

HENRY LEONARDO LÓPEZ SALAMANCA

**ANÁLISE, SINTONIA E EXPERIMENTAÇÃO DE
CONTROLADORES PID VIA PROJETOS
GMV E GPC**

**FLORIANÓPOLIS
2007**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ANÁLISE, SINTONIA E EXPERIMENTAÇÃO DE
CONTROLADORES PID VIA PROJETOS
GMV E GPC**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

HENRY LEONARDO LÓPEZ SALAMANCA

Florianópolis, Novembro de 2007.

ANÁLISE, SINTONIA E EXPERIMENTAÇÃO DE CONTROLADORES PID VIA PROJETOS GMV E GPC

Henry Leonardo López Salamanca

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Automação e Sistemas, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, D. Sc.
Orientador

Prof^a. Kátia Campos de Almeida, Dra.
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, D. Sc., DAS / UFSC
Orientador

Prof. Otacílio Da Mota Almeida, D. Sc., DEE / UFC

Prof. João Bosco Da Mota Alves, D. SC., INE / UFSC

*Aos meus pais, a meu irmão
e a minha namorada Lury.*

Agradecimentos

Agradeço a Deus, por ter me dado o presente da vida, e por sempre ter me aberto as portas e me guiado pelos caminhos que escolhi traçar.

Ao professor Antonio Augusto Rodrigues Coelho, pela orientação na minha dissertação, sempre me auxiliando com direcionamentos e sugestões em minhas dúvidas e questionamentos.

A WEG Automação pelo apoio técnico e suporte financeiro. Aos engenheiros Valter Luiz Knih e Mario Cologni pela sua valiosa ajuda.

Aos meus pais, Fanny e José por tudo o que fazem por mim, pelo amor, carinho, dedicação e educação. Sem vocês eu não teria chegado até aqui.

A meu irmão Julian por seu amor, apoio e amizade, espero que algum dia ele possa também estudar aqui no Brasil.

A minha namorada Lury por seu amor, compreensão e por acreditar em nosso amor, superando mesmo a distancia.

Ao Brasil e a UFSC por ter me dado a oportunidade de estudar este mestrado e me ter acolhido. Aos professores e colegas do DAS.

A meus amigos brasileiros, aos meus irmãos colombianos, a colônia latino-americana e estrangeira por sua amizade sincera.

A Dona Nazarita, seus filhos e toda sua família por ter me acolhido no seu lar, fazendo me sentir mais um filho seu.

A toda minha família, meu pai Juan e minha avó Anita que sei que estão orando por mim desde o céu. A minha tia Sara a Samarita e Lino por ser o apoio da família aqui no Brasil.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ANÁLISE, SINTONIA E EXPERIMENTAÇÃO DE CONTROLADORES PID VIA PROJETOS GMV E GPC

Henry Leonardo López Salamanca

Novembro/ 2007

Orientador: Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, D. Sc.
Área de Concentração: Automação e Sistemas
Palavras-chave: controle PID, robustez, sintonia, GMV, GPC, CLP
Número de Páginas: 143

Apesar de todos os avanços na área de controle nos últimos anos, o controlador PID ainda é o controlador mais usado no controle de processos industriais. Pesquisas e desenvolvimentos na tecnologia PID estão focalizando esforços na busca de soluções que permitam obter não somente o melhor desempenho dos controladores, mas também encontrar implementações tecnológicas ou metodológicas na sintonia. O objetivo desta dissertação é proporcionar aos engenheiros e operários um melhor entendimento e maior familiarização das estratégias que vem sendo propostas para melhorar o desempenho de controladores PID. Adicionalmente, busca-se o desenvolvimento de softwares que permitam aproximar a academia do setor industrial, através da implementação e experimentação de algoritmos de controle e de técnicas de sintonia avançadas, em equipamentos utilizados para o controle de processos industriais.

Duas técnicas de controle avançado são abordadas: GMV e GPC para a sintonia de controladores PID em diferentes configurações de malha. A avaliação dos controladores é feita através de indicadores de desempenho e análise da estabilidade robusta. Estuda-se a influência da variação dos parâmetros de projeto associados as técnicas de controle, na sintonia e no desempenho dos controladores PID. Os algoritmos de sintonia e de controle são desenvolvidos inicialmente em Matlab e posteriormente, implementados no controlador lógico programável CLP IndraControl L40 da Rexroth-Bosch, e validados experimentalmente para estudos de caso de dois processos lineares, implementados com modelos eletrônicos analógicos.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for
the degree of Master in Electrical Engineering

ANÁLISE, SINTONIA E EXPERIMENTAÇÃO DE CONTROLADORES PID VIA PROJETO GMV E GPC

Henry Leonardo López Salamanca

November, 2007

Advisor: Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, D. Sc.
Area of Concentration: Automation and Systems
Keywords: PID Control, robustness, tuning, GMV, GPC, PLC
Number of Pages: 143

In spite all advances in the control area over the last years, the PID controller is still the most popular controller in the process industry. Researchs and developments of PID technology are focused to find solutions to get the best performance of the PID control. This dissertation was proposed in order to provide to engineers and employees a better understanding and familiarity of the strategies which have been proposed to improve the performance of PID controllers. Moreover, to encourage the development of software that bring academy closer to industry by implementation and testing of control algorithms and advanced tuning techniques on equipments used for the control of industrial processes.

Throughout this work techniques for advanced control like GMV and GPC for tuning PID controllers in different loop settings are discussed. The assessment of the controllers is performed by performance indexes and robust stability analysis. It is also studied the influence of the variation on the design parameters associated to the control techniques on tuning and performance of PID controllers. The control and tuning algorithms initially are developed in Matlab and, subsequently, implemented on a programmable logic PLC IndraControl L40 controller of the Bosch-Rexroth. Finally, they are validated experimentally for case studies in two linear processes, both implemented with electronic analog models.

Sumário

Lista de Tabelas	xi
Lista de Figuras	xiii
Lista de Abreviaturas	xvii
Lista de Símbolos	xix
Capítulo 1 Introdução	1
Capítulo 2 Controlador PID	7
2.1 Introdução	7
2.2 Configurações de Malhas de Controle PID	7
2.2.1 Controlador PID Ideal	8
2.2.2 Controlador PID de Dois Graus de Liberdade com Compensação Feedforward	13
2.2.3 Controlador I+PD	15
2.2.4 Controlador PI+PD	16
2.2.5 Controlador PID com Filtro na Saída	18
2.2.6 Controlador PI+D com Filtro na Saída da Parte Derivativa	21
2.3 Conclusão	22
Capítulo 3 Sintonia PID via Projeto GMV	23
3.1 Introdução	23
3.2 Controlador GMV	23
3.2.1 Modelagem do Processo	24
3.2.2 Função Custo, Saída Generalizada e Predição Ótima	24
3.2.3 Lei de Controle GMV e as Funções de Transferência de Malha Fechada	27
3.3 Controlador GMV com Filtro	29
3.4 Controlador GMV Fortemente Estável	31
3.5 Controlador PID com Sintonia GMV	32
3.5.1 Sintonia de Controlador PID Ideal e PID de Dois Graus de Liberdade	33
3.5.2 Sintonia de Controlador I+PD e PI+PD	38
3.5.3 Sintonia de Controladores PID com Filtro	40
3.5.4 Sintonia do Controlador PID Ideal com Kc Variável	43

3.6	Conclusão	46
Capítulo 4	Sintonia PID via Projeto GPC	47
4.1	Introdução	47
4.2	Controlador GPC	48
4.2.1	Preditor Ótimo	48
4.2.2	Controle que Minimiza a Função Custo	50
4.3	Sintonia do Controlador I+PD Usando a Estrutura RST	53
4.3.1	Estrutura RST do Controlador GPC	53
4.3.2	Equivalência do Controlador GPC e o Controlador I+PD	55
4.4	Controlador PID em Equações de Estado via Aproximação GPC	56
4.4.1	Lei de Controle PID	57
4.4.2	Modelagem do Processo	58
4.4.3	Projeto do Controle GPC	60
4.4.4	Horizonte de Controle	66
4.5	Referência com Propriedade Antecipativa	66
4.6	Conclusão	67
Capítulo 5	Resultados de Simulação com o Matlab	69
5.1	Introdução	69
5.2	Resultados com a Sintonia Via Projeto GMV	70
5.2.1	Processo Oscilatório de Segunda Ordem	70
5.2.2	Processo de Fase Não-Mínima	78
5.2.3	Avaliação de Estabilidade Robusta Sintonia PID via Projeto GMV	90
5.3	Resultados com a Sintonia Via Projeto GPC	95
5.3.1	Processo Oscilatório de Segunda Ordem	95
5.3.2	Processo de Fase Não-Mínima	103
5.3.3	Avaliação de Estabilidade Robusta Sintonia PID via Projeto GPC	110
5.4	Conclusão	113
Capítulo 6	Resultados de Simulação com o CLP	115
6.1	Introdução	115
6.2	Características do CLP IndraControl L40	115
6.3	Funções e Implementação	116
6.3.1	Funções e Implementação da Sintonia PID via Projeto GMV	118
6.3.2	Funções e Implementação da Sintonia PID via Projeto GPC	119

6.4	Resultados.....	121
6.4.1	Resultados Experimentais para o Processo Oscilatório.....	121
6.4.2	Resultados Experimentais para o Processo de Fase Não-Mínima.....	124
6.5	Conclusão	128
Capítulo 7	Conclusão.....	131
	Referências Bibliográficas.....	139

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 Sintonia do controlador PID por equações de estado via projeto GPC.	64
Tabela 5.1 Resultado das configurações de malha PID, sintonia via projeto GMV para processo oscilatório.	72
Tabela 5.2 Resultado das configurações de malha PID, sintonia via projeto GMV para processo de fase não-minima.	81
Tabela 5.3 Resultado das configurações de malha PID, sintonia via projeto GPC para processo oscilatório.	97
Tabela 5.4 Resultado das configurações de malha PID, sintonia via projeto GPC para o processo de fase não-mínima.	104
Tabela 6.1 Especificações técnicas do CLP IndraControl L40.	115
Tabela 6.2 Funções usadas na implementação da sintonia PID via projeto GMV no CLP L40.	118
Tabela 6.3 Funções usadas na implementação da sintonia PID via projeto GPC no CLP L40.	120

Lista de Figuras

Figura 2.1 Controlador na estrutura RST.	8
Figura 2.2 Controlador PID digital.	10
Figura 2.3 Controlador PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward.	13
Figura 2.4 Controlador PID de dois graus de liberdade em funções de transferência.	14
Figura 2.5 Controlador I+PD.	15
Figura 2.6 Controlador PI+PD.	16
Figura 2.7 Controlador PID com filtro na saída.	20
Figura 2.8 Controlador PI+D com filtro na saída da parte derivativa.	21
Figura 3.1 Controlador GMV.	28
Figura 3.2 Controlador GMV com filtro na saída.	31
Figura 3.3 Controlador GMV fortemente estável.	32
Figura 4.1 Controlador PID via aproximação GPC.	65
Figura 5.1 Resposta em malha aberta do processo oscilatório.	70
Figura 5.2 Resposta das configurações de malha PID, sintonia GMV: comportamento regulatório, processo oscilatório.	74
Figura 5.3 Comportamento servo com o controlador PID de dois graus de liberdade: projeto GMV e processo oscilatório.	75
Figura 5.4 Comportamento servo do controlador PID GMV com K_c variável: processo oscilatório.	76
Figura 5.5 Resposta temporal do comportamento servo: controlador PID GMV com K_c variável: processo oscilatório.	77
Figura 5.6 Comportamento regulatório do controlador PID GMV com K_c variável: processo oscilatório.	78
Figura 5.7 Resposta em malha aberta do processo de fase não-mínima.	79
Figura 5.8 Resposta temporal das configurações de malha PID, sintonia GMV: comportamento regulatório, processo de fase não-mínima.	84
Figura 5.9 Ganhos do controlador PI+PD como função de K_f , processo de fase não-mínima.	85
Figura 5.10 Comportamento servo do controlador PI+PD GMV: processo de fase não-mínima.	86

Figura 5.11 Resposta temporal do controlador PID GMV com filtro: comportamento servo, processo de fase não-mínima.....	87
Figura 5.12 Resposta temporal com os controladores PID com filtro: comportamento regulatório, processo de fase não mínima.....	88
Figura 5.13 Comportamento regulatório controladores PID com filtro: atenuação de ruído branco e processo de fase não-mínima.	89
Figura 5.14 Resposta temporal dos controladores PID com filtro: atenuação de ruído branco e processo de fase não-mínima.	90
Figura 5.15 Avaliação da estabilidade robusta para a sintonia das configurações de malha PID, I+PD e PID de dois graus de liberdade.	92
Figura 5.16 Avaliação da estabilidade robusta para a sintonia da configuração de malha PID com K_c variável.	93
Figura 5.17 Avaliação de estabilidade robusta para a sintonia da configuração de malha PID com filtro.	94
Figura 5.18 Resposta em malha aberta processo oscilatório, para $\tau = 137.7$ e $\tau = 918.3$	96
Figura 5.19 Parâmetros do controlador I+PD GPC como função de N_y e λ : processo oscilatório.	99
Figura 5.20 Comportamento servo do controlador I+PD: projeto GPC e processo oscilatório.	100
Figura 5.21 Diferença do comportamento servo para o controlador I+PD com sintonia GPC: com e sem propriedade antecipativa, processo oscilatório.	101
Figura 5.22 Resposta temporal do controlador I+PD com sintonia GPC: usando propriedade antecipativa de $r(t)$, processo oscilatório.	101
Figura 5.23 Resposta temporal do controlador PID com aproximação GPC: usando propriedade antecipativa, processo oscilatório.	102
Figura 5.24 Resposta temporal dos controladores GPC e I+PD via projeto GPC: comportamento regulatório e processo de fase não-mínima.	107
Figura 5.25 Parâmetros do controlador PID via aproximação GPC como função de N_y e λ : processo de fase não-mínima.....	108
Figura 5.26 Resposta temporal do controlador PID aproximação GPC: comportamento servo, processo de fase não-mínima.	109
Figura 5.27 Avaliação da estabilidade robusta para o controlador I+PD via sintonia GPC e controlador PID via aproximação GPC: processo oscilatório.	111

Figura 5.28 Avaliação da estabilidade robusta para o controlador I+PD via sintonia GPC: processo de fase não-mínima.....	112
Figura 5.29 Avaliação de estabilidade robusta para o controlador PID via aproximação GPC: processo de fase não-mínima.....	113
Figura 6.1 Operadores matemáticos disponíveis no software de programação IndraWorks.	117
Figura 6.2 Estrutura do programa de implementação da sintonia PID via projeto GMV em CLP.....	118
Figura 6.3 Estrutura do programa de implementação da sintonia PID via projeto GPC em CLP.....	120
Figura 6.4 Resposta temporal em malha aberta via as simulações numérica e experimental: processo oscilatório.	122
Figura 6.5 Resposta temporal via as simulações numérica e experimental: comportamento servo, processo oscilatório.....	123
Figura 6.6 Resposta temporal da implementação no CLP L40: comportamentos servo e regulatório, processo oscilatório.....	124
Figura 6.7 Resposta temporal em malha aberta via as simulações numérica e experimental: processo de fase não-mínima de 3ª ordem.....	125
Figura 6.8 Resposta temporal via as simulações numérica e experimental: comportamento servo, processo de fase não-mínima.....	126
Figura 6.9 Resposta temporal da implementação no CLP L40 para o controlador PID e PID com Kc variável: sintonia GMV e processo oscilatório.....	127
Figura 6.10 Resposta temporal da implementação no CLP L40 para o controlador I+PD e PID: sintonia GPC e processo de fase não-mínima.....	128

Lista de Abreviaturas

BRM	<i>Back Rectangular Method</i>
CARIMA	<i>Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average</i>
DOF	<i>Degree-of-freedom</i>
FOPDT	<i>First-Order Plus Dead-Time</i>
FRM	<i>Forward Rectangular Method</i>
GMV	<i>Generalized Minimum Variance</i>
GPC	<i>Generalized Predictive Control</i>
IAEN	Integral do Erro Absoluto Normalizado
ITAEN	Integral do Erro Absoluto ponderado pelo Tempo Normalizado
IFOPDT	<i>Integral First-Order Plus Dead-Time</i>
IMC	<i>Internal Model Control</i>
MQR	Mínimos Quadrados Recursivo
OS	<i>Overshoot</i>
PID	Proporcional, Integral e Derivativo
SOPDT	<i>Second-Order Plus Dead-Time</i>
TRAP	<i>Trapezoidal Method</i>

Lista de Símbolos

k	instante de amostragem
Δ	operador integral, $\Delta = I - z^{-1}$
$yr(k)$	referência
$y(k)$	saída ou variável do processo
$e(k)$	erro, $e(k) = yr(k) - y(k)$
$u(k)$	controle ou variável de controle
$\Delta u(k)$	incremento do controle
$d_{in}(k)$	perturbação de entrada
$d_{out}(k)$	perturbação de saída
$\eta(k)$	ruído
$\eta y(k)$	saída com ruído
$y_f(k)$	saída filtrada
Kc	ganho proporcional
Ki	ganho integral
Kd	ganho derivativo
Ti	constante de tempo integral
Td	constante de tempo derivativa
Ts	período de amostragem
ε e β	parâmetros de sintonia adicionais do controlador PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward
Kf	ganho proporcional da malha PD do controlador PI+PD
α	parâmetro do filtro digital de primeira ordem
km	atraso do processo
d	atraso total do processo, $d = km + 1$
$\xi(k)$	ruído branco com média nula e variância σ^2
J	função custo
$E\{x\}$	esperança matemática de x
$\hat{y}(k + d / k)$	predição da saída a d passos a frente
t_r	tempo de subida
$t_{s_{ma}}$	tempo de acomodação de malha aberta
$t_{s_{mf}}$	tempo de acomodação de malha fechada
N_1	horizonte mínimo de saída
N_2	horizonte máximo de saída
N_y	horizonte de saída
N_u	horizonte de controle
$\delta(i)$	seqüência de ponderação do erro
$\lambda(i)$	seqüências de ponderação do controle
$\bar{\delta}$	matriz de ponderação de estados
$\bar{\lambda}$	matriz de ponderação do controle
$\ x\ ^2$	norma-2 da variável x
\bar{G}^T	transposta da matriz \bar{G}
I	matriz identidade

Capítulo 1

Introdução

Apesar de todos os avanços na área de controle de processos nos últimos anos, o controlador PID ainda é o controlador mais usado no controle de processos industriais. Através da funcionalidade de seus três termos P _Proporcional, I _Integral e D _Derivativo o controlador PID é na atualidade, a forma mais usada de controle por realimentação. Agrega a mais simples e eficiente solução em muitos dos problemas de controle presentes na indústria (Åström e Hägglund, 2000b).

Desde o aparecimento em 1910 e o famoso método de sintonia de Ziegler-Nichols em 1942 a utilização do controlador PID tem sido bastante popular, mesmo no começo deste milênio, onde continua sendo componente chave no controle industrial. Na atualidade, embora a tecnologia digital permita aplicar numerosas estratégias de controle, aproximadamente 90% dos controladores instalados nos sistemas automatizados são do tipo PID. Particularmente nos níveis mais básicos da estrutura hierárquica dos sistemas de controle, onde nenhum controlador compete com a simplicidade, clara funcionalidade e aplicabilidade do controlador PID.

Ainda que muito do conhecimento útil relacionado aos controladores PID tenha sido ocultado pelos fabricantes, outro tanto tem sido disponibilizado durante muito tempo, especialmente nos últimos vinte anos, onde o interesse nos controladores PID tem aumentado notoriamente. Existem vários artigos publicados sobre controladores PID em *workshops* especializados na área, com sessões dedicadas em conferências de controle, como por exemplo, o IFAC do ano 2000 “*Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*”, onde mais de 90 trabalhos são dedicados a pesquisa dos controladores PID. Entretanto, várias pesquisas indicam que o desempenho dos controladores usados na indústria não é adequado, podendo ser melhorado (Gude *et al.*, 2006).

Pesquisas em vários processos indústrias indicaram que 30% das plantas operam em modo manual, 20% dos controladores usam sintonias já estabelecidas pelo fabricante e

30% apresentam um pobre desempenho devido a problemas nos sensores e no controle das válvulas (Ender, 1993).

Na indústria de papel e celulose, um estudo de mais de duas mil malhas de controle mostraram que apenas 20% das malhas de controle trabalham bem, 30% apresentam um desempenho pobre devido a má sintonia dos controladores outros 30% devem o desempenho pobre ao mau controle das válvulas, e 20% tem um desempenho pobre devido a problemas no projeto dos controladores (Bialkowski, 1993).

Em Hersch e Johnson (1997) engenheiros e diretores de empresas de manufatura e produção industrial citaram a sintonia e o entendimento de controladores PID como um difícil problema. Assim, as pesquisas e desenvolvimentos na tecnologia PID estão focalizando esforços na busca de soluções que permitam obter o melhor desempenho dos controladores e na sintonia.

Uma destas soluções está relacionada com a configuração ou estrutura dos controladores PID. Diferente ao original controlador PID analógico, na atualidade a implementação dos controladores PID é feita a partir de um projeto digital. Isto permite desenvolver algoritmos de controle PID em diferentes configurações de malha que permitem melhorar o seu desempenho (Åström e Hägglund, 1995). An *et al.* (2003) propuseram um controlador PID de dois graus de liberdade para o controle de um processo industrial específico, ou a proposta de uma configuração de malha PI+PD no trabalho de Kaya *et al.* (2003). Também podem ser citadas as configurações de malha PID com filtro (Rice e Cooper, 2002), para solucionar os problemas associados ao ruído nos sinais, ou os métodos para melhorar a implementação digital do termo derivativo, ou para solucionar o problema *windup* do termo integral, quando os atuadores apresentam limites de operação.

Os parâmetros do controlador PID usualmente são sintonizados para que o sistema de malha fechada cumpra os seguintes objetivos (Ang *et al.*, 2005):

- Estabilidade robusta frente a incertezas paramétricas e estruturais, usualmente medida no domínio da frequência.
- Resposta transitória, incluindo tempo de subida, sobre-sinal e tempo de estabilização.

- Seguimento de referência com erro específico em regime permanente, isto relacionado com o comportamento servo do controlador.
- Rejeição de perturbação de carga, relacionado com o comportamento regulatório do controlador.
- Atenuação de ruído.

Com estes objetivos, os métodos de sintonia dos controladores PID podem ser agrupados de acordo a sua natureza e uso, isto é (Åström e Hägglund, 1995),

Métodos Heurísticos. Envolvem métodos empíricos como as famosas regras de sintonia de Ziegler-Nichols. Na atualidade os métodos heurísticos envolvem sistemas especialistas, lógica nebulosa, redes neurais e algoritmos genéticos (Coelho e Coelho, 1999; Mitsukura *et al.*, 2000; Visioli, 2000).

Métodos de Resposta em Frequência. Especificações no domínio da frequência, tais como margem de ganho, margem de fase e sensibilidade são usadas para a sintonia via *off-line*. O principal objetivo no projeto é a estabilidade robusta.

Métodos Analíticos. Os parâmetros de sintonia são calculados a partir de relações analíticas ou algébricas entre o modelo da planta e uma função de transferência de malha fechada desejada. Nesta sintonia encontra-se o projeto por alocação de pólos ou a sintonia IMC *Internal Model Control* (Rodríguez e Coelho, 2005; Selvi *et al.*, 2007).

Métodos de Otimização Numérica. Estes podem ser considerados como um tipo especial de controle ótimo, onde os parâmetros de sintonia do controlador PID são encontrados usando um método de otimização numérica a partir de uma função objetivo ou usando algoritmos heurísticos ou genéticos para múltiplos objetivos de projeto (Mitsukura *et al.*, 2000; Nakano *et al.*, 2003; Yamamoto *et al.*, 2003).

Métodos de Sintonia Adaptativos. Usados para sintonia automática via *on-line* a partir de um ou a combinação dos prévios métodos baseados na identificação em tempo real (Mudi e Pal, 2000; Nakano *et al.*, 2003).

A anterior classificação não estabelece uma fronteira entre as diferentes categorias, alguns dos métodos aplicados na prática podem pertencer a mais de uma categoria.

A continuação destas pesquisas e desenvolvimentos, assim como sua divulgação, permitirá que os controladores PID continuem sendo usados e sejam atrativos em diversas situações industriais. Além disso, o especialista na área de controladores PID deve adquirir uma formação prática mais próxima aos problemas presentes na indústria, qualificar-se na programação, projeto e sintonia de controladores PID para familiarizar-se com as estruturas e técnicas de sintonia convencionais e avançadas (Gude *et al.*, 2006).

Neste contexto e destacando a importância dos aspectos mencionados esta dissertação é proposta com o desejo de proporcionar a engenheiros e operadores um melhor entendimento e maior familiarização das estratégias que vem sendo propostas para melhorar o desempenho de controladores PID. Objetiva-se promover o desenvolvimento de softwares que permitam aproximar a academia do setor industrial, através da implementação e experimentação de algoritmos de controle e de técnicas de sintonia avançadas, em equipamentos utilizados para o controle de processos industriais. Estes resultados visam a possibilidade de melhorar o desempenho das malhas de controle presentes na indústria através de soluções factíveis e econômicas.

O objetivo desta dissertação é analisar, implementar e avaliar diferentes sintonias de controladores PID via as técnicas avançadas de controle GMV (*Generalized Minimum Variance*) e GPC (*Generalized Predictive Control*), para processos lineares e monovariáveis, partindo-se da premissa que a modelagem do processo é conhecida, ou seja, não se explora o projeto adaptativo. Os algoritmos de controle e de sintonia são implementados no CLP Rexroth IndraControl L40 da Rexroth-Bosch usado pela WEG Automação. Isto, como continuação do projeto de pesquisa *PIDWSAT – Algoritmos PID Self-Tuning e Auto-Tuning*, que envolve a WEG Automação e o Departamento de Automação e Sistemas da UFSC. Projeto que na primeira fase, desenvolveu algoritmos de sintonia *self-tuning* e *auto-tuning* (Ramos, 2006).

Inicialmente é feita uma revisão bibliográfica dos aspectos relevantes no estudo do controlador PID: suas características, os problemas para sua implementação, sua sintonia e as diferentes configurações de malha existentes na literatura. Como os principais aspectos das técnicas preditivas de controle GMV e GPC têm-se a modelagem do processo, o cálculo do preditor ótimo, a formulação da lei de controle a partir da minimização de uma função custo e a síntese na estrutura RST. Posteriormente estudam-se os trabalhos

relacionados com a sintonia de controladores PID através das técnicas mencionadas e explora-se a possibilidade de sintonia das configurações de malha, inicialmente estudadas.

Os algoritmos de sintonia e de controle são realizados usando o programa Matlab, como estudos de caso dois tipos de processos lineares são simulados: oscilatório e de fase não-mínima. A avaliação da sintonia e das configurações de malha é feita tanto para o comportamento servo quanto para o comportamento regulatório, através de índices de desempenho e estudo de estabilidade robusta.

É estudada a factibilidade e são definidas as considerações necessárias para implementação dos algoritmos no CLP L40. A validação desta implementação é feita experimentalmente para o controle de dois processos modelados eletronicamente.

Este documento está estruturado em sete capítulos, organizados assim:

No capítulo 1 é discutida a motivação do trabalho, os objetivos, a metodologia seguida para o desenvolvimento deste, como a estrutura do documento. O capítulo 2 aborda a teoria do controlador PID, sua implementação, sintonia, as características das diferentes configurações de malha, sua síntese na estrutura RST e a formulação matemática das leis de controle. No capítulo 3 apresentam-se os aspectos relevantes do controlador GMV e de controladores GMV modificados: a modelagem do processo, o cálculo do preditor ótimo, a formulação da lei de controle e sua estrutura RST. Assim como as considerações e o procedimento para sintonia dos controladores PID via projeto GMV. O capítulo 4 trata da sintonia de controladores PID via projeto GPC. Os principais aspectos do controlador GPC são abordados: modelagem do processo, cálculo do preditor ótimo e a lei de controle, definição de conceitos como horizonte de controle e de predição da saída. São apresentadas duas sintonias, ou seja, a sintonia do controlador I+PD usando a estrutura RST e a sintonia de controlador PID em equações de estado via aproximação GPC. No capítulo 5 são discutidos os resultados de simulação para os dois estudos de caso: processo oscilatório e de fase não-mínima. Os comportamentos servo e regulatório dos controladores são avaliados através de indicadores de desempenho: Integral do Erro Absoluto ponderado pelo Tempo Normalizado, ITAEN, Integral do Erro Absoluto Normalizado, IAEN, variância da saída e do controle. É avaliada também a estabilidade robusta dos controladores PID sintonizado via os projeto GMV e GPC. No capítulo 6 são

apresentados os resultados experimentais de implementação dos algoritmos de controle e de sintonia no CLP L40. Finalmente, as conclusões são descritas no capítulo 7.

Capítulo 2

Controlador PID

2.1 Introdução

Pela simplicidade, familiaridade de implementação por operadores e desempenho, a maioria dos processos industriais apresentam os controladores PID em suas malhas de controle. Para malhas de controle individuais, em cascata, ou de múltiplas entradas e múltiplas saídas, o módulo de controle PID representa uma solução aceitável para os problemas de controle no mundo real, em relação ao seguimento de referência e rejeição de perturbação (Johnson *et al.*, 2005).

Esta tecnologia de controle tem sido usada durante várias décadas, sobrevivendo aos avanços tecnológicos desde a era analógica até a atual era digital de controle por computador. Atualmente, o controlador PID pode ser usado como rotina padrão de um sistema de controle supervisão, ou como um módulo de hardware dentro de um sistema eletrônico programável, podendo ser usado para construção de sistemas de controle complexos.

A grande aplicabilidade dos controladores PID tem motivado engenheiros e pesquisadores na busca de soluções, que permitam obter o melhor desempenho deste controlador. Uma dessas soluções está relacionada a configuração do controlador PID dentro da malha de controle. Neste capítulo são apresentadas diferentes configurações de malha de controlador PID, os diagramas de blocos, a lei de controle digital na estrutura RST e as características de cada configuração.

2.2 Configurações de Malhas de Controle PID

A síntese de controladores digitais na estrutura RST permite realizar estudos de estabilidade e robustez para controladores lineares. Além disto, projetos de controladores são desenvolvidos encontrando-se equivalências entre estas estruturas (Åström e Wittenmark, 1990)

A estrutura de controle RST é ilustrada na figura (2.1).

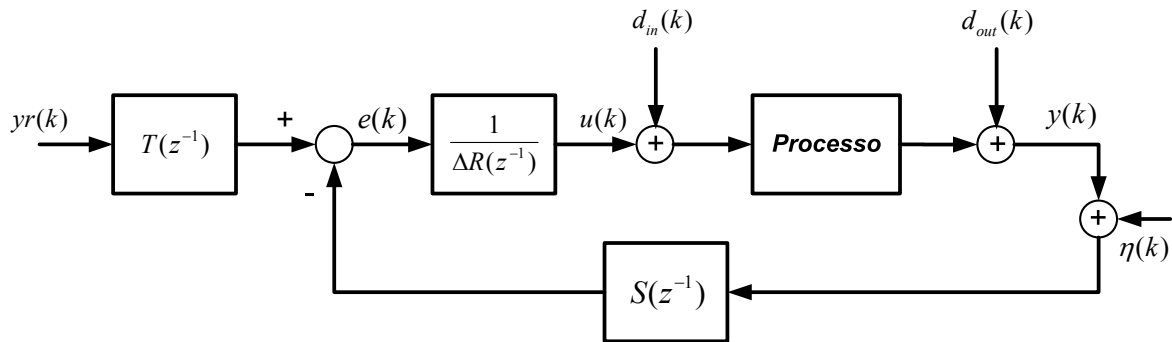


Figura 2.1 Controlador na estrutura RST.

onde $\Delta = 1 - z^{-1}$, $yr(k)$ é a referência, $u(k)$ a variável de controle e $y(k)$ a variável do processo. $d_{in}(k)$ e $d_{out}(k)$ correspondem a perturbação de entrada e de saída, respectivamente e $\eta(k)$ ao ruído na variável do processo.

A equação que descreve um controlador digital na estrutura RST é dada por

$$R(z^{-1})\Delta u(k) = T(z^{-1})yr(k) - S(z^{-1})y(k) \quad (2.1)$$

onde os polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ são da forma

$$\begin{aligned} R(z^{-1}) &= r_0 + r_1 z^{-1} + \dots + r_{nr} z^{-nr} \\ S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + \dots + s_{ns} z^{-ns} \\ T(z^{-1}) &= t_0 + t_1 z^{-1} + \dots + t_{nt} z^{-nt} \end{aligned} \quad (2.2)$$

As equações dos controladores PID digitais analisadas neste capítulo apresentam-se na estrutura RST da equação (2.1).

2.2.1 Controlador PID Ideal

Visando a implementação dos controladores PID nas malhas de controle é analisado o controlador PID ideal e paralelo. Nestas configurações, não há a presença de filtro na medição, controle ou referência.

No domínio do tempo contínuo, a lei de controle de um controlador PID paralelo é dada por

$$u(t) = Kc e(t) + Ki \int_0^t e(t) dt + Kd \frac{de(t)}{dt} \quad (2.3)$$

onde Kc corresponde ao ganho proporcional, Ki ao ganho integral e Kd ao ganho derivativo. O controlador opera sobre o erro medido entre o sinal de referência e a variável do processo, isto é, $e(t) = yr(t) - y(t)$.

Usando a transformada de Laplace, a lei de controle do controlador PID paralelo no domínio s é representada através de

$$u(s) = \left(Kc + \frac{Ki}{s} + Kds \right) e(s) \quad (2.4)$$

A funcionalidade dos termos P _proporcional, I _integral e D _derivativo pode ser brevemente descrita, ou seja,

- Termo Proporcional: Fornece uma ação de controle de amplitude proporcional a amplitude do sinal de entrada, comumente o erro.
- Termo Integral: Reduz o erro de estado estacionário em relação a um sinal de referência de valor constante, através de um compensador de baixa frequência. O controle integral supera a deficiência do controlador proporcional, ao conseguir eliminar o erro de estado estacionário, sem precisar ganhos excessivamente grandes do controlador.
- Termo Derivativo: Melhora a resposta transitória através de um compensador de alta frequência. O termo derivativo usa a taxa de variação do sinal do erro para introduzir um elemento de predição na ação de controle.

Em algumas aplicações industriais os parâmetros do controlador PID são representados por constantes de tempo, diferente da forma desacoplada da equação (2.3). Com os parâmetros representados por constantes de tempo, a lei de controle do controlador PID ideal é calculada por

$$u(t) = Kc \left(e(t) + \frac{1}{Ti} \int_0^t e(t) dt + Td \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.5)$$

onde T_i corresponde a constante de tempo integral e T_d à constante de tempo derivativa.

Comparando as equações (2.3) e (2.5) os ganhos, K_i e K_d como função das constantes de tempo, são dados por

$$\begin{aligned} K_i &= \frac{K_c}{T_i} \\ K_d &= K_c T_d \end{aligned} \quad (2.6)$$

No domínio do tempo discreto, a lei de controle PID ideal tem a forma

$$u(k) = K_c \left(e(k) + \frac{T_s}{T_i} \sum_{i=1}^k e(i) + \frac{T_d}{T_s} (e(k) - e(k-1)) \right) \quad (2.7)$$

Para uma amostra anterior na lei de controle da equação (2.7) tem-se

$$u(k-1) = K_c \left(e(k-1) + \frac{T_s}{T_i} \sum_{i=1}^{k-1} e(i) + \frac{T_d}{T_s} (e(k-1) - e(k-2)) \right) \quad (2.8)$$

Fazendo a diferença das equações (2.7) e (2.8) o incremento do sinal de controle $\Delta u(k)$ é calculado por

$$\Delta u(k) = K_c \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) e(k) - K_c \left(1 + 2 \frac{T_d}{T_s} \right) e(k-1) + K_c \left(\frac{T_d}{T_s} \right) e(k-2) \quad (2.9)$$

A figura (2.2) apresenta o diagrama de blocos do controlador PID ideal no domínio do tempo discreto.

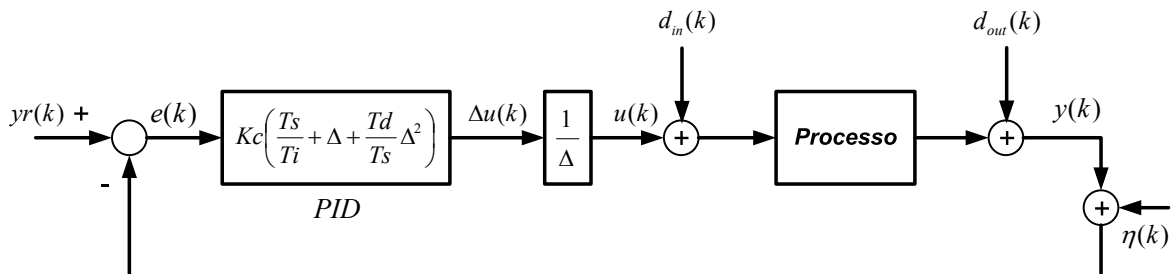


Figura 2.2 Controlador PID digital.

Na síntese RST da equação (2.1) os polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ do controlador PID ideal são relacionados por

$$\begin{aligned}
R(z^{-1}) &= 1 \\
S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\
T(z^{-1}) &= S(z^{-1})
\end{aligned}
\tag{2.10}$$

onde os coeficientes s_0 , s_1 e s_2 são calculados por

$$s_0 = Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right); \quad s_1 = -Kc \left(1 + 2 \frac{T_d}{T_s} \right); \quad s_2 = Kc \left(\frac{T_d}{T_s} \right)
\tag{2.11}$$

A equação (2.9) utiliza o método conhecido como BRM (*Back Rectangular Method*) para implementação do controlador PID digital. O método BRM não é o único método de implementação, também existem outros métodos, como o FRM (*Forward Rectangular Method*) e o TRAP (*Trapezoidal Method*). Estes métodos diferenciam-se pela forma em que é aproximada a componente integral do controlador PID (Bobál *et al.*, 2005).

O método FRM aproxima a componente integral pela relação

$$\int_0^t e(t) dt \approx T_s \sum_{i=0}^{k-1} e(i)
\tag{2.12}$$

enquanto que o método TRAP usa uma aproximação trapezoidal da componente integral, ou seja,

$$\int_0^t e(t) dt \approx T_s \sum_{i=1}^k \frac{e(i) + e(i-1)}{2}
\tag{2.13}$$

No desenvolvimento deste trabalho é usado o método BRM na maioria das configurações de malha PID, visando à implementação dos algoritmos de controle no CLP IndraControl L40 da Rexroth.

Geralmente, os algoritmos de controle PID industriais são pacotes de software ou módulos de hardware já prontos para serem usados. O entendimento de seu funcionamento implica em um estudo detalhado do manual do fabricante, onde muitas vezes a informação é restrita. Adicionalmente, existem muitos problemas relacionados com a implementação dos termos do controlador PID, que podem ser solucionados de forma geral, independente do fabricante do controlador. Entre os problemas mais conhecidos estão: o ruído nas

medidas, os fenômenos conhecidos como *derivative* e *proportional kick* e as não-linearidades, como a saturação nos atuadores. Algumas das soluções para estes problemas são: adição de filtros, o reposicionamento dos termos do controlador PID e o adicionamento de malhas anti-windup no termo integral do controlador PID (Johnson *et al.*, 2005; Li *et al.*, 2006)

Outro aspecto da síntese PID é a sintonia que representa o ajuste dos parâmetros do controlador, para que o sistema de malha fechada cumpra com determinadas especificações de desempenho. As especificações de desempenho estão relacionadas com a resposta no tempo ou na frequência. Muitos processos industriais contam com manuais que fornecem guias para a sintonia dos controladores. Assim, para processos simples, é freqüente encontrar fórmulas empíricas para a sintonia de controladores PID que dependem dos parâmetros do processo. Com a evolução tecnológica e a aparição do controle digital, têm surgido muitos trabalhos relacionados com a sintonia de controladores PID. Desde o famoso método de Ziegler-Nichols proposto em 1942, seguido pelo experimento do relé de Åström e Hägglund em 1985, uma grande quantidade de regras de sintonia tem sido propostas. O'Dwyer (2000) publicou um conjunto de regras de sintonia para o controlador PID de sistemas SISO (*Single Input, Single Output*) com atraso de transporte, onde os parâmetros de sintonia dependem dos parâmetros da planta. Além das regras empíricas para a sintonia do controlador PID, têm sido desenvolvidas novas técnicas de sintonia, tais como *auto-tuning* e *self-tuning*. Na técnica *self-tuning* aproxima-se o desempenho do controlador PID ao desempenho de controladores avançados, tais como o controlador GMV (*Generalized Minimum Variance*) (Mitsukura *et al.*, 2000) e o controlador GPC (*Generalized Predictive Control*) (Nakano *et al.*, 2003). Somadas a estas técnicas são propostos metodologias da inteligência computacional como: algoritmos genéticos, redes neurais e lógica nebulosa para obtenção de um melhor desempenho de malha (Coelho e Coelho, 1999; Mudi e Pal, 2000).

Nesta dissertação são estudadas diferentes topologias de malhas de controle PID e aplicadas as técnicas de sintonia GMV e GPC, sem incluir a abordagem adaptativa, ou seja, os modelos matemáticos da planta são conhecidos a priori. Para todas estas topologias de controle é garantido o erro nulo em regime permanente.

2.2.2 Controlador PID de Dois Graus de Liberdade com Compensação Feedforward

O controlador PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward recebe este nome porque, além dos parâmetros de sintonia típicos K_c , T_i , e T_d , possui mais dois parâmetros de sintonia, ε e β (An *et al.*, 2003). Estes parâmetros correspondem ao compensador feedforward que modifica o desempenho do comportamento servo (seguimento de referência).

A figura (2.3) apresenta o diagrama de blocos do controlador PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward, no domínio do tempo discreto.

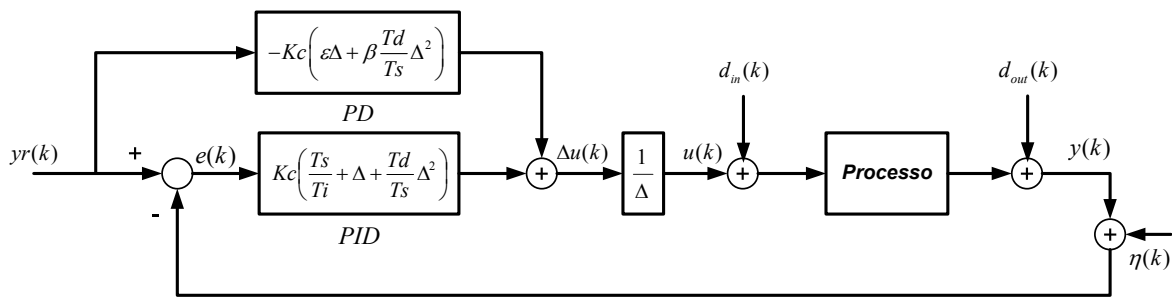


Figura 2.3 Controlador PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward.

onde ε e β também constituem os parâmetros de projeto do compensador.

