

EMÍLIO RODOLFO AREND

**ESTUDO DE ATERRAMENTO EM BAIXAS
FREQUÊNCIAS USANDO A FORMULAÇÃO
ELETRODINÂMICA ASSOCIADA AO MÉTODO DE
ELEMENTOS FINITOS**

FLORIANÓPOLIS

2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ESTUDO DE ATERRAMENTO EM BAIXAS
FREQUÊNCIAS USANDO A FORMULAÇÃO
ELETRODINÂMICA ASSOCIADA AO MÉTODO DE
ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
Como parte dos requisitos para a
Obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

EMÍLIO RODOLFO AREND

Florianópolis, Abril de 2009.

**ESTUDO DE ATERRAMENTO EM BAIXAS FREQUÊNCIAS
USANDO A FORMULAÇÃO ELETROKINÉTICA ASSOCIADA AO
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

EMÍLIO RODOLFO AREND

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Orientador

Prof. ^a. Kátia Campos de Almeida, Ph. D.

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Presidente

Prof. Luiz Antônio Righi, Dr.

Co-Orientador

Prof. Nelson Jhoe Batistela, Dr.

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.

Jean Vianeite Leite, Dr.

Quero render homenagens a uma pessoa muito especial,
minha querida mãe, que hoje não está mais comigo.
Você mãe, apenas pelo fato de ser mãe, merece todas as
homenagens que eu, seu filho, com muito orgulho,
poderia lhe prestar, e hoje mãe aquele que sempre
recebeu amor e carinho sem ter muito para
dar em troca, quer lhe agradecer por tudo.
Obrigado Mãe.

Agradecimento

Gostaria de deixar meus agradecimentos a todas as pessoas que contribuíram para a conclusão desta dissertação.

Ao meu co-orientador, Professor Luiz Antônio Righi, que foi meu orientador na conclusão do curso de graduação e que me indicou ao GRUCAD.

Ao meu orientador, Professor Mauricio Valencia Ferreira da Luz, pela honra deste trabalho conjunto, a sua dedicação e apoio nesses dois anos e sua generosidade para com este mestrando.

Um agradecimento ao coordenador do GRUCAD, Professor Patrick Kuo-Peng, pela acolhida e a bolsa de mestrado junto a CAPES. Aos Professores membros da banca examinadora, Professor Nelson Jhoe Batistela e o Engenheiro Eletricista Jean Viane Leite, contribuindo assim para conclusão da dissertação, deixando aqui também um agradecimento e satisfação a todos os Professores do GRUCAD pela oportunidade de estar inserido neste grupo de pesquisa.

Quero também agradecer a todos os colegas doutorandos, mestrandos e bolsistas que de alguma maneira me auxiliaram direta ou indiretamente, manifestando assim, um agradecimento especial a um ex-mestrando, Ricardo Spredemann.

Um agradecimento a Celly Dulcemar Melo secretária executiva do GRUCAD, e ao Wilson Silva Costa secretário da Pós-Graduação, a ambos o agradecimento pela dedicação.

E um agradecimento especial ao meu pai, que sempre me apoiou e incentivou de todas as formas possíveis este meu sonho.

A minha esposa que se dedica inteiramente a mim, me acompanhando e deixando seu trabalho para viver o meu sonho, a ela só me resta agradecer. Obrigado.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ESTUDO DE ATERRAMENTO EM BAIXAS FREQUÊNCIAS USANDO A FORMULAÇÃO ELETROCINÉTICA ASSOCIADA AO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Emílio Rodolfo Arend

Abril/2009

Orientador: Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Co-Orientador: Luiz Antônio Righi, Dr.

Área de Concentração: Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos.

Palavras-chave: Resistência de aterramento, baixas frequências, método de elementos finitos, formulação eletrocinética.

Número de Páginas: 80.

RESUMO: Este trabalho aborda o desenvolvimento e a implementação de uma modelagem em baixas frequências de sistemas de aterramento composto por uma única haste vertical. A modelagem do sistema de aterramento é realizada usando uma formulação eletrocinética em potencial escalar associada ao método de elementos finitos. A geometria da haste permite efetuar uma análise axi-simétrica do problema. O solo onde se encontra a haste foi estratificado em camadas horizontais de resistividades distintas. A implementação da modelagem foi realizada usando os softwares Labview, Gmsh e Matlab. A validação das ferramentas numéricas desenvolvidas neste trabalho foi obtida utilizando-se equações analíticas para o cálculo da resistência de aterramento. Os valores da resistência de aterramento obtidos com o método de elementos finitos foram comparados com os resultados analíticos. As comparações justificam o uso do método de elementos finitos para modelar sistemas de aterramento em baixas frequências.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering

STUDY OF GROUNDING ON LOW FREQUENCIES USING THE ELECTROKINETIC FORMULATION ASSOCIATED WITH THE FINITE ELEMENT METHOD

Emílio Rodolfo Arend

April/2009

Advisor: Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Co-Advisor: Luiz Antônio Righi, Dr.

Area of Concentration: Electromagnetism and Electromagnetic Devices.

Keywords: Grounding systems, low frequencies, finite element method, electrokinetic formulation.

Number of Pages: 80.

ABSTRACT: This work deals with the development and implementation of a grounding modeling for low frequencies. The grounding system is composed by a single vertical rod. The grounding system modeling is performed using a scalar potential electrokinetic formulation associated with the finite element method. The rod geometry allows to perform the axi-symmetric analysis of the problem. The modeling considers the soil with horizontal multilayer. Each layer has a distinct resistivity. The modeling implementation is performed using Labview, Gmsh and Matlab softwares. The validation of the simulation tools developed in this work is performed using analytical equations for the grounding resistance calculation. The grounding resistance obtained by finite element method is compared with the analytical one. This comparison justifies the use of finite element method to model grounding systems in low frequencies.

SUMÁRIO

	pg
Agradecimento	v
RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
Lista de Símbolos	x
Lista de Figuras e Tabelas	xii
CAPÍTULO 1 - Introdução Geral	1
1.1 Posicionamento do Problema	1
CAPÍTULO 2 - Fundamentos Básicos do Aterramento Elétrico	8
2.1 Aterramento Elétrico em Baixas Freqüências	8
2.2 Conceitos Básicos Sobre Sistemas de Aterramento	8
2.2.1 Conceitos de Segurança: Tensão de Toque e Tensão de Passo	10
2.3 Sistemas de Aterramento - Resistividade do Solo	12
2.4 Resistência de um Sistema de Aterramento	15
2.4.1 Cálculo Analítico da Resistência de Aterramento	15
2.5 Métodos de Medição da Resistência de Aterramento e da Resistividade do Solo	20
2.5.1 Medição da Resistividade - Método de Wenner.....	21
2.5.2 Medição da Resistência - Método da Queda de Potencial.....	22
2.6 Considerações Finais	23
CAPÍTULO 3 - Equações de Maxwell e o Método de Elementos Finitos	25
3.1 Introdução	25
3.2 Equações de Maxwell na Forma Quase-Estática.....	25
3.3 Leis do Comportamento dos Materiais.....	26
3.4 Condições do Contorno - Condições Homogêneas	27
3.5 Condições do Contorno - Transmissão dos Campos	28
3.6 Grandezas Globais do Tipo Fluxo e do Tipo Circulação	29
3.7 Modelo Eletrocinético	29
3.7.1 Formulação Eletrocinética em Potencial Escalar Elétrico.....	30
3.7.2 Notações, Fórmulas de Green e Espaços Funcionais	31
3.7.3 Forma Fraca da Formulação Eletrocinética.....	32
3.8 Método de Elementos Finitos - Método de Galerkin	33
3.9 Formulação do Sistema Axi-Simétrico.....	36
3.10 Considerações Finais	37
CAPÍTULO 4 - Abordagem dos Aspectos Computacionais	38
4.1 Introdução	38
4.2 Pré-processador - Gmsh	38
4.3 Processador - Matlab	42
4.4 Pós-processador - Gmsh	43
4.5 Programação - Gmsh - Labview - Matlab - Labview - Gmsh.....	43
4.6 Abordagem Sequencial de Programação	43
4.7 Programação do Módulo do Processador - Matlab	45

4.8 Interface de Programação - Matlab - Labview	45
4.9 Interface Labview - Gmsh	47
4.10 Considerações Finais	48
CAPÍTULO 5 - Resultados Obtidos	49
5.1 Introdução.....	49
5.2 Haste Vertical	49
5.3 Resistência de Aterramento - Solo Homogêneo.....	50
5.4 Resistência de Aterramento - Resistividades Distintas	55
5.5 Considerações Finais	58
CAPÍTULO 6 - Conclusão	59
ANEXO A - PROGRAMAÇÃO NO LABVIEW	62
A.1 Labview - Instrumentação Virtual	62
A.1.1 Arquivo de Interface Gmsh - Labview: work1.vi.....	62
A.1.2 Arquivo de Programação no Labview - work2.vi	66
A.2 Arquivo de Programação no Matlab - Potencial Elétrico.....	67
A.3 Arquivo de Programação no Labview - work4.vi	72
A.3.1 Arquivo de Programação no Labview - work6.vi	74
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77

Lista de Símbolos

ρ	Resistividade elétrica [$\Omega \cdot m$]
e	Campo elétrico [V/m]
j	Densidade de corrente [A/m^2]
j_s	Densidade de corrente sobre a superfície Σ
ρ_V	Densidade volumétrica de carga
ρ_s	Densidade de carga sobre a superfície Σ
I	Corrente elétrica na superfície da haste [A]
V_p	Potencial elétrico em um ponto qualquer [V]
RT	Resistência de aterramento [Ω]
$L^2(\Omega)$	Espaço das funções escalares de quadrado integrável sobre Ω
$L^2(\Omega)$	Espaço das funções vetoriais de quadrado integrável sobre Ω
$H(\text{div}, \Omega)$	Espaço do operador <i>div</i>
$H(\text{grad}, \Omega)$	Espaço do operador <i>grad</i>
$H(\text{rot}, \Omega)$	Espaço do operador <i>rot</i>
R	Resíduo
Σ	Superfície entre meios condutores
h	Campo magnético [A/m]
b	Indução magnética [T]
d	Indução elétrica [C/m^2]
Ψ	Fluxo magnético [Wb]
Φ	Força magnetomotriz [Ae]
∂_t	Derivada no tempo
μ	Permeabilidade elétrica [H/m]
ϵ	Permissividade elétrica [F/m]
σ	Condutividade elétrica [S/m]
v	Potencial escalar elétrico [V]
Ω	Domínio de estudo
Γ	Fronteira do domínio Ω
Γ_B	Fronteira associada à fronteira de referência

Γ_A	Fronteira de referência
\mathbf{n}	Campo de vetores unitários normal à superfície
Φ_n	Função de interpolação
rt	Raio de terra [m]
ch	Comprimento da haste de aterramento [m]
rh	Raio da haste de aterramento [m]
s_L	Área lateral do cilindro [m ²]
s_B	Área da base do cilindro [m ²]
$grad$	Gradiente
rot	Rotacional
div	Divergente
\cdot	Produto escalar
\times	Produto vetorial

Lista de Figuras e Tabelas

	páginas
Figura 2.1 - Mapa dos Climas do Brasil.....	9
Figura 2.2 - Tensão de Toque.....	10
Figura 2.3 - Tensão de Passo.....	11
Tabela 2.1 - Faixa de Valores Usuais de Resistividade de Certos Tipos de Solo.....	13
Tabela 2.2 - Fatores que Afetam a Resistividade do Solo.....	13
Figura 2.4 - Efeito da Umidade na Resistividade do solo.....	14
Figura 2.5 - Comportamento da Resistividade da Água em Função de Temperatura.....	14
Figura 2.6 - Haste vertical em solo uniforme.....	17
Figura 2.7 - Solo com Duas Camadas de Resistividade Distintas.....	19
Figura 2.8 - Expressões para Configurações Típicas de Eletrodos de Aterramento.....	20
Figura 2.9 - Configuração das Quatro Hastes Cravadas no Solo.....	21
Figura 2.10 - Método de Medição da Resistência de Aterramento.....	23
Figura 2.11 - Resistência de Aterramento - Método da Queda de Potencial.....	23
Figura 3.1 - Domínio estudado: (a) grandezas elétricas e (b) grandezas magnéticas.....	27
Figura 3.2 - Superfície Σ entre dois meios contínuos Ω_1 e Ω_2	28
Figura 3.3a - Domínio de estudo.....	34
Figura 3.3b - Domínio discretizado.....	34
Figura 3.4 - Representação das funções de interpolação.....	35
Figura 3.5 - Elemento triangular de primeira ordem.....	35
Figura 4.1 - Arquivo de Saída do Pré-processador Gmsh.....	39
Figura 4.2 - Arquivo que Define a Geometria do Sistema.....	40
Figura 4.3 - Separação das Coordenadas de Interesse: Para Dirichlet (Coordenadas Vermelhas) e Numeração Global (Coordenadas Azuis).....	41
Figura 4.4 - Domínio de Cálculo da Haste de Aterramento.....	41
Figura 4.5 - Sequência de Programação.....	44
Figura 4.6 - Painel frontal work2.....	45
Figura 4.7 - Distribuição da Densidade de Corrente na Haste de Aterramento.....	46
Figura 4.8 - Arquivo Potencial.msh.....	47
Figura 5.1 - Malha do Sistema de Aterramento do Domínio Axi-Simétrico.....	50

Figura 5.2 - Sistema de Coordenada para um Sistema Axi-simétrico.....	51
Figura 5.3 - Distribuição do Potencial - Solo Homogêneo.	51
Figura 5.4a - Distribuição de Potencial na Superfície do Solo: $r = 0,4$ [m].	52
Figura 5.4b - Distribuição de Potencial na Superfície do Solo: $r = 0,8$ [m].	52
Figura 5.5 - Distribuição do Campo Elétrico nas Proximidades da Haste.	53
Tabela 5.1 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação ao Raio da Haste.	53
Figura 5.6 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação ao Raio da Haste.	54
Tabela 5.2 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação ao Comprimento da Haste.	55
Figura 5.7 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação ao Comprimento da Haste.	55
Tabela 5.3 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação à Resistividade do Solo.	56
Figura 5.8 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação à Resistividade do Solo - Solo Composto por uma Única Camada.	56
Figura 5.9 - Distribuição do Potencial Elétrico para duas Camadas de Solos com Resistividades Distintas.	57
Tabela 5.4 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação à Resistividade da Segunda Camada de Solo.	57
Figura 5.10 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação à Variação da Resistividade da Segunda Camada de Solo.	58
Figura A.1 - work1.vi.	63
Figura A.2 - Programação no Diagrama de Blocos do Labview: work1.vi.	64
Figura A.3 - Coordenadas dos Nós.	65
Figura A.4 - Numeração Global.	65
Figura A.5 - Condições de Contorno de Dirichlet.	66
Figura A.6 - Programação no Diagrama de Blocos do Labview: work2.vi.	66
Figura A.7 - Condutividade das Superfícies (Solo e Haste).	67
Figura A.8 - (a) Potencial Elétrico, (b) Campo Elétrico na Direção “x” e (c) Campo Elétrico na Direção “y”.	72
Figura A.9 - Programação no Diagrama do Labview: work4.vi.	73

Figura A.10 - Densidade de Corrente.....	73
Figura A.11 - Arquivo de Entrada do work6.vi.....	74
Figura A.12 - Separa as Densidades de Corrente na Área (Lateral e da Base) da Haste. ...	75
Figura A.13 - Somatório das Densidades de Corrente dos Elementos Triangulares na “Borda” Lateral da Haste.....	76
Figura A.14 - Somatório das Densidades de Corrente dos Elementos Triangulares na Base da Haste.	76

CAPÍTULO 1

Introdução Geral

1.1 Posicionamento do Problema

A teoria de Maxwell permite descrever o conjunto dos fenômenos eletromagnéticos. A partir das equações de Maxwell, consideradas como postulados podem-se deduzir todas as leis clássicas e outros fenômenos podem ser previstos. Do mesmo modo como não se pode entender com profundidade os fenômenos mecânicos sem conhecer as leis de Newton do movimento, não se pode avançar suficientemente no estudo da teoria dos fenômenos elétricos e magnéticos sem entender bem as equações de Maxwell.

A aplicação deste conjunto de equações de maneira analítica é restrita a casos particulares, e até mesmo inexplicáveis em outros. Este fato foi um dos que contribuíram para que alguns problemas em eletromagnetismo fossem modelados e estudados por circuitos elétricos equivalentes como, por exemplo, o estudo de máquinas elétricas. A geometria e a distribuição das grandezas eletromagnéticas nos casos reais, a interface entre meios com características diferentes e os fenômenos não lineares ocasionam a complexidade. Em conseqüência, torna-se necessário recorrer aos métodos numéricos, apelando às técnicas de discretização. Estes métodos transformam as equações de derivadas parciais em sistemas de equações algébricas cuja solução fornece uma aproximação dos campos eletromagnéticos.

Com o advento dos computadores digitais, métodos numéricos puderam ser usados para resolver problemas de eletromagnetismo. Entre eles, o método de elementos finitos (MEF) é um dos mais utilizados, pois se adapta facilmente às geometrias complexas. Ele é baseado em uma dupla discretização: a do domínio geométrico estudado e aquela dos campos escalares e vetoriais incógnitos. A precisão da solução obtida fornece uma aproximação das grandezas locais que são os campos magnéticos e elétricos. Estas grandezas são exploradas para determinar as grandezas globais, tais como fluxo, corrente, tensões, etc.

Um exemplo de aplicação das equações de Maxwell é o sistema de aterramento elétrico. Um aterramento elétrico consiste em uma ligação elétrica proposital de um

sistema físico (elétrico, eletrônico ou corpos metálicos) ao solo. Este se constitui basicamente de três componentes [1]:

- a) As conexões elétricas que ligam um ponto do sistema aos eletrodos;
- b) Eletrodos de aterramento (qualquer corpo metálico colocado no solo);
- c) Terra que envolve os eletrodos.

A forma, assim como a disposição geométrica dos eletrodos no solo são as mais variadas, de acordo com a aplicação. Destacam-se as hastes verticais, usadas principalmente quando as camadas mais profundas do solo têm menor resistividade, e que são muito práticas, por serem de fácil cravação. Os eletrodos horizontais, enterrados usualmente a uma profundidade da ordem de 0,5 metros [m], são usados principalmente quando a maior preocupação é o controle do gradiente de potencial na superfície do solo [1].

Para avaliar a natureza do aterramento deve ser considerado que, em geral, uma conexão a terra apresenta resistência, capacitância e indutância, cada qual influenciando na capacidade de condução de corrente para a terra. A perspectiva na qual o sistema enxerga o aterramento pode ser expressa através de sua impedância [1]. Tal impedância de aterramento pode ser conceituada como oposição oferecida pelo solo à injeção de uma corrente elétrica no mesmo, através dos eletrodos, e se expressa quantitativamente por meio da relação entre a tensão aplicada ao aterramento e a corrente resultante.

Além da determinação da impedância de aterramento, outro aspecto importante na análise de sistemas de aterramento é o conhecimento da distribuição do potencial elétrico no solo. Caso haja um defeito a terra, no sistema de potência, a corrente de defeito fluirá dos condutores que formam o sistema de aterramento da subestação para solo, provocando uma distribuição de potencial não uniforme no mesmo. Devido a esta não uniformidade da distribuição de potencial no solo, pessoas que estejam na subestação, ou em suas proximidades, podem ficar sujeitas a diferenças de potencial elevadas. Ao dimensionar o sistema de aterramento de uma subestação, o projetista deve fazê-lo de forma que a posição dos condutores seja tal que o potencial produzido no solo venha a ser o mais uniforme possível e não exceda aos potenciais toleráveis pelo Homem. Também deve cuidar para que a seção dos condutores do referido sistema seja adequada, para poder dissipar no solo a corrente de defeito sem que os mesmos sofram danos.

A distribuição do potencial elétrico é tão importante que a norma IEEE-80 [2] define três conceitos de potencial:

- i. Potencial de passo: é a diferença de potencial a que uma pessoa fica submetida quando caminha no interior, ou nas proximidades de uma subestação, no instante em que ocorre um defeito a terra no sistema de potência;
- ii. Potencial de toque ou de contato: é o potencial ao qual uma pessoa fica sujeita quando toca uma estrutura aterrada no instante em que ocorre um defeito a terra no sistema de potência;
- iii. Potencial transferido: é um caso particular do potencial de toque. Este potencial surge quando uma pessoa, que esta dentro da área abrangida pela subestação, toca uma estrutura aterrada em um ponto remoto, ou quando uma pessoa que está em um ponto remoto em relação à subestação toca um condutor ou estrutura conectada ao sistema de aterramento.

O aterramento pode assumir configurações muito diversificadas, conforme a natureza da função que o mesmo pode desempenhar no sistema. Em geral, as aplicações estão associadas a dois fatores fundamentais:

- a) Desempenho do sistema ao qual o aterramento está conectado como, por exemplo, o uso do solo como condutor efetivo de retorno;
- b) Questões de segurança (de seres vivos) e proteção (de equipamentos). Neste caso, o aterramento permite o escoamento para a terra de cargas ou de correntes de descargas e promove a distribuição segura de potenciais elétricos na superfície do solo, quando é injetada corrente em seus eletrodos.

Além destes fatores, identificam-se outras aplicações específicas como, por exemplo, a proteção galvânica de partes metálicas enterradas no solo e geologia [1].

Para baixas frequências os efeitos reativos são muito reduzidos e a impedância de aterramento passa a ser considerada como a resistência de aterramento. A resistência de aterramento é diretamente proporcional à resistividade do solo em que os eletrodos estão colocados. Os fatores que influenciam a resistividade do solo e, conseqüentemente a resistência de aterramento são [1]: tipos de solo, umidade do solo, concentração e sais dissolvidos na água, capacidade do solo, granulometria do solo, temperatura do solo e a estrutura geológica-anisotropia-estratificação do solo.

É importante ressaltar que a composição do solo é geralmente estratificada em várias camadas com formação diferente. Além disso, o solo apresenta características

anisotrópicas como, por exemplo, quando camadas mais profundas afloram em locais determinados, ocasionando descontinuidades na superfície. Assim, a resistividade pode variar dependendo da direção considerada e, para tratar do solo de determinado local, passa-se a atribuir o valor médio das resistividades das diversas partes que o compõem, denominada resistividade efetiva deste solo [1].

Atualmente, a modernização do sistema de aterramento elétrico de potência é decorrente dos surtos atmosféricos, um malha eficaz de aterramento torna-se necessária para contornar tais problemas de interferência eletromagnética, danos e riscos em equipamentos e pessoas físicas. O sistema de aterramento (haste vertical) forma um caminho condutor para a corrente de surto.

Portanto, o sistema de aterramento tende a obter a mais baixa resistência de solo para as correntes de falta, mantendo os níveis de correntes em uma faixa segura e proporcionando o desenvolvimento de equipamentos adequados e sensíveis a estas faltas de correntes. Sendo assim, pesquisas e trabalhos relacionados a sistemas de aterramento são encontrados na literatura (livros e artigos). Em [3] foi feito um estudo de como medir com precisão a resistência de aterramento das subestações, onde o fator fundamental foi garantir a segurança da operação de sistemas de potência.

Em [4] propõe um modelo de estudo para verificação da ionização do solo em torno de um eletrodo. A resistência de aterramento é obtida através de um balanço energético da ionização do solo. Um modelo analítico é expresso para estimar a resistividade do solo na região de ionização e seus resultados são comparados com resultados experimentais.

Em [5] o artigo apresenta um novo método de cálculo da resistência de aterramento para malhas de aterramento horizontais, em duas camadas de solo.

Seguindo na mesma linha de pesquisa do artigo [5], em [6] é apresentado uma nova forma para o cálculo da resistência de aterramento utilizando o método dos elementos finitos. Os resultados são comparados com dados experimentais ou determinados por outros artigos. A vantagem do método proposto é que permite a análise de sistemas simétricos e não simétricos de forma uniforme em duas e múltiplas camadas de solo.

Também são encontradas pesquisas voltadas para o tratamento químico do solo, ou seja, através da mistura de algum reagente químico com os componentes que constituem o solo (água e sal), forçando a diminuição da resistividade do solo e conseqüentemente da resistência de aterramento. Em [7] é estudado um agente (um

subproduto do aço), que misturado em proporções adequadas com a água, cimento e sal, força a redução da resistividade do material, o qual esta sendo submetido a esta mistura.

O GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos) da Universidade Federal de Santa Catarina tem trabalhado na modelagem de aterramento, e publicou alguns artigos na área: em [8][9] os artigos tratam da modelagem de um sistema de aterramento em baixa frequência para haste vertical, em solos estratificados em uma, duas e três camadas. O cálculo das grandezas globais tais como tensão e corrente elétrica é obtido através da formulação eletrocinética usando o potencial escalar elétrico associado ao método de elementos finitos. Seguem nesta linha de pesquisa [10][11], que também utilizam o conceito de potencial flutuante para o cálculo das grandezas globais, associado ao método de elementos finitos.

Em [12] é utilizada uma metodologia computacional para analisar a resistividade do solo de múltiplas camadas, pelo método de Wenner enfatizando o cálculo da resistência de aterramento com precisão.

Em [13][14][15] destaca-se a importância de um dimensionamento adequado do sistema de aterramento como fator de qualidade e segurança indispensáveis em qualquer empreendimento.

Em [15] a modelagem do sistema de aterramento é realizada através da alimentação no ponto de defeito por fonte de corrente, diferenciando-se de [8][9][10][11], onde a fonte de alimentação é imposta através de tensão. Este trabalho usa a metodologia da fonte de tensão, sendo que para o cálculo da resistência de aterramento é aplicado à integração de superfície no eletrodo de aterramento. Os trabalhos [8][9][10][11] usam o conceito de potencial flutuante, onde a resistência de aterramento é obtida através de uma integral de volume.

