

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA CENTRO TECNOLÓGICO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL

ANÁLISE FRACTAL DE BACIAS HIDROGRÁFICAS DE REGIÃO DE ENCOSTA E REGIÃO DE PLANALTO COM BASE EM CARTAS TOPOGRÁFICAS E EM FOTOGRAFIAS AÉREAS

TESE DE DOUTORADO

NARÀ DE FÁTIMA QUADROS DA SILVEIRA

FLORIANÓPOLIS

2006

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CENTRO TECNOLÓGICO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL

ANÁLISE FRACTAL DE BACIAS HIDROGRÁFICAS DE REGIÃO DE ENCOSTA E REGIÃO DE PLANALTO COM BASE EM CARTAS TOPOGRÁFICAS E EM FOTOGRAFIAS AÉREAS

Narà de Fátima Quadros da Silveira Orientador: Prof. Dr. Masato Kobiyama

> Tese apresentada à Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial exigido pelo Programa Pós-Graduação em Engenharia Ambiental-PPGEA, para obtenção do título de Doutor em Engenharia Ambiental.

FLORIANÓPOLIS 2006

S587a Silveira, Narà de Fátima Quadros da Análise fractal de bacias hidrográficas de região de encosta e região de planalto com base em cartas topográficas e em fotografias aéreas / Narà de Fátima Quadros da Silveira ; orientador Masato Kobiyama. – Florianópolis, 2006. 188 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental, 2006. Inclui bibliografía 1. Mapeamento. 2. Morfometria fluvial e fractal. 3. Geoprocessamento. I. Kobiyama, Masato. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental. III. Título.

CDU:628.4

Catalogação na fonte por: Onélia Silva Guimarães CRB-14/071

NARÀ DE FÁTIMA QUADROS DA SILVEIRA

ANÁLISE FRACTAL DE BACIAS HIDROGRÁFICAS DE REGIÃO DE ENCOSTA E REGIÃO DE PLANALTO COM BASE EM CARTAS TOPOGRÁFICAS E EM FOTOGRAFIAS AÉREAS

Esta tese foi julgada e aprovada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Ambiental no **Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental** da Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis, 7 de julho de 2006.

Prof. Henry Xavier Corseuil, Dr.-UFSC Coordenador do Curso de Pós-Graduação

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Masato Kobiyama, *Dr.*- ENS/UFSC **Orientador**

Prof. Joel Robert Georges Marcel Pellerin, Dr. - CFH/UFSC Co-Orientador

Prof. Davide Franco, Dr. - ENS/UFSC

Prof. Henrique de Melo Lisboa, Dr. - ENS/UFSC

Prof. Fazal Hussain Chandhry, Dr. - USP/EESC

Prof. Eduardo Mario Mendiondo, Dr. -USP/EESC

Epigrafo



"Pequenas causas, grandes efeitos. Os equilíbrios da natureza estão suspensos por um fio". Roger Heim *"Se enxerguei onde enxerguei é porque subi em ombros de gigantes."* Isaac Newton

Dedico

Aqueles que fazem parte de meu sagrado:

Aos primeiros e eternos mestres Acelino e Elisa, meus pais, que dedicaram muito de suas vidas à minha formação profissional e como pessoa;

A minhas irmãs: Maria da Graça, Elizabeth, Antônia, Izabel Cristina, Magali, Rosangela e Janice pelo apoio familiar constante e intenso em todos os momentos de minha vida e por representarem laços afetivos, originários, intensos e eternos.

Ao meu esposo Norberto e minhas filhas Luíza e Ana Paula, amores de minha vida, por suas presenças constantes e sempre construtiva, crítica e ao mesmo tempo compreensiva, as quais faço essa dedicatória, por representarem minha família, meu coração e meu ser.

Agradecimentos

À Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de estudos que viabilizou a realização deste trabalho.

À Universidade Federal de Santa Maria – UFSM/CETISM– pela concessão do afastamento de minhas atividades para a dedicação exclusiva a este trabalho.

À Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e, em especial, aos professores e colegas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental.

Ao meu orientador Prof. Dr. Masato Kobiyama, pela ajuda, orientação e paciência no transcorrer das atividades e, acima de tudo, pela sua amizade.

Ao meu co-orientador Prof. Dr. Joel Robert Georges Marcel Pellerin, pela orientação na interpretação das fotografias aéreas e elaboração dos mapas das redes de drenagem.

Aos professores do Laboratório de Fotogrametria/ Dpt.º Eng.ª Rural / CCR / UFSM em especial ao prof. José Américo de Mello Filho e Prof Argentino José Aguirre pelo incentivo e pela orientação na elaboração dos mapas analógicos.

Aos professores e funcionários do Laboratório de Geoprocessamento / Dept.º de Geociências / UFSC em especial ao prof. Luiz Antônio Paulino e ao José Henrique Vilela pela orientação na elaboração dos mapas digitais.

Aos colegas e amigos Ivanete Masson, Sabrina e Sálvio José Vieira, grandes incentivadores e colaboradores.

Ao colega Leandro pela colaboração na aplicação do método Box-counting.

A Esp. Elizabeth pelas correções de português.

Ao Norberto Bolzan, pela paciência, estímulo e colaboração técnica durante toda a elaboração da Tese.

A Nossa Senhora Aparecida, luz que iluminou todos os meus passos para concretização desta Tese.

E a todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

SILVEIRA, Nara de F. Q. Análise Fractal de Bacias Hidrográficas de Região de Encosta e Região de Planalto com Base em Cartas Topográficas e em Fotografias Aéreas. As características físicas e fractais de uma rede de drenagem, a partir de dados obtidos através de técnicas de geoprocessamento, constituem elementos importantes para avaliação do comportamento hidrológico das bacias hidrográficas. O objetivo desta pesquisa é investigar o fractal de quatro bacias hidrográficas, sendo duas de região de planalto: rio São Gonçalo e lajeado das Marrecas localizadas no Estado do Rio Grande do Sul e duas de região de encosta: rio Pinheirinho e rio Figueira localizadas no Estado de Santa Catarina, através de mapas elaborados com carta topográfica e fotografias aéreas. Os mapas foram obtidos, primeiramente, na forma analógica, a partir de dados da carta topográfica e de fotografias aéreas de 1978 e 2002 e transformados em mapas digitais pelas técnicas de geoprocessamento, obtendo as variáveis morfométricas das bacias hidrográficas. Foram estudados o expoente na equação de Hack e as propriedades de auto-similaridade e autoafinidade, através dos fundamentos básicos da geometria fractal. Foram estimados os valores da dimensão fractal do canal principal, dos canais individuais, do perfil longitudinal e das redes de drenagem pelo método Box-Counting e métodos que utilizam as razões de Horton. Os resultados mostraram que ocorreu um acréscimo de um grau na ordem da rede de drenagem das bacias hidrográficas, quando foram utilizadas fotografias aéreas. As razões de Horton tiveram aumento significativo em seus valores, nas bacias de encosta e um decréscimo nas bacias de planalto, quando os dados foram retirados das fotografias aéreas. Os canais individuais, o canal principal, a rede de drenagem e o perfil longitudinal dos rios, através do mapeamento por carta topográfica e por fotografias aéreas, caracterizam-se como objetos fractais. A dimensão fractal estimada para as bacias de drenagem foi semelhante para dados de mapas elaborados da carta topográfica como de fotografías aéreas. As redes de drenagem têm característica de auto-afinidade e o expoente de Hack encontrado foi maior que 0,5, estando relacionado à característica fractal das redes de drenagem.

Palavras Chave: mapeamento, morfometria fluvial e fractal.

ABSTRACT

SILVEIRA, Nara de F. Q. Fractal analysis of watersheds of hillside and plateau regions with base on topographic maps and aerial photographs.

The physical and fractal characteristics of watersheds, obtained through geoprocessing techniques are important elements to evaluate the hydrological processes in them. The objective of the present work was to investigate the fractal of four watersheds: two in a plateau area (São Gonçalo river and Marrecas river, Rio Grande do Sul State) and the other two in a hillside area (Pinheirinho river and Figueira river, Santa Catarina State), by using the digital maps elaborated with a topographic map and aerial photographs. The maps were obtained, firstly, in the analogical form, from a topographic map and aerial photographs which were taken in 1978 and 2002. The information was transformed into digital maps through the geoprocessing techniques, with which morphometric variables of the watersheds were obtained. The exponent in Hack's equation, the self-similarity and the self-affinity characteristics were analyzed, through the fractal geometry. The values of fractal dimension of the main channel, the individual segments, the longitudinal channel profile, the whole drainage network were estimated with the *Box-Counting* method and methods which use the Horton parameters. The results show that there was an increase of one order in the drainage network system of the watershed when aerial photographs were used. The Horton parameters had a significant increase on its values, on the hillside basins and had a decrease on the plateau basins, when the data were obtained from the aerial photographs. The individual segments, the main channel, the drainage network, and the longitudinal profile of the river, through data of topographic maps and aerial photographs, are characterized as fractal. The values of the fractal dimension estimated for the drainage network with maps elaborated from the topographic map were almost equal to those with maps elaborated from the aerial photographs. The drainage networks have self-affinity characteristics. The exponent of Hack is larger than 0.5, which confirms the fractal characteristics of the watershed.

Key -words: mapping, river morphometry, fractal.

SUMÁRIO

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE APÊNDICES

RESUMO

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO	01
1.1 Justificativa	03
1.2 Objetivos	05
1.2.1 Objetivo geral	05
1.2.2 Objetivos específicos	05
2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA	06
2.1 Caracterização da organização da estrutura das redes de drenagem	06
2.2 Sistemas de mapeamento de redes de drenagem.	13
2.3 A teoria da geometria fractal	16
2.4 Fundamentos conceituais de fractais	18
2.5 A relação de Hack no estudo da dimensão fractal	26
2.6 Metodologia de estimativa da dimensão fractal	32
2.6.1 Método gráfico	33
2.6.2 Métodos que utilizam as leis de Horton	35
2.7 Aplicação da dimensão fractal no estudo das redes de drenagem	47
3 CARACTERIZAÇÃO DAS ÁREAS DE ESTUDO	55
3.1 Áreas de estudo.	55
3.2 Bacias da região de Encosta (rio Pinheirinho-SC e rio Figueira-SC)	57
3.2.1 Geomorfologia da região das bacias hidrográficas do rio Figueira-SC e rio	0,
Pinheirinho-SC	57
3.2.2 Clima	58
3.2.3 Cobertura da terra	59
3.3 Bacias de região de Planalto (rio São Gonçalo-RS e lajeado das Marrecas-	
RS)	59
3.3.1 Geomorfologia da região das bacias de Planalto (rio São Gonçalo-RS e lajeado das Marrecas-RS)	60
3.3.2 Clima da região onde estão inseridas as bacias hidrográficas (rio São Goncalo-RS e laieado das Marrecas-RS)	00
3 3 3 Cohertura da terra	61
	61

4 MATERIAIS E MÉTODOS	62
4.1 Materiais	62
4.2 Métodos	63
4.2.1 Elaboração dos mapas em meio analógico	63
4.2.1.1Elaboração do mapa base	64
4.2.1.2 Fotointerpretação dos aerofotogramas	64
4.2.1.3 Reambulação.	65
4.2.1.4 Transferência de dados interpretados sobre as fotografías para o	65
122 Mana digital	66
4.2.2 Mapa digital.	60
4.2.2.1 Conversão dos mapas em mero digital	00
4.2.2.2 Digitalização e processamento dos dados	6/
4.2.3 Levantamento das variaveis mortometricas das bacias de drenagem	68
4.2.3.1 Hierarquização dos canais	68 70
4.2.3.2 Obtenção das variáveis morfométricas (Linear e Areal)	70
4.2.3.3 Obtenção do perfil longitudinal	71
4.2.4 Análise fractal das bacias hidrográficas	71
5 RESULTADOS E DISCUSSOES	72
5.1 Mapeamento das bacias hidrográficas	72
5.1.1 Mapas analógicos	72
5.1.2 Observações cartográficas	72
5.1.3 Cruzamento das informações obtidas na interpretação das fotografias aéreas	
com a imagem SPOT	73
5.1.4 Mapas digitais	75
5.1.5 Considerações gerais sobre o mapeamento da rede de drenagem das bacias	
hidrográficas	75
5.2 Morfometria das bacias hidrográficas	76
5.2.1 Hierarquização dos canais	76
5.2.2 Variáveis morfométricas encontradas (Linear e Areal)	79
5.2.3. Perfil longitudinal observado	86
5.2.4 Considerações gerais sobre a morfometria das bacias de drenagem	89
5.3 Análise fractal das bacias	91
5.3.1 Expoente de Hack	91
5.3.2 Analise da auto-similaridade e auto-afinidade	92
5.3.3 Análise fractal através das razões de Horton	94
5.3.4 Análise fractal através do método <i>Box-Counting</i>	99
5.3.4.1 Para os canais individuais	99
5.3.4.2 Para a rede de drenagem	01
5.3.4.3 Para o perfil longitudinal dos rios	03
5.3.4.4 Para o canal principal	05
5.3.5 Análise de correlação	06
5.3.6 Considerações gerais sobre análise fractal das bacias	10
6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES1	13
6.1 Conclusões	13
6.2 Recomendações	15

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	116
APÊNDICES	122

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2	2.1: Processo de construção da curva de Koch. (FEDER, 1988)
FIGURA 2	2.2: Estruturas euclidianas (a) uni-dimensional, (b) bi-dimensional e (c) tri-dimensional.
FIGURA 2	2.3: Estrutura de multiescalonamento fractal das bacias de drenagem. Os limites são mostrados para bacias de drenagem de ordem n , $(n - 1) e (n - 2)$
FIGURA	2.4: Esboço de uma bacia fluvial; seu diâmetro L_{ll} e sua largura L_{\perp} . Algumas sub-bacias estão delineadas. Para qualquer sub-bacia, o lado mais longo dos retângulos, incluindo a rede são paralelo ao diâmetro L_{ll} definido como a linha reta da foz até o ponto mais afastado da bacia. Os lados menores são L_{\perp}
FIGURA	2.5: Aplicação de quadrículas sobre uma rede de drenagem, para estimativa da dimensão fractal, pelo método <i>Box-Counting</i>
FIGURA 2	2.6: Dimensão fractal <i>D</i> como uma função de R_L para valores diferentes de R _B . A curva tracejada representa a condição topológica $R_L = R_B / 2$. (LA BARBERA e ROSSO, 1989)
FIGURA 2	2.7: Dimensão fractal <i>D</i> como uma função de R_B para diferentes valores de R_L . A curva tracejada representa a condição topológica $R_L = R_B / 2$. (LA BARBERA e ROSSO, 1989)
FIGURA	2.8: R_L versus R_B para diferentes valores de D . A curva tracejada representa a condição topológica $R_L = R_B / 2$ enquanto os quadrados os valores observados de bacias naturais de drenagem (LA BARBERA e ROSSO, 1989)
FIGURA	2.9: Síntese dos principais trabalhos encontrados na literatura das estruturas de canais individuais, quanto às características de auto-similaridade e auto-afinidade (NIKORA et al. 1996)
FIGURA	2.10: Síntese dos principais trabalhos encontrados na literatura das estruturas de redes de canais quanto às características de auto-similaridade e auto-afinidade (NIKORA et al.1996)
FIGURA (3.1: Mapa de localização das áreas das bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS. Base: composição colorida, a partir de imagem SPOT XS de 04/1996
FIGURA 3	3.2: Localização das bacias do rio Pinheirinho-SC e do rio Figueira -SC

FIGURA 3.3: Localização das bacias hidrográficas do rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS.
FIGURA 4.1: Fotografias aéreas de 1978 (A) e 2002 (B), com vista parcial dos canais fluviais das bacias hidrográficas
FIGURA 5.1: Sobreposição vetorial das bacias do lajeado das Marrecas-RS e rio Pinheirinho-SC sobre cena de imagem SPOT.XS de 6 de abril de 1996, através de mesa digitalizadora
FIGURA 5.2: Hierarquização dos canais da rede de drenagem das bacias do rio Pinheirinho-SC, rio Figueira-SC, rio São Gonçalo-RS e lajeado das Marrecas-RS. Dados obtidos na carta topográfica SH-22-X-A-VI-3
FIGURA 5.3: Hierarquização dos canais da rede de drenagem das bacias do rio Pinheirinho-SC, rio Figueira-SC, rio São Gonçalo-RS e lajeado das Marrecas-RS. Dados obtidos das fotografias aéreas de 1978 e 2002
FIGURA 5.4: Perfil longitudinal do rio Figueira-SC: Dados da carta topográfica (1976) e de fotografias aéreas de 1978 e 2002
FIGURA 5.5: Perfil longitudinal do rio Pinheirinho-SC: Dados da carta topográfica e de fotografias aéreas de 1978 e 2002
FIGURA 5.6: Perfil longitudinal do rio São Gonçalo-RS: Dados da carta topográfica e de fotografias aéreas de 1978 e 2002
FIGURA 5.7: Perfil longitudinal do Lajeado das Marrecas-RS: Dados da carta topográfica e de fotografias aéreas de 1978 e 2002
FIGURA 5.8: Dimensão fractal obtida, método <i>Box-Counting</i> , para os canais individuais da rede de drenagem das bacias hidrográficas: (a) Dados da carta topográfica; (b) dados das fotografias aéreas de 1978 e 2002
FIGURA 5.9: Dimensão fractal obtida, método <i>Box-Counting</i> , para a rede de drenagem das bacias hidrográficas. (a) dados da carta topográfica e (b) dados das fotografias aéreas de 1978 e 2002
FIGURA 5.10: Dimensão fractal obtida, método <i>Box-Counting</i> , para o canal principal das bacias hidrográficas: (a) dados obtidos da carta topográfica; (b) dados obtidos das fotografias aéreas de 1978 e 2002.
FIGURA 5.11: Relação entre a dimensão fractal estimada dos canais individuais (d_f) e da rede de drenagem (D_f) das bacias hidrográficas, método <i>Box</i> - <i>Counting</i> : (a) dados da carta topográfica; (b) dados das fotografias aéreas de 1978 e 2002.
FIGURA 5.12: Relação entre as razões de Horton R_B , R_L e R_A e a dimensão fractal estimada dos canais individuais das bacias hidrográficas, método <i>Box</i> -

<i>Counting</i> : (a) dados obtidos da carta topográfica; (b) dados obtidos das fotografias aéreas de 1978 e 2002	107
FIGURA 5.13: Relação entre as razões de Horton, R_B , R_L e R_A e a dimensão fractal da rede de drenagem (D_f) estimada para as bacias hidrográficas, método <i>Box-Counting</i> : (a) dados obtidos da carta topográfica; (b) dados obtidos das fotografias aéreas de 1978 e 2002.	108
FIGURA 5.14: Relação entre a dimensão fractal do canal principal (d_{fcp}) e a dimensão fractal do perfil longitudinal (D_{fp}) estimada para as bacias hidrográficas, método <i>Box-Counting</i> : (a) dados obtidos da carta topográfica; (b) dados obtidos das fotografias aéreas de 1978 e 2002	109

LISTA DE TABELAS

TABELA 4.1 : Documentos cartográficos utilizados no mapeamento das bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS. Gonçalo-RS Gonçalo-RS
TABELA 5.1: Número de mapas analógicos elaborados- Bacias hidrográficas do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS.
TABELA 5.2: Mapas digitais obtidos para as bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS
TABELA 5.3: Características morfométricas gerais das bacias hidrográficas. Fonte de Dados: carta topográfica SH-22-X-A-VI-3 e fotografias aéreas de 1978 e 2002.
TABELA 5.4: Características morfométricas por ordem de ramificação de canais, das bacias hidrográficas
TABELA 5.5: Comprimento médio, área média e número de canais, por ordem de ramificação das bacias hidrográficas. Dados, carta topográfica e das fotografias aéreas de 1978 e 2002.
TABELA 5.6: Coeficiente angular da reta ajustada, diagrama de Horton, para a razão de bifurcação ($R_B = 10^{b1}$), razão de comprimento ($R_{L=}10^{b2}$) e razão de área ($R_A = 10^{b3}$) das bacias hidrográficas. (a)Dados da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3 (b) e das fotografias aéreas 1978 e 2002 (b)
TABELA 5.7: Razão de bifurcação, de comprimento e de área para a rede de drenagem das bacias hidrográficas
TABELA 5.8 : Expoente de Hack (h) para as bacias hidrográficas, considerando dados obtidos da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3 e das fotografias aéreas de 1978 e 2002
TABELA 5.9: Variáveis obtidas, na análise da auto-similaridade e auto-afinidade das bacias hidrográficas.
TABELA 5.10: Valores da igualdade $R_B = R_L^{D_S} = R_W^{D_S} = R_A^{D_{S'_2}}$
TABELA 5.11 : Valores da desigualdade $R_{L \neq} R_{W}$
TABELA 5.12: Valores da igualdade $R_B = R_L^{D_L} R_W^{D_W} = R_A \frac{D_L D_W}{(D_L + D_W)}$
TABELA 5.13: Dimensão fractal do canal principal (df) estimada conforme o método de FEDER (1988)

TABELA 5.14: Dimensão fractal da rede de drenagem (<i>Df</i>) estimada conforme o método de LA BARBERA e ROSSO (1987, 1989)	95
TABELA 5.15: Dimensão fractal da rede de drenagem (<i>Df</i>) estimada conforme o método de TARBOTON et al. (1990)	96
TABELA 5.16: Dimensão fractal estimada da rede de drenagem(Df), conforme método de LA BARBERA e ROSSO (1990)	97
TABELA 5.17: Dimensão fractal estimada, método de ROSSO et al. (1991), para o canal principal e rede de drenagem	98
TABELA 5.18: Dimensão fractal dos canais individuais da rede de drenagem das bacias hidrográficas: Dados da carta topográfica e fotografias aéreas 1978 e 2002 – Método <i>Box-Counting</i>	100
TABELA 5.19: Dimensão fractal estimada para a rede de drenagem das bacias hidrográficas: Dados da carta topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método <i>Box-Counting</i> .	102
TABELA 5.20: Dimensão fractal estimada para o perfil longitudinal das bacias hidrográficas: Dados da carta topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método <i>Box-Counting</i>	104
TABELA 5.21: Dimensão fractal estimada para o canal principal dos rios das bacias hidrográficas: Dados da carta topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método <i>Box-Counting</i> .	106

LISTA DE APÊNDICES

APÊNDICE A – MAPA DIGITAL DAS BACIAS HIDROGRÁFICAS DA REGIÃO DE ENCOSTA E DA REGIÃO DE PLANALTO	122
FIGURA 1: Mapa da bacia do rio Figueira-SC. Dados obtidos na carta topográfica – Ano 1996	123
FIGURA 2: Mapa da bacia do rio Pinheirinho-SC. Dados obtidos na carta topográfica – Ano 1976	124
FIGURA 3: Mapa da bacia do rio Pinheirinho-SC. Dados obtidos pela interpretação das fotografias aéreas de 1978 e 2002	125
FIGURA 4: Mapa da bacia do rio Figueira-SC. Dados obtidos pela interpretação das fotografias aéreas de 1978 e 2002	126
FIGURA 5: Mapa da bacia do rio São Gonçalo-RS. Dados obtidos na carta topográfica-Ano 1976	127
FIGURA 6: Mapa da bacia do rio Lajeado das Marrecas-RS. Dados obtidos na carta topográfica 1976	128
FIGURA 7: Mapa da bacia do rio São Gonçalo-RS. Dados obtidos pela interpretação das fotografias aéreas de 1978 e 2002.	129
FIGURA 8: Mapa da bacia do lajeado das Marrecas-RS. Dados obtidos pela interpretação das fotografias aéreas de 1978 e 2002	130
APÊNDICE B - DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO FIGUEIRA-SC- CARTA TOPOGRÁFICA SH-22-X-A-VI-3	131
TABELA 1 : Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A- VI-3	131
TABELA 2: Dados físicos das bacias de segunda ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3	132
TABELA 3: Dados físicos das bacias de terceira ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3	132
TABELA 4: Dados físicos das bacias de quarta ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3	132

APÊNDICE C - DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO PINHEIRINHO-SC -

	CARTA TOPOGRÁFICA SH-22-X-A-VI-3
TABELA 5	5: Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio Pinheirinho-SC, obtidos a partir de informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3
TABELA (6: Dados físicos das bacias de segunda ordem do rio Pinheirinho-SC, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3
TABELA 7	7: Dados físicos das bacias de terceira ordem do rio Pinheirinho-SC, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3
TABELA 8	: Dados físicos das bacias de quarta ordem do rio PinheirinhoSC, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3
APÊNDICI	E D - DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO SÃO GONÇALO-RS- CARTA TOPOGRÁFICA SH-22-X-A-VI-3
TABELA 9	Debados físicos das bacias de primeira ordem do rio São Gonçalo-RS, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3
TABELA 1	10: Dados físicos das bacias de segunda ordem, rio São Gonçalo-RS, obtidos com base em informações, carta topográfica SH-22-X-A-VI-3
TABELA 1	11: Dados físicos das bacias de terceira ordem, rio São Gonçalo-RS, obtidos com base em informações, carta topográfica SH-22-X-A-VI-3
APÊNDICI	E E- DADOS FÍSICOS DA BACIA DO LAJEADO DAS MARRECAS-RS- CARTA TOPOGRÁFICA SH-22-X-A-VI-3
TABELA 1	2: Dados físicos das bacias de primeira ordem do lajeado das Marrecas- RS, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A- VI-3
TABELA 1	3: Dados físicos das bacias de segunda ordem do lajeado das Marrecas- RS, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X- A-VI-3
TABELA 1	4: Dados físicos das bacias de terceira ordem do lajeado das Marrecas- RS, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X- A-VI-3
TABELA 1	15: Dados físicos das Microbacias de Quarta Ordem do Lajeado das Marrecas-RS, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3
APÊNDICI	E F- DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO FIGUEIRA-SC- FOTOGRAFIAS AÉREAS 1978 e 2002
TABELA	16: Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

IABELA	17: Dados físicos das bacias de segunda ordem do río Figueira-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002
TABELA	18: Dados físicos das bacias de terceira ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002
TABELA	19: Dados físicos das bacias de quarta ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
TABELA	20: Dados físicos das bacias de quinta ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
APÊNDIC	CE G- DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO PINHEIRINHO-SC - FOTOGRAFIAS AÉREAS 1978 e 2002
TABELA	21: Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio Pinheirinho-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
TABELA	22: Dados físicos das bacias de segunda ordem do rio Pinheirinho-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
TABELA	23: Dados físicos das bacias de terceira ordem do Rio Pinheirinho-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
TABELA	24: Dados físicos das bacias de quarta ordem do Rio Pinheirinho-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
TABELA	25: Dados físicos das bacias de quinta ordem do rio Pinheirinho-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
APÊNDIC	CE H - DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO SÃO GONÇALO-RS- FOTOGRAFIAS AÉREAS 1978 e 2002
TABELA	26: Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio São Gonçalo-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
TABELA	27: Dados físicos das bacias de segunda ordem do rio São Gonçalo-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografías aéreas de 1978 e 2002.

TABELA 28: Dados físicos das bacias de terceira ordem do rio São Gonçalo-RS,

adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
TABELA 29 : Dados físicos das bacias de quarta ordem do rio São Gonçalo-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
APÊNDICE I- DADOS FÍSICOS DA BACIA DO LAJEADO DAS MARRECAS-RS-FOTOGRAFIAS AÉREAS 1978 e 2002
TABELA 30: Dados físicos das bacias de primeira ordem do lajeado das Marrecas- RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002
TABELA 31: Dados físicos das bacias de segunda ordem do lajeado das Marrecas- RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002
TABELA 32: Dados físicos das bacias de terceira ordem do lajeado das Marrecas- RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002
TABELA 33: Dados físicos das bacias de quarta ordem do lajeado das Marrecas-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
TABELA 34: Dados físicos das bacias de quinta ordem do lajeado das Marrecas-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.
APÊNDICE J –MÉTODO <i>BOX-COUNTING -</i> CANAIS INDIVIDUAIS
TABELA 35: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas, obtidas para os canais individuais das bacias hidrográficas- Dados da carta topográfica e fotografias aéreas 1978 e 2002 -Método Box-Counting
APÊNDICE L –MÉTODO <i>BOX-COUNTING</i> – REDE DE DRENAGEM
TABELA 36: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas, obtidas para a rede de drenagem das bacias hidrográficas, considerando dados da carta topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método Box-Counting
APÊNDICE M –MÉTODO <i>BOX-COUNTING</i> – PERFIL LONGITUDINAL
TABELA 37: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas obtidas para o perfil longitudinal do rio Figueira-SC: Dados da carta topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método Box- Counting
TABELA 38: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas,

obtidas para o perfil longitudinal do rio Pinheirinho-SC: Dados da carta

topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método <i>Box-</i> <i>Counting</i>	160
TABELA 39: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas obtidaspara o perfil longitudinal do rio São Gonçalo –RS: Dados da cartatopográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método Box- Counting	161
TABELA 40: Número de caixas, com respectivas dimensões das quadrículas, obtidas para o perfil longitudinal do Lajeado das Marrecas-RS: Dados da carta topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método <i>Box-Counting</i>	162
APÊNDICE N–MÉTODO BOX-COUNTING:RETA AJUSTADA PARA O PERFIL LONGITUDINAL	163
TABELA 41: Reta ajustada para o perfil longitudinal dos rios das bacias hidrográficas – Método <i>Box-Counting</i>	163
APÊNDICE O –MÉTODO BOX-COUNTING –CANAL PRINCIPAL	164
TABELA 42: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas, obtidas para o canal principal dos rios das bacias hidrográficas	164

LISTAS DE SIGLAS, ABREVIATURAS

CCR	CENTRO DE CIÊNCIAS RURAIS
DNPM	DEPARTAMENTO NACIONAL DE PRODUÇÃO MINERAL
DSG	DIRETORIA DE SERVIÇOS GEOGRÁFICOS
USA	ESTADOS UNIDOS DA AMERICA
GPS	SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL
IBGE	INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA
MED	MODELO DE ELEVAÇÃO DIGITAL
NCGIA	NATIONAL CENTRE FOR GEOGRAPHICAL
	INFORMATION AND ANALYSIS
SDEIM-	SECRETARIA DO DESENVOLVIMENTO INDUSTRIAL E
SC	DO MERCOSUL DE SANTA CATARINA
SIG	SISTEMAS DE INFORMAÇÕES GEOGRÁFICAS
SITER	SISTEMA DE INFORMAÇÕES TERRITORIAIS RURAIS
UFSC	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
UFSM -RS	UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA - RIO
	GRANDE DO SUL
UTM	UNIVERSAL TRANSVERSO DE MERCATOR
WGS	WORLD GEODETIC SYSTEM

LISTA DE SIMBOLOS

A - Área da bacia hidrográfica

 \bar{A}_{i-1} -Área média das bacias de ordem imediatamente inferior.

 \bar{A}_i -Área média das bacias de determinada ordem.

 A_o - Área que drena um canal de primeira ordem.

D_h - Densidade hidrográfica.

 D_d - Densidade de drenagem.

D – Dimensão fractal a rede de drenagem.

D_f- Dimensão fractal da rede de drenagem.

 D_L – Dimensão longitudinal.

Ds – Dimensão similaridade.

*D*_{*fpl*}- Dimensão fractal do perfil longitudinal.

 D_W -Dimensão transversal.

d_f- Dimensão fractal dos canais individuais.

i- Ordem de canais.

 L_T –Comprimento total dos canais.

 L_i – Comprimento médio dos canais.

 $\bar{L_0}$ – Comprimento médio dos pequenos canais.

 L_{\perp} - Comprimento do lado da figura que cobre uma rede de drenagem.

L_{II}- Comprimento do diâmetro da figura que cobre uma rede de drenagem.

l – Escala longitudinal.

 \bar{L} - Comprimento médio dos canais de primeira ordem.

N- Número total de canais.

N_i– Número de canais por ordem de ramificação.

 N_{i+1} – Número de canais de ordem de ramificação imediatamente superior.

 N_{ε} -Número de blocos de tamanho ε .

H -Índice de Hurst.

h –Expoente de Hack.

 x_i ,- Canal de ordem *i*.

Li - Comprimento total dos canais de ordem i.

 \bar{L}_{xi} - Comprimento médio dos canais de cada ordem xi.

 L_{xi-1} - Comprimento médio dos canais de cada ordem imediatamente inferior.

N_{xi} - Número total dos canais de ordem xi.

 $P(\varepsilon)$ - Fator de escalonamento.

p - Número de sub-partes similares, que se toma no lugar de uma dada parte do fractal.

q - Fator de redução da parte considerada para cada sub-parte do fractal.

 R_L – Razão de comprimento.

 R_B – Razão de bifurcação.

 R_A – Razão de área.

 R_W - Índice transversal

S- Ordem s.

S- Fator de forma da bacia hidrográfica.

 $V(\varepsilon)$ -Volume ocupado por um objeto arbitrário de tamanho linear ε

W- Escala transversal.

Z – Comprimento do sistema de drenagem.

 ΔA_n - Partição da área de drenagem de ordem *n*.

 ϕ *L*-*E*xpoente de escalonamento fractal.

 $Z(\Theta,i)$ - Comprimento dos canais adicionais.

- α Constante de proporcionalidade.
- λ Amplitude média.

1 INTRODUÇÃO

A bacia hidrográfica tem sido utilizada como uma unidade geomorfológica fundamental em virtude de suas características físicas governarem, no seu interior, todo o fluxo superficial da água. Essas características desempenham importante papel nos processos do ciclo hidrológico, influenciando, dentre outros processos, a infiltração e o escoamento superficial da água, expressando estreita correlação com a litologia, estrutura geológica e formação superficial dos elementos que compõem a superfície terrestre.

O comportamento hidrológico de uma bacia hidrográfica é função, principalmente, de suas características geomorfológicas (forma, relevo, área, geologia, solo, rede de drenagem, entre outros).

A rede hidrográfica em uma bacia, por estar intimamente ligada aos mecanismos que formam o relevo, é um componente da dinâmica dos processos envolvidos na construção da diversidade da paisagem de uma região. As diversas características dinâmicas no escoamento nas ravinas, canais e tributários, componentes de redes hidrográficas, que possibilitam o escalonamento do sistema, tornam-se responsáveis pelas qualidades atribuídas aos processos fluviais.

O intervalo de escalonamento da rede de drenagem dentro de um sistema fluvial é, muitas vezes, medido com ordens de grandeza restrita às condições especificas da geologia e climatologia da região considerada. Essa característica de composição da rede de drenagem produz regiões em uma bacia hidrográfica que assumem a fractalidade de sua estrutura.

Considerando a característica de fractalidade das bacias hidrográficas, Mandelbrot (1977) passou a estudá-las sob a ótica de sua dimensão fractal. A dimensão fractal por ser fracionária, independer da escala e sendo descrita por algoritmos, apresenta-se como nova forma de analisar as características morfométricas das bacias hidrográficas.

A abordagem fractal, embora constitua campo recente de pesquisa, após Mandelbrot, despertou o interesse da comunidade científica internacional.

Assim sendo, a análise fractal das redes de drenagem tem conduzido para importantes resultados sobre a estruturação dos canais fluviais e interpretação das propriedades de escalonamento, no que concernem vários índices morfológicos de bacias e similaridade observada entre redes de drenagem aparentemente diferentes. Portanto, as redes fluviais são reconhecidas como estruturas fractais [(TARBOTON et al., 1988, 1990); (LA BARBERA et

al., 1989, 1990); (MARANI et al., 1991); (BEER e BORGAS, 1993); (LIU, 1992); (RIGON et al., 1993); (RINALDO et ali., 1993); (NIKORA e SAPHOZHNIKOV, 1993); (PECKHAM, 1995); (FIORENTINO e CLAPS, 1992); (CLAPS e FIORENTINO, 1993); (CLAPS e OLIVETO, 1994); (OLIVETO e CLAPS, 1996), e outros], apresentando propriedades de auto-similaridade ou auto-afinidade sob uma série significativa de escalas. O impacto desses resultados é significante em estudos sobre a evolução de bacia hidrográfica e sobre determinação das respostas de chuvas torrenciais em redes fluviais.

