

FABRÍCIO YUTAKA KUWABATA TAKIGAWA

ANÁLISE COMPARATIVA DE DIFERENTES
ESTRATÉGIAS DE DECOMPOSIÇÃO DO
PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA
OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS
COM BASE NA RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

FLORIANÓPOLIS

2006

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ANÁLISE COMPARATIVA DE DIFERENTES
ESTRATÉGIAS DE DECOMPOSIÇÃO DO
PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA
OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS
COM BASE NA RELAXAÇÃO LAGRANGEANA**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

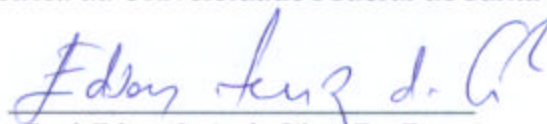
FABRÍCIO YUTAKA KUWABATA TAKIGAWA


Florianópolis, Maio de 2006.

ANÁLISE COMPARATIVA DE DIFERENTES ESTRATÉGIAS
DE DECOMPOSIÇÃO DO PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO
DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS
COM BASE NA RELAXAÇÃO LAGRANGEANA


FABRÍCIO YUTAKA KUWABATA TAKIGAWA

'Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.'



Prof. Edson Luiz da Silva, Dr. Eng.
Orientador



Prof. Alexandre Trofino Neto, Dr. Eng.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

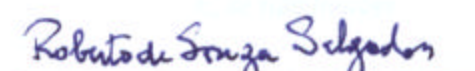
Banca Examinadora:


Prof. Edson Luiz da Silva, Dr. Eng.
Presidente


Prof. Erlon Cristian Finardi, Dr. Eng.


Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph D.


Prof.ª Katia Campos de Almeida, Ph D.


Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph D.

*"Se não houver frutos, valeu a beleza das flores;
Se não houver flores, valeu a sombra das folhas;
E, se não houver folhas, valeu a intenção da semente."*
(Henfil)

Aos meus pais, por tudo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas que estiveram presentes diretamente ou indiretamente no decorrer deste trabalho. Para algumas delas, realço meus agradecimentos:

Ao *Prof. Edson Luiz da Silva*, meu orientador, pela oportunidade oferecida, confiança e, principalmente, pela compreensão e palavras de apoio em momentos-chaves.

Ao *Prof. Erlon Cristian Finardi*, co-orientador deste trabalho, pelo tema, constante dedicação e uma surpreendente didática nas explicações.

Ao *Prof. Ildemar Cassana Decker*, por ter me auxiliado, no início, quando precisei de um contato para com a KLABIN, aceitando ser meu orientador acadêmico, neste período.

Aos amigos e colegas do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica - LABPLAN, pelo convívio harmonioso e agradável. Em especial, os grandes amigos, feitos desde o início do mestrado, *Alexandre Zucarato, Edison Aranha, Eduardo Gaulke e Leandro Aguiar*, pela amizade, companheirismo e que sempre estiveram dispostos a sanar qualquer dúvida que eu tivesse. Aos amigos, *Daniel Dotta, Ederson Costa, Everthon Sica, Gustavo Arfux, Henrique Romagnoli, Marcelo Agostini, Marcelo Santos, Maurício Oliveira, Maurício Sperandio, Matheus Cruz, Miguel Teruel, Mitchell Dutra, Otávio Vaz, Rafael Rodrigues, Raphael Gonçalves, Rodrigo Soria e Walério Moreira*, pelas conversas e momentos de descontração.

Aos grandes amigos da época da graduação, em especial, *Edgar Bezerra, Jody Fujihara, Luiz Barbosa, Marco Aurélio Maniaudet, Marcos Kida, Rodrigo de Alvarenga, Rodrigo Gaiad, Sandro Alencar, Vitor Fogaça*, que mesmos distantes, sempre tentaram estar presentes por meio de incentivo, preocupação e apoio para comigo.

Aos amigos de longa data, *Fábio Akahoshi, Fábio Lin e Marcos Miyahara*, pela confiança, incentivo e apoio.

À minha avó, *Fugino Takigawa*, e aos meus avós, hoje, não mais presentes, pela semente que foi plantada há algumas décadas, com tanto carinho e, principalmente, pelo exemplo de integridade, simplicidade e humildade.

À minha família, meus pais, *Akiyuki e Aparecida*, meus irmãos, *Fábio, Ticiane e Franco*, por tudo, formação, estímulo, amor, orgulho e apoio incondicional em todos os momentos da minha vida.

Ao engenheiro *Sinésio Barberini* e aos demais profissionais do setor de Manutenção, Automação, Elétrica e Instrumentação - MAEI, da KLABIN, pela recepção no tempo em que estive na fábrica.

E, por fim, à KLABIN pelo suporte financeiro dado para a realização do trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ANÁLISE COMPARATIVA DE DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE DECOMPOSIÇÃO DO PROBLEMA DA PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS COM BASE NA RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

FABRÍCIO YUTAKA KUWABATA TAKIGAWA

Maio/2006

Orientador: Prof. Edson Luiz da Silva, Dr. Eng.
Área de Concentração: Planejamento de Sistemas Elétricos.
Palavras-chave: Sistemas Hidrotérmicos, Relaxação Lagrangeana, Programação Diária da Operação Eletroenergética, Alocação das Unidades Hidrelétricas.
Número de Páginas: 137.

O problema da programação diária da operação de sistemas hidrotérmicos tem como objetivo definir quais unidades devem estar operando, os respectivos níveis de geração, com o propósito de atender à demanda ao menor custo operativo. Uma característica desafiante do problema da programação consiste em obter uma solução de boa qualidade com um custo computacional moderado. A obtenção de uma solução de boa qualidade requer uma modelagem detalhada da função de produção das unidades hidrelétricas e termelétricas, bem como das respectivas restrições de operação dessas unidades. Particularmente, neste trabalho tem-se como foco a modelagem das usinas hidrelétricas, dada a importância dessas instalações para o Sistema Elétrico Brasileiro. Assim, para essas unidades, as não-linearidades associadas à cota de jusante, as perdas hidráulicas, o rendimento da unidade e as zonas proibidas de geração são modeladas detalhadamente. Em consequência, o problema de otimização resultante pode ser caracterizado como não-linear e de grande porte o qual pode ser tratado satisfatoriamente por meio da aplicação da técnica de Relaxação Lagrangeana. De forma geral, essa técnica decompõe o problema em subproblemas menores, com características distintas e mais fáceis de serem solucionados. Para obter um tempo computacional compatível com o horizonte de estudo, especial atenção deve ser dada ao subproblema de alocação das unidades hidrelétricas, o qual é natureza combinatória. Nesse sentido, este trabalho propõe duas formas distintas de decomposição do problema, baseadas na Relaxação Lagrangeana, possibilitando o estabelecimento de uma análise comparativa das soluções apresentadas e dos tempos computacionais, que por sua vez possibilita definir, para problemas reais, a estratégia de decomposição mais apropriada. Os estudos foram realizados utilizando-se uma configuração reduzida extraída do Sistema Elétrico Brasileiro, constituída de cinco reservatórios, 22 unidades hidrelétricas e duas unidades termelétricas.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

COMPARING DIFFERENT STRATEGIES OF DECOMPOSITION OF THE DAILY PROGRAMMING PROBLEM OF HYDROTHERMAL SYSTEMS BY USING LAGRANGIAN RELAXATION

FABRÍCIO YUTAKA KUWABATA TAKIGAWA

May/2006

Advisor: Prof. Edson Luiz da Silva, Dr. Eng.
Area of Concentration: Electrical Systems Planning.
Keywords: Hydrothermal Systems, Lagrangian Relaxation, Daily Operation Programming Problem, Hydro Unit Commitment.
Number of Pages: 137.

The daily operation programming problem of hydrothermal systems aims to define which units should be in operation, the respective generation levels, with the purpose to matching the demand at the minimum operative cost. A challenging feature of this programming problem consists in obtaining a solution with good quality and moderate computational burden. In order to obtain a good solution, a detailed modeling of the production functions of hydroelectric and thermoelectric units, as well as of the operative constraints of these units is required. Particularly, this project has as main focus the modeling of hydroelectric units, given the importance of these facilities for the Brazilian Electric Sector. Then, regarding these units, the nonlinearity associated to the tailrace level, the penstock losses, the efficiency function and the forbidden operative zones are modeled in a detailed way. Consequently, the resulting optimization problem possesses nonlinear and large scale characteristics, which can be addressed satisfactory by means of the Lagrangian Relaxation technique. In a general way, that technique decomposes the problem into smaller subproblems with different characteristics and easier of solving. To obtain a compatible computational burden with time horizon, particular attention should be given to the hydro unit commitment subproblem, which is of combinatorial. On this way, this project proposes two different forms of decomposition of the problem, based on the Lagrangian Relaxation technique, making it possible to establish a comparative analyses about obtained solutions and computational burden and, consequently, to define for real problems, the decomposition strategy most suitable. The developed studies used small configuration extracted from the Brazilian Electric System made up five reservoirs, 22 hydro units and two thermal units.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	XV
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 MODELAGEM DO PROBLEMA	7
2.1 INTRODUÇÃO	7
2.2 SISTEMA HIDRELÉTRICO.....	8
2.2.1 Reservatórios.....	8
2.2.1.1 Queda Bruta	12
2.2.2 Função de Produção das Unidades Hidrelétricas	18
2.3 SISTEMA TERMELÉTRICO.....	26
2.4 SISTEMA DE TRANSMISSÃO	28
2.5 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA	30
2.6 CONCLUSÕES	31
CAPÍTULO 3 ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO	33
3.1 INTRODUÇÃO	33
3.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	33
3.3 RELAXAÇÃO LAGRANGEANA	37
3.4 NOTAÇÃO COMPACTA	40
3.4.1 Restrições com variáveis hidráulicas (C_H).....	40
3.4.2 Restrições com variáveis termelétricas (C_T).....	41
3.4.3 Restrições com variáveis hidrotérmicas (C_{HT}).....	41
3.4.4 Forma Compacta do Problema	41
3.5 DECOMPOSIÇÕES	41
3.5.1 Problema Dual I.....	42
3.5.1.1 Subproblema Termelétrico	44
3.5.1.2 Subproblema de Atendimento à Demanda	44
3.5.1.3 Subproblema Hidráulico.....	45
3.5.1.4 Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas	45

3.5.1.5 Representação Esquemática do Problema Dual I.....	48
3.5.2 <i>Problema Dual II</i>	49
3.5.2.1 Subproblema Contínuo.....	50
3.5.2.2 Subproblema Inteiro-Misto	51
3.5.2.3 Representação Esquemática do Problema Dual II.....	52
3.6 CONCLUSÕES.....	52
CAPÍTULO 4 APLICAÇÃO.....	55
4.1 INTRODUÇÃO.....	55
4.2 ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS DUAS PROPOSTAS DE RELAXAÇÃO... 55	
4.2.1 <i>Cenário 1</i>	57
4.3 MODIFICAÇÕES NO PROBLEMA PRIMAL	74
4.3.1 <i>Duas Zonas Operativas para as Unidades Hidrelétricas</i>	75
4.3.2 <i>Unidades Hidrelétricas Sem a Presença de Variáveis Inteiras</i>	79
4.3.2.1 Usinas com as Unidades Modeladas Sem as Variáveis Inteiras.....	79
4.3.3 <i>Unidades Hidrelétricas Agregadas</i>	85
4.4 CONCLUSÕES.....	90
CAPÍTULO 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA DESENVOLVIMENTOS FUTUROS.....	93
APÊNDICE 1 - EXEMPLO DIDÁTICO	97
APÊNDICE 2 – DADOS UTILIZADOS	107
APÊNDICE 3 – SIMULAÇÃO DE OUTROS CENÁRIOS.....	113
APÊNDICE 4 – INTERCÂMBIO ATIVO	123
APÊNDICE 5 - DECOMPOSIÇÃO	127
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	133

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

O sistema de produção e transmissão de energia elétrica do Brasil, Sistema Interligado Nacional – SIN, pode ser classificado como hidrotérmico, predominantemente hidrelétrico, de grande porte e com múltiplos proprietários (ONS, 2006a). A maior parte dos recursos de geração se distribui em 12 bacias hidrográficas de diferentes regiões do país. Conceitualmente, a operação centralizada do SIN está embasada na interdependência operativa entre as usinas, na interconexão do sistema de transmissão e na integração desses recursos para o atendimento à demanda e ao mercado de energia¹. A interdependência é causada pelo aproveitamento conjunto dos recursos hidrelétricos, por meio da construção e da operação de usinas e reservatórios localizados em várias bacias hidrográficas. Dessa forma, a operação de uma determinada usina depende das vazões liberadas a montante por outras usinas, ao mesmo tempo em que sua operação afeta as usinas a jusante, de forma análoga. A utilização dos recursos de geração e transmissão de forma integrada permite reduzir os custos operativos, mediante a minimização de geração termelétrica.

Atualmente as atividades que visam obter a operação centralizada do SIN, as quais são realizadas pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico – ONS, podem ser agrupadas em cinco áreas (AZEVEDO FILHO, 2000; FINARDI, 2004):

- (1) **Planejamento da Operação:** engloba os estudos e análises operacionais com um horizonte variando de 5 anos até uma semana;

¹ Demanda, ou carga de demanda, é definida como a potência elétrica média solicitada pelo sistema durante um determinado intervalo de tempo. Por sua vez, carga de energia é a carga expressa em MW-médios, equivalente à soma das cargas de demanda em um determinado período de tempo, dividida pelo referido período de tempo. Quando expressa em MWh, corresponde ao somatório das cargas de demanda integradas na hora do referido período.

- (2) **Programação Diária da Operação Eletroenergética:** atividades operacionais desenvolvidas dentro de um horizonte de uma semana até o dia que antecede a operação propriamente dita;
- (3) **Supervisão e Coordenação em Tempo Real (Despacho):** engloba as atividades que vão desde a operação em tempo real até algumas horas à frente;
- (4) **Análise e Estatística Pós Operativa:** atividades de análise dos resultados da operação, com armazenamento de dados estatísticos que re-alimentarão as áreas citadas anteriormente;
- (5) **Contabilização e Faturamento Energético.**

A Figura 1 detalha um pouco mais algumas atividades realizadas pelo ONS na operação centralizada do SIN.

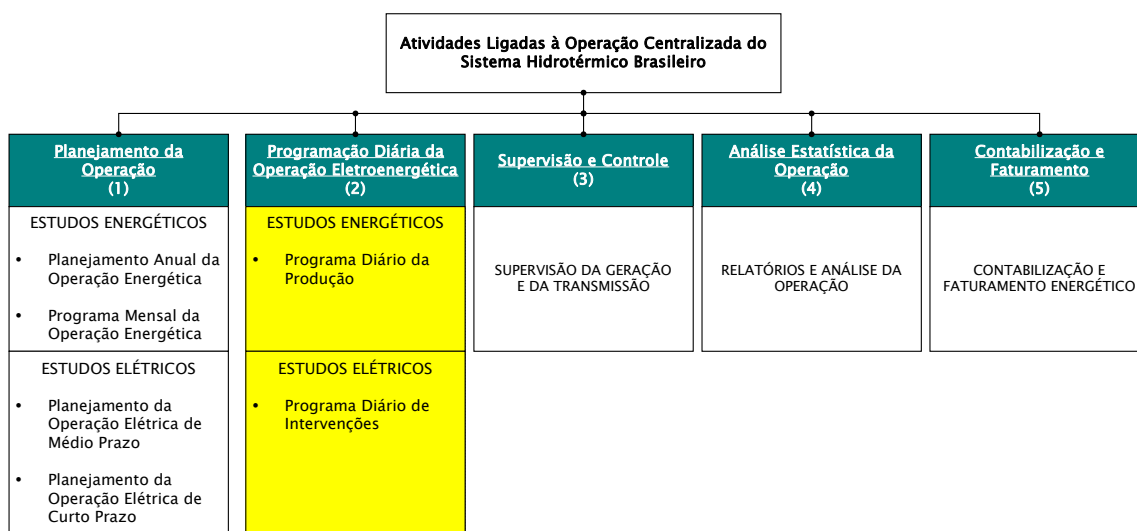


Figura 1: Atividades Típicas da Operação Integrada do Sistema Interligado Brasileiro.

Nas atividades (3), (4) e (5), os interesses estão voltados, basicamente, para a garantia de qualidade e confiabilidade do suprimento, os relatórios e análises de operação e a contabilização dos suprimentos entre os agentes. Por sua vez, no planejamento da operação, os estudos energéticos, ligados às fontes de geração, e os estudos elétricos, ligados à análise da rede, são realizados por cadeias de modelos distintas, as quais se relacionam entre si pela inclusão das restrições elétricas mais

relevantes nos estudos energéticos e vice-versa. Detalhes sobre os estudos referentes ao Planejamento da Operação Elétrica e ao Planejamento da Operação Energética podem ser encontrados nos módulos 6 e 7, respectivamente, do Procedimento de Rede (ONS, 2006a). Por sua vez, na programação diária, o inter-relacionamento entre os estudos elétricos e energéticos é bem mais evidente, traduzindo-se num único modelo onde são analisados aspectos ligados às fontes de geração e à rede de transmissão².

Especificamente citando ainda do sistema hidrotérmico brasileiro, a etapa da Programação Diária da Operação Eletroenergética tem como objetivo o estabelecimento do programa diário de geração e intercâmbios do SIN, visando garantir a otimização energética dos recursos de geração e a segurança operacional, considerando (ONS, 2003b):

- (a) Políticas e diretrizes do Programa Mensal da Operação Energética - PMO, e suas revisões semanais (ONS, 2003a);
- (b) Restrições elétricas entre e intra-subsistemas;
- (c) Cronogramas de manutenção das unidades geradoras;
- (d) Programa de intervenções em instalações da rede de operação;
- (e) Restrições hidráulicas, de uso múltiplo da água e ambientais;
- (f) Restrições em instalações e equipamentos.

A programação diária é um problema de otimização não-linear e inteiro misto, tal complexidade matemática é necessária, uma vez que, no caso de sistemas hidrotérmicos, por exemplo, o objetivo consiste em determinar uma política

² Os modelos de planejamento da operação energética de médio e curto prazo, os quais são usados na elaboração do Planejamento Anual e no Programa Mensal da Operação Energética, respectivamente, possuem um ferramental bastante desenvolvido e são resultados do desenvolvimento técnico-metodológico obtido no setor durante as últimas três décadas. Por sua vez, o modelo da programação diária da operação eletroenergética encontra-se nas fases de implementação, validação técnica e computacional.

ótima de geração, isto é, níveis de geração das unidades, intercâmbios, defluência e armazenamento dos reservatórios, que minimize o custo total de operação em um horizonte de, por exemplo, um dia discretizado em base horária. Como restrições, destacam-se àquelas relacionadas ao atendimento da demanda, requisitos de reserva, limites do sistema de transmissão, bem como as diversas restrições operativas individuais das unidades e dos reservatórios.

O uso de métodos de otimização para a solução do problema da programação é atrativo do ponto de vista econômico devido aos elevados custos operacionais envolvidos. Adicionalmente, também é atrativo sob ponto de vista acadêmico por causa do desafiante modelo associado e que ainda deverá ser construído. Nesse sentido, uma implementação computacional de um problema de otimização depende, crucialmente, da precisão do modelo e, adicionalmente, da existência de dados confiáveis.

Ainda, é importante lembrar que aspectos ambientais têm recebido uma especial atenção e, sem dúvida, uma eficiente utilização de um sistema de energia elétrica pode contribuir para reduzir os efeitos danosos ao meio ambiente.

Este projeto tem como foco principal alguns aspectos ligados com o modelo da programação diária da operação energética. A ênfase está no desenvolvimento da estrutura matemática que aparece neste tipo de modelo de otimização, e como explorá-la sob ponto de vista computacional. A metodologia utilizada é a Relaxação Lagrangeana - RL, a qual tem provada na literatura sua capacidade de manejar eficientemente as restrições que comumente aparecem neste tipo de problema. No sentido de aplicar a RL em um problema de grande porte, onde existe a presença de não convexidades, a estrutura de um dado problema deve ser explorada o máximo possível. Isto, naturalmente, resulta em uma limitação de aplicação mais genérica. Todavia, idéias e os métodos propostos aqui, para um caso especial, podem, freqüentemente, dar uma visão inicial das propriedades de problemas mais gerais, isto é, sem as simplificações adotadas neste trabalho.

Uma desafiante característica do modelo da programação é a exigência de resolvê-lo em curto período de tempo. Tal exigência, encontra na natureza combinatoria do problema, o maior empecilho computacional. Portanto, existe um compromisso óbvio entre qualidade da solução e o esforço computacional. Nesse sentido, a obtenção de limites inferiores para a solução ótima do problema é de particular importância. Tais limites podem ser obtidos a um custo computacional aceitável, pela solução do problema em sua versão relaxada, ou seja, pela aplicação da RL.

O documento está organizado da seguinte maneira. O capítulo seguinte descreve a modelagem do problema, detalhando o sistema hidrotérmico estudado, o qual representa uma configuração reduzida com cinco usinas hidrelétricas e duas usinas termelétricas. Devido à predominância hidrelétrica do sistema brasileiro, maior ênfase é dada à modelagem dos reservatórios e das unidades hidrelétricas, mediante a ilustração das principais características básicas operativas.

No Capítulo 3, a estratégia de solução baseada na Relaxação Lagrangeana é apresentada. A decomposição é baseada na introdução de variáveis artificiais na estrutura de acoplamento (temporal e espacial) do problema de forma conveniente, no sentido de criar subproblemas menores, com naturezas matemáticas distintas e mais fáceis de solucionar. Duas maneiras de decompor o problema são formuladas. A principal diferença está no tratamento da natureza combinatória presente na operação das unidades hidrelétricas.

Por sua vez, o Capítulo 4 tem como objetivo analisar comparativamente as duas formas de decomposição mostradas no Capítulo 3. No sentido de se obter uma maior sensibilidade na solução do problema, algumas modificações no problema primal são efetuadas.

Finalizando o trabalho, no Capítulo 5 são descritas as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2 MODELAGEM DO PROBLEMA

2.1 INTRODUÇÃO

O objetivo principal deste capítulo é apresentar a formulação matemática do problema de otimização de interesse deste trabalho. Antes, porém, o capítulo inicia descrevendo o sistema hidrotérmico utilizado. Conforme será visto, é dado ênfase para a descrição das unidades hidrelétricas e dos reservatórios.

A Figura 2.1 mostra esquematicamente o sistema hidrotérmico utilizado no trabalho de dissertação. De acordo com essa figura, pode-se notar que o sistema possui duas usinas termelétricas e cinco usinas hidrelétricas acopladas hidráulicamente. Na figura ainda é possível observar que o sistema de transmissão é composto por três barras e três linhas de transmissão. Cada barra desse sistema possui, além da geração, uma determinada demanda de energia.

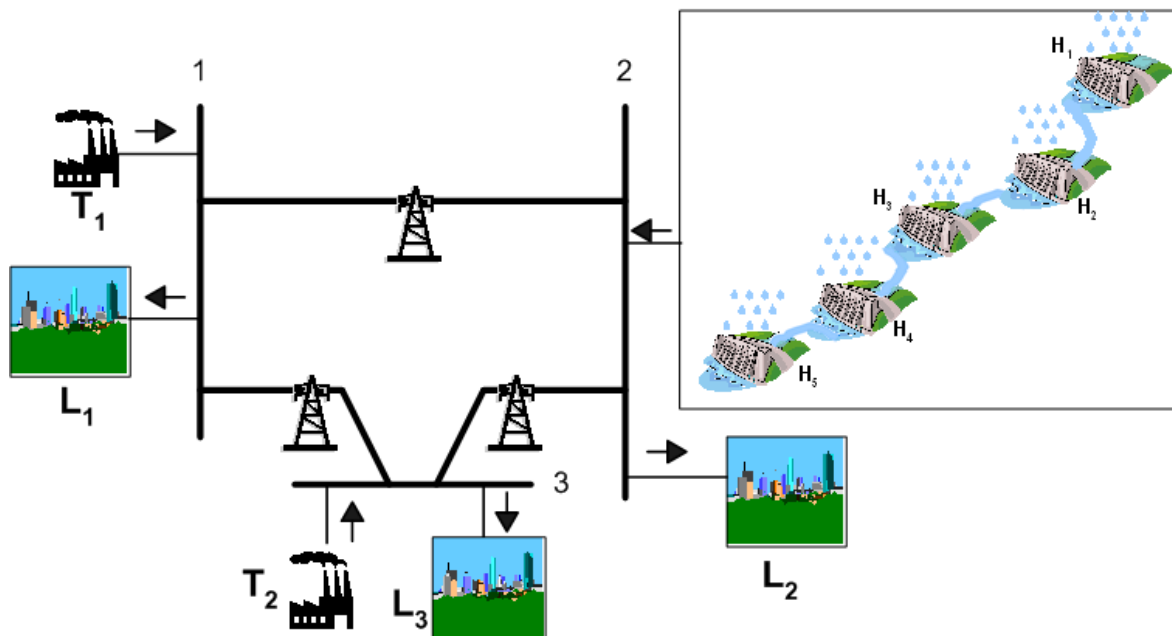


Figura 2.1: Diagrama Esquemático do Sistema Hidrotérmico.

No sentido de representar adequadamente as características operativas deste sistema hidrotérmico no modelo da programação proposto, a seguir serão co-

mentadas as principais características operativas dos elementos de geração e de transmissão.

2.2 SISTEMA HIDRELÉTRICO

O parque gerador hidrelétrico é composto por cinco aproveitamentos dispostos na bacia do Rio Iguaçu. As usinas mostradas na Figura 2.1 (de montante para jusante, isto é, de H_1 para H_5) são: Foz do Areia, Segredo, Salto Santiago, Salto Osório e Salto Caxias. Todas as usinas hidrelétricas possuem quatro unidades idênticas, exceto Salto Osório que possui seis unidades, separadas em dois grupos de unidades idênticas: um grupo com quatro e o outro com duas unidades.

Dois aspectos são importantes para se descrever à operação das usinas hidrelétricas: a função de produção das unidades geradoras e as restrições operativas associadas às mesmas e aos reservatórios. Inicialmente serão descritos as principais equações e variáveis que estão associadas com a representação dos reservatórios no problema da programação diária. Logo em seguida, essa mesma tarefa é realizada para as unidades geradoras.

Os dados de limites operativos das unidades, das usinas hidrelétricas e de seus respectivos coeficientes da função de cota de montante e cota de jusante foram extraídos de ONS (2006b). Os coeficientes de rendimento e de perda no conduto forçado das unidades foram extraídos de Finardi (2003).

2.2.1 Reservatórios

Uma das principais características associada à operação de um reservatório é descrita pelo princípio da conservação da massa, isto é, o volume de água de um reservatório, no final de um estágio de tempo, deve ser igual ao volume no início do estágio mais o volume afluente, menos os volumes defluente, evaporado e infiltrado³.

³ Neste trabalho, desconsideram-se os efeitos de evaporação e infiltração da água.

Matematicamente, esse princípio pode ser representado por:

$$v_{r,t+1} + c_1(Q_{rt} + s_{rt} - a_{rt}) - v_{rt} = 0 \quad (2.1)$$

onde:

t índice associado aos estágios da programação, tal que $t=1,T$ (número total de estágios da programação);

r índice dos reservatórios do sistema, tal que $r=1,R$ (total de reservatórios);

v_{rt} é uma variável de estado que representa o volume armazenado do reservatório r [hm^3] no início do estágio t ;

Q_{rt} é uma variável de decisão que representa a vazão turbinada da usina [m^3/s] durante o estágio t . Seu valor é dado pela soma das vazões turbinadas de todas as unidades que estão operando durante o estágio t , isto é:

$$Q_{rt} = \sum_{j=1}^{J_{rt}} q_{jrt} \quad (2.2)$$

onde:

J_{rt} número total de unidades hidrelétricas em operação do r -ésimo reservatório, durante o estágio t ;

j índice de unidades hidrelétricas (turbina-gerador), tal que $j=1,J_{rt}$;

q_{jrt} é uma variável de decisão que representa a vazão turbinada da unidade hidrelétrica j [m^3/s], no reservatório r e no estágio t ;

s_{rt} variável de decisão que representa a vazão vertida na usina durante o estágio t , em [m^3/s];

a_{rt} vazão afluente do reservatório r durante o estágio t , em $[m^3/s]$.
Note que a_{rt} pode ser composta da seguinte maneira:

$$(a) \quad a_{rt} = y_{rt} \quad (2.3)$$

caso não exista reservatório a montante do reservatório r . Deste modo y_{rt} é uma constante $[m^3/s]$ que representa a previsão para a vazão afluente incremental no reservatório r no estágio t ;

$$(b) \quad a_{rt} = y_{rt} + \sum_{m \in \mathfrak{R}^{(r)_+}} (Q_{r,t-\tau_{mr}} + s_{r,t-\tau_{mr}}) \quad (2.4)$$

caso existam m reservatórios a montante do reservatório r , onde, $\mathfrak{R}^{(r)_+}$ é o conjunto de reservatórios imediatamente a montante do reservatório r e τ_{mr} é o tempo de viagem da água entre os reservatórios m e r ;

c_1 constante que é utilizada para calcular o volume associado com uma vazão constante ao longo de um estágio de tempo t qualquer. Seu valor depende do sistema de unidades utilizado⁴.

Conforme descrito matematicamente em (2.1)-(2.4) a equação da conservação da massa da água garante que a operação dos reservatórios seja acoplada no tempo e no espaço. Isto é, essas equações apresentam simultaneamente variáveis de distintos estágios de tempo e reservatórios do sistema. Adicionalmente, é necessário ainda observar que algumas variáveis devem estar restritas a determinados valores devido às características construtivas das usinas ou de restrições hidráulicas especiais. Dentre as mais importantes destacam-se os limites de armaze-

⁴ Por exemplo, o volume V , associado a uma vazão Q de $1000 \text{ m}^3/\text{s}$ durante o intervalo de uma hora (i.e., 3600 segundos) é calculado pela seguinte equação:

$$V = Q \cdot c_1 = 1.000 \left[\frac{3.600}{10^6} \right] = 3,6 \text{ hm}^3$$

Neste caso, $c_1=0,0036$.

namento e vertimento dos reservatórios (inequações 2.5 e 2.6, respectivamente) e as restrições de defluência (Inequação 2.7). No caso brasileiro, usualmente, os limites de vazão defluente são impostos pelo manuseio da água na irrigação, navegação e controle de cheias.

$$v_r^{min} \leq v_{r,t+1} \leq v_r^{max} \quad (2.5)$$

$$0 \leq s_{rt} \leq s_r^{max} \quad (2.6)$$

$$d_{rt}^{min} \leq Q_{rt} + s_{rt} \leq d_{rt}^{max} \quad (2.7)$$

onde:

v_r^{min} representa o limite mínimo do reservatório r , em [hm³];

v_r^{max} representa o limite máximo do reservatório r , em [hm³];

s_r^{max} representa o vertimento máximo do reservatório r , em [m³/s];

d_r^{min} vazão defluente mínima, [m³/s] do r -ésimo reservatório durante o estágio t ;

d_r^{max} é a vazão defluente máxima, [m³/s] do r -ésimo reservatório durante o estágio t .

No que se refere à coordenação com o problema de mais longo prazo, essa tarefa, no caso brasileiro, irá ser realizada pelo acoplamento da função custo futuro⁵ no final do horizonte da programação (ONS, 2003a). Todavia, para obter tal função, seria necessário realizar uma otimização operativa da configuração hidrotérmica, com base nos custos de geração termelétrica associados a diversos cenários de afluência no futuro. Isso não é de interesse deste trabalho e, portanto, não será incluída a função custo futuro na modelagem do problema. Todavia, na tentativa de se considerar, pelo menos de forma aproximada, o efeito da função de cus-

⁵ O conjunto de restrições referente à função de custo futuro da água é fornecido pelo modelo DECOMP. Esse modelo é responsável pela elaboração, dentre outras atividades, do Programa Mensal da Operação Energética (2003a).

to futuro, foi representado no problema limites mnimos de armazenamento dos reservatrios que devem ser respeitados no ltimo estgio de estudo, da seguinte maneira:

$$v_{r,T+1} \geq v_r^{LP} \quad (2.8)$$

onde:

v_r^{LP} é o mnimo volume do reservatrio r ao final do perodo de estudo, isto é, no incio do estgio $T+1$.

2.2.1.1 Queda Bruta

Uma importante varivel associada com a operao de um reservatrio é a altura de queda bruta. Essa queda, em metros, é dada pela diferena entre cota de montante e cota de jusante. A cota de montante é uma funo no-linear do volume armazenado no reservatrio e a cota de jusante é também uma funo no-linear da vazão total turbinada na usina e da vazão vertida. No caso brasileiro, essas cotas são representadas por polinômios de quarta ordem.

Matematicamente, altura de queda bruta média de um dado reservatrio r , durante o estgio t , hb_{rt} , é dada, por:

$$hb_{rt} = a_0 + a_1 v_{rt} + a_2 v_{rt}^2 + a_3 v_{rt}^3 + a_4 v_{rt}^4 - b_0 - b_1(Q_{rt} + s_{rt}) - b_2(Q_{rt} + s_{rt})^2 - b_3(Q_{rt} + s_{rt})^3 - b_4(Q_{rt} + s_{rt})^4 \quad (2.9)$$

onde:

a_0, \dots, a_4 são os coeficientes do polinômio que compõem a cota de montante do reservatrio;

b_0, \dots, b_4 são os coeficientes do polinômio que compõem a cota de jusante do reservatrio;

\underline{v}_{rt} é o volume médio ao longo do estágio t^6 , dado por $(v_{rt}+v_{r,t+1})/2$.

A Tabela 2.1 contém os coeficientes do polinômio da cota de montante para cada reservatório.

Tabela 2.1: Coeficientes do Polinômio da Cota Montante⁷.

USINA	$a_0 (x10^3)$	$a_1(x10^{-1})$	$a_2(x10^{-5})$	$a_3(x10^{-9})$	$a_4(x10^{-13})$
Foz do Areia	0,6509	0,3499	-0,6500	0,7778	-0,3953
Segredo	0,5525	0,2469	-0,2103	0	0
Salto Santiago	0,4477	0,1823	-0,2871	0,3003	-0,1273
Salto Osório	0,3970	0	0	0	0
Salto Caxias	0,3250	0	0	0	0

A Figura 2.2 ilustra o comportamento da cota de montante das usinas hidrelétricas. Pode se observar que a cota de montante das usinas de Foz do Areia, Segredo e Salto Santiago é uma função estritamente côncava⁸. Por sua vez, a cota montante de Salto Osório e de Salto Caxias é dada por uma função constante, dado que as usinas são do tipo fio d’água. Nas figuras ainda é possível observar os limites de armazenamento dos reservatórios.

⁶ Rigorosamente a expressão que define a cota equivalente de montante é dada por uma integral que depende dos volumes inicial e final de um dado estágio t . Como a variação da cota montante não é significativa no planejamento de curto prazo, a simplificação pelo volume médio é uma boa aproximação (FINARDI, 2003) para a grande maioria dos reservatórios do caso brasileiro.

⁷ As unidades referentes aos coeficientes do polinômio de cota montante são: $a_0[m]$, $a_1[m/hm^3]$, $a_2[m/hm^6]$, $a_3[m/hm^9]$ e $a_4[m/hm^{12}]$.

⁸ A análise da concavidade (convexidade) de uma função pode ser dada pela sua derivada segunda, da seguinte maneira:

$$\frac{\partial^2 f_{cm}}{\partial v^2} \begin{cases} < 0, \forall v \rightarrow \text{estritamente concava} \\ \leq 0 \quad \forall v \rightarrow \text{concava} \\ > 0, \forall v \rightarrow \text{estritamente convexa} \\ \geq 0 \quad \forall v \rightarrow \text{convexa} \end{cases}$$

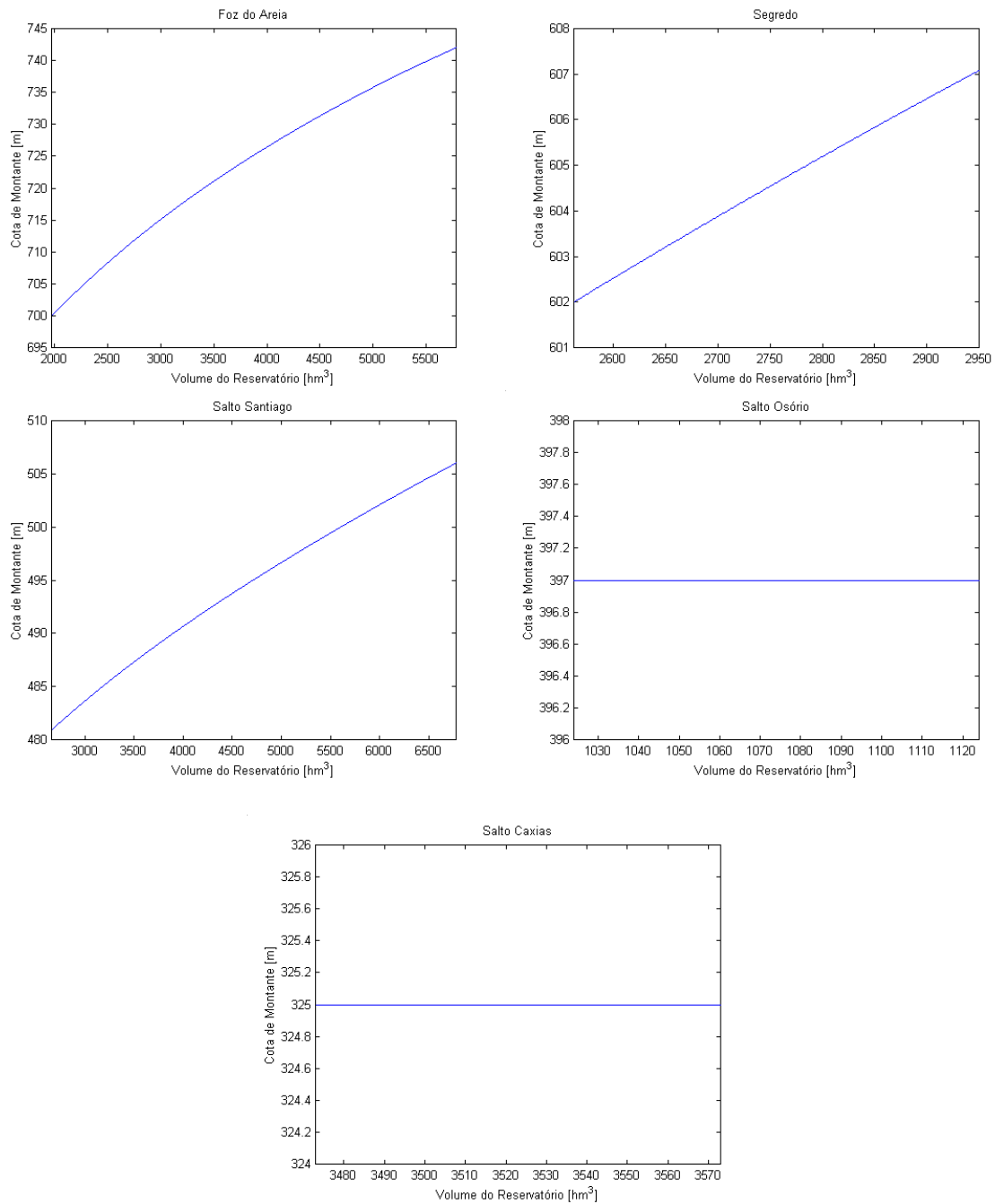


Figura 2.2: Comportamento da Cota de Montante dos Reservatórios.

Da mesma forma que para a cota de montante, a Tabela 2.2 mostra os coeficientes da cota de jusante para os reservatórios, e a Figura 2.3 ilustra geometricamente o comportamento das funções associadas.

Tabela 2.2: Coeficientes do Polinômio da Cota de Jusante⁹.