Em [16] cita-se as limitações das metodologias empregadas que restringem as análises nos aterramentos atuais que são cercados de incertezas. E por fim em [17] são mencionadas as dificuldades e as fontes de erro, pois não se tem um parâmetro específico para um determinado solo e sim estimativas de faixas de valores da resistividade.

Neste trabalho são aplicadas as equações de Maxwell em regime estático para um sistema de aterramento composto por uma única haste vertical. Devido à geometria da haste, o problema é resolvido para um sistema axi-simétrico usando uma formulação eletrocinética em potencial escalar elétrico associado ao método de elementos finitos.

Para definir a geometria da malha do sistema de aterramento foi utilizado um software Gmsh [18]. O Gmsh é um gerador de malha de elementos finitos tridimensional com pré-processador e pós-processador. Neste trabalho, o Gmsh é usado para desenhar a geometria, obter a malha e explorar os resultados do solver.

Após estes processos é desenvolvida uma interface entre o Gmsh e o ambiente Labview. No início do trabalho o objetivo era desenvolver todo o cálculo no ambiente Labview. Todavia, durante a execução do trabalho, observou-se que o sistema Labview necessita de memória computacional significativa para solução de sistemas lineares de grande porte. Sendo assim, o processo de aplicação do método de elementos finitos para obtenção do potencial e campo elétrico foi desenvolvido no ambiente Matlab (através da aplicação de matrizes esparsas). A solução do sistema linear foi realizada com a aplicação do método iterativo ICCG (Incomplete Cholesky Conjugate Gradient).

Seguindo a linha do desenvolvimento proposto, inicialmente no ambiente Labview, ocorre novamente uma interface, desta vez entre o Matlab e o Labview. Nesta interface são analisados os dados do potencial e campo elétrico calculados no Matlab, que posteriormente são utilizados no cálculo da resistência de aterramento. Finalizando os processos de cálculo no ambientes acima citados, é desenvolvido no ambiente Labview um arquivo (pós-processador). Este arquivo permite a visualização do potencial e do campo elétrico no Gmsh (pós-processador). Os resultados obtidos através do método numérico são comparados com os resultados obtidos analiticamente.

Este trabalho se divide em cinco capítulos. No atual capítulo é apresentada uma introdução geral. No capítulo 2 são apresentados os fundamentos básicos do aterramento elétrico. Nesse capítulo são apresentadas as equações analíticas da resistência de aterramento para uma haste vertical considerando o solo homogêneo e o solo composto por duas camadas com resistividades distintas.

No capítulo 3 apresentam-se à formulação eletrocinética (forma forte e fraca) e a implementação do método dos elementos finitos em duas dimensões para sistemas axi-simétricos com elementos triangulares de primeira ordem.

No capítulo 4 é detalhada toda a parte de programação: a interface Gmsh - Labview; Labview - Matlab - Gmsh. No capítulo 5 são apresentados os resultados comparativos entre a metodologia utilizada no Gmsh, Labview e Matlab com os resultados analíticos.

No capítulo 6 é realizada uma análise dos resultados obtidos com o trabalho e são fornecidas algumas sugestões para trabalhos futuros.

Por fim, no Anexo A são apresentados os programas desenvolvidos no decorrer deste trabalho.

CAPÍTULO 2

Fundamentos Básicos do Aterramento Elétrico

2.1 Aterramento Elétrico em Baixas Frequências

Nas seções subsequentes são apresentados os conceitos fundamentais sobre aterramentos elétricos em baixas frequências: tensão de passo e tensão de toque, resistividade do solo, fatores que afetam a resistividade do solo, cálculo da resistência de aterramento (equacionamento analítico), métodos de medição da resistência de aterramento e resistividade do solo.

Estes conceitos são aplicados e analisados para o estudo de um aterramento caracterizado por uma haste vertical (eletrodo de aterramento).

2.2 Conceitos Básicos Sobre Sistemas de Aterramento

A análise dos sistemas de aterramento é de importância tanto para as companhias de energia elétrica (fornecer um sistema confiável e de qualidade) como para a população em âmbito geral (segurança). Atualmente, a modernização dos sistemas de aterramento é decorrente dos surtos transitórios eletromagnéticos (impulsivo e oscilatório) e os curtos-circuitos. Entende-se por curtos-circuitos quando da ocorrência de um defeito a terra em um sistema de potência operando em frequência industrial (baixa frequência).

As frequências ocasionadas pelos transitórios impulsivos e oscilatórios têm como origem, respectivamente, as descargas atmosféricas e as manobras de chaveamento. O aterramento é obrigatório e a baixa qualidade ou sua falta pode provocar queima de equipamentos e riscos à população. Assim, uma malha eficaz de aterramento torna-se necessária para contornar tais problemas de interferência eletromagnética, danos a equipamentos e riscos à população.

O aterramento é a arte de se fazer uma conexão com a terra. Esta conexão é na realidade a interface entre o sistema de aterramento e toda a terra, e é por esta interface que é feito o contato elétrico entre a terra e o sistema de aterramento. Através desta conexão, fluirão surtos transitórios eletromagnéticos e os curtos-circuitos. Suas características e

eficácia devem satisfazer algumas prescrições de segurança. Os objetivos principais do aterramento são [19]:

- Obter uma resistência de aterramento mais baixa possível, para correntes de falta a terra;
- Proporcionar um caminho de escoamento para terra de descargas atmosféricas;
- Manter os potenciais produzidos pelas correntes de falta, dentro de limites de segurança de modo a não causar fibrilação do coração;
- Fazer com que equipamentos de proteção sejam mais sensibilizados e isole rapidamente as falhas a terra.

Conforme orientação da ABNT, o valor da resistência de aterramento deve atender as condições de proteção e de funcionamento da instalação (10 Ohms - valor máximo). Este valor da resistência também vai depender do tipo de solo em que se encontra o aterramento, ou seja, fatores como: umidade, temperatura e composição geológica do solo, influenciam diretamente em sua resistividade. Portanto, um projeto de aterramento na região sul e sudeste do Brasil, onde o clima é considerado “temperado/super úmido”, difere de um projeto de aterramento na região nordeste, onde o clima é “semi-árido/seco”. A Figura 2.1 mostra o mapa dos climas do Brasil.

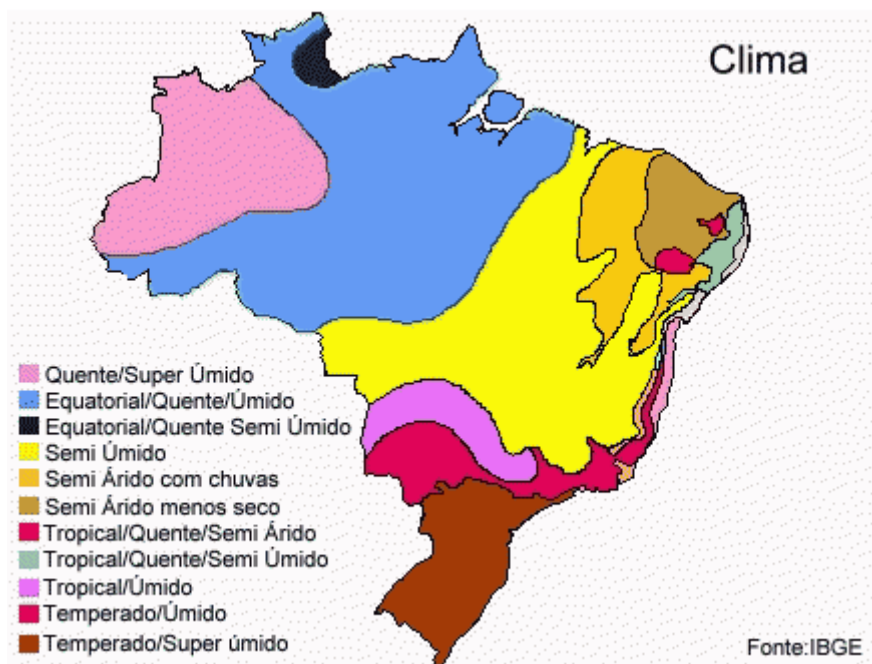


Figura 2.1 - Mapa dos Climas do Brasil [20].

2.2.1 Conceitos de Segurança: Tensão de Toque e Tensão de Passo

A conexão de um sistema de aterramento conectado a terra, deve permitir a passagem da corrente de falta (caso haja este defeito) através do eletrodo de aterramento. Esta corrente fluirá pelo condutor de aterramento para o solo, provocando uma distribuição de potencial não uniforme. Caso ocorra uma falha na isolação do sistema de aterramento, a corrente de falta pode percorrer o corpo de uma pessoa que eventualmente esteja em contato a esta estrutura de aterramento ou em suas proximidades.

Do ponto de vista de segurança podem-se citar dois conceitos para o controle de tensão (distribuição de potencial no solo), visando à segurança de pessoas que circundam próximas de um sistema de aterramento.

- a) Tensão de toque: máxima diferença de potencial entre a mão e o pé que uma pessoa física é submetida quando toca em uma estrutura aterrada no instante em que ocorre o fluxo de corrente de falta [21]. A Figura 2.2 mostra este conceito.

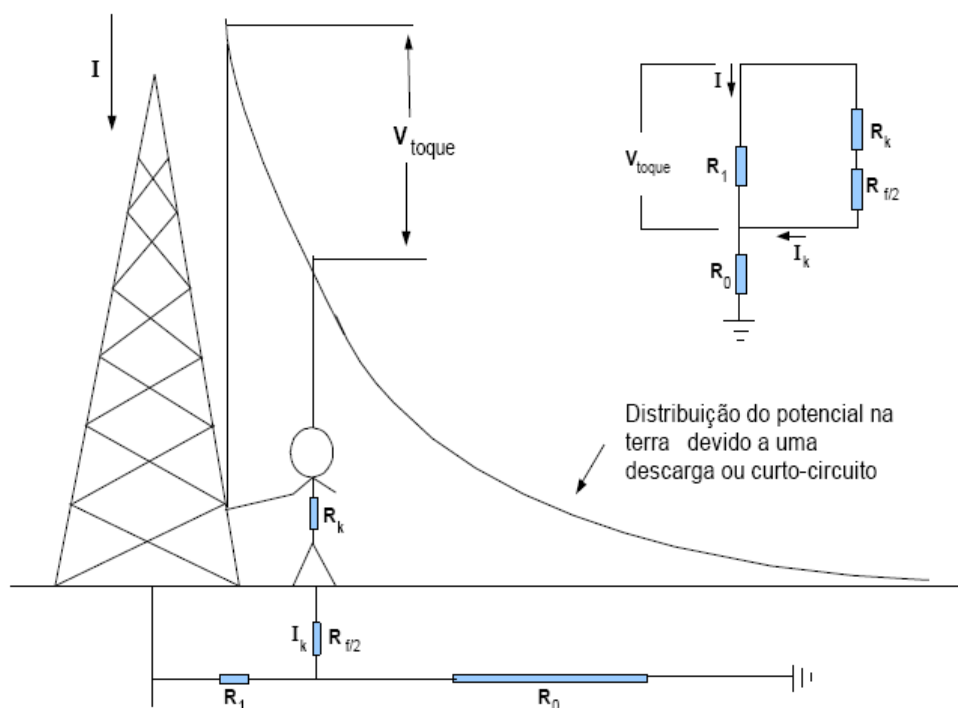


Figura 2.2 - Tensão de Toque [22].

- b) Tensão de passo: máxima diferença de potencial entre os pés (distância de 1 metro entre os mesmos), quando uma pessoa está próxima à região de aterramento no instante que ocorre o fluxo de corrente de falta [21]. A Figura 2.3 mostra este conceito.

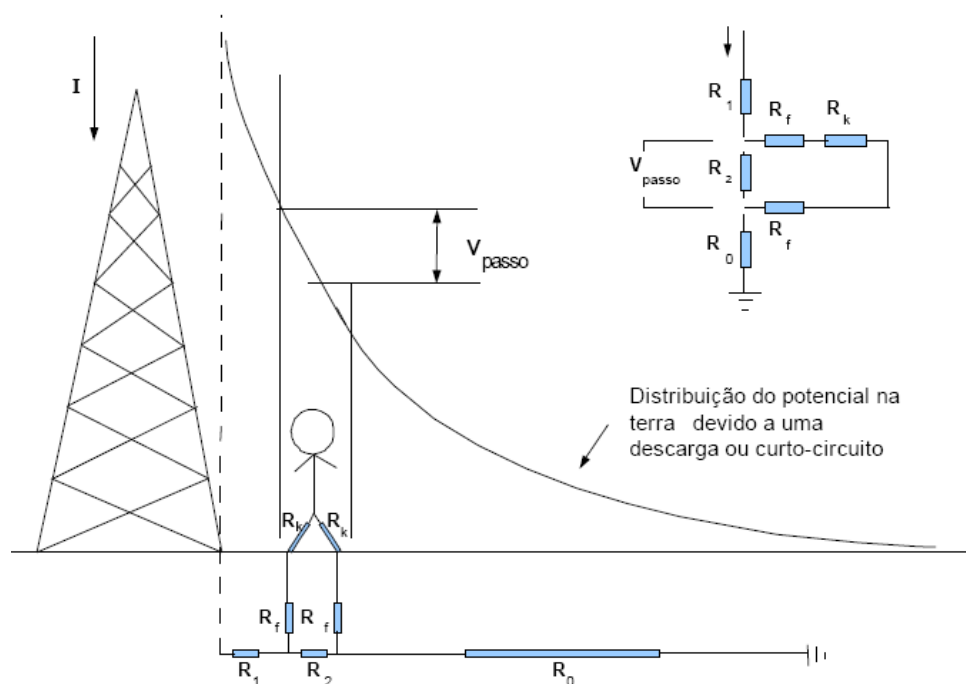


Figura 2.3 - Tensão de Passo [22].

Nas Figuras 2.2 e 2.3, tem-se:

I = corrente produzida pelo transitório elétrico na estrutura metálica em questão;

R_0 , R_1 e R_2 = são valores de resistência do solo na região indicada;

R_f = resistência de contato do pé da pessoa com o solo;

R_k = resistência das pernas do indivíduo Figura 2.2 e dos membros e tronco na

Figura 2.3;

V_{toque} = potencial de toque;

V_{passo} = potencial de passo.

Nestes dois casos (tensão de toque e de passo), se houver uma falha na isolação do sistema de aterramento, circulará uma corrente pelo corpo humano [23]. De acordo com [23] a corrente máxima admissível pelo corpo humano é a maior corrente que percorre o corpo humano passando pelo coração sem causar fibrilação ventricular. Nestes dois casos,

a tensão de toque é a que requer mais cuidados, pois a corrente entra pelo braço, passa pelo tronco e sai pelos pés, podendo causar a fibrilação ventricular (parada cardíaca).

Em [21][23] propõe-se expressões para avaliar a corrente máxima admissível pelo Homem.

$$I_{adm} = \frac{0,116}{\sqrt{t}}, \quad (2.1)$$

$$I_{adm} = \frac{0,157}{\sqrt{t}}, \quad (2.2)$$

onde, t é tempo de duração do choque em segundos.

As equações 2.1 e 2.2 fornecem os valores da corrente admissível que circula pelo corpo humano. O que vai determinar se a corrente provoca ou não uma parada cardíaca é o tempo de contato do corpo humano com a estrutura metálica. Em [21][23] é definido que no intervalo de 30 milisegundos à 3 segundos, pessoas com massa corporal de 50 kilogramas referente a constante empírica (0,116) na equação 2.1 e para massa corporal de 70 kilogramas referente a constante empírica (0,157) na equação 2.2, não ocorre a fibrilação ventricular em 99,5% dos casos.

2.3 Sistemas de Aterramento - Resistividade do Solo

O que determina a resistividade são os tipos específicos de solo. A resistividade é uma propriedade física de cada substância, sendo medida e tabelada para diversos materiais. O sistema de aterramento tem uma relação direta com os parâmetros que influenciam a resistividade do solo: tipos de solos, composição geológica, umidade, salinidade, temperatura, entre outros.

A resistividade do solo varia amplamente de um tipo de solo para outro. A Tabela 2.1 mostra esta variação da resistividade para diferentes tipos de solos.

Esta variação da resistividade de um local para outro é devido à formação geológica dos solos. A variação em um mesmo local é devido à profundidade das camadas estratificadas do solo, pois conforme aumenta à profundidade do solo a resistividade tende ao infinito, ou seja, o solo adquire características de um material isolante.

Tabela 2.1 - Faixa de Valores Usuais de Resistividade de Certos Tipos de Solo [1].

Tipos de Solos	Resistividade ($\Omega \cdot m$)
Lama	5 a 100
Húmus	10 a 150
Limo	20 a 100
Argilas	80 a 330
Terra de jardim	140 a 480
Calcário fissurado	500 a 1000
Calcário compacto	1000 a 5000
Granito	1500 a 10000
Areia comum	3000 a 8000
Basalto	10000 a 20000

Outros fatores que influenciam na resistividade do solo, são mostrados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Fatores que Afetam a Resistividade do Solo [1].

Fator	Faixa de Resistividade ($\Omega \cdot m$)
Composição geológica	5 a 20000
Umidade	42 a 10000
Salinidade	1 a 107
Temperatura	72 a 3300

A composição geológica do solo (não homogêneo) é representada aqui neste trabalho em diversas camadas com diferentes profundidades e resistividades.

O comportamento do sistema de aterramento quando submetido a uma elevada corrente elétrica é essencialmente eletrolítico, ou seja, por aquecimento nas regiões próximas do eletrodo de aterramento ocorre uma ionização do solo. Assim, a resistividade é afetada pela quantidade de água e sais existente no solo. Em [1][19][21], encontram-se gráficos representando o efeito da diminuição da resistividade em decorrência do aumento da porcentagem da umidade no solo. A Figura 2.4 ilustra a resistividade elétrica do solo em função da umidade.

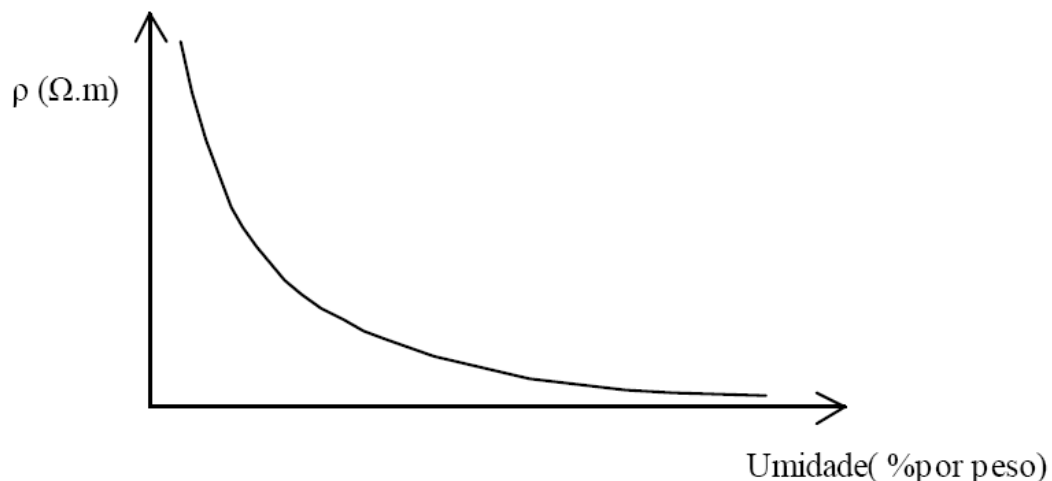


Figura 2.4 - Efeito da Umidade na Resistividade do solo [24].

A água pura é por natureza um isolante efetivo, mas devido à presença de sais minerais, o processo da ionização do solo (aquecimento) torna a água um meio condutor de corrente elétrica. Nas referências [1][19][21] são apresentadas tabelas de valores da resistividade elétrica em função da concentração de sais minerais do solo.

Em relação à influência da temperatura, destacam-se dois aspectos importantes: a diminuição da umidade do solo (Figura 2.4), resultando o aumento da resistividade devido à evaporação ocasionada por elevadas temperaturas e a influência do comportamento da resistividade da água em função da temperatura, na qual a resistividade cresce conforme a temperatura tende a diminuir [19]. A Figura 2.5 mostra essa variação.

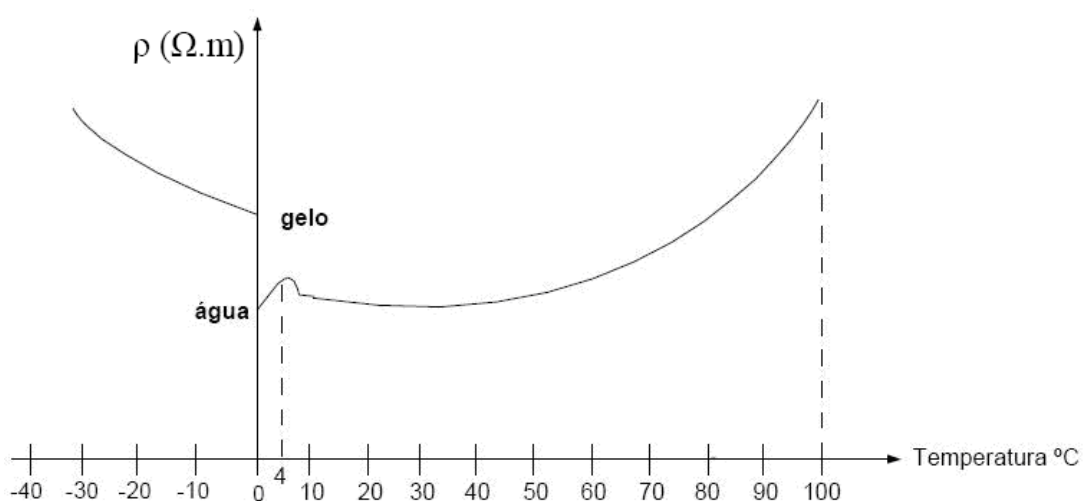


Figura 2.5 - Comportamento da Resistividade da Água em Função de Temperatura [19].

2.4 Resistência de um Sistema de Aterramento

A resistência de aterramento para um sistema de proteção tem a função de dissipar no solo a corrente de falta. Este valor de resistência deve ser o mais baixo possível, ou seja, quanto menor for a resistência de aterramento melhor será o sistema de proteção. A norma NBR 5410 fixa um valor máximo para resistência de aterramento em 10 Ohms, em alguns casos onde a resistividade do solo é elevada, é impossível obter uma resistência de 10 Ohms. Portanto, é necessário fazer uma medição da resistividade do solo, para poder avaliar o valor da resistência de aterramento possível para o solo específico. Alguns requisitos da norma NBR 5410 para medição de campo [25]:

- Os eletrodos e outras partes metálicas não devem se deteriorar por efeito de corrosão eletrolítica;
- Os componentes do sistema de aterramento devem suportar os esforços térmicos, termomecânicos e eletromecânicos previstos, além de possuir resistência mecânica compatível com as influências externas;
- O valor da resistência de aterramento não deve se modificar substancialmente ao longo do tempo, mesmo considerando as variações sazonais de temperatura e umidade do solo;
- A resistência de aterramento pode ser calculada ou medida.

2.4.1 Cálculo Analítico da Resistência de Aterramento

A determinação da expressão matemática da resistência de aterramento varia com a configuração do eletrodo. Esta resistência é definida pela elevação do potencial aplicado ao sistema de aterramento e a corrente resultante. Duas aplicações se destacam na disposição geométrica dos eletrodos no solo: 1) a disposição de hastes verticais usadas principalmente quando as camadas mais profundas têm resistividades menores e devido ao fato de sua implementação ser de fácil cravação; 2) as hastes horizontais que são empregadas devido à preocupação do controle do gradiente de potencial na superfície.

Para se avaliar a natureza do aterramento, deve ser considerado que, em geral, uma conexão a terra apresenta resistência, capacitância e indutância, cada qual influenciando na capacidade de condução de corrente para a terra. A perspectiva na qual o sistema enxerga o aterramento pode ser expressa através de sua impedância. Tal impedância de aterramento pode ser conceituada como a oposição oferecida pelo solo à injeção de uma corrente elétrica no mesmo, através dos eletrodos, e se expressa quantitativamente por meio da relação entre a tensão aplicada ao aterramento e a corrente resultante. Para baixas frequências os efeitos reativos são muito reduzidos e a impedância de aterramento passa a ser considerada como uma resistência pura de aterramento. A resistência de aterramento é diretamente proporcional à resistividade do solo em que os eletrodos estão colocados.

O potencial em um ponto (p) imerso em um solo homogêneo, localizado a uma distância (r) de uma fonte pontual de corrente, da qual emana uma corrente elétrica (I), pode ser obtido partindo-se do campo elétrico (e_p) neste ponto [19].

O campo elétrico em um ponto (p) é dado pela lei de Ohm na forma local por:

$$e_p = \rho j_p, \quad (2.3)$$

onde j_p é a densidade de corrente em um ponto (p).

A densidade de corrente é a mesma sobre a superfície da esfera de raio (r), com centro na fonte pontual de corrente, que passa pelo ponto (p):

$$j_p = \frac{I}{4\pi r^2}, \quad (2.4)$$

substituindo, a equação 2.4 na equação 2.3, e calculando o potencial do ponto (p), em relação a um ponto no infinito:

$$V_p = \int_r^{\infty} e_p dr, \quad (2.5)$$

Sabe-se que a resistência é a relação entre a tensão e a corrente. A Figura 2.6 mostra um segmento de haste de comprimento l , situada nas coordenadas x_0, y_0 e com profundidade média z_m injetando uma corrente I em solo uniforme. Considerando um incremento dI da haste, o potencial em um ponto $p(x, y, z)$ será:

$$dV_p = \frac{\rho dl}{4\pi r}, \quad (2.6)$$

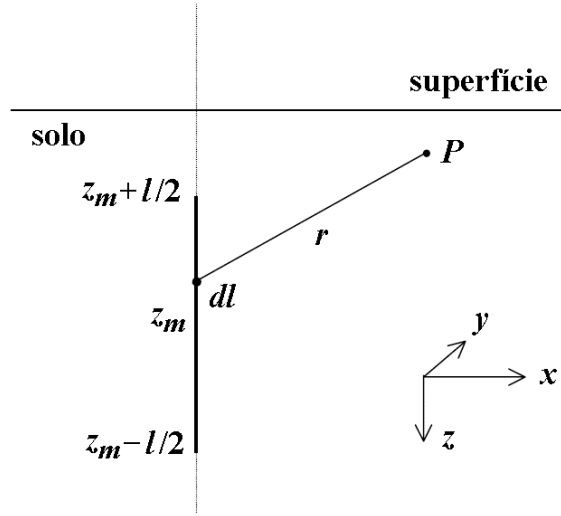


Figura 2.6 - Haste vertical em solo uniforme [26].

