

Marcelo Dallagnol Alloy

*Revisitando as Estrelas de Nêutrons:  
Incluindo Rotação e  
Cargas Elétricas*

Florianópolis

2007

Marcelo Dallagnol Alloy

*Revisitando as Estrelas de Nêutrons:  
Incluindo Rotação e  
Cargas Elétricas*

Dissertação submetida ao Curso de Pós Gra-  
duação em Física da Universidade Federal de  
Santa Catarina para a obtenção do grau de  
MESTRE EM FÍSICA

Orientadora Dr.<sup>a</sup> Débora Peres Menezes

MESTRADO EM FÍSICA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Florianópolis

2007

Dissertação de Mestrado sob o título *Revisitando as Estrelas de Nêutrons: incluindo rotação e cargas elétricas*, defendida por Marcelo Dallagnol Alloy e aprovada em xx de xxxx de 2007, em Florianópolis, Estado de Santa Catarina, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

Prof. Dr.<sup>a</sup> Débora Peres Menezes  
Orientadora e Coordenadora da Pós  
Graduação

Prof. Dr. Marcelo Chiapparini  
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Sidney dos Santos Avancini  
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Marcus Benghi Pinto  
Universidade Federal de Santa Catarina

*A meus pais,  
cujo exemplo de honestidade e trabalho  
tem sido um norteador para a minha vida,  
e para Flávia, que tem  
me dado apoio nos momentos mais difíceis  
e mostrado a simplicidade de ter esperança.*

# *Agradecimentos*

- A Deus.
- A professora Dr.<sup>a</sup> Débora Peres Menezes, pela orientação e incentivo.
- Aos meus Pais que sempre me apoiaram em todos os sentidos.
- A Flávia Postalli, com quem aprendi muito e continuo aprendendo lições de caráter, humildade e perseverança.
- Ao meu grande amigo Marcos Alexandre Boldt pelo apoio e incentivo em tempos difíceis de minha vida.
- Aos meus amigos Alexandre Zobot, Diogo Siebert, Rafael Camargo, Ricardo Beck, Tiago Kroetz e Tiago Ribeiro pela amizade e companheirismo.
- A todos os professores do Departamento de Física que, de alguma forma, contribuíram para minha formação e, conseqüentemente, para o desenvolvimento deste trabalho.
- Gostaria de agradecer ao Dr. Manuel Malheiro e a Dra. Constança Providência pelas sugestões e comentários durante a **X Hadron Physics** sobre o trabalho.
- Gostaria de agradecer a todos os que colaboram para o desenvolvimento e aperfeiçoamento da biblioteca GSL (Gnu Scientific Library).
- Ao CNPQ pelo apoio financeiro, sem o qual não seria possível a execução deste trabalho.

*“A geometria do espaço-tempo não é dada;  
ela é determinada pela matéria e seu movimento.”*

***Wolfgang Pauli***

# *Sumário*

**Resumo**

**Abstract**

<b>Introdução</b>	p. 11
<b>1 Estrelas de Nêutrons em Rotação</b>	p. 15
1.1 A Equação de Estado . . . . .	p. 17
1.2 O método de Hartle-Thorne . . . . .	p. 18
1.2.1 As equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff . . . . .	p. 18
1.2.2 Frequência de arraste do referencial inercial local . . . . .	p. 20
1.2.3 Momento Angular e Momento de Inércia . . . . .	p. 23
1.2.4 A perturbação na métrica . . . . .	p. 25
1.2.5 A deformação de monopolo . . . . .	p. 26
1.2.6 A deformação de quadrupolo . . . . .	p. 28
1.3 Método de resolução . . . . .	p. 29
<b>2 Resultados para estrelas de Nêutrons em rotação</b>	p. 30
<b>3 Estrelas de Nêutrons Eletricamente Carregadas</b>	p. 34
3.1 Formalismo . . . . .	p. 35
3.2 O Campo elétrico e a carga total da estrela . . . . .	p. 37
3.3 A massa da estrela . . . . .	p. 38
3.4 A equação de equilíbrio hidrostático . . . . .	p. 38

3.5	Método de resolução . . . . .	p. 39
<b>4</b>	<b>Resultados para estrelas compactas eletricamente carregadas</b>	p. 41
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	p. 51
<b>6</b>	<b>Perspectivas Futuras</b>	p. 54
	<b>Referências</b>	p. 55
	<b>Apêndice A – Modelos nucleares relativísticos</b>	p. 58
A.1	O modelo Nambu-Jona-Lasinio . . . . .	p. 58
A.2	O modelo de sacolas do MIT . . . . .	p. 59
A.3	O modelo não linear de Walecka . . . . .	p. 60
A.4	Neutralidade da carga e equilíbrio químico . . . . .	p. 64
	<b>Apêndice B – A constante <math>f</math></b>	p. 65
	<b>Apêndice C – Os modelos O, P, Q, R</b>	p. 66



# *Resumo*

Neste trabalho investigamos possíveis variações no movimento e na constituição de estrelas de nêutrons: a inclusão da rotação em contraposição a estrelas estáticas e a inclusão de carga elétrica em contraposição a estrelas neutras. Os cálculos são feitos separadamente. Na primeira parte usamos o método proposto por Hartle e Thorne para calcular as propriedades de estrelas de nêutrons em rotação. Na segunda parte estudamos o efeito da carga elétrica nas estrelas de nêutrons assumindo que a distribuição de carga é proporcional a densidade de energia numa proposta ingênua.

Em ambos os estudos torna-se necessário rever as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff, obtidos originalmente para descrever estrelas homogêneas e estáticas.

Todos os cálculos foram efetuados a partir de equações de estado derivadas de modelos nucleares relativísticos para temperatura zero e também para entropias fixas.

# *Abstract*

In the present work we investigate two possible variations on the usual static and electrically neutral pulsars: the inclusion of rotation and the inclusion of electric charge. The calculations are done separately. In the first part we use a formalism proposed by Hartle and Thorne to calculate the properties of rotating pulsars. In the second part we study the effect of electric charge in pulsars assuming that the charge distribution is proportional to the energy density. All calculations were performed for zero temperature and fixed entropy equations of state.

For both studies a review of the Tolman-Oppenheimer-Volkoff equations, originally obtained to describe static and homogeneous stars was necessary.

All calculations were performed with equations of state derived from relativistic nuclear models at zero temperature and fixed entropies.

# *Introdução*

Em 1967, a astrônoma irlandesa Jocelyn Bell Burnell descobriu acidentalmente um objeto celeste na nebulosa de caranguejo que emitia vibrações regulares de ondas de rádio. Posteriormente mais destes sinais foram descobertos, com períodos diferentes, e vindos de diferentes zonas do universo. Os emissores de tais sinais foram denominados pulsares. Acredita-se que um pulsar seja o resultado da morte de uma estrela massiva ( $> 8M_{\odot}$ , onde  $M_{\odot}$  é a massa do sol), que colapsou e explodiu liberando uma enorme quantidade de energia. A todo instante, a estrela está sob ação de um constante “cabo de guerra”; de um lado, a força gravitacional, atuando de fora para dentro da estrela; do outro, o gradiente de pressão interna do gás, atuando de dentro para fora. Do resultado deste “cabo de guerra”; temos expansão, contração ou equilíbrio hidrostático, conforme o gradiente de pressão for maior, menor ou igual à força gravitacional, respectivamente. Desta forma, existe contração estelar quando a pressão interna do gás é insuficiente para contrabalançar a força gravitacional, como é o caso de estrelas com massa superior à massa de Chandrasekhar que é de  $1.4 M_{\odot}$ . A massa de Chandrasekhar é a massa máxima que uma estrela do tipo anã branca pode ter sem colapsar devido a atração gravitacional. A contração transforma-se em colapso, quando a escala de tempo da contração passa a ser da ordem do tempo de queda livre do sistema, que é proporcional a  $(R^3/2GM)^{1/2}$ , onde  $R$  é o raio da estrela,  $M$  é a massa da estrela e  $G$  é a constante de gravitação. No caso de pré-supernova de massa  $M \sim 2M_{\odot}$  e raio  $R \sim 10^2 km$ , o tempo de queda livre é  $\sim 10^{-3}s$ . A energia liberada pelo colapso ejeta parte da massa da estrela, criando o evento que é conhecido por *explosão de supernova tipo II* e que assinala a morte catastrófica da estrela. A explosão da supernova tipo II deixa, atrás de si, um objeto remanescente denso que se transforma em um pulsar ou se colapsa para formar um buraco negro.

A massa de um pulsar fica em torno de  $1 - 2M_{\odot}$ , seu raio é da ordem de 10 km, inicialmente tem uma temperatura da ordem de  $10^{11}K$  e em poucos dias resfria-se para uma temperatura de  $10^{10}K$  pela emissão de neutrinos. Teoricamente, pulsares são estrelas de nêutrons com altíssimas velocidades de rotação e com campos magnéticos muito fortes. Nos primeiros modelos propostos para descrever uma estrela de nêutrons, usava-se um gás de partículas não interagentes. A hipótese que os nêutrons constituintes de uma estrela de nêutrons podem ser tratados como um gás de Fermi sem interações não é razoável: o efeito da força forte precisa ser levado em conta. Além disso, sabe-se que há mais constituintes do que simplesmente nêutrons. A constituição física das pulsares é uma fonte de especulação, sendo que uma das possibilidades é a presença de híperons [1, 2, 3], uma fase mixa de híperons e quarks [4, 5, 6, 7, 8], uma fase de quarks desconfinados ou condensados de píons e kaons [9]. Outra possibilidade seria a de que pulsares são estrelas de quarks [10]. Em modelos convencionais, assume-se que o estado fundamental da força nuclear forte é composto de hádrons (nêutrons, prótons,...). Contudo, já foi discutido [11, 12, 13, 14, 15] que a matéria estranha (ou quarkônica) composta de quarks desconfinados  $u$ ,  $d$  e  $s$  pode ser o estado fundamental da interação forte a altas densidades. Em modelos estelares, a estrutura da estrela depende da equação de estado (EdE) do sistema, que é diferente em cada caso mencionado acima. Uma importante distinção que existe entre estrelas de quarks e estrelas de nêutrons convencionais é que as estrelas de quarks são auto-ligadas pela interação forte e pela força gravitacional, enquanto que as estrelas de nêutrons convencionais são ligadas exclusivamente pela força gravitacional. Isso permite que estrelas de quarks tenham velocidades de rotação superiores a estrelas de nêutrons convencionais [10, 15].

Uma vez escolhida uma EdE adequada, ela é usada como entrada para as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) [16]. As equações de TOV são derivadas das equações de Einstein para a métrica de Schwarzschild, ou seja, para uma estrela esférica e estática. Algumas propriedades da estrela como raio, massa gravitacional, massa bariônica e densidade central de energia são obtidas. Esses resultados são comparados com alguns

vínculos fornecidos pelos astrônomos e astrofísicos [17, 18] mostrando que algumas EdE são inapropriadas para descrever pulsares [5, 6, 9].

Por outro lado, os pulsares não são estrelas esféricas e muito menos estáticas. A rotação dos pulsares é evidenciado pelo alargamento Doppler de suas linhas espectrais [19]. A rotação quebra a simetria esférica da estrela devido ao achatamento polar, mas mantém a simetria axial. Assim sendo, as equações de TOV deixam de ser válidas. Hartle e Thorne desenvolveram um método que trata a rotação de uma estrela como uma perturbação [20]. No entanto, estudos feitos [21] mostraram que o método é válido para velocidades até um pouco acima das frequências de Kepler. Num trabalho recente [22], os resultados obtidos pela aproximação de Hartle-Thorne foram comparados com os resultados obtidos por um modelo numérico exato acessível na biblioteca numérica LORENE (Langage Objet pour la RElativité NumériquE). O resultado da comparação foi que o método de Hartle-Thorne é apropriado para a maioria das aplicações em astrofísica.

No capítulo 1 deste trabalho apresentaremos todas as equações derivadas do método de Hartle-Thorne. Inicialmente apresentaremos as equações de TOV que são válidas para estrela com velocidades de rotação nula. As soluções de TOV são necessárias porque, como já mencionado, a rotação é uma perturbação no método de Hartle-Thorne. Em seguida, apresentaremos o efeito da rotação da estrela sobre o espaço-tempo derivando uma equação diferencial cuja solução é a velocidade angular de arraste do referencial inercial. O momento angular e o momento de inércia são calculados a partir da velocidade angular de arraste do referencial inercial. Por fim, as correções de monopolo e quadrupolo serão apresentadas. Tais correções são importantes para o cálculo da massa, excentricidade, raio polar e raio equatorial da estrela em rotação.

No capítulo 2 deste trabalho apresentaremos os resultados obtidos por aplicar o método de Hartle-Thorne para um conjunto de EdE. Propriedades como massa máxima, raio equatorial, raio polar, densidade central, momento de inércia e excentricidade são calculadas. Em trabalhos anteriores [23, 24] muitas EdE foram utilizadas para calcular

configurações de estrelas em rotação, mas todas restritas a matéria hadrônica a temperatura zero. No entanto, apresentaremos neste capítulo resultados concernentes a todas as classes possíveis de pulsares (estrela hadrônica, estrela híbrida e estrela de quarks) para temperatura zero e para temperatura finita. É importante distinguir a EdE que leva em consideração os neutrinos ainda presos na estrela e a EdE que não leva em conta a presença dos neutrinos. Os cálculos feitos estão restritos ao segundo caso considerando o pulsar como uma estrela estável que esfria com o tempo. É importante notar também que a temperatura no interior estelar não é constante [8, 25], mas a entropia por bárion é. A razão de usarmos EdE com entropia fixa é levar em conta os efeitos da temperatura. A entropia máxima por bárion alcançada no caroço de uma estrela recém nascida fica em torno de 2 (em unidades da constante de Boltzmann) [26]. Os resultados obtidos são para EdE com  $S = 0$  ( $T = 0$ ), 1 e 2.

No capítulo 3 apresentaremos um formalismo que nos permite estudar o efeito da carga elétrica na estrutura de uma estrela estática. Incluindo o campo elétrico no tensor momento-energia e resolvendo as equações de campo de Einstein para a métrica de Schwarzschild obteremos as equações necessárias para resolver o problema. Veremos como calcular o campo elétrico, a carga elétrica total no interior da estrela, a massa da estrela e a equação de equilíbrio hidrostático. A inclusão da carga elétrica será feita *had hoc*, de um modo ingênuo. A principal motivação desta parte do trabalho, que é puramente acadêmico, uma vez que as EdE são construídas com a imposição de neutralidade de carga, é investigar os possíveis efeitos da carga elétrica na estrutura da estrela.

