

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

Contribuições ao Controle Preditivo Robusto de Sistemas com Atraso

Tese submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

Bismark Claire Torrico

Florianópolis, maio de 2007.

Contribuições ao Controle Preditivo Robusto de Sistemas com Atraso

Bismark Claire Torrico

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do título de **Doutor em Engenharia Elétrica**, Área de Concentração em **Automação e Sistemas**, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. Julio Elias Normey Rico, Dr.
Orientador

Prof. Nelson Sadowski, Dr.
Coordenador do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
da Universidade Federal de Santa Catarina.

Banca Examinadora

Prof. Adhemar de Barros Fontes, Dr. - UFBA.

Prof. João Manoel Gomes da Silva, Dr. - UFRGS

Prof. Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr. - UFSC

Prof. Ubirajara Franco Moreno, Dr. - UFSC

Agradecimentos

Inicialmente agradeço a minha mãe Rosa, por seu carinho, compreensão e apoio.

Aos meus irmãos César, Carol e Scarlet pelo apoio, carinho e preocupação.

Ao professor Julio E. Normey Rico, pela excelente orientação ao longo deste trabalho.

Ao professor Robin De Keyser pela orientação durante o doutorado sanduíche.

Ao professor César de Prada por toda a logística para fazer o doutorado sanduíche.

Aos membros da banca examinadora, que contribuíram na revisão deste trabalho, dando sugestões.

Aos amigos com os quais compartilhamos muitos momentos bons durante esta etapa e a todas as pessoas que participaram direta ou indiretamente na elaboração deste trabalho.

A CAPES e ALFA pelo financiamento econômico.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Contribuições ao Controle Preditivo Robusto de Sistemas com Atraso

Bismark Claire Torrico

Maio/2007

Orientador : Prof. Julio Elias Normey Rico, Dr.
Área de Concentração : Automação e Sistemas.
Palavras-chave : Controle preditivo, sistemas com atraso, compensação de tempo morto, sistemas não lineares.

Número de Páginas : 145

Este trabalho apresenta um estudo direcionado à análise e projeto de controladores preditivos baseados em modelo para sistemas lineares e não lineares com atraso, visando a melhoria da robustez e levando em conta aspectos práticos de aplicação. O estudo considera sistemas lineares estáveis, integradores, instáveis, não lineares e um estudo de caso na área da medicina.

No primeiro caso, estudam-se as condições que deve satisfazer um sistema de controle preditivo linear para garantir a estabilidade robusta de malha fechada quando se controlam processos estáveis com incertezas no atraso. No segundo e terceiro apresenta-se o estudo do controle preditivo de sistemas lineares com dinâmica integradora ou instável e atraso e propõe-se um novo algoritmo que utiliza idéias de controladores de compensação de tempo morto robustos. No caso de sistemas não lineares propõe-se a extensão das propriedades de robustez de um algoritmo utilizado em sistemas de controle lineares com atraso para processos não lineares com atraso. Finalmente apresenta-se um estudo de caso aplicado à dosagem de anestesia a pacientes durante cirurgia, com garantia de estabilidade sob condições de operação.

Resultados de simulação ou ensaios numa planta piloto são apresentados para cada tipo de controlador proposto, mostrando as vantagens dos métodos de ajuste, que principalmente estão orientados a melhorar a robustez e permitir a sua aplicação simples em processos industriais.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the refinements for the degree of Doctor in Electrical Engineering

Contributions to the Robust Predictive Controller of Dead-Time Systems

Bismark Claire Torrico

Maio/2007

Advisor : Prof. Julio Elias Normey Rico, Dr.
Area : Automation and Systems
Keywords : Predictive controller, dead-time systems,
dead-time compensation,
nonlinear systems.
Number of pages : 145

This work presents the analysis and design of model-based predictive controllers (MPC) for linear and nonlinear dead-time systems. The proposed control strategies take into account both practical aspects and robustness specifications. The study considers: (i) stable, integrative and unstable linear systems, (ii) nonlinear systems and (iii) a medicine area case study.

In the first case, the necessary conditions to guarantee the robust stability when MPC are applied to stable processes with dead time are studied. In addition, it is proposed a robust predictive controller for integrative or unstable linear processes with dead time. This controller uses some of the robustness ideas of dead-time compensators. In the second case, the robustness properties of linear predictive controllers are extended for stable nonlinear processes with dead time. Finally, it is presented a case study where the robust MPC is applied to drug dosing during anesthesia in patients undergoing surgery. Also, a tuning rule is obtained to guarantee the stability of the system under operation conditions.

Experimental or simulation results are presented for each proposed controller, to illustrate the advantages of the tuning methods.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos	3
1.3	Organização do trabalho	3
2	Controle de sistemas com atraso	5
2.1	Compensação de tempo morto	6
2.1.1	Controlador PID para sistemas com atraso	7
2.1.2	Preditor de Smith (SP)	8
2.2	Análise de robustez	10
2.2.1	Incertezas de modelagem	11
2.2.2	Representação das incertezas	12
2.2.3	Estabilidade e robustez	13
2.2.4	Estabilidade e robustez do preditor de Smith (SP)	13
2.3	Modificações ao preditor de Smith	15
2.3.1	Preditor de Smith filtrado	16
2.3.2	Observador de perturbações de dois graus de liberdade DTC2DOF	19
2.3.2.1	Condições de ajuste do filtro $V(s)$	21
2.3.2.2	Aspectos de implementação	21
2.4	Compensação de tempo morto no domínio discreto	22

2.4.1	Implementação discreta do SP filtrado	22
2.4.2	Implementação discreta da estrutura DTC2DOF	24
2.5	Metodologia para a escolha do período de amostragem	26
2.5.1	Escolha de T_s levando em conta a robustez	26
2.5.2	Escolha de T_s levando em conta o desempenho	29
2.5.3	Método de escolha do período de amostragem	32
2.6	Resultados experimentais dos DTC	33
2.7	O controlador preditivo baseado em modelo MPC	36
2.7.1	Formulação do controle preditivo baseado em modelo	38
2.7.2	Vantagens e desvantagens do MPC	39
2.8	Algoritmos de controle preditivo	40
2.8.1	Modelo de predição	40
2.8.2	O controle preditivo generalizado GPC	41
2.8.3	Algoritmo GPC baseado no preditor de Smith (SPGPC)	44
2.8.4	Algoritmo de controle preditivo EPSAC	46
2.9	Conclusões	49
3	Controle preditivo linear para sistemas com atraso	51
3.1	Controle preditivo com garantia de estabilidade em sistemas com atraso	52
3.1.1	Modelo da planta e revisão do controlador	52
3.1.1.1	Controle preditivo com restrições terminais CRHPC	53
3.1.2	Controlador proposto	55
3.1.3	Análise da robustez	58
3.1.4	Exemplos ilustrativos	60
3.1.5	Conclusões	63
3.2	MPC para sistemas com atraso e dinâmica integradora ou instável	63

3.2.1	Análise do GPC para sistemas com atraso	64
3.2.2	Controle preditivo proposto	68
3.2.3	Robustez	69
3.2.4	Exemplos ilustrativos	70
3.2.5	Conclusões	77
3.3	Formulação do EPSAC baseado no preditor de Smith (SPEPSAC)	77
3.3.1	Conclusões	80
4	Controle de sistemas não lineares com atraso	81
4.1	Restrições no controle preditivo baseado em modelo (MPC)	84
4.2	Restrições no MPC em sistemas com atraso	86
4.3	Formulação do MPC com garantia de estabilidade: Abordagem teórica	89
4.3.1	Formulação do MPC para sistemas com atraso	91
4.4	Controle preditivo não linear de processos com atraso (NMPC)	92
4.4.1	NEPSAC para sistemas com atraso: Abordagem prática	92
4.4.1.1	O modelo não linear	93
4.4.1.2	Cálculo das previsões	93
4.4.2	Algoritmo de controle preditivo NEPSAC	94
4.4.3	NEPSAC para sistemas com atraso	95
4.4.3.1	Algoritmo de otimização do DTC-NEPSAC	96
4.4.3.2	Ajuste dos parâmetros do controlador	97
4.5	Resultados experimentais: Controle de nível em uma planta piloto	100
4.6	Conclusões	107

5	Estudo de caso: Dosagem de droga a pacientes durante cirurgia	109
5.1	Modelo do paciente	110
5.2	Controle preditivo de dosagem de anestesia	113
5.2.1	Descrição da estratégia MPC utilizada	114
5.2.2	Estratégia MPC robusto (RMPC)	116
5.3	Análise do MPC no caso especial $N_u = 1$	118
5.4	Análise de estabilidade e robustez	118
5.5	Estabilidade absoluta	120
5.5.1	Estudo de caso: não linearidade tipo saturação	123
5.6	Resultados	125
5.6.1	Pacientes e ajuste do controlador	125
5.6.2	Simulações de malha fechada	128
5.7	Conclusões	134
6	Conclusões	135

Lista de Figuras

2.1	Interpretação da ação derivativa como previsão do erro.	7
2.2	Estrutura de controle do preditor de Smith	9
2.3	Sistema de malha fechada	13
2.4	Estrutura de controle do preditor de Smith filtrado	16
2.5	Estrutura alternativa do preditor de Smith filtrado	18
2.6	Sistema de controle DTC2DOF	20
2.7	Esquema de controle DTC2DOF simplificado	22
2.8	Estrutura de controle discreto do preditor de Smith filtrado	23
2.9	Sistema de controle discreto DTC2DOF	24
2.10	Sintonia do índice de robustez normalizado	27
2.11	Escolha de T_s	32
2.12	Planta piloto	33
2.13	Resultados experimentais	35
2.14	Estrutura geral do MPC	38
2.15	Estratégia de controle preditivo GPC	44
2.16	Controle preditivo SPGPC	46
2.17	Conceito das ações do controle base e ótimo.	47
3.1	Controle preditivo com restrições terminais CRHPC	54
3.2	Esquema de controle do CRHPC	57

3.3	Esquema de controle do CHSPPC	58
3.4	Exemplo 3.1	61
3.5	Exemplo 3.2	62
3.6	Estrutura de dois graus de liberdade e compensação de tempo morto	67
3.7	Sintonia do índice de robustez: efeito de λ	70
3.8	Sintonia do índice de robustez: efeito de N	71
3.9	Sintonia do índice de robustez: efeito de R	71
3.10	Comparação dos algoritmos GPC e o proposto RGPC	73
3.11	Comparação dos algoritmos GPC e o proposto RGPC com erro no atraso	74
3.12	Exemplo 3.4	76
3.13	Estrutura do SPEPSAC.	80
4.1	Esquema do MPC para sistemas com atraso.	88
4.2	Esquema de um modelo em que o atraso pode ser separado	93
4.3	Estratégia DTC-NEPSAC.	96
4.4	Algoritmo da estratégia de controle DTC-NEPSAC.	98
4.5	Planta piloto.	100
4.6	Corte transversal do tanque.	101
4.7	Esquema do tanque.	101
4.8	Validação do modelo.	103
4.9	Ensaio ao seguimento de referência do controlador NEPSAC	104
4.10	Ensaio ao seguimento de referência do controlador DTC-NEPSAC	105
4.11	Quantidade de iterações do algoritmo de otimização	106
5.1	Modelo dos compartimentos.	111
5.2	Estrutura linear do modelo do paciente.	114
5.3	Representação do MPC em diagrama de blocos.	117

5.4	Variação de $-1/\phi$ e $L(j\omega)$ no plano complexo.	120
5.5	Sistema de malha fechada	121
5.6	Setor $[k_1, k_2]$	121
5.7	Disco $D(d_1, d_2)$	122
5.8	Saturação.	124
5.9	Mínimo valor de k_1 em função do ajuste do filtro R	124
5.10	Diagrama de Nyquist da estratégia MPC com $\pm 10s$ de erro no atraso . .	126
5.11	Diagrama de Nyquist da estratégia RMPC com $\pm 10s$ de erro no atraso .	127
5.12	Diagrama de Nyquist da estratégia MPC com $\pm 25s$ de erro no atraso . .	127
5.13	Diagrama de Nyquist da estratégia RMPC com $\pm 25s$ de erro no atraso .	128
5.14	Resposta de malha usando a estratégia RMPC	129
5.15	Resposta de malha usando a estratégia MPC	130
5.16	Resposta de malha fechada da estratégia RMPC	132
5.17	Resposta de malha fechada da estratégia MPC	133

Lista de Tabelas

2.1	Escolha de T_s para $I_{EIQ} = 1.1$	33
2.2	Parâmetros do controlador	34
5.1	Características dos pacientes	125

Capítulo 1

Introdução

Neste trabalho analisa-se o controle preditivo de sistemas lineares e não lineares com atraso. O estudo aqui apresentado, ocupa-se fundamentalmente com a robustez, a garantia de estabilidade e do caso particular de processos com dinâmica integradora ou instável. Os resultados obtidos neste trabalho melhoram algumas das estratégias de controle preditivo existentes e contribuem ao entendimento de problemas associados a este tipo de sistemas.

1.1 Motivação

O controle preditivo baseado em modelo (“model-based predictive control”, MPC) é classificado dentro da família de algoritmos de controle que utilizam um modelo explícito do processo para prever a resposta futura da planta e calcular a ação de controle com base nestas informações. O MPC foi desenvolvido inicialmente para solucionar problemas exclusivos em algumas aplicações relacionadas com a indústria do refino de petróleo e de geração de energia. A tecnologia do MPC pode ser agora encontrada numa lista variada de áreas de aplicação, incluindo produtos químicos, farmacêuticos, processamento de alimentos, indústria automotriz, do aço, aplicações aeroespaciais, biomédicas, refino de açúcar, em robô manipuladores, etc (Qin e Badgwell 2003). Os principais motivos do uso do MPC devem-se fundamentalmente a que: pode ser aplicado tanto em sistemas monovariáveis como em multivariáveis; lineares e não lineares; as ações de controle por prealimentação podem ser incluídas no algoritmo de forma direta; as restrições nas variáveis de entrada e saída da planta podem ser consideradas em tempo real no controlador e; pela própria definição, o MPC pode ser utilizado para controlar plantas com atraso (Camacho e Bordons 2004).

Numa pesquisa apresentada na revista *Journal of Process Control* sobre controladores utilizados em indústrias japonesas, em que se mostra a preferência dos operadores pelos sistemas de controle baseado em modelos, o grau de satisfação é de um 80% na maioria dos casos. Os resultados refletem as vantagens do uso deste tipo de controladores, especialmente quando se apresentam problemas causados pelas perturbações e atrasos de transporte (Takatsu et al. 1998).

O campo do controle preditivo pode-se dividir em duas áreas: o controle de sistemas lineares e o de sistemas não lineares. O controle de sistemas lineares é aplicado quando o sistema opera nas vizinhanças de um ponto de operação e o comportamento pode ser aproximado satisfatoriamente por um modelo linear com atraso. Isto é o motivo pelo qual muitas técnicas de MPC foram abordadas utilizando modelos lineares: DMC (“dynamic matrix control”, (Cutler e Ramaker 1979)); MAC (“model algorithm control”, (Richalet et al. 1976)); GPC (“generalized predictive control”, (Clarke et al. 1987)); EPSAC (“extended predictive self adaptive control”, (De Keyser 2003)). Embora o campo dos sistemas lineares já tenha sido amplamente estudado, ainda restam temas em aberto, tais como:

- estudos sobre a garantia de estabilidade na presença de incertezas e de restrições nos sinais de controle e de saída quando se controlam sistemas com atraso;
- o estudo de casos particulares como a aplicação em sistemas com dinâmica integradora ou instável.

Por outro lado, se o processo afasta-se do ponto de operação, ou este é variável, então necessariamente deverá ser levado em conta o modelo não linear no projeto do controle, de forma que permita manter a estabilidade do sistema em malha fechada. Para contornar este problema, o controle preditivo não linear é uma boa alternativa (Mayne 2000, Mayne et al. 2000). O interesse nos anos recentes neste campo, tem incrementado em forma crescente o número de publicações focalizadas principalmente em aspectos de estabilidade e robustez (Marruedo 2002, Magni 2003, Magni e Scattolini 2004). As soluções neste campo não são triviais e existem problemas que ainda não foram resolvidos, tais como:

- a dificuldade para se obter modelos não lineares de processos reais usando técnicas de identificação para processos não lineares;
- a complexidade computacional para a resolução do controle MPC de processos não lineares;

- a complexidade de uma implementação prática de controladores preditivos robustos de sistemas não lineares.

O apresentado previamente, motiva a continuar pesquisando as técnicas de controle preditivo baseado em modelo e propondo modificações e melhorias nos algoritmos.

1.2 Objetivos

Os objetivos principais deste trabalho são:

1. aprofundar o conhecimento sobre a solução de controle preditivo de sistemas lineares e não lineares com atraso;
2. estender algumas soluções do caso do MPC linear para o caso não linear;
3. estender resultados existentes sobre MPC para casos mais complexos, por exemplo, sistemas integradores ou instáveis com atraso e sistemas não lineares com atraso;
4. aplicar os resultados em simulações e em plantas piloto de laboratório, sobretudo direcionando os estudos para o setor biomédico e de processos industriais.

Para isto, será buscado como objetivo melhorar uma determinada relação entre o desempenho e a robustez do sistema em malha fechada. O estudo estará focalizado na busca de soluções de fácil implementação e utilização no meio industrial para o controle de sistemas com atraso, considerando fundamentalmente o comportamento robusto das mesmas. Da mesma forma, em cada caso estudado, se buscará estabelecer resultados comparativos entre as diferentes estratégias de controle de sistemas com atraso, ressaltando as vantagens e desvantagens de cada estratégia.

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

No Capítulo 2 faz-se uma revisão dos compensadores de tempo morto e dos controladores preditivos. Estudam-se as diferentes soluções propostas na literatura e suas propriedades.

No Capítulo 3 apresentam-se três estratégias de MPC para sistemas lineares com atraso, todas sendo contribuições deste trabalho: uma primeira relacionada com a

garantia de estabilidade de sistemas com atraso e as duas outras relacionadas com ajustes para sistemas estáveis, integradores ou instáveis com atraso.

No capítulo 4 propõe-se uma estratégia de MPC para sistemas não lineares com atraso com resultados testados em uma planta piloto.

No Capítulo 5 apresenta-se um estudo de caso aplicado à dosagem de anestesia de pacientes durante cirurgia.

Finalmente no Capítulo 6 apresentam-se as conclusões do trabalho.

Capítulo 2

Controle de sistemas com atraso

Este capítulo mostra a importância do uso de um preditor como compensador de tempo morto associado ao processo e sua influência no comportamento de malha fechada do sistema. O capítulo apresenta também resultados básicos relacionados com controle de sistemas com atraso que serão usados nos capítulos seguintes.

Dado que um dos principais objetivos neste trabalho é controlar sistemas com atraso utilizando técnicas de controle preditivo, neste capítulo é realizada uma revisão dos controladores preditivos ao longo da história, passando pelo PID (proporcional, integral, derivativo), os DTC (“dead-time compensator”) e, finalmente, é analisado o MPC. Especial atenção é dada ao preditor de Smith (SP, “Smith predictor”) que pode ser considerado o primeiro controlador preditivo proposto na literatura.

Inicialmente estuda-se a aplicação do PID e SP para o controle de plantas com atraso e a metodologia que será usada nesta tese para o estudo de robustez de sistemas de malha fechada. Em seguida apresentam-se modificações importantes do SP que permitem melhorar seu desempenho por meio de modificações na estrutura. Resultados experimentais mostram as propriedades dos DTC. Em seguida apresenta-se a técnica de controle preditivo (MPC) e suas características. Dentro do MPC estudam-se o GPC, o SPGPC (“Smith predictor GPC”) e o EPSAC para o controle de sistemas lineares, uma vez que estes algoritmos são utilizados como base para os capítulos seguintes. Parte do conteúdo deste capítulo foi resumido das teses de doutorado: (Normey-Rico 1999, Marruedo 2002, Dutra 2003) e da dissertação de mestrado (Torrico 2003).

2.1 Compensação de tempo morto

Os atrasos entre as variáveis de entrada e de saída dos processos aparecem em muitas plantas industriais, sistemas biológicos e em sistemas econômicos e sociais. Na maioria dos casos, os atrasos devem-se ao transporte de massa ou energia no processo e ao efeito produzido pela acumulação de sistemas de baixa ordem. Mas, podem também ser produzidos pelo processamento de informações, como por exemplo, em analisadores e pela transmissão de sinais como nos sistemas de comunicação.

Um dos primeiros sistemas descritos com atraso foi apresentado por Boltzmann (1874) que estudou o feito do atraso nas propriedades de elasticidade de alguns objetos. Nos inícios do século XX começou a crescer a necessidade de armazenar os valores passados de um sistema para poder prever a evolução futura. Esta teoria era contrária à Newtoniana que afirmava que o conhecimento dos valores presentes das variáveis relevantes são suficientes para predição. Até que Picard (1907) levou em conta um estudo no qual mostra a importância dos estados passados para a obtenção de um modelo mais realista. Também começaram a surgir trabalhos com modelos matemáticos na área da medicina e biologia. Por exemplo, Ross (1911) descreveu modelos matemáticos para a epidemia da malária usando equações diferenciais. Logo após, Sharpe e Lotka (1923) enfatizaram a necessidade de considerar o atraso devido ao tempo de incubação do vírus da malária. Também com o objetivo da obtenção de modelos mais realistas, Volterra (1927) desenvolveu a teoria de equações funcionais e integro diferenciais. Logo no ano 1953, em uma monografia da Rand Corporation, Bellman e Danskin apresentaram diversas aplicações com equações que continham atraso nas áreas de economia e biologia, nas quais ficou evidente a influência do atraso no comportamento deste tipo de sistemas.

Esta breve introdução foi resumida de Schoen (1995) e mostra que os atrasos devem ser levados em conta para descrever ou controlar certos tipos de processos. Na atualidade, um dos principais objetivos do controle automático de processos é alcançar níveis elevados de produção garantindo uma qualidade desejada. O aumento na produção com garantia de qualidade requer um sistema de controle que garanta variações rápidas nas variáveis de controle e que o sistema seja robusto sob perturbações e variações em alguns parâmetros. Portanto é necessário levar em conta os efeitos do atraso no projeto de controle de forma a garantir estes requisitos.

No campo do controle de processos, a presença do atraso na malha de controle, tem duas conseqüências fundamentais:

1. O atraso (ou tempo morto) diminui consideravelmente a fase do sistema, conse-

qüentemente diminuem as margens de ganho e de fase do sistema.

2. No caso contínuo as relações entrada-saída do sistema tornam-se irracionais o que dificulta o projeto de controle (Palmor 1996).

A utilização de métodos clássicos de projeto de controladores na compensação de sistemas com atraso (por exemplo controladores tipo “proporcional integral derivativo” PID), exigem ajustes conservadores (que produzem respostas lentas) para garantir a estabilidade do sistema em malha fechada (Hagglung (1996), Astrom e Hagglund (1995)). De forma geral, se o atraso é pequeno (menor que duas vezes a constante de tempo dominante do sistema) e o modelo é de baixa ordem, o ajuste do PID permite a obtenção de uma solução aceitável. Mas se o atraso é grande e deseja-se obter respostas em malha fechada mais rápidas, então é conveniente utilizar sistemas de compensação de atraso. Estes aspectos são analisados na seqüência.

2.1.1 Controlador PID para sistemas com atraso

A ação de um controlador PID ideal pode ser calculada como:

$$u(t) = K_c[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}] \quad (2.1)$$

em que K_c é o ganho do controlador, T_i o tempo integral, T_d o tempo derivativo, $u(t)$ o sinal de controle e $e(t)$ o erro entre a saída do processo e a referência.

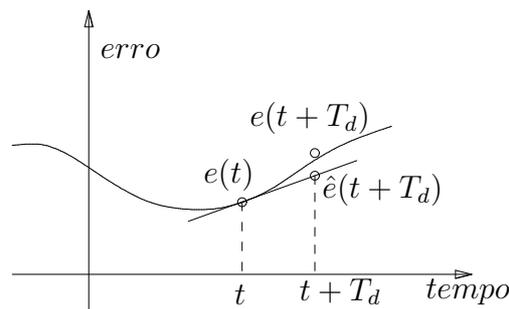


Figura 2.1: Interpretação da ação derivativa como previsão do erro.

A soma das ações proporcional e derivativa pode ser interpretada como uma ação de controle proporcional baseada na previsão do erro T_d unidades à frente de t :

$$u_{PD} = K_c[e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}] = K_c \hat{e}(t + T_d | t),$$

em que $\hat{e}(t + T_d|t)$ é a estimativa do erro do processo $e(t)$ no tempo $t + T_d$ a partir do instante t . Esta interpretação da ação derivativa, como predição linear do erro, pode ser apreciada na Figura 2.1.

Esta idéia evidencia a importância de um ajuste apropriado da ação derivativa de um controlador PID quando o sistema tem atraso de transporte e se a resposta do processo pode ser interpretada como a de um sistema de primeira ordem mais um atraso. O controle PI atua sobre a dinâmica sem atraso e o PD sobre o atraso (Normey-Rico e Camacho 2007).

Se o atraso (ou atraso equivalente) for pequeno um ajuste apropriado de T_d fornecerá uma ação, que prediz adequadamente o valor do erro em $t + T_d$ e a resposta do sistema em malha fechada poderá ser melhorada se comparada à do controle PI. Quando o atraso for grande (se comparado à constante de tempo dominante) e deseja-se acelerar a resposta em malha fechada, o ajuste de T_d não fornecerá uma boa predição e será necessário utilizar outro tipo de controlador.

2.1.2 Preditor de Smith (SP)

O preditor de Smith (Smith 1957) foi o primeiro sistema de controle proposto na literatura que introduz um compensador de atraso. Naquela época (1957), ainda usavam-se equipamentos analógicos para o controle de plantas industriais, o que tornava a implementação do preditor de Smith difícil e inconveniente. Quando os controladores digitais começaram a aparecer no mercado, no início dos anos 80, a implementação de compensadores de tempo morto (DTC) tornou-se relativamente fácil. Isso tem motivado, nos últimos 25 anos, a diversos autores voltarem a atenção ao preditor de Smith, analisando as propriedades e propondo métodos de ajuste ou modificações na estrutura, procurando melhorar algumas de suas características (Palmor 1996).

O SP permite melhorar o desempenho de um sistema com atraso em relação a outras técnicas, como por exemplo o PID, principalmente quando o atraso é dominante (maior que duas vezes a constante de tempo dominante do sistema) e bem conhecido. A estrutura do SP está baseada no uso de um preditor $G_n(s)$ no esquema de controle. Nesta estratégia de controle, realimenta-se a predição da saída do processo no tempo t , calculada usando o modelo do processo sem atraso ($G_n(s)$). Para que o sistema possa rejeitar erros de modelagem e o efeito das perturbações, realimenta-se a diferença entre a saída do processo e a saída do modelo com atraso ($P_n(s) = G_n(s)e^{-Ls}$ em que L é o atraso), tal como ilustrado no esquema da Figura 2.2.

Pode ser observado nesta estratégia que (i) a saída do preditor ($\hat{Y}e^{Ls}$) é uma esti-

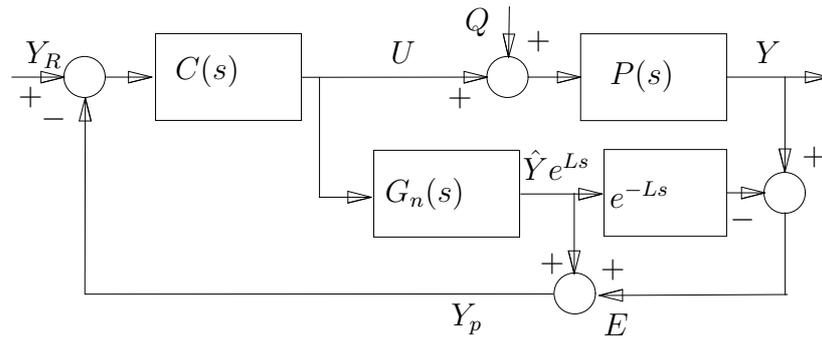


Figura 2.2: Estrutura de controle do preditor de Smith

mativa da saída do processo sem o atraso nominal, (ii) como o modelo do preditor não é, em geral, igual ao processo real, é introduzido um fator de correção E , gerado pela diferença entre a saída real e a predita por $(P_n(s))$ e (iii) no caso ideal, o erro é zero e o controlador primário $C(s)$ pode ser ajustado considerando apenas a planta sem o atraso $(G(s))$. Esta solução é simples e permite obter respostas mais rápidas do que as que podem ser obtidas usando um controle PID (Palmor 1996). Por outro lado, o uso do SP pode ter as seguintes limitações:

1. A primeira limitação está relacionada com o ajuste do controle primário. Quando $C(s)$ é ajustado considerando-se somente $G_n(s)$, o sistema poderia resultar instável para erros de modelagem $(P(s) - P_n(s))$ pequenos (esta propriedade se analisa com detalhe na seção 2.2.4).

Para entender claramente a segunda e a terceira limitações consideram-se as relações entrada-saída do SP:

$$H_r(s) = \frac{Y(s)}{Y_r(s)} = \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}, \quad (2.2)$$

$$H_q(s) = \frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[1 - \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right] = P_n(s)(1 - H_r(s)). \quad (2.3)$$

2. A segunda limitação está relacionada com a estrutura do SP: o sistema de controle não pode ser utilizado com processos que tenham pólos com parte real positiva (dado que $H_q(s)$ seria instável) e se o processo for integrador a implementação não pode ser realizada diretamente usando o esquema da Figura 2.2. Observa-se na Equação (2.3) que os pólos de $P_n(s)$ são os pólos de $H_q(s)$ exceto se $P_n(s)$ tiver um pólo em $s = 0$.

3. A terceira limitação está relacionada com a rejeição de perturbações. Se $C(s)$ for

ajustado para obter uma determinada resposta a perturbações, então não será possível obter simultaneamente qualquer resposta desejada para mudanças da referência. Se a planta é integradora, o sistema não pode rejeitar perturbações constantes em regime permanente. Por exemplo, se é considerado que $P_n(s) = \frac{G_m(s)e^{-Ls}}{s}$, em que $G_m(s)$ é uma função de transferência estável com ganho k_m e por outro lado que poderia ser aplicado um controlador primário ideal (um controle de ganho tendendo ao infinito $C(s) \rightarrow \infty$), o seguimento a referências seria dado por:

$$H_r(s) = e^{-Ls}$$

e a rejeição de perturbações $H_q(s)$ em estado estacionário seria:

$$\lim_{s \rightarrow 0} H_q(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{G_m(s)e^{-Ls}}{s} (1 - e^{-Ls}) = k_m, \quad (2.4)$$

isto demonstra que o sistema não rejeita perturbações constantes no caso integrador.

2.2 Análise de robustez

O projeto de sistemas de controle é normalmente baseado em um modelo do processo, seja este obtido por identificação ou pelo equacionamento das leis físicas que regulam o comportamento dinâmico do sistema. Devido às limitações do conhecimento do processo, os modelos utilizados não representam fielmente a dinâmica real. Como consequência, se o projeto do controle é realizado unicamente com base no modelo, o mesmo pode não funcionar como desejado quando opera com o processo real.

Quando um controlador é capaz de controlar um processo mesmo que o modelo usado para o projeto não seja perfeito, se diz que o mesmo é robusto. O grau de robustez do sistema pode ser medido de várias formas, mas é claro que deverá ser maior quanto maiores forem as incertezas ou erros de modelagem do processo, isto para garantir um bom desempenho do sistema.

A primeira ação que deve ser levada em conta no estudo de um sistema controle robusto é aceitar que devido às limitações do conhecimento do processo, os modelos que serão obtidos não representam fielmente a dinâmica real. Assim, o projeto de um sistema de controle robusto deve considerar seqüencialmente as seguintes etapas (Morari e Zafiriou 1989):

1. Estudar as incertezas de modelagem;

2. Representar adequadamente as incertezas;
3. Projetar os controladores considerando os erros de modelagem para se obter um comportamento robusto do controlador.

Em seguida mostra-se como serão abordadas cada uma destas etapas nesta tese.

2.2.1 Incertezas de modelagem

A modelagem de processos normalmente considera que estes podem ser representados por um conjunto de equações relacionando as variáveis e parâmetros. As incertezas de modelagem podem ter várias origens. Algumas delas são:

1. parâmetros são sempre aproximações dos valores reais;
2. parâmetros do modelo variam devido às não linearidades ou a mudanças no ponto de operação;
3. erros de medição de variáveis;
4. desconhecimento da estrutura do processo em alta frequência;
5. na prática, por simplicidade, usam-se modelos de baixa ordem.

As incertezas mencionadas acima podem ser classificadas em dois grupos:

1. Incertezas paramétricas ou estruturadas: é quando a estrutura do modelo utilizada para representar o processo é perfeitamente conhecida e invariante, e apenas seus parâmetros estarão sujeitos a variações. Um exemplo deste tipo pode ser uma planta que tem um comportamento dinâmico de um sistema de primeira ordem, linear, com ganho estático variável.
2. Incertezas não estruturadas: quando a estrutura, a ordem e outras características do modelo utilizado para representar o processo podem variar, de forma tal que não é possível representá-lo por um único modelo com parâmetros variáveis. Um exemplo deste tipo pode ser uma planta que tem um comportamento dinâmico, que pode se representado por um sistema de ordem variável em que unicamente limitam-se os valores de amplitude da sua resposta em frequência.

Esta segunda representação, que permite incluir as dinâmicas não modeladas no modelo das incertezas, será usada neste trabalho.

2.2.2 Representação das incertezas

Para poder colocar formalmente a representação das incertezas é necessário que sejam definidos os conceitos de modelo nominal e família de modelos.

Ao descrever o comportamento de um processo linearmente normalmente devem ser usados vários modelos. Este conjunto de modelos lineares definem-se como a família de modelos que permitem representar o comportamento do processo. Dentre eles existe um modelo, usualmente chamado modelo nominal, que é normalmente usado para representar o comportamento padrão ou médio do sistema. Ainda, este modelo normalmente é usado na teoria de controle para o projeto por técnicas clássicas, como por exemplo, o método do Lugar Geométrico das Raízes.

Ao longo deste documento, o modelo nominal é normalmente representado por uma função do tipo:

$$P_n(s) = G_n(s)e^{-Ls},$$

em que $G_n(s)$ modela a dinâmica do processo e L é o atraso.

Por outro lado, para análise, o processo “real” pode ser representado por um modelo de incertezas não estruturadas aditivas ou multiplicativas. Assim para cada $P_i(s)$ da família:

$$P_i(s) = P_n(s) + \Delta P_i(s), \quad (2.5)$$

ou

$$P_i(s) = P_n(s)(1 + \delta P_i(s)), \quad (2.6)$$

em que $\Delta P_i(s)$ é o erro aditivo e $\delta P_i(s)$ o erro multiplicativo. $\Delta P(s)$ e $\delta P(s)$ contém o máximo erro de modelagem do sistema, tais que:

$$|\Delta P(s)| \geq |\Delta P_i(s)|, \quad s = j\omega, \quad \omega > 0,$$

$$|\delta P(s)| \geq |\delta P_i(s)|, \quad s = j\omega, \quad \omega > 0.$$

2.2.3 Estabilidade e robustez

Considere o sistema de malha fechada da Figura 2.3 em que $C'(s)$ é o controlador e $P(s)$ representa a planta. Considerando que as incertezas são de tipo não estruturadas aditivas (2.5) e considerando o critério de Nyquist, um condição suficiente de estabilidade robusta é dada por (Morari e Zafriou 1989):

$$|\Delta P(j\omega)| < \frac{|1 + C'(j\omega)P_n(j\omega)|}{|C'(j\omega)|}, \quad \forall \omega > 0. \quad (2.7)$$

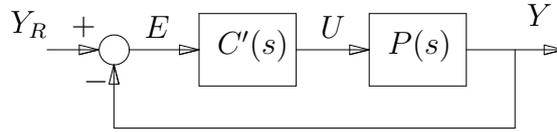


Figura 2.3: Sistema de malha fechada

Definindo o índice de robustez I_R como o segundo termo de (2.7) obtém-se:

$$|\Delta P(j\omega)| < I_R(\omega) = \frac{|1 + C'(j\omega)P_n(j\omega)|}{|C'(j\omega)|}, \quad \forall \omega > 0, \quad (2.8)$$

No caso de incertezas não estruturadas multiplicativas o índice de robustez i_R é dado por:

$$i_R(\omega) = \frac{|1 + C'(j\omega)P_n(j\omega)|}{|C'(j\omega)P_n(j\omega)|}, \quad \forall \omega > 0, \quad (2.9)$$

e a condição suficiente de estabilidade robusta é dada por: $i_R(\omega) > |\delta P(j\omega)| \triangleq \frac{\Delta P(j\omega)}{P_n(j\omega)}$.

Nota-se que:

$$i_R(\omega) = \frac{I_R(\omega)}{|P_n(j\omega)|}.$$

2.2.4 Estabilidade e robustez do preditor de Smith (SP)

Se é considerada a estrutura do preditor de Smith (Figura 2.2), esta pode ser reduzida em uma estrutura equivalente à Figura 2.3, em que:

$$C'(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)(G_n(s) - P_n(s))}.$$

Substituindo C' no índice de robustez (2.8), obtém-se:

$$I_R(\omega) = \frac{\left| 1 + \frac{C(j\omega)}{1 + C(j\omega)(G_n(j\omega) - P_n(j\omega))} P_n(j\omega) \right|}{\left| \frac{C(j\omega)}{1 + C(j\omega)(G_n(j\omega) - P_n(j\omega))} \right|}, \quad \forall \omega > 0, \quad (2.10)$$

$$= \frac{|1 + C(j\omega)(G_n(j\omega) - P_n(j\omega)) + C(j\omega)P_n(j\omega)|}{|C(j\omega)|} \quad (2.11)$$

e logo simplificando:

$$I_R(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)|} \quad \forall \omega > 0. \quad (2.12)$$

No caso de incertezas não estruturadas multiplicativas o índice de robustez i_R é dado por:

$$i_R(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)G_n(j\omega)|}, \quad \forall \omega > 0, \quad (2.13)$$

e a condição de estabilidade robusta é dada por: $i_R(\omega) > |\delta P(j\omega)|$.

Nota-se que:

$$i_R(\omega) = \frac{I_R(\omega)}{|G_n(j\omega)|}.$$

Observa-se que a robustez i_R (ou I_R) do SP depende somente do modelo sem atraso G_n e do controle primário C .

Se o controle primário C for projetado para obter respostas muito rápidas em malha fechada, então o sistema terá um índice de robustez muito pequeno em altas frequências ($i_R(\omega) \approx 1$), precisamente onde existem mais incertezas de modelagem, podendo o sistema se tornar instável em malha fechada com pequenos erros de modelagem. Portanto, no SP assim como em outros controladores, não é possível a obtenção simultânea de respostas rápidas ao seguimento de referências e índice de robustez elevado.

Na continuação analisam-se as modificações mais relevantes apresentadas na litera-

tura do SP que apontam para a solução dos problemas discutidos nesta seção.

2.3 Modificações ao preditor de Smith

Vários autores propuseram diferentes modificações ao SP original para melhorar o comportamento em malha fechada do sistema de controle quando o processo é estável com atraso dominante (Astrom e Haggglund 1995, Normey-Rico et al. 1997), integrador e possui atraso dominante (Astrom et al. 1994, Matausek e Micic 1996, Zhang e Sun 1996, Tian e Gao 1999, Normey-Rico e Camacho 1999a, Normey-Rico e Camacho 2002, Hang et al. 2003) e, recentemente em (Liu et al. 2005, Torrico e Normey-Rico 2006), quando o processo é instável com atraso dominante. No caso estável, a robustez do algoritmo de Astrom e Haggglund (1995), que pode ser usado em plantas com atraso dominante, foi melhorada por Normey-Rico et al. (1997) incluindo um filtro passa baixa na estrutura de predição e mantendo a simplicidade de ajuste do algoritmo original. No caso de plantas integradoras com atraso, o algoritmo de Astrom et al. (1994) foi comparado com o proposto por Watanabe e Ito (1981) para mostrar como o primeiro melhorava a resposta do segundo às mudanças da referência, mantendo as mesmas vantagens à rejeição das perturbações. Posteriormente a solução proposta por Matausek e Micic (1996) para o mesmo problema, permite obter resultados parecidos aos de Astrom et al. (1994), mas utilizando uma estrutura mais simples e fácil de ajustar. Por outro lado, os autores Normey-Rico e Camacho (1999a) demonstraram que, incluindo um filtro de referência na estrutura do compensador de atrasos de Watanabe e Ito (1981) e ajustando adequadamente um modelo rápido ($G_n(1 - Ls)$) e o controle primário ($C(s)$), é possível obter resultados equivalentes aos controladores apresentados em Astrom et al. (1994) e Matausek e Micic (1996) tanto para a rejeição de perturbações quanto para o seguimento de referências. Logo após em Normey-Rico e Camacho (2002) foi apresentado um enfoque unificado do controle de processos estáveis e integradores com atraso, mostrando como a estrutura de Normey-Rico e Camacho (1999a) pode ser melhorada usando um filtro de referência diferente. Por outro lado, em Zhong e Normey-Rico (2002), ao invés de utilizar o SP para compensar o atraso, foi proposto um observador de perturbações baseado na estrutura dois graus de liberdade. Esta estrutura de controle apresenta um melhor desempenho do que o de Normey-Rico e Camacho (2002) e pode ser projetada para a rejeição de perturbações de forma mais simples. É fácil de se ajustar os parâmetros e de se implementar. Igualmente num trabalho recente, apresentado em Torrico e Normey-Rico (2005a), foi proposto o ajuste dos parâmetros, no caso discreto, do observador de perturbações baseado na estrutura 2DOF para plantas estáveis e integradoras. Nesta tese, os resultados são estendidos

para plantas instáveis e as questões de implementação são analisadas. Além disso, como parte das contribuições desta tese, propõe-se uma metodologia de escolha do período de amostragem e um ajuste do controlador para sistemas com atraso.

2.3.1 Preditor de Smith filtrado

A estrutura do preditor de Smith filtrado (FSP) é representada na Figura 2.4 e foi apresentada inicialmente para plantas estáveis em Normey-Rico et al. (1997).

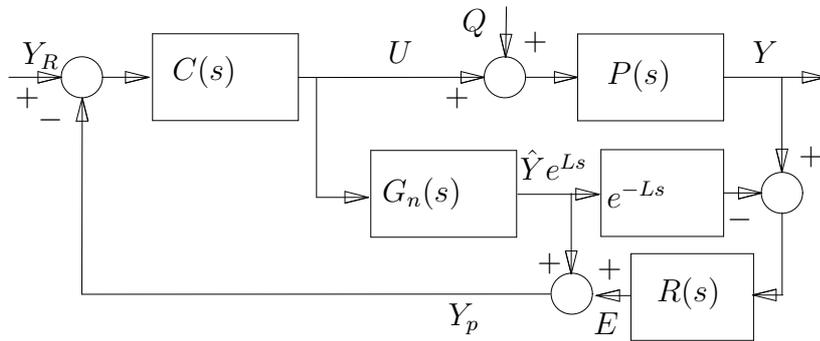


Figura 2.4: Estrutura de controle do preditor de Smith filtrado

Observa-se dos diagramas do SP e do FSP que a diferença do SP para o FSP é que este apresenta um filtro $R(s)$ que atua sobre o erro entre a saída real e a saída predita.

Para entender claramente as propriedades do SP filtrado calculam-se as relações entrada–saída e o índice de robustez da estratégia ilustrada na Figura 2.4:

$$H_r(s) = \frac{Y(s)}{Y_R(s)} = \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}, \quad (2.14)$$

$$H_q(s) = \frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[1 - \frac{C(s)R(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right], \quad (2.15)$$

$$i_R(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)R(j\omega)G_n(j\omega)|}, \quad \forall \omega > 0. \quad (2.16)$$

A partir destas relações pode-se deduzir que:

1. Nesta estrutura, se $C(s)$ for projetado para conseguir respostas rápidas em malha fechada, o sistema seria pouco robusto como explicado na seção 2.2.4. Este problema pode ser contornado projetando $R(s)$ como um filtro passa baixa. Observa-se que $R(s)$ no caso nominal não afeta à função de transferência do seguimento de

referências H_r e sim ao índice de robustez i_R e rejeição de perturbações H_q . Na Equação (2.16) pode-se observar que $R(s)$ está no denominador de i_R , portanto valores pequenos de $R(j\omega)$ em altas frequências elevam o índice de robustez. Por outro lado com $R(s)$ pequeno em altas frequências, a rejeição a perturbações torna-se lenta. Isto significa que $R(s)$ deve ser ajustado considerando o compromisso entre a rejeição a perturbações e o índice de robustez.

2. Se o filtro $R(s)$ não é bem escolhido, os pólos de $P_n(s)$ não podem ser eliminados da função de transferência perturbação–saída (exceto um pólo em $s = 0$). Isso acarreta três conseqüências importantes:
 - (a) O SP filtrado aqui estudado não poderia ser utilizados com processos instáveis em malha aberta, pois a resposta às perturbações seria instável.
 - (b) Se os pólos do processo são mais lentos que os desejados em malha fechada (da relação Y/Y_R), então não seria possível acelerar a resposta às perturbações com o ajuste de $C(s)$ uma vez que os pólos lentos dominarão os transitórios. Na prática, este problema aparece somente quando os atrasos são pequenos comparados com o tempo de resposta. Nos outros casos, a regra geral consiste em projetar o sistema de controle para conseguir em malha fechada tempos de resposta similares aos de malha aberta. Do mesmo modo, deve-se notar que não se justifica projetar sistemas muito rápidos se o efeito em malha fechada não for considerável e ao mesmo tempo prejudica-se a robustez do sistema de controle.
 - (c) Se a planta tem um pólo em $s = 0$ (é integradora) e o resto dos pólos possuem parte real negativa, então a raiz nula do denominador de $H_q(s)$ cancela-se com a mesma raiz do numerador de esta função. Conseqüentemente o ganho estático de $H_q(s)$ é uma constante. Isso implica que o sistema em malha fechada poderá funcionar de maneira estável com plantas integradoras, mas não rejeitará perturbações constantes em regime permanente.
3. Se $C(s)$ for o único parâmetro de ajuste (como é o caso do SP) não seria possível obter simultaneamente uma resposta desejada para mudanças da referência e rejeição de perturbações. Assim, para atingir ambas especificações, deve-se usar necessariamente o filtro $R(s)$. Observa-se que $C(s)$ afeta simultaneamente ao seguimento de referências, rejeição de perturbações e robustez do sistema. Para simplificar o ajuste ao seguimento de referências pode ser incluído na estrutura do preditor de Smith (Figura 2.2) um filtro na referencia ($F_r(s)$), que afete somente $H_r(s)$ e assim desacoplar o ajuste ao seguimento de referência.

No caso de sistemas instáveis é possível ajustar $R(s)$ para que o termo:

$$\left[1 - \frac{C(s)R(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right]$$

de $H_q(s)$ tenha zeros que anulem os pólos instáveis de $G_n(s)$ e para que:

$$\lim_{s \rightarrow 0} H_q(s) = 0. \quad (2.17)$$

Com este ajuste a estrutura de controle da Figura 2.4 não pode ser aplicada diretamente por ser internamente instável. A instabilidade interna surge dado que os pólos instáveis de $G_n(s)$ não são explicitamente simplificados. Este problema será tratado na parte final desta seção.

