### UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - PPGEC

# ANÁLISE TEÓRICA-EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO À FLEXÃO DE VIGAS DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

Tese submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial exigido pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC, Área: Construção Civil, para a obtenção do Título de DOUTOR em Engenharia Civil.

## GIOVANNA PATRÍCIA GAVA

Florianópolis, agosto de 2006.

### ANÁLISE TEÓRICA-EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO À FLEXÃO DE VIGAS DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

#### GIOVANNA PATRICIA GAVA

Tese julgada adequada para a obtenção do Título de DOUTOR em Engenharia Civil e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil -PPGEC da Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC.

Prof. Dr. Glicério Trichês - Coordenador do PPGEC

The Direction menes Coordenador do TTOLE

Prof. Dr. Luiz Roberto Prudêncio Jr. - Orientador

COMISSÃO EXAMINADORA:

Dr. Luiz Roberto Prudêncio Jr. - Moderador - UFSC

Vahan Agopyan, PhD. – USP/SP

-----

Dr. Antônio Domingues de Figueiredo - USP/SP

Henriette Lebre La Rovere, PhD. - UFSC

Roberto Caldas de Andrade Pinto, PhD. - UFSC

Dr. Wellington Longuini Repette - UFSC

Aos meus pais, Armando e Jurema, ao meu marido, Marcio e à minha irmã, Grasielli por tudo o que fizeram para eu chegar até aqui.

#### AGRADECIMENTOS

O desenvolvimento desta tese de doutorado não teria sido possível se não fosse o auxílio, a compreensão e o envolvimento de muitas pessoas e instituições. Quero aqui agradecer aqueles que de alguma maneira contribuíram para a realização deste trabalho.

A Deus, por me ter proporcionado a vida, a coragem, a força e, principalmente, a persistência necessária para concluir esta tese de doutorado.

À Capes pelo auxílio financeiro disponibilizado por meio do Programa de Qualificação Institucional – PQI.

Ao Prof. Dr. Luiz Roberto Prudêncio Jr. por ter confiado em mim para a continuidade de um estudo por ele desenvolvido, por sua dedicação, seu envolvimento com o trabalho e pela oportunidade de retornar à Universidade Federal de Santa Catarina para participar do Grupo de Tecnologia em Materiais e Componentes à Base de Cimento Portland – GTec.

Ao Programa de Pós-Graduação de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS por consentirem o desenvolvimento do Projeto de Qualificação Institucional - PQI. Estendo os agradecimentos à Prof. Heriette Lebre La Rovere, da UFSC e ao amigo da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste, Prof. Alfredo Petrauski por coordenarem as atividades relativas a este projeto de qualificação.

À amiga Leila Cristina Meneghetti, pela amizade, pelas valiosas idéias para o desenvolvimento deste trabalho e pelos conselhos. Agradeço, juntamente com a colega Luciani Neves Lens, por aceitarem o desafio de desenvolvermos o Projeto de Qualificação Institucional junto ao Programa de Qualificação Institucional envolvendo a UFSC e a UFRGS, permitindo assim o suporte financeiro deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Luis Alberto Gómez, agradeço pela disponibilidade de tempo, paciência e principalmente por ter me proporcionado um grande aprendizado sobre instrumentação de ensaios, durante a montagem, especificação e calibração dos equipamentos empregados nos ensaios de flexão de vigas conduzidos nesta tese. Aos professores da UFSC: Dr. Wellington Longuini Repette, Henriette Lebre La Rovere, PhD e Roberto Caldas de Andrade Pinto, PhD, por avaliarem este trabalho e pelo constante auxílio.

Aos professores da Universidade de São Paulo: Dr. Antônio Domingues de Figueiredo e Vahan Agopyan, PhD, por terem aceitado avaliar este trabalho desde o exame de qualificação e pelas contribuições para o seu aprimoramento.

Aos bolsistas de iniciação científica do GTec: Thiago, Wilson, Denis, João Henrique e Washington, um agradecimento muito especial. Dentre todas as pessoas envolvidas neste trabalho vocês foram as fundamentais, pois sem vocês não teria sido possível executar o programa experimental desta tese. Muito obrigado pelo tempo dedicado, pelas inúmeras idéias e principalmente pelo companheirismo durante os momentos mais difíceis. O bom humor de alguns de vocês proporcionou a mim e aos demais bolsistas um ambiente de trabalho agradável, não permitindo que desanimássemos nem mesmo diante das maiores dificuldades encontradas no programa experimental. Neste grupo de bolsista, tive a felicidade de encontrar pessoas como o Thiago Spilere Pieri que participou deste trabalho desde o início, e que se tornou um grande amigo. Pelo seu enorme senso de responsabilidade envolveu-se no trabalho de forma a preocupar-se tanto com este quanto eu mesma, sua capacidade de resolver problemas e sua agilidade em tomar decisões contribuíram em muito para o desenvolvimento dos ensaios. Seu envolvimento foi tanto, que devo agradecimentos também a sua noiva Felice. Um agradecimento especial também ao bolsista Wilson Ricardo Leal da Silva, que juntamente com o Thiago, são os grandes responsáveis pela formatação de todas as figuras apresentadas nesta tese.

À Juliana Machado Casali, por mais uma vez me dedicar a sua amizade, sendo não somente uma colega de doutorado, mas especialmente uma grande amiga que esteve sempre disponível, não medindo esforços em sacrificar noites e finais de semana para me ajudar no desenvolvimento do programa experimental.

Aos demais membros da família GTec durante o meu período de participação neste grupo: Regina, Prudêncio, Wellington, Luciana, Alexandre, Silvia, Vanessa, Karoline, Gabriela, Rodrigo, Marcos, Arley, Paulo, Maria Carolina, Tarcísio, Gabriela, Gabriel, Zaira, Aline e Daniel, por estarem sempre dispostos a me ajudar no programa experimental, mas principalmente pela companhia diária e por proporcionarem um ambiente de trabalho muito agradável e que vai me dar muitas saudades. Vocês foram parte da minha família neste período.

Ao Laboratório de Materiais de Construção Civil e seus funcionários Renato, Luiz Henrique e Roque, ao Laboratório de Mecânica dos Solos e seu professor responsável Marciano Macarini e ao Laboratório de Experimentação em Estruturas e o professor Narbal Marcelino por disponibilizarem as instalações e equipamentos destes laboratórios para o desenvolvimento desta tese de doutorado.

Aos colegas Gustavo Lacerda Dias, Altevir Castro e André Luiz Lima, membros do Grupo de Estudos Interdisciplinares da Madeira – Giem da UFSC durante o período de realização deste trabalho, pelos constantes auxílios prestados na programação do sistema de aquisição de dados.

Ao colega Alexandre Hering Coelho pelos auxílios na análise digital de imagens.

À Empresa Toniolo Pré-moldados, seus Engenheiros Carlos Bedin e Jaderson Barbiere, por permitirem a utilização das instalações da empresa para a moldagem da maioria das placas de concreto utilizadas neste trabalho.

À Empresa Polimix Concreto S.A pela doação dos agregados utilizados na confecção dos concretos e aos seus funcionários pelos auxílios no carregamento e transporte de materiais.

Às empresas : MBT do Brasil, Votorantin Cimentos, Vulkan do Brasil Ltda na sua divisão HAREX e a Belgo Bekart pela doação dos aditivos químicos, cimentos e fibras de aço empregados nesta tese.

Ao setor de transportes da Prefeitura Universitária da UFSC, em especial ao motorista José Cláudio por todo o auxílio prestado no transporte dos materiais e equipamentos.

Aos Professores da área de Construção Civil e de Gerenciamento do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste, por terem assumido todas as minhas atividades docentes durante os quatro anos em que estive afastada de minhas atividades.

Às funcionárias da Unioeste Sônia Lemanski e Adriane Bilibiu, pelo apoio dado durante todo o meu afastamento daquela Instituição.

À minha amiga Vicky pela amizade dedicada, pela paciência em me ouvir e por ter sempre uma palavra amiga para me incentivar nas horas mais difíceis.

E, por último, um agradecimento muito especial aos meus familiares.

Aos meus pais Armando e Jurema, meus irmãos Giovanni e Ricardo e minha cunhada Francielle peço desculpas pelas horas em que estive ausente pois precisava me dedicar muito a este trabalho e agradeço todo apoio demonstrado, as palavras de carinho e o esforço em me ajudar quando solicitei auxílio. À minha irmã Grasielli, agradeço o companheirismo, a sua dedicação comigo, a sua lealdade, os auxílios no laboratório e principalmente a sua paciência para me ouvir.

Ao meu marido Marcio Seiji Oyamada, que muitas vezes esteve tão distante fisicamente, mas que estava tão próximo me incentivando, ouvindo, auxiliando na parte computacional deste trabalho e também no laboratório. Sua dedicação por mim, permitiu que eu tivesse força para concluir este trabalho, muito obrigada!

LIST	A DE FIGURAS	VIII
LIST	A DE TABELAS	XV
LIST	A DE SÍMBOLOS	XVII
RESU	J <b>MO</b>	XXI
ABST	TRACT	XXII
1.	INTRODUCÃO	1
11	Objetivos	5
1.1	1.1.1 Objetivo geral	5
	1.1.2 Objetivos específicos	6
1.2	Originalidade da Tese	7
1.3	Conteúdo da Tese	8
2.	O CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO	9
2.1	Interação fibra-matriz de concreto	13
	2.1.1 Mecanismos de formação e propagação de fissuras no concreto reforç	ado com
	fibras de aço	14
	2.1.2 Comportamento ao arrancamento ( <i>pull out</i> )	21
2.2	Tenacidade à flexão do concreto reforçado com fibras de aço	
2.3	Ensaios para determinação da tenacidade do concreto reforçado com fibras o	le aço35
2.4	Fatores que afetam os ensaios de tenacidade	
	2.4.1 Sistema de medição do deslocamento	
	2.4.2 Velocidade de aplicação de carga	
	2.4.5 Equipamento de ensaio – instabilidade na curva carga por desiocament 2.4.4 Características das vigas	043 48
	2.4.5 Influência dos equipamentos e dos operadores de ensaio	<del>4</del> 0
2.5	Medida da tenacidade	
3.	MODELOS TEÓRICOS DO COMPORTAMENTO APÓS A FISSURAC	ÃO DO
CON	CRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO	59
3.1	Moens e Nemegeer (1991)	
3.2	Vandewalle (1993)	61
3.3	Casanova e Rossi (1996)	63
3.4	Armelin (1997)	69
3.5	Jones (1998)	75
3.6	RILEM TC 162-TDF (2000b): Método $\sigma$ - $\varepsilon$	
3.7	Prudêncio Jr. et al. (2006)	
	3./.1 Matriz nao fissurada	
28	5.1.2 WIAUTZ HISSUIAUA Considerações sobre os modelos apresentados	
J.0		100
4.	MATEKIAIS E METUDUS	109
4.1	Materiais empregados para a moldagem das vigas	110

# SUMÁRIO

	4.2	Proc	edimente	os para mol	dagem	e ensaio	o das v	vigas de	e conc	reto refoi	rçado com	fibras
	de a	ço		~ 1		•••••	•••••		•••••	•••••	•••••	112
		4.2.1	Contecç	ção do conci	reto				•••••		•••••	113
		4.2.2	Moldage	$\stackrel{\text{em dos corp}}{\sim}$	os-de-p	prova e o	das pla	$\frac{1}{2}$	concre	eto	•••••	115
		4.2.3	Prepara	çao das viga	is para	o ensaio	de fle	×ao	•••••		1	119
		4.2.4	Ensaio d	de flexao a c	juatro p	pontos –	mediç	çao das	carga	s e dos de	eslocament	os 123
		4.2.5 abertur	Ensaio o a de fissu	de flexão a ouras	quatro	pontos -	- medi	ção das	s defoi	rmações	no concreto	o e da 127
	4.3	Estu	do da inf	fluência da r	oresenc	a e posi	cionan	nento d	e enta	lhes		137
	4.4	Con	paração	entre os dif	erentes	método	os de e	nsaio à	flexã	o: ASTM	C 1018 : 1	l994b
	e As	STM C	1399 : 20	002								140
	4.5	Estu	do da va	ariabilidade	do ens	saio de	flexão	de vig	gas de	concrete	o reforçado	com
	4.6	Dad	os exper	imentais pa	ra a va	lidação	do mo	odelo p	ropost	o por Pr	udêncio Jr.	et al.
	(200			~		•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	143
5.		APRE	SENTA	ÇÃO E ANA	ÁLISE	DOS R	RESUI	LTAD	)S	•••••	•••••	150
	5.1	Estu	do da inf	fluência da r	oresenc	a e posi	cionar	nento d	e enta	lhes		
	5.2	Med	licão da a	abertura de	fissura	s no ens	aio de	flexão	de vis	as de co	ncreto refo	rcado
	com	fibras o	le aco									
	5.3	Con	paração	entre os dif	erentes	método	s de ei	nsaio à	flexã	o: ASTM	I C 1018 : 1	l994b
	e As	STM C	1399 : 20	002								177
	5.4	Aná	lise da v	ariabilidade	do en	saio de	flexão	em vi	gas de	concret	o reforçado	o com
	fibra	as de aç	o								•••••	184
	5.5	Prog	ramas	computacio	onais	para a	a sol	lução	do	modelo	proposto	por
	Pruc	lêncio J	r. et al. (2	2006)								197
		5.5.1	Program	na para ajust	te das c	onstante	es			•••••	•••••	197
		5.5.2	Program	na para obte	nção do	os valore	es de c	arga	•••••		•••••	200
	5.6	Vali	dação do	o modelo pro	posto j	por Pruc	lêncio	Jr. et a	l. (200	6)	•••••	201
		5.6.1	Validaç	ão do mode	lo para	as vigas	scom	100 kg/	m <sup>3</sup> de	fibras de	aço	203
		5.6.2	Validaç	ão do mode	lo para	as vigas	s com	diferent	tes tip	os e volu	mes de fibr	as 217
		5.6.3 model	Signific de Prud	ado físico êncio Ir et	dos co al (200	njuntos	de co	onstante	es obt	idos con	no resposta	as no 237
		5 6 4	Influênc	ria do módu	lo de e	lasticida	nde do	concre	to nos	resultad	os do mode	elo de
		Prudên	cio Ir et	al (2006)	10 uc c	iusticiu	uc uo	concre	10 1105	Tesuttuu		239
		5.6.5	Conside	erações sob	re as	equaçõe	es refe	erentes	à tei	nsão de	compressã	io do
		concret	o empreg	gadas no mo	odelo de	esenvolv	vido po	or Prud	êncio	Jr. et al. (	(2006)	245
6.		CONS	<b>IDERA</b>	ÇÕES FINA	AIS	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	•••••	248
7.		REFE	RÊNCIA	AS BIBLIO	GRÁF	ICAS	•••••		•••••		•••••	255
A]	PÊN	DICES	•••••	•••••	•••••	•••••		•••••	•••••	•••••	•••••	

#### LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 : Configurações típicas das fibras de aço empregadas em concreto (NAAMAN, 2000).....12
- **Figura 2 :** Esquematização da fissuração do concreto convencional: a região fraturada ou região de processo, a região de entrelaçamento dos agregados e a região de tração livre, segundo o modelo de fissura fictícia (MFF) (RILEM TC 162-TDF, 2002).15
- Figura 4 : Esquematização dos diversos mecanismos que atuam na região da fissura do concreto reforçado com fibras de aço (LI; MAALEJ, 1996)......18
- Figura 5 : Curvas relação de tensão por abertura de fissura obtidas pelas equações de Stang (1992 apud LI e MAALEJ, 1996) e de Gopalaratnam e Shah (1985)......21

- Figura 9: Curva carga de arrancamento por deslocamento para fibras deformadas (NAAMAN;NAJM, 1991)......25
- Figura 10 :Resposta cíclica típica das fibras deformadas quando submetidas a grandes deslocamentos (NAAMAN; NAJM, 1991)......26
- Figura 11 :Curva carga de arrancamento por deslocamento para fibras corrugadas (CHANVILLARD; AÏTCIN,1996)......27
- Figura 12 :Curva típica de carga de arrancamento por deslocamento para fibras deformadas na extremidade na forma de gancho (NAAMAN; NAJM, 1991)......28
- Figura 13 :Curva carga de arrancamento por deslocamento típica para as fibras deformadas na extremidade na forma de gancho (POMPO et al., 1996)......29
- Figura 14 :Curva carga de arrancamento por deslocamento para fibras deformadas na extremidade na forma de gancho, deformadas ao longo de todo o comprimento e deformadas na extremidade na forma de pás embebidas em concreto de normal e alta resistência (BANTHIA; TROTTIER,1994)......31

Figura 15	Curva carga por deslocamento para o concreto convencional e o concreto reforçado com fibras de aço (JONHSTON, 1994)
Figura 16	Esquema da realização do ensaio de flexão a três pontos em vigas com entalhe no centro do vão (GOPALARATNAM; GETTU, 1995)
Figura 17	:Esquema da realização do ensaio de flexão a quatro pontos em vigas (GOPALARATNAM; GETTU, 1995)
Figura 18	:Esquema do sistema de medição de deslocamento com medidor apoiado sobre a base do equipamento de ensaio (MORGAN; MINDESS; CHEN,1995)41
Figura 19	:Esquema do sistema de medição denominado <i>yoke</i> sugerido pelos japoneses (MORGAN; MINDESS; CHEN,1995)41
Figura 20	:Esquema da utilização do sistema de LVDT's no topo da viga (MORGAN; MINDESS; CHEN,1995)41
Figura 21	:Curvas carga por deslocamento para vigas de concreto reforçado com fibras de aço, com consumo de fibras de $40 \text{ kg/m}^3$ , para vigas com entalhe e para vigas sem entalhe. (JONES, 1998)
Figura 22	Curva carga por deslocamento, indicando os valores de deslocamento para os quais devem ser calculados os índices de tenacidade segundo a ASTM C 1018 : 1994b
Figura 23	Distribuições de tensões no concreto reforçado com fibras de aço admitido no cálculo proposto por Vandewalle (1993)
Figura 24	:Distribuição de tensões na seção fraturada (Casanova e Rossi, 1996)63
Figura 25	Distribuição da curvatura ao longo da fissura (Casanova e Rossi, 1996)65
Figura 26	Representação esquemática do ensaio, da distribuição de deformações e do modo de fratura do corpo-de-prova utilizado no modelo proposto por Armelin (1997). 71
Figura 27	Diagramas de tensões e deformações utilizados no modelo de Armelin (1997)71
Figura 28	:Representação esquemática da viga de concreto reforçado com fibras de aço sob o carregamento de flexão – Estágio 1: seção não fissurada (JONES, 1998)
Figura 29	:Representação esquemática da viga de concreto reforçado com fibras de aço sob o carregamento de flexão – Estágio 2: microfissuração (JONES, 1998)
Figura 30	Representação esquemática da viga de concreto reforçado com fibras de aço sob o carregamento de flexão – Estágio 3: desenvolvimento da macrofissura (JONES, 1998)
Figura 31	:Representação esquemática da viga de concreto reforçado com fibras de aço sob o carregamento de flexão – Estágio 4: macrofissura e arrancamento das fibras (JONES, 1998)
Figura 32	Relação entre os quatro estágios de propagação de fissura e a curva carga por deslocamento do ensaio de vigas de concreto reforçado com fibra de aço (JONES, 1998)
Figura 33	Representação esquemática dos diagramas de tensões e de deformações da seção fissurada do concreto reforçado com fibras de aço (JONES, 1998)78

Figura 34 :	Resumo do modelo proposto por Jones (1998)80
Figura 35 :(	Curva carga por deslocamento indicando o limite de proporcionalidade e os valores de resistência à flexão equivalente (RILEM TC 162 – TDF, 2000b)83
Figura 36 :I	Diagrama de distribuição de tensões assumido (RILEM TC 162 – TDF, 2000b).84
Figura 37 :I	Diagrama de distribuição de tensões no concreto reforçado com fibras de aço VANDEWALLE (2000)
Figura 38 :I	Distribuição de tensões e deformações em vigas de concreto reforçado com fibras de aço (RILEM TC 162 – TDF, 2000b)
Figura 39 :( 2 (	Configuração da ruptura da viga indicando as relações entre deformações, abertura de fissuras e deslocamentos admitidos no modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006)
Figura 40 : I	Relação entre a tensão de compressão e a tensão de tração do concreto admitida no modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006)91
Figura 41 :I	Diagrama que relaciona a abertura de fissuras e a posição da linha neutra para cada região: comprimida, tracionada devido à resistência à tração do concreto e racionada devido ao entrelaçamento dos agregados. (PRUDÊNCIO JR. et al., 2006)
Figura 42 :0	Curva carga por arrancamento média das fibras de aço: (a) dados experimentais de Armelin (1997) e resposta média obtida da Equação 43; (b) simplificação da curva nédia de arrancamento das fibras adotada no modelo de Prudêncio et al. (2006) 
Figura 43 :I	Diagramas de tensões e deformações adotados no modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006)
<b>Figura 44 :</b> I	Diagramas de tensões e deformações considerado na situação 1, conforme o nodelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006)
Figura 45 :I	Diagramas de tensões e deformações considerado na situação 2, conforme o nodelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006)
<b>Figura 46 :</b> I	Diagramas de tensões e deformações considerado na situação 3, conforme o nodelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006)
<b>Figura 47 :</b> I	Diagramas de tensões e deformações considerado na situação 4, conforme o nodelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006)
Figura 48 :I	Detalhamento das formas de madeira empregadas na confecção das placas de concreto
Figura 49 :( 1	Corte na placa de concreto utilizando a serra do laboratório: (a) marcação da argura da viga; (b) corte longitudinal; (c) retirada da lateral inclinada, definindo o comprimento da viga
Figura 50 :(	(a e b) Marcação das vigas; (c) furação121
Figura 51 : V	Vigas preparadas para o ensaio
Figura 52 :(	(a) Aparato disponível na prensa Shimadzu para apoio da viga; (b) aparatos desenvolvidos para o apoio da viga e (c) para a aplicação da carga124

Figura 53	:Detalhes do aparato em U que permitem o posicionamento correto do transdutor de deslocamento
Figura 54	Detalhamento do corte feito nas vigas para a colagem dos <i>strain gauges</i> na superfície do concreto
Figura 55	Posicionamento dos transdutores de deslocamento nas laterais da viga para medição da abertura de fissuras
Figura 56	Posicionamento das câmaras fotográficas durante o ensaio
Figura 57	:Imagem utilizada para medição da abertura de fissuras, mostrando: a grade de linhas empregada, o cronômetro, a escala métrica, a identificação da face da viga e da posição dos transdutores de deslocamentos e <i>strain gauges</i> , e também os transdutores e <i>strain gauges</i>
Figura 58	Casos em que a fissura não ocorre no centro do vão: (a) dentro do terço médio central e (b) fora do terço médio central
Figura 59	:Curva carga por deslocamento para as vigas sem entalhe
Figura 60	:Curva carga por deslocamento para as vigas com entalhe na face inferior151
Figura 61	Curva carga por deslocamento para as vigas com entalhe nas duas faces laterais 151
Figura 62	Cargas de início de fissuração, de cada viga ensaiada152
Figura 63	:Distribuição de tensões ( $\sigma_{xx}$ ) da viga sem entalhe (S): (a) na face frontal; (b) na parte inferior
Figura 64	:Distribuição de tensões ( $\sigma_{xx}$ ) da viga com entalhe na parte inferior (H): (a) na face frontal; (b) na parte inferior
Figura 65	:Distribuição de tensões ( $\sigma_{xx}$ ) da viga com entalhes nas laterais (V): (a) na face frontal; (b) na parte inferior
Figura 66	:Tensões máximas ( $\sigma_{xx}$ ) ao longo da largura da viga, na parte inferior central, para as vigas analisadas
Figura 67	Configurações típicas de aberturas de fissuras para: (a) vigas sem entalhe (S); (b) vigas com entalhe na parte inferior (H) e (c) vigas com entalhes nas laterais (V) 157
Figura 68	:Figuras referentes ao deslocamento de (a) 0mm e (b) 2,5mm empregadas para medição da abertura de fissuras
Figura 69	:Curvas carga por deslocamento das vigas utilizadas para a avaliação da medição de abertura de fissuras por meio da análise digital de imagens161
Figura 70	Relação entre abertura de fissura e distância do topo da viga para cada deslocamento analisado para (a) Viga 1; (b) Viga 2; (c) Viga 3 e (d) Viga 4161
Figura 71	Curva carga por deslocamento para viga com 70 kg/m <sup>3</sup> de fibra de aço163
Figura 72	:Relação entre abertura de fissura e distância do topo da viga para cada deslocamento analisado para a viga com 70 kg/m <sup>3</sup> da (a) face 1 e (b) face 2163

- Figura 75 : Posição da linha neutra em função do deslocamento determinada pelos três equipamentos: *strain gauge*, fotografia e transdutores de deslocamento......168
- Figura 76 :Exemplo de imagem utilizada para a medição da abertura de fissura indicando a dificuldade de escolha do pixel correspondente ao cruzamento das linhas da grade.

- Figura 81 :Curva carga por deslocamento referente a primeira etapa de carregamento, conforme a ASTM C 1399 : 2002: (a) vigas da série X25; (b) vigas da série X40... 180

Figura 87 :Co fil	urva carga por deslocamento para as vigas da série SE utilizadas na análise das bras na seção fraturada193
Figura 88 :Ci fil	urva carga por deslocamento para as vigas da série CE utilizadas na análise das bras na seção fraturada195
Figura 89 :C	urva carga por deslocamento das vigas da série MS4-100
Figura 90 :Co de	omparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por eslocamento para as vigas da série MS4-100
Figura 91 :C	urvas carga por deslocamento das vigas da série (a) MS4-75 e (b) MS4-150206
Figura 92 :Co de	omparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por eslocamento para as vigas da série (a) MS4-75 e (b) MS4-150207
Figura 93 :A sé de	bertura de fissura máxima (CMOD) em função do deslocamento das vigas da érie MS4-100: (a) para todo o deslocamento medido no ensaio; (b) para eslocamentos de até 0,5mm
Figura 94 :A sé de	bertura de fissura máxima (CMOD) em função do deslocamento das vigas da érie MS4-75: (a) para todo o deslocamento medido no ensaio; (b) para eslocamentos de até 0,5mm
Figura 95 :A sé de	bertura de fissura máxima (CMOD) em função do deslocamento das vigas da érie MS4-150: (a) para todo o deslocamento medido no ensaio; (b) para eslocamentos de até 0,5mm
Figura 96 :Cu ex	urvas carga por abertura de fissura máxima (CMOD) dos resultados teóricos e sperimentais
Figura 97 :Ro de	esultados teóricos e experimentais da posição da linha neutra em função do eslocamento para cada série de viga
Figura 98 :Ro fu	esultados teóricos e experimentais da deformação à compressão do concreto em inção do deslocamento para cada série de viga215
Figura 99 :Ro sé	esultados teóricos e experimentais para a carga de ruptura à flexão das vigas das éries A
Figura 100 : vi	Resultados teóricos e experimentais para a carga de ruptura à flexão das gas das séries M
Figura 101 : de	Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por eslocamento para as vigas das séries (a)MS3; (b) MS2 e (c) MS1
Figura 102 : de	Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por eslocamento para as vigas da série MC3231
Figura 103 : de	Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por eslocamento para as vigas das séries (a) MC2 e (b) MC1232
Figura 104 : de	Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por eslocamento para as vigas das séries (a) MC2-75 e (b) MC2-150233
Figura 105 : de	Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por eslocamento para as vigas das séries (a) MX3, (b) MX2 e (c) MX1236

- Figura 106 : Curvas carga de arrancamento por deslocamento das fibras de aço obtidas no modelo teórico para cada tipo de fibra empregado......238
- **Figura 108 :** Relação entre a carga e abertura de fissura máxima obtida pelos dois resultados do modelo e experimentalmente para a série MS4-150......242
- **Figura 109 :** Relação entre abertura de fissura máxima e deslocamento obtida pelos dois resultados do modelo e experimentalmente para a série MS4-150......243
- Figura 110 : Relação entre posição da linha neutra e deslocamento obtida pelos dois resultados do modelo e experimentalmente para a série MS4-150......243
- Figura 111 : Curvas carga por deslocamento teóricas obtidas com o emprego dos dois conjunto de constantes apresentadas na Tabela 31 e experimentais para as vigas das séries: (a) MS4-100; (b) MS4-75; (c) MS3; (d) MS2 e (e) MS1......244
- **Figura 113 :** Esquema do ensaio de flexão a quatro ponto de vigas (a) configuração do ensaio; (b) movimento de corpo rígido da viga durante o ensaio......264

- Figura 117 : Esquema do ensaio de flexão a quatro ponto de vigas (a) configuração do ensaio; (b) movimento de corpo rígido da viga durante o ensaio......270

### LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Tensões residuais na flexão das classes recomendadas pela EFNARC : 199657
Tabela 2:	Características físicas dos agregados empregados
Tabela 3:	Características das fibras utilizadas112
Tabela 4:	Características químicas e físicas dos aditivos empregados112
Tabela 5:	Identificação e características das misturas empregadas para avaliar a forma de execução do ensaio de flexão em vigas
Tabela 6:	Características das misturas produzidas para o estudo da variabilidade
Tabela 7:	Variáveis analisadas no trabalho146
Tabela 8:	Identificação, consistência, teor de aditivos e tamanho de viga de cada mistura de concreto produzida
Tabela 9:	Identificação, consistência, teor de aditivos e tamanho de viga das misturas de concreto com teor de $100 \text{kg/m}^3$ de fibra de aço
Tabela 10:	Valores individuais, médios, desvio-padrão e coeficiente de variação das cargas obtidas no ensaio das vigas sem entalhe, nos pontos utilizados para a comparação de média
Tabela 11:	Valores individuais, médios, desvio-padrão e coeficiente de variação das cargas obtidas no ensaio das vigas com entalhe na face inferior, nos pontos utilizados para a comparação de média
Tabela 12:	Valores individuais, médios, desvio-padrão e coeficiente de variação das cargas obtidas no ensaio das vigas com entalhes nas duas laterais, nos pontos utilizados para a comparação de média
Tabela 13:	Valores de linha neutra e abertura de fissura máxima determinadas a partir dos dados dos transdutores de deslocamentos
Tabela 14:	Diferenças entre as coordenadas medidas manualmente e medidas pelo programa TRACKER, para as fotos analisadas para determinação da posição da linha neutra no deslocamento de 0,5 mm da viga MS4-100-2
Tabela 15:	Resultados de resistência à compressão e de módulo de elasticidade dos concretos utilizados para o estudo dos diferentes métodos de ensaio à flexão
Tabela 16:	Valores médios e desvio padrão para as cargas de primeira fissura para as vigas das séries X25 e X40
Tabela 17:	Valores individuais e médios de Resistência Residual Média, para as vigas das séries X25 e X40
Tabela 18:	Resistência à compressão e módulo de elasticidade dos concretos utilizados para o estudo da variabilidade do ensaio de flexão em vigas
Tabela 19:	Valores médios, desvios-padrão e coeficientes de variação das cargas para cada nível de deslocamento para as vigas sem entalhe e com entalhe

Tabela 20:	Número de fibras úteis e de fibras presentes na seção fraturada das vigas 191
Tabela 21:	Resistência à compressão e módulo de elasticidade dos concretos empregados na confecção das vigas com 100 kg/m <sup>3</sup> de fibra de aço
Tabela 22:	Constantes do modelo obtidos com o ajuste dos dados experimentais da série MS4-100 no programa "Matrix3"
Tabela 23:	Consistência e resistência à compressão das misturas de concreto218
Tabela 24:	Resistência à compressão determinada nos corpos-de-prova cilíndricos e nos cúbicos, massa especifica no estado endurecido e porcentagem de vazios relativos das misturas de concreto
Tabela 25:	Cargas de ruptura à flexão das vigas de concreto reforçado com fibras de aço determinadas experimentalmente e calculadas pelas Equações 109 e 111224
Tabela 26:	Constantes do modelo empregadas para a determinação da curva carga por deslocamento teórica das vigas das séries MS1, MS2, MS3 e MS4228
Tabela 27:	Constantes do modelo obtidos com o ajuste dos dados experimentais da série MC3 no programa Matrix3
Tabela 28:	Constantes do modelo empregadas para a determinação da curva carga por deslocamento teórica das vigas das séries MC1, MC2, MC3
Tabela 29:	Constantes do modelo empregadas para a determinação da curva carga por deslocamento teórica das vigas das séries MX3, MX2 e MX1235
Tabela 30:	Valores de módulo de elasticidade determinados experimentalmente e calculados pelo modelo teórico para as vigas das séries MS
Tabela 31:	Constantes do modelo obtidos com o ajuste dos dados experimentais da série MS4-150 no programa Matrix3, empregando-se os valores do módulo de elasticidade determinados experimentalmente e calculados pela expressão numérica proposta pelo modelo teórico

### LISTA DE SÍMBOLOS

- $\theta$  = ângulo de rotação da área perturbada
- v = coeficiente de Poisson
- $\delta$  = deslocamento vertical da viga no centro do vão
- $\sigma$  = tensão de tração (MPa)
- $\chi(x) = curvatura da viga$
- $\epsilon_1$  = deformação à tração do concreto correspondente à resistência máxima
- $\delta_2$  = deslocamento após a fissuração referente à região perturbada pela fissura
- $\chi_c = curvatura após a fissuração$
- $\epsilon_c$  = deformação do concreto à compressão
- $\delta_c$  = deslocamento após a fissuração referente à região de curvatura elástica
- $\epsilon'_{\rm c}$  = deformação do concreto correspondente ao pino na curva  $\sigma_{\rm c}$   $\epsilon_{\rm c}$
- $\sigma_c$  = tensão de compressão do concreto
- $\sigma_{cr}$  = tensão máxima de tração do concreto (tensão do início de fissuração)
- $\chi_e = curvatura elástica$
- $\delta_e$  = deslocamento antes da fissuração
- $\sigma_{\rm f}$  = tensão de tração devido à presença das fibras
- $\sigma_{f}(w)$  = tensão de tração do concreto reforçado com fibras de aço após a fissuração
- $\Delta_f$  = comprimento da região perturbada
- $\sigma_{\rm fl}$  = tensão de tração à flexão na seção fissurada
- $\sigma_{\rm H}$  = tensão de pico da curva carga por arrancamento das fibras de aço
- $\alpha h = altura da fissura$
- $\sigma_{max}$  = tensão de tração à flexão máxima
- $\Delta_{o}$  = encurtamento do concreto na região de compressão máxima
- $\delta_{real}$  = deslocamento no ponto de surgimento da fissura, deslocamento máximo (mm)
- $\delta_i$  = deslocamento equivalente a "i" mm
- $\sigma_t$  = tensão de tração após a fissuração devido ao entrelaçamento dos agregados
- $\delta_{tb}$  = deslocamento equivalente a L/150 (cm ou mm)
- $\sigma_{Tfex}$  = resistência à tração na flexão do concreto

- $\sigma_{tfex}$  = tensão no final da curva carga por arrancamento das fibras de aço
- $\sigma_{tfm}$  = tensão no ponto de esticamento máximo do gancho da fibra
- $\sigma_{Tmax}$  = resistência à tração do concreto
- $\sigma^{u}_{m}$  = tensão máxima devido ao entrelaçamento dos agregados quando  $\delta$ =0
- A= área da seção transversal do concreto
- A<sub>f</sub> = área da seção transversal da fibra
- ARS = Average Residual Strength ou Resistência Residual Média
- b = largura da viga
- CMOD = abertura da fissura no bordo inferior da viga(mm)
- CMOD(s) = alongamento máximo de tração do concreto
- $CMODp = abertura da fissura na tensão de \sigma_{tfm}$
- $CMODr = abertura da fissura na tensão de \sigma_H$
- $d\theta$  = incremento do ângulo de rotação
- $d\delta$  = incremento no deslocamento
- D= área sob a curva carga por deslocamento até o deslocamento equivalente de "i" mm
- $D^{f}_{BZ,2,I}$ ,  $D^{f}_{BZ,2,II}$  = contribuição das fibras na capacidade de absorção de energia,
- dw = incremento da abertura de fissura
- E = módulo de elasticidade do concreto (MPa)
- E<sub>ct</sub> = módulo de elasticidade à tração do concreto (MPa)
- f = força média de arrancamento das fibras, determinada pela Equação 43
- $\dot{f_c}$  = resistência máxima à compressão do concreto (MPa)
- f<sub>0</sub>= resistência à tração na flexão do concreto sem fibras
- $F_1 =$  força de tração do concreto
- $F_C = força de compressão$
- f'<sub>c</sub> = resistência à compressão do concreto (MPa)
- $f_e$  = resistência equivalente à tração na flexão do concreto reforçado com fibras de aço
- $f_{eq,2}$  = resistência à flexão equivalente para um deslocamento de 0,70 mm
- $f_{eq,3}$  = resistência à flexão equivalente para um deslocamento de 2,70 mm
- $f_{hook}$  = força de arrancamento correspondente à contribuição do gancho da fibra
- $f_i = força de arrancamento de cada fibra$
- FT = fator de tenacidade, ou resistência à flexão equivalente
- $F_T$  = força total de contribuição das fibras

G<sub>F</sub> = energia de fratura do material

h = altura da viga

 $h_{sp}$  = altura da viga, correspondente a distância entre o topo do entalhe e o topo da viga

I = momento de inércia da viga (mm<sup>4</sup>)

 $I_a$  e  $I_b$  = índices de tenacidade com referência a e b

 $K_2 = inclinação do trecho entre \sigma_{tfm} e \sigma_{tfex}$ 

K<sub>brid</sub> = constante utilizada para minimizar a descontinuidade em c'

 $K_{hook}$  = constante que correlaciona a tensão de pico ( $\sigma_H$ ) e a tensão no ponto em que considera-se que ocorreu o esticamento dos ganchos da fibra ( $\sigma_{tfm}$ )

 $L = v \tilde{a} o da viga (mm)$ 

l = 1/3 do vão da viga

M = momento resistente (N.mm)

M<sub>1</sub> = momento resistente correspondente ao início de fissuração do concreto

M<sub>C</sub> = momento resistente pela região comprimida do concreto

 $M_{\rm f}$  = momento resistente devido às fibras

 $M_{ext}$  = momento externo aplicado

 $M_n$  = momento devido às fibras

n = número de fibras presentes em uma determinada área

N= número de fibras

 $N_c =$  força normal suportada pelo concreto

 $N_{\rm f}$  = forças normais suportadas pelas fibras

P = carga(N)

 $p = posição de \sigma_{tfm}$  no diagrama de tensões em relação a linha neutra

 $P_{0,50}$ ,  $P_{0,75}$ ,  $P_{1,00}$ ,  $P_{1,25}$ , = Cargas referentes aos deslocamentos de 0,5; 0,75; 1,00 e 1,25 mm, respectivamente (N)

 $P_{fl}$  = carga de ruptura à flexão (N)

 $P_n =$ força de cada fibra

 $r = posição de \sigma_H$  no diagrama de tensões em relação a linha neutra

 $R_{a,b} = fator de resistência residual$ 

 $R_{e,i} = fator de tenacidade$ 

s = altura da região devido à resistência à tração do concreto

 $s_a$  = posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,01 mm

 $s_b$  = posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,03 mm

 $s_b$  = posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,03 mm

 $s_c$  = posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,05 mm

 $T_b$  = área sob a curva carga por deslocamento até o deslocamento equivalente de L/150

 $V_{f}$  = volume de fibra adicionado ao concreto, em relação a 1 m<sup>3</sup> de concreto (%)

w = abertura da fissura

w(a, b, c) = correspondem às aberturas de fissura de 0,01 mm, 0,03mm e 0,05 mm, respectivamente

 $w_0$  = corresponde à abertura de fissura para que seja atingida a metade de  $\sigma^u_m$ , assumindo-se  $\delta_0 = 0.015$ mm.

x = posição da linha neutra

 $y_1$  = coordenada da linha neutra quando a tensão máxima de tração (tensão de início de fissuração) do concreto é atingida no trecho superior da viga

y<sub>c</sub> = posição das forças de compressão em relação à linha neutra

 $y_i$  = posição das forças  $f_i$  em relação à linha neutra (sinal positivo para baixo), determinado em função da abertura da fissura ( $w_i$ )

 $y_n = posição$  de cada uma das forças de arrancamento das fibras em relação à linha neutra

yt = posição das forças de tração em relação à linha neutra

z = coordenada vertical medida a partir da base da viga

#### RESUMO

GAVA, Giovanna Patrícia. Análise teórica-experimental do comportamento à flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço. Florianópolis, 2006. 277 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina.

Este trabalho teve como objetivo principal estudar, teórica e experimentalmente, o comportamento após a fissuração de vigas de concreto reforçado com fibras de aço submetidas à flexão. Foi verificada a validade de um modelo teórico-experimental desenvolvido por Prudêncio Jr. et al. (2006), que é baseado em ensaios de flexão de vigas para a obtenção de parâmetros relacionados à contribuição das fibras de aço nos esforços de tração. Foram realizados diversos estudos preliminares à validação do modelo. Inicialmente, foram desenvolvidos os procedimentos de ensaio para monitorar as cargas, os deslocamentos, as deformações e a abertura de fissuras durante o ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço. Em seguida, foi investigada a influência da presença e do posicionamento de entalhes para induzir a fissuração em local pré-determinado nos resultados dos ensaios de flexão de vigas, sendo proposta uma nova configuração de viga com entalhes laterais que apresenta resultados semelhantes aos encontrados nas vigas sem entalhes. Posteriormente, foi verificada a viabilidade técnica do emprego de transdutores de deslocamento e do processo de análise de imagens fotográficas para o monitoramento da abertura de fissuras. Comparou-se os resultados dos ensaios de flexão de vigas conduzidos de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b e a ASTM C 1399 : 2002, no qual observou-se que o método da ASTM C 1399 : 2002 não é capaz de minimizar os efeitos da instabilidade pós-pico nos resultados dos ensaios de flexão de vigas com baixo teor de fibra. Estudou-se, também, a variabilidade dos resultados do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, concluindo-se que a variabilidade não está relacionada somente com a distribuição aleatória das fibras, mas também com o posicionamento, inclinação e comprimento embebido das fibras na seção fissurada. Definidos o tipo e número de vigas e a forma de condução e monitoramento do ensaio de flexão partiu-se para a validação do modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006). O modelo foi validado com base em resultados de ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com três diferentes tipos de fibras empregadas em quatro teores distintos. Ao final deste trabalho são apresentadas considerações sobre os procedimentos de ensaio, forma de monitoramento das cargas, deslocamentos, posição de linha neutra e aberturas de fissuras, tipo de viga empregada e variabilidade do ensaio de flexão de vigas.

Palavras-chave: concreto reforçado com fibras, fibras de aço, tenacidade à flexão, comportamento após fissuração.

xxii

#### ABSTRACT

GAVA, Giovanna Patrícia. **Experimental and theoretical analysis on the flexural behavior of steel fiber reinforced concrete.** Florianópolis, 2006. 277p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina.

This work aimed to study, theoretical and experimentally, the steel fiber reinforced concrete post cracking behavior. It was validated an analytical and experimental model to estimate the steel fiber reinforced concrete post cracking behavior developed by Prudêncio Jr. et al. (2006), which is based on the flexural beam test to obtain the parameters related to the tensile forces resisted by fibers. Some tests procedures were developed to evaluate the forces, displacements, strains, and crack opening during flexural tests on steel fiber reinforced concrete beams. It was investigated the influence of notches in the beam, with different locations, in the flexural beam test results. It was also proposed a new test configuration with notched beams that presented similar results to that unnotched ones. It was verified the technical viability of displacement transducer and digital image processing in the crack mouth opening measurement. It was also compared the data obtained from ASTM C 1399 : 2002 test procedure with those from ASTM C 1018 : 1994b. It was observed that the ASTM C 1399 : 2002 test procedures are not able to minimize the effect of post peak instability. It was studied the variability of the flexural test results on steel fiber reinforced concrete beams, and it was noticed that this variability is not only related to the distribution of fibers but also to the orientation, position, inclination and embedded length in the failure plane of concrete beam. After that, it was defined the configuration, number of beams, and tests procedures to be used during the validation of the analytical model. The model developed by Prudêncio Jr. et al. (2006) was validated with experimental test results of fiber reinforced concrete beams with four fiber types and three fiber contents. This model was able to predict the steel fiber reinforced concrete post cracking behavior, under flexural loads. Finally, it is discussed the tests procedures; forces, displacements, strains, neutral axis position and crack mouth opening measurement; beam test configuration and the variability of the flexural beam test results.

Key-words: fiber reinforced concrete, fiber steel, flexural toughness, post cracking behavior

### 1. INTRODUÇÃO

O emprego de materiais fibrosos para reforçar materiais de construção com características frágeis, conferindo-lhes a característica de ductilidade, não é algo novo ou desconhecido. Cabanas construídas com argila reforçada com palhas e tijolos reforçados com pelos de animais são exemplos clássicos do emprego das fibras como material de reforço (CÁNOVAS, 1997; JONHSTON, 1994).

Segundo Naaman (1985) o desenvolvimento das fibras para reforço de concreto pode ser dividido em dois períodos. O primeiro corresponde ao período anterior a 1960, quando aconteceu um desenvolvimento lento, caracterizado pelo pioneirismo e com poucas aplicações do material. O segundo, a partir de 1960, que foi a época em que ocorreu um rápido desenvolvimento das fibras e um aumento na aplicação do concreto reforçado com fibras de aço.

A partir de 1960 ocorreram os modernos desenvolvimentos das fibras para reforço de concreto, originando-se uma grande variedade de fibras que são empregadas para o reforço de materiais à base de cimento, dentre as quais pode-se citar: fibras de aço (retas, onduladas, torcidas, deformadas nas extremidades com ganchos ou em forma de pá), fibras de vidro, fibras orgânicas naturais ou minerais (madeira, sisal, juta, bambu, coco, amianto, algodão, lã mineral), fibras de polipropileno (retas, onduladas, fibriladas e com extremidades em forma de botão), e outras fibras sintéticas como as fibras de náilon e poliéster.(ACCETTI; PINHEIRO, 2000; CÁNOVAS, 1997; NAAMAN, 1985, 2000)

As fibras de aço são as mais empregadas para o reforço de argamassas e concretos por apresentarem elevado módulo de elasticidade, boa aderência à pasta de cimento,

elevada resistência mecânica e facilidade de mistura à massa de concreto fresco (CÁNOVAS, 1997).

As matrizes de cimento, como o concreto de cimento Portland, são frágeis, com baixa resistência à tração e pequena capacidade de deformação. A introdução de fibras de aço no concreto convencional promove dois importantes efeitos: primeiro contribui para o reforço do compósito quando submetido a todo tipo de carregamento que induz tensão de tração, flexão e cisalhamento e, segundo, melhora a ductilidade e a tenacidade do concreto (JONHSTON, 1994). Uma razão importante para a adição de descontínuas fibras de aço na matriz de concreto é melhorar a resposta do concreto após a fissuração, isto é, aumentar a sua capacidade de absorver energia (tenacidade) e aparente ductilidade, e garantir resistência e controle à fissuração (CHEN, MINDESS e MORGAN, 1994).

Por apresentar estas características diferentes do concreto convencional, o concreto reforçado com fibras de aço é empregado em diversas situações como: estruturas hidráulicas, pavimentos de aeroportos e rodovias, pisos industriais, concreto refratário, concreto projetado para revestimento de túneis e/ou reparo de estruturas, entre outras (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 1993; McGREGOR, 1995). Quando aplicado na pavimentação de rodovias nos Estados Unidos, o concreto reforçado com fibras de aço apresentou muitas vezes desempenho superior ao do concreto convencional (RAMAKRISHAN, 1995). O concreto reforçado com fibras de aço é também bastante empregado em concreto projetado para o revestimento de túneis, como exemplos desta aplicação em Santa Catarina pode-se citar, a construção dos túneis da Via Expressa Sul em Florianópolis e os túneis da barragem de Barra Grande.

Apesar das diversas possibilidades de aplicação do concreto reforçado com fibras de aço, sabe-se que, atualmente, 90% da produção brasileira de fibras de aço é empregada em concreto para pisos industriais, sendo que o mercado brasileiro é de 15.000 toneladas ao ano de fibras de aço (QUINTA, 2004).

Na Universidade Federal de Santa Catarina, os estudos referentes ao concreto reforçado com fibras de aço iniciaram com a dissertação de Almeida (1999), na qual desenvolveu-se uma nova configuração do ensaio de placas para avaliação da tenacidade do material. Posteriormente, o Prof. Luiz Roberto Prudêncio Jr. deu continuidade aos estudos do concreto reforçado com fibras de aço durante o seu pós-doutorado na Universidade de Loughbourogh, na Inglaterra, em 2001.

Na extensa revisão de literatura, organizada durante o desenvolvimento deste trabalho, observa-se que há muitos estudos referentes à avaliação do desempenho do concreto reforçado com fibras de aço. Inicialmente, estes estudos foram conduzidos com o objetivo de determinar a influência da adição das fibras de aço nas propriedades do concreto, sendo elas: resistência à compressão, resistência à tração, resistência à abrasão, resistência à flexão, tenacidade, resistência ao impacto, controle de fissuração, entre outros. Nestes trabalhos, foi avaliada a influência de diversos parâmetros, tais como: tipo, volume, características geométricas das fibras empregadas e resistência da matriz de concreto, no comportamento à flexão do concreto reforçado com fibras de aço.

Muitas outras pesquisas também foram realizadas envolvendo ensaios de arrancamento de fibras com o intuito de entender o mecanismo de aderência entre as fibras e a matriz de concreto, de avaliar a capacidade das fibras de absorver energia e de verificar a influência do posicionamento, do comprimento e da geometria das fibras na resposta das fibras ao esforço de tração.

Posteriormente, com a necessidade de se determinar melhor as propriedades do concreto reforçado com fibras de aço, surgiram diversas metodologias de ensaio que objetivavam principalmente avaliar a propriedade de tenacidade sob o ensaio de flexão de vigas. Muitos procedimentos de ensaios foram desenvolvidos em diversos países, contudo, observa-se diferenças significativas entre as características dos ensaios prescritas por cada normalização, principalmente no que se refere ao tamanho da viga a ser ensaiada. Estas diferenças nas metodologias de ensaio dificultam a comparação de resultados experimentais conduzidos com base em diferentes normas e, muitas vezes, obtêm-se respostas contraditórias quanto ao desempenho de um determinado tipo de concreto reforçado com fibras de aço avaliado por diferentes métodos.

Além dos métodos de ensaio, algumas normas indicam procedimentos para avaliar a tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço através da determinação de índices de tenacidade, como o descrito pela ASTM C 1018 : 1994b, ou através do cálculo de uma resistência à flexão equivalente com o prescrito pela JSCE-SF4 : 1984. Porém, a utilização destes parâmetros para avaliar a tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço é severamente criticada por diversos pesquisadores por não avaliarem corretamente a influência do tipo e teor de fibra utilizado e de outros parâmetros, por muitas vezes levar a uma interpretação errônea dos resultados que não se correlacionam com a resposta do material quando ensaiado sob o esforço de flexão e pela dificuldade de utilizar estes índices de tenacidade para estimar a resposta de um determinado tipo de concreto reforçado com fibras de aço sob o esforço de flexão.

Diante deste panorama, alguns pesquisadores iniciaram estudos referentes à avaliação do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço, objetivando, principalmente, estimar a curva carga por deslocamento do concreto quando submetido ao esforço de flexão. Os trabalhos desenvolvidos por Casanova e Rossi (1996), Armelin (1997), Jones (1998) e RILEM TC 162-TDF (2000b) destacam-se, nesta área, por apresentarem modelos teóricos capazes de estimar o comportamento à flexão após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço. Entretanto, os modelos teóricos criados por estes autores estão baseados, principalmente, na utilização dos resultados dos ensaios de arrancamento de fibras individuais ou em conjunto, mas submetidas à tração direta, para considerar a contribuição destas na capacidade de suporte dos concretos reforçados com fibras de aço após a fissuração. Sabe-se, contudo, que muitas vezes a resposta desse tipo de ensaio não se correlaciona bem com o desempenho das fibras quando empregadas em concretos solicitados ao esforço de flexão. Isto ocorre porque na viga ensaiada à flexão as fibras de aço estão distribuídas aleatoriamente e randomicamente e muitas vezes umas próximas às outras, enquanto que no ensaio de tração direta utiliza-se apenas uma fibra posicionada em determinada inclinação, não sendo, portanto, possível de se avaliar o efeito de um conjunto de fibras dispersas em diferentes posições e nem mesmo o efeito de uma fibra sobre a outra neste ensaio de tração direta (JONHSTON, 1994). Para Naaman e Shah (1976), quando tem-se um maior número de fibras na seção fraturada, a aproximação das fibras entre si causam perturbações na matriz de concreto, o que ocasiona maiores danos à matriz durante o processo de arrancamento das fibras, e consequentemente uma queda na carga suportada pelas fibras. Por isso, tais autores concordam que os ensaios de arrancamento de uma única fibra para prever o comportamento das fibras na matriz de concreto podem levar a interpretações errôneas da resposta das fibras, superestimando-se a capacidade das fibras ao esforço de arrancamento.

Considerando as limitações existentes na concepção e/ou ensaios para implementação dos modelos teóricos, Prudêncio Jr. et al (2006) desenvolveram um novo modelo teórico para determinação do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço. Tais autores propõem a utilização dos resultados de ensaio de flexão em vigas para considerar, no modelo teórico, a contribuição das fibras na resistência à tração do concreto após a fissuração. Assim, os autores supõem que, por meio do ensaio de flexão em vigas de concreto reforçado com fibras de aço, é possível inferir a curva que relaciona a força de arrancamento das fibras e a abertura da fissura, necessária para modelar o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço quando submetido à flexão.

O modelo teórico proposto por Prudêncio Jr. et al (2006) apresenta uma vantagem em relação aos demais por não estar fundamentado no ensaio de arrancamento de fibras por tração direta. Contudo, tais autores não fizeram uma verificação experimental consistente da validade do modelo proposto, baseando suas conclusões em resultados experimentais de pesquisas anteriores. Além disso, sabe-se que o ensaio de flexão em vigas de concreto reforçado com fibras de aço apresenta elevada variabilidade em seus resultados e o número de corpos-de-prova utilizados em tais estudos era geralmente muito pequeno.

Outrossim, há necessidade de se compreender melhor os fatores que afetam a variabilidade do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, buscando a obtenção de resultados de ensaios confiáveis, com boa repetibilidade e baixa dispersão para permitir a validação dos modelos teóricos de estimativa da capacidade resistente do concreto reforçado com fibras de aço baseado nestes ensaios.

#### 1.1 Objetivos

#### **1.1.1 Objetivo geral**

Estudar, analítica e teoricamente, o comportamento após a fissuração de vigas de concreto reforçado com fibras de aço submetidas à flexão.

#### 1.1.2 Objetivos específicos

- a) Definir procedimentos e equipamentos de ensaio de flexão a quatro pontos em vigas de concreto reforçado com fibras de aço, buscando monitorar as cargas, os deslocamentos, as aberturas de fissura e as deformações à compressão do concreto de forma precisa e confiável;
- b) avaliar a influência da presença e do posicionamento de entalhes para induzir o início de fissuração durante o ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço;
- c) estudar comparativamente diferentes procedimentos para a medição da abertura de fissuras ao longo do ensaio de flexão em vigas;
- d) verificar a viabilidade de utilização de imagens fotográficas para o monitoramento da evolução e abertura de fissura durante o ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço;
- comparar os resultados do ensaio de flexão em vigas obtidos de acordo com a metodologia de ensaio proposta pela ASTM C 1018 : 1994b e pela ASTM C 1399 : 2002;
- f) avaliar se a metodologia de ensaio proposta pela ASTM C 1399 : 2002 é capaz de minimizar os efeitos da instabilidade pós-pico verificada nos ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com baixo volume de fibras de aço;
- g) analisar a variabilidade do ensaio de flexão em vigas, buscando definir quais fatores estão relacionados com esta variabilidade;
- h) investigar a influência da quantidade e da disposição das fibras de aço, presentes na seção fraturada da viga, no resultado do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço;
- verificar a validade de um modelo para a estimativa do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço baseado em ensaios de vigas;
- j) comparar os resultados teóricos com os resultados experimentais do ensaio de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, com diferentes características, tais como: geometria da viga, volume e tipo de fibra de aço;

- k) desenvolver um programa computacional baseado no modelo teóricoexperimental, fundamentado em ensaios de vigas para a estimativa do comportamento do concreto reforçado com fibras de aço após a fissuração, para auxiliar na implementação do referido modelo;
- verificar a validade das considerações feitas na formulação teórica do modelo baseado em ensaios de vigas, analisando comparativamente as tensões, deformações, deslocamentos e abertura de fissuras, obtidas teoricamente com as obtidas em ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

#### **1.2 Originalidade da Tese**

Esta tese apresenta originalidade uma vez que seu objetivo principal está fundamentado em um modelo teórico único para a estimativa do comportamento após a flexão do concreto reforçado com fibras de aço, sendo que tal modelo teórico não foi testado com dados experimentais.

Nos trabalhos consultados para o desenvolvimento desta tese encontrou-se uma dificuldade de entendimento dos modelos teóricos, pois a descrição destes era sempre feita de forma muito sucinta. Por isso, nesta tese é apresentada uma revisão bibliográfica sobre o tema em questão, descrevendo detalhadamente os diversos modelos teóricos existentes para a avaliação do comportamento à flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, sendo feita, inclusive, uma análise comparativa entre estes modelos teóricos.

Além disso, o trabalho propõe-se a desenvolver uma metodologia de ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, sugerindo uma nova configuração de viga, novos procedimentos para monitoramento de deslocamentos e abertura de fissuras que não foram empregados anteriormente em trabalhos científicos da área.

Outra contribuição importante desta tese é o emprego de amostras com um número estatisticamente representativo de vigas para a análise dos parâmetros investigados. Na análise da variabilidade do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço em duas configurações distintas de vigas, foram empregadas amostras com o número de vigas superior a 30. Na etapa de obtenção de dados do ensaio de flexão, como as curvas carga por deslocamento, as amostras referentes a cada um dos parâmetros foram compostas por 12 vigas, enquanto que na maioria dos trabalhos encontrado na literatura o tamanho da amostra não é superior a 6 vigas.

#### 1.3 Conteúdo da Tese

Esta tese de doutorado está dividida em 5 capítulos, além deste introdutório. No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre o concreto reforçado com fibras de aço, sendo descritos: o mecanismo de interação entre a fibra e a matriz de concreto, o efeito das fibras na tenacidade do concreto, os ensaios para a avaliação da tenacidade e os fatores que afetam a tenacidade e a medida da tenacidade. No Capítulo 3 são descritos os diferentes modelos teóricos existentes na literatura para a avaliação do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço, incluindo o detalhamento do modelo teórico investigado nesta tese. Os materiais e procedimentos de ensaios, bem como as variáveis avaliadas e os testes experimentais realizados nesta tese são descritos no Capítulo 4. Neste capítulo são detalhadas as modificações propostas nos equipamentos e aparatos de ensaio desenvolvidos para a medição das cargas, dos deslocamentos, das aberturas de fissuras e das deformações durante o ensaio de flexão de viga. A apresentação e análise dos resultados são descritas no Capítulo 5, no qual é dada especial atenção à validação do modelo teórico investigado. No Capítulo 6 constam as considerações finais deste trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

### 2. O CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

O American Concrete Institute (1993) define o Concreto Reforçado com Fibras de Aço (CRFA) como um material compósito feito de cimento hidráulico, agregados graúdos e miúdos, e pequenas fibras de aço dispersas e descontínuas, podendo também conter pozolanas e aditivos que são comumente empregadas no concreto convencional.

Os efeitos da adição de fibras de aço ao concreto são resumidos por Mindess (1995) nos seguintes itens:

- As fibras, quando empregadas em teores inferiores ao volume crítico, têm pouco ou nenhum efeito na resistência estática do concreto, isto é, nas resistências à tração, compressão ou flexão; similarmente têm pouco efeito na resistência ao cisalhamento, à torção ou à abrasão.
- b) As fibras, em alguns casos, são também efetivas na melhoria das propriedades dinâmicas do concreto, particularmente na resistência à fadiga e no comportamento sob carregamento de impacto.
- c) As fibras aumentam consideravelmente a tenacidade ou a energia à fratura do concreto.
- d) As fibras podem melhorar a componente mecânica de aderência entre o concreto e as barras de reforço convencionais tanto em carregamentos estáticos quanto em carregamentos dinâmicos, porque as fibras atuam como inibidoras da propagação das fissuras oriundas da deformação das barras de aço.
- e) As fibras não têm muito efeito sobre a fluência do concreto, contudo apresentam considerável influência sobre a retração. As fibras de polipropileno em dosagens de até 0,1% em volume podem reduzir a retração plástica, mas nesta dosagem

têm pouco efeito sobre a retração por secagem. As fibras de aço podem diminuir a retração plástica, contudo seu efeito é mais significativo na redução da retração por secagem.

- f) As fibras podem ser utilizadas para substituir as malhas de aço empregadas em lajes e pavimentos de concreto. As fibras aleatoriamente distribuídas na massa de concreto permitem a transferência uniforme das tensões e conseqüentemente contribuem para o controle da fissuração das peças. Distintamente, as malhas de aço para efetivamente controlarem a fissuração das lajes e pavimentos, devem estar corretamente posicionadas na parte tracionada da peça, o que muitas vezes não ocorre devido à dificuldade de manter tais malhas na parte superior do pavimento durante a moldagem deste.
- g) As fibras podem reduzir a permeabilidade do concreto, mas este efeito não é muito significativo.

Estas características do concreto reforçado com fibras e o seu desempenho dependem de uma série de fatores, tais como: tipo de material, geometria, forma de distribuição, orientação e concentração da fibra e características da matriz de concreto (ZOLLO, 1997).

A influência do tipo de material da fibra no comportamento do concreto reforçado com fibras não será discutida neste trabalho, uma vez que no mesmo trata-se apenas do estudo do concreto reforçado com fibras de aço. Porém, segundo Naaman (2000), independentemente do tipo de fibra, para que a fibra tenha uma influência efetiva nas propriedades do concreto é necessário apresentar algumas características, tais como:

- a) a resistência à tração da fibra deve ser maior do que a resistência à tração da matriz de concreto, na ordem de duas a quatro vezes;
- b) a resistência de aderência da fibra com o concreto deve ser semelhante ou superior a resistência à tração da matriz de concreto;
- c) o módulo de elasticidade à tração da fibra deve ser superior ao módulo de elasticidade à tração da matriz de concreto;
- d) o coeficiente de Poisson e o coeficiente de expansão térmica devem ser semelhantes ou superiores ao da matriz de concreto. O coeficiente de Poisson das

fibras deve preferencialmente ser superior ao coeficiente de Poisson da matriz de concreto para evitar o descolamento da fibra pelas tensões de tração, contudo este efeito pode ser minimizado com a ancoragem mecânica das fibras.

Existe uma infinita combinação geométrica de fibras de aço para serem empregadas no reforço do concreto. As propriedades geométricas que podem ser alteradas são: a forma da seção transversal, o comprimento, o diâmetro, o diâmetro equivalente e a superfície (NAAMAN, 2000).

A seção transversal das fibras pode ser circular ou qualquer outra forma poligonal (NAAMAN, 2000). Para as fibras que não possuem seção transversal circular é comum determinar-se o diâmetro equivalente da fibra, o que corresponde ao diâmetro de um círculo que possui a mesma área da seção transversal da fibra em questão (ZOLLO, 1997). Fibras com pequeno diâmetro equivalente apresentam baixa rigidez à flexão, mas uma certa habilidade para ocupar os espaços na pasta de cimento. Fibras com grande diâmetro equivalente apresentam grande rigidez à flexão, contudo influenciam na consolidação dos agregados durante os processos de mistura e adensamento (ZOLLO, 1997). O diâmetro equivalente das fibras utilizadas em concreto varia entre 0,4 e 0,8 mm (NAAMAN, 2000), podendo ser utilizadas fibras de até 1 mm de diâmetro (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 1993).

O comprimento das fibras de aço empregadas no concreto varia entre 12,7 mm e 63,5 mm. Um parâmetro numérico para descrever a geometria da fibra é o fator de forma ou relação de aspecto, que corresponde à relação entre o comprimento da fibra e o seu diâmetro equivalente. Este parâmetro varia entre 30 e 100 para as fibras de aço normalmente empregadas em concreto (AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, 1993).

Para desenvolver uma melhor aderência entre a fibra de aço e a matriz de concreto, a fibra pode ter sua geometria modificada ao longo do seu comprimento alterando sua superfície ou incluindo deformações mecânicas. Assim, as fibras podem ser: lisas, dentadas, deformadas, onduladas ou corrugadas, enroladas, torcidas e deformadas nas extremidades em forma de ganchos, pás, botões ou qualquer outro tipo de ancoragem (NAAMAN, 2000). As configurações típicas das fibras empregadas no concreto reforçado com fibras de aço são apresentadas na Figura 1.



Figura 1: Configurações típicas das fibras de aço empregadas em concreto (NAAMAN, 2000).

Com relação à concentração ou quantidade de fibras empregada no concreto, é comum quantificar-se as fibras em relação ao volume de concreto reforçado que correspondem, denominando-se assim o teor de fibras em volume ( $V_f$ ), podendo-se também quantificar as fibras em relação à proporção em massa correspondente. A proporção em massa apresenta a desvantagem de estar vinculada à massa específica da própria fibra, de forma que comparações de teores para fibras de massas específicas muito distintas não têm sentido em valor nominal (ARMELIN, 1992). Naaman (2000) exemplifica estas definições considerando que 1% em volume de fibras de aço no concreto corresponde a aproximadamente 80 kg de fibra para 1 m<sup>3</sup> de concreto, enquanto que 1% em volume de fibras de polipropileno corresponde a apenas 9,2 kg de fibra para 1 m<sup>3</sup> de concreto.

Segundo o American Concrete Institute (1993), o teor usual de emprego de fibras de aço em concreto varia entre 0,25% em relação ao volume, isto corresponde a aproximadamente 20 kg/m<sup>3</sup> em massa, e 2% em volume, ou seja 157 kg/m<sup>3</sup>. Armelin (1992) apresentou uma compilação de teores de fibras empregados por diversos autores, sendo que estes teores variaram entre 1,5% e 4% em volume. Para Naaman (2000), o teor típico de fibras em concreto é sempre inferior a 2% em volume, porém, considera que os compósitos de cimento de alto desempenho reforçados com fibras de aço podem incluir teores entre 2% e 15% em volume.
#### 2.1 Interação fibra-matriz de concreto

As fibras são adicionadas ao concreto para promover, após a fissuração, as principais funções: aumentar a resistência do compósito superando a resistência da matriz, garantindo um meio de transferência de tensões e cargas ao longo das fissuras e, a mais importante, aumentar a tenacidade do compósito garantindo um mecanismo de absorção de energia que está relacionado com o processo de descolamento e arrancamento das fibras entrelaçadas ao longo da fissura. (BENTUR; MINDESS, 1990)

Estes efeitos no concreto com o emprego das fibras ocorrem porque, durante o carregamento do compósito, a matriz ao atingir seu limite elástico irá fissurar primeiro e, então, toda a carga será suportada pelas fibras. As fibras suportam este carregamento adicional de forma contínua levando à fissuração múltipla e ao aumento da deformação e energia de ruptura do compósito. (ALLEN, 1971 *apud* BENTUR; MINDESS, 1990)

Para Naaman e Najm (1991), a natureza da aderência entre a fibra e a matriz de cimento é muito complexa devido à presença e à ação combinada de vários componentes adesivos, tais como:

- a) adesão física e química entre a fibra e a matriz;
- b) componente mecânica de aderência, como: fibras deformadas, corrugadas e com final deformado; e
- c) entrelaçamento entre fibras, causado normalmente por um elevado volume de fibras.

Um melhor entendimento da influência da adição de fibras no desempenho do concreto reforçado com fibras de aço pode ser atingido compreendendo-se melhor a atuação das fibras dentro da massa de concreto através da análise da interação fibra-matriz. Esta interação fibra-matriz pode ser avaliada pelos mecanismos de formação e propagação de fissuras e pelo comportamento ao arrancamento (*pull out*) das fibras de aço.

# 2.1.1 Mecanismos de formação e propagação de fissuras no concreto reforçado com fibras de aço

A formação e a propagação de fissuras exercem um papel importante no comportamento dos materiais à base de cimento. Portanto, para uma correta avaliação do comportamento do concreto reforçado com fibras de aço após a fissuração é necessário utilizar análises teóricas de formação e propagação de fissuras (HILLERBORG, 1980).

Segundo Callister Jr. (2002), durante a propagação de uma fissura, existe uma liberação de energia denominada "energia de deformação elástica", ou seja, parte da energia que é armazenada no material, à medida que ele é elasticamente deformado, é liberada. Além disso, durante o processo de extensão da fissura, são criadas, nas suas faces, novas superfícies livres que dão origem ao aumento da energia de superfície do sistema.