No capítulo 4 apresentaremos os resultados obtidos ao aplicar o formalismo do capítulo 3 para um conjunto de EdE supondo que a distribuição de carga no interior da estrela seja proporcional a densidade de energia. Propriedades como massa máxima, raio, densidade central e carga total são calculadas para todas as possíveis classes de pulsares eletricamente carregados. O principal enfoque do trabalho é o desenvolvimento de programas numéricos, e não a obtenção das EdE, obtidas de trabalhos anteriores. No último capítulo as principais conclusões são reforçadas.

# 1 *Estrelas de Nêutrons em Rotação*

Uma das variações possíveis no estudo de estrelas de nêutrons estáticas é a inclusão da rotação. A rotação da estrela é evidenciado pelo alargamento Doppler das linhas espectrais. Como exemplo, o sol gira com velocidade equatorial de  $2 \text{ km/s}$ . Outras estrelas chegam a ter altíssimas velocidades equatoriais que excedem  $400 \text{ km/s}$  [19]. O efeito da rotação na estrutura de estrelas relativísticas será o foco de interesse nesse capítulo.

Um importante efeito no espaço tempo causado pela rotação de estrelas é o arraste do referencial inercial local conhecido como efeito de Lense-Thirring e que afeta a estrutura interna de estrelas em rotação [19]. O efeito Lense-Thirring está ilustrado na figura 1, onde vemos que a partícula atraída do infinito sofre um desvio não previsto pela mecânica newtoniana. Na figura 1,  $\Omega$  é a velocidade angular da estrela medida por um observador no infinito e  $\omega(r)$  é a velocidade de arraste do referencial inercial. Outro importante efeito que a rotação causa é a quebra da simetria esférica devido ao achatamento nos pólos e assim temos um sistema com simetria axial. Levando em conta o fato que uma estrela relativística em rotação e o campo gravitacional criado por ela tem simetria axial, a geometria do espaço-tempo pode ser representada pela seguinte métrica [20]

$$ds^2 = e^{\nu(r,\theta)} dt^2 - e^{\lambda(r,\theta)} dr^2 - e^{\mu(r,\theta)} [r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta (d\phi - \omega(r, \theta) dt)^2]. \quad (1.1)$$

onde adotamos unidades gravitacionais em que  $G = c = \hbar = 1$ . Supondo que a estrela seja constituída de um fluido de viscosidade nula e desprezando o transporte de calor, o

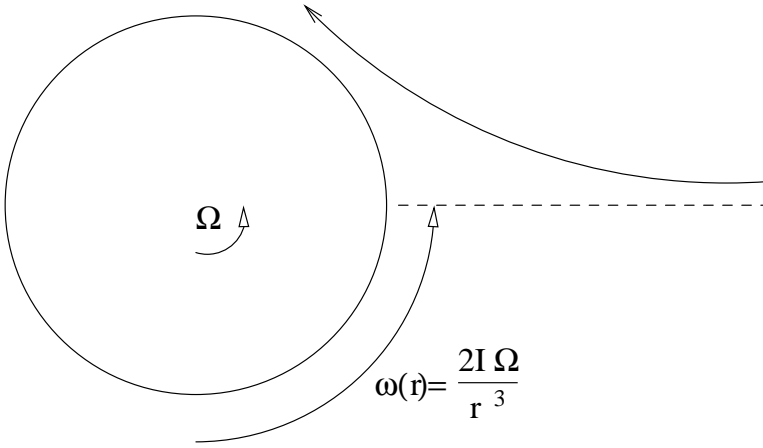


Figura 1: Esquema da trajetória percorrida pela partícula atraída do infinito até a estrela (representada pelo círculo).

tensor energia-momento fica

$$T^{ab} = (\epsilon + p)u^a u^b + p g^{ab}, \quad (1.2)$$

onde  $\epsilon$  é a densidade de energia,  $p$  é a pressão,  $u^a$  é a quadrivelocidade do fluido e  $g^{ab}$  é a métrica. Resolvendo as quatro componentes das equações de campo de Einstein

$$R_{ab} = 8\pi \left( T_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} T \right),$$

obtemos um conjunto de equações diferenciais parciais acopladas que apresentaremos a seguir. Aqui  $R_{ab}$  é o tensor de Ricchi [27]. Para contornar o difícil problema de resolver um complicado sistema de equações diferenciais parciais, usamos o método de Hartle-Thorne que trata a rotação como uma perturbação. Por muitos anos o método de Hartle-Thorne era usado para velocidades de rotação abaixo das frequências de Kepler que é o limite máximo de velocidade que uma estrela pode ter sem perda de massa devido a força centrífuga. No entanto, estudos posteriores revelaram que o método de Hartle-Thorne é válido para velocidades de rotação até um pouco acima das frequências de Kepler [19]. Este limite se aplica apenas a estrelas ligadas pela força gravitacional como estrelas hadrônicas. Estrelas quarkiônicas são ligadas pela interação forte e o limite nas velocidades de rotação são bem superiores às frequências de Kepler.



As maiores velocidades de rotação de pulsares estão na faixa de 270-619 rotações por segundo. No entanto, recentemente foi descoberto um pequeno objeto estelar com uma possível frequência de rotação de 1122 rotações por segundo. Este objeto é conhecido como XTE J1739-285 [28]. Caso seja confirmada a alta velocidade de rotação do objeto XTE J1739-285, teremos catalogado a estrela com maior velocidade de rotação já observada, provavelmente uma estrela de quarks. Estrelas hadrônicas que são ligadas exclusivamente pela força gravitacional se desintegrariam com uma velocidade de rotação dessa magnitude devido a força centrífuga.

## 1.1 A Equação de Estado

Como primeiro passo precisamos conhecer a equação de estado do sistema (EdE),

$$\epsilon = \epsilon(p), \quad n = n(p), \quad (1.3)$$

onde  $p$  é a pressão,  $\epsilon$  é a densidade de energia e  $n$  é a densidade do número de bárions. A EdE serve como entrada para o sistema de equações do método de Hartle-Thorne e ela reflete a constituição física da estrela.

As EdE utilizadas neste trabalho foram derivadas de modelos nucleares relativísticos (*ver apêndice A*). Matéria e energia deformam a geometria do espaço-tempo de maneira que para calcular a estrutura física de uma estrela compacta precisamos de uma métrica que nos dê a geometria correta. Por exemplo, para uma estrela estática temos uma métrica com simetria esférica. Para calcular as propriedades de uma estrela em rotação temos uma métrica com simetria axial. No entanto, no interior de uma estrela de nêutrons podemos utilizar localmente um referencial Lorentziano [19], mesmo que tal estrela esteja no limite de colapsar para um buraco negro. Portanto, todos os cálculos relacionados a equações de estado são feitos para uma geometria de espaço-tempo plano e podemos fazer isso porque a mudança relativa na métrica em relação a distância média entre os bárions é desprezível.

No caso de buracos negros a mudança relativa na métrica em relação a distância média entre os bárions não é desprezível e seria impraticável utilizar um referencial Lorentziano local para o cálculo da equação de estado.

## 1.2 O método de Hartle-Thorne

O método de Hartle-Thorne [20] trata a rotação como uma perturbação e por isso precisamos resolver primeiramente o problema para velocidade de rotação nula. Isto equivale a resolver as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff que trata a estrela como sendo uma esfera estática.

### 1.2.1 As equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff

Para calcular a estrutura de uma estrela relativística estática, ou seja, simetricamente esférica, usamos a métrica de Schwarzschild que é dada por

$$ds^2 = e^{2\nu(r)} dt^2 + e^{2\lambda(r)} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2). \quad (1.4)$$

Usando o tensor momento energia (1.2) e o tensor de Ricci, obtemos o seguinte sistema de equações diferenciais

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{(p + \epsilon)(m + 4\pi r^3 p)}{r^2 - 2mr}, \quad (1.5)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi\epsilon r^2, \quad (1.6)$$

$$\frac{d\nu}{dr} = \frac{m + 4\pi r^3 p}{r^2 - 2mr}, \quad (1.7)$$

onde as condições de contorno são

$$\begin{aligned} m(0) &= 0, \\ p(R) &= 0, \end{aligned}$$

onde  $R$  é definido como o raio da estrela e  $m(R)$  é a massa gravitacional total da estrela. A equação (1.7) é desnecessária para descrever estrelas estáticas. No entanto, conhecer a solução da equação (1.7) é de vital importância no método de Hartle-Thorne como veremos adiante.

A quadri-corrente bariônica é relacionada com a densidade do número de bárions da seguinte forma

$$j^\mu = u^\mu n(r), \quad (1.8)$$

onde  $u^\mu$  é a quadri-velocidade. No caso estático a quadri-velocidade é dada por

$$\begin{aligned} u^t &= e^{-\nu}, \\ u^r &= u^\theta = u^\phi = 0. \end{aligned}$$

Para estrelas estáticas, a quadri-corrente fica então

$$j^\mu = \delta^{\mu 0} e^{-\nu} n(r). \quad (1.9)$$

O número bariônico total  $N$  da estrela estática é obtido integrando [19]

$$N = \int_{\mathcal{V}} \sqrt{-g} j^0 d^3x, \quad (1.10)$$

onde  $\sqrt{-g} = e^{\nu+\lambda} r^2 \sin\theta$  e  $\mathcal{V}$  é o volume no interior da estrela. Temos assim

$$N = 4\pi \int_0^R e^{\lambda} r^2 n(r) dr = 4\pi \int_0^R \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1/2} r^2 n(r) dr. \quad (1.11)$$

Para calcular a massa bariônica total de uma estrela com velocidade de rotação nula basta multiplicarmos a expressão anterior pela massa de repouso do nucleon

$$A = 4\pi m_n \int_0^R \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1/2} r^2 n(r) dr, \quad (1.12)$$

onde  $m_n$  é massa do nucleon. Assim, uma dada equação de estado (1.3) serve como entrada para as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff de forma que podemos calcular algumas propriedades como raio, massa, massa bariônica, densidade central de energia, entre outras. Tais propriedades se referem a uma estrela cuja velocidade de rotação é nula. A solução das equações (1.5), (1.6) e (1.7) servirá de entrada para as equações do método de Hartle-Thorne.

### 1.2.2 Freqüência de arraste do referencial inercial local

Na relatividade geral, bem como na mecânica newtoniana, é conhecido que a força centrífuga que age sobre um elemento de fluido é dado pela velocidade angular do elemento de fluido relativo ao referencial inercial. No entanto, na relatividade geral o referencial inercial local não está parado em relação a observadores distantes. O referencial inercial local é arrastado pelo fluido em rotação, ou seja, o referencial inercial local possui velocidade angular. Calcular a velocidade de arraste do referencial é importante para determinarmos o equilíbrio entre a força gravitacional, a pressão e a força centrífuga. O arraste do referencial inercial local, conhecido como efeito Lense-Thirring, faz com que a força centrífuga que atua sobre um elemento de fluido não dependa só da velocidade angular  $\Omega$  (medida por um observador no infinito) da estrela, mas faz com que a força centrífuga dependa da diferença entre a velocidade angular  $\Omega$  e a velocidade angular do referencial inercial local  $\omega(r)$ , tal que

$$\bar{\omega}(r) = \Omega - \omega(r).$$

A partir da equação de Einstein que relaciona a geometria com a energia do sistema

$$R_{\phi}^t = 8\pi T_{\phi}^t,$$

Hartle [20] obteve uma equação diferencial que descreve o comportamento da função  $\bar{\omega}$

$$\frac{1}{r^4} \frac{d}{dr} \left( r^4 j \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right) + \frac{4}{r} \frac{dj}{dr} \bar{\omega} = 0, \quad (1.13)$$

onde a função  $j(r)$  para  $r < R$ , tem a seguinte forma

$$j(r) = e^{\nu/2} \left( 1 - \frac{2m}{r} \right)^{1/2}, \quad (1.14)$$

sendo que as condições de contorno são dadas por

$$\bar{\omega}(0) = \bar{\omega}_c,$$

$$\left. \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right|_{r=0} = 0,$$

$$\bar{\omega}(R) = \Omega.$$

O valor de  $\bar{\omega}_c$  é uma constante qualquer. Para cada valor de  $\bar{\omega}_c$  encontramos um valor diferente para velocidade angular  $\Omega$  da estrela. É importante notar que a função  $\bar{\omega}(r)/\Omega$  é uma função universal para uma dada equação de estado e para uma dada densidade central. Para obter um valor específico de  $\Omega$  reescalamos a função  $\bar{\omega}(r)$  da seguinte maneira

$$\bar{\omega}(r)_{novo} = \bar{\omega}(r)_{antigo} \left( \frac{\Omega_{novo}}{\Omega_{antigo}} \right),$$

onde o subscrito 'novo' se refere a função  $\bar{\omega}(r)$  que está relacionada ao valor específico da velocidade angular da estrela que desejamos calcular e o subscrito 'antigo' se refere a função  $\bar{\omega}(r)$  relacionada a constante escolhida qualquer  $\bar{\omega}_c$  para integrar a equação (1.13).

A função  $\bar{\omega}(r)$  pode ser facilmente calculada no exterior da estrela notando que

$$j(r) = 1, \quad r \geq R.$$

Com isso, a equação (1.13) se torna para  $r \geq R$

$$\frac{d}{dr} \left( r^4 \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right) = 0,$$

que integrando fica

$$\frac{d\bar{\omega}}{dr} = \frac{A}{r^4}, \quad (1.15)$$

onde  $A$  é uma constante. Para calcular a constante  $A$  usamos

$$\frac{dj}{dr} = -\frac{4\pi r(p + \epsilon)e^{-\nu}}{\sqrt{1 - 2M(r)/r}}, \quad (1.16)$$

e a equação (1.13), obtendo

$$\left( r^4 \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)_R = 16\pi \int_0^R dr r^4 \frac{\epsilon + p}{\sqrt{1 - 2m/r}} \bar{\omega}(r) e^\nu. \quad (1.17)$$

Comparando a expressão acima com a equação (1.30) concluímos que

$$\left( \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)_R = \frac{6J}{R^4},$$

e conseqüentemente que  $A = 6J$ . Integrando (1.15) ficamos com

$$\Omega - \omega(r) = -\frac{2J}{r^3} + B, \quad (1.18)$$

onde  $B$  é uma constante. Quando  $r \rightarrow 0$  sabemos que

$$\omega(r) = 0, \quad (1.19)$$

concluímos então que  $B = \Omega$ . Assim o comportamento da velocidade angular de arraste no exterior da estrela é dado por

$$\omega(r) = \frac{2J}{r^3} \Omega. \quad (1.20)$$

A função anterior juntamente com a solução da equação (1.13) para uma dada equação de

estado nos permite calcular a velocidade angular de arraste em todo espaço. Para termos uma idéia do comportamento da velocidade angular de arraste do referencial inercial, o gráfico da figura 2 mostra a razão da velocidade angular de arraste pela velocidade angular da estrela em função da razão da distância do centro da estrela pelo raio da estrela para uma estrela hadrônica a  $T = 0$  cuja densidade central é  $1.98 \times 10^{15} \text{g/cm}^3$ .