USINA	$b_0(x10^3)$	$b_1(x10^{-4})$	$b_2(x10^{-7})$	$b_3(x10^{-12})$	$b_4(x10^{-19})$
Foz do Areia	0,6019	11,060	4,209	-83,110	47,610
Segredo	0,4900	0,608	2,925	-23,200	4,565
Salto Santiago	0,3944	21,110	-0,792	2,352	-271,4
Salto Osório	0,3218	22,810	-1,403	3,842	-536,3
Salto Caxias	0,2579	6,208	-0,172	0,228	0,122

⁹ As unidades referentes aos coeficientes do polinômio de cota jusante são: $b_0[m]$, $b_1[s/m^2]$, $b_2[s^2/m^5]$, $b_3[s^3/m^8]$ e $b_4[s^4/m^{11}]$.

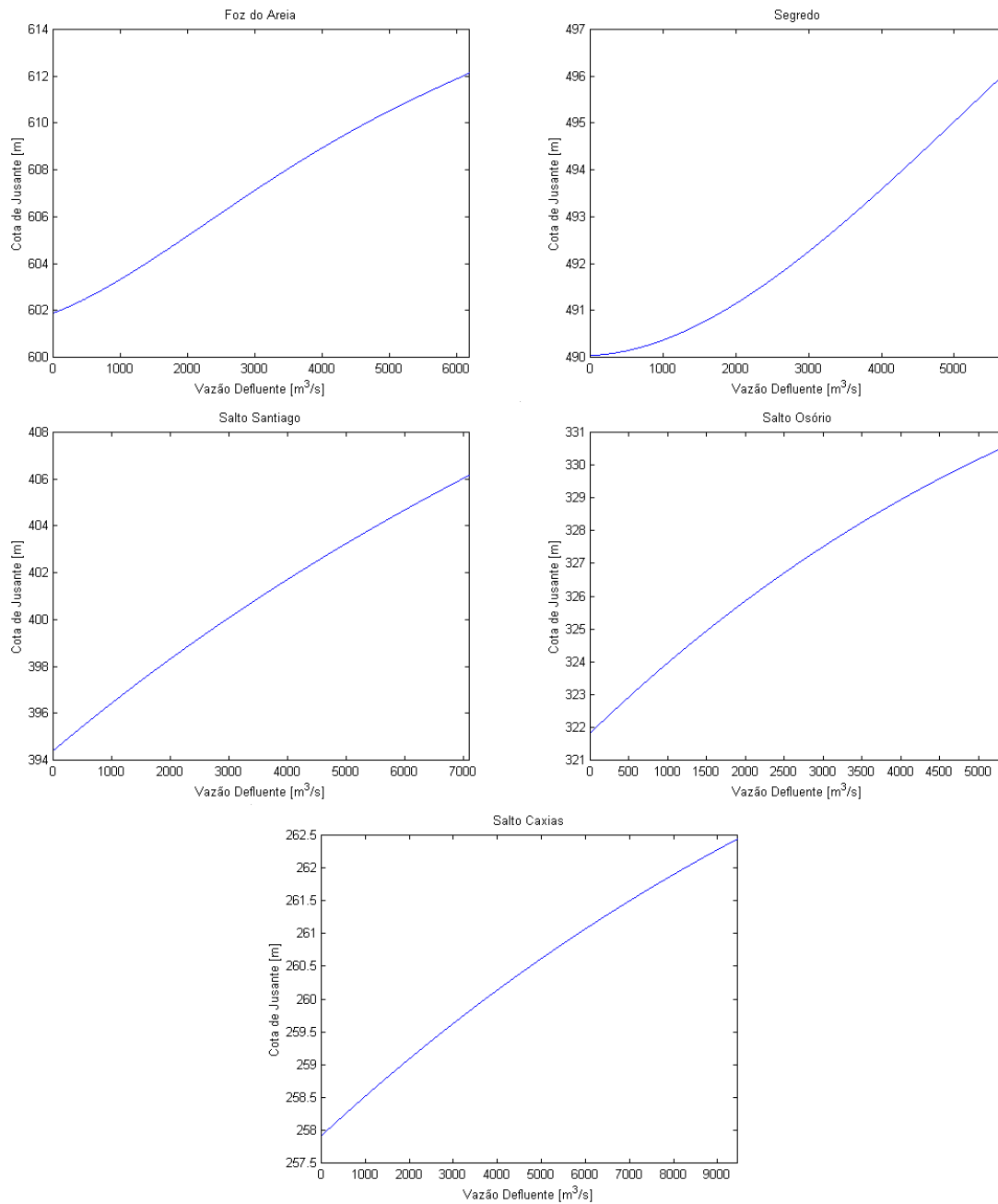


Figura 2.3: Comportamento da Cota de Jusante dos Reservatrios.

Na Figura 2.3 é possvel notar a presena de no-convexidades na cota de jusante das usinas hidreltricas. Por meio da figura, nota-se que a concavidade da cotas de jusante das usinas so diferentes. A usina de Foz do Areia possui uma funo da cota de jusante no convexa e no cncava; Segredo possui uma funo estritamente convexa; e as demais usinas possuem funes estritamente cncavas.

Na Figura 2.3 ainda é possível observar os limites de defluência dos reservatórios¹⁰.

Na seqüência a Figura 2.4 ilustra as curvas de queda bruta das usinas.

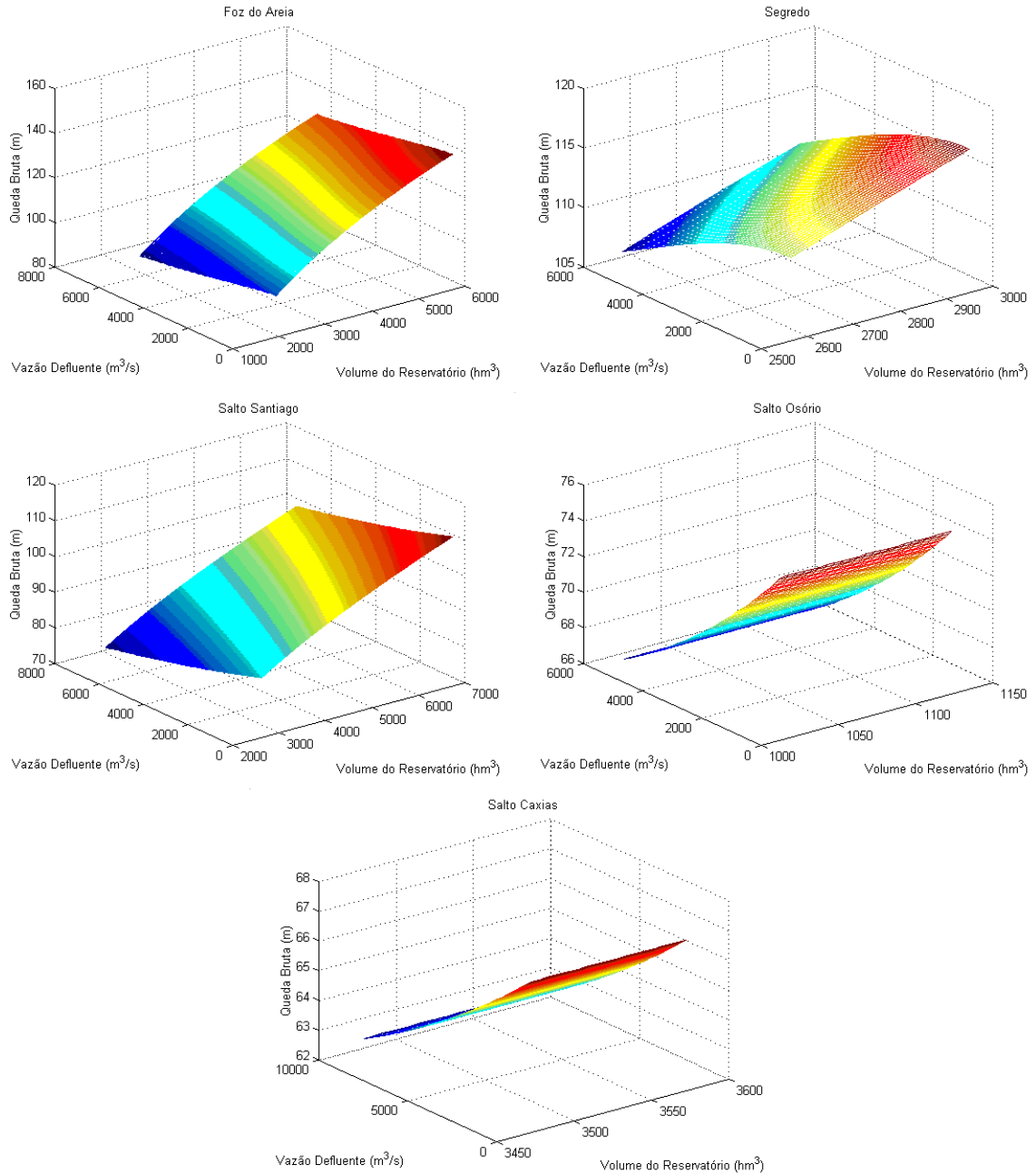


Figura 2.4: Queda Bruta das UHEs.

¹⁰ A vazão defluente utilizada varia de zero até três vezes a vazão turbinada máxima da usina.

O volume do reservatório varia da capacidade mínima à máxima para todos as usinas estudadas. A vazão defluente varia do zero até o seu máximo valor considerado.

2.2.2 Função de Produção das Unidades Hidrelétricas

O processo de produção de energia elétrica, em um aproveitamento hidrelétrico, pode ser visto como a transformação da energia potencial da água armazenada no reservatório em energia elétrica, por meio das unidades geradoras. Desse modo, a potência em MW produzida por uma unidade geradora é (FORTUNATO *et al.*, 1990; SILVA, 2001; MONTIBELLER, 2003; FINARDI, 2003):

$$ph_j = G \times \eta_j \times hl_j \times q_j \quad (2.10)$$

onde:

G constante com valor de $9,81 \cdot 10^{-3}$ [kg/m²s²], a qual representa o produto do coeficiente de massa específica da água (10³ kg/m³) pela aceleração da gravidade (9,81 m/s²), multiplicada por 10⁻⁶ para converter a potência de W para MW;

q_j vazão turbinada na unidade geradora [m³/s];

hl_j altura de queda líquida [m], dada pela diferença entre a altura de queda bruta e as perdas hidráulicas no conduto forçado (FINARDI, 2003):

$$hl_j = hb_j - k_j q_j^2 \quad (2.11)$$

onde:

k_j é a constante característica do conduto forçado da j -ésima unidade geradora (adutores individuais de cada unidade), expresso em [s²/m⁵];

Neste trabalho, a perda hidráulica é proporcional somente ao quadrado da vazão turbinada na unidade geradora. Essa perda

depende, dentre outras coisas, das características construtivas dos condutos, conforme pode ser visto em SOUZA, 1983.

η_j produto do rendimento da turbina e do gerador. É uma função que depende de duas variáveis: altura de queda líquida e vazão turbinada na unidade. Esse inter-relacionamento é bastante complexo, sendo normalmente expresso por meio de curvas de desempenho (curvas-colina) da unidade. Neste trabalho, o rendimento é modelado pela seguinte função quadrática (FINARDI, 2003):

$$\eta_j(q_j, hl_j) = \rho_{0j} + \rho_{1j}q_j + \rho_{2j}hl_j + \rho_{3j}hl_jq_j + \rho_{4j}q_j^2 + \rho_{5j}hl_j^2 \quad (2.12)$$

onde:

$\rho_{0j} \dots \rho_{5j}$ são coeficientes de eficiência da j -ésima unidade, que devem ser estimados a partir de pontos da curva-colina da mesma.

Assim como feito na seção anterior, na seqüência serão mostrados alguns importantes dados que compõem a função de produção das unidades. Inicialmente, observe que a Tabela 2.3 contém as constantes de perdas hidráulicas utilizadas no trabalho. Na seqüência, a Figura 2.5 mostra graficamente o comportamento não-linear das perdas nas unidades. Nota-se que Salto Osório possui dois grupos distintos de unidades, apresentando, portanto perdas diferentes para cada grupo.

Tabela 2.3: Coeficientes de Perdas Hidráulicas das Unidades [s²/m⁵].

USINA	$k_j (\times 10^{-6})$
Foz do Areia	22,290
Segredo	18,300
Salto Santiago	10,776
Salto Osório - Grupo I	36,156
Salto Osório - Grupo II	71,270
Salto Caxias	3,628

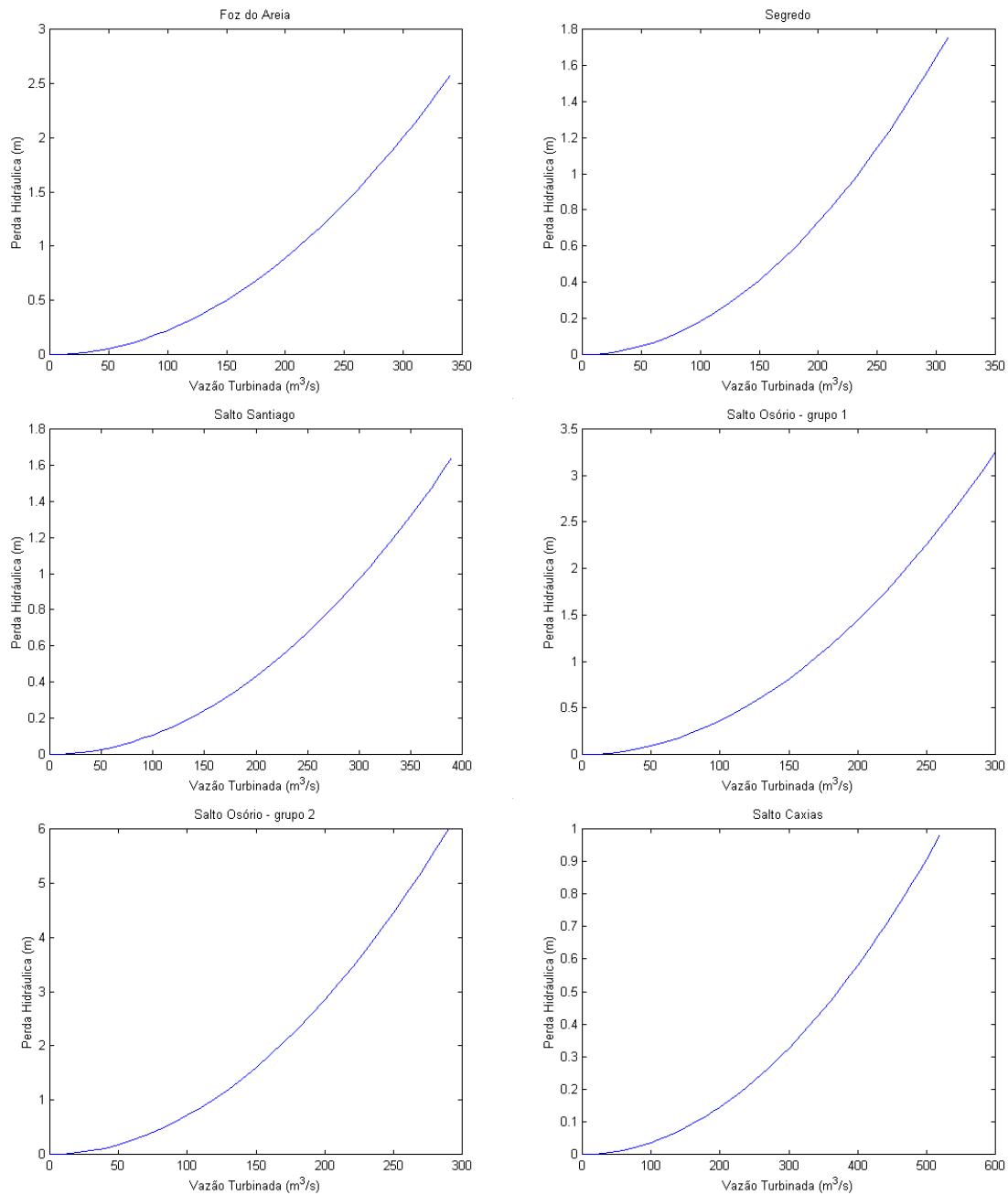


Figura 2.5: Perdas Hidráulicas das Unidades Hidrelétricas.

Ainda na Figura 2.5 pode-se observar os valores de engolimento máximo das unidades. Os valores de vazão turbinada máxima das unidades hidrelétricas são: 344 m³/s (Foz do Areia), 317 m³/s (Segredo), 394 m³/s (Salto Santiago), 301 e 290 m³/s (Salto Osório) e 525 m³/s (Salto Caxias).

Os coeficientes do rendimento são mostrados na Tabela 2.4 e os respectivos gráficos são mostrados na Figura 2.6.

Tabela 2.4: Coeficientes de Rendimento das Unidades¹¹.

USINA	$\rho_{0j}(\times 10^{-2})$	$\rho_{1j}(\times 10^{-3})$	$\rho_{2j}(\times 10^{-3})$	$\rho_{3j}(\times 10^{-6})$	$\rho_{4j}(\times 10^{-6})$	$\rho_{5j}(\times 10^{-5})$
Foz do Areia	-50,142	4,780	11,505	-2,403	-7,615	-4,233
Segredo	35,873	3,207	3,194	9,806	-9,128	-2,442
Salto Santiago	39,235	2,972	1,980	4,100	-5,733	-1,396
Salto Osório - Grupo I	27,070	1,215	14,311	41,121	-8,334	-17,282
Salto Osório - Grupo II	7,769	3,305	11,804	5,756	-6,962	-9,395
Salto Caxias	35,873	1,938	5,373	9,964	-3,331	-6,907

¹¹ As unidades referentes aos coeficientes de rendimento das unidades hidrelétricas são: ρ_0 (adimensional), ρ_1 [s/m³], ρ_2 [1/m], ρ_3 [s/m⁴] e ρ_4 [1/m²].

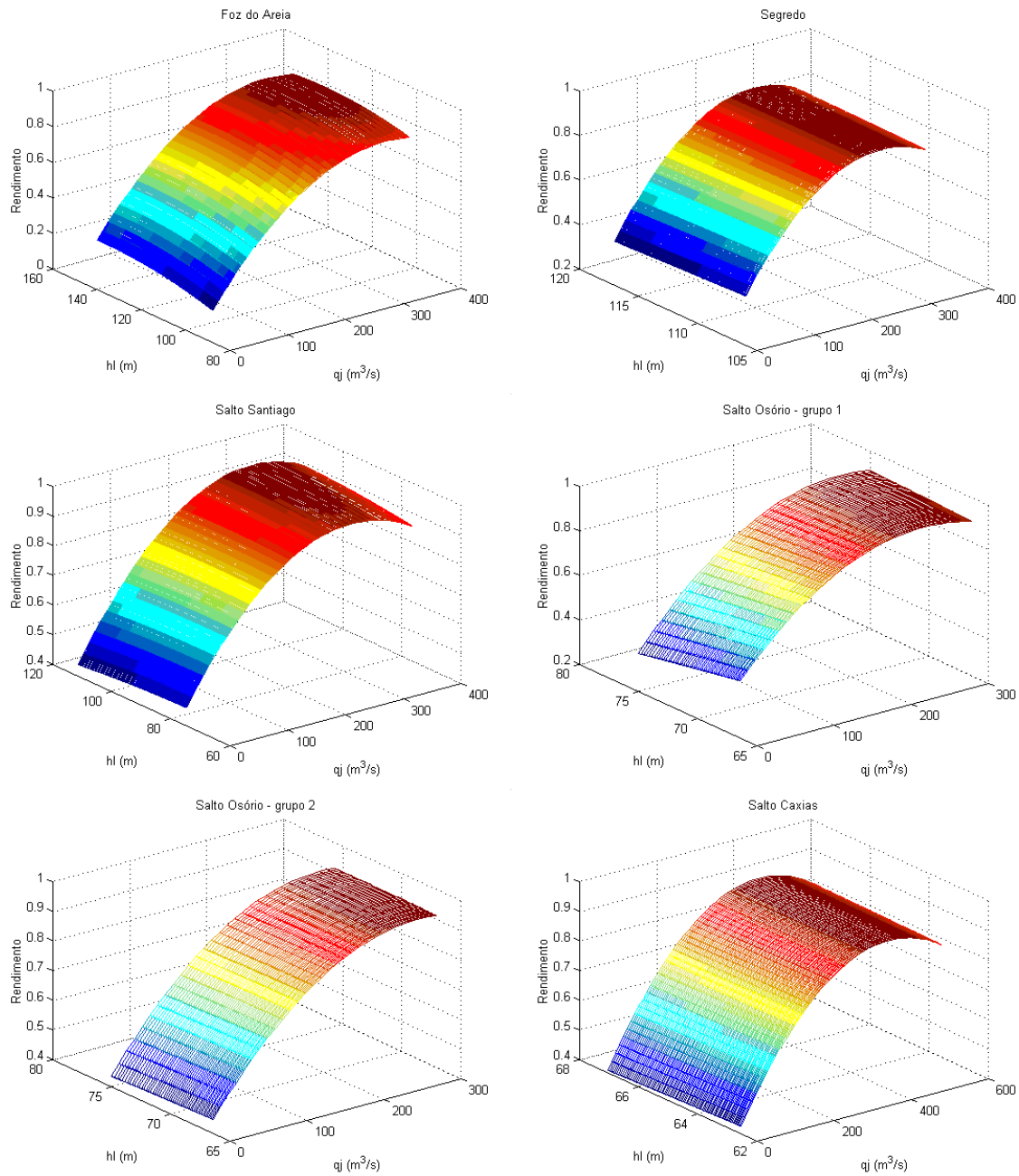


Figura 2.6: Rendimento das Unidades Hidrelétricas.

Na figura mostrada a seguir é possível observar a faixa operativa da queda líquida das usinas, onde os respectivos valores nominais são: 135 m (Foz do Areia), 110 m (Segredo), 102 m (Salto Santiago), 68,40 m (Salto Osório) e 64 m (Salto Caxias).

A Figura 2.7 representa as funções de produção das unidades em função da queda líquida e da vazão turbinada na unidade. Nota-se que quanto maior a altura líquida e a vazão turbinada na unidade, maior a potência gerada pela mesma.

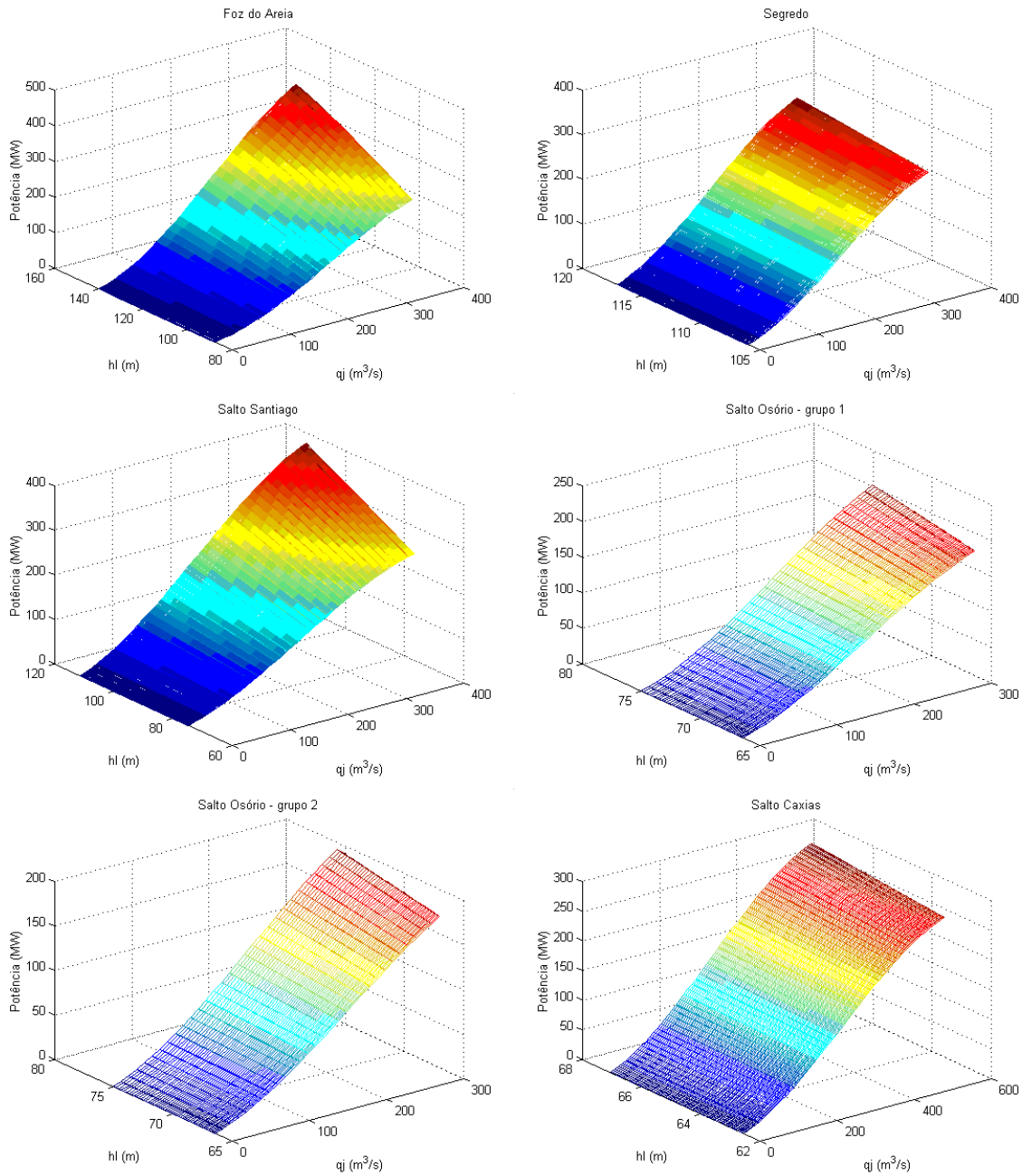


Figura 2.7: Função de Produção das Unidades Hidrelétricas.

Neste trabalho foi feita uma simplificação na função de produção, pois não foi considerada a influência da vazão vertida na função de cota de jusante, bem como se considerou a cota de montante dependente somente do volume inicial do

reservatório. A simplificação da vazão vertida na função da cota de jusante teve como objetivo diminuir o tamanho do problema dual; no entanto, sua representação na modelagem é simples, conforme mostrado em Finardi (2003). Deste modo, portanto, a função de produção é um polinômio de ordem 12 com relação à vazão turbinada na usina e de ordem 7 em relação à vazão turbinada na unidade:

$$ph_j(q_j^7, Q^{12}) = 9,81 \times 10^{-3} (\rho_{0j} + \rho_{1j}q_j + \rho_{2j}hl_j(q_j^2, Q^4) + \rho_{3j}q_jhl_j(q_j^2, Q^4) + \rho_{4j}q_j^2 + \rho_{5j}hl_j^2(q_j^2, Q^4))hl_j(q_j^2, Q^4)q_j \quad (2.13)$$

Além da função de produção, o modelo proposto neste trabalho também representa algumas restrições operativas tais como aquelas associadas as zonas proibidas de geração. As zonas proibidas representam as regiões nas quais a turbina não pode ser operada devido a problemas que comprometem seu funcionamento. A cavitação e vibrações mecânicas são alguns dos problemas que originam tais zonas. As zonas proibidas de geração geralmente são fornecidas pelo fabricante e expressas na curva-colina da unidade.

Matematicamente as restrições associadas com as zonas proibidas podem ser definidas pela representação das faixas permitidas de operação, da seguinte maneira:

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{min} z_{jkrt} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{max} z_{jkrt} \quad (2.14)$$

onde:

- Φ_{jr} total de faixas permitidas da j -ésima unidade do r -ésimo reservatório;
- k índice associado às faixas operativas permitidas das unidades, tal que $k=1, \Phi_{jr}$;
- ph_{jkrt}^{min} potência mínima da j -ésima unidade, pertencente ao r -ésimo reservatório, durante o estágio t , quando a mesma estiver operando em sua k -ésima faixa permitida;

ph_{jkrt}^{max} potência máxima da j -ésima unidade, pertencente ao r -ésimo reservatório, durante o estágio t , quando a mesma estiver operando em sua k -ésima faixa permitida;

z_{jkrt} variável de decisão binária que indica se a j -ésima unidade, pertencente ao r -ésimo reservatório, está ligada ($z_{jkrt}=1$) ou desligada ($z_{jkrt}=0$), na k -ésima faixa permitida, durante o estágio t . Essa variável deve respeitar mais uma restrição, uma vez que cada unidade só pode operar em uma faixa operativa, em cada estágio t , ou estar desligada:

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \tag{2.15}$$

A seguir são apresentadas, na Tabela 2.5, as faixas de operação para as unidades:

Tabela 2.5: Zonas Permitidas das Unidades Hidrelétricas.

USINA	Faixa de Operação (MW)	Capacidade Máxima de Geração da Usina (MW)
Foz do Areia	290-419	1.676
Segredo	180-315	1.260
Salto Santiago	210-355	1.420
Salto Osório - Grupo I	120-182	728
Salto Osório - Grupo II	120-175	350
Salto Caxias	205-310	1.240

Ainda na Tabela 2.5, observa a capacidade nominal de geração de cada usina, sendo que a soma de todas representa a capacidade máxima do parque hidrelétrico no sistema, que é igual a 6674 MW.

Adicionalmente às zonas proibidas (ou faixas permitidas), o modelo proposto considera as seguintes restrições de reserva:

$$PH_{rt}^{max} - \sum_{j=1}^{Jrt} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12}) \geq RH_{rt} \tag{2.16}$$

onde:

PH_{rt}^{max} máxima geração da usina r durante o estágio t , em MWh. A geração máxima é calculada considerando a máxima cota de montante (volume inicial do reservatório). Na seção de resultados (Capítulo 5) serão abordados detalhes adicionais sobre o cálculo de PH_{rt}^{max} ;

RH_{rt} valor de reserva energética da usina hidrelétrica situada no r -ésimo reservatório, em MWh.

2.3 SISTEMA TERMELÉTRICO

As usinas termelétricas produzem energia elétrica a partir da energia química ou nuclear de determinados elementos denominados de combustíveis. Basicamente, as usinas termelétricas podem ser divididas em dois grandes grupos:

- As que utilizam combustíveis fósseis (gás natural, carvão, diesel, entre outros);
- As que utilizam combustíveis nucleares (plutônio, urânio, por exemplo).

Neste trabalho a representação das unidades termelétricas é feita de forma simplificada. Não é objetivo deste trabalho realizar o “*thermal unit commitment*”. Nesse sentido, as termelétricas mostradas na Figura 2.1 têm sua representação no modelo proposto por meio dos seguintes parâmetros:

1. Custo operativo em faixa nominal, isto é, os custos de partida são negligenciados;
2. Restrições de limites de rampa e de reserva.

O custo operativo de cada unidade geradora considerado é dado pela seguinte equação:

$$CT_{it}(pt_{it}) = ct_{1i}pt_{it}^2 + ct_{2i}pt_{it} \quad (2.17)$$

onde:

- i índice que corresponde a usina termelétrica varia de $i=1, n_t$ (número de usinas termelétricas);
- CT_{it} custo operativo total da usina termelétrica i durante o estágio t , em R\$;
- ct_{1i} e ct_{2i} coeficientes da função de produção da i -ésima usina termelétrica¹².
- pt_{it} geração da i -ésima usina termelétrica no estágio t ;

Tabela 2.6: Coeficientes da função de produção das termelétricas¹³.

USINA	ct_1	ct_2
T_1	0,07	0,03
T_2	0,04	10

As duas usinas termelétricas consideradas foram fictícias e a Figura 2.8 ilustra o comportamento de suas respectivas curvas de custo de operação.

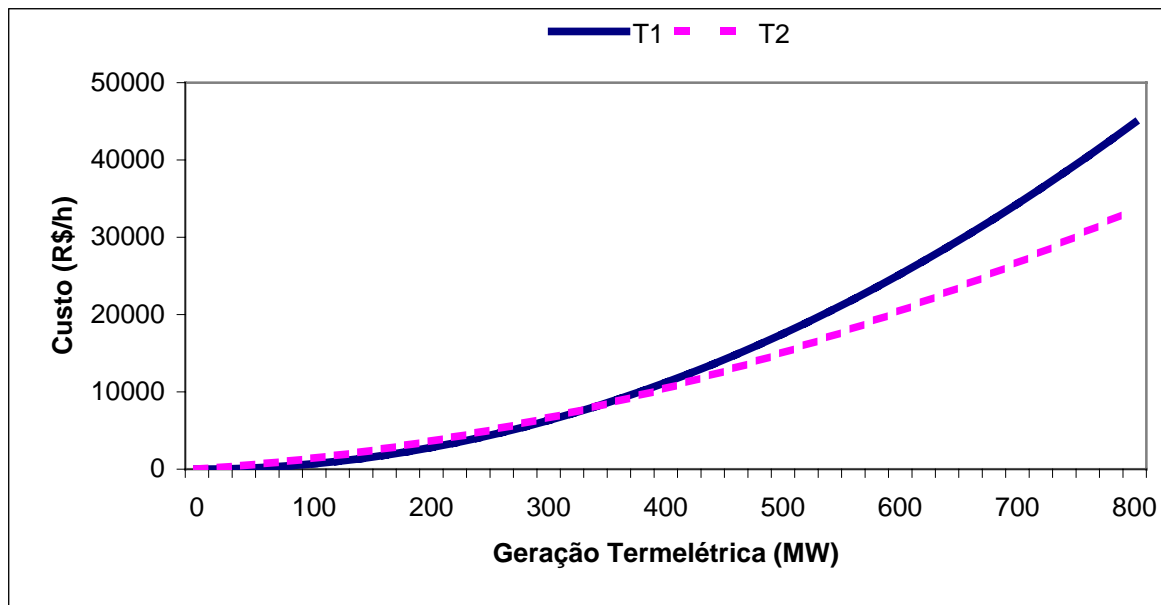


Figura 2.8: Custo da Geração Termelétrica.

¹² Os coeficientes da função de produção das termelétricas foram estimados, considerando somente que as duas usinas possuíssem custos diferentes de geração.

¹³ As unidades referentes aos coeficientes da função de produção das termelétricas são: ct_1 [R\$/MWh²] e ct_2 [R\$/MWh].

Na figura, no eixo das abscissas, pode-se observar ainda os limites de geração termelétrica (0-800MW).

A capacidade de geração termelétrica corresponde, aproximadamente, a 20% da capacidade instalada do sistema hidrotérmico utilizado.

A restrição de rampa representa a capacidade de variação de geração em intervalos de tempo consecutivos. Portanto, trata-se de uma restrição acoplada no tempo, como pode ser observada abaixo:

$$|pt_{it} - pt_{i,t-1}| \leq \Delta_i \quad (2.18)$$

onde:

Δ_i é o valor que representa a máxima variação para a i -ésima usina termelétrica entre dois períodos de tempo consecutivos, em MW.

Finalizando a modelagem das unidades termelétricas, tem-se a seguinte restrição de reserva:

$$PT_i^{max} - pt_{it} \geq RT_{it} \quad (2.19)$$

onde:

PT_i^{max} máxima geração da i -ésima usina termelétrica;

RT_{it} valor de reserva energética da i -ésima usina termelétrica, no estágio t .

2.4 SISTEMA DE TRANSMISSÃO

O sistema de transmissão da configuração hidrotérmica é representado por três linhas de transmissão interligando as três barras. O limite de intercâmbio entre as barras é representado pelo limite de fluxo de energia ativa nas linhas de transmissão, em cada intervalo de tempo. Na Figura 2.9 é mostrado o sentido dos fluxos arbitrados.

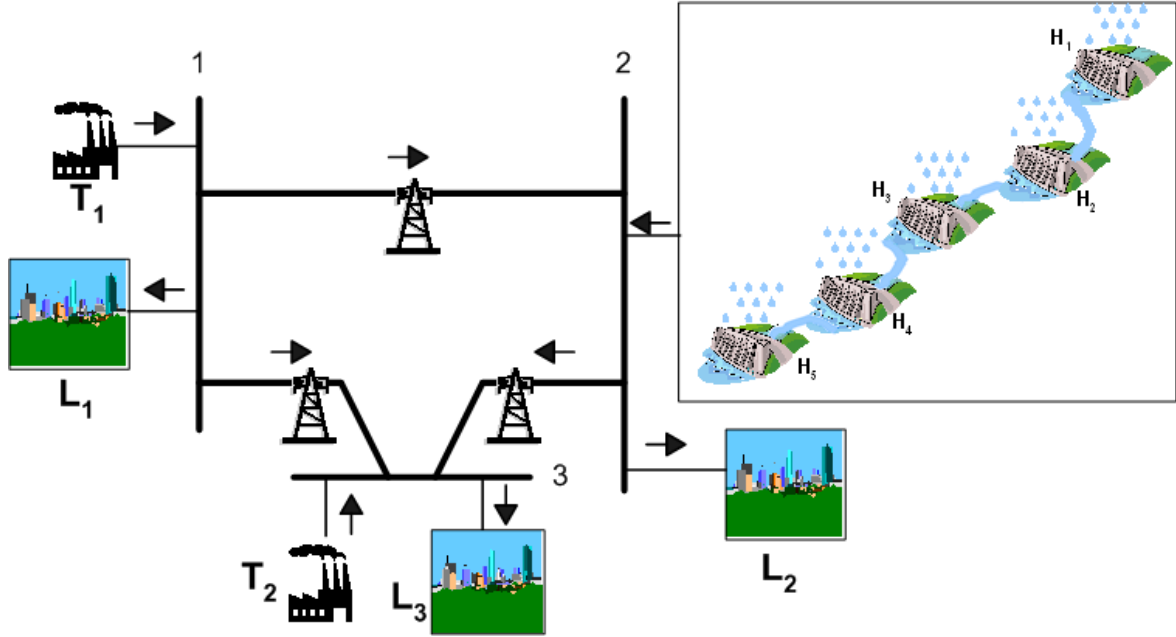


Figura 2.9: Sentido do Fluxo Arbitrado.

As restrições de desigualdade são explicitadas abaixo:

$$\begin{aligned}
 -INT12^{max} &\leq INT12_t \leq INT12^{max} \\
 -INT13^{max} &\leq INT13_t \leq INT13^{max} \\
 -INT23^{max} &\leq INT23_t \leq INT23^{max}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

onde:

$INT12^{max}$ é o máximo intercâmbio entre a barra 1 e a barra 2, em MWh;

$INT13^{max}$ é o máximo intercâmbio entre a barra 1 e a barra 3, em MWh;

$INT23^{max}$ é o máximo intercâmbio entre a barra 2 e a barra 3, em MWh.

Com o sentido do fluxo adotado na Figura 2.9, obtém-se as seguintes restrições de atendimento à demanda¹⁴, em cada estágio t :

$$\begin{aligned}
 pt_{1t} - INT12_t - INT13_t &= L_{1t} \\
 \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_r} ph_{jrt} (q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12}) + INT12_t - INT23_t &= L_{2t} \\
 pt_{2t} + INT13_t + INT23_t &= L_{3t}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

¹⁴ As restrições de atendimento à demanda, neste trabalho, são simplificadas.