Na síntese RST deste controlador os polinômios $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ são dados pelas equações (2.10) e (2.11) e o polinômio $T(z^{-1})$ é da forma

$$T(z^{-1}) = t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2} \quad (2.14)$$

onde

$$t_0 = Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} - \varepsilon - \beta \frac{T_d}{T_s} \right); \quad t_1 = Kc \left(-1 - 2 \frac{T_d}{T_s} + \varepsilon + 2\beta \frac{T_d}{T_s} \right); \quad t_2 = Kc \left(\frac{T_d}{T_s} - \beta \frac{T_d}{T_s} \right) \quad (2.15)$$

Na estrutura de controle PID clássica é impossível modificar o comportamento servo (seguimento de referência) e o comportamento regulatório (rejeição à perturbação) separadamente. No controlador PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward é possível alterar o comportamento servo ajustando os parâmetros ε e β sem

desfigurar o comportamento regulatório que depende dos parâmetros de sintonia Kc , Ti e Td do controlador PID (An *et al.*, 2003).

Visando a análise das funções de transferência de malha fechada do controlador PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward, a figura (2.3) é reescrita para a figura (2.4).

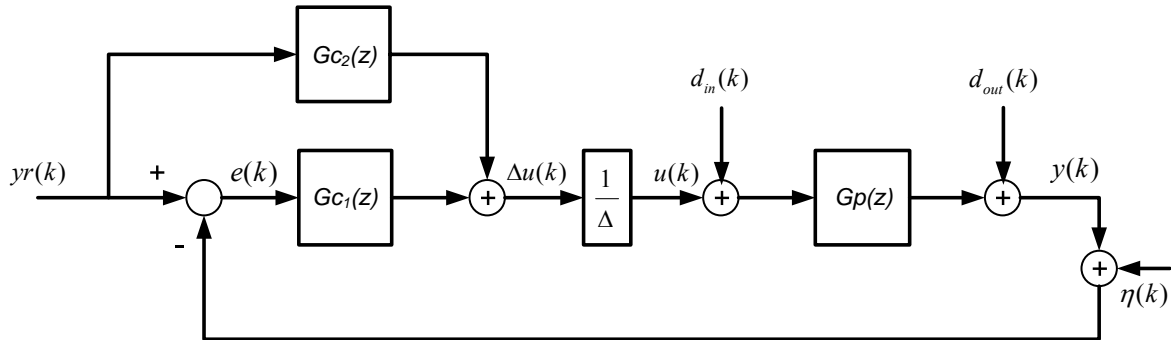


Figura 2.4 Controlador PID de dois graus de liberdade em funções de transferência.

As respectivas funções de transferência discretas de malha fechada são dadas pela equação (2.16), ou seja,

$$\begin{aligned}
 \frac{y(k)}{yr(k)} &= \frac{(Gc_2(z^{-1}) + Gc_1(z^{-1}))Gp(z^{-1})}{\Delta + Gc_1(z^{-1})Gp(z^{-1})} \\
 \frac{y(k)}{d_{in}(k)} &= \frac{\Delta Gp(z^{-1})}{\Delta + Gc_1(z^{-1})Gp(z^{-1})} \\
 \frac{y(k)}{d_{out}(k)} &= \frac{\Delta}{\Delta + Gc_1(z^{-1})Gp(z^{-1})} \\
 \frac{y(k)}{\eta(k)} &= -\frac{Gc_1(z^{-1})Gp(z^{-1})}{\Delta + Gc_1(z^{-1})Gp(z^{-1})}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

onde $Gc_1(z^{-1})$ e $Gc_2(z^{-1})$ obedecem as equações da figura (2.3).

As funções de transferência relacionadas com $d_{in}(k)$, $d_{out}(k)$ e $\eta(k)$, comportamento regulatório, não dependem de $Gc_2(z)$, associadas ao compensador feedforward. Assim, as variações dos parâmetros ε e β modificam só a função de transferência relacionada com o sinal de referência. Isto significa que o desempenho do comportamento servo do sistema de controle pode ser modificado sem alterar o comportamento regulatório.

2.2.3 Controlador I+PD

A configuração de malha I+PD tem como finalidade solucionar dois problemas típicos dos controladores PID. Estes problemas são conhecidos na literatura como *Proportional Kick* e *Derivative Kick*. Em Johnson *et al.* (2005) são descritos estes problemas como:

Proportional Kick: Nome dado ao efeito do termo proporcional no controlador PID quando acontecem mudanças rápidas no sinal de referência. Se o processo é controlado e as saídas do sistema estão em estado estacionário, o sinal do erro $e(t)=y_r(t) - y(t)$ está próximo a zero. Mas, se acontece uma mudança tipo degrau na referência, isto causa uma mudança imediata no erro e o controlador transmite esta mudança diretamente no sinal de controle $u(t)$, através do termo proporcional $K_c e(t)$. Nestas circunstâncias, o atuador experimenta uma mudança repentina, recebendo um *proportional kick* no sinal de comando que pode deteriorar seu funcionamento (variação abrupta no sinal de controle de magnitude elevada).

Derivative Kick: Nome dado ao efeito do termo derivativo no controlador PID no instante que acontecem mudanças rápidas no sinal de referência. Quando é derivado o sinal de referência no momento que acontece uma mudança repentina (sinais do tipo degrau), o resultado é um pico no sinal de controle. Isto pode causar sérios problemas nos circuitos eletrônicos dos controladores e ao mesmo tempo degrada o tempo de vida útil do atuador.

A solução para estes dois problemas consiste em reposicionar a parte proporcional P e derivativa D , tal que os termos proporcional e derivativo não atuem sobre o erro e a referência não seja derivada (Johnson *et al.*, 2005). A figura (2.5), do controlador I+PD, permite observar o novo posicionamento na malha de controle da parte PD.

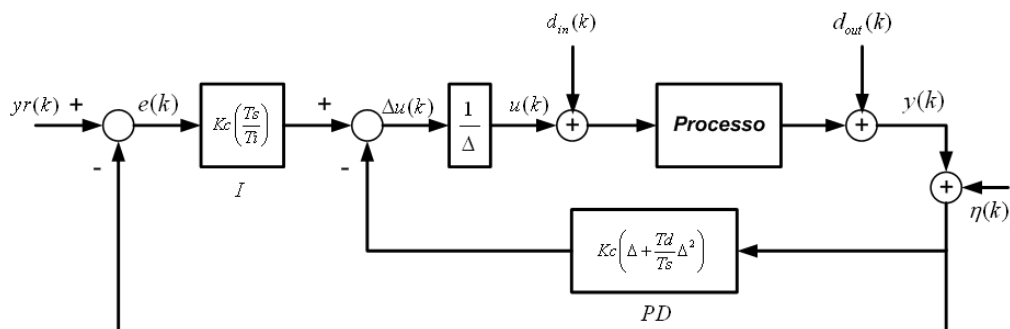


Figura 2.5 Controlador I+PD.

Os termos proporcional e derivativo atuam na saída do processo e não no erro, prevenindo o *derivative* e *proportional kick*, mas implica em uma resposta mais lenta do sistema controlado. Os polinômios $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ do controlador I+PD são calculados por (2.10) e (2.11) e o polinômio $T(z^{-1})$ corresponde a

$$T(z^{-1}) = t_0 = Kc \left(\frac{T_s}{T_i} \right) \quad (2.17)$$

valor que garante erro nulo em regime permanente.

2.2.4 Controlador PI+PD

Caso não sejam levados em conta os problemas relacionados ao *derivative* e *proportional kick*, pode ser afirmado que a estrutura de controle PID funciona bem para processos estáveis com pequenos atrasos, mas apresenta dificuldades para processos com grandes atrasos, oscilantes, integradores e instáveis. O controlador PI+PD tem sido testado, para superar as limitações do controlador PID no controle de plantas integradoras e instáveis (Kaya *et al.*, 2003).

Movendo a parte PD dentro de uma malha de realimentação interna atuando sobre a variável do processo $y(t)$, um processo integrador ou instável pode ser estabilizado e depois ser controlado mais efetivamente pelo controlador PI, que atua diretamente sobre o erro $e(t)$. A estrutura do controlador PI+PD digital é apresentada na figura (2.6).

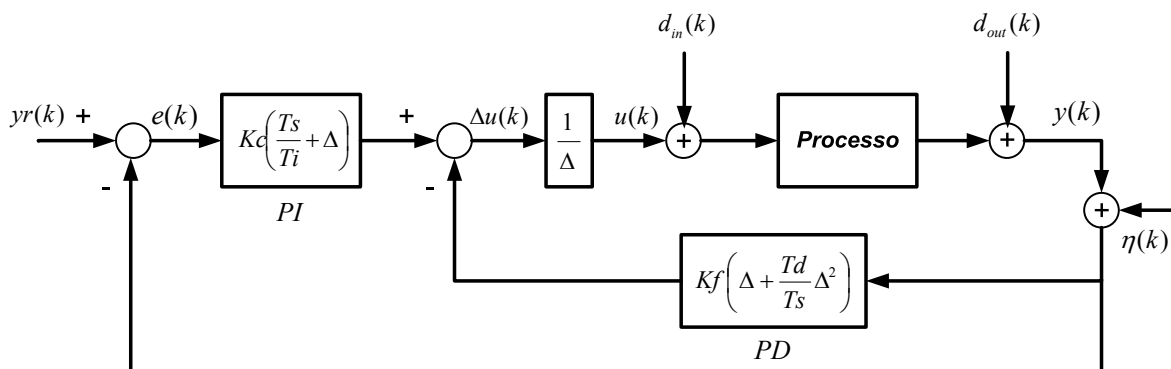


Figura 2.6 Controlador PI+PD.

K_f é o ganho proporcional da malha PD interna e K_c é o ganho proporcional da malha externa PI. Como pode ser observado na figura (2.6) o controlador $PI+PD$ tem dois ganhos proporcionais, K_f para a malha interna PD e K_c para a malha externa PI.

Na síntese RST, o polinômio $R(z^{-1})$ é igual a 1. Os polinômios $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ são descritos pela equação (2.18), isto é,

$$S(z^{-1}) = s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2}; T(z^{-1}) = t_0 + t_1 z^{-1} \quad (2.18)$$

onde os coeficientes s_0, s_1, s_2, t_0, t_1 são calculados por

$$\begin{aligned} s_0 &= K_f \left(1 + \frac{T_d}{T_s}\right) + K_c \left(1 + \frac{T_s}{T_i}\right); s_1 = -K_f \left(1 + 2\frac{T_d}{T_s}\right) - K_c; s_2 = K_f \left(\frac{T_d}{T_s}\right) \\ t_0 &= K_c \left(1 + \frac{T_s}{T_i}\right); t_1 = -K_c \end{aligned} \quad (2.19)$$

A calibração de K_f depende do polinômio característico de malha fechada desejado para acomodação da planta na malha interna. Os parâmetros de sintonia K_f e T_d do controlador PD são sintonizados para converter a malha interna numa função de transferência estável em malha aberta, e ser controlada posteriormente pelo controlador PI. Usar um controlador PD permite realizar uma melhor alocação de pólos, em comparação de um controlador P, onde o único parâmetro de sintonia é K_f (Ogata, 2003). No trabalho de Kaya *et al.* (2003) é proposto a sintonia do controlador PI+PD conhecendo os parâmetros K_c^* , T_i^* e T_d^* de um controlador PID, através do parâmetro de ajuste β que relaciona os parâmetros de um controlador com o outro. Assim,

$$\begin{aligned} K_c &= \frac{\beta K_c^*}{1 + \beta} \\ K_f &= \frac{K_c^*}{1 + \beta} \\ T_i &= \frac{\beta T_i^*}{1 + \beta} \\ T_d &= (1 + \beta) T_d^* \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde um valor de $\beta = 0.2$ proporciona um bom desempenho em malha fechada. Outros trabalhos são propostos para a sintonia deste tipo de controlador. Rodríguez e Coelho

(2005) desenvolveram regras de sintonia para processos do tipo FOPDT (*First-Order Plus Dead-Time*), IFOPDT (*Integral First-Order Plus Dead-Time*) e SOPDT (*Second-Order Plus Dead-Time*) a partir da equivalência da estrutura PI+PD com a estrutura do controlador IMC (*Internal Model Control*).

2.2.5 Controlador PID com Filtro na Saída

No controle de processos industriais, onde há presença de dispositivos eletrônicos analógicos e digitais, além de fontes de poluição eletromagnética, o ruído é um fenômeno que ocasiona problemas significativos no desempenho do controlador, pois interfere nos sinais transmitidos ou processados.

O ruído é modelado como sinais de alta frequência que são somados aos sinais medidos, especificamente ao sinal da variável do processo $y(t)$. Se o ruído é de origem eletromagnética, a solução pode estar na blindagem dos cabos por onde são transmitidos os sinais, o que significa altos custos. Uma solução adequada consiste em incluir nos algoritmos de controle filtros digitais sintonizados adequadamente, os quais minimizam a magnitude das componentes de ruído, sem afetar a dinâmica própria do processo.

Um filtro projetado para minimizar a magnitude do ruído, pode definir-se como um dispositivo eletrônico ou uma rotina de software no caso digital, que permite a passagem das componentes de baixa frequência de um sinal e reduz a amplitude das componentes de alta frequência (frequência maior que a frequência de corte¹).

Os filtros digitais comumente encontrados em sistemas de controle são do tipo (Seborg *et al.*, 2004):

Filtro de Primeira Ordem: É o filtro mais comum. Para frequências maiores que a frequência de corte, cada vez que a frequência é dobrada o filtro atenua a amplitude do sinal pela metade, cerca de - 6 dB.

Filtro de Segunda Ordem: Usualmente, um filtro de segunda ordem consta de dois filtros de primeira ordem em cascata. O filtro de segunda ordem tem uma taxa de

¹ Frequência à que se atenua a magnitude de um sinal a -3dB, em relação a sua magnitude na faixa de passagem.

atenuação maior que a taxa do filtro de primeira ordem, -12 dB cada vez que a frequência é dobrada.

Filtro Noise-Spike: Um ruído tipo *noise-spike* acontece quando a medida do ruído muda abruptamente e depois volta ao valor original ou perto dele no próximo instante de tempo. Geralmente, os ruídos tipo *noise-spike* são causados por sinais elétricos espúrios no meio onde se encontra o sensor. Filtros *noise-spike* são usados para limitar a variação do sinal de ruído de uma amostra à próxima. Se uma mudança abrupta na medição acontece, o filtro substitui o sinal mensurado pela saída anterior do filtro mais ou menos o máximo valor de mudança permissível.

Filtro Média-Móvel: O filtro média móvel usa uma janela móvel de n valores para calcular a média de uma seqüência de dados, a cada instante de tempo. Se é conhecida a frequência do ruído, este pode eliminar-se ajustando o tempo de amostragem do filtro média-móvel ao valor do período do ruído ou a um múltiplo deste período.

Para os projetos relacionados aos controladores PID com filtro, é usado um filtro digital de primeira ordem, pensando na sintonia dos controladores e visando sua implementação.

A estrutura de controle PID ideal ou paralelo tem dificuldades quando há ruído na medida da variável de processo $y(t)$. Especificamente quando a ação derivativa causa amplificação do ruído da medida, o que é refletido no sinal de controle $u(t)$. Um sinal com ruído produz conflitos na ação derivativa quando a inclinação do sinal alterna-se dramaticamente a cada amostra. A derivada da medida pode se alternar entre uma grande inclinação crescente seguida de uma decrescente. O resultado é uma série de ações de controle de grande magnitude, contrárias e compensativas que podem degradar o desempenho do controle e causar instabilidade de malha fechada (Rice e Cooper, 2002).

Na configuração de malha PID com filtro na saída, o sinal da variável do processo $y(t)$ é filtrado antes de ser comparado com o sinal de referência $y_r(t)$, atenuando-se as variações de alta frequência causadas pelo ruído. Assim, a derivada do sinal de erro é menor e o esforço de controle diminui.

Os polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ do controlador PID com filtro na saída são dados por

$$\begin{aligned} R(z^{-1}) &= r_0 + r_1 z^{-1} \\ S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\ T(z^{-1}) &= t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2} + t_3 z^{-3} \end{aligned} \quad (2.21)$$

sendo os coeficientes r_0 , r_1 , s_0 , s_1 , s_2 , t_0 , t_1 , t_2 e t_3 calculados por

$$\begin{aligned} r_0 &= 1; \quad r_1 = -\alpha \\ s_0 &= (1-\alpha)Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s}\right); \quad s_1 = -(1-\alpha)Kc \left(1 + 2\frac{T_d}{T_s}\right); \quad s_2 = (1-\alpha)Kc \left(\frac{T_d}{T_s}\right) \\ t_0 &= Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s}\right); \quad t_1 = -Kc \left(1 + 2\frac{T_d}{T_s}\right) - \alpha Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s}\right) \\ t_2 &= Kc \frac{T_d}{T_s} + \alpha Kc \left(1 + 2\frac{T_d}{T_s}\right); \quad t_3 = -\alpha Kc \frac{T_d}{T_s} \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde $0 < \alpha < 1$ corresponde ao parâmetro do filtro digital de primeira ordem, isto é,

$$y_f(k) = \alpha y_f(k-1) + (1-\alpha)\eta y(k) \quad (2.23)$$

$y_f(k)$ é o sinal filtrado e $\eta y(k)$ é o sinal com ruído.

A figura (2.7) apresenta a configuração de malha PID com filtro na saída.

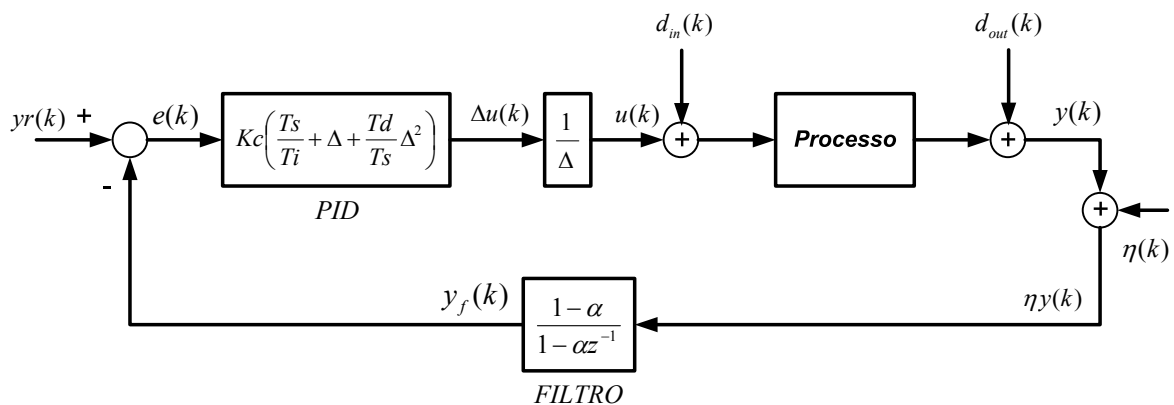


Figura 2.7 Controlador PID com filtro na saída.

2.2.6 Controlador PI+D com Filtro na Saída da Parte Derivativa

O controlador PI+D com filtro na saída da parte derivativa, além de ter a vantagem de que a derivada só atua na variável do processo $y(k)$, tem também a vantagem que o sinal derivado é atenuado pelo filtro, limitando o esforço do sinal de controle, ocasionado pelo *derivative kick* e pelo ruído.

O polinômio $R(z^{-1})$ do controlador PI+D com filtro na saída da parte derivativa corresponde as equações (2.21) e (2.22) e os polinômios $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ são calculador por

$$\begin{aligned} S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\ T(z^{-1}) &= t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (2.24)$$

onde os coeficientes s_0, s_1, s_2, t_0, t_1 e t_2 são representados por

$$\begin{aligned} s_0 &= Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} \right) + Kc(1-\alpha) \left(\frac{T_d}{T_s} \right) \\ s_1 &= -Kc \left[1 + \alpha \left(1 + \frac{T_s}{T_i} \right) \right] - 2Kc(1-\alpha) \left(\frac{T_d}{T_s} \right) \\ s_2 &= Kc \cdot \alpha + Kc(1-\alpha) \left(\frac{T_d}{T_s} \right) \\ t_0 &= Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} \right); \quad t_1 = -Kc \left(1 + \alpha + \alpha \frac{T_s}{T_i} \right); \quad t_2 = Kc\alpha \end{aligned} \quad (2.25)$$

O controlador PI+D com filtro na saída da parte derivativa é apresentado na figura (2.8).

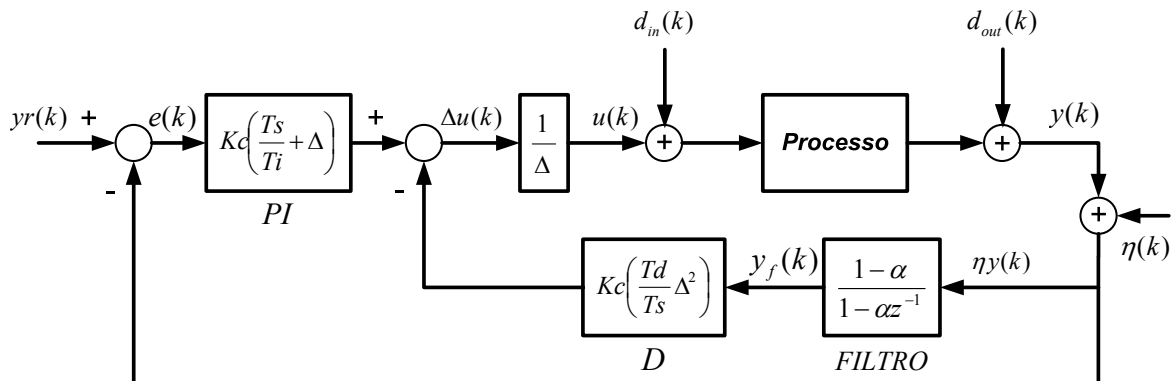


Figura 2.8 Controlador PI+D com filtro na saída da parte derivativa.

sendo $y_f(k)$ a variável do processo filtrada, $0 < \alpha < 1$ parâmetro do filtro de primeira ordem.

Este tipo de filtro onde a componente derivativa pura do controlador PID é substituída por um filtro de primeira ou segunda ordem em série com a componente derivativa, é muito usado na academia e na indústria. Geralmente a constante do filtro é uma porcentagem do termo derivativo (Bobál *et al.*, 2005). Outro tipo de filtro que é usado comumente na indústria é o filtro na referência para reduzir o sobre-sinal na resposta de malha fechada. Para sinais tipo degrau, o filtro atenua as componentes de alta frequência e faz a variação abrupta da referência uma variação mais suave, reduzindo os fenômenos ocasionados pela variação rápida da referência, *derivative kick* e *proportional kick* (Li *et al.*, 2006).

Existem outras configurações de malha PID com filtro, tais como o controlador PID ISA onde para a configuração PID ideal a componente derivativa é acompanhada de um filtro de primeira ordem e a configuração PID Ideal com filtragem do sinal de erro ou do sinal de controle (Åström e Hägglund, 1995). Estas configurações não são abordadas na dissertação, o estudo é focado nas configurações PID com filtro apresentadas nas seções (2.2.5) e (2.2.6), visando a sintonia via projeto GMV, tratada no capítulo 3.

2.3 Conclusão

A definição do controlador PID, os principais aspectos dinâmicos, características e problemas de implementação, possíveis soluções e a formulação de uma lei de controle digital foram apresentados. Diferentes configurações de malha de controle PID que permitem solucionar os problemas relacionados as configurações PID ideal e PID paralelo, foram analisadas. As características e a formulação das leis de controle na estrutura RST para cada configuração de malha foram discutidas.

Capítulo 3

Sintonia PID via Projeto GMV

3.1 Introdução

Na atualidade, o algoritmo de controle PID está presente na maioria das malhas de controle encontradas na indústria. Porém, a qualidade das malhas de controle e, conseqüentemente do processo controlado, está diretamente ligada a correta sintonia dos ganhos do controlador PID (Ang *et al.*, 2005).

Observa-se no meio acadêmico, com migração para a indústria, de estudos de técnicas de controle avançadas para superar as deficiências de sintonia das técnicas convencionais no tratamento de processos com dinâmicas complexas. Neste contexto, muitos trabalhos têm sido propostos com a aplicação das técnicas de controle avançadas para a sintonia do controlador PID, obtendo melhores resultados em comparação com técnicas de sintonia convencionais, como as técnicas de Ziegler e Nichols e de Åström e Hägglund (Salamanca *et al.*, 2006; López e Coelho, 2007).

A técnica de controle GMV (*Generalized Minimum Variance*) é uma destas técnicas avançadas para a sintonia do controlador PID, onde destacam-se os trabalhos de Cameron e Seborg (1983), Mitsukura *et al.* (2000), Sato *et al.* (2000), Yamamoto *et al.* (2003), voltados na implementação de controladores PID auto-ajustáveis, usando a técnica GMV.

Neste capítulo é apresentada a técnica de sintonia GMV para as diferentes configurações de malha do controlador PID apresentados no capítulo 2. Admite-se que a modelagem da planta é conhecida a priori e não se explora a sintonia adaptativa do tipo auto-ajustável.

3.2 Controlador GMV

Uma das abordagens mais flexíveis e bem-sucedidas na área de controle adaptativo é a técnica GMV desenvolvida por Clarke e Gawthrop (1975,1979).

O GMV é uma técnica de controle preditiva simples e é efetiva no controle de processos que incluem atraso de transporte, oscilatórios, de fase não-mínima, instáveis e integradores. Esta técnica de controle emprega uma função custo que leva em conta a entrada do processo $u(k)$, a saída $y(k)$ e a referência $yr(k)$, para obtenção do melhor desempenho do controlador.

3.2.1 Modelagem do Processo

Na técnica GMV o processo é modelado com o modelo CARIMA (*Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average*) da equação (3.1), ou seja,

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k) + \frac{C(z^{-1})}{\Delta}\xi(k) \quad (3.1)$$

onde $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ são polinômios da forma

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_{na}z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{nb}z^{-nb} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$\Delta = 1 - z^{-1}$, $u(k)$ é o sinal de entrada, $y(k)$ o sinal de saída e $\xi(k)$ corresponde a um ruído branco com média nula e variância σ^2 . O atraso total do sistema é $d = km + 1$, onde km corresponde ao atraso de transporte. No desenvolvimento deste capítulo é assumido que o polinômio $C(z^{-1})$ é 1.

3.2.2 Função Custo, Saída Generalizada e Predição Ótima

A função custo dada por

$$J = E\{\phi(k+d)\}^2 \quad (3.3)$$

calcula a variância da saída generalizada $\phi(k+d)$ da forma

$$\phi(k+d) = P(z^{-1})y(k+d) - T(z^{-1})yr(k+d) + Q(z^{-1})\Delta u(k) \quad (3.4)$$

onde os polinômios $P(z^{-1})$, $Q(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$, ponderações da função custo da equação (3.3), são representadas através de

$$\begin{aligned}
P(z^{-1}) &= p_0 + p_1 z^{-1} + \dots + p_{np} z^{-np} \\
Q(z^{-1}) &= q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_{nq} z^{-nq} \\
T(z^{-1}) &= t_0 + t_1 z^{-1} + \dots + t_{nt} z^{-nt}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

$yr(k+d)$ é o sinal de referência, $\Delta u(k)$ é o incremento de controle, e $y(k+d)$ é a saída futura que deve ser predita, porque $y(k+d)$ é um valor que não pode ser observado na iteração atual k .

Para encontrar o valor da saída no instante $k+d$ a seguinte equação polinomial é introduzida, isto é,

$$P(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1})E(z^{-1}) + z^{-d}S(z^{-1}) \tag{3.6}$$

onde os polinômios $E(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ são soluções da equação (3.6) e têm a forma

$$\begin{aligned}
E(z^{-1}) &= e_0 + e_1 z^{-1} + \dots + e_{(d-1)} z^{-(d-1)} \\
S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + \dots + s_{ns} z^{-ns}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

$ns = \max(na, np-d)$. Se é conhecido o polinômio característico desejado $M(z^{-1})$ da função de transferência de malha fechada, os polinômios $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$ podem ser encontrados usando a seguinte equação:

$$M(z^{-1}) = P(z^{-1})B(z^{-1}) + \Delta A(z^{-1})Q(z^{-1}) \tag{3.8}$$

sendo os polinômios $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$ a única solução da equação e descritos por,

$$\begin{aligned}
P(z^{-1}) &= p_0 + p_1 z^{-1} + \dots + p_{na} z^{-na} \\
Q(z^{-1}) &= q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_{(nb-1)} z^{-(nb-1)}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Se os dois lados da equação do modelo CARIMA da planta, equação (3.1) são multiplicados por $\Delta E(z^{-1})$, tem-se

$$\Delta A(z^{-1})E(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})E(z^{-1})\Delta u(k) + E(z^{-1})\xi(k) \tag{3.10}$$

Isolando $\Delta A(z^{-1})E(z^{-1})$ da equação (3.6) resulta

$$\Delta A(z^{-1})E(z^{-1}) = P(z^{-1}) - z^{-d}S(z^{-1}) \quad (3.11)$$

e substituindo a equação (3.11) na equação (3.10) a saída futura no instante $k+d$ é calculada por

$$y(k+d) = \hat{y}(k+d/k) + \frac{E(z^{-1})}{P(z^{-1})} \xi(k+d) \quad (3.12)$$

onde $\hat{y}(k+d/k)$ é a **predição ótima** dada por

$$\hat{y}(k+d/k) = \frac{B(z^{-1})E(z^{-1})\Delta u(k) + S(z^{-1})y(k)}{P(z^{-1})} \quad (3.13)$$

Substituindo a equação (3.12) na equação (3.4), a saída generalizada $\phi(k+d)$ é expressa como

$$\phi(k+d) = \hat{\phi}(k+d/k) + E(z^{-1})\xi(k+d) \quad (3.14)$$

onde $\hat{\phi}(k+d/k)$ é calculado por

$$\hat{\phi}(k+d/k) = P(z^{-1})\hat{y}(k+d/k) - T(z^{-1})y_r(k+d) + Q(z^{-1})\Delta u(k) \quad (3.15)$$

Substituindo a equação (3.15) na equação da função custo (3.3) obtém-se

$$\begin{aligned} J &= E\{\phi(k+d)^2\} \\ J &= E\left\{\left[\hat{\phi}(k+d/k) + E(z^{-1})\xi(k+d)\right]^2\right\} \\ J &= E\left\{\hat{\phi}(k+d/k)^2 + 2\hat{\phi}(k+d/k)E(z^{-1})\xi(k+d) + \left[E(z^{-1})\xi(k+d)\right]^2\right\} \\ J &= E\left\{\hat{\phi}(k+d/k)^2\right\} + 2E\left\{\hat{\phi}(k+d/k)E(z^{-1})\xi(k+d)\right\} + E\left\{\left[E(z^{-1})\xi(k+d)\right]^2\right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

O ruído futuro $E(z^{-1})\xi(k+d)$ não é correlacionado com nenhuma medida disponível no instante k . Assim, $E\left\{\hat{\phi}(k+d/k)E(z^{-1})\xi(k+d)\right\} = 0$ e a equação (3.16) é reduzida a

$$J = E \left\{ \hat{\phi}(k+d/k)^2 \right\} + E \left\{ \left[E(z^{-1})\xi(k+d) \right]^2 \right\} \quad (3.17)$$

Substituindo a predição ótima da equação (3.13) na equação (3.17) a função custo assume a forma

$$J = E \left\{ \left[S(z^{-1})y(k) + \left(E(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1}) \right) \Delta u(k) - T(z^{-1})yr(k+d) \right]^2 \right\} + E \left\{ \left[E(z^{-1})\xi(k+d) \right]^2 \right\} \quad (3.18)$$

3.2.3 Lei de Controle GMV e as Funções de Transferência de Malha Fechada

A lei de controle GMV é encontrada minimizando a função custo (3.18) em relação ao incremento de controle $\Delta u(k)$, ou seja,

$$\begin{aligned} \frac{\delta J}{\delta \Delta u} &= 0 \\ \frac{\delta J}{\delta \Delta u} &= 2 \left[S(z^{-1})y(k) + R(z^{-1})\Delta u(k) - T(z^{-1})yr(k+d) \right] \frac{\partial R(z^{-1})\Delta u(k)}{\partial \Delta u(k)} \\ &\quad + \frac{\partial \left\{ \left[E(z^{-1})\xi(k+d) \right]^2 \right\}}{\partial \Delta u(k)} = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta J}{\delta \Delta u} &= 2 \left[S(z^{-1})y(k) + R(z^{-1})\Delta u(k) - T(z^{-1})yr(k+d) \right] R(z^{-1}) = 0 \\ S(z^{-1})y(k) + R(z^{-1})\Delta u(k) - T(z^{-1})yr(k+d) &= 0 \end{aligned}$$

Isolando $\Delta u(k)$ da equação (3.19) tem-se

$$\Delta u(k) = \frac{T(z^{-1})yr(k+d) - S(z^{-1})y(k)}{R(z^{-1})} \quad (3.20)$$

onde

$$R(z^{-1}) = E(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1}) \quad (3.21)$$

Se a referência futura é desconhecida ou constante, $yr(k+d) = yr(k)$, então a lei de controle GMV é dada por

$$\Delta u(k) = \frac{T(z^{-1})yr(k) - S(z^{-1})y(k)}{R(z^{-1})} \quad (3.22)$$

Usando a equação do modelo CARIMA (3.1), a equação (3.6) e a lei de controle GMV equação (3.20), o sistema de malha fechada é dado por

$$\begin{aligned} y(k) &= \frac{B(z^{-1})T(z^{-1})}{M(z^{-1})} yr(k) + \frac{R(z^{-1})}{M(z^{-1})} \xi(k) \\ u(k) &= \frac{T(z^{-1})A(z^{-1})}{M(z^{-1})} yr(k+d) - \frac{S(z^{-1})}{\Delta M(z^{-1})} \xi(k) \end{aligned} \quad (3.23)$$

onde $M(z^{-1})$ e $R(z^{-1})$ correspondem as equações (3.8) e (3.21), respectivamente. Se o modelo da planta é uma representação exata do processo, o polinômio característico de malha fechada desejado é igual ao polinômio característico obtido com a lei de controle GMV, como mostra a equação (3.23). O polinômio $T(z^{-1})$ é projetado como $T(1)=P(1)$ para garantir o seguimento de referência com erro nulo em regime permanente. O diagrama de blocos da lei de controle GMV está ilustrado na figura (3.1).

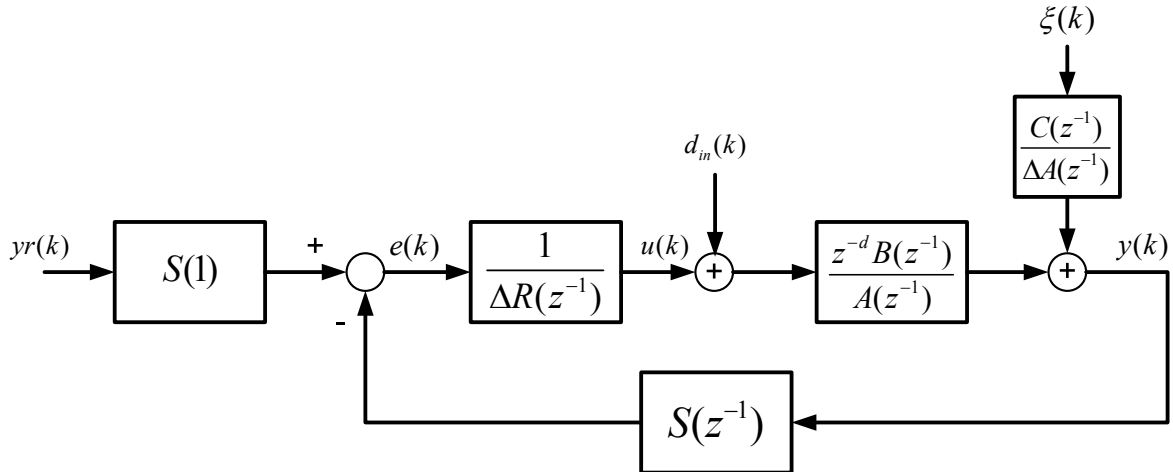


Figura 3.1 Controlador GMV.

$yr(k)$ é o sinal de referência, $e(k)$ é o sinal do erro, $u(k)$ é a variável de controle, $d_{in}(k)$ é a perturbação de entrada, $\xi(k)$ é o ruído branco de media nula e variância σ^2 , $y(k)$ é a variável do processo.

3.3 Controlador GMV com Filtro

Um filtro de primeira ordem na lei de controle GMV foi introduzido por Cameron e Seborg (1983). A equação que representa um filtro de primeira ordem digital qualquer é

$$x_f(k) = \alpha x_f(k-1) + (1-\alpha)x(k) \quad (3.24)$$

onde $x_f(k)$ é o sinal filtrado e $x(k)$ é o sinal com ruído.

O filtro digital de primeira ordem na lei GMV aparece no polinômio $P(z^{-1})$ que pondera a variável do processo $y(k)$. Assim, o polinômio tem a forma

$$P(z^{-1}) = \frac{Pn(z^{-1})}{Pd(z^{-1})} \quad (3.25)$$

$$P(z^{-1}) = \frac{1-\alpha}{1-\alpha z^{-1}}$$

A identidade polinomial da equação (3.6) modifica-se para

$$Pn(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1})Pd(z^{-1})E(z^{-1}) + z^{-d}S(z^{-1}) \quad (3.26)$$

A ordem do polinômio $E(z^{-1})$ é $ne = d - 1$, como no caso do projeto GMV sem filtro, mas a ordem do polinômio $S(z^{-1})$ muda para $ns = npd + na = 1 + na$. Aplicando a equação (3.26) ao modelo CARIMA, equação (3.1), a saída futura $y(k+d)$ é calculada por

$$y(k+d) = \hat{y}(k+d/k) + \frac{\Delta E(z^{-1})Pd(z^{-1})}{Pn(z^{-1})} \xi(k+d) \quad (3.27)$$

e a **predição ótima** $\hat{y}(k+d/k)$ corresponde a

$$\hat{y}(k+d/k) = \frac{B(z^{-1})E(z^{-1})Pd(z^{-1})\Delta u(k) + S(z^{-1})y(k)}{Pn(z^{-1})} \quad (3.28)$$

A saída generalizada $\phi(k+d)$ é expressa por

$$\phi(k+d) = \hat{\phi}(k+d/k) + \Delta E(z^{-1})\xi(k+d) \quad (3.29)$$

onde $\hat{\phi}(k+d/k)$ é

$$\hat{\phi}(k+d/k) = \frac{Pn(z^{-1})}{Pd(z^{-1})} \hat{y}(k+d) - T(z^{-1})yr(k+d) + Q(z^{-1})\Delta u(k) \quad (3.30)$$

Usando a equação (3.30) a função custo é agora definida por

$$J = E \left\{ \hat{\phi}(k+d/k)^2 \right\} \\ J = E \left\{ \left[\frac{S(z^{-1})}{Pd(z^{-1})} y(k) + R(z^{-1})\Delta u(k) - T(z^{-1})yr(k+d) \right]^2 \right\} \quad (3.31)$$

A lei de controle GMV com filtro, que minimiza a função custo (3.31), é dada pela equação (3.32), ou seja,

$$\Delta u(k) = \frac{T(z^{-1})yr(k) - \frac{S(z^{-1})}{Pd(z^{-1})} y(k)}{R(z^{-1})} \quad (3.32)$$

onde $R(z^{-1})$ é calculado pela equação (3.21) e se assume que a referência futura é desconhecida ou constante. O sistema de controle GMV com filtro de malha fechada é calculado por

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})T(z^{-1})Pd(z^{-1})}{M'(z^{-1})} yr(k) + \left(\frac{Pd(z^{-1})R(z^{-1})}{M'(z^{-1})} \right) \xi(k) \\ u(k) = \frac{T(z^{-1})Pd(z^{-1})A(z^{-1})}{M'(z^{-1})} yr(k+d) - \left(\frac{S(z^{-1})}{\Delta M'(z^{-1})} \right) \xi(k) \quad (3.33)$$

onde $M'(z^{-1})$ corresponde a

$$M'(z^{-1}) = Pn(z^{-1})B(z^{-1}) + \Delta A(z^{-1})Pd(z^{-1})Q(z^{-1}) \quad (3.34)$$

O polinômio $T(z^{-1})$ é projetado como $T(1) = S(1)/Pd(1)$ para garantir seguimento de referência com erro nulo em regime permanente. O diagrama de blocos da lei de controle GMV com filtro na saída é apresentado na figura (3.2).

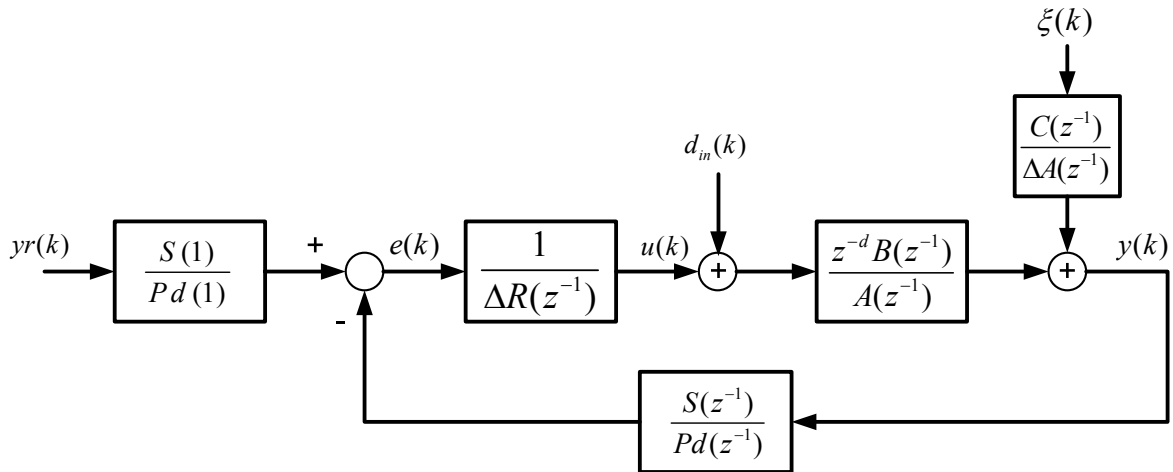


Figura 3.2 Controlador GMV com filtro na saída.

3.4 Controlador GMV Fortemente Estável

Nesta proposta do controlador GMV, não só o sistema de malha fechada é estável, mas também o controlador. Para isto, novos parâmetros de projeto são introduzidos na lei de controle GMV (Inoue *et al.*, 1999).