Para satisfazer a Equação (2.17), considera-se:

$$H_q(s) = P_n(s)[1 - H_r(s)R(s)] = P_n(s)[1 - G_r(s)R(s)e^{-Ls}],$$

em que $H_r(s) = G_r(s)e^{-Ls}$, considera-se $G_r(s) = \frac{N_g(s)}{D_g(s)}$ estável e $G_r(0) = 1$. Se $R(s)$ é projetado como $R(0) = 1$ e $R(s) = \frac{N_R(s)}{D_R(s)}$, obtém-se:

$$H_q(s) = \frac{N_P(s)}{D_P(s)} \left[\frac{D_g(s)D_R(s) - N_g(s)N_R(s)e^{-Ls}}{D_R(s)D_g(s)} \right],$$

em que $\frac{N_P(s)}{D_P(s)} = P_n(s)$. Assim, escolhe-se $N_R(s)$ para que o pseudo polinômio $[D_g(s)D_R(s) - N_g(s)N_R(s)e^{-Ls}]$ tenha as mesmas raízes instáveis que $D_P(s)$. Isto equivale a considerar o esquema da Figura 2.5 e a predição Y_p :

$$Y_P = R(s)Y + G_n(s)(1 - e^{-Ls}R(s))U.$$

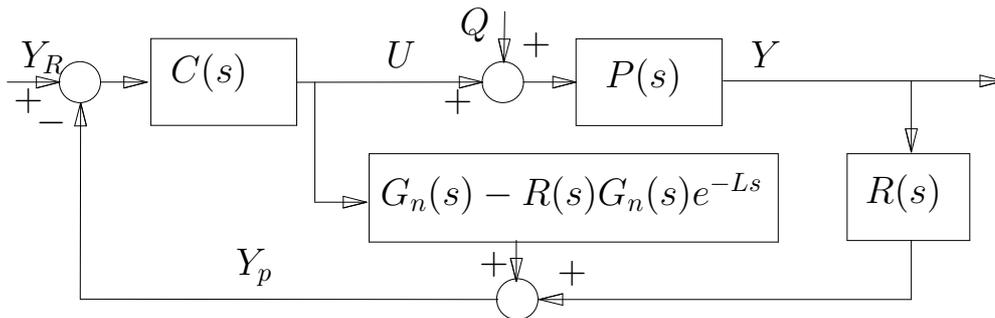


Figura 2.5: Estrutura alternativa do preditor de Smith filtrado

Para que o sistema seja internamente estável, os pólos instáveis de $G_n(s)$ devem ser anulados explicitamente pelos zeros de $(1 - e^{Ls}R(s))$. Neste caso, que é contínuo, isto é muito complexo dado que se o atraso for representado por uma série polinomial em s (de grau infinito) então praticamente seria impossível realizar uma divisão polinomial que simplifique explicitamente os pólos instáveis $G_n(s)$ com os zeros de $(1 - e^{Ls}R(s))$.

Este problema pode ser resolvido na implementação discreta, dado que neste caso o atraso é representado por um polinômio finito. Isto será estudado na seção 2.4.1.

Outra estratégia eficiente para compensar sistemas com atraso, é o observador de perturbações de dois graus de liberdade (DTC2DOF “dead-time compensator of two degree-of-freedom”)

2.3.2 Observador de perturbações de dois graus de liberdade (DTC2DOF)

Uma maneira muito eficiente de rejeitar perturbações mensuráveis é usar o controle por pré-alimentação ou antecipativa. Em processos com perturbações não mensuráveis é interessante usar a ação de pré-alimentação como um valor estimado, dado que este tipo de estrutura permite diminuir o efeito das perturbações na saída. Um observador de perturbações estima as mesmas a partir das medidas da saída e do controle.

Para usar estas idéias em sistemas com atraso, considera-se que a relação entre a saída, a entrada e a perturbação da planta pode ser descrita por:

$$Y(s) = G_n(s)(e^{-Ls}U(s) + e^{-Ls}Q(s)), \quad (2.18)$$

em que Y é a saída, U a entrada, Q a perturbação e L o atraso. Isolando $e^{-Ls}Q(s)$ obtém-se:

$$e^{-Ls}Q(s) = G_n^{-1}(s)Y(s) - e^{-Ls}U(s). \quad (2.19)$$

Da Equação (2.19) percebe-se que não é possível observar a perturbação Q sem que antes transcorra um tempo L e além disso, a implementação exige que $G_n^{-1}(s)$ seja uma função própria. Portanto, opta-se por uma estimação da perturbação realizável \hat{Q} introduzindo-se um filtro $V(s)$ na perturbação observada

$$\hat{Q}(s) = V(s)e^{-Ls}Q(s) = V(s)(G_n^{-1}(s)Y(s) - e^{-Ls}U(s)). \quad (2.20)$$

O filtro $V(s)$ deve ser projetado com a consideração de que a função $\frac{V(s)}{G_n(s)}$ seja própria.

Finalmente, a perturbação estimada é introduzida na malha de controle (ação de pre-alimentação) como mostra a Figura 2.6. Completa-se a estrutura com um controle com preditor para seguimento de referências.

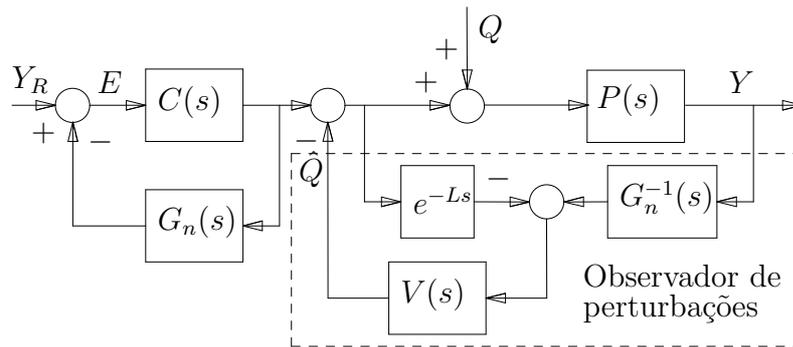


Figura 2.6: Sistema de controle DTC2DOF

As relações de entrada-saída e o índice de robustez no caso nominal são representadas pelas seguintes funções (Zhong e Normey-Rico 2002):

$$\frac{Y(s)}{Y_R(s)} = P(s) \frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s)}, \quad (2.21)$$

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = P(s)(1 - V(s)e^{-Ls}) \quad e \quad (2.22)$$

$$i_R(\omega) = \frac{1}{|V(j\omega)|}, \quad \forall \omega > 0. \quad (2.23)$$

Percebe-se que o sistema está desacoplado entre o seguimento de referências e a rejeição de perturbações. Com isso, $C(s)$ é ajustado para o seguimento de referências e $V(s)$ para a rejeição de perturbações e a robustez. Para que o sistema possa rejeitar perturbações rapidamente, $V(s)$ deve ser aproximado de um em altas frequências. No entanto, para que o sistema tenha robustez elevada, o filtro $V(s)$ deve se aproximar de zero em altas frequências. Portanto, existe um compromisso entre a robustez e a resposta a perturbações. Nota-se, que em baixas frequências o filtro deve tender a um para que o sistema possa rejeitar perturbações do tipo degrau em regime permanente. Na próxima seção são analisadas as condições de ajuste do filtro $V(s)$.

2.3.2.1 Condições de ajuste do filtro $V(s)$

O filtro $V(s)$ deve ser projetado para rejeitar perturbações, portanto considera-se a relação perturbação–saída:

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s)(1 - V(s)e^{-Ls}). \quad (2.24)$$

A relação Y/Q deve ter ganho zero para a rejeição de perturbações em regime permanente. Para isto, o ajuste de V varia em função da dinâmica da planta ou em função da ordem das perturbações (degrau, rampa, etc.). Em seguida são analisados os casos de plantas estáveis, integradoras e instáveis:

1. No caso estável observa-se que a seguinte condição $(1 - V(s)e^{-Ls})|_{s=0} = 0$ deve ser satisfeita para rejeição de perturbações do tipo degrau.
2. No caso de plantas integradoras o termo $(1 - V(s)e^{-Ls})$ deve ter mais um zero em $s = 0$ para compensar o efeito do integrador. Portanto, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\begin{cases} (1 - V(s)e^{-Ls})|_{s=0} = 0, \\ \frac{d}{ds}(1 - V(s)e^{-Ls})|_{s=0} = 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

3. No caso de plantas instáveis, o filtro $V(s)$ deve satisfazer o caso estável e o termo $(1 - V(s)e^{-Ls})$ deve possuir um zero em cada pólo s_i de $P_n(s)$ com parte real positiva ($\Re(s_i) > 0$). Portanto as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\begin{cases} (1 - V(s)e^{-Ls})|_{s=0} = 0, \\ (1 - V(s)e^{-Ls})|_{s=s_i} = 0. \end{cases} \quad (2.26)$$

2.3.2.2 Aspectos de implementação

A estrutura de controle ilustrada na Figura 2.6, que foi estudada no ítem anterior, não pode ser implementada dessa forma devido, a que $G_n(s)^{-1}$ pode não ser própria.

Uma solução simples para este problema é a reordenação dos blocos das funções de transferência, tal que estas sejam próprias e a estrutura internamente estável. Para isto, propõe-se a reordenação dos blocos como ilustrado na Figura 2.7, em que:

$$F_{eq}(s) = \frac{C(s)G_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)V(s)},$$

$$C_{eq}(s) = \frac{V(s)}{G_n(s)} \frac{1}{(1 - V(s)e^{-Ls})}$$

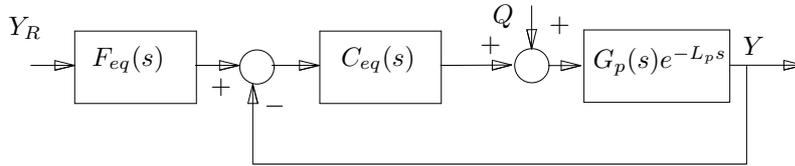


Figura 2.7: Esquema de controle DTC2DOF. $F_{eq}(s)$ e $C_{eq}(s)$ são funções de transferência próprias e, $G_p(s)$ representa a dinâmica da planta sem atraso

Nota-se que esta estrutura não muda as relações entrada–saída (Y/Y_R e Y/Q) da estrutura original (Figura 2.6), mantendo assim as propriedades de seguimento de referências e rejeição de perturbações explicadas no ítem anterior, com a vantagem que esta estrutura é internamente estável. Por exemplo, se $C(s)$ for bem ajustado o sinal de saída de $F_{eq}(s)$ será estável. Por outro lado, o controlador equivalente $C_{eq}(s)$ tem pelo menos um pólo em $s = 0$, $[(1 - V(s)e^{-Ls}) = 0, \forall s = 0]$. Desta forma, o sistema de malha fechada poderá seguir referências do tipo degrau com erro zero em estado estacionário.

2.4 Compensação de tempo morto no domínio discreto

A implementação analógica dos controladores contínuos estudados até aqui, é difícil, especialmente devido a que os controladores incluem atrasos em sua estrutura. Isto tem motivado o uso de controladores digitais no controle de sistemas com atrasos. Controladores digitais também são usados para alcançar um melhor desempenho, em termos de produtividade máxima, custo mínimo ou energia usada. O baixo custo dos computadores digitais e a flexibilidade na programação do controle, são as principais vantagens do controle digital.

2.4.1 Implementação discreta do SP filtrado em sistemas integradores ou instáveis

Como foi estudado na seção 2.3.1, o SP filtrado não pode ser implementado de forma exata no domínio contínuo para processos instáveis dado que o controlador é internamente instável. No caso discreto, a instabilidade interna pode ser eliminada como estudado nesta seção.

O esquema de controle do SP filtrado no caso discreto pode ser representada usando uma estrutura equivalente à contínua como se apresenta na Figura 2.8:

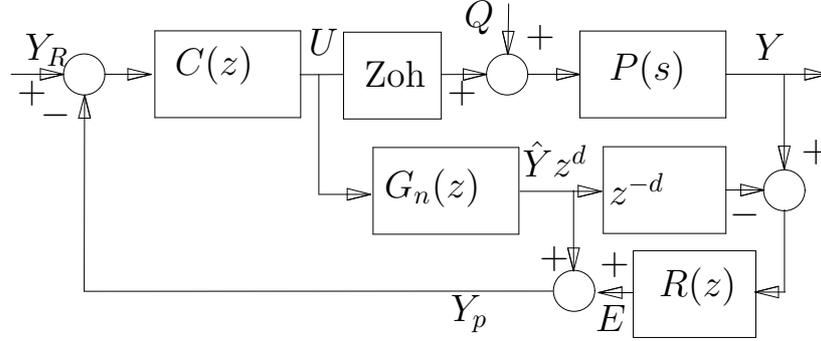


Figura 2.8: Estrutura de controle discreto do preditor de Smith filtrado

Nesta figura, Zoh é um sustentador de ordem zero, $G_n(z)$ o modelo discreto do processo e inclui o Zoh , $C(z)$ o controle primário, d é o atraso e $R(z)$ o filtro do preditor.

Para implementação utiliza-se o sinal Y_P como:

$$\begin{aligned} Y_p(z) &= R(z)Y(z) + G_n(z)(1 - R(z)z^{-d})U(z) \\ &= R(z)Y(z) + \frac{G_m(z)}{P_I(z^{-1})} \left(\frac{\text{den}R(z^{-1}) + \text{num}R(z^{-1})z^{-d}}{\text{den}R(z^{-1})} \right) U(z) \\ &= R(z)Y(z) + F_E(z)U(z), \end{aligned}$$

em que $\frac{\text{num}R(z^{-1})}{\text{den}R(z^{-1})} = R(z)$, $\frac{G_m(z)}{P_I(z^{-1})} = G_n(s)$, $G_m(z)$ é a função de transferência discreta do modelo sem os pólos instáveis e $F_E(z) = G_n(z)(1 - R(z)z^{-d})$. Observa-se que $F_E(z)$ é instável dado que G_n possui pólos instáveis. Portanto, $F_E(z)$ deve implementar-se sem os pólos instáveis de $G_n(z)$.

Na prática a função $F_E(z)$ é implementada como:

$$F_E(z) = \frac{G_m(z)}{\text{den}R(z^{-1})} F_I(z^{-1}),$$

em que $F_I(z^{-1})$ é um polinômio de dimensão $d + n_R - n_I$, d é o atraso discreto, n_R a dimensão do filtro e n_I o número de pólos instáveis de $G_n(z)$. O polinômio $F_I(z^{-1})$ pode ser calculado dividindo $(\text{den}R(z^{-1}) - z^{-d}\text{num}R(z^{-1}))$ por $P_I(z^{-1})$.

O ajuste do filtro $R(z)$ é equivalente ao caso contínuo, os detalhes serão apresentados

no próximo capítulo, em que $R(z)$ será escolhido dependendo de cada caso (plantas integradoras ou instáveis).

2.4.2 Implementação discreta da estrutura DTC2DOF

Na Figura 2.7 é apresentada uma estrutura discreta do DTC2DOF equivalente ao caso contínuo, em que:

$$F_{eq}(z) = \frac{C(z)G_n(z)}{1 + C(z)G_n(z)V(z)},$$

$$C_{eq}(z) = \frac{V(z)}{G_n(z)} \frac{1}{(1 - V(z)z^{-d})}.$$

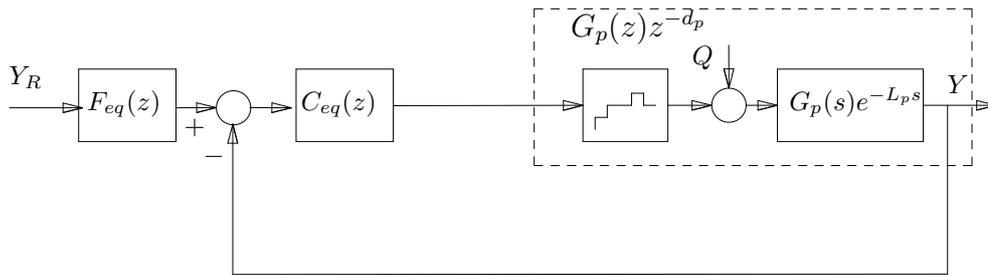


Figura 2.9: Sistema de controle discreto DTC2DOF

A representação discreta do modelo é descrito por:

$$Y(z) = P_n(z)(U(z) + Q(z)),$$

em que $P_n(z)Q(z)$ representa o efeito da perturbação $q(t)$ na saída amostrada $y(kT_s)$. Por outro lado, da relação perturbação-saída

$$\frac{Y}{Q} = P_n(z)(1 - V(z)z^{-d}), \quad (2.27)$$

pode-se deduzir que, para a rejeição de perturbações em estado estacionário, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 - V(z)z^{-d})|_{z=z_0} = 0, \\ (1 - V(z)z^{-d})|_{z=1} = 0, \\ \frac{d}{dz}(1 - V(z)z^{-d})|_{z=1} = 0, \\ \vdots \\ \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}}(1 - V(z)z^{-d})|_{z=1} = 0. \end{array} \right. \quad (2.28)$$

em que $m = m_1 + m_2$, m_1 é a ordem da perturbação (1 para degraus, 2 para rampas, etc) e m_2 é a ação integral da planta (0 para plantas estáveis, 1 para plantas com um integrador, 2 para plantas com duplo integrador, etc). A primeira condição da Equação (2.28) deve ser satisfeita somente em caso de sistemas instáveis para cada pólo instável $|z_0| \geq 1$ de $P_n(z)$.

Também, na implementação de $V(z)$, deve ser garantido que $\frac{V(z)}{G_n(z)}$ seja causal.

Como um exemplo é considerado uma planta de segunda ordem e estável:

$$G_n(z) = \frac{a_0 z + a_1}{z^2 + b_1 z + b_2} \quad a_1 \neq -a_0, \quad (2.29)$$

e um filtro do tipo:

$$V(z) = \frac{\alpha_0 z^{m-1} + \alpha_1 z^{m-2} + \dots + \alpha_{m-1}}{(z - \beta)^m}, \quad (2.30)$$

em que $m_2 = 0$, $m = m_1$ e $\alpha_0, \dots, \alpha_{m-1}$ e β devem ser definidos para satisfazer a Equação (2.28). Se a perturbação é do tipo degrau ($m = m_1 = 1$) então $\alpha_0 = 1 - \beta$, e β é um parâmetro de ajuste ($0 < \beta < 1$). Portanto,

$$V(z) = \frac{1 - \beta}{z - \beta},$$

em que β pode ser sintonizado levando em conta uma robustez elevada (incrementando β) ou rápida rejeição de perturbações (diminuindo β). No discreto, o índice de robustez é dado por:

$$i_R(\omega) = \frac{1}{|V(e^{j\omega})|}$$

Nota-se, neste caso que a rejeição de perturbação também depende dos pólos de $P_n(z)$ (ver Equação 2.27). Quando as perturbações são do tipo rampa ($m = m_1 = 2$) ou a planta é integradora com perturbações do tipo degrau ($m = m_1 + m_2 = 1 + 1 = 2$) é suficiente escolher o filtro da forma:

$$V(z) = \frac{\alpha_0 z + \alpha_1}{(z - \beta)^2},$$

em que $\alpha_0 = dx^2 + 2x$, $\alpha_1 = x^2 - \alpha_0$ e $x = 1 - \beta$. Novamente, β é um parâmetro livre de ajuste.

2.5 Metodologia para a escolha do período de amostragem

A escolha do período de amostragem tem um importante efeito sobre o desempenho e a robustez de um sistema de controle. Nesta seção, um novo método para a escolha do período de amostragem é proposto, para garantir o compromisso entre o desempenho e a robustez em sistemas com atraso. O estudo foi realizado com base no compensador de tempo morto DTC2DOF estudado previamente.

2.5.1 Escolha de T_s levando em conta a robustez

O índice de robustez varia em função da escolha do período de amostragem T_s . Períodos de amostragem muito grandes levarão o sistema à instabilidade e períodos muito pequenos não melhoram significativamente a resposta nem a estabilidade robusta, porém aumentam a complexidade do controle, dado que devem aumentar o número de medidas passadas dos sinais de saída e de controle para a obtenção de um controle equivalente e diminuir o tempo de cálculo. Neste caso, o período de amostragem ótimo para um dado sistema será o maior valor de T_s que mantém aproximadamente as características de estabilidade robusta deste sistema quase equivalentes ao caso contínuo, especialmente nas frequências em que o erro de modelagem é mais importante.

Para analisar o efeito de T_s na robustez, um método gráfico no domínio da frequência é usado. Os erros na estimação do atraso e na constante de tempo dominante do processo são considerados, dado que são os mais importantes neste tipo de processos (Normey-Rico e Camacho 1999a). É considerado que no caso estável, o processo pode ser representado por $P_n(s) = \frac{e^{-Ls}}{1+s\tau}$ e no caso integrativo por $P_n(s) = \frac{e^{-Ls}}{s(1+s\tau)}$. Por outro lado, são considerados ΔL e $\Delta\tau$ ($\Delta\tau = |\tau - \tau_m|$, em que τ é a constante de tempo do processo real e τ_m do modelo) como o máximo erro no atraso e na constante de tempo, respectivamente. Assim, a condição de estabilidade robusta é dada por $|\delta P| < i_R$ ou:

$$\left| \frac{P(e^{jw}) - P_n(e^{jw})}{P_n(e^{jw})} \right|^{-1} = \frac{1}{\left| \frac{\frac{\tau}{\tau_m} e^{Tjw} - \left(\frac{\tau - \tau_m}{\tau_m} + e^{-\frac{T}{\tau_m}} \right)}{e^{Tjw} - e^{-\frac{T}{\tau_m}}} e^{-\Delta Ljw} - 1 \right|} > |V(e^{jw})|, \quad \forall w \in [0, \pi/T_s]. \quad (2.31)$$

Para realizar uma análise gráfica, V é definido como um filtro de primeira ordem para a rejeição de perturbações do tipo degrau em processos estáveis:

$$V(z) = \frac{1 - \beta}{z - \beta} = \frac{1 - e^{-\frac{T_s}{\lambda}}}{z - e^{-\frac{T_s}{\lambda}}}, \quad \beta = e^{-\frac{T_s}{\lambda}}, \quad (2.32)$$

em que λ é um parâmetro livre que deve ser ajustado para satisfazer a condição de estabilidade robusta.

Normalizando a relação de estabilidade robusta, obtém-se:

$$E(w_n) = \frac{1}{\left| \frac{\frac{\tau_n}{\tau_{nm}} e^{T_n j w_n} - \left(\frac{\tau_n - \tau_{nm}}{\tau_{nm}} + e^{-\frac{T_n}{\tau_{nm}}} \right)}{e^{T_n j w_n} - e^{-\frac{T_n}{\tau_{nm}}}} e^{-j w_n} - 1 \right|} > |V(e^{j w_n})|, \quad \forall w_n \in [0, \pi/T_n]. \quad (2.33)$$

em que w_n é a frequência normalizada, T_n é o período de amostragem normalizado e k_n é um parâmetro livre que deve ser ajustado. A normalização nos parâmetros permite que os ajustes sejam em forma geral e válidos para um conjunto de casos.

A relação entre os parâmetros reais e os normalizados são:

$$\omega_n = \Delta L \omega, T_n = \frac{T_s}{\Delta L}, \tau_n = \frac{\tau}{\Delta L}, \tau_{nm} = \frac{\tau_m}{\Delta L}, k_n = \frac{\Delta L}{\lambda}, \Delta L = \max_{L_p} |L_p - L|, \quad (2.34)$$

em que $L_p = d_p T$ é o atraso real e $L = d T$ é o atraso do modelo contínuo.

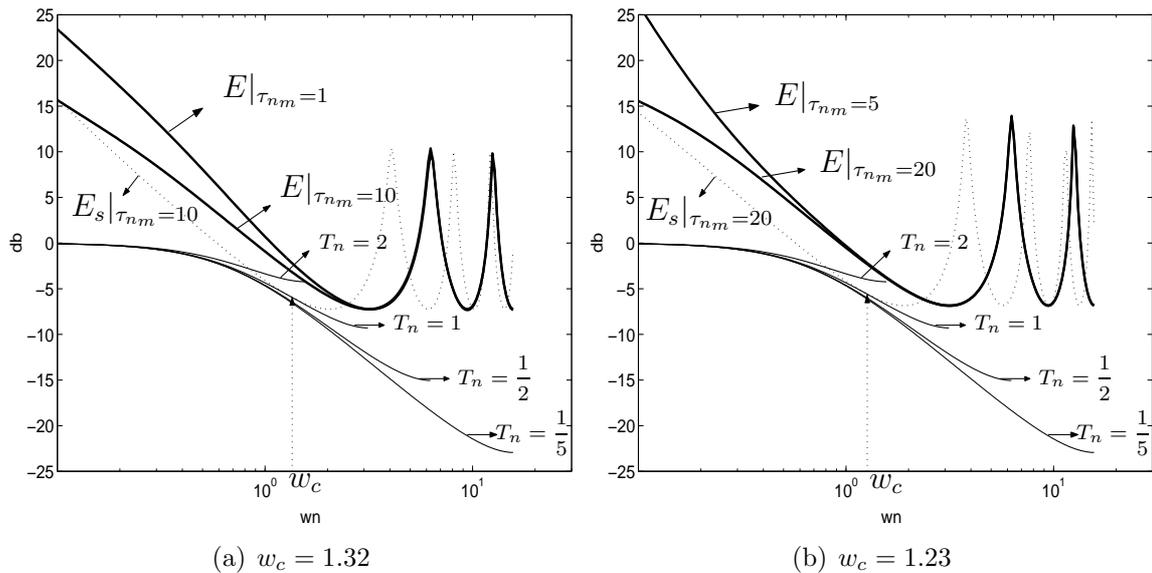


Figura 2.10: Sintonia do índice de robustez normalizado: as linhas negritas mostram a resposta em frequência de E , as linhas contínuas a resposta em frequência de V para diferentes períodos de amostragem (ver a Equação 2.33) e as linhas pontilhadas a resposta em frequência de E_s (ver a Equação 2.35)

Na Figura 2.10, ilustra-se a resposta em frequência da robustez normalizada para quatro períodos de amostragem ($T_n = 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$). Na mesma figura, o erro de modelagem é mostrado para quatro casos diferentes (em linhas negritas). Na Figura 2.10.a, o primeiro caso é calculado com $\tau_{nm} = 1$ e o segundo caso com $\tau_{nm} = 10$. Em ambos os casos, um erro de 30% na estimação da constante de tempo é considerada. A Figura 2.10.b mostra os outros dois casos, o primeiro com $\tau_{nm} = 5$ e o segundo com $\tau_{nm} = 20$. Nestes casos o erro de estimação da constante de tempo é 20%.

Observações adicionais:

1. $|V(e^{j\omega_n})|$ é válido no intervalo $\omega_n \in [0, \pi/T_n]$.
2. o efeito do erro na estimação de τ afeta somente na região de baixas frequências do erro de modelagem;
3. para frequências pequenas, $|V(e^{j\omega_n})|$ é quase independente de T_n , mas a medida que a frequência aumenta as curvas se tornam diferentes.
4. para $T_n = 2$, o sistema poderia se tornar instável quando o controlador opera com a planta real e o atraso é mal estimado;
5. se o erro de estimação do atraso cresce a curva ($E(\omega)$) se movimenta para as regiões de baixas frequências. Isto implica que as curvas do erro e da robustez se intersectarão em frequências menores que π . Este comportamento é mostrado na mesma figura em que o máximo valor da estimação do atraso é incrementada em m_s ,

$$E_s(w_n) = \frac{1}{\left| \frac{\frac{\tau_n}{\tau_{nm}} e^{T_n j w_n} - \left(\frac{\tau_n - \tau_{nm}}{\tau_{nm}} + e^{-\frac{T_n}{\tau_{nm}}} \right)}{e^{T_n j w_n} - e^{-\frac{T_n}{\tau_{nm}}}} e^{-(1+m_s)j w_n} - 1 \right|}, \quad \forall w_n \in [0, \pi/T_n]. \quad (2.35)$$

Nesse contexto a Equação (2.35) é tangente a $|V(e^{j\omega_n})|$ (linhas pontilhadas da Figura 2.10). O ponto de cruzamento é em ω_c , em que a condição de estabilidade robusta não é mais válida.

Assim, é possível concluir que o erro de estimação do atraso é o mais importante nas incertezas do modelo para processos com atraso. Por outro lado, o período de amostragem que não compromete a robustez é $T_n \leq 1$, o que é equivalente sem a normalização a $T_s \leq \Delta L$ (ver a Equação 2.34).

2.5.2 Escolha de T_s levando em conta o desempenho

A análise anterior não considera a deterioração do desempenho do sistema em malha fechada quando é definido o período de amostragem T_s . Nesta seção é estudado o efeito de T_s no desempenho, usando o erro integral quadrático (I_{QE}) sobre a rejeição de perturbação do tipo degrau, considerando que a referência é zero (Figura 2.9). Uma condição ideal é considerada quando $T_s \rightarrow 0$. A condição real é quando $0 < T_s \leq \Delta L$ e será aqui analisada.

Para este estudo é considerado a planta descrita por:

$$P(s) = G_p(s)e^{-Ls} = \frac{K_p}{\tau s + 1}e^{-Ls},$$

cuja representação discreta é dada por:

$$P(z) = G_p(z)z^{-d} = \frac{K_p(1 - a_0)}{z - a_0}z^{-d}.$$

No caso nominal:

$$\frac{Y(z)}{Q(z)} = P_n(z)(1 - V(z)z^{-d}), \quad (2.36)$$

e $V(z)$ é definido como na Equação (2.32). Devido ao atraso, se uma perturbação do tipo degrau Q é aplicada em $t = t_0$ (com referência zero $Y_R = 0$) a saída Y não é afetada até $t_1 = t_0 + L$. No intervalo $[t_1, t_2]$ ($t_2 = t_0 + 2L$) a resposta é em malha aberta, dado que a ação de controle atua em $t = t_1$ e o efeito na saída é somente em $t = t_2$.

O erro é dado por:

$$e(t) = y_R(t) - y(t) = 0 - y(t) = -y(t), \quad (2.37)$$

e

$$I_{QE} = \int_{t_0}^{\infty} (e(t))^2 dt, \quad (2.38)$$

ou

$$I_{QE} = \int_{t_0}^{t_2} (e(t))^2 dt + \int_{t_2}^{\infty} (e(t))^2 dt. \quad (2.39)$$

O primeiro termo de I_{QE} , $\int_{t_0}^{t_2} (e(t))^2 dt$, não depende da ação de controle, mas somente o segundo termo, $\int_{t_2}^{\infty} (e(t))^2 dt$, poderia ser afetado.

Considerando $t_0 = 0$, o erro integral quadrático no intervalo $[0, t_2]$ é calculado como:

$$I_1 = \int_0^{t_2} (y(t))^2 dt \quad (2.40)$$

A função de transferência contínua da saída da planta é representada por:

$$\frac{Y}{Q} = G(s)e^{-Ls}(1 - V(s)e^{-Ls}) = \frac{K_p}{\tau s + 1}e^{-Ls}\left(1 - \frac{1}{\lambda s + 1}e^{-Ls}\right). \quad (2.41)$$

Calculando a inversa da transformada de Laplace, para uma perturbação constante q , obtém-se:

$$y(t) = 0, \quad \forall t : [t_0, t_1], \quad (2.42)$$

$$y(t) = K_p q (1 - e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}), \quad \forall t : [t_1, t_2]. \quad (2.43)$$

Substituindo a saída $y(t)$ na Equação (2.40) e calculando a integral, obtém-se:

$$I_1 = K_p^2 q^2 \left(L + 2\tau(e^{-\frac{L}{\tau}} - 1) - \frac{\tau}{2}(e^{-\frac{2L}{\tau}} - 1) \right). \quad (2.44)$$

No intervalo $[t_2, \infty]$ o erro integral quadrático quando $T \rightarrow 0$ é calculado como:

$$I_2 = \int_{t_2}^{\infty} (y(t))^2 dt, \quad (2.45)$$

a saída da planta no intervalo $[t_2, \infty]$ é dada por:

$$y(t) = K_p q \left\{ (1 - e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}) - \left(1 - \frac{\tau}{\tau - \lambda} e^{-\frac{t-t_2}{\tau}} + \frac{\lambda}{\tau - \lambda} e^{-\frac{t-t_2}{\lambda}} \right) \right\}. \quad (2.46)$$

Substituindo a saída na equação (2.45) e resolvendo a integral, obtém-se:

$$I_2 = \frac{K_p^2 q^2}{(\tau - \lambda)^2} \left((\tau - e^{-\frac{L}{\tau}}(\tau - \lambda))^2 \frac{\tau}{2} - 2(\tau - e^{-\frac{L}{\tau}}(\tau - \lambda))\lambda^2 \frac{\tau}{\tau + \lambda} + \frac{\lambda^3}{2} \right). \quad (2.47)$$

No caso discreto o erro integral quadrático no intervalo $[t_2, \infty]$ é dado por:

$$I_{2D} = \sum_{kT=t_2}^{\infty} \int_{kT}^{kT+T} (y(t))^2 dt, \quad (2.48)$$

em que $y(t)$ é dado por:

$$y(t) = K_p q b^{kT} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \left(1 - \frac{y(kT)}{K_p q b^{kT}} \right) \right) \quad \forall t : [kT, kT + T]. \quad (2.49)$$

Calculado a integral da Equação (2.48), obtém-se:

$$I_{2D} = K_p^2 q^2 b^{2kT} \sum_{kT=t_2}^{\infty} \left\{ T + 2\tau(e^{-\frac{T}{\tau}} - 1) \left(1 - \frac{y(kT)}{K_p q b^{kT}} \right) - \frac{\tau}{2}(e^{-\frac{2T}{\tau}} - 1) \left(1 - \frac{y(kT)}{K_p q b^{kT}} \right)^2 \right\}. \quad (2.50)$$

A relação entre I_{2D} (Equação (2.50)) e I_2 (Equação (2.47)) pode ser computada para valores diferentes de $\frac{T}{L}$. O pior caso é obtido quando $\frac{T}{L} \rightarrow 0$, isto é, o caso de sistemas com atraso dominante ($L \gg 2\tau$). Assim, considerando somente o pior caso, $\tau = 0$, as Equações (2.44), (2.47) e (2.50) podem ser reescritas como:

$$I_1 = K_p^2 q^2 L, \quad I_2 = \int_{t_2}^{\infty} (e(t))^2 dt = \frac{K_p^2 q^2 \lambda}{2} e \quad I_{2D} = K_p^2 q^2 T \frac{2k_n \frac{T}{\Delta L}}{1 - e^{-2k_n \frac{T}{\Delta L}}}. \quad (2.51)$$

A relação $\frac{I_{2D}}{I_2}$, definida como k_e , pode ser expressa em função de $\frac{T}{\Delta L}$ como segue:

$$k_e = \frac{I_{2D}}{I_2} = \frac{2k_n \frac{T}{\Delta L}}{1 - e^{-2k_n \frac{T}{\Delta L}}}. \quad (2.52)$$

O erro integral quadrático no caso de um controlador contínuo ($T \rightarrow 0$) é dado por

$$E_{IQ\text{contínuo}} = I_1 + I_2, \quad (2.53)$$

e o erro integral quadrático discreto por:

$$E_{IQ\text{discreto}} = I_1 + I_{2D} = I_1 + k_e I_2. \quad (2.54)$$

A relação entre $E_{IQ\text{contínuo}}$ e $E_{IQ\text{discreto}}$ é denominada índice do erro integral

quadrático (I_{EIQ}) que é dado por:

$$I_{EIQ} = \frac{E_{IQ\text{discreto}}}{E_{IQ\text{contínuo}}} = \frac{I_1 + k_e I_2}{I_1 + I_2}, \quad (2.55)$$

esta equação pode ser reduzida a:

$$I_{EIQ} = \frac{1 + \frac{k_e \Delta L}{2k_n L}}{1 + \frac{1}{2k_n} \frac{\Delta L}{L}} \quad (2.56)$$

em que k_n é ajustado para manter a estabilidade robusta e k_e é calculada por meio da Equação (2.52).

Observa-se que uma vez que é calculado k_n , pode ser definido o filtro $V(z)$ tal que mantenha a estabilidade robusta do sistema para um caso particular, por meio das Equações (2.32) e (2.34).

2.5.3 Método de escolha do período de amostragem

O período de amostragem pode ser escolhido considerando a robustez e o desempenho de sistema. Na seção 2.5.1 foi estudado o efeito da escolha de T_s sobre a robustez do sistema. Foi demonstrado que a escolha de $T_s \leq \Delta L$ ($T_n \leq 1$) não modifica consideravelmente a robustez do sistema. Por outro lado na seção 2.5.2 foi estudado o efeito da escolha de T_s sobre o comportamento do sistema definido pelo índice do erro integral quadrático (I_{EIQ}), tal como se mostra na Figura 2.11.

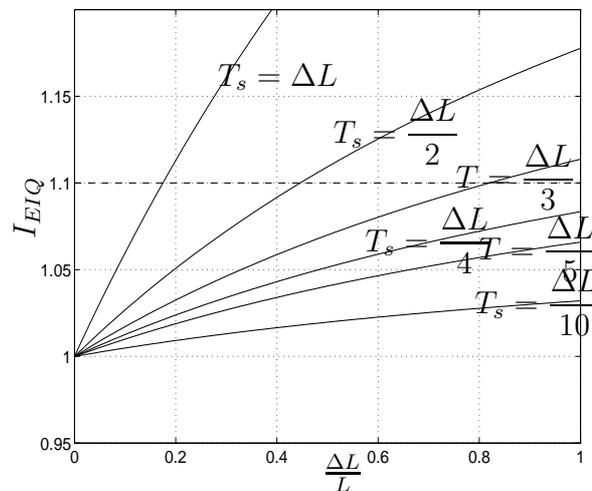


Figura 2.11: Escolha de T_s

Portanto, se é desejado que a escolha de T_s mantenha a estabilidade robusta e

não afete significativamente o comportamento do sistema, devem-se utilizar os critérios estudados nas seções 2.5.1 e 2.5.2. Por exemplo, na Tabela 2.1 é escolhido o período de amostragem levando em conta a premissa de que o erro integral quadrático discreto $E_{IQ\text{discreto}}$ não deve exceder em 10% ao do caso contínuo e o sistema deve manter a estabilidade robusta para variações do atraso. Mesmo quando $T_s = \Delta L$, o sistema mantém a estabilidade robusta para grandes variações do atraso. Esta escolha não é adequada em caso de grandes variações do atraso quando se deseja atender o critério de comportamento.

ΔL	Escolha do período de amostragem
0-17%	$T_s = \Delta L$
17%-45%	$T_s = \Delta L/2$
45%-82%	$T_s = \Delta L/3$
82%-100%	$T_s = \Delta L/4$

Tabela 2.1: Escolha de T_s para $I_{EIQ} = 1.1$

Assim, o método proposto permite uma forma simples de escolha do período de amostragem, que exige menos custo computacional e garante a estabilidade robusta do sistema e bom comportamento para erros de estimação do atraso dentro de uma faixa considerada.

2.6 Resultados experimentais dos DTC

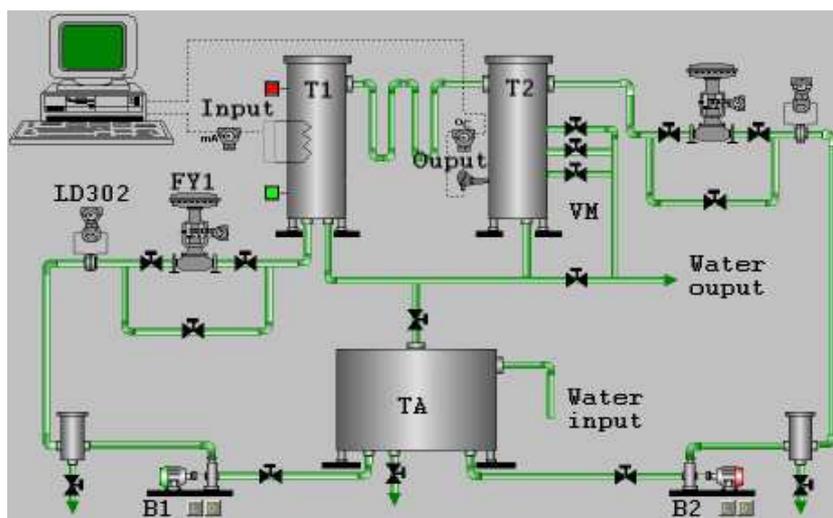


Figura 2.12: Planta piloto

Para ilustrar a aplicação dos DTC apresentados, o controle de temperatura de uma planta piloto do “Departamento de Automação e Sistemas”, ilustrado na Figura 4.5, é apresentado. Na planta, a vazão da entrada de água é impulsionada pela bomba

B_1 do tanque de armazenamento T_a ao tanque aquecedor T_1 . Nesse tanque, a água é aquecida com um aquecedor elétrico e é conduzido por meio de um tubo longo ao segundo tanque T_2 onde o sensor de temperatura está localizado. A vazão é mantida no valor desejado pela válvula FY_1 . Também a válvula manual V_M pode ser usada para mudar as condições de operação do tanque T_2 . Toda a instrumentação e dispositivos de controle estão conectados por uma rede *Fieldbus* ao SCADA que é executado por um computador. Neste tipo de aplicação, em que a rede é usada para tarefas de supervisão e controle, o período de amostragem é um parâmetro de ajuste muito importante e não pode ser escolhido menor que um determinado valor. O modelo do processo, que relaciona a energia entregue ao aquecedor e a temperatura de saída, foi obtido usando alguns ensaios de resposta ao degrau na região de operação. Por meio do método de curva de reação (Astrom e Hagglund 1995) são obtidos vários modelos de primeira ordem mais tempo morto e o seguinte modelo foi escolhido como o modelo nominal:

$$P(s) = \frac{0.7}{6s + 1} e^{-12s},$$

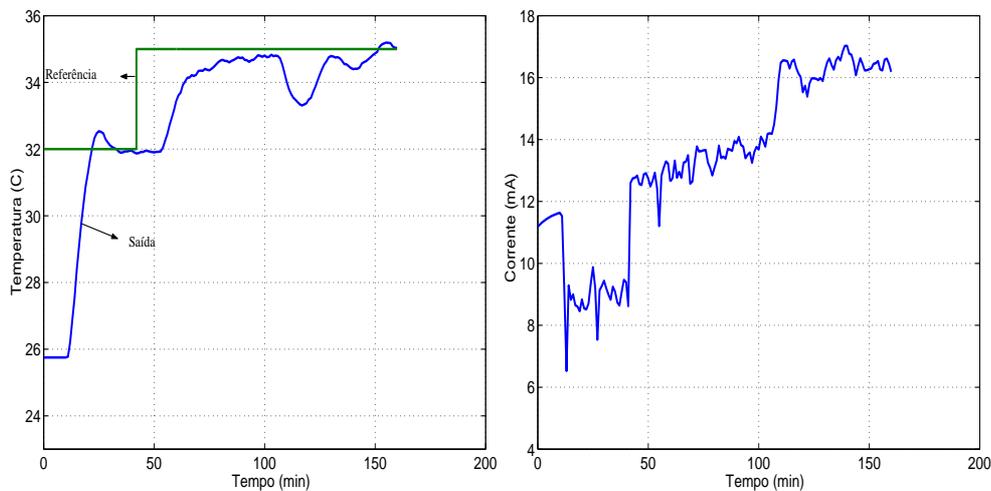
em que as constantes de tempo estão em minutos. O erro máximo na estimação dos parâmetros foi estimado em 10%. O controlador DTC2DOF discreto foi sintonizado usando esta informação. Seguindo o procedimento apresentado nas seções previas, o período de amostragem foi definido $T_s = 1min$. Os parâmetros obtidos do controlador são mostrados na Tabela 2.2.

Caso	Filtro de referência	Filtro de realimentação	V(z)
Perturbação Degrau	$\frac{1.18z^2 - 2z + 0.85}{z^2 - 1.72z + 0.74}$	$\frac{0.57z - 0.48}{0.11z - 0.05}$	$\frac{0.5654}{z - 0.43}$
Perturbação Rampa	$\frac{0.63z^3 - 1.46z^2 + 1.13z - 0.29}{z^3 - 2.52z^2 + 2.12z - 0.59}$	$\frac{0.54z^3 - 1.35z^2 + 1.12z - 0.30}{0.020z^3 - 0.017z^2 - 0.014z + 0.012}$	$\frac{0.54z - 0.52}{z^2 - 1.69z + 0.72}$

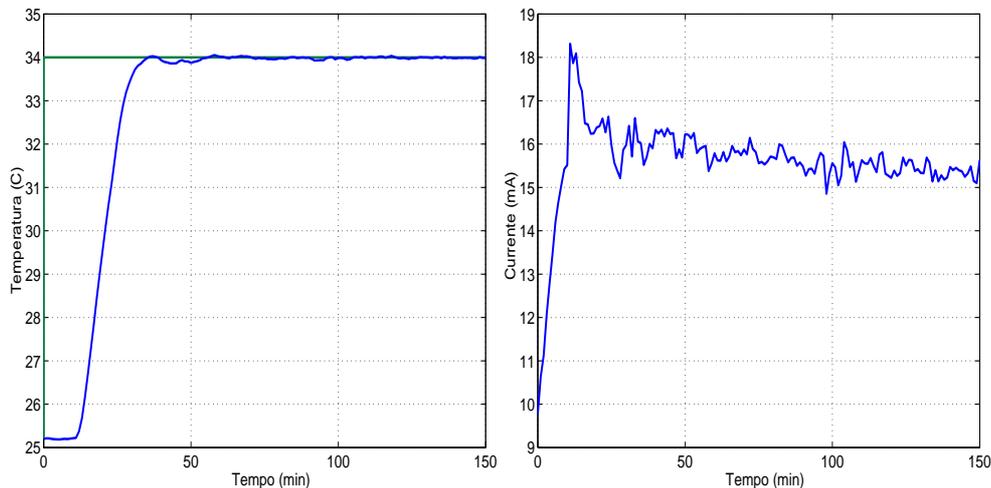
Tabela 2.2: Parâmetros do controlador

Os resultados experimentais ilustrados na Figura 2.13.a inicialmente consideram a sintonia do DTC2DOF para a rejeição de perturbações do tipo degrau. No intervalo de tempo $t = [0, 50min]$, a temperatura ambiente permaneceu aproximadamente constante e a temperatura controlada alcança a referência desejada embora apresenta um sobre-sinal. No intervalo de tempo $t = [50, 100]min$ a temperatura ambiente, que é no período da tarde, começa a diminuir em forma aproximada a uma rampa. Neste caso a temperatura não pode alcançar a referência desejada (veja a Figura 2.13.a). Para testar a rejeição de perturbação é introduzida uma mudança na vazão de entrada de 10% do valor nominal em $t = 95min$. Observa-se que o controlador rejeita as perturbações tipo degrau.

