

**CHARLES BORGES DE LIMA**

**ANÁLISE DE DISPOSITIVOS  
ELETROMAGNÉTICOS PARA HIPERTERMIA  
USANDO O MÉTODO FDTD**

**FLORIANÓPOLIS**

**2006**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ANÁLISE DE DISPOSITIVOS  
ELETROMAGNÉTICOS PARA HIPERTERMIA  
USANDO O MÉTODO FDTD**

Tese submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

**CHARLES BORGES DE LIMA**

Florianópolis, fevereiro de 2006.

# ANÁLISE DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS PARA HIPERTERMIA USANDO O MÉTODO FDTD

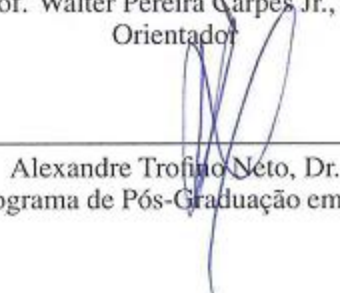
Charles Borges de Lima

‘Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina’.



---

Prof. Walter Pereira Carpes Jr., Dr.  
Orientador

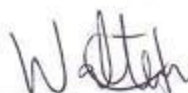


---

Alexandre Trofino Neto, Dr.

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



---

Prof. Walter Pereira Carpes Jr., Dr.  
Presidente



---

Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr.  
Co-Orientador



---

Prof. Carlos Antonio França Sartori, Dr.



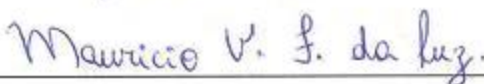
---

Prof. Hugo Armando Dominguez Almanguer, Dr.



---

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.



---

Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz, Dr.

Em memória de meu avô,  
*Amaurílio Farias de Lima,*  
e dedicado a meu pai.

*“O saber não está na ciência alheia que se absorve, mas principalmente, nas idéias próprias que se geram dos conhecimentos absorvidos, mediante a transmutação por que passam no espírito que os assimila.”*

Rui Barbosa

# Agradecimentos

À Universidade Federal de Santa Catarina, em especial ao Departamento de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, pela oportunidade de crescimento pessoal e profissional durante o curso de doutorado.

Ao CNPq e CAPES pelo apoio financeiro que permitiu a elaboração desta tese.

Ao professor Walter Pereira Carpes Jr. pela orientação, sugestões, compreensão, ensinamentos e dedicação transmitidos durante todo o trabalho.

Ao professor João Pedro Assumpção Bastos pela co-orientação, incentivo e importante ajuda.

Ao professor Nathan Ida, pela orientação no exterior, atenção e amizade, bem como a prestimosa Sra. Gay Boden. Também, à University of Akron, EUA, pela acolhida e fornecimento de materiais indispensáveis a melhoria desta tese e enriquecimento pessoal.

Aos professores Jefferson Luiz Brum Marques e Edson Roberto de Pieri, bem como aos amigos do GEMCO, pela compreensão e apoio em momentos decisivos para a continuação deste trabalho.

Aos amigos e funcionários sempre atenciosos, Celly D. Melo do GRUCAD, Wilson Silva Costa e Marcelo Manuel Siqueira do Departamento de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, e a todos os demais amigos do GRUCAD.

Aos professores e amigos, Carlos Antonio França Sartori, Hugo Armando Dominguez Almanguer, Patrick Kuo-Peng, Mauricio Valencia Ferreira da Luz e Nelson Jhoe Batistela, pela participação na banca de tese e importantes sugestões e críticas na avaliação deste trabalho.

Especialmente ao meu amigo de infância Fábio Fonseca de Oliveira pelo incentivo, amizade fiel e modelo de determinação. Ao meu amigo Álvaro Martins Da Silva Jr. pelo apoio em momentos importantes e grande amizade. E também, ao meu amigão e primo, Itamar Roberto Dieckow.

À Gisela Marie Albernaz Nozaki pelo incentivo incondicional e por não duvidar nunca da finalização desta obra, também pelos momentos de alegria e sorrisos.

Ao todos os meus familiares que sempre acreditaram no meu potencial e incentivaram-me a estudar e a ler. Em especial ao meu pai e a minha mãe, pelo apoio no que lhes foi possível.

A todos que colaboraram direta ou indireta na concretização deste sonho de infância, o meu sincero muitíssimo obrigado!

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

## **ANÁLISE DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS PARA HIPERTERMIA USANDO O MÉTODO FDTD**

**Charles Borges de Lima**

Fevereiro/2006

Orientador: Prof. Walter Pereira Carpes Jr., Dr.

Co-Orientador: Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr.

Palavras-Chave: Modelagem Numérica, FDTD, Hipertermia, Antenas.

Número de páginas: 136.

**RESUMO:** Nesta tese são analisados dispositivos eletromagnéticos usados para aquecimento do tecido biológico trabalhando em diferentes frequências. Todas as análises são feitas com o método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo - FDTD. São avaliadas estruturas de aplicadores de uso comum em hipertermia, tais como o dipolo e a antena corneta. É proposto um sistema capacitivo com placas metálicas ortogonais para aquecimento profundo do corpo humano aplicado a superfícies curvilíneas. Também são sugeridas antenas planares para aquecimento local e superficial. Foram realizadas comparações numéricas entre esses dispositivos de modo a avaliar suas potencialidades. Inicialmente, o método FDTD é apresentado e aplicado a alguns problemas eletromagnéticos tendo como objetivo a validação dos programas desenvolvidos. Na seqüência, são descritos os aspectos biológicos e físicos da hipertermia bem como sua aplicação no tratamento do câncer. São também discutidos os desafios técnicos existentes e as possíveis soluções para os problemas encontrados. Os resultados obtidos são promissores, indicando novas possibilidades para dispositivos de aquecimento hipertérmico utilizando ondas eletromagnéticas.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

## **ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC DEVICES FOR HYPERTHERMIA USING THE FDTD METHOD**

**Charles Borges de Lima**

February/2006

Advisor: Prof. Walter Pereira Carpes Jr., Dr.

Co-Advisor: Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr.

Keywords: Numerical Models, FDTD, Hyperthermia, Antennas.

Number of pages: 136.

**ABSTRACT:** In this thesis, electromagnetic devices working at different frequencies for heating biological tissue are analyzed. The study is done with the Finite Difference Time Domain Method - FDTD. Classical structures for hyperthermia, like dipoles and horn antennas, are evaluated. It is proposed a capacitive system with orthogonal metal plates for deep heating of curved shapes of the human body. Also, patch antennas are proposed for local and superficial heating. Comparisons between the different devices presented were done. Firstly, the FDTD method is explained and applied to some electromagnetic problems for validation of the developed softwares. After, the basic hyperthermia theory is presented, including biological and physical aspects and its use in cancer therapy. Also, the technical challenges and possible solutions for the founded problems are discussed. The obtained results are satisfactory and indicate new possibilities for hyperthermical heating devices based on electromagnetic waves.



# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de Siglas</b>	<b>xvi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo . . . . .	2
1.2 Desenvolvimento . . . . .	3
1.3 Organização . . . . .	4
<b>2 Diferenças Finitas no Domínio do Tempo</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução . . . . .	5
2.2 Equações de Maxwell . . . . .	7
2.3 Condições de Contorno . . . . .	11
2.4 Fundamentação Matemática . . . . .	12
2.4.1 Diferenças Finitas . . . . .	13
2.5 Algoritmo de Yee . . . . .	14
2.5.1 Algoritmo de Yee em Duas Dimensões . . . . .	18
2.5.2 Precisão e Estabilidade . . . . .	19
2.6 Excitação . . . . .	20
2.7 Condições Absorventes de Contorno . . . . .	22
2.7.1 Condição Simples . . . . .	23
2.7.2 Condição Absorvente de Mur . . . . .	25
2.7.3 Camada Perfeitamente Casada - PML . . . . .	28
2.7.4 Camada Perfeitamente Casada Uniaxial - UPML . . . . .	35

2.8	Geração Simples de uma Onda Plana . . . . .	40
2.9	Uso da Simetria . . . . .	42
2.10	Modelagem de Fios Finos Perfeitamente Condutores . . . . .	43
2.11	Meios Dispersivos Usando o Modelo de Debye . . . . .	44
2.12	Considerações . . . . .	48
<b>3</b>	<b>Validação dos Programas FDTD</b>	<b>49</b>
3.1	Introdução . . . . .	49
3.2	Guia de Onda Retangular . . . . .	49
3.3	Cavidade Ressonante Retangular . . . . .	52
3.4	Reflexão numa Parede Metálica . . . . .	54
3.5	Propagação em Meios Não Homogêneos . . . . .	56
3.6	Espalhamento . . . . .	58
3.7	Cálculo da Impedância de Dipolos Finos . . . . .	59
3.8	Considerações . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Hipertermia</b>	<b>64</b>
4.1	Introdução . . . . .	64
4.2	Histórico . . . . .	65
4.3	Ação da Hipertermia em Tumores . . . . .	67
4.4	Desafios Técnicos . . . . .	69
4.4.1	Medição da Temperatura do Tumor . . . . .	70
4.5	Efeitos Colaterais . . . . .	70
4.6	Tipos de Hipertermia e Métodos para sua Indução . . . . .	71
4.7	Mecanismos de Aquecimento dos Tecidos Biológicos . . . . .	73
4.8	Taxa de Absorção Específica - SAR . . . . .	75
4.9	Considerações . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Dispositivos para Hipertermia</b>	<b>78</b>
5.1	Introdução . . . . .	78
5.2	Dipolos para Hipertermia . . . . .	78
5.2.1	Análise com um Dipolo . . . . .	79
5.2.2	Conjunto com Dois Dipolos . . . . .	82

5.2.3	Conclusões . . . . .	84
5.3	Antena Corneta e Sistema Capacitivo . . . . .	85
5.3.1	Antena Corneta . . . . .	85
5.3.2	Capacitor com Placas Ortogonais . . . . .	86
5.3.3	Resultados . . . . .	87
5.3.4	Conclusões . . . . .	89
5.4	Antenas Planares . . . . .	90
5.4.1	Antenas Individuais . . . . .	92
5.4.2	Conjunto de Antenas . . . . .	94
5.4.3	Conclusões . . . . .	97
5.5	Considerações . . . . .	98
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>100</b>
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros . . . . .	103
	<b>ANEXO 1 - Derivação do Critério de Estabilidade</b>	<b>105</b>
	<b>ANEXO 2 - Programas em Matlab<sup>©</sup></b>	<b>107</b>
	<b>ANEXO 3 - Parâmetros da Equação de Cole-cole de 4º Ordem</b>	<b>110</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>112</b>

# Lista de Figuras

2.1	Condições de contorno entre dois meios diferentes: a) elétrica e b) magnética.	12
2.2	Condições de contorno: a) condutor elétrico perfeito e b) condutor magnético perfeito. . . . .	13
2.3	Estimativa da derivada de $f(x)$ no ponto P, usando diferenças finitas à direita, à esquerda e central (Fonte [73]). . . . .	14
2.4	Posição dos componentes de campo sobre a célula estruturada de Yee: a) $\vec{E}$ circulando $\vec{H}$ (modelo usual de célula), e b) $\vec{H}$ circulando $\vec{E}$ . . . . .	15
2.5	Visualização dos componentes de campo nas faces da célula de Yee com notação própria para programação. . . . .	17
2.6	Tipos de células 2D: a) células TE e b) células TM. . . . .	18
2.7	Variação da velocidade de fase de uma onda de acordo com o ângulo de propagação numa malha quadrada ( $\Delta t = 0,5\Delta/c$ para todos os casos). Fonte [94]. . . . .	19
2.8	Pulso gaussiano no domínio do tempo e seu espectro de frequência. . . . .	21
2.9	Função senoidal multiplicada por uma janela de Hanning. . . . .	22
2.10	Células para análise da ABC simples, modo TM (problema 2D). . . . .	24
2.11	Pulso gaussiano se propagando em uma malha de $50 \times 50$ células quadradas em vários instantes de tempo. a) ABC simples e b) ABC Mur1. . . . .	27
2.12	PML circundando uma malha bidimensional, modo de propagação TE. . . . .	29
2.13	PML circundando uma malha tridimensional. . . . .	32
2.14	Pulso gaussiano, $H_z$ plano central de uma malha cúbica de $20 \times 20 \times 20$ . a) Mur1 e b) PML(8-P-0,0001). . . . .	34
2.15	Paredes especiais para gerar uma onda plana. . . . .	40

2.16	Detalhes para aplicações das condições de contorno na geração simples de uma onda plana propagando-se na direção $x$ . . . . .	41
2.17	Onda se propagando a 10 GHz. a) sem as condições de contorno para onda plana e b) com as condições de contorno. . . . .	42
2.18	Geometria de uma estrutura simétrica em $i = 25$ . . . . .	42
2.19	Célula FDTD para aplicação da Lei de Faraday na forma integral. . . . .	43
3.1	Perspectiva de um guia retangular e sua seção transversal. . . . .	49
3.2	Configurações das células FDTD para cálculo dos modos de propagação TE e TM em um guia retangular. . . . .	50
3.3	Resposta para os modos TE e TM em um guia retangular (2cm $\times$ 1cm). . . .	51
3.4	Cavidade retangular metálica. . . . .	52
3.5	Malha FDTD tridimensional (cúbica). . . . .	53
3.6	Resposta em frequência para uma cavidade retangular de 5cm $\times$ 2,5cm $\times$ 7,5cm. . . .	54
3.7	Pulso gaussiano propagando-se na direção $x$ e incidindo numa parede metálica: a) campo elétrico e b) campo magnético. . . . .	55
3.8	Propagação de uma onda plana em meios não homogêneos (ar/poliestireno/ar). . . .	56
3.9	Onda plana de 915 MHz incidindo sobre um meio com perdas. . . . .	57
3.10	Difração: a) onda plana de 6 GHz incidindo numa parede metálica com fresta, b) onda cilíndrica de 6 GHz incidindo em superfícies metálicas. . . .	59
3.11	Caminho de integração usando a Lei de Ampère para calcular a corrente de entrada em um dipolo no FDTD. . . . .	60
3.12	Tensão e corrente nos terminais de um dipolo: a) meia onda e b) quarto de onda. . . . .	62
4.1	Exemplo de alguns sistemas utilizados para o aquecimento de tumores. . . .	66
4.2	Equipamentos comerciais empregados em hipertermia utilizando: a) conjunto de antenas dipolo [109], b) antena corneta [111], c) sistema capacitivo e d) raios infravermelhos (hipertermia de corpo inteiro) [89]. . . . .	67
4.3	Mecanismos de aquecimento: a) alinhamento polar, b) vibração molecular e c) corrente iônica. . . . .	74
4.4	Curvas de permissividade e condutividade elétrica para o músculo. . . . .	75

5.1	Configuração para análise de hipertermia usando o dipolo. . . . .	79
5.2	Módulo do campo elétrico no músculo, num dado instante de tempo. . . . .	80
5.3	SAR no músculo. Plano de corte $xy$ no ponto de alimentação do dipolo: a) dipolo no ar e b) dipolo em contato com uma camada de água. . . . .	80
5.4	SAR no músculo. Plano de corte $yz$ que contém o dipolo: a) dipolo no ar e b) dipolo em contato com uma camada de água. . . . .	81
5.5	SAR no músculo, plano de corte $xy$ no ponto de alimentação dos dipolos, a) um dipolo com 10 W de potência e b) dois dipolos com 5 W de potência cada. . . . .	82
5.6	SAR produzida por um dipolo e conjunto com dois para alguns valores de potência (por dipolo). . . . .	83
5.7	SAR no músculo. Plano de corte $yz$ : a) plano que contém um único dipolo (10 W) e b) plano entre o conjunto de dipolos (2 dipolos com 5 W de potência cada). . . . .	84
5.8	Corneta piramidal preenchida com água: a) plano $zy$ e b) plano $xy$ . . . . .	86
5.9	Capacitor com placas ortogonais: a) plano $zx$ e b) plano $zy$ . . . . .	87
5.10	SAR ao longo do músculo para a antena corneta e sistema capacitivo a 433 MHz e 13,56 MHz (10 W). . . . .	88
5.11	SAR ao longo do músculo para o sistema capacitivo a 433 MHz (10 W) e 13,56 MHz (10 W, 30 W e 100 W). . . . .	88
5.12	Linhas de contorno da SAR na linha de análise para: a) antena corneta (plano $xy$ ) e b) sistema capacitivo (secção do plano $zx$ ), ambos com 10 W. . . . .	89
5.13	Antena planar. . . . .	90
5.14	Perfil das antenas planares utilizado nas simulações. . . . .	91
5.15	Antenas planares (vista superior): a) nº 1 (retangular) e b) nº 2 (Dubost) [20]. . . . .	92
5.16	Distribuição do campo elétrico a 1mm de profundidade no músculo sob as antenas 1 e 2, respectivamente. Em a) e b) bidimensional; c) e d) tridimensional. . . . .	92
5.17	Antenas planares (vista superior): a) nº 3 e b) nº 4. . . . .	93
5.18	Distribuição do campo elétrico a 1mm de profundidade no músculo sob as antenas 3 e 4, respectivamente. Em a) e b) bidimensional; c) e d) tridimensional. . . . .	93
5.19	Conjunto com 2 antenas utilizando as geometrias das antenas: a) nº 3 e b) nº 4. . . . .	94

5.20	Distribuição do campo elétrico a 1mm de profundidade no músculo sob um conjunto com duas antenas (elementos nº 3 e nº 4, respectivamente). Em a) e b) bidimensional; c) e d) tridimensional. . . . .	95
5.21	Conjunto com 4 antenas utilizando as geometrias das antenas: a) nº 3 e b) nº 4.	95
5.22	Distribuição do campo elétrico a 1mm de profundidade no músculo sobre um conjunto com quatro antenas (elementos nº 3 e nº 4, respectivamente). Em a) e b) bidimensional; c) e d) tridimensional. . . . .	96
5.23	Distribuição do campo elétrico a 2mm de profundidade no músculo utilizando a geometria da antena 4 com incremento espacial de 2mm para 433 MHz: a) bidimensional e b) tridimensional. . . . .	97

# Lista de Tabelas

3.1	Comparação entre os valores das frequências de corte calculadas analiticamente e com o FDTD, para os modos TE e TM em um guia retangular oco.	51
3.2	Comparação entre os valores das frequências de ressonância calculadas analiticamente e com o FDTD para uma cavidade retangular. . . . .	54
3.3	Impedância de dipolos com diferentes espessuras. . . . .	62
3.4	Impedância de dipolos obtidas com o FDTD e valores analíticos para um raio de $0,09\Delta$ . . . . .	62
9.1	Constantes da Eq. 9.1 para tecidos biológicos humanos. . . . .	110



# Lista de Siglas

ABC	<i>Absorbing Boundary Condition</i>
ADI-FDTD	<i>Alternating-Direction Implicit-FDTD</i>
AIDS	Síndrome da Imuno-Deficiência Adquirida
CV	Coefficiente de Variação
DNA	<i>Deoxyribonucleic Acid</i>
EFS	<i>Effective Field Size</i>
ESHO	<i>European Society of Hyperthermic Oncology</i>
FDM	<i>Finite Difference Method</i>
FDTD	<i>Finite Difference Time Domain</i>
(FD) <sup>2</sup> TD	<i>Frequency Dependent FDTD</i>
<i>fem</i>	força eletromotriz
FEM	<i>Finite Element Method</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
HSP	<i>Heat-Shock Protein</i>
ICHS	<i>International Clinical Hyperthermia Society</i>
MCM	<i>Mont Carlo Method</i>
MoM	<i>Method of Moments</i>
MRI	<i>Magnetic Resonance Imaging</i>
Mur1	Condição Absorvente de Mur de primeira ordem
PEC	<i>Perfect Electric Conductor</i>
pH	potencial de Hidrogênio
PML	<i>Perfectly Matched Layer</i>
RNA	<i>Ribonucleic Acid</i>
SAR	<i>Specific Absorption Rate</i>
SIBCs	<i>Surface Impedance Boundary Conditions</i>
TE	Transverso Elétrico
TEM	Transverso Eletromagnético
TLM	<i>Transmission Line Matrix</i>
TM	Transverso Magnético
UPML	<i>Uniaxial Perfectly Matched Layer</i>
VM	<i>Variational Method</i>
1D	uma dimensão
2D	duas dimensões
3D	três dimensões

“O orador pode ser tolo desde que o ouvinte seja sábio.”

Sabedoria Oriental

# Capítulo 1

## Introdução

Nas últimas décadas, o avanço na tecnologia computacional impulsionou as pesquisas na área de engenharia. Até então, o uso do computador não era totalmente efetivo na solução de problemas complexos. O cálculo computacional tornou-se viável e novos métodos começaram a ser explorados. Uma área que sempre necessitou tais cálculos foi a de eletromagnetismo, principalmente devido à dificuldade inerente nas resoluções analíticas dos problemas. Atualmente, o uso do computador está presente tanto na análise de sistemas estáticos como de baixas e altas frequências, auxiliando no projeto de motores, linhas de transmissão, na solução problemas de compatibilidade eletromagnética, projetos de antenas e problemas biomédicos, entre outros.

Estudar o efeito das ondas eletromagnéticas no organismo humano é assunto atual de pesquisa, principalmente por causa do grande crescimento das comunicações sem fio. Não só os possíveis efeitos prejudiciais são estudados, mas pesquisa-se também formas de terapia com ondas eletromagnéticas. Um dos principais efeitos produzidos por estas ondas é o aquecimento do tecido biológico, que tem sido empregado para hipertermia no tratamento do câncer.

A hipertermia produz o aquecimento do tecido biológico acima de sua temperatura normal. É uma técnica que tem mostrado eficiência no tratamento de tumores como elemento auxiliar às terapias convencionais, como a quimioterapia e a radioterapia. Tratamentos hipertérmicos precisam ser aperfeiçoados para que possam ser o mais efetivos possíveis contra o câncer. Assim, um estudo mais detalhado, com a determinação de intensidades de campo e frequências apropriadas precisa ser conduzido, avaliando-se o real poder de

penetração da energia eletromagnética no tecido biológico e sua eficiência no aumento da temperatura localizada.

Os dispositivos eletromagnéticos radiadores de energia devem possuir geometrias capazes de aquecer a região desejada, de acordo com o tipo e localização do tumor. O principal desafio técnico associado a esses dispositivos é a obtenção de uma distribuição homogênea de energia somente na região do tumor. Portanto, é fundamental a pesquisa de dispositivos eficazes com configurações físicas adequadas para o tratamento hipertérmico.

Esse problema apresenta grande complexidade devido às propriedades do tecido biológico e sua interação com os dispositivos de radiação. Assim, um método numérico deve ser empregado na análise. Para estudo, será utilizado o método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo - FDTD, o qual é um método diferencial que simula a propagação das ondas eletromagnéticas no domínio temporal. Seu interesse deve-se principalmente à sua simplicidade, robustez e adequação para uso com as frequências de aplicação hipertérmica na faixa de megahertz. Este método teve um grande desenvolvimento nos últimos anos, não só nas áreas vinculadas ao eletromagnetismo (microeletrônica, telecomunicações, compatibilidade eletromagnética, bioeletromagnetismo), como também naquelas em que as equações que governam os fenômenos físicos são semelhantes às equações de difusão e propagação de onda (fenômenos ópticos, acústicos e térmicos, por exemplo).

## **1.1 Objetivo**

O principal objetivo deste trabalho é analisar dispositivos eletromagnéticos para hipertermia, bem como propor novas estruturas, capazes de aquecer eficientemente o tecido biológico. O estudo visa obter sistemas viáveis para implementação e apontar soluções e sugestões para os problemas encontrados, discutindo os desafios técnicos e práticos associados ao tratamento hipertérmico.

Outro objetivo é o desenvolvimento de ferramentas de cálculo baseadas no método FDTD para a modelagem da interação de ondas eletromagnéticas com diferentes meios, explicando-se os detalhes necessários à compreensão e uso do método. Desta forma, adquire-se conhecimento e condições técnicas para o emprego do FDTD em diversos problemas eletromagnéticos e novas pesquisas.

## 1.2 Desenvolvimento

Antes das avaliações e sugestões de novos dispositivos hipertérmicos é explicitado o emprego do FDTD aplicado a diferentes problemas eletromagnéticos. Os resultados obtidos corroboram para a validação dos programas desenvolvidos e para o entendimento do método.

Depois da apresentação do FDTD e de sua forma de uso, são introduzidos os conceitos relativos à hipertermia, e posteriormente são analisados os seguintes dispositivos eletromagnéticos: antenas dipolo, antena corneta, sistema capacitivo e antenas planares. O uso de uma camada de água entre os dispositivos e o tecido muscular é avaliado. Em algumas simulações, conjuntos de antenas foram empregados visando uma maior penetração de energia e/ou maior área de aquecimento. As frequências utilizadas foram exclusivamente as permitidas para uso médico, científico e industrial. A relação da frequência com o projeto dos radiadores hipertérmicos é explicada.

Começa-se o estudo com a antena dipolo, uma das mais simples e comuns aplicadas à hipertermia. Analisam-se antenas radiando diretamente no músculo circundadas por ar e também em contato com uma bolsa de água. Mostra-se que o uso de dois dipolos é melhor que o de um único para o aquecimento mais profundo de uma pequena região e que a utilização da bolsa de água é imprescindível.

Na seqüência, a antena corneta empregada nos tratamentos hipertérmicos, é utilizada para comparações com o sistema capacitivo proposto, o qual foi projetado para aquecimento profundo em superfícies curvas usando placas metálicas ortogonais. As vantagens e desvantagens de ambos os dispositivos são enumeradas.

Por último são propostas algumas configurações de antenas planares e conjuntos visando um aquecimento homogêneo de áreas bem próximas à superfície do corpo. São também apresentados resultados para o emprego desse tipo de antena para hipertermia mais profunda, sendo uma alternativa interessante ao uso da antena corneta.

Como o objetivo principal deste trabalho é a análise de dispositivos eletromagnéticos radiadores, foi empregado apenas tecido muscular nas simulações do corpo humano. O uso de meios não homogêneos complicaria desnecessariamente as simulações, mas não alteraria as conclusões obtidas.

## 1.3 Organização

O Capítulo 2 apresenta a teoria das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo, iniciando pelas equações de Maxwell, o princípio do método e sua fundamentação teórica, chegando às condições absorventes. São descritos alguns tipos de excitação e a modelagem de meios dispersivos, entre outros fatores indispensáveis à compreensão e uso do método. No Capítulo 3, as formulações apresentadas são aplicadas a alguns problemas simples para validação dos códigos de programação implementados, incluindo a análise de dipolos finos. No Capítulo 4 tem-se os conceitos envolvidos na hipertermia, incluindo as explicações científicas de sua eficácia no tratamento do câncer, os desafios técnicos nos tratamentos hipertérmicos, os mecanismos de aquecimento biológico por ondas eletromagnéticas, bem como a medida dosimétrica utilizada pela comunidade científica para avaliação do aquecimento biológico. O Capítulo 5 apresenta os resultados do FDTD aplicado à hipertermia com o uso de dipolos, antena corneta, capacitor com placas ortogonais e antenas planares. A comparação entre estes dispositivos é também apresentada neste capítulo. Por fim, as conclusões e propostas para trabalhos futuros encontram-se no Capítulo 6.

“Toda a nossa ciência, comparada com a realidade, é primitiva e infantil, no entanto, é a coisa mais preciosa que temos.”

Albert Einstein

## Capítulo 2

# Diferenças Finitas no Domínio do Tempo

### 2.1 Introdução

Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (**FDTD** - *Finite Difference Time Domain*) constituem um método numérico para cálculo de campos eletromagnéticos utilizando equações discretizadas no espaço e no tempo. A base de cálculo são as equações em rotacional de Maxwell, que relacionam as grandezas eletromagnéticas e o tempo.

O método FDTD surgiu em 1966 com Yee [105] para solucionar as equações rotacionais de Maxwell diretamente no domínio do tempo em um espaço discreto. Em 1975 Taflove e Brodwin [90] obtiveram o correto critério de estabilidade do algoritmo de Yee apresentando mais informações para o aperfeiçoamento do método. O termo FDTD foi utilizado pela primeira vez em 1980 por Allen Taflove [91]. Em 1981 Mur [57] publicou a primeira condição absorvente de contorno (ABC) numericamente estável e com segunda ordem de precisão para a malha de Yee. Na década de 80, o FDTD foi utilizado em problemas de espalhamento com o desenvolvimento em sua formulação da transformação do campo próximo para o campo distante [101]. Surgiram técnicas para modelagem de superfícies curvas [102] e o método passou a ser empregado em vários problemas, como a modelagem de estruturas de microfita ou microtiras [106]. Da década de 90 até a atualidade, o FDTD tem sido constantemente aprimorado, com um aumento substancial de suas aplicações. Dentre os últimos progressos podem-se destacar: o uso de permissividade elétrica variável com a frequência [51], a consideração de meios dispersivos não lineares em problemas de propagação de pulsos ópticos [32], a modelagem de componentes

eletrônicos [86] [99] [98] [29], a criação de condições de contorno absorventes altamente efetivas, como a camada perfeitamente casada - PML [9] e a camada perfeitamente casada uniaxial - UPML [30], incluindo também FDTD com estabilidade numérica independente do passo de tempo (ADI-FDTD) [107].

O FDTD é utilizado na solução de problemas eletromagnéticos, na sua maioria complexos, onde soluções analíticas são inviáveis e o uso de um método numérico de cálculo é necessário. Esses problemas incluem regiões onde existam condições de contorno mistas, meios não homogêneos, anisotrópicos, não lineares e dispersivos. Como exemplos de tais problemas podemos citar a análise de:

- antenas;
- espalhamento de ondas em superfícies complexas;
- interação de ondas eletromagnéticas com tecidos biológicos;
- problemas de compatibilidade eletromagnética;
- circuitos eletrônicos de alta velocidade com componentes ativos e não lineares;
- dispositivos fotônicos (que trabalham com a luz).

Existem vários motivos que fazem o FDTD ser um dos métodos mais difundidos e utilizados pela comunidade científica, podendo-se destacar [94]:

1. Facilidade de compreensão e programação (ampla bibliografia);
2. É um método explícito, ou seja, não requer a inversão de matrizes;
3. Robustez: as fontes de erro no FDTD são bem conhecidas e podem ser limitadas para permitir modelos precisos em uma grande variedade de problemas eletromagnéticos;
4. Trata problemas transitórios naturalmente: sendo uma técnica no domínio do tempo, calcula diretamente a resposta de um sistema eletromagnético para qualquer tipo de excitação;
5. Aproximação sistemática: a especificação de uma nova estrutura requer somente a geração de uma nova malha.

Além do FDTD, existem outros métodos de cálculo numérico aplicados ao eletromagnetismo, dentre os quais, podem-se destacar:

- Método dos Elementos Finitos (FEM) [16] [41] [15];
- Método dos Momentos (MoM) [35];
- Método Variacional (VM) [12];
- Método das Linhas de Transmissão (TLM) [44] [2];
- Método de Monte Carlo (MCM) [71].

Cada método possui características próprias que o torna adequado em determinados problemas, cada um têm suas vantagens e desvantagens. Dependendo do problema, pode-se utilizar a associação de dois métodos (vantagens mútuas), gerando um método híbrido. A comparação entre os métodos não é trivial [72]. Na realidade, o que faz um método melhor que outro é o domínio de seu conhecimento, a disponibilidade de hardware e software, tempo de processamento, o problema a analisar e a precisão desejada nos resultados. Neste trabalho, o FDTD foi escolhido principalmente por sua simplicidade, o que facilita a compreensão dos fenômenos eletromagnéticos e o desenvolvimento de programas.

Na seqüência será apresentada a formulação matemática do método FDTD, partindo-se das equações que regem a propagação de ondas eletromagnéticas.

## 2.2 Equações de Maxwell

As equações fundamentais do eletromagnetismo, desenvolvidas por James Clerk Maxwell (1831-1979), governam as leis físicas relacionadas à variação dos campos elétrico e magnético, cargas e correntes elétricas, englobando as relações existentes entre as grandezas eletromagnéticas.

Em um meio isotrópico, as equações de Maxwell podem ser escritas na sua forma diferencial como [6]:

### 1. Lei de Gauss:

$$\nabla \cdot \epsilon \vec{E} = \rho_v, \quad (2.1)$$



onde  $\epsilon$  é a permissividade elétrica do meio (ou capacidade indutiva elétrica [79]) [F/m],  $\vec{E}$  é o campo elétrico [V/m], e  $\rho_v$  é a densidade volumétrica de carga [C/m<sup>3</sup>].  $\epsilon\vec{E}$  é definido também como indução elétrica  $\vec{D}$ . A Eq. 2.1 mostra que cargas elétricas definidas por  $\rho_v$  geram um campo elétrico  $\vec{E}$  divergente a elas.

## 2. Lei de Gauss do magnetismo:

$$\nabla \cdot \mu \vec{H} = 0, \quad (2.2)$$

onde  $\mu$  é a permeabilidade magnética (ou capacidade indutiva magnética [79]) [H/m],  $\vec{H}$  é o campo magnético [A/m].  $\mu\vec{H}$  também é definido como indução magnética  $\vec{B}$  [T]. A Eq. 2.2 está associada à inexistência de monopolos magnéticos e impõe que o fluxo magnético é conservativo.

## 3. Lei de Faraday:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (2.3)$$

A Eq. 2.3 evidencia que um campo magnético  $\vec{H}$  variável no tempo produz um campo elétrico  $\vec{E}$  que é rotacional a ele. O sinal negativo exprime a lei de Lenz, que estabelece que o campo elétrico induzido tende a se opor às variações do campo magnético.

## 4. Lei de Ampère:

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

onde  $\sigma\vec{E}$  é a densidade de corrente de condução  $\vec{J}$  [A/m<sup>2</sup>], com  $\sigma$  sendo a condutividade do meio [S/m]. A Eq. 2.4 mostra que um campo elétrico  $\vec{E}$  variável no tempo e/ou elementos de corrente  $\vec{J}$  geram um campo magnético  $\vec{H}$  rotacional aos elementos geradores. O termo  $\epsilon\partial\vec{E}/\partial t$ , conhecido como densidade de corrente de deslocamento, foi introduzido por Maxwell, dando suporte às ondas eletromagnéticas.

Uma onda eletromagnética é descrita pelas Eqs. 2.3 e 2.4, que indicam que um campo elétrico variável gera um campo magnético variável e vice-versa. Uma vez que exista esta variação, os campos sempre coexistirão.

As equações de Maxwell na sua forma integral, para meios isotrópicos, são representadas por:

## 1. Lei de Gauss:

$$\oint_S \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_v \rho_v dv. \quad (2.5)$$

A Eq. 2.5 indica que o fluxo elétrico total através de uma superfície fechada é igual à carga total englobada pela superfície.

## 2. Lei de Gauss do magnetismo:

$$\oint_S \mu \vec{H} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (2.6)$$

A Eq. 2.6 mostra que o fluxo magnético total através de uma superfície fechada é nulo, ou seja, que o fluxo é conservativo.

## 3. Lei de Faraday:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mu \vec{H} \cdot d\vec{S}. \quad (2.7)$$

A Eq. 2.7 mostra que uma força eletromotriz induzida (*fem*) em um circuito fechado, correspondente à circulação do vetor campo elétrico no circuito, é igual à taxa de variação do fluxo magnético através da área delimitada pelo circuito.

## 4. Lei de Ampère:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left( \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}. \quad (2.8)$$

A Eq. 2.8 indica que a corrente total em um circuito fechado depende da circulação do vetor campo magnético no circuito, e é igual à corrente de condução (se existente) somada à corrente de deslocamento (se existente).

As equações de Maxwell, tanto na forma diferencial como integral, representam os mesmos fenômenos físicos.

As equações de especial interesse no FDTD são as Eqs. 2.3 e 2.4, pois descrevem o comportamento de uma onda eletromagnética sob forma diferencial, associando os campos elétrico e magnético, próprio à forma de cálculo do método. Assim, é interessante apresentá-las na sua totalidade em um sistema de coordenadas retangulares ( $x, y, z$ ). A partir da definição de rotacional [74] aplicada às referidas equações, chega-se a:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right). \quad (2.14)$$

As equações acima descrevem qualquer onda eletromagnética em três dimensões. Entretanto, muitas vezes se desejam analisar problemas eletromagnéticos em duas dimensões. Para tal, é preciso definir a forma de propagação da onda eletromagnética. Escolhendo a direção de propagação ao longo do eixo  $z$  e assumindo simetria translacional, a dependência dos campos com  $z$  pode ser removida [59]. Isto considera uma onda propagando-se na direção  $z$  infinita. Baseado na formulação desenvolvida para guia de ondas [6] [74], a onda pode propagar-se basicamente em dois modos: o transverso elétrico (TE) e o transverso magnético (TM). No primeiro, os campos elétricos são normais à direção de propagação da onda e o campo magnético é paralelo a essa direção. No segundo, os campos magnéticos são normais à direção de propagação da onda e o campo elétrico é paralelo. Assim, para o modo TE são necessários somente os campos  $H_z$ ,  $E_x$  e  $E_y$  e para o modo TM,  $E_z$ ,  $H_x$  e  $H_y$ , resultando para um meio qualquer:

### Modo TE

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \sigma E_x \right) \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_z}{\partial x} + \sigma E_y \right). \quad (2.17)$$

**Modo TM**

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial x}. \quad (2.20)$$

**2.3 Condições de Contorno**

As condições que um campo eletromagnético deve satisfazer na fronteira entre dois meios diferentes são denominadas *Condições de Contorno* [74], e são obtidas a partir das equações de Maxwell na forma integral [6]. Na resolução de um problema eletromagnético, as condições de contorno são indispensáveis para a delimitação da região de estudo, inserindo informações necessárias para a solução do problema. As condições de contorno para dois meios diferentes são:

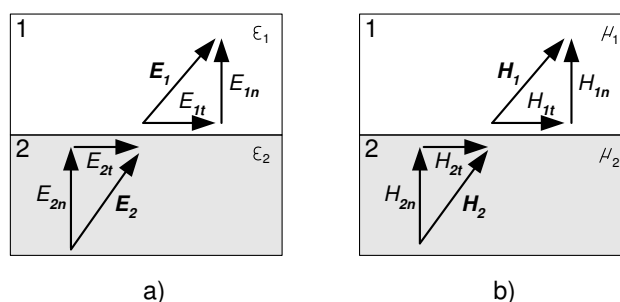
## 1. Para o campo elétrico:

- Supondo dois meios (1 e 2) com permissividade dielétricas diferentes, conforme Fig. 2.1a, tem-se;
  - Campos Tangenciais:  
Os campos tangenciais *são contínuos* na superfície dos meios:  $E_{t1} = E_{t2}$ .
  - Campos Normais:  
Supondo a não existência de cargas elétricas livres na interface entre os meios, os campos normais *são descontínuos*. Para superfícies sem cargas:  
 $\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$ ,
- Supondo que um dos meios seja um condutor perfeito (PEC,  $\sigma = \infty$ ):
  - Campo Tangencial:  
*Nulo*:  $E_t = 0$
  - Campo Normal:  
Igual à densidade superficial de cargas:  $E_n \epsilon_o \epsilon_r = \rho_s$

## 2. Para o campo magnético:

- Supondo dois meios (1 e 2) com permeabilidades magnéticas diferentes, conforme Fig. 2.1b, tem-se;

- Campos Tangenciais:  
Os campos tangenciais *podem ou não ser descontínuos* na superfície dos meios. Se existir uma densidade superficial de corrente  $K_s$  [A/m], então,  $H_{t1} - H_{t2} = K_s$ , caso contrário  $H_{t1} = H_{t2}$ .
- Campos Normais:  
Os campos normais *são descontínuos*:  $\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$ .
- Supondo que um dos meios seja condutor:
  - Campo Tangencial:  
Igual à densidade superficial de corrente:  $H_t = K_s$
  - Campo Normal:  
Nulo:  $H_n = 0$

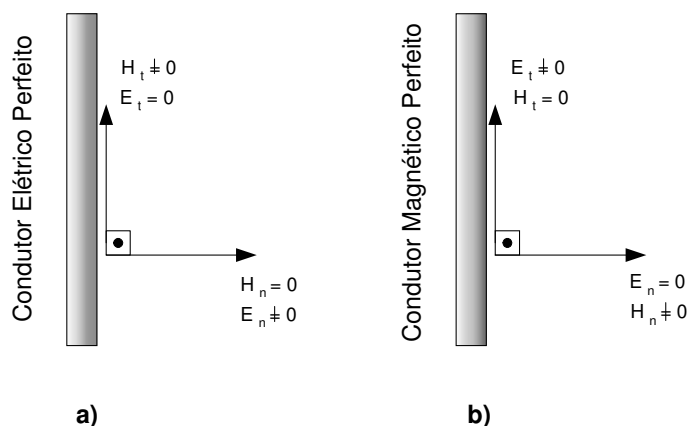


**Figura 2.1:** Condições de contorno entre dois meios diferentes: a) elétrica e b) magnética.

No FDTD, as condições de contorno são muito utilizadas para representar um meio qualquer e um condutor elétrico. É muito comum, por exemplo, o uso de metal e ar. Já o uso de um meio magnético condutor é empregado somente em determinados problemas, como será visto posteriormente. Nestes problemas, a condutividade magnética simula uma realidade não física. Para facilitar a compreensão das condições de contorno entre materiais condutores e outro meio, a Fig. 2.2 mostra as condições para um condutor elétrico e para um condutor magnético perfeitos.

