

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESFORÇOS DINÂMICOS TRANSMITIDOS DO CONJUNTO EIXO-ROTOR  
FLEXÍVEL AO BLOCO DE COMPRESSORES HERMÉTICOS**

**Dissertação submetida à**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**ÉRICO ROMERA FULCO**

**Florianópolis, fevereiro de 2008**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESFORÇOS DINÂMICOS TRANSMITIDOS DO CONJUNTO EIXO-ROTOR  
FLEXÍVEL AO BLOCO DE COMPRESSORES HERMÉTICOS**

**ÉRICO ROMERA FULCO**

**Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de  
MESTRE EM ENGENHARIA**

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA  
sendo aprovada em sua forma final**

---

**Arcanjo Lenzi - Orientador**

---

**Cabral - Coordenador do Curso**

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Nicolazi - Presidente**

---

**Jordan**

---

**Dechamps**

**“Estamos em presença de uma idéia louca.  
Resta saber se será o bastante para que esteja certa.”**

**Niels Bohr**

## AGRADECIMENTOS

À Alba Maria, por seu amor, apoio e incentivo em todos os momentos;

Aos meus pais, Antonio e Regina, pela minha excelente formação acadêmica e familiar;

Ao professor e amigo Arcanjo, pela sua disponibilidade para orientação semanal e auxílio na conclusão do trabalho;

Ao Marcos e Olavo, pela ajuda no início do projeto, auxiliando no aprendizado dos programas e experimentos, e por suas amizades;

Aos colegas e amigos do LVA, pela convivência, troca de conhecimentos, aprendizado e amizade;

Ao Paulo, pesquisador do POLO, que gentilmente cedeu seu programa de lubrificação de mancais, auxiliando na conclusão do trabalho;

À EMBRACO, pelo apoio financeiro e dados que contribuíram muito para realização do trabalho;

À CAPES, pelo apoio financeiro cedido durante parte do mestrado;

À UFSC, por me acolher por mais este período de minha vida, levando-me ao crescimento intelectual e pessoal.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	vii
LISTA DE TABELAS .....	xii
SIMBOLOGIA .....	xiii
RESUMO .....	xviii
ABSTRACT .....	xix
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
1.1 - Motivação e objetivos do trabalho .....	4
1.2 - Estrutura de apresentação do trabalho.....	4
CAPÍTULO 2 - RELAÇÕES CINEMÁTICAS ENTRE AS PARTES MÓVEIS.....	6
2.1 - Sistema de coordenadas .....	7
2.2 - Pressão sobre o pistão .....	9
2.3 - Esforços transmitidos pelo conjunto pistão/biela ao excêntrico .....	10
2.4 - Torque aplicado ao rotor .....	16
2.5 - Esforços sobre os mancais .....	17
CAPÍTULO 3 MODELO NUMÉRICO DO CONJUNTO EIXO-ROTOR.....	23
3.1 - Conceitos em elementos finitos.....	23
3.2 - Malha estrutural.....	25
3.3 - Procedimento experimental.....	28
3.4 - Validação experimental-numérica.....	30
CAPÍTULO 4 - MODELOS DO FILME DE ÓLEO.....	35
4.1 - Filme de óleo equivalente ou mancal equivalente .....	35
4.2 - Filme de óleo tipo lubrificação hidrodinâmica .....	41
CAPÍTULO 5 - MODELO DE SIMULAÇÃO DO CONJUNTO EIXO-ROTOR-FILME DE ÓLEO .....	43
5.1 - Análise transiente através do método de elementos finitos.....	43
5.2 - Método de solução .....	43
5.3 - Velocidade de rotação .....	46
5.4 - Incremento no tempo.....	47
5.5 - Deslocamento do eixo .....	51
5.6 - Velocidade do mancal .....	52

5.7 - Carregamentos sobre os mancais e excêntrico.....	55
5.8 - Carregamentos sobre o rotor .....	58
5.9 - Agrupamento da rotina.....	58
5.10 - Procedimentos usados para redução do tempo de processamento. ....	59
CAPÍTULO 6 - ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	62
6.1 - Filtro para erro.....	62
6.2 - Coeficientes de rigidez e amortecimento .....	65
6.3 - Resultados experimentais.....	66
6.4 - Resultados numéricos.....	67
6.5 - Órbita de eixos rígido e flexível para mancais equivalentes .....	69
6.6 - Influência do parâmetro de amortecimento $C$ nas órbitas dos mancais.....	71
6.7 - Influência dos parâmetros $K$ e $l$ nas órbitas dos mancais .....	73
6.8 - Influência dos parâmetros dos mancais tipo mola sobre os esforços transmitidos ao bloco .....	75
6.9 - Respostas do mancal hidrodinâmico .....	88
6.10 - Órbita experimental e órbitas numéricas.....	94
6.11 - Modelo do conjunto eixo-rotor com contrapeso encaixado .....	96
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES .....	99
CAPÍTULO 8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	102
APÊNDICE 1 - CÁLCULO DA VELOCIDADE LIMITE .....	105
APÊNDICE 2 - CÁLCULO DA ACELERAÇÃO LIMITE.....	107

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Esquema de um compressor. ....	2
Figura 1.2 - Órbita calculada por Bode [2002] para um rotor horizontal sustentado por um modelo de lubrificação de óleo tipo <i>squeeze film</i> .....	3
Figura 2.1 - Mecanismo de compressão do gás.....	6
Figura 2.2 - Referencial inercial $\hat{i} - \hat{j}$ e referencial girante $\hat{i}'' - \hat{j}''$ .....	7
Figura 2.3 - Sistema de coordenadas $\hat{i}' - \hat{j}'$ .....	8
Figura 2.4 - Câmara de compressão. ....	9
Figura 2.5 - Força $F_p$ que atua sobre o pistão em relação ao ângulo de giro $\alpha$ do eixo. ....	10
Figura 2.6 - Esquema das partes móveis a serem desenvolvidas analiticamente. ....	11
Figura 2.7 - Diagrama de forças do sistema pistão-biela-excêntrico. ....	13
Figura 2.8 - Sistema de coordenada sobre a biela ( $\hat{i}' - \hat{j}'$ ) e sobre o eixo ( $\hat{i}'' - \hat{j}''$ ). ....	14
Figura 2.9 - Força sobre o excêntrico no referencial $\hat{i}'' - \hat{j}''$ .....	15
Figura 2.10 - Força sobre o excêntrico no referencial $\hat{i} - \hat{j}$ .....	16
Figura 2.11 - Torque sobre o rotor. ....	17
Figura 2.12 - Distâncias do excêntrico ( $d_e$ ) e mancais superior ( $d_s$ ) e inferior ( $d_I$ ) a base do eixo. ....	18
Figura 2.13 - Esforços sobre o excêntrico e mancais na direção $\hat{i}$ .....	20
Figura 2.14 - Esforços sobre o excêntrico e mancais na direção $\hat{j}$ .....	20
Figura 2.15 - Espectro dos esforços sobre o eixo na direção $\hat{i}$ .....	21
Figura 2.16 - Espectro dos esforços sobre o eixo na direção $\hat{j}$ .....	21
Figura 3.1 - Deflexão de viga engastada representada analiticamente (à esquerda) e pelo método de elementos finitos (à direita). ....	24
Figura 3.2 - Representações para um elemento linear (dois nós) e outro quadrático (três nós) em uma dimensão. ....	25
Figura 3.3 - Elemento tetraédrico de 10 nós (à esquerda) e o mesmo elemento, porém colapsado em 4 nós (à direita). ....	26
Figura 3.4 - Eixo com as ranhuras (à esquerda). Eixo sem as ranhuras (à direita). ....	27

Figura 3.5 - Malha global. Destacadas em vermelho as malhas superficiais dos mancais, semi-eixo excêntrico e rotor. ....	27
Figura 3.6 - Esquema da bancada do experimento. ....	29
Figura 3.7 - Média dos valores obtidos para o conjunto eixo-rotor. ....	30
Figura 3.8 - Primeiro modo de vibração. 1215 Hz. Flexão do eixo na direção $\hat{j}$ . ....	32
Figura 3.9 - Segundo modo de vibração. 1223 Hz. Flexão do eixo na direção $\hat{i}$ . ....	32
Figura 3.10 - Terceiro modo de vibração. 3139 Hz. Torção do eixo. ....	33
Figura 3.11 - Quarto modo de vibração. 5188 Hz. Flexão do eixo e excêntrico na direção $\hat{j}$ . ....	33
Figura 3.12 - Quinto modo de vibração. 6108 Hz. Flexão do eixo e excêntrico na direção $\hat{i}$ . ....	34
Figura 4.1 - Representação dos contatos do filme de óleo. ....	35
Figura 4.2 - Localização do topo e base dos mancais superior e inferior. ....	36
Figura 4.3 - Reação do mancal devido ao deslocamento. ....	37
Figura 4.4 - Reação do mancal devida à velocidade. ....	37
Figura 4.5 - Comportamento da rigidez em função da variação de $l$ . ....	39
Figura 4.6 - Comportamento do amortecimento em função da variação de $m$ . ....	40
Figura 4.7 - Parâmetros geométricos do eixo para uso na Equação de Reynolds. ....	42
Figura 5.1 - Barra engastada sob a ação de uma força em um conjunto de nós. ....	44
Figura 5.2 - Eixo sobre a ação de uma força transiente $F$ e reações $R_1$ e $R_2$ . ....	45
Figura 5.3 - Método de aplicação de força <i>stepped</i> . ....	55
Figura 5.4 - Método de aplicação de força <i>ramped</i> . ....	55
Figura 6.1 - Filtro aplicado sobre instabilidade de uma resposta com expoente $m = 5$ . O número de iterações aplicadas é $np = 100$ . $\alpha = 0^\circ$ representa o ponto morto inferior do pistão. ....	63
Figura 6.2 - Espectro das forças apresentadas na Fig. 6.1. ....	64
Figura 6.3 - Variação do coeficiente de rigidez de um mancal equivalente calculada a partir da Equação 6.7, com $l = 20$ e $m = 5$ . ....	66
Figura 6.4 - Variação do coeficiente de amortecimento de um mancal equivalente calculada a partir da Equação 6.8, com $l = 20$ e $m = 5$ . ....	66
Figura 6.5 - Órbita real do mancal superior e inferior. ....	67
Figura 6.6 - Órbita para o mancal equivalente 3 com o conjunto eixo-rotor rígido e flexível. ....	69
Figura 6.7 - Órbita para o mancal equivalente 10 com o conjunto eixo-rotor rígido e flexível. ....	70



Figura 6.8 - Espectro em frequência do deslocamento dos mancais equivalentes 10 e 10* na direção $\hat{i}$ .....	71
Figura 6.9 - Espectro em frequência do deslocamento dos mancais equivalentes 10 e 10* na direção $\hat{j}$ .....	71
Figura 6.10 - Órbita do mancal superior para os mancais equivalentes 4, 5 e 6. ....	72
Figura 6.11 - Órbita do mancal inferior para os mancais equivalentes 4, 5 e 6. ....	73
Figura 6.12 - Órbita do mancal inferior para os mancais equivalentes 1 e 2. ....	74
Figura 6.13 - Órbita do mancal inferior para os mancais equivalentes 1, 3 e 4. ....	74
Figura 6.14 - Coeficiente de rigidez do mancal superior para os mancais equivalentes 1, 7 e 9. .	75
Figura 6.15 - Coeficiente de amortecimento do mancal superior para os mancais equivalentes 1, 7 e 9. ....	76
Figura 6.16 - Força transmitida ao bloco pela rigidez (esquerda) e amortecimento (direita) do modelo de mancal equivalente 1, 7 e 9 no mancal superior na direção $\hat{i}$ .....	76
Figura 6.17 - Força transmitida ao bloco pela rigidez (esquerda) e amortecimento (direita) do modelo de mancal equivalente 1, 7 e 9 no mancal superior na direção $\hat{j}$ .....	77
Figura 6.18 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1, 7 e 9 para um eixo-rotor rígido na direção $\hat{i}$ .....	78
Figura 6.19 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1, 7 e 9 para um eixo-rotor rígido na direção $\hat{j}$ .....	78
Figura 6.20 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1, 7 e 9 para um eixo-rotor rígido na direção $\hat{i}$ .....	79
Figura 6.21 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1, 7 e 9 para um eixo-rotor rígido na direção $\hat{j}$ .....	79
Figura 6.22 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancal equivalente 1, analíticos 1 e 2 para um eixo-rotor rígido na direção $\hat{i}$ .....	80
Figura 6.23 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancal equivalente 1, analíticos 1 e 2 para um eixo-rotor rígido na direção $\hat{j}$ .....	81
Figura 6.24 - Coeficiente de rigidez do mancal superior para os mancais equivalentes 1*, 7* e 9*. ....	81
Figura 6.25 - Coeficiente de amortecimento do mancal superior para os mancais equivalentes 1*, 7* e 9*. ....	82

Figura 6.26 - Força transmitida ao bloco pela rigidez (esquerda) e amortecimento (direita) do modelo de mancal equivalente 1*, 7* e 9* no mancal superior na direção $\hat{i}$ .....	82
Figura 6.27 - Força transmitida ao bloco pela rigidez (esquerda) e amortecimento (direita) do modelo de mancal equivalente 1*, 7* e 9* no mancal superior na direção $\hat{i}$ .....	83
Figura 6.28 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1*, 7* e 9* para um eixo-rotor flexível na direção $\hat{i}$ .....	84
Figura 6.29 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1*, 7* e 9* para um eixo-rotor flexível na direção $\hat{j}$ .....	84
Figura 6.30 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1*, 7* e 9* para um eixo-rotor flexível na direção $\hat{i}$ .....	85
Figura 6.31 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1*, 7* e 9* para um eixo-rotor flexível na direção $\hat{j}$ .....	85
Figura 6.32 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 9 e 9* na direção $\hat{i}$ .....	86
Figura 6.33 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 9 e 9* na direção $\hat{j}$ .....	87
Figura 6.34 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 9 e 9* na direção $\hat{i}$ .....	87
Figura 6.35 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 9 e 9* na direção $\hat{j}$ .....	88
Figura 6.36 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1 e hidrodinâmico 8 na direção $\hat{i}$ .....	89
Figura 6.37 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1 e hidrodinâmico 8 na direção $\hat{j}$ .....	90
Figura 6.38 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1 e hidrodinâmico 8 na direção $\hat{i}$ .....	90
Figura 6.39 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1 e hidrodinâmico 8 na direção $\hat{j}$ .....	91
Figura 6.40 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1* e hidrodinâmico 8* na direção $\hat{i}$ .....	92

Figura 6.41 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1* e hidrodinâmico 8* na direção $\hat{j}$ . .....	92
Figura 6.42 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1* e hidrodinâmico 8* na direção $\hat{i}$ . .....	93
Figura 6.43 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1* e hidrodinâmico 8* na direção $\hat{j}$ . .....	93
Figura 6.44 - Órbitas do mancal superior experimental e mancal equivalente 3. ....	94
Figura 6.45 - Órbitas do mancal inferior experimental e mancal equivalente 3. ....	95
Figura 6.46 - Conjunto eixo-rotor com contrapeso encaixado no topo. ....	96
Figura 6.47 - Espectro em frequência dos esforços resultantes transmitidos na direção $\hat{i}$ ao bloco por um conjunto eixo-rotor-contrapeso rígido e flexível suportado por mancais equivalentes. ...	97
Figura 6.48 - Espectro em frequência dos esforços resultantes transmitidos na direção $\hat{j}$ ao bloco por um conjunto eixo-rotor-contrapeso rígido e flexível suportado por mancais equivalentes. ...	98

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 3.1 - Modos de vibração natural do conjunto eixo-rotor e o erro relativo entre numérico e experimental. ....	31
Tabela 5.1 - Comparativo de métodos com barra submetida a esforços transientes. ....	45
Tabela 5.2 - Comparativo de métodos com eixo submetido a esforços transientes. ....	46
Tabela 6.1 - Tabela dos parâmetros utilizados nas simulações. ....	68
Tabela 6.2 - Frequências de vibração natural do conjunto eixo-rotor com contrapeso encaixado.	97

## SIMBOLOGIA

### *Sistema de coordenadas:*

$A_i$	Componente vetorial de uma grandeza $A$ na direção $\hat{i}$ ;
$A_j$	Componente vetorial de uma grandeza $A$ na direção $\hat{j}$ ;
$A_{i'}$	Componente vetorial de uma grandeza $A$ na direção $\hat{i}'$ ;
$A_{j'}$	Componente vetorial de uma grandeza $A$ na direção $\hat{j}'$ ;
$A_{i''}$	Componente vetorial de uma grandeza $A$ na direção $\hat{i}''$ ;
$A_{j''}$	Componente vetorial de uma grandeza $A$ na direção $\hat{j}''$ ;
$\hat{i}$	Coordenada do sistema de coordenadas inercial;
$\hat{j}$	Coordenada do sistema de coordenadas inercial;
$\hat{i}'$	Coordenada do sistema de coordenadas girante sobre a biela;
$\hat{j}'$	Coordenada do sistema de coordenadas girante sobre a biela;
$\hat{i}''$	Coordenada do sistema de coordenadas girante sobre o eixo;
$\hat{j}''$	Coordenada do sistema de coordenadas girante sobre o eixo;

### *Variáveis de elementos finitos:*

$C$	Coeficiente de amortecimento de uma estrutura;
$[C]$	Matriz de amortecimento de uma estrutura;
$F$	Força sobre uma estrutura;
$[G]$	Matriz de efeitos giroscópicos de uma estrutura;
$K$	Coeficiente de rigidez de uma estrutura;
$[K]$	Matriz de rigidez de uma estrutura;
$M$	Massa de uma estrutura;
$[M]$	Matriz de inércia de uma estrutura;
$x$	Posição de uma estrutura;
$\dot{x}$	Velocidade de uma estrutura;
$\ddot{x}$	Aceleração de uma estrutura;

*Parâmetros do mancal equivalente:*

$C$	Coefficiente de amortecimento do mancal equivalente;
$\bar{d}$	Deslocamento de um mancal;
$K$	Coefficiente de rigidez do mancal equivalente;
$l$	Expoente de não linearidade da rigidez do mancal equivalente;
$m$	Expoente de não linearidade do amortecimento do mancal equivalente;
$\bar{v}$	Velocidade de um mancal;
$v_{\text{lim}}$	Velocidade limite atingida pelos mancais;

*Parâmetros do mancal hidrodinâmico:*

$\theta$	Direção angular do mancal;
$\mu$	Viscosidade do fluido;
$F_m$	Força resultante sobre um mancal;
$h$	Distância radial entre o eixo e o bloco em um determinada ponto;
$h_a$	Posição onde a força deve ser aplicada na direção vertical sobre um mancal;
$M_m$	Momento sobre um mancal;
$p$	Pressão no filme de óleo;
$R$	Raio do mancal;
$U$	Velocidade tangencial de giro do mancal;
$y$	Direção vertical do mancal;

*Parâmetros diversos da análise:*

$\alpha$	Ângulo de giro do conjunto eixo-rotor;
$\dot{\alpha}$	Velocidade angular do conjunto eixo-rotor;
$\ddot{\alpha}$	Aceleração angular do conjunto eixo-rotor;
$\alpha_D$	Amortecimento estrutural simplificado;
$\alpha_R$	Ângulo de um nó do rotor com a direção $\hat{i}''$ ;
$\beta$	Ângulo de giro da biela;
$\dot{\beta}$	Velocidade angular da biela;

$\ddot{\beta}$	Aceleração angular da biela;
$\beta_D$	Amortecimento estrutural simplificado;
$\Delta t$	Incremento de tempo;
$\Delta Fm$	Variação máxima aceitável em um incremento de tempo $\Delta t$ ;
$\Delta Fm^+$	Variação da força sobre um mancal para um erro de truncamento positivo em $v$ ;
$\Delta Fm^-$	Variação da força sobre um mancal para um erro de truncamento negativo em $v$ ;
$\xi_i$	Amortecimento estrutural do $i$ -ésimo modo natural de vibração do conjunto eixo-rotor;
$\nu$	Coefficiente de Poisson do conjunto eixo-rotor;
$\omega_i$	$i$ -ésima frequência natural de vibração do conjunto eixo-rotor;
$\omega$	Velocidade angular do conjunto eixo-rotor;
$\rho$	Densidade média do conjunto eixo-rotor;
$A$	Área da face do pistão em contato com o gás da câmara de compressão;
$a_{\text{lim}}$	Aceleração limite atingida pelos mancais;
$c$	Folga radial do mancal;
$d$	Distância do pistão ao centro do eixo na direção $\hat{i}$ ;
$d_e$	Distância do semi-eixo excêntrico ao eixo na direção vertical;
$d_s$	Distância do mancal superior ao eixo na direção vertical;
$d_I$	Distância do mancal inferior ao eixo na direção vertical;
$E$	Módulo de Young do conjunto eixo-rotor;
$Err(Fm_d)$	Erro devido a truncamento na força de rigidez $Fm_d$ ;
$Err(Fm_v)$	Erro devido a truncamento na força de amortecimento $Fm_v$ ;
$Err(v)$	Erro devido a truncamento na velocidade $v$ ;
$F_p$	Força que atua sobre o pistão;
$F_{b\hat{i}}$	Força da biela sobre o semi-eixo excêntrico na direção $\hat{i}$ ;
$F_{b\hat{j}}$	Força da biela sobre o semi-eixo excêntrico na direção $\hat{j}$ ;
$F_{b\hat{i}'}$	Força da biela sobre o semi-eixo excêntrico na direção $\hat{i}'$ ;

$F_{b\hat{j}'}$	Força da biela sobre o semi-eixo excêntrico na direção $\hat{j}'$ ;
$F_{b\hat{i}''}$	Força da biela sobre o semi-eixo excêntrico na direção $\hat{i}''$ ;
$F_{b\hat{j}''}$	Força da biela sobre o semi-eixo excêntrico na direção $\hat{j}''$ ;
$F_{S\hat{i}''}$	Força sobre o mancal superior na direção $\hat{i}''$ ;
$F_{S\hat{j}''}$	Força sobre o mancal superior na direção $\hat{j}''$ ;
$F_{I\hat{i}''}$	Força sobre o mancal superior na direção $\hat{i}''$ ;
$F_{I\hat{j}''}$	Força sobre o mancal superior na direção $\hat{j}''$ ;
$F_{S\hat{i}}$	Força sobre o mancal superior na direção $\hat{i}$ ;
$F_{S\hat{j}}$	Força sobre o mancal superior na direção $\hat{j}$ ;
$F_{I\hat{i}}$	Força sobre o mancal superior na direção $\hat{i}$ ;
$F_{I\hat{j}}$	Força sobre o mancal superior na direção $\hat{j}$ ;
$Fm^+$	Força sobre um mancal para um erro de truncamento positivo em $v$ ;
$Fm^-$	Força sobre um mancal para um erro de truncamento negativo em $v$ ;
$Fm_d$	Força de reação sobre um mancal devido a seu deslocamento;
$Fm_v$	Força de reação sobre um mancal devido a sua velocidade;
$\bar{F}m_n$	Média das forças em uma determinada direção sobre um mancal utilizando o filtro de resultados apresentado no item 6.1;
$\vec{F}_R$	Força sobre o rotor
$h$	Posição de aplicação da força sobre o mancal;
$h_a$	Posição dos nós de um mancal no índice $a$ referenciado no item 5.7;
$L_b$	Comprimento da biela;
$L_{b1}$	Comprimento da biela de seu contato com pistão a seu centro de massa;
$L_e$	Comprimento do centro do eixo ao centro do semi-eixo excêntrico;
$M$	Massa do conjunto eixo-rotor;
$m_p$	Massa do pistão;
$m_b$	Massa da biela;



$nt$	Número total de dados de pressão ampliado numericamente;
$nf$	Número total de dados de pressão experimental;
$ni$	Número de interações do procedimento para aumento do número de resultados de pressão;
$P$	Diferença de pressão entre câmara de compressão e cavidade do compressor;
$P_n$	$n$ -ésimo valor de pressão obtido experimentalmente;
$Ro$	Raio do rotor;
$T$	Torque sobre o rotor;
$t$	Tempo transcorrido durante um ciclo;
$t_n$	Tempo transcorrido no $n$ -ésimo incremento de tempo;
$V$	Volume do conjunto eixo-rotor;
$v_{lim}$	Velocidade limite atingida pelos mancais;
$x_b$	Distância de um nó da biela com o centro do sistema de coordenadas girante sobre o eixo na direção $\hat{i}''$ ;
$y_b$	Distância de um nó da biela com o centro do sistema de coordenadas girante sobre o eixo na direção $\hat{j}''$ ;
$y_p$	Distância do pistão ao centro do eixo na direção $\hat{j}$ ;
$\dot{y}_p$	Velocidade do pistão;
$\ddot{y}_p$	Aceleração do pistão;

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia para avaliação dos esforços dinâmicos transmitidos do conjunto eixo-rotor flexível ao bloco de compressores herméticos. Os modos próprios de deformação do conjunto eixo-rotor são determinados pelo método dos elementos finitos e os resultados validados experimentalmente. Os mancais são representados por filmes de óleo lubrificante que promovem o contato deste conjunto com o bloco do compressor. A representação dinâmica dos mancais é feita de duas formas. A primeira considera as propriedades de rigidez e de amortecimento equivalentes, expressas através de equações simplificadas representativas da dinâmica do filme de óleo, sendo uma contribuição inovadora e passível de utilização na verificação da influência de parâmetros físicos do filme de óleo na dinâmica da estrutura e nos esforços transmitidos do eixo ao bloco. O segundo modelo representa o comportamento hidrodinâmico dos mancais através da solução da Equação de Reynolds, obtida também pelo método dos elementos finitos. O modelo numérico dos mancais foi desenvolvido em linguagem de programação C e o modelo do conjunto eixo-rotor desenvolvido num *software* comercial usando o método da superposição modal com o objetivo de reduzir o tempo de processamento computacional. A solução dos modelos acoplados foi realizada no domínio do tempo. Os resultados indicam influência significativa do modelo dos mancais nas órbitas do eixo, mas estes exercem pequena influência nos espectros dos esforços transmitidos ao bloco. Considerando a flexibilidade, particularmente nas frequências de ressonância do conjunto eixo-rotor, existe grande influência nos espectros dos esforços transmitidos ao bloco bem como em algumas órbitas. Instabilidades numéricas foram observadas na solução dos modelos acoplados atribuídas à discretização da solução no domínio do tempo e à precisão dos valores de resposta do conjunto eixo-rotor, fornecidos pelo *software* comercial.

Palavras chave: *Vibração de compressores herméticos; Dinâmica de eixo-rotor; Mancais hidrodinâmicos;*

## ABSTRACT

This work presents a method to evaluate the dynamic loads transmitted by a flexible rotor-shaft to a block of a hermetic compressor. Its flexible vibrating modes are determined by the finite element method and the results are experimentally validated. The bearings are represented by lubricant oil film that links the rotor-shaft and the block of the compressor. The dynamic representations of the bearings are done in two ways. The first one considers rigidity and damping equivalent properties, represented by simplified equations, being new and useful to verify the behavior of physical parameters of oil film and on the transmitted loads from the shaft to the block. The other one represents the behavior of the hydrodynamic bearing solving Reynolds equation by finite element method. The numerical model of the bearing was developed in C programming language and the rotor-shaft model developed in commercial *software* using modal superposition method to reduce computer processing time. The model solution is done in time domain. Results indicate small influence of bearing model on the transmitted load, but it has significant influence on shaft orbit. Considering flexibility, some influence appears in some orbits and significant influence on the transmitted load to the block of the compressor. Numerical instabilities appeared on model due to time domain discretization and numerical precision on results given by the commercial software.

Key words: *Vibration on hermetic compressors; Rotor-shaft dynamic; Hydrodynamic bearings;*

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

As empresas nacionais têm buscado um aperfeiçoamento de seus produtos em todos os aspectos, visando se adaptar ao concorrente mercado internacional. Principalmente, buscando produtos inovadores e de melhor qualidade.

No ramo de sistemas de refrigeração com aplicações domésticas, um importante aspecto relacionado ao desenvolvimento desses produtos é o ruído radiado. A tendência de crescimento das cidades traz consigo a mesma tendência de aumento do ruído. O consumidor busca o silêncio em seus ambientes de vivência e trabalho, incluindo a qualidade dos sistemas de refrigeração, dentro outros aspectos. Outro fator importante são as normas estabelecidas nacional e internacionalmente que estipulam os níveis máximos de ruído.

O compressor é a principal fonte de ruído em sistemas de refrigeração. Entretanto, outras fontes também devem ser consideradas. De todas essas possíveis fontes, a maior parte dos estudos de controle de ruído tem sido concentrada no compressor. O compressor em questão é um compressor hermético alternativo, envolvido externamente por uma carcaça, responsável por grande parte do ruído radiado.

Internamente é composto por um conjunto de peças, dentre as quais está o motor de indução elétrica, cujo rotor é fixado ao eixo, promovendo o movimento do mecanismo de compressão. Essas e demais componentes do conjunto interno motor-compressor são sustentadas por um bloco e por um conjunto de molas que promovem a sustentação da parte interna com relação à carcaça.

As partes móveis da estrutura são formadas pelo conjunto eixo-rotor, que está conectado a uma biela, a qual está em contato com o pistão, formando o mecanismo de compressão, sendo que toda essa estrutura é sustentada por um bloco. Este é o motor propriamente dito da estrutura, sendo responsável por grande parte das vibrações da mesma tanto direta como indiretamente. A Fig. 1.1 mostra um esquema com as principais partes do compressor.

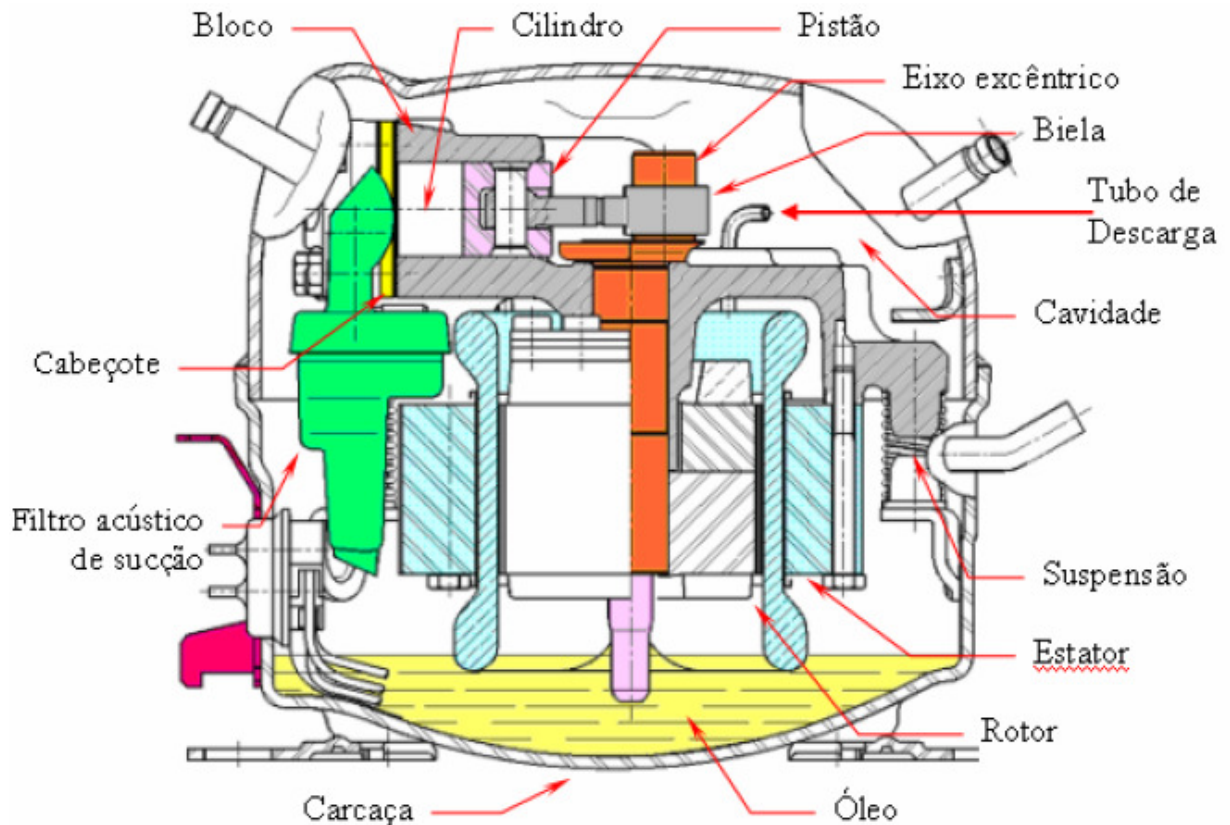


Figura 1.1 - Esquema de um compressor.

Esta estrutura está submetida a intensos carregamentos devido à compressão do gás. O contato entre essas peças que compõe as partes móveis é feito por um óleo lubrificante, responsável pela transmissão de esforços entre as partes móveis. Este trabalho será concentrado na análise da transmissão dos esforços do conjunto eixo-rotor ao bloco através dos filmes de óleo de lubrificação.

O trabalho desenvolvido por Rodrigues [2003] analisou a transmissão dos esforços através dos mancais de um eixo-rotor rígido para um bloco também rígido. O contato do eixo com o bloco foi considerado flexível e com o espaçamento entre as peças referente ao modelo de compressor utilizado. Foi obtido como resultado que a metodologia empregada para representação do filme de óleo, naquele trabalho, equivale à utilização de um modelo simplificado com os contatos entre o bloco e o eixo sem folgas. Esse fato foi atribuído ao elevado valor de amortecimento registrado no modelo de filme de óleo empregado, sendo esperado diferente comportamento para baixos valores de amortecimento.

Diversos trabalhos foram desenvolvidos usando a Equação hidrodinâmica de Reynolds para lubrificação de mancais para representar contatos entre superfícies. Dentre estes destacam-se os de Couto [2006], Xie, et al [2006], Silva [2004] entre outros.

Couto [2006] desenvolveu uma metodologia para utilização de mancais hidrodinâmicos, tendo obtido as órbitas para os mancais de um eixo-rotor rígido de um compressor.

Xie, et al [2006] criou um modelo simplificado para estrutura de um eixo-rotor em elementos finitos, utilizando mancais hidrodinâmicos, a fim de estudar a flexibilidade da estrutura e sua influência em possíveis contatos do eixo com o bloco ou rotor com o estator.

Já Silva [2004] obteve como resultado que os parâmetros de rigidez e amortecimento do filme de óleo possuem grande influência sobre a dinâmica de rotores.

Além do estudo de modelos de filme de óleo, também deve ser avaliados os efeitos de instabilidades nos modelos. Gerardin [2005] simulou um sistema pistão-biela-manivela com mancais hidrodinâmicos, tendo encontrado dificuldades na convergência da integração temporal do sistema.

Já Bode [2002], obteve instabilidade orbital para diversos incrementos de tempo em sua análise de eixos sustentados por fluido lubrificante com uma formulação tipo *squeeze film*. A Fig. 1.2 mostra um resultado de instabilidade orbital, onde o eixo tem máximo deslocamento no círculo externo à figura. Pode-se verificar que, antes da aproximação máxima, o eixo sofre aparentes choques com uma parede invisível.

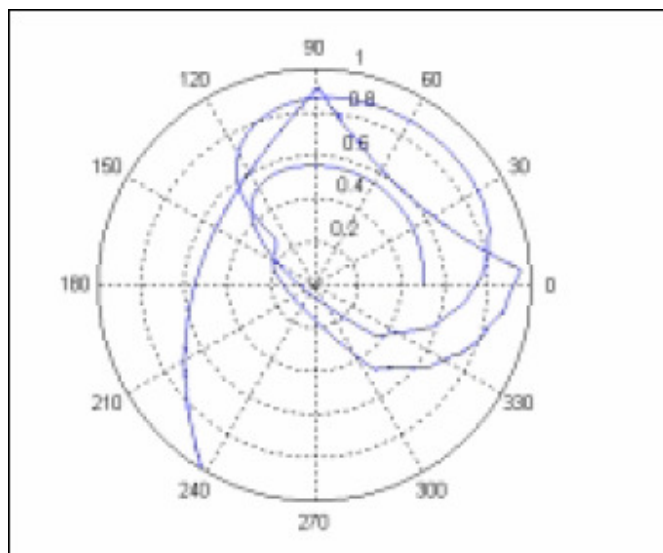


Figura 1.2 - Órbita calculada por Bode [2002] para um rotor horizontal sustentado por um modelo de lubrificação de óleo tipo *squeeze film*.

Pode-se observar a importância do uso de um modelo representativo do sistema físico e das possíveis dificuldades oriundas desse tipo de análise.

### **1.1 - Motivação e objetivos do trabalho**

Atualmente, com o avanço da computação, novas ferramentas em elementos finitos possibilitam análises de sistemas complexos, como este em questão. Assim, pode-se modelar a estrutura, calcular os esforços transmitidos entre as partes, permitindo também a otimização da estrutura no que diz respeito ao fluxo da energia vibratória relacionada às forças transmitidas.

O mecanismo de compressão que está em contato com o bloco na região do pistão e do eixo transfere energia para toda a estrutura. Portanto, compreendendo melhor a dinâmica das partes móveis, torna-se possível uma melhor otimização da estrutura no intuito de reduzir as vibrações geradas.

Outro aspecto importante de se ter conhecimento são as ressonâncias individuais dessas partes, pois poderão intensificar os esforços transmitidos ao bloco. Os modelos atuais consideram essas estruturas rígidas, desconsiderando os possíveis efeitos causados por seus modos próprios de vibração.

Este trabalho tem como objetivo elaborar uma metodologia para obtenção dos esforços transmitidos pelo eixo-rotor ao bloco do compressor, visando uma melhor compreensão da influência da flexibilidade do eixo e do tipo de lubrificação sobre os esforços transmitidos.

### **1.2 - Estrutura de apresentação do trabalho**

No Capítulo 2 é realizada uma análise da dinâmica das partes móveis para obter os esforços transmitidos do eixo ao bloco. É abordada uma metodologia simplificada para obtenção da força transmitida pela câmara de compressão do gás ao eixo excêntrico do conjunto eixo-rotor, bem como os esforços transmitidos pelo motor de indução elétrica ao rotor. Também é feita uma abordagem simplificada para os esforços transmitidos ao bloco pelos mancais do eixo.

O Capítulo 3 visa abordar a utilização do método de elementos finitos, construção da malha estrutural do conjunto eixo-rotor bem como a validação da mesma a partir de um experimento de análise modal.

O Capítulo 4 mostra duas metodologias para modelagem do filme de óleo que promove o contato entre o bloco e os mancais do eixo, sendo apresentado dois modelos para filme de óleo com suas restrições, vantagens e desvantagens.

O Capítulo 5 abrange a construção do programa para análise transiente da estrutura, mostrando os principais aspectos considerados para o mesmo. São também apresentados possíveis erros e instabilidades do programa bem como o detalhamento dos principais passos efetuados em sua construção.

O Capítulo 6 é reservado para os resultados do projeto, bem como o comentário dos mesmos.

O Capítulo 7 refere-se às conclusões obtidas com o trabalho e a motivação para trabalhos futuros.



**CAPÍTULO 2 - RELAÇÕES CINEMÁTICAS ENTRE AS PARTES MÓVEIS**

O mecanismo de compressão do gás é composto por um conjunto de partes móveis, dentre as quais o rotor que produz um torque impulsionado por um motor de indução. Este rotor é fixado em um eixo causando rotação no mesmo que, por sua vez, possui um semi-eixo excêntrico atuando como manivela. Este semi-eixo, juntamente com a biela, movimentam o pistão causando a sucção e compressão do gás na câmara de compressão. O sistema em questão está mostrado na Fig. 2.1.

Neste capítulo serão identificados, de forma analítica e simplificada, os esforços transmitidos pela biela e motor ao conjunto eixo-rotor e os esforços transmitidos por este conjunto ao bloco desconsiderando os efeitos de rigidez e amortecimento proporcionados pelos mancais.