No Brasil, as pesquisas estão em processo inicial. Constatou-se esse fato pela ausência de trabalhos publicados em nossas revistas especializadas, no entanto, pode-se destacar o estudo realizado por Gomes e Chaudhry (1997) e Kobiyama e Junior (2002).

O valor da dimensão fractal, para Christofoletti (1997), por estar relacionado com o aumento do tamanho de um objeto, a proporção que o dispositivo de medida se torna menor, mostra-se como indicador do espaço realmente ocupado por um sistema e que podem refletir na conformação das partes que o constituem. Dessa maneira, possibilita quantificar a sinuosidade dos canais individuais e a configuração da rede hidrográfica, observando a magnitude do grau de sua irregularidade, considerada em todas as escalas de observação.

Para o mesmo autor, as novas teorias recentemente surgidas da evolução das redes de drenagem, principalmente relacionadas ao desenvolvimento da geometria fractal, têm melhorado o conhecimento dos mecanismos que determinam a estrutura das paisagens naturais e sua dinâmica de evolução.

Portanto, as características físicas e fractais de uma bacia hidrográfica constituem elementos de grande importância para avaliação de seu comportamento hidrológico, pois, ao estabelecerem-se relações e comparações entre eles e dados hidrológicos conhecidos, pode-se contribuir para a elucidação e compreensão de diversas questões associadas à dinâmica ambiental em áreas nas quais os processos hidrológicos operantes são variados e complexos e locais onde os dados existentes são insuficientes. Entretanto, nenhum desses índices isoladamente deve ser entendido como capaz de simplificar a complexa dinâmica da bacia hidrográfica.

Os Sistemas de Informações Geográficas (SIG), juntamente com materiais cartográficos, têm contribuído para a obtenção de dados hidrológicos, devido à sua flexibilidade e disponibilidade, consistindo de sistemas computacionais que permitem integrar diversas informações espaciais da bacia hidrográfica. Através dos SIG, a informação é armazenada digitalmente e apresentada visual ou graficamente, permitindo a comparação e a correlação entre informações.

Para efetivação da presente pesquisa, foram escolhidas quatro bacias hidrográficas localizadas em áreas de difícil acesso da região dos Aparados da Serra Geral, no extremo nordeste do Estado do Rio Grande do Sul, ficando no topo, na região de Planalto, as bacias do rio São Gonçalo e lajeado das Marrecas e no sul do Estado de Santa Catarina, na região de encostas, as bacias do rio Figueira e rio Pinheirinho.

O trabalho foi estruturado em sete capítulos. No primeiro capítulo é apresentada a proposta de trabalho com a justificativa e os objetivos, no segundo, a revisão bibliográfica com temas pertinentes à pesquisa.

Para a descrição geral da área de estudo, construiu-se o terceiro capítulo. Na seqüência, apresentam-se os materiais que foram empregados e a metodologia aplicada.

Já, o quinto capítulo apresenta a discussão e os resultados encontrados através do mapeamento das bacias hidrográficas, suas características morfométricas e análise fractal.

O sexto é constituído das conclusões e recomendações feitas a partir dos dados da pesquisa.

Finalizando, no sétimo capítulo, são relacionadas as referências bibliográficas consultadas para desenvolver a pesquisa e os apêndices.

1.1 Justificativa

Para justificar a presente pesquisa, parte-se da citação observada em Christofoletti (1997, p.01) "quando se examina o desenvolvimento de um processo ao longo de um período de tempo, fala-se em termos da Teoria do Caos; quando o interesse se encontra dirigido para as formas estruturais resultantes de um processo caótico, se utilizam as terminologias da geometria fractal".

A região de encosta, onde se localizam as cabeceiras do rio Pinheirinho e rio Figueira, conhecida como Aparados da Serra Geral, por ocasião das chuvas torrenciais como as que atingiram a metade sul do Estado de Santa Catarina no ano de 1995, são áreas propicias a impactos negativos, pela remoção vegetal da cobertura do solo e os movimentos de massas generalizados.

Dentre as áreas atingidas na ocasião pelos deslizamentos e enxurradas oriundas das cabeceiras do rio Pinheirinho e rio Figueira, destacam-se os municípios de Jacinto Machado e Timbé do Sul. A precipitação registrada nesses municípios, nos dias 23 e 24 de dezembro de

1995, embora não suficientemente alta para explicar os fenômenos de deslizamentos, enxurradas e enchentes lá registradas, foram em 24 horas de 76,0 μ e 176,5 μ , respectivamente, e os ventos de até 150 km/h conforme Pellerin et al. (1997).

Os processos operantes nas áreas de encostas são tão variados e complexos que tornam muitas vezes as áreas adjacentes, como as planícies, embora propícias à agricultura e a urbanização, em áreas de grande instabilidade ambiental, como foi observada pelas conseqüências das enchentes ocorridas nesses municípios. Conforme autor citado, esse fenômeno destruiu quilômetros de estradas, pontes e solos agrícolas, além de causar inúmeras vítimas fatais.

Para Scheibe (1998), toda a planície adjacente às escarpas da Serra Geral é constituída por sucessão de depósitos de leques aluviais, portanto, solos de grande fertilidade, que são utilizados principalmente para o cultivo de arroz e nas pequenas elevações intercaladas por cultivos de milho, fumo e feijão, e toda a faixa das encostas da Serra Geral é extremamente suscetível a fenômenos erosivos.

As bacias hidrográficas do rio Pinheirinho-SC e do rio Figueira-SC possuem junto a seus divisores d' água, margem do Planalto, o rio São Gonçalo-RS e lajeado das Marrecas-RS, que sofrem a influência dos processos erosivos das encostas.

Sendo assim, justificam-se estudos relacionados com as drenagens fluviais dessas bacias hidrográficas pois possuem função relevante para maior compreensão e conhecimento das características geomorfológicas e hidrológicas das bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e lajeado das Marrecas-RS.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Investigar o fractal de rede de drenagem nas bacias hidrográficas de região de planalto: rio São Gonçalo e lajeado das Marrecas localizadas no Estado do Rio Grande do Sul e região de encosta: rio Pinheirinho e rio Figueira localizadas no Estado de Santa Catarina, utilizando mapas elaborados com carta topográfica e fotografias aéreas.

1.2.2 Objetivos específicos

Utilizando dados de mapas elaborados com cartas topográficas e fotografias aéreas nas bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e lajeado das Marrecas-RS, objetiva-se:

-Analisar as duas formas de obtenção de dados para o sistema de ordenação de canais de rede de drenagem, características morfométricas das bacias hidrográficas localizadas em região de planalto e região de encosta;

-Discutir o comportamento do expoente de Hack e as propriedades de auto-similaridade e auto-afinidade em relação à característica fractal da rede de drenagem das bacias hidrográficas;

-Pesquisar a dimensão fractal dos canais individuais, rede de drenagem e perfil longitudinal das bacias hidrográficas localizadas em região de encosta e de planalto, utilizando os métodos baseados nas leis de Horton e no método *Box –Counting*, comparados com os resultados citados na literatura.

-Relacionar a dimensão fractal encontrada para o perfil longitudinal, canais individuais e rede de drenagem, associando as razões de Horton nas duas formas de mapeamentos utilizadas.

2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA

Neste capítulo, procurou-se agrupar fundamentos conceituais das características morfométricas e fractais das redes de drenagem, bem como, citações de diferentes estudos realizados por vários pesquisadores aliados aos diferentes sistemas de mapeamento utilizados na analise de bacias hidrográficas.

Nos itens referentes à geometria fractal, são apresentadas noções básicas, bem como, trabalhos publicados que englobam a aplicação das diferentes técnicas de dimensão fractal, no estudo de redes de drenagem.

Sendo assim, procurou-se, através da pesquisa bibliográfica, levantar dados e informações relevantes à compreensão da natureza fractal dos entes da natureza, mais especificamente, as redes de drenagem, criando possibilidades para que pesquisadores possam conhecer e melhor escolher as contribuições que lhes sejam mais relevantes.

2.1 Caracterização da organização da estrutura das redes de drenagem

Para melhor elucidar a presente pesquisa, faz-se necessário discorrer sobre alguns aspectos importantes da organização das bacias hidrográficas, como os sistemas de hierarquização dos canais e as características morfométricas das redes hidrográficas.

As diferentes formas de usos do solo ocasionam modificações nas formas de relevo, nas redes de drenagem e conseqüentemente no equilíbrio do sistema. As questões referentes a morfometria dos sistemas fluviais possibilitam analisar a formação e desenvolvimento das redes de drenagem, que afetam diretamente nas condições de uso e ocupação da terra e refletem no grau da intervenção do homem no sistema morfodinâmico.

A rede de drenagem atua como registro das mudanças ocorridas no interior das bacias hidrográficas, devido a processos naturais ou atividades antrópicas que refletem na qualidade das águas ou na própria configuração da rede.

As alterações temporais, sejam por mudanças na sua estruturação, forma ou mesmo perda e aparecimentos de novos canais, fizeram da rede de drenagem um geoindicador das condições ambientais da bacia, determinando uma nova dinâmica para o escoamento superficial das águas.

Os canais das redes fluviais são resultantes da complexa interação entre os processos climáticos e geológicos, refletindo nas principais propriedades de evolução das paisagens.

Nikora et al. (1996) se referiram às redes de canais como um sinal codificado pela natureza das informações climáticas, geológicas e condições hidrológicas de várias escalas temporais e espaciais. O conhecimento do algoritmo que a natureza usa para codificar estas informações, pode permitir a extração de dados sobre condições climática, geológica e hidrológica para um padrão tri-dimensional de rede de canais. O primeiro passo para o conhecimento da rede de drenagem é descrever quantitativamente as redes de canais e, relacionar suas características com condições geológicas e climáticas.

As primeiras descrições quantitativas das redes de drenagem foram iniciadas por Robert E. Horton, que introduziu um modelo hierárquico de ordenação de rede de canais e abriu caminho para o desenvolvimento de um grande número de modelos de rede de canais.

Horton^{*} apud Christofoletti (1980) estabeleceu um sistema para classificação de canais e determinou leis fundamentais relacionando número e comprimento de canais.

Pelo sistema de classificação de canais de Horton, os canais de primeira ordem são aqueles que não possuem tributários; os canais de segunda ordem somente recebem tributários de primeira ordem; os canais de terceira ordem podem receber um ou mais tributários de segunda ordem, mas também podem receber afluentes de primeira ordem; e assim sucessivamente. Nessa hierarquização de canais, o rio principal é designado pelo mesmo número de ordem desde a sua nascente.

Posteriormente, o método de Horton foi modificado por Strahler^{*} apud Smart (1972).

No sistema de hierarquização introduzido por Strahler, os canais sem tributários são considerados de primeira ordem, estendendo-se desde a nascente até a confluência; os canais de segunda ordem surgem da confluência de dois canais de primeira ordem e só recebem afluentes de primeira ordem; os canais de terceira ordem surgem da confluência de dois canais de segunda ordem, podendo receber afluentes de segunda e primeira ordens; e assim sucessivamente. A ordem da bacia hidrográfica correspondente ao valor do canal de maior ordem. Assim, Strahler elimina o conceito de que o rio principal deva ter o mesmo número de

^{*}HORTON, R. E. Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to quantitative morphology. Bull. Geol. Soc. Am. 1945 (apud CHRISTOFOLETTI, A. Geomofologia. Edgard Blücher, 2^a Edição. São Paulo, 1980. p 107-115).

ordem da nascente até a foz, como proposto por Horton. Essa forma de classificação tem sido amplamente utilizada na análise morfométrica de bacias hidrográficas.

Com a análise quantitativa em sistemas de drenagens, Horton estabeleceu os índices de bifurcação e a razão entre comprimentos médios. Em relação ao índice de bifurcação, Horton relacionou o número de canais de uma determinada ordem, com o número de canais de ordem imediatamente superior, e estabeleceu a "lei do número de canais" como resultante de uma série geométrica inversa na qual o primeiro termo é a unidade de primeira ordem e a razão da série é a razão de bifurcação. Pela razão dos comprimentos médios, Horton relacionou o comprimento médio dos canais de uma determinada ordem com o comprimento

A lei do número de canais de Horton é uma variável morfométrica adimensional e relaciona o número total de segmentos de uma certa ordem e o número total de segmentos da ordem imediatamente superior. Essa lei é expressa como:

$$R_{B} = \frac{N_{i}}{N_{i+1}}$$
(2.1)

Onde:

 R_B é a relação de bifurcação; N_i é o número de segmentos de determinada ordem e i = 1, 2, 3..., onde i é a ordem do canal de ordem mais elevada que fornece a ordem da bacia de drenagem.

Segundo Strahler (1952), R_B assume valores que usualmente estão entre 3 e 5.

As variáveis correspondentes ao número de canais por ordem de ramificação (N_i) , permitem uma primeira avaliação das características geológica e geomorfológica das bacias, sendo o número total de canais de um rio importante para o cálculo da densidade hidrográfica da bacia. Segundo Christofoletti (1980), a definição e o reconhecimento preciso dos cursos fluviais nos mapas, nas fotografias aéreas ou no terreno são questões fundamentais para aplicação dessa lei.

O comprimento total da rede de drenagem (L_i) , comprimento total dos canais por ordem (L_i) e comprimento médio dos canais por ordem (\bar{L}_i) são variáveis morfométricas dimensionais, expressas em quilômetro (km) ou em metros (m) que permitem avaliar o caminho linear para o escoamento das águas.

^{*} STRAHLER, A. N. Quantitative analysis of watershed geomorphology; Am. Geophycs Union Trans., V.38, n° 61957, p. 913-920. 1957 (apud SMART, J.J. Channel networks. Advances in Hydro science, Washington, Vol.8. 1972, p. 305-346).

O comprimento médio dos canais, também formulado por Horton, pode ser expresso como:

$$\bar{L}_i = \frac{\sum L_i}{N_i} \tag{2.2}$$

Onde L_i é o comprimento total dos canais de ordem *i* e N_i é o número total dos canais de ordem *i*.

A razão entre o comprimento médio dos canais de determinada ordem e o comprimento médio dos canais de ordem imediatamente inferior, define a razão de comprimento dos canais:

$$R_{L} = \frac{\bar{L}_{i}}{\bar{L}_{i-1}}$$
(2.3)

A razão de comprimento de Horton avalia a estrutura geométrica da rede e, segundo Strahler, assume valores usualmente entre 1,5 e 3,5.

Ao estudar a evolução de sistemas de drenagens, Schumm (1956) propôs uma relação análoga às razões de Horton para relacionar áreas de contribuição correspondente às ordens sucessivas dos canais. A relação das áreas da bacia relaciona a área média das bacias de determinada ordem e área média das bacias de ordem imediatamente inferior. A expressão proposta por Shumm é:

$$R_A = \frac{\bar{A}_i}{\bar{A}_{i-1}} \tag{2.4}$$

Além da razão de bifurcação e razão de comprimento médio, definidas por Horton, outras já haviam sido definidas e utilizadas anteriormente, tais como:

- Densidade de drenagem (D_d) , que expressa a relação entre o comprimento total dos canais de escoamento e a área de drenagem;

Para Christofoletti (1980), a densidade de drenagem retrata a disponibilidade de canais para o escoamento linear das águas e materiais detríticos e, o grau de dissecação do relevo resultante da atuação da rede de drenagem. Para o cálculo da densidade de drenagem se utiliza a expressão:

$$D_d = \frac{L_t}{A} \tag{2.5}$$

- Densidade hidrográfica (D_h) , então chamada freqüência de rio, que relaciona o número total de rios ou curso d'água e a área da bacia hidrográfica. No caso da utilização do

sistema de ordenação de canais propostos por Strahler, o número de rios deve corresponder ao número de canais de primeira ordem, considerando que todo o rio inicia de uma nascente. A densidade hidrográfica é calculada pela seguinte expressão:

$$D_h = \frac{N_1}{A} \tag{2.6}$$

Christofoletti (1980) considerou D_h uma variável de grande importância devido representar o comportamento hidrológico de uma determinada área em um dos aspectos fundamentais, que é a capacidade de gerar novos cursos d'água.

Collares (2000), para avaliar as alterações na bacia hidrográfica do Rio Capivari, como subsídio ao zoneamento geoambiental, utiliza a densidade hidrográfica e cita que esta é uma das variáveis utilizadas na determinação do fator topográfico, que indica se a bacia apresenta características favoráveis ou não às inundações.

Strahler (1957) propôs uma primeira classificação para as variáveis estabelecidas até então e definiu duas classes de variáveis: as variáveis que expressam dimensões de comprimento e seus produtos e as variáveis adimensionais. Dentre as variáveis que expressam dimensões de comprimento incluem-se os comprimentos de canais de rios de uma dada ordem, comprimento médio dos canais, o perímetro e a área das bacias. As variáveis adimensionais se relacionam geralmente com razões de medidas de comprimento, tais como: razão de bifurcação, razão de comprimento médio e número de canais por ordem.

Considerando a classificação de Strahler e o principio da similaridade para comparação entre bacias de drenagem, o pesquisador estabeleceu que, para bacias geometricamente semelhantes, todas as dimensões de comprimento correspondentes deverão apresentar uma razão constante e todas as variáveis adimensionais correspondentes deverão apresentar valores idênticos, mesmo que haja diferenças em seus tamanhos.

Desde Horton as variáveis morfométricas das bacias hidrográficas são aplicadas em várias pesquisas científicas de estudos hidrológicos.

Christofoletti (1980) colocou que uma análise morfométrica de bacias hidrográficas inicia pela ordenação dos canais fluviais, com a finalidade de estabelecer a hierarquia fluvial e agrupou as variáveis morfométricas, conforme seus aspectos lineares, areais e hipsométricos. Para o autor, a elaboração de análises morfométricas nas bacias hidrográficas contribui para o conhecimento das características estruturais das bacias hidrográficas. Assim, é possível estabelecer relações com o grau de equilíbrio do sistema morfodinâmico, fundamentando-se em dados areais, hipsométricos e lineares associados às características do relevo.

As características físicas de uma bacia hidrográfica constituem elementos de grande importância para avaliação de seu comportamento hidrológico, pois, ao se estabelecerem relações e comparações entre eles e dados hidrológicos conhecidos, pode-se determinar indiretamente os valores hidrológicos em locais nos quais faltem dados (VILELA e MATTOS, 1975).

Em uma bacia, cada segmento de determinada ordem é responsável pela drenagem de uma área. No caso de bacias de segunda, terceira e quarta ordem, e assim sucessivamente, a área drenada por elas abrange também a área de todos os segmentos de ordem menores que lhe são subsidiárias. Dessa forma, cada segmento de ordem superior drena uma área cada vez maior à medida que aumenta a ordem dos canais. Conhecendo-se os valores individuais e a quantidade de bacias para cada ordem, pode-se calcular a área média das bacias de determinada ordem (CHRISTOFOLETTI, 1980).

Segundo Horton (1945), as bacias de menor tamanho e de grau hierárquico menor, tendem apresentar valores de D_d mais elevados. Christofoletti (1980) corrobora com essa afirmativa complementando que esse fato é decorrente dos segmentos de ordens inferiores estarem nos setores mais altos dos cursos d'água, onde a declividade é mais acentuada. Nesse caso, conforme aumenta a área da bacia e a ordem da rede de drenagem, incorporam-se áreas topograficamente mais suaves dando, origem a espaços com densidades de drenagem baixa.

O mesmo autor coloca que, em áreas mal drenadas, ocorrem melhores possibilidades para a esculturação de canais, logo D_d tende a ser mais elevada. Christofoletti ainda observou que além da geologia outros fatores como o clima, topografia e vegetação podem influenciar na densidade de drenagem de uma bacia.

Para Villela e Mattos (1975), uma boa indicação do grau de desenvolvimento de um sistema de drenagem é dada pela densidade de drenagem. A densidade de drenagem varia diretamente com a extensão do escoamento superficial e assim pode indicar a eficiência de drenagem da bacia. Para os pesquisadores, esse índice pode variar de 0,5 km/km² para bacias com drenagem pobre a 3,5 km/km² ou mais para bacias excepcionalmente bem drenadas.

No estudo morfométrico da bacia do rio Cachoeira das Pombas, Guanhões-MG, Tonello (2005) obteve o índice de densidade de drenagem da bacia de 1,049 km/km² e de cinco subbacias 1,364 km/km², 0,37 km/km², 0,347 km/km², 1,09 km/km² e 1,53 km/km². Para o pesquisador, esses valores indicam a baixa capacidade de drenagem da bacia, e geralmente estão associados a regiões de rochas permeáveis e de regime pluviométrico caracterizado por chuvas de baixa intensidade ou pouca concentração da precipitação.
Já, Collares (2000), ao realizar a avaliação temporal das alterações ocorridas na rede de drenagem da bacia hidrográfica do rio Capivari-SP, através do mapeamento com fotografias aéreas, encontrou valores de densidade de drenagem variando de 3,0 km/km² a 4,0 km/km², para seis das microbacias estudadas.

Entre as variáveis morfométricas das bacias hidrográficas, conforme Christofoletti (1980), para maior compreensão dos fenômenos que acontecem num sistema fluvial, é fundamental também analisar o perfil longitudinal dos rios.

O perfil longitudinal dos rios mostra a declividade do canal, relacionando a altimetria de um curso de água e seu comprimento. Dessa forma, o perfil característico tem formato côncavo, sendo normalmente designado por perfil de equilíbrio, que surge em um rio quando no seu canal há ajuste entre a erosão e a sedimentação. Esse equilíbrio se propaga de maneira progressiva a partir do nível de base. Assim, os setores localizados a jusante são os primeiros a alcançarem o perfil de equilíbrio e os das cabeceiras são os últimos. Através da deposição e do entalhamento, o perfil controla a velocidade necessária para efetuar o transporte da carga de detritos.

Sendo assim, o perfil longitudinal de um rio sofre contínuas flutuações, devido às variações no escoamento e na carga sólida que transporta, o que acarreta muitas irregularidades no seu leito como as corredeiras e as depressões. Ao longo do canal, o rio procura eliminar essas irregularidades, na tentativa de adquirir um perfil longitudinal côncavo e liso, com declividade suficiente para transportar a sua carga. Para isso, utiliza o mecanismo de erodir onde a velocidade das águas aumenta e de sedimentar onde há decréscimo de velocidade.

Finalizando, para Soares (2000), o movimento da água depende principalmente das características morfométricas das bacias hidrográficas, por isso, seu conhecimento é fundamental no estabelecimento de estratégias de manejo. Por conseguinte, nenhum desses índices isoladamente deve ser entendido como capaz de simplificar a complexa dinâmica de uma bacia, a qual inclusive tem magnitude temporal.

Sendo assim, nessa pesquisa, será levantada a área, perímetro, comprimento do canal principal, densidade de drenagem, densidade hidrográfica e as razões de Horton como: razão de bifurcação, razão de comprimento médio e razão de área média, associando essas variáveis à geometria fractal, a fim de fornecer dados que possibilite uma maior compreensão dos fenômenos hidrológicos que acontecem nas bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS.

2.2 Sistemas de mapeamento de redes de drenagem.

No levantamento dos dados morfométricos das bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e lajeado das Marrecas-RS, foram utilizados carta topográfica e mapas temáticos elaborados através da interpretação de fotografias aéreas. Sendo assim, foi considerado relevante levantar alguns estudos sobre os produtos cartográficos, o SIG e a escala dos mapeamentos.

Os mapas são divididos em mapas básicos e mapas temáticos. Os mapas básicos são elaborados segundo normas e padrões estabelecidos, tendo como objetivo a representação do espaço territorial por meio de cartas em diversas escalas e para fins diversos, gerais ou específicos. Os mapas temáticos são mapas básicos enriquecidos através de temas e sua elaboração fundamenta-se nas atividades de interpretação, em imagens orbitais, em fotos aéreas, em cartas topográficas e em atividades de campo. Portanto, são mapas elaborados a partir dos mapas básicos e utilizados por profissionais das mais variadas áreas do conhecimento (ORTH e GARCIA NETTO, 2000).

Segundo Silva (1994), os mapas temáticos têm se mostrado como um importante instrumento na análise científica e técnica do espaço geográfico. A elaboração desses mapas temáticos permite estudos quanto à distribuição espacial de recursos naturais, fornecendo informações específicas sobre determinado tema ou fenômeno, mostrando sua localização e respectiva distribuição no espaço geográfico, como, por exemplo, rede de drenagem, rede viária, uso do solo, declividade, dentre outros.

As informações geográficas existentes nos mapas são trabalhadas através de técnicas matemáticas e computacionais pelo geoprocessamento. As primeiras tentativas de automatizar o processamento de dados com características espaciais aconteceram nos anos de 1950, mas, foi na década de 80, com os avanços da microinformática e estabelecimento de centros na área computacional que o geoprocessamento começou sua maior projeção. Nos USA, a criação dos centros de pesquisa que formam o National Centre for Geographical Information and Analysis (NCGIA) marca o estabelecimento do geoprocessamento como disciplina cientifica independente (CÂMARA et al., 2002).

O software usado para o geoprocessamento é normalmente o SIG (Sistema de Informações Geográficas) o qual permite a integração de diferentes mapas temáticos e uma gama de cálculos.

Para Teixeira et al. (1992), esses sistemas se constituem de uma série de programas e processos de análise, cuja característica principal é ajustar o relacionamento de determinado fenômeno da realidade com sua localização espacial.

O SIG fundamenta-se na coleta, armazenamento, recuperação, análise e tratamento de dados espaciais, não espaciais e temporais, auxiliando as tomadas de decisões e dando suporte às diferentes atividades como, por exemplo, no gerenciamento, análise e planejamento de bacias hidrográficas e aplicação em diversas áreas de conhecimento, podendo ser utilizado desde uma simples divisão territorial até grandes projetos de gerenciamento de banco de dados (CRUZ, 2003).

O SIG foi principalmente projetado para a manipulação de dados espaciais, portanto, todo e qualquer dado considerado como espacial, como as redes de drenagem pode ser mapeável, isso é, toda informação espacial deve estar ligada a um objeto específico em um mapa e, a localização nesse mapa, deve ser referenciada geograficamente.

Dessa forma, a apresentação dos resultados de um SIG pode ser feita através da produção de textos, tabelas ou mapas, contendo dados originais ou processados, possibilitando a análise espacial de um fenômeno.

Sendo assim, pelas características inerentes a esses sistemas, especialmente pela capacidade de tratar de forma integrada e manusear grandes quantidades de dado, o SIG é uma ferramenta importante na elaboração de estudos de rede de drenagem.

Com desenvolvimento rápido nas ciências da cartografia, particularmente do SIG e do sensoriamento remoto (no mapeamento científico), na última década, grande parte do problema da escala e resolução no mapeamento científico foi equacionada. Entretanto, como a escala de mapeamento exerce influência na obtenção das redes de drenagem, nessa pesquisa foram levantados alguns estudos que discutem sua influência na morfometria das redes de drenagem.

Yang e Stall (1971) ao observarem os efeitos da escala do mapa nos estudos da morfometria de redes de drenagem, colocam que a ordem de uma rede de drenagem depende da escolha do canal de primeira ordem, o qual em termos depende da escolha da escala do mapa, pois essa afeta a visualização do sistema de ordenamento da rede. A respeito desse fato, os autores mostraram que as razões de Horton (R_B , R_L e R_A) permaneceram inalteradas em mapas topográficos de escalas diferentes para o mesmo sistema de ordenamento de canal. Os mesmos pesquisadores, observaram também que os perfis longitudinais de leitos de canais naturais são independentes da escala do mapa.

Lam et al.(1992) ao observarem as questões relativas à escala, resolução e análise fractal colocam que a escala e resolução têm sido chave de muitas questões de mapeamento cientifico. Para os pesquisadores, os vários dilemas metodológicos de mapeamento envolvem a questão da escala e resolução. Diferentes processos espaciais operam em escalas diferentes, assim a interpretação fundamentada nos dados de uma escala não pode ser necessariamente aplicada para outra escala, dessa forma, um padrão espacial pode parecer bem definido de acordo com uma escala, mas com pouca definição em outra. Por outro lado, observam que os fractais (formas irregulares) são ferramentas potencialmente úteis para pesquisar as questões de escala e resolução. Com base no conceito da característica de auto-similaridade dos fractais, na qual uma parte do objeto reproduz exatamente a forma de todo. Isso proporciona a simulação de curvas e superfícies de variada dimensionalidade, assim sendo, essa ferramenta tornou-se importante para análise de espaço. Na área geotécnica, os fractais têm sido usados para melhorar a coerência de generalização cartográfica.

A dimensão fractal encontra-se sempre associada com um determinado nível de resolução analítica. A complexidade pode variar com o detalhamento da observação e dos procedimentos usados na sua determinação, por exemplo, o estudo da organização estrutural das redes hidrográficas, considerando as diversas escalas de representação cartográfica e a utilização de fotografias aéreas ou imagens orbitais.

No levantamento dos dados morfométricos e estimativas da dimensão fractal, torna-se essencial discutir alguns fundamentos científicos da influência da escala do mapa no levantamento de dados como, por exemplo, em relação à hierarquização de canais, processo inicial de análise de bacias hidrográficas.

Para Scheidegger (1966), em qualquer estudo que inclua a hierarquização dos canais de uma bacia hidrográfica, a ordem está condicionada à escala do mapa e da acurasse dos dados. A dificuldade é a designação de quais canais são de primeira ordem, que por definição, são os que iniciam nas nascentes até desaguar no primeiro tributário. Muitas vezes, em determinadas escalas, os canais de primeira ordem, como também alguns de segunda ordem, não aparecem.

Quanto maior a escala, mais detalhadamente a rede hidrográfica pode ser observada. Em escalas maiores, pode-se observar novos canais, como os de primeira ordem e alguns de segunda ordem, não visíveis em escalas menores.

Para o mesmo pesquisador, nas cartas topográficas basta assumir como de primeira ordem os canais que estão na origem do segmento (rede de drenagem).

Collares (2000), ao analisar as características morfométricas da rede de drenagem do rio Capivari -SP, coloca a escala de mapeamento como um dos aspectos mais influentes para o traçado das redes de drenagem.

O pesquisador, ao utilizar fotografías aéreas na complementação de canais da rede de drenagem, observou que as fotografías com escala de 1:25.000 apresentaram 30% a mais no número de canais do que fotografías aéreas com escala 1:60.000. Entretanto, observou que as fotografías aéreas de mesma escala não apresentaram o mesmo número de canais, atribuindo o fato à diferença na resolução das fotografías.

2.3 A teoria da geometria fractal

Os primeiros desafios ao Princípio Euclidiano surgiram com os matemáticos Hausdorff, Cantor, Koch e Sierpinski que pensavam na dificuldade de descrever todas as formas da natureza a partir de linhas, círculos e cubos.

No início do século XX, Hausdorff e Besicovitch adiantaram as primeiras idéias sobre a geometria dos fractais. Porém, o tema passou a chamar atenção dos matemáticos com Mandelbrot, ao realizar vários estudos sobre a similaridade de objetos quando observados em escalas diferentes. Com esse matemático, a palavra fractal, cuja etimologia vem do latim fractus, que significa "fração", "fragmento", "irregular ou fragmentado", foi definida e incorporada dentro da geometria.

Dessa forma, surgiu uma nova teoria "a geometria fractal" que passou a ser utilizada para descrever formas irregulares e fragmentadas, encontradas em muitas áreas. Essas formas são caracterizadas por seus detalhes, sua visão ampliada revelara mais detalhes que uma visão menos ampliada. Ao incorporar os fractais na geometria e associá-los com elementos da natureza, Mandelbrot passou a ser considerado "*Pai*" da geometria fractal moderna, também conhecida como geometria da natureza.

Assim sendo, Mandelbrot (1982) estabeleceu as bases para o estudo das formas fragmentadas, fraturadas, rugosas e irregulares, geralmente geradas por uma dinâmica caótica. Após esse pesquisador, o tema passou a despertar o interesse da comunidade científica, que procurou discutir as diferentes abordagens, associando-a principalmente com a Teoria do Caos.

Com o advento dos computadores modernos as mais diferentes espécies de curvas fractais passaram a ser desenhadas. Hoje, além da matemática, os fractais já são usados em diversas áreas como as engenharias, biologia, ciências biomédicas e artes.

O significado da teoria dos fractais reside em encontrar-se vinculada às novas teorias, sobre a complexidade dos fenômenos da natureza e da sociedade. Essa teoria analisa o comportamento caótico dos sistemas e aceita que o "determinismo restrito e o desenvolvimento aparentemente acidental não são mutuamente exclusivos, mas a sua coexistência constitui a regra na natureza" (PEITGEN et al., 1992). Assim sendo, a teoria do caos e a geometria fractal, abordam essas questões, mostrando que quando se examina o desenvolvimento de um processo ao longo de um período de tempo fala-se em termos usados na teoria do caos, mas, quando o interesse se encontra dirigido para as formas estruturais, resultantes de um processo caótico, então se usa a terminologia da geometria fractal.

Nessa concepção, a geometria fractal é principalmente uma nova linguagem usada para descrever, modelar e analisar as formas complexas encontradas na natureza, seus fundamentos alicerçam-se sob duas linhas de estudo: uma que busca o seu desenvolvimento e aperfeiçoamento como instrumento no campo da matemática, outra que procura ajustar seus teoremas para aplicabilidade científica no estudo dos diferentes fenômenos naturais.

Goupillaud (1991) observou que a geometria fractal é gerada por sistemas dinâmicos não lineares, escapando assim das características de continuidade e suavidade que são atributos da geometria euclidiana. Na natureza, são inúmeros os exemplos de sistemas dinâmicos, não lineares, geradores de padrões fractais, que podem ser ordenados tanto no espaço quando no tempo, como linhas costeiras, nuvens, folhas e plantas ramificadas, entre outros.

Christofoletti (1997), associando a Teoria Fractal à Teoria do Caos, colocou que esta relata a história das coisas que acontecem nos sistemas dinâmicos à medida que evoluem ao longo do tempo, e a geometria fractal registra as imagens de seu movimento no espaço, ou seja, descreve a trajetória deixada pela passagem dessa atividade dinâmica.

Sendo assim, nos estudos de bacias hidrográficas, como do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e lajeado das Marrecas-RS, a geometria fractal surge como uma nova alternativa de avaliar as características morfométricas das redes de drenagem, possibilitando maior compreensão e conhecimento das características geomorfológicas e suas relações com a hidrologia.

2.4 Fundamentos conceituais de fractais

Neste item, procurou-se discutir os diferentes fundamentos conceituais sobre fractais, considerando que sua base teórica é fundamental para o melhor desenvolvimento da pesquisa em pauta.

Para entender o significado dos fractais se observou a colocação de Briggs (1992) que escreveu: Vemos fractais todo dia. Árvores, montanhas, o espalhamento das folhas de outono nos quintais e jardins: todos eles são padrões fractais, sinais da atividade dinâmica trabalhando. Dessa forma, um fractal é a fratura deixada pela vibração de um terremoto ou a linha costeira sinuosa esculpida pela turbulência dos oceanos e erosão; são estruturas ramificadas de uma samambaia, que marca o processo de seu crescimento; os fragmentos irregulares do gelo à medida que as águas se congelam; o espaçamento das estrelas no céu noturno; as nuvens e os penachos da poluição espalhando-se de uma usina energética. Para o pesquisador os fractais descrevem a rugosidade do mundo, sua energia, suas mudanças e transformações dinâmicas.

Serra e Karas (1997) descreveram os fractais como geralmente figuras de grande complexidade, com detalhes que se multiplicam em suas partes mais ínfimas, propriedades e características peculiares que os diferenciam das figuras geométricas habituais.