## 2.4 Fundamentação Matemática

O princípio do FDTD é baseado no método das diferenças finitas (FDM), desenvolvido por A. Thom em 1920 [97]. O FDM é uma técnica de aproximações transformando equações diferenciais em discretas ou finitas. Essas aproximações são feitas algebricamente em



**Figura 2.2:** Condições de contorno: a) condutor elétrico perfeito e b) condutor magnético perfeito.

uma região discretizada, relacionando os valores das variáveis com pontos dentro da área de estudo, chamados nós [73].

A solução de problemas pelo FDM envolve, basicamente, quatro passos:

1. Discretização da região em uma malha de células;
2. Aproximação numérica da equação diferencial de interesse em uma equação por diferenças finitas equivalentes, relacionando as variáveis independentes e dependentes com os nós na região;
3. Imposição das condições de contorno;
4. Resolução das equações discretas usando um método numérico conhecido.

### 2.4.1 Diferenças Finitas

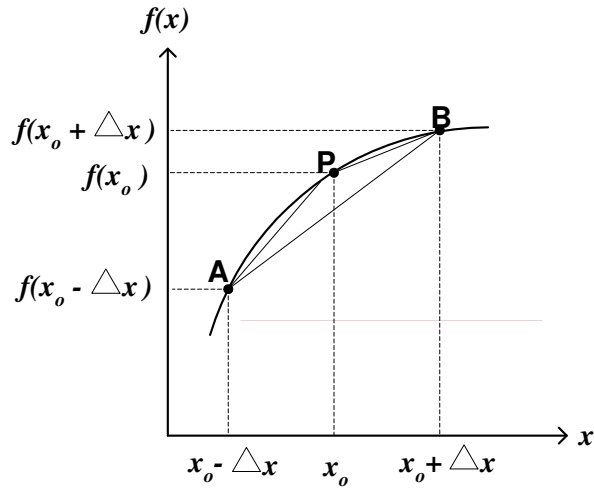
Dada uma função  $f(x)$  como mostrado na Fig. 2.3, sua derivada no ponto P pode ser aproximada por:

- Diferença à Direita (Derivada à direita):

$$f'(x_o) \simeq \frac{f(x_o + \Delta x) - f(x_o)}{\Delta x}; \quad (2.21)$$

- Diferença à Esquerda (Derivada à esquerda):

$$f'(x_o) \simeq \frac{f(x_o) - f(x_o - \Delta x)}{\Delta x}; \quad (2.22)$$



**Figura 2.3:** Estimativa da derivada de  $f(x)$  no ponto P, usando diferenças finitas à direita, à esquerda e central (Fonte [73]).

- Diferença Central (Derivada central):

$$f'(x_0) \simeq \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x}. \quad (2.23)$$

As equações acima são claramente uma aproximação para a derivada num ponto de uma função qualquer. Estas equações utilizam um  $\Delta x$  com valor arbitrário, diferente da definição de derivada, que exige um  $\Delta x$  tendendo a zero. Assim, as referidas equações são uma forma discreta da definição de derivada.

A Eq. 2.23 é a base para o FDTD, pois este é fundamentado na aproximação da derivada central de um ponto. Esta equação apresenta precisão de segunda ordem em  $\Delta x$  (o erro de aproximação dependente de  $(\Delta x)^2$ ) [90].

## 2.5 Algoritmo de Yee

Yee [105] introduziu um conjunto de equações diferenciais finitas para resolver as Eqs. 2.9 - 2.14, ou seja, discretizou as equações que descrevem uma onda eletromagnética em um sistema de coordenadas retangulares tridimensional  $(x, y, z)$ . Assim, um ponto no espaço é definido como:

$$(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z), \quad (2.24)$$

e qualquer função dependente do espaço e tempo é escrita como:

$$F|_{i,j,k}^n = F(i\Delta, j\Delta, k\Delta, n\Delta t), \quad (2.25)$$

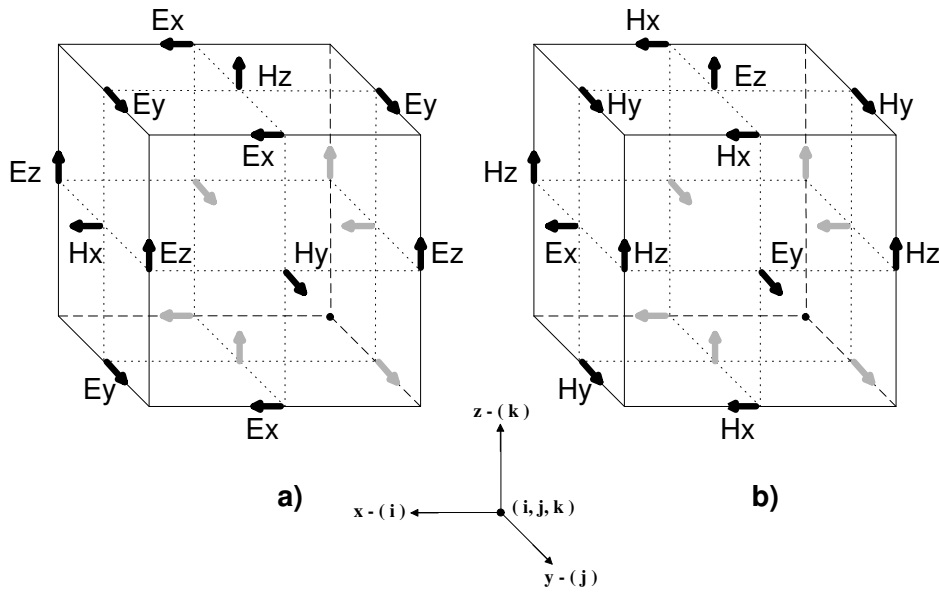
onde  $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$  é o incremento espacial,  $\Delta t$  é o incremento temporal, e  $i, j, k$  e  $n$  são números inteiros. Usando diferenças finitas centrais para as derivadas espaço-temporais, com precisão de segunda ordem em  $\Delta$  e  $\Delta t$  [90], resulta:

$$\frac{\partial F|_{i,j,k}^n}{\partial x} = \frac{F|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - F|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta} + Er(\Delta^2), \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial F|_{i,j,k}^n}{\partial t} = \frac{F|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - F|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + Er(\Delta t^2), \quad (2.27)$$

onde  $Er$  é o erro de segunda ordem para  $\Delta$  e  $\Delta t$  introduzido pela discretização.

Para conseguir a precisão de (2.26) e realizar todas as derivadas de (2.9) - (2.14), Yee posicionou os componentes  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  entorno de uma célula estruturada, como mostrado na Fig 2.4, na qual os componentes de campo estão localizados nos nós da célula.



**Figura 2.4:** Posição dos componentes de campo sobre a célula estruturada de Yee: a)  $\vec{E}$  circulando  $\vec{H}$  (modelo usual de célula), e b)  $\vec{H}$  circulando  $\vec{E}$ .

Para conseguir a precisão de (2.27),  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$  são calculados alternadamente a cada meio passo de tempo. Essas considerações para as Eqs. 2.9 - 2.14 resultam num sistema de equações de diferenças finitas dadas por [94]:

$$H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + C \left[ E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k+1}^n - E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + E_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_z|_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}^n \right] \quad (2.28)$$



$$H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + C \left[ E_z|_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n + E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k+1}^n \right] \quad (2.29)$$

$$H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} + C \left[ E_x|_{i+\frac{1}{2},j+1,k}^n - E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_y|_{i+1,j+\frac{1}{2},k}^n \right] \quad (2.30)$$

$$E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = A.E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + B \left[ H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.31)$$

$$E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} = A.E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + B \left[ H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_z|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.32)$$

$$E_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} = A.E_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n + B \left[ H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_x|_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right], \quad (2.33)$$

onde  $A$ ,  $B$  e  $C$ , são variáveis auxiliares com os valores de  $\epsilon$ ,  $\sigma$  e  $\mu$  pertencentes ao nó calculado (posição do vetor de campo):

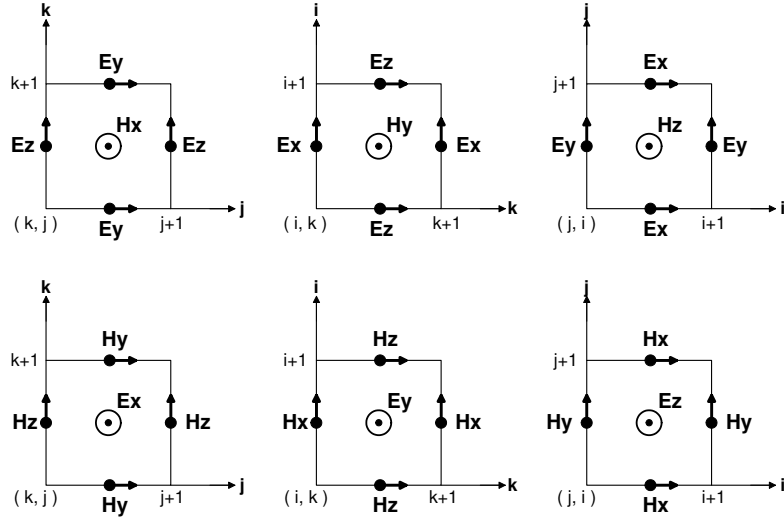
$$A = \left[ \frac{2\epsilon - \sigma\Delta t}{2\epsilon + \sigma\Delta t} \right] \quad B = \left[ \frac{2\Delta t}{(2\epsilon + \sigma\Delta t)\Delta} \right] \quad C = \frac{\Delta t}{\mu\Delta} \quad (2.34)$$

Segundo a notação de Yee, cada nó corresponde a um vetor de campo, possuindo propriedades elétricas ( $\sigma$ ,  $\epsilon$  para  $E$  e  $\mu$  para  $H$ ). Portanto, na geração da malha, essas propriedades são atribuídas às células e seus respectivos nós. Assim, meios não-homogêneos são calculados naturalmente. Na fronteira entre dois ou mais meios é comum utilizar o valor médio dessas propriedades [94].

As Eqs. 2.28 - 2.33 utilizam  $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$  para simplificações na formulação (célula cúbica). Diferentes valores de  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  poderiam ser empregados, resultando em pequenas mudanças nas equações, o que é simples de ser feito.

No cálculo dos campos a cada passo de tempo, primeiro, por exemplo, calculam-se todos os componentes de campo magnético e depois todos os componentes de campo elétrico, onde o valor atual de campo magnético (elétrico) a ser computado depende do seu valor anterior e dos valores de campo elétrico (magnético) anteriores.

O arranjo dos campos na célula de Yee, defasados de meia célula ( $\Delta/2$ ), além de permitir o uso de diferenças finitas centrais nas equações rotacionais de Maxwell (2.3) e (2.4), permitem naturalmente, dada à geometria, a implementação da forma integral das Leis de Faraday e Ampère nas faces da célula, ver Fig. 2.5. O uso da integração permite uma modelagem simples e efetiva de superfícies curvas e com dimensões inferiores à da célula [92].



**Figura 2.5:** Visualização dos componentes de campo nas faces da célula de Yee com notação própria para programação.

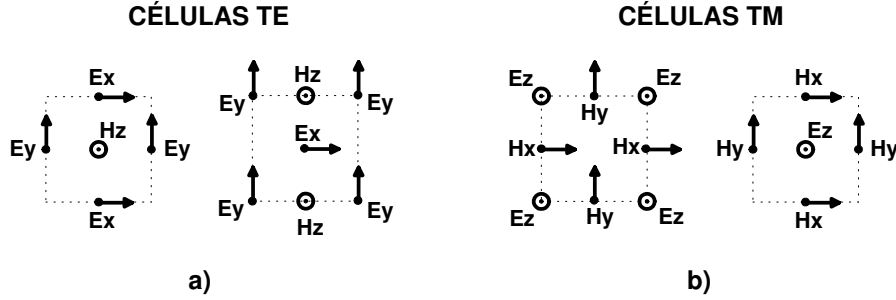
Como em matrizes e vetores não existem índices fracionários, as equações de Yee são alteradas para programação. Na Fig. 2.5 são apresentados os campos nas faces da célula de Yee levando em conta essa mudança. O componente no centro da face será calculado usando os componentes que o circundam na seguinte ordem: componente superior menos o inferior mais o componente lateral esquerdo menos o direito. Por exemplo, para o cálculo de  $H_x$  em um instante de tempo  $n$ :

$$H_x|_{i,j,k} = H_x|_{i,j,k} + C \left[ E_y|_{i,j,k+1} - E_y|_{i,j,k} + E_z|_{i,j,k} - E_z|_{i,j+1,k} \right], \quad (2.35)$$

onde  $C$  é dado em (2.34). O  $H_x$  à direita é calculado no instante de tempo  $n - 1$ , assim como  $E_y$  e  $E_z$ . Os campos elétricos foram atualizados antes do magnético no mesmo laço de tempo. Como as matrizes de campo são independentes, a posição  $(i, j, k)$  para o  $H_x$  não é a mesma para o  $E_y$ , por exemplo. Pela Eq. 2.35, os componentes de campo ocupam apenas uma posição de memória associada ao tempo. Para analisar estes componentes durante todo o processo de cálculo, eles precisam ser armazenados a cada iteração. No Anexo 2 são dados alguns exemplos de programação.

### 2.5.1 Algoritmo de Yee em Duas Dimensões

Como discutido na Seção 2.2, muitas vezes desejam-se fazer cálculos eletromagnéticos em duas dimensões. Utilizam-se então as equações dos modos de propagação TE ou TM. Na Fig. 2.6 são apresentados os tipos mais comuns de células 2D usadas nesses cálculos.



**Figura 2.6:** Tipos de células 2D: a) células TE e b) células TM.

A escolha da célula dependerá do problema a ser analisado e das condições de contorno. Por exemplo, na análise de um guia de onda retangular para os modos de propagação TE e TM, deve-se utilizar a configuração apresentada no próximo capítulo, Fig. 3.2, na qual as condições de contorno das paredes metálicas perfeitas são facilmente aplicadas aos componentes de campo em contato com elas. Deve-se escolher a configuração de célula que facilite a imposição das condições de contorno.

Baseado nas Eqs. 2.15 - 2.20, com a ajuda das variáveis auxiliares ( 2.34), chega-se a:

#### Modo TE

$$H_z|_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = H_z|_{i,j}^{n-\frac{1}{2}} + C \left[ E_x|_{i,j+\frac{1}{2}}^n - E_x|_{i,j-\frac{1}{2}}^n + E_y|_{i-\frac{1}{2},j}^n - E_y|_{i+\frac{1}{2},j}^n \right] \quad (2.36)$$

$$E_x|_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = A \cdot E_x|_{i,j+\frac{1}{2}}^n + B \left[ H_z|_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.37)$$

$$E_y|_{i+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} = A \cdot E_y|_{i+\frac{1}{2},j}^n - B \left[ H_z|_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.38)$$

#### Modo TM

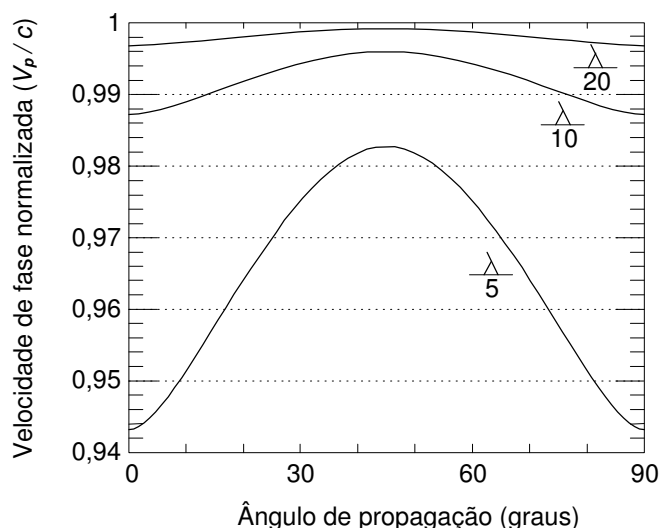
$$E_z|_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = A \cdot E_z|_{i,j}^{n-\frac{1}{2}} + B \left[ H_y|_{i+\frac{1}{2},j}^n - H_y|_{i-\frac{1}{2},j}^n + H_x|_{i,j-\frac{1}{2}}^n - H_x|_{i,j+\frac{1}{2}}^n \right] \quad (2.39)$$

$$H_x|_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_x|_{i,j+\frac{1}{2}}^n - C \left[ E_z|_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - E_z|_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.40)$$

$$H_y|_{i+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} = H_y|_{i+\frac{1}{2},j}^n + C \left[ E_z|_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - E_z|_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \right]. \quad (2.41)$$

## 2.5.2 Precisão e Estabilidade

Para obter precisão satisfatória, evitando erros de magnitude e fase nos campos analisados, o incremento espacial ( $\Delta$ ) usado no FDTD deve ser pelo menos 10 vezes menor que o menor comprimento de onda presente no sistema ( $\Delta \leq \lambda/10$ ) [93]. Se forem utilizados diferentes valores de  $\Delta$ , o maior deve ser limitado por este critério. É comum o uso de  $\Delta = \lambda/20$ . Estes valores de densidade de malha foram determinados com base no cálculo da velocidade de fase na malha FDTD [94]. A Fig. 2.7 apresenta a variação na velocidade de fase de uma onda propagando-se no vácuo, para os diferentes ângulos de propagação (em relação aos eixos de uma malha quadrada) e para diferentes densidades de malha (FDTD 2D).



**Figura 2.7:** Variação da velocidade de fase de uma onda de acordo com o ângulo de propagação numa malha quadrada ( $\Delta t = 0,5\Delta/c$  para todos os casos). Fonte [94].

Percebe-se pela Fig. 2.7 que a velocidade de propagação é anisotrópica, ou seja, seu valor depende da direção de propagação, sendo máxima para ângulos oblíquos aos eixos da malha ( $45^\circ$ ) e mínima para os ângulos paralelos e perpendiculares ( $0^\circ$  e  $90^\circ$ ). Percebe-se claramente que quanto maior a densidade de malha, menor é a anisotropia de propagação.

Os erros de precisão são conhecidos pelo nome de *dispersão numérica*, porque acarretam diferenças na velocidade de fase da onda eletromagnética, resultando em oscilações espúrias dentro do modelo.

Quanto à estabilidade numérica do FDTD, ela é limitada pelo valor do incremento temporal ( $\Delta t$ ), o qual deve satisfazer ao seguinte critério [90]:

$$\Delta t \leq \frac{1}{v_{max} \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}}, \quad (2.42)$$

onde  $v_{max}$  é a máxima velocidade de fase da onda esperada no modelo. A obtenção da Eq. 2.42 é apresentada no Anexo 1.

Usando uma célula cúbica,  $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$ , a Eq. 2.42 torna-se:

$$\Delta t \leq \frac{1}{v_{max}} \frac{\Delta}{\sqrt{N}}, \quad (2.43)$$

onde  $N$  é um número correspondente à dimensão espacial usada no modelo (1D = 1, 2D = 2 ou 3D = 3) [73]. Quanto maior for o incremento espacial, menor será o tempo de simulação no modelo para a obtenção de uma resposta. Em contrapartida, para uma melhor resolução em frequência na análise espectral dos sinais obtidos, esse incremento deve ser o menor possível. Pela Eq. 2.43, é claro que uma diminuição no  $\Delta$  (uma malha mais fina) implica numa diminuição do  $\Delta t$ .

A frequência de amostragem (número de amostras obtidas por segundo) do modelo é igual ao inverso do incremento temporal, ou seja,  $f_s = 1/\Delta t$ . Assim, o teorema de Nyquist estabelece que a máxima frequência no modelo será  $f_{max} = f_s/2$  [61]. Essa informação é útil na determinação do espectro de frequência dos sinais obtidos no FDTD.

Por fim, é importante mencionar que atualmente já existe uma variação do método FDTD com estabilidade numérica incondicional ao incremento temporal (ADI-FDTD) [107] [58]. Tais variações têm um custo computacional maior que o FDTD clássico e não serão abordadas neste trabalho.

## 2.6 Excitação

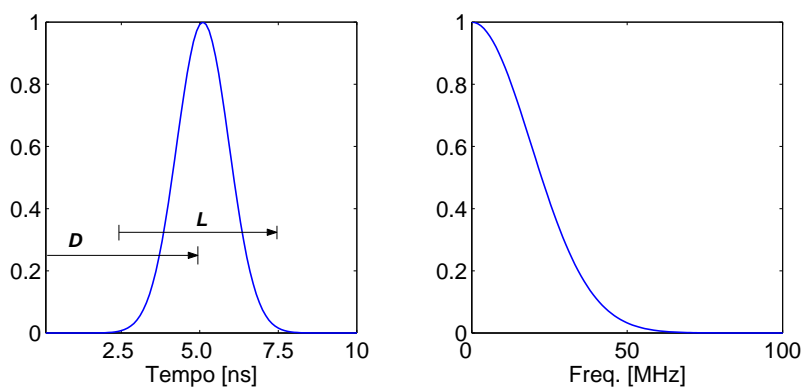
No FDTD, a excitação é imposta em um ou mais pontos da malha, seja sobre o campo elétrico ou sobre o campo magnético. As formas de onda mais utilizadas são o impulso, o pulso gaussiano e a senóide.

A característica do pulso gaussiano é que seu espectro de frequência também apresenta comportamento gaussiano e, quanto mais estreita for a largura do pulso gaussiano (mais próximo a um impulso), mais largo será seu espectro de frequência. Um pulso gaussiano no

domínio do tempo pode ser expresso por:

$$P_g(t) = e^{-18[(t-D)/L]^2}, \quad (2.44)$$

onde  $L$  é a largura aproximada do pulso gaussiano e  $D$  é o deslocamento da origem, ambos em unidade de tempo. Na Fig. 2.8 tem-se um pulso gaussiano com  $D = 5\text{ns}$  e  $L = 5\text{ns}$  com seu respectivo espectro de frequência. Para a discretização no domínio do tempo,  $t$  é substituído por  $n\Delta t$ , onde  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  e  $\Delta t$  é o incremento temporal. Portanto, excita-se o FDTD com amostras do sinal contínuo. Esta excitação deve começar suavemente com valores próximo a zero, evitando que variações bruscas causem oscilações indesejáveis nos resultados.



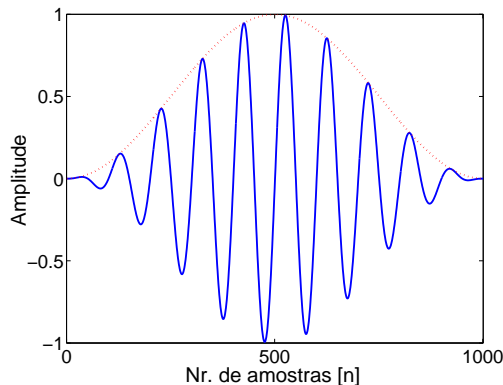
**Figura 2.8:** Pulso gaussiano no domínio do tempo e seu espectro de frequência.

Quando se deseja analisar uma única frequência ou um número reduzido de frequências, a excitação senoidal é empregada. Isto é feito porque geralmente o tempo de simulação começa em zero e a variação do seno é suave partindo de zero e crescendo progressivamente, ao contrário do cosseno, que é máximo em  $t = 0$ .

A variação brusca da excitação acarreta a inserção de componentes de alta frequência no sistema, o que na maioria das vezes é indesejado. Logo, devem-se utilizar suavizações no início e/ou final da excitação. Quando o objetivo é injetar energia durante um curto período, utiliza-se o *janelamento* do sinal para a suavização [84]. Na Fig. 2.9 um seno é janelado (linha contínua) por uma janela de Hanning (linha tracejada). O janelamento nada mais é do que a multiplicação ponto a ponto da função seno pela função *janela*.

Sempre que a excitação for suspensa, os pontos excitados não devem ter valor nulo porque isso representaria, no caso de excitação em campo elétrico, pontos metálicos dentro

da malha. O que se deve fazer é excitar o sistema durante um período de tempo e após este calcular normalmente o campo resultante, deixando os campos variarem livremente nos pontos de excitação.



**Figura 2.9:** Função senoidal multiplicada por uma janela de Hanning.

A excitação onde pontos da malha são impostos a cada passo de tempo é considerada uma excitação rígida (*hard excitation*). Em situações em que ondas refletidas podem alcançar os pontos de excitação, uma excitação mais suave se faz necessária. Para que uma onda não sofra reflexões adicionais nos pontos de excitação, deve-se empregar, por exemplo, uma condição para um ponto  $i$  da malha [90], como dada abaixo:

$$E_z(i) \leftarrow \text{sen}(2\pi fn\Delta t) + E_z(i), \quad (2.45)$$

onde  $E_z$  é calculado normalmente no algoritmo e somado a senóide, resultando em um novo valor  $E_z(i)$  de excitação. Assim, qualquer onda que chegue no ponto excitado é calculada normalmente para depois ser somada ao seno. Essa excitação é suavizada porque se calcula o campo resultante no ponto de excitação, o qual não é imposto forçadamente a cada iteração. Na excitação rígida, o campo  $E_z$  é sempre imposto,  $E_z(i) = \text{sen}(2\pi fn\Delta t)$ .

## 2.7 Condições Absorventes de Contorno

No estudo de problemas abertos, em que os campos se estendem ao infinito, é necessário limitar o domínio de cálculo, diminuindo a malha utilizada e conseqüentemente a memória computacional requerida. Para tal, empregam-se condições nos limites da malha que simulam uma propagação ao infinito, evitando reflexões. Estas condições não podem ser derivadas diretamente das equações de Maxwell e assim, condições de radiação auxiliares devem

ser usadas [91], as quais não devem causar reflexões espúrias das ondas incidentes nas paredes absorventes. O objetivo é tornar estas paredes invisíveis para qualquer onda eletromagnética dentro da malha.

A seguir serão apresentadas quatro condições absorventes de contorno (ABC's - *Absorbing Boundary Conditions*): condição simples apresentada por Taflove e Brodwin [90], condição absorvente de MUR de primeira e segunda ordem de precisão [57], camada perfeitamente casada (PML - *Perfectly Matched Layer*) [9] e camada perfeitamente casada uniaxial (UPML - *Uniaxial Perfectly Matched Layer*) [30]. Estas ABC's foram escolhidas pela simplicidade e/ou precisão que apresentam. É importante frisar que existem muitas outras ABC's, como, Higdon [36], Liao [50], método de operação complementar [67], entre outras.

Neste trabalho, foram consideradas ABC's para meios homogêneos, isotrópicos e não dispersivos. A aplicação para meios não homogêneos segue da dedução das ABC's, associado à mudança de meio e velocidade de propagação da onda. Para problemas muito complexos, às vezes é melhor aumentar a malha de estudo do que adaptar as condições absorventes ao problema.

### 2.7.1 Condição Simples

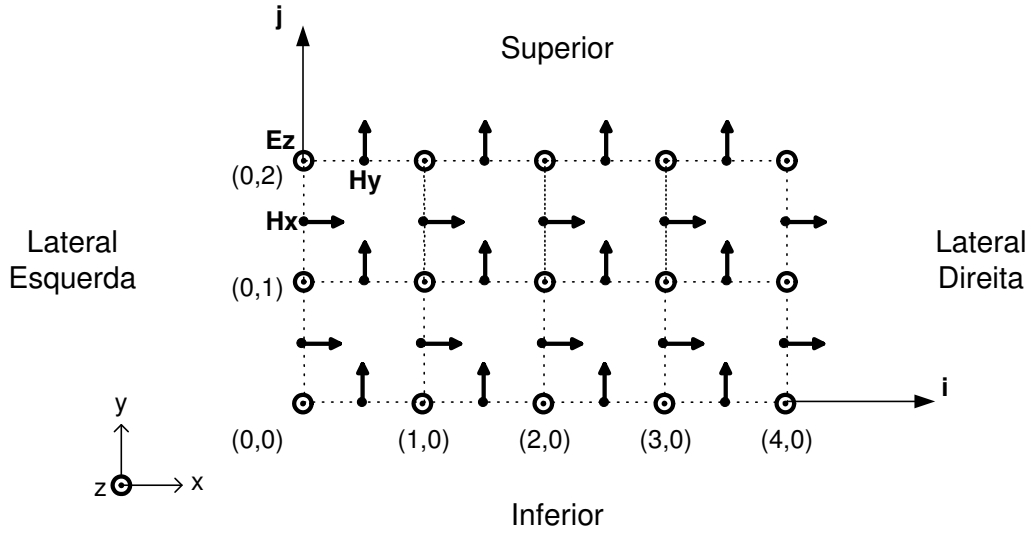
A condição absorvente simples é implementada calculando-se a média dos campos próximos ao contorno da malha, tentando simular todos os possíveis ângulos de incidência de uma onda saindo do domínio de estudo. Leva-se em conta o tempo que os campos levariam até atingir a fronteira da malha.

Supondo uma onda viajando à velocidade da luz ( $c$ ), com  $\Delta t = \Delta/(2c)$ , esta onda percorreria um  $\Delta$  em dois  $\Delta t$ 's. Assim, o campo na fronteira é igual à média dos campos próximos a ela dois instantes de tempo antes. A média é feita entre os pontos adjacentes ao ponto calculado. Por exemplo, seja a propagação um modo TM numa malha 2D com fronteira inferior de coordenadas (0,0) - (4,0), fronteira superior (0,2) - (4,2), lateral esquerda (0,0) - (0,2) e lateral direita (4,0) - (4,2), ver Fig. 2.10. Neste caso, tem-se as seguintes equações para a condição absorvente:

- fronteira inferior

$$E_z|_{i,0}^n = \left[ E_z|_{i-1,1}^{n-2} + E_z|_{i,1}^{n-2} + E_z|_{i+1,1}^{n-2} \right] / 3; \quad (2.46)$$





**Figura 2.10:** Células para análise da ABC simples, modo TM (problema 2D).

- fronteira superior

$$E_z|_{i,2}^n = \left[ E_z|_{i-1,1}^{n-2} + E_z|_{i,1}^{n-2} + E_z|_{i+1,1}^{n-2} \right] / 3; \quad (2.47)$$

- fronteira lateral esquerda

$$E_z|_{0,j}^n = \left[ E_z|_{1,j-1}^{n-2} + E_z|_{1,j}^{n-2} + E_z|_{1,j+1}^{n-2} \right] / 3; \quad (2.48)$$

- fronteira lateral direita

$$E_z|_{4,j}^n = \left[ E_z|_{3,j-1}^{n-2} + E_z|_{3,j}^{n-2} + E_z|_{3,j+1}^{n-2} \right] / 3. \quad (2.49)$$

Para os cantos da malha com coordenadas (0,0), (0,2), (4,0) e (4,2), as fórmulas acima precisam ser alteradas. O mais coerente é utilizar novamente os campos adjacentes para fazer a média, isto é, incluir os campos da fronteira.

Como o FDTD usa os componentes de campo elétrico para calcular os componentes de campo magnético e vice-versa, precisa-se somente calcular o campo elétrico ou magnético na fronteira. Se for utilizada outra configuração de célula 2D, haverá a necessidade do cálculo de ambos os campos na fronteira. A extensão dessa condição absorvente para um espaço tridimensional é simples, seguindo diretamente da idéia acima.

A vantagem da ABC simples é a facilidade de implementação. Suas desvantagens devem-se à necessidade de uma relação inteira entre o incremento temporal e o espacial, e às consideráveis reflexões para ondas que não incidam perpendicularmente sobre a fronteira absorvente.

## 2.7.2 Condição Absorvente de Mur

A condição absorvente de Mur é fácil de implementar, com um coeficiente de reflexão em torno de 1% a 5% para ondas com incidência oblíqua à ABC [94]. Esta condição absorvente ainda é muito utilizada em problemas nos quais pequenas reflexões não resultem em grandes erros.

Nesta condição, assim como na condição simples, considera-se que os campos próximos ao contorno da malha são campos que estão saindo do domínio de estudo e, portanto, a ABC é aplicada para os campos espalhados dentro da malha.

Como mencionado na Sec. 2.7.1, calcular os campos elétricos na superfície de contorno da malha é suficiente, pois os campos magnéticos derivam destes. Assim, pode ser mostrado que cada componente de campo elétrico satisfaz a equação escalar de onda tridimensional [57]:

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2 - v^{-2}\partial_t^2)W = 0, \quad (2.50)$$

onde  $v$  é a velocidade da onda eletromagnética.

Sem perda de generalidade, assume-se que a malha está localizada na região  $x \geq 0$  e a condição de contorno no plano  $x = 0$ . Uma onda plana viajando na direção negativa de  $x$ , com componentes de velocidade inversa  $s_x$ ,  $s_y$  e  $s_z$ , tais que,  $s_x^2 + s_y^2 + s_z^2 = v^{-2}$ , pode ser escrita como [21]:

$$W = \text{Re}(\psi(t + (v^{-2} - s_y^2 - s_z^2)^{1/2}x + s_y y + s_z z)), \quad (2.51)$$

com  $\text{Re}(v^{-2} - s_y^2 - s_z^2)^{1/2} \geq 0$ , sendo  $\psi$  uma função dependente dos parâmetros indicados. A condição de contorno de primeira ordem é:

$$(\partial_x - v^{-1}(1 - (vs_y)^2 - (vs_z)^2)^{1/2}\partial_t)W|_{x=0} = 0. \quad (2.52)$$

Assim, para valores fixos de  $s_y$  e  $s_z$  pode-se determinar um  $W$  na superfície que é consistente com uma onda que deixa o domínio de estudo, ou seja, que é absorvida. Um aproximação de (2.52) é feita escrevendo

$$\sqrt{(1 - (vs_y)^2 - (vs_z)^2)} \cong 1. \quad (2.53)$$

Resultando como primeira aproximação:

$$(\partial_x - v^{-1}\partial_t)W|_{x=0} = 0. \quad (2.54)$$

Caso se use uma aproximação melhor para a raiz quadrada:

$$\sqrt{(1 - (vs_y)^2 - (vs_z)^2)} \cong 1 - \frac{1}{2}((vs_y)^2 + (vs_z)^2), \quad (2.55)$$

obtem-se a aproximação de segunda ordem para a condição de contorno

$$(v^{-1}\partial_{xt}^2 - v^{-2}\partial t^2 + \frac{1}{2}(\partial y^2 + \partial z^2))W|_{x=0} = 0. \quad (2.56)$$

Para problemas eletromagnéticos bidimensionais, é possível simplificar a aproximação de segunda ordem. Assumindo que os campos não dependem de  $z$  e possuem polarização em  $\vec{E}$ , isto é,  $E_z\vec{a}_z$  e  $\vec{H} = H_x\vec{a}_x + H_y\vec{a}_y$ , (2.56) é aplicada somente a  $E_z$ . Da lei de Faraday (2.3), resulta

$$\mu_o\partial_t H_x = -\partial_y E_z. \quad (2.57)$$

Substituindo (2.57) em (2.55), com  $\partial_z \equiv 0$  e com  $W = E_z$ , integrando com respeito a  $t$  e usando  $E_z = 0$  para  $t < 0$ , obtém-se:

$$(\partial_x E_z - v^{-1}\partial_t E_z - (v\mu_o/2)\partial_y H_x)_{x=0} = 0, \quad (2.58)$$

que é muito mais simples que (2.56), mas ainda da mesma ordem de aproximação. Uma condição similar para polarização  $\vec{H}$  pode ser facilmente derivada.

Considerando um plano em  $x = 0$  para a condição absorvente, expressando  $E_z$  de forma discreta com diferenças centrais (a derivação para os outros componentes de campo é similar), resulta para a aproximação de primeira ordem, para a Eq. 2.54:

$$E_z|_{0,j,k+\frac{1}{2}}^n = E_z|_{1,j,k+\frac{1}{2}}^{n-1} + \frac{v\Delta_t - \Delta}{v\Delta_t + \Delta} \left[ E_z|_{1,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_z|_{0,j,k+\frac{1}{2}}^{n-1} \right]. \quad (2.59)$$

A segunda aproximação, Eq. 2.56, para  $E_z$  no limite  $x = 0$  é discretizada como:

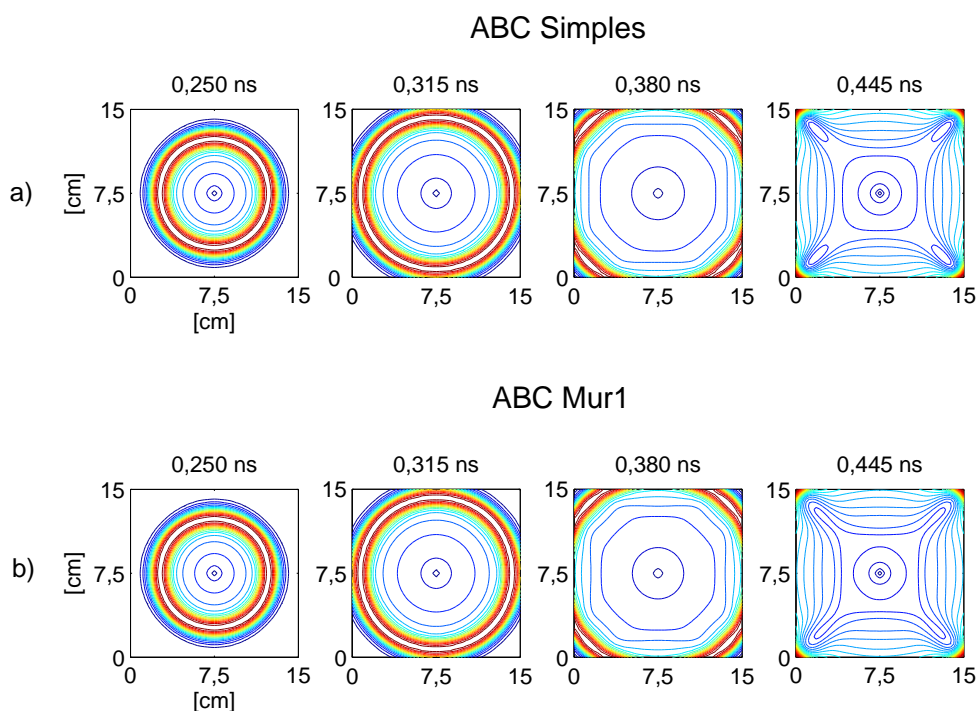
$$\begin{aligned} E_z|_{0,j,k+\frac{1}{2}}^n &= -E_z|_{1,j,k+\frac{1}{2}}^{n-2} + \frac{v\Delta_t - \Delta}{v\Delta_t + \Delta} \left[ E_z|_{1,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_z|_{0,j,k+\frac{1}{2}}^{n-2} \right] + \frac{2\Delta}{v\Delta_t + \Delta} \left[ E_z|_{0,j,k+\frac{1}{2}}^{n-1} + E_z|_{1,j,k+\frac{1}{2}}^{n-1} \right] + \\ &\frac{(v\Delta_t)^2}{2\Delta(v\Delta_t + \Delta)} \left[ E_z|_{0,j+1,k+\frac{1}{2}}^{n-1} - 2E_z|_{0,j,k+\frac{1}{2}}^{n-1} + E_z|_{0,j-1,k+\frac{1}{2}}^{n-1} + E_z|_{1,j+1,k+\frac{1}{2}}^{n-1} - 2E_z|_{1,j,k+\frac{1}{2}}^{n-1} + \right. \\ &\left. E_z|_{1,j-1,k+\frac{1}{2}}^{n-1} + E_z|_{0,j,k+\frac{3}{2}}^{n-1} - 2E_z|_{0,j,k+\frac{1}{2}}^{n-1} + E_z|_{0,j,k-\frac{1}{2}}^{n-1} + E_z|_{1,j,k+\frac{3}{2}}^{n-1} - 2E_z|_{1,j,k+\frac{1}{2}}^{n-1} + E_z|_{1,j,k-\frac{1}{2}}^{n-1} \right]. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Finalmente, a segunda aproximação (2.58) para um problema bidimensional, resulta:

$$E_z|_{0,j}^n = E_z|_{1,j}^{n-1} + \frac{v\Delta_t - \Delta}{v\Delta_t + \Delta} \left[ E_z|_{1,j}^n - E_z|_{0,j}^{n-1} \right] - \frac{\mu_o v}{2(v\Delta_t + \Delta)} \left[ H_x|_{0,j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - H_x|_{0,j-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + H_x|_{1,j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - H_x|_{1,j-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \right]. \quad (2.61)$$

As equações acima devem ser adaptadas de acordo com o limite da malha, onde está sendo empregada a ABC. Neste trabalho, a aproximação de primeira ordem é denominada Mur1, por simplicidade.