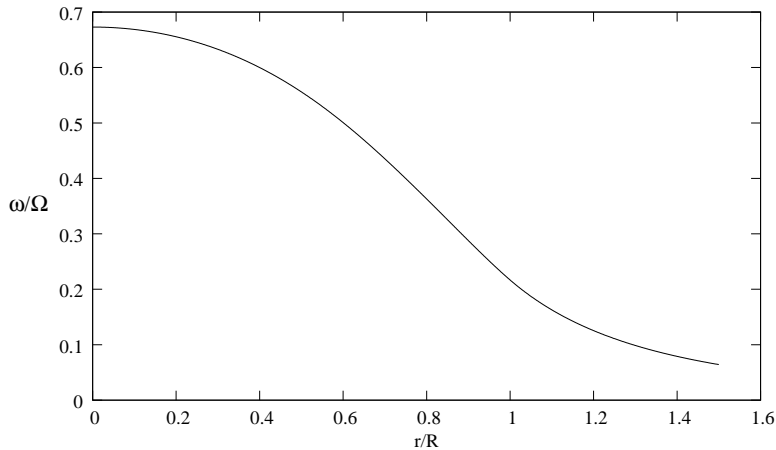


Figura 2: **Comportamento da função que descreve a velocidade angular de arraste do referencial inercial.**

A forma do gráfico anterior é independente da velocidade angular  $\Omega$  da estrela devido a linearidade da equação (1.13). Fica claro também que  $\omega/\Omega$  é sempre menor que 1 porque a velocidade angular da estrela é sempre maior que velocidade angular de arraste do referencial inercial.

### 1.2.3 Momento Angular e Momento de Inércia

Iniciaremos derivando uma expressão exata para o momento angular para uma estrela relativística em rotação [29]

$$J = \int_{\mathcal{A}} dr d\theta d\phi T_{\phi}^t \sqrt{-g}. \quad (1.21)$$

Na equação acima  $\mathcal{A}$  denota a região no interior da estrela e a quantidade  $g$  é o determinante da métrica. Para calcular o determinante da métrica, utilizamos a equação (1.1)

obtendo assim

$$(g_{ab}) = \begin{bmatrix} e^{2\nu} - \omega^2 r^2 \text{sen}^2 \theta e^{2\theta} & 0 & 0 & \omega r^2 \text{sen}^2 \theta e^{2\mu} \\ 0 & -e^{2\lambda} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 e^{2\mu} & 0 \\ \omega r^2 \text{sen}^2 \theta e^{2\mu} & 0 & 0 & -r^2 \text{sen}^2 \theta e^{2\mu} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

onde o determinante fica

$$g = -r^4 \text{sen}^2 \theta e^{2\nu} e^{2\lambda} e^{4\mu}. \quad (1.23)$$

Para calcular o tensor momento energia precisamos calcular a quadri-velocidade do fluido em rotação. Para rotação rígida, duas componentes da quadri-velocidade do fluido se anulam

$$u^r = 0,$$

$$u^\theta = 0,$$

Para obter as outras duas componentes da quadri-velocidade utilizamos a equação (1.1) obtendo

$$[e^{2\nu} - r^2 \text{sen}^2 \theta (\Omega - \omega)^2 e^{2\mu}] (u^t)^2 = 1, \quad (1.24)$$

o que nos fornece

$$u^t = \frac{e^{-\nu}}{[1 - e^{2(\mu-\nu)} (\Omega - \omega)^2 r^2 \text{sen}^2 \theta]^{1/2}}. \quad (1.25)$$

Sabendo que  $u^\phi$  é dado por

$$u^\phi = \frac{d\phi}{dt} \frac{dt}{d\phi} = \Omega u^t, \quad (1.26)$$

concluimos que

$$u_\phi = g_{\phi t} u^t + g_{\phi\phi} u^\phi = -(\Omega - \omega) r^2 \text{sen}^2 \theta e^{2\mu} u^t. \quad (1.27)$$

O tensor momento-energia fica

$$T_\phi^t = -\frac{(p + \epsilon)(\Omega - \omega) r^2 \text{sen}^2 \theta e^{2\mu}}{e^{2\nu} - r^2 (\Omega - \omega)^2 e^{2\mu}}. \quad (1.28)$$

Assim, obtemos uma expressão exata tanto para o momento angular quanto para o mo-



mento de inércia da estrela

$$J = I\Omega = - \int dr d\theta d\phi \frac{(p + \epsilon)(\Omega - \omega)r^4 \text{sen}^3\theta e^{\nu+\lambda+2\mu}}{e^{2(\nu-\mu)} - r^2 \text{sen}^2\theta (\Omega - \omega)^2}. \quad (1.29)$$

Na expressão acima temos que  $\omega$ ,  $\nu$ ,  $\mu$  e  $\lambda$  são funções de  $r$  e  $\theta$  e para calcular tais funções precisaríamos resolver o problema exatamente. Como estamos, em princípio, interessados em baixas velocidades de rotação, podemos supor que a estrela tenha simetria esférica e portanto a expressão para o momento angular e momento de inércia fica [20]

$$J = I\Omega = \frac{8\pi}{3} \int_0^R dr r^4 \frac{\epsilon + p}{\sqrt{1 - 2m(r)/r}} \bar{\omega}(r) e^\nu. \quad (1.30)$$

Para calcular a integral dada pela expressão (1.30) precisamos conhecer a função  $\bar{\omega}$ , que descreve o comportamento da velocidade angular de arraste do referencial inercial. Trataremos dela na próxima seção.

### 1.2.4 A perturbação na métrica

Como já mencionado, o nosso sistema tem simetria axial e é descrito pela métrica (1.1). O método de Hartle-Thorne consiste em expandir as funções da métrica  $e^{2\nu(r,\theta)}$ ,  $e^{2\lambda(r,\theta)}$  e  $e^{2\mu(r,\theta)}$  em polinômios de Legendre. As funções ficam

$$\begin{aligned} e^{\lambda(r,\theta)} &= e^\lambda \left[ 1 + 2 \frac{m_0 + m_2 P_2(\cos(\theta))}{r - 2m} \right], \\ e^{\nu(r,\theta)} &= e^\nu [1 + 2(h_0 + h_2 P_2(\cos(\theta)))], \\ e^{\mu(r,\theta)} &= e^\mu [1 + 2(v_2 - h_2) P_2(\cos(\theta))], \end{aligned} \quad (1.31)$$

onde  $m_0$ ,  $m_2$ ,  $h_0$ ,  $h_2$  e  $v_2$  são funções de  $r$  e obedecem às equações derivadas por Hartle e Thorne [20]. A função  $P_2(\cos\theta)$  é um polinômio de Legendre. O primeiro termo em cada uma das funções anteriores representa a métrica de Schwarzschild. O termo com o subscrito “0” representa a correção de monopolo. O termo com o subscrito “2” representa

a correção de quadrupolo.

### 1.2.5 A deformação de monopolo

A deformação de monopolo é calculada por integrar os termos correspondentes a  $l = 0$

$$\begin{aligned} \frac{dm_0}{dr} &= 4\pi r^2 \frac{d\epsilon}{dp} (\epsilon + p) p_0 + \frac{1}{12} j^2 r^4 \left( \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 - \frac{1}{3} r^3 \frac{dj^2}{dr} \bar{\omega}^2, \\ \frac{dp_0}{dr} &= -\frac{m_0(1 + 8\pi r^2 p)}{(r - 2m)^2} - \frac{4\pi(\epsilon + p)r^2}{(r - 2m)} p_0 + \frac{1}{12} \frac{r^4 j^2}{(r - 2m)} \left( \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 \\ &+ \frac{1}{3} \frac{d}{dr} \left( \frac{r^3 j^2 \bar{\omega}^2}{r - 2m} \right), \end{aligned} \quad (1.32)$$

onde  $m_0$  é fator de perturbação da massa e  $p_0$  é o fator de perturbação da pressão. As condições de contorno são

$$\begin{aligned} m_0(0) &= 0, \\ p_0(0) &= 0. \end{aligned}$$

A solução de  $m_0$  fora da estrela, ou seja, para  $r > R$  é

$$m_0 = \delta M - \frac{J^2}{r^3}, \quad (1.33)$$

onde  $\delta M$  é uma constante. Conseqüentemente a massa-energia total de uma estrela com velocidade angular  $\Omega$  e densidade central  $\epsilon_c$  é

$$M(R) + \delta M = M(R) + m_0(R) + \frac{J^2}{R^3}, \quad (1.34)$$

onde  $R$  é o raio da estrela. Uma vez conhecidos  $p_0$ ,  $\delta M$  e  $J$ , estaremos aptos a calcular a função  $h_0(r)$  usando as seguintes relações algébricas

$$\begin{aligned} h_0 &= -\frac{\delta M}{r - 2M} + \frac{J^2}{r^3(r - 2M)} & r < R, \\ h_0 &= -p_0 + \frac{1}{3} r^2 e^{-\nu} \bar{\omega}^2 + h_{0c} & r > R, \end{aligned} \quad (1.35)$$

onde  $h_{0c}$  é uma constante obtida para tornar a função  $h_0$  contínua em  $r = R$ . De acordo com [20], a energia de ligação de uma estrela relativística de rotação nula é dada por

$$E_B = A - M,$$

onde  $A$  é dado por (1.12). Para calcular a energia de ligação de uma estrela com velocidade de rotação não nula precisamos calcular a seguinte correção

$$\begin{aligned} \delta E_B &= -\frac{J^2}{R^3} + \int_0^R 4\pi r^2 B(r) dr, \\ B(r) &= (\epsilon + p)p_0 \left[ \frac{d\epsilon}{dp} \left( \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1/2} - 1 \right) - \frac{d\epsilon_i}{dp} \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1/2} \right] \\ &\quad + (\epsilon - \epsilon_i) \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-3/2} \left[ \frac{m_0}{r} + \frac{1}{3} j^2 r^2 \bar{\omega}^2 \right] \\ &\quad - \frac{1}{4\pi r^2} \left[ \frac{1}{12} j^2 r^4 \left( \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 - \frac{1}{3} \frac{dj^2}{dr} r^3 \bar{\omega}^2 \right], \end{aligned} \quad (1.36)$$

onde  $\epsilon_i$  é a densidade de energia interna

$$\epsilon_i = \epsilon - m_n n.$$

Assim a massa bariônica total de uma estrela com velocidade de rotação não nula é

$$M_B = A + \delta E_B + \delta m. \quad (1.37)$$

### 1.2.6 A deformação de quadrupolo

A deformação de quadrupolo é calculada ao integrar os termos correspondentes a  $l = 2$

$$\frac{dv_2}{dr} = \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{2} \frac{d\nu}{dr} \right) \left[ -\frac{1}{3} r^3 \frac{dj^2}{dr} \bar{\omega}^2 + \frac{1}{6} j^2 r^4 \left( \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 \right] - \frac{d\nu}{dr} h_2, \quad (1.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{dh_2}{dr} &= \left[ -\frac{d\nu}{dr} + \frac{r}{r-2m} \left( \frac{d\nu}{dr} \right)^{-1} \left[ 8\pi(\epsilon + p) - \frac{4m}{r^3} \right] \right] h_2 \\ &- \frac{4v_2}{r(r-2m)} \left( \frac{d\nu}{dr} \right)^{-1} \\ &- \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{2} \frac{d\nu}{dr} + \frac{1}{r-2M} \left( \frac{d\nu}{dr} \right)^{-1} \right] r^3 j^2 \left( \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 \\ &+ \frac{1}{6} \left[ \frac{1}{2} \frac{d\nu}{dr} r - \frac{1}{r-2m} \left( \frac{d\nu}{dr} \right)^{-1} \right] r^2 \frac{dj^2}{dr} \bar{\omega}^2, \end{aligned} \quad (1.39)$$

onde as condições de contorno são dadas por

$$v_2(0) = 0,$$

$$h_2(0) = 0.$$

O fator de perturbação da massa e o fator de perturbação da pressão são dados por

$$\begin{aligned} m_2 &= (r-2m) \left[ -h_2 - \frac{1}{3} r^3 \left( \frac{dj^2}{dr} \right) \bar{\omega}^2 + \frac{1}{6} r^4 j^2 \left( \frac{d\bar{\omega}}{dr} \right)^2 \right], \\ p_2 &= -h_2 - \frac{1}{3} r^2 e^{-\nu} \bar{\omega}^2. \end{aligned} \quad (1.40)$$

A excentricidade  $e$  é dada por

$$e = \left( 1 - \frac{R_p^2}{R_e^2} \right)^{1/2}, \quad (1.41)$$

onde  $R_p$  e  $R_e$  são o raio polar e o raio equatorial respectivamente. Para calcular  $R_p(S(\pi/2))$  e  $R_e(S(0))$  usamos as seguintes relações

$$\begin{aligned} S(\theta) &= r + \xi_0(r) + \xi_2(r)P_2(\cos(\theta)), \\ \xi_0 &= -p_0(\epsilon + p)/(dp/dr), \\ \xi_2 &= -p_2(\epsilon + p)/(dp/dr). \end{aligned} \tag{1.42}$$

onde  $S(\theta)$  é uma superfície de densidade constante.

### 1.3 Método de resolução

O método de resolução consiste em resolver primeiramente as equações de TOV (1.5), (1.6) e (1.7). Em seguida resolvemos a equação (1.13) para obter o momento angular da estrela para uma determinada velocidade angular  $\Omega$ . A velocidade angular  $\Omega$  usada neste trabalho é derivada de uma aproximação newtoniana para as frequências de Kepler. De acordo com [30], o valor da frequência de Kepler pode ser obtido dos valores da massa e do raio da correspondente configuração com rotação nula e sua relação empírica é

$$\Omega = 0.57(M/R^3)^{1/2}. \tag{1.43}$$

onde  $M$  é a massa total e  $R$  é o raio da estrela para a configuração estática. Para obter a massa gravitacional total corrigida, massa bariônica e energia de ligação da estrela com velocidade de rotação  $\Omega$  precisamos resolver as equações (1.32). Por fim, para calcular a excentricidade, raio polar e raio equatorial resolvemos as equações (1.38) e (1.39). Todas as equações são resolvidas numericamente utilizando o método de Runge-Kutta de oitava ordem.