Considerando o segmento discretizado, tal que a densidade da corrente seja constante ($dl = \frac{I}{L} dz$), o potencial gerado pela haste é dado por [26]:

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi l} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{1}{r} dz = \frac{\rho I}{4\pi l} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{d\lambda}{\sqrt{(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2 + (z-(z_m+\lambda))^2}}, \quad (2.7)$$

fazendo $a^2 = (x-x_o)^2 + (y-y_o)^2$ e $u = z - (z_m + \lambda)$, tem-se:

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi l} \int_{u1}^{u2} \frac{1}{r} dz = -\frac{\rho I}{4\pi l} \int_{u1}^{u2} \frac{du}{\sqrt{a^2 + u^2}} = -\frac{\rho I}{4\pi l} \operatorname{arcsenh} \frac{u}{a} \Big|_{u1}^{u2}, \quad (2.8)$$

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi l} \left[\operatorname{arcsenh} \left(\frac{z - (z_m - l/2)}{a} \right) - \operatorname{arcsenh} \left(\frac{z - (z_m + l/2)}{a} \right) \right]. \quad (2.9)$$

Esta é a fórmula básica do cálculo de uma haste no ponto p [26].

Para se obter o valor da resistência da haste basta calcular o potencial médio na superfície da haste e dividi-lo pelo valor da corrente. Como a distância entre a superfície da haste e sua linha central é o raio da haste, faz-se $a = r$ em (2.9) e integra-se z de 0 até l , onde se obtém a seguinte equação para o potencial:

$$V_m = \int_0^l V_p(p) dz. \quad (2.10)$$

Após a integração, considerando $x = y = 0$ e $z_m = 0$, e simplificando a equação (2.10), tem-se:

$$V_m = \frac{\rho I}{2\pi l} \left[\operatorname{arcsenh} \left(\frac{2l}{r} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{2l} \right)^2} + \frac{r}{2l} \right]. \quad (2.11)$$

Lembrando que $\operatorname{arcsenh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$, então:

$$V_m = \frac{\rho I}{2\pi l} \left[\ln \left(\frac{2l}{r} + \sqrt{1 + \left(\frac{2l}{r} \right)^2} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{2l} \right)^2} + \frac{r}{2l} \right], \quad (2.12)$$

ou ainda,

$$V_m = \frac{\rho I}{2\pi l} \left\{ \ln \left[\frac{2l}{r} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r}{2l} \right)^2} \right) \right] - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{2l} \right)^2} + \frac{r}{2l} \right\}. \quad (2.13)$$

Considerando que o valor de r é muito menor que o de l , os termos $r/2l$ da equação (2.13) podem ser desprezados. Assim, dividindo a expressão resultante pela corrente I , obtém-se a resistência da haste de aterramento vertical:

$$RT = \frac{\rho}{2\pi l} \left(\ln \frac{4l}{r} - 1 \right), \quad (2.14)$$

onde r é o raio da haste e l é o seu comprimento.

Como mencionado no item 2.2 e 2.4, o principal objetivo de um sistema de aterramento é obter a mais baixa resistência possível. Sendo assim, neste trabalho a equação 2.14 é usada para comparar os resultados analíticos com os resultados obtidos com a modelagem desenvolvida. Esta comparação será efetuada no capítulo 5. Observando a equação 2.14, verifica-se que há duas possibilidades para a redução da resistência, através da variação dos parâmetros do raio e do comprimento da haste.

A resistividade também pode variar e alterar a resistência de aterramento, mas este parâmetro é uma propriedade com características intrínsecas do solo, ou seja, depende da região onde se encontra o aterramento e as influências dos fatores mencionados no item 2.3. Outra alternativa para diminuição da resistência de aterramento é a interligação de

hastes em paralelo, esta formação diminui sensivelmente o valor da resistência de aterramento.

Para o caso de um solo composto por dois tipos de materiais com resistividades distintas, a resistência de aterramento é dada pela seguinte equação [17]:

$$RT = \frac{\rho_1}{2\pi l} \left[\left(\ln \frac{4l}{r} - 1 \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{2} \ln \left(\frac{\frac{nh}{l} + 1}{\frac{nh}{l} - 1} \right) \right], \quad (2.15)$$

onde h é a altura (profundidade) da camada superior de resistividade ρ_1 e K é o coeficiente de reflexão dado por [17]:

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad (2.16)$$

onde ρ_2 é a resistividade da camada profunda, conforme Figura 2.7.

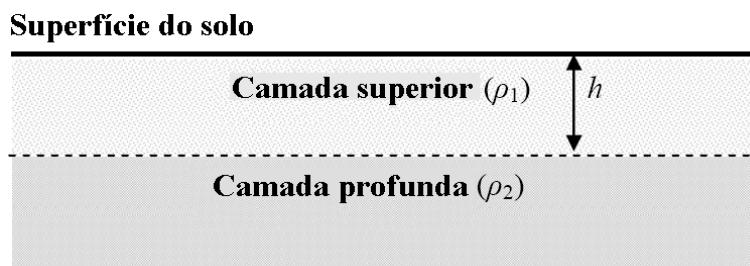


Figura 2.7 - Solo com Duas Camadas de Resistividade Distintas.

Na Figura 2.8 são apresentadas expressões para o cálculo da resistência de aterramento para algumas configurações.

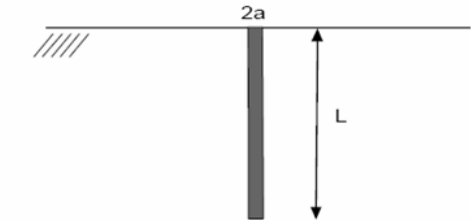
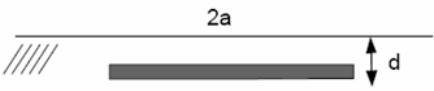

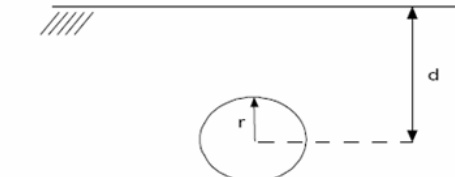

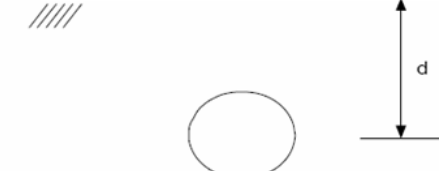
Eletrodo	Tipo/Expressão
	<p>Eletrodo Vertical</p> $R_T = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \left(\frac{4L}{a} - 1 \right) \right)$
	<p>Eletrodo Horizontal</p> $R_T = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \frac{2L}{a} + \ln \frac{4L}{d} - 2 + \frac{2d}{L} + \dots \right)$
	<p>Semi-esfera ao nível do solo</p> $R_T = \frac{\rho}{2\pi r}$
	<p>Esfera colocada a profundidade "d"</p> $R_T = \frac{\rho}{4\pi} \left(\ln \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2d} \right) \right)$
	<p>Disco horizontal a profundidade "d"</p> $R_T = \frac{\rho}{4\pi} \left(\ln \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2d} \right) \right)$
	<p>Disco vertical a profundidade "d"</p> $R_T = \frac{\rho}{2\pi r}$

Figura 2.8 - Expressões para Configurações Típicas de Eletrodos de Aterramento [1].

2.5 Métodos de Medição da Resistência de Aterramento e da Resistividade do Solo

Os métodos de medição são resultados da análise de características práticas das equações de Maxwell do eletromagnetismo aplicadas ao solo [19]. Estes valores da resistividade do solo obtidos através de medições são fundamentais para a elaboração de um projeto de aterramento.

2.5.1 Medição da Resistividade - Método de Wenner

Existem basicamente duas formas de se medir a resistividade do solo: medição por amostragem e medição local. A medição por amostragem ocorre em laboratório através de amostras de diversos tipos de solos retirados em campo. Neste tipo de medição ocorrem certas incertezas devido ao tipo de ambiente em que se encontram as amostras de solo. Em campo estas amostras estão sujeitas aos parâmetros citados na Tabela 2.2, que influenciam diretamente o solo, o que não ocorre no laboratório.

A medição local utiliza o método de Wenner que é muito difundido pela engenharia na estratificação do solo. O método de Wenner consiste na cravação de quatro hastes onde se pretende medir a resistividade do solo. O método de Wenner é um método em linha, ou seja, os eletrodos devem estar colocados em linha e igualmente espaçados. O espaçamento entre os eletrodos geralmente é igual ao seu comprimento [12]. A vantagem da medição local é devido à impossibilidade de caracterizar a composição do solo na região de medição. A Figura 2.9 mostra a configuração para medição da resistividade pelo método de Wenner.

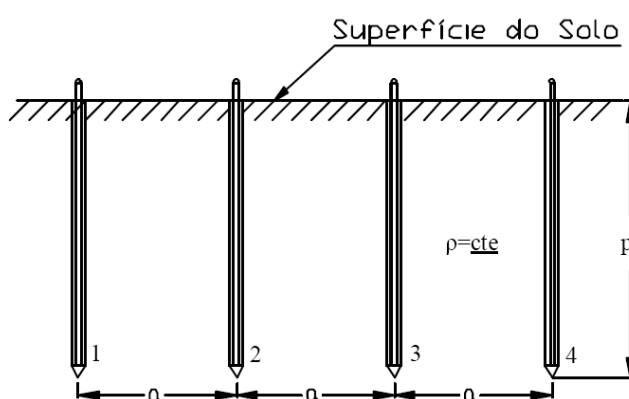


Figura 2.9 - Configuração das Quatro Hastes Cravadas no Solo [19].

Na Figura 2.9 tem-se que a é o espaçamento entre as hastes, p a altura de cravação das hastes e ρ a resistividade em solo homogêneo.

A corrente de teste é injetada no ponto 1 e coletada no ponto 4. Esta corrente, passando pelo solo, produz uma diferença de potencial entre os eletrodos 2 e 3. Sendo assim, dividindo a diferença de potencial pela corrente de teste (I), obtém-se o valor da resistência elétrica (R) do solo, em [19] encontra-se toda a dedução matemática para a obtenção da resistência elétrica do solo. Por simplificação, apresentar-se-á aqui somente a equação da resistividade elétrica do solo, obtida através do método de Wenner:

$$\rho = \frac{4 \pi R a}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + (2p)^2}} - \frac{2a}{\sqrt{(2a)^2 + (2p)^2}}} \quad (2.17)$$

Sabendo que, o solo apresenta características anisotrópicas, portanto, as medições deverão ser levantadas em várias direções, pois a resistividade pode variar dependendo da direção considerada. Sendo assim, atribuiu-se um valor médio as resistividades para diversas partes que compõem o solo estratificado (Tabela 2.1).

2.5.2 Medição da Resistência - Método da Queda de Potencial

A medição direta da resistência de aterramento é a técnica mais adequada e utilizada, e é referenciada em [27]. O método da queda de potencial (MQP) Figura 2.10, consiste na aplicação de uma corrente no sistema de aterramento no eletrodo de teste (T). Assim, faz-se circular uma corrente através do eletrodo (C). Devido à passagem desta corrente, surge uma queda de tensão (potenciais na superfície do solo). Estes potenciais são medidos através dos eletrodos (P). O aparelho que faz esta medição é conhecido como medidor de resistência de terra (Terrômetro). Com a variação da distância (x) entre os eletrodos P e T, tem-se a medição da resistência em cada ponto escolhido, conforme as Figura 2.11.

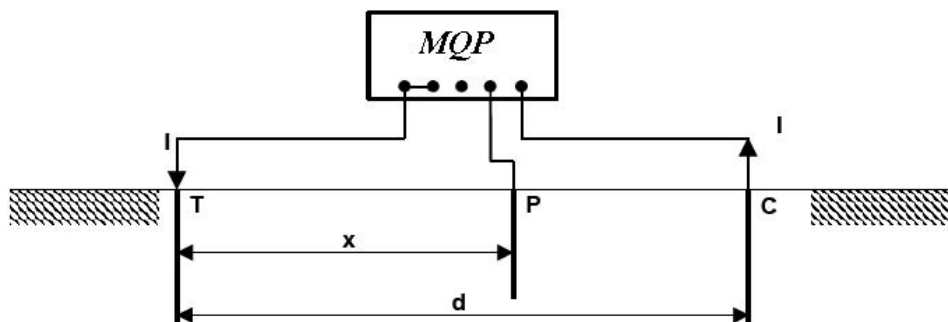


Figura 2.10 - Método de Medição da Resistência de Aterramento [22].

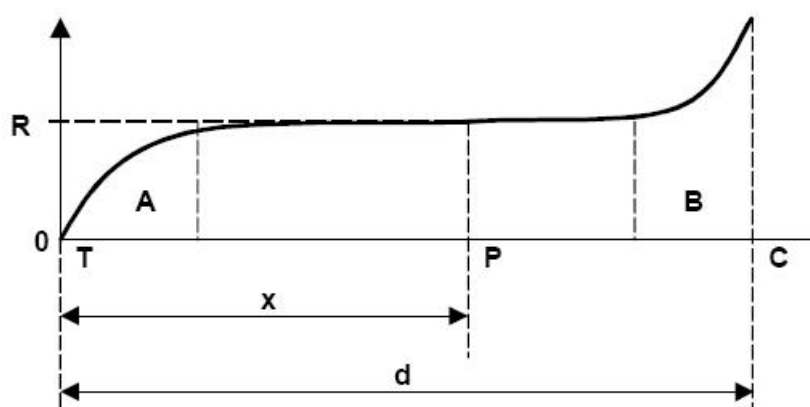


Figura 2.11 - Resistência de Aterramento - Método da Queda de Potencial [22].

Na região “A” o potencial é crescente, pois 90% da resistência de aterramento que envolve um eletrodo nele enterrado se encontra geralmente dentro de um raio de 1,8 a 3,5 [m] [25]. Entre “A” e ”B” é considerada a região patamar de potencial, ou seja, a área de condução é muito ampla e a densidade de corrente tende a ser mínima, havendo assim, uma queda de tensão desprezível. Portanto, caso a curva de potencial não tenha a porção horizontal, significa que o aterramento auxiliar (P) está muito próximo do aterramento de medição. Em relação à região “B”, conforme o eletrodo auxiliar (P) começa a se aproximar do eletrodo (C), ocorre uma diminuição de área de condução forçando a passagem de uma corrente. Consequentemente se a área tende a diminuir, a resistência aumenta com esta proximidade, ocorrendo assim, uma curva também crescente na região “B”.

2.6 Considerações Finais

Neste capítulo, apresentaram-se sucintamente os fundamentos básicos de um sistema de aterramento. Foram conceituados dois aspectos de controle de tensão (tensão de toque e de passo), enfatizando os critérios de segurança. Para a viabilidade de um projeto

de aterramento, é indispensável o conhecimento da resistividade do solo. Sendo assim, foram citados os fatores que influenciam a resistividade do solo. Para uma análise de campo, foram citados os dois métodos mais usados na medição da resistividade e da resistência de aterramento.

Por fim, para uma comparação de resultados entre equacionamento analítico e o método numérico, foi detalhado o cálculo analítico da resistência de aterramento de uma haste vertical. Esta comparação é apresentada no capítulo 5.

CAPÍTULO 3

Equações de Maxwell e o Método de Elementos Finitos

3.1 Introdução

Neste capítulo são estabelecidas as equações de Maxwell que descrevem o eletromagnetismo para solução do problema analisado. A resolução deste sistema de equações dar-se-á através da formulação eletrocinética em potencial escalar (correntes estacionárias). Posteriormente aplica-se o método de elementos finitos utilizando o método de Galerkin. Por fim, apresenta-se a formulação eletrocinética para uma geometria axi-simétrica.

3.2 Equações de Maxwell na Forma Quase-Estática

James Clerk Maxwell (1831 - 1879), físico britânico que explicou as propriedades do eletromagnetismo, publicou um conjunto de quatro equações diferenciais nas quais descreve a natureza dos campos eletromagnéticos em termos de espaço e tempo. Estas equações são leis que estão relacionadas à variação dos campos elétricos e magnéticos provenientes de cargas e correntes elétricas.

As equações de Maxwell são as leis físicas que regem os campos eletromagnéticos e constituem um sistema de equações de derivadas parciais. Nos meios contínuos, estas equações são as seguintes [28]:

$$\text{rot } \mathbf{h} = \mathbf{j} + \partial_t \mathbf{d}, \quad (3.1)$$

$$\text{div } \mathbf{b} = 0, \quad (3.2)$$

$$\text{rot } \mathbf{e} = -\partial_t \mathbf{b}, \quad (3.3)$$

$$\text{div } \mathbf{d} = \rho_V, \quad (3.4)$$

onde \mathbf{h} é o campo magnético (A/m), \mathbf{j} é a densidade de corrente de condução (A/m²), \mathbf{d} a densidade de fluxo elétrico ou indução elétrica (C/m²), \mathbf{e} o campo elétrico (V/m), \mathbf{b} a indução magnética ou densidade de fluxo magnético (T) e ρ_V a densidade volumétrica de carga elétrica (C/m³).

Neste trabalho, assume-se que os vetores de campo são finitos em seu domínio e que, em todos os pontos ordinários, eles sejam funções contínuas com derivadas contínuas. Por ponto ordinário entende-se um ponto em cuja vizinhança as propriedades constitutivas do meio (permeabilidade, permissividade e condutividade) sejam contínuas [28]. Descontinuidades nos vetores de campo ou em suas derivadas podem ocorrer, entretanto, em superfícies onde exista uma mudança abrupta das propriedades constitutivas do meio.

A equação (3.1) é uma generalização da lei de Ampère e a equação (3.3) é chamada lei de Faraday. Elas constituem as equações ditas de acoplamento eletromagnético, enquanto que as equações (3.2) e (3.4) constituem as equações ditas de conservação. Todas as equações são gerais e nunca foram invalidadas desde sua conclusão por Maxwell no século XIX.

Em eletrotécnica, nas baixas frequências, a densidade da corrente \mathbf{j} é considerada muito maior que a densidade de corrente de deslocamento $\partial_t \mathbf{d}$ e se utiliza, então, as equações de Maxwell na forma quase-estática [28]:

$$\operatorname{rot} \mathbf{h} = \mathbf{j}, \quad (3.5)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{b} = 0, \quad (3.6)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{e} = -\partial_t \mathbf{b}, \quad (3.7)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{d} = \rho_V, \quad (3.8)$$

Aplicando-se o operador div em ambos os lados da equação (3.5), obtém-se a equação da continuidade de corrente:

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad (3.9)$$

3.3 Leis do Comportamento dos Materiais

Um segundo conjunto de relações é necessário para completar a informação contida no sistema das equações de Maxwell: as relações constitutivas. Essas relações, chamadas também de leis de comportamento, exprimem as propriedades dos materiais. Se μ (H/m) representa a permeabilidade magnética, ε (F/m) a permissividade elétrica e σ (s/m) a condutividade elétrica, as leis de comportamento, para materiais isotrópicos, se enunciam como segue [28]:

$$\mathbf{b} = \mu \mathbf{h} + \mathbf{b}_r, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{d} = \varepsilon \mathbf{e}, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{e}, \quad (3.12)$$

onde \mathbf{b}_r é a indução magnética remanente, a qual é acrescentada para tratar ímãs permanentes porventura existentes no domínio.

3.4 Condições do Contorno - Condições Homogêneas

Condições de contorno adequadas devem ser aplicadas sobre a fronteira do domínio de estudo Ω para assegurar a unicidade da solução. Elas podem ser, conforme o problema considerado, relativas aos componentes tangenciais de \mathbf{e} e \mathbf{h} , e aos componentes normais de \mathbf{d} , \mathbf{j} e \mathbf{b} .

Na fronteira Γ do domínio global Ω (ver Figura 3.1), considera-se algumas condições de contorno ditas condições homogêneas.

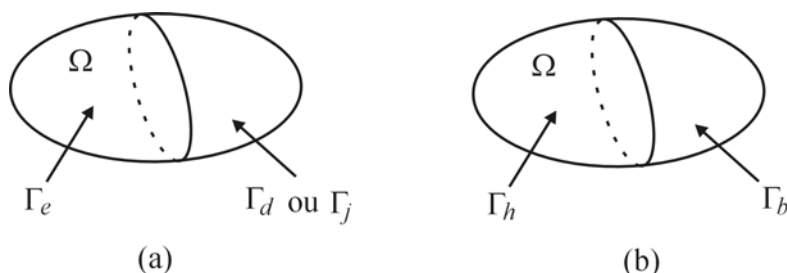


Figura 3.1 - Domínio estudado: (a) grandezas elétricas e (b) grandezas magnéticas.

Para as grandezas elétricas, sobre as partes complementares das superfícies Γ_e e Γ_d (ou Γ_j) de Γ , eventualmente não conexas, definem-se as seguintes condições:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{e}|_{\Gamma_e} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{d}|_{\Gamma_d} = 0 \quad \text{ou} \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{j}|_{\Gamma_j} = 0. \quad (3.13-14-15)$$

Para as grandezas magnéticas, sobre as partes complementares das superfícies Γ_h e Γ_b de Γ , eventualmente não conexas, definem-se as condições:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{h}|_{\Gamma_h} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{b}|_{\Gamma_b} = 0. \quad (3.16-17)$$

Essas condições de contorno homogêneas sobre os campos ocorrem por razões:

- *físicas* – condições no infinito ou associadas aos materiais idealizados. Por exemplo, as equações (3.13) e (3.16), respectivamente, para os materiais condutores perfeitos e magnéticos perfeitos, ou seja, de condutividade e permeabilidade infinitas;
- *simetria* – quando se fixa a direção dos campos.

3.5 Condições do Contorno - Transmissão dos Campos

Na interface entre materiais com diferentes propriedades constitutivas, os campos eletromagnéticos sofrem descontinuidades.

Considere uma superfície Σ entre os dois meios contínuos, representados pelos subdomínios Ω_1 e Ω_2 (ver Figura 3.2).

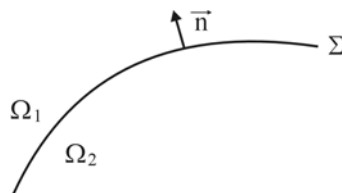


Figura 3.2 - Superfície Σ entre dois meios contínuos Ω_1 e Ω_2 .

As equações (3.5), (3.6), (3.7) e (3.8) podem ser integradas sobre os volumes ou as superfícies incluindo as partes da superfície Σ . A aplicação do teorema da divergência ou do teorema de Stokes conduz as seguintes condições de transmissão [28]:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_1) \Big|_{\Sigma} = \mathbf{j}_s, \quad (3.18)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) \Big|_{\Sigma} = 0, \quad (3.19)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1) \Big|_{\Sigma} = 0, \quad (3.20)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{d}_2 - \mathbf{d}_1) \Big|_{\Sigma} = \rho_s, \quad (3.21)$$

onde \mathbf{j}_s e ρ_s representam, respectivamente, as densidades de corrente e de carga concentradas sobre a superfície Σ , e onde \mathbf{n} é a normal à Σ , orientada de Ω_2 para Ω_1 .

As relações (3.19) e (3.20) acarretam que a componente tangencial de \mathbf{e} e a componente normal de \mathbf{b} são contínuas através de Σ . Se \mathbf{j}_s e ρ_s são diferentes de zero, as relações (3.18) e (3.21) acarretam a descontinuidade da componente tangencial de \mathbf{h} e da componente normal de \mathbf{d} [28]. Em geral, considera-se \mathbf{j}_s e ρ_s nulos e então, a

componente tangencial de \mathbf{h} e a componente normal de \mathbf{d} passam a ser contínuas na interface. A partir da equação (3.9), pode-se exprimir a continuidade da componente normal da densidade de corrente:

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{j}_2 - \mathbf{j}_1)|_{\Sigma} = 0. \quad (3.22)$$

3.6 Grandezas Globais do Tipo Fluxo e do Tipo Circulação

Além das condições de contorno locais, as condições globais sobre os campos podem ser impostas através dos funcionais dos tipos fluxo e circulação.

As condições globais do tipo fluxo estão relacionadas com a carga elétrica total Q , a intensidade de corrente I e o fluxo magnético Ψ . Já, as do tipo circulação, relacionam-se com a força eletromotriz V e a força magnetomotriz Φ . Esses fluxos, através das superfícies Γ_i situadas sobre a fronteira do domínio de estudo, e as circulações, ao longo das curvas γ_i pertencendo ao domínio, são definidas por:

$$\int_{\Gamma_i} \mathbf{n} \cdot \mathbf{d} \, ds = Q_i, \quad \int_{\Gamma_i} \mathbf{n} \cdot \mathbf{j} \, ds = I_i, \quad \int_{\Gamma_i} \mathbf{n} \cdot \mathbf{b} \, ds = \Psi_i \quad (3.23-24-25)$$

$$\int_{\gamma_i} \mathbf{e} \cdot d\mathbf{l} = V_i, \quad \int_{\gamma_i} \mathbf{h} \cdot d\mathbf{l} = \Phi_i, \quad (3.26-27)$$

onde \mathbf{n} representa o campo de vetores unitários normal à Γ_i e orientados para o exterior de Ω .