Uma análise qualitativa entre a ABC simples e Mur1 é apresentada na Fig. 2.11, considerando uma malha bidimensional de  $50 \times 50$  células quadradas (célula TM), com  $\Delta = 0,3\text{cm}$  e  $\Delta t = 5\text{ps}$  ( $0,5\Delta/c$ , devido à condição simples). Foi utilizada uma excitação rígida do tipo pulso gaussiano, com largura aproximada de  $125\text{ps}$ , aplicada no centro da malha ( $E_z$ ), gerando uma onda cilíndrica. Na Fig. 2.11 é apresentada a propagação dessa onda ( $E_z$ ) para vários instantes de tempo. Em  $0,250\text{ns}$ , a frente de onda ainda não atingiu os limites da malha (ABC); em  $0,315\text{ns}$  a onda já está sendo absorvida. Os resultados para esses tempos de propagação são muito similares para ABC simples e para Mur1.



**Figura 2.11:** Pulso gaussiano se propagando em uma malha de  $50 \times 50$  células quadradas em vários instantes de tempo. a) ABC simples e b) ABC Mur1.

Para os instantes seguintes,  $0,380\text{ns}$  e  $0,445\text{ns}$ , a onda eletromagnética ( $E_z$ ) já está distorcida, como pode ser observado na Fig. 2.11. A distorção é maior nos cantos da malha, devido ao ângulo de incidência da onda, aumentando com o passar do tempo. Os resultados das ABC's simples e Mur1 são similares, apresentando reflexões de até 5% do valor máximo da onda incidente [94]. As ABC's acima apresentam uma reflexão considerável.

Suas vantagens encontram-se na simplicidade de implementação. Mur1 sempre é preferida à ABC simples, pois pode-se utilizar um incremento temporal variável, sendo ambas fáceis de programar.

### 2.7.3 Camada Perfeitamente Casada - PML

A PML [9] é uma condição absorvente considerada perfeitamente casada porque ondas eletromagnéticas podem penetrá-la sem reflexão na interface meio-PML para qualquer ângulo de incidência e frequência. Isto é conseguido substituindo o espaço ilimitado por um meio especialmente projetado para o fim de absorção. A PML é formada por camadas absorventes colocadas em torno do domínio de estudo, podendo ser colocada muito próxima do objeto sob análise. Sua espessura é escolhida de acordo com o problema que se deseja solucionar [10].

Após o desenvolvimento da PML, foi possível a simulação de câmeras anecóicas com atenuação superior a 60dB [39]. Este foi um dos grandes passos dados para o FDTD na década de 90.

Para ilustrar a formulação da PML, considera-se um problema 2D que possui os componentes  $E_x$ ,  $E_y$  e  $H_z$ , modo TE. No meio PML as equações de Maxwell podem ser escritas como:

$$\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (2.62)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (2.63)$$

$$\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} + \sigma^* H_z = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x}, \quad (2.64)$$

onde  $\sigma^*$  é a condutividade magnética do meio [ $\Omega/m$ ]<sup>1</sup>.

Para que a impedância do meio seja igual à do vácuo, resultando em reflexão zero, a seguinte condição deve ser satisfeita [9]:

$$\frac{\sigma}{\epsilon_o} = \frac{\sigma^*}{\mu_o}. \quad (2.65)$$

Em problemas 2D, o componente de campo paralelo à direção de propagação da onda é escrito como a soma escalar de dois subcomponentes. Além disso, são atribuídos diferentes

<sup>1</sup>Fisicamente  $\sigma^*$  não existe, mas é usado para facilitar a solução de problemas eletromagnéticos [6].

valores de condutividade para diferentes direções. Para o caso TE, as seguintes equações substituem as de Maxwell na PML:

$$\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma_y E_x = \frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \quad (2.66)$$

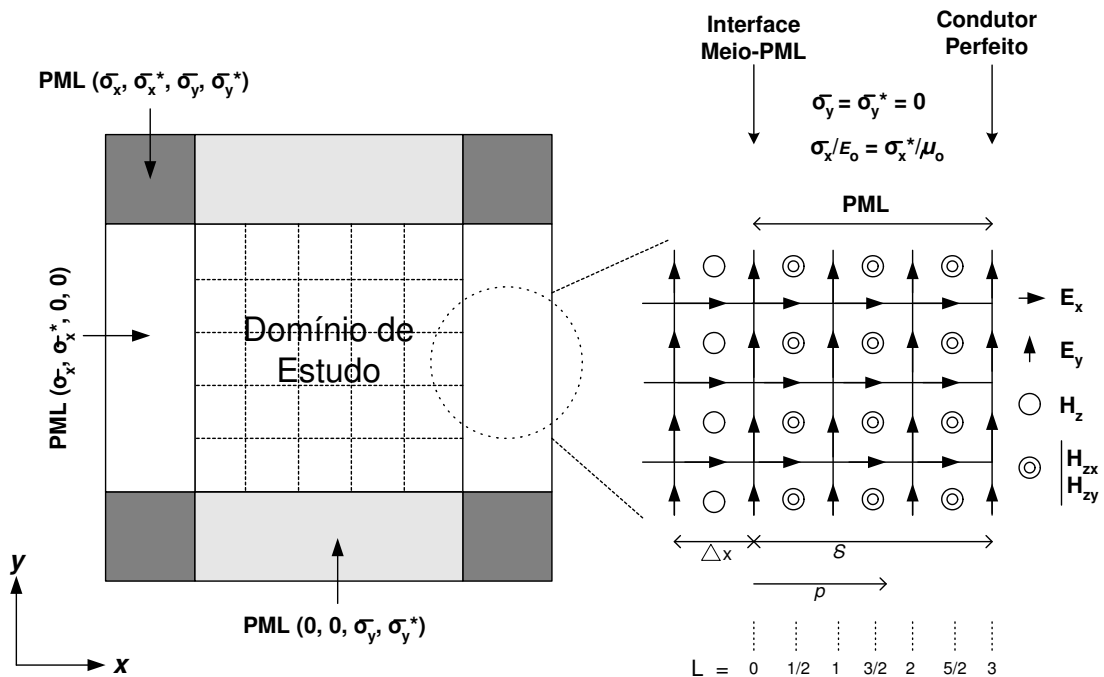
$$\epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma_x E_y = -\frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \quad (2.67)$$

$$\mu \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} = -\frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (2.68)$$

$$\mu \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} = \frac{\partial E_x}{\partial y}, \quad (2.69)$$

onde  $H_z = H_{zx} + H_{zy}$ .

Como o componente  $H_z$  é dividido em dois subcomponentes,  $H_{zx}$  e  $H_{zy}$ , para o cálculo do campo elétrico entre o vácuo e a PML usa-se  $H_z = H_{zx} + H_{zy}$ . A Fig. 2.12 ilustra a PML em 2 dimensões, com detalhes para as condutividades elétrica e magnética. A PML termina em um condutor perfeito, aplicando-se aí a condição de contorno correspondente (campo elétrico tangencial nulo).



**Figura 2.12:** PML circundando uma malha bidimensional, modo de propagação TE.

Para o caso TM, as equações na PML são dadas por:

$$\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} + \sigma_y^* H_x = -\frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \quad (2.70)$$

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} + \sigma_x^* H_y = \frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} \quad (2.71)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_x E_{zx} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (2.72)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_y E_{zy} = -\frac{\partial H_x}{\partial y}, \quad (2.73)$$

onde  $E_z = E_{zx} + E_{zy}$ .

As condutividades incluídas na PML absorvem a energia eletromagnética, dissipando-a. Existem diferentes condutividades para contemplar todas as possíveis direções de propagação das ondas eletromagnéticas em contato com a camada absorvente.

O princípio da PML é relativamente simples e é obtido pela modificação das equações clássicas para o casamento entre meios de tal forma a não haver reflexão, independente do ângulo de incidência da onda eletromagnética. A subdivisão de campo é estendida para o caso tridimensional [11], onde os seis componentes de campo das equações de Maxwell são divididos em dois subcomponentes cada. Assim, para a PML 3D os campos elétrico e magnético são divididos, resultando em doze subcomponentes,  $E_{xy}$ ,  $E_{xz}$ ,  $E_{yz}$ ,  $E_{yx}$ ,  $E_{zx}$ ,  $E_{zy}$ ,  $H_{xy}$ ,  $H_{xz}$ ,  $H_{yz}$ ,  $H_{yx}$ ,  $H_{zx}$  e  $H_{zy}$ . Logo, as equações de Maxwell são escritas como:

$$\epsilon \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_y E_{xy} = \frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \quad (2.74)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \sigma_z E_{xz} = -\frac{\partial(H_{yz} + H_{yx})}{\partial z} \quad (2.75)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} + \sigma_z E_{yz} = \frac{\partial(H_{xy} + H_{xz})}{\partial z} \quad (2.76)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{yx}}{\partial t} + \sigma_x E_{yx} = -\frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \quad (2.77)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_x E_{zx} = \frac{\partial(H_{yz} + H_{yx})}{\partial x} \quad (2.78)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_y E_{zy} = -\frac{\partial(H_{xy} + H_{xz})}{\partial y} \quad (2.79)$$

$$\mu \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{xy} = -\frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \quad (2.80)$$

$$\mu \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{xz} = \frac{\partial(E_{yz} + E_{yx})}{\partial z} \quad (2.81)$$

$$\mu \frac{\partial H_{yz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{yz} = -\frac{\partial(E_{xy} + E_{xz})}{\partial z} \quad (2.82)$$

$$\mu \frac{\partial H_{yx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{yx} = \frac{\partial(E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} \quad (2.83)$$

$$\mu \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} = -\frac{\partial(E_{yz} + E_{yx})}{\partial x} \quad (2.84)$$

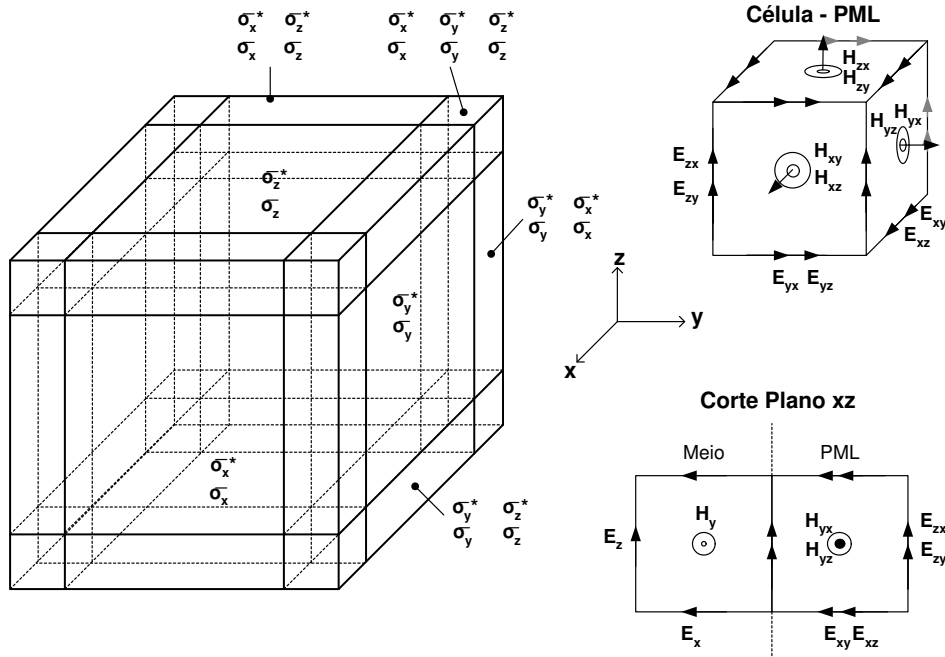
$$\mu \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} = \frac{\partial(E_{xy} + E_{xz})}{\partial y}, \quad (2.85)$$

onde  $H_x = H_{xy} + H_{xz}$ ,  $H_y = H_{yz} + H_{yx}$ ,  $H_z = H_{zx} + H_{zy}$   
 $E_x = E_{xy} + E_{xz}$ ,  $E_y = E_{yz} + E_{yx}$ ,  $E_z = E_{zx} + E_{zy}$ .

Os campos na fronteira entre o domínio de estudo e a PML devem ser calculados usando as relações acima. Na Fig. 2.13 é apresentada a PML 3D com suas respectivas condutividades, com o detalhe de uma célula e da interface meio-PML. A interseção dos planos  $x$ ,  $y$  e  $z$  indicam as condutividades existentes nas paredes da PML (por exemplo, uma onda que se propaga na direção  $x$  encontra  $\sigma_x$  e  $\sigma_x^*$ ).

Para a implementação da PML faltam determinar as condutividades e o número de camadas absorventes que se deseja, de acordo com o grau de reflexão a obter. Em princípio, o fator de reflexão pode ser tão pequeno quanto se queira, bastando aumentar a espessura da PML ( $\delta$ ) e/ou a condutividade  $\sigma(\rho)$ , ver Fig. 2.12. Na prática, uma certa reflexão numérica acontece dependendo de  $\delta$  e  $\sigma(\rho)$ . Os passos necessários para o cálculo das condutividades são [9]:





**Figura 2.13:** PML circundando uma malha tridimensional.

- Escolha da espessura da PML, ou seja,  $\delta$ . Valores comuns:  $N = 6$ ,  $N = 8$  ou  $N = 10$  camadas ( $N \times \Delta = \delta$ ).
- A reflexão desejada  $R$  (parcela da onda refletida na PML), normalmente menor que 1%, neste trabalho foi utilizado  $R = 0,0001$  ou  $0,01\%$ .
- Escolha da variação espacial da condutividade: linear, parabólica ou geométrica.

Para o cálculo das condutividades com perfil linear ou parabólico usa-se [9]:

1. Cálculo da condutividade da camada mais externa:  $n = 1$  para linear ou  $n = 2$  para parabólica:

$$\sigma_m = -\frac{\epsilon_0 c \ln(R)}{(2/(n+1))\delta}; \quad (2.86)$$

2. Cálculo da condutividade da primeira camada  $L = 0$ , usado no cálculo dos campos elétricos.

$$\sigma(0) = \frac{\sigma_m}{(n+1)2^{n+1}N^n}; \quad (2.87)$$

3. Cálculo das condutividades para  $L > 0$  e inteiro, usado no cálculo dos campos elétricos.

$$\sigma(L) = \sigma(0)[(2L+1)^{n+1} - (2L-1)^{n+1}]. \quad (2.88)$$

O fator de crescimento geométrico da condutividade é representado por  $g$  (valores maiores que 2 são usuais [10]). Para o cálculo dessa condutividade usa-se:

1. Cálculo da condutividade auxiliar da interface meio-PML:

$$\sigma_o = -\frac{\epsilon_o c}{2\Delta} \frac{\ln(g)}{(g^N - 1)} \ln(R); \quad (2.89)$$

2. Cálculo da condutividade da primeira camada  $L = 0$ , usado no cálculo dos campos elétricos.

$$\sigma(0) = \sigma_o \frac{\sqrt{g} - 1}{\ln(g)}; \quad (2.90)$$

3. Cálculo das condutividades para  $L > 0$  e inteiro, usado no cálculo dos campos elétricos.

$$\sigma(L) = \sigma_o \frac{g - 1}{\sqrt{g} \ln(g)} g^L. \quad (2.91)$$

O cálculo das condutividades magnéticas para  $L > 0$  e fracionário, usado no cálculo dos campos magnéticos, é dado por:

$$\sigma^*(L) = \frac{\sigma(L)\mu_o}{\epsilon_o}. \quad (2.92)$$

Como os componentes dos campos elétrico e magnético estão defasados de meio  $\Delta$ , as condutividades elétrica e magnética também o estão. Assim, o casamento de impedância, que significa igual absorção para esses campos, não é perfeitamente alcançado pelo processo numérico no FDTD. Desta forma, na teoria a PML é perfeitamente absorvente, mas na prática existe uma pequena fração de reflexão.

Para garantir a estabilidade dos resultados, duas condições devem ser satisfeitas. Uma diz respeito à condutividade da primeira camada, que é dada por:

$$\sigma(0) < \frac{2\pi\epsilon_o}{T_t}, \quad (2.93)$$

onde  $T_t$  é o tempo total de simulação. A segunda condição diz que a razão da variação das sucessivas condutividades deve ser menor que um determinado valor, denominado  $S$ .

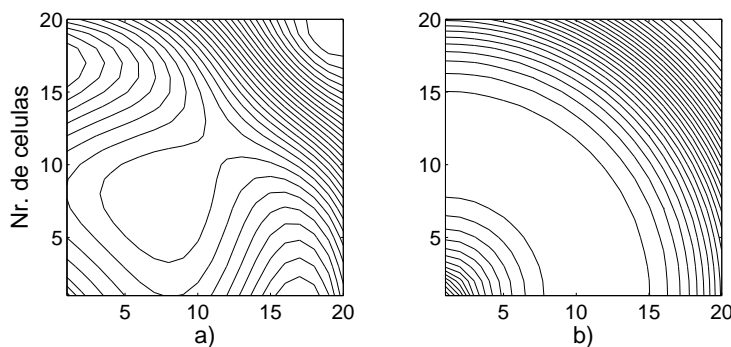
$$\frac{\sigma(L + 1/2)}{\sigma(L)} \leq S \quad (L = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots). \quad (2.94)$$

O parâmetro  $S$  depende do problema a ser solucionado e é estimado empiricamente [10]. Geralmente testa-se a PML para ver se os parâmetros estão corretos. A variação geométrica da condutividade satisfaz automaticamente à Eq. 2.94, sendo  $\sqrt{g} = S$ .

A transformação das equações da PML para o uso no FDTD segue diretamente das diferenças finitas centrais (Sec. 2.4.1). Durante este trabalho, será empregada a seguinte notação: PML(N-C-R), onde N = número de camadas absorventes, C representa a variação da condutividade (L = linear, P = parabólica, G = geométrica), e R o fator de reflexão.

Para avaliar condições absorventes 3D, foram utilizadas as ABC's de Mur1 e PML (o programa com Mur1 encontra-se no Anexo 2). Foi usada uma malha de  $20 \times 20 \times 20$  células, com  $\Delta = 0,1\text{mm}$ ,  $\Delta t = 0,173\text{ps}$ , 100 iterações (resultado para 17,3ps), PML(8-P-0,0001), pulso gaussiano com largura aproximada de 8,6ps e excitação em uma linha num canto da malha ( $H_z$ ).

A excitação em um canto exige mais da ABC que a excitação no centro da malha. O resultado de  $H_z$  para o plano  $xy$  central da malha é visto na Fig. 2.14a ABC Mur1 e 2.14b PML. A PML não apresenta distorções na forma de onda enquanto que para Mur1 percebe-se a tendência da onda de retornar à fonte de excitação devido às reflexões numéricas. Nos testes realizados com a PML, a variação de condutividade parabólica apresentou melhores resultados que a linear e a geométrica.



**Figura 2.14:** Pulso gaussiano,  $H_z$  plano central de uma malha cúbica de  $20 \times 20 \times 20$ . a) Mur1 e b) PML(8-P-0,0001).

A PML 3D é uma ótima condição absorvente, mas de difícil programação dados seus muitos parâmetros, tais como: diferentes condutividades e dependência com as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , resolução de 12 equações FDTD, cuidados especiais que se devem ter na relação das equações entre o meio e a PML, locação de matrizes para cobrir a malha cúbica, bem como os critérios de estabilidade.

## 2.7.4 Camada Perfeitamente Casada Uniaxial - UPML

A UPML [30] é uma camada perfeitamente casada composta por um material anisotrópico uniaxial. Esta PML uniaxial é matematicamente equivalente à PML publicada por Berenger [9]. Entretanto, é baseada nas equações de Maxwell, nas quais não existe a subdivisão dos componentes de campo elétrico e magnético, fazendo com que sua formulação represente a realidade física. A UPML não possui as restrições de estabilidade da PML, possuindo igual eficiência e sendo mais fácil de programar e computacionalmente mais eficiente [30]. Segue o mesmo princípio da PML, circundando o domínio de estudo com um número de camadas absorventes e condutividades elétricas nas diferentes direções.

Para uma condição de casamento, as equações rotacionais de Maxwell em sua forma harmônica (domínio da frequência) podem ser escritas para a UPML em sua forma geral como:

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon\bar{\bar{s}}\vec{E}, \quad (2.95)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\bar{\bar{s}}\vec{H}, \quad (2.96)$$

onde  $\bar{\bar{s}}$  é o tensor diagonal definido por:

$$\bar{\bar{s}} = \begin{bmatrix} 1/s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_x & 0 \\ 0 & 0 & s_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_y & 0 & 0 \\ 0 & 1/s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_z & 0 & 0 \\ 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 1/s_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s_y s_z}{s_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_x s_z}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_x s_y}{s_z} \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

Com  $s_x$ ,  $s_y$  e  $s_z$  dados por:

$$s_x = k_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\epsilon}, \quad s_y = k_y + \frac{\sigma_y}{j\omega\epsilon}, \quad s_z = k_z + \frac{\sigma_z}{j\omega\epsilon}. \quad (2.98)$$

Das definições acima, escolhem-se os parâmetros para toda a malha FDTD seguindo os seguintes critérios (as condutividades elétricas possuem localização igual à da PML):

- Parte interior da malha, isotrópica e sem perdas:  $s_x = s_y = s_z = 1$ , o que requer  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$  e  $k_x = k_y = k_z = 1$ . Estes parâmetros referem-se ao domínio de estudo dentro do FDTD, sem condição absorvente.
- UPML entre  $x_{min}$  e  $x_{max}$  (sem intersecção entre planos):  $s_y = s_z = 1$ , o que requer  $\sigma_y = \sigma_z = 0$  e  $k_y = k_z = 1$ ;
- UPML entre  $y_{min}$  e  $y_{max}$  (sem intersecção entre planos):  $s_x = s_z = 1$ , o que requer  $\sigma_x = \sigma_z = 0$  e  $k_x = k_z = 1$ ;

- UPML entre  $z_{min}$  e  $z_{max}$  (sem intersecção entre planos):  $s_x = s_y = 1$ , o que requer  $\sigma_x = \sigma_y = 0$  e  $k_x = k_y = 1$ ;
- UPML entre  $x_{min}$ ,  $x_{max}$  e  $y_{min}$  e  $y_{max}$  (intersecção entre os planos  $x$  e  $y$  - cantos diedrais):  $s_z = 1$ , o que requer  $\sigma_z = 0$  e  $k_z = 1$ ;
- UPML entre  $x_{min}$ ,  $x_{max}$  e  $z_{min}$  e  $z_{max}$  (intersecção entre os planos  $x$  e  $z$  - cantos diedrais):  $s_y = 1$ , o que requer  $\sigma_y = 0$  e  $k_y = 1$ ;
- UPML entre  $y_{min}$ ,  $y_{max}$  e  $z_{min}$  e  $z_{max}$  (intersecção entre os planos  $y$  e  $z$  - cantos diedrais):  $s_x = 1$ , o que requer  $\sigma_x = 0$  e  $k_x = 1$ ;
- UPML na intersecção de todos os planos (cantos triedrais): usa-se o tensor completo de (2.97), ou seja, todas as condutividades e geralmente com  $k's = 1$ .

Partindo das Eqs. 2.95 e 2.97 a UPML é expressa como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{bmatrix} = j\omega\epsilon \begin{bmatrix} \frac{s_y s_z}{s_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_x s_z}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_x s_y}{s_z} \end{bmatrix} \quad (2.99)$$

Inserindo (2.98) em (2.99) e transformando para o domínio do tempo, resultaria numa convolução entre o tensor e o campo elétrico, o que é computacionalmente pesado. Para superar isto, define-se [94]:

$$D_x = \epsilon \frac{s_y}{s_x} E_x, \quad D_y = \epsilon \frac{s_z}{s_y} E_y, \quad D_z = \epsilon \frac{s_x}{s_z} E_z. \quad (2.100)$$

Então (2.99) é reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} s_z & 0 & 0 \\ 0 & s_x & 0 \\ 0 & 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

Agora, substituindo  $s_x$ ,  $s_y$  e  $s_z$  de (2.98) em (2.101), e aplicando a transformada inversa de Fourier usando a identidade  $j\omega f(\omega) \rightarrow (\partial/\partial t)f(t)$ , resulta num sistema de equações diferenciais no domínio do tempo:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} k_z & 0 & 0 \\ 0 & k_x & 0 \\ 0 & 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} + \frac{1}{\epsilon} \begin{bmatrix} \sigma_z & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_x & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} \quad (2.102)$$

A partir do sistema de equações de (2.102) pode-se aplicar o algoritmo de Yee às induções elétricas  $D_x$ ,  $D_y$  e  $D_z$  e seus respectivos campos magnéticos, gerando um conjunto de equações FDTD dadas por:

$$D_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = \left[ \frac{2\epsilon k_z - \sigma_z \Delta t}{2\epsilon k_z + \sigma_z \Delta t} \right] D_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \left[ \frac{2\epsilon \Delta t}{(2\epsilon k_z + \sigma_z \Delta t) \Delta} \right] \cdot \left[ H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.103)$$

$$D_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} = \left[ \frac{2\epsilon k_x - \sigma_x \Delta t}{2\epsilon k_x + \sigma_x \Delta t} \right] D_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + \left[ \frac{2\epsilon \Delta t}{(2\epsilon k_x + \sigma_x \Delta t) \Delta} \right] \cdot \left[ H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_z|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.104)$$

$$D_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} = \left[ \frac{2\epsilon k_y - \sigma_y \Delta t}{2\epsilon k_y + \sigma_y \Delta t} \right] D_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n + \left[ \frac{2\epsilon \Delta t}{(2\epsilon k_y + \sigma_y \Delta t) \Delta} \right] \cdot \left[ H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_x|_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.105)$$

Para relacionar  $\vec{D}$  e  $\vec{E}$  usa-se (2.100). Considerando somente  $D_x$ , multiplicando ambos lados por  $s_x$  e substituindo seu valor (2.98), tem-se:

$$\left[ k_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\epsilon} \right] D_x = \epsilon \left[ k_y + \frac{\sigma_y}{j\omega\epsilon} \right] E_x \quad (2.106)$$

Multiplicando ambos lados por  $j\omega$  e transformando para o domínio do tempo, resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial t}(k_x D_x) + \frac{\sigma_x}{\epsilon} D_x = \epsilon \left[ \frac{\partial}{\partial t}(k_y E_x) + \frac{\sigma_y}{\epsilon} E_x \right] \quad (2.107)$$

Similarmente, as componentes  $D_y$  e  $D_z$  podem ser associadas a seus respectivos campos elétricos. Após este resultado o algoritmo de Yee já pode ser empregado. As equações FDTD para o campo elétrico são então dadas por:

$$E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = \left[ \frac{2\epsilon k_y - \sigma_y \Delta t}{2\epsilon k_y + \sigma_y \Delta t} \right] E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \left[ \frac{1}{(2\epsilon k_y + \sigma_y \Delta t) \epsilon} \right] \cdot \left[ (2\epsilon k_x + \sigma_x \Delta t) D_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} - (2\epsilon k_x - \sigma_x \Delta t) D_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \right] \quad (2.108)$$

$$E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} = \left[ \frac{2\epsilon k_z - \sigma_z \Delta t}{2\epsilon k_z + \sigma_z \Delta t} \right] E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + \left[ \frac{1}{(2\epsilon k_z + \sigma_z \Delta t)\epsilon} \right] \cdot \left[ (2\epsilon k_y + \sigma_y \Delta t) D_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} - (2\epsilon k_y - \sigma_y \Delta t) D_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \right] \quad (2.109)$$

$$E_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} = \left[ \frac{2\epsilon k_x - \sigma_x \Delta t}{2\epsilon k_x + \sigma_x \Delta t} \right] E_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n + \left[ \frac{1}{(2\epsilon k_x + \sigma_x \Delta t)\epsilon} \right] \cdot \left[ (2\epsilon k_z + \sigma_z \Delta t) D_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} - (2\epsilon k_z - \sigma_z \Delta t) D_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \right] \quad (2.110)$$

A atualização das componentes do campo elétrico requer dois passos: (1) obtenção dos novos valores de  $\vec{D}$  e (2) uso destes valores para o cômputo de  $\vec{E}$ . Processo similar é aplicado para os valores do campo magnético: primeiro calculam-se as induções magnéticas ( $\vec{B}$ ) e depois o  $\vec{H}$ .

Para dedução das equações do campo magnético parte-se das Eqs. 2.96 e 2.97. Após algebrismo similar ao do campo elétrico e usando:

$$B_x = \mu \frac{S_y}{S_x} H_x, \quad B_y = \mu \frac{S_z}{S_y} H_y, \quad B_z = \mu \frac{S_x}{S_z} H_z, \quad (2.111)$$

resulta no conjunto de equações FDTD para  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$ , dadas por:

$$B_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{3}{2}} = \left[ \frac{2\epsilon k_z - \sigma_z \Delta t}{2\epsilon k_z + \sigma_z \Delta t} \right] B_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \left[ \frac{2\epsilon \Delta t}{(2\epsilon k_z + \sigma_z \Delta t)\Delta} \right] \cdot \left[ E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k+1}^{n+1} - E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} + E_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} - E_z|_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}^{n+1} \right] \quad (2.112)$$

$$B_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{3}{2}} = \left[ \frac{2\epsilon k_x - \sigma_x \Delta t}{2\epsilon k_x + \sigma_x \Delta t} \right] B_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \left[ \frac{2\epsilon \Delta t}{(2\epsilon k_x + \sigma_x \Delta t)\Delta} \right] \cdot \left[ E_z|_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} - E_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} + E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} - E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k+1}^{n+1} \right] \quad (2.113)$$

$$B_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{3}{2}} = \left[ \frac{2\epsilon k_y - \sigma_y \Delta t}{2\epsilon k_y + \sigma_y \Delta t} \right] B_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + \left[ \frac{2\epsilon \Delta t}{(2\epsilon k_y + \sigma_y \Delta t)\Delta} \right] \cdot \left[ E_x|_{i+\frac{1}{2},j+1,k}^{n+1} - E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} + E_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} - E_y|_{i+1,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} \right] \quad (2.114)$$

$$H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{3}{2}} = \left[ \frac{2\epsilon k_y - \sigma_y \Delta t}{2\epsilon k_y + \sigma_y \Delta t} \right] H_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \left[ \frac{1}{(2\epsilon k_y + \sigma_y \Delta t)\mu} \right] \cdot \left[ (2\epsilon k_x + \sigma_x \Delta t) B_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{3}{2}} - (2\epsilon k_x - \sigma_x \Delta t) B_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.115)$$

$$H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{3}{2}} = \left[ \frac{2\epsilon k_z - \sigma_z \Delta t}{2\epsilon k_z + \sigma_z \Delta t} \right] H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \left[ \frac{1}{(2\epsilon k_z + \sigma_z \Delta t)\mu} \right] \cdot \left[ (2\epsilon k_y + \sigma_y \Delta t) B_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{3}{2}} - (2\epsilon k_y - \sigma_y \Delta t) B_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.116)$$

$$H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{3}{2}} = \left[ \frac{2\epsilon k_x - \sigma_x \Delta t}{2\epsilon k_x + \sigma_x \Delta t} \right] H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + \left[ \frac{1}{(2\epsilon k_x + \sigma_x \Delta t)\mu} \right] \cdot \left[ (2\epsilon k_z + \sigma_z \Delta t) B_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{3}{2}} - (2\epsilon k_z - \sigma_z \Delta t) B_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.117)$$

A condutividade da UPML é determinada de acordo com um fator de crescimento. O fator comumente utilizado é o polinomial [30], sendo que a condutividade máxima na última camada da condição absorvente é calculada como:

$$\sigma_{max} = -\frac{(m+1) \ln[R(0)]}{2\eta d}, \quad (2.118)$$

onde  $3 \leq m \leq 4$ ,  $R(0)$  é o fator de reflexão,  $\eta = \sqrt{u_o/e_o}$  é a impedância intrínseca do meio, e  $d$  é a espessura da UPML em metros. Considerando uma espessura de  $N$  camadas, para  $N = 10$  usa-se  $R(0) = e^{-16}$  e para  $N = 5$ ,  $R(0) = e^{-8}$ . Estes valores são considerados ótimos para a maioria das aplicações no FDTD [94].

As demais condutividades são determinadas com o uso de (1.119). Considerando uma direção  $x$ , iniciando em 0 até  $d$ , essas condutividades são dadas por:

$$\sigma_x(x) = (x/d)^m \sigma_{max} \quad (2.119)$$

Os valores de  $k$  podem variar de 1 em  $x = 0$  até um valor  $k_{max}$  ( $k_{max} \geq 1$ ), sendo calculados conforme:

$$k_x(x) = 1 + (k_{max} - 1) \cdot (x/d)^m. \quad (2.120)$$

Normalmente usa-se  $k = 1$  para toda a UPML.

Dada as qualidades da UPML, incluindo amplo uso com bons resultados, esta condição absorvente tem sido muito empregada no FDTD. Suas principais vantagens em relação à PML são a maior estabilidade, o fato de não ser sensível a situações dependentes do tempo de simulação e parâmetros da malha, bem como uma maior facilidade de programação.

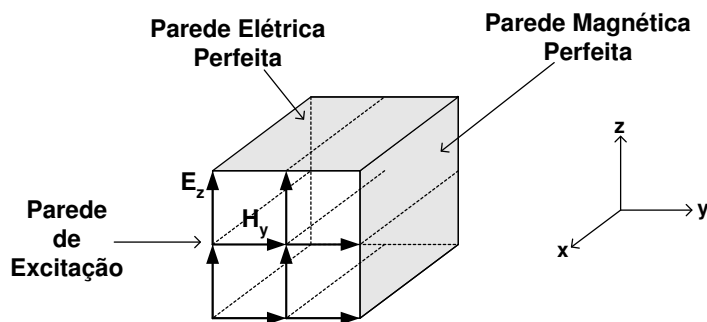


## 2.8 Geração Simples de uma Onda Plana

Longe de uma fonte radiadora de energia eletromagnética, considera-se que as frentes de onda são localmente planas [8]. Assim, em aplicações de interação de ondas com estruturas (espalhamento), a simulação de ondas planas é importante.

Numa onda plana os campos elétrico e magnético são perpendiculares entre si e à direção de propagação, formando uma onda denominada transverso-eletromagnética (TEM).

Uma forma simples de gerar uma onda plana é excitar todo um plano de campo em 3D ou uma linha em 2D. O problema é que nos limites da malha a onda é distorcida devido à sua difração. Para contornar esse problema de maneira simples e garantir a existência de uma onda plana em todo domínio de estudo, pode-se utilizar uma configuração com paredes especiais para compensar qualquer dispersão na malha (superfícies parciais de Huygens [18]). O campo elétrico deve ser perpendicular a uma parede elétrica perfeita (condutividade elétrica infinita com coeficiente de reflexão  $-1$ ), e o campo magnético deve ser perpendicular a uma parede magnética perfeita (condutividade magnética infinita com coeficiente de reflexão  $+1$ ). A Fig. 2.15 ilustra estas condições. Os campos elétrico e magnético encontram-se no plano  $yz$  e a onda propaga-se na direção  $x$ . São excitados todos os campos  $E_z$  do plano  $yz$  onde é gerada a onda.



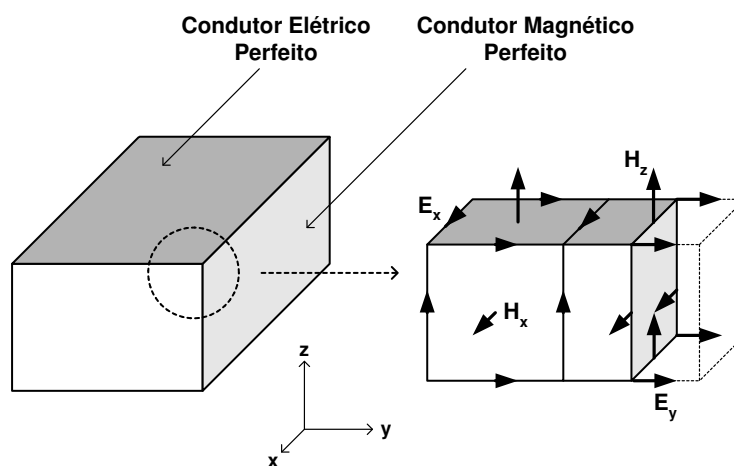
**Figura 2.15:** Paredes especiais para gerar uma onda plana.

Como as paredes elétrica e magnética perfeitas envolvem a onda plana, devem-se aplicar as condições de contorno adequadas a elas. Na parede elétrica, o campo elétrico tangencial à superfície bem como o campo magnético normal são nulos. Na parede magnética é o inverso: o campo magnético tangencial à superfície bem como o campo elétrico normal devem ser nulos, ver Sec. 2.3.

Para realizar essas condições de contorno na malha FDTD tridimensional com a célula

convencional, deve-se dividir a célula nas proximidades da parede magnética para impor as condições de contorno. A Fig. 2.16 ilustra esse detalhe. Com essa topologia de malha, todos os vetores de campo em contato com as paredes da estrutura que guia a onda serão nulos e a onda plana será gerada corretamente.

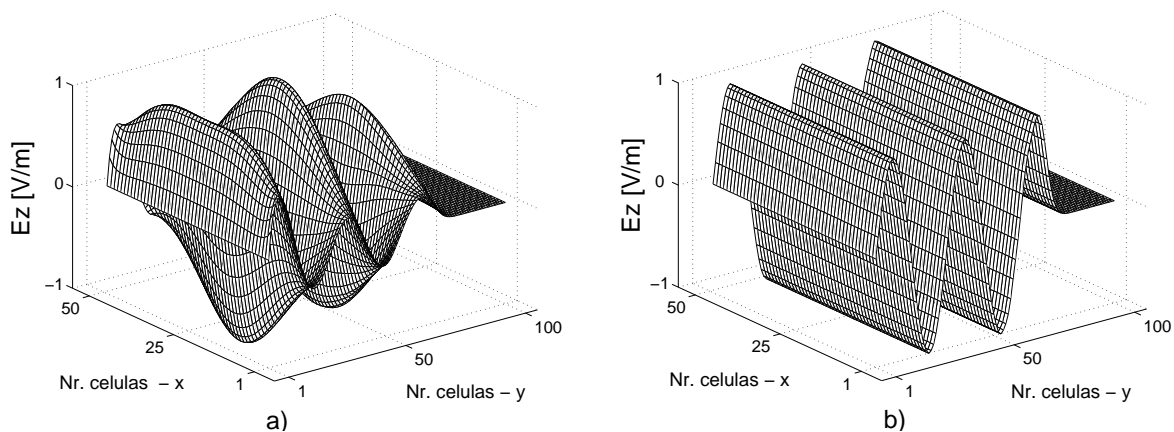
A implementação simples dessa onda plana possui limitadas aplicações, visto que uma onda espalhada no interior da malha sofrerá reflexão em contato com as paredes da estrutura que guia a onda devido às condições de contorno impostas. Além disso, a direção de propagação da onda gerada sempre será paralela a um dos eixos cartesianos. A vantagem encontra-se na facilidade de programação.



**Figura 2.16:** Detalhes para aplicações das condições de contorno na geração simples de uma onda plana propagando-se na direção  $x$ .

O efeito de usar ou não as condições de contorno pode ser visto na Fig. 2.17. Usou-se uma malha de  $50 \times 100 \times 21$  células cúbicas,  $\Delta = 0,1\text{cm}$ ,  $\Delta t = 1\text{ps}$ , condição absorvente Mur1, excitação a 10 GHz em  $E_z$  no plano  $xz$  em  $y = 1$ . Na Fig. 2.17 é apresentado  $E_z$  no plano  $xy$  em  $z = 10$  após 250 iterações. Na Fig. 2.17a a onda não possui condições de contorno para onda plana e na Fig. 2.17b estas condições estão presentes.

Existe uma formulação complexa e precisa, baseada nos campos incidente e refletido para se obter uma onda plana com qualquer ângulo de incidência na malha. Nessa formulação é necessário conhecer previamente o campo incidente para toda a malha, sendo a malha dividida numa região de campo total, que é igual ao incidente mais o refletido, e noutra região onde só existem campos refletidos [101] [94]. O algoritmo FDTD com este tipo de excitação é muito utilizado em complicados problemas de espalhamento.

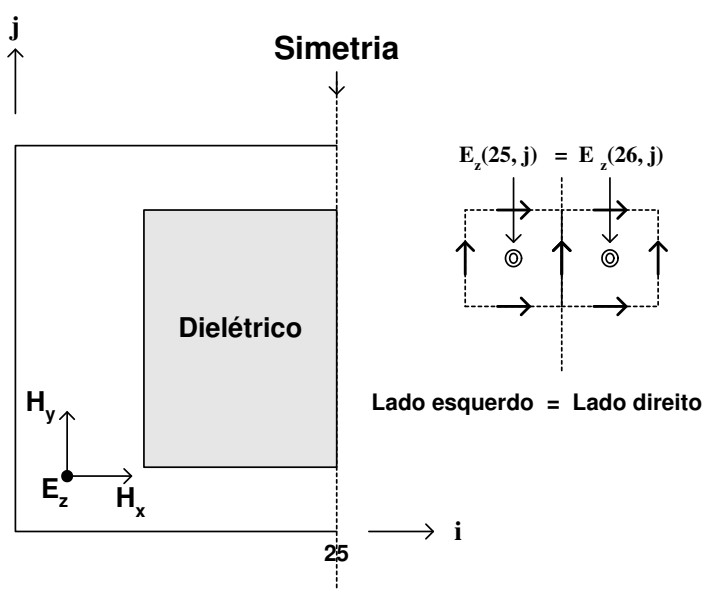


**Figura 2.17:** Onda se propagando a 10 GHz. a) sem as condições de contorno para onda plana e b) com as condições de contorno.