## 2 *Resultados para estrelas de Nêutrons em rotação*

O efeito da rotação em estrelas compactas é mostrado na tabela 1. A  $M_{max}$  e  $R$  são respectivamente a massa máxima e o raio para estrela com velocidade de rotação nula. A  $M_{max}^1$  é a massa máxima corrigida em primeira ordem para uma estrela com velocidade angular  $\Omega$ .  $R_e$  é o raio equatorial,  $R_p$  é o raio polar,  $\epsilon_c$  é a densidade de energia central,  $I$  é o momento de inércia e  $e$  é a excentricidade. As EdE para estrelas hadrônicas e híbridas foram tiradas de [8] e a EdE para estrelas quarkiônicas foram tiradas de [10]. Para estrelas hadrônicas e híbridas escolhemos trabalhar com um conjunto de parâmetros que descrevem as propriedades de saturação da matéria nuclear proposto em [19].

Notamos que o nosso resultado para a estrela hadrônica a temperatura nula é muito semelhante aos modelos O, P, Q e R das tabelas I e II da referência [23] (*ver apêndice C*). A densidade central e o momento de inércia são da mesma ordem e a massa máxima é muito similar. Sabemos que não há resultado na literatura para estrelas de nêutrons em rotação com entropia diferente de zero (temperatura finita), mas podemos examinar os efeitos da rotação na tabela I. Com o aumento da entropia a massa máxima diminui para todos os tipos de pulsares, exceto para o modelo de sacolas do MIT. O raio da configuração estática diminui com o aumento da entropia (exceto novamente para o modelo de sacolas do MIT). As excentricidades de todos os modelos são praticamente as mesmas, ou seja, o achatamento polar é semelhante para todas as configurações. Como esperado, os momentos de inércia das estrelas quarkiônicas são muito menores que os momentos de inércia das estrelas hadrônicas e híbridas, tendo como consequência maiores velocidades de rotação. Podemos

facilmente ver na tabela 1 que para todos os modelos considerados, há um ligeiro aumento da massa da estrela em rotação em comparação com sua análoga de velocidade de rotação nula. A eccentricidades para todos os modelos fica em torno de (0.34-0.39). As estrelas de quarks são ligadas também pela força forte e conseqüentemente podem girar mais rápido que as estrelas hadrônicas e híbridas.

De acordo com o diagrama de fase da cromodinâmica quântica (QCD) é possível que a erupção de raios gama seja uma possível transição de fase no interior de uma estrela de nêutrons [31, 32]. Há duas classes de erupções de raios gama: erupções curtas e erupções longas. A diferença entre elas está na duração e na energia liberada durante a erupção. Estes fenômenos estão associados a explosões de estrelas supermassivas. Recentemente resultados precisos foram obtidos para duas erupções curtas: GRB 050509B [33] e GRB 050709 [34]. A energia total liberada nos primeiros centésimos de segundos foi da ordem de  $10^{50} \text{erg}$ , o qual é duas ou três ordens de magnitude menor que a menor erupção longa de raios gama observada.

A seguir calcula-se a energia liberada no decaimento de uma estrela metaestável para uma estrela estável. As estrelas metaestáveis possíveis são as estrelas hadrônicas e híbridas. As estrelas estáveis possíveis são as estrelas híbridas e quarkiônicas. A conservação da massa bariônica é levada em conta no processo de conversão de uma estrela metaestável para uma estrela estável. No mecanismo de conversão de uma estrela metaestável (MS) para uma estrela estável, a energia liberada é dada pela mudança na energia gravitacional, expresso em unidades c.g.s.

$$\Delta E = [(M_G(MS) - M_G(SS))/M_\odot] \times 17.88 \times 10^{53} \text{erg}$$

onde  $M_G(MS)$  é a massa gravitacional da estrela metaestável e  $M_G(SS)$  é a massa gravitacional da estrela estável. Para  $\Delta E$  ser positivo, a massa gravitacional da estrela metaestável com massa bariônica fixa tem que ser maior que a massa gravitacional da estrela estável. As energias liberadas no processo de conversão de uma estrela hadrônica

para uma estrela híbrida, a energia liberada no processo de conversão de uma estrela hadrônica para um estrela quarkiônica e a energia liberada no processo de conversão de uma estrela híbrida para uma estrela quarkiônica foram calculadas. Todos os cálculos foram feitos para estrelas com entropia nula, com velocidade de rotação máxima e massa bariônica fixa. A energia liberada é sempre negativa, exceto no processo de conversão da estrela hadrônica (MS) para estrela híbrida (SS) com massa bariônica fixa de  $1.56M_{\odot}$ , o qual forneceu  $\Delta E = 1.14 \times 10^{51} \text{erg}$ , compatível com a erupção de raios gama curto.



Tabela 1: Propriedades de estrelas compactas com velocidade angular máxima  $\Omega = 0.57(M/R^3)^{1/2}$ .

Tipo	Entropia	$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	$M_{\max}^1$ ( $M_{\odot}$ )	$R$ (km)	$R_e$ (km)	$R_p$ (km)	$\epsilon_c$ ( $g/cm^3$ )	$I$ ( $gcm^2$ )	$e$	$\Omega$ Hz
Hadrônica	0	1.43	1.44	13.25	13.56	12.49	1.628	$1.97 \times 10^{45}$	0.39	819.81
Hadrônica	1	1.40	1.41	12.11	12.37	11.46	1.9	$1.73 \times 10^{45}$	0.38	925.93
Hadrônica	2	1.40	1.41	12.00	12.25	11.38	2.04	$1.71 \times 10^{45}$	0.37	940.35
Híbrida	0	1.40	1.42	13.23	13.55	12.47	1.81	$1.92 \times 10^{45}$	0.39	815.44
Híbrida	1	1.40	1.41	11.88	12.13	11.26	2.629	$1.65 \times 10^{45}$	0.37	954.99
Híbrida	2	1.40	1.41	12.36	12.63	11.70	2.356	$1.76 \times 10^{45}$	0.38	900.65
Quarkiónica(MIT)	0	1.12	1.14	7.06	7.18	6.75	7.86	$0.53 \times 10^{45}$	0.34	1867.09
Quarkiónica(MIT)	1	1.07	1.09	7.05	7.17	6.73	7.0	$0.50 \times 10^{45}$	0.35	1828.05
Quarkiónica(MIT)	2	1.00	1.02	7.01	7.14	6.68	6.24	$0.46 \times 10^{45}$	0.35	1787.62
Quarkiónica(NJL)	0	1.13	1.15	8.10	8.24	7.74	5.225	$0.70 \times 10^{45}$	0.34	1524.45
Quarkiónica(NJL)	1	1.11	1.12	7.98	8.11	7.63	5.576	$0.66 \times 10^{45}$	0.34	1545.29
Quarkiónica(NJL)	2	1.00	1.02	7.60	7.74	7.27	5.693	$0.55 \times 10^{45}$	0.34	1582.97

### 3 *Estrelas de Nêutrons Eletricamente Carregadas*

Neste capítulo estudaremos o efeito da carga elétrica em estrelas de nêutrons estáticas assumindo que a distribuição de carga é proporcional a densidade de energia [35]. Faremos isso ao introduzir o campo elétrico no tensor momento energia alterando, assim, a equação relativística de equilíbrio hidrostático de Tolman-Oppenheimer-Volkoff. É importante entender que a inclusão da carga não é feita na EdE, cujos cálculos implicam neutralidade de carga (*ver apêndice A*). Podemos fazer isso porque as forças nucleares são afetadas pelas forças eletromagnéticas somente quando a densidade do número das partículas carregadas é da ordem da densidade do número bariônico, ou seja,  $Z \sim A$  [35]. Em nosso caso, as forças elétricas são da ordem da força gravitacional e portanto  $Z/A \sim 10^{-18}$ . Isto significa que a quantidade de partículas carregadas presentes em estrelas compactas não afetam a estrutura nuclear da matéria sendo desprezível o efeito na equação de estado. No entanto, veremos que a quantidade de partículas carregadas presentes em estrelas compactas alteram a estrutura da estrela como a massa e o raio.

Para facilitar a resolução do problema usaremos a mesma suposição dos autores da referência [35] com relação a distribuição de carga no interior da estrela. A distribuição de carga terá simetria esférica e será diretamente proporcional a densidade de energia. Tal suposição é razoável no sentido que uma quantidade maior de matéria pode conter uma quantidade maior de carga.

### 3.1 Formalismo

Apresentaremos as equações para calcular as propriedades de estrelas compactas eletricamente carregadas. Como se trata de estrelas estáticas, ou seja, estrelas com velocidade de rotação nula, utilizaremos a métrica (1.4). No tensor energia-momento  $T_{\nu}^{\mu}$  incluiremos os termos das equações de Maxwell e ficaremos com

$$T_{\nu}^{\mu} = (p + \epsilon)u^{\mu}u_{\nu} - p\delta_{\nu}^{\mu} + \frac{1}{4\pi} \left( F^{\mu\alpha}F_{\alpha\nu} - \frac{1}{4}\delta_{\nu}^{\mu}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} \right), \quad (3.1)$$

onde  $p$  é a pressão,  $\epsilon$  é a densidade de energia,  $u^{\mu}$  é a quadri-velocidade do fluido e o tensor do campo eletromagnético é dado por

$$(F^{\alpha\beta}) = \begin{bmatrix} 0 & U^1 & 0 & 0 \\ -U^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

onde  $U$  é o campo elétrico. As outras componentes do campo elétrico são nulas porque o sistema tem simetria esférica. As componentes do campo magnético são nulas porque, neste caso, estamos supondo que o campo deve-se somente a carga elétrica. A única componente não nula da quadri-velocidade é a componente temporal,

$$u^t = e^{-\nu/2}.$$

As outras componentes da quadri-velocidade são todas nulas porque estamos interessados na configuração estática da estrela,

$$u^r = 0, \quad u^{\theta} = 0, \quad u^{\phi} = 0.$$

As componentes do tensor do campo eletromagnético obedecem as equações de Maxwell na seguinte formulação

$$[\sqrt{-g}F^{\mu\nu}]_{,\nu} = 4\pi j^{\mu}\sqrt{-g}, \quad (3.3)$$

onde  $g$  é o determinante da métrica e  $j^\mu$  é o vetor quadri-corrente densidade dado por

$$j^\mu = (j^0, \vec{j}).$$

Como estamos interessados no caso estático, temos que  $\vec{j} = \vec{0}$  e, portanto, a única componente não nula da quadri-corrente é a componente temporal

$$j^\mu = (j^0, 0, 0, 0),$$

sendo que  $j^0$  é função apenas de  $r$  porque o sistema tem simetria esférica. Podemos aplicar os mesmos argumentos para o vetor quadri-potencial eletromagnético  $A_\mu$  que tem a seguinte forma

$$A_\mu = (\phi, \vec{A}),$$

onde  $\phi$  é o potencial elétrico e  $\vec{A}$  é o potencial vetor magnético. O potencial vetor magnético é nulo porque estamos interessados no caso estático e  $\phi$  é função apenas de  $r$  porque o sistema tem simetria esférica.

Calculando as componentes do tensor momento-energia obtemos

$$(T_\nu^\mu) = \begin{bmatrix} -\left(\epsilon + \frac{U^2}{8\pi}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p - \frac{U^2}{8\pi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p + \frac{U^2}{8\pi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p + \frac{U^2}{8\pi}, \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

onde  $\frac{U^2}{8\pi}$  é a densidade de energia do campo elétrico.

Utilizando as equações de campo de Einstein

$$R_\nu^\mu - \frac{1}{2}R\delta_\nu^\mu = -8\pi T_\nu^\mu, \quad (3.5)$$

juntamente com a métrica (1.4) podemos calcular as funções da métrica

$$\frac{e^{-\lambda}}{r^2} \left( r \frac{d\lambda}{dr} - 1 \right) + \frac{1}{r^2} = 8\pi \left( \epsilon + \frac{U^2}{8\pi} \right),$$

$$\frac{e^{-\lambda}}{r^2} \left( r \frac{d\nu}{dr} - 1 \right) + \frac{1}{r^2} = 8\pi \left( p - \frac{U^2}{8\pi} \right).$$

A função da métrica  $e^{-\lambda}$  tem a seguinte forma

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{2M}{r}, \quad (3.6)$$

onde  $M$  é a massa total da estrela.

## 3.2 O Campo elétrico e a carga total da estrela

Para calcularmos o campo elétrico  $U$  basta integrarmos a equação (3.3) notando que ela não se anula somente quando  $\nu = r$ . Sabendo que  $j^0$  é a única componente não nula da quadri-corrente a equação (3.3) fica

$$[\sqrt{-g}F^{01}]_{,r} = 4\pi j^0 \sqrt{-g}, \quad (3.7)$$

que é facilmente integrada

$$F^{01} = U(r) = \frac{1}{r^2} \int_0^r 4\pi r^2 j^0 e^{(\nu+\lambda)/2} dr. \quad (3.8)$$

A densidade de carga da estrela pode ser expressa como [36]

$$\rho = e^{\nu/2} J^0. \quad (3.9)$$

Utilizando a expressão anterior, podemos reescrever (3.8) como

$$U(r) = \frac{1}{r^2} \int_0^r 4\pi r^2 \rho e^{\lambda/2} dr. \quad (3.10)$$

A carga total no interior da estrela é dado pela seguinte expressão

$$Q = \int_0^R 4\pi r^2 \rho e^{\lambda/2} dr, \quad (3.11)$$

onde  $R$  é o raio da estrela.

### 3.3 A massa da estrela

Para calcularmos a massa total da estrela precisamos levar em consideração a contribuição da densidade de energia do campo elétrico além da contribuição da densidade de energia. Portanto a massa total da estrela tem a seguinte forma

$$M(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \left( \epsilon + \frac{U^2}{8\pi} \right) dr. \quad (3.12)$$

No entanto, a massa total da estrela  $M$  é a massa medida do referencial da estrela. Para um observador no infinito, a massa é dada por

$$M_\infty = \int_0^\infty 4\pi r^2 \left( \epsilon + \frac{U^2}{8\pi} \right) dr, \quad (3.13)$$

no qual podemos reescrever a equação anterior da seguinte forma

$$M_\infty = \int_0^R 4\pi r^2 \left( \epsilon + \frac{U^2}{8\pi} \right) dr + \int_R^\infty 4\pi r^2 \left( \epsilon + \frac{U^2}{8\pi} \right) dr, \quad (3.14)$$

onde o primeiro termo do lado esquerdo da equação acima é a massa total da estrela medida no referencial da estrela e o segundo termo está relacionado com a carga total no interior da estrela. Portanto

$$M_\infty = M(R) + \frac{Q(R)^2}{2R}, \quad (3.15)$$

onde  $R$  é o raio da estrela.

