1. TIPO DE ELEMENTOS - O tipo de elemento utilizado no modelamento do objeto de estudo está intrinsecamente ligado ao seu tamanho e aspecto de forma. Dependendo do tipo de elemento utilizado o erro associado à resposta da solução pode ser maior ou menor. Em elementos onde o erro associado é alto a tendência é diminuir o tamanho dos elementos para melhorar a discretização da malha. Lima [30] verificou o erro associado a alguns tipos de elementos e tamanho da discretização, conforme Tabela 3.2.
2. TAMANHO DOS ELEMENTOS - O tamanho do elemento influencia diretamente na convergência da solução. Geralmente quanto menor o elemento melhor será a resposta da solução. No entanto um modelo numérico com elementos muito pequenos pode aumentar o esforço computacional consideravelmente e ainda, dependendo do caso, é comum o uso de diferentes tamanhos de elementos no mesmo modelo. Outro item importante relacionado ao tamanho dos elementos e que afeta a performance e o resultado final nos métodos FEM é o aspecto de forma. Em um elemento $2D$, por

exemplo, o aspecto de forma será a razão entre o maior e menor lado do elemento. Quanto mais próximo o valor da razão estiver do valor unitário melhores serão os resultados obtidos do campo de análise.

3. LOCALIZAÇÃO DOS NÓS - A localização dos nós depende diretamente do tipo de elemento e tamanho. Por exemplo em *mufflers* com tubos perfurados, é comum concentrar uma maior quantidade de nós e, conseqüentemente, elementos nas proximidades das bordas que delimitam os furos.
4. NÚMERO DE ELEMENTOS - O número de elementos está relacionado com a precisão desejada, tamanho dos elementos e o número de graus de liberdade envolvidos. A partir de um certo número de elementos o ganho numérico passa a ser muito pequeno e não é justificável o esforço computacional. A Tabela 3.2 disponibilizada por Lima [30] mostra estes limites.

A tabela 3.2, que mostra os erros oferecidos por alguns tipo de de elementos e malha, foi originada tendo como referencia o comportamento em uma bancada experimental da amplitude de pressão sonora para uma onda senoidal formada em um tubo de comprimento e diâmetro, respectivamente, L e d . Foi efetuado um modelo de mesmas dimensões, variando o tipo e tamanho do elemento. As amplitudes da onda de pressão sonora do tipo senoidal numéricas foram comparadas com a referencia experimental, obtendo-se assim os erros associados a das especificação.

3.2.2.2 Geração Automática da Malha

Entende-se por malha em modelos numéricos o conjunto de elementos e nós que constituem o campo de análise.

Em objetos de estudo onde a forma é simples e o tamanho não possui grandes proporções é relativamente simples construir os nós e elementos que compõe a malha do modelo através do Método de Elementos Finitos. Com isso consegue-se garantir a conectividade entre os nós e elementos que irão interagir numericamente nos cálculos das soluções. Porém em modelos numéricos em FEM que possuem uma alta complexidade em seu formato e necessitam de uma grande quantidade de nós e elementos fica muito difícil garantir a conectividade entre os mesmos. Os códigos comerciais desenvolvidos para solucionar problemas em FEM utilizam algoritmos que geram as malhas automaticamente, enumerando os nós e elementos, formando uma malha coesa e robusta. Mais adiante será mostrado as características das malhas que foram utilizadas nos modelos dos *mufflers* de $1V$ e $2V$.

Tabela 3.2: Comparativo de erro para alguns tipos de elementos - Fonte: Lima [30].

Elementos triangulares				Elementos hexaédricos			
linear 3 nós		quadrático 6 nós		linear 8 nós		Quadrático 20 nós	
$\frac{\text{elementos}}{\lambda}$	Erro [%]						
5	45,159	1	200,40	5	102,32	1	217,40
7	7,695	2	145,63	7	34,022	2	8,662
10	1,665	3	1,184	10	19,604	3	1,939
11	0,397	4	0,504	11	3,152	4	0,257
12	0,295	5	0,160	12	2,238	5	0,045
13	0,091	6	0,106	13	1,626	6	0,011
14	0,021	7	0,050	14	1,217	7	0,003
15	0,360	8	0,021	15	0,927	8	0,002
16	0,143			16	0,717		
17	0,134			17	0,568		
20	0,043			20	0,302		
23	0,043			23	0,172		
25	0,025			25	0,126		

3.3 Modelo Numérico em FEM para os Muffler de 1V e 2V

Como dito anteriormente, em modelos acústicos do tipo FEM para *mufflers* o fluido no interior do mesmo é modelado de tal maneira que represente o campo acústico no qual a onda de pressão sonora se propaga. Nesta seção são mostrados os detalhes dos modelos numéricos dos *mufflers* de 1V e 2V.

3.3.1 Dimensões dos Mufflers de 1V e 2V

É comum na prática a utilização de *mufflers* com um, dois ou até três volumes. Para tanto, foram elaboradas duas configurações de *mufflers* de seções e tubos circulares de 1V e 2V, conforme mostrados nas Figuras 3.4 e 3.5.

As dimensões dos *mufflers* foram escolhidas de tal maneira que propiciem um modelo relativamente "leve", ou seja, sem uma quantidade grande de elementos e que, ao mesmo tempo, satisfaça uma faixa ampla de frequência com baixo erro numérico (boa discretização da malha). A escolha dos tipos, quantidades e tamanhos dos elementos que compõe a malha do modelo são geralmente apoiadas nas informações fornecidas da Tabela 3.2, tempo de processamento e modelamento do campo de análise em questão. As alternativas

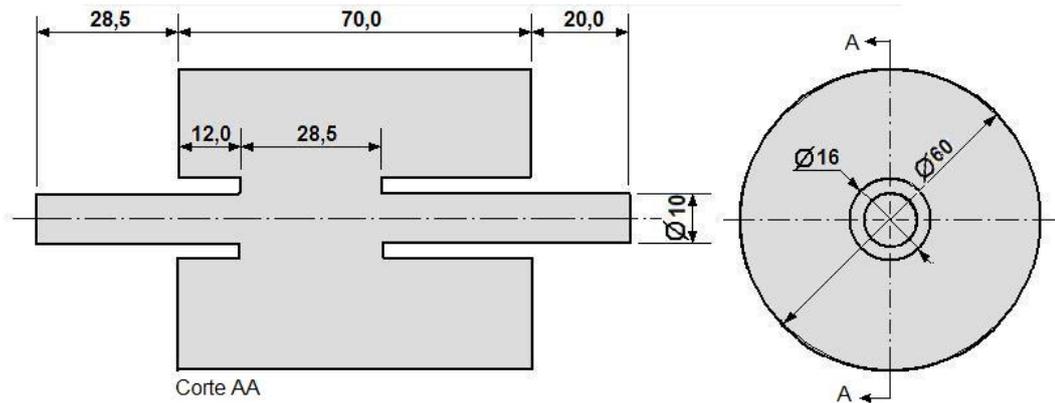


Figura 3.4: Dimensões internas em mm do *muffler* de um volume.

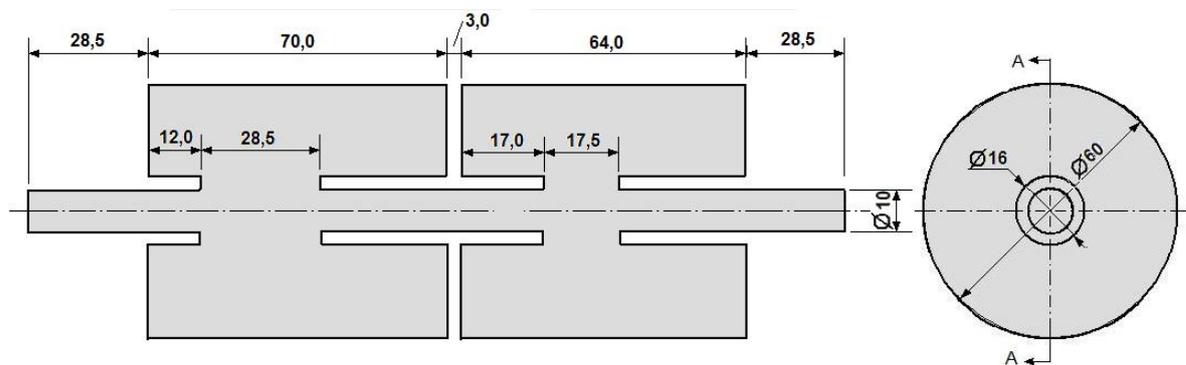


Figura 3.5: Dimensões internas em mm do *muffler* de dois volume.

que determinados códigos comerciais para resolução de problemas numéricos oferecem no desenvolvimento dos modelos completam as informações necessárias para que o analista defina como a malha do modelo irá se apresentar.

3.3.2 Elementos da Malha

Foi utilizado o código comercial *MSC Patran 2004* para a geração automática da malha dos modelos numéricos. Para os modelos de 1V e 2V foram utilizados dois tipos de elementos para a construção da malha:

1. Tubos: Triangular quadrático de 6 nós;
2. Volumes: Hexaedros lineares de 8 nós.

As malhas utilizadas podem ser observadas nas Figuras 3.6 e 3.7. Note-se que existe conectividade entre os elementos e nós. A Figura 3.7 mostra em detalhes uma parte do *muffler* de 2V onde a região entre os tubos são preenchidos com elementos, representando a conectividade dos elementos que representam o ar contido nos tubos com os do volumes.

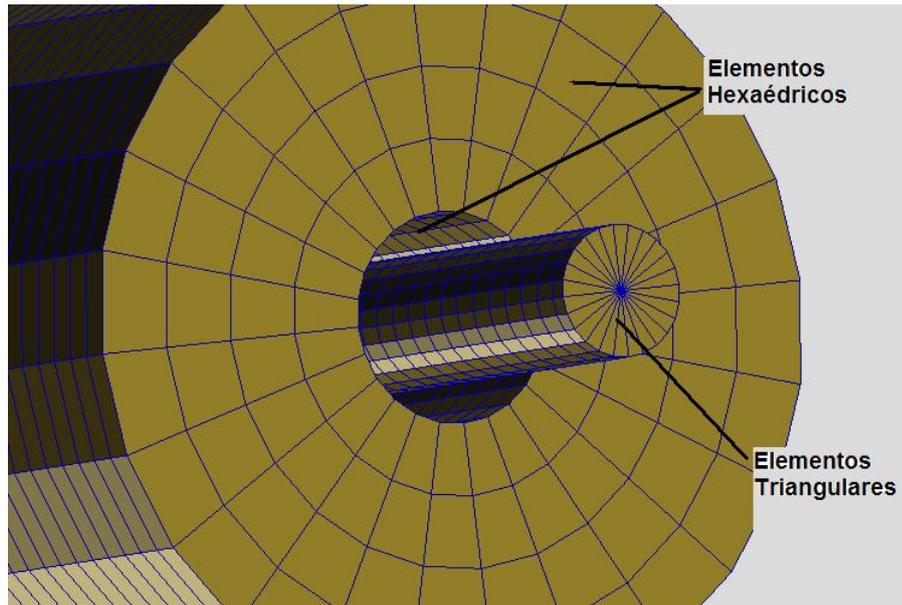


Figura 3.6: Tipos de elementos utilizados nos *mufflers* de 1V e 2V.

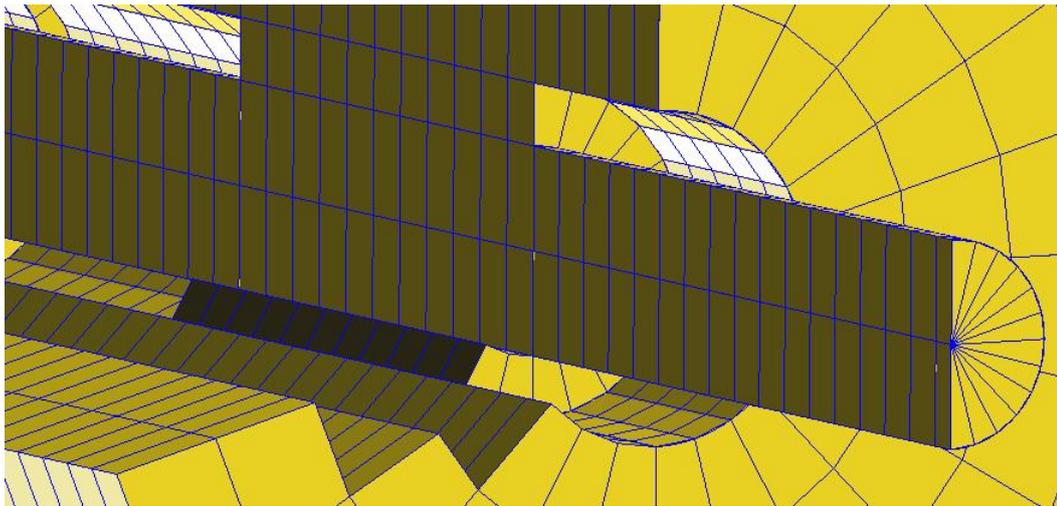


Figura 3.7: Detalhe dos elementos e conectividade dos fluidos contidos nos tubos o volume.

Tais elementos foram escolhidos para serem utilizados no modelamento dos tubos e volumes dos *mufflers* de 1V e 2V por possuírem um bom aspecto de forma e exigirem uma baixa quantidade de elementos na malha, o que diminui consideravelmente o tempo de processamento numérico. Rao [28] comenta que estes dois tipos de elementos tridimensionais possuem vantagens adicionais sobre os demais elementos na grande maioria dos casos.

3.3.3 Amortecimento

O amortecimento utilizado para o ar foi de 1%, considerando a velocidade do som na forma complexa, baseado em resultados de medições anteriores cujos resultados mostravam-

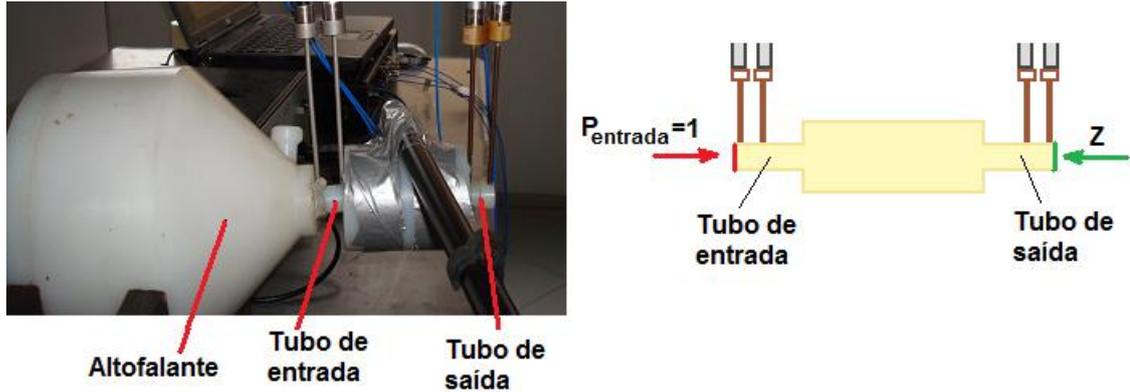


Figura 3.8: Representação dos tubos de entrada e saída para o modelo real e numérico.

se bastante próximos dos experimentais.

3.3.4 Condições de Contorno

As condições de contorno utilizadas para ambos os modelos de *mufflers* são de pressão unitária $p_{entrada}$ no tubo de entrada e impedância acústica no tubo de saída, através da expressão proposta por Pierce [9] para uma impedância na extremidade de um tubo aberto não-flangeado $z_{n_{flang}}$ e mostrado na Equação 2.45. Como será visto adiante, a excitação experimental no tubo de entrada foi obtido através de um altofalante. Nos modelos numéricos foi utilizada pressão unitária na extremidade do tubo não flangeado, onde a excitação experimental foi dada pelo altofalante. Nos modelos numéricos de *muffler* de 1V e 2V entende-se por tubo de entrada aquele tubo cuja condição de contorno é de pressão unitária e tubo de saída aquele tubo cuja condição de contorno é a impedância acústica. A Figura 3.8 mostra a foto do experimento com o altofalante montado em um cone de nylon excitando o tubo de entrada e o esboço do seu respectivo modelo com pressão de entrada unitária.