## 2.9 Uso da Simetria

Quando o problema estudado apresentar simetria, pode-se analisar somente uma parte da geometria de modo a economizar memória e tempo de processamento [90]. Seja uma estrutura bidimensional, para o modo TM, com simetria em  $i = 25$ , conforme Fig. 2.18. A simetria garante que as propriedades elétricas do lado direito são iguais às do lado esquerdo, ou seja:

$$\mu, \epsilon, \sigma|_{25-i,j} = \mu, \epsilon, \sigma|_{25+i,j} \quad (2.121)$$



**Figura 2.18:** Geometria de uma estrutura simétrica em  $i = 25$ .

Se a onda incidente for uma onda plana propagando-se na direção  $y$  ( $j$ ), os componentes de campo  $E_z$  e  $H_x$  são uniformes no plano  $xy$  e assim, naturalmente simétricos em  $i = 25$ . Logo:

$$E_z|_i^n, H_x|_{25-i,j}^n = E_z|_i^n, H_x|_{25+i,j}^n. \quad (2.122)$$

A condição de truncamento na fronteira de simetria é:

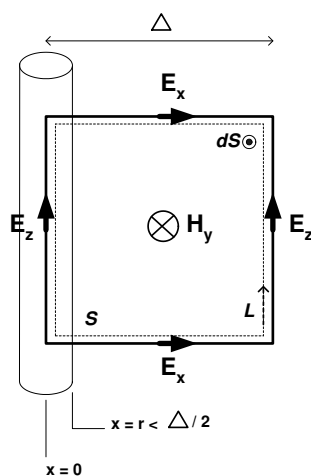
$$E_z|_{25,j}^n = E_z|_{26,j}^n. \quad (2.123)$$

Assim,  $H_y$  na fronteira é nulo, pois  $E_z|_{25,j}^n - E_z|_{26,j}^n = 0$ .

Portanto, dependendo da geometria do problema e do modo de propagação da onda, a simetria pode ser levada em conta para reduzir o domínio de cálculo.

## 2.10 Modelagem de Fios Finos Perfeitamente Condutores

Para a simulação de geometrias curvas no FDTD com precisão sem a utilização de malhas densas, faz-se uso das equações de Maxwell em sua forma integral [46]. Estas permitem incorporar a física de campos próximos, resultando em equações do método FDTD adaptadas à geometria do problema sob análise. Assim, para a modelagem de fios perfeitamente condutores com seção circular de diâmetros subcelulares, aplica-se a lei de Faraday em um contorno  $L$ , circundando uma superfície  $S$ , Eq. 2.7. A Fig. 2.19 ilustra essa idéia aplicada à célula FDTD usada no cálculo dos componentes de campo magnético adjacentes a um fio na posição vertical (direção  $z$ ).



**Figura 2.19:** Célula FDTD para aplicação da Lei de Faraday na forma integral.

Com este modelo, os componentes de campo  $E_x$  e  $H_y$  adjacentes ao fio variam com o inverso da distância do seu centro, incorporando a solução de campos estáticos ao FDTD [94]. Os demais componentes de campo no modelo não sofrem alterações. Então, aplicando-se a lei de Faraday ao contorno  $L$  e à superfície  $S$ , a integração espacial dos termos que variam com  $1/x$  resulta em variação do tipo  $\ln(x)$ , produzindo a seguinte expressão para  $H_y$  próximo ao fio [102]:

$$H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu\Delta} \left[ E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k+1}^n - E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \right] + \frac{2\Delta t}{\mu\Delta \ln(\Delta/r)} \left[ E_z|_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \right] \quad (2.124)$$

onde  $r$  é o raio do condutor, devendo ser menor que  $\Delta/2$ . A formulação para  $H_x$  é análoga. Em resumo, o fio da Fig. 2.19 é paralelo à direção  $z$ , sendo necessário calcular de forma especial somente os quatro componentes de campo magnético que circundam o fio (dois  $H_x$  e dois  $H_y$ ). Os demais componentes de campo são calculados com a formulação FDTD comum. A partir de (2.124) pode-se mostrar que com  $r = 0,135\Delta$  essa formulação é igual à do FDTD básico. Logo, se não for feita nenhuma alteração na formulação, fica implícito um raio de  $0,135\Delta$  para o fio.

## 2.11 Meios Dispersivos Usando o Modelo de Debye

Os materiais na natureza podem possuir propriedades dispersivas, ou seja, o valor da permissividade, permeabilidade e condutividade elétrica podem variar com a frequência.

O FDTD em sua concepção original não considera meios dispersivos, não sendo utilizado em problemas nos quais a variação das propriedades elétricas do meio é significativa na faixa de frequência usada. Como o FDTD é um método numérico no domínio do tempo, pode-se incluir uma convolução em sua formulação de forma a levar em conta a dispersão dos materiais. A seguir será descrito um modelo FDTD para materiais dispersivos elétricos, isotrópicos e lineares. A extensão da formulação para materiais dispersivos magnéticos segue diretamente do raciocínio apresentado.

Um dos modelos FDTD mais simples e conhecido para a modelagem de materiais dispersivos é o (FD)<sup>2</sup>TD - *Frequency Dependent FDTD* [51]. Sua dedução parte das equações de Maxwell no domínio da frequência:

$$j\omega\vec{D}(\omega) = \nabla \times \vec{H}(\omega) - \sigma_s\vec{E}(\omega) \quad (2.125)$$

$$-j\omega\vec{B}(\omega) = \nabla \times \vec{E}(\omega), \quad (2.126)$$

onde  $\sigma_s$  é a condutividade estática (para frequência nula).

A relação entre a indução elétrica e o campo elétrico é:

$$\vec{D}(\omega) = \epsilon_o \epsilon_r^*(\omega) \vec{E}(\omega), \quad (2.127)$$

sendo a constante dielétrica relativa complexa  $\epsilon_r^*(\omega)$  dada por

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_\infty + \chi(\omega) \quad (2.128)$$

e a suscetibilidade  $\chi(\omega)$  é

$$\chi(\omega) = \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau_o}, \quad (2.129)$$

onde  $\epsilon_\infty$  é denominada permissividade infinita (valor obtido quando o meio é submetido a frequências muito grandes),  $\epsilon_s$  é a permissividade estática (para frequência nula), e  $\tau_o$  é o tempo de relaxação<sup>1</sup>. É assumido que não há permeabilidade magnética complexa, sendo  $\vec{B} = \mu\vec{H}$ .

Para um meio dispersivo linear, a relação entre  $\vec{D}$  e  $\vec{E}$  no domínio do tempo é dada por

$$\vec{D}(t) = \epsilon_\infty \epsilon_o \vec{E}(t) + \epsilon_o \int_0^t \vec{E}(t - \tau) \chi(\tau) d\tau, \quad (2.130)$$

onde  $\tau$  é uma variável auxiliar no processo de convolução. Usando a notação de Yee, com  $t = n\Delta t$ , obtém-se:

$$\vec{D}(t) \approx \vec{D}(n\Delta t) = \vec{D}^n = \epsilon_\infty \epsilon_o \vec{E}^n + \epsilon_o \int_0^{n\Delta t} \vec{E}(n\Delta t - \tau) \chi(\tau) d\tau. \quad (2.131)$$

Todos os componentes de campo são assumidos constantes em cada intervalo de tempo. Como o tempo é discretizado, a integração torna-se um somatório, e a Eq. 2.131 equivale a:

$$\vec{D}^n = \epsilon_\infty \epsilon_o \vec{E}^n + \epsilon_o \sum_{m=0}^{n-1} \vec{E}^{n-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau. \quad (2.132)$$

Para simplificação, é considerado o caso em uma dimensão, sendo simples a extensão para 2D e 3D. Assim, para 1D serão considerados somente  $D_y$ ,  $E_y$  e  $H_z$  e a propagação dar-se-á na direção  $x$ . Então, com  $x = i\Delta x$ , segue de (2.125):

---

<sup>1</sup>Tempo necessário para que o valor de uma carga colocada no interior de um material decaia a  $e^{-1} = 0,368$  de seu valor inicial [74]. Em materiais físicos e biológicos vários processos de relaxação podem ocorrer em paralelo e a resposta elétrica total do material pode ser caracterizada por várias constantes de tempo - seus valores dependerão do processo físico envolvido [63].

$$\frac{D_y|_i^{n+1} - D_y|_i^n}{\Delta t} = -\frac{H_z|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - \sigma_s E_y|_i^{n+1}. \quad (2.133)$$

Para obter  $E_y^{n+1}$ , é preciso eliminar  $D_y$  de (2.133). Usando (2.132), tem-se:

$$D_y|_i^{n+1} - D_y|_i^n = (\epsilon_o \epsilon_\infty + \epsilon_o \chi^o) E_y|_i^{n+1} - \epsilon_o \epsilon_\infty E_y|_i^n - \epsilon_o \sum_{m=0}^{n-1} E_y|_i^{n-m} (\chi^m - \chi^{m+1}), \quad (2.134)$$

onde

$$\chi^m = \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau. \quad (2.135)$$

Assume-se que os parâmetros constitutivos do meio correspondem à localização espacial do campo elétrico  $x = i\Delta x$ . Para simplificar a equação final, define-se:

$$\Delta\chi^m = \chi^m - \chi^{m+1}. \quad (2.136)$$

Substituindo (2.134) - (2.136) e resolvendo para  $E_y^{n+1}$ , resulta finalmente em:

$$E_y|_i^{n+1} = P E_y|_i^n + Q \psi_y|_i^n - R \left[ H_z|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right], \quad (2.137)$$

com

$$P = \frac{\epsilon_\infty}{\frac{\sigma_s \Delta t}{\epsilon_o} + \epsilon_\infty + \chi^o}$$

$$Q = \frac{1}{\frac{\sigma_s \Delta t}{\epsilon_o} + \epsilon_\infty + \chi^o}$$

$$R = \frac{\Delta t}{\left[ \frac{\sigma_s \Delta t}{\epsilon_o} + \epsilon_\infty + \chi^o \right] \epsilon_o \Delta x}$$

$$\psi_y^n(i) = \sum_{m=0}^{n-1} E_y^{n-m}(i) \Delta\chi^m(i),$$

onde  $\psi_y^n(i)$  é um valor real. O valor de  $\psi_y^n(i)$  no passo de tempo presente é relacionado com o passado por [51]:

$$\psi_y^n(i) = E_y^n(i) \Delta\chi^o(i) + e^{-\Delta t/\tau_o} \psi_y^{n-1}(i), \quad (2.138)$$

sendo

$$\chi^o(i) = (\epsilon_s - \epsilon_\infty)(1 - e^{-\Delta t/\tau_o}) \quad (2.139)$$

$$\Delta\chi^m = (\epsilon_s - \epsilon_\infty) e^{(-m\Delta t/\tau_o)} (1 - e^{-\Delta t/\tau_o})^2. \quad (2.140)$$

Logo, na atualização de campo emprega-se a Eq. 2.138. Em problemas 1D, 2D e 3D, o campo elétrico no método (FD)<sup>2</sup>TD é expresso (em notação simplificada) como:

$$\vec{E}^{n+1} = P\vec{E}^n + Q\vec{\psi}^n + R\nabla \times \vec{H}^{n+1/2}. \quad (2.141)$$

As equações normalmente usadas na atualização do campo magnético permanecem inalteradas.

A Eq. 2.129, conhecida como equação de Debye de primeira ordem, representa meios dispersivos elétricos nos quais a taxa de decrescimento de  $\chi$  com a frequência é limitada, pois possui apenas um pólo [88] [63]. Logo, a permissividade elétrica complexa (relativa) para o modelo de Debye de primeira ordem, englobando a permissividade e condutividade, é expressa como:

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau_o} + \frac{\sigma_s}{j\omega\epsilon_o}. \quad (2.142)$$

A permissividade efetiva para uma dada frequência, é então:

$$\epsilon_r = \text{Real}(\epsilon_r^*(\omega)) = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2\tau_o^2} \quad (2.143)$$

e a condutividade

$$\sigma = -\omega\epsilon_o \text{Imag}(\epsilon_r^*(\omega)) = -\omega\epsilon_o \left[ \frac{\omega\tau_o(\epsilon_s - \epsilon_\infty)}{1 + \omega^2\tau_o^2} + \frac{\sigma_s}{\omega\epsilon_o} \right]. \quad (2.144)$$

Em materiais condutivos, como tecidos biológicos, a condutividade estática  $\sigma_s$  deve ser incluída. Já para a água pura,  $\sigma_s = 0$ .

Em muitos problemas, o modelo dispersivo de primeira ordem é suficiente, mas quando se deseja modelar precisamente meios que possuam grande variação de permissividade com a frequência, a Eq. 2.129 deve apresentar termos de ordem maior e a formulação para o (FD)<sup>2</sup>TD deve ser alterada [53] [27]. Um exemplo de equação que descreve meios dispersivos com precisão é a equação de Cole-Cole de 4<sup>o</sup> ordem, em que a permissividade complexa é expressa por [63]:

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_\infty + \sum_{n=1}^4 \frac{\Delta\epsilon_n}{1 + (j\omega\tau_n)^{(1-\alpha_n)}} + \frac{\sigma_s}{j\omega\epsilon_o}. \quad (2.145)$$

Esta equação é interessante quando os valores das constantes são conhecidos para diferentes materiais. Assim, para uma dada frequência pode-se determinar o valor da condutividade e da permissividade elétrica do meio. No Anexo 3 é apresentada uma tabela com as constantes para a Eq. 2.145 para vários tecidos biológicos humanos.



## 2.12 Considerações

Nos trabalhos iniciais desta tese, a PML foi empregada, após implementou-se a UPML. O desempenho de ambas foi bastante similar nas simulações, portanto, não foram apresentados gráficos comparativos. A UPML foi escolhida por não possuir a instabilidade inerente à PML, a qual se torna instável quando um grande número de interações é utilizado.

A principal limitação do FDTD é o uso de malhas regulares, o que torna difícil adaptações da malha a superfícies curvas. Para contornar este problema, uma das possibilidades é o emprego de incrementos espaciais menores, o que acarreta maior carga computacional. Outra variante são as malhas regulares não uniformes, com um aumento da densidade de malha próxima ao contorno desejado [94] (com mudanças na formulação FDTD). Mesmo neste caso, a aproximação será sempre feita por degraus.

Com as equações de Maxwell na sua forma integral podem-se desenvolver modelos locais subcelulares para a consideração de detalhes menores que os obtidos com a malha regular [92](como na Seção 2.10). Podem-se utilizar segmentos de reta ou mesmo simular perfeitamente superfícies curvas [46] [3] [94]. Existe também a possibilidade do uso de malhas não uniformes e não ortogonais [94].

O problema de alterar o algoritmo básico FDTD é o aumento da complexidade de programação e, as vezes, perda de sua estabilidade convencional. Apesar da possibilidade de uma simulação precisa e aproximada para geometrias curvas, a maioria das aplicações é feita com a malha regular normal, sem afetar a confiabilidade dos resultados. Tudo dependerá do problema analisado e da precisão desejada.

É muito comum o uso de condutores perfeitos na representação de metais dentro do modelo, pois isto simplifica o equacionamento. A consideração de um dado metal é feito usando o valor de sua condutividade. Neste caso, o tamanho das células deve ser compatível com a profundidade pelicular. Outra possibilidade é a técnica da impedância de superfície (Surface Impedance Boundary Conditions - SIBCs) [94], que pode ser aplicada para o cálculo de campos sem a necessidade de geração de malhas no interior de um material condutor ou dielétrico com perdas.

Por fim, é importante mencionar que o emprego de malhas cúbicas e de condutores perfeitos apresentou precisão suficiente para os problemas analisados nesta tese.

## Capítulo 3

# Validação dos Programas FDTD

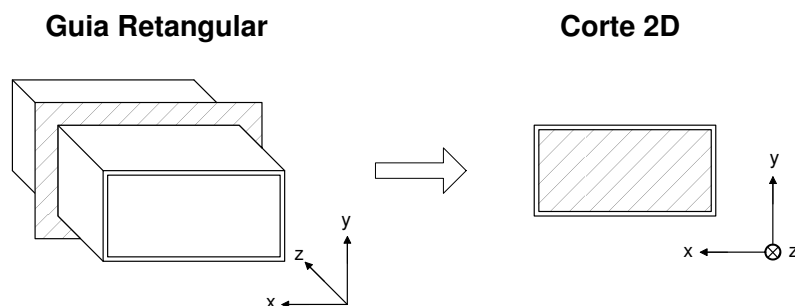
### 3.1 Introdução

Nas simulações com o FDTD, a malha sobre o domínio de estudo terá diferentes meios, com diferentes propriedades elétricas. Entender como esses meios são modelados e ter noção da resposta do sistema para alguns problemas é fundamental na compreensão do método.

Foram realizados vários testes com o FDTD visando à validação dos programas desenvolvidos. A seguir alguns desses testes serão apresentados, incluindo o cálculo da impedância de dipolos finos, o qual pode ser estendido para diferentes tipos de antenas.

### 3.2 Guia de Onda Retangular

Guias de onda são tubos metálicos dimensionados para guiar ou conduzir ondas eletromagnéticas de alta frequência em seu interior [25]. Estes tubos podem ser ocos (com ar em seu interior) ou preenchidos com um material dielétrico (ver Fig. 3.1).



**Figura 3.1:** Perspectiva de um guia retangular e sua seção transversal.

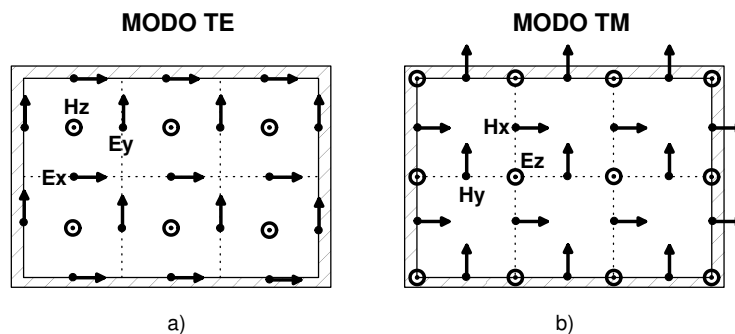
Para um dado modo de propagação, um guia de onda só começa a conduzir a partir de uma determinada frequência (frequência de corte), comportando-se como um filtro

passa-altas. O cálculo analítico das frequências de corte para os possíveis modos de propagação no interior de um guia retangular é dado por [73]:

$$(f_c)_{mn} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad (3.1)$$

onde  $\mu$  e  $\epsilon$  são os parâmetros elétricos do dielétrico no interior do guia;  $a$  e  $b$  são respectivamente a largura e a altura;  $m$  e  $n$  são números inteiros que determinam a configuração dos campos dos modos TE e TM dentro do guia.

Considerando o guia com comprimento infinito ao longo de  $z$ , a simetria de translação existente permite resolver o problema fazendo o cálculo no domínio 2D [74]. Assim, para o cálculo no FDTD dos modos de propagação TE e TM, as células de Yee 2D devem cobrir a seção transversal do guia. Estas células devem possibilitar facilmente a imposição das condições de contorno nas paredes metálicas. Assim sendo, para os modos TM, a célula convencional de Yee deve ser alterada [59]. A Fig. 3.2 apresenta as configurações da malha 2D para ambos os modos de propagação. Considerando as condições de contorno para um condutor perfeito, Sec. 2.3, os componentes de campo elétrico tangenciais e/ou os componentes de campo magnético normais às paredes do guia têm valor nulo durante toda a simulação. Um programa para o modo TE é apresentado no Anexo 2.

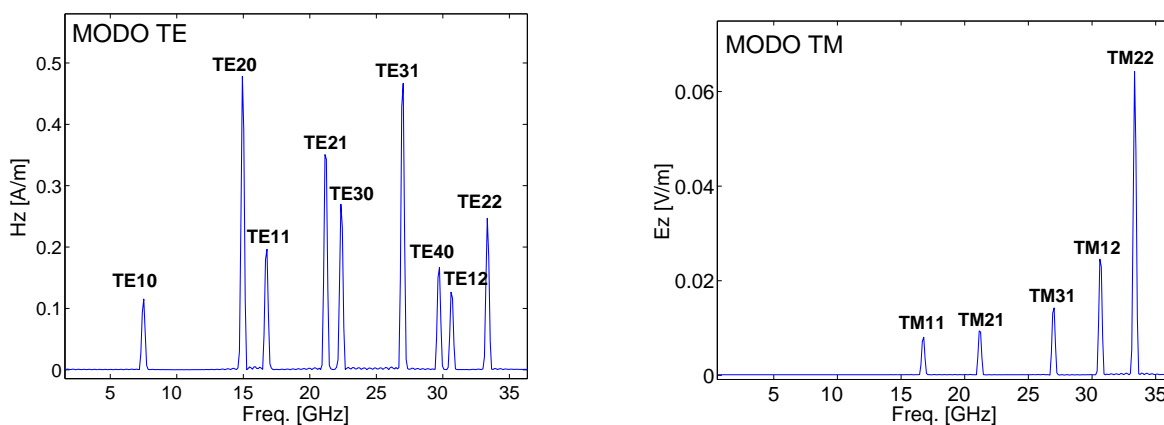


**Figura 3.2:** Configurações das células FDTD para cálculo dos modos de propagação TE e TM em um guia retangular.

A seguir são apresentados os resultados obtidos para os possíveis modos de propagação (TE e TM) em um guia retangular oco. Foi simulado um guia de  $2\text{cm} \times 1\text{cm}$ , usando uma malha de  $20 \times 10$  células (célula quadrada  $\Delta x = \Delta y = 1\text{mm}$ ), com  $\Delta t = 2,24\text{ps}$  (5% abaixo do limite de estabilidade) e 3000 iterações, ou seja,  $6,7221\text{ns}$  de simulação temporal. O incremento espacial usado permite uma boa precisão até a frequência de aproximadamente 30 GHz.

O guia foi excitado com um impulso num ponto da malha no instante inicial, e a variação temporal de campo em outro ponto foi armazenada durante toda a simulação. As frequências de corte do guia foram obtidas aplicando-se a transformada de Fourier (calculada através de uma FFT com 4096 pontos) no sinal de saída.

Os gráficos das respostas em frequência obtidas para os modos TE e TM podem ser vistos nos gráficos da Fig. 3.3, nas quais a escala vertical foi normalizada pelo máximo obtido. Nos pontos correspondentes às frequências de corte aparecem picos no espectro.



**Figura 3.3:** Resposta para os modos TE e TM em um guia retangular ( $2\text{cm} \times 1\text{cm}$ ).

A Tab. 3.1 apresenta os valores obtidos das frequências de corte.

**Tabela 3.1:** Comparação entre os valores das frequências de corte calculadas analiticamente e com o FDTD, para os modos TE e TM em um guia retangular oco.

Modo TE	Frequências de Corte [GHz]			
	Cálculo Analítico	FDTD - TE	Modo TM	FDTD - TM
TE <sub>10</sub>	7,495	7,518		
TE <sub>01/20</sub>	14,990	14,927		
TE <sub>11</sub>	16,759	16,779	TM <sub>11</sub>	16,775
TE <sub>21</sub>	21,199	21,139	TM <sub>21</sub>	21,170
TE <sub>30</sub>	22,485	22,337		
TE <sub>31</sub>	27,023	27,021	TM <sub>31</sub>	27,021
TE <sub>02/40</sub>	29,980	29,745		
TE <sub>12</sub>	30,902	30,620	TM <sub>12</sub>	30,616
TE <sub>22/41</sub>	33,518	33,341	TM <sub>22/41</sub>	33,341

São apresentados os resultados para os primeiros nove modos TE e os correspondentes modos TM. Percebe-se a boa precisão dos resultados obtidos com o FDTD, apresentando um

erro médio na ordem de 0,4%. A resposta obtida depende do ponto de excitação e do ponto de saída. De fato, pode haver modos nulos em alguns pontos, ou seja, alguns modos podem não aparecer na resposta do sistema dependendo o ponto escolhido na malha. Um aumento na precisão dos resultados dependeria de:

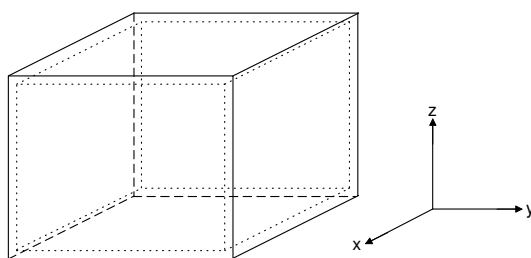
- Maior tempo de simulação, implicando num maior número de amostras para a análise em frequência;
- Menor incremento temporal e espacial;
- Maior número de pontos na transformada de Fourier, melhorando a resolução gráfica.

A visualização gráfica da configuração espacial dos campos para diferentes modos de propagação em guias retangulares pode ser encontrada em [49].

### 3.3 Cavidade Ressonante Retangular

As cavidades ressonantes representam uma importante classe de componentes em microondas, tendo inúmeras aplicações, tais como: medição de frequência, medição de propriedades elétricas de materiais, válvulas oscilatórias (tubos Klystron) e filtros na faixa de microondas. São usadas principalmente como circuito ressonante em altas frequências, dada sua alta eficiência no armazenamento de energia, com baixas perdas por radiação [74].

As geometrias mais comuns de cavidades são a retangular, a cilíndrica e a esférica. Uma cavidade retangular nada mais é do que um guia de onda curto-circuitado por paredes metálicas, formando uma caixa metálica fechada (ver Fig. 3.4). O acoplamento das cavidades com os circuitos pode ser feito através de sondas de campo elétrico (pontas de prova) [6].



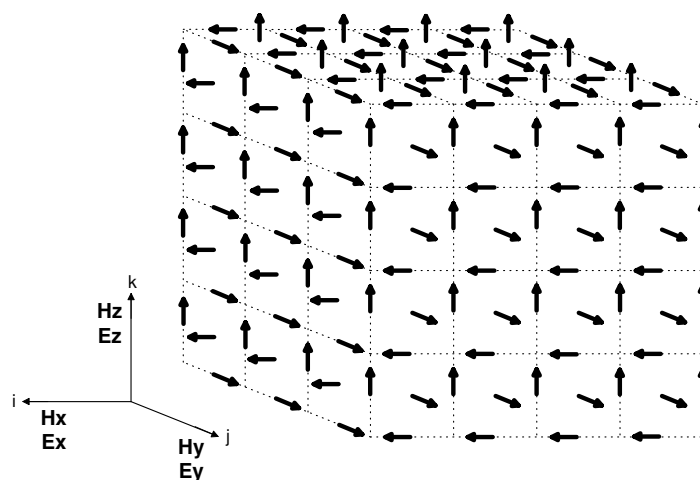
**Figura 3.4:** Cavidade retangular metálica.

Dentro de uma cavidade, ondas estacionárias existem nas frequências de ressonância próprias da cavidade. Para uma cavidade retangular, essas frequências de ressonância são dadas por [73]:

$$(f_r)_{mnp} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2} \quad (3.2)$$

onde  $m$ ,  $n$  e  $p$  são números inteiros não negativos,  $a$  é a largura da cavidade,  $b$  a altura e  $c$  o comprimento.

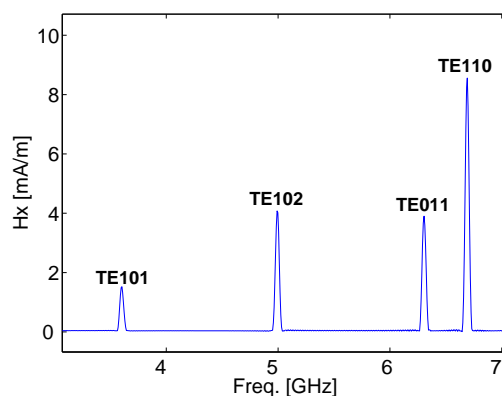
Para cálculo das frequências de ressonância de uma cavidade retangular usando o FDTD, é necessário o uso das equações de Yee tridimensionais, e portanto, a geração de uma malha 3D. A Fig 3.5 elucida esta questão. Como as paredes da cavidade são metálicas, os componentes de campo em contato com elas serão nulos durante toda a simulação.



**Figura 3.5:** Malha FDTD tridimensional (cúbica).

A seguir são apresentados os resultados obtidos pelo FDTD para as quatro primeiras frequências de ressonância de uma cavidade retangular oca, com dimensões de  $5\text{cm} \times 2,5\text{cm} \times 7,5\text{cm}$ , usando uma malha de  $20 \times 10 \times 30$  células cúbicas ( $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 2,5\text{mm}$ );  $\Delta t = 4,5738\text{ps}$  (5% abaixo do limite de estabilidade) e 10.000 iterações, resultando num tempo simulado igual a  $45,738\text{ns}$ . Dado o incremento espacial, a precisão é garantida até 12 GHz (ver Sec. 2.5.2). A cavidade foi excitada por impulsos em uma linha lateral e a variação temporal de um dos componentes de campo em outro ponto foi avaliado como sinal de saída.

O gráfico da resposta em frequência obtida para o campo magnético  $H_x$  pode ser visto na Fig. 3.6. Nos pontos correspondentes às frequências de ressonância aparecem picos no espectro [14]. Os resultados da análise espectral do sinal de saída para uma transformada de Fourier com 4096 pontos (FFT) podem ser vistos na Tab. 3.2.



**Figura 3.6:** Resposta em frequência para uma cavidade retangular de  $5\text{cm} \times 2,5\text{cm} \times 7,5\text{cm}$ .

**Tabela 3.2:** Comparação entre os valores das frequências de ressonância calculadas analiticamente e com o FDTD para uma cavidade retangular.

Modo TE	Frequências de Corte [GHz]	
	Cálculo Analítico	FDTD
TE <sub>101</sub>	3,603	3,602
TE <sub>102</sub>	4,997	4,998
TE <sub>011</sub>	6,320	6,305
TE <sub>110</sub>	6,704	6,692

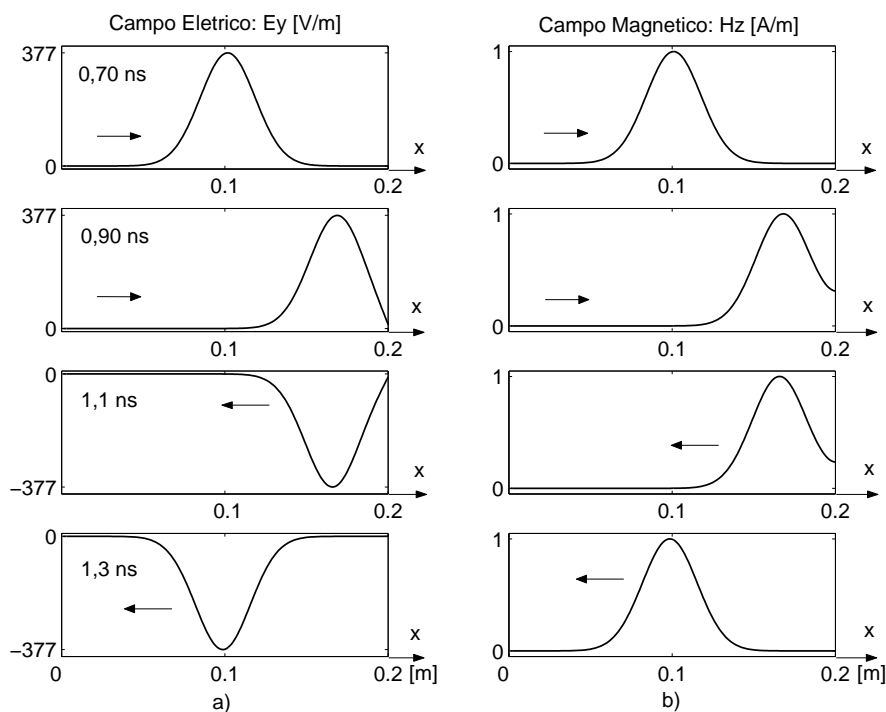
Como mencionado para o guia retangular (Sec. 3.2), dependendo do ponto de excitação e do ponto escolhido para saída, algumas frequências podem não aparecer. O erro médio nos resultados foi da ordem de 0,12%.

### 3.4 Reflexão numa Parede Metálica

Uma onda eletromagnética sofre reflexão total (com inversão de fase do campo elétrico) ao incidir numa parede metálica (Fig. 3.7). Para evidenciar este fato, é utilizado um modelo 2D com uma malha de  $200 \times 10$  células quadradas (células TE). A excitação usada é uma onda plana propagando-se no ar, com variação temporal do tipo pulso gaussiano e excitação em  $E_y$  na primeira linha lateral esquerda da malha ( $i = 1, j$ ). No final da malha ( $i = 200$ ) é colocada uma parede perfeitamente condutora. Assim, a onda eletromagnética propaga-se inicialmente da esquerda da malha até o final (direção de propagação  $x$ ), onde encontra a parede metálica e sofre reflexão total.

O pulso gaussiano utilizado possui largura aproximada de 0,34ns, o que implica em

componentes de frequência de até aproximadamente 10 GHz. Levando em conta esta frequência, escolheu-se um incremento espacial de  $\Delta = \lambda/30 = 0,1\text{cm}$ . De forma a garantir estabilidade, escolheu-se  $\Delta t = 2,24\text{ps}$  (5% abaixo do limite de estabilidade). Se o incremento espacial não for adequado à faixa de frequências do pulso gaussiano, aparecerão distorções na extremidade da onda (ondulações) devido à dispersão numérica [105]. A excitação foi composta por 300 amostras, excitação rígida, com o pulso centrado ( $L = 150$ , ver Sec. 2.6). A Fig. 3.7 ilustra a propagação desta onda eletromagnética para quatro instantes de tempo: 0,70ns, 0,90ns, 1,1ns e 1,3ns. Os valores de campo foram obtidos em uma linha central da malha.



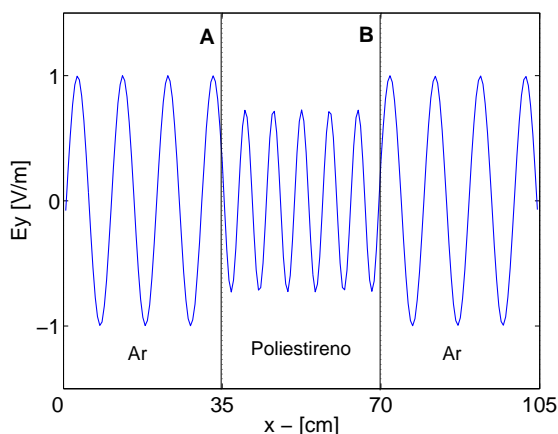
**Figura 3.7:** Pulso gaussiano propagando-se na direção  $x$  e incidindo numa parede metálica: a) campo elétrico e b) campo magnético.

O campo elétrico sofre inversão completa de fase após reflexão na parede metálica, o que não acontece com o campo magnético. Isto ocorre porque o sentido de propagação da onda mudou. Como a onda é plana e propaga-se no ar, a magnitude dos campos é relacionada pela impedância intrínseca,  $\eta_o = \sqrt{\mu_o \epsilon_o} \simeq 377 \Omega$ . Como pode ser visto na Fig. 3.7, o campo elétrico possui amplitude numérica 377 vezes maior que a do campo magnético.



### 3.5 Propagação em Meios Não Homogêneos

O primeiro caso analisado aqui foi a propagação de uma onda plana num meio dielétrico sem perdas, representado pelas propriedades elétricas do poliestireno [74]:  $\mu_r = 1$ ,  $\epsilon_r = 2,55$  e  $\sigma = 0$  S/m. Na simulação foi utilizada uma malha de  $210 \times 10$  células quadradas (célula TE), excitada por uma senóide com frequência de 3 GHz (onda plana). O incremento espacial foi  $\lambda/20$ , correspondendo a  $\Delta = 0,5$ cm, com  $\Delta t = 11,2$ ps (5% abaixo do limite de estabilidade). Para simular a propagação sem reflexão na direção  $x$ , são usadas camadas perfeitamente casadas, PML(8-P-0,0001) em  $x = 0$  e  $x = 105$ cm. A espessura do dielétrico é igual a 35cm (70 células), entre duas camadas de ar, conforme Fig. 3.8.



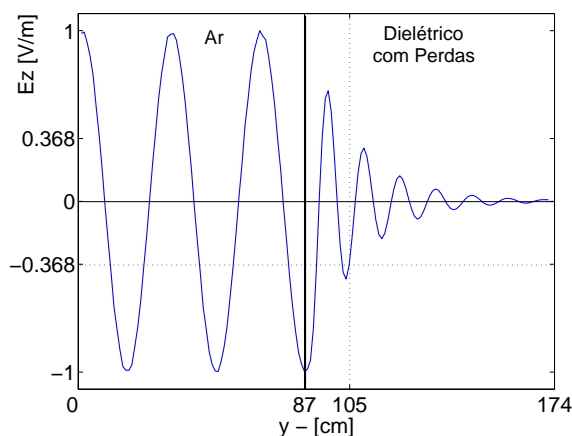
**Figura 3.8:** Propagação de uma onda plana em meios não homogêneos (ar/poliestireno/ar).

Na Fig. 3.8 é apresentada a variação espacial do campo elétrico  $E_y$  ao longo de uma linha central da malha, para o instante de tempo de 11,2ns (após 1000 iterações). No dielétrico, a amplitude do campo é menor que no ar. O comprimento de onda no dielétrico também é menor que no ar porque a velocidade de propagação da onda é menor no dielétrico ( $v = c/\sqrt{\epsilon_r} \cong 0,626 c$ ).

Existirão reflexões nas mudanças de meio ar-dielétrico e dielétrico-ar, as quais são somadas resultando no campo total calculado. Se a espessura do dielétrico for um múltiplo inteiro de  $\lambda/2$  (aproximadamente  $11\lambda/2$  no caso estudado), os campos no ar em ambos os lados do dielétrico terão amplitudes iguais. Como existem reflexões nas paredes do dielétrico (mudança de meio), essas reflexões podem alcançar a excitação. Portanto, necessita-se de uma excitação que leve isto em conta. Assim, utilizou-se a excitação suave

dada pela Eq. 2.45. Os resultados obtidos na simulação numérica estão de acordo com a solução analítica do problema.

Uma onda eletromagnética perde energia ao se propagar num meio com perdas ( $\sigma \neq 0$ ). Para analisar este caso, uma onda eletromagnética de 915 MHz no ar incidirá sobre um meio com as seguintes propriedades elétricas:  $\epsilon_r = 6$ ,  $\mu_r = 1$ ,  $\sigma = 0,07$  S/m. É utilizada uma malha tridimensional, com  $5 \times 160 \times 5$  células cúbicas,  $\Delta = \lambda/30 = 1,09$ cm e  $\Delta t = 19,98$ ps. A excitação é suave (Eq. 2.45) no plano  $xz$ , com a onda plana propagando-se na direção  $y$ . Utilizou-se a condição absorvente de Mur de primeira ordem (Mur1). O dielétrico está colocado a 87cm da parede lateral esquerda da malha e sua espessura é de aproximadamente 87cm (80 células), conforme Fig. 3.9. Nesta figura é apresentada a variação espacial do componente  $E_z$  de campo elétrico ao longo de uma linha central da malha para  $t = 10,2$ ns.



**Figura 3.9:** Onda plana de 915 MHz incidindo sobre um meio com perdas.

Como observado na Fig. 3.9, a onda eletromagnética é atenuada à medida que se propaga no meio com perdas. Com as propriedades elétricas do meio, é possível calcular a profundidade pelicular, sendo esta dada por [73]:

$$\delta = 1/\alpha, \quad (3.3)$$

onde

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} \left[ \sqrt{1 + \left[ \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right]^2} - 1 \right]}. \quad (3.4)$$

A profundidade pelicular representa a distância que a onda se propaga para uma redução de sua amplitude por um fator  $e^{-1} = 0,368$ . Para o caso apresentado, usando (3.3) e (3.4),

essa distância é de aproximadamente 18cm. A Fig. 3.9 está em bom acordo com este resultado; o pico próximo a 105cm deveria estar localizado exatamente em 105cm. Este pequeno erro deve-se provavelmente ao incremento espacial utilizado.