### 3.4 A equação de equilíbrio hidrostático

Para calcularmos a equação de equilíbrio hidrostático vamos impor a conservação do tensor momento-energia ( $T_{\nu;\mu}^\mu = 0$ ) obtendo assim

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{M + 4\pi r^3 \left( p - \frac{U^2}{8\pi} \right) (\epsilon + p)}{r^2 \left( 1 - \frac{2M}{r} \right)} + \rho U e^{\lambda/2}. \quad (3.16)$$

A equação de equilíbrio hidrostático é semelhante a equação de Tolman-Oppenheimer-

Volkoff. O primeiro termo do lado direito da equação anterior expressa a parte gravitacional atrativa. O segundo termo do lado direito da equação anterior expressa a parte repulsiva devido à força coulombiana.

### 3.5 Método de resolução

Para calcular as propriedades de estrelas compactas eletricamente carregadas precisamos resolver um sistema de equações diferenciais não lineares acopladas formado pelas equações (3.10), (3.6), (3.12) e (3.20). São elas

$$\frac{dU}{dr} = -\frac{2U}{r} + 4\pi\rho e^{\lambda/2}, \quad (3.17)$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \left( \epsilon + \frac{U^2}{8\pi} \right), \quad (3.18)$$

$$\frac{d\lambda}{dr} = 8\pi r e^{\lambda} \left( \epsilon + \frac{U^2}{8\pi} \right) - \left( \frac{e^{\lambda} - 1}{r} \right), \quad (3.19)$$

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{M + 4\pi r^3 \left( p - \frac{U^2}{8\pi} \right) (\epsilon + p)}{r^2 \left( 1 - \frac{2M}{r} \right)} + \rho U e^{\lambda/2}. \quad (3.20)$$

As condições de contorno para resolver o sistema acima são

$$U(0) = 0,$$

$$e^{\lambda(0)} = 1,$$

$$\epsilon(0) = \epsilon_c,$$

$$p(R) = 0,$$

onde  $\epsilon_c$  é a densidade de energia central da estrela. É interessante notar que a forma das equações não se alteram com o sinal da carga. Nas equações (3.18), (3.19) e (3.20) o campo elétrico aparece elevado ao quadrado e, portanto, é invariante frente a mudança de sinal da carga. Notamos que o produto  $\rho U$  que aparece na equação (3.20) também é invariante frente a uma mudança de sinal da carga.

Para resolver o sistema acima temos que definir a distribuição de carga no interior da estrela. Para isso vamos supor que a distribuição de carga é dada por

$$\rho = f\epsilon, \tag{3.21}$$

onde  $f$  é uma constante de proporcionalidade, cujas dimensões serão melhor discutidas no apêndice A. Como já mencionado na introdução desse capítulo, essa hipótese é bastante razoável porque uma maior densidade de energia será necessária para contrabalançar as forças gravitacionais com as forças repulsivas elétricas. O sistema acima foi resolvido utilizando o método numérico de Runge-Kutta de quarta ordem.



## 4 *Resultados para estrelas compactas eletricamente carregadas*

Neste capítulo apresentaremos os resultados obtidos para estrelas compactas eletricamente carregadas com velocidade de rotação nula. Nas tabelas 2, 3, 4 e 5 apresentamos 48 diferentes configurações para estrelas compactas eletricamente carregadas. Em todas as tabelas a carga elétrica  $Q$  é dada em Coulomb e  $f$  varia de 0 (configuração com carga nula) até  $f = 0.0006 \text{ km}^{-1}(\text{MeV}/\text{fm}^3)^{-1/2}$ . As unidades “misturadas” de  $f$  serão melhor discutidas no apêndice B. Apesar dos pequenos valores utilizados para  $f$ , um valor  $f = 0.0006$  sugere que um pouco mais de 52% da matéria da estrela está eletricamente carregada, o que seria um caso extremo. Como veremos nas tabelas 2, 3, 4 e 5 a carga total da estrela é da ordem de  $10^{20}C$  para valores de  $f > 0.0004$ . Para cargas superiores a esse valor o campo elétrico é tão grande que o gradiente de força associado a ele somado ao gradiente de força gravitacional faz com que o gradiente total de forças se torne cada vez mais próximo de zero impedindo a formação de uma estrela estável. A relação massa-raio para estrelas hadrônicas, híbridas e quarkiônicas são dados nas figuras 3, 4, 5 e 6. Para estrela quarkiônicas apresentamos dois conjuntos de configurações, um conjunto de EdE derivadas do modelo de sacolas do MIT e outro conjunto de EdE derivadas do modelo Nambu-Jona-Lasinio. A equação de estado usada nesse trabalho não inclui a parte mais externa da estrela, ou seja, estamos tratando de uma estrela sem crosta.

Os efeitos da carga elétrica na estrela obtidos seguem a mesma tendência dos resultados da referência [35]. Na referência [35] os autores utilizam uma simples equação de

estado politrópica e observam que a carga elétrica, massa máxima, massa observada no infinito e raio aumentam com a fração de carga  $f$ . Como esperávamos, utilizando equações de estado realistas e para temperaturas diferentes de 0 obtivemos também um aumento da carga elétrica, massa máxima, massa observada no infinito e raio com o aumento da fração de carga  $f$ . Apesar da grande diferença existente entre as equações de estado utilizadas nesse trabalho e da equação de estado usada em [35], os valores do raio, massa máxima e da carga elétrica para um valor fixo  $f$  são compatíveis. As figuras 3, 4, 5 e 6 também mostram o mesmo comportamento da figura 2 da referência [35], ou seja, quando  $f$  aumenta a massa máxima e o raio de uma família de estrelas aumenta. O efeito da entropia em estrelas compactas eletricamente carregadas é o mesmo observado em estrelas neutras: a massa máxima e o raio diminuem com o aumento da entropia para estrelas hadrônicas e estrelas quarkiônicas no modelo Nambu-Jona-Lasinio. Para estrelas híbridas e estrelas quarkiônicas no modelo do MIT o comportamento não é bem definido.

Tabela 2: Estrelas compactas hadrônicas eletricamente carregadas com diferentes frações de carga  $f$ .

Tipo	Entropia	$f$	$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	$M_{\infty}$ ( $M_{\odot}$ )	$R$ ( $km$ )	$\epsilon_c$ ( $g/cm^3$ )	$Q$ ( $C$ )
Hadrônica	0	0	2.04	2.04	11.72	$1.98 \times 10^{15}$	0
Hadrônica	0	0.0002	2.08	2.10	11.84	$1.94 \times 10^{15}$	$7.97 \times 10^{19}$
Hadrônica	0	0.0004	2.22	2.28	12.18	$1.84 \times 10^{15}$	$1.71 \times 10^{20}$
Hadrônica	0	0.0006	2.50	2.66	12.73	$1.75 \times 10^{15}$	$2.91 \times 10^{20}$
Hadrônica	1	0	1.96	1.96	11.02	$2.23 \times 10^{15}$	0
Hadrônica	1	0.0002	2.00	2.02	11.15	$2.13 \times 10^{15}$	$7.69 \times 10^{19}$
Hadrônica	1	0.0004	2.13	2.19	11.44	$2.04 \times 10^{15}$	$1.64 \times 10^{20}$
Hadrônica	1	0.0006	2.39	2.55	12.01	$1.85 \times 10^{15}$	$2.78 \times 10^{20}$
Hadrônica	2	0	1.93	1.93	10.91	$2.24 \times 10^{15}$	0
Hadrônica	2	0.0002	1.97	1.98	11.01	$2.19 \times 10^{15}$	$7.55 \times 10^{19}$
Hadrônica	2	0.0004	2.09	2.15	11.26	$2.15 \times 10^{15}$	$1.61 \times 10^{20}$
Hadrônica	2	0.0006	2.34	2.50	11.86	$1.90 \times 10^{15}$	$2.72 \times 10^{20}$

Tabela 3: Estrelas compactas híbridas eletricamente carregadas com diferentes frações de carga  $f$ .

Tipo	Entropia	$f$	$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	$M_{\infty}$ ( $M_{\odot}$ )	$R$ ( $km$ )	$\epsilon_c$ ( $g/cm^3$ )	$Q$ ( $C$ )
híbrida	0	0	1.64	1.64	12.33	$1.57 \times 10^{15}$	0
híbrida	0	0.0002	1.68	1.69	12.43	$1.57 \times 10^{15}$	$5.98 \times 10^{19}$
híbrida	0	0.0004	1.82	1.86	12.82	$1.48 \times 10^{15}$	$1.31 \times 10^{20}$
híbrida	0	0.0006	2.13	2.23	13.52	$1.39 \times 10^{15}$	$2.31 \times 10^{20}$
híbrida	1	0	1.50	1.50	11.32	$1.75 \times 10^{15}$	0
híbrida	1	0.0002	1.54	1.55	11.43	$1.71 \times 10^{15}$	$5.44 \times 10^{19}$
híbrida	1	0.0004	1.67	1.70	11.74	$1.66 \times 10^{15}$	$1.19 \times 10^{20}$
híbrida	1	0.0006	1.94	2.03	12.34	$1.58 \times 10^{14}$	$2.10 \times 10^{20}$
híbrida	2	0	1.50	1.50	11.76	$1.58 \times 10^{15}$	0
híbrida	2	0.0002	1.54	1.55	11.86	$1.58 \times 10^{15}$	$5.41 \times 10^{19}$
híbrida	2	0.0004	1.68	1.71	12.21	$1.53 \times 10^{15}$	$1.18 \times 10^{20}$
híbrida	2	0.0006	1.95	2.04	12.86	$1.44 \times 10^{14}$	$2.10 \times 10^{20}$

Tabela 4: Estrelas compactas quarkiónicas (MIT) eletricamente carregadas com diferentes frações de carga  $f$ .

Tipo	Entropia	$f$	$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	$M_{\infty}$ ( $M_{\odot}$ )	$R$ ( $km$ )	$\epsilon_c$ ( $g/cm^3$ )	$Q$ ( $C$ )
Quarkiónica(MIT)	0	0	1.22	1.22	6.77	$5.14 \times 10^{15}$	0
Quarkiónica(MIT)	0	0.0002	1.25	1.26	6.81	$5.13 \times 10^{15}$	$4.75 \times 10^{19}$
Quarkiónica(MIT)	0	0.0004	1.33	1.37	6.97	$4.95 \times 10^{15}$	$1.02 \times 10^{20}$
Quarkiónica(MIT)	0	0.0006	1.50	1.60	7.28	$4.56 \times 10^{15}$	$1.74 \times 10^{20}$
Quarkiónica(MIT)	1	0	1.22	1.22	6.76	$5.17 \times 10^{15}$	0
Quarkiónica(MIT)	1	0.0002	1.25	1.26	6.82	$5.07 \times 10^{15}$	$4.75 \times 10^{19}$
Quarkiónica(MIT)	1	0.0004	1.33	1.37	6.98	$4.88 \times 10^{15}$	$1.02 \times 10^{20}$
Quarkiónica(MIT)	1	0.0006	1.50	1.60	7.29	$4.50 \times 10^{15}$	$1.74 \times 10^{20}$
Quarkiónica(MIT)	2	0	1.23	1.23	6.79	$5.08 \times 10^{15}$	0
Quarkiónica(MIT)	2	0.0002	1.25	1.26	6.83	$5.09 \times 10^{15}$	$4.77 \times 10^{19}$
Quarkiónica(MIT)	2	0.0004	1.34	1.37	6.98	$4.94 \times 10^{15}$	$1.03 \times 10^{20}$
Quarkiónica(MIT)	2	0.0006	1.50	1.60	7.31	$4.49 \times 10^{15}$	$1.74 \times 10^{20}$

Tabela 5: Estrelas compactas quarkiónica (NJL) eletricamente carregadas com diferentes frações de carga  $f$ .

Tipo	Entropia	$f$	$M_{\max}$ ( $M_{\odot}$ )	$M_{\infty}$ ( $M_{\odot}$ )	$R$ ( $km$ )	$\epsilon_c$ ( $g/cm^3$ )	$Q$ ( $C$ )
Quarkiónica(NJL)	0	0	1.20	1.20	7.87	$3.45 \times 10^{15}$	0
Quarkiónica(NJL)	0	0.0002	1.23	1.23	7.93	$3.45 \times 10^{15}$	$4.42 \times 10^{19}$
Quarkiónica(NJL)	0	0.0004	1.32	1.34	8.14	$3.30 \times 10^{15}$	$9.54 \times 10^{19}$
Quarkiónica(NJL)	0	0.0006	1.49	1.57	8.48	$3.20 \times 10^{15}$	$1.64 \times 10^{20}$
Quarkiónica(NJL)	1	0	1.17	1.17	7.71	$3.68 \times 10^{15}$	0
Quarkiónica(NJL)	1	0.0002	1.19	1.20	7.79	$3.56 \times 10^{15}$	$4.32 \times 10^{19}$
Quarkiónica(NJL)	1	0.0004	1.28	1.31	8.00	$3.50 \times 10^{15}$	$9.31 \times 10^{19}$
Quarkiónica(NJL)	1	0.0006	1.45	1.53	8.31	$3.38 \times 10^{15}$	$1.60 \times 10^{20}$
Quarkiónica(NJL)	2	0	1.10	1.10	7.18	$4.58 \times 10^{15}$	0
Quarkiónica(NJL)	2	0.0002	1.13	1.13	7.29	$4.34 \times 10^{15}$	$4.09 \times 10^{19}$
Quarkiónica(NJL)	2	0.0004	1.20	1.23	7.42	$4.40 \times 10^{15}$	$8.23 \times 10^{19}$
Quarkiónica(NJL)	2	0.0006	1.36	1.43	7.80	$3.98 \times 10^{15}$	$1.50 \times 10^{20}$