3.3.5 Frequência de Análise

Para a faixa de frequência de análise é de fundamental importância determinar a frequência de corte dos tubos que compõe os *mufflers* de 1V e 2V. Utilizando a equação 2.38 fica evidente que o parâmetro mais importante nesta aplicação são os diâmetros interno dos tubos, que possuem as mesmas dimensões em todos os tubos de ambos *mufflers*. Considerando a velocidade do som no meio de $c_0 = 344 \text{ m/s}$ e os diâmetros internos dos tubos de seção circular de $D = 0,01 \text{ m}$,

$$f < \frac{1,84}{0,0314} = 20157 \text{ Hz}$$

ou seja, abaixo da frequência de 20157 Hz apenas ondas planas podem se propagar.

Além da frequência de corte para dutos de seção circular, outro parâmetro deve ser considerado para a determinação da frequência de análise. A impedância acústica na terminação de um tubo não flangeado, utilizado como condição de contorno nas saídas dos tubos dos *mufflers* considera que a Equação 2.45 aplica-se para os casos onde o produto entre o número de onda e o raio do tubo é menor que 1. Considerando a velocidade do som no meio de $c_0 = 344 \text{ m/s}$ e o raio $a = 0,005 \text{ m}$ temos que:

$$f < 10820 \text{ Hz}$$

Logo, a frequência máxima de análise será considerada $f_{max} = 10,8k \text{ Hz}$.

Estipulou-se a frequência $f_{min} = 20 \text{ Hz}$ como a menor frequência de análise.

3.3.6 Discretização

A discretização das malhas utilizadas no modelamento dos *mufflers* de 1V e 2V deve oferecer uma boa qualidade na resolução do problema associado a um menor tempo de processamento possível. O erro admitido na resolução da performance de atenuação dos *mufflers* pelo método numérico FEM utilizado neste trabalho é de, no máximo, 1%. Tendo em vista esta restrição de erro máximo e os tipos de elementos escolhidos no modelamento da malha numérica é possível, com o auxílio da Tabela 3.2, determinar a discretização λ_d , em metros.

Tem-se que:

$$c_0 = \lambda f \tag{3.13}$$

onde:

$c_0 \Rightarrow$ Velocidade do som no meio em $\frac{m}{s}$;

$\lambda \Rightarrow$ Comprimento de onda em m ;

$f \Rightarrow$ frequência em Hz .

Utilizando a Equação 3.13 e considerando a velocidade do som $c_0 = 334 \text{ m/s}$ o comprimento de onda da maior frequência de análise $\lambda_{f_{max}}$ é:

$$\lambda_{f_{max}} = 0,03185 \text{ m}$$

Na Tabela 3.2 é obtido o valor de 15 elementos para $\lambda_{f_{max}}$ dos elementos hexaédricos lineares de 8 nós, com erro associado de 0,927%.

Portanto a discretização da malha $\lambda_d = \frac{\lambda_{f_{max}}}{15}$ em metros deve ser de:

$$\lambda_d = \frac{0,03185}{15} = 0,0021 \text{ m}$$

Foi utilizada uma discretização de $\lambda_d = 0,002 \text{ m}$ para a malha dos mufflers de $1V$ e $2V$, tanto para os elementos triangulares de 6 nós quanto para os elementos hexaédricos de 8 nós.

4 *Validação dos Modelos Numéricos - Análise Experimental*

Como dito ao longo desta dissertação, para a validação das ferramentas numéricas no desenvolvimentos de filtros acústicos e posterior otimização, faz-se necessário o uso de protótipos reais testados em bancadas de ensaio, cujo resultados experimentais são obtidos, processados e analisados com o auxílio de uma ou mais técnicas que demonstrem a eficiência do filtro acústico. Análises analíticas também podem validar os métodos numéricos, no entanto, dependendo da complexidade das condições de contorno, esses métodos podem se tornar inviáveis. Os métodos analíticos também podem auxiliar nas tomadas rápidas de decisão, como por exemplo, nos primeiros esboços na formulação das geometrias de um filtro acústico.

Os modelos reais do *muffler* de 1V e 2V foram fabricados utilizando-se Nylon como matéria-prima, de tal maneira que as junções entre as tampas dos volumes e os tubos não apresentassem frestas. O *muffler* de 2V é composto pelo *muffler* de 1V (volume e tubos) adicionado a um outro volume e tubo. As dimensões internas dos *mufflers* são mostrados nas Figuras 3.4 e 3.5. As espessuras de parede dos componentes que compõem os *mufflers* possuem 3,0 *mm*. O método de TL através da Técnica das Duas Fontes necessita que os tubos de entrada e saída contenham furos passantes para medição das pressões em duas posições em cada tubo. Tendo em vista que os tubos possuem diâmetro interno $d_{int} = 10,00 \text{ mm}$ e os microfones utilizados diâmetro externo de 12,70 *mm*, foram utilizadas ponteiras de cobre com diâmetro externo 3,00 *mm*, para não ocorrer interferência no campo de pressão da onda sonora se propagando no interior do tubo. As distâncias entre os furos onde as ponteiras são instaladas são informações importantes utilizadas no cálculo da Perda de Transmissão.

4.1 Bancada Experimental

Para ser obtida uma alta qualidade nos dados experimentais, é importante que os equipamentos que compõe a cadeia de medição possuam robustez, alta performance e qualidade nos sinais.

”Um sistema nunca é mais forte do que o mais fraco elo de sua cadeia”.

A precisão dos equipamentos utilizados para medição de parâmetros acústicos são divididos em três categorias. Lenzi [24] cita que os fabricantes de equipamentos Europeus e Americanos utilizam diferentes palavras para qualificar os equipamentos de medição. De forma geral, a precisão nas medidas é especificada da seguinte forma:

1. Tipo Inspeção (*Survey*): Não obedece a nenhum padrão;
2. Tipo Industrial (*Industrial or General Purpose*): Obedece a especificação IEC-R-123(Europa) e a Ansi Types II e III (EUA);
3. Tipo Precisão (*Precision*): Obedece a especificação IEC-R-179 e a 179a. Corresponde a Ansi type I.

Para os experimentos em bancada foram utilizados os equipamentos pertencentes ao Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA) do Departamento de Engenharia Mecânica (EMC) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), equipamentos estes que possuem todas as características necessárias para um alto nível de confiabilidade e qualidade dos dados. Todos os equipamentos utilizados durante os ensaios são do Tipo Precisão. Os equipamentos que compõe esta bancada experimental estão mostrados na Figura 4.1.

4.1.1 Equipamentos

Abaixo segue a lista dos equipamentos utilizados durante os ensaios:

- Analisador e gerador de sinais B&K modelo 3560C;
- Pré-Amplificador de potência B&K modelo 2706;
- Notebook HP com o programa Pulse LabShop 9.0;
- Calibrador de microfones B&K modelo 4231;
- Alto-falante em um cone de Nylon;



Figura 4.1: Bancada experimental para determinação dos parâmetros acústicos dos *mufflers* de 1V e 2V

- 4 microfones B&K modelo 4189;
- 4 amplificadores B&K modelo 2619;
- 4 ponteiras de cobre;
- 4 cabos para os microfones.

A Figura 4.2 identifica os equipamentos da bancada experimental para medição dos parâmetros acústicos dos *mufflers* de 1V e 2V.

Abaixo segue um breve comentário sobre os principais equipamentos da cadeia de medição:

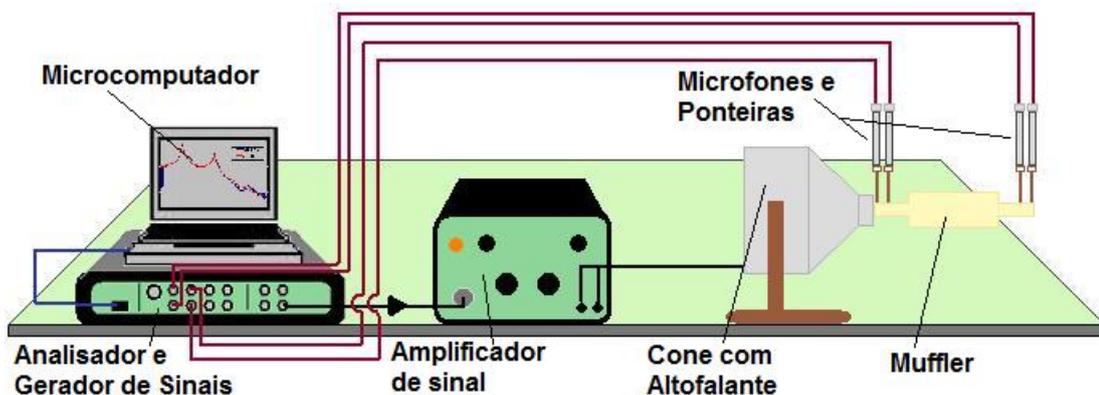


Figura 4.2: Esquema da bancada experimental mostrando toda a cadeia de medição

- **ANALISADOR E GERADOR DE SINAIS:** O modelo *Pulse front-end 3560C* da fabricante **B&K** possui 5 canais de entrada de sinal e dois canais de saída para geração de sinais e dispõe de um confiável circuito digital de filtros. O gerador de sinal basicamente fornece um sinal conhecido que após amplificado alimenta um excitador, que no caso desta dissertação é um altofalante. O *front-end 3560C* pode gerar sinais do tipo ruído branco, ruído rosa, *sweep sine*, entre outros. Possui interface com o Microsoft Windows, que ocorre através de uma interface tipo LAN;
- **MICROCOMPUTADOR:** Possui interface com o analisador de sinais através da interface LAN. O *software PULSE LabShop 9.0* está instalado neste equipamento e faz toda a interface de comando e processamento de sinais com o *front-end 3560C*;
- **AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA:** Responsável por amplificar o sinal emitido pelo gerador de sinais e, portanto, faz interface entre este equipamento e o altofalante da bancada experimental;
- **MICROFONES:** São utilizados quatro microfones do tipo capacitivo, que possuem estabilidade de calibração, resposta plana, baixo ruído interno e sensibilidade razoavelmente alta.

4.1.2 Calibração da Cadeia de Medição

Quando tem-se o objetivo de determinar os parâmetros físicos reais de algum fenômeno, é requerido um transdutor capaz de converter aquele parâmetro desejado em um parâmetro mais prático onde, na maioria da vezes, é um valor eletromagnético, devido a vasta quantidade de métodos e componentes disponíveis para tratamento de tais sinais. Além disso, alguma adaptação entre um transdutor e uma instrumentação normal é frequentemente necessária por meio de pré-amplificadores, condicionadores, etc. Apesar da maioria dos transdutores comerciais fornecerem seus certificados de calibração, este dado não é suficiente para garantir a qualidade na medição e, portanto, a calibração de todo o sistema deve ser efetuada antes de qualquer ensaio, conforme alguns motivos listados abaixo:

- Para verificar a integridade dos transdutores, e para detectar erros nos cabos, conectores, condicionadores e analisadores de sinais;
- Para verificar se os parâmetros de ganho e polaridade no sistema estão corretos.
- Calibração de todo o sistema de medição, tendo em vista que existe uma soma de erros associadas a cada elemento que compõe a cadeia de medição.

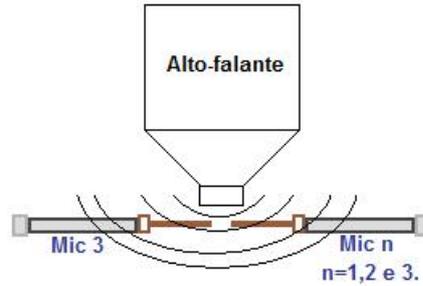


Figura 4.3: Determinação das pressões sonoras por dois microfones com ponteiros em uma mesma região do campo acústico para correção dos valores medidos.

Toda a cadeia de medição foi calibrada utilizando-se o Calibrador *B&K* modelo 4231, que faz uso de uma cavidade constituído de um pequeno altofalante. A precisão é de $0,3 \text{ dB}$ e a calibração é obtida na frequência de 1 kHz . O nível de pressão sonora é da ordem de 94 dB .

Geralmente, os microfones são os elos que podem gerar maiores dúvidas em uma cadeia de medição sonora. Os microfones capacitivos diminuem consideravelmente esta dúvida por possuírem sensibilidade bastante estáveis. Lenzi [24] comenta que mesmo que a calibração seja efetuada em 250 Hz os dados obtidos terão grande confiabilidade, por exemplo, em altas frequências.

PONTEIRAS DOS MICROFONES

As ponteiros de cobre são utilizadas para assegurar a integridade física dos microfones e não interferir consideravelmente no campo de pressão sonora no interior dos tubos dos *mufflers*. Cada ponteira possui o comprimento aproximado de 30 mm . O uso destes componentes exige o cálculo de uma $H(f)$ de correção, uma vez que as características intrínsecas de cada ponteira podem produzir uma pequena alteração no campo sonoro local. Esta correção é calculada a partir da razão entre as pressões acústicas medidas pelas duas ponteiros numa mesma região, conforme mostrado na Figura 4.3.

A multiplicação do inverso da $H(f)_{calib}$ de calibração pela resposta medida elimina erros provocados pela interferência das ponteiros no campo sonoro e garante que os resultados obtidos são decorrentes apenas das características da amostra em análise.

$$H(f) = H(f)_{medido} H(f)_{calib}^{-1} \quad (4.1)$$

4.1.3 Aquisição dos Parâmetros Acústicos

Para determinação da performance dos *mufflers* de $1V$ e $2V$ através do método de *TL* os parâmetros acústicos que devem ser determinados são as flutuações das pressões



Figura 4.4: Pontos de medição da pressão sonora nos tubos de entrada e saída do *muffler* de 1V.

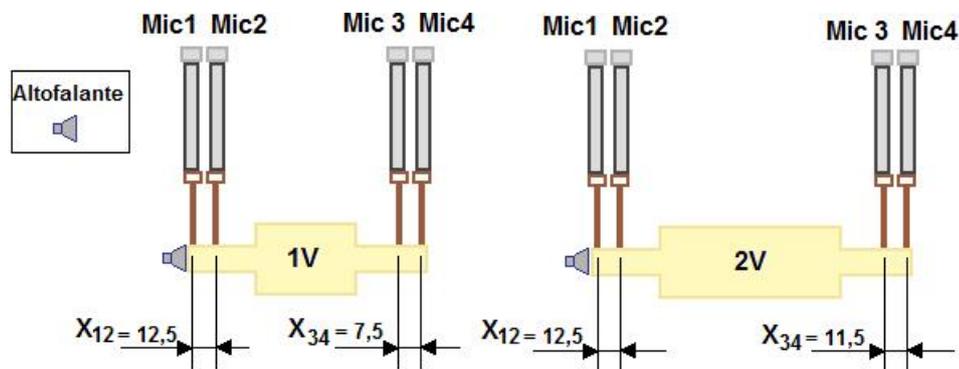


Figura 4.5: Distância (em *mm*) das ponteiros para os *mufflers* de 1V e 2V.

acústicas nos pontos onde os microfones são posicionados: MIC1, MIC2, MIC3 e MIC4, conforme mostrados na Figuras 4.4 e 4.5.

As distâncias entre ponteiros mostradas na Figura 4.5 são muito importantes para a determinação da TL quando utiliza-se a Técnica das Duas Fontes, conforme mostrado nas equações da Seção 2.4: Parâmetros para Determinação da Performance dos Filtros Acústicos.

No programa **Pulse Labshop 9.0** foram ajustados alguns parâmetros para aquisição de sinal, sendo os principais: faixa de frequência de análise entre 0 Hz e $12,8k\text{ Hz}$, frequência de discretização de 2 Hz , janela de sinal do tipo *Hanning*. Foi gerado um sinal de excitação do tipo ruído branco em ambas configurações *A* e *B*, conforme mostrados na Figura 2.18. Os sinais dos microfones são do tipo ICP (Integrated Circuit Piezoelectric), ou seja, fornecem os sinais amplificados para o analisador, em tensão. O ajuste do ganho (*range*) foi ajustado no **PULSE LabShop** para permitir que a faixa dinâmica utilizada pelo software seja distribuída de acordo com a intensidade do sinal medido, sem que ocorra a saturação do mesmo (*overload*).