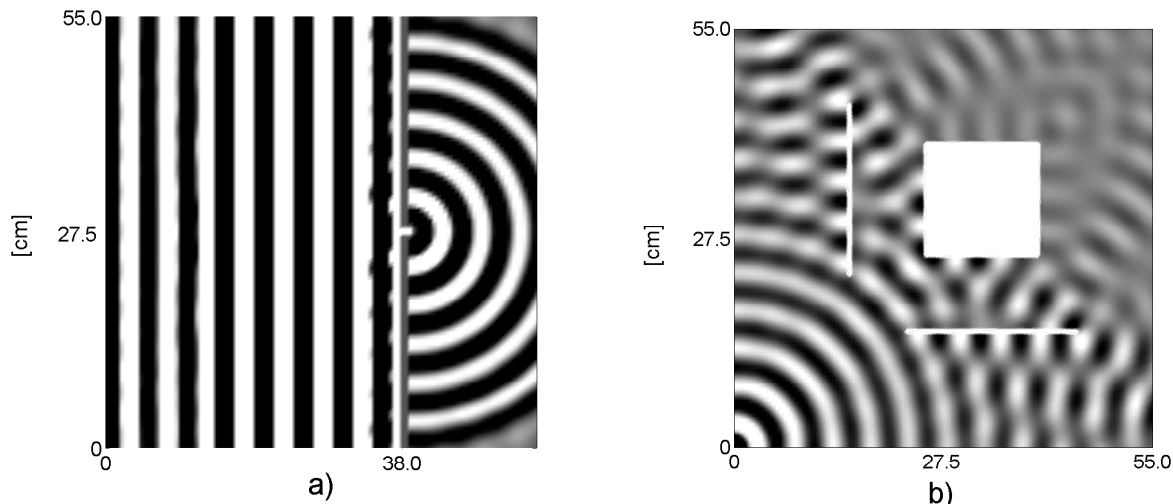
### 3.6 Espalhamento

Um caso simples de espalhamento corresponde à incidência de uma onda plana sobre uma superfície metálica com um furo ou fresta. Se as dimensões desse furo ou fresta forem superiores a  $\lambda/10$ , o fenômeno de difração pode ser observado; caso contrário, a difração será desprezível. Se essas dimensões forem menores que  $\lambda/10$  em certa direção, a difração dependerá também da polarização da onda.

Para analisar esse fenômeno, foi utilizada uma malha de  $110 \times 110$  células quadradas (células TE), com  $\Delta = 0,5\text{cm}$ ,  $\Delta t = 5,896\text{ps}$  e usando PML(10-P-0,0001). Considerou-se uma onda plana com frequência de 6 GHz (resolução espacial de  $\lambda/10$ ), gerada na lateral esquerda da malha, com excitação suave em  $H_z$ . Esta onda incide numa parede metálica com 1cm de espessura e 1cm de fresta. Os resultados podem ser vistos na Fig. 3.10a para o instante de tempo de 2,32ns. Percebe-se claramente o efeito de difração da onda eletromagnética após passar pela fresta e notam-se os picos da onda eletromagnética (listras escuras e claras). A parede metálica aparece como uma fina listra cinza. A lateral esquerda da parede metálica é a região de campos totais, pois o resultado corresponde à soma do campo incidente com o refletido. Na lateral direita resta somente o campo difratado, que possui a forma de uma onda cilíndrica. As formas de onda na lateral esquerda podem variar bastante dependendo do instante de tempo de observação. Os resultados da simulação são válidos até que a onda refletida na parede metálica alcance os limites da malha. A partir deste instante, as condições correspondentes à onda plana não são mais válidas.

A análise de uma estrutura mais complexa é apresentada na Fig. 3.10b, em que se tem duas paredes metálicas com 0,5cm de espessura e um quadrado perfeitamente condutor (branco contínuo). Os parâmetros do FDTD são os mesmos anteriores, mas agora usou-se como excitação uma onda senoidal esférica localizada no canto inferior esquerdo da malha. O instante de tempo apresentado é de 4,13ns, garantindo que a onda eletromagnética tenha alcançado todos os pontos da malha. Pode-se perceber que a intensidade dos campos decai com a distância, o que é característico da onda cilíndrica. A região de campos menos

intensos (região de sombra) encontra-se na parte posterior do quadrado. Os resultados qualitativos obtidos estão de acordo com o que se esperaria como resposta de um sistema empregando ondas.



**Figura 3.10:** Difração: a) onda plana de 6 GHz incidindo numa parede metálica com fresta, b) onda cilíndrica de 6 GHz incidindo em superfícies metálicas.

### 3.7 Cálculo da Impedância de Dipolos Finos

Nesta seção são avaliadas as impedâncias de dipolos finos para diferentes diâmetros e comprimentos de onda. No cálculo dessas impedâncias utilizou-se a formulação apresentada na Sec. 2.10, a qual representa adequadamente fios circulares com diâmetro bem menor que as dimensões da malha. Como comentado, se nenhuma formulação especial for implementada no FDTD, o raio de um fio fino corresponde à  $0,135\Delta$ .

A impedância nos terminais de qualquer antena pode ser determinada conhecendo-se sua tensão e corrente de entrada. A seguir será descrita uma maneira relativamente simples para o cálculo dessa impedância.

Na forma retangular, uma impedância é representada por:

$$Z = R + jX . \quad (3.5)$$

O cálculo da impedância da antena é feito a partir da obtenção da corrente  $i(t)$  e da tensão  $v(t)$  em seus terminais.

A resistência de entrada é dada por:

$$R = \frac{2P_M}{I_{max}^2}, \quad (3.6)$$

onde  $I_{max}$  é o máximo valor da corrente e  $P_M$  é a potência média na antena num período  $T$ :

$$P_M = \frac{1}{T} \int_T v(t)i(t)dt. \quad (3.7)$$

A reatância é calculada conforme:

$$X = -\frac{2Q_M}{I_{max}^2}, \quad (3.8)$$

onde a potência reativa é

$$Q_M = \frac{1}{T} \int_T v(t)i_q(t)dt. \quad (3.9)$$

A corrente  $i_q(t)$  é obtida atrasando a corrente  $i(t)$  em  $90^\circ$  [15]. No cálculo das potências devem ser utilizados períodos inteiros na integração, o que evita erros. No processo de integração discreto deve-se empregar algum método numérico, como o dos trapézios, por exemplo.

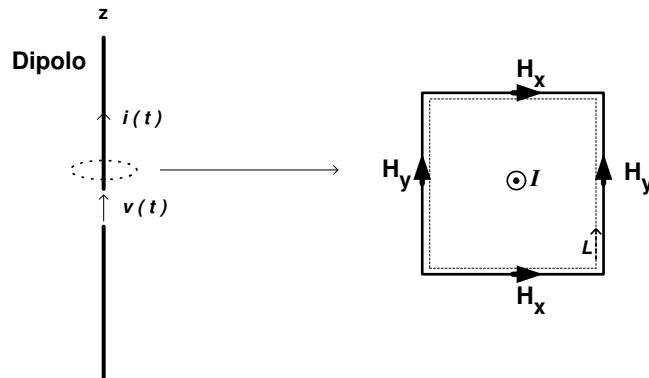
A corrente de entrada é computada usando-se a lei de Ampère na forma integral em torno do componente  $E_z$  da primeira célula próxima à alimentação, conforme Fig. 3.11.

A corrente é expressa por:

$$I = \oint_L \vec{H} d\vec{l}, \quad (3.10)$$

e a tensão de alimentação,

$$V = -E_z \Delta. \quad (3.11)$$



**Figura 3.11:** Caminho de integração usando a Lei de Ampère para calcular a corrente de entrada em um dipolo no FDTD.

A título de informação, a resistência de radiação do dipolo é igual à sua resistência de entrada se seu comprimento for menor ou igual a meio comprimento de onda ( $l \leq \lambda/2$ ), pois, neste caso, o máximo de corrente coincide com o ponto de alimentação [7] [8]. Esta consideração é válida somente para dipolos sem perdas. Neste caso, a potência radiada pelo dipolo é igual à potência média em seus terminais.

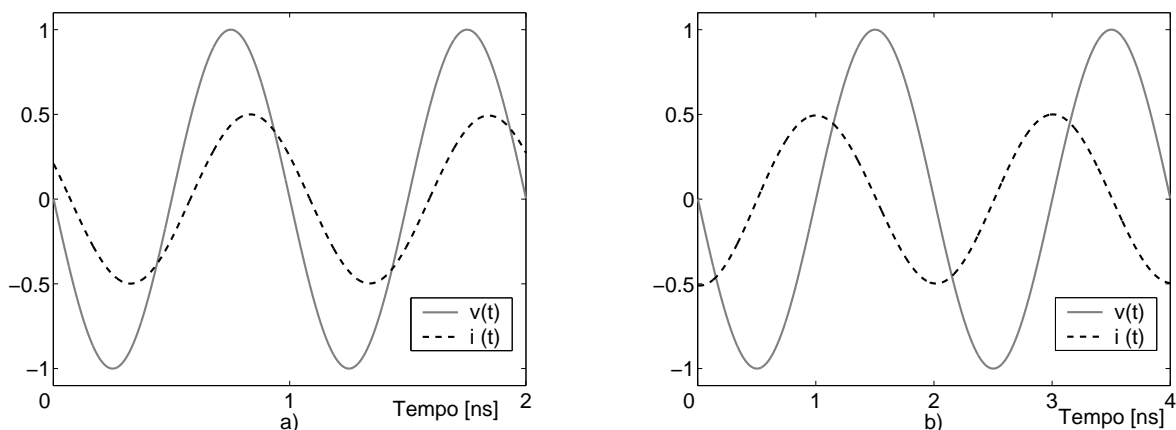
Nas simulações usou-se a formulação especial nas células próximas ao dipolo, a qual é dada pela Eq. 2.124. Supondo um dipolo orientado na direção  $z$ , os componentes  $E_z$  tangentes ao fio são nulos, já que este foi considerado perfeitamente condutor. A distância de separação entre os dois segmentos do dipolo no ponto de alimentação foi de uma célula ( $gap = \Delta$ ). A excitação utilizada corresponde a impor o valor do campo  $E_z$  no  $gap$ . Para limitar o domínio de estudo simulando propagação em espaço aberto e obter maior precisão nos cálculos, foi utilizada a camada perfeitamente casada (PML(8-P-0,0001)).

As impedâncias de entrada de alguns dipolos foram calculadas usando-se uma malha de  $10 \times 10 \times 91$  células cúbicas e o comprimento total dos dipolos ( $l$ ) foi discretizado com 81 células. Os dipolos foram centrados na malha, distantes cinco células da PML. Para as frequências de 1 GHz (dipolo com  $l = \lambda/2$ ) e 500 MHz (dipolo com  $l = \lambda/4$ ) usou-se  $\Delta t = 1,03ps$  e  $\Delta t = 2,06ps$ , respectivamente, com  $\Delta = 0,185cm$  para ambas as frequências. Assim a condição absorvente está afastada de  $0,031\lambda$  do dipolo para 1 GHz e de  $0,015\lambda$  para 500 MHz.

Na Fig. 3.12a e 3.12b são apresentados os valores de tensão e corrente nos terminais de dipolos com raio de  $0,09\Delta$  e comprimento de meia onda ( $l = \lambda/2$ ) e um quarto de onda ( $l = \lambda/4$ ), respectivamente. Os valores foram normalizados para facilitar a visualização. Percebe-se claramente a defasagem da corrente em relação à tensão devido à parcela reativa da impedância, particularmente para o dipolo de quarto de onda. Os cálculos foram efetuados após o regime permanente ser estabelecido. Isto ocorreu após aproximadamente quatro ciclos da excitação.

Na Tab. 3.3 são apresentados os valores calculados de impedância para diferentes espessuras de dipolos com  $l = \lambda/2$  e  $l = \lambda/4$ .

A título de comparação, os resultados obtidos para dipolos com raio de  $0,09\Delta$  são apresentados na Tab. 3.4 juntamente com valores analíticos [8]. Os resultados numéricos da Tab. 3.4 estão de acordo com os valores analíticos, o que valida a formulação apresentada.



**Figura 3.12:** Tensão e corrente nos terminais de um dipolo: a) meia onda e b) quarto de onda.

**Tabela 3.3:** Impedância de dipolos com diferentes espessuras.

Raio	$0,135\Delta$	$0,10\Delta$	$0,09\Delta$
Dipolo de $\lambda/2$			
$Z$	$83,04 + j49,81 \Omega$	$74,88 + j44,45 \Omega$	$72,46 + j42,85 \Omega$
Dipolo de $\lambda/4$			
$Z$	$14,44 - j501,1 \Omega$	$12,81 - j476,4 \Omega$	$12,32 - j469,1 \Omega$

**Tabela 3.4:** Impedância de dipolos obtidas com o FDTD e valores analíticos para um raio de  $0,09\Delta$ .

	FDTD	Analítico
Dipolo de $\lambda/2$		
$Z$	$72,46 + j42,85 \Omega$	$73,08 + j42,52 \Omega$
Dipolo de $\lambda/4$		
$Z$	$12,32 - j469,1 \Omega$	$13,43 - j499,5 \Omega$

A modelagem de dipolos finos com o método FDTD mostrou-se efetiva no cálculo da impedância de entrada. Os resultados apresentaram boa precisão, principalmente para o dipolo de meia onda. Para um dipolo com  $l = \lambda/4$ , observa-se que a reatância capacitiva é muito maior do que a parte resistiva. Sabe-se também que a reatância depende fortemente da espessura do dipolo. Por esta razão, a precisão obtida na parte reativa é menor do que aquela correspondente à parte resistiva. Além disso, é óbvio que a precisão dos resultados depende em muito do número de células usadas e do número de passos de tempo por período. Desta forma, a precisão pode ser melhorada às custas de um aumento no custo computacional envolvido. Basicamente, a formulação para dipolos finos é uma maneira de ajustar as equações do método FDTD de forma a obter bons resultados para uma dada espessura do dipolo.

## 3.8 Considerações

Neste capítulo vários testes foram realizados para validação do código FDTD desenvolvido. Quando possível, os resultados numéricos obtidos foram comparados com resultados analíticos, de modo a demonstrar a eficácia do método.

Finaliza-se este capítulo lembrando que existem outros métodos numéricos preferidos ao FDTD na análise de antenas, principalmente por apresentarem resultados mais precisos (por exemplo, o Método dos Momentos). Todavia, quando a complexidade do problema aumenta consideravelmente, particularmente quando existem materiais em torno ou em contato com a antena, o FDTD é uma boa opção.



“As grandes inimigas das verdades são as convicções, não as mentiras.”

Friedrich Nietzsche

## Capítulo 4

# Hipertermia

### 4.1 Introdução

Hipertermia é o aumento da temperatura de tecidos biológicos acima de seus valores fisiológicos normais. Pode ser induzida artificialmente ou como reação natural do organismo na forma de febre [65].

O corpo humano protege-se de vírus, bactérias e substâncias nocivas através de inúmeros sistemas de defesa. Em caso de febre, ocorrem mudanças fisiológicas no corpo e o sistema imunológico é ativado, aumentando-se a produção de anticorpos e de substâncias prejudiciais ao invasor, como o interferon (substância produzida por células invadidas por vírus e que previne sua reprodução) [83]. O aquecimento produz a vasodilatação e conseqüente aumento da corrente sanguínea. Assim, há um aumento da atividade interna orgânica. Muitos agentes infecciosos são sensíveis a este aumento de temperatura corporal (termo-sensíveis) e a eliminação de substâncias tóxicas é facilitada, como por exemplo através da sudorese [43].

A hipertermia induzida artificialmente é uma técnica que tem sido empregada principalmente no tratamento do câncer, como auxiliar à quimioterapia e à radioterapia [22] [80] [33] bem como em algumas patologias fisioterapêuticas e outras doenças, incluindo a AIDS. Pode também ser utilizada para estimular a emissão de toxinas armazenadas nas células e permitir sua eliminação, primeiro através da pele e posteriormente através dos intestinos e rins [83].

## 4.2 Histórico

Terapia utilizando calor (hipertermia) é um tradicional método aborígine. Escritos médicos no Egito antigo, datados de mais de 5000 anos, mencionam a hipertermia [89]. Dados históricos de 3000 a.C. relatam que madeiras em brasa eram inseridas em tumores. Ramaja (2000 a. C.), Hipócrates (400 a. C.) e Galen (200 d.C.) aplicavam ferro em brasa. Em tempos mais recentes, Westermarck (1898) utilizou sistemas de água aquecida em avançados carcinomas<sup>1</sup> de útero. Coley (1927) introduziu a terapia por toxinas contra o câncer, as quais causavam febres intensas. Simultaneamente Keating-Hart e Doven (1910) introduziram a eletrocoagulação de tumores. Warre (1933) foi um dos primeiros a utilizar infravermelho e correntes de alta frequência [82]. Com o desenvolvimento e popularidade da radioterapia, as pesquisas em hipertermia foram então abandonadas.

O uso da hipertermia foi retomado aproximadamente 30 anos atrás, quando cientistas começaram a avaliar a real termossensibilidade das células cancerosas. Nesta época, surgiram instituições, como a Sociedade Européia de Oncologia Hipertérmica (ESHO) e a Sociedade Clínica Internacional de Hipertermia (ICHS), e publicações especializadas, dentre as quais o Jornal Internacional de Hipertermia. Hoje em dia, também são encontrados equipamentos comerciais para hipertermia.

A partir da década de 80, com o avanço tecnológico, surgiu o interesse por aplicadores hipertérmicos não invasivos, e assim, as ondas eletromagnéticas começaram a ser empregadas. Geralmente usam-se as frequências de 13,56 MHz, 27,12 MHz, 40,68 MHz, 433 MHz (Europa), 915 MHz e 2450 MHz, que são frequências permitidas para uso industrial, científico e médico [38] [80]. Para outras frequências é necessário o uso de salas blindadas eletromagneticamente. Na atualidade, o ultra-som e o infravermelho também são utilizados.

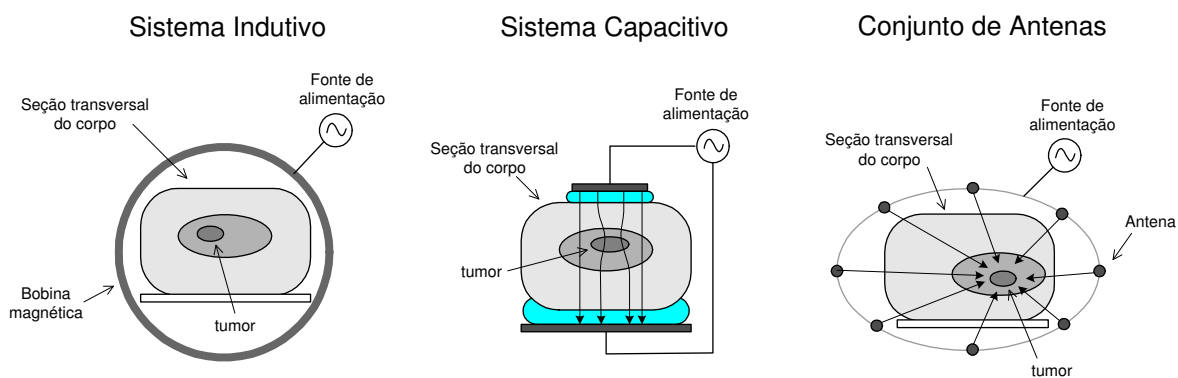
Diferentes aplicadores para hipertermia nas mais diversas frequências, além das usuais, têm sido pesquisados nos últimos anos [80] [65]. Suas geometrias e formas de utilização dependem fundamentalmente do tipo de tumor a ser tratado. Dentre alguns dispositivos para hipertermia que utilizam energia eletromagnética, podem-se citar:

---

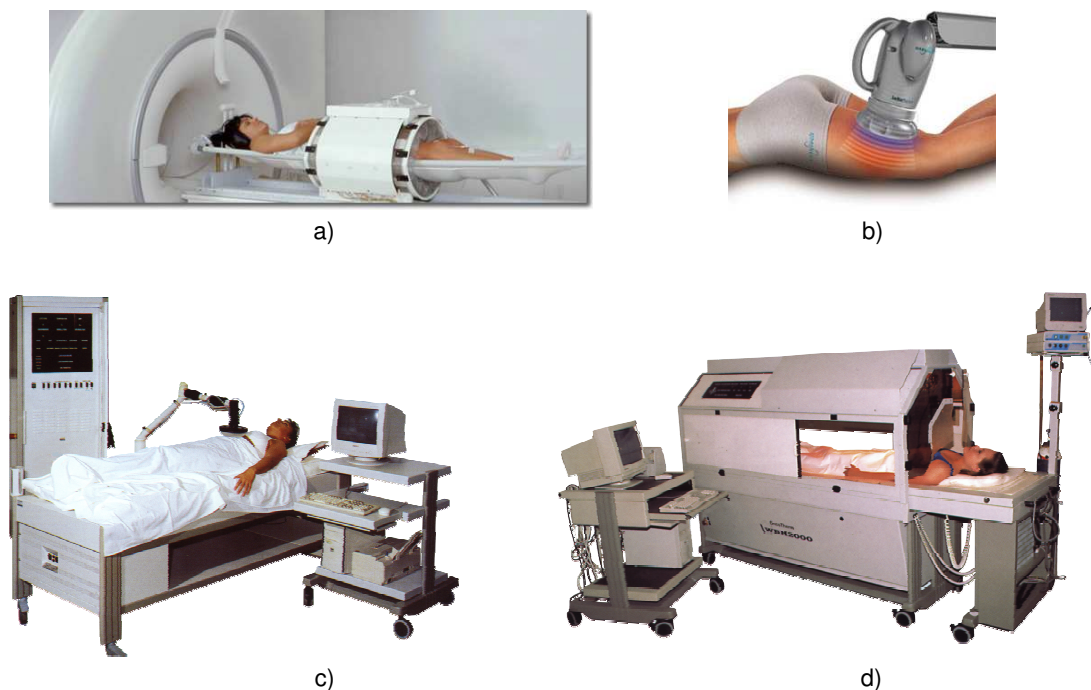
<sup>1</sup>Alguns tipos de câncer são mais conhecidos por nomes específicos, como por exemplo: **carcinoma** - pele e mucosas; **melanona** - pele; **sarcoma** - afeta os tecidos conjuntivos, tais como nervos, músculos, articulações, ossos ou vasos sanguíneos; **glioblastoma** - cérebro.

- antenas dipolos [70] [78], conjuntos de dipolos [76] e conjunto de monopolos [24];
- antenas do tipo corneta [104] [75] [111];
- antenas de microfita [48] [103] [56] [54] [81];
- sistemas capacitivos [62] [64] [45] [89] [37], que geralmente utilizam placas metálicas paralelas;
- sistemas indutivos [62] [37]. Para aumentar a absorção de energia, materiais magnéticos são as vezes injetados na área a ser aquecida [55];
- aplicadores intersticiais e endocavitários [13] [37];
- sistemas utilizando corrente contínua (invasivos) [95] [96];
- aplicadores de corrente para aquecimento superficial [66].

A Fig. 4.1 ilustra alguns sistemas eletromagnéticos empregados para hipertermia [89]. Equipamentos comerciais usuais para realizar o tratamento hipertérmico podem ser vistos na Fig. 4.2.



**Figura 4.1:** Exemplo de alguns sistemas utilizados para o aquecimento de tumores.



**Figura 4.2:** Equipamentos comerciais empregados em hipertermia utilizando: a) conjunto de antenas dipolo [109], b) antena corneta [111], c) sistema capacitivo e d) raios infravermelhos (hipertermia de corpo inteiro) [89].

### 4.3 Ação da Hipertermia em Tumores

Os tumores são sensíveis à hipertermia porque esses tecidos possuem um reduzido fluxo sanguíneo, e com isso uma baixa capacidade de refrigeração. Assim, não podem sobreviver a temperaturas acima de  $41^{\circ}\text{C}$ , enquanto tecidos saudáveis podem resistir a mais de  $44^{\circ}\text{C}$  [104]. Temperaturas acima de  $41^{\circ}\text{C}$  tornam as células cancerosas ácidas (baixam o pH celular), diminuindo a estabilidade celular [109] [83].

Tumores têm uma irrigação sanguínea deficiente devido ao crescimento desordenado de veias. Estas veias não são capazes de se dilatar e dissipar calor como as veias saudáveis, assim, as regiões tumorais se aquecem mais que as regiões normais adjacentes [43].

A ação térmica altera a síntese de DNA e RNA bem como a depressão dos sistemas enzimáticos celulares necessários para o metabolismo e para a divisão da célula tumoral. É induzido um acúmulo de proteínas que impede a célula de se auto-reparar. Ocorre um aumento do volume celular e da permeabilidade da membrana lisossômica, tornando a célula mais vulnerável ao ataque por substâncias químicas [82].

Algumas drogas anticâncer (quimioterápicas) tem seus efeitos melhorados quando

usadas concomitantemente com a hipertermia. Esta, ao afetar o citoesqueleto da célula, aumenta seus poros, facilitando a entrada de substâncias químicas. O crescimento da temperatura acelera o metabolismo celular (a taxa das reações químicas) e incrementa a irrigação sanguínea que entrega a droga à célula. A temperatura também pode ser ativadora de alguns tipos de quimioterápicos [89] [33]. O uso do calor permite que a dosagem das drogas anticâncer seja diminuída, amenizando seus efeitos colaterais.

A hipertermia faz com que algumas células cancerosas tornem-se mais sensíveis à radiação ionizante (radioterapia) e podem destruir células nas quais a radiação não é efetiva. A radioterapia funciona bem em células contendo um bom fluxo sanguíneo, bem oxigenadas, porque cria radicais de oxigênio que atacam o DNA, atuando na periferia de tumores que são mal irrigados internamente. As partes internas dessas massas tumorais tendem a ter uma deficiência no suprimento de oxigênio (hipotoxia) e as células nestas regiões são resistentes à radiação, mas muito sensíveis ao calor. Como a hipertermia aumenta a irrigação sanguínea na área tumoral, essas células recebem mais oxigênio e assim ficam vulneráveis à radioterapia [110] [109] [89] [83] [65].

Numerosos experimentos clínicos têm estudado a hipertermia em combinação com a quimioterapia e/ou a radioterapia. Estes estudos tem focado o tratamento de muitos tipos de câncer, incluindo: sarcomas, melanomas, cânceres na cabeça ou cérebro, pescoço, pulmão, esôfago, seios, bexiga, próstata, reto, fígado, cervical, intestino, etc. O uso conjunto da hipertermia com outros tratamentos proporciona uma sinergia, ou seja, apresenta resultados superiores a soma dos resultados individuais dos tratamentos. Dependendo do tipo de câncer esse uso conjunto pode ocasionar melhoras superiores ao dobro do resultado obtido com a quimioterapia e a radioterapia [65]. Por exemplo, em avançados casos de cânceres localizados e superficiais, testes com vários pacientes indicaram que a remissão completa do tumor fica em torno de 15% para o uso somente da hipertermia, 35% para o uso da radioterapia e 70% para o uso combinado de ambos métodos [22].

A conclusão obtida em [22] diz que, especialmente em situações clínicas bem definidas nos cânceres de seio, cabeça, pescoço, cervical, melanomas e glioblastomas, a adição da hipertermia à radioterapia implica numa melhora da resposta do paciente e aumenta sua expectativa de vida. Os resultados de inúmeros testes podem ser encontrados em [22] [89].

A hipertermia também tem mostrado vantagens quando empregada como auxiliar em processos cirúrgicos. O uso de sessões hipertérmicas antes da cirurgia pode delinear o tumor

bem como diminuir seu tamanho, facilitando a cirurgia, principalmente em áreas de risco. No pós-cirúrgico, a hipertermia é usada para prevenir o processo de metástase (espalhamento do câncer pelo corpo) [89].

## 4.4 Desafios Técnicos

Tecnicamente é muito difícil controlar a transferência de calor para o interior do corpo, principalmente em regiões profundas, bem como prover a mesma dose terapêutica para cada diferente área de tratamento. Os principais problemas técnicos relacionados à aplicação da hipertermia podem ser resumidos em [80]:

- Profundidade: é difícil aquecer regiões profundas utilizando métodos não invasivos, pois a energia é em grande parte absorvida pelas camadas superficiais de tecido;
- Foco: não é simples focar a energia na região maligna;
- Reprodutibilidade: é difícil conduzir o tratamento de modo que as aplicações hipertérmicas sejam sempre homogêneas;
- Controle: ter o controle adequado do processo de aquecimento, mantendo os parâmetros do tratamento, também não é simples.

O controle é a parte mais delicada do processo. Sem um controle correto, um foco inadequado de energia pode ocasionar a necrose de tecidos saudáveis. O aquecimento das regiões próximas ao tumor pode ocasionar um indesejável fluxo sanguíneo, aumentando em muito a irrigação sanguínea para a área tumoral. Isto pode causar um crescimento do tumor e intensificar o aparecimento da metástase [89].

Se a hipertermia for utilizada indiscriminadamente, o calor pode induzir a síntese da proteína de choque térmico (HSP), a qual é uma resposta natural da célula a uma situação de estresse e é vital para sua sobrevivência [83]. O mecanismo gerado pelo HSP geralmente degrada o efeito da terapia hipertérmica porque aumenta a sobrevivência da célula cancerosa. A massiva indução do HSP gera a **termotolerância** do tumor e, em paralelo, a tolerância às drogas e à radiação. O tratamento de calor pode também resultar numa resistência a múltiplas drogas [40]. Assim, o tempo de exposição ao calor e a repetição do processo devem ser cuidadosamente avaliados.

#### 4.4.1 Medição da Temperatura do Tumor

Para um controle preciso da hipertermia, a medida da temperatura na área tumoral é fundamental. Esta não é uma questão simples, pois existe uma heterogeneidade de temperatura em diferentes escalas, dependendo: em nível celular, da taxa metabólica; num nível maior, da necrose da área em questão e, ao nível dos tecidos, à vasodilatação [80].

O uso de sondas invasivas, ou seja, sensores de temperatura dentro do corpo e em contato com a área mesurável, é uma solução simples e barata, mas neste caso, a própria sonda pode alterar a medida de temperatura. Assim, os métodos não invasivos para a medição de temperatura são preferidos. Entretanto, possuem altos custos e não são plenamente satisfatórios. Os métodos mais populares são: imagem por infravermelho, imagem por ressonância magnética (MRI), termorradiometria e impedância tomográfica. Eis os principais problemas associados a cada um destes métodos [80] [89]:

- Infravermelho: mede somente a temperatura superficial do corpo;
- Ressonância Magnética: sem a adequada calibração do aparelho (a qual é feita em um sistema aproximado), a medida de temperatura correta não pode ser efetuada;
- Termorradiometria (técnica passiva de radar): não é uma técnica precisa o suficiente e só fornece informações sobre distribuições profundas de temperatura com o uso de múltiplas frequências. Ainda não existem equipamentos operando com um número suficiente de frequências para uma medição exata;
- Impedância tomográfica: fornece uma informação geral sobre a temperatura do tumor, medindo somente valores médios.

#### 4.5 Efeitos Colaterais

A maioria dos tecidos normais não sofre danos durante a hipertermia se a temperatura permanecer abaixo de 44°C. Todavia, devido às diferenças nas características dos tecidos em regiões distintas, pontos com temperaturas mais elevadas podem acontecer. Isto pode resultar em queima, bolhas, desconforto ou dor. Técnicas de perfusão (que consiste em aquecer externamente o sangue e reinjetá-lo no organismo) podem causar inchaço dos tecidos, coágulos de sangue, sangramentos e outros danos aos tecidos normais na área da perfusão. Entretanto,

a maioria dos efeitos colaterais é temporária. A hipertermia de corpo inteiro pode causar efeitos colaterais mais sérios, incluindo desordens cardíacas e vasculares, mas estes efeitos não são comuns. Os efeitos mais comuns são: diarreia, náusea e vômito [19] [47].

## 4.6 Tipos de Hipertermia e Métodos para sua Indução

Atualmente muitos tipos de hipertermia estão em estudo, incluindo hipertermia local, regional e de corpo inteiro. Diferentes métodos podem ser utilizados para induzir a hipertermia, tais como [80] [47] [19]:

- **Eletromagnético:** o aquecimento é produzido através de ondas eletromagnéticas (frequência  $< 10$  GHz), o qual será explicado mais adiante. Os métodos eletromagnéticos incluem também sistemas indutivos e de corrente contínua.
- **Ultra-som:** consiste no uso de energia sonora na faixa de ultra-som (0,5 MHz a 3 MHz [80]). Produz aquecimento pela fricção das moléculas. Para aquecimento de grandes áreas, múltiplos aplicadores são empregados.
- **Infravermelho:** o aquecimento se dá através de dispositivos radiadores de infravermelho (lâmpadas).
- **Aquecimento extracorpóreo:** o sangue é retirado do organismo é aquecido e então reinjetado no corpo.

A hipertermia local é usada para aquecer uma pequena área, usando técnicas que permitem o depósito de energia no local desejado. Dependendo da forma como o aquecimento é feito, a hipertermia pode ser classificada como [80] [19] [110]:

- **Externa:** a região a ser aquecida encontra-se na pele ou abaixo dela. Os aplicadores externos são posicionados em torno ou próximo da região apropriada, focalizando a energia.
- **Intracavitária:** o aquecimento é feito nas cavidades do corpo. Uma sonda é utilizada para aquecer diretamente a área desejada.



- Intersticial: sondas ou antenas são introduzidas em regiões profundas do corpo. Este procedimento faz uso de anestesia e possibilita grande aquecimento de uma determinada área. Técnicas de imagem, tais como ultra-som, necessitam ser empregadas para o posicionamento correto dos dispositivos de aquecimento.

Na hipertermia regional, o aquecimento se dá em grandes áreas do corpo ou de tecidos, tais como órgãos e membros. Este tipo de hipertermia pode ser aplicada em [80] [110]:

- Tecidos profundos: aplicadores externos são posicionados em torno da região a ser aquecida.
- Perfusão regional: usa o aquecimento extracorpóreo para o aquecimento de membros.
- Perfusão peritoneal hipertérmica contínua: a região peritoneal é o espaço no abdômen que contém os intestinos, estômago e pulmão. Durante cirurgias para combate do câncer, fluem nesta região drogas anticancerígenas aquecidas.

A hipertermia de corpo inteiro é empregada quando se deseja tornar o corpo febril. Esta técnica é utilizada para o tratamento da metástase do câncer (quando o câncer se espalhou pelo corpo) e também no combate de infecções graves. O aquecimento é conseguido facilmente com o uso de banhos quente, sauna, cobertores térmicos e bolsas de água quente. Aplicadores mais modernos podem utilizar, por exemplo, um conjunto de antenas ou lâmpadas de infravermelho. Uma técnica possível é o uso de substâncias chamadas pirogênicas para induzir a febre. Nesta técnica utilizam-se toxinas ou mesmo bactérias e vírus [43].

A eficiência da hipertermia depende tanto da temperatura quanto do tempo de aquecimento. Os pesquisadores têm trabalhado nesta questão a fim de determinar qual é a duração e a seqüência ótimas de tratamento. Geralmente são recomendadas uma ou duas aplicações por semana (devido à termotolerância), com um tempo de exposição entre 30 minutos e 1 hora, 30 minutos após a radioterapia. Na hipertermia de corpo inteiro, o aumento de temperatura é mantido por algumas horas [65].

A resposta hipertérmica não depende somente da energia entregue ao tecido, mas da sua sensibilidade intrínseca, da duração do aquecimento, da taxa de aquecimento e resfriamento, do pH e nível de nutrientes, dentre outros fatores. Existem técnicas que tentam melhorar os benefícios da hipertermia através da adição de substâncias que aumentam a acidificação dos tecidos e que impedem a formação da proteína de choque térmico [89].

## 4.7 Mecanismos de Aquecimento dos Tecidos Biológicos

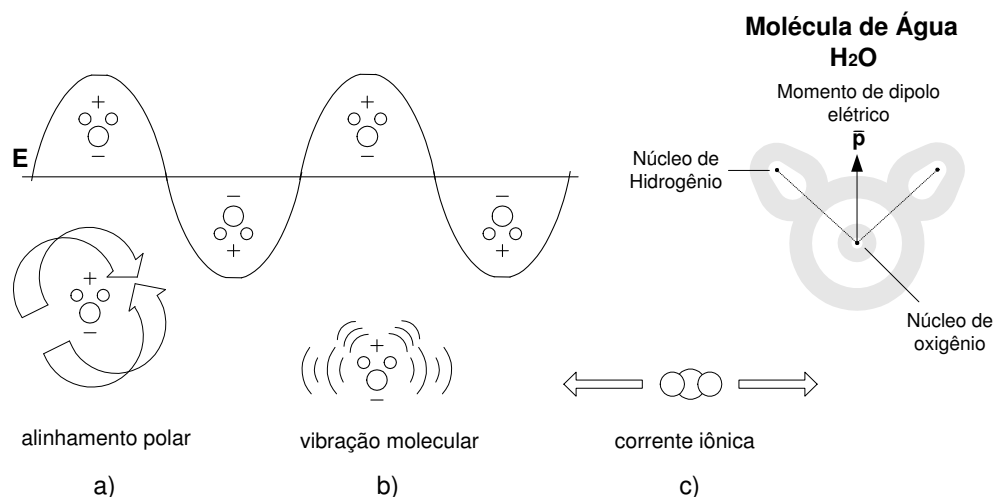
Os tecidos biológicos são meios dielétricos com perdas e, portanto, absorvem energia eletromagnética. Além disso, são meios não homogêneos com propriedades dispersivas, ou seja, os valores de permissividade e condutividade elétrica geralmente variam muito com a frequência [77] e possuem diferentes valores de acordo com o tipo de tecido (ver seção 2.11). Com boa aproximação, os tecidos biológicos são considerados meios lineares e isotrópicos, em que as características elétricas não variam com o valor dos campos eletromagnéticos e com sua direção de propagação [63].

São conhecidos três mecanismos que explicam o aquecimento dos tecidos biológicos através de ondas eletromagnéticas para as mais diferentes frequências [38]:

- Oscilação das moléculas polares, que será devido à tentativa de orientação dos seus dipolos elétricos de acordo com a variação do campo eletromagnético. Isto ocorre principalmente para a água, que constitui a maior parte dos tecidos biológicos. Ao oscilarem, as moléculas polares encontram resistência das moléculas vizinhas, produzindo aquecimento devido à fricção (ver Fig. 4.3a).
- As moléculas polares, ao tentarem se alinhar com o campo eletromagnético, sofrem o efeito de um torque, passando por estados vibracionais e rotacionais (relaxação dielétrica), contribuindo para o aquecimento do meio (ver Fig. 4.3b).
- Surgimento de correntes iônicas devido à presença de elétrons livres e íons biológicos, como sódio ( $\text{Na}^+$ ), potássio ( $\text{K}^+$ ), cálcio ( $\text{Ca}^+$ ) e cloro ( $\text{Cl}^-$ ) [63]. O calor é gerado pela resistência oferecida pelo meio à passagem da corrente (ver Fig. 4.3 c).

Nas frequências usuais para hipertermia, o fator preponderante na produção de calor é a oscilação das moléculas polares; os demais fatores não são significativos. O teor de água nos tecidos é responsável, em grande parte, pelos diferentes níveis de absorção de energia para iguais condições de exposição a ondas eletromagnéticas. Quanto maior a quantidade de moléculas de água no tecido, maior será a sua capacidade de absorção de energia e, como consequência, maior será o aquecimento [2].

A penetração da energia eletromagnética no tecido está basicamente relacionada à frequência da onda eletromagnética incidente e é maior para menores valores de frequência (ver seção 3.5, Eqs. 3.3 e 3.4).



**Figura 4.3:** Mecanismos de aquecimento: a) alinhamento polar, b) vibração molecular e c) corrente iônica.

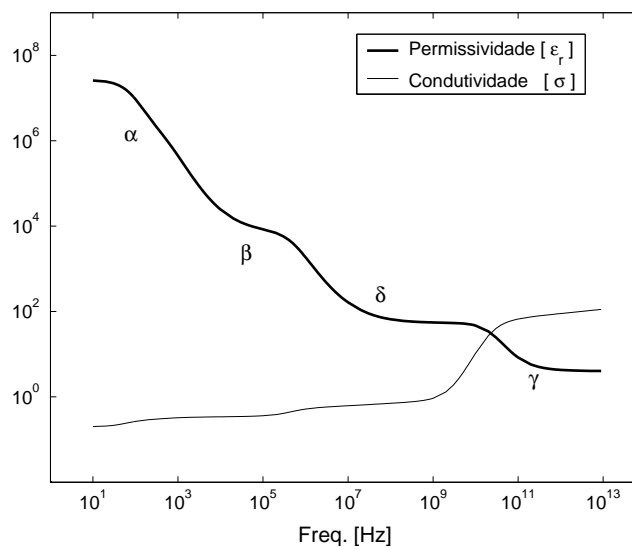
Além da dependência com frequência e com o tipo de tecido, a permissividade elétrica dos meios é também sensível às mudanças de temperatura. Cada meio possui sua própria taxa de variação da permissividade com a temperatura, podendo ser positiva ou negativa. Como esta variação é pequena e como sua consideração dificulta em muito a análise do problema, ela é geralmente desprezada [63]. Assim, o aumento da temperatura no tecido biológico é determinado pela energia depositada e pela resposta fisiológica do paciente. Quando ondas eletromagnéticas são utilizadas, a deposição de energia é uma função complexa da frequência, da intensidade e da polarização dos campos aplicados, da geometria e do tamanho aplicador, bem como da geometria, do tamanho e da profundidade do tumor [17].