Para a obtenção de uma melhor resposta ao seguimento de referências e a rejeição de perturbações do tipo rampa, causadas pela temperatura ambiente, o controlador DTC2DOF é recalculado usando um modelo diferente $P(s) = \frac{0.7}{(5s+1)(3s+1)}e^{-10s}$ e o modelo de perturbação do tipo rampa. Os parâmetros deste novo controlador são dados na Tabela 2.2. O último ensaio foi realizado no período da manhã, quando a temperatura ambiente sempre é crescente. Como pode ser visto na Figura 2.13.b, o desempenho do controlador foi melhorado e o sistema segue referência com erro em estado estacionário quase zero.



(a) Temperatura e ação de controle do DTC2DOF sintonizado para rejeição de perturbações tipo degrau



(b) Temperatura e ação de controle do DTC2DOF sintonizado para rejeição de perturbações tipo rampa

Figura 2.13: Resultados experimentais

Na seção a seguir apresentam-se o MPC e estudos de como a robustez pode ser melhorada com uma estrutura de compensação de tempo morto DTC.

2.7 O controlador preditivo baseado em modelo MPC

O MPC está dentro da família de controladores ótimos, isto é, aqueles em que a seqüência de ações de controle correspondem à otimização de um determinado critério (Camacho e Bordons 2004). O critério, ou função custo, a otimizar está relacionado com o comportamento futuro do sistema, o qual é predito utilizando o modelo dinâmico deste. O intervalo de tempo futuro que se considera na otimização é denominado de horizonte de predição.

Dado que o comportamento futuro do sistema depende das ações de controle que são aplicadas ao longo do horizonte de predição, são estas as variáveis de decisão que são utilizadas para otimizar o critério. A aplicação da seqüência das ações de controle sobre o sistema conduzem a um controle em malha aberta. A possível diferença entre o comportamento predito e o comportamento real, cria a necessidade de impor certo grau de robustez ao sistema incorporando realimentação do mesmo. Esta realimentação é possível graças à estratégia de horizonte deslizante que consiste em aplicar apenas as ações de controle do instante presente. Logo após o sistema é amostrado e é resolvido um novo problema de otimização. Desta forma, o horizonte vai sendo deslocado para frente ao longo do tempo.

Uma das propriedades mais importantes do MPC é sua formulação aberta, que permite a incorporação de diferentes modelos de predição, sejam estes lineares ou não lineares, monovariáveis ou multivariáveis e a consideração de restrições sobre o sistema.

O primeiro grupo de controladores preditivos que surgiu e teve aplicação imediata na indústria, é constituído pelos controladores: “dynamic matrix control” (DMC), que foi desenvolvido por engenheiros da Shell Oil, no início da década de 70, com a primeira aplicação no ano 1973 e que logo após foi apresentada na literatura por Cutler e Ramaker (1979) e; o “model predictive heuristic control”(MPHC) que teve sua primeira aplicação reportada em Richalet et al. (1976). Posteriormente esta estratégia foi denominada na literatura como “model algorithmic control” (MAC). Estes algoritmos baseiam-se em modelos lineares de resposta ao degrau ou ao impulso respectivamente, para descrever a planta, e as perturbações são consideradas como as diferenças entre a saída do processo real e a saída de predição (Lee et al. 1994).

Por outro lado, existe outro grupo de algoritmos MPC lineares que surgiram no meio acadêmico, geralmente relacionados ao controle adaptativo e possuem uma série de características que os diferenciam do DMC e MAC. Neste grupo, podem ser incluídos o “generalized predictive controller” (GPC, (Clarke et al. 1987)), o “extended predictive

self adaptive control” (EPSAC, (Keyser e Cuawenberghe 1985)) e o “extended horizon adaptive control” (EHAC, (Ydstie 1984)). Neste grupo, a planta e as perturbações são representadas por um modelo autoregressivo integrado de média móvel, denominado na literatura inglesa de modelo CARIMA (Goodwin e Sin 1984). As predições da saída do processo calculam-se usando preditores ótimos. Uma das vantagens do modelo usado neste segundo grupo de controladores é que este é mais geral que os de resposta impulsiva e de resposta ao degrau. Isto permite obter uma representação com menor número de parâmetros, principalmente em caso de sistemas com atraso. Além disso, com este tipo de controladores a robustez frente aos erros de modelagem e ruído de medição pode ser considerada no algoritmo, por meio do uso de polinômios de filtragem (Clarke et al. 1987).

Finalmente, existem controladores que usam modelos não lineares. Neste grupo, podem ser incluídos o “extended predictive self adaptive control” (NEPSAC, (Keyser e Lazar 2003)) e o “Nonlinear generalized predictive control” (NGPC, (Chen et al. 1999)). O NEPSAC combina o modelo CARIMA e o modelo não linear, na forma entrada–saída, para aproximar a ação do controle ao ótimo. No NGPC usa-se, somente o modelo não linear para calcular as predições das saídas e a função custo minimiza a diferença entre a saída e a referência.

Entre as vantagens e desvantagens em se usar modelos lineares e não lineares no MPC podem ser citadas as seguintes:

- modelos lineares podem ser identificados de forma relativamente simples;
- em muitas das aplicações o objetivo principal é manter a saída desejada num determinado ponto em regime permanente. Neste caso, o modelo linear representa bem o sistema;
- o uso de um modelo linear e uma função objetivo quadrática levam a um problema de programação quadrática convexa. Neste caso, existem soluções analíticas e numéricas que podem ser facilmente encontradas;
- existem situações importantes em que as não linearidades são severas, inclusive na vizinhança do ponto de operação. Neste caso, o uso de um modelo não linear pode ser importante para garantir a estabilidade do sistema em malha fechada;
- do ponto de vista aplicativo a falta de técnicas de identificação não linear bem estabelecidas é um problema.

2.7.1 Formulação do controle preditivo baseado em modelo

O controle preditivo (MPC) cujo esquema está ilustrado na Figura 2.14 é formado pelos seguintes elementos:

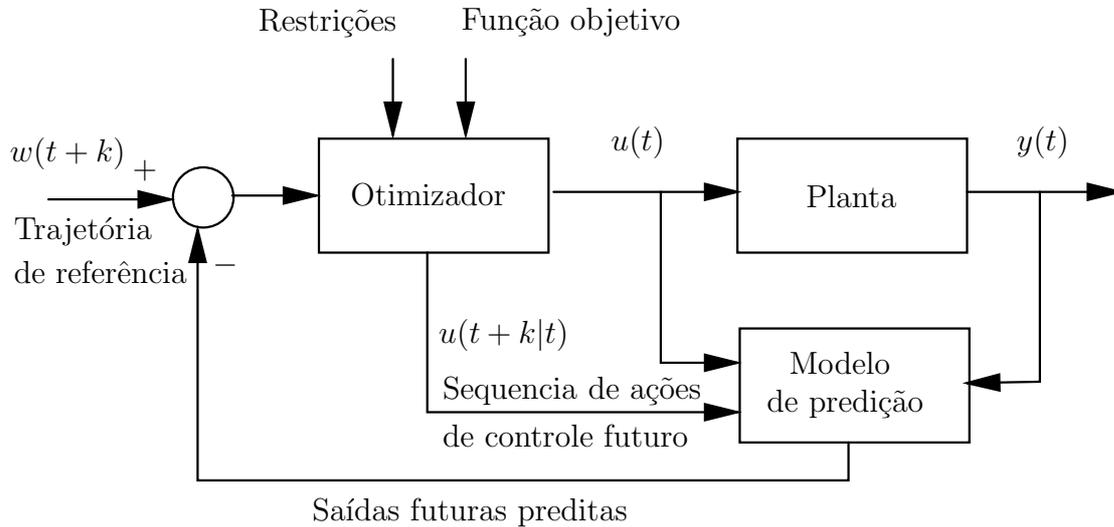


Figura 2.14: Estrutura geral do MPC

1. **Modelo de predição:** É o modelo matemático que descreve o comportamento esperado do sistema. Este modelo pode ser linear ou não linear, em tempo contínuo ou em tempo discreto, em variáveis de estado ou entrada-saída;
2. **Função custo:** É a função que indica o critério a otimizar. É uma função definida positiva, usualmente quadrática, que expressa o custo associado a uma determinada evolução do sistema ao longo do horizonte de predição N ;
3. **Restrições:** Indicam os limites dentro dos quais deve permanecer a evolução das variáveis do sistema. A evolução destas variáveis não deve exceder determinadas restrições que, por limites físicos ou por motivos de segurança, devem ser impostas ao sistema. A necessidade, geralmente por motivos econômicos, de trabalhar em pontos de operação próximos aos limites físicos admissíveis do sistema tem provocado a necessidade de incorporar as restrições no algoritmo dos controladores.
4. **Otimizador:** É um algoritmo que minimiza a função custo sujeita às restrições das variáveis do sistema.

A descrição geral da seqüência de controle do MPC (Figura 2.14) é apresentada a seguir:

1. usando o modelo do processo, estima-se a saída futura do sistema, a cada instante de tempo discreto, no horizonte de predição N . Estas predições são representadas por $\hat{y}(t+k|t)$ para $k = 1, \dots, N$ e dependem de entradas e saídas passadas, e das ações futuras de controle $u(t+k|t)$, $k = 0, \dots, N-1$ que serão calculados e enviados ao sistema;
2. define-se a trajetória de referência futura $w(t+k)$, $k = 1, \dots, N$;
3. calcula-se a seqüência de ações ótimas do controle futuro $u(t+k|t)$, $k = 0, \dots, N-1$ minimizando a função custo;
4. somente o primeiro elemento da seqüência de controle $u(t|t)$ deve ser enviado ao processo, desprezando o restante dos valores, o que caracteriza a estratégia como de horizonte deslizante. Para o próximo período de amostragem os dados devem ser atualizados e o algoritmo deve retornar ao passo 1.

2.7.2 Vantagens e desvantagens do controle preditivo baseado em modelo

As principais razões da aceitação do MPC no meio industrial, são as seguintes:

- o ajuste dos parâmetros é intuitivo o que simplifica a compreensão pelos operadores;
- possui uma estratégia flexível e pode ser usado para controlar uma grande variedade de processos, lineares e não lineares, nonovariáveis e multivariáveis, com restrições, com longos atrasos, estáveis, de fase não mínima, integradores ou instáveis;
- a lei de controle corresponde a critérios ótimos.

Entre as desvantagens desta técnica podem ser citadas as seguintes:

- requer o conhecimento de um modelo dinâmico do sistema, suficientemente preciso;
- requer um elevado custo computacional o que torna difícil a sua aplicação em sistemas rápidos;
- em caso de modelos não lineares ou com restrições a análise de estabilidade e robustez torna-se complexa.

2.8 Algoritmos de controle preditivo

Nesta seção, apresenta-se uma revisão de algumas estratégias de controle preditivo de sistemas lineares, utilizadas como base no desenvolvimento deste trabalho: o “generalized predictive control” (GPC), o “Smith predictor generalized predictive control” (SPGPC), o “extended prediction self-adaptive control” (EPSAC) e o “Smith predictor EPSAC” (SPEPSAC). Como é conhecido, estes algoritmos usam o modelo CARIMA (“controlled auto-regressive integrated moving average”) para calcular as previsões ao longo de um horizonte futuro (Clarke et al. 1987). Em conseqüência inicialmente será apresentado o modelo de previsão.

2.8.1 Modelo de previsão

O modelo CARIMA, para o caso monovariável, tem a seguinte forma:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + \frac{T(z^{-1})e(t)}{\Delta}, \quad (2.57)$$

em que $u(t)$ e $y(t)$ são o controle e saída da planta, $e(t)$ é ruído branco e d é o atraso. $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $T(z^{-1})$ e Δ são polinômios em função do operador atraso z^{-1} :

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{n_a}z^{-n_a},$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b},$$

$$T(z^{-1}) = 1 + t_1z^{-1} + t_2z^{-2} + \dots + t_{n_t}z^{-n_t},$$

$$\Delta = 1 - z^{-1}.$$

Neste modelo, o polinômio $T(z^{-1})$ representa as características estocásticas do ruído e das perturbações. O principal objetivo do uso de $T(z^{-1})$ é reduzir os efeitos do ruído e das perturbações na previsão de saída sem afetar o comportamento nominal. Por outro lado, as perturbações de baixa freqüência podem ser reduzidas pelo operador Δ que aparece no modelo de previsão.

No entanto, nas aplicações industriais é difícil estimar as características do ruído. Portanto, $T(z^{-1})$ é raramente estimado e sim escolhido como um filtro. Se este é apropriadamente escolhido pode diminuir o erro de previsão devido ao erro de modelagem, que é particularmente importante em altas freqüências. Nota-se que as incertezas devidas à má estimação do atraso são uma das características mais freqüentes de dinâmica não modelada em altas freqüências e tem uma influencia negativa na estabilidade em malha fechada, uma vez que diminui a margem de fase do sistema.

O polinômio $T(z^{-1})$ pode ser uma alternativa para melhorar a robustez, mas a correta escolha é um problema não trivial que ainda não foi amplamente resolvida, embora seu projeto tenha sido analisado em vários artigos (Clarke et al. 1987, Clarke e Mothadi 1989, Robinson e Clarke 1991, Yoon e Clarke 1995). Nestes artigos, os autores estudam a correta escolha de um filtro para aumentar o índice de robustez do GPC em casos particulares. Em Ansay e Wertz (1997) os autores apresentam um projeto sistemático do GPC levando em conta o desempenho e a robustez. Apesar desses esforços, a escolha e ajuste de $T(z^{-1})$ (ou a escolha de métodos alternativos) em busca de melhoras da robustez é ainda um tema complexo na prática e pouco usado.

2.8.2 O controle preditivo generalizado GPC

O algoritmo GPC (Clarke et al. 1987), consiste em aplicar uma seqüência de controle que minimiza a seguinte função custo:

$$\min J = \sum_{k=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+k|t) - w(t+k)]^2 + \lambda \sum_{k=0}^{N_u-1} [\Delta u(t+k)]^2, \quad (2.58)$$

em que \hat{y} é a predição da saída do processo, Δu é a variação do sinal de controle, w é a trajetória de referência futura, λ é a ponderação do controle, N_u é o horizonte de controle, N_1 e N_2 definem o horizonte de predição. Normalmente, N_1 e N_2 são dados por $d+1$ e $d+N$, em que d é o atraso do sistema e N a largura do horizonte de predição.

O valor da predição ótima em, $t+j$, pode ser calculada por meio da *equação Diophantina*¹ (Camacho e Bordons 2004):

$$T(z^{-1}) = E_j(z^{-1})\Delta A(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}). \quad (2.59)$$

Usando esta equação e o modelo da planta (2.57), a saída futura da planta pode ser expressa por:

$$y(t+j) = \frac{F_j(z^{-1})}{T(z^{-1})}y(t) + \frac{E_j(z^{-1})B(z^{-1})}{T(z^{-1})}z^{-d}\Delta u(t+j-1) + E_j(z^{-1})e(t+j). \quad (2.60)$$

¹Ao longo do texto, *equação Diophantina* é chamada à equação polinomial do tipo $P1(z^{-1}) = P2_j(z^{-1})P3(z^{-1}) + z^{-j}P4_j(z^{-1})$, em que $P2_j(z^{-1})$ e $P4_j(z^{-1})$ podem ser obtidas dividindo $P1(z^{-1})$ por $P3(z^{-1})$ até que o resto possa ser fatorizado como $z^{-j}P4_j(z^{-1})$, o quociente será $P2_j(z^{-1})$.

A expressão $E_j(z^{-1})e(t+j)$ da Equação (2.60) contém somente o ruído branco futuro, dado que o grau de $\{E_j(z^{-1})\} = (j-1)$. Considerando que a melhor estimativa deste ruído é zero, a predição ótima (denotada por \hat{y}) é dada por (Camacho e Bordons 2004):

$$\hat{y}(t+j|t) = \frac{F_j(z^{-1})}{T(z^{-1})}y(t) + \frac{E_j(z^{-1})B(z^{-1})}{T(z^{-1})}z^{-d}\Delta u(t+j-1). \quad (2.61)$$

Esta expressão está em função de valores passados e futuros das ações de controle. As ações de controle passadas podem ser separadas das futuras usando neste caso a seguinte equação Diophantina:

$$E_j(z^{-1})B(z^{-1})z^{-d} = H_j^*(z^{-1})T(z^{-1}) + z^{-j}I_j^*(z^{-1}). \quad (2.62)$$

Com isto, a predição da saída pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+j|t) &= H_j^*(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + \frac{F_j(z^{-1})}{T(z^{-1})}y(t) + \frac{I_j^*(z^{-1})}{T(z^{-1})}\Delta u(t-1), \\ &= H_j^*(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + F_j(z^{-1})y^f(t) + I_j^*(z^{-1})\Delta u^f(t-1), \end{aligned} \quad (2.63)$$

em que $y^f(t) = \frac{y(t)}{T(z^{-1})}$ e $\Delta u^f(t-1) = \frac{\Delta u(t-1)}{T(z^{-1})}$. Note que, j deve variar de $t+d+1$ a $t+d+N$. Por outro lado os coeficientes nulos, devido ao atraso, de $H_j^*(z^{-1})$ e $I_j^*(z^{-1})$, podem ser eliminados tornando-se em $H_j(z^{-1})$ e $I_j(z^{-1})$. Assim, a predição da saída é dada por:

$$\hat{y}(t+j|t) = H_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})\hat{y}^f(t) + I_j(z^{-1})\Delta u^f(t-1), \quad (2.64)$$

e sua representação vetorial por:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{F}\mathbf{y}_1^f + \mathbf{I}\mathbf{u}_1^f, \quad (2.65)$$

em que:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+Nu-1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}_1^f = \begin{bmatrix} \hat{y}(t) \\ \hat{y}(t-1) \\ \vdots \\ \hat{y}(t-na) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_1^f = \begin{bmatrix} \Delta u^f(t-1) \\ \Delta u^f(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u^f(t-ni) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ h_N & h_{N-1} & \dots & h_{N-N_u+1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{1+d,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1+d,n_a+1} \\ f_{2+d,1} & f_{2,2} & \dots & f_{2+d,n_a+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N+d,1} & f_{N,2} & \dots & f_{N+d,n_a+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} i_{1,1} & i_{1,2} & \dots & i_{1,n_i} \\ i_{2,1} & i_{2,2} & \dots & i_{2,n_i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{N,1} & i_{N,2} & \dots & i_{N,n_i} \end{bmatrix}, \quad n_i = \max(n_b, n_t).$$

Observa-se, que os dois últimos termos da Equação (2.65) dependem somente de medidas passadas e podem ser agrupadas em \mathbf{f} . Portanto, a predição pode ser escrita como:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f}. \quad (2.66)$$

Uma vez conhecida a predição, a função custo (2.58) pode ser expressa como:

$$J = (\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w}) + \Delta\mathbf{u}^T \mathbf{Q}_\lambda \Delta\mathbf{u}, \quad (2.67)$$

em que $\mathbf{Q}_\lambda = \text{diag}\{\lambda_i\}$

O valor mínimo de J (2.67), assumindo que não há restrições nos sinais de controle, pode ser encontrado igualando o gradiente de J a zero, o qual resulta na seqüência de controle ótima,

$$\Delta\mathbf{u} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}). \quad (2.68)$$

Devido a estratégia de controle deslizante, o controle aplicado ao processo refere-se somente ao primeiro elemento de $\Delta\mathbf{u}$, isto é:

$$\Delta u(t) = \mathbf{k}(\mathbf{w} - \mathbf{f}),$$

em que $\mathbf{k} = [k_1, k_2, \dots, k_N]$ (ver Figura 2.15). No próximo período de amostragem, todo o processo de cálculo deve ser repetido considerando as novas medidas da saída do processo.

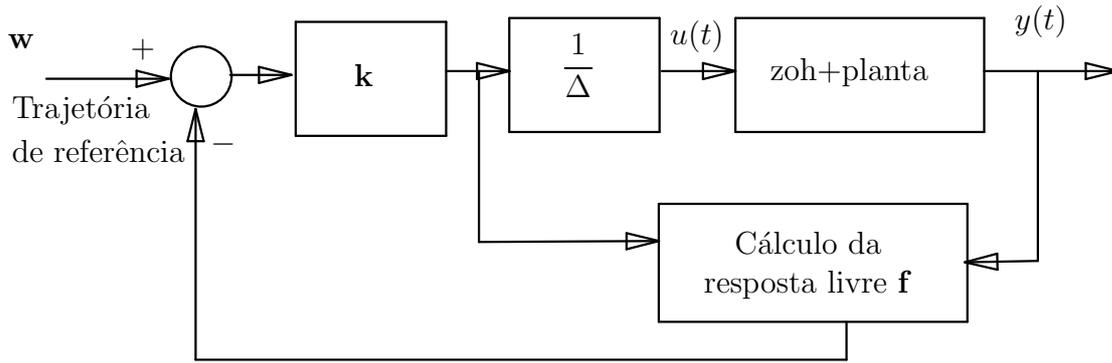


Figura 2.15: Estratégia de controle preditivo GPC

2.8.3 Algoritmo GPC baseado no preditor de Smith (SPGPC)

O controle preditivo generalizado baseado no preditor de Smith (SPGPC) utiliza o mesmo procedimento de otimização do GPC, mas calcula as previsões de forma diferente. Estudos realizados em Normey-Rico e Camacho (1999b), mostram que para processos lineares, estáveis e com atraso as propriedades do GPC podem ser bastante melhoradas, utilizando um preditor de Smith, no lugar do preditor ótimo, para calcular as previsões até o instante $t+d$. Com isto, pode-se obter o mesmo desempenho nominal e melhor robustez que o GPC, principalmente quando existem erros ao estimar o atraso do processo.

No SPGPC, a previsão da saída é calculada em duas etapas. Na primeira é calculada a previsão da saída até o instante $t+d$ e na segunda, no intervalo $[t+d+1, \dots, t+d+N]$. Para calcular as previsões até o tempo $t+d$ utiliza-se o modelo da planta em malha aberta sem considerar perturbações e corrige-se a previsão usando as diferenças entre a previsão calculada e a saída real: $\hat{y}(t+d-i|t) \leftarrow \hat{y}(t+d-i|t) + y(t-i) - \hat{y}(t-i)$. Este erro de previsão, pode ser filtrado, antes de ser somado ao valor da previsão em malha aberta, o que permite melhorar a robustez do preditor de Smith em caso de sistemas com incertezas no atraso (Normey-Rico et al. 1997). Com este procedimento, a previsão no instante $t+d$ é dada por:

$$\hat{y}(t+d|t) = G(z)u(t) + R(z)[y(t) - P(z)u(t)], \quad (2.69)$$

em que $R(z)$ é um filtro passa baixa que deve ser ajustado junto com os outros parâmetros do controlador (Normey-Rico e Camacho 1999b), P e G representam o modelo da planta ²:

$$P(z) = \frac{B(z^{-1})z^{-1-d}}{A(z^{-1})} = G(z)z^{-d}.$$

²A letra z é usada, nesta tese, indistintamente para representar a variável complexa e o operador avanço.

A predição a partir do instante $t + d + 1$ é calculada considerando o modelo de predição da Equação (2.57) com $T(z^{-1}) = 1$ (Clarke et al. 1987) e usando a equação Diophantina $1 = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + F_j(z^{-1})z^{-j}$:

$$\hat{y}(t + d + j|t) = G_j(z^{-1})\Delta u(t + j - 1) + F_j(z^{-1})\hat{y}^f(t + d|t), \quad (2.70)$$

em que $G_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})$. Separando as ações de controle futuras das ações passadas e colocando-se da forma vetorial, obtém-se:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{G}_p\mathbf{u}_1 + \mathbf{F}\mathbf{y}_1, \quad (2.71)$$

em que:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t + d + 1|t) \\ \hat{y}(t + d + 2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + d + N|t) \end{bmatrix}, \quad \Delta\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t + 1) \\ \vdots \\ \Delta u(t + Nu - 1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} \hat{y}(t + d|t) \\ \hat{y}(t + d - 1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + d - na|t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} \Delta u(t - 1) \\ \Delta u(t - 2) \\ \vdots \\ \Delta u(t - nb) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ g_N & g_{N-1} & \dots & g_{N-N_u+1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,n_a+1} \\ f_{2,1} & f_{2,2} & \dots & f_{2,n_a+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N,1} & f_{N,2} & \dots & f_{N,n_a+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_p = \begin{bmatrix} g'_{1,1} & g'_{1,2} & \dots & g'_{1,n_b} \\ g'_{2,1} & g'_{2,2} & \dots & g'_{2,n_b} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g'_{N,1} & g'_{N,2} & \dots & g'_{N,n_b} \end{bmatrix}.$$

Substituindo o valor de $\hat{\mathbf{y}}$ na função custo e minimizando calcula-se o controle ótimo de forma igual ao item anterior. Neste caso, o controle ótimo é dado por (Normey-Rico e Camacho 1999b):

$$\Delta\mathbf{u} = (\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1}\mathbf{G}^T(\mathbf{w} - \mathbf{f}). \quad (2.72)$$

Nota-se que \mathbf{f} está em função da predição até $t + d$ que é calculada pela Equação (2.69).

Observe que as soluções de controle do GPC e SPGPC estruturalmente são iguais (Equações 2.68 e 2.72). A única diferença está no cálculo da resposta livre \mathbf{f} . No caso do GPC a resposta livre \mathbf{f} é calculada com base em um preditor ótimo (supondo que a melhor estimativa do ruído é zero). No caso do SPGPC a resposta livre \mathbf{f} é calculada com base em um preditor robusto (até $t + d$) como é observado na Figura 2.16. Este algoritmo usa as idéias dos DTC para a compensação do atraso e o ajuste da robustez.

Além disso, o algoritmo usa critérios de resposta ótima do MPC para calcular a resposta no caso nominal.

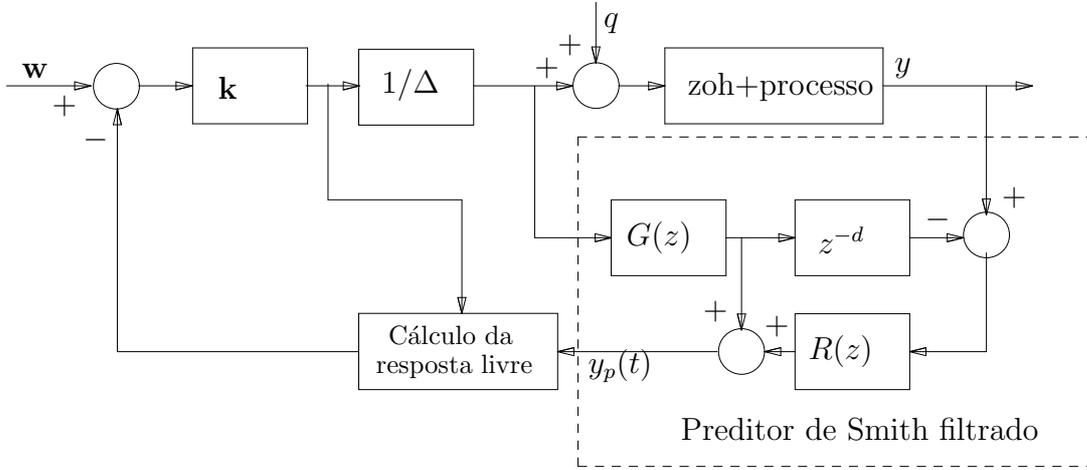


Figura 2.16: Controle preditivo SPGPC

2.8.4 Algoritmo de controle preditivo EPSAC

Da mesma forma que no GPC, o controlador aqui analisado utiliza uma lei de controle calculada a partir da minimização de uma função objetivo do tipo:

$$\min J = \sum_{k=d+1}^{d+N} [\hat{y}(t+k|t) - w(t+k)]^2 + \lambda \sum_{k=0}^{N_u-1} [\Delta u(t+k)]^2, \quad (2.73)$$

em que \hat{y} é a previsão da saída do processo, Δu é a variação do controle, w é a trajetória de referência futura, λ é a ponderação do controle, d é o atraso do sistema, N , N_u são o horizonte de previsão e de controle, respectivamente.

O cálculo das previsões é realizada por meio do modelo CARIMA que representa a dinâmica do processo e das perturbações, conforme mostrado na Equação (2.57)

O EPSAC divide a ação de controle futura em duas partes, denominadas entrada base $u_b(t+k)$ e entrada ótima $\delta u(t+k)$, como mostra a Figura 2.17. Isto permite dividir a previsão da resposta futura também em duas partes assim denominadas: resposta base e resposta ótima.

$$\hat{y}(t+d+k|t) = \hat{y}_b(t+d+k|t) + \hat{y}_{ot}(t+d+k|t). \quad (2.74)$$

A resposta base ($\hat{y}_b(t+d+k|t)$, $\forall k = 1, \dots, N$), é calculada utilizando a Equação (2.57) e como entrada o controle passado $[u(t-1), u(t-2), \dots]$ e o controle base, $u_b(t+k)$.

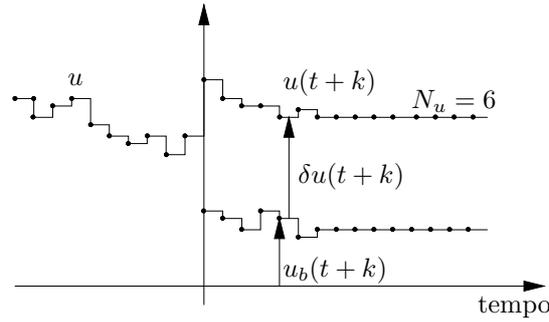


Figura 2.17: Conceito das ações do controle base e ótimo.

O controle base, $u_b(t+k)$, pode ser definido arbitrariamente, dado que $\delta u(t+k)$ é calculado para que $\Delta u(t+k)$ minimize J . Por exemplo, se é definido $u_b(t+k) = u(t-1)$, $\forall k = 1, \dots, N$, então a resposta base é associada à resposta livre do GPC (Camacho e Bordons 2004).

A resposta ótima ($\hat{y}_{ot}(t+d+k|t)$, $\forall k = 1, \dots, N$) é calculada utilizando a componente $\delta u(t+k)$, obtida do procedimento de otimização descrito a seguir.

A relação entre a saída ótima $\hat{y}_{ot}(t+d+k|t)$ e o controle ótimo $\delta u(t+k)$ é:

$$\hat{\mathbf{y}}_{ot} = \mathbf{G}_e \delta \mathbf{u},$$

em que \mathbf{G}_e é uma matriz constante de dimensão $N \times N_u$, calculada a partir do modelo de predição.

$$\hat{\mathbf{y}}_{ot} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{ot}(t+d+1|t) \\ \hat{y}_{ot}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}_{ot}(t+d+N|t) \end{bmatrix}, \quad \delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta u(t) \\ \delta u(t+1) \\ \vdots \\ \delta u(t+N_u-1) \end{bmatrix}.$$

Nota-se que $\hat{\mathbf{y}}_{ot}$ pode ser considerado como o resultado acumulativo de uma série de *impulsos* na entrada ao longo do horizonte de controle N_u e de uma entrada do tipo *degrau* a partir do tempo $t+N_u$. Portanto, \mathbf{G}_e tem a forma:

$$\mathbf{G}_e = \left[\begin{array}{cccc|c} h_{N_1} & 0 & \dots & \dots & \dots \\ h_{N_1+1} & h_{N_1} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{N_2} & h_{N_2-1} & \dots & h_{N_2-N_u+2} & g_{N_2-N_u+1} \end{array} \right]$$

em que h_k ($k = N_1, \dots, N_2$) são os coeficientes da resposta ao impulso unitário, os parâmetros g_k ($k = N_1 - N_u + 1, \dots, N_2 - N_u + 1$) são os coeficientes da resposta ao degrau unitário. A matriz \mathbf{G}_e pode ser expressa em função de h_k ou g_k por meio da

relação $h_k = g_k - g_{k-1}$.

A predição da saída é: $\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{y}}_b + \mathbf{G}_e \delta \mathbf{u}$, em que

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{y}}_b = \begin{bmatrix} \hat{y}_b(t+d+1|t) \\ \hat{y}_b(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}_b(t+d+N|t) \end{bmatrix}.$$

Substituindo a predição na função custo,

$$J = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w})^T (\mathbf{y} - \mathbf{w}) + \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{Q}_\lambda \Delta \mathbf{u},$$

em que $\Delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) & \Delta u(t+1) & \dots & \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix}^T$ e $\mathbf{Q}_\lambda = \text{diag}(\lambda_i)$. Minimizando J em relação a $\delta \mathbf{u}$ obtém-se o controle ótimo:

$$\delta \mathbf{u} = (\mathbf{G}_e^T \mathbf{G}_e + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1} \mathbf{G}_e^T (\mathbf{w} - \mathbf{y}_b).$$

Finalmente, o controle resultante a ser aplicado à planta é:

$$u(t) = u_b(t) + \delta u(t).$$

O procedimento de cálculo de $u(t)$ deve ser repetido a cada período de amostragem.

Como demonstrado em De Keyser (2003), a escolha do controle base (u_b) não modifica o valor final do controle a ser aplicado no processo, quando o modelo do processo é linear. Assim, os resultados que podem ser obtidos com o EPSAC ao controlar sistemas com atraso são os mesmos que se obtêm aplicando o controlador GPC. No caso não linear, a escolha de u_b afeta o sinal de controle do EPSAC. Como será estudado no Capítulo 4, a vantagem do EPSAC com relação ao GPC, é que por meio de uma escolha adequada de u_b o algoritmo, no caso nominal, pode encontrar o sinal de controle próximo ao ótimo não linear.

O critério para a sintonia robusta dos parâmetros do GPC (e do EPSAC) são os seguintes (Camacho e Bordons 2004): os horizontes de predição N_1 e N_2 devem ser escolhidos tais que, dentro destes horizontes, deve estar contido a maior parte transitória do processo em malha fechada; o horizonte de controle normalmente é usado como $N_u = N_2 - N_1$; finalmente, o parâmetro restante, $\lambda > 0$, deve ser sintonizado por meio de um compromisso entre o desempenho e a robustez. Valores pequenos de λ tornam o sistema mais rápido e valores grandes mais robusto. No capítulo 3, será mostrado

que λ não melhora significativamente a robustez do sistema em malha fechada quando o sistema tem atraso. Por outro lado, o SPGPC permite melhorar significativamente a robustez do GPC mas não pode ser aplicado a plantas integradoras ou instáveis. No capítulo 3, serão propostas soluções de controle preditivo robustas para sistemas integradores ou instáveis com atraso por meio do uso de filtros.

2.9 Conclusões

Devido ao efeito negativo que produz o atraso na malha de controle, muitas pesquisas têm sido orientadas ao estudo de técnicas de compensação de tempo morto. Embora as soluções apresentadas possuam bom desempenho e robustez, não consideram aspectos importantes tais como: as restrições nos sinais de controle e de saída do processo, e as não linearidades do processo. Por outro lado, os algoritmos de MPC apresentam soluções para contornar as não linearidades e restrições, mas ao contrário dos DTC, poucas soluções robustas têm sido analisadas quando são utilizados para controlar sistemas com atraso. Os primeiros trabalhos nesta direção foram apresentados em (Normey-Rico 1999) com a criação de algoritmos que combinam vantagens de ambas abordagens e solucionam alguns dos problemas mencionados neste capítulo. Nos capítulos seguintes, estas idéias serão generalizadas e estendidas para outros casos.

Capítulo 3

Controle preditivo linear para sistemas com atraso

Neste capítulo estudam-se alguns problemas do controle preditivo de sistemas com atraso, em casos específicos. Apesar de que, pela própria definição, o MPC pode ser usado para controlar processos com atraso, algumas propriedades não têm sido suficientemente pesquisadas na literatura. Os resultados apresentados neste capítulo utilizam as vantagens dos DTC e do MPC, discutidas no capítulo 3, para propor três algoritmos de controle de processos com atraso.

Devido à estratégia de controle deslizante, o GPC não tem estabilidade em malha fechada garantida (Clarke et al. 1987). Para solucionar este problema, em Clarke et al. (1991) foi proposta uma estratégia de controle preditivo com estabilidade de malha fechada garantida, cujo algoritmo foi denominado “constrained receding-horizon predictive controller” (CRHPC). Embora o problema de estabilidade é resolvido pelo algoritmo, o efeito do atraso não é devidamente tratado. Para solucionar este problema, na primeira parte do capítulo, é proposta a inclusão de um DTC no CRHPC, que posteriormente é chamado “constrained horizon Smith predictor predictive controller” CHSPPC.

Na segunda parte, será estudado o GPC para sistemas com atraso, que posteriormente será chamado RGPC (“robust GPC”). Como posteriormente será visto, o RGPC possui um conjunto de propriedades que podem torná-lo mais atrativo que o GPC tradicional, para o controle de sistemas integradores e sistemas instáveis. Estas propriedades são: i) Tem todas as características do GPC no referente a seu comportamento nominal. ii) Oferece melhores índices de robustez. iii) O efeito de filtragem na resposta a perturbações pode ser analisada de forma simples. Assim, o RGPC tem as vantagens do GPC e do DTC e permite obter melhores resultados que ambos.

Na terceira parte será estudado o EPSAC para sistemas com atraso e será chamado SPEPSAC. Por outro lado, se os parâmetros do EPSAC são sintonizados iguais aos do GPC ambos os algoritmos são equivalentes. Então, o SPEPSAC terá as mesmas propriedades do SPGPC para sistemas com atraso, com a vantagem que o SPEPSAC poderá ser estendido para o caso de sistemas não lineares como será estudado no próximo capítulo.

3.1 Controle preditivo com garantia de estabilidade em sistemas com atraso

Nesta seção, propõe-se um algoritmo de controle preditivo baseado no preditor de Smith com garantia de estabilidade robusta para processos estáveis. A estratégia usa restrições terminais duras na predição da saída do processo, no instante $t + d + N$, para garantir a estabilidade. Este algoritmo é chamado “constrained horizon Smith predictor predictive controller” (CHSPPC). O CHSPPC é particularmente apropriado para o controle de sistemas com atraso e apresenta melhor robustez que outros propostos na literatura, principalmente quando são considerados erros de estimação do atraso. A sintonia dos parâmetros de controle inclui um filtro passa baixa, o qual é definido para obter um compromisso entre o desempenho e a robustez.

Ainda, são estendidas as condições necessárias de estabilidade do CRHPC (Clarke et al. 1991) para o GPC baseado no preditor de Smith (SPGPC). Resultados de simulação mostram que o algoritmo de controle proposto permite obter o mesmo desempenho do CRHPC no caso nominal e melhor robustez no controle de sistemas com atraso.

Os resultados aqui descritos foram publicados nos anais do décimo sexto congresso internacional da IFAC realizado em Praga (Torricco e Normey-Rico 2005b).

3.1.1 Modelo da planta e revisão do controlador

Para a análise de estabilidade considera-se o modelo discreto da planta dada por um sistema controlável e observável, sem zeros em $z = 1$, e de ordem n ,

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \hat{\mathbf{A}}x(t) + \hat{\mathbf{B}}u(t-d), \\ y(t) &= \hat{\mathbf{C}}x(t). \end{aligned} \tag{3.1}$$

Para garantir que o sistema siga referências tipo degrau com erro estacionário zero,

a variável de controle u deve ser a saída do seguinte sistema integrador:

$$\begin{aligned} v(t-d+1) &= v(t-d) + \Delta u(t-d), \\ u(t-d) &= v(t-d) + \Delta u(t-d). \end{aligned} \quad (3.2)$$

O sistema aumentado das Equações (3.1) e (3.2) é descrito por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(t+1) \\ v(t-d+1) \end{bmatrix} &= \mathbf{A} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t-d) \end{bmatrix} + \mathbf{B}\Delta u(t), \\ y(t) &= \mathbf{C} \begin{bmatrix} x(t)^T & v(t-d)^T \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ainda, o sistema (3.3) pode ser representado por:

$$A(z^{-1})\Delta(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(t-1), \quad (3.4)$$

em que z^{-1} é o operador atraso e:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}, \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_{n-1}z^{-(n-1)}, \\ \Delta &= 1 - z^{-1}. \end{aligned}$$

3.1.1.1 Controle preditivo com restrições terminais CRHPC

Existem diferentes trabalhos que têm abordado a estabilidade dos MPC visto que a maioria dos teoremas de estabilidade podem ser aplicados em casos limitados, por exemplo no caso de horizonte tendendo a infinito $N \rightarrow \infty$. Em (Kouvaritakis et al. 1992, Rossiter e Kouvaritakis 1994, Rossiter et al. 1996) é analisado o GPC estável (SGPC) que consiste na estabilização da malha, antes de aplicar a estratégia de controle. Por outro lado, em (Clarke et al. 1991, Scokaert e Clarke 1994) foi apresentada outra solução ao GPC, impondo restrições terminais na saída do processo, denominada “constrained receding-horizon predictive control” (CRHPC). Isto possibilitou a análise de estabilidade para casos de N finito. Esta estratégia será apresentada na seqüência.

A idéia do CRHPC consiste em otimizar uma função quadrática, sobre o horizonte

de predição, sujeita a M restrições futuras de igualdade (Figura 3.1):

$$\begin{aligned} \min J &= \sum_{j=N_1}^{N_2} \psi(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_2-d} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2, \\ \text{sujeito a: } &\begin{cases} \hat{y}(t+N_2+j) = w(t+N_2) \\ \Delta u(t+N_2-d+j) = 0 \end{cases} \quad j = 1, \dots, M, \end{aligned} \quad (3.5)$$

em que: N_1 e N_2 são o horizontes máximo e mínimo da função custo; M representa o horizonte com restrições terminais; d é o atraso de transporte entre a entrada e saída do modelo; $\psi(j)$ e $\lambda(j)$ são as seqüências de ponderações; $w(t+j)$ é a seqüência de referência futura; $\Delta u(t)$ é a ação incremental do sinal controle ($\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$) e $\hat{y}(t+j|t)$ é a predição da saída a partir do instante t . Como mostrado em Normey-Rico e Camacho (1999b) os horizontes N_1 e N_2 podem ser usados como $N_1 = d + 1$ e $N_2 = N + d$. Assim, N é usado como o parâmetro de sintonia que define os horizontes.

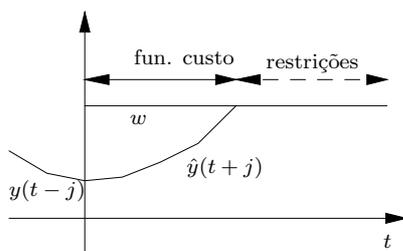


Figura 3.1: Controle preditivo com restrições terminais CRHPC

Uma propriedade importante sobre a de estabilidade da estratégia de controle CRHPC é (Clarke et al. 1991):

Propriedade 3.1 *Se o sistema de controle, que atenda as condições estabelecidas na Equação (3.5), satisfaz as seguintes propriedades:*

1. A planta é controlável e observável,
2. $\psi(j) = \bar{\psi} \geq 0, \lambda(j) = \bar{\lambda} > 0 \forall j = 1, \dots, N$,
3. $N \geq n + 2; M = n + 1$,

então, o sistema em malha fechada é assintoticamente estável.

Observa-se que o horizonte de predição N não pode ser arbitrariamente pequeno para garantir estabilidade em malha fechada, uma vez que N é função da ordem do modelo. Por outro lado, o número de restrições terminais na saída (M), também depende

da ordem da planta. Embora exista um horizonte mínimo que garanta estabilidade em malha fechada ($N \geq N_{\min} = n + 2$, em que N_{\min} é o horizonte mínimo que garante estabilidade), quando este é escolhido, o controlador poderia ser pouco robusto devido à pouca liberdade para satisfazer as restrições terminais quando há pequenos erros de modelagem (Clarke et al. 1991), por outro lado a solução ao problema de otimização poderia ser não factível. Em aplicações práticas N deve ser escolhido maior que N_{\min} para tornar o sistema mais robusto.

Esta propriedade é também válida para o caso de sistemas com atraso de transporte, uma vez que o algoritmo (3.5) minimiza a função custo excluindo o atraso das primeiras amostras (isto é: $N_1 = d + 1$ e $N_2 = N + d$) e portanto não é afetada a condição 3 anteriormente exposta (Clarke et al. 1991).

3.1.2 Controlador proposto

No controlador proposto, o objetivo é combinar as idéias do SPGPC e do CRHPC para obter uma resposta estável do sistema em malha fechada com melhores características de robustez que o CRHPC para sistemas com atraso.

Para isso, a abordagem baseia-se nas seguintes idéias:

1. usar a estrutura do SPGPC dado que, se o ajuste garante estabilidade nominal, então a robustez pode ser melhorada usando filtragem;
2. a estabilidade nominal pode ser obtida usando a abordagem do CRHPC.

Assim, o estudo das características da lei de controle proposta é realizado por meio do seguinte procedimento.

Inicialmente é considerado que os valores de $\hat{y}(t+d|t)$, ..., $\hat{y}(t+d-n-1|t)$ são obtidos usando o preditor de Smith (SP). Usando esses dados, pode ser calculada a saída da planta $\hat{y}(t+d+j|t)$ recursivamente aplicando o modelo incremental do processo (3.4). Assim, para $j = 1, 2, \dots, N, \dots, N + M$, obtém-se:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{H}\mathbf{u}_1 + \mathbf{S}\mathbf{y}_1, \quad (3.6)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{G}}\mathbf{u} + \bar{\mathbf{H}}\mathbf{u}_1 + \bar{\mathbf{S}}\mathbf{y}_1, \quad (3.7)$$

em que:

$$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}(t+d+1|t), \dots, \hat{y}(t+d+N|t)]^T,$$

$$\hat{\hat{\mathbf{y}}} = [\hat{\hat{y}}(t+d+N+1|t), \dots, \hat{\hat{y}}(t+d+N+M|t)]^T,$$

$$\mathbf{u} = [\Delta u(t), \dots, \Delta u(t+N)]^T,$$

$$\mathbf{u}_1 = [\Delta u(t-1), \dots, \Delta u(t-(n-1))]^T,$$

$$\mathbf{y}_1 = [\hat{y}(t+d|t), \dots, \hat{y}(t+d-n|t)]^T.$$

\mathbf{G} , $\bar{\mathbf{G}}$, \mathbf{H} , \mathbf{S} , $\bar{\mathbf{H}}$ e $\bar{\mathbf{S}}$ são matrizes constantes de dimensões $N \times N$, $N \times N$, $N \times n-1$, $N \times n+1$, $M \times n-1$ e $M \times n+1$, respectivamente.

O índice de desempenho e as restrições (3.5) podem ser escritas como:

$$\min J = [\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}]^T \mathbf{Q}_\psi [\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}] + \mathbf{u}^T \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{u}, \quad (3.8)$$

$$\bar{\mathbf{G}}\mathbf{u} + \bar{\mathbf{H}}\mathbf{u}_1 + \bar{\mathbf{S}}\mathbf{y}_1 = \bar{\mathbf{w}}, \quad (3.9)$$

em que \mathbf{Q}_ψ e \mathbf{Q}_λ são matrizes de ponderação e $\bar{\mathbf{w}}$ é a restrição terminal do sistema ($\bar{\mathbf{w}} = [w(t+N_2), \dots, w(t+N_2)]^T$).