Os objetos fractais podem ser considerados determinísticos como as curvas de Koch o triângulo e tapete de Sierspinski, pois apresentam a repetividade e a similaridade dos padrões constantes nos diferentes níveis de escala e são chamados fractais auto-similares. O atributo de auto-similaridade dos objetos fractais significa que ao se olhar cada vez mais detalhadamente a imagem fractal, verificar-se-á que as formas observadas em uma escala são similares às formas vistas em detalhe em outra escala. Os objetos auto-similares, os quais a evolução não é determinística, pois manifestam um grau de estocasticidade, tornando difícil a previsão de seu comportamento, como objetos do mundo real são auto-similares e estocásticos. Nesse caso, a auto-similaridade é caracterizada estatisticamente, pois os elementos de uma parte do objeto enquadram-se em uma modalidade de distribuição estatística, com uma certa média e desvio padrão.

Os fractais clássicos como a curva de Koch, o triângulo e tapete de Sierspinski possibilitam estudar estruturas de fenômenos representativos como linhas e áreas.

A curva de Koch, introduzida em 1904 pelo matemático sueco Helge Von Koch, apesar da simplicidade de construção, permite entender algumas das características fundamentais dos objetos fractais, como a estrutura fina e auto-similaridade.

Para construção da linha de Koch, Fig 2.1, parte-se de um segmento de reta de comprimento unitário, chamado de iniciador, que é dividido, na primeira etapa, em três partes. Na segunda, substitui-se o terço médio do segmento iniciador, por dois lados de um triângulo eqüilátero com comprimento igual ao segmento removido. Na figura gerada, repete-se o mesmo procedimento em cada segmento. Nesse processo de construção, pode-se visualizar uma das propriedades dos fractais que é a auto-similaridade na qual cada segmento, em determinada etapa, é uma versão escalonada da etapa anterior.

Outra característica dos fractais visualizada em cada parte da curva de Koch é a sua estrutura fina que associa-se à conservação do grau de detalhamento do objeto fractal quando observado uma porção arbitrariamente pequena do mesmo. Essa possui a mesma riqueza de detalhes da curva inteira, embora suas imagens estejam sujeitas a um limite de detalhamento pelo poder de resolução do meio no qual se faz sua representação.



FIGURA 2.1: Processo de construção da curva de Koch (FEDER, 1988).

Nessa mesma linha de pensamento, existe outra categoria de fractais, onde a autosimilaridade pode ser observada do ponto de vista estatístico, isso é, fractais que mantém uma correlação estatística, quando visualizados em diferentes escalas, no qual se inserem os fractais naturais (FEDER, 1988). Serra e Karas (1997) citaram como um gênero da propriedade de auto-similaridade dos objetos fractais a propriedade de auto-afinidade encontrada em muitos objetos da natureza. Contudo, os fractais são igualmente formados por mini-cópias, mas estas não mantêm fixas as proporções originais, ou seja, eles são invariantes sob transformações anisotrópicas. Isso ocorre quando uma porção menor do todo parece ter sofrido diferentes reduções de escala nas direções longitudinais e transversais. Esse escalonamento desigual resultará em distorções na réplica menor.

Gao e Xia (1996) consideraram um fractal como estrutura física que tem forma irregular ou fragmentada em todas escalas de medida, sendo uma de suas características o escalonamento ou invariância geométrica sob certas transformações. A independência escalar dos fractais é decorrente de suas propriedades: auto-similaridade e auto-afinidade. A autosimilaridade é um atributo do fractal exato, onde cada cópia do objeto é escalonada do todo pela mesma razão, em toda coordenada cartesiana. A propriedade de auto-afinidade é um atributo daqueles objetos que mesmo sofrendo transformações longitudinais ou transversais conservam afinidade com a figura original.

Por sua vez, Christofoletti (1997) citou alguns atributos dos fractais como o escalante e a aleatoriedade. Para o pesquisador, o escalante se encontra relacionado com o grau de detalhamento em diferentes escalas de observação do objeto e a aleatoriedade com as dinâmicas caóticas dos sistemas, assinalando a imprevisibilidade da forma específica a ser gerada.

Para o mesmo autor, a característica de auto-similaridade se fundamentou na similaridade geométrica. Dois objetos são similares se possuem a mesma forma, independente de seus tamanhos, com ângulos correspondentes iguais e segmentos lineares correspondentes de mesmo fator de proporcionalidade. Como exemplo, citou a fotografía que ao ser ampliada o fator de ampliação na direção vertical e na horizontal deve ser o mesmo, para não ter distorções da informação. Esse fator de ampliação é chamado de fator de escalonamento *scaling fator* e a transformação é chamada similaridade.

Por outro lado, na transposição da noção geométrica fractal para a sua aplicabilidade nos estudos sobre os fenômenos da natureza, há uma adaptação conceitual. Um fractal é um conjunto espacial que manifesta uma relação escalar, entre o número de seus elementos constituintes e a sua classe de mensuração (tamanho, densidade e intensidade). Essa definição inclui fenômenos dinâmicos que podem ser espacialmente representados e, portanto, fractalmente mensurados. O fractal, usado como adjetivo, significa a qualidade do objeto de manifestar essa regularidade escalar. Assim, a propriedade de escalonamento se tornou característica inerente da fractalidade e a espacialidade característica do fenômeno analisado. Logo, uma das formas talvez mais simples de definir um fractal diz respeito à condição de invariância geométrica do objeto quando observado em escalas diferentes.

Para Mandelbrot (1982), os fractais são conjuntos cuja dimensão de Hausdorff, ou simplesmente dimensão fractal, é estritamente superior à sua dimensão euclidiana.

A geometria clássica euclidiana considera que uma linha reta possui uma dimensão; uma superfície plana possui duas dimensões; um ponto possui dimensão zero e um sólido possui três dimensões. A dimensão de uma figura (Fig 2.2) assim caracterizada é uma dimensão topológica que se exprime sempre por um número inteiro. Para Serra e Karas (1997), os fractais têm uma dimensão que se relaciona com o espaço que a figura ocupa, por exemplo a curva de Koch devido ao maior detalhamento em escalas arbitrariamente pequenas, ocupa mais espaço que uma curva convencional não dotada de estrutura fina tendo, portanto, uma dimensão maior que a unidade, mas como não chega a ocupar todo espaço do plano que a contém, possui dimensão menor que dois. Dessa forma, para os autores, as dimensões que são maiores que um e menores que dois são dimensões fracionárias, usualmente denominadas de dimensão fractal.



FIGURA 2.2: Estruturas euclidianas: (a) uni-dimensional, (b) bi-dimensional e (c) tridimensional

Mandelbrot (1982) definiu a dimensão fractal como o número real que mede o grau de irregularidade do ente geométrico.

Para os objetos geométricos euclidianos (Fig 2.2) existe uma relação simples entre a dimensão (*D*), o número de blocos necessários para os recobrir (N_{ε}) e o tamanho dos blocos (ε) que é expressa como:

$$N(\varsigma) = (1/\varepsilon)^D \tag{2.7}$$

Essa equação pode ser reescrita na forma:

$$D = \frac{\log(N_{\varepsilon})}{\log(1/\varepsilon)}$$
(2.8)

Num gráfico log-log esta relação traduz-se por uma reta e o declive é a dimensão *D*.

Para objetos não euclidianos como os fractais a relação (2.8) pode não ser verificada, mas continua valendo assintoticamente Nesse caso, se ε é suficientemente pequeno têm-se a

$$D = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log(N_{\varepsilon})}{\log(1/\varepsilon)}$$
(2.9)

Quando D é inteiro a dimensão fractal de Hausdorff (2.8) coincide com a dimensão topológica .

Dentro desse enfoque, o conjunto de fractais se caracteriza por ter a dimensão Hausdorff Besicovitch, que excede estritamente a dimensão topológica. Na prática, o valor atribuído a dimensão fractal encontra-se sempre associado com um determinado nível de resolução analítica e dos procedimentos utilizados em sua obtenção considerando que a complexidade do objeto pode variar com o detalhamento da observação.

Para Nikora (1991), as características fractais podem não aparecer em todas as séries de escalas de observações mas, preferencialmente, dentro de certo intervalo. Esse intervalo vai desde a escala de elementos que compõe o objeto ou a escala de processos em que o comportamento originalmente é plano, não fractal, até a correlação do comprimento onde a auto-similaridade, então o comportamento fractal desaparece.

De acordo com Christofoletti (1997), a alteração na escala de observação dos fractais determina uma quantidade de elementos similares que ocorrem também de forma diferente. A seqüência de alterações estabelece a noção de escalonamento que pode ser analisado como sendo a relação entre o tamanho e a quantidade de ocorrências nos diversos níveis de observação. Sendo assim, a dimensão fractal é o valor do expoente do escalonamento, relacionando o número de ocorrências desses elementos com a categoria de seus diversos tamanhos.

No mundo euclidiano, o observador move-se em saltos descontínuos da linha (unidimensional), para o quadrado (bi-dimensional) e para o cubo (tri-dimensão). Já, no mundo fractal, o observador move-se em saltos contínuos e as dimensões dos objetos são valores entre as dimensões euclidianas. Assim, pode-se pensar na irregularidade como um

aumento na dimensão, na qual uma dimensão fracionária é importante na descrição de estruturas espaciais.

Dessa forma, a dimensão da curva fractal, por exemplo, é um número que caracteriza a maneira na qual a medida do comprimento, entre dois pontos, aumenta a medida em que a escala de observação diminui. Nesse caso, a dimensão fractal quantifica a complexidade ou irregularidade de um objeto fractal, mas não sua forma. Portanto, um objeto com menor dimensão fractal é menos complexo do que um objeto com uma maior dimensão fractal.

Para Christofoletti e Christofoletti (1994), a significância dos fractais residiu em possibilitar concepções mais amplas a propósito da dimensionalidade de um objeto.

Os pesquisadores enquadraram os valores do escalonamento da dimensão fractal de modo genérico em:

-Valores entre 0 e 0,99: neste intervalo encontram-se as estruturas com base em pontos como, por exemplo, o fractal de uma série temporal de dados sobre a precipitação em determinado lugar;

-Valores fractais entre 1,0 e 1,99: neste intervalo incluem-se as estruturas espaciais de lineamentos, no caso curvas irregulares, como as tortuosidades e as sinuosidades das linhas costeiras e os meandros dos cursos fluviais.

-Valores entre 2,0 e 2,99: inserem-se as estruturas espaciais de representação bidimensional que uma superfície irregular possui. Incluem-se aqui a análise do formato de bacias hidrográficas e a modelagem digital do terreno;

-Valores de 3,0 e 3,99: correspondem às estruturas espaciais de representação volumétrica de uma categoria de ocorrência no interior de outro conjunto volumétrico. Por exemplo, servindo como aplicação para o cálculo de reservas em jazidas minerais em determinada unidade espacial ou para determinar o volume total de nuvens em uma unidade volumétrica (local ou regional) da atmosfera.

Nikora (1994), considerando a estrutura física da bacia de drenagem, procurou mostrar o multiescalonamento de sua estrutura (Fig. 2.3) discutindo as propriedades de autosimilaridade e auto-afinidade dos objetos fractais. Nesse estudo, utilizou redes de drenagem obtidas em mapas topográficos e com base nas leis de Horton demonstrou as vantagens destas propriedades. Para o mesmo autor, uma bacia de drenagem inclui em suas transformações bacias menores ao longo de seus afluentes, ou seja, ao dividir uma bacia infinitamente, no "limite", obtêm-se um conjunto fractal de pontos sobre a superfície. Na natureza, esse procedimento termina com as bacias de drenagem de primeira ordem, cujos tamanhos determinam a fractalidade da escala interna.



FIGURA 2.3: Estrutura de multiescalonamento fractal das bacias de drenagem. Os limites são mostrados para bacias de drenagem de ordem n, $(n - 1) \in (n - 2)$.

O mesmo pesquisador, no estudo, mostrou que a propriedade de auto-similaridade encontrada nas bacias de drenagem é caracterizada pela dimensão alto-similar. Utilizando a caracterização da estrutura de hierarquização e de composição dos objetos auto-similares estabelecidos por Mandelbrot, para redes de drenagem, associou a dimensão fractal a dimensão de similaridade sendo esta expressa como:

$$D_s = \frac{\ln R_B}{\ln R_L} \tag{2.10}$$

Onde $R_B \acute{e}$ a razão de bifurcação e $R_L \acute{e}$ a razão de comprimento médio.

Na abordagem proposta por Nikora (1994), além de introduzir o índice de estrutura fractal como Ds, estabeleceu dois índices para caracterizar as propriedades geométricas de um objeto fractal na direção ortogonal que são os expoentes de escalonamento das direções longitudinal D_L e transversal D_W , sendo $l \in w$ as escalas longitudinal e transversal do objeto analisado, respectivamente. Além desses, representou a estrutura fractal das redes de drenagem, considerando as circunstâncias gerais das propriedades de auto-similaridade e auto-afinidade das bacias de drenagem, relacionando a razão de área (R_A) em função da razão do comprimento médio dos canais fluviais (R_L) como R_W (índice transversal). Sendo assim definiu:

* Índice transversal:

$$R_{W=} R_A / R_L$$
(2.11)

. . .

*Dimensão longitudinal:

$$D_L = \frac{\ln R_B}{\ln R_L} \tag{2.12}$$

*Dimensão transversal:

$$D_w = \frac{\ln R_B}{\ln R_W} \tag{2.13}$$

Em função destas expressões estabeleceu para existência de auto-similaridade as condições:

$$R_L = R_W \Longrightarrow D_W = D_L = D_S \tag{2.14}$$

e

$$R_B = R_L^{D_S} = R_W^{D_S} = D_A^{\frac{D_S}{2}}$$
(2.15)

E, para existência da propriedade de auto-afinidade nas bacias de drenagem, as condições:

$$R_L \neq R_W \tag{2.16}$$

e

$$R_{B} = R_{L}^{D_{S}} = R_{W}^{D_{W}} = R_{A}^{\frac{D_{L} \cdot D_{W}}{(D_{L} + D_{W})}}$$
(2.17)

Para Nikora, essa foi uma tentativa de substanciar a hipótese da auto-afinidade das bacias de drenagem, fundamentada nas relações de Horton. Contudo, não descartou a possibilidade da propriedade de auto-similaridade das bacias de drenagem acontecer numa determinada série de escalas, o que sugere a necessidade de mais pesquisa.

2.5 A relação de Hack no estudo da dimensão fractal

Uma evidência da natureza fractal das redes de drenagem observada através da relação de Hack foi hipotetizada por Mandelbrot (1982) ao relacionar o comprimento do canal principal de um rio e sua área de drenagem.

Hack (1957) demonstrou a aplicabilidade de uma função poder relacionar o comprimento e a área dos canais fluviais, localizados no vale Shenandoah e nas montanhas adjacentes da Virgínia- USA e expressou com a seguinte relação:

 $L = 1, 4A^{0,6}$

Onde L é o comprimento do canal mais longo, desde a foz até o divisor d'água e A é a área de drenagem.

O expoente da relação igual a 0,6 obtido por Hack sugeriu que as bacias de drenagem tendem a serem mais alongadas quando seus tamanhos aumentam. Desde as descobertas iniciais de Hack, vários pesquisadores têm estudado a relação comprimento /área e encontrado valores diferentes para o expoente, mas geralmente maior que 0,5 (GRAY, 1961, SMART, 1967; MULLER, 1973).

Por sua vez, Mandelbrot (1977), pesquisando porque o comprimento aparente de um rio varia com escala do mapa, relacionou o expoente da equação de Hack a dimensão fractal do canal principal.

A hipótese de associação da relação de Hack à natureza fractal das redes de drenagem, pressupõem que o expoente maior que 0,5 na expressão $L \propto A^h$, seria derivado da característica fractal dos canais fluviais, e implica na variação da medida do comprimento com a escala espacial do objeto (MANDELBROT, 1982).

Para Mandelbrot, a dimensão fractal pode ser estimada a partir da relação de Hack, pela inclinação da linha ajustada, quando essas medidas são plotadas no gráfico logarítmico. Assumindo que os canais e a rede de drenagem são estritamente auto-similares, estimou a dimensão fractal (d) de um canal individual numa bacia hidrográfica como:

$$L \propto A^{d/2} \tag{2.19}$$

Se $d = 2h \ e \propto$ a constante de proporcionalidade esta equação pode ser expressa como: $L = \propto A^h$ (2.20)

Com h > 0,5 é usualmente definida como lei de Hack.

Gray (1961), analisando essa relação, encontrou o valor de h = 0,568. Mandelbrot (1982) estabeleceu a dimensão fractal do canal individual como duas vezes este valor, ou seja, igual a 1,136, que foi por arredondamento estabelecido como 1,14, e tem sido usado como padrão da dimensão fractal de canais individuais.

Conforme Feder (1988), para obter a dimensão fractal de um rio, a partir da relação de Hack, se faz necessário assumir que as formas das redes de drenagem têm características de auto-similaridade.

Hjelmfelt (1988) utilizou a lei de Hack para estimar a dimensão fractal do comprimento do canal principal de oito rios em Missouri encontrando valores variando de 1,036 a 1,219, com um valor médio de 1,158 que foi semelhante ao encontrado por Mandelbrot (1982).

(2.18)

Muitos outros pesquisadores têm confirmado os estudos originais de Hack e, embora o expoente de Hack possa apresentar pequenas variações de região para região, esse é geralmente encontrado próximo de 0,6.

Muller (1973) discutiu o expoente para dados de várias bacias hidrográficas, obtendo:

-0,6 para bacias menores, área de 8.000 milhas quadradas (20.720 km²);

-0,5 em bacias com área compreendida entre 8.000 milhas quadradas e 105 milhas quadradas (20.720 km²-259.000 km²);

-0,47 para bacias com áreas maiores que 105 milhas quadradas (259.000 km²).

Por outro lado, Mesa et al. (1987) citaram que as observações empíricas de Muller não são consistentes com as implicações do modelo de estruturas de redes de canais topologicamente aleatórias. De fato, eles derivaram teoricamente o valor do expoente de Hack, h, do modelo de redes de canais topologicamente aleatórias como:

$$h(i) = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi + \left(\frac{\pi}{i}\right)^{\frac{1}{2}}}{\pi - \frac{1}{i}} \right]$$
(2.21)

Onde i é a ordem das bacias.

Essa equação implica na diminuição contínua de h(i) com o aumento da ordem da rede de drenagem e quando i tende para o infinito, h(i) tende a um valor próximo de 0,5.

A explicação clássica para a expoente de Hack ser maior que 0,5 foi a hipótese de que as bacias de drenagens têm formas anisotrópicas, com a tendência de se tornarem mais estreitas quando elas aumentam ou alongam. A hipótese de alongamento de bacia foi verificada por Ijjasz-Vasquez et al. (1993), observando a estrutura mais favorável de canais de redes de drenagem, resultante de um sistema fluvial, com uma configuração da drenagem cuja energia total gasta é minimizada. Sendo assim, a relação de Hack pode resultar da competição e perda de energia em bacias fluviais. Estudando as propriedades de escalonamento do canal principal e os limites dos rios das bacias, concluíram que ambos são objetos com características de auto-afinidade. O limite da bacia é composto por dois fractais com auto-afinidade, começando pela foz e terminando no ponto mais afastado dela.

Por sua vez, Tarboton et al. (1990) discutiram o expoente de Hack e suas implicações no alongamento dos rios das bacias de drenagem e as associações com as características fractais das redes de drenagem. Nesse estudo, utilizaram dados de bacias fluviais diretamente de modelos de elevação digital. A explicação que encontraram da Lei de Hack estar associada a fractalidade foi derivada da discussão da característica de escalonamento das bacias.

Posteriormente, Rigon et al. (1996) estudaram uma nova interpretação estatística da evidência empírica da relação de Hack e a fractalidade. Especificamente se detiveram na estrutura interna das bacias, cuja área está entre 50 km²-2000 km². A escolha da área foi decorrente da suposição que, nessa escala, a organização própria da rede desempenha um papel predominante, produzindo caracteres repetitivos observados nas bacias fluviais. Para escalas menores, processos difusos interagem com processos erosivos intensos, responsáveis pelas superfícies côncavas da terra. Em escalas maiores a relação comprimento do canal principal e área da bacia é alterada e os controles geológicos dominam. No referido estudo, observaram que a lei de Hack implica em alongamento dos canais em uma bacia.

Discutindo a ligação da lei de Hack a sinuosidade fractal de canais fluviais e no alongamento dos rios de bacias, colocaram que a projeção plana dos rios nas bacias pode ser caracterizada por:

$$A = SL_{\perp}L_{ll} \tag{2.22}$$

Onde L_{\perp} e L_{ll} são as medidas apropriadas do comprimento e tamanho diâmetro, podendo ser observado na Fig. 2.4, e s depende da forma da bacia. As formas podem ser chamadas de auto-similares se a razão L_{\perp}/L_{ll} , e a forma das bacias (s) for constante para todas áreas (A).



FIGURA 2.4: Esboço de uma bacia fluvial; seu diâmetro L_{ll} e sua largura L_{\perp} . Algumas subbacias estão delineadas. Para qualquer sub-bacia, o lado mais longo dos retângulos, incluindo a rede são paralelo ao diâmetro L_{ll} definido como a linha reta da foz até o ponto mais afastado da bacia. Os lados menores são L_{\perp} .

Alternativamente, se L_{\perp}/L_{ll} decresce quando *A* cresce, com existência de *s* constante, então as bacias de drenagem têm características de auto-afinidade e alongam com *A*. Com *s* constante novamente define-se:

$$a(L_u) = \frac{A}{L_u^2} \alpha \frac{L_\perp}{L_u}$$
(2.23)

Se $a(L_{ll})$ for constante implica na auto-similaridade e se $a(L_{ll})$ decresce com "A" ocorre a auto-afinidade, nesse caso, utilizando a equação obtiveram h=0,57. Assim, sugerem que se $a(L_{ll})$ diminui tanto quanto A aumenta, de acordo com a Lei de Hack, implica que as bacias se estendem.

Outra interpretação da Lei de Hack, sugerida por Mandelbrot (1982), é que canais fluviais são fractais e, portanto, o comprimento dos canais (L) é escalonado como:

$$L \propto L_{ll} \,^{\phi L} \tag{2.24}$$

Onde, ϕL é um expoente de escalonamento fractal.

Se os rios das bacias hidrográficas, tem característica de auto-similaridade (a(Lll)~ constante), então:

$$\frac{A}{L_u^2} = \frac{A}{\frac{2}{L_u^{\frac{2}{\phi L}}}}$$
(2.25)

Assim $L \propto A^{\phi L/2}$ implica que:

$$\phi_{\rm L}=2h \tag{2.26}$$

Para Nikora et al. (1993), o caso mais compatível com a lei de Hack é que os canais são fractais com características de auto-similaridade e as bacias de drenagem têm características de auto-afinidade. A auto-afinidade das formas das bacias pode ser quantificada pelo expoente de Hurst (H) :

$$L_{\perp} \propto L_{ll}^{H} \tag{2.27}$$

Onde H < 1, porque por definição $L_{\perp} < L_{ll}$, então $a(L_{ll})$ decresce como L_{ll} cresce o que vai implicar em alongamento do canal.

Os autores citados observaram que o expoente de Hack entre 0,57 e 0,6, requer valores do expoente de escalonamento (ϕ_L), menor que 1,14 e 1,2, respectivamente, para ocorrer o alongamento. Para valores maiores de ϕ_L , implicará na contração da área quando aumenta a ordem da bacia hidrográfica.

Por sua vez, Rigon et al. (1996), utilizando dados do modelo de elevação digital, estudaram 13 bacias hidrográficas com áreas variando de 50 km² a 2000 km², obtiveram valor médio para expoente de escalonamento fractal dos canais individuais $\phi_L = 1,15$ e índice *Hurst*

igual a 0,92, caracterizando que a principal contribuição do expoente Hack foi a sinuosidade fractal dos canais e em grau menor o alongamento. Nesse estudo, obtiveram expoentes de Hack variando no intervalo de 0,52 a 0,6 e mostraram que as características de auto-afinidade (conforme o expoente de Hurst) do limite da bacia hidrográfica podem ser relacionadas pelo expoente de Hack e a probabilidade de distribuição para áreas de contribuição. Estatisticamente a lei de Hack foi mantida para qualquer ponto dentro das bacias estudadas.

Para os mesmos autores, o expoente de Hack, a auto-afinidade das bacias fluviais e a sinuosidade de seus canais são relacionados por $H = \phi_L/(h-1)$. Para o alongamento acontecer o expoente de Hurst (*H*) necessita ser menor que 1. Isso impõem limites entre o expoente de Hack e as características fractais de rios. Os valores de *h* e ϕ_L obtidos nas bacias hidrográficas para H < 1 confirmaram a tendência para o alongamento.

Robert e Roy (1990) estudaram a interpretação fractal da relação entre comprimento do canal principal e área de drenagem e observaram que o valor do expoente de Hack não é constante, como seria requerido pela interpretação fractal dessa relação, mas varia com a escala de medida. O expoente da relação comprimento do canal principal e área de drenagem é interpretado como uma quantidade fractal, baseada na hipótese que a generalização cartográfica foi aplicada uniformemente para todas escalas do mapa. Sendo assim, a interpretação fractal é baseada na hipótese que a generalização cartográfica é aplicada uniformemente para todas escalas do mapa.

Ao utilizarem dados de 23 bacias de drenagem do rio Eaton (Quebec, Canadá) delineadas por mapas topográficos em três diferentes escalas (1:20.000, 1:50.000 e 1:125.000), o expoente de Hack encontrado apresentou-se variável com a escala analisada, obtendo h=0,546; h=0,635 e h=0,648, respectivamente para as diferentes escalas. Para os autores, na maior escala o expoente foi totalmente fractal e nas escalas menores excedem o valor fractal pois incorporam componentes que refletem o processo generalizado da abstração cartográfica da extremidade do canal quando a escala é reduzida. Nos dois mapas de escalas menores, várias cabeceiras de canais desapareceram pelo processo de abstração cartográfico. A interpretação *allometrica* dos valores não implicou em mudanças funcionais na geometria da bacia hidrográfica, mas refletiram o efeito exclusivo da generalização cartográfica nas cabeceiras do canal. Assim sendo, esses valores originaram diferentes valores de dimensões fractais. No mapa com menor escala, o valor da dimensão fractal foi aproximadamente igual a 1,3, indicando padrões de canais sinuosos e complexos. Isso significou para os mesmos autores que a dimensão fractal de canais individuais não deve ser deduzida pelo expoente da relação comprimento área, porque, nesse caso, seu valor foi dependente da escala analisada.

Portanto, qualquer relação envolvendo área de bacia e comprimento de canal principal deve ser realizada para mapas de escalas comparáveis. De outra forma, fica difícil estabelecer e discutir as diferenças nos valores do expoente da relação comprimento/área devido à natureza subjetiva das diferentes formas de obtenção de dados resultante do processo de abstração cartográfica que é aplicado na construção de mapas cartográficos.

Schuller et al. (2001) aplicou a lei de Hack para dados de várias bacias localizadas na região da Virgínia-USA, utilizando a constante de proporcionalidade $\propto = 1,4$ obtiveram $\beta = 0,6$ (d=1,2). Nesse estudo, corroboram com outros pesquisadores de que se os canais individuais não são auto-similares e que o expoente de Hack não é necessariamente uma estimativa precisa da dimensão fractal. Para uma rede que se comporta de acordo com um modelo topológico aleatório, o expoente de Hack deve tender assintoticamente para 0,5 com o aumento do tamanho da bacia.

Sendo assim, verifica-se que as pesquisas têm procurado discutir as duas interpretações dadas para o expoente de Hack. A primeira questão a ser discutida é se o expoente da relação comprimento do canal principal e área da bacia maior que 0,5 é devido à natureza fractal das medidas do comprimento, para mapas de escalas diferentes (interpretação fractal) ou devido a uma alteração na forma da bacia com aumento de seu tamanho (interpretação *allometry*).

Apesar de várias pesquisas estudando a relação de Hack os dados existentes ainda não foram suficientes para distinguir entre as duas interpretações de coeficiente de Hack. Por outro lado, a influência da escala do mapa sobre a estimativa do expoente da relação foi muito pouco pesquisada, exemplo, se as mudanças no comprimento do rio se comportam de acordo com a teoria dos fractais e são estatisticamente auto-similares, então o valor do expoente deveria ser independente da escala do mapa.

2.6 Metodologias de estimativa da dimensão fractal

Para a efetivação da presente pesquisa, fez-se necessário incluir, neste Capítulo, uma breve discussão das diferentes formulações matemáticas que tratam das irregularidades de formas complexas como as bacias de drenagem, mostrando um padrão similar quando observadas em diferentes escalas.

Dentro desse enfoque, serão discutidas metodologias para estimativa da dimensão fractal como: o método gráfico *Box-Counting* e os métodos que utilizam as Leis de Horton.

2.6.1 Método gráfico

O método gráfico que será discutido neste item é o que foi proposto por Lovejoy et al.^{*} apud Tarboton et al. (1988), método *Box-Counting*, ou seja, método de contagem de caixas que pode ser utilizado para fractais que se ramificam como: redes de drenagem e fractais descontínuos (dunas e galáxias).

Esse método tem como base um conjunto de pontos, inseridos em um espaço euclidiano de dimensão d. Nesse caso, utiliza-se uma grade com quadriculas d- dimensão e lado r. Por exemplo, na presente pesquisa, o objeto a ser inserido no espaço euclidiano foi uma rede de drenagem, conforme Fig.2.5:





O número de quadrículas N(r) necessário para cobrir o objeto é dado pela seguinte expressão:

$$N(r) \sim (1/r)^D$$
 (2.28)

Os valores referentes ao número de quadrículas interceptadas pelo objeto e das medidas do lado das quadrículas são plotados em um gráfico log-log, a partir do qual se obtém a dimensão fractal.

^{**} Lovejoy, S. Schertzer, D. & Tsonis, A. A. Functional box-counting and multiple elliptical dimensions in rain, Science, n° 235, 1987 (apud Tarboton et al. 1988, The fractal Nature of River Networks, Water Resource. Res. V. 24, n°8, p.1317-1322.

Sendo assim, a dimensão fractal será igual ao coeficiente da reta ajustada dos pontos estimada pelo método *Box-Counting*.

Observou-se que esse tipo de análise está baseado na definição de dimensão fractal dado por Hentschel e Procaccia apud^{*} Tarboton et al. (1988) como:

$$D = \lim_{r \to 0} \lim_{m \to \infty} \frac{\log N(r)}{\log r}$$
(2.29)

Onde *m* é o número de pontos do conjunto.

Esse método foi aplicado por Tarboton et al. (1988) para estimar a dimensão fractal de canais e da rede de drenagem. Utilizando dados de rede de drenagem extraídas de modelo de elevação digital de bacias localizadas no Arizona-USA, os autores observaram que para quadrículas pequenas (menores que 125 m na escala real) a dimensão fractal dos canais se aproxima da unidade e no caso de quadrículas maiores (maiores que 250 m na escala real), quando todas as quadrículas são interceptadas pela rede de drenagem a dimensão estimada é igual a 2,0. Sugeriram, para a estimativa da dimensão fractal dos canais individuais, os valores da dimensão das quadrículas (*r*) ser utilizada no intervalo de 15 m a 125 m e da rede de drenagem de 250m a 1000 m, escala real.

Por sua vez, Gomes (1997), utilizando esse método, estimou a dimensão fractal para três bacias de drenagem (Ribeirão do Palmital-SP, Ribeirão Pirapitingui-SP e Ribeirão do Feijão-SP), obtendo valores 1,42, 1,60 e 1,45, respectivamente. Para a pesquisadora, o fato dos resultados obtidos discordarem dos valores encontrados por Tarboton et al. (1988), pode ser decorrente dos dados terem sido retirados manualmente de mapas topográficos (escala 1:50.000), o que acarretou pequenas imprecisões. Concluiu o estudo, colocando que o uso desse método pode não ser indicado para local onde o mapeamento não tenha sido feito com modelos de elevação digital e, portanto, para essa forma de aquisição de dados, utilizam-se métodos de estimativa da dimensão fractal mais robustos.

Esse método foi aplicado para estudar as características multifractais da bacia de drenagem do rio Marumbi-PR, por Kobiyama et al. (2002), para dados retirados de carta topográfica (escala 1:50.000) e obteve valores de dimensão fractal para os canais individuais (1,0146) e para a rede inteira (1,3773) que diferem também dos valores obtidos por Tarboton et al. (1988).

2.6.2 Métodos que utilizam as leis de Horton

Após a introdução da dimensão fractal como uma característica da rede de drenagem, vários pesquisadores tentaram relacioná-la a outras características clássicas, já existentes, como a razão de bifurcação (R_B), a razão de comprimento(R_L) e taxa de área (R_A).

De acordo com Rosso et al. (1991), as leis de Horton de composição de rede são relações espaciais de escalonamento geométrico. Dessa forma, elas são independentes da ordem ou resolução ao qual a rede está sendo observada e tendem a auto-similaridade do sistema de canais da bacia. Assim, as leis podem ser empregadas para determinar as dimensões fractais de canais individuais e rede de canais.

Feder (1988), supondo a auto-similaridade das redes de drenagem, o sistema de hierarquização de Horton e a lei de Hack, estimou a dimensão fractal para as redes de drenagem dos rios D=2.

Numa rede de drenagem, os canais de ordem *i* têm tributários de ordem (*i*-1), (*i*-2)..... Todos os canais na área de drenagem podem ser classificados nessa trajetória, e o resultado final será o canal principal de ordem *s*. Portanto, a razão de comprimento de Horton observada através do comprimento médio dos canais de ordem *i* será considerada constante e independente da ordem do canal, sendo expressa como:

$$\bar{L}_i = R_L \bar{L}_{i-1} = R_l^i L_0 \tag{2.30}$$

Sendo $L_0 \rightarrow$ comprimento médio de pequenos canais.

O autor considerou também a razão de bifurcação R_B , relação entre o número de canais de ordem *i* (N_i) e o número de canais de ordem *i*+1 (N_{i+1}), como:

$$N_i = R_B N_{i+1} = R_B^{s-1} N_s (2.31)$$

Observou que se a razão de bifurcação é independente da ordem do canal, e $N_s = 1$, então, nesse caso, existe somente um canal de maior ordem.

Segundo os pressupostos de Hack (1957), a área que drena diretamente num canal de segunda ordem tem a mesma amplitude média (λ) que a área que drena diretamente no canal de primeira ordem, como conseqüência, ocorre um acréscimo na proporção do comprimento.

(2,20)

^{*} HENTSCHEL, H.G.E. E PROCACCIA I. (1983), The number of dimensions of fractals and strange attractors, 8d apud TARBOTON et al. (1988), The fractal nature river networks, Water Resources Research, v.24 n° 8, p1317-1322.

Dessa forma, Hack sugeriu que a densidade de drenagem é constante ao longo de uma bacia ou, alternativamente, que o comprimento do escoamento superficial para cada canal é o mesmo. Assim a área da bacia de drenagem de ordem *s* pode ser expressa como:

$$A = \sum_{i=0}^{s} L_{i} \lambda N_{i} = A_{0} R_{B}^{s} \sum_{i=0}^{s} \left(\frac{R_{L}}{R_{B}}\right)^{i}$$
(2.52)

O comprimento da drenagem superficial introduz uma escala de comprimento, o qual evita um procedimento de escalonamento.

Ignorando essa expressão, Feder (1988) descreve a ordem s como:

$$s = \frac{\ln(\frac{A}{A_0})}{\ln R_B}$$
(2.33)

Partindo das expressões citadas acima, derivou em relação às razões de Horton a estimativa da dimensão fractal do comprimento do canal principal, que surge devido à sinuosidade dos canais, para uma bacia de ordem *s* como:

$$L = L_0 \sqrt{\frac{A}{A_0}}^{D_s}$$
(2.34)

Ou

$$D_s = 2 \frac{\ln R_L}{\ln R_B}$$
(2.35)

La Barbera e Rosso (1989) desenvolveram uma expressão da dimensão fractal para redes fluviais em função das razões de Horton. Para os pesquisadores, a expressão desenvolvida fornece estimativas da dimensão fractal para as redes de drenagem entre 1,5 e 2 com uma média entre 1,6 e 1,7.