4.2 Validação Experimental - TL Através da Técnica das Duas Fontes

O ganho na performance dos *mufflers* de 1V e 2V em uma determinada faixa de frequência, através da otimização paramétrica dos mesmos pelo método dos Algoritmos Genéticos, será mensurado através do Método de TL aplicado aos resultados obtidos nos modelos numéricos. Faz-se necessário, portanto, uma validação experimental destes modelos.

A Equação 2.77 utiliza das informações de pressão sonora em quatro pontos, representados pelos pontos *MIC1*, *MIC2*, *MIC3* e *MIC4* mostrados na Figura 4.5 para as duas configurações *A* e *B*, necessárias na utilização da Técnica das Duas Fontes mostrados na Figura 2.18.

Nos modelos numéricos em FEM para os *mufflers* de 1V e 2V foram utilizadas as informações de pressão sonora nos pontos equivalentes ao do experimental, ou seja, nas mesmas posições com as mesmas distâncias X_{12} e X_{34} mostrados na Figura 4.5.

As equações necessárias para a obtenção da TL da Equação 2.77 através da Técnica das Duas Fontes foram calculadas para os resultados experimentais e numéricos e desenvolvidas com o auxílio do software **MatLab** [23].

4.2.1 Muffler de 1V

A Figura 4.6 mostra a comparação entre as curvas de TL para os *mufflers* experimental e numérico de 1V. A curva azul representa o resultado numérico e a vermelha a experimental.

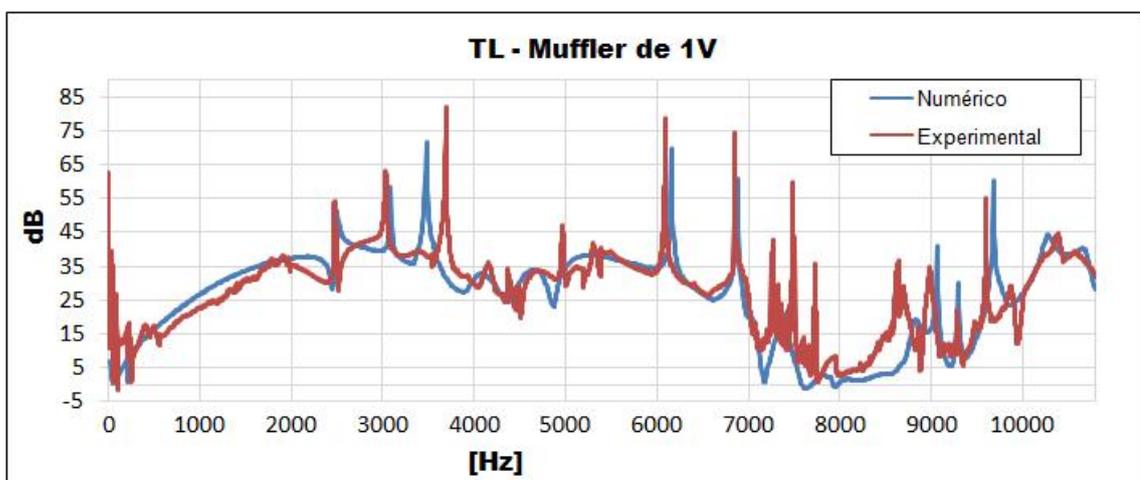


Figura 4.6: Comparação da TL para o *muffler* de 1V experimental e numérico.

Existe uma boa relação entre as curvas tanto em amplitude de atenuação (dB) quanto

no domínio da frequência (Hz), pois apesar de alguns picos parecerem levemente deslocados pode-se notar que os comportamentos ou tendências de atenuação em todo o espectro se mostra muito próximos.

As curvas de $H(f)$ são mostradas para as configurações A e B , entre os pontos 1 e 4 mostrados na Figura 2.18. Na configuração A tem-se os resultados de:

$$H(f)_{4-1} = 20 \log_{10} \left| \frac{p_4}{p_1} \right|, \quad (4.2)$$

e na configuração B :

$$H(f)_{1-4} = 20 \log_{10} \left| \frac{p_1}{p_4} \right|. \quad (4.3)$$

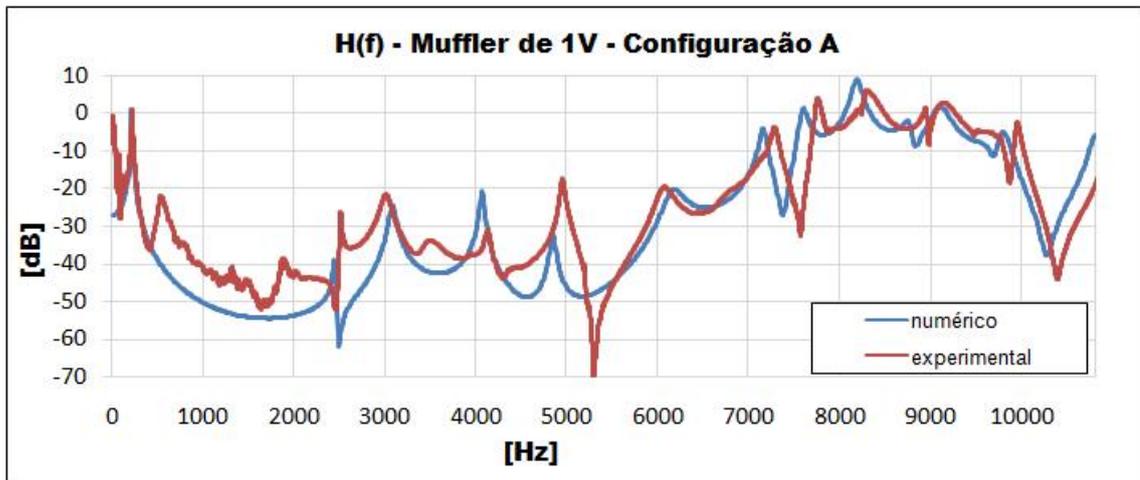


Figura 4.7: Função Transferência para o *muffleur* numérico é experimental de 1V na configuração A .

Nas Figuras 4.7 e 4.8 as curvas resultantes dos modelos experimentais e numéricos não possuem uma boa relação em algumas regiões do gráfico. A maior parte da diferença entre as curvas experimentais e numéricas ocorre devido a soma de pressão medida no Ponto 1 das parcelas incidente e refletida da pressão da onda sonora em propagação. Uma pequena parcela desta diferença também está associada a pressão no Ponto 4, devido as ondas refletoras dos campos próximos e dos próprios equipamentos. Algumas espumas de absorção foram posicionadas em torno da bancada experimental com o intuito de dificultar a reflexão das ondas sonoras dos meios externos.

A método de TL através da Técnica das Duas Fontes desconta a parcela da pressão sonora refletida no Ponto 1 além de compensar, com a mudança das fontes de posição, a variação de impedância nas extremidades dos tubos de saída proveniente das ondas

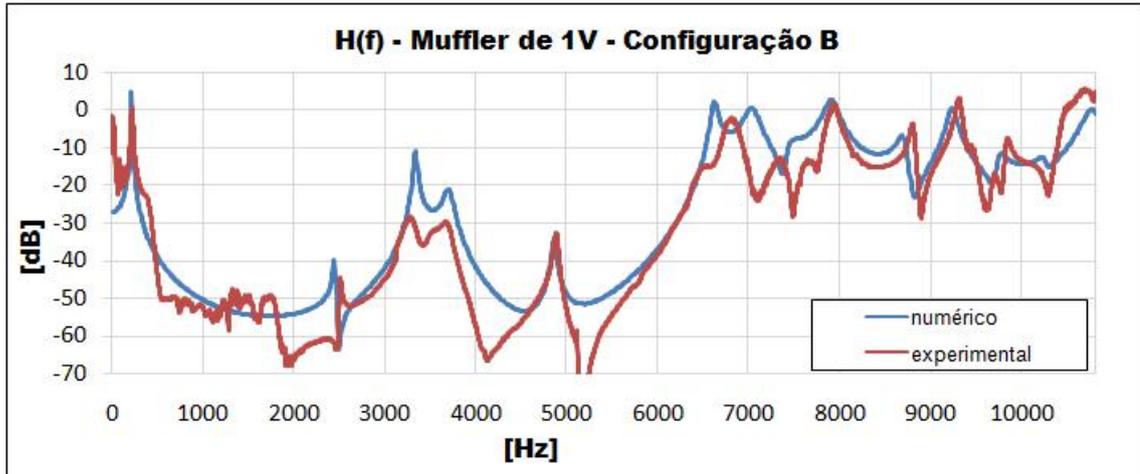


Figura 4.8: Função Transferência para o *muffler* numérico e experimental de 1V na configuração B.

refletidas. Na comparação das curvas fornecidas pelos métodos de $H(f)$ e de TL dos *mufflers* numéricos e experimentais nota-se a maior relação fornecida pelo método da TL .

4.2.2 Muffler de 2V

Assim como para os *mufflers* de 1V, seguem os resultados da Perda de Transmissão e Função Transferência para os *mufflers* experimental e numérico de 2V. As curvas em azul e vermelha identificam os resultados para as análises numéricas e experimentais, respectivamente. A Figura 4.9 mostra a comparação entre as curvas de TL para os *mufflers* experimental e numérico de 2V.

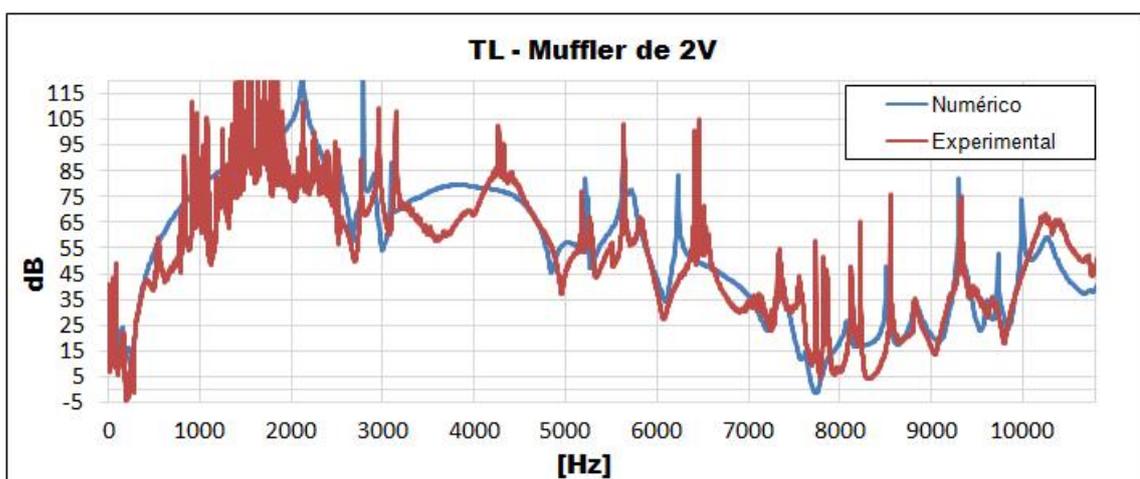


Figura 4.9: Comparação da TL para o *muffler* de 2V experimental e numérico.

Novamente existe uma boa relação entre as curvas numérica e experimental da TL para o *muffler* de 2V. As curvas experimentais apresentam-se com menos definição em

algumas regiões dos gráficos quando comparadas as curvas obtidas no *muffler* de 1V. Em consequência de uma maior atenuação sonora oferecida por este *muffler*, as pressões sonoras no tubo de saída tem amplitudes muito baixas, o que justifica a menor definição na curva experimental, nas regiões onde a atenuação é muito grande. As curvas de $H(f)$ também são mostradas para as configurações *A* e *B* nas Figuras 4.10 e 4.11:

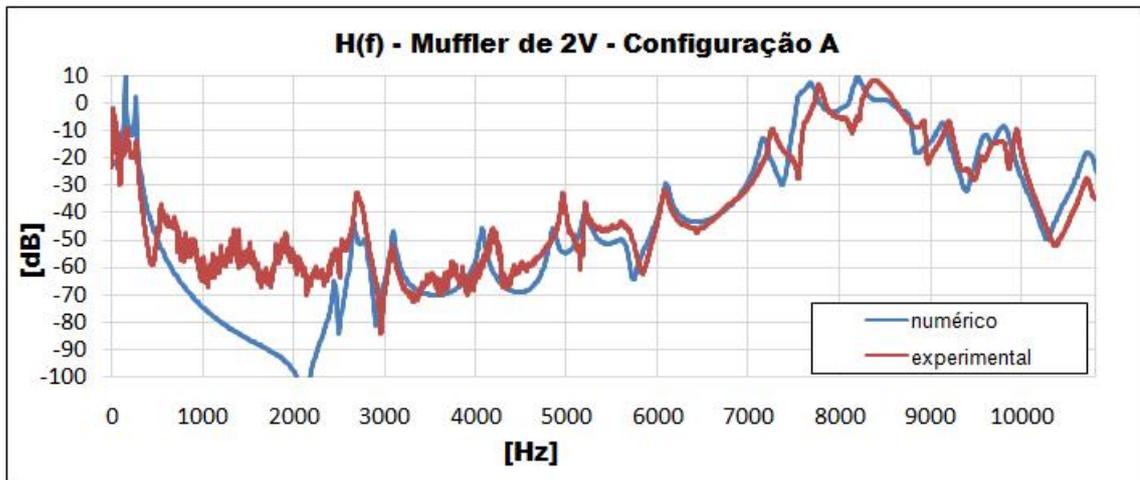


Figura 4.10: Função Transferência para o *muffler* numérico é experimental de 2V na configuração *A*.

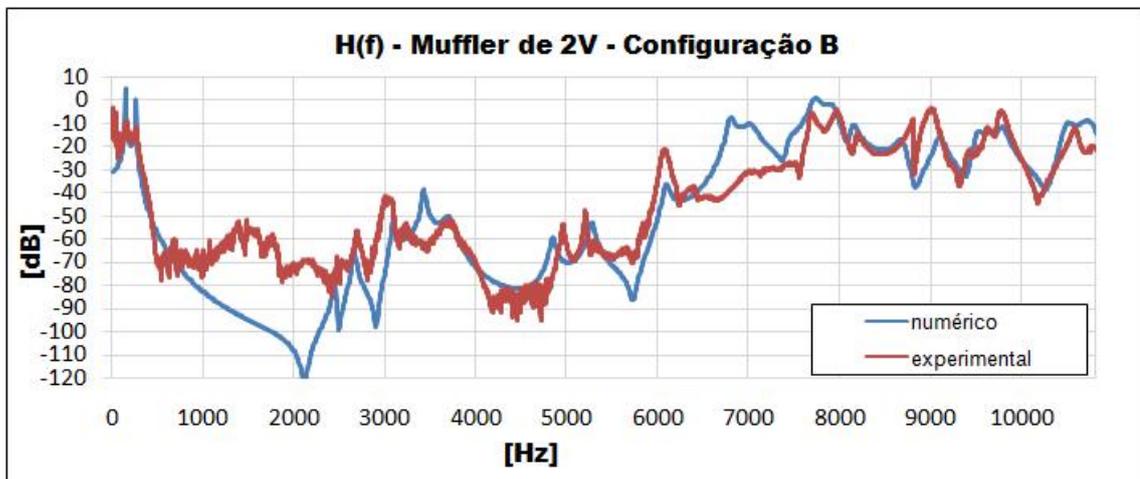


Figura 4.11: Função Transferência para o *muffler* numérico é experimental de 2V na configuração *B*.

Tendo em vista os bons resultados obtidos na comparação das performances dos *mufflers* numéricos e experimentais através do método da Perda de Transmissão utilizando-se a Técnica das Duas Fontes, os modelos numéricos para ambos os *mufflers* são considerados validados pela análise experimental e os resultados dos *mufflers* otimizados de 1V e 2V serão analisados através deste método.

5 *Otimização da Geometria*

Pode-se definir otimização como sendo o processo pelo qual se determina o valor ótimo de uma grandeza.

Tem-se, então, como premissa a ideia de que, ao ser utilizado o verbo "otimizar" esta-se referindo a algo que se quer melhorar até o ponto máximo permitido que alcance um determinado estado de "suposta perfeição" dentro dos próprios limites do objeto, situação e natureza.