A Equação (3.8) sujeita à restrição da Equação (3.9) pode ser minimizada por meio do uso dos multiplicadores de Lagrange (Clarke et al. 1991), e colocando em evidência a variável de controle, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{K}_1[\mathbf{w} - \mathbf{f}] + \mathbf{K}_2[\bar{\mathbf{w}} - \bar{\mathbf{f}}], \\ \mathbf{K}_1 &= \mathbf{M}\{\mathbf{I} - \bar{\mathbf{G}}^T[\bar{\mathbf{G}}\mathbf{M}\bar{\mathbf{G}}^T]^{-1}\bar{\mathbf{G}}\mathbf{M}\}\mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\psi, \\ \mathbf{K}_2 &= \mathbf{M}\bar{\mathbf{G}}^T[\bar{\mathbf{G}}\mathbf{M}\bar{\mathbf{G}}^T]^{-1} \end{aligned} \quad (3.10)$$

em que: $\mathbf{M} = [\mathbf{G}^T\mathbf{Q}_\psi\mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda]^{-1}$, $\mathbf{f} = \mathbf{H}\mathbf{u}_1 + \mathbf{S}\mathbf{y}_1$ e $\bar{\mathbf{f}} = \bar{\mathbf{H}}\mathbf{u}_1 + \bar{\mathbf{S}}\mathbf{y}_1$. Os termos \mathbf{f} e $\bar{\mathbf{f}}$ dependem de entradas e saídas passadas (\mathbf{u}_1 e \mathbf{y}_1) e correspondem à resposta livre do sistema. A resposta livre é a saída predita do sistema quando o sinal de controle é mantido constante ao longo do horizonte de predição. A predição de N_1 a N_2 é denotada por \mathbf{f} e de $N_2 + 1$ a $N_2 + M$ por $\bar{\mathbf{f}}$.

De acordo com a estratégia de controle deslizante, a equação (3.10) é calculada a cada período de amostragem, em que somente o primeiro elemento $\Delta u(t)$ do vetor \mathbf{u} é efetivamente usado para o cálculo do sinal $u(t)$. Assim, o incremento de controle $\Delta u(t)$ pode ser escrito como:

$$\Delta u(t) = \mathbf{q}[\mathbf{w} - \mathbf{f}] + \bar{\mathbf{q}}[\bar{\mathbf{w}} - \bar{\mathbf{f}}],$$

em que $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_N]$ e $\bar{\mathbf{q}} = [\bar{q}_1, \dots, \bar{q}_M]$ são as primeiras linhas das matrizes que

multiplicam $[\mathbf{w} - \mathbf{f}]$ e $[\bar{\mathbf{w}} - \bar{\mathbf{f}}]$ respectivamente em (3.10). Ainda, a lei de controle pode ser escrita como:

$$\Delta u(t) = \mathbf{q}\mathbf{w} + \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{w}} + [\mathbf{q}\mathbf{H} + \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{H}}]\mathbf{u}_1 + [\mathbf{q}\mathbf{S} + \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{S}}]\mathbf{y}_1,$$

em que $[\mathbf{q}\mathbf{H} + \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{H}}] = [e_1, e_2, \dots, e_{n-1}]$ e $[\mathbf{q}\mathbf{S} + \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{S}}] = [c_1, c_2, \dots, c_{n+1}]$. Os coeficientes q_i , \bar{q}_i , e_i e c_i são função de a_i , b_i , N , M , $\psi(i)$ e $\lambda(i)$.

Reescrevendo a lei de controle por meio de funções polinomiais e considerado que a trajetória de referência $w(t+k)$ é constante e igual à referência no instante t ($y_R(t)$), obtém-se:

$$\Delta u(t) = k_r y_R(t) + (e_1 + \dots + e_{n-1} z^{-n_2}) z^{-1} \Delta u(t) + (c_1 + c_2 z^{-1} + \dots + c_{n+1} z^{-n}) \hat{y}(t+d|t), \quad (3.11)$$

em que $k_r = \sum_{i=1}^N q_i + \sum_{i=1}^M \bar{q}_i$ e $\hat{y}(t+d|t)$ é a predição ótima da saída no tempo $(t+d)$.

Reordenado a Equação (3.11) e colocando em evidência $\Delta u(t)$, obtém-se:

$$\Delta u(t) = \frac{(c_1 + c_2 z^{-1} + \dots + c_{n+1} z^{-n})}{(1 - (e_1 + \dots + e_{n-1} z^{-(n-2)}) z^{-1})} \left[\frac{k_r}{(c_1 + c_2 z^{-1} + \dots + c_{n+1} z^{-n})} y_R(t) + \hat{y}(t+d|t) \right] \quad (3.12)$$

Esta estrutura de controle (3.12) é representada na Figura 3.2, em que:

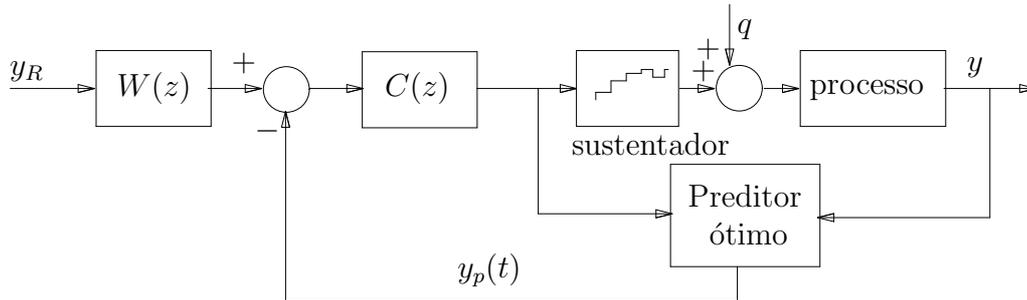


Figura 3.2: Esquema de controle do CRHPC

$$C(z) = \frac{c_1 + c_2 z^{-1} + \dots + c_{n+1} z^{-n}}{(1 - z^{-1})(1 - e_1 z^{-1} - \dots - e_{n-1} z^{-n-1})}, \quad (3.13)$$

$$W(z) = \frac{k_r}{c_1 + c_2 z^{-1} + \dots + c_{n+1} z^{-n}}. \quad (3.14)$$

A lei de controle proposta é ilustrada segundo o esquema apresentado na Figura 3.3. Os coeficientes do controlador primário $C(z)$ e do filtro de referência $W(z)$ são calculados usando o modelo incremental tal como no CRHPC, com o objetivo manter as mesmas propriedades de estabilidade. Assim, $C(z)$ e $W(z)$ são iguais aos da estrutura CRHPC se os horizontes de predição e controle e parâmetros de ponderação são iguais em ambas as estruturas. Por outro lado, as características de robustez do SPGPC são adquiridas devido ao uso da estrutura do preditor de Smith filtrado para calcular as predições da planta de $t + 1$ a $t + d$. Para analisar a robustez pode ser usada a estrutura de dois graus de liberdade ilustrada na Figura 3.3 dado que tem a forma de compensador de tempo morto DTC e pode ser estudada como no capítulo 2.

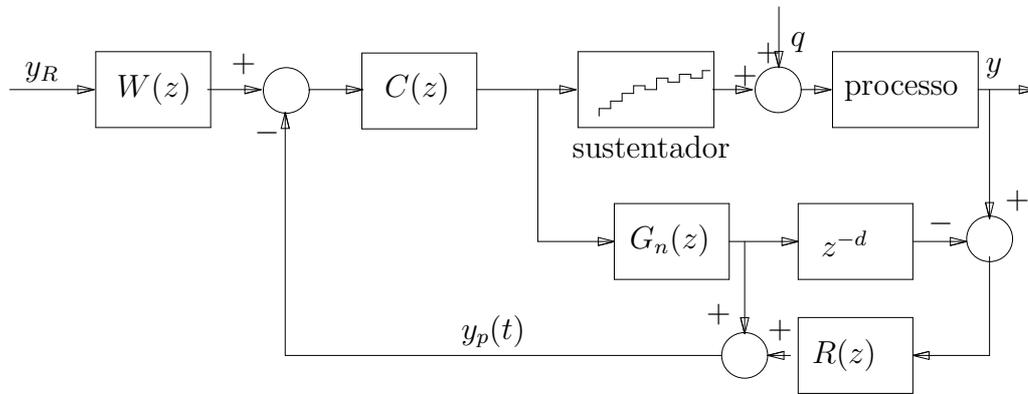


Figura 3.3: Esquema de controle do CHSPPC

3.1.3 Análise da robustez

O estudo da robustez do CHSPPC é realizado usando o diagrama de blocos da Figura 3.3. Para simplificar, a dependência da notação polinomial de z^{-1} será omitida na análise que será realizada nesta seção. A planta será representada por uma função de transferência P e incertezas não estruturadas serão consideradas. Da mesma forma que no capítulo 2, mas agora no plano z , é assumido que o comportamento do processo pode ser descrito por uma família de modelos lineares. Assim, a planta real P estará nas vizinhanças do modelo nominal da planta P_n , isto é $P = P_n(1 + \delta P)$. Se d é o atraso de transporte da planta, então é possível escrever na representação discreta: $P = Gz^{-d}$ e no caso nominal $P_n = G_n z^{-d_n}$. Assim G , representa a planta sem o atraso de transporte e G_n e d_n são os valores nominais da planta e do atraso de transporte, respectivamente.

O ajuste do CHSPPC, que origina o controlador C e o filtro W da Figura 3.3, é realizado para atender as especificações desejadas ao seguimento de referências no caso nominal. O índice de robustez é calculado para manter a estabilidade em malha fechada

(Morari e Zafiriou 1989) de acordo com a condição:

$$|\delta P(e^{j\omega})| \leq i_R(\omega) = \frac{|1 + C(e^{j\omega})G_n(e^{j\omega})|}{|C(e^{j\omega})G_n(e^{j\omega})R(e^{j\omega})|}, \quad \forall \omega \in (0, \pi). \quad (3.15)$$

Para simplificar, na análise seguinte será omitida a dependência de ω .

Da Equação (3.15), observa-se que o filtro R pode ser usado para melhorar a robustez do sistema na região de frequências de interesse.

Para entender o efeito do filtro R no desempenho consideram-se as relações entrada-saída do esquema de controle (Figura 3.3):

$$H_r(z) = \frac{Y(z)}{Y_R(z)} = \frac{C(z)P_n(z)}{1 + C(z)G_n(z)}, \quad (3.16)$$

$$H_q(z) = \frac{Y(z)}{Q(z)} = P_n(z) \left[1 - \frac{C(z)R(z)P_n(z)}{1 + C(z)G_n(z)} \right] = P_n(z)[1 - H_u(z)], \quad (3.17)$$

$$H_u(z) = \frac{U(z)}{Q(z)} = \frac{C(z)R(z)P_n(z)}{1 + C(z)G_n(z)}. \quad (3.18)$$

Como o desempenho na rejeição de perturbações do sistema é afetado pelo uso do filtro, então o ajuste deve ser realizado considerando um compromisso entre a robustez e a rejeição de perturbações. Para um bom desempenho na rejeição de perturbações $|H_q|$ deve estar próximo a zero (ou $|H_u|$ próximo a um) para $\omega < \omega_0$, em que, ω_0 define a largura de banda desejada.

Como estudado no capítulo anterior, o índice de robustez é:

$$i_R = \frac{1}{|H_u|},$$

então um elevado desempenho na rejeição de perturbações conduz a uma robustez baixa.

Como em geral, o modelo das incertezas é dominante em altas frequências, R deve ser escolhido para incrementar o valor de i_R nessas frequências e seja sempre maior a $|\delta P|$, mas também manter o ganho unitário de $|H_u|$ para as frequências menores a ω_0 . Assim, R é um filtro passa baixa com ganho unitário em estado estacionário ($R(1) = 1$). Nota-se que o compromisso entre a robustez e a rejeição de perturbações não permite atender especificações arbitrárias de seguimento de referências em malha fechada.

Estas propriedades do CHSPPC conduzem ao ajuste do controlador em três passos:

1. escolher os parâmetros do controlador N , ψ e λ para obter um desempenho desejado no caso nominal, com garantia de estabilidade em malha fechada;
2. estimar as incertezas da planta e calcular δP ;
3. calcular o filtro R para obter a estabilidade robusta desejada e obter uma largura de banda elevada para a rejeição de perturbações.

3.1.4 Exemplos ilustrativos

Para ilustrar as propriedades do controlador proposto CHSPPC e comparar com o CRHPC, alguns exemplos de simulação são apresentados.

Exemplo 3.1

O processo real é representado por:

$$P(s) = \frac{e^{-5s}}{(s+1)(0.5s+1)(0.2s+1)(0.1s+1)}. \quad (3.19)$$

Considerando somente as constantes de tempo dominantes, um simples modelo de segunda ordem é usada para o modelo de predição:

$$P(s) = \frac{e^{-5s}}{(s+1)(0.5s+1)}. \quad (3.20)$$

Considerando que a máxima variação do atraso é 20%, o período de amostragem apropriado $T_s = 0.5s$ é calculado por meio da Tabela 2.1.

Discretizando o modelo e considerando que há um sustentador de ordem zero na entrada, obtém-se:

$$P(z) = \frac{0.15z + 0.09}{z^2 - 0.97z + 0.22} z^{-10}.$$

O ajuste dos parâmetros do controlador é definido por $N = 10$, $M = 3$, $\lambda = 25$ (este mesmo ajuste foi considerado para a estratégia CRHPC). Estes parâmetros satisfazem as propriedades de estabilidade (3.1) e foram ajustados para a obtenção de uma resposta

desejada ao seguimento de referências no caso nominal. Neste exemplo, não é analisado o efeito do filtro no preditor, i.e. $R(z) = 1$. Na Figura 3.4 é ilustrado o comportamento em malha fechada de ambos os sistemas, o controlado por CHSPPC e o por CRHPC). Um degrau na referência é introduzido em $t = 0$ e em $t = 25s$. Além disso, uma perturbação do tipo degrau de 50% é introduzida na entrada e saída da planta em $t = 50s$ e $t = 90s$ respectivamente. Para testar a robustez é introduzido erro de 20% na estimação do atraso em $t = 80s$. Como pode ser observado, ambos os sistemas têm o comportamento similar ao seguimento de referências e rejeição de perturbações no caso nominal. Entretanto, quando é introduzido um erro na estimação no atraso, o algoritmo proposto CHSPPC tem uma resposta estável em malha fechada enquanto o CRHPC torna-se instável.

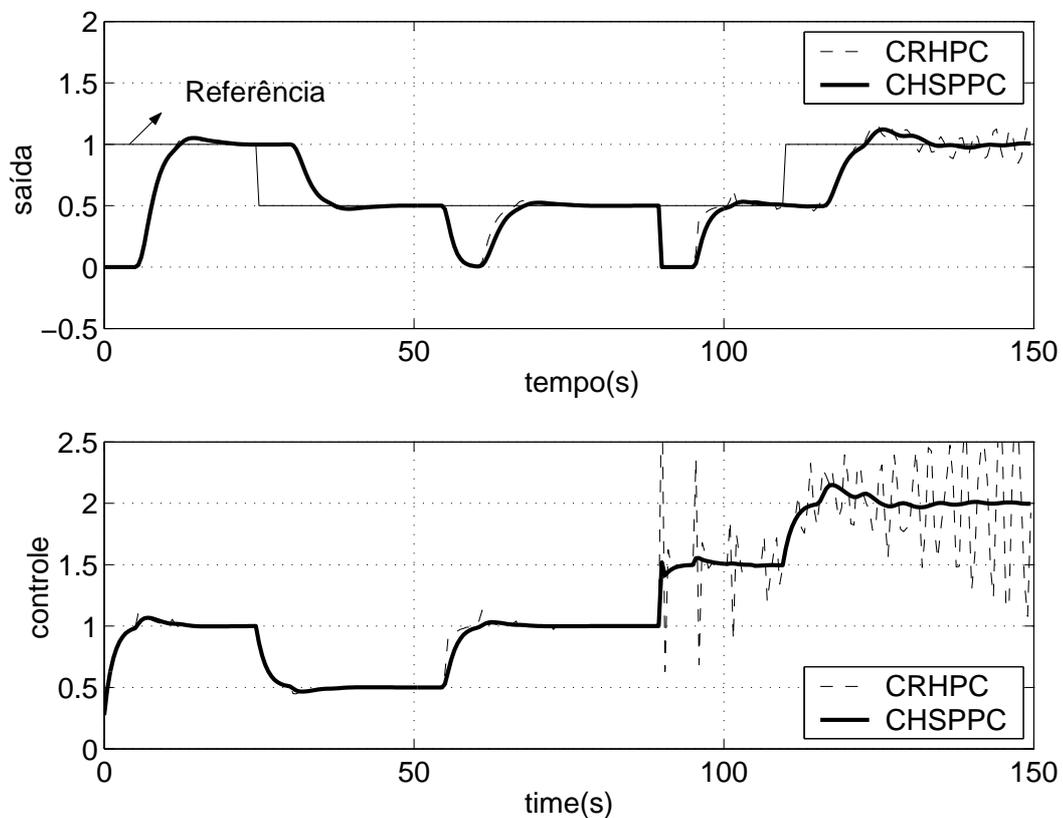


Figura 3.4: Exemplo 3.1

Exemplo 3.2

Para ilustrar as vantagens do uso do filtro de robustez no controlador proposto, é analisado um sistema de fase não mínima com atraso (Clarke et al. 1991):

$$(1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2})y(t) = (-z^{-1} + 2z^{-2})u(t - 4). \quad (3.21)$$

Na Figura 3.5 é comparado o desempenho dos algoritmos de controle CRHPC e CHSPPC, usando os mesmos valores de referência e ajuste de controle que no exemplo 1. Adicionalmente, são introduzidas perturbações na entrada de 5% e de 10% em $t = 50s$ e $90s$, respectivamente. A estratégia proposta usa o filtro passa baixa $R(z) = \frac{0.15z}{z-0.85}$, o qual foi ajustado, por meio de simulação, para melhorar a robustez do controlador quando o erro de modelagem no atraso é de uma amostra. Nas simulações, até o instante $t = 100s$, ambos os sistemas operam em condições nominais. Como esperado a resposta ao seguimento de referências são iguais para ambas as estratégias. O controlador proposto tem melhor desempenho à rejeição de perturbações. A partir de $t = 100s$ é introduzida uma amostra de incerteza no processo. Como é observado, a estratégia CRHPC torna-se instável e a proposta continua estável com leves oscilações nos transitórios.

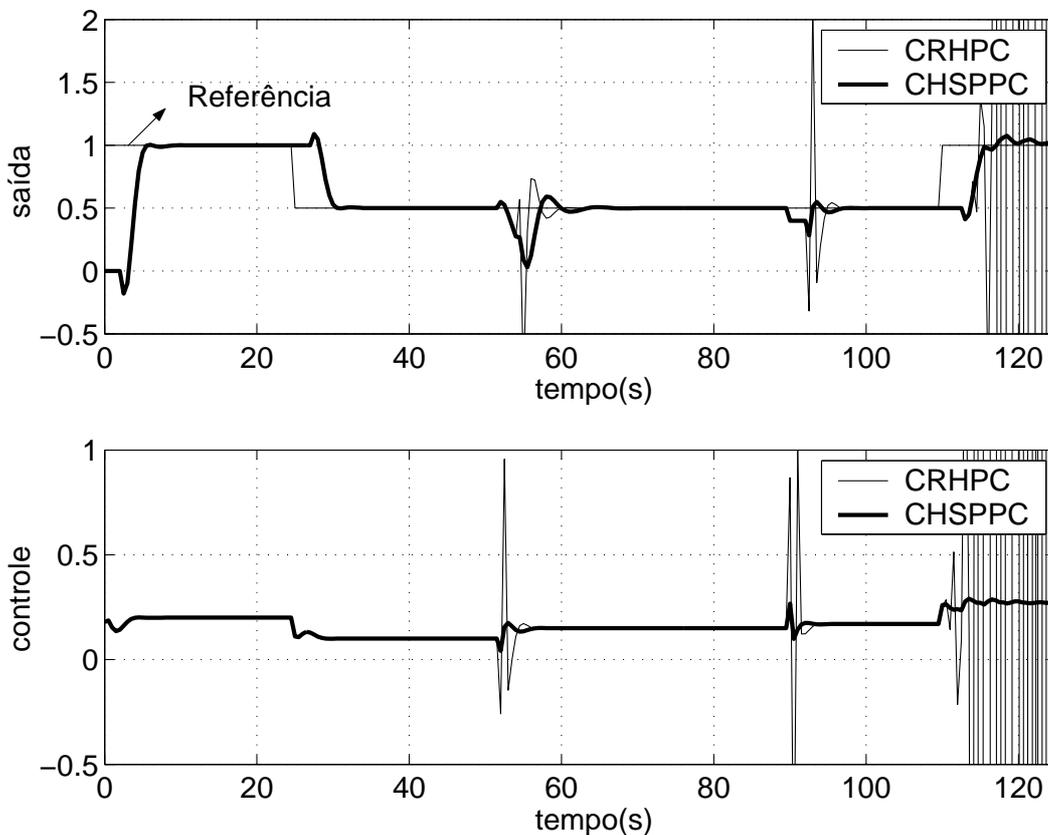


Figura 3.5: Exemplo 3.2 ($T_s = 1s$)

Como pode ser visto, o método de controle proposto permite incluir um filtro sem afetar o desempenho no caso nominal, embora o sistema apresente uma dinâmica complexa, atraso e comportamento de fase não mínima.

3.1.5 Conclusões

Nesta seção, foi mostrado como melhorar a robustez do controlador CRHPC mantendo o desempenho nominal e as propriedades de estabilidade em malha fechada, no caso de controle de sistemas com atraso de transporte. O controlador proposto, baseado em uma estrutura de predição diferente, permite obter um bom compromisso entre a robustez e desempenho e usa um procedimento de ajuste simples baseado em um filtro passa baixa. Simulações comparativas mostraram as vantagens do algoritmo proposto.

3.2 Controlador preditivo para sistemas com atraso e dinâmica integradora ou instável

Nesta seção, apresenta-se uma análise sobre o GPC quando é aplicado a plantas com atraso e dinâmica integradora ou instável. Por outro lado, é proposto um método de projeto que permite melhorar a robustez do GPC por meio da inclusão de um filtro, denominado GPC robusto ou RGPC que atua na resposta livre. O controlador proposto é baseado em duas idéias de controle a seguir apresentadas: a primeira a apresentada em Normey-Rico e Camacho (1999b) para plantas estáveis que consiste em levar o GPC à forma 2DOF SP e usar um preditor robusto em lugar de um preditor ótimo para compensar o atraso (ver seção 2.8.3); a segunda é a do observador de perturbações, apresentada em (Zhong e Normey-Rico 2002, Torrico e Normey-Rico 2005a), que consiste no ajuste de um filtro para a rejeição de perturbações de ordem arbitrária, em sistemas com atraso. Com estas idéias é proposto um algoritmo de controle preditivo robusto para sistemas com atraso e dinâmica integradora ou instável. Um estudo comparativo mostra que o método proposto permite um comportamento mais robusto que outros controladores propostos na literatura.

Os resultados aqui apresentados estão nos anais do “*XVI Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2006)*” realizado em Salvador-Bahia (Torrico e Normey-Rico 2006).

3.2.1 Análise do GPC para sistemas com atraso

Como foi explicado no ítem 2.8.2, o GPC usa o modelo CARIMA (Equação 2.57) para calcular as predições ao longo de um horizonte futuro e consiste em aplicar uma seqüência de controle que minimiza a função custo descrita na Equação 2.58.

Para analisar o efeito do atraso no algoritmo GPC, a predição da saída é dividida em dois intervalos: $[t + 1, \dots, t + d]$ e $[t + d + 1, \dots, t + d + N]$.

Inicialmente, analisa-se o intervalo $[t + d + 1, \dots, t + d + N]$. O modelo CARIMA, para o cálculo das predições quando o sistema tem atraso d , pode ser escrito como:

$$A(z^{-1})y(t + d) = B(z^{-1})u(t - 1) + \frac{T(z^{-1})e(t + d)}{\Delta}. \quad (3.22)$$

Usando a equação Diophantina $T(z^{-1}) = E_j(z^{-1})\Delta A(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1})$ e a equação acima, calcula-se a predição em $t + d + j$ ($j = 1, \dots, N$), que é dada por:

$$y(t + d + j) = F_j(z^{-1})\frac{y(t + d)}{T(z^{-1})} + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\frac{\Delta u(t - 1 + j)}{T(z^{-1})} + E_j(z^{-1})e(t + d + j). \quad (3.23)$$

A melhor predição ou predição ótima da saída, na hipótese de que a esperança matemática de $e(t + d + j)$ seja zero, é dada por:

$$\hat{y}(t + d + j|t) = F_j(z^{-1})\frac{\hat{y}(t + d|t)}{T(z^{-1})} + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\frac{\Delta u(t - 1 + j)}{T(z^{-1})}, \quad (3.24)$$

em que \hat{y} é a melhor predição de y .

Para separar as ações de controle passadas das ações futuras, é usada a equação Diophantina:

$$E_j(z^{-1})B(z^{-1}) = H_j(z^{-1})T(z^{-1}) + z^{-j}I_j(z^{-1}),$$

logo a predição pode ser escrita como:

$$\hat{y}(t + d + j|t) = H_j(z^{-1})\Delta u(t + j - 1) + F_j(z^{-1})\hat{y}^f(t + d|t) + I_j(z^{-1})\Delta u^f(t - 1), \quad (3.25)$$

em que: $y^f(t) = \frac{y(t)}{T(z^{-1})}$ e $\Delta u^f(t - 1) = \frac{\Delta u(t - 1)}{T(z^{-1})}$.

Assim a predição da saída na forma vetorial é dada por:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{F}\mathbf{y}_1^f + \mathbf{I}\mathbf{u}_1^f \quad (3.26)$$

em que:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix}, \quad \Delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}_1^f = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d|t) \\ \hat{y}(t+d-1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d-na|t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_1^f = \begin{bmatrix} \Delta u^f(t-1) \\ \Delta u^f(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u^f(t-n_i) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ h_N & h_{N-1} & \dots & h_{N-N_u+1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{1,1} & f_{1,2} & \dots & f_{1,n_a+1} \\ f_{2,1} & f_{2,2} & \dots & f_{2,n_a+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N,1} & f_{N,2} & \dots & f_{N,n_a+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} i_{1,1} & i_{1,2} & \dots & i_{1,n_i} \\ i_{2,1} & i_{2,2} & \dots & i_{2,n_i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{N,1} & i_{N,2} & \dots & i_{N,n_i} \end{bmatrix}, \quad n_i = \max(n_b, n_t).$$

Uma vez conhecida a predição da saída, a ação de controle que minimiza J é dada por (ver ítem 2.8.2):

$$\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}). \quad (3.27)$$

Devida à estratégia de controle deslizante, somente será aplicado no processo o primeiro elemento do vetor $\Delta \mathbf{u}$, isto é:

$$\Delta u(t) = \mathbf{k}(\mathbf{w} - \mathbf{f}) = \mathbf{k}(\mathbf{w} - (\mathbf{F}\mathbf{y}_1^f + \mathbf{I}\mathbf{u}_1^f)), \quad (3.28)$$

em que $\mathbf{k} = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_N]$ é a primeira linha de $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1} \mathbf{G}^T$. A lei de controle pode ser ainda escrita na forma:

$$\Delta u(t) = \mathbf{k}\mathbf{w} - \mathbf{k}\mathbf{F}\mathbf{y}_1^f - \mathbf{k}\mathbf{I}\mathbf{u}_1^f, \quad (3.29)$$

em que $\mathbf{k}\mathbf{F} = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{n_a+1}]$ e $\mathbf{k}\mathbf{I} = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_{n_i}]$.

Para completar a análise, deve ser calculada a predição até $t+d$ usando a seguinte equação Diophantina:

$$1 = \bar{E}_j(z^{-1})\Delta\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}\bar{F}_j(z^{-1}), \quad j = d, \dots, d - n_a \quad (3.30)$$

e o modelo da planta (3.22). Esta predição é apresentada na seqüência:

$$\begin{aligned} \hat{y}^f(t+d|t) &= \bar{F}_d(z^{-1})y^f(t) + \bar{E}_d(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u^f(t-1), \\ &\vdots \\ \hat{y}^f(t+d-n_a|t) &= \bar{F}_{d-n_a}(z^{-1})y^f(t) + \bar{E}_{d-n_a}(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u^f(t-1-n_a), \end{aligned} \quad (3.31)$$

em que $\hat{y}^f(t+j|t) = \frac{\hat{y}(t+j|t)}{T(z^{-1})}$, $y^f(t) = \frac{y(t)}{T(z^{-1})}$ e $\Delta u^f(t-1-d+j) = \frac{\Delta u(t-1-d+j)}{T(z^{-1})}$.

Multiplicado e dividindo os termos de (3.31), que dependem das entradas passadas, por $\tilde{A} = \Delta A$,

$$\begin{aligned} \hat{y}^f(t+d|t) &= \bar{F}_d(z^{-1})y^f(t) + \bar{E}_d(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1})\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u^f(t-1), \\ &\vdots \\ \hat{y}^f(t+d-n_a|t) &= \bar{F}_{d-n_a}(z^{-1})y^f(t) + \bar{E}_{d-n_a}(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1})\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u^f(t-1-n_a), \end{aligned} \quad (3.32)$$

e aplicando a equação (3.30) obtém-se:

$$\begin{aligned} \hat{y}^f(t+d|t) &= \bar{F}_d(z^{-1})y^f(t) + (1 - z^{-d}\bar{F}_d(z^{-1}))G(z)u^f(t), \\ &\vdots \\ \hat{y}^f(t+d-n_a|t) &= \bar{F}_{d-n_a}(z^{-1})y^f(t) + (1 - z^{-(d-n_a)}\bar{F}_{d-n_a}(z^{-1}))G(z)u^f(t-n_a), \end{aligned} \quad (3.33)$$

em que $G(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}z^{-1}$ é o modelo da planta sem atraso. Substituindo as predições, dadas na Equação (3.33), no controle ótimo, dado na Equação (3.29), obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta u(t) &= k_r y_R(t) - [c_1 F_d(z^{-1}) + \dots + c_{n_a+1} F_{d-n_a}(z^{-1})]y^f(t) \\ &\quad - [c_1 + \dots + c_{n_a+1} z^{-n_a}]G(z)u^f(t) + [c_1 F_d(z^{-1}) + \dots + c_{n_a+1} F_{d-n_a}(z^{-1})]G(z)z^{-d}u^f(t) \\ &\quad - [e_1 + \dots + e_{n_i} z^{-i+1}]\Delta u^f(t-1) \end{aligned} \quad (3.34)$$

em que $k_r = (k_1 + \dots + k_n)$. Neste caso, que a estratégia de controle considera que a trajetória de referência $w(t+k)$ é constante e igual à referência no instante t ($y_R(t)$).

Reordenando a Equação (3.34) e substituindo os sinais filtrados pelos sinais reais ($y^f(t) = y(t)/T(z^{-1})$ e $u^f(t) = u(t)/T(z^{-1})$), obtém-se:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{[e_1 + \dots + e_{n_i} z^{-i+1}]z^{-1}}{T(z^{-1})}\right) \Delta u(t) &= k_r y_R(t) - \frac{[c_1 + \dots + c_{n_a+1} z^{-n_a}]}{T(z^{-1})}G(z)u(t) \\ &\quad - \frac{[c_1 F_d(z^{-1}) + \dots + c_{n_a+1} F_{d-n_a}(z^{-1})]}{T(z^{-1})}[y(t) - G(z)z^{-d}u(t)]. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Colocando em evidencia $u(t)$ do termo da esquerda de (3.35) e reordenando alguns parâmetros, obtém-se:

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{[c_1 + \dots + c_{n_a+1} z^{-n_a}]}{T(z^{-1}) + [e_1 + \dots + e_{n_i} z^{-i+1}]z^{-1}(1 - z^{-1})} \left\{ \frac{k_r y_R(t)}{[c_1 + \dots + c_{n_a+1} z^{-n_a}]} \right. \\ &\quad \left. - G(z)u(t) - \frac{[c_1 F_d(z^{-1}) + \dots + c_{n_a+1} F_{d-n_a}(z^{-1})]}{[c_1 + \dots + c_{n_a+1} z^{-n_a}]}[y(t) - G(z)z^{-d}u(t)] \right\}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Observa-se que este algoritmo está na forma 2DOF, com preditor de Smith filtrado. Isto pode ser visualizado na Figura 3.6, em que:

$$W(z) = \frac{k_r}{[c_1 + \dots + c_{n_a+1}z^{-n_a}]},$$

$$C(z) = \frac{[c_1 + \dots + c_{n_a+1}z^{-n_a}]}{[T(z^{-1}) + (e_1 + e_2z^{-1} + \dots + e_{n_i}z^{-n_i+1})z^{-1}](1 - z^{-1})},$$

$$R(z) = \frac{[c_1F_d(z^{-1}) + \dots + c_{n_a+1}F_{d-n_a}(z^{-1})]}{[c_1 + \dots + c_{n_a+1}z^{-n_a}]}.$$

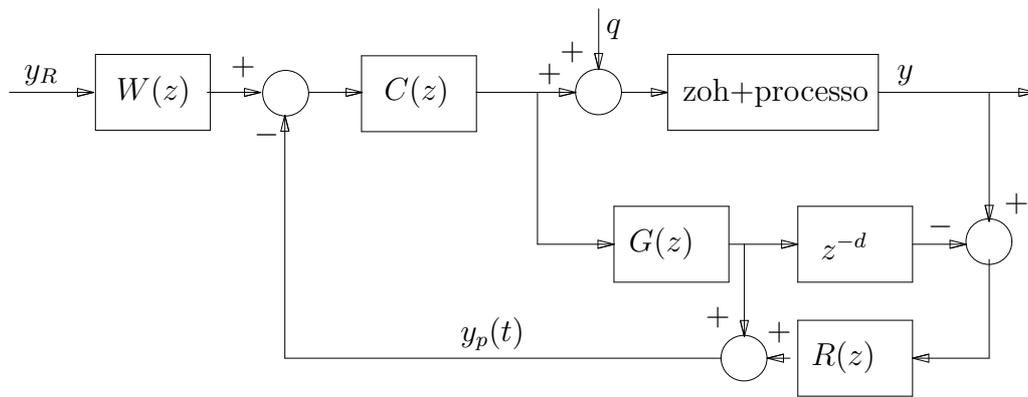


Figura 3.6: Estrutura de dois graus de liberdade e compensação de tempo morto

Esta propriedade do GPC é muito importante dado que pode ser analisado como um compensador de tempo morto estudado no Capítulo 2, embora neste caso o filtro $R(z)$ entre a saída real e a predita, não é um parâmetro de projeto e sim faz parte do cálculo da resposta livre. Igualmente, observa-se que o grau das funções de transferência que definem a lei de controle, $W(z)$, $C(z)$ e $R(z)$, dependem do grau dos polinômios do modelo de predição (3.22). Além disso, os valores dos seus coeficientes também dependem dos parâmetros de ajuste do controlador, i.e.: N_u , N , λ e $T(z^{-1})$. Nesta estratégia de controle os parâmetros N_u , N e λ definem o desempenho de malha fechada no caso nominal e o polinômio $T(z^{-1})$ pode ser ajustado para melhorar a robustez. No entanto, a escolha e o ajuste do polinômio $T(z^{-1})$ não é simples. Embora existam ajustes para alguns casos específicos, não existe um procedimento de ajuste sistemático que possa ser usado de uma forma geral (Camacho e Bordons 2004). Por outro lado, é sabido que o GPC pode ser aplicado a processos com atraso integradores ou instáveis. Ainda no capítulo 2, foi estudado que $R(z)$ pode ser escolhido arbitrariamente, desde que satisfaça certas condições, para que a estrutura DTC possa ser aplicada a processos com atraso integradores ou instáveis.

Assim, na seqüência, propõe-se uma estratégia de controle preditivo, em que, N_u , N e λ são ajustados para alcançar o desempenho nominal desejado e $R(z)$ como um

parâmetro de ajuste da robustez para sistemas com atraso integradores ou instáveis. Em seguida, serão estudadas as propriedades do novo algoritmo que será dominado RGPC.

3.2.2 Controle preditivo proposto

Nesta seção, são usadas as mesmas idéias analisadas na seção 2.4.2, para projetar o controle preditivo para plantas integradoras ou instáveis com atraso. Isto porque que o observador de perturbações permite rejeitar perturbações, em caso de plantas integradoras com atraso, melhor que outros algoritmos de compensação de atraso apresentados na literatura.

Assim, inicialmente os parâmetros do controle preditivo N_u , N , λ são ajustados para controlar o modelo sem atraso $G(z)$. Na seqüência deve ser ajustado $R(z)$ para satisfazer as condições de estabilidade. Para este objetivo, calcula-se inicialmente a relação perturbação–saída do esquema de controle preditivo (Figura 3.6),

$$\frac{Y(z)}{Q(z)} = P(z) \left(1 - \frac{C(z)R(z)G(z)z^{-d}}{1 + C(z)G(z)} \right). \quad (3.37)$$

Se $P(z)$ é um processo instável, o termo à direita de P na equação (3.37) deve possuir um zero em cada pólo instável ¹ de $P(z)$, $|z_0| \geq 1$. A condição para a rejeição de perturbações constantes em regime estacionário é que o mesmo termo tenha um zero em $z = 1$. Portanto, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\begin{cases} \left(1 - \frac{C(z)R(z)G(z)z^{-d}}{1 + C(z)G(z)} \right) \Big|_{z=1} = 0, \\ \left(1 - \frac{C(z)R(z)G(z)z^{-d}}{1 + C(z)G(z)} \right) \Big|_{z=z_0} = 0. \end{cases} \quad (3.38)$$

Por meio de manipulações matemáticas, as condições da equação (3.38) podem ser reduzidas a:

$$\begin{cases} (R(z) - z^d) \Big|_{z=1} = 0, \\ (R(z) - z^d) \Big|_{z=z_0} = 0. \end{cases} \quad (3.39)$$

e para o caso particular de sistemas integradores:

¹Ao longo deste trabalho é chamado pólo instável a todo pólo $\Re(s) \geq 0$, $s \neq 0$. No caso discreto $|z| \leq 1$, $z \neq 1$

$$\begin{cases} (R(z) - z^d)|_{z=1} = 0, \\ \frac{d}{dz} (R(z) - z^d)|_{z=1} = 0. \end{cases} \quad (3.40)$$

Nota-se que $R(z)$ deve possuir no mínimo 3 parâmetros de ajuste, 2 para satisfazer a Equação (3.39) ou (3.40) e um parâmetro livre para atender as especificações de robustez e rejeição de perturbações. Assim, $R(z)$ é proposto como um filtro passa baixa de segunda ordem:

$$R(z) = \frac{r_1 + r_2 z^{-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^2}, \quad (3.41)$$

em que no caso de plantas integradoras: $r_1 = (1 - \alpha)^2(d - 1) + 2(1 - \alpha)$, $r_2 = (1 - \alpha)^2 - r_1$ e no caso de plantas com um pólo instável: $r_1 = \frac{z_0^d(1 - 2\alpha z_0^{-1} + \alpha^2 z_0^{-2}) - (1 - 2\alpha + \alpha^2)}{(1 - z_0^{-1})}$, $r_2 = (1 - 2\alpha + \alpha^2) - r_1$ e α é o parâmetro livre que pode ser ajustado utilizando especificações de robustez. Este ajuste é analisado na continuação.

3.2.3 Robustez

Utilizando a mesma abordagem apresentada no item 3.1.3, pode-se estudar a robustez do algoritmo proposto. Para isto, inicialmente calcula-se o índice de robustez associado ao erro multiplicativo:

$$i_R(\omega) = \frac{|1 + C(e^{j\omega})G_n(e^{j\omega})|}{|C(e^{j\omega})G_n(e^{j\omega})R(e^{j\omega})|}, \quad \forall \omega \in (0, \pi). \quad (3.42)$$

Nota-se que, $R(z)$ está presente no denominador da Equação (3.42) e por outro lado, no controlador proposto, $R(z)$ é dado por um filtro passa baixa que pode ser ajustado variado a frequência de corte. Para valores da frequência de corte tendendo a frequências baixas, o i_R será maior, mas a tendência a rejeitar perturbações Y/Q (equação 3.37) será mais lenta. Portanto, $R(z)$, que deve considerar i_R e Y/Q , pode ser facilmente ajustado, para satisfazer especificações, por meio de simulação ou no domínio da frequência.

Para estudar o efeito dos parâmetros de controle na robustez e a forma do erro de modelagem, é apresentada a seguinte análise. Baseado no sistema apresentado no Exemplo 3.4, item 3.2.4, as Figuras 3.7, 3.8 e 3.9 mostram, respectivamente, (i) o efeito sobre o índice de robustez (i_R), no controlador proposto, dos parâmetros λ , N e α (em todas as figuras i_R está representada pelas linhas tracejadas) e (ii) o erro de modelagem $|\delta P|$ (representado pelas linhas contínuas) para diferentes valores de estimação do atraso (10%, 20%, e 25%). A Figura 3.7 mostra o efeito de λ no i_R .

Como pode ser observado, embora a sintonia deste parâmetro modifique a robustez, não é possível incrementar o módulo de i_R na frequência desejada, nem mesmo usando valores elevados de λ . Para este caso particular, inclusive quando $\lambda = 100$, o sistema torna-se instável para pequenos erros de estimação no atraso (10%). A Figura 3.8 mostra o efeito de N no i_R . Nota-se que, o i_R é fortemente modificado por N , mas não é possível atingir a condição de robustez. Finalmente, a Figura 3.9 mostra o efeito de R no i_R para diferentes valores de α . Nota-se que, neste caso, é fácil de incrementar o i_R na frequência desejada usando um valor apropriado de α .

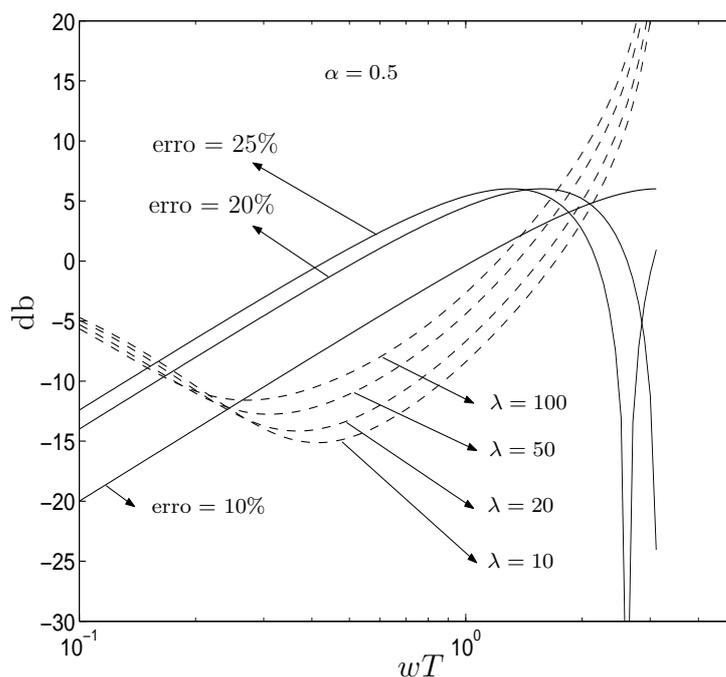


Figura 3.7: Sintonia do índice de robustez: efeito de λ . As linhas contínuas representam o erro de modelagem $|\delta P|$ e as linhas tracejadas o índice de robustez i_R

3.2.4 Exemplos ilustrativos

Para ilustrar as propriedades do controlador proposto RGPC e comparar com o GPC, é apresentado o seguinte exemplo de simulação.

Exemplo 3.3

O processo real é representado por:

$$P(s) = \frac{e^{-5.3s}}{s(s+1)(0.5s+1)(0.2s+1)(0.1s+1)} \quad (3.43)$$

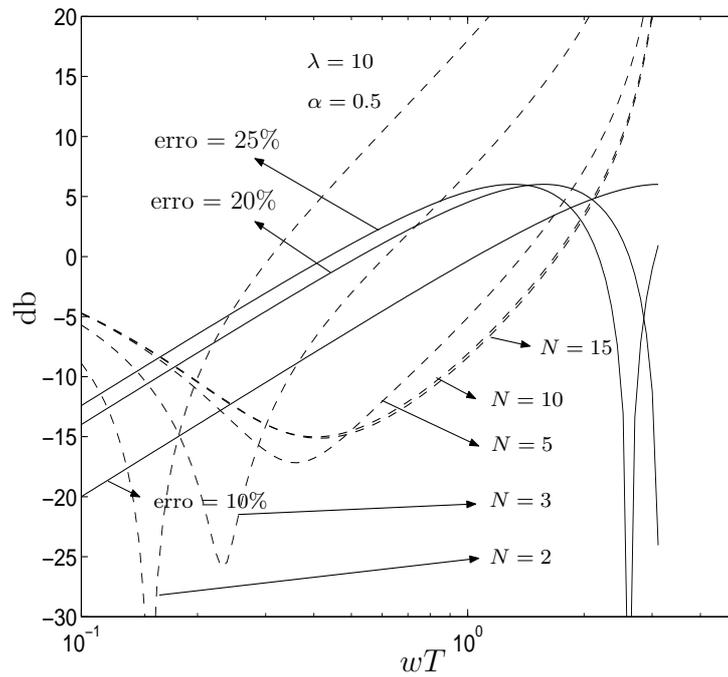


Figura 3.8: Sintonia do índice de robustez: efeito de N . As linhas contínuas representam o erro de modelagem $|\delta P|$ e as linhas tracejadas o índice de robustez i_R

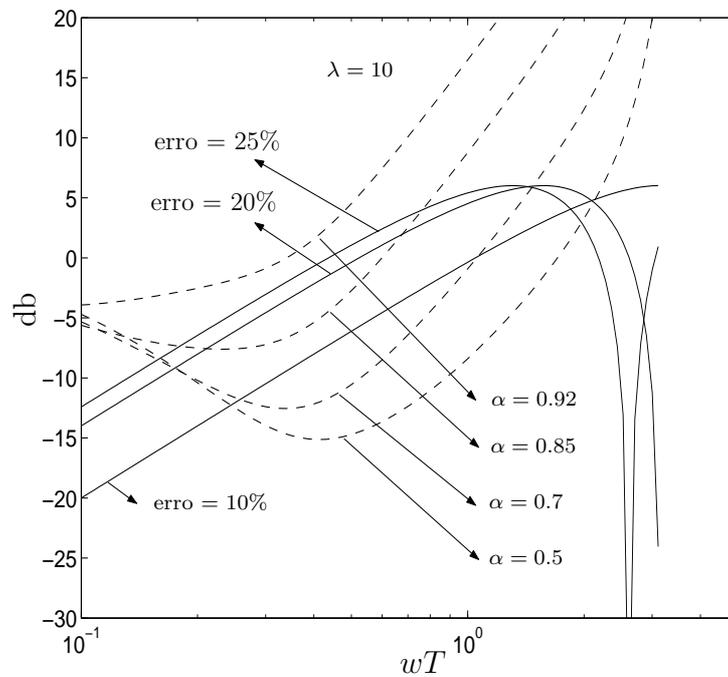


Figura 3.9: Sintonia do índice de robustez: efeito de R . As linhas contínuas representam o erro de modelagem $|\delta P|$ e as linhas tracejadas o índice de robustez i_R

As especificações de controle são que o sistema rejeite perturbações o mais rapidamente possível e seja estável em malha fechada para erros de estimação no atraso de até 20% ($\Delta L \approx 1s$).