3.7 Modelo Eletrocinético

A eletrocinética consiste no estudo da distribuição espacial da densidade de corrente \mathbf{j} nos materiais condutores. O modelo eletrocinético aplicado ao domínio de estudo Ω , de fronteira Γ , é caracterizado pelas leis de comportamento e condições de contorno, dado pelas seguintes equações diferenciais:

$$\text{rot } \mathbf{e} = 0, \quad \text{div } \mathbf{j} = 0, \quad \text{em } \Omega, \quad (3.28-29)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{e}, \quad (3.30)$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{e}|_{\Gamma_e} = 0, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{j}|_{\Gamma_j} = 0, \quad \text{com } \Gamma = \Gamma_e \cup \Gamma_j \quad (3.31-32)$$

As restrições globais definidas são relativas à corrente elétrica I_i (3.33) e a diferença de potencial V_i (3.34), cuja relação define o inverso de uma resistência elétrica R (3.35).

$$\int_{\Gamma_i} \mathbf{n} \cdot \mathbf{j} \, ds = I_i, \quad (3.33)$$

$$\int_{\gamma_i} \mathbf{e} \cdot d\mathbf{l} = V_i, \quad (3.34)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{I_i}{V_i}. \quad (3.35)$$

3.7.1 Formulação Eletrocinética em Potencial Escalar Elétrico

A partir da equação (3.28), pode-se introduzir um potencial escalar elétrico v tal que

$$\mathbf{e} = -\text{grad } v. \quad (3.36)$$

Note que o campo elétrico assim definido representa, pela equação (3.28), um campo admissível. Na relação (3.36), o potencial v não é único. Considerando dois potenciais v_1 e v_2 , definidos tal que $v_1 = v_2 + k$, onde k é uma constante, infinitas combinações conduzem ao mesmo valor do campo elétrico \mathbf{e} . Assim, para haver a unicidade da solução é necessário impor uma restrição ou uma condição de calibre sobre v . Na prática, a unicidade da solução é obtida com a ajuda das condições de contorno. Reagrupando as equações (3.29) e (3.30), obtém-se a equação:

$$\text{div}(\sigma \text{ grad } v) = 0, \quad (3.37)$$

que deve ser resolvida em todo o domínio levando em conta as condições de contorno. A condição (3.31), para o campo elétrico, se escreve para a formulação em potencial escalar:

$$v|_{\Gamma_e} = v_o = \text{constante}. \quad (3.38)$$

essa condição é conhecida como *condição de contorno de Dirichlet*.

Esta condição pode ser diretamente relacionada à relação (3.34), a qual impõe a circulação do campo elétrico sobre um contorno. Supondo que esse contorno relige duas fronteiras denotadas Γ_A e Γ_B , e como se deve impor uma diferença de potencial, é possível escolher arbitrariamente $v = 0$ sobre a fronteira Γ_A e $v = V_i$ sobre Γ_B .

Para a densidade de corrente elétrica, como $\mathbf{j} = -\sigma \text{grad } v$, a relação (3.32) possui a forma:

$$\mathbf{n} \cdot \sigma \text{grad } v|_{\Gamma_j} = 0. \quad (3.39)$$

Examinando (3.39), conclui-se que o campo elétrico é tangente na fronteira Γ_j e, então, as linhas equipotenciais são perpendiculares em Γ_j . Esta condição é conhecida como *condição de contorno de Neumann*.

3.7.2 Notações, Fórmulas de Green e Espaços Funcionais

Com o intuito de simplificar as expressões deste texto, definem-se as seguintes notações, relativas às integrais sobre um volume Ω e a uma superfície Γ [28]:

$$(u, v)_\Omega = \int_\Omega u v \, d\Omega, \quad (\mathbf{u}, \mathbf{v})_\Omega = \int_\Omega \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega,$$

$$\langle u, v \rangle_\Gamma = \int_\Gamma u v \, d\Gamma, \quad \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_\Gamma = \int_\Gamma \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \, d\Gamma,$$

com u , v , \mathbf{u} e \mathbf{v} definidos sobre Ω e Γ tais que essas integrais tenham um sentido. Em geral, elas podem ser definidas nos espaços de Sobolev de campos escalares e vetoriais, isto é [28],

$$H^1(\Omega) = \left\{ u \in L^2(\Omega); \partial_x u, \partial_y u, \partial_z u \in L^2(\Omega) \right\},$$

$$\mathbf{H}^1(\Omega) = \left\{ \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega); \partial_x \mathbf{u}, \partial_y \mathbf{u}, \partial_z \mathbf{u} \in \mathbf{L}^2(\Omega) \right\}.$$

O estabelecimento das formulações fracas associadas aos problemas de derivadas parciais consideradas, e sobre os quais se baseia o método de elementos finitos, conduz às duas fórmulas de Green dadas por [28]:

$$(\mathbf{u}, \text{grad } v) + (\text{div } \mathbf{u}, v) = \langle v, \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \rangle_\Gamma, \quad \forall \mathbf{u} \in \mathbf{H}^1(\Omega), \quad \forall v \in H^1(\Omega). \quad (3.40)$$

$$(\mathbf{u}, \text{rot } \mathbf{v}) - (\text{rot } \mathbf{u}, \mathbf{v}) = \langle \mathbf{u} \times \mathbf{n}, \mathbf{v} \rangle_\Gamma, \quad \forall \mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{H}^1(\Omega). \quad (3.41)$$

Estas equações são estabelecidas a partir das seguintes relações da análise vetorial

$$\mathbf{u} \cdot \text{grad } v + v \cdot \text{div } \mathbf{u} = \text{div}(v \mathbf{u}) \quad \text{e} \quad \mathbf{u} \cdot \text{rot } \mathbf{v} - \text{rot } \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \text{div}(\mathbf{v} \times \mathbf{u}),$$

integradas sobre o domínio Ω , com a aplicação do teorema da divergência para a obtenção dos termos em integral de superfície.

A *estrutura de base*, formada de quatro espaços funcionais e três operadores, é representada abaixo. Ela é constituída de duas cópias de $L^2(\Omega)$, de duas cópias de $L^2(\Omega)$, e dos operadores diferenciais gradiente, rotacional e divergente:

$$L^2(\Omega) \xrightarrow{\text{grad}_u} L^2(\Omega) \xrightarrow{\text{rot}_u} L^2(\Omega) \xrightarrow{\text{div}_u} L^2(\Omega).$$

Os três operadores diferenciais são os operadores cujo domínio são definidos de maneira restritiva [28]:

$$E_u^0 = \{v \in L^2(\Omega); \text{grad } v \in L^2(\Omega), v|_{\Gamma_u} = 0\};$$

$$E_u^1 = \{v \in L^2(\Omega); \text{rot } v \in L^2(\Omega), \mathbf{n} \wedge v|_{\Gamma_u} = 0\};$$

$$E_u^2 = \{v \in L^2(\Omega); \text{div } v \in L^2(\Omega), \mathbf{n} \cdot v|_{\Gamma_u} = 0\}.$$

3.7.3 Forma Fraca da Formulação Eletrocinética

Como visto anteriormente, uma maneira de resolver o conjunto de equações de Maxwell da eletrocinética é usando a definição de um potencial escalar elétrico v . Assim, a equação resultante é dada por:

$$\text{div}(\sigma \text{grad } v) = 0. \quad (3.42)$$

Esta forma inicial do problema é o que tem sido considerado até agora e constitui sua formulação forte [28].

A forma fraca da equação (3.42) é obtida da seguinte maneira: suponha que a função v seja uma função aproximada, de maneira que a equação (3.42) se torne:

$$R = \text{div}(\sigma \text{grad } v), \quad (3.43)$$

onde R é um resíduo, visto que a função v não é exata.

O objetivo é fazer com que o resíduo tenda a zero ou ainda que na média (ponderada) o resíduo seja zero. Matematicamente isso se escreve da seguinte forma [28],

$$\int_{\Omega} R w \, d\Omega = 0 \quad \text{ou} \quad (R, w)_{\Omega} = 0, \quad (3.44)$$

onde w é a função peso ou função de ponderação. Esse método de resolver a equação (3.42) é conhecido como **Método dos Resíduos Ponderados**.

Substituindo a equação (3.43) em (3.44), tem-se:

$$(\operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} v), w)_{\Omega} = 0. \quad (3.45)$$

Fazendo $w = v'$ e aplicando a fórmula de Green do tipo *grad-div* (3.40), apresentada no item 3.7.2, tem-se:

$$(\sigma \operatorname{grad} v, \operatorname{grad} v')_{\Omega} + \langle \mathbf{n} \cdot \sigma \operatorname{grad} v, v' \rangle_{\Gamma} = 0, \quad \forall v' \in E_u^0. \quad (3.46)$$

Onde $E_u^0 = \{v \in L^2(\Omega); \operatorname{grad} v \in \mathbf{L}^2(\Omega), v|_{\Gamma_u} = 0\}$.

O segundo termo a esquerda de (3.46) pode ser dividido como sendo:

$$\langle \mathbf{n} \cdot \sigma \operatorname{grad} v, v' \rangle_{\Gamma} = \langle \mathbf{n} \cdot \sigma \operatorname{grad} v, v' \rangle_{\Gamma_e} + \langle \mathbf{n} \cdot \sigma \operatorname{grad} v, v' \rangle_{\Gamma_j}. \quad (3.47)$$

O primeiro termo de (3.47) do lado direito se anula, pois $v' \in E_u^0$ e o segundo termo também se anula devido à condição de contorno (3.32). Desse modo, a equação (3.46) se torna,

$$(\sigma \operatorname{grad} v, \operatorname{grad} v')_{\Omega} = 0, \quad \forall v' \in E_u^0. \quad (3.48)$$

Outra forma de escrever a equação (3.48) é dada por:

$$\int_{\Omega} \sigma \nabla v \cdot \nabla v' \, d\Omega = 0, \quad \forall v' \in E_u^0. \quad (3.49)$$

As equações (3.48) e (3.49) representam a formulação eletrocinética fraca em potencial escalar elétrico v .

Observe que a equação (3.42), a qual se refere à forma forte, é uma equação diferencial parcial de segunda ordem (equação de Laplace). Todavia, a equação (3.49) é uma equação que apresenta somente derivadas de primeira ordem (gradiente). Devido ao fato de haver redução na ordem das derivadas da equação, chama-se a equação (3.49) de forma fraca do problema.

3.8 Método de Elementos Finitos - Método de Galerkin

No método de elementos finitos (MEF), o sistema é dividido em subsistemas de geometria simples (por exemplo, triângulos e/ou retângulos para análise bi-dimensional), os quais são chamados elementos finitos. Dentro de cada elemento, os valores dos campos são calculados por meio de funções de interpolação. A forma da interpolação nos

elementos é definida pelos valores dos campos, e algumas vezes por suas derivadas, nos pontos nodais. As derivadas dos campos são obtidas derivando as funções de interpolação, e as equações de campo são aproximadas pela minimização das equações integrais obtidas pelos princípios variacionais ou aplicando o método dos resíduos ponderados nas equações diferenciais e condições de contorno.

O MEF é baseado no fato do domínio de estudo seja discretizado, ou seja, dividido em pequenas parcelas chamadas “elementos finitos”. Na Figura 3.3a tem-se, por exemplo, um domínio composto por dois diferentes materiais [29].

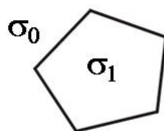


Figura 3.3a - Domínio de estudo.

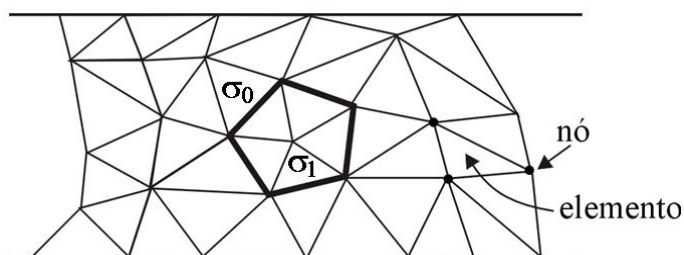


Figura 3.3b - Domínio discretizado.

O problema a ser resolvido será aqui, por razões didáticas, relativo à distribuição de campos elétricos em meios condutores, sendo assim, considera-se a condutividade dos meios σ .

A divisão ou *discretização* da região deve respeitar a fronteira entre materiais conforme a Figura 3.3b e, adicionalmente, um nó deve ser o vértice de um ou mais triângulos, não podendo ser um ponto situado no meio de uma aresta [29].

Aplicando o método dos resíduos ponderados e fazendo $v' = \phi_n$, obtem-se a seguinte equação resultante:

$$\sum_{n=1, N} \int_{\Omega} \sigma \text{grad } V \cdot \text{grad } \phi_n \, d\Omega = 0, \quad (3.50)$$

onde n representa um elemento genérico e N é o número de elementos no domínio de cálculo.

A função V é dada por: $V(x, y) = \sum_{i=1}^3 \phi_i(x, y) V_i$ e as funções $\phi_n = \phi_i(x, y)$ são

conhecidas como *funções de interpolação* e possuem as seguintes propriedades:

$$\phi_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^3 \phi_i(x, y) = 1. \quad (3.51)$$

Assim, as funções $\phi_i(x, y)$ valem “1” no nó “ i ” e decrescem linearmente até zero nos outros nós do elemento. Fora do elemento considerado, as funções $\phi_i(x, y)$ são identicamente nulas. A representação destas funções está mostrada na Figura 3.4 [29].

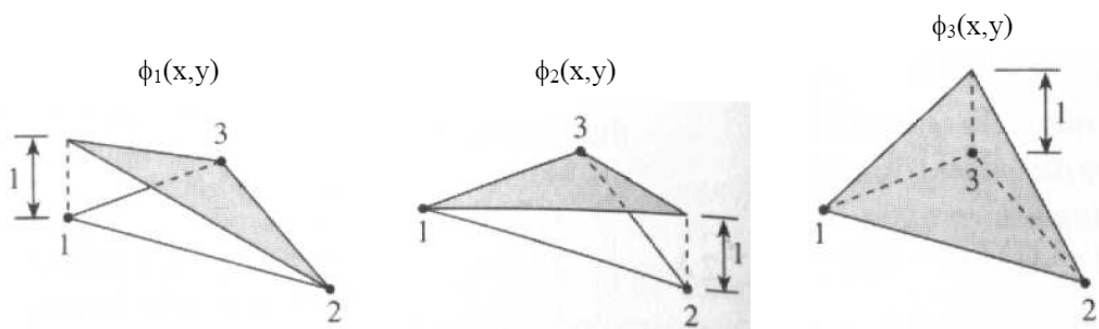


Figura 3.4 - Representação das funções de interpolação.

O elemento finito aqui utilizado é o triângulo chamado *triângulo de primeira ordem*, definido pelos seus três vértices, também chamados “nós”. Assuma que a variável incógnita a ser determinada seja o potencial V no domínio. Uma vez que esta variável é conhecida, o campo pode ser facilmente determinado. Da “malha” da Figura 3.3b, ou seja, do conjunto de elementos finitos que formam o domínio de estudo, considere o triângulo que está mostrado na Figura 3.5 [29].

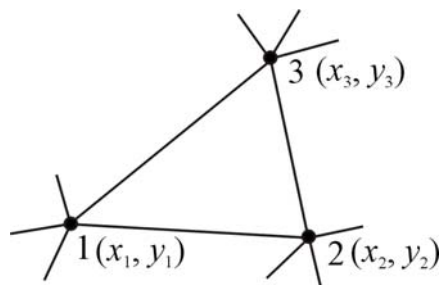


Figura 3.5 - Elemento triangular de primeira ordem.

Este elemento é de *primeira ordem*, pois o potencial no seu interior varia linearmente [29][30].

Considerando um elemento triangular conforme mostrado na Figura 3.5, a equação (3.50) para um elemento de referência é dada por:

$$\frac{\sigma}{2D} \begin{bmatrix} q_1 q_1 + r_1 r_1 & q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_1 q_3 + r_1 r_3 \\ q_2 q_1 + r_2 r_1 & q_2 q_2 + r_2 r_2 & q_2 q_3 + r_2 r_3 \\ q_3 q_1 + r_3 r_1 & q_3 q_2 + r_3 r_2 & q_3 q_3 + r_3 r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.52)$$

onde D é o dobro da área do triângulo da Figura 3.5 e:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} q_1 = y_2 - y_3 & r_1 = x_3 - x_2 \\ q_2 = y_3 - y_1 & r_2 = x_1 - x_3 \\ q_3 = y_1 - y_2 & r_3 = x_2 - x_1 \end{matrix} \quad (3.53)$$

Após a montagem da matriz para cada elemento finito, deve-se efetuar a montagem da matriz global, aplicar as condições de contorno e resolver a matriz obtendo os valores dos potenciais elétricos em cada nó da malha do domínio de estudo.

O sistema final a ser resolvido é expresso por:

$$SS \mathbf{V} = \mathbf{Q}. \quad (3.54)$$

onde:

SS – matriz rigidez contendo as contribuições de cada elemento;

\mathbf{V} – matriz dos potenciais elétricos (incógnitas);

\mathbf{Q} – matriz contendo as fontes, que no caso da formulação eletrocinética é uma matriz nula.

3.9 Formulação do Sistema Axi-Simétrico

Em problemas de engenharia, algumas estruturas possuem simetria de revolução como, por exemplo, os solenóides e até mesmo as hastes de aterramento que são modeladas neste trabalho. Estes problemas são, de fato, tridimensionais. No entanto, existe uma simetria axial ou de rotação nesta estrutura. Dessa forma, os problemas podem ser abordados de forma bidimensional e apenas aplicando um fator de correção na formulação numérica, pode-se obter a solução do problema tridimensional. Para fazer a correção, devem-se multiplicar os termos do sistema por um fator $2\pi r_o$.

Assim, a matriz (3.52) para cada elemento finito se torna:

$$\frac{\pi r_o \sigma}{D} \begin{bmatrix} q_1 q_1 + r_1 r_1 & q_1 q_2 + r_1 r_2 & q_1 q_3 + r_1 r_3 \\ q_2 q_1 + r_2 r_1 & q_2 q_2 + r_2 r_2 & q_2 q_3 + r_2 r_3 \\ q_3 q_1 + r_3 r_1 & q_3 q_2 + r_3 r_2 & q_3 q_3 + r_3 r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.55)$$

onde r_o é a distância do baricentro do triângulo (elemento) ao eixo de rotação. Tem-se então $r_o = (x_1 + x_2 + x_3)/3$, onde x_1, x_2, x_3 são as distâncias dos três nós do elemento em relação ao eixo de rotação [29].

3.10 Considerações Finais

Neste capítulo, foram apresentadas as equações de Maxwell, as relações constitutivas e as condições de contorno que descrevem o modelo eletrocinético. O problema eletrocinético foi modelado usando uma formulação em potencial escalar elétrico tanto a forma forte quanto na forma fraca.

Este capítulo apresentou o conceito do método de elementos finitos e a maneira de se obter a matriz local para um elemento de referência. Para os problemas que apresentam uma simetria axial ou de rotação na estrutura foi mostrado que eles podem ser abordados de forma bidimensional e apenas aplicando um fator de correção na formulação numérica, pode-se obter a solução do problema tridimensional.

CAPÍTULO 4

Abordagem dos Aspectos Computacionais

4.1 Introdução

Este capítulo apresenta de forma sucinta alguns aspectos relevantes da aplicação das ferramentas computacionais implementadas na modelagem de um sistema de aterramento composto por uma haste vertical. A geometria da haste permite usar uma modelagem axi-simétrica. O problema é analisado com uma formulação eletrocinética em potencial escalar elétrico. A modelagem axi-simétrica exige uma malha mais refinada (densa) próxima ao eixo de simetria (eixo de rotação). Isso acarreta um sistema de equações lineares de grande porte, exigindo mais memória computacional. Para a resolução do sistema de equação linear foi utilizado o método dos gradientes conjugados com pré-condicionamento por decomposição incompleta de Cholesky (ICCG – Incomplet Cholesky Conjugated Gradients).

4.2 Pré-processador - Gmsh

O Gmsh é um gerador de malhas de elementos finitos (unidimensional, bidimensional e tridimensional) constituído por um pré-processador e um pós-processador. Seu objetivo é fornecer uma ferramenta simples e articulada para parâmetros de entrada e visualização avançada de gráficos [18]. Por definição, o módulo do pré-processador é onde ocorre à introdução da geometria do problema, descrição dos materiais, especificação das condições de contorno e efetua-se a malha do sistema [29].

Neste trabalho, o pré-processador do Gmsh foi utilizado para desenhar a geometria do problema e para efetuar a malha bidimensional. Do Gmsh é possível extrair um arquivo *.msh contendo as coordenadas dos nós dos elementos triangulares e a numeração global destes elementos. Vale aqui ressaltar a informação referente à numeração global: a Figura 3.5 destaca um elemento triangular, onde 1, 2 e 3 são os nós do triângulo, correspondendo a uma numeração global no arquivo de saída do Gmsh. Após gerar a malha, optou-se em salvar o arquivo de saída na versão 1.0, pois essa versão gera

um arquivo de saída com menos caracteres, facilitando a interface para leitura no Labview. A Figura 4.1 mostra o formato de saída de um arquivo *.msh do Gmsh, salvo na versão 1.0.

```

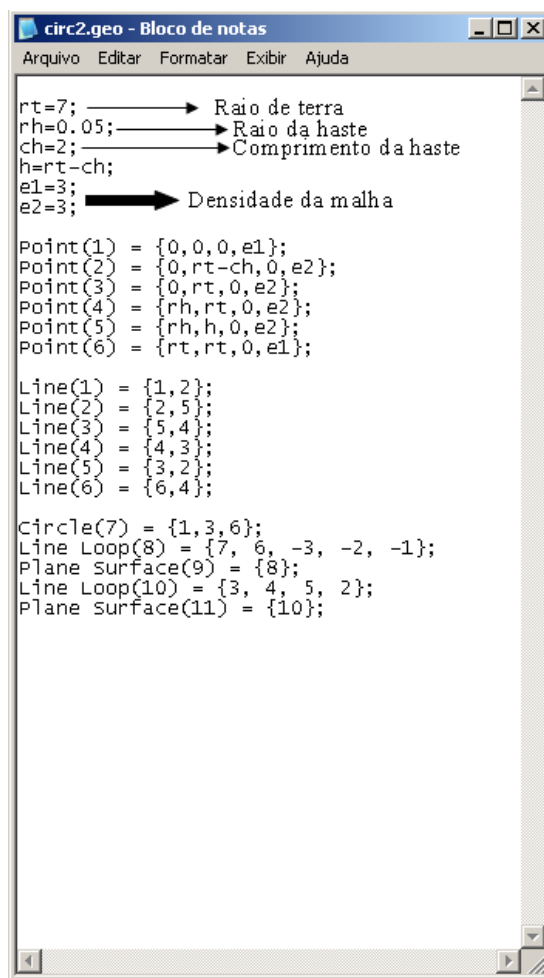
circ2.msh - Bloco de notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
$NOD
9
1 0 0 0
2 0 4 0
3 0 7 0
4 1 7 0
5 1 4 0
6 7 7 0
7 3.499999999998538 0.9378221735004884 0
8 6.062177826494128 3.500000000005295 0
9 3.712435565295901 4.487564434701157 0
$ENDNOD
$ELM
24
1 15 0 1 1 1
2 15 0 2 1 2
3 15 0 3 1 3
4 15 0 4 1 4
5 15 0 5 1 5
6 15 0 6 1 6
7 1 0 1 2 1 2
8 1 0 2 2 2 5
9 1 0 3 2 5 4
10 1 0 4 2 4 3
11 1 0 5 2 3 2
12 1 0 6 2 6 4
13 1 0 7 2 1 7
14 1 0 7 2 7 8
15 1 0 7 2 8 6
16 2 0 9 3 1 7 5
17 2 0 9 3 1 5 2
18 2 0 9 3 5 7 9
19 2 0 9 3 9 7 8
20 2 0 9 3 9 4 5
21 2 0 9 3 6 4 9
22 2 0 9 3 6 9 8
23 2 0 11 3 2 5 3
24 2 0 11 3 5 4 3
$ENDELM

```

Figura 4.1 - Arquivo de Saída do Pré-processador Gmsh.

A malha deste exemplo é “grosseira”. A parte inicial do arquivo contém as coordenadas dos nós do elemento. Neste exemplo há 9 nós (NOD) e, em seguida, são fornecidas as coordenadas x , y e z de cada nó. Na segunda parte do arquivo encontram-se os dados referentes aos 24 elementos (ELM). Note que o primeiro dado indica o número total de elementos, mas só os índices (a), (b) e (c) serão lidos e armazenados.

O índice (b) indica os valores da numeração global do elemento, situado nas últimas três colunas do índice (Figura 4.3). O índice (a) está relacionado com o índice (c). O programa lê o índice (a) e armazena todas as linhas e as colunas relacionadas a este índice, que indica os valores das condições de contorno (Dirichlet). Para entender melhor este passo, considere a Figura 4.2 contendo o arquivo *.geo, que é o arquivo que define a geometria do sistema.



```

circ2.geo - Bloco de notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda

rt=7;          Raio de terra
rh=0.05;       Raio da haste
ch=2;          Comprimento da haste
h=rt-ch;
e1=3;          Densidade da malha
e2=3;

Point(1) = {0,0,0,e1};
Point(2) = {0,rt-ch,0,e2};
Point(3) = {0,rt,0,e2};
Point(4) = {rh,rt,0,e2};
Point(5) = {rh,h,0,e2};
Point(6) = {rt,rt,0,e1};

Line(1) = {1,2};
Line(2) = {2,5};
Line(3) = {5,4};
Line(4) = {4,3};
Line(5) = {3,2};
Line(6) = {6,4};

Circle(7) = {1,3,6};
Line Loop(8) = {7, 6, -3, -2, -1};
Plane Surface(9) = {8};
Line Loop(10) = {3, 4, 5, 2};
Plane Surface(11) = {10};

```

Figura 4.2 - Arquivo que Define a Geometria do Sistema.

