#### **DIOGO SCHREINER ZANETTE**

# PROJETO DE VIGAS DE PEQUENO PORTE PARCIALMENTE PROTENDIDAS COM MONOCORDOALHAS ENGRAXADAS

#### DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Dissertação submetida ao
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
da Universidade Federal de Santa Catarina
para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. DANIEL DOMINGUES LORIGGIO

Florianópolis

2006

## Agradecimentos

Ao iniciar o curso de mestrado, no início de 2003, enganadamente achava que estaria envolvido apenas com novos conhecimentos de análises, dimensionamento e detalhamento de estruturas. Achava ainda que, para concluir o mestrado dependeria só de meu próprio empenho. Outro engano. Escrever esta dissertação não foi apenas pesquisar, comparar informações e obter conclusões relacionadas com assuntos de engenharia. Foi, é claro, também um pouco disso tudo. Mas não somente. Com o passar do tempo, fui percebendo que seria necessário aprender a ter um pouco de persistência e de desprendimento para seguir em frente.

Mas mais importante que isso foi poder contar com as contribuições dos participantes do GAP, Grupo de Análise e Projeto de Estruturas da UFSC. Grupo este coordenado pelo Professor Daniel Loriggio e que conta com a colaboração de mais de 20 participantes, entre professores, pesquisadores, doutorandos, mestrandos e graduandos. Embora só conheça pessoalmente alguns deles, são a esses colegas do GAP que gostaria de prestar meus agradecimentos. Isso por ter tido acesso às suas contribuições em forma de trabalhos acadêmicos, onde ficaram registradas as etapas percorridas, as dificuldades encontradas e as sugestões para os próximos passos, as quais foram de grande valia para a elaboração de minha pesquisa. Sem deixar, é claro, de registrar um muito obrigado especial para meu orientador, Professor Daniel, que me ajudou a permanecer na rota durante todo o percurso.

Por isso tudo, hoje penso que fazer esse curso de mestrado foi contribuir com a engenharia de estruturas, participando de um esforço conjunto por meio de uma tarefa individual, embora não solitária.

### Resumo

ZANETTE, Diogo Schreiner. *Projeto de vigas de pequeno porte parcialmente protendidas com monocordoalhas engraxadas.* 2006. 163 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Eng. Civil, Univ. Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

Esta dissertação estuda a aplicação do sistema de monocordoalhas engraxadas em vigas isostáticas e hiperestáticas de estruturas de edifícios, de acordo com as recomendações da norma NBR6118:2003. Os objetivos gerais resumem-se em apresentar, discutir e sugerir critérios de projeto para dimensionamento e verificação dessas vigas e, em seguida, aplicar esses critérios a alguns exemplos de cálculo. A parte inicial da pesquisa traz uma revisão dos conceitos de graus de protensão, com ênfase especial em protensão parcial, assim como a consideração simplificada das perdas como uma força constante ao longo do cabo. Além disso, discutem-se, em detalhes, a representação da protensão por carregamentos externos equivalentes e o método das cargas balanceadas. Apresenta-se uma proposta para a verificação da capacidade resistente de seções no ELU por meio de um processo iterativo em planilha eletrônica. As definições da NBR6118:2003 para verificação dos estados limites de serviço de abertura de fissuras ELS-W e de deformação excessiva ELS-DEF são analisadas e, a seguir, comparadas com as recomendações do eurocódigo EN1992:2004 e da norma americana ACI318:2002. A segunda parte inicia com a apresentação detalhada dos procedimentos de verificação aos ELU e aos ELS de uma viga biapoiada de concreto armado que possui flecha além da permitida. Posteriormente, a essa mesma viga são acrescentadas cordoalhas engraxadas para resolver o problema da deformação. Um segundo exemplo de aplicação analisa a importante influência de pilares e lajes na distribuição dos esforços de protensão na estrutura. O último exemplo mostra as diferenças entre os esforços isostáticos e hiperestáticos obtidos com os modelos de viga contínua e de pórtico plano e sua influência nos estados limites últimos e de serviço da viga em estudo. Em se admitindo perdas constantes e se utilizando o método dos carregamentos equivalentes com modelos elásticos, dimensionar e verificar vigas contínuas com protensão parcial torna-se relativamente simples.

Palavras-chave: Protensão. Concreto protendido. Cordoalha engraxada.

### Abstract

ZANETTE, Diogo Schreiner. *Design of small size beams partially prestressed with unbonded tendons.* 2006. 163 f. Thesis for a Master's Degree in Civil Engeneering. Post-Graduation Program in Civil Engeneering, Federal Univ. of Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

This dissertation studies the application of the unbonded strand systems in isostatic and hiperstatic beams of building structures, in accordance with the recommendations of the NBR6118:2003 code. The main objectives are summarized in presenting, commenting and suggesting project criteria for sizing and verifying these beams, and, after that, applying these criteria to some examples of calculation. The initial part of the research brings a revision of the prestressing degrees concepts, with special emphasis in partial prestressing, as well as the simplified consideration of the losses as a constant force throughout the tendon. Moreover, the representation of the post-tensioning by external equivalent loads and the method of balanced loads are discribed in details. It's presented a proposal for verification of the resistant capacity of sections in the ultimate limit state ULS through an iterative process in electronic spread sheet. The definitions of NBR6118:2003 for serviceability limit states SLS verifications, as control of crack width and control of deformation, are analyzed and, afterward, compared with the recommendations of eurocode EN1992:2004 and American code ACI318:2002. The second part initiates with the detailed presentation of the procedures for ULS and SLS verification of a reinforced concrete, single supported beam which presents deflection beyond the allowed value. Later, it is added to that same beam unbonded strands to solve the deflection problem. The second example of application analyzes the important influence of columns and slabs in the distribution of the post-tensioning efforts in the structure. The last example shows the differences between the isostatics and hiperstatics efforts gotten with the continuous beam and plane frame models, and its influence in the ultimate and serviceability limit states of the beam in study. If constant losses are admitted and if the method of equivalent loads are used with elastic models, to size and to verify continuous beams with partial prestressing becomes a relatively simple task.

Keywords: Prestressing. Prestressed concrete. Unbonded strand.

### Sumário

1 Introdução	1
1.1 Objetivos Gerais e Específicos	1
1.2 Justificativas	2
1.3 Metodologia	3
1.4 Apresentação da Estrutura do Trabalho	4
2 Protensão com Cordoalhas Engraxadas e Conceitos Gerais	5
2.1 Sistema de Protensão com Cordoalhas Engraxadas	6
2.1.1 Características do sistema	6
2.1.2 Vantagens e desvantagens	10
2.2 Força de Protensão	11
2.2.1 Grau de protensão	12
2.2.2 Considerações sobre grau de protensão e fissuração	14
2.2.3 Níveis de protensão	15
2.2.4 Protensão parcial	15
2.3 Perdas de Protensão	17
2.3.1 Perdas imediatas de protensão	18
2.3.2 Perdas progressivas de protensão	22
2.3.3 Perdas progressivas de acordo com as recomendações do ACI	25
2.3.4 Efeitos das restrições de apoio nas perdas de protensão	28
2.4 Representação da protensão	28
2.4.1 Protensão como um carregamento externo equivalente	30
2.4.2 Método do balanceamento de cargas	34

2.5 Esforços Isostáticos e Hiperestáticos de Protensão	37
2.5.1 Cálculo dos esforços hiperestáticos	38
2.5.2 Análise elástica com modelo de viga contínua ou de pórtico plano?	40
2.5.3 Divisão do esforço normal de protensão entre elementos ligados elasticamente	
3 Critérios para Projeto de Vigas com Cordoalhas Engraxadas	43
3.1 Considerações Iniciais	44
3.1.1 Escolha do traçado dos cabos	45
3.1.2 Escolha das perdas de protensão	45
3.1.3 Escolha da força de protensão	48
3.2 Combinação de ações	49
3.3 Verificações da Capacidade Resistente	51
3.3.1 Estado limite último de flexão	51
3.3.2 Tensões nas armaduras ativas $\sigma_p$	55
3.3.3 Estado limite último no ato da protensão	56
3.4 Verificações do Comportamento em Serviço	58
3.4.1 Cálculo do momento de fissuração $M_r$	59
3.5 Estado Limite de Serviço de Deformação Excessiva	62
3.5.1 Cálculo aproximado de flechas imediatas em vigas considerando o nível de fissuração existente em serviço	
3.5.2 Deformações dependentes do tempo	
3.6 Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras	69
3.6.1 Cálculo das tensões $\sigma_s$ nas armaduras	71
3.6.2 Cálculo da abertura de fissuras pela NBR6118:2003	73
3.6.3 Cálculo da abertura de fissuras pelo eurocódigo EN1992:2004	74
4 Exemplos de Aplicação	76
4.1 Exemplo 1: Viga Isostática Biapoiada	
4.1.1 Viga isostática de concreto armado	77
4.1.2 Viga isostática protendida com cordoalhas engraxadas	82
4.1.3 Considerações a respeito do exemplo de aplicação 1	93
4.2 Exemplo 2: Influência do Esforço Normal	95
4.2.1 Influência dos pilares de apoio	96
4.2.2 Influência de lajes apoiadas elasticamente em vigas	97
4.2.3 Influência da rigidez de pilares e lajes nos estados limites de vigas	98

4.3 Exemplo 3: Viga Contínua com Cordoalhas Engraxadas	101
4.3.1 Definindo a protensão	103
4.3.2 Análise por modelo de viga contínua	107
4.3.3 Análise por modelo de pórtico plano	113
5 Conclusões e Recomendações	122
5.1 Considerações Iniciais	122
5.1.1 Objetivos da dissertação	123
5.2 Projeto de Vigas de Concreto	124
5.3 Esforços de Protensão em Vigas	125
5.3.1 Representação da protensão	125
5.3.2 Carregamentos balanceados	126
5.3.3 Efeitos hiperestáticos	127
5.3.4 Esforços normais de protensão	129
5.4 Estados Limites Últimos e de Serviço	130
5.4.1 Capacidade resistente de flexão ELU	130
5.4.2 Momento de fissuração $M_r$ em vigas protendidas	131
5.4.3 Estado limite de serviço de deformações excessivas ELS-DEF	132
5.4.4 Estado limite de serviço de abertura de fissuras ELS-W	133
5.5 Recomendações	134
Bibliografia	136
Referências Bibliográficas	136
Bibliografia Consultada	139
A Ações e Segurança nas Estruturas	143
A.1 Estados limites	
A.2 Classificação das ações	
A.3 Combinação das ações	
B Propriedades Geométricas de Seções no Estádio II	

# Lista de Figuras

Figura 1: Detalhes da extrusão e de uma bobina de 3 ton. da cordoalha engraxada de diâmetro ø12,7mm	7
Figura 2: Detalhes do sistema de cunhas e placas de ancoragens para as monocordoalhas engraxadas	8
Figura 3: Macaco de protensão com pistões paralelos	9
Figura 4: Diagramas típicos de evolução da flecha $\delta$ com a variação da carga w em vigas biapoiadas com diferentes graus de protensão $\lambda_p$	14
Figura 5: Perdas por atrito de um cabo com duas ancoragens ativas	20
Figura 6: Esforços de protensão calculados diretamente pela excentricidade do cabo e da força de protensão na seção	29
Figura 7: Carregamentos equivalentes mais recorrentes	30
Figura 8: Traçado de cabos de protensão parabólicos	31
Figura 9: Traçado típico de cabos em vigas contínuas	32
Figura 10: Localização do ponto de inflexão em cabos de vigas contínuas com traçado parabólico	33
Figura 11: Carregamento equivalente de protensão típico de cabos em vigas contínuas	33
Figura 12: Distribuição típica de momentos em vigas contínuas	39
Figura 13: Deformações nos elementos em função da força de protensão P	42
Figura 14: Distribuição de forças de protensão ao longo do cabo e consideração de uma força final constante	46
Figura 15: Domínios de estado limite último de uma seção transversal sob flexão	52
Figura 16: Seção transversal de concreto protendido com cabos não-aderentes e armadura passivas, no estado limite último	53

Figura 17: Verificação simplificada de ELU no ato da protensão pelo cálculo de	
tensões na seção transversal considerada no estádio I	58
Figura 18: Curva típica carregamento–flecha de uma viga protendida com protensão parcial	63
Figura 19: Consideração de uma rigidez ponderada para vão de vigas contínuas	66
Figura 20: Variação das tensões e das deformações devido aos efeitos de deformação lenta	67
Figura 21: Tensões e deformações em seções de concreto protendido com cabos aderentes	72
Figura 22: Tensões nas armaduras passivas considerando a protensão como carregamento equivalente	72
Figura 23: Área da região do concreto de envolvimento $A_{\sigma}$ considerando as armaduras passivas individualmente (a) ou agrupadas (b)	73
Figura 24: Viga isostática biapoiada do exemplo de aplicação 1	77
Figura 25: ELU – Distribuição de tensões e deformações da seção de concreto armado no domínio 3 com apenas armadura de tração	78
Figura 26: ELU – Seção transversal de concreto armado com armaduras passivas de tração e compressão	79
Figura 27: ELS-W – Determinação da área do concreto de envolvimento na seção de concreto armado	80
Figura 28: ELU – Distribuição de tensões no ato da protensão com a seção no estádio	85
Figura 29: ELU – Distribuição típica de tensões e deformações em seções de concreto protendido com cordoalhas engraxadas no ELU	87
Figura 30: ELU – Seção transversal de concreto protendido com cordoalhas engraxadas	88
Figura 31: ELS-W – Determinação da área do concreto de envolvimento na seção de concreto protendido	89
Figura 32: Vista superior do pavimento-tipo da estrutura do exemplo 3	101
Figura 33: Elevação do pórtico transversal do eixo 4	102
Figura 34: Provável arranjo das armaduras das seções da viga nos vãos e nos apoios	104
Figura 35: Traçado parabólico dos cabos de protensão (monocordoalhas engraxadas) da viga contínua	105
Figura 36: Carregamento equivalente de protensão da viga do exemplo de aplicação 3	106

Figura 37: Momentos característicos permanentes $M_{g,k}$ e variáveis $M_{g,k}$ pelo modelo de viga contínua	107
Figura 38: Momentos característicos de protensão $M_p$ , $M_{p1}$ e $M_{p2}$ pelo modelo de viga contínua	108
Figura 39: Seções transversais nos vãos AB, BC e CD pelo modelo de viga contínua	110
Figura 40: Seções transversais nos apoios B e C pelo modelo de viga contínua	110
Figura 41: Área $A_{cr}$ do concreto de envolvimento da seção nos apoios B e C pelo modelo de viga contínua	111
Figura 42: Cálculo das flechas imediatas $\delta_0$ ao longo da viga pelo modelo de viga contínua	112
Figura 43: Momentos característicos permanentes $M_{g,k}$ e variáveis $M_{g,k}$ pelo modelo de pórtico plano	114
Figura 44: Momentos característicos de protensão $M_{p,k}$ pelo modelo de pórtico plano	115
Figura 45: Momentos hiperestáticos de protensão $M_{p2}$ pelo modelo de pórtico plano	115
Figura 46: Esforço normal $N_{p}$ e momentos hiperestáticos $M_{p2}$ quando atua somente a força de protensão $P$	116
Figura 47: Cálculo das flechas imediatas δ <sub>0</sub> ao longo da viga pelo modelo de pórtico plano	120
Figura 48: Diagrama de momentos hiperestáticos da viga em função da restrição (a) dos deslocamentos verticais δ e (b) dos deslocamentos de rotação θ	128
Figura 49: Substituição da seção transversal de concreto armado (a) pela seção homogeneizada (b)	149

### Lista de Tabelas

Tabela 1: Valores limite para a tensão de tração na armadura ativa durante a operação	
de protensão	12
Tabela 2: Vantagens e desvantagens da protensão parcial	17
Tabela 3: Coeficientes de atrito para cabos de cordoalhas pós-tracionados	19
Tabela 4: Valores da constante de retração $K_{\rm sh}$ para elementos pós-tracionados	26
Tabela 5: Valores aproximados de perdas progressivas de protensão	27
Tabela 6: Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração	59
Tabela 7: Tensões de tração para o cálculo do momento de fissuração $M_r$ do elemento	60
Tabela 8: Flechas máximas admissíveis em vigas de concreto	62
Tabela 9: Comparação entre limites de abertura de fissuras da NBR6118:2003 e do eurocódigo EN1992:2004	70
Tabela 10: Comparação dos resultados do exemplo de aplicação 1	93
Tabela 11: Casos de distribuição do esforço normal <i>P</i> na viga do exemplo de aplicação	99
Tabela 12: Resultados das verificações de ELS variando-se a parcela do esforço normal de protensão efetivamente transferido para a viga	100
Tabela 13: Tensões de serviço nas seções críticas da viga depois de todas as perdas de protensão, na análise pelo modelo de viga contínua	109
Tabela 14: Tensões de serviço nas seções críticas da viga depois de todas as perdas de protensão, na análise pelo modelo de pórtico plano	117
Tabela 15: Estados limites de serviço ELS considerados no projeto de vigas protendidas.	145
Tabela 16: Tipos de ações mais comumente consideradas no projeto de vigas protendidas.	147

# 1 Introdução

No Brasil, vem-se intensificando o uso da protensão não-aderente com cordoalhas engraxadas. A sua maior aceitação ocorre em edificações comerciais e residenciais, principalmente em lajes maciças ou nervuradas. Do ponto de vista técnico, percebem-se as vantagens na possibilidade de se obterem vãos maiores com peças estruturais de altura reduzida, assim como no controle adequado de deformações e fissurações decorrentes do funcionamento em serviço da estrutura. Do ponto de vista de projeto, o cálculo de elementos estruturais com monocordoalhas engraxadas segue basicamente os mesmos princípios utilizados na protensão de cabos com aderência posterior. Entretanto não há nenhuma aderência das cordoalhas com o concreto ao seu redor, de forma que alguns procedimentos de cálculo devem ser modificados para levar em conta essa característica. Há, ainda, uma percepção geral de que vigas e lajes de concreto com monocordoalhas engraxadas devem ser dimensionadas com protensão parcial — ou seja, com fissuração controlada sob carregamento de serviço. Mas não existe nada que obrigue a isso, podendo-se adotar também protensão limitada ou até completa.

As publicações nacionais sobre concreto protendido dão maior ênfase à protensão aderente, sendo ainda poucos os textos técnicos que tratam especificamente da protensão com cordoalhas engraxadas. Além disso, essa bibliografia é muito sucinta e superficial ao discorrer a respeito da protensão parcial. Porém se encontram alguns artigos publicados em congressos ou em revistas de engenharia, em sua maioria a respeito de lajes. Por outro lado, em editoras e livrarias estrangeiras, pode-se encontrar uma série de livros sobre o tema, mas que são escritos segundo normas de projeto estrangeiras, dificultando sua aplicação aos termos da NBR6118:2003.

#### 1.1 Objetivos Gerais e Específicos

Os objetivos gerais da dissertação podem ser resumidos nos seguintes:

- apresentar, discutir e sugerir critérios de projeto para dimensionamento e verificação de vigas com protensão parcial utilizando cordoalhas engraxadas;
- aplicar esses critérios de projeto em alguns exemplos de vigas de pequeno porte isostáticas e hiperestáticas.

#### Objetivos específicos

Na relação abaixo, são discriminados alguns dos objetivos específicos da dissertação:

- 1. Apresentar e comentar critérios de projeto a respeito de :
  - · protensão parcial;
  - perdas de protensão em cabos não aderentes;
  - representação da protensão por carregamentos equivalentes;
  - estado limite último de flexão ELU;
  - estado limite de serviço de abertura de fissuras ELS-W;
  - estado limite de serviço de deformação excessiva ELS-DEF.
- 2. Comparar os critérios adotados pela NBR6118:2003, pelo ACI318:2005 e pelo Eurocódigo EN1992:2004.
- **3.** Comparar os critérios de projeto com os de vigas de concreto armado e de concreto protendido com cabos aderentes.
- 4. Desenvolver exemplos de aplicação de vigas com cordoalhas engraxadas:
  - · viga biapoiada isostática;
  - · viga contínua hiperestática à flexão;
  - pórtico plano hiperestático à flexão e ao esforço normal.
- 5. Preparar planilhas eletrônicas para auxiliar a execução de alguns procedimentos.

#### 1.2 Justificativas

As estruturas com cordoalhas engraxadas vêm sendo aplicadas nos EUA há aproximadamente 50 anos, onde esse sistema construtivo já concluiu sua fase de experimentação e hoje se encontra estabilizado tanto em termos de projeto como de execução. No Brasil, o uso desse tipo de estrutura ainda é relativamente recente, uma vez que passou a ser efetivamente empregado somente a partir de meados da década de 1990.

Apesar de, em muitos países, já terem sido definidos os procedimentos de projeto e execução relativos às estruturas de monocordoalhas engraxadas, no Brasil, esse processo ainda está se iniciando. Uma prova disso é a norma NBR6118:2003 deixar de abordar alguns pontos importantes para estruturas com protensão não-aderentes, como por exemplo a falta de especificações a respeito de perdas progressivas de protensão e de armaduras mínimas e construtivas, assim como da definição mais precisa dos parâmetros para verificações de serviço.

Existe, portanto, a necessidade de se verificar quais são as prescrições da NBR6118:2003 que podem ser aplicadas no cálculo de estruturas com monocordoalhas engraxadas, e em quais situações específicas. Também há necessidade de se averiguarem as lacunas deixadas pela norma e de se procurarem alternativas, em bibliografia técnica e normas de projeto de outros países, adaptando-as à normalização brasileira.

Em termos de contribuição à comunidade acadêmica e profissional, esta dissertação procura agrupar e organizar os diversos procedimentos relacionados ao projeto de vigas protendidas com cordoalhas engraxadas em um texto único. Além disso, os critérios de projeto e os exemplos de aplicação auxiliam no aprendizado e na compreensão das particularidades do sistema de monocordoalhas engraxadas.

#### 1.3 Metodologia

Este trabalho pode ser dividido em duas partes distintas. A primeira engloba o estudo dos critérios de projeto de protensão com cordoalhas engraxadas, com ênfase efetivamente em dimensionamento e verificação de vigas. Essa etapa é basicamente uma revisão de critérios e procedimentos para projeto em várias bibliografias: livros, dissertações, artigos, catálogos técnicos e normas ou códigos de projeto. Os principais tópicos estudados são: protensão parcial, representação da protensão por carregamentos equivalentes, escolha da força de protensão, perdas de protensão em cabos não aderentes, verificação da capacidade resistente e verificação do comportamento em serviço. Os diversos assuntos são apresentados de forma que estejam de acordo com as prescrições da NBR6118:2003.

A segunda parte do trabalho apresenta exemplos de cálculo de vigas de concreto estrutural, onde se procura colocar em prática os critérios e procedimentos estudados na primeira etapa.

O exemplo de aplicação 1 refere-se a vigas isostáticas, no qual se apresenta o cálculo uma viga biapoiada de concreto armado e, posteriormente, comparam-se alguns parâmetros dessa viga com uma viga similar em concreto protendido com cordoalhas engraxadas, cujos cálculos são mostrados em detalhes. O dimensionamento da viga de concreto armado é feito de tal forma que tenha flecha além da permitida. A idéia central do exemplo é que a protensão com cordoalhas engraxadas possa ser usada para solucionar o problema de deformação exagerada mantendo-se a mesma seção transversal do elemento. O exemplo traz, além do dimensionamento de ELU, as verificações de serviço de abertura de fissuras ELS-W e de flecha ELS-DEF.

No exemplo de aplicação 2, analisa-se a influência que pilares e lajes ligados elasticamente à viga exercem na distribuição do esforço normal de protensão ao longo da estrutura. Pois, ao se fazer uma análise por modelo de viga contínua, esse efeito não pode ser considerado diretamente. Estuda-se, então, a importância da consideração de pilares e lajes nos esforços normais da viga do exemplo 1, e qual a relação desses esforços com seus estados limites últimos ELU e de serviço ELS.

O exemplo de aplicação 3 analisa uma das vigas de um edifício comercial que possui estrutura formada de pilares, vigas e lajes de concreto estrutural. O objetivo é apresentar e discutir os procedimentos para a consideração dos esforços hiperestáticos no que se refere às verificações de estados limites últimos ELU e de serviço ELS. Além disso, procura-se mostrar as diferenças

dos esforços isostáticos e hiperestáticos obtidos por modelos de viga contínua ou de pórtico plano.

Em função da simplicidade do método dos carregamentos equivalentes, os esforços atuantes nas vigas estudadas ao longo do trabalho podem ser obtidos por meio de qualquer programa matricial de estruturas planas formadas por barras. Alguns procedimentos de cálculo podem ser implementados em planilhas eletrônicas, o que diminui consideravelmente o trabalho manual e repetitivo de algumas etapas de dimensionamento e verificação.

#### 1.4 Apresentação da Estrutura do Trabalho

Neste item, apresenta-se sucintamente a estruturação do texto e o conteúdo de cada um dos capítulos que fazem parte do desenvolvimento da dissertação.

O capítulo 2 apresenta parte da revisão bibliográfica feita para a pesquisa, com informações preliminares e, na sua maioria, qualitativas a respeito da protensão com cordoalhas engraxadas. Inicialmente apresentam-se um breve histórico da evolução desse sistema, suas principais características e alguns comentários sobre vantagens e desvantagens da utilização de monocordoalhas engraxadas. A seguir, colocam-se dois itens referentes a forças e perdas de protensão, em que se apresentam os conceitos de níveis e grau de protensão – mais detalhadamente, protensão parcial – e perdas imediatas e progressivas. Depois, um item que trata da representação dos efeitos da protensão nos cálculos, detendo-se, mais especificamente, em carregamento equivalente e balanceamento de cargas. O capítulo é encerrado com informações a respeito dos esforços isostáticos e hiperestáticos de protensão.

No capítulo 3, com base em revisão bibliográfica, definem-se critérios e parâmetros de cálculo a serem efetivamente utilizados nos exemplos de aplicação. Apresentam-se e se comentam conceitos teóricos e definições da NBR 6118:2003 para vigas com cordoalhas engraxadas, comparando-os a outras normas e a vigas de concreto armado e de concreto protendido com cabos aderentes. O capítulo começa tratando dos critérios para a definição do traçado dos cabos, das perdas e da força de protensão. A seguir, discute-se a respeito critérios para o cálculo dos esforços por carregamento equivalente, definindo os parâmetros de segurança, as combinações de ação. O capítulo é finalizado com o estudo das verificações de resistência à flexão e das verificações em serviço de vigas com protensão parcial e cordoalhas engraxadas.

Finalmente, no capítulo 4, aplicam-se todos os assuntos trabalhados, desde os conceitos teóricos e as definições das normas até os critérios de projeto e as planilhas eletrônicas. São desenvolvidos alguns exemplos de aplicação.

# 2 Protensão com Cordoalhas Engraxadas e Conceitos Gerais

Este capítulo 2 apresenta algumas informações preliminares sobre as características do sistema de monocordoalhas engraxadas e, a seguir, discorre a respeito de vários conceitos gerais utilizados no projeto de vigas protendidas com esse tipo de cabo.

Os aspectos básicos e iniciais do concreto protendido não são abordados nesta dissertação, porque são tópicos que, apesar de terem grande importância para os assuntos tratados a seguir e de serem requisitos necessários para a compreensão dos mesmos, já estão satisfatoriamente analisados pela literatura técnica clássica e, inclusive, por dissertações defendidas nesta universidade – podendo-se citarem: Thissen (2001), Klein (2002), Monn (2004), Moura (2004) e Koerich (2004).

Logo depois de breves comentários sobre questões técnicas e executivas das monocordoalhas engraxadas no primeiro item deste capítulo, apresentam-se e discutem-se alguns conceitos de projeto que devem ser abordados ao se estudar vigas de edifícios protendidas com cabos não aderentes. Dessa forma, pode-se embasar a análise e a escolha dos critérios de projeto mais adequados para esse tipo de estrutura, nos capítulos seguintes.

Ressalta-se, aqui, a dificuldade de se encontrar, na literatura técnica nacional, textos que tratam especificamente de monocordoalhas engraxadas ou de protensão parcial. O que se apresenta, neste e no próximo capítulo, é uma compilação de partes de trabalhos nacionais e estrangeiros – ver citações e referências – que procura colocar em conformidade com a NBR6118:2003 as várias informações obtidas. Obviamente não se esgota o assunto, mas se apresenta uma contribuição inicial para o estudo dos aspectos teóricos do projeto de vigas protendidas com monocordoalhas engraxadas.

#### 2.1 Sistema de Protensão com Cordoalhas Engraxadas

Ao final da década de 50, surge a primeira patente de protensão com bainhas individuais de plástico extrudadas sobre a cordoalha. O início da construção de lajes protendidas com essas cordoalhas ocorreu nos EUA, entre 1956 e 1957, com a construção de escolas em Nevada. De acordo com Kiss (1999), no início esse sistema teve papel fundamental na indústria de préfabricados, mas seu leque de aplicações não parou de crescer.

Apesar dos quase 30 anos de atraso, a protensão não-aderente com cordoalhas engraxadas e plastificadas vem se disseminando no Brasil. A novidade chegou por aqui no princípio de 1997, quando a Belgo-Mineira instalou o equipamento para extrusão das cordoalhas em sua unidade industrial de Belo Horizonte.

Nos último 10 anos o sistema de monocordoalhas engraxadas ou protensão leve, como também é conhecido, vem apresentando considerável aceitação no Brasil e se mostra como uma solução competitiva no campo de protensão em lajes de edifícios.

#### 2.1.1 Características do sistema

A principal característica de um sistema não-aderente é a não formação de aderência entre o cabo e o concreto. As características desse sistema dispensam a utilização de bainhas metálicas e a injeção de pasta de cimento, pois o cabo é feito com uma única cordoalha, coberta com uma camada de graxa inibidora de corrosão envolta em uma capa plástica. Cabos não-aderentes são comumente chamados de monocordoalhas, uma vez que cada cabo tem seu próprio par de ancoragens nas extremidades e são protendidos individualmente.

O comportamento estrutural dos elementos com protensão sem aderência não é complexo. Uma forma simplificada de visualizar seu comportamento seria o seguinte: os cabos protendidos criariam um sistema de suspensão dentro da viga, no qual uma componente vertical da força aplicada transferiria parte das cargas permanente e variável diretamente aos apoios e uma componente horizontal reduziria as tensões de tração no concreto. Ocorrem, ainda, variações das forças ao longo do cabo devidas ao atrito entre a cordoalha e seu perfil longitudinal dentro do elemento de concreto.

A força no cabo protendido é transferida para o concreto essencialmente pelas ancoragens colocadas em suas extremidades. Assim, a integridade das ancoragens, ao longo da vida útil da estrutura, torna-se crucial, uma vez que a força transferida depende fundamentalmente delas.

#### Cordoalhas Engraxadas

As cordoalhas de aço são as mesmas utilizadas na protensão aderente, as quais são formadas por cordoalhas de sete fios e encontradas com diâmetros ø de 12,7mm e de 15,2mm. Os

MESTRANDO: Diogo Schreiner Zanette ORIENTADOR: Daniel Domingues Loriggio

cabos já vêm isolados em uma capa plástica, que serve de bainha, além de uma camada de graxa entre a cordoalha e a capa, conforme ilustrado na figura 1.

Esses cabos são produzidos em processo industrial contínuo, onde se faz passarem por um dispositivo de engraxamento e a seguir por uma extrusora, a qual molda uma capa contínua e ininterrupta em todo o comprimento da bobina de cordoalha.

A graxa que envolve a cordoalha serve como proteção contra a corrosão do aço, além de fornecer lubrificação entre a cordoalha e a capa, reduzindo consideravelmente o coeficiente de atrito.





Fonte: Cauduro (2005)

Figura 1: Detalhes da extrusão e de uma bobina de 3 ton. da cordoalha engraxada de diâmetro ø12,7mm

A capa plástica para monocordoalhas engraxadas, feita de polietileno de alta densidade, PEAD, com espessura mínima de 1mm, oferece resistência e durabilidade suficientes para suportar danos que podem ser provocados durante a fabricação, o transporte, a instalação, o lançamento do concreto e a protensão. Esse cobrimento plástico deve ser contínuo ao longo de todo o comprimento para ser não-aderente e ser impermeável o suficiente para evitar a infiltração de pasta de cimento ou perda de graxa durante a concretagem.

#### Ancoragens Monocordoalha

O principal avanço dos sistemas não-aderentes de protensão, de acordo com Kiss (1999), está no desenho das ancoragens, que fazem o travamento das cordoalhas e distribuem as cargas pela peça estrutural. Até recentemente, a ancoragem era um dos principais impedimentos para difusão do sistema, pois as peças precisavam ser fundidas sob encomenda, segundo características específicas de cada projeto. Atualmente, esse obstáculo está superado devido ao surgimento de empresas especializadas em acessórios de protensão.

A ancoragem para a monocordoalha é formada por uma única peça de ferro fundido, que tem as funções de placa distribuidora de tensões no concreto, reforço radial ao bloco-fêmea e furo tronco-cônico, que recebe as cunhas de ancoragem. Também faz parte do conjunto de ancoragem, uma fôrma plástica que protege o furo central contra a entrada de nata de cimento. Essa peça estabelece o correto afastamento da ancoragem em relação à fôrma, além de possibilitar a

modelagem de um nicho de pequenas dimensões, o qual, após a protensão e o corte da cordoalha, é preenchido com argamassa de acabamento, como mostra a figura 2.

As ancoragens são submetidas a grandes esforços de tração e de flexão, portanto estão sujeitas a um estado de tensão bastante elevado. Segundo Graziano (2001), a responsabilidade desses elementos é de grande importância para o sistema, por isso deve-se exigir do fornecedor de ancoragens os certificados de qualidade da fundição e os ensaios dessas peças em condições de operação e de ruptura.





Fonte: Cauduro (2005)

Figura 2: Detalhes do sistema de cunhas e placas de ancoragens para as monocordoalhas engraxadas

O PTI (1993) recomenda que as ancoragens a serem usadas em ambiente agressivo devam ser totalmente protegidas contra corrosão. As especificações do projeto devem prever uma ligação impermeável entre a placa de apoio e a cordoalha, além de um fechamento, também impermeável, da cavidade das cunhas, de tal forma que se obtenha uma eficiente proteção contra corrosão da ancoragem, das cunhas e do aço de protensão, tanto nas ancoragens passivas, intermediárias e ativas.

#### Macacos de Protensão

Embora a protensão possa ser feita com a utilização dos tradicionais macacos hidráulicos de furo central, por onde é introduzida a cordoalha, ela é geralmente feita por macaco hidráulico de pistões paralelos que seguram a cordoalha no centro dos dois pistões. O desenvolvimento desses macacos para protensão com dois cilindros paralelos foi outro fator que contribuiu para o avanço do sistema. Encontram-se hoje disponíveis macacos que permitem fazer a protensão da cordoalha mesmo em locais de difícil acesso do equipamento, pois efetuam a protensão na ponta final do cabo ou em qualquer ponto intermediário da cordoalha. A figura 3 mostra imagens desse tipo de macaco de protensão.

A leitura do alongamento não precisa ser feita em diversos intervalos de pressão, mas somente ao final da protensão, pois não existe o risco de cabos presos por pasta de cimento dentro das bainhas tampouco cordoalhas com folga, como na protensão aderente..





Fonte: Cauduro (2005)

Figura 3: Macaco de protensão com pistões paralelos

#### Acabamento dos Nichos

Após a protensão e a aprovação do alongamento dos cabos, tão logo quanto possível o excesso de cordoalha deve ser cortado. Segundo Cauduro (2005), as cordoalhas podem ser cortadas com equipamento de corte oxiacetilênico, disco abrasivo, corte a plasma ou tesoura hidráulica, desde que sejam tomados cuidados para que as cunhas e a placa de apoio não sejam danificadas. Depois do corte, o comprimento restante da cordoalha deve ficar entre 13 e 20 milímetros além das cunhas. Os nichos de protensão devem ser preenchidos com graute depois de cortadas as pontas excedentes das cordoalhas.

#### A Segurança do Sistema

De acordo com The Concrete Society (1994), deve-se ter em mente que, caso a integridade da estrutura dependa de um pequeno número de cordoalhas e ancoragens, o efeito da mão-de-obra e da qualidade dos materiais pode ser crítico. Isso deve ser compreendido pelas partes envolvidas tanto no projeto quanto na construção.

Um ponto que merece destaque diz respeito à garantia de segurança estrutural diante de eventual rompimento de um cabo de protensão. Ou seja, quais seriam as conseqüências de uma agressão involuntária à estrutura protendida com cordoalhas engraxadas ocasionada durante a execução da estrutura ou por usuários da edificação. Essa questão não deve ser tratada de forma diferente do que seriam as estruturas convencionais. Muito dificilmente se secciona uma cordoalha com equipamentos domésticos. No entanto essa possibilidade existe e ela pode ocorrer principalmente na fase executiva da estrutura. Nesse caso o projetista da obra deve ser consultado para tomar as medidas corretivas. De todo modo, dificilmente a ruptura de uma cordoalha vai comprometer a segurança de toda a estrutura, uma vez que seu elevado grau de hiperestaticidade garante a necessária reserva de segurança, de redistribuição dos esforços e de comportamento global.

Precauções especiais devem ser tomadas para a demolição de estruturas de concreto protendido com cordoalhas engraxadas. Um especialista em protensão deve ser consultado antes

do planejamento da demolição. Diferentemente da protensão aderente, que transfere os esforços à estrutura pelo contato do cabo com o concreto, nas estruturas com cordoalhas engraxadas toda a energia é introduzida somente pelas ancoragens. A liberação dessa energia irá ocorrer em todo o comprimento da cordoalha, não importando onde ela seja cortada. The Concrete Society (1994) recomenda que a seqüência de liberação dos cabos deva ser planejada em detalhes, levando em conta a habilidade da estrutura em absorver o carregamento sem a protensão e também a introdução de escoras temporárias onde necessárias.

#### 2.1.2 Vantagens e desvantagens

Os comentários deste item relacionam-se a pavimentos de concreto protendido, embora também sejam válidos para vigas protendidas, e estão de acordo com Lin e Burns (1981) e Cauduro (1997 e 1999).

#### Cordoalha engraxada e concreto armado

Em relação ao concreto armado, os elementos de concreto protendido com cordoalhas engraxadas possuem uma série de vantagens. A seguir, apresentam-se algumas delas:

- obtenção de maior vão livre entre apoios;
- menor interferência da estrutura com a planta arquitetônica;
- elementos mais esbeltos;
- melhor controle de flechas e contraflechas;
- possibilidade de se reduzir a fissuração nos elementos;
- melhor desempenho quanto à penetração de agentes agressivos.

#### Protensão aderente e não-aderente

Vigas protendidas com cabos aderentes desenvolvem maior resistência última à flexão para uma mesma taxa de armadura ativa não aderente. Apesar de necessitarem de maior mão-de-obra na instalação do sistema de protensão, pode-se adotar cabos com maior capacidade de carga devido à possibilidade de se utilizar uma única ancoragem para várias cordoalhas. Além disso, depois da injeção da nata de cimento, a segurança do sistema não depende mais das ancoragens. Diante de situações extremas como incêndios, explosões ou sismos, a protensão aderente responde por melhor distribuição das fissuras ao longo do elemento e repercute em maior segurança da estrutura à ruína.

Em relação aos cabos aderentes, a protensão sem aderência tem como vantagens:

- maior excentricidade possível do cabo, o que é importante principalmente em lajes;
- o aço de protensão já chega ao canteiro protegido pela graxa e capa plástica;
- menores perdas por atrito;
- não requer injeção de nata de cimento;

- facilidade e rapidez na colocação das cordoalhas nas fôrmas;
- maior velocidade de execução.

Aalami (1994) afirma que ambos os sistemas, se projetados, detalhados e construídos de acordo com as especificações atuais e a boa prática, resultarão em estruturas duráveis, as quais irão ao encontro das normas no que diz respeito ao comportamento em serviço e aos requisitos de resistência. Os méritos de cada um e a decisão por um sistema aderente ou não-aderente dependem da tecnologia, de mão-de-obra qualificada e da disponibilidade de equipamentos, assim como dos aspectos econômicos do local da construção. Ou seja, nenhum desses dois sistemas é categoricamente superior ao outro.

#### Vantagens executivas

De acordo com Cauduro e Leme (1999), esse sistema de cordoalhas engraxadas trouxe uma série de vantagens executivas que faz com que possa ser utilizado até em edifícios de baixo custo com vão pequenos, como por exemplo apartamentos populares. Essas vantagens são, entre outras, as seguintes:

- lajes mais delgadas, pois devido à pequena dimensão da bainha plástica (15mm) aumenta-se o braço de alavanca da protensão;
- como as cordoalhas têm bainhas individuais, elas podem espalhar-se também em movimentos horizontais, possibilitando que as cordoalhas passem através de diversos pilares mesmo que estejam desalinhados entre si, além de facilitar a passagem das instalações na laje;
- fácil transporte e manuseio das cordoalhas, pois sua capa plástica resiste bem à montagem e à concretagem;
- as ancoragens são pequenas e práticas, reunindo em uma só peça o bloco e a placa de distribuição de tensões, e já vêm acompanhadas de uma fôrma plástica para nicho;
- o conjunto bomba-macaco hidráulico é relativamente leve (35 e 19kg) e prático, facilitando o manuseio e o transporte na obra;
- protensão simples e descomplicada em uma só etapa de introdução de pressão;
- fácil preenchimento dos nichos com graute.

#### 2.2 Força de Protensão

A força média de protensão, na abscissa x e no tempo t, é dada pela expressão:

$$P_{t(x)} = P_{0(x)} - \Delta P_{t(x)} = P_i - \Delta P_{0(x)} - \Delta P_{t(x)}$$

sendo:

$$P_{0(x)} = P_i - \Delta P_{0(x)}$$

onde:

 $P_i$  é a força máxima aplicada à armadura de protensão pelo equipamento de tração;

 $P_{0(x)}$  é a força na armadura de protensão no tempo t=0 e na seção de abscissa x;

 $\Delta P_{\theta(x)}$  é a perda imediata medida a partir de  $P_i$ , no tempo t=0 e na seção de abscissa x;

 $P_{t(x)}$  é a força na armadura de protensão no tempo t e na seção de abscissa x;

 $\Delta P_{t(x)}$  é a perda de protensão na seção de abscissa x e no tempo t, calculada após o tempo t=0.

#### Tensão de tração máxima $\sigma_{p,m\acute{a}x}$ na armadura ativa

Durante as operações de protensão, a tensão de tração aplicada na armadura ativa não deve exceder certos valores limites convencionais, os quais são estabelecidos em função do sistema e do tipo de aço de protensão utilizados. A força de protensão máxima  $P_i$  é obtida pela multiplicação da área de armadura  $A_p$  do cabo pela máxima tensão  $\sigma_{p,máx}$  permitida. Em se tratando de sistemas com cabos pós-tracionados e de aços de baixa relaxação, as normas de projeto estudadas definem certos os valores limite para essa tensão.

Considerando uma cordoalha de aço engraxada de diâmetro  $\emptyset12,7$ mm feita de aço CP-190RB, os valores fornecidos pela fabricante de aços Belgo-Mineira são os seguintes: área de seção transversal  $A_p$ =1,014cm², resistência característica à tração  $f_{ptk}$ =1860MPa e resistência característica convencional ao escoamento  $f_{pyk}$ =1674MPa. Assim as máximas tensões de tração  $\sigma_{p,máx}$  permitidas pelas três normas estudadas estão indicadas na tabela 1.

Tabela 1: Valores limite para a tensão de tração na armadura ativa durante a operação de protensão

Norma	Tensão de tração limite na armadura ativa	
NBR6118:2003	0,74 f <sub>ptk</sub> = 1375 MPa	0,82 f <sub>pyk</sub> = 1370 MPa
EN1992:2004	0,80 f <sub>pk</sub> = 1490 MPa	0,90 f <sub>p0,1k</sub> = 1505 MPa
ACI318:2002	0,80 f <sub>pu</sub> = 1490 MPa	$0.94 f_{py} = 1575 MPa$

#### Nota(s):

- 1. fptk, fpk e fpu são a resistência característica à tração do aço de protensão.
- 2. fpyk, fp0,1k e fpy são a resistência característica convencional ao escoamento do aço de protensão.
- 3. Considerando 1 kgf / mm² igual a 9,807 N / mm² (MPa), uma tensão de 190 kgf /mm² equivale a 1860 MPa.

Comparando esses valores, nota-se que a NBR6118:2003 impõe um nível menor que as outras duas normas para as tensões de tração iniciais no aço de protensão. Enquanto o ACI318:2002 e o eurocódigo permitem uma tensão de 1490MPa, a norma brasileira limita essa mesma tensão em apenas 1370MPa, ou seja, um valor 8 % menor.

#### 2.2.1 Grau de protensão

Vários índices têm sido propostos para descrever a intensidade da protensão em um elemento estrutural. Tais índices são úteis para comparar performances relativas de elementos feitos com o mesmo material. A seguir, apresentam-se três dos índices mais comumente utilizados: grau de protensão  $\kappa_b$ , grau de protensão  $\lambda_b$  e taxa de protensão parcial *PPR*.

Leonhardt (1983) define o grau de protensão de tal modo que seja igual a 1 para peças com protensão total. Entende-se por protensão total aquela em que, sob carga de serviço total, a tensão de tração na fibra extrema seja nula. O momento fletor devido a carga de serviço que, juntamente com a força de protensão  $P_{\infty}$ , origina uma tensão no bordo igual a zero é denominado momento de descompressão. Sendo assim o grau de protensão pode ser definido como a relação entre o momento de descompressão  $M_{\theta}$  e o momento total de serviço  $M_{g+q,m\acute{a}}$ :

$$\kappa_P = \frac{M_0}{M_{g+q,m\acute{a}x}}$$

Essa definição avalia a situação de uma determinada peça quanto ao aparecimento de tensões de tração na seção transversal quando solicitada pelo momento de serviço máximo.

Ao se utilizarem armaduras ativas e passivas em uma viga, sabe-se que ambas participam da resistência da peça, tanto para a limitação da abertura de fissuras como para a resistência à ruptura. Variando-se as quantidades relativas de cada tipo de armadura obtém-se uma graduação contínua entre o concreto protendido – sem armadura passiva – e o concreto armado – sem armadura ativa. Assim, segundo proposta de Thürlimann, citado por Pfiel (1984) e por Leonhardt (1983), pode-se dar uma outra definição para o grau de protensão como sendo a relação entre a seção de armadura de protensão existente no banzo tracionado e a soma das seções de armaduras ativa e passiva, cada uma multiplicada pelas respectivas tensões de escoamento:

$$\lambda_p = \frac{A_p \cdot f_{pyd}}{A_p \cdot f_{pyd} + A_s \cdot f_{yd}}$$

onde:

 $A_{p}$  é a área de armadura ativa;

 $A_s$  é a área de armadura passiva;

 $f_{byd}$  é a tensão de escoamento convencional do aço de protensão;

fyd é a tensão de escoamento do aço da armadura passiva.

Por sua vez, essa definição representa a porcentagem do momento resistente último absorvida pela armadura ativa, para o caso de vigas subarmadas, cuja ruptura à flexão inicia-se pelo escoamento das armaduras. Sendo o grau de protensão  $\lambda_p$ =0 para concreto armado e  $\lambda_p$ =1 para concreto com somente armadura protendida.

O ACI423.5R (1999) define ainda um terceiro índice chamado taxa de protensão parcial *PPR* – partial prestressing ratio. Esse índice descreve a relação entre os momentos da armadura de protensão e o momento total da peça.

$$PPR = \frac{M_{np}}{M_{n}}$$

onde:

 $M_{np}$  é o momento nominal provido pela protensão;

 $M_n$  é o momento nominal total.

#### 2.2.2 Considerações sobre grau de protensão e fissuração

Pode-se avaliar a influência do grau de protensão  $\lambda_p$  com os diagramas da figura 4, apresentados em Pfiel (1984), na qual se apresentam curvas de variação da flecha com a carga transversal, aplicadas a vigas com diferentes taxas de armaduras ativas e passivas, mas com mesmo momento resistente último. Na curva 1, representa-se a deformação de um elemento de concreto armado ( $\lambda_p$ =0); na curva 2, concreto com toda a armadura protendida ( $\lambda_p$ =1) e, na curva 3, a deformação de um elemento com armaduras ativa e passiva com grau de protensão  $\lambda_p$  entre 0 e 1.

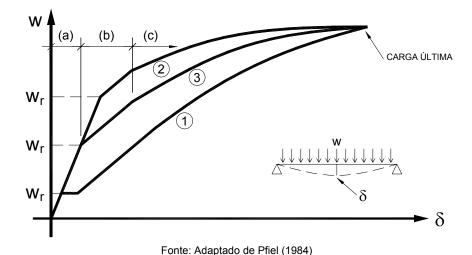


Figura 4: Diagramas típicos de evolução da flecha  $\delta$  com a variação da carga w em vigas biapoiadas com diferentes graus de protensão  $\lambda_p$ .