Inicialmente, faz-se a escolha do período de amostragem, considerando variações de até $\pm 20\%$ do atraso. Como estudado no capítulo 2, um período de amostragem que não compromete o desempenho nem a robustez é $T_s = (\Delta L)/2 = 0.5s$.

Um modelo simples de segunda ordem é usado para o modelo de predição:

$$P(z) = \frac{0.1065z + 0.0029}{z^2 - 1.6065z + 0.6065} z^{-12}.$$

O ajuste dos parâmetros é definido por $N = N_u = 15$, $\lambda = 10$.

Assim,

$$W(z) = \frac{0.2426z^2}{-2.8977z^2 + 4.0654z - 1.4103}, \quad (3.44)$$

$$C(z) = \frac{-2.8977z^2 + 4.0654z - 1.4103}{z^2 - 0.7903z - 0.2097}, \quad (3.45)$$

$$R(z) = \frac{0.2368z^2 - 0.2304z}{(z - \alpha_F)^2},$$

com $\alpha_F = 0.92$ ajustado por meio de simulação, como é explicado no item 3.2.3 e $T(z^{-1}) = 1$. Para o GPC é utilizado $T(z^{-1}) = (1 - \alpha_T z^{-1})^2$, com $\alpha_T = 0.95$.

Na Figura 3.10 ilustra-se o comportamento em malha fechada de ambos os sistemas de controle (GPC e o proposto RGPC). Um degrau na referência é introduzido em $t = 0$. Além disso, uma perturbação negativa do tipo degrau de 4% é introduzida na entrada da planta, em $t = 40s$. Como pode ser observado, ambos os sistemas têm comportamento similar ao seguimento de referências, mas a resposta do algoritmo proposto, RGPC, tem um menor tempo de resposta na rejeição de perturbação. Para testar a robustez é introduzido 20% de erro na estimação do atraso. Pode-se observar, na Figura 3.11, que o algoritmo proposto RGPC tem uma resposta estável em malha fechada enquanto o GPC torna-se instável.

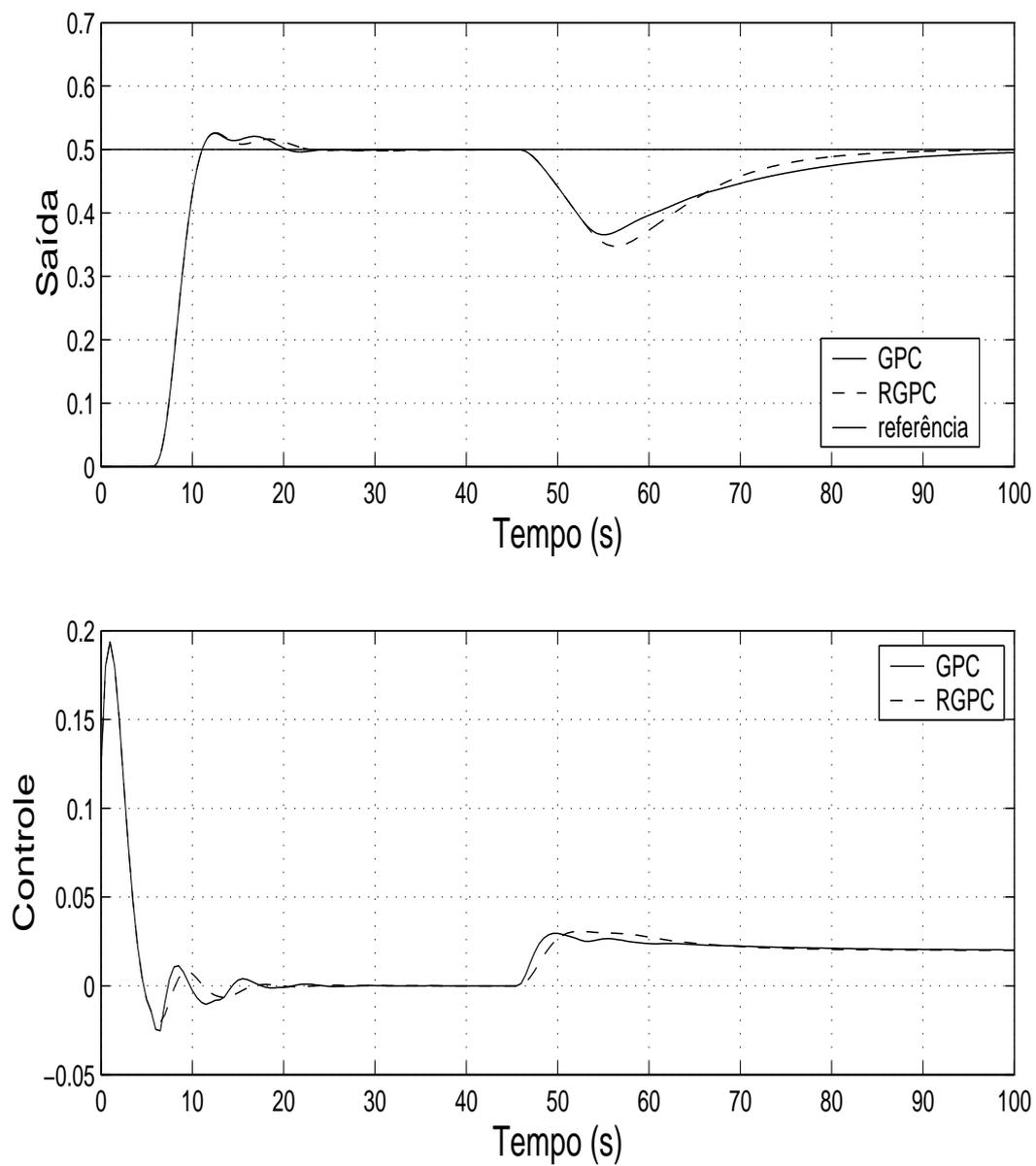


Figura 3.10: Comparação dos algoritmos GPC e o proposto RGPC

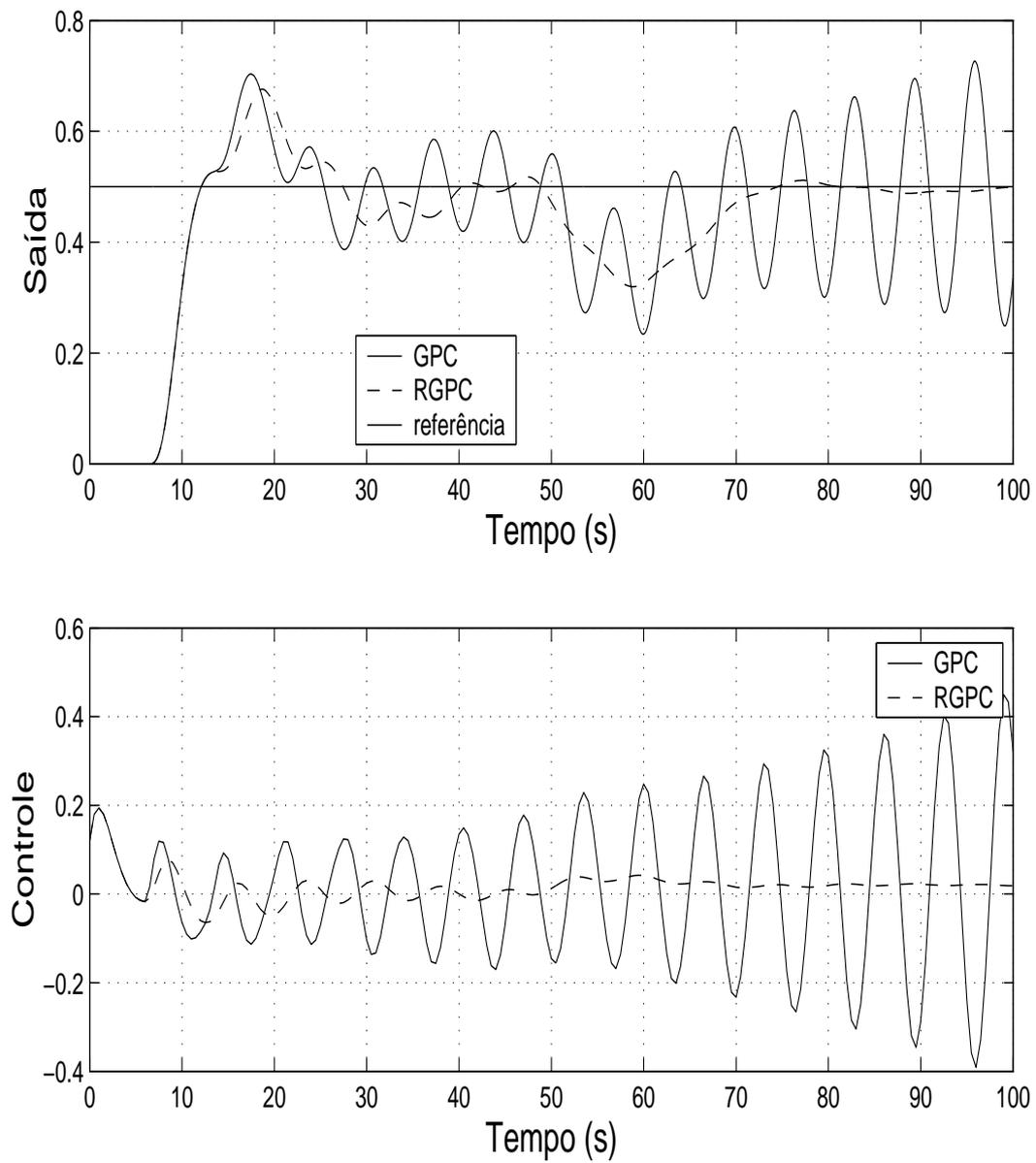


Figura 3.11: Comparação dos algoritmos GPC e o proposto RGPC com erro de 20% no atraso

Exemplo 3.4

Este exemplo ilustra as vantagens do uso do filtro no controlador proposto, com a possibilidade de sintonia em tempo real. Para este objetivo é analisado o exemplo apresentado em Normey-Rico e Merino (2005), em que o modelo representa o comportamento dinâmico de nível de um tanque do processo de evaporação na indústria do refino de açúcar. Uma vez que o nível tem dinâmica integral, é possível descrever o comportamento dinâmico entre o nível e a variação do fluxo de controle do processo como um processo de baixa ordem com ação integradora e atraso:

$$G(s) = \frac{-0.002}{s} e^{-110s} \quad (3.46)$$

em que o período de amostragem é $T_s = 10s$.

Da mesma forma que no exemplo prévio, para obter a estabilidade de malha fechada com sobre sinal pequeno a sintonia dos parâmetros é definido por $N = N_u = 30$ e $\lambda = 5$. Assim:

$$W(z) = \frac{-0.416z}{5.651z - 5.236}, \quad (3.47)$$

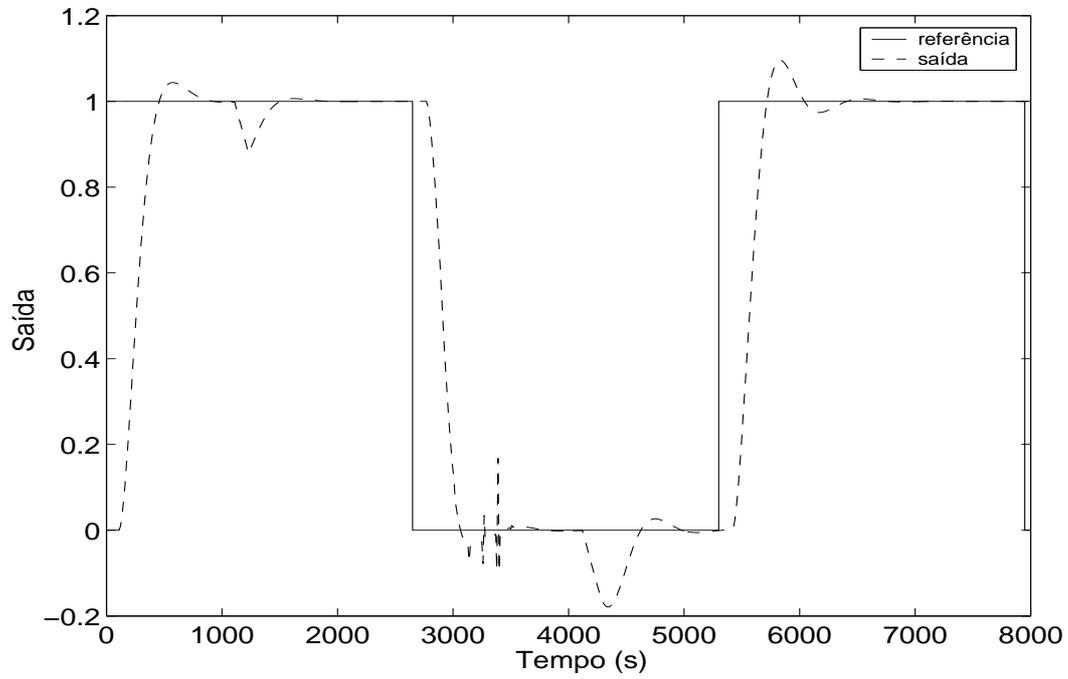
$$C(z) = \frac{5.651z - 5.236}{z - 1}. \quad (3.48)$$

Inicialmente, não é usado o filtro no controlador ($R(z) = 1$) e o erro de estimação do atraso é zero (de $t = 0$ a $t = 2600s$). Os resultados de simulação são ilustrados na Figura 3.12 mostrando que o sistema tem bom desempenho no seguimento de referência e rejeição de perturbação (uma perturbação do tipo degrau de 0.5 é inserida na entrada da planta em $t = 1000s$). Quando é introduzido um 10% de erro de estimação no atraso (em $t = 2600s$) uma nova mudança na referência (em $t = 2650s$) é considerada e o sistema torna-se instável.

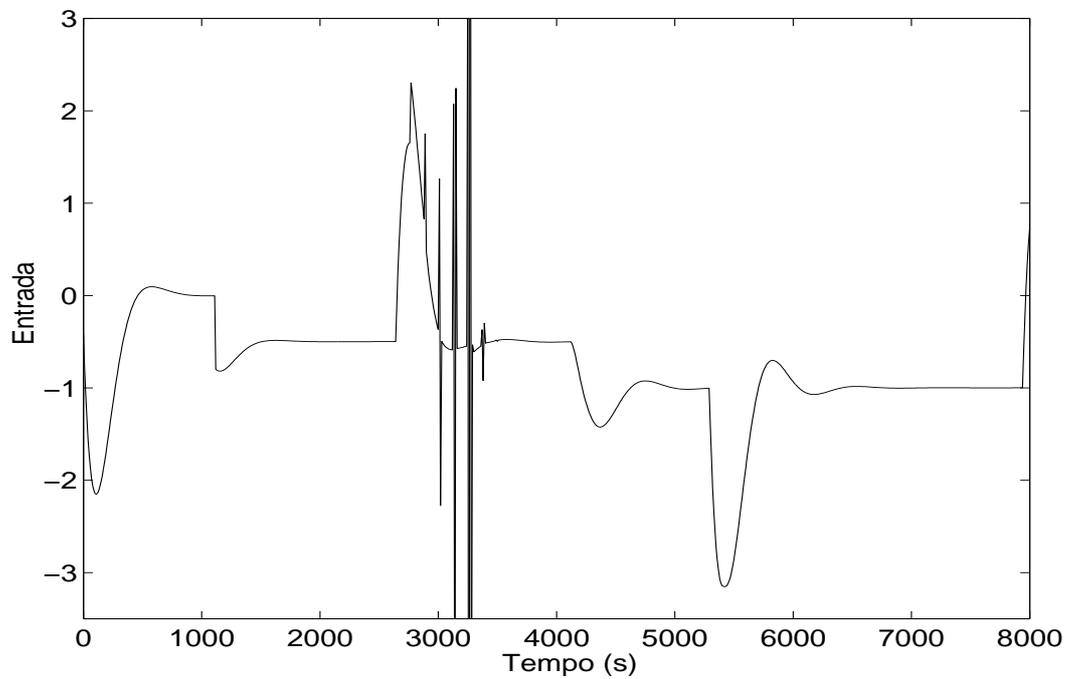
Para melhorar a robustez o filtro $R(z)$ é introduzido em $t = 3300s$ com $\alpha = 0.9$:

$$R(z) = \frac{0.3000z^2 - 0.2900z}{z^2 - 1.8000z + 0.8100}. \quad (3.49)$$

Como pode ser observado o efeito do filtro não somente estabiliza o sistema, também permite uma resposta razoável à rejeição de perturbação e seguimento de referência. Este procedimento pode ser realizado em forma simples em tempo real, visto que o filtro tem somente um parâmetro de sintonia.



(a)



(b)

Figura 3.12: Exemplo 3.4

3.2.5 Conclusões

O RGPC apresentado neste capítulo pode ser aplicado em forma satisfatória a sistemas com dinâmica integradora e atraso. Ainda, o controlador proposto pode ser ajustado em dois passos: o primeiro calculando os parâmetros do GPC para obter um desempenho desejado em malha fechada, e segundo por meio do ajuste de um filtro R que define a robustez e a capacidade de rejeição de perturbações. Os resultados de simulação mostraram que a resposta com o algoritmo proposto tem melhor desempenho e é mais robusto que o GPC com o polinômio T .

3.3 Formulação do EPSAC baseado no preditor de Smith (SPEPSAC)

Nesta seção, propõe-se um algoritmo de controle preditivo baseado no EPSAC e no SPGPC para plantas estáveis com atraso, que se denomina Smith predictor EPSAC (SPEPSAC). A vantagem deste algoritmo é que: (i) como demonstrado em De Keyser (2003), o EPSAC pode ser generalizado para o caso de processos não lineares, mantendo a simplicidade do controle linear; (ii) o uso do SP permite melhorar a robustez do sistema.

Assim, a utilização das idéias do EPSAC para o cálculo da lei de controle e do SPGPC para o cálculo das predições podem ser usadas para obter um algoritmo que permita controlar adequadamente processos não lineares com atraso.

Como comentado no capítulo anterior a proposta do EPSAC é a divisão do sinal de controle em duas partes. Para formalizar esta idéia, o sinal de controle $\Delta \mathbf{u}$ pode ser decomposto como:

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{A} \delta \mathbf{u} + \mathbf{b}, \quad (3.50)$$

em que \mathbf{b} e \mathbf{A} são constantes e $\delta \mathbf{u}$ é a variável de controle ótimo:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} u_b(t) - u(t-1) \\ u_b(t+1) - u_b(t) \\ \vdots \\ u_b(t+N_u-1) - u_b(t+N_u-2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{N_u \times N_u} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta u(t) & \delta u(t+1) & \dots & \delta u(t+N_u-1) \end{bmatrix}^T.$$

Desta forma a predição da saída pode ser escrita como: $\hat{\mathbf{y}} = \underbrace{\mathbf{GA}\delta\mathbf{u}}_{\hat{\mathbf{y}}_{ot}} + \underbrace{\mathbf{Gb} + \mathbf{f}}_{\hat{\mathbf{y}}_b}$, em que $\hat{\mathbf{y}}_b$ e $\hat{\mathbf{y}}_{ot}$ são denominados resposta base e ótima respectivamente, sendo que a nova resposta base depende das predições até o tempo morto calculadas pelo procedimento do SPGPC.

Para o cálculo do controle ótimo minimiza-se a função custo:

$$J = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w})^T (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}) + \Delta\mathbf{u}^T \mathbf{Q}_\lambda \Delta\mathbf{u},$$

em que \mathbf{w} é um vetor, de dimensão N , que contém a trajetória da referência futura e \mathbf{Q}_λ é uma matriz diagonal (de dimensão $N_u \times N_u$) de ponderação do controle. Para isto substitui-se $\hat{\mathbf{y}}$ e $\Delta\mathbf{u}$ em J :

$$J = (\mathbf{GA}\delta\mathbf{u} + \hat{\mathbf{y}}_b - \mathbf{w})^T (\mathbf{GA}\delta\mathbf{u} + \hat{\mathbf{y}}_b - \mathbf{w}) + (\mathbf{A}\delta\mathbf{u} + \mathbf{b})^T \mathbf{Q}_\lambda (\mathbf{A}\delta\mathbf{u} + \mathbf{b}),$$

por meio de algumas manipulações matemáticas pode se obter:

$$J = \frac{1}{2} \delta\mathbf{u}^T 2\mathbf{A}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda) \mathbf{A} \delta\mathbf{u} + 2[(\hat{\mathbf{y}}_b - \mathbf{w})^T \mathbf{G} + \mathbf{b}^T \mathbf{Q}_\lambda] \mathbf{A} \delta\mathbf{u} + (\hat{\mathbf{y}}_b - \mathbf{w})^T (\hat{\mathbf{y}}_b - \mathbf{w}) + \mathbf{b}^T \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{b},$$

Observa-se que J tem a forma:

$$J = \frac{1}{2} \delta\mathbf{u}^T \mathbf{H} \delta\mathbf{u} + \mathbf{M}^T \delta\mathbf{u} + \mathbf{N}$$

em que:

$$\mathbf{H} = 2\mathbf{A}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda) \mathbf{A}, \quad (3.51)$$

$$\mathbf{M}^T = 2[(\hat{\mathbf{y}}_b - \mathbf{w})^T \mathbf{G} + \mathbf{b}^T \mathbf{Q}_\lambda] \mathbf{A}, \quad (3.52)$$

$$\mathbf{N} = (\hat{\mathbf{y}}_b - \mathbf{w})^T (\hat{\mathbf{y}}_b - \mathbf{w}) + \mathbf{b}^T \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{b}. \quad (3.53)$$

Minimizando J em relação a $\delta\mathbf{u}$ obtém-se o controle ótimo:

$$\delta\mathbf{u} = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{M}. \quad (3.54)$$

Substituindo as equações (3.51) e (3.52) em (3.54) e simplificando obtém-se a seguinte expressão:

$$\delta\mathbf{u} = \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1} (\mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{y}_b) - \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{b}).$$

Como \mathbf{A}^{-1} é uma matriz triangular inferior com os elementos não nulos iguais a um, a

primeira linha da expressão $\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1}$, é igual à primeira linha de $(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda)^{-1}$ e esta é representada por \mathbf{q} . Por conseguinte o primeiro elemento de $\delta \mathbf{u}$ ($\delta u(t)$) é dado por:

$$\delta u(t) = \mathbf{q}(\mathbf{G}^T(\mathbf{w} - \hat{\mathbf{y}}_b) - \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{b}). \quad (3.55)$$

em que

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}_b \mathbf{u}_v, \mathbf{u}_v = [u(t-1) \quad \mathbf{u}_b]^T, \hat{\mathbf{y}}_b = \mathbf{G} \mathbf{A}_b \mathbf{u}_v + \mathbf{G}_p \mathbf{u}_p + \mathbf{F} \hat{\mathbf{y}}_d,$$

\mathbf{G}_p e \mathbf{F} são matrizes constantes (como definidas para o GPC, seção 2.8.2),

$$\mathbf{u}_p = \begin{bmatrix} \Delta u(t-1) \\ \Delta u(t-2) \\ \vdots \\ \Delta u(t-n_b) \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{y}}_d = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d|t) \\ \hat{y}(t+d-1|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d-n_a|t) \end{bmatrix}$$

$$\text{e } \mathbf{A}_{b_{N_u \times N_u+1}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & 0 & & 1 & -1 \end{bmatrix}. \hat{\mathbf{y}}_d \text{ é calculado usando o SP de igual forma}$$

que no SPGPC (ver seção 2.8.3).

Substituindo \mathbf{b} e $\hat{\mathbf{y}}_b$ na equação (3.55) obtém-se:

$$\delta u(t) = \mathbf{f}_r \mathbf{w} + \mathbf{f}_b \mathbf{u}_v + \mathbf{f}_g \mathbf{u}_p + \mathbf{f}_s \hat{\mathbf{y}}_d, \quad (3.56)$$

em que:

$$\mathbf{f}_r = \mathbf{q} \mathbf{G}^T = [f_{r1} \quad f_{r2} \dots f_{rN}],$$

$$\mathbf{f}_b = \mathbf{q} \mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{A}_b = [f_{b0} \quad f_{b1} \quad f_{b2} \dots f_{b_{N_u}}],$$

$$\mathbf{f}_g = \mathbf{q} \mathbf{G}^T \mathbf{G}_p = [f_{g1} \quad f_{g2} \dots f_{g_{n_b}}],$$

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{q} \mathbf{G}^T \mathbf{F} = [f_{s1} \quad f_{s2} \dots f_{s_{n_a+1}}].$$

O controle resultante a ser aplicado à planta é:

$$u(t) = u_b(t) + \delta u(t).$$

A Figura 3.13 mostra o esquema de controle resultante. Observa-se que, dadas as relações entre a resposta livre e a base, a estrutura do preditor até $y(t+d|t)$ e os parâmetros \mathbf{f}_r , \mathbf{f}_g , \mathbf{f}_s são iguais ao do SPGPC (Normey-Rico e Camacho 1999b). Como comentado, a escolha do vetor \mathbf{u}_b é irrelevante na solução do controle $u(t)$ em sistemas

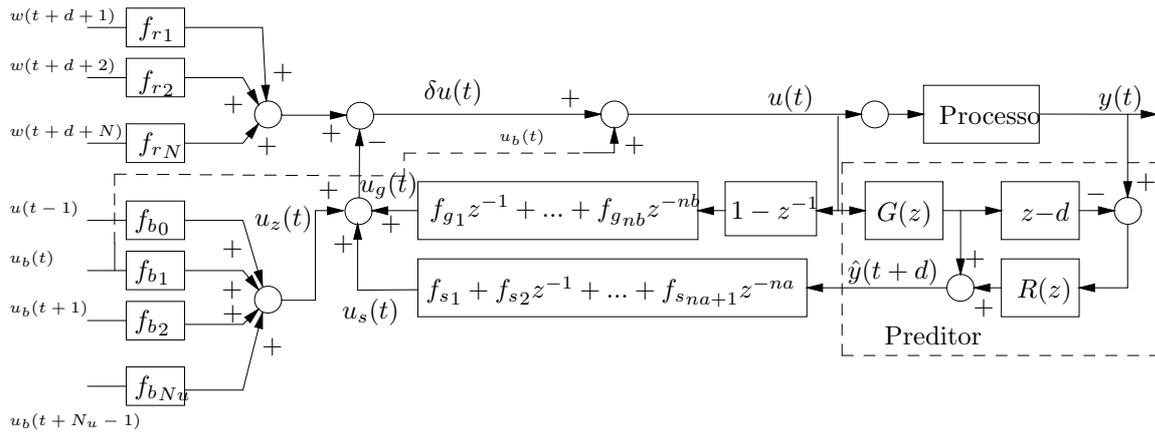


Figura 3.13: Estrutura do SPEPSAC.

lineares (De Keyser 2003). Por exemplo se todos os elementos de \mathbf{u}_b , são escolhidos como $u(t-1)$, então a estrutura da Figura 3.13 é igual à do SPGPC, uma vez que $u_z(t)$ é igual a zero. Este algoritmo pode ser estendido a sistemas não lineares com atraso se \mathbf{u}_b for bem escolhido e é usado o modelo não linear para o cálculo da saída base $\hat{\mathbf{y}}_b$ como será estudado no próximo capítulo.

O preditor do SPEPSAC pode ser ajustado usando as idéias dos DTC para a compensação do atraso em que R é um filtro passa baixa ajustado considerando o compromisso entre o desempenho e robustez. Por outro lado, no caso nominal, o controlador SPEPSAC tem as mesmas propriedades de desempenho que o EPSAC se os horizontes de predição e controle, e parâmetros de ponderação são iguais em ambos os casos.

3.3.1 Conclusões

Nesta seção foi mostrada, que ao igual que o GPC, o EPSAC pode ser estendido, usando um preditor robusto, para o controle de sistemas lineares com atraso. Como foi anteriormente mencionado, a vantagem deste algoritmo é que pode ser estendido para o caso de sistemas não lineares com atraso como será estudado no capítulo a seguir.

Capítulo 4

Controle de sistemas não lineares com atraso

Embora, em geral, os processos industriais são não lineares, a maioria das técnicas de controle estão baseadas em modelos lineares, incluindo os compensadores de tempo morto e controladores preditivos. Os modelos lineares proporcionam bons resultados quando a planta opera nas vizinhanças de um ponto de operação fixo. Nos processos industriais em que o objetivo é manter o processo em torno a um estado estacionário ao contrário de mudar constantemente o ponto de operação, um modelo linear é geralmente suficiente. Existem situações em que isso não é mais válido. Por um lado, há processos com não linearidades severas (incluindo vizinhanças do estado estacionário) em que o modelo linear não é suficiente para assegurar a estabilidade de malha fechada. Por outro lado, existem processos que estão sujeitos a transições contínuas (partidas, paradas, etc.) e estão a maior parte do tempo longe do funcionamento em estado estacionário ou incluso processos que nunca estão operando em estado estacionário em que todo o funcionamento é levado a cabo em modo transiente. Para este tipo processos uma estratégia de controle linear não será muito efetiva, portanto controladores não lineares serão essenciais para melhorar o desempenho e manter um funcionamento estável.

Obviamente o projeto de um controle não linear é mais complexo que o caso linear. Além disso, o problema de controle agrava-se se o processo apresenta um tempo morto significativo. Um tipo particular de não linearidades é causado pelos limites físicos nos atuadores ou nas variáveis do processo. Este tipo de não linearidades está presente em todos os processos. O MPC, está entre as técnicas que consideram as restrições na fase de projeto.

Devido à complexidade dos controladores preditivos não lineares (NMPC; “nonlinear MPC”) ainda existem muitos temas que não foram resolvidos tanto no aspecto teórico

quanto na implementação prática.

No aspecto teórico tem aparecido muitos resultados significativos no âmbito de estabilidade em malha fechada. Sempre analisando o problema do regulador (conduzir os estados a zero). Neste campo os principais resultados são:

1. *Horizonte infinito*. Esta solução foi proposta por Keerthi e Gilbert (1988) e consiste em implementar os horizontes de predição até o infinito. Neste caso a função objetivo pode ser considerada uma função de Lyapunov, fornecendo estabilidade nominal. Embora importante, esta solução não é prática dado que um número infinito de variáveis devem ser computadas em cada período de amostragem.
2. *Restrição terminal*. Os mesmos autores propuseram outra solução considerando um horizonte finito e assegurando estabilidade por meio da adição de restrições terminais nos estados (i.e. restrições na predição final dos estados da forma $x(t + N_2|t) = x_s$). A adição deste termo adicional restringe a que o sistema opere dentro de uma região fixa e aumenta o custo computacional. Isto dificulta a aplicação prática.
3. *Controle dual*. Foi proposta por Michalska e Mayne (1993), esta é uma estratégia que usa uma restrição terminal menos restritiva. A idéia foi definir uma região Ω em torno ao estado final à que o sistema poderia ser conduzido (i.e. uma restrição da forma $x(t + N_2|t) \in \Omega$). Uma vez que os estados entrem em Ω , o controlador muda para uma estratégia linear previamente computada.
4. *Horizonte quase infinito*. Chen e Allgöwer (1996) estenderam o conceito de controle dual usando a idéia de região terminal e controle estabilizante, mas somente para o cálculo do custo terminal. A ação de controle é determinada resolvendo o problema de horizonte finito sem mudar a um controlador linear, mesmo dentro da região terminal. Este método adiciona um custo terminal quadrático na função custo. Este termo é um limite superior da função custo necessária para conduzir o sistema não linear à origem, começando de algum estado dentro da região terminal. Portanto a função custo de horizonte finito se aproxima à função custo de horizonte infinito.

Estas e outras formulações de controle preditivo com estabilidade garantida foram resumidas no artigo apresentado por Mayne et al. (2000). Nesta referência, os autores apresentam condições gerais e suficientes para o projeto de um MPC estabilizável e mostram que as estratégias apresentadas anteriormente são um caso particular destas.

Por outro lado, a aplicação de um controlador que resolva o controle ótimo, considerando os aspectos anteriormente mencionados, em cada período de amostragem é complexo. Existem outras formulações que ao invés de analisar o projeto de um MPC estável, partem da hipótese de que a lei de controle é estável e se ocupam de simplificar os problemas associados com a otimização para tornar o MPC viável do ponto de vista de aplicação. Entre estas técnicas de controle estão:

1. *Controle MPC linear estendido.* Este é um dos caminhos mais simples de lidar com a não linearidade e foi originalmente adaptado para a estratégia do DMC (Hernandez e Arkun 1991). A idéia consiste em somar um termo adicional na predição do modelo linear que leva a não linearidade em conta: $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f} + \mathbf{f}_{nl}$. Os elementos do vetor \mathbf{f}_{nl} são calculados minimizando a diferença entre a predição obtida do modelo linear estendido e a predição do modelo modelo não linear completo, conservando assim a estrutura original de programação quadrática.
2. *Modelos locais.* Uma forma simples de tratar a não linearidade é utilizar sucessivos modelos linearizados em torno do ponto de operação nominal, conseqüentemente poderá ser usado um MPC linear. Esta idéia foi estendida em Kouvaritakis et al. (1999), que usa o modelo linearizado em torno das trajetórias preditas as quais podem ser obtidas aplicando a seqüência de controle calculada no período anterior. O modelo é variante no tempo mas pode ser usado com um MPC linear, permitindo assim uma solução em tempo real.
3. *Uso de horizontes pequenos.* Horizontes de predição e controle pequenos reduzem o custo computacional do problema de otimização, muito embora horizontes grandes são requeridos para tornar o sistema estável e melhorar o desempenho, por exemplo no capítulo anterior foi mostrado que para garantir a estabilidade os horizontes de predição e de controle não podem ser menores a um valor que depende da ordem da planta e do atraso. Para contornar este problema existem resultados testados experimentalmente com bom desempenho reduzindo o horizonte de controle a um e mantendo os horizontes de predição como parâmetros de ajuste (De Keyser e Donald III 2005).
4. *Decomposição da seqüência de controle.* Uma das principais idéias no MPC linear é a decomposição das predições em resposta livre e forçada. Embora isto não é mais válido para processos não lineares dado que o princípio de superposição não pode mais ser aplicado, uma solução alternativa foi apresentada em Keyser e Lazar (2003) para o EPSAC. A principal idéia consiste em considerar uma seqüência de controle ($u_b(t + j)$) tal que a seqüência de controle para predição

seja:

$$u(t + j) = u_b(t + j) + \delta u(t + j), \quad j = 0, \dots, N_u - 1,$$

em que N_u é o horizonte de controle e δu a seqüência das variáveis manipuladas. A predição do processo é calculada como a soma da resposta do processo y_b que corresponde a u_b e y_{ot} que corresponde a δu :

$$y(t + j) = y_b(t + j) + y_{ot}(t + j), \quad j = N_1, \dots, N_2,$$

em que y_b é associado ao modelo não linear e y_{ot} a um modelo linear. O problema de otimização pode ser resolvido como um MPC linear dado que a variável manipulada δu está associada com o modelo linear. Através de sucessivas iterações de otimização é possível encontrar uma solução para u_b tal que δu seja zero. Neste caso, como não há mais o princípio de superposição, a solução é próxima à solução ótima não linear. As condições de convergência do algoritmo são complexas de analisar e dependem das características da não linearidade do modelo, entradas e saídas passadas do processo, referência futura e perturbações.

Neste capítulo dá-se ênfase à abordagem do problema de MPC não linear do ponto de vista prático, propondo soluções que permitam melhorar a robustez de um tipo de sistemas não lineares com atraso. Os resultados são testados em simulação e por meio de ensaios em uma planta piloto. Dois casos são estudados, o MPC baseado em modelos lineares e restrições nas variáveis de entrada e saída e o MPC baseado em modelos não lineares. Assim, inicialmente faz-se uma revisão de como implementar processos não lineares, logo após, como parte das contribuições deste trabalho, apresenta-se um algoritmo de controle preditivo especialmente apropriado para o controle de processos não lineares com atraso que se baseia na idéia dos algoritmos NEPSAC (De Keyser 2003) e SPGPC (Normey-Rico e Camacho 1999b). Para o melhor entendimento do algoritmo é realizada uma revisão do algoritmo NEPSAC e é proposta uma estrutura de controle que permita melhorar a robustez do NEPSAC. Parte dos resultados apresentados neste capítulo foram publicados em Torrico e Normey-Rico (2004). Na parte final do capítulo serão apresentados alguns resultados experimentais e as conclusões.

4.1 Restrições no controle preditivo baseado em modelo (MPC)

Nos capítulos prévios, o problema de controle foi considerado levando-se em conta que os sinais de controle possuem uma faixa ilimitada de operação. Isto não é muito

realista dado que na prática todos os processos estão sujeitos a restrições. Os atuadores têm uma faixa de operação limitada e um tempo de resposta limitado, como é o caso das válvulas de controle limitadas pela abertura máxima e mínima como também pelo tempo de resposta. Razões de segurança e limites nos sensores causam restrições nas variáveis dos processos como é o caso dos níveis nos tanques, vazão nas tubulações e pressão nos depósitos. Além disso, na prática, os pontos de operação das plantas estão determinados para satisfazer objetivos econômicos o qual conduz a operar perto dos limites e de violar as restrições.

O sistema de controle tem que se antecipar à violação das restrições e corrigi-las de uma maneira apropriada. Embora as restrições da entrada e da saída sejam tratadas basicamente da mesma forma, as implicações das restrições diferem. As restrições da saída são principalmente devido a razões de segurança e devem ser controladas com antecipação porque as variáveis de saída são afetadas pela dinâmica do processo. As variáveis da entrada, ou manipuladas, podem sempre ser mantidas no limite pelo controlador limitando a ação do controle a valores que satisfaçam as restrições do esforço de controle.

As restrições que atuam em um processo podem ser de vários tipos. As mais comuns são as originadas pelos limites na amplitude do sinal de controle, limites de variação máxima por unidade de tempo deste e limites nos sinais de saída. Estas restrições, no caso do MPC, podem ser descritas por:

$$\begin{aligned} \Delta u_{\min} &\leq \Delta u(t+j) \leq \Delta u_{\max}, \quad \forall j = 0, \dots, N_u - 1, \\ u_{\min} &\leq u(t+j) \leq u_{\max}, \quad \forall j = 0, \dots, N_u - 1, \\ y_{\min} &\leq \hat{y}(t+j|t) \leq y_{\max}, \quad \forall j = N_1, \dots, N_2, \end{aligned} \quad (4.1)$$

em que u e \hat{y} são valores futuros do sinal de controle e de saída respectivamente, N_1 e N_2 definem o horizonte de predição e N_u o horizonte de controle. No caso de sistemas lineares, a predição da saída, na forma vetorial, pode ser expressa como $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f}_r$, em que $\hat{\mathbf{y}}$ é um vetor composto pelas saídas previstas, $\Delta\mathbf{u}$ é formado pelos sinais de controle futuro, \mathbf{G} é a matriz dinâmica de resposta ao degrau e \mathbf{f}_r é a resposta livre (Camacho e Bordons 2004). As restrições (4.1) também podem ser escritas em forma geral, vetorialmente, como:

$$\mathbf{A}\Delta\mathbf{u} \leq \mathbf{B}, \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}
\text{em que } \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} \\ \mathbf{T}_{\text{rig}} \\ -\mathbf{T}_{\text{rig}} \\ \mathbf{G} \\ -\mathbf{G} \end{bmatrix} \quad \text{e } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_{\text{max}} \\ \Delta \mathbf{u}_{\text{min}} \\ \mathbf{u}_{\text{max}} - \mathbf{T}_{\text{um}} u(t-1) \\ \mathbf{T}_{\text{um}} u(t-1) - \mathbf{u}_{\text{max}} \\ \mathbf{y}_{\text{max}} - \mathbf{f}_r \\ \mathbf{f}_r - \mathbf{y}_{\text{max}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{\text{rig}} = \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix}_{N_u \times N_u} \quad \mathbf{T}_{\text{um}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{N_u \times 1}, \quad \mathbf{u}_{\text{max}} = \begin{bmatrix} u_{\text{max}} \\ \vdots \\ u_{\text{max}} \end{bmatrix}_{N_u \times 1}, \quad \mathbf{u}_{\text{min}} = \\
\begin{bmatrix} u_{\text{min}} \\ \vdots \\ u_{\text{min}} \end{bmatrix}_{N_u \times 1}, \quad \mathbf{y}_{\text{max}} = \begin{bmatrix} y_{\text{max}} \\ \vdots \\ y_{\text{max}} \end{bmatrix}_{N \times 1}, \quad \mathbf{y}_{\text{min}} = \begin{bmatrix} y_{\text{min}} \\ \vdots \\ y_{\text{min}} \end{bmatrix}_{N \times 1}, \quad \Delta \mathbf{u}_{\text{max}} = \begin{bmatrix} \Delta u_{\text{max}} \\ \vdots \\ \Delta u_{\text{max}} \end{bmatrix}_{N_u \times 1} \quad \text{e} \\
\Delta \mathbf{u}_{\text{min}} = \begin{bmatrix} \Delta u_{\text{min}} \\ \vdots \\ \Delta u_{\text{min}} \end{bmatrix}_{N_u \times 1}.
\end{aligned}$$

É importante levar as restrições do sistema a esta representação geral (4.2), dado que esta forma permite utilizar algoritmos eficientes de otimização que existem no mercado os quais resolvem o problema de otimização sujeito a este tipo de restrições. Como será visto na seqüência, o MPC considera um problema de otimização quadrática sujeito a este tipo de restrições e a solução ótima pode ser calculada em um número finito de iterações.

4.2 Restrições no MPC em sistemas com atraso

Uma das principais vantagens do MPC é que as restrições podem ser levadas em conta explicitamente. Considere o problema de otimização:

$$\begin{aligned}
\min \quad & J = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w})^T (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}) + \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{Q}_\lambda \Delta \mathbf{u}, \\
\text{s.a : } \quad & \mathbf{A} \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{B}.
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Se a predição pode ser descrita na forma $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}_r$, então substituindo esta equação (4.3), a estratégia MPC pode ser expressa como segue:

$$\begin{aligned} \min \quad & J = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{b}^T \Delta \mathbf{u} + f_0, \\ \text{s.a :} \quad & \mathbf{A} \Delta \mathbf{u} \leq \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

em que:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= 2(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{Q}_\lambda), \\ \mathbf{b} &= 2[\mathbf{G}^T (\mathbf{f}_r - \mathbf{w})], \\ f_0 &= \mathbf{f}_r^T \mathbf{f}_r - 2\mathbf{w}^T \mathbf{f}_r + \mathbf{w}^T \mathbf{w}. \end{aligned}$$

A implementação do MPC com restrições requer a solução de um problema de programação quadrática (QP; “quadratic programming”) (Biegler 1998), isto é, um problema de otimização com uma função objetivo quadrática e restrições lineares. Portanto, a solução ótima do problema de programação quadrática é resolvida considerando o conjunto de restrições ativas e todos os pontos da resposta livre.

Observe que o termo f_0 é uma função quadrática da resposta livre do processo \mathbf{f}_r . Os parâmetros \mathbf{B} e \mathbf{b} são dependentes em forma afim da resposta livre (\mathbf{f}_r). Considere todos os pontos no espaço de \mathbf{f}_r em que o problema de otimização é factível e a solução ótima é denotada por u^* . Há duas possíveis soluções: i) que u^* esteja no interior do politopo definido pelas restrições ou ii) que u^* se encontre sobre o limite das restrições. Definindo Ω_0 como todos os pontos no espaço de \mathbf{f}_r em que a solução u^* está dentro do politopo definido pelas restrições, então a solução para todos os pontos de \mathbf{f}_r contidos em Ω_0 é equivalente à solução do problema de otimização sem restrições (Normey-Rico e Camacho 2007):

$$u^* = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{b} = 2\mathbf{H}^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}_r),$$

isto é, u^* é uma função afim da resposta livre se todos os pontos de \mathbf{f}_r estão contidos em Ω_0 . Agora considere que a solução está no limite do politopo e é definido Ω_p como a região no espaço de \mathbf{f}_r , tal que a solução do MPC se encontra no conjunto de restrições denotado por p .

As linhas de \mathbf{A} e \mathbf{B} , para um conjunto de restrições ativas, podem ser reordenadas tal que as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} possam ser particionadas como: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}$,

e as restrições sejam descritas por: $\mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{u} = \mathbf{B}_1$ em que \mathbf{A}_1 é uma matriz de dimensão $m_1 \times n$ e \mathbf{B}_1 é um vetor de dimensão m_1 . É assumido que $m_1 < n$ e que o posto de $\mathbf{A}_1 = m_1$.

O problema de otimização do MPC para os pontos de \mathbf{f}_r em Ω_p é equivalente a:

$$\begin{aligned} \min \quad & J = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{b}^T \Delta \mathbf{u} + f_0, \\ \text{s.a :} \quad & \mathbf{A}_1 \Delta \mathbf{u} = \mathbf{B}_1. \end{aligned} \quad (4.5)$$

A solução do problema (4.5) tem a forma (Camacho e Bordons 2004):

$$\Delta \mathbf{u} = K_w^p w + K_f^p \mathbf{f}_r + K^p. \quad (4.6)$$

Isto é, para todos os pontos na região Ω_p , o controlador é uma função afim da resposta livre \mathbf{f}_r e referência futura \mathbf{w} . Deve ser destacado, que a estrutura do MPC sem restrições é similar ao caso com restrições. A única diferença é em que o controle é afim por segmentos.

Em caso de sistemas com atraso a predição do processo (no intervalo $N_1 = 1 + d$, $N_2 = d + N$ em que N é o parâmetro de sintonia) também pode ser escrita na forma $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}_r$, em que a resposta livre \mathbf{f}_r depende das saídas passadas $y(t), y(t-1), \dots$ e controle passado $u(t-1), u(t-2), \dots$. Por outro lado, como foi estudado no capítulo anterior, a resposta livre pode ser expressa em função da saída de um preditor y_p , que prediz a saída até $t + d$, e os sinais de controle passados, ver Figura 4.1. Como pode ser observado, o preditor somente afeta o cálculo da resposta livre e conseqüentemente a estrutura da lei de controle (4.6) não muda. Portanto, qualitativamente, a influência da estrutura de compensação de tempo morto do MPC é a mesma que no caso sem restrições. Assim, espera-se que estruturas de preditor que melhoram a robustez no caso do MPC sem restrições, melhorem também no caso do MPC com restrições.