No controlador GMV fortemente estável são introduzidas duas novas equações polinomiais, isto é,

$$\begin{aligned} Re(z^{-1}) &= Ud(z^{-1})R(z^{-1}) - Un(z^{-1})z^{-d}B(z^{-1}) \\ Se(z^{-1}) &= Ud(z^{-1})S(z^{-1}) - Un(z^{-1})\Delta A(z^{-1}) \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde aparecem novos polinômios de projeto $Ud(z^{-1})$ e $Un(z^{-1})$.

Substituindo $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ por $Re(z^{-1})$, $Se(z^{-1})$ e $Te(z^{-1})$, respectivamente, na equação (3.22), a lei de controle GMV fortemente estável é calculada como

$$\Delta u(k) = \frac{Te(z^{-1})y_r(k) - Se(z^{-1})y(k)}{Re(z^{-1})} \quad (3.36)$$

Os polinômios de projeto $Ud(z^{-1})$ e $Un(z^{-1})$ são calculados para fazer o polinômio $Re(z^{-1})$ estável, isto implica num controlador estável.

O sistema de controle GMV fortemente estável de malha fechada é dado por

$$\begin{aligned}
 y(k) &= \frac{B(z^{-1})Te(z^{-1})}{Ud(z^{-1})M(z^{-1})} yr(k) + \left(\frac{Re(z^{-1})}{Ud(z^{-1})M(z^{-1})} \right) \xi(k) \\
 u(k) &= \frac{A(z^{-1})Te(z^{-1})}{Ud(z^{-1})M(z^{-1})} yr(k+d) - \left(\frac{Se(z^{-1})}{\Delta Ud(z^{-1})M(z^{-1})} \right) \xi(k)
 \end{aligned}
 \tag{3.37}$$

sendo que $M(z^{-1})$ satisfaz

$$M(z^{-1}) = P(z^{-1})B(z^{-1}) + \Delta A(z^{-1})Q(z^{-1}) \tag{3.38}$$

O polinômio $Te(z^{-1})$ é projetado para garantir o seguimento de referência com erro nulo em regime permanente. Além disto, para que o polinômio característico de malha fechada $M(z^{-1})$ do sistema de controle GMV não seja alterada pelo polinômio $Ud(z^{-1})$, $Te(z^{-1})$ é projetado como

$$Te(z^{-1}) = Ud(z^{-1})S(z^{-1}) \tag{3.39}$$

O diagrama de blocos da lei de controle GMV fortemente estável apresenta-se na figura (3.3).

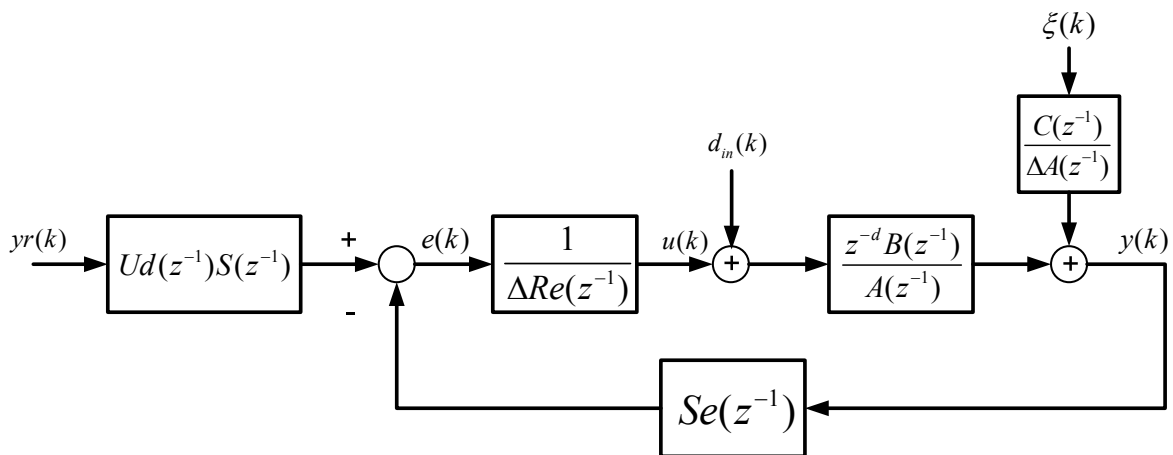


Figura 3.3 Controlador GMV fortemente estável.

3.5 Controlador PID com Sintonia GMV

Nesta seção é apresentada a técnica de sintonia GMV para diferentes configurações de malha de controladores PID. A sintonia é feita comparando as estruturas RST de cada configuração PID com a estrutura RST do controlador GMV. Por isto, são citadas as equações do capítulo 2 e as diferentes equações da lei GMV apresentadas.

As considerações de projeto, tais como a modelagem do processo e a ordem dos polinômios da lei de controle GMV, são explicadas, além das simplificações ou modificações da lei de controle GMV dependendo da estrutura de controlador PID.

3.5.1 Sintonia de Controlador PID Ideal e PID de Dois Graus de Liberdade

O projeto de sintonia PID baseado na abordagem GMV está relacionado ao trabalho desenvolvido por Yamamoto *et al.* (1999) e Mitsukura *et al.* (2000).

Sintonia Controlador PID Ideal. Para o projeto de sintonia PID-GMV é preciso limitar a ordem do polinômio $A(z^{-1})$ do modelo CARIMA, equação (3.1). Para projeto de controladores PID a ordem é $na = 2$.

O modelo do processo pode ser obtido usando qualquer estratégia de identificação, por exemplo, MQR (*Mínimos Quadrados Recursivo*). Outra opção é usar o modelo contínuo FOPDT (*First-Order Plus Dead-Time*), onde para garantir que a ordem do polinômio $A(z^{-1})$ seja igual a 2, o atraso de transporte pode ser aproximado pela função de Padé de primeira ordem, isto é,

$$\begin{aligned}\bar{G}(s) &= \frac{Kp}{\tau s + 1} e^{-\theta s} \\ \bar{G}(s) &= \frac{Kp}{\tau s + 1} \cdot \frac{1 - \theta s / 2}{1 + \theta s / 2}\end{aligned}\tag{3.40}$$

onde Kp , τ e θ denotam o ganho do processo, a constante de tempo do sistema e o atraso de transporte, respectivamente.

Justifica-se o modelo da equação (3.40), pois o comportamento da maioria dos processos industriais pode ser aproximado através de um modelo simplificado de primeira ordem com atraso de transporte (Åström e Hägglund, 2000a).

O modelo discreto correspondente a equação (3.40) é expresso por

$$\bar{A}(z^{-1})y(k) = \bar{B}(z^{-1})u(k-1)\tag{3.41}$$

onde

$$\begin{aligned}\bar{A}(z^{-1}) &= 1 + \bar{a}_1 z^{-1} + \bar{a}_2 z^{-2} \\ \bar{B}(z^{-1}) &= \bar{b}_0 + \bar{b}_1 z^{-1}\end{aligned}\quad (3.42)$$

O limitante da ordem do modelo CARIMA é só para o polinômio $A(z^{-1})$, pois o polinômio $B(z^{-1})$ e o atraso de transporte d não são limitados.

Depois de aproximar o processo ao modelo da equação (3.41), o próximo passo na sintonia do controlador PID, usando a técnica GMV, é determinar os polinômios $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$, calculando a partir da equação (3.8) do polinômio característico de malha fechada $M(z^{-1})$. Os polinômios $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$ são projetados, sabendo que $P(z^{-1})$ pondera a variável do processo e o polinômio $Q(z^{-1})$ pondera o incremento do controle $\Delta u(k)$. Geralmente, projetam-se os polinômios $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$ como constantes, ou seja $P(z^{-1}) = p_0$ e $Q(z^{-1}) = q_0$.

Se é conhecido o tempo de acomodação t_s (*settling time*) e a porcentagem de sobre-sinal OS (*overshoot*), pode-se calcular o polinômio característico de malha fechada $M(z^{-1})$ como

$$M(z^{-1}) = 1 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2} \quad (3.43)$$

onde

$$\begin{aligned}m_1 &= -2e^{-\sigma Ts} \cos(\varphi) \\ m_2 &= e^{-2\sigma Ts}\end{aligned}\quad (3.44)$$

Ts corresponde ao período de amostragem, σ e φ estão relacionados aos objetivos de controle, de acordo com as seguintes equações:

$$\begin{aligned}\sigma &= \zeta \omega_n ; \sigma = \frac{4}{t_{s(2\%)}} \\ \varphi &= \omega_d Ts ; \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \\ \zeta &= \left\{ 1 + \left[\frac{\pi}{Ln(OS/100)} \right]^2 \right\}^{-1/2}\end{aligned}\quad (3.45)$$

onde ω_n é a frequência natural não-amortecida, ω_d é a frequência natural amortecida, ζ é o fator de amortecimento relativo e $t_{s(2\%)}$ é o tempo de acomodação 2%.

Quando se usa no projeto do controlador o polinômio característico de malha fechada $M(z^{-1})$, equação (3.8), a ordem do polinômio $P(z^{-1})$ é dada pela ordem do polinômio $A(z^{-1})$, no caso da sintonia PID, $np = na = 2$, a ordem de $Q(z^{-1})$ dada pelo polinômio $B(z^{-1})$, $nq = nb - 1$.

Com o conhecimento dos polinômios $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$, o próximo passo é calcular os polinômios $E(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ usando a equação (3.6). Com a limitante da ordem do polinômio $A(z^{-1})$, $na = 2$, o polinômio $S(z^{-1})$ é $ns = na = 2$. A ordem de $E(z^{-1})$ depende do atraso total do sistema, $ne = d - 1$.

Os polinômios $E(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ tem a forma

$$\begin{aligned} E(z^{-1}) &= e_0 + e_1 z^{-1} + \dots + e_{(d-1)} z^{-(d-1)} \\ S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (3.46)$$

Para plantas representadas pelo modelo CARIMA, com polinômio $B(z^{-1})$ de ordem $nb = 0$ algumas considerações na ordem dos polinômios são necessárias. Quando é usado como projeto do controlador o polinômio $M(z^{-1})$, a ordem de $Q(z^{-1})$ é $nq = nb$ e a ordem de $P(z^{-1})$ é $np = na + 1 = 3$. A ordem de $S(z^{-1})$ e a ordem de $E(z^{-1})$ continuam sendo as mesmas, $ns = na = 2$ e $ne = d - 1$.

Finalmente, para a sintonia do controlador PID ideal, se usa a equivalência da lei do controlador GMV com a lei do controlador PID ideal. Para isto é necessário fazer uma simplificação na equação (3.22) da lei de controle GMV. $R(z^{-1})$ é substituído pelo ganho estático $R(1)$, isto é,

$$R(1) = v = E(1)B(1) + Q(1) \quad (3.47)$$

A lei GMV equação (3.22), incluindo a simplificação da equação (3.47), fica

$$\Delta u(k) = \bar{T}(z^{-1})yr(k) - \bar{S}(z^{-1})y(k) \quad (3.48)$$

onde

$$\begin{aligned}\bar{T}(z^{-1}) &= \frac{T(z^{-1})}{v} \\ \bar{S}(z^{-1}) &= \frac{S(z^{-1})}{v}\end{aligned}\quad (3.49)$$

Para conseguir erro nulo em regime permanente e fazer um equivalente da lei de controle GMV com a lei de controle PID paralelo, substitui-se na equação (3.48) o polinômio $\bar{T}(z^{-1})$ por $\bar{S}(z^{-1})$, de ordem $n_{\bar{S}} = 2$, isto é,

$$\begin{aligned}\Delta u(k) &= \bar{S}(z^{-1})(yr(k) - y(k)) \\ \Delta u(k) &= (\bar{s}_0 + \bar{s}_1 z^{-1} + \bar{s}_2 z^{-2})e(k)\end{aligned}\quad (3.50)$$

Conforme já apresentado no capítulo 2, a equação do controlador PID ideal é

$$\Delta u(k) = Kc \left(1 + \frac{T_s}{Ti} + \frac{Td}{T_s} \right) e(k) - Kc \left(1 + 2 \frac{Td}{T_s} \right) e(k-1) + Kc \left(\frac{Td}{T_s} \right) e(k-2) \quad (3.51)$$

Fazendo a equivalência das equações (3.50) e (3.51), podem ser calculados os parâmetros Kc , Ti e Td do controlador PID ideal. Para isto é necessário solucionar o sistema linear de equações representado por

$$\begin{aligned}\bar{s}_0 &= Kc \left(1 + \frac{T_s}{Ti} + \frac{Td}{T_s} \right) \\ \bar{s}_1 &= Kc \left(-1 - 2 \frac{Td}{T_s} \right) \\ \bar{s}_2 &= Kc \left(\frac{Td}{T_s} \right)\end{aligned}\quad (3.52)$$

A solução do sistema (3.52) permite a sintonia do controlador PID ideal, usando a técnica GMV, pelas expressões

$$\begin{aligned}Kc &= (-\bar{s}_1 - 2\bar{s}_2) \\ Ti &= \frac{(-\bar{s}_1 - 2\bar{s}_2)}{\bar{s}_0 + \bar{s}_1 + \bar{s}_2} T_s \\ Td &= \frac{-\bar{s}_2}{\bar{s}_1 + 2\bar{s}_2} T_s\end{aligned}\quad (3.53)$$

Sintonia do Controlador PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward.

Para a configuração de controle PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward, a sintonia GMV é possível vinculando os parâmetros Kc , Ti e Td aos polinômios próprios da lei de controle GMV, e deixando como parâmetros de projeto livres os coeficientes ε e β do compensador feedforward.

Como foi visto no capítulo 2, na síntese RST da configuração de controle PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward, os polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ são

$$\begin{aligned} R(z^{-1}) &= 1 \\ S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\ T(z^{-1}) &= t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2} \end{aligned} \quad (3.54)$$

onde os coeficientes s_0 , s_1 , s_2 , t_0 , t_1 e t_2 são dados por

$$s_0 = Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right); s_1 = Kc \left(-1 - 2 \frac{T_d}{T_s} \right); s_2 = Kc \left(\frac{T_d}{T_s} \right) \quad (3.55)$$

$$t_0 = Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} - \varepsilon - \beta \frac{T_d}{T_s} \right); t_1 = Kc \left(-1 - 2 \frac{T_d}{T_s} + \varepsilon + 2\beta \frac{T_d}{T_s} \right); t_2 = Kc \left(\frac{T_d}{T_s} - \beta \frac{T_d}{T_s} \right) \quad (3.56)$$

Somando os coeficientes do polinômio $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$, equações (3.55) e (3.56), pode-se ver que para qualquer valor dos parâmetros ε e β o ganho estático do polinômio $S(z^{-1})$ é igual ao do polinômio $T(z^{-1})$, $S(1) = T(1)$. Condição que garante erro nulo em regime permanente.

Analisando o controlador GMV, a condição do polinômio $T(z^{-1})$ para proporcionar erro nulo em regime permanente é que o ganho estático $T(1)$ seja igual a $P(1)$, e pela equação (3.6), conclui-se a seguinte equivalência $T(1) = S(1)$. Assim, a lei de controle GMV simplificada é dada por

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \bar{T}(1)yr(k) - \bar{S}(z^{-1})y(k) \\ \Delta u(k) &= \bar{S}(1)yr(k) - \bar{S}(z^{-1})y(k) \end{aligned} \quad (3.57)$$

Logo, na lei PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward cumpre-se que $T(1) = S(1)$, igual que na lei GMV onde $\bar{T}(1) = \bar{S}(1)$. Assim, os parâmetros Kc , Ti e Td do controlador PID de dois graus de liberdade podem ser sintonizados usando a equação (3.53) e os parâmetros ε e β escolhidos livremente, sem alterar as propriedades da lei de controle GMV.

3.5.2 Sintonia de Controlador I+PD e PI+PD

Sintonia do Controlador I+PD. A síntese RST do controlador I+PD é dada por

$$\begin{aligned} R(z^{-1}) &= 1 \\ S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\ T(z^{-1}) &= t_0 \end{aligned} \quad (3.58)$$

onde os coeficientes s_0 , s_1 , s_2 são dados pela equação (3.55) e t_0 é calculado como

$$t_0 = Kc \left(\frac{Ts}{Ti} \right) \quad (3.59)$$

Caso sejam somados os coeficientes do polinômio $S(z^{-1})$ na equação (3.55) o resultado é igual ao coeficiente t_0 na equação (3.59), o que significa que na síntese RST do controlador I+PD, $S(1) = T(1)$. Assim, fazendo $\bar{T}(1) = \bar{S}(1)$ na lei GMV a equivalência estrutural das leis de controle GMV e I+PD permite que os parâmetros Kc , Ti e Td possam ser calculados usando a equação (3.53).

Sintonia do Controlador PI+PD. Para a sintonia do controlador PI+PD o ganho proporcional Kf da parte PD é projetado livremente e os outros parâmetros de sintonia dependem deste ganho e dos coeficientes dos polinômios da lei GMV.

Na configuração PI+PD os polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ são dados por

$$\begin{aligned} R(z^{-1}) &= 1 \\ S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\ T(z^{-1}) &= t_0 + t_1 z^{-1} \end{aligned} \quad (3.60)$$

onde os coeficientes s_0 , s_1 , s_2 , t_0 e t_1 são

$$\begin{aligned}
s_0 &= Kf \left(1 + \frac{Td}{Ts} \right) + Kc \left(1 + \frac{Ts}{Ti} \right); s_1 = Kf \left(-1 - 2 \frac{Td}{Ts} \right) - Kc; s_2 = Kf \left(\frac{Td}{Ts} \right) \\
t_0 &= Kc \left(1 + \frac{Ts}{Ti} \right); t_1 = -Kc
\end{aligned} \tag{3.61}$$

Para encontrar uma equivalência entre a lei de controle da configuração PI+PD e a lei GMV, o polinômio $T(z^{-1})$ que acompanha a referência $yr(t)$ deve ser de primeira ordem, neste caso,

$$\begin{aligned}
\Delta u(k) &= \bar{T}(z^{-1})yr(k) - \bar{S}(z^{-1})y(k) \\
\Delta u(k) &= (\bar{t}_0 + \bar{t}_1 z^{-1})yr(k) - (\bar{s}_0 + \bar{s}_1 z^{-1} + \bar{s}_2 z^{-2})y(k)
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Nesta configuração observa-se também a igualdade $S(I) = T(I)$. Isto permite realizar a sintonia dos parâmetros Kc , Ti e Td levando em consideração somente o polinômio $\bar{S}(z^{-1})$ e o ganho proporcional Kf .

Igualando o polinômio $S(z^{-1})$, equação (3.61), com o polinômio $\bar{S}(z^{-1})$ da lei GMV, e sabendo que $\bar{S}(z^{-1}) = S(z^{-1})/v$, chega-se ao sistema linear de equações para a sintonia GMV do controlador PI+PD através de

$$\begin{aligned}
\frac{s_0}{v} &= Kf \left(1 + \frac{Td}{Ts} \right) + Kc \left(1 + \frac{Ts}{Ti} \right) \\
\frac{s_1}{v} &= Kf \left(-1 - 2 \frac{Td}{Ts} \right) - Kc \\
\frac{s_2}{v} &= Kc \left(\frac{Td}{Ts} \right)
\end{aligned} \tag{3.63}$$

Solucionando o sistema de equações (3.63) a sintonia do controlador PI+PD, usando a técnica GMV, é dada por

$$\begin{aligned}
Kc &= -\frac{(s_1 + 2s_2 + vKf)}{v} \\
Ti &= \frac{(-s_1 - vKf - 2s_2)}{s_0 + s_1 + s_2} Ts \\
Td &= \frac{s_2}{vKf} Ts
\end{aligned} \tag{3.64}$$

onde $v = E(1)B(1) + Q(1)$.

3.5.3 Sintonia de Controladores PID com Filtro

Para a sintonia de controladores PID com filtro a ordem do polinômio $A(z^{-1})$, no modelo CARIMA, $na=1$. Isto garante que a ordem do polinômio $S(z^{-1})$ da lei de controle GMV com filtro seja $ns=2$, equação (3.26). O atraso total d e a ordem do polinômio $B(z^{-1})$ não são limitados.

O processo controlado pode ser representado pelo modelo linear FOPDT, sem que seja necessário aproximar o atraso de transporte, ou seja,

$$\bar{G}(s) = \frac{Kp}{\tau s + 1} e^{-\theta s} \quad (3.65)$$

O modelo discreto correspondente a equação (3.65) é expresso por

$$\bar{A}(z^{-1})y(k) = z^{-km} \bar{B}(z^{-1})u(k-1) \quad (3.66)$$

onde

$$\begin{aligned} \bar{A}(z^{-1}) &= 1 + \bar{a}_1 z^{-1} \\ \bar{B}(z^{-1}) &= \bar{b}_0 \end{aligned} \quad (3.67)$$

e o atraso total do sistema é $d = km + 1$, onde km corresponde ao atraso de transporte.

Processos de resposta subamortecida não podem ser representados pelo modelo linear FOPDT, já que os pólos complexos com parte imaginária significativa não podem ser aproximados a um pólo real. Para processos com pólos complexos não pode-se desenvolver o projeto de controle PID com filtro via sintonia GMV.

Sintonia do Controlador PID com Filtro na Saída. Na síntese RST do controlador PID com filtro na saída, os polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ são dados por

$$\begin{aligned}
R(z^{-1}) &= r_0 + r_1 z^{-1} \\
S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\
T(z^{-1}) &= t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2} + t_3 z^{-3}
\end{aligned} \tag{3.68}$$

sendo os coeficientes $r_0, r_1, s_0, s_1, s_2, t_0, t_1, t_2$ e t_3 calculados por

$$\begin{aligned}
r_0 &= 1; r_1 = -\alpha \\
s_0 &= (1-\alpha)Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right); s_1 = (1-\alpha)Kc \left(-1 - 2\frac{T_d}{T_s} \right); s_2 = (1-\alpha)Kc \left(\frac{T_d}{T_s} \right) \\
t_0 &= Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right); t_1 = Kc \left(-1 - 2\frac{T_d}{T_s} \right) - \alpha Kc \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) \\
t_2 &= Kc \frac{T_d}{T_s} + \alpha Kc \left(1 + 2\frac{T_d}{T_s} \right); t_3 = -\alpha Kc \frac{T_d}{T_s}
\end{aligned} \tag{3.69}$$

A lei de controle GMV com filtro, equação (3.32), tem que ser reestruturada para conseguir uma equivalência com a lei PID com filtro na saída e, assim, realizar a sintonia por

$$Pd(z^{-1})\Delta u(k) = \frac{S(z^{-1})Pd(z^{-1})}{\tilde{v}} yr(k) - \frac{S(z^{-1})Pd(1)}{\tilde{v}} y(k) \tag{3.70}$$

onde \tilde{v} é o ganho estático calculado por

$$\tilde{v} = [E(1)B(1) + Q(1)]Pd(1) \tag{3.71}$$

Reescrevendo a equação (3.70), levando em conta as ordens dos polinômios necessários para uma possível sintonia, tem-se

$$Pd(z^{-1})\Delta u(k) = \tilde{S}(z^{-1})Pd(z^{-1})yr(k) - \tilde{S}(z^{-1})Pd(1)y(k) \tag{3.72}$$

onde

$$\begin{aligned}
\tilde{S}(z^{-1}) &= S(z^{-1})/\tilde{v} \\
\tilde{S}(z^{-1}) &= \tilde{s}_0 + \tilde{s}_1 z^{-1} + \tilde{s}_2 z^{-2}
\end{aligned} \tag{3.73}$$

A sintonia do controlador PID com filtro na saída é feita solucionando o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned}
\tilde{s}_0 &= Kc \left(1 + \frac{T_s}{Ti} + \frac{Td}{T_s} \right) \\
\tilde{s}_1 &= Kc \left(-1 - 2 \frac{Td}{T_s} \right) \\
\tilde{s}_2 &= Kc \left(\frac{Td}{T_s} \right)
\end{aligned} \tag{3.74}$$

A solução da equação (3.74) permite obter os parâmetros de sintonia Kc , Ti e Td do controle PID com filtro na saída, através de

$$\begin{aligned}
Kc &= (-\tilde{s}_1 - 2\tilde{s}_2) \\
Ti &= \frac{(-\tilde{s}_1 - 2\tilde{s}_2)}{\tilde{s}_0 + \tilde{s}_1 + \tilde{s}_2} T_s \\
Td &= \frac{-\tilde{s}_2}{\tilde{s}_1 + 2\tilde{s}_2} T_s
\end{aligned} \tag{3.75}$$

O parâmetro de filtragem α determina o polinômio $P(z^{-1})$ que pondera a saída da lei de controle GMV com filtro. Assim, determina os valores dos ganhos Kc , Ti e Td , já que o polinômio $\tilde{S}(z^{-1})$ para a sintonia depende de α .

Sintonia do Controlador PI+D com Filtro na Saída da Parte Derivativa. Na estrutura RST do controlador PI+D com filtro na saída da parte derivativa, $R(z^{-1})$ corresponde a equação (3.68) e (3.69), $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ são dados por

$$\begin{aligned}
S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\
T(z^{-1}) &= t_0 + t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2}
\end{aligned} \tag{3.76}$$

onde os coeficientes s_0 , s_1 , s_2 , t_0 , t_1 e t_2 são

$$\begin{aligned}
s_0 &= Kc \left(1 + \frac{T_s}{Ti} \right) + Kc(1-\alpha) \left(\frac{Td}{T_s} \right) \\
s_1 &= Kc \left[-1 - \alpha \left(1 + \frac{T_s}{Ti} \right) \right] - 2Kc(1-\alpha) \left(\frac{Td}{T_s} \right) \\
s_2 &= Kc\alpha + Kc(1-\alpha) \left(\frac{Td}{T_s} \right) \\
t_0 &= Kc \left(1 + \frac{T_s}{Ti} \right); t_1 = -Kc \left(1 + \alpha + \alpha \frac{T_s}{Ti} \right); t_2 = Kc\alpha
\end{aligned} \tag{3.77}$$

A equação (3.32) não precisa ser reestruturada de forma simplificada e, visando a sintonia desta configuração de malha, a lei GMV com filtro é

$$\Delta u(k) = \frac{\bar{S}(1)}{Pd(1)} yr(k) - \frac{\bar{S}(z^{-1})}{Pd(z^{-1})} y(k) \quad (3.78)$$

onde o polinômio $\bar{S}(z^{-1})$ é calculado pela equação (3.49). A sintonia do controlador PI+D com filtro na saída da parte derivativa corresponde a solução do conjunto de equações

$$\begin{aligned} \bar{s}_0 &= Kc \left(1 + \frac{T_s}{Ti} \right) + Kc(1-\alpha) \left(\frac{Td}{T_s} \right) \\ \bar{s}_1 &= Kc \left[-1 - \alpha \left(1 + \frac{T_s}{Ti} \right) \right] - 2Kc(1-\alpha) \left(\frac{Td}{T_s} \right) \\ \bar{s}_2 &= Kc\alpha + Kc(1-\alpha) \left(\frac{Td}{T_s} \right) \end{aligned} \quad (3.79)$$

Os ganhos Kc , Ti e Td são calculados como

$$\begin{aligned} Kc &= - \left[\frac{(\alpha^2 - \alpha)\bar{s}_0 + (\alpha - 1)\bar{s}_1 + (-\alpha^2 + 3\alpha - 2)\bar{s}_2}{(\alpha - 1)^3} \right] \\ Ti &= \left[\frac{(\alpha^2 - \alpha)\bar{s}_0 + (\alpha - 1)\bar{s}_1 + (-\alpha^2 + 3\alpha - 2)\bar{s}_2}{(\alpha - 1)^2 (\bar{s}_0 + \bar{s}_1 + \bar{s}_2)} \right] T_s \\ Td &= \left[\frac{\alpha^2 \bar{s}_0 + \alpha \bar{s}_1 + \bar{s}_2}{(\alpha^2 - \alpha)\bar{s}_0 + (\alpha - 1)\bar{s}_1 + (-\alpha^2 + 3\alpha - 2)\bar{s}_2} \right] T_s \end{aligned} \quad (3.80)$$

Da mesma forma que o controlador PID com filtro na saída, α determina os ganhos Kc , Ti e Td , mas sua influência é maior, já que além de determinar o polinômio $\bar{S}(z^{-1})$, apresenta uma relação explícita na equação (3.80).

3.5.4 Sintonia do Controlador PID Ideal com Kc Variável

Nesta seção é apresentada a sintonia PID com ganho proporcional Kc variável, baseado na técnica GMV fortemente estável, desenvolvida em Sato *et al.* (2000).

Quando a ordem do polinômio $Se(z^{-1})$, calculado pela equação (3.35), é maior que dois, o mesmo deve ser aproximado a um polinômio de segunda ordem, para que seja possível a sintonia PID. Esta aproximação é obtida calculando as duas raízes dominantes λ_1 e λ_2 deste polinômio. Com estes valores o polinômio aproximado de segunda ordem $\bar{S}e(z^{-1})$ é calculado como

$$\bar{S}e(z^{-1}) = Se(1) \frac{(1 - \lambda_1 z^{-1})(1 - \lambda_2 z^{-1})}{(1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2)} \quad (3.81)$$

Se o polinômio $A(z^{-1})$ do modelo CARIMA é de primeira ordem, projetando um polinômio $Ud(z^{-1})$, também de primeira ordem e um polinômio $Un(z^{-1})$ de ordem zero que façam $Ge(z^{-1})$ estável, o polinômio $Se(z^{-1})$ é de segunda ordem e a aproximação da equação (3.81) não é necessária.

Visando a sintonia do controlador PID com Kc variável, a lei de controle GMV fortemente estável incluindo o polinômio simplificado $\bar{S}e(z^{-1})$ é

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \frac{\bar{S}e(z^{-1})yr(k) - \bar{S}e(z^{-1})y(k)}{Re(z^{-1})} \\ \Delta u(k) &= \frac{\bar{S}e(z^{-1})}{Re(z^{-1})} (yr(k) - y(k)) \\ \Delta u(k) &= \frac{1}{Re(z^{-1})} (\bar{s}_{e_0} + \bar{s}_{e_1} z^{-1} + \bar{s}_{e_2} z^{-2}) e(k) \end{aligned} \quad (3.82)$$

O controlador PID ideal é dado por

$$\Delta u(k) = Kc \left[\left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) - \left(1 + 2 \frac{T_d}{T_s} \right) z^{-1} + \left(\frac{T_d}{T_s} \right) z^{-2} \right] e(k) \quad (3.83)$$

Para encontrar uma equivalência entre a lei de controle GMV fortemente estável, equação (3.82), e a lei do controle PID da equação (3.83), sem que seja necessário substituir o polinômio $Re(z^{-1})$ pelo ganho estático $Re(1)$, é proposto o ganho proporcional como um ganho variável no tempo, como sendo

$$Kc(k) = \frac{\tilde{K}c}{Re(z^{-1})} \quad (3.84)$$

onde \tilde{K}_c é uma constante.

Substituindo o ganho proporcional $K_c(k)$ na equação (3.83), a lei de controle da configuração PID ideal como K_c variável, é dada por

$$\begin{aligned}\Delta u(k) &= K_c(k) \left[\left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) - \left(1 + 2 \frac{T_d}{T_s} \right) z^{-1} + \left(\frac{T_d}{T_s} \right) z^{-2} \right] e(k) \\ \Delta u(k) &= \frac{1}{Re(z^{-1})} \left[\tilde{K}_c \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) - \tilde{K}_c \left(1 + 2 \frac{T_d}{T_s} \right) z^{-1} + \tilde{K}_c \left(\frac{T_d}{T_s} \right) z^{-2} \right] e(k)\end{aligned}\quad (3.85)$$

Comparando a equação (3.82) com a equação (3.85) tem-se

$$\begin{aligned}\bar{s}_{e_0} &= \tilde{K}_c \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) \\ \bar{s}_{e_1} &= \tilde{K}_c \left(1 + 2 \frac{T_d}{T_s} \right) \\ \bar{s}_{e_2} &= \tilde{K}_c \left(\frac{T_d}{T_s} \right)\end{aligned}\quad (3.86)$$

e a sintonia dos ganhos \tilde{K}_c , T_i e T_d do controlador PID com K_c variável pode ser expressa da forma

$$\begin{aligned}\tilde{K}_c &= (-\bar{s}_{e_1} - 2\bar{s}_{e_2}) \\ T_i &= \frac{(-\bar{s}_{e_1} - 2\bar{s}_{e_2})}{\bar{s}_{e_0} + \bar{s}_{e_1} + \bar{s}_{e_2}} T_s \\ T_d &= \frac{-\bar{s}_{e_2}}{\bar{s}_{e_1} + 2\bar{s}_{e_2}} T_s\end{aligned}\quad (3.87)$$

O ganho proporcional para cada instante de tempo, conhecendo o polinômio $Re(z^{-1})$ é dado por

$$K_c(k) = \frac{1}{re_0} \left[\tilde{K}_c - re_1 K_c(k-1) - re_2 K_c(k-2) - \dots - re_{n_r} K_c(k-n_r) \right] \quad (3.88)$$

3.6 Conclusão

Neste capítulo foi tratada a técnica de controle avançada GMV, apresentando-se alguns importantes aspectos como: a modelagem do processo, o cálculo do preditor ótimo, a formulação da lei de controle e sua estruturação na síntese RST. Foram tratadas também, as técnicas de controle GMV modificadas, ou seja, controlador GMV com filtro e o controlador GMV fortemente estável. Para cada uma destas técnicas de controle calcularam-se as funções de transferência do sistema em malha fechada.

Foram discutidas as considerações de projeto, os procedimentos de sintonia de diferentes configurações de malha PID e as equivalências com as estruturas RST dos controladores GMV.

Capítulo 4

Sintonia PID via Projeto GPC

4.1 Introdução

Uma das técnicas de controle avançado que vem se destacando na indústria é o controle preditivo baseado no modelo MPC (*Model Predictive Control*). Desde seu surgimento nos anos 70, esta técnica tem evoluído consideravelmente, sendo de principal interesse para pesquisadores na área de controle de processos, no meio acadêmico e industrial. Algumas das razões para seu sucesso está relacionada com seu desempenho e robustez no controle de uma ampla variedade de processos, desde processos simples até processos com dinâmicas complexas, com grandes atrasos de transporte, de fase não-mínima, instáveis e multivariáveis. Além disto, permite considerar restrições de malha e operacionais no cálculo da lei de controle e tratar com problemas não-lineares ao utilizar o conceito de horizonte estendido de predição.

O controle preditivo baseado no modelo consiste num conjunto de métodos de controle que usa um modelo conhecido do processo (que pode ser identificado) para obter um sinal de controle ótimo, minimizando uma função custo. O caráter preditivo proporciona uma mudança na saída antes da mudança da referência, ao conhecer a evolução no tempo, situações adequadas em robótica (Dongbing e Huosheng, 2004).

São vários os métodos que aplicam os conceitos de MPC, entre os quais podem ser citados o DMC (*Dynamic Matrix Control*) o MAC (*Model Algorithm Control*) e, principalmente, o GPC (*Generalized Predictive Control*). Esta última técnica de controle, proposta por Clarke *et al.* (1987), tem se convertido no método mais popular de controle preditivo baseado no modelo, já que apresenta um bom desempenho e robustez quando implementado em diversas situações industriais (Qin e Badgwell, 2003).

Com as razões mencionadas, existe a motivação de apresentar o GPC como técnica de sintonia de controladores PID, onde se busca aproximar as propriedades de uma técnica de controle preditiva a uma estrutura PID muito mais simples e econômica de implementar.

Neste capítulo são apresentadas duas técnicas de sintonia de controladores PID via projeto GPC, onde são usados como métodos a equivalência de estruturas RST e a representação em equações de estado.

4.2 Controlador GPC

A idéia básica do controlador GPC consiste em calcular uma seqüência de ações de controle futuras, a partir da minimização de uma função custo de múltiplas etapas, definida dentro de um horizonte de predição. Nesta função custo considera-se o erro entre a saída predita do sistema e uma seqüência de referências futuras conhecidas sobre um horizonte, assim como a ponderação do esforço de controle. O algoritmo de controle GPC pode ser abordado em duas partes: na primeira calcula-se um preditor ótimo para o cálculo da saída esperada, como função de controles futuros; na segunda encontra-se a lei de controle que minimiza a função custo (Clarke *et al.*, 1987).

4.2.1 Preditor Ótimo

Para o cálculo do preditor, o processo é representado pelo modelo CARIMA

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-km}B(z^{-1})u(k-1) + \frac{C(z^{-1})}{\Delta}\xi(k) \quad (4.1)$$

onde $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ são polinômios da forma

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_{na}z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{nb}z^{-nb} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$\Delta = 1 - z^{-1}$, $u(k)$ é o sinal de entrada, $y(k)$ é o sinal de saída, $\xi(k)$ é um ruído branco com média nula e variância σ^2 e km corresponde ao atraso. O polinômio $C(z^{-1})$ geralmente é difícil de estimar e na prática muitas vezes utiliza-se $C(z^{-1}) = 1$ para a análise do algoritmo básico do GPC. É importante mencionar que o polinômio $C(z^{-1})$ pode ser utilizado para melhorar a robustez do sistema (Camacho e Bordons, 2004).

A função custo de múltiplos passos, usada para encontrar a lei de controle do algoritmo GPC, é dada por

$$J = \sum_{i=N_1}^{N_2} \delta(i) [\hat{y}(k+i/k) - yr(k+i)]^2 + \sum_{i=1}^{Nu} \lambda(i) [\Delta u(k+i-1)]^2 \quad (4.3)$$

onde $\hat{y}(k+i/k)$ corresponde a predição ótima da saída do sistema a i passos a frente, calculada com os dados conhecidos no instante k , $\Delta u(k)$ corresponde ao incremento na ação de controle, $yr(k+i)$ é a trajetória de referência futura, $\delta(i)$ e $\lambda(i)$ são seqüências de ponderação, normalmente constantes. N_1 é o horizonte mínimo de saída, N_2 o horizonte máximo de saída e Nu o horizonte de controle.

Com o objetivo de minimizar a função custo da equação (4.3) é necessário calcular a predição ótima da saída do sistema em $k+i$ com a informação conhecida no instante k . O GPC utiliza o valor esperado da variável $y(k+i)$ no intervalo $N_1 \leq i \leq N_2$ para calcular a predição ótima $\hat{y}(k+i/k)$, isto é,

$$\hat{y}(k+i/k) = E\{y(k+i)\} \quad (4.4)$$

Para o cálculo de $\hat{y}(t+i/k)$ é usada a seguinte equação polinomial:

$$1 = E_i(z^{-1})\Delta A(z^{-1}) + z^{-i}F_i(z^{-1}) \quad (4.5)$$

onde os polinômios E_i e F_i são da forma

$$\begin{aligned} E_i(z^{-1}) &= 1 + e_1 z^{-1} + \dots + e_{i-1} z^{-(i-1)} \\ F_i(z^{-1}) &= f_{i,0} + f_{i,1} z^{-1} + \dots + f_{i,na} z^{-na} \end{aligned} \quad (4.6)$$

e podem ser calculados usando um algoritmo recursivo, ou dividindo 1 por $\Delta A(z^{-1})$, até que o resíduo possa ser fatorado como $z^{-i}F_i(z^{-1})$, o quociente da divisão corresponde ao polinômio $E_i(z^{-1})$.

Para calcular o preditor ótimo da saída $\hat{y}(t+i/k)$ a equação (4.1) é multiplicada por $\Delta E_i(z^{-1})z^i$, ou seja,

$$\Delta A(z^{-1})E_i(z^{-1})y(k+i) = E_i(z^{-1})B(z^{-1})z^{-i}\Delta u(k+i-km-1) + E_i(z^{-1})\xi(k+i) \quad (4.7)$$

Considerando a equação (4.5) e isolando $y(k+i)$ na equação (4.7) tem-se

$$y(k+i) = F_i(z^{-1})y(k) + E_i(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(k+i-km-1) + E_i(z^{-1})\xi(k+i) \quad (4.8)$$

Como o grau do polinômio $E_i(z^{-1})$ é igual a $i-1$ os termos relacionados ao ruído estão no futuro e, pela equação (4.4), a melhor predição está dada por

$$\hat{y}(k+i/k) = G_i(z^{-1})\Delta u(k+i-km-1) + F_i(z^{-1})y(k) \quad (4.9)$$

onde $G_i(z^{-1}) = E_i(z^{-1})B(z^{-1})$.

4.2.2 Controle que Minimiza a Função Custo

Para solucionar o problema do GPC, é preciso obter uma seqüência de sinais de controle $u(k)$, $u(k+1)$, ..., $u(k+Nu)$ que otimize a expressão da equação (4.3). Como o processo tem um tempo morto de km períodos de amostragem, a saída só é influenciada pelo sinal de controle depois de $km + 1$ períodos. Assim, os horizontes mínimo e máximo da saída podem definir-se como: $N_1 = km + 1$ e $N_2 = km + Ny$, onde Ny é definido como o horizonte de predição da saída.

Para simplificar o cálculo do conjunto de predições no intervalo $N_1 \leq i \leq N_2$, considera-se $km = 0$, $N_1 = 1$, $N_2 = Ny$ e $Nu = Ny$. Assim, segundo a equação (4.9) tem-se

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1/k) &= G_1\Delta u(k) + F_1y(k) \\ \hat{y}(k+2/k) &= G_2\Delta u(k+1) + F_2y(k) \\ &\vdots \\ \hat{y}(k+Ny/k) &= G_{Ny}\Delta u(k+Ny-1) + F_{Ny}y(k) \end{aligned} \quad (4.10)$$

podendo ser escrito na forma vetorial como

$$\bar{y} = \bar{G}\bar{u} + \bar{F}(z^{-1})y(k) + \bar{G}'(z^{-1})\Delta u(k-1) \quad (4.11)$$

onde

$$\begin{aligned}
 \bar{y} &= [\hat{y}(k+1/k) \quad \dots \quad \hat{y}(k+Ny/k)]^T \\
 \bar{u} &= [\Delta u(k) \quad \Delta u(k+1) \quad \dots \quad \Delta u(k+Ny-1)]^T \\
 \bar{G} &= \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{Ny-1} & g_{Ny-2} & \dots & g_0 \end{bmatrix} \\
 \bar{G}'(z^{-1}) &= \begin{bmatrix} (G_1(z^{-1}) - g_0)z \\ (G_2(z^{-1}) - g_0 - g_1z^{-1})z^2 \\ \vdots \\ (G_{Ny}(z^{-1}) - g_0 - g_1z^{-1} - \dots - g_{Ny-1}z^{-(Ny-1)})z^{Ny} \end{bmatrix} \\
 \bar{F}(z^{-1}) &= \begin{bmatrix} F_1(z^{-1}) \\ F_2(z^{-1}) \\ \vdots \\ F_{Ny}(z^{-1}) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Os dois últimos termos da equação (4.11) só dependem do passado e podem ser agrupados num vetor, definido como a **resposta livre** do sistema \bar{f}_r , isto é,

$$\bar{f}_r = \bar{F}(z^{-1})y(k) + \bar{G}'(z^{-1})\Delta u(k-1) \tag{4.13}$$

e a equação (4.11) pode ser reescrita como

$$\bar{y} = \bar{G}\bar{u} + \bar{f}_r \tag{4.14}$$

Para calcular o mínimo da função custo J , convém escrever a equação (4.3) por

$$J = (\bar{G}\bar{u} + \bar{f}_r - \bar{y}r)^T (\bar{G}\bar{u} + \bar{f}_r - \bar{y}r) + \lambda \bar{u}^T \bar{u} \tag{4.15}$$

onde

$$\bar{y}r = [yr(k+1) \quad \dots \quad yr(k+Ny)]^T \tag{4.16}$$

e supõe-se também que $\delta(i) = 1$ e $\lambda(i) = \lambda$ é constante.