Na figura 4, percebe-se que o aumento do grau de protensão  $\lambda_p$  provoca um aumento da carga de fissuração  $w_r$  resultando em menores deformações sob cargas de serviço. Para qualquer grau de protensão, as curvas representam três trechos distintos:

- um trecho linear compreendido entre a carga 0 e a carga de fissuração w;
- após a fissuração da viga, o diagrama continua linear com os materiais trabalhando em regime elástico, porém com menor inclinação devido à redução de rigidez provocada pela fissuração;
- a partir de um certo valor de carga, o diagrama encurva-se gradativamente com os materiais passando a trabalhar em regime plástico, até atingir a carga de ruptura.

De acordo com a argumentação de Pfiel (1984), o grau de protensão  $\lambda_p$  tem uma grande influência no comportamento das vigas protendidas no que se refere à fissuração. Ao se aumentar o grau de protensão, aumenta-se a extensão do estágio elástico com seção homogênea, o qual precede a abertura de fissuras. Uma vez ultrapassada a carga de fissuração  $w_r$  da viga, a distribuição e a abertura das fissuras dependem das tensões nas armaduras ativas e passivas, das condições de aderência entre essas armaduras e o concreto, bem como da distribuição das armaduras na região tracionada da seção.

Leonhardt (1983) ressalta que é errôneo pensar que a protensão total conduz a um comportamento estrutural melhor que um menor grau  $\kappa_p$  de protensão. Os conhecimentos obtidos nos últimos anos com danos causados às estruturas de concreto protendido e com ensaios indicam claramente que, para pontes e grandes estruturas, um grau de protensão mais brando conduz a um comportamento estrutural mais favorável que a protensão total. Pressupõe-se, nesse caso, que o menor grau de protensão seja compensado por uma maior quantidade de armadura passiva, que deverá ser dimensionada de acordo com os critérios de limitação de fissuração.

#### 2.2.3 Níveis de protensão

A norma NBR6118:2003 classifica os elementos de concreto protendido de acordo com o nível de tensões existentes ao longo da seção transversal para certas combinações de carregamentos em serviço. Por esse critério, os elementos são divididos em: protensão completa, limitada ou parcial. Assim, em função do nível de protensão aplicado na peça, a norma impõe certos parâmetros a serem cumpridos, os quais estão resumidos abaixo:

- **Protensão Parcial** para pós-tração, pode ser utilizado em meios de classe de agressividade ambiental I e II, respeitando o estado limite de serviço de abertura de fissuras, ELS-W, de 0,2 mm para combinação freqüente de ações.
- **Protensão Limitada** para pós-tração, pode ser utilizado em meios de classe de agressividade ambiental III e IV, respeitando o estado limite de serviço de formação de fissuras, ELS-F, para combinação freqüente de ações e o estado limite de serviço de descompressão, ELS-D, para combinação quase permanente.
- Protensão Completa pode ser utilizado em meios de qualquer classe de agressividade ambiental, respeitando o estado limite de serviço de descompressão, ELS-D, para combinação freqüente e o estado limite de serviço de formação de fissuras, ELS-F, para combinação rara de ações.

#### 2.2.4 Protensão parcial

Conforme comentado por Schmid (1991), quando o concreto protendido foi introduzido, na década de 1930, a filosofia de projeto era a de criar um novo material, colocando o concreto sob tal compressão que nele nunca houvesse qualquer tração e, por conseqüência, qualquer fissura – pelo menos não sob carregamento de serviço. A maioria das normas da época exigia a chamada protensão completa. No final da década de 1940, observações das primeiras estruturas indicaram que freqüentemente havia resistência extra. Não se tardou em constatar que a protensão limitada, na qual se permitem pequenas tensões de tração, apresentava não só um bom desempenho como também vantagens econômicas sensíveis. Gradualmente, a filosofia da protensão completa e, portanto, da ausência de fissuras foi cedendo lugar para a filosofia da protensão parcial, na qual se combinam as vantagens do concreto armado com as do concreto protendido, permitindo-se que o concreto fissure de maneira ordenada.

Ainda de acordo com Schmid (1991), a maioria das normas de projeto de estruturas de concreto, tanto de edifícios quanto de pontes, atualmente permite que os elementos com protensão parcial sejam projetados para permitir a ocorrência de tensões de tração sob cargas de serviço, nesse sentido o uso de protensão parcial vem se tornando prática comum. Além disso, no decorrer dos últimos anos, chegou-se à conclusão que, até mesmo para carga permanente, é aceitável a presença de fissuras bem distribuídas, deixando-se ao projetista a liberdade de escolha do grau de protensão, desde a protensão completa até ausência total de protensão, isto é, concreto armado.

O relatório ACI423.5R (1999) comenta que uma definição unificada do termo protensão parcial deve ser baseada no comportamento do elemento sob certo carregamento. Dessa forma, esse relatório define a protensão parcial como: "uma abordagem de projeto e construção em que se utiliza armadura ativa, ou uma combinação de armaduras ativa e passiva, de maneira que as tensões de tração e a fissuração do concreto, devidas à flexão, são permitidas sob carregamentos permanente e variável de serviço, enquanto as prescrições de estados limites últimos ELU e de serviço ELS são satisfeitas".

O concreto com protensão completa é definido como um concreto com armadura ativa e nenhuma tensão de tração sob carregamento de serviço. O concreto armado convencional é definido como um concreto sem armaduras ativas e, geralmente, há tensão de tração sob carregamento de serviço. O concreto com protensão parcial encontra-se entre esses dois casos limites.

Segundo Lin e Burns (1981), agora está claro que a maioria dos projetos de concreto protendido tecnicamente recai no caso de protensão parcial em vez de protensão completa. Mas ainda se requer precaução nos projetos com protensão parcial, porque, em função de cargas variáveis, pode ocorrer deformação excessiva nos trechos fissurados. O atual estado da arte é tal que se tem experiência de pesquisa e de projeto para dar suporte à grande utilização de protensão parcial e projetar controlando e assegurando tensões, deformações e abertura de fissuras.

A filosofia básica de projeto para protensão parcial, conforme o ACI423.5R (1999), não é diferente daquela para concreto armado ou protensão completa. O objetivo principal é providenciar adequadas resistência e dutilidade sob carregamento último e garantir um comportamento satisfatório sob carregamento de serviço. Ao se permitirem tensões de tração e fissuração no concreto, tem-se maior liberdade para se definir a quantidade de protensão e se obter certa performance da estrutura sob uma condição de carregamento particular.

A protensão parcial, de acordo com Lin e Burns (1981), pode ser obtida por qualquer uma das seguintes medidas:

- Pelo uso de menos aço de protensão; isso irá economizar aço, mas também diminuir a resistência última, a qual é quase diretamente proporcional à quantidade de aço.
- Pelo uso da mesma quantidade de aço de protensão, mas deixando alguns sem protender; isso irá economizar operações de protensão e ancoragens, aumentar a dutilidade devido à fissuração precoce e ter menor resistência última.

- Pelo uso de mesma quantidade de aço, mas protendendo-os até um menor nível; os efeitos disso são similares aos da medida anterior, mas não são economizadas ancoragens.
- Pelo uso de menos aço de protensão e adicionando armadura passiva; isso irá dar a resistência última desejada e resultar em maior dutilidade em função da fissuração.

A combinação de aço de protensão com armadura passiva forma um eficiente conjunto em que um tipo de armadura complementa o outro. Os cabos de protensão contrabalançam uma parcela do carregamento, reduzem a deformação e provêem a maior parte da resistência de peça, enquanto as barras aderentes não protendidas distribuem as fissuras, complementam a resistência última e reforçam os locais das peças não alcançados pelas forças de protensão, e além disso proporcionam segurança adicional contra situações não previstas de cargas. Com um projeto adequado, pode-se obter tanto economia como segurança.

As vantagens e desvantagens da protensão parcial, comparadas com a protensão completa, segundo Lin e Burns (1981), podem ser resumidas como na tabela 2.

	Vantagens	Desvantagens
Protensão Parcial	Melhor controle da contraflecha	Aparecimento precoce de fissuras
	Economia na quantidade de aço de protensão	Maiores deformações sob sobrecargas
	Economia de operações de protensão e de ancoragens	Maiores tensões de tração sob cargas de serviço
	Possibilidade de aumento na dutilidade da estrutura	Ligeiro decréscimo na resistência última de flexão para a mesma taxa de aço
	Utilização racional do aço de armadura passiva	

Tabela 2: Vantagens e desvantagens da protensão parcial

Como desvantagem da protensão parcial, o relatório ACI423.5R (1999) ainda comenta que, sob carregamento repetido, a fadiga de um elemento parcialmente protendido pode ser uma preocupação. Além disso, a durabilidade também pode ser um problema potencial, porque os elementos podem encontrar-se bastante fissurados sob serviço.

#### 2.3 Perdas de Protensão

Qualquer projeto de estrutura protendida deve prever as perdas da força de protensão em relação ao valor inicial aplicado pelo aparelho tensor, que ocorrem durante a transferência da protensão ao concreto – perdas imediatas – e também ao longo do tempo – perdas progressivas. As fontes de perda de protensão mais importantes, que precisam ser levadas e consideração nos cálculos, são as seguintes:

- atrito da armadura com a bainha;
- acomodação da ancoragem;
- encurtamento imediato do concreto;
- retração do concreto;
- fluência do concreto;
- relaxação do aço.

As perdas devido ao encurtamento imediato do concreto, ao atrito entre as armaduras e as bainhas, ao deslizamento da armadura junto à ancoragem e à acomodação dos dispositivos de ancoragem são consideradas perdas imediatas, uma vez que ocorrem durante a operação de protensão e imediatamente após a ancoragem das armaduras. Além destas, ocorrem também perdas progressivas, que se desenvolvem ao longo da vida útil da estrutura, sendo a retração e a fluência do concreto e a relaxação do aço. Sob condições normais essas perdas tendem a se estabilizarem em 2 ou 3 anos e, após esse período, as perdas são consideradas desprezíveis.

Outros fatores, como variação de temperatura e deformação da estrutura sob carga, podem afetar a tensão na armadura ativa. Entretanto, de acordo com Kelley (2000), isso não necessariamente resulta em diminuição permanente de tensão no cabo, portanto não são consideradas perdas de protensão e, na maioria das vezes, a deformação da estrutura aumenta as tensões nos cabos.

Se as perdas reais de protensão forem significativamente maiores ou menores que os valores estimados, o comportamento da estrutura em serviço — flechas, contraflechas e fissuração — pode ser diferente do previsto. A superestimativa das perdas pode ser quase tão prejudicial para desempenho em serviço quanto a subestimativa, uma vez que superestimar as perdas pode resultar em valores de contraflecha e de encurtamento elástico maiores que os esperados. Em elementos com cordoalhas engraxadas, a tensão no aço de protensão, no ELU, é função de  $P_{\infty}$ . Assim, o valor o momento resistente do elemento pode variar levemente, dependendo de como as perdas de protensão foram avaliadas.

#### 2.3.1 Perdas imediatas de protensão

Consideram-se perdas imediatas de protensão: perdas por atrito, perdas por acomodação das ancoragens e perdas por encurtamento elástico do elemento. Não há diferenças no cálculo dessas perdas entre cabos com aderência posterior e cordoalhas engraxadas. A maior diferença estaria na avaliação das perdas por atrito, em que os coeficientes para cada sistema são sensivelmente distintos. Essas semelhanças de critérios e de procedimentos são confirmadas pelas normas brasileira, européia e americana, que trazem praticamente as mesmas recomendações a respeito desse assunto.

#### Perdas por atrito

As perdas por atrito entre as armaduras ativas e a bainha variam ao longo do comprimento da peça, de forma que a força de protensão tem valor diferente dependendo da seção considerada. Enquanto o macaco aplica a força de protensão P, a armadura ativa sofre um alongamento gradativo que é resistido pelo atrito entre a armadura e a bainha. Como resultado desse atrito, a força P diminui a partir da ancoragem ativa. Para efeito de cálculo, pode-se considerar que essas perdas são causadas por dois fenômenos distintos: atrito devido a mudanças de direção do cabo e atrito devido a curvaturas não intencionais ou ondulações parasitas.

Tanto a NBR6118:2003 como o EN1992:2004 e o ACI318:2002 apresentam o mesmo procedimento para a avaliação do efeito das perdas por atrito em cabos protendidos. A seguinte expressão pode ser utilizada:

$$\Delta P_{(x)} = P_i \cdot \left[ 1 - e^{-(\mu \cdot \Sigma \alpha + k \cdot x)} \right]$$

entretanto, de acordo com o ACI318:2002, na maioria dos casos, quando o valor do termo  $(\mu \cdot \Sigma \alpha + k \cdot x)$  resulta  $\leq 0.3$ , a equação pode ser simplificada para a seguinte forma:

$$\Delta P_{(x)} = P_i \cdot \left[ 1 - \left( \mu \cdot \Sigma \alpha + k \cdot x \right) \right]$$

onde:

x é a abscissa do ponto onde se calcula  $\Delta P$ , medida a partir da ancoragem ativa, em metros;  $\Sigma \alpha$  é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto da abscissa x, em radianos;

 $\mu$  é o coeficiente de atrito aparente entre cabo e bainha, em 1/radiano;

k é o coeficiente de perda provocada por curvaturas não intencionais do cabo, em 1/metro.

O valor do coeficiente de atrito  $\mu$  depende das características da superfície da armadura de protensão e da bainha, da presença de oxidação, do alongamento e do traçado do cabo. O valor do coeficiente de ondulações parasitas k depende da qualidade da mão-de-obra, da distância entre os suportes do cabo, do tipo de bainha empregada e do grau de vibração adotado no lançamento do concreto.

Na tabela 3, apresentam-se alguns valores médios para esses coeficientes que podem ser maiores ou menores dependendo das características específicas próprias da protensão empregada.

Tipo de caboCoeficiente de ondulações parasitas k [por metro]Coeficiente de atrito aparente  $\mu$  [por radiano]Bainhas metálicas (NBR) $0.01\mu = 0.0020$ 0.20Bainhas metálicas lubrificadas (NBR) $0.01\mu = 0.0010$ 0.10Monocordoalhas engraxadas (NBR) $0.01\mu = 0.0005$ 0.05Monocordoalhas engraxadas (ACI)0.00350.07

Tabela 3: Coeficientes de atrito para cabos de cordoalhas pós-tracionados.

Fonte: NBR6118:2003, ACI318:2002 e Manual de Protensão do PTI (1990).

MESTRANDO: Diogo Schreiner Zanette
ORIENTADOR: Daniel Domingues Loriggio

Observa-se que há uma diferença considerável entre as recomendações de coeficientes das normas NBR6118:2003 e ACI318:2002 para cordoalhas engraxadas, principalmente no que diz respeito ao coeficiente de ondulações parasitas *k*. Cabe ressaltar que os coeficientes propostos pelo ACI318:2002 são indicados por várias referência estrangeiras, entre elas Lin e Burns (1981), Kelley (2000), ACI423.3R (1989) e PTI (1990).

Devido ao menor coeficiente de atrito aparente  $\mu$ , acredita-se com freqüência que um cabo com cordoalhas engraxadas possui menor perda por atrito que um cabo equivalente com bainha metálica. Segundo Aalami (1994), essa percepção geralmente não é válida para cabos de protensão com comprimentos maiores que 25 metros. Analisando a tabela 3, percebe-se que as monocordoalhas engraxadas realmente possuem um coeficiente de atrito  $\mu$  menor que cabos com bainhas metálicas, mas, por outro lado, possuem um coeficiente de ondulações parasitas k sensivelmente maior. As bainhas metálicas, por mais flexíveis que sejam, certamente possibilitam um traçado com menos ondulações não intencionais que as bainhas de polipropileno das monocordoalhas engraxadas, justificando a diferença entre os coeficientes k dos dois tipos de cabo. Assim, verifica-se que a maior taxa de perda de protensão por ondulações parasitas nas cordoalhas engraxadas anula, já para cabos de comprimentos relativamente curtos, as vantagens obtidas com o baixo coeficiente de atrito.

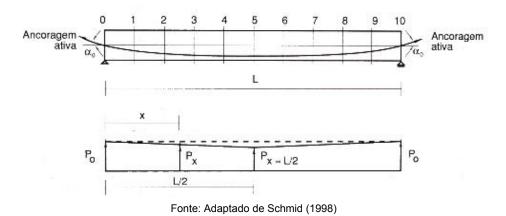


Figura 5: Perdas por atrito de um cabo com duas ancoragens ativas

As perdas por atrito vão se acumulando da seção a seção podendo atingir valores elevados, principalmente em cabos de grande comprimento e com muitas ou acentuadas mudanças de direção. Uma forma de reduzir essas perdas é protender o cabo pelas duas extremidades. Essa é uma solução que envolve mais mão-de-obra, e isso deve ser avaliado em termos de economia. A figura 5 ilustra essa situação.

#### Perdas por acomodação da ancoragem

Na maioria dos sistemas pós-tração, no momento em que um cabo é tracionado ao seu valor de projeto, libera-se o macaco e, assim, protensão é transferida à ancoragem. As fixações da ancoragem, ao receberem essa carga, tendem a deformarem-se, dessa forma permitindo ao cabo

afrouxar-se levemente. Do mesmo modo as cunhas, empregadas para segurar a armadura ativa, deslizam uma pequena distância antes que o aço de protensão esteja firmemente preso.

Tanto cabos com aderência como cabos sem aderência são tipicamente ancorados com cunhas metálicas cônicas de duas ou três partes. A acomodação das cunhas e o deslizamento da armadura nas ancoragens provocam uma redução da ordem de alguns milímetros no alongamento inicial das cordoalhas, gerando perdas de tensão nos cabos.

A perda de alongamento depende das cunhas, do macaco e do procedimento de protensão ficando entre 3mm e 12mm. De acordo com a NBR 6118:2003 essas perdas devem ser determinadas experimentalmente ou adotados os valores indicados pelos fabricantes dos dispositivos de ancoragem. Segundo Pfiel (1983), no caso de dispositivos de ancoragem com cunhas individuais de aço os seguintes valores médios de penetração podem ser adotados:

- para cordoalha 12,7mm:  $\Delta = 6$ mm
- para cordoalha 12,7mm:  $\Delta = 4$ mm (cunha cravada com macaco)

Em razão da interação entre o deslocamento dos cabos e o fenômeno do atrito, ocorre uma resistência que se opõe ao recuo do cabo e que, portanto, deve ser levada em conta nos cálculos de perda. Um cálculo bastante preciso é usualmente feito por um processo iterativo. Escolhes-se um comprimento de acomodação da ancoragem  $L_{anc}$  e a perda de força, nesse comprimento, é calculada baseando-se no perfil de perdas por atrito. A perda de alongamento por acomodação é então calculada pela equação do alongamento  $\Delta = \int P_x dx/AE_p$ , sobre o comprimento assumido com o valor de  $P_x$ . O comprimento de acomodação da ancoragem  $L_{anc}$  é ajustado até que o  $\Delta$  calculado seja razoavelmente próximo à perda do alongamento convencionado para o tipo de cabo.

Para a maioria dos cabos, a acomodação da ancoragem representa apenas uma pequena parcela nas perdas finais de protensão. Mas, uma vez que essa perda de protensão é causada por um valor total fixo de acomodação  $\Delta$  do cabo, o percentual de perda é maior e, portanto, mais significativo em cabos curtos.

#### Perdas por encurtamento elástico do elemento

Devido ao encurtamento elástico do elemento de concreto, provocado protensão sucessiva cabo a cabo, ocorre perda de tensão nas armaduras anteriormente protendidas e ancoradas. O cabo que é tencionado por primeiro sofre a maior parcela de perda por encurtamento elástico do concreto pela aplicação posterior da protensão aos outros cabos. Já o cabo que é tencionado por último não sofre nenhuma perda por encurtamento. A consideração exata desse fenômeno pode ser complicada, uma vez que, ao final das operações de protensão, cada cabo terá um valor diferente de tensão, mas, para aplicações práticas, é suficientemente preciso considerar uma perda média de protensão para todos os cabos.

A NBR6118:2003 apresenta a seguinte expressão para o cálculo da perda média por encurtamento elástico:

$$\Delta \sigma_P = \alpha_P \cdot \left(\sigma_{cp} + \sigma_{cg}\right) \cdot \frac{(n-1)}{2 \cdot n}$$

onde:

 $\alpha_p$  é a relação entre os módulos de elasticidade  $E_p$  e  $E_{ci}$ , com o valor de  $E_{ci}$  na data da protensão;  $\sigma_{cp}$  é a tensão inicial do concreto no nível do baricentro da armadura de protensão, devido a protensão simultânea de n cabos;

 $\sigma_g$  é a tensão no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devido a carga permanente mobilizada pela protensão ou simultaneamente aplicada com a protensão.

Tanto as cordoalhas engraxadas como os cabos com aderência posterior podem se deslizar dentro das bainhas no momento da aplicação da protensão, não apresentando, portanto, a mesma deformação do concreto ao seu redor. Baseado na perda de protensão pela deformação média do aço de protensão ao longo de todo o comprimento do cabo, em vez da deformação em uma seção crítica, pode-se calcular a tensão de compressão média no concreto na altura do cabo, imediatamente após a protensão, pela expressão:

$$\left(\sigma_{cp} + \sigma_{cg}\right) = \frac{P}{A_c} + \frac{\left(M_p + M_g\right) \cdot e_p}{I_c}$$

onde:

 $M_{p}$  é o momento fletor causado pelo carregamento equivalente de protensão;

 $M_{g1}$  é o momento fletor causado pelo carregamento permanente  $g_1$  atuante no ato da protensão.

Com exceção de algumas diferenças na apresentação da expressão, o procedimento acima é praticamente o mesmo recomendado pelo ACI e pelo eurocódigo EN1992:2004 para a avaliação de perdas por encurtamento elástico.

#### 2.3.2 Perdas progressivas de protensão

Consideram-se perdas progressivas de protensão: perdas por fluência do concreto, perdas por retração do concreto e perdas por relaxação do aço. Entre cabos aderentes e não aderentes, existem algumas diferenças conceituais no cálculo dessas perdas, principalmente na hipótese de igualdade na deformação da armadura ativa e do concreto adjacente. Cada uma das três normas estudadas – a brasileira NBR6118:2003, a européia EN1992:2004 e a americana ACI318:2002 – apresenta procedimentos diferentes para a estimativa dessas perdas progressivas, conforme se mostra a seguir.

#### Causas e interdependência das perdas progressivas

Ao longo do tempo, as tensões de compressão exercidas pela protensão e pelas demais cargas efetivamente aplicadas causam um encurtamento gradual do elemento de concreto, que é conhecido como fluência ou deformação lenta. Na medida em que o elemento de concreto encurta-se, os cabos de protensão no seu interior diminuem de comprimento e, em conseqüência,

ocorre uma perda da força de protensão inicialmente aplicada. Tal encurtamento é função da tensão de compressão atuante no concreto e tende a se estabilizar após certo período.

A retração é um fenômeno que ocorre em função do equilíbrio higrotérmico do concreto com o ambiente. Ao longo do tempo, o concreto perde parte de sua água até atingir uma umidade relativamente estável. Essa perda produz uma diminuição de volume e, conseqüentemente, um encurtamento do elemento.

A relaxação em um elemento protendido é definida como o alívio gradual da tensão em um cabo com variação de comprimento nula. No caso do aço, a relaxação é resultado da alteração permanente de sua estrutura interna.

Na maioria dos casos, a determinação precisa das perdas progressivas de protensão é impraticável, porque elas são dependentes de uma série de variáveis que não estão completamente definidas na fase de projeto. Essas variáveis incluem: propriedades física e química dos materiais, método de cura do concreto, tempo de duração e de aplicação do carregamento, condições ambientais a que a estrutura estará sujeita, detalhes construtivos.

Além disso, o aço e o concreto possuem propriedades que variam ao longo do tempo, cujos efeitos tornam-se interdependentes em elementos de concreto protendido. Após a transferência da força de protensão ao elemento, o concreto e o aço recebem tensões que se alteram gradativamente com o decorrer do tempo. Por exemplo, a taxa de perda de protensão por relaxação do aço, é continuamente alterada pela diminuição do comprimento do cabo, e, portanto, da tensão na armadura ativa, causada pelo encurtamento do elemento por fluência e retração do concreto. Já a taxa de fluência é influenciada pela diminuição das tensões de compressão no concreto causada pelo alivia da força de protensão por relaxação do aço.

Com o propósito de considerar essas interdependências e variações ao longo do tempo, seria necessário fazer uma análise iterativa calculando as perdas em função de sucessivos intervalos de tempo, em que os valores calculados no final de cada intervalo seriam usados como valores iniciais do próximo. Entretanto, para os casos usuais, assume-se que cada fenômeno que ocasiona perda de protensão aconteça de maneira isolada. Com essa simplificação, a perda progressiva total pode ser calculada como a soma de cada fator avaliado individualmente.

#### Critérios recomendados pela norma NBR6118:2003

A norma brasileira indica um processo simplificado e outro aproximado para a avaliação das perdas progressivas de protensão e, ao introduzir esses processos, comenta o seguinte:

Os valores parciais e totais das perdas progressivas de protensão, decorrentes da retração e da fluência do concreto e da relaxação do aço de protensão, devem ser determinados considerando a interação dessas causas, podendo ser utilizados os processos indicados nos itens 9.6.3.4.2 a 9.6.3.4.5. Nesses processos admite-se que **exista aderência** entre a armadura e o concreto e que o elemento estrutural permaneça no **estádio** I (grifos do autor).

Nos elementos protendidos com monocordoalhas engraxadas não existe aderência entre as armaduras e o concreto. Além disso, muito freqüentemente esses elementos são dimensionados para que, sob carregamento de serviço, possuam certo nível de fissuração, não permanecendo, portanto, no estádio *I*. Em função disso, os processos de cálculo da NBR6118:2003 não podem ser aplicados a tais elementos.

A NBR6118:2003 apresenta, em seu Anexo A, uma série de prescrições que tratam da avaliação do efeito do tempo no concreto estrutural e permite, ainda que esse anexo seja de caráter informativo, que se utilizem outros procedimentos desde que respaldados por normas internacionais ou literatura técnica.

## Procedimento adotado pelo eurocódigo EN1992:2004

O eurocódigo apresenta somente o seguinte método simplificado para se estimar as perdas dependentes do tempo, numa posição x, sob carregamento permanente:

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \cdot \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \cdot \frac{\mathcal{E}_{cs} \cdot E_p + 0.8 \cdot \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \varphi(t,t_0) \cdot \sigma_{c,\mathcal{Q}P}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_c} \cdot \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{cp}^{-2}\right) \cdot \left[1 + 0.8 \cdot \varphi(t,t_0)\right]}$$

onde:

 $\Delta \sigma_{p,c+s+r}$  é o valor absoluto da variação de tensão nos cabos em função da fluência, retração e relaxação na posição x, no tempo t;

 $\varepsilon_{\alpha}$  é a deformação estimada de retração, em valor absoluto;

 $E_p$  é o módulo de elasticidade do aço de protensão;

 $E_{cm}$  é o módulo de elasticidade do concreto;

 $\Delta \sigma_{pr}$  é o valor absoluto da variação de tensão nos cabos na posição x, no tempo t, devido a relaxação do aço de protensão, determinado para uma tensão inicial  $\sigma_p$  nos cabos sob carregamento quase-permanente;

 $\varphi(t,t_0)$  é é o coeficiente de fluência no tempo t e com carregamento aplicado no tempo  $t_0$ ;

 $\sigma_{c,OP}$  é a tensão no concreto adjacente aos cabos sob carregamento quase-permanente;

 $A_p$  é a área da armadura de protensão na posição x;

 $A_{\iota}$  é a área da seção bruta de concreto;

I<sub>c</sub> é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

 $z_{\mathcal{D}}$  é a distância entre o centro de gravidade da seção de concreto e dos cabos.

Essa expressão se aplica tanto a cabos com aderência, quando valores locais de tensões forem usados, como a cabos não aderentes, quando valores médios de tensões forem usados. No caso de monocordoalhas engraxadas, os valores médios podem ser calculados ao longo de todo o comprimento dos cabos.

Os valores de  $\varepsilon_{cs}$ ,  $E_{cm}$ ,  $\Delta\sigma_{pr}$  e  $\varphi(t,t_0)$  não são os mesmos valores definidos na norma NBR6118:2003, devendo ser determinados, portanto, de acordo com as prescrições do eurocódigo EN1992:2004.

## 2.3.3 Perdas progressivas de acordo com as recomendações do ACI

O método para estimativa de perdas de protensão proposto pelo comitê ACI-ASCE, introduzido por Zia el al (1979), é apresentado abaixo.

Lin e Burns (1981) consideram que esse método permite uma adequada estimativa das perdas de protensão para a maioria das vigas de concreto protendido, sem a necessidade de se aplicarem métodos gerais iterativos ou programas de computador. As interações entre as fontes de protensão foram consideradas ao se definir os vários coeficientes utilizados, assim esse método é significativamente melhor que simplesmente assumir um valor aproximado da soma individual das perdas por encurtamento elástico, retração e fluência do concreto e relaxação do aço.

Além disso, o ACI318:2002, em seus comentários à norma, faz referência ao artigo de Zia et al (1979), onde afirma que esse artigo contém recomendações que permitem determinar, com certa facilidade, estimativas razoavelmente precisas das perdas de protensão. As recomendações incluem a consideração do nível inicial de tensão, do tipo de aço, seja fio, cordoalha de baixa relaxação ou barra, condições ambientais e tipo de construção: pré-tração, pós-tração aderente e pós-tração não-aderente.

A seguir, apresentam-se os procedimentos para a estimativa das perdas progressivas de protensão, desenvolvidos por Zia et al (1979) e obtidos em Lin e Buns (1981) e em Kelley (2000).

#### Perdas por fluência do concreto (*Creep* – CR)

Nota-se que cabos não-aderentes não apresentam a mesma deformação do concreto adjacente. Um cabo não-aderente é geralmente uma monocordoalha engraxada ancorada em ambas as extremidades, não existindo, portanto, conexão entre concreto e aço ao longo do cabo. Pode-se assumir, então, que as perdas por fluência em cabos não-aderentes estão relacionadas com a tensão média do concreto ao nível do cabo e não com a deformação no ponto de momentos máximo.

Para elementos com cabos não-aderentes, a equação é:

$$CR = K_{cr} \cdot \alpha_e \cdot f_{cna}$$

onde:

 $K_{cr}$  é 1,6 para elementos pós-tracionados;

 $f_{\phi a}$  é a tensão de compressão média no concreto ao longo do elemento no centro de gravidade dos cabos imediatamente após a aplicação da protensão.

MESTRANDO: Diogo Schreiner Zanette
ORIENTADOR: Daniel Domingues Loriggio

## Perdas por retração do concreto (Shrinkage - SH)

Ao se calcular as perdas de protensão, considera-se que a retração do concreto ocorra devido a perdas de água para o ambiente, embora existam outras causas menos significativas. Portanto, nas formulações propostas pelo ACI, a deformação causada pela retração é levada em conta a partir da relação entre o volume e a área do elemento, além da umidade relativa do ambiente. Essa deformação efetiva  $\varepsilon_{sh}$  pode ser obtida multiplicando-se o valor da deformação por retração média, convencionalmente tida como  $550 \times 10^{-6}$ , pelos fatores  $(1-0.06 \cdot V/S)$  e  $(1.5-0.015 \cdot RH)$ . Assim:

$$\varepsilon_{sh} = 550 \times 10^{-6} \cdot \left( 1 - 0.06 \cdot \frac{V}{S} \right) \cdot \left( 1.5 - 0.015 \cdot RH \right)$$
$$= 8.2 \times 10^{-6} \left( 1 - 0.06 \cdot \frac{V}{S} \right) \left( 100 - RH \right)$$

onde:

V/S é a relação volume-área;

RH é a umidade relativa do ambiente, em porcentagem.

A perda de protensão por retração SH é, então, calculada pela seguinte expressão:

$$SH = 8.2 \times 10^{-6} \cdot K_{sh} \cdot E_p \cdot \left(1 - 0.06 \cdot \frac{V}{S}\right) \left(100 - RH\right)$$

O coeficiente  $K_{sh}$  leva em conta a retração que ocorre entre o final da cura e a aplicação da protensão. Para elementos com pós-tração, esse coeficiente é obtido da tabela 4. Nas estruturas em que não aplica cura úmida, o número de dias é contado a partir do lançamento do concreto.

Tabela 4: Valores da constante de retração K<sub>sh</sub> para elementos pós-tracionados

Dias	1	3	5	7	10	20	30	60
<b>K</b> <sub>sh</sub>	0,92	0,85	0,80	0,77	0,73	0,64	0,58	0,45

Fonte: Tabela adaptada de Kelley (2000) e de Lin e Burns (1981).

#### Perdas por relaxação do aço

A taxa de relaxação do aço, em qualquer ponto no tempo, depende do nível de tensão de tração no cabo naquele instante. Em função das outras perdas de protensão, há uma redução contínua da tensão do cabo, o que causa a redução da taxa de relaxação.

A equação da perda de protensão por relaxação do aço é:

$$RE = [K_{re} - J \cdot (SH + CR + ES)] \cdot C$$

onde:

SH é a perda de protensão por retração, em MPa;

CR é a perda de protensão por fluência, em MPa;

ES é a perda de protensão por encurtamento elástico, em MPa;

MESTRANDO: Diogo Schreiner Zanette
ORIENTADOR: Daniel Domingues Loriggio

O fator J leva em conta a redução da tensão no cabo devida às outras perdas. O valor da relaxação básica  $K_n$  e o fator J são funções do tipo de aço. Para cordoalhas com aço do tipo CP190RB, pode-se adotar os seguintes valores:  $K_n = 5000$  e J = 0,040.

O valor da constante C leva em consideração o fato de a relação resistência ao escoamento  $f_{py}$  e resistência última  $f_{pu}$  é diferente para aços com relaxação normal e relaxação baixa. A relação  $f_{py}/f_{pu}$  é geralmente assumida como 0,70 para cabos pós-tracionados, podendo-se se adotar, assim, o valor da constante C, para cordoalhas com aço de relaxação baixa, igual a: C=0,75.

## Perdas progressivas aproximadas

O manual de protensão do PTI (1990) apresenta os valores aproximados de perdas de protensão mostrados na tabela 5. Nesses valores são consideradas as perdas referentes à retração e à fluência do concreto, à relaxação do aço e ao encurtamento elástico do elemento, devendo-se adicionar separadamente as perdas por atrito e por acomodação da ancoragem.

Material do cabo de protensão

Lajes

Vigas

Fios CP170-RN e Cordoalha CP190-RN

Barras

138,0 MPa

172,5 MPa

Cordoalha CP190-RB

103,5 MPa

138,0 MPa

Nota(s):

1. Os valores da tabela NÃO incluem perdas por atrito.

Tabela 5: Valores aproximados de perdas progressivas de protensão

Fonte: Tabela adaptada de Post-tensioning Manual, PTI (1990)

Os valores de perdas, mostrados na tabela 5, são baseados em valores médios de resistência do concreto, de nível de tensão e de condições ambientais. Portanto podem variar significativamente acima ou abaixo nos casos em que for aplicada a protensão ao concreto com baixa resistência, em que o nível de protensão for elevado ou em que a condição ambiental for muito úmida ou muito seca.

Segundo Lin e Burns (1981), esses valores da tabela 5 são adotados pela indústria de protensão em projetos nos quais as perdas não são especificadas pelo projetista. O uso desses valores é recomendado para casos cujas condições usuais médias tornam desnecessário o cálculo de cada perda separadamente. A experiência no uso desses valores tem sido satisfatória, mas se reconhece que algumas situações de projeto requerem uma melhor consideração das perdas. Por exemplo, nota-se que pode haver variação significativa desses valores quando é aplicada uma compressão baixa ou elevada ao concreto, ou em condições de exposição ambiental bastante seca ou bastante úmida.

MESTRANDO: Diogo Schreiner Zanette ORIENTADOR: Daniel Domingues Loriggio

## 2.3.4 Efeitos das restrições de apoio nas perdas de protensão

As perdas de protensão, discutidas acima, causam uma redução da tensão no cabo, ocasionando uma diminuição da tensão de compressão aplicada à viga. Essa compressão também é influenciada por conexões com outros elementos estruturais, principalmente com pilares e pilaresparede, que restringem a livre movimentação da viga.

Essas perdas por restrição da livre deformação, segundo Kelley (2000), podem ser tanto imediatas como progressivas. Se um elemento protendido é rigidamente conectado a outro, o elemento de apoio absorve, durante a aplicação da protensão, parte dessa força. Se o elemento não tem condições de movimentar-se livremente para acomodar mudanças de seu volume em função de variações posteriores de temperatura e retração e fluência do concreto, então haverá transferência de esforços para o elemento de apoio.

## 2.4 Representação da protensão

Os esforços que os cabos de protensão exercem nos elementos protendidos podem ser tratados de diferentes maneiras. Na literatura técnica encontram-se várias abordagens para se representar esses esforços de protensão, desde as mais simples e limitadas até as mais sofisticadas e abrangentes. Cada uma dessas abordagens tem vantagens e desvantagens, nível de precisão e campos de aplicação diferentes. Informações e referências sobre esse assunto podem ser encontradas nas dissertações de Thissen (2001) e Koerich (2004).

A norma NBR6118:2003, em seu item 11.3.3.5, recomenda que os esforços solicitantes gerados pela ação da protensão sejam calculados a partir:

- 1. das deformações impostas correspondentes ao pré-alongamento das armaduras;
- 2. da excentricidade do cabo e da força de protensão na seção transversal;
- 3. de um conjunto de cargas externas equivalentes.

Para serem feitas as verificações ao estado limite último ELU de uma seção de concreto protendido à flexão, pode-se lançar mão da mesma metodologia utilizada para seções de concreto armado. Ou seja, a seção transversal é analisada a partir das deformações do concreto e do aço das armaduras ativas e passivas. Essa é a abordagem sugerida pela norma NBR6118:2003 para as verificações de ELU e utilizada neste trabalho. No item 3.3.1 a seguir, que trata do estado limite último de flexão, essa forma de representar a protensão é mostrada com maiores detalhes.

Uma outra forma de abordar o problema seria representar o efeito da protensão, em uma seção transversal da viga, como um esforço de compressão com o valor da força protensão P, naquela seção, aplicado na altura do eixo do cabo com inclinação igual à reta tangente à sua curva. Esse esforço P também pode ser tratado como um conjunto de três forças aplicadas no centro geométrico da seção transversal: esforço normal N, esforço cortante V e momento fletor M. A

figura 6 mostra uma seção transversal qualquer de uma viga e essas duas variações da forma de representar a protensão.

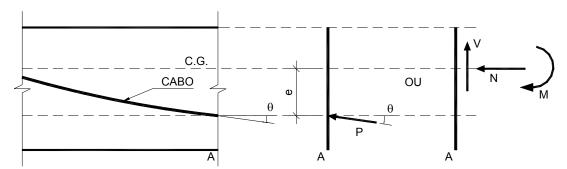


Figura 6: Esforços de protensão calculados diretamente pela excentricidade do cabo e da força de protensão na seção

Essa maneira de representar a protensão é bastante intuitiva e, provavelmente, é a abordagem mais conhecida entre engenheiros, sendo facilmente utilizada nas verificações das tensões normais na seção de concreto, limitação da deformação do elemento e no controle da abertura de fissuras. Considerando-se uma seção qualquer de uma viga, onde atua somente a protensão com força P e excentricidade e, pode-se calcular a distribuição de tensões na seção transversal pela seguinte equação elástica:

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{P \cdot e \cdot y}{I}$$

De acordo com Lin e Burns (1981), esse conceito trata o concreto como sendo um material perfeitamente elástico. O concreto, um material fraco quando solicitado à tração e forte quando à compressão, é comprimido de modo que o frágil concreto possa resistir às tensões de tração. Desse conceito nasceu o critério de se anularem as tensões de tração. Acreditava-se que caso não existissem tensões de tração no concreto não haveria fissuras e, portanto, o concreto não mais seria um material frágil, mas se tornaria um material elástico. Desse ponto de vista, visualiza-se o concreto como estando sujeito a dois sistemas de força – sendo um deles a protensão interna ao elemento e o outro o carregamento aplicado externamente – com as tensões de tração devidas ao carregamento externo equilibradas pelas tensões de compressão devidas à protensão. Da mesma forma, a fissuração do concreto devida ao carregamento é prevenida ou adiada pela précompressão produzida pelos cabos. Uma vez que não existem fissuras, as tensões e deformações do concreto, devidas aos dois sistemas de força, podem ser consideradas separadamente e superpostas, se necessário.

Conforme visto acima, o cálculo dos esforços a partir da força de protensão e da excentricidade do cabo na seção transversal é bastante simples de ser utilizado. No entanto essa abordagem fornece apenas os esforços isostáticos, de maneira que, para a obtenção dos hiperestáticos, devem ser adotados procedimentos adicionais que fazem com esse processo de cálculo perca a simplicidade inicial.

## 2.4.1 Protensão como um carregamento externo equivalente

Ao se calcular os esforços solicitantes gerados pela ação da protensão por meio de um conjunto de cargas externas equivalentes, obtém-se, diretamente, a superposição dos esforços isostáticos e hiperestáticos. Uma vez que não há esforços hiperestáticos em elementos estaticamente determinados, essa abordagem de cálculo fornece apenas os esforços isostáticos. Como se mostra no item 2.5, no final deste capítulo, a aplicação dos carregamentos externos equivalentes é bastante simples, tanto para elementos isostáticos como para hiperestáticos. Por essa razão apenas esse método é utilizado para o cálculo dos esforços solicitantes de protensão ao longo desta dissertação.

Na figura 7 são apresentados os casos de carregamentos equivalentes mais comuns em vigas protendidas, são ilustrados os esforços concentrados que surgem nos locais das ancoragens e, também, o carregamento distribuído que se forma ao longo do cabo.

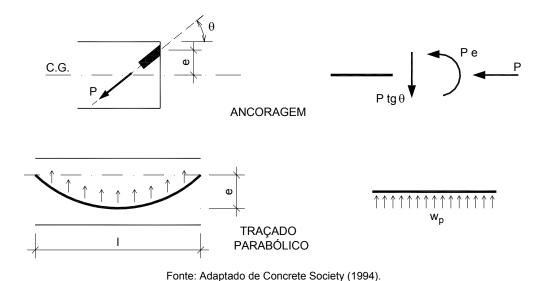


Figura 7: Carregamentos equivalentes mais recorrentes

A força de protensão P introduzida pelo cabo nas ancoragens com um ângulo de inclinação  $\theta$  pode ser decomposta em três esforços concentrados independentes aplicados no centro geométrico da seção bruta de concreto: uma componente horizontal N, uma componente vertical V e um momento fletor M.

Observa-se que, para valores pequenos do ângulo  $\theta$ , pode-se utilizar, com boa aproximação, o co-seno do ângulo igual a um, ou seja,  $\cos\theta=1$ . Assim, devido ao traçado abatido da maioria dos cabos e, portanto, ao pequeno ângulo  $\theta$  de inclinação do cabo, a componente horizontal N da força na armadura ativa pode ser simplesmente assumida igual à força P de protensão:

$$N = P \cdot \cos \theta \rightarrow N = P$$

Pelos mesmos motivos, o seno de um ângulo pode ser assumido igual a tangente do mesmo ângulo, ou seja,  $sen\theta = tg\theta$ . Como o valor numérico da tangente de um ângulo bastante

pequeno é quase igual ao valor do próprio ângulo, considerado em radianos, a força concentrada vertical nas ancoragens pode ser calculada por:

$$V = P \cdot sen\theta = P \cdot tg\theta \rightarrow V = P \cdot \theta$$

Por sua vez, o momento aplicado nas extremidades do elemento pode ser calculado, simplesmente com multiplicação da força horizontal, assumida igual a *P*, pela excentricidade do cabo em relação ao centro geométrico da seção:

$$M = N \cdot e \rightarrow M = P \cdot e$$

onde:

e é, nesse caso, a distância vertical entre o cabo e o centro geométrico da seção bruta.

Ao longo do trecho parabólico de um cabo com uma força constante P, a protensão pode ser substituída por um carregamento uniformemente distribuído  $w_p$ . O valor desse carregamento pode ser calculado de várias maneiras, por exemplo, tomando-se metade do cabo como um corpo-livre e aplicando-se a condição de equilíbrio de momentos no vértice do trecho parabólico, obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{w_p \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{4} = P \cdot e \quad \rightarrow \quad w_p = \frac{8 \cdot P \cdot e}{l^2}$$

onde:

 $w_p$  é o carregamento distribuído equivalente aplicado pela protensão ao longo do trecho parabólico;

P é a força de protensão considerada constante ao longo do cabo;

e é, nesse caso, a distância vertical entre o vértice e o ponto mais alto da semiparábola;

lé o comprimento da semiparábola considerada.

## Equação de cabos parabólicos

A equação do traçado de um cabo de protensão parabólico pode ser obtida a partir dos critérios ilustrados na figura 8, onde os eixos cartesianos cruzam exatamente o vértice da parábola descrita pelo cabo. Nesse ponto, a reta tangente ao cabo é horizontal, portanto possui um ângulo de inclinação igual a zero. Definem-se ainda uma constante *C*, que é distância horizontal do vértice da parábola até o final do trecho considerado, e uma excentricidade *e*, que é a distância vertical do vértice até o final do trecho.

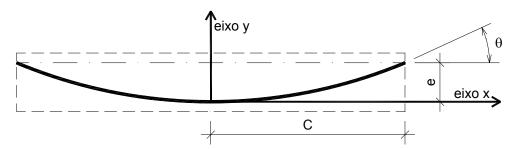


Figura 8: Traçado de cabos de protensão parabólicos

As equações que fornecem a altura do traçado do cabo  $y_{(x)}$  e o ângulo  $\theta_{(x)}$  de uma reta tangente ao cabo – aqui novamente o ângulo em radianos é confundido com o valor de sua tangente –, em função da distância x do vértice da parábola, são as seguintes:

$$y_{(x)} = \frac{e}{C^2} x^2$$

$$\theta_{(x)} = \frac{dy}{dx} = 2\frac{e}{C^2}x$$

Ao se calcular o ângulo do cabo na ancoragem, o valor de x é o mesmo de C, assim a equação  $\theta_{(x)}$  de pode ser simplificada para:

$$\theta = 2\frac{e}{C}$$

## Carregamento equivalente típico de vigas contínuas

Em vigas contínuas, o traçado dos cabos é em geral formado por uma série de segmentos parabólicos. Aalami (2000) sugere que os cabos sejam instalados, nesses elementos, de acordo com os parâmetros ilustrados na figura 9. Observando o desenho do cabo, percebe-se que, nas extremidades, as ancoragens são posicionadas na altura do centro geométrico da seção de concreto. Além disso, o ponto mais baixo do traçado do cabo, nos vãos de extremidade, localizase um pouco deslocado do meio do vão, para que nesses trechos o carregamento equivalente de protensão seja o mais uniforme possível.

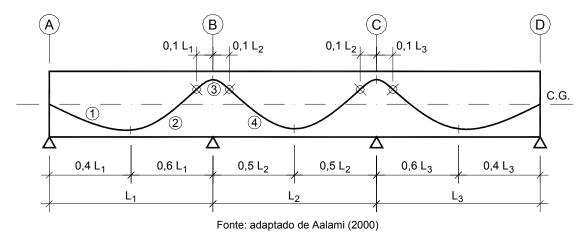
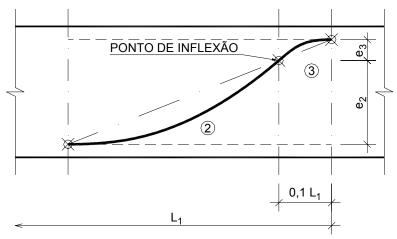


Figura 9: Traçado típico de cabos em vigas contínuas

Percebe-se, ainda, que cada trecho é formado por uma semiparábola com as mesmas características da equação de cabos parabólicos apresentada anteriormente. Os trechos 1 e 2 do cabo interceptam-se com tangente horizontal em um mesmo ponto próximo ao meio do vão. Desse ponto até o apoio B são utilizados dois segmentos de parábolas que sofrem mudança de concavidade. A figura 10 mostra uma propriedade importante de duas parábolas que se interceptam em um ponto comum de inflexão.



Fonte: Adaptado de Lin e Burns (1981)

Figura 10: Localização do ponto de inflexão em cabos de vigas contínuas com traçado parabólico

As duas parábolas unem-se, com um ângulo de inclinação comum, em um ponto localizado na reta que une os vértices de cada uma. Assim, por meio desse artifício, podem-se calcular as excentricidades das semiparábolas — nesse caso,  $e_2$  e  $e_3$  — simplesmente por meio de semelhança de triângulos. De acordo com Lin e Burns (1981), o ponto de inflexão é usualmente colocado à distância de 1/10 do vão, como indicado na figura 10, entretanto esse ponto pode deslocar-se dentro de faixa de 1/8 a 1/12 do vão. Os cabos usualmente empregados podem acomodar-se a essa curvatura, sendo 0,1 L comumente aceito para a distância do ponto do cabo mais elevado, no apoio, até o ponto de inflexão, onde a curvatura reverte-se.