Para Hillerborg (1980), esta teoria clássica de mecânica da fratura é aplicada somente para casos em que a região fraturada presente na ponta de uma fissura é muito pequena comparada a toda a extensão da fissura. Como esta região fraturada é da ordem de 50 a 200 mm no concreto convencional, a aplicabilidade da teoria da mecânica da fratura para corpos-de-prova ou estruturas de concreto é questionável. Segundo tal autor, para o caso de concreto reforçado com fibras de aço, a região fraturada é ainda maior do que no caso do concreto convencional e, desta forma, a aplicação da teoria da mecânica da fratura é mais questionável ainda.

Analisando trabalhos de diversos autores, Swamy (1980) também conclui que o fator de intensidade de tensão crítica à fratura ( $K_{Ic}$ ) e a energia crítica à fratura ( $G_{Ic}$ ) são parâmetros que sofrem influência significativa da geometria do corpo-de-prova ensaiado, da geometria da fissura, do tipo de carregamento e do tipo de teste adotado e por isso não podem ser aplicados para avaliar a resistência à propagação de fissuras dos materiais à base de cimento. Segundo o mesmo autor, outras limitações verificadas ao utilizar-se tais parâmetros decorre do fato que os mesmos não consideram o efeito do crescimento da fissura durante a aplicação da carga, o que leva, muitas vezes, a uma subestimação do comprimento da fissura para os cálculos e verifica-se, também, uma dificuldade de determinar o comprimento exato da fissura no momento da instabilidade.

Diante disso, Hillerborg, Modéer e Petersson (1976) e Hillerborg (1980) apresentam um modelo para representar o comportamento à fratura do concreto convencional.

Este modelo foi denominado "modelo de fissura fictícia" e é descrito conforme apresentado na Figura 2.



**Figura 2 :** Esquematização da fissuração do concreto convencional: a região fraturada ou região de processo, a região de entrelaçamento dos agregados e a região de tração livre, segundo o modelo de fissura fictícia (MFF) (RILEM TC 162-TDF, 2002).

Neste modelo são feitas algumas simplificações:

- a) Somente as forças de tração normal ao plano de fratura são consideradas;
- b) a região de processo (ou região fraturada), a região de entrelaçamento dos agregados e a região de tração livre são modeladas como um plano único de fissuração;
- c) a fissura fictícia corresponde à região de processo e a região de entrelaçamento dos agregados. O comportamento mecânico da fissura fictícia é caracterizado pela relação tensão-abertura de fissuras, onde a tensão de tração é função da abertura de fissuras.
- A fissura fictícia é formada tão logo a tensão de tração aplicada atinja a tensão de tração máxima.
- e) O comprimento da fissura fictícia não pode ser pequeno comparado à dimensão da estrutura.

Os itens c e d admitem a relação tensão-abertura de fissura  $\sigma_w$  (w) e que esta função é decrescente, considerando as relações expressas nas Equações 1 e 2.

$$\sigma_{w}(0) = f_{t} \tag{1}$$

$$\sigma_w(w_c) = 0 \tag{2}$$

onde:

 $f_t$  = resistência máxima à tração do concreto w = abertura de fissura

A energia de fratura do material (G<sub>F</sub>) é calculada como a área sob a curva  $\sigma_w$  (w), conforme a Equação 3.

$$G_F = \int_0^{w_c} \sigma_w(w) dw \tag{3}$$

onde:

 $G_F$  = energia de fratura do material  $\sigma_w(w)$  = tensão em função da abertura de fissura w = abertura de fissura

Para Gopalaratnam e Shah (1985) a energia de fratura pode também ser calculada como a área sob a curva carga por deslocamento obtida a partir do ensaio de tração, correspondendo à energia necessária para a fratura do material ( $G_F$ ). Os autores verificaram que os valores de  $G_F$  são muito superiores aos valores energia crítica à fratura ( $G_{Ic}$ ) e concluem que, sem considerar as modificações na teoria da mecânica da fratura para considerar os efeitos de crescimento de fissura e o desenvolvimento da região de processo de fratura, não é possível aplicar a teoria da mecânica da fratura para calcular a energia de fratura dos compostos à base de cimento.

Para o caso do concreto reforçado com fibras de aço, Swamy (1980) verificou que, por causa da presença de fibras na ponta da fissura, da resistência à propagação de fissuras promovida pelas fibras e da inexistência de uma fratura brusca devido ao entrelaçamento promovido pelas fibras, a análise da formação e propagação de fissuras baseada apenas na determinação dos parâmetros  $K_{Ic}$  e  $G_{Ic}$  não pode ser aplicada para os concretos reforçados com fibras de aço. Para a RILEM TC 162-TDF (2002), no concreto reforçado com fibras de aço, durante a abertura da fissura, há o entrelaçamento das fibras ao longo da abertura da fissura e, como as fibras possuem um comprimento maior do que o valor da abertura de fissura, também o parâmetro w<sub>c</sub>, representado na Figura 2, torna-se irrelevante, pois não há a região de tração livre e a relação  $\sigma_w(w)$  existe ao longo de toda a fissura. Desta forma, para os autores, a energia G<sub>F</sub> calculada conforme a Equação 3 perde seu significado.

Neste sentido, torna-se necessário entender a formação de fissuras, bem como determinar os fatores que influenciam ao longo de todo o comprimento da fissura durante o processo de abertura de fissuras do concreto reforçado com fibras de aço.

Quando o concreto reforçado com fibras de aço é submetido ao esforço de tração, e conseqüente fissuração, as fibras permanecem atravessando a fissura, impondo uma resistência à sua abertura e causando na sua superfície o efeito denominado de "fechamento de fissura" ou "interligamento da fissura". Por isso, no concreto reforçado com fibras de aço, diferentes formas de fratura podem resultar, dependendo da capacidade das fibras de promoverem o efeito de interligamento da fissura. Se as fibras são quebradas ou arrancadas durante o início do processo de fissuração ou se as fibras não podem mais suportar a carga após a formação da primeira fissura, então, a resistência de primeira fissura corresponde à resistência máxima à tração e a deformação após a primeira fissura é governada pela abertura de uma única fissura e pelo arrancamento ou quebra das fibras ao longo da fissura. Este comportamento é mostrado na Figura 3(a) e denominado de "comportamento de amolecimento após a fissuração". Se, por outro lado, as fibras forem capazes de sustentar mais carga, mesmo após a formação da primeira fissura, mais fissuras irão se formar, ocorrendo o que é denominado de fissuração múltipla, conforme o apresentado na Figura 3(b). Este comportamento de múltipla fissuração é conhecido como "comportamento de endurecimento ou falso endurecimento após a fissuração". (RILEM TC 162-TDF, 2002)

Para melhor compreender o mecanismo de formação e propagação de fissuras, é considerado apenas o comportamento de amolecimento após a fissuração (RILEM TC 162-TDF, 2002), ou seja, a formação de uma única fissura, e é necessário introduzir conhecimentos relativos aos mecanismos de fratura do concreto (LI; MAALEJ, 1996; RILEM TC 162-TDF, 2002). A formação e propagação de fissuras são governadas pela atuação de diversos mecanismos que estão posicionados diferentemente nas diversas regiões da fissura, conforme a Figura 4.



Figura 3 : Princípio da única fissura e da fissuração múltipla. Os corpos-de-prova são carregados à tração e a curva carga por deslocamento e a configuração do processo de fissuração são mostrados: (a) única fissura – comportamento de amolecimento após a fissuração; (b) fisuração múltipla – comportamento de endurecimento ou falso endurecimento após a fissuração (RILEM TC 162-TDF, 2002).



Figura 4: Esquematização dos diversos mecanismos que atuam na região da fissura do concreto reforçado com fibras de aço (LI; MAALEJ, 1996).

A região fissurada é dividida em três grandes regiões: região frontal; região da ponta da fissura e região da fissura propriamente dita, sendo esta última governada pelos mecanismos de entrelaçamento dos agregados e entrelaçamento das fibras. (LI; MAALEJ, 1996)

Na região frontal atua o mecanismo de microfissuração. Esta microfissuração ocorre devido à exsudação existente no interior do concreto que ocasiona a formação de uma região mais fraca na interface argamassa-agregado graúdo e devido à retração interna que ocasiona tensões de tração superiores à resistência à tração do concreto. A microfissuração ocasiona a redução do módulo de elasticidade da região frontal, resultando em uma redução da tensão na ponta da fissura e, por isso, o material apresenta uma tenacidade superior à tenacidade do material não fissurado. (LI; MAALEJ, 1996)

Na região da ponta da fissura atuam os mecanismos de desvio da fissura e de sinuosidade da fissura. O desvio da fissura ocorre quando ela encontra um agregado com resistência elevada não podendo ultrapassá-lo, desviando, assim, o seu curso. O mecanismo de sinuosidade da fissura ocorre quando esta encontra um agregado e não consegue desviar totalmente de forma a mudar o seu curso como no caso do desvio da fissura e nem consegue atravessar o agregado. Nesta situação a fissura passa a contornar o agregado caminhando pela interface argamassa-agregado. Estes dois mecanismos são responsáveis pela característica tortuosa apresentada pelas fissuras em concreto e contribui para o mecanismo de tenacidade por dificultar a propagação da fissura. (LI; MAALEJ, 1996)

Na região da fissura, a tenacidade do compósito é garantida pelos mecanismos de descontinuidade de fissuras provocadas pelos agregados, entrelaçamento dos agregados e entrelaçamento das fibras. A fissura, ao encontrar um agregado, pode não conseguir rompê-lo e nem mesmo alterar seu curso como nos mecanismos de desvio e sinuosidade da fissura. Assim não ocorrem danos na região próxima ao agregado e surge uma fissura na argamassa entre os agregados, dificultando a sua propagação. (LI; MAALEJ, 1996)

Ao entrelaçamento dos agregados é atribuído o papel de principal responsável pelo comportamento de amolecimento após a fissuração do concreto sem reforço e por este motivo é também muito importante para entender e mensurar o comportamento de amolecimento após a fissuração do concreto reforçado com fibras.

Gopalaratnam e Shah (1985) desenvolveram um modelo analítico para a determinação do comportamento de amolecimento após a fissuração do concreto convencional, considerando que existe uma única relação entre a tensão e a abertura de fissura. A relação entre a tensão pós-pico e a abertura de fissura é dada pela Equação 4.

$$\sigma = \sigma_p \left( e^{-kw\lambda} \right) \tag{4}$$

onde:

 $\sigma$  = tensão de tração (MPa)  $\sigma_p$  = valor de pico da tensão de tração (MPa) w = abertura da fissura (mm) k e  $\lambda$  = constantes, admitindo-se os valores de 60,787 e 1,01, respectivamente

Stang (1992 apud LI e MAALEJ, 1996) apresenta outra formulação para modelar o comportamento de amolecimento após a fissuração do concreto sem reforço a partir da curva carga por abertura de fissuras do ensaio de tração direta do concreto. Neste modelo, a tensão devido ao entrelaçamento dos agregados ( $\sigma_a$ ) é determinada pela Equação 5.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_m^u}{1 + \left(\frac{w}{w_0}\right)^p} \tag{5}$$

onde:

 $\sigma^{u}_{m}$  = tensão máxima devido ao entrelaçamento dos agregados quando  $\delta$ =0 p = parâmetro que define a forma do processo de amolecimento, com a abertura da fissura, assume o valor de 1,2 w = abertura de fissura

 $w_0$  = corresponde à abertura de fissura para que seja atingida a metade de  $\sigma^u_m$ , assumindo-se  $\delta_0$  = 0,015mm.

Na Figura 5 apresentam-se as curvas da relação da tensão de tração por máxima tensão de tração devido ao entrelaçamento dos agregados por abertura de fissuras obtidas pelas equações citadas anteriormente, observando-se que os valores obtidos pela equação de Stang (1992 apud LI e MAALEJ, 1996) são ligeiramente superiores aos obtidos pela equação proposta por Gopalaratnam e Shah (1985).



**Figura 5 :** Curvas relação de tensão por abertura de fissura obtidas pelas equações de Stang (1992 apud LI e MAALEJ, 1996) e de Gopalaratnam e Shah (1985).

Para compreender e mensurar a contribuição do entrelaçamento das fibras na região fissurada na tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço, é necessário inicialmente avaliar o comportamento ao arrancamento das fibras dentro da matriz de concreto, uma vez que, quando as fibras estão atravessando a fissura e promovendo a capacidade de suporte, predominam esforços de tração na fibra. Devido à importância desta contribuição das fibras no aumento da tenacidade do concreto, especial atenção será dada no próximo item desta revisão bibliográfica para o comportamento ao arrancamento das fibras de aço no interior da matriz de concreto, procurando-se avaliar a influência da geometria, posicionamento e volume de fibra, bem como das características da matriz de concreto na qual as fibras estão embebidas.

#### 2.1.2 Comportamento ao arrancamento (*pull out*)

O estudo do comportamento das fibras no interior da matriz por meio de ensaios de arrancamento de fibras (*pull out test*) é muito utilizado para compreender melhor as variáveis que interferem na interface fibra-matriz, como: aderência, fricção e ancoragem mecânica e, também, a influência do tipo, do ângulo de posicionamento e do comprimento embebido da fibra. Assim, diversos modelos foram desenvolvidos com o intuito de avaliar a ligação e todo o processo de descolamento e arrancamento das fibras na matriz de concreto.

Inicialmente, Bentur (1989) propôs um modelo simplificado para simular a ligação, transferência de tensões e arrancamento das fibras da matriz, conforme o apresentado na Figura 6.



**Figura 6 :** (a) Modelo simplificado de arrancamento para simular ligação, arrancamento e transferência de tensões no compósito reforçado com fibras e (b) balanço de forças ao longo das fibras (BENTUR, 1989).

A distribuição de tensões na fibra e na interface determinada a partir deste modelo é apresentada na Figura 7.



**Figura 7 :** Distribuição de tensões de cisalhamento na interface fibra-matriz e resistência à tração ao longo da fibra no ensaio de arrancamento: (a) transferência de tensão elástica; (b) transferência de tensão friccional e (c) transferência de tensões elástica e friccional combinadas (BENTUR, 1989).

Analisando-se a Figura 7, observa-se que no ponto de entrada da fibra na matriz há uma concentração de tensão de cisalhamento interfacial, o que na prática pode gerar o descolamento deste ponto mesmo quando a força de arrancamento é relativamente pequena (menor do que a força necessária para a ruptura da fibra). Este descolamento da fibra da

matriz pode gerar dois tipos de mecanismos de arrancamento da fibra depois do descolamento:

- a) Nenhuma tensão de cisalhamento poderia ser suportada pela interface, o que ocasionaria o rompimento catastrófico devido ao arrancamento da fibra da matriz mesmo mantendo-se a força constante.
- b) A resistência ao escorregamento poderá ser induzida por um mecanismo friccional, o que proporcionaria uma resistência constante às tensões de cisalhamento friccional ao longo da zona descolada e a ruptura não ocorre bruscamente, pois há um descolamento progressivo ao longo da fibra. Neste estágio progressivo, o cisalhamento friccional e o cisalhamento elástico ocorrerão simultaneamente (Figura 7(c)). Quando o descolamento for completado ao longo de todo o comprimento da fibra, uma tensão de cisalhamento friccional uniforme irá atuar ao longo da fibra (Figura 7(c)).

Naaman et al. (1991a) desenvolveram um modelo matemático para prever o comportamento das fibras lisas e retas quando submetidas ao esforço de arrancamento. Neste modelo, a curva de resposta do ensaio de arrancamento, carga de arrancamento por deslocamento, é dividida em três regiões distintas, conforme apresentado na Figura 8.



Figura 8 : Curva típica da carga de arrancamento por deslocamento para fibras lisas (NAAMAN et al., 1991a).

Na região ascendente da curva, denominada região pré-crítica, admite-se uma adesão elástica entre as fibras e a matriz e o comportamento elástico dos dois materiais. Após atingir a carga de pico, inicia-se a região de aderência parcial, onde apenas uma porção das fibras está aderida à matriz e o comportamento global é governado pela máxima tensão de aderência e pela tensão de fricção interfacial, até que todas as fibras sejam descoladas da matriz. Na terceira região, onde as fibras já estão descoladas da matriz, inicia-se o processo de arrancamento das fibras e este é controlado pela tensão de fricção que pode manter-se constante ou diminuindo em função do grau de danos causados na matriz pelo descolamento das fibras. Este dano causado na matriz pelas fibras é denominado de coeficiente de dano.

Este modelo teórico foi comparado com resultados experimentais de arrancamento de fibras lisas por Naaman et al. (1991b), em cujo trabalho verificaram uma boa correlação entre os resultados experimentais e os teóricos. Observaram ainda que as fibras contribuem muito pouco para a parte ascendente da curva, sendo mais atuantes na parte descendente, ou seja, depois de iniciado o processo de fissuração da matriz.

Outro modelo teórico semelhante ao proposto por Naaman et al. (1991a) para prever o comportamento das fibras lisas e retas sob o ensaio de arrancamento foi formulado por Wang, Li e Backer (1988) diferenciando-se apenas pelo fato de considerar que a tensão de aderência ao cisalhamento e a tensão de fricção variam com o aumento do deslocamento.

Alwan, Naaman e Hansen (1991) ao avaliarem os fatores intervenientes na resposta de arrancamento das fibras lisas e no modelo proposto por Naaman et al. (1991a), verificaram que os fatores que mais influenciam na curva carga de arrancamento por deslocamento são a tensão de fricção inicial e o coeficiente de dano. Com relação às características da fibra, observaram que há um aumento no trabalho de arrancamento das fibras com o aumento do fator de forma , mesmo quando o diâmetro é mantido constante, e com o aumento do comprimento embebido.

Apesar dos bons resultados encontrados com este modelo de previsão da resposta de arrancamento das fibras lisas da matriz de concreto, verifica-se deficiência no modelo matemático, pois o mesmo não considera a influência do ângulo de posicionamento da fibra e do volume de fibras presentes.

Naaman e Shah (1976) observaram influência do ângulo de inclinação na resposta de arrancamento das fibras lisas. Verificaram que quando a fibra está alinhada na direção de aplicação de carga (ângulo de 0°), a resistência ao arrancamento é governada apenas pela tensão de cisalhamento ao longo da interface fibra-matriz e quando o ângulo atinge o valor de 90° esta tensão é nula. Quando a fibra está numa posição inclinada surge

uma componente de tensão normal decorrente de uma aderência plástica entre a fibra e a matriz de concreto que contribui para dificultar o arrancamento da fibra. Por este motivo, em ensaios de arrancamento de fibras, pode-se observar um aumento da carga de pico com o aumento do ângulo de inclinação. No entanto, este aumento ocorre até um determinado ângulo (aproximadamente 45°) e é dependente do diâmetro da fibra.

Objetivando melhorar a aderência entre as fibras e a matriz e o desempenho das fibras quando empregadas em matrizes de cimento, foram desenvolvidas novas configurações de fibras de aço, destacando-se as fibras deformadas e as fibras com deformações nas extremidades. Diante disso, diversos trabalhos foram realizados com o intuito de determinar o comportamento das fibras deformadas quando ensaiadas sob o ensaio de arrancamento.

A Figura 9 apresenta o comportamento típico de fibras deformadas quando submetidas ao ensaio de arrancamento.



Figura 9: Curva carga de arrancamento por deslocamento para fibras deformadas (NAAMAN;NAJM, 1991).

Observa-se na Figura 9 que a parte ascendente da curva é dividida em duas partes. A primeira linear, com inclinação e primeira carga de pico semelhante às observadas nas curvas de fibras lisas. A segunda parte ascendente da curva apresenta características não linear, onde a resistência ao arrancamento é devido não somente à aderência de fricção entre a fibra e a matriz (como observado nas fibras lisas), mas também devido à uma força adicional provida pelas deformações mecânicas presentes na superfície da fibra. (NAAMAN;NAJM, 1991) Naaman e Najm (1991) observaram que as fibras deformadas apresentam carga de pico significativamente maior do que as fibras lisas e que as fibras deformadas, quando solicitadas até grandes valores de deslocamento, apresentam um comportamento cíclico na curva carga por deslocamento (Figura 10).



Figura 10: Resposta cíclica típica das fibras deformadas quando submetidas a grandes deslocamentos (NAAMAN; NAJM, 1991).

Esta resposta cíclica das fibras pode ser explicada da seguinte forma: na medida que aumenta o deslocamento, as deformações mecânicas (dentes) na superfície das fibras presentes na região da fissura tendem a destruir o concreto que as envolvem o que causa um aumento na resistência do compósito. Quando a camada de concreto próxima a região fissurada é destruída a carga diminui bruscamente até que seja atingido o valor zero. Contudo, quando as deformações atingem outra região da fibra que ainda está envolvida pelo concreto, a capacidade de suporte de carga aumenta novamente e reinicia o ciclo. (NAAMAN; NAJM, 1991)

Chanvillard e Aïtcin (1996) verificaram que o comportamento sob o esforço de arrancamento de fibras corrugadas ou onduladas embebidas na matriz de concreto depende de uma série de fatores, tais como: ângulo de orientação das fibras, comprimento embebido das fibras e resistência ou relação água/cimento da matriz de concreto, sendo este último fator o menos significativo.

Segundo os autores, o comprimento embebido das fibras influencia basicamente na forma de ruptura destas, que pode ocorrer de duas maneiras: a primeira, onde as fibras são descoladas da matriz, esticadas e então completamente arrancadas e a segunda onde as fibras se quebram antes que sejam arrancadas da matriz. O primeiro tipo de ruptura ocorre em fibras onde o comprimento embebido corresponde a uma ou duas ondulações da fibra, enquanto que o segundo tipo de ruptura ocorre nas fibras com comprimento embebido igual a três ondulações.

Quanto ao ângulo de orientação das fibras, Chanvillard e Aïtcin (1996) observaram que as fibras posicionadas paralelas à direção de aplicação da carga apresentam maiores valores da carga de pico e do trabalho de arrancamento do que os apresentados pelas fibras posicionadas a 45° do eixo de aplicação de carga. Estes resultados diferem dos encontrados para as fibras lisas, nas quais verificou-se que a carga de arrancamento era maior quando a fibra estava posicionada a um ângulo de 45°, esta diminuição da carga de arrancamento com o aumento da inclinação para as fibras corrugadas pode estar associada aos maiores danos causados na matriz de concreto durante o esticamento das ondulações da fibra o que provoca o descolamento da fibra da matriz de concreto.

O comportamento das fibras corrugadas durante o ensaio de arrancamento é ilustrado por Chanvillard e Aïtcin (1996) conforme apresentado na Figura 11.



**Figura 11 :** Curva carga de arrancamento por deslocamento para fibras corrugadas (CHANVILLARD; AÏTCIN,1996).

Segundo Chanvillard e Aïtcin (1996), no início, o comportamento ao arrancamento é elástico e perfeitamente reversível e as deformações da fibra e da matriz são compatíveis, correspondendo à região ascendente e linear da curva. Após este comportamento linear, o aumento na carga é devido à presença de pequenos cones de concreto formados pelos danos causados pela fibra à matriz, que contribuem para uma maior resistência da fibra ao esforço de arrancamento. Quando a fibra torna-se totalmente livre nesta região próxima à fissura, ou seja, é destruída totalmente a região de aderência entre a fibra e a matriz de concreto na região de fissura, inicia-se o processo de descolamento de parte da fibra que se

mantém unida à matriz e o esticamento da parte livre das fibras, correspondendo à parte descendente da curva. Com o aumento do deslocamento e abertura da fissura a aderência entre a fibra e a matriz é perdida e predomina o efeito de arrancamento das fibras.

No caso das fibras deformadas na extremidade na forma de gancho o comportamento ao arrancamento está associado a três mecanismos de aderência:

- a) a adesão, causada pela tensão de aderência ao cisalhamento na interface fibramatriz;
- b) a fricção, causada pela tensão de aderência à fricção que permite relativos deslocamentos na interface fibra-matriz quando a adesão é destruída; e
- c) a ancoragem mecânica que cria pontos localizados de transferência de tensões entre a fibra e a matriz (ROBINS; AUSTIN; JONES, 2002).

Ao contrário do que ocorre para as fibras lisas, para as fibras deformadas na extremidade não há um entendimento perfeito do comportamento ao arrancamento. Diversos são os trabalhos desenvolvidos com o intuito de conhecer e modelar o comportamento das fibras deformadas na extremidade, dentre os quais pode-se citar: Alwan, Naaman e Guerrero (1999); Armelin (1997); Banthia e Trottier (1994); Naaman e Najm (1991), Pompo, et al. (1996); Robins, Austin e Jones (2002).

Naaman e Najm (1991) descrevem o comportamento das fibras deformadas na extremidade na forma de gancho (*hooked-end*), conforme o ilustrado na Figura 12.



Figura 12 : Curva típica de carga de arrancamento por deslocamento para fibras deformadas na extremidade na forma de gancho (NAAMAN; NAJM, 1991).

Para as fibras deformadas na extremidade na forma de ganchos, a parte ascendente da curva é dividida em duas regiões, uma linear e outra não linear. A inclinação da região linear é semelhante à verificada nas curvas obtidas com fibras lisas e deformadas. Contudo, a carga de pico pode ser três ou quatro vezes maior e a deformação pode ser cem vezes superior à observada nas curvas de arrancamento de fibras lisas (NAAMAN; NAJM, 1991).

Naaman e Najm (1991) explicam o comportamento das fibras deformadas na extremidade na forma de ganchos da maneira descrita na seqüência. Tão logo ocorre a fissuração da matriz e a fibra começa a ser solicitada, inicia-se o esticamento do gancho, o que promove um aumento na capacidade de carga, correspondendo a parte não linear da região ascendente da curva. Quando o gancho está parcialmente esticado inicia também o processo de descolamento da matriz onde há uma perda de capacidade de suporte ocasionando a queda na curva carga por deslocamento. Com o aumento do deslocamento há uma diminuição da força de fricção entre a fibra e a matriz provocada pelo deslocamento total da fibra ocasionando, então, o arrancamento total da fibra e correspondendo à segunda região descendente da curva.

Pompo et al. (1996) utilizaram imagens de vídeo para acompanhar todo o processo do ensaio de arrancamento das fibras deformadas na extremidade na forma de gancho e correlacioná-lo com a curva carga de arrancamento por deslocamento medida durante o ensaio. A partir desta análise, os autores sugerem que a resposta das fibras deformadas na extremidade pode ser caracterizada em quatro regiões distintas como apresentado na Figura 13.



**Figura 13 :** Curva carga de arrancamento por deslocamento típica para as fibras deformadas na extremidade na forma de gancho (POMPO et al., 1996).

A região I corresponde à resposta elástica da matriz e das fibras, seguida do início de descolamento das fibras da matriz. A região II é caracterizada pelo esticamento do gancho, sendo que a carga de pico ocorre para deslocamentos correspondendo ao valor da deformação da fibra, aproximadamente em 4 mm, e corresponde ao final do processo de esticamento. A região III é governada pela tensão de fricção existente entre a fibra e a matriz e a região IV corresponde ao arrancamento da fibra.

Para Alwan, Naaman e Guerrero (1999), o comportamento das fibras deformadas na extremidade na forma de ganchos sob o ensaio de arrancamento pode ser explicado partindo-se do comportamento das fibras lisas. Para os autores, os dois primeiro estágios verificados nas curvas carga de arrancamento por deslocamento da Figura 8 referente as fibras lisas se repetem nas curvas de fibras com deformações na extremidade na forma de ganchos. Porém, o terceiro estágio da curva consiste na deformação e esticamento do gancho e seu arrancamento.

Alwan, Naaman e Guerrero (1999), comparando as curvas carga de arrancamento por deslocamento de fibras lisas e de fibras deformadas na extremidade na forma de gancho, observaram que a parte descendente da curva das fibras lisas apresenta uma queda brusca e contínua da carga atingindo valores insignificantes em deslocamentos próximos a 2,5 mm. As curvas das fibras deformadas na extremidade na forma de gancho apresentam, na parte descendente da curva, um segundo pico de carga, com conseqüente mudança de inclinação da curva para deslocamentos entre 2,5 e 5 mm, sendo este comportamento atribuído ao efeito da presença de ganchos nas extremidades.

Um estudo comparativo do comportamento ao arrancamento de três tipos de fibras: deformada na extremidade na forma de gancho, deformada ao longo de todo o comprimento e deformada na extremidade na forma de pás é apresentado por Banthia e Trottier (1994), e a diferença entre o comportamento das três fibras quando alinhadas ao eixo de aplicação de carga pode ser visualizado na Figura 14.

Para análise das curvas, os autores denominam o ponto final da região linear da curvas como *bend over point (BOP)*. Banthia e Trottier (1994) observaram que a ancoragem entre as fibras e a matriz promovida pelas deformações na superfície ou na extremidade das fibras contribui para um aumento na capacidade de carga após o BOP. O comportamento das fibras com deformações após o BOP depende não somente da geometria da fibra, mas

também das características do material que é fabricada a fibra e do tipo de deformação. Em alguns casos, a deformação presente na fibra proporciona uma ancoragem tão extrema que ocasiona a ruptura da fibra (caso das fibras deformadas na extremidade na forma de pás).



**Figura 14 :** Curva carga de arrancamento por deslocamento para fibras deformadas na extremidade na forma de gancho, deformadas ao longo de todo o comprimento e deformadas na extremidade na forma de pás embebidas em concreto de normal e alta resistência (BANTHIA; TROTTIER,1994).

Na Figura 14 observa-se, também, que para as fibras do tipo F2 –ondulada e F3- com pá na extremidade a resistência da matriz de concreto influenciou basicamente na região linear, ou seja, na carga máxima desta região. Na região onde já ocorreu a fissuração da matriz não há uma influência significativa da resistência desta. Para o caso das curvas carga por deslocamento das fibras do tipo F1 – com gancho na extremidade, não se observou influência da resistência da matriz na região linear antes da fissuração e nem tão pouco na curva após a fissuração.

Robins, Austin e Jones (2002) verificaram que o efeito da resistência da matriz na resposta ao arrancamento das fibras deformadas na extremidade depende da inclinação. Para as fibras paralelas à direção do eixo de aplicação de carga, houve um aumento da carga de pico e da tenacidade com o aumento da resistência da matriz, enquanto que para as fibras inclinadas, a resistência da matriz não influenciou na resposta das fibras ao arrancamento.

Banthia e Trottier (1994) analisaram também a influência do ângulo de posicionamento das fibras no desempenho ao arrancamento. Os autores verificaram que à medida que se aumenta o ângulo, diminui-se o desempenho da fibra para as fibras deformadas

ao longo de todo o comprimento e para as fibras deformadas na extremidade na forma de pás, enquanto que, para as fibras deformadas na extremidade na forma de gancho, apesar de terem sido verificadas diferenças entre as curvas obtidas para cada inclinação, não foi verificada uma relação direta entre o aumento da inclinação e a redução na carga de arrancamento.

Os ensaios de Robins, Austin e Jones (2002) com fibras deformadas na extremidade na forma de gancho posicionadas em diferentes inclinações apresentaram resultados semelhantes aos verificados por Banthia e Trottier (1994) para as fibras com extremidade deformada e Naaman e Shah (1976) para as fibras lisas, ou seja, pode haver um aumento na carga de arrancamento para algumas posições inclinadas das fibras. A influência do ângulo de posicionamento das fibras com as extremidades deformadas na forma de gancho na curva carga de arrancamento por deslocamento também foi evidenciada por Armelin (1997). Tal autor observou que na medida em que aumenta o ângulo de inclinação da fibra, a mobilização do gancho da fibra durante o processo de arrancamento inicia em deslocamentos mais elevados.

Porém, Robins, Austin e Jones (2002) verificaram, também, que a resposta do desempenho das fibras para cada inclinação depende do comprimento embebido. A resposta ao arrancamento é caracterizada por dois tipos de arrancamento: um, no qual o gancho é totalmente mobilizado, ocorre o seu completo esticamento e conseqüente arrancamento da fibra da matriz, o que ocasiona um aumento na carga de pico e no trabalho ao arrancamento, e outro no qual o gancho é parcialmente esticado resultando na redução do desempenho ao arrancamento das fibras. O primeiro tipo de resposta ocorre quando o comprimento embebido da fibra é superior ao comprimento do gancho, enquanto que o segundo ocorre para situações onde o comprimento embebido da fibra é igual ou inferior ao comprimento do gancho.

Estes estudos referentes ao entendimento do comportamento dos diferentes tipos de fibra nos ensaios de arrancamento permitiram avaliar os diferentes fatores relacionados às características da matriz e das fibras que influenciam no desempenho das fibras, bem como compreender o mecanismo de ação entre cada tipo de fibra e matriz que proporciona as alterações nas diversas propriedades do concreto reforçado com fibras de aço. Além disso, os resultados dos ensaios de tração direta em fibras foram muito úteis para o desenvolvimento de novas configurações geométricas das fibras, promovendo o surgimento de fibras com diferentes seções transversais, comprimentos, e com características tais como: ondulações e extremidades deformadas.

Os modelos matemáticos desenvolvidos por diversos autores para descrever o comportamento à tração das fibras de aço parecem descrever bem o comportamento de cada tipo de fibra. Porém, deve-se ter cuidados em utilizar o ensaio de tração direta para avaliar o desempenho de uma fibra ou até mesmo para desenvolver modelos matemáticos para prever o comportamento ao arrancamento de um determinado tipo de fibra. Isto porque, o ensaio de tração direta de fibras de aço é de difícil execução, requer equipamentos de ensaios que sejam capazes de prender firmemente a fibra de aço durante todo o ensaio, e capazes de medir corretamente o escorregamento da fibra de aço sem que sejam incluídas medidas externas referentes a deslocamentos do corpo-de-prova e que não estão relacionados ao escorregamento da fibra apenas.

Severas críticas têm sido encontradas na literatura com relação à utilização dos resultados de ensaio de arrancamento para prever o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço. Para autores como Jonhston (1994), a resposta do ensaio de arrancamento de uma única fibra não se correlaciona com a resposta de uma grande quantidade de fibras dispersas aleatoriamente na massa de concreto.

Diante disso, torna-se necessário estudar e compreender os diversos fatores que afetam o desempenho do concreto reforçado com fibras de aço na propriedade que se deseja avaliar. Considerando que a propriedade de tenacidade ao ensaio de flexão é citada como aquela em que as fibras apresentam a maior vantagem de emprego e que o modelo proposto nesta tese está baseado na determinação da capacidade de suporte do concreto reforçado com fibras de aço a partir do ensaio de flexão, especial atenção será dada, no decorrer desta revisão bibliográfica, ao comportamento do concreto reforçado com fibras de aço sob o ensaio de flexão.

### 2.2 Tenacidade à flexão do concreto reforçado com fibras de aço

As pastas de cimento são materiais que apresentam características de extrema fragilidade e, embora a adição de agregados miúdo e graúdo para a confecção de argamassas e concretos tenha dificultado o aparecimento e propagação de fissuras, estes dois materiais também apresentam um comportamento frágil quando comparado ao comportamento de outros materiais de construção, como o aço. As fibras, que são materiais resistentes e dúcteis, quando adicionadas às argamassas e aos concretos, podem efetivamente inibir a rápida

propagação das fissuras e, com isso, evitar a ruptura catastrófica apresentada por estes materiais de características frágeis (JONHSTON, 1994).

Ao evitar a rápida propagação de fissuras, as fibras de aço, quando adicionadas ao concreto, fazem com que o concreto reforçado com fibras de aço deixe de apresentar uma característica frágil e passe a comportar-se como um material dúctil, observando-se um aumento da área sob a curva carga por deslocamento destes concretos, conforme apresentado na Figura 15. A propriedade caracterizada por esta área sob a curva carga por deslocamento é comumente denominada de tenacidade e representa o trabalho de fratura ou a capacidade de absorver energia do concreto reforçado com fibras de aço (JONHSTON, 1994).



**Figura 15 :** Curva carga por deslocamento para o concreto convencional e o concreto reforçado com fibras de aço (JONHSTON, 1994).

O concreto reforçado com fibras de aço apresenta um comportamento após a fissuração bastante diferenciado do concreto convencional, destacando-se a capacidade de suporte deste material mesmo depois de ocorrida a fissuração da matriz e estando submetido a elevados valores de deslocamento, conseqüentemente apresentando valores elevados de tenacidade. Este comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço quando submetido ao esforço de flexão, depende de vários fatores, dentre os quais pode-se citar: o volume e características físicas das fibras utilizadas e a resistência da matriz de concreto reforçada.

Banthia e Trottier (1995b) avaliaram a tenacidade à flexão de três diferentes tipos de fibras: corrugadas, deformadas na extremidade na forma de gancho e deformadas na

extremidade na forma de pá, quando empregadas em matrizes de concreto com diferentes níveis de resistência. Os resultados de tais autores indicaram que os concretos aos quais foram adicionadas as fibras deformadas na extremidade apresentaram valores de tenacidade superiores aos valores apresentados pelos concretos com fibras corrugadas. Os autores observaram, também, que a resistência da matriz de concreto influencia na tenacidade do compósito uma vez que os concretos com resistência mais elevada apresentaram uma queda mais acentuada na curva carga por deslocamento após a carga de primeira fissura.

Observações semelhantes em relação à influência do tipo de fibra e da resistência da matriz na tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço já haviam sido feitas por Balaguru, Narahari e Patel (1992). Estes autores verificaram a influência do volume de fibra na tenacidade à flexão dos concretos reforçados com fibras de aço, observando que, com o aumento do volume de fibra, há um aumento na capacidade de absorver energia. O volume de fibra parece influenciar mais significativamente a capacidade de suporte do concreto quando submetido a elevados valores de deslocamento.

Johnston e Skarendahl (1992) observaram que a carga de primeira fissura é influenciada significativamente pela resistência da matriz, especialmente pelo seu grau de compactação e pela relação água/cimento, e depende pouco dos parâmetros relacionados com as características da fibra, como tipo, tamanho e volume. As características das fibras apresentam maior influência no comportamento do concreto após a sua fissuração.

#### 2.3 Ensaios para determinação da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço

Muitos testes vêm sendo desenvolvidos para caracterizar diretamente a capacidade de absorver energia do concreto reforçado com fibras de aço, seja sob carregamento de compressão, flexão, tração ou impacto.

Johnston (1985) comparou a utilização de ensaios de impacto e de flexão para avaliar a tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço e concluiu que os ensaios de flexão são os mais indicados. Verificou que os ensaios de impacto são de difícil reprodutibilidade, requerem equipamentos sofisticados e os resultados são muito dependentes da taxa de aplicação do carregamento. Por outro lado, os ensaios de flexão requerem equipamentos mais simples, sendo os mesmos utilizados para a determinação da resistência à flexão do concreto convencional incluindo-se a medida de deslocamento, e conseqüentemente, são mais suscetíveis à normalização que os demais.

Para Gopalaratnam e Gettu (1995), os ensaios de flexão são os mais populares porque simulam melhor muitas condições de aplicação do material e são mais simples de serem conduzidos do que os ensaios de tração direta.

O ensaio de flexão pode ser realizado em vigas, onde a carga é aplicada em dois pontos situados no terço médio do vão (flexão a quatro pontos) ou em um ponto apenas no centro do vão (flexão a três pontos). De acordo com Gopalaratnam e Gettu (1995), o ensaio de flexão a quatro pontos é o mais recomendado uma vez que apresenta uma região entre os pontos de aplicação de carga de flexão pura, enquanto que no ensaio de flexão a três pontos em todo o vão da viga há influência dos esforços de flexão e de cisalhamento. Alguns autores recomendam, ainda, a utilização de vigas com entalhes (*notched beams*), para que seja criada uma região e, conseqüentemente, facilitando a medida da abertura de fissura durante o desenvolvimento do ensaio. Os esquemas da realização dos ensaios de flexão em vigas a três e quatro pontos podem ser visualizados nas Figuras 16 e 17.



Figura 16: Esquema da realização do ensaio de flexão a três pontos em vigas com entalhe no centro do vão (GOPALARATNAM; GETTU, 1995).



**Figura 17 :** Esquema da realização do ensaio de flexão a quatro pontos em vigas (GOPALARATNAM; GETTU, 1995).

Em algumas situações de emprego do concreto reforçado com fibras de aço, como, por exemplo, em lajes e revestimento de túneis, torna-se mais interessante a utilização de ensaios de punção em placas para a avaliação da tenacidade do material (ASTM C 1550 : 2003a). Para Gopalaratnam e Gettu (1995) o ensaio em placas tem como uma das aplicações principais a avaliação comparativa da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço e do concreto reforçado com telas metálicas.

A primeira norma referente ao ensaio em placas para a avaliação da tenacidade do concreto reforçado por fibras de aço é da EFNARC : 1996. De acordo com o método de ensaio especificado pela EFNARC : 1996, o ensaio dever ser conduzido até que seja medido um deslocamento na parte inferior do centro da placa de 25 mm. Segundo Figueiredo (1997), este procedimento de ensaiar a placa até um deslocamento tão elevado traz uma grande restrição, pois produz um elevado nível de deformações na placa, que geram aberturas de fissuras que ultrapassam àquelas associadas ao estado limite último.

Este ensaio em placas quadradas tem recebido severas críticas de alguns pesquisadores por apresentar algumas limitações. Dentre estas limitações, pode-se citar:

- a) a placa de ensaio é muito pesada, aproximadamente 100 kg, o que dificulta o manuseio da mesma, tornando o ensaio demorado, oneroso e, muitas vezes, pode colocar em risco a saúde dos operadores do ensaio (FIGUEIREDO, 1997);
- b) a dificuldade de projetar ou moldar uma placa que tenha sua superfície inferior perfeitamente plana, faz com que a mesma apresente deformações na linha de apoio, dificultando o apoio da mesma em toda a sua extensão e, conseqüentemente, causando concentração de tensões em algumas regiões (FIGUEIREDO, 1997);
- c) devido ao grande tamanho da placa, necessita de um equipamento de ensaio de grande porte, dotado de sistema de controle de deslocamento o que, geralmente, é difícil de ser encontrado nos laboratórios de ensaios brasileiros (FIGUEIREDO, 1997);
- d) há uma grande dificuldade de posicionar o transdutor de deslocamento na parte inferior da placa. Além disso, em virtude do elevado nível de fissuração a que a placa é submetida, o transdutor de deslocamento quando posicionado na parte inferior pode ter sua ponta penetrando o interior de uma fissura e com isso

fazendo leituras de deslocamento que não correspondem ao deslocamento real da placa (ALMEIDA,1999);

e) a forma de carregamento da placa não produz uma região de esforços predominantes bem definida, ocasionando a ruptura de placas produzidas com concretos semelhantes com diferentes configurações e níveis de fissuração, o que acarreta um comportamento diferenciado na curva carga por deslocamento em função do tipo de fissuração de cada placa (ALMEIDA, 1999).

Em 1999, Almeida desenvolveu uma nova configuração de placas para o ensaio do concreto reforçado com fibras de aço. O autor propõe o ensaio de uma placa triangular de lados iguais, com base inferior de 800 mm, base superior de 600 mm e espessura de 100 mm. O apoio da placa é feito em três pontos, formando um triângulo eqüilátero de 400 mm de lado. A aplicação da carga é feita em um ponto no centro da placa. Em seu estudo, Almeida (1999) verificou que a variabilidade dos resultados dos ensaios das placas triangulares foi sempre inferior à variabilidade dos resultados das placas quadradas. Verificou também que a fissuração da placa triangular ocorre sempre nos três planos situados entre os pontos de apoio. No caso das placas quadradas, o autor verificou que as fissuras surgem aleatoriamente em qualquer local da placa, não havendo planos preferenciais para o surgimento das mesmas.

Buscando minimizar os problemas verificados no ensaio de punção em placas quadradas, a ASTM C 1550 : 2003a desenvolveu o ensaio de punção em placas circulares. Neste procedimento, a placa circular de 75 mm de espessura e 800 mm de diâmetro é puncionada no centro e é apoiada em três pontos de apoio que formam um triângulo circunscrito em uma circunferência de 750 mm de diâmetro. Esta configuração de apoio evita os problemas de dificuldade de apoiar a placa em toda a extensão, como o verificado na placa quadrada, e faz com que sejam criados três planos de tensões predominantes bem definidos, ocasionando a abertura de fissuras sempre nestes planos. Uma grande desvantagem da placa circular é o seu elevado peso, devido ao seu grande diâmetro, dificultando os procedimentos de ensaio e necessitando de um equipamento de ensaio bastante robusto. A ASTM C 1550 : 2003a preconiza que o ensaio em placa circular deva ser conduzido até que seja atingido um deslocamento de 40 mm, o que também ocasiona um nível de fissuração bastante elevado.

Apesar do ensaio em placas caracterizar melhor o desempenho do concreto reforçado com fibras de aço, principalmente quando aplicado em revestimento de túneis e em pavimentos, a utilização dos resultados do ensaio em placas para modelar o comportamento após a fissuração do concreto é de difícil execução. Por tal motivo, os modelos teóricos formulados para avaliar a capacidade resistente do concreto reforçado com fibras de aço estão, na sua grande maioria, baseado nos resultados de ensaio de flexão de vigas.

Diante disso, e considerando que o presente trabalho tem por objetivo avaliar os fatores intervenientes no ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço e de avaliar a aplicabilidade do ensaio de flexão em vigas para modelar teoricamente a contribuição das fibras na resistência após a fissuração do concreto, o restante desta revisão bibliográfica dará ênfase somente neste ensaio, não sendo mais abordados os ensaios em placas.

Em 1995, Gopalaratnam e Gettu apresentaram um trabalho no qual relatavam todas as normas vigentes até aquela data referente aos ensaios de flexão em vigas de concreto reforçado com fibras de aço. Os autores detalham as dimensões das vigas empregadas, a forma e velocidade de aplicação de carga, os parâmetros monitorados e os limites de cada teste prescritos por diversas normas internacionais. Neste trabalho, observa-se que há muitas diferenças em relação aos procedimentos de ensaios prescritos pelas normas listadas. Estas diferenças podem dificultar a comparação de desempenho entre concretos reforçados com fibras ensaiados por meio de diferentes normas. Segundo Chen, Mindess e Morgan (1994), a medida da tenacidade à flexão deste tipo de concreto é influenciada por alguns parâmetros, sendo eles: configuração do teste e da forma de carregamento, taxa ou velocidade de aplicação de carga, tipo de controle de carga, rigidez ou tipo da máquina de ensaio, tipo e localização do equipamento para medir o deslocamento, temperatura no momento do teste, geometria e tamanho da viga, método de preparação da viga (moldada ou serrada) e a utilização de vigas com entalhes.

#### 2.4 Fatores que afetam os ensaios de tenacidade

#### 2.4.1 Sistema de medição do deslocamento

Para obter-se a curva carga por deslocamento e, conseqüentemente, calcular a tenacidade do material, faz-se necessário monitorar o deslocamento da viga durante todo o tempo de realização de ensaio. É comum a medição do deslocamento no centro do vão, onde este apresenta o maior valor. Porém, deve-se ter cuidado para que seja medido o real deslocamento da viga, pois dependendo da forma de posicionamento do equipamento de ensaio pode-se medir deslocamentos externos que não correspondem ao deslocamento da viga apenas.

Para El-Shakra e Gopalaratnam (1993) os deslocamentos externos podem ser causados pela deformação do material utilizado como apoio da viga e pela deformação da própria viga no ponto de apoio. O primeiro tipo de deformação pode ser evitado utilizando-se material de suficiente rigidez para fazer os apoios de forma que não se deforme para o nível de carregamento empregado no ensaio, e prever um sistema de fixação dos apoios que não cause qualquer tipo de deformação ou deslocamento. O segundo tipo de deformação não pode ser evitado. O que deve ser feito é utilizar um sistema de fixação dos medidores de maneira que esta deformação não seja medida. Os autores apresentam uma formulação teórica para prever a deformação da viga no apoio, em função do diâmetro do apoio, das características do concreto ensaiado e das dimensões da viga, verificando que da deformação total medida experimentalmente, 80% corresponde a esta deformação externa da viga sobre os apoios.

Morgan, Mindess e Chen (1995) compararam os resultados de deslocamento de vigas de concreto reforçados com fibras de aço obtidos por três diferentes sistemas de medição conforme apresentado nas Figuras 18, 19 e 20.

O esquema apresentado na Figura 18, no qual tem-se o medidor de deslocamento apoiado na base do equipamento de ensaio, faz com que a leitura corresponda à medida do deslocamento de todo o conjunto que está sendo ensaiado, não excluindo, assim, os deslocamentos causados pela deformação da viga nos apoios. Este tipo de configuração não é indicado, pois superestima o valor do deslocamento.



**Figura 18 :** Esquema do sistema de medição de deslocamento com medidor apoiado sobre a base do equipamento de ensaio (MORGAN; MINDESS; CHEN,1995).



**Figura 19 :** Esquema do sistema de medição denominado *yoke* sugerido pelos japoneses (MORGAN; MINDESS; CHEN,1995).



**Figura 20 :** Esquema da utilização do sistema de LVDT's no topo da viga (MORGAN; MINDESS; CHEN,1995).

Ambos os sistemas de medição apresentados nas Figuras 19 e 20 permitem a real medição do deslocamento no centro do vão, excluindo qualquer deslocamento externo. O sistema de LVDT's no topo da viga como o apresentado na Figura 20 é geralmente limitado,

pois necessita da utilização de três equipamentos de medição. Muitas vezes, não pode ser empregado em equipamentos de ensaio que não possuam altura suficiente para a colocação destes equipamentos e, em alguns casos, o posicionamento do LVDT no centro do vão é atrapalhado pelo equipamento de aplicação de carga. O esquema proposto pelos japoneses, sistema *yoke*, é o mais empregado, e requer apenas dois LVDT's para a medição que corresponde à média aritmética das duas leituras.

Para a verificação da eficiência do sistema de medição de deslocamento, podese comparar os resultados dos deslocamentos medidos experimentalmente nas cargas da região linear ascendente da curva antes da fissuração, com o valor do deslocamento calculado pela fórmula da teoria da elasticidade que considera um comportamento elástico linear até o ponto de surgimento da primeira fissura. O deslocamento em função da carga na região anterior a ruptura da viga é calculado pela Equação 6.

$$\delta = \frac{23PL^3}{1296EI} \times \left[ 1 + \frac{216d^2(1+\nu)}{115L^2} \right]$$
(6)

onde:

$$\begin{split} \delta &= \text{deslocamento (mm)} \\ P &= \text{carga (N)} \\ E &= \text{módulo de elasticidade (MPa)} \\ I &= \text{momento de inércia (mm^4)} \\ L &= vão da viga (mm) \\ d &= \text{altura da viga (mm)} \\ v &= \text{coeficiente de Poisson} \end{split}$$

Observa-se na literatura que há um consenso entre os pesquisadores que o sistema *yoke* é mais eficiente e que por isso é recomendado por diversas normas e empregado com maior frequência. Contudo, alguns trabalhos divergem sobre a eficácia da utilização do sistema de LVDT's no topo da viga, como o apresentado na Figura 20, para a medição do deslcamento real da viga.

Morgan, Mindess e Chen (1995) verificaram que os resultados de deslocamento medidos pelo sistema da Figura 18 foram de oito a 13 vezes superiores ao calculado teoricamente pela Equação 6, enquanto que os medidos pelos sistemas das Figuras 19 e 20 eram semelhantes aos calculados.

Banthia e Trottier (1995a), comparando as três metodologias estudadas por Morgan, Mindess e Chen (1995), verificaram que, pelo sistema *yoke* (Figura 19), o valor de deslocamento medido foi igual ao valor calculado teoricamente, enquanto que pelo sistema da LVDT's (Figura 20) e pelo sistema da Figura 18 os deslocamentos foram, respectivamente, 60 e 28 vezes maiores do que o calculado.

Gopalaratnam et al. (1991) também concordam que a melhor forma de avaliar o deslocamento, para que sejam evitadas leituras de deslocamentos externos, é medir o deslocamento em relação à linha neutra da viga, semelhante ao sistema *yoke*. Os autores verificaram que, quando não excluíam o deslocamento externo, os valores de deslocamento eram duas vezes maiores do que os calculados. Para os autores, erros desta magnitude na leitura do deslocamento podem levar à interpretação errônea quanto ao desempenho do concreto reforçado com fibras de aço.

Chen et al. (1995), comparando os resultados de deslocamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço ensaiadas em seis diferentes equipamentos de cinco laboratórios distintos, verificaram que em todos os laboratórios, quando não eram excluídos os deslocamentos externos, os valores obtidos eram dez vezes superiores aos valores de deslocamentos calculados teoricamente.

Além dos problemas relacionados ao posicionamento e fixação dos medidores de deslocamento relatados anteriormente, especial atenção deve ser dada à qualidade dos LVDT's ou dos transdutores de deslocamentos empregados na realização dos ensaios. Tais equipamentos devem ser calibrados periodicamente de forma a garantir a qualidade dos mesmos e, conseqüentemente, garantir que as medidas realizadas por eles estão de acordo com os deslocamentos reais sofridos pelas vigas durante a realização dos ensaios.

# 2.4.2 Velocidade de aplicação de carga

Os ensaios de flexão em vigas de concreto reforçado com fibras, de acordo com as diversas normalizações (GOPALARATNAM; GETTU, 1995), são conduzidos com o controle de aplicação da carga por meio de uma velocidade de deslocamento constante e não por meio de uma velocidade de carregamento constante como ocorre, por exemplo, no ensaio de compressão axial. Esta forma de aplicação de carga requer a utilização de equipamentos de ensaio nos quais seja possível fazer este controle, limitando o ensaio a ser empregado apenas em laboratórios que possuam tais equipamentos, o que muitas vezes torna-se inviável devido ao elevado custo destes.

Para Mindess et al. (1996), a forma de controle da velocidade de ensaio, seja pelo controle do carregamento seja pelo controle do deslocamento, deve ser definida em função da aplicação do concreto. Em aplicações do concreto reforçado com fibras de aço onde a carga é governada pelo deslocamento, como em revestimento de túneis, a determinação da tenacidade por meio de testes com velocidade de deslocamento controlado é mais apropriada. Para os casos em que o concreto reforçado com fibras de aço é utilizado em peças estruturais, como em lajes de pisos, vigas e colunas, torna-se mais interessante avaliar a tenacidade por meio de ensaios com velocidade de aplicação de carga ao invés de utilizar ensaios controlados pela velocidade de deslocamento.

Contudo, para as aplicações que se pretende avaliar o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço neste trabalho, o ensaio será encaminhado com o controle da velocidade de deslocamento e, desta forma, todas as considerações feitas neste item estarão relacionadas ao controle da velocidade de deslocamento.

Como nos casos em que se controla a velocidade de aplicação de carga pelo incremento de carregamento e verifica-se uma influência desta velocidade nos resultados, nos ensaio de flexão onde se controla a velocidade pelo incremento de deslocamento, verificação semelhante foi feita.

Avaliando cinco diferentes velocidades de ensaio, que variaram de 0,075 mm/min até 1,50 mm/min, Johnston (1993) observou uma relação linear e crescente entre a resistência de primeira fissura e a velocidade, verificando um aumento de 16% da resistência de primeira fissura quando aumentou em 20 vezes a velocidade do ensaio. No entanto, para uma velocidade de até 0,5 mm/min encontrou coeficientes de variação da resistência de primeira fissura da ordem de 5%, indicando que não há diferenças significativas no resultado de ensaio quando se empregam velocidades variando de 0,075 mm/min até 0,50 mm/min. Nesse trabalho, verificou-se que o deslocamento na primeira fissura é também influenciado pela velocidade do ensaio e que esta influência é maior do que para a carga de primeira fissura. Quando aumentou a velocidade de ensaio de 0,075 mm/mim para 0,60 mm/min, o aumento no valor do deslocamento referente à carga de pico foi de 23% e

quando a velocidade mudou para 1,50 mm/mm o aumento no deslocamento referente à carga de pico foi de 28%.

Johnston (1995), citando um trabalho desenvolvido por Kobayashi e Cho, avaliando velocidades de 0,05 a 200 mm/min, verificou que, quanto maior a taxa de carregamento, maior a resistência na primeira fissura e mais pronunciada é a queda de carga após o seu surgimento.

Embora não apresentem resultados experimentais comparando diferentes velocidades de carregamento, Nemegeer e Tatnall (1995) sugerem mudança na velocidade de ensaio para 0,5 mm/min para torná-lo mais rápido e justificam que até esta velocidade não há influência significativa nos resultados.

# 2.4.3 Equipamento de ensaio – Instabilidade na curva carga por deslocamento

Ao analisar diversas curvas carga por deslocamento apresentadas em muitos trabalhos, verifica-se uma região de instabilidade que normalmente ocorre após a carga de surgimento da primeira fissura e, por isso, é, na maioria das vezes, denominada instabilidade pós-pico.

Para Banthia e Trottier (1995a), esta instabilidade ocorre quando, com o descarregamento repentino, após atingir a carga máxima, há uma liberação de grande quantidade de energia e o equipamento de ensaio não possui rigidez suficiente para absorver esta energia sem que ocorra um deslocamento excessivo.

De acordo com Johnston (1995), esta instabilidade ocorre principalmente em concretos com baixos teores de fibras e em equipamentos de ensaio que não conseguem rapidamente uma resposta ao controle da velocidade de deslocamento. Com isso não são capazes de refletir exatamente o que ocorre durante este descarregamento repentino.

Chen et al. (1995), durante um estudo interlaboratorial, verificaram que a instabilidade pós-pico encontrada nas curvas carga por deslocamento depende de ambos os fatores: da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço testado e da rigidez do equipamento de ensaio.

Para Morgan, Mindess e Chen (1995), outro fator que pode afetar o registro dos dados durante o ensaio para a construção da curva carga por deslocamento e com isso registrar uma região de instabilidade é a velocidade com que os dados de deslocamento são capturados. Sistemas baseados em LVDT's com aquisição de dados por computador são mais eficientes do que os sistemas baseados em relógios comparadores. Estes últimos são mais lentos e, com isso, não são capazes de registrar esta instabilidade, podendo gerar uma falsa interpretação dos resultados.

Para evitar este problema de instabilidade, Banthia e Trottier (1995) recomendam a utilização de um equipamento de ensaio denominado "*closed-loop machine*", que apresenta a facilidade de ajustar rapidamente a velocidade de aplicação de carga mesmo depois de uma queda brusca na carga aplicada.

Com o intuito de minimizar estes efeitos de instabilidade pós-pico, Banthia e Dubey (1999 e 2000) propuseram uma nova técnica para o ensaio de flexão de vigas de concretos reforçado com fibras de aço em máquinas de ensaio que não são servo-controladas e que, por tais motivos, os resultados do ensaio apresentam tal instabilidade. Nesta nova técnica, a viga é ensaiada sobre uma chapa metálica de 12 mm de espessura, conduzindo-se o ensaio até que a viga atinja um deslocamento entre 0,25 e 0,5 mm, quando então o ensaio é paralisado, a chapa de aço é retirada e dá-se prosseguimento ao ensaio de flexão da viga até medir-se um deslocamento superior a 1,25 mm. Tal procedimento é atualmente normalizado pela ASTM C 1399 : 2002.

De acordo com norma ASTM C 1399 : 2002 não é necessário empregar uma máquina de ensaio do tipo "*closed-loop machine*". A instabilidade pós-pico é minimizada pelo efeito da chapa metálica posicionada embaixo da viga no primeiro estágio de carregamento (até que a viga atinja o deslocamento entre 0,25 e 0,50 mm). O procedimento de ensaio é o mesmo desenvolvido por Banthia e Dubey (1999) e descrito no parágrafo anterior, diferindo apenas no fato de que a norma ASTM C 1399 : 2002 recomenda desprezar o deslocamento final do primeiro estágio de carregamento (com a chapa metálica) nos valores de deslocamento medidos no segundo estágio (sem a chapa metálica), enquanto que Banthia e Dubey (1999) recomendam que o deslocamento final do primeiro estágio de carregamento deve ser considerado como o deslocamento inicial do segundo estágio de carregamento.

Caldas, Figueiredo e Bittencourt (2003) compararam os resultados de ensaios de flexão em vigas de concreto reforçado com fibras de aços executados de acordo com a ASTM C 1399 : 2002, que emprega a chapa metálica, buscando minimizar os efeitos de

instabilidade, com a metodologia já consagrada da ASTM C 1018 : 1994b. Tais autores verificaram da chapa metálica, conforme recomendado que 0 uso 0 pela ASTM C 1399 : 2002, minimizou os efeitos da instabilidade pós-pico, produzindo fissuras mais estáveis após o primeiro carregamento. Verificaram também que a resistência à tração na flexão e o deslocamento na ruptura foram semelhantes nos resultados dos dois métodos de ensaio, indicando que a chapa metálica não influenciou no ponto de ruptura das vigas. Contudo, algumas limitações para o ensaio da ASTM C 1399 : 2002 são apresentadas pelos autores, entre as quais pode-se citar: a dificuldade de definir o ponto de ruptura da matriz devido à presença da chapa de aço; o método não considera o deslocamento final do primeiro carregamento para o cálculo da resistência residual e o método não permite que as propriedades do concreto reforçado com fibras de aço sejam calculadas por meio de outras normas (ASTM C 1018 : 1994b e JSCE-SF4 : 1984) devido à descontinuidade da curva carga por deslocamento do primeiro e do segundo estágios de carregamento.

TIGUMAN (2004) comparou a eficácia e a quantificação da tenacidade de concretos reforçados com macrofibras de polipropileno obtidas pelo procedimento descrito pela ASTM C 1399 : 2002 com aquelas determinadas pelos processos recomendados pela JSCE-SF4 : 1984 e da EFNARC : 1996. Neste trabalho, a autora conclui que o método da ASTM C 1399 : 2002 foi capaz de minimizar os efeitos da instabilidade pós-pico para os concretos com baixos teores de macrofibras de polipropileno. Enquanto que os resultados de ensaio conduzidos de acordo com o procedimento da JSCE-SF4 : 1984 apresentavam elevada influência da instabilidade pós-pico principalmente nos concretos com baixos teores de fibra (0,5%). Apesar destas conclusões feitas por TUGIMAN (2004), nas curvas carga por deslocamento do primeiro estágio de carregamento do ensaio da ASTM C 1399 : 2002 (ensaio com placa) apresentadas em seu trabalho, observa-se uma queda brusca da carga logo após atingida a carga de pico, o que dá um indicativo da ocorrência do problema da instabilidade pós-pico também neste tipo de ensaio.

Alternativas nos procedimentos de ensaio têm sido buscadas para minimizar os efeitos da instabilidade pós-pico que ocorre no ensaio de vigas em equipamentos que não são servo-controlados. Contudo, percebe-se que estas alterações nos ensaios parecem dificultar ainda mais a execução do ensaio e também a interpretação dos resultados provenientes destes.

# 2.4.4 Características das vigas

Os diversos testes especificados para avaliação da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço apresentam diferenças na definição do tamanho e das relações altura-vão e altura-largura das vigas (GOPALARATNAM; GETTU, 1995). Estas diferenças na geometria das vigas dificultam a comparação entre resultados de ensaios obtidos por diferentes normalizações e, além disso, outras desvantagens são apontadas por diversos pesquisadores no que se refere à utilização de diferentes geometrias de vigas.

Jamet et al. (1995) verificaram que as curvas carga por deslocamento obtidas do ensaio de vigas de menor relação altura-largura apresentam um comportamento após fissuração de amolecimento, enquanto que as curvas obtidas do ensaio de vigas com maior relação altura-largura apresentaram um comportamento de endurecimento após a fissuração.

Chen, Mindess e Morgan (1994) verificaram que há influência significativa do tamanho da viga na tensão e deslocamento na primeira fissura e na máxima resistência à flexão, o que está de acordo com a teoria, pois, conforme a Equação 6, o deslocamento na primeira fissura é dependente da geometria da viga.

Outro fator referente à geometria da viga que pode exercer influência significativa nos resultados dos ensaios de flexão é a presença de entalhes na sua parte inferior que servem para criar uma região de menor seção transversal e, conseqüentemente, de início e propagação da fissura.

De acordo com Stang, Gettu e Barr (2000), a utilização de vigas com entalhes para a medida de tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço por meio do ensaio de tração direta ou por meio do ensaio de flexão foi proposta primeiramente por Barr e outros autores na década de 80. Posteriormente, outros pesquisadores como: Barr et al. (1996); Jamet et al. (1995); RILEM TC 162-TDF (2002) e Taylor, Lydon e Barr (1997) indicaram a utilização de vigas com entalhes para avaliar o concreto reforçado com fibras de aço.

Para Gopalaratnam e Gettu (1995), tem-se tornado comum a utilização do ensaio de flexão a quatro pontos com vigas com entalhes na parte inferior do vão médio. Contudo, consideram mais indicada a utilização do ensaio de flexão a três pontos para as vigas com entalhes (Figura 16). Para os autores, a configuração apresentada na Figura 16 apresenta numerosas vantagens, sendo que a estabilidade do ensaio é garantida durante todo o
teste, mesmo para concretos não reforçados ou concretos de alta resistência com baixo teor de fibras.

Jamet et al. (1995) também apresentam algumas vantagens da utilização do ensaio de flexão a três pontos com entalhe na parte inferior, sendo elas: a facilidade de fabricar e testar esta viga; a indução do surgimento de uma única fissura em local pré-definido que torna a análise e modelagem do ensaio mais simplificada; a localização da fissura em um único plano pela presença do entalhe reduz a variabilidade do ensaio e a não simetria das deformações nas laterais da viga, o que normalmente ocorre nas vigas sem entalhes e permite a realização do teste de forma mais estável, pois é possível controlar a velocidade de carregamento em função da abertura de fissura.

Diferente do que ocorre nas vigas sem entalhes, no ensaio de vigas com entalhes a deformação causada pela aplicação da carga ocorre sempre em um único plano, ou local, onde se encontra o entalhe, sendo que o restante da viga não sofre significativa influência das deformações inelásticas. Isto minimiza a energia dissipada ao longo de toda a viga e, por isso, toda a energia absorvida pode ser diretamente atribuída à fratura ao longo do plano do entalhe e, conseqüentemente, a energia dissipada durante o teste pode ser diretamente correlacionada com a resposta do material (GOPALARATNAM; GETTU, 1995).

Barr et al. (1996) também concordam que a utilização de vigas com entalhe minimiza a dissipação de energia ao longo do ensaio, focando o ensaio no comportamento do material apenas ao longo da formação e abertura da fissura.

Robins et al. (2001) verificaram, em estudo experimental, que a maioria das vigas que possuíam o entalhe rompeu no meio do vão, ou seja, no local do entalhe, enquanto que aquelas que não possuíam entalhe não apresentaram um local preferencial para o surgimento da fissura. Para estes autores, este fato explica a alta dispersão dos resultados de ensaios de flexão em vigas sem a presença dos entalhes. Aliado a isso, quando a fissura não ocorre no meio do vão e a leitura do deslocamento é feita nesta região, o valor de deslocamento medido é menor do que o valor do deslocamento real, uma vez que o máximo deslocamento ocorre no local da fissura.

Outra vantagem da utilização de vigas com entalhe, apontada por Gopalaratnam e Gettu (1995), está associada à possibilidade de caracterização da tenacidade do compósito em termos da medida da abertura de fissura, sendo que esta medida está menos sujeita a erros do que a medida do deslocamento (GOPALARATNAM et al., 1991; JAMET et al., 1995). Além disso, para alguns autores a medida da abertura de fissuras pode ser utilizada como um parâmetro para definir níveis de aplicação e serviço do concreto reforçado com fibras de aço (TAYLOR, LYDON; BARR, 1997).

Trabalho realizado por Bryars et al. (1994, apud GOPALARATNAM e GETTU, 1995) indica que parâmetros de tenacidade obtidos da curva carga por abertura de fissuras são independentes do tamanho da viga avaliada. Contudo, consideram este trabalho preliminar e indicam a necessidade de serem realizados maiores estudos a respeito da utilização destes parâmetros para caracterizar o concreto reforçado com fibras de aço.

Apesar das vantagens do emprego de vigas com entalhes para a avaliação do concreto reforçado com fibras de aço, a forma com que é garantida a presença do entalhe, se serrado após a moldagem e cura da viga, ou se confeccionado durante a moldagem por meio de alterações no molde da viga, é um fator que influencia bastante nos resultados do ensaio de flexão.

Ao induzir a presença do entalhe na viga por meio de alteração no molde, criase uma região, no molde, preferencial para o acúmulo e o alinhamento das fibras, o que gera uma distorção nos resultados do ensaio, pois garante que, na região mais crítica em termos de carregamento, há uma maior concentração e alinhamento de fibras podendo causar a superestimação da capacidade de suporte do concreto reforçado com fibras de aço.

A influência do alinhamento das fibras causada pela confecção do entalhe por meio de alterações no molde da viga pode ser verificada nas curvas carga por deslocamento obtidas por Jones (1998) em ensaios de flexão, e apresentados na Figura 21.

Os resultados da Figura 21 mostram que as vigas com 60 mm de altura, sendo 10 mm correspondendo ao entalhe na parte inferior, apresentaram curvas com valores de carga superiores às cargas apresentadas pelas vigas com 50 mm de altura e sem a presença de entalhes, enquanto que os resultados deveriam ser semelhantes.