Considerando que não se têm restrições, o controlador que minimiza a função custo, depois de alguns procedimentos matemáticos, é calculado como

$$\bar{u} = (\bar{G}^T \bar{G} + \lambda I)^{-1} \bar{G}^T (\bar{y}_r - \bar{f}_r) \quad (4.17)$$

Quando se usa uma estratégia de horizonte deslizante, o sinal de controle que se envia ao processo é o primeiro elemento do vetor \bar{u} , dado por

$$\Delta u(k) = K(\bar{y}_r - \bar{f}_r) \quad (4.18)$$

onde K corresponde a primeira linha da matriz $(\bar{G}^T \bar{G} + \lambda I)^{-1} \bar{G}^T$.

Algumas observações interessantes para a escolha dos horizontes de controle e de saída são tratadas na literatura como:

N_1 : Horizonte mínimo de saída. Se o atraso ou tempo morto km é exatamente conhecido, define-se $N_1 = km + 1$. Se km não é conhecido ou é variável, então $N_1 = 1$ e se incrementa a ordem do polinômio $B(z^{-1})$ para englobar todos os possíveis valores de km .

N_2 : Horizonte máximo de saída. Afeta o tempo de acomodação do sistema em malha fechada. Na prática um valor adequado de N_2 é

$$N_2 > \frac{t_r}{T_s} \quad (4.19)$$

onde t_r corresponde ao tempo de subida do processo em malha aberta e T_s ao período de amostragem (Clarke *et al.*, 1987).

N_u : Horizonte de controle. Afeta as propriedades de estabilidade do sistema. O conceito do horizonte de controle N_u é introduzido para reduzir a carga computacional, considerando que os sinais de controle futuro permanecem constantes para $k > N_u$. Isto significa a inversão de uma matriz $N_u \times N_u$. Um valor de $N_u = 1$ no caso de plantas simples (estáveis em malha aberta, de fase não-mínima e com possível atraso) proporciona um aceitável controle e reduz o cálculo da inversa a um escalar. Um valor maior de N_u é mais apropriado para sistemas complexos onde um bom desempenho do controlador obtém-se

quando Nu é ao menos igual ao número de pólos instáveis ou pobremente amortecidos do sistema (Clarke *et al.*, 1987). Como é visto nas próximas seções e no próximo capítulo, a escolha do horizonte de controle $Nu = I$ é importante visando a sintonia de controladores PID e sua implementação em CLP.

4.3 Sintonia do Controlador I+PD Usando a Estrutura RST

Nesta seção é apresentada a sintonia do controlador PID via projeto GPC para a malha de configuração I+PD. O princípio para a sintonia é o mesmo utilizado para a sintonia via projeto GMV apresentado no capítulo 3. Esta, é realizada encontrando a equivalência dos polinômios resultantes na síntese RST do controlador GPC e o controlador I+PD. Para configurações diferentes a I+PD o procedimento de projeto não é possível e a sintonia deve ser feita de forma diferente, como é discutido na seção (4.4).

4.3.1 Estrutura RST do Controlador GPC

Para a sintonia PID via abordagem GPC proposta por Nakano *et al.* (2003) é necessário sintetizar o controlador GPC sem restrições na estrutura RST, isto é,

$$R(z^{-1})\Delta u(k) = T(z^{-1})yr(k) - S(z^{-1})y(k) \quad (4.20)$$

onde $\Delta = I - z^{-1}$, $yr(k)$ é a referência, $u(k)$ a variável de controle e $y(k)$ a variável do processo. O sinal de controle da equação (4.18) pode ser expresso como

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= K(\bar{y}r - \bar{f}_r) \\ \Delta u(k) &= \sum_{i=N1}^{Ny} k_i [yr(k+i) - f_r(k+i)] \end{aligned} \quad (4.21)$$

Conforme apresentado, K corresponde a primeira linha da matriz $(\bar{G}^T \bar{G} + \lambda I)^{-1} \bar{G}^T$. Reescrevendo a **resposta livre**, equação (4.13), em função de i , tem-se

$$f_r = F_i(z^{-1})y(k) + G_i'(z^{-1})\Delta u(k-1) \quad (4.22)$$

Substituindo a equação (4.22) na equação (4.21), a lei de controle GPC pode ser representada como

$$\begin{aligned}
\Delta u(k) &= \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i [yr(k+i) - f_r(k+i)] \\
\Delta u(k) &= \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i \left\{ yr(k+i) - \left[F_i(z^{-1})y(k) + G_i'(z^{-1})\Delta u(k-1) \right] \right\} \\
\Delta u(k) &= \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i yr(k+i) - \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i F_i(z^{-1})y(k) - \sum_{i=N_1}^{N_2} G_i'(z^{-1})\Delta u(k-1)
\end{aligned} \tag{4.23}$$

e isolando os termos relacionados a $\Delta u(k)$ na equação (4.23), pode se reescrever

$$\Delta u(k) \left[1 + z^{-1} \sum_{i=N_1}^{N_2} G_i'(z^{-1}) \right] = \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i z^i w(k) - \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i F_i(z^{-1})y(k) \tag{4.24}$$

Considerando que a trajetória da referência futura é conhecida e se mantém constante ao longo do horizonte de predição, isto é, $yr(k+i) = yr(k)$, então é possível encontrar uma equivalência com a equação (4.20). Finalmente, a síntese da lei de controle GPC na estrutura RST está dada por

$$\left[1 + z^{-1} \sum_{i=N_1}^{N_2} G_i'(z^{-1}) \right] \Delta u(k) = \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i yr(k) - \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i F_i(z^{-1})y(k) \tag{4.25}$$

onde os polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ do algoritmo de controle GPC são

$$\begin{aligned}
R(z^{-1}) &= \left[1 + z^{-1} \sum_{i=N_1}^{N_2} G_i'(z^{-1}) \right] \\
S(z^{-1}) &= \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i F_i(z^{-1}) \\
T(z^{-1}) &= \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i
\end{aligned} \tag{4.26}$$

A seguir, deriva-se a sintonia do controlador PID através da equivalência da estrutura RST do controlador GPC com a estrutura RST do controlador PID na configuração de malha I+PD.

4.3.2 Equivalência do Controlador GPC e o Controlador I+PD

A sintonia PID via projeto GPC usando a estrutura RST, pode ser feita para a configuração de malha I+PD assumindo algumas simplificações (Nakano *et al.*, 2003). O polinômio $R(z^{-1})$ da lei de controle GPC é aproximado por um ganho estático v , definido como

$$v = 1 + \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i G_i'(1) \quad (4.27)$$

A ordem do polinômio $F_i(z^{-1})$, equação (4.5), é 2, o que implica que a ordem do polinômio $A(z^{-1})$ no modelo CARIMA da equação (4.1) é $na = 2$ (a limitação da ordem do polinômio $F_i(z^{-1})$ a 2 deve-se a ordem do polinômio $S(z^{-1})$, na síntese RST do controlador I+PD).

Conforme apresentado no capítulo 2, os polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ do controlador I+PD são dados por

$$\begin{aligned} R(z^{-1}) &= 1 \\ S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\ T(z^{-1}) &= t_0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

onde os coeficientes s_0 , s_1 , s_2 e t_0 são expressos da forma

$$\begin{aligned} s_0 &= Kc \left(1 + \frac{Ts}{Ti} + \frac{Td}{Ts} \right); \quad s_1 = -Kc \left(1 + 2 \frac{Td}{Ts} \right); \quad s_2 = Kc \left(\frac{Td}{Ts} \right) \\ t_0 &= S(1) = Kc \frac{Ts}{Ti} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Reescrevendo novamente a lei de controle GPC equação (4.25) incluindo as simplificações mencionadas, tem-se

$$\Delta u(k) = \frac{1}{v} \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i y_r(k) - \frac{1}{v} \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i F_i(z^{-1}) y(k) \quad (4.30)$$

Assim, os polinômios $\bar{R}(z^{-1})$, $\bar{S}(z^{-1})$ e $\bar{T}(z^{-1})$ simplificados, da estrutura RST do controlador GPC, são dados por

$$\begin{aligned}\bar{R}(z^{-1}) &= 1 \\ \bar{S}(z^{-1}) &= \bar{s}_0 + \bar{s}_1 z^{-1} + \bar{s}_2 z^{-2} \\ \bar{T}(z^{-1}) &= \bar{t}_0\end{aligned}\quad (4.31)$$

onde os coeficientes \bar{s}_0 , \bar{s}_1 , \bar{s}_2 , e \bar{t}_0 assumem a forma

$$\begin{aligned}\bar{s}_0 &= \frac{1}{v} \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i f_{i,0}; \quad \bar{s}_1 = \frac{1}{v} \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i f_{i,1}; \quad \bar{s}_2 = \frac{1}{v} \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i f_{i,2} \\ \bar{t}_0 &= \frac{1}{v} \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i\end{aligned}\quad (4.32)$$

Com a igualdade $\frac{1}{v} \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i F_i(1) = \frac{1}{v} \sum_{i=N_1}^{N_2} k_i$, pode ser feita a equivalência dos polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ do controlador I+PD, equação (4.29), com os polinômios $\bar{R}(z^{-1})$, $\bar{S}(z^{-1})$ e $\bar{T}(z^{-1})$ do controlador GPC equação (4.32).

Logo, usando as equações (4.29) e (4.32), os parâmetros Kc , Ti e Td do controlador I+PD são calculados como

$$\begin{aligned}Kc &= (-\bar{s}_1 - 2\bar{s}_2) \\ Ti &= \frac{(-\bar{s}_1 - 2\bar{s}_2)}{\bar{s}_0 + \bar{s}_1 + \bar{s}_2} Ts \\ Td &= \frac{-\bar{s}_2}{\bar{s}_1 + 2\bar{s}_2} Ts\end{aligned}\quad (4.33)$$

4.4 Controlador PID em Equações de Estado via Aproximação GPC

Nesta seção é apresentado o projeto de controlador PID baseado na aplicação do controlador GPC proposto em Tan *et al.* (2002) para controle de processos industriais. Usando um modelo de segunda ordem representativo de várias classes de processos encontrados na indústria é expressada a lei de controle PID em equações de estado. Este

projeto de controlador PID, com as mesmas regras e as mesmas especificações de sintonia, pode ser usado para o controle de processos de baixa e alta ordem, subamortecidos ou instáveis.

4.4.1 Lei de Controle PID

Neste projeto a sintonia é feita para o controlador PID digital que usa para aproximação do termo integral o método FRM, conforme mencionado no capítulo 2. Esta lei tem a seguinte forma:

$$\tilde{u}(k) = Kc \left(e(k) + \frac{T_s}{Ti} \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + \frac{Td}{T_s} (e(k) - e(k-1)) \right) \quad (4.34)$$

Definindo $\Phi(k)$ ao termo integral como

$$\Phi(k) = \sum_{i=0}^{k-1} e(i) \quad (4.35)$$

o termo integral na forma recursiva da equação (4.35) corresponde a

$$\Phi(k+1) = \Phi(k) + e(k) \quad (4.36)$$

Usando as equações (4.34) e (4.35) a lei de controle PID pode ser reescrita como

$$\tilde{u}(k) = Kce(k) + Ki\Phi(k) + Kd(e(k) - e(k-1)) \quad (4.37)$$

Reorganizando a equação (4.37) como uma combinação linear dos estados relacionados aos erros $e(k-1)$ e $e(k)$, e ao estado relacionado ao integrador $\Phi(k)$, a lei PID é expressa como

$$\tilde{u}(k) = K_{PID_1} e(k-1) + K_{PID_2} e(k) + K_{PID_3} \Phi(k) \quad (4.38)$$

onde os ganhos Kc , Ki e Kd do controlador PID são função do vetor de ganhos $K_{PID} \in \mathfrak{R}^{1 \times 3}$, cujas componentes são caracterizadas por

$$\begin{aligned}
K_{PID_1} &= -Kd \\
K_{PID_2} &= Kc + Kd \\
K_{PID_3} &= Ki
\end{aligned}
\tag{4.39}$$

Com uma lei de controle PID que depende dos estados relacionados ao erro $e(k)$ e $e(k-1)$, o modelo do processo é limitado a um modelo de segunda ordem.

4.4.2 Modelagem do Processo

O processo a controlar é aproximado por um modelo de segunda ordem e dado pela função de transferência

$$\bar{G}_p(z) = \frac{\bar{b}_0 z + \bar{b}_1}{z^2 + \bar{a}_1 z + \bar{a}_2} z^{-km}
\tag{4.40}$$

onde km corresponde ao atraso.

Para seguimento de referência o erro é dado por $e(k) = yr(k) - y(k)$, e assumindo $yr(k) = 0$, a equação equivalente no domínio discreto da função de transferência (4.40) é dada por

$$e(k+2) = -\bar{a}_1 e(k+1) - \bar{a}_2 e(k) - \bar{b}_0 u(k+1-km) - \bar{b}_1 u(k-km)
\tag{4.41}$$

Ainda que o modelo descrito pela equação (4.41) seja restrito a um modelo de segunda ordem, é bem conhecido na área de controle de processos que um modelo de segunda ordem é adequado para a maioria das aplicações, incluindo aquelas relacionadas a processos com dinâmicas de alta ordem, desde que tenha uma dinâmica dominante (Tan *et al.*, 2002).

Para uma amostra anterior da equação (4.41) tem-se

$$e(k+1) = -\bar{a}_1 e(k) - \bar{a}_2 e(k-1) - \bar{b}_0 \tilde{u}(k-km)
\tag{4.42}$$

onde é introduzida a variável $\tilde{u}(k-km)$ definida como

$$\tilde{u}(k-km) = u(k-km) + \frac{\bar{b}_1}{\bar{b}_0} u(k-1-km)
\tag{4.43}$$

Representado por equações de estados o erro no processo da equação (4.42), obtém-se

$$\begin{bmatrix} e(k) \\ e(k+1) \\ \Phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\bar{a}_2 & -\bar{a}_1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k-1) \\ e(k) \\ \Phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{b}_0 \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{u}(k-km) \quad (4.44)$$

onde $\Phi(k)$ está definido na equação (4.35), equação relacionada ao termo integral do controlador PID digital. Definindo agora

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\bar{a}_2 & -\bar{a}_1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{b}_0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad x(k) = \begin{bmatrix} e(k-1) \\ e(k) \\ \Phi(k) \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

a equação matricial que representa o sistema em equações de estado se expressa por

$$x(k+1) = Fx(k) + B\tilde{u}(k-km) \quad (4.46)$$

Usando uma abordagem preditiva e o conceito de horizonte de predição, as saídas futuras $x(k+i)$ do sistema (4.46), podem ser obtidas recursivamente como

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Fx(k) + B\tilde{u}(k-km) \\ x(k+2) &= F^2x(k) + FB\tilde{u}(k-km) + B\tilde{u}(k+1-km) \\ &\vdots \\ x(k+N_y) &= F^{N_y}x(k) + F^{N_y-1}B\tilde{u}(k-km) + \dots + F^{N_y-N_u}B\tilde{u}(k+N_u-1-km) \end{aligned} \quad (4.47)$$

com $1 \leq i \leq N_y$, onde N_y corresponde ao horizonte de predição da saída, N_u ao horizonte de predição do controle, com a condição $N_y \geq N_u$. Agrupando as saídas futuras, tem-se a seguinte equação matricial aumentada:

$$\bar{X} = GFx(k) + A\tilde{U} \quad (4.48)$$

onde

$$\begin{aligned}\bar{X} &= [x(k+1) \quad x(k+2) \quad \cdots \quad x(k+Ny)]^T \in \mathfrak{R}^{Ny} \\ \tilde{U} &= [u(k-km) \quad u(k+1-km) \quad \cdots \quad u(k+Nu-1-km)]^T \in \mathfrak{R}^{Nu} \\ G &= \begin{bmatrix} I \\ F \\ \vdots \\ F^{Ny-1} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{3Ny \times 3}; \quad A = \begin{bmatrix} B & 0 & \cdots & 0 \\ FB & B & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ F^{Ny-1}B & F^{Ny-2}B & \cdots & F^{Ny-Nu}B \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{3Ny \times 3Nu}\end{aligned}\quad (4.49)$$

4.4.3 Projeto do Controle GPC

Diferente da função custo do algoritmo de controle GPC apresentado na equação (4.3) uma nova função custo para o sistema de estados (4.48) é formulada

$$J = \bar{\delta} \sum_{i=1}^{Ny} \|x(k+i)\|^2 + \bar{\lambda} \sum_{i=1}^{Nu} \|\tilde{u}(k+i-1)\|^2 \quad (4.50)$$

onde $\bar{\delta}$ é a matriz de ponderação de estados de dimensão $3Ny \times 3Ny$ e $\bar{\lambda}$ a matriz de ponderação do controle de dimensão $3Nu \times 3Nu$. Substituindo a equação (4.48) em (4.50), a função custo é reescrita como

$$J = [GFx(k) + A\tilde{U}]^T \bar{\delta} [GFx(k) + A\tilde{U}] + \tilde{U}^T \bar{\lambda} \tilde{U} \quad (4.51)$$

A seqüência de controladores ótimos que minimizam a função custo J , é dada por

$$\tilde{U} = -[A^T \bar{\delta} A + \bar{\lambda}]^{-1} [A^T \bar{\delta} GF] x(k) \quad (4.52)$$

Com o princípio de horizonte deslizante, só o primeiro elemento da seqüência de controladores ótimos \tilde{U} é enviado ao processo a cada amostra. Assim, a equação (4.52) é reescrita como

$$\begin{aligned}\tilde{u}(k-km) &= -H [A^T \bar{\delta} A + \bar{\lambda}]^{-1} [A^T \bar{\delta} GF] x(k) \\ \tilde{u}(k-km) &= -K_{GPC} x(k)\end{aligned}\quad (4.53)$$

onde

$$\begin{aligned}
 H &= [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \in \mathfrak{R}^{1 \times Nu} \\
 \bar{\delta} &= \begin{bmatrix} \bar{\delta}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\delta}_{Ny} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{3Ny \times 3Ny}; \quad \bar{\lambda} = \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\lambda}_{Nu} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{Nu \times Nu} \\
 K_{GPC} &= H [A^T \bar{\delta} A + \bar{\lambda}]^{-1} [A^T \bar{\delta} GF] \in \mathfrak{R}^{1 \times 3}
 \end{aligned} \tag{4.54}$$

No caso em que o atraso km é nulo, a lei de controle é dada como

$$\tilde{u}(k) = -K_{GPC} x(k) \tag{4.55}$$

Para sistemas com atraso, usando a equação (4.53) a lei de controle calcula-se como

$$\tilde{u}(k) = -K_{GPC} x(k + km) \tag{4.56}$$

Na equação (4.56), o valor atual de controle é uma combinação linear dos estados futuros preditos $x(k+km)$. Assim, para ter um controlador causal, é necessário prever os estados futuros a partir dos estados atuais. Segundo as equações (4.46) e (4.53) tem-se

$$x(k+1) = Fx(k), \quad 0 \leq k < km \tag{4.57}$$

$$x(k+1) = (F - BD)x(k), \quad k \geq km \tag{4.58}$$

Para a predição dos estados futuros km passos a frente, o seguinte Lema é estabelecido (Tan *et al.*, 2002):

Lema. Os estados futuros do sistema da equação (4.46) são dados por

$$x(k + km) = (F - BK_{GPC})^k F^{km-k} x(k), \quad 0 \leq k < km \tag{4.59}$$

$$x(k + km) = (F - BK_{GPC})^{km} x(k), \quad k \geq km \tag{4.60}$$

Prova. Para $k \geq km$, a prova do Lema pode ser obtida diretamente por recursão, a partir da equação (4.58), isto é,

$$\begin{aligned}
x(k+1) &= (F - BD)x(k) \\
x(k+2) &= (F - BD)^2 x(k) \\
&\vdots \\
x(k+km) &= (F - BD)^{km} x(k)
\end{aligned} \tag{4.61}$$

o que prova a equação (4.60). A equação (4.59) pode ser demonstrada para $0 \leq k < km$ usando um método de indução. A partir da equação (4.57) tem-se

$$\begin{aligned}
x(k+1) &= Fx(k) \\
x(k+2) &= F^2x(k) \\
&\vdots \\
x(k+km) &= F^{km}x(k)
\end{aligned} \tag{4.62}$$

Para $k = 0$ na equação (4.62), o estado futuro $x(k+km) = F^{km}x(k)$ é calculado como

$$x(km) = F^{km}x(0) \tag{4.63}$$

para $k = km$, sendo $k = 1$ o mínimo valor possível de km , onde calcula-se $x(km+1)$ a partir da equação (4.58), isto é,

$$x(km+1) = (F - BD)x(km) \tag{4.64}$$

O valor de $x(km)$ pode ser calculado substituindo o valor de k na equação (4.62) para o estado futuro $x(k+km-1) = F^{km-1}x(k)$, ou seja,

$$x(km) = F^{km-1}x(1) \tag{4.65}$$

Substituindo a equação (4.65) na equação (4.64), o cálculo do estado futuro $x(k+km)$ para $k = 1$ é dado por

$$x(km+1) = (F - BD)F^{km-1}x(1) \tag{4.66}$$

Assim, a equação (4.59) é demonstrada para $k = 0, 1$.

Para generalizar esta demonstração, supõe-se que $k = j < km - 1$, e se expressa a equação (4.59) como

$$x(j+km) = (F - BK_{GPC})^j F^{km-j} x(j) \quad (4.67)$$

da mesma forma que se procedeu no cálculo do valor de $x(km+1)$ para $k = 1$, conhecendo $x(km)$ para $k = 0$, ver equação (4.64), o valor de $x(j+1+km)$, calcula-se conhecendo $x(j+km)$ da equação (4.67), assim, obtém-se

$$x(j+1+km) = (F - BK_{GPC})x(j+km) = (F - BK_{GPC})(F - BK_{GPC})^j F^{km-j} x(j) \quad (4.68)$$

e de acordo com a equação (4.62), $x(j)$ calcula-se como

$$x(j) = F^{-1}x(j+1) \quad (4.69)$$

Substituindo a equação (4.69) na equação (4.68) o valor de $x(j+1+km)$ corresponde a

$$x(j+1+km) = (F - BK_{GPC})^{j+1} F^{km-(j+1)} x(j+1) \quad (4.70)$$

Isto demonstra a equação (4.59) para $k = j+1$. Com este resultado, fica demonstrado o Lema para predição dos estados futuros km passos a frente.

Conhecendo os estados futuros $x(k+km)$ através do Lema discutido, a lei de controle para plantas com atraso, a partir da equação (4.56), é dada por

$$\begin{aligned} \tilde{u}(k) &= -K_{GPC}(F - BK_{GPC})^k F^{km-k} x(k), \quad 0 \leq k < km \\ \tilde{u}(k) &= -K_{GPC}(F - BK_{GPC})^{km} x(k), \quad k \geq km \end{aligned} \quad (4.71)$$

Da equação (4.71) podem ser definidos os vetores de ganhos do controlador como

$$\begin{aligned} \bar{K}(k) &= K_{GPC}(F - BK_{GPC})^k F^{km-k}, \quad 0 \leq k < km \\ \bar{K}(k) &= [\bar{K}_1(k) \quad \bar{K}_2(k) \quad \bar{K}_3(k)] \\ \hat{K}(k) &= K_{GPC}(F - BK_{GPC})^{km}, \quad k \geq km \\ \hat{K}(k) &= [\hat{K}_1(k) \quad \hat{K}_2(k) \quad \hat{K}_3(k)] \end{aligned} \quad (4.72)$$

Usando o vetor de estados $x(k)$ da equação (4.45) e os vetores de ganhos dados nas equações (4.54) e (4.72), as equações do controlador $\tilde{u}(k)$, para os casos em que o processo apresenta ou não atraso, são resumidas para

$$\begin{aligned}\tilde{u}(k) &= -\left[K_{GPC_1} e(k) + K_{GPC_2} e(k-1) + K_{GPC_3} \Phi(k) \right] , \quad km = 0 \\ \tilde{u}(k) &= -\left[\bar{K}_1(k) e(k) + \bar{K}_2(k) e(k-1) + \bar{K}_3(k) \Phi(k) \right] , \quad 0 \leq k < km \\ \tilde{u}(k) &= -\left[\hat{K}_1(km) e(k) + \hat{K}_2(km) e(k-1) + \hat{K}_3(km) \Phi(k) \right] , \quad k \geq km\end{aligned}\quad (4.73)$$

Comparando-se a equação (4.38) da lei de controle PID (também dada em função do vetor de estados $x(k)$) com a equação (4.73), existe a seguinte equivalência entre os vetores de ganhos:

$$\begin{aligned}K_{PID} &= -K_{GPC}, \quad km = 0 \\ K_{PID} &= -\bar{K} , \quad 0 \leq k < km \\ K_{PID} &= -\hat{K} , \quad k \geq km\end{aligned}\quad (4.74)$$

Usando a relação da equação (4.39) e a equivalência da equação (4.74), os ganhos Kc , Ki e Kd do controlador PID são calculados usando a tabela (4.1).

Tabela 4.1 Sintonia do controlador PID por equações de estado via projeto GPC.

Condição	Parâmetro		
	Kc	Ki	Kd
$km = 0$	$-(K_{GPC_1} + K_{GPC_2})$	$-K_{GPC_3}$	K_{GPC_1}
$0 \leq k < km$	$-(\bar{K}_1(k) + \bar{K}_2(k))$	$-\bar{K}_3$	\bar{K}_1
$k \geq km$	$-(\hat{K}_1(km) + \hat{K}_2(km))$	$-\hat{K}_3$	\hat{K}_1

Se os parâmetros do termo derivativo e integral do controlador PID são dados como constantes de tempo, uma relação simples permite encontrá-los como função dos ganhos Kc , Ki e Kd , da forma

$$\begin{aligned}
 T_i &= \frac{K_c}{K_i} T_s \\
 T_d &= \frac{K_d}{K_c} T_s
 \end{aligned}
 \tag{4.75}$$

Neste procedimento de sintonia, as características do controlador GPC podem ser aproximadas através de uma lei de controle PID, onde para sistemas com atraso, os parâmetros K_c , K_i e K_d mudam no tempo. Controladores PID convencionais são restritos a processos sem ou com atrasos insignificantes, e para processos com atrasos consideráveis outros controladores como o Preditor Smith tem que ser usados. Neste projeto, esta restrição é removida e um controlador PID generalizado pode ser aplicado independente da magnitude do atraso (desde que seja conhecido) ou da complexidade do processo (Tan *et al.*, 2002).

A figura (4.1) ilustra o diagrama de blocos do controlador PID em equações de estado via aproximação GPC.

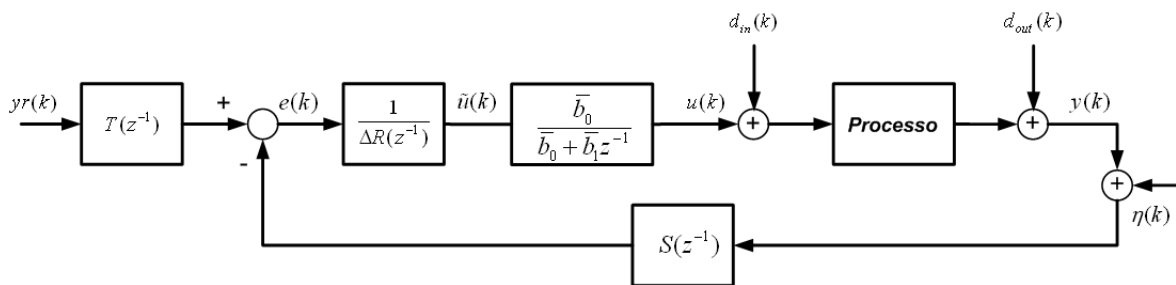


Figura 4.1 Controlador PID via aproximação GPC.

Na figura (4.1) os polinômios $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ e $T(z^{-1})$ do controlador PID digital com aproximação FRM são dados por

$$\begin{aligned}
 R(z^{-1}) &= 1 \\
 S(z^{-1}) &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\
 T(z^{-1}) &= S(z^{-1})
 \end{aligned}
 \tag{4.76}$$

Com coeficientes s_0 , s_1 e s_2 calculados por

$$s_0 = K_c \left(1 + \frac{T_d}{T_s} \right); \quad s_1 = -K_c \left(1 + 2 \frac{T_d}{T_s} - \frac{T_s}{T_i} \right); \quad s_2 = K_c \left(\frac{T_d}{T_s} \right)
 \tag{4.77}$$

4.4.4 Horizonte de Controle

Uma consideração em relação ao horizonte de controle é feita para simplificar os cálculos do método. Esta simplificação é necessária para implementação em CLP. O horizonte de controle Nu é escolhido tal que seja igual ao horizonte de predição Ny e fazendo $u(k+1) = u(k+2) = \dots = u(k+Nu)$ (condição válida para uma considerável quantidade de plantas estáveis com pólos razoavelmente amortecidos (Clarke, 1994)) na equação (4.48), $A\tilde{U}$ é reduzido a

$$A\tilde{U} = \begin{bmatrix} B \\ FB + B \\ \vdots \\ F^{Ny-1}B + \dots + B \end{bmatrix} \tilde{u}(k - km) \quad (4.78)$$

$$A\tilde{U} = A_0 B \tilde{u}(k - km)$$

onde

$$A_0 = \begin{bmatrix} I \\ F + I \\ \vdots \\ F^{Ny-1} + F^{Ny-2} + \dots + I \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{3Ny \times 3} \quad (4.79)$$

Assim, o vetor de ganhos K_{GPC} da equação (4.54) é dado como

$$K_{GPC} = \left[(A_0 B)^T \bar{\delta} (A_0 B) + \lambda \right]^{-1} \left[(A_0 B)^T \bar{\delta} G F \right] \in \mathfrak{R}^{1 \times 3} \quad (4.80)$$

onde λ corresponde a um escalar. Esta consideração é interessante do ponto de vista prático, já que a inversa da matriz é reduzida ao cálculo da inversa de um escalar.

4.5 Referência com Propriedade Antecipativa

No algoritmo GPC, a informação da referência futura no horizonte Ny é usada para o cálculo da seqüência dos sinais de controle. Com esta idéia, em Moradi *et al.*, (2001) é

proposta uma nova referência, onde se leva em consideração a informação da referência futura. Assim, a nova referência $r(k)$ é calculada através de

$$r(1) = \sum_{i=1}^{Ny} yr(i) / Ny$$

$$r(k) = r(k-1) + \frac{yr(k+Ny-1) - yr(k-1)}{Ny}, \quad k = 2 \dots n \quad (4.81)$$

onde n equivale ao número total de iterações. Pode-se dizer então que a nova referência gerada $r(k)$ corresponde a média dos valores da referência $yr(k)$ nos próximos Ny passos. O sinal de erro $e(k)$ para o controlador PID preditivo é agora dado pela diferença entre a saída do sistema $y(k)$ e a nova referência gerada $r(k)$, proporcionando assim a propriedade antecipativa que depende do horizonte Ny da lei GPC.

Esta propriedade antecipativa está presente nos algoritmos de controle PID sintonizados via projeto GPC, e a sua vantagem é discutida no capítulo 5.

4.6 Conclusão

Neste capítulo foram abordados os principais aspectos da técnica de controle GPC como a modelagem do processo, o cálculo do preditor ótimo e a lei de controle, definição de conceitos como horizonte de controle e de predição da saída e algumas observações para a escolha destes.

Foram estudadas duas técnicas de sintonia de controladores PID via projeto GPC. Uma que considera a equivalência da estrutura RST do controlador GPC com a estrutura RST da configuração de malha I+PD. Outra, que projeta o controlador PID em equações de estado e faz uma aproximação a técnica GPC para o cálculo dos parâmetros de sintonia.

A sintonia PID via o projeto GPC não proporciona ao controlador a propriedade antecipativa própria dos controladores preditivos. Esta propriedade é incluída através de uma nova referência que leva em consideração a informação da referência original a Ny passos a frente (Moradi *et al.*, 2001).

Capítulo 5

Resultados de Simulação com o Matlab

5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados de simulação obtidos para o estudo da sintonia PID via projeto GMV e GPC para o controle de dois tipos de processos lineares: oscilatório e de fase não-mínima. Os controladores são avaliados através dos seguintes indicadores de desempenho: ITAEN para o comportamento servo, IAEN para o comportamento regulatório e variância de saída e de controle para ambos os comportamentos. As equações que definem os indicadores de desempenho ITAEN e IAEN são

$$ITAEN = \frac{\sum_{k=1}^n [kTs |e(k)|]}{n}$$
$$IAEN = \frac{\sum_{k=1}^n |e(k)|}{n}$$

onde k é o instante de amostragem, Ts o período de amostragem, $e(k)$ o erro e n o número total de dados avaliados.

Para o estudo de caso a variável de controle $u(t)$ é limitada em $0 \leq u(t) \leq 10$. Como especificações de controle empregam-se um tempo de acomodação $t_{s_{mf}} \leq 1/2 t_{s_{ma}}$ e um sobre-sinal $OS \leq 3\%$. As conclusões deste capítulo são produto da análise dos resultados obtidos de cada tipo de processo, não existindo uma generalização para outros tipos de processos.

5.2 Resultados com a Sintonia Via Projeto GMV

Nesta seção é realizada uma análise do desempenho dos controladores PID com a sintonia GMV, segundo os resultados obtidos por simulação. O desempenho é avaliado para variações dos parâmetros de sintonia associados a cada configuração de malha.

5.2.1 Processo Oscilatório de Segunda Ordem

O processo linear analisado tem função de transferência representada por

$$G(s) = \frac{\tau}{s^2 + 4.5s + \tau} \quad (5.1)$$

onde para o projeto do controlador é usado um valor de $\tau = 137.7$. Na planta tem-se a possibilidade de mudar o valor de τ para 918.3. Simulações prévias mostram que nenhum dos controladores consegue controlar o processo para este valor. Visando a análise do desempenho dos controladores, assume-se que o modelo matemático é igual ao processo. A resposta ao degrau em malha aberta do processo é apresentada na figura (5.1).

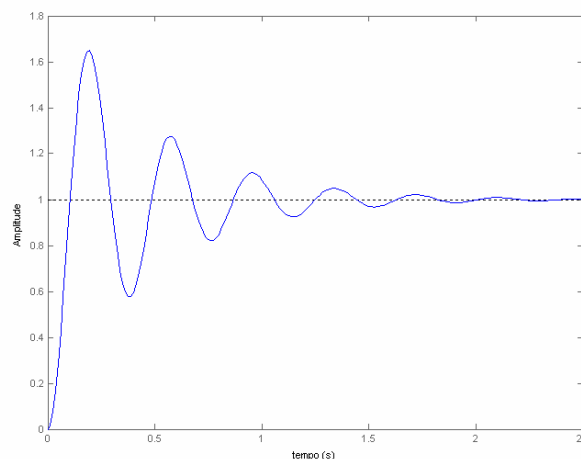


Figura 5.1 Resposta em malha aberta do processo oscilatório.

A equação a diferenças do modelo do processo usado para o projeto e a sintonia é dada por

$$\begin{aligned} A(z^{-1})y(k) &= B(z^{-1})u(k-1) \\ (1 - 1.843z^{-1} + 0.9057z^{-2})y(k) &= (0.03207 + 0.03103z^{-1})u(k-1) \end{aligned} \quad (5.2)$$

onde o período de amostragem T_s corresponde a 22 ms. Observa-se que o polinômio $A(z^{-1})$ é de segunda ordem, o que permite realizar a sintonia do controlador PID para a maioria das configurações de controle PID. Nesta seção, apresentam-se os resultados obtidos para diferentes configurações de malha de controle PID sintonizados via projeto GMV, exceto as configurações com filtro, já que para esta sintonia é preciso usar um modelo de primeira ordem que para o caso de plantas oscilatórias não pode ser implementado.

No estudo do comportamento servo um sinal degrau unitário é usado como referência e o comportamento regulatório é analisado pela presença de uma perturbação degrau na saída do processo, de magnitude igual a 10% do sinal de referência, e para presença de um ruído branco de variância 0.1×10^{-3} . Os principais aspectos de cada uma das configurações de malha PID, sintonizadas via projeto GMV, são apresentados de forma resumida na tabela (5.1). Posteriormente, são discutidos de forma detalhada, os resultados mais relevantes destas configurações.

Tabela 5.1 Resultado das configurações de malha PID, sintonia via projeto GMV para processo oscilatório.

Configuração de Malha	Parâmetros de Projeto para Sintonia	Comportamento Servo	Comportamento Regulatório
PID Ideal	<p>- Polinômio característico de malha fechada para atender as especificações de desempenho:</p> <p>$t_{s_{mf}} = 1/2 t_{s_{ma}}$ e sobre-sinal $OS = 2\%$.</p> <p>- $Kc=0.964$, $Ti = 0.138$ e $Td = 0.2244$.</p>	<p>- Não atende as especificações de controle: sobre-sinal elevado, aproximadamente 150% e tempo de acomodação superior.</p> <p>- O sinal de controle $u(t)$ apresenta um pico próprio dos efeitos do <i>proportional kick</i> e <i>derivative kick</i> para sinais de referência tipo degrau, superando assim o limite de saturação.</p>	<p>- Polinômios $\Delta R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ iguais para os controladores. Mudando apenas o polinômio $T(z^{-1})$.</p> <p>- A função de transferência em malha fechada da saída em relação à perturbação de saída, $d_{out}(t)$, e ao ruído branco, $\eta(t)$, para o controle na estrutura RST é dado por:</p>
I + PD		<p>- Atende as especificações de controle.</p> <p>- Comportamento similar quando comparado com o controlador GMV.</p> <p>- Sem ter uma atuação na banda proporcional e derivativa no erro, o sinal de controle apresenta uma variação suave e de valor menor ao limite de saturação.</p>	$\frac{y(k)}{d_{out}(k)} = \frac{A(z^{-1})\Delta R(z^{-1})}{A(z^{-1})\Delta R(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1})}$ $\frac{y(k)}{\eta(k)} = -\frac{z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1})}{A(z^{-1})\Delta R(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1})}$
PID 2DOF	<p>- Novos parâmetros de projeto ε e β, selecionados no intervalo $0 \leq \varepsilon \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1$.</p>	<p>- Para β e ε igual a 0 o desempenho é igual ao obtido pelo controlador PID e para β e ε igual a 1 o desempenho é igual ao do controlador I+PD.</p> <p>- Comportamento servo mais sensível a variações de β relacionado com o termo derivativo, quando comparado com o parâmetro ε relacionado com o termo proporcional do compensador feedforward.</p> <p>- Melhor desempenho observado para $\beta = 1$ e $\varepsilon = 0.4$.</p>	<p>- Para rejeição da perturbação tipo degrau, observa-se um melhor desempenho destes controladores quando comparados com o controlador GMV.</p> <p>- Para atenuação de ruído branco, observa-se maior IAEN e maior variância da saída quando comparado com o controlador GMV, porém uma menor variância do controle.</p>

<p align="center">PI + PD</p>	<ul style="list-style-type: none"> - O ganho proporcional K_f da parte PD é projetado livremente e selecionado no intervalo $0.1 \leq K_f \leq 1$. - Os parâmetros de sintonia K_c, T_i e T_d são calculados como função de K_f. - Observa-se a relação: $K_{c_{I+PD}} = K_{c_{PI+PD}} + K_{f_{PI+PD}}$ - Parâmetros de sintonia calculados nos intervalos: $-0.036 \leq K_c \leq 0.864$, $-0.005 \leq T_i \leq 0.12$, $0.216 \leq T_d \leq 2.162$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Observa-se um melhor desempenho do controlador PI+PD em comparação com o controlador I+PD, sendo similar o comportamento quando $K_{f_{PI+PD}} \rightarrow K_{c_{PI+PD}}$. - A medida que K_f diminui, o valor de K_c da parcela PI aumenta, intensificando o problema do <i>proportional kick</i>. - Melhor desempenho observado para $K_f = 0.7$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Comportamento regulatório semelhante ao dos controladores PID ideal, I+PD e PID 2DOF (PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward).
<p align="center">PID com Kc Variável</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Novos polinômios de projeto: $Un(z^{-1}) = cte$ e $Ud(z^{-1}) = 1 - Ud_1 z^{-1}$, selecionados nos intervalos $0 \leq Un \leq 1$ e $0.1 \leq Ud_1 \leq 0.9$. - Parâmetros de sintonia calculados nos intervalos: $0.964 \leq K_c(t) _{t \rightarrow \infty} \leq 1.548$ $0.129 \leq T_i \leq 0.151$, $0.19 \leq T_d \leq 0.224$. 	<ul style="list-style-type: none"> - A dinâmica do ganho proporcional $K_c(t)$ é modificada principalmente pelo polinômio $Ud(z^{-1})$. Na medida que Ud_1 aumenta a dinâmica de $K_c(t)$ é mais lenta, melhorando o comportamento servo. - A constante Un modifica o valor em regime permanente de $K_c(t)$. - Un não apresenta uma influencia significativa no comportamento servo. - Melhor desempenho observado para $Ud(z^{-1}) = 1 - 0.8z^{-1}$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Maior influência da constante Un no comportamento regulatório. - A medida que Un aumenta o comportamento regulatório piora, e a influência do polinômio $Ud(z^{-1})$ é maior, piorando o comportamento quando Ud_1 aproxima-se de 0.9. - Melhor desempenho observado para $Un=0$.

5.2.1.1 Resultados para os controladores PID, I+PD, PID 2DOF² e PI+PD, comportamento regulatório.

Conforme discutido na tabela (5.1), o comportamento regulatório para estas quatro configurações de malha, não muda. Para este estudo de caso, conclui-se que o desempenho dos controladores PID sintonizados via projeto GMV é melhor, quando comparado com o controlador GMV, principalmente a variância no controle. Isto é refletido na resposta temporal em malha fechada, figura (5.2), para presença de perturbação de carga (a) e ruído branco (b).