Uma vez escolhidas as excentricidades limites das armaduras ativas, ou seja, os pontos mais próximos possíveis das faces inferiores e superiores do elemento, e os pontos de inflexão dos trechos parabólicos, pode-se definir totalmente o traçado do cabo obtendo-se os parâmetros restantes  $-e_{p,i}$  e  $l_i$  – para se calcular as cargas uniformemente distribuídas de cada trecho. O carregamento externo equivalente de protensão para o cabo da viga contínua apresentada anteriormente – figura 9 – é então mostrado abaixo, na figura 11. Nas extremidades, como o cabo não possui excentricidade com o centro geométrico da seção, são geradas apenas forças horizontais e verticais. Ao longo do vão, aplica-se uma carga uniformemente distribuída para cada trecho parabólico do cabo – no desenho da viga acima, os diferentes trechos do cabo estão numerados de 1 a 4.

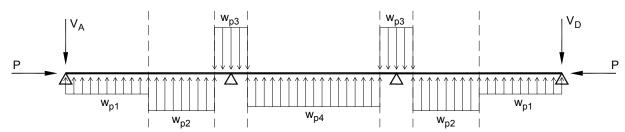


Figura 11: Carregamento equivalente de protensão típico de cabos em vigas contínuas

Nas extremidades da viga, a componente vertical  $V = P \cdot tg\theta$  é transmitida diretamente para ao apoios e a componente horizontal P cria uma compressão uniforme ao longo de toda a viga — caso sejam adotados apoios sem restrição ao deslocamento horizontal. Na análise de elementos pelo modelo de vigas contínuas, essas forças concentradas verticais e horizontais nos apoios não precisam ser levadas em conta, pois não alteram a distribuição dos momentos fletores, sendo suficiente aplicar apenas os carregamentos distribuídos  $w_p$  e considerar o esforço normal P de protensão diretamente nas verificações pertinentes.

O carregamento externo equivalente, para um cabo ou um conjunto de cabos de protensão, é auto-equilibrado, de forma que o somatório de forças ou de momentos sempre resulta nulo. No carregamento equivalente da figura 11, as forças horizontais P aplicadas em cada extremidade da viga anulam-se, e a resultante das cargas distribuídas  $w_{p,i}$  é equilibrada pelas forças concentradas  $V_i$  aplicadas pelas ancoragens nos apoios extremos. Para introduzir uma visualização da ação dos cabos parabólicos de protensão na estrutura, pode-se considerar que eles levam parte das cargas da região central do vão – cargas externas equivalentes ascendentes – diretamente para a região dos apoios – cargas externas equivalentes descendentes.

## 2.4.2 Método do balanceamento de cargas

O método do balanceamento de cargas tem como conceito básico a substituição dos efeitos da protensão por carregamentos externos equivalentes. Dessa forma a protensão é vista como uma maneira de equilibrar parte do carregamento da estrutura. Para isso, seleciona-se uma força de protensão de modo a contrabalançar uma parcela do carregamento. Esse método pode ser aplicado tanto nas verificações de serviço ELS como nas verificações de resistência última ELU.

Em qualquer ponto da estrutura, o momento atuante é aquele que resulta do carregamento não balanceado pela protensão. Esse é um conceito muito eficiente na visualização dos efeitos da protensão na estrutura e, ainda, simplifica bastante os procedimentos de projeto.

Segundo Lin e Burns (1981), uma outra vantagem da abordagem por carregamento balanceado é a conveniência do cálculo das deformações. Desde que o carregamento sob o qual não haveria deformação em nenhum ponto da viga seja conhecido, a deformação sob qualquer outra condição de carregamento é simplesmente considerada tratando a diferença de carregamento que age em um modelo de cálculo elástico da viga. Assim, se o carregamento externo de protensão equilibra o carregamento quase-permanente, ou, em outras palavras, o carregamento de serviço e todo balanceado pela protensão, a viga permaneceria perfeitamente nivelada independentemente do módulo de elasticidade e da flexão por fluência do concreto.

#### Vigas contínuas

Lin e Burns (1981) consideram que, enquanto o conceito de carregamento equivalente geralmente representa a abordagem mais simples para projeto e análise de protensão, sua vantagem sobre outros conceitos não é significativa para estruturas estaticamente determinadas, nas quais os

momentos introduzidos pela protensão são diretamente proporcionais à excentricidade do cabo. Entretanto, ao se tratar de estruturas estaticamente indeterminadas, esse conceito oferece grandes vantagens tanto no cálculo como na visualização do problema. Em vigas contínuas e em outras estruturas hiperestáticas, o uso de cargas equivalentes permite analisar os efeitos do momento de protensão total — obtém-se uma soma dos momentos isostáticos e hiperestáticos de protensão pelo método do carregamento equivalente — pela simples consideração de um caso adicional de carregamento.

Uma viga contínua que se encontra sob a ação de um carregamento exatamente contrabalançado pela componente vertical da protensão tem uma tensão uniforme  $\sigma$  ao longo de qualquer seção transversal, dada por:

$$\sigma = \frac{P}{A_c}$$

Para qualquer mudança nessa condição de carregamento, simples análises elásticas podem ser aplicadas para a diferença de carregamento, obtendo-se o momento M em qualquer seção. As tensões resultantes, em adição à compressão  $\sigma = P/A_c$ , podem ser obtidas pela conhecida fórmula:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I}$$

Isso significa, segundo Lin e Burns (1981), que, após o carregamento balanceado, a análise da protensão em vigas contínuas é reduzida à análise de um elemento de concreto armado. Além disso, uma vez que se aplica tal análise somente à parcela não balanceada do carregamento, qualquer imprecisão do método de análise torna-se um fator relativamente não significativo, e métodos aproximados podem provar-se suficientes.

## Qual parcela do carregamento balancear?

O conceito de balanceamento de cargas foi introduzido pelo Professor T. Y. Lin em um artigo chamado "Load-Balancing Method for Design and Analysis of Prestressed Concrete Structures", publicado em junho de 1963, no Journal of the American Concrete Institute. Transcreve-se abaixo parte desse artigo (tradução livre do autor), que discorre sobre a determinação da parcela do carregamento a ser balanceada e sobre a precisão do método:

Usando o conceito de carregamento balanceado, surge uma importante questão: quanto de carregamento poderia ser balanceado pela protensão? A resposta para essa questão pode não ser simples. Como ponto de partida, assume-se com freqüência que o carregamento permanente seja completamente balanceado pela protensão efetiva. Isso significaria que uma leve contraflecha poderia existir sob a atuação da força de protensão inicial. No decorrer do tempo, quando todas as perdas de protensão já tiverem ocorrido, a estrutura retornaria para uma posição nivelada.

Embora pareça lógico balancear todo o carregamento permanente, isso pode necessitar de muita protensão e, também, é razoável, caso não haja objeção, permitir um valor limitado de flecha, uma vez que um certo valor de deformação é sempre permitido para estruturas de concreto armado sob carga permanente. Entretanto, nas estruturas protendidas, há uma grande tendência a suas deformações aumentarem como resultado da retração e da fluência. Portanto, as flechas deveriam ser limitadas a um valor menor no início.

Quando a carga acidental atuante na estrutura é alta comparada com sua carga permanente, pode ser necessário balancear uma parte da carga acidental assim como a permanente. Uma abordagem interessante é balancear a carga permanente mais metade da carga acidental (g+0,5q). Se isso for feito, a estrutura não estaria sujeita a nenhum momento quando metade da carga acidental estivesse atuando. Então, seria necessário somente dimensionar para metade da carga acidental atuando de baixo para cima quando não existir carga acidental e, para metade da carga acidental, quando todo o carregamento acidental estiver sobre a estrutura. Essa idéia de balancear a carga permanente mais metade da acidental, embora teoricamente interessante, pode resultar em excessiva contraflecha se a carga acidental consistir essencialmente de cargas temporárias ou passageiras. Além disso, pode não resultar em uma solução econômica.

Ao se tentar avaliar a parcela de carga acidental a ser balanceada pela protensão, é necessário considerar a carga acidental real e não a especificada pelo projeto. Se a carga acidental especificada pelo projeto for maior que a carga real, somente uma pequena parte da carga acidental, ou até nenhuma, deve ser balanceada. Por outro lado, se a carga acidental real puder ser muito maior que a carga de projeto, especialmente se a carga acidental puder ser mantida, pode ser desejável balancear uma parcela maior de carga acidental. O engenheiro deve exercitar seu julgamento ao escolher a quantidade apropriada de carregamento para ser balanceado pela protensão. Isso deve ser feito ao se considerar o atendimento a outros requisitos como limitação das tensões elásticas, controle de fissuração e resistência última.

O método do balanceamento de cargas pode ser aplicado com considerável exatidão, porque tanto as cargas verticais como a força de protensão podem, freqüentemente, ser determinadas com precisão. Entretanto, podem ser encontradas variações, uma vez que o carregamento real e a força de protensão real podem não ser as esperadas. Para um elemento relativamente rígido, erros na estimativa do peso-próprio e da protensão usualmente podem não ser significativos. Porém, para um elemento mais esbelto, mesmo pequenas variações podem resultar em erros consideráveis na estimativa do carregamento balanceado e, ainda, flecha e contraflecha.

Como se sabe, o módulo de elasticidade do concreto e as características de fluência não podem ser predeterminados com exatidão. Felizmente, esses dois parâmetros não são importantes caso o carregamento realmente atuante seja

exatamente balanceado pelas componentes verticais da protensão. Em outras palavras, uma vez que não haja carregamento transversal no elemento, não existe flexão, independentemente do módulo de elasticidade ou do coeficiente de fluência.

Em se tratando da resistência ao atrito nos elementos protendidos, a protensão e, portando, sua componente transversal, pode variar ao longo do comprimento do cabo. Para os casos de baixa perda por atrito, uma protensão média pode ser utilizada sem introduzir erros graves. Caso essas perdas sejam excessivas, seu efeito precisa ser considerado.

Em função da precisão desejada no controle da flecha e da contraflecha, escolhese uma parcela do carregamento a ser balanceado. Se limites de erro podem ser estimados e se a importância da flecha e da contraflecha podem ser avaliada, não haverá dificuldade em dimensionar o elemento para que possua o comportamento desejado.

## 2.5 Esforços Isostáticos e Hiperestáticos de Protensão

Quando se aplica protensão a um elemento de uma estrutura, ele sempre sofre um encurtamento e, caso as forças de protensão não coincidam com o centro geométrico da seção, também um encurvamento. Ao se tratar de uma estrutura estaticamente determinada, essas deformações não alteram seus esforços. Entretanto, quando o elemento faz parte de uma estrutura estaticamente indeterminada, as deformações resultantes da protensão criam reações adicionais nos apoios que são necessárias para que o elemento protendido tenha deformações compatíveis com os vínculos hiperestáticos. Dessas reações, resultam forças e momentos hiperestáticos ao longo do elemento.

Se, a um elemento protendido, for permitido deslocar-se livremente, como nos casos de estruturas estaticamente determinadas ou de elementos pré-moldados antes de sua instalação, nenhum momento hiperestático é formado. Porém, na maioria das construções de edifícios de concreto moldado no local, em que os vínculos restringem o movimento do elemento protendido, ações hiperestáticas podem ser significativas e, portanto, devem ser levadas em conta no projeto.

Nas verificações de ELS, não é necessário pensar em termos de esforços hiperestáticos, porque, ao se aplicar o carregamento equivalente de protensão, obtêm-se automaticamente esforços isostáticos e hiperestáticos, que podem ser usados diretamente para as verificações de serviço. Mas, para se dimensionar um elemento de concreto protendido no ELU, devem-se separar os dois esforços, porque os esforços hiperestáticos são tratados como carregamentos aplicados. Usualmente, no cálculo da capacidade resistente da seção, os efeitos isostáticos de protensão são levados em conta como forças concentradas na altura do cabo. Portanto as forças e os momentos isostáticos devem ser subtraídos da análise de carregamentos equivalentes para se obter somente os esforços hiperestáticos.

## 2.5.1 Cálculo dos esforços hiperestáticos

Em vigas estaticamente determinadas, a distribuição dos momentos fletores produzidos pela protensão sempre é diretamente proporcional à excentricidade do cabo sendo, assim, independente das condições de apoio do elemento. Entretanto, em vigas contínuas e demais estruturas estaticamente indeterminadas, essa proporcionalidade não se verifica, porque as deformações que resultariam dos esforços de protensão sofrem restrições nos pontos onde há continuidade com outros elementos da estrutura. Essas restrições modificam as reações nos apoios e, em conseqüência, alteram-se os momentos fletores resultantes da protensão.

Ao se processar uma análise elástica em que se aplica apenas o carregamento externo equivalente de protensão, obtém-se um diagrama de momento fletor onde estão somadas as parcelas dos momentos isostático e hiperestático. Podendo-se escrever a seguinte relação:

$$M_p = M_{p1} + M_{p2}$$

onde:

 $M_p$  é o momento total de protensão, obtido por análise elástica com apenas o carregamento externo equivalente da protensão;

 $M_{p1}$  é o momento isostático de protensão, obtido pela multiplicação da força de protensão na seção pela excentricidade do cabo;

 $M_{p2}$  é o momento hiperestático de protensão.

Seja a estrutura estaticamente determinada ou indeterminada, uma vez definido o traçado do cabo ao longo do elemento, o diagrama de momentos fletores isostáticos  $M_{p1}$  é simplesmente calculado pela multiplicação da força de protensão P pela excentricidade do cabo em relação ao centro geométrico da seção transversal, ou seja:

$$M_{n1} = P \cdot e$$

O diagrama de hiperestáticos pode ser obtido subtraindo-se o momento isostático do causado pelo carregamento externo equivalente de protensão, isto é, de posse do momento total de protensão  $M_p$  e do momento isostático  $M_{p1}$ , o momento hiperestático  $M_{p2}$  pode ser obtido por subtração:

$$M_{p2} = M_p - M_{p1}$$

Um método para separar os momentos isostáticos e hiperestáticos é usar uma análise linear de pórtico plano ou de viga contínua com o carregamento equivalente de protensão atuando isoladamente. O momento fletor resultante de uma análise desse tipo inclui, como mostrado anteriormente, tanto os momentos isostáticos como os hiperestáticos. Uma vez que os momentos hiperestáticos têm sempre variação linear entre dois apoios, necessita-se apenas considerar os momentos totais nos apoios e subtrair o momento isostático, obtendo-se então os momentos hiperestáticos.

O procedimento para o cálculo dos momentos hiperestáticos de protensão em uma estrutura pode ser resumido com os seguintes passos:

- 1. Calcular o carregamento equivalente de protensão ao longo dos vãos e nos locais de ancoragens.
- 2. Analisar a estrutura com um modelo elástico de pórtico plano ou de viga contínua e obter o diagrama de momentos fletores totais de protensão.
- 3. Calcular os momentos isostáticos de protensão no elemento em cada apoio.
- 4. Subtrair os momentos isostáticos dos momentos totais, assim se obtém a diferença de momentos em cada apoio e define-se todo o diagrama momentos hiperestáticos, pois eles variam linearmente ao longo dos vãos.

A estrutura pode ser analisada a partir de cada carregamento característico separadamente – sem aplicar coeficientes de ponderação – ou a partir de combinações de carregamentos, que fornecem diretamente os esforços para cada verificação. A escolha a ser utilizada depende do tipo de estrutura e do número de carregamentos atuantes.

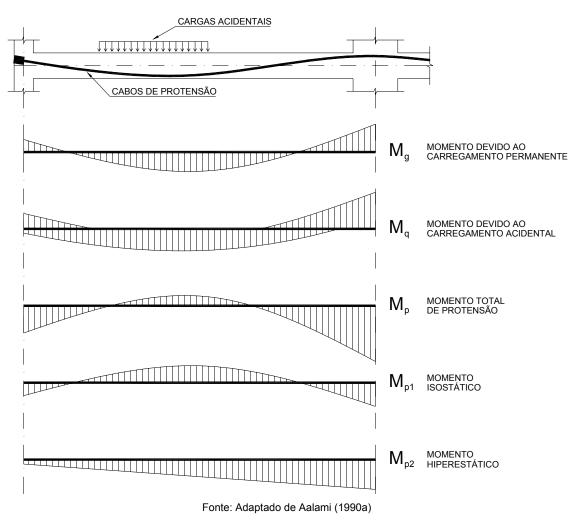


Figura 12: Distribuição típica de momentos em vigas contínuas

A figura 12 ilustra uma viga contínua, com cabos parabólicos e um conjunto de carregamentos acidentais quaisquer. Os diagramas de momentos fletores são mostrados individualmente para cada conjunto de carregamentos com seus valores característicos. Por essa abordagem, cada distribuição de esforços deve ser posteriormente combinada e ponderada de acordo com a verificação de estado limite a ser feita. Percebe-se ainda que a figura 12 apresenta o momento de protensão total e, a seguir, mostra esse momento dividido em suas parcelas isostática e hiperestática.

Atualmente, as ferramentas disponíveis para análise de esforços variam desde um cálculo manual de distribuição de momentos até um sofisticado sistema computacional de elementos finitos. Para o cálculo dos esforços nos exemplos de aplicação deste trabalho, pode-se utilizar um simples programa de análise matricial de computador que calcule pelo menos vigas contínuas.

## 2.5.2 Análise elástica com modelo de viga contínua ou de pórtico plano?

O modelo de viga contínua pode ser utilizado para o cálculo dos esforços isostáticos e hiperestáticos de protensão, mas esse modelo admite algumas simplificações, como, por exemplo, a não consideração da rigidez dos pilares que suportam a viga.

No modelo de viga contínua, pode-se pressupor que os apoios não ofereçam nenhuma resistência ao deslocamento horizontal e, assim, permitam que o esforço normal aplicado pela protensão seja totalmente transferido para a viga. Caso sejam adotados apoios com restrição horizontal, a força de protensão aplicada nas extremidades da viga seria completamente absorvida pelos apoios, não havendo a transmissão do esforço normal à viga. Mas, por mais que os apoios reais sejam extremamente rígidos ou extremamente deslocáveis, nenhuma das duas hipóteses de cálculo corresponde rigorosamente à realidade – embora há casos em que um dos modelos possa ser utilizado com razoável precisão.

Para se levar em conta os pilares atuando em conjunto com a viga, pode-se adotar um modelo de pórtico plano em que a hiperestaticidade ao esforço normal, conjuntamente com a hiperestaticidade ao momento fletor, influencia nos esforços finais de cálculo.

Em se tratando de edifícios, pode ser usado o modelo de pórtico plano em vez do modelo de viga contínua. Ao se considerarem o comprimento e a seção transversal dos pilares de apoio, obtém-se maior precisão no que se refere à transmissão no esforço normal de protensão ao longo da viga. Esse modelo certamente se aproxima mais do comportamento real da estrutura, uma vez que considera a própria viga e os pilares trabalhando em conjunto.

Sabe-se que, na medida em que os pilares oferecem resistência ao encurtamento da viga devido à protensão, eles absorvem parte do esforço normal diminuindo, de vão a vão, a parcela atuante na viga. É fácil concluir que, quanto mais rígidos forem os pilares de apoio, menores serão seus deslocamentos horizontais e, portanto, maiores serão os esforços normais absorvidos.

Além desse efeito de diminuição do esforço normal na viga, há a modificação dos momentos fletores ao longo de toda a estrutura. Isso acontece devido às restrições de

deslocamentos horizontais e verticais e, em conseqüência, às reações nos vários apoios da estrutura. E são justamente os esforços provenientes dessas reações que são considerados esforços hiperestáticos de protensão.

As reações verticais são basicamente funções da rigidez à flexão EI da viga, da excentricidade dos cabos e da força de protensão, assim os esforços provenientes dessas reações estão diretamente relacionados à flexão da viga. Esse efeito é conhecido por hiperestaticidade ao momento fletor. As reações horizontais são conseqüências da restrição ao encurtamento da viga e são função basicamente da rigidez à flexão EI dos pilares de apoio, da rigidez axial EA da viga e da força de protensão. Como esse efeito está diretamente relacionado à variação do esforço normal na viga, ele é conhecido por hiperestaticidade ao esforço normal.

No modelo de viga contínua, toda a parcela de esforços hiperestáticos refere-se à hiperestaticidade ao momento fletor. Porém, no modelo de pórtico plano, o efeito hiperestático das reações verticais e horizontais ocorre simultaneamente, dessa forma os esforços hiperestáticos totais são a soma das parcelas referentes à hiperestaticidade ao momento fletor e ao esforço normal.

## 2.5.3 Divisão do esforço normal de protensão entre elementos ligados elasticamente

Para estudar o modo de como a força de protensão divide-se entre elementos ligados elasticamente, consideram-se, em um primeiro momento, duas situações de forma isolada: uma viga recebendo axialmente o esforço de protensão P em suas extremidades e um pilar engastado na base e no topo recebendo lateralmente o esforço de protensão P exatamente à meia altura. Conforme representado na figura 13. Ao receberem a força de protensão, essas peças deformam-se. Segundo as leis elásticas da resistência dos materiais, essas deformações podem ser calculadas pelas equações mostradas a seguir.

Quando o esforço normal de protensão P é aplicado nas extremidades de uma viga na direção de seu eixo, ela sofre um encurtamento  $\delta$ , que pode ser calculado por:

$$\delta = \frac{P \cdot L}{E_{aa} \cdot A_{a}}$$

sendo o produto EA, no denominador, a rigidez à compressão.

Quando o esforço normal de protensão *P* é aplicado na parte central de um pilar, transversalmente ao seu eixo, ele sofre um encurvamento. Se essa carga concentrada de protensão for aplicada exatamente no meio do vão de um pilar considerado engastado nas suas extremidades, o deslocamento máximo, também conhecido como flecha, pode ser calculado pela fórmula elástica de barra engastada nos extremos com carga centrada:

$$\delta = \frac{P \cdot L^3}{192 \cdot E_{cs} \cdot I_c}$$

sendo o produto EI, no denominador, a rigidez à flexão.

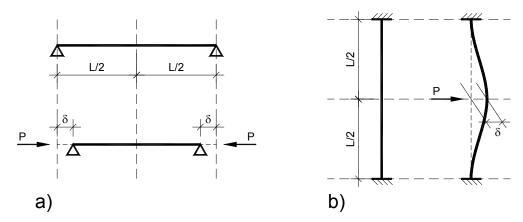


Figura 13: Deformações nos elementos em função da força de protensão P

Caso existam mais de uma peça trabalhando em conjunto, a força de protensão é repartida entre elas de acordo com suas respectivas rigidezes. Contudo não há como comparar diretamente a rigidez à compressão EA da viga com a rigidez à flexão EI do pilar, porque são grandezas distintas. Agora, considerando os dois elementos ligados elasticamente, com as extremidades da viga apoiadas na metade da altura dos pilares, tanto o encurtamento  $\delta$  da viga como a flecha  $\delta$  do pilar referem-se ao deslocamento horizontal do mesmo nó de ligação, portanto podem ser comparados. Calculando-se esses valores em separado, para a viga e para o pilar, tem-se uma relação que indica o parcelamento da protensão entre os elementos. Uma vez que a força de protensão é dividida em função da relação entre as rigidezes, quanto menor o deslocamento do elemento, maior sua rigidez, portanto maior a parcela de protensão recebida.

Normalmente as lajes nos edifícios são concretadas juntamente com as vigas, fazendo com que ambos os elementos possuam uma ligação solidária. Da mesma forma com que acontece com os pilares de apoio, a laje contígua às vigas também sofre deformação ao se aplicar a protensão, recebendo parte do esforço normal. Portanto, ao se dimensionar uma viga protendida que faz parte de um pórtico ou de um pavimento, deve-se ter em mente que o esforço normal divide-se entre todos os elementos que se deformam com a aplicação da protensão.

Todo esse raciocínio relacionado com a distribuição dos esforços de protensão é apresentado no exemplo de aplicação do item 4.2 desta dissertação.

# 3 Critérios para Projeto de Vigas com Cordoalhas Engraxadas

Neste terceiro capítulo, são apresentados, comentados e definidos critério e parâmetros de projeto referentes aos estados limites últimos e de serviço que serão efetivamente aplicados nos exemplos de vigas protendidas do próximo capítulo. Esse estudo baseia-se em revisão de bibliografia tanto nacional como estrangeira. Em se tratando de vigas parcialmente protendidas com cordoalhas de aço engraxadas e plastificadas, a norma NBR6118:2003 define com clareza os critérios para a maioria dos procedimentos de cálculo desses elementos. No entanto a norma não é clara em algumas de suas definições, deixando lacunas ou até sendo omissa em uns poucos tópicos – especialmente no que se refere às perdas de protensão e aos estados limites de serviço.

Assim este capítulo tem o objetivo específico de apresentar, de forma sucinta, todos esses critérios definidos pela NBR6118:2003 e compará-los aos critérios adotados pelas normas americana ACI318:2002 e européia EN1992:2004. Além disso, são feitas algumas comparações dos critérios de cálculo e comportamento entre vigas protendidas com cabos não aderentes e aderentes, assim como com vigas de concreto armado.

À esta altura do texto, deve-se fazer uma ressalva: a meta principal deste capítulo – e, em larga medida, desta dissertação – é verificar quais tópicos da norma brasileira estão satisfatórios e quais não o estão, no que trata de vigas com protensão parcial e cordoalhas engraxadas. Portanto não se deve esperar que, aqui, sejam apresentadas soluções inovadoras ou sofisticadas, mas apenas uma compilação das técnicas de projeto para esse tipo de elemento, introduzidas nas últimas versões das principais normas técnicas.

Ao longo do capítulo, os assuntos estão ordenados de acordo com a seqüência de cálculo usada para as vigas protendidas dos exemplos de aplicação. Portanto, inicialmente, definem-se o traçado dos cabos e a quantidade de protensão, para, em seguida, ser feito o dimensionamento do elemento pelo estado limite último ELU. Uma vez que, na protensão parcial, as vigas apresentam suas seções fissuradas já sob o carregamento de serviço, elas devem ser tratadas no estádio II, não levando em conta as partes fissuradas das seções e considerando as armaduras passivas existentes.

Assim as verificações de estado limite de serviço – de deformação excessiva ELS-DEF e de abertura de fissuras ELS-W – necessitam das armaduras efetivamente existentes no elemento, as quais são, então, definidas na etapa de ELU. Por esse motivo, as verificações de ELS são feitas somente ao fim do processo.

## 3.1 Considerações Iniciais

Para se projetar um elemento de concreto protendido com protensão completa ou limitada, o procedimento de cálculo usual é dimensionar o elemento nos estados limites de serviço ELS e, em seguida, verificá-lo nos estados limites últimos ELU. Na protensão completa, não há tensões de tração no elemento em serviço, e, na protensão limitada, as tensões de tração respeitam o limite da resistência à tração do concreto. Assim, nesses dois casos de nível de protensão, os elementos permanecem não fissurados, de maneira que os cálculos de estados limites de serviço podem ser feitos no estádio I e resumem-se a análises elásticas de tensões na seção transversal de concreto.

No entanto, na protensão parcial, os elementos encontram-se, por definição, fissurados sob carregamento de serviço e, por isso, devem ser tratados no estádio II, para as verificações de estados limites de serviço. No estádio II não devem ser levadas em conta as partes fissuradas das seções, mas consideradas as armaduras existentes. Além disso, a NBR6118:2003 não estabelece limites para as tensões de tração em elementos com protensão parcial, como o faz em elementos com protensão parcial ou limitada. Mas estabelece limites para as aberturas de fissuras, em cuja verificação necessita-se conhecer as armaduras existentes nos elementos.

Em função disso, propõe-se que os procedimentos de cálculo de elementos com protensão parcial sejam feitos na ordem inversa aos de elementos com protensão completa ou limitada. Isto é, faz-se primeiro o dimensionamento da seção transversal e das armaduras passivas no ELU e depois as verificações necessárias de ELS.

Além disso, no procedimento usual de cálculo de elementos com cabos aderentes, o número, a localização e o traçado dos cabos precisam ser selecionados primeiramente. A força de protensão é então determinada considerando-se todas as perdas e a disposição inicial dos cabos. A seguir, é feita a verificação das tensões em serviço. Se a solução não for satisfatória, os cabos inicialmente selecionados são reajustados, as perdas são recalculadas e as verificações são repetidas.

Por outro lado, de acordo com Aalami (1990b), nos elementos com cordoalhas engraxadas, o projeto pode ser direcionado para a determinação de uma força final constante de protensão – depois de ocorridas as perdas imediatas e progressivas – e de um traçado para as cordoalhas em cada vão. A vantagem desse procedimento é que ele dá maior flexibilidade ao projeto, uma vez que o traçado das cordoalhas e as forças de protensão podem ser modificados durante o processo de cálculo sem a necessidade de se recalcular as perdas, sendo suficiente estimar uma perda média constante para todo o cabo. Embora, cada vez que se modifica a força

ou o traçado, o carregamento equivalente e os momentos de protensão precisam ser recalculados, o que requer um fluxo de projeto com previsão de iterações.

Uma das diferenças entre os dois processos de cálculo está justamente em que a quantidade e o posicionamento das cordoalhas engraxadas não precisam ser determinados com maior precisão nas fases de dimensionamento e verificação. Sendo suficiente que, na fase final de detalhamento, seja feita uma verificação, considerando efetivamente o traçado real e as perdas imediatas e progressivas, para confirmar a força final constante de protensão.

## 3.1.1 Escolha do traçado dos cabos

A escolha do traçado dos cabos, em elementos com protensão completa ou limitada, é geralmente feita de acordo com o método das curvas limites ou dos fusos limites. Esses métodos baseiam-se em critérios que levam em conta as tensões de tração e de compressão devidas aos carregamentos de serviço. Assim os cabos são colocados de tal maneira que respeitem certos limites de tensões nas seções de concreto ao longo do elemento.

Mas, quando se trata de protensão parcial, não se estabelecem limites para as tensões de tração – embora as tensões de compressão no concreto devam ser sempre verificadas –, portanto não há como aplicar os métodos das curvas ou dos fusos limites.

O traçado dos cabos pode ser definido a partir do balanceamento de cargas desejado para cada vão. Sabe-se que o carregamento externo equivalente gerado por cabos parabólicos é definido pela força de protensão P – constante para todo o comprimento do cabo – e por sua geometria representada pela excentricidade e e pelo vão l do cabo:

$$w_b = \frac{8 \cdot P \cdot e}{l^2}$$

Toma-se, por exemplo, uma viga com vários vãos e com cabos de traçado parabólico. Facilmente se constata que, como a força de protensão P é constante ao longo de todo o comprimento dos cabos e seus vãos são definidos pelos apoios, resta-se apenas a excentricidade e como parâmetro variável para se definir o carregamento externo equivalente para balancear as cargas desejadas.

Ao se estudar o traçado dos cabos de uma viga, tem-se que tomar o cuidado para que esses cabos possam ser instalados nos locais definidos de forma que se respeitem os cobrimentos e os espaçamentos com relação às armaduras passivas existentes. Outros detalhes a respeito do traçado dos cabos e do balanceamento de cargas podem ser obtidos nos itens 2.4.1 e 2.4.2, do capítulo anterior, ou ainda na dissertação de Moura (2004).

## 3.1.2 Escolha das perdas de protensão

Sabe-se que as perdas de protensão por encurtamento elástico, por retração e fluência do concreto e por relaxação do aço fazem com que a força na armadura ativa diminua de forma praticamente uniforme ao longo de seu comprimento. Se fossem apenas essa as fontes de perdas,

poderia ser certamente adotada uma força de protensão constante para todo o cabo, mantendo-se ainda uma boa precisão nas verificações. Mas as perdas por atrito e por acomodação das ancoragens não seguem esse mesmo padrão, porque são cumulativas de seção a seção, o que faz a força de protensão variar ao longo do cabo. A figura 14 apresenta um esquema com a representação da força de protensão em uma viga contínua e mostra essa força de protensão variável ao longo do cabo que diminui de valor na medida em que se afasta da ancoragem ativa, com exceção de um trecho inicial onde a força cresce em função da acomodação das ancoragens.

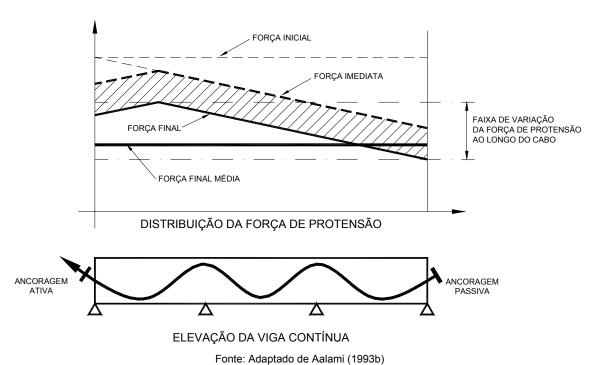


Figura 14: Distribuição de forças de protensão ao longo do cabo e consideração de uma força final constante

Uma das principais características dos cabos de cordoalhas de aço engraxadas e plastificadas é seu baixo coeficiente de atrito α. Isso faz com que as perdas por atrito e, conseqüentemente, a variação da força de protensão ao longo do cabo seja menor em relação aos cabos com bainhas metálicas. Além disso, as perdas por acomodação das ancoragens processam-se no início do cabo a partir da ancoragem ativa, fazendo com que as forças de protensão variem dentro de uma faixa ainda menor, como mostra a figura 14.

De acordo com Aalami (1993b), a prática mais aceita para o projeto de estruturas protendidas de edifícios tem sido o método da força efetiva, em vez do método da força variável usado para construção de pontes. A força final média de protensão constante ao longo de todo o comprimento do cabo é definida como força efetiva desse cabo. Nesse método da força efetiva, a força final média é usada respeitando-se as seguintes regras:

- 1. A força de protensão é assumida constante ao longo de todo o comprimento do elemento.
- 2. A força efetiva constante juntamente com os momentos locais variáveis são usados para a verificação de tensões ao longo do elemento sob condição de serviço.
- 3. Para verificação da resistência última, a força efetiva é usada como um valor de entrada no cálculo da tensão no cabo.
- 4. Limita-se o comprimento dos cabos em 36m, se tiver apenas uma ancoragem ativa, e em 72m, se as ancoragens de ambas as extremidades forem ativas. Para cabos de maior comprimento, usam-se ancoragens ativas intermediárias.

O cálculo das perdas de protensão varia de acordo com o tipo de estrutura, as especificações de projeto e a prática local, mas em muitas estruturas é aceitável assumir um valor médio razoável para as forças finais de protensão em vez de calcular as perdas, de acordo com as recomendações de Aalami (1993b), Kelley (2000) e Lin e Burns (1981).

Em se tratando de cordoalhas engraxadas de aço CP-190RB, a prática usual nos EUA, segundo Kelley (2000), é que os cabos sejam tracionados até o máximo permitido pelo ACI318:2002:  $0.8 \cdot f_{pu} = 1490 MPa$ . Na falta de uma estimativa mais apurada, a tensão média ao longo do cabo depois das perdas imediatas é tida como:  $0.7 \cdot f_{pu} = 1300 MPa$ . Para a tensão final média assume-se, então, o valor de 1205MPa, consistindo em uma perda total de protensão de 280MPa ou 19%, e que resulta em uma força final de protensão final  $P_{\infty}$  igual a 120kN para cada cordoalha engraxada de diâmetro  $0.027 \cdot f_{\infty}$  mm.

Os fatores que contribuem para as perdas de protensão variam em importância de acordo com o tipo de elemento estrutural. Como comentado por Kelley (2000), as vigas são geralmente projetadas com um maior nível de compressão que as lajes, entretanto possuem uma maior relação volume por área. De maneira que as perdas por encurtamento elástico e por fluência são maiores em vigas, porque ambas são função do nível de compressão no concreto. Já as perdas relacionadas com a retração são maiores em lajes, em função da menor relação volume por área. Além disso, para a maioria dos cabos, a acomodação das ancoragens tem um efeito pequeno na força final. Entretanto, à medida que o cabo fica mais curto, esse efeito na ancoragem torna-se proporcionalmente maior e precisa ser levado em conta no dimensionamento. Cabos de cordoalhas engraxadas de  $\emptyset$ 12,7mm com comprimento menor que 6,1m possuem elevada perdas por acomodação das ancoragens, de forma que a força final de protensão  $P_{\infty}$  é consideravelmente menor que 120kN.

Como visto acima, há possibilidade de se obter uma precisão satisfatória nos cálculos dos esforços de protensão, em estruturas usuais de edifícios, por meio de uma hipótese de força de protensão constante ao longo dos cabos. Dessa forma, restaria ainda ser definido um valor aproximado razoável para essa força  $P_{\infty}$  que pudesse ser usada para a maioria das estruturas, sem a necessidade de se calcularem precisamente as perdas.

Uma alternativa seria adotar a prática americana, relatada por Kelley (2000) e apresentada acima. No entanto existe uma diferença considerável entre os limites para a tensão máxima  $\sigma_{p,máx}$  na armadura ativa das normas americana e brasileira. Como mostra a tabela 1 do item 2.2, enquanto o ACI318:2002 permite uma tensão máxima de 1490MPa, a NBR6118:2003 limita essa mesma tensão em 1370MPa, ou seja, um valor aproximadamente 8% menor.

A rigor, para respeitar a NBR6118:2003, deveria ser utilizado esse menor valor para a tensão de tração máxima  $\sigma_{p,máx}$  na armadura ativa. Porém a mesma norma NBR6118:2003 não apresenta nenhuma recomendação para o cálculo de perdas progressivas de protensão em cabos não aderentes, conforme comentado no item 2.3.2 desta dissertação. Uma vez que uma consideração bastante ou pouco precisa das perdas de protensão não influencia as conclusões deste trabalho, adota-se, nos exemplos de aplicação, a prática usual americana para a consideração aproximada das perdas. Desse modo, para força de protensão de cada cordoalha engraxada e plastificada de diâmetro  $\emptyset$ 12,7mm, adotam-se os seguintes valores médios:

- $P_0 = 130$ kN, considerando somente as perdas imediatas;
- $P_{\infty} = 120$ kN, considerando tanto as perdas imediatas como as progressivas.

## 3.1.3 Escolha da força de protensão

Em vigas com protensão completa ou limitada, a quantidade de protensão é definida em função de critérios que limitam a ocorrência de tensões de tração sob carregamento de serviço. Essas tensões são calculadas considerando a seção transversal no estádio I, uma vez que, nesses casos, o nível de fissuração é bastante reduzido. Em se tratando de protensão parcial, a definição da força de protensão não pode ser feita dessa mesma forma, devido ao nível de fissuração permitido para esses elementos. Uma alternativa é fazê-la a partir da escolha de uma parcela do carregamento a ser contrabalançado.

Elementos com protensão parcial são formados pelo concreto, pelos cabos de protensão e pelas armaduras passivas, formando assim um conjunto resistente. O processo de projeto passa obrigatoriamente pelo proporcionamento desses três materiais para que sejam satisfeitas todas as exigências de ELS e de ELU. Essa possibilidade de se lançar mão de três materiais torna o projeto um processo iterativo, no qual esse proporcionamento vai-se definindo no decorrer do processo. Portanto, não há um critério definitivo para a escolha da protensão, mas a busca de uma configuração estrutural que satisfaça a todos os parâmetros necessários.

Dependendo das características da estrutura em estudo, pode-se tomar como base para se definir a protensão os mais variados critérios. Esses critérios podem estar diretamente relacionados com os ELS, como início da fissuração, abertura de fissuras, flechas e contraflechas, ou com os ELU, resistência à flexão. Outros critérios, indiretamente ligados aos estados limites, podem ser adotados: tensões de tração ou compressão nas seções e grau de protensão  $\kappa_p$ . E, ainda, critérios construtivos que levam em conta a quantidade de armaduras ativas e passivas nas seções transversais ou a saturação de ancoragens.

Para a resolução dos exemplos de aplicação deste trabalho, impõe-se a flecha das vigas como parâmetro principal a ser verificado para a definição da força de protensão. Dessa maneira, o processo de projeto torna-se iterativo, onde de início escolhe-se a parcela do carregamento a ser contrabalançada e, como função disso, a força de protensão necessária. Ao final desse processo, com as flechas já calculadas, avalia-se se a protensão inicialmente escolhida é suficiente para manter o elemento dentro dos limites de deformação. Caso contrário, repete-se o processo até se atingir uma configuração estrutural com a deformação requerida.

## 3.2 Combinação de ações

Uma vez definidos os carregamentos permanentes e variáveis, assim como o carregamento externo equivalente de protensão, as distribuições de momentos fletores, para cada tipo de carregamento, podem ser determinadas por simples análises elásticas. Os momentos de projeto nas seções críticas podem ser, então, obtidos pela combinação das ações e aplicação dos coeficientes de ponderação de acordo com a verificação a ser feita.

Em um projeto completo, devem-se levar em consideração, no cálculo dos esforços de uma estrutura de concreto, todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança. Essas ações podem ser permanentes – pesos próprios, empuxos, retração e fluência do concreto, deslocamentos de apoio, imperfeições geométricas, protensão – ou variáveis – cargas acidentais horizontais e verticais, ação do vento, variações de temperatura, ações dinâmicas. Não há razões para, neste trabalho, adotarem-se todos esses tipos de carregamento; portanto, consideram-se apenas ações permanentes  $g=g_1+g_2$  – onde  $g_1$  é a parcela permanente que atua até o ato da protensão e  $g_2$  é a parcela restante – e ações variáveis verticais q. Adicionalmente a esses, considera-se a protensão como um carregamento uniformemente distribuído p.

Como os esforços são calculados por análises lineares, os coeficientes de ponderação podem ser aplicados tanto às ações – carregamentos – como aos esforços – momentos fletores. Além disso, cada carregamento pode ser considerado em separado e, a seguir, os esforços podem ser combinados de acordo com cada verificação a ser feita. Neste item, os coeficientes são aplicados às ações, mas alguns exemplos de aplicação trazem as ponderações diretamente nos esforços, calculados separadamente.

#### Combinações de estado limite último ELU

Para as verificações de estado limite último, devem ser determinadas as ações que produzam os efeitos mais desfavoráveis que possam levar a estrutura, ou parte dela, ao colapso. Essas ações, ou seus esforços característicos, devem ser devidamente majoradas por coeficientes de segurança  $\gamma_r$  e posteriormente combinadas entre si para que possam ser determinados os esforços atuantes nas seções críticas do elemento.

Nos exemplos de aplicação desta dissertação, consideram-se como ações externas apenas uma carga permanente de peso-próprio g e uma carga variável acidental g, que são majoradas respectivamente por  $\gamma_g$ =1,40 e  $\gamma_g$ =1,40.

Em se tratando de esforços solicitantes de protensão, nas verificações de ELU, apenas os esforços hiperestáticos devem ser considerados. Os esforços isostáticos de protensão não devem ser incluídos, porque, ao se considerar o elemento estrutural de concreto junto com o cabo de protensão, esses esforços isostáticos auto-equilibram-se e desaparecem. Para isso, define-se que o carregamento equivalente de protensão p gera um esforço total  $F_p$ , que é formado pela parcela isostática  $F_{p,t}$  e pela parcela hiperestática  $F_{p,t}$  ou seja  $F_p = F_{p,t} + F_{p,t}$ .

O efeito causado pelo esforço hiperestático  $F_{p2}$  pode ser favorável ou desfavorável dependendo da seção em estudo. No caso de vigas contínuas com cabos usuais, os momentos hiperestáticos tendem a diminuir os momentos totais nos apoios e a aumentar os momentos totais na parte central dos vãos. A NBR6118:2003 recomenda que, quando necessário, deve-se considerar os carregamentos externos de protensão com valores favoráveis e desfavoráveis. Assim, adotam-se os seguintes valores para coeficientes de ponderação da protensão:  $\gamma_{b,máx}$ =1,2 e  $\gamma_{b,min}$ =0,9.

Desse modo, as combinações para estado limite último têm a seguinte forma:

$$\begin{split} F_{d} &= \gamma_{g} \big( F_{g1} + F_{g2} \big) + \gamma_{q} F_{qk} + \gamma_{p,m\acute{a}x/\min} F_{p2} \\ F_{d,m\acute{a}x} &= 1,4 \big( F_{g1} + F_{g2} \big) + 1,4 F_{qk} + 1,2 F_{p2} \\ F_{d,\min} &= 1,4 \big( F_{g1} + F_{g2} \big) + 1,4 F_{qk} + 0,9 F_{p2} \end{split}$$

### Combinações de estado limite de serviço ELS

Segundo Aalami (1990b), o método do balanceamento de cargas pode ser utilizado tanto nas as verificações de fissuração como nas de deformação. Uma vez que o cabo é retirado do elemento e substituído por um carregamento equivalente, ele não é mais levado em consideração, portanto, o momento  $M_{\rm d,ser}$  e a carga axial  $P_{\rm d,ser}$  devem ser resistidos pelas tensões desenvolvidas na seção de concreto e nas armaduras passivas existentes.

Nos elementos de concreto com cordoalhas engraxadas e protensão parcial, devem ser verificados os estados limites de serviço de abertura de fissuras, ELS-W, e de deformação excessiva, ELS-DEF. Cada verificação de serviço exige uma determinada combinação de ações: para ELS-DEF, deve-se usar uma combinação quase-permanente CQP de ações, e, para ELS-W, uma combinação freqüente CF.

Os carregamentos permanentes g, ou as ações  $F_g$  referentes a eles, são inseridos nas combinações de serviço com seus valores característicos, ou melhor, são ponderados por um coeficiente  $\gamma_g = 1,0$ . Nos exemplos de aplicação desta dissertação, os carregamentos permanentes são os pesos próprios dos materiais  $g=g_1+g_2$  e as cargas equivalentes da protensão p, considerando o efeito total da protensão, isto é, a soma dos efeitos isostáticos  $p_1$  e hiperestáticos  $p_2$ .

Já os carregamentos variáveis q, ou as ações  $F_q$  referentes a eles, são inseridos nas combinações de serviço com valores ponderados por coeficientes que dependem da verificação a ser feita. Nos exemplos de aplicação, os carregamentos variáveis são somente cargas acidentais q, e os coeficientes de ponderação, obtidos da tabela 11 da NBR6118:2003, adotados são:

- $\psi_1 = 0.4$ , para combinações freqüentes;
- $\psi_2 = 0.3$ , para combinações quase-permanentes.

Então, para as combinações quase-permanentes, tem-se a equação a seguir:

$$F_{d,ser} = F_{g,k} + F_{p,k} + \psi_2 F_{q,k}$$

E, para as combinações freqüentes, esta:

$$F_{d,ser} = F_{g,k} + F_{p,k} + \psi_1 F_{q,k}$$

## 3.3 Verificações da Capacidade Resistente

Tanto elementos de concreto armado como protendido, devem ter suas seções críticas verificadas quanto a sua capacidade resistente. Essa verificação tem o objetivo de assegurar que a seção transversal do elemento – formada pelo concreto e pelas armaduras ativa e passiva – tenha adequada margem de segurança à ruína.

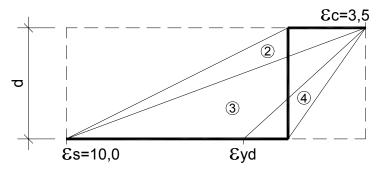
O estado limite último é denominado como a situação em que a peça perde sua capacidade resistente. Essa situação pode acontecer por uma destas duas circunstâncias ou pelas duas simultaneamente: esmagamento do concreto e alongamento excessivo do aço. Em se tratando de vigas de concreto protendido, é necessário que sejam verificados pelo menos os estados limites últimos de flexão e de flexão no ato da protensão, além do estado limite último de cisalhamento, que não é abordado nesta dissertação.

## 3.3.1 Estado limite último de flexão

Nas vigas adequadamente armadas, o processo de ruptura inicia-se pela deformação exagerada das armaduras de flexão e pela acentuada fissuração do elemento. Na medida em que cresce o carregamento atuante, a deformação e a fissuração se intensificam, reduzindo a altura da zona comprimida e, portanto, aumentando a tensão de compressão no concreto. No instante em que se atinge sua resistência à compressão, o concreto esmaga-se e provoca a ruína final da viga. Uma vez que o processo de ruptura inicia-se com o alongamento exagerado na zona tracionada e se encerra com o esmagamento da zona comprimida, o elemento fornece um amplo aviso da aproximação do colapso.

Essa descrição é característica de elementos com ruptura dútil e está relacionada a dimensionamentos nos domínios 2 e 3, com ou sem armadura passiva de compressão. Há também elementos fletidos com ruptura frágil, nos quais, com o aumento do carregamento, ocorre o

esmagamento do concreto sem que a parte tracionada do elemento apresente fissuração acentuada. A ruptura frágil está associada com deformações da seção transversal no domínio 4, com ou sem armadura passiva de compressão. Na figura 15, apresentam-se os três domínios de ELU referentes a elementos de concreto submetidos à flexão.



Fonte: Adaptado de NBR6118:2003

Figura 15: Domínios de estado limite último de uma seção transversal sob flexão.