Barragán et al. (2000) verificaram que a utilização de reentrâncias no molde para a confecção de entalhes em corpos-de-prova cilíndricos de concreto reforçado com fibras de aço proporcionaram o acúmulo de uma maior quantidade de fibra na camada imediatamente superior ao entalhe, bem como um alinhamento preferencial das fibras nesta região. Tais autores observaram também que, quanto mais enérgico é o adensamento (vibrado), maior é a quantidade de fibra posicionada na parte inferior do molde, bem como maior é o alinhamento destas.



Figura 21 : Curvas carga por deslocamento para vigas de concreto reforçado com fibras de aço, com consumo de fibras de 40 kg/m<sup>3</sup>, para vigas com entalhe e para vigas sem entalhe. (JONES, 1998)

Verifica-se, nos diversos trabalhos utilizando vigas com entalhe para o ensaio de flexão do concreto reforçado com fibras de aço, que não há um consenso entre os pesquisadores do tamanho que deve ter o entalhe. Gopalaratnam et al. (1991) utilizaram vigas com relação altura do entalhe por altura da viga igual a 0,125, enquanto que no trabalho de Jamet et al. (1995) esta relação é igual a 0,275. A RILEM TC 162-TDF (2000a) recomenda que, para vigas de 150x150x550 mm<sup>3</sup>, com 450 mm de vão, o entalhe deve possuir uma altura de 25 mm e uma espessura de 3 mm, ou seja uma relação altura do entalhe por altura da viga de 0,167. Taylor, Lydon e Barr (1997) empregaram vigas de 100x100x500 mm<sup>3</sup> com entalhe de 50 mm de altura, ou seja, uma relação altura do entalhe por altura da viga de 0,5, muito maior do que as utilizadas por outros pesquisadores.

# 2.4.5 Influência dos equipamentos e dos operadores de ensaio

Guimarães (2001), com o intuito de avaliar a reprodutibilidade do ensaio de tenacidade de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, ensaiou vigas semelhantes em 4 laboratórios distintos. Neste trabalho, observou uma grande diferença nos resultados de resistência à tração na flexão e na curva carga por deslocamento dos 4 laboratórios investigados. Além disso, para cada conjunto de 6 vigas idênticas, observou uma grande variabilidade da curva carga por deslocamento.

Esta grande dispersão dos resultados provenientes dos diferentes laboratórios, com curvas carga por deslocamento muito distintas, é causada, segundo a autora, tanto pelo próprio material que já tende a apresentar um elevado coeficiente de variação devido à dispersão aleatória das fibras, como também em função dos equipamentos disponíveis no laboratório e na experiência e formação dos operadores de ensaio de cada laboratório.

Guimarães (2001) verificou que no laboratório em que o aparato para apoio da viga não permitia a movimentação dos roletes de apoio da viga, os resultados de resistência à tração na flexão foram superiores aos resultados encontrados nos demais laboratórios. Para a autora isso ocorreu porque os roletes não permitiam a livre movimentação das vigas no sentido horizontal, o que gerou forças normais no sentido longitudinal das vigas muito elevadas.

Quanto à influência dos operadores de ensaio, Guimarães (2001) observou que alguns técnicos de laboratório tiveram dificuldades de interpretação dos resultados obtidos no ensaio, não sendo capazes de calcular os fatores de tenacidade recomendados pelas normas de ensaios. Em alguns resultados de ensaio, verificava-se que os dados de deslocamentos não correspondiam aos valores reais, parecendo serem causados pela interrupção de medida por estes equipamentos em virtude do final de seu curso, sendo que os técnicos que operavam o ensaio não percebiam tal problema. As curvas carga por deslocamento emitidas por alguns laboratórios de ensaio não tinham qualquer significado físico e nem podiam ser relacionadas a ensaio de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, indicando que os operadores de ensaio não foram capazes de investigar quais problemas estavam ocasionando tal divergência nos resultados e, com isso, corrigir eventuais erros nos procedimentos de ensaio.

# 2.5 Medida da tenacidade

Dentre as metodologias de ensaio para a determinação da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço, as mais utilizadas e que têm servido como referência tanto para concreto convencional reforçado com fibras de aço quanto para concreto projetado reforçado com fibras de aço são as prescritas pela *American Society for Testing and Materials* - ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002, pela *Japan Society of Civil Engineers –* JSCE-SF4 : 1984 e pela *European Federation of Producers and Applicators of Specialist Products for Structures –* EFNARC : 1996 (FIGUEIREDO, 1997).

A norma ASTM C 1018 : 1994b prescreve o ensaio de flexão a quatro pontos de vigas com dimensões mínimas de 100x100x350 mm<sup>3</sup>, sendo que estas dimensões podem variar dependendo do tamanho das fibras utilizadas. A largura da viga não pode ser inferior a três vezes o comprimento da fibra, bem como o vão entre os apoios deve ser igual a três vezes a altura da viga.

A tenacidade é avaliada como sendo a área sob a curva carga por deslocamento obtida do ensaio de flexão. Para caracterização do material avaliado, são definidos os índices de tenacidade que correspondem à divisão do valor obtido para a área total abaixo da curva carga por deslocamento até um determinado nível de deslocamento e a área abaixo da mesma curva até o ponto de aparecimento da primeira fissura. Os pontos de determinação dos índices de tenacidade são definidos como múltiplos do deslocamento obtido até o surgimento da primeira fissura, conforme apresentado na Figura 22.



Figura 22 : Curva carga por deslocamento, indicando os valores de deslocamento para os quais devem ser calculados os índices de tenacidade segundo a ASTM C 1018 : 1994b.

O índice de tenacidade  $I_5$  corresponde a relação entre a área OACD e a área OAB, onde o ponto D corresponde a um deslocamento 3 vezes superior ao deslocamento de primeira fissura. O índice  $I_{10}$  corresponde à relação entre a área OAEF e a área OAB, sendo o ponto F localizado a 5,5 vezes o deslocamento de primeira fissura. O índice  $I_{20}$  corresponde a relação entre a área OAGH e a área OAB, sendo o ponto H correspondente a 10,5 vezes o deslocamento de primeira fissura.

Quando se avalia um material com comportamento elasto-plástico perfeito por meio deste procedimento encontra-se valores de 5, 10 e 20, para os índices  $I_5$ ,  $I_{10}$  e  $I_{20}$ , respectivamente. Portanto, ao avaliar-se o concreto reforçado com fibras de aço, obtém-se valores adimensionais para estes índices que fornecem uma referência do comportamento do material, ou seja, o quão próximo do comportamento elasto-plástico perfeito este se encontra.

Além dos índices de tenacidade, a ASTM C 1018: 1994b recomenda a determinação dos fatores de resistência residuais,  $R_{5,10} e R_{10,20}$ .

A equação genérica para a determinação do fator de resistência residual é apresentada pela Equação 7.

$$R_{a,b} = \frac{100}{(b-a)} \times \left(I_b - I_a\right) \tag{7}$$

onde:

$$\label{eq:residual} \begin{split} R_{a,b} &= fator \; de \; resistência \; residual \\ I_a \; e \; I_b &= índices \; de \; tenacidade \; com \; referência \; a \; e \; b \end{split}$$

Estes valores de resistência residual representam a relação percentual entre a capacidade portante na faixa de deslocamento compreendido pelos índices  $I_a$  e  $I_b$ , em relação àquele correspondente ao aparecimento da primeira fissura. Assim, um material elasto-plástico perfeito apresenta fator de resistência residual igual a 100.

Alguns problemas têm sido apresentados por diversos autores no que se refere à utilização dos índices de tenacidade indicados pela ASTM C 1018: 1994b para avaliar a tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço. Dentre estes, pode-se citar:

- a) Os índices de ASTM C 1018: 1994b são dependentes da geometria da viga. (CHEN, MINDESS; MORGAN, 1994; JOHNSTON, 1995; MORGAN, MINDESS; CHEN, 1995)
- b) Os índices dependem de quão precisamente é definido o ponto de primeira fissura, pois o cálculo dos mesmos é relacionado com um deslocamento múltiplo do deslocamento de primeira fissura. (BANTHIA; TROTTIER, 1995, 1995b; JOHNSTON, 1985)
- c) Os índices de tenacidade calculados não distinguem diferenças entre o volume e o tipo de fibra empregado, principalmente quando se avalia concretos com baixo volume de fibras.(BANTHIA et al., 1994; CHEN et al., 1995; GOPALAKRISHNAN et al., 1998)
- d) A utilização dos índices não identifica adequadamente o desempenho atribuído ao concreto reforçado com fibras de aço em função do tipo, tamanho e teor de fibra,

principalmente os índices  $I_5$  e  $I_{10}$  sendo que o  $I_{20}$  parece permitir melhor a avaliação da influência das características da fibra na tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço. (BALAGURU, NARAHARI; PATEL, 1992; BANTHIA; TROTTIER, 1995b; CHEN et al., 1995; GOPALARATNAM et al., 1991; JOHNSTON; SKARENDAHL, 1992)

- e) As diferentes configurações de ensaio para medir o deslocamento da viga utilizado por diversos laboratórios, sendo que em alguns casos não são excluídos dos deslocamentos medidos os deslocamentos externos, causam diferenças significativas nos índices de tenacidade calculados. (EL-SHAKRA; GOPALARATNAM, 1993; GOPALARATNAM et al., 1991; JOHNSTON, 1995; MORGAN, MINDESS; CHEN, 1995)
- f) A instabilidade pós-pico verificada em algumas curvas carga por deslocamento prejudica a obtenção dos índices de tenacidade, principalmente a determinação do I<sub>5</sub> e I<sub>10</sub>. (BANTHIA; TROTTIER, 1995, 1995b; CHEN, et al., 1995; MORGAN, MINDESS; CHEN, 1995).

A norma JSCE-SF4 : 1984 utiliza a mesma geometria de viga e a mesma metodologia de ensaio empregada pela ASTM C 1018: 1994b para obtenção da curva carga por deslocamento e conseqüente avaliação da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço.

A diferença entre a JSCE-SF4 : 1984 e ASTM C 1018 : 1994b reside basicamente na forma de quantificação da tenacidade. A JSCE-SF4 : 1984 calcula o parâmetro denominado de fator de tenacidade (FT), ou denominado também de resistência à flexão equivalente, que é definido pela Equação 8.

$$FT = \frac{T_b L}{\delta_{tb} b h^2} \tag{8}$$

onde:

FT = fator de tenacidade, ou resistência à flexão equivalente

 $T_b$  = área sob a curva carga por deslocamento até o deslocamento equivalente de L/150 (N.mm)  $\delta_{tb}$  = deslocamento equivalente a L/150 (mm)

- b = largura da viga (mm)
- h = altura da viga (mm)
- L = vão da viga durante o ensaio (mm)

Mindess et al. (1996) indicam que a principal vantagem do método proposto pela JSCE-SF4 : 1984 está associada ao fato do fator de tenacidade calculado e utilizado para avaliação do concreto reforçado com fibras de aço não depender da determinação do ponto de primeira fissura. Contudo, segundo os autores, o fator de tenacidade determinado por este método depende da geometria da viga e do deslocamento especificado como limite.

Para Nataraja, Dhang e Gupta (2000), a dependência do fator de tenacidade calculado pela JSCE-SF4 : 1984 da geometria da viga dificulta a correlação entre os ensaios laboratoriais e o desempenho do concreto reforçado com fibras de aço em campo. Para os autores, além disso, o ponto final da curva escolhido para o cálculo do fator de tenacidade (L/150) é muito maior do que os valores de deslocamentos aceitos como limites de aplicabilidade. Finalmente, o cálculo do fator de tenacidade não permite avaliar o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço logo após a primeira fissura, o que em muitas aplicações é necessário, bem como não permite comparar o desempenho do concreto reforçado com fibras de aço logo após.

Nataraja, Dhang e Gupta (2000) verificaram, por meio de trabalho experimental, que o fator de tenacidade determinado pela JSCE-SF4 : 1984 não depende da forma de medição do deslocamento, ou seja, se forem tomados os devidos cuidados durante a realização do ensaio para a medida do deslocamento. Tais autores verificaram também que o fator de tenacidade é capaz de distinguir diferenças de desempenho do concreto reforçado com fibras de aço em função do volume de fibra e do fator de forma da fibra.

Apesar da não influência da forma de medida de deslocamento no fator de tenacidade verificado por Nataraja, Dhang e Gupta (2000), salienta-se que é de extrema importância a determinação do deslocamento real para que seja possível realizar-se uma análise mais detalhada no comportamento do concreto reforçado com fibras de aço, principalmente quando se pretende avaliar cargas e deslocamento na primeira fissura ou na região logo após a fissuração.

Para Chen et al. (1995), o fator de tenacidade calculado pela JSCE-SF4 : 1984 parece mais capaz de distinguir diferenças entre concretos com fibras com diferentes composições do que os índices de tenacidade calculados pela ASTM C 1018 : 1994b. Isto ocorre porque, no cálculo do fator de tenacidade pela JSCE-SF4 : 1984, as deficiências na medição das cargas e deslocamentos causadas pela instabilidade pós-pico não exercem influência significativa. Apesar desta observação apresentada pelos autores, observa-se que também nos cálculos da JSCE-SF4 : 1984 para a determinação do fator de tenacidade há influência da instabilidade pós pico. O problema da instabilidade pós-pico afeta os resultados de toda a curva carga por deslocamento obtida e conseqüentemente irá afetar os cálculos de fator de tenacidade realizados com dados de curvas obtidas de ensaios no qual aconteceu o problema, uma vez que o procedimento da JSCE-SF4 : 1984 utiliza a área sob a curva carga por deslocamento para cálculo da tenacidade.

A metodologia proposta pela EFNARC : 1996 destinada a avaliar a tenacidade do concreto projetado reforçado com fibras de aço consiste no ensaio de flexão a quatro pontos de vigas de 75x125x600 mm<sup>3</sup> serradas a partir de placas confeccionadas com concreto projetado, ou no ensaio de placas.

A tenacidade do concreto projetado reforçado com fibras de aço é especificada pela classe de resistência residual determinada no ensaio de vigas, a partir da curva carga por deslocamento usando os valores de tensão para os deslocamentos de 0,5; 1; 2 e 4 mm, dependendo da classe de deformação especificada pela Tabela 1.

Classe de deformação	Deslocamento	Tensão residual (MPa) por classe de resistência			
	da viga (mm)	1	2	3	4
	0,2	1,5	2,5	3,5	4,5
Baixa	1	1,3	2,3	3,3	4,3
Normal	2	1,0	2,0	3,0	4,0
Alta	4	0,5	1,5	2,5	3,5

 Tabela 1:
 Tensões residuais na flexão das classes recomendadas pela EFNARC : 1996.

A independência da definição do ponto de primeira fissura para o cálculo da tensão residual e conseqüente classificação do concreto projetado com fibras de aço por meio da tenacidade e o estabelecimento de padrões para comparação, classificação e verificação da conformidade das curvas obtidas são apontados por Morgan, Mindess e Chen (1995) como as principais vantagens da metodologia proposta pela EFNARC : 1996.

Contudo, o critério proposto pela EFNARC : 1996 para a avaliação da tenacidade baseia-se em ensaio de vigas de tamanho muito diferente das vigas empregadas pelas normas ASTM C 1018 : 1994b e JSCE-SF4 : 1984, o que dificulta a comparação dos resultados obtidos por diferentes métodos. Além disso, a tensão residual é calculada segundo

o comportamento elástico do material, no entanto após a fissuração este não é o seu comportamento real. (MORGAN, MINDESS; CHEN, 1995).

A norma mais recente para avaliação da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço, ASTM C 1399 : 2002 recomenda o cálculo da Resistência Residual Média – RRM (*Average Residual Strength – ARS*), a partir dos dados da segunda etapa de carregamento (após ter sido retirada a chapa metálica), conforme a Equação 9.

$$ARS = \left(\frac{p_{0,50} + p_{0,75} + p_{1,00} + p_{1,25}}{4}\right) \times \frac{L}{bd^2}$$
(9)

onde:

 $\begin{array}{l} \text{ARS} = \textit{Average Residual Strength} \text{ ou Resistência Residual Média} \\ \text{P}_{0,50}, \ \text{P}_{0,75}, \ \text{P}_{1,00}, \ \text{P}_{1,25}, \ = \text{Cargas referentes aos deslocamentos de 0,5; 0,75; 1,00 e 1,25 mm,} \\ \text{respectivamente (N)} \\ \text{L} = \text{vão da viga (mm)} \\ \text{b} = \text{base da viga (mm)} \\ \text{d} = \text{altura da viga (mm)} \end{array}$ 

Nesta Equação observa-se que, no cálculo da Resistência Residual Média considera-se a média aritmética simples dos valores de carga referentes aos deslocamentos de 0,50; 0,75; 1,00 e 1,25 mm, e apresenta a principal limitação de admitir que a linha neutra está posicionada no meio da altura da viga, ou seja, admite o comportamento elástico do concreto reforçado com fibras de aço mesmo após a viga já ter sido fissurada. Estas duas considerações são as principais limitações do método descrito pela ASTM C 1399 : 2002 para a avaliação da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço. Tal norma apresenta inovações no sentido de minimizar problemas de ensaio tais como a instabilidade pós-pico. No entanto, continua a avaliar erroneamente a resistência residual do concreto reforçado com fibras de aço, utilizando uma equação simplificada semelhante à apresentada pela JSCE-SF4 : 1984 e pela EFNARC : 1996.

As considerações apresentadas nos itens 2.4 e 2.5 deste Capítulo foram apresentadas com o intuito de esclarecer ao leitor sobre os fatores que afetam os ensaios e as medidas de tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço. Diante desta revisão bibliográfica foi possível definir diversos procedimentos de ensaios empregados nesta tese, sendo estes procedimentos detalhados e justificados no Capítulo 4.

# 3. MODELOS TEÓRICOS DO COMPORTAMENTO APÓS A FISSURAÇÃO DO CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

No Capítulo 2, verificou-se que muitas pesquisas foram desenvolvidas com o objetivo de avaliar o desempenho do concreto reforçado com fibras de aço, estudando os mecanismos de atuação das fibras no interior da matriz de concreto, as propriedades e as aplicações deste concreto, bem como pesquisas que procuram desenvolver métodos de ensaio para avaliar a sua tenacidade. No entanto, além do fato que os resultados destes testes, muitas vezes, não apresentam boa correlação entre si, em alguns casos há um desconhecimento de como considerar os índices calculados por estes procedimentos no dimensionamento das estruturas com concreto com fibras de aço e também de como avaliar precisamente o comportamento pós-fissuração deste concreto.

Neste capítulo serão descritos alguns modelos teóricos que objetivam dosar a quantidade de fibra necessária em um determinado tipo de aplicação do concreto reforçado com fibras de aço (MOENS; NEMEGER, 1991 e VANDEWALLE, 1993), outros utilizados para dimensionar peças estruturais de concreto com fibra (CASANOVA; ROSSI, 1996 e RILEM TC 162 – TDF, 2000b) e alguns desenvolvidos para prever o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço sob o ensaio de flexão de vigas (ARMELIN, 1997; JONES, 1998 e PRUDÊNCIO JR. et al., 2006).

# 3.1 Moens e Nemegeer (1991)

O objetivo principal do modelo desenvolvido por Moens e Nemeger (1991) é dosar o teor de fibras de aço necessário para o atendimento de exigências de projeto.

Os autores recomendam a realização de ensaios de concreto reforçado com fibras de aço com diferentes teores e tipos de fibra de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b, determinando-se os fatores de resistência residual ( $R_{5,10}$ ,  $R_{10,20}$  e  $R_{10,30}$ ) conforme o descrito na Equação 7. Além disso, prescrevem que seja calculada a resistência equivalente à tração na flexão ( $f_{e,i}$ ) e os fatores de tenacidade ( $R_{e,i}$ ) conforme as Equações 10 e 11, respectivamente.

$$f_{e,i} = \frac{Dl}{\delta_i b h^2} \tag{10}$$

onde:

$$\begin{split} f_{e,i} &= resistência equivalente à tração na flexão do concreto reforçado com fibras de aço i = nível de deslocamento (mm) \\ D &= área sob a curva carga por deslocamento até o deslocamento equivalente de "i" mm \\ \delta_t &= deslocamento equivalente a "i" mm \\ b &= largura da viga \\ h &= altura da viga \\ l &= vão da viga durante o ensaio \end{split}$$

$$R_{e,i} = 100 \frac{f_{e,i}}{f_0} \tag{11}$$

onde:

 $R_{e,i} = fator de tenacidade$ 

 $f_{e,i}$  = resistência equivalente à tração na flexão do concreto reforçado com fibras de aço  $f_0$ = resistência à tração na flexão do concreto sem fibras

Com os resultados dos ensaios, devem ser obtidos gráficos relacionando o fator de tenacidade ( $R_{e,i}$ ) e/ou os fatores de resistência residual ( $R_{5,10}$ ,  $R_{10,20}$  e  $R_{10,30}$ ) com o volume de fibra empregado, para cada tipo de fibra e resistência de matriz de concreto avaliados.

Considerando a resistência equivalente à tração na flexão do concreto reforçado com fibras de aço para um dado deslocamento  $(f_{e,i})$  e a resistência à tração na flexão da matriz do concreto sem fibra  $(f_0)$  ambos especificados em projeto, é calculado o fator de tenacidade  $(R_{e,i})$ . Com o fator de tenacidade obtido  $(R_{e,i})$  e utilizando-se os gráficos que relacionam o fator de tenacidade com o volume de fibra para cada tipo de fibra ensaiada, obtém-se o volume de fibra necessário para atingir o fator de tenacidade especificado.

Procedimento semelhante pode ser utilizado empregando os valores dos fatores de resistência residual ( $R_{5,10}$ ,  $R_{10,20}$  e  $R_{10,30}$ ). Neste caso, devem ser especificados no projeto o valor mínimo de um determinado fator de resistência residual ( $R_{5,10}$  ou  $R_{10,20}$  ou  $R_{10,30}$  ou

vários deles) e a resistência à tração na flexão da matriz do concreto sem fibra ( $f_0$ ). Com estes valores e utilizando-se os gráficos que relacionam os fatores de resistência residual com o volume de fibra, para cada tipo de fibra ensaiada, pode-se determinar o volume de fibra a ser empregado para atingir as especificações de projeto.

Esta metodologia proposta por Moens e Nemegeer (1991) requer a realização de muitos ensaios de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, com diferentes tipos, tamanhos e volumes de fibras e diferentes resistências da matriz de concreto, para a obtenção dos diversos gráficos. Por isso, torna-se uma metodologia de difícil execução e onerosa.

Ao utilizar tais formulações e procedimentos para dimensionar o concreto reforçado com fibras de aço, Moens e Nemegeer (1991) não consideram os efeitos da geometria da viga e outros fatores nos resultados do ensaio prescrito pela ASTM C 1018 : 1994b, principalmente no que se refere ao cálculo da resistência equivalente à flexão ( $f_{e,i}$ ), dos fatores de tenacidade ( $R_{e,i}$ ) e dos fatores de resistência residual ( $R_{5,10}$ ,  $R_{10,20}$  e  $R_{10,30}$ ).

#### **3.2** Vandewalle (1993)

Vandewalle (1993) apresenta, em seu livro, uma metodologia para calcular a capacidade de suporte do concreto projetado reforçado com fibras de aço para emprego em revestimento de túneis e comparar o desempenho deste concreto com o concreto convencional reforçado com malhas de aço.

Tal autor calcula o momento fletor resistente do concreto reforçado com fibras de aço, de acordo com a Equação 12 e considera que o concreto reforçado com fibras de aço apresenta uma diagrama de distribuição de tensões conforme o esquema da Figura 23.

$$M = \frac{f_e b d^2}{6} \tag{12}$$

onde:

M = momento fletor resistente

 $f_e$  = resistência equivalente à tração na flexão do concreto reforçado com fibras de aço

b = largura da viga

d = altura da viga

A partir do diagrama de tensões apresentado na Figura 23 é possível demonstrar a relação entre a tensão máxima e a tensão de tração à flexão, de acordo com a Equação 13.



**Figura 23 :** Distribuições de tensões no concreto reforçado com fibras de aço admitido no cálculo proposto por Vandewalle (1993).

$$\sigma_{\max} = 2,763\sigma_{fl} \tag{13}$$

onde:

Vandewalle (1993) apresenta diversos estudos comparativos entre camadas de reforço de concreto projetado convencional com e sem a presença de armaduras e camadas de concreto projetado reforçado com fibras de aço para revestimento de túneis. Os cálculos para o dimensionamento da camada de concreto reforçado com fibras de aço é baseado na determinação do fator de equivalência à tração (f<sub>e,i</sub>) determinado pela Equação 10, sendo que este fator de equivalência para o concreto com fibra é relacionado com a resistência máxima à tração do concreto sem fibra e obtido a partir de gráficos que relacionam o fator de equivalência com o volume de fibra, semelhante ao proposto por Moens e Nemegeer (1991). Além disso, ao utilizar o fator de equivalência, Vandewalle (1993) está considerando um desempenho médio da fibra que independe do deslocamento da viga, e, principalmente, considera que a linha neutra está sempre posicionada no meio da altura da viga, mesmo após o concreto já estar fissurado. Apesar da Figura 23 mostrar a linha neutra posicionada acima da

meia altura da viga, nos cálculos apresentados em seu livro, Vandewalle (1993) considera sempre que a linha neutra está posicionada no meio da altura da viga.

### 3.3 Casanova e Rossi (1996)

Casanova e Rossi (1996) propõem um modelo teórico para dimensionamento de peças de concreto considerando o comportamento à flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

Considerando uma viga de seção retangular submetida ao ensaio de flexão a quatro pontos definem a distribuição de tensões de acordo com a Figura 24.





As equações de equilíbrio são escritas, conforme as Equações 14 e15.

$$N_c + N_f = 0 \tag{14}$$

$$M_c + M_f = M_{ext} \tag{15}$$

onde:

 $N_c$ ,  $N_f$  = forças normais suportadas pelo concreto e pelas fibras, respectivamente  $M_c$ ,  $M_f$  = momentos resistentes devido ao concreto e as fibras, respectivamente  $M_{ext}$  = momento externo

A fissura, de abertura w, é modelada como um triângulo isósceles de altura  $\alpha$ h, com  $\alpha$  variando entre 0 e 1.

A força normal (N<sub>f</sub>) suportada pelas fibras é calculada a partir da relação entre a tensão de tração ( $\sigma_f$ ) e a abertura de fissuras (w) e é determinada pela Equação 16.

$$N_f = \int_0^{\alpha h} \sigma_f \left( \left( 1 - \frac{z}{\alpha h} \right) w \right) b dz$$
(16)

onde:

$$\begin{split} N_f &= \text{forças normais suportadas pelas fibras} \\ \sigma_f(w) &= \text{tensão de tração do concreto reforçado com fibras de aço após a fissuração} \\ \alpha h &= \text{altura da fissura} \\ w &= \text{abertura da fissura} \\ b &= \text{largura da viga} \\ z &= \text{coordenada vertical medida a partir da base da viga} \end{split}$$

A relação entre a tensão de tração ( $\sigma_f$ ) e a abertura de fissuras (w) é obtida no ensaio de tração direta de corpos-de-prova cilíndricos de concreto com fibras de aço com entalhes no centro do corpo-de-prova, de forma que sejam medidas a abertura de fissura e a carga até que seja atingida a ruptura.

Na parte superior da viga, ou seja, a região de contribuição do concreto, considera-se um comportamento de acordo com a teoria de vigas: que as seções planas se mantêm planas e que há uma distribuição linear da deformação axial na seção. A curvatura nesta seção é denominada de  $\chi_c$ . A tensão do concreto  $\sigma_c(\varepsilon)$  é modelada como uma função da deformação, e a força axial referente ao concreto é escrita conforme a Equação 17.

$$N_{c} = \int_{\alpha h}^{h} \sigma_{c} (\chi_{c} (z - \alpha h - y_{1})) b dz$$
<sup>(17)</sup>

onde:

 $N_c =$  força normal suportada pelo concreto

 $\sigma_c(\epsilon)$  = tensão de compressão do concreto

 $\chi_c = curvatura após a fissuração$ 

 $y_1$  = coordenada da linha neutra quando a tensão máxima de tração (tensão de início de fissuração) do concreto é atingida no trecho superior da viga, determinada pela Equação 18

$$y_1 = \frac{\sigma_{cr}}{E\chi_c} \tag{18}$$

onde:

 $\sigma_{cr}$  = tensão máxima de tração do concreto (tensão do início de fissuração) E = módulo de elasticidade do concreto

 $\chi_c = curvatura após a fissuração$ 

Da mesma maneira, podem ser calculados os momentos resistentes referentes às fibras e ao concreto pelas Equações 19 e 20, respectivamente.

$$M_{f} = \int_{0}^{\alpha h} \sigma_{f} \left( \left( 1 - \frac{z}{\alpha h} \right) w \right) bz dz$$
<sup>(19)</sup>

$$M_{c} = \int_{\alpha h}^{h} \sigma_{c} \left( \chi_{c} \left( z - \alpha h - y_{1} \right) \right) bz dz$$
<sup>(20)</sup>

onde:

$$\begin{split} &\sigma_f(w) = \text{tensão de tração do concreto reforçado com fibras de aço após a fissuração} \\ &\sigma_c(\epsilon) = \text{tensão de compressão do concreto} \\ &\chi_c = \text{curvatura após a fissuração} \\ &z = \text{coordenada vertical medida a partir da base da viga} \\ &\alpha h = \text{altura da fissura} \\ &w = \text{abertura da fissura} \\ &b = \text{largura da viga} \\ &y_1 = \text{coordenada da linha neutra quando a tensão máxima de tração (tensão de início de fissuração) do concreto é atingida no trecho superior da viga} \end{split}$$

Para calcular o deslocamento da viga, os autores consideram que há uma região

próxima a fissura que ocorre uma perturbação da curvatura. Esta consideração é mostrada na Figura 25.



Figura 25 : Distribuição da curvatura ao longo da fissura (Casanova e Rossi, 1996).

A curvatura fora da região perturbada é definida, considerando um comportamento elástico, de acordo com a Equação 21.

$$\chi_e = \frac{M}{EI} \tag{21}$$

onde:

 $\chi_e$  = curvatura elástica M = momento resistente I = momento de inércia da viga E = módulo de elasticidade do concreto

O comprimento da região perturbada ( $\Delta_f$ ) corresponde a duas vezes a altura da fissura (2 $\alpha$ h), e admite-se que a curvatura varia parabolicamente de um valor  $\chi_c$  no local da fissura para um valor  $\chi_e$  na posição  $\Delta_f/2$ , sendo esta variação expressa pela Equação 22.

$$\chi(x) = \chi_c - \frac{4}{\Delta_f} (\chi_c - \chi_e) x + \frac{4}{\Delta_f^2} (\chi_c - \chi_e) x^2$$
<sup>(22)</sup>

onde:

 $\chi(x) = curvatura da viga$ 

 $\chi_e = curvatura elástica$ 

 $\chi_c = curvatura após a fissuração$ 

 $\Delta_{\rm f}$  = comprimento da região perturbada

A partir desta equação da curvatura, pode-se determinar o ângulo de rotação
 (θ) da área perturbada de acordo com a Equação 23.

$$\theta = \int_{0}^{\Delta_{f/2}} \chi(x) dx$$
(23)

onde:

 $\theta$  = ângulo de rotação da área perturbada  $\chi(x)$  = curvatura da viga

Resolvendo-se a integral e aplicando-se os valores de limite, obtém-se

$$\theta = \frac{\chi_c + \chi_e}{6} 2\alpha h \tag{24}$$

onde:

 $\theta$  = ângulo de rotação da área perturbada

 $\chi_e = curvatura elástica$ 

 $\chi_c = curvatura após a fissuração$ 

 $\alpha h = altura da fissura$ 

Considerando a compatibilidade de rotações entre as duas camadas limites da área perturbada, que a abertura angular da fissura é igual a  $2\theta$  e que a abertura da fissura é muito pequena em relação a sua altura, pode-se deduzir que:

$$2\theta = \frac{w}{\alpha h} \tag{25}$$

onde:

 $\theta$  = ângulo de rotação da área perturbada w = abertura de fissura  $\alpha$ h = altura da fissura

Assim, para uma dada curvatura  $\chi_c$ , é possível resolver o problema utilizando as Equações 14, 15 e 23, e considerando as relações definidas pelas Equações 24 e 25, por meio de um programa computacional. No algoritmo do programa, são feitas iterações da curvatura  $\chi_c$ , e determina-se: w,  $\alpha$ h e M que satisfaçam as equações de equilíbrio até que o concreto atinja a sua deformação máxima. Com os valores de w,  $\alpha$ h e M calculados nas iterações é possível determinar os valores de carga (P) e de deslocamento ( $\delta$ ) para cada momento (M).

O valor da carga (P) é determinado pela Equação 26.

$$P = \frac{6M}{L}$$
(26)

onde:

P = carga (N) M = momento resistente (N.mm) L = vão da viga (mm)

O deslocamento depois da fissura é admitido como sendo igual a soma de três termos de acordo com a Equação 27.

$$\delta = \delta_e + \delta_c + \delta_2 \tag{27}$$

onde:

 $\delta_e$  = deslocamento antes da fissuração, determinado pela Equação 28

 $\delta_c$  = deslocamento após a fissuração referente à região de curvatura elástica, determinado pela Equação 29

 $\delta_2$  = deslocamento após a fissuração referente à região perturbada pela fissura, determinado pela Equação 30

$$\delta_{\rm e} = \frac{23 {\rm PL}^3}{1296 {\rm EI}} \tag{28}$$

onde:

 $\delta_e$  = deslocamento antes da fissuração (mm)

P = carga(N)

L = vão da viga (mm)

I = momento de inércia da viga (mm<sup>4</sup>)

E = módulo de elasticidade do concreto (MPa)

$$\delta_{\rm c} = \int_{0}^{(L-\Delta_{\rm f})/2} \left(\theta({\rm x}) - \theta_{\rm e}({\rm x})\right) d{\rm x} = \frac{\theta(L-\Delta_{\rm f})}{2}$$
(29)

onde:

 $\delta_c$  = deslocamento após a fissuração referente à região de curvatura elástica

L = vão da viga (mm)

 $\Delta_f$  = comprimento da região perturbada

$$\delta_2 = \int_{0}^{\Delta_f/2} \theta dx = \frac{2\chi_e + \chi_c}{12} \Delta_f^2$$
(30)

onde:

 $\delta_2$  = deslocamento após a fissuração referente à região perturbada pela fissura

 $\chi_e$  = curvatura elástica

 $\chi_c = curvatura após a fissuração$ 

 $\Delta_f$  = comprimento da região perturbada

Substituindo as equações 29 e 30 na equação 27, obtém-se a Equação 31, referente ao deslocamento total da viga.

$$\delta = \delta_{\rm e} + \theta \frac{\rm L}{2} \tag{31}$$

onde:

 $\delta$  = deslocamento total da viga (mm)

 $\delta_e$  = deslocamento antes da fissuração, determinado pela Equação 36 (mm)

 $\theta$  = ângulo de rotação da área perturbada

L = vão da viga (mm)

Apesar da boa correlação verificada por Casanova e Rossi (1996), entre os resultados do modelo proposto e resultados de ensaios à flexão de viga de concreto reforçado com fibras de aço, observa-se algumas deficiências na formulação do modelo.

Inicialmente, os autores propõem a utilização do ensaio de tração direta de corpos-de-prova cilíndricos de concreto para a obtenção dos parâmetros de tensão e abertura de fissuras referentes ao desempenho de cada fibra a ser empregada. Este tipo de procedimento é questionável, uma vez que vários autores consideram que não há uma relação direta entre o desempenho da fibra no ensaio de tração direta com o desempenho no ensaio de flexão. Além disso, observou-se, nos resultados de ensaio de tração direta obtidos por Casanova e Rossi (1996), uma queda brusca na carga após a fissuração. Sabe-se, entretanto, que esta diminuição na carga não está associada ao desempenho das fibras, mas sim à ruptura do concreto que as envolve.

O modelo proposto considera a contribuição do concreto à compressão e à tração somente antes da fissuração, ou seja, a parcela de contribuição da resistência à tração do concreto após a fissuração devido ao entrelaçamento dos agregados não é considerada. A contribuição do concreto fissurado poderia ter sido considerada por meio do emprego das equações propostas por Stang (1992, apud LI e MAALEJ,1996) e por Gopalaratnam e Shah (1985).

Considerar uma região perturbada pela presença da fissura e a influência desta na curvatura da viga parece ser interessante, pois poderá diminuir a influência do tamanho da viga e do comprimento do vão, na definição do modelo. Contudo, os autores admitiram que, nesta região perturbada, a curvatura da viga é definida como uma função parabólica e que a região perturbada tem um comprimento que corresponde a duas vezes a altura da fissura, sem que estas considerações fossem verificadas experimentalmente.

# 3.4 Armelin (1997)

Armelin (1997) propõe um modelo para prever o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço após a fissuração quando submetido à flexão baseado em resultados experimentais de ensaios de arrancamento de fibras.

A formulação do modelo está baseada no ensaio de vigas à flexão a quatro pontos, conforme o recomendado pela ASTM C 1018 : 1994b. Neste modelo, considera-se que os deslocamentos da viga, quando submetida a este ensaio, são da ordem de centésimos de milímetros e a região de deslocamentos de interesse na curva carga por deslocamento para prever o comportamento após a fissuração situa-se entre 2 e 3 mm, o que é da ordem de 10 a 100 vezes maior do que as deformações elásticas. Estas considerações indicam um movimento de corpo rígido, separando a viga em dois blocos, pelo surgimento de uma única fissura, e formando um ponto de encontro das faces da fissura, denominado de "rótula plástica".

Assim, o modelo de Armelin (1997) consiste basicamente na determinação da posição desta "rótula plástica", ou seja, da linha neutra, em função do equilíbrio de forças na seção fraturada, para, conseqüentemente, determinar a carga resistente pelo concreto após a fissuração em função do deslocamento.

Na Figura 26 são apresentados o esquema do ensaio de flexão a quatro pontos, a distribuição de deformações e o modo de fratura e, na Figura 27 são apresentados os diagramas de tensões e deformações admitidos para o desenvolvimento do modelo.

A partir da Figura 26 é possível determinar o encurtamento do concreto ( $\Delta_0$ ).

$$\Delta_0 = \int_0^L \varepsilon_x dx = \varepsilon_0 2l \tag{32}$$

onde:

 $\Delta_0 =$  encurtamento do concreto

 $\varepsilon_0$  = deformação máxima do concreto à compressão

 $\varepsilon_x = deformação do concreto à compressão$ 

l = 1/3 do vão

A partir da Figura 26, observa-se que a relação entre a posição da linha neutra(x) e o incremento do ângulo de rotação (dθ) é determinada como:

$$d\theta = \frac{\Delta_0}{2x} \tag{33}$$

onde:

 $d\theta$  = incremento do ângulo de rotação

 $\Delta_0$  = encurtamento do concreto

x = posição da linha neutra



**Figura 26 :** Representação esquemática do ensaio, da distribuição de deformações e do modo de fratura do corpo-de-prova utilizado no modelo proposto por Armelin (1997).



Figura 27 : Diagramas de tensões e deformações utilizados no modelo de Armelin (1997).

O incremento no deslocamento  $(d\delta)$  e na abertura de fissura (dw) podem ser determinados pelas relações expressas nas Equações 34 e 35, e a relação entre eles pela Equação 36.

$$d\delta = d\theta \frac{3l}{2} \tag{34}$$

$$dw = 2[d\theta(h-x)] \tag{35}$$

$$\frac{d\delta}{dw} = \frac{L}{4(h-x)} \tag{36}$$

onde:

 $d\delta$  = incremento no deslocamento  $d\theta$  = incremento do ângulo de rotação l = 1/3 do vão da viga dw = incremento da abertura de fissura L = vão da viga h = altura da viga x = posição da linha neutra

A posição da linha neutra (x) e a carga resistente (P) do concreto após a fissuração podem ser determinadas pelos equilíbrios de forças e de momentos definidos pelas Equações 37 e 38, respectivamente.

O equilíbrio de momentos pode ser calculado a partir do somatório de momentos gerados pelas forças suportadas por cada fibra que é arrancada (f<sub>i</sub>) multiplicadas pela sua posição em relação à linha neutra (yi) e somados ao momento produzido pela tensão do concreto.

$$\int_{0}^{x} \sigma_{c}(bdy) + \sum_{1}^{N} f_{i} = 0$$
(37)

$$M_{e} = \int_{0}^{c} \sigma_{c} (bdy) y + \sum_{1}^{N} (f_{1}y_{i})$$
(38)

onde:

 $\sigma_c$  = tensão de compressão do concreto

b = largura da viga

 $f_i =$  força de arrancamento de cada fibra

 $M_e$  = momento externo aplicado

 $y_i = posição das forças f_i em relação à linha neutra (sinal positivo para baixo), determinado em função da abertura da fissura (w<sub>i</sub>) nesta posição, calculada pela Equação 39 mostrada a seguir.$ 

$$w_i = \left[\frac{CMOD}{(h-x)}\right] y_i \tag{39}$$

onde:

(w<sub>i</sub>) = abertura da fissura
CMOD = abertura de fissura na base da viga, região de maior tração
h = altura da viga
x = posição da linha neutra
y<sub>i</sub> = posição das forças f<sub>i</sub> em relação à linha neutra (sinal positivo para baixo), determinado em função da abertura da fissura (w<sub>i</sub>)

Neste modelo, admite-se que o concreto tem um comportamento elástico à tração, com o módulo de elasticidade determinado em função da resistência à compressão do concreto, usando a expressão da Equação 40 (CSA Code (1984), apud ARMELIN (1997)).

$$E_{ct} = 5500 \sqrt{f_c} \tag{40}$$

onde:

 $E_{ct}$  = módulo de elasticidade do concreto (MPa) f'<sub>c</sub> = resistência à compressão do concreto (MPa)

Admite, também, que, quando a deformação máxima do concreto à tração é atingida, o concreto apresenta um comportamento de amolecimento e utiliza a Equação 4 proposta por Gopalaratnam e Shah (1985) para calcular a contribuição do concreto à tração após a fissuração.

Na compressão, admite que a relação entre a tensão e a deformação do concreto é definida como uma parábola (conhecida como a Parábola de Hognestad), de acordo com a Equação 41.

$$\sigma_{c} = f_{c} \left[ 2 \frac{\mathcal{E}_{c}}{\mathcal{E}_{c}} - \left( \frac{\mathcal{E}_{c}}{\mathcal{E}_{c}} \right)^{2} \right]$$
(41)

onde:

$$\varepsilon_{c} = 2 \frac{f_{c}}{E_{ct}}$$
<sup>(42)</sup>

onde:

 $f_c = resistência à compressão do concreto (MPa)$ 

$$\varepsilon_c$$
 = deformação do concreto à compressão

 $\epsilon'_{c}$  = deformação do concreto correspondente ao pico na curva  $\sigma_{c}$  -  $\epsilon_{c}$ 

A força de arrancamento de cada fibra  $(f_i)$  é expressa como uma função da abertura de fissuras  $(w_i)$ , de acordo com a força média da relação entre a força de arrancamento por abertura de fissura obtida experimentalmente. Esta relação é obtida do ensaio de tração direta de fibras isoladas, considerando diferentes ângulos de inclinação das fibras e resistência à compressão do concreto, sendo estimada pela Equação 43.

$$f(w) = \frac{\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{0}^{\frac{l}{2}} f(l_{e}, \alpha) dl_{e} d\alpha}{\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{0}^{\frac{l}{2}} \int_{0}^{\frac{l}{$$

onde:

 $f_i$  = força de arrancamento de uma fibra em uma determinada inclinação i, considerando as inclinações de 0; 22,5; 45; 67,5 e 90°

 $f_{hook}$  = força de arrancamento correspondente à contribuição do gancho da fibra

Assim, a força total de contribuição das fibras pode ser escrita como:

$$F_t = fN \tag{44}$$

onde:

 $F_T$  = força total de contribuição das fibras f = força média de arrancamento das fibras, determinada pela Equação 43 N= número de fibras

O número de fibras (N) presentes em uma determinada área pode ser calculado a partir da densidade de distribuição das fibras (n) como proposto por Romualdi e Mandel (1964, apud ARMELIN, 1997) e de acordo com a Equação 45.

$$n = \alpha \frac{L}{V} = \alpha V_f \frac{A}{100 * A_f} \tag{45}$$

onde:

 $\alpha = 0,5$ , considerando uma distribuição aleatória e tridimensional das fibras  $V_f =$  volume de fibra adicionado ao concreto, em relação a 1 m<sup>3</sup> de concreto (%)  $A_f =$  área da seção transversal da fibra (mm<sup>2</sup>) A = área da seção transversal do concreto (mm<sup>2</sup>)

Armelin (1997) testou seu modelo matemático com resultados de vigas com diferentes geometrias, variando a relação entre a altura, a largura e o vão, e com diferentes volumes de fibras, 0,75 e 1,5%. Com base nos gráficos contendo os resultados experimentais e os resultados do modelo teórico observam-se, em algumas situações, diferenças significativas entre os valores medidos e os previstos pelo modelo.

Uma das limitações do modelo de Armelin (1997) está na necessidade do desenvolvimento de um grande número de testes de tração direta de fibras, considerando o comprimento embebido e a inclinação das fibras, para avaliar a tensão de tração das fibras para alimentar o modelo proposto. Além disso, como discutido no modelo de Casanova e Rossi (1996), há dúvidas sobre a relação entre o desempenho das fibras no ensaio de tração direta com o desempenho quando submetidas ao ensaio de flexão.

# 3.5 Jones (1998)

Jones (1998) propõe outro modelo para prever o comportamento à flexão do concreto projetado reforçado com fibras de aço.

A concepção do modelo é ilustrada nas Figuras 28 até 31, que mostram uma representação esquemática da propagação de fissura na seção crítica do concreto reforçado com fibras de aço com o aumento do deslocamento e conseqüente deslocamento da linha neutra e o correspondente diagrama tensão-deformação.

Nos estágios iniciais do carregamento, a viga não está fissurada e comporta-se elasticamente, conforme a Figura 28.



**Figura 28 :** Representação esquemática da viga de concreto reforçado com fibras de aço sob o carregamento de flexão – Estágio 1: seção não fissurada (JONES, 1998).

Tão logo é atingida a resistência à tração da matriz, surgem microfissuras na face tracionada da viga, iniciando o processo de descolamento entre a fibra e a matriz de concreto, ocasionando o deslocamento da linha neutra em direção à face superior da viga. Este estágio inicial de fissuração é apresentado na Figura 29.



**Figura 29 :** Representação esquemática da viga de concreto reforçado com fibras de aço sob o carregamento de flexão – Estágio 2: microfissuração (JONES, 1998).

Com o aumento do deslocamento, há um aumento da microfissuração e o surgimento de uma única fissura no centro do vão também denominada de macrofissura, acontecendo simultaneamente a mudança de posição da linha neutra. Na face da fissura, verifica-se uma região de entrelaçamento dos agregados e outra região de entrelaçamento das fibras.



**Figura 30 :** Representação esquemática da viga de concreto reforçado com fibras de aço sob o carregamento de flexão – Estágio 3: desenvolvimento da macrofissura (JONES, 1998).

Todo este comportamento continua até que se inicie o processo de arrancamento das fibras da matriz, começando na face inferior extrema da viga, e resultando na sua ruptura.



**Figura 31 :** Representação esquemática da viga de concreto reforçado com fibras de aço sob o carregamento de flexão – Estágio 4: macrofissura e arrancamento das fibras (JONES, 1998).

Estes quatro estágios de propagação de fissuras são relacionados com regiões distintas na curva carga por deslocamento do ensaio de flexão, conforme a Figura 32.

A metodologia proposta tem como hipótese principal: "Dada a resistência da matriz, o volume de fibra, o tipo de fibra, as dimensões da seção transversal da viga e a forma de carregamento da viga de concreto projetado reforçada com fibras de aço, a curva carga de flexão por deslocamento pode ser estimada usando o diagrama de blocos de tensão, se são conhecidos os seguintes parâmetros: relação tensão-deformação do concreto à compressão axial, relação tensão-deformação do concreto de tensão contecto de tensão concreto a tração axial, relação carga de arrancamento de

fibra por abertura de fissuras, o número, distribuição, comprimento embebido e orientação das fibras que estão atravessando a seção fissurada da viga e o perfil de deformações e de abertura de fissuras em relação ao deslocamento no meio do vão da viga". (ROBINS, et al., 2001)



Figura 32: Relação entre os quatro estágios de propagação de fissura e a curva carga por deslocamento do ensaio de vigas de concreto reforçado com fibra de aço (JONES, 1998).

Este modelo está baseado na previsão do diagrama de blocos de tensão na seção crítica da viga de concreto projetado reforçado com fibras de aço submetida ao ensaio de flexão. Pode-se estimar a capacidade da viga à flexão, desde que sejam conhecidas a forma e a magnitude do diagrama tensão-deformação. Assim, a carga à flexão pode ser calculada para um dado deslocamento e a curva carga por deslocamento pode ser estimada desde que o equilíbrio de forças internas seja satisfeito, ou seja, a resultante das forças de compressão e a resultante das forças de tração devem ser iguais, considerando as componentes individuais expressas nos diagramas de tensões e de deformações, conforme a Figura 33.



**Figura 33 :** Representação esquemática dos diagramas de tensões e de deformações da seção fissurada do concreto reforçado com fibras de aço (JONES, 1998).

O equilíbrio de forças e de momentos é dado pelas Equações 46 e 47, respectivamente.

$$\int_{0}^{c} \sigma_{c} (bdy) + \int_{c-c}^{c} \sigma_{t} (bdy) + \sum_{1}^{N} f_{N} = 0$$
(46)

$$\int_{0}^{c} \sigma_{c} (bdy) y_{c} + \int_{c-c}^{c} \sigma_{t} (bdy) y_{t} + \sum_{1}^{N} (f_{1}y_{n}) = M_{e}$$
(47)

onde:

- $\sigma_c$  = tensão de compressão do concreto
- $\sigma_t$  = tensão de tração do concreto
- b = largura da viga
- $f_N =$  força de arrancamento de cada fibra

 $M_e$  = momento externo aplicado

y<sub>c</sub> = posição das forças de compressão em relação à linha neutra

 $y_t = posição das forças de tração em relação à linha neutra$ 

y<sub>n</sub> = posição de cada uma das forças de arrancamento das fibras em relação à linha neutra

As forças de tração e de compressão do concreto estão relacionadas com as deformações e as forças devido às fibras são relacionadas com aberturas de fissuras.

A seção fissurada é dividida em várias camadas de espessura "n", sendo assim

determinada a abertura de fissura correspondente a cada camada ( $\varpi$ n) e calculada a força e o momento devido às fibras em cada camada, conforme as Equações 48 e 49.

$$F_n = P_n \left( N_f \right)_n b \tag{48}$$

$$\boldsymbol{M}_{n} = \boldsymbol{F}_{n} \boldsymbol{y}_{n} \tag{49}$$

onde:

$$\begin{split} F_n &= \text{força devido às fibras} \\ M_n &= \text{momento devido às fibras} \\ P_n &= \text{força de cada fibra} \\ N_f &= \text{densidade de fibra em cada camada, medida em fibras/cm}^2 \\ y_n &= \text{posição de cada uma das forças de arrancamento das fibras em relação à linha neutra} \\ b &= \text{largura da viga} \end{split}$$

A filosofia do modelo proposto por Jones (1998) pode ser resumida na Figura 34.



Figura 34 : Resumo do modelo proposto por Jones (1998).

Para desenvolver o modelo teórico, Jones (1998) também admitiu a relação existente entre a abertura de fissura e o deslocamento da viga, considerando a formação da "rótula plástica" durante a formação da fissura, semelhante à consideração feita por Armelin (1997). Contudo, para verificar a validade desta consideração feita por Armelin (1997) e Jones (1998), Robins et al. (2001) desenvolveram um programa experimental objetivando verificar a relação entre a abertura de fissuras e o deslocamento, e o movimento da linha neutra em função do aumento do deslocamento durante o ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

Para fazer tais verificações experimentais, Robins et al. (2001) determinaram a abertura da fissura, a posição da linha neutra, a carga e o deslocamento durante o ensaio de flexão das vigas de concreto reforçado com fibras de aço. A carga e o deslocamento foram medidos utilizando-se uma máquina universal de ensaio e transdutores de deslocamento, respectivamente. A abertura da fissura foi medida por meio de imagens de fotografia, sendo que, para obter-se uma referência, era desenhada uma grade de pontos de distâncias conhecidas em uma das laterais da viga. Ao longo do desenvolvimento do ensaio, a abertura da fissura ocasionava o afastamento dos pontos desta grade e, pela medida da distância entre os pontos, era possível determinar a abertura da fissura. A posição da linha neutra foi determinada por meio de *strain gauges* colados na face da viga, e a alteração na leitura dos *strain gauges* de esforço de compressão para esforço de tração permitia a determinação da posição da linha neutra.

Neste trabalho experimental Robins et al. (2001) verificaram que:

- a) a viga de concreto reforçado com fibras de aço após a fissuração está sujeita à rotação de bloco rígido em relação a uma rótula central, semelhante ao proposto por Armelin (1997);
- b) há uma relação linear entre a abertura de fissura e o deslocamento do meio do vão da viga, sendo que os resultados experimentais se ajustaram bem com a equação proposta por Armelin (1997) para relacionar abertura de fissura com o deslocamento (Equação 36);
- c) a abertura de fissura para um dado deslocamento aumenta com o aumento da altura da viga;
- d) tão logo a viga fissura, a linha neutra move-se rapidamente em direção à face comprimida da viga, sendo que a velocidade de movimentação da linha neutra é reduzida com o aumento do deslocamento central da viga;
- e) a máxima deformação de compressão aumenta de forma não linear com o aumento do deslocamento;
- f) para os deslocamentos avaliados, até 4 mm, o valor da máxima deformação de compressão do concreto não ultrapassou 3,2‰, indicando que nenhuma das vigas falhou por compressão; e
- g) com a utilização de imagens, foi possível fazer medidas de abertura de fissuras de até 0,2 mm e as aberturas inferiores a este valor foram avaliadas com o auxílio dos *strain gauges*.

Com este trabalho experimental, Robins et al. (2001) puderam estimar o diagrama de blocos de tensões e deformações para alimentar o modelo proposto por Jones (1998).

Para considerar a contribuição das fibras no modelo, Jones (1998) recomenda a realização de ensaio de arrancamento de fibras isoladas embebidas em uma massa de concreto, obtendo as curvas carga de arrancamento por abertura de fissura para diferentes valores de comprimento embebido e inclinação das fibras.

O principal problema verificado no modelo proposto por Jones (1998) está associado à utilização do ensaio de arrancamento de fibras isoladas, semelhante ao proposto por Armelin (1997). Além disso, o ensaio de arrancamento de fibras proposto por Jones (1998) e mostrado por Robin, Austin e Jones (2002) apresenta o inconveniente de possuir uma camada de concreto envolvendo a fibra, que prejudica os resultados do ensaio. Esta camada de concreto foi deixada para simular o efeito da adesão entre a fibra e a matriz na resposta de arrancamento das fibras. Contudo, durante o ensaio, há inicialmente a ruptura desta camada de concreto o que ocasiona, na curva carga de arrancamento por abertura de fissura, uma queda brusca da carga e um aumento excessivo do deslocamento, que não está relacionado ao desempenho da fibra propriamente dito, mas sim apenas à ruptura da camada de concreto que a envolve. Por este motivo, muitas vezes, tal procedimento de ensaio de fibras isoladas não descreve o comportamento da fibra ao esforço de arrancamento.

Em relação aos resultados do modelo teórico proposto por Jones (1998), observou-se que não houve um bom ajuste do modelo aos resultados de ensaios de vigas de concreto reforçado com fibras de aço à flexão, principalmente para os valores de carga relacionados com deslocamentos próximos a 0,5 mm. Para este valor de deslocamento, o modelo teórico subestima o valor da carga.

## 3.6 RILEM TC 162-TDF (2000b): Método σ-ε

O Comitê da RILEM TC 162 – TDF (2000b) propõe o método baseado na relação tensão-deformação ( $\sigma$ - $\epsilon$ ), com fundamentação teórica semelhante à utilizada no dimensionamento do concreto reforçado convencional e de acordo com norma européia ENV 1992-1 (*Eurocode 2 : Design of Concrete Structures – Part 1: General rules and rules for building*) para o dimensionamento de peças de concreto reforçado com fibras de aço.

Contudo, conforme explica Vandewalle (2000), na norma européia considerase apenas o comportamento do concreto à tração antes da fissuração, sendo, para o caso do concreto reforçado com fibras de aço, necessário conhecer a relação tensão-deformação que descreve o comportamento após a fissuração do concreto.

Assim, o comitê da RILEM TC 162-TDF (2000a) determina a realização de ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço de 150x150x550 mm<sup>3</sup> com

entalhe na parte inferior para a determinação de parâmetros que caracterizem o comportamento do material após a fissuração. Neste ensaio, deverão ser monitorados a carga e o deslocamento, de forma que seja obtida a curva carga por deslocamento para determinar o valor do limite de proporcionalidade e os valores de resistência à flexão equivalente.

O limite de proporcionalidade é definido como a carga máxima da curva carga por deslocamento no intervalo de deslocamento de até 0,05 mm, conforme apresentado na Figura 35.



**Figura 35 :** Curva carga por deslocamento indicando o limite de proporcionalidade e os valores de resistência à flexão equivalente (RILEM TC 162 – TDF, 2000b).

A resistência à flexão equivalente, parâmetro utilizado para caracterizar o comportamento do concreto após a fissuração, é determinada conforme o diagrama da Figura 35, admitindo a distribuição de tensões mostrada na Figura 36 e calculada considerando dois limites de deslocamento da viga conforme as Equações 50 e 51.



Figura 36 : Diagrama de distribuição de tensões assumido (RILEM TC 162 – TDF, 2000b).

A resistência à flexão equivalente  $(f_{eq,2})$ , calculada pela Equação 50, corresponde à energia absorvida pelo concreto reforçado com fibras de aço após a fissuração para um deslocamento de até 0,7 mm.

$$f_{eq,2} = \frac{3}{2} \left( \frac{D_{BZ,2,I}^{f}}{0,65} + \frac{D_{BZ,2,II}^{f}}{0,50} \right) \frac{L}{bh_{sp}^{2}}$$
(50)

onde:

 $\begin{array}{l} f_{eq,2} = resistência à flexão equivalente \ para um deslocamento de 0,70 \ mm \\ b = largura da viga \\ h_{sp} = altura da viga, correspondente a distância entre o topo do entalhe e o topo da viga \\ L = vão da viga \end{array}$ 

 $D^{f}_{BZ,2,I}$ ,  $D^{f}_{BZ,2,II}$  = contribuição das fibras na capacidade de absorção de energia, determinada de acordo com a Figura 35

A resistência à flexão equivalente  $(f_{eq,3})$ , calculada pela Equação 51, corresponde à energia absorvida pelo concreto reforçado com fibras de aço após a fissuração para um deslocamento de até 2,70 mm.

$$f_{eq,3} = \frac{3}{2} \left( \frac{D_{BZ,3,I}^f}{2,65} + \frac{D_{BZ,3,II}^f}{2,50} \right) \frac{L}{bh_{sp}^2}$$
(51)

onde:

 $f_{eq,3}$  = resistência à flexão equivalente para um deslocamento de 2,70 mm

b = largura da viga

 $h_{sp}$  = altura da viga, correspondente a distância entre o topo do entalhe e o topo da viga L = vão da viga

 $D^{f}_{BZ,3,I}$ ,  $D^{f}_{BZ,3,II}$  = contribuição das fibras na capacidade de absorção de energia, determinada de acordo com a Figura 36
A Equação 51 é calculada considerando aberturas de fissuras de até 1,5 mm. Quando é necessário determinar a capacidade resistente do concreto para aberturas de fissuras superiores a este valor é recomendado que seja calculada a resistência à flexão equivalente ( $f_{eq}$ ), que corresponda à abertura de fissura desejada a partir da curva carga por deslocamento obtida no ensaio, sendo que não deve ser utilizada no cálculo da capacidade resistente do concreto reforçado com fibras de aço uma resistência à flexão equivalente ( $f_{eq}$ ) inferior a 1 MPa. (RILEM TC 162 – TDF, 2000b)

Como, após a fissuração do concreto, há uma alteração na posição da linha neutra em função da fissura, o diagrama apresentado na Figura 36 não corresponde à distribuição real de tensões na seção fissurada. Por este motivo, para calcular a tensão de tração devido à presença das fibras ( $\sigma_f$ ), o modelo admite o diagrama de tensões apresentado na Figura 37, e admite, também, que para o deslocamento de 0,7 mm, a altura da região fissurada corresponde a 65% da altura da viga e para o deslocamento de 2,7 mm a altura da região fissurada corresponde a 90% da altura da viga. (VANDEWALLE, 2000)



**Figura 37 :** Diagrama de distribuição de tensões no concreto reforçado com fibras de aço VANDEWALLE (2000).

Com as considerações feitas no diagrama da Figura 37 e fazendo-se a igualdade dos momentos calculados pelos diagramas das Figuras 36 e 37 é possível determinar a tensão de tração devido à presença das fibras ( $\sigma_f$ ) que corresponde à resistência à flexão equivalente ( $f_{eq}$ ). (VANDEWALLE, 2000)

Nas Equações 52 e 53 calcula-se  $\sigma_f$  para  $f_{eq,2}$  e  $f_{eq,3}$ , respectivamente.

$$\sigma_f = 0.45 f_{eq,2} \tag{52}$$

$$\sigma_f = 0.37 f_{eq,3} \tag{53}$$

 $\sigma_{f}$  = tensão de tração devido à presença das fibras  $f_{eq,2}$  = resistência à flexão equivalente para um deslocamento de 0,70 mm  $f_{eq,3}$  = resistência à flexão equivalente para um deslocamento de 2,70 mm

Após determinar  $\sigma_f$  e fazendo-se o equilíbrio de forças e de momentos no diagrama da Figura 37, é possível determinar o momento externo e, conseqüentemente, a força resistente pelo concreto fissurado para o determinado nível de deslocamento.

No modelo desenvolvido pelo comitê da RILEM TC 162 – TDF (2000b) a abertura da fissura que corresponde a um determinado deslocamento pode ser determinada considerando a distribuição de tensões e deformações descritas pela Figura 38 e calculada segundo a Equação 54.





$$w \approx \mathcal{E}_{fc,t}(h-x) \tag{54}$$

onde:

w = abertura de fissura

 $\epsilon_{fc,t}$  = deformação à tração do concreto

h = altura da viga

x = posição da linha neutra

Este modelo, apresentado pela RILEM TC 162 – TDF (2000b), apresenta limitações semelhantes às verificadas nos modelos propostos por Moens e Nemegeer (1991) e por Vandewalle (1993), pois os diagramas de distribuição de tensões admitidos por estes autores para o concreto reforçado com fibras de aço, sem levar em consideração a movimentação da linha neutra em função da abertura da fissura, parecem não corresponder à distribuição real de tensões na seção fissurada da viga. Além disso, este modelo também calcula a resistência à flexão equivalente para um dado valor de deslocamento e considera esta resistência como uma resistência média do compósito até o nível de deslocamento considerado.

Apesar do modelo da RILEM TC 162 – TDF (2000b) considerar, para o cálculo da tensão de tração devido à presença das fibras ( $\sigma_f$ ), a movimentação da linha neutra em função do deslocamento, conforme a Figura 37, os valores de altura da fissura considerados são arbitrários, pois não são mostrados resultados experimentais que comprovem que para os deslocamentos de 0,7 e 2,7 mm a altura da região tracionada da viga corresponde a 65 e 90% da altura total da viga, respectivamente.

#### 3.7 Prudêncio Jr. et al. (2006)

Prudêncio Jr. et al. (2006) propõem um modelo teórico-experimental para avaliar a capacidade resistente do concreto reforçado com fibras de aço após a fissuração que está baseado nos resultados de ensaio de flexão de vigas a quatro pontos para obter os parâmetros relacionados à capacidade de suporte das fibras que estão presentes na seção fissurada.

O modelo desenvolvido baseia-se no equilíbrio de forças na seção fissurada a partir da construção do diagrama de tensões e deformações em função do deslocamento e da abertura de fissuras da viga. Admite-se, neste modelo, a formação de uma única fissura no centro do vão da viga e a formação da rótula plástica no ponto final da fissura, de acordo com as considerações feitas por Armelin (1997) e conforme mostrado na Figura 26 e redesenhada na Figura 39.

Para formulação do modelo foram consideradas duas situações distintas:

- a) matriz não fissurada: que corresponde à situação em que não foi atingida ainda a resistência máxima à tração do concreto e, conseqüentemente, não houve fissuração da matriz de concreto; e
- b) matriz fissurada: quando a resistência à tração do concreto é atingida, inicia-se o processo de fissuração da matriz e começam a atuar os mecanismos de entrelaçamento dos agregados e de entrelaçamentos das fibras que irão garantir a resistência à tração da viga, até que seja atingida uma abertura de fissuras elevada que promoverá o arrancamento das fibras.



**Figura 39 :** Configuração da ruptura da viga indicando as relações entre deformações, abertura de fissuras e deslocamentos admitidos no modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006).

#### 3.7.1 Matriz não fissurada

Quando a matriz de concreto não está fissurada é admitida a relação linear entre tensões e deformações, conforme a Equação 55.

$$\sigma_c = E_{ct} \varepsilon_0 \tag{55}$$

$$\varepsilon_{c}^{'} = \frac{f_{c}^{'}}{E_{ct}}$$
(56)

onde:

 $\begin{array}{l} \epsilon_{o} = \mbox{deformação do concreto à compressão} \\ \epsilon'_{c} = \mbox{máxima deformação do concreto à compressão} \\ f_{c} = \mbox{resistência máxima à compressão do concreto} \\ E_{ct} = \mbox{módulo de elasticidade do concreto} \end{array}$ 

O módulo de elasticidade do concreto é estimado segundo a Equação 57, conforme o apresentado por CSA (1984), apud ARMELIN (1997).

$$E_{ct} = 5500\sqrt{f_c} \tag{57}$$

onde:

 $E_{ct}$  = módulo de elasticidade do concreto (MPa) f<sup>r</sup><sub>c</sub> = resistência à compressão do concreto (MPa)

Uma observação importante deve ser feita nesta etapa da formulação do modelo de Prudêncio Jr. et al (2006): a Equação 56 empregada para determinar a deformação máxima do concreto à compressão está baseada no emprego do módulo secante, enquanto que a Equação 57 empregada para o cálculo do módulo corresponde ao módulo tangente. Enquanto que, o ideal seria utilizar a Equação 42 para o cálculo da deformação à compressão do concreto, em conjunto com a Equação 57 para o cálculo do módulo tangente, conforme empregado por Armelin (1997), pois a Equação 42 emprega o módulo tangente.

Considerando a configuração da viga fraturada mostrada na Figura 39, é possível obter as relações apresentadas nas Equações 58 e 59.

$$\Delta_0 = \frac{4\delta x}{L} \tag{58}$$

onde:

- $\Delta_o$  = encurtamento do concreto na região de compressão máxima
- $\delta$  = deslocamento vertical da viga no centro do vão
- x = posição da linha neutra, que para o caso da matriz não fissurada assume o valor de h/2, onde h é altura da viga
- L = vão entre os pontos de apoio da viga

$$\mathcal{E}_0 = \frac{3\Delta_0}{2L} \tag{59}$$

 $\varepsilon_o$  = deformação do concreto à compressão

 $\Delta_0$  = encurtamento do concreto na região de compressão máxima

L = vão entre os pontos de apoio da viga

Substituindo o valor de  $\Delta_0$  na Equação 59 pela expressão 58 é possível obter a Equação 60.

$$\varepsilon_0 = \frac{6\delta x}{L^2} \tag{60}$$

onde:

 $\varepsilon_o$  = deformação do concreto à compressão

L = vão entre os pontos de apoio da viga

 $\delta$  = deslocamento vertical da viga no centro do vão

x = posição da linha neutra

Considerações semelhantes são feitas para obter-se a abertura da fissura no bordo inferior da viga (CMOD), ou seja, na região de máximo esforço de tração, em função do deslocamento vertical (δ) e da posição da linha neutra (x) da viga, sendo esta relação expressa na Equação 61.

,

$$CMOD = \frac{4\delta(h-x)}{L}$$
(61)

onde:

CMOD = abertura da fissura no bordo inferior da viga h = altura da viga  $\delta$  = deslocamento vertical da viga no centro do vão x = posição da linha neutra

A força à compressão e o momento resistente pelo concreto podem ser calculados pelas Equações 62 e 63, respectivamente.

Para calcular a força e o momento resistente do concreto, é admitida a relação linear entre as tensões e as deformações, tanto na região comprimida como na região tracionada, conforme a Figura 40.

$$F_c = \frac{\sigma_c(\varepsilon_0)x}{2} \tag{62}$$

$$M_c = \frac{2F_c x}{3} \tag{63}$$

$$\begin{split} F_C &= força \ de \ compressão \\ x &= posição \ da \ linha \ neutra \\ M_C &= momento \ resistente \ pela \ região \ comprimida \ do \ concreto \\ \sigma_c &= tensão \ de \ compressão \ do \ concreto \\ \epsilon_o &= deformação \ do \ concreto \ à \ compressão \end{split}$$

A resistência máxima à tração do concreto, a deformação à tração, a tensão de tração, a altura da região tracionada, a força e o momento resistente podem ser calculados pelas Equações 64 a 69, apresentadas na seqüência.