Sabe-se que quando algo pode ser melhorado utilizando-se determinados critérios, é possível avaliar quando uma determinada modificação tende a melhorar ou piorar uma certa performance. Se a modificação sugerida é relevante a ponto de poder melhorar então adota-se a solução encontrada como a melhor opção; caso a proposta sugerida não alcance melhoras significativas a tendência é ficar com a condição já existente.

A otimização consiste, portanto, no teste de várias soluções e em usar as informações obtidas para conseguir soluções melhores e cada etapa alcançada. Segue abaixo alguns exemplos de utilização de otimizações nos mais diversos âmbitos:

- **Otimização em Matemática** refere-se a tentativa de encontrar os máximos e mínimos de uma função;
- **Otimização de Processo** significa atingir a meta estabelecida com o menor esforço possível, utilizando de metodologias que apoiem as tomadas de decisão no âmbito produtivo, de engenharia e negócios.
- **Otimização na Ciência da Computação** tem a finalidade de melhorar a rapidez de respostas dos sistemas, reduzindo tempo de processamento e maximizado armazenameto de informação por banda, etc.;
- **Otimização de Produto** utiliza de metodologias para encontrar o tempo certo para lançamento de um determinado produto desde seu nascimento, crescimento, maturidade e declínio (vida do produto).

Otimização é, portanto, a busca da melhor solução para um dado problema.

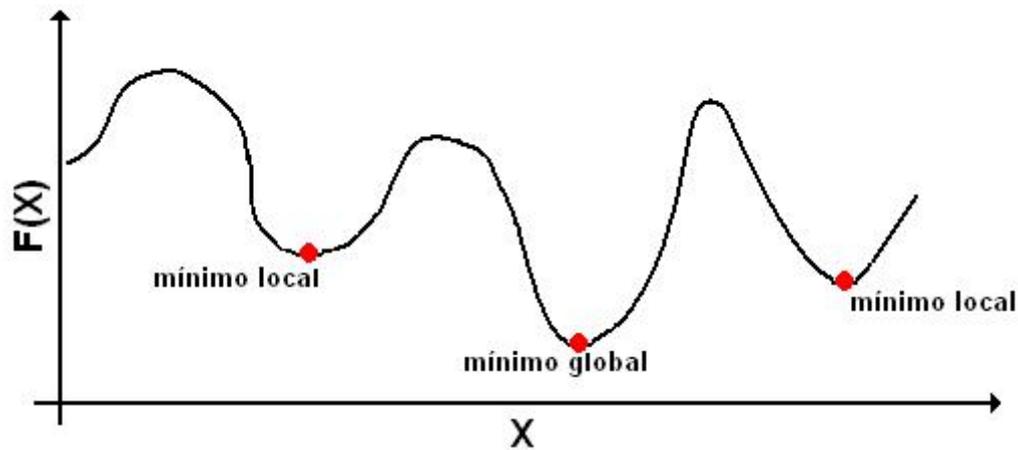


Figura 5.1: Identificação de ótimos globais e locais em uma função de minimização.

5.1 Alguns Métodos de Otimização

Existem diversas técnicas de otimização para a busca da solução ótima ou maximizada para determinados problemas propostos, as quais diferem entre si, basicamente, pela complexidade numérica, nível de resultado obtido, aplicações e restrições, entre outras. Algumas destas técnicas/métodos são descritas nas seções seguintes.

Nem sempre se obtém a melhor solução, seja pela dificuldade do problema, pelo tamanho do espaço ou tempo de processamento. Para alguns casos uma solução quase ótima é suficiente para o encerramento da análise. Para soluções ótimas é comum se utilizar a expressão "ótimo global" e para as soluções quase ótimas se utiliza a expressão "ótimo local". A Figura 5.1 exemplifica o que pode ser considerado pontos globais e locais numa função de minimização.

5.1.1 Métodos Determinísticos

Também chamado de Método Baseado em Cálculo, fazem uso de cálculos diferenciais que dependem de algum tipo de informação de gradiente para encontrar os pontos extremos de uma função. A procura da solução ótima por derivadas utiliza-se da solução corrente como ponto de partida para as iterações seguintes e, portanto, a procura é local, porque ocorre na vizinhança do ponto corrente. Abaixo algumas características deste método:

- Grande chance de se encontrar um ótimo local se a função objetivo for multimodal;
- Não distinguem se a solução é um ótimo local ou global;
- Possuem grande rapidez e funcionam bem para problemas unimodais contínuos.

Quando o problema possui uma complexidade maior é comum a escolha de um método Heurístico ou Meta-Heurístico.

Algumas técnicas de otimização através para o Método Determinístico:

- SEM CÁLCULO DE DERIVADAS: Coordenadas Cíclicas (Bazaraa [31]), Rosenbrock (Bazaraa [31] e Vanderplaats [32]), outros;
- COM CÁLCULO DE DERIVADAS: Newton, Steepest Descent (Bazaraa [31], Fletcher [33], Luenberger [34] e Vanderplaats [32]);
- DIREÇÕES CONJUGADAS: BFGS (Bazaraa [31] e Vanderplaats [32]), DFP, Fletcher & Reeves (Bazaraa [31], Fletcher [33], Luenberger [34] e Vanderplaats [32]);
- MÉTODOS DE PENALIDADE: Exterior, Interior, Interior Extendida (Bazaraa [31], Luenberger [34] e Vanderplaats [32])
- Outros: Elipsóide (Bland et.al [35])

5.1.2 Métodos Heurísticos

O termo heurístico possui origem da palavra grega *heuriskein*, que significa descobrir, do mesmo radical que originou a palavra *heureka*. A característica mais importante destas técnicas é a não garantia de encontrar a solução ótima do problema. Para que se tenha confiança na qualidade dos resultados obtidos pelas técnicas heurísticas (também chamadas de Técnicas Aproximadas) é interessante que sejam apresentadas duas características básicas para que o grau de confiança da solução seja satisfatório:

1. Achar soluções próximas do ótimo em tempos de processamento relativamente curto quando comparados com outros métodos;
2. Os resultados obtidos não devem variar muito em um mesmo problema para qual a heurística foi projetada, ou seja, demonstrando robustez no resultado.

5.1.2.1 Heurísticas Construtivas

Tem o formato de operação muito simples. Tem a característica de construir soluções através de elemento de adição ou iteração aplicadas de cada vez, sendo que essas iterações tendem a atender ao máximo todos os requisitos impostos. As Heurísticas Construtivas podem ser utilizadas para a geração da solução inicial de um problema. Cordenonsi [18] cita alguns exemplos de métodos de otimização por Heurísticas Construtivas: Algoritmo Aleatório, Vizinho Mais Próximo e Inserção Mais Distante.

5.1.2.2 Heurísticas de Refinamento

Nestas técnicas, tem-se as soluções se movimentando para que uma possível solução seja completada e testada sucessivamente até que se encontre o melhor resultado possível dentro das restrições pré-determinadas.

- MÉTODO DA BUSCA LOCAL

Este método utiliza do conceito de vizinhança para as buscas locais em problemas de otimização. O espaço de solução deste método possui um conjunto que reúne um determinado número de soluções e ao lado destas soluções existem "vizinhos". O algoritmo busca, através de uma operação de movimento, melhores soluções no espaço de solução, passando de uma solução para outra que seja sua vizinha. Geralmente, o procedimento de parada neste método ocorre quando o número máximo de iterações consecutivos e pré-determinado de melhoramento é alcançado.

- MÉTODO DA DESCIDA

O Método da Descida é um método de busca local a partir de uma solução inicial que requer que toda a vizinhança da solução seja analisada para que, então, seja realizado o movimento, analisando a cada iteração aquele que tem o melhor valor para a função de avaliação. Nesse método, o vizinho candidato somente é aceito se melhorar o valor da solução corrente até então obtida. Dessa forma, o método para tão logo um ótimo local seja encontrado. Tem a vantagem de encontrar rapidamente o ótimo local, no entanto a desvantagem de não encontrar, portanto, o ótimo global.

- MÉTODOS RANDÔMICOS DE DESCIDA/SUBIDA

Enquanto o Método de Descida requer que toda a vizinhança seja analisada, o Método Randômico de Descida/Subida consiste em analisar um vizinho qualquer da solução que apenas será aceito se for uma solução melhor que a corrente. Caso não encontre um vizinho melhor a solução corrente permanece como a melhor solução e outro vizinho é gerado. O procedimento é interrompido quando um número pré-determinado de iterações não consegue gerar uma solução melhor do que a corrente. O número de iterações deve ser grande para que a probabilidade de ser encontrado um ótima local seja diminuída. O Método Randômico Não Ascendente difere do Método Randômico de Descida/Subida por aceitar que o vizinho analisado seja igual ou melhor que a solução corrente.

5.1.3 Métodos Metaheurísticos

Os métodos de otimização Metaheurísticos se diferem dos heurísticos por abranger um espaço de soluções muito mais amplo e de utilizar informações de possíveis soluções distantes uma das outras, oferecendo com isso um potente recurso para que uma solução de ótimo local não seja escolhido como a melhor solução do problema. Pode-se citar alguns exemplos de métodos de otimização metaheurísticos, tais como: Algoritmos Genéticos, Recozimento Simulado e Busca Tabu entre outros.

- BUSCA TABU

É um método de busca local onde a solução escolhe sua movimentação na direção do seu melhor vizinho. Esse método é eficiente para escapar das soluções locais tendo em vista que, dependendo do caminho de soluções encontradas, a melhor solução pode retornar a uma solução gerada anteriormente (ciclar). O diferencial deste método é que existe uma lista tabu "L" no qual informa quais são os movimentos proibitivos. A lista tem um tamanho fixo, portanto quando um novo movimento proibitivo é gerado o mais antigo deve dar lugar ao mais novo. Para dar mais dinâmica a este método, Wan e Yen [36] citam que um critério de aspiração julga os movimentos que são tabus. Se o movimento corrente é um tabu porém satisfaz o critério de aspiração, o movimento deixa de ser tabu e começa a ser permitido. A lista de tabus deve ser suficientemente grande para prevenir muitos ciclos e pequeno suficiente para que o método tenha um tempo de resolução competitivo quando comparado aos outros métodos metaheurísticos.

- RECOZIMENTO SIMULADO (*Simulated Annealing - SA*)

Este método Metaheurístico se baseia no processo de recozimento que ocorre nos processos metalúrgicos e faz, portanto, uma analogia aos cristais que crescem com a diminuição da temperatura durante o processo de recozimento. Em um recozimento controlado é possível resfriar o metal de tal maneira que um cristal simples possa ser obtido, o que corresponde encontrar o mínimo local de resfriamento. Na otimização pelo Método SA o método de busca local aceita movimentos de piora, ou seja, pode-se elevar novamente a temperatura de recozimento. A probabilidade de se aceitar este movimento de piora diminui quando a temperatura está baixa, comportando-se desta maneira como o Método da Descida.

- ALGORITMOS GENÉTICOS (*Genetic Algorithm - GA*)

Assim como o Método de Recozimento Simulado, o Método de Otimização por GA é classificado como sendo um método Metaheurístico, ou seja, possui uma forte característica de não oferecer uma solução até que se encontre uma solução

ótima global, analisando todo o espaço de soluções. Uma característica marcante do método GA é que os indivíduos do espaço de solução são combinados uns com os outros, de acordo com o número de aptidão de cada um. Quanto maior for este número maior será a probabilidade deste indivíduo transmitir suas informações e, com isso, gerar indivíduos cada vez mais fortes. É um método que utiliza apenas informações de custo e recompensa não requerendo assim nenhuma informação adicional para dar suporte nas tomadas de soluções.

O método de Otimização em GA são fáceis de serem implementados em computadores e não requerem um conhecimento apurado de cálculo numérico. Funcionam tanto como parâmetros contínuos quanto como discretos, além de serem facilmente hibridizados com outras técnicas de otimização. Sabe-se que, quando se tem uma ampla população a ser analisada, é comum que os métodos tradicionais de otimização não considerem, depois de várias iterações e movimentações, aquela região no espaço onde promissoras soluções estão distantes de outras também com grande potencial de solução, encontrando nestes casos o ótimo local. O método de GA possui, como dito anteriormente, a vantagem de conseguir observar regiões distintas no espaço de solução simultaneamente, dificultando a ocorrência de ótimos locais.

Yeh, Chang e Chiu [37] mostram a maximização da performance de um *muffler* de 2V através dos métodos de otimização por GA e por SA. A conclusão deste trabalho é que, para a otimização dos mesmos parâmetros iniciais (espaço de soluções) o método de otimização de GA é superior ao SA.

O método de otimização por GA será, portanto, utilizado nesta dissertação por ser um método robusto, fazendo um balanço entre eficiência (rapidez na resolução do problemas), eficácia (convergência para a solução global) e fácil adaptação em problemas em geral.

5.2 Conceitos Básicos do Método de Otimização por Algoritmos Genéticos

Teoricamente, o método de Algoritmos Genéticos traça um paralelo com a evolução biológica e são baseadas na Teoria da Seleção Natural de Darwin. Os conceitos de otimização pelo Método de GA foi formalizado por Holland [38] e seus alunos em 1975, estendido para a otimização funcional por De Jong [39] e popularizado por David Goldberg [40]. Envolve o uso de estratégias de pesquisa de otimização originadas depois da noção Darwiniana de seleção natural e evolução, utilizando de conceitos desta evolução como genes, mutação, pais, cruzamento e cromossomos para que, durante a otimização, um conjunto de soluções triviais seja escolhido e testado em uma solução ótima.

Conforme relatado por Arora [41], o método de GA funciona como um processo de evolução utilizando de um procedimento de busca em um espaço das soluções potenciais para aquele problema. Um bom procedimento de busca requer um equilíbrio entre a procura das melhores soluções na região que se apresenta como promissora e bastante intensa com a procura de outra região no espaço das soluções, diversificando e fortalecendo ainda mais as soluções descendentes. O processo é continuado até que um critério de parada seja satisfeito ou o número de operações exceda um limite especificado.

As principais características que diferenciam o método de otimização por GA dos demais métodos de otimização convencionais são:

- Parâmetros: os algoritmos genéticos trabalham com uma codificação do conjunto de parâmetros e não com os parâmetros propriamente, logo utilizam parâmetros contínuos e discretos ou ainda uma combinação entre eles;
- Número de soluções: os algoritmos genéticos trabalham com uma população de indivíduos (representando um conjunto de soluções) e não com uma única solução;
- Avaliação das soluções: os GA's utilizam informações de custo ou recompensa penalizando ou premiando determinadas características das soluções e não derivadas ou outro conhecimento para auxiliar;

Claro que, tendo a metodologia dos GA's baseado nos fundamentos básicos da Evolução Biológica, a própria terminologia biológica é de grande importância para um melhor entendimento das etapas evolutivas e completo funcionamento dos algoritmos genéticos. Seguem os principais termos utilizados:

- Cromossomo: uma coleção de genes formando uma estrutura de dados que representa uma determinada característica da solução ou até mesmo uma possível solução;
- Gene: característica particular de um cromossomo que codifica um simples parâmetro do problema. O cromossomo é composto por um ou mais genes. Conforme Arora [41], em termos matemáticos, gene é o termo utilizado para representar um componente escalar, um vetor, por exemplo;
- Alelo: valor que determinado gene pode assumir;
- Locus: determina a posição do gene no cromossomo;
- Genótipo: Na Biologia é caracterizado por conter a genética do organismo. É a estrutura que codifica uma solução e representa a informação contida no cromossomo. Um genótipo pode ser formado por um ou mais cromossomos

- Fenótipo: É o cromossomo decodificado ou o significado da estrutura construído a partir do genótipo. O genótipo é a informação e o fenótipo é o resultado manifestado;
- *Fitness*: Significa aptidão. O quanto o indivíduo é apto para determinado ambiente, sendo tão mais apto quanto maior for sua nota como solução do problema;
- População: A quantidade finita de indivíduos que compõe a corrente iteração ou espaço de procura da solução, ou seja, representa um grupo de indivíduos com potenciais características de solução;
- Geração: Uma iteração do GA é chamada de geração. Uma geração tem o próprio tamanho da população.