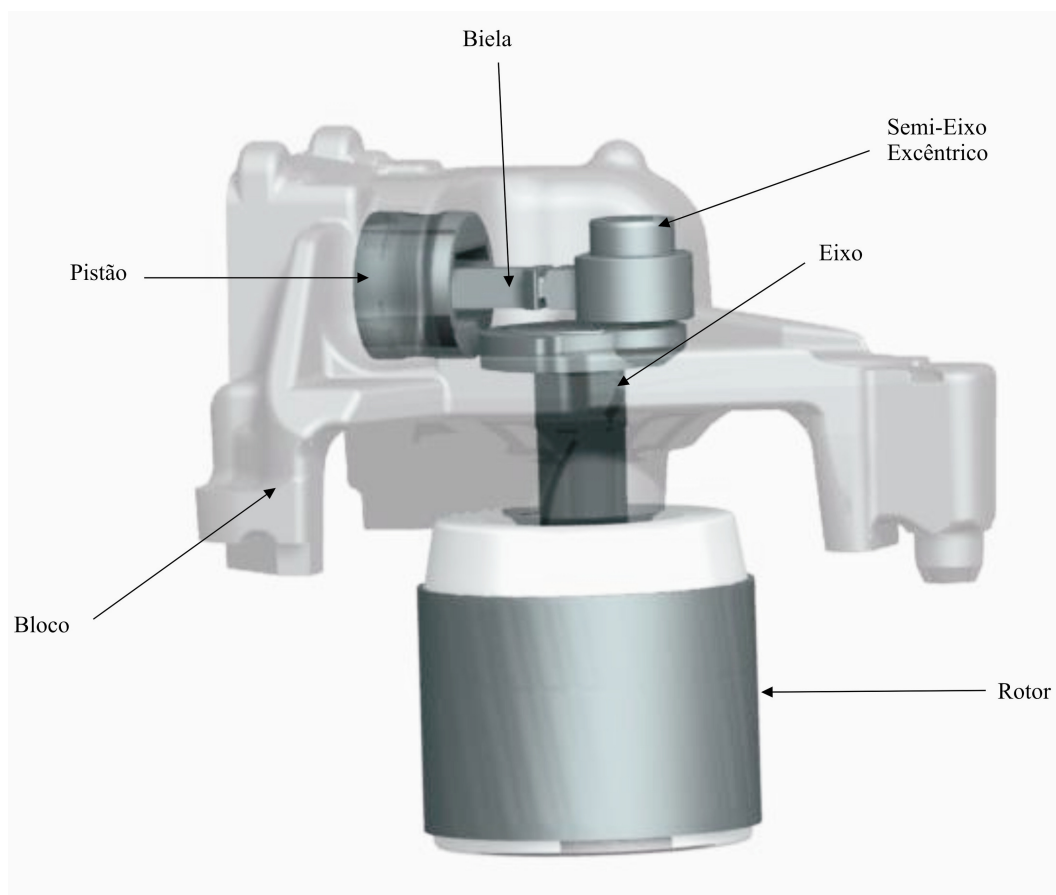


Figura 2.1 - Mecanismo de compressão do gás.

### 2.1 - Sistema de coordenadas

Primeiramente, é necessário apresentar as transformações dos sistemas de coordenadas que serão usados nos próximos itens (Santos [2001] e Symon [1988]). É apresentado um equacionamento genérico para alterar as coordenadas de um sistema inercial para um sistema girante, e vice e versa.

Na Fig. 2.2 é mostrado um sistema de coordenadas  $\hat{i} - \hat{j}$  e o sistema de coordenadas girante  $\hat{i}'' - \hat{j}''$  sendo que este sistema girante está defasado de um ângulo  $\alpha$  em relação ao primeiro.

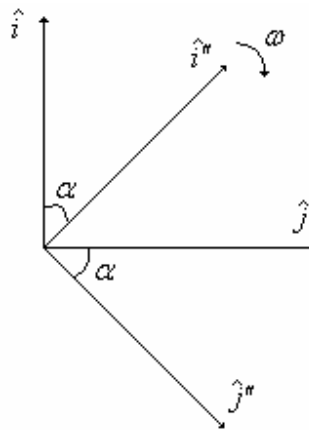


Figura 2.2 - Referencial inercial  $\hat{i} - \hat{j}$  e referencial girante  $\hat{i}'' - \hat{j}''$ .

O sistema girante possui uma velocidade angular  $\omega$  que pode ser convertida em ângulo de giro  $\alpha$  como mostra a Equação (2.1):

$$\alpha = \omega t \tag{2.1}$$

Através de relações trigonométricas pode-se transformar a representação de grandezas do sistema de coordenadas girante para o inercial conforme é apresentado nas Equações 2.2 e 2.3. Considerando  $A_{i''}$ ,  $A_{j''}$  grandezas nas coordenadas girantes  $\hat{i}'' - \hat{j}''$  e  $A_i$ ,  $A_j$  as transformações para o sistema de coordenadas inercial  $\hat{i} - \hat{j}$ , como mostram as equações:

$$A_i = A_{i''} \cos(\alpha) - A_{j''} \sin(\alpha) \tag{2.2}$$

$$A_j = A_{j'} \sin(\alpha) + A_{j''} \cos(\alpha) \quad (2.3)$$

Analogamente, para transformar do sistema de coordenadas inercial para o girante têm-se as Equações (2.4) e (2.5):

$$A_{j'} = A_j \cos(\alpha) + A_{j''} \sin(\alpha) \quad (2.4)$$

$$A_{j''} = -A_j \sin(\alpha) + A_{j'} \cos(\alpha) \quad (2.5)$$

Deste modo, pode-se transformar qualquer vetor representado no sistema referencial girante para um referencial inercial, ou vice e versa.

Outra transformação de coordenadas necessária será do sistema  $\hat{i}' - \hat{j}'$  representado na Fig. 2.3

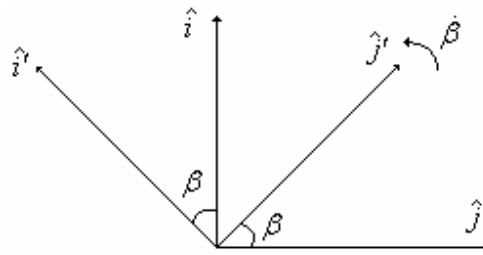


Figura 2.3 - Sistema de coordenadas  $\hat{i}' - \hat{j}'$ .

Analogamente a formulação para o sistema girante  $\hat{i}'' - \hat{j}''$ , obtém-se as transformações para o sistema  $\hat{i}' - \hat{j}'$ , como mostrado abaixo:

$$A_i = A_{i'} \cos(\beta) + A_{j'} \sin(\beta) \quad (2.6)$$

$$A_j = -A_{i'} \sin(\beta) + A_{j'} \cos(\beta) \quad (2.7)$$

$$A_{i'} = A_i \cos(\beta) - A_j \sin(\beta) \quad (2.8)$$

$$A_j = A_i \sin(\beta) + A_j \cos(\beta) \quad (2.9)$$

## 2.2 - Pressão sobre o pistão

A compressão do gás é feita dentro da câmara de compressão, esquematizada na Fig. 2.4. A diferença de pressão entre a câmara de compressão do gás e a cavidade da carcaça gera uma força resultante sobre o pistão que é transmitida pela biela até o semi-eixo excêntrico.

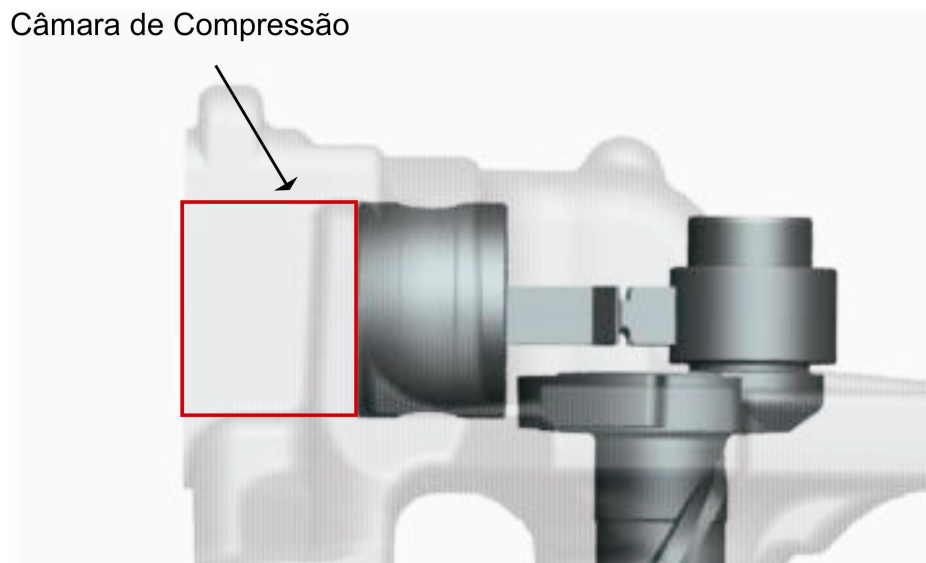


Figura 2.4 - Câmara de compressão.

Considera-se que o pistão se comporte como um corpo rígido e seus contatos com o bloco e biela não possuem folgas. Desta forma, o pistão possui apenas movimento de translação em uma direção e nenhum movimento de rotação.

Sabe-se que a pressão no interior do cilindro não é uniformemente distribuída (Rodrigues [2003]) fazendo com que a força resultante sobre o pistão não seja concêntrica ao seu eixo de simetria (axial). Apesar disto, será considerada neste trabalho uma força resultante concêntrica sobre o pistão, sendo obtida pelo produto da pressão média pela área da face do pistão.

No lado externo do pistão atua a pressão média na cavidade que gera um esforço sobre o pistão em sentido contrário ao da pressão no cilindro. A soma vetorial desses esforços resulta na força a ser aplicada ao pistão, que pode ser obtida a partir da Equação (2.10):

$$F_p = P A \quad (2.10)$$

onde

$P$  é a diferença de pressão entre a câmara de compressão e a cavidade do compressor;

$A$  é a área da superfície pistão que está em contato com o gás da câmara de compressão;

$F_p$  é a força que atua sobre o pistão;

Pode-se verificar no gráfico da força  $F_p$  apresentado na Fig. 2.5, que na região da máxima compressão do gás ( $\alpha = 130^\circ$  a  $\alpha = 180^\circ$  aproximadamente), a intensidade da força é máxima.

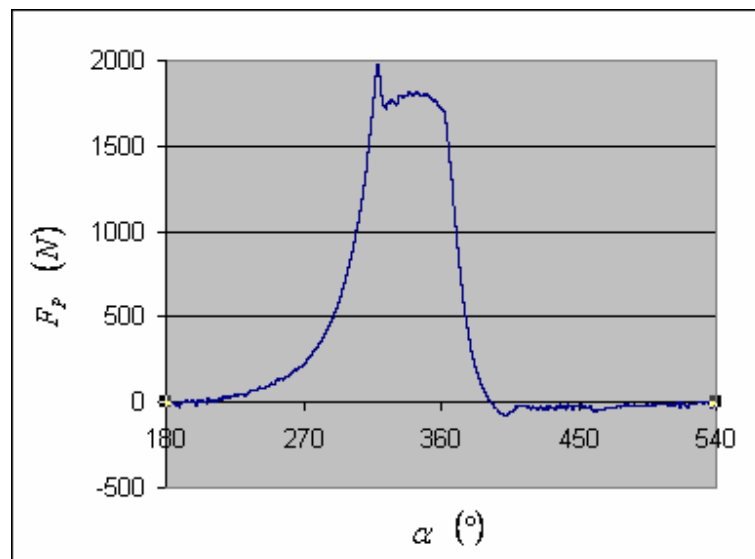


Figura 2.5 - Força  $F_p$  que atua sobre o pistão em relação ao ângulo de giro  $\alpha$  do eixo.

Os valores das pressões médias sobre o pistão na cavidade e no exterior foram obtidos experimentalmente.

### 2.3 - Esforços transmitidos pelo conjunto pistão/biela ao excêntrico

No desenvolvimento do sistema de equações analíticas (Santos [2001], Symon [1988], Rodrigues [2003]), para obtenção dos esforços transmitidos pela biela ao excêntrico, algumas considerações são feitas.

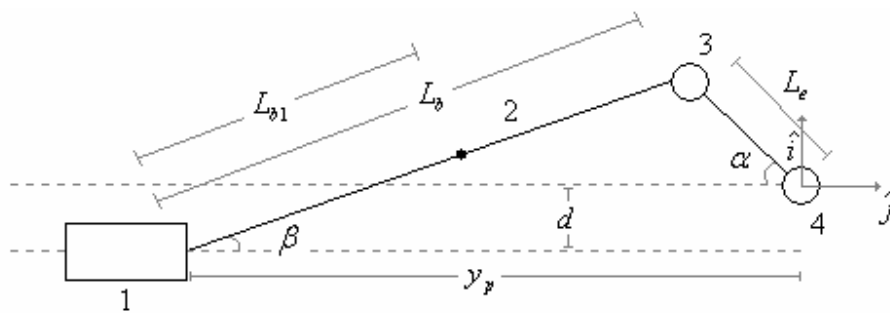
A biela é considerada um corpo rígido, assim como o pistão, sem folgas em seus contatos com o pistão e o excêntrico, restringindo seus movimentos e possibilitando assim uma solução analítica simplificada para a força resultante da compressão do gás e transmitida ao conjunto eixo-rotor. É inferido que a velocidade angular  $\omega$  do eixo-rotor seja constante, resultando em equações dinâmicas simplificadas para o movimento do pistão e da biela.

A Fig. 2.6 mostra a representação do pistão, da biela e do eixo bem como alguns dados importantes de geometria para a formulação do problema. A partir desse esquema podem ser escritas algumas relações trigonométricas importantes:

$$\sin(\beta) = \frac{L_e \sin(\alpha) + d}{L_b} \quad (2.11)$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{L_e \sin(\alpha) + d}{L_b}\right) \quad (2.12)$$

$$y_p = -L_b \cos(\beta) - L_e \sin(\alpha) \quad (2.13)$$



- |                          |  |
|--------------------------|--|
| 1 - Pistão               | $y_p$ - Distância do pistão ao centro do eixo na direção $\hat{j}$           |
| 2 - Biela                | $d$ - Distância do pistão ao centro do eixo na direção $\hat{i}$             |
| 3 - Semi-eixo excêntrico | $L_b$ - Comprimento da biela   |
| 4 - Centro do eixo       | $L_{b1}$ - Comprimento da biela de seu contato com pistão ao centro de massa |
|                          | $L_e$ - Comprimento do centro do eixo ao centro do semi-eixo excêntrico      |
|                          | $\beta$ - Ângulo da biela em relação à direção $\hat{j}$                     |
|                          | $\alpha$ - Ângulo de giro do eixo  |

Figura 2.6 - Esquema das partes móveis a serem desenvolvidas analiticamente.

As Equações (2.11) a (2.13) estão diretamente relacionadas à geometria do sistema mostrado na Fig. 2.6, sendo  $y_p$  a posição do pistão,  $\beta$  o ângulo da biela em relação ao eixo  $\hat{j}$  e  $\alpha$  o ângulo de giro do eixo.

Como a velocidade angular do eixo é considerada constante, podem-se obter as Equações (2.14), (2.15) e (2.16), que representam, respectivamente, o ângulo de giro, a velocidade angular e a aceleração angular do eixo:

$$\alpha = \omega t \quad (2.14)$$

$$\dot{\alpha} = \omega \quad (2.15)$$

$$\ddot{\alpha} = 0 \quad (2.16)$$

A partir da Equação (2.12) podem-se obter as Equações (2.17) e (2.18) que representam, respectivamente, a velocidade e a aceleração angular da biela:

$$\dot{\beta} = \frac{L_e \dot{\alpha}^2 \cos(\alpha)}{L_b (1 - \sin^2(\beta))^{3/2}} \quad (2.17)$$

$$\ddot{\beta} = -\frac{L_e \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha)}{L_b (1 - \sin^2(\beta))^{3/2}} + \frac{L_e^2 \dot{\alpha}^2 \sin(\beta) \cos^2(\alpha)}{L_b^2 (1 - \sin^2(\beta))^{5/2}} \quad (2.18)$$

Da mesma maneira pode-se obter, a partir da Equação (2.13), a velocidade  $\dot{y}_p$  e a aceleração  $\ddot{y}_p$  linear do pistão:

$$\dot{y}_p = L_b \dot{\beta} \sin(\beta) + L_e \dot{\alpha} \sin(\alpha) \quad (2.19)$$

$$\ddot{y}_p = L_b \ddot{\beta} \cos(\beta) + L_b \dot{\beta}^2 \sin(\beta) + L_e \ddot{\alpha} \cos(\alpha) \quad (2.20)$$

O movimento da biela é descrito utilizando as Equações (2.18) e (2.20).  $\ddot{\beta}$  indica a aceleração angular da biela no contato com o pistão e  $\ddot{y}_p$  indica a aceleração linear do ponto de contato da biela com o pistão. Desta forma, esse conjunto de equações descreve a aceleração da biela em qualquer instante de tempo.

A Fig. 2.7 mostra um diagrama das forças que atuam em cada componente. Pode-se escrever a Equação de equilíbrio de forças e momentos do sistema obtendo os esforços resultantes sobre o excêntrico. Também é apresentado um sistema de coordenadas auxiliar  $\hat{i}$  e

$\hat{j}'$ , sendo a primeira coordenada a direção transversal à biela e a segunda a direção axial à mesma. Esse sistema facilita a representação dos esforços provenientes da biela.

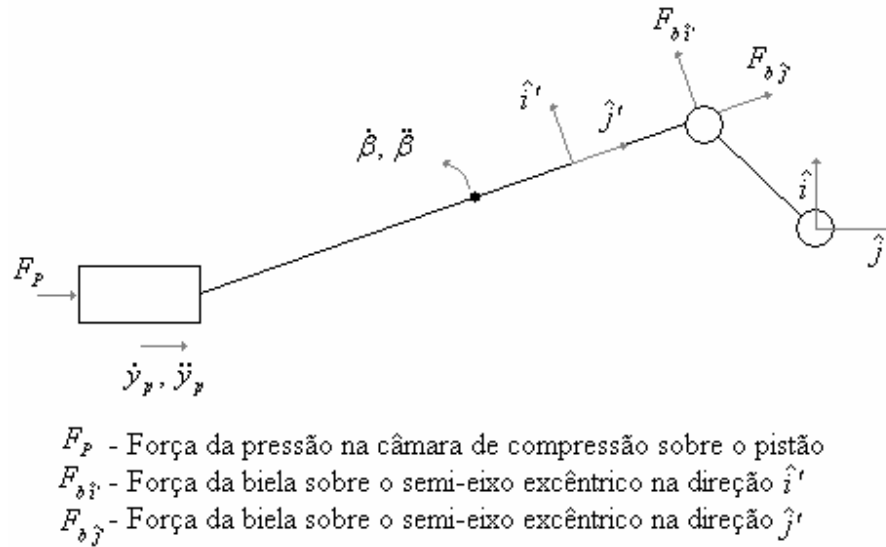


Figura 2.7 - Diagrama de forças do sistema pistão-biela-excêntrico.

A Equação (2.21) representa o balanço das forças na direção  $\hat{j}$  sendo  $m_p$  e  $m_b$  as massas do pistão e da biela, respectivamente. Substituindo a Equação (2.10) em (2.23), obtém-se a força sobre o excêntrico  $F_{b\hat{i}'}$ :

$$\sum F_{\hat{j}} = (m_p + m_b) \ddot{y}_p \quad (2.21)$$

$$F_P + F_{b\hat{i}'} \sin(\beta) - F_{b\hat{j}'} \cos(\beta) = (m_p + m_b) \ddot{y}_p \quad (2.22)$$

$$F_{b\hat{j}'} = \frac{P A + F_{b\hat{i}'} \sin(\beta) - (m_p + m_b) \ddot{y}_p}{\cos(\beta)} \quad (2.23)$$

Através de uma Equação de equilíbrio de momentos sobre o ponto de contato do pistão com a biela pode-se obter a força  $F_{b\hat{i}'}$  sobre o excêntrico:

$$\sum M = m_b L_{b1}^2 \ddot{\beta} \quad (2.24)$$



$$m_b L_{b1}^2 \ddot{\beta} - F_{b\hat{i}'} L_b = 0 \quad (2.25)$$

$$F_{b\hat{i}'} = \frac{m_b L_{b1}^2 \ddot{\beta}}{L_b} \quad (2.26)$$

Para converter as forças do sistema de coordenadas da biela em uma força com componentes axial e transversal ao excêntrico é conveniente converter do sistema de coordenadas da biela  $\hat{i}' - \hat{j}'$  para o sistema de coordenadas girante sobre o eixo  $\hat{i}'' - \hat{j}''$ , como mostra a Fig. 2.8.

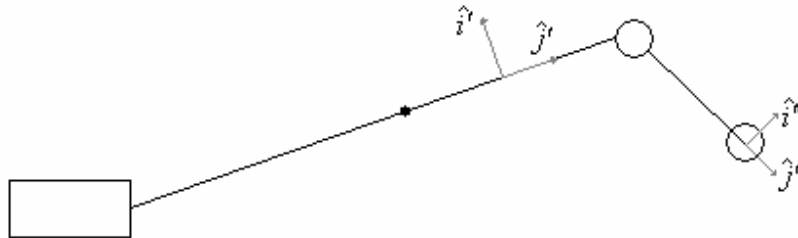


Figura 2.8 - Sistema de coordenada sobre a biela ( $\hat{i}' - \hat{j}'$ ) e sobre o eixo ( $\hat{i}'' - \hat{j}''$ ).

Ambos os sistemas de coordenadas são girantes. Então, para efetuar as transformações de um sistema para o outro, fazendo uso das equações apresentadas na Seção 2.1, é necessário primeiramente converter  $\hat{i}' - \hat{j}'$  em  $\hat{i} - \hat{j}$  e posteriormente  $\hat{i} - \hat{j}$  em  $\hat{i}'' - \hat{j}''$ , resultando as Equações (2.27) e (2.28):

$$F_{b\hat{i}''} = (F_{b\hat{i}'} \cos(\beta) - F_{b\hat{j}'} \sin(\beta)) \cos(\alpha) + (F_{b\hat{i}'} \sin(\beta) + F_{b\hat{j}'} \cos(\beta)) \sin(\alpha) \quad (2.27)$$

$$F_{b\hat{j}''} = -(F_{b\hat{i}'} \cos(\beta) - F_{b\hat{j}'} \sin(\beta)) \sin(\alpha) + (F_{b\hat{i}'} \sin(\beta) + F_{b\hat{j}'} \cos(\beta)) \cos(\alpha) \quad (2.28)$$

A Fig. 2.9 mostra esses esforços sobre o excêntrico no sistema de coordenadas girante.

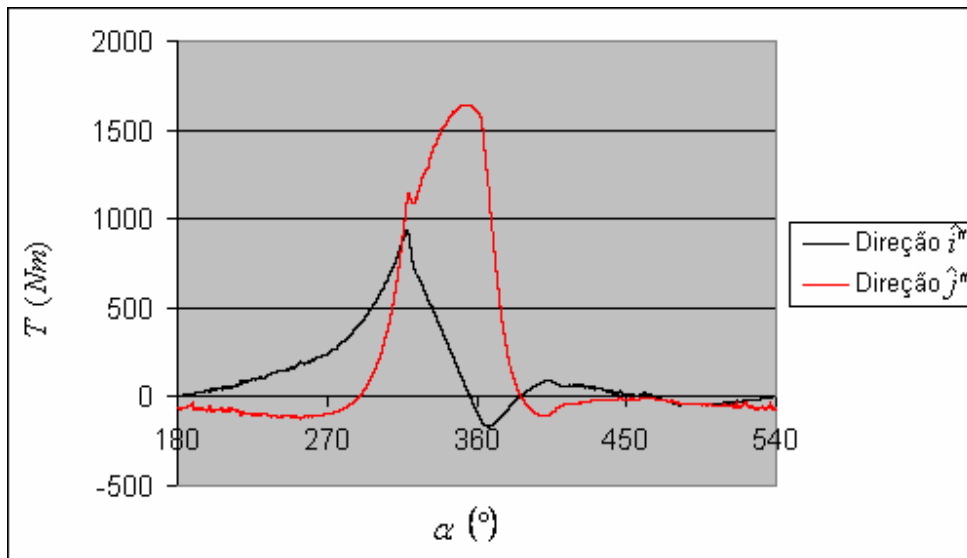


Figura 2.9 - Forças sobre o excêntrico no referencial  $\hat{i}'' - \hat{j}''$ .

Os esforços  $F_{b\hat{i}}$  e  $F_{b\hat{j}}$  no sistema de coordenada não girante estão representados nas equações abaixo e mostrados na Fig. 2.10. Pode-se verificar que a componente na direção  $\hat{j}$ , onde ocorre o movimento do pistão, possui maior intensidade que na direção  $\hat{i}$ , conforme esperado, pois o esforço devido à pressão no cilindro tem direção  $\hat{j}$ . As equações são:

$$F_{b\hat{i}} = (F_{b\hat{\gamma}} \cos(\beta) + F_{b\hat{\gamma}} \sin(\beta)) \quad (2.29)$$

$$F_{b\hat{j}} = (-F_{b\hat{\gamma}} \sin(\beta) + F_{b\hat{\gamma}} \cos(\beta)) \quad (2.30)$$

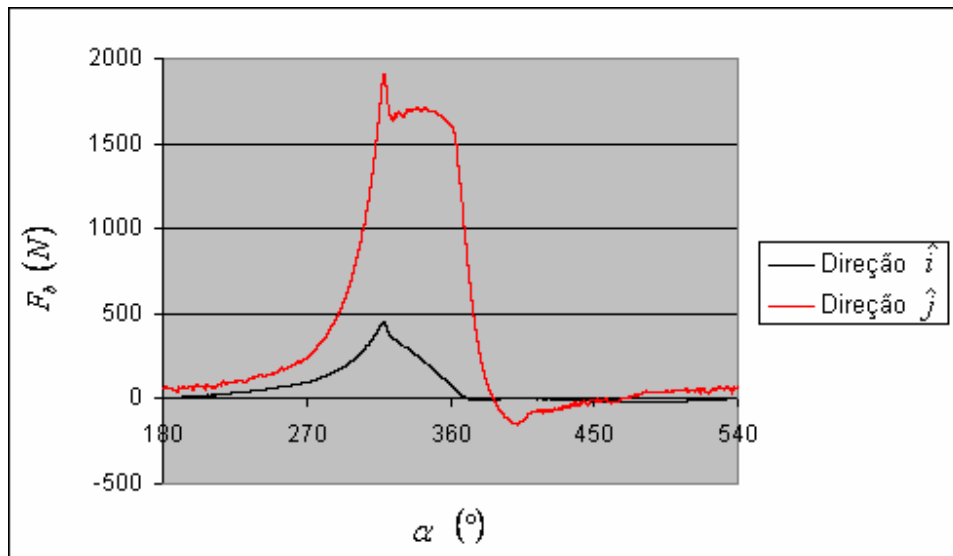


Figura 2.10 - Forças sobre o excêntrico no referencial  $\hat{i} - \hat{j}$ .

#### 2.4 - Torque aplicado ao rotor

Para manter a velocidade angular  $\omega$  do eixo constante, é necessária a aplicação de um torque  $T$  sobre o rotor. Esse torque não representa o torque real, pois como foi mencionado anteriormente, o torque real é gerado por um motor elétrico de indução, causando uma oscilação na velocidade angular do eixo quando em funcionamento real do compressor. A variabilidade da velocidade angular dificultaria a obtenção de uma expressão analítica para a força e também necessitaria de uma experimentação para obtenção do valor de torque real.

Assim, o torque pode ser facilmente estimado para o sistema, já que a força sobre o excêntrico na direção transversal é conhecida, bem como a distância  $L_e$  (Fig. 2.6) do centro do excêntrico ao centro do eixo. Desta forma, tem-se:

$$T = -F_{b\hat{i}^r} L_e \quad (2.31)$$

O sinal negativo refere-se à oposição do torque do motor ao movimento de rotação do eixo. A Fig. 2.11 mostra o torque que deve ser aplicado ao rotor para que a velocidade do eixo constante.

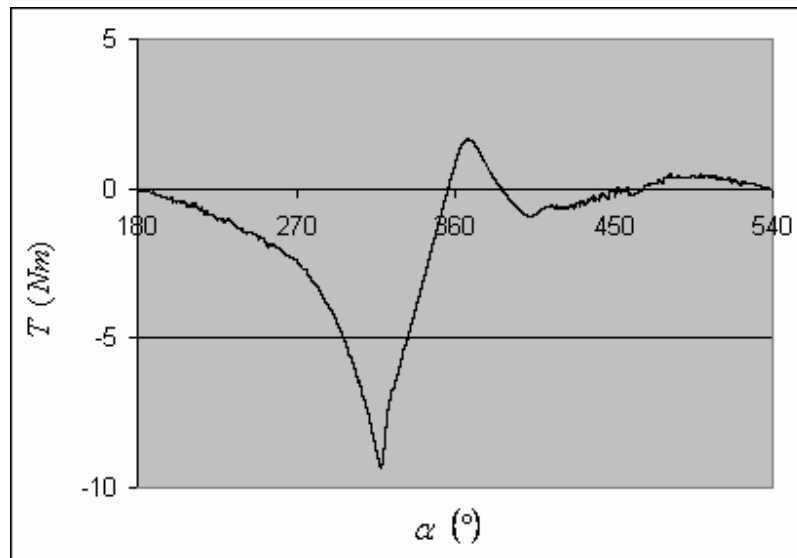


Figura 2.11 - Torque sobre o rotor.

### 2.5 - Esforços sobre os mancais

Para obter uma resolução analítica dos esforços transmitidos pelos mancais para o bloco, considera-se o conjunto eixo-rotor rígido, sem folgas em seus mancais e que seu contrapeso esteja balanceado, recaindo o seu centro de massa sobre o ponto central das coordenadas  $\hat{i}''$  e  $\hat{j}''$  (Fig. 2.8).

Os esforços sobre os mancais podem ser calculados através de uma Equação de equilíbrio de forças, sabendo-se que não há movimento translacional do eixo. O momento total na base do rotor também deve ser zero, pois não há rotações devido a esses esforços. Então,

$$\sum F = 0 \quad (2.32)$$

$$\sum M = 0 \quad (2.33)$$

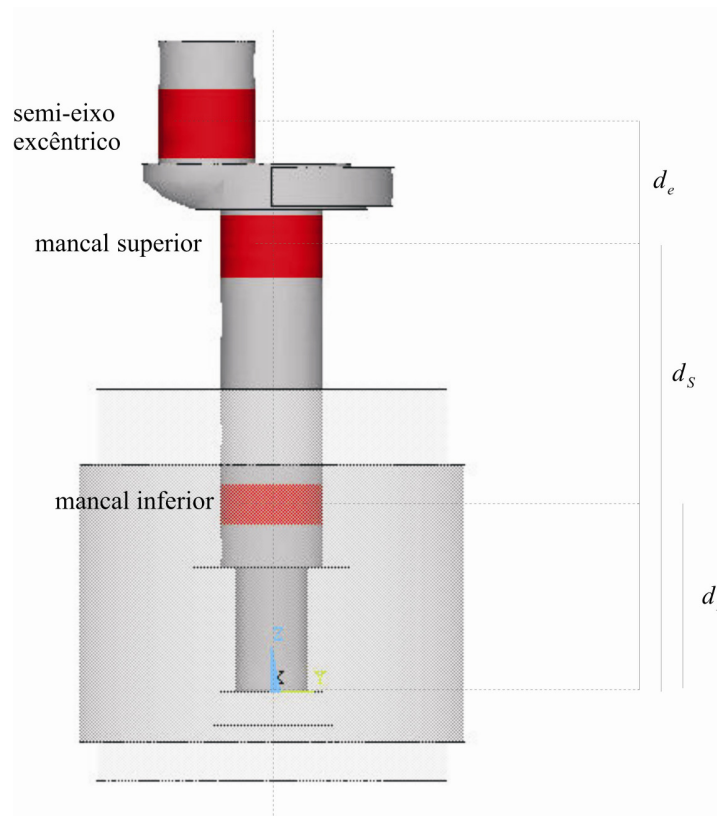


Figura 2.12 - Distâncias do excêntrico ( $d_e$ ) e mancais superior ( $d_s$ ) e inferior ( $d_l$ ) à base do eixo.

As forças nas direções  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$  sobre o mancal superior e inferior são respectivamente  $F_{S\hat{i}^r}$ ,  $F_{S\hat{j}^r}$ ,  $F_{I\hat{i}^r}$  e  $F_{I\hat{j}^r}$ . Os somatórios das forças nas direções  $\hat{i}''$  e  $\hat{j}''$  estão mostrados a seguir, respectivamente:

$$F_{b\hat{i}^r} + F_{S\hat{i}^r} + F_{I\hat{i}^r} = 0 \quad (2.34)$$

$$F_{b\hat{j}^r} + F_{S\hat{j}^r} + F_{I\hat{j}^r} = 0 \quad (2.35)$$

Da Equação (2.33) pode-se obter:

$$F_{b\hat{i}^r} d_e + F_{S\hat{i}^r} d_s + F_{I\hat{i}^r} d_l = 0 \quad (2.36)$$

$$F_{b\hat{j}^r} d_e + F_{S\hat{j}^r} d_s + F_{I\hat{j}^r} d_l = 0 \quad (2.37)$$

Assim, usando as distâncias dos centros dos mancais até a base do rotor, com as equações de balanço de força e momento, podem-se obter os esforços sobre os mancais superior e inferior, como segue:

$$F_{S\hat{i}''} = -\frac{F_{b\hat{i}''}(d_e - d_I)}{(d_S - d_I)} \quad (2.38)$$

$$F_{I\hat{i}''} = \frac{F_{b\hat{i}''}(d_e - d_S)}{(d_S - d_I)} \quad (2.39)$$

$$F_{S\hat{j}''} = -\frac{F_{b\hat{j}''}(d_e - d_I)}{(d_S - d_I)} \quad (2.40)$$

$$F_{I\hat{j}''} = \frac{F_{b\hat{j}''}(d_e - d_S)}{(d_S - d_I)} \quad (2.41)$$

Essas equações têm validade para todos os sistemas de coordenadas, podendo então obter tanto o resultado dos esforços sobre os mancais no sistema de coordenadas estático, bem como no sistema de coordenadas girante. Para mudar do sistema  $\hat{i}'' - \hat{j}''$  para  $\hat{i} - \hat{j}$  basta mudar  $F_{S\hat{i}''}$ ,  $F_{S\hat{j}''}$ ,  $F_{I\hat{i}''}$  e  $F_{I\hat{j}''}$  para  $F_{S\hat{i}}$ ,  $F_{S\hat{j}}$ ,  $F_{I\hat{i}}$  e  $F_{I\hat{j}}$ , respectivamente.

Os esforços transmitidos no domínio do tempo estão mostrados nas Figs. 2.13 e 2.14. Pode-se observar que os esforços sobre o excêntrico, mancal superior e mancal inferior são análogos no domínio do tempo, apenas diferindo em direção e intensidade. Isto já era esperado devido ao fato dos esforços deduzidos nas equações acima serem proporcionais aos esforços sobre a biela.

No caso do mancal superior, a força atua em sentido contrário à do excêntrico, opondo-se ao movimento do eixo. Já no mancal inferior o esforço tem o mesmo sentido da força proveniente do excêntrico.

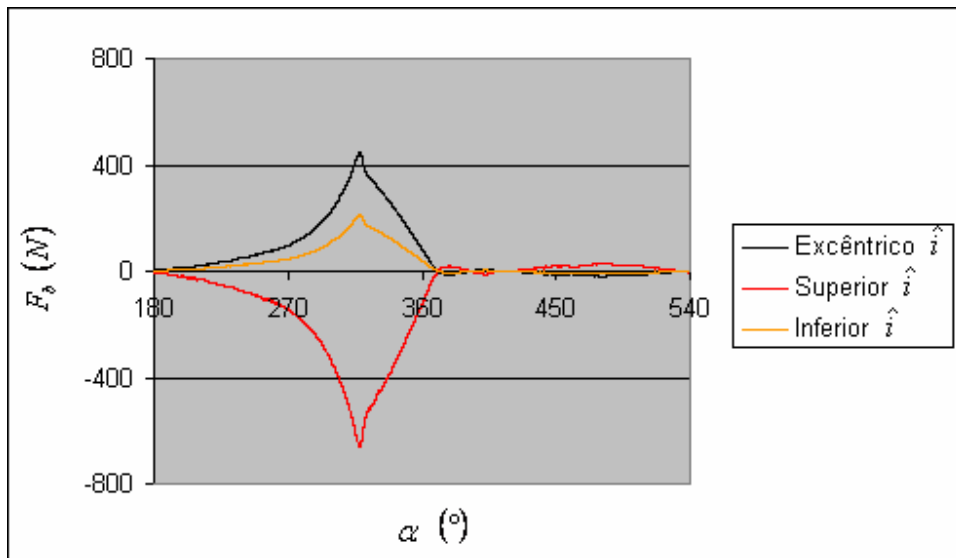


Figura 2.13 - Esforços sobre o excêntrico e mancais na direção  $\hat{i}$ .

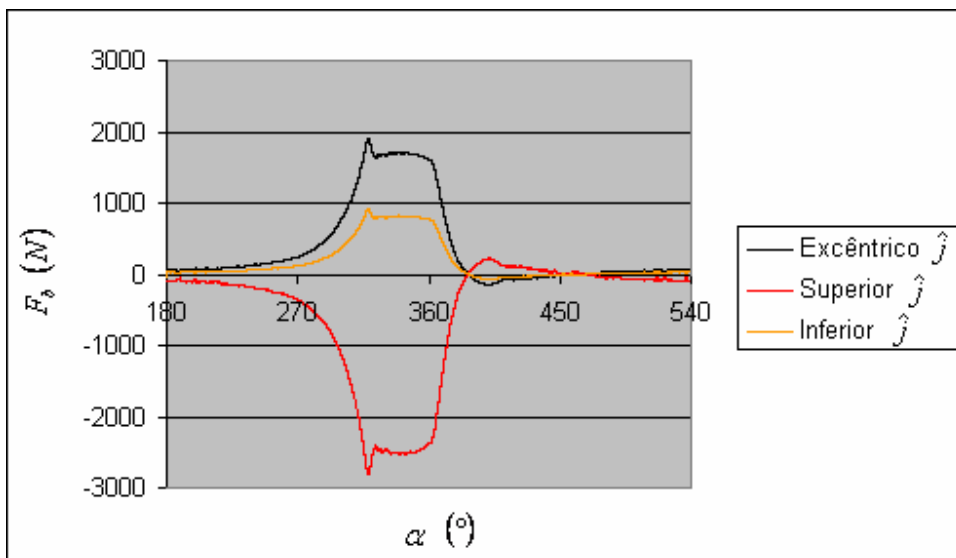


Figura 2.14 - Esforços sobre o excêntrico e mancais na direção  $\hat{j}$ .

Observando os espectros das forças sobre o eixo apresentados nas Figs. 2.15 e 2.16, pode-se notar que todas as contribuições da força do excêntrico em todas as frequências são transmitidas na íntegra para os mancais, variando apenas suas intensidades.