Para a estrutura de aterramento: rt é o raio de terra [m], rh é o raio da haste [m], ch é o comprimento da haste [m], $e1$ e $e2$ são os parâmetros utilizados para definir a densidade da malha. Observa-se que para este caso demonstrativo (malha grosseira), tem-se $e1 = e2 = 3$. Em uma simulação normal estes parâmetros ficam em torno de $e1 = 0,01$ e $e2 = 0,001$. As condições de Dirichlet são estabelecidas a partir dos índices (a) e (c) da Figura 4.1. Portanto, ao armazenar os dados referentes a estes dois índices, o programa verifica em sequência o arquivo *.geo mostrado na Figura 4.2. Neste arquivo é localizado o índice do comando “Circle”, que neste caso é (7). Sendo Assim, identificando este índice (7), armazenam-se os valores das duas últimas colunas do índice (c), conforme Figura 4.3.

Note que na Figura 4.3 as coordenadas ao qual às condições de Dirichlet são submetidas encontram-se repetidas (1-7-7-8-8-6). Na programação efetuada nesse trabalho esta repetição é eliminada. Sendo assim, em uma malha mais densa (refinada) todos os nós que se encontram entre os nós (1 e 6), recebem as condições de Dirichlet.

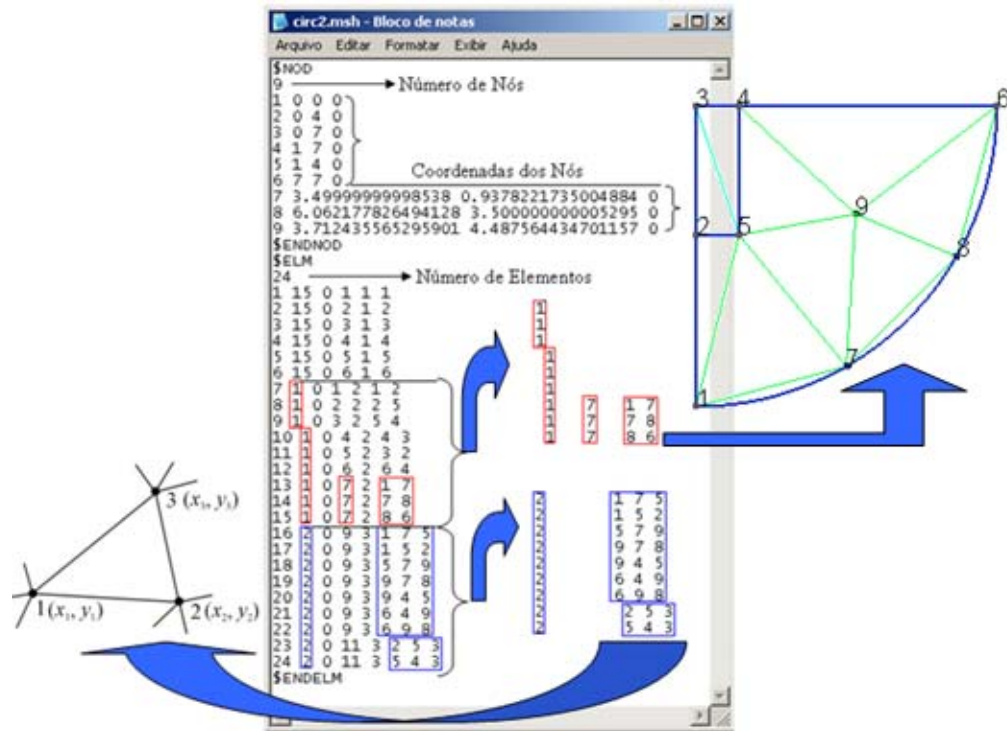


Figura 4.3 - Separação das Coordenadas de Interesse: Para Dirichlet (Coordenadas Vermelhas) e Numeração Global (Coordenadas Azuis).

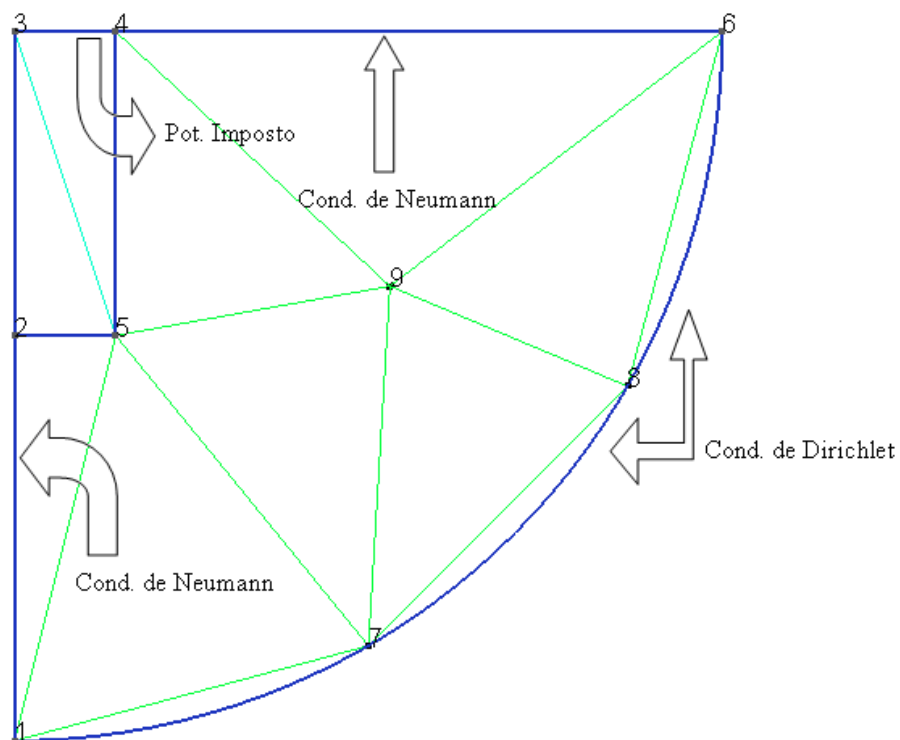


Figura 4.4 - Domínio de Cálculo da Haste de Aterramento.

No item 4.9, referente à programação da interface entre o Gmsh e o Labview, são demonstrados todos os programas referentes a esta separação de coordenadas de interesse. O domínio de cálculo da haste de aterramento é mostrado na Figura 4.4.

A geometria da haste foi extrapolada para melhor visualização. Todos os pontos entre os nós 3 e 4 receberam as condições de Dirichlet com um potencial de valor constante diferente de zero. Nas linhas entre os nós 4 e 6, e 1 e 3 têm-se as condições de Neumann e nas linhas entre os nós 1 e 6 têm-se as condições de Dirichlet com potencial nulo.

4.3 Processador - Matlab

No módulo do processador é efetuado o cálculo utilizando o método de elementos finitos. Antes de entrar no módulo do processador é necessário reorganizar os dados para executar o cálculo. Neste trabalho desenvolveu-se uma interface para a leitura dos dados de saída do pré-processador. Esta leitura de dados ocorre através do ambiente computacional Labview. A princípio, todo o desenvolvimento do cálculo de campos elétricos para um sistema de aterramento de haste vertical seria efetuado no Labview. Todavia, isso não foi possível, pois para sistemas de grande porte o Labview se torna lento e ocorre erro por falta de memória suficiente para terminar a execução do programa.

Esta falta de memória não é devido à estrutura computacional e sim a própria característica intrínseca do aplicativo. Sendo assim, o método de elementos finitos foi executado no ambiente Matlab. Cabe aqui ressaltar que o Matlab não é um software muito utilizado para sistemas de grande porte devido sua lentidão de execução. Para contornar este problema foi desenvolvido um arquivo executável no Matlab. Este executável minimiza a lentidão do software, mas não o suficiente para considerá-lo com um bom desempenho.

Neste trabalho o sistema de equações lineares foi resolvido usando o método dos gradientes conjugados com pré-condicionamento por decomposição incompleta de Cholesky (ICCG). Maiores detalhes sobre este método pode ser encontrado em [29][31][32][33][34][35]. O método foi escolhido pela sua ampla aplicação e aceitação na resolução de sistemas matriciais gerados pelo método de elementos finitos [29]. Em [31] é realizado uma comparação entre diversos métodos iterativos e se concluí que o método ICCG é o melhor.

4.4 Pós-processador - Gmsh

Este módulo possibilita a exploração dos resultados obtidos no processador, os quais são apresentados na forma gráfica ou numérica. Novamente, após a aplicação do arquivo executável do Matlab, desenvolve-se uma interface para que os valores dos potenciais elétricos, dos campos elétricos e das densidades elétricas sejam utilizados no cálculo da resistência de aterramento no ambiente Labview.

4.5 Programação - Gmsh - Labview - Matlab - Labview - Gmsh

Neste item apresenta-se a programação utilizada para o cálculo da resistência de aterramento. Em princípio, a programação no Labview utilizava apenas um arquivo *.vi (extensão do arquivo no Labview – instrumentação virtual), ou seja, um único arquivo para fazer a conexão entre o pré-processador e o pós-processador. Esta era a ideia sugerida no começo da dissertação, onde o Labview funcionaria como “processador”, recebendo dados do pré-processador (Gmsh), fazendo o processamento (solver) e tendo como saída um arquivo *.pos para verificação gráfica no pós-processador do Gmsh.

Entretanto, a falta de memória computacional do Labview para resolução do sistema linear de grande porte fez com que a ideia de executar todo o trabalho no Labview fosse reavaliada. Assim, fez-se a distribuição da programação desde o pré-processador até o pós-processador em nove arquivos *.vi e dois arquivos executáveis no ambiente Matlab responsáveis pela módulo do processador (solver).

4.6 Abordagem Sequencial de Programação

A Figura 4.5 mostra a sequência de programação adotada neste trabalho.

- i. Pré-processador do Gmsh: nesta etapa foi feita a parametrização e a malha do sistema de aterramento estudado. O arquivo de parametrização foi destacado na Figura 4.2. Cabe salientar que a malha da Figura 4.4 é simplesmente demonstrativa, pois esta malha gera um arquivo de saída (Figura 4.3) simples, possível de visualização de todas as coordenadas do sistema “malhado”.

- ii. Interface de Programação Gmsh - Labview: esta interface é dividida em três arquivos *.vi: work1.vi, work2.vi e work3.vi.

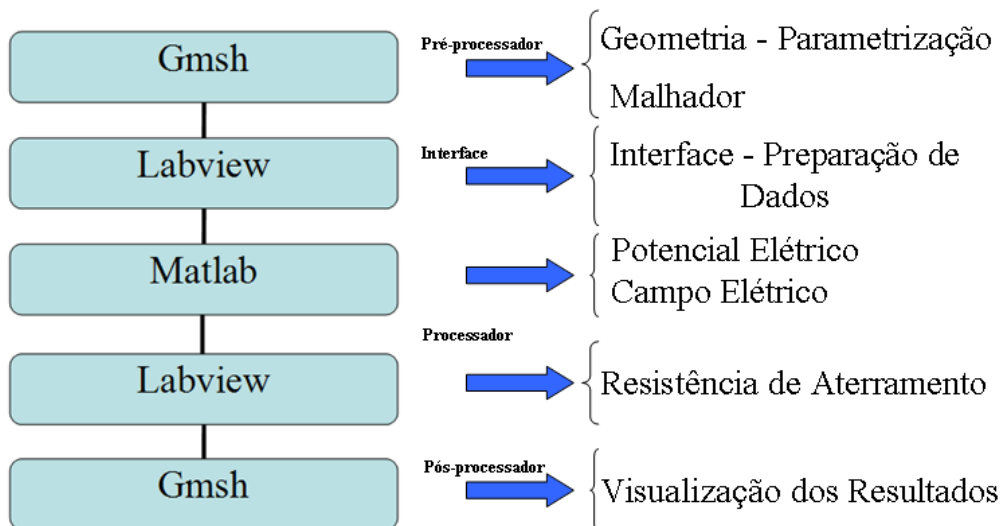


Figura 4.5 - Sequência de Programação.

O arquivo work1 recebe os dados de saída do Gmsh mostrados na Figura 4.3 e os dados de parametrização apresentados na Figura 4.2. Este arquivo tem como função separar as coordenadas dos nós x e y , já que na definição da geometria a coordenada z também é especificada, e identifica em sequência três índices da Figura 4.3 (1, 2 e 7). Os índices "1" e "2" estão sempre posicionados na segunda coluna referente às coordenadas dos elementos (Figura 4.3). O índice "1" indica a presença de dois nós em uma linha, e o índice "2" indica a presença de um elemento com três nós, ou seja, o elemento triangular de primeira ordem [18]. A programação para leitura dos dados destes dois índices é idêntica. O que irá diferenciar na procura destes índices é a inclusão do índice "7", que é definido neste caso como índice do comando "Circle" (Figura 4.2).

O programa primeiramente identifica na segunda coluna dos elementos o índice "2" (Figura 4.3). Ao fazer esta identificação, o programa separa todas as coordenadas das linhas e colunas, referente a este índice. Em sequência salva somente as coordenadas referentes às três últimas colunas do índice "2", conforme Figura 4.3 (numeração global do elemento triangular). A rotina de programação para o índice "1" é a mesma, sendo que, nesta rotina, só será salvo as coordenadas referentes ao índice "7", que esta inserida nas linhas e colunas das coordenadas do índice "1" (Figura 4.3). Sendo assim, salva-se somente as coordenadas referentes às duas últimas colunas do índice "7", conforme Figura

4.3 e através destas coordenadas o programa atribui as condições de Dirichlet. A programação referente ao arquivo work1 está no Anexo A.1.1.

O próximo arquivo é o work2. Neste arquivo os dados de saída do arquivo work1 são lidos. O work2 tem a função de preparar os dados que serão lidos e processados no ambiente Matlab para a implementação do método de elementos finitos e para a resolução do sistema de equações lineares ($Ax = B$).

Neste arquivo é definida a condutividade do solo e da haste, o potencial a ser imposto e os valores dos raios de terra e do solo no painel frontal do Labview, conforme mostrado na Figura 4.6. A programação referente ao arquivo work2 está no Anexo A.1.2.

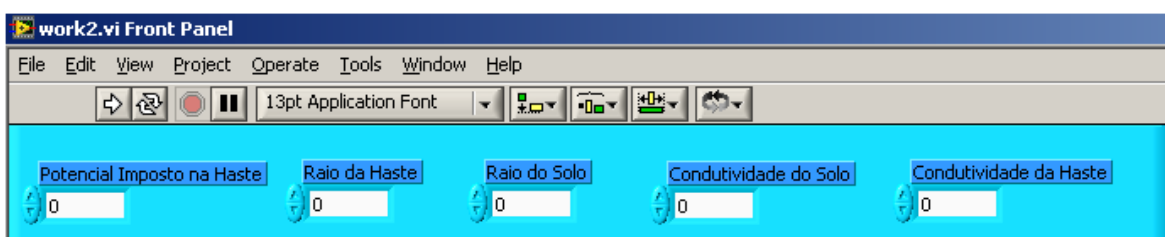


Figura 4.6 - Painel frontal work2.

4.7 Programação do Módulo do Processador - Matlab

O módulo do processador é dividido em duas partes: na primeira parte é implementado o método de elementos finitos para obtenção dos valores dos potenciais na estrutura de aterramento. Na segunda parte é efetuado o cálculo do campo elétrico para esta estrutura. O algoritmo para o cálculo do potencial e campo elétrico no Matlab é apresentado no Anexo A.2.

Para o cálculo da matriz global, usa-se um procedimento para tornar a matriz mais esparsa. Este procedimento pode ser encontrado em [30].

Em seguida é resolvido o sistema de equações lineares ($Ax = B$) através do método dos gradientes conjugados com fatoração incompleta de Cholesky, (Anexo A.2).

4.8 Interface de Programação - Matlab - Labview

Nesta interface é calculada a densidade de corrente através dos valores do campo elétrico obtidos na programação precedente. A programação para o cálculo da densidade

de corrente no Labview é realizada com a implementação da equação (4.1), lembrando que a condutividade σ é o inverso da resistividade ρ . Neste trabalho, optou-se em utilizar até agora as condutividades para o solo e a haste, em vez dos valores das resistividades.

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\rho} \mathbf{e} . \quad (4.1)$$

O arquivo work4 aplica a resolução da equação (4.1). No Anexo A.3 encontra-se a programação em ambiente Labview para o cálculo da densidade de corrente.

O arquivo work5 é simplesmente um arquivo de preparação de dados para o cálculo da resistência de aterramento no arquivo work6. Sendo assim, a função do work5 é criar uma matriz contendo somente os valores das densidades de corrente relativas à superfície da haste. A Figura 4.7 mostra a distribuição da densidade de corrente na área lateral e na área da base da haste de aterramento.

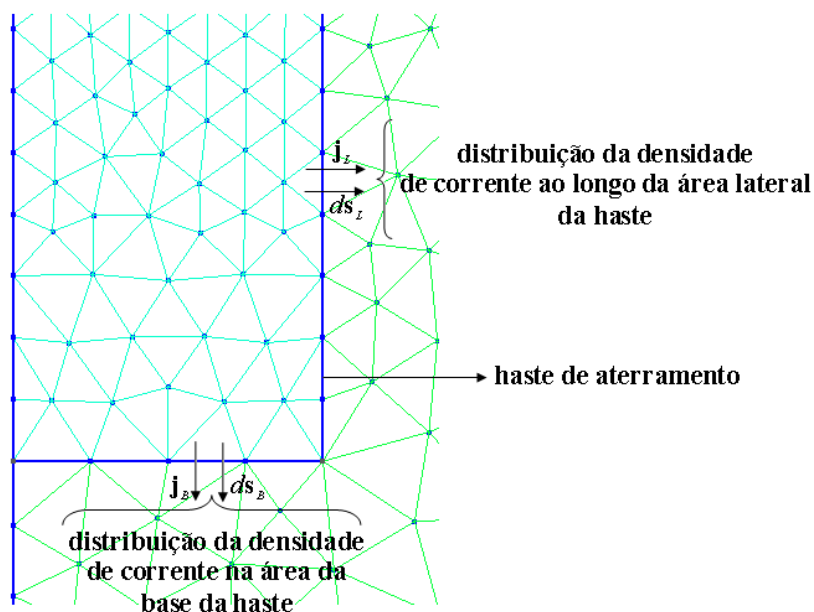


Figura 4.7 - Distribuição da Densidade de Corrente na Haste de Aterramento.

No capítulo 1 foi apresentada a metodologia seguida neste trabalho, na qual a resistência de aterramento é calculada através da integral de superfície na geometria da haste (cilíndrica). Considerando a equação da distribuição de corrente na superfície da haste, tem-se:

$$I = \iint \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} = \iint \mathbf{j}_L \cdot d\mathbf{s}_L + \iint \mathbf{j}_B \cdot d\mathbf{s}_B , \quad (4.2)$$

onde, o índice L se refere à lateral da haste e o índice B se refere à base da haste.

Para a área lateral do cilindro tem-se $s_L = 2 \pi R l$, onde l corresponde ao comprimento da haste e R é o raio da base do cilindro. Para a área da base do cilindro tem-se $s_B = \pi R^2$. Portanto, a corrente total que circula pela superfície da haste é a soma das componentes da corrente lateral e da corrente da base, ou seja:

$$I = 2 \pi R l j_L + \pi R^2 j_B = I_L + I_B. \quad (4.3)$$

A equação (4.3) é aplicada a todo elemento situado na superfície da haste. A programação no Labview do arquivo work6 encontra-se no Anexo A.3.1.

4.9 Interface Labview - Gmsh

Nesta última interface é citado o arquivo de extensão *.pos. Este arquivo é gerado no ambiente Labview e é salvo na extensão mencionada para a visualização dos resultados que serão apresentados no capítulo 5. O arquivo potencial.vi que tem como função passar os valores de saída do processador no Matlab (pot.txt) para uma arquivo potencial.msh. A Figura 4.8 exemplifica este processo:

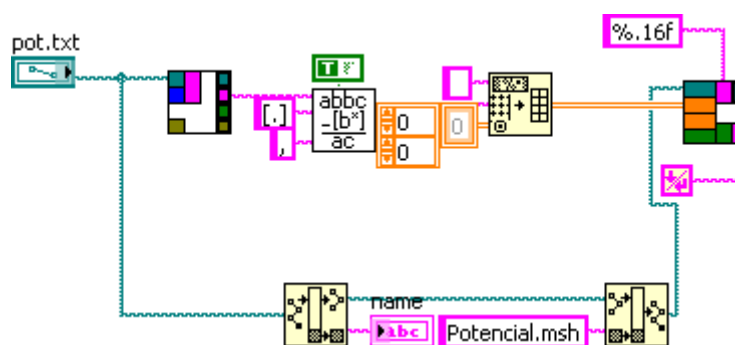


Figura 4.8 - Arquivo Potencial.msh.

Para a visualização no ambiente Gmsh cria-se uma matriz com a seguinte especificação:

```
View "v" {
  ST (x1,y1,z1,x2,y2,z2,x3,y3,z3){V1,V2,V3};
};
```

E por fim, o arquivo de preparação para a visualização do campo elétrico no ambiente Gmsh.

```
View "e" {
VT (x1,y1,z1,x2,y2,z2,x3,y3,z3){Ex,Ey,Ez,Ex,Ey,Ez,Ex,Ey,Ez};
};
```

Onde x e y são as coordenadas do elemento triangular e as siglas “ST” e “VT” são especificações do pós-processador do Gmsh e significam: triângulo escalar e vetorial respectivamente [18].

4.10 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados os aspectos principais para a programação do método de elementos finitos para um problema em meios condutores. Na abordagem computacional foi citado o método dos gradientes conjugados para a resolução da equação do sistema linear assim como a utilização de um preconditionador que acelera a resolução do sistema linear.

A aplicação do método de elementos finitos só foi possível devido à implementação do método dos gradientes conjugados com fatoração incompleta de Cholesky (ICCG). Por se tratar de um sistema de grande porte (malha densa), o processador foi desenvolvido no ambiente Matlab com o auxílio de dois arquivos executáveis para o cálculo do potencial e do campo elétrico. Estes resultados posteriormente foram utilizados no cálculo da resistência de aterramento. Este cálculo será validado pela comparação no capítulo 5 com o cálculo analítico da resistência. Toda a parte referente à programação se encontra no Anexo A.

CAPÍTULO 5

Resultados Obtidos

5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados referentes à aplicação do método de elementos finitos na formulação eletrocinética para um sistema de aterramento de haste vertical. Os valores das resistências de aterramento obtidas considerando o solo estratificado em uma e duas camadas são comparadas com os valores obtidos analiticamente.

As simulações foram realizadas em um computador Mobile AMD Sempron 1.8GHz, 2 GB de memória RAM. O método iterativo para resolução do sistema linear de equação foi o ICCG e para a parte gráfica dos resultados foi usado o ambiente Gmsh.

5.2 Haste Vertical

A haste vertical usada para análise é a mesma apresentada no capítulo 2. Os valores utilizados na simulação para a referida haste são:

- Comprimento da haste: $l = 2$ [m];
- Raio da haste: $r = 0,05$ [m];
- Resistividade do solo: $\rho = 100$ [$\Omega \cdot m$];
- Raio de terra: 7 [m].

Para comparar os resultados da simulação com os valores do cálculo analítico, fez-se o raio da haste variar de 0,0125 a 0,1 [m]. O raio de terra foi escolhido em torno de 7 [m] para facilitar a execução do programa, pois um raio de terra maior acarretaria em uma malha de aterramento contendo um maior número de elementos, ocasionando assim uma exigência maior de memória na simulação dos resultados.

Para o raio de terra igual a 7 [m] e o raio da haste em 0,05 [m], tem-se um arquivo de saída com 10.000 nós e 22.000 elementos (malha densa). No caso de manter o raio da haste constante e aumentar o raio de terra para 20 [m], tem-se um arquivo de saída com 47.000 nós e 97.000 elementos.

Como mencionado no capítulo 4, são aproveitados somente os elementos referentes ao índice “2” da segunda coluna dos elementos (Figura 4.3). Para os casos acima citados ficariam em torno de 21.000 e 93.000 elementos, respectivamente. Desse modo, escolheu-se o raio de terra de no máximo 7 [m] com índice de malha $e1=0,4$ e $e2=0,01$ conforme Figura 4.2.

5.3 Resistência de Aterramento - Solo Homogêneo

O método de elementos finitos axi-simétrico foi aplicado para um sistema de aterramento de uma haste vertical em baixa frequência. A Figura 5.1 mostra o domínio de estudo Ω e a malha 2D.

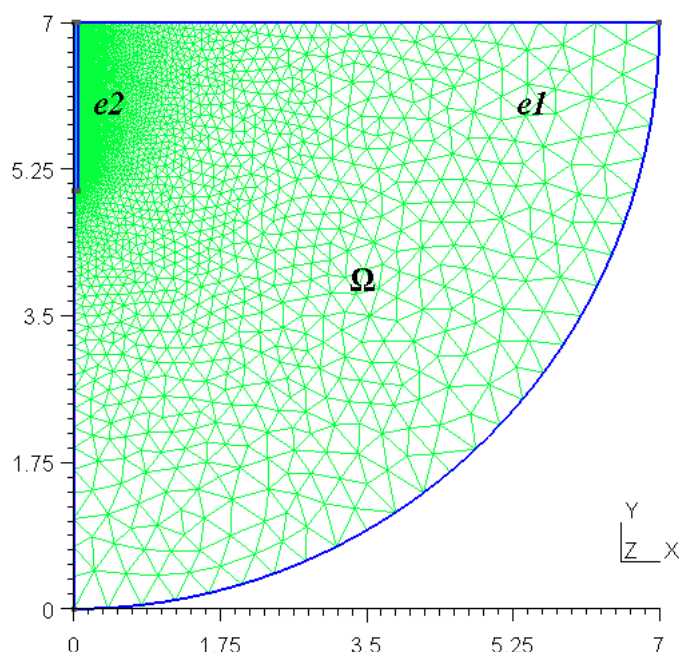


Figura 5.1 - Malha do Sistema de Aterramento do Domínio Axi-Simétrico.