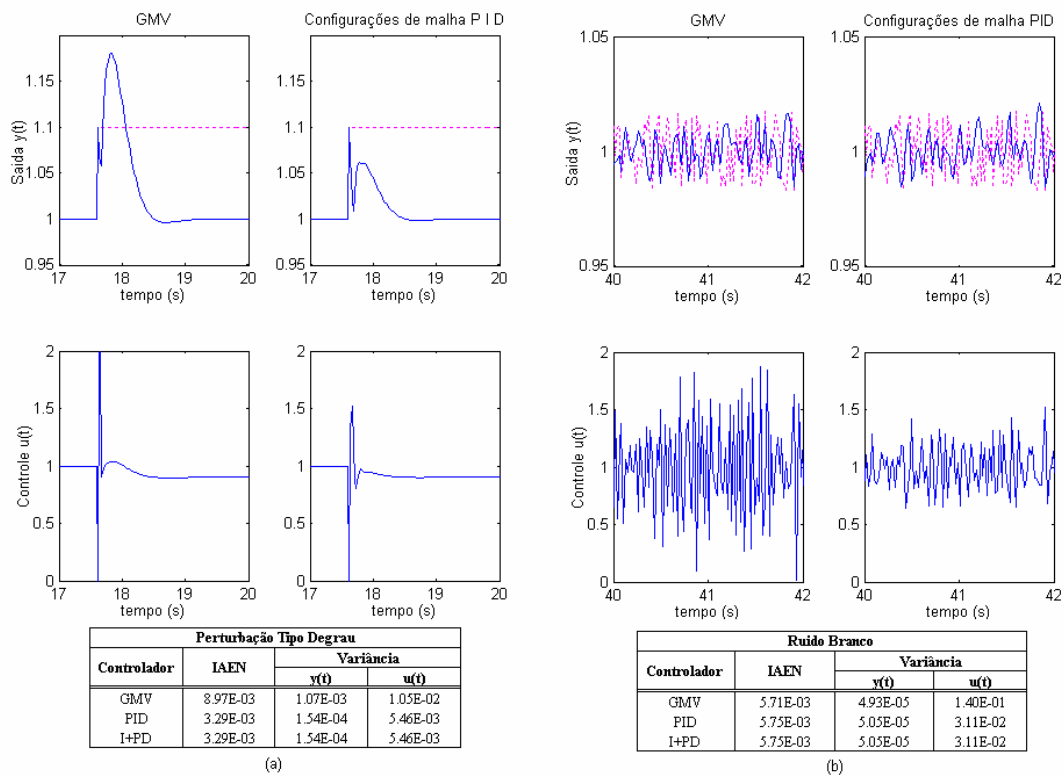


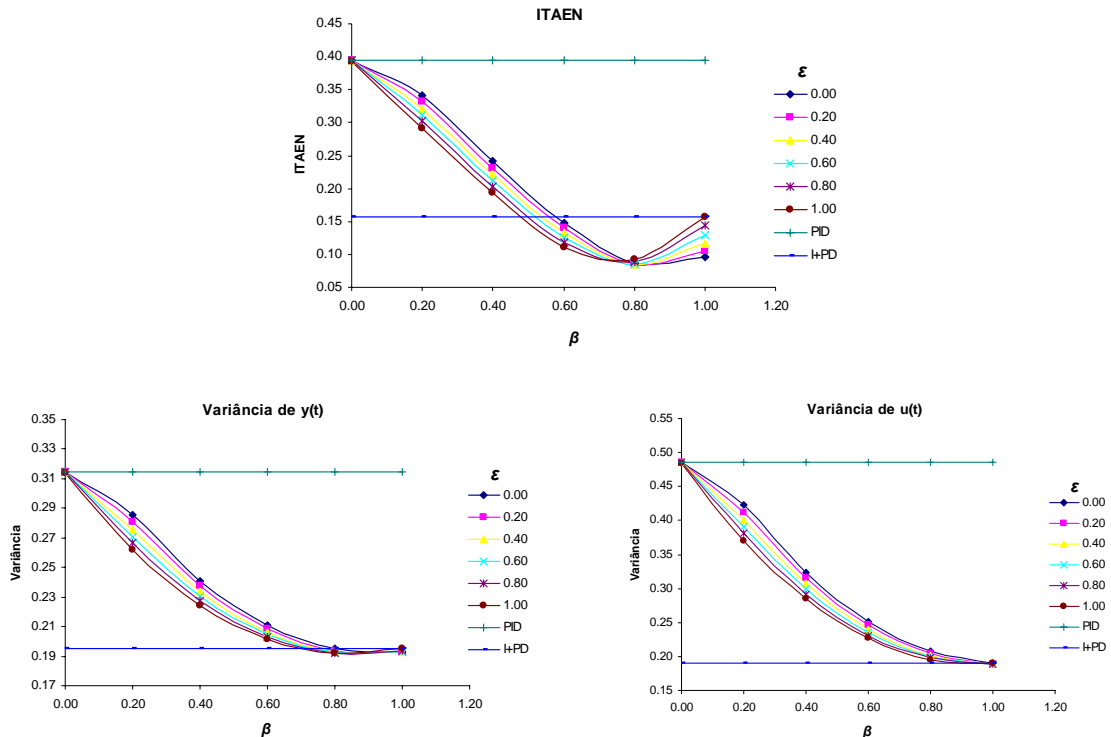
Figura 5.2 Resposta das configurações de malha PID, sintonia GMV: comportamento regulatório, processo oscilatório.

5.2.1.2 Resultados para o Controlador PID 2DOF²

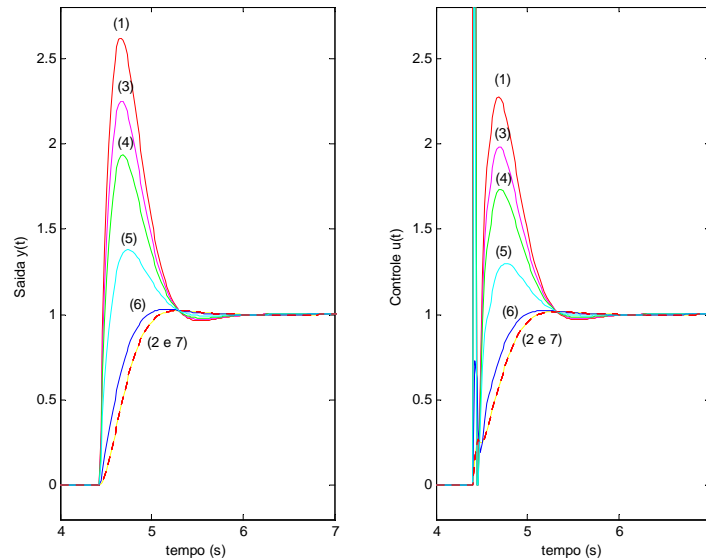
Conforme apresentado na tabela (5.1), dependendo dos novos parâmetros de projeto ε e β , o controlador PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward tem um comportamento servo igual ao controlador PID ou ao controlador I+PD. Isto é mostrado na figura (5.3), correspondente a: (a) variação dos indicadores de desempenho: ITAEN,

² Controlador PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward

variância da saída e do controle, para variações dos novos parâmetros de projeto; (b) resposta temporal em malha fechada obtida para alguns valores de ϵ e β .



(a)



(b)

Figura 5.3 Comportamento servo com o controlador PID de dois graus de liberdade: projeto GMV e processo oscilatório.

Na figura (5.3-a) as respostas de malha fechada dos controladores estão identificadas por: (1) controlador PID; (2) controlador I+PD; controlador PID de dois graus de liberdade (3) com $\varepsilon = 0.6, \beta = 0.2$, (4) com $\varepsilon = 0, \beta = 0.4$, (5) com $\varepsilon = 0.6, \beta = 0.6$, (6) com $\varepsilon = 0.4, \beta = 1$, (7) $\varepsilon = 1, \beta = 1$.

5.2.1.3 Resultados para o Controlador PID com K_c Variável

Para este estudo de caso, o comportamento servo do controlador PID com K_c variável, depende principalmente do novo polinômio de projeto $Ud(z^{-1}) = 1 - Ud_1 z^{-1}$. Os indicadores de desempenho do comportamento servo como função de Un e Ud_1 são apresentados na figura (5.4). A resposta temporal para o sistema em malha fechada para alguns valores de Un e Ud_1 está na figura (5.5).

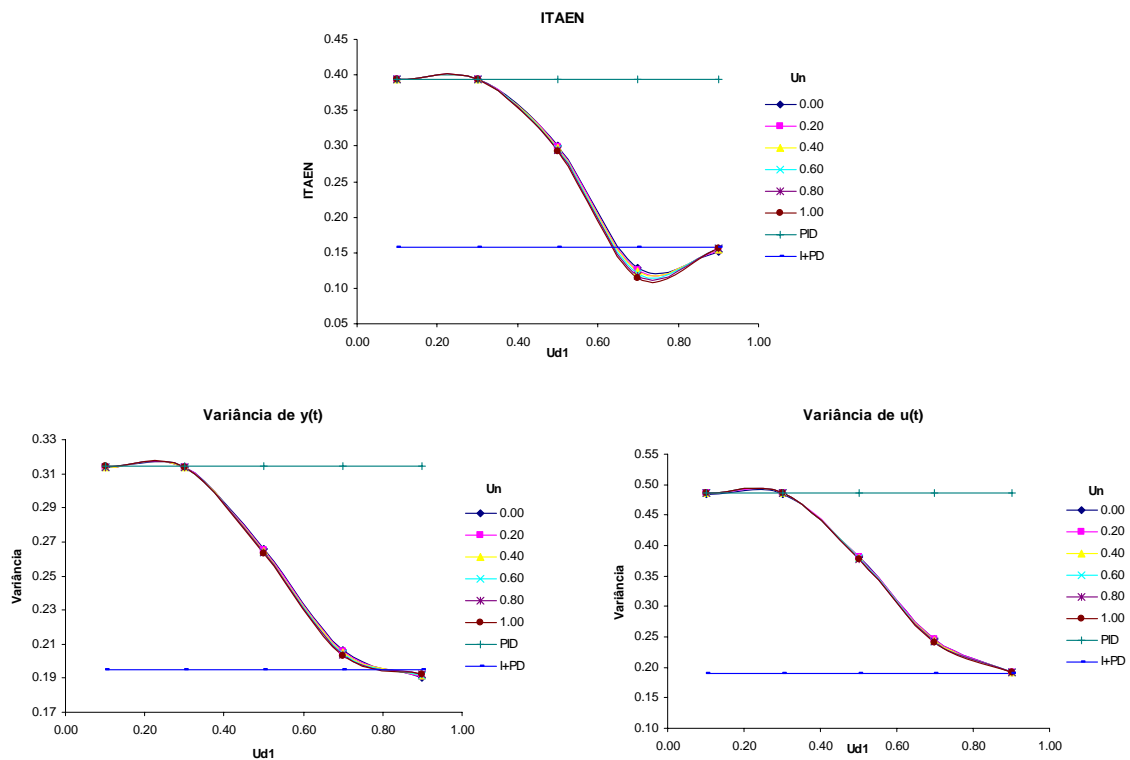


Figura 5.4 Comportamento servo do controlador PID GMV com K_c variável: processo oscilatório.

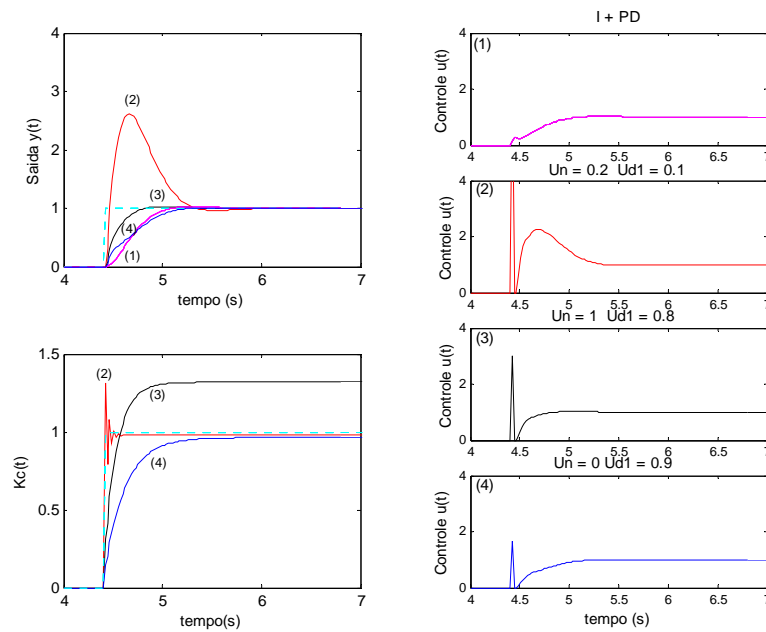


Figura 5.5 Resposta temporal do comportamento servo: controlador PID GMV com K_c variável: processo oscilatório.

Conforme discutido na tabela (5.1) e refletido na figura (5.5), na medida que Ud_1 aumenta, a dinâmica de $K_c(t)$ é mais lenta e sua variação menos abrupta. Isto causa uma redução do efeito *proportional kick* como pode ser visto no sinal de controle $u(t)$. Assim, melhora-se a resposta da saída $y(t)$ em malha fechada ao diminuir notoriamente o sobre-sinal e conseguindo um tempo de acomodação menor que o obtido com o controlador PID com K_c constante.

Em relação ao comportamento regulatório observa-se uma maior influência da constante U_n , sendo piorado, na medida que U_n aumenta. Isto é ilustrado na figura (5.6), correspondente a variação dos indicadores de desempenho em função de U_n e Ud_1 , quando analisado o comportamento regulatório para presença de ruído branco no sinal de medida.

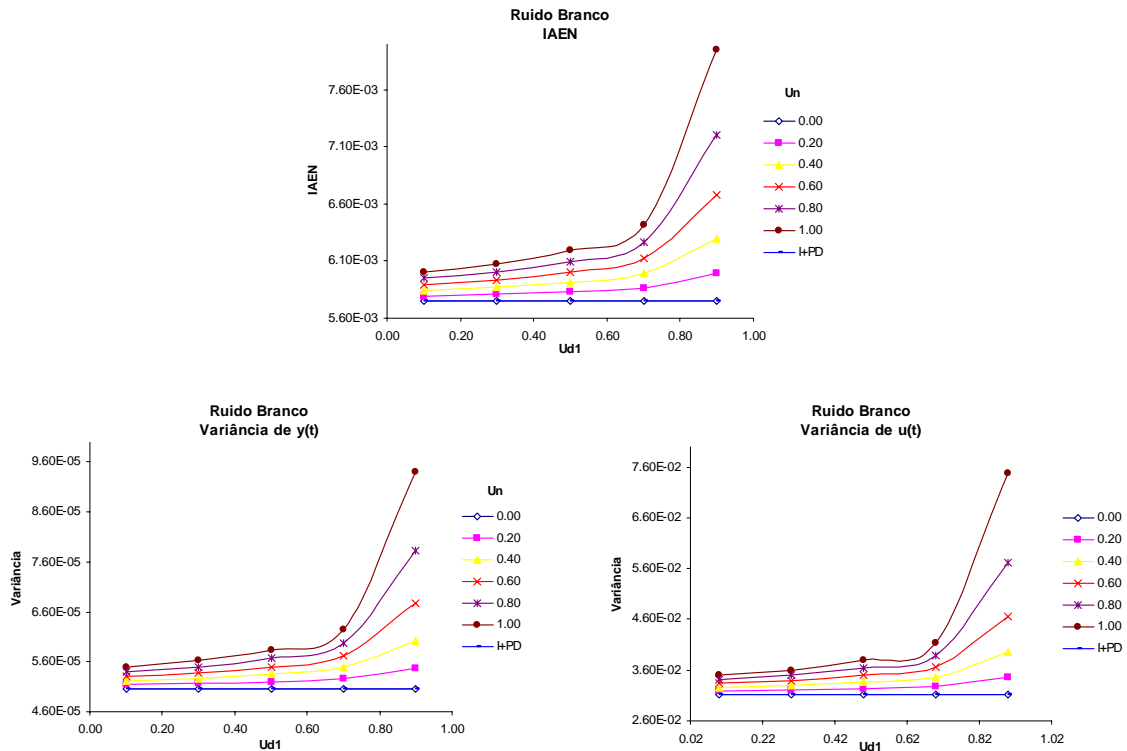


Figura 5.6 Comportamento regulatório do controlador PID GMV com K_c variável: processo oscilatório.

Conclui-se então que para o estudo de caso, um polinômio de projeto $Ud = 1 - 0.8z^{-1}$ e Un próximo de 0, proporciona um bom desempenho do comportamento servo e regulatório para o controlador PID com K_c variável. Importante recordar que os valores de $U_n(z^{-1})$ e $U_d(z^{-1})$ devem ser projetados para fazer o polinômio $Re(z^{-1})$ estável. Se esta condição não é cumprida a instabilidade do controlador ocorre e a implementação do controlador não é possível.

5.2.2 Processo de Fase Não-Mínima

O processo linear analisado tem função de transferência caracterizada por

$$G(s) = \frac{-0.22s + 1}{(0.22s + 1)^3} \quad (5.3)$$

Visando o estudo de robustez do controlador, assume-se que os controladores são projetados para um processo de fase não-mínima de segunda ordem dado por

$$\bar{G}(s) = \frac{-0.22s + 1}{(0.22s + 1)^2} \quad (5.4)$$

A equação a diferenças do processo da equação (5.4) corresponde a

$$\begin{aligned} \bar{A}(z^{-1})y(k) &= \bar{B}(z^{-1})u(k-1) \\ (1 - 1.714z^{-1} + 0.734z^{-2})y(k) &= (-0.122 + 0.142z^{-1})u(k-1) \end{aligned} \quad (5.5)$$

onde o período de amostragem é 34 ms . A sintonia do controlador PID para as configurações PID, PID de dois graus de liberdade tipo feedforward, I+PD e PI+PD é realizada usando a equação (5.5). Para as configurações PID com filtro e PID com Kc variável é usado um modelo FOPDT dado por

$$\hat{G}(s) = \frac{1}{0.339s + 1} e^{-0.31s} \quad (5.6)$$

onde a correspondente equação a diferenças é

$$\begin{aligned} \hat{A}(z^{-1})y(k) &= z^{-km} \hat{B}(z^{-1})u(k-1) \\ (1 - 0.905z^{-1})y(k) &= (0.095)u(k-10) \end{aligned} \quad (5.7)$$

As respostas ao degrau em malha aberta dos processos de fase não-mínima de 3ª ordem, de segunda ordem e do modelo FOPDT é apresentado na figura (5.7).

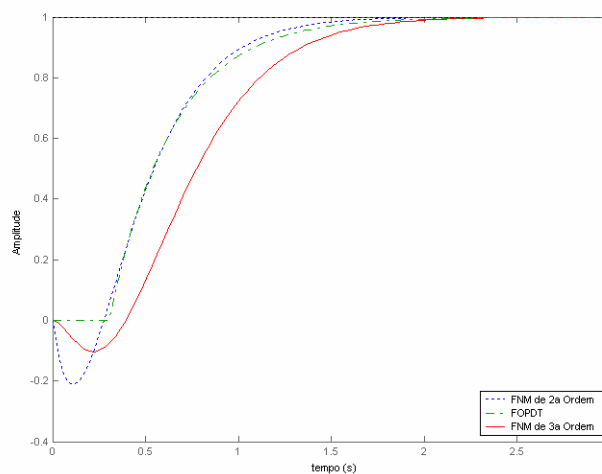


Figura 5.7 Resposta em malha aberta do processo de fase não-mínima.

No estudo do comportamento servo um sinal degrau de amplitude 3 V é usado como referência e o comportamento regulatório é analisado na presença de uma perturbação degrau na saída do processo, de magnitude igual a 10% do sinal de referência, 0.3 V, e na presença de um ruído branco de variância 0.1×10^{-3} . Os controladores são avaliados através dos indicadores de desempenho mencionados na seção (5.2.1).

Semelhante ao caso do processo de segunda ordem, os principais aspectos de cada uma das configurações de malha PID, sintonizadas via projeto GMV, inclusive as configurações com filtro, são apresentados de forma resumida. Na tabela (5.2) são discutidos estes aspectos. Posteriormente os resultados mais relevantes destas configurações, são apresentados de forma detalhada.

Tabela 5.2 Resultado das configurações de malha PID, sintonia via projeto GMV para processo de fase não-minima.

Configuração de Malha	Parâmetros de Projeto para Sintonia	Comportamento Servo	Comportamento Regulatório
PID	<ul style="list-style-type: none"> - Processo de fase não-mínima de segunda ordem usado para a sintonia. - Sistema instável em malha fechada, quando se usam no projeto as especificações de desempenho: 	<ul style="list-style-type: none"> - $t_{s_{mf}} = 1.67s$ e $OS = 8.5\%$. - O sinal de controle $u(t)$ apresenta um pico próprio dos efeitos <i>proportional kick</i> e <i>derivative kick</i> para sinais de referência tipo degrau. 	<ul style="list-style-type: none"> - Polinômios $\Delta R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ iguais para todos os controladores. Mudando apenas o polinômio $T(z^{-1})$. - Melhor desempenho destes controladores quando comparados com o controlador GMV. - Atenua-se o ruído branco.
I + PD	<ul style="list-style-type: none"> $t_{s_{mf}} = 1/2 t_{s_{ma}}$, $OS = 2\%$. - Melhor desempenho quando são usadas como especificações: $t_{s_{mf}} = 1.25 t_{s_{ma}}$, $OS = 0\%$ - $Kc = 0.877$, $Ti = 0.516$ e $Td = 0.159$. 	<ul style="list-style-type: none"> - $t_{s_{mf}} = 1.77s$ e $OS = 1.3\%$. - Sem ter uma atuação proporcional e derivativa no erro, o sinal de controle não apresenta picos. - Resposta em malha fechada mais rápida que a obtida com o controlador GMV. 	
PID 2DOF	<ul style="list-style-type: none"> - Parâmetros de projeto ε e β, selecionados no intervalo $0 \leq \varepsilon \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Para β e ε igual a 0 o desempenho é igual ao obtido pelo controlador PID e para β e ε igual a 1 o desempenho é igual ao do controlador I+PD. - O aumento do parâmetro β e de ε proporciona um maior valor de ITAEN e de variância da saída, porém menor variância no sinal de controle. - Melhor desempenho observado para $\beta = 0.8$ e $\varepsilon = 0.6$. 	

<p align="center">PI + PD</p>	<ul style="list-style-type: none"> - K_f projetado livremente e selecionado no intervalo $0.1 \leq K_f \leq 1$. - Parâmetros de sintonia calculados nos intervalos: $-0.123 \leq K_c \leq 0.777$, $-0.073 \leq T_i \leq 0.457$, $0.139 \leq T_d \leq 1.392$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Observa-se um melhor desempenho do controlador PI+PD no intervalo $0.5 \leq K_f \leq 0.8$, quando comparado como o controlador I+PD, sendo similar o comportamento para $K_{f_{PI+PD}} \rightarrow K_{c_{PI+PD}}$. - Melhor desempenho observado com $K_f = 0.6$, para este valor $t_{s_{mf}} = 1.5s$ e $OS = 2\%$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Comportamento regulatório semelhante ao dos controladores PID ideal, I+PD e PID 2DOF (PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward).
<p align="center">PID com K_c Variável</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Modelo FOPDT usado para a sintonia. - Parâmetros de projeto: $P(z^{-1}) = 1$ e $Q(z^{-1}) = 20$. - U_n e U_{d1} selecionados nos intervalos $0 \leq U_n \leq 1$ e $0.1 \leq U_{d1} \leq 0.9$. - Parâmetros de sintonia calculados nos intervalos: $0.475 \leq K_c(t) _{t \rightarrow \infty} \leq 0.612$ $0.383 \leq T_i \leq 0.612$, $0.096 \leq T_d \leq 0.153$. 	<ul style="list-style-type: none"> - O ganho proporcional $K_c(t)$ não apresenta uma variação abrupta. - A medida que U_{d1} aumenta a dinâmica de $K_c(t)$ é mais lenta, aumentando o tempo de acomodação em malha fechada e comprometendo o comportamento servo. - A constante U_n não apresenta uma influência significativa no valor de $K_c(t)$ em regime permanente e no comportamento servo. - Melhor desempenho observado para $U_d(z^{-1}) = 1 - 0.1z^{-1}$. Para este valor, observa-se menor sobre-sinal quando comparado com o controlador PID, porém uma resposta em malha fechada mais lenta. 	<ul style="list-style-type: none"> - A constante U_n não tem uma influência notória no desempenho do controlador quando analisado o comportamento regulatório. - Para valores de $U_{d1} < 0.5$ o desempenho do controlador é quase constante. - Para rejeição de perturbação tipo degrau, o IAEN e a variância da saída diminuem com o aumento de U_{d1}, porém a variância do controle aumenta. - Para atenuação de ruído branco, o desempenho do controlador piora com o aumento de U_{d1}. - Melhor desempenho observado quando comparado com os controladores PID e I+PD, principalmente para $U_{d1} \leq 0.7$.

<p>PID + FS</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Modelo FOPDT usado para a sintonia. - Parâmetros de projeto: $Q(z^{-1}) = q_0$ para valores de 30, 40 e 50, e parâmetro α do filtro selecionado no intervalo $0 \leq \alpha \leq 0.9$. - Para $\alpha = 0.9$, os parâmetros de sintonia do controlador PI+DFS são todos negativos. - Para o controlador PID+FS: 	<ul style="list-style-type: none"> - Sobre-sinal proporcional ao valor de α. - A variação do parâmetro α tem uma influência menor quando comparado com controlador PID com filtro na saída (com parâmetros de sintonia independentes de α). - Para o mesmo valor de α, os controladores determinam uma resposta com menor sobre-sinal, porém o tempo de acomodação é maior que o obtido com o controlador PID com filtro na saída (com parâmetros de sintonia independentes de α). 	<ul style="list-style-type: none"> - Polinômios $\Delta R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ iguais para os controladores. Mudando apenas o polinômio $T(z^{-1})$. - Desempenho superior quando comparado com o controlador PID com filtro na saída (com parâmetros de sintonia independentes de α). - A variação do parâmetro α tem uma influência menor quando comparado com o controlador PID com filtro na saída (com parâmetros de sintonia independentes de α). -A medida que q_0 aumenta, o desempenho melhora.
<p>PI +DFS</p>	<ul style="list-style-type: none"> $0.111 \leq Kc \leq 0.275$ $0.204 \leq Ti \leq 0.294$, $0 \leq Td \leq 0.098$. - Para o controlador PI+DFS: $-0.016 \leq Kc \leq 0.176$ $-0.012 \leq Ti \leq 0.204$ $-2.64 \leq Td \leq 0.016$ 	<ul style="list-style-type: none"> - Sobre-sinal proporcional ao valor de α. Esta diferença é maior quando comparado com o controlador PID + FS. - Soluciona-se o problema <i>derivative kick</i>. 	

5.2.2.1 Resultados para os Controladores PID, I+PD, PID 2DOF e PI+PD: Comportamento Regulatório

Semelhante ao estudo de caso do processo de segunda ordem e conforme discutido na tabela (5.2), o comportamento regulatório para estas quatro configurações de malha não muda e o desempenho dos controladores PID sintonizados via projeto GMV é melhor, quando comparado com o controlador GMV. Observar a resposta temporal em malha fechada da figura (5.8).

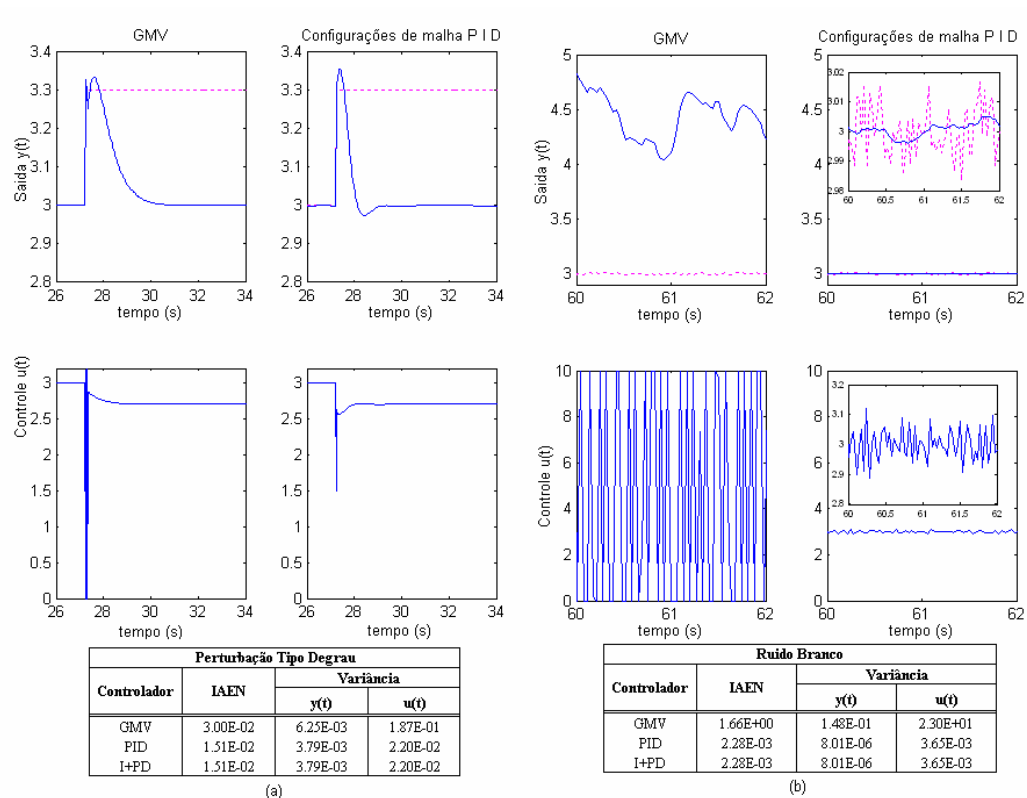


Figura 5.8 Resposta temporal das configurações de malha PID, sintonia GMV: comportamento regulatório, processo de fase não-mínima.

Importante mencionar que para o projeto do controlador GMV é usado o processo de fase não-mínima de terceira ordem da equação (5.3).

5.2.2.2 Resultados para o Controlador PI+PD

Conforme apresentado na seção (3.5.2), na sintonia PI+PD com projeto GMV o ganho proporcional K_f da parte PD é projetado livremente e os parâmetros de sintonia K_c ,

T_i e T_d são calculados como função de K_f usando a equação (3.64). A figura (5.9) apresenta os valores de K_c , T_i e T_d para variação de K_f no intervalo $0.1 \leq K_f \leq 1$.

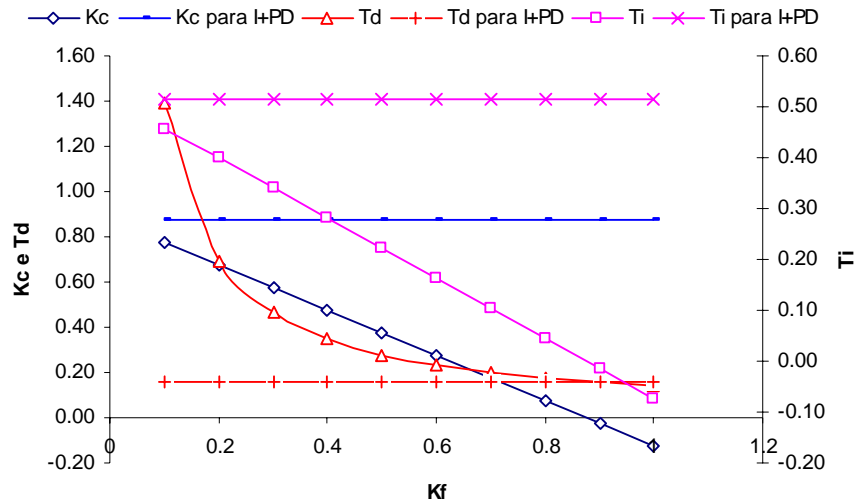


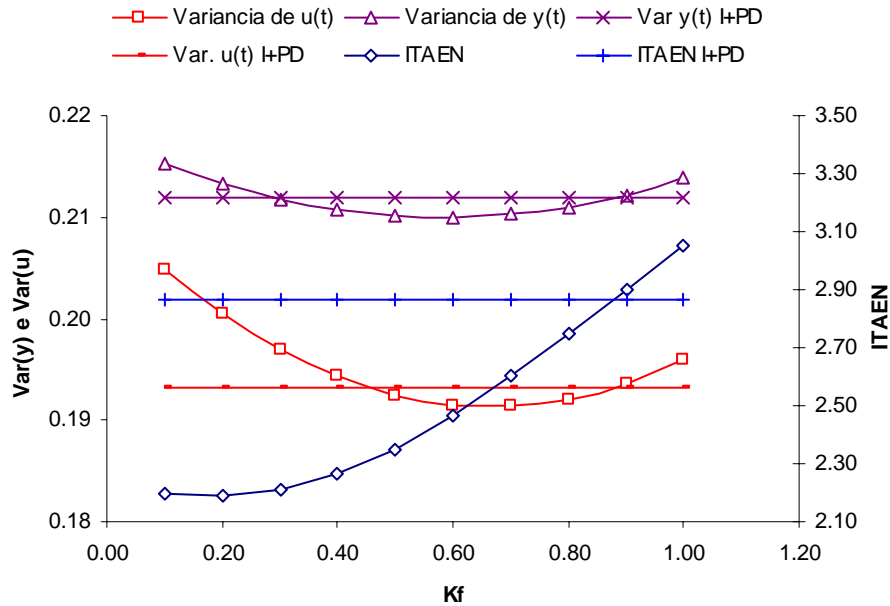
Figura 5.9 Ganhos do controlador PI+PD como função de K_f , processo de fase não-mínima.

Conforme apresentado na tabela (5.2), e ilustrado na figura (5.9) observa-se que a soma dos ganhos K_c e K_f do controlador PI+PD é igual ao valor do ganho proporcional K_c do controlador I+PD. Isto explica que para valores de K_f maiores ao valor de K_c do controlador I+PD, sejam obtidos valores de K_c negativos no controlador PI+PD, como pode ser visto quando $K_f_{PI+PD} > K_c_{I+PD}$.

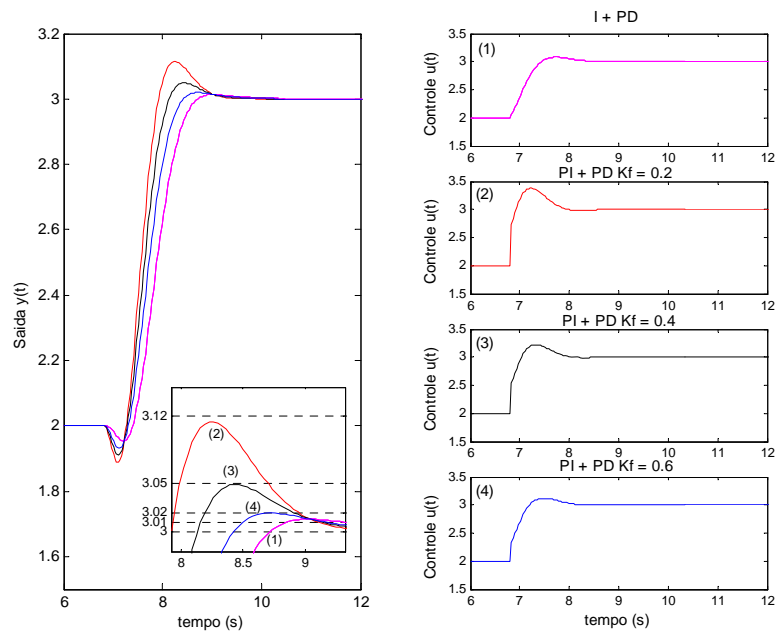
A constante de tempo integral $T_{i_{PI+PD}}$, como função dos valores de K_f , é menor ao valor de $T_{i_{PI+PD}}$, sendo negativa para $K_f_{PI+PD} > K_c_{I+PD}$, contrário a constante de tempo derivativa $T_{d_{PI+PD}}$, com valores maiores ao do controlador I+PD. Quando $K_f_{PI+PD} = K_c_{I+PD}$ acontecem as seguintes relações: $T_{d_{PI+PD}} = T_{d_{I+PD}}$, $T_{i_{PI+PD}} = 0$ e $K_{c_{PI+PD}} = 0$, o que causa uma indeterminação no termo integral $K_{c_{PI+PD}}(T_s/T_{i_{PI+PD}})$. Estas relações podem ser analisadas comparando a equação (3.53) e (3.64) e substituindo os ganhos adequadamente.

Para uma adequada seleção do ganho proporcional K_f da parcela PD, o controlador PI+PD proporciona um melhor desempenho em relação ao controlador I+PD. A figura (5.10) apresenta: (a) variação dos indicadores de desempenho em função de K_f ; (b)

resposta temporal em malha fechada do controlador PI+PD para alguns dos valores de K_f analisados.



(a)



(b)

Figura 5.10 Comportamento servo do controlador PI+PD GMV: processo de fase não mínima.

Como ilustra a figura (5.10-a), o desempenho do controlador PI+PD é similar ao desempenho do controlador I+PD, na medida que o parâmetro K_f se aproxima ao valor do parâmetro $K_c = 0.8764$ do controlador I+PD. Na Figura 5.10-b) observa-se o efeito do valor de K_f na resposta do sistema em malha fechada. Para $K_f = 0.2$ o sinal de saída apresenta um maior sobre-sinal em comparação com o controlador I+PD, diminuindo na medida que K_f aumenta. Para um valor de $K_f = 0.6$ consegue-se uma menor variância da saída e do controle, quando comparado com o controlador I+PD.

5.2.2.3 Resultados para Controladores PID com Filtro

Para analisar as vantagens e desvantagens das configurações de malha de controle PID com filtro, onde α além de ser parâmetro de filtro é um parâmetro de projeto de sintonia, são comparadas estas configurações com a da malha PID com filtro na saída, onde os parâmetros de sintonia $K_c=0.877$, $T_i = 0.516$ e $T_d = 0.159$ não dependem de α .

A resposta temporal do sistema de malha fechada correspondente aos controladores PID com filtro onde α é projetado com 0.2 e 0.8, e $q_0=40$, é apresentada na figura (5.11).

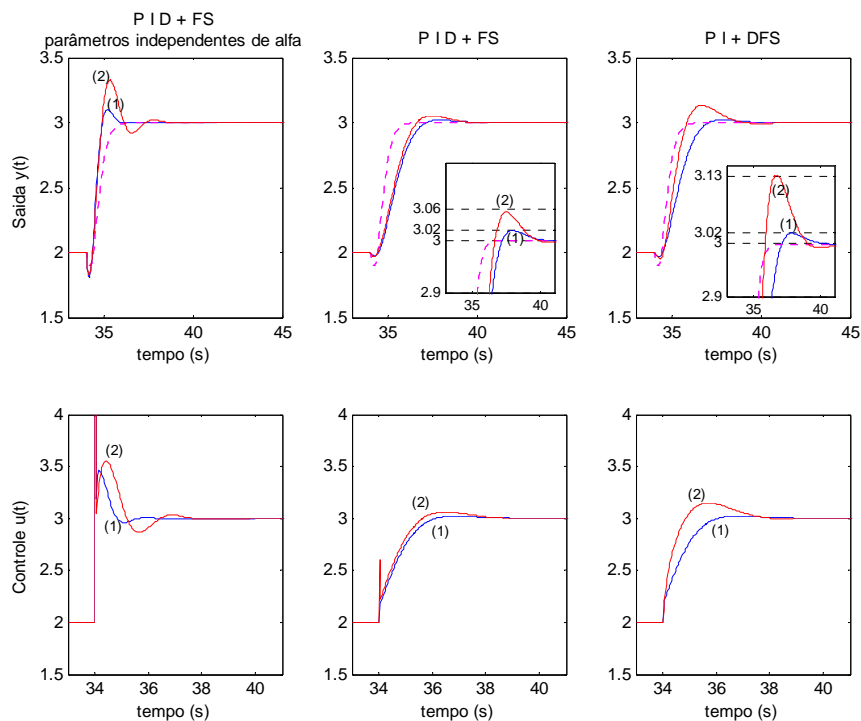


Figura 5.11 Resposta temporal do controlador PID GMV com filtro: comportamento servo, processo de fase não-mínima.

Na figura (5.11) as respostas de malha fechada dos controladores estão identificadas por: (1) para $\alpha=0.2$ e (2) para $\alpha=0.8$. Para os três controladores, observa-se um maior sobre-sinal para $\alpha=0.8$ em comparação com a resposta para $\alpha=0.2$. Ainda que para o mesmo valor de α , os controladores PID sintonia GMV com filtro determinam uma resposta em malha com menor sobre-sinal, o tempo de acomodação é maior que o obtido com o controlador PID com filtro na saída. Estes resultados são relacionados com o comportamento servo.

Conforme discutido na tabela (5.2), o comportamento regulatório dos controladores PID+FS (PID com filtro na saída) e PI+DFS (PI+D com filtro na saída da parte derivativa), sintonia GMV com filtro, é o mesmo. Na figura (5.12) é apresentada a resposta temporal em malha fechada dos controladores PID com filtro, para rejeição de perturbação, com q_0 igual a 30 e 40 e para parâmetro de filtro (1) $\alpha=0.2$ e (2) $\alpha=0.8$.

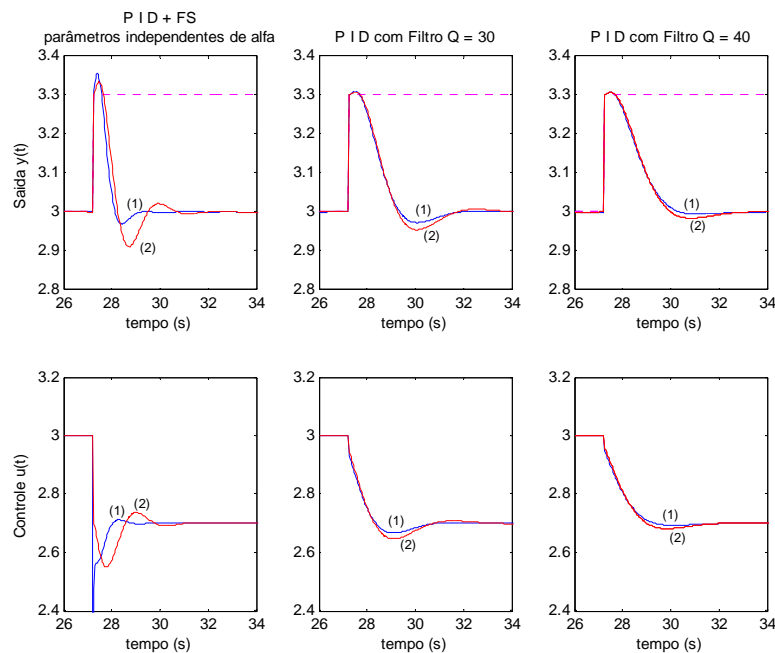


Figura 5.12 Resposta temporal com os controladores PID com filtro: comportamento regulatório, processo de fase não mínima.