Nesse caso, a derivação da expressão se fundamenta na suposição que canais individuais, mais precisamente canais de primeira ordem, tem suas medidas lineares, com dimensão fractal igual à unidade 1. Observando que os resultados empíricos demonstraram um decréscimo da densidade de drenagem com a área, consideraram que a dimensão fractal da rede de drenagem não deve ser igual a 2,0.

Admitindo as relações $R_B \in R_L$, sendo constante dentro de uma bacia de ordem i e, considerando $\beta = R_L/R_B$, l_* o comprimento médio dos canais de primeira ordem, interpretado como uma unidade de medida ε_1 sendo $\varepsilon' = l_*$. se a medida do comprimento Z do sistema de drenagem for uma unidade de comprimento l_* , colocam que o comprimento total dos canais pode ser dado por:

(2,22)

$$Z(i) = \varepsilon' R_B^{i-1} \left(\frac{\beta^i - 1}{\beta - 1} \right)$$
(2.36)

Dessa forma, observaram que além das variações causadas pela unidade de medida as redes de drenagem variam de acordo com a escala de análise do mapa. Citam como exemplo o estudo de Giusti e Schneider (1962), que compararam mapas de escalas diferentes da região de Virginia –USA e demonstraram que o número de canais de primeira ordem por quilômetro quadrado de área, varia de 0,14 para 3,2 em mapas de escalas, variando de 1:250.000 para 1:24.000, respectivamente. Efeitos similares foram observados na comparação de medidas de densidades de drenagem, retiradas de fotografias, aéreas e modelos de elevação digital em comparação com os dados dos mapas, sendo influenciados pela malha usada.

La Barbera e Rosso (1989) observaram também que as variações nos valores de densidade de drenagem podem ser acrescidas pela natureza dinâmica da rede de canal na geração do escoamento superficial.

Assim, para aumentar a precisão da análise pelo decréscimo do comprimento da unidade o qual é usado para escalonamento do comprimento total da rede, ajustaram a unidade de medida ε ' de um fator $R_L^{\Theta}(\Theta \ge 1)$.

A nova unidade encontrada para o cálculo dos segmentos adicionais de canais, foi:

$$\varepsilon'' = \frac{l_*}{R_L^{\Theta}} = \varepsilon' R_L^{-\Theta}$$
(2.37)

Se após a mudança do padrão de escala as leis de números de canal e comprimento de canal, mantém-se constantes no intervalo de escala de ε' para ε'' , o comprimento dos canais adicionais, chamados de $Z(\Theta,i)$ aumenta a ordem da bacia Θ vezes, o comprimento total desses canais adicionais será dado por:

$$Z(\Theta, i) = l_* R_B^{i-1} \left[\frac{\beta^{\Theta} - 1}{\beta^{\Theta} (\beta - 1)} \right]$$
(2.38)

Para comparar as medidas representadas pelas médias de diferentes unidades de comprimento, os autores citados introduziram o conceito de uma função originada da relação entre o comprimento Z e a unidade ε , usada em termos de transformações logarítmicas dessas variáveis, isso é, *log* Z e *log* ε . Dessa maneira, se as unidades ε ' e ε "com ε "< ε ', usadas para medir um dado comprimento Z, fornecerem estimativas Z' e Z", respectivamente, o coeficiente angular da reta ajustada que originará o fator de escalonamento ($p(\varepsilon)$) dessas medidas, pode ser expresso como:

$$p(\varepsilon) = \frac{\log Z'' - \log Z'}{\log \varepsilon'' - \log \varepsilon'} = -\frac{\log \left[\frac{\beta^{\Theta+i} - 1}{\beta^{\Theta}(\beta^i - 1)}\right]}{\Theta \log R_L}$$
(2.39)

Onde β depende da razão de comprimento de canais e da razão de bifurcação. A dimensão fractal estimada será dada por:

$$D=1-P \tag{2.40}$$

$$P = \lim_{\varepsilon \to 0} p(\varepsilon) \tag{2.41}$$

Dessa forma, a dimensão fractal caracteriza as propriedades de escalonamento das redes fluviais associadas à mudança na medida do comprimento do canal, com a alteração da escala. Além disso, quando ε tende a zero, $Z \cong \varepsilon^{1 - D}$. Portanto a dimensão *D* será a unidade para a dimensão euclidiana da linha no plano, e 2 para uma área do plano. Logo, para obter a dimensão fractal, deve-se considerar que ambas as leis do número de canal e comprimento médios de canais mantém-se constantes para várias escalas. Essa suposição foi em parte sustentada por pesquisas de campo, referente ao escoamento superficial e experimentos de laboratório sobre erosão superficial. Partindo das expressões acima, La Barbera e Rosso (1989) obtiveram:

Para
$$R_B > R_L$$
:

$$D = \frac{\log R_B}{\log R_L} \tag{2.42}$$

Para
$$R_B \leq R_L$$
:
 $D = I$
(2.43)

La Barbera e Rosso (1987) observaram que a equação poderia também ser derivada por argumentos intuitivos sob a hipótese de que sistemas ordenados de drenagem, descritos por leis de Horton, demonstram ter auto-similaridade.

A dimensão fractal estimada para a rede de drenagem como um todo, desenvolvida por La Barbera e Rosso (1989), pode ser expressa como:

$$D = \max\left(\frac{\log R_B}{\log R_L}, 1\right)$$
(2.44)

Utilizando essa equação os pesquisadores analisaram um grande número de observações empíricas dos valores de R_B e R_L , a partir de dados de rede de drenagem de diferentes origens e de diferentes localizações geográficas.

Os resultados obtidos para a dimensão fractal e razão de comprimento foram plotados no gráfico da Fig.2.6, originando a razão de bifurcação.



FIGURA 2.6: Dimensão fractal *D* como uma função de R_L para valores diferentes de R_B. A curva tracejada representa a condição topológica $R_L = R_B /2$ (LA BARBERA E ROSSO, 1989).

La Barbera e Rosso (1989) observaram que um dado valor de relação de bifurcação é originado da relação da dimensão fractal e da razão do comprimento do canal plotada no gráfico.

Nesse caso, a dimensão fractal é mostrada pelo decréscimo rápido da razão de bifurcação, com aumento da razão comprimento de canal, enquanto este aumenta muito mais lentamente com o aumento da relação de bifurcação como está ilustrado na Fig.2.7, onde a relação espacial da D e R_B é plotada para valores restritos de R_L .

O intervalo de valores estudados de R_L é consistente com observações empíricas, bem como o utilizado para estudar a razão de bifurcação.



FIGURA 2.7: Dimensão fractal *D* como uma função de R_B para diferentes valores de R_L . A curva tracejada representa a condição topológica $R_L = R_B /2$ (LA BARBERA E ROSSO, 1989).

Na Fig.2.8, plotando a relação espacial entre R_L versus R_B , as curvas mostraram valores de D variando de 2 até a unidade. A dimensão fractal é a unidade para $R_L = R_B$, ao passo que é 2 para $R_L = (R_B)^{1/2}$.



FIGURA 2.8: R_L versus R_B para diferentes valores de *D*. A curva tracejada representa a condição topológica $R_L = R_B / 2$ e os quadrados os valores observados de bacias naturais de drenagem (LA BARBERA E ROSSO, 1989).

Supondo um modelo de comprimento das bifurcações aleatórias para descrever o sistema de rede de drenagem, Smart (1968) mostrou que para um grande número de canais a relação comprimento de canal é aproximadamente R_B /2. Essa condição foi representada por curvas tracejadas nas Figs.2.6-2.8. Nesse caso, as redes naturais mostraram dimensão fractal variada, com valores geralmente entre 1,5 até 2.

Por outro lado, supondo R_B com valor modal próximo de 4, para topologia aleatória, o valor correspondente R_L será menor que 2 e, portanto, a dimensão fractal originada da equação será igual a 2. Essa estimativa está de acordo com Mandelbrot (1982).

A estimativa da dimensão fractal igual a 2 pode ser aplicada à topologia aleatória, como uma primeira tentativa na compreensão do fundamento físico da fractalidade. Entretanto, os efeitos das restrições geológicas, topográficas e hidrológicas podem reduzir a capacidade de uma rede de se desenvolver como um processo de ramificação completa e, conseqüentemente, o valor de seu grau de fractalidade. Esse argumento foi sustentado pelo modelo de simulação do escoamento para formação de rede de Roth et al. (1989), com base no modelo hidrodinâmico bi-dimensional para escoamento superficial e escoamento de sedimento sobre um talude simples.

De fato, o desenvolvimento erosional no processo de canalização devido aos mecanismos estocásticos de agrupamento e sedimentação ocorre progressivamente

aumentando a fractalidade das redes de canais autoformadas. A estrutura das redes de drenagem tende para dimensão 2 quando essas chegam à maturidade. Esses experimentos foram executados para uma área homogênea, sem limitação topográfica ou sedimentar, exceção para condição de contorno fixa na saída da bacia.

La Barbera e Rosso (1989) observaram que redes naturais raramente podem se desenvolver sem restrições externas e que o estágio de desenvolvimento da rede dificilmente chega à maturidade. Portanto, uma boa estimativa média da dimensão fractal deve ser menor que 2 para redes de canais naturais.

Tarboton et al. (1990), levando em conta as pequenas irregularidades dos canais de primeira ordem e os efeitos fractais dos canais individuais (d_f), desenvolveram uma expressão considerando a dimensão fractal dos canais.

As equações de estimativa da dimensão fractal para rede de drenagem desenvolvida por La Barbera e Rosso (1989) e, também, por Tarboton et al. (1988) foram fundamentadas no comprimento total dos canais numa rede de drenagem, como:

$$L_T \cong \varepsilon^{1 - (\frac{\log R_B}{\log R_L})}$$
(2.45)

Onde ε é a resolução na qual os canais de primeira ordem são determinados.

Comparando essa relação e a equação sugerida por Mandelbrot (1982), obtiveram:

$$L \cong r^{1-d} \tag{2.46}$$

Onde *r é a* resolução linear na qual a equação (2.46) foi obtida.

Supõem-se, nessa comparação, que canais individuais são medidas lineares e a soma deles, representada pela equação, é uma estimativa de comprimentos lineares então: $L_T = N_{\varepsilon}$ (2.47)

Onde N_{ε} é o número de medidas ε que compõem a rede.

Assim sendo, La Barbera e Rosso (1989) discutiram a relação espacial do comprimento empírico do canal principal e área da bacia, como sendo:

$$L_m \cong A^n \tag{2.48}$$

Vários estudos empíricos produziram estimativas de h=0,57. Isso levou Mandelbrot (1977) e Hjelmfelt (1988) sugerirem que canais individuais têm dimensão fractal igual:

$$d_f = 2h \cong 1.14 \tag{2.49}$$

Esse valor de dimensão fractal, também, foi observado através da probabilidade de excedência do comprimento dos canais, por Tarboton et al. (1988).

.....

Se os canais individuais são fractais com dimensão d_f , então a equação (2.48) não pode ser comparada à equação (2.47). Dessa maneira, para o número de medidas fractal da equação (2.49) Tarboton et al. (1990) desenvolveram uma expressão equivalente como:

$$N = \frac{L_T}{\varepsilon} \approx \varepsilon^{\frac{(-\log R_B)}{(\log_L)}}$$
(2.50)

A medida fractal ε a qual a dimensão d_f é relacionada com uma medida linear r como:

$$\varepsilon \approx r^{d_f}$$
 (2.51)

Substituindo na equação (2.50), tem-se:

$$N \approx r^{-d \frac{\log R_B}{\log R_L}}$$
(2.52)

Comparando com a relação espacial dada por Mandelbrot (1977):

$$N \approx r^{-D} \tag{2.53}$$

Dessa forma, Tarboton et al. (1990) estimaram a dimensão fractal para rede de drenagem toda como:

$$D = d_f \frac{\log R_B}{\log R_L} \tag{2.54}$$

Essa equação é uma extensão da equação de La Barbera e Rosso (1989) e fornece a dimensão fractal da rede de drenagem toda, em termos das leis de Horton e da dimensão fractal dos canais individuais.

Utilizando a dimensão fractal da rede de drenagem obtida pela equação $(logR_B)/(logR_L)$ = 1,7 e a dimensão fractal dos canais individuais d_f = 1,14, a dimensão fractal pela equação de Tarboton et al. (1990) será D_f = 1,94, ou seja, um valor muito próximo 2.

Deduzindo da equação (2.54), obtiveram:

$$\frac{\log R_B}{\log R_L} = \frac{D_f}{d_f}$$
(2.55)

Se a rede é espacialmente densa com $D_f = 2$ e $d_f = 1,14$, então a proporção dada pela equação (2.55) é igual a 1,75. La Barbera e Rosso (1989) acreditam que isso explica a dimensão fractal da rede de drenagem ser menor que 2.

A equação de Tarboton et al. (1990) foi testada por Kobiyama et al. (2002) que estimou a dimensão fractal da rede de drenagem do rio Marumbi-PR, sendo igual a 1,999. O resultado obtido foi coerente com o valor observado na literatura.

Por sua vez, La Barbera et al. (1990) consideraram os canais individuais objetos fractais de dimensão fractal d_f e que o aumento do comprimento total dos canais é dado pelo crescimento a montante das junções externas e aumento do comprimento dos canais

individual, que ocorre para uma taxa $q = 1 - d_f$, relacionaram o comprimento médio dos canais de primeira ordem L_{*i*,Ω} com o comprimento da escala ε como:

$$\mathsf{L}_{i,\mathsf{x}i} \cong \varepsilon^{1-d} \tag{2.56}$$

Para qualquer canal de ordem i de uma rede de ordem x_i . Por outro lado, supondo a relação de comprimento de canal com escala constante, obtiveram:

$$\frac{L_{2,xi+1}}{L_{1,xi}} = \left(\frac{1}{R_L}\right)^{1-d}$$
(2.57)

Combinando a equação (2.57) com a definição da relação de comprimento de canal, obtiveram:

$$L_{1,xi+1} = L_{1,xi} R_L^{d-2}$$
(2.58)

Substituindo a equação (2.58) por $L_{1,xi+1}$ na relação:

$$R_{B} = \left(\frac{L_{1,xi+1}}{L_{1,xi}}\right)^{-D}$$
(2.59)

Obtiveram:

$$R_{B} = R_{L}^{D(2-d_{f})}$$
 2.60)

Tomando o logaritmo de ambos lados obtiveram:

$$\frac{\log R_B}{\log R_L} = D(2 - d_f) \tag{2.61}$$

Isolando *D*, a equação desenvolvida por La Barbera e Rosso (1990), para estimativa da dimensão fractal da rede de drenagem, considerando a dimensão fractal do canal principal oriunda da sinuosidade dos canais individuais, foi:

$$D = \left(\frac{1}{2 - d_f}\right) \frac{\log R_B}{\log R_L}$$
(2.62)

Essa equação difere da equação desenvolvida por Tarboton et al. (1990) do primeiro fator do produto, pois nesse caso, para o pesquisador, o comprimento total dos canais, realizando as derivações, é somente tomado se a razão de comprimento de canal tem escala constante. Portanto, isso foi modificado a fim de considerar diferentes hipóteses. Contudo, as duas equações incluem a sinuosidade dos canais individuais e são praticamente equivalentes para valores d_f próximos da unidade.

A equação também foi testada por Kobiyama et al. (2002), para estimar a dimensão fractal da rede de drenagem do rio Marumbi-PR, que obtiveram um valor igual a 2,0003, o qual foi incoerente com os resultados da literatura.

Rosso et al. (1991), para desenvolver uma equação para estimar a dimensão fractal do

comprimento do canal principal (d_f) , considerou Mandelbrot (1982) no qual o comprimento do canal principal pode ser observado como uma medida fractal com dimensão $d = 2\alpha$, sendo α o expoente de escalonamento da relação comprimento/área $(L \sim A^{\alpha})$.

Considerando ε o comprimento da escala usada para medir as características geométricas de uma bacia, obteve a relação de comprimento do rio $L(\varepsilon)$ para área de bacia de drenagem $A(\varepsilon)$ como:

$$L(\varepsilon) = C\varepsilon^{1-d} [A(\varepsilon)]^{d/2}$$
(2.63)

Onde C é a constante de proporcionalidade.

Nesse estudo, Rosso et al. (1991), considerando que as redes fluviais são descritas pelas leis do Horton que independem da escala para uma ordem *xi* da bacia, expressou o comprimento do rio e a área da bacia, como:

$$L x_i; (\varepsilon) = C \varepsilon^{1-d} [A_{xi}(\varepsilon)] d/2$$
(2.64)

e

$$A_{k}(\varepsilon) = A_{1}(\varepsilon)R_{A}^{xi(\varepsilon)-1}$$
(2.65)

Sendo l_i o comprimento médio dos canais (*l*) de ordem x_i ; $A_i a$ área média de drenagem do tributário (*l*²) para canais de ordem x_i , R_L o dimensionamento da razão de comprimento de canal; R_B o dimensionamento da razão de bifurcação, x_i a dimensão da ordem da bacia e *d* a dimensão fractal.

Substituindo as equações (2.63) e (2.64) na (2.65), verifica-se que:

$$d = \frac{\log[l_1(\varepsilon)] + \log\{R_L^{xi(\varepsilon)} - 1]/(R_L - 1)\} - \log C - \log \varepsilon}{\log[A_1(\varepsilon)] + [xi(\varepsilon) - 1]\log R_A - \log \varepsilon}$$
(2.66)

Para uma bacia de primeira ordem na equação (2.66) a constante de proporcionalidade foi igual a:

$$C = L_1(\varepsilon)\varepsilon^{d-1}[A_1(\varepsilon)]^{-d/2}$$
(2.67)

Substituindo a constante de proporcionalidade *C* na equação (2.67), obtiveram:

$$d = 2 \frac{\log\{\left[R_L^{xi(\varepsilon)} - 1\right]/(R_L - 1)\}}{[xi(\varepsilon) - 1]\log R_A}$$
(2.68)

Para Feder (1988), o conceito de dimensão fractal é definido quando se utiliza um limite assintótico para comprimentos infinitamente pequenos. Associou o significado físico desse limite a propagação de canais adicionais nas bacias de drenagem, com o decréscimo da escala do mapa. Usando essa hipótese, Rosso et al. (1991) derivaram a dimensão fractal de uma rede de drenagem (D), conforme o expoente de escalonamento do comprimento total dos canais da

rede de drenagem varia com a escala. A mesma suposição foi utilizada para derivar a dimensão fractal do comprimento do canal principal.

Tomando o limite da equação (2.68), $\varepsilon \rightarrow 0$, e a ordem da bacia (*xi*) tendendo para infinito, estimaram a dimensão fractal do comprimento do canal principal de um rio em função das razões de comprimento do canal e da área do canal, como:

$$d = \max\left(1, 2\frac{\log R_L}{\log R_A}\right) \tag{2.69}$$

Para testar a equação desenvolvida, Rosso et al. (1991) realizaram três estudos de caso.

1º Utilizaram dados de cinco bacias de drenagem da Itália, estimaram a dimensão fractal do canal principal através da equação derivada por Rosso et al. (1991) e o método "*Box-Counting*". Após compararam os resultados e observaram que esses se ajustam perfeitamente. Dessa forma, os valores podem originar estimativas totalmente fidedignas da dimensão fractal dos rios.

2º Utilizaram dados previstos por Hjelmfelt (1988) para estimar a dimensão fractal do canal principal, através da equação de Rosso et al. (1991), da equação de Feder (1988) e do método de Richardson (1961). Para calcular valores das relações de bifurcação e comprimento médio dos canais, utilizaram na obtenção dos dados Atlas das águas do estado de Missouri-USA. Em virtude dos limites das bacias não estarem indicados nos mapas, a razão de área do canal foi estimada a partir Hack (1957). As dimensões obtidas apresentaram divergências entre os valores quando comparados com os valores obtidos a partir da equação.

As divergências encontradas pressupõem ser decorrente da tendência de estimativa de RA e da menor precisão do método de Richardson, para estimativa da dimensão fractal quando comparado com o método de "*Box-Counting*". Compararam o resultado da equação com os resultados obtidos pelo método de Feder (1988), as estimativas foram muito diferentes.

3° Com dados da bacia de Auto Liri, sudeste da Itália, compararam as estimativas das dimensões obtidas com a equação Rosso et al. (1991) e a relação comprimento /área (MANDELBROT, 1982). As razões de Horton foram obtidas a partir da bacia, entretanto, o comprimento do canal principal e a área de drenagem foram de dados de sessenta (60) subbacias, ordenadas de acordo com o sistema de Stranhler, que originaram sub-bacias de 3ª ordem e 6ª ordem. A dimensão fractal do comprimento do rio foi estimada da equação $d=2\alpha$, e resultou em d = 1,16, com desvio padrão 0,07. Para os pesquisadores esse resultado pareceu ser coerente com o valor de d = 1,12, desvio padrão 0,08, obtidos da equação.

Rosso et al. (1991) observaram a distribuição de freqüência de estimativas de d, através

da equação derivada, usando dados encontrados na literatura para 30 rios espalhados pelo mundo. Sendo assim, concluiu que a dispersão dos resultados estimada indicara que é totalmente arbitrário determinar uma dimensão fractal constante, para o comprimento do rio.

Por sua vez, Gomes (1997) utilizou esse método para analisar a dimensão fractal de canais de bacias hidrográficas, na escala 1:50.000, localizadas no estado de São Paulo. Nesse caso, observou que o comprimento dos rios pode ser visto como fractal e os valores estimados de dimensão fractal para o canal principal (1,13; 1,04 e 1,35) foram coerentes com os valores obtidos $1,12 \pm 0,08$ por Rosso et al. (1991).

Essa equação também foi testada por Kobiyama et al. (2002) para analisar as características multifractais de bacias de drenagem, bacia do rio Marumbi-PR. A dimensão fractal estimada foi de 1,0, demonstrando para os pesquisadores que o método de Rosso et al. (1991), nessa bacia, mostrou-se inadequado para determinação da dimensão fractal do canal principal.

Utilizando os mesmos pressupostos da estimativa da dimensão fractal do canal principal, Rosso et al. (1991) determinaram uma equação para estimativa da dimensão fractal da rede de drenagem como um todo.

Observando que as propriedades de escala da rede de drenagem podem ser vistas como o produto da composição estrutural do sistema de drenagem e do efeito de pequenas irregularidades refletida na dimensão fractal da rede dos estudos de Tarboton et al. (1990), Rosso et al. (1991) derivaram uma equação para estimar a dimensão fractal da rede como um todo sendo:

$$D = \min\left(2, 2\frac{\log R_B}{\log R_A}\right) \tag{2.70}$$

A equação foi testada por Gomes (1997), para estimar a dimensão fractal de redes de drenagem de bacias localizadas no estado de São Paulo e os resultados obtidos (1,77; 1,77 e 2,00) ficaram dentro do intervalo (1,5 - 2,0) estabelecido por La Barbera et al. (1989).

Da mesma forma, Kobiyama et al. (2002) utilizaram a equação de Rosso et al. (1991) para estimar a dimensão fractal para a rede de drenagem do rio Marumbi-PR, obtendo um valor (1,7983) que foi coerente com os resultados da literatura citada.

Assim sendo, os valores de estimativa da dimensão fractal obtida nos diferentes métodos por Tarboton et al. (1990), Rosso et al. (1991), La Barbera e Rosso (1989, 1990), foram utilizados para comparar os resultados obtidos para o rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS objetos de estudo da presente Tese.

2.7 Aplicação da dimensão fractal no estudo das redes de drenagem

Neste item, procurou-se fazer uma revisão de estudos mais diretamente relacionada com o objeto da pesquisa, ou seja, a aplicabilidade da geometria fractal no estudo das redes de drenagem.

Conforme Oliveto e Claps (1996), a literatura publicada de estudos de bacias sob a ótica dos fractais é dividida em dois grupos de estudos: O primeiro grupo inclui Tarboton et al. (1988, 1990); La Barbera e Rosso (1989, 1990); Marani at al. (1991) e Beer e Borgas (1993) que estudaram o comportamento fractal das redes fluviais a partir das leis de Horton (1945) e Strahler (1952) consideradas como leis de escalonamento. No segundo grupo, referenciam Liu (1992); Rigon et al. (1993); Rinaldo et al., (1993); Nikora e Saphozhnikov (1993) e Peckham (1995) que estudaram as propriedades fractais das redes de drenagem reproduzidas por meio de modelos de simulação.

Para os mesmos autores, outras abordagens foram realizadas por Fiorentino e Claps (1992); Claps e Fiorentino (1993) e Claps e Oliveto (1994), utilizando dados levantados em outros estudos para comparar as propriedades fractais das bacias hidrográficas.

Todavia, observaram que muitos dos resultados relatados na literatura citada foram obtidos supondo o sistema de rede de drenagem com característica de auto-similaridade, exibindo suas propriedades de escalonamento sobre um intervalo infinito de escala. Entretanto, outros estudos como de Ijjasz-Vasquez et al. (1993) mostraram que os canais individuais da rede de drenagem são considerados objetos com característica de auto-afinidade, apresentando comportamento de auto-similaridade somente num intervalo de escala de observação.

Por sua vez, Mandelbrot (1982) descreveu os padrões geométricos de fractais e sugeriu que fractais espacialmente densos podem ser modelos de redes de drenagem. No mesmo estudo, estimou a dimensão fractal de canais individuais como 1,1 e a dimensão fractal da rede de drenagem sendo 2,0, desde que o modelo ocupasse completamente a superfície.

Hjelmfelt (1988) relacionou o comprimento do canal principal e a área das bacias de oito rios em Missouri, utilizando vários métodos. Os valores obtidos para a dimensão fractal variaram no intervalo de 1,036 a 1,291, com um valor médio de 1,158, coincidindo com o valor 1,136 hipotetizado por Mandelbrot (1982).

La Barbera e Rosso (1989) propuseram para um sistema de drenagem ordenado derivar as dimensões fractal das leis de Horton, posteriormente determinaram a dimensão fractal para
redes de drenagem topológicas aleatórias. Nas amostras analisadas, a dimensão fractal das redes de drenagem variou entre 1,5 e 2, com uma média de 1,6.

Takayasu (1990) estimou a dimensão fractal do comprimento do canal principal para o rio Amazonas e rio Nilo, usando o método *Box-Couting*, encontrando os valores de dimensão fractal igual a 1,85 e 1,40 respectivamente. Pelos resultados encontrados, sugeriu que a dimensão fractal pode ser maior em regiões de muita chuva.

Da mesma forma, Rosso et al. (1991) utilizaram a equação, proposta pelos mesmos, para estimar a dimensão fractal dos canais individuais, bacias de drenagem localizadas no sudoeste da Itália, e compararam os resultados com os valores obtidos através da aplicação do método *Box-Couting*. Observaram, pelos resultados, que as estimativas da dimensão fractal através da equação se ajustam totalmente aos valores medidos.

Os mesmos autores, ao estimarem a dimensão fractal (df) pela equação de Feder (1988), observaram que essa superestimou os valores, em todos os casos analisados, quando comparados com os valores empíricos previstos por Hjelmfelt (1988).

Nikora (1991) discutiu a estrutura fractal das formas meândricas de rios demonstrando o comportamento fractal de 46 secções de rios (totalizando oito rios) em Moldávia, utilizando dados retirados de mapas topográficos. Nesse estudo, inseriu-se a noção das escalas interna e externa que limita o intervalo do comportamento fractal, que no caso foi estabelecido como a largura do canal principal e área do vale onde o mesmo está inserido. Usando essa idéia junto com elementos da geometria fractal, obteve uma relação entre a sinuosidade da largura do vale e do talvegue e a dimensão fractal do talvegue do rio. Sendo assim, em geral, para descrever as propriedades fractais do leito do rio e sua área de drenagem muitas dimensões fractais podem ser obtidas.

Por sua vez, Schuller et al. (2001) apud Nikora e Saphozhnikov (1993), mostraram que muitas redes de canais são fractais com características de auto-afinidade, pois os expoentes de escalonamento nas direções longitudinal e transversal não foram iguais. Nesse caso, os expoentes de escalonamento nas direções longitudinal e transversal são parâmetros que descrevem a natureza fractal dos objetos. Se os expoentes de escalonamento são iguais, então a rede de drenagem é auto-similar e a dimensão fractal da rede é numericamente igual ao inverso do valor de expoente de escalonamento, se forem diferentes, a rede de drenagem tem a propriedade de auto-afinidade e dimensão de lacunaridade (que define a lacunaridade ou o grau de compacidade do objeto).

Schuller et al. (2001), utilizando dados obtidos por Rosso et al. (1991), determinaram para a bacia do Auto Lira os valores dos parâmetros de escalonamento nas direções

longitudinal e transversal como sendo 0,61 e 0,44, respectivamente. Como esses valores foram desiguais, concluíram que a rede de drenagem tem característica de auto-afinidade em vez de auto-similaridade e estimaram a dimensão lacunaridade sendo 1,90. Valores semelhantes obtiveram para os rios em Moldava, e concluíram que a estimativa dos expoentes de escalonamento, com valores diferentes, indicaram a característica de auto-afinidade das redes de drenagem dos rios.

Por sua vez, Nikora (1994) testou as relações propostas de escalonamento longitudinal e transversal, dimensão de similaridade, índice de Hurst, dimensão de lacunaridade e, também, substantivou a hipótese de auto-afinidade, nas bacias de drenagem, com base nas leis de Horton. Para observar a auto-similaridade, auto-afinidade e testar as relações propostas, utilizou dados obtidos por outros pesquisadores de várias bacias hidrográficas de rios da Romênia, Itália e Estados Unidos. Em três das bacias de drenagem estudadas, obteve valores de dimensão excedendo a 2,0 e valores correspondentes à relação $\Delta A_n/A_{n-1}$ (ΔA_n = uma partição da área de drenagem de ordem *n*) negativos o que evidenciou pouca precisão na determinação R_B , R_L , e R_A . Assim sendo, os valores dos expoentes de escalonamento nas direções longitudinal e transversal obtidos, também ficaram sendo pouco precisos. Porém, concluiu o estudo observando que as bacias drenagem dos rios analisados são geralmente não compactas e fractais com propriedade de auto-afinidade.

Gao e Xia (1996) ao discutirem várias pesquisas que englobam a natureza fractal das bacias de drenagem, concluíram que devido à estrutura hierárquica dos canais, a análise fractal das redes de drenagem é mais complexa do que de linhas costeiras. Ao se referirem ao método de determinação da dimensão fractal, pela relação espacial de comprimento do canal principal e a área de drenagem da bacia hidrográfica, colocaram que, muitas vezes, a aplicação desse método fica comprometida pela subjetividade e a falta de padrão consistente na generalização cartográfica, fatores inerentes em mapas topográficos.

Os autores citados sobre o conceito multifractal dos fenômenos colocam que esse ofereceu novas oportunidades e desafios para explorar a natureza de algum fenômeno geográfico e identificar as escalas às quais diferentes processos geomorfologicos estão operando. Indubitavelmente, a geometria fractal fez o comprimento medido das feições geográficas irregulares mais objetivo e a generalização das características lineares sobre mapas topográficos mais consistentes. A natureza multifractal das redes de drenagem leva a supor a não existência de um valor único de dimensão fractal para ser aplicada em toda a bacia. Sendo assim, a dimensão fractal pode fornecer informações de extrema relevância sobre a geometria das redes de drenagem e os parâmetros morfométricos de uma bacia. Embora a evolução de uma rede de drenagem seja afetada por fatores como clima, escoamento superficial e estágio de desenvolvimento litológico da bacia, a dimensão fractal pode ser interpretada como um reflexo do grau de restrições geológicas e da evolução da rede de drenagem sobre uma série particular de escalas espaciais, em vez de um parâmetro inerente da rede. Dentro dessa ótica, a dimensão fractal possibilita entender a geometria das redes de drenagem e os processos que operam em uma bacia hidrográfica.

Conforme Oliveto e Claps (1996), o uso de conceitos da geometria fractal na análise das redes fluviais tem conduzido a importantes resultados sobre a interpretação das propriedades de escalonamento, no que concernem vários índices morfológicos de bacias e similaridade observada entre redes de drenagem aparentemente diferentes. As redes de drenagem têm sido reconhecidas como estruturas fractais, apresentando propriedades de auto-similaridade sob uma série significativa de escalas e o conhecimento desses resultados é significante em estudos sobre a evolução da rede de drenagem.

Para os mesmos autores, numa rede fluvial, depois de uma mudança de escala, o comprimento global euclidiano medido muda em decorrência do aumento no comprimento dos canais individuais, que revelam suas trajetórias com maiores detalhes e do aparecimento de novos canais que, em uma resolução menor, não foram observados. Por conseguinte, a fractalidade de redes fluviais pode ser analisada por dois pontos de vista: a sinuosidade dos rios, caracterizada pela dimensão fractal "sinuosa" e a outra dimensão fractal "topológica", que reflete as características de ramificação da rede de drenagem. As combinações desses dois mecanismos produzem um objeto com sua própria dimensão fractal que é a dimensão de toda a rede fluvial.

Nikora et al. (1996) considerando os procedimentos da auto-similaridade e da relação empírica, usando o expoente de Hack, obteve a dimensão fractal de canais individuais aproximadamente igual a 1,2. Comparando o padrão de redes de canais com a bacia de Peano, concluiu que essas são espacialmente densas, portanto, têm uma dimensão fractal igual a 2.

No final da década de 80, muitos artigos surgiram considerando tanto os canais individuais como as redes de canais sob o ponto de vista fractal. Existem muitas discrepâncias entre os resultados desses estudos, portanto, as principais propriedades fractais das redes de rios necessitam serem mais estudadas. As principais conclusões encontradas no que concernem à estrutura fractal dos canais individuais estão sintetizada na Fig. 2.9.



FIGURA 2.9: Síntese dos principais trabalhos encontrados na literatura, das estruturas de canais individuais, quanto às características de auto-similaridade e auto-afinidade (NIKORA et al. 1996).

Em relação à rede de canais as principais conclusões encontradas, no que concernem à estrutura fractal dessas, estão sintetizada na Fig.2.10.



FIGURA 2.10: Síntese dos principais trabalhos encontrados na literatura, das estruturas de redes de canais, quanto às características de auto-similaridade e auto-afinidade (NIKORA et al. 1996).

Assim sendo, as Figs. 2.9-2.10 mostram claramente que ocorrem diferenças consistentes nos casos analisados. Existem vários expoentes fractais que correspondem fractais com características de auto-similaridade e auto-afinidade utilizando a mesma rede de drenagem.

Schuller et al. (2001) discutiram a auto-similaridade de uma rede de canais para descrever a relação entre um rio e suas partes. No estudo desenvolvido, analisaram as características fractais das redes de drenagem, utilizando dados de 12 bacias de drenagem rurais do estado de Indiana-USA, com tamanho variando de 7,78 km² á 150,4 km². O material

cartográfico utilizado foi Atlas de drenagem do Estado de Indiana. Uma desvantagem observada no uso desses mapas foi a ausência de dados de altitude. Portanto, as áreas de subbacias e o comprimento do canal principal foram desenhados ao usar os delineamentos da drenagem. A dimensão fractal do canal principal e da rede de drenagem foi calculada pelo uso das equações de Mandelbrot (1982), Nikora et al. (1993), Rosso e Barbera (1987, 1989), Tarboton et al. (1990) e o método *Box-Counting*.