Da figura 15, conclui-se que as deformações unitárias do concreto  $\varepsilon_{\epsilon}$  e da armadura passiva de tração  $\varepsilon_{\epsilon}$  são os seguintes:

• Domínio 2: 
$$\begin{cases} 0\% < \varepsilon_c < 3.5\% \\ \varepsilon_s = 10.0\% \end{cases}$$

• Domínio 3: 
$$\begin{cases} \varepsilon_c = 3.5\% \\ \varepsilon_{yd} \le \varepsilon_s \le 10.0\% \end{cases}$$

• Domínio 4: 
$$\begin{cases} \varepsilon_c = 3.5\% \\ 0\% < \varepsilon_s \le \varepsilon_{yd} \end{cases}$$

Os elementos fletidos de concreto devem ser dimensionados ao ELU de forma que suas seções críticas possuam um momento resistente  $M_{Rd}$  maior que o momento solicitante  $M_{Sd}$ , obtido através da análise estrutural com as devidas combinações. A análise dos esforços resistentes de uma viga de concreto, no estado limite último de flexão, pode ser feita com as seguintes hipóteses:

- as seções transversais mantêm-se planas após a deformação;
- a deformação das barras passivas aderentes é a mesma do concreto em seu entorno;
- as tensões de tração no concreto são desprezadas;
- a distribuição de tensões de compressão do concreto pode ser simplificadamente considerada como um retângulo de altura 0.8x e tensão igual a  $0.85f_{cd}$  no caso de a largura da seção não diminuir em direção à borda comprimida;
- a tensão na armadura passiva deve ser obtida a partir de seu diagrama tensãodeformação.

## Procedimento de cálculo do momento resistente de cálculo $M_{R,d}$

Nas verificações de ELU, os materiais têm suas resistências características reduzidas pelos coeficientes de minoração prescritos pela NBR6118:2003. O concreto tem sua resistência à compressão  $f_{ck}$  dividida por  $\gamma_c$ =1,40 e o aço das armaduras passivas tem sua tensão de escoamento  $f_{yk}$  reduzida pelo coeficiente  $\gamma_c$ =1,15.

Nessa etapa do projeto de vigas protendidas, já se determinaram as dimensões da seção transversal de concreto e a quantidade de armadura ativa não aderente  $A_p$ , restando definir ainda as armaduras passivas aderentes de tração  $A_s$  e de compressão  $A_s$ . Escolhendo-se uma quantidade qualquer para essas armaduras passivas, tem-se uma seção transversal completamente definida, dessa forma pode-se obter o momento resistente  $M_{Rd}$  do elemento por um procedimento de verificação de seções transversais. Para uma avaliação inicial do momento resistente  $M_{Rd}$  da seção, deve-se considerar pelo menos a armadura passiva mínima exigida por norma. No caso da seção ser insuficiente para absorver o momento solicitante de cálculo, deve-se adicionar tanto armadura passiva quanto necessária para aumentar, a níveis seguros, sua capacidade de flexão.

A figura 16 mostra a seção transversal de uma viga de concreto protendido com cordoalhas engraxadas e armaduras passivas de tração e de compressão, assim como suas deformações específicas e as forças resultantes de suas tensões de tração e compressão no estado limite último.

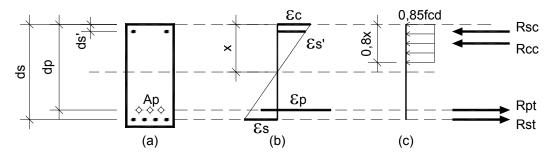


Figura 16: Seção transversal de concreto protendido com cabos não-aderentes e armadura passivas, no estado limite último

O cálculo das deformações unitárias do concreto  $\varepsilon_{\epsilon}$  e das armaduras passivas  $\varepsilon_{\epsilon}$  e  $\varepsilon_{\epsilon}$ ' pode ser feito conforme ilustrado na figura 16(b), a partir das relações lineares da configuração deformada da seção transversal plana:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d_s - x} = \frac{\varepsilon_s'}{x - d_s'}$$

Uma vez conhecidos o diagrama de deformação unitária da seção transversal, o cálculo do momento fletor resistente  $M_{\rm Rd}$  torna-se um problema estaticamente determinado, que pode ser resolvido pelas três equações de equilíbrio da estática plana:

 $\Sigma R_x = 0$ , equilíbrio dos esforços horizontais;

 $\Sigma R_v = 0$ , equilíbrio dos esforços verticais;

 $\Sigma M_z = 0$ , equilíbrio dos momentos fletores em relação à linha neutra, por exemplo.

Como em vigas não atuam esforços resultantes verticais, a equação  $\Sigma R_y$ =0 torna-se uma identidade, restando apenas as outras duas.

A partir de uma dada seção transversal de concreto, pode-se calcular sua configuração deformada no ELU a partir da equação de equilíbrio dos esforços horizontais, como mostrado na figura 16(c):

$$\begin{split} \Sigma R_x &= 0 \\ R_{cc} + R_{sc} - R_{st} - R_{pt} &= 0 \\ \text{onde:} \\ R_{cc} &= A_c \cdot \sigma_{cd} = (b_w \cdot 0.8 \cdot x) \cdot (0.85 f_{cd}) \\ R_{sc} &= A_s' \cdot \sigma_{sd}' \\ R_{st} &= A_s \cdot \sigma_{sd} \\ R_{nt} &= A_n \cdot \sigma_{nd} \end{split}$$

A tensão atuante no ELU nas armaduras ativas não aderentes  $\sigma_{pd}$  não depende da deformação da seção transversal e sua avaliação é vista a seguir. Já as tensões nas armaduras passivas  $\sigma_{sd}$  e  $\sigma_{sd}$  'são função das deformações locais  $\varepsilon_s$  e  $\varepsilon_s$ ' da seção e dos diagramas  $\sigma$  x  $\varepsilon$  do aço empregado. Para armaduras passivas de aço CA-50, pode-se resumir essa questão da seguinte forma:

$$\sigma_{sd} = \begin{cases} f_{yd} & \text{, se } \varepsilon_s \ge \varepsilon_{yd} = 2,07\% \\ \varepsilon_s \cdot E_s & \text{, se } \varepsilon_s < \varepsilon_{yd} = 2,07\% \end{cases}$$

A definição da configuração deformada da seção plana pode ser obtida por um processo iterativo, no qual deve-se variar o valor da altura da linha neutra x até que se obtenha o equilíbrio dos esforços horizontais  $\Sigma R_x = 0$  em um dos três domínios de deformação de flexão no ELU.

Finalmente, com cada força horizontal resultante definida, pode-se obter o momento resistente  $M_{Rd}$  da seção transversal pela equação de equilíbrio dos momentos em relação à linha neutra:

$$\Sigma M_z = 0$$

$$M_{Rd} = R_{cc} \cdot (x - 0.4 \cdot x) + R_{sc} \cdot (x - d_s') - R_{st} \cdot (d_s - x) - R_{pt} \cdot (d_p - x)$$

O procedimento de cálculo do momento resistente proposto neste item é um procedimento clássico de verificação de seções transversais de concreto, com o qual, de posse da

geometria do elemento e de suas armaduras ativas e passivas, verifica-se se ele possui suficiente capacidade de resistência para suportar os esforços solicitantes. O processo deve ser repetido tantas vezes forem necessárias para que se obtenha um dimensionamento que atenda, de forma satisfatória, os requisitos de resistência, ou seja, até que  $M_{Rd} \ge M_{Sd}$ .

## 3.3.2 Tensões nas armaduras ativas $\sigma_{p}$

A principal diferença de procedimento na verificação ao estado limite último entre sistemas de protensão aderentes e não-aderentes refere-se, justamente, à aderência da armadura ativa. A tensão que se desenvolve no aço de protensão é influenciada pela aderência entre o cabo e o concreto no seu entorno.

Como hipótese básica, a NBR6118:2003, no item 17.2.2-b, estabelece que "o acréscimo de deformação das barras ativas aderentes em tração ou compressão deve ser o mesmo do concreto em seu entorno". Dessa forma, um cabo com aderência completa desenvolve tensões que são obtidas em função da deformação unitária da armadura e do diagrama tensão-deformação do aço. A deformação unitária da armadura protendida aderente  $\varepsilon_b$  é formada por três parcelas:

$$\varepsilon_{p} = \varepsilon_{pi} + \varepsilon_{p0} + \Delta \varepsilon_{p}$$

onde:

 $\varepsilon_{pi}$  é o pré-alongamento inicial, correspondente à tensão efetiva de protensão que atua na seção;

 $\mathcal{E}_{p0}$  é o alongamento correspondente à neutralização ou descompressão da seção;

 $\Delta \varepsilon_{b}$  é o alongamento adicional provocado pela curvatura da seção até atingir o ELU.

Segundo Pfeil (1984), das três parcelas acima,  $\varepsilon_{p0}$  tem valor pequeno comparado com as outras duas, podendo em geral ser desprezada.

Considerando-se um elemento de seção constante, a tensão no aço do cabo aderente é função do momento atuante, de forma que a seção crítica para flexão ocorre no ponto de momento máximo. Por outro lado, o carregamento aplicado em um elemento com cordoalhas engraxadas não necessariamente produz a tensão máxima no aço no ponto de maior momento. A possibilidade da cordoalha de escorregar dentro da capa engraxada permite que o aumento de tensão no ELU distribua-se ao longo de todo o comprimento do cabo. Comparando-se com cabos aderentes, essa uniformização dos valores de tensões induzidas pelo carregamento resulta em um valor menor para cabos não-aderentes.

Seguindo as mesmas recomendações do código americano ACI318:2002, a NBR6118:2003 estabelece, no item 17.2.2-c, o seguinte: para armaduras ativas não-aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não-lineares adequadas, os valores do acréscimo das tensões para estruturas usuais de edifícios estão apresentados a seguir, devendo ainda ser divididos pelos devidos coeficientes de ponderação:

• para elementos com relação  $\frac{L}{d} \le 35$ , (geralmente vigas cumprem essa relação):

$$\Delta\sigma_{\scriptscriptstyle P} = 70 + \frac{f_{\scriptscriptstyle ck}}{100 
ho_{\scriptscriptstyle P}} \;\;$$
, não podendo ultrapassar 420MPa

onde:

$$\rho_P = \frac{A_P}{b_c \cdot d_P}$$

onde:

 $\Delta\sigma_{\!P}\,\mathrm{e}\,\,\mathrm{f}_{\mathrm{ck}}\,$ são dados em megapascal;

 $\rho_P$  é a taxa geométrica de armadura ativa;

 $b_c$  é a largura da mesa de compressão;

 $d_P$  é a altura útil referida à armadura ativa.

Esse acréscimo de tensão  $\Delta\sigma_p$  na armadura ativa pode ser considerado a partir da tensão de pré-alongamento do aço  $\sigma_{Pi}$ . Assim, a tensão total atuante no aço de protensão no ELU é dada por:

$$\sigma_{Pi} = \frac{P}{A_p}$$

$$\sigma_P = \sigma_{Pi} + \Delta \sigma_P$$

Em elementos protendido com cabos permanentemente não aderentes, o eurocódigo EN1992:2004 comenta que geralmente é necessário levar a deformação de todo o elemento em conta ao calcular o acréscimo de tensão na armadura ativa. Caso não seja feito um cálculo detalhado, pode-se assumir que o acréscimo de tensão até o estado limite último é  $\Delta\sigma_{p,ELU}=100MPa$ .

#### 3.3.3 Estado limite último no ato da protensão

Durante o tempo em que a força de protensão vai sendo aplicada aos cabos, o elemento estrutural fica sujeito a um conjunto de esforços que pode levá-lo à ruína imediata. Isso se deve principalmente à contribuição direta de dois fatores, os quais devem ser salientados. Primeiro, a protensão é em geral aplicada bem antes dos 28 dias, e, nesse momento, o material concreto desenvolveu somente uma parcela de sua resistência à compressão. Segundo, como somente as perdas imediatas de protensão se processaram, e não as perdas ao longo do tempo, nesse instante a força de protensão atuante é a maior a que o elemento poderá estar sujeito.

Esses dois fatores atuando em conjunto podem eventualmente provocar o rompimento da seção, seja por esmagamento do concreto comprimido ou por fissuração excessiva do concreto tracionado devido à falta ou à insuficiência de armadura passiva. A ruptura, quando ocorre,

acontece bruscamente durante a transferência da carga, de forma que o procedimento de protensão dos cabos pode ser visto como uma prova de carga do elemento.

O procedimento geral para verificação da ruptura da seção no ato da protensão é feito com as mesmas hipóteses básicas assumidas no estado limite último de flexão. Para considerar a menor resistência à flexão do concreto, correspondente a sua idade no ato da protensão, utiliza-se  $f_{obj}$ . Além disso, somente o carregamento efetivamente atuante na ocasião deve ser levado em conta, e as resistências e os carregamentos podem ser ponderados por coeficientes específicos para esse caso.

## Verificação simplificada da resistência no ato da protensão

A NBR6118:2003 permite que se faça, de maneira simplificada, a verificação da resistência da seção no ato da protensão calculando as tensões na seção transversal no estádio I com as solicitações ponderadas por  $\gamma_p = 1,1$  e por  $\gamma_f = 1,0$ , desde que as três condições abaixo sejam satisfeitas:

- 1. a tensão máxima de compressão na seção não deve ultrapassar 0,7 f<sub>cki</sub>
- 2. a tensão máxima de tração na seção não deve ultrapassar 1,2  $f_{cm.i}$
- 3. deve haver armadura de tração quando existirem tensões de tração na seção, a força nessa armadura pode ser considerada, para efeito de cálculo, igual à resultante de tensões de tração no concreto no estádio I, desde que não provoque acréscimo de tensão nas barras superior a 250MPa.

Uma forma bastante simples e intuitiva de se calcular as tensões ao longo da seção transversal mais solicitada no ato da protensão é por meio da seguinte equação elástica:

$$\sigma_c = \frac{\gamma_p \cdot P_0}{A_c} \pm \frac{\gamma_p \cdot P_0 \cdot e_p}{W} \pm \frac{\gamma_f \cdot (M_g + M_q)}{W}$$

onde a primeira parcela refere-se à tensão ocasionada pelo esforço normal; a segunda, ao momento isostático de protensão e a terceira, ao momento do carregamento externo atuante na ocasião. Essa equação é facilmente aplicável a estruturas isostáticas, no entanto essa abordagem torna-se complicada em estruturas hiperestáticas devido à dificuldade de determinação da parcela hiperestática do momento de protensão.

Conforme visto no item 2.4.1, ao se considerar a protensão como um carregamento externo equivalente, obtêm-se diretamente ambas as parcelas isostática e hiperestática do momento de protensão. Assim, para essa verificação simplificada de resistência no ELU no ato da protensão, pode-se considerar o efeito de flexão da protensão juntamente com os carregamentos externos atuantes, por meio da seguinte combinação de ELU dos momentos:

$$M_{S,d} = \gamma_p \cdot M_p + \gamma_f \cdot \left( M_g + M_q \right)$$

A figura 17 ilustra o procedimento de verificação do ELU no ato da protensão, onde se considera a distribuição de tensões normais ao longo da altura da seção transversal como a soma

das parcelas referentes ao esforço normal  $P_{o,d}$  e ao momento fletor solicitante  $M_{S,d}$ . A distribuição de tensões mostrada refere-se a um caso particular, mas, dependendo da intensidade do esforço normal e do carregamento atuante, outras distribuições podem ocorrer.

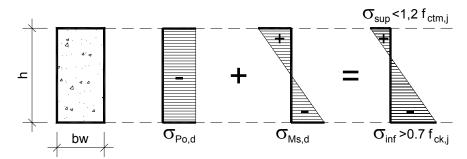


Figura 17: Verificação simplificada de ELU no ato da protensão pelo cálculo de tensões na seção transversal considerada no estádio l

Lançando-se mão do método dos carregamentos equivalentes de protensão, as parcelas de tensões  $\sigma_{Po,d}$  e  $\sigma_{Mi,d}$  podem ser obtidas simplesmente por:

$$\sigma_{Po,d} = \frac{\gamma_p \cdot P_0}{A_c}$$

$$\sigma_{{\scriptscriptstyle Ms},{\scriptscriptstyle d}} = rac{{M_{{\scriptscriptstyle S},{\scriptscriptstyle d}}}}{W}$$

onde:

 $P_{\theta}$  é a força de protensão efetiva no ato da protensão;

 $M_{S,d}$  é o momento fletor solicitante no ato da protensão;

 $A_{\epsilon}$  e W são respectivamente a área e o módulo resistente da seção transversal bruta do concreto.

## 3.4 Verificações do Comportamento em Serviço

As verificações de serviço a serem feitas dependem do nível de protensão – protensão completa, limitada ou parcial – escolhido para o elemento. A escolha do nível de protensão do elemento em serviço é feita pelo projetista e baseia-se em uma série de parâmetros, tanto objetivos como subjetivos. No entanto a norma NBR6118:2003 não permite o uso da protensão parcial para estruturas em locais com classe de agressividade ambiental forte CAA-III ou muito forte CAA-IV.

Na grande maioria dos casos, pode-se admitir que, em elementos com protensão completa ou limitada, as verificações de serviço consistem em avaliar as tensões elásticas na seção transversal, considerando como parâmetros o ELS-D (descompressão) e o ELS-F (formação de fissuras). Em elementos com protensão parcial, considera-se o ELS-W (abertura de fissuras). Em ambos os casos, deve-se verificar o ELS-DEF (deformação). A combinação de ações a utilizar depende do estado limite a ser considerado na verificação. A tabela 6 resume essa questão.

Níveis de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar		
Nível 1 – PARCIAL	ELS-W, $w_k \le 0.2$ mm	Combinação frequente		
Nível 2 – LIMITADA	ELS-F	Combinação frequente		
NIVELZ - LIIVILLADA	ELS-D	Combinação quase-permanente		
Nível 3 – COMPLETA	ELS-F	Combinação rara		
MIVELS - COMPLETA	ELS-D	Combinação frequente		

Tabela 6: Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração

#### Nota(s):

- 1. ELS-W é o estado limite de serviço de abertura de fissuras.
- 2. ELS-F é o estado limite de serviço de formação de fissuras.
- 3. ELS-D é o estado limite de serviço de descompressão.

Fonte: Adaptado da NBR6118:2003, Tabela 13.3

A seguir, vai-se tratar, com mais detalhes, das duas verificações de serviço de maior interesse para vigas com protensão parcial e cordoalhas engraxadas:

- ELS-DEF. Estado limite de serviço de deformações excessivas.
- **ELS-W**. Estado limite de serviço de abertura de fissuras.

## 3.4.1 Cálculo do momento de fissuração M<sub>r</sub>

Antes de efetivamente tratar das verificações de serviço, vai-se revisar e comparar os conceitos de momento de fissuração de seções transversais de concreto armado e de concreto protendido. O momento fletor que faz surgir as primeiras fissuras é denominado momento de fissuração.

O cálculo teórico desse momento de fissuração  $M_r$  deveria ser feito pelo equilíbrio estático das tensões de compressão e de tração ao longo da altura da seção transversal, no instante que precede a fissuração. A rigor, deveriam ser consideradas as tensões de tração do concreto tanto nas partes em regime elástico quanto nas partes plastificadas, mais próximas do bordo da seção. Porém as tensões de tração em elementos fletidos de concreto são bastante difíceis de serem previstas e, além disso, possuem uma variabilidade considerável.

Na prática, pode-se adotar um procedimento de cálculo simplificado, em que o momento de fissuração é determinado pela teoria elástica, assumindo que as primeiras fissuras formam-se no instante em que a tensão, no bordo da seção transversal de concreto, atinge certa tensão de tração fictícia. Essa tensão é considerada fictícia, porque as fibras de concreto, mais próximas à borda tracionada, estão na iminência de se romperem, e, por isso, já plastificadas. Esse procedimento elástico simplificado é permitido pelas normas de projeto, as quais convencionam determinados valores para a tensão de tração fictícia no instante da fissuração.

A NBR6118:2003 estabelece a seguinte expressão aproximada para o cálculo do momento de fissuração de uma seção de concreto:

$$M_r = \alpha \cdot f_{ct} \cdot \frac{I_c}{y_t}$$

onde:

 $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

 $y_t$  é distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

α é um fator que correlaciona a resistência à tração na flexão com fa;

 $\alpha$  = 1,2 para seções T ou duplo T;

 $\alpha$  = 1,5 para seções retangulares.

e, para estado limite de serviço de deformação excessiva ELS-DEF,  $f_{ct}$  é a resistência à tração direta do concreto sendo assumido igual a  $f_{ct,m}$ :

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0.3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

Como se pode perceber analisando a expressão de  $M_r$  acima, o momento de fissuração é função de dois parâmetros: do módulo resistente elástico da seção –  $W=I_c/y_t$  – e de uma tensão de tração convencional do concreto –  $\alpha \cdot f_{ct}$ .

A normalização de projeto, em geral, indica esse procedimento simplificado para o cálculo do momento de fissuração, embora cada norma sugira diferentes valores para a resistência à tração do concreto. Assim como a NBR6118:2003, o eurocódigo EN1992:2004 especifica a tensão de tração  $f_{ctm}$  para o cálculo do momento de fissuração da seção, mas não multiplica essa tensão por nenhum fator semelhante a  $\alpha$ . Já a norma americana, ACI318:2002, sugere a mesma expressão para o cálculo do momento de fissuração, mas com uma tensão convencional de tração  $f_r$  – que não é determinado exatamente da mesma maneira do valor  $f_{ck}$  da NBR6118:2003 do eurocódigo EN1992:2004 – para o concreto igual a:

$$f_r = 0.7 \cdot \sqrt{f_c}$$

onde:

f<sub>e</sub>'é a resistência especificada à compressão do concreto, em MPa.

Para estabelecer uma comparação entre a tensão de tração convencional no bordo da seção de concreto das normas citadas, apresenta-se a tabela 7.

Tabela 7: Tensões de tração para o cálculo do momento de fissuração  $M_r$  do elemento

Norma	Tensão convencional no bordo da seção	Tensão de tração por classe de concreto [Mpa]			
		C25	C30	C35	C40
NBR6118	$\alpha \cdot f_{ct,m} = 0.3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$	3,85	4,35	4,81	5,26
ACI318	$f_r = 0.7 \cdot \sqrt{f_c'}$	3,50	3,83	4,14	4,43
EN1992	$f_{ct,m} = 0.3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$	2,56	2,90	3,21	3,51

Ao analisar a tabela 7, verifica-se que essas tensões convencionais, definidas por cada norma, possuem variação de até 50%. Conforme comentado acima, essa tensão é fictícia e convencionada por cada normalização. No entanto deve-se observar que a determinação do início da fissuração em um elemento fletido é função, além dessas tensões de tração *fet*, de outros parâmetros – como combinações de serviço, coeficientes de ponderação, fatores multiplicadores. Por isso a comparação desses valores de tensão de tração deve ser tida apenas como um exemplo das diferenças entre os critérios adotados pelas três normas estudadas.

#### Momento de fissuração de uma seção de concreto protendido

A NBR6118:2003, no seu item 17.3.1, no qual apresenta a expressão aproximada par o cálculo do momento de fissuração  $M_r$ , indica o seguinte: "No caso de utilização de armadura ativa, deve ser considerado o efeito da protensão no cálculo do momento de fissuração".

Em elementos de concreto armado, o momento de fissuração  $M_r$  é calculado diretamente com a expressão aproximada elástica, mostrada acima. Dessa expressão, obtém-se o momento fletor necessário para que a borda inferior da seção mais solicitada atinja a tensão convencional de tração a partir de um estado neutro de tensões. Entretanto, em elementos de concreto protendido, para que a borda da seção atinja a tensão de tração convencional, anteriormente é necessário que a tensão de compressão, na borda inferior, causada pela protensão, seja neutralizada. Essa situação é conhecida por estado de neutralização ou de descompressão.

O momento de fissuração  $M_{\mbox{\tiny $r$}}$  de uma seção de concreto protendido pode ser, então, calculado em duas etapas:

- 1. calcula-se o momento que anula a tensão de compressão causada pela protensão na borda da seção, ou seja, o momento de descompressão  $M_0$ ;
- 2. calcula-se o momento que, a partir do estado de neutralização, faz com que se atinja a tensão de tração convencional do concreto no bordo da seção.

Admitindo-se que o bordo comprimido de interesse seja o inferior, o momento de descompressão  $M_{\theta}$  pode ser calculado pela expressão:

$$\begin{split} \boldsymbol{M}_0 &= \boldsymbol{\sigma}_{cp} \cdot \boldsymbol{W} \\ \boldsymbol{M}_0 &= \boldsymbol{P} \cdot \left( \frac{1}{A_c} + \frac{\boldsymbol{e}_p}{\boldsymbol{W}} \right) \cdot \boldsymbol{W} \\ \boldsymbol{M}_0 &= \frac{\boldsymbol{P}}{A_c} \cdot \boldsymbol{W} + \boldsymbol{M}_p \end{split}$$

onde:

 $M_p$  é o momento de protensão calculado pelo método dos carregamentos externos equivalentes, que fornece ambas as parcelas do momento de protensão – isostática  $M_{p1}$  e hiperestática  $M_{p2}$ .

Todas as três formas da expressão fornecem o mesmo resultado, assim pode-se utilizar a forma que parecer ser a mais conveniente. Uma vez que a parcela de momentos hiperestáticos, se

existente, deve ser levada em conta, a terceira forma da expressão adapta-se melhor aos casos de estruturas estaticamente indeterminadas, por trazer o termo  $M_p$  que pode incluir ambas as parcelas de momento – isostática  $M_{p1}$  e hiperestática  $M_{p2}$ .

A expressão simplificada de  $M_r$ , proposta pela NBR6118:2003, é aplicável a seções de concreto armado. De certa forma, na medida em que uma seção de concreto protendido ultrapassa estado de descompressão e passa a ter sua borda tracionada, ela se comporta, teoricamente, como uma seção de concreto armado. Assim o momento de fissuração de elementos protendidos pode ser obtido pela soma das duas parcelas:

$$M_r = M_0 + \alpha \cdot f_{ct} \cdot \frac{I_c}{y_t}$$

# 3.5 Estado Limite de Serviço de Deformação Excessiva

Segundo o relatório ACI435R (1995), o comportamento em serviço de elementos de concreto protendido, particularmente no que diz respeito a flechas e contraflechas, é uma consideração de projeto que tem maior importância do que tinha no passado. Isso se deve à aplicação de novos procedimentos de projeto e ao uso de materiais com maiores resistências, resultando em elementos mais esbeltos que podem sofrer maiores deformações se não cuidadosamente dimensionados. Vigas e lajes mais esbeltas suportando maiores carregamentos fissuram-se mais cedo, resultando, assim, em redução de rigidez e em aumento das deformações imediatas e ao longo do tempo.

A deformação de um elemento ou de uma estrutura não deve afetar negativamente seu funcionamento ou sua aparência. Dessa forma, devem-se estabelecer apropriados valores limites de deformação, que devem levar em conta as características da estrutura, os usos a que estará sujeita, os elementos não estruturais e equipamentos a ela conectados e por ela suportados.

Em se tratando de vigas, a normalização estabelece, entre outros limites para casos específicos, os indicados na tabela 8.

Norma	Carregamento	Flecha limite
NBR6118	Quase-permanente	L / 250
ACI318	Carga de longa duração	L / 240
EN1992	Quase-permanente	L / 250

Tabela 8: Flechas máximas admissíveis em vigas de concreto

De acordo com a NBR6118:2003, a verificação da deformação de elementos de concreto deve ser realizada por meio de modelos de cálculo que considerem a rigidez efetiva das seções transversais, levando em conta a presença da armadura, a existência da fissuração do concreto e as deformações ao longo do tempo.

As flechas e contraflechas devidas à protensão podem ser estimadas considerando o elemento de concreto como um corpo-livre separado dos cabos. O efeito dos cabos é substituído por um conjunto de forças atuando no concreto, conforme o método dos carregamentos balanceados. Segundo Aalami (1990b), uma vez que o cabo não tem resistência à flexão, sua desconsideração não altera a resposta à flexão da seção restante, a qual é usada para o cálculo das deformações. Minuciosamente falando, as tensões nas seções transversais modificam a distribuição da protensão e, portanto, afetam a performance à flexão da viga. Mas essas mudanças não apresentam significado prático, o que não diminui a eficiência do método dos carregamentos balanceados como técnica de análise de deformações.

Dessa forma, obtêm-se os esforços e as deformações ao longo do elemento por qualquer método de análise linear. Neste trabalho, utiliza-se um programa de análise matricial para calcular as deformações elásticas das vigas contínuas, nos quais a protensão é considerada como um conjunto de cargas externas que "alivia" o carregamento atuante no elemento.

Antes da fissuração, as deformações – flechas e contraflechas – podem ser estimadas com grande precisão. Uma vez que nesse estágio o concreto é praticamente um material elástico e linear, as deformações podem ser calculadas pelos métodos disponíveis na resistência dos materiais utilizando as propriedades da seção transversal bruta do elemento. Quando fissuras passam a ocorrer na viga, a natureza da deformação começa a mudar. Mesmo no início da fissuração quando as fissuras ainda não são visíveis a olho nu, a seção transversal efetiva resistente à flexão é a seção fissurada em vez da seção bruta. Na medida em que se desenvolvem mais e maiores fissuras, a rigidez do elemento diminui aumentando progressivamente sua deformação. Isso é mostrado graficamente na figura 18.

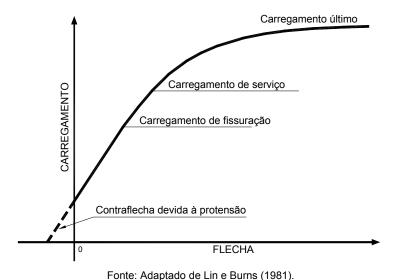


Figura 18: Curva típica carregamento-flecha de uma viga protendida com protensão parcial

Para os cálculos dos valores dos parâmetros geométricos da rigidez da seção transversal é preciso distinguir se o trecho considerado encontra-se no estádio I ou II. Para os casos em que o momento fletor de serviço não ultrapassa o momento de fissuração, pode-se admitir um

comportamento elástico e linear, de modo que as deformações ao longo do elemento podem ser determinadas no estádio I. Como vigas com protensão parcial geralmente possuem certo nível de fissuração já sob carregamentos de serviço, a simples consideração da rigidez no estádio I seria uma aproximação grosseira da realidade. Por outro lado, ao se calcular a rigidez admitindo a seção de concreto no estádio II puro, obtêm-se deformações exageradas, pois se despreza totalmente a contribuição das parcelas de concreto tracionado entre fissuras, que podem estar bastante espaçadas conforme o grau de solicitações.

No estádio I, em geral, é suficiente considerar apenas a seção bruta de concreto para se obterem os valores da área e do momento de inércia. Nos casos de taxas de armadura elevadas, adota-se a seção homogeneizada, que leva em conta a presença das armaduras de tração e, eventualmente, das de compressão. No estádio II, os valores relativos à seção transversal são determinados desprezando-se a área de concreto no banzo tracionado e levando-se em consideração a presença de armaduras passivas. Em ambos os casos, as armaduras ativas não aderentes são desconsideradas no cálculo dessas propriedades.

A transição do estádio I para o estádio II não acontece de forma brusca. Até atingir a configuração fissurada definitiva, a seção passa por um processo de formação de fissuras, que é função, entre outros fatores, do nível de solicitação no local considerado.

# 3.5.1 Cálculo aproximado de flechas imediatas em vigas considerando o nível de fissuração existente em serviço

Para uma avaliação aproximada de flechas, considerando o nível de fissuração efetivamente existente na viga, pode-se utilizar o conceito de momento de inércia equivalente  $I_{eq}$ , proposto por Branson, em 1977, para elementos fletidos de concreto armado. Tanto a NBR6118:2003 como o ACI318:2002, indicam o uso desse conceito para o cálculo de flechas em elementos de concreto armado e apresentam a seguinte expressão:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{II} \le I_c$$

ou, reescrita de outra forma:

$$I_{eq} = I_{II} + \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \left(I_c - I_{II}\right) \le I_c$$

onde

 $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

 $I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada de concreto, no estádio II;

 $M_r$  é o momento de fissuração da seção;

 $M_a$  é o momento aplicado na seção crítica do vão para a combinação de ações considerada, ou seja, no caso de ELS de deformações excessivas, usa-se a combinação quase-permanente sem incluir o carregamento externo equivalente de protensão.

A NBR6118:2003 permite que essa expressão seja aplicada a vigas com armaduras ativas, "[...] desde que  $I_{II}$ ,  $M_r$  e  $M_a$  sejam calculados considerando o elemento estrutural de concreto submetido à combinação de ações escolhida, acrescida da protensão representada como ação externa equivalente [...]". Apesar de, nesse item da norma, não ficar claro a maneira de que a protensão deve ser considerada e nem em qual parâmetro exatamente, se em  $M_a$ ,  $M_r$  ou  $I_{II}$ . Mas, no item 17.3.1, a norma informa textualmente que "[...] deve ser considerado o efeito da protensão no cálculo do momento de fissuração", conforme visto acima no item 3.4.1.

Ao se analisar a equação de  $I_{eq}$ , percebe-se que ela é definida com base na relação entre o momento de fissuração  $M_r$  e um momento  $M_a$  devido ao carregamento aplicado, na seção crítica do vão considerado. Uma vez que os efeitos da protensão já são levados em conta no cálculo do momento de fissuração, eles não devem ser incluídos em  $M_a$ , ou, por outro ponto de vista, a protensão estaria sendo considerada, ao mesmo tempo, no numerador e no denominador do termo da equação de  $I_{eq}$ . Muito embora os esforços de protensão possam ser analisados por meio de carregamentos externos equivalentes e combinados com os demais carregamentos da estrutura, para o cálculo de  $I_{eq}$  em elementos protendidos, a protensão não deve ser incluída em  $M_a$ . Por esse motivo, o momento aplicado  $M_a$  não é igual ao momento de serviço  $M_{d,vr}$ .

De acordo com o relatório ACI423.5R (1999), "o conceito de momento de inércia equivalente, inicialmente introduzido para concreto armado [...], foi examinado por vários pesquisadores e modificado adequadamente para avaliar a deformação de elementos fissurados de concreto protendido". O momento de inércia equivalente modificado é definido como:

$$I_{eq} = I_{II} + \left(\frac{M_r - M_0}{M_a - M_0}\right)^3 (I_c - I_{II}) \le I_c$$

onde:

 $M_{\theta}$  é o momento de descompressão.

Do relatório ACI423.5R (1999) pode-se, ainda, destacar (tradução livre do autor) o seguinte trecho que apresenta alguns comentários a respeito da determinação de  $I_{II}$  e de  $M_0$  para a avaliação do momento de inércia equivalente  $I_{ee}$ :

Embora haja concordância geral no uso da expressão anterior, existe substancial divergência de opiniões no cálculo de  $I_{II}$  e  $M_{\theta}$ . A diferença é se o momento de inércia da seção fissurada  $I_{II}$  deveria ser computado em relação ao eixo neutro de flexão ou em relação ao ponto de tensão nula e, ainda, se o momento de descompressão  $M_{\theta}$  deveria levar à descompressão no bordo do concreto ou a um estado de curvatura nula da seção. [...]. Uma comparação sistemática entre as várias abordagens, combinada com resultados de testes experimentais, [...] observou que o cálculo de  $I_{II}$  com relação ao eixo neutro de flexão é preferível, enquanto o cálculo de  $M_{\theta}$  que causa a descompressão no bordo da seção de concreto é mais fácil e leva a resultados similares aos obtidos usando o critério de curvatura nula.

Em resumo, ao se avaliar a deformação de vigas de concreto, deve ser utilizada a rigidez EI de acordo com as seguintes relações:

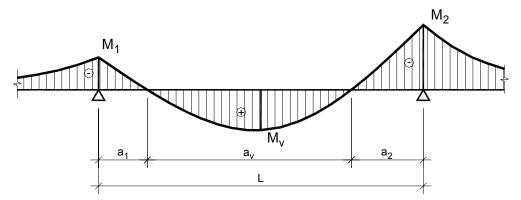
$$M_a \leq M_r \rightarrow I_c$$

$$M_a > M_r \rightarrow I_{eq}$$

O eurocódigo EN1992:2004 apresenta uma equação semelhante à de Branson para a estimativa de deformações, a qual também considera a fissuração da seção levando em conta a relação entre os momentos de fissuração  $M_r$  e os momentos atuantes  $M_a$ . A principal diferença se dá na relação  $M_r/M_a$  que é elevada ao quadrado, em vez de ao cubo.

#### Deformações imediatas em vigas contínuas

Nos elementos submetidos à flexão, sempre existem trechos onde as tensões de tração em serviço são menores que a resistência à fissuração do concreto, de forma que a zona tracionada não se fissura e que o valor da rigidez é  $EI_c$ . Existem, também, trechos em que, devido à elevada solicitação, via de regra têm características de estádio II puro. Finalmente, há trechos de transição, com rigidez igual a  $EI_{eq}$ . O comprimento de cada um desses trechos depende do carregamento e do sistema estrutural e, com isso, do diagrama de momentos. Além disso, depende da distribuição da armadura que, em geral, é escalonada.



Fonte: Adaptado de Prática Recomendada Ibracon (2003).

Figura 19: Consideração de uma rigidez ponderada para vão de vigas contínuas

Uma análise de flechas considerando todas essas variáveis somente se justifica para casos bastante complexos ou de elevada responsabilidade. Segundo o Ibracon (2003), para vãos de vigas contínuas, pode-se adotar uma rigidez para todo o elemento calculada pelo valor médio ponderado das rigidezes equivalentes de cada trecho de momentos negativo ou positivo, de acordo com o critério estabelecido na figura 19, traduzido pela seguinte equação:

$$EI_{eq} = \frac{1}{L} \left( EI_{eq,1} \cdot a_1 + EI_{eq,v} \cdot a_v + EI_{eq,2} \cdot a_2 \right)$$

onde:

 $EI_{eq,1}$ ,  $EI_{eq,2}$  são a rigidez equivalente do trecho 1, do vão e do trecho 2, respectivamente.

O ACI318:2002 também permite que, em elementos contínuos, adote-se como momento de inércia equivalente  $I_{eq}$  a média dos valores obtidos para as seções de máximo momento fletores positivos e negativos, ou seja, para as seções críticas.

#### 3.5.2 Deformações dependentes do tempo

A experiência mostra como é difícil determinar, com boa precisão, as flechas e contraflechas diferidas de vigas de concreto protendido. Isso se deve à influência das propriedades físicas do concreto nas deformações ao longo do tempo. Essas propriedades são principalmente a fluência e a retração do concreto, e tornam-se mais importantes na medida em que forem maiores as tensões de compressão na seção transversal. O maior problema não está especificamente em se calcular o coeficiente de fluência  $\varphi$  e a deformação específica por retração  $\varepsilon_{cs}$ , mas em se precisar de antemão os valores dos parâmetros que influenciam em  $\varphi$  e  $\varepsilon_{cs}$ .

A temperatura do concreto influi consideravelmente sobre a retração e a fluência. De acordo com Leonhardt (1979), essas deformações específicas dependentes do tempo praticamente cessam para temperatura abaixo de 5°C e, por outro lado, aumentam muito para temperaturas acima de 20°C. O grau de maturidade do concreto, no início do carregamento, também é um fator importante. Caso o concreto seja carregado ainda muito novo, a deformação específica por fluência pode facilmente atingir o dobro do valor correspondente a um endurecimento normal. Além disso, o efeito da fluência é função da magnitude e da duração dos carregamentos efetivamente aplicados ao longo do tempo e, também, das reais condições de apoio.

Devido à fluência do concreto na zona comprimida pela flexão, o valor de  $\varepsilon_c$  aumenta muito deslocando a linha neutra para baixo, assim o braço de alavanca z torna-se menor, aumentando as tensões  $\sigma_s$  no aço e, via de regra, diminuindo um pouco as tensões  $\sigma_c$  do concreto no bordo superior porque a zona comprimida pela flexão aumenta e é aproveitada mais integralmente. Esse efeito está ilustrado na figura 20. A curvatura devida à deformação lenta é, portanto, bastante maior do que a curvatura inicial no instante  $t_0$ , em consequência, as flechas aumentam consideravelmente.

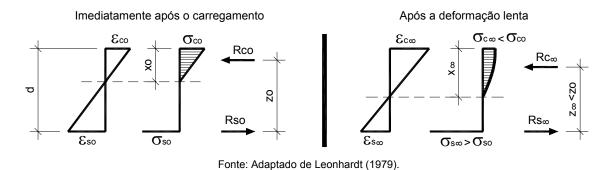


Figura 20: Variação das tensões e das deformações devido aos efeitos de deformação lenta

Da mesma forma que a maioria dos parâmetros físicos das estruturas de concreto, os valores do coeficiente de fluência  $\varphi$  e da deformação específica por retração  $\varepsilon_{cs}$  do concreto recaem

dentro de faixas de dispersão. Por exemplo, para se determinar as perdas máximas da força de protensão, devem-se utilizar os valores dos limites superiores de  $\varphi$  e de  $\varepsilon_{cs}$ , porém para se analisar as flechas e contraflechas da estrutura, é conveniente partir de valores médios.

O cálculo minucioso de deformações diferidas é bastante trabalhoso, mas inteiramente possível se forem utilizados programas de computador, os quais, porém, de nada adiantam se os dados de entrada relacionados aos parâmetros físicos não forem consistentes. De acordo com o eurocódigo EN1992:2004, o mais rigoroso método para se obter deformações é calcular as curvaturas em seções ao longo do elemento e, então, calcular a deformação por integração numérica. Na maioria dos casos, é aceitável calcular a deformação duas vezes, uma assumindo todo o elemento íntegro e outra, com todas as partes tracionadas fissuradas, e , a seguir, interpolálas.

Entretanto, para os casos usuais, não são necessárias respostas muito precisas, uma vez que os limites permitidos para flechas são definidos consensualmente. Assim, procedimentos aproximados para obtenção das flechas de projeto são em geral suficientes.

#### Estimativa de deformações ao longo do tempo em vigas de concreto

Uma maneira aproximada para estimar deformações em elementos de concreto, depois de um período de tempo, é amplificar as flechas elásticas imediatas por determinados fatores, que permitem considerar os efeitos da fluência, da retração e de outros fatores que influenciam nas flechas.

Pelas recomendações da NBR6118:2003 e do ACI318:2002, a flecha adicional diferida de vigas de concreto armado pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha elástica imediata pelo fator  $\alpha_f$ , obtido da seguinte forma:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'}$$

onde:

ζ é um coeficiente função o tempo, e

$$\rho' = \frac{A_s'}{h \cdot d}$$

Essas equações para consideração de deformações ao longo do tempo em estruturas de concreto armado, apresentadas pela NBR6118:2003, são essencialmente as mesmas propostas pelo ACI318:2002.

As prescrições do ACI318:2002 indicam que a flecha adicional a longo prazo, em elementos de concreto protendido, deve ser determinada considerando as tensões no concreto e no aço sob ação das cargas de longa duração, incluindo os efeitos derivados da fluência lenta e do encurtamento do concreto, assim como da relaxação do aço. Mas, apesar de a norma americana apontar os fatores a serem considerados, não propõe nenhum procedimento objetivo para a avaliação das flechas diferidas.

O eurocódigo EN1992:2004 traz um procedimento no qual a deformação ao longo do tempo é simplesmente considerada por expressões que são função, basicamente, do coeficiente de fluência  $\varphi_{\infty}$  e da deformação específica por retração  $\varepsilon_{cs}$ .

Para vigas de concreto protendido, de acordo com o item 8.2.11 da NBR6118:2003, em casos onde não é necessária grande precisão, os valores finais do coeficiente de fluência  $\varphi$  do concreto, submetido a tensões menores que  $0.5f_c$  quando do primeiro carregamento, pode ser obtido a partir da tabela 8.1 da norma. Assim a flecha total diferida pode ser obtida pela multiplicação da flecha imediata por  $(1+\varphi)$ .

Pelo que essas três importantes normas de projeto definem a respeito da estimativa de flechas dependentes do tempo, pode-se concluir que esse é um assunto ainda em aberto, no que se refere a elementos de concreto com protensão parcial.

# 3.6 Estado Limite de Serviço de Abertura de Fissuras

Em vigas de concreto armado e de concreto protendido com protensão parcial, as seções críticas encontram-se fissuradas já sob ação de momentos fletores de serviço. As aberturas de fissuras devem ficar limitadas a certos valores máximos, a fim de atender a duas condições principais:

- 1. Condições estéticas. Fissuras muito abertas passam impressão de insegurança e prejudicam a boa aparência das faces das vigas.
- 2. Condições de durabilidade. Fissuras muito abertas reduzem a proteção química oferecida pelo concreto contra a corrosão da armadura.

A abertura máxima característica  $w_k$  das fissuras, desde que não exceda valores da ordem de 0,2mm a 0,4mm sob ação de combinações freqüentes, não tem importância significativa na corrosão das armaduras passivas. Como para armaduras ativas existe a possibilidade de corrosão sob tensão, esses limites devem ser mais restritos e função direta da agressividade do ambiente.

As normas de projeto de estruturas de concreto definem a abertura limite de fissuras em função do tipo de elemento estrutural e do nível de agressividade física e química a que esse elemento estará sujeito. A NBR6118:2003 e o eurocódigo EN1992:2004 apresentam critérios bastante semelhantes a respeito dessa questão.

A tabela 9 faz uma comparação dos limites de abertura de fissuras indicadas por essa duas normas. Ao analisar essa tabela, depreende-se rapidamente que as duas normas definem os critérios de abertura de fissuras para concreto protendido a partir de visões distintas. A NBR6118:2003 impõe limitações de fissuração em função da classe de agressividade ambiental a que a estrutura estará submetida, não importando o tipo de cabo de protensão utilizado nos elementos. O eurocódigo EN1992:2004, por outro lado, permite para os elementos protendidos com cabos não aderentes os mesmos limites de fissuração das estruturas de concreto armado, as quais são menos rigorosas.

MESTRANDO: Diogo Schreiner Zanette
ORIENTADOR: Daniel Domingues Loriggio

Tabela 9: Comparação entre limites de abertura de fissuras da NBR6118:2003 e do eurocódigo EN1992:2004

Norma	Classe de Exposição <sup>1</sup>	Limites para a Abertura de Fissura <i>w<sub>k</sub></i>			
		Concreto Armado	Concreto Protendido com Cabos Não Aderentes	Concreto Protendido com Cabos Aderentes	
NBR6118	Fraca	0,4mm (CF)	0,2mm (CF)		
	Moderada	0,3mm (CF)	0,2mm (CF)		
	Forte	0,3mm (CF)	descompressão		
EN1992	Fraca	0,4mm (CQP)		0,2mm (CF)	
	Moderada	0,3mm (CQP)		0,2mm (CF)	
	Forte	0,3mm (CQP)		descompressão	

#### Nota(s):

Os exemplos de aplicação deste trabalho assumem que as vigas protendidas com cordoalhas engraxadas estão sujeitas a um nível moderado de agressividade. Nesse tipo de estrutura, a tabela 9 ainda aponta a diferença entre as especificações das duas normas – ver células em negrito –, sendo evidente o maior nível de exigência da norma brasileira, tanto no valor da abertura limite de fissura como na combinação de ações a considerar.

#### Controle da fissuração pelos critérios do ACI318:2002

Não é apresentado, no ACI318:2002, um procedimento para o cálculo direto da abertura de fissuras. Mas, em substituição, são estabelecidas algumas especificações a respeito da colocação de armadura passiva aderente mínima em vigas de concreto protendido com cabos não aderentes. Essas especificações têm o propósito de assegurar, por um lado, que o elemento, ao alcançar sua resistência última, comporte-se como um elemento fletido em vez de um arco atirantado, e por outro lado, para controlar a fissuração sob carregamento de serviço quando as tensões de tração superam o valor de resistência à tração do concreto. Além disso, essa quantidade de armadura mínima também funciona como um sistema resistente alternativo no caso de uma eventual sobrecarga não prevista em um dos vãos da viga contínua.

Em todos os elementos solicitados à flexão protendidos com cabos não aderentes, com exceção de lajes armadas em duas direções, a área mínima de armadura passiva aderente deve ser determinada com expressão a seguir. Esta expressão fundamenta-se em investigações que compararam o comportamento de vigas protendidas com cabos aderentes e não aderentes.

$$A_{s.min} = 0.004 \cdot A_{ct}$$

onde

 $A_{\alpha}$  é a área parcial da seção de concreto compreendida entre o bordo tracionado e o baricentro da seção.

MESTRANDO: Diogo Schreiner Zanette
ORIENTADOR: Daniel Domingues Loriggio

As duas normas possuem diferentes codificações para as classes de exposição da estrutura, nesta tabela, manteve-se a classificação da NBR6118:2003 agrupando-se as definições equivalentes do eurocódigo nas classes fraca, moderada e forte.
 CF é combinação freqüente de ações e CQP, quase-permanente.

Essa armadura passiva mínima  $A_{s,min}$  deve ser distribuída de maneira uniforme na zona de tração e tão próxima quanto possível da fibra tracionada externa.

#### 3.6.1 Cálculo das tensões $\sigma_s$ nas armaduras

Para a estimativa da abertura máxima de fissuras em determinado elemento, a NBR6118:2003 e o eurocódigo EN1992:2004 apresentam critérios e formulações diferentes. No entanto essas duas abordagens têm como um dos principais parâmetros a tensão  $\sigma_s$  atuante nas armaduras passivas para o carregamento de serviço.