Figura 40 : Relação entre a tensão de compressão e a tensão de tração do concreto admitida no modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006).

$$\sigma_{T \max} = 0.1 f_c^{\prime} \tag{64}$$

onde:

 $\sigma_{Tmax}$  = resistência máxima à tração direta do concreto f'<sub>c</sub> = resistência à compressão do concreto (MPa)

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_{Tmáx}}{E_{ct}} \tag{65}$$

onde:

 $\begin{array}{l} \epsilon_1 = deformação à tração do concreto correspondente à resistência máxima \\ \sigma_{Tmax} = resistência à tração do concreto \\ E_{ct} = módulo de elasticidade do concreto \end{array}$ 

$$\sigma_{Tfex} = \varepsilon_1 E_{ct} \tag{66}$$

 $\sigma_{Tfex}$  = resistência à tração na flexão do concreto  $\varepsilon_1$  = deformação à tração do concreto  $E_{ct} = m \acute{o} du lo de elasticidade do concreto$ 

$$s = \frac{\mathcal{E}_1 x}{\mathcal{E}_0} \tag{67}$$

$$F_1 = \frac{\sigma_{Tfex}s}{2} \tag{68}$$

$$M_1 = \frac{2F_1 s}{3}$$
(69)

onde:

s = altura da região tracionada, antes da fissuração s é igual a h/2

x = altura da linha neutra

 $\varepsilon_1$  = deformação à tração do concreto correspondente à resistência máxima

 $\epsilon_o$  = deformação do concreto à compressão

 $F_1 =$  força de tração do concreto

 $M_1$  = momento resistente correspondente ao início de fissuração do concreto

O deslocamento total da viga até o momento da fissuração pode ser calculado pela Equação 70.

$$\delta = \frac{23PL^3}{1296E_{ct}I} \times \left[1 + \frac{216h^2(1+\nu)}{115L^2}\right]$$
(70)

onde:

 $\delta$  = deslocamento vertical da viga (mm)

P = carga(N)

- $E_{ct} = m \acute{o} du lo de elasticidade (MPa)$
- I = momento de inércia (mm<sup>4</sup>)
- L = vão da viga (mm)
- h = altura da viga (mm)
- v = coeficiente de Poisson

#### 3.7.2 Matriz fissurada

Após a fissuração da matriz, na região de compressão, acima da linha neutra, continua atuando apenas a força devido à resistência à compressão do concreto.

Para o cálculo da tensão de compressão do concreto é admitida relação parabólica entre a tensão de compressão e a deformação do concreto, conforme a Equação 71 e semelhante ao apresentado por Armelin (1997).

$$\sigma_{c} = f_{c} \left[ 2 \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{c}} - \left( \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{c}} \right)^{2} \right]$$
(71)

onde:

f'<sub>c</sub> = resistência à compressão do concreto (MPa)

 $\varepsilon_c$  = deformação do concreto à compressão

 $\varepsilon'_{c}$  = máxima deformação do concreto à compressão

Apesar de empregar a relação parabólica entre as tensões e as deformações para região comprimida do concreto, para o cálculo da força de compressão e do momento resistente a relação entre as tensões e as deformações é considerada linear. Prudêncio Jr. et al. (2006) utilizaram esta simplificação por considerar que logo após a ruptura da viga a linha neutra movimenta-se rapidamente para o topo da viga, e conseqüentemente a região comprimida é muito pequena em relação à altura da viga e portanto, aproximar para uma reta as relações entre as tensões e deformações do concreto à compressão seria uma simplificação admissível. Contudo, convém destacar que diferenças poderão ocorrer no resultado do modelo caso seja empregado à relação parabólica ao invés de utilizar a simplificação proposta neste modelo.

Na região tracionada, após a fissuração, considera-se que há três mecanismos que contribuem para a resistência à tração da viga, sendo eles: a resistência à tração do concreto, a resistência devido ao entrelaçamento dos agregados e a resistência devido ao entrelaçamento e atuação das fibras de aço que atravessam a fissura.

A força de tração e o momento devido à resistência da matriz podem ser computados pelas Equações 64 a 69, descritas no item anterior deste capítulo.

Para considerar a contribuição devido ao entrelaçamento dos agregados na resistência à tração da seção, utiliza-se a Equação apresentada por Gopalaratnam e Shah (1985), que é descrita novamente na Equação 72.

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_{T\max}} = \left(e^{-60,787CMOD1,01}\right) \tag{72}$$

onde:

 $\sigma_t$  = tensão de tração após a fissuração devido ao entrelaçamento dos agregados  $\sigma_{Tmax}$  = resistência à tração do concreto CMOD = abertura da fissura no bordo inferior da viga(mm)

Para simplificar os cálculos para determinar a força e o momento resultante devido ao entrelaçamento dos agregados, a curva exponencial descrita na Equação 72 é dividida em três segmentos de retas que estavam delimitados em:  $0 \le CMOD \le 0.01$  mm;  $0.01 \le CMOD \le 0.03$  mm e  $0.03 \le CMOD \le 0.05$  mm.

Para o trecho 1:  $0 \le CMOD \le 0,01$  mm, a força devido ao entrelaçamento dos agregados é expressa pela Equação 73.

$$F_{OT1} = \frac{1+0.54}{2} (s - s_a) \sigma_{T \max} = 0.77 (s - s_a) \sigma_{T \max}$$
(73)

onde:

 $F_{OT1} =$  força de tração devido ao entrelaçamento dos agregados no trecho 1 s = altura da região devido à resistência à tração do concreto  $s_a =$  posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,01 mm

Para o trecho 2:  $0.01 \le CMOD \le 0.03$  mm, a força devido ao entrelaçamento

dos agregados é expressa pela Equação 74.

$$F_{OT2} = \frac{0.54 + 0.16}{2} (s_b - s_a) \sigma_{T \max} = 0.35 (s_b - s_a) \sigma_{T \max}$$
(74)

onde:

 $F_{OT2}$  = força de tração devido ao entrelaçamento dos agregados no trecho 2

 $s_a$  = posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,01 mm

 $s_b$  = posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,03 mm

Para o trecho 3:  $0,03 \le CMOD \le 0,05$  mm, a força devido ao entrelaçamento dos agregados é expressa pela Equação 75.

$$F_{OT3} = \frac{0.16 + 0.05}{2} (s_c - s_b) \sigma_{T \max} = 0.105 (s_c - s_b) \sigma_{T \max}$$
(75)

onde:

 $F_{OT3} =$  força de tração devido ao entrelaçamento dos agregados no trecho 3  $s_b =$  posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,03 mm  $a_b =$  posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados

 $s_c$  = posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,05 mm

Para determinar o momento devido a cada uma das forças de entrelaçamento dos agregados é necessário calcular a posição destas forças em relação à linha neutra ( $s_a$ ,  $s_b$  e  $s_c$ ). Para tal, admite-se o diagrama de relações entre a abertura de fissuras e a posição da linha neutra de cada região apresentado na Figura 41.



**Figura 41 :** Diagrama que relaciona a abertura de fissuras e a posição da linha neutra para cada região: comprimida, tracionada devido à resistência à tração do concreto e tracionada devido ao entrelaçamento dos agregados. (PRUDÊNCIO JR. et al., 2006)

Considerando a relação entre a abertura da fissura e a posição da linha neutra expressa nas Equações 58 e 61 é possível deduzir as Equações 76 a 78 que definem  $s_a$ ,  $s_b$  e  $s_c$ , respectivamente.

$$s_a = \frac{w(a)L}{4\delta} + s \tag{76}$$

$$s_b = \frac{w(b)L}{4\delta} + s \tag{77}$$

$$s_c = \frac{w(c)L}{4\delta} + s \tag{78}$$

 $s_a = posição$  em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,01 mm  $s_a = posição$  em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados

 $s_b$  = posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,03 mm

 $s_c$  = posição em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,05 mm

w(a, b, c) = correspondem às aberturas de fissura de 0,01 mm, 0,03mm e 0,05 mm, respectivamente

s = altura da região devido à resistência à tração do concreto (mm)

 $\delta$  = deslocamento vertical no centro do vão da viga (mm)

L = vão da viga (mm9

As Equações 76 a 78 foram deduzidas considerando o paralelismo entre as retas "m" e "n" apresentadas na Figura 41. Para considerar os casos em que estas retas não forem paralelas e também para diminuir a descontinuidade c', foi introduzida uma constante denominada de  $K_{brid}$  nestas equações, obtendo-se então as Equações 79, 80 e 81.

$$s_a = \frac{w(a)L}{4\delta K_{brid}} + s \tag{79}$$

$$s_b = \frac{w(b)L}{4\delta K_{brid}} + s \tag{80}$$

$$s_c = \frac{w(c)L}{4\delta K_{brid}} + s \tag{81}$$

onde:

 $s_a = posição$  em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,01 mm  $s_b = posição$  em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,03 mm  $s_c = posição$  em relação a linha neutra da região de entrelaçamento dos agregados correspondendo a uma abertura de fissura de 0,03 mm w(a, b, c) = correspondem às aberturas de fissura de 0,01 mm, 0,03mm e 0,05 mm, respectivamente s = altura da região devido à resistência à tração do concreto  $\delta$  = deslocamento vertical da viga no centro do vão L = vão da viga

K<sub>brid</sub> = constante utilizada para minimizar a descontinuidade em c'

Desta forma, conhecendo-se o centro de massa de cada trecho é possível determinar os momentos ( $M_{OT1}$ ,  $M_{OT2}$  e  $M_{OT3}$ ), em relação à linha neutra, provocados por cada uma das forças de entrelaçamento dos agregados ( $F_{OT1}$ ,  $F_{OT2}$  e  $F_{OT3}$ ).

Para considerar as forças de tração devido ao entrelaçamento e atuação das fibras de aço na seção fissurada é necessário conhecer a relação entre a carga e a abertura de fissura para as fibras de aço. Conforme detalhado no início deste capítulo, os modelos de Casanova e Rossi (1996), Armelin (1997) e Jones (1998) obtêm esta relação do ensaio de tração direta de fibras de aço ou de corpos-de-prova com fibras. Considerando a Equação 43 proposta por Armelin (1997), obtém-se a curva carga por deslocamento média das forças de arrancamento das fibras de aço com gancho na extremidade, de acordo com o apresentado esquematicamente na Figura 42a. Neste modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006) a curva de média correspondendo à força devido à atuação das fibras é simplificada conforme o esquematizado na Figura 42b.



**Figura 42 :** Curva carga por arrancamento média das fibras de aço: (a) dados experimentais de Armelin (1997) e resposta média obtida da Equação 43; (b) simplificação da curva média de arrancamento das fibras adotada no modelo de Prudêncio et al. (2006).

A tensão de pico  $\sigma_H$  da curva é devido à presença do gancho na extremidade da fibra. Depois deste pico, a tensão diminui gradualmente, o que corresponde ao esforço de esticamento do gancho, até que este seja totalmente esticado e atinja o valor denominado  $\sigma_{tfm}$ 

na curva. Na região entre  $\sigma_{tfm}$  e  $\sigma_{tfex}$  ocorre o descolamento e conseqüente arrancamento da fibra da matriz, sendo a inclinação deste último trecho denominada K<sub>2</sub>. Os valores das aberturas de fissura que correspondem à tensão de pico  $\sigma_H$  e à tensão no ponto em que considera-se que ocorreu o esticamento dos ganchos da fibra ( $\sigma_{tfm}$ ) são denominadas CMODr e CMODp, respectivamente.

Assim, a curva média da força de arrancamento da fibra (Figura 42b) pode ser determinada conhecendo-se os valores de  $\sigma_{\rm H}$ ,  $\sigma_{\rm tfm}$ , K<sub>2</sub>, CMODr e CMODp. Segundo este modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006), estes coeficientes são obtidos a partir da resposta do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

Esta forma simplificada da curva carga por deslocamento das fibras é utilizada para determinar a força suportada pelas fibras em função da abertura da fissura a ser considerada no modelo proposto. Assim, os diagramas de tensões e deformações podem ser desenhados conforme a Figura 43, considerando-se também a contribuição das fibras.



**Figura 43 :** Diagramas de tensões e deformações adotados no modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006).

Utilizando-se o diagrama apresentado na Figura 43, é possível determinar as forças de tração e os momentos resistentes devido à presença das fibras. Para tal, a região de contribuição das fibras foi dividida em três partes distintas: a primeira que corresponde até a tensão de pico  $\sigma_H$ , a segunda entre  $\sigma_H e \sigma_{tfm} e$  a terceira entre  $\sigma_{tfm} e \sigma_{tfex}$ , calculando-se, assim, as respectivas forças  $F_{t2}$ ,  $F_{t3} e F_{t4} e$  os respectivos momentos  $M_{t2}$ ,  $M_{t3} e M_{t4}$ , conforme apresentado na seqüência.

Para calcular as forças e os momentos devido à contribuição das fibras, é definida, inicialmente, a relação entre a tensão de pico ( $\sigma_H$ ) e a tensão no ponto de esticamento máximo do gancho da fibra ( $\sigma_{tfm}$ ), de acordo com a Equação 82.

$$\sigma_H = K_{hook} \sigma_{tfm} \tag{82}$$

onde:

 $\sigma_{\rm H}$  = tensão de pico

 $\sigma_{tfm}$  = tensão no ponto de esticamento máximo do gancho da fibra

 $K_{hook}$  = constante que correlaciona a tensão de pico ( $\sigma_H$ ) e a tensão no ponto em que considerase que ocorreu o esticamento dos ganchos da fibra ( $\sigma_{tfm}$ )

As forças e os momentos devido à contribuição das fibras são apresentados nas Equações 83 a 88.

$$F_{t2} = K_{hook}\sigma_{tfm} \frac{(r-s)}{2}$$
(83)

$$F_{t3} = \sigma_{tfm} \left( p - r \right) \left( \frac{K_{hook} + 1}{2} \right)$$
(84)

$$F_{t4} = \frac{\sigma_{tfm} + \sigma_{tfex}}{2} \left( h - x - p \right) \tag{85}$$

$$M_{t2} = F_{t2} \left(\frac{2r-s}{3}\right) \tag{86}$$

$$M_{t3} = F_{t3} \left[ r - \frac{\left(p - r\right)}{3} \left( \frac{2 + K_{hook}}{1 + K_{hook}} \right) \right]$$
(87)

$$M_{t4} = F_{t4} \left[ p + \frac{(h - p - x)(2A + 1)}{3(A + 1)} \right]$$
(88)

 $\sigma_{H} = \text{tensão de pico da curva carga por arrancamento das fibras de aço } \\ \sigma_{tfm} = \text{tensão no ponto de esticamento máximo do gancho da fibra } \\ K_{hook} = \text{constante que correlaciona a tensão de pico } (\sigma_{H}) e a tensão no ponto de esticamento máximo do gancho da fibra } \\ (\sigma_{tfm}) \\ \sigma_{tfex} = \text{tensão no final da curva carga por arrancamento das fibras de aço } \\ r = \text{posição de } \sigma_{H} \text{ no diagrama de tensões em relação a linha neutra, definido pela Equação 88}$ 

 $p = posição de \sigma_{tfm}$  no diagrama de tensões em relação a linha neutra, definido pela Equação 89

- x = posição da linha neutra
- h = altura da viga

s = altura da região devido à resistência à tração do concreto

A = utilizado para simplificar a expressão, sendo definido pela Equação 91

$$r = \frac{xCMODr}{\Delta_0}$$
(89)

$$p = \frac{xCMODp}{\Delta_0} \tag{90}$$

$$A = 1 - \left[\frac{K_2(h - p - x)}{1,125 \left(\frac{L}{\delta}\right)}\right]$$
<sup>(91)</sup>

onde:

CMODr = abertura da fissura na tensão de  $\sigma_H$ 

 $CMODp = abertura \ da \ fissura \ na \ tensão \ de \ \sigma_{tfm}$ 

 $\Delta_o$  = encurtamento do concreto na região de compressão máxima, determinado pela Equação 66 K<sub>2</sub> = inclinação do trecho entre  $\sigma_{tfm} e \sigma_{tfex}$ 

L = vão entre os apoios da viga

- $\delta = \text{deslocamento da viga}$
- x = posição da linha neutra

h = altura da viga

Considerando o diagrama da Figura 43, é possível fazer o equilíbrio de forças e de momentos na seção fissurada, de acordo com as equações 92 e 93, respectivamente.

$$F_c - F_{t1} - F_{OTt} - F_{OT2} - F_{OT3} - F_{t2} - F_{t3} - F_{t4} = 0$$
(92)

$$M_{c} - M_{t1} - M_{OTt} - M_{OT2} - M_{OT3} - M_{t2} - M_{t3} - M_{t4} = M_{ext}$$
(93)

 $M_{\text{ext}}$  = momento externo aplicado, que para o ensaio de flexão a quatro pontos é definido pela Equação 94

$$M_{ext} = \frac{PL}{6b} \tag{94}$$

onde:

 $M_{ext}$  = momento externo aplicado P = carga externa aplicada L = vão entre os apoios da viga b = largura da viga

A solução das equações apresentadas anteriormente não é de fácil obtenção, pois dependem do nível de deslocamento e de abertura de fissura que se encontra a viga. Assim, para facilitar a solução das equações e determinar as constantes relacionadas com a resposta das fibras, é necessário verificar em que situação se encontra a viga em virtude do deslocamento e/ou carregamento aplicado.

Primeiramente, é necessário determinar se, em função do nível de carregamento e deslocamento aplicado já ocorreu a fissuração da matriz. Esta verificação é feita através da condição apresentada na Equação 95.

$$CMOD(s) > CMOD$$
 (95)

onde:

CMOD(s) = alongamento máximo de tração do concreto CMOD = abertura da fissura no ponto de máxima tensão de tração, no bordo inferior da viga

Caso a matriz não esteja fissurada, o cálculo da carga em função do deslocamento aplicado é feito por meio das equações apresentadas no item 3.7.1.

Caso a matriz esteja fissurada, é necessário verificar quais as forças de tração que estão sendo mobilizadas para que ocorra o equilíbrio de forças e de momentos na seção.

Para isso, após a fissuração, o diagrama de tensões e deformações foi dividido em diversas situações.

Na primeira situação (situação 1) considera-se que na região tracionada estão atuando as forças de tração do concreto, de entrelaçamento dos agregados e de entrelaçamento das fibras, considerando-se que as fibras estão atuando por meio da mobilização dos seus ganchos. Assim, considera-se que no diagrama representado na Figura 42b referente à força de atuação das fibras o valor da tensão de pico ( $\sigma_{\rm H}$ ) não foi atingido ainda. Na Figura 44 apresenta-se o diagrama de tensões e deformações referentes a esta situação.



Figura 44 : Diagramas de tensões e deformações considerado na situação 1, conforme o modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006).

Na situação 1 é admitido que:

$$r + x > h \tag{96}$$

$$s + x < h \tag{97}$$

Com a continuação da aplicação do carregamento sobre a viga, para que esta continue suportando o carregamento aplicado, ocorre a mobilização total dos ganchos das fibras e com isso admite-se que na força de atuação das fibras o valor da tensão de pico ( $\sigma_{\rm H}$ ) é atingida. Nesta situação (situação 2) o diagrama de tensões e deformações está de acordo com o representado na Figura 45.



Figura 45 : Diagramas de tensões e deformações considerado na situação 2, conforme o modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006).

Para estar na situação 2 é necessário que as equações 98 e 99 sejam satisfeitas.

$$\sigma_{tfex} = \sigma_H \tag{98}$$

$$r + x = h \tag{99}$$

Posteriormente, devido ao carregamento aplicado, as fibras passam a mobilizar-se de tal forma que inicia-se o processo de esticamento dos ganchos das fibras. Assim, nesta situação (situação 3) considera-se que a tensão de pico ( $\sigma_H$ ) foi ultrapassada e inicia-se o esticamento dos ganchos das fibras até que seja atingida a tensão  $\sigma_{tfm}$  que corresponde a tensão de esticamento máximo dos ganchos. O diagrama de tensões e deformações da situação 3 é representado na Figura 46.

Na situação 3 é admitido que:

$$\sigma_{tex} = \sigma_{tfm} \tag{100}$$

$$p + x = h \tag{101}$$



Figura 46 : Diagramas de tensões e deformações considerado na situação 3, conforme o modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006).

Portanto, para estar entre as situações 2 e 3 é necessário que as equações 102 e 103 sejam satisfeitas.

$$r + x \le h \tag{102}$$

$$p + x \ge h \tag{103}$$

Quando o valor do deslocamento é alto, ultrapassando o valor de  $\sigma_{tfm}$  no diagrama de tensões e deformações, admite-se estar na situação 4, representada pelo diagrama tensão deformação apresentado na Figura 47.

Para estar na situação 4, as equações 104, 105 e 106 devem ser satisfeitas.

$$p + x < h \tag{104}$$

$$s_c + x < h \tag{105}$$

$$\sigma_{tfex} > 0 \tag{106}$$



Figura 47 : Diagramas de tensões e deformações considerado na situação 4, conforme o modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006).

Ao satisfazer a equação 106, admite-se que o valor limite para a tensão na parte inferior da viga é zero, pois caso fossem permitidos valores inferiores a zero os valores de deslocamento e abertura de fissuras seriam muito elevados e, por isso, fora de uma condição de serviço aceitável.

Neste modelo, recomenda-se a realização de ensaios de flexão em vigas de concreto reforçado com fibras de aço com o tipo de fibra que se pretende empregar e assim obter os valores de carga e deslocamento correspondentes. Com os resultados do ensaio experimental e utilizando-se o equilíbrio de forças e de momentos expressos pelas Equações 92 e 93 é possível se determinar as constantes relacionadas com a resposta das fibras, sendo elas:  $K_{hook}$ ,  $\sigma_{tfm}$ ,  $K_{brid}$ ,  $K_2$ , CMODr e CMODp.

Em virtude do significado de cada uma destas constantes, cada uma delas é ajustada para um determinado nível de deslocamento da viga. É importante ressaltar que o nível de deslocamento para o qual deve ser ajustado cada uma das constantes depende das dimensões da viga analisada. Os valores de deslocamentos propostos nesta tese foram definidos considerando os resultados de ensaios de flexão em vigas de 100x100x300mm<sup>3</sup>.

Ajusta-se o valor do  $\sigma_{tfm}$ , para um deslocamento de 2 ou 2,5 mm, variando-se a posição da linha neutra (x) e fazendo-se o equilíbrio de forças e de momentos até que seja atingido um valor de carga teórico próximo ao valor da carga experimental da curva que se quer ajustar.

Com o valor de  $\sigma_{tfm}$  ajustado, faz-se o ajuste das demais constantes, sempre utilizando o procedimento de variar a posição da linha neutra (x) e fazer o equilíbrio de forças e de momentos até que seja atingido um valor de carga teórico próximo ao valor da carga experimental da curva que se quer ajustar.

A constante K<sub>2</sub> é ajustada para um valor de deslocamento de 3 ou 3,5 mm.

As constantes K<sub>hook</sub> e CMODr são ajustadas para um deslocamento de 0,5 mm.

CMODp é ajustado para um valor de deslocamento entre 0,5 e 1,0 mm.

Com todas as constantes ajustadas, é possível obter-se os valores de carga teóricos para qualquer nível de deslocamento desejado, obtendo-se, assim, a curva carga por deslocamento ajustada.

Estes valores de constantes obtidos são válidos para o tipo de matriz de concreto e de fibra empregados na confecção da viga ensaiada para obter a curva para o ajuste das constantes. Quando se deseja conhecer o comportamento de um concreto reforçado com este tipo de fibra, mas com um volume de fibra diferente, não é necessário fazer novo ensaio, mas somente fazer uma alteração no valor  $\sigma_{tfm}$ . Isto porque, a formulação do modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006) relaciona as demais constantes com o valor de  $\sigma_{tfm}$ . Admite-se que, o valor de  $\sigma_{tfm}$  é proporcional ao volume de fibra. Por exemplo, quando se deseja conhecer o comportamento após a fissuração, ou seja, a curva carga por deslocamento de um concreto com um volume de fibra que corresponde ao dobro do volume de fibra empregado para se fazer o ajuste da constante, dobra-se o valor de  $\sigma_{tfm}$  e mantêm-se as demais constantes fixas, calculando-se os valores da carga para os diversos níveis de deslocamento.

#### 3.8 Considerações sobre os modelos apresentados

Conforme mostrado neste Capítulo 3, diversas são as metodologias desenvolvidas para estimar o comportamento do concreto reforçado com fibras de aço após a

fissuração, objetivando principalmente obter a curva carga por deslocamento do compósito. Dentre os modelos teóricos estudados, observa-se que os modelos desenvolvidos por Casanova e Rossi (1996), Armelin (1997) e Jones (1998) são os que apresentam as melhores formulações teóricas, pois consideram a movimentação da linha neutra em função do posicionamento e da abertura de fissuras. Entretanto, os métodos propostos por Armelin (1997) e Jones (1998) apresentam a desvantagem de prescrever a realização de ensaios de arrancamento de fibras para obter a resposta da carga transmitida pelas fibras na seção fissurada. Sabe-se que, para que estes ensaios de arrancamento de fibras, por meio de ensaio de tração direta, sejam capazes de avaliar a influência da distribuição aleatória, do posicionamento, do tipo e do comprimento embebido da fibra, da abertura da fissura e de outros parâmetros que influenciam na resposta de arrancamento das fibras é necessária a realização de um número muito grande de testes. Nestes modelos a resposta das fibras é computada a partir dos resultados de ensaio de arrancamento de uma única fibra, ensaiando-se fibras individualmente em diversas inclinações e comprimentos embebidos, obtendo-se como resposta uma curva carga por arrancamento média. No caso do modelo de Casanova e Rossi (1996) o ensaio de arrancamento, por meio de tração direta, é feito em um corpo-deprova cilíndrico de concreto reforcado com fibras de aco que possui uma seção reduzida. Neste ensaio proposto por Casanova e Rossi (1996) é possível avaliar a influência da distribuição aleatória das fibras. Porém, devido à presença do concreto envolvendo as fibras, o resultado do ensaio não corresponde somente à carga resistida pelas fibras, mas também à carga resistida pelo concreto que as envolve. Além disso, conforme também já comentado anteriormente, não há consenso entre os pesquisadores se há uma relação direta entre o desempenho da fibra no ensaio de arrancamento por tração direta e o desempenho no ensaio de flexão.

O modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006) é o único encontrado na literatura que está baseado em ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, deixando de empregar ensaios de arrancamento de fibras por tração direta, para obtenção dos parâmetros relacionados à contribuição das fibras na resistência à tração da seção fissurada. Este modelo, por estar baseado no resultado de ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço para computar a contribuição das fibras e não no resultado de arrancamento de fibras individuais, parece evitar a utilização de dados experimentais para a alimentação do modelo (dados de arrancamento de fibras) que podem

não reproduzir o comportamento real das fibras de aço dentro da matriz de concreto. Durante o desenvolvimento do modelo, Prudêncio Jr. et al. (2006) não tiveram a oportunidade de verificar a sua validade com resultados de ensaios experimentais específicos e nem tão pouco puderam verificar se as suposições feitas na formulação do modelo são coerentes com o que ocorre durante o ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço. Tais autores salientam que os resultados experimentais utilizados para validar o modelo teórico apresentavam algumas deficiências. Os ensaios eram conduzidos em vigas sem entalhe e por isso muitas vezes a ruptura da viga não ocorria no meio do vão, como o deslocamento da viga era monitorado no meio do vão em muitos casos o deslocamento medido era inferior ao deslocamento real da viga. Aliado a isso, toda a formulação teórica do modelo supõe que é possível utilizar o ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço para obter os parâmetros relacionados à contribuição das fibras nas forças de tração durante a fissuração do concreto sem, no entanto, terem definido um procedimento de ensaio padronizado ou mesmo o número mínimo de vigas a serem ensaiadas.

Diante disso, esta tese de doutorado tem por objetivo principal analisar teórica e experimentalmente o comportamento após a fissuração de vigas de concreto reforçado com fibras de aço submetidas à flexão. Na análise teórica será verificada a validade do modelo para estimativa do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço baseado em ensaio de flexão de vigas para obtenção dos parâmetros relacionados à contribuição das fibras de aço nos esforços de tração, ou seja do modelo desenvolvido por Prudêncio Jr. et al (2006). Além disso, é proposta a utilização de vigas com entalhe nas laterais para o monitoramento das cargas, deslocamentos e abertura de fissuras para a validação do modelo.

## 4. MATERIAIS E MÉTODOS

Com o objetivo de avaliar o comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço por meio de dados experimentais do ensaio de flexão de vigas e dos resultados de um modelo, foi desenvolvido um extenso programa experimental que será detalhado na seqüência.

Para tal estudo, tornou-se necessária a realização de numerosos ensaios de flexão em vigas de concreto reforçado com fibras de aço, nos quais foram avaliados diversos parâmetros que influenciam no seu comportamento após a fissuração. Para que estes dados experimentais pudessem ser comparados com os resultados do modelo analisado foi necessária a definição de alguns parâmetros, tais como: tipo de viga utilizada no ensaio, forma de monitoramento das cargas, deslocamentos, deformações e aberturas de fissuras, forma de condução do ensaio de flexão e definição do número de vigas a ser empregado na análise de cada variável investigada.

Assim, na primeira etapa do programa experimental são descritos os materiais empregados na confecção dos concretos, os procedimentos de mistura, de moldagem e de preparação das vigas para o ensaio de flexão.

Em seguida, são descritos os procedimentos e equipamentos empregados para o monitoramento das cargas, dos deslocamentos, das deformações e das aberturas de fissuras durante o desenvolvimento do ensaio de flexão. Nesta etapa foi necessário um estudo com diferentes técnicas de medição da abertura de fissuras e determinação da posição da linha neutra para definição do melhor procedimento a ser empregado para tais medições. Isto foi realizado com o intuito de obter uma melhor precisão nos dados experimentais obtidos e conseqüentemente obter dados experimentais mais confiáveis para a comparação com os resultados teóricos.

Um trabalho teórico e experimental foi conduzido para a definição do tipo de viga a ser empregado, investigando a influência da presença de entalhes nas vigas para induzir o aparecimento da fissura em um local pré-determinado nas curvas carga por deslocamento. A partir dos dados deste estudo, definiu-se o tipo de viga a ser empregado no restante de todo o trabalho experimental.

Na seqüência, foi investigada a forma de condução do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, na tentativa de minimizar os efeitos da instabilidade pós-pico normalmente verificada em concretos com baixo volume de fibras. Assim, foi feita uma análise comparativa entre a metodologia descrita pela ASTM C 1018 : 1994b e a metodologia proposta pela ASTM C 1399 : 2002, para o ensaio de flexão das vigas.

Para que o programa experimental fosse estatisticamente validado, foi necessário definir qual o tamanho da amostra a ser empregada. Fez-se um estudo da variabilidade do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, a partir do qual foi possível definir o número de vigas a ser usado para cada conjunto de variáveis.

Finalmente, com base nos resultados das etapas preliminares, foram confeccionadas vigas, para o ensaio de flexão, com diferentes características tais como: tipo e volume de fibra e resistência da matriz de concreto. Os dados obtidos nesta etapa do trabalho experimental foram utilizados para a validação do modelo teórico investigado. Além disso, estes dados foram empregados em uma análise do comportamento do concreto reforçado com fibras de aço, investigando não somente a relação entre a carga e o deslocamento das vigas, mas também relacionando carga, abertura de fissura, posição da linha neutra e deformação do concreto.

#### 4.1 Materiais empregados para a moldagem das vigas

Para a confecção do concreto reforçado com fibras de aço e moldagem das vigas, foi utilizado o Cimento de Alta Resistência Inicial Resistente a Sulfatos (CP V-ARI-RS) devido à necessidade de fazer a desforma das placas em menos de 24 horas após a moldagem, evitando assim quebras das placas. Além disso, este tipo de cimento é o de maior

consumo na região Sul do Brasil e que é empregado com maior freqüência nas obras de concreto projetado.

Os agregados utilizados foram: uma mistura de 70% de areia natural de rio de granulometria média e 30% de areia fina, e brita 0. As características físicas dos agregados utilizados estão apresentadas na Tabela 2.

			Areia fina	Areia média	Brita 0
Granulometria (% retida acumulada)	Abertura Peneiras (mm)	12,5	0,00	0,00	1
		9,5	0,00	0,00	3
		6,3	0,00	0,32	40
		4,8	0,00	0,45	73
		2,4	0,06	2,81	99
		1,2	0,10	15,84	100
		0,6	0,21	46,46	100
		0,3	1,36	77,01	100
		0,15	74,00	93,22	100
		Fundo	100,00	100,00	100
Material pulverulento (%)		0,34	3,09	0,34	
Dimensão máxima característica (mm)			0,30	2,40	9,50
Dimensão mínima característica (mm)			< 0,15	< 0,15	2,40
Módulo de finura			0,76	2,36	5,74
Massa específica (kg/dm <sup>3</sup> )		2,65	2,62	2,68	

 Tabela 2:
 Características físicas dos agregados empregados.

Foram empregados três tipos de fibras de aço, com características geométricas e fabricantes distintos, conforme apresentado na Tabela 3. Todas as fibras empregadas possuíam ganchos nas extremidades e comprimentos compatíveis com a aplicação em concreto projetado. As características apresentadas na Tabela 3 foram informadas pelos respectivos fabricantes das fibras.

Em função do elevado consumo de cimento de algumas misturas de concreto produzidas e da presença das fibras, foi necessário utilizar em todas as misturas um aditivo plastificante e em algumas misturas com menor relação água/cimento, além dele, um aditivo superplastificante. As características químicas e físicas dos aditivos plastificante e superplastificante empregados são apresentadas na Tabela 4.

Correctorísticos	Fibras - deformadas nas extremidades em gancho					
Caracteristicas	Fibra X	Fibra S	Fibra C			
Comprimento nominal (mm)	25	30	35			
Seção transversal	Retangular	Circular	Circular			
(mm x mm)	(0,70x0,50)	Circulai				
Diâmetro equivalente (mm)	0,667	0,62	0,55			
Razão nominal de aspecto (fator de forma)	37,48	48,38	63,63			
Forma de produção	Fibras soltas	Fibras soltas	Fibras coladas			
Configuração geométrica das fibras	2.5mm 20mm 2.5mm 0,70mm	4,25mm 21,5mm 4,25mm Ø=0,62mm	4.0mm 27mm 4.0mm 0=0.55mm			

**Tabela 3:**Características das fibras utilizadas.

 Tabela 4:
 Características químicas e físicas dos aditivos empregados.

Propriedades	Aditivo Plastificante	Aditivo Superplastificante
Principal componente químico	Lignosulfonato	Policarboxilato
Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	1,185 a 1,225	1,07 a 1,11
Estado físico	Líquido	Líquido
Teor de sólidos médio (%)	39,5 a 43,5	30,00
Dosagem recomendada pelo fabricante* (%m.c.)	0,24 - 0,54	0,50 - 0,80

\*Porcentagem especificada em função da massa total do aditivo na forma líquida

Em cada etapa do trabalho, foram confeccionados concretos com diferentes características, como resistência da matriz de concreto, tipo e volume de fibra, e por tal motivo, o proporcionamento de cada mistura confeccionada será apresentado neste capítulo nos itens referentes a cada etapa do trabalho.

# 4.2 Procedimentos para moldagem e ensaio das vigas de concreto reforçado com fibras de aço

Para avaliar corretamente o comportamento das fibras de aço no interior do concreto, primeiramente é necessário que tais fibras estejam distribuídas de forma homogênea. Para garantir esta homogeneidade, foram necessários alguns cuidados especiais na confecção do concreto e na moldagem das vigas de concreto reforçado com fibras de aço. Além disso, torna-se importante também que o ensaio para avaliar o comportamento do

concreto reforçado com fibras de aço seja conduzido de forma a obter-se resultados precisos, confiáveis e com repetibilidade.

Assim sendo, a forma de confecção do concreto, moldagem e ensaios das vigas serão minuciosamente detalhados na seqüência. Os procedimentos descritos neste item foram repetidos para todas as etapas do trabalho. Nos casos excepcionais, nos quais houve a necessidade de algum procedimento diferente dos aqui relatados, este será descrito no item da metodologia que for conveniente.

#### 4.2.1 Confecção do concreto

Os concretos para moldagem das vigas foram confeccionados em betoneiras intermitentes de eixo inclinado. O procedimento de colocação dos materiais na betoneira e mistura foi o seguinte:

- a) Colocação de todo o agregado graúdo.
- b) Colocação de parte da água de amassamento: a quantidade de água colocada era a necessária para que, verificando-se visualmente, todo o agregado graúdo estivesse umedecido.
- c) Homogeneização por aproximadamente 1 minuto.
- d) Mistura de todo o aditivo plastificante no restante da água de amassamento.
- e) Com a betoneira ligada, iniciava-se a colocação do cimento. O cimento era adicionado à mistura com o auxílio de conchas metálicas, mantendo-se sempre a betoneira ligada, sendo que se intercalava a colocação do cimento e da água (mistura de água e plastificante), para evitar a formação de grumos o que dificultaria a homogeneização da mistura.
- f) Durante o processo de colocação do cimento, desligava-se a betoneira para que fosse feita a raspagem da cuba e das pás, retirando assim o cimento aderido nestas partes e promovendo a melhor mistura dos materiais.
- g) Como os agregados miúdos tinham uma certa umidade, muitas vezes a quantidade de água disponível para colocação era muito pequena. Nestes casos, quando a quantidade de água restante era muito pequena e observava-se que, com

a colocação do cimento, começava a formação de grumos, durante o processo de colocação do cimento iniciava-se a colocação da areia fina. A areia fina também era adicionada à mistura com o auxílio de conchas metálicas. Assim, intercalava-se cimento, água e areia fina, mantendo-se sempre a betoneira em movimento.

- h) Para os concretos em que se empregava aditivo superplastificante, a colocação deste aditivo ocorria durante a colocação do cimento. Pois, devido ao elevado teor de cimento destas misturas, se não fosse colocado o superplastificante nesta etapa, havia uma dificuldade de colocação do restante de cimento e dos agregados miúdos.
- Após a colocação de todo o cimento e de toda a areia fina, colocava-se a areia média, também com o auxílio de conchas metálicas e com a betoneira ligada.
- j) Terminada a colocação da areia média, deixava-se a betoneira ligada por 3 minutos.
- k) Passados os 3 minutos de mistura, desligava-se a betoneira e fazia-se a determinação da consistência do concreto pelo ensaio de abatimento do tronco de cone, de acordo com os procedimentos da NBR NM 67 : 1998.
- 1) Caso o abatimento do concreto não atingisse a consistência desejada 16±2cm, e não houvesse sido colocado o teor máximo de plastificante ou superplastificante, adicionava-se mais aditivo (respeitando o limite superior da dosagem de aditivo recomendada pelo fabricante), para obter a consistência desejada. Contudo, em alguns casos, houve uma enorme dificuldade de acertar a consistência, em função do grande volume de mistura, da eficiência da betoneira, do tempo de mistura do aditivo superplastificante e até mesmo da variabilidade da umidade dos agregados. Para cada dia de moldagem, era feita a determinação da umidade dos agregados, e quando se observava visualmente que havia uma variação da umidade dos agregados de uma mistura para outra, determinava-se a umidade para cada mistura de concreto. Caso houvesse necessidade de um acréscimo no teor de aditivo e fossem atingidos os teores máximo de aditivos plastificante e superplastificante, procedia-se novamente a determinação da consistência do concreto. Nestes casos, desde que o concreto apresentasse uma consistência que

permitisse a sua aplicação nas formas e o seu adensamento pela mesa vibratória, procedia-se com a moldagem das placas e dos corpos-de-prova cilíndricos.

- m) Determinada a consistência do concreto, continuava-se o processo de mistura com a colocação das fibras de aço. As fibras eram adicionadas manualmente à mistura, com a betoneira em movimento, para evitar a formação de grumos de fibras.
- n) Após a adição das fibras, deixava-se a betoneira ligada por mais 3 minutos, até a sua completa homogeneização no concreto.
- o) Terminada a mistura, fazia-se novamente a determinação da consistência do concreto, pelo ensaio do abatimento do tronco de cone.
- p) Finalmente, o concreto era transportado por carrinhos de mão até o local de moldagem dos corpos-de-prova e das placas de concreto.

### 4.2.2 Moldagem dos corpos-de-prova e das placas de concreto

Somente a boa homogeneização das fibras na massa de concreto durante o procedimento de mistura não garante a dispersão destas no interior das peças de concreto que serão confeccionadas. Outros fatores que afetam a dispersão das fibras de aço no interior das peças de concreto são: o tipo de vibração, as formas empregadas para moldagem e a maneira de fazer o entalhe nas vigas.

O tipo de vibração influencia uma vez que o emprego de vibradores de imersão do tipo agulha promove a dispersão das fibras de forma irregular, pois no local onde foi colocada a agulha do vibrador não haverá fibra. Para evitar isto, o adensamento do concreto reforçado com fibras de aço deve ser feito por meio de vibração externa, sendo o emprego de mesas vibratórias o mais indicado.

Quanto ao tipo de forma empregado para a moldagem das vigas de concreto reforçado com fibras de aço, observa-se que, quando as vigas são moldadas no tamanho exato que serão ensaiadas, há a tendência do alinhamento preferencial das fibras nas laterais da forma, pois estas laterais funcionam como barreiras durante o adensamento do concreto. Para evitar tal alinhamento, ao invés de moldar as vigas, devem ser moldadas placas de concreto que possuem a altura da viga. Estas placas são posteriormente serradas, retirando-se assim as vigas do interior destas e descartando-se as laterais das formas, onde houve o alinhamento das fibras.

A confecção do entalhe nas vigas pode ser feita de duas maneiras: ou por meio de alteração no molde em que será confeccionada a viga ou por processo de corte após o endurecimento do concreto. Conforme apresentado na revisão bibliográfica deste trabalho, a confecção do entalhe por meio de corte, é mais eficaz, pois evita o alinhamento das fibras na região do entalhe, o que pode causar uma superestimação da tenacidade do concreto reforçado pelas fibras de aço.

Diante destas considerações, os concretos confeccionados para este trabalho foram adensados em uma mesa vibratória. Foram moldadas placas de concretos das quais foram serradas as vigas e os entalhes foram feitos por meio de corte.

Na grande maioria das misturas de concreto, foi empregada uma mesa vibratória disponível em uma fábrica de lajes pré-fabricadas, sobre a qual foi possível o adensamento simultâneo de todas as placas de concretos e dos corpos-de-prova moldados para uma mesma mistura. Em alguns casos excepcionais, os concretos foram confeccionados no Laboratório de Materiais de Construção Civil da Universidade Federal de Santa Catarina, o qual dispõe de uma mesa vibratória de pequenas dimensões. Nestes últimos casos, a mesa disponível no laboratório permitia a vibração de apenas uma placa por vez, sendo então vibradas separadamente cada placa e os corpos-de-prova. Em ambos os casos, o tempo de vibração foi controlado de forma a obter-se um adensamento semelhante em todas as placas de concreto moldadas, isto era controlado pela avaliação visual da superfície de concreto no interior das formas, conseqüentemente o tempo de vibração mudava em virtude das diferenças existentes na consistência das misturas de concreto.

Para definição do tamanho das placas de concretos que seriam moldadas, foi necessário primeiramente definir as dimensões das vigas a serem ensaiadas. Neste trabalho foram ensaiadas vigas de dimensões distintas, sendo elas:

- a) 100x100x400 mm<sup>3</sup>, com 300 mm de vão, de acordo com o proposto pela ASTM C 1018 : 1994b;
- b) 150x150x550 mm<sup>3</sup>, com 450 mm de vão, conforme metodologia proposta pela RILEM TC 162-TDF (2000a);

c) 75x125x600 mm<sup>3</sup>, com 450 mm de vão, referente ao corpo-de-prova sugerido pela EFNARC : 1996.

Convém salientar que a maioria das vigas ensaiadas neste trabalho possuía entalhes em sua lateral, conforme será explicado posteriormente. Assim, para garantir as seções transversais de  $100 \times 100 \text{ mm}^2$ ,  $150 \times 150 \text{ mm}^2$  e de  $75 \times 125 \text{ mm}^2$  na região do entalhe, as vigas foram serradas com as seguintes larguras: 130 mm, 180 mm e 155 mm, respectivamente, pois foram feitos entalhes nas duas laterais das vigas com 15 mm de profundidade.

Para a moldagem das vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup>, foram confeccionadas placas de concreto de 100 mm de altura, área inferior de 400x450 mm<sup>2</sup> e área superior de 500x550 mm<sup>2</sup>, ou seja, as laterais das placas eram inclinadas. Com estas dimensões, a altura da viga era garantida em 100 mm e era possível obter 3 vigas de cada placa. Cada placa pesava aproximadamente 52 kg. A inclinação na lateral das placas serviu para diminuir o peso da placa, uma vez que seria necessária a retirada desta lateral para eliminar a região da placa que tivesse sofrido o alinhamento preferencial da fibra.

Para o caso das vigas de 150x180x550 mm<sup>3</sup>, as placas de concreto possuíam as seguintes dimensões: 150mm de altura, área inferior de 190x550 mm<sup>2</sup> e área superior de 290x650 mm<sup>2</sup>, também com laterais inclinadas e com um peso de 62 kg. Neste caso, de cada placa era serrada apenas uma única viga, pois devido às elevadas dimensões da viga se fosse confeccionada placa para retirar mais de uma viga o peso desta seria muito elevado e impossibilitaria o transporte da mesma por duas pessoas.

Para obter as vigas de  $75x155x600 \text{ mm}^3$  foram confeccionadas placas de concreto de 75mm de altura, área inferior de  $350x600 \text{ mm}^2$  e área superior de  $450x700 \text{ mm}^2$ , com peso aproximado de 48 kg. Em virtude do peso da placa, de cada uma eram retiradas apenas duas vigas de concreto.

Na Figura 48 é apresentado um detalhamento das formas de madeira utilizadas na confecção destas placas de concreto. Todas as formas de madeira foram confeccionadas com compensado plastificado com 12 mm de espessura, permitindo assim o seu reaproveitamento e garantindo que não haveria absorção da água de amassamento do concreto pela forma.

A moldagem das placas de concreto foi feita em duas camadas, sendo em cada camada feita a vibração pela mesa vibratória. O concreto era colocado nas placas com o auxílio de conchas metálicas. Após o preenchimento e adensamento da segunda camada de concreto, procedia-se o arrasamento da superfície da placa, com o emprego de régua metálica, garantindo assim a altura exata para cada tipo de viga. As placas eram retiradas da mesa vibratória e armazenadas em local plano e coberto. Na maioria dos casos, a moldagem das placas ocorreu no período noturno e no interior de uma fábrica de pré-moldados, por isso não foi realizado qualquer tipo de cura sobre as mesmas. Algumas moldagens foram realizadas no Laboratório de Materiais de Construção Civil da UFSC, e neste casos estas eram realizadas durante o dia, assim, as placas eram mantidas no interior do laboratório e cobertas com um plástico. Para ambos os casos de moldagem a desforma foi feita em torno de 20 horas após a moldagem.



**Figura 48 :** Detalhamento das formas de madeira empregadas na confecção das placas de concreto.

Além das placas para o corte das vigas, de cada mistura de concreto foram moldados 5 corpos-de-prova cilíndricos de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura, sendo 3 para a determinação da resistência à compressão e 2 para a determinação do módulo de elasticidade. A moldagem dos corpos-de-prova foi feita em duas camadas, também adensadas na mesa vibratória. Estes corpos-de-prova foram mantidos nas mesmas condições de armazenamento das placas de concreto e desformados no momento da desforma das placas.

Após a desforma, as placas foram armazenadas em paletes, ao ar livre, cobertas com uma lona plástica, enquanto que os corpos-de-prova foram armazenados em câmara úmida.

#### 4.2.3 Preparação das vigas para o ensaio de flexão

Para o ensaio de flexão, foi necessário o corte das vigas a partir das placas que haviam sido moldadas, corte dos entalhes nas vigas que seriam ensaiadas com estes, bem como a preparação das vigas para a fixação dos equipamentos de medição de deslocamento e abertura de fissuras.

O corte das placas de concreto para a retirada das vigas de dimensões 100x130x400 mm<sup>3</sup> foi feito com uma serra de corte diamantada, disponível no laboratório. No caso das vigas de 150x180x550 mm<sup>3</sup> e de 75x155x600 mm<sup>3</sup>, as placas foram cortadas em uma marmoraria, pois, devido ao comprimento destas, não foi possível fazer o corte longitudinal da lateral da viga em uma única passada utilizando a serra do laboratório. A utilização da serra da marmoraria teve ainda um inconveniente para as vigas de 150x180x550 mm<sup>3</sup>, o diâmetro da serra não permitiu o corte na altura da viga em uma única passada, sendo assim, necessária a realização do corte em duas alturas. Apesar deste inconveniente, optou-se por serrar estas vigas na marmoraria, pois se entendeu que uma pequena saliência na altura da viga devido à realização do corte em duas etapas seria menos prejudicial do que uma saliência no comprimento, caso estas tivessem sido cortadas no laboratório.

Nas Figuras 49(a) até 49(c), pode-se visualizar o corte de uma placa de concreto utilizando-se a serra disponível no laboratório.



**Figura 49 :** Corte na placa de concreto utilizando a serra do laboratório: (a) marcação da largura da viga; (b) corte longitudinal; (c) retirada da lateral inclinada, definindo o comprimento da viga.

(b)

(a)

As vigas eram identificadas pelo número da mistura, número da placa e da viga. A separação das vigas pelo número da placa permitiu a identificação das vigas retiradas da mesma placa. Em cada viga, eram feitas marcações do centro, dos pontos de apoio e dos pontos de aplicação de carga nas quatro faces: duas laterais, topo e base. A marcação do centro serviu para o corte dos entalhes das vigas nas duas laterais. Os entalhes foram feitos por meio de corte com a serra disponível no laboratório, sendo feito dois entalhes em cada viga, um em cada lateral e com profundidades de 15 mm cada. A profundidade e o posicionamento do entalhe foi feito com base na análise comparativa do desempenho das vigas ensaiadas à flexão sem e com a presença de entalhes em diferentes posições. Este estudo foi realizado neste trabalho e os resultados serão apresentados no item 5.1. As vigas eram ensaiadas na mesma direção de moldagem, ou seja, a base da viga correspondia ao fundo da forma e o topo da viga a superfície superior da placa de concreto.

As marcações dos apoios serviram para o posicionamento das vigas durante o ensaio e também para o posicionamento do aparato de fixação dos transdutores de deslocamento. Na altura média da linha dos apoios, nas duas faces laterais, foi feito um furo com furadeira, totalizando 4 furos em cada viga, sendo nestes introduzidos pinos metálicos fixados com cola que serviam de apoio para o aparato de fixação dos transdutores de deslocamento. Cada furo possuía diâmetro de 5 mm e uma profundidade de aproximadamente 20 mm.

(c)
As etapas de marcação das vigas e furação podem ser visualizadas nas Figuras 50(a) até 50(c).



Figura 50 : (a e b) Marcação das vigas; (c) furação.

As vigas, após terem sido furadas e cortados os entalhes, foram armazenadas no interior do laboratório até a data do ensaio.

O posicionamento dos pontos de apoio do aparato de fixação dos transdutores de deslocamento foram feitos com base na recomendação da norma japonesa JSCE-SF4 : 1984, denominado sistema "yoke". Conforme explicado na revisão bibliográfica, este sistema permite a medição do deslocamento da viga de uma forma precisa uma vez que não são medidos os deslocamentos externos devido à movimentação dos apoios, pois estão apoiados na própria viga. É conveniente salientar que na grande maioria dos trabalhos que foram feitos empregando o sistema "yoke" o aparato de apoio do transdutor de deslocamento é fixado por meio três de parafusos (definindo um plano) pressionados nas laterais da viga. No início deste trabalho, tentou-se utilizar este sistema de fixação. No entanto, verificou-se uma enorme dificuldade de aperto dos parafusos, de posicionamento do aparato no nível, pois com este sistema posicionava-se os suportes de fixação dos transdutores dos dois lados da viga simultaneamente. Assim, buscou-se alternativas para facilitar o posicionamento destes aparatos, optando-se por colar, no interior de furos, pinos metálicos que serviam de sustentação ao aparato do transdutor de deslocamento e faziam com que em cada lado da viga fosse empregado um aparato único, permitindo o ajuste de cada transdutor individualmente. O aparato utilizado para a fixação do transdutor de deslocamento será detalhado na seqüência.

No dia anterior ao ensaio, cada viga era preparada para tal, sendo necessária a colagem dos pinos para o apoio do aparato de fixação do transdutor de deslocamento e a colagem dos vidros no centro do vão que serviam de apoio para a ponta do transdutor e, conseqüentemente, para a medição do deslocamento.

Para a colagem dos pinos metálicos foi necessária a limpeza dos furos, que foi feita com o emprego de compressor de ar e aspirador de pó. Os pinos metálicos, de aproximadamente 130 mm de comprimento, foram colados e a sua perpendicularidade no interior do furo foi mantida com o emprego de gabaritos de madeira que serviam de guia. Depois de colados, o comprimento disponível dos pinos para fixação do aparato do transdutor de deslocamento era de aproximadamente 110 mm.

Os vidros empregados para apoio dos transdutores de deslocamento para a medição do deslocamento das vigas possuíam espessura de 3 mm, largura de 25 mm e comprimento variando entre 300 e 420 mm, dependendo da largura da viga. Em cada viga, foi colado um vidro no centro médio do vão apoiado sobre toda a largura da viga. A escolha de vidro para apoio dos transdutores de deslocamento, ao invés do emprego de chapas metálicas como é utilizado na maioria dos trabalhos, decorre do fato que o vidro é um material menos deformável e com isso não havia a possibilidade dele fletir com o peso do transdutor quando apoiado sobre ele, evitando-se medições errôneas. Além disso, o vidro, por ser um material extremamente frágil, apresenta ruptura brusca ao ser deformado. Então, caso houvesse uma deformação excessiva pelo peso do transdutor, haveria a sua ruptura e com isso poder-se-ia fazer a sua substituição e o melhor posicionamento do transdutor de deslocamento de forma a não transferir seu peso sobre o vidro. Outra vantagem do emprego do vidro é o seu baixo custo, tornando desnecessário o seu reaproveitamento após o ensaio, dispensando as etapas de retirada e limpeza.

Na Figura 51 pode-se ver a viga preparada para o ensaio, com os pinos e o vidro colados.



Figura 51 : Vigas preparadas para o ensaio.

#### 4.2.4 Ensaio de flexão a quatro pontos – medição das cargas e dos deslocamentos

As vigas foram ensaiadas à flexão a quatro pontos. A configuração do ensaio consistiu em apoiar a viga em dois cutelos e aplicar o carregamento através de outros dois cutelos posicionados na parte superior da viga, no terço médio do vão. Os cutelos movimentavam-se no sentido transversal permitindo, assim, a aplicação de carga uniforme sobre a viga e o seu perfeito apoio, pois ela poderia possuir pequenas diferenças em suas dimensões devido ao processo de moldagem.

Para a aplicação da carga, utilizou-se uma prensa da marca Shimadzu, por meio da qual foi possível aplicar uma velocidade de deslocamento ou subida do pistão constante. A velocidade mínima possível de ser utilizada neste equipamento é de 0,5 mm/min, ou seja, cinco vezes maior que a máxima velocidade permitida pela ASTM C 1018 : 1994b. Porém, de acordo com Johnston (1993), não há diferenças nos resultados de ensaios quando se emprega velocidade de aplicação de carga entre 0,075 e 0,5 mm/min, aceitando-se assim o emprego da velocidade mínima do equipamento de ensaio disponível.

Para este ensaio foram projetados e confeccionados novos aparatos para apoio da viga e aplicação de carga, pois os disponíveis na prensa Shimadzu eram de dimensões muito exageradas, o que dificultava a sua colocação sobre a base da prensa. Além disso, os cutelos de apoio do aparato da prensa Shimadzu não apresentavam movimentação transversal como necessário para o perfeito apoio da viga e posicionava a viga sobre a base da prensa no sentido transversal, o que dificultava a visualização da lateral da viga durante o ensaio.

O aparato confeccionado permite a movimentação dos apoios, e o ensaio de vigas com diferentes tamanhos de vão: 300 mm ou 450 mm, conforme o posicionamento das peças de apoio na base do aparato. O aparato para aplicação de carga foi confeccionado com distância entre os cutelos fixa em 100 mm e, por isso, poderia ser empregado somente no ensaio das vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup>. Este aparato também possuía um cutelo fixo e outro livre, permitindo a sua movimentação conforme as irregularidades na superfície da viga e garantindo o nivelamento de todo o conjunto. No ensaio das vigas de 150x180x550 mm<sup>3</sup> e de 75x155x600 mm<sup>3</sup>, nas quais a distância entre os pontos de aplicação de carga deveriam ser de 150 mm, empregou-se o aparato de aplicação de carga da prensa Shimadzu. Porém, os cutelos de tal aparato não se movimentavam e como as vigas apresentavam irregularidades na sua superfície foi necessário definir um procedimento para a colocação de todo o aparato de aplicação de carga no nível. Para tal, foi empregado uma pasta de gesso na linha dos apoios dos cutelos de aplicação de carga, sendo os cutelos apoiados sobre esta pasta e colocados no nível pela sua acomodação, garantindo assim aplicação da carga uniforme em toda a linha de apoio. Este procedimento era simples de ser realizado e pelo rápido endurecimento do gesso permitia a condução normal do ensaio, ou seja, não causou quaisquer transtornos no seu desenvolvimento. (Figuras 52(a) até 52(c)).



**Figura 52 :** (a) Aparato disponível na prensa Shimadzu para apoio da viga; (b) aparatos desenvolvidos para o apoio da viga e (c) para a aplicação da carga.

A leitura de carga foi feita através de células de carga com capacidades até 50 kN para o ensaio das vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup> e de 75x155x600 mm<sup>3</sup>, e de até 200 kN para o ensaio das vigas de 150x180x550 mm<sup>3</sup>. A célula de carga ficava apoiada sobre o aparato de aplicação de carga e, sobre ela, era colocada uma rótula para corrigir eventuais distorções no posicionamento de todo o conjunto que não tinham sido corrigidos pela movimentação dos cutelos ou pela pasta de gesso.

O deslocamento foi medido por meio de dois transdutores de deslocamento posicionados na parte superior central de cada um dos lados da viga, de forma que o deslocamento medido corresponde à média dos dois valores lidos.

Como os transdutores de deslocamento empregados neste trabalho possuíam pinos livres ou pinos com molas e como se pretendia visualizar toda a lateral da viga para avaliação da propagação da fissura, não poderia ser empregado o sistema "yoke" como conhecido, no qual a barra de fixação do transdutor cobre toda a lateral da viga e o transdutor fica sob a chapa metálica que se movimenta devido ao deslocamento da viga. Assim, foi desenvolvido um novo aparato de fixação dos transdutores de deslocamento, o qual fixa independentemente cada transdutor em cada lateral e que é apoiado sobre os pinos colados na lateral. Este novo aparato tem o formato de um U invertido, de forma que o transdutor de deslocamento está por cima da viga e apoiado sobre o vidro colado na superfície dela, permitindo, assim, a visualização de toda a lateral da viga.

O processo de furação e colagem dos pinos para apoio muitas vezes não garante a simetria entre os pinos de cada lado da viga e tão pouco garante que tais pinos estivejam na mesma altura. Por tal motivo, o aparato na forma de U possui alguns detalhes que facilitam o posicionamento do transdutor no centro exato da viga mesmo havendo estes problemas no posicionamento dos pinos. De um lado do aparato há um furo no qual é introduzido um dos pinos de fixação (Figura 53(a)). Do outro lado. ao invés do furo, tem-se um corte no aparato na altura exata do furo (Figura 53(b)), permitindo assim o apoio do segundo pino em qualquer posição independente da distância entre eles. O transdutor de deslocamento está preso em uma peça que é fixa ao aparato em U por meio de uma barra rosqueada, o que permite a movimentação de toda a peça que segura os transdutores até que seja posicionado no centro do vão (Figura 53(c)). A peça que segura o transdutor permite que este seja preso em qualquer posição ao longo de sua altura, o que facilita a sua colocação na altura necessária para que ele trabalhe ligeiramente pressionado e dentro de sua faixa de medição (Figura 53(d)). Estes cuidados são importantes para conferir uma melhor precisão na medição do deslocamento, evitando-se assim medições de deslocamento externo ou medições errôneas.

Tanto a célula de carga quanto os transdutores de deslocamento estavam ligados a um sistema de aquisição de dados da marca HBM e, utilizando-se o software Catman 4.5, a captura dos dados era feita em intervalos de tempo de 1 segundo.



Figura 53 : Detalhes do aparato em U que permitem o posicionamento correto do transdutor de deslocamento.

Para se ter uma acuidade nos valores de carga e deslocamento medidos e conseqüentemente obtenção das curvas carga por deslocamento é necessário que as células de carga e os transdutores de deslocamento sejam aferidos constantemente e que seja conhecida a relação entre a carga e/ou deslocamento medidos e a voltagem lida pelo sistema de aquisição de dados. Para obter tais curvas de correlação, as células de carga foram colocadas sobre uma prensa já aferida e os valores de carga lidos pela prensa foram correlacionados com a voltagem lida pelo sistema de aquisição de dados. No caso dos transdutores de deslocamento, estes foram fixados sobre uma base que era possível de ser movimentada e ao lado destes foram colocados relógios mecânicos para a medição do deslocamento da base. Assim, com a

leitura feita no relógio mecânico e com a leitura da voltagem feita no sistema de aquisição de dados, foi possível obter as curva de correlação (voltagem por deslocamento) para cada transdutor de deslocamento empregado. Além disso, havia algumas maneiras para verificar se a célula de carga e os transdutores de deslocamento estavam medindo corretamente durante o ensaio. Os valores de carga lidos pelo sistema de aquisição de dados eram comparados com os valores de carga lidos pela prensa Shimadzu, pois a prensa já havia sido aferida. A leitura dos transdutores de deslocamento poderia ser verificada de duas formas. A primeira, antes do início do ensaio de cada viga, ligava-se o sistema de aquisição de dados, zerava-se as leituras dos transdutores e colocava-se sob estes uma pastilha metálica de espessura conhecida. O valor lido pelo sistema de aquisição de dados deveria ser igual à espessura da pastilha. A segunda forma de verificação era feita durante o desenvolvimento do ensaio, pois tendo-se uma estimativa do módulo de elasticidade do concreto e conhecendo-se as dimensões da viga é possível determinar teoricamente o valor de deslocamento para cada valor de carga na região linear da curva carga por deslocamento. Os valores de deslocamento medidos por cada transdutor de deslocamento para cada nível de carregamento eram comparados com o valor teórico esperado. Fazendo-se esta comparação, tinha-se um indicativo da precisão da leitura do transdutor de deslocamento. Caso, durante o ensaio, verificava-se que o valor medido pelo transdutor era muito diferente do esperado, parava-se o ensaio quando este ainda estava na região linear da curva e procedia-se à verificação da leitura dos transdutores e se fosse necessário novas calibrações nos transdutores eram realizadas.

As vigas eram ensaiadas até que atingissem um deslocamento médio de 3 mm.

# 4.2.5 Ensaio de flexão a quatro pontos – medição das deformações no concreto e da abertura de fissuras

Em algumas vigas de concreto reforçado com fibras de aço foram avaliadas também as deformações do concreto na região comprimida e a abertura de fissuras na região tracionada.

A avaliação das deformações do concreto na região comprimida foi feita por meio de *strain gauges* colados na face lateral das vigas.

Como as vigas ensaiadas nesta situação possuíam no centro da lateral os entalhes para induzir a fissuração, foi necessário preparar a superfície na qual seriam colados os *strain gauges*. Para tal, fez-se um corte no centro da lateral da viga, na região comprimida, de aproximadamente 25 mm de altura, até a profundidade de 15 mm, profundidade esta que coincide com a profundidade do entalhe. Outros dois cortes foram feitos de forma a obter-se na lateral, na profundidade do ensaio, uma região plana o suficiente para que fossem colados os *strain gauges*. Na Figura 54 é mostrada uma viga com este corte, e com os *strain gauges* posicionados.



**Figura 54 :** Detalhamento do corte feito nas vigas para a colagem dos *strain gauges* na superfície do concreto.

Em cada lateral da viga foram colados dois strain gauges.

Para a colagem dos *strain gauges* foi necessária a preparação da superfície, uma vez que a superfície do concreto é muito irregular a apresenta muita poeira que pode prejudicar a perfeita aderência dos *strain gauges* e, conseqüentemente, atrapalhar a leitura da deformação. Assim, lixou-se a superfície onde foram colados os *strain gauges*. Em seguida, fez-se a retirada das impurezas com um pano úmido com álcool e, após a sua secagem, aplicou-se uma fina camada de cola à base de epóxi. Após 24 horas de aplicação da cola, limpou-se novamente a superfície. Os *strain gauges* foram colados nos locais previamente determinados e nas posições corretas. Os *strain gauges* utilizados no ensaio eram da marca TML do modelo FLA-6-11-1L, com 6 mm de comprimento e resistência de 120  $\Omega$ .

Como os *strain gauges* consistem em resistências elétricas, a variação de temperatura do ambiente no qual estão inseridos provoca alteração na sua leitura. Assim, fezse necessário uma correção da leitura do *strain gauge* em função desta variação de temperatura. Esta correção foi feita fazendo-se a leitura da variação do *strain gauge* em função apenas da temperatura colando-se *strain gauges* na superfície de uma viga semelhante àquela que seria ensaiada e unindo-se os *strain gauges* da viga a ser ensaiada com os *strain gauges* para a medição de temperatura de forma a obter-se uma ½ ponte de *Wheatstone*. Os *strain gauges* foram também conectados ao sistema de aquisição de dados utilizado para a medição das cargas e dos deslocamentos.

Conhecendo-se as deformações do concreto em determinada altura da viga, para os dois pontos nos quais estavam posicionados os *strain gauges*, foi possível determinar o local na altura da viga onde a deformação à compressão do concreto é nula, sendo que este ponto era considerado como a posição da linha neutra no determinado momento de ensaio. Isso era feito com os dados dos *strain gauges* de cada lado da viga, sendo utilizada para análise a posição da linha neutra calculada pela média dos valores determinados em cada lado da viga. Procedimento semelhante foi realizado para a determinação da deformação máxima à compressão. Com estes dados foi possível correlacionar a deformação máxima à compressão do concreto e a posição da linha neutra com o deslocamento.

### 4.2.5.2 Medição da abertura de fissuras

A abertura de fissuras durante o ensaio de flexão a quatro pontos das vigas de concreto reforçado com fibras de aço pode ser determinada de duas maneiras: por meio de transdutores de deslocamento e por meio de análise digital de imagens.

#### 4.2.5.2.1 Medição da abertura de fissuras com transdutores de deslocamento

Os transdutores de deslocamento utilizados para a medição da abertura de fissuras foram posicionados nas laterais da viga, sendo empregados 2 transdutores de cada

lado da viga. Estes transdutores foram fixados à viga por meio de barras rosqueadas que haviam sido coladas em furos feitos nas laterais da viga. O procedimento para confecção destes furos e colagem das barras rosqueadas foram semelhantes aos empregados para a colagem dos pinos de apoio do aparato de fixação dos transdutores de deslocamento. Um transdutor foi posicionado a uma distância de aproximadamente 10 mm da base da viga e o segundo transdutor estava a aproximadamente 50 mm acima do primeiro, estando ambos também posicionados a uma distância de aproximadamente 30 mm do centro do entalhe. Porém, é importante salientar que o local exato de posicionamento de cada transdutor variou em função da altura da viga e da possibilidade de confecção dos furos. No outro lado do entalhe, fez um único furo, a uma distância de aproximadamente 50 mm da base da viga e a 30 mm do centro de entalhe. Neste furo foi também colada uma barra rosqueada e na lateral desta barra foi colada uma chapa de vidro de 3 mm de espessura, com 25 mm largura e altura variável em função da altura da viga. Esta chapa de vidro servia de apoio para a ponta do transdutor de deslocamento.

Na Figura 55 é possível visualizar os transdutores de deslocamento posicionados para a medição da abertura de fissuras.



**Figura 55 :** Posicionamento dos transdutores de deslocamento nas laterais da viga para medição da abertura de fissuras.