Outro aspecto pesquisado pelos mesmos autores foi às características de auto-afinidade e auto-similaridade das bacias de drenagem como recomendado por Peckham (1995) e Nikora e Sapozhnikov (1993), respectivamente. Matrizes geradoras foram desenvolvidas para cada bacia, os valores das diagonais foram observados para determinar se as redes eram autosimilares. Para pesquisar a auto-afinidade, os expoentes escalonamentos longitudinal e transversal foram calculados e o índice de Hurst foi determinado, para observar o grau de auto-afinidade das redes de drenagem.

A dimensão fractal estimada dos canais individuais possibilitou observar que esses são de natureza fractal. A dimensão fractal estimada, quando utilizada a relação do comprimento Euclidiano, foi aproximadamente 1,05 e, para a relação do comprimento/área da ordem de 1,15. Os métodos utilizados supõem a auto-similaridade dos canais individuais.

Sintetizando os resultados obtidos, considerando a metodologia utilizada foram:

-Pelo método proposto por Mandelbrot, a dimensão fractal estimada para as redes de drenagem foi na ordem de 1,54;

-Nos métodos de La Barbera e Rosso (1987,1989) e Rosso et al. (1991), a dimensão fractal estimada foi na ordem de 1,75;

-Através das metodologias de Tarboton et al. (1990) e La Barbera et al. (1990), as dimensões fractais estimadas foram na ordem de 1,80 ou de 1,95 a 2,00, dependendo da estimativa da dimensão fractal dos canais individuais que foi utilizada nos cálculos;

-Pelo *Box-Counting*, a dimensão fractal da rede foi de 1,28 na bacia do Plum Creek.

Schuller et al. (2001) colocaram que as relações com base no comprimento do canal principal, área da bacia e nas razões de Horton supõem que as redes de drenagem têm características de auto-similaridade, porém, estudando as bacias hidrográficas do Estado de Indiana-USA, demonstraram que essas apresentaram características de auto-afinidade em vez de auto-similaridade.

Em contrapartida, outras pesquisas que supõem as redes de drenagem espacialmente densas, têm mostrado que as bacias não são espacialmente densas, pois em algum nível da superfície a rede de canais se interrompe e outras nascentes começam a surgir. Isso acontece, em decorrência dos mecanismos os quais direcionam o escoamento na superfície do solo evitando a formação de uma rede espacialmente densa. Considerando esse pressuposto, outros pesquisadores supõem que a dimensão fractal de uma rede de canais é menor que 2,0 e que esta varia de um local para outro.

Os mesmos autores definem a D_f como a medida da capacidade da rede de drenagem de ocupar a superfície da bacia, surgindo da natureza ramificada da rede e sinuosidade dos canais individuais. Se a rede de canais fluviais estiver realmente ocupando a superfície, como é o caso de uma rede topologicamente aleatória, alguns pesquisadores supõem uma dimensão fractal para a rede de drenagem igual a 2,0. Esta hipótese foi substantivada por pesquisadores como Mandelbrot (1982) e Tarboton et al. (1988) que acreditam que isso pode ser o caso. A dimensão fractal dos canais individuais é definida como a medida do grau de irregularidade desses, caracterizada pelo número de meandros formados.

La Barbera et al. (1989), colocam que a rede de drenagem com dimensão fractal igual a 2,0 implica em uma topologia aleatória. Alguns supõem que os efeitos das restrições geológicas, topológicas e hidrológicas reduzem a capacidade da rede de canais de se desenvolver como um processo puramente de ramificação e, assim, a dimensão fractal para a rede de drenagem pode ser menor que 2,0.

Os autores concluíram que os diferentes métodos para determinar a dimensão fractal do canal individual e da rede de drenagem têm amplo intervalo de valores e que esses estão fundamentados na hipótese que as redes de canais são fractais com características de autosimilaridade, a pesquisa realizada pelos mesmos indicou que a rede de drenagem tem características de auto-afinidade.

As diferentes pesquisas demonstraram que as bacias hidrográficas e os canais individuais são fractais. Portanto, a natureza fractal dos rios é uma nova característica das redes de drenagem, suas propriedades são motivos de pesquisas cientificas recentes, junto com outras características morfométricas contribuem para o conhecimento dos diferentes processos hidrológicos que ocorrem numa bacia hidrográficas e no planejamento e manejo deste recurso natural.

3 CARACTERIZAÇÃO DAS ÁREAS DE ESTUDO

Neste capítulo, procurou-se enfocar dados gerais referentes à localização geográfica, geomorfologia, clima e cobertura da terra da região onde se inserem as bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS, que serviram de base para aplicação da metodologia proposta na presente pesquisa.

3.1 Áreas de estudo

As áreas de estudo abrangem quatro bacias hidrográficas, sendo duas localizadas em região de planalto, no norte do Estado do Rio Grande do Sul-Brasil e duas localizadas em região de encosta da Serra Geral, no extremo sul do Estado de Santa Catarina-Brasil. As coordenadas geográficas das áreas de estudo são:

- Rio Pinheirinho-SC:

49°58'32" e 49°53'36" de longitude oeste.

28°58'40" e 28°55'00" de latitude sul.

- Rio Figueira-SC

49°58'32"e 49°53'36" de longitude oeste. 28°52'10" e 28°55'30" de latitude sul.

- Rio São Gonçalo-RS

49°59'46" e 49°57'18" de longitude oeste.

28°52'40" e 28°55'00" de latitude sul.

- Lajeado das Marrecas-RS

49°59'46" e 49°56'4" de longitude oeste.

28°55'26" e 28°59'00" de latitude sul.

A localização das áreas do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS podem ser observadas na Fig. 3.1.



FIGURA 3.1- Mapa de localização: áreas das bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS. Base: composição colorida, a partir de imagem SPOT XS, de 04/1996. Elaboração: a autora.

3.2 Bacias da região de encosta (rio Pinheirinho-SC e rio Figueira-SC)

As bacias do rio Figueira-SC e rio Pinheirinho-SC se constituem de duas sub-bacias da bacia hidrográfica do rio Araranguá-SC, localizadas nos municípios de Jacinto Machado e Timbé do Sul, sul do Estado de Santa Catarina-Brasil, Fig. 3.2.



FIGURA 3.2 Localização das bacias do rio Pinheirinho-SC e do rio Figueira -SC. Elaboração: a autora.

3.2.1 Geomorfologia da região das bacias hidrográficas do rio Figueira-SC e rio Pinheirinho-SC

A área onde estão localizadas as duas bacias de encosta apresenta características da Unidade Geomorfológica Serra Geral.

A Unidade Serra Geral, na parte oeste das bacias, apresenta relevo com formas de terminais escarpados abruptos, adjacentes aos plateaus do Planalto dos Campos Gerais. As escarpas ocorrem nas áreas de maior altitude e são seguidas de interflúvios com formatos angulosos (PELLERIN et al. 1995). A região das áreas de estudo se caracteriza pela ocorrência de rochas efusivas, principalmente básicas, com formas de relevo muito abruptas, apresentam vales bem fechados em "V". As bacias do rio Figueira e rio Pinheirinho, com solos de constituição rochosa, possuem área com alta declividade.

Os escarpamentos, onde a camada basáltica não foi totalmente removida, originam vertentes íngremes, cujos canais são caracterizados por correntes com um forte fluxo hídrico, contribuindo para intensificar a dissecação das encostas e deposição de sedimentos nas planícies de inundação dos rios. As cicatrizes existentes nas vertentes e o material depositado (pouco selecionado) são indicadores da presença de movimento de massa, que estão relacionados à força da gravidade e a água que contribui, significativamente, dando origem aos depósitos de enxurradas.

3.2.2 Clima

Para Monteiro et al. (1996), o clima da região em estudo é condicionado por um relevo que apresenta grandes variações altimétricas. A proximidade da região com a linha da costa do Oceano Atlântico evidencia o conjunto orográfico da área como o primeiro obstáculo continental frente às massas de ar oceânicas. A predominante presença de nebulosidade nas áreas de maior altitude torna comum a ocorrência de altas precipitações nas encostas, especialmente nos meses de verão.

Segundo Sheibe (1998), a maior incidência de chuvas nas cabeceiras do rio Figueira-SC e rio Pinheirinho-SC, associada a canais com forte inclinação e muito encaixados, ocasiona fenômenos de movimentos de massa e enchentes como a catástrofe do Natal de 1995.

Conforme Monteiro et al. (1996), toda a região sul de Santa Catarina apresenta umidade relativa do ar acima de 80%. Nas áreas das cabeceiras do rio Figueira e rio Pinheirinho, região de encosta, periodicamente encoberta por nuvens, a existência de florestas é um dos indicadores do alto índice de concentração de umidade relativa do ar.

A margem oeste dessa bacia é constituída pelas escarpas da Serra Geral que originam acentuadas declividades em direção leste, aumentando a possibilidade de ocorrências de

chuvas orográficas. Para Neppel (1998), a precipitação média anual na região varia entre 1700mm a 1900mm.

3.2.3 Cobertura da terra

A característica do relevo da Unidade Geomorfológica Serra Geral propicia o desenvolvimento de uma vegetação do tipo florestal, que, em alguns locais, está sendo substituída por culturas cíclicas.

As cabeceiras do rio Figueira e rio Pinheirinho são encobertas pela floresta da Mata Tropical Atlântica, áreas de Preservação Permanente de acordo com o Código Florestal.

Na Mata Atlântica, as condições ambientais da Floresta Ómbrofita Densa favorecem o desenvolvimento de uma multiplicidade de subformas de vida, com grande força vegetativa e alto-volume de biomassa (GAPAM, 1986). O número elevado de espécies arbóreas torna mais densos os estratos superiores, criando, assim, um ambiente propício ao desenvolvimento de vegetais epífitos. Distinguem-se quatro estratos: árvores, arvoretos, arbustos e ervas. O estrato superior é bastante denso, destacando-se espécies como as canelas (*Ocotea sp*), a laranjeira do mato (*Slonea guinensis*), o aguaí (*Chrysophyllum viride*) e várias Mirtáceas. O estrato médio é constituído por pequeno número de espécies da família das Mirtáceas e das Rubiáceas. O estrato herbáceo é constituído principalmente por Pteridófitas e Gramínaceas.

3.3 Bacias de região de planalto (rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS)

As bacias de planalto constituem sub-bacias hidrográficas do rio Pelotas e se localizam no município de Cambará do Sul, nordeste do Estado do Rio Grande do Sul, Fig. 3.3.



FIGURA 3.3 Localização da bacia do rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS. Elaboração:a autora.

3.3.1 Geomorfologia da região das bacias de Planalto (rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS)

As bacias hidrográficas do rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS situam-se na Unidade Geomorfológica Planalto dos Campos Gerais. As formas de relevo dessa Unidade desenvolveram-se especialmente em rochas efusivas de composição ácida, que normalmente se apresentam capeando as efusivas básicas pertencentes à Formação Serra Geral. O Planalto dos Campos Gerais se apresenta distribuído em blocos de relevos isolados pela Unidade Geomorfológica Planalto Dissecado do Rio Uruguai. A fragmentação em blocos ou compartimentos é consequência de processos de dissecação desenvolvida ao longo dos principais rios dessa Unidade: rio Pelotas e rio Uruguai (INVENTÁRIO FLORESTAL NACIONAL, 2001).

Na região onde se localizam as áreas em estudo, o Planalto se caracteriza por um relevo relativamente plano e conservado com recortes de alguns rios e com material de origem basáltica (IBGE, 1983).

3.3.2 Clima da região onde estão inseridas as bacias (rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas - RS)

O clima, segundo o sistema Koeppen, enquadra-se na zona fundamental temperada úmida no tipo "Cfb". Apresenta chuvas durante todos os meses do ano, tendo a temperatura média do mês mais quente inferior a 22° C e a do mês mais frio superior a 3°C. Todos os anos, no inverno, ocorrem temperaturas abaixo de zero, como também, geadas na primavera e outono.

Em relação à precipitação no município de Cambará do Sul - RS, podem acontecer excedentes entre 284 mm e 337 mm, porém sem acusar deficiências hídricas (INVENTÁRIO FLORESTAL NACIONAL, 2001).

3.3.3 Cobertura da terra

Segundo o Inventário Florestal Nacional (2001), no município onde se inserem as bacias do rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas -RS, o relevo pouco dissecado a planar possibilita uma cobertura da terra com vegetação predominante de Savana, composta por um estrato de gramíneas cespítosas e rizomatosas, entremeadas de elementos arbustivos ou arbóreos, dispersos ou em grupos, que constituem, às vezes florestas, de galerias (mata ciliar) e capões de mata nativa.

4 MATERIAS E MÉTODOS

Neste capítulo, procurou-se abordar os materiais e procedimentos utilizados na obtenção dos mapas das redes de drenagem, variáveis morfométricas (linear e Ariel), perfil longitudinal e análise das bacias de drenagens do rio Figueira, rio Pinheirinho, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS sob a ótica da geometria fractal.

4.1 Materiais

Na elaboração dos mapas das bacias em estudo, foram utilizados materiais cartográficos relacionados na Tab. 4.1.

Material	Quantidade	Escala	Aquisição	Identificação e/ou características
Cartográfico			e/ou	do material
			Execução	
Carta	01	1:50.000	1976	 Município de Jacinto Machado.
Topográfica			IBGE	- Folha : SH-22-X-A-VI-3.
				-Cobertura aerofotogramétrica do
				Estado de Santa Catarina (sentido
Fotografias				leste-oeste)- Aerofoto Cruzeiro do
aéreas	30	1:25.000	1978	Sul S/A.
pancromáticas				-Recobrimento longitudinal:78 %
				-Recobrimento lateral: 56%.
				- Programa de Recuperação
				Ambiental da Bacia Carbonífera de
				Santa Catarina- Aeroimagem-
Fotografias				DNPM
aéreas	10	1:40.000	fev./2002	- Cobertura aerofotogramétrica
coloridas				sentido norte-sul.
Faixas: 01-02				- Recobrimento longitudinal: 60 %
				-Recobrimento lateral : 30%

TABELA 4.1: Documentos cartográficos utilizados no mapeamento das bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS.

Na interpretação dos aerofotogramas, do levantamento de campo e da digitalização dos mapas, foram utilizados materiais e equipamentos de órgãos públicos como:

- Câmara Clara denominada Map-O-Graph pertencente ao CCR-UFSM;

- Scanner A3: resolução 200dpi;

- Binóculo;

- Estereoscópio de espelho e estereoscópio de bolso pertencentes a UFSC;

- Mesa digitalizadora pertencente ao Centro de Ciências Rurais da Universidade Federal de Santa Maria;

- Imagem *raster* georeferenciada SPOT XS, de 6 de abril de 1996, com 20 metros de resolução, pertencente ao Departamento de Geociências-UFSC;

- Software CAMPEIRO e aplicativo SITER - Sistema de Informações Territoriais desenvolvidos pelo prof. Dr. Enio Giotto do Departamento de Engenharia Rural / CCR/ UFSM / RS;

- Software *MicroStation* pertencente a UFSC.

Na obtenção das variáveis morfométricas e análise fractal foram utilizados os seguintes aplicativos:

- Software MicroStation DESCARTES pertencente a UFSC;

- Planilhas do EXCEL.

- Software Arq View 3.2 pertencente a UFSC.

4.2 Métodos

4.2.1 Elaboração dos mapas em meio analógico

A elaboração dos mapas das redes de drenagem, em meio analógico, caracterizou-se como uma das etapas para a análise fractal das bacias, pois foi por meio dessas que foram determinadas as variáveis morfométricas.

4.2.1 .1 Elaboração do mapa base

O mapa base para as bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS foi elaborado em meio analógico.

A área de drenagem da bacia hidrográfica foi subdividida em unidades menores para detalhamento da área das nascentes. As subáreas ou bacias menores foram definidas por divisores internos da mesma forma que a realizada para a bacia principal.

Sobre um poliéster foram transcritos da carta topográfica: a drenagem, os divisores de água dos canais de 1^a, 2^a, 3^a e 4^a ordens das bacias, a rede viária (que foi utilizada como ponto de amarração) e as coordenadas UTM .

Delimitadas as bacias, ampliaram-se os mapas para a escala 1:25.000, escala de maior resolução espacial, usando a câmara clara *Map-O-Graph*.

O mapa base serviu como base topográfica no levantamento das variáveis morfométricas, na construção do perfil longitudinal e como apoio na transferência dos temas interpretados nas fotografias aéreas.

4.2.1.2 Fotointerpretação dos aerofotogramas

Inicialmente, realizou-se uma observação geral no material, para avaliar as condições de operacionalidade dos mesmos.

Nas fotografias aéreas de 1978 e de 2002, foram analisados os seguintes elementos: recobrimentos, escalas, contraste tonal e época de obtenção.

Conforme os critérios estabelecidos por Rocha (1985), sobre a fotografia, foi fixada uma base estável de *polyester herculene* "mate" um lado e, com auxílio de estereoscópio de bolso ou de mesa com lentes de aumento, foram delimitados num retângulo útil os divisores de água dos canais de 1^a, 2^a, 3^a, 4^a, e 5^a das bacias, a rede hidrográfica e a rede viária (utilizada como ponto de amarração na transferência dos temas interpretados para a base cartográfica).

Na interpretação das bacias, foram utilizados estereoscópio de espelho e lentes de aumento, para obter uma visão mais ampla da área de estudo e estereoscópio de bolso para uma visão mais detalhada, como os canais da rede de drenagem.

Alguns aspectos intrínsecos (escala, resolução espacial, sombras, ocorrência de vegetação densa e presença de áreas alagadas) e extrínsecos (qualidade da cópia fotográfica, tipo de estereoscópio e material utilizado como *overlay*) influentes na fotointerpretação, foram, também, considerados na obtenção do traçado das redes de drenagem e dos limites das bacias.

4.2.1.3 Reambulação

Essa fase da pesquisa, além de ser importante para realizar a aferição de dados que apresentaram dúvidas na hora da interpretação (canais fluviais, estradas), veio contribuir para o melhor conhecimento das áreas de estudo.

Assim sendo, foi possível esclarecer dúvidas, tais como, a interpretação do tema estrada, que serviu de ponto de amarração na transferência das redes de drenagem dos *overlay* para as bases cartográficas, que foi identificado a campo como o GASODUTO (Brasil-Bolívia),

4.2.1.4 Transferência de dados interpretados sobre as fotografias para o mapa-base

Utilizando a Câmara Clara *Map-O-Graph* foram realizadas a uniformização das escalas das fotografias aéreas e a transferência dos temas produzidos nos *overlay* para a base cartográfica.

Na transferência dos canais, optou-se, como critério, manter a rede hidrográfica contida na base cartográfica e transferir dos *overlay* os canais acrescentados e divisores de água observados pela fotointerpretação.

Primeiramente, foram transferidos para a base cartográfica os canais fluviais obtidos pela interpretação das fotografias de 1978 e, após, os canais fluviais identificados nas fotografias de 2002. Isso possibilitou tornar as redes de drenagem das bacias de estudo o mais completas possíveis.

A transferência dos temas (canais e divisores de água) nas bacias hidrográficas localizadas no Planalto foi realizada quando houve a coincidência do canal principal (utilizado como ponto de amarração) contido no mapa base e na imagem do mesmo projetada do *overlay*. Nas bacias localizadas na encosta, tornou-se necessário fazer a transferência por partes, considerando como ponto de amarração o canal principal das bacias de terceira ordem que aparecem na carta topográfica.

4.2.2 Mapa digital

4.2.2.1 Conversão dos mapas em meio digital

Uma vez transferidos os temas para a base cartográfica, o passo seguinte foi realizar a transformação do mapa analógico para meio digital e fazer o cruzamento das informações obtidas pela interpretação das fotografías aéreas com a imagem SPOT. A conversão dos dados foi inicialmente realizada com mesa digitalizadora e posteriormente, para melhorar a precisão, por meio de Scanner.

No cruzamento das informações da fotointerpretação, foi utilizada uma mesa digitalizadora e dados de duas bacias em estudo, uma localizada na área de planalto (Lajeado das Marrecas-RS) e outra localizada na área de encosta (rio Pinheirinho-SC).

Antes de iniciar a digitalização das bacias foi realizado o georeferenciamento dos mapas. Para tanto, utilizaram-se dois procedimentos: um considerando as coordenadas geográficas dos mapas obtidos da carta topográfica, outro considerando quatro pontos de coordenadas conhecidas da imagem SPOT e nos mapas.

No primeiro procedimento foram colocados os mapas analógicos das bacias sobre a mesa digitalizadora e, considerando os quatro pontos extremos de coordenadas UTM conhecidas, que tangenciam as bacias, utilizando o software CAMPEIRO, através do aplicativo SITER, foi realizado o georeferenciamento. Subseqüentemente, foram vetorizados os limites das bacias e da rede de drenagem. Os mapas digitais obtidos foram então sobrepostos na imagem SPOT.

No segundo procedimento, procurou-se refazer todo o processo de georeferenciamento dos mapas das bacias, identificando quatro pontos (dentro das áreas de estudo) de coordenadas conhecidas na imagem e vetorizando os limites das bacias e das redes de drenagem. Os mapas vetoriais obtidos nesse procedimento foram testados novamente com a imagem georeferenciada SPOT.

Posteriormente, as bacias foram convertidas em meio digital pelo processo de escaneamento e uso do programa *MicroStation*. Nesse caso, foi possível manter a precisão dos dados interpretados nas fotografias aéreas semelhante à precisão dos dados da carta topográfica. A versatilidade proporcionada pelo software permitiu uma digitalização mais precisa, com o uso de um aumento (*ZOOM*) apropriado e facilidade nas correções de erros na vetorização, o que contribuiu para aumentar a precisão dos dados.

4.2.2.2 Digitalização e processamento dos dados

A transformação dos mapas analógicos em meio digital foi efetuada nas seguintes etapas: escaneamento, vetorização, georeferenciamento, limpeza topológica, criação de topologias de polígonos e edição dos mapas.

Os mapas analógicos das bacias foram escaneados através de Scanner e transformados em extensões digitais.

Com o uso do *MicroStation Descartes* as informações (rede hidrográfica, limite de bacia e coordenadas UTM) foram vetorizadas. O arquivo vetorial resultante dessa operação foi então georeferenciado através do *MicroStation Geographis* e projetados no *Sistema Universal Transverso de Mercator* - UTM, *Datum* horizontal Córrego Alegre.

Posteriormente, realizou-se a averiguação da precisão das informações do georeferenciamento, fazendo a leitura das coordenadas UTM encontradas para os quatro pontos de controle. Nesse caso, observou-se variação de 1m a 5m na localização das coordenadas dos pontos dos mapas em relação aos mesmos pontos na carta topográfica, o que é perfeitamente aceitável conforme as Normas Técnicas da Cartografia Nacional (DECRETO N° 89.817, 1984).

Após o georeferenciamento, efetuou-se a sistematização das informações vetoriais. Nesse processo, a digitalização dos canais fluviais de 1^a, 2^a, 3^a, 4^a e 5 ^a ordens da rede de drenagem de cada bacia hidrográfica foi colocada em *layers* distintos, assim como o traçado dos limites de cada bacia. Esse procedimento teve como objetivo facilitar a criação de topologias para obtenção de dados numéricos.

A seguir, no *MicroStation Geographis*, foi realizada a limpeza topológica dos mapas obtidos e fechamento dos polígonos. Essas operações permitiram o arremate final da rede, sendo, primeiramente, eliminados pontos e vetores que não fazem parte do mapa, a fim de

obter um mapa digital com uma imagem mais limpa, com melhor aspecto visual. Subseqüentemente, realizou-se a união dos canais da rede de drenagem e fechamento das linhas tracejadas (limites de bacias) que limitam cada bacia de 1^a, 2^a, 3^a, 4^a e 5^a ordens.

Na passagem seguinte, com os mapas digitais das bacias já elaborados, procedeu-se à verificação e edição da rede de drenagem de forma que toda a rede das bacias ficou ordenada, segundo os critérios de Sthraler.

4.2.3 Levantamento das variáveis morfométricas das bacias de drenagens

4.2.3.1 Hierarquização dos canais

O sistema de drenagem constituído pelo curso de água principal e seus tributários ou afluentes, pode ser caracterizado pela ordem de seus segmentos que representa o grau de ramificação do sistema de drenagem da bacia.

Na ordenação dos canais da rede de drenagem, utilizou-se a classificação apresentada em Christofoletti (1980) apud Strahler (1957). Considerando os dados obtidos, através da interpretação das fotografias aéreas, os canais das redes de drenagem foram também ordenados conforme a classificação proposta por Strahler (1957) com modificações, uma vez que esse autor utiliza apenas os canais de cursos permanentes. Nesse caso, consideraram-se como canais de drenagem todos aqueles canais perceptíveis nas fotografias aéreas (Fig. 4.1), nitidamente marcados e compondo uma rede permanente na topografia, que permitissem o escoamento linear das águas incluindo, os de curso intermitente.



FIGURA 4.1: Fotografia aérea de 1978 (A) e 2002 (B), com vista parcial dos canais fluviais das bacias hidrográficas.

4.2.3.2 Obtenção das variáveis morfométricas (Linear e Areal)

Para melhor elucidar e contribuir para análise do uso da carta topográfica e das fotografias aéreas como instrumentos no estudo das características fractais das bacias hidrográficas, foram calculados, além de variáveis que relacionam a dimensão fractal e as razões de Horton, outras variáveis morfométricas. Assim sendo, foram levantadas ou calculadas as variáveis morfométricas: área de drenagem (A); perímetro (P) da bacia; comprimento (L) da rede de drenagem; número total de rios (N); densidade de drenagem (D_d); densidade hidrográfica (Dh); comprimento do canal principal (L_{cp}).

A digitalização dos canais de 1^a, 2^a, 3^a, 4^a e 5^a ordens em *layers* distintos possibilitou a identificação de topologias de rede, obtidas a partir do traçado dos níveis hierárquicos dos canais, como o número total de canais (N), o comprimento total da rede (L), o número de canais por ordem de ramificação (N_i), o comprimento por ordem de ramificação (L_i).

Utilizou-se a topologia de polígonos, obtidas pelo traçado dos limites (divisor de água) de cada microbacia de 1^a, 2^a, 3^a, 4^a e 5^a ordens em *layers* distintos para a determinação da área (A) e perímetro (P) das bacias.

As variáveis obtidas foram então tabuladas e utilizadas para determinar o comprimento total por ordem de ramificação (L_i), o comprimento médio por ordem de ramificação ($\bar{L_i}$), área total das microbacias por ordem de ramificação(A_i) e área média das microbacias por ordem de ramificação(\bar{A}_i).

Num segundo momento, foram calculados os logaritmos de N_i , $\vec{L_i} \in \vec{A}_i$ a partir dos quais foram determinados os parâmetros geomorfológicos R_L , $R_B \in R_A$ das bacias hidrográficas. Através dos Diagramas de Horton, plotou-se o logaritmo do número de canais, dos valores médios dos comprimentos e das áreas em função da ordem dos canais, determinaram-se as equações das retas:

$$\log N_i = a l - b l_i \tag{5.1}$$

$$\log \bar{\mathcal{L}}_i = a \mathbf{1} - b \mathbf{1}_i \tag{5.2}$$

$$\log \mathbf{A}_i = a\mathbf{1} \cdot b\mathbf{1}_i \tag{5.3}$$

De acordo com os coeficientes angulares das retas ajustadas nos gráficos, foi determinado o valor das razões morfométricas $R_B=10^{b1}$, $R_L=10^{b2}$ e $R_A=10^{b3}$, considerando as duas formas diferentes de obtenção de dados.

4.2.3.3 Obtenção do perfil longitudinal

Na análise fractal das bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS, foi considerado o estudo da rede de drenagem e do perfil longitudinal do canal principal dos rios.

Assim sendo, o perfil longitudinal foi elaborado para as quatro bacias em estudo, utilizando dados dos mapas digitais originados, com informações provenientes da carta topográfica e das fotografias aéreas.

4.2.4 Análise fractal das bacias hidrográficas

A análise fractal das bacias de drenagem foi realizada no primeiro momento, utilizando as razões morfométricas para discutir o expoente da Lei de Hack, a auto-afinidade e a autosimilaridade das redes de drenagem, observando os critérios definidos por Nikora (1994).

No segundo momento, foi estimada a dimensão fractal do canal principal, considerando a sinuosidade dos canais individuais, rede de drenagem como um todo e perfil longitudinal, através de métodos que utilizam as razões de Horton (FEDER, 1988; LA BARBERA e ROSSO, 1987 e 1989; TARBOTON et al., 1990; LA BARBERA e ROSSO, 1990 e ROSSO et al., 1991) e do método *Box-Counting*.

Na aplicação do método *Box-Counting*, para cada tema (canais individuais, rede de drenagem, canal principal e perfil longitudinal dos rios) foram aplicadas quatro malhas de tamanhos distintos, quais sejam:

- Canais individuais: 50 m, 75 m, 100 m e 125 m na escala real (dentro dos limites estabelecidos por Tarboton et al., 1988);

- Rede de drenagem: 250 m, 500 m, 750 m e 1000m na escala real (dentro dos limites estabelecidos por Tarboton et al. 1988);

Perfil longitudinal: foram testados três intervalos de escala de medidas na escala real, para as dimensões das quadrículas: a₁: 50 m, 75 m, 100 m, 125 m; a₂: 250 m, 500 m, 750 m, 1000 m e a₃: 500 m, 750 m, 1000 m e 1250 m.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Mapeamento das bacias hidrográficas

5.1.1 Mapas analógicos

Os mapas analógicos elaborados a partir dos procedimentos executados constam na Tab. 5.1.

TABELA 5.1: Número de mapas analógicos elaborados. Bacias hidrográficas do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS.

Quantidade	Material cartográfico utilizado	Escala dos mapas
04	carta topográfica	1:25.000
04	carta topográfica e fotografias aéreas	1:25.000

5.1.2 Observações cartográficas

Considerando os aspectos intrínsecos e extrínsecos observados na interpretação da rede de drenagem e no limite das bacias, foi possível identificar que:

* Nas fotografias de 1978:

- A escala e o sentido do vôo aerofogramétrico contribuíram para a identificação dos canais fluviais tanto nas bacias localizadas na região de planalto como na região de encosta;

 A vegetação densa junto a alguns canais nas bacias hidrográficas localizadas na encosta, os capões de matas encontrados nas bacias de planalto dificultaram a identificação de canais de primeira ordem; - As sombras que ocorrem nas vertentes opostas à incidência dos raios solares dificultaram a visualização dos canais de primeira ordem ou mesmo a trajetória dos canais de ordens superiores, nas bacias localizadas nas encostas.

*Já, nas fotografias de 2002, constatou-se que:

 A data de obtenção das fotografias aéreas, considerando que a vegetação na data do vôo estava em plena atividade clorofiliana, dificultou a interpretação de alguns canais de 1^a ordem e 2^a ordem principalmente nas áreas de planalto.

- O fato das fotografias aéreas terem sido obtidas em data posterior as chuvas violentas que atingem a metade sul do estado de Santa Catarina, dezembro de 1995, tornando muitas áreas de encostas dissecadas mais evidentes visualmente, veio contribuir para a identificação de muitos canais de primeira ordem e da trajetória de outros canais de ordem superior, os quais nas fotografias de 1978 encontravam-se encobertos por vegetação florestal.

- A escala menor e/ou qualidade das fotografias dificultou a identificação visual de canais de primeira ordem e a trajetória dos canais de ordens superiores nas bacias de planalto.

5.1.3 Cruzamento das informações obtidas na interpretação das fotografias aéreas com a imagem SPOT

Os dois procedimentos utilizados para transformar os mapas analógicos em meio digital, quando realizado o cruzamento das informações obtidas pela interpretação das bacias através das fotografías aéreas com a imagem SPOT, possibilitaram chegar aos seguintes resultados:

No procedimento, utilizando mesa digitalizadora, observou-se:

- No caso do georeferenciamento considerando as coordenadas da carta topográfica, as bacias ao serem sobrepostas na imagem sofreram um arraste em virtude de problemas no georeferenciamento (diferentes *DATUM* Horizontais: mapa digital georeferenciado tendo como o Sistema Geodésico denominado Córrego Alegre e a Imagem de Satélite SPOT georeferenciada a partir de pontos levantados pelo Sistema GPS que utiliza como referência o *World Geodetic System* de 1984 -WGS84);

- No georeferenciamento, considerando pontos da imagem SPOT de coordenadas conhecidas na carta topográfica, constatou-se que o arraste observado no procedimento anterior foi corrigido parcialmente, pois a rede de drenagem e o limite de bacias, ao ser sobreposta sob a imagem ficaram com pequenas distorções, embora a similaridade das formas tenha sido mantida, como pode ser observado na Fig. 5.1.



FIGURA 5.1: Sobreposição vetorial das bacias do Lajeado das Marrecas-RS e rio Pinheirinho-SC sobre cena de imagem SPOT. XS de 6 de abril de 1996, através de mesa digitalizadora.

Elaboração: a autora.

Na utilização do Scanner para transformar os dados analógicos em meio digital, constou-se:

- Digitalizando os dados e efetuando-se o georeferenciamento das informações, obtevese uma precisão menor que 5 metros, comparando os pontos de coordenadas conhecidas na carta topográfica. Esse foi o procedimento efetivamente realizado na transformação das bacias hidrográficas em meio digital.

5.1.4 Mapas digitais

O número de mapas digitais obtidos, consta na Tab. 5.2.

TABELA 5.2: Mapas digitais obtidos para as bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS.

Quantidade	Fonte
04	carta topográfica
04	carta topográfica e fotografias aéreas de 1978 e 2002

Os mapas digitais das bacias hidrográficas para dados da carta topográfica e das fotografias aéreas de 1978 e 2002 constam no APÊNDICE A.

5.1.5 Considerações gerais sobre o mapeamento da rede de drenagem das bacias hidrográficas

O mapeamento das redes de drenagem das bacias hidrográficas, utilizando fotografias aéreas, constituiu-se em um instrumento eficaz e de extrema relevância científica, independente das bacias estarem localizadas em região de planalto ou encosta, pois possibilitaram identificar uma drenagem complementar significativa, principalmente de canais de 1ª e 2ª ordem, não incluída na carta topográfica utilizada.

A existência de fotografías aéreas obtidas com cobertura aerofotogramétrica realizada em sentido leste-oeste e sentido norte-sul facilitou a identificação visual, nas vertentes opostas às incidências dos raios solares, dos canais de primeira ordem e a trajetória de alguns canais de ordem superior. O recobrimento longitudinal (≥ 60) e lateral (≥ 30), diferente das fotografías, proporcionou uma maior área para interpretação, onde ocorre menor distorção. Esses recobrimentos nas escalas usuais, segundo Rocha (1985), refletem maior fidelidade das informações com o relevo.

A escala maior (1:25.000) das fotografias de 1978 foi um dos fatores que contribuiu para a identificação de um maior número de canais, principalmente nas bacias de planalto. O forte temporal que ocorreu em dezembro de 1995 tornou visualmente melhor a identificação dos canais localizados nas encostas dissecadas nas fotografias de menor escala (1:40.000).

5.2 Morfometria das bacias hidrográficas

5.2.1 Hierarquização dos canais

O grau de hierarquização das redes de drenagem encontrado, de acordo com a hierarquia de Strahler, considerando como fonte de dados a carta topográfica, foi:

- rio Pinheirinho-SC: 4^a ordem;

- rio Figueira-SC: 4^a ordem;
- rio São Gonçalo-RS: 3ª ordem;
- Lajeado das Marrecas-RS: 4ª ordem.

Para dados obtidos pela interpretação das redes de drenagem nas fotografias aéreas 1978 e 2002, foi:

- rio Pinheirinho-SC: 5^a ordem;

- rio Figueira-SC: 5^a ordem;
- rio São Gonçalo-RS: 4ª ordem;
- Lajeado das Marrecas-RS: 5ª ordem.

A hierarquização dos canais das redes de drenagem das bacias hidrográficas pode ser observada na Fig.5.2 e Fig.5.3.