As tensões nas armaduras em seções de concreto armado devem ser determinadas no estádio II, que admite comportamento linear dos materiais e despreza a resistência à tração do concreto, considerando a relação entre os módulos de elasticidade  $\alpha_e$  = 15 de acordo com a NBR6118:2003. Essas tensões podem ser obtidas a partir das propriedades geométricas da seção homogeneizada de concreto considerando toda a armadura efetivamente existente na seção. O Anexo B, desta dissertação, traz a formulação para o cálculo das propriedades geométricas de seções retangulares de concreto no estádio II. Uma vez calculados o momento de inércia  $I_{II}$  e a altura da linha neutra  $x_{II}$  de uma seção de concreto armado supostamente fissurada, pode-se obter a tensão nas armaduras pela seguinte expressão:

$$\sigma_{s} = \alpha_{e} \cdot \frac{M_{d,ser} \cdot (d - x_{II})}{I_{II}}$$

Ao se tratar de cabos aderentes, a solução a esse problema pode ser obtida aplicando o momento de serviço total na seção supostamente fissurada e escrevendo as equações de equilíbrio com a tensão total das armaduras protendidas. Nessas condições, as equações utilizadas são análogas às do concreto armado, com exceção das tensões nas armaduras protendidas. Com a hipótese da seção deformada plana e as leis físicas dos materiais, o problema é estaticamente determinado podendo ser resolvido com as equações da estática.

A armadura protendida aderente participa, na seção fissurada, de maneira semelhante à armadura passiva convencional, com um alongamento unitário  $\Delta \varepsilon_p$  compatível com a deformação da seção. Porém, conforme ilustra a figura 21, antes de atingir o alongamento  $\Delta \varepsilon_p$ , a armadura protendida aderente atravessa dois estágios: o pré-alongamento da protensão  $\varepsilon_{pi}$  e o alongamento correspondente à descompressão da seção  $\varepsilon_{p0}$ . Sendo que a deformação unitária da armadura ativa aderente é igual a soma das diferentes parcelas de deformação, então:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{pi} + \varepsilon_{p0} + \Delta \varepsilon_p$$

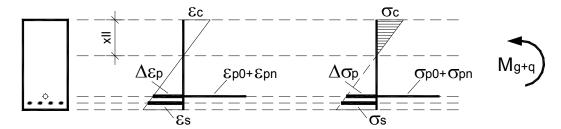


Figura 21: Tensões e deformações em seções de concreto protendido com cabos aderentes

Para se considerar as deformações de pré-alongamento e de neutralização diretamente nas equações de equilíbrio da seção, deve-se assumir como hipótese básica que as armaduras ativas tenham aderência perfeita com o concreto e, portanto, a mesma deformação unitária do concreto adjacente. Não é o que se verifica em cabos de cordoalhas engraxadas.

Como alternativa, em elementos com cabos não aderentes, o efeito da protensão pode ser considerado como um carregamento externo equivalente. No caso de vigas, esse carregamento pode ser decomposto em um esforço normal  $P_{\infty}$ , por definição aplicado no centro de gravidade da seção bruta de concreto, e por um momento fletor  $M_{\nu}$ , considerado nas combinações de serviço. A tensão de tração na armadura passiva  $\sigma_s$  pode ser obtida conforme ilustra a figura 22, pela soma das parcelas referentes ao esforço normal  $P_{\infty}$  e ao momento fletor de serviço  $M_{dser}$ 

$$\sigma_{s} = \alpha_{e} \cdot \frac{P_{\infty}}{A_{II}} + \alpha_{e} \cdot \frac{M_{d,ser} \cdot (d_{s} - x_{II})}{I_{II}}$$

onde, para a avaliação do estado limite de serviço de abertura de fissuras ELS-W, o momento fletor de serviço é obtido pela combinação frequente dos momentos fletores característicos, que considera os momentos permanentes  $M_{g,k}$  e  $M_{p,k}$  integralmente e os momentos variáveis  $M_{g,k}$ ponderados por  $\psi_t$ , ou seja:

$$M_{d,ser} = M_{g,k} + M_{p,k} + \psi_1 \cdot M_{q,k}$$

$$P - + M_{d,ser}$$

$$M_{d,ser}$$

 $\sigma_s = \alpha_e . \sigma_c$ Figura 22: Tensões nas armaduras passivas considerando a protensão como carregamento equivalente

σs=αe.σc

Com isso, o cálculo das tensões nas armaduras passivas da seção de concreto protendido fica reduzido à verificação de uma seção de concreto armado com um carregamento adicional. Dessa forma, fica satisfeita a exigência da NBR6118:2003 de que, no cálculo de propriedades geométricas no estádio II, sejam levadas em conta todas armaduras ativas, inclusive aquelas dentro de bainhas.

#### 3.6.2 Cálculo da abertura de fissuras pela NBR6118:2003

A NBR6118:2003 define, em seu item 17.3.3, os critérios para verificação dos limites da abertura de fissuras em elementos estruturais lineares analisados isoladamente e submetidos a carregamento de serviço. O controle da fissuração é feito por meio de um processo de cálculo que estima o tamanho w da abertura das fissuras. Essa abertura w é dada pelo menor valor entre as duas expressões a seguir:

$$w_1 = \frac{\phi}{12.5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_s}{f_{ctm}}$$

$$w_2 = \frac{\phi}{12.5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left(\frac{4}{\rho_r} + 45\right)$$

onde:

ø é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

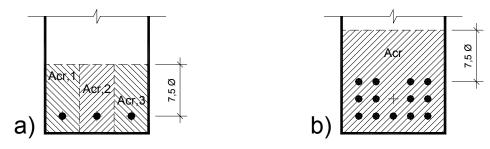
Q<sub>r</sub> é a taxa de armadura passiva em relação à área da região de envolvimento;

 $\eta_1$  é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada;

 $\sigma_s$  é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada.

O coeficiente  $\eta_1$  mede a conformação superficial de cada tipo de armadura. Como neste trabalho vai sempre se utilizar armaduras passivas de barras nervuradas, pode-se considerar que o coeficiente  $\eta_1$  tem valor 2,25.

A área da região do concreto de envolvimento  $A_{\sigma}$  é definida para cada elemento, ou grupo de elementos, de armaduras passiva e ativa aderente – excluindo-se os cabos protendidos que estejam dentro de bainhas – que controlam a fissuração do elemento estrutural. A área  $A_{\sigma}$  é constituída por um retângulo cujos lados distam até 7,5 $\sigma$  do centro geométrico da armadura. A figura 23 ilustra o caso de vigas em geral, que possuem as armaduras concentradas próximas à face inferior. Em (a) cada elemento da armadura é considerado individualmente e em (b) todas as barras são consideradas agrupadas.



Fonte: Adaptado de Pfeil (1984) e NBR6118:2003

Figura 23: Área da região do concreto de envolvimento  $A_{cr}$  considerando as armaduras passivas individualmente (a) ou agrupadas (b)

A taxa geométrica  $\rho_r$  de armadura passiva é referida à região de envolvimento de cada elemento de armadura individualmente ou de um conjunto de barras agrupadas e é dada pela expressão:

$$\rho_r = \frac{A_s}{A_{cr}}$$

A NBR6118:2003 ainda faz a ressalva de que "o valor da abertura das fissuras pode sofrer a influência de restrições volumétricas da estrutura, difíceis de serem consideradas nessa avaliação de forma suficientemente precisa. Além disso a abertura sofre também a influência das condições de execução da estrutura. Por essas razões, os critérios apresentados [...] devem ser encarados como avaliações aceitáveis do comportamento geral do elemento, mas não garantem a avaliação precisa da abertura de uma fissura específica".

#### 3.6.3 Cálculo da abertura de fissuras pelo eurocódigo EN1992:2004

A abertura de fissuras  $w_k$  pode ser calculada pela expressão:

$$W_k = S_{r \, m\acute{a}x} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

onde:

 $s_{r,máx}$  é o espaçamento máximo entre fissuras;

 $\varepsilon_{sm}$  é a deformação média na armadura sob combinação de ações de serviço, considerando-se somente a deformação que ocorre depois do estado de neutralização da seção transversal;

 $\varepsilon_{\it cm}$  é a deformação média no concreto entre as fissuras.

A diferença entre as deformações médias do aço e do concreto  $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$  pode ser calculada pela expressão:

$$\left(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}\right) = \frac{\sigma_{s} - k_{t} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \left(1 + \alpha_{e} \cdot \rho_{p,eff}\right)}{E_{s}} \ge 0.6 \cdot \frac{\sigma_{s}}{E_{s}}$$

onde:

σ, é a tensão de tração na armadura assumindo a seção fissurada;

 $k_t$  é um fator dependente da duração do carregamento:

k₁=0,6 para carregamento de curta duração

k₁=0,4 para carregamento de longa duração

f<sub>ct,eff</sub> é a resistência à tração do concreto e pode ser considerada igual a f<sub>ctm</sub>;

 $\alpha_e$  é a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto;

e, caso não existam armaduras ativas aderentes no elemento, a taxa de armadura  $ho_{p,e\!f\!f}$  é dada por:

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$$

A área efetiva de concreto tracionado  $A_{c,eff}$  adjacente à armadura passiva é calculada em função da altura  $b_{c,eff}$  que é o menor valor entre os seguintes:

$$h_{c,eff} \leq \begin{cases} \frac{2.5 \cdot (h-d)}{3} \\ \frac{h}{2} \end{cases}$$

Nas situações onde as armaduras passivas tracionadas são colocadas com espaçamento menor que  $5 \cdot (c + \phi/2)$ , vigas geralmente cumprem essa condição, o espaçamento final máximo  $s_{r,máx}$  entre as fissuras pode ser calculado pela expressão:

$$S_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot c + \frac{0,425 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \phi}{\rho_{p,eff}}$$

onde:

ø é o diâmetro das barras da armadura passiva;

c é o cobrimento de concreto da armadura passiva;

*k*<sub>1</sub> é um coeficiente que leva em conta as propriedades de aderência da armadura, sendo igual a 0,8 para barras de alta aderência;

 $k_2$  é um coeficiente que leva em conta a distribuição das deformações, sendo igual a 0,5 para flexão.

# 4 Exemplos de Aplicação

Este capítulo 4 completa a parte de desenvolvimento da dissertação. Apresentam-se alguns exemplos de projeto de vigas parcialmente protendidas com cordoalhas engraxadas e plastificadas. Todos os exemplos são desenvolvidos com base nas prescrições da NBR6118:2003 comentados nos capítulos anteriores e, nos casos necessários, aplicam-se certos procedimentos de outras normas.

Ao longo do desenvolvimento desses exemplos, são utilizados em larga medida procedimentos de cálculo manuais. No entanto alguns processos ou rotinas específicas desses procedimentos são impraticáveis ou excessivamente trabalhosos para serem feitos sem auxílio de computador. São os seguintes:

- cálculo dos diagramas de momentos fletores e deslocamentos;
- verificação da capacidade resistente de seções transversais;
- cálculo da inércia das seções transversais fissuradas no estádio II.

O cálculo manual de diagramas de esforços ou de deslocamentos de vigas isostáticas é bastante simples. De vigas contínuas, nem tanto. Porém encontram-se, atualmente, programas de computador, de uso livre, para o cálculo desses diagramas. Com esses programas, obtêm-se, fácil e rapidamente, distribuições de momentos fletores e deslocamentos de vigas e pórticos com geometrias, vinculações e carregamentos os mais variados. Complementarmente a esses programas, podem-se utilizar planilhas eletrônicas para auxiliar nos procedimentos de cálculos iterativos ou de formulação extensa, conforme comentado no item 3.3.1, de verificação da capacidade resistente, e no Anexo B.

# 4.1 Exemplo 1: Viga Isostática Biapoiada

O objetivo principal deste exemplo de aplicação 1 é aplicar todos os critérios de projeto para dimensionamento e verificação de estados limites últimos ELU e de serviço ELS, abordados anteriormente para vigas parcialmente protendidas com cordoalhas engraxadas e plastificadas. Para tanto, escolhe-se uma estrutura bastante simples, ou seja, uma viga isostática, biapoiada, com seção

transversal retangular, carregamento típico de edifícios e vão relativamente médio para concreto protendido.

Além disso, ao apresentar os critérios de projeto, procura-se solucionar um problema específico: o dimensionamento inicial de uma viga de concreto armado apresenta flecha acentuada e, embora tenha resistência adequada às solicitações últimas, não satisfaz o estado limite de serviço de deformação excessiva ELS-DEF. A proposta deste exemplo é, então, manter a mesma dimensão da seção de concreto e utilizar um nível de protensão parcial necessário para que as flecha finais estejam dentro dos limites estabelecidos pela norma.

#### Dados gerais do exemplo

A viga da figura 24 é biapoiada e tem vão livre L=12,0m. Carregamentos: cargas permanentes g=15,0kN/m e carga acidental q=5,0kN/m. Classe de agressividade ambiental II, concreto C30, cobrimento mínimo  $c_{nom}$ =3,0cm para armaduras passivas e  $c_{nom}$ =3,5cm para armaduras ativas. Dados: concreto ( $f_{ck}$ =30MPa,  $f_{cd}$ =21,43MPa,  $f_{cm}$ =2,90MPa e  $E_{cs}$ =26.070MPa); aço CA50 ( $f_{yd}$ =435MPa e  $E_{s}$ =210.000MPa); cordoalha engraxada aço CP190-RB ( $\phi$ =12,7mm,  $A_{p}$ =1,014cm²,  $P_{o}$ =130kN e  $P_{\infty}$ =120kN).

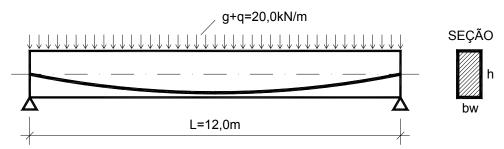


Figura 24: Viga isostática biapoiada do exemplo de aplicação 1

Inicialmente calculam-se os momentos fletores característicos:

$$M_{g,k} = \frac{gL^2}{8} = \frac{15,0kN/m \cdot (12,0m)^2}{8} = 270,0kNm$$

$$M_{g,k} = \frac{qL^2}{8} = \frac{5,0kN/m \cdot (12,0m)^2}{8} = 90,0kNm$$

$$M_{g+g,k} = 360,0kNm$$

#### 4.1.1 Viga isostática de concreto armado

A primeira parte deste exemplo o dimensionamento de uma viga de concreto armado que tenha suficiente resistência ao ELU, mas que tenha um valor de flecha além do limite admitido pela NBR6118:2003. Após algumas tentativas preliminares para pré-dimensionamento, optou-se por uma seção transversal com dimensões de 20x85cm, cujas propriedades geométricas brutas no estádio I são:

$$A_c = b_w \cdot h = 20cm \cdot 85cm = 1.700cm^2$$

$$I_c = \frac{b_w \cdot h^3}{12} = \frac{20cm \cdot (85cm)^3}{12} = 1.023.542cm^4$$

$$W = \frac{I_c}{y_t} = \frac{1.023.542cm^4}{42.5cm} = 24.083cm^3$$

#### ELU - Flexão

A partir da combinação dos momentos fletores característicos  $M_{g,k}$  e  $M_{g,k}$ , obtém-se o momento fletor solicitante de cálculo  $M_{g,d}$  no ELU:

$$M_{S,d} = \gamma_g \cdot M_{g,k} + \gamma_q \cdot M_{q,k} = 1,4 \cdot 270,0kNm + 1,4 \cdot 90,0kNm$$
  
 $M_{S,d} = 504,0kNm$ 

Abaixo, apresenta-se sucintamente o dimensionamento da seção de concreto armado, feito com base na figura 25, considerando apenas a armadura de tração e que a seção atinja o ELU no domínio 3.

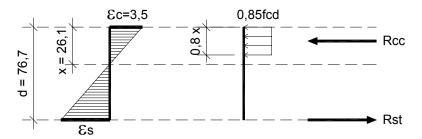


Figura 25: ELU – Distribuição de tensões e deformações da seção de concreto armado no domínio 3 com apenas armadura de tração

Assim, estabelecendo o **equilíbrio dos esforços horizontais**,  $\Sigma F_H$ =0, obtém-se a seguinte expressão para calcular a posição da **linha neutra** x:

$$x = \frac{2.5 \cdot d - \sqrt{(2.5 \cdot d)^2 - \frac{12.5 \cdot M_{Sd}}{0.85 f_{cd} \cdot b_w}}}{2} =$$

$$x = \frac{2.5 \cdot 76.7 cm - \sqrt{(2.5 \cdot 76.7 cm)^2 - \frac{12.5 \cdot 50400 kNcm}{0.85 \cdot 2.143 kN / cm^2 \cdot 20 cm}}}{2} =$$

$$x = 26.1 cm$$

Para que a seção atinja a ruptura no **domínio 3**, deve-se ter a altura x da linha neutra entre 0,259d e 0,628d, ou seja: 19,9 < x < 48,2. Como a seção cumpre a hipótese de domínio 3, a

armadura de tração  $A_s$  pode ser calculada pelo equilíbrio dos momentos,  $\Sigma M_y$ =0, na altura da força resultante de compressão no bloco de concreto, que resulta na seguinte expressão:

$$A_{s} = \frac{M_{Sd}}{f_{yd} \cdot (d - 0.4 \cdot x)} = \frac{50400kNcm}{43.5kN / cm^{2} \cdot (76.7cm - 0.4 \cdot 26.1cm)} = 17.5cm^{2}$$

Considerando as **bitolas usuais para as barras da armadura** passiva, escolhem-se quantidades de barras de tração e compressão cujas áreas  $A_s$  e  $A_s$ ' mais se aproximam das calculadas. A figura 26 mostra a configuração final da seção de concreto armado.

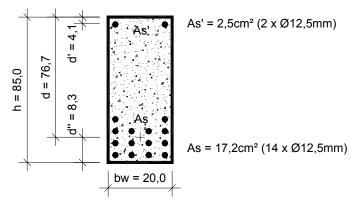


Figura 26: ELU - Seção transversal de concreto armado com armaduras passivas de tração e compressão

Repetindo-se os procedimentos de cálculos para essas novas armaduras e levando em conta suas posições reais, o momento resistente de cálculo  $M_{R,d}$  dessa nova seção supera o momento solicitante de cálculo  $M_{S,d}$ , justificando, portanto, a escolha das armaduras:

$$M_{Rd} = 512,5kNm > M_{Sd} = 504,0kNm$$

#### ELS-W - Abertura de fissuras

A partir da **combinação freqüente** dos momentos fletores característicos  $M_{g,k}$  e  $M_{g,k}$ , obtém-se o **momento fletor de cálculo**  $M_{d,ser}$  para o estado limite de serviço de abertura de fissuras:

$$M_{d,ser} = M_{g,k} + \psi_1 \cdot M_{q,k} = 270,0kNm + 0,4 \cdot 90,0kNm$$
  
 $M_{d,ser} = 306,0kNm$ 

O momento de fissuração da seção de concreto armado em estudo é:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} = \frac{1.5 \cdot 0.290 kN / cm^2 \cdot 1.023.542 cm^4}{42.5 cm} = 104.8 kNm$$

Como o momento de serviço  $M_{d,ser}$  atuante na seção **supera o momento de fissuração**  $M_{r}$ , deve-se proceder à verificação da abertura de fissuras no elemento. Sendo, para concreto armado em ambiente de agressividade ambiental II, o **limite de abertura de fissuras**  $w_k$ =0,3mm.

Para essa verificação de abertura de fissuras, devem-se calcular as **propriedades geométricas** da seção no **estádio II** considerando a relação entre os módulos de elasticidade  $\alpha_e$  **igual a 15**. O cálculo dessas propriedades segue o procedimento apresentado no Anexo B:

$$x_{II} = 32,3cm$$
  
 $I_{II} = 760.507cm^4$   
 $A_{II} = 939,2cm^2$ 

Essa checagem da fissuração segue o item 17.3.3.2 da NBR 6118:2003 e é mostrada na figura 27.

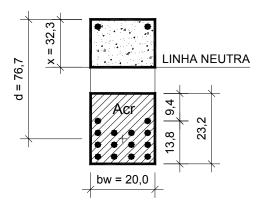


Figura 27: ELS-W - Determinação da área do concreto de envolvimento na seção de concreto armado

$$\begin{array}{ll} \phi = 12,5cm & \eta_1 = 2,25 \\ 7,5 \cdot \phi = 9,475cm & A_{cr} = 20,0 \cdot 23,2 = 464,0cm^2 & \rho_r = \frac{A_s}{A_{cr}} = \frac{17,2cm^2}{464,0cm^2} = 0,03707 \\ A_s = 17,2cm^2 & \alpha_e = 15 \end{array}$$

A tensão  $\sigma_s$  no centro de gravidade do conjunto de armaduras passivas, mostrado na figura 27, para o carregamento de serviço, é:

$$\sigma_{s} = \alpha_{e} \cdot \frac{M_{d,ser} \cdot (d - x_{II})}{I_{II}} = 15 \cdot \frac{30.600 kNcm \cdot (76,7cm - 32,3cm)}{760.507 cm^{4}} = 26,8 kN / cm^{2}$$

$$\sigma_{s} = 268 MPa$$

A abertura de fissuras w é, então, dada pelo menor valor entre as duas expressões a seguir:

$$w_{1} = \frac{\phi}{12,5 \cdot \eta_{1}} \cdot \frac{\sigma_{s}}{E_{s}} \cdot 3 \cdot \frac{\sigma_{s}}{f_{ctm}} = \frac{12,5mm}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{268MPa}{210.000MPa} \cdot \frac{3 \cdot 268MPa}{2,90MPa} = 0,16mm$$

$$w_{2} = \frac{\phi}{12,5 \cdot \eta_{1}} \cdot \frac{\sigma_{s}}{E_{s}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{r}} + 45\right) = \frac{12,5mm}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{268MPa}{210.000MPa} \cdot \left(\frac{4}{0,03707} + 45\right) = 0,09mm$$

Respeita-se, então, o estado limite de serviço de abertura de fissuras ELS-W da viga , pois:

$$w_2 = 0.09mm < w_1 = 0.30mm$$

#### ELS-DEF - Flecha no meio do vão

A partir da **combinação quase-permanente** dos momentos fletores característicos  $M_{g,k}$  e  $M_{g,k}$ , obtém-se o **momento fletor de cálculo**  $M_{d,ser}$  para o estado limite de serviço de deformação excessiva:

$$M_{d,ser} = M_{g,k} + \psi_2 \cdot M_{q,k} = 270,0kNm + 0,3 \cdot 90,0kNm$$

$$M_{d,ser} = 297,0Nm$$

Da mesma forma, o carregamento total atuante em serviço  $w_{d,ser}$  é dado por:

$$w_{d,ser} = g + \psi_2 \cdot q = 15kN/m + 0.3 \cdot 5kN/m = 16.5kN/m = 0.165kN/cm$$

Como o momento atuante na viga  $M_{d,ser}$ =297,0kNm supera o momento de fissuração da seção  $M_r$ =104,8kNm, a flecha imediata  $\delta_0$  da viga deve ser calculada considerando a **rigidez** equivalente  $EI_{eq}$  do elemento. Para isso, deve-se calcular o momento de inércia  $I_{II}$  no estádio II, considerando, neste caso de verificação das flechas, o coeficiente  $a_e$  como sendo efetivamente a relação entre os módulos  $E_s$  e  $E_{ar}$ :

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210.000MPa}{26.070MPa} = 8,05$$

Assim, os parâmetros geométricos da seção no estádio II, incluindo o momento de inércia  $I_{IJ}$ , calculados de acordo com o Anexo B, são os seguintes:

$$x_{II} = 25,8cm$$
  
 $I_{II} = 481.313cm^4$   
 $A_{II} = 672,1cm^2$ 

O momento de inércia equivalente  $I_{eq}$  do elemento, para um momento fletor na seção crítica de  $M_a$ =297,0kNm, é obtido por:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{II}$$

$$I_{eq} = \left(\frac{104,8kNm}{297,0kNm}\right)^{3} \cdot 1.023.542cm^{4} + \left[1 - \left(\frac{104,8kNm}{297,0kNm}\right)^{3}\right] \cdot 481.313cm^{4}$$

$$I_{eq} = 505.136cm^4$$

Em vigas biapoiadas com carregamento uniformemente distribuído, a **flecha imediata** elástica é calculada pela bem conhecida fórmula:

$$\delta_0 = \frac{5}{384} \cdot \frac{w_{d,ser} \cdot L^4}{E_{cs} \cdot I_{eq}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0.165 kN / cm \cdot (1.200 cm)^4}{2.607 kN / cm^2 \cdot 505.136 cm^4} = 3.4 cm$$

Em se tratando de vigas de concreto armado, a flecha adicional diferida pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha elástica imediata pelo fator  $\alpha_{f}$  obtido da seguinte forma:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \, \rho'} = \frac{1,46}{1 + 50 \cdot 0.00163} = 1,35$$

onde:

Δζ é um coeficiente função o tempo;

estabelece-se que a flecha de interesse seja a flecha final e que o carregamento inicial é aplicado aos 15 dias, dessa forma o coeficiente  $\Delta \zeta$  é calculado, conforme as prescrições do item 17.3.2 da NBR6118:2003, assim:

$$\Delta \zeta = \zeta(t) - \zeta(t_0) = 2 - 0.54 = 1.46$$

e a taxa de armadura de compressão, que influencia positivamente nas deformações por fluência, é calculada por:

$$\rho' = \frac{A_s'}{b_w \cdot d} = \frac{2,50cm^2}{20cm \cdot 76,7cm} = 0,00163$$

Então o valor da **flecha total**, na viga de concreto armado, pode ser obtido multiplicando-se a flecha elástica imediata por:

$$\delta_{\infty} = \delta_0 \cdot (1 + \alpha_f) = 3.4cm \cdot (1 + 1.35) = 8.0cm$$

$$\delta_{\text{lim}} = \frac{L}{250} = \frac{1200cm}{250} = 4.8cm$$

Apesar de a viga ter resistência suficiente (ELU) e atender ao limite de abertura de fissuras (ELS-W), ela **excede o estado limite de deformação** (ELS-DEF). A **flecha total estimada** da viga ficaria **em torno de 8,0cm**, tendo valor de quase o **dobro da flecha limite \delta\_{lim}** da NBR6118:2003.

### 4.1.2 Viga isostática protendida com cordoalhas engraxadas

A segunda parte deste exemplo de aplicação é o dimensionamento de uma viga de concreto protendido com cordoalhas engraxadas que tenha a mesma seção transversal da viga de concreto armado, mas que possua flecha no meio do vão dentro dos limites da norma.

Observação importante: a primeira decisão de projeto a ser tomada é qual parcela do carregamento deve ser contrabalançada pelo carregamento equivalente de protensão. Para esta viga em particular, define-se uma força de protensão que balanceia em torno de 50% do carregamento permanente. Entretanto esse não é um valor fixo para todos os casos indiscriminadamente. Neste

caso específico, o que determinou a escolha por 50% do carregamento foi a análise da flecha no meio do vão. Foram testados vários valores da força de protensão P referentes a parcelas do carregamento permanente variando de 30% até 100%. Para forças menores de 50%, a flecha do elemento ultrapassa o limite. Para forças maiores, o elemento atende a flecha limite, mas não se fissura em serviço, não sendo, assim, protensão parcial. Para forças próximas a 100%, o elemento apresenta contraflecha. Ou seja, neste exemplo, o critério determinante para a definição da força P foi a deformação do elemento em serviço.

#### Escolha da força de protensão

Definida a seção transversal com dimensões de 20x85cm, necessita-se escolher uma força de protensão P para contrabalançar uma parcela do carregamento da viga. Neste exemplo, escolhese preliminarmente um carregamento equivalente de protensão  $\mathbf{w}_p$  que equilibra em torno de  $\mathbf{50}\%$  do carregamento permanente  $\mathbf{g}$  uniformemente distribuído:

$$w_{n,k} = 0.50 \cdot g = 0.50 \cdot 15.0 kN / m = 7.5 kN / m$$

Para que os cabos de protensão exerçam um carregamento uniformemente distribuído, eles devem possuir **traçado parabólico**. Como, neste exemplo, a excentricidade  $e_p$  máxima desses cabos é 31,9 centímetros – esse valor é obtido pela localização das armaduras, conforme ilustrado na figura 30 a seguir –, a **força de protensão** P deve ser:

$$P = \frac{w_p \cdot L^2}{8 \cdot e_p} = \frac{7,5kN/m \cdot (12m)^2}{8 \cdot 0,319m} = 423,2kN$$

Conforme comentado no item 3.1.2, desta dissertação, adota-se a prática usual americana para a consideração aproximada das perdas de protensão em elementos com cabos não aderentes. Desse modo a força de protensão de cada cordoalha engraxada de diâmetro ø12,7mm é a seguinte:

• P∞=120,0kN, considerando as perdas totais – imediatas e progressivas.

então:

$$\frac{423,2kN}{120,0kN} = 3,5$$
, portanto adotam-se 3 cordoalhas.

Assim, para 3 cordoalhas:

$$3 \times 120kN \rightarrow P = 360.0kN$$

$$3 \times 1,014cm_2 \rightarrow A_n = 3,04cm^2$$

$$w_{p,k} = \frac{8 \cdot P \cdot e_p}{L^2} = \frac{8 \cdot 360kN \cdot 0.319m}{(12m)^2} \rightarrow w_{p,k} = 6.4kN/m \quad (\approx 43\% \cdot g)$$

$$M_{p,k} = \frac{w_{p,k} \cdot L^2}{8} = \frac{6.4kN/m \cdot (12m)^2}{8} \rightarrow M_{p,k} = 114.8kNm$$

#### ELU - Verificação simplificada da capacidade resistente no ato da protensão

De maneira simplificada, pode-se fazer a verificação com as tensões na seção transversal calculadas no **estádio I**, desde que respeitem os limites para as tensões de compressão e tração. Neste exemplo, considera-se a protensão aplicada **7 dias** após o lançamento e seja empregado cimento CPV-ARI, assim as resistências de interesse do concreto nessa essa idade são:

$$\beta_{1} = e^{\left\{s\left[1-\sqrt{\left(\frac{28}{t}\right)}\right]\right\}} = e^{\left\{0.20\left[1-\sqrt{\left(\frac{28}{7}\right)}\right]\right\}} = 0,82$$

$$f_{ck,j} = \beta_{1} \cdot f_{ck} = 0,82 \cdot 30MPa = 24,56MPa$$

$$f_{ctm,j} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{\left(f_{ckj}\right)^{2}} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{\left(24,5MPa\right)^{2}} = 2,53MPa$$

e as tensões limites de compressão e tração do concreto são:

equivalente no ato da protensão é calculado da seguinte maneira:

$$\sigma_{C,\text{lim}} = 0.70 \cdot f_{ck,j} = 17.19MPa$$

$$\sigma_{T,\text{lim}} = 1.20 \cdot f_{ctm,j} = 3.04MPa$$

Como no instante da transferência da protensão processam-se somente as **perdas imediatas**, a força efetiva para cada cordoalha engraxada de  $\emptyset12,7$ mm é  $P_0$ =130,0kN, conforme visto no item 3.1.2, que trata da escolha das perdas de protensão. Assim, o **carregamento externo** 

• 1 cordoalha de ø12,7mm  $\rightarrow$  P<sub>0</sub>=130,0kN (considerando somente as perdas imediatas); então, para 3 cordoalhas:  $3\times130kN \rightarrow P_0=390kN$ .

Assim, o carregamento externo equivalente  $w_{P_0,k}$  no ato da protensão é:

$$w_{Po,k} = \frac{8 \cdot P_0 \cdot e_p}{L^2} = \frac{8 \cdot 390,0kN \cdot 0,319m}{(12m)^2} \rightarrow w_{Po,k} = 6,9kN/m$$

e, como se trata de uma viga biapoiada, o momento fletor  $M_{Po,k}$  no meio do vão gerado por esse carregamento uniformemente distribuído pode ser calculado com a conhecida fórmula:

$$M_{Po,k} = \frac{w_{Po,k} \cdot L^2}{8} = \frac{6.9kN / m \cdot (12m)^2}{8} \rightarrow M_{Po,k} = 124.4Nm$$

Nessa ocasião, atua somente a parte do carregamento permanente *g* correspondente ao **peso-próprio da estrutura**. Considera-se então que essa carga é:

$$g_{1,k} = 12,5kN/m$$

sendo o momento fletor característico  $M_{gl,k}$  relativo a esse carregamento o seguinte:

$$M_{g_{1,k}} = \frac{g_{1,k} \cdot L^2}{8} = \frac{12,5 \cdot 12^2}{8} = 225,0 \text{kNm}$$

O momento fletor solicitante de cálculo  $M_{sd}$  pode ser obtido pela combinação de ações considerando as solicitações ponderadas por  $\gamma_p = 1,1$  e por  $\gamma_f = 1,0$ :

$$M_{S,d} = \gamma_f \cdot M_{g1,k} + \gamma_p \cdot M_{Po,k} = 1,0 \cdot 225,0 kNm + 1,1 \cdot (-124,4 kNm)$$
  
 $M_{S,d} = +88,2 kNm$ 

Então, as **tensões atuantes na seção** transversal mais solicitada da viga, calculadas no estádio I, são:

$$\sigma_{Pod} = -\frac{\gamma_p \cdot P_0}{A_c} = -\frac{1.1 \cdot 390,0kN}{1700cm^2} = -0.252kN/cm^2 = -2.52MPa$$

$$\sigma_{Md} = \pm \frac{M_{S,d}}{W} = \pm \frac{8820,0kNcm}{24083cm^3} = \pm 0.366kN/cm^2 = \pm 3.66MPa$$

$$\sigma_{cd,sup} = -2.52 - 3.66 = -6.18MPa$$

$$\sigma_{cd \text{ inf}} = -2.52 + 3.66 = +1.14MPa$$

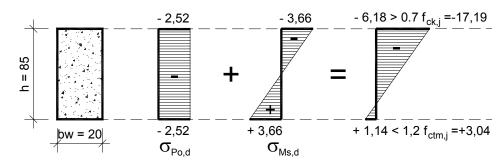


Figura 28: ELU - Distribuição de tensões no ato da protensão com a seção no estádio I

Como pode ser visto na figura 28, no ato da protensão a seção está quase totalmente comprimida, e as tensões de tração e de compressão estão dentro dos limites da NBR 6118:2003.

#### ELU - Flexão

Os momentos isostáticos de protensão não devem ser incluídos nas combinações de ações para estado limite último. Assim o momento fletor solicitante de cálculo  $M_{s,d}$  é obtido somente pela combinação dos momentos característicos  $M_{g,k}$  e  $M_{g,k}$ , pois, como a viga é isostática, não se formam esforços hiperestáticos:

$$M_{S,d} = \gamma_g \cdot M_{g,k} + \gamma_q \cdot M_{q,k} = 1,4 \cdot 270,0kNm + 1,4 \cdot 90,0kNm$$
  
 $M_{S,d} = 504,0kNm$ 

Neste exemplo, está se tratando de cordoalhas engraxadas, que não possuem aderência com o concreto. Portanto a tensão  $\sigma_{pd}$  atuante no ELU não depende da deformação do concreto em seu entorno, assim sua determinação pode ser feita a partir de um acréscimo de tensão  $\Delta \sigma_p$  calculado da seguinte forma:

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_w \cdot d_p} = \frac{3,04cm^2}{20cm \cdot 74,4cm} = 0,002043$$

$$\Delta \sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{100 \cdot \rho_p} = 70 + \frac{30MPa}{100 \cdot 0,002043} = 217MPa$$

Esse acréscimo de tensão  $\Delta \sigma_p$  é considerado a partir da tensão de pré-alongamento da armadura ativa  $\sigma_b$ :

$$\sigma_{pi} = \frac{P}{A_p} = \frac{360kN}{3,04cm^2} = 118,4kN/cm^2 = 1184MPa$$

$$\sigma_P = \sigma_{Pi} + \Delta \sigma_P = 1184 + 217 = 1401MPa$$

Então, a **tensão total de cálculo**  $\sigma_{pd}$  atuante no aço de protensão no ELU é:

$$\sigma_{Pd} = \frac{\sigma_P}{\gamma_s} = \frac{1401MPa}{1,15} = 1218MPa$$

Neste ponto do cálculo, já se definiram as dimensões da seção transversal e a armadura ativa  $A_p$  do elemento, restando ainda **ajustar a quantidade de armaduras passivas**  $A_s$  **para que se atinja a capacidade resistente necessária** à viga. No item 3.3.1, que trata do estado limite último de flexão, sugere-se um procedimento para se avaliar o momento resistente de uma seção de concreto. Esse procedimento possui alguns processos iterativos e, portanto, foi implementado em uma planilha eletrônica. Aqui, apresenta-se apenas a última iteração.

A figura 29 mostra a seção transversal de uma viga de concreto protendido com cordoalhas engraxadas e armaduras passivas de tração e de compressão, assim como suas deformações específicas e as forças resultantes de suas tensões de tração e compressão no estado limite último. Para a seção de dimensões  $b_w$ =20cm e b=85cm, as **armaduras passivas escolhidas** foram:

- armadura de tração, **7 x ø12,5mm**, *A*<sub>s</sub>=8,60cm<sup>2</sup>
- armadura de compressão, 2 x ø12,5mm, A'=2,50cm<sup>2</sup>

resultando nos seguintes alturas úteis:

- $d_s = 79,5$ cm
- $d_b = 74,4$ cm
- $d'_{s} = 4,10 \text{cm}$

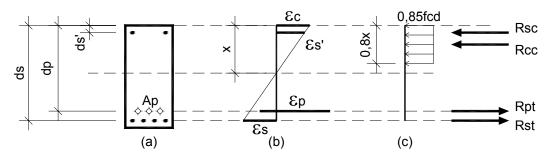


Figura 29: ELU – Distribuição típica de tensões e deformações em seções de concreto protendido com cordoalhas engraxadas no ELU

O processo iterativo inicia-se com a escolha de uma altura x para a linha neutra. Em seguida, calculam-se, a partir das relações lineares da configuração deformada da seção transversal plana, as deformações unitárias do concreto  $\varepsilon_c$  e das armaduras passivas  $\varepsilon_s$  e  $\varepsilon_s$ ' – conforme ilustrado na figura 29(b). Como ainda não se sabe em qual domínio do ELU a seção encontra-se, as **deformações devem ser calculadas para os três domínios de flexão**. Para esta seção transversal específica, a ruptura acontece no domínio 3, com os seguintes valores de linha neutra e de deformações específicas:

$$x = 21,8cm$$

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d_s - x} = \frac{\varepsilon_s'}{x - d_s'} \to \frac{3,5}{21,8} = \frac{\varepsilon_s}{79,5 - 21,8} = \frac{\varepsilon_s'}{21,8 - 4,1}$$

$$\varepsilon_s = 9,260\%$$

$$\varepsilon_s' = 2,842\%$$

As tensões nas armaduras passivas  $\sigma_{sd}$  e  $\sigma_{sd}$  'são função das deformações locais  $\varepsilon_s$  e  $\varepsilon_s$  'da seção e dos diagramas  $\sigma$  x  $\varepsilon$  do aço empregado. Para as deformações calculadas, as tensões são iguais a tensão de escoamento do aço, uma vez que as deformações são maiores que  $\varepsilon_{sd}$ :

$$\sigma_{sd} = \sigma_{sd}' = 435MPa$$

Pelo procedimento proposto, o valor de x deve ser alterado até que se obtenha o equilíbrio dos esforços horizontais na seção transversal de concreto. A partir da figura 29(c) podem-se escrever as seguintes equações – tensões em kN/cm<sup>2</sup>:

$$\Sigma R_{x} = 0$$

$$R_{cc} + R_{sc} - R_{st} - R_{pt} = 0$$
onde:
$$R_{cc} = A_{c} \cdot \sigma_{cd} = (b_{w} \cdot 0.8 \cdot x) \cdot (0.85 f_{cd}) = (20 \cdot 0.8 \cdot 21.8) \cdot (0.85 \cdot 2.143) = 635.5kN$$

$$R_{sc} = A_{s} \cdot \sigma_{sd}' = 2.5 \cdot 43.5 = 108.7kN$$

$$R_{st} = A_{s} \cdot \sigma_{sd} = 8.6 \cdot 43.5 = 373.9kN$$

$$R_{pt} = A_p \cdot \sigma_{pd} = 3,04 \cdot 121,8 = 370,3kN$$

Finalmente, com cada força horizontal resultante definida, pode-se obter o **momento** resistente  $M_{Rd}$  da seção transversal pela equação de **equilíbrio dos momentos** em relação à linha neutra – tensões em kN/cm<sup>2</sup>:

$$\Sigma M_z = 0 \qquad M_{Rd} = R_{cc} \cdot (x - 0.4 \cdot x) + R_{sc} \cdot (x - d_s') - R_{st} \cdot (d_s - x) - R_{pt} \cdot (d_p - x)$$

$$M_{Rd} = 635.5 \cdot (21.8 - 0.4 \cdot 21.8) + 108.7 \cdot (21.8 - 4.1) + 373.9 \cdot (79.5 - 21.8) + 370.3 \cdot (74.4 - 21.8)$$

$$M_{Rd} = 512.9kNm \qquad > M_{Sd} = 504.0kNm$$

O processo deve ser repetido tantas vezes forem necessárias para que se obtenha um dimensionamento que atenda, de forma satisfatória, os requisitos de resistência, ou seja, até que  $M_{Rd} > M_{Sd}$ . Como comprovado, a seção transversal, mostrada na figura 30, tem a capacidade resistente necessária no ELU.

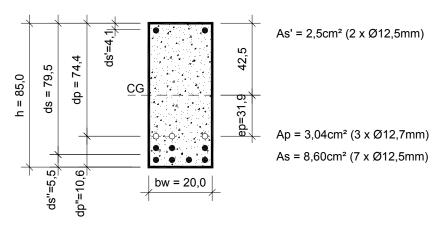


Figura 30: ELU - Seção transversal de concreto protendido com cordoalhas engraxadas

#### ELS-W - Abertura de fissuras

O momento fletor de cálculo  $M_{d,ser}$  para o estado limite de serviço de abertura de fissuras é obtido a partir da **combinação freqüente**, que considera os momentos permanentes  $M_{g,k}$  e  $M_{p,k}$  integralmente e os momentos variáveis  $M_{g,k}$  ponderados por  $\psi_I$ :

$$M_{d,ser} = M_{g,k} + M_{p,k} + \psi_1 \cdot M_{q,k} = 270,0kNm + (-114,8kNm) + 0,4 \cdot 90,0kNm$$
  
 $M_{d,ser} = 191,2kNm$ 

O momento de fissuração  $M_{r,p}$  da seção de concreto protendido pode ser determinado pelas seguintes equações:

$$M_0 = \frac{P}{A_c} \cdot W + M_{P,k} = \frac{360kN}{1700cm^2} \cdot 24083cm^3 + 11.400kNcm = 16580kNcm = 165,8kNm$$

$$M_r = M_0 + \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{v_t} = 16580kNcm + \frac{1.5 \cdot 0.290kN / cm^2 \cdot 1023542cm^4}{42.5cm} = 270.6kNm$$

MESTRANDO: Diogo Schreiner Zanette ORIENTADOR: Daniel Domingues Loriggio

e o momento  $M_a$  atuante na seção, para a combinação frequente de ações, não considerando os momentos fletores gerados pela protensão que já estão incluídos no cálculo de  $M_p$ , é o seguinte:

$$M_a = M_{g,k} + \varphi_1 \cdot M_{g,k} = 270,0kNm + 0,4 \cdot 90,0kNm = 306,0kNm$$

Como o momento atuante  $M_a$ =306,0kNm supera o momento de fissuração  $M_r$ =270,6kNm da seção, deve-se verificar se o nível de fissuração do elemento é compatível com os limites definidos pelas normas técnicas. A abertura limite de fissuras para concreto protendido em ambiente com classe de agressividade II é  $w_k$  = 0,2mm . Essa checagem da fissuração segue o item 17.3.3.2 da NBR 6118:2003, ver figura 31.

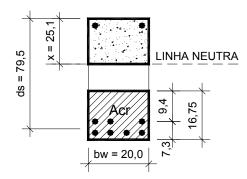


Figura 31: ELS-W - Determinação da área do concreto de envolvimento na seção de concreto protendido

$$\phi = 1,25cm \qquad \eta_1 = 2,25$$

$$7,5 \cdot \phi = 9,375cm \qquad A_{cr} = 20,0 \cdot 16,75 = 335,0cm^2 \qquad \rho_r = \frac{A_s}{A_{cr}} = \frac{8,6cm^2}{335,0cm^2} = 0,02567$$

$$\alpha_e = 15$$

Para essa verificação de abertura de fissuras, devem-se calcular as **propriedades geométricas da seção no estádio II** considerando a relação entre os módulos de elasticidade  $\alpha_e$  **igual a 15**. O cálculo dessas propriedades segue o procedimento apresentado no Anexo B:

$$x_{II} = 25,1cm$$
  
 $I_{II} = 502.614cm^4$   
 $A_{II} = 665,5cm^2$ 

A tensão  $\sigma_s$  no centro de gravidade do conjunto de armaduras passivas, mostrado na figura 31, para o carregamento de serviço, é:

$$\sigma_{s} = \alpha_{e} \cdot \frac{P_{\infty}}{A_{II}} + \alpha_{e} \cdot \frac{M_{d,ser} \cdot (d_{s} - x_{II})}{I_{II}} = 15 \cdot \frac{360kN}{665,5cm^{2}} + 15 \cdot \frac{19120kNcm \cdot (79,5cm - 25,1cm)}{502.614cm^{4}}$$

$$\sigma_s = -8.1kN/cm^2 + 31.0kN/cm^2 = 22.9kN/cm^2 = 229MPa$$

A abertura de fissuras w é, então, dada pelo menor valor entre as duas expressões a seguir:

$$w_{1} = \frac{\phi}{12,5 \cdot \eta_{1}} \cdot \frac{\sigma_{s}}{E_{s}} \cdot 3 \cdot \frac{\sigma_{s}}{f_{ctm}} = \frac{12,5mm}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{229MPa}{210.000MPa} \cdot \frac{3 \cdot 229MPa}{2,90MPa} = 0,11mm$$

$$w_2 = \frac{\phi}{12.5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left(\frac{4}{\rho_r} + 45\right) = \frac{12.5mm}{12.5 \cdot 2.25} \cdot \frac{229MPa}{210.000MPa} \cdot \left(\frac{4}{0.02567} + 45\right) = 0.10mm$$

Como  $w_2 = 0.10mm < w_k = 0.20mm$ , a viga respeita o ELS-W.

#### Cálculo da abertura de fissuras pelo eurocódigo EN1992:2004

Para estabelecer uma comparação entre os critérios de cálculo das aberturas de fissuras da NBR6118:2003 e do eurocódigo EN1992:2004, aplica-se abaixo a abordagem desta norma, apresentada no item 3.6.3 do capítulo anterior.

A abertura da fissura é dada pela seguinte expressão:

$$W_k = S_{r,m\acute{a}x} \cdot \left( \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} \right)$$

onde

 $s_{r,m\acute{a}x}$  é o espaçamento máximo entre fissuras;

 $(\varepsilon_{sm}$  -  $\varepsilon_{cm})$  é a diferença entre as deformações médias do aço e do concreto.