5.3 Fundamentos dos Algoritmos Genéticos

De acordo com Goldberg

, otimização pelo método de GA é uma forma de estratégia do tipo gerar-e-testar, realizando os testes baseados nos parâmetros da evolução biológica. Este método atua sobre uma população fazendo com que esta evolua de acordo com uma função de avaliação, que ocorre a cada iteração até que seja atingido algum critério de parada. O método de otimização por GA inicia com uma população de cromossomos que, gerados aleatoriamente, correspondem à primeira geração de soluções. A próxima geração é alcançada através de três operações básicas: seleção, cruzamento e mutação.

5.3.1 Representação dos Métodos de GA

Para a implementação do método GA é necessário, primeiramente, a criação de uma eficiente representação para as soluções desejadas. Os cromossomos utilizam de cadeias de valores como parâmetros dos problemas de otimização. Segue abaixo alguns exemplos:

- Cadeia de *bits* [0110011001];
- Vetores de reais [3, 1415 1, 2345 5, 62]
- Vetores de inteiros [1 7 5 3 8 2]

A escolha da representação dos indivíduos é fundamental em problemas de GA's, conforme relatado por Mitchell [42], tanto referente ao desempenho como ao processamento posterior. Muitas representações eficientes foram criadas nos últimos tempos, porém a representação binária ainda desponta como uma das mais eficientes e utilizadas, oferecendo

X_1	X_2	X_3	X_4
11000	10011	10101	11100

Figura 5.2: Representação binária de cromossomos utilizados no Método de Algoritmo Genético.

facilidade na obtenção de similaridades e na implementação. A representação binária foi escolhida para ser utilizada neste trabalho.

Para ilustrar melhor esta representação, tem-se exemplificado quatro cromossomos de tamanho $L = 5$, conforme mostrado na Figura 5.2.

5.3.2 Solução Inicial

Utiliza-se uma função aleatória (randômica) para gerar os primeiros indivíduos que irão compor o espaço da solução, fornecendo assim a maior diversidade possível.

Os métodos heurísticos para criação de soluções iniciais podem ser utilizados, porém deve-se ter o cuidado para não gerar indivíduos com cargas genéticas semelhantes, o que pode prejudicar a diversidade no espaço de soluções. A solução inicial, composta pela população inicial pode ser gerada com tendenciosidade para regiões promissoras do espaço de busca.

5.3.3 Avaliação dos Indivíduos

Cada indivíduo no espaço das soluções deve ter uma aptidão associada ao seu nível de qualidade genética, ou seja, um número individual que represente a probabilidade de gerar novos indivíduos mais fortes para determinadas condições. Logo no início do processo deve-se avaliar a aptidão de cada indivíduo através de uma técnica ou função de avaliação. Abaixo são citadas as duas formas mais utilizadas:

- Quando se deseja otimizar uma função matemática, o grau de aptidão de um determinado indivíduo é escolhido como o próprio valor de retorno das funções ao se aplicar como parâmetro a decodificação deste indivíduo.
- Em problemas com muitas restrições, funções baseadas em penalidades são mais comuns, ou seja, quanto menos penalidades, maior grau de aptidão do indivíduo;

A função de avaliação também é chamada de função objetivo ou função de adaptação.

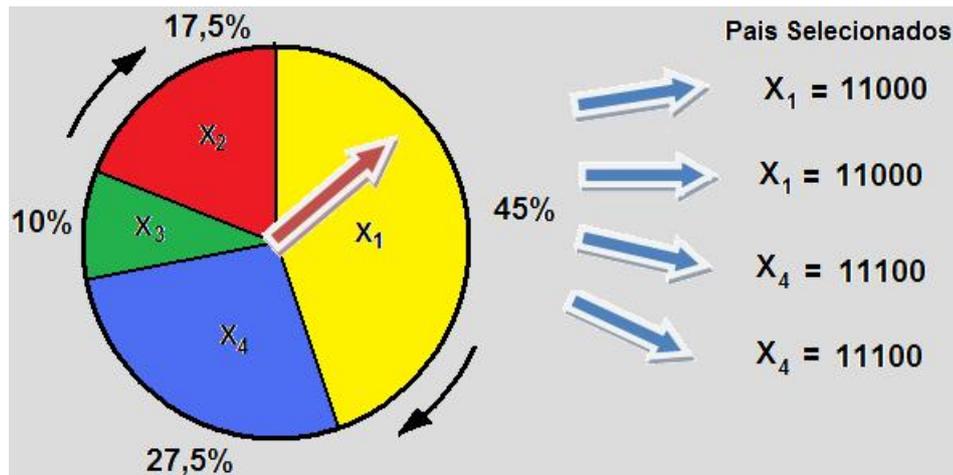


Figura 5.3: Roleta Giratória mostrando que os indivíduos X_1 e X_4 possuem maior aptidão.

5.3.4 Seleção dos Indivíduos

A etapa de seleção é uma imitação da seleção natural de Darwin, onde os indivíduos de maior aptidão são selecionados para que ocorram as novas gerações de indivíduos através de cruzamento e mutação. Uma seleção irá utilizar de um tipo de seleção potente para que a probabilidade individual seja obtida através da performance que cada indivíduo representa no espaço de soluções e, assim sendo, aqueles que apresentam maiores valores possuam maior chance de serem escolhidos. A seleção encaminha o método de otimização por GA para as melhores regiões de espaço de busca.

- Seleção Determinística (Brindle 1979);
- Seleção por Roleta Giratória (Holland 1975);
- Seleção por Torneio (Wetzel 1983);
- Seleção Uniforme (Backer 1985);

Seleção por Roleta Giratória - (*Roulette Wheel*)

Na seleção por Roleta Giratória os indivíduos (cromossomos) terão tamanhos de fatias na roleta, proporcionais ao seu nível de aptidão, ou seja, indivíduos com maior aptidão terão maior probabilidade de serem selecionados para cruzamento. Para a geração de uma nova população basta girar a roleta na quantidade de vezes necessária até se alcançar o número de indivíduos desejados. Pode ocorrer repetições. Após varias gerações os indivíduos com menor aptidão serão excluídos. A Figura 5.3 mostra os indivíduos com maior aptidão, ou seja, com maior área (fatia) na roleta e que possuem maior probabilidade de transmitir suas informações para os descendentes.

O método de seleção por Roleta Giratória será utilizada nesta dissertação.



Figura 5.4: Cruzamento entre dois cromossomos com um único ponto de corte.



Figura 5.5: Cruzamento entre dois cromossomos com dois pontos de corte.

5.3.5 Cruzamento (*Crossover*)

O Cruzamento possibilita a troca da carga genética (informações contidas através dos genes) entre os indivíduos, que será representado em formato de *bits*. Com isso torna-se um poderoso mecanismo de recombinação de soluções. Os pontos de troca de informação entre os pares de cromossomos são escolhidos aleatoriamente e podem ser classificados conforme mostrado abaixo:

- CRUZAMENTO COM CORTE EM UM PONTO (*1PX*)

Corte em um ponto significa a posição no cromossomo onde ocorrerá uma única divisão para que o código genético de uma parte do par seja cruzado com a outra parte do seu par e, portanto, quatro partes serão formadas e cruzadas. A posição do corte é escolhida de forma aleatória. A Figura 5.4 mostra o cruzamento com corte em um ponto. Os novos indivíduos descendem de Y^1 (pais - cromossomo Y de primeira geração), ou seja, tornam-se Y^2 (filhos - cromossomo Y de segunda geração);

- CRUZAMENTO COM CORTE EM DOIS PONTOS (*2PX*)

Similarmente ao cruzamento com corte em um ponto, o cruzamento com corte em dois pontos irá dividir os pares de cromossomos em três partes para cada um, aumentando assim a taxa de cruzamento. Na Figura 5.5 é mostrada como ocorre este cruzamento.



Figura 5.6: Dois pontos de muta o em um mesmo cromossomo.

Timóteo [43] ainda cita outros três importantes métodos de cruzamentos: Cruzamento com múltiplos pontos (MPX), Cruzamento segmentado (SX) e Cruzamento uniforme.

5.3.6 Muta o

Para que não ocorra a estagna o das solu es e perda prematura das informa es, que pode ocorrer no processo de cruzamento, o processo de muta o modifica o valor dos genes dos cromossomos de forma aleatória. No entanto, o número de indivíduos que sofrerão muta o são escolhidos principalmente por método heurísticos, ajudando na diversifica o das solu es. Do ponto de vista funcional, a muta o inverte os valores de 0 para 1 ou vice-versa, conforme mostrado na Figura 5.6. A taxa de muta o não deve ser nem alta nem baixa (aproximadamente 5% da popula o), mas o suficiente para assegurar a diversidade de cromossomos na popula o.

Timóteo [43] cita os principais operadores de muta o:

1. Muta o aleatória (Flip Mutation): cada gene a ser mutado recebe um valor sorteado do alfabeto válido;
2. Muta o por troca (Swap Mutation): são sorteados n pares de genes, e os elementos do par trocam os valores desses genes entre si;
3. Muta o creep: um valor aleatório   somado ou subtraído do valor do gene;

5.3.7 Sobrevivência dos Indivíduos

Nesta etapa, os indivíduos resultantes do processo de cruzamento e muta o formarão a nova popula o segundo a política adotada pelo algoritmo genético. As formas de políticas mais comuns são:

- Os descendentes (filhos) sempre substituem os ancestrais (pais);
- Os descendentes (filhos) substituem os ancestrais (pais) somente se a média do grau de aptidão dos filhos for maior que a média de aptidão dos pais.

A maioria dos algoritmos utiliza o método de sempre substituir os ancestrais pelos descendentes, devido ao fato deste método ajudar a manter a diversidade dos indivíduos.

5.3.8 Condições de Parada

Deve existir um critério de parada bem definido para finalizar a parada do processo de evolução. Seguem abaixo algumas maneiras de se parar o processamento de um algoritmo genético:

- Tempo;
- Número máximo de Gerações;
- Convergência: Porcentagem de genes iguais entre os indivíduos ou número de gerações sem melhoria na função objetivo;

5.4 Exemplo de um Algoritmo Genético Simplificado

Um Algoritmo Genético Simplificado é apresentado abaixo. A Figura 5.7 mostra o diagrama de fluxo para este algoritmo.

- Passo 1 - Gerar o espaço de soluções - Tamanho da população;
- Passo 2 - Identificar o nível de aptidão de cada indivíduo da população;
- Passo 3 - Processo de seleção (Roleta Giratória);
- Passo 4 - Cruzamento e mutação para geração dos filhos;
- Passo 5 - Cálculo de aptidão dos filhos. Os filhos serão inseridos na população sendo que, no reordenamento, os indivíduos menos aptos serão eliminados para dar lugar aos filhos aptos;
- Passo 6 - Critério de parada;
- Passo 7 - Fim: Solução otimizada.

5.5 Otimização Multiobjetivo para Algoritmos Genéticos

Existem muitas aplicações práticas onde o caminho para a solução necessita otimizar duas ou mais funções objetivas ao mesmo tempo. Para estes casos da-se o nome de

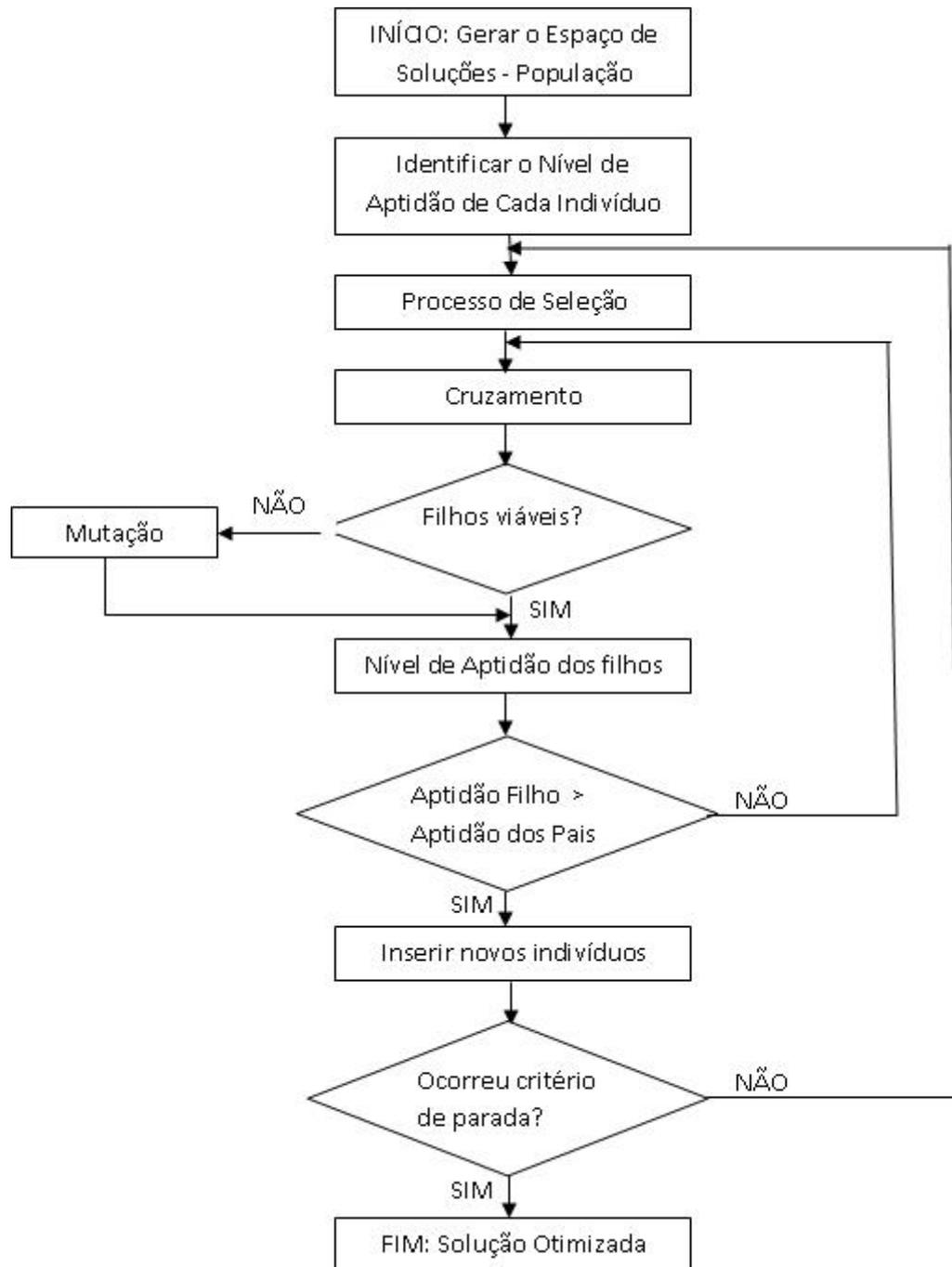


Figura 5.7: Diagrama de fluxo para um Método de Algoritmo Genético Simplificado.

Otimização Multiobjetivo, Multi-Critério ou ainda problemas de Otimização Vetorial. Seguem abaixo dois exemplos práticos da utilização de multifunções para análise:

EXEMPLO 1 - Na compra de um automóvel, algumas variáveis importantes devem ser analisadas:

- 1 - Preço do automóvel;
- 2 - Tamanho do automóvel;
- 3 - Consumo [Km/l]

EXEMPLO 2 A empresa tem que:

- 1 - Maximizar o lucro;
- 2 - Minimizar a emissão de poluentes.

5.5.1 Simples e Múltiplos Objetivos

A otimização com simples objetivo (SOOP - *Single-Objective Optimization Problem*) tem a característica de propiciar uma única solução, com o objetivo de encontrar uma solução viável que represente a solução global da função objetiva levando-se em consideração todas as restrições. A otimização com múltiplos objetivos (MOOP - *Multi-Objective Optimization Problem*) oferece múltiplas soluções sendo que nenhuma delas tem a característica de serem melhores que as demais com relação a todos os objetivos e, portanto, será fornecido um conjunto de soluções ótimas. Para identificar uma informação ótima é necessário recorrer a informações adicionais, denominadas de mais alto nível ou subjetivas, podendo ser informações qualitativas ou experimentais.