FIGURA 5.2: Hierarquização dos canais da rede de drenagem das bacias do rio Pinheirinho-SC, rio Figueira-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS. Dados obtidos na carta topográfica SH-22-X-A-VI-3. Elaboração: a autora.

A hierarquização dos canais das redes de drenagem encontrada pela interpretação das fotografías aéreas pode ser observada na Fig.5.3.



FIGURA 5.3: Hierarquização dos canais da rede de drenagem das bacias do rio Pinheirinho-SC, rio Figueira-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS. Dados obtidos das fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Elaboração: a autora.

5.2.2 Variáveis morfométricas encontradas (Linear e Areal)

Os valores das características morfométricas gerais das bacias hidrográficas, tendo como base de dados a carta topográfica e as fotografias aéreas, foram reunidos na Tab. 5.3.

TABELA 5.3: Características morfométricas gerais das bacias hidrográficas. Fonte de dados:carta topográfica SH-22-X-A-VI-3 e fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Base	Р	N	A_t	L_t	D_d	L_{cp}	D_h	
	(km)		(km²)	(km)	(km/km ²)	(km)	N/km²	
			rio Fi	gueira-SC				
Carta	24,55	38	25,44	46,14	1,81	10,00	1,55	
Fotografias	24,49	234	25,45	109,92	4,32	10,06	9,19	
rio Pinheirinho-SC								
Carta	20,15	39	20,81	43,31	2,08	8,45	1,87	
Fotografias	20,19	190	20,92	101,47	4,85	8,46	9,08	
			rio São	Gonçalo-R.	S			
Carta	13,66	18	10,33	22,83	2,21	6,87	1,74	
Fotografias	13,84	40	10,53	24,43	2,32	6,88	3,79	
Lajeado das Marrecas-RS								
Carta	21,76	48	17,09	47,09	2,75	8,52	2,82	
Fotografias	21,61	96	17,11	50,45	2,95	8,52	5,61	

Em todas as bacias, a variação no valor do perímetro (máximo de 57 m nas bacias de encosta e 177 m nas bacias de planalto), comprimento do canal principal (máximo de 54 m nas bacias de encosta e 9 m nas bacias de planalto) e área de drenagem não foi significativa, quando se compararam dados da carta topográfica em relação aos de fotografias aéreas.

O número total de segmentos, comprimento total dos segmentos, densidade de drenagem e densidade hidrográfica tiveram um aumento acentuado em seus valores, quando se utilizou como fonte de dados os resultantes da interpretação das redes de drenagem através de fotografias aéreas, sendo mais significativo nas bacias de encosta.

Os valores da densidade de drenagem nas bacias localizadas em região de encosta obtiveram um aumento significativo de aproximadamente 138% e 133%, já nas localizadas na região de planalto, esse acréscimo foi de 5% e 7%.

Sendo assim, os rios da região de planalto, em função do tipo de material cartográfico utilizado para obtenção dos dados, tiveram pouca variação em sua extensão por quilômetro quadrado. Isso não aconteceu nos rios localizados na região de encosta, que tiveram um aumento significativo em sua extensão por quilômetro quadrado, quando se utilizaram como fonte de dados fotografias aéreas.

Os valores obtidos para a densidade hidrográfica nas bacias localizadas na região de encosta apresentaram um aumento significativo de aproximadamente 494% e 384% e, nas localizadas na região de planalto, de 118% e 100%. A densidade hidrográfica maior que 2,0 canais/km² significa que a rede de drenagem tem uma grande capacidade de gerar novos cursos d'água, segundo Lana et al. (2001).

Comparativamente, para a rede de drenagem do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC e rio São Gonçalo-RS, o número de canais por quilômetro de área foi significativo (1,54 canais /km², 1,87 canais /km² e 1,74 canais /km²), indicando pela carta topográfica que as bacias desses rios têm capacidade média para gerar novos cursos d'água. O Lajeado das Marrecas-RS obteve valor de densidade hidrográfica igual 2,80 canais /km², demonstrando que sua bacia tem uma grande capacidade de gerar novos cursos d'água.

Conforme dados obtidos das fotografías aéreas, a riqueza de canais por quilômetro de área observada, chegando a um máximo de 9,19 canais/km², demonstraram a grande capacidade que as bacias hidrográficas pesquisadas possuem de gerar novos cursos d'água.

Em relação aos parâmetros morfométricos, por ordem de ramificação dos canais, os resultados foram reunidos nos APÊNDICES B-I. Partindo desses, os resultados encontrados para o número total de canais por ordem de ramificação (N), comprimento total por ordem de ramificação (L_i), área total das bacias por ordem de ramificação (A_i), das bacias hidrográficas foram reunidos na Tab. 5.4.

Base	Ordem	N	Д (Кт)	<i>EA</i> (Km ²)			
Rio Figueira-SC							
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	1^{a}	38	28,70	13,39			
	2^{a}	8	7,27	11,61			
	3 ^a	2	6,29	15,56			
	4 ^a	1	3,88	25,44			
Fotografias Aéreas (1978 e 2002)	1^a	234	69,17	14,47			
	2^{a}	44	22,73	14,23			
	3ª	6	7,96	11,74			
	4ª	2	5,04	15,13			
	5"	1	5,02	25,45			
Ri	o Pinheirinho	-SC					
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	1^a	39	27,19	12,08			
	2^{a}	8	7,73	9,06			
	3 ^a	3	3,61	11,19			
	4 ^a	1	4,78	20,81			
Fotografias Aéreas (1978 e 2002)	1^{a}	190	64,67	11,19			
	2^{a}	34	19,32	11,75			
	3 ^a	10	6,60	10,26			
	4 ^a	3	5,28	10,88			
	5 ^a	1	5,59	20,92			
Rio São Gonçalo-RS							
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	1^a	18	13,46	6,13			
	2^{a}	4	5,18	7,54			
	3 ^a	1	4,19	10,33			
Fotografias Aéreas (1978 e 2002)	1^{a}	40	10,12	5,56			
	2^{a}	10	7,29	7,77			
	3 ^a	2	5,64	8,92			
	4^{a}	1	1,37	10,53			
Lajea	ido das Marre	cas-RS					
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	1^a	48	26,94	9,30			
100	2^{a}	15	7,14	9,48			
	3 ^a	4	10,11	14,70			
	4^{a}	1	2,89	17,09			
Fotografias Aéreas (1978 e 2002)	1^{a}	96	25,61	8,98			
· · · /	2^{a}	28	9,40	10,03			
	3 ^a	8	6,97	12,43			
	4 ^a	2	6,97	13,47			
	5 ^a	1	1,59	17,11			

TABELA 5.4: Características morfométricas por ordem de ramificação de canais das bacias hidrográficas.

A rede de drenagem da bacia do rio Figueira-SC que no mapa obtido da carta topográfica apresentou 2,82 canais de 1ª ordem/km², extensão de 2,14 km/km², passou a ter 16,17 canais/km² com extensão de 4,78 km/km², para dados originados das fotografias aéreas. Da mesma forma, os canais de 2ª ordem de 0,68 canais/km², extensão de 0,62 km/km², passaram para 3,09 canais/km² com 1,59 km/km².

No mapa obtido da carta topográfica, o rio Pinheirinho-SC, apresentou 3,22 canais de 1^a ordem/km², extensão de 2,25 km/km², e 16,96 canais/km² com 5,77 km/km², para dados originados das fotografias aéreas. Os canais de 2^a ordem que tinha 0,88 canais/km², extensão de 0,85 km/km² passaram a ter 2,89 canais/km² com 1,64 km/km².

A rede de drenagem da bacia do São Gonçalo-RS que no mapa obtido da carta topográfica apresentou 2,93 canais de 1ª ordem/km², extensão de 2,19 km/km², passou a ter 7,19 canais/km² com extensão de 1,82 km/km², para dados originados das fotografias aéreas. Da mesma forma, os canais de 2ª ordem de 0,53 canais/km², extensão de 0,68 km/km², passaram para 1,28 canais/km² com 0,93 km/km².

No mapa obtido da carta topográfica, o Lajeado das Marrecas-RS apresentou 5,15 canais de 1^a ordem/km², extensão de 2,89 km/km², e 10,69 canais/km² com 2,85 km/km², para dados originados das fotografias aéreas. Os canais de 2^a ordem que tinha 1,58 canais/km², extensão de 0,75 km/km² passaram a ter 2,79 canais/km² com 0,93 km/km².

Sendo assim, comparando as duas formas de aquisição de dados utilizadas, observou-se que ocorreu um acréscimo no número de canais de primeira e segunda ordens por quilômetro quadrado, na rede de drenagem das quatro bacias hidrográficas pesquisadas, independente de estarem localizadas na região de encosta ou na região de planalto.

No caso da extensão por quilômetro quadrado de área dos canais de primeira ordem, ocorreram comportamentos distintos, de acordo com a localização dos rios (região de planalto ou de encosta). Os canais de primeira ordem do rio Figueira-SC e rio Pinheirinho-SC tiveram um acréscimo em suas extensões, comparando dados da carta topográfica e dados de fotografías aéreas. Já, o rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS tiveram um decréscimo. Por sua vez, os canais de segunda ordem tiveram um acréscimo, em todas as bacias estudadas, para as duas formas de aquisição de dados utilizadas.

Para calcular as razões de Horton, R_L , R_B e R_A , foram também obtidos os valores do comprimento médio por ordem de ramificação ($\vec{L_i}$) e da área média das bacias por ordem de ramificação (\vec{A}_i), com respectivos logaritmos que foram reunidos na Tab. 5.5.

Base	Ordem	Ļ(m)	Log Ļ	N	LogN	Ā _i (Km2)	$log \bar{\mathbf{A}}_i$
			rio Figueir	∙a –SC			
Carta	1^a	755,29	2,88	38	1,58	0,35	-0,45
	2ª	908,37	2,96	8	0,90	1,45	0,16
	3 ^a	3146,50	3,49	2	0,30	7,78	0,89
	4^{a}	3878,00	3,58	1	0,00	25,44	1,40
Fotografias	1 ^a	295,59	2,47	234	2,37	0,06	-1,21
0.1	2^{a}	516,57	2,71	44	1,64	0,32	-0,49
	3 ^a	1327,17	3,12	6	0,77	1,95	0,29
	4^{a}	2521,00	3,40	2	0,30	7,56	0,87
	5 ^a	5018,00	3,70	1	0,00	25,44	1,40
		ric	o Pinheirinh	no -SC	-	-	-
Carta	1 ^a	697,23	2,84	39	1,59	0,31	-0,51
	2ª	966,50	2,98	8	0,90	1,13	0,05
	3 ^a	1203,67	3,08	3	0,47	3,73	0,57
	4 ^a	4779,00	3,67	1	0,00	20,81	1,32
Fotografias	1 ^a	340 35	2 53	190	2.28	0.06	-1 23
1 01081 ajtas	2^{a}	568.29	2,33	34	1 53	0.34	-0.46
	$\frac{2}{3^a}$	660,10	2,73	10	1,00	1.02	0.01
	4 ^a	1761 33	3 24	3	0.47	3.62	0.56
	5 ^a	5595.00	3,75	1	0,00	20.92	1 32
	U U	rio	São Gonça	lo -RS	0,00		1,0 -
Carta	1 ^a	747,72	2,87	18	1,25	0,34	-0,47
	2^{a}	1295.50	3.11	4	0.60	1.88	0.27
	3 ^a	4194,00	3,62	1	0,00	10,33	1,01
Fotografiag	1a	252.05	2.40	40	1.60	0.14	0.96
roiografias	1 2a	233,03	2,40	40	1,00	0,14	-0,80
	2 2a	729,70	2,80	10	1,00	0,77	-0,11
	Ja	1376.00	3,43	2 1	0,30	4,40	0,03
	4	1370,00 Laiea	J,14 do das Mar	recas_R	0,00	10,55	1,02
	1 ^a	561 21	2 7 75	19 19	1.68	0.10	_0.71
Carta	γ^{a}	175 97	2,15	40 15	1,00	0,19	-0,/1
	∠ 3a	413,01	2,07	13	1,10	3.67	-0,19
	Ja ∕la	2320,30	3,40 3 16	4 1	0,00	5,07 17.00	1 22
	7	2092,00	5,40	1	0,00	17,07	1,23
Fotografias	1 ^a	266,76	2,43	96	1,98	0,09	-1,04
-	2ª	335,75	2,53	28	1,45	0,35	-0,46
	3 ^a	871,25	2,94	8	0,90	1,55	0,19
	4 ^a	3484,00	3,54	2	0,30	6,74	0,83
	5 ^a	1597.00	3,20	1	0.00	17.10	1.23

TABELA 5.5: Comprimento médio, área média e número de canais, por ordem de ramificação das bacias hidrográficas. Dados da carta topográfica e fotografias aéreas de 1978 e 2002.
Nas bacias localizadas na região de encosta, conforme os resultados que constam na Tab. 5.6, ocorreu um acréscimo no comprimento médio por quilômetro de área, em todos os canais de 1^a, 2^a, 3^a, e 4^a ordens da rede de drenagem, quando se compararam os dados obtidos da carta topográfica e os das fotografias aéreas. Porém, as bacias localizadas na região de planalto (rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS) tiveram comportamentos diferentes, obtendo um pequeno decréscimo no comprimento médio por quilômetro de área, nos canais de primeira ordem e um acréscimo nos canais de segunda ordem, comparando os dados obtidos da carta topográfica e das fotografias aéreas.

O coeficiente angular obtido através do diagrama de Horton para a razão de bifurcação $(R_B = 10^{b1})$, razão de comprimento $(R_L = 10^{b2})$ e razão de área $(R_A = 10^{b3})$ das bacias hidrográficas, consta na Tab. 5.6.

TABELA 5.6: Coeficiente angular da reta ajustada, diagrama de Horton, para a razão de bifurcação ($R_B = 10^{b1}$), razão de comprimento ($R_L = 10^{b2}$) e razão de área ($R_A = 10^{b3}$) das bacias hidrográficas. (a) Dados da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3 (b) e das fotografias aéreas 1978 e 2002 (b).

Base de Dados	Coeficiente angular (b1)	Coeficiente angular (b2)	Coeficiente angular (b3)
1	Rio Figueira-SC		
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	-0,53	0,26	0,63
Fotografias Aéreas de 1978 e 2002	-0,60	0,31	0,66
Ri	o Pinheirinho-SC		
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	-0,52	0,26	0,60
Fotografias Aéreas de 1978 e 2002	-0,56	0,29	0,61
Ric	o São Gonçalo-RS		
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	-0,63	0,37	0,74
Fotografias Aéreas de 1978 e 2002	-0,55	0,28	0,63
Lajea	do das Marrecas-I	RS	
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	-0,56	0,28	0,66
Fotografias Aéreas de 1978 e 2002	-0,51	0,26	0,61

Através do coeficiente angular da reta ajustada (Tab.5.6), obtido pelo diagrama de Horton, foi determinado o valor de $R_B = 10^{b1}$, $R_{L=}10^{b2}$ e $R_A = 10^{b3}$ para rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS, considerando as duas formas diferentes de obtenção de dados, que constam na Tab. 5.7.

Base de Dados	Razão de	Razão de	Razão de
	Bifurcação (R _B)	Comprimento (R_L)	Area (R _A)
	Rio Figueira-SC		
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	3,42	1,84	4,27
Fotografias Aéreas de 1978 e 2002	4,05	2,06	4,56
R	io Pinheirinho-SC		
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	3,31	1,82	3,98
Fotografias Aéreas de 1978 e 2002	3,64	1,96	4,09
Ri	io São Gonçalo-RS		
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	4,24	2,36	5,50
Fotografias Aéreas de 1978 e 2002	3,55	1,90	4,36
Laje	ado das Marrecas-	RS	
Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3	3,64	1,93	4,57
Fotografias Aéreas de 1978 e 2002	3,24	1,80	4,09
Faixa de Variação (SMART, 1972)	3,0 a 5,0	1,5 a 3,5	3,0 a 6,0

TABELA 5.7: Razão de bifurcação, de comprimento e de área para a rede de drenagem das bacias hidrográficas.

Os parâmetros geomorfológicos R_L , R_B e R_A da rede de drenagem para as bacias hidrográficas obtiveram variação em seus valores em decorrência do material cartográfico utilizado. Essa variação foi distinta de acordo com a região (planalto ou encosta) onde então inseridas as bacias. No caso do rio Figueira-SC e rio Pinheirinho-SC, bacias hidrográficas localizadas em região de encosta, tiveram acréscimo nos valores geomorfológicos de R_L , R_B e R_A . O rio São Gonçalo-RS e o Lajeado das Marrecas-RS, localizados na região de planalto, ocorreu o inverso, ou seja, decréscimo nos valores geomorfológicos de R_L , R_B e R_A .

Por outro lado, os valores dos parâmetros R_L , R_B e R_A obtidos para todas as bacias hidrográficas pesquisadas, nas duas formas de obtenção de dados utilizadas, carta topográfica e fotografias aéreas de 1978 e 2002, ficaram dentro dos limites normalmente observados na natureza, segundo Smart (1972);

5.2.3 Perfil longitudinal observado

Para o rio Figueira-SC, o perfil longitudinal observado, considerando dados obtidos da carta topográfica e das fotografias aéreas de 1978 e 2002, consta na Fig.5.4.





Na análise do perfil longitudinal do rio principal das bacias em estudo, observaram-se as colocações de Guerra (1998), ressaltando que esse reflete o ajuste do mesmo a diferentes fatores, como o volume de carga da corrente, tamanho e peso dos sedimentos transportados, declividade, geologia da calha e regime de chuvas, sendo que o seu estado de equilíbrio é representado por um perfil côncavo liso e com aumento da declividade em direção às maiores altitudes.

O canal principal do rio Figueira-SC, com extensão de 10,00 km, conforme dados obtidos da carta topográfica, e de 10,06 km, dados obtidos de fotografías aéreas, apresentou para as duas formas de mapeamento perfil longitudinal, com certa concavidade, mas não totalmente liso, demonstrando que o rio não atingiu o equilíbrio em seu fluxo.

A amplitude altimétrica máxima de 960 m entre a nascente e a foz do canal principal do rio Figueira-SC reflete em cursos fluviais encachoeirados, com grandes gradientes, favorecendo os processos de transporte de sedimentos fluviais, fator esse que caracteriza os cursos fluviais, com grande número de corredeiras, saltos e cachoeiras e elevado número de nascentes.

No caso do rio Pinheirinho-SC, o perfil longitudinal do canal principal observado nas duas formas de mapeamento utilizadas, consta na Fig.5.5.



FIGURA 5.5: Perfil longitudinal do rio Pinheirinho-SC: Dados da carta topográfica e de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

No caso do rio Pinheirinho-SC, o canal principal com extensão de 8,452 km, conforme dados obtidos da carta topográfica e de 8,456 km, dados obtidos de fotografias aéreas, apresentou para as duas formas de mapeamento o perfil longitudinal com concavidade contínua, mas não totalmente liso, demonstrando que o rio não atingiu o equilíbrio em seu fluxo, principalmente entre as cotas de 1060 metros a 200 metros.

A amplitude altimétrica máxima de 978 metros entre a nascente e a foz do canal principal do rio Pinheirinho-SC reflete em cursos fluviais encachoeirados, com grandes gradientes, favorecendo os processos de transporte de sedimentos fluviais.

Para o rio São Gonçalo-RS, o perfil longitudinal observado nas duas formas de mapeamento utilizadas, consta na Fig.5.6.



FIGURA 5.6: Perfil longitudinal do rio São Gonçalo-RS: Dados da carta topográfica e de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

No caso do rio São Gonçalo-RS, os canais principais com extensão de 6,868 km, conforme dados obtidos da carta topográfica e de 6,877 km, dados obtidos de fotografias aéreas, apresentou amplitude altimétrica máxima 111 metros entre a nascente e a foz, demonstrando uma inclinação suave, principalmente mais à jusante, característica de bacias de planalto.

O perfil longitudinal observado para o Lajeado das Marrecas-RS, nas duas formas de mapeamento utilizadas, consta na Fig.5.7.





No caso do Lajeado das Marrecas-RS, o canal principal com extensão de 8,522 km, conforme dados obtidos da carta topográfica e de 8,525 km, dados obtidos de fotografias aéreas, apresentou amplitude altimétrica máxima de 161 metros entre a nascente e a foz, e

comportamento semelhante ao do rio São Gonçalo-RS, com inclinação mais suave, principalmente à jusante.

5.2.4 Considerações gerais sobre a morfometria das bacias de drenagem

O ordenamento dos canais da rede de drenagem das bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS, considerando a hierarquização de Strahler, demonstrou uma ramificação mais intensa, quando o mapeamento foi elaborado com dados obtidos pela interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002. Como o campo de pesquisa são as nascentes dos rios em estudo e estão localizadas em áreas rurais de difícil acesso, as alterações na ramificação dos canais podem ser atribuídas ao tipo de material cartográfico utilizado na coleta de dados.

Assim sendo, ressalta-se como um aspecto extremamente relevante na hierarquização dos canais o aumento de um grau na ordem de todas as bacias estudadas, independente das redes de drenagem estarem localizadas em bacias de regiões de planalto ou de encosta, quando se utilizou como fonte de dados a interpretação de fotografias aéreas.

Em relação às variáveis morfométricas foi constatado que:

- O valor da densidade de drenagem foi inferior ao da hidrográfica em todas as bacias, para dados obtidos pela interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002. No caso de dados da carta topográfica, com exceção da bacia hidrográfica do Lajeado das Marrecas-RS, ocorreu o inverso, a densidade de drenagem foi maior que a hidrográfica. Isso foi atribuído à supressão, no mapa originado da carta topográfica, de um grande número de canais de primeira e segunda ordem;

- Os acréscimos observados nos valores da densidade de drenagem e da hidrográfica, seguiram tendências de comportamentos distintos, de acordo com a região onde estão inseridas as bacias hidrográficas (região de planalto ou região de encosta);

- O aumento acentuado da densidade hidrográfica contribuiu para o aumento de um grau na ordem de todas as bacias hidrográficas em estudo;

- A variação no valor da densidade de drenagem determinou uma alteração no comportamento estrutural da rede de drenagem de todas as bacias em estudo, quando as observamos mapeadas por fotografias aéreas em vez de carta topográfica;

- No caso dos dados obtidos pela interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002, o valor da densidade hidrográfica maior que a densidade de drenagem, refletiu em um maior número de canais com comprimentos menores que, conforme a literatura citada, em muitas bacias significa pouco controle natural da rede de drenagem. Mas, quando os resultados foram obtidos da carta topográfica, a densidade de drenagem foi maior que a densidade hidrográfica, nesse caso, demonstrou um maior controle natural na rede de drenagem das bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC e rio São Gonçalo-RS. Essa ambigüidade se deve à forma de aquisição dos dados. No caso das informações oriundas das fotografias aéreas a cobertura aerofotogramétrica em sentido diferenciado, sendo a última realizada posterior às chuvas torrenciais que ocorreram em dezembro de 1995, favoreceu a visualização de muitos canais de primeira e segunda ordem, contribuindo com uma rede de drenagem complementar não observada na carta topográfica.

 Os valores encontrados para densidade de drenagem e densidade hidrográfica, foram mais expressivos nas bacias hidrográficas localizadas em região de encosta do que nas de planalto;

- A obtenção das redes de drenagem das quatro bacias hidrográficas, através da interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002, possibilitou um aumento acentuado nos valores da densidade de drenagem e da densidade hidrográfica de todas as bacias, independente das mesmas estarem localizadas em região de encosta ou de planalto, em detrimento da obtenção das redes de drenagem através da carta topográfica.

-O valor da densidade de drenagem, obtida com dados de fotografías aéreas, demonstrou que os rios localizados nas encostas apresentaram maior extensão por quilômetro de área, com maior escoamento superficial, portanto são bacias com maior grau de dissecação, resultante da ação fluvial do que as bacias localizadas na região de planalto.

- As razões de Horton determinaram comportamentos distintos de acordo com a região onde está inserida a bacia hidrográfica, com a utilização de dados de fotografias aéreas, nas de região de encosta, os valores dos parâmetros R_L , R_B e R_A tiveram um aumento significativo, nas de planalto um decréscimo.

 Em relação ao perfil longitudinal, no caso do rio Figueira-SC, a diferença de 54 m observada na extensão do canal principal, comparando as duas formas de obtenção de dados utilizadas, não determinou diferença significativa no delineamento do perfil longitudinal do rio.

- No caso do rio Pinheirinho-SC, a pequena diferença (4 m) observada na extensão do canal principal, comparando as duas formas de obtenção de dados utilizadas, demonstraram diferenças no delineamento dos perfis, entre a cota de 1060 metros a 200 metros.

 Nas bacias de região de planalto, caso do rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS, as duas formas de obtenção de dados determinaram perfis longitudinal do canal principal, com comportamento semelhante.

5.3 Análise fractal das bacias hidrográficas

5.3.1 Expoente de Hack

Os expoentes de Hack encontrados para as bacias hidrográficas foram reunidos na Tab. 5.8.

TABELA 5.8: Expoente de Hack (h) para as bacias hidrográficas, considerando dados obtidos da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3 e das fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacias Hidrográficas	Н	Н	
-	Carta topográfica	Fotografias aéreas	
rio Figueira-SC	0,60	0,60	
rio Pinheirinho-SC	0,55	0,59	
rio São Gonçalo-RS	0,68	0,68	
Lajeado das Marrecas-RS	0,64	0,64	

Em todas as redes de drenagem das bacias em estudo, o expoente de Hack foi encontrado acima de 0,5, sendo maior nas bacias hidrográficas de região de planalto. O valor encontrado evidenciou, conforme Mandelbrot (1982), a característica fractal dos canais fluviais e corroboraram com as afirmações de Muller (1973), de que esse varia de acordo com o tamanho das áreas das bacias hidrográficas e de La Barbera e Rosso (1989), de que varia de 0,5 a 1, dependendo das variações locais. Ressalta-se que esses foram distintos de acordo com a região onde então inseridas as bacias hidrográficas.

O maior valor encontrado para o expoente de Hack foi para a bacia do rio São Gonçalo (0,68) que possui área (10,33 km² e 10,52 km²) menor que as áreas das bacias do rio Figueira (25,44 km² e 25,44 km²), rio Pinheirinho (20,81 km² e 20,92 km²) e Lajeado das Marrecas (17,09 km² e 17,11 km²).

Ainda dentro dessa ótica, foi observado que a bacia do rio São Gonçalo, que possui a

menor área e obteve maior expoente de Hack, tem formato menos alongado que as bacias do rio Figueira, rio Pinheirinho e Lajeado das Marrecas. Esse resultado corrobora com as pesquisas de Schuller e Jeong (2001), para as quais os valores do expoente de Hack maiores que 0,5, tem relação com a tendência de alongamento das bacias de drenagem, com o aumento de suas áreas.

5.3 2. Análise da auto-similaridade e auto-afinidade

As variáveis (R_B , R_L , R_A , R_W , D_S , D_L e D_W) calculadas para operacionalizar a análise da auto-similaridade e auto-afinidade da rede de canais das bacias hidrográficas foram reunidas na Tab. 5.9.

TABELA 5.9: Variáveis obtidas, na análise da auto-similaridade e auto-afinidade das bacias hidrográficas.

Base	R_B	R_L	R_A	R_W	D_S	D_W	D_L
		rio I	Figueira-SC	2			
Carta topográfica	3,42	1,84	4,27	2,30	1,99	1,46	1,99
Fotografias aéreas	4,05	2,06	4,56	2,21	1,93	1,76	1,93
		rio Pi	nheirinho-2	SC			
Carta topográfica	3,31	1,82	3,98	2,18	1,99	1,53	1,99
Fotografias aéreas	3,64	1,96	4,09	2,09	1,91	1,75	1,91
		rio Sã	o Gonçalo-	RS			
Carta topográfica	4,24	2,36	5,50	2,32	1,67	1,71	1,67
Fotografias aéreas	3,55	1,90	4,36	2,29	1,97	1,52	1,97
		Lajeado d	das Marrec	as-RS			
Carta topográfica	3,64	1,93	4,57	2,36	1,96	1,50	1,96
Fotografias aéreas	3,24	1,80	4,09	2,26	1,98	1,43	1,98

Conforme os dados da Tab 5.9, foi constatado que em todas as bacias hidrográficas em estudo a igualdade de $R_W e R_L$, (NIKORA, 1994), não foi verificada.

 $R_{\scriptscriptstyle B} = R_{\scriptscriptstyle L}^{\scriptscriptstyle D_{\scriptscriptstyle S}} = R_{\scriptscriptstyle W}^{\scriptscriptstyle D_{\scriptscriptstyle S}} = R_{\scriptscriptstyle A}^{\scriptscriptstyle D_{\scriptscriptstyle X}}$ Para testar a relação, valores que constam na Tab.5.10.

calculou-se para as bacias hidrográficas os

 $R_B = R_L^{D_S} = R_W^{D_S} = R_A^{D_{s/2}}$

Bacias hidrográficas		Carta to	pográfic	a	I	Fotograf	ias aérea	ıs
-	R_{B}	$R_L^{D_S}$	$R_W^{D_S}$	$R_A^{\frac{D_S}{2}}$	$R_{\scriptscriptstyle B}$	$R_L^{D_S}$	$R_W^{D_S}$	$R_A^{\frac{D_S}{2}}$
rio Figueira-SC	3,42	3,41	5,32	4,26	4,05	4,05	4,63	4,33
rio Pinheirinho-SC	3,31	3,30	4,76	3,97	3,64	3,63	4,11	3,86
rio São Gonçalo-RS	4,24	4,24	4,11	4,55	3,55	3,55	5,13	4,26
Lajeado das Marrecas-RS	3,64	3,64	5,42	4,47	3,24	3,24	5,08	4,09

TABELA 5.10: Valores da igualdade $R_B = R_L^{D_S} = R_W^{D_S} = R_A^{D_{S'}}$

Conforme os resultados, a igualdade $R_{B} = R_{L}^{D_{A}} = R_{M}^{D_{A}} = R_{A}^{D_{A}}$ para as duas formas de aquisição de dados não foi validada. Sendo assim, os dois critérios não confirmaram a característica de auto-similaridade na rede de drenagem das bacias hidrográficas.

No caso de análise da característica de auto-afinidade das bacias, observando o primeiro critério estabelecido em Nikora (1994), no qual a $R_{L \neq} R_{W}$, considerando as duas formas de obtenção de dados, os resultados obtidos foram reunidos na Tab. 5.11.

Bacias hidrográficas		$R_L \neq$	R_W	
	Carta to	pográfica	Fotograf	ias aéreas
rio Figueira-SC	1,84	2,30	2,06	2,21
rio Pinheirinho-SC	1,82	2,18	1,96	2,09
rio São Gonçalo-RS	2,36	2,32	1,90	2,29
Lajeado das Marrecas-RS	1,93	2,36	1,80	2,26

TABELA 5.11: Valores da desigualdade $R_L \neq R_W$

Pelos resultados da Tab. 5.11, constatou-se a veracidade da desigualdade $R_{L \neq} R_{W}$.

Posteriormente, foi testada a segunda relação estabelecida em Nikora, (1994) para observar a característica de auto-afinidade nas bacias e os resultados encontrados foram reunidos na Tab. 5.12.

Davias bidavas/Goas	$R_B = R_L^{D_L} = R_W^{D_W} = R_A^{D_L D_W}_{(D_L + D_W)}$							
bacias niarograficas		Carta t	topográj	fica		Fotogra	nfias aé	freas
	$R_{\scriptscriptstyle B}$	$R_L^{D_L}$	$R_W^{D_W}$	$R_{A}^{rac{D_{L}D_{W}}{(D_{L}+D_{W})}}$	R_{B}	$R_L^{D_L}$	$R_W^{D_W}$	$R_{A}^{rac{D_{L}D_{W}}{(D_{L}+D_{W})}}$
rio Figueira-SC	3,42	3,42	3,42	3,42	4,05	4,05	4,05	4,05
rio Pinheirinho-SC	3,31	3,31	3,31	3,31	3,64	3,64	3,64	3,64
rio São Gonçalo-RS	4,24	4,24	4,24	4,24	3,55	3,55	3,55	3,55
Lajeado das Marrecas- RS	3,64	3,64	3,64	3,64	3,24	3,24	3,24	3,24

TABELA 5.12: Valores da igualdade $R_B = R_L^{D_L} = R_W^{D_W} = R_A^{\frac{D_L D_W}{(D_L + D_W)}}$

Analisando os dados da Tab. 5.12, constatou-se, nos dois procedimentos utilizados para a obtenção de dados, a validade das relações de Nikora (1994). Isso indicou a existência da característica de auto-afinidade da rede de drenagem das bacias hidrográficas, que também foi obtida por Shuller et al. (2000) ao estudar as características fractais de bacias rurais localizadas no Estado de Indiana-USA.

5.3.3 Análise fractal através das razões de Horton

A dimensão fractal estimada do comprimento do canal principal, método de Feder (1988), considerando a sinuosidade dos canais individuais para as bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS, constam na Tab. 5.13.

TABELA 5.13: Dimensão fractal do comprimento dos rios *(df)*, conforme o método de Feder (1988).

Bacias Hidrográficas	Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3 (df)	Fotografias Aéreas 1978 e 2002 (df)
rio Figueira-SC	1,00	1,03
rio Pinheirinho-SC	1,00	1,03
rio São Gonçalo-RS	1,19	1,01
Lajeado das Marrecas-RS	1,02	1,01

Os valores estimados para a dimensão fractal do comprimento dos rios das bacias localizadas na região de encosta foram menores que os valores encontrados para rios das bacias localizadas na região de planalto, com dados retirados da carta topográfica. Isso ocorreu em função da supressão de muitos canais de 1^a e 2^a ordem, que não constavam na carta topográfica e a grande maioria de canais com pequena extensão estarem localizados nas áreas com maiores declividades, aparecendo espacialmente com trajetória linear. Portanto, o comprimento do rio Figueira e do rio Pinheirinho sofreu influência dos segmentos individuais, desenvolvendo-se linearmente na superfície, sem meandros, não se caracterizando por esse método como fractal. Por outro lado, o comprimento do rio São Gonçalo e Lajeado das Marrecas se desenvolvem com certo grau de irregularidade que os caracterizou como fractais, tendo seus valores estimados coerentes com os citados na literatura.

Para os dados obtidos das fotografías aéreas de 1978 e 2002, a dimensão fractal do comprimento dos rios variou de 1,01 a 1,03, identificando pequena irregularidade, ou seja, caracterizando um certo grau de sinuosidade dos canais individuais das bacias hidrográficas em estudo, nessa forma de aquisição de dados.

Por sua vez, o Lajeado das Marrecas-RS e o rio São Gonçalo-RS apresentaram menor dimensão fractal (1,01) e possuem maior número de canais de primeira ordem de menor comprimento (<125metros) do que as bacias do rio Figueira-SC e rio Pinheirinho-SC, aos quais na escala analisada se desenvolvem quase que linearmente sobre a superfície, vindo exercer influência no valor da dimensão fractal do canal principal desses rios. Portanto, observou-se uma maior influência desses canais individuais na estimativa da dimensão fractal.

Os valores estimados, método de La Barbera e Rosso (1987, 1989), de dimensão fractal da rede de drenagem para as bacias hidrográficas, constam na Tab. 5.14.

Bacias Hidrográficas	Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3 (Df)	Fotografias Aéreas 1978 e 2002 (Df)
rio Figueira-SC	1,99	1,93
rio Pinheirinho-SC	1,99	1,92
rio São Gonçalo-RS	1,67	1,97
Lajeado das Marrecas-RS	1,96	1,98

TABELA 5.14: Dimensão fractal da rede de drenagem *(Df)* estimada conforme o método de La Barbera e Rosso (1987, 1989).

Nesse caso, observou-se que os resultados encontrados (1,67 a 1,99) para as quatro redes de drenagem estudadas nas duas formas de aquisição de dados, estão dentro dos limites do intervalo de 1,5 a 2,0, intervalo de valores de dimensão fractal de redes de drenagem, também estimada por La Barbera et al. (1989).