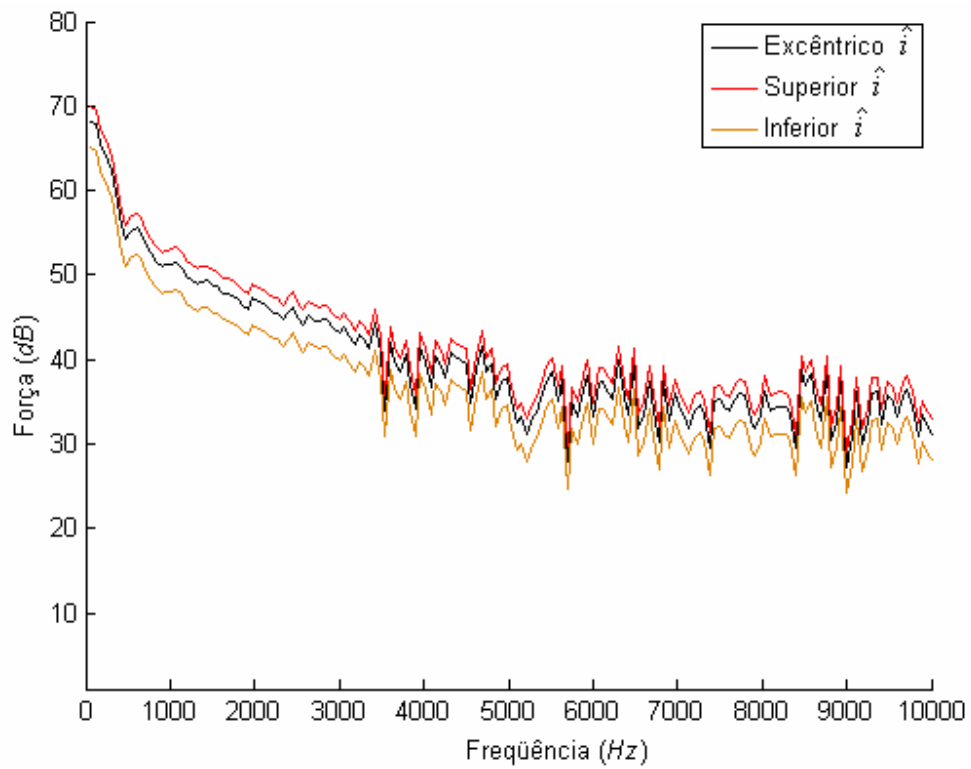


Figura 2.15 - Espectro dos esforços sobre o eixo na direção  $\hat{i}$ .

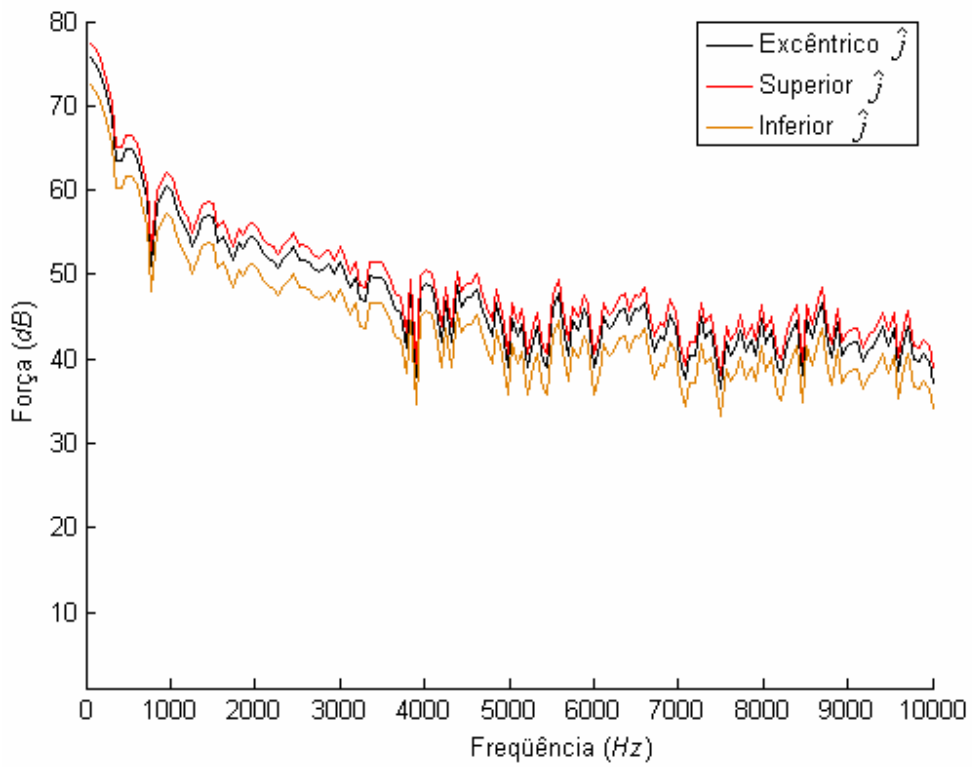


Figura 2.16 - Espectro dos esforços sobre o eixo na direção  $\hat{j}$ .



Com a formulação analítica não é possível avaliar a contribuição da flexibilidade do eixo-rotor, bem como a influência da folga e a presença de um filme de óleo sobre os esforços transmitidos ao mancal. Para aprimorar esses resultados será incluída a folga radial, a presença do filme de óleo e a flexibilidade do conjunto eixo-rotor, sendo então esse sistema modelado com o método de elementos finitos.

## CAPÍTULO 3 - MODELO NUMÉRICO DO CONJUNTO EIXO-ROTOR

Este capítulo descreve o modelo numérico desenvolvido para análise do comportamento do conjunto eixo-rotor e sua validação experimental. O *software* comercial utilizado para desenvolver os procedimentos de criação de malha e validação numérica foi o ANSYS. Este modelo permite representar os modos próprios do conjunto eixo-rotor e suas influências nos esforços transmitidos ao bloco através dos filmes de óleo nos mancais.

### 3.1 - Conceitos em elementos finitos

O método de elementos finitos (FEM) é um método numérico que consiste em representar um sistema físico de forma simplificada. Neste trabalho, o sistema físico consiste em um modelo mecânico para o conjunto eixo-rotor.

Este método consiste em dividir o domínio das equações que governam o sistema em um conjunto simplificado de equações que representam domínios menores. Neste trabalho, o domínio representa o espaço nas três dimensões. Basicamente, o método considera uma estrutura contínua sendo formada por um conjunto de sub-estruturas menores, denominadas de elementos, sendo as características físicas e de material distribuídas uniformemente nestes. As características cinemáticas de cada um destes elementos são concentradas em determinados pontos chamados de nós, de forma que para cada grau de liberdade se tenha uma Equação algébrica, implicando em uma linha e uma coluna nas matrizes geradas. Essas divisões podem ser visualizadas como separações físicas da estrutura analisada, sendo então cada divisão chamada de elemento. Deste modo parte-se de equações complexas para um conjunto de equações simplificadas que podem ser resolvidas numericamente.

Para este trabalho, temos as equações que governam o movimento e flexão da estrutura como um todo:

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = F \quad (3.1)$$

onde  $M$  é a massa,  $C$  é o amortecimento e  $K$  a rigidez da estrutura e  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  e  $x$  são a aceleração, velocidade e deslocamento da estrutura, respectivamente, e  $F$  são os esforços sobre a estrutura.

A estrutura é então dividida em estruturas menores e a Equação do movimento dessas estruturas menores é então resolvida em um espaço de soluções simplificado, como por exemplo, a posição de um elemento é descrita de forma linear. Assim obtém-se um conjunto de equações em pequenos domínios que podem ser escritos em uma notação matricial (Cook, et al [2002], Hughes [1987], Szabó e Babuska [1991]):

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = [F] \tag{3.2}$$

onde  $[M]$  é a matriz de massa,  $[C]$  a matriz de amortecimento,  $[K]$  a matriz de rigidez e  $[F]$  a matriz das forças.

Por exemplo, sejam analisadas as deformações por flexão de uma viga engastada-livre. Cada elemento da viga representa o deslocamento de forma linear entre seus dois nós, resultando assim numa solução analítica de forma simplificada. Se a viga contiver um número adequado de elementos o movimento da mesma pode ser representado com boa precisão. A Fig. 3.1 ilustra a representação pelo método de elementos finitos do problema acima, sendo exemplificadas discretizações diferentes. Observa-se a importância da correta discretização do domínio em análise.

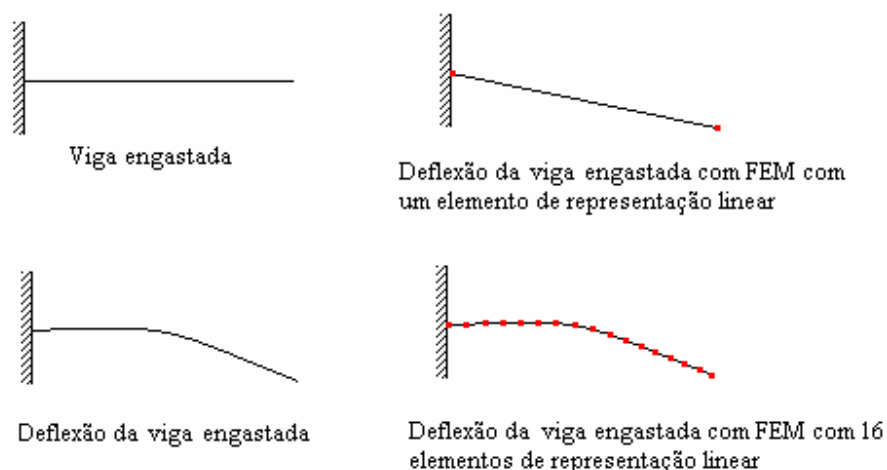


Figura 3.1 - Deflexão de viga engastada representada analiticamente (à esquerda) e pelo método de elementos finitos (à direita).

Outras representações podem ser feitas para esses elementos, como por exemplo, polinômios de segundo grau, ou no caso de três dimensões, elementos tridimensionais. Cada um

deses elementos possui um conjunto de nós usados nas equações polinomiais de interpolação. Por exemplo, para uma representação linear em uma dimensão são necessários dois nós, enquanto que para uma representação quadrática são necessários três nós. A Fig. 3.2 ilustra essas situações.

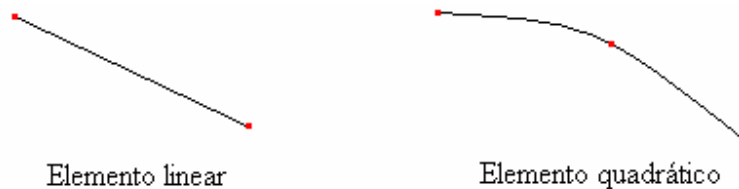


Figura 3.2 - Representações para um elemento linear (dois nós) e outro quadrático (três nós) em uma dimensão.

A divisão do domínio em um grande número de elementos e nós permite uma representação efetiva da estrutura em estudo, proporcionando boa precisão dos resultados.

O *software* ANSYS é um *software* de elementos finitos capaz de executar diversos tipos de análises em FEM, criando as malhas e permitindo analisar o comportamento acoplado do conjunto eixo-rotor ao filme de óleo nos mancais usando uma linguagem própria de programação (APDL - ANSYS Parametric Design Language).

### 3.2 - Malha estrutural

Para modelar o comportamento dinâmico de uma dada estrutura é importante analisar o tipo de elemento a ser utilizado. Para o conjunto eixo-rotor é necessário o uso de elementos sólidos, ou seja, tridimensionais. Sua estrutura geométrica deve ser a mais simplificada possível, tendo em vista as irregularidades da estrutura. O elemento mais indicado é o tetraédrico, por permitir representar mais facilmente as irregularidades da geometria.

A quantidade de nós do elemento pode ser a mais variada possível, dependendo do tipo de equações de interpolação utilizadas para representá-lo. Sabe-se, entretanto, que esse tipo de problema está associado a um custo elevado de processamento computacional. Portanto, foi escolhido o elemento tetraédrico de quatro nós que utiliza uma representação linear das equações do movimento. A Fig. 3.3 mostra um esquema do elemento utilizado.

Esse elemento, SOLID 187, da biblioteca do *software* comercial ANSYS, é um elemento tetraédrico especial, capaz de calcular rotações além das deflexões e translações da estrutura. Essas rotações são necessárias para poder representar a rotação da estrutura como um todo e os efeitos de inércia ocasionados pela rotação. Outras opções de elementos tetraédricos estão

disponíveis, porém não atendem a este requisito que é necessário para formulação do problema dinâmico.

O elemento SOLID 187 é um tetraedro de 10 nós, sendo reduzido a um tetraedro de 4 nós para a redução do custo de processamento computacional. Essa redução do número de nós (simplificação das equações de interpolação) é feita automaticamente pelo *software*.

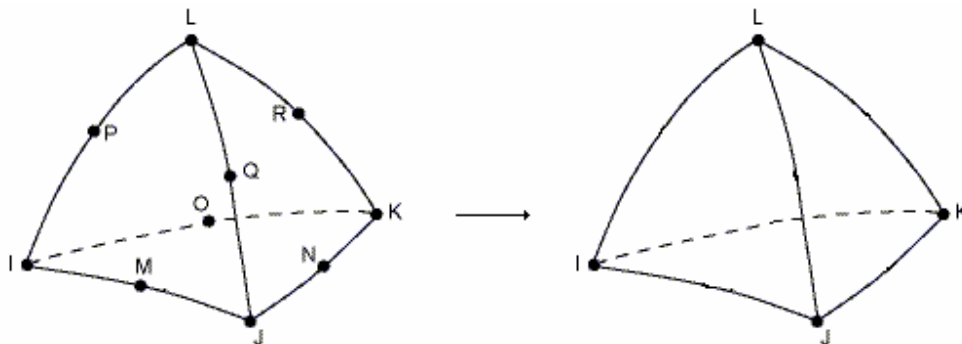


Figura 3.3 - Elemento tetraédrico de 10 nós (à esquerda) e o mesmo elemento, porém colapsado em 4 nós (à direita).

Após escolhido o elemento a ser utilizado, deve-se representar a geometria da estrutura, que foi obtida a partir das dimensões das peças fornecidas pelo fabricante. O eixo possui uma série de cavidades externas e internas como mostra a Fig. 3.4, porém as ranhuras externas são desconsideradas. Assim, na região dos mancais, onde há a aplicação das forças, o eixo possui forma cilíndrica simples. Outro motivo é o fato de quanto menos irregularidades a geometria possuir, mais simplificada poderá ser a malha e, portanto, menor será o número de elementos. Assim, a malha é gerada a partir da geometria sem ranhuras. Para construção do modelo geométrico tridimensional da estrutura foi utilizado o *software* comercial PRO-E (PROENGINEER [2001]).

Na região onde haverá aplicação de forças ao conjunto eixo-rotor, a malha é construída de forma simétrica e controlada. Assim, a superfície de cada um dos mancais, semi-eixo excêntrico e do rotor possui um número bem definido de elementos e estes são espaçados igualmente entre si. A disposição radialmente simétrica e a divisão igualmente espaçada na vertical dos nós facilitam a aplicação e decomposição das forças nos devidos sistemas de coordenadas na análise dinâmica do problema, bem como uma melhor representação da região de aplicação dos esforços sobre o eixo. De mesmo modo, a malha do rotor construída desta maneira, facilita a decomposição do torque sobre os nós e propicia uma melhor distribuição dos esforços sobre a superfície da

estrutura. Todas as malhas foram geradas a partir da geometria criada, como especificado no parágrafo anterior, com o *software* comercial Patran (PATRAN [2001]). A Fig. 3.5 mostra essas distribuições simétricas dos elementos no eixo e rotor, respectivamente.



Figura 3.4 - Eixo com as ranhuras (à esquerda). Eixo sem as ranhuras (à direita).

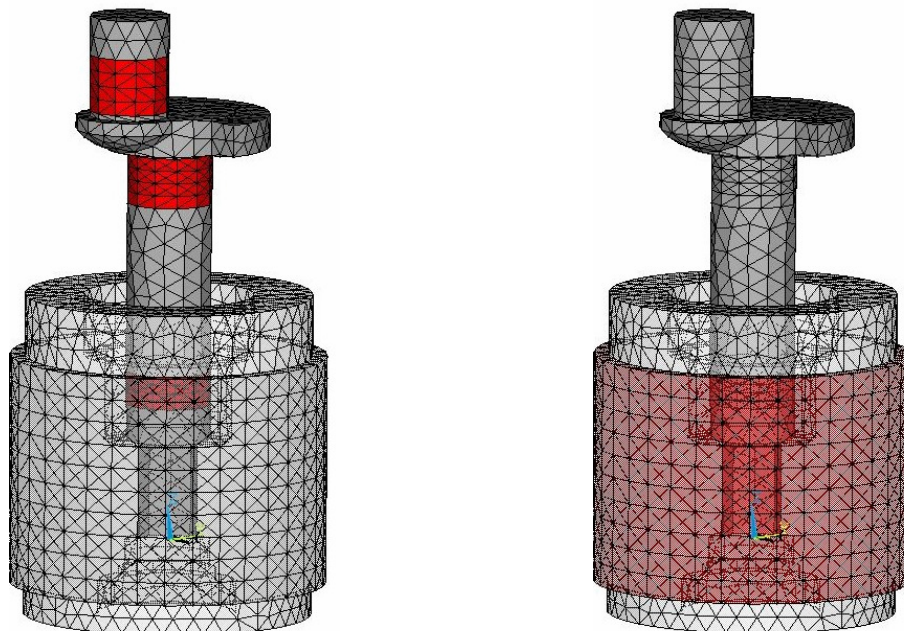


Figura 3.5 - Malha global. Destacadas em vermelho as malhas superficiais dos mancais, semi-eixo excêntrico e rotor.

Os mancais e excêntrico possuem 12 nós na direção circunferencial e 5 nós na direção vertical, totalizando 60 nós por mancal. Já o rotor possui 36 nós na direção circunferencial e 11 diferentes alturas na vertical, totalizando 396 nós. O número total de elementos tetraédricos do conjunto eixo-rotor é 27877.

### 3.3 - Procedimento experimental

Como visto anteriormente, é de interesse neste trabalho, averiguar a importância da flexibilidade do eixo sobre os esforços transmitidos ao bloco. O modelo é então construído numericamente e os resultados comparados com os obtidos experimentalmente. Essa comparação se dá através da análise das frequências de ressonância do modelo real obtido a partir de um experimento conforme descrito nesta seção (Maia e Silva [1997], Ewins [1984]).

Para definir as frequências de vibração naturais do conjunto eixo-rotor foi utilizado o analisador digital de sinais SCADAS. Este equipamento é capaz de avaliar as frequências de ressonância de uma determinada estrutura, dentre outras funções.

O princípio do experimento é excitar o eixo-rotor com um martelo de impacto. Esse gera uma vibração na estrutura, excitando diversos modos de vibração. O equipamento verifica a intensidade da força aplicada bem como sua duração através de um transdutor de força que está conectado ao martelo de impacto, e também a vibração da estrutura a partir de um acelerômetro conectado na mesma.

O equipamento é montado como mostrado na Fig. 3.6. O eixo é suspenso por fios finos para evitar distorções dos modos, e vibrações de fontes externas, sendo que a suspensão do eixo gera vibrações apenas em baixas frequências. Um acelerômetro conectado ao analisador de sinais é fixado na estrutura. Em outro ponto aplica-se uma força com o martelo de impacto, sendo o sinal gerado por um transdutor de força e adquirido pelo analisador digital de sinais.

A força é aplicada pelo menos cinco vezes em cada ponto, e o mesmo procedimento foi repetido para outros pontos ao longo da estrutura, garantindo que todos os modos de vibração sejam excitados. Esse procedimento é efetuado com o acelerômetro em dois pontos distintos, evitando que este esteja posicionado sobre um nó de algum modo da estrutura.

A resposta na forma de aceleração é obtida nos diversos pontos e é calculada uma média desses valores. Assim são encontradas as frequências de ressonância da estrutura. A Fig. 3.7 mostra a aceleração de um dos pontos de aplicação da força em função da frequência. É possível

visualizar picos que são referentes às frequências de ressonâncias da estrutura. O *software* também fornece o amortecimento estrutural para cada uma dessas frequências.

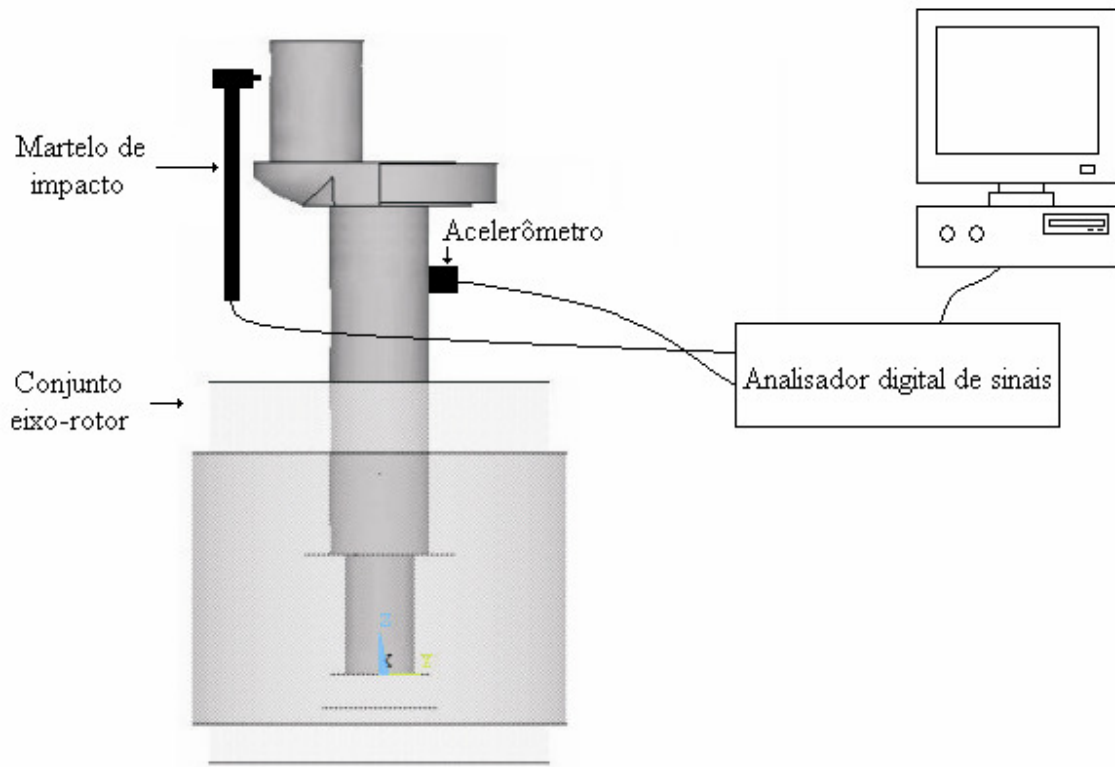


Figura 3.6 - Esquema da bancada do experimento.

Outra etapa do procedimento é a pesagem do conjunto eixo-rotor, a fim de se obter a massa total dessa estrutura. Este procedimento é efetuado em uma balança com  $\pm 0,001\text{g}$  de precisão.



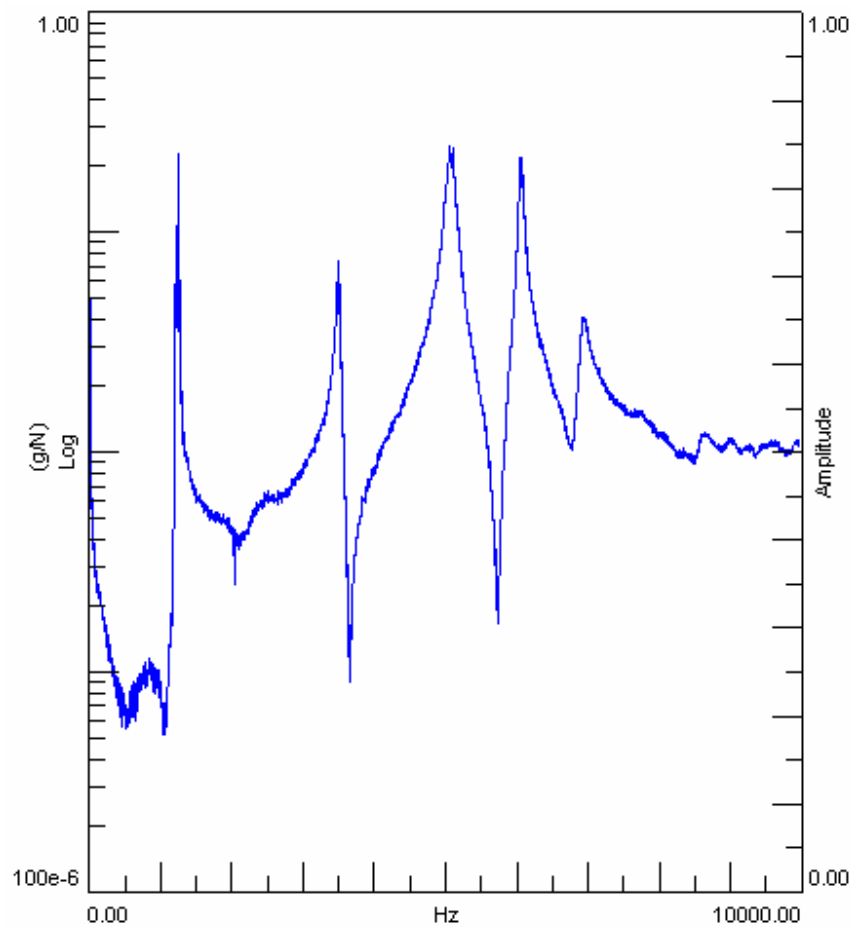


Figura 3.7 - Média dos valores obtidos para o conjunto eixo-rotor.

### 3.4 - Validação experimental-numérica

A estrutura em questão, composta por dois componentes (eixo e rotor unidos por interferência), possui materiais diferentes, sendo o eixo de aço fundido e o rotor composto de lâminas de aço fundido com preenchimento de alumínio. Todos os testes numéricos são efetuados para o conjunto completo e o modelo numérico é considerado como um único material ortotrópico com propriedades equivalentes para representar o conjunto eixo-rotor. Isso pode ser inferido, pois sabe-se que os modos próprios do rotor influenciam apenas nas frequências acima de 10 kHz, que não são de interesse nesse trabalho.

A densidade média  $\rho$  da estrutura é obtida de forma simples, através do cálculo do volume  $V$  feito no próprio modelo numérico e da massa real  $M$ , como representado pela seguinte expressão:

$$\rho = \frac{M}{V} \quad (3.3)$$

Desta forma, foi obtido o valor  $\rho = 6125 \text{ kg}/\text{m}^3$ . Os valores referentes ao eixo da estrutura, cedidos pela empresa patrocinadora, do coeficiente de Poisson  $\nu$  e módulo de Young  $E$  são  $\nu = 0,3$  e  $E = 1,15 \times 10^{11} \text{ Pa}$ .

A análise modal numérica efetuada para essa validação é a QRDAMP. É um método de solução modal disponibilizado pelo *software* comercial ANSYS, sendo necessária sua utilização para resolução do método de análise transiente escolhido neste trabalho. Este método é o método de Superposição Modal, mas será explicado o motivo de sua escolha no Capítulo 5. Todos os dados referentes ao *software* comercial ANSYS estão em ANSYS [2001].

Efetuando-se a análise modal numérica do conjunto com os parâmetros estruturais conhecidos obtém-se um resultado que difere do experimental. Isto, dentre outros fatores, se dá devido à presença do rotor. Então o módulo de elasticidade foi variado a fim de melhor ajustar as frequências de vibração numéricas com as experimentais. O melhor valor encontrado para o parâmetro é de  $E = 7,5 \times 10^{10} \text{ Pa}$ .

A Tabela 3.1 mostra os resultados obtidos experimentalmente para os modos de vibração da estrutura e também o melhor resultado numérico com ajustes no módulo de elasticidade.

Frequências acima do quinto modo mostraram a necessidade de um maior refino da malha, porém, como será mostrado nos capítulo 5, não há necessidade da utilização de modos acima deste, pois não exercem influência significativa na análise transiente do problema.

Tabela 3.1 - Frequências dos modos de vibração natural do conjunto eixo-rotor e o erro relativo entre valores numérico e experimental.

Modos	Experimental (Hz)	Numérico (Hz)	Erro (%)	Figura
1	1224	1215	-0,7	Fig. 3.8
2	1268	1223	-3,5	Fig. 3.9
3	3320	3139	-5,5	Fig. 3.10
4	5110	5188	1,5	Fig. 3.11
5	6086	6108	0,4	Fig. 3.12

As Figs. 3.8 a 3.12 mostram as cinco primeiras formas modais de vibração do eixo da estrutura em questão.

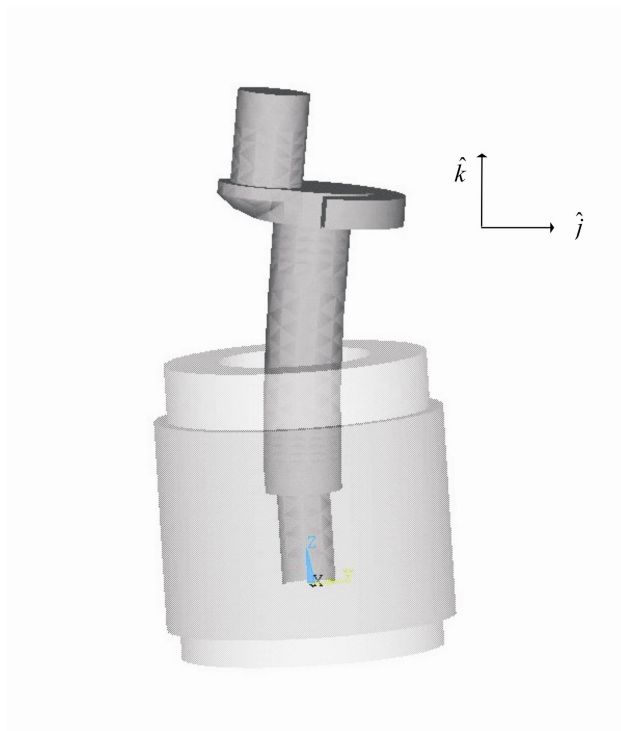


Figura 3.8 - Primeiro modo de vibração. 1215  $Hz$ . Flexão do eixo na direção  $\hat{j}$ .

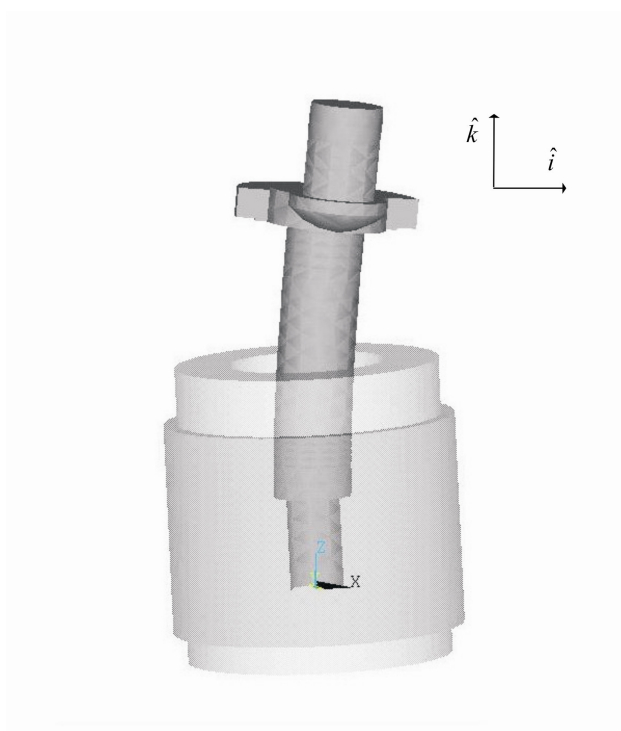


Figura 3.9 - Segundo modo de vibração. 1223  $Hz$ . Flexão do eixo na direção  $\hat{i}$ .

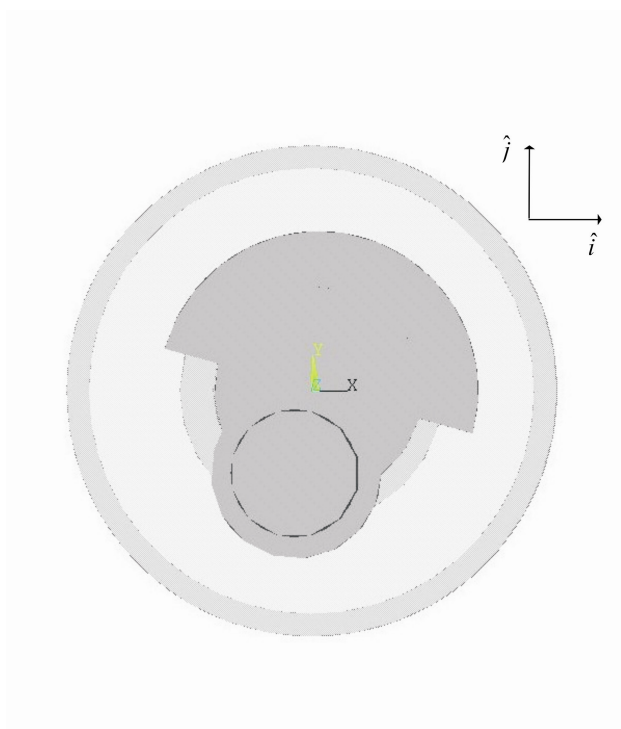


Figura 3.10 - Terceiro modo de vibração. 3139 Hz . Torção do eixo.

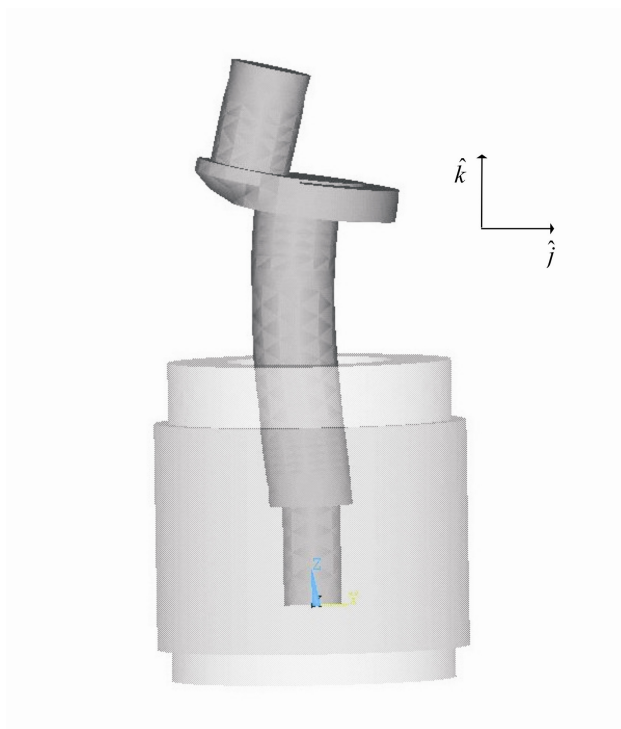


Figura 3.11 - Quarto modo de vibração. 5188 Hz . Flexão do eixo e excêntrico na direção  $\hat{j}$ .

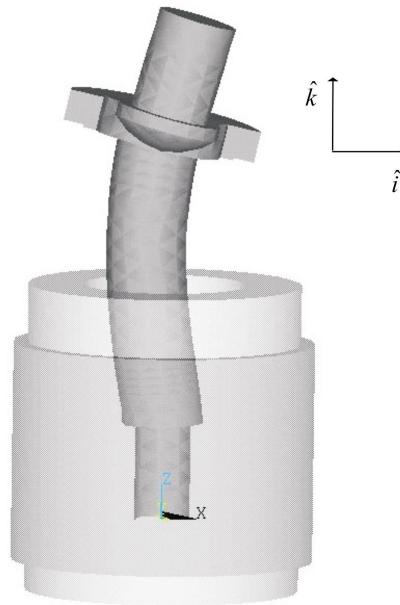


Figura 3.12 - Quinto modo de vibração. 6108 Hz . Flexão do eixo e excêntrico na direção  $\hat{i}$  .

Como mencionado anteriormente, o amortecimento estrutural é fornecido em cada uma das frequências de ressonância da estrutura, sendo então convertido em um amortecimento estrutural  $\alpha_D$  e  $\beta_D$  para poder ser aplicado no modelo numérico do *software* comercial ANSYS.

Essa transformação é uma simplificação do amortecimento modal real, sendo que os valores  $\alpha_D$  e  $\beta_D$  são multiplicadores da matriz de massa e de rigidez da Equação (3.2), respectivamente e a essa proposição pode ser encontrada em Cook, et al [2002] ou em Chowdhury e Dasgupta [2003].

A Equação (3.4) mostra como o amortecimento estrutural  $\xi$  é convertido em valores médios  $\alpha_D$  e  $\beta_D$  de amortecimento a partir de:

$$\xi_i = \frac{\alpha_D}{2\omega_i} + \frac{\beta_D \omega_i}{2} \quad (3.4)$$

sendo  $\omega_i$  a  $i$ -ésima frequência de ressonância e  $\xi_i$  o  $i$ -ésimo amortecimento estrutural.

Os valores obtidos são  $\alpha_D = 6,91 \times 10^1$  e  $\beta_D = 4,22 \times 10^{-7}$  .

## CAPÍTULO 4 - MODELOS DO FILME DE ÓLEO

O filme de óleo dos mancais proporciona uma interface entre o eixo e o bloco, tendo a função de evitar o contato direto e, conseqüentemente, desgaste das peças e consumo excessivo de energia. Os locais de contato estão mostrados na Fig. 4.1.

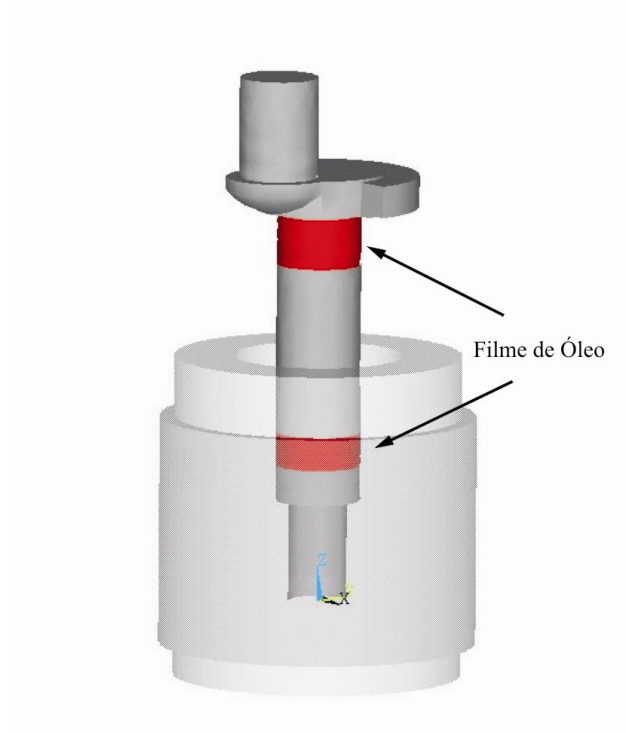


Figura 4.1 - Representação dos contatos do filme de óleo.

São feitos dois modelos para o mancal. O primeiro considera uma representação simplificada por elementos de mola e de amortecedores. O segundo é representado através das equações de Reynolds. Todos os dois modelos consideram um bloco rígido e imóvel sustentando a estrutura.

### 4.1 - Filme de óleo equivalente ou mancal equivalente

Este modelo de filme considera a flexibilidade e o amortecimento dos filmes de óleo representados por elementos de mola e amortecedor, com valores de rigidez  $K$  e coeficiente de amortecimento  $C$ . Trata-se de uma maneira bastante simplificada de representar o comportamento dinâmico dos filmes de óleo.

A folga radial  $c$  entre o eixo e o bloco é onde se encontra o filme de óleo. O eixo pode se deslocar dentro desse espaçamento, fazendo com que o filme se comprima e reaja contra o movimento.

O primeiro aspecto importante sobre esse modelo é o fato de ser considerada a posição do centro do mancal para se avaliar o seu deslocamento. Para o mancal superior considera-se o centro do topo do mancal e a base para o mancal inferior como mostra a Fig. 4.2. Essas considerações são feitas, pois são nessas localidades onde há o maior deslocamento dos mancais, sendo assim é onde há o maior valor de compressão do filme de óleo.