Quando comparados os controladores PID sintonia GMV com filtro, com o controlador PID com filtro na saída (com parâmetros independentes de α), observa-se menor oscilação no sinal da saída e menor esforço no sinal de controle. Além disso, a variação do parâmetro α do filtro tem uma influência menor.

Para atenuação do ruído branco o desempenho dos controladores PID sintonia GMV com filtro é superior quando comparado com o controlador PID com filtro na saída (com parâmetros independentes de alfa), inclusive para $\alpha=0.8$. Esta diferença é marcada quando se analisa a variância do controlador. Observa-se também, que o desempenho do controlador melhora na medida em que q_0 aumenta. A figura (5.13) apresenta a variação dos indicadores de desempenho para variação de α . A figura (5.14) a resposta temporal em malha fechada dos controladores, para parâmetro de filtro (1) $\alpha=0.2$ e (2) $\alpha=0.8$.

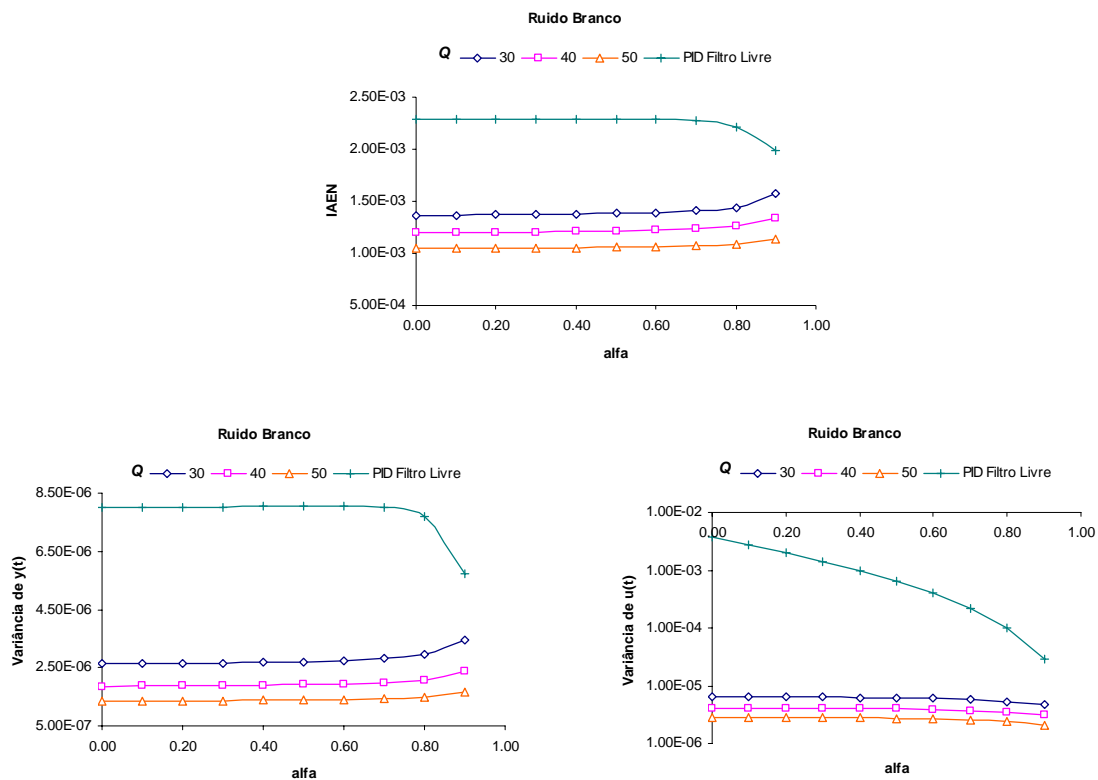


Figura 5.13 Comportamento regulatório controladores PID com filtro: atenuação de ruído branco e processo de fase não-mínima.

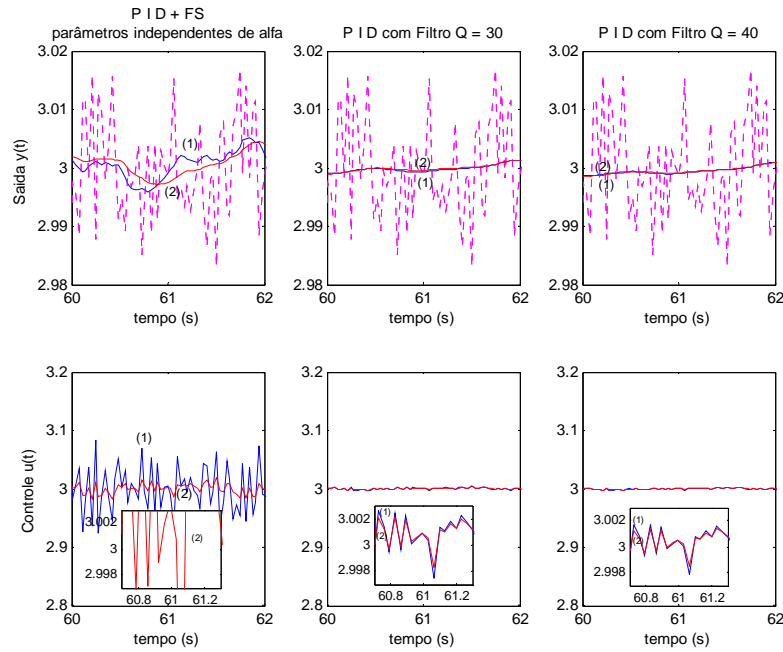


Figura 5.14 Resposta temporal dos controladores PID com filtro: atenuação de ruído branco e processo de fase não-mínima.

5.2.3 Avaliação de Estabilidade Robusta Sintonia PID via Projeto GMV

Nesta seção é avaliada a estabilidade robusta da sintonia PID via projeto GMV para o processo de fase não-mínima. Assume-se para esta avaliação que a variável de controle não está limitada (não existe saturação no atuador), tendo-se assim um sistema linear. Com a função de transferência do processo $G(s)$ da equação (5.3), o modelo de segunda ordem $\bar{G}(s)$ da equação (5.4) e o modelo FOPDT $\hat{G}(s)$ da equação (5.6), a avaliação é realizada usando o teorema de estabilidade robusta, (Skogestad e Postlethwaite, 1996).

Verifica-se que o controlador proporciona estabilidade interna a cada membro da família de possíveis plantas perturbadas π , sob o modelo nominal, até para o pior caso de incerteza no modelo, avaliando a estabilidade robusta definida pela seguinte restrição da magnitude da função de sensibilidade complementar $|T(j\omega)|$:

$$\begin{aligned} |T(j\omega)W_I(j\omega)| &< 1 \quad \forall \omega \\ |T(j\omega)| &< \frac{1}{|W_I(j\omega)|} \quad \forall \omega \end{aligned} \quad (5.8)$$

sendo esta restrição de magnitude uma condição suficiente, mas não necessária (Seborg *et al.*, 2004). $W_I(j\omega)$ é a função de ponderação, que limita a incerteza multiplicativa relativa máxima $l_I(j\omega)$, representada por

$$l_I(j\omega) = \max_{G_p \in \pi} \left| \frac{G_p(j\omega) - Ge(j\omega)}{Ge(j\omega)} \right|$$

$$|W_I(j\omega)| \geq l_I, \quad \forall \omega \quad l_I(j\omega) = \max_{G_p \in \pi} \left| \frac{G_p(j\omega) - Ge(j\omega)}{Ge(j\omega)} \right| \quad (5.9)$$

$$|W_I(j\omega)| \geq l_I, \quad \forall \omega$$

onde, neste estudo, considera-se $G_p(j\omega) = G(j\omega)$ e $|W_I(j\omega)| = l_I, \forall \omega$.

Para um controlador expresso na estrutura RST, a função de sensibilidade complementar está dada por:

$$T(j\omega) = \frac{Ge(j\omega)S(j\omega)}{\Delta R(j\omega) + Ge(j\omega)S(j\omega)} \quad (5.10)$$

onde $Ge(j\omega)$ corresponde ao modelo nominal, neste estudo de caso $Ge(j\omega) = \bar{G}(j\omega)$ para a sintonia das configurações de malha PID, I+PD, PI+PD e PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward. $Ge(j\omega) = \hat{G}(j\omega)$ para a sintonia das configurações de malha PID com K_c variável, e PID com filtro.

5.2.3.1 Estabilidade Robusta para Sintonia de Configurações de Malha PID, I+PD, PI+PD e PID 2DOF

Conforme mencionado nas seções anteriores, os polinômios $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ correspondentes a síntese RST das configurações de malha PID, I+PD, PI+PD e PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward são iguais, e não mudam para variações dos parâmetros de projeto adicionais (ε e β para configuração PID de dois graus de liberdade e K_f para configuração PI+PD).

A figura (5.15) corresponde à avaliação de estabilidade robusta para a sintonia das configurações de malha mencionadas, quando são projetados os controladores que atendam

as especificações de controle: sobre-sinal $OS = 0\%$ e tempo de acomodação de malha fechada, $t_{s_{mf}}$ igual a $0.67t_{s_{ma}}$, $1.25t_{s_{ma}}$ e $10t_{s_{ma}}$.

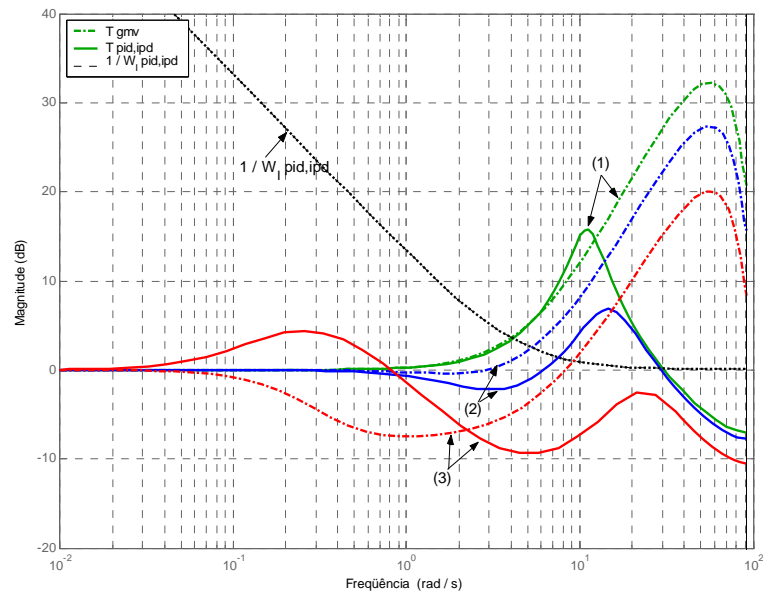


Figura 5.15 Avaliação da estabilidade robusta para a sintonia das configurações de malha PID, I+PD e PID de dois graus de liberdade.

Na figura (5.15) as funções de sensibilidade complementar $T(j\omega)$ relacionadas aos diferentes tempos de acomodação de malha fechada estão identificadas por: (1) $t_{s_{mf}} = 0.67t_{s_{ma}}$, (2) $t_{s_{mf}} = 1.25t_{s_{ma}}$ e (3) $t_{s_{mf}} = 10t_{s_{ma}}$. Ainda que as funções (1), (2) e (3) do controlador GMV e as funções (1) e (2) dos controladores PID estejam cortando a função $I / |W_I(j\omega)|$, observou-se nas simulações, estabilidade dos controladores. Isto é devido a que a restrição de magnitude é uma condição suficiente, mas não necessária. Observa-se que na presença de ruído de baixa frequência as funções de sensibilidade complementar $T(j\omega)$ não cruzam a função $I / |W_I(j\omega)|$.

Pode-se notar que a sintonia PID via projeto GMV melhora sua estabilidade robusta na medida que é projetado o controlador para ter um tempo de resposta em malha fechada maior, ou seja, uma resposta mais lenta. Como foi projetado o controlador GMV baseado no processo real a função de ponderação $|W_I(j\omega)|$ para o controlador GMV não existe.

5.2.3.2 Estabilidade Robusta para a Sintonia da Configuração de Malha PID com Kc Variável

Nesta configuração de malha PID com Kc variável, a avaliação de estabilidade robusta é realizada para polinômios $P(z^{-1})=1$ e $Q(z^{-1})=20$ e variação dos novos polinômios de projeto $Un(z^{-1})$ e $Ud(z^{-1})$. A figura (5.16) apresenta os resultados da avaliação.

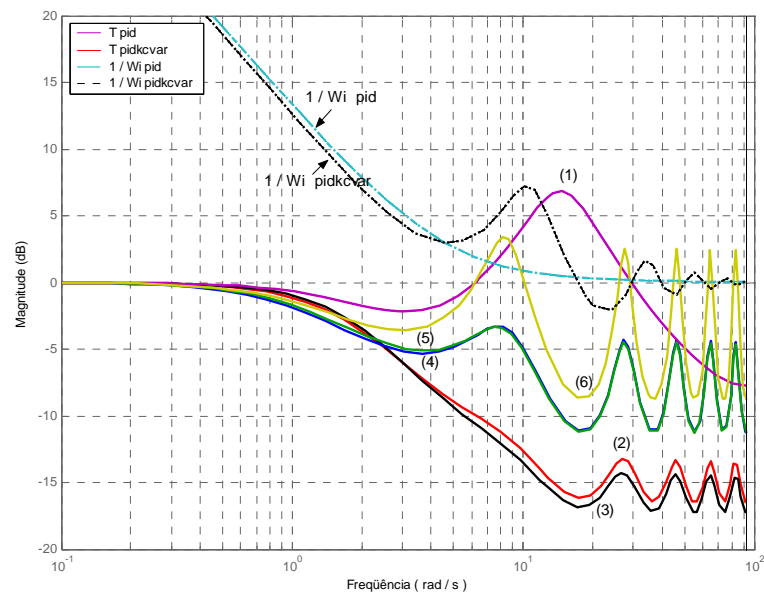


Figura 5.16 Avaliação da estabilidade robusta para a sintonia da configuração de malha PID com Kc variável.

Na figura (5.16) as funções de sensibilidade complementar estão relacionadas a (1) controlador PID, e aos novos polinômios de projeto $Un(z^{-1})$ e $Ud(z^{-1})$ identificados por: (2) $Un = 0.2$ e $Ud = 1 - 0.1z^{-1}$, (3) $Un = 1$ e $Ud = 1 - 0.7z^{-1}$, (4) $Un = 0$ e $Ud = 1 - 0.9z^{-1}$, (5) $Un = 1$ e $Ud = 1 - 0.9z^{-1}$, (6) $Un = 5$ e $Ud = 1 - 0.9z^{-1}$. Como são usados dois modelos para o projeto de sintonia, $\bar{G}(j\omega)$ para a sintonia do controlador PID e $\hat{G}(j\omega)$ para a sintonia do controlador PID com Kc variável, são calculadas duas funções $|1/W_I(j\omega)|$, ver figura (5.16).

Observa-se que para polinômio de projeto $Ud = 1 - 0.9z^{-1}$, a estabilidade robusta do controlador é comprometida, principalmente na medida em que Un é incrementado.

5.2.3.3 Estabilidade Robusta para a Sintonia das Configurações de Malha PID com Filtro

Conforme mencionado na seção (5.2.2.3) os polinômios $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ dos controladores PID com filtro na saída e PI+D com filtro na saída da parte derivativa, são iguais. Assim, a função de sensibilidade complementar $T(j\omega)$ para ambos controladores é a mesma e a denominação, controlador PID sintonia GMV com filtro, faz referência a estes dois controladores.

A avaliação de estabilidade robusta é feita para a ponderação do controle $Q(z^{-1}) = 40$, e para diferentes valores do parâmetro do filtro α . O controlador PID sintonia GMV com filtro é comparado com o controlador PID com filtro na saída (com parâmetros independentes de α) apresentado na seção (5.2.2.3). A figura (5.17) ilustra os resultados da avaliação.

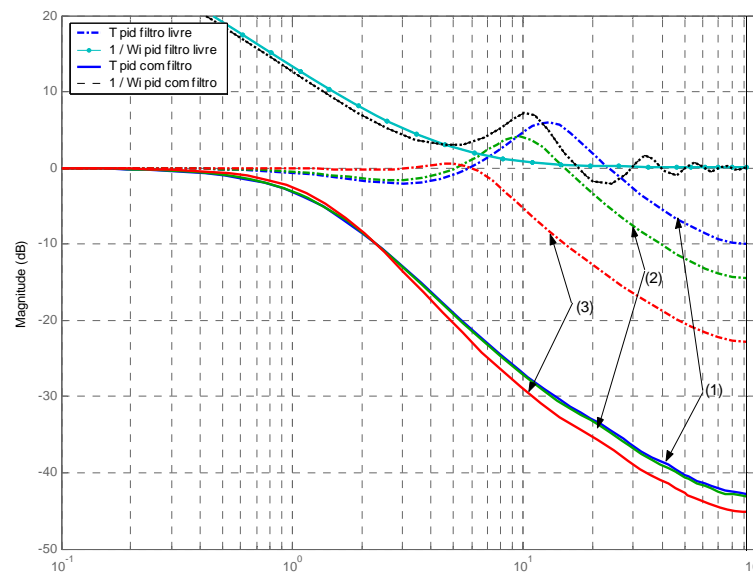


Figura 5.17 Avaliação de estabilidade robusta para a sintonia da configuração de malha PID com filtro.

Na figura (5.17) as funções de sensibilidade complementar dos controladores PID com filtro para os diferentes valores de α estão identificados por: (1) $\alpha = 0.2$, (2) $\alpha = 0.5$ e (3) $\alpha = 0.8$. O controlador PID com filtro, além de ter uma maior estabilidade robusta, quando comparado com o controlador PID com filtro na saída (com parâmetros

independentes de alfa), apresenta uma função de sensibilidade complementar $T(j\omega)$ menos sensível a variações do parâmetro α .

Pode-se concluir assim, que a sintonia das configurações PID com filtro via projeto GMV é uma sintonia robusta, que apresenta um bom desempenho quando analisado o comportamento regulatório. Sendo, tanto a robustez como o desempenho, melhores que os obtidos com o controlador PID com filtro na saída, com parâmetros de sintonia independentes de alfa.

5.3 Resultados com a Sintonia Via Projeto GPC

Nesta seção é analisado o desempenho por simulação dos controladores PID com as sintonias GPC apresentadas no capítulo 4. O desempenho é avaliado para variações dos parâmetros de projeto de cada técnica de controle.

5.3.1 Processo Oscilatório de Segunda Ordem

Para este estudo de caso é analisado o processo linear da equação (5.1). Diferente da sintonia GMV, na sintonia via projeto GPC é possível projetar um controlador PID que atenda as especificações de controle $t_{s_{mf}} \leq 1/2 t_{s_{ma}}$ e $OS \leq 3\%$, quando o processo muda de $\tau = 137.7$ a $\tau = 918.3$. A resposta ao degrau em malha aberta do processo é apresentada na figura (5.18).

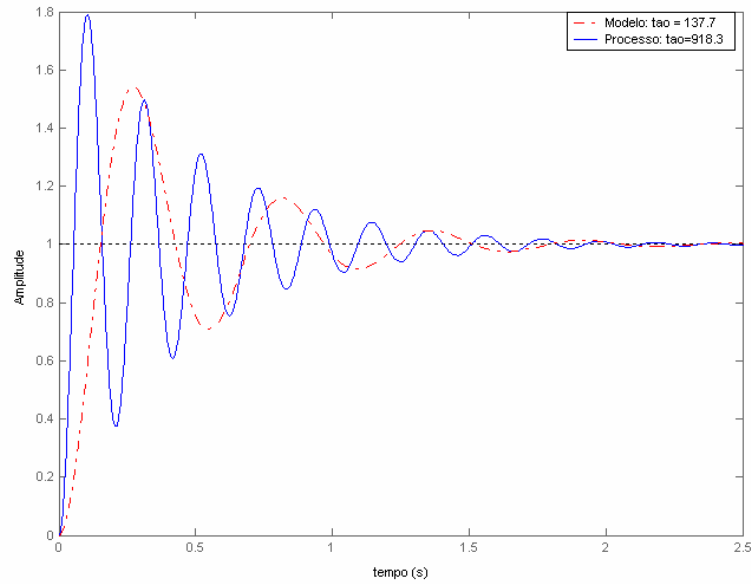


Figura 5.18 Resposta em malha aberta processo oscilatório, para $\tau = 137.7$ e $\tau = 918.3$.

A equação a diferenças do processo usado para a sintonia ($\tau = 137.7$) é dado pela equação (5.2), onde o período de amostragem é $T_s = 22 \text{ ms}$.

No estudo do comportamento servo um sinal degrau unitário é usado como referência e o comportamento regulatório é analisado pela presença de uma perturbação degrau na saída do processo, de magnitude igual a 10% do sinal de referência, e para um ruído branco de variância 0.1×10^{-3} .

Os principais aspectos da sintonia do controlador I+PD via projeto GPC usando a estrutura RST e a sintonia do controlador PID em equações de estado, via aproximação GPC são apresentados de forma resumida na tabela (5.3). Posteriormente, são discutidos os resultados mais relevantes de cada configuração de controle.

Tabela 5.3 Resultado das configurações de malha PID, sintonia via projeto GPC para processo oscilatório.

Configuração de Malha	Parâmetros de Projeto para Sintonia	Comportamento Servo	Comportamento Regulatório
I + PD	<ul style="list-style-type: none"> - Usado para a sintonia a estrutura RST do controlador GPC. - Parâmetros de projeto: $5 \leq N_y \leq 10$, $N_u = 1$ e $4 \leq \lambda \leq 20$. - Com $N_y = 5$ e $N_u = 1$, só para valores de $\lambda \geq 4$ é possível obter estabilidade da resposta em malha fechada. - $K_c = f(N_y, \lambda)$, $T_i = f(N_y)$ e $T_d = f(N_y)$. - Parâmetros de sintonia calculados nos intervalos: $0.195 \leq K_c \leq 1.37$ $0.06 \leq T_i \leq 0.067$ $0.06 \leq T_d \leq 0.129$ 	<ul style="list-style-type: none"> - Comportamento similar ao do controlador GPC. - A medida que N_y aumenta, o ITAEN diminui e a variância da saída e do controle aumenta. - Com o incremento de λ se segura o controle, o ITAEN aumenta, a variância da saída e do controle diminui. - Os valores de λ são limitados dependendo do valor de N_y, isto para que os controladores projetados sejam estáveis. - Melhor desempenho observado para $N_y = 5$ e $\lambda = 4$. Especificações obtidas: $t_{s_{mf}} = 0.66s$ e $OS = 1.88\%$. - Desempenho melhora quando é introduzida a propriedade antecipativa através do uso da referência $r(t)$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Para rejeição de perturbação tipo degrau o incremento de λ e a diminuição de N_y se traduzem num incremento do IAEN e da variância da saída, porém com a diminuição da variância do controle. - Para atenuação de ruído branco o desempenho é melhorado com o aumento de λ e a diminuição de N_y.

<p style="text-align: center;">PID</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Usado para a sintonia equações de estado e aproximação via GPC. - Parâmetros de projeto: $5 \leq N_y \leq 10$, $N_u = 1$ e $4 \leq \lambda \leq 20$. - Com $N_y = 5$ e $N_u = 1$, para valores de $\lambda \geq 1$ é possível obter estabilidade da resposta em malha fechada. - $K_c = f(N_y, \lambda)$, $T_i = f(N_y)$ e $T_d = f(N_y)$. - Parâmetros de sintonia calculados nos intervalos: $0.211 \leq K_c \leq 1.72$ $0.085 \leq T_i \leq 0.096$ $0.048 \leq T_d \leq 0.099$ 	<ul style="list-style-type: none"> - Pior desempenho quando comparado com o controlador I+PD sintonia GPC. - O problema <i>proportional e derivative kick</i> é crítico neste projeto de sintonia. - A medida que N_y aumenta, o ITAEN diminui e a variância da saída e do controle aumenta. - O incremento de λ se traduz num incremento do ITAEN e numa diminuição da variância da saída e do controle. - Diferente da sintonia do controlador I+PD via projeto GPC, nesta sintonia o valor de N_y não é um limitante para os valores de λ. Qualquer um dos valores de λ ($4 \leq \lambda \leq 20$), garante estabilidade da resposta em malha fechada. - Melhor desempenho observado para $N_y = 6$ e $\lambda = 16$. Especificações obtidas: $t_{s_{mf}} = 2s$ e $OS = 0\%$. - Desempenho melhora quando é introduzida a propriedade antecipativa através do uso da referência $r(t)$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Melhor desempenho quando comparado com o controlador I+PD sintonia GPC. - Para rejeição de perturbação o incremento de λ e a diminuição de N_y se traduzem num incremento do IAEN e da variância da saída, porém com a diminuição da variância do controle. - Para atenuação de ruído branco o desempenho é melhorado com o aumento de λ e a diminuição de N_y.
---	--	--	---

5.3.1.1 Sintonia do Controlador I+PD Usando a Estrutura RST

Com a seleção do horizonte de predição da saída por $Ny \geq t_r/T_s$ é definido para o estudo de caso $Ny \geq 5$ e o horizonte de controle como $Nu = 1$. Quando o modelo do processo a controlar é igual ao processo utilizado para $\tau = 137.7$, o controle pode ficar livre, definindo a ponderação de controle com $\lambda = 0$, ver equação (4.2). Para os parâmetros de projeto $Ny = 5$ e $\lambda = 0$, a sintonia GPC dá como resultado: $Kc = 3.9481$, $Ti = 0.0615$ e $Td = 0.0602$. Para esta sintonia, obtém-se um tempo de acomodação em malha fechada $t_{s_{mf}} = 0.33s$ e um sobre-sinal $OS = 7\%$.

Quando o processo a controlar corresponde a $\tau = 918.3$, só para valores de $\lambda \geq 4$ é possível obter estabilidade da resposta em malha fechada, isto para um horizonte de predição de saída $Ny = 5$ e para um horizonte de controle $Nu = 1$. O ganho proporcional Kc é função de Ny e λ , em quanto que as constantes de tempo Ti e Td unicamente de Ny . A figura (5.19) apresenta os valores de Kc, Ti e Td para variação de Ny e λ nos intervalos mencionados na tabela (5.3).

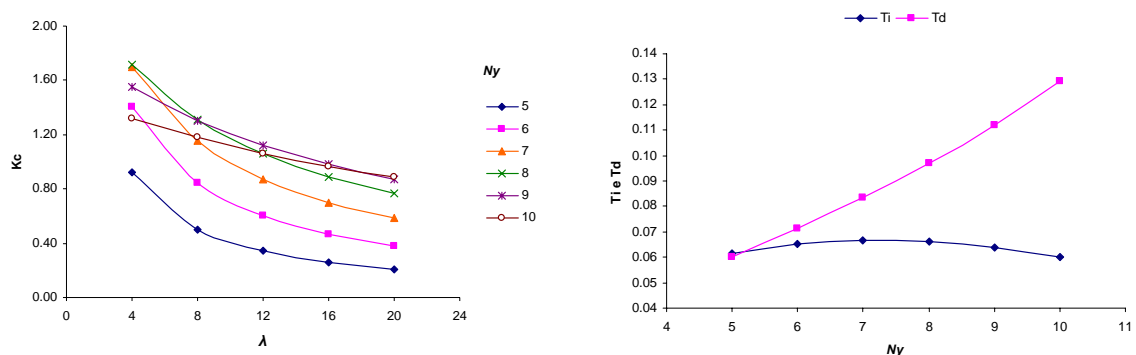


Figura 5.19 Parâmetros do controlador I+PD GPC como função de Ny e λ : processo oscilatório.

Observa-se que para um aumento de λ , o que significa uma maior ponderação no esforço de controle, o ganho proporcional Kc diminui. Para aumento do horizonte de predição da saída Ny , ou seja maior ponderação do erro, Kc aumenta.

A constante de tempo derivativa Td é função linear do horizonte de predição. Um horizonte de predição elevado significa uma maior constante de tempo derivativa Td , o que pode ser traduzido numa melhora da resposta transitória. A constante de tempo integral Ti

é menos sensível a variações de N_y , para este estudo de caso e para o intervalo de N_y usado.

A figura (5.20) apresenta a variação dos indicadores de desempenho para variações de N_y e λ , isto quando é analisado o comportamento servo.

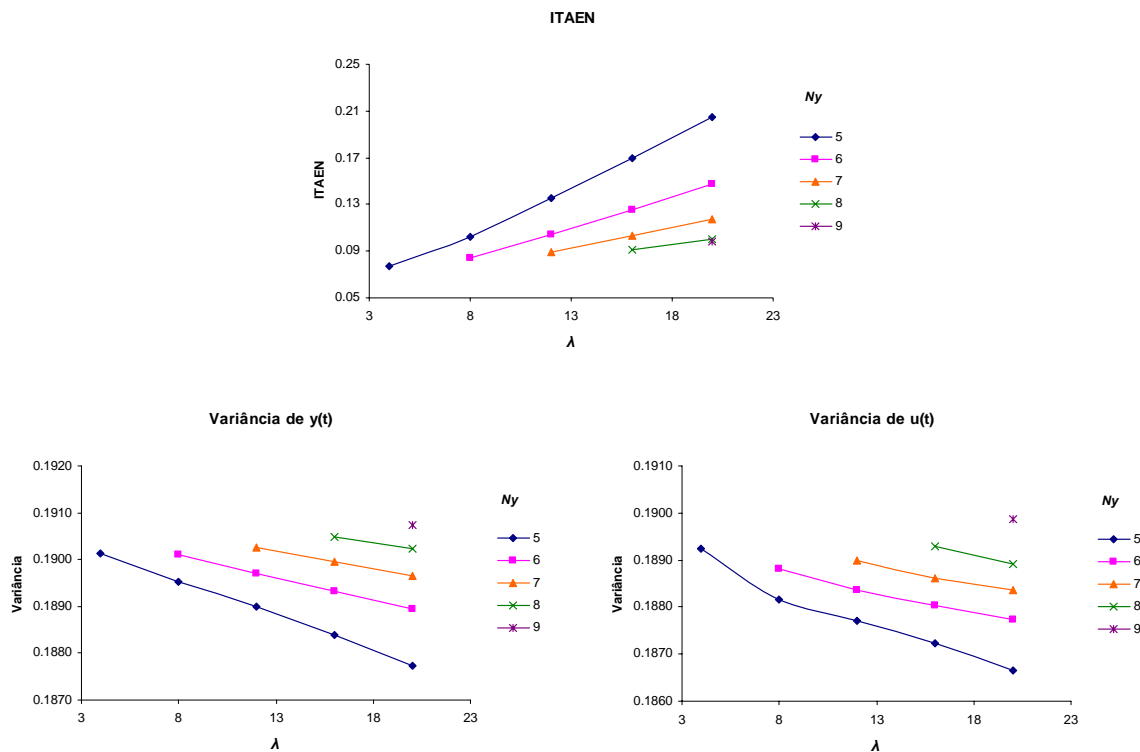


Figura 5.20 Comportamento servo do controlador I+PD: projeto GPC e processo oscilatório.

Conforme discutido na tabela (5.3), por razões de estabilidade, os valores de λ são limitados dependendo do valor de N_y . A medida que N_y aumenta o intervalo de estabilidade de λ é reduzido, como pode ser observado na figura (5.20). Para $N_y=10$ nenhum dos valores de λ permitiram projetar um controlador estável.

O desempenho do controlador em relação ao comportamento servo pode ser melhorado quando é introduzida a propriedade antecipativa a través da referência $r(t)$, função do horizonte de predição da saída N_y . A figura (5.21) apresenta os índices de desempenho para $N_y = 5$ e $4 \leq \lambda \leq 20$, quando é usada a referência original $yr(t)$ e a nova referência $r(t)$.

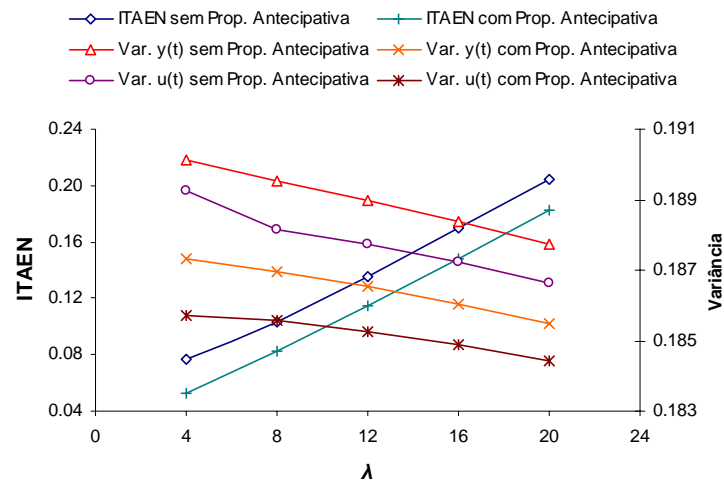


Figura 5.21 Diferença do comportamento servo para o controlador I+PD com sintonia GPC: com e sem propriedade antecipativa, processo oscilatório.

Observam-se menores valores de ITAEN e da variância da saída e do controle quando é incorporada a propriedade antecipativa no controlador através do uso da referência $r(t)$. Este resultado pode ser visualizado na resposta temporal da figura (5.22) onde são usados como parâmetros de projeto $N_y = 5$ e $\lambda = 4$.

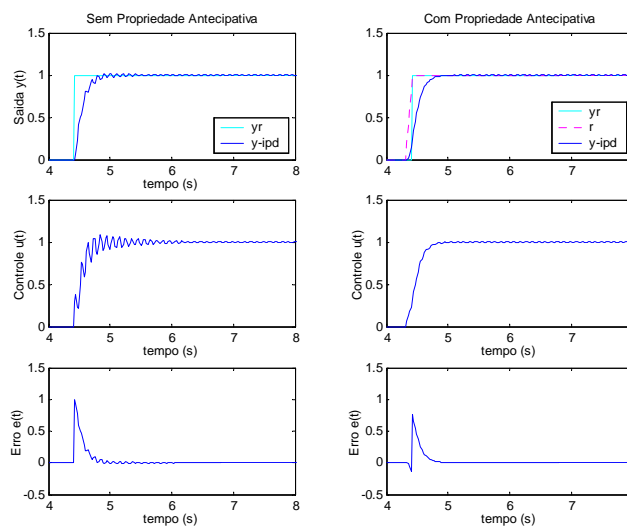


Figura 5.22 Resposta temporal do controlador I+PD com sintonia GPC: usando propriedade antecipativa de $r(t)$, processo oscilatório.

5.3.1.2 Sintonia do Controlador PID em Equações de Estado via Aproximação GPC

Nesta sintonia é definido $N_y \geq 5$ e o horizonte de controle $N_u = 1$. A ponderação de controle $\lambda = 0$ permite ter uma resposta estável em malha fechada, quando o modelo do

processo a controlar é igual ao processo utilizado para projeto do controlador ($\tau = 137.7$). Para esta condição e para os parâmetros de projeto $Ny = 5$ e $\lambda = 0$, a sintonia do controlador PID via aproximação GPC é: $Kc = 5.7246$, $Ti = 0.0956$ e $Td = 0.0477$. Em malha fechada o tempo de acomodação é $t_{s_{mf}} = 0.8s$ e o sinal de saída apresenta sobre-sinal $OS = 100\%$, valores que estão fora das especificações desejadas, sendo piores que as especificações conseguidas pelo controlador I+PD via sintonia GPC.

Quando o processo a controlar corresponde a $\tau = 918.3$, para valores de $\lambda \geq 1$ é possível obter estabilidade da resposta em malha fechada, isto para o horizonte de predição de saída $Ny = 5$ e para o horizonte de controle $Nu = 1$. Este intervalo de λ é maior que o intervalo do controlador I+PD via sintonia GPC. Para os intervalos selecionados o melhor desempenho observado é com $Ny = 6$ e $\lambda = 16$, parâmetros para os quais são obtidas as especificações $t_{s_{mf}} = 2s$ e $OS = 0\%$.

Para esta sintonia observam-se também, menores valores de ITAEN e da variância da saída e do controle quando é incorporada a propriedade antecipativa através do uso da referência $r(t)$. Este resultado pode ser visualizado na figura (5.23) da resposta temporal, onde são usados como parâmetros de projeto $Ny = 5$ e $\lambda = 4$.

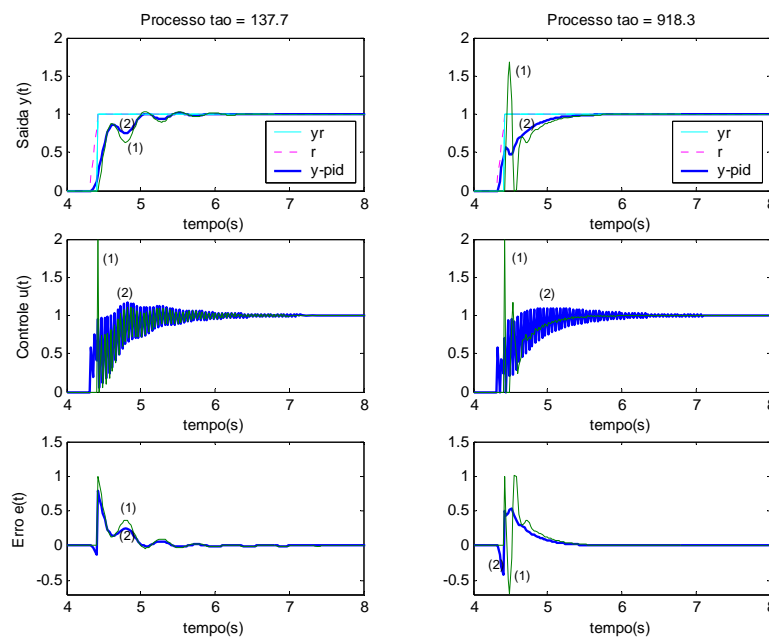


Figura 5.23 Resposta temporal do controlador PID com aproximação GPC: usando propriedade antecipativa, processo oscilatório.

Na figura (5.23), (1) corresponde a resposta em malha fechada quando não é incorporada a propriedade antecipativa e (2) a resposta em malha fechada quando é incorporada esta propriedade. Observa-se a diferença das respostas, principalmente quando o processo a controlar corresponde a $\tau = 918.3$. O problema do *proportional e derivative kick* próprio dos controladores PID é solucionado quando é usada a nova referência $r(t)$.

5.3.2 Processo de Fase Não-Mínima

O processo linear e de fase não-mínima corresponde a função de transferência da equação (5.3). Para o estudo de robustez, assume-se que os controladores são projetados para um processo de fase não-mínima de segunda ordem, equação (5.4), com período de amostragem $T_s = 34 \text{ ms}$. A seguir, apresentam-se os resultados da sintonia dos controladores PID via projeto GPC. Os principais aspectos da sintonia do controlador I+PD via projeto GPC usando a estrutura *RST* e a sintonia do controlador PID em equações de estado, via aproximação GPC são apresentados de forma resumida na tabela (5.4). Posteriormente, são discutidos os resultados mais relevantes de cada configuração.

Tabela 5.4 Resultado das configurações de malha PID, sintonia via projeto GPC para o processo de fase não-mínima.

Configuração de Malha	Parâmetros de Projeto para Sintonia	Comportamento Servo	Comportamento Regulatório
I + PD	<ul style="list-style-type: none"> - Usado para a sintonia a estrutura RST do controlador GPC. - Parâmetros de projeto: $20 \leq N_y \leq 40$, $N_u = 1$ e $4 \leq \lambda \leq 20$. - Com $N_y = 20$ e $N_u = 1$, só para valores de $\lambda \geq 3$ é possível obter estabilidade da resposta em malha fechada. - $K_c = f(N_y, \lambda)$, $T_i = f(N_y)$ e $T_d = f(N_y)$. - Parâmetros de sintonia calculados nos intervalos: $0.34 \leq K_c \leq 1.4$ $0.386 \leq T_i \leq 0.396$ $0.093 \leq T_d \leq 0.098$ 	<ul style="list-style-type: none"> - Para o mesmo valor de N_y, um valor menor de λ permite obter uma resposta estável em malha fechada, quando comparado com o controlador GPC. - O desempenho do controlador é pior com o aumento de N_y. - Com o incremento de λ, o ITAEN diminui (exceto para $N_y = 20$), a variância da saída e do controle diminui também. - O valor de N_y não é uma limitante para sintonizar os controladores com os valores de λ selecionados. - Melhor desempenho observado para $N_y = 20$ e $\lambda = 80$. Especificações obtidas: $t_{s_{mf}} = 2.4s$ e $OS = 1.85\%$. - Desempenho melhora quando é introduzida a propriedade antecipativa através do uso da referência $r(t)$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Observa-se um melhor desempenho quando comparado com o controlador GPC. - O desempenho do controlador é melhorado a medida que λ aumenta, e N_y diminui. Isto acontece, tanto para rejeição de perturbação tipo degrau como para atenuação de ruído branco.