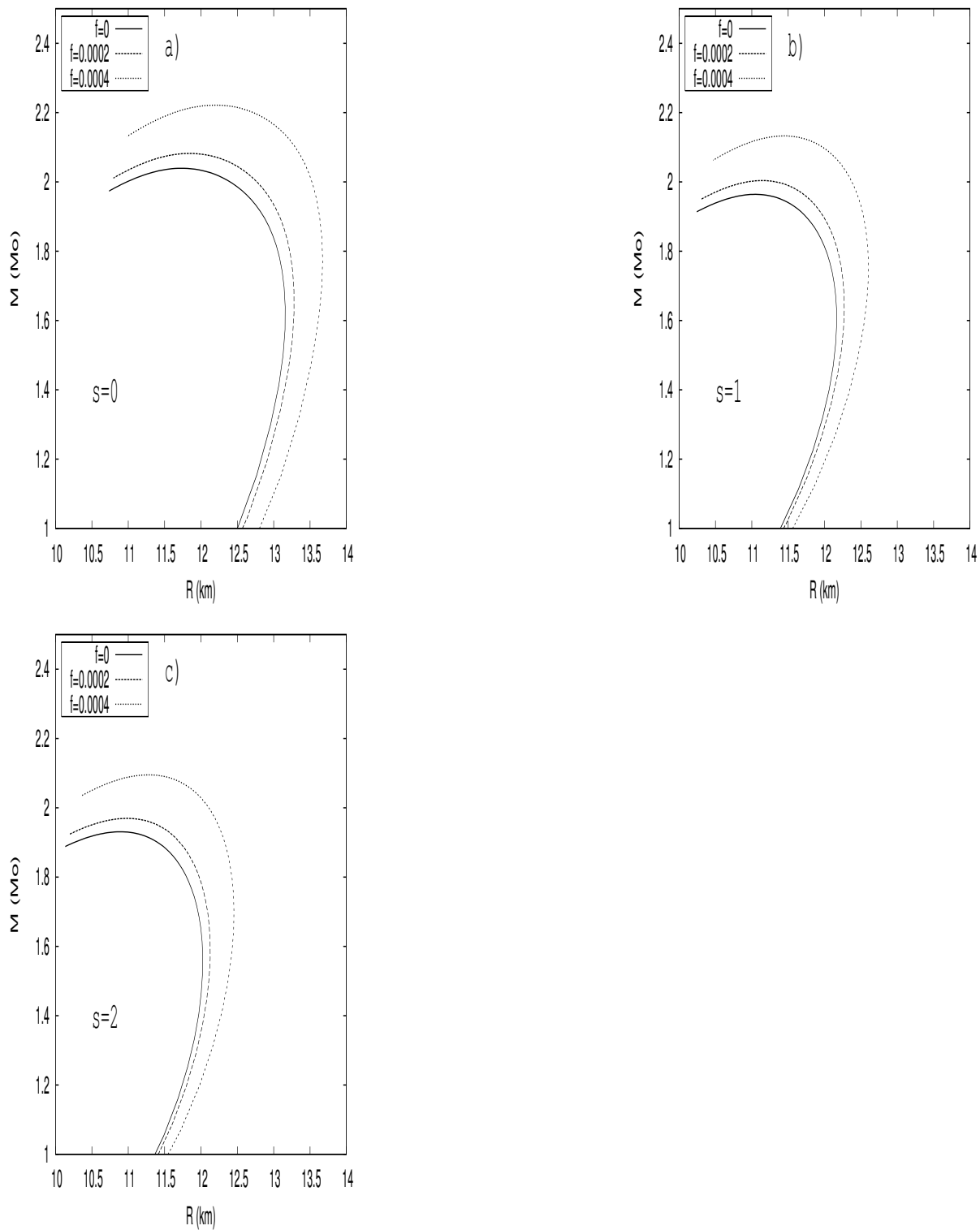


Figura 3: Soluções para estrelas hadrônicas eletricamente carregadas com diferentes valores de  $f$ .

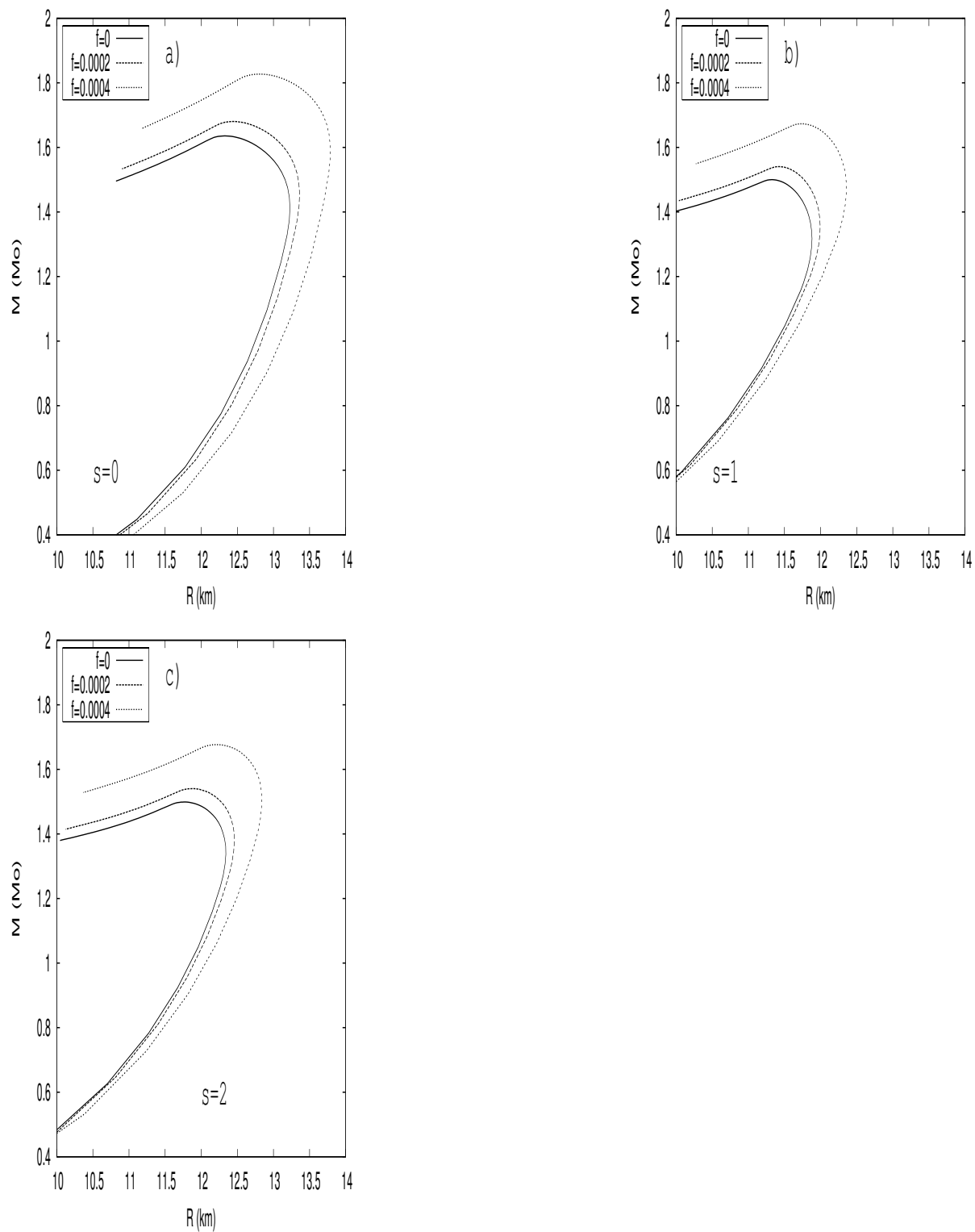


Figura 4: Soluções para estrelas híbridas eletricamente carregadas com diferentes valores de  $f$ .



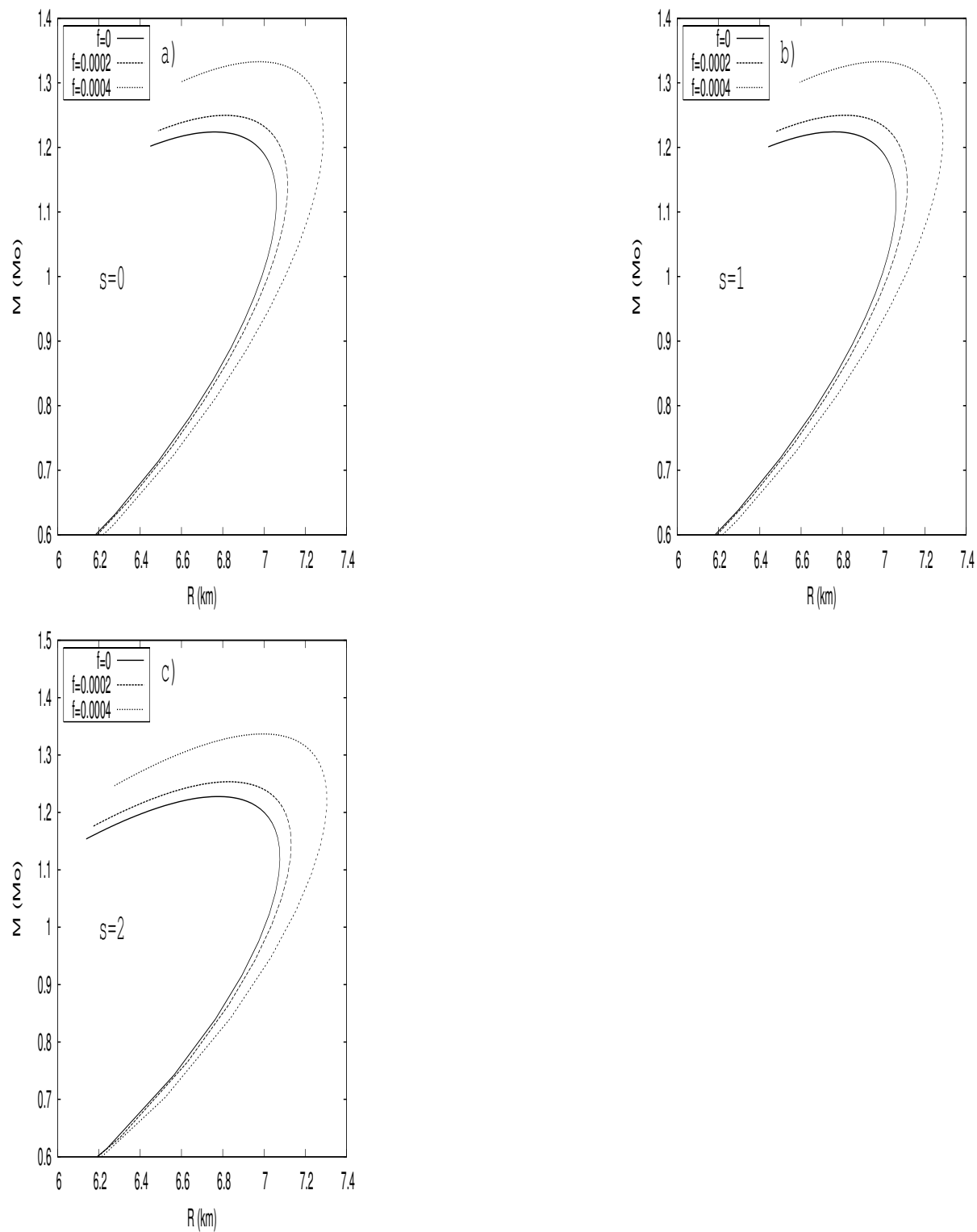


Figura 5: Soluções para estrelas quarkiônicas eletricamente carregadas obtidas com o modelo de sacolas do MIT para diferentes valores de  $f$ .

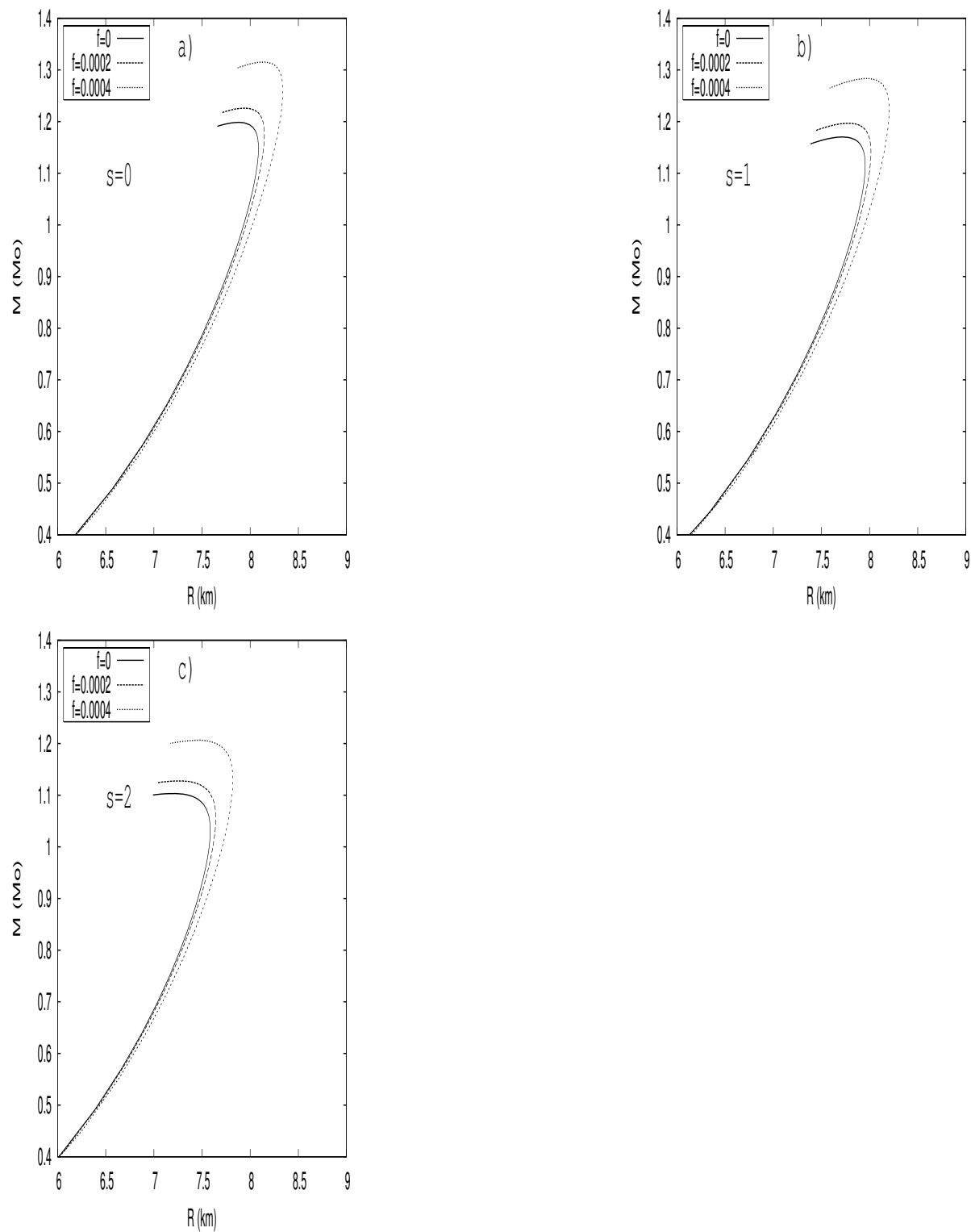


Figura 6: Soluções para estrelas quarkônicas eletricamente carregadas obtidas com o modelo NJL para diferentes valores de  $f$ .