5.5.2 Princípios da Otimização Multiobjetivo

É importante traduzir dentro das ótimas soluções aquela mais interessante ou que domine as demais soluções e, para tanto, da-se o nome de Princípio da Dominância para o conjunto de metodologias que regem o estudo e identificação de dominância em otimização multiobjetivo. Quando algumas soluções superam as concorrentes da-se o nome de "soluções não-dominadas" e para as configurações que são superadas por pelo menos uma configuração da-se o nome de "soluções dominadas". Quando uma solução x_1 se mostra estritamente melhor que a solução x_2 , então a relação é denominada de "forte dominância" ou "dominante" ($x_1 \prec x_2$). As soluções são ditas "não-dominadas" quando uma solução é estritamente melhor e ao mesmo tempo pior em relação a pelo menos uma das funções objetivas.

O algoritmo genético para problemas de otimização multiobjetivos tem por finalidade evoluir um conjunto uniformemente distribuído de soluções pertencentes ao conjunto

ótimo de Pareto. Aquelas soluções que são definidas como "não-dominadas" do espaço de solução "S" formam o Conjunto Pareto. As soluções ótimas de Pareto são resultados para um problema de minimização puro. De acordo com Goldberg [40] um ponto A é uma solução não-dominada e pertence à fronteira de Pareto se não existe nenhum outro ponto B , tal que B domine A . Em geral, para cada região viável existe um subconjunto S de soluções não dominadas, também conhecidas como ótimos de Pareto.

5.6 Implementação da Otimização de Filtros Acústicos Utilizando GA

Os modelos numéricos dos *mufflers* de 1V e 2V foram validados experimentalmente através da curva de Perda de Transmissão. A implementação da otimização geométrica dos *mufflers* pelo método dos Algoritmos Genéticos tem sua eficiência demonstrada comparando-se a performance de atenuação dos *mufflers* numéricos validados, que agora são denominados de *mufflers* numéricos referência de 1V e 2V, com os resultados de otimização propostos.

5.6.1 Interface Computacional

Nesta etapa, será utilizado o código comercial *modeFrontier* para a realização do procedimento de otimização. Este pacote comercial apresenta uma série de otimizadores, entre eles:

- SIMPLEX;
- *Bounded Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno* - BFGS (B-BFGS);
- Levenberg-Marquardt;
- Algoritmo Genético Multi-Objetivo (MOGA-II);
- *Simulated Annealing* (MOSA);
- *Particle Swarm*;
- Programação Sequencial Quadrática (NLPQLP).

A metodologia de otimização empregada será o MOGA-II, que requer do usuário apenas a alteração de parâmetros fundamentais, enquanto outros fatores são ajustados automaticamente pelo software, visando alcançar robustez e eficiência durante o procedimento iterativo. O número total de análises será igual ao número de pontos definidos como

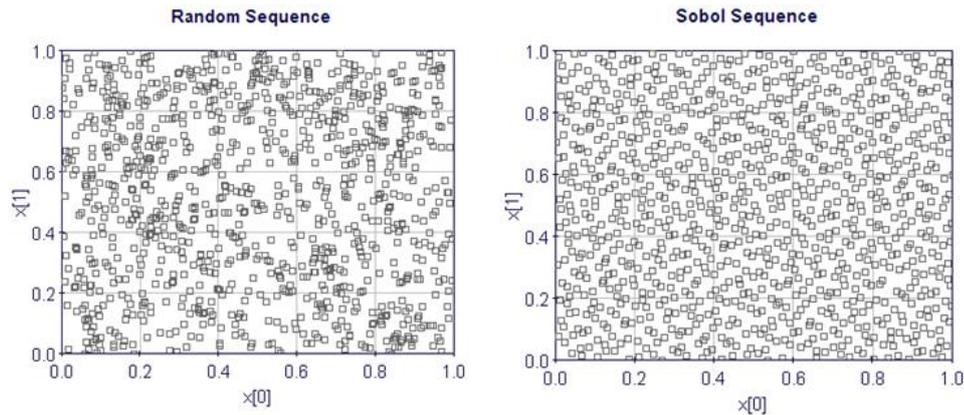


Figura 5.8: Exemplos de geração de população inicial: Métodos Random e SOBOL.

população inicial na etapa de Planejamento dos Experimentos (Design of Experiments - DOE), multiplicado pelo número de gerações.

Na primeira etapa do procedimento a população inicial é gerada através *do Design* de Experimentos, de forma puramente randômica (Método *Random*) ou de forma determinística, imitando o comportamento randômico, porém fazendo uma amostragem uniforme do domínio (Método SOBOL). A Figura 5.8 mostra o comportamento de ambos métodos num domínio simples. O usuário determina, após a escolha do método, o número de indivíduos.

Após a geração da população inicial, define-se os parâmetros gerais no **modeFrontier** do Algoritmo Genético:

1. Número de gerações: define o número de gerações a serem criadas durante o procedimento de otimização;
2. Probabilidade de cruzamento: o cruzamento é um método de recombinação onde os pais produzem descendentes por compartilhamento de informações. O objetivo deste operador é obter indivíduos com melhores características, garantindo a diversidade da população. Este parâmetro varia entre 0 e 1. Se a probabilidade de cruzamento for igual a 1, apenas este operador será utilizado durante a otimização. A procura pelos melhores indivíduos é eficiente, porém, no caso de problemas com elevada não-linearidade, o otimizador pode convergir para soluções ótimas locais. Portanto, recomenda-se o uso de valores entre 0 e 1 para este parâmetro (evitando os extremos), sendo o padrão utilizado de 0,5, podendo-se aumentá-lo ou diminuí-lo dependendo da suavidade da convergência;
3. Probabilidade de seleção: este valor representa a probabilidade da existência de indivíduos que não são alterados durante a evolução. Buscando manter uma boa diversidade entre os pontos, este parâmetro deve ser mantido pequeno. Se seu valor

for igual a 1, nenhuma análise será feita após a avaliação da população inicial. O padrão utilizado é de 0,05, e recomenda-se que não se use valores maiores que 0,2;

4. Probabilidade de mutação: este parâmetro representa a probabilidade de um cromossomo ser randomicamente alterado. Se seu valor for igual a 1, o algoritmo fará uma busca puramente randômica pelos melhores indivíduos. O padrão utilizado é de 0,1. O aumento deste fator pode fazer com que o método transite mais facilmente entre diferentes regiões do domínio, porém a convergência pode se tornar lenta.
5. Elitismo: é uma opção que pode estar habilitada ou desabilitada. Se habilitada, o algoritmo preservará as melhores soluções na próxima geração. O elitismo pode aumentar o desempenho do processo, já que não há riscos de se perder um bom indivíduo durante a evolução, principalmente no início das iterações.

5.6.2 Procedimento para a Otimização dos Mufflers de 1V e 2V

5.6.2.1 Função Objetivo

A otimização com simples objetivo (SOOP - *Single-Objective Optimization Problem*) é aplicado nos casos em estudo, sendo que a função objetivo utilizada para a otimização dos *mufflers* é a Perda de Transmissão. Os *mufflers* de referência apresentam baixa performance na faixa de frequência a partir da frequência de $7k\text{ Hz}$. Foi analisada a otimização na faixa de frequência entre $6k\text{ Hz}$ e $8k\text{ Hz}$, tendo em vista que nesta faixa de frequência existem valores bons e ruins de TL. A proposta é de melhorar a faixa de frequência com resultados ruins de TL e buscar melhorar ainda mais a faixa de frequência que já apresenta bons resultado. Com isto, fica definido a faixa de interesse os quais os *mufflers* de referência de 1V e 2V serão otimizados.

Utiliza-se o somatório dos valores absolutos de todos os incrementos de frequência da faixa de interesse:

$$F_{obj} = G * \left(\sum_{f=6000\text{ Hz}}^{f=8000\text{ Hz}} abs(TL) \right)^{-1} \quad (5.1)$$

com discretização de 10 Hz . A função objetivo é calculada através do código comercial **Virtual.Lab**, a partir de uma análise harmônica, que gera um arquivo com a função calculada requerida pelo **modeFrontier** durante o procedimento de otimização. Nenhuma restrição além da geometria (de parâmetros) foi utilizada no problema. A constante G multiplica o somatório dos valores absolutos dos incrementos de frequência, com o objetivo de mostrar os resultados obtidos em um nível de escala interessante. O resultado da aplicação desta função objetivo na curva de TL é que os valores absolutos naquela

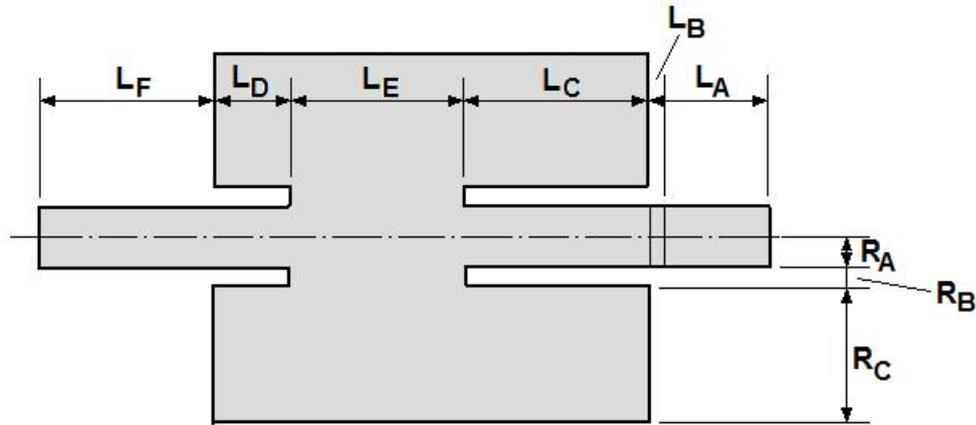


Figura 5.9: Variáveis da otimização para o *muffler* de 1V.

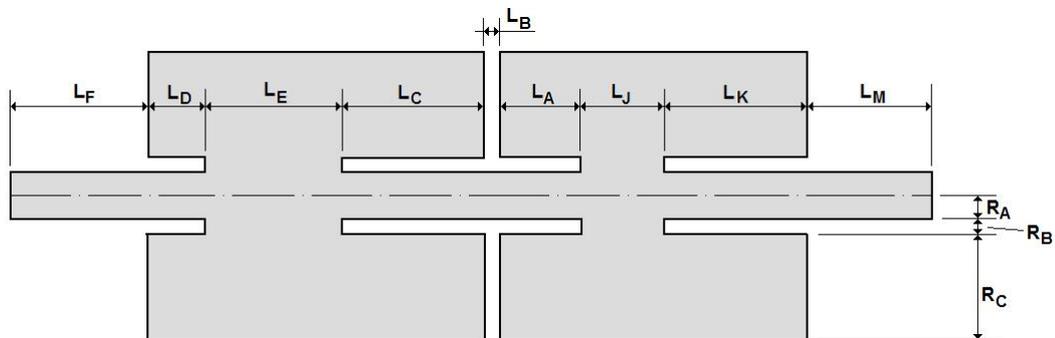


Figura 5.10: Variáveis da otimização para o *muffler* de 2V.

faixa de frequência de interesse sejam otimizados com ganhos na atenuação do *muffler* otimizado. O que será observado adiante nos gráficos comparativos dos resultados de TL entre os *mufflers* de referência e otimizados é que alguns picos na curva de atenuação do *muffler* otimizado, na faixa de frequência de interesse, estão com os níveis de amplitude menores que aqueles apresentados pela curva de TL do *muffler* de referência, pois a função objetivo F_{obj} oferece o resultado integrado dos valores absolutos de todos os incrementos naquela faixa de interesse. Como o resultado esperado é a minimização da pressão sonora transmitida, o índice -1 é aplicado para que a curva de TL seja maximizada.

5.6.2.2 Parametrização da Geometria dos *Mufflers*

As variáveis do procedimento de otimização são os parâmetros geométricos dos filtros acústicos: diâmetros e comprimentos de tubos e volumes, afastamento entre os tubos e posicionamento do afastamento. As Figuras 5.9 e 5.10 a Tabela 5.1 apresentam os parâmetros utilizados na otimização, bem como seus limites mínimos e máximos (restrições paramétricas industriais).

As geometrias dos filtros foram confeccionadas através do software *MSC Patran*, as quais podem ser geradas a partir de um arquivo de texto, facilitando o procedimento

Tabela 5.1: Limites máximos e mínimos (em *mm*) dos parâmetros utilizados na otimização.

Variável	1 Volume			2 Volumes		
	Valor original	Valor mínimo	Valor máximo	Valor original	Valor mínimo	Valor máximo
La	17.0	2.0	40.0	17.0	2.0	40.0
Lb	3.0	Fixo	fixo	3.0	Fixo	fixo
Lc	29.5	1.0	40.0	29.5	1.0	34.0
Ld	12.0	1.0	40.0	12.0	1.0	34.0
Le	28.5	2.0	70.0	28.5	2.0	68.0
Lf	28,5	2.0	70.0	28,5	2.0	60.0
Lj	-	-	-	17.5	2.0	30.0
Lk	-	-	-	29.5	1.0	40.0
Lm	-	-	-	55.5	20.0	60.0
Ra	5.0	2.0	12.0	5.0	2.0	12.0
Rb	3.0	fixo	fixo	3.0	fixo	fixo
Rc	22.0	5.0	50.0	22.0	5.0	50.0
Rc2	-	-	-	22.0	5.0	50.0

de parametrização. O usuário do *modeFrontier* associa as entradas numéricas deste arquivo, referentes aos parâmetros geométricos, às variáveis do problema de otimização. A cada iteração é gerado um novo arquivo de entrada do **MSC Patran**, atualizando as variáveis.

5.6.2.3 Interface Otimizador x Softwares.

O procedimento de otimização através do software *modeFrontier* é organizado através de diagramas de blocos. Existem:

- Blocos de otimização: definem a população inicial e os parâmetros de otimização;
- Blocos de variáveis: definem as variáveis de entrada;
- Blocos de processo: definem, através de comandos MSDOS, a abertura dos *softwares* responsáveis pelo cálculo da função objetivo (e restrições se necessário);
- Blocos de resultados: armazenam os dados de saída dos *softwares* de simulação (função objetivo e restrições);
- Blocos de objetivo: aplicação de minimização ou maximização sobre os blocos de resultados.

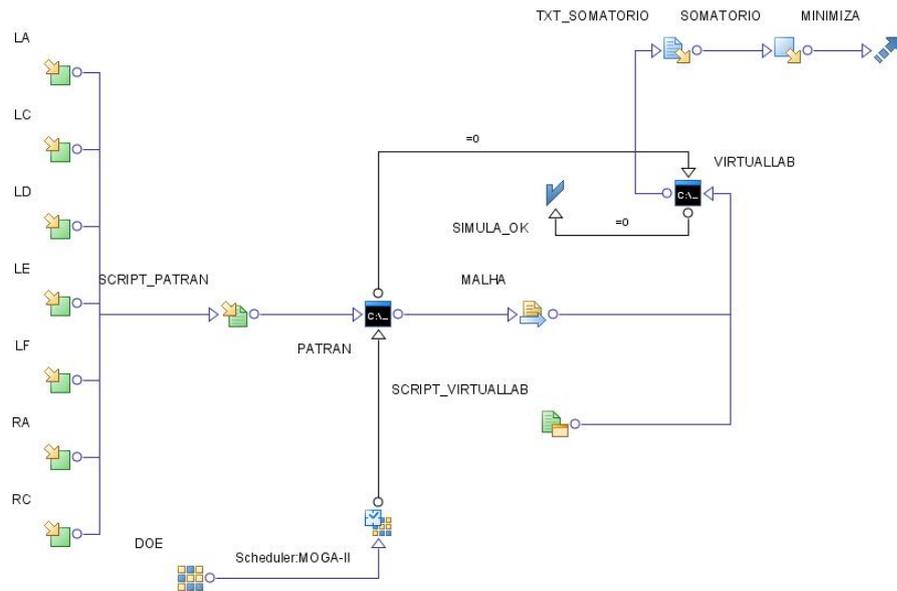


Figura 5.11: Organização do procedimento de otimização no modoFrontier.

A Figura 5.11 apresenta um esquema do funcionamento dos digramas de bloco para o *muffler* de 1V.