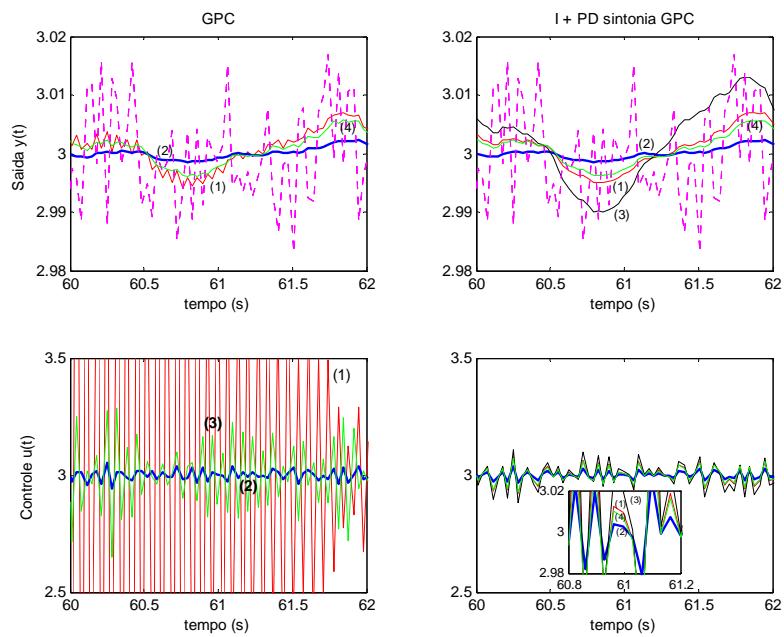
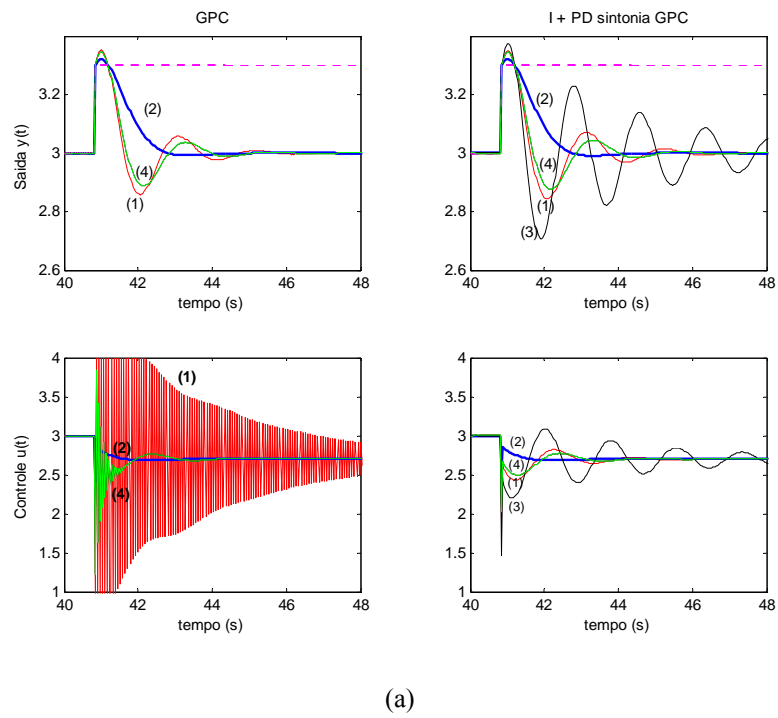
<p style="text-align: center;">PID</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Usado para a sintonia equações de estado e aproximação GPC. - Para ter um controlador estável: $\frac{u(k)}{\tilde{u}(k)} = \frac{\bar{b}_0}{\bar{b}_0 + \bar{b}_1}$ - Parâmetros de projeto: $20 \leq Ny \leq 100$, $Nu = 1$ e $2.5 \times 10^4 \leq \lambda \leq 2 \times 10^5$. - Com $Ny = 20$ e $Nu = 1$, só para valores de λ com ordem de magnitude 1×10^4 é possível obter estabilidade da resposta em malha fechada. - $Kc = f(Ny, \lambda)$, $Ti = f(Ny)$ e $Td = f(Ny)$. - Parâmetros de sintonia calculados nos intervalos: $-0.13 \leq Kc \leq -0.017$ $0.35 \leq Ti \leq 0.416$ $0.079 \leq Td \leq 0.090$ 	<ul style="list-style-type: none"> - Melhor desempenho quando comparado com o controlador I+PD via sintonia GPC. Neste estudo de caso, o problema <i>proportional e derivative kick</i> não é crítico, os limites de saturação no controle não são superados. - A medida que Ny aumenta, o ITAEN diminui e a variância da saída e do controle aumenta. Para Ny igual a 35 e 40 a variação dos índices de desempenho em função de λ é pouco significativa. - A medida que λ aumenta o ITAEN aumenta e a variância da saída e do controle diminui. - Melhor desempenho observado para $Ny = 40$ e $\lambda = 2 \times 10^5$. Especificações obtidas: $t_{s_{mf}} = 2s$ e $OS = 2.07\%$. - Desempenho melhora quando é introduzida a propriedade antecipativa através do uso da referência $r(t)$, conseguindo diminuir notoriamente o tempo de acomodação. 	<ul style="list-style-type: none"> - Melhor desempenho quando comparado com o controlador I+PD via sintonia GPC. - Para rejeição de perturbação o incremento de λ e a diminuição de Ny se traduz num incremento do IAEN e da variância da saída, porém diminuição da variância do controle. - Para atenuação de ruído branco o desempenho é melhorado com o aumento de λ e a diminuição de Ny. Igual ao comportamento servo, observa-se pouca variação do parâmetro λ para Ny igual a 35 e 40.
---	--	--	---

5.3.2.1 Resultados para a Sintonia do Controlador I+PD Usando a Estrutura RST

Com a seleção do horizonte de predição da saída por $Ny \geq t_r/T_s$, tem-se para o estudo de caso $Ny \geq 20$ e o horizonte de controle como $Nu = 1$. Quando se controla o processo de fase não-mínima de terceira ordem, para valores de $\lambda \geq 3$ é possível obter estabilidade da resposta em malha fechada, isto para um horizonte de predição de saída $Ny = 20$ e para um horizonte de controle $Nu = 1$. Conforme mencionado na tabela (5.4), para o mesmo valor de Ny , um valor menor de λ permite obter uma resposta estável em malha fechada, quando comparado com o controlador GPC. Por exemplo, no controlador I+PD sintonia GPC, com $Ny = 30$ o valor mínimo de λ para estabilizar o processo é $\lambda = 5$, enquanto que para o controlador GPC este valor é $\lambda = 70$.

Em relação ao comportamento servo, o melhor desempenho observado é para os parâmetros de sintonia $Ny = 20$ e $\lambda = 80$. Ainda que o tempo de acomodação em malha fechada seja maior que o tempo em malha aberta (neste caso $t_{s_{mf}} = 2t_{s_{ma}}$) o sobre-sinal é menor de 3%. Os resultados mais interessantes, correspondem ao comportamento regulatório, onde o controlador I+PD via sintonia GPC apresenta um melhor desempenho quando comparado com o controlador GPC.

Na figura (5.24) mostra-se a resposta temporal em malha fechada para: (a) rejeição de perturbação tipo degrau e (b) atenuação de ruído branco. Os sinais estão identificados por: (1) $Ny = 20$ e $\lambda = 20$, (2) $Ny = 20$ e $\lambda = 80$, (3) $Ny = 30$ e $\lambda = 20$, (4) $Ny = 30$ e $\lambda = 80$. Semelhante ao comportamento servo, a melhor resposta obtida corresponde a $Ny = 20$ e $\lambda = 80$. Observa-se um desempenho adequado do controlador I+PD via sintonia GPC quando comparado com o controlador GPC, principalmente para $Ny = 20$ e $\lambda = 20$.



(b)
 Figura 5.24 Resposta temporal dos controladores GPC e I+PD via projeto GPC: comportamento regulatório e processo de fase não-mínima.

5.3.2.2 Resultados para Sintonia do Controlador PID em Equações de Estado via Aproximação GPC

Conforme demonstrado o controlador PID via aproximação GPC inclui na lei de controle o polinômio $\bar{B}(z^{-1})$ do processo de fase não-mínima, ocasionando instabilidade no controle. A solução está em substituir a relação $u(k)/\tilde{u}(k)$ por um ganho unitário, isto é,

$$\frac{u(k)}{\tilde{u}(k)} = \frac{\bar{b}_0}{\bar{b}_0 + \bar{b}_1 z^{-1}} = \frac{\bar{b}_0}{\bar{b}_0 + \bar{b}_1} \quad (5.11)$$

Usando o horizonte de predição da saída no intervalo $20 \leq N_y \leq 40$, o modelo do processo da equação (5.5), e definindo a ponderação de estados como $\bar{\delta} = 1$, o produto matricial $(A_0 B)^T \bar{\delta} (A_0 B)$ da equação (4.80) tem magnitude de 1×10^4 a 1×10^5 . Para que o parâmetro λ , que pondera o controle, seja significativo, é escolhido no intervalo $2.5 \times 10^4 \leq \lambda \leq 2 \times 10^5$. A figura (5.25) apresenta os valores de K_c, T_i e T_d para variação de N_y e λ .

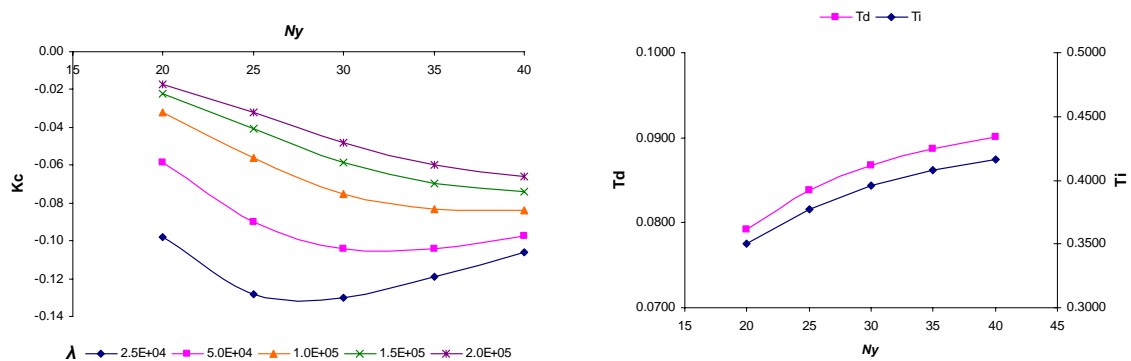


Figura 5.25 Parâmetros do controlador PID via aproximação GPC como função de N_y e λ : processo de fase não-mínima.

Observe que para este estudo de caso, o ganho proporcional K_c tem sinal negativo. A tendência da magnitude de K_c é aumentar na medida que N_y aumenta (exceto para λ igual a 2.5×10^4 e 5×10^4) e aumentar na medida que λ diminui. A tendência da constante de tempo integral T_i e derivativa T_d é aumentar para aumento de N_y .

Conforme discutido na tabela (5.4), em relação ao comportamento servo, para os intervalos dos parâmetros selecionados, um desempenho adequado é observado para $N_y = 40$ e $\lambda = 2 \times 10^5$. Novamente, o desempenho é melhor quando é introduzida a propriedade antecipativa através do uso da referência $r(t)$, conseguindo diminuir o tempo de acomodação. Na figura (5.26) se ilustra a resposta temporal, quando são usados diferentes valores de N_y e λ , identificados por: (1) $N_y = 20$ e $\lambda = 2.5 \times 10^4$, (2) $N_y = 20$ e $\lambda = 1 \times 10^5$, (3) $N_y = 30$ e $\lambda = 2 \times 10^5$, (4) $N_y = 40$ e $\lambda = 2 \times 10^5$.

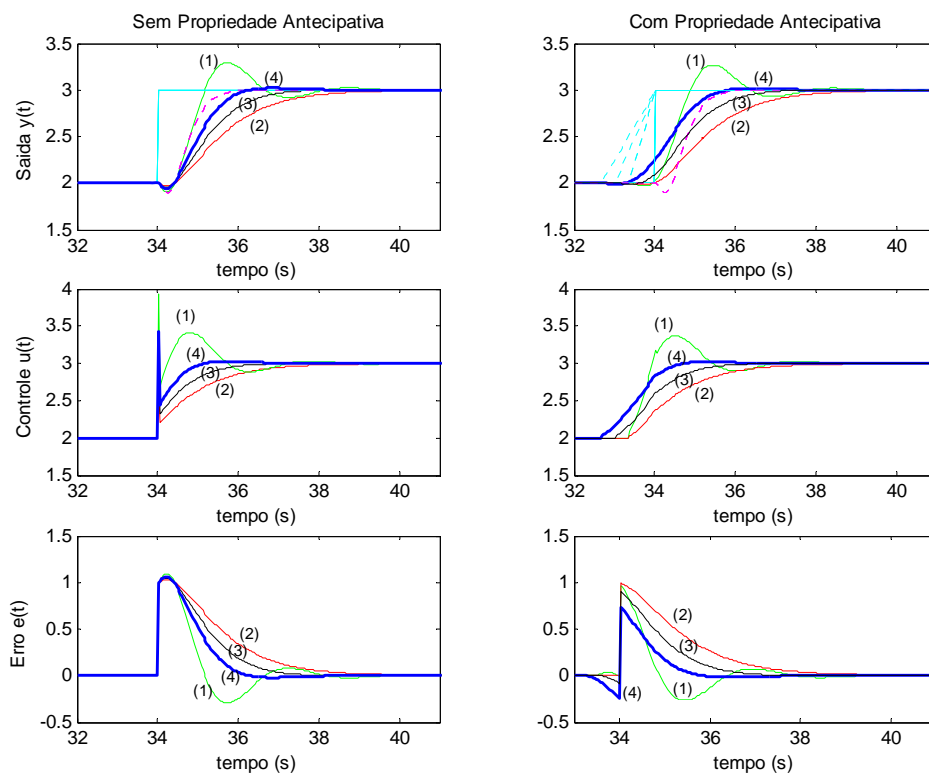


Figura 5.26 Resposta temporal do controlador PID aproximação GPC: comportamento servo, processo de fase não-mínima.

A melhor resposta obtida corresponde a dinâmica (4), o tempo de acomodação em malha fechada é aproximadamente 2s quase igual ao tempo em malha aberta que é 1.8s e o sobre-sinal é menor que 3%. Quando é incluída a propriedade antecipativa, o problema *proportional* e *derivative kick* é solucionado, além disso, o tempo de acomodação diminui.

5.3.3 Avaliação de Estabilidade Robusta Sintonia PID via Projeto GPC

Nesta seção é avaliada a estabilidade robusta da sintonia PID via projeto GPC para o processo oscilatório e o processo de fase não-mínima. Assume-se que a variável de controle não é limitada. A avaliação de estabilidade robusta é definida pela restrição de magnitude da função de sensibilidade complementar $T(j\omega)$, expressa na equação (5.8).

5.3.3.1 Avaliação de Estabilidade Robusta para o Processo Oscilatório

Para definição da magnitude da função de sensibilidade complementar $|T(j\omega)|$ e da magnitude da ponderação $|W_I(j\omega)|$, relacionada com a incerteza multiplicativa, assume-se que o processo real corresponde a função de transferência da equação (5.1) com $\tau = 918.3$, e que o controlador é projetado para $\tau = 137.7$, conforme mencionado na seção (5.3.1). A seguir, apresentam-se os resultados obtidos para as duas sintonias via projeto GPC discutidas neste trabalho.

A avaliação de estabilidade robusta é realizada para variação dos parâmetros de projeto N_y e λ que determinam os ganhos K_c, T_i e T_d do controlador I+PD via sintonia GPC e do controlador PID via aproximação GPC. A figura (5.27) corresponde à avaliação de estabilidade robusta de ambos os controladores: (a) $N_y = 5$ e diferentes valores de λ , com funções de sensibilidade complementar identificadas por (1) $\lambda = 0$, (2) $\lambda = 4$, (3) $\lambda = 20$, (4) $\lambda = 60$ e (5) $\lambda = 100$; (b) $\lambda = 12$, e diferentes valores de N_y , com funções de sensibilidade complementar identificadas por (1) $N_y = 5$, (2) $N_y = 6$, (3) $N_y = 7$, (4) $N_y = 8$ e (5) $N_y = 9$.

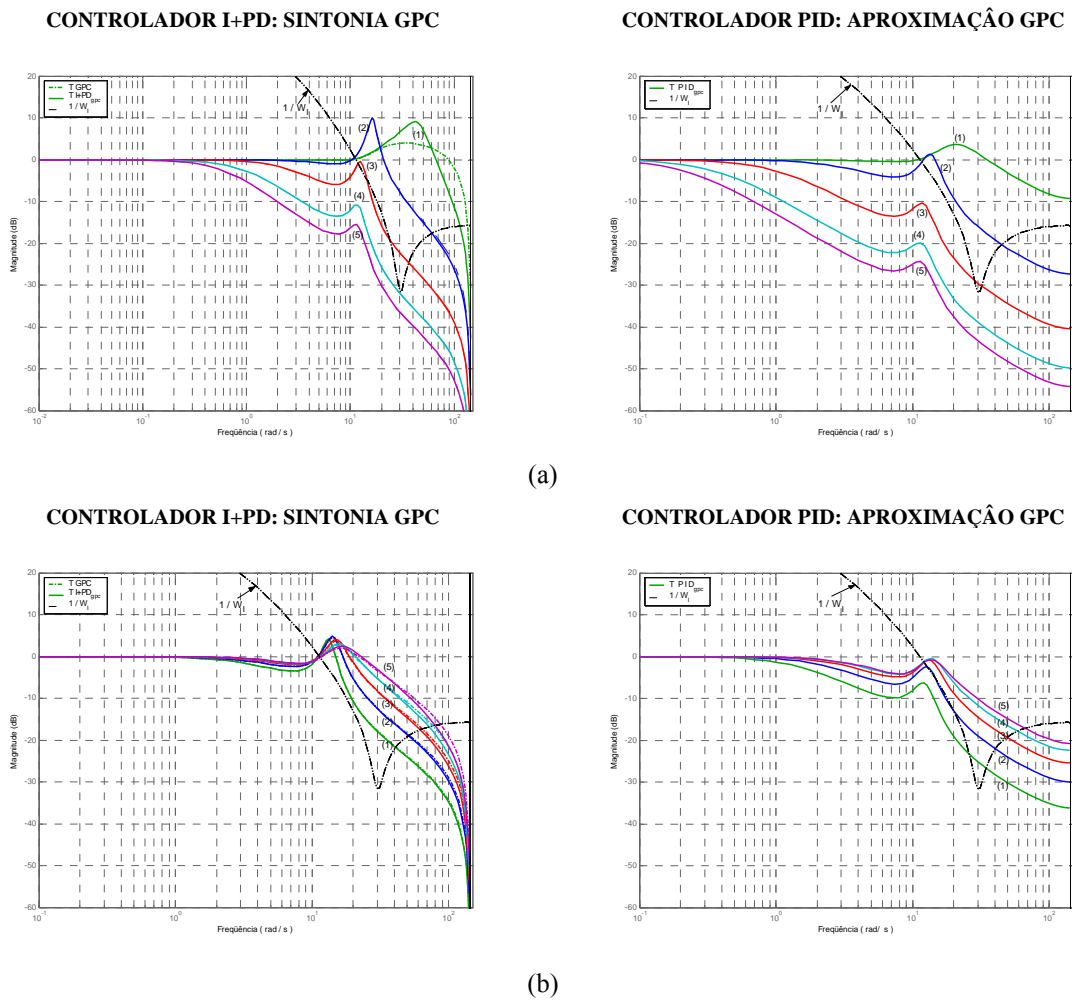


Figura 5.27 Avaliação da estabilidade robusta para o controlador I+PD via sintonia GPC e controlador PID via aproximação GPC: processo oscilatório.

Na figura (5.27-a), pode ser analisado o efeito do parâmetro λ na robustez dos controladores. Observa-se que a robustez é melhorada quando λ é incrementado, o que significa um menor esforço de controle. Para o controlador I+PD via sintonia GPC, observa-se que para $\lambda=0$, a diferença da função de magnitude $|T(j\omega)|$ em relação ao controlador GPC é notória. Esta diferença diminui na medida em que λ aumenta. Na figura (5.27-b) onde é analisado o efeito do horizonte de previsão da saída N_y na robustez dos controladores, observa-se que quando N_y aumenta, a robustez do controlador é danificada.

Aplicando o teorema de estabilidade robusta, pode-se concluir que o controlador I+PD via sintonia GPC tem estabilidade robusta similar a do controlador GPC, exceto para $N_y = 5$ e $\lambda = 0$. Conclui-se também que o controlador PID via aproximação GPC é mais robusto se comparado com o controlador I+PD via sintonia GPC.

5.3.3.2 Avaliação de Estabilidade Robusta para o Processo de Fase Não-Mínima

Para definição da função de magnitude da sensibilidade complementar $|T(j\omega)|$ e da magnitude da função de ponderação $|W_I(j\omega)|$, assume-se que o processo real corresponde ao processo de fase não-mínima de terceira ordem, equação (5.3) e que o controlador é projetado para o processo de fase não-mínima de segunda ordem, equação (5.4) conforme mencionado na seção (5.3.2). A seguir, apresentam-se os resultados obtidos.

Controlador I+PD via Sintonia GPC usando a Estrutura RST. A avaliação de estabilidade robusta é realizada para variação dos parâmetros de projeto N_y e λ . A figura (5.28) corresponde a avaliação de estabilidade robusta, onde as funções $T(j\omega)$ estão identificadas por: (1) $N_y = 20$ e $\lambda = 20$, (2) $N_y = 20$ e $\lambda = 40$ (3) $N_y = 20$ e $\lambda = 80$, (4) $N_y = 30$ e $\lambda = 20$, (5) $N_y = 30$ e $\lambda = 80$ e (6) $N_y = 40$ e $\lambda = 80$.

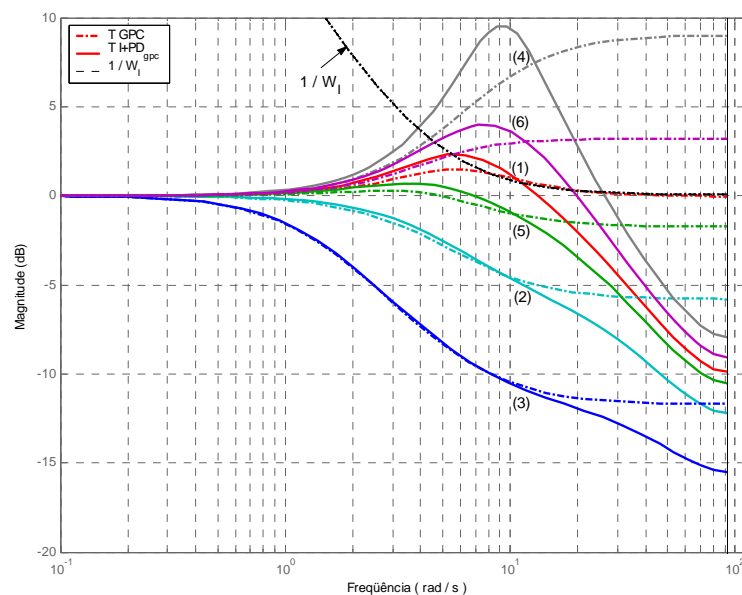


Figura 5.28 Avaliação da estabilidade robusta para o controlador I+PD via sintonia GPC: processo de fase não-mínima.

Observa-se que a robustez dos controladores GPC e I+PD via sintonia GPC é melhor quando λ aumenta e diminui na medida que N_y aumenta. O intervalo de frequência onde os controladores GPC e I+PD via sintonia GPC apresentam um comportamento similar é maior a medida que λ aumenta. Este intervalo é reduzido com o incremento de N_y .

Para os valores dos parâmetros de projeto Ny e λ onde as funções de sensibilidade complementar dos controladores são diferentes, pode-se concluir que o controlador GPC é mais robusto quando comparado com o controlador I+PD via sintonia GPC.

Controlador PID em Equações de Estado via Aproximação GPC. A avaliação de estabilidade robusta é realizada para variação dos parâmetros de projeto Ny e λ . A figura (5.29-a) corresponde à avaliação de estabilidade robusta para $Ny = 20$ e para variação de λ , onde as funções $T(jw)$ estão identificadas por: (1) $\lambda = 2.5 \times 10^4$, (2) $\lambda = 5 \times 10^4$, (3) $\lambda = 1 \times 10^5$, (4) $\lambda = 1.5 \times 10^5$ e (5) $\lambda = 2 \times 10^5$. A figura (5.29-b) corresponde a avaliação de estabilidade robusta fixando $\lambda = 2 \times 10^5$ e para variação de Ny , onde as funções $T(jw)$ estão identificadas por: (1) $Ny = 20$, (2) $Ny = 25$, (3) $Ny = 30$, (4) $Ny = 35$ e (5) $Ny = 40$.

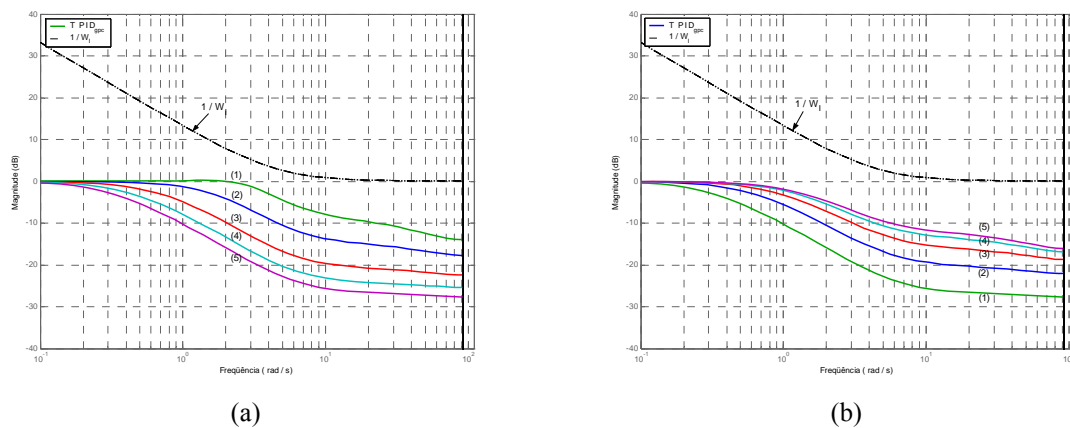


Figura 5.29 Avaliação de estabilidade robusta para o controlador PID via aproximação GPC: processo de fase não-mínima.

Igual que no caso do controlador I+PD via sintonia GPC, observa-se que a robustez do controlador é melhorada a medida que λ aumenta e diminui quando Ny aumenta. Ainda que os valores de λ utilizados nesta sintonia sejam notoriamente diferentes, em relação ao controlador I+PD, pode-se dizer que esta sintonia é mais robusta.

5.4 Conclusão

Neste capítulo avaliou-se o desempenho do comportamento servo e regulatório dos controladores PID sintonizados via os projetos GMV e GPC apresentados nos capítulos 3 e 4. Como estudos de caso, dois processos lineares monovariáveis considerados sistemas benchmark na literatura de controle de processos foram analisados.

O desempenho das diferentes configurações de malha PID analisou-se para variação dos parâmetros de projeto próprios de cada sintonia. A avaliação foi feita através dos indicadores de desempenho ITAEN, IAEN, variâncias da saída e do controle.

Para cada técnica de sintonia foi avaliada a estabilidade robusta dos controladores PID, para incertezas paramétricas (processo oscilatório) e incertezas estruturais (processo de fase não-mínima).

Capítulo 6

Resultados de Simulação com o CLP

6.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas as especificações técnicas do CLP IndraControl L40 da Rexroth-Bosch, as considerações para a implementação dos algoritmos de sintonia e os resultados experimentais para dois estudos de caso práticos: processo oscilatório e processo de fase não-mínima. Estes são implementados em modelos eletrônicos analógicos, e conforme mencionado no capítulo 5, são considerados sistemas benchmark na literatura de controle de processos (Åström e Hägglund, 2000a).

6.2 Características do CLP IndraControl L40

Nesta seção são descritas brevemente as especificações técnicas de hardware e software do CLP L40 usado para a implementação dos algoritmos de controle e de sintonia. Informações adicionais podem ser encontradas no manual do equipamento.

O IndraControl L40 é um Controlador Lógico Programável (CLP) utilizado para aplicações lógicas (sistemas digitais) e para aplicações analógicas (tempo contínuo), dependendo das necessidades do projeto. Na forma padrão possui 8 entradas e 8 saídas digitais, expansíveis através dos módulos I/O Rexroth Inline. Também estão os módulos AI e OI de saídas e entradas analógicas. A tabela (6.1) ilustra algumas características técnicas do IndraControl L40.

Tabela 6.1 Especificações técnicas do CLP IndraControl L40.

Processador	National Geode SC1200 (266 MHz)
Memória	32 Mbytes DRAM – 64 Kbytes NvRam
Interface para módulos funcionais	Bosch Rexroth PC104
Interface para I/O	Rexroth Inline Interface
Interfaces de Comunicação	Ethernet (RJ 45, 10/100 Base-T) Serial – RS 232

	Profibus DP
Entradas e Saídas	8 entradas digitais 8 saídas digitais
Tensão nominal de operação	24 VDC

O CLP L40 possui um tempo de processamento de aproximadamente de 70 μ s, em torno de 1000 comandos em lista de instrução (*Instruction List - IL*) e pode realizar até 16 tarefas (*tasks*) simultaneamente. Os controladores implementados ocupam menos da capacidade de memória mencionada e os períodos de amostragem usados são superiores ao tempo de processamento. Assim, as limitantes computacionais para a implementação dos algoritmos são eliminadas.

Para comunicação do micro com o Indracontrol L40 seleciona-se a interface de comunicação Ethernet, já que permite a possibilidade de acessar o controlador desde qualquer micro conectado à mesma rede local.

O software IndraWorks utilizado para a programação e configuração possui as seguintes linguagens de programação: texto estruturado (*Structured Text - ST*) e as linguagens gráficas, (*Sequential Function Chart - SFC*), (*Function Block Diagram - FBD*) e (*Ladder Diagram LD*).

Para o projeto foi definido como linguagem de programação o texto estruturado. Entre as principais motivações estão a semelhança com as linguagens Pascal, C, Fortran e inclusive com o Matlab (programa usado nas simulações), e o interesse por parte da WEG Automação.

O software IndraWorks, fornecido junto com o equipamento, é um software amigável e flexível, que além de permitir visualizar as variáveis do processo em tempo real, permite salvar os dados em formato ASCII para seu posterior estudo em programas como Matlab.

6.3 Funções e Implementação

Os algoritmos de sintonia são implementados para processos modelados pelas equações a diferenças

$$(1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2})y(k) = (b_0 + b_1z^{-1})u(k-1) \tag{6.1}$$

$$(1 + a_1z^{-1})y(k) = b_0u(k - km - 1) \tag{6.2}$$

O modelo da equação (6.1) é usado para a maioria das sintonias via projeto GMV e projeto GPC, a exceção da sintonia GMV dos controladores PID com filtro e PID com ganho proporcional Kc variável, onde o processo de fase não-mínima é modelado usando a equação (6.2).

O módulo de entrada analógica *AI (Analog Input)* tem resolução de 15 bits e o módulo de saída analógica *AO (Analog Output)* tem resolução de 16 bits. Estes trabalham com tensão ou corrente, limitados entre 0 e 10 V e 0 e 20 mA, respectivamente. Nos modelos eletrônicos digitais, as variáveis de processo e de controle são sinais de tensão. A variável de controle é limitada por $0V \leq u(t) \leq 10V$ e a variável de processo corresponde a resposta em malha fechada para variações de referência entre 1 e 3 V.

Os algoritmos de sintonia e de controle são desenvolvidos fazendo uso de funções criadas usando o software de programação IndraWorks. Este software permite resolver operações entre escalares, tais como soma, subtração, multiplicação, divisão, entre outras, ver figura (6.1). A partir destas operações é possível criar funções mais complexas que permitem resolver equações polinomiais e realizar operações matriciais. A seguir, são apresentadas as estruturas dos programas raiz e são explicadas algumas das funções usadas para implementação dos algoritmos de controle e de sintonia, via projetos GMV e GPC.

in ST	in AWL	Mod. AWL	Description			
	(The value following the bracket is handled as operand, the operation before the bracket is not executed before the expression in the brackets.			
)		Now execute the operation which has been set back	TRUNC(in)	TRUNC	Conversion from REAL to INT
				ABS(in)	ABS	Absolut value of operand in
AND	AND	N,(Bitwise AND	SQRT(in)	SQRT	Square root of operand in
OR	OR	N,(Bitwise OR	LN(in)	LN	Natural logarithm of operand in
XOR	XOR	N,(Bitwise exclusive OR	LOG(in)	LOG	Logarithm of operand in, base 10
NOT	NOT		Bitwise NOT	EXP(in)	EXP	Exponential function of operand in
+	ADD	(Addition	SIN(in)	SIN	Sine of operand in
-	SUB	(Subtraction	COS(in)	COS	Cosine of operand in
*	MUL	(Multiplication	TAN(in)	TAN	Tangent of operand in
/	DIV	(Division	ASIN(in)	ASIN	Arc sine of operand in
>	GT	(Greater than	ACOS(in)	ACOS	Arc cosine of operand in
>=	GE	(Greater or equal	ATAN(in)	ATAN	Arc tangent of operand in
=	EQ	(Equal	EXP2(in,expt)	EXPT2	Exponentiation of operand in with expt
<>	NE	(Not equal			
<=	LE	(Less or equal			
<	LT	(Less than			
MOD(in)	MOD		Modulo Division			

Figura 6.1 Operadores matemáticos disponíveis no software de programação IndraWorks.

6.3.1 Funções e Implementação da Sintonia PID via Projeto GMV

Nesta seção apresenta-se a estrutura do programa raiz utilizado para a implementação do algoritmo de sintonia PID via projeto GMV, para o processo de fase não-mínima. Assim, como a definição das principais funções usadas a figura (6.2) corresponde a estrutura do programa raiz desenvolvido no software IndraWorks do CLP L40 e a tabela (6.2) a algumas das funções usadas na implementação.

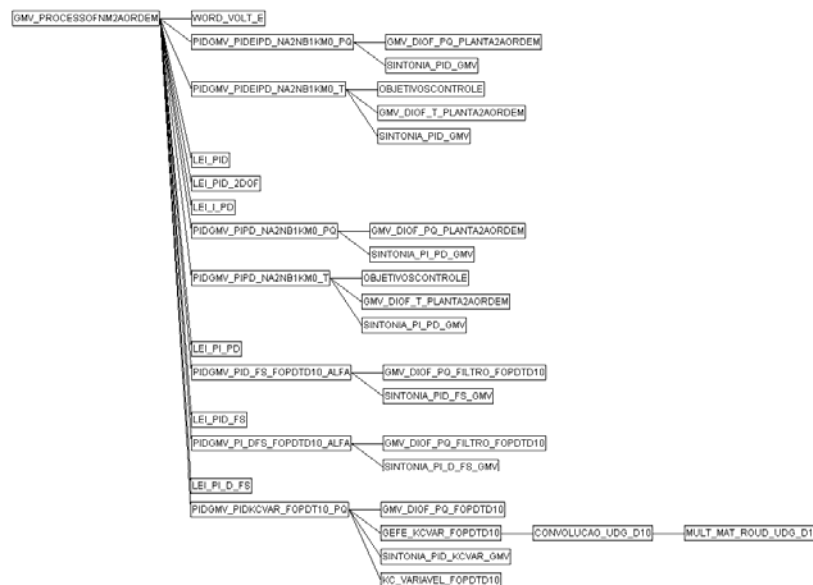


Figura 6.2 Estrutura do programa de implementação da sintonia PID via projeto GMV em CLP.

Tabela 6.2 Funções usadas na implementação da sintonia PID via projeto GMV no CLP L40.

Função	Definição
LEI_PID(e, K_c, T_i, T_d, T_s)	Lei de controle PID, sendo conhecidos o erro, os parâmetros de sintonia K_c , T_i e T_d e o período de amostragem T_s .
LEI_I_PD($y_r, y, K_c, T_i, T_d, T_s$)	Lei de controle I+PD, sendo conhecidos a referência, a variável do processo, os parâmetros de sintonia e o período de amostragem.
LEI_PID_2DOF($y_r, y, \epsilon, \beta, K_c, T_i, T_d, T_s$)	Cálculo da lei de controle PID de dois graus de liberdade com compensação tipo feedforward, conhecendo a referência, a variável do processo, os novos parâmetros de sintonia ϵ e β , além dos parâmetros K_c , T_i e T_d .
LEI_PID_FS($y_r, y, du, \alpha, K_c, T_i, T_d, T_s$)	Cálculo da lei de controle PID com filtro na saída, conhecendo a referência, a saída, o incremento

	de controle, o parâmetro α do filtro e os parâmetros de sintonia.
PIDGMV_PIDeIPD_na2nb1km0_PQ(A,B,d,Ts,P,Q)	Sintonia dos controladores PID e I+PD via projeto GMV, para processos com $na=2$, $nb=1$ sem atraso de transporte e para polinômios de projeto P e Q conhecidos.
PIDGMV_PIDeIPD_na2nb1km0_T(A,B,d,Ts,vezes_ma,tao_ma,OS)	Sintonia dos controladores PID e I+PD via projeto GMV, para processos com $na=2$, $nb=1$ sem atraso de transporte e conhecendo as especificações de projeto: OS e t_{smf} .
PIDGMV_PID_FS_FOPDTd10_alfa(A,B,d,Ts,alfa,Q)	Sintonia do controlador PID com filtro na saída, para o processo de primeira ordem, com atraso total $d=10$, conhecendo o polinômio de projeto Q e o parâmetro α do filtro.
PIDGMV_PIDKcvar_fopdt10_PQ(A,B,d,Ts,P,Q,Un,Ud,Kc_var)	Sintonia do controlador PID com Kc variável, para o processo de primeira ordem com atraso total $d=10$, conhecendo os polinômios de projeto P , Q , Un e Ud .
GMV_diof_PQ_planta2aordem(A,B,d,P,Q)	Solução da equação polinomial $P=\Delta AE + z^{-d}S$ e cálculo de $R = BE + Q$. Para processo com $na=2$, $nb=1$ e $d=1$.
GMV_diof_PQ_filtro_FOPDTd10(A,B,d,alfa,Q)	Solução da equação polinomial $Pn = \Delta APdE + z^{-d}S$ e cálculo de $R = BE + Q$. Para o processo de primeira ordem com atraso total $d=10$. Conhecendo o polinômio de projeto Q e o parâmetro do filtro α .
GeFe_Kcvar_FOPDTd10(A,B,d,S,R,Ud,Un)	Solução das equações polinomiais $Re = UdR - Unz^{-d}B$ e $Se = UdS - Un\Delta A$. Para processo de primeira ordem com atraso total $d=10$. Conhecendo os polinômios R , S e os parâmetros de projeto Un e Ud .

6.3.2 Funções e Implementação da Sintonia PID via Projeto GPC

Nesta seção apresenta-se a estrutura do programa raiz utilizado para a implementação do algoritmo de sintonia PID via projeto GPC, para o processo oscilatório, e a definição das principais funções usadas. A figura (6.3) corresponde a estrutura do programa raiz e a tabela (6.3) as funções usadas.

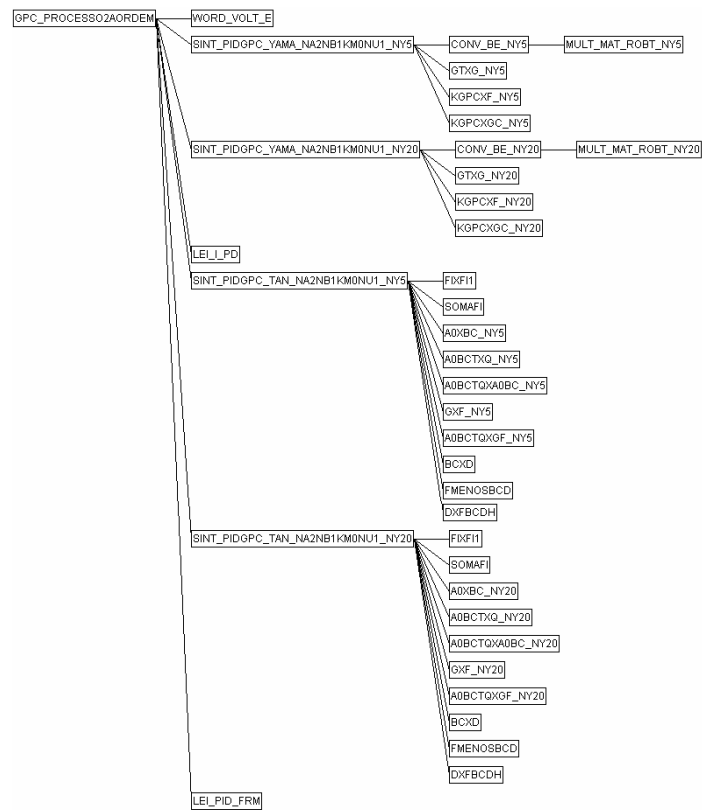


Figura 6.3 Estrutura do programa de implementação da sintonia PID via projeto GPC em CLP.

Tabela 6.3 Funções usadas na implementação da sintonia PID via projeto GPC no CLP L40.

Função	Definição
LEI_PID_FRM(e,Kc,Ti,Td,Ts)	Lei de controle PID, implementação com o método FRM (<i>Forward Rectangular Method</i>). Sendo conhecidos o erro, os parâmetros de sintonia K_c, T_i e T_d e o período de amostragem T_s .
Sint_PIDGPC_YAMA_na2nb1km0Nu1_Ny5(lambda,A,B,Ts)	Sintonia do controlador I+PD via projeto GPC usando estrutura RST. Para o processo com $na=2, nb=1$ e atraso de transporte $km=0$. Para horizonte de controle $Nu=1$ e horizonte de predição da saída $Ny=5$. Sendo conhecida a ponderação de controle λ . Esta função permite o cálculo da equação polinomial $I = E_i \Delta A + z^{-i} F_i$ e o cálculo da matriz G e G^T assim como o vetor de ganho do controlador GPC $K_{GPC} = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$.
Conv_BE_Ny5(B,E)	Produto do polinômio B de ordem $nb=1$ com o polinômio E_i . Para $i=1:Ny$.

$K_{gpc} \times F_{Ny5}(K_{gpc}, F)$	Cálculo do produto matricial $K_{GPC}F$, que permite encontrar os coeficientes do polinômio $S = s_0 + s_1z^{-1} + s_2z^{-2}$ para posterior sintonia do controlador I+PD.
$K_{gpc} \times G_c_{Ny5}(K_{gpc}, G_c)$	Cálculo do produto matricial $K_{GPC}G$ que permite encontrar o ganho estático v para posterior sintonia do controlador I+PD.
$Sint_PIDGPC_TAN_na2nb1km0Nu1_Ny5(\lambda, A, B, T_s)$	Sintonia do controlador PID em equações de estado via aproximação GPC. Para o processo com $na=2$, $nb=1$ e atraso de transporte $km=0$. Para horizonte de controle $Nu=1$ e horizonte de previsão da saída $Ny=5$. Sendo conhecida a ponderação de controle λ . Esta função permite o cálculo das matrizes F , B , G e A_0 , do vetor de ganhos K_{GPC} e os parâmetros de sintonia K_c , T_i e T_d .
$FixFi1(F1, F1)$	Produto matricial $F_i F_{i-1}$ para posterior cálculo de F^T com $i=0:Ny-1$.
$somaFi(F1, F0)$	Soma das matrizes $F_i + F_{i-1}$ para posterior cálculo de $F^{Ny-1} + F^{Ny-2} + \dots + I$
$A0BctQ \times A0Bc_{Ny5}(A0BctQ, A0Bc)$	Cálculo do produto matricial $(A_0B)^T \delta(A_0B)$ para posterior cálculo de K_{GPC} . Horizonte de controle $Nu=1$ e horizonte de previsão da saída $Ny=5$
$G \times F_{Ny5}(G, F)$	Cálculo do produto matricial GF , para posterior cálculo de K_{GPC} . Horizonte de previsão da saída $Ny=5$.

6.4 Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados experimentais para validação dos algoritmos de sintonia e de controle implementados no CLP L40. São comparadas as respostas temporais obtidas na simulação e na experimentação. Posteriormente, são apresentados os resultados experimentais, para seguimento de referência e rejeição de perturbação tipo degrau.