Antes de se calcular  $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$  é preciso obter os seguintes parâmetros:

 $\sigma_s$  = 229MPa, calculada anteriormente

 $k_t = 0,4$ , fator para carregamento de longa duração

$$f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2,9$$
MPa

$$\alpha_{e} = 8,06$$

$$h_{c,eff} \le \begin{cases} 2.5(h-d) = 2.5(85,0-79,5) = 13.8cm \\ (h-x)/3 = (85,0-25,1)/3 = 20,0cm \\ h/2 = 85,0/2 = 42,5cm \end{cases}$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} = \frac{A_s}{b_w \cdot h_{c,eff}} = \frac{8,6cm}{25,0cm \cdot 13,8cm} = 0,02493$$

$$\left(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}\right) = \frac{\sigma_{s} - k_{t} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \left(1 + \alpha_{e} \cdot \rho_{p,eff}\right)}{E_{s}} \ge 0.6 \cdot \frac{\sigma_{s}}{E_{s}}$$

$$\left(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}\right) = \frac{229MPa - 0.4 \cdot \frac{2.9MPa}{0.02493} \left(1 + 8.06 \cdot 0.02493\right)}{210.000MPa} = 9.134 \times 10^{-4}$$

$$0.6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} = 0.6 \cdot \frac{229MPa}{210.000MPa} = 6.543 \times 10^{-4}$$

O espaçamento final máximo  $s_{r,máx}$  entre as fissuras é calculado pela expressão:

$$s_{r,m\acute{a}x} = 3.4 \cdot c + \frac{0.425 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \phi}{\rho_{p,eff}} = 3.4 \cdot 30mm + \frac{0.425 \cdot 0.8 \cdot 0.5 \cdot 12.5mm}{0.02493} = 187.2mm$$

Finalmente, a abertura característica das fissuras  $w_k$  é calculada por:

$$w_k = s_{r,m\acute{a}x} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 187,2mm \cdot (9,134 \times 10^{-4}) = 0,17mm$$

#### ELS - Deformação

O momento fletor de cálculo  $M_{d,ser}$  para o estado limite de serviço de deformação excessiva é obtido a partir da **combinação quase-permanente dos momentos** fletores característicos, que considera os momentos permanentes  $M_{g,k}$  e  $M_{p,k}$  integralmente e os momentos variáveis  $M_{a,k}$  ponderados por  $\psi_2$ :

$$M_{d,ser} = M_{g,k} + M_{p,k} + \psi_2 \cdot M_{q,k} = 270,0kNm + (-114,8kNm) + 0,3 \cdot 90,0kNm$$
  
 $M_{d,ser} = 182,2kNm$ 

Da mesma forma, o carregamento atuante em serviço  $w_{d,ser}$  é dado por:

$$w_{d,ser} = g + p + \psi_2 \cdot q = 15,0kN/m + (-6,4kN/m) + 0,3 \cdot 5,0kN/m$$
  
 $w_{d,ser} = 10,1kN/m = 0,101kN/cm$ 

E o momento atuante  $M_a$  na seção, para combinação quase-permanente de ações, não levando em conta os momentos da protensão uma vez que já estão incluídos no cálculo de  $M_a$  é o seguinte:

$$M_a = M_{g,k} + \varphi_2 \cdot M_{g,k} = 270,0kNm + 0,3 \cdot 90,0kNm = 297,0kNm$$

Como o momento atuante  $M_a$ =297,0kNm supera o momento de fissuração da seção  $M_r$ =270,0kNm, a flecha imediata  $\delta_0$  da viga deve ser calculada considerando a **rigidez equivalente**  $EI_{eq}$  do elemento. Para isso, deve-se calcular o momento de inércia  $I_{II}$  no estádio II considerando, neste caso de verificação das flechas, o coeficiente  $\alpha_e$  efetivamente como sendo a relação entre os módulos  $E_s$  e  $E_{cs}$ :

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210.000MPa}{26.070MPa} = 8,05$$

Assim, os parâmetros geométricos da seção no estádio II, incluindo o momento de inércia  $I_{II}$ , calculados de acordo com o Anexo B, são os seguintes:

$$x_{II} = 19,7cm$$
  
 $I_{II} = 302.976cm^4$   
 $A_{II} = 480,3cm^2$ 

O momento de inércia  $I_{eq}$  do elemento, para um momento atuante na seção crítica de  $M_a$ =297,0kNm, é obtido por:

$$\begin{split} I_{eq} &= I_{II} + \left(\frac{M_r - M_0}{M_a - M_0}\right)^3 \left(I_c - I_{II}\right) \\ I_{eq} &= 302.976cm^4 + \left(\frac{270.6kNm - 165.8kNm}{297.0kNm - 165.8kNm}\right)^3 \cdot \left(1.023.542cm^4 - 302.976cm^4\right) \\ I_{eq} &= 670.221cm^4 \end{split}$$

Em vigas biapoiadas com carregamento uniformemente distribuído, a **flecha imediata elástica** é calculada pela bem conhecida fórmula:

$$\delta_0 = \frac{5}{384} \cdot \frac{w_{d,ser} \cdot L^4}{E_{cs} \cdot I_{eq}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,101kN/cm \cdot (1.200cm)^4}{2.607kN/cm^2 \cdot 670.221cm^4} = 1,5cm$$

Em se tratando de vigas de concreto protendido, a flecha adicional diferida pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha elástica imediata por  $(1+\varphi)$ , onde  $\varphi$  é o coeficiente de fluência. Considerando uma umidade ambiente de 75%, uma espessura fictícia de aproximadamente 20cm e primeiro carregamento aos 20 dias, obtém-se  $\varphi$ =2,2. Então o valor da flecha total  $\delta_{\infty}$  pode ser obtido multiplicando-se a flecha elástica imediata  $\delta_{0}$  por:

$$\delta_{\infty} = \delta_0 \cdot (1 + \varphi) = 1.5cm \cdot (1 + 2.2) = 4.8cm$$

Portanto, a viga atende ao estado limite de serviço de deformação excessiva ELS-DEF, uma vez que a flecha limite para o elemento é:

$$\delta_{\lim} = \frac{L}{250} = \frac{1200cm}{250} = 4.8cm$$

#### Graus de protensão $\kappa_p$ e $\lambda_p$

O grau de protensão  $\kappa_p$  avalia uma determinada peça quanto ao aparecimento de tensões de tração na seção transversal ao ser solicitada pelo momento de serviço máximo:

$$\kappa_p = \frac{M_0}{M_{\text{grad max}}} = \frac{165,8kNm}{360,0kNm} = 0,46$$

onde:

$$M_{g+q,m\dot{a}x} = M_g + M_q = 270kNm + 90kNm = 360,0kNm$$

$$M_0 = \frac{P}{A_c} \cdot W + M_p = \frac{360,0kN}{1.700cm^2} \cdot 24.083cm^3 + 11.480kNcm = 165,8kNm$$

O grau de protensão  $\lambda_p$  representa a porcentagem do momento resistente último absorvida pela armadura ativa:

$$\lambda_p = \frac{A_p \cdot f_{pyd}}{A_p \cdot f_{pyd} + A_s \cdot f_{yd}} = \frac{3,04cm^2 \cdot 1487MPa}{3,04cm^2 \cdot 1487MPa + 8,60cm^2 \cdot 435MPa} = 0,55$$

#### 4.1.3 Considerações a respeito do exemplo de aplicação 1

Em termos práticos, pode-se buscar uma solução estrutural para determinada obra da mesma maneira que foi apresentado este exemplo. Ou seja, em uma situação em que é imposto um limite para a altura máxima de uma viga, sem que seja possível um dimensionamento em concreto armado que não ultrapasse a flecha máxima permitida, pode-se solucionar o problema da deformação excessiva, mantendo a mesma seção de concreto, com o uso de cordoalhas engraxadas. Entretanto, para que se cumpram os estados limites da viga agora protendida, pode-se obter um dimensionamento com protensão parcial, limitada ou completa, bem como a viga pode fissurar-se em serviço ou manter-se íntegra.

O principal parâmetro de controle empregado durante a elaboração deste exemplo de aplicação foi a flecha no meio do vão. Além do módulo de elasticidade  $E_{\rm co}$ , do tipo dos apoios e do vão da estrutura, outros dois valores influenciaram no cálculo da deformação: o carregamento atuante em serviço e o momento de inércia  $I_{\rm eq}$  da seção. O carregamento em serviço é função direta do carregamento equivalente de protensão, e o momento de inércia depende essencialmente do nível de fissuração e da quantidade de armaduras passivas efetivamente existentes no elemento. Logo a flecha da viga não pode ser calculada a menos que o traçado e a quantidade de cordoalhas engraxadas e as armaduras passivas da viga estejam definidas.

Como o objetivo deste estudo é tratar, não apenas de vigas com cordoalhas engraxadas, mas de protensão parcial e, conseqüentemente, de seções fissuradas em serviço, buscou-se apresentar uma viga dimensionada de modo que englobasse todas essas características. Assim o exemplo de aplicação foi sendo refeito até se obter um exemplo representativo de viga com protensão parcial e monocordoalhas engraxadas.

Tabela 10: Comparação dos resultados do exemplo de aplicação 1

	Concreto armado	Concreto protendido com cordoalhas engraxadas
Dimensão da seção transversal $b_w$ x $h$	20 cm x 85 cm	
Momento solicitante M <sub>S,d</sub>	504,0 kNm	
Momento resistente M <sub>R,d</sub>	512,5 kNm	512,9 kNm
Momento característico total $M_{g+p+q}$	360,0 kNm	245,2 kNm <sup>(1)</sup>
Armadura passiva A <sub>s</sub>	17,2 cm² - 14 x ø12,5mm	8,6 cm <sup>2</sup> - 7 x ø12,5mm
Armadura ativa A <sub>p</sub>	<del>-</del>	3,0 cm² - 3 x ø12,7mm
Momento de fissuração <i>M<sub>r</sub></i>	104,8 kNm	270,6 kNm
Tensão na armadura passiva $\sigma_{ m s}$	268 MPa	229 MPa
Abertura de fissura w	0,09 mm	0,10 mm
Inércia equivalente I <sub>eq</sub>	505.136 cm <sup>4</sup>	677.670 cm <sup>4</sup>
Flecha elástica $\delta_o$	3,4 cm	1,5 cm
Flecha diferida δ <sub>∞</sub>	8,0 cm	4,8 cm
Nota(s):		

1. Considerando que a protensão exerce um carregamento externo ascendente e, portanto, um momento fletor negativo.

Na tabela 10, apresenta-se a comparação de alguns parâmetros do cálculo da viga de concreto armado e de sua equivalente em concreto protendido com cordoalhas engraxadas. Analisando a tabela, percebe-se que as duas seções transversais possuem praticamente o mesmo momento fletor resistente  $M_{Rd}$ , por isso ambas cumprem plenamente os requisitos analíticos de segurança. Em relação à viga de concreto armado, a viga protendida possui metade da armadura passiva  $A_s$ , de forma que a resistência última é a soma das parcelas formadas pelas armaduras ativa e passiva. Essa questão é, de certa forma, traduzida pelo grau de protensão  $\kappa_p$  que indica que 55% do momento último é resistido pela armadura ativa  $A_p$ .

Os efeitos da protensão também podem ser representados pelo carregamento equivalente, que aliviam o carregamento total do elemento, de modo que, em serviço, os elementos protendidos podem ser tratados como os de concreto armado.

O procedimento de cálculo das aberturas w de fissuras da NBR6118:2003 é função direta das tensões atuantes em serviço nas armaduras passivas. Nessa viga-exemplo, a fissuração é a mesma para ambas as vigas de concreto armado e protendido, com valores da ordem de w = 0.10mm. Porque, apesar de a viga protendida possuir metade da área  $A_s$  de armadura aderente, os esforços de protensão produzem efeitos que absorvem parte das tensões de tração combatendo a fissuração.

Nas verificações de deformação excessiva ELS-DEF, não se levam em conta as áreas das cordoalhas engraxadas na avaliação da rigidez do elemento, porém os momentos fletores equivalentes e o esforço normal de protensão possuem um efeito que se contrapõe às flechas. Esses efeitos foram considerados no cálculo das inércias equivalentes e se refletem na diminuição da flecha elástica imediata  $\delta_0$  de 3,4cm para 1,5cm. Em termos gerais, há essa menor deformação principalmente em razão da menor fissuração da viga protendida, maior inércia equivalente das suas seções transversais e carregamento em serviço aliviado pela protensão.

Ao final do exemplo, calculam-se os graus de protensão  $\kappa_p$  e  $\lambda_p$  sugeridos em bibliografias técnicas. Os dois índices resultaram em valores da ordem de 0,50 e, embora representem grandezas distintas, apenas indicam que se trata de protensão parcial. Esses parâmetros  $\kappa_p$  e  $\lambda_p$  não têm uma função específica, de forma que não têm muita utilidade ao longo do dimensionamento.

Usualmente, seções de concreto com protensão completa ou limitada são dimensionadas em função de ELS e depois verificadas a ELU, enquanto, nas seções de concreto armado, ocorre o contrário. Neste exemplo de aplicação, os procedimentos adotados para o cálculo da viga protendida com cordoalhas engraxadas seguiram a mesma ordem dos procedimentos da viga de concreto armado. O motivo pelo qual a viga de concreto com protensão parcial teve sua seção dimensionada no ELU de flexão e depois verificada nos ELS foi a necessidade de se terem definidas as armaduras passivas para que a fissuração e a deformação pudessem ser avaliadas.

A verificação do ELU no ato da protensão pode ser feita logo depois da definição da quantidade de protensão. Com isso, pode-se checar o nível de pré-compressão na seção e, caso apareçam tensões de tração na parte superior do elemento, definir certa armadura passiva para absorver a totalidade dessas tensões.

Uma das maiores diferenças entre cabos aderentes e cordoalhas engraxadas está no fato de, nas cordoalhas engraxadas, não se poder adotar a hipótese de que a deformação da armadura ativa é a mesma do concreto no seu entorno. Por isso, a NBR 6118:2003 fornece uma equação aproximada para a estimativa do acréscimo de tensão no aço de protensão  $\Delta \sigma_P$ , no ELU, que se soma à parcela de tensão inicial  $\sigma_{P^{\infty}}$  dada por  $P_{\infty}/A_P$ .

As armaduras passivas foram calculadas no ELU, por tentativas, com um processo iterativo, no qual se estima uma área de armadura passiva e, de posse da resultante de tração das cordoalhas engraxadas, calcula-se o momento resistente da seção transversal e compara-se com o momento solicitante. Esse processo pode ser implementado em uma planilha eletrônica, que torna a obtenção das armaduras um procedimento rápido.

Para se efetuar a verificação de fissuração, ELS-W, considera-se a protensão como um carregamento externo equivalente no cálculo do momento de serviço atuante, assim essa verificação se reduz à verificação de uma seção de concreto armado. Como para se estimar a abertura das fissuras de uma seção precisa-se da armadura passiva definida, esse procedimento precisa ser feito após o dimensionamento em ELU. Essa verificação é importante pois é o parâmetro que caracteriza o uso de seções com protensão parcial.

O cálculo da deformação do elemento pode ser feito tanto no estádio I como no estádio II. A definição por um ou por outro, depende do momento atuante e do momento de fissuração da seção de concreto. Por se tratar de protensão parcial, geralmente a seção trabalha fissurada. Nesse caso, o cálculo da inércia da seção necessita que a armadura passiva esteja definida e não leva em conta o concreto à tração nem as cordoalhas engraxadas, que são consideradas somente como um carregamento externo equivalente. Com freqüência, a deformação da viga é o que define a quantidade de protensão, então o cálculo da viga protendida com cordoalhas engraxadas tornase, inteiramente, um processo iterativo.

# 4.2 Exemplo 2: Influência do Esforço Normal

A hipótese adotada no exemplo de aplicação 1, a de que o esforço normal de protensão é transferido totalmente para a viga, é válida apenas nos casos em que não existem restrições ao deslocamento horizontal da viga nos apoios — caso característico de vigas protendidas prémoldadas. Entretanto esse não é o caso de edifícios, em que a estrutura, formada por pilares, pilares-parede, vigas e lajes, forma um conjunto que possui ligações contínuas.

Neste exemplo de aplicação 2, estuda-se a influência dos pilares de apoio e das lajes apoiadas elasticamente na viga, no que se refere à repartição do esforço normal de protensão entre os elementos e à relação entre esse esforço normal com os estados limites da viga – ELU, ELS-W e ELS-DEF.

# 4.2.1 Influência dos pilares de apoio

Se se considerar que a viga isostática do exemplo de aplicação 1 faz parte da estrutura de um edifício, é razoável assumir que uma parcela do esforço normal de protensão é absorvida pelos pilares. Nessa situação, durante o dimensionamento da viga, deve ser conhecida a quantidade de protensão que realmente atua em cada elemento – pilares e viga.

O encurtamento  $\delta$  de uma das extremidades da viga em relação ao centro do elemento pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\delta = \frac{P \cdot L}{E_{cs} \cdot A_c} = \frac{360,0kN \cdot 600cm}{2.607kN / cm^2 \cdot 1.700cm^2} = 0,049cm$$

onde

L é, neste caso, metade do vão livre da viga, uma vez que no meio do vão não há deslocamento causado pelo esforço normal.

### Viga de seção 20x85cm e pilares de seção 20x60cm

Assumindo que os pilares de extremidade, nos quais a viga apóia-se, possuam uma seção de 20 por 60 centímetros, com o lado maior na direção do eixo da viga, e um pé-direito de 3,0 metros, totalizando 6,0 metros de vão livre entre seus apoios engastados, a flecha  $\delta$  do meio do vão do pilar, coincidente com o apoio da viga, pode ser calculada por:

$$\delta = \frac{P \cdot L^3}{192 \cdot E_{cs} \cdot I_c} = \frac{360,0kN \cdot (600cm)^3}{192 \cdot 2.607kN / cm^2 \cdot 360.000cm^4} = 0,432cm$$

Já que a protensão distribui-se de acordo com o inverso da rigidez, pode-se estabelecer a seguinte relação:

$$\frac{1}{0.049} + \frac{1}{0.432} = 20,408 + 2,315 = 22,723$$

sendo para a viga: 
$$\frac{20,408}{22,723} = 0,90$$

e para os pilares: 
$$\frac{2,315}{22,723} = 0,10$$

A partir dessa comparação de deslocamentos, conclui-se que, nesse caso, a viga recebe 90% da força de protensão *P*, restando aos pilares 10%, ou 5% para cada um.

### Viga de seção 20x85cm e pilares de seção 20x180cm

Considerando, agora, que os elementos de apoio são pilares-parede de seção 20 por 180 centímetros, com o lado maior na direção do eixo da viga, portanto com rigidez à flexão

sensivelmente maior que no caso anterior. O deslocamento no meio do pilar devido ao encurvamento ocasionado pela força de protensão é dado por:

$$\delta = \frac{P \cdot L^3}{192 \cdot E_{cs} \cdot I_c} = \frac{360,0kN \cdot (600cm)^3}{192 \cdot 2.607kN / cm^2 \cdot 9.720.000cm^4} = 0,016cm$$

sendo a relação entre os deslocamentos desse pilar-parede com os da viga:

$$\frac{1}{0.049} + \frac{1}{0.016} = 20,408 + 62,500 = 82,908$$

sendo para a viga: 
$$\frac{20,408}{82,908} = 0,25$$

e para os pilares: 
$$\frac{62,500}{82,908} = 0,75$$

Nesse caso, a força de protensão *P* reparte-se na proporção de 25% para a viga e 75% para os pilares. Como se percebe, na medida em que os pilares de apoio tenham maior rigidez à flexão, mais protensão eles absorvem, diminuindo, assim, o esforço normal atuante na viga.

# 4.2.2 Influência de lajes apoiadas elasticamente em vigas

Se ao caso anterior – viga apoiada em pilares-parede – acrescentar-se uma laje maciça de concreto com 12 centímetros de espessura apoiada em vigas espaçadas em 5 metros, a força de protensão divide-se também com a laje, além da viga e dos pilares nas extremidades, em relação ao inverso da rigidez de cada elemento.

Os valores de deslocamento dos pilares e da viga já estão calculados. O encurtamento da laje em relação ao seu centro é dado pela seguinte equação:

$$\delta = \frac{P \cdot L}{E_{cs} \cdot A_c} = \frac{360,0kN \cdot 600cm}{2.607kN / cm^2 \cdot (12cm \cdot 500cm)} = 0,014cm$$

sendo a relação entre os inversos dos deslocamentos da laje, da viga e dos pilares:

$$\frac{1}{0,049} + \frac{1}{0,016} + \frac{1}{0,014} = 20,408 + 62,500 + 71,429 = 154,337$$

sendo para a viga: 
$$\frac{20,408}{154,337} = 0,13$$

sendo para os pilares: 
$$\frac{62,500}{154,337} = 0,41$$

sendo para a laje: 
$$\frac{71,429}{154.337} = 0,48$$

Analisando os valores acima, verifica-se que a laje absorve 48% do esforço normal de protensão, ou seja, metade da força de protensão é transferida para a laje. Ressalta-se o fato de essa laje não possuir dimensões fora dos padrões normais para estruturas de edifícios, de forma que a presença de lajes ligadas a vigas deve obrigatoriamente ser levada em conta no dimensionamento estrutural de vigas protendidas. A parcela restante da protensão é distribuída entre a viga e os pilares na mesma proporção verificada no caso anterior – sem a consideração da laje.

# 4.2.3 Influência da rigidez de pilares e lajes nos estados limites de vigas

A viga isostática do exemplo de aplicação 1 é dimensionada com a hipótese de que as rigidezes dos pilares e da laje não exercem nenhuma influência no esforço normal de protensão. Isso implica em que a totalidade da força de protensão atua comprimindo a viga. Porém, como visto anteriormente, a força de protensão é repartida entre os diversos elementos das estruturas de edifícios, portanto as verificações de estados limites últimos ELU e estados limites de serviço ELS de vigas devem levar em conta a diminuição do esforço normal, principalmente nos casos onde há lajes ligadas elasticamente a elas ou pilares com elevada rigidez à flexão.

Em se tratando de elementos isostáticos protendidos com cordoalhas engraxadas, o esforço normal de protensão não exerce nenhuma influência nas verificações de ELU. Entretanto, na avaliação dos ELS, o conhecimento do valor do esforço de compressão efetivamente transferido para a viga ganha importância.

O momento de fissuração  $M_{r}$  , em vigas protendidas, pode ser obtido com a seguinte expressão:

$$M_r = \frac{P}{A_c} \cdot W + M_p + \alpha \cdot f_{ct,m} \cdot \frac{I_c}{y_c}$$

na qual se percebe que o esforço normal de protensão P desempenha um papel importante no sentido de retardar a formação da primeira fissura por meio do efeito de compressão. Logo, conhecer o esforço normal que realmente atua na seção transversal do elemento, é uma necessidade para se calcular corretamente o momento de fissuração.

Uma das implicações do nível de esforço normal é o momento de inércia equivalente  $I_{eq}$  do elemento protendido. O cálculo de  $I_{eq}$  baseia-se na relação  $M_r/M_a$  de modo que quanto menor o esforço normal atuante, menor o momento de fissuração e, em conseqüência, menor o valor de  $I_{eq}$ . Portanto o estado limite de serviço de deformação excessiva ELS-DEF é diretamente influenciado pelo esforço normal de protensão.

Além disso, a consideração de um maior ou menor esforço de compressão no elemento exerce alguma influência na estimativa da abertura de fissuras w no ELS-W. A formulação da NBR6118:2003 para o cálculo de w baseia-se na tensão  $\sigma_s$  nas armaduras passivas sob carregamento de serviço e esforços de protensão:

$$\sigma_{s} = \alpha_{e} \cdot \frac{P}{A_{II}} + \alpha_{e} \cdot \frac{M_{d,ser} \cdot (d_{s} - x_{II})}{I_{II}}$$

ou seja, a força de protensão *P* exerce uma tensão de compressão na seção de concreto que diminui a tensão de tração das armaduras passivas.

Estuda-se, neste item, a influência do esforço normal nos estados limites de serviço de abertura de fissuras ELS-W e de deformação excessiva ELS-DEF da viga do exemplo de aplicação 1. Um estudo mais minucioso lançaria mão de variações nas dimensões dos pilares a da laje, de forma que, com base nas relações entre as respectivas rigidezes, fossem calculados os valores do esforço normal efetivamente atuante na viga para casa caso. Porém o objetivo deste estudo específico é analisar o comportamento da viga em serviço para diferentes esforços de compressão. Assim se admitem quatro variações hipotéticas de dimensões de pilares e lajes, mantendo-se a mesma viga isostática do exemplo de aplicação 1. Considera-se, então, que a relação de rigidezes para cada um dos quatro casos é tal que os esforços normais de protensão efetivamente recebidos pela viga são os mostrados na tabela 11.

Tabela 11: Casos de distribuição do esforço normal P na viga do exemplo de aplicação 1

	Esforço normal <i>P</i> aplicado pela protensão	Parcela do esforço normal <i>P</i> transferido para a viga	Esforço normal <i>P</i> transferido para a viga
Caso 1		0,0 %	0,0 kN
Caso 2	360,0 kN	33,3 %	120,0 kN
Caso 3		66,6 %	240,0 kN
Caso 4 <sup>1</sup>		100,0 %	360,0 kN

Nota(s):

1 - O caso 4 – 100% do esforço normal de protensão transferido para a viga – é o admitido do desenvolvimento do exemplo de aplicação 1.

Cada um dos quatro casos possui determinado valor para o esforço normal de protensão efetivamente transferido para a viga. O desenvolvimento das verificações de ELS apresentado no exemplo de aplicação 1 considera a tensão de compressão que resulta de 100% do esforço normal de protensão. Os valores de alguns parâmetros de ELS-W e ELS-DEF são mostrados na tabela 12. Os desenvolvimentos de cálculo dessas verificações para cada caso são omitidos, porém seguem exatamente os mesmos critérios apresentados no exemplo de aplicação 1.

		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Parcela de P transferida		0,0 %	33,3 %	66,6 %	100,0 %
Esforço normal P atuante		0,0 kN	120,0 kN	240,0 kN	360,0 kN
Momento de fissuração <i>M<sub>r</sub></i>		219,6 kNm	236,6 kNm	253,6 kNm	270,6 kNm
ELS-W	Tensão no aço σ <sub>s</sub>	310 MPa	283 MPa	256 MPa	229 MPa
	Abertura da fissura w	0,13 mm	0,12 mm	0,11 mm	0,10 mm
ELS-DEF	Inércia equivalente I <sub>eq</sub>	440.100 cm <sup>4</sup>	486.938 cm <sup>4</sup>	557.784 cm <sup>4</sup>	677.670 cm <sup>4</sup>
	Flecha imediata $\delta_0$	2,4 cm	2,1 cm	1,9 cm	1,5 cm
	Flecha diferida δ <sub>∞</sub>	7.7 cm	6.7 cm	6.1 cm	4.8 cm

Tabela 12: Resultados das verificações de ELS variando-se a parcela do esforço normal de protensão efetivamente transferido para a viga.

Os parâmetros mostrados na tabela 12 são calculados com base em um número bastante grande de variáveis, não havendo sentido em comparar quantitativamente o valor de determinado parâmetro em relação à força de protensão de cada caso. Mas se podem obter algumas conclusões a partir de uma análise qualitativa:

- 1. O momento de fissuração é maior na medida em que uma maior parcela de esforço normal é transferida para a viga, pois as tensões de compressão aplicadas na viga pela protensão devem ser neutralizadas pelo carregamento externo para que a parte inferior do elemento passe a ser tracionado e, na sequência, fissure-se. Além disso, pode-se afirmar que a consideração do parcelamento do esforço normal entre elementos contíguos torna-se mais importante quanto maior for o nível de protensão empregado na viga.
- 2. Comparando os valores das flechas obtidas para cada caso, verifica-se que o esforço normal exerce uma influência considerável. Uma vez que vigas com protensão parcial encontram-se fissuradas em serviço, sua flecha deve calculada com a seção fissurada, isto é, com uma rigidez equivalente. E o cálculo do momento de inércia equivalente leva diretamente em conta o valor do momento de fissuração da viga, que, por sua vez, é influenciado pelo esforço normal de protensão.
- 3. O procedimento de cálculo da abertura de fissuras da NBR6118:2003 é baseado na tensão de tração nas armaduras passivas. Como em seções previamente comprimidas as armaduras passivas desenvolvem menores tensões de tração em serviço, o esforço normal de protensão exerce influência nessa situação também. Da tabela 12 verifica-se que na medida em que atua uma maior tensão de compressão, menor é a tensão no aço e, conseqüentemente, menor é a abertura de fissuras.

Finalmente, pode-se afirmar que, nas ocasiões de dimensionamento em que há interesse somente na capacidade resistente, pode-se desconsiderar a existência de outros elementos conectados elasticamente à viga. Entretanto, se a deformação ou a fissuração em serviço está em estudo, deve-se considerar, da melhor maneira possível, a divisão do esforço normal de protensão entre os diversos elementos da estrutura.

# 4.3 Exemplo 3: Viga Contínua com Cordoalhas Engraxadas

O principal objetivo deste exemplo de aplicação 3 é apresentar e discutir os procedimentos para a consideração dos esforços hiperestáticos de protensão. Analisa-se a influência dos hiperestáticos no que se refere ao traçado dos cabos, à escolha da protensão e ao cálculo dos esforços. A seguir são estudadas as modificações necessárias para incluir os esforços hiperestáticos nas verificações de estados limites últimos, de serviço de abertura de fissuras e de serviço de deformações excessivas.

Todas essas questões são abordadas a partir de esforços calculados, primeiro, por modelo de viga contínua e, depois, por modelo de pórtico plano. Essa comparação é bastante ampla e procura mostrar a influência das duas análises no dimensionamento de vigas protendidas, apontando situações em que o modelo de viga contínua é suficientemente preciso ou em que a análise mais refinada de pórtico plano é necessária.

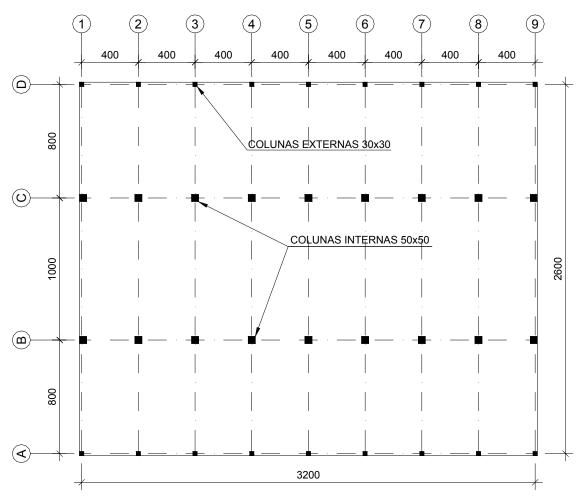


Figura 32: Vista superior do pavimento-tipo da estrutura do exemplo 3

Para isso é feito o estudo de uma das vigas de um edifício comercial que possui estrutura formada de pilares, vigas e lajes de concreto estrutural. Prefere-se usar aqui o termo concreto estrutural porque a mesma estrutura possui elementos de concreto armado – pilares e lajes – e

também de concreto protendido – vigas com cordoalhas engraxadas. A vista superior do pavimento-tipo desse edifício é mostrada na figura 32, onde se apresentam a distribuição de pilares e as linhas de vigas que formam os pórticos da estrutura.

Os pilares, as lajes e as vigas são de concreto armado, com exceção das vigas dos eixos numerados de 1 a 9, que possuem armaduras ativas de monocordoalhas engraxadas. Este exemplo faz a análise somente da viga do pórtico do eixo 4, cuja seção transversal é de 20 por 60 centímetros, e as dimensões são mostradas na figura 33. Os pilares do pórtico são considerados com as extremidades engastadas nos pavimentos imediatamente inferior e superior, sendo que os pilares das extremidades têm seção de 30 por 30 centímetros e os centrais, 50 por 50.

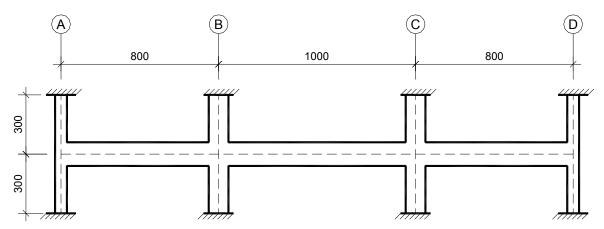


Figura 33: Elevação do pórtico transversal do eixo 4

Conforme visto no exemplo de aplicação 2, lajes de concreto ligadas elasticamente às vigas, como as do pavimento proposto neste exemplo, exercem um papel importante tanto na distribuição dos esforços como no dimensionamento e verificação dos estados limites. Porém as lajes não são levadas em conta, porque esse tipo de análise não se inclui no escopo desta dissertação. Em uma viga com apenas um vão, a divisão dessa força entre pilares, vigas e lajes pode ser determinada com uma simples compatibilização de deslocamento em um dos nós da estrutura. No entanto a consideração desse efeito em um pavimento, como o da figura 32, não é uma tarefa trivial, em função da necessidade de se fazer a compatibilização do deslocamento de vários nós ao mesmo tempo. Para isso, seria necessário lançar mão de análises mais refinadas, como modelos de pórtico espacial com o pavimento discretizado por grelhas de barras ou por elementos finitos.

A proposta deste exemplo é avaliar apenas a importância da restrição dos pilares ao encurtamento longitudinal da viga, desconsiderando totalmente a influência das lajes no que diz respeito à distribuição do esforço normal ao longo da estrutura.

#### Propriedades de materiais consideradas

- Concreto C30:

  - resistência à compressão de cálculo .......f<sub>d</sub>=21,43MPa

		resistência à tração média
	•	módulo de elasticidade secante $E_{\omega}$ =26.070MPa
_	$\Delta co C \Delta$	
•	ΛÇΟ CA	50 para armaduras passivas:
	•	tensão de escoamento
	•	módulo de elasticidade E <sub>s</sub> =210.000MPa
•	Aço CP	190-RB para cordoalhas engraxadas:
	•	diâmetro nominal das cordoalhasø=12,7mm
	•	área de aço da cordoalha de ø=12,7mm $A_p$ =1,0cm <sup>2</sup>
	•	tensão final depois de todas as perdasP∞=120kN
P	arâmetro	os geométricos da viga
	•	dimensões da seção transversal
	•	área de concreto da seção bruta
	•	momento de inércia da seção bruta
	•	módulo resistente da seção bruta
C	arregam	entos característicos
•	Cargas p	permanentes de peso-próprio da estrutura:
	•	viga (0,20 m x 0,60 m x 25,0 kN/m³)3,0 kN/m
	•	laje (0,12 m x 4,00 m x 25,0 kN/m³) 12,0 kN/m
	•	totalg <sub>1</sub> = 15,0 kN/m
•	Cargas p	permanentes de acabamento:
	•	divisórias (1,0 kN/m² x 4,0 m)4,0 kN/m
	•	revestimentos de pisos (0,5 kN/m² x 4,0 m)2,0 kN/m
	•	revestimentos de forros (0,5 kN/m $^2$ x 4,0 m)2,0 kN/m
	•	totalg <sub>2</sub> = 8,0 kN/m
•	Cargas a	acidentais variáveis:
	•	uso comercial (4,0 kN/m²)q = 16,0 kN/m
•	Resumo	de cargas:
	•	carregamento permanente total $g = 23,0 \text{ kN/m}$
	•	carregamento variável total $q = 16,0 \text{ kN/m}$
		carregamento totalg+q = 39,0 kN/m

# 4.3.1 Definindo a protensão

Para definir uma força de protensão P para os cabos, deve-se escolher a quantidade do carregamento  $w_p$  a ser balanceado, podendo-se partir de uma porcentagem do carregamento permanente g aplicado. Essa escolha depende de uma série de fatores subjetivos, conforme discutido ao longo da dissertação, porém, neste exemplo, considera-se um carregamento balanceado de 70% da carga permanente:

$$w_p = 0.70 \cdot g = 0.70 \cdot 23.0 kN / m = 16.1 kN / m$$

O traçado parabólico dos cabos pode ser definido a partir das excentricidades máximas possíveis nos vãos e nos apoios. Essa excentricidade é a distância vertical entre o centro geométrico da seção de concreto e os cabos, que devem ser instalados o mais próximo possível do bordo da seção, descontando o cobrimento de concreto e o espaço para as armaduras passivas. A figura 34 ilustra uma estimativa para os arranjos das armaduras passivas e ativas, onde se considera uma camada de barras passivas para as seções dos vãos e duas camadas para as seções dos apoios.



Figura 34: Provável arranjo das armaduras das seções da viga nos vãos e nos apoios

Há vários critérios a serem utilizados para se definir o traçado e a força de protensão. Neste exemplo, os cabos foram posicionados na viga de forma que tivessem a maior excentricidade possível, respeitando os cobrimentos e o espaço para as armaduras passivas. A seguir, a força de protensão P foi escolhida para que, no vão central, fosse aplicado um carregamento balanceado para equilibrar 70% do carregamento permanente.

Assim como no dimensionamento da viga biapoiada do exemplo de aplicação 1, essa porcentagem de carregamento a ser balanceado foi escolhida por tentativa e erro. Ou seja, foram testados vários valores até que a viga respeitasse todos os estados limites de serviço. Neste exemplo de viga com vários vãos, fica claro que esse critério de se balancear uma parcela do carregamento permanente é um artifício auxiliar na definição da protensão e não um parâmetro a ser buscado ou atingido.

#### Traçado dos cabos

Depois de definir a excentricidade e a posição dos pontos de controle dos trechos, o traçado dos cabos já pode ser calculado. Conforme mostrado na figura 9 do item 2.4.1, Aalami (2000) comenta que, em vãos de extremidade de vigas contínuas, os cabos podem ser instalados com sua excentricidade máxima a 0,4 L. Essa é uma recomendação simplificada que leva em conta a ocorrência do momento máximo positivo da viga próximo a esse ponto. Como a idéia de carregamento balanceado é equilibrar uma parte dos carregamentos permanentes, essa recomendação procede. Pois, dessa forma, os momentos gerados pelo carregamento externo equivalente de protensão possuem uma distribuição semelhante aos momentos das cargas permanentes, mas de sinal contrário. E isso vai ao encontro da idéia de se contrabalançar uma parcela do carregamento. Na figura 35, mostra-se a geometria final do cabo.

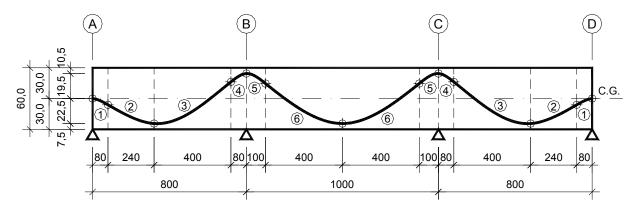


Figura 35: Traçado parabólico dos cabos de protensão (monocordoalhas engraxadas) da viga contínua

Uma vez que os pontos de inflexão de dois trechos parabólicos adjacentes do cabo se situam sobre a reta que une os vértices dessas parábolas, a altura dos pontos de inflexão pode ser calculada por semelhança de triângulos. Assim obtém-se facilmente a excentricidade  $e_p$  máxima de cada trecho.

#### Carregamento equivalente de protensão

Tomando como referência o trecho de número 6 do cabo no vão central BC, cuja excentricidade  $e_{p,6}$  é de 0,336m e a corda da parábola  $l_6$  é 8,0m, pode-se calcular a força de protensão P necessária para se ter o carregamento balanceado  $w_p$  de 16,1 kN/m, escolhido anteriormente, pela expressão:

$$P = \frac{w_p \cdot l^2}{8 \cdot e_p} = \frac{16,1kN/m \cdot (8,0m)^2}{8 \cdot 0,336m} = 383,3kN$$

como:

1 cordoalha de ø12,7mm  $\rightarrow$  P<sub>∞</sub>=120,0kN e A<sub>p</sub>=1,0cm<sup>2</sup>

então:

$$\frac{383,3kN}{120.0kN} = 3,2$$
, portanto adotam-se 3 cordoalhas.

Assim, para 3 cordoalhas:

$$3 \times 120kN \rightarrow P = 360.0kN$$

$$3 \times 1.0cm_2 \rightarrow A_p = 3.0cm^2$$

As parcelas uniformemente distribuídas do carregamento equivalente de protensão ao longo da viga, mostrado na figura 36, podem ser calculadas a partir da excentricidade  $e_p$  e da corda l de cada trecho parabólico do cabo:

$$w_{p,1} = \frac{8 \cdot P \cdot e_{p,1}}{l_1^2} = \frac{8 \cdot 360kN \cdot 0,05625m}{(1,6m)^2} \rightarrow w_{p,1} = 63,28kN/m$$

$$\begin{split} w_{p,2} &= \frac{8 \cdot P \cdot e_{p,2}}{l_2^2} = \frac{8 \cdot 360kN \cdot 0,16875m}{(4,8m)^2} \rightarrow w_{p,2} = 21,09kN/m \\ w_{p,3} &= \frac{8 \cdot P \cdot e_{p,3}}{l_3^2} = \frac{8 \cdot 360kN \cdot 0,35000m}{(8,0m)^2} \rightarrow w_{p,3} = 15,75kN/m \\ w_{p,4} &= \frac{8 \cdot P \cdot e_{p,4}}{l_4^2} = \frac{8 \cdot 360kN \cdot 0,07000m}{(1,6m)^2} \rightarrow w_{p,4} = 78,75kN/m \\ w_{p,5} &= \frac{8 \cdot P \cdot e_{p,5}}{l_5^2} = \frac{8 \cdot 360kN \cdot 0,08400m}{(2,0m)^2} \rightarrow w_{p,5} = 60,48kN/m \\ w_{p,6} &= \frac{8 \cdot P \cdot e_{p,6}}{l_6^2} = \frac{8 \cdot 360kN \cdot 0,33600m}{(8,0m)^2} \rightarrow w_{p,6} = 15,12kN/m \quad (\cong 66\% \cdot g) \end{split}$$

A figura 36 a seguir ilustra o conjunto de carregamentos equivalentes de protensão calculado para as monocordoalhas engraxadas da viga contínua em estudo:

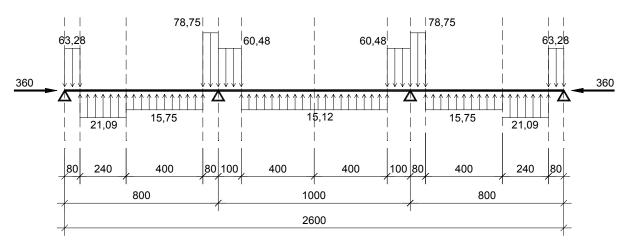


Figura 36: Carregamento equivalente de protensão da viga do exemplo de aplicação 3

O carregamento equivalente de protensão é um conjunto de cargas auto-equilibrado, mas, em função dos arredondamentos feitos ao longo dos cálculos, esse equilíbrio pode deixar de ocorrer, interferindo principalmente no valor dos esforços hiperestáticos. Assim, caso o somatório das cargas verticais resulte valor diferente de zero, deve-se ajustar o carregamento de cada trecho do cabo. Como a diferença entre as cargas descendentes:

$$(63,28 \cdot 0,8 + 78,75 \cdot 0,8 + 60,48 \cdot 1,0) \cdot 2 = 348,21kN$$

e as cargas ascendentes:

$$(21.09 \cdot 2.4 + 15.75 \cdot 4.0 + 15.12 \cdot 4.0) \cdot 2 = 348.20kN$$

resulta em uma diferença desprezível, o carregamento equivalente de protensão possui boa precisão.

# 4.3.2 Análise por modelo de viga contínua

Nas análises usuais pelo modelo de viga contínua, considera-se que os apoios não ofereçam nenhuma restrição ao deslocamento horizontal, de forma que a força normal de protensão, aplicada nas ancoragens, seja integralmente transferida para a viga, hipótese que não é exatamente correta nos casos de edifícios. Além disso, o modelo de viga contínua não considera a influência da rigidez à flexão dos pilares na distribuição de momentos na viga.

#### Cálculo dos esforços pelo modelo de viga contínua

Como se trata de uma análise linear, os momentos podem ser calculados individualmente para cada caso de carregamento característico e depois combinados de acordo com as verificações a serem feitas. Na figura 37, são plotados os momentos fletores característicos dos carregamentos permanentes g e dos variáveis g, nos quais os momentos positivos máximos ocorrem exatamente no meio do vão central e a aproximadamente 3,0 metros do início e do final da viga nos vãos extremos, e os negativos, nos apoios.

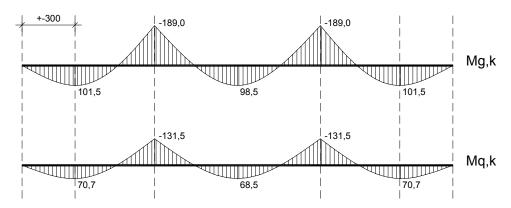


Figura 37: Momentos característicos permanentes  $M_{q,k}$  e variáveis  $M_{q,k}$  pelo modelo de viga contínua

O momento fletor  $M_{p,k}$  do carregamento equivalente de protensão, que engloba ambas as parcelas isostática e hiperestática, tem a distribuição mostrada na figura 38 no diagrama superior. A parcela isostática  $M_{p1}$  do momento de protensão é traçada com a multiplicação da força de protensão P pela excentricidade  $e_p$  do cabo em relação ao centro geométrico da seção bruta. Assim a parcela hiperestática  $M_{p2}$  do momento é obtida pela diferença de  $M_{p,k}$  e  $M_{p1}$  nos apoios. Como pode ser visto na figura 38, os momentos máximos nos vão de extremidade também ocorrem aproximadamente a 3,0 metros do início e do final da viga, o que é esperado uma vez que se escolheu o traçado do cabo para que tivesse excentricidade máxima a 0,4 do vão entre pilares, ou seja, 40% do vão de 8,0 metros resulta em 3,2m.

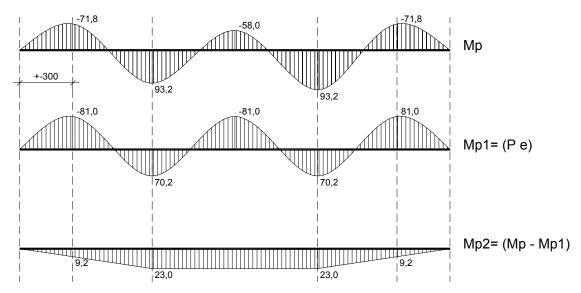


Figura 38: Momentos característicos de protensão  $M_p$ ,  $M_{p1}$  e  $M_{p2}$  pelo modelo de viga contínua

# Verificação das tensões em serviço

A distribuição de tensões ao longo da viga contínua deve ser verificada a partir da combinação freqüente dos momentos fletores, que considera integralmente os momentos permanentes  $M_{g,k}$  e de protensão  $M_{p,k}$ , incluindo os hiperestáticos de protensão, e os momentos variáveis  $M_{g,k}$  ponderados por  $\psi_{t}$ :

$$M_{d,ser} = M_{g,k} + M_{p,k} + \psi_1 \cdot M_{q,k}$$

Em termos de tensões  $\sigma_c$  na seção transversal de concreto, os pontos críticos da viga em estudo são todas as seções nos apoios mais as seções a 3,0 metros do apoio A e ao meio do vão BC, porque são os locais onde se desenvolvem os maiores momentos da combinação freqüente de serviço. Essas seções são aqui denominadas, respectivamente, por: A, AB, C e CB. As tensões nas faces inferiores e superiores das seções são calculadas então pela expressão elástica:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} \pm \frac{M_{d,ser}}{W}$$

onde, neste caso, a força de protensão P é constante ao longo de toda a viga e igual a 360,0kN, e o módulo resistente elástico da seção bruta W é igual a 12.000cm<sup>3</sup>.

Na tabela 13 essa questão é resumida e, como se pode observar, as tensões de compressão estão dentro do limite em todas as seções, e a tensão de fissuração σ<sub>r</sub> somente é ultrapassada na face superior da seção dos apoios internos B e C. Nas seções próximas ao meio dos vãos, surgem tensões de tração na face inferior embora não ocorra fissuração do concreto. Isso equivale dizer que, nos trechos próximos dos apoios centrais, há protensão parcial, enquanto nos trechos do meio dos vãos, protensão limitada.

3					
		A	AB	В	ВС
Posição da seção [m]		0,0	3,0	8,0	13,0
Md,ser [kNm]		0,00	+58,0	-148,4	+67,9
Tensão σ <sub>c</sub> no concreto	Sup.	-3,0	-7,8	+9,4	-8,7
[MPa]	Inf.	-3,0	+1,8	-15,4	+2,7

Tabela 13: Tensões de serviço nas seções críticas da viga depois de todas as perdas de protensão, na análise pelo modelo de viga contínua

Nota(s):

#### ELU: Estado limite último de flexão

Os momentos isostáticos de protensão não devem ser incluídos nas combinações de ações para estado limite último. Assim o momento fletor solicitante de cálculo  $M_{S,d}$  é obtido pela combinação dos momentos característicos  $M_{g,k}$ , e pela parcela hiperestática do momento de protensão  $M_{p,k}$ . O momento hiperestático  $M_{p,2}$  deve ser ponderado pelo coeficiente  $\gamma_p$ , sendo igual a 0,9 nos casos favoráveis e 1,2 nos casos desfavoráveis. Nas seções críticas, os momentos solicitantes então são:

$$M_{S,d} = \gamma_g \cdot M_{g,k} + \gamma_q \cdot M_{q,k} + \gamma_p \cdot M_{p,k}$$

$$M_{S,d}(AB) = 1,4 \cdot (+105,5) + 1,4 \cdot (+70,7) + 1,2 \cdot (+9,2) = +252,1kNm$$

$$M_{S,d}(B) = 1,4 \cdot (-189,0) + 1,4 \cdot (-131,5) + 0,9 \cdot (+23,0) = -428,0kNm$$

$$M_{S,d}(BC) = 1,4 \cdot (+98,5) + 1,4 \cdot (+38,5) + 1,2 \cdot (23,0) = +261,4kNm$$

Ao se determinar as armaduras passivas para que as seções possuam resistência suficiente, utilizam-se os mesmos procedimentos comentados no item 3.3.1. Uma vez que esses procedimentos já estão minuciosamente detalhados no exemplo de aplicação 1, aqui somente são colocados os resultados finais com os principais parâmetros das seções.

Antes de apresentar as seções resistentes, calcula-se a tensão média atuante nas cordoalhas engraxadas pela formulação discutida ao longo da dissertação:

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_w \cdot d_p} = \frac{3,0cm^2}{20cm \cdot 22,5cm} = 0,00666$$

$$\Delta \sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{100 \cdot \rho_p} = 70 + \frac{30MPa}{100 \cdot 0,00666} = 115MPa$$

como esse acréscimo de tensão  $\Delta \sigma_p$  é considerado a partir da tensão de pré-alongamento da armadura ativa  $\sigma_{bi}$ , a tensão total de cálculo  $\sigma_{bd}$  no estado limite último é a seguinte:

<sup>1.</sup> Compressão máxima: 0,7 fck = -21,0 MPa

<sup>2.</sup> Tração de fissuração (ELS-F): 1,5 fctk,inf = +3,0 MPa

$$\sigma_{Pd} = (\sigma_{Pi} + \Delta \sigma_{P}) \cdot \frac{1}{\gamma_{s}} = \left(\frac{P}{A_{p}} + \Delta \sigma_{P}\right) \cdot \frac{1}{\gamma_{s}} = \left(\frac{360kN}{3,0cm^{2}} + 11,5kN/cm^{2}\right) \cdot \frac{1}{1,15} = 1144MPa$$

Assim, para as seções críticas localizadas no meio dos vãos, com momento solicitante positivos máximo de  $M_{s,d}$ =+261,4kNm, a seção pode ter a configuração ilustrada na figura 39. Essa seção possui momento resistente  $M_{R,d}$ =267,1kNm, encontra-se no domínio 3 com deformações específicas de  $\varepsilon_c$ =3,5% e  $\varepsilon_s$ =9,2%, com linha neutra em x=15,4cm e com relação x/d=0,28.