Como as vigas possuíam os entalhes na lateral, era garantido que a fissura iria acontecer no entalhe e, desta forma, fixando o transdutor de um lado do entalhe e posicionando sua ponta do outro lado, com o surgimento da fissura havia uma conseqüente separação das duas partes da viga. Portanto, os transdutores de deslocamento eram capazes de medir o deslocamento entre estas duas partes para a altura em que estavam fixados. Conhecendo-se as leituras dos transdutores (deslocamento entre as duas partes da viga após fissura), a posição de cada transdutor e considerando o movimento de corpo rígido entre as duas partes da viga, foi possível determinar a abertura de fissura na região de máxima tração (base da viga), a abertura de fissura ao longo de toda a altura da viga e a altura da viga em que a abertura da fissura é nula. A altura da viga em que a abertura de fissuras é nula fornece, também, um indicativo da posição da linha neutra.

Em virtude destes transdutores de deslocamento estarem ligados ao sistema de aquisição de dados, foi possível correlacionar os valores de abertura de fissuras e posição de linha neutra para cada valor de carga ou deslocamento medido.

É importante ressaltar que, durante a fissuração, a viga se comporta como dois blocos rígidos que se separam independentemente e cada lado da fissura se desloca com uma determinada inclinação que é proporcional ao deslocamento no centro do seu vão. Devido a esta inclinação das partes das vigas e devido ao fato dos transdutores de deslocamento estarem fixos nas laterais da viga, a leitura feita pelo transdutor de deslocamento não corresponde à abertura da fissura real na posição do transdutor.

Utilizando-se o esquema de movimentação de corpo rígido da viga é possível deduzir a equação para corrigir os valores de leitura dos transdutores de deslocamento em função da inclinação da viga. As equações deduzidas estão apresentadas no Apêndice A deste trabalho.

No item 5.2 do Capítulo de Apresentação e Análise dos Resultados é feita uma comparação entre os valores de posição de linha neutra e abertura de fissuras determinados a partir dos dados dos transdutores de deslocamento com e sem a correção devido à inclinação dos transdutores durante o ensaio.

4.2.5.2.2 Medição da abertura de fissuras por meio da análise digital de imagens

Outro procedimento utilizado para a medição da abertura de fissura durante o andamento do ensaio foi a técnica da análise digital de imagens, que consiste na obtenção de medidas através de imagens fotográficas. Esta técnica foi empregada por Robins et al. (2001)

que a denominaram de *grid methods*, por meio da qual conseguiram medir abertura de fissuras de até 0,2 mm.

Segundo Robins et al. (2001), esta é uma das técnicas mais antigas de análise de deformações e consiste na colocação de pontos ou linhas de referência na superfície da viga que será avaliada, que são fotografados antes e depois do carregamento para determinar as distorções destes pontos e linhas e, conseqüentemente, as deformações da viga. Os autores apontam como principais problemas desta técnica a dificuldade de aplicar uma grade de pontos ou linhas em uma posição bem definida na face da viga, a baixa precisão dos dados quando a análise das distorções é feita manualmente e visualmente apenas e a demora na análise manual das imagens. Contudo, apesar destas dificuldades, a técnica é de simples aplicação.

Tais autores complementam ainda que as medidas das deformações e abertura de fissuras por meio da análise de imagens deve ser considerada em quatro estágios principais: (1) aplicação da grade de pontos ou linhas; (2) aquisição da imagem; (3) processamento da imagem e (4) análise da imagem.

Neste trabalho foi empregada esta técnica de análise de imagens para avaliação da abertura de fissuras nas duas faces laterais da viga.

Foi empregada uma grade de linhas impressa (Figura 55) em um papel adesivo que foi colada sobre a superfície da lateral da viga. Os cruzamentos das linhas eram os pontos de medição para a avaliação das distorções da grade ao longo do ensaio, sendo que cada cruzamento foi identificado com letra maiúscula para facilitar a análise da imagem. Para colagem da grade na superfície da viga o mais retilínea possível, utilizava-se a linha inferior da grade como guia e esta era colada paralelamente à base da viga. Esta grade era colada no centro das faces laterais da viga, sendo a linha vertical média da grade posicionada no centro do entalhe. Após a colagem do adesivo, procedia-se o seu corte na região do entalhe, para garantir que durante a realização do ensaio a grade não rasgasse ou descolasse devido ao surgimento da fissura nesta região. A espessura das linhas da grade foi definida em função da resolução da fotografia, sendo utilizada a menor espessura possível de ser visualizada na foto o que correspondia a aproximadamente 3 pixel na imagem. A distância vertical entre os pontos de referência utilizados para as medições (cruzamentos das linhas) foi de 5 mm e a distância horizontal de aproximadamente 30 mm. A grade era colada em toda a altura da lateral da viga, sendo excluída somente a região onde estavam colados os *strain gauges* e, portanto, a altura da grade variava em função da altura da viga.

As imagens foram obtidas com duas câmaras fotográficas digitais da marca SONY, modelo DSC V1, com 5 *megapixels* de resolução, devido à facilidade de obtenção de imagens e sua leitura em programas de edição de imagens para que sejam feitas as medições necessárias. A escolha desta câmara fotográfica se deu pela necessidade de obtenção de fotos com uma maior resolução permitindo uma melhor precisão na medição das aberturas da fissura. Sendo que, na época do início dos ensaios, esta era a câmara de melhor resolução, disponível no mercado e com preço acessível. Além disso, esta câmara permitia o emprego de controle remoto o que facilitava o seu manuseio durante o ensaio e podia ser diretamente conectada à rede elétrica por meio de cabos, dispensando o uso de baterias, o que agilizava o processo uma vez que não ocorriam interrupções no ensaio por falta de bateria ou por necessidade de seu carregamento.

O posicionamento das câmaras fotográficas durante o ensaio pode ser visualizado na Figura 56.



Figura 56 : Posicionamento das câmaras fotográficas durante o ensaio.

Para garantir a qualidade da imagem capturada era necessária a programação das câmaras fotográficas, sendo esta alterada em função da distância da câmara ao objeto fotografado e em função da iluminação do ambiente.

As câmaras fotográficas eram posicionadas sobre tripé, com as lentes paralelas às laterais da viga a ser fotografada, a uma distância aproximada de 70 cm. Este posicionamento permite que seja fotografada apenas a região central da viga, uma área aproximada de 150x150 mm<sup>2</sup>. Em virtude deste posicionamento, utilizava-se o zoom máximo das câmaras (4 vezes). O foco era ajustado para uma distância de 50 cm e, a abertura e velocidade do obturador a câmara ajustava automaticamente em função da iluminação do ambiente. Não foi utilizado *flash* durante a captura das imagens, pois ensaios preliminares indicaram que ao empregar o *flash* o intervalo entre a aquisição de uma imagem e outra era aumentado. Como as câmaras estavam posicionadas sobre tripé, era possível o emprego de uma velocidade de abertura do obturador baixa, pois não ocorria movimentação da câmara durante o processo de captura da imagem e conseqüentemente a falta da iluminação pelo *flash* não afetava a qualidade da imagem.

As imagens foram capturadas da seguinte forma: uma primeira imagem inicial era obtida antes do início do ensaio. Esta primeira imagem era a imagem de referência. A captura das demais imagens iniciava logo após o surgimento da fissura, ou seja, quando se observava que a média do deslocamento medido pelos transdutores de deslocamento era superior a 0,3 mm. A partir deste valor de deslocamento, as imagens eram capturadas em seqüência, com intervalo entre elas de aproximadamente 3 segundos. A escolha deste valor de deslocamento para início da captura das imagens está associada ao fato que, para deslocamentos inferiores a este, a abertura de fissuras é tão pequena que a técnica de análise de imagens não tem precisão para a sua medição. Os disparos para captura das imagens eram feitos por controle remoto para evitar movimentação da câmara fotográfica durante o ensaio. Os dois controles remotos, um de cada câmara fotográfica, foram unidos de forma que eram disparados simultaneamente.

Em cada área fotografada (duas faces da viga) foram posicionados dois equipamentos: uma escala métrica para que fosse feita a calibração da imagem para a medição das aberturas da fissura e um cronômetro para permitir a relação da foto com o valor de carga e deslocamento que estavam sendo capturados pelo sistema de aquisição de dados no momento fotografado. Para permitir esta sincronia, o sistema de aquisição de dados e o cronômetro eram ligados no mesmo instante. Assim, o sistema de aquisição de dados registrava o tempo de cada dado coletado e o cronômetro da foto registrava o momento da captura da imagem. Além disso, cada lateral da viga era identificada na área fotografada, sendo identificados também os transdutores de deslocamento e os *strain gauges* utilizados em cada lado.

Um exemplo de imagem utilizada para medição da abertura de fissuras é apresentado na Figura 57.



**Figura 57 :** Imagem utilizada para medição da abertura de fissuras, mostrando: a grade de linhas empregada, o cronômetro, a escala métrica, a identificação da face da viga e da posição dos transdutores de deslocamentos e *strain gauges*, e também os transdutores e *strain gauges*.

Ao término do ensaio, as imagens registradas por cada câmara fotográfica eram transferidas para um computador e as câmaras preparadas para o ensaio da viga subseqüente.

A primeira etapa da análise das imagens consistia na escolha das fotografias que seriam empregadas para a medição da abertura de fissuras. Foram escolhidos os deslocamentos de vigas de 0; 0,5; 1,0; 1,5 e 2 mm para medição de abertura de fissuras. Assim, com os dados registrados pelo sistema de aquisição de dados, era possível determinar o tempo do ensaio em que ocorreu cada um dos deslocamentos analisados. Com este tempo, procurava-se nas imagens, qual a imagem que correspondia a cada tempo e, conseqüentemente, a cada deslocamento. Caso a imagem correspondente a um determinado deslocamento não tivesse sido obtida, utilizava-se a imagem mais próxima ao tempo procurado e buscava-se nos dados do sistema de aquisição de dados o deslocamento a que estava relacionada tal imagem. Tal procedimento era realizado para as imagens obtidas para cada face da viga, sempre utilizando o par de imagens capturadas no mesmo instante para a avaliação da abertura de fissuras em determinado deslocamento.

As imagens selecionadas eram transferidas para um programa de desenho no qual eram feitas as medições necessárias para a determinação do afastamento entre os pontos de referência da imagem e, conseqüentemente, da abertura fissura em cada ponto. Ao transferir as imagens para o programa, mantinha-se constante a relação entre a altura e a largura da imagem de forma a não causar distorções e definia-se como ponto (0,0) o pixel do canto superior esquerdo da foto.

Em cada imagem eram feitas as seguintes medições, sempre em pixel:

- a) Coordenadas x e y de cada cruzamento das linhas de referência, identificadas pelas letras maiúsculas na grade;
- b) Cotas y no centro da base e do topo da viga, para determinar a sua altura;
- c) Cotas y do canto inferior esquerdo e do canto inferior direito da base da viga, para determinar a inclinação da viga na imagem, pois era muito difícil evitar uma pequena inclinação da viga na imagem, ao posicionar a câmara fotográfica e a viga;
- d) Distância em pixel de uma determinada distância em milímetros da escala métrica para obter a relação entre pixel e milímetros da imagem e transformar todas as medidas para a unidade do Sistema Métrico Internacional;
- e) Cota y do centro dos *strain gauges* e dos transdutores de deslocamento para a determinação do posicionamento de cada um destes equipamentos na altura da viga;
- f) Cota x do centro do entalhe e da ponta dos transdutores de deslocamento, para determinar a distância (L2) empregada na correção das leituras de abertura de fissuras feitas por cada transdutor de deslocamento, conforme explicado no Apêndice A;

Conhecidos todos estes parâmetros medidos nas imagens, era possível determinar a abertura de fissura em cada altura da viga em que se possuía um ponto de referência (cruzamento das linhas da grade). Isso era feito pela diferença entre as coordenadas de cada cruzamento das linhas na imagem correspondente ao deslocamento analisado (0,5; 1,0; 1,5 e 2 mm) e as coordenadas de cada cruzamento das linhas na imagem de referência (imagem correspondendo ao deslocamento de 0 mm). Contudo, algumas correções são necessárias para determinar a abertura de fissuras real para cada altura da viga em que eram medidas as coordenadas, levando-se em conta a inclinação de cada lado da viga após

fissurada. Conforme já explicado anteriormente, a viga ao fissurar movimenta-se como dois blocos rígidos unidos por uma rótula (movimento do corpo rígido) de forma que cada parte da viga gira em um ângulo ( $\theta$ ), em função do deslocamento ( $\delta$ ) da viga. As equações deduzidas para determinação da abertura de fissuras a partir das coordenadas dos pontos medidas na análise digital de imagem é apresentada no Apêndice B.

Ao final, sendo conhecida a abertura de fissura real em cada altura da viga em que foram medidas as coordenadas dos cruzamentos das linhas para cada face da viga e considerando o movimento do corpo rígido determina-se a equação da reta que melhor ajusta os pontos no gráfico abertura de fissuras por distância do ponto ao topo da viga, para as duas faces da viga. Com a média aritmética simples das duas retas ajustadas, pode-se determinar a posição na altura da viga em que a abertura de fissura é nula, considerando-se esta a posição da linha neutra, e a abertura de fissura na região de máximo esforço de tração (base), para cada nível de deslocamento analisado.

Para a definição de todos os procedimentos descritos anteriormente para a utilização da técnica de análise de imagens para medição de abertura de fissuras em vigas de concreto reforçado com fibras de aço, foram necessários vários testes. Assim, torna-se necessário descrever os testes realizados e os resultados destes testes que conduziram a definição de tais procedimentos. Por tais motivos, no item 5.2 do Capítulo de Apresentação e Análise dos Resultados, serão apresentados e discutidos todos os ensaios realizados bem como as decisões tomadas durante a execução e avaliação de tais ensaios que conduziram a definição dos procedimentos acima expostos para a utilização da técnica de análise de imagens para medição da abertura de fissuras.

Estes valores de posição da linha neutra e abertura de fissura máxima são comparados aos valores medidos pelos transdutores de deslocamentos posicionados nas laterais das vigas e com os valores medidos pelos *strain gauges*.

### 4.3 Estudo da influência da presença e posicionamento de entalhes

Há um consenso entre os pesquisadores que a utilização de entalhes na parte inferior das vigas faz com que a fissura apareça sempre no local do entalhe e diminua a variabilidade dos resultados do ensaio de flexão. Apesar das vantagens do emprego de vigas com entalhe na face inferior para a caracterização do concreto reforçado com fibras de aço, poucos são os estudos experimentais que analisam comparativamente os resultados de vigas com entalhe com os resultados de vigas sem entalhe. A partir desta verificação, surgiu o questionamento sobre influência da presença deste entalhe na carga de ruptura da viga e na carga suportada pela viga após a fissuração, pois se supõe que o entalhe possa promover uma concentração de tensões na sua proximidade e com isso provocar a ruptura da viga com uma carga inferior a que aconteceria para a viga sem entalhe.

Diante disso, foi desenvolvida esta etapa do programa experimental com o objetivo de analisar comparativamente o resultado do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço com e sem a presença de entalhe na parte inferior. Além disso, foi proposta uma outra configuração de viga, com entalhe nas laterais, e os resultados de ensaios destas vigas são comparados com os resultados obtidos nos ensaio das vigas sem entalhe e com entalhe na parte inferior. Ao utilizar-se entalhes nas duas faces das laterais da viga, para induzir a fissura, supôs-se que seriam minimizados os efeitos de concentração de tensões na região de maiores tensões de tração, como ocorre para as vigas com entalhe na parte inferior. Além disso, esperava-se que a fissura ocorresse em um único plano facilitando assim a medição da abertura da fissura durante o desenvolvimento do ensaio.

Para obter os resultados experimentais do ensaio de flexão a quatro pontos dos diferentes tipos de vigas, foi confeccionado concreto na proporção três de 1:0,84:1,56:1,60:0,65 (cimento : areia fina : areia média : brita 0 : água), com os materiais descritos no item 4.1, com a fibra S em teor de 40 kg/m<sup>3</sup> de concreto e com consumo de cimento de 400 kg/m<sup>3</sup>. Este concreto foi produzido no Laboratório de Materiais de Construção da UFSC e o procedimento de confecção do concreto, moldagens das placas, corte das vigas e entalhes foram realizados conforme os procedimentos descritos no item 4.2.1 até 4.2.3, exceto o processo de adensamento que foi feito com vibrador de agulha, pois na época que este concreto foi confeccionado o laboratório não possuía mesa vibratória. Foram moldadas placas, das quais foram serradas vigas de 100x100x400 mm<sup>3</sup> (sem entalhe - S), de  $100x120x400 \text{ mm}^3$  (com entalhe nas laterais – V) e de  $110x100x400 \text{ mm}^3$  (com entalhe na parte inferior – H)

Os entalhes foram feitos por meio de corte, sendo mantida a espessura de aproximadamente 5 mm e a profundidade de 10 mm.

Para cada geometria de viga analisada (S, H ou V) foram confeccionadas 3 placas de concreto, totalizando 9 vigas cada, e 5 corpos-de-prova cilíndricos. Os corpos-deprova cilíndricos foram utilizados para a determinação da resistência à compressão (NBR 5739 : 1994) e do módulo de elasticidade do concreto (NBR 8522 : 1994), e testados na data de ensaio das vigas. As vigas foram ensaiadas conforme o procedimento descrito no item 4.2.4 deste trabalho, sendo monitoradas as cargas e os deslocamentos.

Os resultados dos ensaios à flexão a quatro pontos dos três tipos de vigas de concreto reforçado com fibras de aço foram comparados com os resultados teóricos obtidos em uma análise por elementos finitos da distribuição de tensões nas vigas. Para a análise teórica foi utilizado o programa SAP 2000, para obter a distribuição de tensões em três configurações distintas de viga: viga sem entalhe (S), viga com entalhe na parte inferior, aqui denominado de entalhe horizontal (H) e viga com entalhes nas laterais da viga, aqui denominado de entalhe vertical (V).

As vigas foram modeladas por elementos sólidos de 8 nós e considerou-se apenas o regime elástico-linear utilizando-se de uma carga aplicada de 15.000 N, carga esta inferior a carga de ruptura encontrada nos resultados dos ensaios experimentais. O concreto das vigas apresentava, na época de ensaio (aproximadamente 10 meses de idade), resistência à compressão média de 49 MPa e módulo de elasticidade médio de 31.640 MPa, sendo estes valores adotados na análise teórica. O coeficiente de Poisson adotado foi de 0,2. Nas simulações, definiram-se as seguintes posições para os eixos: x para o eixo horizontal correspondendo ao comprimento da viga, y para o eixo horizontal ao longo da largura da viga e z para o eixo vertical ao longo da altura da viga, sendo que se posicionou a origem no vértice inferior esquerdo da face frontal da viga. Os apoios das vigas foram considerados infinitamente rígidos restringindo-se totalmente os deslocamentos nos nós referentes à posição de apoio na direção z. Dois nós posicionados no meio das linhas dos apoios tiveram restrição de deslocamento nas direções x e y.

Os resultados desta etapa de trabalho serão apresentados no Capítulo 5 deste trabalho e foram publicados na revista e-Mat – Revista de Ciência e Tecnologia de Materiais de Construção Civil (GAVA, PIERI e PRUDÊNCIO JR., 2004) e serviram para a definição da geometria da viga a ser utilizada durante todo o programa experimental da tese.

# 4.4 Comparação entre os diferentes métodos de ensaio à flexão: ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002

Ao analisar as curvas carga por deslocamento das vigas ensaiadas para o estudo da influência da presença de entalhes no comportamento à flexão apresentadas no item 5.1, verifica-se um descarregamento repentino, ou seja, uma região de instabilidade. Tal instabilidade após a carga de pico foi verificada também por diversos autores, como Banthia e Trottier (1995), Johnston (1995), Chen et al. (1995) e Morgan, Mindess e Chen (1995). Tais autores observaram que a instabilidade ocorre especialmente no ensaio de concretos com baixos teores de fibras e em equipamentos de ensaio que não conseguem rapidamente uma resposta ao controle da velocidade de deslocamento.

Diante da normalização do novo procedimento de ensaio com o emprego de chapas metálicas, conforme o especificado pela ASTM C 1399 : 2002, considerou-se importante avaliar se esta nova metodologia de ensaio realmente minimiza os efeitos de instabilidade pós-pico nos concretos com baixo volume de fibras. Esta avaliação foi feita comparando-se os resultados dos ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço conduzidos de acordo com os procedimentos descritos pela ASTM C 1018 : 1994b e pela ASTM C 1399 : 2002. É importante salientar que a comparação entre estes dois métodos baseou-se nos dados das curvas carga por deslocamento obtidas de acordo com cada metodologia de ensaio e na determinação da Resistência Residual Média – RRM (*Average Residual Strength – ARS*), não sendo utilizados nesta avaliação os índices de tenacidades calculados conforme a ASTM C 1018 : 1994b .

Para esta investigação, foram confeccionadas vigas de concreto reforçados com fibras de aço, com dois volumes de fibras, sendo um considerado baixo (25 kg/m<sup>3</sup>) e outro médio (40 kg/m<sup>3</sup>), e empregando-se a fibra do tipo X. Este tipo de fibra foi escolhido por ser aquela que apresenta o menor fator de forma entre os três tipos de fibras empregadas neste trabalho, sendo, portanto, mais suscetível a ocorrência da instabilidade pós-pico nos ensaio de vigas contendo esta fibra.

Os concretos foram produzidos com os materiais e de acordo com os procedimentos descritos nos itens 4.1 e 4.2, respectivamente e na proporção de 1:0,61:1,43:1,67:0,6:0,003 (cimento:areia fina:areia média:brita 0:água:aditivo plastificante). Foram confeccionadas 4 misturas de concreto, 2 para cada teor de fibra, sendo uma para

obtenção das vigas para ensaio de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b e a outra para as vigas a serem ensaiadas conforme a ASTM C 1399 : 2002. Para cada mistura de concreto, foram moldadas 4 placas, para retirada de 12 vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup> com entalhes de 15 mm de cada lado, e 5 corpos-de-prova cilíndricos de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura.

A identificação das misturas, o tipo de ensaio realizado com cada mistura e as consistências das misturas são apresentadas na Tabela 5. Na identificação a primeira letra significa o tipo de fibra empregado (fibra X), os dois números seguintes indicam o volume de fibra (25 e 40 kg/m<sup>3</sup>) e a letra M seguida do número indica a mistura de concreto (M1 – mistura 1 e M2 – mistura 2).

Mistura	Tipo de ensaio	Consistência (mm)		
	Tipo de elisato	Sem fibra	Com fibra	
X25M1	ASTM C 1018 – sem chapa metálica	190	180	
X25M2	ASTM C 1399- com chapa metálica	200	170	
X40M1	ASTM C 1018 – sem chapa metálica	210	180	
X40M2	ASTM C 1399- com chapa metálica	160	130	

Tabela 5:Identificação e características das misturas empregadas para avaliar a forma de execução<br/>do ensaio de flexão em vigas.

As vigas foram ensaiadas à flexão conforme os procedimentos descritos no item 4.2.4. Nos ensaios realizados de acordo com a metodologia proposta pela ASTM C 1399 : 2002 foi empregada uma chapa metálica de 12,7 mm (1/2 polegada) de espessura, com 130 mm de largura e 400 mm de comprimento, sob a viga, sendo assim conduzidos até que o deslocamento médio da viga estivesse entre 0,25 e 0,5 mm. Após esta etapa, parava-se o ensaio, retirava-se a chapa metálica e iniciava-se novamente o ensaio até que fosse atingido um deslocamento de 3 mm. Em todos os ensaios eram monitorados as cargas e os deslocamentos. Em algumas vigas, tanto no ensaio da ASTM C 1018 : 1994b quanto no da ASTM C 1399 : 2002, foram colocados dois transdutores de deslocamento em cada lateral da viga para que fosse monitorada a abertura de fissura durante o desenvolvimento do ensaio.

Por problemas durante o ensaio, não foi possível obter os dados das 12 vigas de cada série analisada, obtendo-se para análise: 9 vigas da série X25M1-sem chapa metálica, 8 vigas da série X25M2-com chapa metálica, 11 vigas da série X40M1-sem chapa metálica e

12 vigas da série X40M2-com chapa metálica. Os dados são apresentados e analisados no item 5.3 deste trabalho.

Dos 5 corpos-de-prova cilíndricos moldados em cada mistura, 3 foram utilizados para o ensaio de resistência à compressão (NBR 5739 : 1994) e 2 para o ensaio de módulo de elasticidade do concreto (NBR 8522 : 1994). Estes ensaios foram realizados no mesmo dia de teste das vigas das misturas correspondentes.

# 4.5 Estudo da variabilidade do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço

A partir da análise dos resultados do estudo referente influência da presença e do posicionamento dos entalhes nos resultados do ensaio de flexão, apresentados no item 5.1, verificou-se que as vigas com entalhe nas laterais seriam as mais indicadas para o monitoramento da abertura de fissuras. Além disso, observou-se uma grande variabilidade nos resultados do ensaio de flexão das vigas de concreto reforçado com fibras de aço, independentemente da presença e do tipo de entalhe empregado.

Assim, decidiu-se por fazer uma análise aprofundada da variabilidade dos resultados de ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, ensaiandose vigas sem entalhe (SE) e vigas com entalhe nas laterais (CE).

Os materiais empregados para a confecção do concreto foram aqueles descritos no item 4.1, sendo empregado também a fibra S no teor de 40 kg/m<sup>3</sup> de concreto, a proporção e a quantidade de material por m<sup>3</sup> de concreto e a consistência das misturas são apresentados na Tabela 6.

Este concreto foi produzido em uma fábrica de pré-moldados, onde se dispunha de uma betoneira de capacidade 450 litros e de mesa vibratória, de acordo com os procedimentos descritos no item 4.2. Foram moldadas placas de concreto para a obtenção de vigas de 100x100x400 mm<sup>3</sup> (sem entalhe - SE), de 100x130x400 mm<sup>3</sup> (com entalhes laterais - CE). A profundidade dos entalhes foi de 15 mm, para garantir que todas as vigas rompessem no entalhe, uma vez que nos ensaios anteriores, realizados com entalhes com profundidade de 10 mm, algumas vigas não romperam no entalhe.

Em virtude dos coeficientes de variação encontrados nos ensaios do item 5.1, verificou-se a necessidade de um número superior a 30 vigas para esta etapa do trabalho. Devido a esta grande quantidade de viga necessária e do volume de mistura da betoneira, foram produzidas 4 misturas de concreto com a mesma proporção, sendo moldadas em cada mistura, 5 placas e 5 corpos-de-prova cilíndricos de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura, totalizando 20 placas e 20 corpos-de-prova. Todas as placas produzidas foram identificadas para que, durante o processo de corte e retirada das vigas, estas últimas fossem retiradas de placas moldadas de uma mesma mistura. Na Tabela 6, são apresentadas as características de cada mistura, a identificação destas referem-se ao tipo de viga ensaiada, CE – com entalhe e SE – sem entalhe. O traço do concreto confeccionado para esta etapa do trabalho foi de 1:0,61:1,43:1,67:0,6:0,0023 (cimento:areia fina:areia média:brita 0:água:aditivo plastificante).

Mistura -	Consistência (mm)		Quantidade por m <sup>3</sup> de concreto (kg)						
	Sem fibra	Com fibra	Cimento	Areia fina	Areia média	Brita 0	Água	Aditivo plastificante	Fibra
SE 1	200	175	_						
SE 2	180	150	127 57	260.81	611 /2	714 03	256 50	1 28	40.00
CE 1	180	145	427,37	200,01	011,42	/14,05	230,39	1,20	40,00
CE 2	170	145							

**Tabela 6:** Características das misturas produzidas para o estudo da variabilidade.

Durante a etapa de corte das placas para a obtenção das vigas, observou-se que de cada placa destinada à retirada das vigas SE foi possível obter 4 vigas, pois estas vigas possuíam apenas 100 mm de largura, enquanto que da cada placa destinada as vigas CE (com 130 mm de largura devido aos entalhes laterais) retirava-se apenas 3 vigas. Assim, foram obtidas 40 vigas SE e 30 vigas CE para o estudo da variabilidade.

As vigas foram identificadas com duas letras e três números: as letras indicam a presença ou ausência do entalhe, CE - com entalhe e SE – sem entalhe, o primeiro número indica a mistura de concreto, mistura 1 ou mistura 2, o segundo número indica a placa de concreto, placa 1, 2, 3, 4 ou 5 e o terceiro número indica a viga, 1, 2 ou 3 para as vigas CE e 1, 2, 3 ou 4 para as vigas SE. Exemplificando, uma viga identificada como CE143, indica que esta viga possui entalhe nas suas laterais, foi confeccionada com o concreto da mistura CE 1, foi serrada da placa 4 e é a terceira viga desta placa. Com esta identificação foi possível avaliar a variabilidade de cada mistura e de cada placa produzida, além de identificar as vigas obtidas de uma mesma placa.

Estas vigas foram ensaiadas aproximadamente 3 meses após a data da moldagem, sendo monitoradas as cargas e os deslocamentos conforme metodologia descrita no item 4.2.4. De todas as vigas ensaiadas, foi obtida pelo menos uma imagem fotográfica de cada lado da viga, sendo que nesta imagem tinha-se a identificação da viga e a escala métrica para a correlação das medidas entre pixel e milímetro. Estas imagens tiveram a finalidade de registrar o local do surgimento da fissura, pois, principalmente, nas vigas sem entalhe a fissura não ocorre no meio do vão. Nestes casos, o deslocamento medido pelo transdutor de deslocamento posicionado no centro do vão não corresponde ao deslocamento real da viga, pois o maior deslocamento da viga ocorre onde surge a fissura. Assim, conhecendo-se o deslocamento no centro do vão e a distância entre o ponto de surgimento da fissura e o centro do vão é possível determinar o deslocamento no local da fissura. As Figuras 58(a) e 58(b) ilustram duas situações de rompimento da viga fora do centro do vão.



Figura 58 : Casos em que a fissura não ocorre no centro do vão: (a) dentro do terço médio central e (b) fora do terço médio central.

Quando a fissura ocorria dentro do terço médio central do vão da viga (Figura 58(a)) era feito a correção do deslocamento em função do posicionamento da fissura. Contudo quando a fissura ocorria fora do terço médio central do vão da viga (Figura 58(b)), os resultados do ensaio de flexão eram desconsiderados.

A correção do valor de deslocamento pode ser feita por meio da seguinte expressão:

$$\delta_{real} = \frac{2*\delta_{medido}*\left(\frac{L}{2}+d\right)}{L}$$
(107)

Onde:

 $\delta_{real}$  = deslocamento no ponto de surgimento da fissura, deslocamento máximo (mm)  $\delta_{medido}$  = deslocamento medido no centro do vão da viga (mm) L = vão da viga (mm) d = distância entre o centro da viga e o ponto de surgimento da fissura (mm)

Na data do ensaio de flexão das vigas, realizou-se, também, o ensaio nos corpos-de-prova cilíndrico para a determinação da resistência à compressão e do módulo de elasticidade. Os resultados desta etapa do trabalho são apresentados e discutidos no item 5.4.

### 4.6 Dados experimentais para a validação do modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006)

Considerando que esta tese se propõe a fazer uma análise teórica-experimental do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço submetido à flexão, tornou-se necessário obter dados de ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço com diferentes características, tais como: resistência da matriz de concreto, tipo e volume de fibra, e também de diferentes tamanhos de vigas.

É importante salientar que as etapas anteriormente realizadas: definição dos procedimentos para confecção do concreto (item 4.2.1), moldagem das vigas (itens 4.2.2 e 4.2.3), realização do ensaio de flexão com monitoramento de cargas (item 4.2.4), deslocamentos (item 4.2.4), deformações (item 4.2.5) e aberturas de fissuras (item 4.2.5), estudo do tipo de viga (item 4.3), comparação entre diferentes métodos de realização do ensaio de flexão (item 4.4) e análise da variabilidade do ensaio de flexão (item 4. 5) foram todas conduzidas objetivando definir os parâmetros de ensaio desta última etapa do trabalho. Foi, então, nesta etapa que se obteve os dados necessários para a validação do modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006).

Em virtude dos resultados das etapas anteriores, foram definidos o emprego de vigas com entalhe de 15 mm em cada lateral, a condução do ensaio de acordo com a metodologia descrita pela ASTM C 1018 : 1994b e o emprego de 12 vigas para análise de cada conjunto de variáveis estudada.

Assim, inicialmente foram confeccionadas 18 misturas de concreto, nas quais variou-se o tipo e volume de fibra e o consumo de cimento da matriz de concreto. As variáveis analisadas são apresentadas na Tabela 7.

Parâmetros	Níveis de Variação				
Relação água/cimento das misturas	0,60				
	0,44				
Tipos de Fibras	Fibra X, Fibra S e Fibra C, conforme as				
	características apresentadas na Tabela 3				
Volume de Fibra (kg/m <sup>3</sup> )	25, 40, 70 e 100				

**Tabela 7:**Variáveis analisadas no trabalho.

Os concretos foram confeccionados em uma fábrica de pré-moldados onde dispunha-se de uma betoneira e uma mesa vibratória de maior capacidade, permitindo assim a moldagem de no mínimo 4 placas de concreto, para corte de 12 vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup>, e de 5 corpos-de-prova cilíndricos de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura para cada mistura.

Para o concreto com fibra do tipo C, com relação água/cimento de 0,60, consumo de cimento de 430 kg/m<sup>3</sup> e com volume de fibra de 40 kg/m<sup>3</sup> (mistura MC2), além das placas para corte das vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup>, foram confeccionadas outras misturas de concreto para obtenção de 12 vigas de 150x180x550 mm<sup>3</sup> e de 12 vigas de 75x155x600 mm<sup>3</sup>. Conforme detalhado no item 4.2.2, para obtenção das vigas 150x180x550 mm<sup>3</sup> era necessário a moldagem de 12 placas de grandes dimensões e por isso a betoneira disponível na fábrica de pré-moldados não comportava a mistura de todo o concreto necessário para a moldagem das 12 placas, assim, foi necessário a realização de três misturas de concreto.

As misturas de concreto produzidas foram identificadas com duas letras maiúsculas seguidas de um número. A primeira letra corresponde ao consumo de cimento da mistura, sendo A para concretos com consumo de 460 kg/m<sup>3</sup> e relação água/cimento de 0,44 e M para concretos com consumo de 430 kg/m<sup>3</sup> e relação água/cimento de 0,60. A segunda letra corresponde ao tipo de fibra empregado: X, S ou C, conforme as características das fibras apresentadas na Tabela 3. O número indica o volume de fibra da mistura: 1 para o volume de 25 kg/m<sup>3</sup>, 2 para o volume de 40 kg/m<sup>3</sup>, 3 para o volume de 70 kg/m<sup>3</sup> e 4 para o volume de 100 kg/m<sup>3</sup>. Na identificação das vigas foram acrescentados à nomenclatura da mistura dois

números, sendo o primeiro número correspondente à placa de concreto da qual foi extraída a viga, e o último correspondendo ao número da viga. Exemplificando, uma viga denominada MX323, significa que esta viga foi confeccionada com um concreto com consumo de cimento de 430 kg/m<sup>3</sup> e relação água/cimento de 0,60, com a fibra do tipo X, com volume de fibra de 70 kg/m<sup>3</sup>, serrada da placa 2 e correspondendo a viga 3, sendo, portanto, retiradas na mesma placa as vigas MX321 e MX322.

Na Tabela 8 são apresentados a identificação das misturas de concreto produzidas, o teor de aditivo, a consistência do concreto e o tamanho das vigas moldadas.

Mistura	Consi (n	stência m)	Teor de aditivo (%)*		Observações
Wilstura	Sem fibra	Com fibra	Plastificante	Superplastificante	Observações
AC1	145	200	0,5	0,8	
AC2	210	170	0,5	0,9	
AC3	210	150	0,5	0,8	
AS1	190	200	0,5	0,8	Para cada mistura foram moldadas
AS2	125	145	0,5	0,8	4 placas de 100 mm de altura para
AS3	65	50	0,5	0,8	corte de vigas de
AX1	80	105	0,5	0,8	$100x130x400 \text{ mm}^3 \text{ e 5 corpos-de-}$
AX2	220	220	0,5	0,8	prova cilíndricos.
AX3	180	180	0,5	0,8	
MC1	65	50	0,40		
MC2-100	205	180	0,33		
MC2-75	220	180	0,32		Moldagem de 6 placas de 75 mm de altura para corte de 12 vigas de 75x155x600 mm <sup>3</sup> e 5 corpos-de- prova cilíndricos.
MC2-150-1**	145	115	0,3		Para cada mistura foram moldadas
MC2-150-2**	150	135	0,3		4 placas de 150 mm de altura para
MC2-150-3**	160	140	0,3		corte de vigas de 150x180x550 mm <sup>3</sup> e 5 corpos-de- prova cilíndricos.
MC3	250	250	0,4		
MS1	130	110	0,3		Para cada mistura foram moldadas
MS2	100	80	0,4		4 placas de 100 mm de altura para
MS3	135	90	0,4		corte de vigas de
MX1	130	115	0,4		$100x130x400 \text{ mm}^3 \text{ e 5 corpos-de-}$
MX2	150	115	0,4		prova cilíndricos.
MX3	165	120	0,3		

Tabela 8: Identificação, consistência, teor de aditivos e tamanho de viga de cada mistura de concreto produzida.

\* porcentagem de líquido total em relação à massa de cimento \*\* os número 1, 2 e 3 indicam as misturas de concreto necessárias para a obtenção de 12 vigas

Os concretos foram confeccionados nas seguintes proporções: 1:0,61:1,43:1,67:0,6 (cimento:areia fina:areia média:brita 0:água) para as misturas com consumo de cimento de  $430 \text{ kg/m}^3$  e 1:0,61:1,43:1,67:0,44 (cimento:areia fina:areia média:brita 0:água) para as misturas com consumo de cimento de  $460 \text{ kg/m}^3$ , os teores de aditivos plastificantes e superplastificantes foram variáveis conforme a consistência do concreto.

Os procedimentos de confecção do concreto, moldagem das placas, corte das vigas e dos entalhes, preparação das vigas para ensaio, monitoramento de cargas e deslocamento durante o ensaio foram idênticos aos descritos no item 4.2 desta metodologia.

Na definição do programa experimental desta tese de doutorado, estava previsto que no ensaio de flexão de todas as vigas produzidas com as misturas apresentadas na Tabela 8 seriam monitoradas as cargas, os deslocamentos, a deformação à compressão do concreto na região comprimida e a abertura de fissuras ao longo do ensaio. Porém, os resultados referentes aos diferentes procedimentos para a medição da abertura de fissuras em vigas de concreto reforçado com fibras de aço, apresentados no item 5.2 do Capítulo de Apresentação e Análise dos Resultados, indicaram uma dificuldade de medir a abertura de fissuras em misturas com baixo volume de fibra, inclusive em misturas com teor de 70 kg/m<sup>3</sup>. Esta dificuldade foi ocasionada pela instabilidade pós-pico ocorrida nos ensaio de vigas com dosagem de fibras de aço de até 70 kg/m<sup>3</sup>. Mesmo sendo utilizado um prensa servo controlada para a condução dos ensaios houve uma dificuldade de manter a aplicação do deslocamento constante logo após a ruptura da viga, provocando o efeito da instabilidade pós-pico. Este efeito fazia com que ocorresse um descarregamento repentino da viga e com isso um rápido crescimento da fissura e movimentação da linha neutra para o bordo mais comprimido da viga. Isto provocava uma abertura de fissura na viga que não estava de acordo com o real deslocamento da mesma. Desta forma, observou-se que a máquina de ensaio utilizada não trabalhava verdadeiramente como uma close loop machine, como deveria ser para o caso de ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

Assim, foi necessária a confecção de novas misturas de concreto com um volume maior de fibras de aço para que fossem monitoradas a abertura de fissuras e as deformações na região comprimida e também o posicionamento da linha neutra durante o desenvolvimento do ensaio de flexão. Foram confeccionadas novas misturas de concreto com teor de 100 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço, das quais foram obtidas vigas com diferentes dimensões,

100x130x400 mm<sup>3</sup>, 150x180x550 mm<sup>3</sup> e de 75x155x600 mm<sup>3</sup>. O traço empregado para a confecção destes concretos foi o com consumo de cimento de 430 kg/m<sup>3</sup>, na proporção de 1:0,61:1,43:1,67:0,6 (cimento:areia fina:areia média:brita 0:água). As características das misturas produzidas são apresentadas na Tabela 9.

As vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup> produzidas com a mistura MS4-100 foram utilizadas para o estudo dos diferentes procedimentos de medidas da abertura de fissura e posição da linha neutra, apresentado no item 5.2.

Os resultados dos ensaios destas vigas com 100 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço foram utilizados para a validação do modelo teórico proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006) e também para análise das relações entre carga, abertura de fissura, posição da linha neutra, deformação à compressão do concreto.

Tabela 9:	Identificação, consistência, teor de aditivos e tamanho de viga das misturas de concreto
	com teor de $100 \text{kg/m}^3$ de fibra de aço.

	Iistura Consistência (mm) Sem Com fibra fibra		Teor de aditivo (%)	
Mistura			Plastificante	Observações
MS4-100	180	115	0,23	Moldagem de 4 placas de 100 mm de altura para corte de 12 vigas de 100x130x400 mm <sup>3</sup> e 5 corpos-de-prova cilíndricos.
MS4-75	180	120	0,23	Moldagem de 4 placas de 75 mm de altura para corte de 8 vigas de 75x155x600 mm <sup>3</sup> e 5 corpos-de-prova cilíndricos.
MS4-150-1*	180	120	0,23	Para cada mistura foram moldadas de 5 placas de 150 mm de altura para corte de vigas de 150x180x550 mm <sup>3</sup> e 5
MS4-150-2*	160	120	0,23	corpos-de-prova cilíndricos.

\*\* os número 1 e 2 indicam as misturas de concreto necessárias para a obtenção de 10 vigas

### 5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados do programa experimental detalhado no capítulo anterior. Alguns resultados foram utilizados para definir parâmetros e procedimentos de ensaios, outros foram empregados na análise da validade do modelo teórico proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006).

A ordem de apresentação dos resultados foi definida de forma a facilitar a compreensão do leitor e, para isso, alguns resultados experimentais tiveram que ser repetidos em várias partes deste capítulo.

### 5.1 Estudo da influência da presença e posicionamento de entalhes

O primeiro estudo a ser apresentado neste capítulo refere-se à investigação realizada sobre o efeito da presença e posicionamento de entalhes no ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

O concreto utilizado para a confecção das vigas empregadas nesta etapa do trabalho apresentava, na época de ensaio (aproximadamente 10 meses de idade), resistência à compressão média de 49 MPa e módulo de elasticidade médio de 31.640 MPa.

As curvas carga por deslocamento obtidas dos ensaios das vigas são apresentadas nas Figuras 59, 60 e 61 para as vigas sem entalhe (S), com entalhe na face inferior (H) e com entalhe nas duas faces laterais (V), respectivamente.



Figura 59: Curva carga por deslocamento para as vigas sem entalhe.



Figura 60 : Curva carga por deslocamento para as vigas com entalhe na face inferior.



Figura 61 : Curva carga por deslocamento para as vigas com entalhe nas duas faces laterais.

Na Figura 62 são apresentadas as cargas de início da fissuração, para cada uma das vigas ensaiadas.



Figura 62 : Cargas de início de fissuração, de cada viga ensaiada.

Analisando-se as Figuras 59 até 62, observa-se diferenças entre a carga de início de fissuração das vigas, sendo que as vigas com entalhe na face inferior (Vigas H) apresentaram os menores valores.

Uma análise por elementos finitos foi utilizada com o objetivo de visualizar as diferenças existentes nas tensões que surgem nas faces da viga onde ocorre a ruptura para cada tipo de viga ensaiada, buscando explicar as diferenças na carga de início de fissuração encontrada nos ensaios experimentais.

Nas Figuras 63, 64 e 65 são apresentadas as distribuições de tensões máximas  $(\sigma_{xx})$  na região do terço médio da face frontal e da face inferior, para as vigas sem entalhe, com entalhe na face inferior e com entalhe nas duas faces laterais, respectivamente.



Figura 63 : Distribuição de tensões  $(\sigma_{xx})$  da viga sem entalhe (S): (a) na face frontal; (b) na parte inferior



Figura 64 :Distribuição de tensões  $(\sigma_{xx})$  da viga com entalhe na parte inferior (H): (a) na face<br/>frontal; (b) na parte inferior.



**Figura 65 :** Distribuição de tensões  $(\sigma_{xx})$  da viga com entalhes nas laterais (V): (a) na face frontal; (b) na parte inferior

Como se pode observar nas Figuras 63 a 65 as vigas com entalhe na face inferior e nas duas faces laterais apresentam uma pequena região de concentração de tensões, tanto na face frontal como na face inferior, próxima às extremidades do entalhe. Para o caso da viga com entalhe na face inferior, observa-se que esta região de concentração de tensão se estende por toda a largura da viga ao longo da aresta do entalhe.

Para se fazer uma análise mais detalhada dos valores das tensões na região central da face inferior das vigas, foi construído o gráfico apresentado na Figura 66, no qual são apresentados os valores de tensões ao longo da largura das vigas nos pontos centrais.



**Figura 66 :** Tensões máximas ( $\sigma_{xx}$ ) ao longo da largura da viga, na parte inferior central, para as vigas analisadas.

Na Figura 66, observa-se que as vigas sem entalhe e com entalhe na face inferior apresentam valores de tensões praticamente constantes ao longo de toda a sua largura. No entanto, as tensões na viga com entalhe na face inferior são superiores às tensões da viga sem entalhe, para o mesmo nível de carregamento aplicado. Esta observação confirma o verificado nas cargas de início de fissuração das vigas ensaiadas, que as vigas com entalhe na face inferior apresentaram carga de início de fissuração inferior à carga de início de fissuração das vigas sem entalhe. Nas vigas com entalhe nas duas laterais, são observados elevados valores de tensões apenas nos dois pontos extremos de sua largura, isto é, no início do entalhe. Nos demais pontos, o nível das tensões permanece constante e próximo ao atingido pelas vigas sem entalhe. Considerando-se um valor de tensão média, os valores seriam ainda mais próximos. Comparando com os resultados experimentais, observa-se que as vigas com entalhe nas duas laterais apresentaram cargas de início de fissuração muito próximas àquelas apresentadas pelas vigas sem entalhe, conforme esperado.

Para que fosse feita uma análise mais consistente dos dados e para verificar se havia diferenças significativas entre os resultados dos ensaios dos três tipos de vigas testadas, foi feita uma comparação múltipla de médias, considerando as cargas nos seguintes pontos: carga de início de fissuração (carga máxima) e cargas nos deslocamentos de 0,5; 1,0; 1,5 e 2,0 mm. Os valores individuais das cargas nestes pontos analisados, bem como a média, o desvio-padrão e o coeficiente de variação são apresentados nas Tabelas 10, 11 e 12.

	Carga (N)						
_	Carga	Deslocamento	Deslocamento	Deslocamento	Deslocamento		
Viga	Máxima	0,5 mm	1 mm	1,5 mm	2 mm		
<b>S</b> 1	18675	7481	6933	6865	6823		
S2	21726	8559	8445	7444	6085		
<b>S</b> 3	17648	8154	8173	8094	5832		
<b>S</b> 4	18544	9230	9722	7207	6217		
S5	17890	8659	8975	8618	8780		
<b>S</b> 6	19426	7533	6245	5214	4892		
<b>S</b> 7	19311	7663	6607	5144	4747		
<b>S</b> 8	17417	10188	10676	8795	6273		
Média	18416	8433	8222	7173	5839		
Desvio Padrão	793	939	1562	1399	758		
Coef. Variação (%)	4	11	19	19	13		

 Tabela 10: Valores individuais, médios, desvio-padrão e coeficiente de variação das cargas obtidas no ensaio das vigas sem entalhe, nos pontos utilizados para a comparação de média.

Obs.: os valores em itálico foram considerados espúrios na análise estatística

**Tabela 11:** Valores individuais, médios, desvio-padrão e coeficiente de variação das cargas obtidas no ensaio das vigas com entalhe na face inferior, nos pontos utilizados para a comparação de média.

	Carga (N)				
-	Carga	Deslocamento	Deslocamento	Deslocamento	Deslocamento
Viga	Máxima	0,5 mm	1 mm	1,5 mm	2 mm
H1	15524	14242	14457	10508	7120
H2	15442	7792	7910	6156	5129
H3	14451	10790	10119	8450	6199
H4	16893	13921	14291	10449	8404
H5	13639	9165	7710	5374	4660
H6	15836	9906	7429	6390	5017
H7	13385	7505	5002	4502	3702
H8	14636	9072	7962	6560	5838
H9	16248	11240	10425	7313	5362
Média	15117	10404	9478	7300	5715
Desvio Padrão	1177	2417	3189	2114	1395
Coef. Variação (%)	8	23	34	29	24

Na comparação múltipla de média verificou-se que, com 95% de confiança, há diferença significativa entre o resultado médio dos três tipos de vigas analisados somente para as cargas de início de fissuração (cargas máximas) e para as cargas no deslocamento de 0,5 mm.

Para as cargas de início de fissuração, pode-se verificar, com 95% de confiança, por meio do teste de Duncan, que os resultados dos três tipos de vigas diferem entre si. Assim, as vigas com entalhe na face inferior (H) foram as que apresentaram os

menores valores de carga máxima e as vigas com entalhe nas laterais (V) foram as que apresentaram os maiores valores de carga máxima. Esta constatação da análise estatística comprova a verificação feita na análise por elementos finitos, na qual as vigas com entalhe na face inferior (H) apresentaram os maiores valores de tensões na região tracionada, indicando um início de fissuração com carga inferior aos demais tipos de vigas, e as vigas com entalhe nas duas faces laterais apresentaram os menores valores de tensão indicando o início de fissuração com carga superior às demais.

		111	eula.			
			Carga (N)	Carga (N)		
	Carga	Deslocamento	Deslocamento	Deslocamento	Deslocamento	
Viga	Máxima	0,5 mm	1 mm	1,5 mm	2 mm	
V1	19811	12315	11052	8374	6734	
V2	18896	14497	15572	13143	11070	
V4	17845	12182	10743	10141	7867	
V5	21383	9467	4019	3984	3211	
V6	18693	9183	8022	6769	6435	
V7	20683	10110	8956	6986	5751	
V8	19738	8597	7823	6200	4608	
V9	20256	19238	17379	14567	13061	
Média	19663	10907	10446	8770	7342	
Desvio Padrão	1147	2141	4327	3614	3276	
Coef. Variação (%)	6	20	41	41	45	

**Tabela 12:** Valores individuais, médios, desvio-padrão e coeficiente de variação das cargas obtidas no ensaio das vigas com entalhes nas duas laterais, nos pontos utilizados para a comparação de média

Obs.: o valor em itálico foi considerado espúrio na análise estatística

No caso dos valores de carga para o deslocamento de 0,5 mm verificou-se, através do teste de Duncan com 95% de confiança, que apenas os resultados das vigas com entalhe nas duas faces laterais diferem dos resultados das vigas sem entalhe, sendo os valores ligeiramente superiores para as vigas com entalhe nas duas faces laterais.

Para as cargas nos demais deslocamentos (1,0; 1,5 e 2,0 mm) não se verificou diferenças significativas entre as médias. Esta verificação pode estar associada aos elevados coeficientes de variação encontrados nestes resultados. Caso a variabilidade dos resultados fosse menor, poder-se-ia verificar a diferença entre as médias.

Outra constatação importante verificada durante a realização destes ensaios foi o local de surgimento da fissura e a forma de abertura da fissura durante o desenvolvimento
do ensaio. As diferentes configurações de abertura de fissuras podem ser visualizadas na Figura 67.



**Figura 67 :** Configurações típicas de aberturas de fissuras para: (a) vigas sem entalhe (S); (b) vigas com entalhe na parte inferior (H) e (c) vigas com entalhes nas laterais (V).

Observou-se que, no caso das vigas sem entalhe, a fissura não tem um local preferencial para o seu aparecimento e, na maioria dos casos, a fissura não ocorreu exatamente no centro do vão mas dentro da região de momento máximo ou em alguns casos até fora desta região. Nas vigas com entalhe na parte inferior (H) observou-se que a fissura sempre ocorre no entalhe, contudo esta não inicia exatamente na parte superior deste, mas sim em uma de suas bordas, apresentando uma ligeira inclinação na sua direção. Além disso, notou-se que nas vigas com entalhe na parte inferior não há garantia que a fissura ocorra sempre em um mesmo plano pois, na maioria dos casos, depois de uma determinada abertura, a fissura se dividiu em duas ou mais novas fissuras. Já nas vigas com entalhe nas laterais observou-se que a fissura inicia sempre na região do entalhe e que há a formação de um único plano de fissura.

Os resultados deste estudo conduzem à conclusão de que as vigas com entalhes nas duas laterais são as que apresentam um comportamento mais próximo ao comportamento esperado do concreto reforçado com fibras quando aplicado em uma estrutura, principalmente pela elevada dispersão dos seus resultados. Isso, também, porque se verificou, nos ensaios das vigas com entalhes nas duas laterais, que a fissura ocorre sempre em uma seção prédeterminada pela presença do entalhe. Porém, como pode ser visto na análise de elementos finitos, a presença do entalhe não causou concentrações de tensões elevadas na região de máxima tração e, com isso, não provocou alterações significativas nos valores de carga. Além disso, o fato da fissura sempre formar um único plano de ruptura facilita a medição da abertura da fissura durante o desenvolvimento do ensaio e a modelagem teórica do comportamento das vigas de concreto reforçado com fibras de aço sob o esforço de flexão.

Já nas vigas com entalhe na face inferior, a presença do entalhe na região de máximo esforço de tração ocasionou o início de fissuração da viga com cargas inferiores às cargas de início de fissuração dos demais tipos de viga, sendo que, para todos os deslocamentos analisados, as cargas destas vigas foram sempre inferiores às demais. Isto demonstra que a presença do entalhe provocou uma elevada concentração de tensões na região próxima a ele e, conseqüentemente, o aparecimento sistemático da fissura nesta região. Com isso, conclui-se que o comportamento deste tipo de viga parece não ser representativo do concreto reforçado com fibras de aço.

No caso das vigas sem entalhe, não foi possível verificar qual o fator que provoca o posicionamento e direção da fissura no momento do início da fissuração da viga. A dificuldade de prever o local exato da fissura, prejudica as medições de sua abertura, posição da linha neutra e de deformações de compressão do concreto.

Observou-se que os resultados das vigas sem entalhe foram os que apresentaram os menores coeficientes de variação. Isto ocorre porque, nestes casos em que não há a indução pelo entalhe para um local exato para o surgimento da fissura, a fissura inicia na região mais fraca da seção, provavelmente onde há uma menor concentração de fibras de aço e percorre caminhos muito semelhantes, onde há um menor reforço ou alguma falha no concreto e conseqüentemente a região percorrida pela fissura é sempre muito semelhante o que ocasiona a menor dispersão dos resultados. Enquanto que, nos casos das vigas com entalhes nas laterais há uma região induzida pelo entalhe para o caminhamento da fissura ao longo de toda a altura da viga o que não permite que a fissura procure regiões preferenciais para o seu caminhamento, ocasionando assim a maior dispersão nos resultados das curvas carga por deslocamento. Isto é evidenciado pelo fato de que as fissuras das vigas sem entalhe apresentavam sempre uma certa inclinação ao longo da altura da viga, enquanto que nas vigas com entalhe nas laterais a fissura permanecia na região do entalhe em toda a altura da viga.

Os elevados coeficientes de variação nos valores de carga para determinados níveis de deslocamento conduzem ao questionamento quanto à representatividade da amostra

recomendada pela ASTM C 1018 : 1994b, que especifica o ensaio de três vigas apenas, para a determinação da tenacidade do concreto reforçado com fibra de aço. Utilizando-se do maior valor de coeficiente de variação encontrado neste trabalho (45%) e supondo um erro de estimativa de 10%, o número de vigas necessárias para se obter uma amostra representativa deve ser superior a 30. Diante destes primeiros resultados decidiu-se por empregar as vigas com entalhe nas laterais nos demais estudos realizados neste trabalho, além de desenvolver um estudo específico sobre a variabilidade do ensaio de flexão das vigas sem entalhe e com entalhe nas duas laterais.

## 5.2 Medição da abertura de fissuras no ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço

Conforme explicado no Capítulo de Materiais e Métodos, foram necessários diversos testes preliminares para a definição do melhor procedimento para a medição de abertura de fissuras. Os resultados destes testes serão apresentados e discutidos na seqüência, sendo estes empregados para escolher a melhor técnica a ser utilizada para a medição de abertura de fissura.

Quando se iniciou o emprego da técnica de análise digital de imagens imaginava-se que seria possível medir a abertura de fissuras ao longo da altura da viga sem o emprego de uma grade de linhas e/ou pontos. Testes iniciais com imagens de vigas ensaiadas sem o emprego desta grade de pontos e linhas indicaram uma grande dificuldade de medir a abertura de fissuras pois, durante o desenvolvimento do ensaio, ocorre uma movimentação da viga na imagem devido ao deslocamento da base da prensa para a aplicação de carga. Além disso, verificou-se que se não houvessem pontos marcados na face da viga para servirem de pontos de medição, haveria uma grande dificuldade em comparar a posição da viga na foto inicial (deslocamento e abertura de fissuras nulos) com a posição na foto de um determinado deslocamento. Diante disso, optou-se pelo procedimento empregado por Robins et al. (2001), utilizando uma grade de linhas colada na face lateral da viga.

Com o emprego da grade de linhas de referência, não se sabia ao certo qual deveria ser a distância entre as linhas da grade e imaginava-se que seria suficiente analisar somente uma face lateral da viga. Além disso, supunha-se que seria possível empregar a técnica de análise de imagens para qualquer fase do ensaio, incluindo o início da fissuração da viga, ou seja, etapas de deslocamentos próximos a 0,1 e 0,2 mm, o que correspondem a pequenos valores de abertura de fissura.

Assim, alguns testes com a técnica de análise de imagens foram realizados em ensaios de 4 vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup> com entalhes nas laterais com 40 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço. Os procedimentos de posicionamento da câmara fotográfica, da escala métrica e do cronômetro foram os descritos no item 4.2.5. Nestes ensaios empregou-se apenas uma câmara fotográfica que capturava imagens de apenas uma face da viga. Nas Figuras 68(a) e 68(b), apresentam-se exemplos de imagens obtidas nestes ensaios e utilizadas para a medição da abertura de fissuras.



**Figura 68 :** Figuras referentes ao deslocamento de (a) 0mm e (b) 2,5mm empregadas para medição da abertura de fissuras.

Como se pode visualizar nas Figuras 68(a) e 68(b) foi empregada uma grade de linhas colada na face da viga, com a distância de 10 mm entre os pontos de cruzamento das linhas utilizados como pontos de referência para as medidas das coordenadas. Escolhidas as fotos referentes aos deslocamentos que se desejava analisar a abertura de fissuras, tais fotos foram transportadas para um programa de desenho, no qual foram feitas as medidas descritas no item 4.2.5 para determinar a abertura de fissura em cada ponto da grade.

Os resultados dos ensaios de flexão das 4 vigas empregadas neste estudo são apresentados na Figura 69.



Figura 69 : Curvas carga por deslocamento das vigas utilizadas para a avaliação da medição de abertura de fissuras por meio da análise digital de imagens.

Nas Figuras 70(a) até 70(d) são apresentadas as retas que relacionam a abertura da fissura com a distância ao topo da viga, para cada deslocamento analisado de cada viga ensaiada. Os dados destas retas foram obtidos da análise de imagens. As equações das retas apresentadas em cada gráfico permitem inferir a posição da linha neutra (coeficiente linear de cada reta) e a abertura de fissuras na máxima região de tração da viga (base) para cada nível de deslocamento (valor de x para y=100 mm).



**Figura 70 :** Relação entre abertura de fissura e distância do topo da viga para cada deslocamento analisado para (a) Viga 1; (b) Viga 2; (c) Viga 3 e (d) Viga 4.

As Figuras 70(a) até 70(d) mostram que houve uma dificuldade de ajustar os pontos referentes as retas de menores valores de deslocamento (0,29; 0,21 e 0,19 mm), sendo os coeficientes de correlação destas muito baixos. Isto ocorre porque os valores de abertura de fissuras medidos nestes deslocamentos são muito pequenos, na maioria das vezes inferiores à precisão da técnica de medida, ou seja, são inferiores a um pixel na fotografia. Para os demais valores de deslocamento, os coeficientes de correlação foram melhores, e os valores de abertura de fissuras medidos em cada ponto da imagem eram iguais ou superiores a um pixel na fotografia. Estes resultados indicaram a impossibilidade do emprego da técnica de análise digital de imagens para medir abertura de fissuras em deslocamentos inferiores a 0,5 mm. Contudo, para os demais deslocamentos o bom ajuste das retas dão o indicativo de que a consideração de movimento de corpo rígido da viga durante o desenvolvimento e abertura de fissura está correta pois, caso contrário, não haveria um ajuste tão próximo a uma reta para a relação entre a abertura de fissura e a distância ao topo da viga. Estas verificações estão de acordo com os dados apresentados por Robins et al (2001), nos quais os autores também verificaram uma relação linear entre a abertura de fissura e a distância em relação à face mais comprimida da viga (topo).

Outra fato observado nas Figuras 70(a) até 70(d) é a falta de relação entre o deslocamento e a posição da linha neutra (coeficiente linear das retas). Esperava-se que na medida que o deslocamento aumentasse haveria uma aproximação da linha neutra ao topo da viga, ou seja, uma diminuição do coeficiente linear das retas. Contudo, tal relação não foi observada nos resultados das Vigas 1, 2 e 4. Este problema foi associado a alguns fatores, tais como: monitoramento da abertura de fissura em somente uma face da viga; utilização de apenas 10 pontos de medição ao longo da altura da viga e principalmente a ocorrência da instabilidade pós-pico durante o ensaio de tais vigas (ver Figura 69). Conforme discutido no Capítulo 2, a instabilidade pós-pico é causada pela grande liberação de energia após atingir a carga de início de fissuração, o que pode ocasionar uma abertura de fissura excessiva e conseqüentemente uma rápida aproximação da linha neutra ao topo da viga. Esta pode também ser a justificativa para a obtenção de valores negativos para a posição da linha neutra.

Com o intuito de verificar se os problemas acima apontados na medição da posição da linha neutra e abertura de fissura utilizando os dados obtidos na análise digital de imagens estavam relacionados à instabilidade pós-pico ou ao fato de utilizar as imagens de apenas uma face da viga ou ao número de pontos de medição da grade de linhas, fez-se o ensaio de flexão de uma viga de concreto reforçado com fibras de aço, com um volume maior de fibra. Foi ensaiada à flexão uma viga de 100x130x400 mm<sup>3</sup> com entalhes nas laterais com 70 kg/m<sup>3</sup> de fibras de aço, sendo que, durante o ensaio, foram fotografados os dois lados da viga e em cada face da viga foi empregada uma grade de linhas com o espaçamento vertical entre as linhas diminuído para 5 mm.

A curva carga por deslocamento para a viga com 70 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço é mostrada na Figura 71.



**Figura 71 :** Curva carga por deslocamento para viga com 70 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço.

Pela curva da Figura 71 percebe-se que com o aumento do teor de fibra de aço no concreto minimizou-se o efeito da instabilidade pós-pico. Porém, apesar de tal curva não apresentar uma queda brusca após a carga de pico, observa-se um pequeno declive seguido de uma subida na curva após esta carga.

Com os dados de abertura de fissuras para cada ponto das grades de linhas foram construídos gráficos semelhantes aos apresentados na Figura 70 para cada face da viga analisada, sendo estes mostrados nas Figuras 72(a) e 72(b).



**Figura 72 :** Relação entre abertura de fissura e distância do topo da viga para cada deslocamento analisado para a viga com 70 kg/m<sup>3</sup> da (a) face 1 e (b) face 2.

Analisando as equações das retas e os respectivos coeficientes de correlação das Figuras 72(a) e 72(b) nota-se que os dados da face 1 apresentam os mesmos problemas verificados nos resultados da vigas 1, 2, e 4 (Figuras 70(a), (b) e (d)), ou seja, não houve uma relação entre o deslocamento e a posição da linha neutra (coeficiente linear das equações), sendo que os valores encontrados para a linha neutra em alguns casos são negativos. No entanto, para a face 2 observou-se uma maior coerência dos dados. Na tentativa de determinar a relação média entre a abertura de fissura e a distância do topo da viga, fez-se a média aritmética das equações das retas ajustadas de cada face da viga para cada valor de deslocamento. Com as equações médias foi possível construir o gráfico apresentado na Figura 73(a) e determinar a abertura de fissura na região de máximo esforço de tração (base) das vigas, conforme apresentado na Figura 73(b).



**Figura 73 :** (a) Relação entre abertura de fissura e distância do topo da viga para cada deslocamento analisado para a viga com 70 kg/m<sup>3</sup>, considerando a média das equações das retas de cada face da viga. (b) Relação entre abertura de fissuras média na base da viga e o deslocamento.

Os valores médios apresentados na Figura 73(a) condizem com os esperados, uma vez que se observa que na medida que há um aumento no valor de deslocamento da viga há uma aproximação da linha neutra ao topo da viga (decréscimo no valor do coeficiente linear das retas). Na Figura 73(b) observa-se o aumento da abertura da fissura na base da viga com o aumento do deslocamento.

Diante dos melhores resultados encontrados no ensaio da viga com 70 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço quando comparados aos resultados das vigas com 40 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço decidiu-se por monitorar a abertura de fissuras somente em vigas com elevado volume de fibras de aço, buscando assim minimizar os efeitos da instabilidade pós-pico e

conseqüentemente obter dados mais confiáveis para a avaliação do sistema de medição de abertura de fissuras pelo método da análise de imagens.

Além disso, optou-se por empregar, no restante do trabalho, duas câmaras fotográficas, uma posicionada de cada lado da viga, para que a análise fosse feita com a média dos dados obtidos em cada face, conforme apresentado na Figura 73 e semelhante ao que é feito com os valores de deslocamento, onde estes correspondem à média dos dados lidos por dois transdutores um posicionado de cada lado da viga. Com relação ao tamanho da grade de linhas, optou-se por empregar um espaçamento vertical das linhas de 5 mm, obtendo mais pontos para medição da abertura de fissura ao longo da altura da viga.

Para dar continuidade a este trabalho, foram ensaiadas à flexão 6 vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup> com entalhes nas laterais e com teor de 100 kg/m<sup>3</sup> de fibra do tipo S. Nestas vigas foram monitoradas as cargas, os deslocamentos, as deformações na região comprimida e a abertura de fissuras por duas técnicas: a análise digital de imagens e por meio de transdutores de deslocamento posicionais nas laterais das vigas. Os procedimentos empregados para monitoramento de cada um destes parâmetros foram os descritos no item 4.2.

Na Figura 74 são apresentadas as curvas carga por deslocamento das 6 vigas ensaiadas para esta análise.



**Figura 74 :** Curva carga por deslocamento para vigas com  $100 \text{ kg/m}^3$  de fibra de aço.

Com os dados de deformações à compressão medidos pelos *strain gauges* para cada posição foi possível obter as retas relacionando tais parâmetros, e, considerando que as deformações de compressão são nulas na linha neutra, com estas retas inferia-se a posição da linha neutra para cada deslocamento analisado. Procedimento semelhante foi realizado com os

dados de abertura de fissura medidos pelos transdutores de deslocamento e pela análise digital de imagens, sendo que para estes dois últimos procedimentos foi possível determinar não somente a posição da linha neutra, mas também a abertura de fissuras na máxima região de tração (base da viga). É conveniente lembrar que o monitoramento das deformações e das aberturas de fissuras foi feito nas duas faces da viga e os resultados apresentados na seqüência correspondem a média dos valores medidos em cada face.

Conforme apresentado no item 4.2.5.2 e no Apêndice A, os dados obtidos com os transdutores de deslocamento empregados no monitoramento de abertura de fissura podem ser corrigidos em função da inclinação dos transdutores durante o desenvolvimento do ensaio. Para avaliar se esta correção dos dados dos transdutores ocasionaria diferenças significativas entre os valores de posição de linha neutra e abertura de fissura máxima, fez-se um estudo comparativo com os dados das 6 vigas ensaiadas. Na Tabela 13 são apresentados os valores de linha neutra e abertura de fissura de fissura dos dados dos transdutores, para cada deslocamento e viga analisadas e ao erro relativo entre estas duas formas de medida.