Nas duas formas de aquisição de dados, ocorreu uma pequena variação dos valores estimados de dimensão fractal, com exceção do rio São Gonçalo, para dados originados da carta topográfica onde a variação foi um pouco maior. Isso pode demonstrar que esse método não sofreu influência significativa da forma de obtenção de dados, pois as dimensões fractais estimadas para as redes de drenagem foram quase semelhantes.

O fato da bacia do rio São Gonçalo, para dados da carta topográfica, ter obtido o valor da dimensão fractal (1,67) diferenciado em relação às outras bacias foi influenciado pela supressão de muitos canais de primeira e segunda ordem nesse mapeamento, o que originou uma rede de drenagem menos densa, principalmente na parte central da bacia, caracterizandoa como uma bacia de 3ª ordem, menor ordem observada, comparadas com as outras bacias hidrográficas em estudo.

Os valores de dimensão fractal estimados próximos de 2,0 para as redes de drenagem das bacias hidrográficas, demonstraram uma maior capacidade dessas se desenvolverem como um processo de ramificação completa, logo possuem estrutura ramificada distribuída em toda a área da bacia.

Os resultados estimados, método de Tarboton et al. (1990), de dimensão fractal da rede de drenagem das bacias hidrográficas, constam na Tab. 5.15.

Bacias Hidrográficas	Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3 (Df)	Fotografias Aéreas 1978 e 2002 (Df)
rio Figueira-SC	1,99	1,99
rio Pinheirinho-SC	1,99	1,98
rio São Gonçalo-RS	1,99	1,99
Lajeado das Marrecas-RS	1,99	1,99

TABELA 5.15: Dimensão fractal da rede de drenagem *(Df)* estimada, conforme o método de Tarboton et al. (1990).

No caso desse método, os valores encontrados para dimensão fractal da rede de drenagem das bacias hidrográficas foram muito próximos de 2,0, o que caracterizou redes de

drenagem espacialmente densas, com estrutura ramificada, distribuída em toda a área da bacia hidrográfica.

Analisando os resultados obtidos e comparando com o de Tarboton et al. (1988), as redes de drenagem do rio Figueira, rio Pinheirinho, rio São Gonçalo e Lajeado das Marrecas podem ser vistas como fractais para as duas formas de obtenção de dados utilizadas, apresentando valores de dimensões fractais semelhantes.

Comparando os resultados obtidos pelo método de Tarboton et al. (1988) com os obtidos através do método de La Barbera e Rosso (1987, 1989), notou-se que os valores encontrados são aproximadamente semelhantes, com pequena variação para mais, principalmente no caso do rio São Gonçalo, evidenciando a influência da sinuosidade dos canais individuais na estimativa da dimensão fractal da rede de drenagem.

Os resultados obtidos, método de La Barbera e Rosso (1990), para estimar a dimensão fractal da rede de drenagem das bacias hidrográficas, constam na Tab.5.16.

Bacias Hidrográficas	Carta Topográfica SH-22-X-A-VI-3 (Df)	Fotografias Aéreas 1978 e 2002 (Df)
rio Figueira-SC	1,99	2,00
rio Pinheirinho-SC	1,99	1,99
rio São Gonçalo-RS	2,07	2,00
Lajeado das Marrecas-RS	2,00	1,99

TABELA 5.16: Dimensão fractal estimada da rede de drenagem *(Df)*, conforme método de La Barbera e Rosso (1990).

Os resultados obtidos para as bacias hidrográficas apresentaram valores de dimensão fractal das redes de drenagens aproximadamente igual a 2,0, caracterizando redes de drenagem com características de ramificação em todo o espaço, como as redes topologicamente aleatórias nas quais não ocorre nenhum tipo de restrição ao seu desenvolvimento. Todavia, as restrições estão presentes nas redes naturais, como nas redes de drenagem das bacias hidrográficas pesquisadas. Logo, a dimensão fractal da rede de drenagem dessas deve ser menor que 2,0. Para Liu (1992), as distorções nos valores da dimensão fractal como estimativas superiores a 2, para determinadas redes de drenagem, é conseqüência das características diferenciadas das bacias, quanto a litologia do leito rochoso e geologia.

Os valores estimados de dimensão fractal para todas as bacias por esse método, não possibilitaram corroborar com as afirmações de Liu (1992), uma vez que tiveram valores aproximadamente iguais, embora as bacias estejam localizadas em regiões distintas, planalto e encosta, com características geológicas e geomorfológicas diferentes. Isso foi observado nas duas formas de aquisição de dados.

Por outro lado, as diferentes pesquisas [FEDER (1988); TARBOTON et al. (1988); LA BARBERA e ROSSO (1989, 1990 e 1991); ROSSO et al. (1991); BEER e BORGAS (1993); CLAPS e OLIVETO (1994); GOMES (1997); HJELMFELT (1988); KOBIYAMA et al. (2002); LIU (1992); MANDELBROT (1977e 1982); NIKORA (1989, 1991, 1993 e 1996); OLIVETO e CLAPS (1996); RIGON et al. (1993 e 1996); ROBERT e ROY (1990); SERRA e KARAS (1997); SCHULLER et al. (2001); TARBOTON et al. (1988, 1990)] observaram as redes de drenagem como fractais, que teoricamente são embutidos em um espaço bidimensional e suas dimensões fractais podem ser iguais ou maiores que 1 e iguais ou menores que 2.

Assim sendo, para as redes de drenagem das bacias hidrográficas rio Pinheirinho, rio Figueira e Lajeado das Marrecas a aplicação desse método, embora utilizando duas formas distintas de aquisição de dados, apresentou resultados coerentes com os observados na literatura científica (1,5 e 2), caracterizando redes de drenagem com estrutura ramificada, distribuída em toda a área da bacia hidrográfica, nas duas formas de mapeamento.

Para o rio São Gonçalo, notou-se a influência da pequena ordem hierárquica da rede de drenagem, 3^a ordem, no valor da dimensão fractal, pouco acima de 2, resultado não coerente com os da literatura, para dados da carta topográfica.

Os resultados, método de Rosso et al. (1991), para estimar a dimensão fractal do comprimento dos rios e da rede de drenagem das bacias hidrográficas, constam na Tab. 5.17.

Bacias Hidrográficas	Carta To SH-22-X	pográfica K-A-VI-3	Fotografias Aérea 1978 e 2002		
rio Figueira-SC	(<i>df</i>) 1,00	(Df) 1,69	<u>(<i>df</i>)</u> 1,00	(Df) 1,84	
rio Pinheirinho-SC	1,00	1,73	1,00	1,83	
rio São Gonçalo-RS	1,01	1,69	1,00	1,72	
ajeado das Marrecas-RS	1,00	1,70	1,00	1,67	

TABELA 5.17: Dimensão fractal estimada, método de Rosso et al. (1991), para canal principal e rede de drenagem.

Nas duas formas de obtenção de dados utilizadas, o valor de dimensão fractal estimada para o canal principal, foram iguais à unidade, pressupondo que o comprimento dos rios das bacias hidrográficas se desenvolve linearmente sob a superfície.

O comprimento do rio São Gonçalo, dados da carta topográfica, comporta-se como fractal e como não fractal para dados das fotografias aéreas. Tal diferença nos resultados é decorrente das variações ocorridas na taxa de área em relação à razão de comprimento médio dos canais que não foram proporcionais, quando comparamos as duas formas de aquisição de dados.

O método de Rosso et al. (1991) apresentou valores distintos e menores para a rede de drenagem das bacias hidrográficas nas duas formas de aquisição de dados utilizadas, quando comparamos com os resultados obtidos pela aplicação dos métodos de La Barbera e Rosso (1987, 1989), La Barbera e Rosso (1990) e de Tarboton et al. (1990). Nesse caso, foi observado que a razão de área tendeu a influenciar na estimativa de menores valores de dimensão fractal para a rede de drenagem.

Para dados da carta topográfica, o rio Figueira-SC ($R_A = 4,27$ e $R_L=1,84$, localizado em região de encosta) e o rio São Gonçalo-RS ($R_A = 5,50$ e $R_L=2,36$, localizado em região de planalto) com características geológicas e geomorfológicas distintas, apresentaram mesmo valor de dimensão fractal (1,694) diferente do rio Pinheirinho-SC e o Lajeado das Marrecas-RS, que apresentaram pequena variação nos valores da dimensão fractal estimada para a rede de drenagem. Esse método não obteve variações significativas nos valores de dimensão fractal das redes de drenagens localizadas em região de encosta ou região de planalto.

5.3.4 Análise Fractal através do método Box-Counting

5.3.4.1 Para os canais individuais

O número de caixas encontrado para diferentes tamanhos de quadrículas sobre os canais individuais das redes de drenagem dos rios, método *Box-Counting*, considerando as duas formas de obtenção de dados, foram reunidos no APÊNDICE J. Com esses resultados, foi determinada a dimensão fractal para os canais individuais das bacias hidrográficas, representadas pelo coeficiente angular da reta ajustada dos gráficos (a) e (b) da Fig. 5.8.



FIGURA 5.8: Dimensão fractal obtida, método *Box-Counting*, para os canais individuais da rede de drenagem das bacias hidrográficas: (a) Dados da carta topográfica; (b) dados das fotografias aéreas de 1978 e 2002.

A dimensão fractal para os canais individuais da rede de drenagem das bacias, considerando as duas formas diferentes de obtenção de dados, consta na Tab. 5.18.

TABELA 5.18: Dimensão fractal dos canais individuais da rede de drenagem das bacias hidrográficas: Dados da carta topográfica e fotografías aéreas 1978 e 2002 - Método *Box-Counting*.

Bacias Hidrográficas	Dimensão Fractal dos canais individuais (df)			
	Carta topográfica	Fotografias aéreas 1978 e 2002		
rio Figueira-SC	1,03	1,18		
rio Pinheirinho-SC	1,06	1,16		
rio São Gonçalo-RS	1,09	1,08		
Lajeado das Marrecas-RS	1,06	1,08		

Conforme dados da Tab. 5.18, os canais se mostram como fractais nas duas formas de obtenção de dados, apresentando valores de dimensão fractal, que caracterizam canais individuais, desenvolvendo-se com pequena sinuosidade sobre a superfície.

Os valores da dimensão fractal para os canais individuais das redes de drenagem foram distintos nas duas formas de obtenção de dados, sendo maior para os dados obtidos das fotografias aéreas. Isso foi atribuído à ocorrência de uma maior intensidade de ramificação da rede de drenagem, principalmente de canais de primeira ordem e segunda ordem, em relação aos dados da carta topográfica nessa forma de aquisição de dados.

Comparando os resultados do método *Box-Counting* com os valores da dimensão fractal obtida através da aplicação dos métodos de Feder (1988) e Rosso et al. (1991), notou-se que ocorreu um aumento no valor estimado da dimensão fractal dos canais individuais.

No caso dos canais individuais, que compõem a rede de drenagem das bacias hidrográficas de Planalto, a dimensão fractal estimada foi praticamente igual para as duas formas de obtenção de dados utilizadas nessa pesquisa, caracterizando canais que se desenvolvem com pequena sinuosidade sobre a superfície.

O valor menor de dimensão fractal encontrado para as bacias de planalto, em relação às bacias de encosta, para dados obtidos das fotografias aéreas, deve-se ao fato dessas bacias hidrográficas possuírem uma menor intensidade na ramificação dos canais de primeira e segunda ordem.

5.3.4.2 Para a rede de drenagem

O número de caixas encontrado para diferentes tamanhos de quadrículas utilizados, aplicados sobre a rede de drenagem das bacias hidrográficas, método *Box-Counting*, foram reunidos no APÊNDICE L e plotados no gráfico de *log-log*, conforme Fig. 5.9.



FIGURA 5.9: Dimensão fractal obtida, método *Box-Counting*, para a rede de drenagem das bacias hidrográficas: (a) dados da carta topográfica e (b) dados das fotografias aéreas de 1978 e 2002.

As dimensões fractais para a rede de drenagem das bacias hidrográficas, representadas pelo coeficiente angular da reta ajustada dos gráficos (a) e (b), Fig. 6.5, foram reunidas na Tab. 5.19.

TABELA	5.19: Dimensão	fractal	estimada j	para a	rede de	drenagem	das bacias	hidrográ	ficas
Dados da	carta topográfica	e das fo	otografias	aéreas	s 1978 e	2002 - Mé	etodo Box-0	Counting	

Bacias Hidrográficas	Dimensão Fractal da rede de drenagem (Df)		
	Carta topográfica	Fotografias aéreas 1978 e 2002	
rio Figueira-SC	1,44	1,64	
rio Pinheirinho-SC	1,46	1,68	
rio São Gonçalo-RS	1,42	1,42	
Lajeado das Marrecas-RS	1,44	1,43	

Os resultados da Tab. 5.19 demonstraram que a dimensão fractal estimada da rede de drenagem das bacias hidrográficas, localizadas na região de encosta, sofreu um acréscimo no seu valor para os dados das fotografias aéreas em relação aos dados da carta topográfica, denotando um maior detalhamento na especificação da ramificação da rede de drenagem.

Nas bacias de planalto, a dimensão fractal, em função da forma de aquisição de dados, praticamente não variou. Nesse caso, a complementação da rede de drenagem, com canais de primeira ordem e segunda ordem, ausente na carta topográfica, conseqüentemente o aumento na densidade de drenagem e hidrográfica, não chegou a valores suficientemente elevados para influenciar o valor da dimensão fractal nessas bacias hidrográficas.

Portanto, os valores de dimensão fractal estimados por esse método, discordam daqueles obtidos por Tarboton et al. (1988), sendo inferiores aos encontrados para essas bacias hidrográficas pelos métodos que utilizam as razões de Horton. Essa discordância, também observada por Gomes (1997), é devido ao fato de Tarboton et al. (1988) ter utilizado MED diferente da forma de obtenção de dados utilizados nessa pesquisa. Quando se utilizaram dados da carta topográfica, os valores estimados de dimensão fractal foram semelhantes e corroboram com os resultados de Gomes (1997), possibilitando dizer que as redes de drenagens estudadas são fractais.

5.3.4.3 Para o perfil longitudinal

A estimativa da dimensão fractal do perfil longitudinal, método *Box-Counting*, foi realizada considerando três intervalos de dimensões para o tamanho das quadrículas das malhas.

O número de caixas encontrado para diferentes tamanhos de quadrículas aplicadas, sobre o perfil longitudinal do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS, método *Box-Counting*, foram reunidos no APÊNDICE M.

A partir dos resultados, foi estimada a dimensão fractal para o perfil longitudinal dos rios das bacias hidrográfica, representada pelo coeficiente angular da reta ajustada, APÊNDICE N.

A dimensão fractal para o perfil longitudinal dos rios em estudo, nos diferentes intervalos de escala de observação, considerando as duas formas diferentes de obtenção de dados, consta na Tab. 5.20.

	Dimensão fractal do perfil longitudinal (Dfp)					
Base	rio Figueira	rio Pinheirinho	rio São Gonçalo	Lajeado das Marrecas		
Carta						
(a_1)	0,97	0,97	0,91	0,96		
(a_2)	1,06	1,17	0,84	1,05		
(a_3)	1,16	1,26	1,04	1,44		
Fotografias						
(b_l)	0,96	0,95	0,95	0,94		
(b_2)	1,07	1,22	0,84	0,97		
(b_3)	1,32	1,32	1,04	1,44		

TABELA 5.20: Dimensão fractal estimada para o perfil longitudinal dos rios das bacias hidrográficas, considerando dados da carta topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método *Box-Counting*.

Os resultados da Tab. 5.20 apresentaram um perfil longitudinal dos rios com valores de dimensões fractais distintas e de forma crescente nas diferentes escalas de observações estudadas, para as duas formas de obtenção de dados.

Na menor escala de observação $(a_1 e b_1)$, todos os rios estudados nessa pesquisa apresentaram um perfil com dimensões aproximadamente iguais à unidade, com características não fractais para essa escala. Nas bacias de encosta, isso demonstrou uma maior influência das altas declividades na caracterização do perfil longitudinal dos rios, refletindo em um perfil de dimensão linear (\cong 1), nessa escala.

Os valores estimados de dimensão fractal, nos intervalos de observações a_2 , $e a_3$, $b_2 e b_3$, foram maiores para os dados retirados das fotografias aéreas do que os da carta topográfica.

Por sua vez, foi na maior escala de observação (a_3, b_3) que a dimensão fractal estimada, nas duas formas de obtenção de dados, caracterizou o perfil longitudinal dos rios estudados nessa pesquisa como objeto fractal, desenvolvendo-se com pequenas irregularidades.

5.3.4.4 Para o canal principal

O número de caixas encontrado para diferentes tamanhos de quadrículas aplicadas sobre o canal principal dos das bacias hidrográficas, método *Box-Counting*, foi reunido no APÊNDICE *O* e plotado no gráfico de log-log, conforme Fig. 5.9.



FIGURA 5.10: Dimensão fractal obtida, método *Box-Counting*, para o canal principal dos rios das bacias hidrográficas: (a) dados obtidos da carta topográfica; (b) dados obtidos das fotografias aéreas de 1978 e 2002.

A dimensão fractal para o canal principal dos rios das bacias hidrográficas, representada pelo coeficiente angular da reta ajustada dos gráficos, consta na Tab. 5.21.

Bacias Hidrográficas	canais individuais (df)	
	Carta topográfica	Fotografias aéreas 1978 e 2002
rio Figueira-SC	1,01	1,00
rio Pinheirinho-SC	1,01	1,04
rio São Gonçalo-RS	1,03	1,06
Lajeado das Marrecas-RS	1,04	1,02

TABELA 5.21: Dimensão fractal estimada para o canal principal dos rios das bacias hidrográficas: Dados da carta topográfica e das fotografías aéreas 1978 e 2002 - Método *Box-Counting*.

Nesse caso, a dimensão fractal estimada para o canal principal dos rios das bacias hidrográficas, quando da aplicação desse método, foram muito próximos aos valores obtidos pela aplicação do método de Feder (1988) e da unidade. A diferença no valor da dimensão fractal estimada em relação à unidade já pressupõe algumas pequenas irregularidades, influenciando o curso natural do canal principal desses rios.

5.3.5 Análise de correlação

Os resultados obtidos para a dimensão fractal pelo método *Box-Counting* foram submetidos à análise de correlação, a fim de verificar o grau de integração entre os pares de variáveis estudadas. Para análise da correlação entre a dimensão fractal dos canais individuais e a dimensão fractal da área de drenagem das bacias hidrográficas, foram elaborados os gráficos (a) e (b), Fig. 5.10.



FIGURA 5.11: Relação entre a dimensão fractal estimada dos canais individuais (d_f) e da rede de drenagem (D_f) das bacias hidrográficas, método *Box-Counting*: (a) dados da carta topográfica; (b) dados das fotografias aéreas de 1978 e 2002.

A dimensão fractal dos canais individuais e a dimensão fractal da rede de drenagem das bacias hidrográficas apresentaram uma boa correlação (0,88), para os dados de fotografias aéreas e uma correlação mais fraca, para dados da carta topográfica, mas indicaram que as duas variáveis têm associação entre si, ou seja, variam conjuntamente.

A maior correlação encontrada nesse caso, deve-se à densidade de drenagem e densidade hidrográfica que apresentaram valores superiores para dados obtidos por fotografias aéreas, exercendo uma maior associação entre a dimensão fractal da rede de drenagem e dos canais individuais. Ocorreu uma maior intensidade de ramificação dos canais de primeira e segunda ordem, que não constava na carta topográfica, influenciando conjuntamente o valor estimado de dimensão fractal da rede de drenagem e dos canais individuais.

Para analisar a relação entre a razão de bifurcação $(a_1 e b_1)$, razão de comprimento $(a_2 e b_2)$ e razão de área $(a_3 e b_3)$ com a dimensão fractal dos canais individuais das bacias hidrográficas, foram construídos os gráficos da Fig. 5.11.



FIGURA 5.12: Relação entre as razões de Horton, R_B , R_L e R_A e a dimensão fractal estimada dos canais individuais das bacias hidrográficas, método *Box-Counting*: (a) dados obtidos da carta topográfica; (b) dados obtidos das fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Os gráficos mostraram uma boa correção, indicando que as duas variáveis têm associação entre si, ou seja, variaram conjuntamente nas duas formas de obtenção de dados. A melhor associação realizada, dados de fotografias aéreas, foi com os canais do rio Figueira-SC e do Lajeado das Marrecas-RS e para dados de carta topográfica o rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS. Isso se justifica pela variação ocorrida na densidade de drenagem, de acordo com a forma de obtenção dos dados, o que refletiu em menor ou maior grau de associação. A razão de área e a dimensão fractal dos canais individuais, embora tenham obtido uma relação positiva, foi a que apresentou menor grau de associação, principalmente para dados de fotografias aéreas. Isso se explica pelo aumento acentuado que ocorreu no número de canais, para praticamente a mesma área das bacias hidrográficas.

Para analisar a relação entre a razão de bifurcação, razão de comprimento e razão de área com a dimensão fractal da rede de drenagem das bacias em estudo, para as duas formas de obtenção de dados utilizadas, foram construídos os gráficos da Fig. 5.12.



FIGURA 5.13: Relação entre as razões de Horton, R_B , R_L e R_A e a dimensão fractal da rede de drenagem (D_f) estimada para as bacias hidrográficas, método *Box-Counting*: (a) dados obtidos da carta topográfica; (b) dados obtidos das fotografías aéreas de 1978 e 2002.

Para os dados obtidos da carta topográfica, a correlação entre a dimensão fractal da rede de drenagem e a razão de bifurcação, razão de comprimento e razão de área das bacias hidrográficas do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS, foram positivas e muito boas (0,88, 0,82 e 0,92), com maior grau de associação entre as duas variáveis analisadas, quando comparadas com os dados obtidos das fotografias aéreas. As bacias do rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS conseguiram melhor associar a dimensão fractal da rede de drenagem às razões de Horton.

No caso dos dados obtidos pelas fotografías aéreas, a associação entre a dimensão fractal e as razões de Horton, embora positiva, apresentou uma correlação baixa, sendo que as variáveis da bacia do rio Figueira-SC foram as que obtiveram melhores ajustes.

Para análise da correlação entre a dimensão fractal do canal principal e a dimensão fractal do perfil longitudinal, nos diferentes intervalos de escala de observação para as bacias de estudo, foram elaborados os gráficos ($a_1 e b_1$), ($a_2 e b_2$,) ($a_3 e b_3$) da Fig. 5.13.



FIGURA 5.14: Relação entre a dimensão fractal do canal principal (d_{fcp}) e a dimensão fractal do perfil longitudinal (D_{fp}) estimada, método *Box-Counting* para o rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS: (a) dados obtidos da carta topográfica; (b) dados obtidos das fotografías aéreas de 1978 e 2002.

Nas duas formas de obtenção de dados, a correlação entre a dimensão fractal do canal principal e a dimensão fractal do perfil longitudinal nos diferentes intervalos de escala de observação para as bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-SC, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS, conforme os gráficos $(a_1 e b_1)$, $(a_2 e b_2)$, $(a_3 e b_3)$, Fig. 5.13 foram positivas. Por sua vez, ocorreu um aumento na correlação dessas variáveis, à medida que aumentou a dimensão do intervalo de escala de observação. Sendo assim, a dimensão fractal do perfil longitudinal dos rios, para dimensões das quadrículas, variando 500 metros -1250 metros, escala real, apresentou maior associação com a dimensão fractal do canal principal do que quando analisadas nos outros dois intervalos de escala de observação.

6.4 Considerações gerais sobre análise fractal das bacias

No estudo da fractalidade das bacias do rio Figueira-SC, rio Pinheirinho-Sc, rio São Gonçalo-RS e Lajeado das Marrecas-RS, além das discussões já realizadas, foram feitas algumas considerações relevantes.

O fato do maior valor para o expoente de Hack ter sido para a rede de drenagem do rio São Gonçalo-RS, que obteve a menor área de drenagem, não implicou em que o inverso fosse válido, pois o rio Figueira-SC, que tem a maior área de drenagem, não foi o que apresentou o menor valor para o expoente de Hack.

A característica de auto-afinidade foi observada em todas as redes de drenagem das bacias em estudo, confirmando as afirmações de Schuller e Jeong (2001) e Nikora, (1994).

Os resultados das dimensões fractais encontrados para o canal principal, considerando a sinuosidade dos canais individuais, foram coerentes com os citados na literatura, conforme o método de Feder (1988), estimando dimensões distintas. As bacias de encosta tiveram uma dimensão fractal muito próxima da unidade, o que caracterizou o rio se desenvolvendo quase que linearmente sob a superfície e nas bacias de planalto com pequena sinuosidade, isso pressupõe uma tendência à formação de meandros suaves. Nas duas formas de aquisição dos dados, com exceção do rio Figueira-SC para os dados da carta topográfica, o canal principal dos rios analisados foi fractal.

Os valores de dimensão fractal estimada para a rede de drenagem das bacias hidrográficas, conforme de La Barbera e Rosso (1987, 1989), Tarboton et al. (1990) e La Barbera e Rosso (1990), seguiram seqüência crescente com valores muito próximos de 2,0. A

pequena variação ocorrida foi decorrente da inclusão da dimensão fractal dos canais individuais nos dois últimos métodos para estimativa da dimensão fractal da rede de drenagem como um todo.

Em relação ao método de Tarboton et al. (1990), um aspecto importante observado foi que para as quatro bacias hidrográficas (sendo duas localizadas em região de planalto e duas em região de encosta), os valores encontrados foram iguais. Isso significa, de acordo com esse método, que as redes de drenagem das bacias hidrográficas pesquisadas possuem a mesma capacidade de se desenvolverem como um processo natural de ramificação.

O método de Rosso et al. (1991) determinou dimensão fractal do canal principal das bacias hidrográficas sendo igual à unidade, caracterizando canais que se desenvolvem linearmente sob a superfície, independente da região de localização das bacias (planalto ou encosta). Em relação à estimativa da dimensão fractal da rede de drenagem esse método foi o que apresentou menores valores. Ele relacionou a dimensão fractal com a razão de área, o que veio demonstrar a influência da área das redes drenagem na capacidade das bacias se desenvolverem como um processo de ramificação completa.

A dimensão fractal estimada para os canais individuais, método *Box-Counting*, mostraram que esses são fractais, apresentando valores distintos, de acordo com a forma de obtenção de dados e com a região de localização das bacias hidrográficas.

Os resultados obtidos da dimensão fractal, método *Box-Counting*, para as redes de drenagem das bacias localizadas na região de encosta, demonstraram um comportamento semelhante às observadas nas razões de Horton, tendo um acréscimo em seus valores, quando os dados foram retirados das fotografías aéreas em relação aos dados retirados da carta topográfica.

O perfil longitudinal dos rios pesquisados, à medida que diminuía a escala de observação, foi observado que o valor da dimensão fractal tendeu à unidade, método *Box-Counting*, nas duas formas de obtenção de dados. Isso significou que o valor da dimensão fractal do perfil longitudinal nos rios analisados variou com a escala de observação, sendo que para dimensões de quadrículas, variando de 50 m, 75 m, 100 m e 125 m, o perfil dos rios pesquisados não se apresentaram fractais.

A dimensão fractal do canal principal estimada, método *Box-Counting*, determinou que esse pode ser visto como fractal, tendo valores de dimensões fractais muito próximos, variando de 1,01 a 1,06, independentemente de estarem as bacias localizadas em região de encosta ou em região de planalto. Esses valores, muito próximos da unidade, para os dois tipos de materiais utilizados na obtenção dos dados, denotam a influência no valor da

dimensão fractal, dos canais de primeira ordem e de segunda ordem que devido estarem nas áreas de maiores altitudes e maiores declividades, desenvolvem-se quase que linearmente sobre a superfície.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1. Conclusões

- As fotografias aéreas de 1978 e 2002, escalas 1:125.000 e 1:40000, respectivamente, utilizadas no mapeamento das redes de drenagem das bacias hidrográficas, constituíram-se em um instrumento eficaz e de extrema relevância científica independente das mesmas estarem localizadas em região de planalto ou encosta, pois permitiram identificar uma drenagem complementar significativa, principalmente canais de 1ª ordem e 2ª ordem, não incluída na rede de drenagem obtida da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3, escala 1:50.000. Essa complementação exerceu influência na ordem hierárquica das redes de drenagem, densidade hidrográfica, número e comprimento total dos canais fluviais. Os acréscimos nos valores foram distintos de acordo com a região onde então inseridas as bacias hidrográficas, sendo mais expressivos nas localizadas na região de encosta;

- A forma de aquisição dos dados não exerceu influência significativa na configuração do perfil mas, em relação às razões de Horton (R_B , $R_L e R_A$), essas tiveram valores distintos e comportamentos semelhantes, conforme a região (planalto ou encosta) onde estão inseridas as bacias hidrográficas. Os maiores valores estimados da R_B , $R_L e R_A$ (4,24; 2,36 e 5,50), com dados de carta topográfica foram para as redes de drenagens localizadas no planalto e para dados de fotografias aéreas foram nas bacias de encosta (4,04; 2,06 e 4, 56);

- Os valores do expoente da relação de Hack, para as bacias hidrográficas pesquisadas não foram influenciados pela forma de aquisição de dados (SH-22-X-A-VI-3, escala 1:50.000 e fotografias aéreas de 1978 e 2002, escalas 1:125.000 e 1:40000), demonstraram serem independentes da escala dos mapas, distintos de acordo com a região e pelos pressupostos de Mandelbrot (1982) caracterizaram a fractalidade das redes de drenagens. Da mesma forma, considerando os dados da carta e das fotografias aéreas, apresentaram propriedade de auto-afinidade validada através das condições estabelecidas em Nikora (1994), confirmando as afirmações de Schuller e Jeong (2001);

- As redes de drenagens, independente da região onde estão inseridas as bacias hidrográficas, caracterizaram-se como fractais. Isso foi comprovado pelo valor da dimensão

fractal encontrado quando da aplicação dos métodos que utilizam as razões de Horton e *Box-Counting*, nas duas formas de aquisição de dados utilizadas. Os métodos que relacionaram a dimensão fractal com as R_B e R_L e consideraram a sinuosidade dos canais individuais, demonstraram serem as redes de drenagem espacialmente densas com elevado grau de irregularidade (\cong 2,0). Nesses casos, os valores estimados (1,99-2,00) foram semelhantes e coerentes com os encontrados na literatura, independentemente do método aplicado, forma de aquisição de dados, escala e se as redes de drenagens pertencem às bacias hidrográficas de região de encosta ou planalto. Já os métodos *Box-Counting* e o de Rosso et al. (1991), que está relacionado com a R_A , possibilitaram estimar dimensões fractais distintas, para região de encosta, o valor obtido foi de 1,44 a 1,84 e nas redes de drenagem do planalto de 1,41 a 1,72;

-Pelos métodos de Feder (1988) e *Box-Counting* os canais individuais se caracterizaram como fractais, com dimensões distintas de acordo com a região (encosta e planalto). O valor da dimensão fractal dos canais individuais variou no intervalo de 1,01 a 1,19 estando coerente com os da literatura citada. Já o método de Rosso et al. (1991), por estar relacionado com a R_A , estimou canais com comportamento linear;

- O perfil longitudinal dos rios pesquisados, somente apresentou comportamento fractal para todas as bacias hidrográficas conjuntamente na escala maior de observação (500 m e 1250 m), pelo método *Box–Counting*, com valores de dimensões fractais distintos, variando dentro do intervalo de 1,04 a 1,43, caracterizando perfis não totalmente lisos mas com certo grau de irregularidade;

 O grau de associação dos valores da dimensão fractal dos canais individuais com a dimensão fractal da rede de drenagem, método *Box-Counting*, apresentou uma boa correlação positiva, principalmente quando se utilizaram dados das fotografias aéreas;

- O grau de associação dos valores da dimensão fractal dos canais individuais com a dimensão fractal da rede de drenagem, método *Box-Counting* e as razões de Horton, R_B , R_L e R_A , apresentaram uma boa correlação positiva, independente da forma de aquisição de dados. Para dados das fotografias aéreas, essa foi maior com as razões $R_B e R_L$;

-O grau de associação dos valores da dimensão fractal, do perfil longitudinal com o do canal principal, método *Box-Counting*, nas duas formas de mapeamento, embora apresentasse baixa correlação, foi positiva, ocorrendo um maior ajuste para os valores obtidos nas escalas maiores de observação.

6.2 Recomendações

- Utilizar as duas formas de mapeamento da pesquisa para observar dentro da ótica da fractalidade outras bacias da região pesquisada (planalto e encosta), a fim de verificar se segue o mesmo comportamento fractal observado nas quatro bacias hidrográficas estudadas;

- Complementar o estudo da fractalidade das bacias do rio Figueira-SC e rio Pinheirinho-SC nas áreas das bacias hidrográficas localizadas na região de planície;

- Concluir o estudo da fractalidade da rede de drenagem do rio São Gonçalo e do Lajeado das Marrecas, observando se segue o comportamento fractal dessa pesquisa;

- Testar as escalas de observações da fractalidade utilizadas neste estudo, para análise fractal do perfil longitudinal de outros rios;

- Aplicar os métodos de análise fractal em outras redes de drenagem, a fim de criar banco de dados, que venham contribuir para o planejamento e estudo das bacias hidrográficas;

- Realizar a análise das bacias hidrográficas a partir de dados de imagens de satélite, a fim de comparar os resultados com os do presente estudo;

- Aprofundar as discussões sobre os métodos *Box-Counting* e o de Rosso et al. (1991), em outras bacias hidrográficas;

- Estudar os perfis longitudinais dos rios através da dimensão fractal;

- Introduzir análise fractal associada com as variáveis morfométricas no Manejo Integrado de Bacias Hidrográficas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEER, T.; BORGAS, M. Horton's laws and the fractal nature of streams. Water Resources Research, v. 29, n. 5, p. 1475-1487, 1993.

BRIGGS, J. Fractals: The Patterns of Chaos. New York: Touchstone, 1992.

CÂMARA G. et al. **Conceitos básicos em geoprocessamento**. Brasília: Embrapa, SPI; Embrapa, CPAC, 1998. cap.1. p. 3-11 Fundamentos de geoprocessamento. São José dos Campos: INPE, 2002, 34 p.

CHRISTOFOLETTI, A. Geomorfologia. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, p.103-152, 1980.

CHRISTOFOLETTI, A. L. H.; CHRISTOFOLETTI, A. O Uso dos Fractais na Análise Geográfica. Geográfica. Rio Claro-SP, v. 19, p. 79-112, 1994.

CHRISTOFOLETTI, A. L. H. Análise Fractal e Multifractal de Estações Chuvosas em Localidades do Estado de São Paulo. São Paulo, 1997. 263f. Tese de Doutorado - UNESP, Rio Claro.

CLAPS, P.; FIORENTINO M. The information entropy of fractal river networks. 1st International Conference on Fractals in Hydroscience "Hydrofractals", **Polytechnic of Milan**, Ischia, Italy, p. 12-15, 1993.

CLAPS, P.; OLIVETO, O. Fractal structure, entropy and energy dissipation in river networks. **Journal of Hydrology**, p. 38-51, 1994.

COLLARES, E. G. Avaliação de Alterações em Redes de Drenagem de Microbacias como subsídio ao zoneamento geoambiental de Bacias Hidrográficas: Aplicação na Bacia Hidrográfica do Rio Capivari – SP.São Paulo, 2000. 178f. Tese de Doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos – USP.

CRUZ, L. B. S. **Diagnóstico Ambiental da Bacia Hidrográfica do Rio Uberara - MG.** São Paulo, 2003. 184p. Dissertação de Mestrado- Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Agrícola, Campinas.

FIORENTINO, M.; CLAPS, P. On what can be explained by the entropy of a channel network, in entropy and energy dissipation in water resources. Edited by Singh and Fiorentino, Kluwer Acad. Norwell, p. 139-154, 1992.