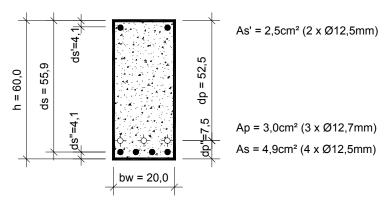


Figura 39: Seções transversais nos vãos AB, BC e CD pelo modelo de viga contínua

Nas seções dos apoios internos B e C da viga, o momento negativo solicitante é da ordem de  $M_{S,d}$ =-428,0kNm, assim a seção pode ter o arranjo de armaduras mostrado na figura 40. Essa seção possui momento resistente  $M_{R,d}$ =433,0kNm, encontra-se no domínio 3 com deformações específicas de  $\varepsilon_c$ =3,5% e  $\varepsilon_s$ =2,8%, com linha neutra em x=30,0cm e com relação x/d=0,56.

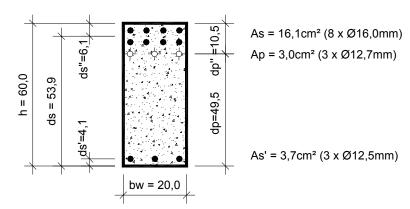


Figura 40: Seções transversais nos apoios B e C pelo modelo de viga contínua

Um estudo mais completo consideraria a distribuição das armaduras passivas ao longo da viga contínua, mas, para este estudo particular e para as verificações de serviço a seguir, é suficiente definir o arranjo de armaduras ativas e passivas nas seções críticas.

#### ELS-W: Estado limite de serviço de abertura de fissuras

Conforme a verificação das tensões em serviço, apenas as seções da viga nos apoios internos B e C, com tensão de tração  $\sigma_c$ =9,4MPa, excedem o limite da tensão de fissuração  $\sigma_r$ =3,0MPa da seção transversal de concreto, portanto é necessário verificar a abertura das fissuras somente nesses apoios, pois as demais não se fissuram com o nível de carregamento em serviço.

O momento fletor de serviço para a verificação de abertura de fissuras, nessa seção, é obtido pela combinação freqüente dos momentos característicos:

$$M_{d,ser} = M_{g,k} + M_{p,k} + \psi_1 \cdot M_{q,k} = (-189,0kNm) + (93,2kNm) + 0,4 \cdot (-131,5kNm)$$
  
 $M_{d,ser} = -148,4kNm$ 

A figura 41 ilustra os parâmetros da seção transversal necessários para a estimativa da abertura de fissuras da viga:

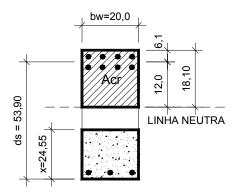


Figura 41: Área  $A_{cr}$  do concreto de envolvimento da seção nos apoios B e C pelo modelo de viga contínua

$$\begin{aligned} \phi &= 1,60cm & \eta_1 &= 2,25 \\ 7,5 \cdot \phi &= 12,0cm & A_{cr} &= 20,0 \cdot 18,1 = 362,0cm^2 & \rho_r &= \frac{A_s}{A_{cr}} = \frac{16,1cm^2}{362,0cm^2} = 0,04448 \\ A_s &= 16,1cm^2 & \alpha_e &= 15 \end{aligned}$$

Para essa verificação de abertura de fissuras, devem-se calcular as **propriedades geométricas da seção no estádio II** considerando a relação entre os módulos de elasticidade  $\alpha_e$  **igual a 15**. O cálculo dessas propriedades segue o procedimento apresentado no Anexo B:

$$x_{II} = 24,55cm$$
  
 $I_{II} = 328.339cm^4$   
 $A_{II} = 784,3cm^2$ 

A tensão  $\sigma_s$  no centro de gravidade do conjunto de armaduras passivas, mostrado na figura 41, para o carregamento de serviço, é:

$$\sigma_{s} = \alpha_{e} \cdot \frac{P_{\infty}}{A_{II}} + \alpha_{e} \cdot \frac{M_{d,ser} \cdot (d_{s} - x_{II})}{I_{II}} = 15 \cdot \frac{360kN}{784,3cm^{2}} + 15 \cdot \frac{14840kNcm \cdot (53,9cm - 24,55cm)}{328.339cm^{4}}$$

$$\sigma_s = -6.9kN/cm^2 + 19.9kN/cm^2 = 13.0kN/cm^2 = 130MPa$$

A abertura de fissuras w é, então, dada pelo menor valor entre as duas expressões a seguir:

$$w_{1} = \frac{\phi}{12,5 \cdot \eta_{1}} \cdot \frac{\sigma_{s}}{E_{s}} \cdot 3 \cdot \frac{\sigma_{s}}{f_{ctm}} = \frac{16,0mm}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{130MPa}{210.000MPa} \cdot \frac{3 \cdot 130MPa}{2,90MPa} = 0,05mm$$

$$w_{2} = \frac{\phi}{12,5 \cdot \eta_{1}} \cdot \frac{\sigma_{s}}{E_{s}} \cdot \left(\frac{4}{\rho_{r}} + 45\right) = \frac{16,0mm}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{130MPa}{210.000MPa} \cdot \left(\frac{4}{0,04448} + 45\right) = 0,05mm$$

Como  $w_1 = w_2 = 0.05mm < w_k = 0.20mm$ , a viga respeita o ELS-W.

#### ELS-DEF: Estado limite de serviço de deformação excessiva

Em se tratando de vigas contínuas de concreto protendido, podem-se calcular as deformações imediatas  $\delta_0$  ao longo do elemento por uma análise elástica, aplicando diretamente a combinação de serviço quase-permanente de carregamentos. Na combinação de ações deste exemplo, atuam: a totalidade do carregamento característico permanente g=23,0kN/m, o carregamento característico variável q=16,0kN/m, ponderado pelo coeficiente  $\psi_2$ =0,3, juntamente com o carregamento característico equivalente de protensão  $w_p$  formado pelo conjunto de carregamentos dos vários trechos do cabo, mostrado na figura 36 do item 4.3.1, no início deste exemplo.

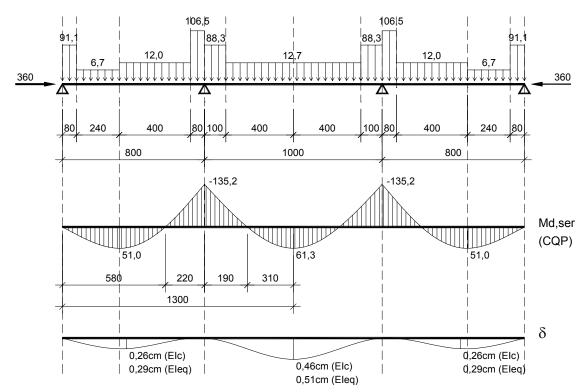


Figura 42: Cálculo das flechas imediatas δ<sub>0</sub> ao longo da viga pelo modelo de viga contínua

A figura 42 ilustra, inicialmente, o carregamento de serviço atuante ao longo da viga obtido pela combinação quase-permanente. A seguir, mostra o diagrama de momentos fletores de

serviço e, finalmente, o traçado da linha elástica deformada que representa as deformações imediatas  $\delta_0$  ao longo da viga contínua.

Uma vez que, nos apoios internos, a viga encontra-se fissurada em serviço, deve-se levar em conta a diminuição da rigidez à flexão devido ao nível de fissuração existente nesses locais. Para isso, pode-se utilizar a formulação proposta pela NBR6118:2003, discutida anteriormente no item 3.5.1. Como, no exemplo de aplicação 1, mostra-se todo o desenvolvimento para a obtenção da rigidez equivalente  $EI_{eq}$ , neste ponto apenas se apresentam os resultados finais. Então, para as seções B e C, tem-se o seguinte:

$$M_r = \frac{P}{A_c} \cdot W + M_p + \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t} = 181,4kNm$$

e o momento de inércia no estádio II  $I_{II}$ , calculado com  $\alpha_e$ =8,05, e o momento de inércia equivalente  $I_{ea}$ :

$$I_{II} = 208.963 \text{ cm}^4$$

$$I_{eq} = 250.896 \text{ cm}^4$$

Como a viga possui somente alguns trechos fissurados, um momento de inércia equivalente para todo o elemento pode ser obtido, de maneira aproximada, pela média ponderada das inércias de cada trecho:

$$\overline{I_{eq}} = \frac{1}{1300m} \cdot \left[ 360.000cm^4 \cdot (580 + 310)cm + 250.896cm^4 \cdot (220 + 190)cm \right]$$

$$\overline{I_{eq}} = 325.590 cm^4$$

Para esse momento de inércia equivalente médio  $I_{eq}$ =325.509cm<sup>4</sup> para toda a viga contínua, obtém-se o valor de  $\delta_0$ =0,51cm para a flecha máxima no vão central. Da mesma forma que no exemplo de aplicação 1, a flecha final diferida pode ser obtida por:

$$\delta_{\infty} = \delta_0 \cdot (1 + \varphi) = 0.51 cm \cdot (1 + 2.2) = 1.6 cm$$

que respeita o limite máximo de L/250: 4,0cm.

#### 4.3.3 Análise por modelo de pórtico plano

No modelo de viga contínua, os carregamentos são resistidos pelos esforços gerados apenas na viga. Entretanto, ao se utilizar um modelo de pórtico plano, parte desses carregamentos é também absorvida pelos pilares incluídos na análise. Da mesma forma, a distribuição dos esforços de protensão – momentos fletores e esforços normais – na barra horizontal que representa a viga é ligeiramente diferente nos dois modelos.

A análise dos esforços em uma viga protendida de edifício pode ser efetuada a partir de qualquer um desses modelos. Sabe-se que, comparando com um modelo de viga contínua, existem

variações nos esforços da viga obtidos por um modelo de pórtico plano, principalmente no que se refere ao esforço normal atuante ao longo dos vãos e ao momento fletor hiperestático de protensão. Mas, no que diz respeito aos estados limites último ELU e de serviço ELS, é preciso verificar se essa variação dos esforços representa diferenças importantes entre as duas análises.

Abaixo são apresentados todos os cálculos, dimensionamentos e verificações de serviço da viga protendida analisada como modelo de pórtico plano. São também apresentadas comparações e considerações dos resultados obtidos com os dois modelos de análise.

## Cálculo dos esforços pelo modelo de pórtico plano

Nas próximas três figuras – 43, 44 e 45 –, apresentam-se os momentos fletores obtidos com uma análise por pórtico plano, separando-se, em cada figura, os diagramas das vigas e dos pilares. As barras do pórtico plano que representam os pilares têm os parâmetros geométricos mostrados no início deste exemplo, ou seja, possuem as extremidades engastadas, pé-direito de 3,0 metros acima e abaixo da viga, os pilares internos têm seção quadrada de 50 por 50 centímetros e os externos, de 30 por 30. Da mesma forma que na análise anterior por viga contínua, os momentos são calculados individualmente para cada carregamento característico e depois combinados de acordo com as verificações a serem feitas.

Inicialmente, na figura 43, mostram-se os diagramas de momentos fletores característicos dos carregamentos permanentes *g* e variáveis *q*, separadamente para a viga e os pilares.

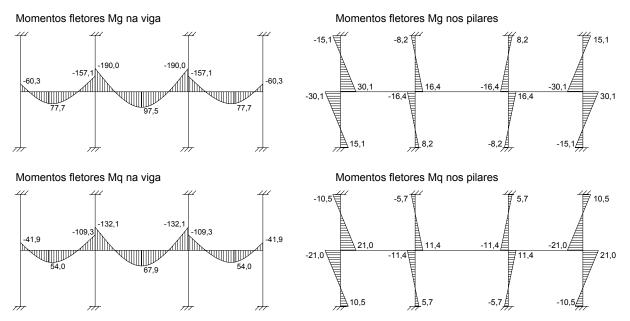


Figura 43: Momentos característicos permanentes  $M_{g,k}$  e variáveis  $M_{g,k}$  pelo modelo de pórtico plano

Independentemente do modelo de análise dos esforços, o traçado dos cabos de protensão é o mesmo nos dois casos. Por esse motivo, uma vez calculado o carregamento equivalente de protensão  $w_p$ , ele pode ser aplicado sem modificações ao modelo de viga contínua ou ao modelo de pórtico plano.

Ao se aplicar esse carregamento no modelo de pórtico plano, obtêm-se os diagramas de momentos fletores mostrados na figura 44, que se referem ao carregamento equivalente de protensão completo, inclusive com as forças horizontais P de protensão aplica nas extremidades da viga.

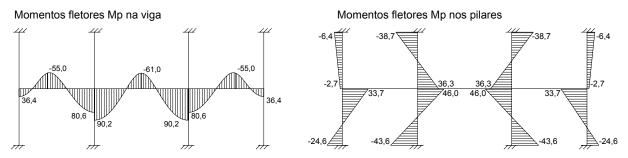


Figura 44: Momentos característicos de protensão  $M_{p,k}$  pelo modelo de pórtico plano

A parcela isostática  $M_{p1}$  do momento de protensão é função apenas do traçado e das forças do cabo, por isso o diagrama de momentos isostático é exatamente o mesmo apresentado anteriormente para o modelo de viga contínua. Como os momentos isostáticos não sofrem nenhuma influência dos apoios ou das vinculações da estrutura, os pilares não possuem esforços isostáticos de protensão.

Fazendo-se a subtração de  $M_{p1}$  em  $M_{p,k}$ , obtém-se a distribuição dos momentos hiperestáticos  $M_{p2}$  na estrutura. Uma vez que não há momentos isostáticos de protensão nos pilares, o diagrama nos pilares, mostrado na figura 44, é o diagrama de momentos hiperestáticos.

Apresentam-se, na figura 45, os momentos hiperestáticos  $M_{h2}$  da viga e dos pilares.

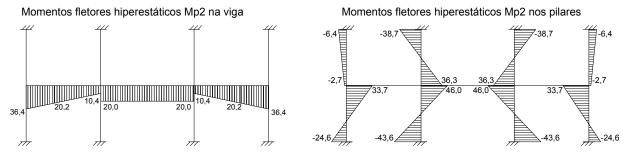


Figura 45: Momentos hiperestáticos de protensão  $M_{p2}$  pelo modelo de pórtico plano

Em hipótese, considerando que, na estrutura, atua somente a força de protensão P nas extremidades da viga, são produzidos momentos fletores apenas nos pilares. Na viga não surgem nem momentos isostáticos nem hiperestáticos. Tal comportamento deve-se às características simétricas dessa estrutura em particular. Além disso, os pilares oferecem certa restrição ao encurtamento da viga, portanto absorvem parte da força de protensão P, e, como pode ser visto na figura 46, o esforço normal não é o mesmo de vão a vão em função da interação da viga com os pilares.

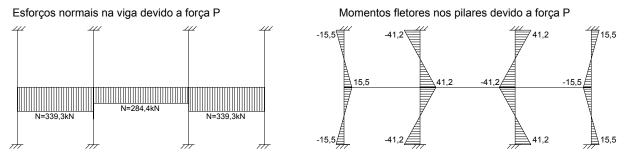


Figura 46: Esforço normal  $N_p$  e momentos hiperestáticos  $M_{p2}$  quando atua somente a força de protensão P

Observando os diagramas de momentos fletores de protensão, obtidos nos dois modelos e mostrados nas figuras 38, 44 e 45, podem-se destacar as seguintes considerações:

- Os momentos isostáticos de protensão são exatamente os mesmos nos dois modelos de análise, uma vez que dependem apenas do esforço P e da excentricidade do cabo em cada seção.
- 2. Se (a) o diagrama de momentos totais de protensão é a soma das parcelas isostáticas e hiperestáticas e (b) os momentos isostáticos dependem exclusivamente do traçado do cabo e do esforço P sendo exatamente o mesmo nos dois modelos analisados, então a diferença entre os diagramas de momentos totais obtidos nos dois modelos é devida somente aos esforços hiperestáticos.
- 3. Analisando os diagramas de momentos hiperestáticos  $M_{p,2}$ , nas figuras 38 e 44, nota-se que há uma diferença considerável, tanto nos valores obtidos como na forma dos diagramas. Isso se deve a influência dos pilares na distribuição dos esforços ao longo da estrutura.
- 4. Na figura 45, mostra-se, à esquerda, o diagrama de momento hiperestático na viga e, à direita, nos pilares. Esses momentos são gerados pelas restrições aos deslocamentos horizontais, verticais e às rotações dos apoios. No modelo de pórtico plano, essas três restrições são consideradas em todos os nós, mas, no modelo de viga contínua, apenas as restrições ao deslocamento vertical são levadas em conta.
- **5.** Alternativamente se pode dizer que, no modelo de pórtico plano, existe hiperestaticidade ao momento fletor e ao esforço normal, enquanto, no modelo de viga contínua, existe hiperestaticidade ao momento fletor apenas.
- 6. Pode-se afirmar, então, que uma das grandes diferenças entre as análises de elementos protendidos por modelos de viga contínua e pórtico plano é a obtenção de diagramas de esforços hiperestáticos.

A figura 46 mostra os esforços que surgem na estrutura considerando apenas a força de protensão P aplicada no centro geométrico nas extremidades da viga. Se o modelo de análise adotado fosse de viga contínua, o único esforço que surgiria seria um esforço normal de compressão constante ao longo de todos os vãos da viga. Agora, com o modelo de pórtico plano, surgem outros esforços. No lado esquerdo da figura 46, representa-se o esforço normal de compressão na viga, que diminui de intensidade de vão a vão. Essa diminuição se dá em função de

os pilares absorverem parte desse esforço ao se deformarem horizontalmente. Devido a esse deslocamento, surgem os momentos fletores nos pilares, mostrados no lado direito da figura 46. Tais momentos podem ser denominados: momentos fletores devido à hiperestaticidade ao esforço normal.

Uma boa parte dessas considerações a respeito de esforços hiperestáticos em pórticos planos, consta na dissertação defendida por Koerich (2004), nesta universidade. Que, em suas conclusões, comenta com propriedade que "[...] em estruturas de pórtico, [...] a hiperestaticidade ao esforço normal implica em esforços adicionais à estrutura, alterando significativamente os momentos fletores nos pilares e o esforço normal na viga protendida.". Em seguida, no mesmo parágrafo, adiciona: "Em alguns casos, [...] se não houver uma análise adequada das tensões na seção, pode-se comprometer o funcionamento da peça [...] em serviço".

#### Verificação das tensões em serviço no concreto

Assim como no modelo de viga contínua, aqui a distribuição de tensões ao longo da viga é obtida a partir da combinação freqüente dos momentos. As tensões são calculadas apenas nas seções críticas, as quais são as mesmas do modelo anterior, porém a seção do apoio interno B possui solicitações distintas nos lados esquerdo e direito. A expressão usada para calcular essas tensões é a mesma apresentada anteriormente:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_c} \pm \frac{M_{d,ser}}{W}$$

entretanto, como aqui os pilares são considerados no modelo de cálculo e por isso absorvem parte da força de protensão *P*, o esforço normal deixa de ser constante ao longo de toda a viga.

A tabela 14 apresenta as tensões  $\sigma_c$  nos bordos superiores e inferiores das seções críticas, e os esforços obtidos pelo modelo de pórtico plano.

Tabela 14: Tensões de serviço nas seções críticas da viga depois de todas as perdas de protensão, na análise pelo modelo de pórtico plano

		A	AB	B <sub>esq</sub>	B <sub>dir</sub>	ВС
Posição da seção [m]		0,0	3,0	8,0	8,0	13,0
Md,ser [kNm]		-40,7	+44,3	-120,2	-152,6	+63,7
Esforço normal N [kN]		-339,3	-339,3	-339,3	-284,4	-284,4
Tensão σ <sub>c</sub> no concreto	Sup.	+0,6	-6,5	+7,2	+10,3	-7,7
[MPa]	Inf.	-6,2	+0,9	-12,8	-15,1	+2,9

Nota(s):

1. Compressão máxima: 0,7 fck = -21,0 MPa

Comparando as tensões obtidas pelos dois modelos de análise, percebe-se que não há variações significativas dos valores de tensões. A maior variação ocorre nas seções dos apoios A e D, onde o momento de serviço passa de zero, por viga contínua, a  $M_{d,er}$ =-40,7kNm, por pórtico

<sup>2.</sup> Tração de fissuração (ELS-F): 1,5 fctk,inf = +3,0 MPa

plano. Nas seções mais solicitadas, as tensões e os momentos de serviço praticamente não se alteram. Assim o comportamento da viga continua sendo de protensão parcial nos apoios internos e de protensão limitada nos vãos.

A análise elástica das tensões no elemento de concreto protendido é função das propriedades geométricas das seções transversais – área bruta  $\mathcal{A}_{\epsilon}$  e módulo resistente elástico W – e, também, dos esforços atuantes – esforço normal de protensão P e momento de cálculo em serviço  $M_{d,ser}$ . Independentemente do modelo de cálculo utilizado, as propriedades geométricas não se alteram, pois se tratam de análises elásticas. No entanto obtêm-se valores de esforços diferentes ao se utilizar modelo de viga contínua ou de pórtico plano.

Conforme comentado nos parágrafos anteriores, os momentos totais de protensão são diferentes em função dos esforços hiperestáticos, que são calculados de forma mais precisa nos modelos de pórtico plano. Além disso, os diagramas de momentos dos carregamentos externos *g* e *q* também são levemente distintos devido à análise conjunta de vigas e pilares em modelos de pórtico plano. Esses momentos têm valores com diferença um pouco mais acentuada nos apoios extremos da viga, como pode ser comprovado comparando-se as figuras 37 e 43.

Entretanto, apesar dessa diferença nos esforços obtidos nos dois modelos, as tensões nas seções críticas praticamente não se alteram. Por exemplo, a seção BC, no meio do vão central, tem tensão de tração no bordo inferior de  $\sigma_{c,inf}$ =+2,7MPa, no modelo de viga contínua, e de  $\sigma_{c,inf}$ =+2,9MPa, no modelo de pórtico plano. Ambas não excedem a resistência à fissuração do concreto  $\sigma_r$ =+3,0MPa. Ou, ainda, na seção B no apoio central, as tensões de tração no bordo superior são de  $\sigma_{c,sup}$ =+9,4MPa, com viga contínua, e  $\sigma_{c,sup}$ =+10,3MPa, com pórtico plano. Já, nas seções nos apoios de extremidade da viga, as tensões possuem uma diferença mais significativa. Podendo-se citar as tensões de compressão no bordo inferior que são de  $\sigma_{c,inf}$ =-3,0MPa, para viga contínua, e de  $\sigma_{c,inf}$ =-6,2MPa, para pórtico plano. Sendo que nenhuma dessas tensões ultrapassa a resistência à compressão do concreto, que é de 0,7 $f_{c,e}$ =-21,0MPa.

Por fim, pode-se afirmar que há realmente diferença entre as tensões de tração e compressão no concreto calculadas pelos dois modelos, e que, porém, essas diferenças não são significativas na limitação das tensões em serviço. De modo que, para análises elásticas de tensões, o modelo de viga contínua seria preferível, apesar de o modelo de pórtico plano ser mais realista.

#### ELU: Estado limite último de flexão

Nas seções críticas da viga, os momentos solicitantes de cálculo obtidos pelo modelo de pórtico plano são:

$$\begin{split} M_{S,d}(A) &= 1,4 \cdot \left(-60,3\right) + 1,4 \cdot \left(-41,9\right) + 0,9 \cdot \left(+36,4\right) = -110,3kNm \\ M_{S,d}(AB) &= 1,4 \cdot \left(+77,7\right) + 1,4 \cdot \left(+54,4\right) + 1,2 \cdot \left(+20,2\right) = +208,6kNm \\ M_{S,d}(B_{esq}) &= 1,4 \cdot \left(-157,1\right) + 1,4 \cdot \left(-109,3\right) + 0,9 \cdot \left(+10,4\right) = -363,6kNm \end{split}$$

$$M_{S,d}(B_{dir}) = 1,4 \cdot (-190,0) + 1,4 \cdot (-132,1) + 0,9 \cdot (+20,0) = -432,9kNm$$
  
 $M_{S,d}(BC) = 1,4 \cdot (+97,5) + 1,4 \cdot (+67,9) + 1,2 \cdot (+20,0) = +255,6kNm$ 

Como se nota, ao serem comparados os momentos solicitantes de cálculo  $M_{S,d}$  obtidos pelos dois modelos de cálculo, há uma diferença mais significativa de valores somente nas seções A e AB, próximas do início (ou do final) da viga, cujas solicitações, no entanto, são relativamente baixas. As seções dos apoios internos ( $B_{dir}$ ) e do meio do vão central (BC), que possuem as solicitações mais elevadas, apresentam valores bastante próximos aos obtidos pelo modelo de viga contínua.

Apesar de esses momentos últimos resultarem em valores próximos pelos dois modelos de análise, chama-se atenção para a sensível diferença entre os dois diagramas de momentos hiperestáticos de protensão. A estrutura estudada neste exemplo tem simetria em relação ao eixo da viga, portanto as forças horizontais P de protensão não produzem momentos hiperestáticos na viga. Além disso, a parcela vertical  $w_p$  do carregamento equivalente de protensão causa momentos hiperestáticos relativamente baixos em comparação com os momentos permanentes  $M_{g,k}$  e  $M_{g,k}$  variáveis. Talvez uma estrutura em que os momentos hiperestáticos contribuam com uma parcela mais significativa nas combinações de momentos últimos, o dimensionamento da viga no ELU produza resultados diferentes ao se utilizar análise por viga contínua ou por pórtico plano.

#### ELS-W: Estado limite de serviço de abertura de fissuras

Apenas as seções da viga próximas aos apoios centrais possuem tensões de tração –  $\sigma_{c,esq}$ =7,2MPa e  $\sigma_{c,dir}$ =10,3MPa – que excedem a tensão de fissuração do concreto que é igual a  $\sigma_r$ =3,0MPa. Portanto verifica-se a abertura de fissuras da seção à direita de B que é a mais solicitada.

O momento fletor de serviço para a verificação de abertura de fissuras é obtido pela combinação freqüente dos momentos característicos:

$$M_{d,ser} = M_{g,k} + M_{p,k} + \psi_1 \cdot M_{q,k} = (-190,0kNm) + (90,2kNm) + 0,4 \cdot (-132,1kNm)$$
  
 $M_{d,ser} = -152,6kNm$ 

Como se utiliza o mesmo arranjo de armaduras definido na análise anterior por viga contínua, os parâmetros da seção transversal, necessários para a estimativa da abertura de fissuras da viga, são os mesmos ilustrados na figura 41. Com a análise por pórtico plano, o único parâmetro que tem o valor modificado é a tensão  $\sigma_s$  nas armaduras passivas, porque se alteram o esforço normal da viga e o momento de serviço. A tensão  $\sigma_s$  passa então de  $\sigma_s$ =13,0kN/cm², no modelo de viga contínua, para:

$$\sigma_{s} = \alpha_{e} \cdot \frac{P_{\infty}}{A_{II}} + \alpha_{e} \cdot \frac{M_{d,ser} \cdot (d_{s} - x_{II})}{I_{II}} = 15 \cdot \frac{284,4kN}{784,3cm^{2}} + 15 \cdot \frac{15260kNcm \cdot (53,9cm - 24,55cm)}{328.339cm^{4}}$$

$$\sigma_s = -5.4kN/cm^2 + 20.4kN/cm^2 = 15.0kN/cm^2 = 150MPa$$

MESTRANDO: Diogo Schreiner Zanette
ORIENTADOR: Daniel Domingues Loriggio

A abertura de fissuras w é, então, dada pelo menor valor entre as duas expressões a seguir:

$$w_{1} = \frac{\phi}{12.5 \cdot \eta_{1}} \cdot \frac{\sigma_{s}}{E_{s}} \cdot 3 \cdot \frac{\sigma_{s}}{f_{ctm}} = \frac{16.0mm}{12.5 \cdot 2.25} \cdot \frac{150MPa}{210.000MPa} \cdot \frac{3 \cdot 150MPa}{2.90MPa} = 0.06mm$$

$$w_2 = \frac{\phi}{12.5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left(\frac{4}{\rho_r} + 45\right) = \frac{16.0mm}{12.5 \cdot 2.25} \cdot \frac{150MPa}{210.000MPa} \cdot \left(\frac{4}{0.04448} + 45\right) = 0.05mm$$

Como  $w_2 = 0.05mm < w_k = 0.20mm$ , a viga respeita o ELS-W.

Comparando-se os parâmetros que se alteram do modelo de viga contínua para o modelo de pórtico plano: o momento de serviço  $M_{d,ser}$  passa de 148,4kNm para 152,6kNm, o esforço normal P passa de 360,0kN para 284,4kN e a tensão  $\sigma_{\rm s}$  nas armaduras passa de 130MPa para 150MPa. Apesar dessas alterações, o valor estimado para as aberturas de fissuras permanece exatamente o mesmo.

## ELS-DEF: Estado limite de serviço de deformação excessiva

Como o modelo de pórtico plano também é uma análise elástica, as deformações imediatas ao longo do elemento podem ser calculadas aplicando diretamente o carregamento de serviço. A combinação quase-permanente dos carregamentos é exatamente a mesma calculada para o modelo de viga contínua, porque o carregamento equivalente  $w_p$  de protensão que se aplica no modelo de viga contínua é o mesmo no pórtico plano, apesar de os momentos obtidos nos dois modelos serem diferentes. Uma vez processada a análise por pórtico plano, obtêm-se o diagrama de momentos de serviço e o traçado da linha elástica da estrutura mostrados na figura 47.

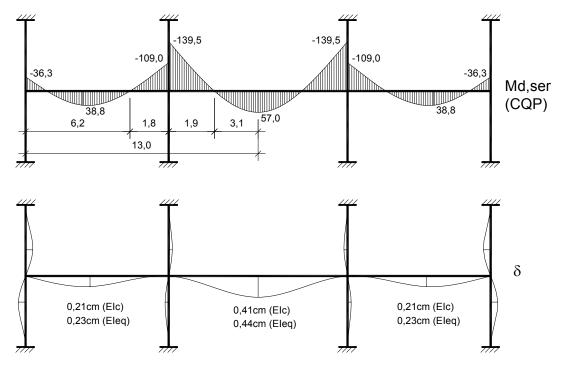


Figura 47: Cálculo das flechas imediatas δ₀ ao longo da viga pelo modelo de pórtico plano

Da mesma forma que na análise por viga contínua, as seções fissuradas estão próximas aos apoios internos. Para levar em conta a diminuição da rigidez à flexão devido ao nível de fissuração existente nesses locais, calcula-se a rigidez equivalente. Portanto têm-se os seguintes momentos de fissuração:

$$M_{r,B(esq)} = \frac{339,3}{1200} \cdot 12000 + 8060 + 1,5 \cdot 0,29 \cdot 12000 = 33,9 + 52,2 = 166,7kNm$$

$$M_{r,B(dir)} = \frac{284,4}{1200} \cdot 12000 + 9020 + 1,5 \cdot 0,29 \cdot 12000 = 28,4 + 52,2 = 170,8kNm$$

e os seguintes momentos de inércia equivalentes:

$$I_{eq,B(esq)} = 283.404 \text{ cm}^4$$

$$I_{ea\ B(dir)} = 238.095\ cm^4$$

O momento de inércia equivalente para todo o elemento pode ser obtido, de maneira aproximada, pela média ponderada das inércias de cada trecho:

$$\overline{I_{eq}} = \frac{1}{13m} \cdot \left[ 360.000cm^4 \cdot (6,2+3,1)m + 283.404cm^4 \cdot (1,8)m + 238.095cm^4 \cdot (1,9)m \right]$$

$$\overline{I_{eq}} = 331.577 cm^4$$

Considerando esse momento de inércia equivalente médio para toda a viga contínua, obtém-se o valor de  $\delta_0$ =0,44cm para a flecha máxima no vão central. Assim, a flecha final diferida pode ser obtida por:

$$\delta_{co} = \delta_0 \cdot (1 + \varphi) = 0.44 cm \cdot (1 + 2.2) = 1.4 cm$$

que respeita o limite máximo de L/250: 4,0cm.

Da mesma forma que nas outras verificações de serviço, o cálculo das deformações ao longo do elemento não teve diferenças significativas, apesar de as solicitações terem valores diferentes.

# 5 Conclusões e Recomendações

Na última década, no Brasil, vem aumentando o número de obras cujas estruturas utilizam o sistema de monocordoalhas engraxadas e plastificadas. Esse tipo de protensão vem sendo utilizado no exterior desde meados da década de 1950, principalmente nos EUA e na Europa, onde os procedimentos para execução e para projeto já estão bem definidos e consolidados. No Brasil, porém, esses procedimentos ainda encontram-se em fase de adaptação.

# 5.1 Considerações Iniciais

A proposta inicial desta dissertação foi a de fazer uma revisão dos critérios de projeto da, então recém publicada, NBR6118:2003 e, a seguir, calcular uma viga isostática como exemplo de aplicação desses critérios. A revisão bibliográfica preliminar da pesquisa foi feita com base em comparações entre os conceitos e procedimentos de cálculo de vigas protendidas com cabos com injeção de nata de cimento, com aderência posterior, e cabos com cordoalhas engraxadas.

A primeira característica que ficou evidente dessa comparação foi justamente que as cordoalhas engraxadas não formam aderência com o concreto em seu entorno, de maneira que o aço pode deslizar-se dentro da bainha. Isso não permite a consideração da hipótese de compatibilidade de deformações entre aço e concreto, implicando na necessidade de alteração de dois procedimentos de projeto em especial:

- cálculo da tensão no aço da armadura ativa não aderente no estado limite último;
- cálculo das perdas progressivas de protensão de cabos não aderentes.

Para a avaliação da tensão nas armaduras ativas não aderentes, a NBR6118:2003 apresenta uma formulação alternativa que possibilita contornar satisfatoriamente essa questão. No entanto, para o cálculo das perdas progressivas, apresenta somente processos para cabos com aderência entre aço e concreto.

Uma outra característica que acompanha o sistema de monocordoalhas engraxadas é a preferência pela protensão parcial. Emprega-se o termo preferência, porque não há nada que obrigue o uso de protensão parcial nessas estruturas. Porém existem algumas vantagens em se

utilizar esse nível de protensão, como visto no item 2.1.3, que trata das vantagens e desvantagens do sistema de monocordoalhas engraxadas.

Em elementos de concreto com protensão parcial, as verificações de serviço deixam de ser apenas análises elásticas de tensões nas seções. Como os elementos encontram-se fissurados em serviço, passa a ser necessário o controle da abertura máxima das fissuras. Para essa avaliação, a NBR6118:2003 apresenta uma formulação voltada para concreto armado, mas que pode ser adaptada para concreto protendido. Entretanto o texto da norma não é suficientemente preciso nos critérios para essa adaptação.

O emprego de protensão parcial em vigas implica, também, em algumas considerações adicionais no cálculo das deformações imediatas em serviço. Com protensão completa ou limitada, as seções encontram-se íntegras, sendo usual o cálculo dessas deformações por métodos elásticos a partir da rigidez bruta do elemento. Diferentemente do cálculo das deformações em elementos com protensão parcial, em que a perda de rigidez em função da fissuração deve ser levada em conta.

Um procedimento para a consideração das fissuras no cálculo da rigidez é apresentado pela NBR6118:2003, para elementos de concreto armado. A norma indica que esse procedimento pode ser usado em concreto protendido, desde que a protensão seja levada em conta. Mas não indica precisamente como.

## 5.1.1 Objetivos da dissertação

A partir dessas considerações, definiram-se os objetivos para a dissertação, os quais foram todos atendidos. O principal objetivo desta dissertação foi o de apresentar, discutir e sugerir critérios de projeto para dimensionamento e verificação de vigas parcialmente protendidas com cordoalhas engraxadas e plastificadas. Para alcançar esse objetivo, fez-se, então, um estudo mais aprofundado dos conceitos gerais de projeto desse tipo de estrutura, dos quais se podem destacar os seguintes:

- · protensão parcial;
- perdas de protensão em cabos não aderentes;
- representação da protensão por carregamentos externos equivalentes;
- estado limite último de flexão ELU;
- estado limite de serviço de abertura de fissuras ELS-W;
- estado limite de serviço de deformações excessivas ELS-DEF.

Os principais institutos normalizadores passaram a considerar as estruturas de concreto armado e as de concreto protendido como sendo de um mesmo tipo, dessa forma unificaram-se as prescrições para qualquer estrutura de concreto. A norma brasileira NBR6118:2003 seguiu essa tendência, porém, como visto, alguns procedimentos não estão suficientemente esclarecidos em seu texto. Assim os critérios apresentados pela NBR6118:2003 foram comparados e

complementados pelos critérios de duas normas atuais reconhecidamente importantes: o eurocódigo EN1992:2004 e a norma americana ACI318:2002.

# 5.2 Projeto de Vigas de Concreto

Ao se projetar elementos de concreto armado, a prática usual é, inicialmente, dimensionar e definir as armaduras em função da capacidade resistente no ELU e, a seguir, proceder às verificações de ELS, como deformação excessiva ELS-DEF e abertura de fissuras ELS-W.

Para elementos de concreto protendido, com protensão completa ou limitada, a prática mais aceita e recomendada na literatura especializada é, em um primeiro momento, o dimensionamento da seção e a escolha das armaduras ativas em função da limitação de tensões — respeitando os estados limites de serviço de formação de fissuras ELS-F, de descompressão ELS-D e de compressão excessiva ELS-CE. Então, em um segundo momento, acrescentam-se armaduras passivas de modo que as seções possuam suficiente capacidade para resistir aos esforços majorados de ELU. Por fim são feitas as demais verificações de serviço necessárias, especialmente a de deformação excessiva ELS-DEF.

No caso de concreto com protensão parcial, os elementos encontram-se fissurados já sob carregamentos de serviço, devido ao baixo grau de protensão. Uma vez que não há como se adotar um limite para as tensões de tração nesses elementos, a escolha das armaduras protendidas pela abordagem clássica de concreto com protensão completa ou limitada não é aplicável. Da mesma forma, partir diretamente para o dimensionamento no ELU, como é feito no concreto armado, não é possível, porque as armaduras ativas ainda não estão definidas.

Para contornar essa questão, uma proposta seria definir o traçado dos cabos e a força de protensão a partir da idéia auxiliar de carregamentos balanceados. Na qual se admite que os esforços de protensão geram um carregamento externo equivalente que contrabalança uma parcela dos carregamentos permanentes ou variáveis aplicados no elemento. A seguir, pode-se proceder a uma verificação das tensões em serviço, com o objetivo de se avaliar se os limites para as tensões de compressão são obedecidos e quais seções do elemento encontram-se fissuradas. Nessa altura do projeto, resta fazer as verificações de ELU, ELS-DEF e ELS-W. Como o elemento encontra-se fissurado em serviço, as verificações de deformação e de abertura de fissuras exigem o conhecimento efetivo das armaduras passivas existentes, as quais podem ser determinadas a partir de uma verificação da resistência das seções no ELU.

#### Proposta de uma sequência para projeto de vigas

Olhando o projeto de estruturas de concreto a partir de um outro ponto de vista, pode-se dizer que determinado elemento pode ser classificado pelo nível de protensão aplicado, definido pelo valor da tensão de tração existente nas seções transversais. Por essa abordagem pode-se ter uma variação desde o concreto armado, com um nível de protensão igual a zero, até o concreto protendido com protensão completa. Ou ainda tal elemento classificado como concreto

protendido com protensão parcial, cujo nível de tensão em serviço possibilita a fissuração do concreto, ou como concreto protendido com protensão limitada, onde as tensões de tração não ultrapassam a resistência à fissuração do concreto.

Por esse ponto de vista, pode-se propor uma mesma sequência para o projeto de elementos fletidos de concreto, com qualquer nível de protensão. A qual pode ser resumida nas seguintes etapas:

- 1. Pré-dimensionamento da seção de concreto
- 2. Escolha do traçado dos cabos e da força de protensão
- 3. Verificação das tensões em serviço: ELS-F, ELS-D e ELS-CE
- 4. Verificação da resistência à flexão no ELU e escolha das armaduras passivas
- 5. Verificação da abertura das fissuras: ELS-W
- 6. Verificação das deformações excessivas: ELS-DEF
- 7. Verificação da resistência ao cisalhamento no ELU
- 8. Detalhamento

# 5.3 Esforços de Protensão em Vigas

Um dos tópicos mais detalhadamente estudados nesta dissertação foi a maneira de se representar os esforços de protensão em vigas. Especial atenção foi dada ao método dos carregamentos externos equivalentes. Essa abordagem considera a protensão como casos de carregamentos adicionais que podem ser aplicados a análises elásticas, como modelos de viga contínua e pórtico plano. Além disso, essa abordagem é a base para a utilização do método dos carregamentos balanceados. Essa é uma forma bastante simples e completa de se obter os esforços isostáticos e hiperestáticos de protensão.

# 5.3.1 Representação da protensão

É recorrente a idéia de que os esforços hiperestáticos de protensão são complicados ou difíceis de serem calculados em estruturas estaticamente indeterminadas. Apesar disso, ao longo da dissertação, teve-se como meta propor um procedimento de análise de esforços para vigas contínuas que fosse possível de ser calculado manualmente e com o mínimo de necessidade de processos computacionais.

Atualmente, encontram-se disponíveis vários programas comerciais ou, inclusive, de uso gratuito, baseados em cálculo matriciais, para análise linear de estruturas formadas por barras. São programas com interface gráfica, de fácil introdução de dados e que fornecem rapidamente resultados bastante precisos. Com o uso de programas matriciais para análise de esforços, é muito fácil e rápido obter os esforços isostáticos e hiperestáticos de protensão. Isso se deve à facilidade

com que um carregamento externo de protensão pode ser inserido em um modelo de viga contínua ou de pórtico plano.

Conforme visto ao longo da dissertação, ao aplicar um carregamento externo equivalente em um modelo de análise linear, obtém-se um diagrama de momentos  $M_p$ , que é igual à soma dos diagramas de momentos isostáticos  $M_{p1}$  e hiperestáticos  $M_{p2}$ . Foi visto, também, que, para estruturas com qualquer grau de hiperestaticidade, a parcela isostática dos momentos pode ser obtida, simplesmente, pela multiplicação da força P e da excentricidade e do cabo, ou seja:

$$M_{p} = M_{p1} + M_{p2} = P \cdot e + M_{p2}$$

Mas, considerando uma viga isostática, a parcela de momentos hiperestáticos  $M_{p2}$  é igual a zero. De modo que o momento de protensão é formado apenas pela parcela isostática:

$$M_p = P \cdot e$$

Em estruturas isostáticas, é bastante comum a recomendação de que a maneira mais simples de se considerar os efeitos da protensão é diretamente pela multiplicação da força de protensão P pela excentricidade e do cabo, na seção considerada. No entanto essa é uma recomendação exageradamente simplificada, porque a parcela de momentos isostáticos de qualquer estrutura é sempre calculada pela multiplicação da força P pela excentricidade e, e, como em estruturas isostática nunca existem esforços hiperestáticos, essa é a única parcela que há.

Uma vez calculados os carregamentos externos equivalentes, os hiperestáticos são facilmente obtidos. A maneira de se obter esses esforços foi bastante discutida ao longo da dissertação e demonstrada nos exemplos de aplicação. Como os momentos isostáticos de protensão só dependem do traçado dos cabos e da força de protensão, eles não são modificados pelos vínculos nos apoios. Assim, os hiperestáticos podem ser obtidos pela seguinte subtração:

$$M_{p2} = M_p - M_{p1}$$

Com o cálculo dos esforços de protensão pela abordagem de carregamentos externos equivalentes, é possível analisar elementos que possuam cabos com diferentes traçados. Por exemplo, pode-se ter cabos terminando em apoios centrais ou no meio dos vãos, ou ainda ancoragens passivas colocadas no topo, na base ou em qualquer altura dentro do elemento. Nesses casos, para cada traçado diferente, calcula-se um carregamento externo equivalente.

## 5.3.2 Carregamentos balanceados

Conforme visto ao longo do texto e, principalmente, nos exemplo de aplicação, a idéia de carregamentos balanceados é um recurso auxiliar ao método dos carregamentos externos equivalentes. Auxiliar, porque não é um parâmetro a ser buscado ou atingido, mas que ajuda na escolhas da força de protensão e no traçado dos cabos.

Uma vez escolhidos a seção transversal e o traçado preliminar dos cabos, o próximo parâmetro a ser definido é a força de protensão. A força de protensão pode ser indiretamente

determinada por meio da escolha de um carregamento balanceado. A carga a ser contrabalançada pode ser determinada a partir de fatores objetivos, por exemplo, a abertura máxima de fissuras – ELS-W – ou a limitação das tensões de tração no elemento – ELS-D ou ELS-F. Em vigas, um bom critério é definir o carregamento a ser balanceado para que as deformações – flechas ou contraflechas – do elemento respeitem certos limites.

Geralmente o carregamento balanceado é tido como uma porcentagem das cargas permanentes. Foi o que se fez nos exemplos de aplicação 1 e 3, desta dissertação. Em ambos os exemplos, o critério adotado foi o de aplicar uma protensão para que o elemento tivesse as flechas máximas respeitando o estado limite de deformações excessivas ELS-DEF.

Na viga isostática do exemplo de aplicação 1, o carregamento balanceado foi equivalente a 50% das cargas permanentes. Em serviço, essa viga possui praticamente uma flecha igual à flecha limite, trabalha fissurada tendo, portanto, protensão parcial.

Na viga contínua do exemplo de aplicação 3, o carregamento balanceado foi equivalente a 70% das cargas permanentes. As flechas calculadas possuem grande folga em relação aos limites. Para carregamento de serviço, o elemento fissura-se somente nos apoios centrais. Nas regiões próximas ao meio do vão central, possui tensões de tração menores que as que causam a fissuração do concreto. Pode-se considerar que esse elemento tem protensão parcial nos apoios centrais e protensão limitada no vão central.

Agora, considerando, por hipótese, que a viga contínua do exemplo de aplicação 3 fizesse parte de um pavimento que não admitisse flechas ou contraflechas quando em serviço, talvez, para uma estimativa inicial, pudesse ser aplicado um carregamento balanceado equivalente a 80% ou 90% da carga permanente, uma vez que, com 70% as deformações foram pequenas.

Finalmente, pode-se afirmar que a escolha de um carregamento a ser balanceado é um processo iterativo. O mais importante não é qual porcentagem do carregamento está sendo balanceado, mas que o dimensionamento atenda aos estados limites últimos e de serviço. Lembrando que, para atingir determinado estado limite, pode-se alterar também o tamanho da seção transversal, a armadura passiva e o traçado dos cabos, além da força de protensão.

#### 5.3.3 Efeitos hiperestáticos

Uma das principais diferenças entre as análises por viga contínua e por pórtico plano no projeto da viga do exemplo de aplicação 3, refere-se aos diagramas de momentos hiperestáticos. Na figura 48, abaixo, repetem-se os dois diferentes diagramas obtidos por viga contínua em (a) e por pórtico plano em (c). Nota-se que os diagramas diferem tanto nos valores como na forma.

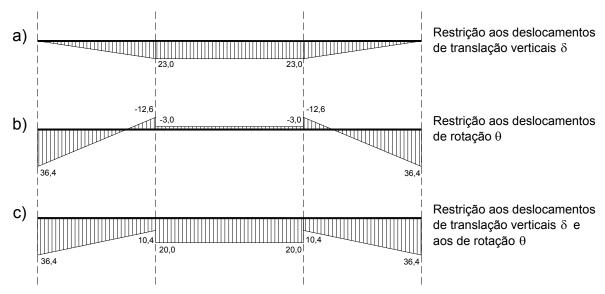


Figura 48: Diagrama de momentos hiperestáticos da viga em função da restrição (a) dos deslocamentos verticais  $\delta$  e (b) dos deslocamentos de rotação  $\theta$ 

Para analisar esses resultados é preciso, primeiro, relembrar a maneira de que os esforços hiperestáticos ocorrem nas estruturas. Ao se aplicar a protensão, os elementos que recebem a carga tendem a se deformar. Impedindo ou restringindo essas deformações acontecem reações para que o elemento mantenha uma configuração deformada possível. Essas reações podem ter origem na restrição a translações ou a rotações. Caso seja impedida a translação de um nó, aparecem reações concentradas, mas se o deslocamento impedido for uma rotação, aparecem momentos concentrados. Então, para que o elemento entre fique em equilíbrio, formam-se esforços hiperestáticos ao longo da estrutura.

No caso da viga do exemplo de aplicação 3, ao receber a protensão, o elemento tende a encurvar-se para cima, mas, como os apoios centrais impedem esse deslocamento, criam-se reações concentradas hiperestáticas que fazem com que a viga mantenha-se conectada a esses apoios. Assim, para que a viga tenha uma deformação compatível com os vínculos adotados, formam-se momentos hiperestáticos ao longo da viga.