		Posição da	a linha neutra (r	nm)	Abertura de fiss	ura máxima - CN	IOD (mm)
Vigo	Deslocamento	Transdutores sem	Transdutores	Erro relativo	Transdutores sem	Transdutores	Erro
viga	(mm)	correção	corrigidos	(%)	correção	corrigidos	relativo(%)
)-1	0,51	15,89600	16,00950	-0,71	0,53159	0,53093	0,12
100	1,00	11,68750	11,91000	-1,90	1,09841	1,09582	0,24
S4-	1,51	8,32675	8,64445	-3,82	1,81693	1,81086	0,33
М	1,99	6,60270	7,01000	-6,17	2,52078	2,51005	0,43
-2	0,49	17,24300	17,34300	-0,58	0,53383	0,53318	0,12
100	1,00	12,55500	12,74770	-1,53	1,19359	1,19090	0,23
S4-	1,46	10,27430	10,55685	-2,75	1,80807	1,80215	0,33
М	2,02	8,55830	8,95115	-4,59	2,52706	2,51558	0,45
)-3	0,51	6,40855	6,54295	-2,10	0,47825	0,47754	0,15
100	1,00	4,24960	4,49170	-5,70	1,05938	1,05655	0,27
S4-	1,51	2,90355	3,26025	-12,28	1,65136	1,64487	0,39
М	2,00	2,16045	2,62930	-21,70	2,20446	2,19301	0,52
-4	0,51	17,80250	17,91450	-0,63	0,49636	0,49573	0,13
100	1,00	11,50950	11,70195	-1,67	1,10887	1,10656	0,21
S4-	1,50	8,65995	8,96690	-3,54	1,78143	1,77558	0,33
М	2,01	6,60735	7,01300	-6,14	2,46425	2,45361	0,43
-5	0,50	17,69950	17,83300	-0,75	0,45110	0,45035	0,17
100	1,01	12,39180	12,63625	-1,97	1,09495	1,09181	0,29
S4-	1,51	10,01900	10,37535	-3,56	1,72028	1,71317	0,41
М	2,04	8,24410	8,71910	-5,76	2,38836	2,37528	0,55
9-6	0,51	20,32050	20,44550	-0,62	0,48587	0,48513	0,15
100	0,60	18,47900	18,62550	-0,79	0,59101	0,58869	0,39
S4-	2,40	7,40655	7,95105	-7,35	2,86455	2,84743	0,60
7							

 Tabela 13: Valores de linha neutra e abertura de fissura máxima determinadas a partir dos dados dos transdutores de deslocamentos.

Os dados da Tabela 13 revelam que existe diferença nos valores de linha neutra e de abertura de fissura obtidos a partir dos dados de transdutores de deslocamento que tiveram os valores corrigidos ou não em função da inclinação do transdutor durante o ensaio. O erro relativo entre as duas formas de análise dos dados dos transdutores indicam que os valores de posição da linha neutra são os que sofrem maiores alterações. É possível verificar também que na medida em que aumenta o deslocamento da viga aumenta o erro relativo entre os dados dos transdutores corrigidos ou não. Este aumento do erro em função do aumento do deslocamento vertical no meio do vão da viga já era esperado, uma vez que a correção dos dados dos transdutores é feita em função da inclinação que o transdutor sofre durante o ensaio devido ao movimento de corpo rígido da viga. Assim, aumentando o deslocamento da viga, aumenta a inclinação dos transdutores durante o ensaio de todos os dados de transdutores de deslocamentos utilizados para medir abertura de fissura neste trabalho.

Nas Figuras 75(a) até 75 (f) são apresentadas as relações entre posição da linha neutra, definida neste trabalho como a distância entre o topo da viga e a região de esforços nulos, e deslocamento obtidas pelos três equipamentos: strain gauges, transdutores de deslocamento e análise de imagens (fotografia), para as 6 vigas ensaiadas.

Pelas Figuras 75(a) até 75(f) é possível constatar que os valores de posição de linha neutra determinadas pelos dados obtidos pela análise de imagens (fotografia) são em alguns casos muito diferentes dos determinados pelos dados dos *strain gauges* e dos transdutores de deslocamento. Esta diferença é mais acentuada para os menores valores de deslocamento.

Convém chamar a atenção para os dados das fotografias das vigas MS4-100-1, MS4-100-2 e MS4-100-4 nas quais não se observou a tendência da linha neutra aproximar-se do topo da viga com o aumento do deslocamento, visto que nestas vigas alguns valores de posição de linha neutra aumentaram com o aumento do deslocamento.

Os valores de posição de linha neutra determinados pelos dados dos *strain gauges* e dos transdutores de deslocamento indicaram a tendência esperada, de diminuir seu valor na medida em que aumenta o deslocamento vertical da viga.



**Figura 75 :** Posição da linha neutra em função do deslocamento determinada pelos três equipamentos: *strain gauge*, fotografia e transdutores de deslocamento.

Observou-se nas Figuras 75(a) até 75(f) que os maiores erros nas medições de posição da linha neutra ocorre nos menores valores de deslocamento, conforme já se tinha observado nas vigas com 40 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço (Figuras 70(a) até 70(d)). Novamente, atribui-se esta diferença aos pequenos valores de abertura de fissuras medidos. Em alguns

pontos medidos na fotografia, os valores de abertura de fissuras são muito próximos à precisão da medição, ou seja, muito próximos a um pixel. É importante ressaltar que em todas as imagens analisadas para determinação da abertura de fissura e da posição da linha neutra, 1 pixel corresponde a no máximo 0,065 mm. Assim, em pontos onde a abertura de fissura era inferior a 0,065 mm não era possível mensurar pela técnica da análise de imagem.

É conveniente esclarecer que a medição das coordenadas em cada ponto da grade de linhas nas fotografias era feita manualmente. Conforme já explicado, as imagens eram transportadas para um programa de desenho, onde se escolhia o pixel referente ao encontro das linhas, sendo assim anotadas as coordenadas x e y deste pixel. Como as linhas da grade nem sempre eram representadas por apenas um pixel havia uma dificuldade de escolher o pixel correspondente ao cruzamento das linhas. Um exemplo típico de imagem que causava dúvidas na escolha do pixel correspondente ao cruzamento das linhas fe apresentado na Figura 76.



**Figura 76 :** Exemplo de imagem utilizada para a medição da abertura de fissura indicando a dificuldade de escolha do pixel correspondente ao cruzamento das linhas da grade.

Além disso, com a análise de várias imagens, percebeu-se que a escolha do pixel a ser medido era, muitas vezes, influenciada pela pessoa que fazia a análise da imagem e, em alguns casos, os valores de coordenadas medidos por uma mesma pessoa em uma mesma imagem eram diferentes. Tais observações indicaram que este processo de análise de imagens estava sendo muito influenciado pela pessoa que o executava. Assim, buscou-se uma alternativa para minimizar estas dificuldades e também para agilizar o processo de medição, uma vez que o processo de reconhecimento das coordenadas de cada ponto de encontro das linhas que era feito visualmente era muito demorado. Diante disso, Coelho, Gava e Prudêncio Jr. (2006) desenvolveram um programa computacional para reconhecimento automático de feições em imagens digitais. Este programa, denominado TRACKER, realiza uma varredura sobre a imagem a ser analisada, com uma máscara (ou matriz de busca) que modela a feição a ser reconhecida. Com isso, o programa identifica e registra os valores das coordenadas dos pixel que se ajustam à máscara, considerando determinado coeficiente de correlação. Exemplos de imagens do ensaio de uma viga que foram processadas pelo programa TRACKER são apresentados na Figura 77.



**Figura 77 :** Imagens analisadas pelo programa TRACKER, com as coordenadas identificadas pelo programa para cada cruzamento das linhas de grade, para (a) imagem referente ao deslocamento inicial (zero) e (b) imagem referente ao deslocamento de 1,5 mm, ambas da viga MS4-100-1.

Como se pode visualizar nas Figuras 77(a) e 77(b), o programa realiza a varredura em apenas uma parte da imagem, onde se encontram as linhas de grade. Isto é feito para que o processamento seja mais rápido pois, para fazer a identificação dos pontos, a máscara deve percorrer cada pixel da figura.

Foram processadas pelo programa TRACKER todas as imagens referentes às vigas MS4-100-1 até MS4-100-6, totalizando 58 imagens fotográficas. Este estudo teve o objetivo de avaliar possíveis diferenças entre os valores das coordenadas de cada ponto da linha de grade medidos por este programa e medidos manualmente e, conseqüentemente,

avaliar os valores de posição da linha neutra e abertura de fissura determinada a partir das coordenadas identificadas por cada método.

Com o emprego do TRACKER, verificou-se que tal programa não foi capaz de identificar as coordenadas de todos os pontos das imagens. Na maioria dos casos, não foram identificados os pontos próximos às bordas inferior e superior da imagem analisada. Este problema pode estar associado à qualidade da imagem nesta região pois, muitas vezes, apresentava sombra o que dificultava o reconhecimento do pixel pela máscara. Torna-se importante ressaltar que, durante a realização dos ensaios nas vigas e a captura da imagem, pretendia-se analisar tais imagens somente visualmente. Não se tinha a intenção de utilizar um programa computacional para o reconhecimento automático de feições, como o TRACKER. Com isso, não houve uma preocupação com sombras ou outros detalhes presentes na imagem que poderiam atrapalhar o reconhecimento automático dos encontros das linhas da grade. Por tais motivos, o programa não reconheceu a maioria das coordenadas das imagens da face 2 da viga MS4-100-5, e portanto os dados desta viga não foram utilizados nas análises subseqüentes.

Foram 48 imagens, que resultaram em 942 pontos e 1884 coordenadas identificados, nas quais o programa TRACKER foi capaz de reconhecer cada coordenada. Destes dados, verificou-se que em 77,1% dos casos as coordenadas medidas pelo TRACKER foram iguais às coordenadas medidas manualmente, em 21% a diferença entre as coordenadas avaliadas por cada sistema foi de apenas 1 pixel, e em apenas 1,90% esta diferença foi de 2 pixel, não sendo verificada diferenças superiores a 2 pixel.

Os valores de posição de linha neutra determinados a partir dos dados obtidos na análise de imagens feita manualmente e com o programa TRACKER, são apresentados nas Figuras 78(a) até 78(f).

Analisando as Figuras 78(a) até 78(f) pode-se perceber algumas diferenças entre os valores de linha neutra determinados pelos dados da análise de imagens manualmente pelo programa TRACKER, sendo que a maior diferença ocorreu no ponto referente ao deslocamento de 0,5 mm da viga MS4-100-2.



**Figura 78 :** Posição da linha neutra em função do deslocamento determinada pelos dados obtidos na análise de imagem feita manualmente e feita com o programa TRACKER.

Para investigar qual a causa de tamanha diferença no valor da linha neutra na viga MS4-100-2, analisou-se a diferença entre as coordenadas medidas manualmente e as medidas pelo programa TRACKER nas fotos analisadas para a determinação da posição da linha neutra referente ao deslocamento de 0,5 mm. Para esta avaliação é necessário utilizar as fotos das duas faces da viga (face 1 e face 2) referentes aos deslocamentos de 0 e 0,5 mm. As diferenças das coordenadas entre cada ponto de medição são apresentadas na Tabela 14.

	Face 1 - Deslocamento 0,00mm					Face 1 - Deslocamento 0,50mm					
Ponto de	Coordenada	Coordenada	Ponto de	Coordonada v	Coordenada	Ponto de	Coordenada	Coordenada	Ponto de	Coordenada	Coordenada
medição	х	у	medição	Cooldellada x	у	medição	х	У	medição	х	у
Ι	0	1	J	0	0	Ι	1	1	J	0	1
Κ	0	0	L	0	0	Κ	0	0	L	-1	0
Q	0	0	R	0	0	Q	0	0	R	0	0
S	0	1	Т	0	0	S	0	0	Т	0	0
U	0	0	V	0	0	U	0	0	V	0	0
W	0	0	Х	1	0	W	0	0	Х	1	-1
Y	0	0	Z	1	1	Y	-1	1	Z	1	1
AA	0	0	AB	0	0	AA	0	0	AB	0	2
AH	0	0	AI	-1	0	AH	0	2	AI	0	1
AL	0	2	AM	0	1	AL	0	0	AM	0	0
	F	ace 2 - Desloc	amento 0,	00mm		Face 2 - Deslocamento 0,50mm					
Ponto de	Coordenada	Coordenada	Ponto de	Coordenada	Coordenada	Ponto de	Coordenada	Coordenada	Ponto de	Coordenada	Coordenada
medição	х	У	medição	х	У	medição	х	У	medição	х	У
K	0	1	J	0	0	K	0	1	J	0	1
М	1	0	L	0	0	М	0	1	L	0	0
Q	0	0	R	0	0	Q	0	1	R	0	1
S	0	0	Т	0	1	S	0	1	Т	0	1
U	0	0	V	0	0	U	0	0	V	0	0
W	0	0	Х	0	0	W	0	0	Х	0	0
Y	1	0	Z	0	1	Y	0	0	Z	0	0
AF	0	1	AG	0	1	AF	0	1	AG	0	1
AH	0	0	AI	0	0	AH	0	0	AI	0	1
AL	0	0	AM	0	0	AL	0	2	AM	0	1

**Tabela 14:** Diferenças entre as coordenadas medidas manualmente e medidas pelo programaTRACKER, para as fotos analisadas para determinação da posição da linha neutra no<br/>deslocamento de 0,5 mm da viga MS4-100-2.

A Tabela 14 nos mostra que as diferenças entre as coordenadas medidas pelos dois métodos são muito pequenas, sendo que na maioria dos casos as coordenadas são iguais.

Na tentativa de determinar quais as coordenadas que poderiam estar causando tais diferenças na determinação da posição da linha neutra, fez-se uma simulação com os dados das coordenadas. Nesta simulação fazia-se a alteração de apenas 1 pixel em apenas uma coordenada dos pontos analisados em uma determinada imagem. Observou-se que o erro de 1 pixel nas coordenadas x ou y dos pontos mais próximos ao topo da viga, normalmente a uma distância inferior a 55 mm, ou seja, nos pontos onde a abertura da fissura é muito pequena, altera significativamente a posição da linha neutra, enquanto que alterações nas coordenadas dos pontos mais distantes do topo, ou seja, onde a abertura de fissura já é maior, não foi verificada diferença na posição da linha neutra. Por exemplo, diminuindo apenas 1 pixel na coordenada x do ponto L dos dados da face 1 para o deslocamento de 0,5 mm e mantendo-se constante as demais coordenadas dos pontos nas fotos referentes ao deslocamento de 0 e 0,5 mm, o valor da posição da linha neutra mudou de 2,96 mm para 8,74 mm. Quando esta alteração foi feita na coordenada y do mesmo ponto, a influência na posição da linha neutra foi menor, alterando de 2,96 mm para 2,85 mm. Quando foi feita uma alteração de 1 pixel na coordenada x do ponto AM não houve alteração no valor da posição da

linha neutra. Esta simulação foi feita com os dados de coordenadas obtidos da análise das demais vigas e verificou-se que alterações nas coordenadas x influenciam mais a posição da linha neutra do que alterações na coordenada y.

Outro item a ser analisado é a abertura de fissuras, que pode ser determinada a partir dos dados dos transdutores de deslocamento e da análise digital de imagens. Os valores de abertura de fissura máxima para cada valor de deslocamento para as vigas MS4-100-1 até MS4-100-6 são apresentados nas Figuras 79(a) até 79(f).



Figura 79 : Máxima abertura de fissura em função do deslocamento determinada pelos dados obtidos na análise de imagem feita manualmente e feita com o programa TRACKER e com os dados dos transdutores de deslocamento.

Analisando as Figuras 79(a) até 79(f) nota-se poucas diferenças na abertura de fissura determinada pelos dois sistemas de medição: transdutores de deslocamento e análise de imagens, incluindo as duas formas de fazer a análise de imagens, se manualmente ou se pelo programa TRACKER.

Comparando as Figuras 75(a) até 75(f), com as Figuras 78(a) até 78(f) e com as Figuras 79 (a) até 79(f) observa-se que mesmo havendo diferenças nos valores de linha neutra determinados pelos vários sistemas de medição, não há diferenças na abertura de fissura máxima determinada a partir dos mesmos dados. Isso conduz a conclusão de que a abertura de fissura máxima é pouco influenciada por variação no coeficiente linear da reta (valor da posição da linha neutra) utilizada para a sua determinação. Isso ocorre porque o valor da abertura de fissura máxima depende dos maiores valores de abertura de fissura, ou seja, daqueles que estão mais próximos da base da viga, enquanto que os valores da posição da linha neutra (coeficiente linear da reta) são mais influenciados pelas medições feitas nos pontos mais próximos ao topo da viga. Por tais motivos, erros de medição das coordenadas dos pontos na análise de imagens, como mostrado anteriormente, causam maiores alterações na posição da linha neutra e pouca influência na abertura de fissura máxima.

Diante dos resultados encontrados verificou-se que as três técnicas avaliadas neste trabalho: *strain gauge*, transdutores de deslocamento a análise digital de imagens, se mostraram viáveis para medição da posição da linha neutra e da abertura de fissuras durante o desenvolvimento do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço. No entanto, algumas considerações devem ser feitas. Os valores encontrados para a posição de linha neutra determinados a partir dos dados dos *strain gauges* e dos transdutores de deslocamento foram mais coerentes do que os obtidos com os dados da análise de imagem. Conforme explicado anteriormente, a medição da posição da linha neutra pela técnica da análise de imagem é muito influenciada por pequenas variações nas coordenadas dos pontos de medição. Com relação aos valores de abertura de fissuras, os resultados obtidos dos dados dos transdutores de deslocamento e da análise digital de imagens foram muito parecidos.

Para a escolha da melhor técnica para medição da abertura de fissura e posição da linha neutra, deve-se levar em consideração não somente a precisão do sistema de medição, mas também a disponibilidade dos equipamentos ou de recursos financeiros para a aquisição dos mesmos.

Os *strain gauges* são materiais caros e da forma que foram empregados neste trabalho não podem ser reutilizados, pois foram levados até a sua ruptura. Um *strain gauge* do tipo do empregado neste trabalho custava em novembro de 2005, aproximadamente R\$20,00 (vinte reais), sendo, portanto necessário um investimento de aproximadamente R\$80,00 (oitenta reais) em cada viga ensaiada.

Os transdutores de deslocamento são equipamentos não muito caros, quando comparados aos demais equipamentos empregados no ensaio de flexão de vigas, como a máquina universal de ensaios e a célula de carga. O investimento em tais transdutores de deslocamento torna-se interessante, pois estes equipamentos são empregados para diversos ensaios em um laboratório de materiais de construção civil e de estruturas. No entanto, a sua a utilização requer um sistema de aquisição de dados e que se o laboratório de ensaios não dispõe o investimento será muito maior.

A análise digital de imagens se mostrou uma técnica relativamente barata, pois a máquina fotográfica digital empregada neste trabalho, resolução de 5 megapixel, é um equipamento simples e disponível, uma vez que a maioria das máquinas digitais existentes no mercado já possuem esta resolução requerida para o ensaio. No caso de um laboratório não possuir um sistema de aquisição de dados e nem mesmo recursos para a sua aquisição, o que impossibilitaria o emprego de *strain gauge* e transdutores de deslocamento o emprego da técnica de análise de imagens digitais para medição da abertura de fissuras se torna interessante. Contudo, a técnica da análise de imagens é um processo bastante demorado, principalmente quando for feita manualmente, ou seja, quando não forem utilizados programas de reconhecimento automático de feições, como o programa TRACKER empregado neste trabalho.

Por todas as considerações expostas acima e principalmente devido à demora no processo da análise de imagens e da dificuldade em medir corretamente a posição da linha neutra por tal técnica, optou-se por utilizar os dados dos transdutores de deslocamento para a medição da posição da linha neutra e da abertura de fissuras no restante deste trabalho.

## 5.3 Comparação entre os diferentes métodos de ensaio à flexã o: ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002

Os valores obtidos nos ensaios de resistência à compressão e módulo de elasticidade dos concretos utilizados para esta etapa do estudo são apresentados na Tabela 15. Os valores de resistência correspondem à média aritmética dos dois maiores valores de resistência encontrados no ensaio de três corpos-de-prova e os valores de módulo de elasticidade correspondem a média dos resultados de dois corpos-de-prova.

Mistura	Tipo de ensaio	Resistência à compressão (MPa)	Módulo de Elasticidade (MPa)
X25M1	ASTM C 1018 – sem chapa	43,81	25953
X25M2	ASTM C 1399- com chapa metálica	44,47	27787
X40M1	ASTM C 1018 – sem chapa	45,17	27996
X40M2	ASTM C 1399- com chapa metálica	47,81	25636

 Tabela 15: Resultados de resistência à compressão e de módulo de elasticidade dos concretos utilizados para o estudo dos diferentes métodos de ensaio à flexão.

Com os dados da Tabela 15, pode-se verificar que não houve diferenças significativas na resistência à compressão e no módulo de elasticidade das quatro misturas de concreto confeccionadas para esta etapa do trabalho. Assim, quaisquer diferenças nos resultados dos ensaios de flexão, mostrados na seqüência, das vigas moldadas com estes concretos não poderão ser justificadas pela resistência à compressão e módulo de elasticidade da matriz de concreto.

Para comparar as duas metodologias de ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço: sem chapa metálica (ASTM C 1018 : 1994b) e com a chapa metálica (ASTM C 1399 : 2002) torna-se necessário analisar as curvas carga por deslocamento obtidas nestes ensaios.

A norma ASTM C 1399 : 2002 recomenda que os valores da Resistência Residual Média – RRM (*Average Residual Strength – ARS*) seja calculado a partir dos dados obtidos da curva carga por deslocamento, da segunda etapa de carregamento, ou seja, após a retirada da chapa metálica, sendo considerado o deslocamento inicial desta segunda etapa igual a zero. No entanto, Banthia e Dubey (1999) ao proporem esta metodologia de ensaio, recomendaram que fosse considerado o deslocamento residual da primeira etapa do ensaio (com a chapa metálica) na curva carga por deslocamento da segunda etapa. Deste modo, as curvas carga por deslocamento sempre iniciam em um valor de deslocamento maior do que zero e este início depende do deslocamento final da primeira etapa do ensaio e da capacidade de relaxamento da própria viga. Diante disto, neste trabalho foram utilizadas as duas formas de analisar os dados obtidos no ensaio conforme a ASTM C 1399 : 2002 para compará-los com os dados da ASTM C 1018 : 1994b.

As curvas carga por deslocamento obtidas nos ensaios das séries X25 e X40, conforme a metodologia da ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002, e com os valores de deslocamentos computados de acordo com a proposta de Banthia e Dubey (1999) são apresentadas nas Figuras 80(a) até 80(d).



Figura 80 : Curva carga por deslocamento: (a) série X25, ensaiada de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002; (b) série X25, ensaiada de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002, com a análise de acordo com a proposta de Banthia e Dubey (1999); (c) série X40, ensaiada de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002; (d) série X40, ensaiada de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002, com a análise de acordo com a C 1399 : 2002; (d) série X40, ensaiada de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002, com a análise de acordo com a proposta de Banthia e Dubey (1999).

Analisando as Figuras 80(a) até 80(d) nota-se que, ao utilizar-se a metodologia proposta pela ASTM C 1399 : 2002 para a construção da curva carga por deslocamento da segunda etapa de carregamento, os valores de deslocamento para uma determinada carga são

ligeiramente inferiores aos valores de deslocamento medidos pelo ensaio da ASTM C 1018 : 1994b. Isto ocorre porque a ASTM C 1399 : 2002 não acrescenta o deslocamento residual da primeira etapa de ensaio (ensaio com a chapa) ao deslocamento medido na segunda etapa. Diferentemente, nos resultados das curvas carga por deslocamento construídas de acordo com o critério de Banthia e Dubey (1999), somando o deslocamento residual da primeira etapa ao deslocamento da segunda etapa, os valores de deslocamento para determinada carga estão próximas aos valores encontrados nos ensaios da ASTM C 1018 : 1994b.

Esta maneira da ASTM C 1399 : 2002 de considerar o deslocamento na segunda etapa de carregamento parece um grande equívoco, pois a viga foi levada à ruptura na primeira etapa do ensaio e, portanto não será capaz que retornar ao seu estado inicial, ou seja, não recupera totalmente o deslocamento a que foi submetida. Assim, ao utilizar a curva da segunda etapa do carregamento, considerando o deslocamento inicial nulo, pode-se subestimar os reais valores de deslocamento para cada nível de carregamento que a viga está sendo submetida.

Observa-se na Figuras 80(a) até 80(b) a existência da região da instabilidade pós-pico nos resultados dos ensaios conduzidos de acordo com a metodologia da ASTM C 1018 : 1994b, principalmente para as vigas com menor volume de fibra de aço (série X25). Nas vigas da série X25 verifica-se que após atingir a carga de ruptura, há uma queda brusca na curva carga por deslocamento, sendo que após o deslocamento da carga de pico (0,06 mm aproximadamente) o próximo deslocamento medido está em torno de 0,20 mm e após este e até o deslocamento de 1 mm nota-se poucos pontos registrados pelo sistema de aquisição de dados, comprovando assim a instabilidade.

Aparentemente, os resultados dos ensaios conduzidos de acordo com a ASTM C 1399 : 2002 não apresentam tal instabilidade, contudo nas Figuras 80(a) até 80(d) os dados apresentados deste ensaio correspondem à segunda etapa de carregamento no qual a viga já estava fissurada desde o seu início. Assim, para verificar se houve problema de instabilidade nos ensaios conduzidos de acordo com a ASTM C 1399 : 2002 é necessário analisar os dados da primeira etapa de carregamento, na qual empregou-se a chapa metálica até que houvesse a ruptura da viga e esta atingisse um deslocamento entre 0,25 e 0,5 mm. As curvas desta primeira etapa de carregamento do ensaio da ASTM C 1399 : 2002 para as vigas da série X25 e X40 são apresentadas nas Figuras 81(a) e 81(b).



**Figura 81 :** Curva carga por deslocamento referente a primeira etapa de carregamento, conforme a ASTM C 1399 : 2002: (a) vigas da série X25; (b) vigas da série X40.

Nas Figuras 81(a) e 81(b) também nota-se uma queda brusca das curvas após atingirem a carga de ruptura, sendo novamente mais acentuada para as vigas com menor volume de fibra (série X25). Estes resultados indicam que a instabilidade pós-pico não está sendo totalmente eliminada com o emprego da chapa metálica.

Ficou claro nas Figuras 80(a) até 80(d) que o efeito da instabilidade foi eliminado na segunda etapa de carregamento da viga. Porém, ao se verificar a existência da instabilidade na primeira etapa fica a dúvida se o emprego da chapa foi capaz de evitar a rápida propagação da fissura causada pela grande dissipação de energia depois da carga de pico. Para dirimir tal dúvida, em algumas vigas da série H40 foram utilizados transdutores de deslocamento nas laterais da viga para monitorar a abertura de fissura durante o ensaio. Este monitoramento foi feito para 4 vigas da série H40 ensaiadas de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b e 4 vigas da série H40 ensaiadas conforme a ASTM C 1399 : 2002.

Os resultados de posição de linha neutra e de abertura de fissura na máxima região de tração das vigas são apresentados nas Figuras 82(a) e 82(b).

Nas curvas apresentadas nas Figuras 82(a) e 82(b) os dados do ensaio da ASTM C 1399 : 2002 referem-se a primeira etapa de carregamento, ou seja, referem-se ao ensaio com a chapa metálica.



Figura 82: (a) Relação entre a posição da linha neutra e o deslocamento para as vigas da série X40 ensaiadas de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b e a ASTM C 1399 : 2002. (b) Relação entre a abertura de fissura e o deslocamento para as vigas da série X40 ensaiadas de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b e a ASTM C 1399 : 2002.

Analisando as curvas destas figuras, observa-se que os valores de posição da linha neutra e de abertura de fissura máxima das vigas ensaiadas de acordo com o método da ASTM C 1399 : 2002 são semelhantes aos das vigas ensaiadas pela metodologia da ASTM C 1018 : 1994b. Estes resultados indicam que o emprego da chapa de aço não está minimizando os efeitos da instabilidade pós-pico, pois caso este efeito ocorresse as vigas ensaiadas de acordo com a ASTM C 1399 : 2002 deveriam apresentar valores de posição de linha neutra superiores e valores de abertura de fissuras inferiores aos apresentados pelas vigas ensaiadas conforme a ASTM C 1018 : 1994b.

Os valores médios de carga de primeira fissura ou carga de ruptura para as vigas das séries X25 e X40 ensaiadas de acordo com os dois métodos de ensaio investigados são apresentados na Tabela 16.

	X	X25	X40		
	ASTM C 1018	ASTM C 1399	ASTM C 1018	ASTM C 1399	
Média (MPa)	15802	30690	15764	25521	
Desvio Padrão (MPa)	1202	5882	1279	6045	
Coef. de variação (%)	7,61	19,17	8,11	23,69	
Nº de vigas ensaiadas	9	8	11	12	

Tabela 16:Valores médios e desvio padrão para as cargas de primeira fissura para as vigas das sériesX25 e X40.

Analisando os valores médios de carga de primeira fissura das vigas apresentados na Tabela 16, verifica-se que estes são maiores para as vigas ensaiadas de acordo com a ASTM C 1399 : 2002. Isto ocorre devido à presença da chapa metálica na primeira etapa do carregamento onde acontece a ruptura da viga. A chapa metálica ocasiona

uma espécie de reforço na viga, fazendo com que a ruptura da mesma ocorra para valores de carga bastante elevados, quando comparados aos valores obtidos nos ensaios sem a chapa. Os dados deste trabalho foram superiores aos apresentados por Caldas, Figueiredo e Bittencourt (2003), pois tais autores verificaram que o uso da chapa de aço não alterou a resistência à flexão do compósito, sendo esta calculada com a carga de ruptura ou carga de primeira fissura. Nos resultados do trabalho de TUGIMAN (2004) observou-se que a carga de ruptura nas curvas carga por deslocamento obtidas no primeiro estágio de carregamento do método da ASTM C 1399 : 2002 foram ligeiramente superiores daquelas medidas no ensaio convencional, resultados estes semelhantes aos apresentados neste trabalho onde o uso da chapa metálica parece ocasionar um reforço durante o primeiro estágio de carregamento da viga. Nos dados da Tabela 16 observa-se, também, a maior variabilidade das cargas de ruptura para o caso das vigas ensaiadas com a chapa metálica.

Os valores de Resistência Residual Média – RRM (*Average Residual Strength* – *ARS*) calculados a partir dos dados obtidos pelos ensaios da ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002, e considerando a proposta de Banthia e Dubey (1999) para a construção da curva da segunda etapa do carregamento são apresentados na Tabela 17.

		X25			X40	
	ASTM	ASTM	Banthia e	ASTM	ASTM	Banthia e
	C 1018	C 1399	Dubey	C 1018	C 1399	Dubey
			(1999)			(1999)
	1,28	1,23	1,44	2,26	1,39	1,68
	1,86	0,81	0,90	1,87	1,77	1,89
	1,49	1,15	1,34	1,66	1,05	1,32
	1,58	0,99	1,19	2,90	3,57	3,73
	1,65	1,44	1,60	1,78	2,11	2,31
Valores individuais (MDa)	1,67	0,83	1,05	2,09	2,57	2,75
valores individuals (MFa)	1,48	1,60	1,85	2,60	3,08	3,38
	1,68			1,45	1,07	1,35
				2,53	2,49	2,65
				3,37	1,34	1,49
				1,02	1,75	1,98
					2,05	2,39
Média (MPa)	1,59	1,15	1,34	2,14	2,02	2,24
Desvio Padrão (MPa)	0,17	0,30	0,32	0,68	0,79	0,78
Coeficiente de variação (%)	11	26	24	32	39	35
Número de vigas ensaiadas	8	7	7	11	12	12

**Tabela 17:** Valores individuais e médios de Resistência Residual Média, para as vigas das séries X25e X40.

Os dados apresentados na Tabela 17 indicam que os valores de Resistência Residual Média obtidos de acordo com a metodologia proposta pela ASTM C 1399 : 2002 são inferiores aos calculados com os dados obtidos no ensaio conforme a ASTM C 1018 : 1994b e calculados de acordo com a proposta de Banthia e Dubey (1999).

Para verificar se há diferenças significativas entre os valores médios das Resistências Residuais Média calculadas pelas três metodologias foi feita uma comparação múltipla de médias. Com isso, verificou-se, com 95% de confiança, que a média da Resistência Residual Média calculada pela ASTM C 1399 : 2002, para as vigas da série H25, é inferior à média calculada com os dados da ASTM C 1018 : 1994b e conforme a proposta de Banthia e Dubey (1999), sendo que estas duas últimas podem ser consideradas iguais.

Para os dados da série X40 não foi possível provar estatisticamente, com 95% de confiabilidade, diferenças significativas entre as médias das Resistências Residuais Médias calculadas pelas três metodologias. Na Tabela 17 observa-se que os valores das Resistências Residuais Médias calculados pela três metodologias para esta série X40 são muito parecidos, o que já dá um indicativo da igualdade entre eles.

De acordo com o trabalho de Banthia e Dubey (1999), esperava-se que os resultados das Resistências Residuais Médias calculados com os dados obtidos pelo ensaio da ASTM C 1018 : 1994b fossem inferiores aos calculados com os dados dos ensaios da ASTM C 1399 : 2002, devido ao efeito da instabilidade pós-pico que ocorre nos ensaios conduzidos de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b. No entanto, para as duas séries de vigas ensaiadas (X25 e X40) observa-se que os valores de Resistência Residual Média calculados a partir dos resultados de ensaios conduzidos conforme a ASTM C 1018 : 1994b são superiores aos valores obtidos com os resultados dos ensaios conduzidos de acordo com a ASTM C 1017 en a ASTM C 1018 : 1994b são superiores aos valores obtidos com os resultados dos ensaios conduzidos de acordo com a ASTM C 1399 : 2002. Esta observação é mais um indicativo de que o procedimento de ensaio recomendado pela ASTM C 1399 : 2002 não minimiza os efeitos da instabilidade pós-pico.

Com o intuito de analisar se é possível diferenciar vigas com diferentes volumes de fibras a partir dos valores médios da Resistência Residual Média, realizou-se a comparação entre os valores médios da série X25 e da série X40. Com 95% de confiabilidade, verificou-se diferença significativa entre as médias das séries X25 e as médias das séries X40, independentemente da metodologia empregada para o cálculo da Resistência Residual Média: se com os dados do ensaio da ASTM C 1018 : 1994b ou conforme a ASTM C 1399 : 2002 ou

ainda se de acordo com a proposta de Banthia e Dubey (1999). Assim, verificou-se a possibilidade do emprego da Resistência Residual Média como parâmetro para diferenciar concretos com volumes de fibras variados, conforme Banthia e Dubey (2000) também verificaram em seus resultados experimentais.

Diante dos resultados desta etapa do trabalho, conclui-se que o emprego da metodologia da ASTM C 1399 : 2002, ensaio com chapa metálica, não minimiza os efeitos da instabilidade pós-pico e os resultados deste ensaio são semelhantes aos resultados conduzidos de acordo com a metodologia da ASTM C 1018 : 1994b. Assim, optou-se pelo emprego da metodologia recomendada pela ASTM C 1018 : 1994b para conduzir os demais ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço realizados neste trabalho, pois tal metodologia é mais simples de ser conduzida do que a recomendada pela ASTM C 1399 : 2002.

## 5.4 Análise da variabilidade do ensaio de flexão em vigas de concreto reforçado com fibras de aço

Na Tabela 18, são apresentados os resultados de resistência à compressão e do módulo de elasticidade das misturas de concreto utilizadas para confecção das vigas empregadas nesta etapa do trabalho.

Tabela 1	8: Resistência	à compressão e 1	nódulo de e	elasticidade do	os concretos	utilizados	para (	o estudo
		da variabili	idade do en	saio de flexão	em vigas.			

Mistura	Resistência à	Módulo de			
	compressão (MPa)	Elasticidade (MPa)			
SE 1	40,21	28436			
SE 2	41,35	28706			
CE 1	41,38	28223			
CE 2	43,63	30177			

Os resultados de resistência à compressão e do módulo de elasticidade das quatro misturas confeccionadas são muito semelhantes, indicando a repetibilidade durante a confecção das misturas de concreto.

Nas Figuras 83 e 84 são apresentadas as curvas carga por deslocamento obtidas dos ensaios das vigas das duas séries estudadas: sem entalhe – SE e com entalhe – CE.



Figura 83 : Curvas carga por deslocamento das vigas sem entalhe - SE.



Figura 84 : Curvas carga por deslocamento das vigas com entalhe - CE.

Nas Figuras 83 e 84 observa-se a elevada dispersão das curvas carga por deslocamento para os dois tipos de vigas, o que dificulta a análise e comparação dos resultados.

Para permitir a análise comparativa entre os dois tipos de vigas foi calculada a curva média de cada série de viga considerando os valores individuais de cada viga da carga referente a cada nível de deslocamento. Para calcular a curva média optou-se por utilizar os valores de deslocamento entre 0,1 mm e 3 mm, com intervalo entre eles de 0,1 mm. Assim, com os dados de cada curva, separava-se o valor de carga correspondente e cada deslocamento. Quando nos resultados de uma determinada viga não se tinha o valor do deslocamento que se desejava analisar, era feita uma interpolação entre os dados de deslocamento e carga mais próximos ao valor a ser determinado. Com estes dados, calculavase a média, o desvio-padrão e o coeficiente de variação para cada valor de deslocamento. Optou-se por calcular a curva média a partir do deslocamento de 0,1 mm, ou seja, após a fissuração da viga, pois percebeu-se que cada viga apresentava uma carga de início de fissuração ou carga de ruptura distinta o que correspondia a valores de deslocamentos diferentes para cada uma. Foi calculada a carga de ruptura média de cada série de viga, mas esta não foi representada nos gráficos, pois cada carga de ruptura ocorreu em um valor de deslocamento distinto para cada viga o que dificulta a representação gráfica desta carga de ruptura média. Uma alternativa seria calcular teoricamente o deslocamento relativo à carga de ruptura média, utilizando a Equação 6 que relaciona o deslocamento e a carga na região elástico-linear da curva. Porém, optou-se por não utilizar tal procedimento, pois entendeu-se que este seria uma aproximação apenas, e além disso, para análise realizada neste trabalho, o importante é o comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço entendendo-se que a curva média a partir do deslocamento de 0,1 mm seria suficiente para esta avaliação.

Com estes dados foi possível determinar o intervalo de confiança para previsão dos valores individuais e dos valores médios, considerando uma confiabilidade de 90%. A curva média, os intervalos de previsão dos valores individuais e médios são apresentados nas Figuras 85(a) e 85(b) para as vigas sem entalhe e com entalhe, respectivamente. Os valores médios, com os respectivos desvios-padrão e coeficientes de variação são também apresentados na Tabela 19.





Conforme apresentado nas Figuras 85(a) e 85(b), as curvas médias e o intervalo de previsão dos valores médios são muito parecidos para as duas séries estudadas. Para as vigas com entalhe observa-se que o intervalo de previsão dos valores individuais é mais amplo do que o apresentado pelas vigas sem entalhe.

	Carga (N)						
		Sem Enta	lhe		Com Ental	he	
		Desvio	Coeficiente		Desvio	Coeficiente	
Deslocamento (mm)	Média	padrão	variação	Média	padrão	variação	
0,10	15732	2131	14	15594	1645	11	
0,20	12816	1889	15	13453	1790	13	
0,30	11885	1747	15	12685	1805	14	
0,40	11755	1751	15	12493	2037	16	
0,50	11750	1897	16	12571	2205	18	
0,60	11791	1935	16	12695	2319	18	
0,70	11763	1969	17	12688	2323	18	
0,80	11745	1967	17	12722	2334	18	
0,90	11656	1968	17	12710	2348	18	
1,00	11567	2007	17	12635	2354	19	
1,10	11334	1967	17	12415	2323	19	
1,20	11020	1881	17	12223	2412	20	
1,30	10722	1810	17	11891	2449	21	
1,40	10359	1814	18	11576	2337	20	
1,50	10034	1832	18	11210	2353	21	
1,60	9632	1805	19	10807	2440	23	
1,70	9327	1816	19	10471	2525	24	
1,80	9023	1853	21	10162	2541	25	
1,90	8677	1792	21	9750	2587	27	
2,00	8446	1749	21	9416	2591	28	
2,10	8201	1697	21	9051	2542	28	
2,20	7955	1698	21	8749	2515	29	
2,30	7692	1694	22	8479	2479	29	
2,40	7406	1633	22	8153	2393	29	
2,50	7179	1574	22	7904	2366	30	
2,60	6978	1528	22	7668	2342	31	
2,70	6779	1527	23	7440	2253	30	
2,80	6632	1536	23	7212	2168	30	
2,90	6489	1551	24	7009	2075	30	
3.00	6296	1539	24	6825	2028	30	

 Tabela 19: Valores médios, desvios-padrão e coeficientes de variação das cargas para cada nível de deslocamento para as vigas sem entalhe e com entalhe.

Na Tabela 19 é possível constatar que para as duas séries de vigas analisadas os coeficientes de variação dos valores de carga aumentam na medida em que aumenta o deslocamento da viga. Contudo, se for analisado o desvio-padrão das duas séries de vigas observa-se que este se mantém praticamente constante ao longo de toda a curva, ou seja, não há uma grande variação no valor do desvio-padrão com o aumento do deslocamento da viga. Com esta última observação pode-se afirmar que a variabilidade da curva carga por deslocamento mantém-se constante ao longo de todo o ensaio.

Para as vigas sem entalhe o maior desvio-padrão foi de 2131 N referente ao deslocamento de 0,10 mm e para as vigas com entalhe foi de 2591 N para o deslocamento de 2,00 mm. Estes resultados diferem um pouco dos encontrados por Robins et al. (2001), pois tais autores verificaram que os resultados dos ensaios com vigas sem entalhe apresentavam uma dispersão superior ao encontrado nos resultados das vigas com entalhe. Torna-se importante destacar que no trabalho de Robins et al. (2001), os entalhes foram confeccionados a partir da introdução de peças de madeira no interior das formas antes da moldagem do concreto, o que pode ter ocasionado um alinhamento preferencial das fibras na região do entalhe, que neste caso corresponde a região de maior esforço de tração, e isso fez com que houvesse uma homogeneização no teor de fibras sobre o entalhe em todas as vigas, promovendo assim a menor dispersão dos resultados das vigas com entalhe.

Considerando o maior coeficiente de variação (31%), em erro de 10% e uma confiabilidade de 95%, o número de vigas a serem ensaiadas no restante do trabalho deveria ser superior a 30. Este é um número muito elevado, o que acarretaria em uma enorme quantidade de vigas a serem empregadas no restante do programa experimental, se fossem consideradas as variáveis que se pretendia analisar neste trabalho: três tipos de fibras, quatro volumes de fibras e duas resistências de concreto. Por isso, definiu-se que para cada variável estudada neste trabalho serão empregadas apenas 12 vigas. Considerando o número de 12 vigas, o maior desvio-padrão encontrado nos ensaios (2591 N) e a confiabilidade de 95%, pode-se calcular o erro médio nos resultados dos ensaios com esta amostra, o que resulta em um erro médio de 1646 N.

Para verificar se há diferenças significativas entre as duas curvas médias foi feita uma análise estatística. Por meio de comparação de médias verificou-se, com 90% de confiança, que não há diferenças significativas entre os valores de carga médios das vigas sem entalhe e das vigas com entalhe. Com isso, não foi possível provar estatisticamente que há

diferenças entre os resultados do ensaio de flexão de vigas sem entalhe e de vigas com entalhes.

Para investigar se o fato de ter utilizado concretos de duas amassadas para a confecção de vigas de mesma configuração geométrica, como por exemplo: as vigas com entalhes foram confeccionadas com os concretos das mistura CE1 e CE2, dividiu-se os resultados das vigas em dois lotes, separando-os por tipo de mistura de concreto. Nesta análise verificou-se que os maiores coeficientes de variação das curvas carga por deslocamento foram de 23%, 32%, 22% e 20% para as vigas confeccionadas com os concretos da misturas CE1, CE2, SE1 e SE2, respectivamente. Os coeficientes de variação encontrados nesta análise foram tão elevados quanto os encontrados na análise em que considerou todas as vigas da mesma série independentemente da mistura de concreto empregada. Ao analisarmos os maiores valores de desvio-padrão para cada uma das misturas de concreto, CE1, CE2, SE1 e SE2: 2356 N, 2834 N, 2412 N e 2041 N, respectivamente, observa-se que estes foram tão elevados quanto aos encontrados no estudo em que todas as vigas foram analisadas em conjunto, independentemente da mistura de concreto utilizada para a sua confecção. Isto dá o indicativo de que o emprego de concretos de diferentes amassadas para a confecção das vigas não foi o responsável pela elevada dispersão das curvas carga por deslocamento obtidas no ensaio de flexão das vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

Outra análise semelhante a esta pode ser feita separando as vigas em grupos de 3 para o caso das vigas com entalhe – CE e em grupos de 4 para as vigas sem entalhe – SE que haviam sido retiradas da mesma placa de concreto. Por exemplo, as vigas SE221, SE222, SE223 e SE224 formam um grupo, as vigas CE111, CE112 e CE113 formam outro grupo, e assim sucessivamente. As curvas carga por deslocamento separadas em grupos de vigas retiradas de mesma placa de concreto são apresentadas nos Apêndices C e D.

Nesta análise, verificou-se, em alguns grupos de vigas, a elevada dispersão dos resultados de carga para determinado nível de deslocamento, encontrando-se elevados coeficientes de variação para as curvas carga por deslocamento de vigas retiradas da mesma placa de concreto. Os maiores coeficientes de variação encontrados foram de 46% para o grupo das vigas SE11 e de 41% para as vigas CE21 e os menores coeficientes de variação foram de 10% para as vigas SE23 e 15% para as vigas CE12.

Com estes resultados, percebe-se que a variabilidade do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço é realmente muito elevada, e independe da configuração geométrica da viga (com ou sem entalhe), da existência de mais de uma mistura de concreto para a confecção da vigas e ou do fato de serem utilizadas vigas retiradas de diferentes placas de concreto.

Estes elevados coeficientes de variação nos valores de carga para determinados níveis de deslocamento conduzem ao questionamento quanto à representatividade da amostra definida pelas normas ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002 que recomendam o ensaio de 3 vigas apenas para o ensaio à flexão e determinação da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço.

Sabe-se que a variabilidade dos resultados do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço é, muitas vezes, associada à dispersão das fibras de aço no concreto e, principalmente, ao número de fibras atuando na seção de fratura da viga. Neste trabalho, procurou-se correlacionar o desempenho das vigas de concreto reforçado com fibras de aço com o número de fibras presente na seção fraturada. Para isso, foi feita a contagem manual das fibras presentes na seção fraturada de todas as 65 vigas das séries SE e CE. Nesta contagem fez-se duas considerações: primeiramente foram computadas as fibras atuantes na seção fraturada que apresentavam no mínimo todo o seu gancho aparente, sendo descartadas as fibras que apresentavam um comprimento aparente inferior ao gancho e aqueles que mesmo tendo um comprimento aparente superior ao gancho estavam posicionadas na horizontal, denominando-se estas de fibras úteis, ou seja estas são as fibras que efetivamente estavam atuando na transmissão de forças na seção fraturada; na seqüência, foram computadas todas as fibras que apareciam na seção fraturada, sendo estas denominadas de fibras presentes. O número de fibras presentes na seção fraturada pode ser comparado com o número de fibras teórico determinado pela Equação 45. O número de fibras úteis e de fibras presentes na seção fraturada de cada uma das vigas das séries CE e SE é apresentado na Tabela 20.

Na Tabela 20 verifica-se que a média de fibras presentes na seção fraturada das vigas das séries SE (83 fibras) e nas vigas CE (85 fibras) são próximas à quantidade de fibra estimada pela Equação 45 (85 fibras), considerando o volume de fibra e o tipo de fibra empregado na confecção destas vigas.

Viga	Fibras	Fibras	Vice	Fibras	Fibras
viga	úteis	presentes	viga	úteis	presentes
SE111	49	67	CE111	66	100
SE112	45	60	CE112	49	90
SE113	52	70	CE113	58	81
SE114	73	93	CE121	61	86
SE121	59	72	CE122	62	92
SE122	48	83	CE123	57	87
SE123	46	71	CE131	66	102
SE124	61	84	CE132	61	82
SE131	47	76	CE133	71	92
SE132	50	81	CE141	59	77
SE133	53	81	CE142	64	89
SE134	56	75	CE143	62	96
SE141	78	98	CE151	53	70
SE142	57	76	CE152	49	76
SE143	66	88	CE153	54	78
SE144	70	93	CE211	42	82
SE151	42	60	CE212	55	80
SE152	54	88	CE213	50	80
SE153	44	71	CE221	68	92
SE154	63	92	CE222	61	82
SE211	61	72	CE223	62	93
SE212	67	87	CE231	53	71
SE213	45	77	CE232	75	75
SE214	74	101	CE233	52	86
SE221	55	90	CE241	50	85
SE222	49	67	CE242	71	93
SE223	64	91	CE243	56	77
SE224	46	74	CE251	51	82
SE231	60	82	CE252	75	96
SE232	72	97	CE253	33	73
SE233	62	91	Média	58	85
SE234	46	74	Desvio padrão	9	9
SE241	61	83	Coef. variação	16	10
SE242	62	102			
SE243	39	75			
SE244	62	85			
SE251	52	86			
SE252	67	98			
SE253	60	99			
SE254	79	101	_		
Média	57	83			
Desvio padrão	10	11			
Coef. variação	18	14			

Tabela 20: Número de fibras úteis e de fibras presentes na seção fraturada das vigas.

Nesta Tabela 20 é possível constatar, também, que o número de fibras úteis na seção fraturada corresponde, em média, a 68% do número de fibras presentes, ou seja, de toda a quantidade de fibra presente em uma seção fraturada, 68% destas estão contribuindo

efetivamente na transmissão de força ao longo da fissura e, conseqüentemente, no desempenho após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço.

Comparando o desempenho das curvas carga por deslocamento de cada uma das vigas ensaiadas com o número de fibras úteis e presentes na seção fraturada é possível fazer algumas considerações. Observou-se que as vigas que apresentavam a curva carga por deslocamento próxima à curva média possuíam na seção fraturada uma quantidade de fibras úteis entre 43 e 67 e de fibras presentes entre 70 e 90. Nesta análise verificou-se, também, que as vigas que possuíam quantidade de fibras presentes inferior a 70 apresentavam um desempenho na curva carga por deslocamento inferior à média e as que apresentavam quantidade de fibras superior a 90 demonstraram um desempenho superior à média.

Diante da grande quantidade de vigas ensaiadas, verificou-se que, em alguns casos, a relação entre o desempenho da curva carga por deslocamento e a quantidade de fibras úteis ou presentes não ocorreu conforme explicado no parágrafo anterior. Algumas vigas que possuíam uma quantidade de fibras presentes entre 70 e 90 apresentavam um comportamento da curva carga por deslocamento distante do comportamento médio esperado, sendo em alguns casos superior e em outros inferior à média. Outras vigas que possuíam uma quantidade de fibras presente superior a 90 demonstravam uma curva carga por deslocamento muito próxima à curva média ou até mesmo inferior a esta. Na tentativa de encontrar os fatores que causam tais distorções na relação entre o número de fibra na seção fraturada e o desempenho da viga no ensaio de flexão, separou-se algumas vigas para fazer uma análise mais detalhada da localização das fibras na seção fraturada e do posicionamento destas com relação à inclinação e comprimento aparente.

Para esta análise, foram fotografadas as duas faces da seção fraturada e, com a imagem digital destas seções, foi possível computar o número de fibras presentes em cada faixa de 10 mm da seção e analisar o posicionamento das fibras. Um exemplo de imagem utilizado para computar o número de fibras em faixas de 10 mm na seção fraturada é apresentado na Figura 86.


Figura 86 : Exemplo de imagem utilizada para computar o número de fibras na seção fraturada.

Na série SE foram escolhidas as seguintes duplas de vigas para a análise da localização e do posicionamento do número de fibras: SE252 e SE141, SE 244 e SE 254 e SE123 e SE153. As curvas carga por deslocamento de cada uma destas vigas podem ser visualizadas na Figura 87. O número de fibras úteis divididos por faixa da seção transversal destas vigas está apresentado no Apêndice E.



**Figura 87 :** Curva carga por deslocamento para as vigas da série SE utilizadas na análise das fibras na seção fraturada.

Comparando a curva carga por deslocamento das vigas SE252 e SE141 observa-se o melhor desempenho da curva SE141, mesmo ambas possuindo 98 fibras presentes na seção fraturada. Contudo, na Tabela 20 percebe-se que na viga SE141 foram encontradas 78 fibras úteis enquanto que na SE252 verificou-se apenas 67 fibras úteis. Na contagem de fibras por faixa de 10 mm observou-se que ambas possuíam 41 fibras úteis na metade superior da seção transversal, sendo que as 11 fibras excedentes que a viga SE141 possui estão todas posicionadas na metade inferior da seção transversal. O fato da viga SE141 possuir mais fibras úteis e principalmente destas fibras estarem localizadas na metade inferior

da seção transversal é o responsável pelo melhor desempenho à flexão desta viga.

No caso das vigas SE244 e SE254, observa-se na Tabela 20 que a viga SE254 possui uma maior quantidade de fibras presentes e úteis na seção fraturada. Apesar disso, na Figura 87, nota-se que a viga 254 apresenta um desempenho inferior, principalmente em deslocamentos de até 1,5 mm. Na contagem das fibras por faixa de 10 mm comprovou-se que a viga SE254 também possuía uma maior quantidade de fibras na metade inferior da seção transversal, 7 fibras a mais do que o verificado na metade inferior da seção da viga SE254 estavam todas amontoadas, muito próximas uma das outras e com os ganchos em perfeito estado não indicando a solicitação dos mesmos. Assim, a atuação destas fibras pode ter sido atrapalhada pela proximidade entre elas. No caso da viga SE244, observou-se que as fibras localizadas na parte inferior da seção transversal estavam bem espalhadas por toda a seção e os ganchos estavam completamente esticados, indicando assim a solicitação destas fibras durante o ensaio de flexão.

Na Figura 87 nota-se o desempenho superior da viga SE153 em comparação ao desempenho da viga SE123, sendo que na Tabela 20 verifica-se que ambas possuem 71 fibras presentes na seção e a diferença entre as fibras úteis nestas seções é de apenas 2 fibras. Na análise da imagem da seção transversal observou-se que a distribuição das fibras nas faixas de 10 mm entre as duas seções fraturadas das vigas é muito semelhante. Porém, na viga SE123 nota-se que as fibras estão mais deitadas enquanto que na viga SE153 observa-se que as fibras estão mais deitadas na seção transversal não somente ao longo da sua altura, mas também ao longo da sua largura, além disso, as fibras estão posicionadas mais verticalmente e com um comprimento aparente maior do que as fibras da viga SE123.

Para a série CE foram escolhidas as seguintes duplas de vigas: CE251 e CE222, CE122 e CE133 e CE142 e CE112, de acordo com as curvas carga por deslocamento apresentadas na Figura 88. Os resultados da contagem do número de fibras por faixa de 10 mm estão apresentados no Apêndice E.



**Figura 88 :** Curva carga por deslocamento para as vigas da série CE utilizadas na análise das fibras na seção fraturada.

As vigas CE251 e CE222 têm o mesmo número de fibras presente na seção, 82 fibras, porém a curva carga por deslocamento da viga CE222 é muito superior a curva carga por deslocamento da viga CE251. Na Tabela 20, observa-se que a viga CE222 possui 61 fibras úteis, enquanto que a viga CE251 possui apenas 51 fibras úteis. Na contagem de fibras por faixa verificou-se que a viga CE222 possui 3 fibras a mais na metade inferior da seção transversal do que as encontradas na viga CE251. O melhor desempenho à flexão da viga CE222 está associado à maior quantidade de fibras úteis e a melhor distribuição destas ao longo da seção transversal.

No caso das vigas CE122 e CE133, observa-se um comportamento distinto do encontrado nas vigas CE251 e CE222. As vigas CE122 e CE133 possuem a mesma quantidade de fibras presentes na seção, sendo que a viga CE133 possui mais fibras úteis, 72 fibras comparadas as 64 da viga CE122. Esperava-se que o comportamento da curva carga por deslocamento da viga CE133 fosse superior ao da viga CE122 em virtude do maior número de fibras úteis, como o verificado na comparação entre as vigas CE222 e CE251 . Contudo, na Figura 88 é possível constatar o pior desempenho à flexão da viga CE133. Na análise da imagem da seção transversal observa-se que as fibras da viga CE122 apresentam um comprimento aparente maior do que as fibras da viga CE133 e estão com os ganchos completamente esticados. As fibras úteis da viga CE133 estão posicionadas em sua maioria na metade superior da seção transversal e os ganchos não estão esticados, indicando a pouca solicitação dos mesmos durante o ensaio de flexão. Além disso, nos 30 mm inferiores da

seção transversal, a viga CE122 possui 5 fibras a mais do que na mesma posição da viga CE133.

Nas vigas CE142 e CE112 observa-se o melhor desempenho à flexão da viga CE142, apesar de ambas possuírem a mesma quantidade de fibras presentes na seção fraturada. Porém, na Tabela 20 verifica-se que a viga CE142 possui mais fibras úteis, 62 fibras comparadas a 49 fibras da viga CE112. Na imagem constatou-se também que a viga CE142 possui mais fibras úteis na metade inferior da seção transversal e também mais fibras nos 30 mm inferiores da seção transversal (22 fibras na viga CE142 e 12 fibras na viga CE112).

Diante das análises apresentadas, é possível constatar que não somente a quantidade de fibras presente na seção influencia o desempenho à flexão de uma viga de concreto reforçado com fibras de aço, mas também a localização, o posicionamento e o comprimento aparente destas fibras. Assim, verifica-se que a análise das fibras úteis presentes na seção e também da distribuição das fibras por faixas da seção transversal, com realizado neste trabalho, tornam-se dois parâmetros importantes para contribuir com o entendimento da variabilidade do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

Com estas observações e analisando as curvas carga por deslocamento das vigas das séries SE e CE quando estas foram divididas por placas de concretagem, Apêndices C e D, fica o questionamento de como avaliar os resultados de ensaios de apenas três vigas, conforme o recomendado pelas ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002, quando há uma elevada dispersão nestes resultados. Analisando cada grupo de viga e comparando com o número de fibras úteis na seção, observa-se que os grupos de vigas que apresentam as menores variabilidades na curva carga por deslocamento, exemplo grupo CE12, SE 23 e SE13, são os que apresentam, também, a menor variabilidade no número de fibras úteis na seção fraturada. Observa-se que, quanto maior a dispersão entre o número de fibras úteis de um determinado grupo de vigas, maior é a chance de aumentar a dispersão das curvas carga por deslocamento do ensaio de flexão.

Assim, recomenda-se que seja feita a análise da quantidade de fibras úteis e presentes na seção fraturada quando encontra-se uma elevada variabilidade no resultado do ensaio de flexão de três vigas. Isto deve ser feito para que possam ser descartadas as curvas carga por deslocamento que apresentam um comportamento diferenciado das demais e que

tenha sido provado que a quantidade e o posicionamento das fibras foi a principal causa do desempenho diferenciado destas vigas. Desta forma, é evitado que sejam incluídas na análise de um grupo de vigas, uma determinada viga com um comportamento muito diferente das demais, o que prejudicaria toda a análise do desempenho do concreto reforçado com fibras de aço que está sendo investigado.

# 5.5 Programas computacionais para a solução do modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006)

Nas etapas seguintes, os resultados experimentais obtidos durante o desenvolvimento do programa experimental desta tese serão utilizados para verificar a validade do modelo teórico proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006). Assim, torna-se necessário inicialmente explicar os programas computacionais que foram desenvolvidos para solucionar tal modelo teórico.

Foram feitos dois programas utilizando-se a linguagem computacional MATLAB na versão 6.0. O primeiro, denominado "Matrix 3" corresponde ao ajuste das constantes do modelo e o segundo, denominado "calculaP", foi desenvolvido para obter-se os valores para a construção da curva carga por deslocamento teórica obtida pela utilização das constantes ajustadas no primeiro programa.

### 5.5.1 Programa para ajuste das constantes

O programa para ajuste das constantes foi denominado de "Matrix 3". Os dados de entrada para o "Matrix 3" são:

wval e Pval = matrizes com os valores de deslocamento (mm) e cargas experimentais (N), respectivamente que serão utilizados no ajuste das constantes

fc = resistência à compressão do concreto (MPa);

L= vão da viga (mm);

b= largura da viga (mm);

h= altura da viga (mm).

Na primeira parte do programa, procura-se um valor para a constante Sigma\_tfm ( $\sigma_{tfm}$ ), variando-se a posição da linha neutra (x) de um valor entre 0 e h/2, que conduza a um valor de carga calculado (P) próximo ao valor da carga experimental (Pteórico) para um deslocamento de 2 mm. Para este início, são necessários valores iniciais para as demais constantes sendo empregados os seguintes valores:

> k2=0,5; CMOD\_r=0,11; CMOD\_p=0,9; k\_hook=1,8; k\_brid=1,5.

Como resposta desta primeira parte, tem-se o valor de carga (Presult), da posição da linha neutra (Zresult) e do Sigma\_tfm ajustado (Sigma\_tfm\_result).

Utilizando-se o valor de Sigma\_tfm\_result, são ajustadas as demais constantes, sempre utilizando-se o princípio de variar a posição da linha neutra (x) de um valor entre 0 e h/2 para que seja obtido um valor de carga calculado (P) próximo ao valor da carga experimental (Pteórico). Porém, como a posição da linha neutra (x) e o Sigma\_tfm são variáveis dependentes não é possível fixar o valor de Sigma\_tfm, sendo então feito no programa uma rotina para ajustar a posição da linha neutra satisfazendo, também, a condição de que o Sigma\_tfm encontrado seja o mais próximo possível do Sigma\_tfm\_result. Para isso foram introduzidas no programa "Matrix 3" subrotinas denominadas "Meta 23", "Meta 22" e "Meta 21".

A segunda constante a ser ajustada é k\_hook, sendo utilizado o deslocamento de 0,5 mm para tal. Novamente, variando-se a posição da linha neutra (x) e utilizando-se a subrotina "Meta 22" para garantir a utilização de um Sigma\_tfm mais próximo possível do Sigma\_tfm\_result ajustado anteriormente. Para o ajuste de k\_hook, admite-se um intervalo de variação desta constante entre 1 e 3, com incrementos de variação de 0,02. Como resposta, tem-se um conjunto de valores para k\_hook que satisfaçam a condição: abs(Pr-Pteórico)< "determinado valor". Este "determinado valor" pode ser definido em função da variabilidade dos resultados experimentais das curvas carga por deslocamento utilizadas para o ajuste destas constantes, no deslocamento de 0,5 mm.

Com o conjunto de k\_hook de resposta (k\_hookr), e utilizando-se novamente a subrotina "Meta 22", para a garantia do Sigma\_tfm\_result, é feito o ajuste da constante CMOD\_r para um deslocamento de 0,3 mm. Para o ajuste de CMOD\_r, admite-se um intervalo de variação desta constante entre 0 e 0,25, com incrementos de variação de 0,005. Como resposta tem-se um conjunto de valores para CMOD\_r que satisfaçam a condição: abs(Pr-Pteorico)< "determinado valor". Este "determinado valor" pode ser definido em função da variabilidade dos resultados experimentais das curvas carga por deslocamento utilizadas para o ajuste destas constantes, no deslocamento de 0,3 mm.

A constante CMOD\_p é ajustada para o deslocamento de 1 mm, utilizando se os conjuntos de constantes de resposta para k\_hook e para CMOD\_r, necessitando da subrotina "Meta 22" para cálculo do Sigma\_tfm\_result. Para o ajuste de CMOD\_p, admite-se um intervalo de variação desta constante entre 0 e 3 com incrementos de variação de 0,05. Como resposta tem-se um conjunto de valores para CMOD\_p que satisfaçam a condição: abs(Pr-Pteorico)< "determinado valor". Este "determinado valor" pode ser definido em função da variabilidade dos resultados experimentais das curvas carga por deslocamento utilizadas para o ajuste destas constantes, no deslocamento de 1 mm.

A última constante a ser ajustada é k2. Seu ajuste é feito para um deslocamento de 2,5 mm, utilizando-se todo o conjunto de constantes obtidos anteriormente para k\_hook, CMOD\_r e CMOD\_p e necessitando da subrotina "Meta 21" para cálculo do Sigma\_tfm\_result. Admite-se um intervalo de variação de k2 entre 0,1 e 3, com incrementos de variação de 0,05. Como resposta tem-se um conjunto de valores para k2 que satisfaçam a condição: abs(Pr-Pteorico)< "determinado valor". Este "determinado valor" pode ser definido em função da variabilidade dos resultados experimentais das curvas carga por deslocamento utilizadas para o ajuste destas constantes, no deslocamento de 2,5 mm.

Na saída denominada "k2r" tem-se como resposta os conjuntos com os valores de k2, CMOD\_p , CMOD\_r, k\_hook, carga de resposta (Pr) e abs(Pr-Pteorico).

O valor abs(Pr-Pteorico) serve como referência para a escolha do melhor conjunto de constantes que se ajusta aos valores de deslocamento e carga. O conjunto de constantes escolhido é utilizado no segundo programa computacional, denominado "calculaP" para a obtenção dos valores de carga para cada deslocamento desejado.

O intervalo de variação e o incremento para o cálculo de cada uma das constantes utilizados no programa "Matrix 3" foram definidos após testes de sensibilidade executados nas planilhas eletrônicas do Excel. Nestes testes, variava-se uma determinada constante, mantendo-se fixas as demais, em diferentes valores, e obtinha-se os valores de carga para deslocamentos variando entre 0 e 3 mm. Com isso, foi possível verificar em qual deslocamento cada constante apresentava maior influência e qual o menor incremento de variação que deveria ser utilizado em cada constate para se obter uma variação no valor da carga calculada inferior a 200 N. Neste estudo, observou-se que a constante k\_brid influencia no deslocamento de 0,3 mm, porém suas variações não causam significativa alteração no valor da carga calculada, admitindo-se, portanto, em todo o programa computacional o valor fixo de 1,5 para esta constante.

### 5.5.2 Programa para obtenção dos valores de carga

Com o melhor conjunto de constantes obtidos no programa "Matrix 3" é possível obter-se o valor da carga para cada valor de deslocamento utilizando-se o programa "calculaP".

São dados de entrada do programa:

fc = resistência à compressão do concreto (MPa);

L, b, e h= vão, largura e altura da viga (mm);

k\_brid= 1,5;

k2, CMOD\_p, CMOD\_r, k\_hook; Sigma\_tfm = melhor conjunto obtido no programa "Matrix 3".

 $\delta$  = valores de deslocamento para os quais deseja-se conhecer o valor da carga calculada.

Como saída tem-se em "p" os valores de: deslocamento (δc) em mm, carga (Pr) em N; posição da linha neutra (xr) em mm e abertura da fissura (CMODr) em mm.

### 5.6 Validação do modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006)

Com o objetivo de avaliar a validade do modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006) foram confeccionadas diversas misturas de concreto conforme o detalhado no item 4.6.

A validação do modelo foi feita analisando comparativamente os resultados do modelo com os resultados experimentais dos ensaios das vigas no que ser refere a relação entre a carga e o deslocamento da viga. Além disso, para as vigas de 100 kg/m<sup>3</sup>, nas quais foi possível medir a abertura de fissuras e a deformação na região comprimida do concreto, foram avaliadas também as relações entre carga e abertura de fissura, carga e posição da linha neutra, abertura de fissuras e deslocamento, sempre comparando os resultados obtidos no modelo com os resultados experimentais.

Para a validação do modelo, faz-se necessário lembrar que, para a sua utilização, é necessário determinar as constantes relacionadas com a resposta das fibras, ou seja, obter a curva média que relaciona a carga suportada pelas fibras e o arrancamento das fibras, conforme o apresentado na Figura 42. Para a determinação desta curva, é recomendada a realização de ensaios de flexão em vigas de concreto reforçado com fibras de aço com o tipo de fibra que se pretende empregar e assim obter os valores de carga e deslocamento correspondentes. Com a curva carga por deslocamento obtida experimentalmente no ensaio de flexão da viga e utilizando-se o programa "Matrix3" é possível inferir a curva carga por arrancamento das fibras de aço, determinando as constantes relacionadas com a resposta das fibras, sendo elas: K<sub>hook</sub>,  $\sigma_{tfm}$ , K<sub>brid</sub>, K<sub>2</sub>, CMODr e CMODp. Segundo as premissas do modelo, estas constantes obtidas são válidas para o tipo de matriz de concreto e tipo de fibra empregadas na confecção da viga ensaiada para obter a curva carga por deslocamento para o ajuste das constantes. Quando se deseja conhecer o comportamento de um concreto reforçado com este tipo de fibra, mas com um volume de fibra diferente, não é necessário fazer novo ensaio, e somente fazer uma alteração no valor  $\sigma_{tfm}$ . Isto porque, a formulação do modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006) relaciona as demais constantes com o valor de  $\sigma_{tfm}$  e supõe que o valor de  $\sigma_{tfm}$  é proporcional ao volume de fibra.

Assim, escolheu-se os resultados do ensaio de flexão das vigas da série MS4-100 (fibras soltas no teor de  $100 \text{ kg/m}^3$ , e viga de  $100 \times 130 \times 400 \text{ mm}^3$  com entalhes nas laterais) para a determinação das constantes do modelo por meio do programa "Matrix3". Foi escolhida esta série de vigas porque elas possuem um volume de fibra de 100 kg/m<sup>3</sup> e, portanto não apresentavam o efeito da instabilidade pós-pico, lembrando que é necessário conhecer os valores de carga correspondentes aos deslocamentos de 0,3; 0,5; 1,0; 2,0 e 2,5 mm para o ajuste no programa Matrix3 e nas vigas onde ocorre a instabilidade pós-pico a determinação dos valores de carga para os deslocamentos de 0,3 e 0,5 mm normalmente é prejudicada.