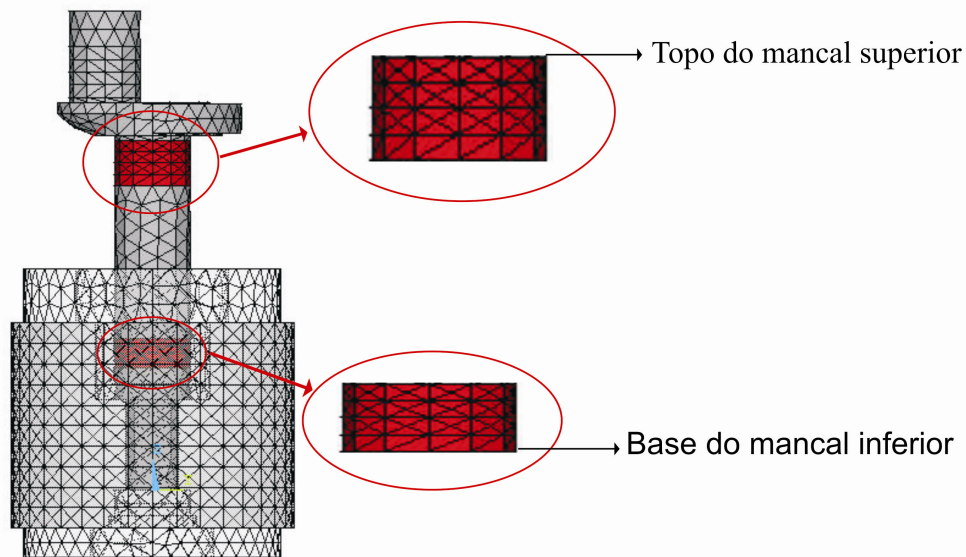


Figura 4.2 - Localização do topo e base dos mancais superior e inferior.

Pode-se visualizar na, Fig. 4.3, um deslocamento  $d$  do centro de um dos mancais. A direção da força resultante  $Fm_d$  de reação devido ao deslocamento é sempre na mesma direção do deslocamento, porém em sentido contrário.

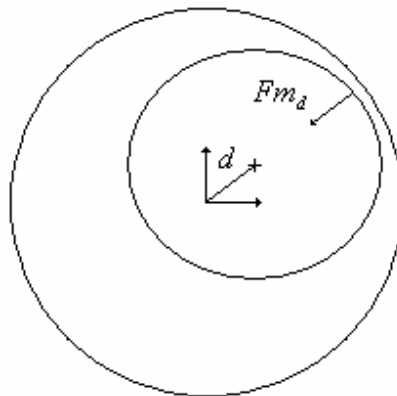


Figura 4.3 - Reação do mancal devido ao deslocamento.

Da mesma maneira, a força devido à velocidade  $Fm_v$  é na mesma direção da velocidade  $v$ , porém em sentido contrário, como mostra a Fig. 4.4.

Combinando então a reação devido ao deslocamento com a devida à velocidade, obtém-se uma força resultante de reação sobre o mancal.

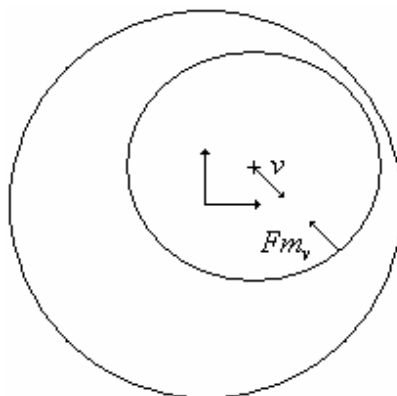


Figura 4.4 - Reação do mancal devida à velocidade.

Também são considerados os mancais em um referencial girante  $i''$  e  $j''$ , como mostrado na Seção 2.2, desconsiderando então a rotação do eixo. Essa consideração afeta o amortecimento transversal. A Equação (4.1) mostra o termo que é desprezado no cálculo da velocidade:

$$\vec{v} = \omega \vec{d} \tag{4.1}$$

onde  $\omega$  é a velocidade angular,  $d$  é o deslocamento do eixo no sistema de coordenadas girante e  $v$  é a velocidade tangencial do eixo.



Para calcular os esforços de reação do mancal utilizam-se as Equações (4.4) e (4.5) (idealizadas a partir de conversas com pesquisador Couto), porém é necessário introduzir o termo de deslocamento quadrático  $d$  e velocidade quadrática  $v$  que são calculados nas Equações (4.2) e (4.3):

$$d = \sqrt{(d_{i''})^2 + (d_{j''})^2} \quad (4.2)$$

$$v = \sqrt{(v_{i''})^2 + (v_{j''})^2} \quad (4.3)$$

onde os termos com índices  $i''$  e  $j''$  representam os deslocamentos e velocidades nas respectivas direções no sistema de coordenadas girante.

O esforço devido a rigidez do filme de óleo é representado pela expressão:

$$Fm_d = -K c \left( \frac{d}{c} \right)^l \quad (4.4)$$

onde  $Fm_d$  é o esforço devido ao deslocamento,  $c$  a folga radial,  $K$  a rigidez do mancal e  $l$  um coeficiente não linearidade.

Já o esforço devido ao amortecimento do filme de óleo é representado pela expressão:

$$Fm_v = -C v_{\text{lim}} \left( \frac{v}{v_{\text{lim}}} \right)^m \quad (4.5)$$

onde  $Fm_v$  é o esforço devido à velocidade,  $v_{\text{lim}}$  uma velocidade limite que será tratada mais adiante,  $C$  o amortecimento do mancal e  $m$  um coeficiente de não linearidade.

A força resultante nas direções  $i''$  e  $j''$  é expressa nas Equações (4.6) e (4.7) respectivamente:

$$Fm_{i''} = Fm_d \frac{d_{i''}}{d} + Fm_v \frac{v_{i''}}{v} \quad (4.6)$$

$$Fm_{j'} = Fm_d \frac{d_{j'}}{d} + Fm_v \frac{v_{j'}}{v} \quad (4.7)$$

Outro fator importante é o termo  $v_{lim}$  da Equação (4.5), pois não existe uma velocidade limite exata que o eixo possa atingir. Esse termo assume um valor que deve ser uma velocidade próxima da maior velocidade que o mancal possa assumir, regulando assim o termo  $\left(\frac{v}{v_{lim}}\right)^m$  para valores de  $m \geq 1$ . Essa velocidade limite deve ser calculada a partir de testes com o modelo numérico. Caso o valor de  $\frac{v}{v_{lim}} \geq 1$ , o termo  $m$  da Equação (4.5) se torna  $m = 1$ . O procedimento e a estimativa da velocidade limite estão descritos no Apêndice 1.

As Fig. 4.5 e Fig. 4.6 mostram as variações de  $\left(\frac{d}{c}\right)^l$  e  $\left(\frac{v}{v_{lim}}\right)^m$  respectivamente, para diversos valores de  $l$  e  $m$ . Pode-se notar uma velocidade maior que a velocidade limite na Fig. 4.6 (ver detalhes no Apêndice 1).

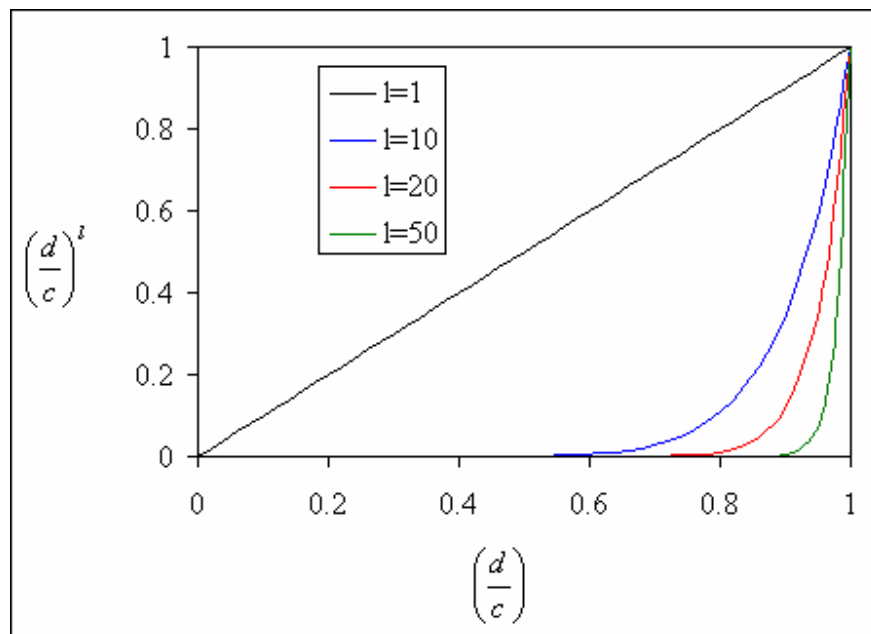


Figura 4.5 - Comportamento da rigidez em função da variação de  $l$ .

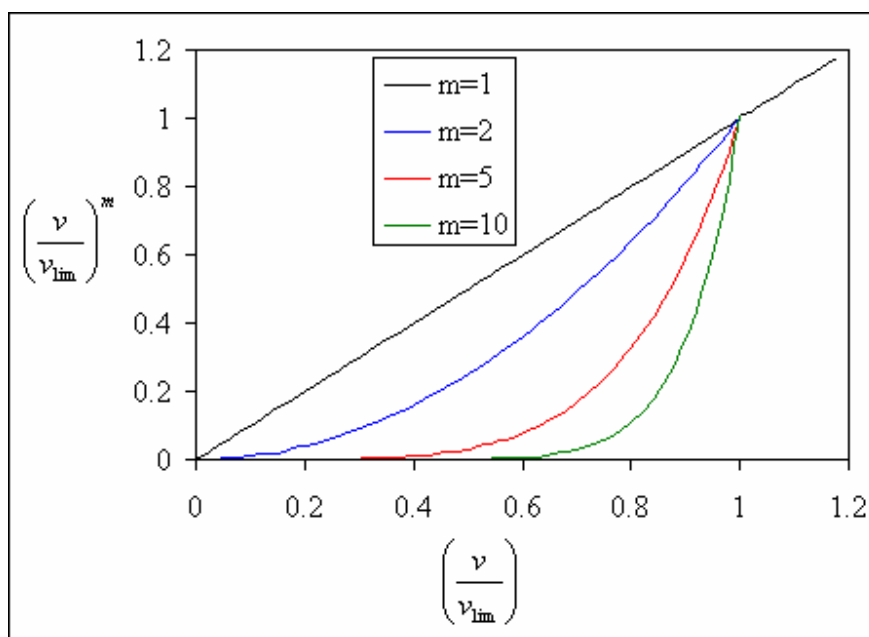


Figura 4.6 - Comportamento do amortecimento em função da variação de  $m$ .

Já na Fig. 4.5, como o deslocamento  $d \leq c$  então  $\left(\frac{d}{c}\right)^l \leq 1$ . Isto ocorre pois o eixo não pode ultrapassar a parede do bloco. Para assegurar que isto aconteça, é necessário que  $K c \geq F_{S\ máx}$ , onde  $F_{S\ máx}$  é a força máxima aplicada no mancal superior. Uma aproximação de  $F_{S\ máx}$  pode ser obtida a partir dos resultados da Seção 2.5 para um eixo rígido e sem folgas, obtendo-se assim um valor para  $K = K_{mín}$  suficiente para segurar o eixo dentro da folga do mancal. O valor obtido foi  $K_{mín} \approx 3 \times 10^8 \frac{N}{m}$ .

Os valores de rigidez e amortecimento foram estimados em Rodrigues [2003], sendo obtido valores máximos para  $K \approx 5 \times 10^8 \frac{N}{m}$  e  $C \approx 1 \times 10^9 \frac{N\ s}{m}$ . Estes valores são para um modelo de compressor diferente do utilizado neste experimento, sendo assim esses valores serão utilizados apenas como referência para os cálculos com os diferentes  $K$  e  $C$  utilizados na análise numérica.

Esta formulação simplificada possibilita uma série de controle de parâmetros isoladamente  $(K, C, n, m)$ , possibilitando um estudo aprofundado da influência desses fatores sobre a dinâmica da estrutura bem como na força transmitida ao bloco. Desta maneira, é possível simular um filme de óleo mais rígido, ou com baixo amortecimento, ou ainda com uma

rigidez elevada na proximidade do bloco, dentre outros aspectos que serão descritos no capítulo destinado aos resultados.

Essa representação simplificada também auxilia na redução do tempo de processamento computacional, já que é possível obter maior controle dos parâmetros envolvidos.

#### 4.2 - Filme de óleo tipo lubrificação hidrodinâmica

Este item teve o apoio de um pesquisador do laboratório POLO, que desenvolveu pesquisas nesta área. Um código de simulação de mancais hidrodinâmicos foi gentilmente cedido para uso nesta dissertação. Todos os detalhes deste código de simulação podem ser encontrados em Couto [2006].

O objetivo da utilização de um mancal hidrodinâmico é obter uma melhor aproximação dos fenômenos dinâmicos que ocorrem devido ao movimento do eixo e seu contato devido ao filme de óleo. Assim espera-se obter um resultado mais real do modelo do filme de óleo.

O primeiro aspecto importante a ser ressaltado é o fato dos mancais serem considerados rígidos para a formulação do mancal hidrodinâmico. Isto implica na forma do mancal, pois uma vez considerado rígido, possuirá sempre uma forma cilíndrica. Apesar desse fato, a flexibilidade do eixo na região dos mancais é aproximada por um corpo rígido devido ao curto tamanho do mancal em relação ao diâmetro do eixo, esperando-se que se comporte como um cilindro praticamente rígido enquanto a estrutura do eixo é flexível como um todo.

Para o cálculo do deslocamento do mancal é utilizado neste programa o topo e a base de cada um dos mancais, sendo então calculada a força e o momento resultantes sobre os mancais. Com a informação de força e momento foi possível calcular a posição real onde a força foi aplicada sobre o mancal como mostra a Equação (4.8):

$$h_a = \frac{Mm}{Fm} \quad (4.8)$$

onde  $Mm$  é o momento sobre o mancal,  $Fm$  é a força sobre o mancal e  $h_a$  é a posição onde a força deve ser aplicada sobre o mancal. Com o valor  $h_a$  utiliza-se o procedimento descrito na seção 5.7 para aplicação do esforço sobre o mancal.

Para resolver o comportamento hidrodinâmico do filme de óleo utiliza-se a Equação de Reynolds com algumas considerações importantes. O escoamento é laminar, o lubrificante é um

fluido newtoniano e incompressível, as forças de inércia são desprezíveis, e a viscosidade do lubrificante é constante. É acrescentado um termo de filme espremido para considerar a aproximação da superfície do eixo à do bloco.

A simulação computacional implica em resolver a Equação de Reynolds em coordenadas cilíndricas, como apresentado na equação:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{6 \mu}{R} \frac{\partial (h U)}{\partial \theta} - 12 \mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4.9)$$

onde  $p$  é a pressão do filme de óleo,  $\mu$  a viscosidade do fluido,  $U$  a velocidade tangencial do eixo. A Fig. 4.7 mostra as dimensões  $R$ ,  $\theta$ ,  $y$ ,  $h$  em questão.

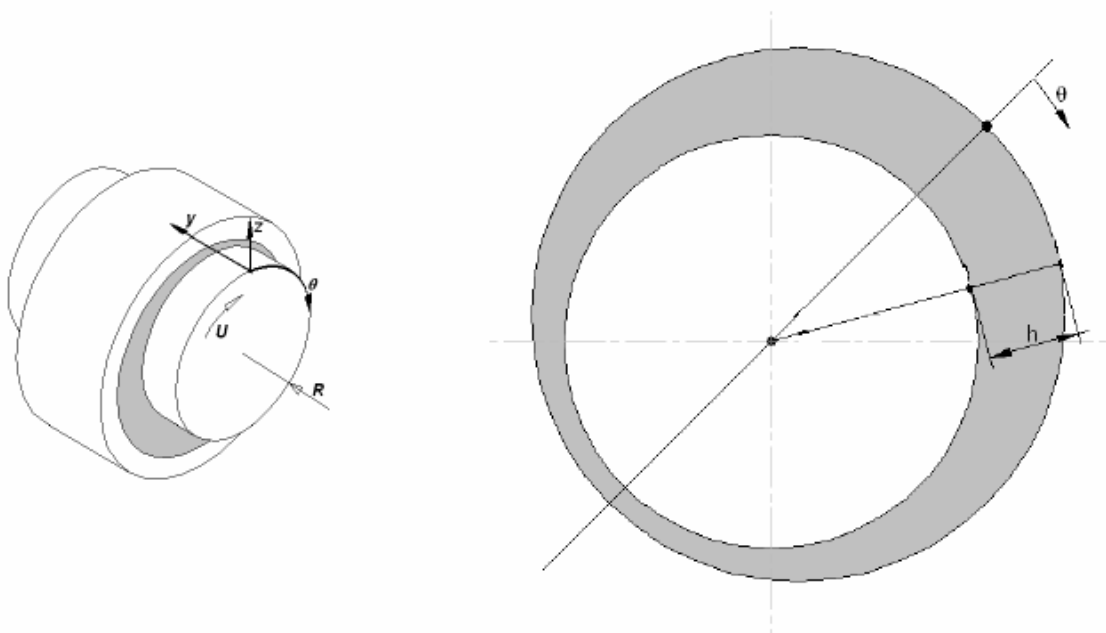


Figura 4.7 - Parâmetros geométricos do eixo para uso na Equação de Reynolds.

A Equação de Reynolds é resolvida pelo método de elementos finitos. O código de simulação de mancais hidrodinâmico foi inicialmente escrito em linguagem Fortran, pelo pesquisador, e posteriormente reescrita em linguagem C, integrando-se ao programa descrito no Capítulo 5 deste trabalho, de forma a reduzir o tempo de processamento.

## **CAPÍTULO 5 - MODELO DE SIMULAÇÃO DO CONJUNTO EIXO-ROTOR-FILME DE ÓLEO**

O objetivo deste capítulo é descrever a metodologia de desenvolvimento do modelo numérico deste trabalho, mostrar os principais aspectos relacionados à programação do algoritmo e o melhor método de solução empregado nas análises, e finalmente descrever as incertezas e problemas encontrados no procedimento de simulação. Para auxiliar na construção deste procedimento são apresentadas as principais referências dos programas utilizados: Hatch [2001], Ansys [2001], Kernighan e Ritchie [1989] e Harbison III e Steele Jr. [2002].

É apresentada uma metodologia para predizer os esforços sobre os mancais devido a uma força de pressão exercida sobre o pistão, capaz de avaliar a influência da mudança de parâmetros sobre a dinâmica do problema.

### **5.1 - Análise transiente através do método de elementos finitos**

Como visto anteriormente, é de interesse resolver a dinâmica do eixo-rotor utilizando o método de elementos finitos. Primeiramente, é importante ressaltar que o método de elementos finitos divide as equações do movimento do corpo em um sistema de equações simplificadas (Equação (3.1)).

Na formulação pelo método de elementos finitos, essa Equação é dividida em várias equações como visto no capítulo 3, formando um conjunto de equações a ser resolvido (Equação (3.2)).

Este é o sistema a ser resolvido pelo método de elementos finitos, sendo que existem vários métodos de resolução do sistema de equações.

### **5.2 - Método de solução**

Para resolver o problema dinâmico no domínio do tempo, é necessário efetuar uma análise transiente, imprimindo uma força resultante variável no tempo, sobre o excêntrico e nos mancais. Para isso o *software* comercial utilizado disponibiliza três métodos de solução: o método Completo, o da Redução de Guyan e o da Superposição Modal (ANSYS [2001]).

O método Completo resolve as equações de elementos finitos de forma completa. Fornece todas as respostas possíveis em uma análise transiente, em todos os nós e elementos da estrutura.

Em contrapartida requer um excessivo tempo para o processamento computacional. A aplicação deste método torna-se inviável.

O método da Redução de Guyan reduz o número de graus de liberdade do sistema, diminuindo a quantidade de nós e elementos totais no sistema. Esse processo otimiza os novos elementos para que o sistema mantenha as características dinâmicas da melhor maneira possível. Este método reduz o tempo de processamento e permite obter a mesma variedade de resultados do método Completo, porém apenas para o conjunto de nós reduzido.

O método da Superposição Modal analisa o movimento da estrutura como função de um conjunto de modos próprios de vibração e dos 6 modos de corpo rígido (3 de translação e 3 de rotação). Esse procedimento reduz de forma significativa o tempo de processamento, disponibiliza as respostas na forma de deslocamentos em todos os nós, porém, não disponibiliza nenhum outro tipo de resposta.

Sabe-se que a análise em questão depende um grande número de intervalos no domínio do tempo para a sua execução. Por este motivo, inicialmente foram feitos testes para verificar qual o melhor método a ser utilizado nesse procedimento, tendo como objetivo garantir a precisão necessária das respostas com o menor tempo de processamento.

Testes com os três métodos foram realizados utilizando uma barra submetida a um esforço transiente como mostrado na Fig. 5.1. A barra foi considerada engastada, a fim de simplificar a análise, tornando as comparações mais fáceis de serem obtidas.

Também foram feitos alguns testes simples para a superposição modal com a estrutura do eixo-rotor (Fig. 5.2) submetendo-o a esforços transientes. Os esforços foram aplicados ao excêntrico e aos mancais superior e inferior, sendo calculados de tal forma que se possuía um equilíbrio de forças e momentos na estrutura.



Figura 5.1 - Barra engastada sob a ação de uma força em um conjunto de nós.

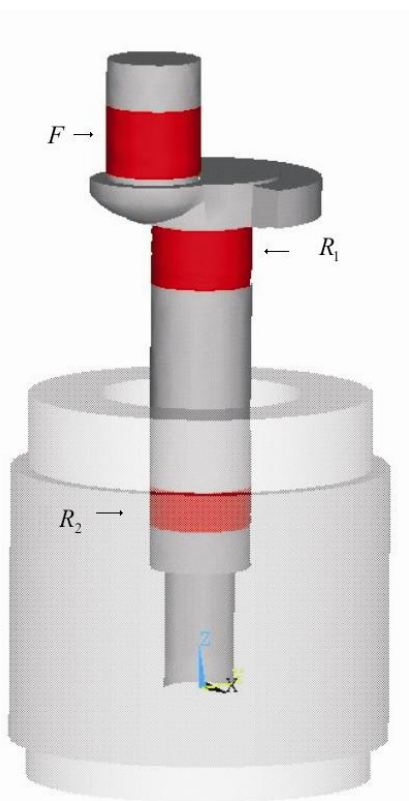


Figura 5.2 - Eixo sobre a ação de uma força transiente  $F$  e reações  $R_1$  e  $R_2$ .

Nesses testes foram comparados os tempos de processamento e a precisão do valor da resposta em um nó obtido pelos dois métodos reduzidos e pelo método Completo, a fim de determinar o método mais apropriado para esta análise. As Tabelas 5.1 e 5.2 mostram os resultados obtidos para a barra e para o eixo, respectivamente. No método da Redução de Guyan, o termo DOF é referente ao número de graus de liberdade utilizados para representar a estrutura e no método da Superposição Modal é apresentado o número de modos naturais da estrutura, sendo que já estão sendo levados em conta os 6 modos de corpo rígido.

Tabela 5.1 - Comparativo de métodos com barra submetida a esforços transientes.

	Completo	Guyan 60 DOF	Guyan 150 DOF	Guyan 1000 DOF	Modal 5 modos	Modal 10 modos	Modal 20 modos
Erro (%)	0	26,6	6,2	0,6	6,0	1,2	0,5
Tempo (s)	688,1	3,8	4,1	130,8	1,1	1,6	2,2
Tempo *	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{168}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{626}$	$\frac{1}{430}$	$\frac{1}{313}$

\* relação entre os tempos.



Tabela 5.2 - Comparativo de métodos com eixo submetido a esforços transientes.

	Completo	Modal 20 modos	Modal 200 modos
Erro (%)	0	1,0	0,3
Tempo (s)	10800	40	93
Tempo *	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{270}$	$\frac{1}{116}$

\* relação entre os tempos.

Na Tabela 5.1 pode-se notar que o método da Superposição Modal tem melhor desempenho, se comparado com o método da Redução de Guyan, tanto no erro relativo à análise completa quanto no tempo de processamento.

Na Tabela 5.2, onde a análise via método de Superposição Modal foi feita para o conjunto eixo-rotor, pode-se observar uma pequena redução na precisão proporcionada por este método e uma significativa redução no tempo de processamento relativa ao método Completo. Deste modo, decidiu-se fazer a análise pelo método da Superposição Modal, para calcular a dinâmica do sistema, tendo em mente a necessidade de uma grande discretização no domínio do tempo.

### 5.3 - Velocidade de rotação

A velocidade de rotação foi obtida experimentalmente para um compressor em funcionamento, resultando em  $\omega = 55,1045 \text{ Hz}$ . Esse procedimento consistiu em medir a frequência de rotação através do espectro de pressão no cilindro.

O *software* comercial ANSYS possui um comando especial que impõe uma velocidade de rotação constante em um de seus eixos coordenados. Esse comando acrescenta uma matriz giroscópica no cálculo de elementos finitos fazendo com que sejam considerados os efeitos da rotação sobre a estrutura. Então é definida uma velocidade angular  $\omega$  no eixo  $\hat{k}''$  de direção perpendicular à  $\hat{i}'' - \hat{j}''$  fazendo com que o conjunto eixo-rotor possua uma velocidade angular constante. À Equação geral de movimento (Equação 5.2) é adicionado o termo  $[G]$  que representa as contribuições dos efeitos giroscópicos devido à rotação da estrutura:

$$[M] \ddot{x} + ([G] + [C]) \dot{x} + [K] x = [F] \quad (5.1)$$

Entretanto, o efeito giroscópico que afeta a rigidez da estrutura devido a seu giro, e que pode alterar os modos próprios de vibração não é considerado pela adição do termo  $[G]$ . Isto não foi possível devido a limitações no método de Superposição Modal.

O referencial no *software* é considerado girante  $\hat{i}'' - \hat{j}''$ , como apresentado no Capítulo 2. Assim, todas as forças aplicadas nos mancais e excêntrico devem estar representadas de acordo com esse referencial, bem como os resultados de deslocamento fornecido pelo *software*. As transformações de referencial foram apresentadas no Capítulo 2.

#### 5.4 - Incremento no tempo

O procedimento numérico utilizado considera a solução no domínio do tempo, sendo para isso discretizado em pequenos intervalos  $\Delta t$ . O método da Superposição Modal considera o incremento de tempo constante no decorrer de toda a análise.

Este valor está intrinsecamente ligado ao número de pontos obtidos na medição da pressão no interior da câmara de compressão, sendo o menor número de discretizações possíveis para a análise é igual à quantidade de valores obtidos no experimento.

Para aumentar o número de incrementos é necessário interpolar os valores experimentais da pressão. Foi utilizado um método de interpolação linear como mostram as Equações (5.4) e (5.5):

$$P_{n+\frac{1}{2}} = \frac{P_n + P_{n+1}}{2} \quad (5.2)$$

$$P_{n+\frac{1}{2}} = \frac{P_{nf} + P_1}{2} \quad (5.3)$$

onde  $nf$  é o número total de valores de pressão,  $n$  é um índice para referenciar um valor de pressão ( $1 \leq n \leq nf$ ),  $P_n$  é o  $n$ -ésimo valor de pressão. Deste modo é dobrado o número de resultados nos dados da pressão da cavidade.

Esse procedimento é efetuado quantas vezes forem necessárias para obter o incremento de tempo desejado. Cada vez que o procedimento é efetuado, o número de pontos na pressão é dobrado, reduzindo à metade o valor do incremento de tempo. Assim, o número total de pontos pode ser descrito pela Equação 5.6:

$$nt = (2)^{ni} nf \quad (5.4)$$

onde  $ni$  é o número de vezes que foi utilizado o procedimento e  $nt$  é o número total de dados de pressão.

O tempo total de duração de um ciclo pode ser obtido pela equação:

$$t = \frac{1}{\omega} \quad (5.5)$$

Como os dados de pressão correspondem a uma revolução do eixo, pode-se obter  $\Delta t$  a partir da equação:

$$\Delta t = \frac{t}{nt} \quad (5.6)$$

No caso de  $nt = nf$ , tem-se  $\Delta t = 1,6741 \times 10^{-5} s$ . Cada valor de tempo estará sempre associado a um  $n$ -ésimo passo, sendo assim representado por  $t_n$ . Então, a diferença entre os valores  $t_n$  e  $t_{n-1}$  resulta no incremento  $\Delta t$  como mostra a equação a seguir:

$$\Delta t = t_n - t_{n-1} \quad (5.7)$$

Devido à linearidade da aplicação dos esforços no sistema, assunto que será discutido na Seção 5.7 há a necessidade de estimar um valor para variação da força aplicada  $\Delta Fm$ , tal que possua um comportamento físico aproximadamente linear. O limite da variação de força está diretamente relacionado à variação com o tempo. Quanto menor  $\Delta t$ , menor será  $|\Delta Fm|$ , conforme será mostrado a seguir. Este valor  $|\Delta Fm|$ , apesar de não poder ser calculado exatamente, pode ser estimado analiticamente.

Como  $\Delta Fm$  é a variação da força entre dois passos sucessivos  $n$  e  $n+1$ , obtêm-se as Equações (5.10) e (5.11):

$$|\Delta Fm| = |Fm_n - Fm_{n+1}| \quad (5.8)$$

$$|\Delta Fm| = \left| K c \left( \frac{d_n}{c} \right)^l - K c \left( \frac{d_{n+1}}{c} \right)^l + C v_{\text{lim}} \left( \frac{v_n}{v_{\text{lim}}} \right)^m - C v_{\text{lim}} \left( \frac{v_{n+1}}{v_{\text{lim}}} \right)^m \right| \quad (5.9)$$

Supondo que  $K c \left( \frac{d_n}{c} \right)^l - K c \left( \frac{d_{n+1}}{c} \right)^l$  e  $C v_{\text{lim}} \left( \frac{v_n}{v_{\text{lim}}} \right)^m - C v_{\text{lim}} \left( \frac{v_{n+1}}{v_{\text{lim}}} \right)^m$  possuem sinais iguais, o que acarreta em um maior valor para  $|\Delta Fm|$ , tem-se:

$$|\Delta Fm| = \frac{K c}{c^l} |d_n^l - d_{n+1}^l| + \frac{C v_{\text{lim}}}{v_{\text{lim}}^m} |v_n^m - v_{n+1}^m| \quad (5.10)$$

Já que está sendo calculado um valor aproximado para  $\Delta t$ , utiliza-se  $l=1$  e  $m=1$  para simplificar as equações multiplicando, e dividindo, por  $\Delta t$ , cada termo do lado direito da Equação (5.12) por  $\Delta t$ .

$$|\Delta Fm| = K \Delta t \frac{|d_n - d_{n+1}|}{\Delta t} + C \Delta t \frac{|v_n - v_{n+1}|}{\Delta t} \quad (5.11)$$

$$|v| = \frac{|d_n - d_{n+1}|}{\Delta t} \quad (5.12)$$

$$|a| = \frac{|v_n - v_{n+1}|}{\Delta t} \quad (5.13)$$

onde  $a$  representa a aceleração em um determinado instante.

Assim, utilizando as máximas variações obtidas para velocidade ( $v_{\text{lim}}$ ) e aceleração ( $a_{\text{lim}}$ ), estipulando um  $\Delta Fm$  tal que a força varie de forma linear, estima-se o  $\Delta t$  (Equação (5.16)) mínimo necessário para que a força possa ser aplicada de forma linear como será visto na seção 5.7. O valor de  $a_{\text{lim}}$  é estimado experimentalmente (Apêndice 2) da mesma maneira que  $v_{\text{lim}}$

(apêndice 1), utilizando-se a Equação (5.15) para cálculo de  $a$ . A partir da Equação (5.13) obtém-se:

$$|\Delta Fm| = K \cdot \Delta t \cdot |v_{\text{lim}}| + C \cdot \Delta t \cdot |a_{\text{lim}}| \quad (5.14)$$

que fornece:

$$\Delta t = \frac{|\Delta Fm|}{K \cdot |v_{\text{lim}}| + C \cdot |a_{\text{lim}}|} \quad (5.15)$$

Escolhendo  $\Delta Fm = 1 \text{ N}$  como um valor mínimo suficiente para assegurar a linearidade da força,  $v_{\text{lim}} = 0,005 \frac{m}{s}$ ,  $a_{\text{lim}} = 55 \frac{m}{s^2}$ ,  $K = 3 \times 10^8 \frac{N}{m}$  e  $C = 1 \times 10^5 \frac{N \cdot s}{m}$ , obtém-se  $\Delta t = 1,42 \times 10^{-7} \text{ s}$  o que equivale a  $n = 127798$  passos. O valor mais próximo deste que pode chegar devido ao arquivo de pressão é  $n = 138752$  passos.

Experimentalmente, verifica-se que é suficiente um número de passos duas vezes menor, ou seja,  $n = 69376$  e  $\Delta t = 2,615 \times 10^{-7} \text{ s}$ . Com a Equação 5.17 é possível também verificar que para valores de  $K$  ou  $C$  maiores, é necessária uma maior discretização do domínio do tempo do problema. Desta forma, espera-se que seja necessário um maior refino no domínio do tempo quando for simulado o mancal hidrodinâmico.

Também é importante lembrar que, quando o eixo é considerado rígido, tem-se em uma menor aceleração limite, sendo necessário então um menor número de passos no tempo. De modo geral, quando o eixo é considerado rígido, é necessário  $n = 17344$  incrementos no tempo.

A instabilidade proveniente do não cumprimento desta regra fornece um sistema com instabilidade orbital semelhante à encontrada em Bode [2002]. Este tipo de instabilidade só pode ser controlada com a diminuição do incremento de tempo. Neste trabalho o incremento de tempo necessário está na ordem de  $\Delta t = 2,615 \times 10^{-7} \text{ s}$ , uma ordem de grandeza menor que o menor incremento de tempo utilizado por Bode [2002] ( $\Delta t = 1 \times 10^{-6} \text{ s}$ ).

### 5.5 - Deslocamento do eixo

No método de Superposição Modal, apenas os deslocamentos nodais são calculados pelo *software*. Assim, é possível obter os deslocamentos de todos os nós dos mancais. Esses deslocamentos são utilizados nas equações que calculam a força de reação do mancal.

Esses deslocamentos são calculados apenas nos nós do topo ou base do mancal superior e inferior, respectivamente. Isto é feito para se obter o maior deslocamento possível do mancal e assim é possível saber o máximo de compressão do filme de óleo.

O deslocamento é calculado pela média aritmética do deslocamento dos nós da circunferência do topo ou da base do mancal, obtendo assim o deslocamento do centro da circunferência. A partir desses valores são efetuados os cálculos da força de reação do mancal ao eixo.

Existe um erro numérico proveniente do número de casas decimais fornecidas pelo *software* ANSYS (erro de truncamento). O *software* fornece valores de resposta com seis algarismos significativos de precisão no deslocamento. Como a folga radial é  $c = 1,2 \times 10^{-5} \text{ m}$ , o erro no deslocamento  $Err(d)$ , quando o deslocamento possui essa ordem de grandeza, é de  $Err(d) = \pm 1 \times 10^{-11} \text{ m}$ . Valores menores de erro ocorrem conforme o deslocamento assume grandezas menores, por exemplo,  $d = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$ , logo,  $Err(d) = \pm 1 \times 10^{-12} \text{ m}$ .

Considerando o caso do mancal tipo mola com rigidez linear, ou seja,  $l = 1$  (Equação (4.4)) calcula-se a força através da Equação (5.18), podendo assim estimar o erro propagado para força devido ao deslocamento do mancal  $Err(Fm_d)$ , de acordo com a Expressão (5.19). Este tipo de erro devido a incertezas nas medições, neste caso específico ao truncamento de resultados, pode ser encontrado em diversas referências como Baird [1995], Zill [2003], Burden e Faires [2003]. Tem-se então que:

$$Fm_d = -K x \quad (5.16)$$

$$Err(Fm_d) = \pm K Err(d) \quad (5.17)$$

Desta forma, para valores de  $K = 3 \times 10^8 \frac{N}{m}$  e  $Err(d) = \pm 1 \times 10^{-11} m$ , obtém-se  $Err(Fm_d) = \pm 3 \times 10^{-3} N$ . Este valor do erro é muito pequeno frente ao valor total da força de cerca de  $|\vec{F}m| = 1000 N$ , o que torna o erro desprezível.

Para outros valores de  $l$  o erro se torna um pouco maior já que uma expressão genérica para o problema pode ser escrita como mostra a Equação (5.20). Assim, para  $d$  tendendo a  $c$  o erro  $Err(Fm_d)$  tende a  $\pm l \times 3 \times 10^{-3} N$ . Para o mancal hidrodinâmico o valor do erro também não deve exceder em muito este valor, pois por maior que seja o  $l$  como, por exemplo,  $l = 100$ , ainda assim a ordem do erro será pequena quando o deslocamento assumir valores próximos ao deslocamento máximo, ou seja:

$$Err(Fm_d) = \pm l K \left( \frac{d}{c} \right)^{l-1} Err(d) \quad (5.18)$$

## 5.6 - Velocidade do mancal

A velocidade do mancal, de forma similar ao deslocamento, serve para avaliar os esforços de reação causados pelos efeitos de amortecimento do mancal. Essa velocidade, no caso do mancal tipo mola, é obtida pelo deslocamento da seção anterior no referencial girante. Isso faz com que a velocidade transversal do eixo não forneça nenhuma contribuição à força de reação do mancal.

Já no caso do mancal hidrodinâmico, o cálculo da velocidade é efetuado através do deslocamento no sistema de coordenadas não girante.

Duas maneiras são propostas para o cálculo da velocidade. Uma considerando o deslocamento  $d(t)$  uma função de primeira ordem no tempo como mostrado na Equação (5.21) onde  $A$  e  $B$  são constantes:

$$d(t) = A + Bt \quad (5.19)$$

Isto acarreta em uma velocidade dependente do deslocamento no passo atual  $d_n$  e um deslocamento no passo anterior  $d_{n-1}$  onde  $n$  é o  $n$ -ésimo intervalo de tempo:

$$v(t) = v_n = \frac{\partial(d(t))}{\partial t} = B \quad (5.20)$$

$$B = \frac{d_n - d_{n-1}}{\Delta t} \quad (5.21)$$

A n-ésima velocidade  $v_n$  é apresentada na Equação (5.24):

$$v_n = \frac{d_n - d_{n-1}}{\Delta t} \quad (5.22)$$

A outra possibilidade é efetuar uma aproximação para a velocidade mais refinada, considerando o deslocamento uma função como apresentada na Equação (5.25). Analogamente, obtém-se uma velocidade  $v_n$ , porém, agora dependente de três passos anteriores ao invés de apenas um, como apresentado na Equação (5.27):

$$d(t) = C + D t + E t^2 + F t^3 \quad (5.23)$$

sendo:

$$v(t) = v_n = \frac{\partial(d(t))}{\partial t} = D + 2 E t + 3 F t^2 \quad (5.24)$$

o que fornece:

$$v_n = \frac{-2 d_n + 9 d_{n-1} - 18 d_{n-2} + 11 d_{n-3}}{6 \Delta t} \quad (5.25)$$

Como a velocidade é calculada a partir do deslocamento, há um erro propagado para o valor calculado da velocidade. Para a velocidade obtida a partir da Equação (5.24), o erro  $Err(v)$  fica como a Equação (5.28) e, a partir da Equação (5.27),  $Err(v)$  torna-se descrito pela Equação



(5.29). Assim é escolhida a aproximação linear (Equação (5.24)) para minimizar o erro propagado na velocidade. Como  $\Delta t = 1,046 \times 10^{-6} s$  para maioria dos casos rodados e o maior erro possível no deslocamento é  $Err(d) = \pm 1 \times 10^{-11} m$ , o erro esperado na velocidade é  $Err(v) = \pm 0,000019 \frac{m}{s}$ .

$$Err(v) = \pm 2 \frac{Err(d)}{\Delta t} \quad (5.26)$$

$$Err(v) = \pm \frac{40}{6} \frac{Err(d)}{\Delta t} \quad (5.27)$$

O erro propagado para a força sobre o mancal devido à velocidade  $Fm_v$  no mancal tipo mola, pode ser estimado pela Expressão (5.30). Para o caso simplificado onde  $m = 1$ , um valor de amortecimento intermediário  $C = 1 \times 10^5 \frac{N \cdot s}{m}$  e o erro máximo  $Err(d) = \pm 1 \times 10^{-11} m$ , obtém-se  $Err(Fm_d) = \pm 1,9 N$ . Este valor já é considerável para uma resposta da força, que tem valor típico  $|\vec{Fm}| = 10 N$  na região de menor intensidade. Qualquer incremento em  $C$  ou em  $m$ , pode representar em uma grande instabilidade numérica para o problema, pois:

$$Err(Fm_d) = \pm m C \left( \frac{v}{v_{lim}} \right)^{m-1} Err(v) \quad (5.28)$$

O mancal hidrodinâmico atinge grandes valores de  $C$ , resultando em grande instabilidade numérica, bem como o  $Err(v)$  se torna maior devido a uma maior discretização necessária para representar o sistema como visto no Item 5.4.