Esse comportamento pode ser visualizado no diagrama de momentos hiperestáticos da figura 48(a). Como ocorre impedimento ao deslocamento vertical de translação, aqui considerado como δ, sobre os apoios centrais, aparecem momentos hiperestáticos ao longo da viga. Sendo nulos nos extremos e constante e iguais a 28,0kN entre os apoios centrais. Esse foi o diagrama encontrado com o modelo de viga contínua e usado para as verificações necessárias.

O modelo de pórtico plano, adotado na resolução do exemplo de aplicação 3, além do impedimento à translação vertical  $\delta$  nos apoios centrais, impõe restrição à livre rotação das extremidades da viga. A restrição a essa rotação, aqui considerada como  $\theta$ , é função das rigidezes das viga e dos pilares, e gera momentos concentrados tanto nos nós de extremidade como nos nós dos apoios intermediários. O diagrama desses momentos, gerado exclusivamente pelas restrições à livre rotação dos nós, é mostrado na figura 48(b).

Na análise pelo modelo de pórtico plano, obtém-se o diagrama de momentos hiperestáticos apresentado na figura 48(c), que considera conjuntamente tanto as restrições aos deslocamentos de translação vertical  $\delta$  como às rotações  $\theta$ , nos nós.

Dessas observações, percebe-se que o modelo de pórtico plano é um pouco mais realista, pois considera simultaneamente os efeitos da restrição aos deslocamentos de translação vertical  $\delta$  como às rotações  $\theta$ . Já a análise por viga contínua é mais simplificada, porque considera apenas os efeitos hiperestáticos dos deslocamentos verticais  $\delta$ . Ou seja, a diferença está no número de graus de liberdade admitidos nos modelos de análise. Cabendo ao projetista definir pelo uso de um ou de outro.

De antemão, pode-se dizer que, quando existirem efeitos importantes no que se refere à rotação dos nós, ou seja, quando existirem apoios que ofereçam grande restrição à rotação da viga, o modelo de pórtico plano é preferível, pois os esforços hiperestáticos provenientes das restrições à rotação podem ser melhores avaliados. No entanto, como se viu no exemplo de aplicação 3, o uso do modelo de viga contínua foi suficiente, uma vez que a consideração adicional da restrição às rotações não ocasionaram alterações significativas nas verificações de estados limites últimos e de serviço da viga.

## 5.3.4 Esforços normais de protensão

Os esforços normais de protensão, aplicados nas extremidades pelas ancoragens, somente é transmitido na sua totalidade para a viga se os apoios não oferecerem restrição aos deslocamentos horizontais devidos ao encurtamento da viga. Esse é o caso típico de elementos pré-moldados protendidos na fábrica, onde não há impedimento ao encurtamento ao ser transferida a protensão. No entanto, em se tratando de edifícios, os pilares que apóiam as vigas também se deformam com a aplicação da protensão e, por isso, absorvem parte desse esforço.

Adotando-se um modelo de análise por viga contínua, não é possível levar em conta, com precisão suficiente, a interferência dos pilares na divisão do esforço normal de protensão entre os elementos elasticamente conectados. Simplificadamente se pode admitir que todo o esforço normal seja transferido para a viga, sendo usado assim com seu valor total nas verificações de serviço. Essa consideração provê resultados satisfatórios nos casos em que os pilares têm pouca rigidez à flexão e impõe pouca restrição ao encurtamento da viga. Essa questão foi mostrada no exemplo de aplicação 2, onde pilares com seção 20x60cm absorveram somente 10% do esforço de protensão aplicado.

Há casos em que os pilares que apóiam as vigas possuem grande rigidez à flexão, como o caso mostrado no exemplo de aplicação 2 com pilares-parede de 20x180cm que absorvem 75% da protensão. Nessas situações o modelo de viga contínua retorna resultados bem irreais, de modo que, com o uso do modelo de pórtico plano, pode-se levar em conta, muito satisfatoriamente, a influência dos pilares na absorção de parte do esforço normal de protensão.

Em estruturas de edifícios, é bastante comum que as lajes sejam concretadas em conjunto com as vigas. Conforme mostrado também no exemplo de aplicação 2, as lajes absorvem grande parte dos esforços de compressão da protensão. Esse efeito precisa ser, necessariamente, considerado em tais casos. Porém, nem o modelo de viga contínua nem o de pórtico plano, permitem a avaliação desse efeito de forma adequada.

As verificações de serviço dependem ou são função do esforço normal efetivamente atuante no elemento protendido. Assim, uma melhor análise da efetiva distribuição do esforço normal ao longo da viga protendida, resulta em verificações de serviço mais refinadas. A esse respeito, as seguintes considerações podem ser feitas:

- Nas verificações de tensão nas seções críticas, o esforço normal de compressão realmente transferido ao elemento deve ser considerado na análise.
- Nas verificações de abertura de fissuras, o esforço normal existente na seção de concreto faz diminuir a tensão de tração na armadura passiva que controla a fissuração.
- O cálculo das flechas em vigas protendidas é função do momento de fissuração  $M_r$  que é maior quanto mais comprimido for o elemento, o que faz aumentar a inércia equivalente  $I_{eq}$ , isto é, à medida que maior tensão de compressão é efetivamente transferida para a viga, menor a deformação dela.

A última observação a ser feita diz respeito aos momentos hiperestáticos que podem surgir com a aplicação do esforço normal. Nesta dissertação, todos os exemplos apresentados possuíam, propositalmente, simetria dos pilares em relação ao eixo da viga. No caso de não haver essa simetria, surgiriam momentos hiperestáticos na viga e nos pilares em função da diferença das vinculações impostas aos deslocamentos horizontais e às rotações nos nós. Havendo esses momentos hiperestáticos, eles devem ser levados em conta nas verificações de ELU da viga.

# 5.4 Estados Limites Últimos e de Serviço

Após fazer o pré-dimensionamento da seção transversal e escolher a protensão, calculamse os esforços solicitantes do elemento. Resta, então, proceder às verificações de estados limites últimos e de serviço. No entanto a NBR6118:2003 deixa algumas lacunas ao prescrever procedimentos para essas verificações. Por isso, formam feitas comparações desses critérios com os da norma ACI318:2002 e do eurocódigo EN1992:2004.

#### 5.4.1 Capacidade resistente de flexão ELU

O procedimento clássico para a análise da capacidade resistente de seções de concreto armado ou protendido tem como hipótese básica a perfeita aderência entre o aço e o concreto em seu entorno. Assim se pode considerar que a deformação específica ε do aço é a mesma da deformação da seção plana na altura do centro de gravidade da armadura. A tensão σ na armadura

é, então, obtida do diagrama σxε do aço utilizado. Certamente, essa hipótese não é válida para armaduras não aderentes, como as cordoalhas engraxadas e plastificadas.

A norma NBR6118:2003 apresenta uma equação para o cálculo da tensão no aço de cabos não aderentes no ELU. Com essa equação obtém-se um valor para um acréscimo de tensão  $\Delta\sigma_p$  que pode ser considerado a partir da tensão de pré-alongamento do aço  $\sigma_{pi}$ . Nos exemplos de aplicação apresentados, essa tensão  $\Delta\sigma_p$  teve valores que variaram aproximadamente entre 150MPa e 220MPa.

Aparentemente essa é uma questão bem definida pela normalização. A norma americana ACI318:2002 apresenta exatamente as mesmas recomendações para o cálculo de  $\Delta\sigma_p$ . O eurocódigo EN1992:2004 traz uma recomendação bastante mais simplificada, ou seja, em elementos protendidos com cabos permanentemente não aderentes, o acréscimo da tensão na armadura ativa até o ELU pode ser assumida  $\Delta\sigma_{p,ELU}$ =100MPa.

Com essa consideração de  $\Delta\sigma_p$ , o cálculo da força resultante na armadura ativa no ELU não depende da deformação da seção transversal. Para a NBR6118:2003, uma seção de concreto atende ao ELU se possuir o momento resistente  $M_{R,d}$  maior que o momento solicitante  $M_{S,d}$ . Como uma seção de concreto protendido com cordoalhas engraxadas possui também armaduras passivas aderentes, o momento resistente  $M_{R,d}$  pode ser calculado com um procedimento de verificação usual para concreto armado, acrescentando-se a força resultante referente à protensão.

# 5.4.2 Momento de fissuração $M_r$ em vigas protendidas

O momento fletor que faz iniciar a fissuração de um elemento de concreto armado é calculado de forma simplificada, admitindo-se que o concreto tracionado ainda esteja no estádio I. Assim o momento de fissuração  $M_r$  é aquele que faz com que a borda tracionada da seção atinja um valor convencional  $f_a$  de resistência à tração do concreto.

As normas estudadas – NBR6118:2003, EN1992:2004 e ACI318:2002 – permitem esse procedimento simplificado, no entanto divergem na recomendação de uma resistência à tração convencional para o concreto. A tabela 7, no item 3.4.1, apresenta esses valores. Apesar da diferença de até 50% nos valores das tensões de tração, deve-se preferir a indicação da norma brasileira, uma vez que, teoricamente, estaria mais em conformidade com os concretos feitos no Brasil.

Em um elemento de concreto protendido, a seção em que se formam as primeiras fissuras está inicialmente comprimida pela protensão. Dessa forma, para que o momento externo aplicado faça a borda da seção atingir o valor convencional  $f_{ab}$  causando a primeira fissura, ele deve primeiro neutralizar a tensão de compressão originada pelos carregamentos de protensão.

O momento que faz com que a seção atinja o estado de neutralização pode ser obtido com a formulação do momento de descompressão  $M_0$ , visto no item 3.4.1, e deve levar em conta todos os efeitos da protensão. O momento de fissuração  $M_r$  de uma seção de concreto protendido

é, então, a soma do momento de descompressão e do momento que causa a tensão convencional de tração  $f_{\alpha}$  a partir do estado de neutralização. Essa definição é importante e é usada para a consideração da inércia equivalente do elemento fissurado.

## 5.4.3 Estado limite de serviço de deformações excessivas ELS-DEF

O cálculo da deformação imediata em vigas de concreto, com protensão completa ou limitada, é bastante simples. Uma boa precisão dessas deformações pode ser obtida usando-se as conhecidas fórmulas elásticas da resistência dos materiais e admitindo-se o elemento no estádio I, uma vez que ele não se fissura em serviço. Esse cálculo é simples e preciso, porque o material concreto, quando não fissurado, possui comportamento muito próximo do linear, admitido pela lei de Hooke. Além disso, o momento de inércia pode ser estimado com baixa margem de erro.

No entanto esse não é o comportamento predominante em estruturas usuais de concreto em edificios, pois as estruturas de concreto armado e de concreto parcialmente protendido fissuram-se em serviço. Para essas situações, a NBR6118:2003, seguindo as mesmas recomendações do ACI318:2002, apresenta a formulação de Branson para a consideração da fissuração existente no elemento.

Essa equação, porém, foi elaborada para vigas de concreto armado. Ao aplicar a equação em elementos fissurados de concreto protendido, deve-se modificá-la adequadamente para que seja possível levar em conta os esforços de protensão. O relatório ACI423.5R (1999) recomenda a seguinte equação modificada:

$$I_{eq} = I_{II} + \left(\frac{M_r - M_0}{M_a - M_0}\right) (I_c - I_{II})$$

Algumas considerações sobre a maneira de determinar esses momentos fletores:

- M<sub>0</sub> é o momento de descompressão da seção considerada e deve ser calculado levando em conta todos os efeitos da protensão;
- $M_r$  é o momento de fissuração da seção de concreto protendido, ou seja, é o momento que faz com que, na borda considerada, seja neutralizada a tensão de compressão gerada pela protensão e que atinja a tensão convencional de tração  $f_{g}$ ;
- no cálculo de M<sub>a</sub> não são levados em conta os esforços de protensão, apenas os momentos aplicados em função dos carregamentos permanentes e variáveis atuantes em serviço.

Ao se analisar o termo  $\left(\frac{M_r - M_0}{M_a - M_0}\right)$ , pode-se afirmar que, subtraindo o momento de

descompressão  $M_{\scriptscriptstyle 0}$  de  $M_{\scriptscriptstyle r}$  e  $M_{\scriptscriptstyle a}$ , teoricamente se tem a "redução" de uma seção protendida para uma seção de concreto armado.

As três normas estudadas – NBR6118:2003, EN1992:2004 e ACI318:2002 – adotam o conceito de inércia equivalente  $I_{eq}$  para se levar em conta a fissuração do elemento, tanto para concreto armado como concreto protendido. As três normas impõem praticamente o mesmo limite para as deformações com carregamento de longa duração ou combinação quase-permanente. Porém as semelhanças nas recomendações ficam por aqui, pois as normas não convergem nos critérios para a avaliação das deformações dependentes do tempo.

As prescrições do ACI318:2002 apontam os fatores a serem considerados no cálculo da flecha adicional a longo prazo em elementos de concreto protendido, mas não propõe nenhum procedimento objetivo para essa avaliação. O eurocódigo EN1992:2004 traz algumas expressões em função da fluência e da retração. Já a NBR6118:2003 permite a simples multiplicação da flechas imediatas por um coeficiente de fluência.

O cálculo das deformações imediatas e diferidas é uma etapa importantíssima no projeto de vigas protendidas. Muitas vezes a deformação do elemento é o critério determinante na definição das dimensões da seção transversal de concreto e da quantidade de protensão. Como mostrado ao longo da dissertação, as recomendações das três normas estudadas são suficientes apenas para uma avaliação razoável das deformações totais de vigas parcialmente protendidas. Com os critérios disponíveis nessas normas para seções fissuradas, as deformações imediatas podem ser determinadas com boa precisão, no entanto, para o cálculo das deformações diferidas, ainda se carece de um conjunto de critérios mais bem elaborado.

## 5.4.4 Estado limite de serviço de abertura de fissuras ELS-W

Nas vigas de concreto com protensão parcial, necessita-se verificar se a abertura de fissuras permanece dentro de limites pré-definidos. Nessa questão as normas estudadas também apresentam recomendações que não são uniformes. O ACI318:2002, por exemplo, admite que a abertura máxima das fissuras está controlada se for colocada no elemento uma quantidade mínima de armadura passiva aderente. Essa é uma abordagem bastante prática, mas simplificada, da questão.

A norma brasileira NBR6118:2003 e o eurocódigo EN1992:2004 apresentam recomendações muito semelhantes. Porém, no que trata de vigas protendidas com cabos não aderentes de cordoalhas engraxadas, as duas normas partem de abordagens distintas. Isso resulta em recomendações mais rigorosas para o estado limite de serviço de abertura de fissuras ELS-W, por parte da NBR6118:2003. A tabela 9, no item 3.6, apresenta uma comparação desses critérios, da qual se podem fazer as seguintes considerações:

- 1. As duas normas apresentam um valor, em milímetros, para a abertura máxima das fissuras estimada.
- **2.** As duas normas definem uma combinação de serviço com a qual deve ser calculada a abertura das fissuras.
- **3.** As definições a respeito das classes de exposição ambiental são semelhantes nas duas normas, embora o eurocódigo apresente divisões mais minuciosas para essas classes.

- 4. As duas normas impõem critérios mais rigorosos para elementos protendidos.
- **5.** A NBR6118:2003 apresenta requisitos mais brandos para elementos de concreto armado e mais rigorosos para elementos de concreto protendido, não importando o tipo de cabo de protensão.
- **6.** O eurocódigo EN1992:2002, porém, agrupa sob os mesmos requisitos das estruturas de concreto armado as estruturas protendidas com cabos não aderentes.

Em resumo, pode-se afirmar que as definições para aberturas de fissuras são bastante semelhantes nas duas normas. Mas, no entanto, o eurocódigo agrupa sob as mesmas prescrições tanto elementos de concreto armado como protendido com cabos não aderentes. Em geral, as duas normas convergem e trazem limitações para a abertura de fissuras praticamente iguais para concreto armado e concreto protendido. A divergência entre elas está, especificamente, na classificação das estruturas protendidas com cabos não aderentes. Conforme foi visto ao longo de toda a dissertação, a protensão com cabos não aderentes não se enquadra totalmente nem como concreto armado nem como concreto protendido. Pois, sob certos aspectos, possui comportamento semelhante ao do concreto armado e, sob outros, ao do concreto protendido propriamente dito.

Outro caso que merece destaque diz respeito aos procedimentos para o cálculo da abertura característica de fissuras propostos pelas duas normas. Ambas apresentam suas equações para esse cálculo que, apesar de diferentes, apresentam uma característica em comum: baseiam-se principalmente na tensão  $\sigma_s$  no aço para carregamento de serviço.

No exemplo de aplicação 1, foi feito o cálculo da abertura de fissuras  $w_k$  pelas duas abordagens. Pela NBR6118:2003, a abertura  $w_k$  resulta em 0,10mm e, pelo EN1992:2004, em 0,17mm. Ambos os valores calculados respeitam o limite de 0,20mm, mas apresentam diferença de 60% nessa situação particular. Essa foi apenas uma comparação isolada, da qual não há como tirar maiores conclusões.

Tratando-se especificamente de vigas com protensão parcial e cordoalhas engraxadas, pode-se apontar a seguinte questão referente a projeto: as três normas de projeto estudadas impõem como limitação em serviço uma abertura máxima para as fissuras, entretanto não trazem um critério comum na definição desse limite de abertura, nem apresentam propostas semelhantes para o cálculo da abertura característica  $w_k$ .

## 5.5 Recomendações

Finalmente, apresentam-se abaixo algumas propostas de assuntos que não foram abordados nesta dissertação e que, por sua importância no projeto de estruturas de concreto, merecem um estudo mais aprofundado em trabalhos acadêmicos futuros. Como foi visto ao longo do texto, as normas de projeto estudadas — NBR6118:2003, EN1992:2004 e ACI318:2002 — consideram as estruturas de concreto armado e de concreto protendido como um mesmo tipo de

material e trazem recomendações que, em sua maioria, são convergentes. No entanto, em alguns poucos assuntos, essas normas trazem abordagens distintas, o que indica que ainda não há um entendimento suficiente claro no meio técnico.

O cálculo de perdas progressivas em cabos não aderentes em elementos com protensão parcial é um desses casos. A NBR6118:2003 e o ACI318:2002 não especificam nenhum procedimento para a avaliação dessas perdas, enquanto o eurocódigo EN1992:2004 traz uma expressão que serve para cabos com aderência posterior assim como para cabos não aderentes. A correta avaliação de perdas progressivas é de grande importância em vigas protendidas, porque admitir perdas tanto menores como maiores que os valores reais interferem na verificação dos estados limites de serviço. Por esses motivos, seria de grande valor um estudo comparativo dos vários métodos de cálculo das perdas progressivas que podem ser encontrados na literatura técnica, em normas de projeto ou recomendados por institutos de pesquisa. E também que tal estudo propusesse valores típicos de perdas de protensão em função do tipo e do traçado do cabo.

Uma outra questão que essas três normas ainda não convergiram totalmente diz respeito ao estado limite de abertura de fissuras ELS-W. Essa observação refere-se tanto a estruturas de concreto armado como de concreto parcialmente protendido. Uma situação curiosa é limitação para a abertura de fissuras que as normas NBR6118:2003 e EN1992:2004 impõem aos elementos com cordoalhas engraxadas. Na verdade a diferença está na forma em que cada norma enxerga a protensão com cabos não aderentes: a norma brasileira coloca sob as mesmas recomendações todos os níveis de protensão, independentemente do tipo de cabo, e o eurocódigo admite que a protensão com cabos não aderentes possa ter as mesmas especificações para abertura limite de fissuras dos elementos de concreto armado, portanto mais brandas. Além disso, na viga protendida biapoiada, do exemplo de aplicação 1 desta dissertação, encontrou-se uma diferença de 70% na abertura de fissuras calculada com as formulações propostas pelas duas normas. Uma vez que esse estado limite de serviço é de grande interesse nos projetos de vigas e lajes de concreto, um estudo comparativo das várias e diferentes abordagens para o cálculo da abertura  $w_k$  característica de fissuras disponíveis seria bastante útil.

Uma vez que a deformação diferida em elementos de concreto com protensão parcial é, muitas vezes, o parâmetro que determina o dimensionamento da seção ou a quantidade de armadura ativa, quanto maior a precisão mais eficiente é o projeto de tais elementos. No entanto, conforme visto ao longo da dissertação, as normas estudadas não trazem um procedimento para a consideração do acréscimo de deformações em função da retração e da fluência do concreto. De acordo com o eurocódigo EN1992:2004, o mais rigoroso método para se obter deformações é calcular as curvaturas em seções ao longo do elemento e, então, calcular a deformação por integração numérica. O cálculo minucioso de deformações diferidas é bastante trabalhoso, mas inteiramente possível se forem utilizados programas de computador. Seguindo esse comentário do eurocódigo, propõe-se que seja feito um estudo que contemple a elaboração de um programa de computador para o cálculo das deformações imediatas e diferidas com base nas curvaturas de seções do elemento.

## Bibliografia

## Referências Bibliográficas

(	, Bijan O. <i>Developments in Post-Tensioned Floors in Buildings.</i> In: Intenational Congress on Prestressed Concrete, XI <sup>th</sup> , 1990, Hamburg, Germany. <i>Anais</i> Hamburg: FIP, 1990a
	Load Balancing: A Comprehensive Solution to Post-Tensioning. ACI Structural Journal, v. 87, n. 6. Detroit, US: American Concrete Institute, 1990b.
·	Wedge Forces on Post-Tensioning Strand Anchors. PTI Technical Notes, n. 2. Phoenix, US: Post-Tensioning Institute, 1993a.
(	Developments in Post-Tensioning Building Design. In: Intenational Conference on Concrete Engineering and Technology, 1993, Kuala Lampur, Malaysia. Anais Kuala Lampur: 1993b.
-	Unbonded and Bonded Post-Tensioning Systems in Building Construction - A Design and Performance Review. PTI Technical Notes, n. 5. Phoenix, US: Post-Tensioning Institute, sept. 1994.
	Layout of Post-Tensioning and Passive Reinforcements in Floor Slabs. Technical Notes, n. 8. Phoenix, US: Post-Tensioning Institute, Apr. 2000.
ACI Com	amittee Report. 423. State-of-the-Art Report on Partially Prestressed Concrete - ACI

- 423.5R. Farmington Hills, US: American Concrete Institute, 1999.
- ACI Committee Report. 435. *Control of Deflections in Concrete Structures ACI 435R.* Farmington Hills, US: American Concrete Institute, 1995.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto Procedimento.* Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 2003.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8681: Ações e Segurança nas Estruturas Procedimento.* Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 2003.
- \_\_\_\_\_. *NBR 14931: Execução de Estruturas de Concreto Procedimento.* Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 2003.
- CAUDURO, Eugênio Luiz; LEME, Airton Jerry Holtz. *A Protensão em Edificios Sem Vigas.* In: Congresso Brasileiro do Concreto, 41°, 1999, Salvador. *Anais...* Salvador, BA: IBRACON, 1999.
- CAUDURO, Eugênio Luiz. *Manual para a Boa Execução de Estruturas Protendidas Usando Cordoalhas de Aço Engraxadas e Plastificadas.* Belgo Bekaert Arames Ltda,
  2005.
- THE CONCRETE SOCIETY. *Post-Tensioned Concrete Floors Design Handbook.* Technical Report, n. 48. [London]: 1994.
- GRAZIANO, Francisco Paulo. *Lajes Protendidas com Monocordoalhas Engraxadas.* Partes 1 e 2. Revista Techne, n. 48 e n. 52. São Paulo, SP: Pini, set./out. 2000 e mai./jun. 2001.
- INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. *Prática Recomendada: Comentários Técnicos Ibracon NB-1.* São Paulo, SP: IBRACON, 2003.
- INSTITUTO NACIONAL DE TECNOLOGIA INDUSTRIAL. *Proyecto de Reglamento CIRSOC 201:* Reglamento Argentino de Estructuras de Hormigón, desarrollado em base de Building Code Requieremente for Structuras Concrete (ACI 318-02). Buenos Aires, AR: INTI, 2002.
- KELLEY, Gail. *Prestress Losses in Post-Tensioned Structures.* PTI Technical Notes, n. 10. Phoenix, US: Post-Tensioning Institute, sept. 2000.
- KISS, Paulo. *Os Leves Puxam o Mercado.* Revista Techne, n. 41. São Paulo: Pini, jul./ago. 1999.
- KLEIN, Ralf. *Dimensionamento por Computador de Vigas Simplesmente Apoiadas de Concreto Protendido Pós-Tracionadas.* 2002. 156 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2002. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.

KOERICH, Rodrigo Broering. Estudo de Estruturas Hiperestáticas com a Representação				
da Protensão por Carregamentos Equivalentes. 2004. 192 f. Dissertação				
(Mestradoem Engenharia Civil), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil,				
Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2004. Orientador: Dan				
Domingues Loriggio.				
LEONHARDT, Fritz. <i>Construção de Concreto: Verificação da Capacidade de Utilização.</i> v.4. Rio de Janeiro: Interciência, 1979.				
<i>Construção de Concreto: Concreto protendido.</i> v. 5. Rio de Janeiro: Interciência, 1983.				
LIN, T. Y.; BURNS, Ned H. <i>Design of Prestressed Concrete Structures.</i> Third Edition. New York, US: John Wiley and Sons, 1981.				

- MONN, Joel Neto. *Dimensionamento automático de vigas pré-fabricadas em concreto protendido.* 2004. 137 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, 2004. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.
- MOURA, Márcio Wrague. *Estudo sobre o Traçado de Cabos Pós-Tracionados em Vigas Isostáticas.* 2004. 177 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2004. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.
- PFEIL, Walter. Concreto Protendido: Processos Construtivos / Perdas de Protensão. v. 2. Rio de Janeiro, RJ: Editora LTC, 1983.
   \_\_\_\_\_\_. Concreto Protendido: Dimensionamento à Flexão. Vol. 3. Rio de Janeiro, RJ: Editora LTC, 1984.
   POST-TENSIONING INSTITUTE. Post-Tensioning Manual. 5th Edition. Phoenix, US: 1990.
   \_\_\_\_\_\_. Specification for Unbonded Single Strand Tendons. First Edition. Phoenix, US: 1993.
   SCHMID, Manfred Theodor. Protensão Parcial e Lajes Planas. Revista Ibracon, n. 2. São

\_\_\_\_\_. *Perdas da Força de Protensão - Publicação Técnica 2.* 2ª Edição. São Paulo, SP: Rudloff Industrial, 1998.

Paulo, SP: IBRACON, set./out. 1991.

- Technical Committee CEN/TC250 Structural Eurocodes. prEN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of Concrete Structures Part 1.1: General rules and rules for buildings. Bruxelas: CEN European Committee for Standardization, Apr. 2003.
- THISSEN, Juliano Roberto. *Representação da Protensão por Cargas Externas Equivalentes.* 2001. 152 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2001. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.

## **Bibliografia Consultada**

AALF	AMI, Bijan O. <b>Design of Post-Tensioned Floor Slabs.</b> Concrete International: Design and
	Construction, v. 11, n. 6. [Detroit, US]: American Concrete Institute, Jun. 1989.
	One-Way and Two-Way Post-Tentioned Floor Systems. Post-Tensioning Institute,
	Technical Notes 3. Phoenix, AZ, October, 1993.
	Strength Evaluation of Existing Post-Tentioned Beams ans Slabs – Analytical
	Approach. Technical Notes, n. 4. Phoenix, US: Post-Tensioning Institute, 1994.
	Hiperstatic (Secondary) Actions in Prestressing and Their Computation. Technical
	Notes. Phoenix, US: Post-Tensioning Institute, Dec. 1998.
	Nonprestressed Bonded Reinforcement in Post-Tensioned Building Design.
	Redwood, US: Adapt Technical Publication, 2001.

- AALAMI, Bijan O e JURGENS, Jennifer D. *Guidelines for the Design of Post-Tensioned Floors.* Concrete International: Design and Construction. [Detroit, US]: American Concrete Institute, Mar. 2003.
- AALAMI, Bijan O e KELLEY, Gail S. *Design of Concrete Floors With Particular Reference to Post-Tensioning.* Technical Notes, n. 11. Phoenix, US: Post-Tensioning Institute, 2001.
- ACI Committee Report. 423. *Recommendations for Concrete Members Prestressed with Unbonded Tendons ACI 423.3R.* American Concrete Institute, ACI Structural Journal, v. 86, n. 3. [Farmington Hills, US]: American Concrete Institute, May/June, 1989.
- ALMEIDA FILHO, Fernando Menezes de. *Estruturas de Pisos de Edificio com a Utilização de Cordoalhas Engraxadas.* 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2002.

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6023: Informação e Documentação - Referências - Elaboração. Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 2002. \_. NBR 6027: Informação e Documentação - Sumário - Apresentação. Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 2003. . NBR 6028: Informação e Documentação - Resumo - Apresentação. Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 2003. . NBR 10520: Informação e Documentação – Citações em Documentos -Apresentação. Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 2002. NBR 14724: Informação e Documentação - Trabalhos Acadêmicos -Apresentação. Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 2001. BEER, Ferdinand Pierre; JOHNSTON, Elwood Russell. *Resistência dos Materiais.* 3ª ed. São Paulo: Makron Books, 1995. BELGO Bekaert Arames Ltda. Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido. Catálogo Técnico, 12 págs., set. 2003. BRUGGELING, A.S.G. Concreto Estrutural: da Ciência para a Prática. Tradução do inglês pelos engenheiros Augusto Carlos Vasconcelos e José Zamarion Ferreira Diniz. Revista Construção, Encarte Técnico Ibracon/Pini - Concreto, n. 2223-2271. São Paulo, SP: Pini, set. 1990 – ago. 1991. CAUDURO, Eugênio Luiz. Recomendações para a Boa Execução de Construções em Concreto Protendido com Cordoalhas Engraxadas e Plastificadas. Belgo Mineira, 2000. . Protensão - Em Favor da Leveza. Revista Techne, n. 26. São Paulo, SP: Pini, jan./fev.
- CUNHA, Albino Joaquim Pimenta; SOUZA, Vicente Custódio Moreira. *Lajes em Concreto Armado e Protendido.* 2ª ed. Niterói, RJ: EDUFF; Rio de Janeiro, RJ: Ed. UERJ, 1998.
- EMERICK, Alexandre Anozé. *Projeto e Execução de Lajes Protendidas.* Brasília: mar. 2003.
- FREYSSINET. Sistema Freyssinet de Lajes Protendidas. Catálogo Técnico, 2003.
- HANAI, João Bento. *Fundamentos do Concreto Protendido Notas de Aula.* São Carlos, SP: USP-EESC, 1999.
- IMPACTO PROTENSÃO. Sistema de Protensão Não Aderente com Cordoalhas Engraxadas. Catálogo Técnico.

- KLEIN, Ralf; LORIGGIO, Daniel Domingues. *Dimensionamento por Computador de Vigas Simplesmente Apoiadas de Concreto Protendido Pós-tracionadas.* In: VI SIMPÓSIO EPUSP DE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 2006, São Paulo. Anais do VI Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. 2006. p. 1132-1134.
- KOERICH, Rodrigo Broering; LORIGGIO, Daniel Domingues. *Influência da Rigidez e Hiperestaticidade da Estrutura na Análise de Pórticos Planos Protendidos.* In: 47° CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2005, Recife. Anais do 47° Congresso Brasileiro do Concreto. 2005. v. 1, p. 1-16.
- LORIGGIO, Daniel Domingues. *Notas de Aula de Concreto Protendido.* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2002.
- MAC, Sistema Brasileiro de Protensão. *Ancoragens para Cordoalhas Aderentes e Engraxadas.* Catálogo Técnico, 16 págs, 2002.
- MOURA, Márcio Wrague; LORIGGIO, Daniel Domingues. *Avaliação do Desempenho de Vigas Protendidas sobre Diferentes Traçados de Cabos.* In: 47° CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2005, Recife. Anais do 47° Congresso Brasileiro do Concreto. 2005. v. 1, p. 1-12.
- PFEIL, Walter. *Concreto Protendido: Introdução.* Segunda edição, v. 1. Rio de Janeiro, RJ: Editora LTC, 1988.
- POST-TENSIONING INSTITUTE. *Design of Post-Tensioned Slabs.* Second Edition, Second Printing. Phoenix, US: PTI, 1987.
- POST-TENSIONING INSTITUTE. *Field Procedures Manual for Unbonded Single Strands Tendons.* 2<sup>nd</sup> Edition. Phoenix, US: PTI, July, 1994.
- RUDLOFF INDUSTRIAL. Concreto Protendido. Catálogo Técnico.
- SCHMID, Manfred Theodor. *Lajes Planas Protendidas Publicação Técnica 1.* 2ª Edição. São Paulo, SP: Rudloff Industrial, 2000.
- SCHUPACK, Morris. *Unbonded Performance*. ABI/INFORM Global, pg. 75, Norwalk, US, Oct. 1989.
- THIESEN, Julliano Roberto; LORIGGIO, Daniel Domingues. *Representação da Protensão por Carregamentos Equivalentes.* In: XXX JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 2002, Brasília. Anais das XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural. 2002. v. 1, p. 1-16.

- VASCONCELOS, Augusto Carlos. *O concreto no Brasil: Recordes, Realizações, História.* v.1. São Paulo, SP: Editora Pini, 1992.
- VERÍSSIMO, Gustavo de Souza; CÉSAR JR, Kléos Lenz. *Concreto Protendido Fundamentos Básicos.* Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 1998a.
- \_\_\_\_\_. *Concreto protendido Perdas de protensão.* Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 1998b.
- VERÍSSIMO, Gustavo de Souza; et al. *Concreto protendido Estados Limites.* Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 1999.
- ZIA, P.; PRESTON, H.K; SCOTT, N.L.; WORKMAN, E.B. *Estimating Prestress Losses*. ACI-ASCE Committee on Prestressed Concrete Recommended Procedure. Concrete International: Design & Construction, v.1, n. 6, June, 1979.

## A Ações e Segurança nas Estruturas

A NBR8681:2003 estabelece que a segurança das estruturas deve ser verificada em relação a todos os possíveis estados admitidos como limites para a estrutura considerada, tanto pelo respeito às condições analíticas quanto pela obediência às condições construtivas.

## Condições analíticas de segurança

Verifica-se a segurança das condições analíticas por meio da comparação dos valores que certos parâmetros tomam na análise estrutural, quando na estrutura atuam as ações a que está sujeita, quantificadas e combinadas de acordo com as regras estabelecidas pela NBR8681:2003, com os valores que estes mesmos parâmetros tomam quando se manifestam os estados limites considerados. As variáveis empregadas como parâmetros para estabelecimento das condições de segurança são de três naturezas:

- acões;
- esforços internos (solicitações, esforços solicitantes e tensões);
- efeitos estruturais (deformações, deslocamentos e abertura de fissuras).

As condições analíticas de segurança estabelecem que as resistências devem ser maiores que as solicitações. Essas verificações devem ser feitas para todos os estados limites e todos os carregamentos especificados para o tipo de construção, ou seja, em qualquer caso deve-se respeitar a condição:

$$R_d \geq S_d$$

onde:

 $R_d$  representa os valores de cálculo dos correspondentes esforços resistentes;

 $S_d$  representa os valores de cálculo dos esforços solicitantes.

#### Condições construtivas de segurança

As condições construtivas de segurança são verificadas pelo atendimento de exigências incluídas em diversas normas, que tratam da execução da estrutura, do detalhamento das peças e do controle dos materiais envolvidos. Podem-se citar, como exigências a serem atendidas, as contidas em:

- critérios de detalhamento da NBR6118:2003, nas seções 18 e 20;
- normas de controle dos materiais, especialmente a NBR12655:1996, que trata do preparo, controle e recebimento do concreto;
- controle de execução da obra, especialmente conforme a NBR14931:2003, que se refere aos procedimentos de execução das estruturas de concreto.

#### A.1 Estados limites

Os procedimentos para dimensionamento e verificação de elementos protendidos baseiam-se no método dos estados limites. Esse método considera que uma determinada peça atende aos objetivos a que foi projetada quando não excede nenhum estado limite para todas as combinações de ações aplicáveis. Portanto, definem-se os estados limites como estados a partir dos quais a estrutura apresenta desempenho inadequado e dividem-se em:

- 1. estados limites últimos ELU;
- 2. estados limites de serviço ELS.

#### Estados limites últimos ELU

Estado relacionado a qualquer forma de ruína estrutural que determine a inviabilidade, total ou parcial, do uso da estrutura. No projeto das estruturas de concreto armado ou protendido, consideram-se usualmente os estados limites últimos sendo caracterizados por:

- perda de equilíbrio global ou parcial, admitida a estrutura como um corpo rígido;
- ruptura ou deformação plástica excessiva dos materiais;
- transformação total ou parcial da estrutura em sistema hipoestático;
- instabilidade por deformação;
- instabilidade dinâmica.

Embora todos os estados limites citados acima poderem ocorrer em situações específicas, na verificação de vigas protendidas, os ELU de maior interesse referem-se ao esgotamento da capacidade resistente da seção. Isso implica em que as seções transversais do elemento, formadas pelo concreto, pelas cordoalhas engraxadas e pelas armaduras passivas, resistam com segurança às solicitações normais (momentos fletores) e às transversais (esforços cortantes). Além disso, o elemento também deve ser avaliado quanto ao esgotamento da capacidade portante no ato da protensão.

## Estados limites de serviço ELS

Estados limites de serviço relacionam-se à durabilidade, à aparência, ao conforto e à boa utilização funcional das estruturas, seja em relação a usuários ou a máquinas e equipamentos utilizados. No período de vida da estrutura, consideram-se os estados limites de serviço caracterizados por:

- danos ligeiros ou localizados que comprometam o aspecto estético da construção ou a durabilidade da estrutura;
- deformações excessivas que afetem a utilização normal da construção ou seu aspecto estético;
- vibração excessiva ou desconfortável.

Em determinada estrutura, os estados limites de serviço a serem verificados são escolhidos em função de parâmetros como: nível de protensão, classe de agressividade do ambiente na qual a estrutura estará exposta, sistema de protensão, entre outros. Em se tratando de elementos protendidos, podem ser considerados no cálculo, quando pertinentes, os estados limites de serviço definidos na tabela 15.

Tabela 15: Estados limites de serviço ELS considerados no projeto de vigas protendidas.

ELS - Estados Limites de Serviço					
ELS-W	Estado Limite de Abertura de Fissuras	Estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados			
ELS-DEF	Estado Limite de Deformação Excessiva	Estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal			
ELS-F	Estado Limite de Formação de Fissuras	Estado em que inicia a formação de fissuras, admite-se que esse estado é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a $f_{ct,f}$			
ELS-D	Estado Limite de Descompressão	Estado em que, em um ou mais pontos da seção transversal, a tensão normal é nula não havendo tração no restante da seção			
ELS-CE	Estado Limite de Compressão Excessiva	Estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido			
Nota(s): 1. Notação e definições de acordo com a NBR6118:2003.					

As condições de verificação da segurança, relativas aos estados limites de serviço ELS usualmente são expressas por desigualdades do tipo:

$$S_d \leq S_{lim}$$

onde:

 $S_d$  representa os valores de cálculo dos efeitos estruturais de interesse, calculados com  $\gamma_f = 1,0$ ;

 $S_{lim}$  representa os valores limites adotados para esses efeitos.

## A.2 Classificação das ações

Na análise estrutural, deve-se considerar a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura, levando-se em conta os possíveis estados limites últimos e de serviço. Para o estabelecimento das combinações, classificam-se as ações em três categorias, segundo sua variabilidade no tempo:

- 1. ações permanentes;
- 2. ações variáveis;
- 3. ações excepcionais.

### Ações permanentes

As ações que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção são consideradas como permanentes, assim como as que crescem no tempo e tendem a um valor limite constante. Dividem-se as ações permanentes em:

- ações permanentes diretas, que consistem em peso próprio dos elementos de construção, incluindo o peso próprio da estrutura e dos elementos construtivos permanentes; peso dos equipamentos fixos; empuxos devidos ao peso de terras ou outros materiais granulares não removíveis; além de outras ações permanentes aplicadas;
- ações permanentes indiretas, que consistem em deformações impostas por retração e fluência do concreto, deslocamentos de apoio, imperfeições geométricas e protensão.

#### Ações variáveis

As ações variáveis também se classificam em diretas e indiretas. As diretas são constituídas pelas cargas acidentais e pela ação do vento; e as indiretas, pelos efeitos causados pelas variações uniformes ou não-uniformes de temperatura e pelas ações dinâmicas. As cargas acidentais correspondem normalmente a:

- cargas verticais de uso da construção;
- cargas móveis, considerando o impacto vertical;
- impacto lateral;
- força longitudinal de frenação ou de aceleração e força centrífuga.

Para melhor ilustrar a classificação de ações, apresenta-se a tabela 16, que mostra de forma resumida as ações mais freqüentemente adotadas no cálculo de vigas protendidas.

<b>A</b> ções				
Categoria	Classificação	Exemplo		
Damana	Diretas	Peso próprio da estrutura e dos elementos construtivos permanentes; Peso dos equipamentos fixos;		
Permanentes	Indiretas	Deformações impostas por retração e fluência do concreto; Deslocamentos de apoio; <b>Protensão</b> .		
Variáveis	Diretas	Cargas acidentais; Ação do vento.		
variaveis	Indiretas	Efeitos causados por variações de temperatura e por ações dinâmicas.		

Tabela 16: Tipos de ações mais comumente consideradas no projeto de vigas protendidas.

## A.3 Combinação das ações

Um conjunto das ações com probabilidade não desprezível de atuar simultaneamente sobre uma estrutura, durante um período de tempo preestabelecido, determina o tipo de carregamento a se considerar. Em cada tipo de carregamento, devem-se combinar as ações de diferentes maneiras a fim de que se determinem os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura. Devem-se estabelecer tantas combinações de ações quantas forem necessárias para que se verifique a segurança em relação a todos os possíveis estados limites da estrutura.

#### Combinações últimas

As ações permanentes devem figurar em todas as combinações. Em cada combinação última, considera-se uma das ações variáveis como principal; e as demais, como secundárias. Assim, admite-se que a ação principal atua com seu valor característico  $F_k$ ; e as secundárias, com seus valores reduzidos de combinação  $\psi_0 * F_k$ .

As combinações últimas normais são dadas pela seguinte expressão:

$$F_{d} = \sum_{i=1}^{m} \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_{q} \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^{n} \psi_{0j} F_{Qj,k} \right]$$

onde:

 $F_{Gi,k}$  é o valor característico das ações permanentes;

 $F_{Q1,k}$  é o valor característico da ação variável considerada como principal para a combinação;

 $\psi_{0j} F_{Qj,k}$  é o valor reduzido de combinação de cada uma das demais ações variáveis.

Em casos especiais, devem-se considerar duas combinações: em uma admitem-se as ações permanentes como desfavoráveis e na outra, como favoráveis para a segurança. Neste último caso, permite-se a redução do efeito favorável das cargas permanentes pela consideração de  $\gamma_e$ =1,0.

Para verificação do esgotamento da capacidade resistente de elementos estruturais de concreto protendido deve ser considerada, quando necessário, a força de protensão como carregamento externo com os valores  $P_{k,max}$  e  $P_{k,min}$ , respectivamente para a força desfavorável e a favorável.

## Combinações de serviço

As combinações de serviço podem ter três diferentes ordens de grandeza de tempo de permanência na estrutura e devem ser verificadas como estabelecido a seguir:

- combinações quase-permanentes CQP: combinações que podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, da ordem de metade deste período; sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de deformações excessivas, ELS-DEF;
- combinações freqüentes CF: combinações que se repetem muitas vezes durante o
  período de vida da estrutura, da ordem de 10<sup>5</sup> em 50 anos, ou que tenham duração
  total igual a uma parte não desprezível desse período, da ordem de 5%; sua
  consideração pode ser necessária na verificação dos estados limites de formação de
  fissuras, ELS-F, e de abertura de fissuras, ELS-W, podem também ser consideradas
  para verificações de estados limites de deformações excessivas decorrentes de vento,
  ELS-DEF;
- combinações raras CR: combinações que podem atuar no máximo algumas horas durante todo o período de vida da estrutura, sua consideração pode ser necessária na verificação do estado limite de formação de fissuras, ELS-F.

Nas combinações de serviço, consideram-se todas as ações permanentes – inclusive as deformações impostas – e as ações variáveis correspondentes a cada um dos tipos de combinações.

Nas combinações quase-permanentes de serviço, consideram-se todas as ações variáveis com seus valores quase-permanentes  $\psi_2 *F_{Ok}$ :

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^{n} \psi_{2j} F_{Qj,k}$$

Nas combinações freqüentes de serviço, toma-se a ação variável principal  $F_{QI}$ , com seu valor freqüente  $\psi_1 * F_{QI,k}$  e as demais, com seus valores quase-permanentes  $\psi_2 * F_{Qi,k}$ .

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^{n} \psi_{2j} F_{Qj,k}$$

Nas combinações raras de serviço, toma-se a ação variável principal  $F_{QI}$ , com seu valor característico  $F_{OI,k}$  e as demais, com seus valores freqüentes  $\psi_I *F_{Oi,k}$ .

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gi,k} + F_{Q1,k} + \sum_{i=2}^{n} \psi_{1j} F_{Qj,k}$$

# B Propriedades Geométricas de Seções no Estádio II

As hipóteses de cálculo admitidas no estádio II são as seguintes:

- seção transversal permanece plana após a deformação (Navier-Bernoulli);
- linearidade física para o concreto e para o aço (Lei de Hooke);
- despreza-se a resistência à tração do concreto (fctk=0);
- comportamento em conjunto do aço e do concreto (aderência perfeita);
- homogeneização da seção transversal (material ideal).

Na seção transversal homogeneizada conforme ilustra a figura 49, a área de aço é substituída por uma área equivalente de concreto na mesma posição em relação à linha neutra e, devido à hipótese de aderência perfeita entre os materiais, com o mesmo alongamento relativo. A relação entre essas áreas é dada pelo coeficiente  $\alpha_e$ .

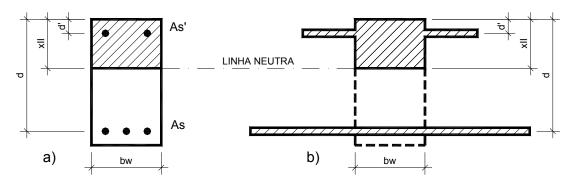


Figura 49: Substituição da seção transversal de concreto armado (a) pela seção homogeneizada (b)

O procedimento de cálculo apresentado aqui se divide em três etapas:

- 1. Cálculo da posição da linha neutra  $x_{II}$  da seção homogeneizada;
- 2. Cálculo do momento de inércia  $I_{II}$  da seção homogeneizada;
- 3. Cálculo da área  $A_{II}$  da seção homogeneizada.

## Posição da Linha Neutra $x_{II}$

A posição da linha neutra  $x_{II}$ , na seção homogeneizada, coincide com o centro de gravidade da figura formada pela área comprimida de concreto e pelas áreas equivalentes tracionadas e comprimidas. Assim o momento estático Q da seção homogeneizada em relação à linha neutra deve ser igual a zero:

$$Q = 0$$

$$b_{w} \cdot x_{II} \cdot \frac{x_{II}}{2} + (\alpha_{e} - 1) \cdot A_{s}' \cdot (x_{II} - d') - \alpha_{e} \cdot A_{s} \cdot (d - x_{II}) = 0$$

desenvolvendo essa equação, obtém-se:

$$\left(\frac{b_{w}}{2}\right) \cdot x_{II}^{2} + \left[\alpha_{e} \cdot A_{s} + \left(\alpha_{e} - 1\right) \cdot A_{s}'\right] \cdot x_{II} - \left[\alpha_{e} \cdot A_{s} \cdot d + \left(\alpha_{e} - 1\right) \cdot A_{s}' \cdot d'\right] = 0$$

que é uma equação do 2º grau do tipo  $A \cdot x^2 + B \cdot x + C = 0$ , onde:

$$A = \frac{b_w}{2}$$

$$B = \alpha_e \cdot A_s + (\alpha_e - 1) \cdot A_s$$

$$C = -\alpha_e \cdot A_s \cdot d - (\alpha_e - 1) \cdot A_s \cdot d'$$

sendo a altura da linha neutra  $x_{II}$  correspondente à raiz positiva da equação do 2° grau:

$$x_{II} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}$$

## Momento de Inércia $I_{II}$

O momento de inércia da seção homogeneizada no estádio II é obtido a partir da somatória dos momentos de inércia de cada região em relação à linha neutra.

$$I_{II} = \frac{b_{w} \cdot x_{II}^{3}}{3} + \alpha_{e} \cdot A_{s} \cdot (d - x_{II})^{2} + (\alpha_{e} - 1) \cdot A_{s} \cdot (x_{II} - d')^{2}$$

## Área da Seção Homogeneizada $A_{II}$

A área da seção transversal no estádio II é obtida pelo somatório da área de concreto comprimido – desconsiderando a parte tracionada de concreto – e das áreas de aço multiplicadas pelo coeficiente  $\alpha_o$ .

$$A_{II} = b_{w} \cdot x_{II} + \alpha_{e} \cdot A_{s} + (\alpha_{e} - 1) \cdot A_{s}'$$