2.5 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA

A modelagem matemática do problema de otimização de interesse deste trabalho é dada por:

$$\min F = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{n_i=2} (ct_{1i}pt_{it}^2 + ct_{2i}pt_{it}) \quad (2.22)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} pt_{1t} - INT12_t - INT13_t &= L_{1t} \\ \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{Jrt} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12}) + INT12_t - INT23_t &= L_{2t} \\ pt_{2t} + INT13_t + INT23_t &= L_{3t} \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} -INT12^{max} &\leq INT12_t \leq INT12^{max} \\ -INT13^{max} &\leq INT13_t \leq INT13^{max} \\ -INT23^{max} &\leq INT23_t \leq INT23^{max} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$v_{r,t+1} - v_{rt} + c_1 \left[Q_{rt} + s_{rt} - \sum_{m \in \mathfrak{B}_+^{(r)}} (Q_{r,t-\tau_{mr}} + s_{r,t-\tau_{mr}}) - y_{rt} \right] = 0 \quad (2.25)$$

$$0 \leq s_{rt} \leq s_r^{max} \quad (2.26)$$

$$v_r^{min} \leq v_{rt} \leq v_r^{max} \quad (2.27)$$

$$v_{r,T+1} \geq v_r^{LP} \quad (2.28)$$

$$d_r^{min} \leq d_{rt} \leq d_r^{max} \quad (2.29)$$

$$d_{rt} - Q_{rt} - s_{rt} = 0 \quad (2.30)$$

$$PH_r^{max} - \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{Jrt} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12}) \geq RH_{rt} \quad (2.31)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{min} z_{jkrt} \leq ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12}) \leq \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} ph_{jkrt}^{max} z_{jkrt} \quad (2.32)$$

$$Q_{rt} - \sum_{j=1}^{I_{rt}} q_{jrt} = 0 \quad (2.33)$$

$$0 \leq q_{jrt} \leq q_{jrt}^{max} \quad (2.34)$$

$$z_{jrt} \in \{0, 1\} \quad (2.35)$$

$$\sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \leq 1 \quad (2.36)$$

$$pt_{i0} = \tilde{pt}_0 \quad (2.37)$$

$$|pt_{it} - pt_{i,t-1}| \leq \Delta_i \quad (2.38)$$

$$0 \leq pt_{it} \leq PT_i^{max} - RT_{it} \quad (2.39)$$

2.6 CONCLUSÕES

Este capítulo teve como objetivo apresentar a modelagem matemática referente ao problema da programação diária da operação eletroenergética de interesse deste trabalho.

A representação do sistema hidrotérmico utilizado é condizente a um sistema com predominância de recursos hidrelétricos e engloba uma função de produção detalhada das unidades hidrelétricas. Este detalhamento leva em conta o rendimento da unidade como função da vazão e da queda associada à mesma, o efeito da perda hidráulica nas unidades e a existência de múltiplos estados operativos devido às faixas permitidas de operação. A importância no detalhamento das unidades hidrelétricas torna a modelagem do comportamento físico bastante realista.

A modelagem termelétrica foi simplificada, sendo representada pelos custos operativos associados à operação nominal, restrições de rampa e reserva termelétrica.

Como conseqüência, a modelagem representada neste capítulo resulta em um problema de programação matemática com características que tornam o processo de solução uma tarefa complexa. As características matemáticas deste problema são: natureza combinatória, devido à necessidade de se definir quais uni-

dades devem estar operando em cada estágio de tempo; não-linear, devido às funções de produção tanto hidrelétrica como termelétrica e grande porte, devido a natureza combinatória.

Devido à complexidade matemática deste problema é necessária uma metodologia de solução que consiga tratá-la adequadamente. Essa metodologia, conforme será vista no próximo capítulo, é a Relaxação Lagrangeana, a qual tem sido muito utilizada na literatura para problemas com essas características.

Dessa forma, então, o próximo capítulo apresentará uma formulação compacta para o problema representado por (2.22)-(2.39) e abordará a metodologia de solução utilizada neste problema. Adicionalmente, será apresentada uma sucinta revisão bibliográfica onde alguns trabalhos semelhantes ao de interesse dessa dissertação são comentados.

CAPÍTULO 3 ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO

3.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo detalhar duas decomposições do problema da programação diária da operação eletroenergética. O capítulo inicia abordando uma sucinta revisão bibliográfica do problema da programação da operação. Após, introduz a metodologia de solução empregada: a Relaxação Lagrangeana - RL. Na seqüência as decomposições supracitadas são demonstradas matematicamente com o apoio de uma notação compacta.

3.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Independentemente do tipo de sistema, ou seja, termelétrico ou hidrotérmico, os modelos direcionados para a programação diária têm sido representados como um problema de otimização não-linear e inteiro misto, cujas simplificações de modelagem e estratégias de solução são escolhidas segundo as particularidades de cada sistema em estudo.

Os primeiros estudos referentes ao problema da programação diária foram realizados em meados da década de 60, em sistemas termelétricos com poucas unidades geradoras. A partir de então, um grande número de pesquisadores tem direcionado estudos para este problema, o qual é também conhecido como *thermal unit commitment problem* (GUAN *et al.*, 1992; SHEBLE *et al.*, 1994; MÖLLER *et al.*, 1995). Devido à natureza inteira e a estrutura das restrições do modelo de otimização relacionado, as metodologias típicas que comumente são utilizadas são as técnicas de *Branch and Bound* (WOLSEY, 1998), Programação Dinâmica (BELLMAN, 1957) e a Relaxação Lagrangeana (BAZARRA *et al.*, 1979; BERTSEKAS, 1999; LEMARÉCHAL, 2001), com destaque para a última conforme pode ser visto em Sheble *et al.* (1994).

No tocante a sistemas hidrotérmicos podem ser citados alguns modelos desenvolvidos no Brasil (ARCE *et al.*, 2002; BELLONI *et al.*, 2003; FINARDI, 2003; MONTIBELLER, 2003; FINARDI *et al.*, 2004; FINARDI *et al.*, 2005). E em outros países (FERREIRA *et al.*, 1989; RUZIC *et al.*, 1996a; RUZIC *et al.*, 1996b; LI *et al.*, 1997; GUAN *et al.*, 1997; SALAM *et al.*, 1998; GUAN *et al.*, 1999; NI *et al.*, 1999; GONZÁLEZ *et al.*, 2001; LI *et al.*, 2005; NOWAK *et al.*, 2005). Dado que o interesse do nosso trabalho refere-se a sistemas hidrotérmicos, na seqüência alguns dos trabalhos descritos acima serão brevemente comentados.

Nos trabalhos estrangeiros citados, os sistemas considerados são em sua maioria predominantemente termelétricos. Conseqüentemente, a modelagem da função de produção das unidades hidrelétricas é representada por uma quadrática que depende da vazão turbinada na mesma. Neste sentido, destaque é dado ao trabalho de Li *et al.* (1997), em que o sistema tem predominância hidrelétrica¹⁵ e a modelagem do problema apresenta os custos de partida e restrições de *minimum uptime* e *downtime* das unidades hidrelétricas. O custo futuro da água armazenada nos reservatórios é representado na função objetivo. No entanto, não são consideradas as zonas proibidas e não existe a influência da variação da altura líquida na função de produção das unidades hidrelétricas, isto é, o volume é considerado constante e a função de produção não depende da vazão vertida do reservatório.

Em Guan *et al.* (1997), Guan *et al.* (1999) e Ni *et al.* (1999) são modeladas as zonas proibidas de operação das unidades hidrelétricas no sentido de evitar sua operação em níveis que comprometam suas características operativas esperadas. Guan *et al.* (1999) modela também restrições de defluência considerando, portanto, vazões que respeitem requisitos de navegação e recreação.

A metodologia de solução utilizada, na maioria dos trabalhos, é a Relaxação Lagrangeana, em que o problema original é decomposto em um subproblema

¹⁵ O sistema hidrelétrico possui 65 reservatórios, localizados em 14 cascatas das regiões nordeste e central do Estado da Califórnia. O sistema hidrotérmico possui 115 unidades hidrelétricas e 50 unidades termelétricas.

termelétrico e outro hidrelétrico, por meio de multiplicadores de Lagrange associadas às restrições relaxadas de atendimento à demanda e de reserva. O subproblema termelétrico resultante é muito semelhante ao *thermal unit commitment problem*, sendo solucionado via Programação Dinâmica, conforme pode ser visto em Ferreira *et al.* (1989).

No subproblema hidrelétrico, as restrições de conservação da massa da água acoplam, no tempo e no espaço, os reservatórios ligados em cascata, dificultando sua solução. Neste sentido, em Guan *et al.* (1997) são utilizados dois conjuntos de multiplicadores adicionais relaxando as restrições de limites de volume e de volume final. Desse modo, e com o apoio de algumas heurísticas, são desacoplados hidraulicamente os reservatórios e o subproblema hidrelétrico pode ser solucionado individualmente para cada estágio de tempo. No entanto, os mesmos autores em outro artigo (NI *et al.*, 1999) admitem que o modelo proposto anteriormente é restrito visto que não foi considerada a dependência do volume na função de produção das unidades, e desse modo à metodologia anterior não desacopla o problema no tempo. Neste sentido, o modelo mais recente (NI *et al.*, 1999) relaxa as restrições de limites das zonas operativas das unidades.

Desta forma, utilizando a RL, o subproblema hidrelétrico é decomposto em dois problemas menores de características distintas: contínua e inteira. O problema contínuo é solucionado via Fluxo de Redes (KENNINGTON *et al.*, 1980) e o problema inteiro é solucionado via Programação Dinâmica (GUAN *et al.*, 1997; GUAN *et al.*, 1999; NI *et al.*, 1999). Objetivando diminuir o espaço de estados desse problema, uma Lista de Prioridades (WOOD *et al.*, 1984) é utilizada em conjunto com a metodologia da Programação Dinâmica.

González *et al.* (2001) considera um sistema puramente hidrelétrico¹⁶ e destaca o inter-relacionamento das variáveis de vazão turbinada na usina e do volume do reservatório na função de produção da mesma. No entanto, neste trabalho não se representa o impacto da vazão vertida da usina, as perdas hidráulicas e a

¹⁶ Três usinas ligadas em cascata.

alocação das unidades hidrelétricas. A função de produção é linearizada por partes, requerendo o uso de variáveis binárias. O problema hidrelétrico é modelado via Programação Linear Inteira Mista (WOLSEY, 1998) e solucionado por um pacote comercial especializado.

Trabalhos mais recentes como Li *et al.* (2005) e Nowak *et al.* (2005) modelam o problema hidrotérmico via Programação Linear Inteira Mista e os solucionam por um pacote comercial especializado. Nesses trabalhos, a modelagem do parque gerador é feita por usinas, deste modo, restrições relacionadas às unidades hidrelétricas não são consideradas. Li *et al.* (2005) compara a solução do problema pela metodologia da Relaxação Lagrangeana com uma mistura das metodologias do *Branch and bound* e do *Cutting Plane* (WOLSEY, 1998). Nowak *et al.* (2005) incorpora as negociações de energia do dia seguinte, no problema de alocação das unidades, por meio de ofertas de geração que podem ser efetuadas pelos geradores no mercado. Essas ofertas têm influência direta no cálculo do preço. As incertezas da demanda e das ofertas de geração dos outros participantes acrescentam a natureza estocástica no problema de programação linear inteira-mista.

No Brasil, devido à predominância de recursos hídricos e a conseqüente necessidade de se representar seu parque gerador o mais próximo da realidade, os trabalhos desenvolvidos buscam detalhar as características operacionais das unidades hidrelétricas. Em Arce *et al.* (2002) pode-se observar a representação dos custos de partida e de desligamento das unidades; no entanto, não se leva em conta a modelagem das zonas proibidas das unidades hidrelétricas. Belloni *et al.* (2003) apresenta um modelo que inclui a alocação das unidades termelétricas no problema do despacho de geração horária desenvolvido para o sistema brasileiro. Na modelagem do parque gerador hidrelétrico, a função de produção das unidades hidrelétricas depende da vazão turbinada na usina, do volume do reservatório e da vazão vertida; a restrição de função de custo futuro da água também é representada. No entanto, a alocação das unidades hidrelétricas não é modelada, pois as unidades não são representadas de forma individualizada.

Nos trabalhos nacionais, Finardi (2003) e Montibeller (2003) recebem destaque no tocante a representação do parque hidrelétrico, principalmente, na modelagem das unidades hidrelétricas. A função de produção considerada é não-linear, dependente da vazão defluente do reservatório e da vazão turbinada na unidade. Como restrições, múltiplas faixas operativas das unidades são consideradas, de forma que as mesmas não operem em regiões que forneçam desgastes no conjunto turbina-gerador.

Neste trabalho, o sistema hidrotérmico possui predominância de recursos hidrelétricos. Desta forma, a modelagem do parque hidrelétrico é representada de forma adequada, semelhante aos trabalhos de Finardi (2003) e Motibeller (2003). Por sua vez, a representação do sistema termelétrico e de transmissão é feita de forma simplificada. Nesse sentido, as principais contribuições deste trabalho são a consideração da rede de transmissão (mesmo que simplificada) e, principalmente, a análise de sensibilidade das decomposições do problema.

3.3 RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

Conforme mostrado no capítulo anterior, o problema da programação diária da operação eletroenergética é de complexidade evidente necessitando, portanto, de um método de solução que possibilite manusear eficientemente essa característica. Neste sentido, a RL aparece na literatura como a preferida para a resolução do problema, como pode ser visto na sinopse feita por Sheble *et al.* (1994).

A estratégia de “dividir para conquistar” da RL, também conhecida como decomposição por preços, é bem conhecida. Essencialmente, as restrições que aco- plam o problema no tempo e/ou no espaço são relaxadas via multiplicadores de Lagrange, o que resulta em um problema de otimização com dois níveis hierárquicos de solução.

O primeiro nível consiste na resolução de um conjunto de subproblemas menores e mais simples de serem resolvidos que o problema original (subproblemas locais). O segundo nível é constituído pelo problema mestre, responsável pela

coordenação desses subproblemas, que atualiza os multiplicadores visando maximizar o problema dual. A Figura 3.1 oferece uma visão da estrutura empregada pela RL na solução de um problema de otimização com restrições.

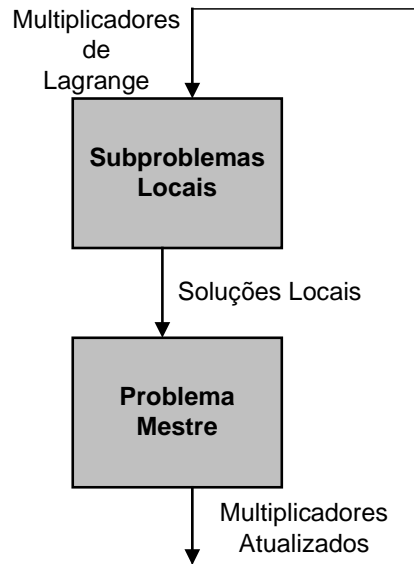


Figura 3.1: Níveis Hierárquicos da RL.

De forma geral, os subproblemas locais são solucionados para uma condição inicial (multiplicadores iniciais) e retornam ao problema mestre suas respostas (soluções primais). A atualização dos multiplicadores visa a maximização desse problema.

Para que esse esquema de solução seja eficiente, o *gap*¹⁷ de dualidade, no final do processo iterativo, deve ser o menor possível. De modo geral, somente quando o problema original for convexo pode se assegurar que a solução do problema dual corresponderá à solução do primal, ou seja, o *gap* será nulo. Conforme visto, no problema da programação diária existe a presença de variáveis binárias, garantindo assim que o problema seja de natureza não-convexa.

Dois aspectos são fundamentais para que seja encontrado um pequeno valor do *gap* de dualidade. Em primeiro lugar, os subproblemas locais devem ser resolvidos de maneira eficiente. Deste modo, é de fundamental importância que

¹⁷ Diferença entre os valores ótimos dos problemas primal e dual.

esses subproblemas sejam de fácil solução ou, que possam ser adequadamente resolvidos por algoritmos de otimização robustos. Na RL, os subproblemas com essas características podem ser obtidos escolhendo-se adequadamente quais grupos de restrições serão relaxadas.

O segundo aspecto diz respeito ao procedimento de atualização dos multiplicadores de Lagrange, isto é, a maximização do problema dual. Tipicamente, o problema dual é não-diferenciável e, portanto, realizar sua otimização não é uma tarefa trivial, dado que, por exemplo, os critérios de parada usualmente utilizados para funções diferenciáveis não podem ser aplicados.

Existe um vasto número de possibilidades de otimizar o problema dual. A técnica mais utilizada é a do Subgradiente (FERREIRA *et al*, 1989; RUZIC *et al*, 1996a; RUZIC *et al*, 1996b; GUAN *et al*, 1997; GUAN *et al*, 1999; NI *et al*, 1999), o qual é computacionalmente ineficiente devido às oscilações no processo iterativo e inexistência de um critério de parada. Por sua vez, os métodos dos Planos Cortantes (WOLSEY, 1998; REDONDO *et al*, 1999) e dos Feixes (LEMARÉCHAL *et al*, 1996; LEMARÉCHAL, 2001; BORGUETTI *et al*, 2003; BELLONI *et al*, 2003; MONTIBELLER, 2003) sobrepujam essas desvantagens; porém, o preço a ser pago está na complexidade de atualização dos multiplicadores. Nos Planos Cortantes deve-se resolver um problema de Programação Linear - PL, enquanto nos Feixes é necessário resolver um problema de Programação Quadrática - PQ.

O método dos Feixes representa o estado da arte em otimização não-diferenciável. Neste trabalho esse método será utilizado como o atualizador dos multiplicadores de Lagrange, por meio do software livre para uso acadêmico N1CV2 (LEMARÉCHAL *et al.*, 1987). As variáveis de entrada para o método são: o valor de função dual e o vetor de subgradientes, o qual representa os desvios das restrições dualizadas.

Devido à não-convexidade do problema da programação diária, a solução primal fornecida pelo problema dual é usualmente inviável, necessitando de uma outra fase do algoritmo denominada de recuperação primal. Neste trabalho não

será implementada esta fase. Um exemplo pode ser visto em Belloni *et al.* (2003), em que a recuperação primal é realizada usando aproximações da metodologia do Lagrangeano Aumentado (LEMARÉCHAL, 2001) em conjunto com algumas heurísticas.

Um exemplo ilustrativo do uso da metodologia da RL, separando o problema original em subproblemas menores e de menor complexidade de solução, pode ser visto no APÊNDICE I deste trabalho.

3.4 NOTAÇÃO COMPACTA

Com o objetivo de facilitar a notação matemática deste trabalho, as restrições do Problema (2.23)-(2.39) são agrupadas de acordo com as suas características de acoplamento (FINARDI *et al.*, 2004). Desse modo, obtém-se três subconjuntos diferentes, C_H , C_T e C_{HT} , correspondentes as variáveis hidrelétricas, termelétricas e de ambas naturezas. Esses subconjuntos são descritos na seqüência.

3.4.1 Restrições com variáveis hidráulicas (C_H)

O Subconjunto C_H , com variáveis exclusivamente hidráulicas possui variáveis dos reservatórios, bem como das unidades hidrelétricas. Deste modo, C_H é dividido em outros dois conjuntos (C_{HH} e C_{HUC}): $C_H = C_{HH}(Q,s,v) \cap C_{HUC}(z,q,Q)$, onde Q , s e v representam os respectivos vetores de vazão turbinada, vertida e volume armazenado de todos os reservatórios, z representa o vetor binário com a operação nas zonas das unidades e q o vetor das vazões turbinadas das unidades, para todos T estágios.

O Subconjunto C_{HH} engloba as restrições de modelagem dos reservatórios dadas por (2.25)-(2.30), enquanto que C_{HUC} representa as restrições das unidades hidrelétricas (2.32)-(2.36).

3.4.2 Restrições com variáveis termelétricas (C_T)

O Subconjunto C_T é dado pelas restrições (2.37) e (2.38), e possui apenas a variável pt , isto é, $C_T(pt)$, onde pt representa o vetor de geração termelétrica, para todas as n_t usinas, em todo o horizonte de estudo, T .

3.4.3 Restrições com variáveis hidrotérmicas (C_{HT})

O Subconjunto C_{HT} é formado pelas restrições (2.23), (2.24), (2.31) e (2.39). Embora as restrições de reserva termelétrica e hidrelétrica possam ser tratadas nos Subconjuntos C_T e C_H , respectivamente, optou-se neste trabalho incluir tais restrições em C_{HT} , conforme descrito mais adiante. Portanto, o Subconjunto C_{HT} contém as variáveis pt , q , Q e INT , cujas restrições na forma abstrata ficam $C_{HT}(pt, q, Q, INT)$. Aqui, INT representa o vetor com todas as variáveis de intercâmbio.

3.4.4 Forma Compacta do Problema

O problema de otimização com as restrições apresentadas, em notação abstrata, têm a seguinte estrutura:

$$\min F = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{n_t} c_{1i} pt_{it}^2 + c_{2i} pt_{it}$$

sujeito a: (3.1)

$$C_{HH}(Q, s, v) \cap C_{HUC}(z, q, Q) \cap C_T(pt) \cap C_{HT}(pt, q, Q, INT)$$

Pode-se observar a interdependência entre as variáveis pertencentes aos diferentes subconjuntos, o que representa o forte acoplamento do problema da programação diária.

3.5 DECOMPOSIÇÕES

Existem muitas maneiras de relaxar as restrições de acoplamento de um problema. Um importante critério para tomar essa decisão tem como base analisar o tamanho do *gap* de dualidade, que deve ser o menor possível. Nesse sentido, a

introduo de variveis artificiais aparece como uma boa escolha; veja Lemarchal *et al.* (2001) e tambm Lemarchal *et al.* (1996), Belloni *et al.* (2001), Finardi (2003), Finardi *et al.* (2004) e Finardi *et al.* (2005) para aplicaes dessa tcnica.

3.5.1 Problema Dual I

No Problema da Programao Diaria (3.1), observa-se que o Subconjunto C_{HT} est acoplado com C_T , C_{HUC} e C_{HH} ¹⁸, devido a restrio de atendimento a demanda. Essa restrio acopla todas as usinas/unidades e reservatrios do problema espacialmente. Deste modo, o primeiro objetivo desta decomposio est desacoplar as variveis hidreltricas das termeltricas.

Neste sentido, a primeira estratgia de decomposio est feita por meio da incluso das variveis artificiais pta e PHa , da seguinte maneira:

$$\min F = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{n_t} c_{1i} pt_{it}^2 + c_{2i} pt_{it}$$

sujeito a: (3.2)

$$C_{HH}(Q, s, v) \cap C_{HUC}(z, q, Q) \cap C_T(pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, INT)$$

$$pta_{it} = pt_{it}; \quad PHa_{rt} = \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12})$$

Note-se portanto que as variveis pta e Pha sso utilizadas nas restries de atendimento a demanda e de reserva, substituindo pt e $\sum_{j=1}^{J_{rt}} ph(q_j^7, Q^{12})$ em C_{HT} , respectivamente.

¹⁸ E como pode se observar no problema (3.1), o vetor Q , das vazoes turbinadas nas usinas, acopla C_{HH} e C_{HUC} .

Agora, pode-se observar que as variáveis de C_{HT} não estão mais acopladas com C_T , C_{HUC} e C_{HH} . O Subconjunto C_T também se apresenta desacoplado dos demais subconjuntos. No entanto, a variável Q acopla ainda os conjuntos C_{HH} e C_{HUC} . No sentido de desacoplar os respectivos subconjuntos, variáveis artificiais Qa são substituídas nas restrições de balanço hídrico em C_{HH} . Com essas variáveis adicionais, o Problema (3.2) é reescrito da seguinte maneira:

$$\min F = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{n_t} ct_{1i} pt_{it}^2 + ct_{2i} pt_{it}$$

sujeito a: (3.3)

$$C_{HH}(Qa, s, v) \cap C_{HUC}(z, q, Q) \cap C_T(pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, INT)$$

$$pta_{it} = pt_{it}; PHa_{rt} = \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12}); Qa_{rt} = Q_{rt}$$

Deste modo, o Problema (3.3) tem seus subconjuntos originais de restrições desacoplados entre si, isto é, C_{HH} , C_{HUC} , C_T e C_{HT} . No entanto, o acoplamento agora é dado pelas restrições artificiais. Para quebrar esse acoplamento, basta relaxar essas restrições com o uso dos multiplicadores de Lagrange λ_{pt} , λ_{PH} e λ_Q :

$$\max \theta_I(\lambda_{pt_{it}}, \lambda_{PH_{rt}}, \lambda_{Q_{rt}}) = \min F + \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^{n_t} \lambda_{pt_{it}} (pta_{it} - pt_{it}) + \sum_{r=1}^R \lambda_{PH_{rt}} (PHa_{rt} - \right.$$

$$\left. - \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12})) + \lambda_{Q_{rt}} (Qa_{rt} - Q_{rt}) \right]$$

sujeito a: (3.4)

$$C_{HH}(Qa, s, v) \cap C_{HUC}(z, q, Q) \cap C_T(pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, INT)$$

Observa-se que no Problema (3.4) não existe mais o inter-relacionamento das variáveis, podendo separá-lo em subproblemas menores, com características distintas, conforme será detalhado a seguir.

3.5.1.1 Subproblema Termeltrico

O primeiro subproblema gerado por esta decomposio denominado aqui de Termeltrico (θ_T), o qual contm apenas restries referentes as termeltricas, conforme visto anteriormente pelo conjunto $C_T(pt)$. O subproblema representado abaixo.

$$\theta_T(\lambda_{pt_{it}}) = \min \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^{n_t} ct_{it} pt_{it}^2 + (ct_{2i} - \lambda_{pt_{it}}) pt_{it} \right] \quad (3.5)$$

sujeito a: $C_T(pt)$

Trata-se de um problema quadrtico devido funo de produo das unidades termeltricas e acoplado no tempo devido restrio de rampa. Note que existem n_t problemas quadrticos com $2 \times T$ restries (duas restries de rampa¹⁹, para cada estgio de tempo t) e T variveis. No tamanho do problema no esto sendo consideradas as restries de canalizao (limites de gerao termeltrica). O Modelo de Programao Quadratica utilizado para a soluo do Subproblema Termeltrico o software livre para uso acadmico PLCBAS (CASAS *et al.*, 2002).

3.5.1.2 Subproblema de Atendimento Demanda

O segundo subproblema denominado de Atendimento Demanda (θ_D), e contm restries de natureza tanto termeltrica como hidreltrica, presentes no Subconjunto $C_{HT}(pta, PHa, INT)$. O respectivo subproblema representado da seguinte forma:

$$\theta_D(\lambda_{pt_{it}}, \lambda_{PH_{rt}}) = \min \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^{n_t} \lambda_{pt_{it}} pta_{it} + \sum_{r=1}^R \lambda_{PH_{rt}} PHa_{rt} \right]$$

¹⁹ Como a restrio de rampa em mdulo, a gerao pode tanto diminuir como aumentar em um dado intervalo de tempo. Esta restrio pode ser decomposta em duas, conforme se segue:

$$|pt_{it} - pt_{i,t-1}| \leq \Delta_i \Rightarrow \begin{cases} pt_{it} - pt_{i,t-1} \leq \Delta_i \\ -pt_{it} + pt_{i,t-1} \geq \Delta_i \end{cases}$$

$$\text{sujeito a: } C_{HT}(pta, PHa, INT) \quad (3.6)$$

Este problema é linear e acoplado no espaço, devido à restrição de atendimento a demanda; entretanto o mesmo é desacoplado no tempo. Dessa forma é composto por T problemas de Programação Linear - PL com n_{barras} restrições de atendimento a demanda e $R+n_t+n_{barras}$ variáveis. No problema existem ainda mais $R+n_t+n_{barras}$ restrições de caixa, relativas aos limites de fluxo de intercâmbio e das restrições de reserva. O modelo utilizado para a solução de θ_D é o pacote comercial Ilog CPLEX 7.1 (ILOG, 2001).

3.5.1.3 Subproblema Hidráulico

O Subproblema Hidráulico (θ_H) contém restrições pertencentes ao conjunto $C_{HH}(Qa,s,v)$:

$$\theta_H(\lambda_{Q_t}) = \min \sum_{t=1}^T \left[\sum_{r=1}^R \lambda_{Q_{rt}} Qa_{rt} \right]$$

$$\text{sujeito a: } C_{HH}(Qa,s,v) \quad (3.7)$$

Esse subproblema é de natureza linear, acoplado no tempo e no espaço, devido às restrições de conservação da massa da água. Desta forma, existe um único PL com $2 \times R \times T$ restrições e $4 \times R \times T$ variáveis. Na quantidade de restrições o número dois se justifica porque cada reservatório possui restrições de defluência e de balanço hídrico; e existem ainda mais $4 \times R$ restrições de limites operacionais, para cada estágio de tempo t . Na quantidade de variáveis, as variáveis são v , Q , s e d para cada reservatório em cada estágio. O modelo utilizado para a solução de θ_H também é o pacote comercial Ilog CPLEX 7.1.

3.5.1.4 Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas

O último subproblema resultante desta decomposição é o Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas (θ_{HUC}). Neste subproblema existem somente restrições referentes à alocação das unidades, como pode ser visto no conjunto $C_{HUC}(z,q,Q)$.

$$\theta_{HUC}(\lambda_{PH_t}, \lambda_{Q_t}) = \min \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{r=1}^R \left[-\lambda_{PH_t} \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12}) - \lambda_{Q_t} Q_{rt} \right] \right\}$$

sujeito a: $C_{HUC}(z, q, Q)$. (3.8)

O subproblema acima apresenta caracterstica no-linear devido a funo de produo das unidades hidreltricas. Ainda, o mesmo e de natureza inteira-mista, visto que uma das tarefas primordiais deste estudo e decidir quais unidades devem estar operando em cada estgio de tempo. Em contrapartida, neste problema no existe acoplamento espacial entre unidades de usinas diferentes e nem temporal.

A deciso de quais unidades deve estar em operao e representada pela escolha da combinao otmica em um espao de estados²⁰ em que cada combinao e dada por um estado da enumerao do espao de estado das unidades de uma usina.

As usinas de Foz do Areia, Segredo, Salto Santiago e Salto Caxias possuem grupos de unidades idnticas, sendo que o nmero de combinaes que compoe o espao de estados, em cada estgio de tempo, e igual ao nmero de unidades do grupo mais um²¹. Por sua vez, a Usina de Salto Osrio possui dois grupos de unidades diferentes. O espao de estados dessa usina, considerando apenas uma zona proibida, em cada unidade, e ilustrada na Figura 3.2.

²⁰ O tamanho desse espao de estados ser comentado mais adiante.

²¹ Suponha que uma usina contm $J_r=2$ unidades idnticas. Deste modo, as combinaes possveis so: duas unidades desligadas, uma ligada e uma desligada (indiferente qual delas estaria ligada, pois so idnticas) e as duas ligadas. Ou seja, o processo enumerativo e de J_r+1 .

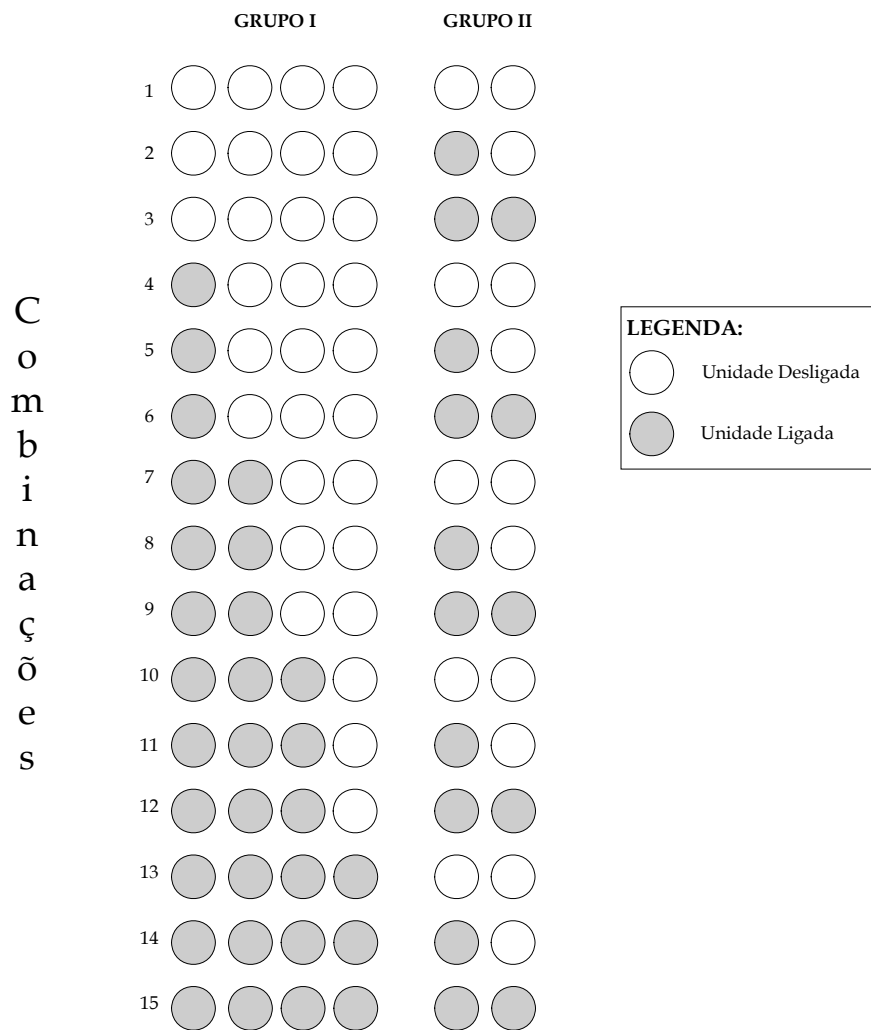


Figura 3.2: Combinações das Unidades de Salto Osório.

O total de combinações é igual a 15, que é o produto da enumeração do espaço de estado das unidades do GRUPO I com a enumeração do espaço de estado das unidades do GRUPO II. Na Figura 3.2, pode-se observar que os números 2 e 4 representam uma unidade operando; 3, 5 e 7 duas unidades; 6, 8 e 10 três unidades; 9, 11 e 13 quatro unidades; 12 e 14 cinco unidades; e por fim, 1 e 15 representam nenhuma e as seis unidades em operação, respectivamente.

O Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas, do Problema Dual I, enumera todas as combinações possíveis, sendo que cada combinação é dada por um Problema de Programação Não Linear - PNL, com quantidade de variáveis e restrições que variam com o número de unidades enumeradas. Cada PNL possui uma restrição linear de igualdade e $2 \times j$ restrições não lineares de desigual-

dade, onde j é o nmero de unidades de uma dada combinao, tal que $j=1, J_{rt}$. Por sua vez, o nmero de variveis é igual à $j+1$.

O modelo utilizado para soluo do PNL foi desenvolvido por Finardi (2003), o qual faz uso dos conceitos da metodologia da Programao Quadratica Seqencial (DIAZ *et al.*, 1989; BOGGS *et al.*, 1996).

3.5.1.5 Representao Esquemtica do Problema Dual I

A Figura 3.4 ilustra os quatro subproblemas associados ao Problema Dual I. Na figura ainda é possvel observar os nomes dos subproblemas e as respectivas metodologias de soluo empregadas em cada subproblema.

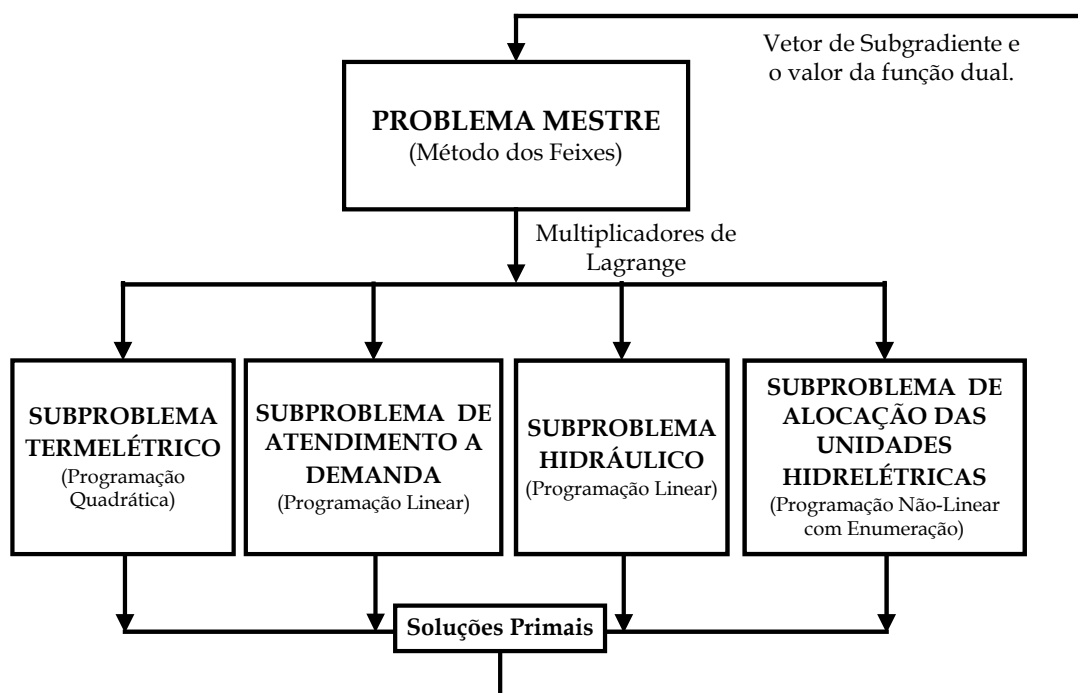


Figura 3.4: Diagrama Esquemtico do Problema Dual I.

O diagrama representa a soluo do Problema Dual I por meio de dois nveis hierarquicos, o problema mestre e os subproblemas locais. O problema mestre, ou seja, o atualizador dos multiplicadores de Lagrange, é solucionado pelo Mtodo de Feixes, por meio do software livre para uso acadmico N1CV2. Os parmetros de entrada são o vetor de subgradiente (diferena entre as variveis artificiais e as variveis originais) e o valor da funao dual, resultantes da soluo dos

subproblemas locais. E, os subproblemas locais são alimentados pelos multiplicadores de Lagrange atualizados, resultantes da solução do problema mestre.

3.5.2 Problema Dual II

Geralmente, as usinas hidrelétricas possuem unidades idênticas e cada unidade tem uma única faixa operativa. Neste caso, o total de combinações é dado por J_r+1 e a completa enumeração do espaço de estado das unidades pode ser uma boa estratégia, conforme proposição da seção anterior. No entanto, existem usinas com diferentes tipos de unidades e/ou com mais do que uma zona operativa. Para tais configurações o procedimento de enumeração pode tornar oneroso o esforço computacional. A decomposição a seguir leva em conta essa situação.

Antes de iniciar a decomposição, o conjunto referente às unidades hidrelétricas C_{HUC} é dividido em dois subconjuntos menores C_{AH1} e C_{AH2} , em que C_{AH1} contém a restrição de balanço nos condutos e C_{AH2} contém as restrições operativas, conforme pode ser observado a seguir:

$$\min F = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{n_i} (ct_{1i}pt_{it}^2 + ct_{2i}pt_{it})$$

sujeito a: (3.9)

$$C_{HH}(Q, s, v) \cap C_{AH1}(q, Q) \cap C_{AH2}(z, q, Q) \cap C_T(pt) \cap C_{HT}(pt, q, Q, INT)$$

A segunda estratégia de solução proposta segue a mesma decomposição mostrada no Problema Dual I, porém são incluídas as restrições com a duplicação das potências das unidades da seguinte maneira:

$$\min F = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{n_i} (ct_{1i}pt_{it}^2 + ct_{2i}pt_{it})$$

sujeito a: (3.10)

$$C_{HH}(Qa, s, v) \cap C_{AH1}(q, Q) \cap C_{AH2}(z, pha) \cap C_T(pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, INT)$$

$$pta_{it} = pt_{it}; PHa_{rt} = \sum_{j=1}^{J_r} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12}); Qa_{rt} = Q_{rt}; pha_{jrt} = ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12})$$

Conforme visto acima, as variáveis pha substituem $ph(q_j, Q)$ nas restrições associadas as faixas de geração permitida das unidades hidrelétricas em C_{AH2} , desacoplando as naturezas inteira-mista e não-linear.