Determinadas as constantes  $K_{hook}$ ,  $\sigma_{tfm}$ ,  $K_{brid}$ ,  $K_2$ , CMODr e CMODp, para a série MS4-100 e considerando que as demais misturas das séries MS deste trabalho foram confeccionadas com os mesmos materiais, a mesma proporção entre eles e o mesmo tipo de fibra, pode-se então utilizar tais constantes para o cálculo do modelo e comparação com os resultados experimentais das demais misturas das séries MS. Contudo, é necessário alterar apenas o valor de  $\sigma_{tfm}$ , pois este depende do tipo e volume de fibra empregado.

Para as misturas com outro tipo de matriz de concreto e outros tipos de fibras de aço, fibras do tipo C ou X, por exemplo, será necessário encontrar um novo conjunto de constantes a partir dos dados experimentais do ensaio de flexão de vigas de concreto com o tipo de matriz e de fibra a ser investigado.

 $\label{eq:Fazendo esta análise, será possível verificar se esta premissa do modelo em manter fixa as demais constantes e variar somente o valor de <math display="inline">\sigma_{tfm}$  em função do tipo e volume de fibra, independentemente da resistência da matriz de concreto e da geometria das vigas é válida.

Para facilitar a compreensão e análise dos dados, serão apresentados primeiramente os resultados experimentais das vigas com teor de 100 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço. Com estes dados será possível determinar as constantes do modelo, e validar o mesmo para diferentes geometrias de vigas. Além disso, poderá ser feita toda a análise relacionando os valores numéricos com os dados experimentais de cargas, deslocamentos, abertura de fissuras e posição da linha neutra.

Na seqüência será apresentada a validação do modelo com os dados experimentais das demais misturas de concreto contendo diferentes tipos e volumes de fibras de aço.

## 5.6.1 Validação do modelo para as vigas com 100 kg/m<sup>3</sup> de fibras de aço

Para comparação entre os resultados obtidos no modelo e os resultados experimentais do ensaio de flexão das vigas de concreto reforçado com fibras de aço foi necessário conhecer também as características dos concretos empregados na confecção de cada série de vigas. Na Tabela 21 são apresentados os valores de resistência à compressão e do módulo de elasticidade para as vigas com 100 kg/m<sup>3</sup> de fibras de aço. Os valores de resistência à compressão correspondem à média dos dois maiores valores encontrados no ensaio de 3 corpos-de-prova e o módulo de elasticidade corresponde à média dos resultados de 2 corpos-de-prova.

Mistura	Resistência à compressão (MPa)	Módulo de Elasticidade (MPa)
MS4-100	35,66	Não determinado
MS4-75	44,82	26421
MS4-150-1	41,89	28555
MS4-150-2	43,32	27621

**Tabela 21:** Resistência à compressão e módulo de elasticidade dos concretos empregados na<br/>confecção das vigas com 100 kg/m³ de fibra de aço.

A diferença existente entre a resistência à compressão dos concretos da mistura MS4-100 e as demais misturas, verificada na Tabela 21, é atribuída à data de ensaio de tais concretos. A série MS4-100 foi ensaiada após 30 dias da data da moldagem e as demais séries foram ensaiadas 45 dias após a moldagem. Esta diferença nas datas de ensaio ocorreu devido aos problemas com o ensaio de flexão das vigas da série MS4-100, pois no ensaio das primeiras 6 vigas desta série verificou-se que os transdutores de deslocamento utilizados para medir os deslocamentos no centro da viga não estavam lendo corretamente. Assim, foi necessário um tempo maior para a calibração destes transdutores o que causou atrasos nos ensaios das vigas das séries MS4-75 e MS4-150. Pelo mesmo motivo, ao invés de utilizar os resultados dos ensaios de flexão de 12 vigas da série MS4-100 para a validação do modelo, foram empregados os resultados de 6 vigas apenas.

Contudo, esta diferença dos valores de resistência à compressão das séries não prejudica a análise aqui realizada, pois para o cálculo dos valores pelo modelo é necessário informar a resistência à compressão da matriz de concreto, e para análise de cada série foi utilizado o valor de resistência à compressão correspondente.

### 5.6.1.1 Análise das curvas carga por deslocamento



Os resultados do ensaio de flexão das vigas, curva carga por deslocamento, da série MS4-100 estão apresentados na Figura 89.

Figura 89 : Curva carga por deslocamento das vigas da série MS4-100.

Como pode-se perceber na Figura 89 houve uma grande variabilidade nos resultados dos ensaios de flexão das 6 vigas, sendo que para determinados valores de deslocamento o coeficiente de variação foi de até 33%. Observa-se que as curvas das vigas MS4-100-1 e MS4-100-3 apresentam um comportamento bastante diferente das demais. Analisando os valores de carga para cada nível de deslocamento e fazendo-se o teste de valor extremo, verificou-se, com 95% de confiança, que o comportamento de tais vigas podem ser considerados muito distantes do comportamento médio e, portanto foram excluídas no cálculo da média e da previsão dos valores individuais e valores médios. Após a retirada das duas curvas consideradas extremas, o máximo coeficiente de variação encontrado foi de 11% para os deslocamentos de 2,4 e 2,5 mm.

A curva média e limites para previsão dos valores individuais e dos valores médios, considerando a probabilidade de 90% é apresentada na Figura 90.

A partir da curva carga por deslocamento da curva média da série MS4-100 (vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup>), obteve-se os valores de carga referentes aos deslocamentos de 0,3; 0,5; 1,0; 2,0 e 2,5 mm para determinação das constantes do modelo por meio do programa "Matrix3". Como resultado do programa "Matrix3", obteve-se o conjunto de constantes que apresentavam o resultado do modelo mais próximo da média experimental. O

conjunto de constantes obtido como resposta do programa "Matrix3" é apresentado na Tabela 22 e o gráfico mostrando a curva obtida como resposta do modelo e a curva média dos dados experimentais é apresentado na Figura 90. As curvas de resposta do modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006) foram sempre denominadas de "teórico" nas figuras que as representam.

 $\begin{tabular}{|c|c|c|c|c|} \hline Constantes & Valores \\ \hline $\sigma_{tfm}$ & 1,7487 \\ \hline $k$2 & 1,65 \\ \hline $CMOD\_p$ & 1,90 \\ \hline $CMOD\_r$ & 0,16 \\ \hline $k\_hook$ & 1,70 \\ \hline $k\_brid$ & 1,50 \\ \hline \end{tabular}$ 

 Tabela 22: Constantes do modelo obtidos com o ajuste dos dados experimentais da série MS4-100 no programa "Matrix3".



**Figura 90 :** Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por deslocamento para as vigas da série MS4-100.

Na Figura 90, observa-se que os resultados teóricos da curva carga por deslocamento se ajustaram muito bem aos valores da curva média dos resultados experimentais. Nota-se que até o deslocamento de 2,0 mm os dados do modelo são praticamente iguais aos valores médios e a partir deste deslocamento existe uma pequena diferença entre estes dois resultados. Contudo, para valores acima da 2,0 mm os valores do modelo são inferiores aos valores médios, o que indica que o erro de previsão está a favor da segurança, além de estarem muito próximos aos limites inferiores da previsão dos valores

individuais. Além disso, quando a viga apresenta um deslocamento de 2,0 mm o seu estágio de fissuração já é tão elevado que na maioria das vezes já se pode considerar tal viga como fora de serviço e também este deslocamento de 2 mm já está fora da região de análise da maioria dos métodos de ensaio e, portanto não será necessário se ter uma estimativa dos valores de carga nesta condição. A maior diferença entre os valores do modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006) e os valores médios experimentais foi de 28% no que se refere ao deslocamento de 3,0mm. É importante destacar que no caso desta série MS4-100 buscava-se o melhor ajuste do modelo aos dados experimentais, pois era a partir deste ajuste que seriam determinadas as constantes do modelo que deveriam ser repetidas para as demais vigas da série MS.

Para comprovar a validade do modelo, torna-se necessário também verificar se o modelo é capaz de prever a variação na curva carga por deslocamento, ou seja, o comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço, em função do tamanho da viga ensaiada. Para tal avaliação, foram utilizadas as constantes determinadas no programa "Matrix3", obtidas a partir dos dados da série MS4-100 (vigas de 100x130x400mm<sup>3</sup>) e apresentadas na Tabela 22, para calcular os valores de carga para cada nível de deslocamento para as vigas com 75x155x600 mm<sup>3</sup> e com 150x180x550 mm<sup>3</sup>, que correspondem às vigas das séries MS4-75 e MS4-150, respectivamente.

Nas Figuras 91(a) e 91(b) são apresentadas as curvas carga por deslocamento obtidas nos ensaios de flexão das vigas das séries MS4-75 e MS4-150, respectivamente.



Figura 91: Curvas carga por deslocamento das vigas da série (a) MS4-75 e (b) MS4-150.

Para estas curvas, também foi determinada a carga média referente a cada nível de deslocamento entre 0,1 e 3,0 mm, permitindo assim a avaliação da variabilidade dos

resultados para cada nível de deslocamento e o cálculo da curva média. Analisando as Figuras 91(a) e 91(b) observa-se também uma grande variabilidade nos resultados do ensaio de flexão das vigas, porém os coeficientes de variação encontrados para cada nível de deslocamento foram menores do que os encontrados para as 6 vigas da série MS4-100. Para estas vigas, os maiores coeficientes de variação foram de 21% e 24% para as vigas da série MS4-75 e MS4-150, respectivamente.

É importante destacar o caso da série MS4-150, na qual foram confeccionadas 10 vigas, porém são apresentados os resultados de apenas 6, isto porque quatro das vigas ensaiadas não romperam no centro do vão, ou seja na posição do entalhe. Em duas destas vigas, as fissuras surgiram fora do terço médio do vão central. Isso demonstra que o entalhe de 15 mm em cada lado da viga não foi suficiente para induzir o surgimento da fissura no centro do entalhe em todas as vigas. Diante disso, recomenda-se que em estudos posteriores onde forem empregadas vigas de 150x180x550 mm<sup>3</sup>, com teor de fibra de 100 kg/m<sup>3</sup> a profundidade do entalhe deve ser aumentada para garantir a ruptura da viga no centro do vão.

Nas Figuras 92(a) e 92(b) são apresentadas as curvas dos valores médios experimentais e as curvas da resposta do modelo teórico para as vigas MS4-75 e MS4-150.



**Figura 92 :** Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por deslocamento para as vigas da série (a) MS4-75 e (b) MS4-150.

Os resultados apresentados nas Figuras 90, 92(a) e 92(b) demonstram que o modelo foi capaz de prever analiticamente as diferenças na curva carga por deslocamento em virtude de mudanças na geometria da viga.

As Figuras 92(a) e 92(b) demonstram o bom ajuste dos resultados do modelo os resultados experimentais para ambas as configurações de vigas ensaiadas, sendo que o erro

de previsão do modelo em relação à curva média foi inferior a 10%, excetuando apenas os pontos referentes aos deslocamentos entre 0,1 e 0,3 mm nos quais o erro chegou até 20%. Nestes menores valores de deslocamento, notou-se que o modelo tem uma certa dificuldade de ajustar-se aos pontos experimentais. Nos deslocamentos de 0,1 mm os valores de carga calculados pelo modelo são sempre inferiores aos valores de carga medidos experimentalmente e, em alguns casos, o modelo não foi capaz de encontrar uma solução. Supõe-se que para valores de deslocamento muito baixos, entre 0,1 e 0,3 mm, ocorre uma instabilidade no sistema de equações de forma que o modelo não consegue encontrar uma resposta que satisfaça o equilíbrio de força e de momentos.

Para as três geometrias de vigas ensaiadas confeccionadas com 100 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço, observou-se que a carga de ruptura calculada pelo modelo foi inferior a carga de ruptura medida experimentalmente. Isto ocorreu porque o modelo considera que a carga de ruptura à flexão é função apenas da resistência à compressão da matriz de concreto (Equação 64) e não considera a contribuição das fibras nesta região. Nos resultados dos ensaios, verificou-se que o elevado volume de fibras (100 kg/m<sup>3</sup>) parece ter contribuído para a resistência à tração do compósito o que levou à ruptura da viga com uma carga muito maior do que aquela suportada apenas pela resistência à tração da matriz de concreto. Porém, tal limitação no modelo parece não prejudicar a análise do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço, conforme se pode visualizar no bom ajuste entre os resultados calculados pelo modelo e os resultados experimentais das três geometrias de vigas.

### 5.6.1.2 Análise da abertura de fissura

Uma consideração importante feita na formulação do modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006) é de que, durante a abertura da fissura, a viga se comporta de acordo com a hipótese dos corpos rígidos, ou seja, que as seções planas se mantêm planas e, por isso, foi considerado no modelo a formação de uma única fissura no centro do vão da viga e a formação da rótula plástica no ponto final da fissura, conforme a Figura 39. No modelo, admite-se que a região entre as duas faces da fissura forma um triângulo isósceles, no qual os dois lados iguais correspondem às faces da fissura e a base corresponde à abertura da fissura na região de máximo esforço de tração (CMOD). Com estas considerações, define-se, no modelo, a relação entre a abertura da fissura na região de máximo esforço de tração (CMOD), a posição da linha neutra (x) e o deslocamento da viga ( $\delta$ ), de acordo com a Equação 61.

Diante disso, torna-se importante verificar experimentalmente como ocorre a abertura da fissura durante o ensaio, se esta se comporta conforme o definido pelo modelo.

Em virtude dos resultados apresentados no item 5.2 deste Capítulo, optou-se por utilizar os valores de abertura de fissura medidos pelos transdutores de deslocamento para realização da análise comparativa entre os valores de abertura de fissura máxima (CMOD) e posição da linha neutra (x) avaliados experimentalmente com os calculados pelo modelo. Para os valores de deslocamento entre 0,1 e 3 mm, com intervalos de 0,1 mm, foram calculados pelo modelo e medidos experimentalmente os valores de abertura de fissura. Os gráficos relacionando aberturas de fissura máxima (CMOD) e deslocamento, com os dados experimentais e os obtidos pelo modelo para as vigas das séries MS4-100, MS4-75 e MS4-150, são apresentados nas Figuras 93, 94 e 95, respectivamente.



**Figura 93 :** Abertura de fissura máxima (CMOD) em função do deslocamento das vigas da série MS4-100: (a) para todo o deslocamento medido no ensaio; (b) para deslocamentos de até 0,5mm.



**Figura 94 :** Abertura de fissura máxima (CMOD) em função do deslocamento das vigas da série MS4-75: (a) para todo o deslocamento medido no ensaio; (b) para deslocamentos de até 0,5mm.



**Figura 95 :** Abertura de fissura máxima (CMOD) em função do deslocamento das vigas da série MS4-150: (a) para todo o deslocamento medido no ensaio; (b) para deslocamentos de até 0,5mm.

Nas Figuras 93 a 95 observa-se que a relação linear entre a abertura da fissura (CMOD) e o deslocamento da viga ( $\delta$ ) admitida no modelo é válida. Para o caso das vigas MS4-100 e MS4-75 nota-se que o modelo superestimou os valores de abertura de fissuras correspondentes aos menores deslocamentos (até 0,5 mm aproximadamente) enquanto que para a série MS4-150, até este nível de deslocamento, o resultado do modelo esteve próximo dos experimentais. Contudo, nos maiores deslocamentos, o modelo teórico subestimou os valores de abertura de fissuras para as vigas das séries MS4-75 e MS4-150 e ajustou-se bem aos pontos experimentais para a série MS4-100.

Para as vigas da série MS4-75 (75x155x600 mm<sup>3</sup> com vão de 450 mm), a abertura de fissura máxima, para um determinado deslocamento, é menor do que abertura de fissura máxima medida nas vigas das séries MS4-100 (100x130x400 mm<sup>3</sup>, vão de 300 mm) e MS4-150 (150x180x550 mm<sup>3</sup>, com vão de 450 mm) enquanto que, para estas duas últimas séries, as aberturas de fissura máxima para um determinado deslocamento são semelhantes. Para um determinado nível de deslocamento e para vigas em que não é mantida constante a relação entre o vão e a altura da viga (vão igual a três vezes a altura, caso das vigas MS4-75) a abertura de fissura máxima (CMOD) é diferente da daquela determinada para as vigas com vão igual a três vezes a altura (vigas MS4-100 e MS4-150), com isso verifica-se que a relação entre a abertura de fissura e o deslocamento é dependente da proporção geométrica da viga.

Avaliando a inclinação das retas das Figuras 93 até 95, ou seja, determinandose a relação entre a abertura de fissura máxima e o deslocamento (CMOD/ $\delta$ ) verificou-se que os resultados do modelo para a série MS4-100 conduziram ao valor de 1,25 para esta relação, e os resultados experimentais variaram entre 1,24 e 1,29, indicando o bom ajuste do modelo aos valores experimentais. No caso das vigas da série MS4-75, a relação entre abertura de fissura máxima e deslocamento dos valores teóricos foi de 0,60 e dos valores experimentais esteve entre 0,67 e 0,83. Para as vigas da série MS4-150 encontrou-se pelo modelo o valor de 1,25 e os dados experimentais variaram entre 1,56 e 1,70. Como já salientado anteriormente, para as vigas MS4-75 e MS4-150 os resultados de abertura de fissura para cada nível de deslocamento do modelo foram ligeiramente inferiores aos resultados experimentais.

O modelo considera ainda que a relação entre a abertura de fissura máxima e o deslocamento (CMOD/ $\delta$ ) é independente do tamanho da viga, uma vez que sejam mantidas as relações entre altura, largura e vão, onde o vão deve ser igual a três vezes a altura da viga e a altura dever ser igual a largura. Diante dos resultados do modelo comprovou-se esta consideração, uma vez que a relação entre a abertura de fissura máxima e o deslocamento (CMOD/ $\delta$ ) para as vigas das séries MS4-100 e MS4-150 foram iguais a 1,25.

Armelin (1997) verificou que a relação entre a abertura de fissura máxima e o deslocamento para vigas de 75x75x250 mm<sup>3</sup> era de 1,50, ou seja, próximos aos encontrados neste trabalho para as vigas da série MS4-150 e também ligeiramente superiores aos fornecidos pelo modelo desenvolvido pelo mesmo autor. JAMET et. al. (1995), ao ensaiar vigas de três geometrias distintas, nas quais manteve a relação entre a altura e o vão em 2,5, observaram que a relação entre a abertura de fissura máxima (CMOD) e o deslocamento é linear e igual a 1,53 para as três geometrias. Ambos os autores atribuem este comportamento linear entre a abertura de fissura máxima e o deslocamento de corpo rígido que ocorre durante a fissuração da viga de concreto reforçado com fibras de aço.

Pode-se dizer novamente que, o modelo de Prudêncio Jr. et al (2006) reflete bem o comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço. Observouse que os resultados do modelo estiveram muito próximos aos experimentais para as vigas da série MS4-100. Para as vigas das séries MS4-75 e MS4-150, observou-se uma aproximação dos resultados do modelo aos experimentais para deslocamento de até 2 mm e a partir destes a máxima diferença entre o valor experimental e o teórico para a abertura de fissura máxima (CMOD) foi de 30%. Salienta-se que deslocamentos maiores de 2 mm são considerados elevados e muitas vezes não utilizados na avaliação do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço. Com os dados de abertura de fissuras para cada nível de deslocamento variando entre 0,1 e 3 mm, obteve-se também as curvas carga por abertura de fissuras para os resultados do modelo e experimentais para as três séries de vigas analisada, conforme apresentado nas Figuras 96(a) até 96(c).



Figura 96 : Curvas carga por abertura de fissura máxima (CMOD) dos resultados teóricos e experimentais.

As Figuras 96(a) até 96(c) mostram o bom ajuste dos resultados do modelo para a curva carga por abertura de fissura máxima para as três geometrias de vigas analisadas. Nestas figuras, percebe-se a elevada dispersão dos resultados experimentais, como já observado nas curvas que relacionam a carga e o deslocamento das vigas.

# 5.6.1.3 Análise da posição da linha neutra

A validade do modelo investigado neste trabalho pode ser verificada também comparando-se os resultados referentes à posição da linha neutra (x). Nas Figuras 97(a) até 97(c) as curvas de posição da linha neutra em função do deslocamento, obtidos a partir das



medições de abertura de fissuras com os transdutores de deslocamento, são comparadas para cada uma das três geometrias de viga.

**Figura 97 :** Resultados teóricos e experimentais da posição da linha neutra em função do deslocamento para cada série de viga.

Os dados apresentados nas Figuras 97(a) até 97(c) demonstram novamente o bom ajuste dos resultados do modelo aos valores experimentais para as três séries de vigas estudadas. Nas curvas apresentadas nestas figuras, observa-se um declínio acentuado da posição da linha neutra logo após a ruptura da viga até um deslocamento de 0,20 mm. Após este deslocamento, a mudança da posição da linha neutra em função do deslocamento é menor, ou seja, a inclinação das curvas a partir do deslocamento de 0,20 mm é mais suave.

Para as três séries de vigas, observa-se que a região comprimida, para o deslocamento de 0,20 mm, corresponde a aproximadamente 20% da altura da viga, e para o deslocamento de 1,00 mm esta região é aproximadamente 13% da altura da viga.

Diante destes resultados, verifica-se que qualquer parâmetro utilizado para avaliar a resistência após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço que admite que a linha neutra mantém-se no centro do vão mesmo após a viga estar fissurada estará superestimando a resistência residual deste concreto. Como exemplos, pode-se citar a metodologia da norma japonesa JSCE-SF4 : 1984 e a proposta por Vandewalle (1993), que calculam a resistência residual do concreto após a fissuração considerando que não há alteração da posição da linha neutra após a viga ter fissurado. Já Vandewalle (2000) na tentativa de considerar a mudança da posição da linha neutra conforme o deslocamento da viga, propôs, em sua metodologia para avaliar a capacidade resistente do concreto fissurado, que para deslocamentos de 0,70 mm e 2,70 mm a região comprimida da viga corresponde a 35% e 10% da altura da viga, respectivamente. Com os dados das Figuras 97(a) até 97(c) verifica-se que para deslocamentos de 0,70 mm a região comprimida corresponde a apenas 20% da altura da viga para as vigas da série MS4-75 e a apenas 15% da altura da viga para as vigas da série MS4-75 e a apenas 15% da altura da viga para as vigas das séries MS4-100 e MS4-150, enquanto que, para o deslocamento de 2,70 mm, a região comprimida corresponde a menos de 10% da altura da viga.

## 5.6.1.4 Análise da deformação à compressão

Na formulação do modelo desenvolvido por Prudêncio Jr. et al. (2006) admitese que a deformação axial é máxima e constante na região do terço médio central do vão da viga. Além disso, o modelo considera que a distribuição da deformação é linear ao longo da altura da região comprimida da viga, conforme representado na Figura 40, sendo portanto possível calcular a máxima deformação à compressão do concreto de acordo com a Equação 60. Os valores teóricos para a deformação à compressão do concreto calculados a partir desta equação podem ser comparados com os valores experimentais medidos por meio dos *strain gauges* colados nas laterais das vigas.

De acordo com a metodologia descrita no item 4.2.5.1, foram empregados na região comprimida de cada uma das faces das vigas das séries MS4 dois *strain gauges*. Estes *strain gauges* foram utilizados para a medição da deformação do concreto à compressão na altura da viga em que estavam posicionados. Conhecendo a posição e o valor de deformação medido por cada *strain gauge*, foi possível determinar a altura da viga em que a deformação de compressão é nula, valor este considerado como a posição da linha neutra, e determinar também o valor da máxima deformação de compressão do concreto situado no topo da viga. Para determinar a máxima deformação de compressão, considerou-se a distribuição linear da deformação de compressão ao longo da altura da viga.

Os valores medidos experimentalmente e os valores teóricos para a máxima deformação à compressão do concreto são apresentados nas Figuras 98(a) até 98(c) para as vigas das séries MS4-100, MS4-75 e MS4-150, respectivamente.



Figura 98 : Resultados teóricos e experimentais da deformação à compressão do concreto em função do deslocamento para cada série de viga.

Nas Figuras 98(a) a 98(c) observa-se que os valores do modelo estão muito abaixo dos valores experimentais para as três séries de vigas analisadas. Ao subestimar a máxima deformação do concreto, o modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006) subestima também a força suportada pela região comprimida da viga e conseqüentemente, para garantir o equilíbrio de forças e de momentos da seção transversal, há uma subestimação das forças suportadas pelas fibras de aço, pois as fibras são as principais responsáveis pela força resistente na região tracionada da viga. Entretanto, verifica-se que esta deficiência do modelo na estimativa da deformação máxima à compressão do concreto não prejudicou significativamente os valores de carga, posição de linha neutra e abertura de fissura calculados pelo modelo, pois, conforme apresentado anteriormente, tais valores estiveram muito próximos ao dados experimentais. O fato que os valores do modelo para a deformação à compressão do concreto diferirem muito dos resultados experimentais dá o indicativo de que a suposição do modelo de que a deformação máxima à compressão do concreto é constante no terço médio central, como apresentado na Figura 39, não é válida. Nos diversos modelos apresentados no Capítulo 3, verificou-se que Casanova e Rossi (1996) sugerem uma distribuição diferenciada ao longo do vão da viga para a curvatura da viga, sendo esta curvatura uma função parabólica na região central da viga, atingindo um valor máximo para a curvatura no centro do vão. Com o valor da curvatura máxima é possível calcular o valor da máxima deformação à compressão do concreto.

Com os valores de carga, abertura de fissura e posição da linha neutra calculados pelo modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006) foi possível calcular a máxima deformação do concreto empregando as equações do modelo de Casanova e Rossi (1996). Os valores do modelo de Casanova e Rossi (1996) juntamente com os valores experimentais para as vigas das séries MS4-100, MS4-75 e MS4-150 são apresentados nas Figuras 98(a) até 98(c).

Nestas Figuras nota-se que, ao contrário do modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006), o modelo de Casanova e Rossi (1996) superestima os valores da máxima deformação de compressão do concreto, observando-se que quanto maior o valor de deslocamento da viga maior foi o erro de previsão do modelo de Casanova e Rossi (1996) para o valor da deformação de compressão do concreto.

Desta análise das deformações de compressão verifica-se que houve uma se dificuldade de encontrar valores teóricos próximos valores medidos aos experimentalmente. Esta observação conduz a duas possibilidades: primeiro, ambos os modelos não são capazes de estimar com precisão os valores da deformação do concreto ou segundo, os valores medidos experimentalmente não condizem com os valores reais das deformações nas vigas. Diante disso, sugere-se que em trabalhos futuros seja mais bem investigada a distribuição da deformação à compressão do concreto ao longo do vão e da altura da viga, empregando-se strain gauges em várias posições da altura e do vão da viga, para verificar qual modelo melhor explica a distribuição das deformações de compressão na viga. Além disso, sugere-se que seja feita uma calibração dos strain gauges empregados, permitindo assim a determinação do valor real do gauge factor, pois neste trabalho foi empregado o valor informado pelo fabricante para esta propriedade dos strain gauges e isto

pode ter sido uma das causas das diferenças entre os valores experimentais e os valores teóricos.

A comparação entre os resultados mostrados e discutidos neste item, nos dão o indicativo de que o modelo desenvolvido por Prudêncio Jr. et al. (2006) é capaz de estimar com acurácia satisfatória o comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço.

Assim, com o desenvolvimento de modelos capazes de determinar a capacidade resistente do concreto reforçado com fibras de aço semelhantes ao desenvolvido por Armelin (1997), Jones (1999) e Prudêncio Jr. et al. (2006) parece não aconselhável aplicar os parâmetros sugeridos pela norma japonesa ou por outras metodologias que não consideram a alteração da posição da linha neutra durante a fissuração da viga para avaliar o comportamento após a fissuração deste tipo de concreto.

## 5.6.2 Validação do modelo para as vigas com diferentes tipos e volumes de fibras

Para dar continuidade a verificação da validade do modelo de Prudêncio Jr. et al. 2006, teórico para prever o comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço, fez-se a comparação entre os resultados do modelo com os resultados experimentais de vigas com diferentes tipos e volumes e fibras de aço no que se refere à curva carga por deslocamento. Para tal análise, foram confeccionadas 18 misturas de concreto, nas quais variou-se o tipo e volume de fibra e o consumo de cimento da matriz de concreto, conforme os procedimentos detalhados no item 4.6.

Para cada mistura de concreto, foram ensaiados à compressão axial 5 corposde-prova cilíndricos de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura, sendo 3 utilizados para a determinação da resistência à compressão e 2 empregados para a determinação do módulo de elasticidade, e foram ensaiadas à flexão 12 vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup> com entalhes nas laterais.

O ensaio destas 18 misturas de concreto iniciou 9 meses após a data de moldagem e demorou aproximadamente 2 meses. Este grande intervalo entre a data de moldagem e a data de ensaio foi definida propositalmente, pois se sabia que seriam necessárias muitas semanas para que fossem ensaiados os 90 corpos-de-prova cilíndricos e as 216 vigas correspondentes as 18 misturas de concreto. Então, se os concretos das misturas fossem muito "novos" no período de ensaio, haveria uma mudança significativa na resistência à compressão das misturas. Considerando uma idade de no mínimo 9 meses, o intervalo de ensaio de 2 meses não foi suficiente para que houvesse alterações nas resistência das misturas pois, com esta idade, sabe-se que grande parte do cimento presente na mistura de concreto já foi hidratado e o desenvolvimento da resistência à compressão é muito lento.

#### 5.6.2.1 Análise da resistência à compressão das misturas de concreto

A consistência e a resistência à compressão determinada no ensaio dos corposde-prova cilíndricos das 18 misturas de concreto confeccionadas são apresentadas na Tabela 23. A resistência à compressão foi determinada na data de ensaio das vigas correspondentes a cada série, ou seja, entre 8 e 9 meses após a data de moldagem.

Série A				Série M				
Mistura	Consistência (mm)		Resistência à	Misturo	Consistência (mm)		Resistência à	
Iviistura	Sem fibra	Com fibra	(MPa)	Wilstura	Sem fibra	Com fibra	(MPa)	
AC1	145	200	45,10	MC1	65	50	41,28	
AC2	210	170	53,16	MC2-100	205	180	42,62	
AC3	210	150	49,50	MC3	250	250	35,87	
AS1	190	200	33,74	MS1	130	110	55,51	
AS2	125	145	38,23	MS2	100	80	57,04	
AS3	65	50	58,47	MS3	135	90	55,55	
AX1	80	105	47,84	MX1	130	115	47,36	
AX2	220	220	39,63	MX2	150	115	52,93	
AX3	180	180	45,23	MX3	165	120	49,02	

Tabela 23: Consistência e resistência à compressão das misturas de concreto.

Pode-se perceber da Tabela 23, que os concretos das séries A, que possuíam a menor relação água/cimento (0,44) e o maior consumo de cimento não apresentaram os valores de resistência à compressão esperados. Na maioria dos casos, as resistências à compressão dos concretos das séries A foram inferiores ou muito próximas às resistências dos concretos das séries M, enquanto que os primeiros deveriam apresentar resistências muito superiores aos últimos uma vez que possuíam uma menor relação água/cimento.

Diante destes resultados, procurou-se investigar o que poderia ter causado uma diminuição na resistência à compressão dos concretos das séries A. Uma hipótese levantada para justificar este pior desempenho dos concretos das misturas das séries A foi o erro de dosagem de material durante o procedimento de moldagem destas misturas. Contudo, esta hipótese foi descartada, pois as misturas de concreto das séries A foram confeccionadas em datas distintas, e se estivessem ocorridos erros estes teriam que se repetir por vários dias, o que era praticamente impossível de acontecer, pois a umidade dos materiais empregados e o cálculo do proporcionamento das misturas eram verificados diariamente.

Analisando-se visualmente as vigas das séries A, que já haviam sido ensaiadas, mas que estavam ainda guardadas no interior do laboratório, percebeu-se que estas apresentavam algumas bolhas de ar e aparentemente a quantidade de bolhas de ar presente nestas vigas era superior à quantidade de bolhas observada nas vigas das séries M. Diante de tal observação, surgiu a hipótese de ter ocorrido uma incorporação de ar durante o procedimento de mistura de concreto. Supôs-se que esta incorporação poderia ter sido causada pelo aditivo superplastificante, pois nos concretos das séries A foram utilizados aditivos plastificante e superplastificante para garantir a consistência das misturas enquanto que nos concretos das séries M foi empregado apenas aditivo plastificante.

Uma forma encontrada para verificar se houve incorporação de ar nas misturas das séries A foi a comparação entre a massa específica do concreto endurecido das vigas das séries A com a massa específica das vigas das séries M, uma vez que não havia sido determinada a massa específica no estado fresco das misturas. Para a determinação da massa específica do concreto endurecido, foram retidas amostras das vigas, em formato de cubos de dimensões aproximadas de 130x130x100 mm<sup>3</sup>. Para cada uma das 18 misturas, foram utilizadas duas vigas das quais foram retirados dois cubos cada, totalizando 4 cubos de cada série de viga. Estes cubos foram imersos em água durante 5 dias para que houvesse a saturação dos mesmos e após saturados, foram secos em estufa em uma temperatura de aproximadamente 100°C até que houvesse constância de massa, o que resultou em 6 dias de secagem, e foi determinada a massa seca de cada um deles. Com os valores das massas saturada, imersa e seca foi possível determinar a massa específica do concreto endurecido de cada uma das misturas. Além disso, foi determinada também a porcentagem de vazios relativos entre as amostras das vigas da série A e as amostras das vigas da série M, que

possuíam o mesmo tipo e teor de fibra de aço, ou seja, que diferiam apenas pela relação água/cimento da mistura. Por exemplo, a massa específica da mistura AX2 poderia ser comparada com a massa específica da mistura MX2, a massa específica da mistura AS3 com a massa específica da mistura MS3 e assim sucessivamente.

Foi determinada também a resistência à compressão dos cubos retirados das vigas, para verificar se havia diferença entre a resistência à compressão determinada nos corpos-de-prova cilíndricos e a resistência à compressão determinadas nas amostras das vigas. Para isso, depois de determinada a massa seca dos cubos, procedeu-se o capeamento com pasta de cimento das suas faces inferior e superior. Na seqüência, os cubos foram novamente imersos em água para a saturação por 5 dias, e então foram ensaiados à compressão axial simples para a determinação das respectivas resistências.

Na Tabela 24 são apresentados os valores de resistência à compressão determinados no ensaio dos corpos-de-prova cilíndricos e no ensaio das amostras das vigas (cubos), a massa específica no estado endurecido e a porcentagem de vazios relativo entre as duas amostras de concreto com mesmo tipo e teor de fibra de aço.

Mistura	AS1	MS1	AS2	MS2	AS3	MS3
Resistência (MPa) cilindros	33,74	55,51	38,23	57,04	58,47	55,55
Resistência (MPa) cubos	33,19	39,33	39,10	38,29	56,93	38,23
Massa Específica (kg/dm <sup>3</sup> )	1,91	2,09	1,93	2,12	2,18	2,12
Vazios relativos (%)	8,77		8,90		-2,51	
Mistura	AX1	MX1	AX2	MX2	AX3	MX3
Resistência (MPa) cilindros	47,84	47,36	39,63	52,93	45,23	49,12
Resistência (MPa) cubos	44,47	37,38	31,25	36,33	32,88	40,44
Massa Específica (kg/dm <sup>3</sup> )	2,00	2,10	1,89	2,09	1,89	2,14
Vazios relativos (%)	4,90		9,27		11,62	
Mistura	AC1	MC1	AC2	MC2	AC3	MC3
Resistência (MPa) cilindros	45,10	41,28	53,16	42,62	49,50	35,87
Resistência (MPa) cubos	48,10	34,76	45,24	32,15	43,27	27,57
Massa Específica (kg/dm <sup>3</sup> )	2,07	2,11	2,04	2,09	2,04	2,03
Vazios relativos (%)	1,76		2,38		-0,32	

**Tabela 24:** Resistência à compressão determinada nos corpos-de-prova cilíndricos e nos cúbicos, massa especifica no estado endurecido e porcentagem de vazios relativos das misturas de concreto.

Na Tabela 24 é possível constatar que as massas específicas no estado endurecido das misturas das séries A foram inferiores às massas específicas das misturas das séries M, exceto para os casos AS3 e MS3 e AC3 e MC3. No caso da mistura MC3 nota-se que o valor da massa específica é muito diferente das demais misturas da série M, 2,03kg/m<sup>3</sup> comparado ao valor médio de 2,10kg/m<sup>3</sup> das demais misturas. Especula-se que isto pode ter sido causado por um erro na determinação da umidade dos agregados miúdos ou na correção de água da mistura o que pode ter ocasionado um aumento na relação água/cimento, haja vista que a Tabela 23 indica que esta é a mistura que apresentou maior fluidez (consistência de 250 mm) e a Tabela 24 mostra que esta é a mistura da série M que apresenta menor resistência à compressão.

Analisando a porcentagem de vazios relativos, verifica-se que, na maioria dos casos, seu valor é positivo, o que indica que a quantidade de vazios presentes nas misturas das séries A é superior a quantidade de vazios presentes nas misturas das séries M. Observa-se que, quanto maior é a porcentagem de vazios relativos entre uma mistura das séries A e uma mistura das séries M, menor é a resistência à compressão da mistura das séries A em relação a mistura das séries M. Novamente, é importante salientar que as misturas das séries A diferiam das misturas das séries M apenas pela menor relação água/cimento e pela presença de aditivos superplastificantes. Com isto foi possível constatar que o aditivo superplastificante presente nas misturas das séries A causou uma excessiva incorporação de ar o que ocasionou a diminuição da massa específica e da resistência à compressão das misturas.

Diante destes resultados, recomenda-se que, durante o processo de confecção dos concretos e da moldagem dos corpos-de-prova e vigas de concreto reforçado com fibras de aço, haja um controle da massa específica no estado fresco. Conhecendo-se a massa específica das misturas no estado fresco será possível verificar se a presença de aditivos superplastificantes em conjunto com as fibras de aço estará incorporando ar à mistura de concreto, além de evitar resultados indesejáveis no estado endurecido como os encontrados nesta pesquisa.

Verifica-se na Tabela 24 que as resistências à compressão determinadas pelos ensaios dos corpos-de-prova cilíndricos foram, na maioria dos casos, superiores aos valores encontrados nos ensaios das amostras cúbicas retiradas das vigas. Estes resultados causaram surpresa, pois esperava-se que os valores medidos nos cubos fossem superiores aos valores medidos nos corpos-de-prova cilíndricos pelo efeito de confinamento dos pratos da prensa que ocorre normalmente nos corpos-de-prova que apresentam menor relação altura/diâmetro. Os resultados encontrados neste trabalho estão em discordância dos resultados apresentados por Spadea et al. (1995), em cujo trabalho os autores verificaram que as resistências medidas em corpos-de-prova cúbicos moldados foram semelhantes às resistências determinadas nas amostras cúbicas das vigas que haviam sido ensaiadas à flexão.

### 5.6.2.2 Análise da carga de ruptura à flexão das vigas

Conforme detalhado anteriormente, para cada mistura foram ensaiadas à flexão 12 vigas de concreto reforçado com fibras de aço. As vigas possuíam as dimensões de 100x130x400 mm<sup>3</sup> e entalhes nas laterais de 15 mm e foram ensaiadas à flexão de acordo com os procedimentos do item 4.2 e monitorados as cargas e os deslocamentos.

Com base na curva carga por deslocamento de cada viga, foi possível determinar a carga de ruptura, ou carga de primeira fissura, definindo-se como ponto de ruptura o ponto no qual observa-se o fim da região linear ascendente da curva seguido de um aumento repentino no deslocamento da viga. Torna-se importante destacar que, em virtude dos volumes de fibras empregados nas misturas de concretos analisadas nesta etapa do trabalho: 25, 40 e 70 kg/m<sup>3</sup>, na maioria dos casos não houve um reforço após a ruptura da viga devido à presença das fibras de aço e por isso foi fácil determinar a carga de ruptura de cada uma das vigas.

Com os valores de carga de ruptura das 12 vigas de cada mistura, foi calculada a média aritmética destes valores, obtendo-se assim a carga de ruptura média para cada mistura. Estes valores de carga de ruptura medidos experimentalmente são utilizados para verificar se a incorporação de ar ocorrida nas misturas das séries A também causou prejuízos na carga de ruptura à flexão, semelhante ao que ocorreu com os valores da resistência à compressão. Além disso, estas cargas de ruptura medidas experimentalmente podem ser calculados comparadas com valores a partir do modelo OS proposto por Prudêncio Jr et al. (2006).

No modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006), utiliza-se a Equação 108 para relacionar a resistência à tração com a de compressão e a tensão de tração do concreto.

$$\sigma_{T\max} = 0.1 f_c \tag{108}$$

onde:

 $\sigma_{Tmax}$  = resistência à tração do concreto f<sub>c</sub> = resistência à compressão do concreto (MPa) Com esta equação, e considerando o ensaio de flexão a quatro pontos, é possível deduzir a expressão que relaciona a carga de ruptura à flexão da viga com a resistência à compressão do concreto apresentada na Equação 109.

$$P_{fl} = 0.1 f_c^{'} \frac{bh^2}{L}$$
(109)

onde:

$$\begin{split} P_{fl} &= carga \ de \ ruptura \ à \ flexão \ (N) \\ f_c &= resistência \ máxima \ à \ compressão \ do \ concreto \ (MPa) \\ b &= base \ da \ viga \ (mm) \\ h &= altura \ da \ viga \ (mm) \\ L &= vão \ da \ viga \ (mm) \end{split}$$

Outros pesquisadores sugerem uma expressão diferente da empregada por Prudêncio Jr. et al (2006) para relacionar a resistência à compressão e a resistência à tração na flexão do concreto, conforme demonstrada pela Equação 110.

$$\sigma_{T\max} = 0.6\sqrt{f_c} \tag{110}$$

onde:

 $\sigma_{Tmax}$  = resistência máxima à tração do concreto f<sub>c</sub> = resistência máxima à compressão do concreto (MPa)

Para o ensaio de flexão a quatro pontos, e considerando a Equação 110, a relação entre a carga de ruptura à flexão e a tensão de compressão do concreto pode ser determinada pela Equação 111.

$$P_{fl} = 0.6\sqrt{f_c} \frac{bh^2}{L}$$
(111)

onde:

 $P_{fl}$  = carga de ruptura à flexão (N)  $f_c$  = resistência à compressão do concreto (MPa) (média dos resultados dos corpos-de-prova) b = base da viga (mm) h = altura da viga (mm) L = vão da viga (mm)

As Equações 108 a 111 empregam a resistência à compressão do concreto determinado no ensaio de compressão axial de corpos-de-prova cilíndricos moldados. Neste trabalho, empregou-se também os valores de resistência à compressão determinados pelo

ensaio dos corpos-de-prova cúbicos retirados das vigas para o cálculo da carga de ruptura à flexão das vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

Na Tabela 25 são apresentados os valores da carga de ruptura à flexão medidos experimentalmente, e os valores calculados teoricamente pelas Equações 109 e 111, utilizando os valores de resistência à compressão medidos nos corpos-de-prova cilíndricos e nos corpos-de-prova cúbicos.

Mistura		AS1	MS1	AS2	MS2	AS3	MS3
Resistência (MPa) cilindros		33,74	55,51	38,23	57,04	58,47	55,55
Resistência (MPa) cubos		33,19	39,33	39,10	38,29	56,93	38,23
Massa Específica $(kg/dm^3)$		1,91	2,09	1,93	2,12	2,18	2,12
Vazio	s relativos (%)	8.77		8,	90	-2.51	
	Experimental	18872	14962	16255	15232	23373	17470
) (I	Desvio-padrão experimental	1287	867	1381	959	1664	685
dn.	Coeficiente de variação (%)	6,82	5,79	8,49	6,29	7,12	3,92
le 1 xão	Teórico – Equação 109 – cilindros	11247	18503	12743	19013	19490	18517
ga ( fle:	Teórico – Equação 109 – cubos	11063	13110	13033	12763	18977	12743
à	Teórico – Equação 111 – cilindros	11617	14901	12366	15105	15293	14906
0	Teórico – Equação 111 – cubos	11522	12543	12506	12376	15090	12366
Mistu	ra	AX1	MX1	AX2	MX2	AX3	MX3
Resist	ência (MPa) cilindros	47,84	47,36	39,63	52,93	45,23	49,12
Resist	ência (MPa) cubos	44,47	37,38	31,25	36,33	32,88	40,44
Massa Específica (kg/dm <sup>3</sup> )		2,00	2,10	1,89	2,09	1,89	2,14
Vazios relativos (%)		4,90		9,27		11,62	
а	Experimental	18685	14136	16574	15912	18397	17188
tur 1)	Desvio-padrão experimental	907	1346	1382	1334	936	1542
ga de rupi flexão (N	Coeficiente de variação (%)	4,85	9,52	8,34	8,38	5,09	8,97
	Teórico – Equação 109 – cilindros	15947	15787	13210	17643	15077	16340
	Teórico – Equação 109 – cubos	14823	12460	10417	12110	10960	13480
Teórico – Equação 111 – cilindros Teórico – Equação 111 – cubos		13833	13764	12590	14551	13451	14003
		13337	12228	11180	12055	11468	12718
Mistu	ra	AC1	MC1	AC2	MC2	AC3	MC3*
Resistência (MPa) cilindros		45,10	41,28	53,16	42,62	49,50	35,87
Resistência (MPa) cubos		48,10	34,76	45,24	32,15	43,27	27,57
Massa Específica (kg/dm <sup>3</sup> )		2,07	2,11	2,04	2,09	2,04	2,03
Vazios relativos (%)		1,76		2,38		-0,32	
ruptura (N)	Experimental	19376	13876	20259	16074	18582	15921*
	Desvio-padrão experimental	1631	1389	1361	1281	960	2014*
	Coeficiente de variação (%)	8,42	10,01	6,72	7,97	5,16	12,65*
de 1 xão	Teórico – Equação 109 – cilindros	15033	13760	17720	14207	16500	11957
ga ( fle:	Teórico – Equação 109 – cubos	16033	11587	15080	10717	14423	9190
à	Teórico – Equação 111 – cilindros	13431	12850	14582	13057	14071	11978
	Teórico – Equação 111 – cubos	13871	11792	13452	11340	13156	10501

**Tabela 25:** Cargas de ruptura à flexão das vigas de concreto reforçado com fibras de açodeterminadas experimentalmente e calculadas pelas Equações 109 e 111.

\*esta série de vigas foi o único caso em que houve o reforço das fibras de aço logo após a ruptura da viga e por isso foi difícil de determinar o local exato do surgimento da primeira fissura.

Os dados da Tabela 25 demonstram que as cargas de ruptura das vigas das séries A foram sempre superiores às cargas de ruptura das vigas das séries M, inclusive para os casos em que as resistências à compressão das misturas das séries A foram inferiores às resistências à compressão das misturas das séries M. Nesta Tabela nota-se que as misturas que apresentaram os menores valores de massa específica no estado endurecido foram aquelas que apresentaram os maiores valores de carga de ruptura à flexão.

Alguns exemplos podem ser destacados: nas misturas AX1 e MX1 observa-se que as resistências à compressão medidas pelos corpos-de-prova cilíndricos são praticamente iguais, contudo a mistura AX1 apresentou um menor valor de massa específica e um maior valor de carga de ruptura à flexão. Outro exemplo é o caso das misturas AS2 e MS2 que apresentaram cargas de ruptura à flexão semelhantes, porém a mistura AS2 apresenta menor resistência à compressão (correspondendo a apenas 67% da resistência da série MS2) e um volume de vazios 8,90% superior ao daquele medido na mistura MS2. Estes exemplos dão um indicativo de que a incorporação de ar que ocorreu nas misturas das séries A e que ocasionou uma diminuição na massa específica e na resistência à compressão não causaram prejuízos na carga de ruptura à flexão das vigas. Este fato do ar incorporado não causar prejuízos na carga de ruptura à flexão foi também verificado na mistura MC3, que apresentou baixa resistência à compressão e baixa massa específica.

Comparando os resultados de carga de ruptura à flexão medida experimentalmente com os valores calculados teoricamente pode-se tecer algumas considerações. Para o caso das séries A, os valores de carga de ruptura à flexão foram elevados em relação à resistência à compressão das misturas. Por isso, as Equações 109 e 111 não foram capazes de estimar a carga de ruptura à flexão, sendo que os valores teóricos foram sempre muito inferiores aos valores experimentais, pois ambas as Equações dependem da resistência à compressão e nestes casos os valores de resistência à compressão determinados foram baixos. Este fenômeno pode ser mais bem visualizado na Figura 99, na qual observa-se a subestimação dos valores teóricos obtidos pelas Equações 109 e 111.



**Figura 99 :** Resultados teóricos e experimentais para a carga de ruptura à flexão das vigas das séries A.

Os valores teóricos e experimentais das cargas de ruptura das vigas das séries M podem ser visualizados na Figura 100.



**Figura 100 :** Resultados teóricos e experimentais para a carga de ruptura à flexão das vigas das séries M.

Para os casos das séries M, nos quais os valores de massa específica e resistência à compressão foram coerentes com a relação água/cimento empregada na mistura, ou seja, onde não foi verificada incorporação de ar, percebeu-se na Tabela 25 que os valores de carga de ruptura à flexão calculados pela Equação 111 e considerando a resistência à compressão determinada nos corpos-de-prova cilíndricos estão mais próximos dos valores de

carga medidos experimentalmente. Exceção ocorreu com os resultados da mistura MC3, para qual os valores teóricos da carga de ruptura à flexão foram muito inferiores ao valor experimental. Contudo, deve ser lembrado que esta mistura foi a que apresentou o menor valor de massa específica e de resistência à compressão entre todas as demais misturas das séries M.

Com base na Figura 100, observa-se que, em alguns casos, os valores de carga de ruptura calculados pela Equação 109 e considerando a resistência à compressão dos corpos-de-prova cilíndricos estão mais próximos dos valores medidos experimentalmente, do que os valores teóricos obtidos com a Equação 111. Exemplos são os resultados das vigas MC1, MS3 e MX3. Contudo, nota-se que a Equação 109 tende a superestimar os valores da carga de ruptura à flexão, enquanto que nos casos em que os valores teóricos obtidos pela Equação 111 mais diferiram dos resultados experimentais houve uma subestimação dos valores de carga de ruptura. Considerando que as equações numéricas para obter a carga de ruptura à flexão devem ser empregadas para a estimativa da carga de início de fissuração da estrutura e, para os casos de concreto com baixo volume de fibra, servem também para estimar a carga máxima suportada por uma estrutura, recomenda-se o emprego da Equação 111 para cálculo da carga de ruptura à flexão pois, ao subestimar o valor da carga, estará agindo a favor da segurança.

#### 5.6.2.3 Análise das curvas carga por deslocamento

Os dados dos ensaios de flexão das vigas das 18 misturas de concreto reforçado com fibras de aço deveriam ser empregados para validar o modelo desenvolvido por Prudêncio Jr. et al. (2006). A proposta inicial deste trabalho era de avaliar três parâmetros distintos: o tipo e o volume de fibra e a resistência da matriz de concreto. Porém, em virtude dos problemas ocorridos durante a confecção das misturas da série A, nas quais o emprego de aditivos superplastificantes ocasionou uma excessiva incorporação de ar o que prejudicou a resistência da matriz de concreto, optou-se por não analisar a variável resistência da matriz de concreto e por isso as vigas da série A não foram empregadas na validação do modelo.

Para esta etapa da análise, deve ser lembrado que o modelo desenvolvido por Prudêncio Jr. et al. (2006) considera que devem ser utilizados os resultados experimentais do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço contendo o tipo de fibra de aço que se pretende empregar para obter as constantes que estão relacionadas com a resposta das fibras, sendo elas:  $K_{hook}$ ,  $\sigma_{tfm}$ ,  $K_{brid}$ ,  $K_2$ , CMODr e CMODp, de forma que se tenha um resultado teórico da curva carga por deslocamento o mais próximo possível dos resultados experimentais. Conhecidas as constantes do modelo para este determinado tipo de fibra e matriz de concreto, pode-se determinar a curva carga por deslocamento para concretos com este tipo de fibra, porém com diferentes teores de fibras. Para isso, entre as constantes ajustadas pelo modelo deve-se alterar apenas o valor de  $\sigma_{tfm}$ , sendo que o valor desta constante é proporcional ao volume de fibras empregado.

Conforme apresentado no 5.6.1.1, para quando fez-se o ajuste do modelo teórico para as vigas da série MS4-100 obteve-se como resposta do programa Matrix 3 o conjunto de constantes apresentados na Tabela 22, sendo que o valor do  $\sigma_{tfm}$  para este tipo e volume de fibras foi de 1,7487. Considerando a hipótese do modelo, para verificar se o ajuste do modelo aos demais resultados experimentais de vigas confeccionadas com este tipo de fibra de aço e com o mesmo nível de resistência da matriz de concreto, os valores das constantes devem ser mantidos fixos, exceto o valor de  $\sigma_{tfm}$  que deve ser alterado para um valor proporcional ao volume de fibras de 25, 40 e 70 kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço do tipo S pode-se calcular o valor de  $\sigma_{tfm}$ , proporcionalmente ao valor de 1,7487 determinado no ajuste do modelo para as vigas da série MS4-100 com 100 kg/m<sup>3</sup>.

Os valores das constantes ajustados para as vigas da série MS4-100 e repetidos para a determinação da curva teórica das vigas das séries MS1, MS2 e MS3, bem como os valores de  $\sigma_{tfm}$  calculados são apresentados na Tabela 26.

	MISTURAS						
	MS4	MS3	MS2	MS1			
Constantes	$100 \text{kg/m}^3$	$70 \text{kg/m}^3$	$40 \text{kg/m}^3$	25kg/m <sup>3</sup>			
	de fibra	de fibra	de fibra	de fibra			
$\sigma_{ m tfm}$	1,7487	1,2241	0,6995	0,4372			
k2		1,0	65				
CMOD_p		1,9	90				
CMOD_r		0,	16				
k_hook		1,7	70				
k_brid	1,50						

 Tabela 26: Constantes do modelo empregadas para a determinação da curva carga por deslocamento teórica das vigas das séries MS1, MS2, MS3 e MS4.
As curvas carga por deslocamento teóricas calculadas com estes conjuntos de constantes para cada uma das séries de vigas confeccionadas com a fibra do tipo S e as curvas médias obtidas experimentalmente são apresentadas nas Figuras 101(a) até 101(c).



Figura 101 : Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por deslocamento para as vigas das séries (a)MS3; (b) MS2 e (c) MS1.

Nas Figuras 101(a) a 101(c) observa-se o bom ajuste dos resultados do modelo aos resultados experimentais. Nas Figuras 101(a) e 101(b), referentes às séries MS3 e MS2 respectivamente, observa-se que o valor dado pelo modelo para a carga no deslocamento de 0,1 mm é muito diferente dos valores medidos experimentalmente. Esta dificuldade do modelo em estimar a carga para deslocamento muito pequenos já havia sido observada na análise das vigas MS4-100, MS4-150 e MS4-75.

Para a série MS3 verifica-se que foi no deslocamento de 2,40 mm que o resultado do modelo esteve mais distante do experimental, porém tal diferença foi de apenas 12%. Na série MS2 o maior erro de previsão foi de 8,34% para o deslocamento de 0,70 mm. Na Figura 101(c) observa-se que no caso da série MS1 houve uma maior dificuldade do modelo ajustar-se aos pontos experimentais referentes aos menores deslocamentos, contudo é

conveniente destacar a ocorrência do problema da instabilidade pós-pico no ensaio desta série de vigas o que prejudicou em muito a determinação da curva real correspondente aos menores deslocamentos.

Para estas três séries de vigas, observa-se que a curva fornecida pelo modelo sempre esteve dentro da faixa de previsão dos valores médios. Além disso, considerando que cada uma destas séries de viga corresponde a volumes de fibras diferentes, percebe-se que o modelo teórico foi capaz de considerar o efeito do volume de fibra na estimativa curva carga por deslocamento resultante do ensaio de flexão de vigas. Esta última observação confirma o pressuposto do modelo teórico desenvolvido por Prudêncio Jr. et al. (2006) de que o valor da constante  $\sigma_{tfm}$  deve ser alterado em função do volume de fibras da mistura, sendo mantidas fixas as demais constantes definidas anteriormente em concretos com o mesmo tipo de fibra.

Para dar continuidade na verificação da validade do modelo utilizou-se a média dos resultados experimentais da curva carga por deslocamento obtida no ensaio de flexão das vigas da série MC3 para fazer a determinação das constantes do modelo por meio do programa "Matrix 3" e assim permitir a determinação das curvas teóricas referentes às vigas moldadas com a fibra de aço do tipo C.

Optou-se pelo emprego dos dados experimentais da série MC3, pois esta é a mistura de concreto com a fibra do tipo C que possui o maior volume de fibra (70 kg/m<sup>3</sup>) e por isso não foram verificados problemas de instabilidade pós-pico durante o ensaio destas vigas, sendo portanto possível de se determinar os valores de carga para os valores de deslocamentos de 0,3 e 0,5 mm necessários para o cálculo das constantes pelo programa "Matrix 3". Alguns testes iniciais foram feitos empregando os resultados experimentais do ensaio de vigas com um menor volume de fibra de aço para o cálculo das constantes do modelo pelo programa "Matrix3". No entanto, verificou-se uma maior dificuldade de determinar tais constantes. Por tal motivo, recomenda-se o ensaio de vigas com um maior volume de fibra de aço para obter a curva carga por deslocamento experimental necessária para a determinação das constantes do modelo que definem o comportamento da fibra de aço.

Com os dados da curva carga por deslocamento média, e por meio do programa "Matrix 3" foi determinado o conjunto de constantes que resultava em uma curva carga por deslocamento teórica mais próxima da curva experimental das vigas da série MC3. O conjunto de constantes é apresentado na Tabela 27 e a curva teórica resultante juntamente com a curva média experimental são apresentadas na Figura 102.

Constantes	Valores
$\sigma_{ m tfm}$	2,4563
k2	3,00
CMOD_p	2,70
CMOD_r	0,10
k_hook	1,10
k_brid	1,50

 Tabela 27: Constantes do modelo obtidos com o ajuste dos dados experimentais da série MC3 no programa Matrix3.



Figura 102 : Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por deslocamento para as vigas da série MC3.

Analisando a Figura 102 observa-se que o ajuste da curva teórica, obtida por meio do modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006) e com as constantes apresentadas na Tabela 27, à curva média experimental não foi tão bom quando o ajuste verificado para as séries MS4, MS3, MS2 e MS1. Contudo, na curva apresentada na Figura 102 observa-se que, até o deslocamento de 2,5 mm, o erro de previsão entre a curva teórica e a curva média experimental foi sempre inferior a 15%. Em deslocamentos superiores a 2,5 mm nota-se os maiores erros de previsão da curva obtida pelo modelo. Porém, conforme já comentando anteriormente, nestes deslocamentos mais altos a viga já se encontra em um estágio de fissuração mais elevado que muitas vezes é considerada como fora de serviço. Além disso, considerando a elevada dispersão dos resultados do ensaio de flexão, ilustrada na Figura 102 pelo intervalo de previsão de valores individuais, pode-se considerar bastante satisfatório o resultado do modelo para esta série MC3. Para verificar a repetibilidade do conjunto de constantes determinadas para a série MC3 e apresentadas na Tabela 27, testou-se estas constantes na determinação da curva dada pelo modelo para as demais séries de vigas com fibras do tipo C, sendo alterado apenas o valor de  $\sigma_{tfm}$  em função do volume de fibras empregado. As constantes e os valores de  $\sigma_{tfm}$  empregados para o ajuste das demais séries de vigas com fibras do tipo C são apresentadas na Tabela 28.

		MISTURAS	
	MC3	MC2	MC1
Constantes	$70 \text{kg/m}^3$	$40 \text{kg/m}^3$	$25 \text{kg/m}^3$
	de fibra	de fibra	de fibra
$\sigma_{ m tfm}$	2,4563	1,4036	0,8773
k2		3,00	
CMOD_p		2,70	
CMOD_r	0,10		
k_hook	1,10		
k_brid	1,50		

**Tabela 28:** Constantes do modelo empregadas para a determinação da curva carga por deslocamento<br/>teórica das vigas das séries MC1, MC2, MC3.

As curvas carga por deslocamento teórica (obtida pelo modelo) e a média dos resultados experimentais para as séries MC2 e MC1 são apresentadas nas Figuras 103(a) e 103(b), respectivamente.



**Figura 103 :** Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por deslocamento para as vigas das séries (a) MC2 e (b) MC1.

Na Figura 103(a) nota-se que a curva teórica é muito semelhante à curva dos valores médios experimentais, sendo que em nenhum trecho a diferença entre estas curvas foi

superior a 15%. Além disso, verifica-se que para a série MC2 a curva teórica encontra-se dentro da faixa de previsão dos valores médios calculados a partir dos dados experimentais.

No caso da série MC1 apresentada na Figura 103(b), observa-se que a curva teórica foi sempre superior à curva média dos dados experimentais, sendo que a maior diferença entre estas curvas foi de 19%.

Apesar da dificuldade encontrada no ajuste da curva teórica aos experimentais para a série MC3, pela qual foram obtidas as constantes do modelo, verificou-se que para as séries MC2 e MC1 houve um melhor ajuste do modelo aos resultados experimentais.

Para avaliar, novamente, a habilidade o modelo em prever o comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço em situações em que forem empregadas vigas com diferentes dimensões, fez-se a comparação entre os resultados experimentais e os teóricos para duas séries de vigas do tipo MC2 que possuíam as dimensões de 75x155x600 mm<sup>3</sup> e com 150x180x550 mm<sup>3</sup>, que correspondem às vigas das séries MC2-75 e MC2-150. Para obter a curva teórica destas duas séries de vigas foi utilizado o conjunto de constantes apresentado na Tabela 28 referente à mistura MC2. O conjunto de constantes para a série MC2 é mantido o mesmo para obter os dados teóricos para as vigas de diferentes geometrias, porque o modelo teórico pressupõe que estas constantes representam o comportamento das fibras de aço no interior do concreto e, portanto, não são influenciadas pelo tamanho da viga utilizada para avaliar o comportamento à flexão do concreto reforçado com fibras de aço.

As curvas teóricas e experimentais das vigas das séries MC2-75 e MC2-150 são apresentadas nas Figuras 104(a) e 104(b), respectivamente.



**Figura 104 :** Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por deslocamento para as vigas das séries (a) MC2-75 e (b) MC2-150.

Na Figura 104(a) observa-se que a curva teórica é muito semelhante à curva experimental enquanto que a na Figura 104(b) a curva teórica difere, em muito, da curva experimental. Com base nestes resultados, parece que o modelo teórico não foi capaz de prever o comportamento da curva carga por deslocamento do concreto reforçado com fibras de aço, independentemente da geometria empregada no ensaio. Contudo, estes resultados estão em desacordo com os resultados encontrados para a série MS4, na qual observou-se o perfeito ajuste da curva teórica à curva experimental para as três geometrias de vigas 100x130x400 mm<sup>3</sup>, 75x155x600 mm<sup>3</sup> e 150x180x550 mm<sup>3</sup>.

Analisando comparativamente a Figura 103(a) que se refere à série MC2-100 com vigas de 100x130x400 mm<sup>3</sup>, com as Figuras 104(a) e 104(b) que referem-se às séries MC2-75 com vigas de 75x155x600 mm<sup>3</sup> e MC2-150 com vigas de 150x180x550 mm<sup>3</sup>, respectivamente, observa-se que a curva experimental da série MC2-150 (Figura 104(b)) apresenta um acréscimo no valor da carga em função do deslocamento após a ruptura, ou seja houve um reforço. Nas curvas experimentais das séries MC2-100 e MC2-75 este reforço na curva carga por deslocamento não é tão acentuado.

Diante disso, procurou-se investigar o que poderia ter causado o reforço nas vigas das séries MC2-150, fazendo-se a contagem do número de fibras presente na seção de ruptura para cada uma das séries de viga MC2. Para as vigas MC2-100 o número médio de fibras presente na seção foi de 108, para as vigas MC2-75 foi de 100 e para as vigas MC2-150 foi de 270. Considerando o volume de fibras empregado na mistura ( $40 \text{ kg/m}^3$ ) e o diâmetro da fibra (fibra tipo C, diâmetro de 0,55mm) é possível determinar pela Equação 45 o número de fibras que se esperava encontrar em cada uma das seções de ruptura das vigas. Os números de fibras teóricos determinados são de 108, 101 e 243, para as vigas MC2-100, MC2-75 e MC2-150, respectivamente. Comparando os números de fibras contados experimentalmente e determinados teoricamente, observa-se que a série MC2-150 apresentou na seção de ruptura das vigas um número de fibras superior ao número de fibras esperado. Esta observação nos dá um indicativo de que o maior número de fibras presente na seção de ruptura destas vigas pode ter sido a causa do melhor desempenho das curvas carga por deslocamento medidas experimentalmente e por isso o comportamento destas vigas parecem não corresponder ao comportamento real de uma viga com 40kg/m<sup>3</sup> de fibra de aço. Nos casos das vigas das séries MC2-100 e MC2-75 nota-se que o número médio de fibras contadas na seção de ruptura é

igual ao número médio de fibras determinado numericamente e, para estes casos, houve um perfeito ajuste do modelo às curvas carga por deslocamento obtidas experimentalmente.

Assim, pode-se dizer que o modelo teve dificuldade de ajustar-se aos resultados experimentais da série MC2-150 porque os resultados experimentais estão representando um concreto com um volume de fibras superior a 40 kg/m<sup>3</sup>, enquanto que o resultado teórico foi obtido considerando este volume de fibra. Este maior número de fibras presente nas vigas da série MC2-150 pode ter sido ocasionado por um erro de dosagem da fibra ou uma má dispersão das fibras durante a mistura do concreto para a moldagem das placas.

Dando continuidade à validação do modelo teórico a partir dos resultados experimentais desta tese, determinou-se o conjunto de constantes do modelo teórico para a série de vigas MX. Novamente, foram empregados os dados experimentais da série de viga com o maior volume de fibras, para evitar o problema da instabilidade pós-pico, utilizando-se os dados da série MX3 para o programa "Matrix 3" obter as constantes do modelo. Estas constantes foram repetidas para as séries MX2 e MX1, alterando-se somente o valor de  $\sigma_{tfm}$  para cada mistura em função do volume de fibra empregado. As constantes obtidas no modelo para as três séries de vigas MX3, MX2 e MX1 são mostradas na Tabela 29.

		MISTURAS	
	MX3	MX2	MX1
Constantes	$70 \text{kg/m}^3$	$40 \text{kg/m}^3$	25kg/m <sup>3</sup>
	de fibra	de fibra	de fibra
$\sigma_{ m tfm}$	0,538	0,3074	0,1921
k2		1,80	
CMOD_p		1,70	
CMOD_r	0,16		
k_hook	2,46		
k_brid	1,50		

**Tabela 29:** Constantes do modelo empregadas para a determinação da curva carga por deslocamento<br/>teórica das vigas das séries MX3, MX2 e MX1.

As curvas carga por deslocamento médias e teóricas para as vigas das séries MX3, MX2 e MX1 são apresentadas nas Figuras 105(a) até 105(c).



**Figura 105 :** Comparação entre os resultados teórico e experimental das curvas carga por deslocamento para as vigas das séries (a) MX3, (b) MX2 e (c) MX1.

Nas Figuras 105(a) até 105(c) observa-se o bom ajuste dos resultados do modelo aos resultados experimentais, pois as curvas teóricas estiveram sempre muito próximas às curvas experimentais.

Nestas figuras, nota-se também que as maiores diferenças entre os valores teóricos e os experimentais ocorreram para as cargas referentes aos menores deslocamentos. Isto pode ser justificado pelo efeito da instabilidade pós-pico que ocorreu nos ensaios destas vigas o que ocasionou a superestimação das cargas experimentais para os menores valores de deslocamento. É importante ressaltar que estas três séries de vigas foram as que apresentaram os maiores efeitos da instabilidade pós-pico. Sendo que, em algumas vigas destas séries, o primeiro valor de carga anotado pelo sistema de aquisição de dados após a carga de pico referia-se a deslocamentos próximos a 1 mm, o que é considerado um deslocamento bastante elevado. Já era esperado este pior comportamento desta série de vigas, em comparação ao comportamento das vigas das séries MC e MS, pois a fibra do tipo X apresentava o menor

comprimento, a pior geometria de seção transversal (retangular) e a menor razão nominal de aspecto (fator de forma).

Os resultados apresentados neste item, referente às séries de vigas MS, MC e MX, dão o indicativo da habilidade do modelo em prever o comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço em função do tipo e do volume de fibra de aço empregado e independentemente da geometria de viga empregada no ensaio, uma vez que os resultados teóricos obtidos pelo modelo foram, na maioria dos casos, muitos próximos aos resultados experimentais.