A natureza dispersiva dos meios biológicos produz diferentes respostas para as diferentes regiões do espectro eletromagnético (baixas, médias e altas frequências). São conhecidas quatro regiões básicas de dispersão dielétrica, conhecidas como  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  e  $\gamma$ . Estas regiões identificam os limites de resposta aos campos eletromagnéticos para diferentes tipos de moléculas, macromoléculas e estruturas celulares que formam o organismo, estando associadas a [77] [63] [38]:

- $\alpha$  (1 Hz - 10 kHz): movimento de íons ao redor das membranas celulares;
- $\beta$  (10 kHz - 100 MHz): processos de carga e descarga capacitiva das membranas celulares e movimentos rotacionais das macromoléculas polares e de estruturas subcelulares;

- $\delta$  (100 MHz - 1 GHz): principalmente a rotação de aminoácidos e proteínas;
- $\gamma$  (acima de 1 GHz): o fenômeno relevante é a relaxação dipolar das moléculas de água, que acontece nas frequências próximas a 20 GHz.

Na Fig. 4.4 são apresentadas as curvas de permissividade e condutividade elétrica para o músculo [63]. Nestas curvas podem-se perceber as diferentes regiões de dispersão elétrica. O aumento da frequência produz um decréscimo na permissividade elétrica e, inversamente, um aumento da condutividade.



**Figura 4.4:** Curvas de permissividade e condutividade elétrica para o músculo.

O gráfico da Fig. 4.4 mostra o comportamento típico da maioria dos tecidos biológicos. Este gráfico foi obtido com o auxílio da equação de Cole-Cole de 4º ordem (Eq. 2.145) e os parâmetros apresentados no Anexo 3.

## 4.8 Taxa de Absorção Específica - SAR

A SAR (*Specific Absorption Rate*) é uma medida dosimétrica amplamente utilizada para quantificar a energia absorvida por um meio biológico [4] [23] [42] [87] [28] [85] [1], sendo proporcional à taxa na qual a energia eletromagnética é absorvida por uma determinada massa de material. A SAR pode ser compreendida como a potência absorvida por unidade de massa, podendo ser expressa por:

$$\text{SAR} = \frac{\sigma |E|^2}{\rho}, \quad (4.1)$$

dada em watts/kilograma [W/kg], onde  $\sigma$  é a condutividade do meio [S/m],  $E$  é o valor eficaz do campo elétrico [V/m] e  $\rho$  é densidade de massa no ponto avaliado [kg/m<sup>3</sup>].

Em condições termodinâmicas ideais, sem perdas de calor por difusão, radiação térmica nem termo-regulação (devido ao fluxo sanguíneo), a SAR é diretamente proporcional à taxa de incremento local da temperatura nos tecidos, ocasionando o aquecimento do organismo. Pode-se então representar esse fenômeno através da equação simples de transferência de biocalor como [63]:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{SAR}{c_e}, \quad (4.2)$$

onde  $T$  é a temperatura [C°] e  $c_e$  é a capacidade específica de calor do tecido [J/kg°C]. A Eq. 4.2 indica a taxa de aumento da temperatura com o tempo, sendo expressa em [°C/s].

Considerando as variações termodinâmicas, escreve-se então uma equação de transferência de biocalor completa, dada por [63] [60]:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{SAR + P_m - P_c - P_b}{c_e}, \quad (4.3)$$

onde  $P_m$  é a taxa de aquecimento metabólico,  $P_c$  é a taxa de perda de calor por unidade de volume devido à condução térmica, e  $P_b$  é a taxa de perda de calor por unidade de volume devido ao fluxo sanguíneo.

A solução da Eq. 4.3 não é simples, estando além do escopo deste trabalho. Nos casos aqui analisados, os resultados serão obtidos em termos da SAR. Para exemplificar a relação mencionada, uma SAR de 20 W/kg produziria um aumento de temperatura de aproximadamente 5°C num tecido com  $\epsilon_r = 95.8$  e  $\sigma = 0.65$  S/m [60].

Quando a energia eletromagnética absorvida pelo corpo é próxima a 4 W/kg durante aproximadamente 30 minutos de exposição em condições ambientais normais, acontece um aumento da temperatura média do corpo da ordem de 1 a 2°C (hipertermia de corpo inteiro), o que pode causar estresse e outros efeitos parecidos com os provocados pela febre [23].

Como a SAR é diretamente proporcional à condutividade do meio, variações nessa condutividade acarretam variações na SAR. Logo, a determinação precisa das propriedades elétricas dos tecidos biológicos é necessária para cálculos mais acurados. Existe grande discrepância nos valores encontrados na literatura para um mesmo tecido e frequência. Isto se deve à diferença de homogeneidade dos tecidos analisados, a diferenças no preparo das

amostras para análise, bem como a mudanças metabólicas que ocorrem no tecido após a morte [60].

A determinação da SAR pode ser feita para o corpo inteiro, considerando a média total no corpo, ou localizada, em que se considera a SAR local, que é definida como a potência absorvida por uma determinada unidade de massa de tecido (geralmente 1g ou 10g) [4] [42] [23].

Quando se realiza a hipertermia, o limite fisiológico de risco (4 W/kg para o corpo inteiro [42]) delimitado pelas normas não é obviamente respeitado. Isto porque, neste caso, o que se deseja é aquecer propositalmente o tecido biológico com base nos seus efeitos terapêuticos.

## 4.9 Considerações

A hipertermia tem sido um tema bastante pesquisado na atualidade e já é empregada com sucesso em muitos países. Infelizmente em nosso país as tecnologias para hipertermia e seu emprego são pouco conhecidas e pouco utilizadas.

As vantagens associadas ao tratamento hipertérmico são evidentes no tratamento do câncer além de poder auxiliar em outras patologias. O principal problema está na determinação precisa da temperatura na região aquecida sem o uso de sondas invasivas. As tecnologias correntes ainda não são satisfatórias, mas progressos têm sido feitos e novas tecnologias estão sendo aplicadas. Quando os principais problemas técnicos associados à hipertermia tiverem sido solucionados, o uso pela comunidade médica será, sem dúvida, aumentado.

O uso de dispositivos não invasivos para hipertermia é muito interessante para a redução do estresse terapêutico do paciente. Neste contexto, antenas e outros dispositivos eletromagnéticos são muito importantes no combate ao câncer e outras doenças. O principal requisito desses aplicadores hipertérmicos é a deposição eficiente de energia na região a ser tratada. Com o objetivo de analisar e desenvolver dispositivos radiadores de energia eficazes e não invasivos, alguns já utilizados pela comunidade médica são estudados neste trabalho. Além disso, propõem-se também novas estruturas, como será visto no próximo capítulo.

## Capítulo 5

# Dispositivos para Hipertermia

### 5.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentadas algumas estruturas de dispositivos eletromagnéticos para hipertermia, visando um maior poder de penetração de energia nos tecidos biológicos e eficiência de radiação.

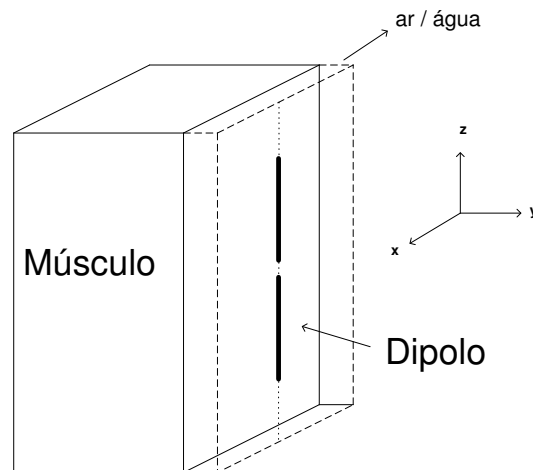
Inicialmente serão feitos estudos com antenas do tipo dipolo, e será mostrada, a partir dos resultados obtidos, a vantagem do uso de um conjunto de dois dipolos em comparação a um único. Foram feitas também análises num aplicador usando uma antena do tipo corneta piramidal, o qual foi utilizado para comparações com o sistema capacitivo proposto para aquecimento profundo em superfícies curvas. Para o aquecimento pouco profundo e superficial, foram analisadas e propostas antenas planares, seja como elementos únicos ou em conjunto.

### 5.2 Dipolos para Hipertermia

Uma das antenas mais simples empregadas na hipertermia é o dipolo fino [70]. Com o intuito de avaliar o comportamento de tal antena, foram realizados experimentos considerando o tecido biológico muscular submetido a uma onda eletromagnética de 433 MHz gerada por um dipolo de um quarto de onda ( $l = 17,3\text{cm}$ ). A frequência de operação foi escolhida para que a antena tenha dimensões relativamente pequenas e possa radiar energia com razoável eficiência, estando em conformidade com a faixa de frequências de uso científico. A próxima frequência passível de uso seria 915 MHz, mas nesta frequência a condutividade da água é consideravelmente alta e o poder de penetração da onda eletromagnética é bem menor.

### 5.2.1 Análise com um Dipolo

O uso de um único dipolo foi analisado em alguns casos sendo que os dois mais relevantes são apresentados a seguir. Na primeira configuração (caso 1), o dipolo está afastado de 1,2cm do músculo e o ar os separa. Na segunda (caso 2), é colocada uma camada de água pura separando o músculo da antena (1,2cm de espessura). Essa configuração pode ser vista na Fig. 5.1.



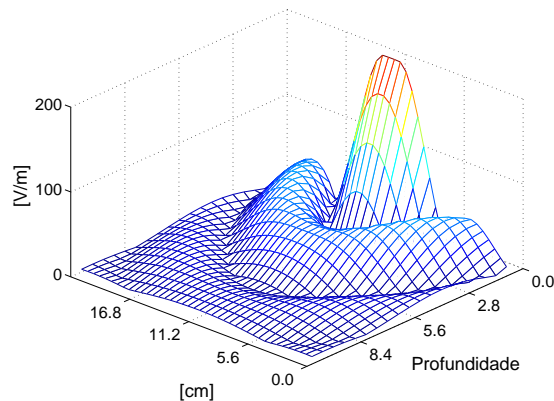
**Figura 5.1:** Configuração para análise de hipertermia usando o dipolo.

Foi utilizada uma malha de  $40 \times 30 \times 51$  células ( $xyz$ ), com  $\Delta = 0,56\text{cm}$ . O dipolo está disposto verticalmente no eixo  $z$ , com 31 células de comprimento ( $l = 17,3\text{cm}$ ). O raio considerado do dipolo foi de  $0,09\Delta$ , com uma excitação rígida de 28 V de pico no *gap* (fonte de tensão com impedância nula). O dipolo está afastado 2 células da parede muscular, a qual tem espessura de 20 células. A condição absorvente imposta em todas as superfícies que limitam o domínio de estudo foi MUR de primeira ordem, que apresenta resultados satisfatórios dada a perda encontrada no tecido muscular. Assim, simulou-se um tecido com largura e profundidade infinitas. O passo de tempo foi de 9ps, necessitando de 256 iterações temporais para completar um ciclo de onda. Os resultados da SAR foram obtidos do 5º ao 10º ciclo da excitação, quando o sistema já alcançou o regime permanente. A SAR é aqui expressa como a média da SAR durante o regime permanente para cada célula cúbica. Da mesma forma, os parâmetros elétricos do dipolo foram determinados nesse regime.

Os valores de permissividade elétrica e condutividade para o músculo foram de  $\epsilon_r = 57,1$ ,  $\sigma = 0,792\text{ S/m}$  [26] e, para a água,  $\epsilon_r = 80,5$  e  $\sigma = 0,0488\text{ S/m}$  [51]. As densidades de massa respectivas foram  $\rho = 1040\text{ kg/m}^3$  [2] e  $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ .

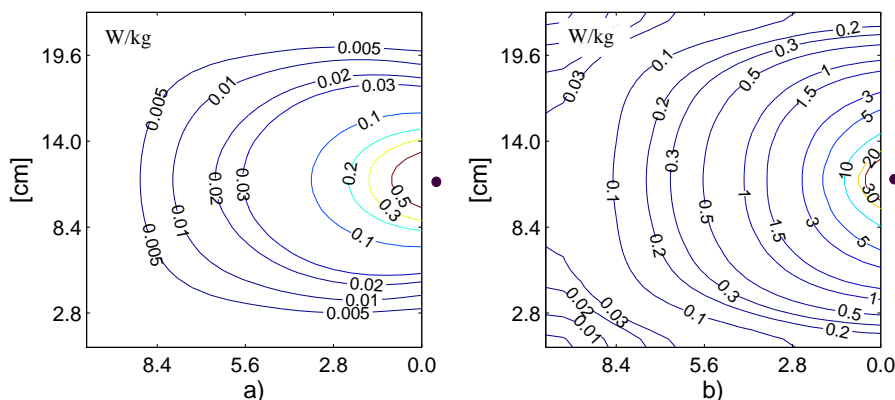


Para ilustrar a distribuição do campo elétrico no músculo, é apresentado na Fig. 5.2 o módulo deste campo em um dado instante de tempo. Percebe-se que o campo elétrico é atenuado à medida que penetra no músculo.



**Figura 5.2:** Módulo do campo elétrico no músculo, num dado instante de tempo.

Os resultados da SAR no plano  $xy$  que passa pelo ponto de alimentação do dipolo podem ser vistos na Fig. 5.3 em forma de curvas de nível. Em a) são apresentados os resultados para o dipolo no ar, sem o uso da camada de água e em b) os resultados para o dipolo em contato com a água. O dipolo encontra-se à direita da figura e a energia penetra no músculo da direita para a esquerda. Na Fig. 5.3a no primeiro centímetro a SAR apresenta valores em torno de 0,5 W/kg, enquanto que na Fig. b) a SAR é de 10 a 30 W/kg. Percebe-se claramente que o uso da camada de água permite obter valores bem maiores de SAR no músculo. A grande parcela do aquecimento ocorre nas proximidades e na superfície do músculo porque a SAR é proporcional ao quadrado do campo elétrico, o qual decai exponencialmente no meio.

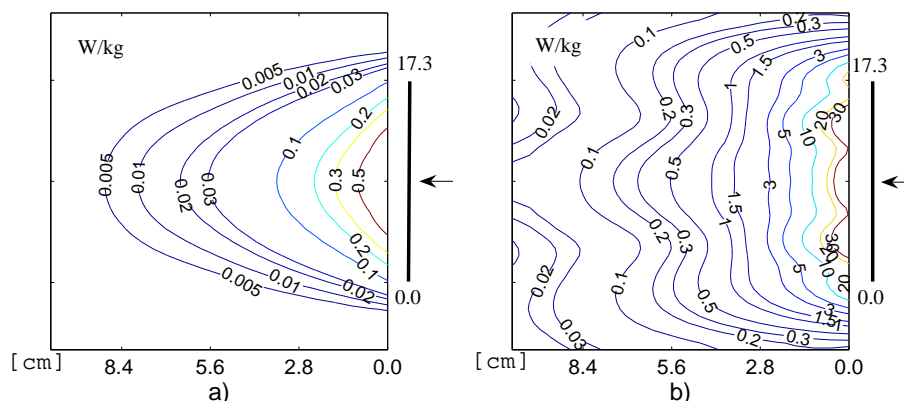


**Figura 5.3:** SAR no músculo. Plano de corte  $xy$  no ponto de alimentação do dipolo: a) dipolo no ar e b) dipolo em contato com uma camada de água.

O uso da camada de água ocasiona uma melhora significativa na capacidade de radiação da antena. Isto se deve à alteração de sua impedância de entrada. Para o caso do dipolo sem camada de água, a impedância calculada foi de  $Z = 24,4 - j298,8 \Omega$  (fortemente capacitiva) e no caso com a camada de água,  $Z = 60,6 - j0,7 \Omega$  ( $|Z| \approx 60 \Omega$ ), ou seja, o uso de água fez com que o dipolo se comportasse praticamente como uma resistência pura. No primeiro caso, a potência média radiada foi de 0,11 W, enquanto que no segundo caso, ela foi de 6,25 W.

A água, além de ocasionar um casamento de impedância da antena, possibilita também que seja feita a refrigeração das camadas superficiais do tecido. Isso é muito importante no aquecimento de pontos mais profundos. Desta forma, o uso de uma bolsa que permita a circulação da água em seu interior permite uma hipertermia mais profunda.

Na Fig. 5.4 é apresentada a SAR no plano  $yz$  que contém o dipolo. Como na figura anterior, o dipolo está à direita, só que agora com toda sua extensão no plano visualizado. Estão também indicadas as dimensões do dipolo no ponto onde ele se encontra, com uma seta indicando o ponto de alimentação. Os valores de SAR são semelhantes aos da Fig. 5.3, só que agora os valores acompanham a extensão do dipolo. No primeiro caso, músculo-ar (Fig. 5.4a), não existe grandes distorções na forma apresentada da SAR. Já no segundo caso, o uso da camada de água ocasiona alterações no comprimento da onda incidente, havendo uma parcela de reflexão que atua na interface músculo-água, contribuindo para a mudança encontrada.

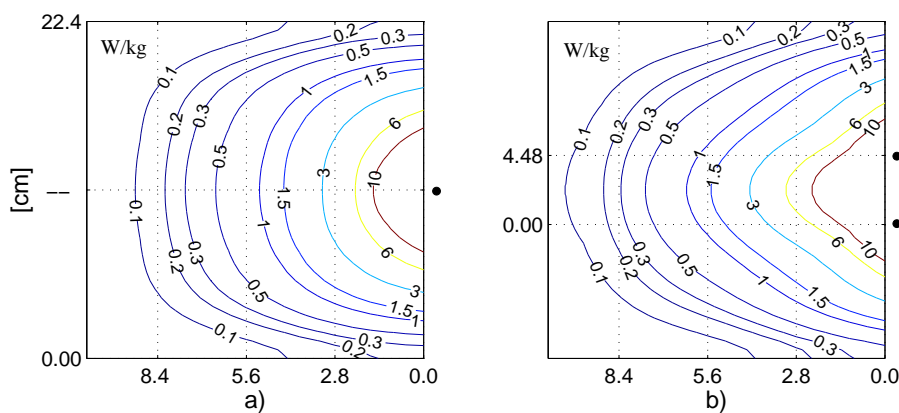


**Figura 5.4:** SAR no músculo. Plano de corte  $yz$  que contém o dipolo: a) dipolo no ar e b) dipolo em contato com uma camada de água.

## 5.2.2 Conjunto com Dois Dipolos

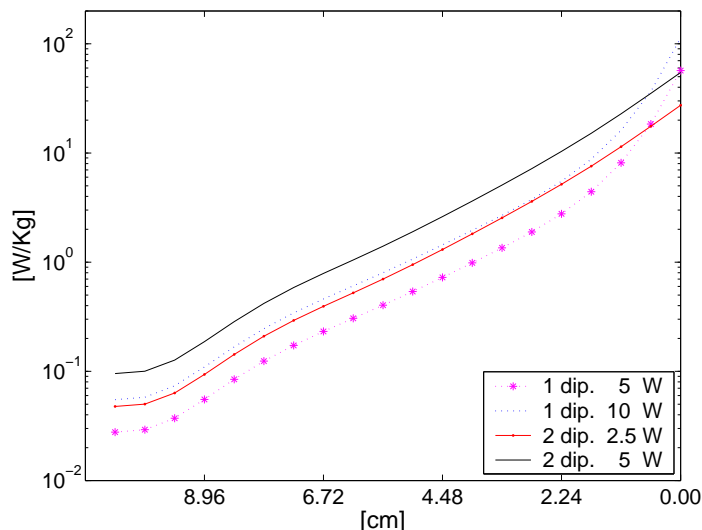
De acordo com o tipo de região a ser aquecida, o uso de um conjunto de antenas torna-se interessante [76] [24]. Neste caso, é possível controlar a fase e a amplitude da alimentação do conjunto de modo a direcionar o feixe radiado. Isto faz com que, o uso de mais de uma antena possa melhorar o desempenho obtido por uma única na mesma aplicação. Assim, compararam-se os resultados obtidos com um conjunto de dois dipolos, alimentados em fase e com mesma amplitude, com aqueles obtidos usando um único dipolo. Nas simulações com o conjunto, foram utilizados os mesmos parâmetros e a mesma geometria da seção anterior, sempre com uma camada de água entre o músculo e a antena. A única alteração foi na tensão de alimentação dos dipolos, que foi escolhida de acordo com a potência desejada de radiação.

Como já mencionado, a impedância de um único dipolo isolado foi calculada e resultou em  $Z = 60,6 - j0,7 \Omega$ . O melhor resultado foi encontrado para os dois dipolos do conjunto afastados de 8 células (4,48cm), resultando em  $Z = 49,2 - j2,2 \Omega$  para a impedância de entrada de cada dipolo. Com base nas impedâncias, calculou-se a tensão de alimentação dos dipolos para potências médias de radiação de aproximadamente 2,5 W, 5 W e 10 W. Na Fig. 5.5 são apresentadas as curvas de níveis para o plano de corte  $xy$  que passa pelo ponto de alimentação dos dipolos: em a) para um dipolo com 10 W e em b) para o conjunto com 5 W em cada dipolo. Para que a comparação seja correta, a potência do único dipolo deve ser igual à potência total do conjunto. Os pontos na figura indicam a localização dos dipolos. Percebe-se que a energia produzida pelo conjunto obteve maior penetração no tecido, particularmente nos pontos equidistantes dos dipolos.



**Figura 5.5:** SAR no músculo, plano de corte  $xy$  no ponto de alimentação dos dipolos, a) um dipolo com 10 W de potência e b) dois dipolos com 5 W de potência cada.

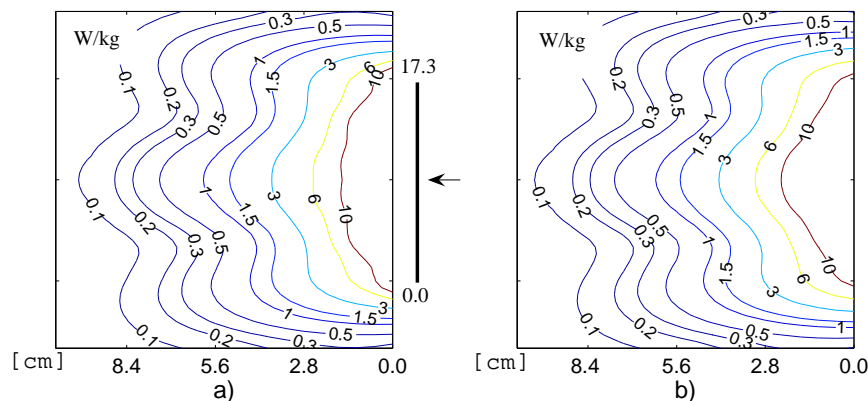
Os resultados obtidos com um único dipolo e com o conjunto, radiando potências totais de 5 W e 10 W, são vistos na Fig. 5.6, que mostra a SAR numa linha central do plano  $xy$  que passa entre os pontos de alimentação dos dipolos (esta linha está centrada entre os dois dipolos no conjunto).



**Figura 5.6:** SAR produzida por um dipolo e conjunto com dois para alguns valores de potência (por dipolo).

No conjunto, os dipolos radiam 2,5 W e 5 W de potência cada, o que pode ser visto na legenda no canto inferior da Fig. 5.6 como *2dip 2,5 W* e *2dip 5 W*. O uso de dois dipolos radiando uma potência total de 5 W produz resultados superiores a um único dipolo com 5 W (*1dip 5 W*). A mesma conclusão é válida quando a potência total radiada é de 10 W. O conjunto radiando uma potência total de 10 W (*2dip 5 W*) é superior a todos os demais. As ondulações à direita das curvas devem-se ao ponto de análise em frente ao dipolo e entre os dipolos; à esquerda, tais ondulações devem-se à condição absorvente, que não é perfeita.

A SAR no plano de corte  $yz$  que contém o dipolo isolado (ou que passa entre os dois dipolos do conjunto) pode ser visto nas Figs. 5.7a e b, respectivamente, para a potência total de 10 W. Na Fig. 5.7b, observa-se que os maiores valores da SAR estão mais concentrados, o que é interessante para o aquecimento de uma determinada região.



**Figura 5.7:** SAR no músculo. Plano de corte  $yz$ : a) plano que contém um único dipolo (10 W) e b) plano entre o conjunto de dipolos (2 dipolos com 5 W de potência cada).

### 5.2.3 Conclusões

Dos resultados obtidos, percebe-se a vantagem do uso de dois dipolos em relação a um único, pois, mesmo com uma potência total menor, conseguem-se melhores resultados. Isto é muito importante, pois permite uma diminuição do aquecimento superficial do tecido. Assim, o uso de duas antenas proporciona um aquecimento mais profundo com menor aquecimento superficial do que o obtido com uma só antena. Desta forma, o uso de dois dipolos para aquecer uma determinada região é uma boa opção quando se trata de sistemas hipertérmicos simples.

Uma das principais vantagens do uso de dipolos para hipertermia é a simplicidade das antenas e seu baixo custo. Usando um conjunto, pode-se mudar o foco de aquecimento, através de um controle preciso da potência, com mudanças de fase e amplitude da alimentação. Sistemas com vários dipolos podem ser usados para envolver o corpo ou membros do paciente.

O emprego da água entre o dipolo e o tecido biológico é fundamental para o casamento de impedância bem como possibilitar a refrigeração da superfície próxima à antena, evitando pontos excessivamente quentes. Esse sistema, empregando bolsas de água, necessita de resfriamento com controle de temperatura, aumentando seu custo e sua complexidade.

O principal problema associado ao dipolo é radiação não homogênea de energia na área iluminada, com maior concentração ao longo do comprimento da antena. Isto exige o uso de mais antenas quando se quer aquecer uma região mais ampla, com extensão superior às dimensões do dipolo.

## 5.3 Antena Corneta e Sistema Capacitivo

Um dos objetivos principais da hipertermia localizada usando ondas eletromagnéticas é o aquecimento de regiões profundas. Mas existe um problema físico associado a isto, pois para obter uma maior penetração da energia, devem-se usar baixas frequências (comprimento de onda grande). Como as dimensões das antenas são diretamente associadas ao comprimento de onda, baixas frequências exigem dimensões grandes, o que é limitante na maioria das vezes. Para contornar este problema podem-se empregar sistemas capacitivos, que trabalham na faixa de alguns megahertz. Este tipo de sistema, além de permitir depositar energia mais profundamente, permite também uma distribuição mais homogênea de energia sobre as superfícies do capacitor (linhas de campo).

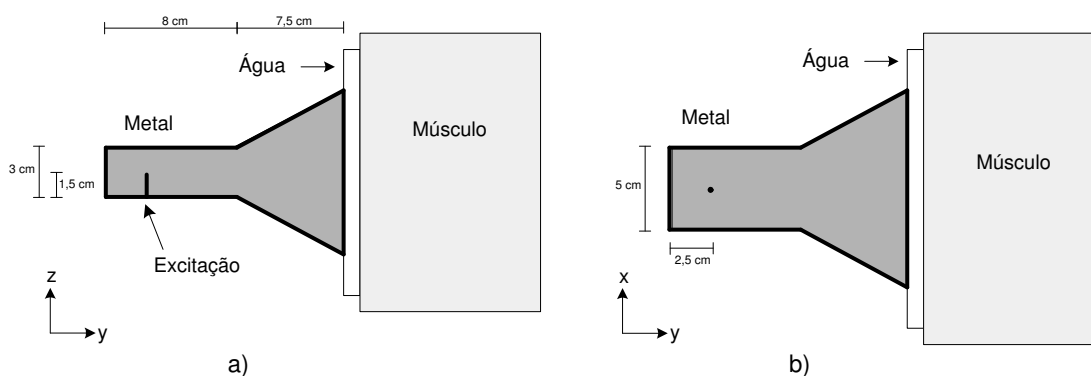
Para comparação, o sistema capacitivo proposto é avaliado em relação a uma estrutura de aplicador muito utilizada: a antena corneta, que permite obter boa distribuição de energia em sua abertura e é usada para aquecimento superficial com alguns centímetros de profundidade.

### 5.3.1 Antena Corneta

Antenas corneta têm larga aplicação em telecomunicações e em instrumentação na faixa de microondas. São quase sempre alimentadas por guias de onda. Como operam em altas frequências, são geralmente de pequenas dimensões [6] [8]. Uma maneira de permitir que uma antena corneta opere em frequências mais baixas, mas ainda mantendo suas pequenas dimensões, consiste em preenchê-la (assim como o guia de onda que a alimenta) com um dielétrico de permissividade elevada. Isto porque os comprimentos de onda diminuem com o aumento da permissividade do meio no qual a onda se propaga. Assim, uma antena corneta usando água como dielétrico (que têm alta permissividade) pode ser aplicada para hipertermia usando frequências relativamente baixas, com a vantagem da distribuição eficiente de energia em sua abertura.

O tipo mais comum de antena corneta para hipertermia é do tipo piramidal, operando em 433 MHz. Na Fig. 5.8 é apresentada a geometria do aplicador aqui analisado, em que a água preenche toda a estrutura e se estende por mais um centímetro até o encontrar o músculo. Como já dito anteriormente, a camada de água permite um bom casamento de impedâncias, além de permitir o resfriamento necessário da camada superficial do tecido. As dimensões do aplicador são as seguintes: a antena corneta tem abertura de  $10\text{cm} \times 12\text{cm}$ , com 7,5cm de

comprimento. O guia de onda que a alimenta tem seção transversal de  $3\text{cm} \times 5\text{cm}$  e  $8\text{cm}$  de extensão. A ponta de prova (sonda de tensão) que excita o sistema, acoplando o cabo coaxial de alimentação ao guia de onda, está posicionada a  $2,5\text{cm}$  da extremidade curto-circuitada do guia e tem  $1,5\text{cm}$  de comprimento. Com essas dimensões, o guia opera logo acima de sua primeira frequência de corte (modo de propagação TE<sub>10</sub>). Como se emprega água para o preenchimento da antena corneta e o comprimento de onda na água é menor que no ar, as dimensões da antena são bem menores que para uma estrutura preenchida com ar.

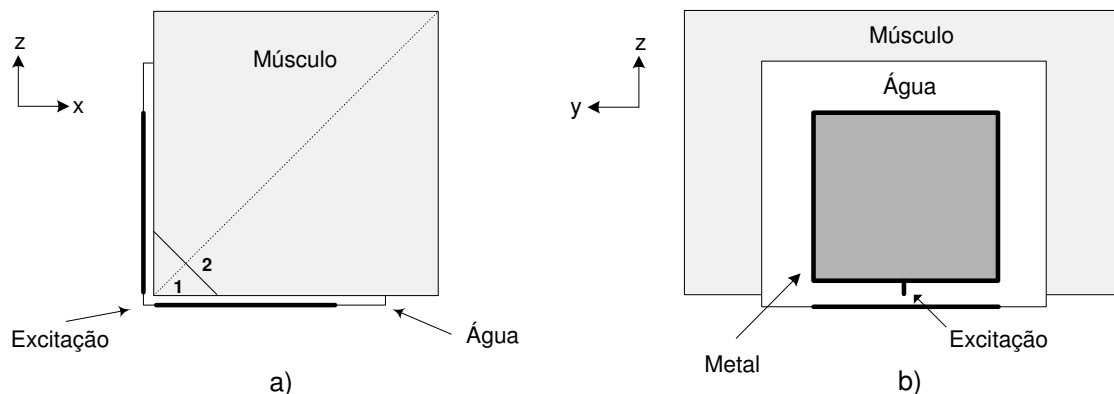


**Figura 5.8:** Corneta piramidal preenchida com água: a) plano  $zy$  e b) plano  $xy$ .

### 5.3.2 Capacitor com Placas Ortogonais

Um dos sistemas capacitivos comerciais para hipertermia usa placas metálicas semi-paralelas, sendo uma delas um plano metálico sobre o qual o paciente se deita, e a outra móvel, dispondo de um braço mecânico para posicionamento [89]. Estes sistemas possuem limitação quanto à região a ser aquecida, além de possuírem grandes dimensões. Visando a superação desses problemas, é proposto um sistema capacitivo com placas ortogonais e de dimensões reduzidas, facilitando o tratamento e possibilitando maior eficiência e flexibilidade no aquecimento de membros e superfícies curvilíneas.

O dispositivo proposto é apresentado na Fig. 5.9 e utiliza as frequências de  $13,56\text{ MHz}$  (menor frequência para uso industrial e médico) e de  $433\text{ MHz}$  (para fins de comparação). Possui duas placas metálicas ortogonais de  $16\text{cm} \times 16\text{cm}$  (espessura desprezível), com uma camada de água de  $1\text{cm}$  de espessura para evitar o sobreaquecimento superficial do músculo. Na Fig. 5.9a são consideradas duas configurações de músculo: na primeira (configuração 1) há somente músculo em toda a região entre as placas; no segundo caso (configuração 2), existe água na região de seção triangular, com músculo na região restante.



**Figura 5.9:** Capacitor com placas ortogonais: a) plano  $zx$  e b) plano  $zy$ .

### 5.3.3 Resultados

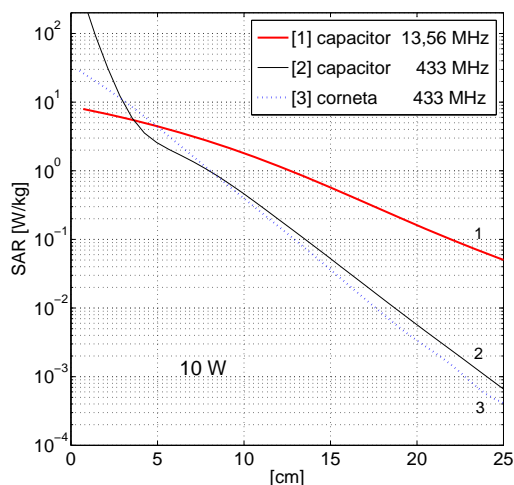
As simulações foram realizadas com uma malha cúbica com incremento espacial de 1cm e 0,5cm,  $\Delta t = 18,4\text{ps}$  e  $\Delta t = 8,25\text{ps}$ , para 13,56 MHz e 433 MHz, respectivamente. O domínio de estudo foi limitado empregando-se a UPML com 5 camadas, o que garante que não haverá ondas refletidas retornando para a região de estudo. Como foram empregadas duas frequências, os valores de condutividade e permissividade elétrica são distintos tanto para o músculo quanto para a água (materiais dispersivos, ver Seção 2.11). Para 433 MHz esses parâmetros foram dados na Seção 5.2.1. O músculo a 13,56 MHz apresenta  $\epsilon_r = 133$ ,  $\sigma = 0,631\text{ S/m}$  [26] e a água,  $\epsilon_r = 80,1$  com  $\sigma = 0,00005\text{ S/m}$  [51].

Os resultados foram obtidos após o regime estacionário do sistema ter sido alcançado, e a SAR foi computada como valor médio sobre um período de excitação. Ao longo de uma linha através do músculo. Para a antena corneta, essa linha é paralela ao eixo  $y$ , ou seja, perpendicular à área de sua abertura e centrada nesta. No sistema capacitivo, a linha secciona o plano  $zx$  (linha tracejada da Fig. 5.9a).

A Fig. 5.10 mostra comparações entre o guia de onda e o sistema capacitivo proposto para 433 MHz e 13,56 MHz. Em todos os casos, os dispositivos estão radiando uma potência de 10 W. É apresentada a SAR no músculo para a configuração 1.

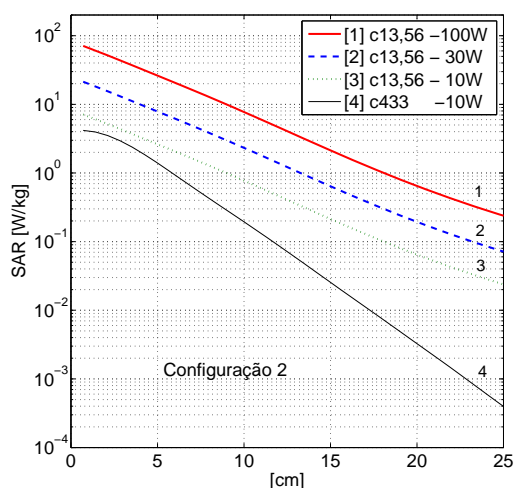
Dos resultados acima, pode-se ver uma penetração maior (maiores valores de SAR) após 5cm de profundidade para o sistema capacitivo a 13,56MHz, com um menor aquecimento superficial que os demais sistemas a 433 MHz. É importante lembrar que seria impraticável construir uma antena corneta alimentada com um guia de ondas para operar em 13,56 MHz porque as dimensões da estrutura seriam muito grandes.





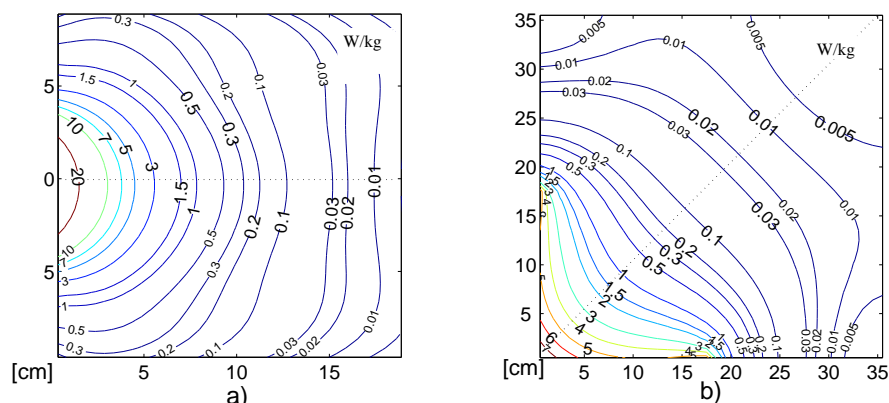
**Figura 5.10:** SAR ao longo do músculo para a antena corneta e sistema capacitivo a 433 MHz e 13,56 MHz (10 W).

Depois dos dados obtidos da Fig. 5.10, uma simulação mais realística para o sistema capacitivo foi feita (correspondendo à configuração 2, com a presença de água na região 1 da Fig. 5.9a). A Fig. 5.11 apresenta os resultados desta simulação para diferentes níveis de potência transmitida. Observa-se que a potência do sistema pode ser ajustada para obter o nível desejado de SAR no músculo. A energia necessária depende da distância ao centro do capacitor (ponto de alimentação): para pequenas profundidades, a potência requerida é menor.



**Figura 5.11:** SAR ao longo do músculo para o sistema capacitivo a 433 MHz (10 W) e 13,56 MHz (10 W, 30 W e 100 W).

As linhas de contorno da SAR para planos de corte no músculo com a antena corneta e com o sistema capacitivo a 10 W podem ser vistos na Fig. 5.12. Com a antena corneta percebe-se que a energia fica focada no centro da corneta e a distribuição da SAR é mais homogênea para maiores profundidades no músculo. No capacitor, as linhas estão concentradas na região onde as placas estão mais próximas e vão se suavizando à medida que penetram no músculo (as placas se afastam).



**Figura 5.12:** Linhas de contorno da SAR na linha de análise para: a) antena corneta (plano  $xy$ ) e b) sistema capacitivo (secção do plano  $zx$ ), ambos com 10 W.

### 5.3.4 Conclusões

O sistema capacitivo com placas ortogonais operando a 13,56 MHz apresenta desempenho satisfatório para hipertermia profunda, com menor aquecimento superficial que o apresentado pela antena corneta operando a 433 MHz. Este fato ocorre principalmente porque a SAR é diretamente proporcional à condutividade e esta é menor em baixas frequências. Apesar da energia ficar concentrada na região de proximidade das placas, consegue-se bons níveis de SAR até aproximadamente 10cm de profundidade.

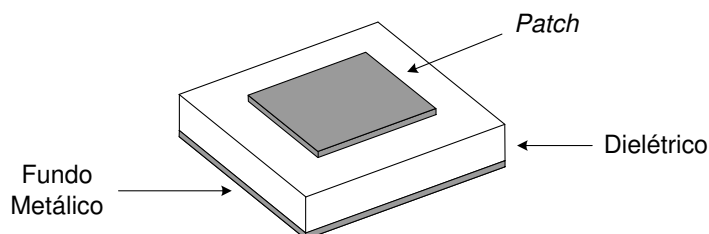
O sistema capacitivo proposto pode apresentar maior flexibilidade que os usuais sistemas hipertérmicos. Por exemplo, as dimensões e a inclinação das placas metálicas podem ser ajustadas para cobrir superfícies mais irregulares, incluindo alterações nos pontos de alimentação das placas. É também possível reduzir as dimensões do sistema capacitivo, bastando para isso aumentar sua frequência de operação (por exemplo 433 MHz).

Para aquecimento não muito profundo, o uso de antenas corneta é uma das opções mais utilizadas por ser uma estrutura compacta e espalhar melhor a energia que os sistemas mais simples, como os compostos por poucos dipolos, por exemplo.

## 5.4 Antenas Planares

A hipertermia local realizada próximo à superfície do corpo é usada no tratamento de tumores pequenos e de pouca profundidade. As antenas discutidas anteriormente têm dimensões grandes e produziram o aquecimento de uma grande área superficial. Para resolver este problema, faz-se necessário o uso de pequenas antenas, adequadas para o aquecimento de regiões próximas ao elemento radiador. Neste caso, podem-se usar frequências mais altas e o tamanho do dispositivo hipertérmico pode ser reduzido.