Relaxando o conjunto de restrições artificiais, com o auxílio dos multiplicadores de Lagrange λ_{pt} , λ_{PH} , λ_Q e λ_{ph} , , obtém-se:

$$\begin{aligned} \min F + \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^{n_t} \lambda_{pt_{it}} (pta_{it} - pt_{it}) + \sum_{r=1}^R \lambda_{PH_{rt}} (PHa_{rt} - \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12})) + \lambda_{Q_{rt}} (Qa_{rt} - Q_{rt}) \right] \\ + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_{rt}} \lambda_{ph_{jrt}} (pha_{jrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}^7, Q_{rt}^{12})) \end{aligned}$$

sujeito a: (3.11)

$$C_{HH}(Qa, s, v) \cap C_{AH_1}(q, Q) \cap C_{AH_2}(z, pha) \cap C_T(pt) \cap C_{HT}(pta, PHa, INT)$$

Os subproblemas Termelétrico (θ_T), Atendimento à Demanda (θ_D) e Hidráulico (θ_H) são os mesmos que no Problema Dual I. A diferença ocorre no Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas, em que se separam as naturezas não-linear e inteira-mista em dois subproblemas individuais (θ_{AH1} e θ_{AH2}), os quais são detalhados na seqüência.

3.5.2.1 Subproblema Contínuo

No Subproblema Contínuo (θ_{AH1}) somente existe restrições referentes ao balanço nos condutos:

$$\theta_{AH_1}(\lambda_{PH_{rt}}, \lambda_{ph_{jrt}}) = \min \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{r=1}^R \left[\sum_{j=1}^{J_{rt}} (-\lambda_{PH_{rt}} - \lambda_{ph_{jrt}}) ph_{jrt}(q_{jrt}, Q_{rt}) \right] - \lambda_{Q_{rt}} Q_{rt} \right\}$$

sujeito a: $C_{AH1}(q, Q)$ (3.12)

Este subproblema é muito semelhante aos problemas de PNL associados ao Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas, comentados anteriormente. No entanto, o tamanho dos subproblemas não é variável. Em (3.12) existe $R \times T$ subproblemas não lineares com uma restrição linear de igualdade e $(J_{rt}+1)$ variá-

veis. O modelo de PNL utilizado na solução do Subproblema Contínuo é o mesmo usado na Alocação das Unidades Hidrelétricas do Problema Dual I.

3.5.2.2 Subproblema Inteiro-Misto

O Subproblema Inteiro-Misto (θ_{AH2}) possui somente as restrições de zonas de geração permitidas para as unidades hidrelétricas.

$$\theta_{AH2}(\lambda_{ph_{jrt}}) = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_{rt}} \lambda_{ph_{jrt}} pha_{jrt}$$

sujeito a: $C_{AH2}(z, pha)$ (3.13)

O Subproblema (3.13) é responsável pela enumeração das unidades hidrelétricas. Existem $T \times R \times J_{rt}$ problemas inteiros-mistos, os quais podem ser resolvidos de forma independente.

Cada subproblema, o qual possui $(1 + \Phi_{jr})$ variáveis e uma restrição de canalização em pha_{jrt} tem solução analítica, dada da seguinte maneira:

- Se $\lambda_{ph_{jrt}} > 0$, pha_{jrt} é ajustado em seu valor mínimo²², pha_{jrt}^{min} . Porém, a unidade pode estar desligada. Desta forma, como o objetivo é se minimizar o valor de θ_{AH2} , quando o multiplicador for positivo a unidade está desligada na solução ótima de (3.13);
- Se $\lambda_{ph_{jrt}} < 0$, a variável pha_{jrt} tem seu valor máximo²³, pha_{jrt}^{max} , obtendo o menor valor possível para θ_{AH2} , e;
- Se $\lambda_{ph_{jrt}} = 0$, a variável pha_{jrt} pode ter qualquer valor viável.

Dessa forma, observe que a solução analítica faz com que a geração da unidade não dependa da quantidade de zonas permitidas de geração, isto é, a geração será nula ou a máxima possível.

²² Mínimo valor entre os limites mínimos das Φ_{jr} zonas permitidas de geração.

²³ Máximo valor entre os limites máximos das Φ_{jr} zonas permitidas de geração.

3.5.2.3 Representação Esquemática do Problema Dual II

A Figura 3.5 ilustra os subproblemas referentes ao Problema Dual II.

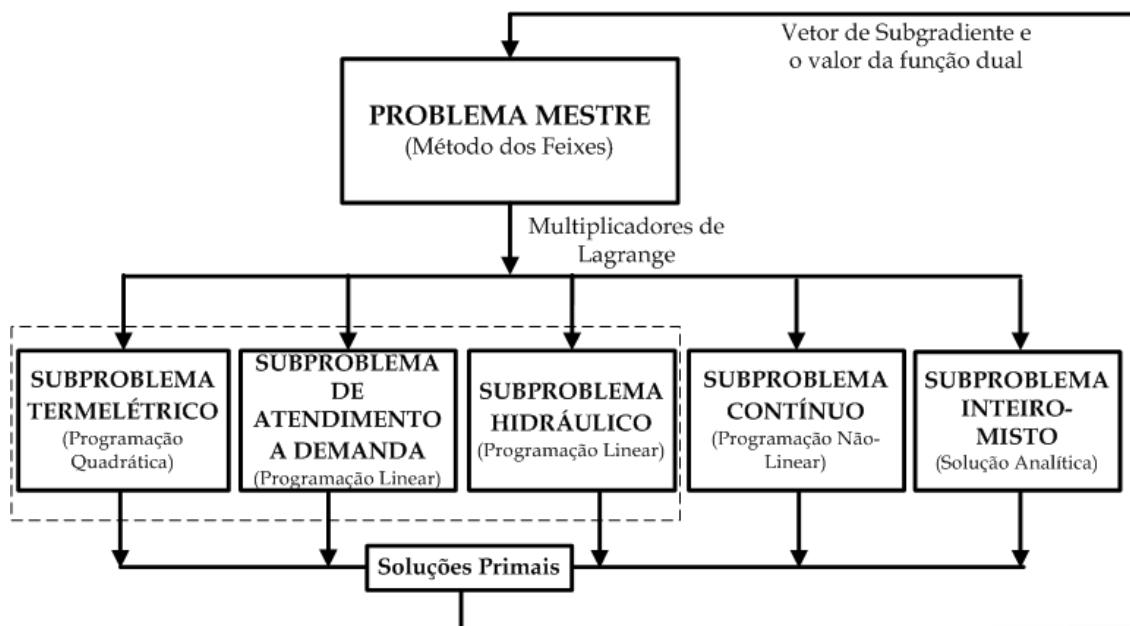


Figura 3.5: Diagrama Esquemático do Problema Dual II.

Pode-se observar na Figura 3.5 que o retângulo pontilhado ilustra que os três subproblemas (Termelétrico, Atendimento à Demanda e Hidráulico) são idênticos ao do Problema Dual I. No entanto, ao invés de um Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas em que existe a enumeração do espaço de estados das unidades; tem-se dois subproblemas: Contínuo e Inteiro-Misto, sendo que a enumeração do espaço de estados é por unidade.

3.6 CONCLUSÕES

Este capítulo teve como objetivo apresentar duas formas de decomposição do problema da programação diária da operação eletroenergética, baseadas na Relaxação Lagrangeana.

A Relaxação Lagrangeana é uma metodologia de solução que possibilita, por meio da relaxação das restrições de acoplamento, decompor o problema em subproblemas menores e mais fáceis de solucionar.

O Problema Dual I, resultante da primeira decomposição, é formado por quatro subproblemas menores (Termelétrico, Atendimento a Demanda, Hidráulico e Alocação das Unidades Hidrelétricas) de características matemáticas distintas, sendo solucionados por três softwares (PLCBAS, CPLEX e PNL) diferentes.

Por sua vez, o Problema Dual II possui os mesmos três subproblemas do Dual I (Termelétrico, Atendimento a Demanda e Hidráulico), modificando apenas o Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas. Neste caso, tem-se um Subproblema Contínuo e um Subproblema Inteiro-Misto, ou seja, a enumeração do espaço de estado das unidades não se encontra mais no Subproblema não-linear, o que diminui o esforço computacional. Os programas computacionais utilizados na solução são os mesmos que no Problema Dual I, pois as características matemáticas do problema continuam as mesmas.

No próximo capítulo será analisado e comparado o resultado dessas duas decomposições, para diferentes cenários operativos do problema da programação diária da operação eletroenergética.

CAPÍTULO 4 APLICAÇÃO

4.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo consiste em analisar os resultados das duas formas de decomposição abordadas no capítulo anterior, considerando diferentes cenários operativos para o problema da programação diária da operação eletroenergética. O capítulo inicia analisando comparativamente as duas decomposições. Alguns dados utilizados para a descrição do cenário base (Cenário 1) são mostrados no APÊNDICE 2. No APÊNDICE 3, são descritos para alguns cenários operativos, os resultados dos dois problemas duais, comparando e analisando os respectivos desempenhos computacionais. O capítulo finaliza avaliando essas duas decomposições propostas para algumas variações no problema primal, conforme será detalhado adiante.

4.2 ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS DUAS PROPOSTAS DE RELAXAÇÃO

O total de estágios utilizados na otimização é igual a 24, isto é, refere-se a uma discretização horária em um horizonte de um dia. Os tempos computacionais foram alcançados a partir de um computador AMD Athlon XP 2400+ com 512 Mbytes de memória RAM e com sistema operacional Windows 2000 Professional. A linguagem de programação utilizada foi o Fortran, tendo como compilador o Compaq Visual Fortran Professional Edition 6.1.0.

As tabelas 4.1 e 4.2 ilustram, para os problemas Dual I e Dual II, o número de subproblemas primais e a respectiva quantidade de variáveis e restrições²⁴, para o horizonte de 24 estágios.

Tabela 4.1: Decomposição Empregada pelo Problema Dual I.

	Subproblema Termelétrico (PQ)	Subproblema de Atendimento a Demanda (PL)	Subproblema Hidráulico (PL)	Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas (enumeração/PNL)
variáveis	24	10	480	13
restrições	48	3	240	13
total de subproblemas	2	24	1	120

Na Tabela 4.1, o número de variáveis e restrições no Subproblema de Alocação é variável por usina e a enumeração do espaço de estado das unidades. O tamanho dos PNL depende do número de unidades de uma dada combinação, para uma dada usina e estágio de tempo. A menor combinação, por exemplo, é aquela que possui apenas uma unidade geradora. Neste caso, o subproblema de PNL apresenta duas variáveis e três restrições. Por sua vez, a maior combinação é aquela referente a todas as seis unidades de Salto Osório em operação, a qual apresenta 7 variáveis e 13 restrições. Em cada iteração dual são resolvidos 840 problemas de PNL. Por sua vez, o Problema Dual I possui 288 variáveis duais.

Tabela 4.2: Decomposição Empregada da Alocação das Unidades pelo Problema Dual II.

	Subproblema Contínuo (PNL)	Subproblema Inteiro (Analítico)
variáveis	7	2
restrições	1	2
total de subproblemas	120	528

²⁴ Não estão incluídas as restrições de caixa dos subproblemas.

Na Tabela 4.2 no Subproblema Contínuo²⁵, o número de variáveis depende da quantidade de unidades que a usina possui²⁶. No Subproblema Inteiro a única restrição presente é de caixa, e cada subproblema possui uma variável é inteira e uma contínua. Finalizando essa seção, vale ressaltar que o Problema Dual II apresenta 816 variáveis duais, isto é, aproximadamente, 2,84 vezes maior que o Dual I.

4.2.1 Cenário 1

O Cenário 1 possui os dados operativos detalhados nas seções (A)-(D) descritos no APÊNDICE 2. Trata-se de um cenário típico de operação. A Tabela 4.3 ilustra os resultados computacionais obtidos dos problemas duais.

Tabela 4.3: Resultados duais para o Cenário 1.

	Dual I	Dual II
multiplicadores iniciais	-0,1	-0,1
função dual (1 ^o iteração)	-29.814,95	-29.814,95
função dual	346.298,98	334.859,01
número de iterações	338	187
tempo computacional (s)	185,70	70,89
norma do subgradiente	8.348,63	8.583,09

Os multiplicadores iniciais possuem todos os termos iguais, sendo que para o Dual II, esses valores iniciais associados à potência das unidades²⁷ são nulos. A tabela ilustra, também, o valor da função dual na primeira iteração.

Observe que o Dual I obteve o maior valor de função dual. Como o *gap* de dualidade é dado pela diferença entre os ótimos primal e dual, quanto maior o valor da função dual menor será o *gap*. A tabela mostra que a diferença entre o tempo computacional das duas decomposições é evidente. Considerando a quantidade de iterações realizadas, o Dual II é, aproximadamente, 30% mais rápido que

²⁵ Os Subproblemas Termelétrico, de Atendimento a Demanda e Hidráulico, os quais são idênticos para os dois problemas duais, foram mostrados na Tabela 4.1.

²⁶ Na tabela o número de variáveis do Subproblema Contínuo refere-se ao caso de Salto Osório; para as demais usinas, o número de variáveis é cinco.

²⁷ $\lambda_{PH} = \lambda_Q = \lambda_{Pt} = -0,1$ e $\lambda_{ph} = 0$.

o Dual I, enfatizando que a enumeração das unidades no Subproblema de Alocação exige um esforço computacional elevado. Na tabela ainda pode-se observar o valor da norma do subgradiente²⁸, mostrando que o Dual I obteve soluções primais de qualidade superior ao Dual II.

Os valores de despacho das usinas hidrelétricas resultantes dos Duais I e II são representados nas figuras 4.1 e 4.2, como percentuais de suas respectivas gerações máximas. A variável de geração PHa representa a variável de saída do Subproblema de Atendimento à Demanda, enquanto que PH é dada pela soma das gerações individuais do Subproblema de Alocação de Unidades Hidrelétricas do Dual I e do Subproblema Contínuo do Dual II.

²⁸ A norma do subgradiente é calculada pela norma segunda de todos os elementos do vetor de subgradiente.

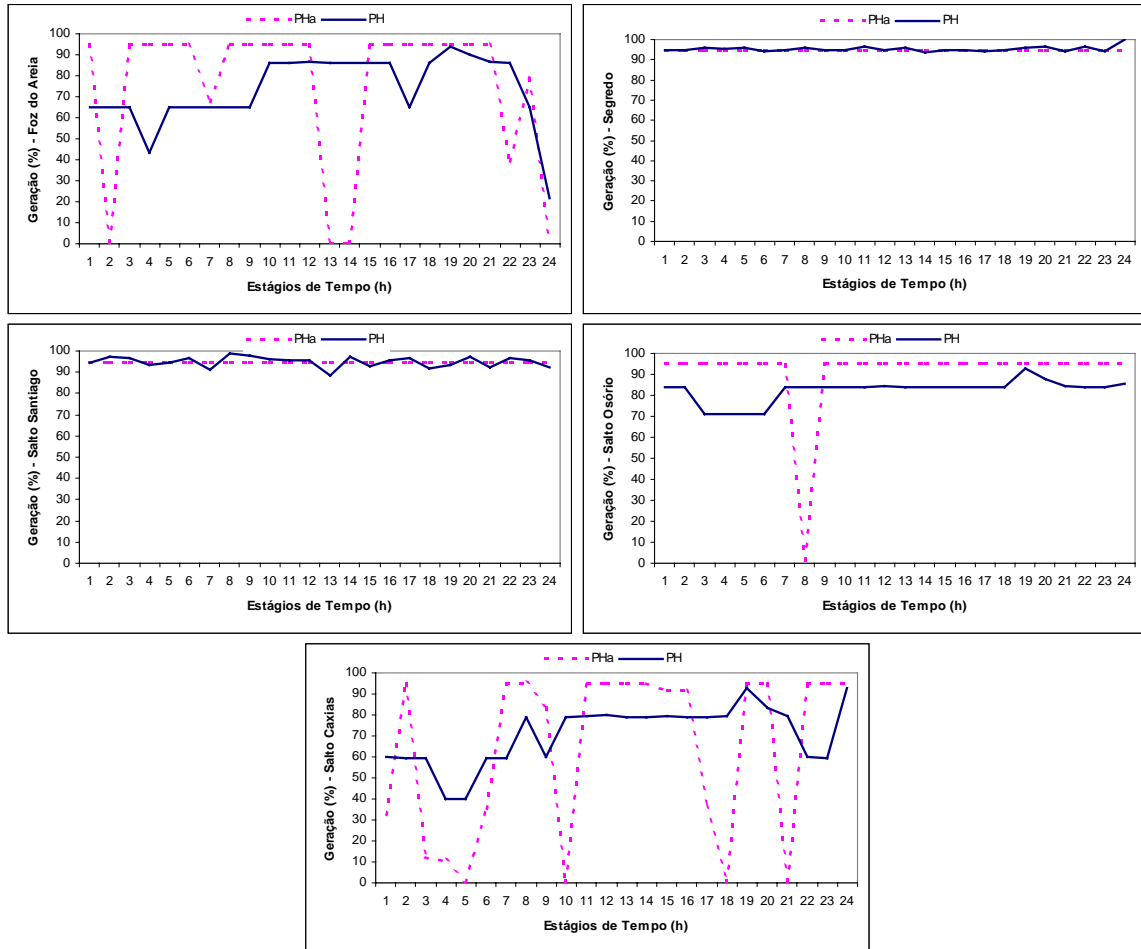


Figura 4.1: Geração Hidrelétrica Resultante do Dual I.

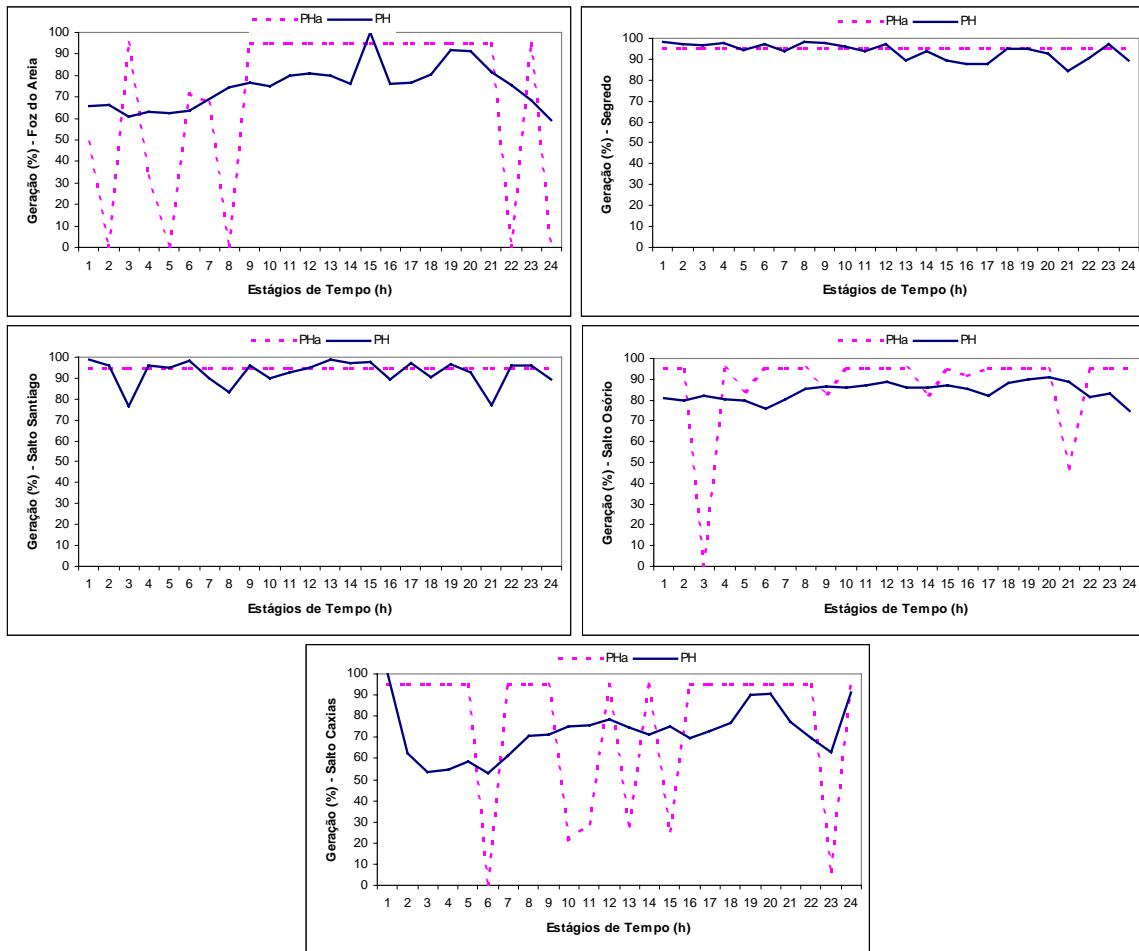


Figura 4.2: Geração Hidrelétrica Resultante do Dual II.

Nas figuras 4.1 e 4.2, pode ser observada a inviabilidade da solução devido ao fato que os níveis de despacho de PH e PHa foram diferentes. Isto ocorre, principalmente, porque cada subproblema atende a determinadas restrições. O Subproblema de Atendimento à Demanda respeita a demanda a ser atendida e o Subproblema tanto de Alocação das Unidades Hidrelétricas como o Subproblema Contínuo respeitam as restrições referentes às unidades hidrelétricas.

Pode-se observar nas duas figuras que o despacho fornecido pelo Subproblema de Atendimento à Demanda resulta em um nível de geração bastante oscilatório e está na maioria das vezes em constante “bang-bang”, característico da sua natureza (programação linear). Nas duas decomposições, a geração das Usinas de Segredo, Salto Santiago e Salto Osório é praticamente constante ao longo do horizonte de estudo.

Nas figuras ainda, pode-se notar que nas usinas de Foz do Areia (somente no Dual II), Segredo e Salto Santiago a variável PH viola o valor máximo possível de geração, no caso 95% (considerando 5% de reserva). Da mesma forma, na Usina de Salto Caxias, PHa viola as restrições de limite mínimo das zonas operativas. Por exemplo, existem estágios em que a geração de PHa é menor que 205 MW (limite mínimo da respectiva zona operativa) e maior que zero, violando assim as restrições de faixa. No Dual I, isto ocorre nos estágios 3 (140,21 MW) e 4 (121,17 MW); e no Dual II, ocorre somente no estágio 23 (73,60 MW).

Nos dois problemas duais, pode-se observar que as diferenças entre os despachos para as Usinas de Segredo, Salto Santiago e Salto Osório possuem magnitudes relativamente pequenas, enquanto que para as demais usinas essa diferença é maior. Isto ocorre porque a geração nessas usinas é praticamente constante durante o horizonte de estudo. Na figura ainda é possível observar o estágio em que PHa foi igual a zero, na Usina de Salto Osório.

A coordenação entre as variáveis PH e PHa é dada pelos multiplicadores de Lagrange associados à restrição $PHa-PH$ (preço). Desta forma, a Figura 4.3 ilustra a diferença entre os preços relacionados ao despacho das hidrelétricas para os dois problemas duais.

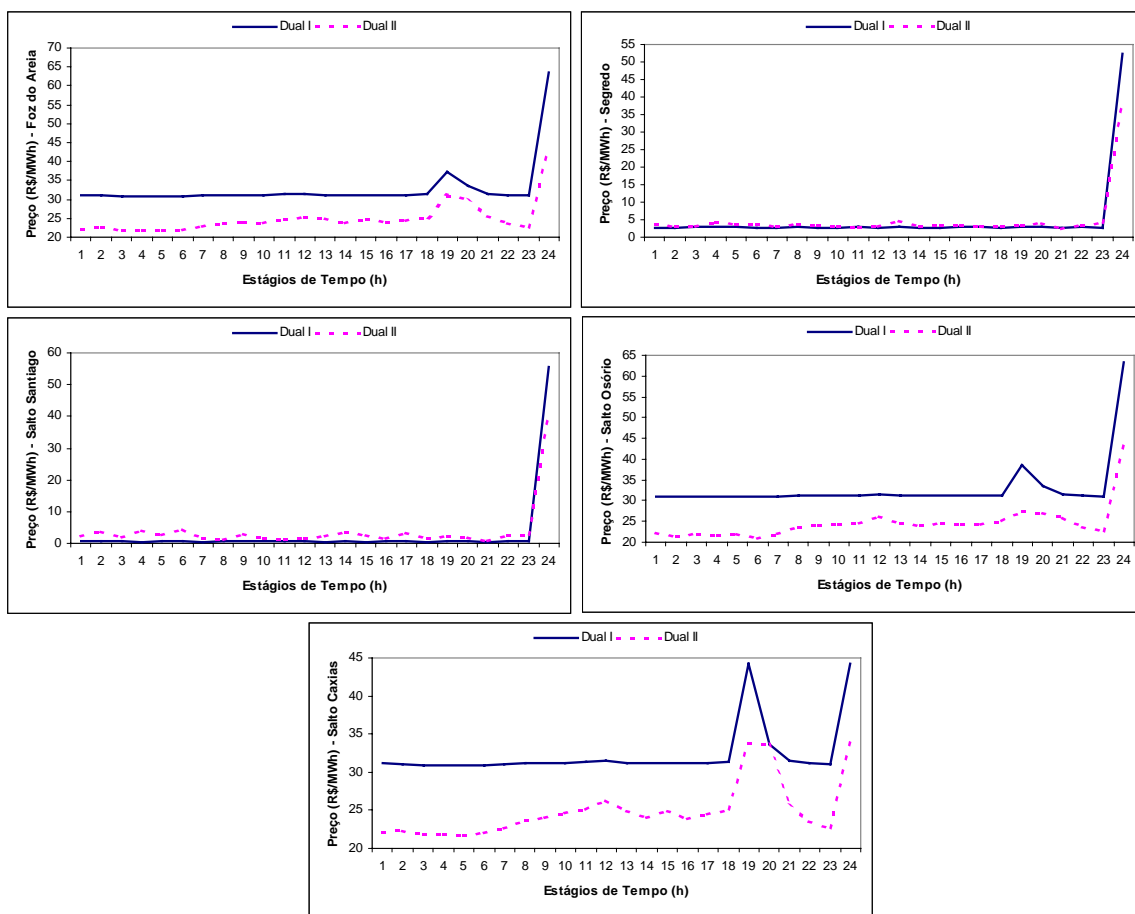


Figura 4.3: Multiplicadores de Lagrange Associados à Geração Hidrelétrica das Usinas.

Pode-se notar que o comportamento dos multiplicadores das usinas tem perfil semelhante. Nas Usinas de Foz do Areia, Salto Osório e Salto Caxias existe um aumento no valor do multiplicador de Lagrange no horário de máxima carga e no último estágio um aumento do preço ocorre em todas as usinas.

Nas usinas de Segredo e Salto Santiago a diferença nos valores dos multiplicadores, nos dois problemas duais, é pequena e somente no último estágio chega a, aproximadamente 15,00 R\$/MWh. Nas Usinas de Foz do Areia, Salto Osório e Salto Caxias a diferença é maior e, em média, próximo de 10,00 R\$/MWh ao longo dos estágios. No último estágio a diferença alcança, aproximadamente, 20,00 R\$/MWh nessas usinas.

O comportamento da geração termelétrica, em cada problema dual, é mostrado nas figuras 4.4 e 4.5, a seguir.

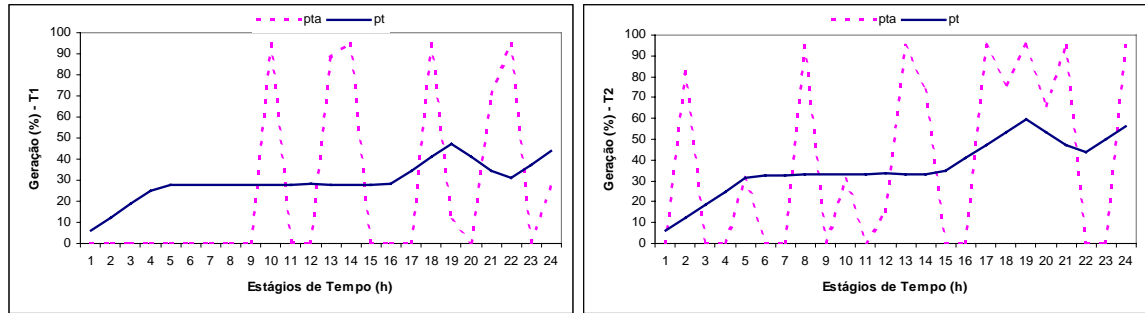


Figura 4.4: Geração Termelétrica Resultante do Dual I.

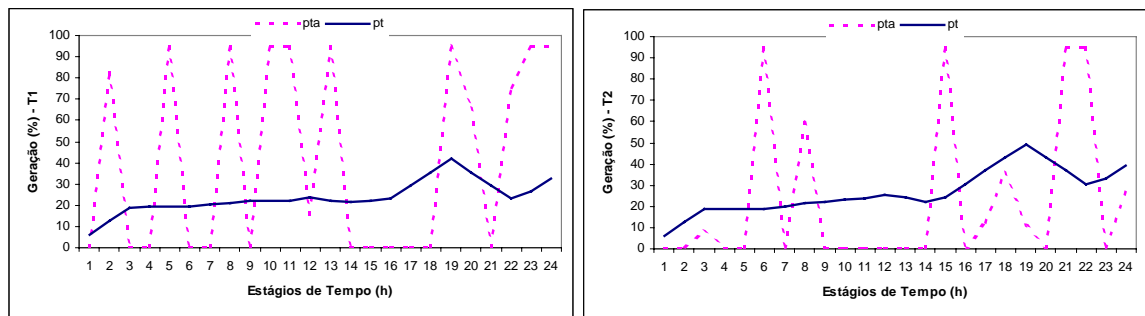


Figura 4.5: Geração Termelétrica Resultante do Dual II.

A variável de geração pta representa o despacho resultante do Subproblema de Atendimento à Demanda, enquanto que pt representa o despacho do Subproblema Termelétrico.

Conforme pode ser visto pelas figuras 4.4 e 4.5, a geração termelétrica das duas usinas provenientes do Subproblema Termelétrico, nos dois problemas duais, são semelhantes²⁹. Da mesma forma que na geração hidrelétrica, PHa , o Subproblema de Atendimento à Demanda fornece o despacho na forma de “bang-bang”. A causa deste comportamento é que esse subproblema representa somente as restrições de atendimento à demanda, ignorando as restrições de rampa, que são representadas no Subproblema Termelétrico. Uma forma de se conter esse tipo de despacho seria incluir no Subproblema de Atendimento à Demanda restrições

²⁹ Pode-se observar um aumento na geração das usinas (pt) no horário de máxima demanda.

de rampa³⁰. Desta forma, deve-se diminuir a diferença entre os despachos dos dois subproblemas e, conseqüentemente, os valores do subgradiente.

Nas figuras 4.4 e 4.5 ainda, comparando os despachos das termelétricas dos dois duais, pode-se notar que o despacho das usinas termelétricas resultantes do Subproblema Termelétrico tende a possuir o mesmo perfil.

A Figura 4.6 mostra os preços associados à geração termelétrica. Note que existe um pico no valor do preço, no horário de máxima carga, e da mesma forma que verificado com as usinas hidrelétricas, no último estágio o preço aumenta.

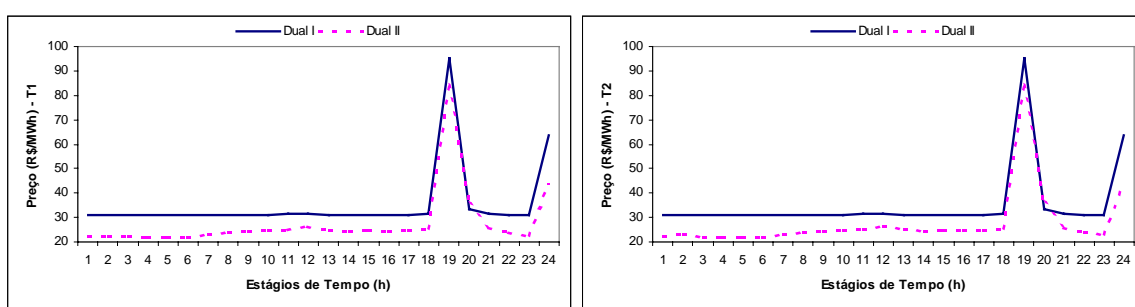


Figura 4.6: Multiplicadores de Lagrange Associados à Geração Termelétrica.

O valor dos preços nos dois problemas possui uma diferença praticamente constante no horizonte de estudo que é de, aproximadamente, 10,00 R\$/MWh, para as duas usinas termelétricas.

A seguir, nas figuras 4.7 e 4.8, são ilustradas as vazões turbinadas das usinas, como percentual em relação à vazão turbinada máxima de cada usina, dos dois problemas duais.

³⁰ Note-se que a inclusão da rampa pode ser dada de duas maneiras. A primeira consiste em duplicar as restrições diretamente no Subproblema de Atendimento à Demanda. Contudo, esse subproblema não seria mais desacoplado no tempo. Uma outra possibilidade seria tornar pta_{it} dependente de $pta_{i,t-1}$, em cada subproblema de atendimento a demanda, mantendo-se assim o desacoplamento temporal.

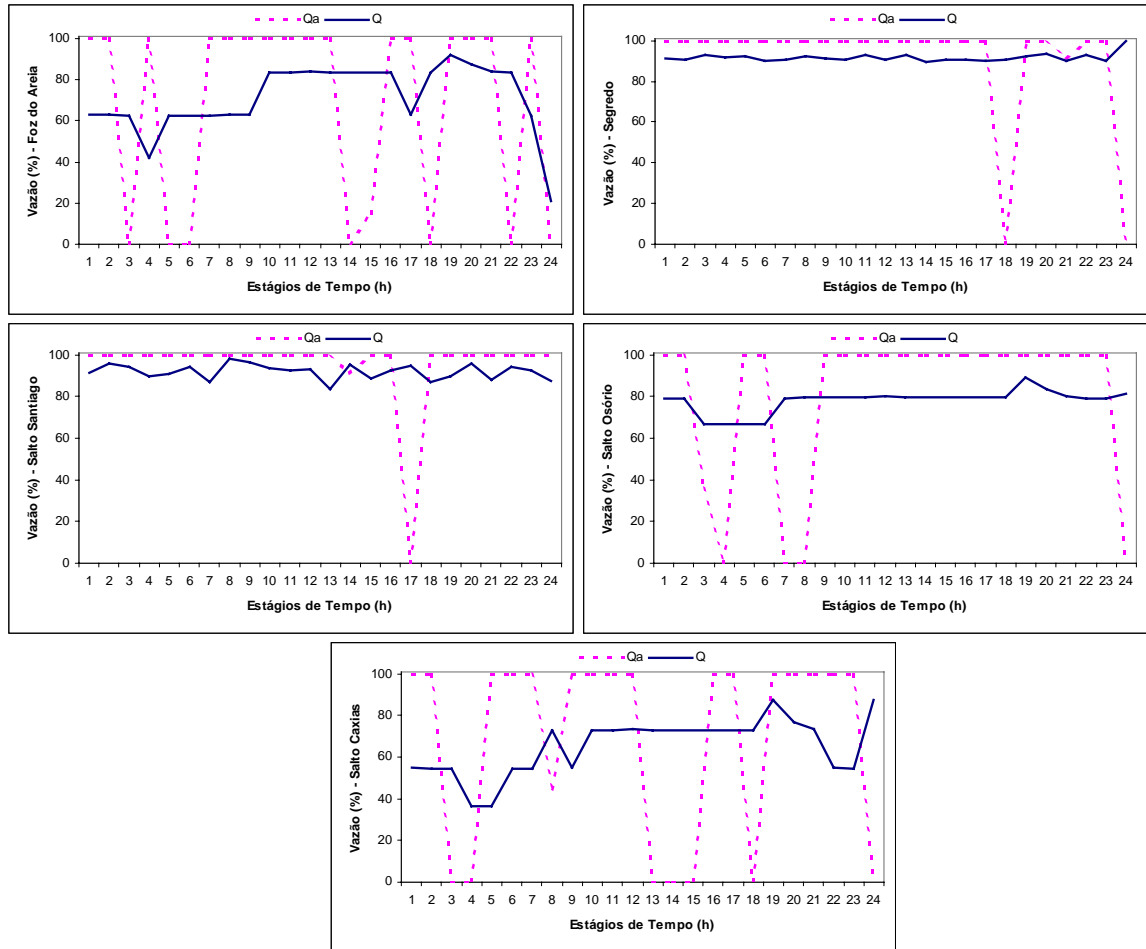


Figura 4.7: Vazão Turbinada das Usinas do Dual I.

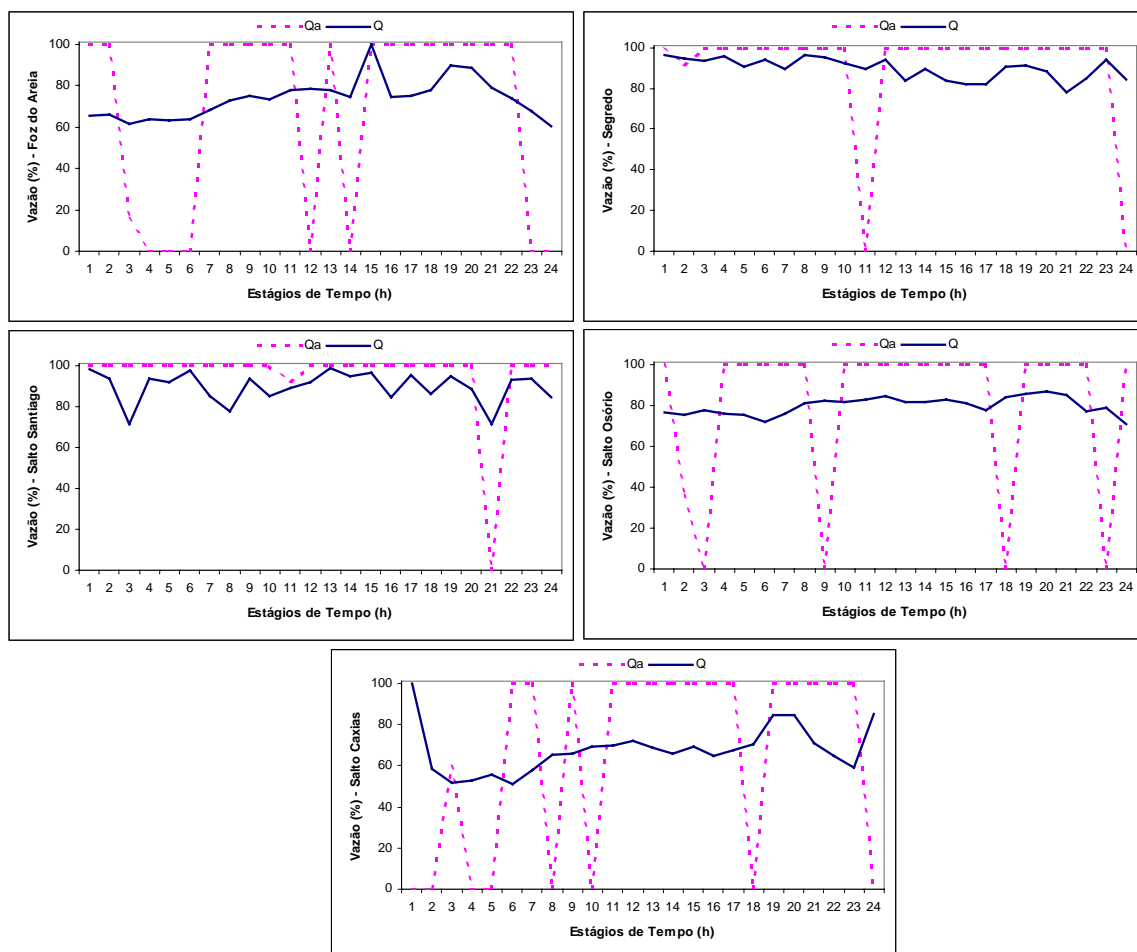


Figura 4.8: Vazão Turbinada das Usinas do Dual II.

A variável Qa é resultante do Subproblema Hidráulico e Q refere-se aos resultados do Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas e do Subproblema Contínuo.

Nas figuras acima, Qa , resultante do modelo linear, possui comportamento oscilatório, como pode ser visto nas Usinas de Foz do Areia, Salto Osório e Salto Caxias. Diferentemente, Q obtém respostas intermediárias entre os limites mínimo e máximo de vazões turbinadas.