## 5 Conclusão

Neste trabalho avaliamos os efeitos na estrutura de estrelas compactas ao investigar duas possíveis variações: a inclusão da rotação em contraposição a estrelas estáticas e a inclusão de carga elétrica em contraposição a estrelas nêutras.

No capítulo 1 deste trabalho apresentamos um conjunto de equações derivadas do método perturbativo de Hartle-Thorne que, apesar de tratar a rotação como uma perturbação, é válido para velocidades até um pouco acima das frequências de Kepler [19]. Para tratar o efeito de arraste do referencial inercial tratamos a estrela como uma esfera, ou seja, não levamos em conta o achatamento polar da estrela. O valor da velocidade angular de arraste do referencial inercial é obtido a partir da solução de uma equação diferencial. O momento angular e o momento de inércia da estrela são obtidos a partir do cálculo da velocidade angular de arraste. Vimos que a deformação de monopolo é calculada a partir de duas equações diferenciais acopladas cujas soluções nos permitem avaliar a massa total corrigida em primeira ordem para uma estrela com velocidade de rotação não nula. Por fim, apresentamos a deformação de quadrupolo que nos permite avaliar a deformação da estrela, ou seja, são calculados o raio polar, o raio equatorial e a sua excentricidade.

No capítulo 2 deste trabalho apresentamos os resultados obtidos ao implementar o método de Hartle-Thorne numericamente. O efeito da rotação em estrelas compactas é mostrado na tabela 1. A  $M_{max}$  e  $R$  são respectivamente a massa máxima e o raio para estrela com velocidade de rotação nula. A  $M_{max}^1$  é a massa máxima corrigida em primeira ordem para uma estrela com velocidade angular  $\Omega$ .  $R_e$  é o raio equatorial,  $R_p$  é o raio

polar,  $\epsilon_c$  é a densidade de energia central,  $I$  é o momento de inércia e  $e$  é a excentricidade. Analisando os resultados, vimos que a massa diminui com o aumento da entropia para todos os tipos de pulsares, exceto para o modelo de sacolas do MIT. O achatamento polar é semelhante para todas as configurações. Outra conclusão importante é que o momento de inércia das estrelas quarkiônicas são muito menores que o momento de inércia das estrelas hadrônicas e híbridas. De acordo com os resultados obtidos neste trabalho concluímos que o objeto XTE J1739-285 pode realmente ser uma estrela de quarks.

No capítulo 3 deste trabalho apresentamos um formalismo que permite avaliar os efeitos da carga elétrica na estrutura das estrelas compactas. Um sistema de quatro equações diferenciais ordinárias acopladas é obtido ao resolver as equações de campo de Einstein para a métrica de Schwarzschild e para um tensor momento-energia com os termos do campo elétrico incluso. Tal sistema nos permite obter algumas propriedades fenomenológicas da estrela como massa máxima, raio, campo elétrico e carga elétrica total. No entanto, como vimos, resolvemos definir uma determinada distribuição de carga no interior da estrela. Supusemos que a distribuição da carga é simetricamente esférica e proporcional a densidade de energia por um fator  $f$ . É importante notar que as EdE utilizadas neste trabalho são todas neutras (*ver apêndice B*) e isto é permitido porque a interação forte não é afetada quando  $Z/A \sim 10^{-18}$  de acordo com [35]. Para calcular a massa total da estrela temos de levar em consideração a contribuição da densidade de energia do campo elétrico. A equação de equilíbrio hidrostático é semelhante a de Tolman-Oppenheimer-Volkoff com um termo adicional associado a repulsão elétrica e um novo termo no fator associado ao gradiente de pressão gravitacional.

No capítulo 4 apresentamos os resultados obtidos ao implementar o formalismo do capítulo 3 numericamente. Os resultados mostrados nas tabelas 2, 3, 4 e 5 e nas figuras 3, 4, 5 e 6 nos revelaram um aumento da massa máxima e do raio com o aumento da fração de carga  $f$  para todas as EdE utilizadas. Notamos que o aumento da massa e do raio não é linear com o aumento de fração de carga  $f$ . Como vimos, uma pequena variação no valor de  $f$  reflete uma grande alteração na massa e no raio da estrela. Isto acontece

---

porque a medida que incluímos uma quantidade maior de carga no interior da estrela um campo elétrico cada vez maior se estabelece fazendo com que o gradiente de forças total se torne cada vez mais próximo de zero na equação de equilíbrio hidrostático.

## 6 *Perspectivas Futuras*

Como perspectivas futuras:

- Incluir o campo eletromagnético no tensor momento-energia e resolver as equações de campo de Einstein para a métrica (1.1). Teremos assim a possibilidade de calcular as propriedades das estrelas compactas levando em conta o efeito do campo magnético.
- Calcular o tempo de relaxação, índices adiabáticos e a viscosidade para equações de estado com entropia fixa para estrelas compactas em rotação segundo proposta apresentada em [37].

## *Referências*

- [1] A.L. Espíndola and D.P. Menezes, Phys. Rev. **C 65**, 045803 (2002).
- [2] A.M.S. Santos and D.P. Menezes, Phys. Rev. **C 69**, 045803 (2004).
- [3] R. Cavangnoli and D.P. Menezes, Braz. J. Phys. **B 35**, 869 (2005).
- [4] D.P. Menezes and C. Providência, Phys. Rev. **C 68**, 035804 (2003).
- [5] D.P. Menezes and C. Providência, Phys. Rev. **C 70**, 058801 (2004); D.P. Menezes and C. Providência, Braz. J. Phys. **34**,724 (2004).
- [6] P.K. Panda, D.P. Menezes and C. Providência, Phys. Rev. **C 69**, 025207 (2004).
- [7] P.K. Panda, D.P. Menezes and C. Providência, Phys. Rev. **C 69**, 058801 (2004).
- [8] D.P. Menezes and C. Providência, Phys. Rev. **C 69**, 045801 (2004).
- [9] D.P. Menezes, P.K. Panda and C. Providência, Phys. Rev. **72 C**, 035802 (2005).
- [10] D.P. Menezes and D.B. Melrose, Publ. Astron. Soc. Aust. **22**, 292 (2005); D.P. Menezes, C. Providência and D.B. Melrose, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **32**, 1081 (2006).
- [11] N. Itoh, Prog. Theor. Phys. 44, **291** (1970).
- [12] A.R. Bodmer, Phys. Rev. **D 4**, 1601 (1971).
- [13] E. Witten, Phys. Rev. **D 30**, 272 (1984).
- [14] P. Haensel, J.L. Zdunik and R. Schaeffer, Astron and Astrophys. **160**, 121 (1986).
- [15] C. Alcock, E. Farhi and A. Olinto, Astrophys. J. **310**, 261 (1986).
- [16] R.C. Tolman, Phys. Rev. **55**,364 (1939); J.R. Oppenheimer and G.M. Volkoff, Phys. Rev. **55**,374 (1939).
- [17] J. Cottam, F. Paerels and M. Mendez, Nature **420**, 51 (2002).
- [18] D. Sanwal, G.G. Pavlov, V.E. Zavlin and M.A. Teter, Astrophys. J **574**, L 61 (2002).
- [19] N. K. Glendenning, Compact Stars, Springer-Verlag, New-York, 2000.
- [20] J.B. Hartle, Astrophys. J. **150**, 1005 (1967); J.B. Hartle and K.S. Thorne, Astrophys. J. **153**, 807 (1968).
- [21] F. Weber and N.K. Glendenning, Phys. Lett. **B 265**, 1 (1991); M. Ansorg, A. Kleinwächter and R. Meinel, Astron. & Astrophys. **405**, 711 (2003).

- [22] E. Berti, F. White, A. Maniopoulos and M. Bruni, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **358**, 923 (2005).
- [23] J.M. Thomas, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **79**, 189 (1989)
- [24] R. Manka, I. Bednarek and G. Przybyla, *Phys. Rev. C* **62**, 015802 (2000), I. Bednarek and R. Manka, nucl-th/0012026.
- [25] A. Burrows and J. M. Lattimer, *Astrophys. J.* **307**, 178 (1986).
- [26] M. Prakash, I. Bombaci, M. Prakash, P. J. Ellis, J. M. Lattimer and R. Knorren, *Phys. Rep.* **280**, 1 (1997).
- [27] DIRAC, P A M. *General theory of relativity..* New York: A Wiley-Inters-cience, 1975.
- [28] P. Kaaret, Z. Prieskorn, J. J. M. I. Zand, S. Brandt, N. Lund, S. Mereghetti, D. Götz, E. Kuulkers, and J. A. Tomsick *Astrophysical Journal, Letters*, vol. 657, p. L97, 2007.
- [29] J. B. Hartle and D. Sharp. *Astrophys. J.* **147** (9167) 317
- [30] P. Haensel, J.L. Zdunik, *Nature* **340**, 617 (1989).
- [31] D. P. Menezes, D. B. Melrose, C. Providência and K. Wu, *Phys. Rev. C* **73** (2006) 025806 and references therein.
- [32] I. Bombaci and B. Datta, *ApJ Lett.* **530**, L69(2000).
- [33] N. Gehrels *et al.*, *Nature* **437** (2005) 851.
- [34] D. B. Fox *et al.*, *Nature* **437** (2005) 845; J. S. Villasenor *et al.*, *Nature* **437** (2005) 855; J. Hjorth *et al.*, *Nature* **437** (2005) 859.
- [35] A.L. Espíndola, M. Malheiro, J.P.S. Lemos and V.T. Zanchin, *Phys. Rev. C* **68**, 084004 (2005).
- [36] J. L. Zhang, W. Y. Chau and T. Y. Deng, *Astrophys. and Space Sc.* **88** (1982) 81.
- [37] D. Chatterjee and D. Bandyopadhyay, *Phys. Rev. D* **74** (2006)
- [38] S. P. Klevansky, *Rev. Mod. Phys.* **64** (1992) 649; P. Zuang, J. Hüfner and S. P. Klevansky, *Nucl. Phys. A* **576** (1994) 525.
- [39] T.Hatsuda and T. Kunihiro, *Phys. Rep.* **247** (1994) 221.
- [40] J. da Providência, M. C. Ruivo and C. A. de Sousa, *Phys. Rev. D* **36** (1987) 1882; C. A. de Sousa, *Z. Phys. C* **8s** 43 (1989) 503; M. C. Ruivo, C. A. de Sousa, B. Hiller and A. H.Blin, *Nucl. Phys. A* **575** (1994) 460.
- [41] C. Ruivo, C. Sousa e C. Providência, *Nucl. Phys. A* **651** (1999) 59; Pedro F. S. Costa, Master Thesis, 2001.
- [42] T. Kunihiro, *Phys. Lett. B* **219**, 363 (1989).



- 
- [43] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorne, and V. F. Weisskopf, Phys. Rev. D **9**, 3471 (1974).
- [44] B.D. Serot and J.D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16** (1986) 1.
- [45] N. K. Glendenning and S.A. Moszkowski, Phys. Rev. Lett. **67**,2414 (1991).

## *APÊNDICE A – Modelos nucleares relativísticos*

As EdE refletem a constituição física do interior estelar e, em geral, são derivadas de modelos nucleares relativísticos. No cálculo da EdE para estrelas híbridas, a fase hadrônica foi obtida com o modelo de Walecka não linear e a fase quarkônica foi derivada do modelo de sacolas do MIT. Apresentaremos a seguir uma breve descrição dos modelos:

### A.1 O modelo Nambu-Jona-Lasinio

O modelo Nambu-Jona-Lasinio é utilizado para descrever matéria quarkônica e tem como densidade Lagrangiana [38, 39, 40, 41]

$$\begin{aligned}
 L = & \bar{q} (i \gamma^\mu \partial_\mu - m) q + g_S \sum_{a=0}^8 [(\bar{q} \lambda^a q)^2 + (\bar{q} i \gamma_5 \lambda^a q)^2] \\
 & + g_D \{ \det [\bar{q}_i (1 + \gamma_5) q_j] + \det [\bar{q}_i (1 - \gamma_5) q_j] \}, \quad (\text{A.1})
 \end{aligned}$$

onde  $q = (u, d, s)$  são os campos de quarks e  $\lambda_a$  ( $0 \leq a \leq 8$ ) são as componentes da matriz sabor  $U(3)$ . Os parâmetros do modelo são:  $m = \text{diag}(m_u, m_d, m_s)$  é a matriz corrente para a massa dos quarks ( $m_d = m_u$ ), as constantes de acoplamento são dadas por  $g_S$  e  $g_D$  e o cutoff no espaço dos momentos é dado por  $\Lambda$ . O conjunto de parâmetros da EdE para estrelas quarkônicas no modelo Nambu-Jona-Lasinio foi escolhido de forma a ajustar os valores da massa do pión no vácuo, a constante de decaimento do pión, a massa do kaon e o condensado de quarks [41, 42]:  $\Lambda = 631.4 \text{ MeV}$ ,  $g_S \Lambda^2 = 1.824$ ,  $g_D \Lambda^5 = -9.4$ ,  $m_u = m_d = 5.6 \text{ MeV}$  and  $m_s = 135.6 \text{ MeV}$  onde foram ajustadas, para as seguintes

propriedades:  $m_\pi = 139 \text{ MeV}$ ,  $f_\pi = 93.0 \text{ MeV}$ ,  $m_K = 495.7 \text{ MeV}$ ,  $f_K = 98.9 \text{ MeV}$ ,  $\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle = -(246.7 \text{ MeV})^3$  e  $\langle \bar{s}s \rangle = -(266.9 \text{ MeV})^3$ .

## A.2 O modelo de sacolas do MIT

Outro modelo muito utilizado para descrever matéria quarkiônica é o modelo de sacola do MIT [43]. Os quarks são considerados livres dentro de uma sacola e as propriedades termodinâmicas são derivadas do modelo do gás de Fermi. A densidade de energia, a pressão e a densidade de quarks são dados respectivamente por

$$\epsilon = 3 \times 2 \sum_{q=u,d,s} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \sqrt{k^2 + m_q^2} (f_{q+} + f_{q-}) + Bag, \quad (\text{A.2})$$

$$p = \frac{2}{\pi^2} \sum_q \int \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + m_q^2}} (f_{q+} + f_{q-}) - Bag, \quad (\text{A.3})$$

$$\rho_q = 3 \times 2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} (f_{q+} - f_{q-}), \quad (\text{A.4})$$

onde 3 significa o número de cores para cada sabor de quark, 2 é a degenerescência do spin,  $m_q$  é a massa dos quarks e  $Bag$  representa a pressão da sacola. As funções distribuição para os quarks e anti-quarks são dados por

$$f_{q\pm} = 1/(1 + \exp[(\epsilon \mp \mu_q)/T]), \quad (\text{A.5})$$

onde  $\mu_q$  é o potencial químico para quarks e anti-quarks do tipo  $q$  e  $\epsilon = \sqrt{k^2 + m_q^2}$ . As equações acima são obtidas para temperatura finita. Para estrelas de quarks no modelo de sacolas do MIT, o conjunto de parâmetros é dado por  $m_u = m_d = 5.5 \text{ MeV}$ ,  $m_s = 150.0 \text{ MeV}$  e  $Bag = (180 \text{ MeV})^4$ .