Este erro devido a truncamento influencia diretamente na força, gerando instabilidade. Porém, não pode ser visualizado nas órbitas, devido à sua natureza de alta frequência, mas alterando seu comportamento devido ao equilíbrio dos esforços ocorrer em uma situação diferente da composta por um sistema sem instabilidade.

### 5.7 - Carregamentos sobre os mancais e excêntrico

O primeiro aspecto importante sobre os carregamentos é a maneira com que o *software* disponibiliza sua aplicação. Uma delas, denominada *stepped*, aplica a  $n$ -ésima força  $F_n$  de forma constante no intervalo de tempo  $\Delta t$ , como apresentado na Fig. 5.3. A outra maneira disponível, denominada *ramped*, aplica a  $n$ -ésima força  $F_n$  de forma linear no intervalo de tempo  $\Delta t$ , começando seu valor em  $F_{n-1}$  até o valor final  $F_n$  como mostrado na Fig. 5.4.

Utiliza-se, então, o método *ramped* para uma maior suavidade da aplicação da força, evitando descontinuidades na mesma.

Todos os carregamentos que atuam no eixo possuem apenas como parâmetro a força resultante bem como seu sentido. No caso do mancal hidrodinâmico, também há a posição da força sobre o mancal que é obtida através do momento dessa força. Já para o mancal tipo mola e o excêntrico, a posição vertical de aplicação da força é imposta.

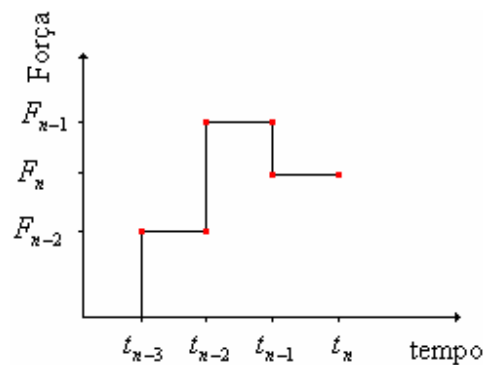


Figura 5.3 - Método de aplicação de força *stepped*.

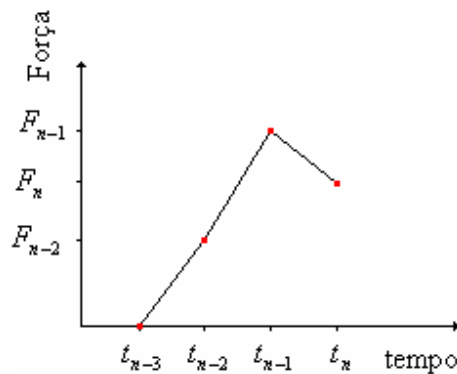


Figura 5.4 - Método de aplicação de força *ramped*.

Todos os esforços aplicados no eixo devem estar no sistema de coordenadas girante  $\hat{i}'' - \hat{j}''$ . Se necessário, é efetuada a mudança de referencial, como explicado no Capítulo 2.

Os esforços sobre os mancais ou excêntrico são distribuídos de duas formas, uma na direção circunferencial e outra na direção vertical ( $\hat{k}''$ ). Esses esforços são sempre aplicados no sentido a empurrar o eixo e, perpendiculares às faces onde se encontram os nós de aplicação das forças.

Na direção vertical, a força é distribuída apenas em uma ou duas alturas diferentes, lembrando que neste caso existem 5 alturas possíveis para aplicação desses esforços. Essa distribuição ocorre de forma linear, levando em conta a posição real da força conforme indicada pela Equação (5.31). Nesta, o sub-índice  $a$  representa a altura a ser aplicada o esforço,  $\vec{F}_a$  é o vetor força aplicado em determinada altura,  $\vec{F}_m$  é a força total aplicada sobre o mancal,  $h$  é a altura real de aplicação da força,  $h_a$  é a altura dos nós na posição  $a$  e  $d_{ma}$  é o tamanho do mancal ou excêntrico, sendo  $ma = 1$  o excêntrico,  $ma = 2$  o mancal superior e  $ma = 3$  o mancal inferior.  $a$  é um valor inteiro e  $1 \leq a \leq 5$  onde 1 é o topo e 5 é a base do mancal. Assim a força é distribuída entre as duas alturas mais próximas da altura de aplicação da força. Portanto tem-se:

$$4 \frac{|h - h_a|}{d_{ma}} \leq 1 \Rightarrow \vec{F}_a = \vec{F}_m \left( 1 - 4 \frac{|h - h_a|}{d_{ma}} \right) \quad (5.29)$$

É importante ressaltar que  $h_1 \leq h \leq h_5$  e que  $h_1 - h_5 = d_{ma}$ .

Para o excêntrico e modelo tipo mola essas alturas são definidas arbitrariamente, sendo que para o excêntrico  $4 \frac{|h - h_1|}{d_1} = 3,5$ , para o mancal superior  $4 \frac{|h - h_1|}{d_2} = 0,5$  e para o mancal inferior  $4 \frac{|h - h_1|}{d_3} = 3,5$ . Essa distribuição foi feita arbitrariamente, considerando que a região de menor espaçamento do filme de óleo no excêntrico é a inferior, no mancal superior é a parte superior e do mancal inferior também é a parte inferior devido à inclinação do eixo.

É proposto que na direção circunferencial, a distribuição da força ocorre apenas em meia circunferência, sendo esta a metade cortada por um plano perpendicular a direção de aplicação da força. A Equação (5.32) representa esta proposição, onde  $b$  é referente a determinado nó da

circunferência,  $\alpha_b$  é o ângulo na direção  $\hat{i}''$  do  $b$ -ésimo nó da circunferência,  $\vec{F}_b$  é a força do  $b$ -ésimo nó da circunferência,  $\alpha_{\vec{F}}$  é o ângulo na direção  $\hat{i}''$  da força  $\vec{F}$  aplicada sobre o mancal.

$$|\alpha_b - \alpha_{\vec{F}}| > \frac{\pi}{2} \rightarrow \vec{F}_b = 0 \quad (5.30)$$

Também foi proposta a distribuição da força por esses nós de tal forma que sempre se mantém perpendicular aos mesmos. São dados pesos a essa força de forma cossenoidal na quinta potência sendo que os nós mais próximos à força aplicada tem um peso maior e mais distantes um peso de aplicação menor. A Equação (5.33) representa essa aplicação na direção circunferencial:

$$\vec{F}_b = \vec{F}_a \cos^5(\alpha_b - \alpha_{\vec{F}}) \quad (5.31)$$

É necessário ainda normalizar esses valores de  $\vec{F}_b$  como mostram as Equações (5.34) e (5.35):

$$N = \frac{|\vec{F}_a|}{\left| \sum_b \vec{F}_b \right|} \quad (5.32)$$

$$\vec{F}_b' = N \vec{F}_b \quad (5.33)$$

onde  $N$  é o normalizador de  $\vec{F}_b$  e  $\vec{F}_b'$  é o novo valor de força sobre os nós da circunferência.

Os carregamentos submetidos no pistão devido à compressão do gás são transmitidos ao excêntrico a partir das equações desenvolvidas no Capítulo 2 (Equações (2.23) e (2.24)) para o referencial girante  $\hat{i}'' - \hat{j}''$ . Da mesma maneira são calculadas as forças sobre os mancais pelo filme tipo mola ou hidrodinâmico, a partir dos deslocamentos e velocidades dos mancais.

### 5.8 - Carregamentos sobre o rotor

O rotor, bem como o eixo, possuem velocidade angular constante como visto no Capítulo 2. Para manter sua velocidade angular constante, é necessário que haja a aplicação de um torque sobre o rotor.

Analogamente aos esforços aplicados ao excêntrico, os aplicados ao rotor também são lineares, ou seja, utilizam também o método *ramped*.

Para determinar o torque sobre o rotor analisa-se a força aplicada em cada nó do excêntrico  $\vec{F}_b$ , bem como a distância  $x_b \cdot \hat{i}''$  e  $y_b \cdot \hat{j}''$  de cada nó com o eixo das coordenadas. O torque é então obtido pela Equação (5.36):

$$T = \sum_b x_b \vec{F}_b \cdot \hat{i}'' + \sum_b y_b \vec{F}_b \cdot \hat{j}'' \quad (5.34)$$

As forças sobre os mancais não são necessárias para avaliação do torque, pois a aplicação das mesmas tem direção perpendicular a face do eixo central, não gerando momento ao eixo.

Com o torque e o raio  $R_o$  do rotor, pode-se avaliar a força  $\vec{F}_R$  sobre cada nó do rotor de acordo com a Equação (5.37):

$$\vec{F}_R = \frac{T}{R_o} \cdot \cos(\alpha_R) \cdot \hat{i}'' + \frac{T}{R_o} \cdot \sin(\alpha_R) \cdot \hat{j}'' \quad (5.35)$$

onde sub-índice  $R$  representa o  $R$ -ésimo nó do rotor, bem como o ângulo  $\alpha_R$  dos nós do rotor com relação ao eixo  $\hat{i}''$ .

### 5.9 - Agrupamento da rotina

Como visto anteriormente, o objetivo é obter um programa capaz de simular um sistema eixo-rotor em funcionamento para poder entender melhor o efeito da flexibilidade do conjunto sobre o compressor.

A primeira tarefa que deve ser executada por essa rotina é obter os parâmetros geométricos necessários para o cálculo das equações já citadas nos demais capítulos, bem como no atual. Deve ser então efetuada uma análise modal da estrutura, pré-requisito exigido pelo método de Superposição Modal. Essa análise deve abranger todos os modos necessários para

representar a estrutura flexível. Como os cinco primeiros modos de flexibilidade não são suficientes para tanto, são escolhidos 14 modos deste tipo para assegurar uma boa representatividade do comportamento dinâmico por este método de solução. Ao todo totalizam então 20 modos, quando unidos aos 6 modos de corpo rígido.

Para iniciar a análise transiente é imposta a velocidade de rotação do eixo, sendo assim o sistema já começa com a velocidade angular final do problema, não despendendo tempo para alcançá-la. No primeiro passo é definido que os esforços dos mancais sobre o eixo são zero, e o esforço do excêntrico é diferente de zero. Assim, para o passo seguinte o eixo já terá se movimentado. Com esse movimento pode-se, então, calcular os esforços de reação dos mancais sobre o eixo e o esforço seguinte do excêntrico é aplicado em conjunto com os esforços dos mancais. Deste modo os esforços sobre os mancais estarão sempre atrasados em um intervalo de tempo em relação aos esforços sobre o excêntrico. Repete-se esse procedimento até o fim do programa, obtendo então a dinâmica do sistema.

A estrutura se move até atingir um equilíbrio dinâmico, sendo necessárias algumas revoluções do eixo para que isto ocorra. Para atingir esse equilíbrio são necessárias pelo menos três revoluções do eixo-rotor, resultando em erros na órbita dos mancais menores que 1% em relação à quarta revolução. É necessário um maior número de revoluções para índices elevados de amortecimento, sendo sempre apresentados os resultados após atingirem a convergência. No trabalho de Du [1999] também foram obtidas convergências do sistema de multicorpos em três ciclos.

#### **5.10 - Procedimentos usados para redução do tempo de processamento.**

Dois sistemas operacionais eram disponíveis para executar o programa, Windows e Linux. Foi escolhido o Linux, pois houve uma redução de 10% no tempo de processamento do programa completo e disponibilizou um melhor gerenciamento de memória do *software* ANSYS, gerenciamento esse que se tornou indispensável para análise de casos com mais de 100.000 passos de iterações.

O modelo numérico foi também escrito em duas linguagens de programação: APDL, linguagem disponibilizada pelo *software* ANSYS, e a linguagem de programação C.

A primeira disponibiliza todos os recursos necessários para elaborar um programa como este, porém é muito lenta no que diz respeito ao processamento de dados. Portanto, foi criada uma rotina utilizada apenas uma vez obtendo assim os parâmetros não variáveis do programa, como a obtenção dos parâmetros geométricos, dos esforços sobre o excêntrico e execução da

análise modal estrutural. Também são executadas em APDL, a aplicação dos esforços sobre os mancais, a análise via superposição modal e a invocação da rotina na linguagem de programação C. A linguagem de programação C executa todas as rotinas referentes ao cálculo dos esforços sobre os mancais bem como a impressão dos dados de saída.

O programa que comanda a rotina é escrito em linguagem APDL, sendo assim, após os procedimentos iniciais, a cada passo no tempo o programa em linguagem C é executado. Todos os deslocamentos fornecidos pelo ANSYS são escritos em forma de arquivo texto para a rotina em linguagem C. Os demais parâmetros como dimensões do eixo, velocidade de rotação, entre outros, foram enviados ao programa de gerenciamento e cálculo em linguagem C em forma de parâmetros de execução, agilizando o processamento dos dados. Os esforços calculados pela rotina em linguagem C, necessários para aplicação sobre os mancais na rotina em APDL, são escritos em formato texto.

A divisão desse problema em duas etapas reduziu em 50 % o tempo de processamento para o mancal tipo mola e 98 % no para o mancal hidrodinâmico. Isto acarretou em um tempo final de processamento de cerca de 0,55 s para cada passo do mancal tipo mola e 0,65 s para o hidrodinâmico. Mesmo assim, ainda são necessários cerca de 10 min para executar os passos iniciais.

Levando em conta que são necessárias três revoluções para o sistema atingir um equilíbrio dinâmico e que no caso do mancal tipo mola com eixo-rotor rígido são necessários 17.344 passos por ciclo, o tempo final para a análise de uma rotina demora cerca de 8 horas. Para o caso do mancal hidrodinâmico, com uma análise efetuada com 138.752 passos por ciclo, são necessárias cerca de 64 horas para cada simulação. Como curiosidade, seriam necessários cerca de um mês para rodar um caso com o método Completo para uma análise com 17.344 incrementos de tempo.

Todos esses dados foram obtidos para um computador com processador Pentium 4 de 3,2GHz, 2Gb de memória Ram DDR400. Uma melhoria do processador bem como da memória RAM, acarretariam em uma redução no tempo de processamento do programa.

Resumindo, quando a primeira análise por superposição modal foi utilizada, eram necessários cerca de dois dias para simular um caso. Após essa série de melhorias e algumas outras, não mencionadas aqui, o tempo foi reduzido para 8 horas, o que é muito importante para possibilitar a obtenção de um grande número de resultados em uma quantidade de tempo viável.

Esse extensivo tempo de processamento de simulação acarretou em uma dificuldade para avaliar o funcionamento do programa, dispendendo grande tempo para o desenvolvimento deste trabalho de dissertação.

Isto também foi um fator crucial para obtenção dos resultados finais, tendo em vista que várias análises foram efetuadas a fim de se obter um bom entendimento do funcionamento do conjunto eixo-rotor e dos mancais, sendo necessários alguns meses para obtenção de todos os resultados. No capítulo seguinte serão apresentados e comentados alguns desses resultados, ressaltando todos os aspectos importantes apreendidos com esse trabalho.



## CAPÍTULO 6 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta uma análise dos resultados obtidos considerando eixos rígidos e flexíveis, e diferentes representações para os mancais. Os resultados são apresentados de três formas: em forma das órbitas, de forças transmitidas ao longo de um ciclo e de espectro das forças transmitidas.

### 6.1 - Filtro para erro

O erro propagado tem forma aleatória, devido ao truncamento dos dados de deslocamento na sexta casa decimal. Para minimizar a influência desse erro sobre os resultados de força é efetuada uma média nos dados adquiridos. Essa média é aritmética e efetuada ponto a ponto, considerando apenas um número ( $np$ ) de pontos em torno do ponto em análise.

A Equação (6.1) mostra como é efetuada esta média:

$$\bar{F}m_n = \sum_{q=n-\frac{np}{2}}^{n+\frac{np}{2}} Fm_q \quad (6.1)$$

onde  $\bar{F}m_n$  é a média da força em uma determinada direção no  $n$ -ésimo passo,  $Fm_q$  é a força no  $q$ -ésimo passo e  $np$  deve ser par.

O número  $np$  é definido empiricamente, procurando determinar o menor valor para uma melhor suavidade da curva. De modo geral, para haver uma boa representação da força, observa-se ser necessário  $np = 100$ .

Para o caso da Fig. 6.1, a força de amortecimento não varia de forma linear e conseqüentemente seu erro também não varia linearmente. Este fato pode ser expresso pelas Equações (6.2) a (6.6), que são provenientes da Equação (4.5):

$$Fm_v^+ = -C v_{\text{lim}} \left( \frac{v + Err(v)}{v_{\text{lim}}} \right)^m \quad (6.2)$$

$$Fm_v^- = -C v_{lim} \left( \frac{v - Err(v)}{v_{lim}} \right)^m \quad (6.3)$$

$$\Delta Fm_v^+ = |Fm_v^+ - Fm_v| \quad (6.4)$$

$$\Delta Fm_v^- = |Fm_v^- - Fm_v| \quad (6.5)$$

$$\Delta Fm_v^+ > \Delta Fm_v^- \quad (6.6)$$

onde  $Err(v)$  é um valor absoluto de erro, que pode ser positivo ou negativo.  $\Delta Fm_v^+$ ,  $\Delta Fm_v^-$ ,  $Fm_v^+$  e  $Fm_v^-$  são as variações das forças e as forças sobre o mancal devido à velocidade com um erro positivo e outro negativo, respectivamente, e com  $m \geq 2$ .

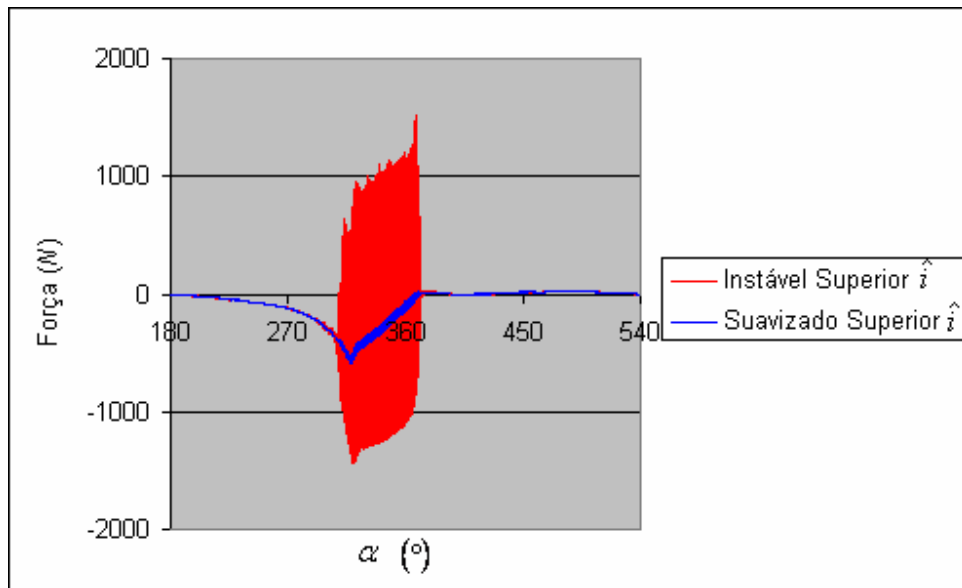


Figura 6.1 - Filtro aplicado sobre instabilidade de uma resposta com expoente  $m = 5$ . O número de iterações aplicadas é  $np = 100$ .  $\alpha = 0^\circ$  representa o ponto morto inferior do pistão.

Já na Fig. 6.2 é apresentado o espectro em frequência da força transmitida pelo mancal superior na direção  $\hat{i}$  do caso citado acima, podendo-se notar que o filtro reduziu a força total em altas frequências devido a esta suavização. Também suavizou a curva das respostas em frequência, pois o número de pontos utilizados ( $np = 100$ ) é muito grande se comparado com o

número total de passos da análise (17344), fazendo com que as irregularidades da curva da força no domínio do tempo fossem suavizadas.

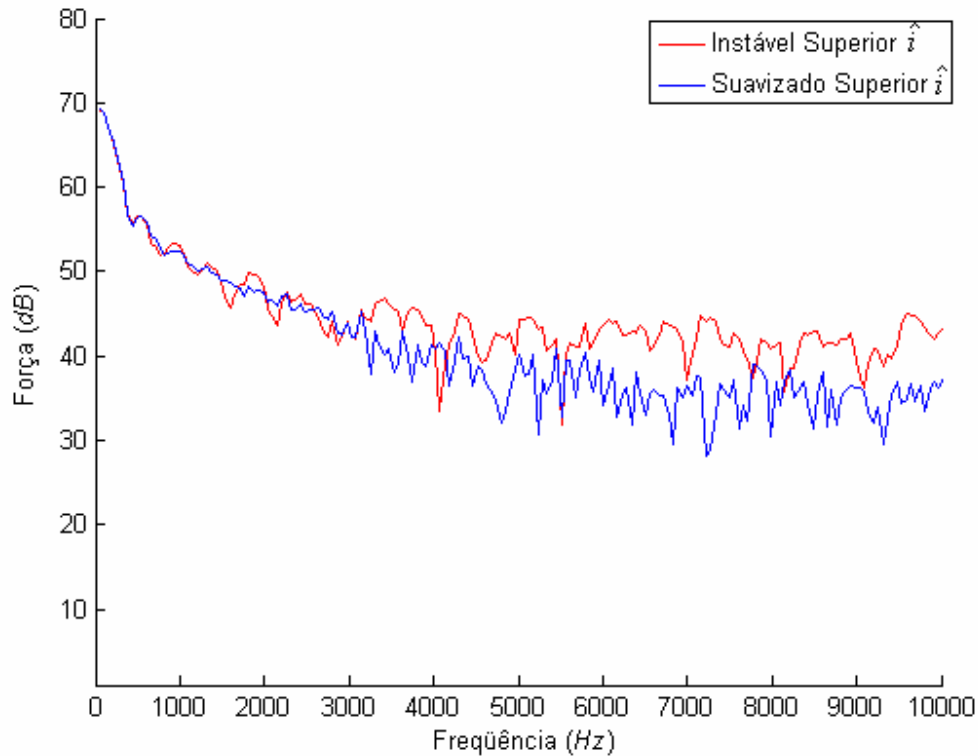


Figura 6.2 - Espectro das forças apresentadas na Fig. 6.1.

Esta instabilidade acarreta em uma ampliação no valor final da força para valores de  $m \geq 2$ , como foi mostrado na Equação (6.6). Sendo assim, o equilíbrio da órbita deve ocorrer em um ponto mais próximo ao centro da órbita, pois a intensidade da força é ampliada pela instabilidade.

Outro fator importante a ser identificado é o fato deste procedimento suavizar as irregularidades da curva, principalmente aquelas devido à flexibilidade, amortizando essas irregularidades. Isto causa uma suavização da curva no domínio do tempo, bem como em seu espectro. Em contrapartida, o espectro deve assumir valores mais próximos de um modelo sem instabilidade, reduzindo a intensidade da força principalmente nas altas frequências.

Na representação do mancal hidrodinâmico, devido a seu comportamento não linear, espera-se que também ocorra a ampliação e modificação na órbita como descrito para o mancal equivalente com  $m \geq 2$ .

Para uma melhor aproximação do filtro, ou seja, menor suavização dos detalhes da força transmitida, é necessário um maior número de pontos experimentais. Isto ocorre pois quanto maior o número de pontos experimentais, mais destes intervalos serão contidos pela irregularidade e, assim, menos será amortizada pelo filtro.

## 6.2 - Coeficientes de rigidez e de amortecimento

Apesar das funções que governam a rigidez e o amortecimento serem bem definidas para o mancal tipo mola, será efetuado um cálculo de rigidez e amortecimento simplificado para os resultados obtidos. Este procedimento é efetuado para visualização da contribuição da rigidez e do amortecimento na resposta do filme de óleo. Os coeficientes de rigidez e de amortecimento são estimados respectivamente por:

$$F = K d \quad (6.7)$$

$$F = C v \quad (6.8)$$

Assim, obtém-se o comportamento da rigidez e do amortecimento de um mancal equivalente com os expoentes  $l = 20$  e  $m = 5$ , respectivamente, nas Figs. 6.3 e 6.4.

Na Fig. 6.3 pode-se visualizar um comportamento da rigidez com o mesmo comportamento da força transmitida ao excêntrico. Também é possível verificar que um ou mais modos do eixo estão sendo excitados no ponto de maior rigidez. Isto se deve ao fato do conjunto eixo-rotor ter sido considerado flexível na análise numérica.

Já na Fig. 6.4 esse comportamento também pode ser visualizado, porém, na região de máximo esforço, a resposta é constante devido ao fato de  $v \geq v_{lim}$  definido no Apêndice 1. Outro fator importante a ser reparado nesta figura são as instabilidades da curva que aparecem devido ao truncamento dos dados, já mencionados, no capítulo anterior. Também é possível averiguar que, assim como para rigidez, algum modo de vibração do conjunto eixo-rotor está sendo excitado.

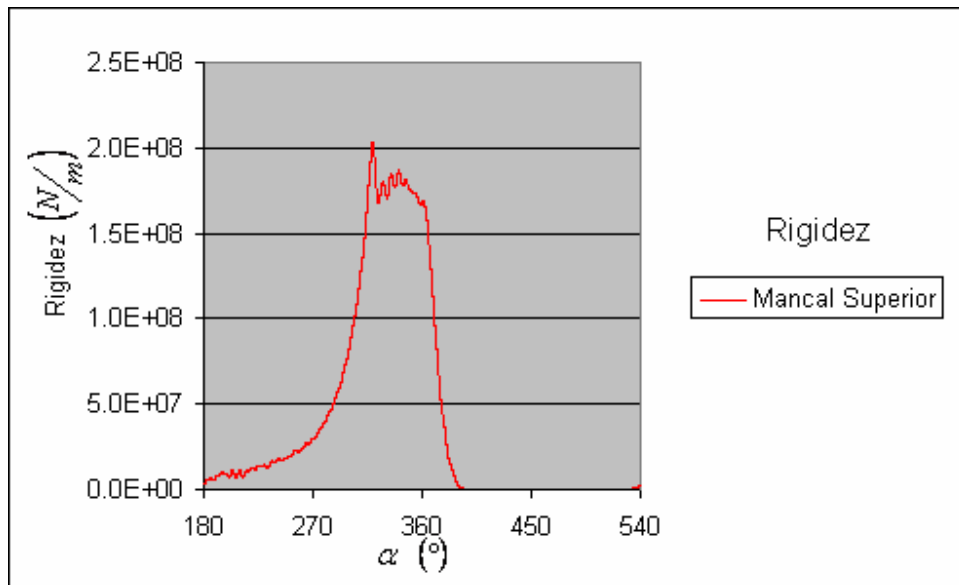


Figura 6.3 - Variação do coeficiente de rigidez de um mancal equivalente calculada a partir da Equação 6.7, com  $l = 20$  e  $m = 5$ .

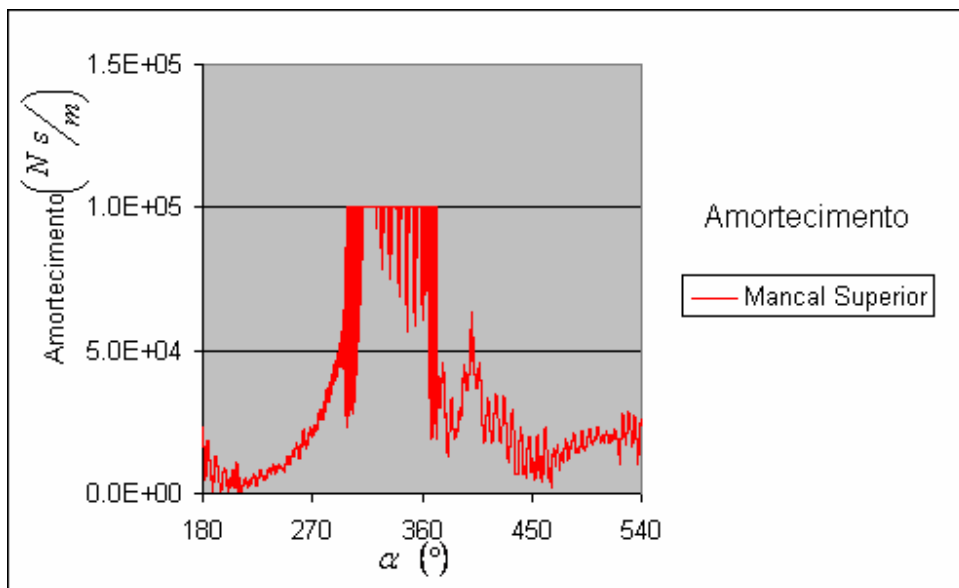


Figura 6.4 - Variação do coeficiente de amortecimento de um mancal equivalente calculada a partir da Equação 6.8, com  $l = 20$  e  $m = 5$ .

### 6.3 - Resultados experimentais

As órbitas dos mancais superior e inferior foram obtidas experimentalmente para um compressor em funcionamento pelo pessoal técnico da Embraco, através de sensores instalados em uma bancada desenvolvida para esta finalidade. Esses resultados foram obtidos em conjunto com os resultados de pressão mencionados na Seção 2.2, e são utilizados para comparação com os resultados obtidos do modelo numérico.

A Fig. 6.5 representa as órbitas experimentais do mancal superior e inferior. O círculo externo representa o deslocamento máximo permitido pela folga radial dos mancais.

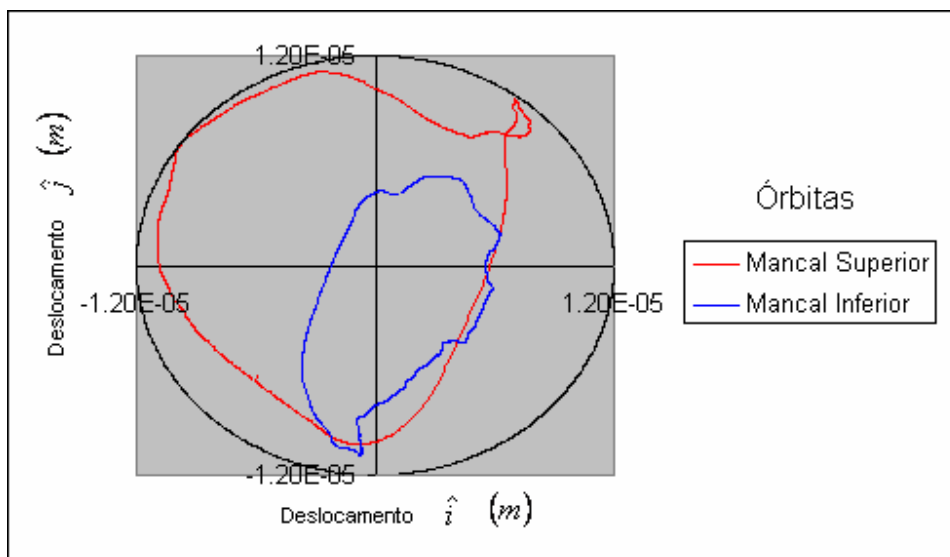


Figura 6.5 - Órbita real do mancal superior e inferior.

#### 6.4 - Resultados numéricos

Devido ao enorme volume de resultados relevantes ao trabalho, primeiramente será apresentado uma tabela (Tabela 6.1) contendo todas as informações necessárias dos parâmetros de cada análise e, posteriormente, serão comparados esses resultados mostrando os fatores mais relevantes. São apresentados ainda, todos os resultados testados para o conjunto eixo-rotor rígido e flexível.

Na tabela, cada resultado refere-se ao mancal equivalente ou mancal hidrodinâmico, sendo sempre procedido de um número para referir-se a uma determinada análise. O asterisco (\*) significa que a análise é para o conjunto eixo-rotor flexível.

Os itens  $K$ ,  $C$ ,  $l$ ,  $m$  somente assumem valores quando para o mancal equivalente. O item instabilidade refere-se à presença, ou não, de instabilidade numérica. Caso ocorra instabilidade numérica, os resultados relativos aos esforços são apresentados filtrados.

Os resultados estão nos gráficos e nos textos, apenas escrevendo o título de sua respectiva tabela e com um asterisco (\*), caso o resultado seja referente ao eixo-rotor flexível.

Abaixo é apresentada a Tabela 6.1 contendo as dez simulações mais importantes para a análise e obtenção dos resultados. São variados diversos parâmetros referentes ao filme de óleo de lubrificação. Com isso espera-se obter um bom entendimento da dinâmica do sistema em

Tabela 6.1 - Tabela dos parâmetros utilizados nas simulações.

	Mancal equivalente 1	Mancal equivalente 2	Mancal equivalente 3	Mancal equivalente 4	Mancal equivalente 5	Mancal equivalente 6	Mancal equivalente 7	Mancal hidrodinâmico 8	Mancal equivalente 9	Mancal equivalente 10
Folga ( $m$ )	$12 \times 10^{-6}$	$12 \times 10^{-6}$	$12 \times 10^{-6}$	$12 \times 10^{-6}$	$12 \times 10^{-6}$	$12 \times 10^{-6}$	$12 \times 10^{-6}$	$12 \times 10^{-6}$	$9 \times 10^{-6}$	$12 \times 10^{-6}$
$K \left( \frac{N}{m} \right)$	$3,0 \times 10^8$	$2,0 \times 10^8$	$3,0 \times 10^8$	$3,0 \times 10^8$	$3,0 \times 10^8$	$3,0 \times 10^8$	$3,0 \times 10^8$	X	$3,0 \times 10^8$	$3,0 \times 10^8$
$l$	1	1	10	20	20	20	20	X	20	20
$C \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$	$0,5 \times 10^5$	$0,5 \times 10^5$	$0,5 \times 10^5$	$0,5 \times 10^5$	$1,0 \times 10^5$	$1,5 \times 10^5$	$2,0 \times 10^5$	X	$1,0 \times 10^5$	$1,0 \times 10^5$
$m$	1	1	1	1	1	1	1	X	5	5
Instabilidade	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Sim	Não	Sim

relação a estes fatores, entendendo assim a importância de cada um desses parâmetros na órbita e nos esforços transmitidos ao bloco de um compressor.

São apresentadas comparações entre os resultados obtidos para diversos parâmetros dos mancais, avaliando assim o comportamento do eixo bem como dos esforços transmitidos ao bloco. Em seguida, são efetuadas comparações dos resultados obtidos com os resultados do mancal hidrodinâmico e, então, apresentada uma comparação com os resultados experimentais.

### 6.5 - Órbita de eixos rígido e flexível para mancais equivalentes

Nesta seção são comparados quatro casos (mancal equivalente 3, 3\*, 10 e 10\*), avaliando a importância da flexibilidade do conjunto eixo-rotor na órbita descrita pelos mancais superior e inferior.

Como pode-se averiguar na Tabela 6.1 os parâmetros utilizados são distintos, sendo que apenas o coeficiente de rigidez  $K$  e a folga radial possuem os mesmos valores nas duas análises.

Pode-se notar que para o mancal equivalente 3 a flexibilidade não exerce grande influência sobre a órbita do sistema (Fig. 6.6), porém para o mancal equivalente 10, o filme de óleo permite que o modo excitado do eixo tenha grandes deslocamentos, causando alteração significativa na órbita (Fig 6.7) devido a esta excitação.

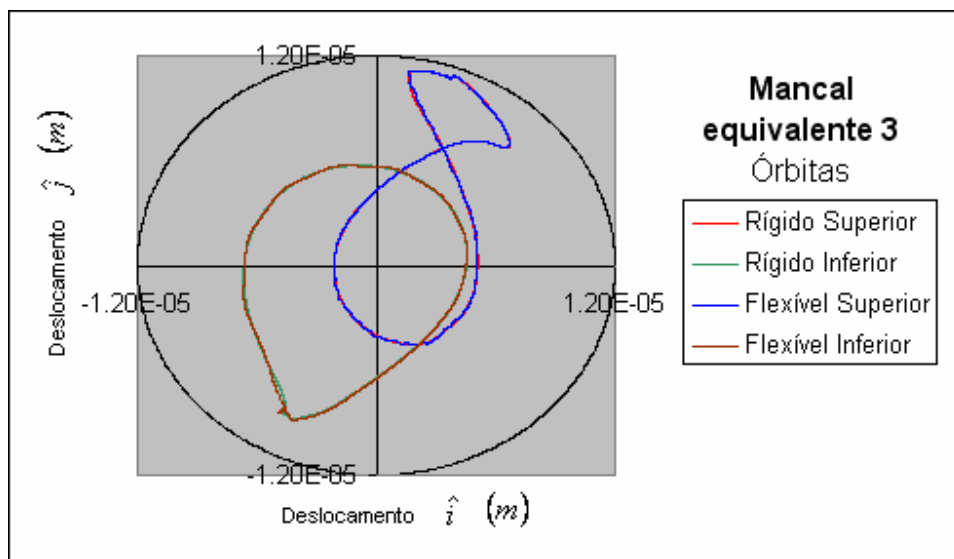


Figura 6.6 - Órbita para o mancal equivalente 3 com o conjunto eixo-rotor rígido e flexível.



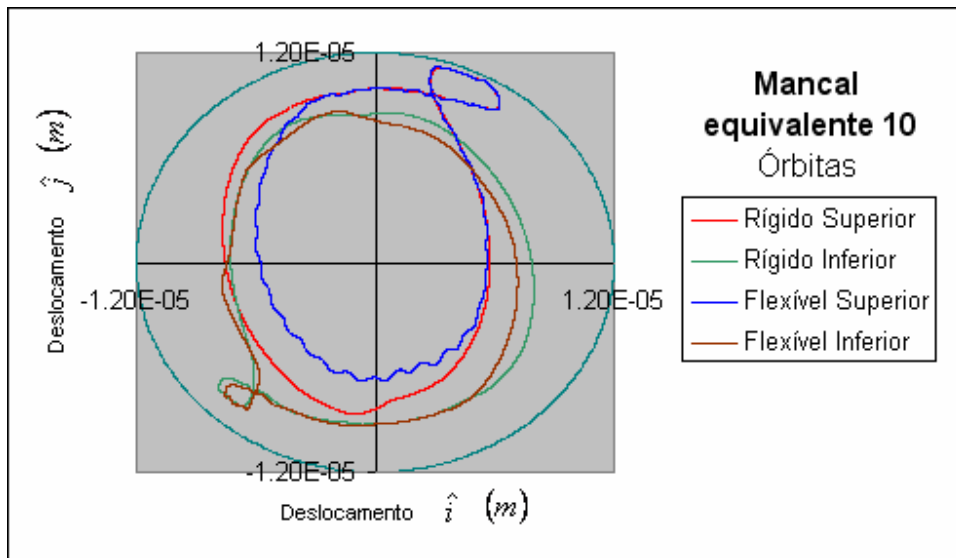


Figura 6.7 - Órbita para o mancal equivalente 10 com o conjunto eixo-rotor rígido e flexível.

Como pode ser observado nos espectros em frequência do deslocamento do mancal superior rígido e flexível do modelo de mancal equivalente 10 e 10\* (Figs. 6.8 e 6.9), o modo que está sendo excitado está aproximadamente em 3000 Hz, sendo este o modo de torção do eixo que provocou a excitação na órbita.