O domínio de cálculo é axi-simétrico e assim a estrutura possui um sistema de revolução onde o eixo y é o eixo de rotação. A Figura 5.2 mostra o sistema de coordenadas para o problema axi-simétrico [36].

Supondo que os elementos possuem superfícies pequenas quando comparadas à superfície do domínio inteiro, como mostra a Figura 5.2, e que $d\Omega = r dr d\theta dz$; é possível considerar que $d\Omega = 2\pi r_o dr dz$, onde r_o é a distância do baricentro do elemento triangular ao eixo de revolução. Portanto, quanto menor for o elemento triangular (malha densa: $e2$) mais próximo fica esta aproximação (r constante).

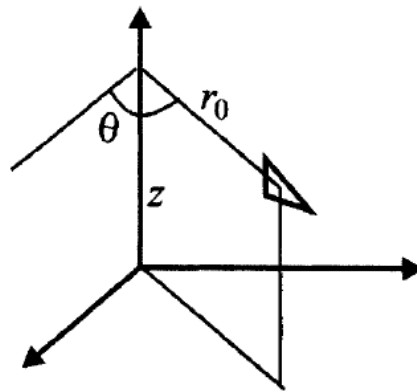


Figura 5.2 - Sistema de Coordenada para um Sistema Axi-simétrico [36].

A Figura 5.3 mostra a distribuição do potencial elétrico no domínio de estudo considerando o solo homogêneo, comprimento da haste $l = 2$ [m], raio da haste $r = 0,05$ [m] e resistividade do solo $\rho = 100$ [$\Omega \cdot m$].

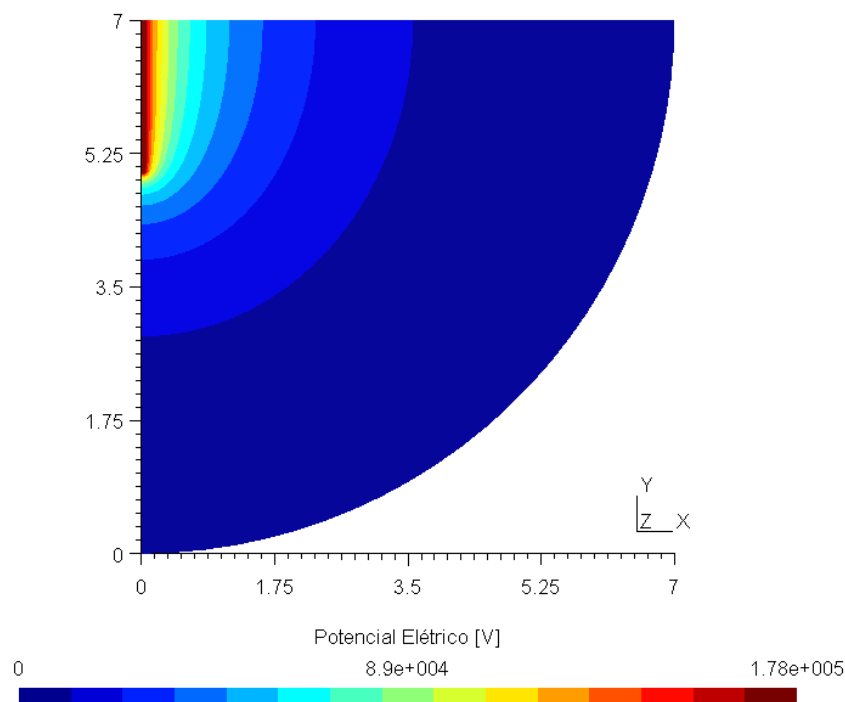


Figura 5.3 - Distribuição do Potencial - Solo Homogêneo.

Verifica-se que as equipotenciais propagam-se radialmente, deslocando-se da superfície da haste para a periferia. Este valor de potencial tende a diminuir conforme aumenta a distância ao centro da haste, pois a corrente de defeito escoar para o interior do solo onde a área da seção do solo vai aumentando, diminuindo a resistência e consequentemente ocorrendo menores quedas de tensão. Quando a distância em relação ao

centro do eletrodo for muito grande a queda de potencial é desprezível, ocasionando assim a região patamar do potencial (entre “A” e “B” da Figura 2.11).

As Figuras 5.4a-b mostram esta distribuição de potencial na superfície do solo, conforme se aumenta a distância ao centro do eletrodo. Para esta simulação, aumentou-se a distância em relação ao centro, relativa aos valores dos raios simulados neste capítulo, conforme Tabela 5.1.

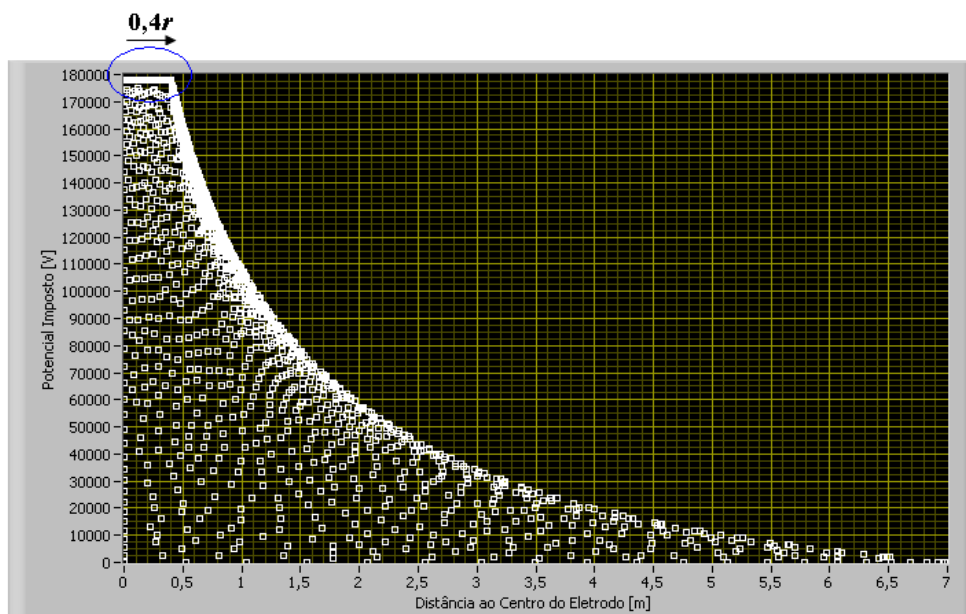


Figura 5.4a - Distribuição de Potencial na Superfície do Solo: $r = 0,4$ [m].

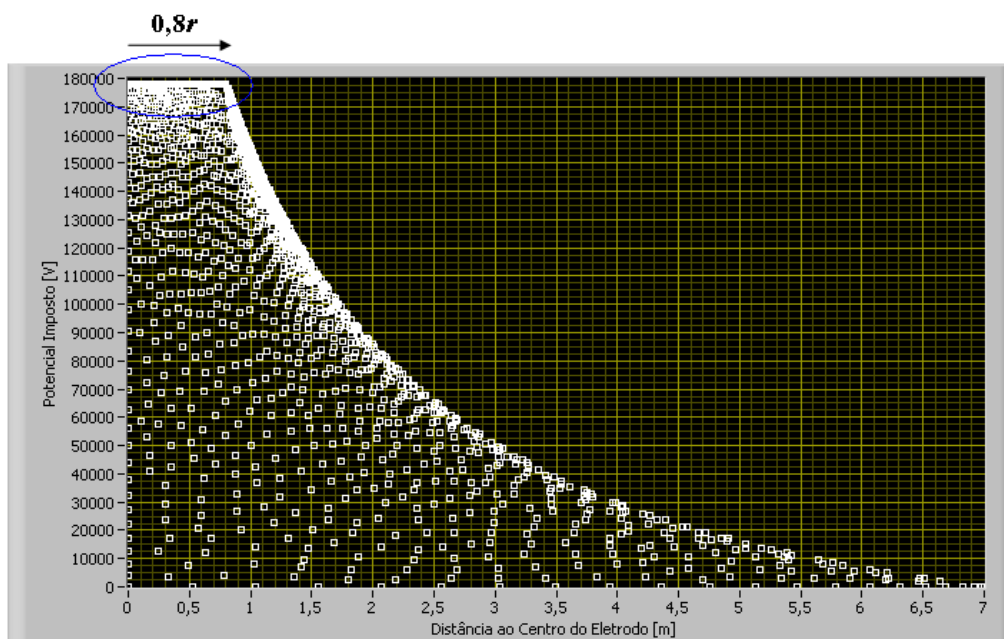


Figura 5.4b - Distribuição de Potencial na Superfície do Solo: $r = 0,8$ [m].

A Figura 5.5 mostra a distribuição do campo elétrico na região próxima da superfície da haste.

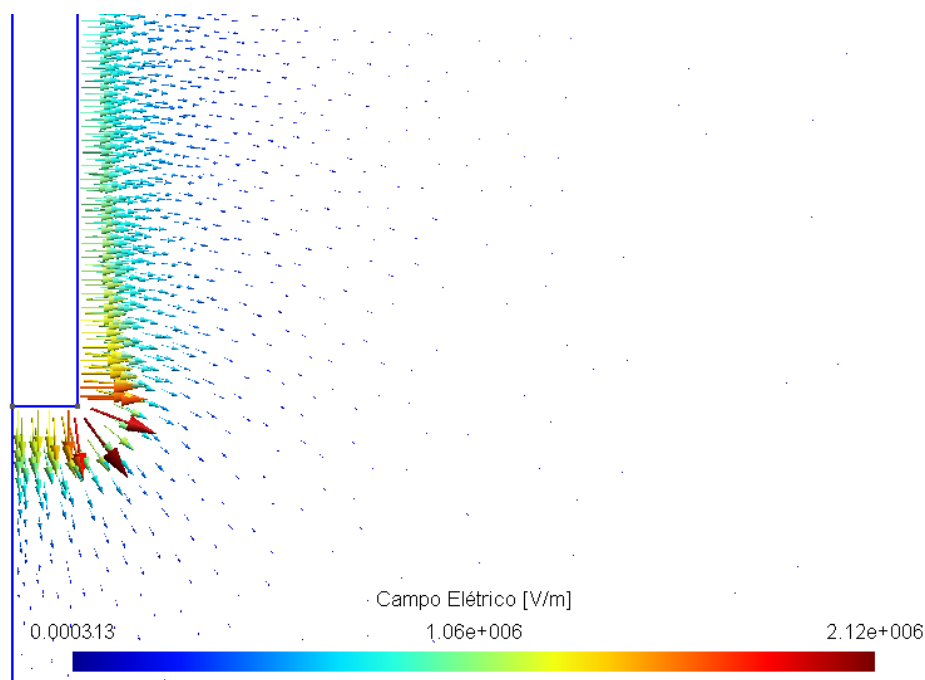


Figura 5.5 - Distribuição do Campo Elétrico nas Proximidades da Haste.

Considerado o solo homogêneo com resistividade $\rho = 100$ [$\Omega \cdot m$] e a haste com comprimento $l = 2$ [m], variou-se o raio da haste de 0,0125 até 0,1 [m] para verificar o efeito dessa variação sobre o comportamento da resistência de aterramento. A Tabela 5.1 apresenta estes resultados. O valor analítico da resistência de aterramento foi obtido usando a equação (2.14).

Tabela 5.1 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação ao Raio da Haste.

Raio [m]	Resistência (simulação) [ohms]	Resistência (analítico) [ohms]	Erro [%]
0,0125	41,06	43,46	5,52
0,0250	35,53	37,94	6,35
0,0375	32,21	34,72	7,23
0,0500	29,87	32,43	7,89
0,0625	28,07	30,65	8,42
0,0750	26,57	29,20	9,01
0,0875	25,36	27,98	9,36
0,1000	24,25	26,91	9,88

A Figura 5.6 apresenta os resultados da Tabela 5.1 na forma gráfica.

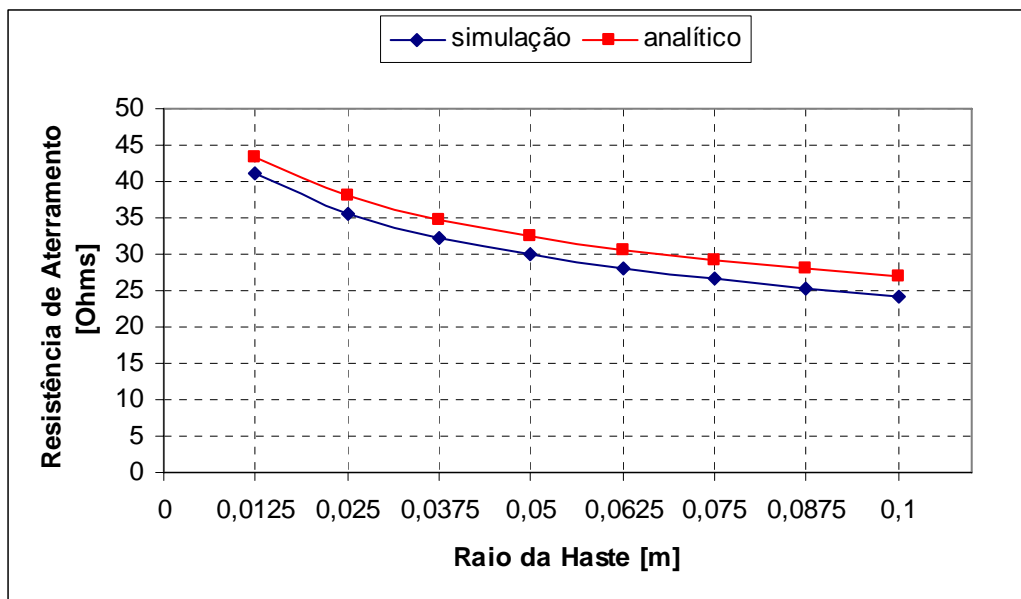


Figura 5.6 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação ao Raio da Haste.

O erro foi calculado com a seguinte equação:

$$|\text{Erro}| [\%] = \frac{|RT_{\text{analítico}} - RT_{\text{simulação}}|}{RT_{\text{analítico}}} \cdot 100 \quad (5.1)$$

Na Tabela 5.1 e na Figura 5.6 nota-se que o erro aumenta com o aumento do raio. Quanto maior o raio, mais densa deve ser a malha na região próxima a haste (próxima ao eixo de rotação). Por limitações do programa não foi possível aumentar a densidade da malha na mesma proporção do aumento do raio, visto que uma malha muito densa causou falta de memória para simulação.

Cabe ressaltar que mesmo com esta diferença de valores da Tabela 5.1 a resistência tende a diminuir com o aumento do raio da haste, ou seja, possibilita uma maior capacidade de dissipação de corrente (aumenta a área da seção do eletrodo).

Outro fator analisado que influencia na resistência de aterramento é a variação do comprimento da haste. Para este caso considerou-se o solo homogêneo com resistividade $\rho = 100 [\Omega \cdot \text{m}]$, o raio da haste $r = 0,0375 [\text{m}]$ e variou-se o comprimento da haste de 2,0 até 5,0 [m]. A Tabela 5.2 apresenta estes resultados. O valor analítico da resistência de aterramento foi obtido usando a equação (2.14).

Tabela 5.2 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação ao Comprimento da Haste.

Comprimento [m]	Resistência (simulação) [ohms]	Resistência (analítico) [ohms]	Erro [%]
2,0	33,17	34,72	4,46
2,5	27,83	29,19	4,65
3,0	24,25	25,29	4,11
3,5	21,20	22,38	5,27
4,0	18,86	20,12	6,26
4,5	17,00	18,29	7,05
5,0	15,51	16,80	7,67

Nesta simulação não ocorreu à mesma disparidade entre os valores analíticos e simulados que ocorreu com os resultados da Tabela 5.1, pois a estrutura do elemento de malha não sofreu alteração considerável, devido o raio da haste se manter constante. A Figura 5.7 apresenta os resultados da Tabela 5.2.

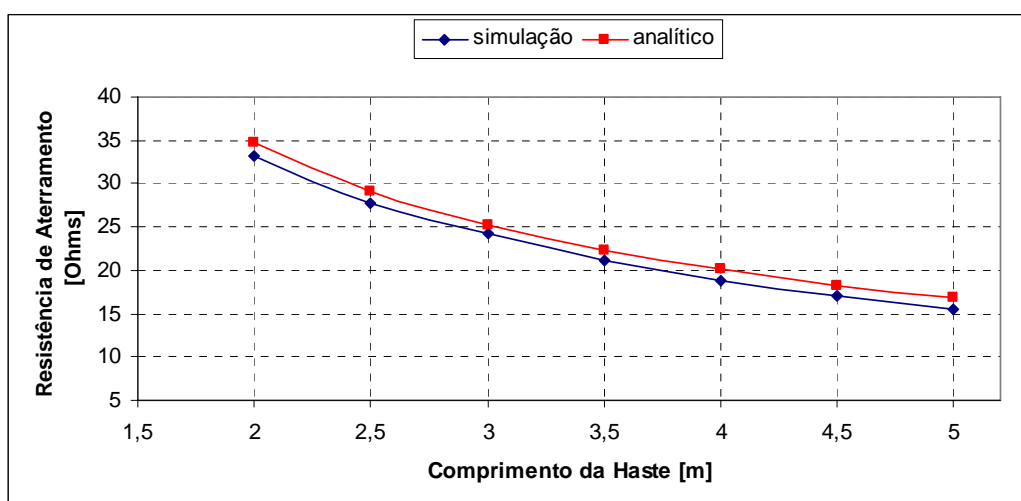


Figura 5.7 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação ao Comprimento da Haste.

5.4 Resistência de Aterramento - Resistividades Distintas

No capítulo 2, mais especificamente na Tabela 2.1, foram indicados os principais fatores que influenciam a resistividade do solo como, por exemplo, a composição geológica dos solos, ou seja, solos que são compostos por camadas com resistividades distintas.

Neste item, estuda-se o comportamento da resistência de aterramento considerando um solo composto por uma única camada com resistividade ρ variando de 10

até 600 [Ω .m]. Para esta análise, considerou-se a haste com comprimento $l = 2$ [m] e raio $r = 0,0375$ [m]. A Tabela 5.3 apresenta estes resultados. Nesta primeira análise, manteve-se a mesma camada de solo alterando-se somente a resistividade. A Figura 5.8 apresenta os resultados da Tabela 5.3. O valor analítico da resistência de aterramento foi obtido usando a equação (2.14).

Tabela 5.3 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação à Resistividade do Solo.

Resistividade [ohms.m]	Resistência (simulação) [ohms]	Resistência (analítico) [ohms]	Erro [%]
10	3,33	3,47	4,03
50	16,57	17,36	4,55
80	26,51	27,77	4,54
100	33,17	34,72	4,46
200	66,29	69,44	4,54
300	100,45	104,16	3,56
400	132,60	138,87	4,52
500	165,76	173,59	4,51
600	195,03	208,31	6,37

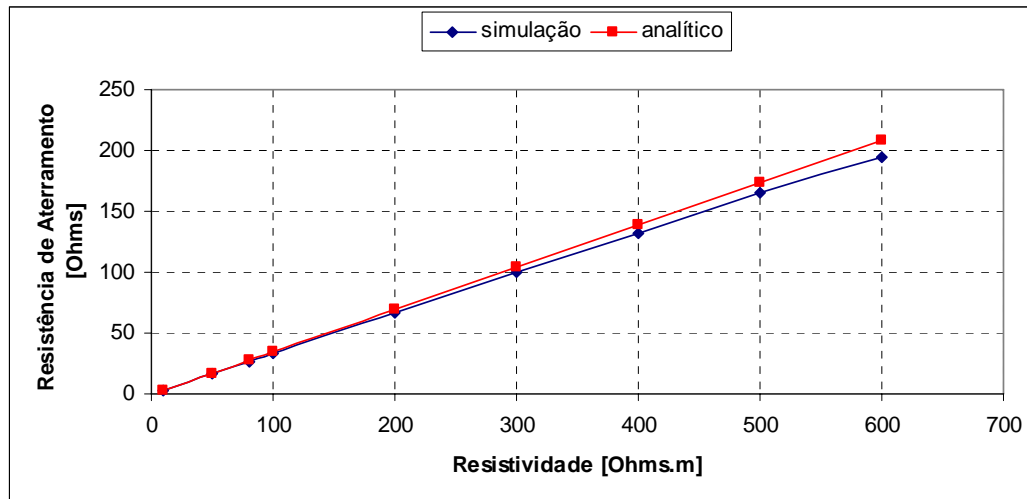


Figura 5.8 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação à Resistividade do Solo - Solo Composto por uma Única Camada.

Para a segunda análise efetuada neste item, considerou-se o solo estratificado em duas camadas. Na primeira camada com profundidade de 5 [m] considerou-se a resistividade $\rho_1 = 100$ [Ω .m]. Na segunda camada com profundidade também de 5 [m], variou-se a resistividade ρ_2 de 10 até 600 [Ω .m]. Para esta análise usou-se uma haste com raio $r = 0,04$ [m] e com comprimento $l = 2$ [m]. A Tabela 5.4 apresenta estes resultados.

Tabela 5.4 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação à Resistividade da Segunda Camada de Solo.

Resistividade da Segunda Camada ρ_2 [ohms.m]	Resistência (simulação) [ohms]	Resistência (analítico) [ohms]	Erro [%]
10	30,27	32,16	5,88
50	30,92	33,23	6,95
80	31,40	33,85	7,24
100	31,72	34,20	7,25
200	33,31	35,56	5,76
300	34,90	36,51	4,41
400	36,50	37,24	2,00
500	38,09	37,84	0,66
600	39,69	38,34	3,52

A Figura 5.9 mostra a distribuição do potencial elétrico para duas camadas com resistividades distintas.

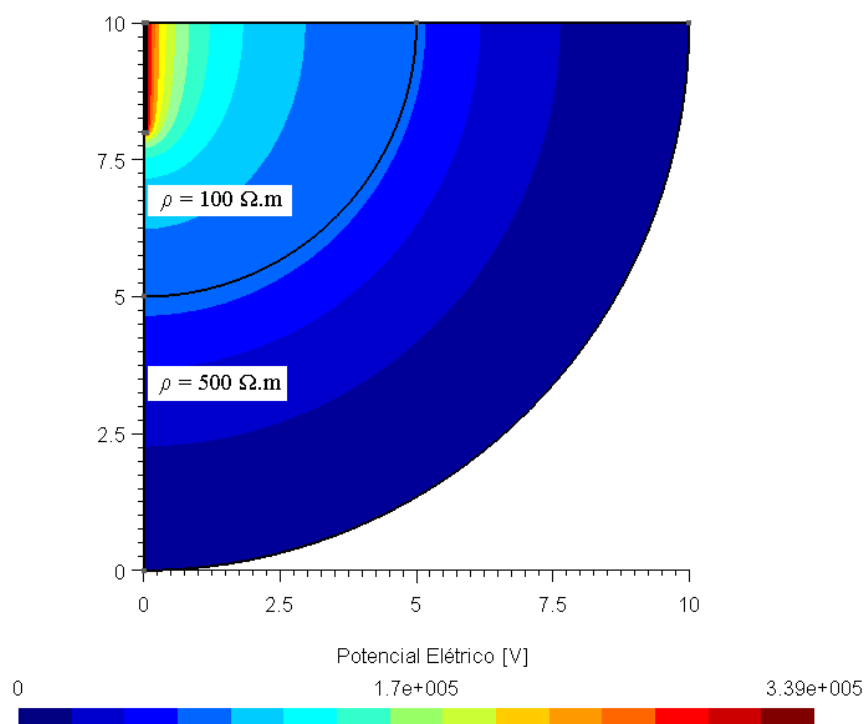


Figura 5.9 - Distribuição do Potencial Elétrico para duas Camadas de Solos com Resistividades Distintas.

O valor analítico da resistência de aterramento foi obtido usando a equação (2.15). A diferença entre os resultados analíticos e de simulação se deve, principalmente,

porque o equacionamento analítico considera duas camadas horizontais com resistividade distintas. Já na simulação as camadas não são horizontais, visto que se optou por realizar uma modelagem axi-simétrica do problema.

A Figura 5.10 apresenta os resultados da Tabela 5.4 na forma gráfica. Observando a Tabela 5.4 e a Figura 5.10, observa-se que a resistência de aterramento decresce quando a resistividade da primeira camada é maior que a resistividade da segunda camada. Por outro lado, a resistência sofre um acréscimo quando a resistividade da segunda camada é superior à resistividade da primeira camada. Isto ocorre, devido à dispersão da corrente no solo, que vai depender da altura entre as camadas e da concentração de água e sais no solo.

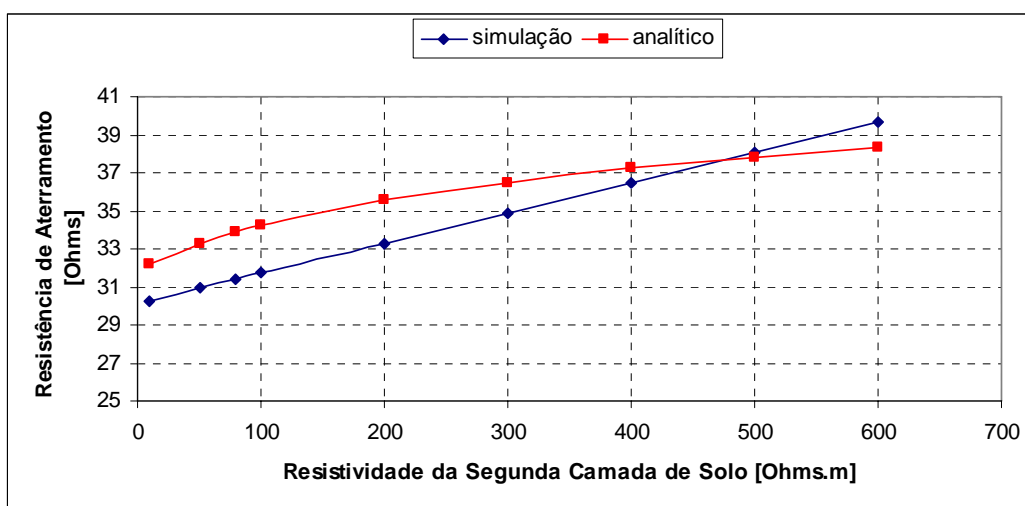


Figura 5.10 - Resistência de Aterramento de uma Haste Vertical em Relação à Variação da Resistividade da Segunda Camada de Solo.