Nas Usinas de Segredo, Salto Santiago e Salto Osório a variável Q apresenta uma vazão praticamente constante, nos dois problemas duais.

Na maioria dos estágios, a geração relacionada a variável Qa não respeita os requisitos de reserva, pois Qa está em seu limite máximo, que corresponde à geração máxima da usina, sem a reserva. Outra violação pode ser observada na Usina

de Foz de Areia, em que a geração relacionada a variável Qa viola os limites da zona operativa das unidades. Nos dois problemas duais, em um estágio (15:00h no Dual I e 3:00h no Dual II), a vazão corresponde a 206,22 m³/s que corresponde a, aproximadamente, 228MW. Desta forma, abaixo do limite mínimo da zona operativa (290MW).

A diferença entre as vazões resultantes para os dois problemas duais é elevada na maioria dos estágios. A razão para discrepância de valores é que o Subproblema Hidráulico possui características lineares e respeita somente as restrições de conservação da massa da água, enquanto que os subproblemas de natureza não-linear (Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas e Subproblema Contínuo) respeitam a restrição de balanço nos condutos.

Pode-se observar ainda que nas Usinas de Segredo e Salto Santiago o desvio possui uma grandeza relativamente menor, em relação às demais, na maioria dos estágios, e somente, em alguns estágios o valor aumenta abruptamente, a diferença nas respostas dos subproblemas pode chegar ao valor da vazão turbinada nominal da usina.

A Figura 4.9 mostra os valores dos multiplicadores associados à vazão turbinada para os dois problemas duais.

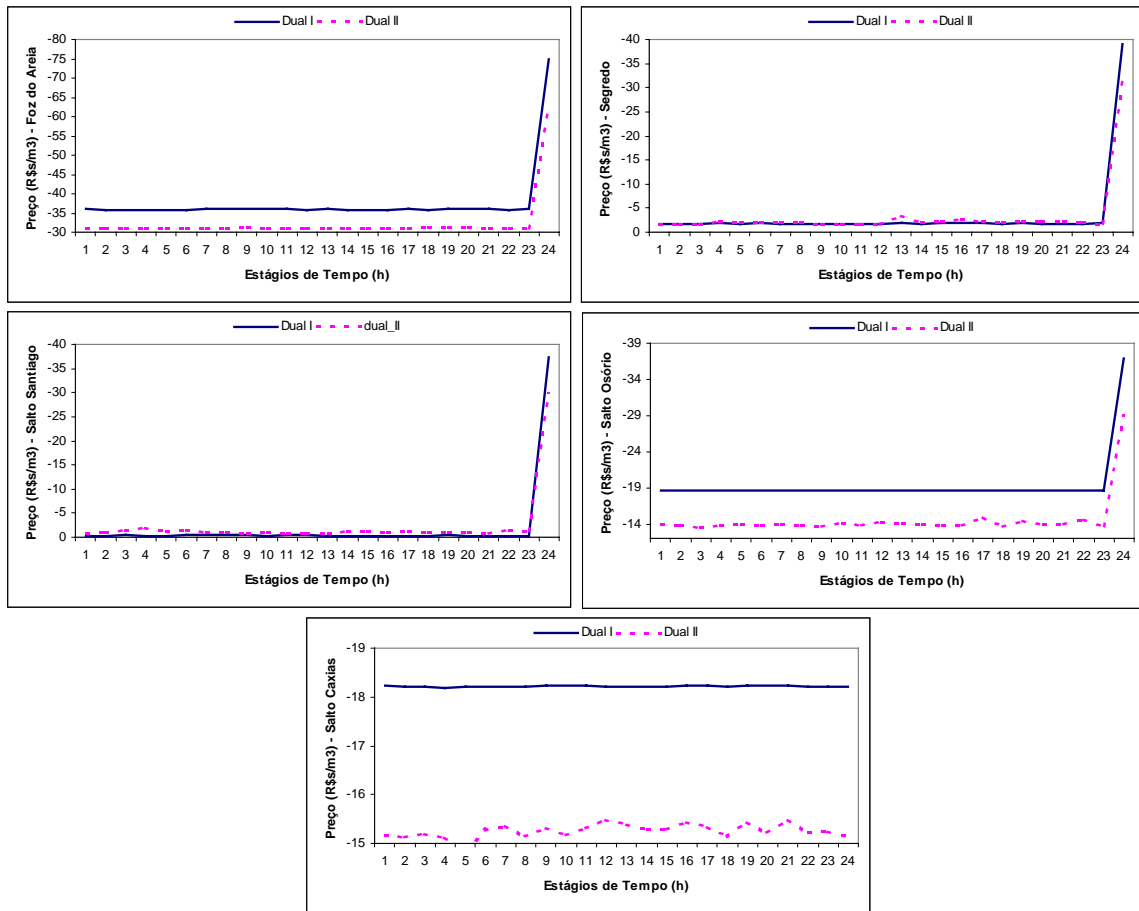


Figura 4.9: Multiplicadores de Lagrange Associados à Vazão Turbinada da Usina.

Observe que os multiplicadores referentes à vazão turbinada das usinas a jusante de Foz do Areia são, em módulo, bem menores que a mesma. Nas usinas de Segredo e Salto Santiago pode se notar que os módulos dos valores desses multiplicadores são os menores. Nessas mesmas usinas, os multiplicadores possuem praticamente os mesmos valores nos dois problemas duais, com exceção no último estágio, em que a diferença alcança 7,00 R\$/ (m^3/s) . No caso de Salto Caxias, a diferença é constante com valor de, aproximadamente, 3,00 R\$/ (m^3/s) , ao longo do horizonte. Nas demais usinas, a diferença entre os multiplicadores dos dois problemas duais ao longo do horizonte estudado é de, aproximadamente, 4,00 R\$/ (m^3/s) e alcança no último estágio a diferença de 15,00 R\$/ (m^3/s) .

Na Figura 4.9 ainda, com exceção da Usina de Salto Caxias, pode-se observar o aumento significativo (em módulo), no último estágio, para todas as usinas nos dois problemas duais.

O comportamento do armazenamento dos reservatórios, ao longo do horizonte de estudo, para os dois problemas duais pode ser observado na Figura 4.10³¹.

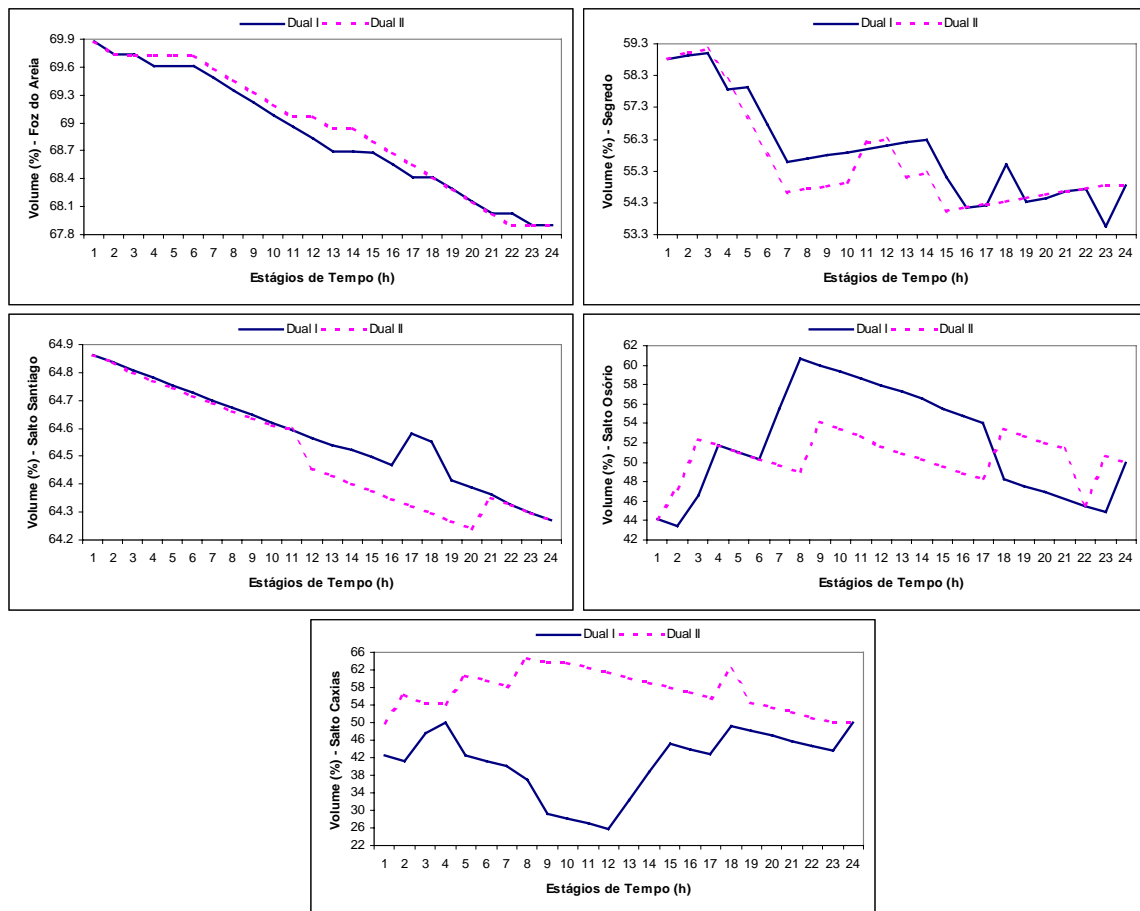


Figura 4.10: Comportamento do Volume dos Reservatórios.

A maior diferença verificada entre as respostas primais dos dois duais corresponde à saída das gerações individuais das unidades. As figuras 4.11 e 4.12 ilustram o número de unidades em operação durante o horizonte de estudo, para os dois problemas duais.

³¹ O volume está em relação à %VOLmax.

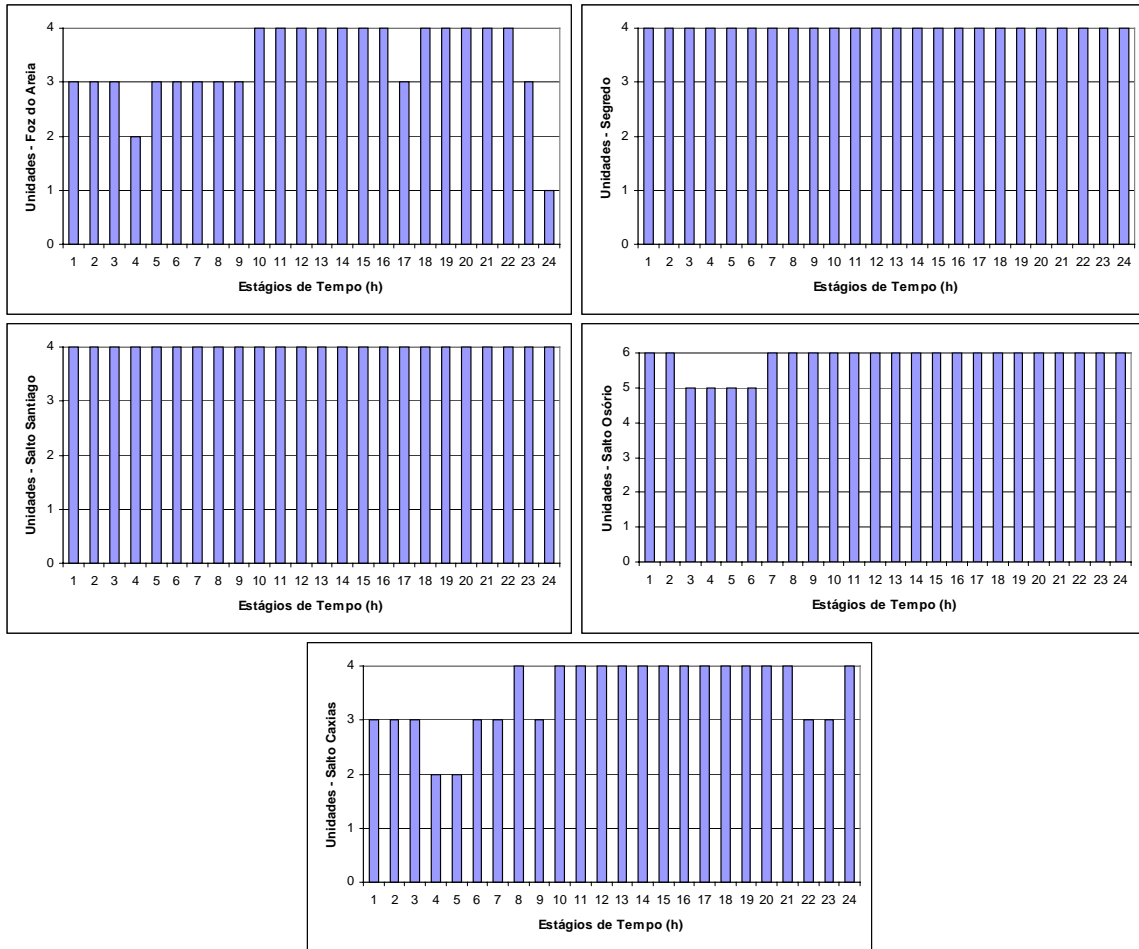


Figura 4.11: Número de Unidades em Operação para o Dual I.

A Figura 4.11 mostra o resultado da enumeração das unidades, podendo-se notar as diferentes configurações durante o horizonte de estudo³². No Dual I, todas as unidades de Segredo e Salto Santiago permanecem ligadas em todos os estágios, ressaltando que essas usinas despacharam uma geração praticamente constante, conforme visto anteriormente.

³² Na Usina de Foz do Areia foram verificadas combinações, no decorrer do horizonte, com uma, duas, três e quatro unidades ligadas.

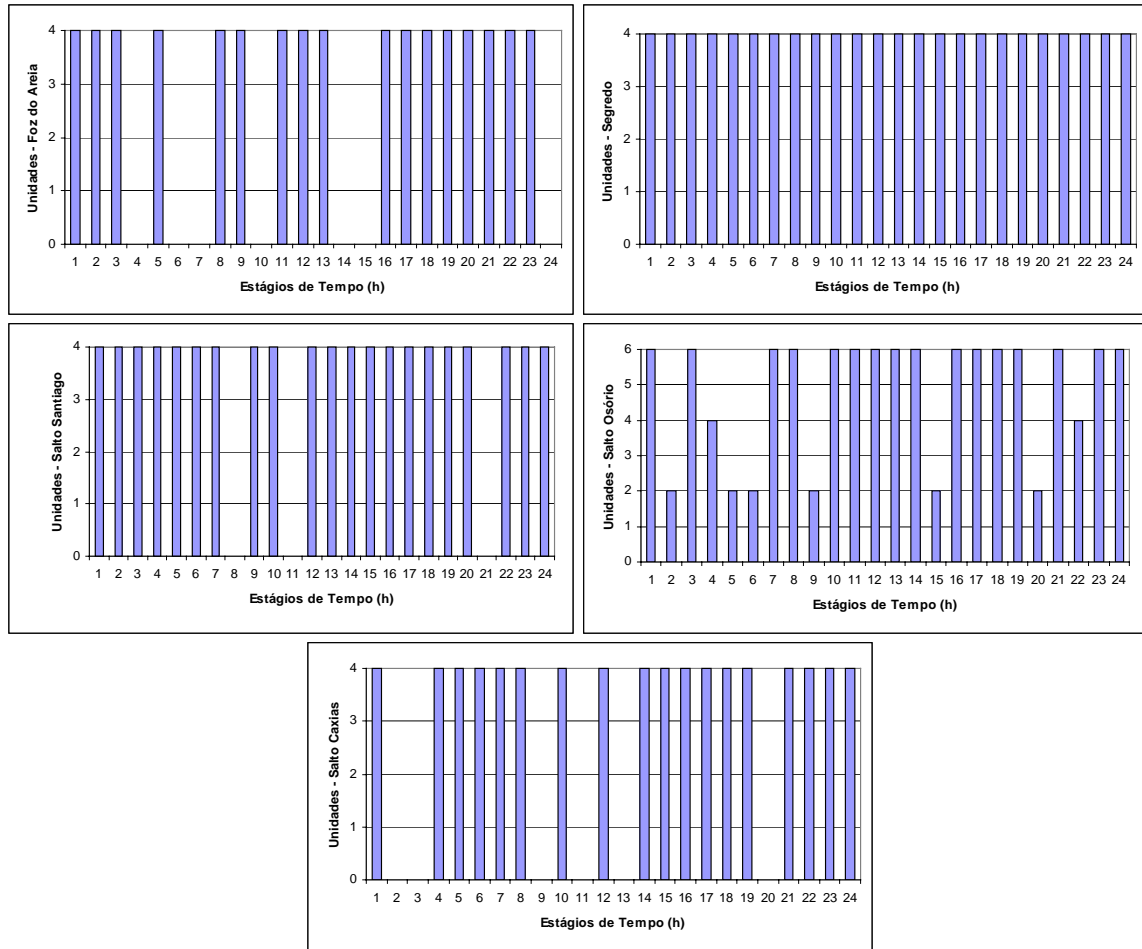


Figura 4.12: Número de Unidades em Operação para o Dual II.

A Figura 4.12 representa a saída do Subproblema Inteiro, que possui solução analítica, isto é, as unidades que estão ligadas produzem sua capacidade máxima, como pode ser confirmado na Figura 4.13. Note que essa solução de operação cíclica das unidades hidrelétricas não é aceitável nas operações de despacho normais.

No Dual II, o subgradiente associado à geração das unidades possui uma diferença considerável, em relação ao Dual I, o que contribui para o aumento do valor na norma do subgradiente do Dual II. Isto pode ser observado por meio das diferentes gerações provenientes dos subproblemas Inteiro e Contínuo, como pode ser visto para a unidade da Usina de Salto Caxias na Figura 4.13.

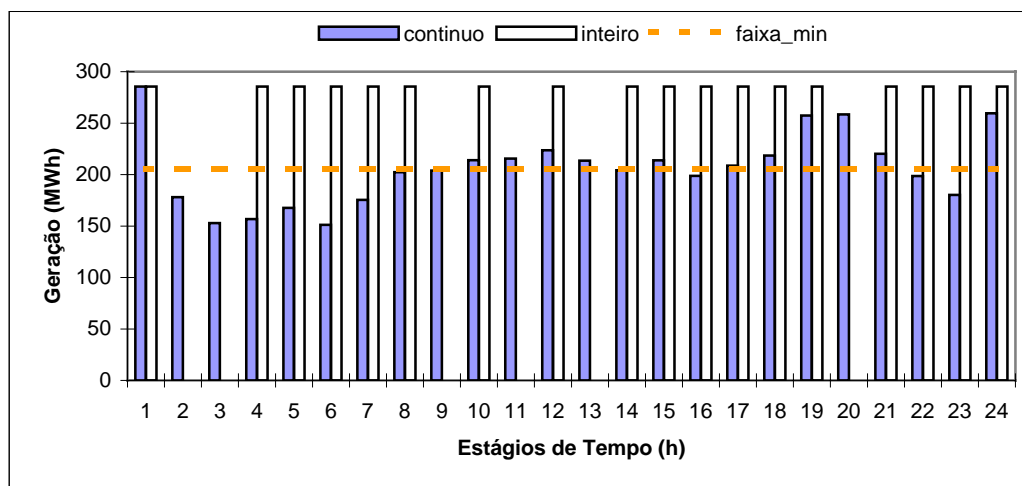


Figura 4.13: Resposta do Subproblema Inteiro e Contínuo para a Unidade 1 de Salto Caxias.

Na Figura 4.13 ainda pode-se observar que quando a unidade está em operação, o nível de geração da unidade resultante do Subproblema Contínuo pode ser intermediário, enquanto nessa condição as gerações do Subproblema Inteiro são sempre máximas. Nota-se que a geração proveniente do Subproblema Contínuo, em diversos estágios, está abaixo do limite mínimo da zona operativa³³.

Em relação ao intercâmbio foi observado que apenas o fluxo entre as barras 1 e 2 atingiu o limite inferior, de acordo com a Figura 4.14.

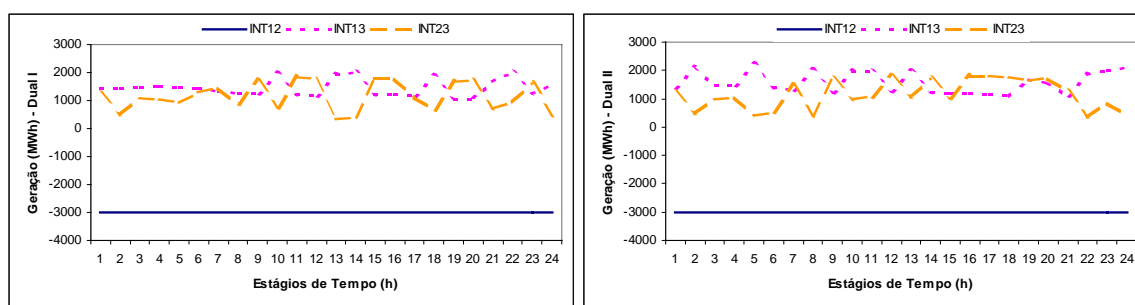


Figura 4.14: Intercâmbio nas Linhas de Transmissão, para os Duais I e II.

³³ O limite mínimo da zona operativa das unidades de Salto Caxias é de 205 MW. O mesmo ocorre em alguns estágios na geração das unidades de Foz do Areia.

A Figura 4.15 esboça, esquematicamente, as variáveis duais (preços³⁴) das restrições de atendimento à demanda, em cada barra e estágio de tempo. Conforme pode ser visto, todas as barras apresentam preços idênticos³⁵. No entanto, como existe um congestionamento na linha de transmissão os valores dos multiplicadores não poderiam ser idênticos. Neste sentido, o resultado obtido se deve a modelagem aproximada da transmissão, em que é considerada somente restrições relacionadas ao fluxo de energia entre as barras.

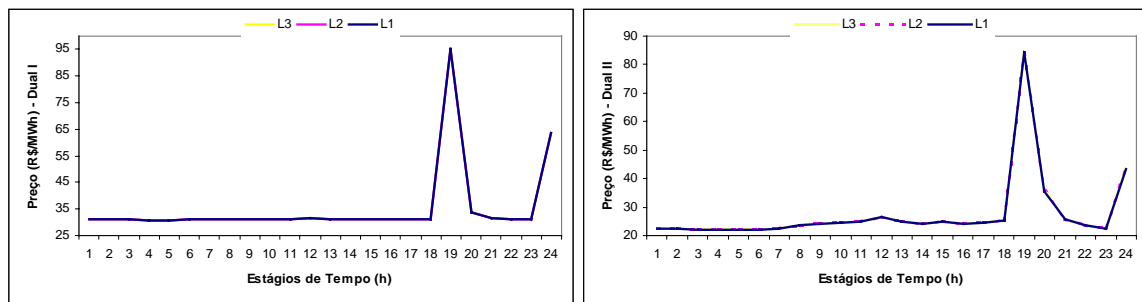


Figura 4.15: Conjunto de Multiplicadores Referentes a cada Barra.

Na Figura 4.15, pode-se notar ainda que em dois períodos existe um aumento no valor dos multiplicadores em cada barra, correspondente ao horário de máxima demanda e o último estágio. Nos dois problemas duais, as curvas são semelhantes, mas a diferença do preço entre os dois duais varia de 9,00 a 20,00 R\$/MWh, alcançando o valor máximo no último estágio.

O comportamento do valor da função dual e da norma do subgradiente ao longo das iterações é mostrado na Figura 4.16 a seguir.

³⁴ Considerando soluções viáveis os preços se referem aos multiplicadores de Lagrange (custos marginais de produção) das restrições de igualdade do Subproblema de Atendimento à Demanda.

³⁵ O APÊNDICE 4 ilustra um outro cenário estudado, em que os limites de intercâmbio considerados são mais restritos. Desta forma, devido às restrições nas linhas de transmissão, existem diferentes preços entre os subsistemas.

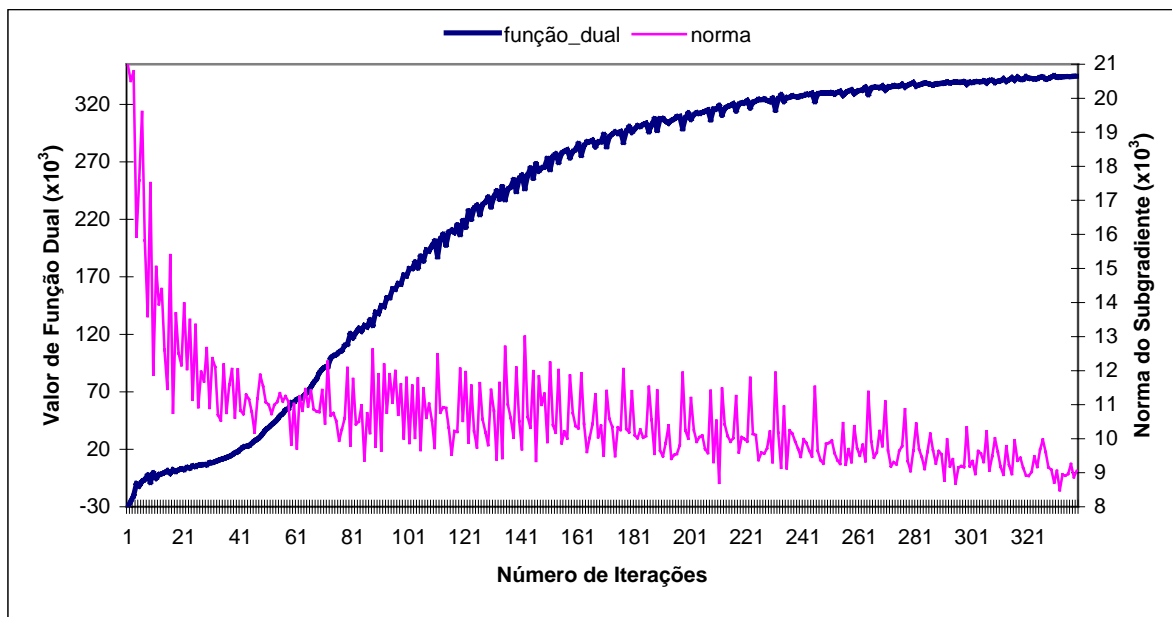


Figura 4.16: Comportamento da Função Dual e da Norma do Subgradiente para o Dual I.

Na Figura 4.16 pode-se observar que o comportamento do valor da função dual ao longo das iterações é crescente, característica do Método de Feixes. Pode-se notar ainda que o valor da norma do subgradiente diminui ao longo das iterações, no entanto, oscila e não, necessariamente, tem seu menor valor no ponto de convergência.

4.3 MODIFICAÇÕES NO PROBLEMA PRIMAL

Com o objetivo de analisar a sensibilidade matemática dos dois problemas duais, serão apresentadas aqui algumas modificações de modelagem do problema primal. A primeira delas consiste em considerar duas faixas de operação para as unidades das usinas que possuem um único grupo. As outras modificações serão implementadas somente no Problema Dual I, as quais referem-se às unidades sem as zonas operativas³⁶, e as usinas modeladas com uma única unidade³⁷ e sem as zonas operativas. O Problema Dual I com essas modificações fica semelhante ao

³⁶ Isto significa que não existe o problema da enumeração das unidades. Denominar-se-á aqui de modelagem contínua.

³⁷ A unidade fictícia é a soma das J_r unidades da usina.

Subproblema Contínuo (PNL) do Dual II. A Tabela 4.4 mostra as três modificações supracitadas.

Tabela 4.4: Diferentes Representações das Unidades Hidrelétricas.

USINA	Duas Zonas Operativas (MW)	Contínuo (MW)	Unidades Agregadas (MW)
Foz do Areia	[10-100] e [290-419]	[0-419]	[0-1676]
Segredo	[10-100] e [180-315]	[0-315]	[0-1260]
Salto Santiago	[10-100] e [210-355]	[0-355]	[0-1576]
Salto Osório	[120-182] [120-175]	[0-182] [0-175]	[0-1078]
Salto Caxias	[10-100] e [205-310]	[0-310]	[0-1240]

O cenário utilizado para ilustrar o comportamento e respostas destes novos problemas duais será o Cenário 1. Logo após, os resultados para os outros cenários, mostrados no APÊNDICE 3, serão abordados.

4.3.1 Duas Zonas Operativas para as Unidades Hidrelétricas

Com o intuito de se compreender as modificações na enumeração do Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas, a seguir será explorado o novo espaço de estados para este problema, incrementado pela inclusão das faixas adicionais nas usinas com unidades idênticas.

Por exemplo, caso não exista nenhuma unidade ligada na primeira zona, existem J_r+1 combinações³⁸ das unidades operando na segunda zona. Da mesma forma, caso exista uma unidade ligada na primeira zona, existem J_r combinações³⁹, e assim por diante. O espaço de estados é representado na figura a seguir.

³⁸ Enumeração das J_r unidades (idêntico à enumeração para uma única zona).

³⁹ O espaço de estados corresponde a enumeração de J_r-1 unidades, pois uma unidade já está na primeira zona.

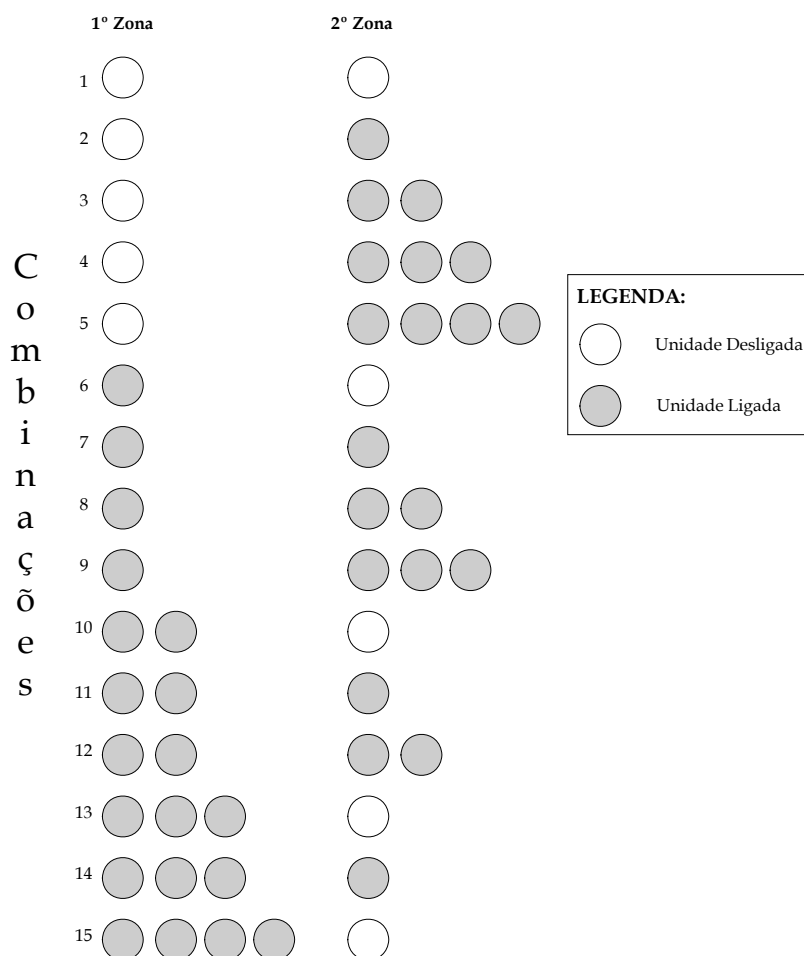


Figura 4.17: Espaço de Estados para Duas Zonas Operativas.

O espaço de estados representado na Figura 4.17 refere-se às quatro unidades das usinas de Foz do Areia, Segredo, Salto Santiago e Salto Caxias, considerando duas zonas operativas. Observe que as combinações de 1 a 5 referem-se a nenhuma unidade em operação na primeira zona; dessa forma, essas cinco combinações representam a enumeração das quatro unidades na segunda zona. De forma semelhante, as combinações de 6 a 9 consideram-se uma unidade operando na primeira zona. Assim, na segunda zona, existem quatro combinações que são a enumeração das três unidades restantes⁴⁰.

⁴⁰ As combinações de 10 a 12 representam duas unidades na primeira zona e a enumeração das outras duas na segunda zona; as combinações 13 e 14, representa três unidades na primeira zona e a enumeração de uma na segunda zona; e por fim, a combinação 15 que representa as quatro unidades na primeira zona e nenhuma na segunda.

No Problema Dual II, a nova zona operativa também foi considerada. No entanto, como o problema separa a natureza inteira-mista das não-linearidades, resultando em dois subproblemas separados, a segunda faixa de operação fica no Subproblema Inteiro. Neste sentido, as possibilidades operativas são: a geração da unidade está nos limites das restrições de canalização⁴¹, ou a unidade está desligada.

A Tabela 4.5 mostra os resultados duais para os dois problemas duais considerando as duas zonas operativas.

Tabela 4.5: Resultados Duais Considerando Duas Zonas Operativas.

	Dual I	Dual II
multiplicadores iniciais	-0,1	-0,1
função dual (1 ^o iteração)	-29.814,95	-29.814,95
função dual	346.298,98	334.859,01
número de iterações	338	187
tempo computacional (s)	382,98	71,16
norma do subgradiente	8.348,63	8.583,09

Note que a inclusão desta segunda zona operativa não acarretou em alterações no valor da função dual⁴² para os dois problemas duais. No caso do Dual II, a explicação foi comentada no capítulo anterior, no item (3.4.2.2).

Para o Dual I, o valor da função dual foi a mesma do que se considerando uma única faixa operativa, isto é, as unidades não operaram na segunda zona. Observando os valores de geração das unidades do sistema nota-se que, mesmo para uma demanda baixa, existem diversas combinações viáveis utilizando a primeira zona, sem ter que operar na segunda zona. Ainda, a operação na segunda zona forçaria o grupo turbina-gerador a trabalhar em regiões de baixo rendimento⁴³.

⁴¹ Note que a restrição fica da seguinte forma: $z_1ph_1^{\min} + z_2ph_2^{\min} \leq pha \leq z_1ph_1^{\max} + z_2ph_2^{\max}$, dependente das variáveis inteiras z_1 e z_2 , as quais indicam em qual zona operativa a unidade pode operar.

⁴² Foram simulados diversos cenários considerando as duas zonas operativas e, na maioria dos casos do Dual I, os valores de função dual eram iguais. No Dual II, o valor da função dual foi sempre igual independente da quantidade de zonas operativas.

⁴³ Pode-se observar essa região na Figura 2.6 do item 2.2.2 no Capítulo 2.

Na Tabela 4.5 pode-se observar ainda que a diferena marcante foi o alto tempo computacional do Dual I. Mesmo que o sistema estudado seja reduzido pode-se perceber que a enumerao das unidades para duas faixas operativas torna-se onerosa. A Tabela 4.6 apresenta um resumo dos resultados para os dois problemas duais, considerando as duas zonas operativas, para todos os cenrios.

Tabela 4.6: Resumo dos Resultados Duais Considerando Duas Zonas Operativas.

		Dual I	Dual II
Cenrio 1	funo dual	346.298,98	334.859,01
	tempo computacional (s)	382,98	71,16
	norma do subgradiente	8.348,63	8.583,09
Cenrio 2	funo dual	323.402,86	313.909,95
	tempo computacional (s)	436,25	78,92
	norma do subgradiente	8.249,75	8.472,802
Cenrio 3	funo dual	88.881,95	58.051,65
	tempo computacional (s)	1.618,59	52,48
	norma do subgradiente	9.789,30	10.105,94
Cenrio 4	funo dual	252.279,63	232.626,61
	tempo computacional (s)	370,53	46,09
	norma do subgradiente	9.955,58	10.286,67

O valor da funo dual dos problemas duais, considerando duas zonas operativas, foi exatamente o mesmo do que para uma nica zona de operao. Isto ocorreu porque a possibilidade de gerao de uma unidade hidreltrica varia de 120 MW (unidade da Usina de Salto Osrio) a 419 MW (unidade da Usina de Foz do Areia), o que possibilita atender demandas baixas sem a necessidade de utilizar a segunda faixa de operao (10 - 100 MW).

Em todos os cenrios o Dual I obteve maior valor de funo dual e menor valor de norma do subgradiente em relao ao Dual II. Por sua vez, no tocante aos tempos computacionais, visvel o alto esforo presente na soluo do Problema Dual I considerando a enumerao das unidades para duas zonas operativas. Para o Dual II, o aumento do tempo computacional mnimo. Neste sentido, a percentagem do tempo computacional do Dual I, em relao ao Dual I, do cenrio 1 ao 4, respectivamente, 538,20%, 552,77%, 3.084,20% e 803,93%.

4.3.2 Unidades Hidrelétricas Sem a Presença de Variáveis Inteiras

A partir dos resultados obtidos nos problemas duais, foi observado que o Dual I, em todos os cenários, obteve o maior valor de função dual e o menor desvio nas restrições relaxadas. No entanto, o esforço computacional devido à enumeração das unidades é perceptível. Com o intuito de analisar o impacto de desprezar a enumeração, duas modificações serão apresentadas a seguir.

4.3.2.1 Usinas com as Unidades Modeladas Sem as Variáveis Inteiras

Neste caso as unidades da usina podem operar livremente, em qualquer nível de geração entre zero e a sua capacidade máxima. O problema não-linear é semelhante ao Subproblema Contínuo do Dual II, acrescido das restrições de limite de potência das unidades.

A Tabela 4.7 ilustra o resultado dos problemas duais para o Cenário 1⁴⁴.

Tabela 4.7: Resultados Duais Sem Considerar as Variáveis Inteiras nas Unidades.

	Dual I _C	Dual I
multiplicadores iniciais	-0,1	-0,1
função dual (1 ^o iteração)	-29.814,95	-29.814,95
função dual	359.612,74	346.298,98
número de iterações	240	338
tempo computacional (s)	71,23	185,70
norma do subgradiente	7.897,31	8.348,63

Pode-se observar na Tabela 4.7, que o Dual I_C obteve o maior valor de função dual e menor valor da norma do subgradiente. Na tabela ainda pode-se notar que o Dual I_C possui tempo computacional consideravelmente menor que o Dual I.

No Dual I_C, para todo o horizonte, todas as unidades estão em operação e a geração hidrelétrica é, praticamente, constante no horizonte. No entanto, a geração

⁴⁴ O Dual I_C é dado pelo Problema Dual I representado sem a presença das variáveis inteiras.

em alguns estágios está abaixo da zona permitida de geração. Nesse sentido a Figura 4.18 ilustra o nível de geração da unidade 1 de Foz do Areia⁴⁵.

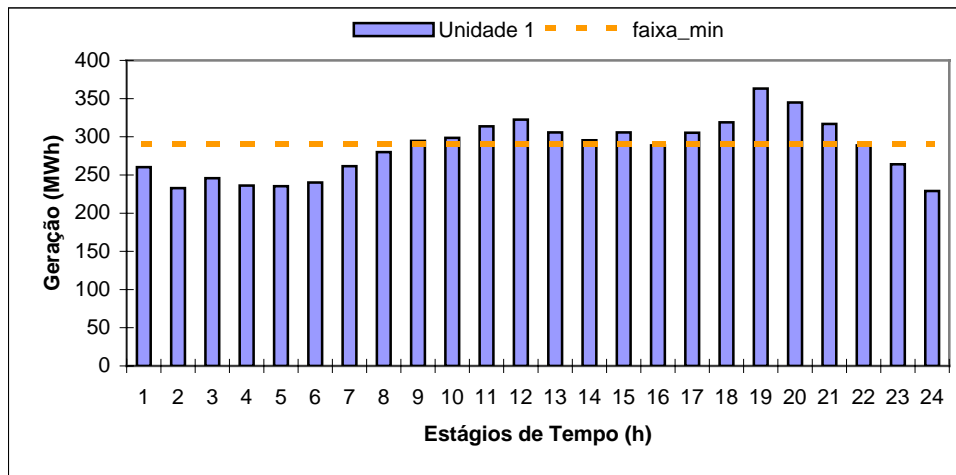


Figura 4.18: Geração da Unidade 1 da Usina de Foz do Areia.