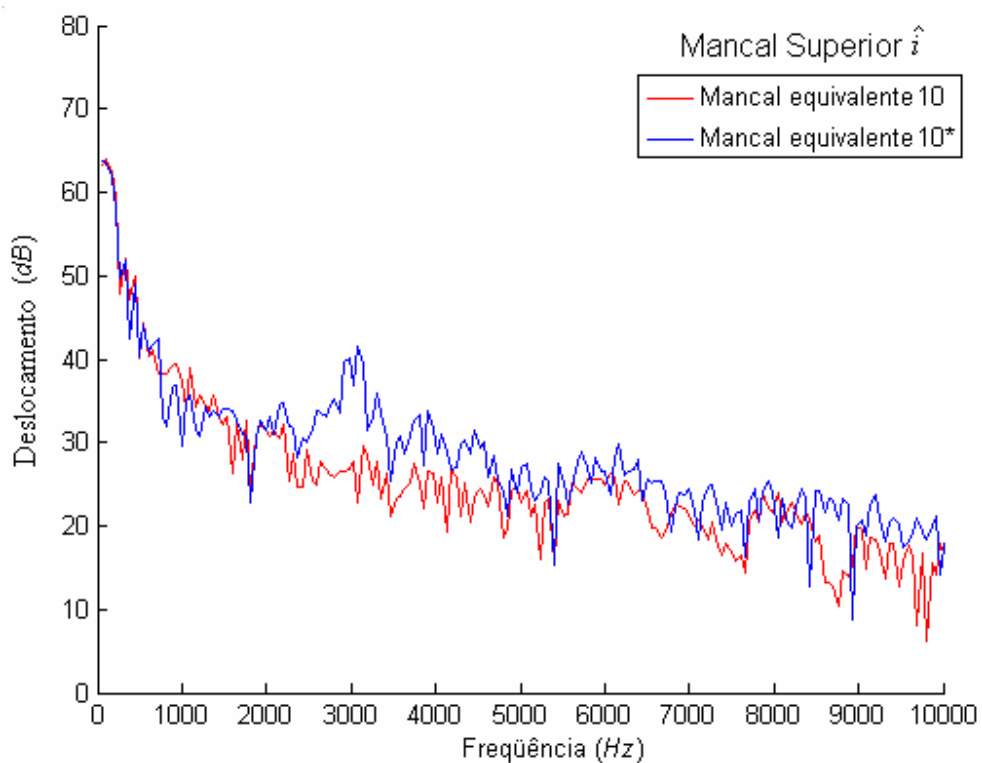


Figura 6.8 - Espectro em frequência do deslocamento dos mancais equivalentes 10 e 10\* na direção  $\hat{i}$ .

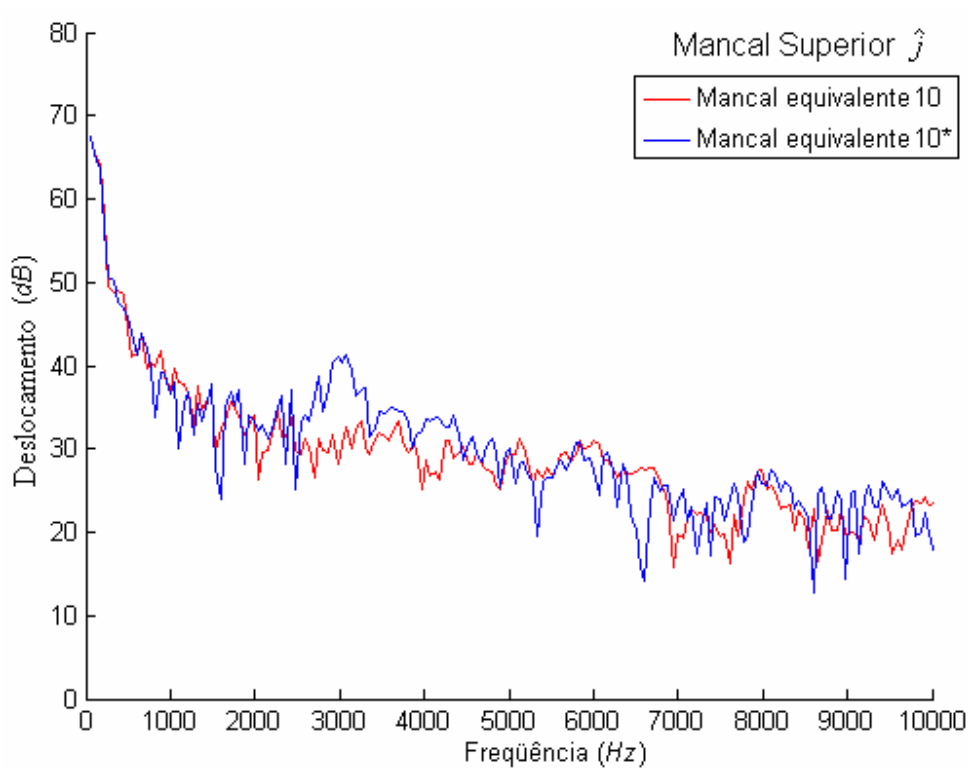


Figura 6.9 - Espectro em frequência do deslocamento dos mancais equivalentes 10 e 10\* na direção  $\hat{j}$ .

De modo geral, observa-se que para a órbita do sistema, a flexibilidade só é importante caso o filme de óleo permita a ressonância de um dos modos próprios do eixo. Recomenda-se que isto seja evitado, pois essa movimentação da órbita pode provocar impactos do eixo com o bloco.

### 6.6 - Influência do parâmetro de amortecimento $C$ nas órbitas dos mancais

Neste item são avaliadas as órbitas para o conjunto eixo-rotor rígido, pois nos casos avaliados nesta seção, o filme de óleo de lubrificação não permite nenhuma excitação dos modos a ponto de afetar a órbita do conjunto eixo-rotor e, portanto, as órbitas do conjunto rígido são aproximadamente iguais às do eixo flexível.

Os mancais equivalentes são governados por funções arbitrárias, porém o parâmetro amortecimento pode ser variado em mancais reais, alterando, por exemplo, o tipo de óleo de lubrificação. Deste modo é importante compreender a influência do amortecimento no comportamento da dinâmica do eixo.

Nas simulações mostradas nas Figs. 6.10 e 6.11, todos os parâmetros são mantidos constantes, exceto o amortecimento  $C$ . Para o mancal equivalente 4,  $C = 0,5 \times 10^5 \text{ N s/m}$ , para o mancal equivalente 5,  $C = 1,0 \times 10^5 \text{ N s/m}$  e para o mancal equivalente 6,  $C = 1,5 \times 10^5 \text{ N s/m}$ , assim, é possível perceber a influência do aumento do amortecimento do filme de óleo sobre as órbitas superior e inferior dos mancais equivalentes 4, 5 e 6.

Observa-se que um maior amortecimento acarretará em um aumento no tamanho da órbita descrita pelos mancais, como mostram os resultados nas Figs. 6.10 e 6.11. Porém, a máxima aproximação dos mancais do eixo em relação ao bloco é ligeiramente menor para mancais de maior amortecimento.

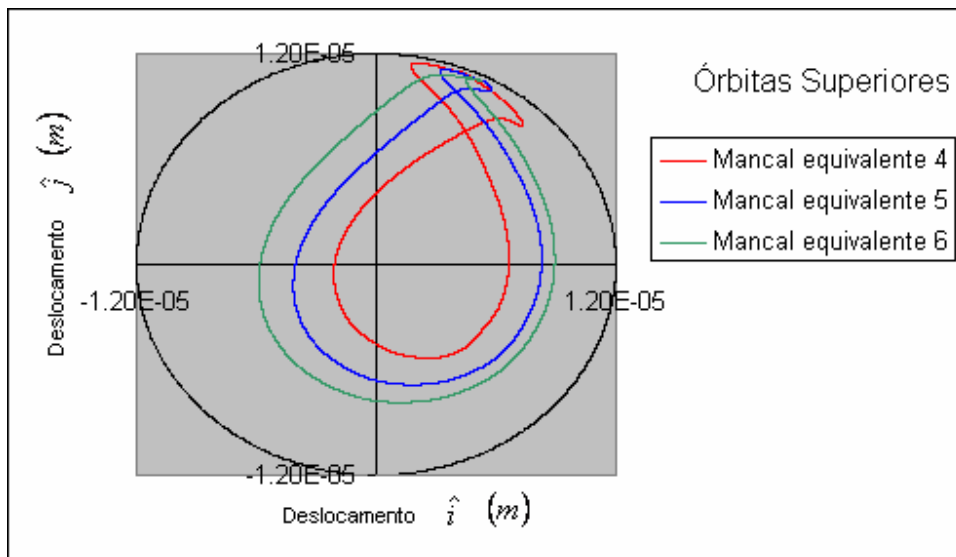


Figura 6.10 - Órbita do mancal superior para os mancais equivalentes 4, 5 e 6.

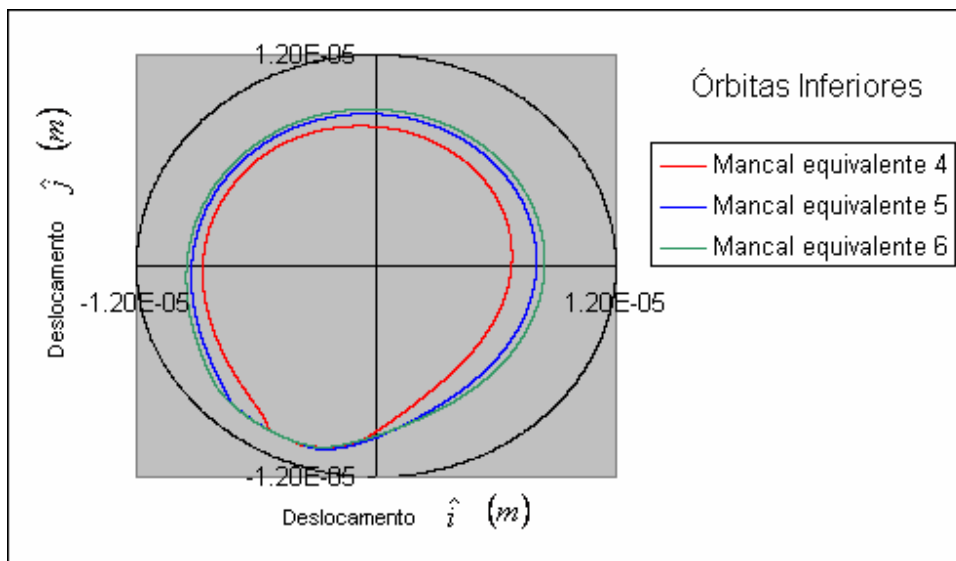


Figura 6.11 - Órbita do mancal inferior para os mancais equivalentes 4, 5 e 6.

De algum modo a velocidade de aproximação do mancal em relação ao eixo diminui, e a de precessão aumenta, causando este afastamento da órbita em relação ao seu centro com o aumento do amortecimento do mancal.

### 6.7 - Influência dos parâmetros $K$ e $l$ nas órbitas dos mancais

Analogamente ao item anterior, são apenas apresentadas as órbitas para os eixos rígidos já que a flexibilidade não exerce influência significativa sobre as mesmas. Também são apresentadas apenas as órbitas dos mancais superiores, visando um menor volume de informações redundantes já que os efeitos aqui apresentados para as órbitas superiores também ocorrem nas órbitas inferiores.

A variação do parâmetro  $K$  fornece uma maior ou menor rigidez, sendo que quanto maior o valor de  $K$  para um mesmo  $l$ , menor será o deslocamento do eixo no mancal. Pode-se verificar na Fig. 6.12 este comportamento, onde o Mancal equivalente 1 possui  $K = 3 \times 10^8 \text{ N/m}$  e o Mancal equivalente 2,  $K = 2 \times 10^8 \text{ N/m}$ .

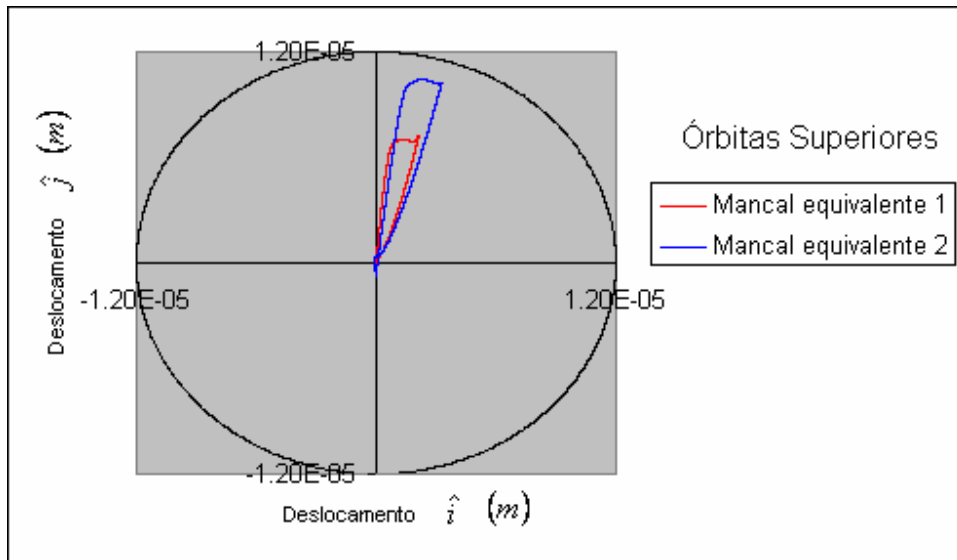


Figura 6.12 - Órbita do mancal inferior para os mancais equivalentes 1 e 2.

O aumento do parâmetro  $l$  concentra a rigidez nas proximidades do bloco, isto é, para valores altos de  $l$ , o efeito de rigidez será apenas quando o mancal estiver muito próximo ao bloco. Este efeito pode representar a rugosidade das superfícies de contato.

Esse efeito pode ser visualizado na Fig. 6.13 onde para o Mancal equivalente 1,  $l = 1$ , para o Mancal equivalente 3,  $l = 10$  e para o Mancal equivalente 4,  $l = 20$ . Verifica-se o significativo aumento das órbitas com o aumento de  $l$ , bem como a mudança em suas formas e o aumento da proximidade do mancal com o bloco.

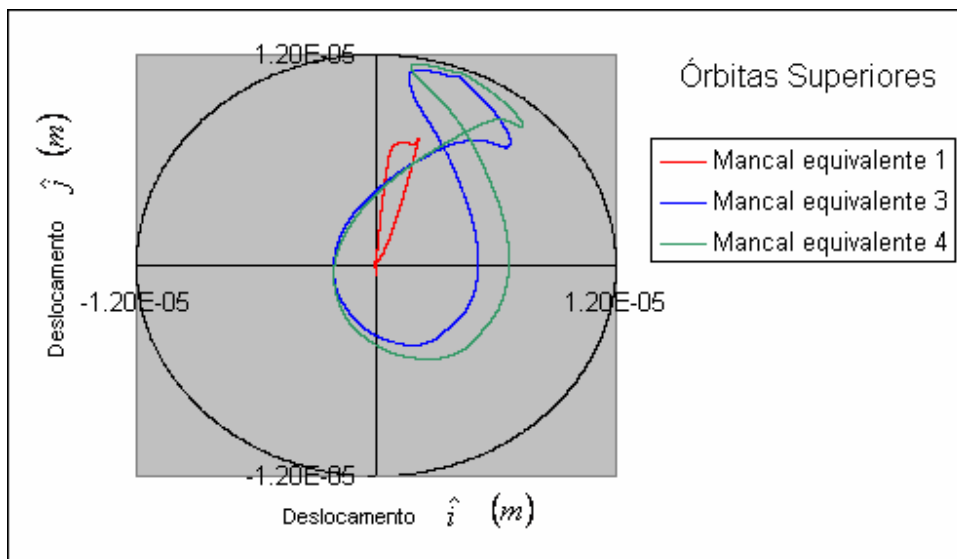


Figura 6.13 - Órbita do mancal inferior para os mancais equivalentes 1, 3 e 4.

### 6.8 - Influência dos parâmetros dos mancais tipo mola sobre os esforços transmitidos ao bloco

O objetivo desta seção é avaliar a importância do tipo de mancal utilizado para representar os esforços transmitidos bem como a influência da flexibilidade sobre esses esforços. É importante lembrar que Rodrigues [2003] obteve o resultado, para sua representação de filme de óleo, de os esforços transmitidos por um eixo rígido ao bloco possuíam o mesmo valor dos transmitidos por um modelo considerado sem folgas entre as partes móveis. Nesta seção, assim como na anterior, serão mostrados apenas os resultados para o mancal superior já que os mesmos comportamentos aqui descritos são obtidos para o mancal inferior.

Os mancais selecionados para esta análise (mancais equivalentes 1, 7, 9, 1\*, 7\* e 9\*) possuem características distintas, tendo sido variados todos os parâmetros listados na Tabela 6.1. Há inclusive um caso de ressonância, como o apresentado no Item 6.5 (Mancal equivalente 9\*).

Nas Figs. 6.14 a 6.17 verifica-se que o comportamento do filme de óleo é bastante diferente nas três situações, tanto nos valores de rigidez e amortecimento (Figs. 6.14 e 6.15) quanto em seus esforços (Figs. 6.16 e 6.17).

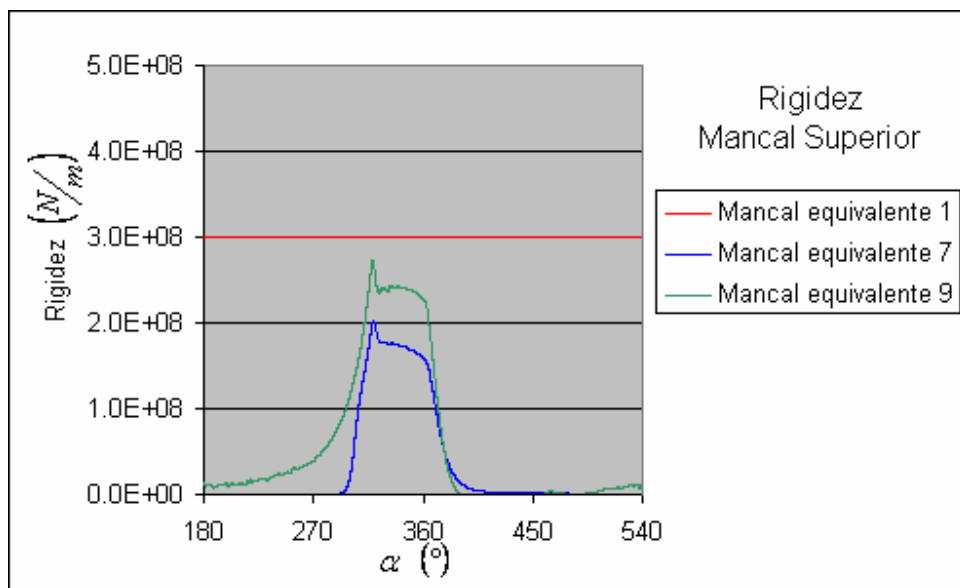


Figura 6.14 - Coeficiente de rigidez do mancal superior para os mancais equivalentes 1, 7 e 9.

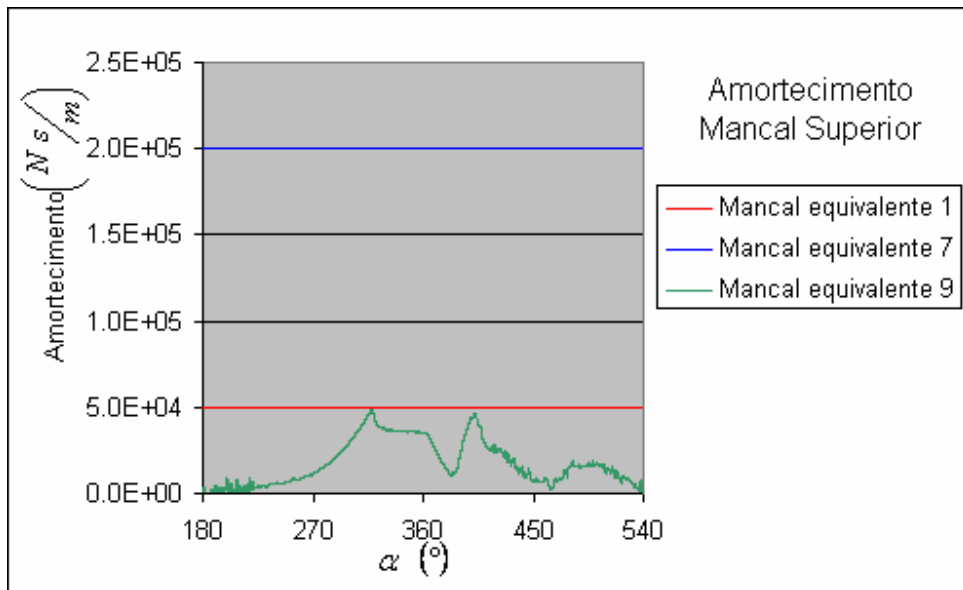


Figura 6.15 - Coeficiente de amortecimento do mancal superior para os mancais equivalentes 1, 7 e 9.

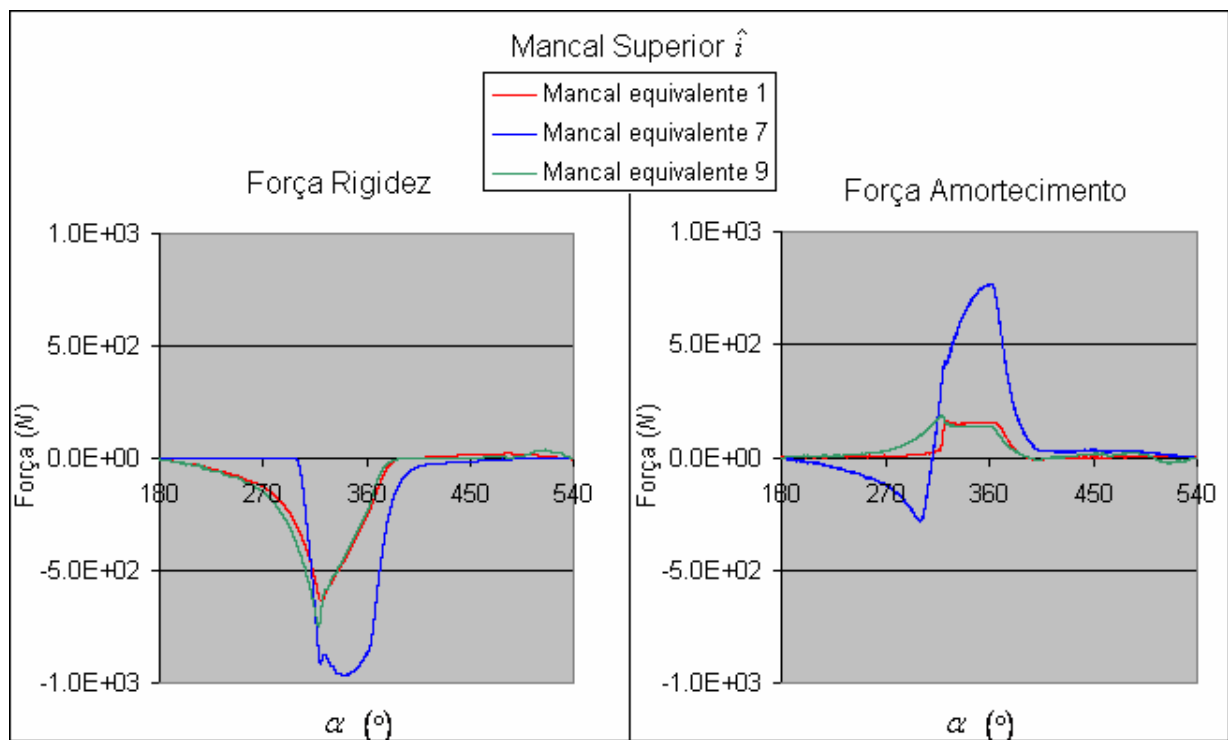


Figura 6.16 - Força transmitida ao bloco pela rigidez (esquerda) e amortecimento (direita) do modelo de mancal equivalente 1, 7 e 9 no mancal superior na direção  $\hat{i}$ .

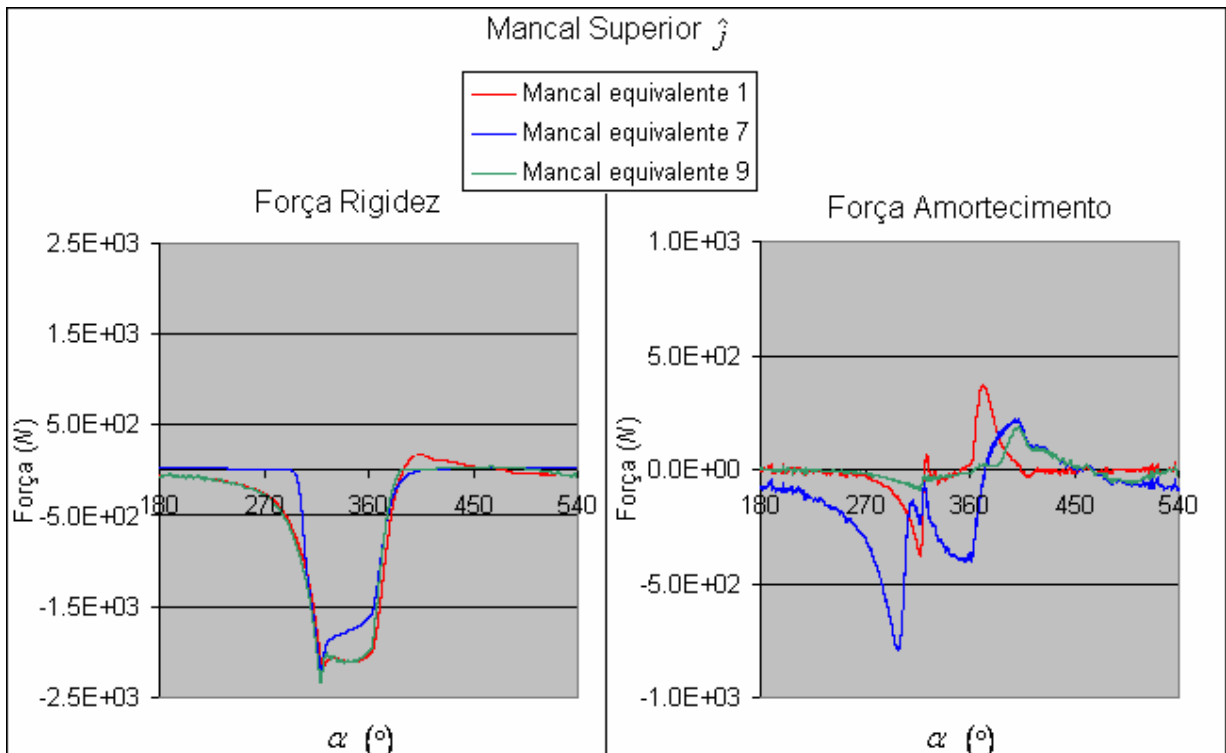


Figura 6.17 - Força transmitida ao bloco pela rigidez (esquerda) e amortecimento (direita) do modelo de mancal equivalente 1, 7 e 9 no mancal superior na direção  $\hat{j}$ .

Analisando os esforços resultantes transmitidos ao bloco pelo mancal superior, tanto no domínio do tempo (Figs. 6.18 e 6.19) como no espectro em frequência (Figs. 6.20 e 6.21), não há alteração significativa em seus valores, apesar das diferenças apresentadas nas Figs. 6.14 a 6.17. Estes resultados ocorrem mesmo para pequenas contribuições nos esforços devido ao amortecimento (mancas equivalentes 1 e 9), ao contrário do que era esperado em Rodrigues [2003]. Rodrigues esperava que para pequenas contribuições da força de amortecimento, os esforços resultantes transmitidos ao bloco deveriam variar.



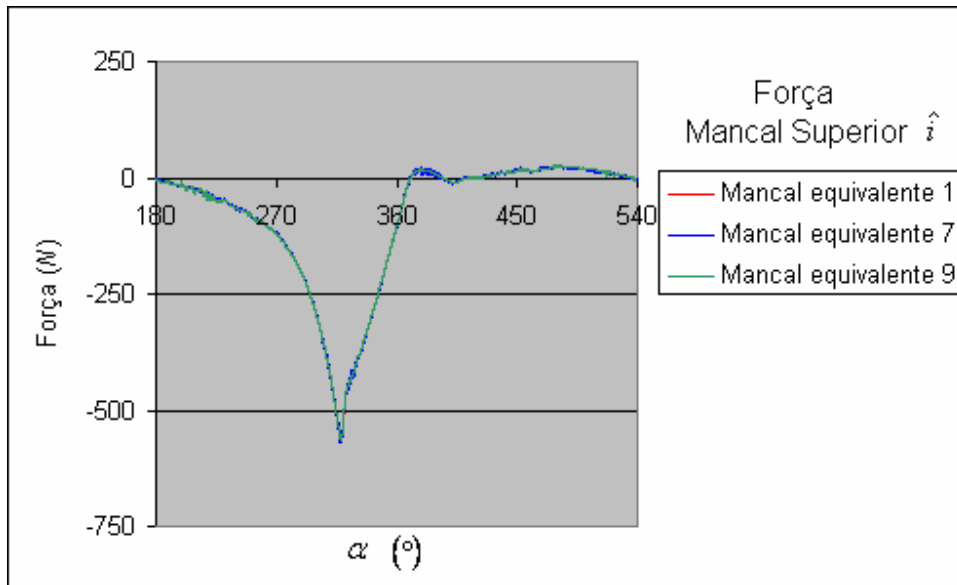


Figura 6.18 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1, 7 e 9 para um eixo-rotor rígido na direção  $\hat{i}$ .

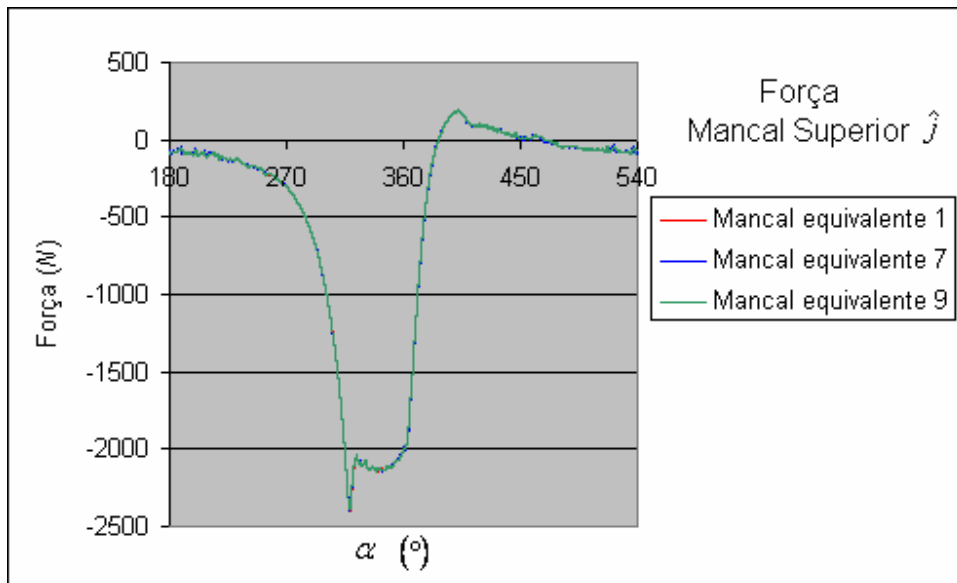


Figura 6.19 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1, 7 e 9 para um eixo-rotor rígido na direção  $\hat{j}$ .

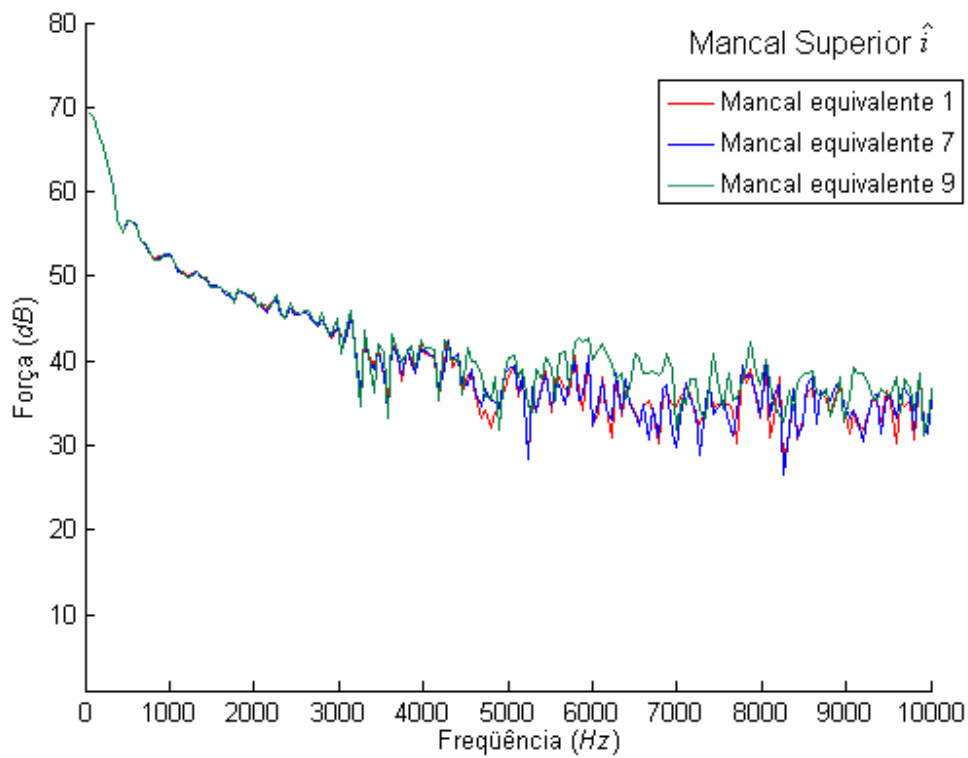


Figura 6.20 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1, 7 e 9 para um eixo-rotor rígido na direção  $\hat{i}$ .

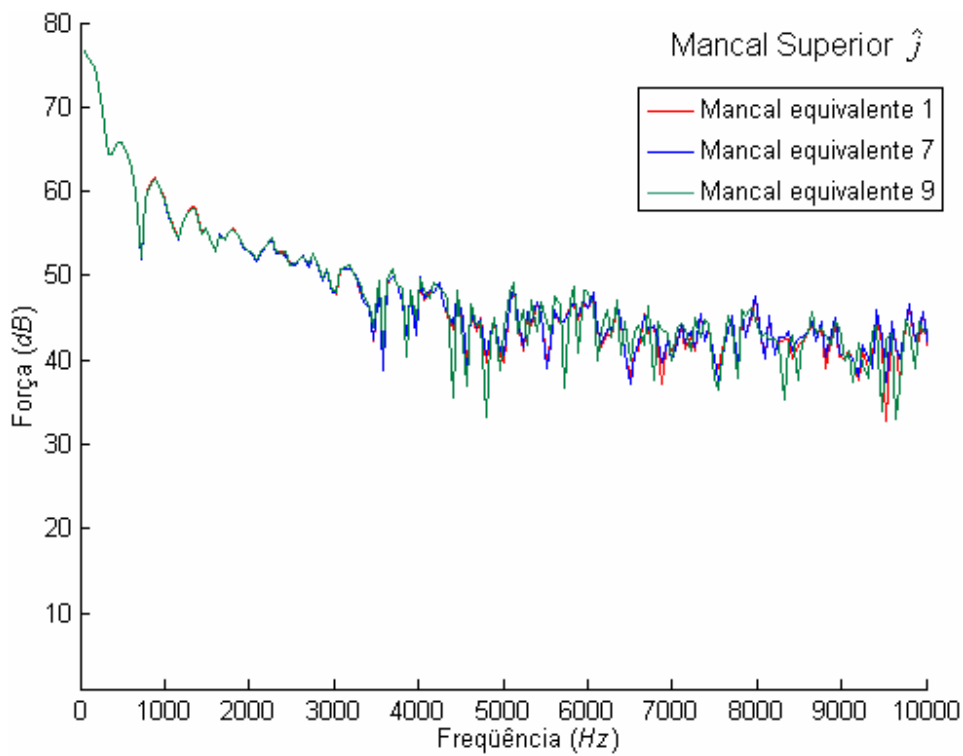


Figura 6.21 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1, 7 e 9 para um eixo-rotor rígido na direção  $\hat{j}$ .

É efetuada uma comparação entre os esforços obtidos do mancal equivalente 1 com os resultados analíticos apresentados na Seção 2.5. Lembrando que para o eixo-rotor rígido não houve influência significativa do tipo de mancal equivalente escolhido, portanto utiliza-se o mancal equivalente 1, podendo ser escolhido qualquer outro modelo. Espera-se obter os mesmos resultados obtidos em Rodrigues [2003] onde os esforços transmitidos pelo modelo analítico foram aproximadamente os mesmos obtidos pelo modelo de mancal escolhido pelo pesquisador.

É importante lembrar que o ponto de aplicação dos esforços na direção vertical do modelo analítico se dá no centro dos três mancais (semi-eixo excêntrico, superior e inferior), então nomeado de modelo analítico 1.

É considerado outro modelo que possui os mesmos pontos de aplicação que os mancais equivalentes, porém também é calculado de forma analítica como apresentado no Capítulo 2 sendo nomeado de modelo analítico 2.

Os resultados são apresentados nas Figs. 6.22 e 6.23. Pode-se verificar que os esforços obtidos analiticamente para o modelo analítico 2, possuem boa concordância com os resultados do mancal equivalente. Porém, analisando o resultado do modelo analítico 1, verifica-se a importância da escolha do ponto de aplicação dos esforços na direção vertical dos mancais.

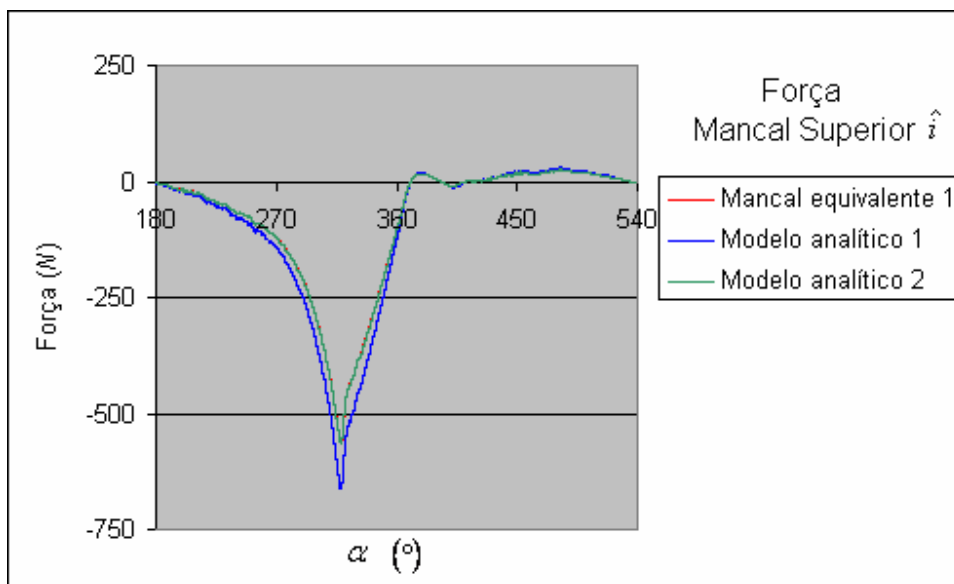


Figura 6.22 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancal equivalente 1, analíticos 1 e 2 para um eixo-rotor rígido na direção  $\hat{i}$ .