6.4.1 Resultados Experimentais para o Processo Oscilatório

Na figura (6.4) as respostas em malha aberta do modelo e do processo oscilatório, para uma entrada tipo degrau, são apresentadas.

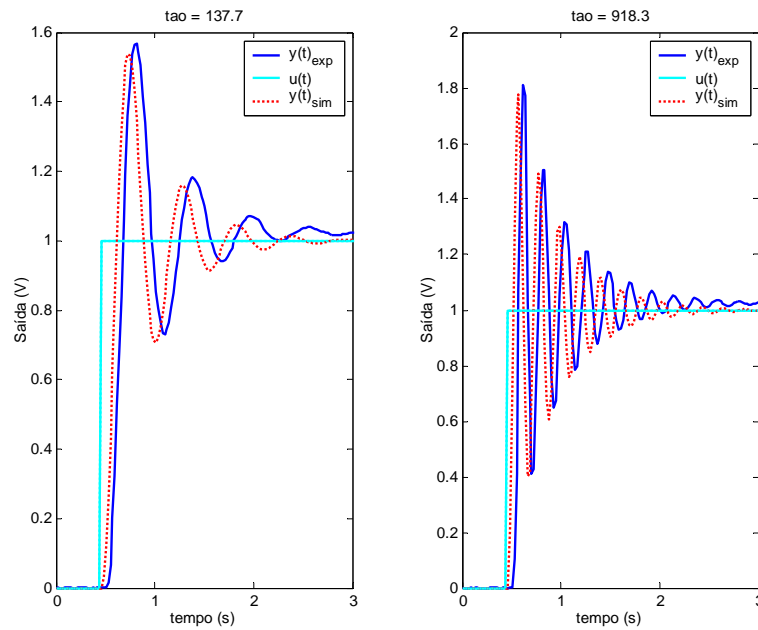


Figura 6.4 Resposta temporal em malha aberta via as simulações numérica e experimental: processo oscilatório.

Ainda que a dinâmica do processo seja bem representada pelo modelo, observam-se diferenças entre o modelo e o processo real, principalmente no ganho do processo. Na figura (6.5) são mostradas as respostas em malha fechada quando se controla o processo oscilatório com $\tau = 137.7$, usando: controladores PID e I+PD via sintonia GMV, com parâmetros de projeto: $P(z^{-1}) = 1 - 0.9z^{-1}$ e $Q(z^{-1}) = 5$; controlador I+PD via sintonia GPC, com parâmetros de projeto $N_y = 5$ e $\lambda = 60$; controlador PID via aproximação GPC, com parâmetros de projeto $N_y = 5$ e $\lambda = 30$.

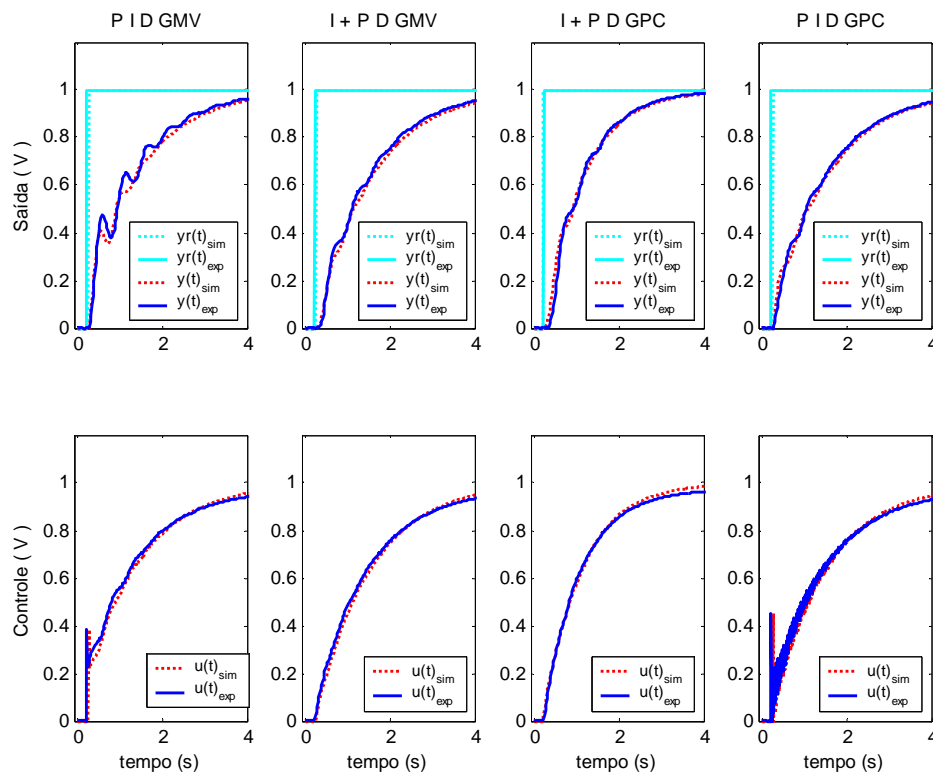


Figura 6.5 Resposta temporal via as simulações numérica e experimental: comportamento servo, processo oscilatório.

Observa-se uma concordância entre as respostas via as simulações numérica e experimental. Na figura (6.6) são comparadas as respostas dos seguintes controladores: I+PD via sintonia GMV com $P(z^{-1})=1 - 0.9z^{-1}$ e $Q(z^{-1})=10$; I+PD via sintonia GPC com $N_y=5$ e $\lambda=60$; PID via aproximação GPC com $N_y=5$ e $\lambda=30$; para seguimento de referência, rejeição da perturbação tipo degrau e mudança do parâmetro τ do processo oscilatório, de 137.7 para $\tau = 918.3$, depois de 20 segundos.

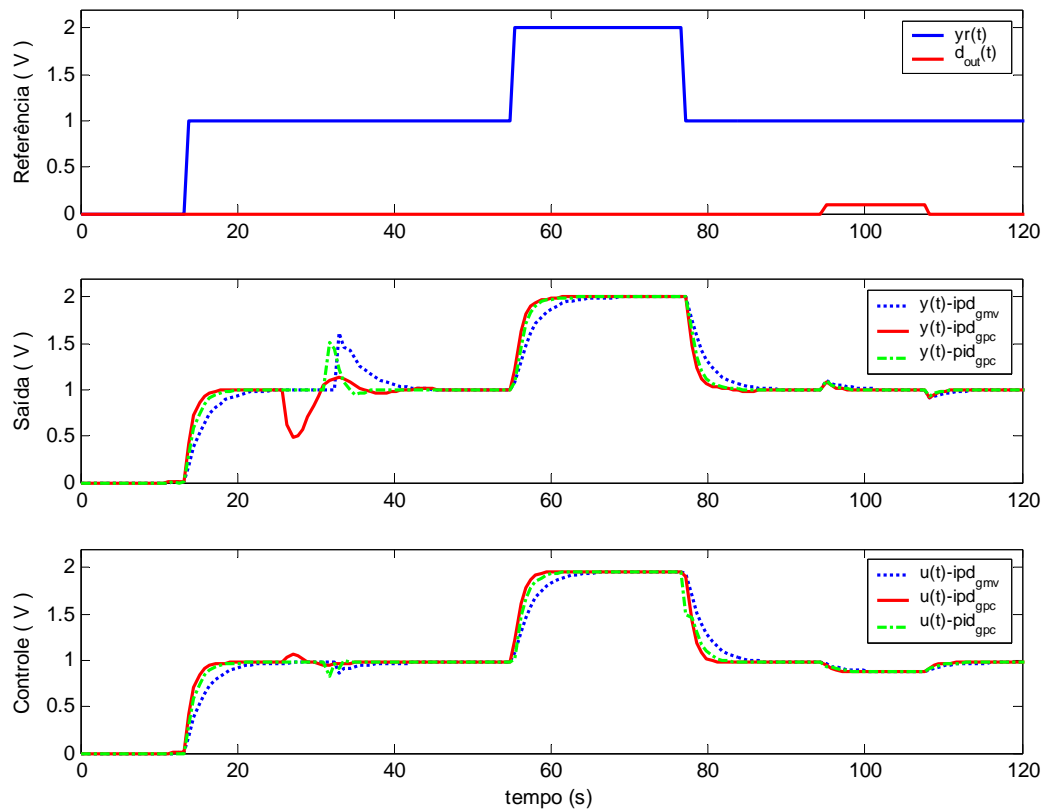


Figura 6.6 Resposta temporal da implementação no CLP L40: comportamentos servo e regulatório, processo oscilatório.

6.4.2 Resultados Experimentais para o Processo de Fase Não-Mínima

Para validar o modelo matemático ao processo é apresentada a resposta em malha aberta do processo de fase não-mínima de terceira ordem, para uma entrada tipo degrau.

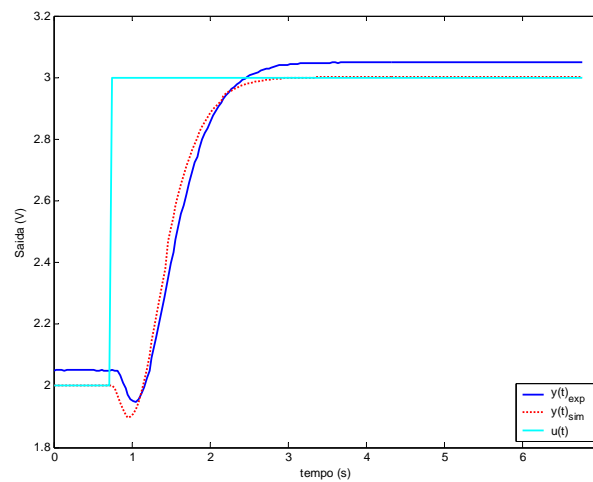


Figura 6.7 Resposta temporal em malha aberta via as simulações numérica e experimental: processo de fase não-mínima de 3ª ordem.

Observa-se uma diferença no ganho do processo e uma concordância na dinâmica do processo. Para validar a implementação dos algoritmos de controle PID e da sintonia GMV e GPC, na figura (6.8) são comparados os resultados de simulação e os resultados experimentais quando são usados: (a) controlador PID com K_c variável sintonia GMV com $P=1$, $Q=20$, $U_n=0$ e $U_d(z^{-1}) = 1-0.9z^{-1}$ e com $U_n=0.2$ e $U_d(z^{-1}) = 1-0.1z^{-1}$; (b) controlador I+PD sintonia GPC com $N_y = 20$ e $\lambda = 80$ e controlador PID via aproximação GPC com $N_y = 20$ e $\lambda = 1 \times 10^5$.

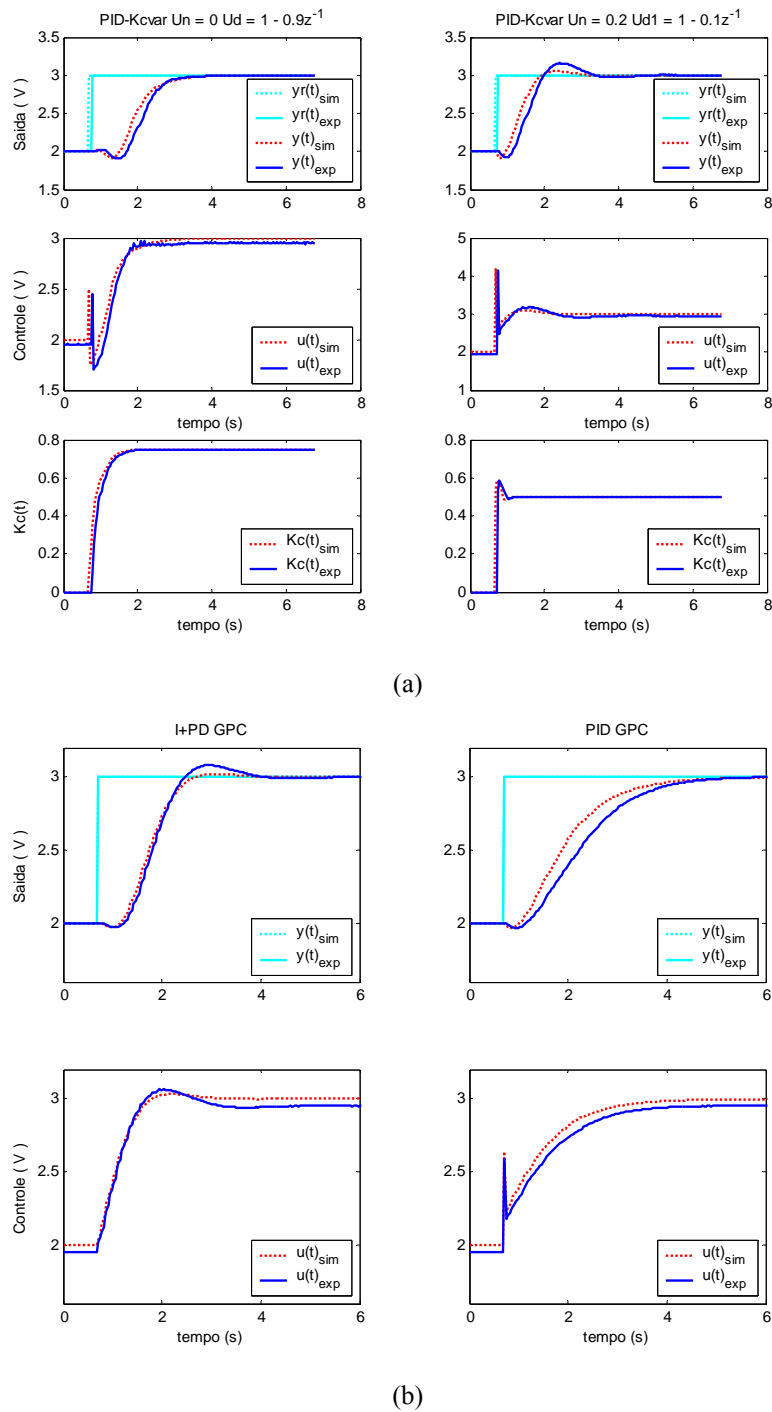


Figura 6.8 Resposta temporal via as simulações numérica e experimental: comportamento servo, processo de fase não-mínima.

Os parâmetros de sintonia K_c , T_i , T_d e inclusive a dinâmica do ganho $K_c(t)$ do controlador PID com K_c variável, obtidos por implementação no CLP L40, são iguais quando comparados com os resultados dos algoritmos implementados em MATLAB.

Ainda que as respostas não sejam idênticas, por causa da diferença entre o modelo e o processo, os resultados da implementação são validados.

Na figura (6.9) é comparada a resposta do controlador PID sintonia GMV com as especificações de desempenho $t_{s_{mf}} = 1.25t_{s_{ma}}$ e $OS = 0\%$ (usadas no projeto), e a resposta do controlador PID com K_c variável, com parâmetros de projeto: $P=1$, $Q=20$, $Un=0.2$ e $Ud(z^{-1}) = 1 - 0.1z^{-1}$. Além disso, apresenta-se a resposta do controlador PID com K_c variável para seguimento de referência e rejeição de perturbação.

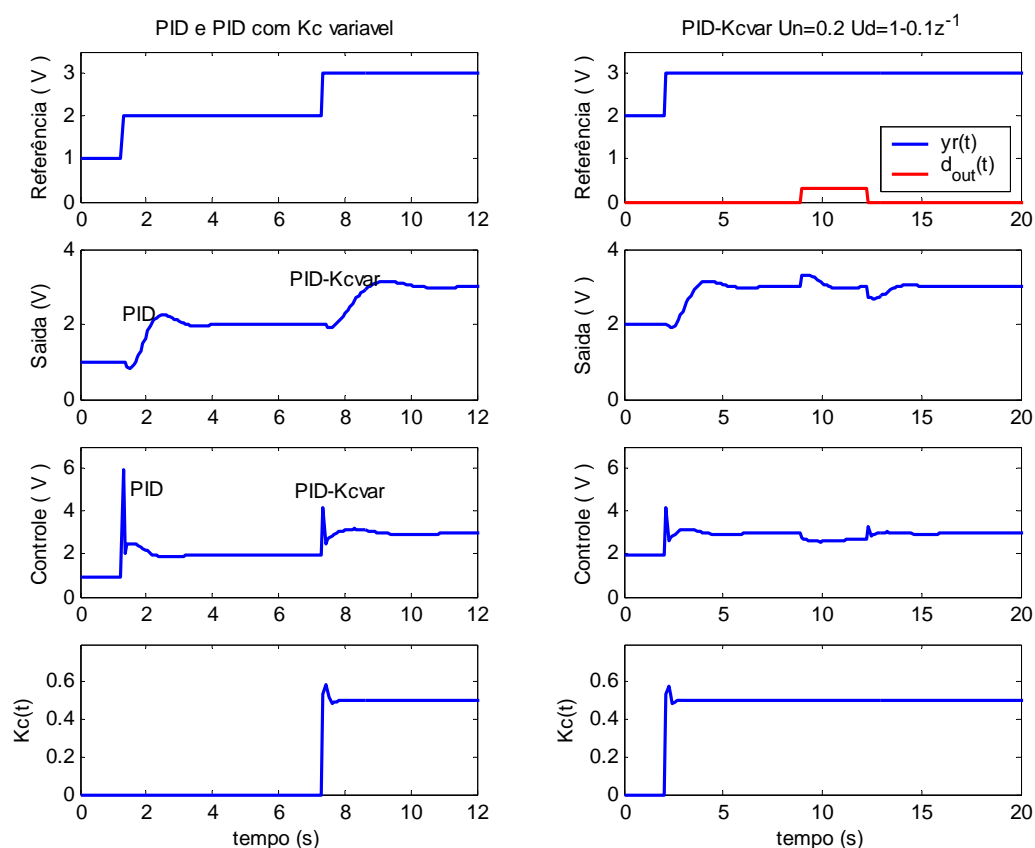


Figura 6.9 Resposta temporal da implementação no CLP L40 para o controlador PID e PID com K_c variável: sintonia GMV e processo oscilatório.

Observa-se que as especificações de seguimento de referência e rejeição de perturbação são atingidas por ambos os controladores. Mostra-se também a dinâmica do ganho proporcional $K_c(t)$ na configuração de malha PID com K_c variável, e a diminuição do efeito *proportional kick* no sinal de controle, quando comparado com a configuração PID com K_c constante.

Na figura (6.10) são comparadas as respostas dos controladores I+PD via sintonia GPC com $N_y=20$ e $\lambda=80$ e PID com aproximação GPC com $N_y=20$ e $\lambda=1 \times 10^5$, para seguimento de referência e rejeição da perturbação tipo degrau.

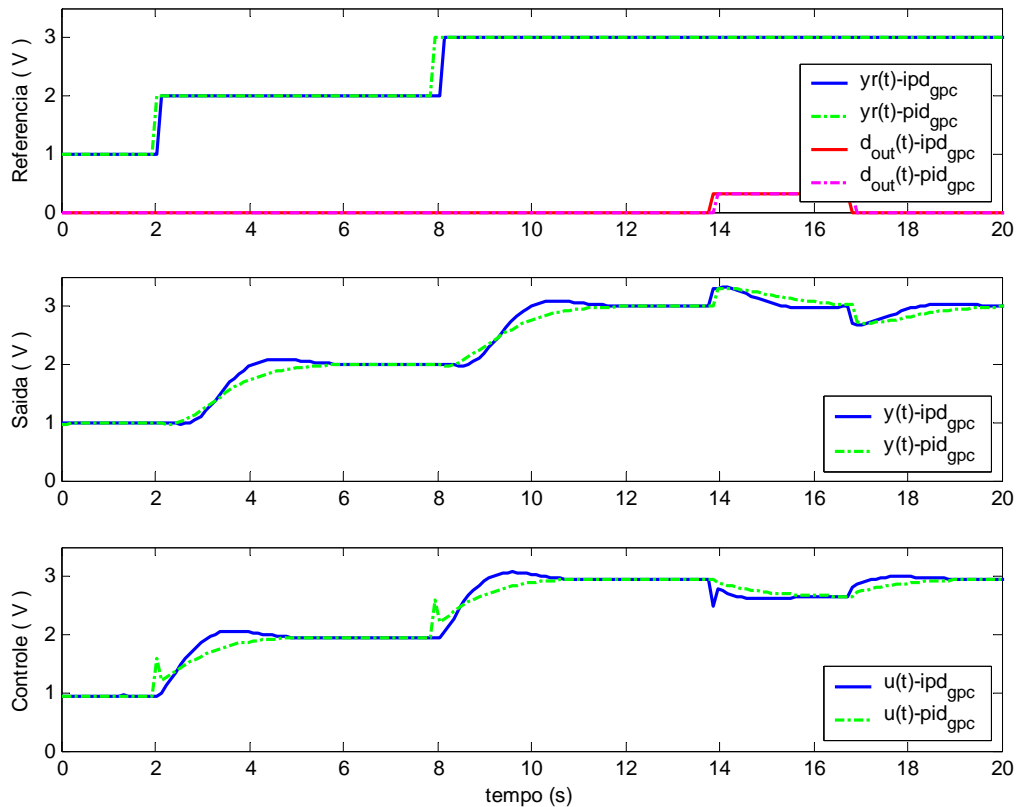


Figura 6.10 Resposta temporal da implementação no CLP L40 para o controlador I+PD e PID: sintonia GPC e processo de fase não-mínima.

Para esta sintonia via projeto GPC, também obtêm-se os objetivos de seguimento de referência e rejeição de perturbação. No controlador PID via aproximação GPC observa-se no sinal de controle o efeito *proportional kick* com uma sintonia mais conservativa, quando comparado com o controlador I+PD via sintonia GPC.

6.5 Conclusão

Foram desenvolvidos algoritmos de controle e de sintonia de diferentes configurações de malha de controladores PID, via os projetos GMV e GPC. Todos implementados no CLP Indracontrol L40 da Rexroth. Neste capítulo apresentaram-se os

resultados experimentais no estudo de dois processos considerados sistemas benchmark na literatura de controle e implementados em modelos eletrônicos analógicos.

De acordo com os resultados experimentais observados e a semelhança dos resultados obtidos por simulação, as implementações dos algoritmos de controle e de sintonia via os projeto GMV e GPC foram validadas no contexto das implementações PID no CLP L40.

Capítulo 7

Conclusão

Duas técnicas de controle avançado GMV e GPC, para sintonia de controladores PID em diferentes configurações de malha, foram estudadas. Partindo-se da premissa que os modelos matemáticos dos processos eram conhecidos, não foi explorada a implementação adaptativa. A avaliação dos controladores foi realizada através de indicadores de desempenho e análise de estabilidade robusta.

As conclusões apresentadas correspondem apenas aos estudos de caso apresentados. Uma generalização destes resultados para outros tipos de processos considera-se inadequada. Porém, o procedimento de sintonia e os resultados obtidos podem ser usados como premissa para análise de uma variedade de processos encontrados na indústria.

A maioria dos projetos de sintonia de controladores PID apresentados neste trabalho usou como princípio a equivalência algébrica entre a síntese RST das estruturas de controle. A viabilidade destes projetos dependeu da existência de uma solução única para esta igualdade. Assim, fatores como a modelagem do processo, a configuração de malha do controlador PID e os parâmetros de projeto foram determinantes na sintonia. No caso em que não foi usada a estrutura RST dos controladores foi feita uma formulação da lei de controle PID comparável com a lei de controle avançada (neste caso a lei GPC).

A importância da síntese de controladores digitais, na estrutura RST, esteve na possibilidade de desenvolver projetos de controladores encontrando-se equivalências entre estas estruturas. Além disso, a estrutura RST permitiu analisar de forma generalizada a estabilidade robusta dos controladores, dado que se conheciam os polinômios $R(z^{-1})$ e $S(z^{-1})$ da lei de controle e o modelo do processo.

Com relação a sintonia de controladores PID via projeto GMV concluiu-se que:

Existem duas possibilidades para determinar os polinômios de projeto, $P(z^{-1})$ a ponderação do erro e $Q(z^{-1})$ a ponderação do esforço de controle. Uma destas

possibilidades consistiu em calcular os polinômios $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$ a partir de especificações de desempenho: tempo de acomodação em malha fechada e sobre-sinal, isto para todas as configurações, exceto as configurações PID com filtro. A outra possibilidade consistiu em projetar livremente estes dois polinômios; para processos simples, estes polinômios são da forma $P(z^{-1}) = p_0$ e $Q(z^{-1}) = q_0$. A relação entre a constante q_0 e p_0 permite determinar se o controlador é projetado para ser agressivo $p_0 \gg q_0$ ou conservativo $q_0 \gg p_0$. Para processos complexos, polinômios de ponderação de ordem maior são necessários.

Quando os polinômios $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$ foram parâmetros de projeto, observou-se que o ganho proporcional K_c foi função destes dois polinômios e as constantes de tempo derivativa T_d e integral T_i apenas do polinômio $P(z^{-1})$. A tendência do ganho proporcional K_c foi diminuir na medida que a constante q_0 aumentou o que era de se esperar, já que um valor de K_c baixo se traduz num controlador mais conservativo.

Sob os mesmos parâmetros de projeto $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$ ou o polinômio característico de malha fechada desejado o comportamento regulatório e a estabilidade robusta das configurações de malha PID, I+PD, PID de dois graus de liberdade com compensação feedforward e PI+PD, sintonizados via projeto GMV, foi a mesma para todos os controladores. A variação dos parâmetros ε e β , na configuração PID com dois graus de liberdade com compensação feedforward, e a variação de K_f , na configuração de malha PI+PD, mudaram apenas o comportamento servo.

Para valores específicos dos novos parâmetros de projeto ε e β , na configuração PID com dois graus de liberdade com compensação feedforward, foi possível obter o mesmo comportamento servo, quando comparado com o controlador PID ideal ou o controlador I+PD. Isto é interessante do ponto de vista da implementação em processos industriais, onde o módulo de controle PID é integrado e separar a componente integral da proporcional e derivativa não é possível.

Na configuração de malha PI+PD o comportamento servo do controlador possa ser melhorado quando comparado com o controlador I+PD. Valores de K_f menores ao ganho proporcional K_c da configuração I+PD (obtido por sintonia via projeto GMV), puderam ser projetados, já valores maiores produziram valores negativos de K_c e T_i na configuração PI+PD.

Para as configurações PID com filtro, tanto o comportamento servo quanto o comportamento regulatório e a estabilidade robusta, mudaram para variações dos parâmetros de projeto $Q(z^{-1})$ e α . O comportamento regulatório e a estabilidade robusta foram iguais se comparados os controladores PID com filtro na saída e PI+D com filtro na saída da parte derivativa, apenas mudou o comportamento servo.

Realizar a sintonia de um controlador PID com filtro onde o parâmetro de filtragem α foi incluso no projeto de sintonia, neste caso a técnica GMV, proporcionou um melhor comportamento regulatório e melhorou a estabilidade robusta. Isto, quando comparado com o controlador PID com filtro, onde os parâmetros Kc , Ti e Td foram sintonizados via projeto GMV e o parâmetro de filtragem α foi livre.

Para a configuração de malha PID com Kc variável, além dos parâmetros de projeto iniciais $P(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$, os novos parâmetros de projeto $Un(z^{-1})$ e $Ud(z^{-1})$ foram importantes para garantir estabilidade do controle. Polinômios da forma $Un(z^{-1}) = Un_0$ e $Ud(z^{-1}) = 1 - Ud_1z^{-1}$ puderam ser usados inicialmente, onde Un_0 e Ud_1 foram escolhidos nos intervalos $Un_0 \geq 0$ e $0 \leq Ud_1 \leq 0.9$. Polinômios de maior ordem são necessários no caso em que não seja possível estabilizar o controle. Os valores de Kc , Ti e Td foram função dos polinômios $Un(z^{-1})$ e $Ud(z^{-1})$ onde sua influência dependeu do modelo do processo com que foi projetado o controlador.

O polinômio $Ud(z^{-1})$ modificou a dinâmica do ganho $Kc(t)$, valores de Ud_1 próximos a 0.9 resultaram em uma dinâmica lenta, ocasionando a diminuição do efeito *proportional kick* e afetando o comportamento servo do controlador. Existem situações em que uma dinâmica lenta compromete o comportamento servo, já que o erro em relação à referência é incrementado. Para os estudos de caso tratados, observou-se uma influência menos significativa do polinômio $Un(z^{-1})$ no comportamento servo.

Tanto o polinômio $Ud(z^{-1})$ como o polinômio $Un(z^{-1})$ modificaram o comportamento regulatório dos controladores. Os resultados obtidos mostraram um deterioro no comportamento regulatório e um comprometimento da estabilidade robusta na medida que Un_0 e Ud_1 aumentaram.

Com relação a sintonia PID via projeto GPC concluiu-se:

A avaliação do desempenho dos controladores foi feita para variações do horizonte de predição da saída Ny e para o parâmetro de ponderação de controle λ . O horizonte de controle Nu foi fixado em 1, consideração válida para o tipo de processos estudados.

A magnitude do ganho proporcional Kc foi proporcional a Ny e inversamente proporcional a λ . Comportamento esperado, já que o incremento de Ny se traduz numa maior ponderação do erro, o que precisa aumentar Kc no controlador PID. Incrementado λ , limitou-se o controle, assim a magnitude de Kc foi diminuída.

Os parâmetros de sintonia Ti e Td dependeram apenas de Ny . Para os estudos de caso, observou-se a tendência de Td aumentar a medida que Ny aumentou. O comportamento de Ti foi diferente para os dois casos de estudo e os dois tipos de sintonia, assim, os resultados obtidos não foram conclusivos.

Diferente da sintonia GMV, foi possível sintonizar controladores PID estáveis através da técnica GPC, quando controlado o processo oscilatório para variação paramétrica. Mas sob a desvantagem, de não ser projetada a sintonia com o polinômio característico de malha fechada.

Para o processo oscilatório e os intervalos usados de Ny e λ , a configuração de malha I+PD via projeto GPC, apresentou um melhor comportamento servo, quando comparado com a sintonia do controlador PID em equações de estado via aproximação GPC. Inclusive um comportamento mais próximo ao obtido com o controlador GPC. Novamente, os efeitos *proportional* e *derivative kick* foram observados na configuração PID.

Para o processo de fase não-mínima e para os valores de Ny , foi necessário usar valores elevados de λ na configuração de malha PID via aproximação GPC. Além disto, a inclusão do polinômio $\bar{B}(z^{-1})$ na equação do controlador causou instabilidade, sendo necessário mudar pelo ganho estático $B(1)$. Para esta sintonia, obtiveram-se resultados negativos de Kc quando estudado o processo de fase não-mínima.

Os efeitos *proportional* e *derivative kick* na configuração PID não foram críticos quando estudado o processo de fase não-mínima, observando-se um melhor comportamento se comparado com o controlador I+PD sintonia GPC.

As técnicas de sintonia via projeto GPC não proporcionaram ao controlador PID a propriedade antecipativa própria dos controladores preditivos. Uma referência que leva em consideração a informação da referência original, Ny passos na frente, foi apresentada para incluir esta propriedade nos controladores PID. Um melhor desempenho quando analisado o comportamento servo foi observado com a inclusão desta nova referência.

Para os dois estudos de caso e as duas sintonias GPC, o desempenho dos controladores no comportamento regulatório foi melhor com o aumento de λ e a diminuição de Ny , principalmente quando analisada a atenuação de ruído branco. Obtendo-se melhores resultados com a sintonia do controlador PID via aproximação GPC.

Também, para os dois estudos de caso e as duas sintonias, a estabilidade robusta dos controladores foi comprometida a medida que Ny aumentou e melhorada com o incremento de λ . O controlador PID em equações de estado via aproximação GPC mostrou ser mais estável que o controlador I + PD sintonizado via projeto GPC.

Com relação a implementação dos algoritmos de sintonia e de controle PID no CLP L40 concluiu-se que:

Foram implementados e validados analiticamente e experimentalmente, os algoritmos de controle e de sintonia de controladores PID no CLP L40.

Foram desenvolvidos no programa Matlab algoritmos de sintonia generalizados para diferentes tipos de processos, mas estes não foram implementados no CLP IndraControl L40, devido principalmente à definição das dimensões dos vetores e das matrizes associadas aos projetos de sintonia. Dimensões que não puderam ser mudadas automaticamente.

Os algoritmos de sintonia desenvolvidos e implementados no CLP L40, permitiram a sintonia de controladores PID para processos modelados com a equação a diferenças $(1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2})y(k) = (b_0 + b_1z^{-1})u(k-1)$ quando a ordem do modelo foi limitada a $na = 2$.

Também para processos FOPDT: $(1 + a_1z^{-1})y(k) = b_0u(k-1-km)$, com km específico, quando a ordem do modelo foi limitada a $na=1$. Processos com atraso podem ser modelados como modelos FOPDT aproximando o atraso a uma função de Padé de primeira ordem.

Para implementação dos algoritmos de sintonia de controladores PID via projeto GPC no CLP L40, considerou-se o horizonte de controle $Nu=1$, o que permitiu simplificar os cálculos matemáticos. Esta consideração é válida quando são controlados processos semelhantes aos estudados nesta dissertação.

Como sugestões de trabalhos futuros têm-se:

- i) Seguindo a mesma metodologia apresentada nesta dissertação podem-se avaliar outros modelos de processos presentes na indústria como, por exemplo, instável, com atraso de transporte dominante, de dinâmica lenta. Desta forma estudar a influência dos parâmetros de projeto próprios de cada sintonia no desempenho dos controladores.
- ii) Avaliar o desempenho dinâmico dos controladores PID apresentados nesta dissertação, para sinais de referência tipo rampa e parábola.
- iii) Sintonia de controladores PID, usando técnicas avançadas que incluam restrições tanto nos parâmetros de sintonia, como no sinal de controle e de saída. Alguns trabalhos têm sido feitos em relação a sintonia GMV com restrições nos parâmetros de sintonia (Pan *et al.*, 2007). Novas técnicas de sintonia GPC podem ser estudadas, como por exemplo, o trabalho apresentado em Moradi *et al.* (2001) onde o cálculo dos parâmetros de sintonia é feito minimizando uma função custo relacionada com a diferença entre os sinais de controle do controlador PID e o controlador GPC.
- iv) Verificar a possibilidade de sintonizar controladores PID com filtro, via técnicas de controle GPC que usam filtros para melhorar a robustez de malha fechada.
- v) Explorar a possibilidade de usar técnicas de sintonia GMV e GPC de controladores PID para controle de processos não-lineares (Hirata *et al.*, 2004).
- vi) Estudar novas configurações de malha PID como a proposta em Skoczowski e Domek (2000) onde é usada uma configuração de dupla malha de controle PID

incluindo o modelo nominal do processo a controlar. Verificar a possibilidade de serem sintonizadas via as técnicas de controle GMV e GPC.

vii) Em relação a implementação dos algoritmos de controle no CLP IndraControl L40, a abordagem adaptativa dos algoritmos de sintonia GMV e GPC pode ser explorada. Aproveitando os algoritmos já desenvolvidos, usar módulos de identificação on-line daria o caráter adaptativo as técnicas de sintonia implementadas. Explorar a possibilidade de desenvolver algoritmos generalizados aplicáveis a variedade de processos, o que é atrativo do ponto de vista de comercialização e aplicação na indústria.

viii) Comparar os resultados dinâmicos e a implementação dos algoritmos de controle e de sintonia de controladores PID no CLP L40 com outro CLP industrial ou com outras plataformas dedicadas como DSP e FPGA.

Referências Bibliográficas

- An, E. S.; Lee, D. H.; Jeon, C. M.; Kim, I. H. e Park, C. W. (2003). System Identification and Two DOF PID Controller for an Industrial Sewing Machine. *IECON'03. The 29th Annual Conference of the IEEE*, 2.
- Ang, K. H.; Chong, G. e Li, Y. (2005). PID Control System Analysis, Design, and Technology. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* 13(4): 559-576.
- Åström, K. J. e Hägglund, T. (1995). PID Controllers: Theory, Design, and Tuning, Instrument Society of America.
- Åström, K. J. e Hägglund, T. (2000a). Benchmark Systems for PID Control. *Proc. IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrassa, Spain, 181-182.
- Åström, K. J. e Hägglund, T. (2000b). The Future of PID Control. *Proc. IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrassa, Spain, 19-30.
- Åström, K. J. e Wittenmark, B. (1990). Computer-Controlled Systems: Theory and Design, Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA.
- Bialkowski, W. J. (1993). Dream vs. Reality: A View from Both Sides of the Gap. *Pulp Paper Canada*, 94, 19.
- Bobál, V.; Bohm, J.; Fessler, J. e Machacek, J. (2005). Digital Self-Tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications, Springer.
- Camacho, F. e Bordons, C. (2004). Model Predictive Control, Springer.
- Cameron, F. e Seborg, D. E. (1983). Self-Tuning Controller with a PID Structure. *International Journal of Control*, 38, 401-418.

- Clarke, D. (1994). *Advances in Model-Based Predictive Control*, Oxford University Press Oxford.
- Clarke, D. W. e Gawthrop, P. J. (1975). Self-Tuning Controller. *Proceedings of IEE*, 122, 929-934.
- Clarke, D. W. e Gawthrop, P. J. (1979). Self-Tuning Control. *Proceedings of IEE*, 126, 633-640.
- Clarke, D. W.; Mohtadi, C. e Tuffs, P. S. (1987). Generalized Predictive Control—Part I. The Basic Algorithm. *Automatica (Journal of IFAC)* 23(2): 137-148.
- Coelho, A. A. R. e Coelho, L. S. (1999). An Experimental and Comparative Study of Fuzzy PID Controller Structures. *Advances in Soft Computing*, Springer, 147-159.
- Dongbing, G. e Huosheng, H. (2004). Model Predictive Control for Simultaneous Robot Tracking and Regulation. *International Conference on Intelligent Mechatronics and Automation*, 212-217.
- Ender, D. B. (1993). Process Control Performance: Not as Good as You Think. *Control Engineering* 5, 180.
- Gude, J. J.; Kahoraho, E. e Etxaniz, J. (2006). Practical Aspects of PID Controllers: An Industrial Experience. *ETFA'06*, 870-878.
- Hersch, M. A. e Johnson, M. A. (1997). A Study of Advanced Control Systems in the Workplace. *Control Engineering Practice*, 5, 771.
- Hirata, M.; Ohnishi, Y. e Yamamoto, T. (2004). A Design of Nonlinear PID Control Systems by Using Local Model Identification. *IECON 2004*, Busan, Korea, 3, 2464-2468.

- Inoue, A.; Yanou, A. e Hirashima, Y. (1999). A Design of a Strongly Stable Self-Tuning Controller Using Coprime Factorization Approach. *Proceedings of the 14th IFAC World Congress*, Beijing, C, 211-216.
- Johnson, M. A.; Moradi, M. H. e Crowe, J. (2005). PID Control: New Identification and Design Methods, Springer.
- Kaya, I.; Tan, N. e Atherton, D. P. (2003). A Simple Procedure for Improving Performance of PID Controllers. *Proceedings of IEEE Conference on Control Applications*, 2.
- Li, Y.; Ang, K. e Chong, G. (2006). PID Control Systems Analysis and Design. *IEEE Control Systems Magazine*: 32-41.
- López, H. L. e Coelho, A. A. R. (2007). Sintonia de Controladores PID em Diferentes Configurações Usando a Técnica de Controle GMV. *V Seminário Nacional de Controle e Automação*, Salvador, Brasil.
- Mitsukura, Y.; Yamamoto, T.; Kaneda, M.; Fukumy, M.; Akamatsu, N. e Shah, S. L. (2000). Design And Experimental Evaluation of Self-tuning PID Controller Using Evolutionary Computation. *Proc. IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrassa, Spain, 553-558.
- Moradi, M. H.; Katebi, M. R. e Johnson, M. A. (2001). Predictive PID Control: a New Algorithm. *Industrial Electronics Society. The 27th Annual Conference of the IEEE*, 1.
- Mudi, R. K. e Pal, N. R. (2000). A Self-Tuning Fuzzy PI Controller. *Fuzzy Sets and Systems*. 115: 327-338.
- Nakano, K.; Yamamoto, T. e Hinamoto, T. (2003). A Design of Robust Self-Tuning GPC-based PID Controllers. *IECON'03*, 1.

- O'Dwyer, A. (2000). A summary of PI and PID Controller Tuning Rules for Processes with Time Delay. Part 2: PID Controller Tuning Rules. *Proc. IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrassa, Spain, 175–180.
- Ogata, K. (2003). *Modern Control Engineering*, Pearson Education.
- Pan, T.; Li, S. e Cai, W. J. (2007). Lazy Learning-based Online Identification and Adaptive PID Control: A Case Study for CSTR Process. *Industrial & Engineering Chemistry Research* 46(2): 472-480.
- Qin, S. J. e Badgwell, T. A. (2003). A survey of Industrial Model Predictive Control Technology. *Control Engineering Practice* 11(7): 733-764.
- Ramos, L. (2006). *Estimação e Controle PID Adaptativo Utilizando Tecnologia CLP. Projeto de Fim de Curso*. Departamento de Automação e Sistemas, UFSC. Florianópolis
- Rice, B. e Cooper, D. (2002). Design and Tuning of PID Controllers for Integrating (Non-Self Regulating) Processes. *Proc. ISA 2002 Annual Meeting*, 424.
- Rodríguez, J. E. N. e Coelho, A. A. R. (2005). IMC Tuning of a PI-PD Controller for FOPDT, SOPDT and IFOPDT Plants. *Proc. of EMPROMER*, Rio de Janeiro, Brasil.
- Salamanca, H. L.; Mejia, R. I. e Coelho, A. A. R. (2006). Projeto e Avaliação do Desempenho Robusto de Técnicas de Sintonia de Controladores PID usando Abordagens Avançadas. *XVI Congresso Brasileiro de Automática*, Salvador, Brasil, 2856-2861.
- Sato, T.; Inoue, A.; Yamamoto, T. e Shah, S. L. (2000). Self-Tuning PID Controllers Based on the Strongly Stable Generalized Minimum Variance Control Law. *IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrasa, Spain, 511-516.

- Seborg, D. E.; Edgar, T. F. e Mellichamp, D. A. (2004). *Process Dynamics and Control*, Jhon Wiley & Sons.
- Selvi, J. A.; Radhakrishnan, T. K. e Sundaram, S. (2007). Performance Assessment of PID and IMC Tuning Methods for a Mixing Process with Time Delay. *ISA Trans.*
- Skoczowski, S. e Domek, S. (2000). PID Robust Model Following Control. *Proc. IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrassa, Spain, 39-44.
- Skogestad, S. e Postlethwaite, I. (1996). *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*, Wiley.
- Tan, K. K.; Lee, T. H.; Huang, S. N. e Leu, F. M. (2002). PID Control Design Based on a GPC Approach. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 41.
- Visioli, A. (2000). Fuzzy Logic Based Tuning of PID Controllers for Time Delay Dominant Systems. *Proc. IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrassa, Spain, 577-581.
- Yamamoto, T.; Aoyama, J. e Nakano, K. (2003). A Design of 2DOF Robust Self-tuning GPC. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 1.