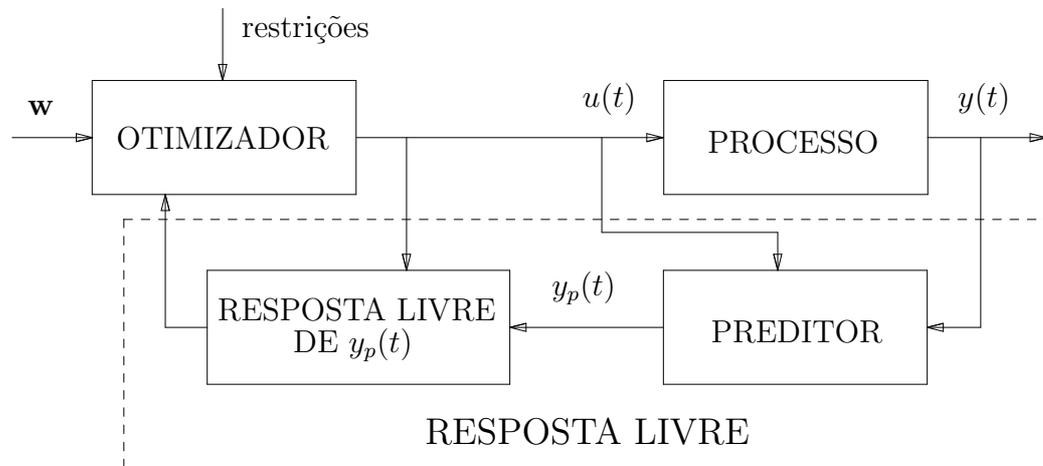


Figura 4.1: Esquema do MPC para sistemas com atraso.

Na continuação será abordado teoricamente o problema de estabilidade em sistemas de controle preditivo com restrições, mostrando a complexidade prática quando con-

siderados sistemas de elevado ordem ou com atraso.

4.3 Formulação geral do MPC com garantia de estabilidade: Abordagem teórica

Nesta seção faz-se uma breve revisão da formulação geral do MPC com garantia de estabilidade. Esta formulação geral é usada principalmente devido a razões de análise de factibilidade e estabilidade (Mayne 2000, Kerrigan 2000, Marruedo 2002). Na parte final apresentam-se as dificuldades quando aplicadas a sistemas com atraso.

As formulações de controle preditivo MPC com factibilidade no controle e estabilidade garantidas têm evoluído até chegar à necessidade do uso de uma região e custo terminal. A *região terminal* (\mathbb{T}) é um conjunto fechado na vizinhança da origem que o estado final predito deve alcançar. Para garantir isto, impõe-se a região terminal como restrição no problema de otimização, denominada restrição terminal. O *custo terminal* ($V(t + N|t) = x(t + N|t)^T \mathbf{P}x(t + N|t)$) é uma função que penaliza o estado terminal, isto é, o estado predito no final do horizonte de predição.

A maioria das publicações fazem a análise de factibilidade e estabilidade usando modelos discretos de predição em espaço de estados, que são mais gerais que os modelos entrada-saída, da forma:

$$x(t + 1) = f(x(t), u(t), \eta(t)), \quad (4.7)$$

em que x é o estado do sistema e u um vetor que contém os sinais de entrada, n representa as perturbações, as dimensões de $x(t)$, $\eta(t)$ e $u(t)$ são n , n e m , respectivamente. Também é considerado que o sistema apresenta um ponto de equilíbrio na origem, i.e. $f(0, 0, 0) = 0$. Isto é possível, sem perda de generalidade, utilizando variáveis de desvio. As restrições sobre o sistema são descritas pelos conjuntos \mathbb{X} e \mathbb{U} , geralmente fechados e delimitados nos quais devem estar respectivamente contidos os estados do sistema e os sinais de controle.

Assim o problema de otimização do MPC é descrito por:

$$\min J = V(x(t + N|t)) + \sum_{j=0}^{N-1} L(x(t + j|t), u(t + j)), \quad (4.8a)$$

sujeito a:

$$x(t+j+1|t) = f(x(t+j|t), u(t+j), n(t+j)), \quad x(t|t) = x(t), \quad (4.8b)$$

$$x(t+j|t) \in \mathbb{X}, \quad u(t+j) \in \mathbb{U}, \quad j = 0, \dots, N-1, \quad (4.8c)$$

$$u(t+j) = h(x(t+j|t)) \quad j = N_u, \dots, N-1, \quad (4.8d)$$

$$x(t+N|t) \in \mathbb{T} \subseteq \mathbb{X} \quad (4.8e)$$

L representa a função custo de etapa normalmente dada por:

$$L = x(t+j|t)^T \mathbf{Q}x(t+j|t) + u(t+j)^T \mathbf{R}u(t+j),$$

em que \mathbf{Q} e \mathbf{R} são matrizes de ponderação dos estados e controle, respectivamente. A relação $u(t+j) = h(x(t+j|t))$ [equação (4.8d)] é uma lei de controle que estabiliza o sistema obtida utilizando-se a teoria de estabilidade de Lyapunov. É claro que quando $N_u = N$, a restrição (4.8d) não é levada em conta.

Na teoria de estabilidade do MPC a região terminal e o custo terminal são muito importantes. Por exemplo, assume-se, o caso nominal em que o sistema é localmente estabilizável por uma lei de controle $u = h(x)$. Esta lei de controle, deve satisfazer as seguintes condições:

1. Existe uma região \mathbb{T} tal que para todo $x(t) \in \mathbb{T}$, então $h(x(t)) \in \mathbb{U}$. Esta condição garante que as ações de controle não violem as restrições. Diz-se, portanto que estas são admissíveis em \mathbb{T} ;
2. $f(x, h(x)) \in \mathbb{T}, \forall x \in \mathbb{T}$. Esta condição indica que o estado do sistema no próximo período de amostragem continua dentro da região \mathbb{T} . Diz-se portanto, que \mathbb{T} é um *conjunto positivamente invariante* para o sistema $x(t+1) = f(x(t), h(x(t)))$;
3. Para todo $x(t) \in \mathbb{T}$ existe uma função de Lyapunov $V(x)$ tal que $V(x(t)) - V(x(t+1)) \geq x(t)^T \mathbf{Q}x(t) + h(x(t))^T \mathbf{R}h(x(t))$. Esta condição garante que o custo ótimo é uma função de Lyapunov. Isto é necessário para a convergência assintótica do sistema.

Se estas condições são verificadas então a estratégia MPC estabiliza assintoticamente todos os estados iniciais do sistema que sejam factíveis.

4.3.1 Formulação do MPC para sistemas com atraso

Embora a análise, do ponto de vista conceitual, do MPC para sistemas com atraso seja a mesma para sistemas sem atraso, nesta seção mostram-se as dificuldades do ponto de vista prático quando o atraso ou tempo morto é considerado.

Considere que a planta com atraso na entrada é descrita por:

$$x_p(t+1) = \mathbf{A}_p x_p(t) + \mathbf{B}_p u(t-d_p), \quad (4.9)$$

e apresenta restrições nos estados e sinais de controle.

Para a análise de estabilidade e factibilidade a planta, descrita na Equação (4.9), deve ser expressa na forma $x(t+1) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t)$, isto é:

$$\begin{bmatrix} x(t+1) \\ u(t+1-d_p) \\ \vdots \\ u(t-1) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p & \mathbf{B}_p & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t-d_p) \\ \vdots \\ u(t-2) \\ u(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (4.10)$$

Observa-se que a dimensão do sistema, descrita na Equação (4.10), depende do atraso, tornando-se mais complexa a análise, a medida que aumenta o atraso. Por outro lado a maioria das publicações com resultados teóricos consideram modelos de baixa ordem, em geral de segunda ordem, para a análise, devido ao fato que os algoritmos de cálculo dos conjuntos invariantes funcionam eficientemente com modelos de segunda ordem. Neste caso, é possível chegar a conclusões por meio de interpretações gráficas dos resultados uma vez que estes podem ser expressos em um espaço de duas dimensões. Por outro lado, em sistemas de ordem elevada o cálculo da região terminal \mathbb{T} e o máximo domínio de atração factível dos estados é mais complexo e os algoritmos são menos eficientes, especialmente no caso de incertezas no atraso, que pode ser expresso como um erro paramétrico em \mathbf{A} .

Por este motivo é que na próxima seção, e nesta tese de modo geral, a abordagem do MPC é do ponto de vista de aplicações práticas. Especificamente será estudado o caso do MPC não linear para sistemas com atraso, em que se parte da hipótese que o MPC é estável e se propõe o ajuste de filtros para melhorar a robustez.

4.4 Controle preditivo não linear de processos com atraso (NMPC)

É evidente que a principal vantagem do NMPC em relação ao MPC é a possibilidade de lidar com processos de dinâmica não linear. Não há nada conceitualmente contrário ao uso de modelos não lineares no MPC. Portanto, a extensão das idéias do MPC, a processos não lineares é direta, pelo menos conceitualmente. No entanto, a solução do problema, não é trivial, e há muitas dificuldades derivadas do uso deste tipo de modelos. A principal destas é a solução do problema de otimização cujos resultados, em alguns casos, podem levar a um problema não convexo de otimização. Outra dificuldade é o estudo de estabilidade e de robustez, os quais são mais complexos no caso de sistemas não lineares, em especial, se o processo contém tempo morto.

Com o objetivo de contornar o problema de otimização não linear, existem métodos que consideram um modelo linearizado em torno do ponto de operação. Se existem vários pontos de operação, podem ser usados vários modelos lineares para os diferentes pontos. Neste caso, utiliza-se o método de linearização por partes. Uma outra estratégia mais aproximada da solução ótima não linear é dada pelo NEPSAC, que usa uma resposta impulsiva para o cálculo da matriz dinâmica e o modelo não linear para o cálculo da resposta livre, ou resposta base se a entrada não for constante. O algoritmo encontra a solução sub-ótima por meio de sucessivas iterações de otimização em que cada iteração é equivalente a resolver o problema de otimização do EPSAC.

4.4.1 NEPSAC para sistemas com atraso: Abordagem prática

Do ponto de vista conceitual o uso de técnicas de controle preditivo para sistemas não lineares não apresenta dificuldades. Já do ponto de vista das aplicações, a otimização não linear pode ser muito complexa e demorada para ser implementada em tempo real. Para contornar este problema, o NEPSAC utiliza um procedimento iterativo de otimizações lineares até aproximar-se da solução ótima não linear. Para isto, um modelo linear de resposta ao degrau e o modelo não linear são usados. A cada um dos modelos são associados sinais de entrada diferentes. Por meio de sucessivas iterações diminui-se a componente de entrada que está associada ao modelo linear obtendo-se a solução de controle próxima à solução ótima não linear (Keyser e Lazar 2003). Os resultados obtidos com o NEPSAC em plantas sem atraso são satisfatórios, porém o efeito do atraso não é devidamente tratado. Por outro lado, estruturas DTC-MPC ajudam a melhorar o desempenho e a robustez do controlador e podem ser usadas quando o atraso pode ser separado da dinâmica não linear (ver Figura 4.2). Assim, aqui é

apresentada uma extensão do NEPSAC para sistemas com atraso (DTC-NEPSAC) para o caso em que este possa ser separado da dinâmica não linear. Do ponto de vista prático, isto é comum em processos em que o atraso deve-se à medição das variáveis.

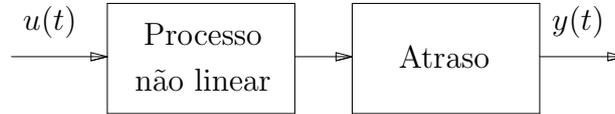


Figura 4.2: Esquema de um modelo em que o atraso pode ser separado da parte dinâmica

4.4.1.1 O modelo não linear

Para este estudo serão considerados apenas os processos que possam ser representados por um modelo da forma:

$$y(t) = x(t) + \eta(t), \quad (4.11)$$

em que $x(t)$ contém a dinâmica não linear do processo e $\eta(t)$ representa a dinâmica das perturbações.

A dinâmica não linear apresenta atraso em relação à entrada e pode ser representada por:

$$x(t) = f(x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-n_a), u(t-1-d), \dots, u(t-n_b-d)), \quad (4.12)$$

em que n_a e n_b indicam o número de amostras passadas da saída do modelo em malha aberta e do controle respectivamente e d é o atraso. Assim a dinâmica do sistema é composta de um atraso em série com o modelo não linear.

Por outro lado, o modelo de perturbações $\eta(t)$ inclui os efeitos das perturbações não mensuráveis, que podem ser modeladas por um ruído colorido da mesma forma que no caso linear (De Keyser 2003):

$$\eta(t+d+j) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}e(t+d+j), \quad (4.13)$$

4.4.1.2 Cálculo das predições

Dado que o modelo é não linear, não é possível usar a equação diofantina para o cálculo das predições de x . Portanto, as predições podem ser calculadas recursivamente

a partir dos valores passados de x .

Por outro lado, dado que o modelo das perturbações é linear, a predição de n pode ser calculada baseada na equação diofantina $C(z^{-1}) = E_{d+j}^C(z^{-1})D(z^{-1}) + z^{-d+j}F_{d+j}(z^{-1})$, obtendo-se assim:

$$\eta(t+d+j) = F_{d+j}^C(z^{-1})\frac{\eta(t)}{C(z^{-1})} + E_{d+j}^C(z^{-1})e(t+d+j), \quad (4.14)$$

4.4.2 Algoritmo de controle preditivo NEPSAC

A estratégia de controle preditivo NEPSAC consiste em dividir as predições em duas partes:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y}_{ot} + \mathbf{y}_b, \quad (4.15)$$

em que, \mathbf{y}_{ot} é calculada a partir de um modelo de resposta a pequenas perturbações e uma entrada $\delta u(t+k)$, denominada também entrada ótima, e \mathbf{y}_b por meio do modelo não linear, modelo de perturbações e uma entrada $u_b(t+k)$, denominada também entrada base.

O sinal futuro de controle resultante é dado pela soma da entrada ótima e da base (ver Figura 2.17):

$$u(t+k) = \delta u(t+k) + u_b(t+k) \quad \forall k = 1, \dots, N_u.$$

Para simplificação da notação o controle pode ser expresso vetorialmente:

$$\mathbf{u} = \delta \mathbf{u} + \mathbf{u}_b.$$

$$\text{em que: } \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u(t+1) \\ u(t+2) \\ \vdots \\ u(t+N_u) \end{bmatrix}, \quad \delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta u(t+1) \\ \delta u(t+2) \\ \vdots \\ \delta u(t+N_u) \end{bmatrix} \quad \text{e } \mathbf{u}_b = \begin{bmatrix} u_b(t+1) \\ u_b(t+2) \\ \vdots \\ u_b(t+N_u) \end{bmatrix}.$$

O modelo de predição de pequenas perturbações é descrito por:

$$\mathbf{y}_{ot} = \mathbf{G}_e \delta \mathbf{u}, \quad (4.16)$$

conforme descrito na seção 2.8.4. Neste caso, a matriz $\mathbf{G}_e \delta \mathbf{u}$ é estimada por meio do

modelo não linear.

Substituindo (4.16) em (4.15), a predição da saída pode ser expressa como:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}_e \delta \mathbf{u} + \mathbf{y}_b. \quad (4.17)$$

Assumindo que \mathbf{u}_b é uma constante conhecida, então a resposta base (\mathbf{y}_b) também poderá ser calculada. Portanto, se $\hat{\mathbf{y}}$ (4.17) é substituída na função custo (4.3), a única variável da função J será $\delta \mathbf{u}$. Considerando que não há restrições nas variáveis, o valor de $\delta \mathbf{u}$ que minimiza J é dado por:

$$\delta \mathbf{u} = (\mathbf{G}_e^T \mathbf{G}_e + (\mathbf{T}_{\text{rig}}^{-1})^T \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{T}_{\text{rig}}^{-1})^{-1} (\mathbf{G}_e^T (\mathbf{w} - \mathbf{y}_b) - (\mathbf{T}_{\text{rig}}^{-1})^T \mathbf{Q}_\lambda \mathbf{u}_{p1}), \quad (4.18)$$

em que $\mathbf{u}_{p1} = \mathbf{T}_{\text{rig}}^{-1} \mathbf{u}_b - \mathbf{T}_{\text{um}} u(t-1)$, [\mathbf{T}_{rig} e \mathbf{T}_{um} definidas na seção 4.1].

Se \mathbf{u}_b for escolhida apropriadamente é possível achar uma solução ótima de $\delta \mathbf{u}$ tal que esta seja zero. Este processo pode ser realizado por meio de sucessivas interações de otimização linear e será explicado no próximo item. Isto permite que o controle resultante aplicado à planta ($u(t) = u_b(t)$), seja uma solução muito próxima à solução ótima não linear (Keyser e Lazar 2003). Isto é devido ao fato que, como foi explicado na parte introdutória, deve-se evitar a superposição dos sinais de controle, porque o princípio de superposição não é válido em sistemas não lineares. Assim, somente restará a componente associada ao modelo não linear (u_b), sendo esta muito próxima à solução ótima não linear.

4.4.3 NEPSAC para sistemas com atraso

Considerando o modelo não linear (4.11) e assumindo $C(z^{-1}) = 1$ e $D(z^{-1}) = [1 - z^{-1}]$ o esquema de controle pode ser transformado como o diagrama apresentado na Figura 4.3 com $R(z) = 1$ (estrutura DTC-NEPSAC). Nesta figura observa-se que: (i) a estrutura de controle é a mesma que no caso linear para sistemas com atraso; (ii) no caso caso nominal, a diferença entre a saída do processo e do modelo é zero, portanto o atraso é eliminado da malha de realimentação permitindo o uso de controladores com maior ganho.

Como no caso linear $R(z)$ pode ser projetado como um filtro passa baixa para melhorar o desempenho e a robustez em caso de sistemas não lineares estáveis. Um filtro passa baixa melhora a robustez em frequências elevadas, precisamente onde o

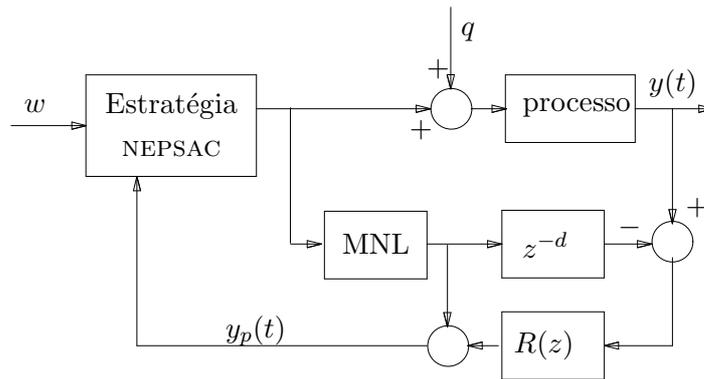


Figura 4.3: Estratégia DTC-NEPSAC.

erro de modelagem do atraso é importante. Isto indica que se a frequência de corte do filtro diminui, o sistema torna-se mais robusto e mais lento. Por exemplo, considere-se que a estratégia NEPSAC estabiliza o modelo nominal sem atraso, mesmo que existam erros consideráveis de modelagem, o sistema em malha fechada poderá ser estabilizado sintonizando o filtro $R(z)$. No pior dos casos o processo opera em malha aberta quando o ganho de $R(z)$ é zero em todas as frequências. Isto mostra que $R(z)$ sempre pode estabilizar o sistema em caso de processos não lineares estáveis se o controle primário estabiliza o modelo não linear sem atraso, mesmo que os objetivos de desempenho não sejam satisfeitos.

Embora a análise teórica seja muito complexa, as vantagens do uso do filtro $R(z)$ pode ser evidenciado por meio de exemplos de simulação e, como se verá no Capítulo 5, é possível analisar teoricamente alguns casos particulares.

Em seguida, apresenta-se o algoritmo que permite o cálculo do controle sub-ótimo para a estrutura DTC-NEPSAC.

4.4.3.1 Algoritmo de otimização do DTC-NEPSAC

Dado que o valor desejado de \mathbf{u}_b não pode ser calculado diretamente para anular $\delta\mathbf{u}$ (ver equação 4.18) utiliza-se o procedimento iterativo que se descreve a seguir.

O algoritmo que minimiza J (4.3), por meio da escolha de \mathbf{u}_b , em sucessivas iterações, ilustrado na Figura 4.4, é descrito por:

1. calcula-se y_p usando o SP;
2. calcula-se a resposta base \mathbf{y}_b como segue:
 - seleciona-se o vetor de controle base inicial com todos os elementos iguais a

$u(t-1)$, ou seja $\mathbf{u}_b = [u(t-1), \dots, u(t-1)]^T$;

- calcula-se a resposta base \mathbf{y}_b ao longo do horizonte de predição, utilizando o modelo não linear, os sinais de controle e saídas passadas de y_p e o controle base \mathbf{u}_b : $\mathbf{y}_b = [y_b(t+d+1), \dots, y_b(t+d+N)]$;

3. cálculo do controle sub-ótimo.

- Estima-se a matriz dinâmica \mathbf{G}_e introduzindo um degrau ou impulso no modelo não linear e medindo as saídas e condições iniciais, para normalizar \mathbf{G}_e , deve ser dividida pela magnitude do degrau;
- Calcula-se o controle ótimo ($\delta\mathbf{u}$) por meio da equação 4.18;
- Se $|\delta\mathbf{u}| \leq \varepsilon$ (com ε tendendo a zero), aplica-se o controle $u(t) = u_b(t) + \delta u(t)$ e o algoritmo volta ao passo 1 no próximo período de amostragem;
- Caso contrario faz-se $\mathbf{u}_b = \mathbf{u}_b + \delta\mathbf{u}$ calcula-se \mathbf{y}_b usando a nova \mathbf{u}_b e o algoritmo retorna ao inicio do passo 3.

Supõe-se que este procedimento iterativo é convergente. Propor uma solução com garantia de convergência, do ponto de vista aplicativo, é complexo e não é tratado neste trabalho.

4.4.3.2 Ajuste dos parâmetros do controlador

O ajuste dos parâmetros do MPC não linear deve levar em conta a resposta desejada de malha fechada e a complexidade computacional do algoritmo.

Os parâmetros do controle primário N_1 , N_2 , N_u e λ devem ser escolhidos para a obtenção da resposta desejada em malha fechada no caso nominal. Por outro lado $R(z)$ do preditor deve ser ajustado como um filtro passa baixa tal que a frequência de corte defina a robustez e a rejeição de perturbações desejadas. Assim, na seqüência é analisado o ajuste do controle primário e do filtro $R(z)$, que é similar ao caso contínuo.

Ajuste do controle primário:

Em sistemas com atraso é conveniente escolher $N_1 = 1 + d$ dado que até que transcorra o atraso a ação de controle não afeta a saída do processo. Por outro lado, o horizonte máximo pode ser escolhido como $N_2 = d + N$, sendo d o atraso e N o único parâmetro de ajuste do horizonte de predição. O ajuste de N , N_u e λ pode ser dividido em dois casos:

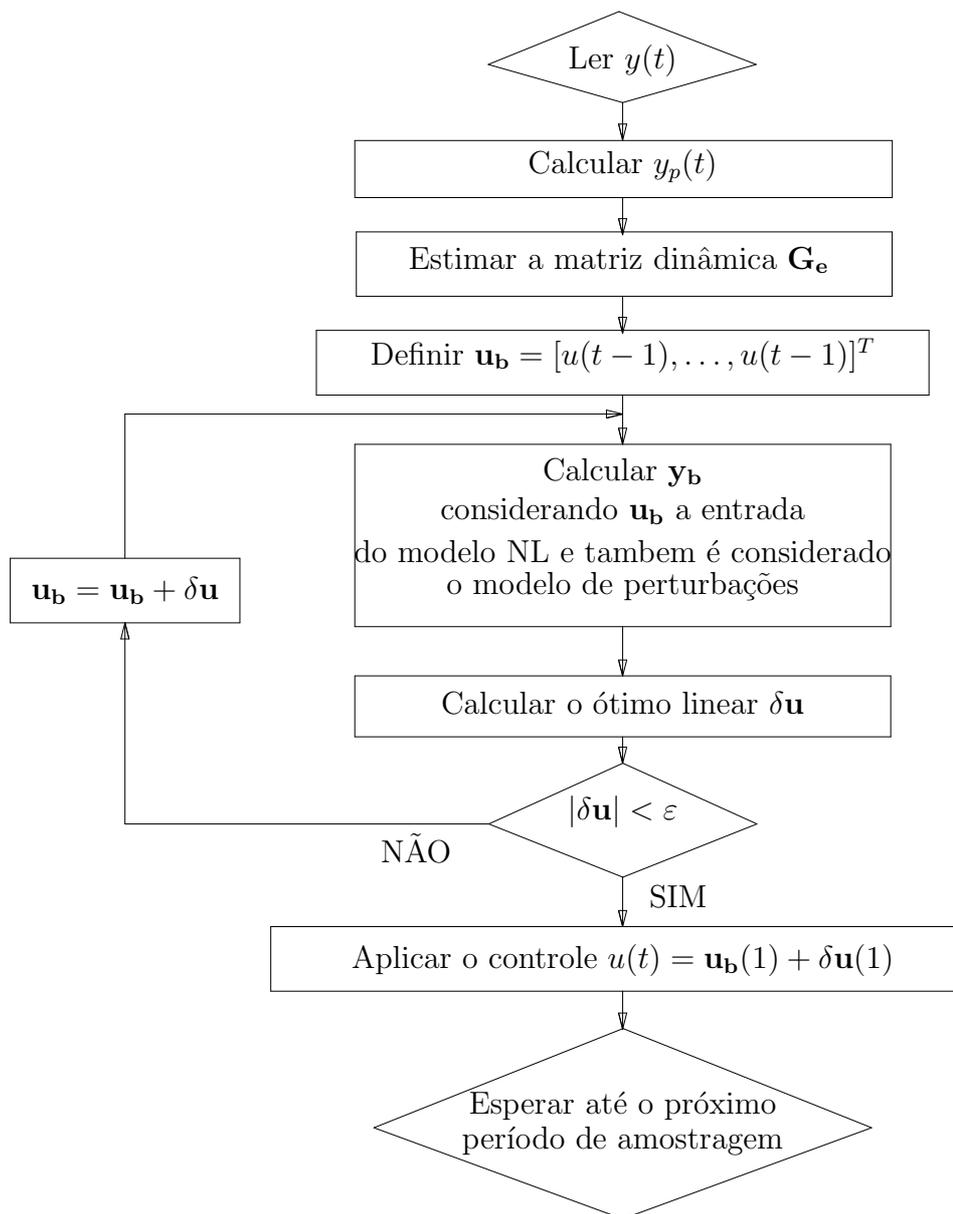


Figura 4.4: Algoritmo da estratégia de controle DTC-NEPSAC.

1. Caso $N_u = N$.

Neste caso, N deve ser escolhido o suficientemente longo para que o sistema em malha fechada não seja instável ou apresente oscilações e deve tentar ser do tamanho do tempo de estabelecimento do sistema em malha fechada. O ajuste de λ define a característica da resposta do sistema de malha fechada, sendo que valores pequenos definem respostas rápidas e maior esforço de controle e valores grandes respostas lentas e menor esforço de controle.

2. Caso $N_u = 1$ e $\lambda = 0$.

Esta escolha permite simplificar o ajuste do controle preditivo sendo N o único parâmetro de ajuste. Valores pequenos de N conduzem a respostas rápidas e ações de controle elevadas e valores grandes N conduzem a respostas lentas e ações de controle menores. As vantagens de esta escolha para sistemas não lineares são analisadas na seção 5.3.

Ajuste do filtro $R(z)$:

O ajuste do filtro $R(z)$ é similar ao caso linear. Para garantir a rejeição de perturbações o ganho do filtro deve ser unitário. O numerador deve ser ajustado para satisfazer o ganho unitário e o denominador para a obtenção da frequência de corte ω_c desejada. Valores pequenos de ω_c tornam a rejeição de perturbações mais lenta e o sistema mais robusto e valores grandes de ω_c tornam rejeição de perturbações mais rápida e o sistema menos robusto.

Na seqüência, apresentam-se resultados experimentais da estratégia proposta.

4.5 Resultados experimentais: Controle de nível em uma planta piloto

São muitos os processo industriais em que combinam-se atrasos e características não lineares. Para ilustrar a aplicação do controle preditivo não linear robusto, (DTC-NEPSAC) foi usado o controle de nível num tanque de uma planta piloto do “Departamento de Automação e Sistemas”, conforme ilustrado na Figura 4.5). A vazão de entrada, variável manipulada, é obtida por meio da bomba B_1 , que bombeia o líquido do tanque de armazenamento T_A ao tanque T_1 e em seguida ao segundo tanque T_2 . A variável a ser controlada é o nível no tanque T_2 . Toda a instrumentação e os dispositivos de controle estão conectados por meio de uma rede *Fieldbus* ao SCADA, o qual é executado por um computador.

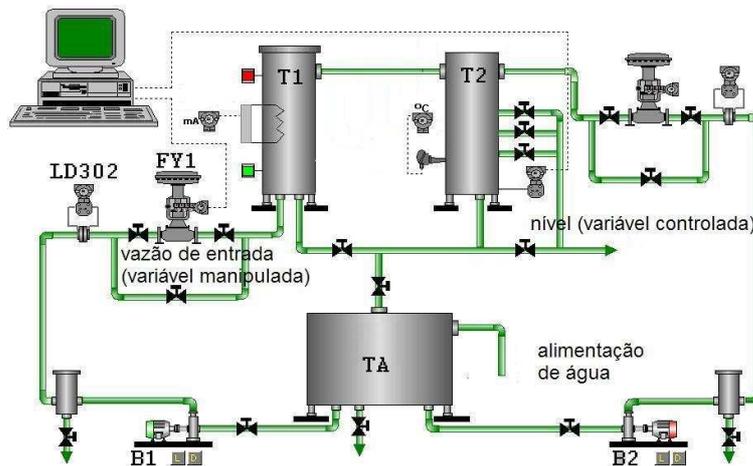


Figura 4.5: Planta piloto.

Para aumentar a não linearidade no tanque T_2 , foram introduzidos blocos de cimento no seu interior de tal forma que a seção efetiva do tanque possa ser aproximada à de um tanque cônico (ver Figuras 4.6 e 4.7).

O método para descrever o modelo da planta é o *caixa-cinza*. Isto é, por um lado são usadas as leis da física para descrever o modelo e por outro é usado um método de identificação não linear para se estimar alguns parâmetros do modelo.

Para isto, inicialmente calcula-se a área da seção do tanque que varia em função da altura do tanque h :

$$Area(h) = \pi R_T^2 - 2 \left[R_B^2 \arccos \left(\frac{R_B - b(h)}{R_B} \right) - \sqrt{R_B^2 - (R_B - b(h))^2} \right],$$

em que $b(h) = -0.11024 h + 0.07$, $R_T = 0.1065$ e $R_B = 0.0929$.

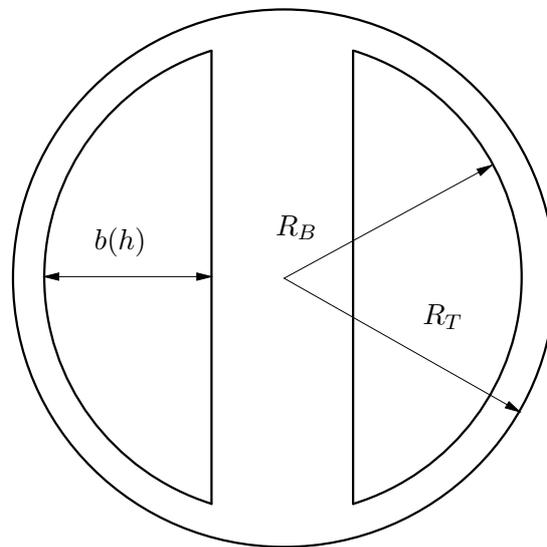


Figura 4.6: Corte transversal do tanque.

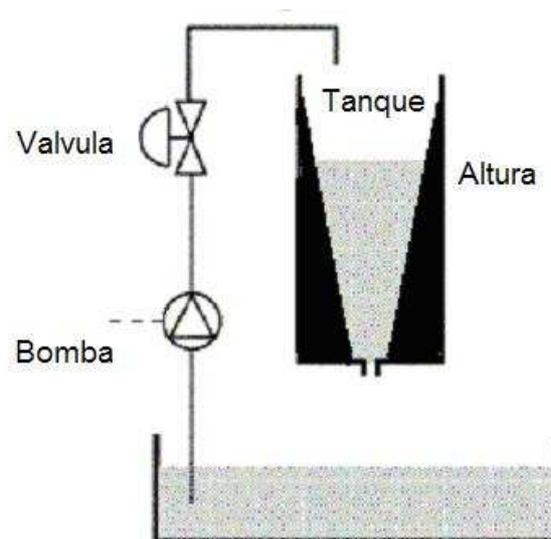


Figura 4.7: Esquema do tanque.

Para o controle de nível, pode ser obtido o seguinte modelo fenomenológico que relaciona a vazão de entrada q_i com o nível h .

$$h(t+1) = h(t) + \left(\frac{q_f(t)}{\text{Area}(h(t))} - \frac{k_s \sqrt{2g(h(t) + h_0)}}{\text{Area}(h(t))} \right) T_s,$$

em que T_s é o período de amostragem (5s) e q_f está relacionado a q_i por meio de uma função de primeira ordem $q_f(t) = \alpha_q q_f(t-1) + (1 - \alpha_q) q_i(t)$.

As constantes $k_s = 3.27 * 10^{-5}$, $h_0 = 0.1685$ e $\alpha_q = 0.7925$ foram identificadas por meio de ensaios ao degrau, minimizando a diferença quadrática entre a saída do processo e do modelo (ver Figura 4.8) e usando ferramentas de otimização não linear. Todas as unidades das variáveis que foram usadas estão no sistema internacional.

Por meio de simulação foi introduzido um atraso de 2 minutos entre a vazão e o nível lido. O objetivo é representar um processo que mistura dois componentes C_a e C_b num tanque. A vazão do componente C_a é constante e do componente C_b pode ser manipulada (variável de controle). A mistura entre os componentes C_a e C_b é chamada C_c . O nível do tanque pode ser estimado por meio da concentração de C_c . Por outro lado o componente C_c é transportado por uma tubulação a um tanque de armazenamento e a concentração pode ser medida somente no final da tubulação o qual ocasiona um atraso na estimação do nível. O atraso é variável em função do nível de C_c no tanque. Portanto o atraso da planta pode variar devido à variação do fluxo de saída, sendo o atraso máximo considerado igual a 2 minutos e 40 segundos.

Para efeito de comparação são feitos dois ensaios utilizando as estratégias NEPSAC e DTC-NEPSAC. O período de amostragem do sistema é $T_s = 5s$. Os parâmetros de sintonia do NEPSAC e do DTC-NEPSAC são $N_u = 1$, $N_1 = d + 1 = 25$ e $N_2 = d + N = 39$ em que $d = 24$. No DTC-NEPSAC foi usado um filtro passa baixa do tipo $R(z) = \frac{(1-\alpha)z}{z-\alpha}$, com $\alpha = 0.95$. α foi ajustado por meio de simulação, levando-se em conta o desempenho e a robustez. Deve-se notar que a estratégia NEPSAC também leva em conta o modelo do atraso, mas separando a predição até o tempo $t + d$ pode-se melhorar os resultados incluindo um compensador de tempo morto robusto DTC.

As Figuras 4.9 e 4.10 mostram os resultados experimentais usado os controladores NEPSAC e o proposto DTC-NEPSAC. Observa-se que o controlador não linear proposto (DTC-NEPSAC) tem melhor desempenho do que o NEPSAC dado que apresenta menor sobre-sinal, menor tempo de estabelecimento e as oscilações do regime transitório diminuem mais rapidamente.

Para testar a rejeição de perturbação foi introduzida uma perturbação tipo degrau

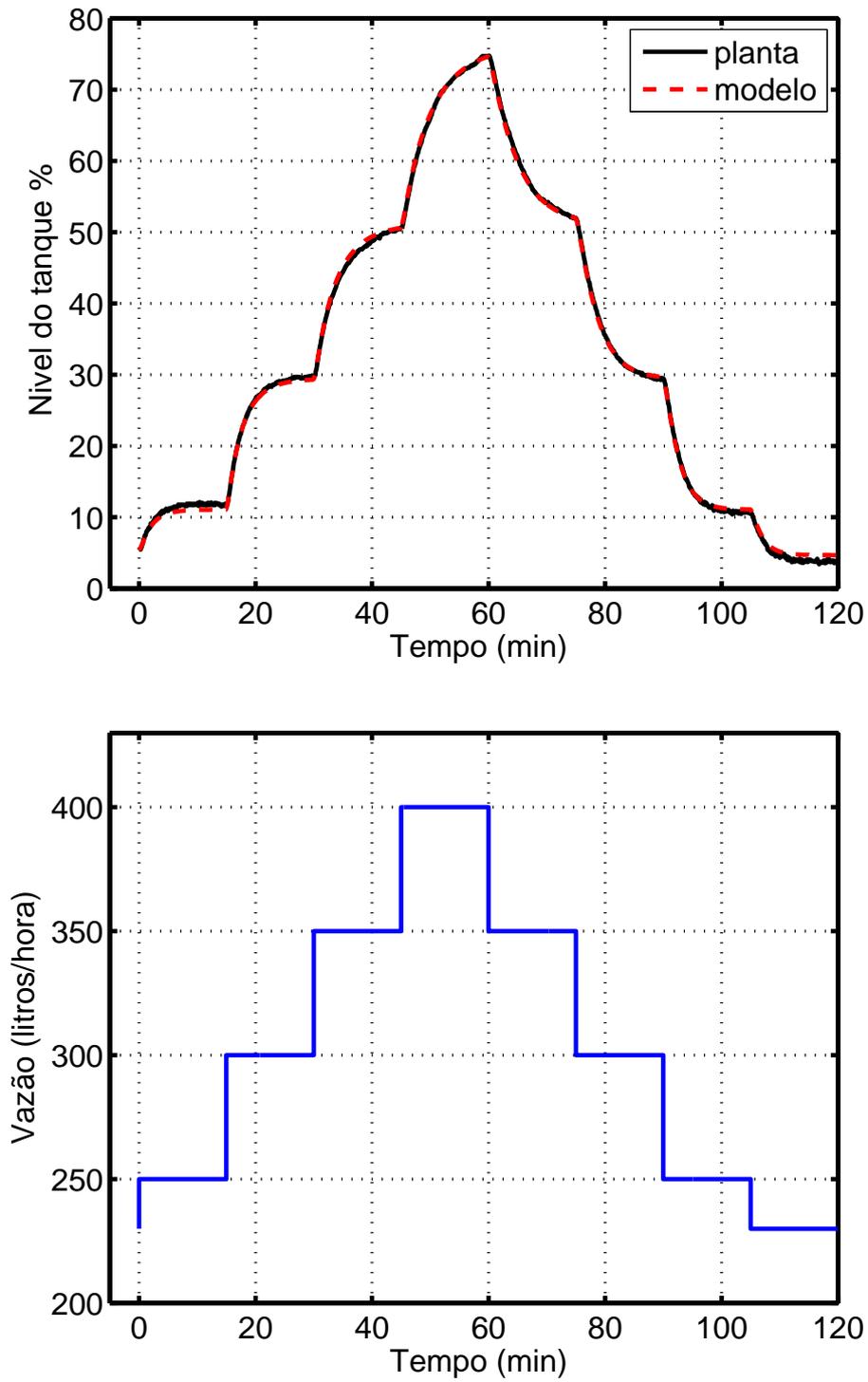
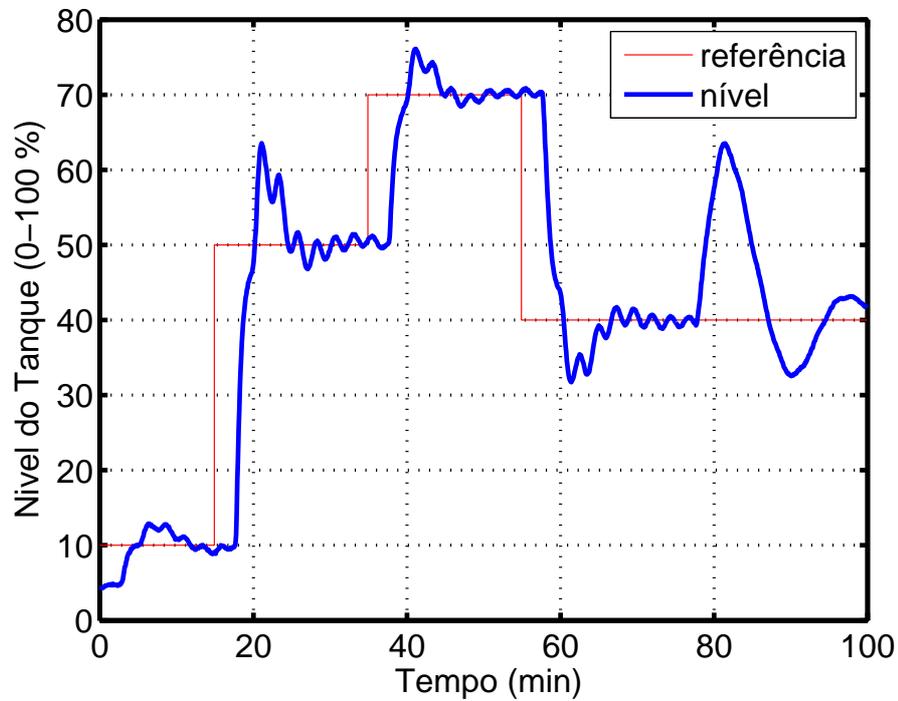
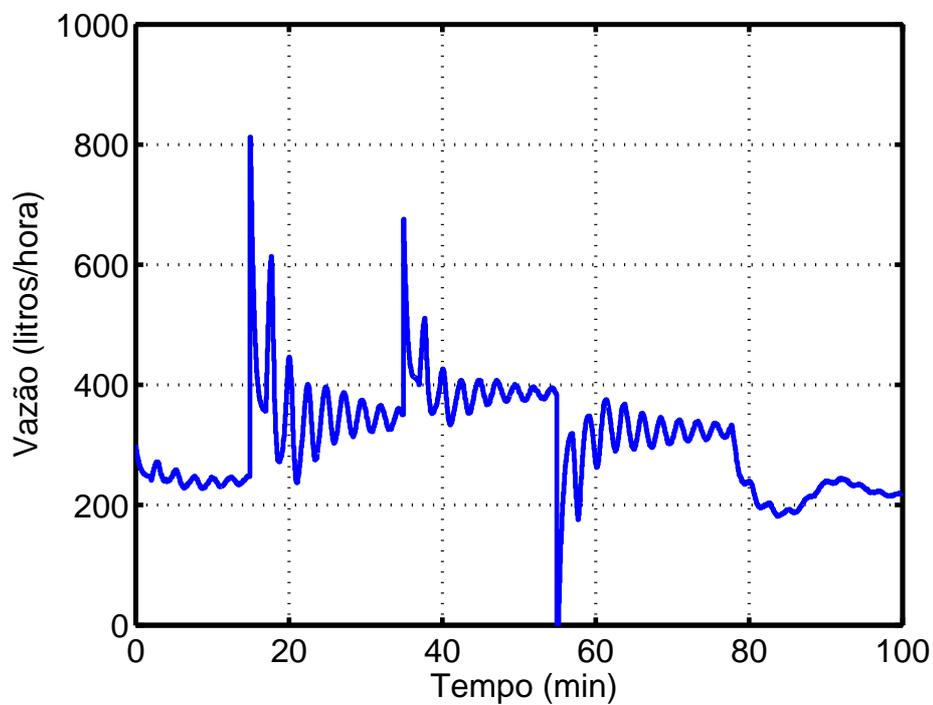


Figura 4.8: Validação do modelo.