Uma antena interessante para realizar a hipertermia superficial é a planar, pois é simples, de baixo custo e pequena. A antena planar, conhecida também por antena impressa ou de microfitas, nada mais é do que um circuito metálico impresso sobre um substrato dielétrico com baixas perdas e pequena espessura. Um dos lados da antena é completamente coberto por metal (fundo metálico) e na outra superfície têm-se o elemento radiador impresso (*patch*). As duas partes metálicas formam um *sanduíche* com o dielétrico, ver Fig. 5.13. Algumas antenas podem ser compostas por várias camadas de dielétrico intercaladas com *patches* impressas [108]. A alimentação pode ser provida por uma microfita no mesmo substrato ou através de cabo coaxial [108] [8]. Essas antenas são comumente utilizadas com frequências na faixa de gigahertz.

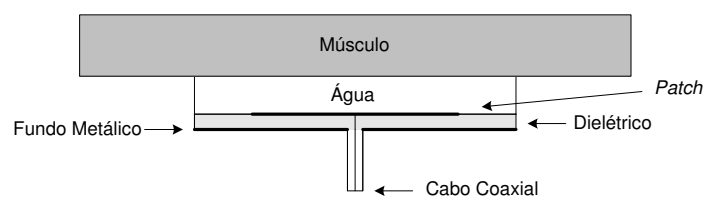


**Figura 5.13:** Antena planar.

Na hipertermia um dos principais requisitos dos dispositivos hipertérmicos é o aquecimento homogêneo da área a tratar. Caso se use uma antena planar, busca-se obter uma distribuição uniforme de energia em toda sua superfície. A seguir serão descritas algumas geometrias de antenas planares, incluindo conjuntos, visando obter uma distribuição homogênea da energia radiada no tecido tratado. Para melhor visualização dos resultados e para avaliar a eficiência das antenas, é empregado o módulo do campo elétrico médio normalizado obtido na superfície do músculo e o coeficiente de variação estatístico ( $CV = \text{desvio padrão dividido pela média}$ ) para a SAR. O CV indica o quão homogênea é a distribuição da SAR no

primeiro milímetro do músculo próximo à antena e abaixo de sua área. Quanto menor seu valor mais uniforme e melhor é a distribuição de energia da antena. O valor nulo significa distribuição uniforme de energia sob toda a superfície da antena.

Diferentes geometrias de antenas planares foram avaliadas e algumas delas são aqui apresentadas. A dimensão da célula cúbica utilizada no FDTD foi de 1mm. Escolheu-se uma espessura de dielétrico de 2mm, por ser uma medida razoável e adequar-se às dimensões da malha. Empregou-se a frequência de 915 MHz e uma camada de 5mm de água sob a antena, possibilitando uma melhor transferência de energia para o tecido biológico e também ajudando a reduzir as dimensões da antena na frequência usada. Assim, chegou-se às dimensões de  $2\text{mm} \times 42\text{mm} \times 42\text{mm}$  para o dielétrico. Como valor de permissividade elétrica, usou-se  $\epsilon_r = 10$  (correspondente à alumina 99,5%,  $Al_2O_3$ ) e a perda foi desprezada. Os valores das constantes elétricas utilizadas para o músculo a 915 MHz foram:  $\epsilon_r = 55,5$ ,  $\sigma = 0,903$  S/m [26]. Para a água:  $\epsilon_r = 80,8$  com  $\sigma = 0.217$  S/m [51]. Na Fig. 5.14 é mostrado o perfil da antena e a estrutura completa usada nas simulações, incluindo o músculo.



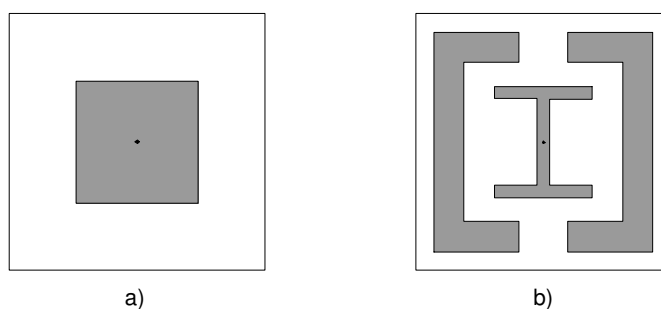
**Figura 5.14:** Perfil das antenas planares utilizado nas simulações.

Existem vários materiais disponíveis comercialmente para uso como substrato dielétrico para microfita. Os valores de permissividade elétrica relativa podem variar de aproximadamente 1 até 88. Seus empregos dependem da característica que se quer dar à microfita: para atuar somente como antena ou em conjunto com linhas e circuitos (transmissão e/ou radiação) [108].

Nas simulações foi primeiramente empregada a condição absorvente UPML com 5 camadas. Comparações com a condição de MUR de primeira ordem não apresentaram diferenças significativas. Logo, optou-se por esta devido ao seu custo computacional mais baixo. Foi utilizada uma camada de músculo com 4cm de profundidade com uma largura de 2cm paralela à borda da antena. Os resultados correspondem à resposta em regime permanente do sistema, após o transitório.

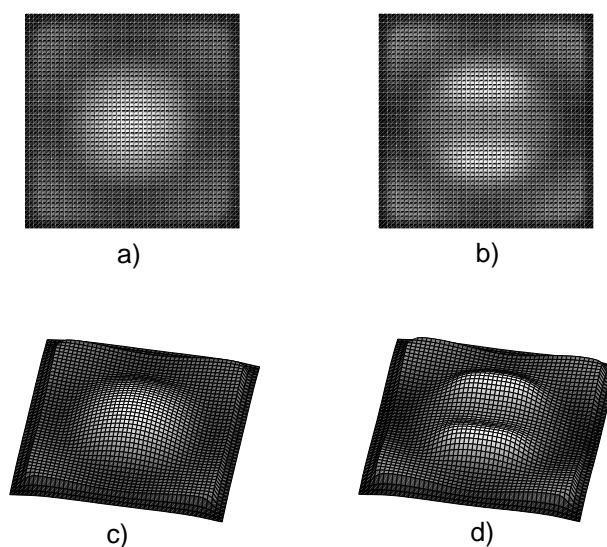
### 5.4.1 Antenas Individuais

Na Fig. 5.15 é apresentado a vista superior de duas antenas planares, a nº 1 é a retangular e uma das mais utilizadas; a nº 2 é a proposta por Dubost [20]. O ponto central nas figuras a) e b) representa a conexão do fio central do cabo coaxial com a parte superior da antena. A parte inferior (plano metálico) é ligada à malha externa do cabo coaxial. Na figura b) existem partes metálicas que não estão em contato com a alimentação. Estes elementos, denominados parasitas, influenciam no padrão de radiação da antena [108].



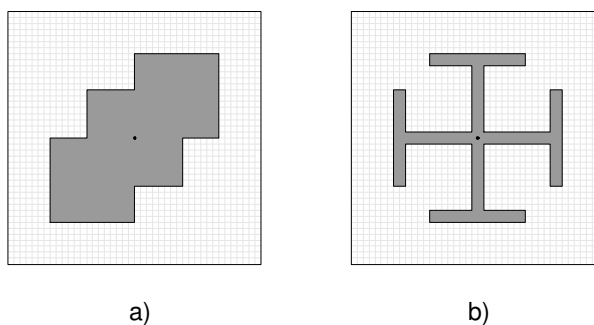
**Figura 5.15:** Antenas planares (vista superior): a) nº 1 (retangular) e b) nº 2 (Dubost) [20].

São apresentados na Fig. 5.16a e b os gráficos do módulo do campo elétrico médio normalizado para as antenas 1 e 2, 1mm abaixo da superfície do músculo, indicando como a energia se distribui sob a superfície da antena. Para representar visualmente a diferença entre as áreas claras e escuras, mais e menos energéticas respectivamente, apresenta-se na Fig. 5.16c e d o relevo tridimensional da distribuição de campo elétrico.

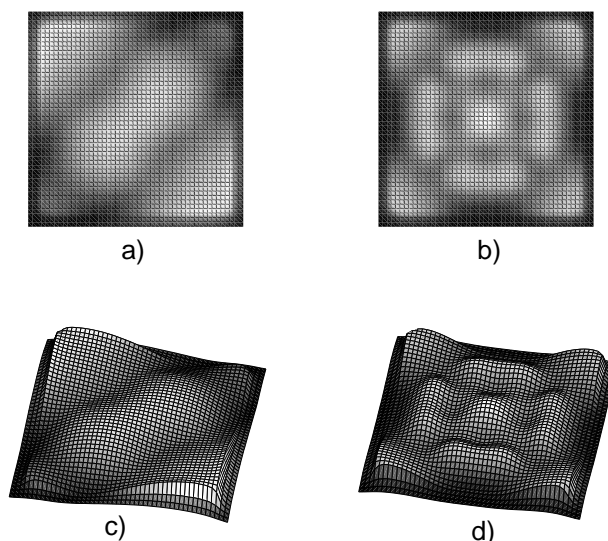


**Figura 5.16:** Distribuição do campo elétrico a 1mm de profundidade no músculo sob as antenas 1 e 2, respectivamente. Em a) e b) bidimensional; c) e d) tridimensional.

O coeficiente de variação da SAR para a antena 1 foi de 0,91 e para a 2 de 0,82. A antena 2 distribui de forma mais eficiente a energia sobre o tecido muscular. Foram simuladas várias geometrias de antenas planares visando a melhor distribuição de energia. Na Fig. 5.17 são apresentadas duas das configurações mais interessantes obtidas: antenas nº 3 e nº 4. Os resultados para o campo elétrico podem ser vistos na Fig 5.18. Observa-se claramente uma distribuição mais homogênea de energia do que aquelas das antenas 1 e 2. Neste caso, o CV é de 0,61 para a antena 3 e 0,52 para a 4. As impedâncias aproximadas calculadas para as antenas 3 e 4 foram de  $Z = 0,52 + j6,8 \Omega$  e  $Z = 0,20 + j8,1 \Omega$ , respectivamente. Esse cálculo é um tanto grosseiro porque a malha não é suficientemente densa em torno do ponto de alimentação da antena.



**Figura 5.17:** Antenas planares (vista superior): a) nº 3 e b) nº 4.

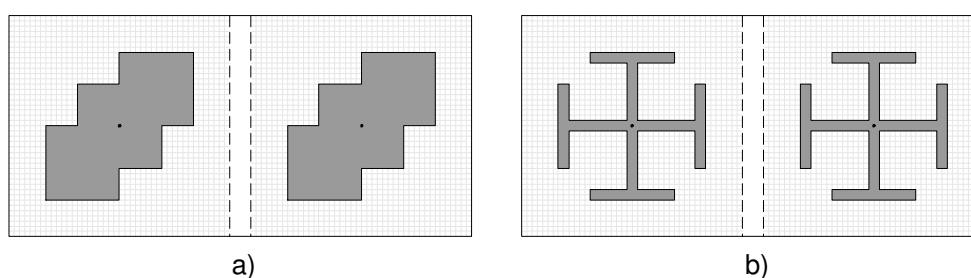


**Figura 5.18:** Distribuição do campo elétrico a 1mm de profundidade no músculo sob as antenas 3 e 4, respectivamente. Em a) e b) bidimensional; c) e d) tridimensional.

A presença de água e a forma como é colocada entre a antena e o músculo influem consideravelmente na distribuição de energia. As reflexões da potência radiada entre água e ar podem ser claramente vistas na Fig. 5.18a e c. Nas diagonais opostas à parte metálica superficial da antena formam-se duas zonas com picos de energia (canto superior esquerdo e inferior direito). Nos gráficos b) e d) estes picos de energia são menores e encontram-se em todos os cantos da antena. A energia tende a restringir-se aos contornos da antena e seguir a parte metálica impressa.

### 5.4.2 Conjunto de Antenas

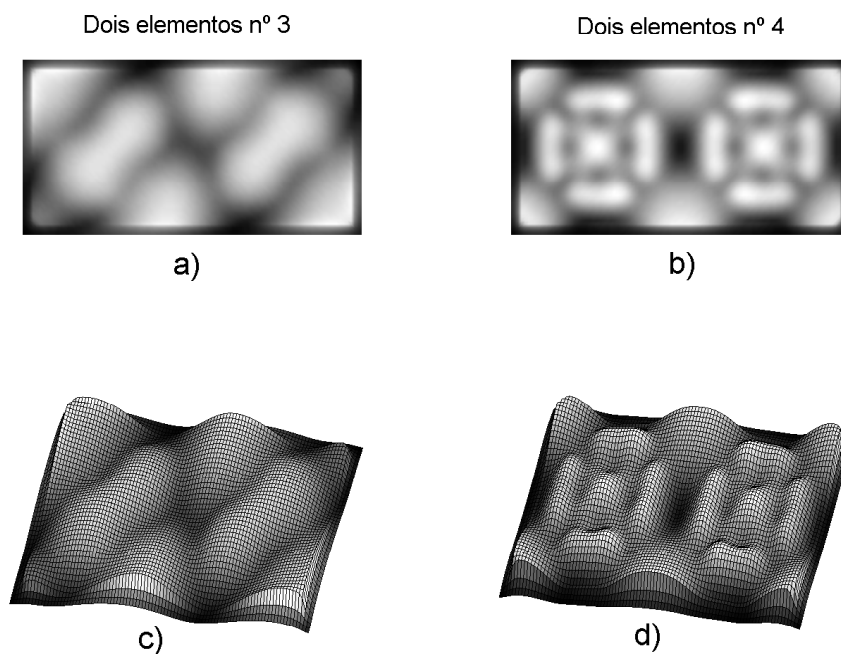
Caso se deseje cobrir uma área maior que  $42\text{mm} \times 42\text{mm}$  fazendo uso da frequência de 915 MHz, pode-se empregar um conjunto de antenas. Foram analisados alguns conjuntos com duas e quatro antenas (com as mesmas geometrias das antenas 3 e 4) sobre o mesmo dielétrico e utilizando uma camada de água contínua. O conjunto com 2 antenas não emprega um plano metálico contínuo abaixo do substrato. O objetivo é diminuir a interação destrutiva dos campos eletromagnéticos radiados pelos elementos (antenas). Assim, as antenas estão separadas por 4mm com fundo metálico não contínuo, perfazendo uma área total de  $42\text{mm} \times 88\text{mm}$ . Na Fig. 5.19 são apresentadas as geometrias dos conjuntos com duas antenas; as linhas tracejadas indicam o contorno dos fundos metálicos. Os resultados obtidos encontram-se na Fig. 5.20. Os conjuntos apresentaram CV de 0,57 e 0,50 para as antenas 3 e 4, respectivamente. Tais resultados são um pouco melhores que os obtidos com as antenas individualmente.



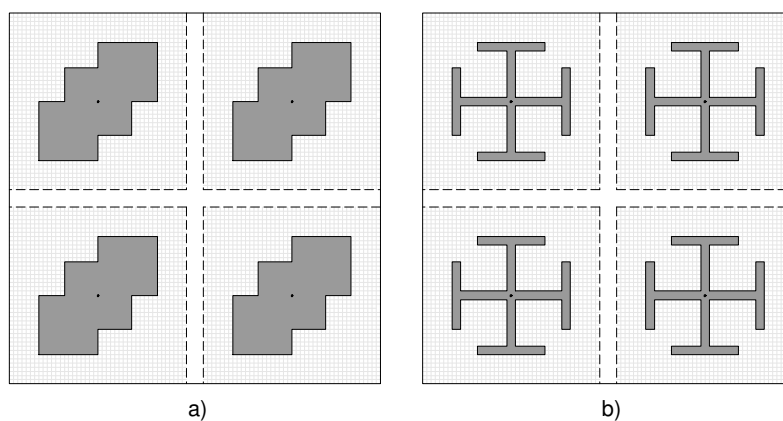
**Figura 5.19:** Conjunto com 2 antenas utilizando as geometrias das antenas: a) n° 3 e b) n° 4.

Os conjuntos com quatro antenas podem ser vistos na Fig. 5.21. Como no caso dos conjuntos com duas antenas, o dielétrico e a água são contínuos e os fundos metálicos não, estando afastados de 4mm. A área da antena é então,  $88\text{mm} \times 88\text{mm}$ . Os resultados podem

ser vistos na Fig. 5.22. Os coeficientes de variação melhoraram um pouco em relação ao conjunto com 2 antenas, sendo 0,55 para o conjunto com a antena 3 e 0,48 para o conjunto com a antena 4.



**Figura 5.20:** Distribuição do campo elétrico a 1mm de profundidade no músculo sob um conjunto com duas antenas (elementos nº 3 e nº 4, respectivamente). Em a) e b) bidimensional; c) e d) tridimensional.

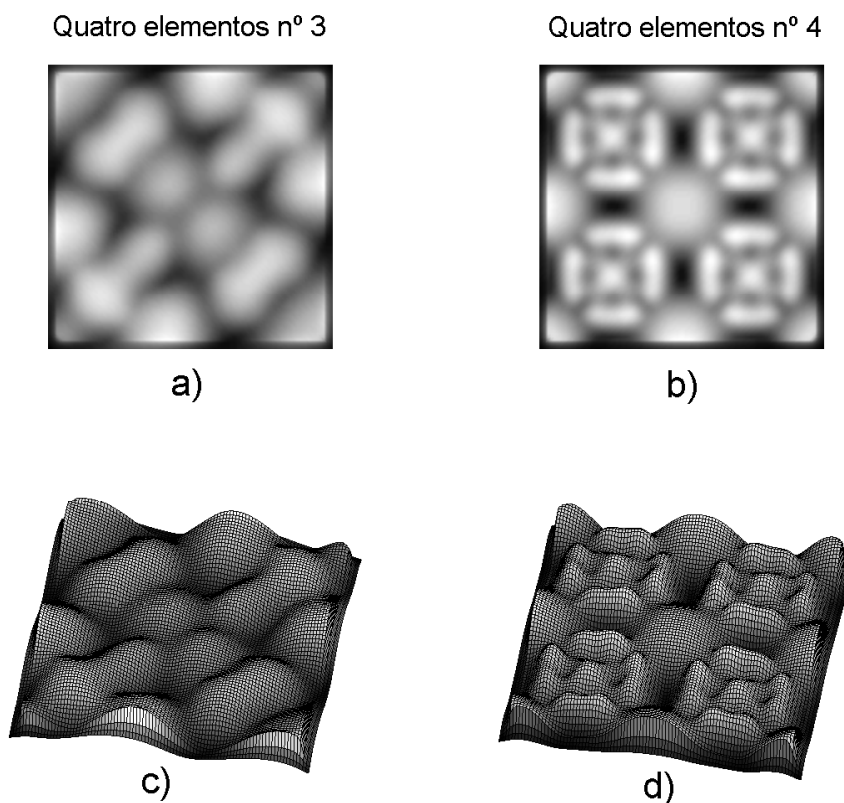


**Figura 5.21:** Conjunto com 4 antenas utilizando as geometrias das antenas: a) nº 3 e b) nº 4.

As impedâncias de entrada calculadas para os conjuntos são similares às impedâncias das antenas individuais. A média da SAR também é similar. Como exemplo, a antena 4 dissipando 1 W de potência produz uma SAR média a 1mm de profundidade no músculo de



aproximadamente 35 W/Kg. Com a antena 3, os vazios de energia (pontos escuros) entre as antenas no conjunto não são tão acentuados como com a antena 4. Isto é devido à estrutura diagonal da antena 3. Entretanto, a antena 4 distribui um pouco melhor a energia.

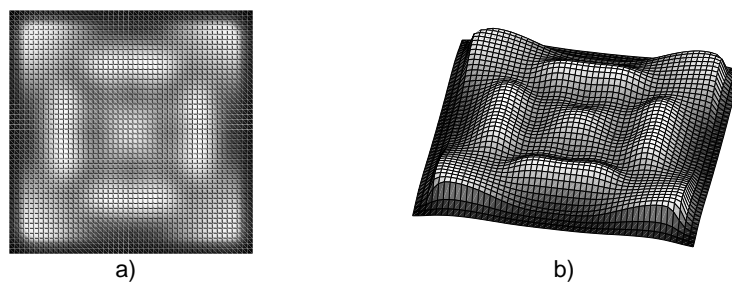


**Figura 5.22:** Distribuição do campo elétrico a 1mm de profundidade no músculo sobre um conjunto com quatro antenas (elementos nº 3 e nº 4, respectivamente). Em a) e b) bidimensional; c) e d) tridimensional.

Uma possibilidade para cobrir uma superfície maior do tecido muscular consiste em usar uma única antena em vez de um conjunto, operando numa frequência menor. Assim, pode-se aumentar as dimensões da antena, conseguindo ainda um aquecimento mais profundo. Com esse objetivo, escolheu-se a frequência de 433 MHz aplicada a mesma geometria da antena 4. Por comodidade foi somente aumentado o incremento espacial do FDTD para 2mm, resultando numa espessura de dielétrico de 4mm e de água de 10mm, com uma superfície de 84mm × 84mm. Conservou-se um dielétrico sem perdas com permissividade elétrica relativa de 10. As propriedades elétricas dos meios foram devidamente alteradas de acordo com a nova frequência de operação.

A forma de distribuição de energia é muito similar à apresentada pela antena 4 operando

em 915 MHz, com a diferença de ser calculada a 2mm de profundidade, ver Fig. 5.23. O CV correspondente é 0,47, o que é um pouco melhor que os 0,52 da estrutura operando em 915 MHz. Isto mostra que a estrutura operando na frequência mais baixa permite obter uma distribuição mais homogênea de energia, além de possibilitar uma maior penetração no músculo. A impedância aproximada calculada foi de  $Z = 0,10 + j7,0 \Omega$ , com uma SAR média de 12 W/Kg para 1 W de potência radiada.



**Figura 5.23:** Distribuição do campo elétrico a 2mm de profundidade no músculo utilizando a geometria da antena 4 com incremento espacial de 2mm para 433 MHz: a) bidimensional e b) tridimensional.

Os valores de SAR média tão diferentes para as antenas operando em 915 MHz e 433 MHz e dissipando a mesma potência devem-se principalmente às diferentes condutividades do tecido nas frequências empregadas.

### 5.4.3 Conclusões

As antenas planares são uma alternativa interessantes para hipertermia local em tratamentos de tumores próximos à pele. Apresentam pequeno tamanho e flexibilidade de projeto, podem distribuir homogêneamente a energia radiada e cobrir grandes áreas quando conjuntos são usados. Existe ainda a possibilidade do uso de frequências mais baixas com o aumento das dimensões da antena, permitindo aquecimentos mais profundos, como observado com 433 MHz.

Quando se empregam conjuntos de antenas, o ideal é montar os elementos na mesma base, usando uma bolsa de água contínua entre o conjunto e o corpo, tendo como limite os contornos do substrato dielétrico. Se antenas com bases e camadas de água individuais forem empregadas, haverá regiões não aquecidas se estas não forem contínuas e ainda interferências prejudiciais, com redução da distribuição de energia próxima à borda de contato

das antenas.

Foram apresentados resultados considerando somente o tecido muscular para a simplificação dos modelos. Simulações com outros materiais (como a gordura, por exemplo) podem mostrar alterações na distribuição de energia radiada pelas antenas. O emprego de tecidos mais espessos também pode influir nesses resultados. Acredita-se que as diferentes antenas apresentem comportamento similar para diferentes tecidos e espessuras, mantendo a grosso modo suas características de radiação.

O aquecimento do tecido biológico usando ondas eletromagnéticas permite a penetração de energia um pouco mais profundamente que a aplicação direta de calor, com possibilidade de foco e não sobreaquecimento da pele. A água empregada nos dispositivos hipertérmicos proporciona uma equalização de calor na superfície do tecido, além de ajudar no acoplamento eletromagnético da antena ao corpo e permitir a redução das dimensões do dispositivo.

Foram necessárias inúmeras alterações nas geometrias das antenas para obtenção de resultados satisfatórios. Desta forma, foi despendido um tempo razoável gerando novas malhas para a modelagem usando o código FDTD. Os resultados poderiam ser melhores se houvesse sido empregado um algoritmo de otimização que fizesse o trabalho laborioso de procurar a melhor resposta (a melhor antena). Todavia, é necessário um grande tempo de programação para adequação do FDTD ao algoritmo otimizador. Para algoritmos otimizadores de antenas, uma boa opção, por exemplo, são os algoritmos genéticos [5] [31].

## 5.5 Considerações

Antenas do tipo dipolo e antenas corneta são empregadas para aquecimento de regiões não muito profundas do corpo humano. O uso de conjuntos é muito utilizado quando se desejam cobrir maiores regiões. O sistema capacitivo com placas ortogonais é uma boa opção para o aquecimento profundo de superfícies curvas, com a possibilidade do uso de placas metálicas adaptáveis a diferentes superfícies, melhorando o aquecimento e tornando o sistema mais flexível.

Para aquecimento homogêneo de pequenas áreas próximas à superfície do corpo, as antenas planares são dispositivos excelentes. Compactas, de fácil fabricação e projeto, podem ser confeccionadas individualmente ou em conjuntos de acordo com o tamanho da superfície

a aquecer. Como parâmetro de projeto, visa-se a distribuição o mais homogênea possível de energia na superfície iluminada. Assim, comparações de SAR em diferentes profundidades não foram necessárias.

Outra possibilidade interessante para o uso de antenas planares consiste na substituição dos sistemas baseados em antenas corneta operando em 433 MHz, principalmente por resultar numa estrutura de menor volume, além de permitir uma distribuição mais homogênea de energia.

Em experimentações a avaliação da homogeneidade do aquecimento para diferentes dispositivos hipertérmicos é feita utilizando-se o tamanho de campo efetivo (*effective field size* - EFS), definido como a área que contém 50% dos máximos valores de SAR, obtidos numa superfície plana a 1cm de profundidade em um meio homogêneo que simula as propriedades físicas do tecido muscular [34] [75].

Como já dito, a condutividade do tecido aumenta com a frequência. Além disso os valores de SAR são diretamente proporcionais à condutividade. Assim, antenas operando em frequências mais baixas precisam dissipar potências maiores para conseguir os mesmos níveis de SAR do que as produzidas por antenas que usam frequências mais altas. Esta diferença ocorre nas proximidades das antenas e depende também das geometrias empregadas.

A maioria dos sistemas hipertérmicos empregando ondas eletromagnéticas utilizam uma camada de água entre o músculo e elemento radiador. A água permite o projeto de antenas com dimensões menores pois o comprimento de onda torna-se menor na água. Além disso, a camada de água ainda proporciona a equalização da temperatura superficial do tecido. O uso da camada de água exige um sistema de resfriamento para evitar o sobre aquecimento da água e queimaduras no tecido superficial.

O projeto de dispositivos eletromagnéticos para hipertermia depende do tipo de tumor a tratar. As simulações são efetuadas com base nos valores dos materiais que podem estar presentes. Uma limitação de projeto é a disponibilidade de somente algumas frequências para uso médico. Caso se adotem outros valores de frequência, tem-se que utilizar uma sala blindada eletromagneticamente para evitar interferência com sistemas de telecomunicações. Por tal motivo, as simulações ficaram restritas a poucas frequências.

“A satisfação está no esforço feito para alcançar o objetivo e não em tê-lo alcançado.”

Mahatma Ghandi

## Capítulo 6

### Conclusões

Este trabalho teve por objetivo analisar e propor configurações de antenas a serem usadas em aplicadores hipertérmicos. Todas as análises eletromagnéticas foram feitas usando o método FDTD, que é bastante apropriado ao tipo de problema sob estudo. Foram apresentadas algumas antenas de uso corrente para hipertermia e sugestões para novos dispositivos. As contribuições diretas deste trabalho são o sistema capacitivo com placas ortogonais e as antenas planares propostas, com especial atenção ao uso destas últimas operando em 433 MHz. Apesar de se estudar modelos simples, foram apresentadas soluções passíveis de implementação. O projeto de sistemas práticos requer ainda muita pesquisa.

Outras contribuições são o estudo da hipertermia e desenvolvimento de um programa de simulação usando o método FDTD aplicado a antenas e outros problemas eletromagnéticos. Observou-se que o uso do método FDTD é eficaz para a modelagem desses problemas, proporcionando uma melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos.

Inicialmente foi apresentado o método FDTD, incluindo suas formulações básicas e adaptações para solução de determinados problemas. Para dar suporte à compreensão do método FDTD, descreveram-se as equações de Maxwell e as condições de contorno eletromagnéticas, bem como o algoritmo de Yee e sua fundamentação. Foram apresentadas condições de contorno absorventes para simulação do espaço aberto, algumas formas de excitação e o possível uso de simetria, além da modelagem de meios dispersivos. Alguns problemas foram analisados para ilustrar a aplicação do método e validar os algoritmos desenvolvidos. Começou-se com a análise 2D de guias de onda retangulares, para modos de propagação TE e TM, aumentando a complexidade para cavidades (análise 3D). Após, estudou-se a reflexão

em paredes metálicas e a propagação em meios não homogêneos, com posterior análise de problemas de difração (espalhamento). Nestes últimos, condições absorventes de contorno simularam o espaço aberto, e comparações de desempenho entre algumas dessas condições foram realizadas. O desenvolvimento dos algoritmos para problemas 3D, incluindo o uso de condições absorventes de contorno, possibilitou o cálculo da impedância de dipolos finos. Foram necessárias alterações na formulação FDTD básica que tornaram possível incluir a espessura dos dipolos na análise.

O método FDTD mostrou-se eficiente na solução de problemas eletromagnéticos, pois as comparações dos resultados numéricos com os analíticos apresentaram grande similaridade. Os resultados qualitativos foram consistentes e facilitam a compreensão da propagação das ondas eletromagnéticas. Os principais erros apresentados pelo método estão associados à densidade de malha utilizada. Apesar do uso de malhas com estrutura regular, existem formulações para adaptação da malha a superfícies curvas, incluindo malhas com diferentes estruturas. Como esse método é muito pesquisado, desenvolvimentos futuros deverão superar muitos dos problemas ainda encontrados na atualidade.

A principal vantagem do uso de antenas e outros dispositivos eletromagnéticos para hipertermia é a deposição de energia dentro do corpo humano sem o uso de equipamentos invasivos, podendo ser aplicados externamente, resultando em tratamentos terapêuticos menos traumáticos. Contudo, como as ondas eletromagnéticas aquecem eficientemente o tecido biológico, a hipertermia com dispositivos invasivos também pode ser aplicada em alguns tipos de câncer, como, por exemplo, o de próstata. Um dos maiores problemas associados ao uso de ondas eletromagnéticas deve-se ao aquecimento excessivo da superfície do tecido, onde os campos próximos dos dispositivos são mais intensos. Outro problema é que a maior parte do tecido biológico possui condutividade elétrica alta (já que são compostos por água), atenuando consideravelmente as ondas eletromagnéticas, fazendo com que a hipertermia fique restringida a tumores não muito profundos.

Quanto ao aquecimento superficial, uma camada de água para resfriamento é geralmente empregada. Para a deposição de energia mais profundamente, podem ser usados conjunto de antenas e operação em baixas frequências.

A água tem papel fundamental na hipertermia por ondas eletromagnéticas. Refrigerada adequadamente, evita o sobreaquecimento superficial do tecido. Permite também um acoplamento importante entre o(s) elemento(s) radiador(es) e o corpo, aumentando a transferência

de energia radiada. Além disso, propicia também a diminuição das dimensões da antena. Estas dimensões são proporcionais à frequência empregada. Desta forma, podem-se empregar frequências baixas e dispositivos não muito grandes. Um exemplo disso é a antena corneta preenchida com água e operando em 433 MHz.

A análise dos dispositivos radiadores de energia eletromagnética começa com um ou mais dipolos alimentados com a frequência de 433 MHz. É discutida a importância da água nos sistemas hipertérmicos e mostra-se claramente a maior eficiência do uso de um conjunto de dois dipolos em oposição a um único. Este sistema simples pode ser empregado para aquecimento de tumores a poucos centímetros de profundidade e com pequeno volume, localizado na região entre os dipolos. A energia fica concentrada próxima ao ponto de alimentação da antena, estendendo-se pelo seu comprimento. Para o aquecimento de grandes áreas, o número de dipolos deve ser aumentado. No aquecimento de tumores dentro da caixa torácica, pode-se utilizar, por exemplo, um conjunto de dipolos circundando o corpo, com alimentação variável em fase e amplitude para concentração do foco de energia na região desejada.

Para aquecer profundamente o tecido biológico, fisicamente é imprescindível o uso de baixas frequências. Antenas trabalhando nesta faixa de frequências necessitam de grandes dimensões para radiação eficiente de energia. Assim, antenas comuns não podem ser aplicadas. Uma solução é o uso de sistemas capacitivos, fazendo com que o tecido a ser aquecido torne-se o dielétrico com perdas do capacitor. Nos sistemas comerciais, o paciente deita sobre uma das placas (cama metálica) e uma placa menor, presa a um braço móvel, é usada para cobrir determinada superfície do corpo. A fim de produzir um sistema prático e flexível destinado à aplicação em superfícies curvas, foi proposto um capacitor com pequenas placas ortogonais. O dispositivo capacitivo foi comparado com a antena corneta, pois esta é muito utilizada em hipertermia, principalmente por sua característica de radiar energia em toda sua área frontal. Desta forma, mostrou-se a eficácia do sistema proposto para aquecimento profundo.

Uma característica desejada nos dispositivos hipertérmicos é o aquecimento homogêneo da área a ser tratada. Assim, a energia deve ser espalhada igualmente na área coberta pelo dispositivo. Com esse objetivo, foram empregadas antenas planares, desenvolvidas para aquecimento local e pouco profundo usando 915 MHz. A antena planar apresenta geometria simples, compacta, facilidade de confecção e uma flexibilidade de projeto para obtenção de

uma radiação homogênea. Foram apresentadas duas antenas capazes de distribuir a energia radiada em sua superfície. Conjuntos foram empregados para aumentar a área de cobertura do aquecimento. Foi também proposta uma antena planar operando em 433 MHz, para aquecimento mais profundo, sendo esta uma interessante opção para substituição da antena corneta.

As simulações computacionais são um indicativo do que pode ser obtido. Na prática, existe uma complexidade muito grande de fenômenos para a simulação, como o metabolismo do organismo, o fluxo sanguíneo, a dependência dos parâmetros biológicos com a temperatura, etc [26]. Assim, um sistema efetivo para hipertermia com ondas eletromagnéticas deve incluir sensores de temperatura usados para ajustar a potência da(s) antena(s) transmissora(s) de modo a controlar os níveis de exposição. O sistema deve também possibilitar a penetração suficiente de energia e radiação homogênea na área a aquecer. Os projetos serão comandados pelas características físicas da região a ser tratada.

## 6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

- Para que possam ser estudadas geometrias complexas, com grande variações nas características do meio, é imprescindível o uso de uma ferramenta para geração automática de malhas com interações com um sistema de geração de imagens reais do corpo humano, como a tomografia computadorizada, por exemplo. Esta tarefa exige recursos financeiros e ajuda mútua entre diferentes grupos de pesquisa;
- O projeto de dispositivos radiadores de energia com determinadas características exige o uso de algoritmos de otimização. Estes algoritmos são importantes no desenvolvimento de radiadores eficientes de energia eletromagnética, diminuindo o tempo de projeto e permitindo a consideração de uma grande variedade de configurações;
- Um caso interessante de estudo é o tratamento para hipotermia, que é um problema comum em regiões com inverno muito rigoroso. Nesses casos, o corpo humano precisa ser aquecido de dentro para fora para evitar a morte do indivíduo. Assim, um processo de hipertermia por ondas eletromagnéticas na região torácica e abdominal pode ser interessante. Outro caso pode ser a hipertermia de corpo inteiro, em que o aquecimento superficial torna-se o fator preponderante;



- É necessário o desenvolvimento de um método para determinação precisa dos valores das propriedades elétricas dos tecidos biológicos. Tais valores deveriam ser medidos diretamente no corpo humano, sem o uso de tecidos mortos. Assim, os modelos computacionais poderiam ser mais precisos;
- Sistemas capacitivos com placas moldáveis ao corpo, flexíveis, com tamanhos alteráveis e com ponto de alimentação variável seriam interessantes para análise. As antenas planares podem também ser estudadas para operação em frequências mais baixas;
- O uso de dielétricos com alta permissividade elétrica relativa e alta condutividade térmica pode ser uma alternativa ao uso da água nos sistemas hipertérmicos. Isto ajudaria na redução das dimensões dos dispositivos radiadores e permitiria o uso de frequências mais baixas;
- É necessário o desenvolvimento de programas com a transformação campo próximo/campo distante para uso no FDTD [52]. De forma a poder traçar diagramas de radiação para as antenas. Bem como, o desenvolvimento de programas para a geração precisa de ondas planas com qualquer ângulo de incidência dentro da malha FDTD. Assim, permitindo o estudo preciso da difração e da reflexão em diferentes objetos. É preciso também o desenvolvimento de programas para a modelagem de superfícies curvas, eliminando uma das principais limitações do algoritmo FDTD básico.
- No processamento de problemas que exigem grande densidade de malha, o uso de sistemas paralelos com vários computadores é fundamental, permitindo resultados mais rápidos. Assim, é importante o desenvolvimento de programas de paralelização para o FDTD.
- Análise de medidas mais adequadas para a avaliação da distribuição de energia radiada pelos diferentes dispositivos eletromagnéticos aplicados à hipertermia.

# ANEXO 1 - Derivação do Critério de Estabilidade

O objetivo deste anexo é descrever o critério de estabilidade para o FDTD, apresentado em 1975 por Taflove e Brodwin [90].

Por conveniência, será considerada uma região normalizada do espaço com permeabilidade magnética  $\mu = 1$ , permissividade elétrica  $\epsilon = 1$ , condutividade elétrica  $\sigma = 0$  e velocidade  $c = 1$ . As equações de Maxwell podem ser escritas como:

$$j\nabla \times (\vec{H} + j\vec{E}) = \frac{\partial}{\partial t}(\vec{H} + j\vec{E}) \quad (7.1)$$

ou simplesmente,

$$j\nabla \times \vec{V} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \quad \text{onde} \quad \vec{V} = \vec{H} + j\vec{E} \quad \text{e} \quad j = \sqrt{-1}. \quad (7.2)$$

A estabilidade de uma particular representação numérica de 7.2 pode ser examinada simplesmente considerando o seguinte par de problemas de autovalores:

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right|_{\text{numerico}} \vec{V} = \lambda \vec{V} \quad (7.3)$$

$$j\nabla|_{\text{numerico}} \times \vec{V} = \lambda \vec{V} \quad (7.4)$$

Usando a derivada numérica de (2.27) em (7.3), resulta em:

$$\frac{\vec{V}^{n+1/2} - \vec{V}^{n-1/2}}{\Delta t} = \lambda \vec{V}^n. \quad (7.5)$$

Definindo um fator de crescimento para a solução,  $q = \vec{V}^{n+1/2}/\vec{V}^n$ , e substituindo em (7.5) e resolvendo para  $q$ :

$$q = \frac{\lambda \Delta t}{2} \pm \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda \Delta t}{2}\right)^2}. \quad (7.6)$$

Para a estabilidade do algoritmo, o módulo de  $q$  deve ser menor ou igual a um,  $|q| \leq 1$ , para todos os possíveis modos espaciais na estrutura do FDTD. Para isto ocorrer

$$\operatorname{Re} \lambda = 0 \quad |\operatorname{Im} \lambda| \leq \frac{2}{\Delta t} \quad (7.7)$$

sendo

$$\vec{V}(l, m, n) = \vec{V}_o e^{j(k_x l \Delta x + k_y m \Delta y + k_z n \Delta z)}, \quad (7.8)$$

representando um modo espacial arbitrário na estrutura. Usando a derivada numérica espacial de (2.26) em (7.4), resulta

$$-2 \left[ \frac{\operatorname{sen}(\frac{1}{2} k_x \Delta x)}{\Delta x}, \frac{\operatorname{sen}(\frac{1}{2} k_y \Delta y)}{\Delta y}, \frac{\operatorname{sen}(\frac{1}{2} k_z \Delta z)}{\Delta z} \right] \times \vec{V}(l, m, n) = \lambda \vec{V}(l, m, n). \quad (7.9)$$

Após realizar o produto cruzado e escrever as equações componentes  $x$ ,  $y$  e  $z$ , o sistema resultante é resolvido para  $\lambda^2$

$$\lambda^2 = -4 \left( \frac{\operatorname{sen}^2(\frac{1}{2} k_x \Delta x)}{\Delta x^2} + \frac{\operatorname{sen}^2(\frac{1}{2} k_y \Delta y)}{\Delta y^2} + \frac{\operatorname{sen}^2(\frac{1}{2} k_z \Delta z)}{\Delta z^2} \right). \quad (7.10)$$

Para todos os possíveis valores de  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$ :

$$\operatorname{Re} \lambda = 0 \quad |\operatorname{Im} \lambda| \leq 2 \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} \quad (7.11)$$

Para satisfazer à condição de estabilidade (7.7) para qualquer modo espacial arbitrário na estrutura é necessário que:

$$2 \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} \leq \frac{2}{\Delta t}. \quad (7.12)$$

A condição de estabilidade do algoritmo segue imediatamente de (7.12). Em uma região não homogênea do espaço, é difícil determinar um espectro de  $\lambda$  análogo a (7.11) para todos os possíveis modos espaciais na estrutura. Para a estabilidade absoluta do algoritmo, a Eq. 2.42 é suficiente porque representa o pior caso na escolha do  $\Delta t$  [90].