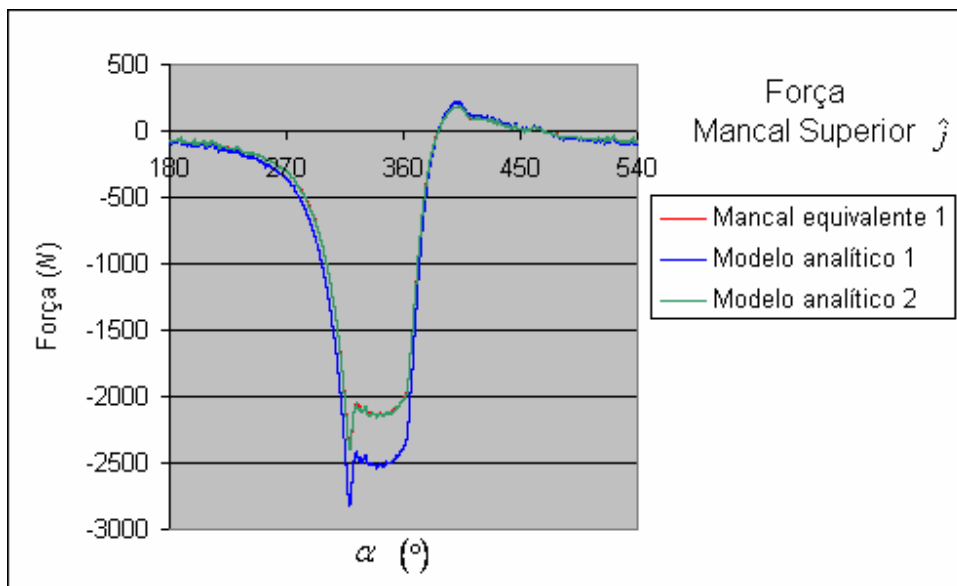


Figura 6.23 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancal equivalente 1, analíticos 1 e 2 para um eixo-rotor rígido na direção  $\hat{j}$ .

Também para os mancais equivalentes com o conjunto eixo-rotor flexível (mancais equivalentes 1\*, 7\* e 9\*) se comparado os valores de rigidez e amortecimento (Figs. 24 e 25) bem como os esforços transmitidos em separado por cada uma dessas componentes (Figs. 26 e 27), verifica-se uma grande diferença.

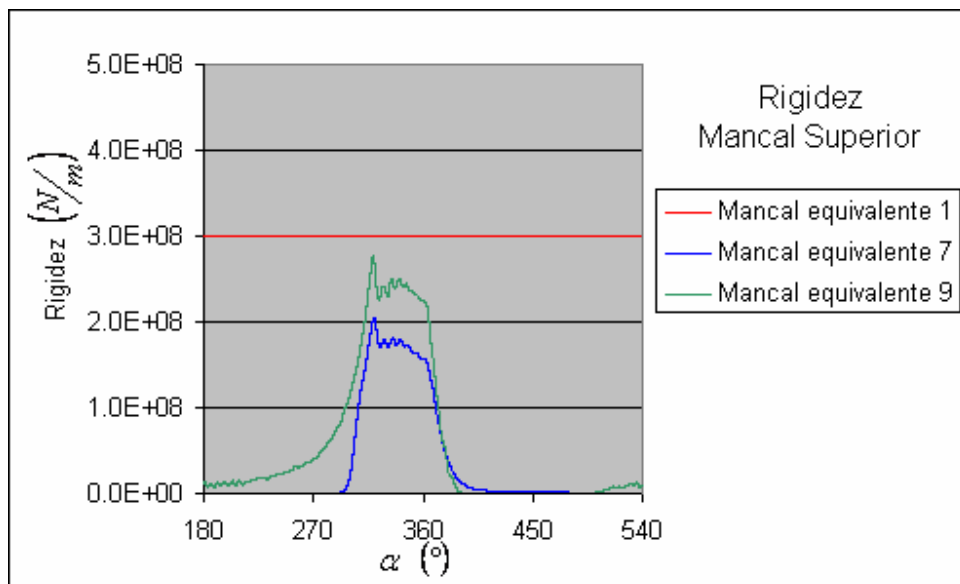


Figura 6.24 - Coeficiente de rigidez do mancal superior para os mancais equivalentes 1\*, 7\* e 9\*.

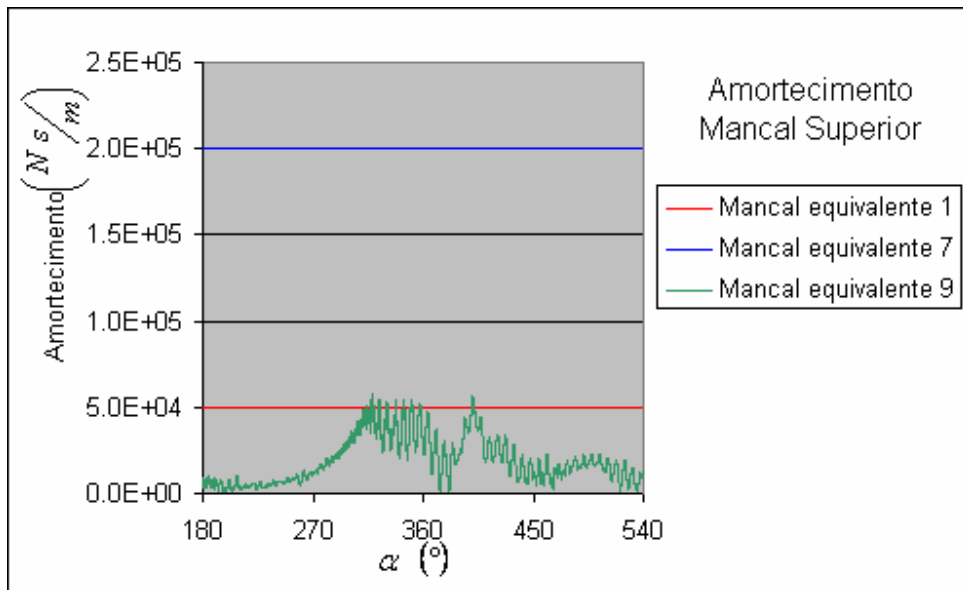


Figura 6.25 - Coeficiente de amortecimento do mancal superior para os mancais equivalentes 1\*, 7\* e 9\*.

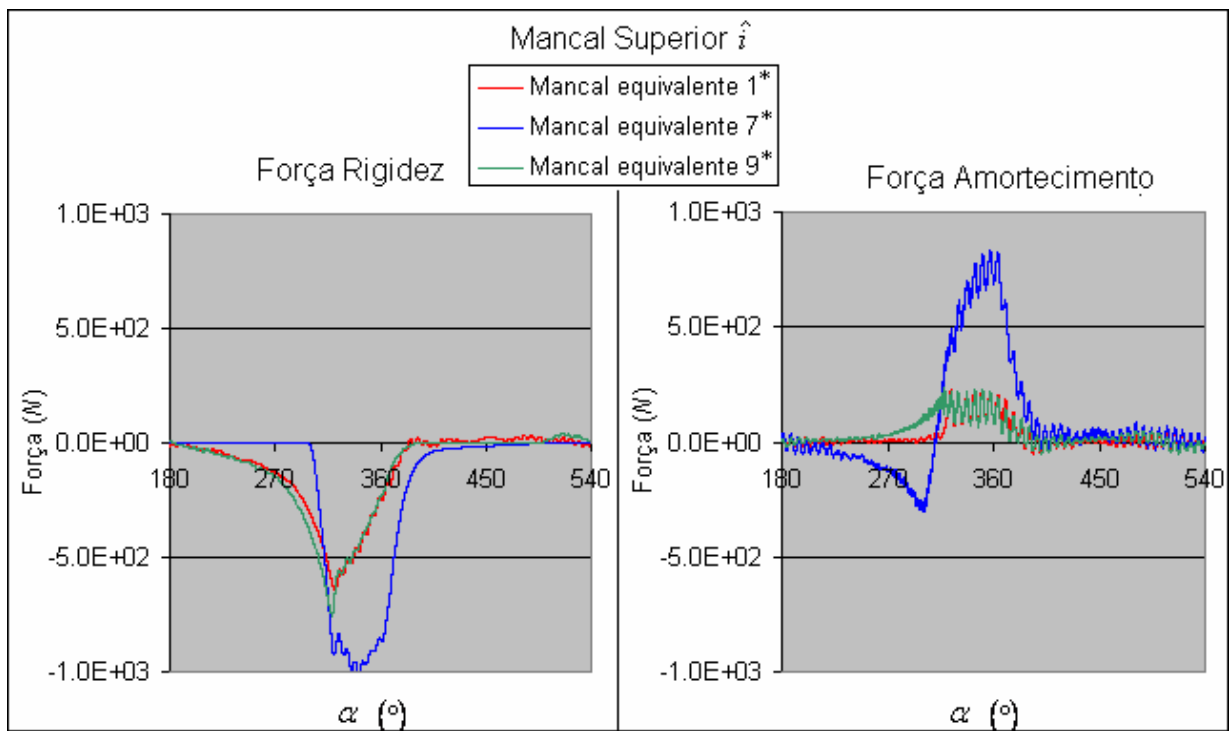


Figura 6.26 - Força transmitida ao bloco pela rigidez (esquerda) e amortecimento (direita) do modelo de mancal equivalente 1\*, 7\* e 9\* no mancal superior na direção  $\hat{i}$ .

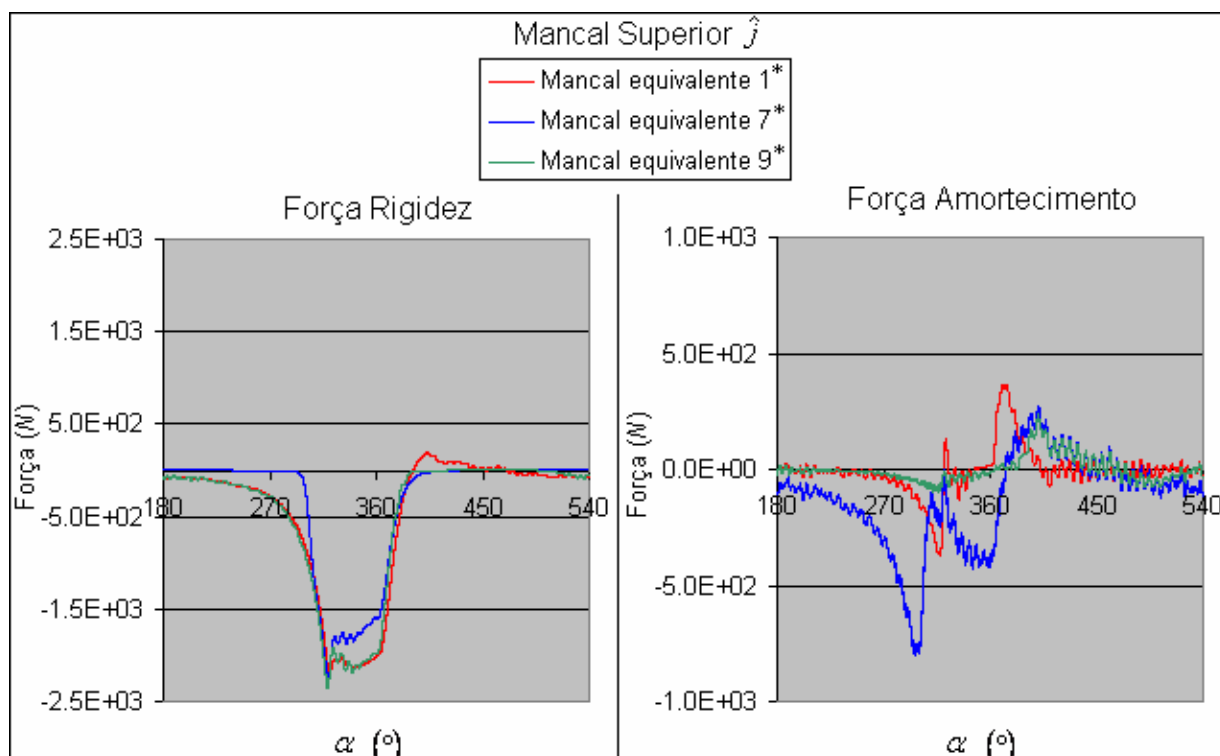


Figura 6.27 - Força transmitida ao bloco pela rigidez (esquerda) e amortecimento (direita) do modelo de mancal equivalente 1\*, 7\* e 9\* no mancal superior na direção  $\hat{i}$ .

Como nas análises para o conjunto eixo-rotor rígido, também não houve alteração significativa entre os esforços resultantes, dos três modelos de mancais equivalentes, transmitidos no domínio do tempo (Figs. 6.28 e 6.29) e da frequência (Figs. 6.30 e 6.31), apesar dos diferentes parâmetros desses mancais.

Outro fator importante a ser ressaltado é o fato do modelo de mancal equivalente 9\* ter apresentado o mesmo comportamento apresentado no Item 6.5 para o mancal equivalente 10\*, onde a órbita sofre influência da flexibilidade do eixo. Isto ocorreu, pois os mancais equivalentes possuem os mesmos parâmetros (exceto suas folgas). Deve-se ressaltar que este efeito não influenciou nas forças resultantes transmitidas ao bloco pelos mancais.

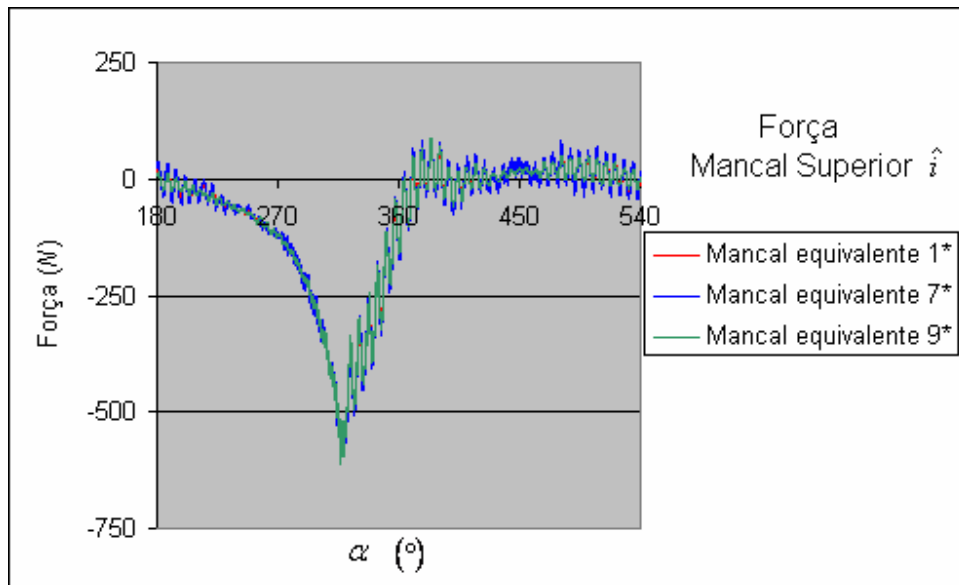


Figura 6.28 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1\*, 7\* e 9\* para um eixo-rotor flexível na direção  $\hat{i}$ .

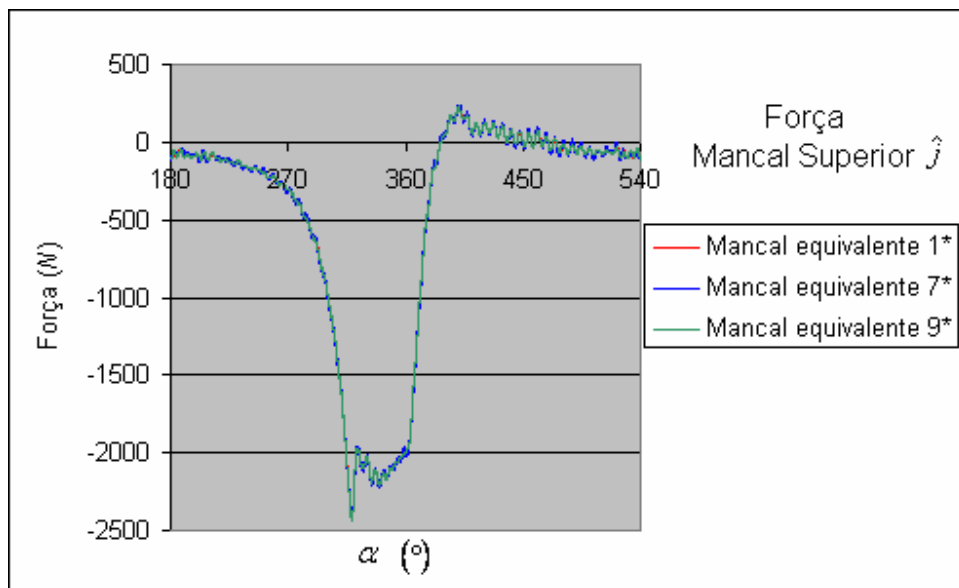


Figura 6.29 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1\*, 7\* e 9\* para um eixo-rotor flexível na direção  $\hat{j}$ .

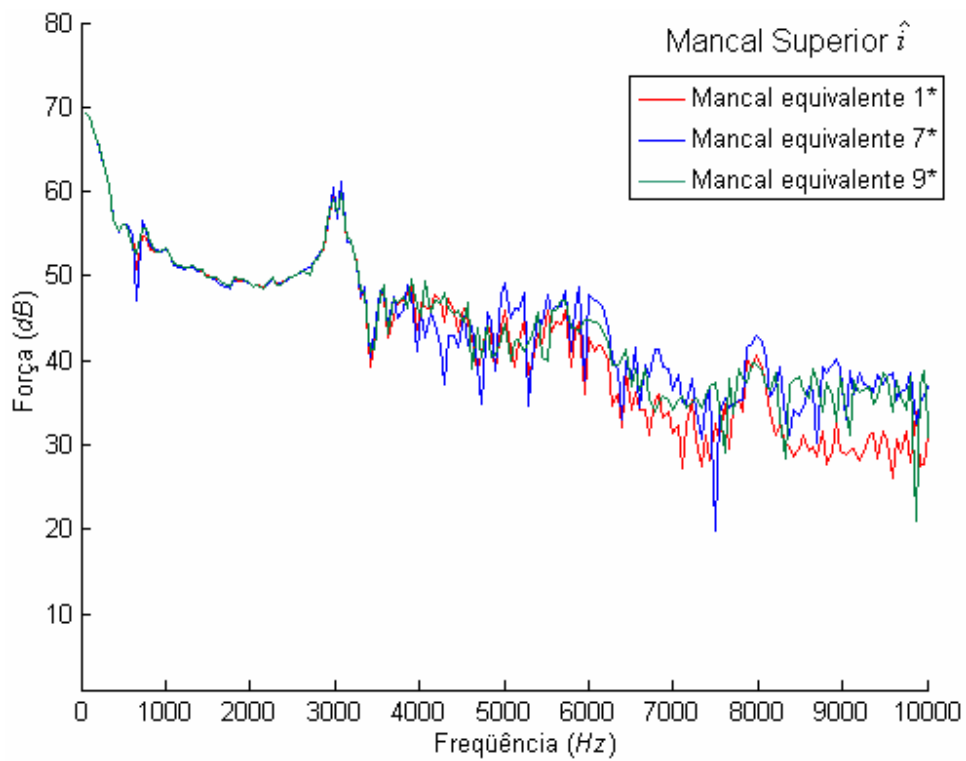


Figura 6.30 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1\*, 7\* e 9\* para um eixo-rotor flexível na direção  $\hat{i}$ .

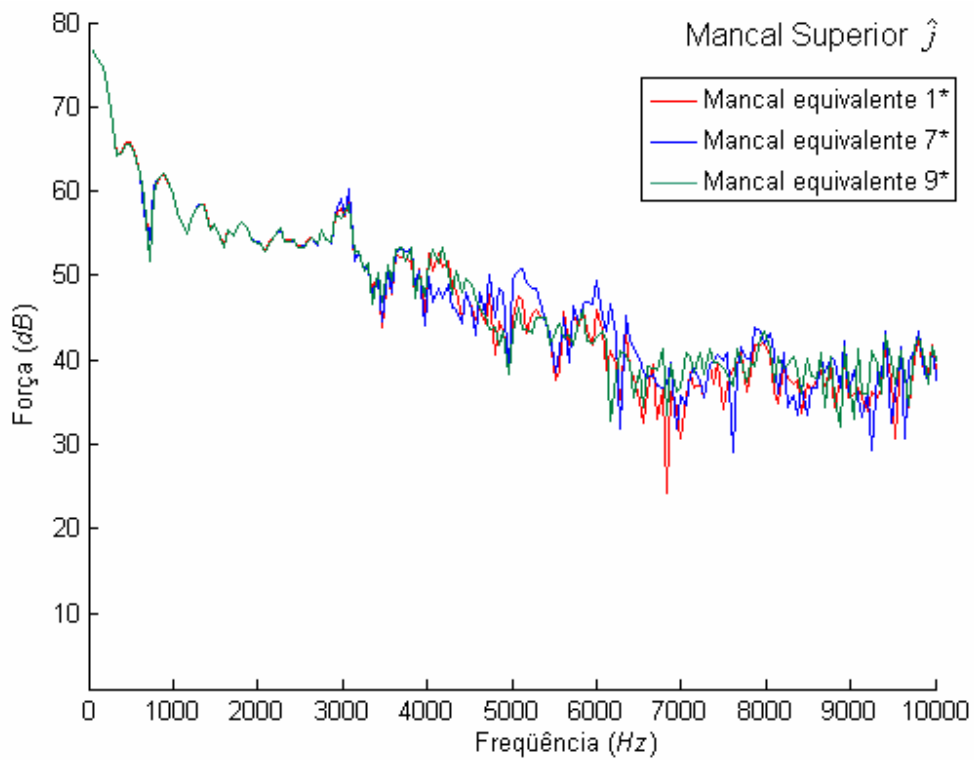


Figura 6.31 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 1\*, 7\* e 9\* para um eixo-rotor flexível na direção  $\hat{j}$ .



A seguir são feitos comparativos entre um mancal equivalente com eixo-rotor rígido e flexível, a fim de se avaliar a influência da flexibilidade nos esforços transmitidos ao bloco. São escolhidos os mancais equivalentes 9 e 9\*, porém, poderia ter sido escolhido outro modelo de mancal, já que os resultados são aproximadamente iguais.

Comparando os esforços transmitidos de um eixo-rotor rígido com um flexível (Figs. 6.32 à 6.35), é possível averiguar que as curvas no domínio do tempo (Figs. 6.32 e 6.33) possuem a mesma tendência, porém o eixo flexível (mancal equivalente 9\*) possui uma oscilação devido a uma ou mais modos de vibração do eixo.

Já analisando os espectros (Figs. 6.34 e 6.35), pode-se verificar que existe um acréscimo na intensidade da força em até 20 dB na região de 3000 Hz. Esta região corresponde à frequência do modo de torção do eixo.

Assim, nos casos onde deseja-se conhecer os esforços transmitidos do eixo-rotor ao bloco, é de extrema importância modelar o conjunto incluindo sua flexibilidade, visto que ocorrem aumentos na intensidade dos esforços em até 20 dB em modos próprios do eixo-rotor. Porém, não é necessário construir um modelo sofisticado para o filme de óleo, sendo suficiente um modelo simplificado como o descrito para Mancal equivalente 1.

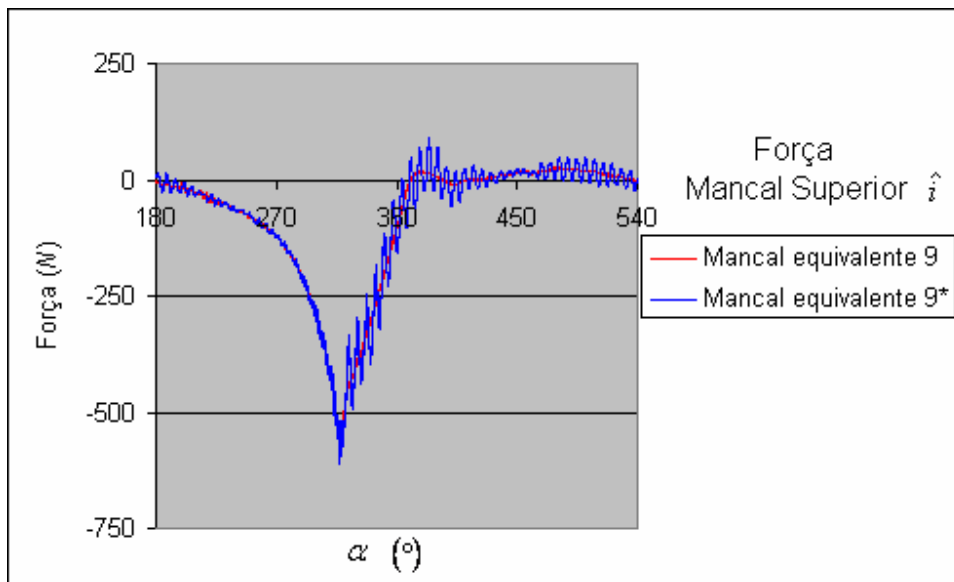


Figura 6.32 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 9 e 9\* na direção  $\hat{i}$ .

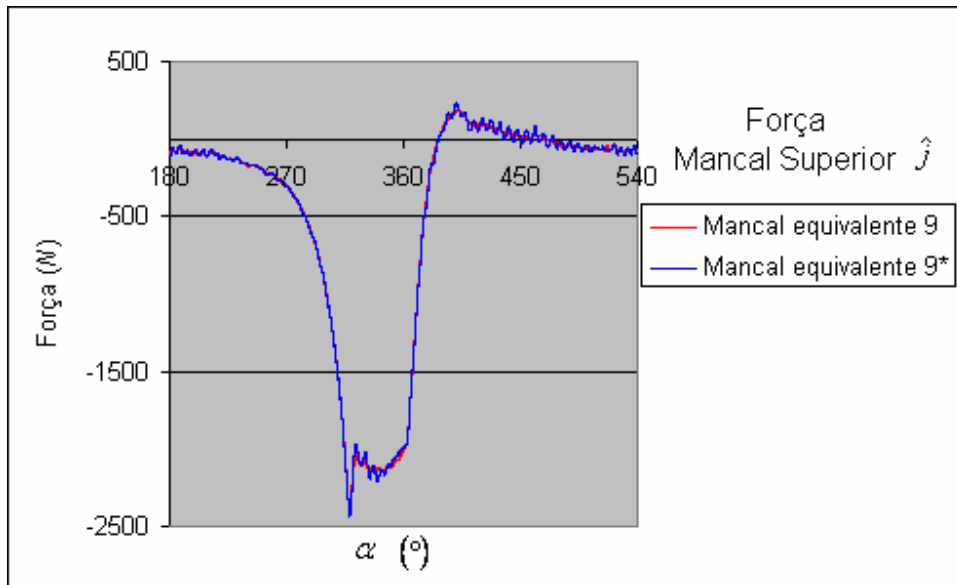


Figura 6.33 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 9 e 9\* na direção  $\hat{j}$ .

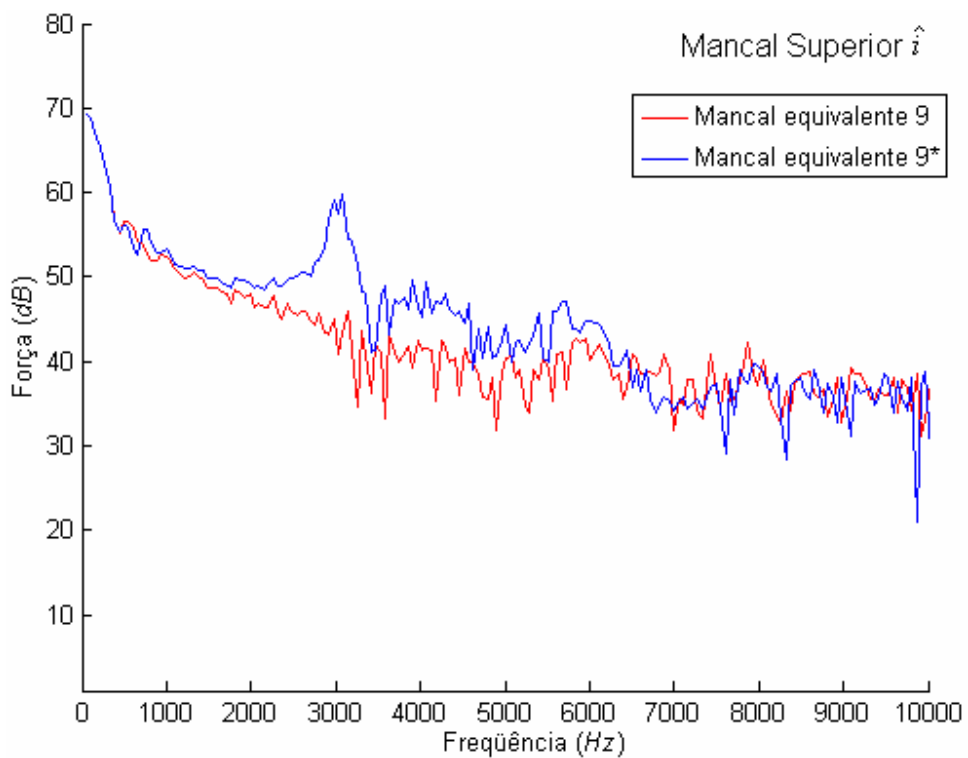


Figura 6.34 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 9 e 9\* na direção  $\hat{i}$ .

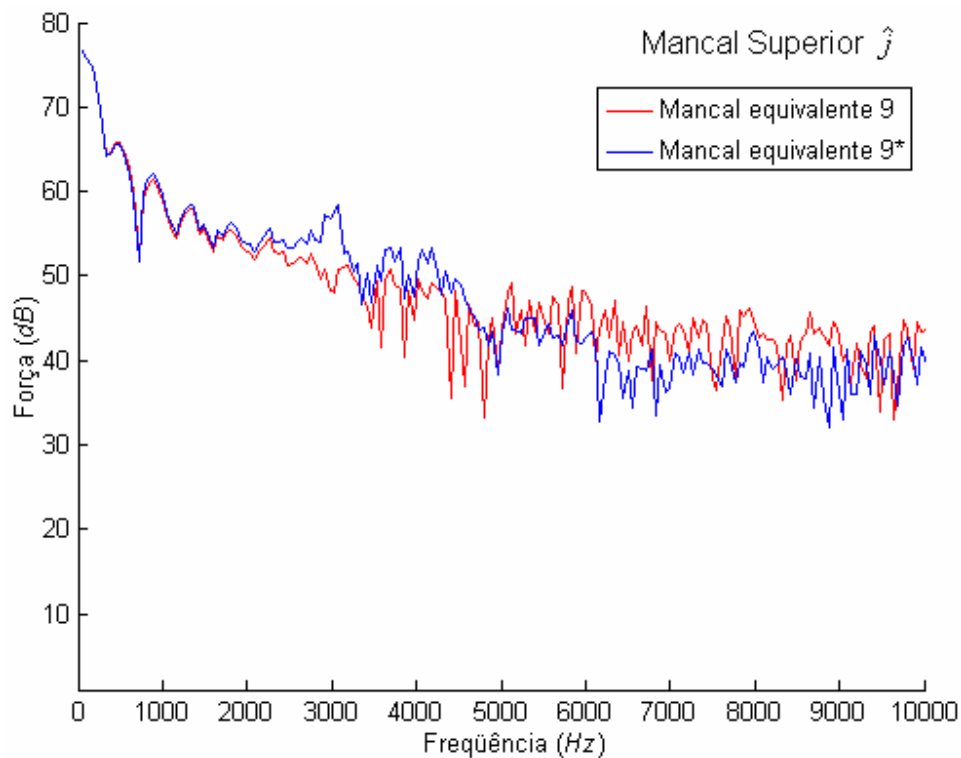


Figura 6.35 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelos de mancais equivalentes 9 e 9\* na direção  $\hat{j}$ .

Desta maneira espera-se que o comportamento do filme de óleo para o modelo de mancais hidrodinâmicos possua o mesmo comportamento citado acima, já que o modelo do mancal não influenciou de maneira significativa nos esforços resultantes transmitidos ao bloco. É importante lembrar que o modelo hidrodinâmico obtém posições mais exatas da aplicação dos esforços na direção vertical, acarretando em resultados mais precisos. Sendo assim, o resultado pode diferir um pouco do modelo de mancal equivalente, pois as posições para o mancal equivalente foram definidas arbitrariamente.

### 6.9 - Respostas do mancal hidrodinâmico

Este item é reservado para avaliar os resultados obtidos com o mancal hidrodinâmico, comparando os resultados obtidos neste trabalho e os obtidos no trabalho de Couto [2006]. O comportamento das órbitas do mancal hidrodinâmico não são avaliadas devido à alta taxa de instabilidade na análise numérica.

Deve ser lembrado que todos os esforços do mancal hidrodinâmico aqui apresentados foram suavizados com o método descrito no Item 6.1, com  $np = 100$ . Porém como o mancal hidrodinâmico exigiu um maior número de intervalos de tempo (138.752 intervalos) espera-se

que o valor de  $np=100$  não interfira significativamente nas irregularidades da curva dos esforços.

Primeiramente são analisados o modelo de mancal equivalente 1 e mancal hidrodinâmico 8 para um conjunto eixo-rotor rígido. Pode-se verificar que as forças resultantes transmitidas ao bloco tanto no domínio do tempo (Figs. 6.36 e 6.37), como no domínio da frequência (Figs. 6.38 e 6.39), que a força suavizada do mancal hidrodinâmico tem o mesmo comportamento descrito na anterior (Seção 6.8). É possível averiguar que não houve diferença significativa nos esforços transmitidos ao bloco por um conjunto eixo rotor rígido para diferentes modelagens do mancal. Então assume-se que houve uma boa escolha na posição dos esforços para o mancal equivalente (Item 5.7).

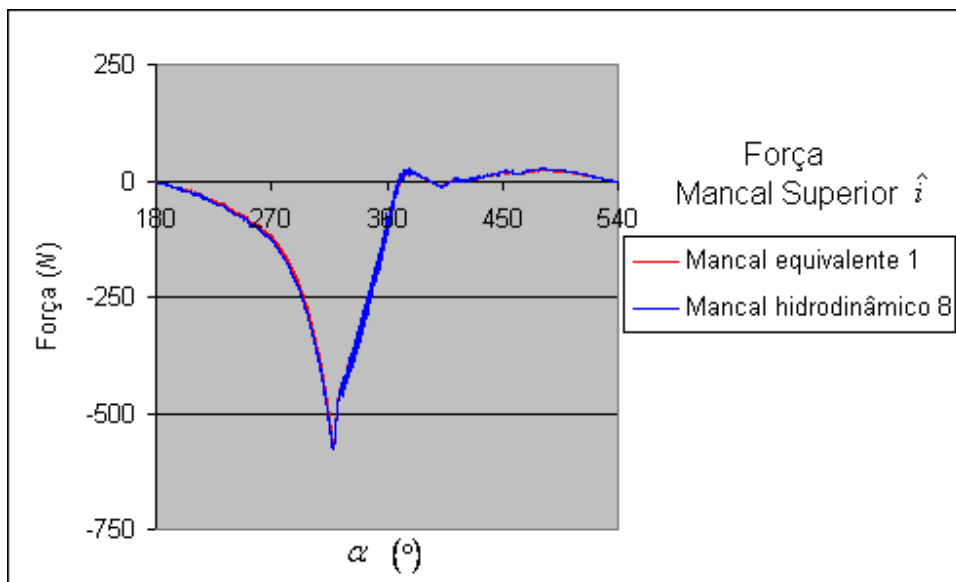


Figura 6.36 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1 e hidrodinâmico 8 na direção  $\hat{i}$ .

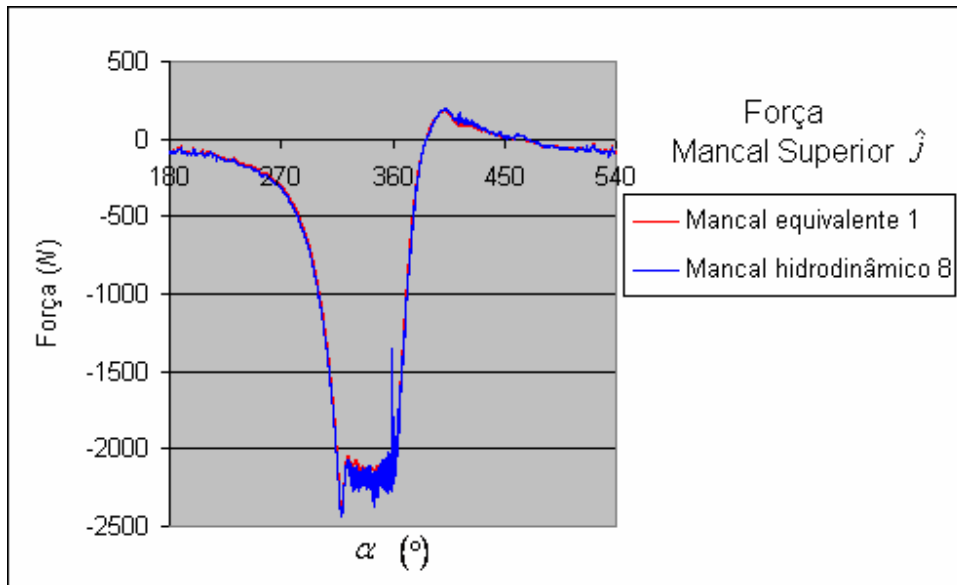


Figura 6.37 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1 e hidrodinâmico 8 na direção  $\hat{j}$ .

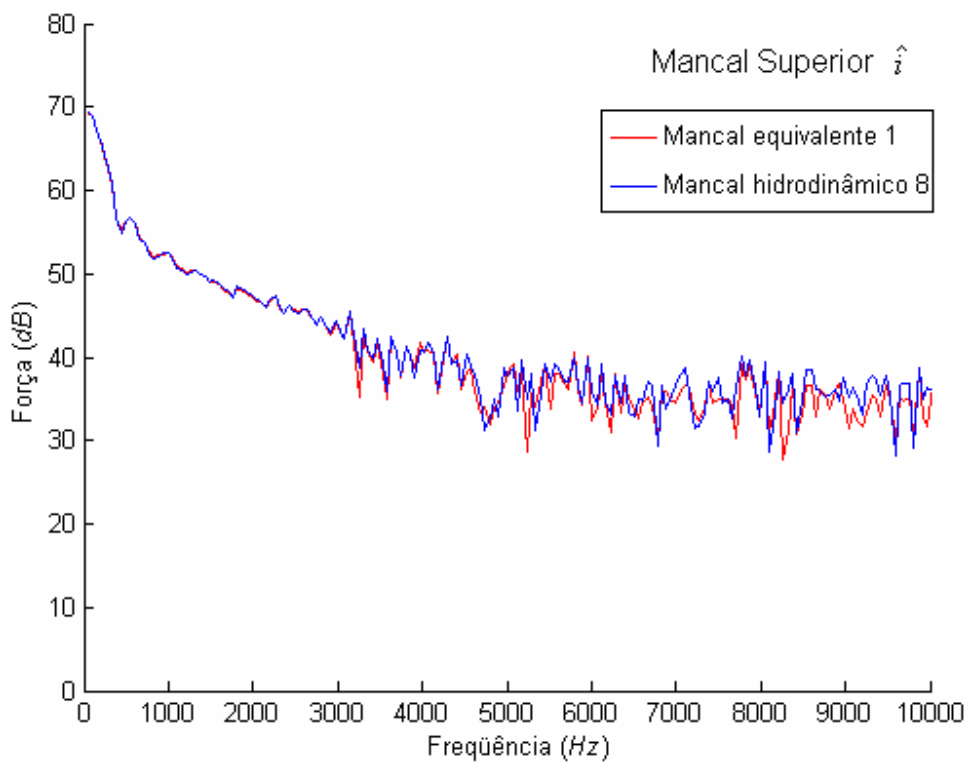


Figura 6.38 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1 e hidrodinâmico 8 na direção  $\hat{i}$ .