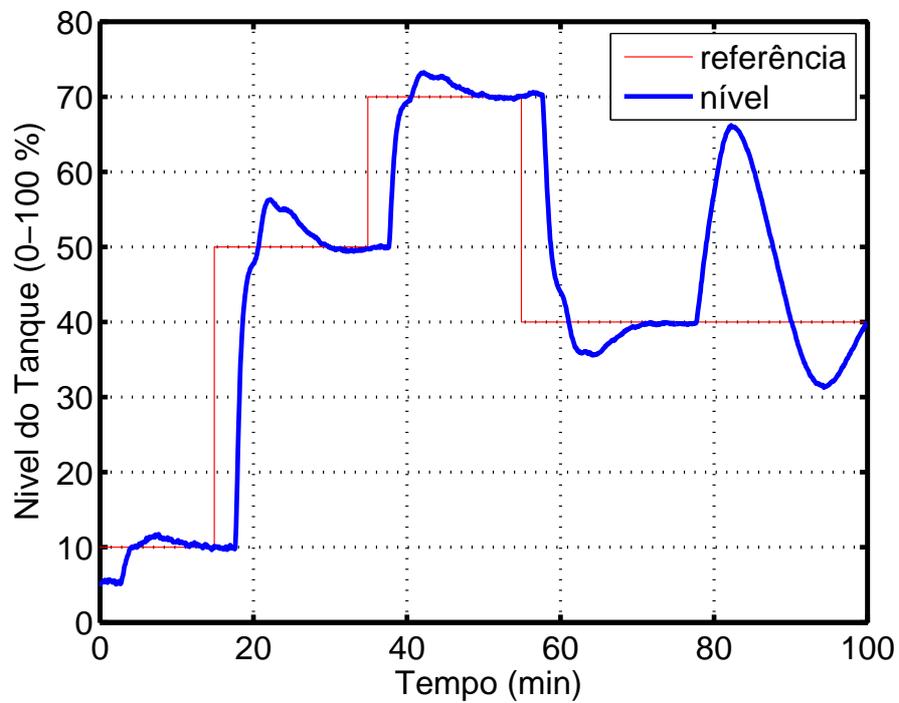


(a) Altura do tanque

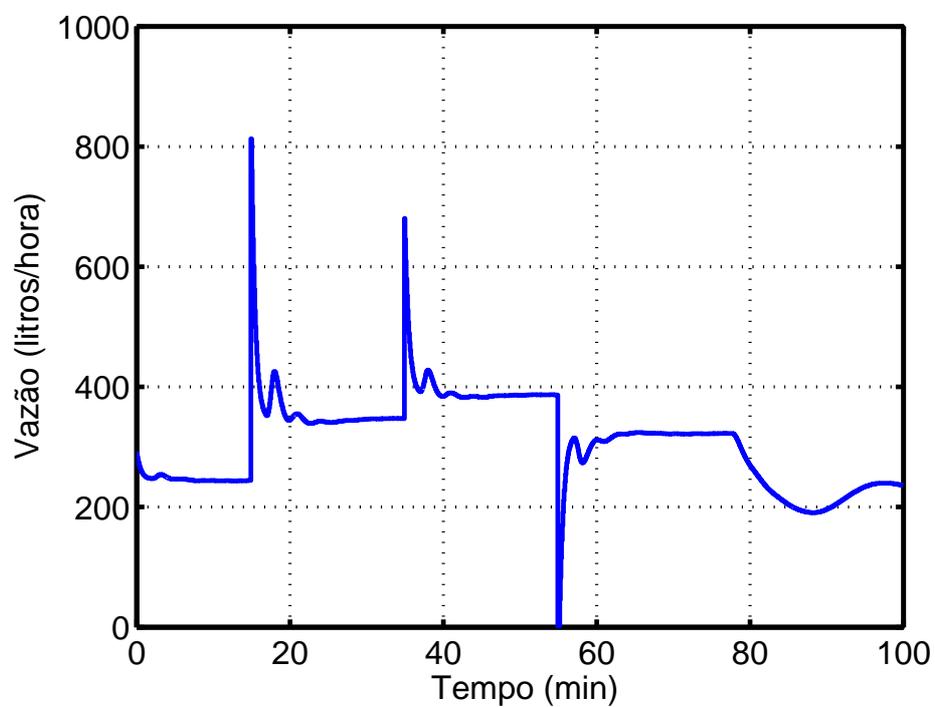


(b) Vazão de entrada

Figura 4.9: Ensaio ao seguimento de referência do controlador NEPSAC

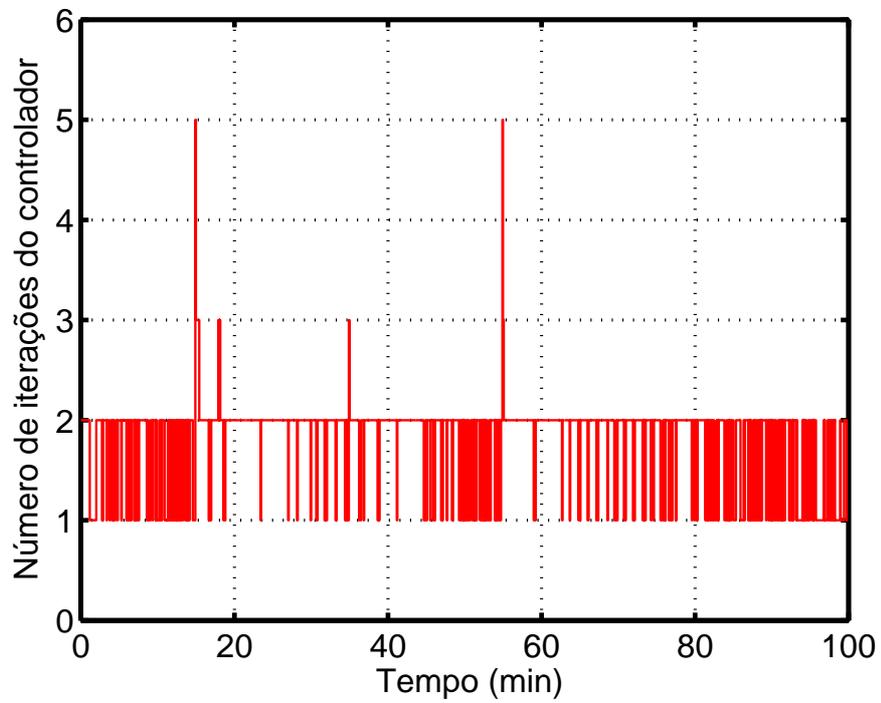


(a) Altura do tanque

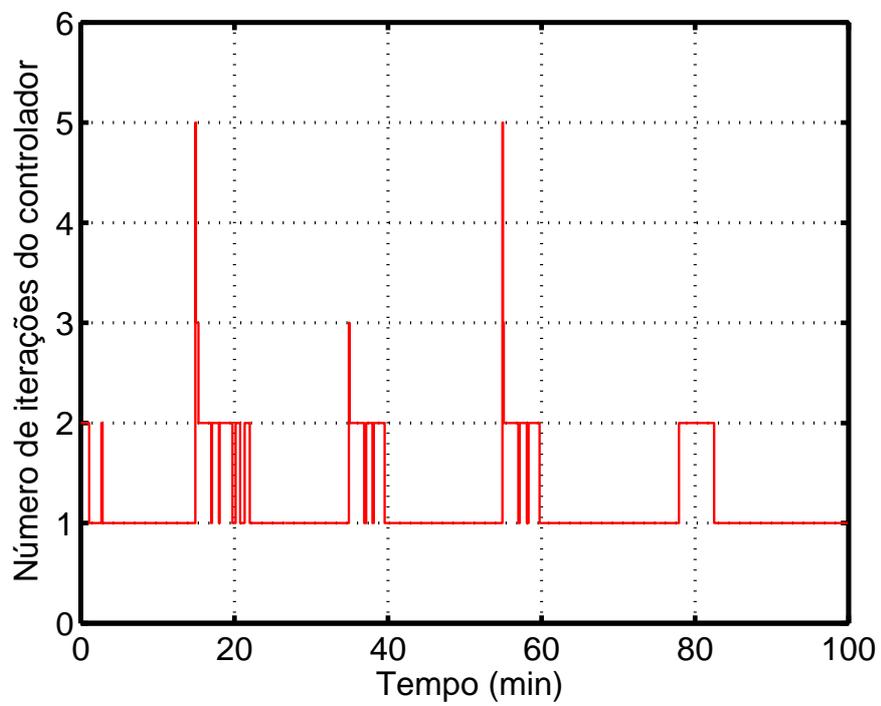


(b) Vazão de entrada

Figura 4.10: Ensaio de seguimento de referência do controlador DTC-NEPSAC



(a) NEPSAC



(b) DTC-NEPSAC

Figura 4.11: Quantidade de iterações do algoritmo de otimização

na vazão em $t = 75min$ de $100litros/hora$. Pode ser observado que ambos os sistemas rejeitam a perturbação. A resposta do DTC-NEPSAC é ligeiramente mais lenta em relação ao NEPSAC dado ao compromisso que existe entre robustez e rejeição de perturbações.

A Figura 4.11 mostra o número de otimizações lineares que resolve o algoritmo em cada período de amostragem para alcançar o ótimo não linear. Como observado, em ambos os casos o número máximo de iterações está nos transitórios (5 iterações). Isto mostra que a não linearidade é mais evidente nos transitórios. Em regime estacionário o DTC-NEPSAC acha a solução em uma iteração e o NEPSAC em duas. Isto significa menos custo computacional e pode ser de vital importância em processos em que o tempo de cálculo do algoritmo é importante.

4.6 Conclusões

Neste capítulo, foi mostrado do ponto de vista prático, que as idéias dos DTC também podem ser aplicadas para o controle preditivo não linear. Especificamente ao caso do controle de processos não lineares estáveis com atraso. Embora não exista uma análise teórica, foi mostrado, por meio de ensaios, que a robustez pode ser melhorada usando filtros, da mesma forma que no caso linear.

Capítulo 5

Estudo de caso: Dosagem de droga a pacientes durante cirurgia

Durante a última década, a tecnologia de controle influenciou com sucesso a medicina moderna por meio da cirurgia robótica, suporte eletrofisiológico, cirurgia guiada por computador, etc (Bailey e Haddad 2005). Uma outra área da medicina voltada a aplicações de controle é a farmacologia clínica, em especial a anestesia clínica. Dentro deste grupo particular de aplicações, o monitoramento e o controle da profundidade anestésica a pacientes durante a cirurgia, oferecem desafios à engenharia moderna (Haddad et al. 2003).

Este tópico chamou a atenção dos engenheiros e médicos clínicos há uma década (O'Hara et al. 1992), com sistemas inteligentes que ofereciam dados ao anestesiológico sobre uma quantidade ótima de droga que devia ser ministrada durante o ensaio clínico (Greenhow et al. 1993). O controle de anestesia apresenta diversas características interessantes do ponto de vista de controle automático, tais como: características multivariáveis (Petersen-Felix et al. 1995); existência de um tempo morto entre a administração dos agentes anestésicos e o efeito clínico; a dinâmica é diferente dependendo das substâncias anestésicas (Curatolo et al. 1996, Struys et al. 2003). Estudos recentes mostraram que o desempenho do controle de profundidade de anestesia depende do tipo de anestésico a ser utilizado como variável controlada (Mainland et al. 2000, Ting et al. 2004). Pesquisas adicionais provaram que o Propofol ¹ é um anestésico que pode ser bem administrado, usando técnicas de controle automático, em pacientes durante cirurgia (Huang et al. 1999, Kenny e Mantzaridis 1999).

¹O Propofol é um agente anestésico que se administra por via intravenosa e é utilizado em indução e manutenção de anestesia geral. O nome comercial é DIPRIVAN®

É importante contar com um sistema de controle seguro, que leve em conta o tempo transcorrido entre o instante em que é aplicada a droga e o efeito produzido sobre o paciente, caso contrário podem haver oscilações ou o sistema tornar-se instável (Bailey e Haddad 2005). Hoje em dia existem drogas com uma demora em atingir o máximo efeito de até 100 s, como por exemplo o Propofol. As vantagens da aplicação do controle automático na administração de droga é colaborar com os anestesistas para evitar overdose ou uma dose muito leve nos pacientes. Portanto, o controlador deve ser robusto para compensar as não linearidades, variações dos parâmetros entre um e outro paciente (inter variabilidade) como também variações das características de um mesmo paciente ao longo da cirurgia (intra variabilidade). Do ponto de vista da engenharia de controle, o controle preditivo baseado em modelo MPC tem um papel muito importante resolvendo este tipo de problemas complexos. Assim, neste capítulo é desenvolvido o controle preditivo para o caso particular do controle da profundidade de anestesia com resultados promissóres. Inicialmente, é apresentada uma revisão de modelos utilizados para predição, na seqüência o algoritmo de controle e sua análise de estabilidade e robustez. Finalmente, são apresentados exemplos de simulação e as conclusões do capítulo.

5.1 Modelo do paciente

Durante o processo de anestesia, no qual o objetivo do MPC é a administração da quantidade necessária de drogas, o modelo usado para predição é de vital importância. O modelo deve representar adequadamente a dinâmica do paciente durante a aplicação de uma droga específica, neste caso o Propofol. A relação entre a injeção e o efeito desejado da droga pode ser descrita por modelos farmacocinéticos e farmacodinâmicos seguidos de um tempo morto. Modelos farmacocinéticos descrevem a distribuição das drogas no corpo humano e modelos farmacodinâmicos descrevem a relação entre a concentração da droga no sangue e o efeito clínico da droga. Normalmente, estes modelos podem ser identificados para diferentes tipos de drogas por meio de ensaios em um conjunto de pacientes. Para a maioria dos agentes anestésicos na atualidade já existem modelos identificados (Absalom e Struys 2005). Quando é considerado o Propofol como a droga manipulada, o modelo farmacocinético é compartimental, constituído de três compartimentos em que a droga é acumulada, sendo um compartimento central (sangue) e dois periféricos (gordura e músculo) (Bailey e Haddad 2005). O modelo dinâmico que descreve a relação entre as diferentes variáveis, ilustrado na Figura 5.1,

é como segue:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -[k_{11} + k_{21} + k_{31}]x_1(t) + k_{12}x_2(t) + \\ &\quad k_{13}x_3(t) + u(t), \\ \dot{x}_2(t) &= k_{21}x_1(t) - k_{12}x_2(t), \\ \dot{x}_3(t) &= k_{31}x_1(t) - k_{13}x_3(t),\end{aligned}\tag{5.1}$$

em que: x_1 é a concentração da droga no compartimento central (sangue); x_2 é a concentração no músculo e x_3 é a concentração na gordura. As constantes k_{ij} para $i \neq j$, denotam a taxa de transferência do compartimento j ao compartimento i . A constante k_{11} denota a taxa do metabolismo da droga, $u(t)$ é a injeção de droga anestésica (Propofol) no compartimento central (sangue).

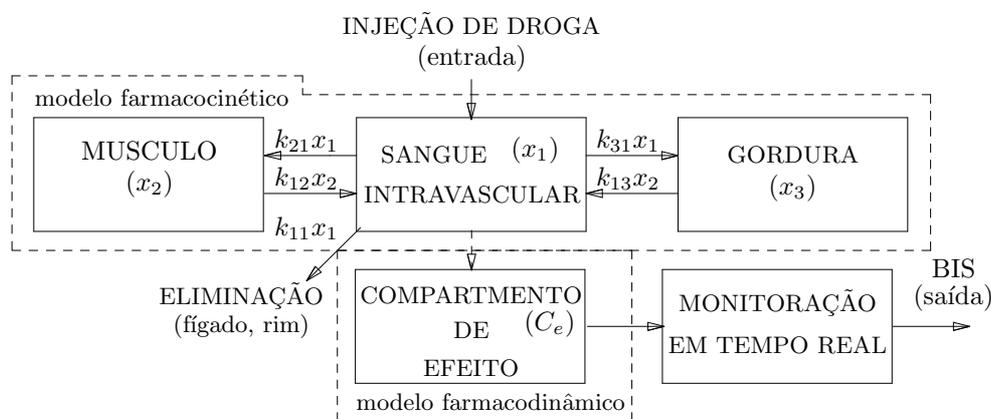


Figura 5.1: Modelo dos compartimentos.

O modelo farmacodinâmico é caracterizado por uma função de primeira ordem que relaciona a concentração de droga no compartimento central x_1 com a concentração C_e :

$$\dot{C}_e(t) = -k_e C_e(t) + k_e x_1(t)\tag{5.2}$$

em que C_e representa o efeito clínico causado pela droga, que é chamado também de *concentração no compartimento de efeito*, e k_e é a constante que define a dinâmica deste modelo.

Para quantificar C_e em tempo real, podem ser usados alguns dispositivos comerciais. Um dispositivo recentemente adotado pelos anestesiologistas para medir C_e é o BIS, que provém da abreviação da sigla em inglês *Bispectral Index*. O BIS é um índice que relaciona a medida do Electroencefalograma (EEG) com o nível de profundidade de anestesia. Este dispositivo tem um tempo de processamento variável. Isto implica que a medida do BIS é obtida com um tempo morto que normalmente varia entre 15s a 30s. O EEG está inteiramente relacionado com o nível de consciência do paciente por meio da quantificação da atividade elétrica no cérebro (Bailey e Haddad 2005). O BIS

pode variar de 0 a 100. O valor zero denota o máximo efeito possível do EEG, i.e. um EEG isoeétrico, e o valor 100 denota que o paciente está acordado e totalmente consciente. Assim, se o BIS i.e. se o *BIS* é 70, então o paciente está acordado mas não totalmente consciente. Durante a cirurgia o BIS desejado, do ponto de vista clínico, é de 50 e deve permanecer entre os valores de 40 e de 60 para continuar sendo clinicamente aceitável. O BIS pode ser associado à *concentração no compartimento de efeito* C_e por meio de uma relação estática não linear (chamada também *curva de Sigmoid*) que foi desenvolvida baseada em estudos empíricos (Bailey e Haddad 2005):

$$\text{BIS}(t) = \left(E_0 - E_{max} \frac{C_e(t)^\gamma}{C_e(t)^\gamma + C_{50}^\gamma} \right), \quad (5.3)$$

em que E_0 denota o valor do estado totalmente consciente, o qual tipicamente assume o valor de 100; $E_0 - E_{max}$ denota o mínimo valor alcançável pelo BIS; C_{50} é a concentração da droga na metade do máximo efeito (50) e representa a sensibilidade do paciente à droga; e γ determina o grau de não linearidade da *curva de Sigmoid* (5.3).

As constantes apresentadas no modelo com três compartimentos (5.1) são computadas para o Propofol usado as seguintes equações (Absalom e Struys 2005):

$$\begin{aligned} V_c &= 4.27, V_2 = 18.9 - 0.391(\text{idade} - 53), V_3 = 238, \\ C_{l1} &= 1.89 + 0.0456(\text{peso} - 77) - 0.0681(\text{lbm} - 59) + \\ &\quad 0.0264(\text{estatura} - 177), \\ C_{l2} &= 1.29 - 0.024(\text{idade} - 53), C_{l3} = 0.836, k_{11} = \frac{C_{l1}}{V_c}, \\ k_{12} &= \frac{C_{l2}}{V_c}, k_{13} = \frac{C_{l3}}{V_c}, k_{21} = \frac{C_{l2}}{V_2}, k_{31} = \frac{C_{l3}}{V_3}, k_e = 0.459. \end{aligned} \quad (5.4)$$

com LBM (“lean body mass” ou “peso da massa magra”) do homem:

$$\text{lbm} = 1.1 \text{ peso} - 128 \frac{\text{peso}^2}{\text{estatura}^2},$$

e o LBM da mulher:

$$\text{lbm} = 1.07 \text{ peso} - 148 \frac{\text{peso}^2}{\text{estatura}^2},$$

em que as unidades de *peso*, *estatura* e *idade* são quilogramas, centímetros e anos respectivamente.

Como pode ser visto em (5.4), os valores de k_{11} , k_{12} , k_{13} , k_{21} e k_{31} dependem do *peso*, *estatura*, *idade* e *sexo* dos pacientes.

Este modelo descrito, formado pelo modelo farmacocinético (5.1) em série com o modelo farmacodinâmico (5.3), é atualmente usado na área de anestesia geral pelos

anestesistas para simular o efeito da injeção de droga (Propofol) em pacientes durante cirurgia, dado que se os parâmetros *peso*, *estatura*, *idade*, *sexo*, E_0 , E_{max} , C_{50} e α são corretamente identificados, o modelo representa adequadamente os pacientes (Absalom e Struys 2005).

Na prática existem simuladores que usam valores dos parâmetros E_0 , E_{max} , C_{50} e α obtidos por meio de identificação com base em dados reais de um conjunto de pacientes. Normalmente, considera-se que não há erros significativos na obtenção dos parâmetros restantes (peso, estatura e idade).

É importante observar que o modelo total é composto por uma parte de dinâmica linear em serie com uma não linearidade estática. Na literatura este tipo de modelo é conhecido como modelo Wiener. A parte linear modela a distribuição da droga nos compartimentos e a parte não linear está associada com o monitoramento do efeito da droga em tempo real.

5.2 Controle preditivo de dosagem de anestesia

Como foi explicado nos capítulos prévios, o MPC é uma técnica baseada em modelo e requer o modelo explícito do sistema. Por outro lado, nesta aplicação, o modelo é composto por uma parte de dinâmica linear e outra de não linearidade estática.

Para simplificar o algoritmo a não linearidade estática do modelo, introduzida pelo BIS, é compensada pela inversa da curva nominal de Sigmoid (5.3):

$$C_e(t) = C_{50} \sqrt[3]{\frac{E_0 - BIS(t)}{BIS + E_{max} - E_0}}, \quad (5.5)$$

obtendo-se assim um modelo linear para o MPC (Figura 5.2). A este modelo é adicionado um atraso para representar o tempo de processamento do BIS.

A estimação dos parâmetros da *curva de sigmoid* (E_0 , E_{max} , C_{50} e α) em tempo real é complexa, portanto no modelo de predição, o controlador usa um modelo nominal da curva de Sigmoid para compensar a não linearidade, independentemente de quais dos pacientes são testados na simulação. Portanto, isto assume que o controlador deve ser suficientemente robusto e que seja capaz de compensar as inter e intra- variações nos parâmetros do paciente. Deve-se notar que as perturbações externas também estão presentes como por exemplo os estímulos cirúrgicos e a perda de sangue.

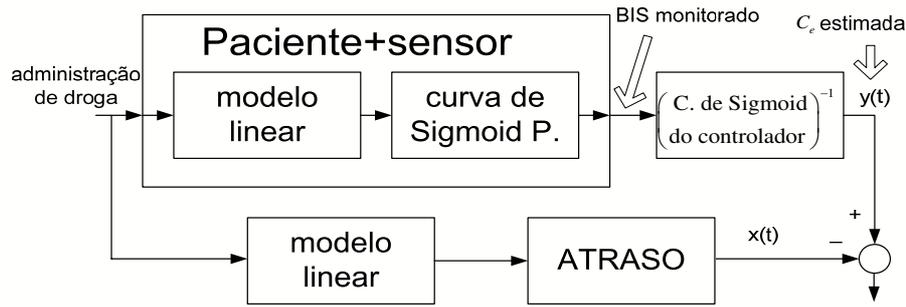


Figura 5.2: Estrutura linear do modelo do paciente.

5.2.1 Descrição da estratégia MPC utilizada

Uma vez que a não linearidade foi compensada, a nova saída a ser controlada é a estimação da concentração C_e e será representada por y . A referência para y pode ser calculada por meio da Equação (5.5), em que deve ser substituída a referência do BIS, que é igual a 50. Assim, o objetivo de controle é:

$$\begin{aligned} \min J &= \sum_{k=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+k|t) - w(t+k)]^2 + \lambda \sum_{k=0}^{N_u-1} [\Delta u(t+k)]^2, \\ \text{s.a : } u(t) &\geq 0. \end{aligned} \quad (5.6)$$

em que \hat{y} é a predição do processo, w a trajetória de referência e u a taxa de injeção de droga.

O modelo de predição utilizado é o modelo paralelo, cujo uso é válido quando aplicado a plantas estáveis (De Keyser 2003):

$$y(t+j) = x(t+j) + \eta(t+j) \quad (5.7)$$

em que $x(t+j) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t+j-d-1)$, representa a dinâmica do processo com atraso d e $\eta(t+j) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}e(t+j)$ o modelo das perturbações.

Considerando que a predição da saída (\hat{y}) deve ser calculada no intervalo de tempo $t+d+1$ a $t+d+N$, e para simplificar a notação, assume-se a mudança de variável $j = d+j$.

Inicialmente é calcula-se a predição de x :

$$x(t+d+j) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t+j-1). \quad (5.8)$$

Pode-se observar que x depende dos sinais futuros e passados de controle. Estes valores podem ser separados por meio do uso da equação diofantina $B(z^{-1}) = \tilde{A}(z^{-1})E_j^B(z^{-1}) + z^{-j}F_j^B(z^{-1})$, em que $\tilde{A}(z^{-1}) = (1 - z^{-1})A(z^{-1})$ e o grau de $E_j^B(z^{-1})$ e $F_j^B(z^{-1})$ são $j - 1$ e n_a respectivamente, obtendo-se assim:

$$x(t + d + j) = E_j^B(z^{-1})\Delta u(t - 1 + j) + F_j^B(z^{-1})\frac{u(t - 1)}{A(z^{-1})}. \quad (5.9)$$

Para calcular a predição das perturbações, considera-se o modelo de perturbações:

$$n(t + d + j) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}e(t + d + j), \quad (5.10)$$

em que e é o ruído branco, $D(z^{-1})$ e $C(z^{-1})$ são polinômios que definem a dinâmica das perturbações. Multiplicando a Equação (5.10) por $D(z^{-1})$, e tendo em vista a equação diofantina $C(z^{-1}) = E_{d+j}^C(z^{-1})D(z^{-1}) + z^{-d+j}F_{d+j}(z^{-1})$ obtém-se:

$$n(t + d + j) = F_{d+j}^C(z^{-1})\frac{n(t)}{C(z^{-1})} + E_{d+j}^C(z^{-1})e(t + d + j), \quad (5.11)$$

em que o grau de F_{d+j}^C e E_{d+j}^C são $\max(n_c - j - d, n_d - 1)$ e $j + d - 1$, respectivamente.

A partir das Equações (5.9), (5.11) e considerando que a melhor estimativa de $e(t + d + j)$ é zero, pode-se computar a predição da saída como:

$$\hat{y}(t + d + j|t) = E_j^B(z^{-1})\Delta u(t - 1 + j) + f_{d+j}b \quad (5.12)$$

em que f_{d+j} é a resposta livre, dada por:

$$f_{d+j} = F_j^B(z^{-1})\frac{x(t + d)}{B(z^{-1})} + F_{d+j}^C(z^{-1})\frac{y(t) - x(t)}{C(z^{-1})}. \quad (5.13)$$

A predição \hat{y} também pode ser expressa em forma vetorial (no horizonte $j = 1, \dots, N$) por:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\Delta\mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (5.14)$$

em que:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix}, \Delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N_u-1) \end{bmatrix}, \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_{d+1} \\ f_{d+2} \\ \vdots \\ f_{d+N} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{G} \text{ é a matriz}$$

dinâmica de resposta ao degrau (Camacho e Bordons 2004), cujos coeficientes são obtidos de $E_N^B(z^{-1})$.

Substituindo $\hat{\mathbf{y}}$ na função custo $J = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w})^T(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}) + \lambda \Delta \mathbf{u}^T \Delta \mathbf{u}$ e minimizando J , obtém-se: $\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) = \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{f})$. Considerando que \mathbf{k} é a primeira linha de \mathbf{K} , então pode-se calcular o controle atual que será aplicado no paciente:

$$\Delta u(t) = \mathbf{k}(\mathbf{w} - \mathbf{f}) = \mathbf{k}\mathbf{w} - F^B(z^{-1}) \frac{x(t+d)}{B(z^{-1})} - F^C(z^{-1}) \frac{y(t) - x(t)}{C(z^{-1})}, \quad (5.15)$$

em que: $F^B(z^{-1}) = \sum_{j=1}^N k_j F_j^B(z^{-1})$, $F^C(z^{-1}) = \sum_{j=1}^N k_j F_{d+j}^C(z^{-1})$, $\mathbf{k} = [k_1, \dots, k_N]$.

Reescrevendo a Equação (5.15) na forma:

$$\Delta u(t) = \mathbf{k}\mathbf{w} - \left[\frac{F^B(z^{-1})}{B(z^{-1})} [x(t+d) + R(z)(y(t) - x(t))] \right], \quad (5.16)$$

em que $R(z) = \frac{B(z^{-1})F^C(z^{-1})}{F^B(z^{-1})C(z^{-1})}$.

Para facilitar a análise nas próximas seções, esta estratégia de controle pode ser representada como na Figura 5.3, em que $H(z) = \frac{F^B(z^{-1})}{B(z^{-1})}$. Assume-se que a trajetória de referência é constante e igual à referência no instante presente. Assim, $k_w = \sum_{i=1}^N k_i$ e $w(t+j) = y_R(t)$.

5.2.2 Estratégia MPC robusto (RMPC)

Como especificado em capítulos anteriores, $R(z)$ deve ser um filtro passa baixa para melhorar a robustez. O denominador de $R(z)$ é ajustado para a obtenção de uma desejada característica passa baixa e o numerador melhorar as características da resposta em malha fechada.

Nesta aplicação é usado um filtro de segunda ordem da forma:

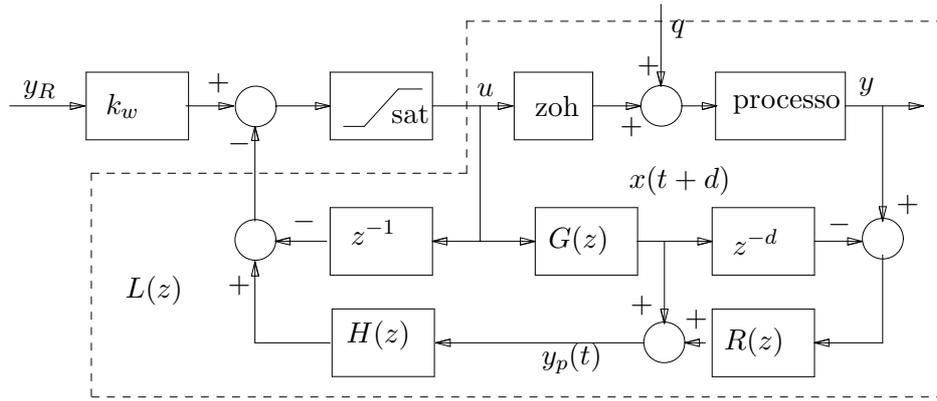


Figura 5.3: Representação do MPC em diagrama de blocos.

$$R(z) = \frac{(1 - \alpha)^2 (1 - \beta z^{-1})}{(1 - \beta) (1 - \alpha z^{-1})^2}, \quad (5.17)$$

em que β é escolhido para melhorar o desempenho da relação $u(t)/q(t)$, cancelando o efeito oscilatório que é introduzido por um pólo de $H(z)$ (zero de $B(z)$). α é um parâmetro de ajuste que deve ser escolhido de acordo com um compromisso entre a robustez e o desempenho.

Para entender o ajuste do numerador de R considera-se as relações entrada-saída do esquema da Figura 5.3 no espaço em que u não é saturado:

$$\frac{Y}{Y_R} = H_r(z) = \frac{P(z)}{\Delta(z^{-1}) + H(z)G(z)}, \quad (5.18)$$

$$\frac{U}{Q} = H_u(z) = \frac{H(z)R(z)P(z)}{\Delta(z^{-1}) + H(z)G(z)}, \quad (5.19)$$

$$\frac{Y}{Q} = H_q(z) = P(z) \left(1 - \frac{H(z)R(z)P(z)}{\Delta(z^{-1}) + H(z)G(z)} \right) = P(z)(1 - H_u(z)). \quad (5.20)$$

Nota-se que os pólos de $H(z)$ formam parte dos pólos de $H_u(z)$. Substituindo $H(z) = \frac{F^B(z^{-1})}{B(z^{-1})}$ e $G(z) = \frac{B(z^{-1})z^{-1}}{A(z^{-1})}$ na Equação (5.19) obtém-se:

$$\frac{U}{Q} = H_u(z) = \frac{F^B(z^{-1})}{B(z^{-1})} \frac{R(z)P(z)}{\left[\Delta(z^{-1}) + \frac{F^B(z^{-1})z^{-1}}{A(z^{-1})} \right]}. \quad (5.21)$$

Observa-se que os zeros de $B(z^{-1})$, do modelo, são parte dos pólos de $H_u(z)$ e se algum desses pólos causam oscilações em $u(t)$ devem ser eliminados pelo numerador de $R(z)$.

5.3 Análise do MPC no caso especial $N_u = 1$

Na formulação geral do MPC os horizontes de predição (N_1 e N_2) e controle (N_u) geralmente são maiores do que 1. Embora somente o controle calculado para o instante t é aplicado à planta, o processo de otimização calcula toda a seqüência de controle dentro do horizonte N_u .

Com o objetivo de simplificar o processo de cálculo e a análise do algoritmo de controle, existem trabalhos de aplicação que mostram resultados satisfatórios com a escolha de $N_u = 1$ do ponto de vista de desempenho e robustez (Keyser e Lazar 2003, De Keyser e Donald III 2005).

As principais vantagens da escolha de $N_u = 1$ são:

1. o controlador MPC com restrições na entrada é equivalente a saturar o controle. Este caso, é válido para sistemas monovariáveis e função custo convexa, como é o caso MPC linear (De Keyser 2003). Esta estratégia, assume que o controlador preditivo não leva em conta as restrições enquanto é computado o controle ótimo e somente depois limitando, se as restrições no controle são violadas;
2. o cálculo do controle ótimo é mais simples.

5.4 Análise de estabilidade e robustez

Diferentes enfoques sobre estabilidade e robustez podem ser encontrados na literatura para controladores preditivos. Embora a análise não seja tão trivial quando são aplicadas restrições ou são usados modelos não lineares.

Nesta aplicação, estuda-se o caso específico de um sistema com restrições na entrada ($u \geq 0$), o horizonte de controle $N_u = 1$ e os horizontes de predição N_1 e N_2 como parâmetros de ajuste, devido as vantagens já mencionadas na seção 5.3.

Para o estudo da estabilidade e robustez, o diagrama de blocos da Figura 5.3 é considerado, dado que o MPC linear pode ser reduzido em um controlador linear mais um preditor de Smith filtrado (Normey-Rico e Camacho 2007).

Ainda há uma não linearidade tipo saturação na entrada do processo (Figura 5.3). Para o estudo da existência de ciclo limite, o elemento não linear pode ser aproximado por uma *função descritiva* (ϕ). Isto é válido para a maioria dos processos com características de filtro passa baixa, como é o caso dos modelos dos pacientes.

Para a obtenção da *função descritiva*, inicialmente considera-se que o elemento não linear tem a seguinte entrada:

$$X \sin(\omega t),$$

a saída será uma função não linear e pode ser aproximada pela serie de Fourier:

$$Y_f(\omega t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)). \quad (5.22)$$

Por definição, a *função descritiva* é dada por:

$$\phi = \frac{Y_1}{X} \angle \theta$$

em que X é a amplitude da onda de entrada, $Y_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$ e $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{A_1}{B_1} \right)$.

Para o caso da saturação, a *função descritiva* é:

$$\phi = \frac{2}{\pi} \left[\sin^{-1} \left(\frac{sat}{X} \right) + \frac{sat}{X} \sqrt{1 - \left(\frac{sat}{X} \right)^2} \right],$$

em que sat é a amplitude da saturação.

Da Figura 5.3, observa-se que a resposta em frequência de malha fechada é:

$$\frac{y}{w'} = \frac{\phi L(j\omega)}{1 + \phi L(j\omega)}. \quad (5.23)$$

A equação característica da Equação (5.23) é $1 + \phi L(j\omega) = 0$ ou $L(j\omega) = -\frac{1}{\phi}$.

Considere que L , é de *fase mínima*, como é o caso deste exemplo de controle de profundidade de anestesia. Se a curva de $L(j\omega)$ não cruza a curva de $-1/\phi$, então o sistema não tem ciclo limite. Neste caso, a estabilidade é definida pela estabilidade do sistema sem saturação.

A Figura 5.4 mostra a curva de $L(j\omega)$ (do exemplo analisado na seção 5.6) ou curva de Nyquist no caso nominal e $-1/\phi$. A curva de $-1/\phi$ é traçada para o caso da saturação como não linearidade, a curva começa em -1 e vai para $-\infty$. Como dito anteriormente, se o sistema não tem ciclo limite, então $L(j\omega)$ não corta a função $-1/\phi$. Neste caso, se $L(j\omega)$ não contorna o ponto -1 , então também não cruzará a curva $-1/\phi$. Por tanto, pode-se afirmar que, se o sistema não apresenta ciclo limite, então este será estável. Isto é devido ao fato de que $L(j\omega)$ não contorna o ponto -1 , o qual

que define a estabilidade do sistema sem saturação.

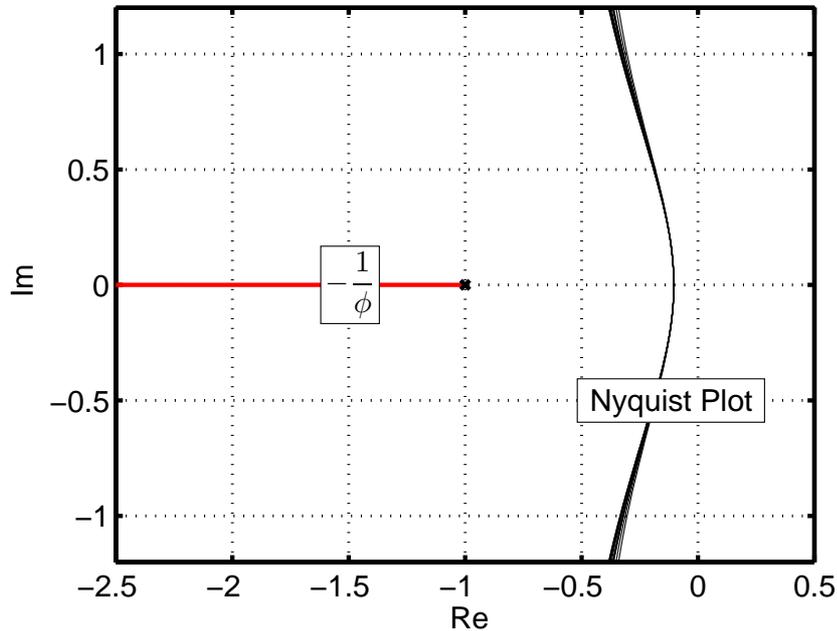


Figura 5.4: Variação de $-1/\phi$ e $L(j\omega)$ no plano complexo.

No caso de incertezas, os valores limites (máximo e mínimo) nas variações dos parâmetros devem ser consideradas para os quais o sistema deve permanecer estável. Isto é, a curva $L(j\omega)$ não contorna a -1. Conseqüentemente o sistema será robustamente estável.

Uma forma de definir a robustez, de forma a garantir de que a curva $L(j\omega)$ não contorne a -1, é por meio da máxima sensibilidade M_s , definida como (Morari e Zafriou 1989):

$$M_s = \max_{\omega} |1 + L(j\omega)|^{-1},$$

em que M_s pode variar de 1 a ∞ . Valores entre 1.5 e 2.5 são normalmente usados na prática sendo que valores inferiores de M_s indicam que o sistema é mais robusto.

5.5 Estabilidade absoluta

Na seção anterior estudou-se a estabilidade, por meio da função descritiva e da estabilidade do sistema sem saturação, em que a função descritiva pode ser aplicada satisfatoriamente a processos com características passa baixa.

Nesta seção será estudada a estabilidade absoluta, de forma mais geral, de um sistema com dinâmica linear e uma não linearidade tipo saturação aplicando o método

de setor.

Para isto são considerados os processos físicos não lineares que podem ser representados como um sistema linear seguido de um elemento não linear estático, como é ilustrado na Figura 5.5. A complexidade da representação do processo nesta forma depende do sistema particular envolvido. Por exemplo, no caso em que a não linearidade do sistema é da forma de um relê ou atuador, não há dificuldade na representação do sistema na forma da Figura 5.5. Em outros casos a representação poderia ser menos óbvia (Khalil 2002). Sem perda de generalidade assume-se que a referência é zero ($Y_R = 0$). Para o estudo da estabilidade absoluta serão definidos inicialmente alguns conceitos:

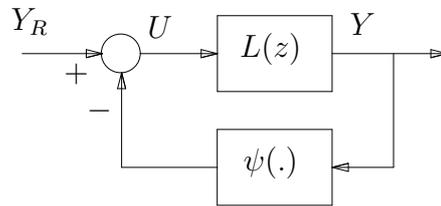


Figura 5.5: Sistema de malha fechada

Definição 5.1 *Condição de setor*

Uma função escalar contínua $\psi(y)$ pertence a um setor $[k_1, k_2]$ se existem dois escalares k_1, k_2 não negativos tais que:

$$k_1 \leq \frac{\psi(y)}{y} \leq k_2, \quad y \neq 0.$$

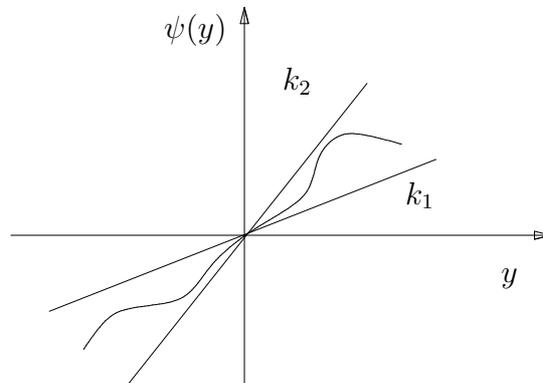


Figura 5.6: Setor $[k_1, k_2]$.

1. A função linear está sempre contida entre duas retas $k_1 y$ e $k_2 y$ (ver Figura 5.6).

2. $\psi(0) = 0$.
3. $y\psi(y) \geq 0$, i.e. a não linearidade pertence ao primeiro e terceiro quadrantes.

◇

Definição 5.2

$D(d_1, d_2)$ é um disco de diâmetro $\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}$ no plano complexo definido conforme a Figura 5.7.

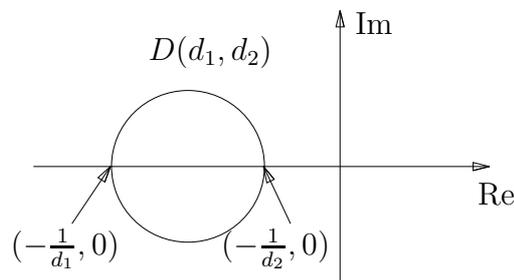


Figura 5.7: Disco $D(d_1, d_2)$.

◇

Definição 5.3 Estabilidade absoluta

Considere o sistema (5.24)–(5.25), em que ψ satisfaz a condição de setor (5.1). O sistema é absolutamente estável se a origem é globalmente assintoticamente estável para qualquer não linearidade contida no setor dado.

◇

Teorema 5.1

Considere o sistema de malha fechada da Figura 5.5. É assumido que $Y_R = 0$ e que o sistema é representado por:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t); \quad u = -\psi(t, y) \quad (5.24)$$

$$y(t) = Cx(t). \quad (5.25)$$

onde $\{A, B, C\}$ é uma realização mínima de $G(z)$. O sistema é absolutamente estável se uma das seguintes condições, convenientemente aplicada, for satisfeita:

1. Se $0 < d_1 < d_2$ e além disso o gráfico de Nyquist de $L(w) = C(e^{j\omega T_s} I - A)^{-1} B$ não entra no disco $D(d_1, d_2)$, envolvendo-o p vezes no sentido anti-horário, em que p é o número de pólos instáveis de L .
2. Se $0 = d_1 < d_2$, $L(z)$ é Hurwitz, i.e. todos os pólos de L devem estar dentro do círculo unitário e o gráfico $L(\omega) = C(e^{j\omega T_s} I - A)^{-1} B$ permanece do lado direito de uma linha definida em $Re = -\frac{1}{d_2}$.
3. Se $d_1 < 0 < d_2$, $L(z)$ é Hurwitz e o gráfico de $L(\omega) = C(e^{j\omega T_s} I - A)^{-1} B$ permanece no interior $D(d_1, d_2)$.

Nestes três casos, $[d_1, d_2]$ contém o setor da não linearidade $[k_1, k_2]$.

◇

5.5.1 Estudo de caso: não linearidade tipo saturação

Na Figura 5.8 ilustra-se uma não linearidade do tipo saturação. Observa-se que esta não linearidade está contida entre duas retas de inclinação $k_1 = 0$ e $k_2 = 1$, i.e. a não linearidade $sat(u)$ pertence ao setor $[0, 1]$.

Se aplicado o teorema de estabilidade absoluta ao sistema ilustrado na Figura 5.5, considerando que a não linearidade é uma saturação, então, a condição 1 do teorema 5.1 não será satisfeita dado que $[d_1, d_2]$ não contém o setor $[0, 1]$, porque $d_1 > 0$. Portanto, para garantir a estabilidade absoluta do sistema as condições 2 ou 3, do teorema 5.1, devem ser satisfeitas tais que $d_1 \leq 0$ e $d_2 \geq 1$.

Se nenhuma destas condições for satisfeita (2 ou 3), pode-se buscar a estabilidade local num domínio limitado i.e. $k_2 = 1$ e $0 < k_1 < 1$. O domínio de estabilidade diminui a medida que k_1 se aproxima a 1. O caso mais crítico é dado quando $\lim k_1 \rightarrow 1$. Neste caso não existe garantia de estabilidade fora do domínio de comportamento linear.

Observa-se que, neste caso de domínio limitado, pode ser aplicada a condição 1 do teorema 5.1 para provar estabilidade. Por exemplo, se existe um disco $D(d_1, d_2)$, com $d_2 = 1$ e $0 < d_1 < 1$, que satisfaz a primeira condição do teorema 5.1, então será garantida a estabilidade se o sinal de controle máximo opera dentro do setor $[k_1, 0]$, em que $k_1 \geq d_1$.

Em seguida, para ilustrar as propriedades do algoritmo proposto, calcula-se o máximo setor que satisfaz a condição 1 do Teorema 5.1 usando o sistema apresentado na seção 5.6. O sistema é analisado no caso em que a máxima variação do atraso na medição do BIS é 10 s.

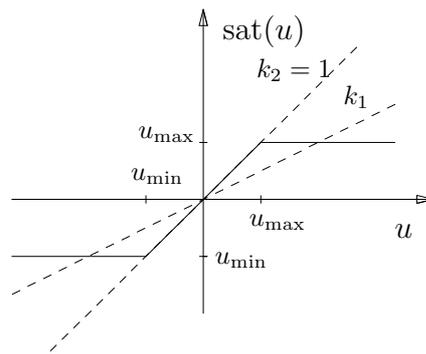


Figura 5.8: Saturação.

Os resultados são ilustrados na Figura 5.9 em que a curva $k_1 = f(\alpha)$ define o mínimo valor de k_1 tal que a estabilidade local (no setor $[k_1, 1]$) é garantida. Neste caso, α define a frequência de corte do filtro R (equação 5.17) o qual deve ser ajustado para garantir a estabilidade dentro do setor desejado. Observa-se que no intervalo $0.55 < \alpha \leq 0.936$, k_1 diminui gradualmente a medida que incrementa α , isto é, o domínio de estabilidade local aumenta. No intervalo $0.936 < \alpha < 1$ o ajuste do filtro garante estabilidade absoluta do sistema sob saturação.

A partir do exposto neste ítem, pode-se concluir que a estratégia proposta RMPC pode melhorar o domínio de estabilidade local ou atingir a estabilidade global, quando considerada uma não linearidade tipo saturação, por meio do ajuste do filtro R . Paralelamente o ajuste de R deve considerar o desempenho à rejeição de perturbações dado que existe um compromisso entre o domínio de estabilidade e desempenho.

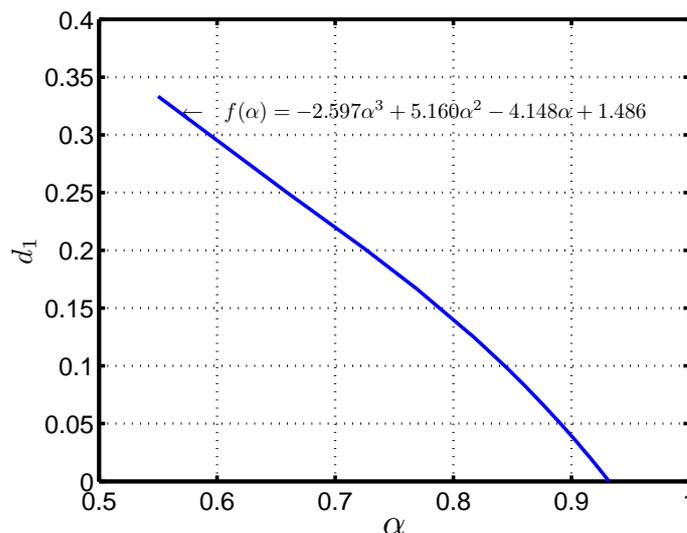


Figura 5.9: Mínimo valor de k_1 em função do ajuste do filtro R que define o máximo setor em que é garantida a estabilidade

5.6 Resultados

Nesta seção são estudados um conjunto de 12 modelos realistas de pacientes durante cirurgia e a robustez do controlador é analisada. Os parâmetros dos modelos dos pacientes foram obtidos por meio de identificação e pertencem a pacientes da universidade de Ghent (Bélgica).

O objetivo de controle é levar aos pacientes a um nível de anestesia geral (i.e. $BIS = 50$) no menor tempo possível. O controlador deve ser suficientemente robusto para compensar as variações entre os o parâmetros dos diferentes pacientes, perturbações externas e variações no atraso. O controlador proposto, usa o filtro R para aumentar a robustez em forma efetiva.

5.6.1 Pacientes e ajuste do controlador

As características dos 12 pacientes estão dados na tabela 5.1.

P	Idade	L	W	G	C_{50}	E_0	E_{max}	γ
1	40	163	54	F	6.33	98.80	94.10	2.24
2	36	163	50	F	6.76	98.60	86.00	4.29
3	28	164	52	F	8.44	91.20	80.70	4.1
4	50	163	83	F	6.44	95.90	102.00	2.18
5	28	164	60	M	4.93	94.70	85.30	2.46
6	43	163	59	F	12.10	90.20	147.00	2.42
7	37	187	75	M	8.02	92.00	104.00	2.10
8	38	174	80	F	6.56	95.50	76.40	4.12
9	41	170	70	F	6.15	89.20	63.80	6.89
10	37	167	58	F	13.70	83.10	151.00	1.65
11	42	179	78	M	4.82	91.80	77.90	1.85
12	34	172	58	F	4.95	96.20	90.80	1.84

Tabela 5.1: Características dos pacientes (P = paciente, L=estatura, W=peso e G=gênero).