## A.3 O modelo não linear de Walecka

As EdE utilizadas neste trabalho para descrever matéria hadrônica são derivadas a partir de uma extensão do modelo não linear de Walecka [44]. A extensão significa a inclusão do octeto bariônico ( $n$ ,  $p$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Xi^0$ ). A densidade Lagrangiana é dada por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_{mesons} + \mathcal{L}_{leptons}, \quad (\text{A.6})$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_B &= \sum_B \bar{\psi}_B [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_{vB}V^\mu - g_{\rho B}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu) - (M_B - g_{sB}\phi)] \psi_B, \\ \mathcal{L}_{mesons} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2) - \frac{1}{3!}\kappa\phi^3 - \frac{1}{4!}\lambda\phi^4 \\ &\quad - \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu + \frac{1}{4!}\xi g_v^4(V_\mu V^\mu)^2 \\ &\quad - \frac{1}{4}\mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu, \\ \mathcal{L}_{leptons} &= \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu\partial^\mu - m_l) \psi_l, \end{aligned}$$

sendo que a soma em  $B$  está relacionada ao octeto bariônico e a soma em  $l$  aos léptons,  $l = e^-, \mu^-$ . Temos também que:

- $i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi - \bar{\psi}M\psi$ : termo cinético dos nucleons.
- $\frac{1}{2}(\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - m_s^2\phi^2)$ : termo cinético do méson  $\sigma$ .
- $-\frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu$ : termo cinético do méson  $\omega$ .
- $-\frac{1}{4}\mathbf{B}_{\mu\nu}\mathbf{B}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu$ : termo cinético do méson vetorial  $\rho$ .
- $-g_v\bar{\psi}\gamma_\mu V^\mu\psi$ : termo que descreve a interação entre os nucleons, neste caso mediada pelo méson  $\omega$ .
- $-\frac{g_\rho}{2}\bar{\psi}\gamma_\mu\vec{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu\psi$ : termo responsável pela interação entre nucleons, mediada pelo méson  $\rho$ .

- $\bar{\psi}(g_s\phi)\psi$ : descreve a variação da massa efetiva devido a ação do campo escalar  $\phi$ , mediada pelo méson  $\sigma$ .
- $-\frac{1}{3!}\kappa\phi^3$  e  $-\frac{1}{4!}\lambda\phi^4$ : termos não lineares necessários para que haja um melhor ajuste da compressibilidade e da massa efetiva, a densidade da ordem da densidade de saturação da matéria nuclear, com os dados experimentais.

Aplicando a equação de Euler-Lagrange em A.6, obtemos as equações de movimento deste sistema:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m_s^2\right)\phi &= g_s\rho_s - \frac{\kappa}{2}\phi^2 - \frac{\lambda}{6}\phi^3, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m_v^2\right)V^\mu &= g_v j^\mu, \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m_\rho^2\right)\mathbf{b}^\mu &= \frac{g_\rho}{2}\mathbf{j}^\mu + \frac{g_\rho}{2}(\mathbf{b}_\nu \times \mathbf{B}^{\nu\mu}) + g_\rho\partial_\nu(\mathbf{b}^\nu \times \mathbf{b}^\mu), \\ i\frac{\partial\phi}{\partial t} &= \left[\vec{\alpha} \cdot (-i\vec{\nabla} - g_v\mathbf{V} - \frac{g_\rho}{2}\vec{\tau}_3 \cdot \mathbf{b}) + \beta(M - g_s\phi) + g_v V^0 + \frac{g_\rho}{2}\tau_3 b^0\right]\psi, \\ (i\gamma_\nu\partial^\mu - m_l)\psi_l &= 0, \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} \rho_s &= \langle \bar{\psi}\psi \rangle, \\ j^\mu &= \langle \bar{\psi}\gamma^\mu\psi \rangle, \\ \mathbf{j}^\mu &= \langle \bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\tau}\psi \rangle. \end{aligned}$$

Supondo que não há correntes na matéria nuclear, as equações do movimento ficam:

$$\begin{aligned} \nabla^2\phi &= m_s^2\phi + \frac{\kappa}{2}\phi^2 + \frac{\lambda}{6}\phi^3 - \sum_B g_{sB}\rho_{sB}, \\ \nabla^2 V^0 &= m_v^2 V^0 - \sum_B g_{vB}\rho_B, \\ \nabla^2 b^0 &= m_\rho b^0 - \sum_B g_{\rho B}\tau_3\rho_B, \end{aligned}$$

onde  $\rho_3 = \rho_p - \rho_n$ . Aplicando a aproximação de campo médio

$$\begin{aligned}\phi &\equiv \langle \phi \rangle = \phi_0, \\ V^0 &\equiv \langle V^0 \rangle = V_0, \\ b^0 &\equiv \langle b^0 \rangle = b_0,\end{aligned}$$

e definindo a razão entre as constantes de acoplamento dos híperons e dos nucleons da seguinte forma

$$\chi_i = \frac{g_{iB}}{g_{iN}}, \quad i = s, v, \rho$$

onde  $\chi_{sB}$ ,  $\chi_{vB}$  e  $\chi_{\rho B}$  são iguais a 1 para os nucleons. Assim, ficamos com

$$\begin{aligned}\phi_0 &= -\frac{\kappa}{2m_s^2}\phi_0^2 - \frac{\lambda}{6m_s^2}\phi_0^3 + \sum_B \frac{g_s}{m_s^2}\chi_{sB}\rho_{sB}, \\ V_0 &= \sum_B \frac{g_v}{m_v^2}\chi_{vB}\rho_B, \\ b_0 &= \sum_B \frac{g_\rho}{m_\rho^2}\chi_{\rho B}\tau_3\rho_B,\end{aligned}$$

sendo que

$$\begin{aligned}\rho_{sB} &= \frac{M_B^*}{\pi^2} \int_0^{K_{FB}} \frac{k^2 dk}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}}, \\ \rho_B &= \frac{1}{3\pi^2} K_{FB}^3.\end{aligned}\tag{A.7}$$

onde  $K_{FB}$  é o momento de Fermi. A Lagrangeana de campo médio fica

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \sum_B \bar{\psi}_B \left[ i\gamma_\mu \partial^\mu - M_B^* - g_{vB}\gamma_0 V_0 - \frac{1}{2}g_{\rho B}\gamma_0\tau_3 b_0 \right] \psi_B \\ &+ \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l)\psi_l - \frac{m_s^2}{2}\phi_0^2 + \frac{m_v^2}{2}V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2}b_0^2 - \frac{\kappa}{6}\phi_0^3 - \frac{\lambda}{24}\phi_0^4.\end{aligned}\tag{A.8}$$

O tensor momento energia para a Lagrangeana de campo médio fica

$$\begin{aligned}T_{\mu\nu} &= -g_{\mu\nu} \left( -\frac{m_s^2}{2}\phi_0^2 + \frac{m_v^2}{2}V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2}b_0^2 - \frac{\kappa}{6}\phi_0^3 - \frac{\lambda}{24}\phi_0^4 \right) \\ &+ \sum_B i\bar{\psi}_B \gamma_\mu \partial_\nu \psi_B \\ &+ \sum_l i\bar{\psi}_l \gamma_\mu \partial_\nu \psi_l.\end{aligned}$$

A densidade de energia é definida por

$$\epsilon = \langle T_{00} \rangle,$$

que aplicada ao tensor energia-momento nos dá

$$\begin{aligned} \epsilon = & \frac{\gamma}{2\pi^2} \left( \sum_B \int_0^{K_{FB}} k^2 dk \sqrt{p^2 + M_B^{*2}} + \sum_l \int_0^{K_{Fl}} k^2 dk \sqrt{k^2 + m_l^2} \right) \\ & + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 + \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{\kappa}{6} \phi_0^3 + \frac{\lambda}{24} \phi_0^4. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

A pressão é definida como

$$p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle,$$

que aplicada no tensor momento energia obtemos

$$\begin{aligned} p = & \frac{\gamma}{6\pi^2} \left( \sum_B \int_0^{K_{FB}} \frac{k^4 dk}{\sqrt{k^2 + M_B^{*2}}} + \sum_l \int_0^{K_{Fl}} \frac{k^4 dk}{k^2 + m_l^2} \right) \\ & + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{\kappa}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Assim, a solução das equações (A.9) e (A.10) formam a EdE que descreve matéria hadrônica com base no modelo não linear de Walecka. O procedimento para derivar as EdE do modelo do Nambu-Jona-Lanasinio e do MIT é semelhante ao descrito acima. O conjunto de parâmetros escolhidos é dado por  $g_s^2/m_s^2 = 11.79 \text{ fm}^2$ ,  $g_v^2/m_v^2 = 7.148 \text{ fm}^2$ ,  $g_\rho^2/m_\rho^2 = 4.41 \text{ fm}^2$ ,  $\kappa/M = 0.005896$  e  $\lambda = -0.0006426$ , para o qual a energia de ligação é  $-16.3 \text{ MeV}$  na densidade de saturação  $\rho_0 = 0.153 \text{ fm}^{-3}$ , o coeficiente de simetria é  $32.5 \text{ MeV}$ , o módulo de compressão é  $300 \text{ MeV}$  e a massa efetiva é  $0.7M$ . A constante de acoplamento méson-híperon está vinculada a energia do híperon  $\Lambda$  na matéria nuclear, níveis hipernucleares ( $\chi_{sB}$  e  $\chi_{vB} = \chi_{\rho B} = 0.783$ ) e assumimos que os acoplamentos  $\Sigma$  e  $\Xi$  são iguais aos do híperon  $\Lambda$  [45, 19].

## A.4 Neutralidade da carga e equilíbrio químico

Como já foi mencionado, todas as EdE utilizadas neste trabalho são neutras. Para garantir a neutralidade da carga, as EdE derivadas do modelo de sacolas do MIT e do modelo Nambu-Jona-Lasinio obedecem o seguinte vínculo

$$\rho_e + \rho_\mu = \frac{1}{3}(2\rho_u - \rho_d - \rho_s), \quad (\text{A.11})$$

e para garantir o equilíbrio químico

$$\mu_s = \mu_d = \mu_u + \mu_e, \quad \mu_e = \mu_\mu.$$

Para garantir a neutralidade da carga, as EdE derivadas do modelo não linear de Walecka estendido obedecem o seguinte vínculo

$$\sum_B q_B \rho_B + \sum_l q_l \rho_l = 0,$$

onde  $q_B$  e  $q_l$  são a carga dos bárions e dos léptons respectivamente. Para garantir o equilíbrio químico no modelo não linear de Walecka, os seguintes vínculos são obedecidos

$$\begin{aligned} \mu_{\Sigma^0} &= \mu_{\Xi^0} = \mu_\Lambda = \mu_n, \\ \mu_{\Sigma^-} &= \mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_e, \\ \mu_{\Sigma^+} &= \mu_p = \mu_n - \mu_e, \end{aligned}$$

onde todos os  $\mu$  são potenciais químicos da fração de partículas denotadas pelo seu subscrito.



## *APÊNDICE B – A constante $f$*

As unidade utilizadas para a distribuição de carga são

$$[\rho] = \frac{1}{km} \left( \frac{MeV}{fm^3} \right)^{1/2}. \quad (B.1)$$

Quanto integramos  $\rho$  utilizamos a variável  $r$  em  $km$  e portanto a constante  $f$  deve ter as seguintes dimensões

$$[f] = \frac{1}{km} \left( \frac{MeV}{fm^3} \right)^{-1/2}. \quad (B.2)$$

Escrevendo a relação  $\rho = f\epsilon$  em unidades geométricas

$$\rho = \alpha\epsilon, \quad (B.3)$$

onde a carga é escrita em unidades de massa e a densidade de carga em unidades de densidade de massa. Assim  $f$  pode ser relacionada com  $\alpha$  da seguinte maneira

$$\alpha = f \frac{0.224536}{\sqrt{G}} = f \times 0.86924 \times 10^3. \quad (B.4)$$

Substituindo os valores de  $f$  utilizados neste trabalho

$$\begin{aligned} f &= 0.0002 \rightarrow \alpha = 0.1738, \\ f &= 0.0004 \rightarrow \alpha = 0.3476, \\ f &= 0.0006 \rightarrow \alpha = 0.5215, \end{aligned} \quad (B.5)$$

Assim, por exemplo, para  $f = 0.0002$  pouco mais de 17% da densidade de matéria da estrela está carregada.

## *APÊNDICE C – Os modelos O, P, Q, R*

Na tabela abaixo apresentaremos uma breve descrição dos modelos O, P, Q e R.

Tabela 6: Modelos O, P, Q e R

modelo	Intervalo densidade ( $g/cm^3$ )	Partículas Constituintes	Interações	Método de Muitos-Corpos utilizados
O	$2 \times 10^{13}$ - $5 \times 10^{15}$	$n, p, \Lambda, \Sigma^0$  $\Delta, e^-, \mu^-, \pi^-$	Troca dos mésons  $\pi, \sigma, \omega, \rho, K$ e $K^*$	Aproximação de Campo Médio
P	$2 \times 10^{13}$ - $5 \times 10^{15}$	$n, p, \Lambda, \Sigma^0$  $\Delta, e^-, \mu^-$	Troca dos mésons  $\sigma, \omega$ e $\rho$	Aproximação de Campo Médio
Q	$2 \times 10^{13}$ - $5 \times 10^{15}$	$n, p, \Lambda, \Sigma^0$  $\Delta, e^-, \mu^-$	Troca dos mésons $\sigma, \omega, \rho, K$ e $K^*$ com acoplamento bariônico universal	Aproximação de Campo médio
R	$2 \times 10^{13}$ - $5 \times 10^{15}$	$n, p, \Lambda, \Sigma^0$  $\Delta, e^-, \mu^-$	Troca dos mésons  $\sigma$ e $\omega$	Aproximação de Campo médio