### 5.6.3 Significado físico dos conjuntos de constantes obtidos como respostas no modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006)

De acordo com o explicado na revisão bibliográfica, o modelo desenvolvido por Prudêncio Jr. et al. (2006) baseia-se no princípio de que é possível inferir a curva média que relaciona a carga suportada e deslocamento das fibras no ensaio de arrancamento de fibras individualmente a partir do resultado do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço. Com o resultado do ensaio de flexão de vigas e, aplicando-se as equações do modelo desenvolvidas no programa "Matrix3", são determinadas as constantes que possibilitam a construção da curva carga por deslocamento no arrancamento das fibras de aço, conforme o apresentado na Figura 42.

Neste modelo a tensão  $\sigma_{tfm}$  corresponde a tensão suportada pelas fibras de aço presentes em uma determinada área, conforme a Equação 112. Por isso, quanto maior o volume de fibras presentes em uma matriz de concreto maior será o valor de  $\sigma_{tfm}$ .

$$\sigma_{tfm} = \frac{P \times n}{A} \tag{112}$$

onde:

 $\sigma_{tfm}$  = tensão suportada pelas fibras de aço em uma determinada área (MPa) n = número de fibras presentes em uma determinada área, calculado pela Equação 45 P= carga média suportada por uma fibra de aço (N) A= área empregada no cálculo de n (mm<sup>2</sup>).

 $Conhecendo a carga P referente ao valor de \sigma_{tfm} e com as demais constantes determinadas pelo modelo, é possível inferir a curva média que relaciona a carga de$ 

arrancamento das fibras e o deslocamento, porque a constante k\_hook corresponde à relação entre o valor da tensão de pico  $\sigma_H$  e a tensão  $\sigma_{tfm}$ ; a constante K2 corresponde à inclinação do último trecho linear da curva carga de arrancamento por deslocamento; e as constantes CMOD\_r e CMOD\_p correspondem aos deslocamentos referentes as tensões  $\sigma_H$  e  $\sigma_{tfm}$ , respectivamente.

Com os valores das constantes determinados para as três séries de vigas MS, MC e MS foi possível construir as curvas que relacionam as cargas de arrancamento das fibras e o deslocamento para cada um dos três tipos de fibras utilizadas neste trabalho, conforme apresentado na Figura 106.



Figura 106 : Curvas carga de arrancamento por deslocamento das fibras de aço obtidas no modelo teórico para cada tipo de fibra empregado.

Comparando as curvas de arrancamento médias obtidas teoricamente para cada tipo de fibra com as características geométricas das fibras observa-se que houve uma relação entre estas curvas e as características geométricas. Conforme já esperado, na medida em que houve um aumento no fator de forma e no comprimento das fibras, houve também um aumento da curva carga de arrancamento por deslocamento. A fibra do tipo X foi aquela que o modelo encontrou a curva carga de arrancamento por deslocamento de pior desempenho, destacando-se que esta fibra apresenta o menor fator de forma, 37,48 enquanto que o fator de forma das fibras do tipo S e C são 48,38 e 63,63, respectivamente. Em contrapartida, a fibra do tipo C que apresenta o maior fator de forma e o maior comprimento foi a que o modelo teórico estimou a curva carga de arrancamento por deslocamento de melhor desempenho.

Na Figura 106 observa-se que o valor da tensão de pico  $\sigma_{\rm H}$  obtido pelo modelo para cada tipo de fibra está diretamente relacionado com o comprimento do gancho da fibra.

Comparando os valores de  $\sigma_H$  da Figura 106 com os comprimentos dos ganchos de cada uma das fibras apresentados na Tabela 3, verifica-se que: para a fibra do tipo X que apresenta o menor gancho, 2,5 mm apenas, o modelo estimou o menor valor de  $\sigma_H$ , enquanto que para as fibras do tipo S e C que apresentam comprimentos de ganchos superiores a do tipo X muito semelhantes entre si, 4,25 mm e 4,50 mm respectivamente, os valores de  $\sigma_H$  foram também muito semelhantes entre si e superiores ao valor estimado para a fibra do tipo X.

A diferença entre a curva teórica obtida pelo modelo para a fibra do tipo S e para a fibra do tipo C, depois de ambas atingiram a tensão de pico ( $\sigma_H$ ) associada à mobilização do gancho, pode estar relacionada com o comprimento da fibra. A fibra do tipo C apresenta um corpo mais alongado 27 mm comparado aos 21,5 mm da fibra do tipo S, e com isso supõe-se que para esta fibra, logo após a mobilização do gancho as tensões são transferidas para o corpo da fibra, enquanto que na fibra do tipo S as tensões continuam sendo transferidas para o gancho o que causa uma queda brusca após a tensão de pico ( $\sigma_H$ ).

As observações acima indicam que foi possível obter por meio do modelo as curva que relacionam a carga de arrancamento média e deslocamento das fibras de aço por meio do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com as fibras que se pretendia analisar. Os resultados do modelo para esta curva de arrancamento foram coerentes com o esperado, uma vez que manteve a relação entre as características da fibra de aço e o desempenho ao arrancamento destas fibras.

# 5.6.4 Influência do módulo de elasticidade do concreto nos resultados do modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006)

No modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006), o módulo de elasticidade do concreto é determinado por meio de expressões numéricas que o relacionam com a resistência à compressão da matriz de concreto, conforme apresentado na Equação 113.

$$E_{ct} = 5500 \sqrt{f_c'}$$
(113)

onde:

 $E_{ct}$  = módulo de elasticidade (MPa) f<sub>c</sub> = resistência máxima à compressão do concreto (MPa) Para verificar a validade desta equação comparou-se os valores experimentais dos módulos de elasticidade das vigas das séries MS com os valores dos módulos calculados a partir da Equação 113 e utilizando-se os valores da resistência à compressão determinados experimentalmente para cada série de viga, obtendo-se os resultados apresentados na Tabela 30.

 Tabela 30: Valores de módulo de elasticidade determinados experimentalmente e calculados pelo modelo teórico para as vigas das séries MS.

 Mistura

 Módulo de Elasticidade

 Módulo de Elasticidade

Mistura	Resistência à compressão (MPa)	Módulo de Elasticidade Experimental (MPa)	Módulo de Elasticidade Teórico (MPa)
MS1	55,51	32254	40978
MS2	57,04	32858	41539
MS3	55,55	31946	40993
MS4-75	44,82	26421	36821
MS4-150-1	41,89	28555	35597
MS4-150-2	43,32	27621	36200

Na Tabela 30, observa-se que a equação utilizada no modelo para a determinação do módulo de elasticidade do concreto está superestimando o seu valor. Isto pode ser justificado pelo fato que a expressão utilizada para o cálculo do módulo foi desenvolvida para concretos convencionais (teor de argamassa em torno de 52%), enquanto que os concretos confeccionados nesta tese possuíam um elevado teor de argamassa (64%) e conseqüentemente um menor teor de agregado graúdo o que provoca uma redução no módulo de elasticidade do concreto.

Diante disto, surgiu o questionamento sobre a influência do módulo de elasticidade na resposta do modelo, ou seja, no conjunto de constantes obtidos como resposta no programa "Matrix 3" e que apresente uma curva carga por deslocamento próxima à curva obtida experimentalmente.

Para esta investigação, utilizaram-se os resultados experimentais da curva carga por deslocamento da série MS4-150 e substituiu-se no programa "Matrix 3" a expressão numérica do módulo de elasticidade pela média dos valores obtidos experimentalmente para esta série de vigas, que é de 28088 MPa. O programa determinou o novo conjunto de constantes que satisfez as equações e que apresentava um resultado teórico da curva carga por deslocamento próximo a curva experimental. Os valores das constantes obtidos neste novo

ajuste do programa são apresentados na Tabela 31, juntamente com os valores das constantes obtidos quando se utilizou o valor teórico do módulo de elasticidade.

_		
Constantes	Valores considerando o Módulo de Elasticidade determinado experimentalmente: (28088 MPa)	Valores considerando o Módulo de Elasticidade calculado pela Equação 113: (35902 MPa)
k2	2,95	1,65
CMOD_p	1,90	1,90
CMOD_r	0,10	0,16
k_hook	1,84	1,70
k_brid	1,50	1,50
$\sigma_{tfm}$	1,7109	1,7487

**Tabela 31:** Constantes do modelo obtidos com o ajuste dos dados experimentais da série MS4-150no programa Matrix3, empregando-se os valores do módulo de elasticidade determinadosexperimentalmente e calculados pela expressão numérica proposta pelo modelo teórico.

Na Figura 107 são apresentadas as curvas carga por deslocamento teóricas, obtidas pelo modelo, obtidas com o emprego das constantes apresentadas na Tabela 31, utilizando-se o valor do módulo de elasticidade experimental e o calculado pela Equação 113, e também a curva carga por deslocamento obtida experimentalmente com a previsão dos valores individuais e médios.



Figura 107 : Curvas carga por deslocamento teóricas obtidas com o emprego dos dois conjunto de constantes empregando diferentes módulos de elasticidade e experimentais para as vigas da série MS4-150.

É denominada "teórico" a curva carga por deslocamento do modelo obtida considerando o módulo de elasticidade calculado pela Equação 113 e é denominada "teórico

2" a curva carga por deslocamento obtida pelo modelo considerando o módulo de elasticidade experimental.

Analisando a Figura 107 observa-se que as curvas teóricas obtidas para as duas situações: empregando o módulo de elasticidade experimental e o módulo de elasticidade teórico, são muito semelhantes. Comparando os valores das constantes determinadas no programa "Matrix 3", apresentadas na Tabela 31, observa-se que a alteração no módulo de elasticidade ocasiona mudanças nos valores das constantes obtidas pelo modelo teórico. Destacam-se apenas as constantes CMOD\_p e k\_brid que manteram-se inalteradas, porém no caso da constante k\_brid o modelo consideram sempre o valor de 1,50, ou seja, não permite a sua alteração, enquanto que o valor de CMOD\_p pode ser variável. Este resultado nos dá um indicativo de que o valor de CMOD\_p pode ser independente do valor do módulo de elasticidade. Contudo, as demais constante são influenciadas significativamente por esta propriedade do concreto.

Para verificar se as curvas teóricas obtidas pelos dois conjuntos de constantes são realmente semelhantes fez-se a análise das relações entre as carga e abertura de fissuras, abertura de fissuras e deslocamento e posição da linha neutra e deslocamento, comparando os dois resultados teóricos com os resultados obtidos experimentalmente. Estas relações são apresentadas nas Figuras 108, 109 e 110.



**Figura 108 :** Relação entre a carga e abertura de fissura máxima obtida pelos dois resultados do modelo e experimentalmente para a série MS4-150.



Figura 109 : Relação entre abertura de fissura máxima e deslocamento obtida pelos dois resultados do modelo e experimentalmente para a série MS4-150.



**Figura 110 :** Relação entre posição da linha neutra e deslocamento obtida pelos dois resultados do modelo e experimentalmente para a série MS4-150.

Analisando as Figuras 108 até 110, nota-se que os resultados do modelo obtidos pelos dois conjuntos de constantes são muito semelhantes. Apenas na Figura 110 observa-se que os valores de posição da linha neutra para cada deslocamento obtidos pelo modelo em que utilizou o módulo de elasticidade experimental foram ligeiramente superiores aos resultados obtidos pelo ajuste do modelo empregando o valor do módulo de elasticidade teórico, porém esta diferença não pode ser considerada significativa.

Para verificar se o conjunto de constantes determinado pelo programa "Matrix 3" considerando o modulo de elasticidade experimental irá ajustar-se também as demais curvas carga por deslocamento obtidas com as fibras do tipo S com volumes de fibras e com geometrias de vigas diferentes, testou-se este conjunto de constantes nas demais séries de vigas, sendo elas: MS4-100, MS4-75, MS3, MS2 e MS1. As curvas carga por

deslocamento obtidas experimentalmente e calculadas pelos dois conjuntos de constantes considerando as duas formas de determinação do módulo de elasticidade são apresentadas nas Figuras 111(a) até 111(e).



Figura 111 : Curvas carga por deslocamento teóricas obtidas com o emprego dos dois conjunto de constantes apresentadas na Tabela 31 e experimentais para as vigas das séries: (a) MS4-100; (b) MS4-75; (c) MS3; (d) MS2 e (e) MS1.

Observa-se nas Figuras 111(a) até 111(e) que com os dois conjuntos de constantes foi possível obter curvas teóricas muito próximas às curvas experimentais para toda a série de vigas MS.

Assim, fica a critério do profissional que irá utilizar o modelo a recomendação do ensaio de módulo de elasticidade, além do ensaio de resistência à compressão e de flexão em vigas do concreto reforçado com fibras de aço que se pretende obter o modelo teórico. Tal profissional poderá empregar as equações numéricas para obter o módulo de elasticidade do concreto, contudo deve estar consciente de que o valor deste módulo pode diferir do valor experimental e, além disso, o conjunto de constantes obtido no programa "Matrix 3" somente poderão ser comparados com outros conjuntos de constantes em que foram empregados a mesma equação para a determinação do módulo de elasticidade.

# 5.6.5 Considerações sobre as equações referentes à tensão de compressão do concreto empregadas no modelo desenvolvido por Prudêncio Jr. et al. (2006)

O modelo desenvolvido por Prudêncio Jr. et al. (2006) emprega a seguinte equação para obter as tensões de compressão em função das deformações na região comprimida da viga:

$$\sigma_{c} = f_{c} \left[ 2 \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{c}} - \left( \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{c}} \right)^{2} \right]$$
(114)

Sendo:

$$\varepsilon_{c}^{'} = \frac{f_{c}^{'}}{E_{ct}} \tag{115}$$

Conforme a Equação 115, observa-se que é considerado o módulo secante neste modelo.

Para calcular a força e o momento resistente da região comprimida do concreto, os autores simplificam o diagrama parabólico definido pela Equação 114 para um diagrama triangular e com isso obtêm as Equações 116 e 117 para calcular a força e o momento resistente à compressão.

$$F_c = \frac{\sigma_c(\varepsilon_0)z}{2} \tag{116}$$

$$M_c = \frac{2F_c z}{3} \tag{117}$$

Segundo tais autores, esta simplificação foi feita para facilitar os cálculos realizados pelo modelo matemático desenvolvido. Porém, no caso do desenvolvimento de um programa computacional mais avançado para a solução do modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006) recomenda-se o emprego da equação parabólica para a determinação também da força de compressão e do momento fletor correspondente.

Ao comparar as Equações 114 e 115 utilizadas por Prudêncio Jr. et al. (2006) com as empregadas por Armelin (1997) observa-se algumas diferenças. Para Armelin (1997), a relação entre a deformação do concreto à compressão é definida de acordo com a Equação 118, o que corresponde ao dobro do valor obtido pela equação empregada por Prudêncio Jr. et al. (2006). Isto porque, Armelin (1997) utiliza o módulo tangente para a determinação da deformação do concreto à compressão.

$$\varepsilon_{c}' = 2\frac{f_{c}'}{E_{ct}}$$
(118)

Para verificar se a substituição das equações empregadas por Prudêncio Jr. et. al. (2006) por aquelas definidas por Armelin (1997) causavam diferenças significativas no resultado do modelo teórico, fez-se alterações no programa que calcula a curva carga por deslocamento, empregando cada uma das equações. Este estudo foi realizado com os dados da série MS4-150, calculando-se a curva teórica para as duas situações: empregando as expressões no modelo de Prudêncio Jr. et. al (2006) e as expressões de Armelin (1997)

Na Figura 112, pode-se visualizar as duas curvas teóricas obtidas para as vigas da série MS4-150, bem como a média dos resultados experimentais para esta série.



Figura 112 : Curvas carga por deslocamento teóricas considerando as duas formulações para o cálculo da tensão de compressão do concreto e curva experimental para as vigas da série MS4-150.

Como pode-se observar na Figura 112, as duas curvas teóricas obtidas foram muito semelhantes. As maiores diferenças entre os valores de carga obtidos em entre as duas soluções teóricas ocorreram nos menores deslocamentos, porém tal diferença não foi superior a 13% o que pode ser considerado um resultado satisfatório.

Para a obtenção das curvas teóricas as constantes do modelo foram mantidas as mesmas (apresentadas na Tabela 26) sendo que foram modificadas apenas as expressões que relacionam as tensões de compressão com as deformações. Poder-se-ia determinar um novo conjunto de constantes quando fosse feita a alteração nas expressões numéricas citadas anteriormente. Contudo em virtude dos bons resultados das curvas teóricas, verificou-se que as alterações nas constantes seriam desnecessárias.

Apesar de que neste trabalho não foram verificadas diferenças significativas entre as respostas do modelo empregando-se as diferentes formulações para o cálculo da sugere-se alteração formulação do deformação do concreto na modelo de Prudêncio Jr. et al (2006), pois as expressões empregadas por estes autores utilizam dois tipos de módulos, devendo ser feita a uniformização das expressões para cálculo das deformações do concreto e do módulo de elasticidade utilizando o mesmo tipo de módulo de elasticidade em ambas as expressões.

### 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nos resultados do programa experimental apresentado nesta tese é possível apresentar alguns comentários sobre a avaliação do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço por meio do ensaio de flexão a quatro pontos de vigas.

Para a avaliação tanto teórica quanto experimental do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço, quando submetido ao esforço de flexão, foi necessário, inicialmente, a definição de diversos procedimentos e equipamentos a serem empregados no ensaio de flexão de vigas. Para isso, neste trabalho foram descritos diversos cuidados que devem ser tomados desde a confecção das vigas de concreto reforçado com fibras de aço até a análise dos resultados de ensaio, de forma a garantir a obtenção de dados experimentais confiáveis e que representem o comportamento real do material investigado.

Neste sentido, especial atenção foi dada à definição dos aparatos de apoio e aplicação de carga, sendo construídos de forma a garantir o perfeito apoio da viga, a aplicação do carregamento de forma centralizada e alinhada evitando o surgimento de esforços diferenciados além dos impostos pelo carregamento da viga e, com isso, gerar resultados insatisfatórios do ensaio de flexão. Os aparatos desenvolvidos para apoio dos transdutores de deslocamento e os procedimentos de fixação destes aparatos na viga permitiram a medição do real deslocamento da viga, sem que fossem feitas medições errôneas de deslocamentos externos. Outra grande contribuição para o ensaio de flexão de vigas deste trabalho está associada à análise de diferentes sistemas de medição de abertura de fissuras e posição da linha neutra, sendo investigado o emprego de transdutores de deslocamentos, *strain gauges* e da técnica da análise digital de imagens. Dentre as três técnicas avaliadas, o emprego dos transdutores de deslocamento foi a que apresentou os melhores resultados em termos de

medição da posição da linha neutra e da abertura de fissura. Com a utilização de strain gauges, foi possível avaliar somente a posição da linha neutra pois, em virtude destes medirem a deformação da região comprimida do concreto, não é possível avaliar a abertura de fissuras na região tracionada. Além disso, os strain gauges são materiais caros o que pode onerar em muito o ensaio de flexão de vigas uma vez que são necessários no mínimo 4 deles para a correta medição da posição da linha neutra. A técnica da análise de imagens mostrou-se uma alternativa viável para a medição da abertura de fissuras. Contudo, verificou-se a necessidade da definição de um sistema de análise de imagens de forma mais rápida, precisa e sem que haja a interferência humana na medição da abertura da fissura. O emprego de programas de reconhecimento automático de feições para a análise das imagens parece minimizar estes problemas. Encontrou-se dificuldades de monitorar o posicionamento da linha neutra durante o ensaio por meio da análise de imagens, pois verificou-se que pequenas variações nas medições das coordenadas dos pontos de referência da imagem, ocasionam diferenças de grande magnitude na posição da linha neutra. Contudo, recomenda-se que novos estudos sejam realizados no sentido de melhorar a técnica da análise de imagens, procurando facilitar seu emprego, pois sua vantagem está associada à disponibilidade do equipamento empregado. Atualmente, há uma grande facilidade de obter-se uma câmara fotográfica digital com a resolução requerida e com preços acessíveis e por isso esta técnica requer investimentos inferiores ao daquelas que empregam transdutores de deslocamento ou strain gauges.

Na investigação referente à influência da presença e do posicionamento do entalhe nos resultados de ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, verificou-se que o entalhe na região inferior central da viga pode gerar uma elevada concentração de tensões na parte mais tracionada da viga o que ocasiona o rompimento desta com uma carga inferior a carga de ruptura das vigas que não possuíam entalhes. Para minimizar este problema e com o intuito de induzir o surgimento da fissura em um local prédeterminado, o que facilita a medição da abertura de fissura, foi proposto neste trabalho o emprego de vigas com entalhes nas laterais. Esta nova configuração de vigas apresentou resultados no ensaio de flexão muito semelhantes aos encontrados nas vigas que não possuíam entalhe, e não apresentaram o problema de concentração de tensões na região tracionada como observado nas vigas que possuíam entalhe na parte inferior central.

Quanto à forma de conduzir o ensaio de flexão, verificou-se que a nova técnica para o ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço proposta pela ASTM C 1399 : 2002 não minimizou os efeitos da instabilidade pós-pico normalmente verificados no ensaio de vigas com baixo teor de fibras de aço e ensaiadas em máquinas de ensaio que não são servo-controladas. Os ensaios conduzidos de acordo com esta nova norma apresentaram resultados semelhantes aos conduzidos conforme as recomendações da ASTM C 1018 : 1994b, sendo que, em ambos os casos foi verificada a ocorrência da instabilidade pós-pico nos concretos com menor teor de fibras de aço. Verificou-se que as aberturas de fissuras para determinado nível deslocamento medidas nos ensaios conduzidos segundo a ASTM C 1399 : 2002 foram iguais às aberturas de fissuras medidas nos ensaios realizados de acordo com a ASTM C 1018 : 1994b, indicando que a nova metodologia de emprego de uma chapa metálica até que ocorra a ruptura da viga não foi capaz de evitar a rápida propagação de fissuras causada pela elevada dissipação de energia após a carga de ruptura.

Os ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço foram marcados por grande variabilidade. Na maioria dos casos, os coeficientes de variação dos ensaios eram superiores a 15%, chegando até 40%, o que gerou a necessidade do emprego de amostras de maior tamanho, 12 vigas para cada conjunto de variáveis. Observou-se que esta variabilidade não está associada aos problemas de moldagem das vigas, ao emprego de vigas de diferentes misturas de concreto nem tão pouco a utilização de vigas obtidas de diferentes placas de concreto, mas sim à distribuição aleatória das fibras no interior do concreto. É importante destacar que esta elevada variabilidade pode estar associada também à pequena seção transversal das vigas empregadas na análise desta tese. Se fossem empregadas vigas de maiores seções transversais, ter-se-ia um número maior de fibras interceptando a seção o que aumentaria diretamente a o tamanho da amostra de fibras e com isso poder-se-ia encontrar menores valores de desvio-padrão e de coeficientes de variação para o número de fibras analisado. Com a análise da relação entre o desempenho das vigas no ensaio de flexão e o número, posicionamento e distribuição das fibras de aço no interior do concreto, foi possível constatar que, em média, aproximadamente 68% das fibras presentes na seção fraturada estão posicionadas de forma a estarem contribuindo para a transferência de tensões ao longo da fissura. Notou-se que as vigas em que apresentavam uma porcentagem inferior a esta de fibras úteis, na maioria dos casos, apresentavam um comportamento inferior ao comportamento

médio, e as que apresentavam um número superior a estes apresentavam comportamento superior. É claro que, exceções foram verificadas, e estas eram sempre provocadas pela distribuição das fibras na seção transversal. Verificou-se que vigas com mesmo número de fibras úteis poderiam apresentar comportamento à flexão distintos, sendo que as que possuíam mais fibras posicionadas próximas à base da viga (região mais solicitada à tração) sempre apresentavam desempenho à flexão superior ao das demais vigas. Desta análise da variabilidade do ensaio, verifica-se que o número de 3 vigas recomendado para ensaio de flexão pelas normas ASTM C 1018 : 1994b e ASTM C 1399 : 2002 para a determinação da tenacidade do concreto reforçado com fibras de aço é insuficiente, o que pode levar a conclusões equivocadas sobre o desempenho de determinado tipo e teor de fibra de aço. Recomenda-se que, ao ser verificada uma elevada dispersão dos resultados do ensaio de flexão em vigas, seja realizada a contagem de fibras na seção fraturada. Com isso, é possível comparar a quantidade de fibra presente com o número de fibras determinado teoricamente, além de avaliar o número de fibras úteis atuantes na seção fraturada de forma a excluir os resultados das vigas que apresentavam um comportamento muito distinto das demais e na qual foi verificada que este comportamento está associado a uma distribuição diferenciada das fibras na seção.

O modelo teórico proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006), que está baseado em ensaios de flexão de vigas para a obtenção de parâmetros relacionados à contribuição das fibras de aço nos esforços de tração e conseqüente estimativa do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço, apresentou resultados muito próximos aos resultados experimentais conduzidos nesta tese. Foi possível constatar que as considerações feitas na formulação teórica do modelo são válidas, permitindo assim a modelagem matemática do ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

Nas análises das cargas, deslocamentos, deformações e aberturas de fissuras, feitas neste trabalho, pode-se chegar a conclusões semelhantes às verificadas por Robins et al. (2001), tais como:

 Após a fissuração, no ensaio de flexão, a viga de concreto reforçado com fibras de aço está sujeita a rotação de bloco rígido em relação a uma rótula central e, por isso, são válidas as relações entre deslocamento e abertura de fissura, ângulo de rotação da viga e deslocamento, semelhante ao proposto por Armelin (1997) e novamente utilizada por Prudêncio Jr. et al. (2006);

- b) Existe uma relação linear entre deslocamento e abertura de fissura, sendo esta relação mantida constante para vigas com diferentes geometrias, mas que mantêm a relação de altura e largura iguais e vão igual a três vezes a altura;
- c) Com o aumento da altura da viga há um aumento no valor da abertura da fissura para um dado deslocamento;
- d) Logo após a ruptura da viga, a linha neutra movimenta-se rapidamente em direção à face comprimida da viga, sendo que a taxa de movimentação da linha neutra é maior para os menores deslocamentos.

Esta última constatação deixa claro que qualquer metodologia que pretenda avaliar a capacidade resistente do concreto reforçado com fibras de aço e que não considera a movimentação da linha neutra em virtude do processo de fissuração, tais como as propostas da norma JSCE : 1984 e Vandewalle (1993), estarão superestimando a resistência residual deste concreto e conseqüentemente obtendo conclusões errôneas sobre o seu desempenho à flexão.

Na análise das deformações na região comprimida das vigas, verificou-se uma dificuldade de ajustar os resultados teóricos determinados pelos modelos de Prudêncio Jr. et al. e de Casanova e Rossi (1996) aos resultados experimentais. Tal dificuldade pode ter sido causada por simplificações na concepção dos modelos teóricos, ou por erros experimentais nas medições das deformações. Diante disso, sugere-se que novos estudos sejam conduzidos no sentido de avaliar melhor as deformações na região comprimida das vigas de concreto reforçado com fibras de aço, buscando o melhor modelo matemático que relacione estas deformações com a abertura de fissuras ou com o deslocamento da viga.

O modelo desenvolvido por Prudêncio Jr. et al. (2006) foi capaz de prever o comportamento à flexão, por meio da curva carga por deslocamento, de vigas de concreto reforçado com diferentes tipos e volumes de fibras de aço. A concepção do modelo de inferir a curva carga de arrancamento por deslocamento das fibras de aço, por meio do ensaio de flexão de vigas reforçadas com estas fibras, parece satisfatória. Observou-se que houve uma relação entre as características geométricas das fibras de aço e as curvas de arrancamento por deslocamento inferidas pelo modelo. As fibras que possuíam maior fator de forma apresentavam desempenho superior na curva carga de arrancamento por deslocamento determinada pelo modelo, e vice-versa. Além disso, a carga de pico na curva carga de

arrancamento por deslocamento inferida pelo modelo teórico pode ser diretamente relacionada com o comprimento do gancho da fibra.

Para trabalho futuros onde será empregado o modelo proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006), sugere-se que seja utilizado o procedimento adotado nesta tese, de utilizar resultados de ensaios de flexão de vigas de concreto reforçado com teores de fibras em torno de 100kg/m<sup>3</sup> para determinar as constantes do modelo e conseqüentemente inferir a curva carga por arrancamento da fibra empregada no concreto. Esta recomendação decorre da observação de que ao se determinar as constantes do modelo a partir de resultados de ensaios com elevados teores de fibras de aço o efeito de diminuição de desempenho após a fissuração causada pelo acúmulo das fibras em regiões da seção transversal já está considerado. Enquanto que, se fosse empregado um concreto com baixo volume de fibras de aço para determinar as constantes do modelo, ao relacionar-se estas constantes diretamente com o volume de fibras, este efeito causado pelo acúmulo de fibras não estaria sendo considerado.

Na confecção dos concretos com diferentes tipos e teores de fibra e com diferentes consumos de cimento verificou-se uma excessiva incorporação de ar nos concretos em que foi empregado aditivo superplastificante. Esta elevada incorporação de ar ocasionou uma queda brusca na massa específica das misturas de concreto e conseqüentemente na resistência à compressão. Contudo, não foi observado efeito na carga de ruptura à flexão das vigas produzidas com tais concretos. A partir destes resultados, recomenda-se que durante a confecção de concretos com fibras de aço e com aditivos superplastificante que seja avaliada a massa específica destes concretos no estado fresco, verificando assim se o aditivo está incorporando ar na mistura e evitando resultados indesejáveis destes concretos no estado endurecido.

Apesar deste trabalho ter contribuído na avaliação tanto teórica quanto experimental do comportamento após a fissuração do concreto reforçado com fibras de aço, novos estudos poderão ser desenvolvidos no sentido de dirimir algumas dúvidas que não foram respondidas com estes trabalho. Para isso, sugere-se a continuidade deste estudo com enfoque em alguns itens, tais como:

 a) Desenvolver um procedimento de medição da abertura de fissura por meio de análise digital de imagens. Esta técnica, quando testada neste trabalho, mostrouse bastante promissora na medição da abertura de fissura, contudo devido às limitações dos equipamentos fotográficos disponíveis e dos métodos de medição das coordenadas nas imagens, esta técnica tornou-se muito trabalhosa.

- Avaliar a influência da incorporação de ar durante a mistura de concreto no desempenho à flexão das vigas de concreto reforçado com fibras de aço.
- c) Investigar a distribuição da deformação à compressão do concreto ao longo da altura e do vão da viga, de forma a definir o melhor modelo matemático que a representa, obtendo assim, resultados teóricos mais próximos aos resultados experimentais.
- d) Investigar a influência da resistência da matriz de concreto nas constantes teóricas e na curva carga de arrancamento por deslocamento inferida por meio do modelo teórico proposto por Prudêncio Jr. et al. (2006).
- e) Aprimorar o modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006) a partir das observações apresentadas nesta tese.
- f) Comparar os resultados obtidos com o modelo de Prudêncio Jr. et al. (2006) com resultados de outros modelos, tais como o de Armelin (1997), o de Jones (1998) ou o de Casanova e Rossi (1996).
- g) Desenvolver um modelo teórico semelhante ao de Prudêncio Jr. et al. (2006) aplicado aos resultados de ensaios de placas, sejam estas quadradas conforme a recomendação da EFNARC : 1996, circulares conforme a ASTM C 1550 : 2003a ou triangulares de acordo com a proposta de Almeida (1999). O emprego de ensaio de placas poderia minimizar a variabilidade dos resultados dos ensaios uma vez que a seção fraturada na placa é muito maior do que nas vigas e com isso, o número de fibras interceptando esta seção é muito maior. Com a diminuição da variabilidade, o número de placas a serem ensaiadas para a obtenção das constantes do modelo poderia ser bem inferior ao número de vigas empregadas nesta tese.

### 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACCETTI, K. M.; PINHEIRO, L. M.. Tipos de fibras e propriedades do concreto com fibras. In: 42° Congresso Brasileiro do Concreto, 2000, Fortaleza, Brasil. *Anais...*São Paulo: IBRACON, 2000.

ALMEIDA, M. De O. *Estudo da tenacidade e proposta de nova configuração do ensaio de flexão em placas para os concretos reforçados com fibras de aço.* 1999. 192f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - UFSC.

ALWAN, J. M.; NAAMAN, A. E.; HANSEN, W.. Pull-out Work of Steel Fibers from Cementitious Composites: Analytical Investigation. Cement and Concrete Composites, v. 13, p. 247-255, 1991.

ALWAN, J.M.; NAAMAN, A. E.; GUERRERO, P. Effect of mechanical clamping on the pull-out response of hooked steel fibers embedded in cementitious matrices. Concrete Science and Engineering, v. 1, p. 15-25, mar. 1999.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Manual of concrete practice: Guide for specifying, proportioning, mixing, placing, and finishing steel fiber reinforced concrete (ACI 544.3R-93). ACI Committee 544, Detroit, USA: 1993.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. *ASTM C 1018-94b:* Standard test method for flexural toughness and first-crack strength of fiber-reinforced concrete (Using beam with third-point loading). Philadelphia, 1994.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. *ASTM C 1399-02:* Test method for obtaining average residual-strength of fiber-reinforced concrete. Philadelphia, 2002.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. *ASTM C 1550-03a:* Standard test method for flexural toughness of fiber reinforced concrete (using centrally loaded round panel). Philadelphia, 2003.

ARMELIN, H. S. *Contribuição ao estudo do concreto projetado por via seca com fibras de aço destinado ao revestimento de túneis NATM*. 1992. 144f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

ARMELIN, H.S. Rebound and toughning mechanisms in steel fiber reinforced dry-mix shotcrete. 1997. 231f. Tese (Doutorado). University of British Columbia, Vancouver, Canadá.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738:** Concreto – Procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739:** Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522:** Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação. Rio de Janeiro, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 67:** Concreto – Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. Rio de Janeiro, 1998.

BALAGURU, P.; NARAHARI, R.; PATEL, M. Flexural toughness of steel fiber reinforced concrete. *ACI Materials Journal*, v. 89, n. 6, p. 541-546, nov./dec. 1992.

BANTHIA, N. et al. Influence of fiber geometry in steel fiber reinforced wet-mix shotcrete. *Concrete International*, p. 27-32, jun. 1994.

BANTHIA, N.; DUBEY, A. Measurement of flexural toughness of fiber-reinforced concrete using a novel technique – Part 2: Performance of various composites. *ACI Materials Journal*, v. 97, n. 1, p.3-11, jan./feb. 2000.

BANTHIA, N.; DUBEY, A. Measurement of flexural toughness of fibre-reinforced concrete using a novel technique – Part 1: Assessment and calibration. *ACI Materials Journal*, v. 96, n. 6, p. 651-656, nov./dez. 1999.

BANTHIA, N.; TROTTIER, J. Concrete reinforced with deformed steel fibers, Part 1: bondslip mechanisms. *ACI Materials Journal*, v. 91, n. 5, p.435-446, sep./out. 1994.

BANTHIA, N.; TROTTIER, J.. Concrete reinforced with deformed steel fibers, Part II: Toughness characterization. *ACI Materials Journal*, v. 92, n. 2, p. 146-154 mar./apr. 1995b.

BANTHIA, N.; TROTTIER, J.. Test methods for flexural toughness characterization of fiber reinforced concrete: some concerns and a proposition. *ACI Materials Journal*, v. 92, n. 1, p.48-57, 1995a.

BARR, B. et al. Toughness measurement – the need to think again. *Cement and Concrete Composites*, v. 18, p. 281-297, 1996.

BARRAGÁN, B. E. et. al. Estudo da distribuição e orientação das fibras metálicas em corposde-prova cilíndricos de concreto. In: 42º Congresso Brasileiro do Concreto, 2000, Fortaleza. *Anais...* Fortaleza: IBRACON, 2000.

BENTUR, A. *Materials science of concrete I.* Edited by Jan P. Saklny, Copyright by American Ceramic Society, Inc, Westerville, 1989.

BENTUR, A.; MINDESS, S. Mechanics of fibre reinforced cementitious composites. In: \_\_\_\_\_ *Fibre reinforced cementitious composites*. London e New York: Elsevier Applied Science, 1990. p. 89-131.

CALDAS, A.; FIGUEIREDO, A.D.de; BITTENCOURT, T.N.. Propriedades de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA): comparação entre métodos de medida. In: V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 2003, São Paulo. *Anais...* São Paulo: EPUSP, 2003.

CALLISTER Jr., W. *Ciência e Engenharia de Materiais: Uma introdução.* 5. ed. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2002, 589p.

CÁNOVAS, M.F. Panorama actual de los hormigones reforzados com fibras de acero. In: CONPAT 97 – IV Congresso Iberoamericano de Patologia das Construções e VI Congresso de Controle de Qualidade, 1997, Porto Alegre, Brasil. *Anais*...Porto Alegre: UFRGS, 1997, p.31-45.

CASANOVA, P.; ROSSI, P.. Analysis of metallic fibre-reinforced concrete beams submitted to bending. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, v. 29, p. 354-361, jul. 1996.

CHANVILLARD, G.; AÏTCIN, P.-C.. Pull-Out Behavior of Corrugated Steel Fibers: Qualitative and Statistical Analysis. *Advanced Cement Based Materials*, v. 4, p. 28-41, 1996.

CHEN, L. et. al. Comparative toughness testing of fiber reinforced concrete. In: Testing of Fibre Reinforced Concrete – American Concrete Institute Spring Convention, SP 155, 1995, Salt Lake City – Utah. *Proceedings...* Utah: ACI, 1995. p. 41-69, SP 155-3.

CHEN, L.; MINDESS, S.; MORGAN, D. R. Specimen geometry and toughness of steelfiber-reinforced concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*, v. 6, n. 4, p. 529-541, nov. 1994.

COELHO, A.H.; GAVA, G.P.; PRUDÊNCIO JR., L.R.. Automatic pattern recognition for crack width measurement of steel fibre-reinforce concrete. A ser publicado. 2006.

EL-SHAKRA, Z.M.; GOPALARATNAM, V. Deflection measurements and toughness evaluations for FRC. *Cement and Concrete Research*, v. 23, p. 1455–1466, 1993.

EUROPEAN FEDERATION OF PRODUCERS AND APPLICATORS OF SPECIALIST PRODUCTS FOR STRUCTURES. EFNARC. *European Specification for Sprayed Concrete*. Hampshire, UK: 1996.

FIGUEIREDO, A. D. de. *Parâmetros de controle e dosagem do concreto projetado com fibras de aço.* 1997. 342. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

GAVA, G.P.; PIERI, T.S.; PRUDÊNCIO JR., L.R. Ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço: influência da presença e posicionamento do entalhe e do número de fibras na seção fissurada. *e-Mat - Revista de Ciência e Tecnologia de Materiais de Construção Civil.* v. 1, N. 2, p. 114-127, nov. 2004.

GOPALAKRISHNAN, S. et. al. Performance evaluation of steel fibre reinforced shotcrete. *The Indian Concrete Journal*, v. 72, n. 4, p. 181-187, apr. 1998.

GOPALARATNAM, V. et.al. Fracture toughness of fiber reinforced concrete. *ACI Materials Journal*, v. 88, n. 4, p. 339–353, jul./aug. 1991.

GOPALARATNAM, V. S.; SHAH, S. P. Softening response of plain concrete in direct tension. *ACI Materials Journal*, v. 82, p.310-323, mai./jun. 1985.

GOPALARATNAM, V.; GETTU, R. On the caracterization of flexural toughness in fiber reinforced concretes. *Cement & Concrete Composites*, v. 17, p.239-254, 1995.

GUIMARÃES. M.C. do N.. Análise dos critérios para quantificação da tenacidade dos concretos reforçados com fibras de aço. 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – SP Capital) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

HILLERBORG, A. Analysis of fracture by means of the fictitious crack model, particularly for fibre reinforced concrete. *The International Journal of Cement Composites*, v. 2, n. 4, p. 177-184, 1980.

HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P-E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, v. 6, p. 773-781, 1976.

JAMET, D. et. al. Toughness of fiber-reinforced high-strength concrete from notched beam tests. In: Testing of Fibre Reinforced Concrete – American Concrete Institute Spring Convention, SP 155, 1995, Salt Lake City – Utah. *Proceedings*...Utah: ACI, 1995. p. 23-39, SP 155-2.

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. *JSCE-SF 4:* Method of tests for flexural strength and flexural toughness of steel fiber reinforced concrete. In: JSCE Part III-2: Method of test for steel fiber reinforced concrete. N. 3, jun. 1984.

JOHNSTON C.D.; SKARENDAHL, A. Comparative flexural performance evaluation of steel fibre-reinforced concretes according to ASTM C 1018 shows importance of fibre parameters. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, v. 25, p. 191-200, 1992.

JOHNSTON, C. D. Deflection measurement considerations in evaluating FRC performance using ASTM C 1018. In: Testing o Fibre Reinforced Concrete – American Concrete Institute Spring Convention, SP 155, 1995, Salt Lake City – Utah. *Proceedings*...Utah: ACI, 1995. p. 1-22, SP 155-1.

JOHNSTON, C. D. Effects of testing rate and age on ASTM C 1018 toughness parameters and their precision for steel fiber-reinforced concrete. *Cement, Concrete and Aggregates*, v. 15, n. 1, p. 50-58, 1993.

JOHNSTON, C. D. Fibre-reinforced cement and concrete. In: MALHOTRA, V. M. Advances in Concrete Technology – Second Edition. Ottawa, Canada: CANMET, 1994.

JOHNSTON, C. D. Toughness of steel fiber reinforced concrete. In: Steel Fiber Concrete - US-SWEDEN Joint Seminar (NSF-STU), 1985, Stockholm. *Proceedings*... Edited by Shah and A. Skarendahl, 1985, p. 333-360.

JONES, P.A. *Flexural modelling of steel fibre reinforced sprayed concrete*. 1998. 343f. PhD thesis. Loughborough University. Loughborough, England.

LI, V. C.; MAALEJ, M. Toughening in cement based composites. Part I: Cement, mortar and concrete. *Cement and Concrete Composites*, v. 18, p. 223-237, 1996.

McGREGOR, G. Steel fibre reinforced concrete in Australia. In: BANTHIA, N.; MINDESS, S. *Fiber reinforced concrete: modern developments*. Vancouver, Canada: University of British Columbia, 1995. p. 63-77.

MINDESS, S. et. al. Standard Testing. In: NAAMAN, A.E.; REINHARDT, H.W. *High Performance Fiber Reinforced Composites 2*. London: E&FN Spon, 1996. p. 383-421.

MINDESS, S. Fibre reinforced concrete: challenges and propects. In: BANTHIA, N.; MINDESS, S. *Fiber reinforced concrete: modern developments*. Vancouver, Canada: University of British Columbia, 1995. p. 1-11.

MOENS, J.; NEMEGEER, D. Designing fibre reinforced concrete based on toughness characteristics. *Concrete International*, p. 38-42, Nov. 1991.

MORGAN, D. R.; MINDESS, S.; CHEN, L. Testing and specifying toughness for fibre reinforced concrete and shotcrete. In: BANTHIA, N.; MINDESS, S. *Fiber reinforced concrete: modern developments*. Vancouver, Canada: University of British Columbia, 1995. p. 29-50.

NAAMAN, A. E. et al. Fiber Pull-out and Bond Slip. I: Analytical Study. *ASCE Journal of Structural Engineering*, v. 117, p. 2769-2789, 1991a.

NAAMAN, A. E. et al. Fiber Pull-out and Bond Slip. II: Experimental Validation. *ASCE Journal of Structural Engineering*. p.2791-2800, Set. 1991b.

NAAMAN, A. E. Fiber reinforcement for concrete. *Concrete International*.p.21-25, march 1985.

NAAMAN, A. E. Fiber reinforcements for concrete: looking back, looking ahead. In: Fibre-reinforced concretes (FRC) – BEFIB'2000, 2000, Lyon, France. *Proceedings*...Edited by P. Rossi and G. Chanvillard, 2000. p. 65-85.

NAAMAN, A. E.; SHAH, S. P.. Pull-Out Mechanisms in Steel Fibre-Reinforced Concrete. *Journal of the Structural Division*, ASCE, p.1537-1548, Aug. 1976.

NAAMAN, A.E.; NAJM, H. Bond-slip mechanisms of steel fibers in concrete. ACI Materials Journal, v.88, n° 2, p.135-145, mar./apr. 1991.

NATARAJA M.C.; DHANG, N.; GUPTA, A. P. Toughness characterization of steel fiberreinforced concrete by JSCE approach. *Cement and Concrete Research*, v. 30, p. 593-597, 2000.

NEMEGEER, D.E.; TATNALL, P.C. Measuring toughness characteristics of SFRC - A critical view of ASTM C 1018. In: Testing of Fibre Reinforced Concrete – American Concrete Institute Spring Convention, SP 155, 1995, Salt Lake City – Utah. *Proceedings...* Utah: ACI, 1995. p. 71-85, SP 155-4.

POMPO, A. et al. Analysis of Steel Fibre Pull-Out from a Cement Matrix Using Video Photography. *Cement and Concrete Composites*, v. 18, p. 3-8, 1996.

PRUDÊNCIO JR., L.R.; AUSTIN S.; JONES, P.; ARMELIN, H.;ROBINS, P.. Prediction of steel fibre reinforced concrete under flexure from an inferred fibre pull-out response. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions* (a ser publicado) 2006.

QUINTA, M. T. RES: dados concreto com fibra [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <gpgava@yahoo.com.br> em 18 mar. 2004.

RAMAKRISHNAN, V. Construction and performance evaluation of steel fiber reinforced concrete pavement. In: BANTHIA, N.; MINDESS, S. *Fiber reinforced concrete: modern developments*. Vancouver, Canada: University of British Columbia, 1995. p. 101-115.

RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, v. 35, p. 262-278, jun. 2002.

RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete – Recommendation. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, v. 33, p. 3-5, mar. 2000.

RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete – Recommendations: Bending Test. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, v. 33, p. 3-5, jan.- feb. 2000a.

RILEM TC 162-TDF: Test and desing methods for steel fibre reinforced concrete – Recommendations:  $\sigma$ - $\epsilon$  Desing Method . *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, v. 33, p. 75-81, mar. 2000b.

ROBINS, P. et al. Flexural strain and crack width measurement of steel-fibre-reinforced concrete by optical grid and electrical gauge methods. *Cement and Concrete Research*, v. 31, p. 719-729, 2001.

ROBINS, P.; AUSTIN, S.; JONES, P. Pull-out behaviour of hooked steel fibres. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, v. 35, p. 434-442, August 2002.

SPADEA, G. et al. Fiber reinforced concrete testing for practical application. In: Testing of Fibre Reinforced Concrete – American Concrete Institute Spring Convention, SP 155, 1995, Salt Lake City – Utah. *Proceedings*...Utah: ACI, 1995. p. 233-250, SP 155-12.

STANG, H.; GETTU, R.; BARR, B. *Test methods for the characterization of steel fiber reinforced concrete: A state-of-the-art report.* Report of sub-task 1.1: Test and design methods for steel fiber reinforced concrete. Brite-EuRam Project BRPR-CT98-0813 (DG12-BRPR). 2000. 51p.

SWAMY, R. N. Influence of slow crack growth on the fracture resistance of fibre cement composites. *The International Journal of Cement Composites*, v. 2, n. 4, p. 43-53, 1980.

TAYLOR, M.; LYDON, F. D.; BARR, I. G. Toughness measurements on steel fibre-reinforced high strength concrete. *Cement and Concrete Composites*, v. 19, p. 329-340, 1997.

TIGUMAN, M. Estudo comparativo entre métodos de quantificação de tenacidade usando concreto reforçado com macrofibras de polipropileno. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – SP Capital) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

VANDEWALLE, L. Design method for steel fiber reinforced concrete proposed by RILEM CT 162-TDF. In: Fibre-reinforced concretes (FRC) – BEFIB'2000, 2000, Lyon, France. *Proceedings...* Edited by P. Rossi and G. Chanvillard, 2000. p. 51-64.

VANDEWALLE, M. Tunnelling the world. Dramix. Third edition, 1993. 229 p.

WANG, Y.; LI, V. C.; BACKER, S.. Modelling of fibre pull-out from a cement matrix. *The International Journal of Cement Composites and Lightweigth Concrete*, v. 10, n. 3, p. 143-149, 1988.

ZOLLO, R.F. Fiber-reinforced concrete: an overview after 30 years of development. *Cement and Concrete Composites*, v. 19, p. 107-122, 1997.

#### **APÊNDICES**

**APÊNDICE A -** Correção da leitura do transdutor de deslocamento em função da sua inclinação durante o ensaio da viga

Durante a abertura de fissura no ensaio de flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, verifica-se o movimento de corpo rígido, de forma que a viga se divide em dois blocos, conforme apresentado na Figura 113.



Figura 113 : Esquema do ensaio de flexão a quatro ponto de vigas (a) configuração do ensaio; (b) movimento de corpo rígido da viga durante o ensaio.

Quando são utilizados transdutores de deslocamentos fixos nas laterais da viga para medir a abertura de fissuras, estes transdutores se movimentam juntamente com a lateral da viga de forma que estes sofrem uma rotação. A rotação sofrida pelos transdutores de deslocamento é a mesma que ocorre na viga, ou seja, é função do deslocamento. Isso faz com que os transdutores não se mantêm na posição horizontal, como deveriam para que fosse possível medir a abertura da fissura na altura em que estão posicionados. Estes transdutores rotacionam conforme aumenta o deslocamento da viga de forma que os valores medidos por estes não correspondem à abertura da fissura real na altura em que estão posicionados, sendo necessário, portanto a correção das suas leituras, em função do deslocamento da viga.

Na Figura 114, é apresentado um esquema da rotação dos transdutores de deslocamentos em virtude do deslocamento da viga, e na seqüência são apresentadas as equações para correção das leituras dos transdutores de deslocamento.


Figura 114 : Esquema de rotação dos transdutores de deslocamento de acordo com o deslocamento da viga.

Da Figura 113 podemos determinar:

$$tg\theta = \frac{\delta}{\frac{L}{2}}$$
(119)

onde:

 $\theta$  = ângulo de inclinação da viga em função do deslocamento

 $\delta$  = deslocamento da viga (mm)

L = vão da viga (mm)

Da Figura 114 podemos deduzir:

$$TR = (L_1 + L_3 + L_4) - L_1 - L_2$$

$$TR = L_3 + L_4 - L_2$$
(120)

Onde:

 $L_1$  = distância do ponto de fixação do transdutor de deslocamento na viga até a face da fissura  $L_2$  = distância da ponta do transdutor de deslocamento na viga até a face da fissura

 $L_1+L_3+L_4$  = distância do ponto de fixação do transdutor de deslocamento até a sua ponta, conforme ocorre a abertura da fissura o valor de  $L_3$  aumenta.

TR = valor medido pelo transdutor de deslocamento.

Considerando os ângulos  $\theta$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  formados na Figura 114 pode-se deduzir:

$$\frac{L_3}{sen\alpha} = \frac{ABER}{sen\beta}$$
(121)

$$\alpha = 180 - (90 - \theta)$$
  

$$\alpha = 90 + \theta$$
(122)

$$180 = \theta + \alpha + \beta \tag{123}$$

onde:

ABER = abertura da fissura na altura em que está fixado o transdutor de deslocamento, esta é a distância que precisa ser determinada.

Substituindo a Equação (122) na Equação (123) tem-se:

$$\beta = 90 - 2\theta \tag{124}$$

Substituindo as Equações (122) e (124) na Equação (121), tem-se:

$$L_{3} = \frac{ABER \times sen(90 + \theta)}{sen(90 - 2\theta)}$$
(125)

Da Figura 114 é possível ainda deduzir que:

$$\cos 2\theta = \frac{L_2}{L_4}$$

$$L_4 = \frac{L_2}{\cos 2\theta}$$

$$L_2 = L_4 \times \cos 2\theta$$
(126)

Substituindo na Equação (120) as Equações (125) e (126) tem-se:

$$TR = ABER \times \frac{sen(90+\theta)}{sen(90-2\theta)} + \frac{L_2}{\cos\theta} - L_2$$
(127)

Portanto, a abertura de fissura na altura em que está posicionado o transdutor de deslocamento (ABER), pode ser determinada conhecendo-se a distância entre a ponta do transdutor e a face da fissura (L<sub>2</sub>) e o ângulo  $\theta$ , sendo que o ângulo  $\theta$  é função do deslocamento ( $\delta$ ) e o vão (L) da viga conforme a Equação 128.

$$ABER = \left[ TR - L_2 \times \left( \frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) \right] \times \frac{sen(90 - 2\theta)}{sen(90 + \theta)}$$
(128)

Onde:

ABER = abertura da fissura na altura em que está fixado o transdutor de deslocamento, esta é a distância que precisa ser determinada.

TR = valor medido pelo transdutor de deslocamento

 $L_2$  = distância da ponta do transdutor de deslocamento na viga até a face da fissura

## **APÊNDICE B** - Cálculos para a determinação da abertura de fissura a partir da análise digital de imagem

Para a determinação da abertura de fissuras a partir de imagens fotográficas é necessário, inicialmente, corrigir todas as coordenadas medidas nos cruzamentos das linhas da grade de referência. Isto se faz necessário porque, ao posicionar a máquina fotográfica, muitas vezes não é garantido o seu perfeito nivelamento e com isso a imagem da viga na fotografia pode ficar um pouco inclinada. Caso não sejam feitas estas correções as medições da distância entre os pontos da grade não corresponderão a abertura de fissuras real, mas sim a projeção desta abertura. Um exemplo de imagem fotográfica utilizada para a medição da abertura de fissura na qual a imagem da viga está inclinada em relação ao eixo da fotografia é apresentado na Figura 115.



Figura 115 : Imagem utilizada para medição da abertura de fissura, na qual a viga está inclinada em relação ao eixo da fotografia

É possível visualizar na Figura 115 que o canto inferior esquerdo da viga está mais próximo da borda inferior da imagem do que o canto inferior direito, indicando que a máquina fotográfica não estava perfeitamente nivelada e, com isso, a imagem da viga ficou ligeiramente inclinada na fotografia. Apesar da possibilidade de corrigir as distorções nos valores das coordenadas medidas na imagem, conforme será apresentado na seqüência, recomenda-se que, durante a montagem do ensaio, a máquina fotográfica seja posicionada o mais nivelada possível, evitando assim muitas distorções no posicionamento da viga na imagem.

Esta inclinação da viga na imagem pode ser esquematizada, conforme a Figura 116(a) e o posicionamento de um ponto referente ao cruzamento das linhas nos eixos da imagem e da viga é detalhado na Figura 116(b).



**Figura 116 :** (a) Esquematização gráfica do posicionamento inclinado da viga na imagem fotográfica e (b) detalhe do ponto A

Nas Figuras 116(a) e 116(b) pode-se definir:

x e y = eixos da imagem

x' e y' = eixos da viga

 $\alpha$  = ângulo entre o eixo da imagem e o eixo da viga

 $\beta$  = ângulo entre a diagonal (d) do ponto A e o eixo da imagem.

Para conhecer  $\alpha$  é preciso determinar as coordenadas x e y dos extremos da base da viga, pontos O e F na Figura 116(a). Assim:

$$\tan \alpha = \frac{\left|y_F - y_O\right|}{\left|x_F - x_O\right|} \tag{129}$$

Para determinar  $\beta$  emprega-se as coordenadas do ponto que está sendo corrigido, neste exemplo, as coordenadas do ponto A.

$$\tan \beta = \frac{y_A}{x_A} \tag{130}$$

A diagonal d é determinada pela seguinte Equação:

$$d = \sqrt{(x_A)^2 + (y_A)^2}$$
(131)

As coordenadas do ponto A corrigidas serão obtidas pelas Equações 132 e 133.

$$x'_{A} = d \times \cos(\beta - \alpha) \tag{132}$$

$$y'_{A} = d \times \operatorname{sen}(\beta - \alpha) \tag{133}$$

Para corrigir as coordenadas dos demais pontos deve-se repetir estes cálculos, a partir das coordenadas referentes a cada ponto na imagem.

Após as obter-se as coordenadas corrigidas e todos os pontos referentes aos cruzamentos da linha da grade, deve-se proceder aos cálculos para a determinação da abertura da fissura. Nesta etapa deve ser lembrado que a viga ao fissurar dividi-se em dois blocos, unidos por uma rótula plástica (movimento de corpo rígido), conforme a Figura 117, sendo que a inclinação de cada lado da viga ( $\theta$ ) é proporcional ao deslocamento da viga ( $\delta$ ).



Figura 117 : Esquema do ensaio de flexão a quatro ponto de vigas (a) configuração do ensaio; (b) movimento de corpo rígido da viga durante o ensaio.

Devido a este movimento, ocorre o afastamento das duas partes da viga, conseqüentemente, o afastamento entre os pontos da grade posicionados em cada lado da fissura e a rotação de cada uma das partes. Este efeito é esquematizado na Figura 118, na qual apresenta-se o posicionamento dos pontos na grade de referencia antes da fissuração (Figura



118(a)) e o posicionamento dos pontos na grade de referência após a fissuração (Figura 118(b)).

Figura 118 : Posicionamento dos pontos na grade de referência da imagem empregada para medição da abertura de fissura (a) antes da fissuração; (b) depois da fissuração.

A partir da Figura 118(a) defini-se:

 $w_0 = distância entre os pontos C' e D'$ 

$$w_0 = \left| x_D - \dot{x_C} \right| \tag{134}$$

Onde:

 $x'_{C}$  e  $x'_{D}$  são as coordenadas x corrigidas dos pontos C e D na primeira imagem, antes da fissuração.

Considerando o movimento esquematizado na Figura 118(b) observa-se que a abertura de fissura na altura dos pontos C" e D" corresponde a distância w entre estes pontos, e não a distância  $d_3$  e por tal motivo não é possível determinar a abertura de fissuras fazendose apenas as diferenças entre as coordenadas dos pontos C" e D". Para determinar a abertura de fissuras, deve-se conhecer a distância w.

A partir das coordenadas dos pontos C" e D" na segunda imagem (imagem com a viga já fissurada), é possível obter a distância  $d_3$  entre eles.

$$d_{3} = \sqrt{\left(x_{C}^{"} - x_{D}^{"}\right)^{2} - \left(y_{C}^{"} - y_{D}^{"}\right)^{2}}$$
(135)

É possível determinar também os ângulos  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$ , conforme as Equações 136, 137 e 138.

$$\tan \alpha_{1} = \frac{\left| x_{A}^{"} - x_{C}^{"} \right|}{\left| y_{A}^{"} - y_{C}^{"} \right|}$$
(136)

$$\tan \alpha_{2} = \frac{\left| \vec{x}_{B} - \vec{x}_{D} \right|}{\left| \vec{y}_{B} - \vec{y}_{D} \right|}$$
(137)

$$\alpha_3 = 180 - \alpha_1 - \alpha_2 \tag{138}$$

A partir das Figuras 118(a) e 118(b) é possível deduzir que:

$$w_0 = d_1 + d_2 \tag{139}$$

Aplicando-se a lei dos senos no triângulo formado pelos ângulos  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  pode-se determinar o lado a deste triângulo.

$$a = \left[\frac{d_3}{2 \operatorname{sen} \alpha_3} \left(\operatorname{sen} \alpha_1 + \operatorname{sen} \alpha_2\right)\right] - \frac{w_0}{2}$$
(140)

Aplicando-se a lei dos cossenos no triângulo formado pelos lados, a, a e w, pode-se determinar a abertura de fissura (w) referente a altura dos pontos C" e D".

$$w = \sqrt{2a^2 \times (1 - \cos \alpha_3)} \tag{141}$$

Para determinar a abertura de fissura referente aos demais pontos da grade deve-se repetir os cálculos apresentados nas Equações 134 a 141.



**APÊNDICE C** - Curvas carga por deslocamento das vigas separadas em grupos de vigas retiradas da mesma placa de concreto para a série SE.

## **APÊNDICE D** - Curvas carga por deslocamento das vigas separadas em grupos de vigas retiradas de mesma placa de concreto para a série CE.



Viga: SE 252				Viga: SE 141			
	Número de Fibras Úteis				Número de Fibras Úteis		
Altura (mm)	Lado	Lado	Total	Altura (mm)	Lado	Lado	Total
	Esquerdo	Direito			Esquerdo	Direito	
90-100	5	8	13	90-100	1	7	8
80-90	4	8	12	80-90	4	4	8
70-80	1	5	6	70-80	1	5	6
60-70	6	2	8	60-70	3	8	11
50-60	2	0	2	50-60	4	4	8
40-50	1	0	1	40-50	4	2	6
30-40	2	2	4	30-40	2	2	4
20-30	4	2	6	20-30	7	3	10
10-20	2	3	5	10-20	4	0	4
0-10	6	4	10	0-10	7	6	13
Total seção transversal 67				,	Total seção	transversal	78
Total meia seção inferior 26			26	Total meia seção inferior 37			37
	Viga: SE	244			Viga: SE	254	
	Viga: SE Número	244 de Fibras	Úteis		Viga: SE Número	254 o de Fibras U	Íteis
Altura (mm)	Viga: SE Número Lado	244 de Fibras Lado	Úteis Total	Altura (mm)	Viga: SE Número Lado	254 o de Fibras U Lado	Úteis Total
Altura (mm)	Viga: SE Número Lado Esquerdo	244 de Fibras Lado Direito	Úteis Total	Altura (mm)	Viga: SE Número Lado Esquerdo	254 ) de Fibras U Lado Direito	Íteis Total
Altura (mm) 90-100	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4	244 o de Fibras Lado Direito 4	Úteis Total 8	Altura (mm) 90-100	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7	254 o de Fibras U Lado Direito 0	Úteis Total 7
Altura (mm) 90-100 80-90	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4 1	244 b de Fibras Lado Direito 4 0	Úteis Total 8 1	Altura (mm) 90-100 80-90	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7 6	254 o de Fibras U Lado Direito 0 8	Úteis Total 7 14
Altura (mm) 90-100 80-90 70-80	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4 1 4	244 244 2 de Fibras Lado Direito 4 0 3	Úteis Total 8 1 7	Altura (mm) 90-100 80-90 70-80	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7 6 2	254 254 2 de Fibras U Lado Direito 0 8 4	Úteis Total 7 14 6
Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4 1 4 4	244 b de Fibras Lado Direito 4 0 3 4	Úteis Total 8 1 7 8	Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7 6 2 4	254 254 2 de Fibras U Lado Direito 0 8 4 3	Úteis Total 7 14 6 7
Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4 1 4 4 4 2	244 2 de Fibras Lado Direito 4 0 3 4 7	Úteis Total 8 1 7 8 9	Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7 6 2 2 4 5	254 254 2 de Fibras U Lado Direito 0 8 4 3 3	Úteis Total 7 14 6 7 8
Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4 1 4 4 2 2 1	244 244 2 de Fibras Lado Direito 4 0 3 4 7 0	Úteis Total 8 1 7 8 9 1	Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7 6 2 4 2 4 5 1	254 254 2 de Fibras U Lado Direito 0 8 4 3 3 3	Úteis Total 7 14 6 7 8 4
Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50 30-40	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4 1 4 4 2 2 1 2	244 2 de Fibras Lado Direito 4 0 3 4 7 0 0 0 0	Úteis Total 8 1 7 8 9 1 2	Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50 30-40	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7 6 2 4 5 4 5 1 2	254 254 2 de Fibras U Lado Direito 0 8 4 3 3 3 2	Úteis Total 7 14 6 7 8 4 4
Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50 30-40 20-30	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4 1 4 2 4 2 1 2 3	244 244 2 de Fibras Lado Direito 4 0 3 4 7 0 0 0 5	Úteis Total 8 1 7 8 9 1 2 8	Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50 30-40 20-30	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7 6 2 6 2 4 5 1 5 1 2 2 0	254 254 26 Fibras U Lado Direito 0 8 4 3 3 3 2 0	Úteis Total 7 14 6 7 8 4 4 4 0
Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50 30-40 20-30 10-20	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4 1 4 2 1 2 1 2 3 3 7	244 244 2 de Fibras Lado Direito 4 0 3 4 7 0 0 0 5 1	Úteis Total 8 1 7 8 9 1 2 8 8 8	Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50 30-40 20-30 10-20	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7 6 2 4 5 1 5 1 2 0 9	254 254 2 de Fibras U Lado Direito 0 8 4 3 3 3 3 2 0 8	Úteis Total 7 14 6 7 8 4 4 4 0 17
Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50 30-40 20-30 10-20 0-10	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4 1 4 2 4 2 1 2 3 3 7 7	244 244 2 de Fibras Lado Direito 4 0 3 4 7 0 0 0 5 1 2	Úteis Total 8 1 7 8 9 1 2 8 8 8 8 9	Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50 30-40 20-30 10-20 0-10	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7 6 2 6 2 4 5 1 5 1 2 1 2 0 1 2 9 9 4	254 254 264 Fibras U Lado Direito 0 8 4 3 3 3 2 0 8 6	Úteis Total 7 14 6 7 8 4 4 4 0 17 10
Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50 30-40 20-30 10-20 0-10	Viga: SE Número Lado Esquerdo 4 1 4 4 2 1 2 3 7 7 7 5 otal seção t	244 244 2 de Fibras Lado Direito 4 0 3 4 7 0 0 0 5 1 2 ransversal	Úteis Total 8 1 7 8 9 1 2 8 8 8 9 61	Altura (mm) 90-100 80-90 70-80 60-70 50-60 40-50 30-40 20-30 10-20 0-10	Viga: SE Número Lado Esquerdo 7 6 2 4 5 1 2 0 9 4 5 1 2 0 9 4 Total seção	254 254 2 de Fibras U Lado Direito 0 8 4 3 3 3 2 0 8 6 transversal	Úteis Total 7 14 6 7 8 4 4 0 17 10 77

APÊNDICE E - Número de fibras úteis por faixa de 10mm de seção transversal das vigas SE252, SE141, SE244, SE254, SE123, SE153, CE251, CE222, CE122, CE133, CE142 e CE112.

Viga: SE 123				Viga: SE 153			
	Número de Fibras Úteis			Número de Fibras Úteis			
Altura (mm)	Lado	Lado	Total	Altura (mm)	Lado	Lado	Total
	Esquerdo	Direito	Total		Esquerdo	Direito	
90-100	4	4	8	90-100	2	3	5
80-90	2	1	3	80-90	3	0	3
70-80	3	2	5	70-80	2	1	3
60-70	1	2	3	60-70	2	4	6
50-60	4	2	6	50-60	2	4	6
40-50	1	3	4	40-50	3	2	5
30-40	2	5	7	30-40	3	3	6
20-30	0	3	3	20-30	1	3	4
10-20	2	1	3	10-20	1	3	4
0-10	2	3	5	0-10	3	0	3
Total seção transversal 47			47		Total seção	transversal	45
Total meia seção inferior			22	Total meia seção inferior 22			22
				-			
	Viga: CE	251		Viga: CE 222			
Número de Fibras U			Úteis		Número de Fibras Úteis		
Altura (mm)	Lado	Lado	Total	Altura (mm)	Lado	Lado	Total
	Esquerdo	Direito			Esquerdo	Direito	
90-100	4	1	5	90-100	2	7	9
80-90	1	2	3	80-90	5	0	5
70-80	3	1	4	70-80	3	3	6
60-70	2	1	3	60-70	2	2	4
50-60	4	4	8	50-60	2	4	6
40-50	0	7	7	40-50	3	3	6
30-40	3	1	4	30-40	4	2	6
20-30	1	5	6	20-30	1	4	5
10-20	3	3	6	10-20	5	4	9
0-10	3	2	5	0-10	2	3	5
Total seção transversal			51		Total seção	transversal	61
Total meia secão inferior							

Viga: CE 122				Viga: CE 133			
	Número	úmero de Fibras Úteis			Número de Fibras Úteis		
Altura (mm)	Lado	Lado	Total	Altura (mm)	Lado	Lado	Total
	Esquerdo	Direito			Esquerdo	Direito	
90-100	5	0	5	90-100	4	10	14
80-90	3	5	8	80-90	4	2	6
70-80	2	2	4	70-80	8	6	14
60-70	7	7	14	60-70	2	3	5
50-60	1	4	5	50-60	3	3	6
40-50	1	4	5	40-50	5	2	7
30-40	0	3	3	30-40	3	2	5
20-30	5	3	8	20-30	4	0	4
10-20	3	2	5	10-20	2	1	3
0-10	6	1	7	0-10	4	4	8
Total seção transversal 64			64	Total seção transversal			72
Total meia seção inferior			28	То	otal meia seç	ão inferior	27
	Viga: CE	142		Viga: CE 112			
	Número de Fibras Út		Úteis	Número de Fibras		Íteis	
Altura (mm)	Lado	Lado	Total	Altura (mm)	Lado	Lado	Total
	Esquerdo	Direito	Total		Esquerdo	Direito	Total
90-100	1	6	7	90-100	2	1	3
80-90	3	6	9	80-90	0	2	2
70-80	5	7	12	70-80	1	2	3
60-70	2	1	3	60-70	5	3	8
50-60	2	2	4	50-60	4	5	9
40-50	2	2	4	40-50	3	4	7
30-40	0	3	3	30-40	1	4	5
20-30	7	4	11	20-30	2	2	4
10-20	2	2	4	10-20	1	2	3
0-10	4	3	7	0-10	4	1	5
Total seção transversal 64			64		Total seção	49	
Total meia seção inferior			29	То	otal meia seç	ão inferior	24