# ANEXO 2 - Programas em Matlab<sup>©</sup>

## Guia de Onda Retangular - Modo TE

```
%-----  
%Cálculo dos modos de transmissão em um guia retangular preenchido com ar  
%-----  
%FDTD - Modo de propagação TE  
%-----  
%Guia retangular de 2cm x 1cm - malha quadrada  
%-----  
%-----  
clear  
a = 0.02; %largura do guia  
b = 0.01; %altura do guia  
N = 3000; %nº de iterações  
I = 20; %nº de células na horizontal  
J = 10; %nº de células na vertical  
D = b/J; %Delta_x = Delta_y, altura vert = horizontal = 1 mm  
u_o = 4*pi*1e-7; %permeabilidade magnética do vácuo  
e_o = 8.854e-12; %permissividade elétrica do vácuo  
c = 1/(sqrt(u_o*e_o)); %velocidade da luz  
D_t = 0.95*D/(c*sqrt(2)); %condição de estabilidade  
%-----  
%Inicialização das variáveis de campo - Modo TE  
%Incluindo condições de contorno  
%-----  
Hz = zeros(I,J);  
Ex = zeros(I,J+1);  
Ey = zeros(I+1,J);  
%-----  
%Excitação -> Impulso em Hz(1,1), t=0  
Hz(1,1) = 1;  
%-----  
%variáveis auxiliares  
A = D_t/(e_o*D);  
B = D_t/(u_o*D);  
%-----  
%Calculo dos campos  
for n=1:N  
    %Cálculo de Ex  
    for i=1:I  
        for j=2:J  
            Ex(i,j) = Ex(i,j) + A*(Hz(i,j) - Hz(i,j-1));  
        end  
    end  
    %Cálculo de Ey  
    for i=2:I  
        for j=1:J  
            Ey(i,j) = Ey(i,j) - A*(Hz(i-1,j) - Hz(i,j));  
        end  
    end  
end
```

```

%Cálculo de Hz
for i=1:I
    for j=1:J
        Hz(i,j) = Hz(i,j) + B*(Ex(i,j+1) - Ex(i,j) - Ey(i,j) + Ey(i+1,j));
    end
end
%Salva dados como o passar do tempo, de um ponto escolhido como saída
H(n) = Hz(13,9);
n
end%N
%-----

```

## Espalhamento 3D

```

%-----
% FDTD 3D - malha cúbica 20x20x20 - ABC MUR 1º ordem
% Excitacao Pulso Gaussiano
%-----
clear
%-----
N = 100;%nº de iterações
I = 20; %nº de células em x
J = 20; %nº de células em y
K = 20; %nº de células em z

u_o = 4*pi*1e-7; %permeabilidade elétrica do vácuo
e_o = 8.854e-12; %permissividade elétrica do vácuo
c = 1/(sqrt(u_o*e_o)); %velocidade da luz no vácuo

D = 0.0001; %Delta (largura, altura da célula FDTD)
D_t = 0.9*D/(sqrt(3)*c); %critério de estabilidade
%-----
%Excitacao Pulso Gaussiano
t = 0:D_t:100*D_t;
d = 50*D_t;%deslocamento do pulso (D=0 centrado em t=0)
L = 50*D_t;%largura do pulso gaussiano
Pg = exp(-18*(t-d)/L).^2;
%plot(Pg)
%-----
%variáveis auxiliares
A = D_t/(e_o*D);
B = D_t/(u_o*D);
C = (c*D_t - D)/(c*D_t + D);
%-----
%Inicialização das variáveis de campo
Hx = zeros(I+1,J,K); Ex = zeros(I,J+1,K+1);
Hy = zeros(I,J+1,K); Ey = zeros(I+1,J,K+1);
Hz = zeros(I,J,K+1); Ez = zeros(I+1,J+1,K);
%variáveis para ABC - ed ->esq. dir. - fp ->front. post. - is ->inf. sup.
Ex_ed = zeros(I,4,K+1); Ey_fp = zeros(4,J,K+1); Ez_ed = zeros(I+1,4,K);
Ex_is = zeros(I,J+1,4); Ey_is = zeros(I+1,J,4); Ez_fp = zeros(4,J+1,K);
%-----
%-----
for n=1:N
    %-----
    %Excitacao linha em Hz - sem contato com a ABC
    if n < length(Pg)
        Hz(1,1,2:K) = Pg(n);
    end
    %-----
    %passagem temporal - para ABC
    %-----
    Ex_ed(:,1:4,:) = Ex(:, [1:2 J:J+1], :);
    Ex_is(:, :, 1:4) = Ex(:, :, [1:2 K:K+1]);

```

```

%-----
Ey_fp(1:4, :, :) = Ey([1:2 I:I+1], :, :);
Ey_is(:, :, 1:4) = Ey(:, :, [1:2 K:K+1]);
%-----
Ez_ed(:, 1:4, :) = Ez(:, [1:2 J:J+1], :);
Ez_fp(1:4, :, :) = Ez([1:2 I:I+1], :, :);
%-----
%Cálculo de Ex
Ex(1:I, 2:J, 2:K) = Ex(1:I, 2:J, 2:K) + A*(Hz(1:I, 2:J, 2:K)...
    - Hz(1:I, 1:J-1, 2:K) - Hy(1:I, 2:J, 2:K) + Hy(1:I, 2:J, 1:K-1));
%Cálculo de Ey
Ey(2:I, 1:J, 2:K) = Ey(2:I, 1:J, 2:K) + A*(Hx(2:I, 1:J, 2:K)...
    - Hx(2:I, 1:J, 1:K-1) - Hz(2:I, 1:J, 2:K) + Hz(1:I-1, 1:J, 2:K));
%Cálculo de Ez
Ez(2:I, 2:J, 1:K) = Ez(2:I, 2:J, 1:K) + A*(Hy(2:I, 2:J, 1:K)...
    - Hy(1:I-1, 2:J, 1:K) - Hx(2:I, 2:J, 1:K) + Hx(2:I, 1:J-1, 1:K));
%-----
%ABC Ex
%-----
%esq e dir
Ex(1:I, [1 J+1], 1:K+1) = Ex_ed(1:I, [2 3], 1:K+1) + C*(Ex(1:I, [2 J], 1:K+1)...
    - Ex_ed(1:I, [1 4], 1:K+1));
%inf e sup
Ex(1:I, 1:J+1, [1 K+1]) = Ex_is(1:I, 1:J+1, [2 3]) + C*(Ex(1:I, 1:J+1, [2 K])...
    - Ex_is(1:I, 1:J+1, [1 4]));
%-----
%ABC Ey
%-----
%front e post
Ey([1 I+1], 1:J, 1:K+1) = Ey_fp([2 3], 1:J, 1:K+1) + C*(Ey([2 I], 1:J, 1:K+1)...
    - Ey_fp([1 4], 1:J, 1:K+1));
%inf e sup
Ey(1:I+1, 1:J, [1 K+1]) = Ey_is(1:I+1, 1:J, [2 3]) + C*(Ey(1:I+1, 1:J, [2 K])...
    - Ey_is(1:I+1, 1:J, [1 4]));
%-----
%ABC Ez
%-----
%esq e dir
Ez(1:I+1, [1 J+1], 1:K) = Ez_ed(1:I+1, [2 3], 1:K) + C*(Ez(1:I+1, [2 J], 1:K)...
    - Ez_ed(1:I+1, [1 4], 1:K));
%front e post
Ez([1 I+1], 1:J+1, 1:K) = Ez_fp([2 3], 1:J+1, 1:K) + C*(Ez([2 I], 1:J+1, 1:K)...
    - Ez_fp([1 4], 1:J+1, 1:K));
%-----
%Cálculo de Hx
Hx(2:I, 1:J, 1:K) = Hx(2:I, 1:J, 1:K) + B*(Ey(2:I, 1:J, 2:K+1)...
    - Ey(2:I, 1:J, 1:K) - Ez(2:I, 2:J+1, 1:K) + Ez(2:I, 1:J, 1:K));
%-----
%Cálculo de Hy
Hy(1:I, 2:J, 1:K) = Hy(1:I, 2:J, 1:K) + B*(Ez(2:I+1, 2:J, 1:K)...
    - Ez(1:I, 2:J, 1:K) - Ex(1:I, 2:J, 2:K+1) + Ex(1:I, 2:J, 1:K));
%-----
%Cálculo de Hz
Hz(1:I, 1:J, 2:K) = Hz(1:I, 1:J, 2:K) + B*(Ex(1:I, 2:J+1, 2:K)...
    - Ex(1:I, 1:J, 2:K) - Ey(2:I+1, 1:J, 2:K) + Ey(1:I, 1:J, 2:K));
%-----
n
end%N
%-----
H(1:I, 1:J) = (Hz(1:I, 1:J, 11));
contour(H, 50);

```

# ANEXO 3 - Parâmetros da Equação de Cole-cole de 4º Ordem

A equação de Cole-cole de 4º ordem para a permissividade complexa de um meio dispersivo é dada por:

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_\infty + \sum_{n=1}^4 \frac{\Delta\epsilon_n}{1 + (j\omega\tau_n)^{(1-\alpha_n)}} + \frac{\sigma_s}{j\omega\epsilon_0}. \quad (9.1)$$

onde  $\epsilon_\infty$  é a permissividade infinita,  $\epsilon_{s_n}$  é a permissividade estática ( $\Delta\epsilon_n = \epsilon_\infty - \epsilon_{s_n}$ ),  $\tau_n$  é o tempo de relaxação e  $\sigma_s$  é a condutividade estática.

Na Tab. 9.1 são dados os valores das constantes da equação de Cole-cole de 4º ordem para tecidos biológicos humanos [26].

**Tabela 9.1:** Constantes da Eq. 9.1 para tecidos biológicos humanos.

Tecido	$\epsilon_\infty$	$\Delta\epsilon_1$	$\tau_1$ (ps)	$\alpha_1$	$\Delta\epsilon_2$	$\tau_2$ (ns)	$\alpha_2$	$\Delta\epsilon_3$	$\tau_3$ ( $\mu$ s)	$\alpha_3$	$\Delta\epsilon_4$	$\tau_4$ (ms)	$\alpha_4$	$\sigma_s$
aorta	4,0	40	8,842	0,10	50	3,183	0,10	1,0e5	159,155	0,20	1,0e7	1,592	0,00	0,25
baço	4,0	48	7,958	0,10	2500	63,662	0,15	2,0e5	265,258	0,25	5,0e7	6,366	0,00	0,03
bexiga	2,5	16	8,842	0,10	400	159,155	0,10	1,0e5	159,155	0,20	1,0e7	15,915	0,00	0,20
cartilagem	4,0	38	13,263	0,15	2500	144,686	0,15	1,0e5	318,310	0,10	4,0e7	15,915	0,00	0,15
cerebelo	4,0	40	7,958	0,10	700	15,915	0,15	2,0e5	106,103	0,22	4,5e7	5,305	0,00	0,04
cérebro (fluido espinhal)	4,0	65	7,958	0,10	40	1,592	0,00	0,0e0	159,155	0,00	0,0e0	15,915	0,00	2,00
cérebro matéria branca	4,0	32	7,958	0,10	100	7,958	0,10	4,0e4	53,052	0,30	3,5e7	7,958	0,02	0,02
cérebro matéria cinza	4,0	45	7,958	0,10	400	15,915	0,15	2,0e5	106,103	0,22	4,5e7	5,305	0,00	0,02
cervical	4,0	45	7,958	0,10	200	15,915	0,10	1,5e5	106,103	0,18	4,0e7	1,592	0,00	0,30
cólon	4,0	50	7,958	0,10	3000	159,155	0,20	1,0e5	159,155	0,20	4,0e7	1,592	0,00	0,01
coração	4,0	50	7,958	0,10	1200	159,155	0,05	4,5e5	72,343	0,22	2,5e7	4,547	0,00	0,05
córnea	4,0	48	7,958	0,10	4000	159,155	0,05	1,0e5	15,915	0,20	4,0e7	15,915	0,00	0,40
córtex da lente	4,0	42	7,958	0,10	1500	79,577	0,10	2,0e5	159,155	0,10	4,0e7	15,915	0,00	0,30
dura mater	4,0	40	7,958	0,15	200	7,958	0,10	1,0e4	159,155	0,20	1,0e6	15,915	0,00	0,50
esclerótica	4,0	50	7,958	0,10	4000	159,155	0,10	1,0e5	159,155	0,20	5,0e6	15,915	0,00	0,50
estômago	4,0	60	7,958	0,10	2000	79,577	0,10	1,0e5	159,155	0,20	4,0e7	15,915	0,00	0,50

Tecido	$\epsilon_{\infty}$	$\Delta\epsilon_1$	$\tau_1$ (ps)	$\alpha_1$	$\Delta\epsilon_2$	$\tau_2$ (ns)	$\alpha_2$	$\Delta\epsilon_3$	$\tau_3$ ( $\mu$ s)	$\alpha_3$	$\Delta\epsilon_4$	$\tau_4$ (ms)	$\alpha_4$	$\sigma_s$
fígado	4,0	39	8,842	0,10	6000	530,516	0,20	5,0e4	22,736	0,20	3,0e7	15,915	0,05	0,020
gordura média infiltrada	2,5	9	7,958	0,20	35	15,915	0,10	3,3e4	159,155	0,05	1,0e7	15,915	0,01	0,035
gordura não-infiltrada	2,5	3	7,958	0,20	15	15,915	0,10	3,3e4	159,155	0,05	1,0e7	7,958	0,01	0,01
gordura do seio	2,5	3	17,680	0,10	15	63,660	0,10	5,0e4	454,700	0,10	2,0e7	13,260	0,00	0,01
humor vítreo	4,0	65	7,234	0,00	30	159,155	0,10	0,0e0	159,155	0,00	0,0e0	15,915	0,00	1,50
intestino delgado	4,0	50	7,958	0,10	10000	159,155	0,10	5,0e5	159,155	0,20	4,0e7	15,915	0,00	0,50
língua	4,0	50	7,958	0,10	4000	159,155	0,10	1,0e5	159,155	0,20	4,0e7	15,915	0,00	0,25
líquido biliar	4,0	66	7,579	0,05	50	1,592	0,00	0,0e0	159,155	0,20	0,0e0	15,915	0,20	1,40
medula óssea infiltrada	2,5	9	14,469	0,20	80	15,915	0,10	1,0e4	1591,549	0,10	2,0e6	15,915	0,10	0,10
medula óssea não-infiltrada	2,5	3	7,958	0,20	25	15,915	0,10	5,0e3	1591,549	0,10	2,0e6	15,915	0,10	0,01
músculo fibra paralela	4,0	50	7,234	0,10	7000	353,678	0,10	1,2e6	318,310	0,10	2,5e7	2,274	0,00	0,20
nervo	4,0	26	7,958	0,10	500	106,103	0,15	7,0e4	15,915	0,20	4,0e7	15,915	0,00	0,006
núcleo da lente	3,0	32	8,842	0,10	100	10,610	0,20	1,0e3	15,915	0,20	5,0e3	15,915	0,00	0,20
osso cortical	2,5	10	13,263	0,20	180	79,577	0,20	5,0e3	159,155	0,20	1,0e5	15,915	0,00	0,02
osso esponjoso	2,5	18	13,263	0,22	300	79,577	0,25	2,0e4	159,155	0,20	2,0e7	15,915	0,00	0,07
ovário	4,0	40	8,842	0,15	400	15,915	0,25	1,0e5	159,155	0,27	4,0e7	15,915	0,00	0,30
pele seca	4,0	32	7,234	0,00	1100	32,481	0,20	0,0e0	159,155	0,20	0,0e0	15,915	0,20	0,00
pele úmida	4,0	39	7,958	0,10	280	79,577	0,00	3,0e4	1,592	0,16	3,0e4	1,592	0,20	0,00
pulmão desinflado	4,0	45	7,958	0,10	1000	159,155	0,10	5,0e5	159,155	0,20	1,0e7	15,915	0,00	0,20
pulmão inflado	2,5	18	7,958	0,10	500	63,662	0,10	2,5e5	159,155	0,20	4,0e7	7,958	0,00	0,03
rim	4,0	47	7,958	0,10	3500	198,944	0,22	2,5e5	79,577	0,22	3,0e7	4,547	0,00	0,05
sangue	4,0	56	8,377	0,10	5200	132,629	0,10	0,0e0	159,155	0,20	0,0e0	15,915	0,00	0,70
tendão	4,0	42	12,243	0,10	60	6,366	0,10	6,0e4	318,310	0,22	2,0e7	1,326	0,00	0,25
testículo	4,0	55	7,958	0,10	5000	159,155	0,10	1,0e5	159,155	0,20	4,0e7	15,915	0,00	0,40
tireóide	4,0	55	7,958	0,10	2500	159,155	0,10	1,0e5	159,155	0,20	4,0e7	15,915	0,00	0,50
traquea	2,5	38	7,958	0,10	400	63,662	0,10	5,0e4	15,915	0,20	1,0e6	15,915	0,00	0,30
útero	4,0	55	7,958	0,10	800	31,831	0,10	3,0e5	159,155	0,20	3,5e7	1,061	0,00	0,20
viscícula biliar	4,0	55	7,579	0,05	40	1,592	0,00	1,0e3	159,155	0,20	1,0e4	15,915	0,00	0,90



# Referências Bibliográficas

- [1] ALMAGUER, Hugo Armando Dominguez, Adroaldo Raizer, and Walter Pereira Carpes Jr. "Electromagnetic Fields Radiated by a Cellular Phone in Close Proximity of Metallic Walls", *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. 38, Issue 2, Mar. 2002, pp. 793-796.
- [2] ALMAGUER, Hugo Armando Dominguez. *Contribuição ao Método da Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM) e sua Aplicação aos Estudos em Bioeletromagnetismo*. Tese, Univ. Fed. de Santa Catarina, Brasil, Dept. de Eng. Elétrica, Mar. 2003.
- [3] ANDERSON, J., M. Okoniewski, and S.S. Stuchly. "Practical 3-D Contour/Staircase Treatment of Metals in FDTD". *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 6., No. 3, Mar. 1996, pp. 146-148.
- [4] American National Standards Institute - ANSI. "IEEE Standard for Safety Levels with Respect to Human Exposure to Radio Frequency Electromagnetic Fields, 3kHz to 300GHz". *IEEE C95.1-1991*, New York.
- [5] ÁVILA, Sérgio Luciano. *Algoritmos Genéticos Aplicados na Otimização de Antenas Refletoras*. Dissertação, Univ. Fed. de Santa Catarina, Brasil, Dept. de Eng. Elétrica, Nov. 2002.
- [6] BALANIS, Constantine A. *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley & Sons Inc., 1st ed., 1989.
- [7] BALANIS, Constantine A. "Antenna Theory: A Review", *Proc. IEEE*, Vol. 80, No. 1, Jan. 1992, pp. 7-22.
- [8] BALANIS, Constantine A. *Antenna Theory*. John Wiley & Sons Inc., 2nd ed., 1997.
- [9] BERENGER, J.P. "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", *J. Computational Physics*, Vol. 114, 1994, pp.185-200.
- [10] BERENGER, J.P. "Perfectly Matched Layer for the FDTD Solution of Wave-Structure Interaction Problems", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 44, No. 1, Jan. 1996, pp. 110-117.
- [11] BERENGER, J.P. "Three-dimensional Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves", *J. Computation Physics*, Vol. 127, 1996, pp. 363-379.

- [12] CAIRO, L., and T. Kahan. *Variational Techniques in Electromagnetics*. Gordon & Breach, New York, 1965.
- [13] CAMART, J.C., D. Desprez, M. Chivé, and J. Pribetich. "Modeling of Various Kinds of Applicators Used for Microwave Hyperthermia Based on the FDTD Method", *IEEE Trans. Microwave and Techniques*, Vol. 44, No. 10, Oct. 1996, pp. 1811-1818.
- [14] CARPES, W.P.Jr., and A. Razek. "Efficient Analysis of Resonant Cavities by Finite Element Method in the Time Domain", *IEE Proc. Microwave Antennas Propagation*, Vol. 14, No. 1, Feb. 2000.
- [15] CARPES, Walter Pereira Jr. *Modélisation Tridimensionnelle Par Eléments Finis Destinée Aux Analyses de Propagation D'Ondes et de Compatibilité Electromagnétique*. Thèse, Univ. de Paris-Sud (Paris XI) U. F. R. Scientifique D'Orsay, Jun. 2000. (em français).
- [16] CHARI, M.V.K. and P.P. Silvester. *Finite Elements in Electric and Magnetic Field Problems*. John Wiley & Sons, New York, 1980.
- [17] CHOU, C.K. "Application of RF and Microwave Energy in Cancer Treatment", *Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC-88, Conference Record*, 5th IEEE, Apr. 20-22, 1988, pp. 69-74.
- [18] DAWSON, J.F., and S.J. Porter. "Plane-Wave Illumination for the TLM Method Using a Partial Huygen's Surface", *IEE 9th Int'l Conf. Electromagnetic Compatibility*, No. 396, Sept 5-7, 1994, pp. 246-250.
- [19] DOW, K.H., and L.J. Hilderley. *Nursing Care in Radiation Oncology*. W.B. Saunders Company, 1st ed., Philadelphia, 1992.
- [20] DUBOST, G. *Flat Radiating Dipoles and Their Application to Array*. New York: Wiley, 1981.
- [21] ENGQUIST, B, and A. Majda. "Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves". *Math. Comp.*, Vol. 31, July 1977, pp. 629-651.
- [22] FALK, M.H., and R.D. Issels. "Hyperthermia in Oncology", *Int'l. J. Hyperthermia*, Vol. 17, No. 1, 1-18, 2001, pp. 1-18.
- [23] Federal Communications Commission (FCC). "Questions and Answers About Biological Effects and Potential Hazards of Radio-Frequency Electromagnetic Fields", *OET Bull.* 56. Aug. 1999. <http://www.fcc.gov>
- [24] FENN, Alan J., Dennis S. Poe, Christopher E. Reuter, Allen Taflove. "Noninvasive Monopole Phased Array for Hyperthermia Treatment of Cranial-Cavity and Skull-Base Tumors: Design, Analysis, and Phantom Tests", Eng. in Medicine and Biology Soc., *Proc. the 15th Annual Int'l Conf. the IEEE*, Oct. 28-31, 1993, pp. 1453-1454.

- [25] FURSTENAU, Eugênio. *Novo Dicionário de Termos Técnicos Inglês-Português*. Ed. Globo, 19 ed., 1995.
- [26] GABRIEL, S., R.W. Lau, and C. Gabriel. "The Dielectric Properties of Biological Tissues: III - Parametric Models for Dielectric Spectrum of Tissues", *Phys. Med. Biol.*, Vol. 41, No. 11, Nov. 1996, pp. 2271-2293.
- [27] GANDHI, Om P., Ben-Qing Gao, and Jin-Yuan Chen. "A Frequency-Dependent Finite-Difference Time-Domain Formulation for General Dispersive Media", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 41, No. 41, Apr. 1993, pp. 658-665.
- [28] GANDHI, Om P., Gianluca Lazzi, and Cynthia M. Furse. "Electromagnetic Absorption in the Human Head and Neck for Mobile Telephones at 835 and 1900 MHz", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 44, No. 10, Oct. 1996, pp. 1884-1897.
- [29] GEDNEY, S., and F. Lansing. "A Parallel Planar Generalized Yee Algorithm for the Analysis of Microwave Circuit Devices", *Int'l. J. for Numerical Modeling (Electronic Networks, Devices, and Fields)*, Vol. 8, May-Aug. 1995, pp. 249-264.
- [30] GEDNEY, Stephen D. "An Anisotropic Perfectly Matched Layer-Absorbing Medium for the Truncation of FDTD Lattices", *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, Vol. 44, No. 12, Dec. 1996, pp. 1630-1639.
- [31] GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison Wesley Longman Inc., New York, 1989.
- [32] GOORJIAN, P.M. and A. Taflove. "Direct Time Integration of Maxwell's Equation in Nonlinear Dispersive Media for Propagation and Scattering of Femtosecond Electromagnetic Solutions", *Optics Letters*, Vol. 17, 1992, pp. 180-182.
- [33] GREEN, Ira. *Hyperthermia in Conjunction with Cancer Chemotherapy*. AHCPR - Health Technology - Assessment Reports, U.S. Department of Health and Human Services, No.2, 1991.
- [34] HAND, J.W., et. al. "Effective Field Size Measurements and Quality Assurance for Clinical Applications of Localized Hyperthermia", *IEE Colloquium on Medical Applications of Microwaves*, London, Apr. 1988, pp. 6/1-6/4.
- [35] HARRINGTON, R.F. *Field Computation by Moment Methods*. Macmillan, New York, 1968.
- [36] HIGDON, R.L. "Absorbing Boundary Condition for Difference Approximations to the Multidimensional Wave Equation". *Math. of Computation*, Vol. 47, 1986, pp. 437-459.
- [37] HIRAOKA, M., et al. "Development of RF and Microwave Heating Equipment and Clinical Applications to Cancer Treatment in Japan", *IEEE Trans. Microwave and Techniques*, Vol. 48, No. 11, Nov. 2000, pp. 1789-1799.

- [38] HITCHCOCK, R. Timothy, and Robert M. Patterson. *Radio-Frequency and ELF Electromagnetic Energies*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1995.
- [39] HOCKANSON, David M. *Perfectly Matched Layers Used as Absorbing Boundaries in a Three-dimensional FDTD Code*. Technical Report, UMR EMC Laboratory.
- [40] HUOT, J., Roy G., and Landry J. "Co-induction of HSP27 Phosphorylation and Drug Resistance in Chinese Hamster Cells", *Int. J. Oncology*, Vol. 1, 1992, pp. 31-36.
- [41] IDA, Nathan, and João P.A. Bastos. *Electromagnetics and Calculation of Fields*. Springer-Verlag, 2nd ed., 1997.
- [42] International Commission on Non-ionizing Radiation Protection (ICNIRP). "Guidelines for Limiting Exposure to Time-Varying Electric, Magnetic, and Electromagnetic Fields (up to 300GHz)", *Health Physics*, Vol. 77, No. 4., Apr. 1998, pp. 494-522.
- [43] ISSELS, R.D., and W. Wilmanns. *Application of Hyperthermia in the Treatment of Cancer*, Recent Results in Cancer Research. Springer-Verlag, Berlin, Vol. 107, 1988.
- [44] JOHNS, P.B. and B.L. Beurle. "Numerical Solution of 2 Dimensional Scattering Problems Using a Transmission-Line-Matrix", *Proc. IEE*, Vol. 118, No. 9, Sep. 1971, pp. 1203-1208.
- [45] JOHNSON, Reg H., et al. "New Low-Profile Applicators for Local Heating of Tissues", *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, Vol. BME-31, No. 1, Jan. 1984, pp. 28-37.
- [46] JURGENS, Thomas G., Allen Taflove, Korada Umashankar, and Thomas G. Moore. "Finite-Difference Time-Domain Modeling of Curved Surfaces", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 40, No. 4, Apr. 1992, pp. 357-366.
- [47] KAPP, D.S., Hahn G.M., and Carlson R.W. "Principles of Hyperthermia", *Cancer Medicine e.5. 5th ed. Hamilton, Ontario: B.C. Decker Inc.*, 2000.
- [48] KOBAYASHI, D., Y. Nikawa, F. Okada, and S. Mori. "Coupled Microstrip Applicator for Hyperthermia Application", *Antennas and Propagation Society Int'l Symp.*, AP-S, Vol. 1, Jun. 26-30, 1989, pp. 532-535.
- [49] LEE, C.S., S.W. Lee, and S.L. Chuang. "Plot of Modal Field Distribution in Rectangular and Circular Waveguides", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-33, No. 3, Mar. 1985, pp.271-274.
- [50] LIAO, Z., Wong H., Yang B., and Yuan Y. *A Transmitting Boundary for Transient Wave Analyses*. Sci, Sinica (series A), XXVII, 1984, pp. 1063-1076.
- [51] LUEBBERS, R., F. Hunsberger, K. Kunz, R. Standler, and M. Scheider. "A Frequency-Dependent Finite-Difference Time-Domain Formulation for Dispersive Materials", *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, Vol. 32, No.3, Aug. 1990, pp. 222-227.

- [52] LUEBBERS, Raymond J., K. Kunz, M. Scheider, and F. Hunsberger. "A Finite Difference Time-Domain Near Zone to Far Zone Transformation", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 39, No. 4, Apr. 1991, pp. 429-433.
- [53] LUEBBERS, Raymond J., and Forrest Hunsberger. "FDTD for Nth-order Dispersive Media", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 40, No. 11, Nov. 1992, pp. 1297-1301.
- [54] MARCANO, D., F. Duran, and W. Torres. "Analysis of a Conformal Microstrip Antenna for Microwave Hyperthermia", *Proc. of the 1998 Second IEEE Conf. on Devices, Circuits and Systems*, Caracas, March 2-4, 1998, pp. 302-306.
- [55] MATSUKI, H., et al. "Local Hyperthermia Based on Soft heating method utilizing Temperature Sensitive Ferrite-rod", *IEEE Trans. Magn.* 1994, Vol. 30, pp. 4689-4691.
- [56] MONTECCHIA, F. "Microstrip-antenna Design for Hyperthermia Treatment of Superficial Tumors", *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, Vol. 39, No. 6, Jun. 1992, pp. 580-588.
- [57] MUR, Gerrit. "Absorbing Boundary Conditions for Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations", *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-23, No. 4, Nov. 1981, pp. 377-382.
- [58] NAKAHATA, Mateus Teruyuki. *Estudo da Precisão do Método ADI-FDTD na Simulação da Propagação de Ondas Guiadas*. Dissertação de Mestrado. Univ. Fed. do Paraná, Brasil, Abr. 2002.
- [59] NAVAROO, E.A., and V. Such. "Study of TE and TM Modes in Waveguides of Arbitrary Cross-Section Using an FD-TD Formulation", *IEE Proc.-H*, Vol. 139, No. 6, Dec. 1992, pp. 491-494.
- [60] NICOLAS, Laurent. "Interactions Between Electromagnetic Fields and Biological Tissues: Question, Some Answers and Future Trends", *Int'l Compumag Soc. Newsletter*, Vol. 10, No.2, ISSN 1026-0854, July 1, 2003.
- [61] OPPENHEIM, Alan V., Ronald W. Shafer, and John R. Buck. *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall, 2nd ed., New Jersey, USA, 1999.
- [62] PAULSEN, Keith D., John W. Strohbehn, and Daniel R. Lynch. "Theoretical Electric Field Distributions Produced by Three Types of Regional Hyperthermia Devices in a Three-dimensional Homogeneous Model of Man", *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, Vol. 35, No. 1, Jan. 1988, pp. 36-45.
- [63] POLK, Charles, and Elliot Postow. *Handbook of Biological Effects of Electromagnetics Fields*. CRC Press, 2nd ed., 1996.
- [64] POTHECARY, N.M., and C.J. Railton. "Finite Difference Time Domain Modeling of Hyperthermia Applicators for Cancer Therapy", *Int'l Microwave Symposium Digest, IEEE MTT-S*, Vol. 2, June 14-18, 1993, pp. 1151-1154.

- [65] PRICE, Pat, and Karol Sikoba. *Treatment of Cancer*. Arnold, 4th ed., London, 2002.
- [66] PRIOR, M.V., et al. "The Use of a Current Sheet Applicator Array for Superficial Hyperthermia: Incoherent Versus Coherent Operation", *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, Vol. 42, No. 7, July 1995, pp. 694-697.
- [67] RAMAHI, O. M. "The Complementary Operators Method in FDTD Simulations". *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol.39, No. 6, Dec. 1997, pp. 33-45.
- [68] RIKU, M. Makinen, Jaakko S. Juntunen, and Markku A. Kivikoski. "An Improved Thin-Wire Model for FDTD", *IEEE Trans. Microwave and Techniques*, Vol. 50, No. 5, May 2002, pp. 1245-1255.
- [69] RIKU, M. Makinen, Markku A. Kivikoski. "A Stabilized Resistive Voltage Source for FDTD Thin-Wire Models", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 51, No. 7, July 2003, pp. 1615-1622.
- [70] RIU, Pere J., and Kenneth R. Foster. "Heating of Tissue by Near-Field Exposure to a Dipole: A Model Analysis", *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, Vol. 46, No. 8, Aug. 1999, pp. 911-917.
- [71] ROYER, G.M. "A Monte Carlo Procedure for Potential Theory of Problems", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-19, No. 10, Oct. 1971, pp. 813-818.
- [72] SADIKU, Matthew N.O., and Andrew F. Peterson. "A Comparison of Numerical Methods for Computing Electromagnetic Fields", *IEEE Proc. - 1990 Southeast*, Session 2B1, pp. 42-47.
- [73] SADIKU, Matthew N.O. *Numerical Techniques in Electromagnetics*. CRC Press. Inc., 1992.
- [74] SADIKU, Matthew N.O. *Elements of Electromagnetics*. Oxford Univ. Press. Inc., New York, 3rd ed., 2001.
- [75] SAMARAS, T., P.J.M. Rietveld, and G.C. van Rhoon. "Effectiveness of FDTD in Predicting SAR Distributions from the Lucite Cone Applicator", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 48, No. 11, Nov. 2000, pp. 2059-2063.
- [76] SATHLASEELAN, V., B.B. Mittal, A. Taflove, M.J. Picket-May, C. Reuter. "Deep Heating Characteristics of an EM Annular Phased Array Hyperthermia Applicator", *Ann. Int'l Conf. the IEEE Eng. in Medicine and Biology Soc.*, Vol. 13, No. 2, 1991.
- [77] SCHWAN, H.P. "Electrical Properties of Tissues and Cell Suspensions: Mechanisms and Models", *Proc. the 16th Ann. Int'l Conf. the IEEE, Eng. in Medicine and Biological Soc.*, Vol.1, Nov. 3-6, 1994, pp. A70-A71.

- [78] SHAW, Joseph A., Carl H. Durney, and Douglas A. Christensen. "Computer-Aided Design of Two-dimensional Electric-Type Hyperthermia Applicators Using the Finite-difference Time-domain Method", *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, Vol. 38, No. 9, Sept. 1991, pp. 861-869.
- [79] SILVER, Samuel. *Microwave Antenna Theory and Design*. McGraw-Hill Book Company Inc., London, 1949.
- [80] SMITH, Alfred R. *Radiation Therapy Physics*. Springer-Verlag, 1st ed., New York, 1995.
- [81] STAUFFER, P.R., F. Rossetto, M. Leencini, and G.B. Gentili. "Radiation Patterns of Dual Concentric Conductor Microstrip Antennas for Hyperthermia", *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, Vol. 45, No. 5, May 1998, pp. 605-613.
- [82] STORM, F.K. "Hyperthermia", *Microwave Symposium Digest, MTT-S Int'l*, Vol. 81, Issue 1, June 1981, pp. 473-475.
- [83] STREFFER, C. *Hyperthermia and the Therapy of Malignant Tumors Recent Results in Cancer Research*, Springer-Verlag, Berlin, Vol. 104, 1987.
- [84] STRUM, Robert D., and Donald E. Kirk. *First Principles of Discrete Systems and Digital Signal Processing*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.
- [85] STUCHLY, M.A., M. Okoniewski, M. Rahman, and K. Caputa. "Modeling of Human Interaction with Antennas Using the Finite Difference Time Domain Technique", *Antennas and Propagation for Wireless Communications, IEEE-APS Conf.*, Nov. 1-4, 1998, pp. 73-76.
- [86] SUI, W., D.A. Christensen, and C.H. Durney. "Extending the Two-dimensional FDTD Method to Hybrid Electromagnetic Systems with Active and Passive Lumped Elements", *IEEE Trans. Microwave Theory and Technique*, Vol. 40, 1992, pp. 724-730.
- [87] SULLIVAN, Dennis M., Om P. Gandhi, and Allen Taflove. "Use of the Finite-Difference Time-Domain Method for Calculating EM Absorption in Man Models", *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, Vol. 35, No. 3, Mar. 1988, pp. 179-186.
- [88] SULLIVAN, Dennis M. "A Frequency-Dependent FDTD Method for Biological Applications", *IEEE Trans. Microwave Theory and techniques*, Vol. 40, No. 3, Mar. 1992, pp. 532-539.
- [89] SZASZ, A., O. Szasz, and N. Szasz. *Electro-Hyperthermia: a New Paradigm in Cancer Therapy (OncoThermia)*. Relatório Produzido pela *OncoTherm*, 2004, <http://www.oncotherm.org>.
- [90] TAFLOVE, Allen, and Morris E. Brodwin. "Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Scattering Problems Using the Time-Dependent Maxwell's Equations", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-23, No. 8, Aug. 1975, pp. 623-630.

- [91] TAFLOVE, Allen. "Application of the Finite-Difference Time-Domain Method to Sinusoidal Steady-State Electromagnetic-Penetration Problems", *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-22, No.3, Aug. 1980, pp. 191-202.
- [92] TAFLOVE, Alen, and Korada R. Umashankar. "Finite-Difference Time-Domain (FD-TD) Modeling of Electromagnetic Wave Scattering and Interaction Problems", *IEEE Antennas e Propagation Soc. Newsletter*, Apr. 1988, pp. 5-20.
- [93] TAFLOVE, Alen, and Korada R. Umashankar. "The Finite-Difference Time-domain (FD-TD) Method for Numerical Modeling of Electromagnetic Scattering", *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. 25, No.4, July 1989, pp. 3086-3091.
- [94] TAFLOVE, Allen, and Susan C. Hagness. *Computation Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, 2nd ed., 2000.
- [95] TELLO, Marcos, Guilherme A.D. Dias, Augusto Cardona, and Adroaldo Raizer. "Tumor Compression Due Application of DC Current", *IEEE Trans. Magnetics*, Vol. 37, No. 5, Sept. 2001, pp. 3753-3756.
- [96] TELLO, Marcos, et al. *O Uso da Corrente Elétrica no Tratamento do Câncer*. EDIPU-CRS, Porto Alegre, Brasil, 2004.
- [97] THOM, A., and C.J. Apelt. *Field Computations in Engineering and Physics*. D. Van Nostrand, London, 1961.
- [98] THOMAS, V.A., M.E. Jones, M.J. Picket-May, A. Taflove, and E. Harrigan. "The Use of SPICE Lumped Circuits as Sub-Grid Models for FDTD High-Speed Electronic Circuit Design", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol. 4, 1994, pp. 141-143.
- [99] TOLAND, B., B. Houshmand, and T. Itoh. "Modeling of Nonlinear Active Regions With the FDTD Method", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, Vol.3, 1993, pp. 333-335.
- [100] TORRES, François, and Bernard Jecko. "Complete FDTD Analysis of Microwave Heating Processes in Frequency-Dependent and Temperature-Dependent Media", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 45, No. 1, Jan. 1997, pp. 108-117.
- [101] UMASHANKAR, Korada, and Allen Taflove. "A Novel Method to Analyze Electromagnetic Scattering of Complex Objects", *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-24, No. 4, Nov. 1982, pp. 397-405.
- [102] UMASHANKAR, Korada, Allen Taflove and B. Becker. "Calculation and Experimental Validation of Induced Currents on Coupled Wire in an Arbitrary Shaped Cavity", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. 35, 1987, pp. 1248-1257.



- [103] UNDERWOOD, Harold R, Andrew F. Peterson, and Richard L. Magin. "Electric-field Distribution Near Rectangular Microstrip Radiators for Hyperthermia Heating: Theory Versus Experiment in Water", *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, Vol. 39, No. 2, Feb. 1992, pp. 146-152.
- [104] VRBA, Jan, Miroslav Lapes, and Ladislav Oppl. "Technical and Clinical Activities of Microwave Thermotherapy in Czech Republic", *3rd Int'l Conf. Bioelectromagnetism*, Bled, Slovenia, Oct. 8-12, 2000.
- [105] YEE, Kane S. "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media", *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Vol. AP-4, No. 3, May 1966, pp. 302-307.
- [106] ZHANG, X., J. Fang, K.K. Mei, and Y. Liu. "Calculation of the Dispersive Characteristics of Microstrips by Time-Domain Finite-Difference Method", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 36, 1988, pp.263-267.
- [107] ZHENG, F., Z. Chen, and J. Zhang. "Three-Dimensional Unconditionally Stable Finite-Difference Time-Domain Method", *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, Vol. 48, 2000.
- [108] ZÜCHER, Jean-François, and Fred E. Gardiol. *Broadband Patch Antennas*. Artech House, 1st ed., 1995.
- [109] <http://www.bsdmc.com>, BSD Medical Corporation, (current Dez. 2005).
- [110] <http://www.cancer.gov>, National Cancer Institute (NCI), (current Dez. 2005).
- [111] <http://www.easytechitalia.com>, (current Dez. 2005).