5.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentados os resultados obtidos para um sistema de aterramento com uma e duas camadas de estratificação de solo. Através dos resultados da simulação, obteve-se uma comparação com o equacionamento analítico de um sistema de aterramento para uma haste vertical.

Todas as simulações se mostraram coerentes quando comparadas com o caso analítico, mesmo no caso com o solo composto por duas camadas de resistividades distintas, onde a equação analítica é obtida considerando duas camadas horizontais e a simulação foi realizada considerando camadas cilíndricas.

CAPÍTULO 6

Conclusão

Ao término deste trabalho, podem-se traçar parâmetros em relação aos aspectos referentes aos objetivos pré-estabelecidos. A escolha do aplicativo Labview como módulo do processador (solver) do cálculo das equações lineares não se mostrou satisfatório, visto que o sistema de resolução se torna lento. Todavia, o Labview é satisfatório como módulo de interfaces, ou seja, na preparação de dados. Neste trabalho, os módulos no Labview foram divididos em pequenos arquivos, o que melhorou muito o seu desempenho em relação à memória computacional solicitada.

A escolha do Matlab como módulo do processador foi bem sucedida, até mesmo para a resolução de sistemas de equações lineares de grande porte. Foi desenvolvido um arquivo executável no ambiente Matlab, o que de certa forma minimizou o tempo de cálculo do sistema linear em relação à memória computacional. O ambiente Matlab foi responsável pela parte de aplicação do método de elementos finitos, mas especificamente em dois arquivos: o cálculo do potencial e do campo elétrico.

A utilização do método iterativo ICCG auxilia na aceleração dos cálculos. A sua escolha foi devido a sua ampla aplicação e aceitação em trabalhos precedentes.

A aplicação do método de elementos finitos para os domínios contendo meios não homogêneos facilitou sua implementação.

Durante a execução deste trabalho não foram realizadas medições da resistência de aterramento em campo. Por isso, a validação da metodologia utilizada foi realizada por meio de comparações com resultados analíticos e os resultados da resistência de aterramento simulados sempre que comparados com os resultados analíticos mostraram-se satisfatórios.

Pode-se concluir que o desenvolvimento do aplicativo para simulações de campos elétricos para um sistema de aterramento formado por uma haste vertical foi alcançado.

Trabalhos sobre sistemas de aterramento estão se tornando indispensáveis, devido à suma importância tanto do ponto de vista de segurança como econômico. Diante disto, seguem algumas sugestões para trabalhos futuros na área de sistemas de aterramento:

A) Modelagem do sistema de aterramento em altas frequências: nas aplicações de altas frequências (como, por exemplo, em telecomunicações) é necessário considerar o efeito capacitivo, principalmente nos solos de alta resistividade e, também, a influência da reatância indutiva ao longo dos condutores e eletrodos. Tais efeitos estão também presentes para as ondas impulsivas de corrente e tensão, como aquelas associadas às descargas atmosféricas, pois as frequências representativas desse tipo de onda são bastante elevadas.

As características do sistema de aterramento submetido a um impulso de corrente elevado é completamente diferente daquelas em baixa frequência. Quando o campo elétrico exceder o gradiente de ionização ocorrerá uma mudança na característica do solo. Isto basicamente transforma a parte afetada do solo de um isolador para um bom condutor com resistividade desprezível. Esta mudança de característica é basicamente equivalente a um aumento na dimensão do eletrodo. O comportamento indutivo também se torna mais importante em relação ao comportamento resistivo e, além disso, essas correntes elevadas podem gerar ionizações do solo, circundante aos condutores de aterramento, as quais tornam as características do transiente tipicamente não-linear.

Muitos artigos têm mostrado que densidades de correntes elevadas tais como correntes provenientes das descargas atmosféricas causam ionização do solo, a qual acarreta a diminuição da resistência de aterramento e da tensão transiente no eletrodo.

B) Medições da impedância e/ou da resistência de aterramento: efetuar medições em campo da impedância e/ou da resistência de aterramento para verificar o comportamento dessas grandezas em vários tipos de solo. É importante lembrar que a composição do solo é geralmente estratificada em várias camadas de formação diferente. Além disso, o solo apresenta características anisotrópicas quando, por exemplo, camadas mais profundas afloram em locais determinados, ocasionando descontinuidades na superfície. Assim, a resistividade pode variar dependendo da direção considerada e, para tratar do solo de certo local, passa-se a atribuir o valor médio das resistividades das diversas partes que o compõem, denominada resistividade efetiva deste solo. A determinação desse valor efetivo é extremamente importante para o cálculo da resistência/impedância de aterramento.

C) Modelagem do sistema de aterramento aplicado em torres de transmissão de energia elétrica: este tipo de problema apresenta um condutor de aterramento de comprimento

elevado e que fica horizontalmente enterrado no solo em uma profundidade definida por projeto. Este assunto é interessante por exigir, como na maioria dos casos de modelagem de aterramento, uma modelagem tridimensional (3D) do problema. Uma outra maneira de resolver este problema é usando o método da perturbação associado à técnica de elementos finitos. Para isso, é efetuada uma modelagem bidimensional (2D) do condutor e do solo (longe das extremidades do condutor) e em seguida uma modelagem 3D das extremidades do condutor e do solo que envolve as extremidades. Logo após, verifica-se a perturbação do cálculo 3D sobre o cálculo 2D. Esse procedimento permite resolver o problema sem efetuar a modelagem 3D em todo o domínio de cálculo [37].

ANEXO A - PROGRAMAÇÃO NO LABVIEW

Nesta primeira etapa de programação são desenvolvidos no Labview três arquivos: work1, work2 e work3. O arquivo work1 é um arquivo de leitura dos dados de saída e de parametrização do pré-processador do Gmsh. Já os arquivos work2 e work3 são arquivos de preparação de dados para o cálculo de elementos finitos no ambiente Matlab. No Matlab é desenvolvido o processador através de dois arquivos executáveis: potencial.exe e campo.exe. Naturalmente haveria possibilidade de continuar executando os cálculos no ambiente Matlab, mas preferiu-se manter o máximo possível de cálculo no ambiente Labview, devido à sugestão inicial. Sendo assim, uma nova interface de programação é desenvolvida, agora entre o Matlab e o Labview. Nesta interface são criados mais três arquivos: work4, work5 e work6. Estes arquivos têm a função de preparar os dados já desenvolvidos em work1, work2 e work3, assim como os valores do potencial.exe e campo.exe calculados no Matlab, para o desenvolvimento do cálculo da resistência de aterramento. Estes arquivos são apresentados neste Anexo.

A.1 Labview - Instrumentação Virtual

Os programas no Labview são denominados (VIs): instrumentos virtuais, e cada “VI” é composto por:

- i. Painel frontal: é a interface com o utilizador, onde permite a introdução de valores num sistema e depois verifica seus efeitos e saídas no diagrama.
- ii. Diagrama de blocos: é constituído por uma linguagem gráfica (programação G). O diagrama de bloco pode ser entendido como um código fonte.

Em [38] encontra-se uma excelente introdução sobre o Labview para iniciantes.

A.1.1 Arquivo de Interface Gmsh - Labview: work1.vi

Neste arquivo os dados de saída e de parametrização do Gmsh são lidos e preparados para os arquivos posteriores. A Figura A.1 mostra o painel frontal deste arquivo, lendo os arquivos de saída *.msh e de parametrização *.geo do Gmsh.

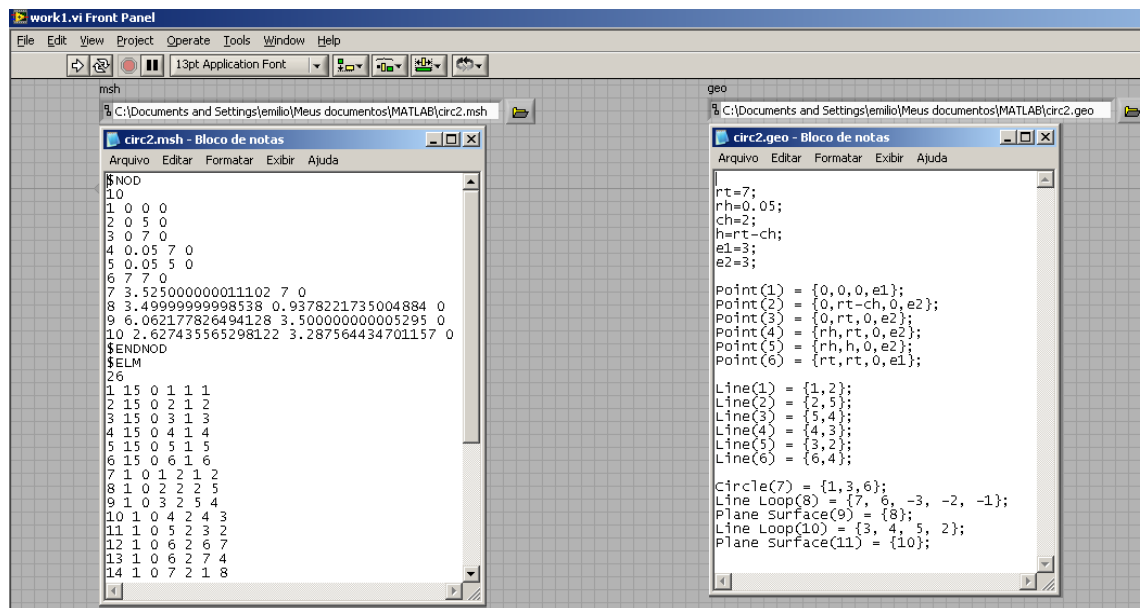


Figura A.1 - work1.vi.

A Figura A.2 mostra a programação em ambiente Labview no diagrama de blocos do arquivo work1. Para poder detalhar o processo de programação, será comentado passo-a-passo os índices i, ii, iii, iv, v, vi, vii e viii.

- i. Lê o arquivo de saída do Gmsh, através da função de leitura. Tenta-se de todo o modo minimizar o efeito de solicitação de memória computacional. Sendo assim, o arquivo é lido em formato de “string”;
- ii. Neste índice, o programa além de trocar a notação para separação da unidade das casas décimas de ponto para vírgula, transforma a “string” para “array - matriz”;
- iii. Aqui é feito a separação dos dados das coordenadas dos nós e dos dados das coordenadas dos elementos;
- iv. Consequentemente salva todas as coordenadas dos nós;
- v. Já neste, salva todas as coordenadas dos elementos;
- vi. Este índice tem como saída o vetor da segunda coluna referente aos dados dos elementos, conforme da Figura 4.1.
- vii. Neste índice, o programa executa dois laços de programação: laço “for” e laço “while”. Na entrada do laço “for”, tem-se o vetor do índice (vi). A rotina do laço “for” vai identificar neste vetor a numeração (2), que é definido pelo Gmsh, como índice referente ao elemento triangular. Toda vez que a rotina não encontra a numeração (2), vai acrescentar o valor

zero. Sendo assim, na saída do laço “for” o programa verifica só a numeração (2), e faz a identificação da indexação da primeira linha em que aparece a numeração (2). O laço “while”, simplesmente faz a identificação da indexação da última linha em que aparece a numeração (2);

- viii. Neste índice o programa vai separar todas as linhas e colunas contendo à numeração (2), indexadas pelo índice (vii).

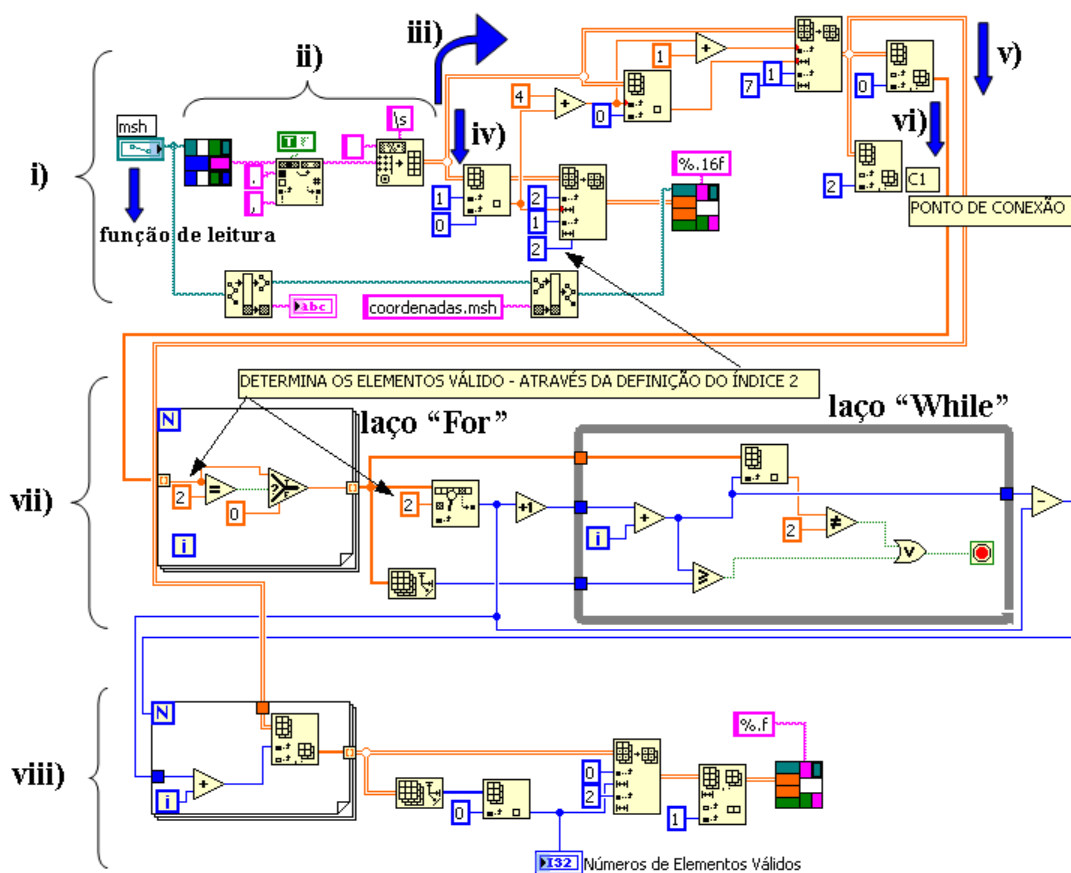


Figura A.2 - Programação no Diagrama de Blocos do Labview: work1.vi.

Na Figura A.2, encontra-se um ponto de conexão (C1). Esta conexão é à entrada de outra rotina no arquivo work1, que vai identificar os nós que receberão as condições de Dirichlet com potencial nulo, conforme Figura 4.3. Cabe salientar, que serão demonstradas as principais rotinas de programação de cada (VI): a Figura A.2 mostra o programa principal do arquivo work1. Não será demonstrada toda a programação gráfica, pois deixaria este texto “poluído” com muitas figuras.

Por fim, o programa work1 tem como saída os seguintes arquivos:

- ✓ Arquivo com as coordenadas dos nós em duas dimensões coordenadas.msh, conforme Figura A.3:

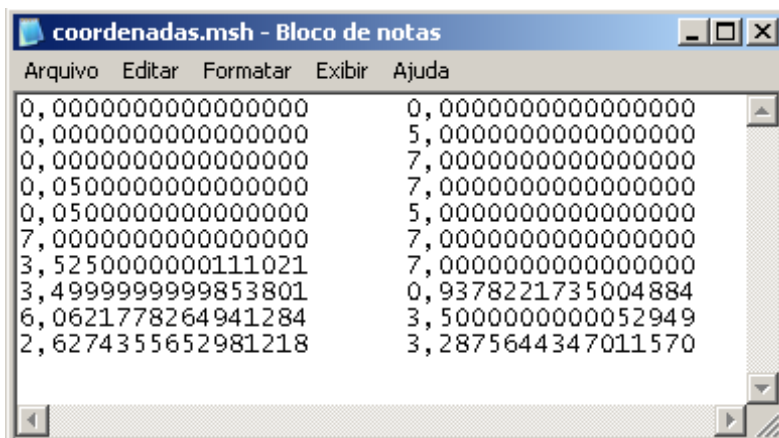


Figura A.3 - Coordenadas dos Nós.

- ✓ Arquivo com a numeração global do elemento triangular de primeira ordem: Elemento+Coluna+Superfície.msh, conforme Figura A.4:

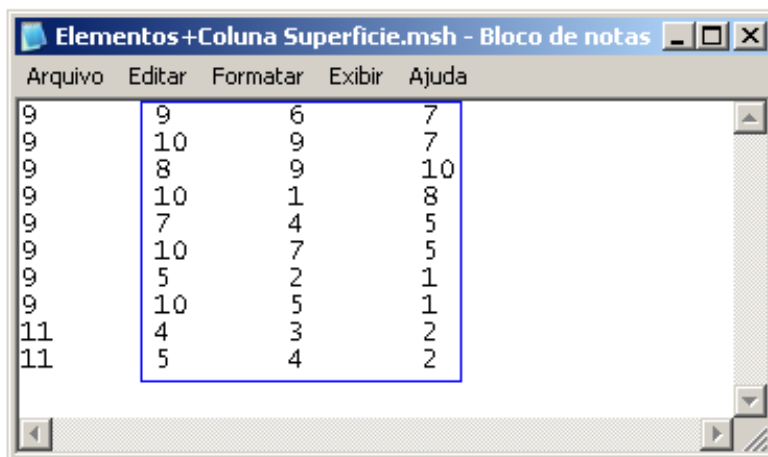


Figura A.4 - Numeração Global.

Neste arquivo de saída, a primeira coluna indica o índice (indexação) referente à superfície: 9 é referente ao solo e 11 se refere à superfície da haste.

- ✓ Arquivo com as condições de Dirichlet, imposta nos nós Dirichlet.msh, conforme Figura A.5:

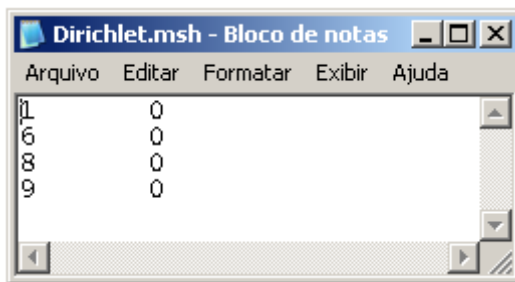


Figura A.5 - Condições de Contorno de Dirichlet.

A.1.2 Arquivo de Programação no Labview - work2.vi

A Figura A.6 mostra a programação em ambiente Labview no diagrama de blocos do arquivo work2. Para poder detalhar o processo de programação será comentado passo-a-passo os índices i, ii, iii e iv:

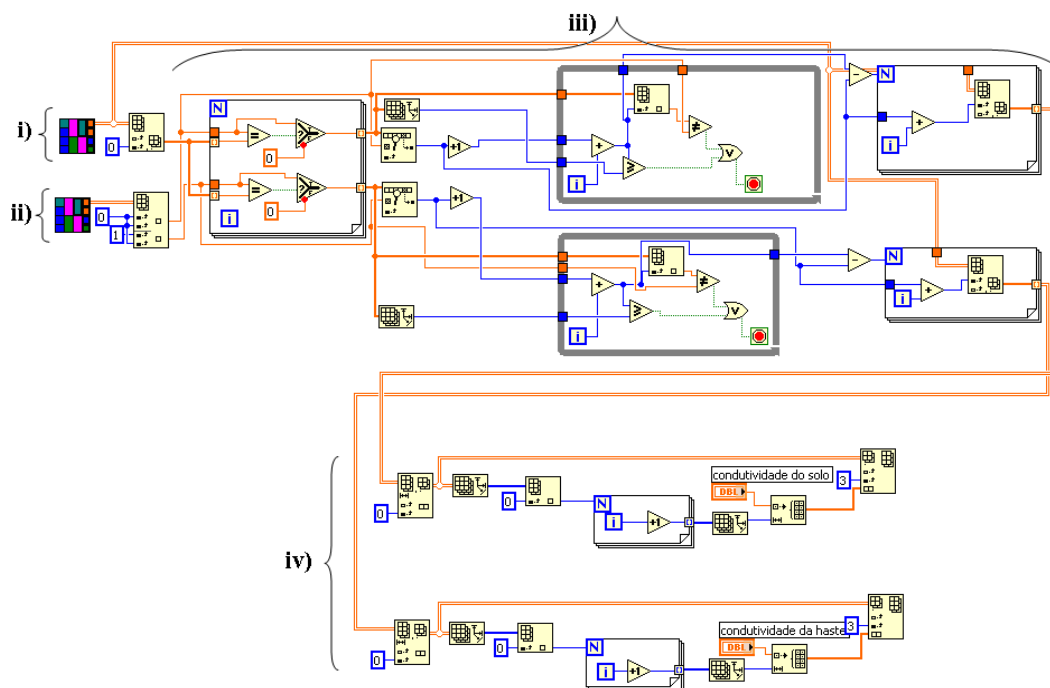


Figura A.6 - Programação no Diagrama de Blocos do Labview: work2.vi.

- i. Lê o arquivo referente à Figura A.4, só as três últimas colunas que se referem à numeração global;
- ii. Lê a primeira coluna do arquivo referente à Figura A.4, neste arquivo está indicada à numeração das superfícies do solo (9) e da haste (11);
- iii. A programação deste índice é a mesma do caso do anexo A.1.1, índice vii. Portanto, o programa procura consecutivamente pelos índices (9) e (11), e

os prepara para receber o valor da condutividade imposta no painel frontal, conforme Figura 4.6;

- iv. Este processo resulta em um arquivo indexado com as condutividades de cada superfície.

Por fim, o programa work1 tem como saída:

- ✓ Arquivo com as condutividades de cada superfície condutividade.msh, conforme Figura A.7:

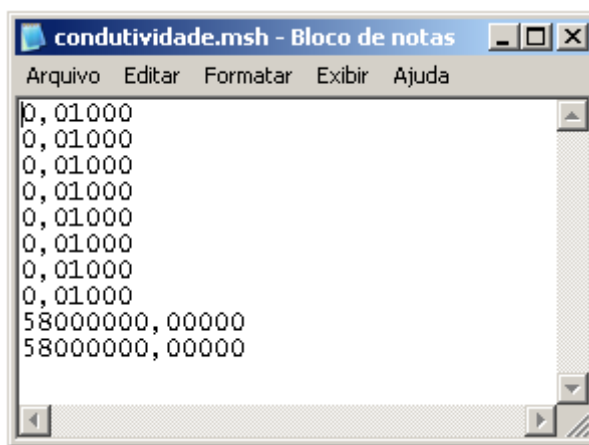


Figura A.7 - Condutividade das Superfícies (Solo e Haste).

Em sequência, tem a programação do arquivo work3 que é simplesmente trocar a notação de vírgula para ponto dos valores da condutividade da Figura A.7. Esta troca é necessária, pois, o próximo passo de programação ocorre no ambiente Matlab, onde a notação é através de ponto.

A.2 Arquivo de Programação no Matlab - Potencial Elétrico

Entrada de dados:

```
clear
clc
tic;
format long g;
x = load('x.msh');           % coordenada x
y = load('y.msh');           % coordenada y
cc = load('cc.msh');         % condições de contorno
```

```

val = cc(:,2);           % 2º coluna das condições de contorno
ndp = cc(:,1);          % 1º coluna das condições de contorno
cond = load('cond.msh'); % condutividade dos materiais
ng = load('nl.msh');    % coordenadas globais
r0 = load('r0.msh');    % valores do cálculo do baricentro do elemento triangular
xx = size(x);
nd = xx(:,1);           % número de nós
yy = size(ng);
ne = yy(:,1);           % número de elementos
zz = size(cc);
np = zz(:,1);           % número de potenciais conhecidos
MG = spalloc(nd,nd,10*nd); % inicialização da matriz global zerada com alocação de
memória
b = zeros(nd,1);        % inicialização do vetor b

para (i=1 a ne) faça
    x1 = x(ng(i,1))
    y1 = y(ng(i,1))
    x2 = x(ng(i,2))
    y2 = y(ng(i,2))
    x3 = x(ng(i,3))
    y3 = y(ng(i,3))
    p(1)= x2*y3 - x3*y2
    p(2)= x3*y1 - x1*y3
    p(3)= x1*y2 - x2*y1
    q(1)= y2-y3
    q(2)= y3-y1
    q(3)= y1-y2
    r(1)= x3-x2
    r(2)= x1-x3
    r(3)= x2-x1
    res=(cond(i,1:1))
    rb=r0(i,1:1)

```

```

D=abs((p(1)+p(2)+p(3)))
f=(pi*rb*res)./(D)
% Cálculo da matriz elementar
para (j=1 a 3) faça
    para (k=1 a 3) faça
        CE(j,k)=(q(j)*q(k) + r(j)*r(k)).*(f)
    fim para
fim para
fim para
% preparação para implementação do método do gradiente conjugado
A=sparse(MG);    % A recebe a matriz global MG esparsa
LL=chol(A);     % este comando verifica se a matriz é ou não singular
n=length(b);    % este comando retorna o tamanho do vetor b
x0=zeros(n,1);  % inicialização do vetor solução = 0
L=cholinc(sparse(A),'inf'); % fatoração incompleta de Cholesky
    O comando “cholinc” é uma função interna do Matlab. Pode-se utilizar a seguinte
    sub-rotina computacional para determinar a decomposição incompleta de Cholesky:

para (k=1 a n) faça
    se A(k,k)>0 então
        t(k,k)=sqrt(A(k,k))
        para (j=k+1 a n) faça
            se A(k,j)=0 então
                t(k,j)=0
            senão
                t(k,j)=A(k,j)/t(k,k)
        fim se
    fim para
    para (i=k+1 a n) faça
        para (j=i a n) faça
            se A(i,j)~=0 e A(k,j)~=0 e A(k,i)~=0 então
                A(i,j)=A(i,j)-A(k,i)*A(k,j)
        fim se
    fim para

```

```

        fim para
    fim para
senão
    disp('Falha na fatoração')
fim senão
fim para

```

Simulações demonstraram que para sistemas lineares de grande porte o comando “cholinc” converge mais rápido, visto ser um comando interno do Matlab.