Considera-se que o máximo erro de modelagem nos parâmetros *Estatura* e *Peso* é 10 % mas não se consideram erros de identificação da *idade* do paciente. Estes três parâmetros e o *sexo* do paciente definem a parte dinâmica do modelo. Os parâmetros da curva nominal de *Sigmoid* são escolhidos como: $C_{50} = 7.43$, $\gamma = 3.01$, $E_0 = 100$, $E_{max} = 100$ (C_{50} e γ como o valor meio dos pacientes da tabela 5.1).

Para assegurar uma resposta estável em malha fechada, o controlador deve ser suficientemente robusto para garantir a estabilidade, sob variações do atraso, ganho e parâmetros do modelo. Assim os parâmetros do controlador são escolhidos como:

$T_s = 5s$ (período de amostragem), $N_u = 1$, $\lambda = 0$, $N_1 = d + 1$ e $N_2 = d + N$ em que $d = 5$ é o atraso discreto ($25min$) e $N = 10$ foi ajustado por meio de simulação usando o critério de que valores pequenos de N tornam o sistema rápido e valores grandes lento e por outro lado a robustez varia na forma contrária.

Para o conjunto de pacientes considerados nesta investigação, a Figura 5.10 mostra a máxima sensibilidade ($M_s = 1.47$) para o MPC quando o erro no atraso varia $\pm 10s$ e incertezas no ganho são considerados.

O objetivo da estratégia proposta (RMPC) é melhorar o índice de robustez, portanto propõe-se diminuir a máxima sensibilidade, i.e. $M_s = 1.2$. Para atingir esta especificação, são sintonizados os parâmetros do filtro do controlador RMPC como: $\alpha = 0.87$ e $\beta = -0.96$, em que β é escolhido para compensar um pólo não desejado de $H(z)$ e α para alcançar o grau de robustez desejado. O diagrama de Nyquist deste controlador mostrando a máxima sensibilidade é ilustrado na Figura 5.11.

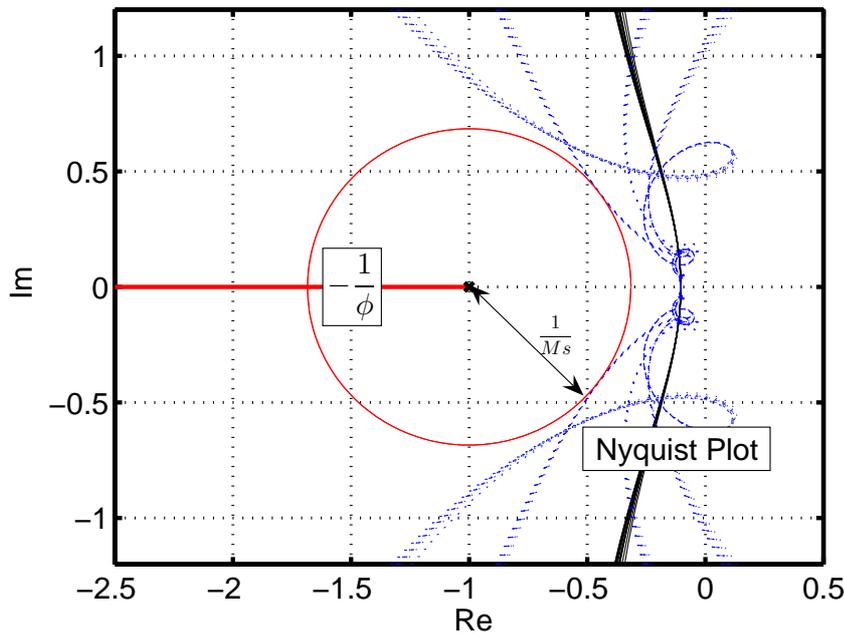


Figura 5.10: Diagrama de Nyquist de $L(e^{j\omega})$ considerando incertezas no ganho e variações de $\pm 10s$ no atraso e a estratégia MPC

As Figuras 5.12 e 5.13 mostram o digrama de Nyquist para o caso hipotético em que o atraso varia $\pm 100\%$. Neste caso, a robustez do controlador proposto é evidentemente melhor à do MPC. A máxima sensibilidade do MPC é $M_s = 4$ e a do controlador proposto RMPC é $M_s = 1.3$.

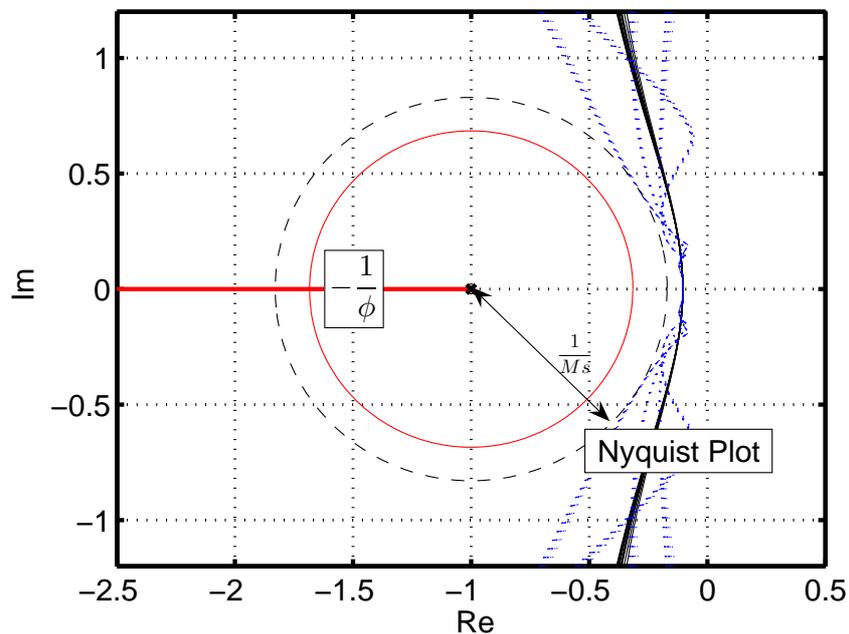


Figura 5.11: Diagrama de Nyquist de $L(e^{j\omega})$ considerando incertezas no ganho e variações de $\pm 10s$ no atraso e a estratégia RMPC.

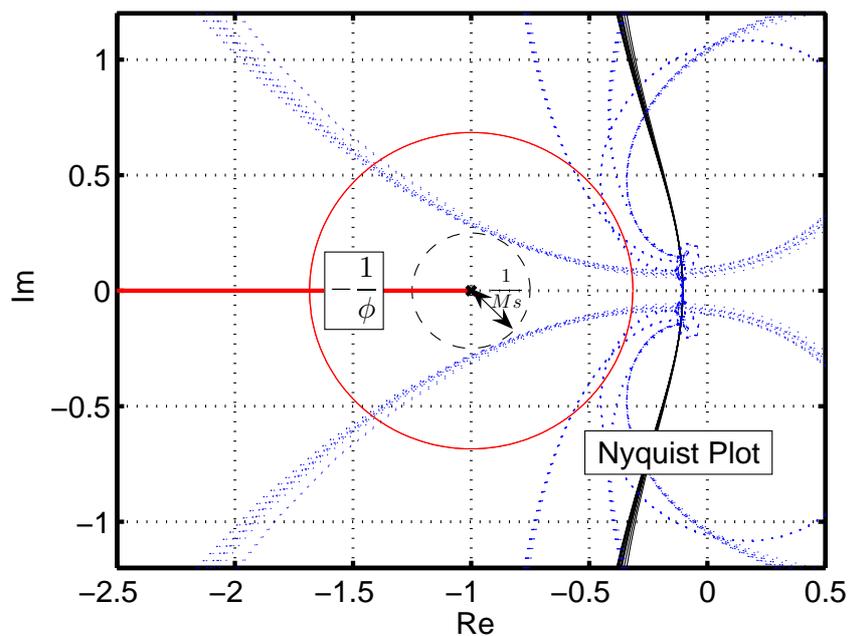


Figura 5.12: Diagrama de Nyquist de $L(e^{j\omega})$ considerando incertezas no ganho e variações de $\pm 25s$ no atraso e a estratégia MPC.

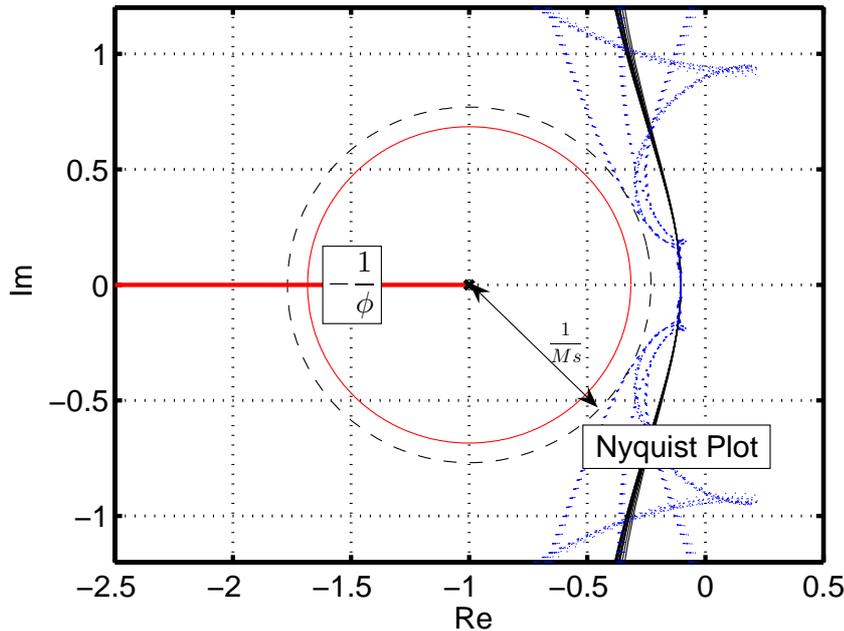


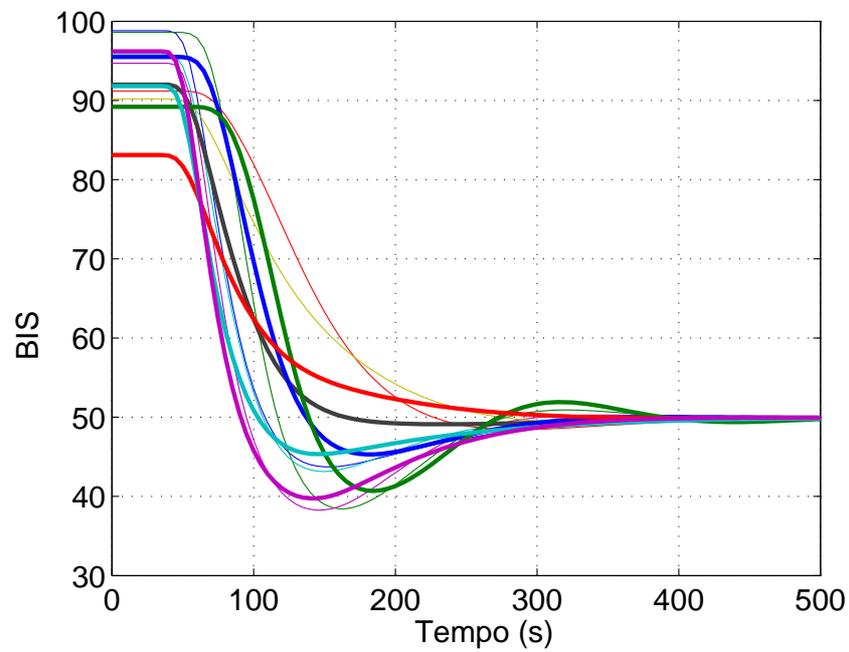
Figura 5.13: Diagrama de Nyquist de $L(e^{j\omega})$ considerando incertezas no ganho e variações de $\pm 25s$ no atraso e a estratégia RMPC.

5.6.2 Simulações de malha fechada

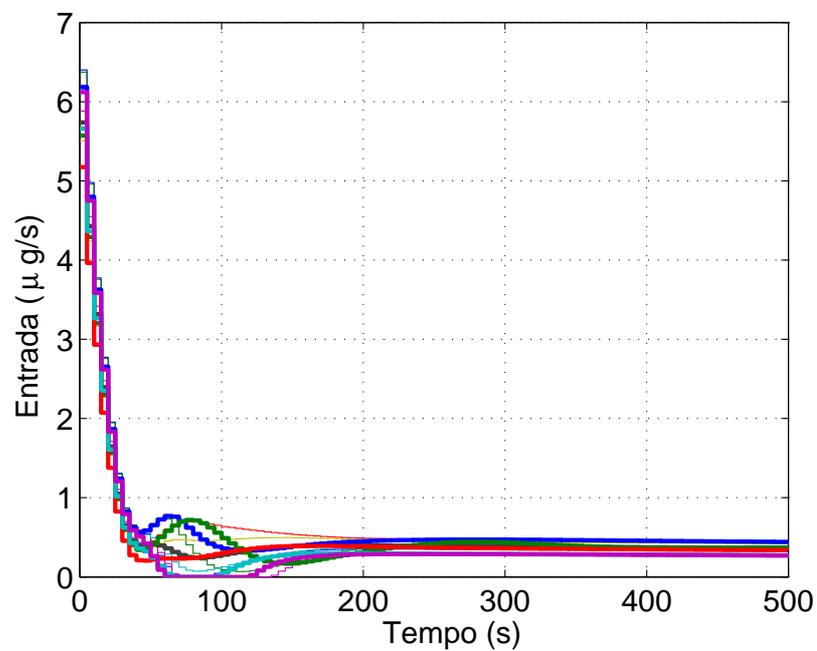
Para mostrar as vantagens do controlador RMPC sobre o MPC, é realizado um estudo comparativo por meio de simulações.

As Figuras 5.14 e 5.15 mostram as simulações de malha fechada em que a variável controlada é o BIS e a manipulada a injeção do Propofol. Assume-se que o atraso do modelo é de 25 s e o atraso dos pacientes 35s (erro de +10 s). O desempenho da resposta em malha fechada sobre o conjunto dos pacientes é afetado devido a inter e intra-variações nos parâmetros como também devido ao erro no atraso. O tempo de estabelecimento tem sido definido como o tempo que o controlador demora em alcançar a referência (50 BIS) e permanecer dentro de limites aceitáveis do ponto de vista clínico (40; 60). Pode ser observado que a estratégia RMPC necessita 190s e a estratégia MPC 238s para alcançar o BIS desejado e permanecer dentro de limites seguros. Observa-se também que o sobre-sinal no pior caso do RMPC é 23.5% e do MPC 35%, respectivamente.

As Figuras 5.16 e 5.17 mostram a resposta em malha fechada do sistema para as estratégias MPC e RMPC, respectivamente, sob perturbações estocásticas na saída dos pacientes, estas perturbações representam o efeito da intervenção cirúrgica e perda de sangue. Em ambos os casos, as respostas em malha fechada são muito próximas. Por

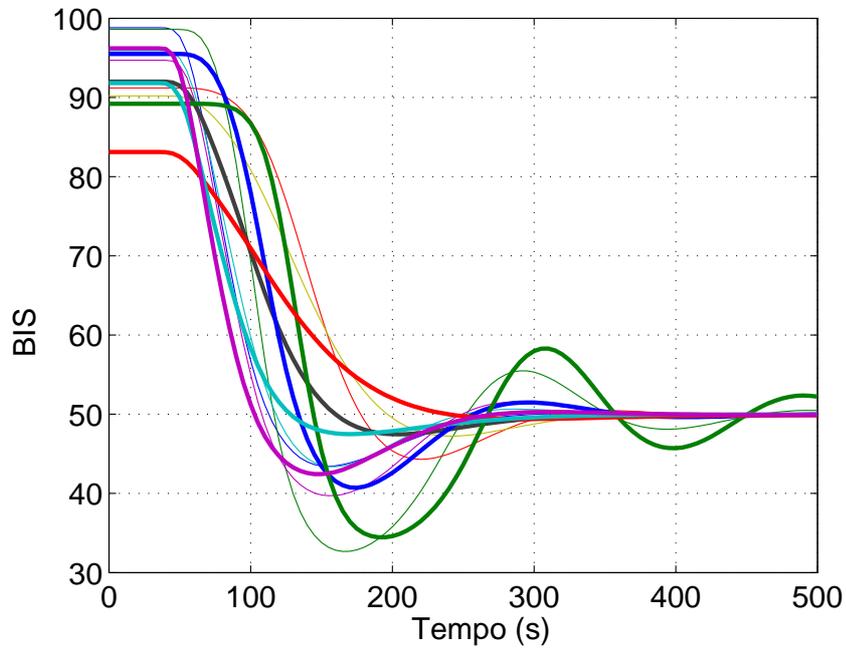


(a) variável controlada: BIS

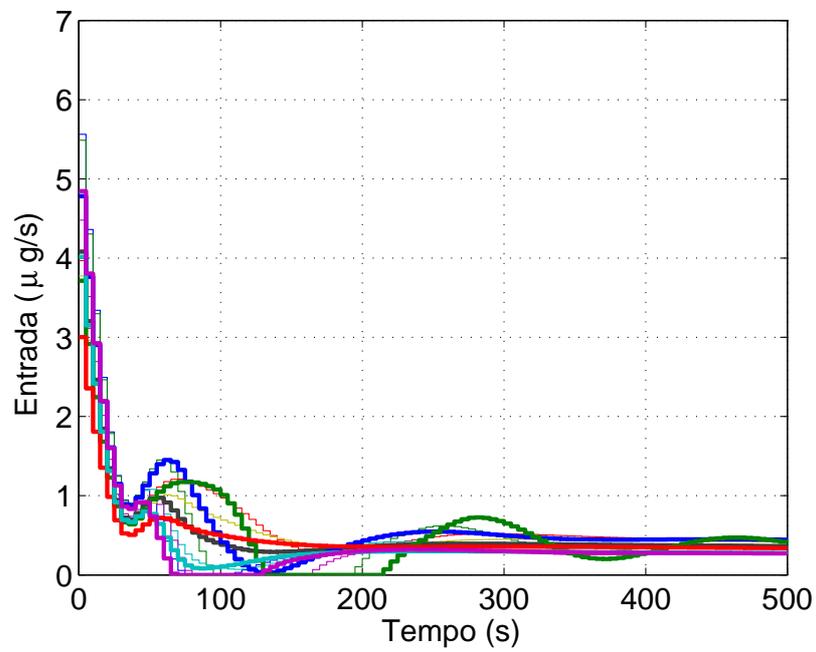


(b) variável manipulada: administração de Propofol

Figura 5.14: Resposta de malha usando a estratégia RMPC



(a) variável controlada: BIS



(b) variável manipulada: administração de Propofol

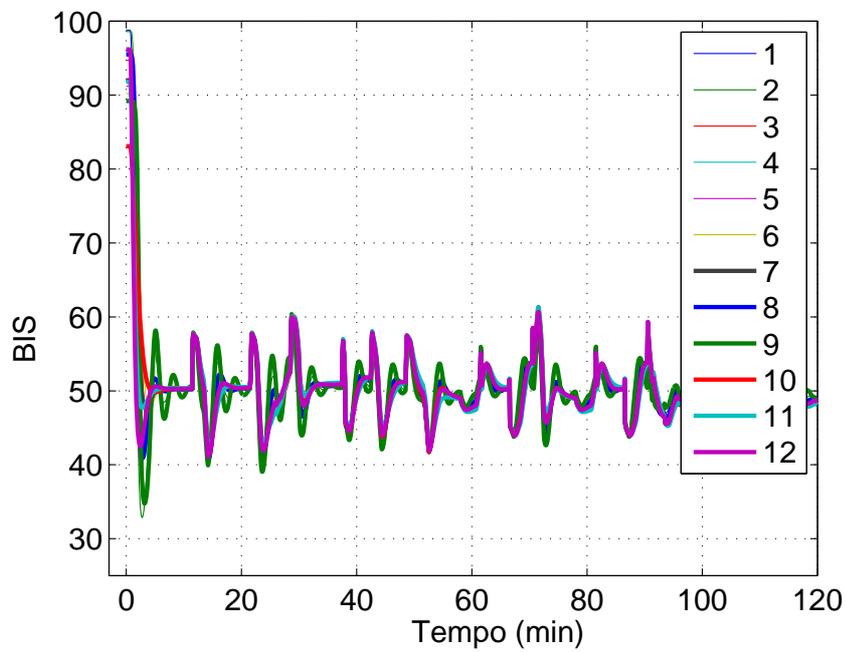
Figura 5.15: Resposta de malha usando a estratégia MPC

exemplo, a media da relação entre o erro quadrático de ambas as estratégias é:

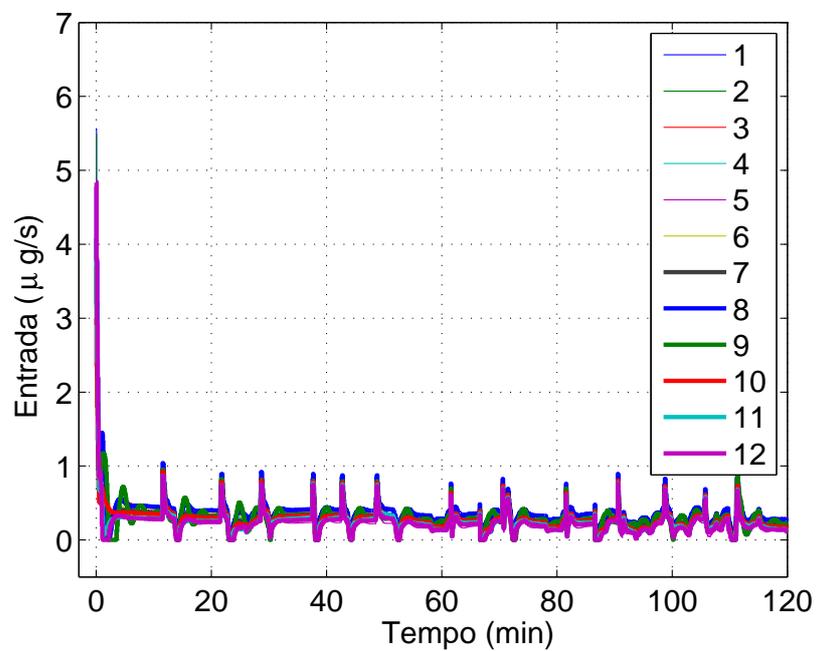
$$\frac{IQ_{MPC}}{IQ_{RMPC}} = \frac{\sum_{k=0}^{1440} (BIS_{MPC}(k) - 50)^2}{\sum_{k=0}^{1440} (BIS_{RMPC}(k) - 50)^2} = 0.995.$$

Para efeitos de comparação também foi usado o controlador RUGLOOP (Struys et al. 2001), que foi desenvolvido em parceria entre a companhia DEMED e o departamento de Anestesiologia da Universidade de Ghent (Bélgica) para injetar drogas a pacientes durante cirurgia. O cálculo do algoritmo RUGLOOP é baseado em dois passos fundamentais: a) para compensar a não linearidade do BIS, o algoritmo estima a concentração do Propofol no compartimento de efeito C_e baseado no modelo nominal do paciente e usando técnicas de identificação; b) esta concentração estimada C_e é usada como entrada para um controlador PID que calcula a quantidade de Propofol que deve ser injetado.

Foi calculada a relação do índice quadrático meio da resposta usando o algoritmo RMPC e o RUGLOOP: $\frac{IQ_{RMPC}}{IQ_{RUGLOOP}} = 0.61$, o qual confirma um melhor desempenho do RMPC.

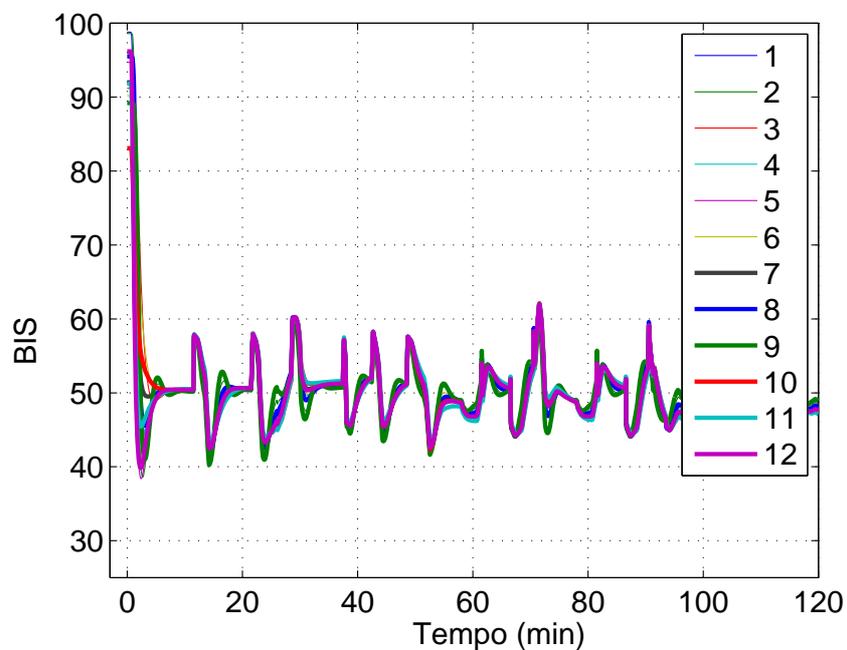


(a) variável controlada: BIS

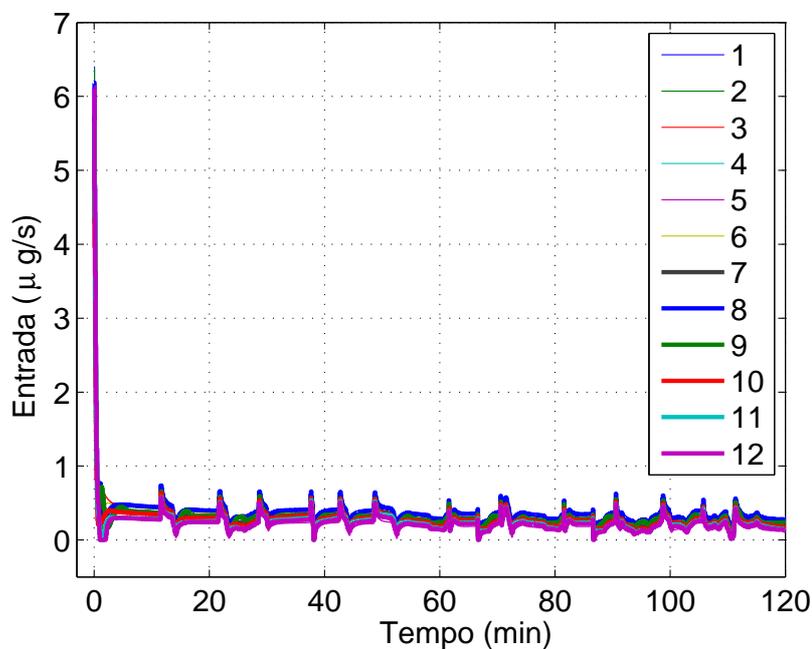


(b) variável manipulada: injeção do Propofol

Figura 5.16: Resposta de malha fechada da estratégia RMPC



(a) variável controlada: BIS



(b) variável manipulada: injeção do Propofol

Figura 5.17: Resposta de malha fechada da estratégia MPC

5.7 Conclusões

Como comentário geral, os ajustes dos parâmetros do controlador RMPC são simples e intuitivos. O número de parâmetros de ajuste foi reduzido fixando $N_u = 1$ e $\lambda = 0$ e restando apenas N e α como parâmetros de ajuste para alcançar algumas especificações de desempenho e robustez. Do ponto de vista de uso clínico, isto é muito importante, dado que pessoas não especialistas na área de controle, como é o caso dos anestesistas, podem ajustar os parâmetros do RMPC com um breve treinamento.

Capítulo 6

Conclusões

Esta tese é orientada principalmente a uma abordagem prática e robusta do controle preditivo para sistemas lineares e não lineares com atraso. Com este fim, foram estendidas soluções de MPC existentes na literatura para o caso de sistemas estáveis, integradores, instáveis e não lineares com atraso. Os resultados foram testados e mostram-se satisfatórios em exemplos de simulação propostos na literatura, aplicações biomédicas na área de anestesiologia e uma planta piloto do departamento Automação e Sistemas da UFSC.

As principais contribuições deste trabalho estão descritas na seqüência:

1. Foi proposta uma estratégia robusta de compensação de tempo morto para sistemas com atraso estáveis, integradores ou instáveis. Ainda foi proposta uma metodologia de escolha do período de amostragem para processos com atraso dominante. Parte destes resultados foram publicados no jornal “Journal of Process Control” (Torrico e Normey-Rico 2005a).
2. Uma vez que é importante que os algoritmos de MPC tenham garantia de estabilidade teórica, foi estendida a teoria de estabilidade de sistemas lineares da estratégia de controle preditivo CRHPC ao caso sistemas lineares com atraso, visando a melhora de robustez. Foi mostrada que as condições de estabilidade para sistemas com atraso não mudam se e é usado um preditor diferente, portanto foi proposto um preditor robusto o qual usa um filtro passa baixa que pode ser ajustado de forma simples para a obtenção da robustez desejada. Estes resultados foram publicados nos anais do “*décimo sexto congresso mundial, da IFAC*” (Torrico e Normey-Rico 2005b).
3. Foi proposto um algoritmo de MPC para sistemas integradores ou instáveis com

atraso, supondo que o sistema garante a estabilidade em malha fechada. Este algoritmo foi estendido do SPGPC que melhora as propriedades de robustez do GPC para sistemas com atraso, mas não é aplicável ao caso sistemas integradores ou instáveis com atraso. O algoritmo proposto, define as condições que deve satisfazer o filtro do preditor robusto tanto para o caso de sistemas integradores quanto para o caso de sistemas instáveis com atraso. Os resultados desta estratégia de controle, foram publicados nos anais do “*XVI Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2006)*” realizada em Salvador-Bahia (Torricco e Normey-Rico 2006).

4. Foi realizada a extensão de uma técnica de controle não linear (NEPSAC) para melhorar a robustez do algoritmo original em caso de sistemas com atraso. Este algoritmo não se preocupa com as condições de estabilidade teóricas, mas se esta condição é satisfeita o sistema pode ser aplicado satisfatoriamente. As propriedades do algoritmo foram testadas numa planta piloto de laboratório. Resultados de este controlador, foram publicados nos anais do “*XV Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2004)*” realizado em Gramado-RS (Torricco e Normey-Rico 2004).
5. Finalmente, foi realizada uma aplicação na área da biomédica em colaboração com a universidade de Ghent e o hospital da mesma universidade na Bélgica. Especificamente a aplicação foi direcionada ao controle de dosagem de anestesia de pacientes durante cirurgia. Foram obtidos resultados que garantem estabilidade e robustez para um conjunto de modelos realistas de 12 pacientes. Os resultados foram comparados com uma estratégia desenvolvida pelo departamento de anestesia de Ghent, obtendo-se um melhor desempenho do algoritmo proposto. Foram escritos dois artigos relacionados a este tema, um foi aceito para sua publicação nos anais do “*European Control Conference 2007*” (Torricco et al. 2007b) e outro nos anais do “*7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems NOLCOS 2007*” (Torricco et al. 2007a)

Finalizando as conclusões pode-se dizer que quando se trata de controlar sistemas com atraso, têm sido abordadas muitas soluções na literatura pelos DTC preocupando-se principalmente com o desempenho e a robustez. Essas propriedades foram utilizadas para o melhor entendimento dos MPC quando utilizados em plantas com atraso, o que permitiu propor soluções adequadas para melhorar a robustez dos MPC, mantendo suas características atrativas no caso nominal.

Como perspectivas de trabalhos futuros podem-se citar:

1. Consolidar teoricamente, resultados práticos e eficientes de controle preditivo para sistemas com atraso, os quais foram desenvolvidos nesta Tese. No aspecto prático foi fundamental o uso de estruturas de preditor diferente, como é o caso do preditor de Smith filtrado, para o ajuste da relação desempenho–robustez. Mesmo que, na literatura, já existem muitos resultados de estabilidade e de robustez para o caso de controladores preditivos sem atraso, os resultados são pouco eficientes e pouco práticos para processos com atraso, devido ao fato de que a ordem dos modelos cresce em função do atraso. Por outro lado, a análise teórica, com a inclusão de estruturas de preditores diferentes não é trivial.
2. Estender os resultados particulares de estabilidade para processos estáveis com atraso e não linearidade do tipo saturação, estudados nesta tese, para outros casos de não linearidades e para processos instáveis com atraso.
3. Na área de Anestesia o estudo de modelos mais realistas que considerem todas as drogas aplicadas aos pacientes durante cirurgia com a implementação da estratégia MPC usando estes modelos.

Referências Bibliográficas

- Absalom, A. e Struys, M. (2005). *An overview of TCI & TIVA*, Academia press.
- Ansary, P. e Wertz, V. (1997). Model uncertainties in gpc: a systematic two-step design, *Proc. of the ECC 97*, Bruxelles.
- Astrom, K. e Haggglund, T. (1995). *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*, Instrument Society of America.
- Astrom, K., Hang, C. e Lim, B. (1994). A new Smith predictor for controlling a process with a integrator and long dead-time, *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**(2): 343–345.
- Bailey, J. M. e Haddad, W. M. (2005). Drug dosing control in clinical pharmacology, *IEEE Control Systems Magazine* **25**(2): 35–51.
- Biegler, L. T. (1998). Advances in nonlinear programming concepts for process control, *Journal of Process Control* **8**(5): 301–311.
- Boltzmann, L. (1874). Zur theorie der elastischen nachwirkung, *Sitz. Kgl. Akad. Wiss. Wien (Math-Naturwiss Klasse)* **70**: 275–306.
- Camacho, E. F. e Bordons, C. (2004). *Model Predictive Control*, Springer Verlag.
- Chen, H. e Allgöwer, F. (1996). A quasi-infinite horizon nonlinear model predictive control scheme for constrained nonlinear systems, *Proceedings of 16th Chinese Control Conference*, Qindao.
- Chen, W., Ballance, D. J. e Gawthrop, P. J. (1999). Generalised predictive control and optimal dynamical inversion control, *Proceedings of 14th IFAC World Congress* p. 415–420.
- Clarke, D., FEng e Scattolini, R. (1991). Constrained receding-horizon predictive control, *IEE Proceedings-D* **138**(4): 347–354.

- Clarke, D. e Mothadi, C. (1989). Properties of generalized predictive control, *Automatica* **25**(6): 859–875.
- Clarke, D., Mothadi, C. e Tuffs, P. (1987). Generalized Predictive Control. Part I The Basic Algorithm and Part II Extensions and Interpretations, *Automatica* **23**(2): 137–160.
- Curatolo, M., Derighetti, M., Petersen-Felix, S., Feigenwinter, P., Fisher, M. e Zbinden, A. (1996). Fuzzy logic control of inspired isoflurane and oxygen concentrations using minimal flow anesthesia, *British J of Anesthesia* **76**: 245–250.
- Cutler, C. e Ramaker, B. (1979). Dynamic matrix control- a computer control algorithm, *AIChE National Meeting*, Houston, TX.
- De Keyser, R. (2003). Model based predictive control, *Invited Chapter in UNESCO Encyclopedia of Life Support Systems (EoLSS)*, article 6.43.16.1 p. 30.
- De Keyser, R. e Donald III, J. (2005). Application of the nepsac nonlinear predictive control strategy to a semiconductor reactor, *Preprints of the NMPC05: International Workshop on Assessment and Future Directions of Nonlinear Model Predictive Control* p. 407–417.
- Dutra, C. B. S. (2003). *Controle Preditivo Multiobjetivo para Processos com Atraso*, Tese de Doutorado, Depto. de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Goodwin, G. e Sin, K. (1984). *Adaptive filtering prediction and control*, Prentice Hall.
- Greenhow, S. G., Linkens, D. A. e Asbury, A. J. (1993). Pilot study of an expert system adviser for controlling general anesthesia, *British J of Anesthesia* **71**: 359–365.
- Haddad, W. M., Hayakawa, T. e Bailey, J. M. (2003). Nonlinear adaptive control for intensive care unit sedation and operating room hypnosis, *American Control Conference*, V. 2, p. 1808–1813.
- Hagglung, T. (1996). An industrial dead-time compensating PI controller, *Control Engineering Practice* **4**(6): 749–756.
- Hang, C. C., Wang, Q.-G. e Yang, X.-P. (2003). A modified smith predictor for a process with an integrator and long dead time, *Ind. Eng. Chem. Res.* **42**(3): 484–489.
- Hernandez, E. e Arkun, Y. (1991). A nonlinear dmc controller: Some modelling and robustness considerations, *Proceedings of the American Control Conference*, Boston.

- Huang, J. W., Lu, Y. Y., Nayak, A. e Roy, R. (1999). Depth of anesthesia estimation and control, *IEEE Transaction in Biomedical Engineering* **46**(1): 71–81.
- Keerthi, S. S. e Gilbert, E. G. (1988). Optimal infinite-horizon feedback laws for a general class of constrained discrete-time systems: stability and moving-horizon approximations, *J. Optim. Theory Appl.* **57**(2): 265–293.
- Kenny, G. N. e Mantzaridis, H. (1999). Closed-loop control of propofol anesthesia, *British J of Anesthesia* **83**(2): 223–230.
- Kerrigan, E. C. (2000). *Robust Constraint Satisfaction: Invariant Sets and Predictive Control*, Tese de Doutorado, Control Group, Department of Engineering, University of Cambridge.
- Keyser, R. D. e Cuawenberghe, A. (1985). Extended prediction self adaptive control, *IFAC Simp. on Ident. and Syst. Parameter Estimation*, York, p. 1317–1322.
- Keyser, R. D. e Lazar, M. (2003). A ‘gent’-le approach to nonlinear predictive control, *Plenary Paper in the ACA-Congress of the Automatic Control Association*, Medellin - Colombia.
- Khalil, H. K. (2002). *Nonlinear Systems*, Prentice Hall.
- Kouvaritakis, B., Cannon, M. e Rossiter, J. A. (1999). Non-linear model based predictive control, *International Journal of Control* **72**(10): 919–928.
- Kouvaritakis, B., Rossiter, J. e Chang, A. (1992). Stable generalized predictive control, *IEE-D.* **139**: 349–362.
- Lee, J., Morari, M. e Garcia, C. (1994). State space interpretation of Model Predictive Control, *Automatica* **30**(4): 707–714.
- Liu, T., Cai, Y. Z., Gu, D. Y. e Zhang, W. D. (2005). New modified smith predictor scheme for integrating and unstable processes with time delay, *IEE Proc. Control Theory Appl.* **152**(2): 238–246.
- Magni, L. (2003). Editorial of the special issue on control of nonlinear systems with model predictive control, *International Journal of Robust and Nonlinear Control* **13**: 189–190.
- Magni, L. e Scattolini, R. (2004). Stabilizing model predictive control of nonlinear continuous time systems, *Annual Reviews in Control* **28**(1): 1–11.
- Mainland, P., Lee, B., Short, T. G., Morley, A. e Derrick, J. (2000). Closed loop control of anesthesia: an assessment of the bispectral index as the target of control, *Anesthesia* **55**: 953–959.

- Marruedo, D. L. (2002). *Control Predictivo de Sistemas no Lineales con Restricciones Estabilidad y Robustez*, Tese de Doutorado, Escuela Sup. de Ingenieros, Univ. de Sevilla.
- Matausek, M. e Micic, A. (1996). A modified smith predictor for controlling a process with a integrator and long dead-time, *IEEE Transactions on Automatic Control* **41**(8): 1199–1203.
- Mayne, D. (2000). Nonlinear model predictive control: Challenges and opportunities, *F. Algower & A. Zheng, eds, "Nonlinear Model Predictive Control", Birkhauser*, p. 23–44.
- Mayne, D. Q., Rawlings, J. B., Rao, C. V. e Sokaert, P. O. M. (2000). Constrained model predictive control: Stability and optimality, *Automatica* **36**: 789–814.
- Michalska, H. e Mayne, D. Q. (1993). Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems, *IEEE Trans. On Automatic Control* **38**(11): 1623–1633.
- Morari, M. e Zafiriou, E. (1989). *Robust Process Control*, Prentice Hall.
- Normey-Rico, J., Bordons, C. e Camacho, E. (1997). Improving the robustness of dead-time compensating PI controllers, *Control Engineering Practice* **5**(6): 801–810.
- Normey-Rico, J. e Camacho, E. (1999a). Robust tuning of dead-time compensators for processes with an integrator and long dead-time, *IEEE Transactions on Automatic Control* **44**(8): 1597–1603.
- Normey-Rico, J. e Camacho, E. (1999b). Robustness effects of a prefilter in smith predictor based generalised predictive controller, *IEE Proceedings, Control Theory and Applications* **146**(2): 179–185.
- Normey-Rico, J. e Camacho, E. (2002). A unified approach to design dead-time compensators for stable and integrative processes with dead-time, *IEEE Transactions on Automatic Control* **47**(2): 299–305.
- Normey-Rico, J. E. (1999). *Prediction for Control*, Tese de Doutorado, Escuela Sup. de Ingenieros, Univ. de Sevilla.
- Normey-Rico, J. E. e Camacho, E. F. (2007). *Control of Dead-time Processes*, Springer Verlag.
- Normey-Rico, J. E. e Merino, A. (2005). Robust dead-time compensation of a evaporation process in sugar production, *proceedings of the 16th IFAC World Congress*

- O'Hara, D., Bogen, D. e Noordergraaf, A. (1992). The use of computers for controlling the delivery of anesthesia, *Anesthesiology* **77**: 563–581.
- Palmor, Z. (1996). *The Control Handbook: Chapters 10.8-10.10*, CRC Press and IEEE Press.
- Petersen-Felix, S., Hacisalihzade, S., Zbinden, A. M. e Feigenwinter, P. (1995). Arterial pressure control with isoflurane using fuzzy logic, *British J of Anesthesia* **74**: 66–72.
- Picard, E. (1907). La mécanique classique et ses approximations successives, *Rivista di Scienza* **1**: 4–15.
- Qin, S. J. e Badgwell, T. A. (2003). A survey of industrial model predictive control technology, *Control Engineering Practice* **11**: 733–764.
- Richalet, J., Rault, A., J.L.Testud e Papon, J. (1976). Algorithm control for industrial processes, *Proc. 4th IFAC Symp. on Identification and System Parameter Estimation*, Tbilisi, URSS.
- Robinson, T. e Clarke, D. (1991). Robustness effects of a prefilter in receding-horizon predictive control, *IEE-D* **138**: 2–8.
- Ross, R. (1911). *The prevention of Malaria*, 2nd ed. London: John Murray.
- Rossiter, A., Gossner, J. e Kouvaritakis, B. (1996). Infinite horizon stable predictive control, *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(10): 1522–1527.
- Rossiter, J. e Kouvaritakis, B. (1994). *Advances in Model-Based Predictive Control, chapter Advances in Generalized and Constrained Predictive Control*, Oxford University Press.
- Schoen, G. M. (1995). *Stability and Stabilization of Time-Delay Systems*, Tese de Doutorado, Swiss Federal Institute of Technology Zurich.
- Sokaert, P. e Clarke, D. (1994). *Advances in Model-Based Predictive Control, chapter Stability and Feasibility in Constrained Predictive Control*, Oxford University Press.
- Sharpe, F. R. e Lotka, A. J. (1923). Contribution to the analysis of malaria epidemiology iv: Incubation lag, *Supplement to the American Journal of Higiene* **3**: 96–112.
- Smith, O. J. M. (1957). Closed control of loops with dead-time, *Chem. Eng. Progress* **53**: 217–219.

- Struys, M., De Smet, T., Versichelen, L., Van de Velde, S., Van den Broecke, R. e Mortier, E. (2001). Comparison of closed loop controlled administration of propofol using bispectral index as the controlled variable versus standard practice controlled administration, *Anesthesiology* **95**: 6–17.
- Struys, M., Vereecke, H., Moerman, A., Jensen, E., Verhaeghen, D., Neve, N. D., Dumortier, F. e Mortier, E. (2003). Ability of the bispectral index, autoregressive modelling with exogenous input-derived auditory evoked potentials, and predicted propofol concentrations to measure patient responsiveness during anesthesia with propofol and remifentanyl, *Anesthesiology* **99**: 802–814.
- Takatsu, H., Itoh, T. e Araki, M. (1998). Future needs for the control theory in industries-report and topics of the control technology survey in the japanese industry, *Journal of Process Control* **8**(5-6): 369–374.
- Tian, Y.-C. e Gao, F. (1999). Control of integrator processes with dominant time delay, *Ind. Eng. Chem. Res.* **38**(8): 2979–2983.
- Ting, C. H., Arnott, R. H., Linkens, D. A. e Angel, A. (2004). Migrating from target-controlled infusion to closed-loop control in general anesthesia, *Computer methods and programs in biomedicine* **75**: 127–139.
- Torrico, B. C. (2003). *Controladores discretos de dois graus de liberdade para processos com atraso*, Dissertação de mestrado, Depto. de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Torrico, B. C., De Keyser, R., Ionescu, C. e Normey-Rico, J. (2007a). Predictive control with robust dead-time compensation: application to drug dosing during anesthesia, *7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems NOLCOS 2007*.
- Torrico, B. C., De Keyser, R., Ionescu, C. e Normey-Rico, J. (2007b). Robust predictive control of drug dosing during anesthesia, *European Control Conference*.
- Torrico, B. C. e Normey-Rico, J. E. (2004). Controle preditivo de sistemas não lineares com atraso, *XV Congresso brasileiro de automática*.
- Torrico, B. C. e Normey-Rico, J. E. (2005a). 2dof discrete dead-time compensators for stable and integrative processes with dead-time, *Journal of Process Control* **15**(3): 341–352.
- Torrico, B. C. e Normey-Rico, J. E. (2005b). Robust constrained horizon predictive controller for dead time systems, *16th IFAC World Congress*.

- Torrico, B. C. e Normey-Rico, J. E. (2006). Robust mpc tuning for integrative and unstable processes with dead-time, *XVI Congresso brasileiro de automática* .
- Volterra, V. (1927). Variazioni et fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi, *R. Cornitato Talossografico Memoria* **131**: 1–142.
- Watanabe, K. e Ito, M. (1981). A process-model control for linear systems with delay, *IEEE Transactions on Automatic Control* **26**(6): 1261–1269.
- Ydstie, B. (1984). Extended horizon adaptive control, *9th IFAC World Congress*, Budapest, Hungary.
- Yoon, T. e Clarke, D. (1995). Observer design in receding-horizon control, *Int. Journal of Control* **2**: 171–191.
- Zhang, W. D. e Sun, Y. X. (1996). Modified smith predictor for controlling integrator/time delay processes, *Ind. Eng. Chem. Res.* **35**: 2769–2772.
- Zhong, Q. e Normey-Rico, J. (2002). Control of integral processes with dead-time. Part 1: Disturbance observer-based 2 DOF control scheme , *Control Theory and Applications, IEE Proceedings* **149**(4): 285–290.