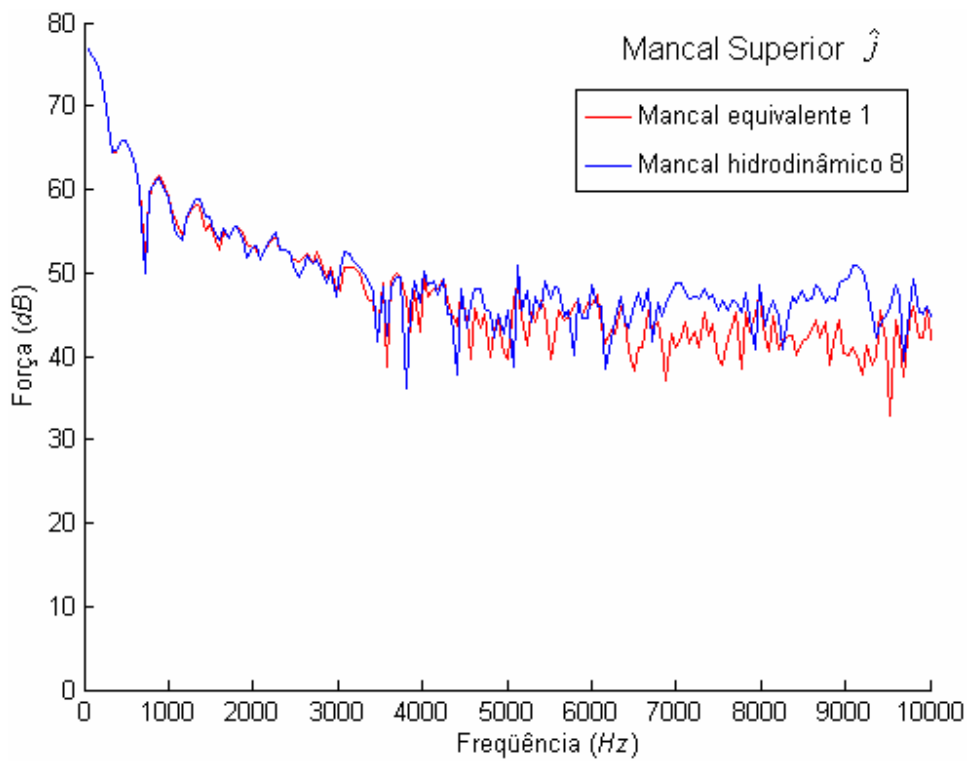


Figura 6.39 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1 e hidrodinâmico 8 na direção  $\hat{j}$ .

Analogamente ao conjunto eixo-rotor rígido, o mesmo comportamento é observado quando a flexibilidade está presente (mancal equivalente 1\* e mancal hidrodinâmico 8\*). A comparação entre seus esforços transmitidos ao bloco podem ser visualizados nas Figs. 6.40 a 6.43.

As discrepâncias que apresentam os espectros em frequência (Figs. 6.42 e 6.43) podem ser atribuídas à instabilidade presente devido ao erro por truncamento.

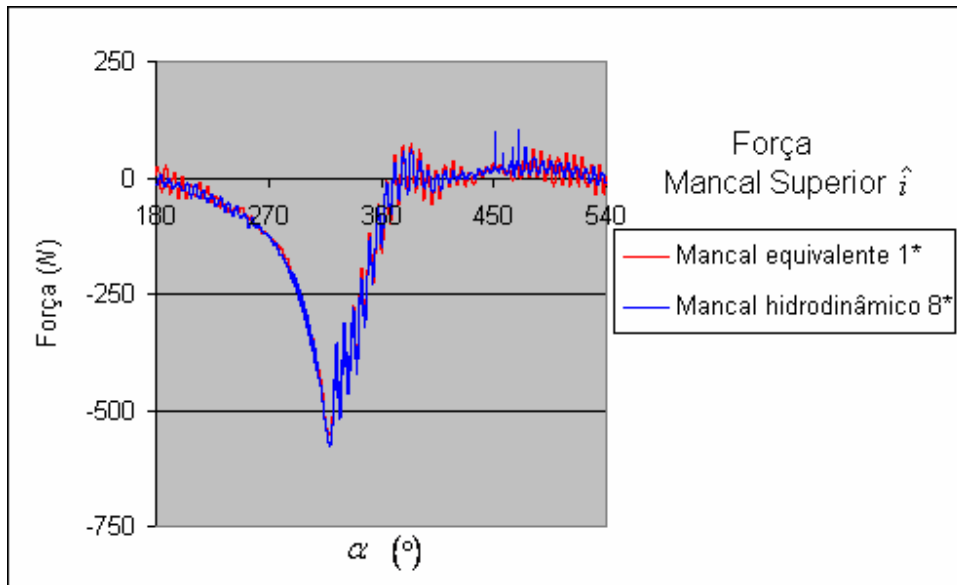


Figura 6.40 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1\* e hidrodinâmico 8\* na direção  $\hat{i}$ .

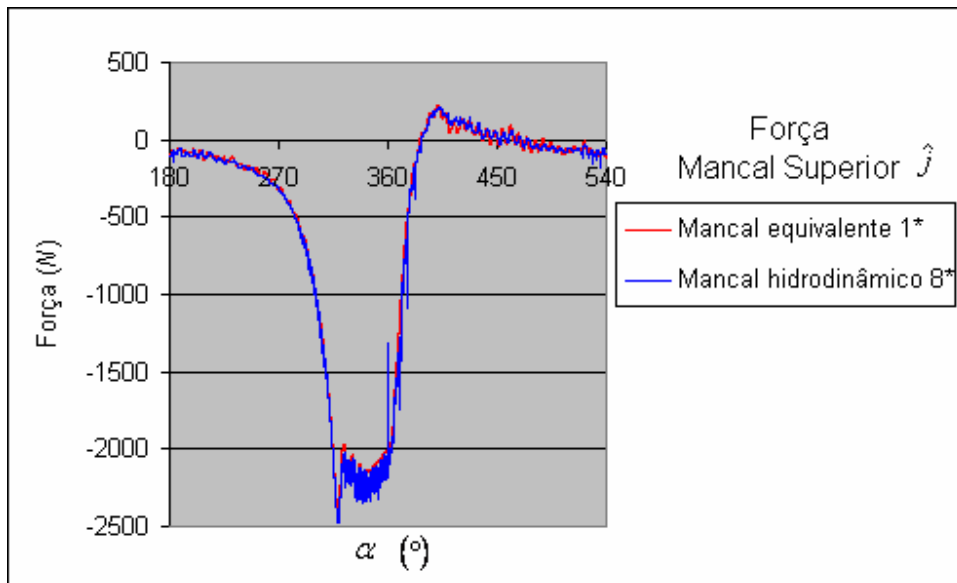


Figura 6.41 - Força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1\* e hidrodinâmico 8\* na direção  $\hat{j}$ .

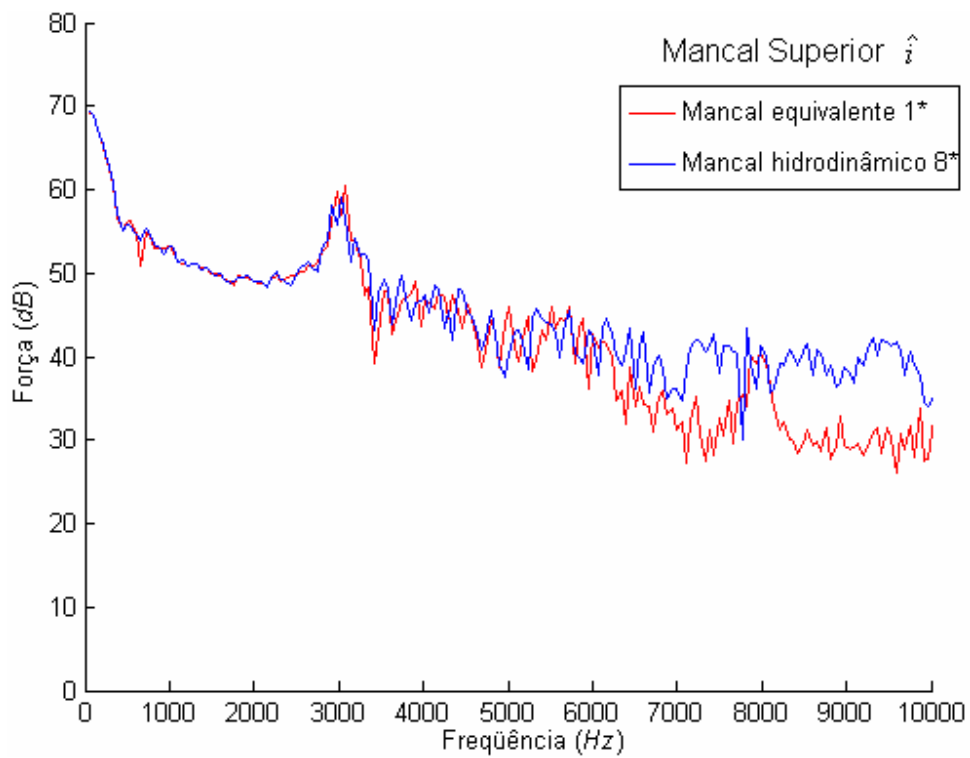


Figura 6.42 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1\* e hidrodinâmico 8\* na direção  $\hat{i}$ .

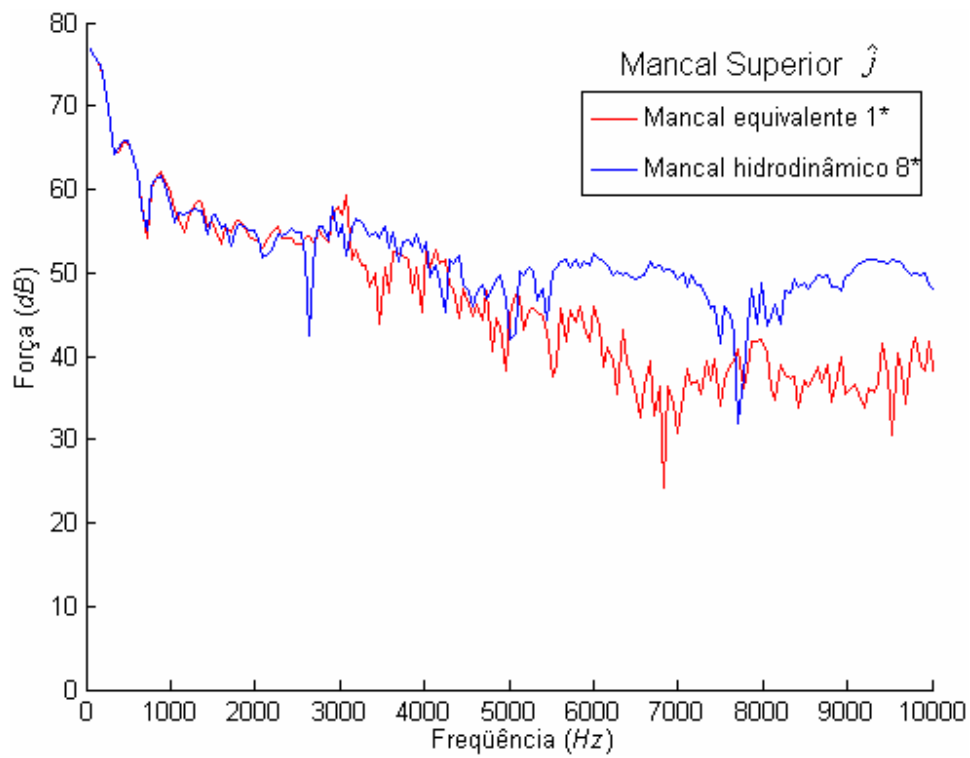


Figura 6.43 - Espectros em frequência da força transmitida ao bloco pelo mancal superior com modelo de mancal equivalente 1\* e hidrodinâmico 8\* na direção  $\hat{j}$ .



Assim, como era esperado pelas conclusões obtidas na Seção 6.8, a força transmitida pelo mancal hidrodinâmico tem o mesmo comportamento da transmitida por um mancal equivalente tanto para um conjunto eixo-rotor rígido, como flexível, independentemente das características do mancal adotado. Pode-se então com segurança utilizar uma formulação simplificada de mancais para reproduzir o resultado dos esforços transmitidos de um conjunto eixo-rotor ao bloco de um compressor considerando sempre de forma adequada as posições de aplicação desses esforços.

### 6.10 - Órbita experimental e órbitas numéricas

Para finalizar o capítulo é efetuada uma comparação entre os resultados experimentais e os resultados numéricos. Porém, como foi visto anteriormente, as órbitas dependem dos coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal. Assim, o resultado ideal a ser comparado seria o do mancal hidrodinâmico, mas, devido à instabilidade, este resultado orbital não pode ser considerado válido.

Analisando a Fig. 6.44 observa-se que o mesmo comportamento de formação de duas órbitas ligadas para o mancal superior acontece tanto no experimental como no numérico. Este comportamento pode desaparecer para valores elevados de  $l$  ou  $C$  no mancal equivalente.

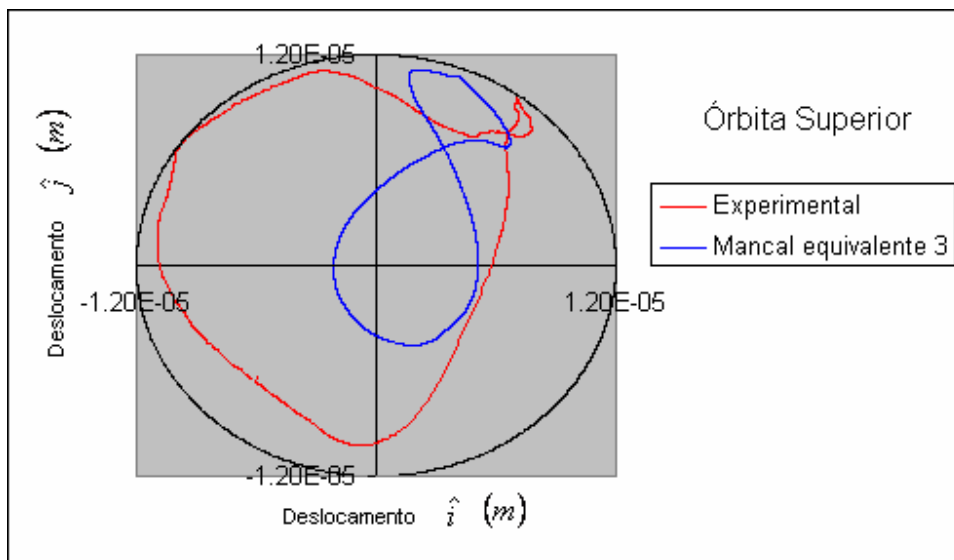


Figura 6.44 - Órbitas do mancal superior experimental e mancal equivalente 3.

De mesma forma, na Fig. 6.45 observa-se que ocorre a formação apenas de uma órbita para o mancal inferior, tanto no modelo experimental quanto no numérico. Pode ocorrer a

aparição de uma segunda órbita (da mesma forma que ocorre no superior) com alterações nos parâmetros do mancal equivalente. Porém, em todos os testes efetuados, não houve em nenhum caso a formação de duas órbitas para o mancal inferior e apenas uma no mancal superior, corroborando com o resultado experimental.

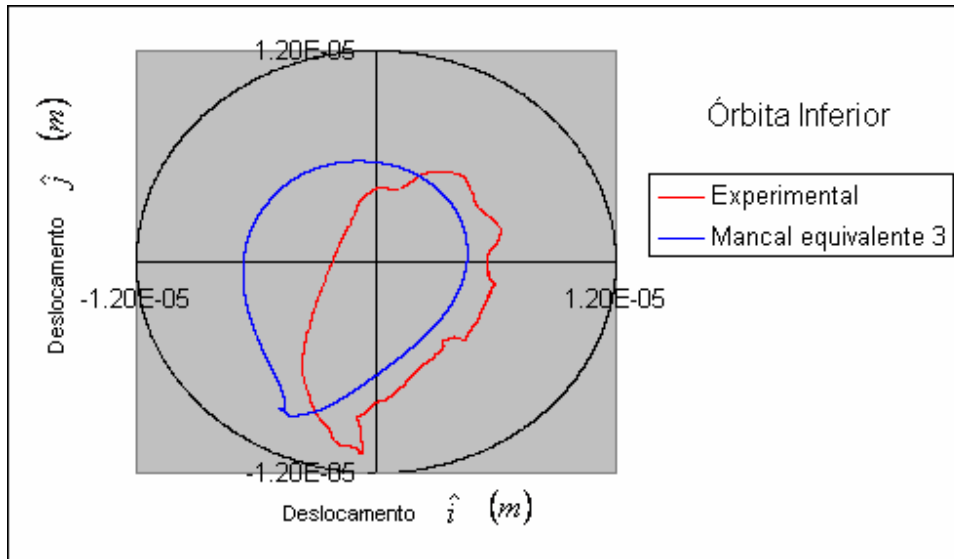


Figura 6.45 - Órbitas do mancal inferior experimental e mancal equivalente 3.

Para melhores resultados orbitais, vários fatores devem ser acrescentados no modelo, como o filme de óleo hidrodinâmico sem instabilidade numérica, a presença de uma biela e um pistão com folgas em seus contatos, a presença de um bloco sustentado por molas e capaz de se mover em todas as direções.

Na questão do bloco ser sustentado por molas, espera-se que acarrete em grandes modificações nas órbitas, pois ele possui uma elevada massa e, portanto uma grande inércia. Logo, quando colocado em movimento, ocasionará movimentações no deslocamento relativo do mancal com a parede do bloco.

Apesar das dificuldades em relação às órbitas obtidas, foi de grande aprendizado saber que o tipo de mancal utilizado influencia diretamente na órbita dos mancais. Também que a presença de maior valor de amortecimento influenciará em um aumento do tamanho das órbitas.

É importante lembrar que certos óleos lubrificantes podem permitir excitações do eixo-rotor capazes de alterar o movimento orbital, podendo ocasionar impactos entre as estruturas, devendo então ser evitado este tipo de comportamento.

**6.11 - Modelo do conjunto eixo-rotor com contrapeso encaixado**

O objetivo desta seção é apresentar um resultado para um conjunto eixo-rotor com um contrapeso encaixado, como mostra a Fig. 6.46. Espera-se ressaltar a importância de um estudo como o apresentado neste trabalho, mostrando que, para diferentes modelos de eixo, diferentes modos estruturais podem ser excitados, afetando de outra forma os esforços.

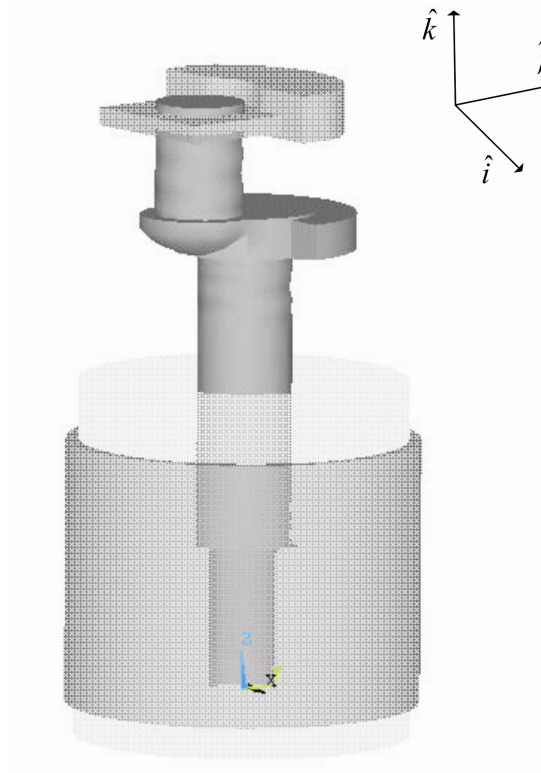


Figura 6.46 - Conjunto eixo-rotor com contrapeso encaixado no topo.

Devido aos resultados obtidos na Seção 6.8, foi utilizado apenas um mancal equivalente para representar o contato do conjunto eixo-rotor-contrapeso com o bloco. Os parâmetros escolhidos foram os mesmos da mola equivalente 1 apresentada na Tabela 6.1.

As primeiras frequências naturais desta estrutura foram obtidas com o experimento descrito no Capítulo 3. Essas frequências naturais bem como a descrição do modo estão apresentadas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 - Frequências de vibração natural do conjunto eixo-rotor com contrapeso encaixado.

Modos	Frequência (Hz)	Descrição do modo
1	1103	Flexão do eixo na direção $\hat{j}$
2	1115	Flexão do eixo na direção $\hat{i}$
3	2500	Torção do eixo na direção $\hat{k}$
4	3270	Flexão do contrapeso na direção $\hat{j}$
5	4223	Flexão do eixo e contrapeso na direção $\hat{i}$

Nos espectros em frequência das forças transmitidas ao bloco no mancal superior para um conjunto eixo-rotor-contrapeso rígido e flexível (Figs. 6.47 e 6.48), pode-se observar que são excitados um ou os dois primeiros modos de vibração da estrutura, o terceiro modo de vibração (que possui maior acréscimo em dB na força) e o quinto modo de vibração.

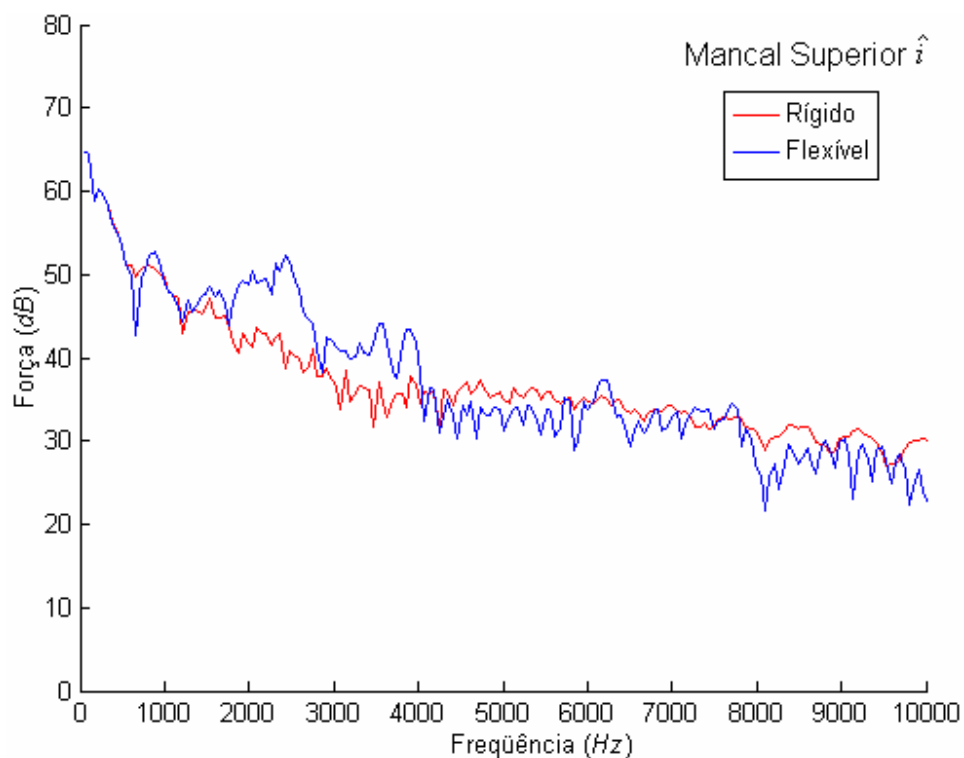


Figura 6.47 - Espectro em frequência dos esforços resultantes transmitidos na direção  $\hat{i}$  ao bloco por um conjunto eixo-rotor-contrapeso rígido e flexível suportado por mancais equivalentes.

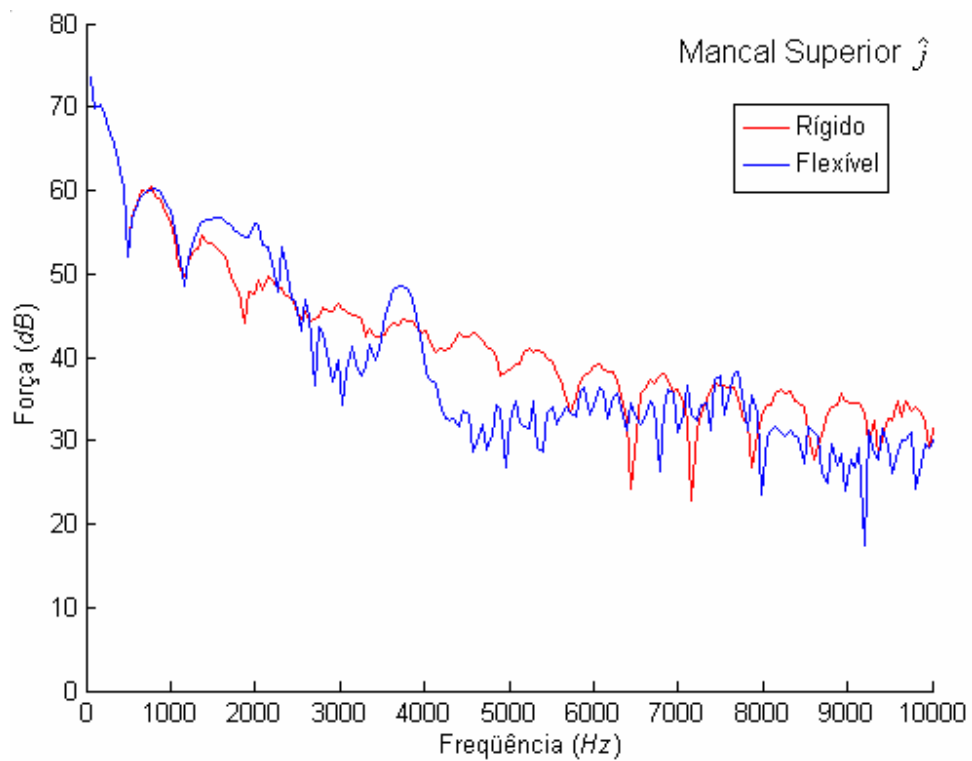


Figura 6.48 - Espectro em frequência dos esforços resultantes transmitidos na direção  $\hat{j}$  ao bloco por um conjunto eixo-rotor-contrapeso rígido e flexível suportado por mancais equivalentes.

Deste modo, espera-se para diferentes modelos de eixo, diferentes comportamentos dos esforços transmitidos bem como a excitação de diversas frequências naturais. Espera-se também que o modo de torção dos eixos seja sempre excitado afetando os esforços transmitidos ao bloco e também à órbita em alguns casos.

## CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta uma metodologia para modelagem de um conjunto eixo-rotor de um compressor a fim de entender a importância de sua flexibilidade no comportamento dinâmico do sistema e o comportamento do filme de óleo de lubrificação.

Obteve-se analiticamente a força transmitida da câmara de compressão, por um pistão e biela rígidos, e sem folgas, ao semi-eixo excêntrico de um conjunto eixo-rotor. Também obteve-se analiticamente a força sobre o rotor de forma a manter a velocidade angular do conjunto eixo-rotor constante.

As frequências naturais de vibração do conjunto eixo-rotor foram obtidas numericamente e validadas experimentalmente a partir de uma bancada montada no laboratório, obtendo com boa precisão as frequências mais relevantes para as análises.

Ficou evidente a importância de uma modelagem do programa a fim de reduzir o tempo de processamento. Várias sugestões foram apresentadas: a modelagem da estrutura com uma malha tetraédrica com apenas 4 nós, a utilização do método de Superposição Modal para resolução da análise transiente, uso de uma linguagem de programação veloz como o C em um sistema operacional Linux.

Dois erros comuns para este tipo de análise foram analisados. O primeiro refere-se à grande discretização no tempo, a fim de compensar a linearidade das forças aplicadas sobre o sistema, apresentado um modelo matemático simplificado para estimar o valor mínimo de incremento de tempo necessário para cada tipo de análise. Analisou-se também o erro propagado devido ao truncamento dos dados de saída, apresentando uma solução para suavizar as curvas provenientes de análises onde este erro se tornou significativo.

Foi criada uma formulação de mancais equivalentes, verificando a influência de suas propriedades nas órbitas e esforços transmitidos ao bloco do conjunto eixo-rotor. Também foi utilizado um modelo de mancal hidrodinâmico previamente desenvolvido por Couto [2006], a fim de complementar os resultados obtidos.

Observou-se que um acréscimo no amortecimento do óleo lubrificante deve acarretar um aumento no tamanho da órbita dos mancais, mas reduzindo a distância do máximo afastamento do mancal do centro da órbita.

Nenhum dos modelos de filme de óleo simulados obteve resultado satisfatório se comparado com a órbita real. Para os mancais equivalentes é necessário fazer um ajuste fino para

que haja uma boa aproximação à órbita real. Já com o mancal hidrodinâmico espera-se obter uma órbita o mais próxima do real possível. Porém, devido ao erro de truncamento não foi possível obter tais resultados. Outros fatores devem exercer grande influência sobre esses resultados, tais como a presença de um pistão e biela com folgas e um bloco sustentado por molas, afetando na cinemática do sistema.

Também, em relação ao movimento orbital dos mancais, os parâmetros de rigidez do óleo lubrificante exercem grande influência sobre o seu comportamento.

De modo geral, a flexibilidade não exerce influência significativa sobre as órbitas. Porém, para alguns óleos lubrificantes, um modo do conjunto eixo-rotor pode ser excitado a ponto de influenciar a órbita. Mas, para simplificar análises orbitais, o eixo pode ser considerado rígido quando é sabido que este comportamento não se encontra presente no modelo, podendo então ser simplificada a análise.

Já nas questões dos esforços transmitidos do conjunto eixo-rotor ao bloco observou-se que o modelo utilizado de óleo lubrificante, bem como seus parâmetros, não influenciam de forma significativa nos esforços transmitidos dos mancais do eixo ao bloco, podendo então ser utilizados modelos simplificados para os mancais.

Concluiu-se também que é importante obter uma localização ideal para aplicação dos esforços sobre os mancais na direção vertical, pois influenciam diretamente nos esforços resultantes transmitidos ao bloco.

Já a flexibilidade da estrutura deve ser implementada quando o interesse é obter as forças resultantes transmitidas ao bloco, sendo que vários modos naturais de vibração do conjunto eixo-rotor podem ser excitados para diferentes modelos de eixos.

Para futuros modelos, onde haja apenas a necessidade de se conhecer os esforços transmitidos entre componentes dinâmicos, sugerem-se modelagens simplificadas para óleos lubrificantes, podendo ser usado um modelo de mola equivalente com as posições de aplicação dos esforços sugeridas no Item 5.7, reduzindo assim o tempo de pesquisa em modelos de filmes de óleo e o tempo de processamento do computador.

Já para a cinemática do sistema, a flexibilidade pode ser desconsiderada em situações onde sabe-se que não existe a presença de modos naturais do conjunto eixo-rotor nas órbitas dos mancais. Sendo assim, modelos simplificados de eixo podem ser implementados, reduzindo o tempo de processamento computacional.

Espera-se que as conclusões aqui apresentadas também sejam válidas para diversos outros casos, não apenas para um sistema eixo rotor, mas também na transmissão de esforços por outros tipos de mancais, modelagem numérica, cinemática de sistemas rotativos, entre outros.

Como sugestões para trabalhos futuros, podem-se destacar:

- implementação de outras partes móveis no sistema como do bloco, pistão e biela flexíveis a fim de se obter os modos excitados em toda estrutura e transmitidos a carcaça utilizando modelos simplificados para mancais;
- obtenção dos resultados diretamente do código fonte do ANSYS, ou a utilização de outro *software*, ou criação de algoritmo próprio em elementos finitos a fim de corrigir erros referentes ao truncamento;
- criação de um programa com todas as partes móveis rígidas em conjunto com o uso de modelo de mancal hidrodinâmico, a fim de se compreender melhor a dinâmica do conjunto;

Por fim, considera-se que foram alcançados os objetivos desta dissertação e que as informações nela reunidas podem motivar outros trabalhos.



**CAPÍTULO 8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- *ANSYS users guide*. ANSYS Inc., Canonsburg, Pennsylvania, 2001.
- BAIRD, David Carr. *Experimentation: An introduction to measurement theory and experiment design*. 3. ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1995.
- BODE, Hudson Alberto. *Análise do movimento de eixos sustentados por mancais tipo squeeze film*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica), Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2002.
- BURDEN, Richard L.; FAIRES, J. Douglas. *Análise Numérica*. Tradução: Ricardo Lenzi Tombi. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.
- CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. *Dynamics of structures*. Tokyo: McGraw-Hill, 1975.
- CHO, J. R.; MOON, S. J. *A numerical analysis of the interaction between the piston oil film and the component deformation in a reciprocating compressor*. Tribology International, v.38 i.5, 2004.
- CHOWDHURY, Indrajit; DASGUPTA, Shambhu P. *Computation of Rayleigh damping coefficients for large systems*. Eletronic Journal of Geotechnical Engineering, v.8C, 2003.
- COOK, Robert D., et al. *Concepts and applications of finite element analysis*. 4. ed. United States of America: John Wiley & Sons, 2002.
- COUTO, Paulo Rogério Carrara. *Análise de mancais radiais hidrodinâmicos com aplicação em compressores herméticos de refrigeração*. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

- DU, H. Y. Isaac. *Simulation of flexiblerotating crankshaft with flexible engine block and hydrodynamic bearings for a V6 engine*. Noise and Vibration Conference, número do documento: 1999-01-1752, Michigan, 1999.
- EWINS, D. J.. *Modal Testing: Theory and Practice*. Research Study Press, 1984.
- GERARDIN, Rodrigo Ceccatto. *Modelo dinâmico do sistema pistão-biela-manivela com mancais hidrodinâmicos*. Dissertação (Mestrado em Mecânica dos Sólidos e Projeto Mecânico), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.
- HARBISON III, Samuel P.; STEELE JR., Guy L..C: *manual de referência*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2002.
- HATCH, Michael R..*Vibration simulation using matlab and ansys*. United States of America: Chapman & Hall/CRC, 2001.
- HUGHES, Thomas J. R. *The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis*. New Jersey: Prentice-Hall, 1987.
- KERNIGHAN, Brian W.; RITCHIE, Dennis M.. *C: A linguagem de programação - padrão ANSI*. São Paulo: Campus Elsevier,1989.
- MAIA, Nuno, SILVA, Júlio. *Theoretical and experimental modal analysis*. Research Studies Press LTD, England, 1997.
- *PATRAN users guide*. MSC Software Corporation, USA, 2005.
- *PROENGINEER users guide*. PTC, Needham, MA 02494, USA, 2001.
- RODRIGUES, Rodrigo Sambugari. *Análise dos esforços dinâmicos transmitidos pelo eixo e pistão ao bloco de compressores herméticos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

- SANTOS, Ilmar Ferreira. *Dinâmica de sistemas mecânicos*. São Paulo: Makron Books, 2001.
- SPIEGEL, Murray R.; LIU, John. *Manual de fórmulas e tabelas matemáticas*. Tradução: Claus I. Doering; Priscilla Senger. 2. ed. Porto Alegre: Artmed Editora, 2004.
- SILVA, Edson Luiz da. *Dinâmica de rotores: modelo matemático de mancais hidrodinâmicos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2004.
- SYMON, Keith R. *Mecânica*. Tradução: Gilson Brand Batista. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1988.
- SZABÓ, Barna; BABUSKA, Ivo. *Finite element analysis*. United States of America: John Wiley & Sons, 1991.
- XIE, Fei, et al. *Dynamic analysis of a rotor-journal bearing system of rotary compressor*. Purdue, C036, 2006
- ZILL, Denis G. *Equações diferenciais com aplicações em modelagem*. Tradução: Cyro de Carvalho Patarra. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003.

## APÊNDICE 1 - CÁLCULO DA VELOCIDADE LIMITE

A velocidade limite é importante para definir os esforços gerados pelo amortecimento nos mancais tipo mola não linear, que são representados pela Equação (4.5), com a constante  $m \neq 1$ .

Essa velocidade é definida de forma empírica, ou seja, o programa é testado com um eixo flexível, amortecimento linear ( $m = 1$ ) e valores baixos da constante  $C$ , fazendo assim com que os mancais atinjam as maiores velocidades possíveis.

Como a obtenção da velocidade limite é empírica, existe a possibilidade de o eixo atingir uma velocidade maior do que  $v_{lim}$ . Para evitar extrapolações da força a partir desse momento, o amortecimento não linear passa a se comportar como linear.

A Fig. A.1.1 mostra o comportamento da força de amortecimento para alguns expoentes  $m$  e mesmos valores de  $C$  e  $v_{lim}$ . Pode-se notar que a partir da velocidade limite as forças possuem um mesmo comportamento e neste caso o mesmo valor.

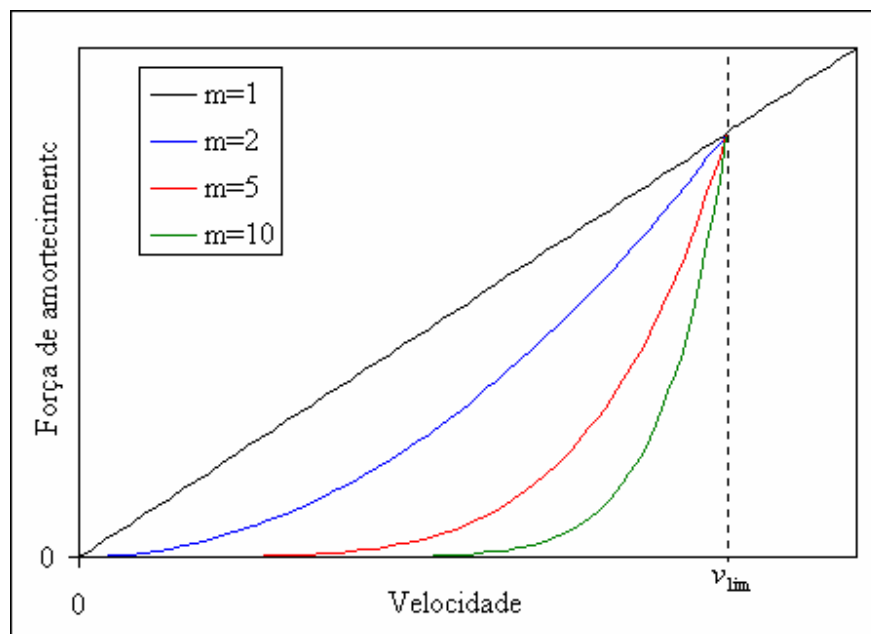


Figura A.1.1 - Comportamento da força de amortecimento devido à velocidade do mancal.

A Tabela A.1.1 mostra os valores máximos de velocidade para alguns casos do sistema eixo-rotor flexível com  $m = 1$ . Utiliza-se então  $v_{lim} = 0,005 \frac{m}{s}$ , sendo este um valor próximo ao valor limite para diversos casos.

Tabela A.1.1

	$v_{\text{lim}} \left( \frac{m}{s} \right)$
Caso 1	0,007
Caso 2	0,005
Caso 3	0,004
Caso 4	0,004
Caso 5	0,007
Caso 6	0,005

**APÊNDICE 2 - CÁLCULO DA ACELERAÇÃO LIMITE**

A aceleração limite é importante para auxiliar a definição do incremento de tempo mínimo que pode ser tomado para que o sistema físico convirja. A aceleração limite é obtida da mesma maneira que a velocidade limite (Apêndice 1), ou seja, o valor é obtido empiricamente a partir de alguns resultados para o programa em funcionamento.

A aceleração limite, bem como a velocidade limite, são valores aproximados do valor máximo que pode ser atingido pelos mancais do eixo.

A Tabela A.2.1 mostra os valores máximos de aceleração para alguns casos do sistema eixo-rotor flexível com  $m = 1$ . Utiliza-se então  $a_{\text{lim}} = 55 \frac{m}{s^2}$ , sendo este um valor próximo ao valor limite para diversos casos.

Tabela A.2.1

	$a_{\text{lim}} \left( \frac{m}{s^2} \right)$
Caso 1	57
Caso 2	47
Caso 3	51
Caso 4	24
Caso 5	50
Caso 6	31