Na Figura 4.18 pode-se observar que em diversos estágios a unidade opera abaixo de seu limite mínimo da zona de operação que é de 290 MW.

Os multiplicadores de Lagrange associados, tanto à geração⁴⁶, quanto à vazão turbinada⁴⁷ do Dual I_c foram próximos⁴⁸ aos respectivos multiplicadores do Dual I, como pode ser observado na Figura 4.19, para a Usina de Salto Osório.

⁴⁵ O mesmo ocorre, em alguns estágios, nas unidades das usinas de Salto Osório (Grupo II) e Salto Caxias.

⁴⁶ Relacionados as restrições *PHa-PH* e *pta-pt*.

⁴⁷ *Qa-Q*.

⁴⁸ A maior diferença ocorre no último estágio (13,00 R\$/MWh).

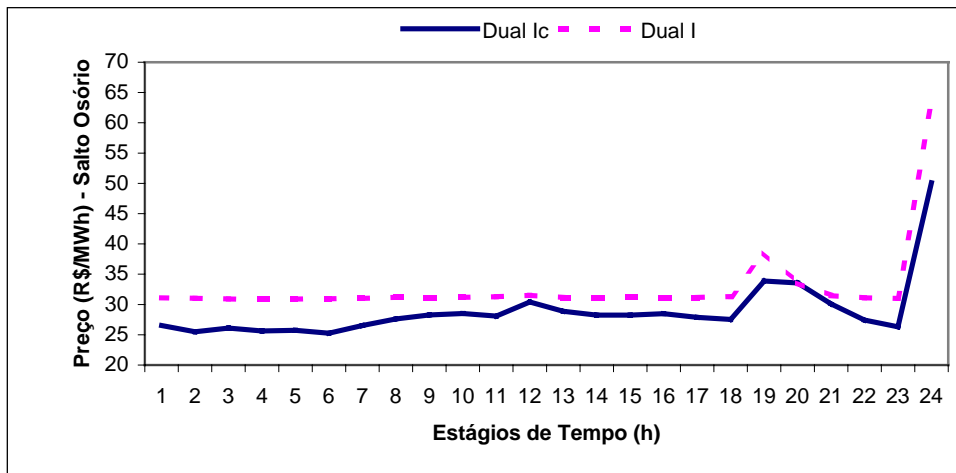


Figura 4.19: Multiplicadores de Lagrange Associado à Geração de Salto Osório.

A Figura 4.20 mostra o despacho de uma unidade de cada usina hidrelétrica do sistema⁴⁹.

⁴⁹ A unidade referente é a unidade 1, para todas as usinas.

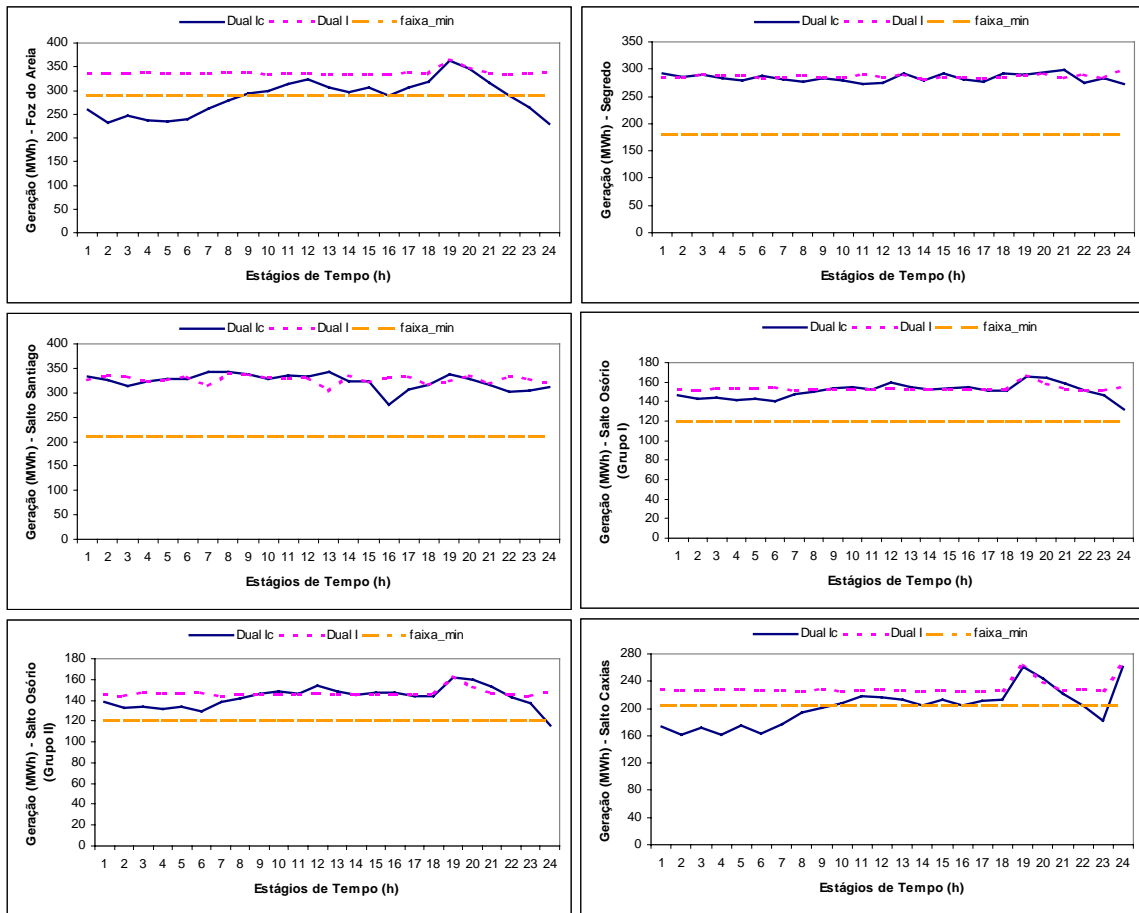


Figura 4.20: Geração das Unidades, para o Cenário 1.

Por meio da Figura 4.20 pode se observar que no Dual I_C , em alguns estágios, a geração das unidades das usinas de Foz do Areia, Salto Osório⁵⁰ e Salto Caxias estão abaixo do limite mínimo da respectiva zona operativa.

A Tabela 4.8 mostra um resumo dos resultados duais para os problemas Duais I_C e I , para todos os cenários.

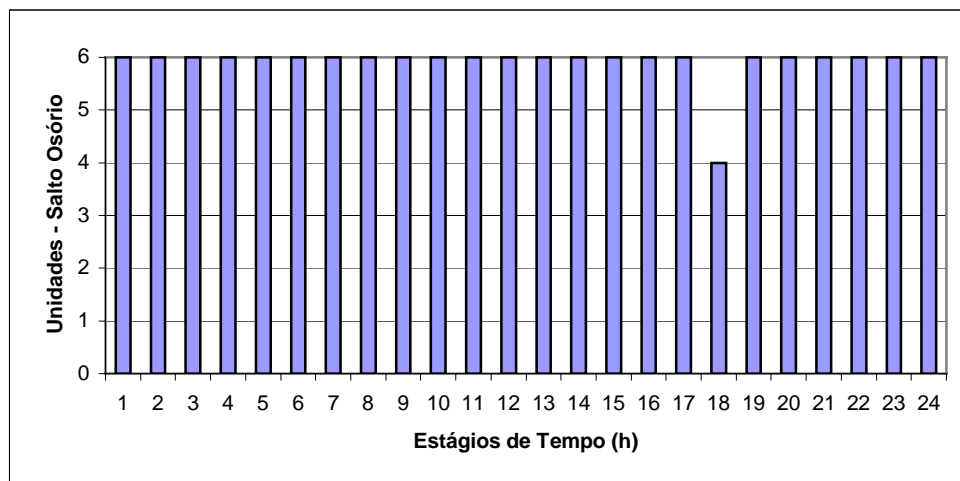
⁵⁰ Somente as unidades do Grupo II.

Tabela 4.8: Resumo dos Resultados Duais, Sem Considerar as Variáveis Inteiras.

		Dual I _C	Dual I
Cenário 1	função dual	359.612,74	346.298,98
	tempo computacional (s)	71,23	185,70
	norma do subgradiente	7.897,31	8.348,63
Cenário 2	função dual	306.095,96	323.402,86
	tempo computacional (s)	55,63	215,53
	norma do subgradiente	8.669,01	8.249,75
Cenário 3	função dual	104.068,23	88.881,95
	tempo computacional (s)	41,39	739,63
	norma do subgradiente	10.570,35	9.789,30
Cenário 4	função dual	300.182,52	252.279,58
	tempo computacional (s)	37,78	168,44
	norma do subgradiente	10.212,91	9.955,58

Por meio da Tabela 4.8 pode se observar que o Dual I_C é bem mais rápido que a enumeração das unidades. Para os cenários 1 e 2, que representam carga pesada, a velocidade foi de, aproximadamente, 3,40 iterações/s, enquanto para os cenários 3 e 4 a velocidade diminuiu para, aproximadamente, 2,91 iterações/s.

A Figura 4.21 mostra a operação das unidades de Salto Osório para o Dual I_C no Cenário 3.

Figura 4.21: Unidades em Operação de Salto Osório para o Cenário 3 - Dual I_C.

Pode se observar na Figura 4.21 que o problema não-linear, sem as zonas operativas, fornece no estágio 18, quatro unidades em operação, que representa que as unidades do GRUPO II estão desligadas.

A Figura 4.22 ilustra a geração das unidades para o Cenário 4.

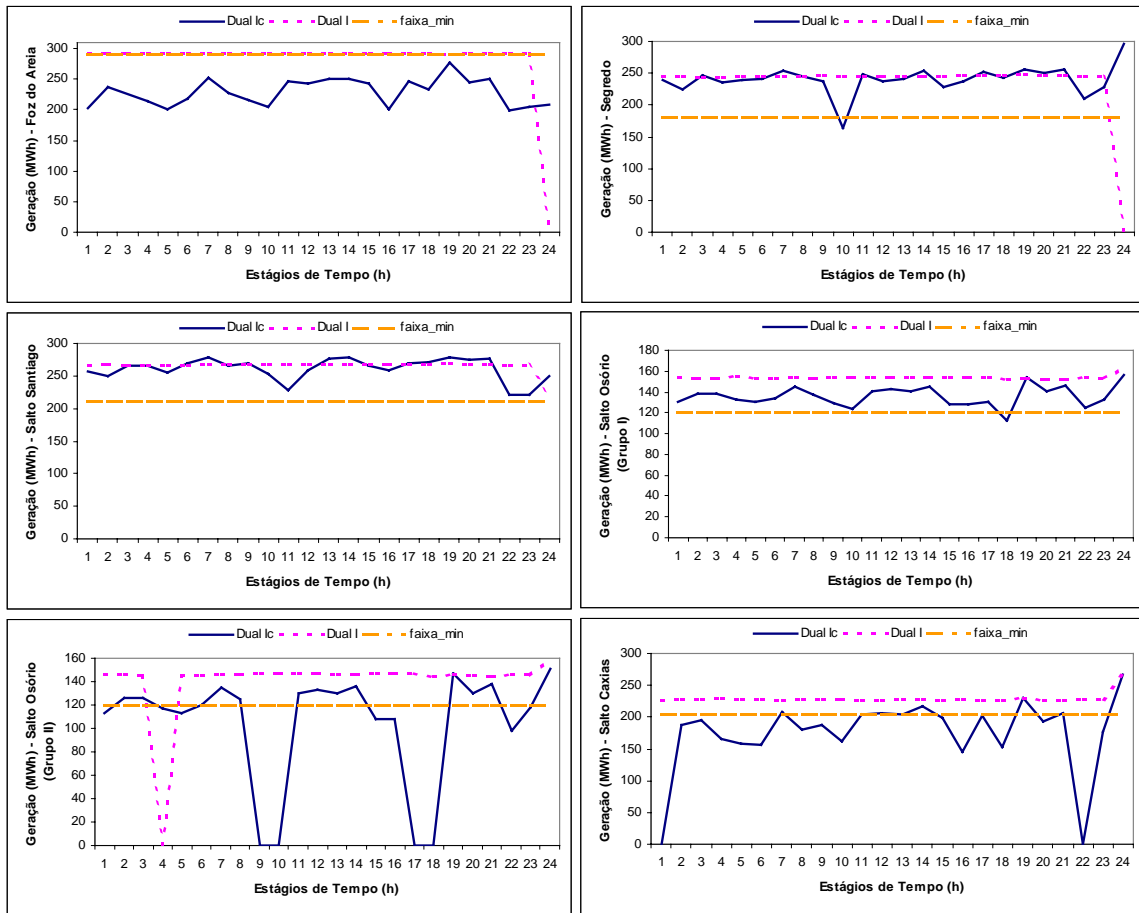


Figura 4.22: Geração das Unidades, para o Cenário 4.

Por meio da Figura 4.22, pode-se observar a ocorrência da violação da restrição da zona operativa das unidades em todas as usinas, com exceção somente de Salto Santiago.

O Dual Ic mesmo com a violação das restrições das zonas operativas⁵¹ sugere ser um bom ponto inicial⁵² para o Dual I.

4.3.3 Unidades Hidrelétricas Agregadas

Neste caso, a usina é representada por uma unidade agregada sem a presença das variáveis inteiras que determinam a operação, ligada ou desligada, das faixas. Neste sentido, algumas considerações foram efetuadas nos coeficientes de perdas hidráulicas⁵³ e de rendimento⁵⁴, para ajustar essa modelagem proposta.

A análise será feita entre o Dual I, com as unidades agregadas⁵⁵, e o Dual I considerando uma zona operativa das unidades.

A Tabela 4.9 ilustra o resultado dos problemas duais do Cenário 1.

⁵¹ Em todos os cenários, a geração das unidades de Foz do Areia, Salto Osório (Grupo II) e Salto Caxias estão abaixo dos limites mínimos da zona operativa das mesmas.

⁵² Os multiplicadores do Dual I, sem as zonas operativas, são relativamente próximos do Dual I considerando a zona operativa. Foram testados alguns casos em que foi utilizado multiplicadores resultantes de um dual como iniciais para o Dual I, com uma única zona operativa, e pode-se observar uma rapidez na convergência (tempo computacional menor). Em sistemas de grande porte como é o caso do sistema brasileiro, acredita-se que seja uma boa opção para diminuir o esforço computacional decorrente da enumeração do espaço de estados das unidades.

⁵³ Neste caso, foi calculado um coeficiente de perda hidráulica para cada unidade agregada, de modo que a perda (m) fosse a mesma que as unidades originais. Desta forma, o novo coeficiente é igual a $k_{0_{agreg}} = k_0 / (J_r)^2$.

⁵⁴ O rendimento, neste caso, depende de Q ao invés de q . Neste sentido, no coeficiente de rendimento, as seguintes modificações foram efetuadas: $\rho_{1_{agreg}} = \rho_1 / (J_r)$; $\rho_{3_{agreg}} = \rho_3 / (J_r)$ e $\rho_{4_{agreg}} = \rho_4 / (J_r)^2$. Note que os outros coeficientes continuam idênticos ao da unidade independente.

⁵⁵ Será representada no decorrer do texto por Dual I_A.

Tabela 4.9: Resultados Duais Considerando as Unidades Agregadas no Dual I.

	Dual I _A	Dual I
multiplicadores iniciais	-0,1	-0,1
função dual (1 ^o iteração)	-29.814,95	-29.814,95
função dual	310.865,45	346.298,98
número de iterações	170	338
tempo computacional (s)	33,23	185,70
norma do subgradiente	8.044,59	8.348,63

Pode-se observar na Tabela 4.9, que o Dual I_A obteve valor de função dual e da norma do vetor de subgradientes menor do que o Dual I. Na tabela ainda pode se notar que o Dual I_A possui um tempo computacional inferior em relação ao Dual I.

Da mesma forma que para as unidades sem as zonas operativas, a geração das usinas é praticamente constante. Todas as unidades estão operando em todos os estágios. O comportamento do conjunto de todos os multiplicadores de Lagrange foi semelhante ao conjunto de multiplicadores do Dual I⁵⁶, como pode ser observado, para o multiplicador associado à geração da Usina de Salto Osório, na Figura 4.23.

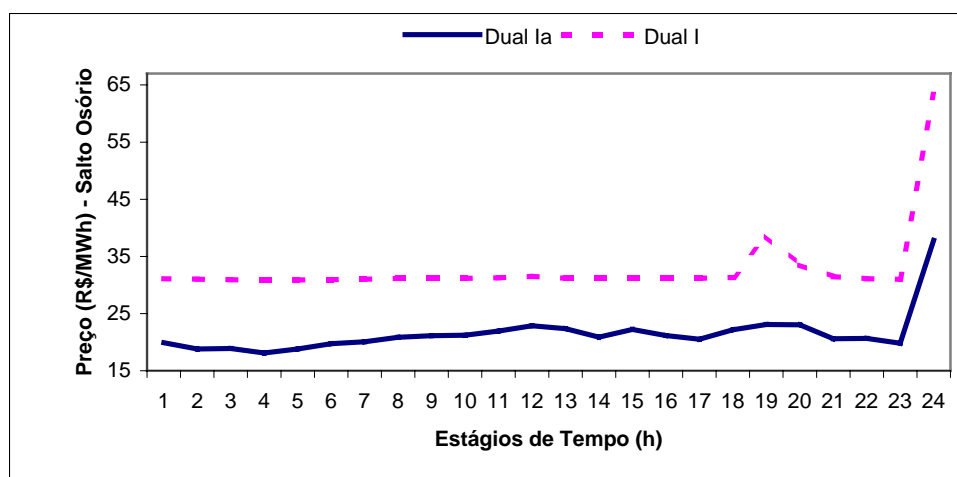


Figura 4.23: Multiplicadores de Lagrange Associado à Geração de Salto Osório.

⁵⁶ Pode-se observar que a diferença neste cenário é maior do que a diferença observada para o Dual I, considerando-se as unidades independentes.

A Figura 4.24 mostra uma comparação da geração agregada do Dual I_A, com a geração referente a soma do despacho de todas as unidades provenientes de sua enumeração do Dual I⁵⁷.

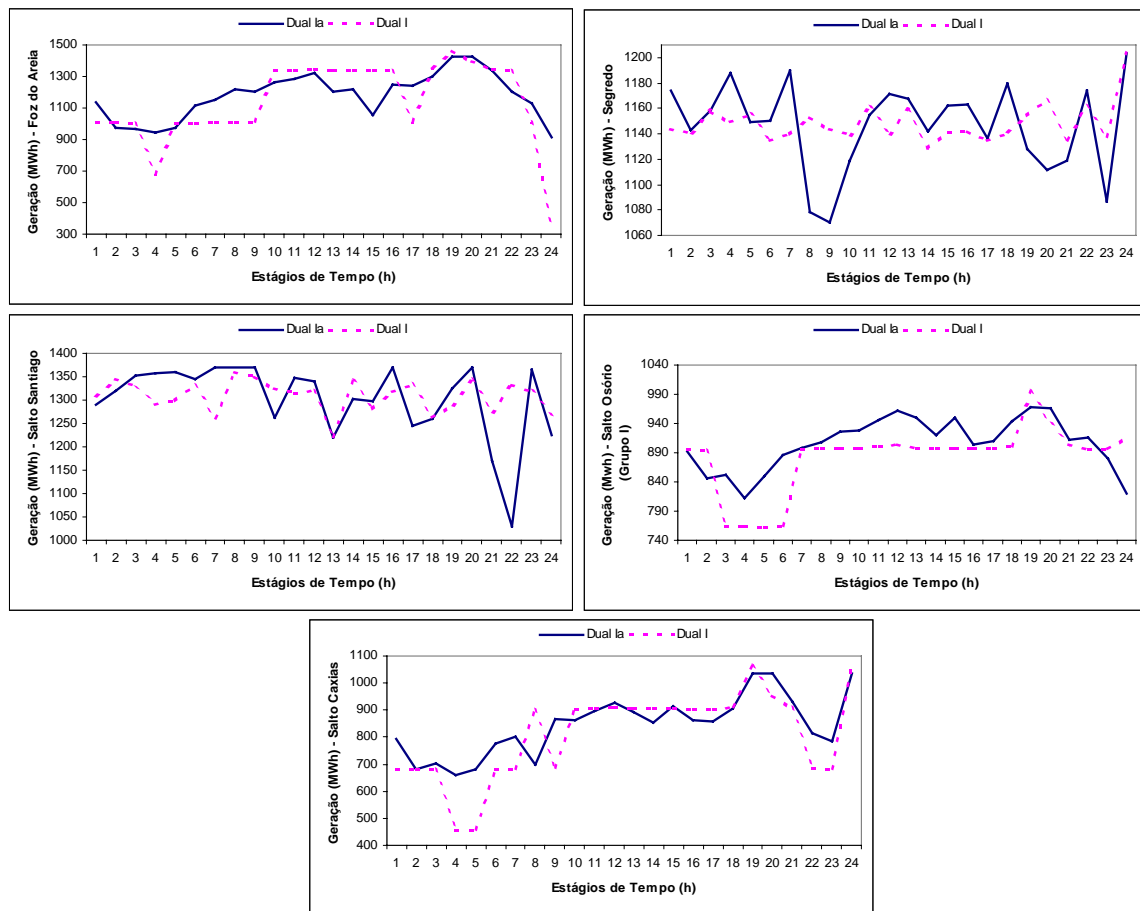


Figura 4.24: Geração Agregada para o Cenário 1.

⁵⁷ No Dual I_A a Usina de Salto Osório possui duas unidades agregadas, que se refere aos dois grupos distintos. Deste modo, para se comparar à geração agregada com a geração do Dual I será somada a geração das unidades de cada grupo.

Por meio da Figura 4.24, pode-se observar que a gerao da unidade agregada   praticamente constante; no entanto, são ignoradas as restrioes de zonas operativas das unidades⁵⁸.

A Tabela 4.10 mostra um resumo dos resultados duais para o Dual I, com a unidade agregada, repetindo os resultados do Dual II, para todos os cenrios.

Tabela 4.10: Resumo dos Resultados Duais Considerando as Unidades Agregadas.

		Dual I _A	Dual I
Cenrio 1	funo dual	310.865,45	346.298,98
	tempo computacional (s)	33,23	185,70
	norma do subgradiente	8.044,59	8.348,63
Cenrio 2	funo dual	300.136,34	323.402,86
	tempo computacional (s)	34,53	215,53
	norma do subgradiente	8.565,87	8.249,75
Cenrio 3	funo dual	14.032,554	88.881,95
	tempo computacional (s)	12,52	739,63
	norma do subgradiente	10.702,56	9.789,30
Cenrio 4	funo dual	323.106,04	252.279,58
	tempo computacional (s)	29,56	168,44
	norma do subgradiente	9.673,63	9.955,58

Por meio da Tabela 4.10 pode se observar o baixo tempo computacional do Dual I, com uma unidade agregada.

No Cenrio 3, o valor da funo dual   muito diferente, isto se deve ao fato de que o ponto inicial foi ruim⁵⁹ para o Método de Feixes. Neste caso, os valores de todos os multiplicadores de Lagrange foram distantes do Dual I, considerando uma zona operativa⁶⁰.

Na Figura 4.25, referente ao Cenrio 3, pode se observar   operao das unidades agregadas da Usina de Salto Osrio.

⁵⁸ Como a unidade agregada representa o grupo de unidades idnticas da usina, as unidades das usinas de Foz do Areia e Salto Caxias estariam abaixo do limite mínimo de sua zona operativa. Note que nessas duas usinas, a gerao proveniente do Dual I em alguns estgios está abaixo do Dual I_A, mas   que existe a enumerao das unidades.

⁵⁹ Para outros pontos iniciais o Dual I_A, obteve resultados melhores.

⁶⁰ Os multiplicadores associados   gerao permaneceram prximos de 1,50 R\$/MWh.

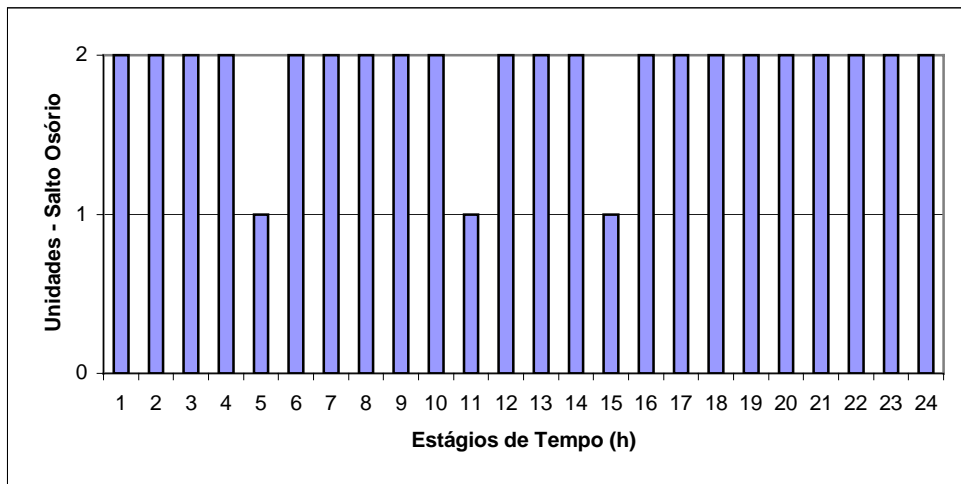


Figura 4.25: Unidades em Operação da Usina de Salto Osório para o Cenário 3 - Dual I_A.

A Figura 4.26 ilustra o comportamento da geração das unidades agregadas para o Cenário 4.

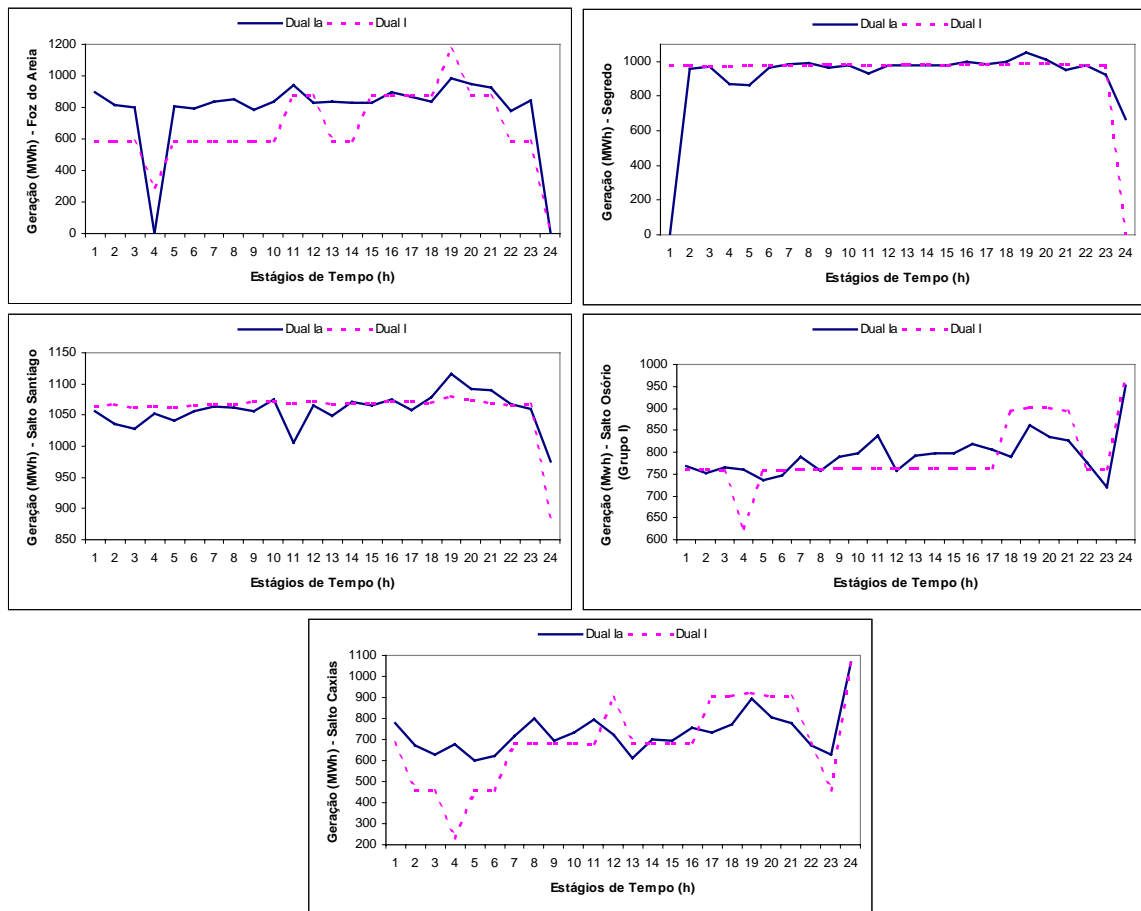


Figura 4.26: Geração Agregada para o Cenário 4.

4.4 CONCLUSÕES

Este capítulo teve como objetivo analisar comparativamente o desempenho computacional obtido pelas duas decomposições do problema da programação diária da operação eletroenergética. Análises foram efetuadas no sentido de se obter uma maior sensibilidade na solução do problema da programação diária, no tocante às propostas de decomposição mostradas.

As alterações feitas no problema consistiram em variar à demanda, restrições de rampa e os volumes iniciais e finais dos reservatórios. A análise entre os duais foi feita por meio, principalmente, das variáveis primais e duais, dos valores finais da função dual, tempo computacional e norma do vetor de subgradientes. Como algumas respostas primais são inviáveis e a etapa da recuperação primal não foi implementada neste trabalho, a análise referente às variáveis primais se ateve à comparação das saídas dos diversos subproblemas das duas decomposições, ilustradas por meio de figuras.

No tocante a análise entre as duas decomposições, o Problema Dual I obteve, para todos os cenários estudados, os maiores valores de função dual e os menores valores de norma do vetor de subgradientes, ilustrando que as restrições foram menos violadas. No entanto, o esforço computacional foi mais elevado que no Dual II. Neste sentido, pode-se perceber que o esforço computacional referente da enumeração das unidades decorre em uma diferença considerável no tempo computacional.

As variáveis duais obtidas para o Problema Dual II, na maioria dos casos, estiveram relativamente próximas do Dual I.

Ainda, na análise de sensibilidade, duas modificações foram feitas no problema primal. A primeira consistiu em analisar o comportamento do problema para duas zonas operativas das unidades hidrelétricas. Os duais obtiveram as mesmas respostas que a consideração de uma zona operativa. No Dual I isto ocorre porque a possibilidade nas combinações da geração das 22 unidades na primeira zona é bastante flexível, podendo atender a demanda sem ter que operar na se-

gunda zona. No Dual II, as zonas operativas estão presentes no Subproblema Inteiro, o qual possui solução analítica e desta forma, a unidade sempre estará desligada ou gerando no limite máximo da primeira zona operativa. Em relação ao tempo computacional, o Dual I apresentou um elevado esforço computacional, enquanto o Dual II o tempo aumentou muito pouco, devido ao aumento do espaço de estados dos subproblemas inteiros.

A segunda modificação do problema primal consistiu em retirar-se à modelagem inteira do problema. Neste sentido, foram simulados dois casos para o problema: as unidades sem as zonas operativas e uma unidade agregada representando cada grupo de unidades idênticas. As respostas duais foram semelhantes ao Dual I. Da mesma forma que no Subproblema Contínuo do Dual II, em alguns estágios, a geração das unidades esteve abaixo do limite mínimo da zona operativa da mesma. Pode-se notar, também, que esta aproximação diminuiu bastante o esforço computacional.

Uma sugestão, no tocante a manter a representação o mais próximo da realidade e diminuir o tempo computacional utilizado, é utilizar uma combinação das decomposições, deixando a enumeração do espaço de estado das unidades para o final, isto é, utilizar uma decomposição inicial (menor esforço computacional) como, por exemplo, o Dual II e após utilizar os multiplicadores associados (geração e vazão turbinada) como iniciais para o Dual I, uma vez que, os multiplicadores de Lagrange dos duais I (sem as zonas operativas) e II (uma zona) estão relativamente próximos, servindo de um bom ponto inicial para o Problema Dual I (uma zona operativa).

Com o objetivo de decrementar o nível de inviabilidade das restrições, algumas modificações nos subproblemas podem ser consideradas. No Subproblema de Atendimento à Demanda a inclusão de restrições de rampa, no sentido de diminuir o liga e desliga das usinas termelétricas; e a consideração dos limites mínimos da zona operativa das unidades hidrelétricas, de modo que o despacho da usina não viole o limite mínimo da unidade. No Subproblema Hidráulico é possível limitar as vazões turbinadas considerando os requisitos de reserva, uma vez

que os limites máximos de vazão turbinada da usina foram ajustados nos respectivos valores máximos nominais, os quais só podem ser alcançados quando a altura de queda é igual à nominal. Da mesma forma, no Subproblema Inteiro é possível limitar a geração da unidade considerando o valor inicial da cota de montante, já que os limites máximos de geração das unidades hidrelétricas só podem ser alcançados quando as mesmas estão sujeitas a altura de queda nominal e vazão nominal.

Algumas sugestões para desenvolvimentos futuros são comentadas no Capítulo 5.

CAPÍTULO 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Este trabalho teve como tema central o problema da programação diária da operação eletroenergética de sistemas hidrotérmicos, com predominância nos recursos hidrelétricos. Deste modo, o objetivo deste trabalho consistiu em decompor um problema reduzido, em duas formas distintas, e analisá-las comparativamente, com base na metodologia da Relaxação Lagrangeana.

Devido à natureza do problema a Relaxação Lagrangeana aparece como a preferida, pois possibilita, por meio da relaxação das restrições de acoplamento, decompor o problema em subproblemas menores e mais fáceis de solucionar. Neste sentido, foram ilustradas no Capítulo 3, duas formas de decomposição do problema da programação diária, utilizando para tanto os conceitos de duplicação de variáveis.

O Problema Dual I, resultante da primeira decomposição, é composto por quatro subproblemas (Termelétrico, Atendimento à Demanda, Hidráulico e Alocação das Unidades Hidrelétricas) de características matemáticas distintas. O Subproblema Termelétrico possui somente restrições ligadas ao sistema termelétrico, e é acoplado no tempo devido à restrição de rampa. O Subproblema de Atendimento à Demanda é desacoplado no tempo e acoplado no espaço. O Subproblema Hidráulico e de Alocação das Unidades Hidrelétricas possuem somente restrições associadas ao parque gerador hidrelétrico; o primeiro com restrições ligadas aos reservatórios é acoplado no tempo e no espaço; e o segundo com restrições ligadas as unidades é desacoplado no tempo e no espaço, mas existe neste subproblema a enumeração do espaço de estados das unidades.

O Problema Dual II possui os mesmos três subproblemas do Dual I (Termelétrico, Atendimento à Demanda e Hidráulico), modificando apenas o Subproble-

ma de Alocação das Unidades Hidrelétricas. Neste caso, tem-se um Subproblema Contínuo e um Subproblema Inteiro-Misto, sendo esses subproblemas também desacoplados no tempo e no espaço. A enumeração do espaço de estados é por unidade e está no Subproblema Inteiro-Misto.

No Capítulo 4 foram comparadas as duas decomposições. O Problema Dual I obteve, para todos os cenários estudados, os maiores valores de função dual e os menores valores de norma do vetor de subgradientes, ilustrando que as restrições foram menos violadas. Uma diferença significativa esteve no esforço computacional, o qual foi mais elevado no Dual I. Neste sentido, pode-se perceber que a enumeração do espaço de estados das unidades implica em uma diferença considerável no tempo computacional. Neste sentido, duas modificações foram feitas no problema primal. A primeira consistiu em analisar o comportamento do problema para duas zonas operativas das unidades hidrelétricas. Os duais obtiveram as mesmas respostas que a consideração de uma zona operativa, mas o esforço computacional associado ao Problema Dual I foi muito maior.

A segunda modificação do problema primal consistiu em retirar-se à modelagem inteira do problema. Neste sentido, foram simulados dois casos para o problema: as unidades sem as zonas operativas e uma unidade agregada representando cada grupo de unidades idênticas. As respostas duais foram semelhantes ao Dual I. No entanto, da mesma forma que no Subproblema Contínuo do Dual II, em alguns estágios, a geração das unidades esteve abaixo do limite mínimo da zona operativa da mesma. Pode-se notar, também, que esta aproximação diminuiu bastante o esforço computacional.

Ressalta-se que o horizonte do modelo estudado é de apenas 24 horas sendo que o horizonte de estudo da programação diária é de 7 a 13 dias. Desta forma, uma sugestão, no tocante em manter a representação o mais próximo da realidade e diminuir o tempo computacional utilizado, é utilizar uma mistura das decomposições, deixando a enumeração do espaço de estados das unidades para os estágios mais próximos a operação.

Com o objetivo de decrementar o nível de inviabilidade das restrições, algumas modificações nos subproblemas podem ser consideradas. No Subproblema de Atendimento à Demanda a inclusão de restrições de rampa e a consideração dos limites mínimos da zona operativa das unidades hidrelétricas. No Subproblema Hidráulico é possível limitar as vazões turbinadas considerando os requisitos de reserva. Da mesma forma, no Subproblema Inteiro é possível limitar a geração da unidade considerando o valor inicial da cota de montante.

No sentido de se ter uma avaliação completa, o problema de alocação termelétrica (“*thermal unit commitment*”), deve ser incluído no problema da programação diária.

No tocante a simular condições reais de afluência, é necessário se considerar vazões afluentes não nulas e em situações de operação com variações muito grandes entre períodos de horas ou de um dia para outro, essas situações são muito comuns no sul do país, em que afeta drasticamente o nível de geração de usinas com pequenos reservatórios. Em relação à influência da vazão defluente, deve se considerar casos reais de limites de defluência para cada reservatório. E por último, considerar o vertimento na função de produção das unidades hidrelétricas e na operação do sistema.

Ainda no tocante a sugestões para desenvolvimentos futuros, os resultados mostram que é necessária a representação de restrições de *minimum uptime* e *downtime* para a operação das unidades hidrelétricas, com o intuito de diminuir o “bang-bang” fornecido pelo despacho (desgaste nas unidades). Neste sentido, uma nova forma decomposição é apresentada no APÊNDICE 5, representando os mínimos tempos de permanência em operação e desligamento e, ainda, considerando as restrições de conservação da massa da água no Problema Não Linear - PNL (Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas).

E, por fim, as decomposições mostradas neste trabalho possibilitam a solução de subproblemas menores com características distintas e que podem ser solucionados paralelamente. Neste sentido, o processamento distribuído (alto desem-

penho) aparece como uma opção viável para diminuir o esforço computacional e, conseqüentemente, o tempo computacional para o problema da programação diária da operação eletroenergética.

APÊNDICE 1 - EXEMPLO DIDÁTICO

Considere o sistema hidrotérmico da figura abaixo, com duas usinas geradoras, uma termelétrica (T) e outra hidrelétrica (H), atendendo uma carga (L) e conectadas a uma mesma barra.

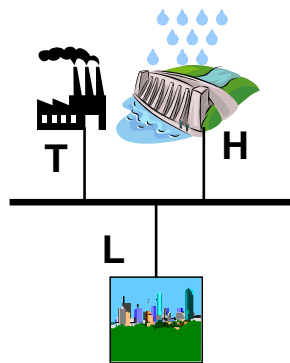


Figura A1.1: Configuração do Exemplo Ilustrativo.

Várias simplificações são adotadas neste exemplo. A função de produção da usina hidrelétrica é representada por uma função linear dada pelo produto entre a produtibilidade constante (ρ) e a vazão turbinada na usina. As restrições consideradas são apenas a de atendimento à demanda, conservação da massa da água no reservatório, restrição de rampa de geração termelétrica e os limites operacionais das usinas.