Cálculo do preconditionador:

```
M=L*L'; % M é o preconditionador
```

O preconditionador é uma técnica usada para acelerar o método iterativo, ou seja, reduzir o número de iterações para que a matriz do sistema linear convirja o mais rápido possível.

```
tol=1e-6; % representa a tolerância
```

```
x=x0; % uma aproximação inicial x0 da solução do sistema
```

```
Kmax=100; % estabelecer um máximo de iterações possível para o método convergir
```

```
r0 = b - A * x0
```

```
z0 = M \ r0
```

```
k = 0
```

```
d0 = z0
```

```
enquanto ||rk || / ||b|| > tol e k ≤ kmax, repetir
```

$$\alpha_k = \mathbf{r}_k^T \mathbf{z}_k / \mathbf{d}_k^T \mathbf{A} \mathbf{d}_k$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k$$

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_k + \alpha_k \mathbf{A} \mathbf{d}_k$$

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{M} \setminus \mathbf{r}_{k+1}$$

$$\beta_{k+1} = \mathbf{r}_k^T \mathbf{z}_{k+1} / \mathbf{r}_k^T \mathbf{z}_k$$

```
k = k+1
```

```
fim enquanto
```

```
save pot.txt x -ascii -double
```

Concluindo este primeiro processo, o programa seguinte lê o arquivo de saída do programa anterior “pot.txt” e o implementa para a resolução do cálculo do campo elétrico.

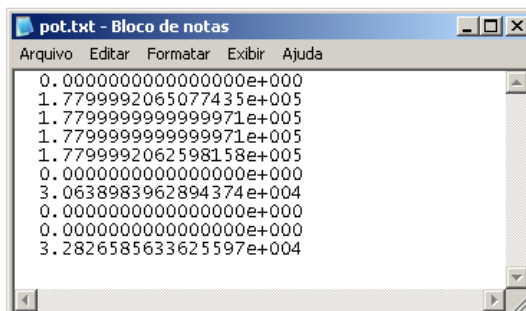
Entrada de dados para o cálculo do campo elétrico:

```
x=load('x.msh');    % coordenada x
y=load('y.msh');    % coordenada y
nl=load('nl.msh');  % coordenadas globais
xx=size(x);
nd=xx(:,1);        % número de nós
yy=size(nl);
ne=yy(:,1);        % número de elementos
Ex=zeros(ne,1);
Ey=zeros(ne,1);
xxx=load('pot.txt'); % lê os valores dos potenciais
para (i=1 a ne) faça
    k=nl(i,1:3)
    xl=x(k)
    yl=y(k)
    Vl=xxx(k)
    v=Vl
    p=zeros(3,1)
    q=zeros(3,1)
    p(1)=yl(2)-yl(3)
    p(2)=yl(3)-yl(1)
    p(3)=yl(1)-yl(2)
    q(1)=xl(3)-xl(2)
    q(2)=xl(1)-xl(3)
    q(3)=xl(2)-xl(1)
    area=abs(p(2)*q(3)-q(2)*p(3))
    Ex(i)=sum((-1/area)*(v.*p))
    Ey(i)=sum((-1/area)*(v.*q))
fim para
Field_x=Ex
Field_y=Ey
```

save Cx.txt Field_x -ascii -double

save Cy.txt Field_y -ascii -double

A Figura A.8 mostra os arquivos de saída do processador:

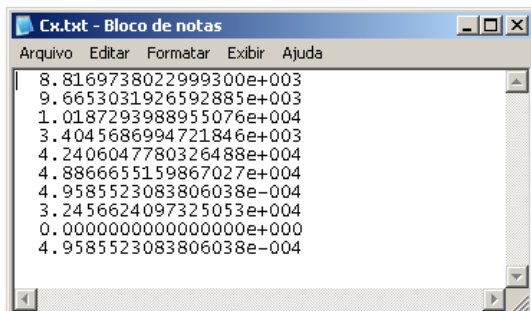


```

0.0000000000000000e+000
1.7799992065077435e+005
1.7799999999999971e+005
1.7799999999999971e+005
1.7799992062598158e+005
0.0000000000000000e+000
3.0638983962894374e+004
0.0000000000000000e+000
0.0000000000000000e+000
0.0000000000000000e+000
3.2826585633625597e+004

```

a)

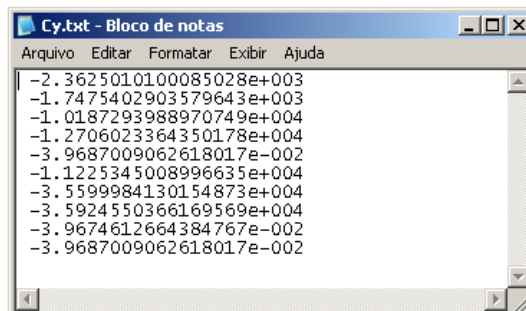


```

8.8169738022999300e+003
9.6653031926592885e+003
1.0187293988955076e+004
3.4045686994721846e+003
4.2406047780326488e+004
4.8866655159867027e+004
4.9585523083806038e-004
3.2456624097325053e+004
0.0000000000000000e+000
4.9585523083806038e-004

```

b)



```

-2.3625010100085028e+003
-1.7475402903579643e+003
-1.0187293988970749e+004
-1.2706023364350178e+004
-3.9687009062618017e-002
-1.1225345008996635e+004
-3.5599984130154873e+004
-3.5924550366169569e+004
-3.9674612664384767e-002
-3.9687009062618017e-002

```

c)

Figura A.8 - (a) Potencial Elétrico, (b) Campo Elétrico na Direção “x” e (c) Campo Elétrico na Direção “y”.

Em [39] é exemplificado passo-a-passo o desenvolvimento de arquivos executáveis em ambiente Matlab e Labview.

A.3 Arquivo de Programação no Labview - work4.vi

A Figura A.9 mostra a programação em ambiente Labview no diagrama de blocos do arquivo work4. Para poder detalhar o processo de programação, será comentado passo-a-passo os índices i, ii, iii, iv e v:

- i. Lê a componente x do campo elétrico em coordenada (Cx.txt), calculado na programação precedente;
- ii. Lê a componente y do campo elétrico em coordenada (Cy.txt), calculada na programação precedente;
- iii. Cria uma matriz com as coordenadas x e y do campo elétrico (Cx e Cy).

- iv. Lê o vetor com as condutividades de cada superfície: condutividade.msh, conforme Figura A.7;
- v. Aplica a equação 4.1, para trabalhar com a resistividade das superfícies, resultando no arquivo de saída: Densidade de Corrente.txt.

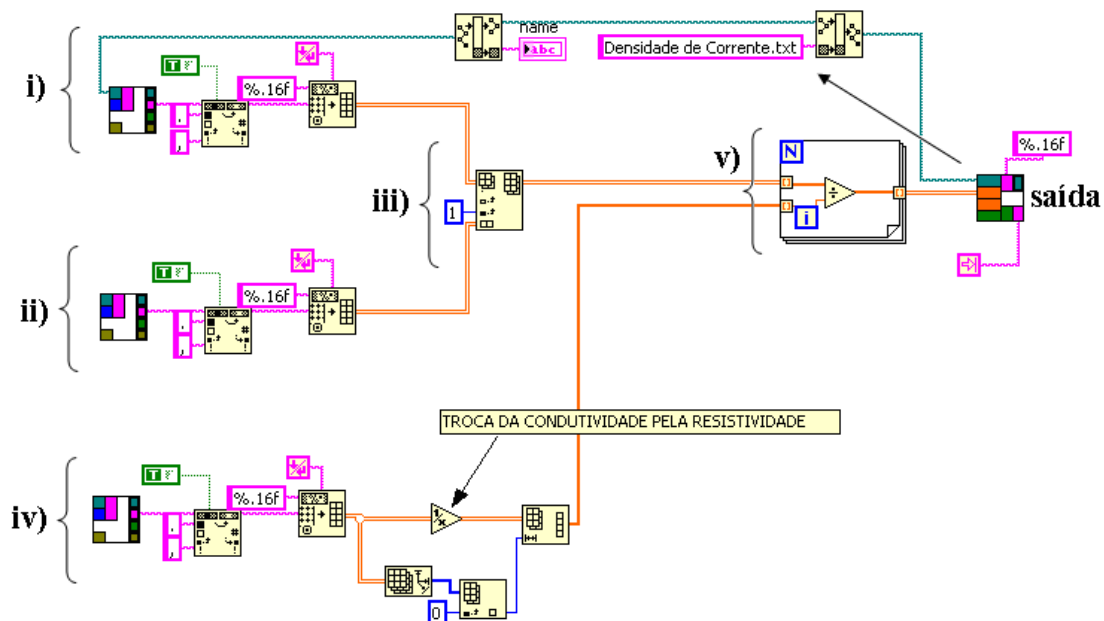


Figura A.9 - Programação no Diagrama do Labview: work4.vi.

A Figura A.10 mostra o arquivo de saída com os valores da densidade de corrente:

```

Densidade de Corrente.txt - Bloco de notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
88,1697380229992972      -23,6250101000850279
96,6530319265928880     -17,4754029035796421
101,8729398895507640    -101,8729398897074820
34,0456869947218479     -127,0602336435017750
424,0604778032648590    -0,0003968700906262
488,6665515986702530    -112,2534500899663500
0,0000049585523084      -355,9998413015487130
324,5662409732505580    -359,2455036616956930
0,0000000000000000      -2301127,5345343165100000
28759,6033886074983000  -2301846,5256318450000000
  
```

Figura A.10 - Densidade de Corrente.

A.3.1 Arquivo de Programação no Labview - work6.vi

Como mencionado no capítulo 4, o arquivo work5 é simplesmente um arquivo de preparação de dados. Este arquivo salva em uma matriz as densidades de correntes relativas à superfície da haste. Cabe salientar, que os itens no anexo A, são dados referentes a uma malha “grosseira”, pois só assim é possível a visualização dos arquivos de saída em escala menor, para possíveis comentários (Figura 4.1). Na Figura 4.4 é mostrada a malha do sistema de aterramento. Verifica-se que existe neste caso somente dois elementos triangulares na superfície da haste. O arquivo work5 separa as densidades de corrente destes dois elementos e a Figura A.11 mostra este arquivo com as densidades de corrente.

i)						ii)	
x1	y1	x2	y2	x3	y3	jx	jy
0,050	7,000	0,000	7,000	0,000	5,000	0,000	-2301127,535
0,050	5,000	0,050	7,000	0,000	5,000	28759,603	-2301846,526

Figura A.11 - Arquivo de Entrada do work6.vi.

- i. Contém as coordenadas dos elementos triangulares;
- ii. Contém as densidades de corrente dos elementos triangulares.

A Figura A.12 mostra a programação em ambiente Labview no diagrama de blocos do arquivo work6.

Ao entrar os dados da Figura A.11 têm-se os seguintes índices:

- i. Neste índice são separadas as coordenadas x_1 , x_2 e x_3 do elemento triangular;
- ii. Após a separação das coordenadas do índice anterior, é feito aqui uma análise de comparação, referente ao raio que está sendo simulado, da Figura 4.2 tem-se o raio de 0,05 [m]. Portanto, a análise “booleana” verifica se as coordenadas x são iguais a coordenada do raio, se for verdadeiro, significa que o elemento triangular está na “borda” da superfície. Com a equação 4.2 é calculada a corrente na superfície lateral da haste. A Figura A.13 mostra os elementos triangulares separados em uma suposta malha mais densa, para o cálculo da corrente na área lateral da haste;

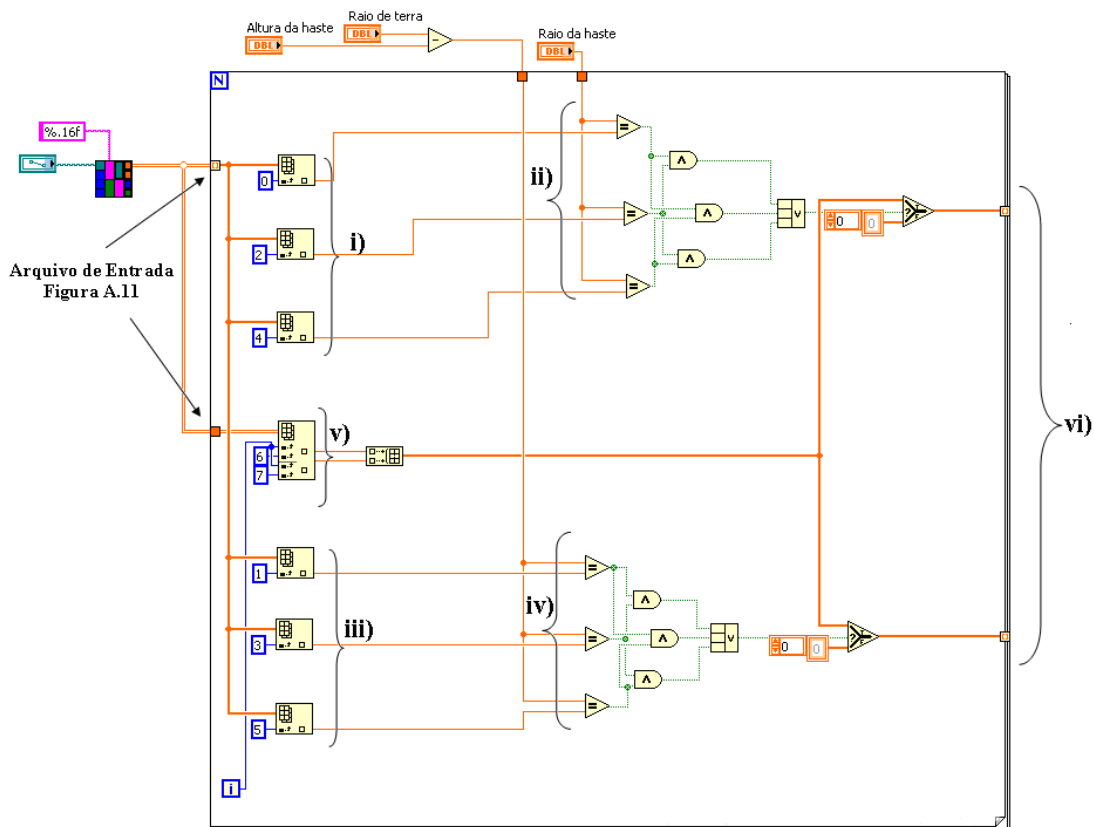


Figura A.12 - Separa as Densidades de Corrente na Área (Lateral e da Base) da Haste.

- iii. Neste índice são separadas as coordenadas y_1 , y_2 e y_3 do elemento triangular;
- iv. A lógica de programação é igual ao índice (ii), mas é referente à base da haste, e é comparada com as coordenadas y , na altura em que fica a base da haste, ou seja, a diferença entre o raio de terra e a altura da haste. A Figura A.14 mostra os elementos triangulares separados em uma suposta malha mais densa, para o cálculo da corrente na base da haste.
- v. Neste índice é criada uma matriz só com as densidades de corrente, e conforme a lógica “booleana” dos índices precedentes for “verdadeira”, esta matriz distribui as densidades tanto para as componentes em x ou y .
- vi. Neste índice são criados dois vetores: um vetor com as densidades de corrente na direção “ x ” (j_x), usado no cálculo da corrente conforme Figura A.13 (este somatório é elemento por elemento), e

um vetor com as densidades de corrente na direção “y” (j_y), usado no cálculo da corrente conforme Figura A.14.

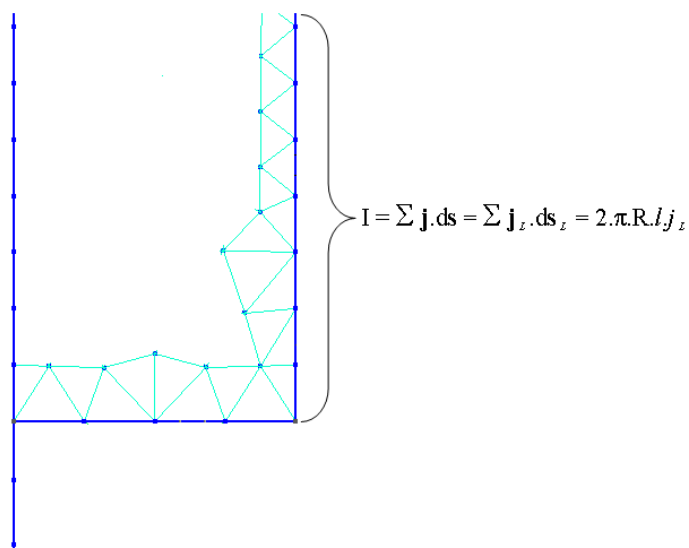


Figura A.13 - Somatório das Densidades de Corrente dos Elementos Triangulares na “Borda” Lateral da Haste.

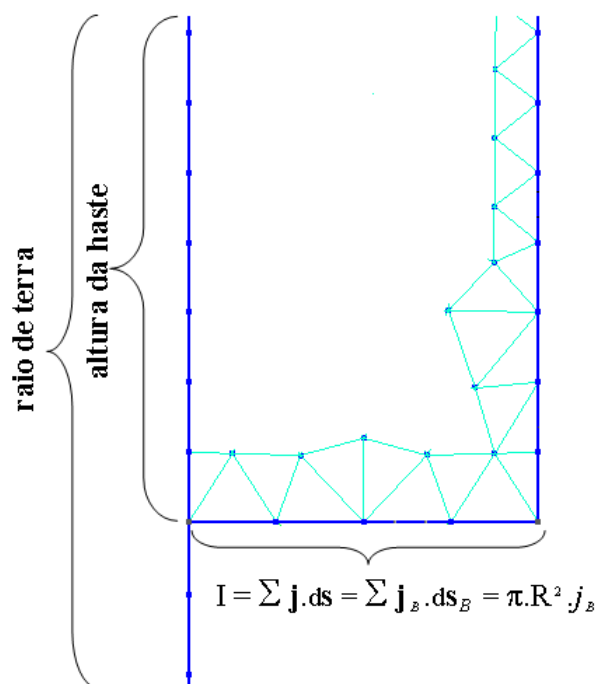


Figura A.14 - Somatório das Densidades de Corrente dos Elementos Triangulares na Base da Haste.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Visacro Filho, S. *Aterramento Elétrico: Conceitos Básicos, Técnicas de Medição e Instrumentação, Filosofia de Aterramento*. 1. ed. São Paulo: Editora Artliber, 2002.
- [2] Institute of electrical and electronics engineers, *Guide for safety in substation grounding*, IEEE STD 80, 1976 (Revised 1986).
- [3] Zeng, R.; He, J.; Gao, Y. et al. Gronding Resistance Measurement Analysis of Gronding System in Vertical-Layered soil. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v.19, n. 4, Oct. 2004.
- [4] Sekioka, S.; Lorentzou, M. I.; Philippakou, M. P. et al. Current-Dependent Grounding Resistance Model Based on Energy Balance on Soil Ionization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v.21, n. 1, Jan. 2006.
- [5] Cao, X.; Wu, G.; Zhou, W. et al. 2008. New Method for Calculating Ground Resistance of Grounding Grids Buried in Horizon Two-Layer Soil. In: *International Conference on High Voltage Engineering and Application* (Nov. 2008: Chongqing). Proceedings. China.
- [6] Güemes, J. A.; Hernando, F. E. Method for Calculating the Ground Resistance of Grounding Grids Using FEM. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v.19, n. 2, Apr. 2004.
- [7] Chen, L. H.; Chen, J. F.; Liang, T. J. et al. A Study of Grounding Resistance Reduction Agent Using Granulated Blast Furnace Slag. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v.19, n. 3, July 2004.
- [8] Da Luz, M. V. F.; Dular P.; 2005. Grounding System Modeling for Low Frequencies Using the Floating Potential Concept Associated with the Finite Element Method. In: *VIII International Symposium on Lightning Protection* (Nov. 2005: São Paulo). Proceedings. São Paulo. p. 571-574.
- [9] Da Luz, M. V. F.; Dular P.; 2007. Analytical and Finite Element Modeling of Grounding Systems. In: *IX International Symposium on Lightning Protection* (Nov. 2007: Foz do Iguaçu). Proceedings. Paraná. p. 375-379.
- [10] Dular, P.; Legros, W.; De Gersem, H.; Hameyer, K.; 1998. Floating Potentials in Various Electromagnetic Problems Using the Finite Element Method. In: *4º*

- International Workshop on Electric and Magnetic Fields* (1998). Proceedings. p. 409-414.
- [11] De Gersem, H.; Belmans, R.; Hameyer, K. Floating Potential Constraints and Field-Circuit Couplings for Electrostatic and Electrokinetic Finite Element Models. *Emerald Journal*, United Kingdom, 2003.
- [12] Souza Jr., E. D. S. *Simulação, em Ambiente Computacional, do Método de Wenner e Obtenção da Resistência de um Sistema de Aterramento Usando FDTD*. Belém, 2007. Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal do Pará.
- [13] Mesa, H. R. M. *Estudo do Comportamento das Tensões Transitórias em Malhas de Aterramento Diante Descargas Atmosféricas*. Campinas, 2005. Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Estadual de Campinas.
- [14] De Souza, K. T.; De Moura, R. F.; Cintra, G.; 2007. Estudo de Alternativas para a Construção de Malhas de Aterramento num Solo com Resistividade Elétrica. In: *II Congresso de Pesquisa e Inovação da Rede Norte Nordeste de Educação Tecnológica* (Nov. 2007: João Pessoa). Paraíba, 2007.
- [15] Silva, V. C. *Método de Elementos Finitos Aplicado à Solução de Problemas de Aterramento Elétrico*. São Paulo, 2006. Tese (Livre Docente), Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [16] Cardoso, R. J. *Ground 3D: Uma Contribuição a Análise dos Sistemas de Aterramento Método de elementos Finitos*. São Paulo, 1993. Tese (Livre Docente). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [17] Tagg, G. F. Measurement of Earth - Electrode Resistance with Particular Reference to Earth - Electrode Systems Covering a Large Area. *IEE*, v. III, n. 12, Dec. 1964.
- [18] <http://www.geuz.org/gmsh> (acesso Abril 14, 2009).
- [19] Kindermann, G.; Campagnolo, J. M. *Aterramento Elétrico*. 5. ed. Florianópolis: Editoração do Autor, 2002.
- [20] <http://www.suapesquisa.com/clima/> (acesso Maio 10, 2009).
- [21] Telló, M. *Dimensionamento de Sistemas de Aterramento, em Baixas Frequências, Usando o Método de Elementos Finitos em Três Dimensões*. Florianópolis, 1991. Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

- [22] Pessoa, W. M. S., *Análise da Distribuição Vetorial de Corrente em Sistemas de Aterramento*. Belém, 2007. Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Elétrica, Instituto Tecnológico, Universidade Federal do Pará.
- [23] Dalziel. Electric Shock Hazard. *IEEE-Spectrum*, Feb. 1972, p.41-50.
- [24] Ferreira, L. I. *Sistemas de Aterramento*. Porto Alegre, 2005. Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Elétrica, Centro de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.
- [25] Da Luz, M. V. F., *Notas de Aula - Sistemas de Aterramento*, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.
- [26] Pereira Filho, M. L., *Aplicação do Método de Imagens Complexas ao Cálculo de Malhas de Aterramento em Solos com Estratificação Horizontal*. São Paulo, 1999. Dissertação de Mestrado - Escola Politécnica da USP.
- [27] *IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Ground Systems - ANSI/IEEE Std 81-1983 (Revision of IEEE Std 81-1962)*.
- [28] Da Luz, M. V. F. *Desenvolvimento de um Software para Cálculo de Campos Eletromagnéticos 3D Utilizando Elementos de Aresta, Levando em Conta o Movimento e o Circuito de Alimentação*, Florianópolis, 2003. Tese de Doutorado, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [29] Bastos, J. P. A. *Eletromagnetismo para Engenharia: Estática e Quase-Estática*. 1. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2004.
- [30] Sadiku, M. N. O. *Numerical Techniques in Electromagnetics*. 2. ed. Florida: Editora CRC Press LLC, 2000.
- [31] Raizer, A. *Contribuição a Elaboração de um Sistema Tridimensional de Cálculo de Campos Elétricos e Magnéticos, Utilizando a Técnica de Elementos Finitos*. Florianópolis, 1987. Dissertação (Mestre em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [32] Fischborn, M. *Computação de Alto Desempenho Aplicada à Análise de Dispositivos Eletromagnéticos*. Florianópolis, 2006. Tese (Doutor em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

- [33] Shewchuk, J. R. *An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain*. 1. ed. Pittsburgh: Editora School of Computer Science Carnegie Mellon University, 1994.
- [34] Barrett, R.; Berry M.; Chan, T. et al. *Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*. 2 ed. Philadelphia, PA: Editora SIAM, 1994.
- [35] Mesquita, R. C. *Cálculo de Campos Eletromagnéticos Tridimensionais Utilizando Elementos Finitos: Magnetostática, Quase-Estática e Aquecimento Indutivo*. Florianópolis, 1990. Tese (Doutor em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [36] Bastos, J. P. A.; Sadowski N. *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*. 1. ed. New York: Editora Marcel Dekler, Inc, 2003.
- [37] Da Luz, M. V. F.; Dular P.; Sabariego R. V. et al. Electrokinetic Model Refinement via a Perturbation Finite Element Method - From 2-D to 3-D. *17th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields - COMPUMAG 2009*, Florianópolis, 2009.
- [38] <http://www.cinelformacao.com/labview/> (acesso Abril 29, 2009).
- [39] <http://engeletrica-mef.blogspot.com/search/label/matlab> (acesso Abril 29, 2009).