O procedimento de otimização utilizado no modoFrontier pode ser assim descrito:

1. Define-se a população inicial (DOE);
2. Os parâmetros do algoritmo genético são definidos (MOGA-II);
3. As variáveis são definidas, incluindo seus limites mínimos e máximos;
4. O arquivo de entrada para o gerador de malha (**MSC Patran**) é associado às variáveis;
5. Este arquivo de entrada é direcionado ao software gerador de malhas (**MSC Patran**), que inicia a operação através do MS-DOS;
6. Ao encerrar, o gerador fornece a malha atualizada do *muffler* através de um arquivo de texto;
7. Este arquivo com a malha é direcionado ao *software* de elementos finitos (**Virtual.Lab**). Um arquivo auxiliar com os comandos referentes à análise numérica também é vinculado a este;
8. Ao encerrar a análise, o **Virtual.Lab** gera um arquivo de texto com o valor da função objetivo;
9. Este arquivo é associado a uma variável, que deve ser minimizada.

Todo o procedimento ocorre iterativamente.

5.6.3 Parâmetros da Otimização

Considerando-se a otimização do filtro acústico de dois volumes, temos o número máximo de onze variáveis, que são os comprimentos L 's e raios R 's das seções circunferenciais dos tubos e dutos. Cada variável será representada como um gene binário, a fim de facilitar o procedimento de cruzamento e mutação do Algoritmo Genético. Portanto, cada geometria passa a ser representada por onze genes que, conectados, formam o cromossomo. As variáveis de comprimento L têm possibilidade de variar 0,5 mm dentro dos limites mínimos e máximos, enquanto as variáveis de raio R variam 0,1 mm. Serão utilizados trinta indivíduos em cada nova geração, número que permite uma boa amostragem do domínio e que torna viável o tempo total de processamento. A geração da população inicial foi realizada através do método SOBOL. Será utilizado um número máximo de cem gerações, porém o procedimento de otimização é interrompido após verificar convergência.

Inicialmente, foram utilizados os valores padrão para os parâmetros evolutivos do Algoritmo Genético, mostrados abaixo:

- Probabilidade de cruzamento: 0,5;
- Probabilidade de seleção: 0,05;
- Probabilidade de mutação: 0,1;
- Elitismo: desativado.



Figura 5.12: Iterações para o *muffler* de 2V utilizando-se os valores padrões do GA.

Porém, observando-se os gráficos da evolução da otimização para os dois filtros acústicos estudados, nota-se que a utilização dos valores padrão para os parâmetros do GA torna a convergência lenta, além de apresentar grandes variações ao longo do processo.

Na Figura 5.12 tem-se este gráfico para o *muffler* de 2V, como exemplo, apresentando o histórico da convergência ao longo das iterações. Nota-se que a otimização não converge dentro do limite de cem iterações. Alguns pontos apresentam bom desempenho ao longo do histórico, porém o resultado ótimo seria alcançado com a inserção de mais iterações ao processo. O tempo de processamento seria impraticável desta forma, com cem iterações tem-se o resultado de 19 horas de trabalho computacional. Com o objetivo de melhorar este comportamento, os parâmetros do algoritmo genético foram alterados para:

- Probabilidade de cruzamento: 0,5;
- Probabilidade de seleção: 0,05;
- Probabilidade de mutação: 0,05;
- Elitismo: ativado.

O parâmetro de mutação foi reduzido, de forma que o algoritmo não disperse demasiadamente os indivíduos dentro do domínio de trabalho. Além disto, o elitismo foi ativado de forma a armazenar sempre o melhor indivíduo de cada geração, com objetivo de melhorar o desempenho do processo (garantindo que os melhores designs continuem nas próximas gerações, possibilitando seu cruzamento, mutação e seleção). As Figuras 5.13 e 5.14 apresentam a evolução das iterações para os *mufflers* de um e dois volumes, respectivamente, após a alteração dos parâmetros do algoritmo. Como resultado tem-

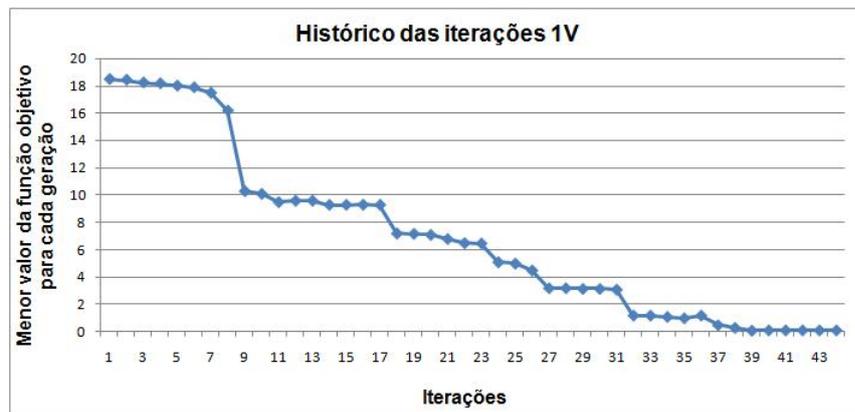


Figura 5.13: Iterações para o *muffler* de 1V utilizando-se os valores dos parâmetros modificados do GA.

se a melhora na evolução das iterações ao longo do processo de otimização para os dois *mufflers*, dados os motivos apresentados anteriormente. Ao final das otimizações, tem-se a redução em 99,35% na função objetivo da otimização do filtro de um volume, e de 99,95% na função objetivo da otimização do filtro de dois volumes. As Figuras 5.15 e 5.16 mostram as curvas de Perda de Transmissão dos dois *mufflers* e na Tabela 5.2 a comparação entre as geometrias dos *mufflers* de referência e otimizados de 1V e 2V.



Figura 5.14: Iterações para o *muffler* de 2V utilizando-se os valores dos parâmetros modificados do GA.

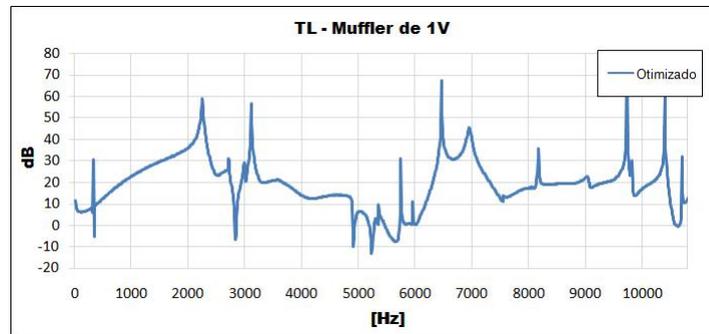


Figura 5.15: TL para o muffer otimizado de 1V.

5.6.4 Análise de Sensibilidade

Nesta etapa do trabalho, serão inseridas perturbações geométricas às variáveis que definem o modelo dos filtros acústicos. Este tipo de análise é realizada devido às tolerâncias de fabricação, que podem descaracterizar (dependendo das tolerâncias) a resposta final do componente. Para os comprimentos, serão somados valores aleatórios entre $-0,5\text{ mm}$ e $0,5\text{ mm}$, enquanto que para os raios, serão adicionados valores aleatórios entre $-0,1\text{ mm}$ e $0,1\text{ mm}$. Utiliza-se neste procedimento 100 vetores de perturbação, que são somados

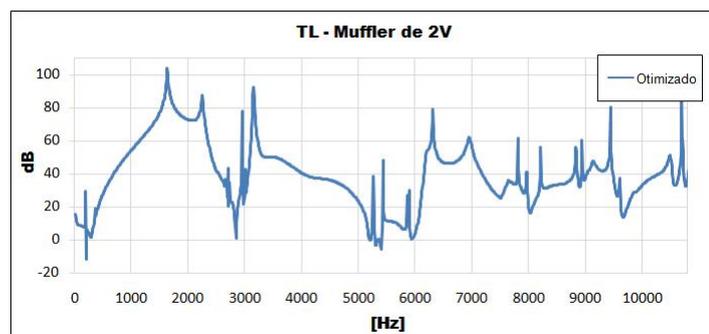


Figura 5.16: TL para o muffer otimizado de 2V.

Tabela 5.2: Comparação entre os parâmetros de referência e os otimizados.

1V		2V	
Referência	Otimizado	Referência	Otimizado
LA = 17,0	LA = 30,6	LA = 17	LA = 30,6
LB = 3,0	LB = 3,0	LB = 3,0	LB = 3,0
LC = 29,5	LC = 23,6	LC = 29,5	LC = 24,1
LD = 12,0	LD = 23,6	LD = 12,0	LD = 24,1
LE = 28,5	LE = 10,0	LE = 28,5	LE = 10,0
LF = 28,5	LF = 39,4	LF = 28,5	LF = 36,9
RA = 5,0	RA = 5,0	LJ = 17,5	LJ = 10,0
RB = 3,0	RB = 3,0	LK = 29,5	LK = 16,6
RC = 22,0	RC = 12,0	LM = 28,5	LM = 40,6
		RA = 5,0	RA = 4,6
		RB = 3,0	RB = 3,0
		RC = 22,0	RC* = 13,0/18,0

ao vetor de parâmetros geométricos dos filtros acústicos otimizados. Nas Figuras 5.17 e 5.18 temos os valores máximos e mínimos encontrados para a função de desempenho após todas as perturbações serem inseridas às geometrias. A perturbação dos parâmetros

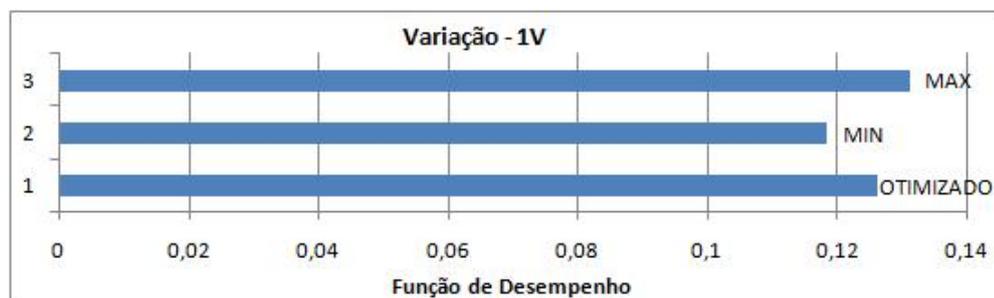


Figura 5.17: Valores mínimos e máximos para a função de desempenho para o *muffer* otimizado de 1V.

geométricos dentro das tolerâncias estabelecidas altera muito pouco o comportamento dos filtros acústicos otimizados. A variação dos comprimentos e diâmetros não é suficiente para a alteração significativa das frequências de ressonância, nem para a ocorrência de fortes diferenças de impedância devido às diferenças de diâmetro entre os tubos e os volumes. As Figuras 5.19 e 5.20 mostram 10 curvas (das 100) de Perda de Transmissão, dentro do região de análise de sensibilidade para os dois *muffers* otimizados.

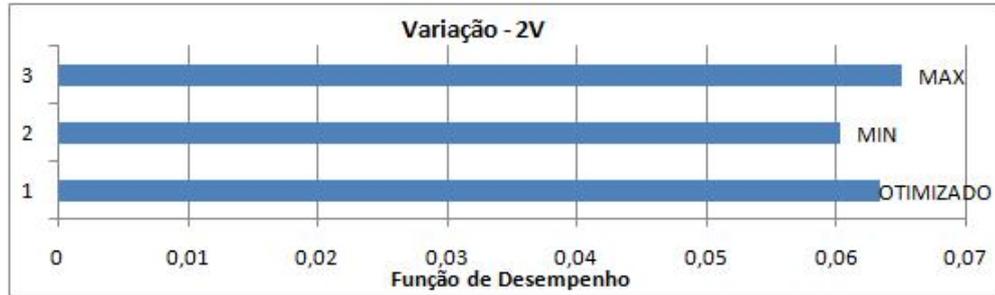


Figura 5.18: Valores mínimos e máximos para a função de desempenho do *muffer* otimizado de 2V.

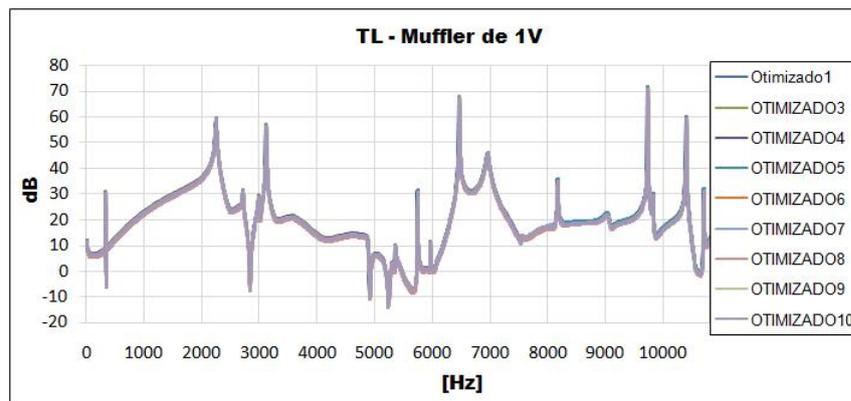


Figura 5.19: Curvas de TL muito próximas nas análises de sensibilidade para o *muffer* de 1V.

5.6.5 Mufflers de 1V e 2V

As curvas de TL obtidas após a otimização das geometrias mostraram-se satisfatórias, com ganhos entre 15–20 dB nas regiões de interesse. Ocorreu que em detrimento do ganho da performance em altas frequências, o Algoritmo Genético penalizou as frequências mais baixas aumentando os tubos de entrada e saída para que os modos acústicos dos mesmos não prejudicassem tanto a performance nas altas frequências. Fica evidente também que os comprimentos dos tubos e volumes foram aproximados para forçar a ocorrências de anti-ressonâncias e uma menor concentração de modos acústicos na faixa de interesse.

As geometrias dos *mufflers* otimizados estão mostrados nas Figuras 5.21 e 5.22. Os resultados da performance dos mufflers otimizados em comparação com os de referência estão mostrados nas Figuras 5.23 e 5.24.

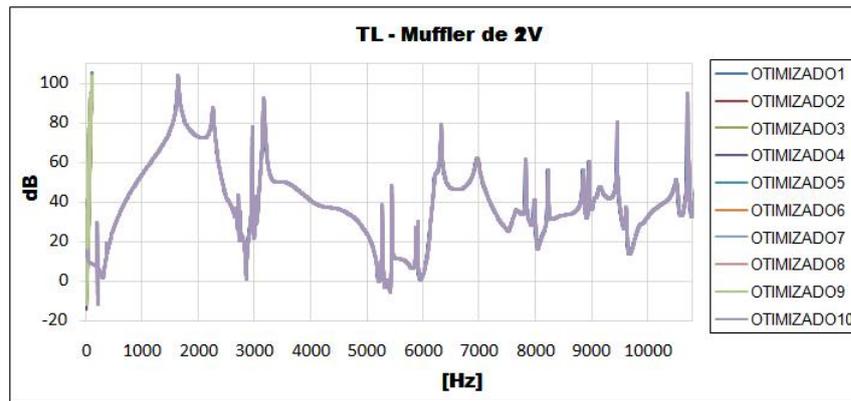


Figura 5.20: Curvas de TL muito próximas nas análises de sensibilidade para o *muffler* de 2V.

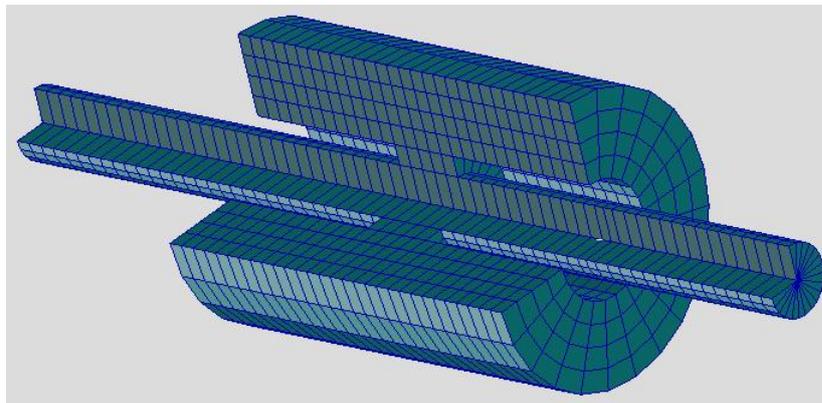


Figura 5.21: Vista em corte da malha referente ao fluido contido no *muffler* otimizado de 1V.