O objetivo do problema de otimização consiste em minimizar o custo da usina termelétrica. O período de tempo considerado é de 1h. Deste modo, tem-se o seguinte problema de otimização:

$$\min f = ct_1 pt_1^2 + ct_2 pt_1 \quad (1)$$

sujeito a:

$$pt_1 + \rho Q_1 = L_1 \quad (2)$$

$$v_2 + c_1(Q_1 + s_1) = v_1 + c_1 y_1 \quad (3)$$

$$|pt_1 - pt_0| \leq \Delta \quad (4)$$

$$0 \leq pt_1 \leq pt^{max} \quad (5)$$

$$0 \leq Q_1 \leq Q^{max} \quad (6)$$

$$0 \leq s_1 \leq s^{max} \quad (7)$$

$$v^{min} \leq v_2 \leq v^{max} \quad (8)$$

Os dados operativos das usinas geradoras esto dispostos a seguir:

$ct_1=0,1$; $ct_2=10$; $\rho=0,9\text{MW}/(\text{m}^3/\text{s})$; $pt_0=0$; $pt^{max}=100 \text{ MW}$; $\Delta=50 \text{ MW}$;
 $y_1=0\text{m}^3/\text{s}$; $Q^{max}=700 \text{ m}^3/\text{s}$; $s^{max}= 2Q^{max}$; $v^{min}=1100\text{hm}^3$; $v^{max}=1150\text{hm}^3$; $v^{inic}=1125\text{hm}^3$;
 $L_1=650 \text{ MWh}$; $c_1=3,6 \times 10^{-3}$

Nota-se que o problema, composto pelas equaes (1)-(8), acoplado devido as restries de atendimento a demanda (2) e conservao da massa da gua (3).

Este exemplo bastante simples, j que o intuito ilustrar apenas o uso da metodologia da Relaxao Lagrangeana. A soluo tima deste problema fcilmente encontrada:

- A capacidade mxima de gerao hidreltrica de 630 MWh turbinando sua vazao mxima de 700 m³/s;
- Convertendo a vazao turbinada em volume (700x3,6x10⁻³ = 2,52 hm³), tem-se o volume necessrio para que a usina hidreltrica possa ser despachada em seu valor mximo nominal;
- Como no existe restrio no uso da gua, a usina hidreltrica pode utilizar todo o volume til existente⁶¹ em seu reservatrio, que de 25 hm³;

⁶¹ O volume til existente , neste caso, a diferena do volume inicial e do volume mnimo do reservatrio.

- Dessa forma, a hidrelétrica produzirá os 630 MWh, no intuito de se atender a demanda (650 MWh). No entanto, necessita de mais 20 MWh de geração termelétrica;
- Como a usina termelétrica inicia desligada e possui uma rampa limitado sua geração em 30 MWh, para dois estágios de tempo consecutivos, ela produzirá a geração que falta, isto é, os 20 MWh;
- Assim, o custo de operação para este exemplo é dado substituindo a geração termelétrica na função objetivo (1), o que resulta em um custo de R\$ 240,00.

A seguir, será mostrado o uso da R.L., de duas maneiras diferentes: o modelo clássico da relaxação e o modelo utilizando a introdução de variáveis artificiais.

A. Modelo Clássico

O modelo clássico da dualização do problema de otimização, utilizando a metodologia da Relaxação Lagrangeana consiste em relaxar as restrições de atendimento à demanda (Equação 2) e a conservação da massa da água (Equação 3). Como o período de estudo considerado é de uma hora (um estágio), dualizam-se essas restrições com o auxílio de dois multiplicadores de Lagrange (λ e μ). Dessa forma, o problema dualizado resulta em:

$$\begin{aligned} \max \theta(\lambda, \mu) = \min f + \lambda(pt_1 + \rho Q_1 - L_1) + \mu[v_2 - v_1 + c_1(Q_1 + s_1 - y_1)] \\ \text{sujeito a: (4)-(8)} \end{aligned} \quad (9)$$

Observe que no Problema (9), não existe mais o acoplamento entre as variáveis. Separando o problema dual pelas características termelétricas e hidrelétricas, pode-se dividir em dois subproblemas com características distintas: Um problema termelétrico (θ_T) e outro hidrelétrico (θ_H), conforme abaixo:

$$\begin{aligned} \theta_T(\lambda) = \min ct_1 pt_1^2 + (ct_2 + \lambda)pt_1 \\ \text{sujeito a: (4)-(5)} \end{aligned} \quad (10)$$

e,

$$\theta_H(\lambda, \mu) = \min(\lambda \rho + \mu c_1) Q_1 + \mu v_2 + (\mu - c_1) s_1$$

sujeito a: (6)-(8) (11)

Existe mais um termo da funo dual dado por:

$$\theta_C(\lambda, \mu) = -\lambda(L_1) + \mu(-v_1 - c_1 y_1) \quad (12)$$

O Subproblema (10) foi solucionado por meio de uma rotina pronta (*quadprog*) do MATLAB e os subproblemas (11) e (12) por meio de soluo analtica. Solucionado os subproblemas primais mostrados acima, os desvios das restries relaxadas, (2) e (3), so os dados de entrada para o segundo nvel hierarquico (problema mestre). A figura a seguir ilustra a funo dual resultante da modelagem clssica a ser solucionada, para um grande conjunto de valores de λ e μ (L_1 e L_2).

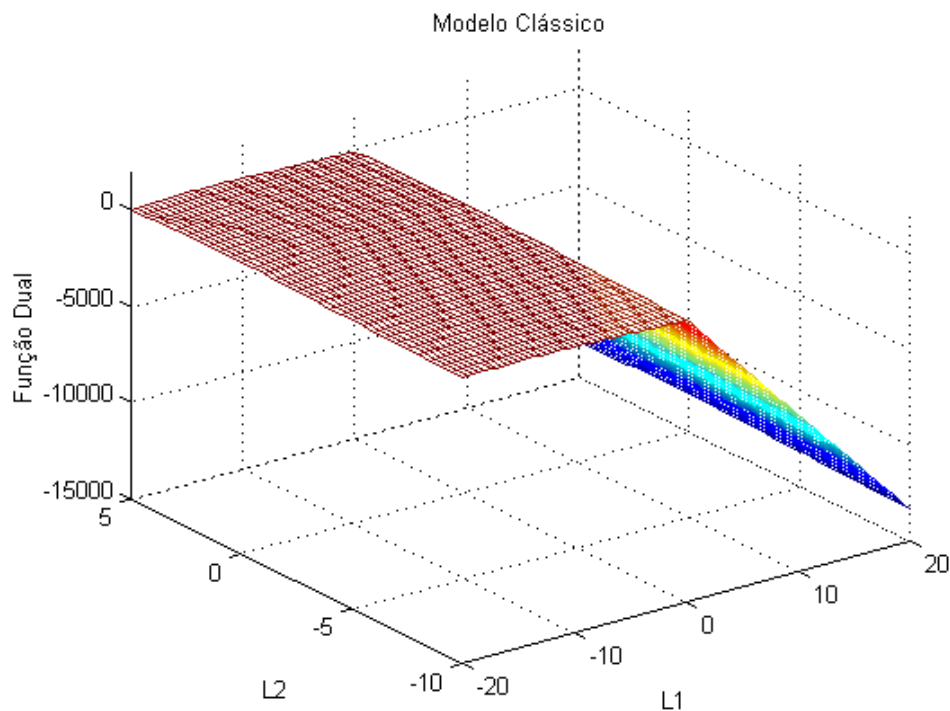


Figura A1.2: Funo Dual para o Modelo Clássico.

A figura abaixo representa a curva de nvel do valor da funo dual clssica.

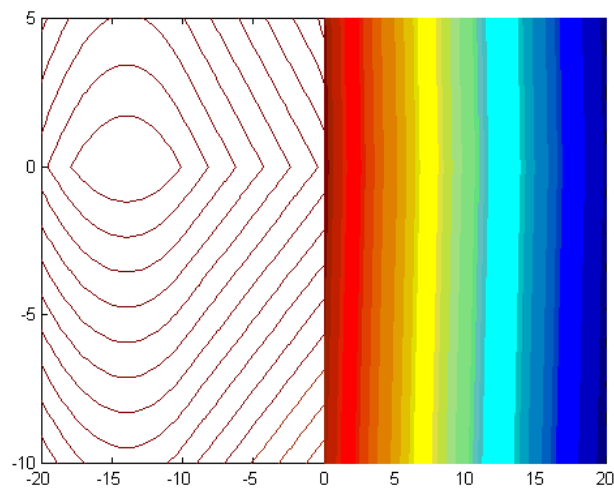


Figura A1.3: Curva de Nível para a Função Dual.

O valor da função dual resultante após a convergência deste exemplo foi de R\$ 240,00. O resultado do exemplo para o modelo clássico é mostrado na Tabela A1.1.

Tabela A1.1: Resultados do Modelo Clássico.

Modelo Clássico					
Multiplicador es de Lagrange [λ, μ]	pt (MWh)	Q (m ³ /s)	v (hm ³)	s (m ³ /s)	Subgradiente
[-14,0039; 0]	20,0195	700	1150	1400	[0,0195; 32,56]

Pode-se observar que as respostas são inviáveis; por exemplo, existe vertimento⁶² e, principalmente, o volume do reservatório está em seu valor máximo, quando deveria estar abaixo do volume inicial já que foi utilizada geração hidrelétrica.

B. Introdução de Variáveis Artificiais

A técnica das variáveis artificiais, de forma sucinta, acrescenta ao problema de otimização restrições adicionais, sendo que elas são dualizadas posteriormente.

⁶² Observe que não foi considerado nenhum custo associado ao uso da água.

Dessa forma, no problema original (1)-(8), so acrescentadas duas variveis artificiais, pta_1 e pha_1 que so dualizadas, respectivamente, de pt_1 e ρQ_1 e as substituem na restrio (2). Assim o problema se torna:

$$\min f = ct_1 pt_1^2 + ct_2 pt_1$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} pta_1 + pha_1 &= L_1 \\ v_2 + c_1(Q_1 + s_1) &= v_1 + c_1 y_1 \\ |pt_1 - pt_0| &\leq \Delta \\ 0 \leq pt_1 &\leq pt^{max} \\ 0 \leq Q_1 &\leq Q^{max} \\ 0 \leq s_1 &\leq s^{max} \\ v^{min} \leq v_1 &\leq v^{max} \\ pta_1 - pt_1 &= 0 \\ pha_1 - \rho Q_1 &= 0 \end{aligned} \tag{14}$$

Relaxando as restries adicionais⁶³, atravs dos multiplicadores λ e μ tem-se:

$$\min ct_1 pt_1^2 + ct_2 pt_1 + \lambda(pta_1 - pt_1) + \mu(pha_1 - \rho Q_1)$$

sujeito a: (15)

$$pta_1 + pha_1 = L_1$$

(3)-(8)

Neste modelo o problema dualizado tambm e separado em subproblemas menores e de mais fcil soluo. Mas, diferentemente do outro modelo, as restri-

⁶³ As restries adicionais so $pta_1 - pt_1 = 0$ e $pha_1 - \rho Q_1 = 0$.

ções que acoplavam o problema no espaço e no tempo não foram relaxadas. Os subproblemas resultantes⁶⁴ dessa decomposição são mostrados a seguir:

$$\theta_T = \min ct_1 pt_1^2 + (ct_2 - \lambda)pt_1$$

sujeito a: (16)

$$(4)-(5)$$

$$\theta_D = \min \lambda pta_1 + \mu pha_1$$

sujeito a: (17)

$$pta_1 + pha_1 = L_1$$

$$\theta_H = \min(-\mu\rho)Q_1$$

sujeito a: (18)

$$(3), (6)-(8).$$

Os subproblemas foram solucionados por meio de rotinas prontas do MATLAB, o Subproblema (16) de natureza quadrática é solucionado por meio do *quadprog* e os subproblemas lineares (17) e (18) por meio do *linprog*.

A Figura A1.4 mostra a função dual a ser solucionada pelo atualizador dos multiplicadores de Lagrange.

⁶⁴ Termelétrico (θ_T), Atendimento a Demanda (θ_D) e Hidráulico (θ_H).

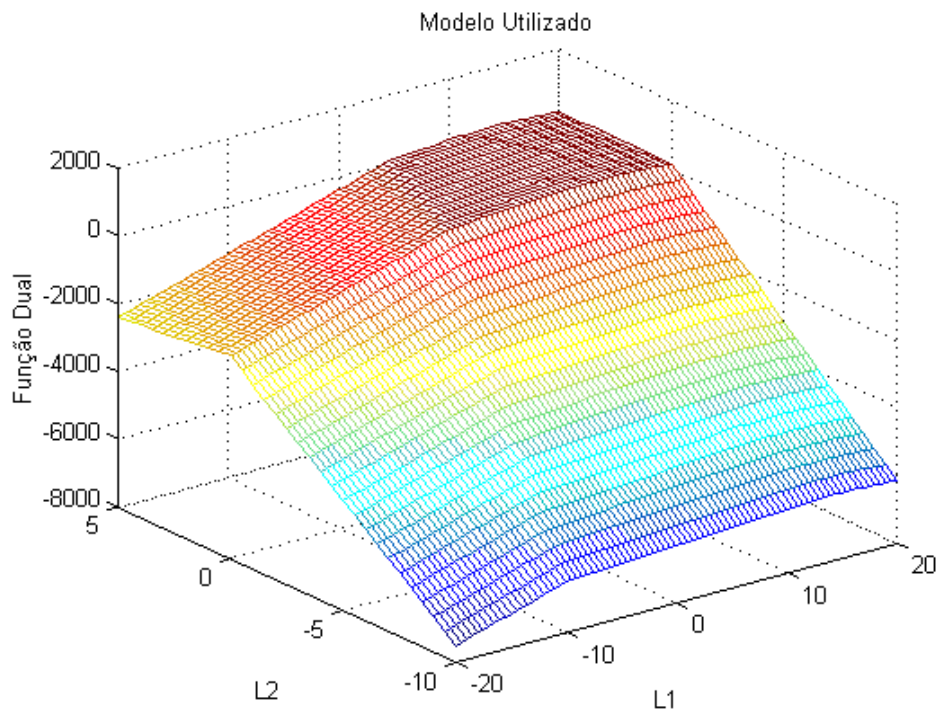


Figura A1.4: Função Dual para o Modelo Utilizando as Técnicas Artificiais.

As figuras abaixo representam a curva de nível do valor da função dual utilizando a técnica das variáveis artificiais.

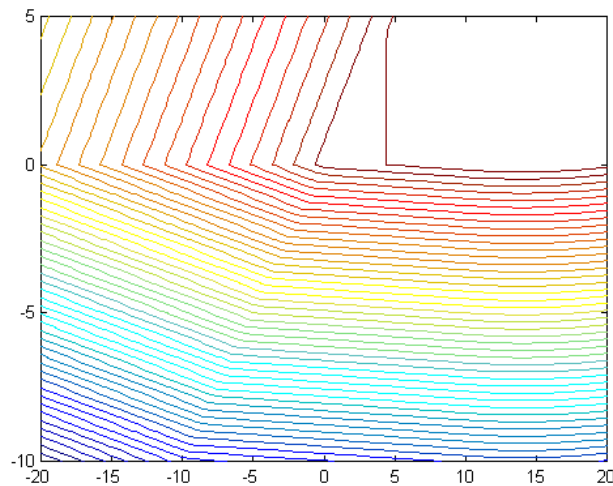


Figura A1.5: Curva de Nível para a Função Dual.

Analisando as funções duais das decomposições, clássica (Figura A1.2) e utilizando variáveis artificiais (Figura A1.4), figuras A1.3 e A1.5, respectivamente,

pode-se observar que a maneira que se decompõe o problema influencia na função dual.

O valor ótimo da função dual é R\$239,9999. Em comparação com o modelo clássico as respostas das variáveis primais aparentam ser “menos inviáveis”, como pode ser observado na Tabela A1.2.

Tabela A1.2: Resposta do Modelo Utilizado

Modelo Utilizado					
Multiplicadores de Lagrange [λ, μ]	pt (MWh)	Q (m ³ /s)	v (hm ³)	s (m ³ /s)	Subgradiente
[13,9948; 0,001]	19,974	700	1.121,2	350,309	[0,026; 0]

Assim, como no modelo clássico, as respostas são inviáveis, como exemplo observa que existe vertimento de água. No entanto, a restrição de conservação da massa da água não está violada, mas ocorre um pequeno desvio na variável de geração termelétrica, que deveria ser igual 20 MWh.

A utilização de variáveis artificiais além de manter as restrições originais e de gerar respostas “menos degeneradas” possibilita um bom ponto inicial para a Recuperação Primal (BELLONI *et al*, 2003).

APÊNDICE 2 – DADOS UTILIZADOS

A seguir serão ilustrados os dados utilizados na implementação, tais como valores de reserva nas usinas, volumes iniciais e finais dos reservatórios, tempos de viagem da água, limites de intercâmbio, entre outros. Para auxiliar a interpretação dos resultados obtidos, alguns dados do sistema hidrotérmico ilustrados no Capítulo 2 serão repetidos neste apêndice.

A. Sistema Hidrelétrico

Conforme visto no Capítulo 2, a configuração hidrelétrica utilizada tem potência máxima de 6.343,42 MW, a qual corresponde, aproximadamente, a 80% da capacidade de geração máxima instalada.

A figura abaixo ilustra as usinas e suas respectivas potências máximas, podendo ser observados ainda os tempos de viagem da água entre os reservatórios, os quais são ilustrados de forma destacada entre colchetes. Neste trabalho é assumido que o tempo de viagem entre a usina r e a usina imediatamente a jusante da mesma é constante. Isso não é verdadeiro na prática, pois o tempo de viagem é dependente da magnitude da vazão defluente na usina.

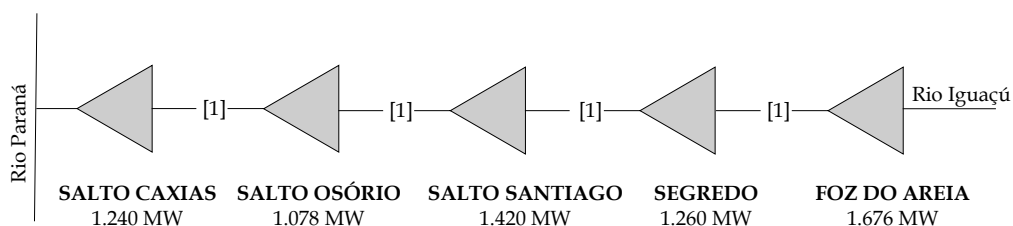


Figura A2.1: Configuração Hidrelétrica.

A Tabela A2.1, a seguir, apresenta os limites operativos de volumes e vazões dos reservatórios. Os dados de volume útil das Usinas de Foz do Areia, Segredo, Salto Santiago e Salto Osório são valores reais. No entanto, por falta de dados sobre a capacidade de regularização do reservatório de Salto Caxias, seu vo-

lume útil foi estimado em 100 hm³, igual ao volume útil de Salto Osório. Vale lembrar que essas duas usinas, em estudos de mais longo prazo, são consideradas como usinas a fio da água, isto é, sem capacidade de regularização mensal. Conforme pode ser visto na tabela, a vazão vertida máxima em cada reservatório foi considerada igual a duas vezes o valor da respectiva vazão turbinada máxima. Ainda, o limite máximo de vazão defluente considerado foi de três vezes o engolimento máximo no reservatório⁶⁵.

Tabela A2.1: Limites de Volumes e Vazões dos Reservatórios.

USINA	Volume Mínimo (hm ³)	Volume Máximo (hm ³)	Engolimento Máximo (m ³ /s)	Vertimento Máximo (m ³ /s)	Defluência Máxima (m ³ /s)
Foz do Areia	1.974	5.779	1.376	2.752	4.128
Segredo	2.562	2.950	1.268	2.536	3.804
Salto Santiago	2.662	6.775	1.576	3.152	4.728
Salto Osório	1.014	1.124	1.784	3.568	5.352
Salto Caxias	3.473	3.573	2.100	4.200	6.300

A maioria dos dados relativos as unidades hidrelétricas foram apresentados no Capítulo 2. A Tabela A2.2 resume as principais características operativas dessas unidades.

Tabela A2.2: Características das Unidades Geradoras.

USINA	Número de Unidades	Zonas Operativas (MW)	Engolimento Máximo (m ³ /s)	Coefficiente de Perdas Hidráulicas x10 ⁻⁶ (s ² /m ⁵)	Queda Líquida Nominal (m)
Foz do Areia	4	[290-419]	344	22,290	135,0
Segredo	4	[180-315]	317	18,300	110,0
Salto Santiago	4	[210-355]	394	10,776	102,0
Salto Osório	4 (Grupo 1)	[120-182]	301	36,156	68,4
	2 (Grupo 2)	[120-175]	290	71,270	68,4
Salto Caxias	4	[205-310]	525	3,628	64,0

⁶⁵ Neste cenário base, todos os limites mínimos das vazões mostradas na Tabela 4.1 são considerados nulos.

O número total de unidades da configuração hidrelétrica é igual a 22. As constantes relativas à função que aproxima as perdas hidráulicas, bem como as quedas das unidades são novamente apresentadas nessa tabela.

Por fim, falta citar ainda os dados relacionados às condições iniciais (volumes iniciais, vazões afluentes incrementais, níveis de reserva) e finais do problema (coordenação com o problema de curto prazo). O volume inicial de cada reservatório, e sua respectiva percentagem em relação ao Volume Útil Armazenado Máximo - %VOLmax, bem como a cota de montante associada, estão dispostos na Tabela A2.3, adiante. Ressalta-se que os valores dessas cotas são considerados constantes ao longo de todo horizonte da programação. No que diz respeito, às vazões incrementais afluentes, as mesmas foram consideradas conhecidas e iguais a zero em todo o horizonte de estudo.

Tabela A2.3: Volumes Iniciais e Cotas de Montante dos Reservatórios.

USINA	Volume Inicial (hm³)	%VOLmax	Cota de Montante (m)
Foz do Areia	4.637,50	70	732,62
Segredo	2.794,80	60	605,12
Salto Santiago	5.335,45	65	498,57
Salto Osório	1.069,00	50	397,00
Salto Caxias	3.523,00	50	325,00

Os montantes de reserva observados na Tabela A2.4 referem-se a 5% da capacidade máxima da usina, a qual leva em conta o efeito da cota de montante que as usinas estão sujeitas no primeiro estágio, bem como as perdas hidráulicas e o rendimento das unidades.

A reserva de cada usina é determinada da seguinte forma:

- Inicialmente, calcula-se uma queda bruta aproximada para usina que leva em consideração a cota de montante mostrada na Tabela A2.3. A correspondente cota de jusante utilizada é aquela na qual a usina opera com todas as unidades geradoras nos respectivos engolimentos máximos e considerando o vertimento nulo;

- em seguida são descontados da queda bruta os correspondentes valores de perdas hidráulicas associadas com as unidades operando no engolimento máximo.
- por fim, determinam-se as potências das unidades, as quais somadas aproximam a máxima potência que a usina pode alcançar. Para esta potência, então é determinado um fator (no presente caso 0,05) referente ao nível de reserva desejado na usina.

Tabela A2.4: Reserva nas Usinas Hidrelétricas.

USINA	Reserva (MW)
Foz do Areia	77,82
Segredo	60,18
Salto Santiago	68,56
Salto Osório	53,52
Salto Caxias	57,10

A Tabela A2.5 ilustra os limites mínimos de armazenamento dos reservatórios que devem ser respeitados no último estágio de estudo.

Tabela A2.5: Volumes Finais nos Reservatórios e %VOLmax.

USINA	Volume Final (hm ³)	%VOL max
Foz do Areia	4.557,50	67,90
Segredo	2.774,80	54,85
Salto Santiago	5.305,45	64,27
Salto Osório	1.069,00	50,00
Salto Caxias	3.523,00	50,00

Os limites mínimos de armazenamento foram ajustados de forma que não existisse vertimento⁶⁶ e que fosse necessário o uso da geração termelétrica no atendimento à demanda.

⁶⁶ Não é interessante existir vertimento, pois não foi considerada a variável de vazão vertida na função de produção das unidades.

Observando-se as tabelas A2.3 e A2.5, nota-se que a Usina de Foz do Areia possui a maior quantidade de água disponível para a geração no horizonte de estudo. A Usina de Foz do Areia pode utilizar 80 hm³, enquanto que Segredo 20 hm³ e Salto Santiago 30 hm³ no decorrer do horizonte de estudo. As usinas a fio da água (Salto Osório e Salto Caxias) iniciam e devem terminar com os reservatórios idênticos.

B. Sistema Termelétrico

A configuração termelétrica do sistema tem potência máxima nominal de 1.600 MW correspondendo, aproximadamente, a 20% da geração máxima total deste sistema. As usinas termelétricas foram consideradas inicialmente desligadas e a variação máxima de geração, permitida entre dois estágios consecutivos, é de 50 MWh, para cada usina. A reserva termelétrica refere-se a 5% da capacidade máxima da usina.

C. Sistema de Transmissão

O limite máximo de intercâmbio entre todas as barras foi considerado constante em todos os estágios e com valor de 3.000 MWh.

D. Demanda de Energia

As características da curva de demanda do sistema hidrotérmico foram retiradas de uma média de três dias do consumo do estado de Santa Catarina, obtidos junto ao Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS. A Figura A2.2 ilustra a curva de demanda para o horizonte estudado. No horário de carga máxima, às 19:00 horas, esse valor representa, aproximadamente, 91% da potência total instalada.

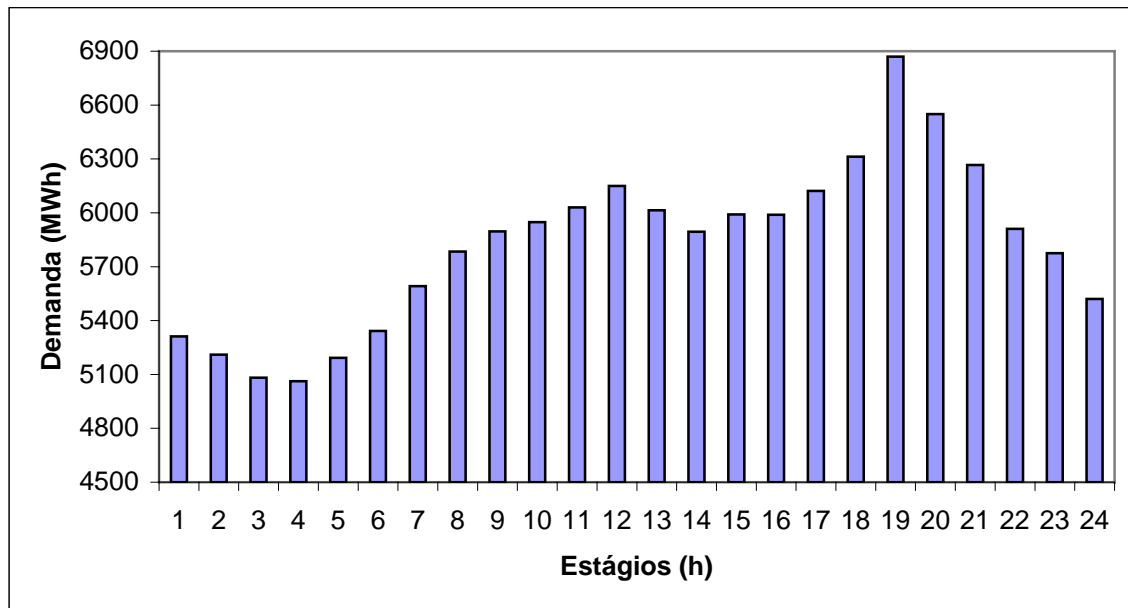


Figura A2.2: Demanda do Sistema Hidrotérmico.

A demanda total foi dividida entre as três barras do sistema hidrotérmico, em 30%, 20% e 50%, respectivamente, nas barras 1, 2 e 3. Desta forma, observa-se que 80% da demanda do sistema se concentra nas barras onde existe geração termelétrica apenas.

APÊNDICE 3 – SIMULAÇÃO DE OUTROS CENÁRIOS

Outros cenários foram estudados, alterando a configuração base (Cenário 1), como a liberação da restrição de rampa das usinas termelétricas, a diminuição da demanda e a alteração do volume inicial dos reservatórios. A seguir, são representados os respectivos cenários e os seus principais resultados obtidos.

A. Cenário 2

Neste cenário foram consideradas as mesmas condições operativas do Cenário 1, com alteração apenas nos valores da rampa das usinas termelétricas, da seguinte forma: Δ_i foi ajustado no valor da geração máxima da usina i . A alteração é irreal, visto que, normalmente, a usina termelétrica não consegue gerar sua capacidade máxima em apenas um estágio de tempo. No entanto, a alteração é efetuada no sentido de se observar à geração resultante do Subproblema Termelétrico.

Em comparação com o Cenário 1, o custo operativo resultante deste cenário foi menor, dado que as usinas termelétricas podem ser ligadas ou desligadas em qualquer estágio e podem alcançar sua geração máxima em uma hora apenas.

A Tabela A3.1 mostra os resultados obtidos ao Cenário 2.

	Dual I	Dual II
multiplicadores iniciais	0,1	0,1
função dual (1 ^o iteração)	-20.692,60	-20.692,60
função dual	323.402,86	313.909,95
número de iterações	394	207
tempo computacional (s)	215,53	78,45
norma do subgradiente	8.249,75	8.472,80

Observe que novamente o Dual I obteve o maior valor de função dual. A tabela mostra, também, a diferença entre o tempo computacional das duas decomposições e ilustra o maior esforço computacional por parte do Dual I. Pode se notar que o Dual I é 274,74% mais lento que o Dual II.

O comportamento das variáveis primais foi muito semelhante ao ocorrido no Cenário 1. Uma diferença relevante ocorreu na geração termelétrica, nos quais as usinas geraram, desde o primeiro estágio, aproximadamente 200 MW em cada hora. A Figura A3.1 ilustra esse comportamento.

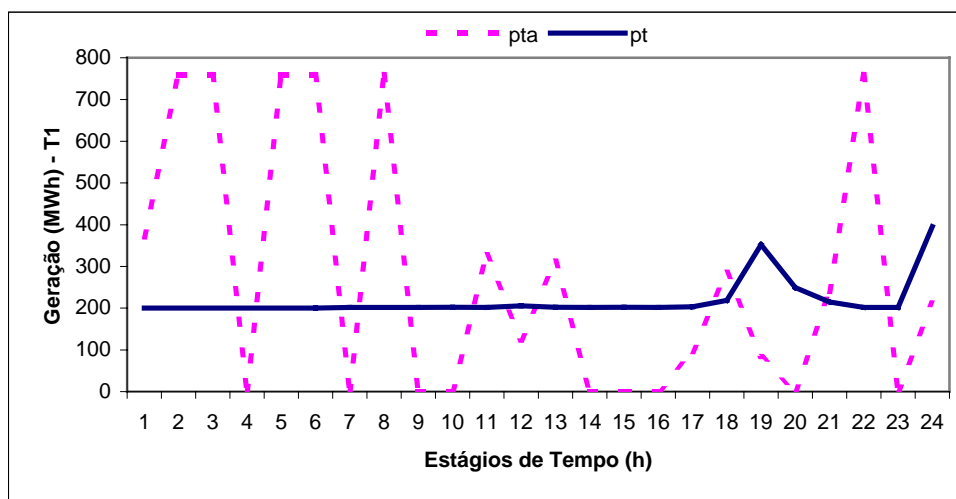


Figura A3.1: Geração Termelétrica de T_1 do Dual I.

Os multiplicadores de Lagrange permaneceram com, aproximadamente, as mesmas diferenças apontadas no Cenário 1⁶⁷.

Novamente, não existiu congestionamento nas linhas de transmissão, permitindo o livre fluxo⁶⁸ entre as barras no atendimento à demanda. Nesse sentido, novamente os multiplicadores das restrições de igualdade do Subproblema de Atendimento à Demanda são iguais para o sistema estudado⁶⁹.

B. Cenário 3

Neste cenário, as mudanças em relação ao Cenário 1 são a curva de demanda e os volumes finais dos reservatórios. Aqui, a curva típica de carga para o sistema estudado é denominada de curva de final de semana, como pode ser visto na

⁶⁷ Com exceção do estágio de máxima demanda, em que o aumento foi bem menor.

⁶⁸ Somente a linha entre as barras 1 e 2 permaneceu em seu limite máximo.

⁶⁹ O horário de pico diminuiu drasticamente. No Cenário 1, o preço chegou a 95,11 R\$/MWh enquanto que no Cenário 2, o preço está em 49,33 R\$/MWh.

Figura A3.2. Esta curva possui o mesmo perfil da curva de demanda normal, mas com 80% de sua magnitude.

Com o intuito de não haver vertimento no horizonte de estudo, o volume final foi reconsiderado. Neste sentido, os volumes úteis no horizonte de estudo são iguais àqueles definidos para o Cenário 1, com exceção de Foz do Areia, o qual foi reduzido de 80hm³ para 60hm³.

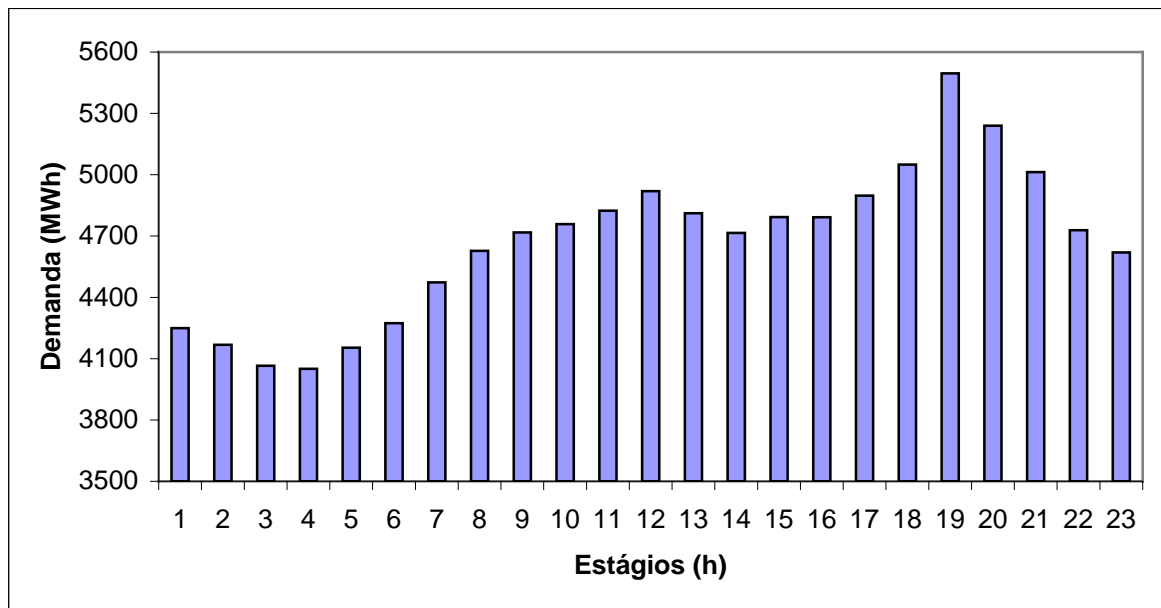


Figura A3.2 - Demanda de final de semana.

A Tabela A3.2 ilustra os resultados duais obtidos no Cenário 3.

	Dual I	Dual II
multiplicadores iniciais	0,5	0,5
função dual (1ª iteração)	-117.461,45	-117.461,45
função dual	88.881,95	58.051,65
número de iterações	1.439	121
tempo computacional (s)	718,66	52,42
norma do subgradiente	9.789,30	10.105,94

Pode-se observar novamente que o Problema Dual I obteve novamente o maior valor de função dual e suas respostas primais foram menos violadas, como pode ser visto pela norma do vetor de subgradientes. Na tabela ainda, nota-se que o Dual, neste cenário, é 1.376,22% mais lento que o Dual II.

A curva de demanda de final de semana representa para o problema da programação diária um problema com carga média. Neste sentido, na solução do problema dual existem muitas possibilidades na combinação da geração para se atender a demanda. Na Tabela A3.2 também pode ser notado o elevado aumento do tempo computacional para o Dual I, em relação ao Cenário 1.

A seguir as principais diferenças em relação as variáveis primais do problema são apresentadas. Em relação à geração hidrelétrica resultante do Subproblema de Alocação das Unidades Hidrelétricas, pode-se observar na Figura A3.3 que a geração da Usina de Foz do Areia oscila de 40% a 86% de sua geração máxima, apresentando ainda geração nula durante o último estágio.

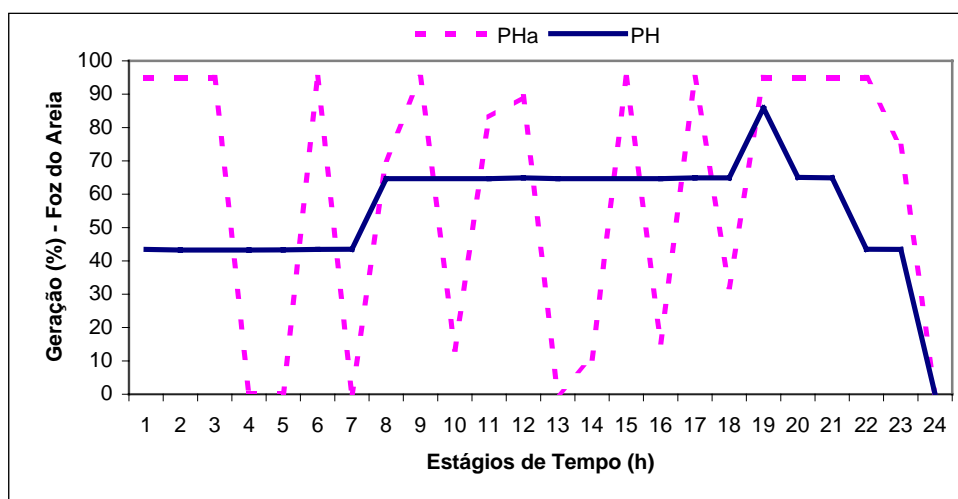


Figura A3.3: Geração da Usina de Foz do Areia, Dual I.

Nos dois problemas duais, os multiplicadores associados à geração, tanto termelétrica como hidrelétrica, tiveram o mesmo perfil; no entanto, a diferença entre os valores dos problemas se elevou⁷⁰. Na figura ainda pode-se observar a magnitude do preço (λ_{PH}), a qual diminuiu drasticamente quando comparado ao Cenário 1.

⁷⁰ No último estágio a diferença alcançou 23,40 R\$/MWh.

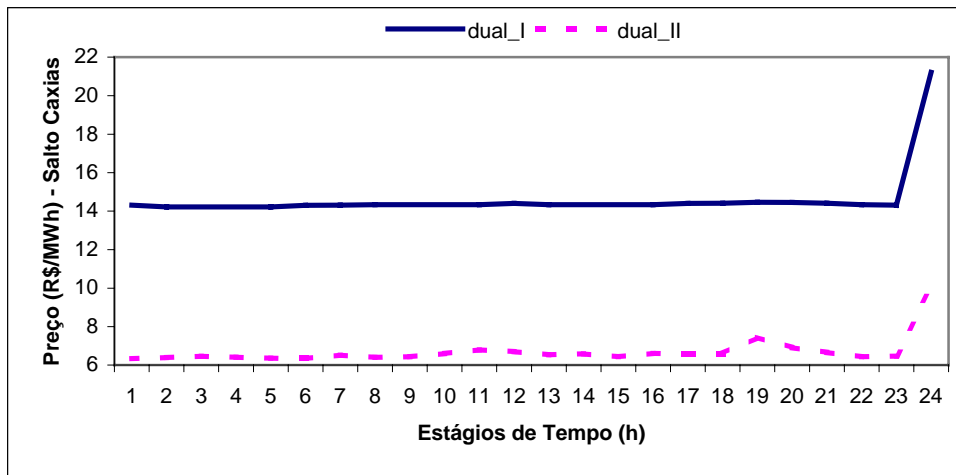


Figura A3.4: Multiplicadores Associados à Geração de Salto Caxias.