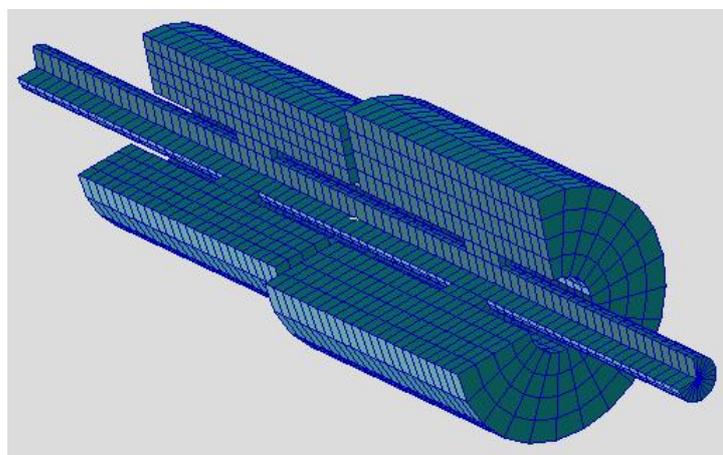


Figura 5.22: Vista em corte da malha referente ao fluido contido no *muffler* otimizado de 2V.

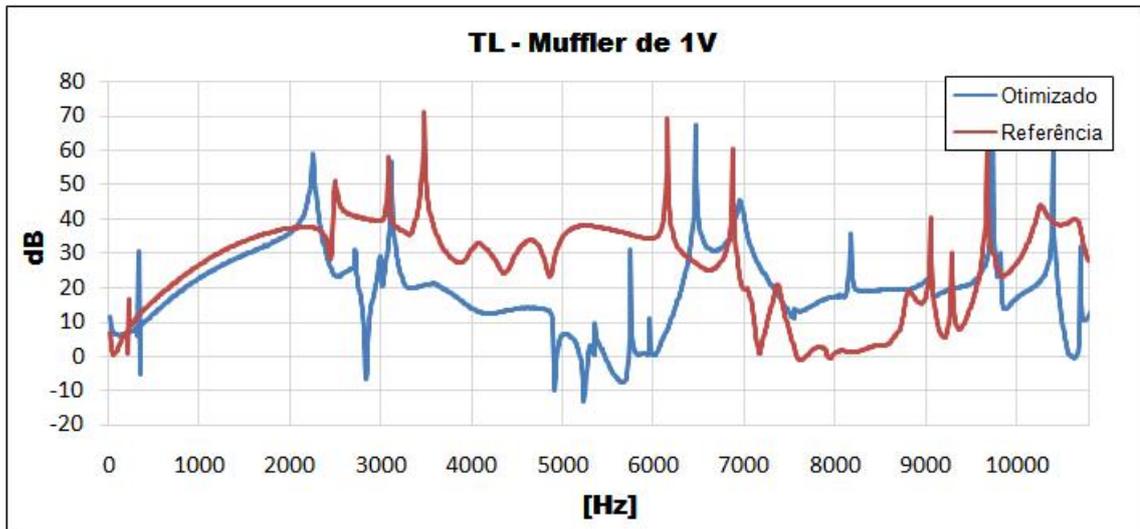


Figura 5.23: Comparação entre os *mufflers* otimizado e de referência de 1V.

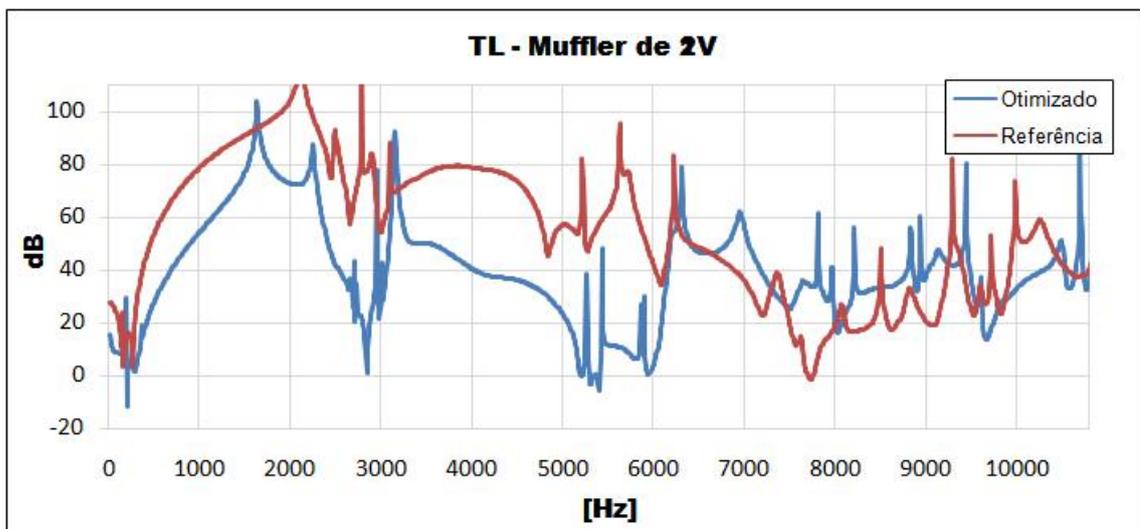


Figura 5.24: Comparação entre os *mufflers* otimizado e de referência de 2V.

6 Conclusões

Esta dissertação teve como objetivo otimizar a performance acústica de filtros acústicos reativos do tipo *muffler* através de uma técnica de otimização e modelamento numérico. A medição da performance acústica dos mufflers através do método de Perda de Transmissão com o auxílio da Técnica das Duas Fontes mostrou-se robusta e apresentou resultados satisfatórios que puderam validar o *muffler* numérico através de resultados experimentais, indicando ser uma boa técnica alternativa quando uma terminação anecoica satisfatória não é representada em uma bancada experimental. Comparando as curvas de $H(f)$ das configurações *A* e *B* com as curvas de TL pôde ser observado que a Técnica das Duas Fontes desconta a parcela da pressão sonora refletida no Ponto 1 além de compensar, com a mudança das fontes de posição, a variação de impedância nas extremidades dos tubos de saída proveniente das ondas refletidas de origem externa.

O Método FEM mostrou-se muito superior ao Método BEM no tempo do processamento dos cálculos (aproximadamente 10 vezes) para a mesma geometria de *mufflers* com tamanho de elementos da malha semelhantes e, tendo em vista que a geometria dos *mufflers* são relativamente simples optou-se por se utilizar o método FEM como método numérico na predição das performances acústicas. O código comercial **modeFrontier** mostrou-se uma ferramenta bastante eficiente e prática, oferecendo uma boa quantidade de otimizadores e uma excelente interface intuitiva entre otimizador e *software*.

O método de Algoritmo Genético foi escolhido como método de otimização por oferecer bons resultados otimizados com relativa facilidade no modelamento e implementação. Estas qualidades se comprovaram tendo em vista que a convergência dos resultados para a solução ótima aconteceram rapidamente, mudando-se apenas uma única vez os parâmetros evolutivos, fornecendo uma expressiva redução na função objetivo da otimização tanto para os *muffler* de $1V$ quanto para o de $2V$. Os resultados de performance dos *mufflers* de $1V$ e $2V$ apresentaram baixa relação de sensibilidade para as tolerâncias informadas, indicando que no processo produtivo as variações dimensionais não devem resultar em diferenças no rendimento da performance desejada, tanto no domínio da frequência quanto em amplitude de atenuação. Nas faixas de frequência de interesse os ganhos na performance acústica ficaram em torno de $15 - 20 \text{ dB}$ mesmo sendo regiões

onde a concentração de modos acústicos tende a ser elevada.

Como trabalhos futuros seria interessante utilizar funções de múltiplos objetivos (MOOP) para oferecer múltiplas soluções com o objetivo de minimizar a penalização de outras regiões do espectro de frequência em detrimento do ganho na performance nas regiões de interesse, ou seja, fornecer um conjunto de ótimas soluções. Como os *muffler* reativos dependem basicamente da parcela da onda que é refletida devido a geometria do sistema, sugere-se um estudo das variações de secções transversais para um mesmo elemento, por exemplo tubo, variações dos posicionamentos dos tubos no interior dos volumes ou ainda diferentes geometrias de volumes e tubos. A utilização de outros métodos de otimização com o objetivo de comparar a eficiência de suas soluções, tempo de processamento e complexidade de desenvolvimento com aqueles fornecidas pelo método de algoritmo genéticos deve fornecer importantes metodologias para evolução da resolução de otimização em *mufflers* passivos do tipo reativo.

Referências

- [1] MORSE, Philip M.. *The Transmission of Sound Inside Pipes*. **The Acoustical Society of America**, Cambridge, p. 205-210. 7 ago. 1939.
- [2] CREMER, L.. *Theory of Attenuation of Airbone Sound in a Retangular Duct with Sound-Absorbing Walls and the Maximum Achievable Attenuation*. **Acustica**, Munchen, p. 249-263. 10 fev. 1953.
- [3] DAVIS, Don D. et al. *Theoretical and Experimental Investigation of Mufflers with Comments on Engine Exhaust Design*. Langley Field: Naca Report, 1954. 1192 p.
- [4] MUNJAL, Manchar Lal. *Acoustics of Ducts an Mufflers with Application to Exhaust an Ventilation System Design*. Toronto: Wiley-interscience, 1987.
- [5] BERANEK, Leo L.; VÉR, István L.. *Noise and Vibration Control Engineering: Principles and Applications*. New York: Wiley-interscience, 1992.
- [6] FAHY, Frank J.. *Foundations of Engineering Acoustics*. London: Academic Press, 2001. 443 p.
- [7] BORGNAKKE, Claus; WYLEN, Gordon J. Van; SONNTAG, Richard. **Fundamentos da Termodinâmica**. 6. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2003. 577 p.
- [8] BLACKSTOCK, David T.. *Fundamentals of Physical Acoustics*. 6. ed. New York: Wiley-Interscience, 2000. 560 p.
- [9] PIERCE, Allan D.. Acoustics: *An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. New York: Acoustical Society Of Amer, 1989. 678 p.
- [10] TAO, Z.; SEYBERT, A.F.. *A Review of Current Techniques for Measuring Muffler Transmission Loss*. **SAE Transaction: Journal of Passenger Cars Mechanical Systems**, New York, p. 2096-2100. 16 jan. 2003.
- [11] SEYBERT, A. F.. *Two-Sensor Methods for the Measurement of Sound Intensity and Acoustic Properties in Ducts*. **Journal Acoustical Society Of America**, Lexington, p. 2233-2239. 01 jun. 1988.
- [12] AUCKLAND, The University Of. **FEM/BEM notes**. Auckland: Bioengineering Institute The University Of Auckland, 2005.
- [13] BREBBIA, C. A.; WROBEL, L. C.; TELLES, J. C. F.. *Boundary Element Techniques: Theory and Applications in Engineering*. Berlin: Springer-Verlag, 1984. 464 p.

- [14] YOUNG, Cheng-I. James; CROCKER, Malcolm J.. Prediction of Transmission Loss in Mufflers by the Finite Element Method. **Journal Of The Acoustical Society Of America**, New York, p. 144-148. 20 jan. 1975.
- [15] CHENG, C. Y. R.; SEYBERT, A. F.; WU, T. W.. *A Multidomain Boundary Element Solution for Silencer and Muffler Performance Prediction*. **Journal Of Sound And Vibration**, Lexington, p. 119-129. 28 jun. 1991
- [16] JI, Zhenlin; MA, Qiang; ZHANG, Zhihua. *Application of the Boundary Element Method to Predicting Acoustic Performance of Expansion Chamber Mufflers with Mean Flow*. **Journal Of Sound And Vibration**, London, p. 57-71. 26 maio 1994.
- [17] KIMURA, Marcio Rogerio Maebara. **Medição e Simulação Acústica de Silenciadores Veiculares**. 1995. 110 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1995.
- [18] CORDENONSI, Andre Zanki. **Ambientes, Objetos e Dialogicidade : Uma Estratégia de Ensino Superior em Heurísticas e Metaheurísticas**. 2008. 189 f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.
- [19] MEHDIZADEH, Omid Z.; PARASCHIVOIU, Marius. *A Three-Dimensional Finite Element Approach for Predicting the Transmission Loss in Mufflers and Silencers with No Mean Flow*. **Applied Acoustics**, New York, p. 902-918. 01 ago. 2005.
- [20] PANIGRAHI, S. N.; MUNJAL, M. L.. *A Generalized Scheme for Analysis of Multifarious Commercially Used Mufflers*. **Applied Acoustics**, London, p. 660-681. 12 jun. 2006.
- [21] PATRAN, MSC. **Patran 2001(r2) - Release Guide**. Santa Ana: MSC.Software Corporation. 2001. 180 p.
- [22] MODEFRONTIER, **modeFRONTIER User Manual 3.2.0**. ESTECO srl, 2008.
- [23] MATHWORKS, The. **MATLAB 7 - Getting Started Guide**. Natick, 2009.
- [24] LENZI, A. **Medições Acústicas - Instrumentação**. Apostila de aula da disciplina Métodos Experimentais em Acústica e Vibração, 2000.
- [25] COOK, Robert D. et al. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. 4. ed. Hoboken: Wiley, 2001. 784 p.
- [26] BETTS, Juan Fernando. **Finite Element Study of Plane Wave Acoustic Phenomena in Ducts**. 1998. 69 f. Thesis (Master Of Science) - Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, 1998.
- [27] ZIENKIEWICZ, O. Z.; TAYLOR, R. L.. **The Finite Element Method: The Basis**. 5. ed. Woburn: Butterworth-heinemann, 2000. 681 p.
- [28] RAO, Singiresu S.. **The Finite Element Method in Engineering**. 4. ed. Burlington: Butterworth-heinemann, 2004. 688 p.
- [29] BATHE, Klaus-jurgen. **Finite Element Procedures**. 2. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996. 1037 p.

- [30] LIMA, Key Fonseca de. **Análise Numérica e Experimental de Silenciadores Veiculares**. 2001. 182 f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2001.
- [31] BAZARAA, Mokhtar S.; SHERALI, Hanif D.; SHETTY, C. M.. **Nonlinear Programming: Theory and Algorithms**. 2. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 1979.
- [32] VANDERPLAATS, Garret N.. **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: With Applications**. New York: Mcgraw-hill College, 1984.
- [33] FLETCHER, R.. **Practical Methods of Optimization**. 2. ed. New York: Wiley-Interscience, 1984.
- [34] LUENBERGER, David G.. **Linear and Nonlinear Programming**. 2. ed. Norwell: Addison-wesley, 1984.
- [35] BLAND, R. G.; GOLDFARB, D.; TODD, M. J.. The Ellipsoid Method-A Survey. **Operations Research, London, p. 1039-1091. 06 jun. 1981.**
- [36] WAN, Guohua; YEN, Benjamin P.. **Tabu Search for Single Machine Scheduling with Distinct Due Windows and Weighted Earliness/Tardiness Penalties. European Journal Of Operational Research, London, p. 271-281. 16 out. 2002.**
- [37] CHANG, Y.C.; YEH, L. J.; CHIU, M.C.. **Application of Genetic Algorithm to the Shape Optimization of a Constrained Double-Chamber Muffler with Extended Tubes. Journal Of Marine Science and Technology, Melbourne, p. 189-199. 16 nov. 2004.**
- [38] HOLLAND, John H.. **Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence**. 5. ed. Michigan: The Mit Press, 1998. 228 p.
- [39] JONG, Kenneth Alan De. **Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems**. Ann Arbor: University Of Michigan, 1975. 266 p.
- [40] GOLDBERG, David E.. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. Alabama: Addison-Wesley, 1989. 432 p.
- [41] ARORA, Jasbir S.. **Introduction to Optimum Design**. 2. ed. San Diego: Academic Press, 2004. 600 p.
- [42] MITCHELL, Melanie. **An Introduction to Genetic Algorithms: Complex Adaptive Systems**. San Diego: The Mit Press, 1998. 221 p.
- [43] TIMÓTEO, G. T. S. **Desenvolvimento de um Algoritmo Genético para a Resolução do Timetabling**. 2002. 76f. Monografia (Bacharel em Ciência da Computação) Universidade Federal de Lavras Lavras, (2002).