Na geração termelétrica o comportamento das curvas possui as mesmas oscilações nos dois problemas duais. Contudo, o nível de geração resultante do Sub-problema Termelétrico, para as duas usinas, é diferente⁷¹. Isto pode ser entendido por meio da diferença entre os valores dos multiplicadores de Lagrange associados à geração termelétrica.

Os multiplicadores associados à vazão turbinada apresentaram o mesmo perfil que o Cenário 1, sendo que as diferenças, entre os valores nos problemas duais, são iguais àquelas comentadas para os multiplicadores associados à geração.

As unidades em operação na Usina de Foz do Areia, do Dual I, são ilustradas na Figura A3.5. Note que essa usina varia sua geração com nenhuma, duas, três e quatro unidades em operação.

⁷¹ No Dual I, verificou-se aproximadamente a metade da geração do Cenário 1, enquanto no Dual II a geração é abaixo dos 100 MWh. Nos dois problemas duais não existe um aumento da geração no horário de máxima demanda.

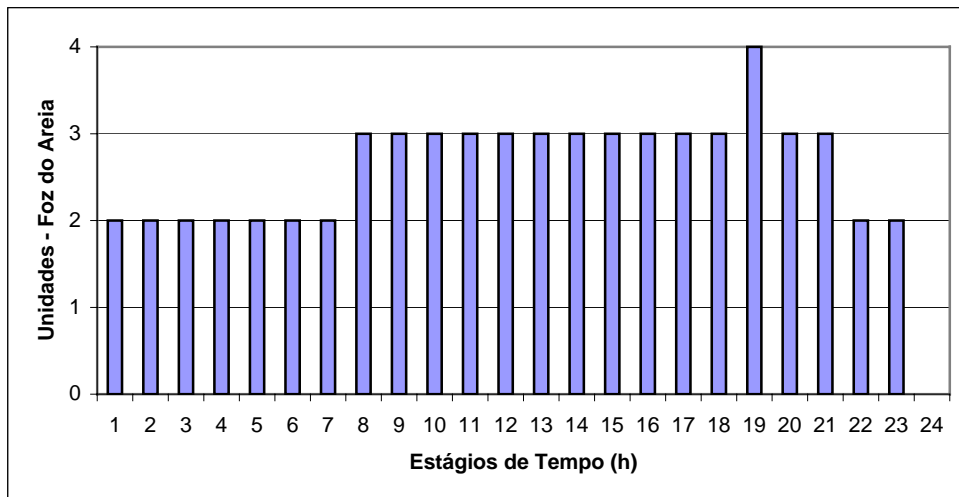


Figura A3.5: Unidades em Operação na Usina de Foz do Areia, Dual I.

Para o Dual II, especificamente para a Usina de Salto Osório, a escolha da geração pelas unidades no Subproblema Inteiro é relacionada aos dois grupos existentes na usina. Desta forma, todas as combinações das unidades são: nenhuma, todas do grupo I, todas do grupo II e todas unidades em operação, como pode ser observado na Figura A3.6.

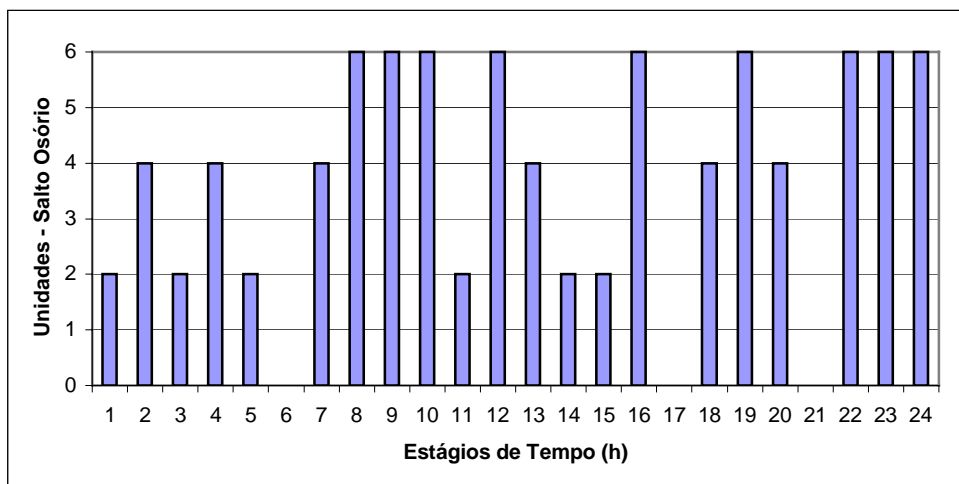


Figura A3.6: Unidades em Operação na Usina de Salto Osório, Dual II.

A geração das unidades de Foz do Areia, Salto Osório⁷² e Salto Caxias, resultante do Subproblema Contínuo do Dual II, apresentaram na maioria dos estágios uma geração menor do que o limite da respectiva zona operativa.

C. Cenário 4

Neste cenário algumas alterações nos dados operativos dos volumes e de demanda foram realizadas. O volume inicial dos reservatórios foi reduzido para 25% de seu volume útil⁷³. Portanto, o reservatório tem sua cota de montante diminuída e, conseqüentemente, a altura de queda bruta associada. O objetivo é observar o comportamento dos problemas duais com as unidades hidrelétricas operando em regiões de não-convexidades das respectivas funções de produção. A Tabela A3.3 ilustra os volumes dos reservatórios e suas respectivas cotas de montante.

Tabela A3.3: Volumes Iniciais e Cotas de Montante dos Reservatórios.

USINA	Volume Inicial (hm ³)	%VOLmax	Cota de Montante (m)
Foz do Areia	2925,25	25	714,17
Segredo	2659	25	603,33
Salto Santiago	3690,25	25	488,65
Salto Osório	1124	100	397
Salto Caxias	3573	100	325

É importante lembrar que a capacidade de geração hidrelétrica diminui, bem como os requerimentos de reserva. A Tabela A3.4 ilustra o montante de geração hidrelétrica que deve estar a disposição para eventuais faltas e falhas nos sistemas de geração e transmissão.

⁷² Principalmente para as unidades do Grupo II.

⁷³ Somente para as Usinas de Foz do Areia, Segredo e Salto Santiago.

Tabela A3.4: Reserva das Usinas Hidrelétricas.

USINA	Reserva (MW)
Foz do Areia	65,36
Segredo	59,12
Salto Santiago	61,05
Salto Osório	53,52
Salto Caxias	57,10

O volume útil que pode ser utilizado pelas usinas, no horizonte de estudo, é igual àqueles definidos para o Cenário 3.

A tabela a seguir ilustra os resultados duais no Cenário 4.

Tabela A3.5: Resultados Duais para o Cenário 4.

	Dual I	Dual II
multiplicadores iniciais	1,0	1,0
função dual (1 ^o iteração)	-224.872,58	-224.872,58
função dual	252.279,63	232.626,61
número de iterações	345	115
tempo computacional (s)	168,44	46,05
norma do subgradiente	9.955,58	10.286,67

Na Tabela A3.5, nota-se que o Dual I obteve o maior valor de função dual e menor valor da norma do subgradiente. O valor da função dual é bem mais elevado que no Cenário 3. Isto se deve ao baixo volume inicial dos reservatórios, que possibilita uma geração hidráulica máxima bem menor que a nominal⁷⁴. Em relação aos tempos computacionais, pode-se notar que o Dual I é 365,78% mais lento que o Dual II. A Figura A3.7 ilustra a geração da Usina de Foz do Areia para este cenário.

⁷⁴ Por exemplo, a Usina de Foz do Areia que possui geração nominal de 1676 MW, com a redução do volume inicial do Cenário 4, a geração máxima é de 1307,20 MW.

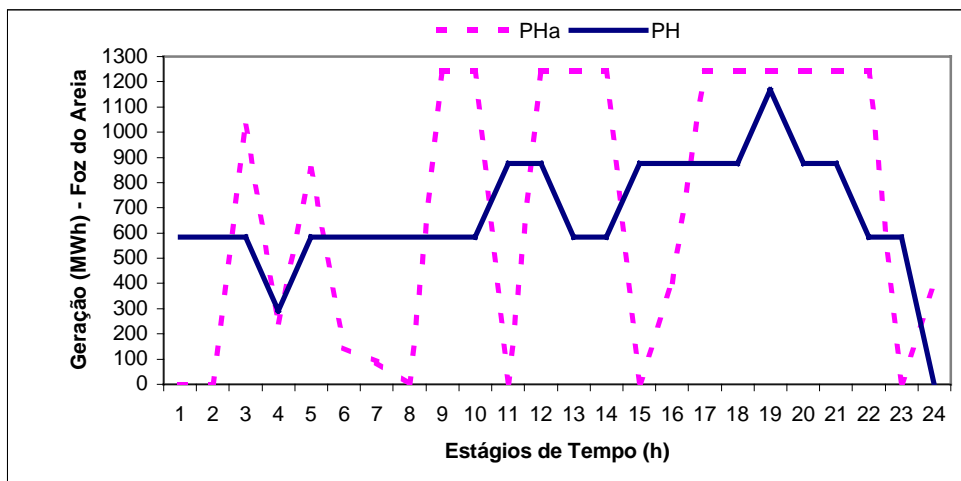


Figura A3.7: Gerção Hidrelétrica de Foz do Areia para o Problema Dual I.

Observe que a máxima geração da usina está próxima de 1.300 MWh.

A Figura A3.8 ilustra o número de unidades operando na Usina de Salto Santiago para o Dual II.

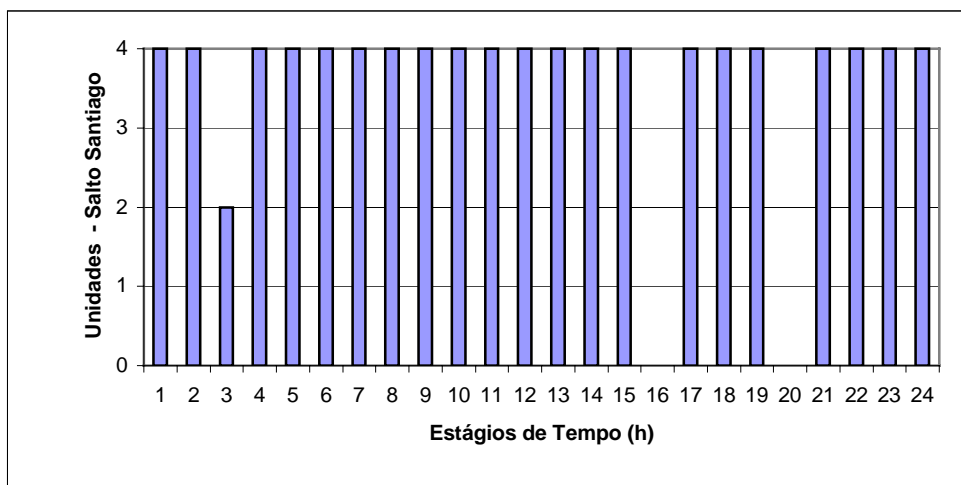


Figura A3.8: Unidades de Salto Santiago do Subproblema Inteiro do Dual II.

Por meio da Figura A3.8 pode-se observar que no estágio referente às 3:00h apenas duas unidades estão operando. Isto se explica pelo fato de que o multiplicador de Lagrange referente às duas unidades serem diferentes das demais⁷⁵.

⁷⁵ Os multiplicadores $\lambda_{ph_{jrt}} = -0,03$ para as duas unidades ligadas (1 e 4) e igual a 0,01 para as outras duas unidades desligadas.

Em relação as demais variáveis primais, o comportamento é muito semelhante aquele comentado no Cenário 1. O multiplicador de Lagrange associado às restrições dualizadas de geração manteve uma diferença de, aproximadamente, 6,00 R\$/MWh. No último estágio chegou a 25,30 R\$/MWh.

APÊNDICE 4 – INTERCÂMBIO ATIVO

Este cenário é semelhante ao Cenário 1, com alterações nos limites de intercâmbio das linhas de transmissão. Essas alterações adotaram como base os resultados finais de intercâmbio nas linhas do Problema Dual I. A Tabela A4.1 ilustra os respectivos limites nas barras.

Tabela A4.1: Limites de Intercâmbio nas Linhas de Transmissão.

INT12 (MWh)	INT13 (MWh)	INT23 (MWh)
3.000	1.500	1.250

A Tabela A4.2 ilustra os resultados computacionais obtidos para o Problemas Dual I.

Tabela A4.2: Resultados duais para o Cenário 5.

	Dual I
multiplicadores iniciais	10
função dual (1ª iteração)	-2.077.706,6
função dual	386.796,50
número de iterações	168
tempo computacional (s)	95,59
norma do subgradiente	7.925,20

As alterações nas restrições das linhas de transmissão originam um congestionamento nas mesmas, que divide o sistema em subsistemas (por barras) com preços diferentes. Adicionalmente, a geração hidrelétrica está conectada somente à barra 2, obrigando em um aumento de geração termelétrica no atendimento à demanda, como pode ser observado na Figura A4.1. Conseqüentemente, verifica-se um aumento no valor de função dual quando comparado ao Cenário 1.

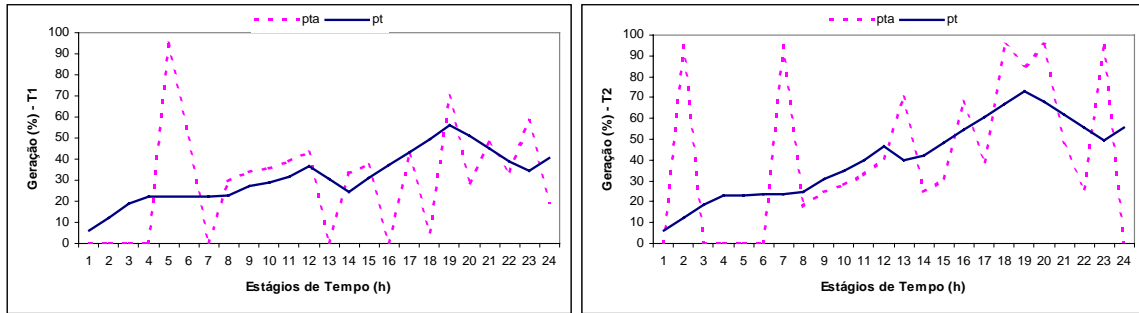


Figura A4.1: Geração Termelétrica do Dual I.

Na Figura A4.1 pode-se observar aumentos na geração termelétrica, *pt*, nos estágios relacionados no aumento de demanda (estágios 12 e 19). No horário de máxima demanda, as gerações das usinas T_1 e T_2 alcançam, respectivamente, 55,90% e 73,25% de suas gerações máximas.

A Figura A4.2 mostra o valor dos multiplicadores de Lagrange associados a geração hidrelétrica e termelétrica.

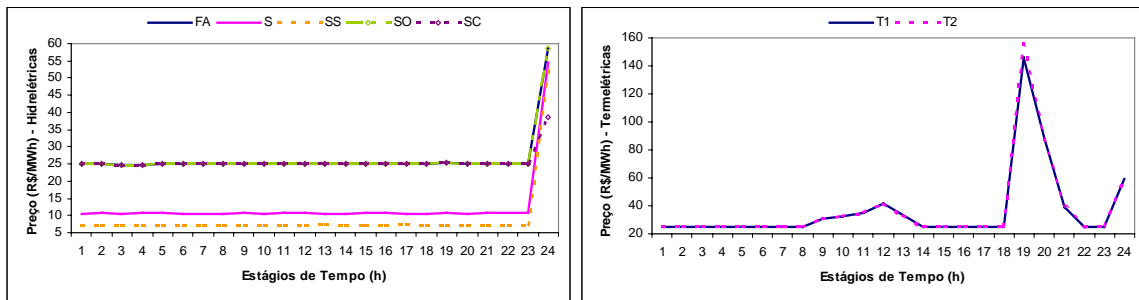


Figura A4.2: Multiplicadores de Lagrange Associados à Geração das Usinas.

Por meio da Figura A4.2, pode-se notar que os maiores multiplicadores de Lagrange associados à geração hidrelétrica provém das usinas de Foz do Areia, Salto Osório e Salto Caxias.

A Figura A4.3 mostra o intercâmbio nas linhas de transmissão. Note que as linhas entre as barras 1-2 e 2-3 permanecem, na maioria dos estágios, no limite da capacidade da respectiva linha. Na barra 1-3, também, ocorre congestionamento em alguns estágios.

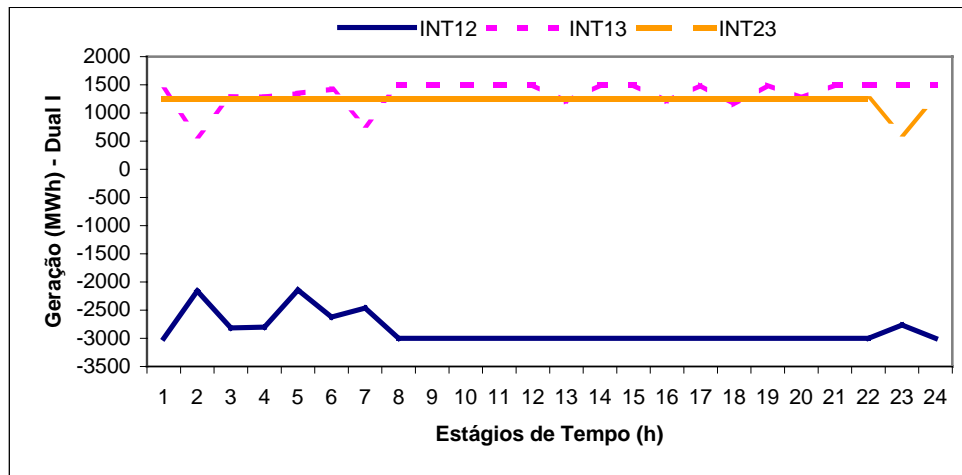


Figura A4.3: Intercâmbio nas Linhas de Transmissão.

O congestionamento nas linhas acarreta em preços distintos nas barras do sistema, os quais são resultados do custo de produção da usina mais cara conectada no respectivo subsistema. Esse preço referente em cada barra seria o custo marginal de produção das usinas, caso a solução fosse viável.

Os formadores de preços nas barras 1 e 3 são, respectivamente, as usinas termelétricas T_1 e T_2 ; e na barra 2 as usinas de Foz do Areia, Salto Osório e Salto Caxias⁷⁶. A Figura A4.4 mostra os conjuntos de multiplicadores referente em cada barra.

⁷⁶ Existe uma oscilação do maior valor de multiplicador entre as referidas usinas, ao longo do horizonte de estudo.

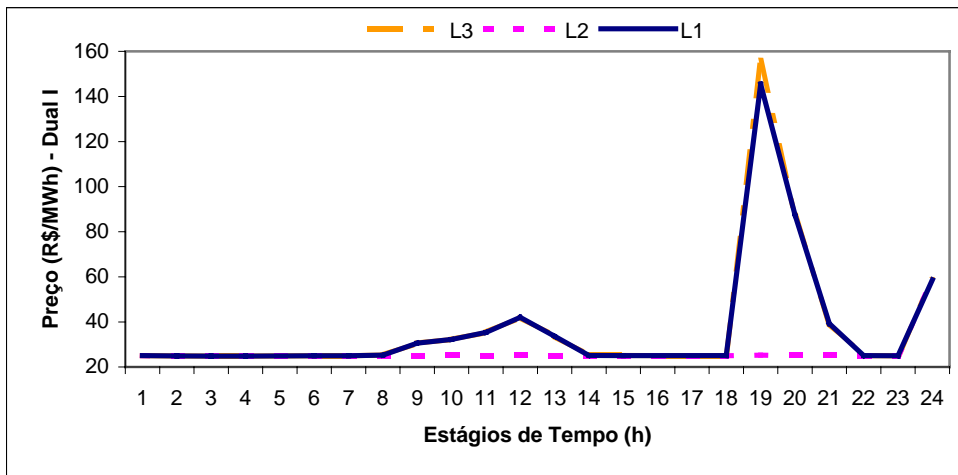


Figura A4.4: Conjunto de Multiplicadores Referentes a cada Barra.

Pode-se notar na Figura A4.4 que a barra 2 possui os menores valores de preços e que nos estágios de aumento na demanda, a diferença nos valores dos multiplicadores, em cada subsistema, é visível.

APÊNDICE 5 - DECOMPOSIÇÃO

A representação de restrições de *minimum uptime and downtime* é necessária no sentido de diminuir o comportamento cíclico na operação das unidades hidrelétricas. Uma nova forma de decomposição é mostrada representando os mínimos tempos de ligamento e desligamento e, adicionalmente, considerando o tratamento das restrições de conservação da massa da água no Problema Não Linear - PNL. Outra mudança em relação às decomposições mostradas anteriormente é que a função de produção das unidades hidrelétricas considera, também, a variação de volume e a vazão vertida no reservatório.

A restrição de *minimum uptime and downtime* das unidades hidrelétricas é representada por (1). Esta restrição é incluída no conjunto referente às unidades hidrelétricas, C_{HUC} .

$$\sum_{t=1}^{T_{jr}} \sum_{k=1}^{\Phi_{jr}} z_{jkrt} \geq ND_{jr} \quad (1)$$

onde:

ND_{jr} número mínimo de estágios que a unidade j deve permanecer ligada;

T_{jr} quantidade de estágios que a unidade deve permanecer ligada ou desligada;

A decomposição do problema de otimização segue os mesmos conceitos abordados anteriormente. Inclui-se variáveis artificiais de geração termelétrica e hidrelétrica, as quais desacoplam o problema e divide-se em subproblemas menores (Termelétrico, Atendimento à Demanda e Hidrelétrico), com características distintas. Os subproblemas, Termelétrico e de Atendimento à Demanda, são idênticos aos das decomposições do Dual I e II.

O Subproblema Hidrelétrico resultante é ilustrado a seguir.

$$\min \sum_{t=1}^T \left[\sum_{r=1}^R -\lambda_{PH_{rt}} \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}, d_{rt}, v_{rt}) \right]$$

sujeito a: (2)

$$C_{HH}(Q, s, v, d) \cap C_{HUC}(z, q, Q, s, v)$$

Com o intuito de desacoplar a caracterstica inteira-mista da no-linear e inclua variavel artificial pha , da mesma forma que na decomposio do Dual II, como e mostrado em (3).

$$\min \sum_{t=1}^T \left[\sum_{r=1}^R -\lambda_{PH_{rt}} \sum_{j=1}^{J_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}, d_{rt}, v_{rt}) \right]$$

sujeito a: (3)

$$C_{HH}(Q, s, v, d) \cap C_{AH_1}(q, Q, s, v) \cap C_{AH_2}(z, pha)$$

$$pha_{jrt} = ph_{jrt}(v_{jrt}, d_{rt}, q_{rt})$$

O conjunto $C_{HUC}(z, q, Q, s, v)$ novamente e dividido em dois subconjuntos menores: $C_{AH_1}(q, Q, s, v)$ e $C_{AH_2}(z, pha)$. Relaxando o conjunto de restricoes artificiais, com o auxilio do multiplicador de Lagrange λ_{ph} , obtm-se:

$$\min \sum_{t=1}^T \left[\sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_{rt}} -\lambda_{PH_{rt}} ph_{jrt}(q_{jrt}, d_{rt}, v_{rt}) + \sum_{j=1}^{J_{rt}} \lambda_{ph_{jrt}} (pha_{jrt} - ph_{jrt}(q_{jrt}, d_{rt}, v_{rt})) \right]$$

sujeito a: (4)

$$C_{HH}(Q, s, v, d) \cap C_{AH_1}(q, Q, s, v) \cap C_{AH_2}(z, pha)$$

Assim, como no Problema Dual II, a natureza inteira e separada no Subproblema Inteiro-Misto (5), o qual possui natureza semelhante ao "thermal unit commitment", mas de soluo mais simples, pois s existe uma restrio intertemporal⁷⁷.

⁷⁷ Note que as restricoes de *minimum uptime* e *downtime* esto dentro do subconjunto C_{AH_2} .

$$\theta_{AH_2}(\lambda_{ph_{jrt}}) = \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_{rt}} \lambda_{ph_{jrt}} pha_{jrt}$$

sujeito a: $C_{AH_2}(z, pha)$ (5)

Os termos resultantes de (4) estão dispostos em (6).

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_{rt}} (-\lambda_{ph_{jrt}} - \lambda_{PH_{rt}}) ph_{jrt} (q_{jrt}, d_{rt}, v_{rt})$$

sujeito a: (6)

$$C_{HH}(Q, s, v, d) \cap C_{AH_1}(q, Q, s, v)$$

O subproblema (6) refere-se ao despacho das unidades hidrelétricas e a operação dos reservatórios. Conforme pode ser notado, esse subproblema apresenta, na função objetivo, as não-linearidades da função de produção, e os acoplamentos espacial e temporal nas restrições de conservação da massa d'água⁷⁸. Note que todas as restrições são lineares. Todavia, o elevado número de restrições e variáveis, bem como as não-linearidades supracitadas, tornam a resolução deste problema de Programação Não-Linear – PNL inviável, sob ponto de vista computacional. Deste modo, o último procedimento de decomposição visa amenizar o esforço computacional associado com a resolução de (6).

A decomposição do PNL tem como objetivo calcular o despacho de geração, para cada usina hidrelétrica em cada estágio de tempo, de maneira independente. Para tanto, deve-se quebrar os acoplamentos temporal e espacial do PNL, causados pelas restrições de balanço hídrico, presentes em C_{HH} .

Para desacoplar o subproblema (6), especialmente, duplica-se as variáveis que representam as vazões defluentes, para todas as usinas que possuem reservatórios a jusante, em todos os estágios de tempo⁷⁹. No tocante ao acoplamento temporal, o conjunto de restrições responsável por tal característica é o balanço hídri-

⁷⁸ A função de custo futuro também poderia estar presente neste subproblema.

⁷⁹ Deve-se fazer pequenas adequações, pois o tempo de viagem da água interfere no número de variáveis duplicadas.

co, pois o volume final no estágio t será o volume inicial em $t+1$, para cada reservatório⁸⁰. Neste caso, a solução para quebrar este acoplamento consiste em duplicar as variáveis de volume armazenado⁸¹. Essas variáveis duplicadas são substituídas nas equações de balanço hídrico em C_{HH} . Com essas variáveis adicionais, (6) é reescrito da seguinte maneira:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_{rt}} (-\lambda_{ph_{jrt}} - \lambda_{pH_{rt}}) ph_{jrt}(q_{jrt}, d_{rt}, va_{rt})$$

sujeito a: (7)

$$C_{HH}(Q, s, v, va, d, da) \cap C_{AH_1}(q, Q, s, v)$$

$$va_{rt} = v_{rt}; \quad da_{rt} = d_{rt}$$

Agora (7) é desacoplado no tempo e no espaço. No entanto, o acoplamento é dado pelas restrições artificiais. Para quebrar esse acoplamento, basta relaxar essas restrições com o uso de multiplicadores de Lagrange adicionais λ_v e λ_d :

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_{rt}} (-\lambda_{ph_{jrt}} - \lambda_{pH_{rt}}) ph_{jrt}(q_{jrt}, d_{rt}, va_{rt}) + \sum_{t=2}^T \sum_{r=1}^R \lambda_{v_{rt}} (va_{rt} - v_{rt})$$

$$+ \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \sum_{m \in \mathfrak{R}_+^{(t)}} \lambda_{d_{m,t-\tau_{mr}}} (da_{m,t-\tau_{mr}} - d_{m,t-\tau_{mr}})$$

sujeito a: (8)

$$C_{HH}(Q, s, v, va, d, da) \cap C_{AH_1}(q, Q, s, v)$$

Pode-se observar que no Subproblema (8) não existe mais acoplamento temporal e espacial. De forma a se tornar mais visível os subproblemas a serem solucionados, separa-se a função objetivo pelas suas variáveis.

⁸⁰ Note que este é um caso de acoplamento temporal de um reservatório isoladamente. É importante lembrar que existe um acoplamento temporal nas equações de balanço hídrico causado pelo tempo de viagem da água. Entretanto, esse acoplamento já foi eliminado neste ponto, por meio da duplicação das vazões defluentes. Detalhes podem ser vistos na formulação matemática.

⁸¹ Note que a duplicação ocorre de $t=2, T$ já que o volume inicial, em $t=1$, é conhecido.

$$\begin{aligned} \min \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^{J_r} (-\lambda_{ph_{jrt}} - \lambda_{PH_{rt}}) ph_{jrt}(q_{jrt}, d_{rt}, va_{rt}) - [\lambda_{d_{rt}} d_{rt}]^{\dagger 0} + [\lambda_{va_{rt}} va_{rt}]^{\dagger 1} - [\lambda_{v_{r,t+1}} v_{r,t+1}]^{\dagger 2} \\ + \sum_{m \in \mathfrak{R}_t^{(r)}} \lambda_{d_{m,t-\tau_{mr}}} da_{m,t-\tau_{mr}} \end{aligned}$$

sujeito a: (9)

$$C_{HH}(Q, s, v, va, d, da) \cap C_{AH_1}(q, Q, s, v)$$

O termo $[\cdot]^{\dagger 0}$ está presente nas usinas que possuem reservatório a jusante (e com tempo de viagem da água menor que o horizonte de estudo). $[\cdot]^{\dagger 1}$ só existe para $t \geq 2$. Por sua vez, $[\cdot]^{\dagger 2}$ deve ser eliminado para $t=T$.

O Subproblema de Despacho das Unidades Hidrelétricas, (9), trata-se de um problema de PNL, com três restrições lineares de igualdade (balanço hídrico, defluência e balanço nos condutos) e $J_{rt}+5+N_M$ variáveis⁸², onde J_{rt} é o total de unidades em operação do reservatório r durante ao estágio t , e N_M é total de reservatório a montante do reservatório r .

A Figura A5.1 ilustra a solução desta decomposição com os respectivos subproblemas.

⁸² Somente no primeiro estágio ($t=1$), diminui duas variáveis do total de variáveis, as quais correspondem as variáveis de volume inicial que são conhecidas.

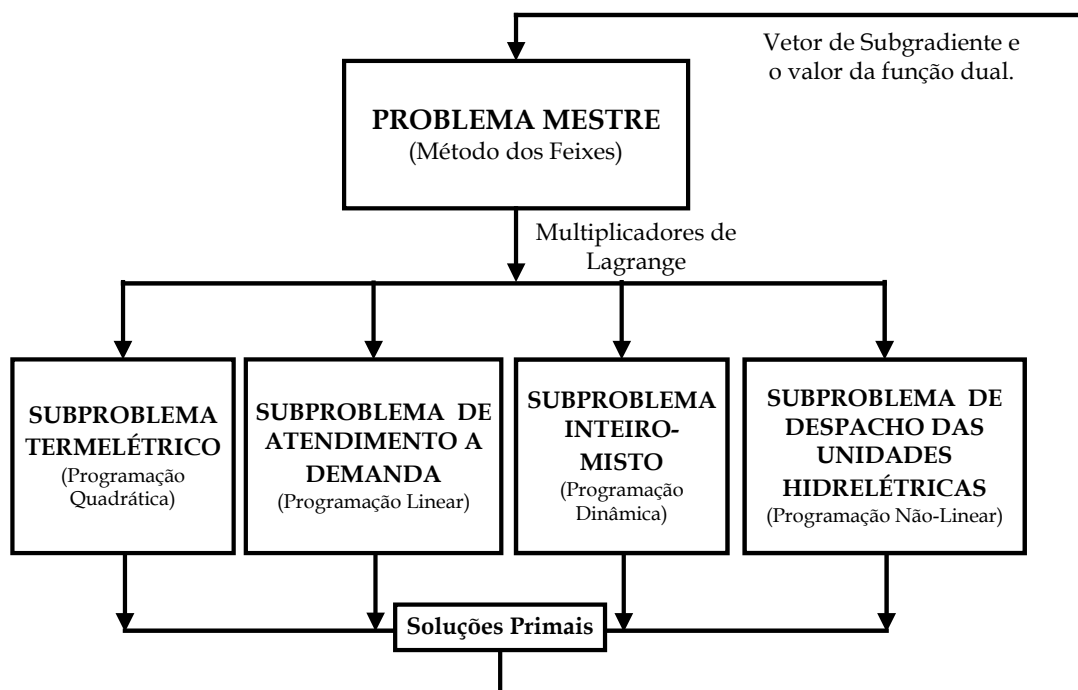


Figura A5.1: Diagrama Esquemático do Problema Dual.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARCE, A.; OHISHI, T.; SOARES, S. Optimal Dispatch of Generating Units of the Itaipú Hydroelectric Plant, *IEEE Transactions on Power Systems*, v.17, n. 1, February, 2002.
- AZEVEDO FILHO, J. M. *Imperativos da Descentralização e Coordenação da Operação Energética no Âmbito da Reforma Institucional do Setor Elétrico Brasileiro*, Dissertação (Mestrado em Energia Elétrica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro – Brasil, 2000.
- BAZARRA, S. M.; SHETTY, C. M. *Nonlinear Programming*, John Wiley & Sons, Atlanta, 1979.
- BELLMAN, R. *Dynamic Programming*, Princeton, N. J., Princeton University Press, 1957.
- BELLONI, A.; LIMA, A. L. D. S.; MACEIRA, M. E. P. *et al.* Bundle Relaxation and Primal Recovery in Unit Commitment Problems. The Brazilian Case. *Annals of Operations Research*, v. 120, p. 21-44, Volume on OR models for Energy Policy, Planning and Management, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2003.
- BERTSEKAS, D. P. *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 2nd Edition, Belmont, MA, 1999.
- BOGGS, P. T.; TOLLE, J. W. *Sequential Quadratic Programming*, *Acta Numerica*, p. 1-51, 1996.
- BORGHETTI, A.; FRANGIONI, A.; LACALANDRA, F. *et al.* Lagrangian Heuristics Based on Disaggregated Bundle Methods for Hydrothermal Unit Commitment, *IEEE Transactions on Power Systems*, v.18, n. 1, February, 2003.
- CASAS, E.; POLA, C. *PLCBAS User's Guide Version 2.1.*, Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación, Universidad de Cantabria, 2002.

- DIAZ, G. E.; FONTANE, D. F. Hydropower Optimization Via Sequential Quadratic Programming, *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 115, n. 6, November, 1989.
- FERREIRA, L. A. F. M.; ANDERSON, T. IMPARATO, C. F. *et al.* Short-term resource scheduling in multi-area hydrothermal power systems, *Electrical Power Energy Systems*, v. 11, n. 3, 1989.
- FINARDI, E. C. *Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas em Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Seqüencial*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - Brasil, 2003.
- FINARDI, E. C. Relatório N° 1: Procedimentos Atuais Utilizados no Despacho Hidrotérmico, *Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL*, 2004.
- FINARDI, E. C.; SILVA, E. L.; SAGASTIZABAL, C. A. Solving the Unit Problem of Hydropower Plants Via Lagrangian Relaxation and Sequential Quadratic Programming. *Computational and Applied Mathematics*, 2004.
- FINARDI, E. C.; SILVA, E. L. Unit commitment of single hydroelectric plant, *Electric Power Systems Research*, v.75, p. 116-123, 2005.
- FORTUNATO, L. A. M.; ARARIPE NETO, T.A. A.; ALBURQUEQUE, J. C. R.; PEREIRA, M. V. F. *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*, Universidade Federal Fluminense, 1990.
- GONZÁLEZ, J. G.; CASTRO, G. A. Short-term Hydro Scheduling with Cascaded and Head-Dependent reservoirs based on Mixed-Integer Linear Programming, *IEEE Porto Power Tech Conference*, September, 2001.
- GUAN, X.; LUH, P. B.; YAN, H. *et al.* An optimization-based method for unit commitment, *Electrical power and Energy Systems*, v. 14, n. 1, p. 9-17, 1992.
- GUAN, X.; NI, E.; LI, R. *et al.* An Optimization-Based for Scheduling Hydrothermal Power Systems with Cascaded and Discrete Hydro Constrains. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 4, p. 1775-1780, November 1997.

- GUAN, X.; SVOBODA, A.; LI, C. Scheduling Hydro Power with Restricted Operating Zones and Discharge Ramping Constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, p. 126-131, February, 1999.
- ILOG. Ilog CPLEX 7.1 User's Manual, March 2001.
- KENNINGTON, J. L.; HELGASON, R. V. *Algorithms for Network Programming*, John Wiley & Sons, New York, 1980.
- LEMARÉCHAL, C; SAGASTIZÁBAL, C. *Use of the Code N1CV2*, Tech. Rep., Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, Domaine Voluceau, Rocquencourt, B. P. 103, Le Chesnary Cedex, France, 1987
- LEMARÉCHAL, C.; PELLEGRINO, F.; RENAUD, A. *et al.*; Bundle Methods Applied to the Unit Commitment Problem, *System Modeling and Optimization*, p. 395-402, Chapman and Hall, 1996.
- LEMARÉCHAL, C. Computational Combinatorial Optimization: Optimal or Provably Near-Optimal Solutions, *Lectures Notes in Computer Science*, v. 2241, p. 112-156, 2001.
- LEMARÉCHAL, C.; RENAUD, A. A Geometric Study of Duality Gaps, With Applications, *Mathematical Programming*, v. 90, n. 3, p. 399-427, 2001.
- LI, C.; HSU, E.; SVOBODA, A. J. *et al.* Hydro Unit Commitment in Hydro-Thermal Optimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2, p. 764-769, May, 1997.
- LI, T.; SHAHIDEHPOUR, M. Price-Based Unit Commitment: A Case of Lagrangian Relaxation Versus Mixed Integer Programming, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, November, 2005.
- MÖLLER, A.; RÖMISCH, W. A Dual Method for the Unit Commitment Problem, *Humboldt-Universität Berlin, Institut für Mathematik*, Preprint Nr. 95-1, 1995.
- MONTIBELLER, F. *Aplicação do Método de Feixes ao Problema de Planejamento da Operação de Curto Prazo para Sistemas Hidrotérmicos*. Dissertação (Mestrado em

Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - Brasil, 2003.

NI, E.; GUAN, X. Sheduling Hydrothermal Power Systems with Cascaded and Head-Dependent Reservoirs. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3, p.1127-1132, August, 1999.

NOWAK, M. P.; SCHULTZ, R.; WESTPHALEN, M. A Stochastic Integer Programming Model for Incorporating Day-Ahead Trading of Electricity into Hydro-Thermal Unit Commitment, *Optimization and Engineering*, v. 6, p. 163-176, 2005.

ONS. Procedimentos de Rede, 2006a.

_____. HydroEdit, 2006b.

_____. Procedimentos de Rede, Submódulo 7.3: Programa Mensal de Operação Eletroenergética, 2003a.

_____. Procedimentos de Rede, Submódulo 8.1: Elaboração da Programação Diária da Operação Eletroenergética, 2003b.

REDONDO, N. J.; CONEJO, A. J. Short-Term Hydro-Thermal Coordination by Lagrangian Relaxation: Solution of The Dual Problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1, p. 89-95, February, 1999.

RUZIC, S.; RAJAKOVIC, N.; VUCKOVIC, A. A Flexible Approach To Short-Term Hydro-Thermal Coordination. Part I: Problem Formulation And General Solution Procedure, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, August, 1996.

_____. A Flexible Approach To Short-Term Hydro-Thermal Coordination. Part II: Dual Problem Solution Procedure, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3, August, 1996.

SALAM, Md. S.; NOR, K. M.; HAMDAM, A. R. Hydrothermal Scheduling Based Lagrangian Relaxation Approach To Hydrothermal Coordination, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 1, February, 1998.

- SHEBLE, G. B.; FAHD, G. N. Unit Commitment Literature Synopsis. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, p. 128-135, February, 1994.
- SILVA, E. L. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. Editora Sagra Luzzatto, Porto Alegre, RS, 2001.
- SOUZA, Z. *Centrais Hidro e Termelétricas*, Editora Blucher, São Paulo, 1983.
- WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F. *Power Generation Operation and Control*, John Wiley & Sons, Inc. EUA, 1984.
- WOLSEY, L. A. *Integer Programming*, John Wiley & Sons, Inc., 1998.