FEDER, J. Fractals. New York and London. Plenum Press, 1988, 283p.

GAO, J.; XIA, Z. G. Fractals in physical geography. **Progress in Physical Geography**. USA, v. 20, n. 2, p. 178-191, 1996.

GAPLAN - Gabinete de Planejamento e Coordenação Geral. ATLAS de Santa Catarina. Rio de Janeiro, AEROFOTO CRUZEIRO DO SUL, 173p. 1986.

GIUSTI, E.V.; SCHNEIDER, W.J. Comparison of drainage on topographic maps of the Piedmont Province, U.S. Geol. Surv., 450p. 1962.

GOMES, M. H. R. Análise Fractal de Redes de Canais de Bacias hidrográficas na Escala 1:50.000. São Paulo, 1997.83f. Dissertação de Mestrado Escola de Engenharia de São Carlos. USP.

GOMES, M. H. R.; CHAUDHRY, F. H. Análise Fractal de Redes de Drenagem de Bacias Hidrográficas. XIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. USP. p. 20-24, 1997.

GOODCHILD, M. F.; MARK, D. M. The fractal nature of geographic phenomena. Annals of the Association of Americam Geographers. v. 77, p. 265-278, 1987.

GOUPILLAUD, P. L. The role of chaotic dynamics and fractal geometry in exploration. Geophysics: the Leading Edge of Exploration. v. 10, p. 28-30, 1991.

GRAY, D.M. Interrelationships of watershed characteristics. Journal Geophys. Res. v.66, n.4, p. 1215-1233, 1961.

HJELMFELT, A.T. Fractals and the river-length catchments-area ratio. Water Resources. Research. Bulletin, v. 24, p.455-459, 1988.

HORTON, R. E. Erosional development of streams and their drainage basins: hydrophysical approach to quantitative morphology. **Bulletin of the Geological Society of America**. v. 56, p. 275-370, 1945.

IJJASZ-VASQUEZ, E.; BRAS, R. L.; ITURBE R. Hack's relation and optimal channel networks: The elongation of river basins as a consequence of energy minimization. **Geophysical Research.** Lett. v. 20, n. 15, p. 1583-1586, 1993.

IJJASZ-VASQUEZ, E.; BRAS, R.L.; ITURBE, R. Self-affine scaling of fractal river courses and basin boundaries. **Physica**. p. 209, 288-300, 1994.

KOBIYAMA, M; BUENO JUNIOR, J. Multifractal Characteristics of Drainage Network of Marumbi River Watershed, Paraná State. In: XXXI Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola – CONBEA- 2002, Salvador/BA. Anais ... Salvador/BA, 2002.

LA BARBERA, P.; ROSSO, R. Fractal geometry of river networks. Water Resources. v. 68, n. 44, p.1276-1284, 1987.

LA BARBERA, P.; ROSSO, R. On Fractal Dimension of Stream Networks. Water Resources Research ,Washington. v. 25, n. 4, p.753-741, 1989.

LA BARBERA, P; ROSSO, R. Reply. Water Resources Research, Washington. v. 26, n. 9, p. 2245-2248, 1990.

LAM, N.; SIU, N.; QUATTROCHI, D. A. On the issues of scale, resolution, and fractal analysis in the mapping sciences. **Professional Geographer**. v. 44, n. 1, p. 88-98, feb. 1992.

LANA C. E.; ALVES J. M. de P.; CASTRO P. T. A. Análise morfométrica da bacia do rio do Tanque - MG. Brasil, REM. **Ouro Preto-MG**. v.54. n.2, p. 121-126, 2001.

LIU, T. Fractal structure and properties of stream networks. Water Resources Research. v. 28, n. 11, p. 2981-2988, 1992.

MA/IBDF INVENTÁRIO FLORESTAL NACIONAL. Florestas Nativas – RS. Brasília, 1983. 339p. (Boletim Técnico).

MANDELBROT, B. B. Fractals: Form, Chance and Dimension, Freeman and Company. New York, 1977.

MANDELBROT, B, B. **The Fractal Geometry of Nature**. Rev. ed. of: Fractals, 1977. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1982. 468p.

MARANI, A.; RIGON, R.; RINALDO A. A note on fractal channel networks, Water Resources Research. v. 27, n. 12, p. 3041-3049, 1991.

MESA, O. J; GUPTA, V. K. On the main channel length-area relacionship for channel networks. **Water Resources Research.** v. 23, n. 11, p.2119-2122, 1987.

MONTEIRO, M. A. Timbé do Sul e Jacinto Machado: Avaliação Preliminar da Extensão da Catástrofe de 23-24/12/95, GEOSUL. **Revista do Departamento de Geociências**. UFSC, Jan./jun. p.71-83, 1997.

MULLER, J. E. Re-evaluation of the relationship of master streams and drainage basins reply. **Bulletin of the Geological Society of America.** v. 84, p. 3127-3130, 1973.

MULLER, J. E. Problems in the definition of measurement of stream length. **Prof. Geogr**. v. 31, p. 306-311, 1979.

NEPEL, E. F. Precipitação Anual da Região Sul Catarinense. Manual. Período de 1977-1995, 1998.

NIKORA, V. I. Fractal Properties, of some hydrological objetcs. Report, Inst. of Geophys. and Geol. of the Acad. of Sci. of the Moldavian. USSR, 43p., 1989.

NIKORA, V. I. Fractal Structures of River Plan Forms. **Water Resources Research**, v. 27, n. 6, p. 1327-1333, 1991.

NIKORA, V. I.; SAPHOZHNIKOV. V. River network fractal geometry and its computer simulation. Water Resources Research. v. 29, n. 10, p. 3569-3575, 1993.

NIKORA, V. I. On self-similarity of drainage basins. **Water Resources Research**. v. 30, n. 1, p. 133-137, 1994.

NIKORA, V. I.; IBBITT, R.; SHANKAR, U. On channel network fractal properties: A case of study of the Hutt River Basin, New Zealand. **Water Resources Research.** v. 32, n. 11, p. 3375-3384, 1996.

OLIVETO, G.; CLAPS, P. Reexamining the determination of the fractal dimension of river networks. **Copyright by the American Geophysical Union**, p. 3123-3135, 1996.

ORTH, D. M.; GARCIA NETTO, L. R. Novas tecnologias para gestão do espaço urbano. In: ENLAC, Salvador, 2000, Anais. Salvador, 2000.

PECKHAM, S. D. New results for self-similar trees with applications to river networks. Water resources Research, v. 31, n. 4, p. 1023-1029, 1995.

PELLERIN, J. et al. **Timbé do Sul – Jacinto Machado:** Avaliação preliminar da Extensão da Catástrofe de 23-24/12/1995. Florianópolis, UFSC, Departamento de Geociências, Laboratório de Análise Ambiental, 1996, 21p.

RICHARDSON, L. F. The problem of contiguity: an appendix of statistics of deadly quarrels. **General Systems Yearbook**. v. 6, p. 139-187, 1961.

RIGON, R. et al. Optiomal channel networks: A framework for the study of river basin morphology, **Water Resources. Research.** v. 29, n. 6, p. 1635-1646, 1993.

RIGON, R. G. et al. On Hack's law. Water Resources. Research. v. 32, p. 3367-3374, 1996.

RINALDO, A. et al. Self-organized fractal river networks **Physical Review Letters**. v. 70, p. 822-826, 1993.

ROBERT, A.; ROY, A. G. On the Fractal Interpretation of the Mainstream Length-Drainage Area Relationship. **Water Resources. Research**. Vol. 26, n.5, p. 839-842, 1990.

ROCHA, J. S. M. da. Manual de interpretação de aerofotogramas. Santa Maria: UFSM, 1986. 81p.

ROSSO. R.; BACCHI, B.; BARBERA, P. Fractal Relation of Mainstream Length to Catchment Area in River Networks. Water Resources Research, v. 27, n. 3, p. 381-387, 1991.
ROTH, G.; SICCARDI, F.; ROSSO, R. H. Hydrodynamic description of the erosional development of drainage patterns. **Water Resources. Research.** v. 25, n. 2, p. 319-332,1982.

SCHEIBE, L. F. Análise Ambiental da Bacia Hidrográfica do Rio Araranguá - Subsídios para Gestão. Projeto de Pesquisa - **CNPq, Plano Sul de Pesquisa e Pós -Graduação**. Departamento de Geociências, Florianópolis: UFSC, 1998. 32p.

SCHEIDEGGER, A. E. Effect of map scale on stream orders. Geol. Survey Prof. Paper. v. 11, p. 56-61, 1966.

SCHERTZER, D.; LOVELOY, S. From scalar cascades to Lie cascades: join multifractal analysis of rain and cloud processes. In: Space and Time Scale Variability and Interdependencies in Hydrological Processes, **Cambridge**, p. 153-173, 1995.

SERRA, C. P.; KARAS. W. E. Fractais Gerados por Sistemas Dinâmicos Complexos. Champagnat, Curitiba, 1997. 190p.

SCHULLER, D. J.; RAO, A. R.; JEONG G. D. Fractal characteristics of dense stream networks. Journal. Hydrology, Amsterdam. v. 243, p.1-16, 2001.

SCHUMM, S. A. The evolution of drainage systems and slopes in badlands at Perth Amboi, New Jersey. **Bulletin of the Geological Society of America.** v. 67, n. 5, p. 597-646.1956.

SILVA, S. Potencialidades da interpretação visual e digital de imagens orbitais na atualização do cadastro técnico multifinalitário. In: Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário, 1., 1994, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis, 1994.

SMART, J. S. A Comment on Horton's law of stream numbers. **Water Resources Research**. v. 3, p.773-776, 1967.

SMART, J. S. Statistical properties of stream lengths. Water Resources. Research. v. 4, p. 1001-1013, 1968.

SMART, J. S. Channel networks. Advances in Hydroscience. Washington. v. 8, p. 305-346, 1972.

STRAHLER, A. N. Hypsometric (area-altitude) analysis of erosional topography. **Bulletin of the Geological Society of America**. v. 63, p.1117-1121, 1952.

STRAHLER, A. N. Quantitative analysis of watershed geomorphology: Am. Geophys. Union Trans. v. 38, n 6, p. 913-920, 1957.

SOARES, J. V. Curso de Introdução à Hidrologia Florestal. INPE. São José dos Campos. São Paulo: INPE, 2000. 78p. TAKAYASU, H. Fractals in the Physical Sciences. Manchester University Press, Manchester. 1990.

TARBOTON, D. G.; BRAS. R. L.; ITURBE, I. R. The Fractal Nature of Networks. Water Resources Research. v. 24, n. 8, p. 1317-1322, 1988.

TARBOTON, D. G.; BRAS, R. L.; ITURBE, I. R. Comment on The fractal dimension of stream Networks. by Paolo La Barbera and Renzo Rosso. **Water Resources Research**. v. 26, n. 9, p. 2343-2344, 1990.

TEIXEIRA, A. L. A.; MORETTI, E.; CHRISTOFOLETTI, A. Introdução aos sistemas de informações geográficas. Rio Claro, São Paulo: Ed. do autor, 1992. 80p.

TONELLO, K. C. Análise Hidroambiental da bacia hidrográfica da Cachoeira das **Pombas, Guanhães, MG.** 2005, 85f, Minas Gerais, Tese de Doutorado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Florestal - Universidade Federal de Viçosa.

YANG, C. T.; STALL, J. B. Note on the map scale effect in the study of stream morphology. **Water Resources Research**. v. 7, n. 3, jun, p. 709-712, 1971.

VILLELA, S. M.; MATTOS, A. Hidrologia Aplicada. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1975. 245p.

XIA, Z. The use and limitation of fractal geometry in digital terrain modeling, 1993. PhD dissertation. City University of New York.

APÊNDICES



APÊNDICE A – MAPA DIGITAL DAS BACIAS HIDROGRÁFICAS DA REGIÃO DE ENCOSTA E DA REGIÃO DE PLANALTO

FIGURA 1: Mapa da bacia do rio Figueira-SC. Dados obtidos na carta topográfica . Ano 1976.







FIGURA 3: Mapa da bacia do rio Pinheirinho-SC. Dados obtidos pela interpretação das fotografias aéreas de 1978 e 2002.



FIGURA 4: Mapa da bacia do rio Figueira-SC. Dados obtidos pela interpretação das fotografias aéreas de 1978 e 2002.



FIGURA 5: Mapa da bacia do rio São Gonçalo-RS. Dados obtidos na carta topográfica. Ano 1976.



FIGURA 6: Mapa da bacia do Lajeado das Marrecas-RS. Dados obtidos na carta topográfica 1976.



FIGURA 7: Mapa da bacia do rio São Gonçalo-RS. Dados obtidos pela interpretação das fotografias aéreas de 1978 e 2002. Elaboração: a autora



FIGURA 8: Mapa da bacia do Lajeado das Marrecas-RS. Dados obtidos pela interpretação das fotografias aéreas de 1978 e 2002.

APÊNDICE B –

DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO FIGUEIRA-SC

CARTA TOPOGRÁFICA SH-22-X-A-VI-3

TABELA 1: Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	905	0,487
02	806	0,424
03	915	0,324
04	921	0,336
05	913	0,228
06	502	0,181
07	525	0,208
08	1013	0,421
09	375	0,176
10	934	0,638
11	421	0,124
12	348	0,134
13	311	0,101
14	449	0,124
15	532	0,142
16	580	0,284
17	805	0,228
18	571	0,276
19	505	0,274
20	518	0,103
21	431	0,170
22	1294	0,422
23	1155	0,546
24	1150	0,584
25	1130	0,764
26	1790	0,839
27	456	0,246
28	1078	0,478
29	402	0,143
30	475	0,132
31	399	0,093
32	371	0,108
33	2154	1,113
34	635	0,197
35	899	0,413
36	364	0,131
37	611	0,338
38	1058	1,451
	Total	
38	28701	13,387

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	327	0,442
02	150	0,673
03	60	0,765
04	477	0,363
05	1055	1,724
06	1064	2,788
07	1737	2,056
08	2397	2,802
	Total	
08	7.267	11,615

TABELA 2: Dados físicos das bacias de segunda ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

TABELA 3: Dados físicos das bacias de terceira ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	4998	9,908
02	1295	5,654
	Total	
02	6293	15,563
,		

TABELA 4: Dados físicos das bacias de quarta ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	3878	25,442

APÊNDICE C - DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO PINHEIRINHO-SC CARTA TOPOGRÁFICA SH-22-X-A-VI-3

Bacia	Comprimento(m)	Área (km²)
01	2422	1,317
02	495	0,114
03	590	0,181
04	223	0,061
05	213	0,095
06	343	0,111
07	402	0,136
08	402	0,061
09	1386	0,592
10	746	0,161
11	622	0,286
12	631	0,162
13	459	0,186
14	389	0,327
15	259	0,072
16	1391	0,408
17	378	0,087
18	444	0,145
19	319	0,142
20	317	0,132
21	685	0,229
22	737	0,118
23	547	0,150
24	223	0,081
25	499	0,202
26	296	0,125
27	1288	0,431
28	876	0,238
29	498	0,159
30	1939	1,283
31	477	0,200
32	430	0,127
33	1913	0,828
34	540	0,285
35	515	0,191
36	360	0,409
37	1699	1,391
38	529	0,587
39	713	0,263
	Total	
39	27192	12,077

TABELA 5: Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio Pinheirinho-SC, obtidos a partir de informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	492	0,337
02	1181	0,885
03	55	0,757
04	1645	2,384
05	174	0,504
06	1685	1,314
07	1457	1,528
08	1043	1,346
	Total	
08	7.732	9,056

TABELA 6: Dados físicos das bacias de segunda ordem do rio Pinheirinho, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3

TABELA 7: Dados físicos das bacias de terceira ordem do rio Pinheirinho, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	868	2,039
02	1479	5,345
03	1264	3,801
Total		
03	3611	11,186

TABELA 8: Dados físicos das bacias de quarta ordem do rio Pinheirinho, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	4779	20,810

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	705	0,419
02	732	0,419
03	703	0,238
04	314	0,163
05	378	0,261
06	235	0,033
07	721	0,258
08	409	0,099
09	261	0,135
10	1046	0,532
11	562	0,279
12	581	0,237
13	2230	1,104
14	821	0,219
15	824	0,492
16	885	0,300
17	1670	0,763
18	382	0,176
	Total	
18	13.459	6,130

APÊNDICE D - DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO SÃO GONÇALO-RS CARTA TOPOGRÁFICA SH-22-X-A-VI-3

TABELA 9:Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio São Gonçalo-RS, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3

TABELA 10: Dados físicos das bacias de segunda ordem do rio São Gonçalo-RS, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	1339	1,932
02	2283	1,866
03	1198	2,636
04	362	1,108
Total		
04	5,182	7,543

TABELA 11: Dados físicos das bacias de terceira ordem do rio São Gonçalo-RS, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	4194	10,329

Bacia Comprimento (m) Área (km²) 0,182 0,196 0.308 0,179 0,148 0,199 0,169 0,096 0,191 0,175 0,250 0,099 0,221 0,113 0,196 0,172 0,398 0.244 0,199 0,134 0,135 0,264 0,408 0,121 0,168 0,095 0.229 0,311 0,123 0,026 0,243 0,091 0,541 0,184 0,140 0,116 0,277 0,035 0,331 0.141 0,067

TABELA 12: Dados físicos das bacias de primeira ordem do Lajeado das Marrecas-RS, obtidos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

APÊNDICE E- DADOS FÍSICOS DA BACIA DO LAJEADO DAS MARRECAS-RS CARTA TOPOGRÁFICA SH-22-X-A-VI-3

Continuação		
42	219	0,062
43	1640	0,539
44	355	0,155
45	311	0,137
46	1060	0,260
47	398	0,131
48	540	0,098
	Total	
48	26,943	9,304

TABELA 13: Dados físicos das bacias de segunda ordem do Lajeado das Marrecas-RS, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	318	0.754
02	501	0.482
03	122	0.309
04	119	0.347
05	920	1,072
06	298	0,402
07	321	0,444
08	893	0,813
09	803	1,017
10	294	0,519
11	225	0,776
12	368	0,643
13	1104	0,767
14	546	0,830
15	306	0,299
	Total	
15	7,138	9,477

TABELA 14: Dados físicos das bacias de terceira ordem do Lajeado das Marrecas-RS, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

Comprimento(m)	Área (km²)
1300	3,026
1824	2,523
4375	5,127
2615	4,028
Total	
10114	14,704
	Comprimento(m) 1300 1824 4375 2615 Total 10114

TABELA 15: Dados físicos das Microbacias de quarta ordem do Lajeado das Marrecas, adquiridos com base em informações da carta topográfica SH-22-X-A-VI-3.

Bacia	Comprimento(m)	Área (Km²)
01	2892	17,095

APÊNDICE F- DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO FIGUEIRA-SC FOTOGRAFIAS AÉREAS 1978 e 2002

Bacia	Comprimento (m)	Area (km²)
01	338	0,100
02	404	0,065
03	409	0,122
04	327	0,104
05	357	0,057
06	343	0,099
07	364	0,038
08	408	0,085
09	589	0,155
10	380	0,038
11	290	0,062
12	245	0,067
13	211	0,076
14	318	0,083
15	481	0,114
16	245	0,044
17	179	0,021
18	377	0,115
19	343	0,046
20	206	0,048
21	152	0,012
22	191	0,012
23	195	0,015
24	193	0,019
25	61	0,027
26	211	0,019
27	567	0,097
28	198	0,059
29	143	0,021
30	163	0,011
31	242	0,022
32	213	0,026
33	160	0,014
34	246	0,033
35	207	0,016
36	158	0,021
37	118	0,008
38	176	0,015
39	204	0,030
40	122	0,024
41	554	0,119
42	351	0,088
43	370	0,080

TABELA 16: Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Continuação,,,		
44	234	0,048
45	237	0,037
46	189	0,054
47	343	0,031
48	946	0,246
49	349	0,190
50	429	0,064
51	968	0,555
52	191	0,048
53	250	0,061
54	132	0,013
55	255	0,039
56	488	0,106
57	304	0,071
58	265	0,054
59	321	0,074
60	276	0,054
61	148	0,018
62	379	0,062
63	384	0,072
64	304	0,055
65	206	0,045
66	174	0,043
67	435	0,064
68	222	0,074
69	234	0,027
70	353	0,042
71	342	0,039
72	132	0,017
73	209	0,021
74	213	0,016
75	176	0,025
76	220	0,071
77	277	0,106
78	294	0,062
79	502	0,083
80	137	0,014
81	335	0,089
82	181	0,016
83	233	0,036
84	235	0,025
85	172	0,016
86	386	0,055
87	266	0,041
88	274	0,041
89	155	0,015
90	152	0,012
91	146	0,021
92	170	0,031

Continuação,,,		
93	225	0,042
94	124	0,008
95	163	0,015
96	228	0,031
97	167	0,042
98	150	0,016
99	197	0,018
100	213	0,033
101	222	0,019
102	234	0,037
103	255	0,030
104	281	0,030
105	282	0,025
106	306	0,034
107	439	0,049
108	381	0,057
109	214	0,033
110	397	0,086
111	233	0,027
112	262	0,034
113	404	0,042
114	1010	0,062
115	306	0,049
116	259	0,128
117	222	0,073
118	322	0,051
119	336	0,077
120	329	0,056
121	379	0,063
122	160	0,029
123	336	0,056
124	409	0,137
125	625	0,157
126	536	0,084
127	373	0,042
128	410	0,076
129	326	0,110
130	442	0,160
131	325	0,082
132	254	0,069
133	275	0,049
134	239	0,026
135	214	0,019
136	245	0,020
137	315	0,030
138	11/	0,011
139	383 276	0,068
140	2/6	0,033
141	429	0,088

Continuação,,,		
142	295	0,043
143	270	0,029
144	329	0,043
145	229	0,027
146	165	0,013
147	313	0,039
148	298	0,031
149	262	0,027
150	239	0,026
151	387	0,019
152	235	0,036
153	242	0,023
154	304	0,045
155	380	0,054
156	352	0,038
157	353	0,066
158	320	0,035
159	172	0,032
160	327	0,039
161	339	0,067
162	402	0,060
163	202	0,031
164	407	0,113
165	345	0,084
166	392	0,116
167	213	0,023
168	418	0,091
169	203	0,026
170	163	0,017
171	150	0,019
172	195	0,025
173	182	0,021
174	170	0,033
175	299	0,024
176	246	0,029
177	272	0,047
178	322	0,058
179	168	0,021
180	199	0,018
181	188	0,038
182	207	0,026
183	135	0,023
184	318	0,048
185	328	0,024
186	324	0,028
187	322	0,035
188	235	0,084
189	283	0,045
190	364	0,048

Continuação,,,		
191	237	0,024
192	171	0.029
193	197	0.038
194	192	0.026
195	190	0.043
196	232	0.041
197	323	0.069
198	178	0,009
190	310	0.038
200	307	0,050
200	230	0,030
201	195	0,020
202	165	0,000
203	207	0,031
204	303	0,076
205	505	0,070
206	506	0,100
207	240	0,033
208	276	0,039
209	210	0,052
210	470	0,090
211	270	0,040
212	219	0,033
213	276	0,043
214	202	0,024
215	204	0,025
215	157	0,012
217	193	0,021
218	266	0,064
219	220	0,045
220	208	0,025
221	189	0,032
222	395	0,078
223	254	0,047
224	197	0,037
225	373	0,188
226	635	0,755
227	447	0,284
228	394	0,150
229	283	0,063
230	362	0,078
231	625	0,294
232	241	0,037
233	885	0,097
234	186	0,056
	Total	,
234	69169	14.467

Bacia	Comprimento (m)	Área (km²)
01	739	0,572
02	617	0,398
03	866	0,227
04	401	0,156
05	934	0,279
06	859	0,236
07	650	0,418
08	255	0,531
09	371	0,711
10	462	0,276
11	277	0,112
12	297	0,145
13	287	0,253
14	526	0,225
15	203	0,274
16	304	0,176
17	313	0,109
18	182	0,082
19	482	0.176
20	1165	0,468
21	292	0.237
22	136	0.253
23	1090	0.624
24	922	0 748
25	1583	0.634
26	345	0 290
27	602	0 399
28	272	0 173
29	281	0 121
30	312	0 131
31	220	0 115
32	161	0.093
33	181	0.052
34	2078	1 018
35	151	0 117
36	196	0.102
37	513	0 354
38	582	0.293
30	97	0.081
40	120	0 101
-το Δ1	838	0 327
41 17	650 67	0,327
72 13	878	1 0/7
τ <u>υ</u> ΛΛ	020 677	0.078
	Total	0,078
44	22 729	14 235
	, , _,	1,400

TABELA 17: Dados físicos das bacias de segunda ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	1,704	3,324
02	1134	1,448
03	763	0,718
04	132	1,497
05	1604	2,053
06	2626	2,696
	Total	
06	7,963	11,737

TABELA 18 : Dados físicos das bacias de terceira ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

TABELA 19: Dados físicos das bacias de quarta ordem do rio Figueira-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	1808	9,788
02	3234	5,344
	Total	
02	5042	15,132
02	<i>Total</i> 5042	15,132

TABELA 20: Dados físicos das bacias de quinta ordem do rio Figueira, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	5018	25,446

APÊNDICE G- DADOS FÍSICOS DA BACIA DO RIO PINHEIRINHO-SC FOTOGRAFIAS AÉREAS 1978 e 2002

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	516	0,069
02	525	0,112
03	456	0,051
04	529	0,049
05	445	0,041
06	414	0,061
07	399	0,045
08	349	0,042
09	355	0,112
10	246	0,019
11	161	0,016
12	151	0,010
13	160	0,010
14	472	0,086
15	446	0,059
16	183	0,045
17	407	0,056
18	92	0,006
19	364	0,037
20	129	0,012
21	307	0,035
22	170	0,016
23	182	0,020
24	225	0,026
25	235	0,019
26	259	0,029
27	198	0,026
28	117	0,005
29	218	0,019
30	251	0,020
31	373	0,042
32	245	0,026
33	227	0,017
34	154	0,012
35	252	0,039
36	200	0,039
37	247	0,021
38	187	0,021
39	258	0,022
40	331	0,024
41	175	0,009
42	157	0,010

TABELA 21: Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio Pinheirinho-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Continuação		
43	56	0,002
44	163	0,020
45	158	0,012
46	374	0,064
47	525	0,135
48	465	0,057
49	213	0,024
50	227	0,023
51	1048	0,257
52	181	0,017
53	604	0,162
54	386	0,043
55	682	0,126
56	218	0,024
57	134	0,009
58	520	0,078
59	545	0,071
60	325	0,052
61	408	0,054
62	298	0,038
63	125	0,014
64	1202	0,245
65	802	0,182
66	343	0,042
67	438	0,064
68	774	0,202
69	315	0,192
70	659	0,271
71	343	0,119
72	353	0,101
73	574	0,085
74	414	0,088
75	198	0,030
76	1285	0,238
77	229	0,021
78	210	0,047
79	310	0,028
80	276	0,036
81	550	0,099
82	570	0,095
83 01	208	0,004
84 95	15/	0,009
80 96	291	0,029
80 97	524 124	0,00
ð / 00	134	0,008
00 00	529 AAC	0,000
07 00	440 104	0,039
90 Q1	170	0,020
<i>J</i> 1	1/0	0,020

Continuação		
92	304	0,044
93	438	0,056
94	1064	0,117
95	455	0,106
96	455	0,119
97	237	0,019
98	255	0,064
99	542	0,166
100	500	0,123
101	341	0,049
102	354	0,041
103	393	0,058
104	409	0,048
105	369	0,034
106	352	0,030
107	275	0,032
108	178	0,013
109	327	0,038
110	324	0,043
111	277	0,030
112	233	0,043
113	243	0,050
114	249	0,046
115	293	0,027
116	339	0,0,37
117	269	0,033
118	244	0,026
119	229	0,025
120	196	0,033
121	179	0,015
122	152	0,009
123	172	0,011
124	110	0,007
125	320	0,035
126	186	0,018
127	189	0,015
128	154	0,009
129	407	0,041
130	374	0,062
131	150	0,015
132	708	0,214
133	284	0,070
134	618	0,200
135	693	0,255
136	266	0,034
137	250	0,018
138	251	0,023
139	259	0,034
140	291	0,045

Continuação		
141	256	0,026
142	259	0,032
143	227	0,019
144	188	0,023
145	444	0,177
146	233	0,088
147	195	0,089
148	191	0,011
149	414	0,141
150	410	0,138
151	237	0,027
152	291	0,024
153	351	0,026
154	254	0,035
155	341	0,031
156	217	0,042
157	305	0,037
158	291	0,041
159	299	0,035
160	397	0,083
161	282	0,031
162	213	0,018
163	224	0,028
164	346	0,032
165	211	0,015
166	175	0,014
167	197	0,013
168	247	0,037
169	429	0,127
170	264	0,043
171	146	0,036
172	168	0,013
173	304	0,026
174	350	0,045
175	488	0,045
176	279	0,049
177	267	0,023
178	393	0,063
179	373	0,041
180	220	0,040
181	201	0,032
182	332	0,039
183	90	0,009
184	611	0,258
185	460	0,057
186	513	0,034
187	560	0,073
188	819	0,211
189	1303	0,457

Continuação		
190	737	0,245
	Total	
190	64667	11,199

TABELA 22: Dados físicos das bacias de segunda ordem do rio Pinheirinho-SC, adquiridos
com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	2305	1,312
02	266	0,174
03	312	0,100
04	494	0,192
05	881	0,377
06	245	0,136
07	663	0,354
08	1133	0,733
09	258	0,158
10	256	0,076
11	729	1,204
12	232	0,304
13	360	0,131
14	345	0,125
15	193	0,084
16	179	0,099
17	379	0,094
18	416	0,017
19	173	0,161
20	680	0,689
21	234	0,076
22	1299	0,514
23	753	0,237
24	438	0,146
25	86	0,239
26	622	0,738
27	216	0,184
28	220	0,187
29	2172	0,775
30	399	0,274
31	529	0,178
32	122	0,115
33	155	0,090
34	1581	1,467
	Total	
34	19.322	11,751

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	525	0,667
02	60	0,919
03	889	2,467
04	191	0,202
05	294	0,471
06	1054	1,237
07	1192	1,474
08	1342	1,748
09	615	0,753
10	439	0,318
	Total	
10	6.601	10,259

TABELA 23: Dados físicos das bacias de terceira ordem do Rio Pinheirinho-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

TABELA 24: Dados físicos das bacias de quarta ordem do Rio Pinheirinho-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	923	2,005
02	1470	5,296
03	2891	3,581
	Total	
03	5284	10,882

TABELA 25: Dados físicos das bacias de quinta ordem do rio Pinheirinho-SC, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	5595	20,921

Comprimento (m) Área (Km²) Bacia 0,442 0,575 0,038 0,039 0,235 0,168 0,230 0,109 0,345 0,106 0,151 0,117 0,092 0,101 0,085 0,221 0,250 0,066 0,107 0,110 0,098 0.066 0,117 0,086 0,095 0,127 0,107 0,121 0,109 0,053 0,074 0,100 0,106 0,038 0,123 0,118 0,118 0,117 0,023 0,168 Total 10.122 5,558

TABELA 26: Dados físicos das bacias de primeira ordem do rio São Gonçalo-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	1082	1,906
02	1960	2,062
03	721	0,524
04	812	0,516
05	112	0,228
06	420	0,336
07	466	0,438
08	344	0,289
09	100	0,186
10	1280	1,282
	Total	
10	7.297	7,769

TABELA 27: Dados físicos das bacias de segunda ordem do rio São Gonçalo-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

TABELA 28 : Dados físicos das bacias de terceira ordem do rio São Gonçalo-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	3150	6,395
02	2487	2,522
	Total	
02	5.637	8,917

TABELA 29: Dados físicos das bacias de quarta ordem do rio São Gonçalo-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento(m)	Área(Km²)
01	1376	10,529

Área (Km²) Bacia Comprimento (m) 0,018 0,024 0,072 0,204 0,068 0,137 0,562 0,098 0,117 0,043 0,064 0,165 0,081 0,025 0.023 0,022 0.016 0,024 0,153 0,180 0,321 0,355 0,209 0,063 0,010 0,138 0,132 0,149 0.165 0,081 0,175 0,132 0,212 0,039 0,155 0,041 0,031 0.032 0,089 0,054 0,044 0,042

TABELA 30: Dados físicos das bacias de primeira ordem do Lajeado das Marrecas-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Continuação		
43	586	0,197
44	207	0,029
45	474	0,110
46	353	0,107
47	122	0,113
48	106	0,029
49	136	0,031
50	126	0,035
51	138	0,027
52	120	0,038
53	118	0,019
54	133	0,021
55	129	0,026
56	608	0,122
57	482	0,059
58	202	0,071
59	124	0,058
60	134	0,022
61	117	0,032
62	141	0,028
63	589	0,027
64	137	0,049
65	130	0,034
66	343	0,094
67	320	0,124
68	107	0,009
69	128	0,048
70	315	0,092
71	121	0,049
72	296	0,076
73	143	0,075
74	145	0,046
75	117	0,017
76	436	0,096
77	155	0,049
78	167	0,039
79	141	0,028
80	302	0,064
81	135	0,023
82	196	0,043
83	148	0,074
84	797	0,251
85	113	0,019
86	107	0,010
87	108	0,016
88	105	0,020
89	122	0,014
90	115	0,021
91	130	0,030

140	0,061
131	0,056
278	0,067
323	0,206
137	0,029
Total	
25609	8,979
	140 131 278 323 137 <i>Total</i> 25609

TABELA 31: Dados físicos das bacias de segunda ordem do Lajeado das Marrecas-RS,
adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	206	0.473
01	526	0,475
02	960	0,885
03	276	0,817
04	270	0,380
03	892	1,237
06	80	0,279
0/	300	0,592
08	602	0,547
09	443	0,253
10	150	0,247
11	250	0,109
12	304	0,082
13	712	0,487
14	330	0,324
15	196	0,168
16	157	0,064
17	420	0,300
18	159	0,147
19	204	0,328
20	315	0,293
21	279	0,202
22	304	0.388
23	145	0.103
24	377	0.509
25	290	0 279
26	93	0,131
20	10	0 270
28	325	0 108
	Total	0,100
28	9401	10,036
Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
-------	-----------------	------------
01	1561	3,143
02	1824	2,851
03	2045	3,387
04	484	0,768
05	454	0,947
06	326	0,474
07	185	0,498
08	91	0,367
	Total	
08	6970	12,436

TABELA 32: Dados físicos das bacias de terceira ordem do Lajeado das Marrecas-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

TABELA 33: Dados físicos das bacias de quarta ordem do Lajeado das Marrecas-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Comprimento (m)	Area (Km²)	
4138	9,436	
2830	4,042	
Total		
6968	13,477	
	4138 2830 <i>Total</i> 6968	

TABELA 34: Dados físicos das bacias de quinta ordem do Lajeado das Marrecas-RS, adquiridos com base na interpretação de fotografias aéreas de 1978 e 2002.

Bacia	Comprimento (m)	Área (Km²)
01	1597	17,107

APÊNDICE J –MÉTODO BOX-COUNTING – CANAIS INDIVIDUAIS

TABELA 35: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas, obtidas para os canais individuais das bacias hidrográficas- Dados da carta topográfica e fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método *Box-Counting*.

Base	d(µ)	N(d)	log d	log N(d)
		Rio Figueira-SC		
Carta topográfica	50	1176	1,698	3,070
	75	775	1,875	2,889
	100	577	2,000	2,761
	125	456	2,097	2,658
Fotografias aéreas	50	2556	1,698	3,407
1978 e 2002	75	1618	1,875	3,208
	100	1145	2,000	3,058
	125	859	2,097	2,934
	1	Rio Pinheirinho-SC		
Carta topográfica	50	1173	1,698	3,069
	75	775	1,875	2,889
	100	566	2,000	2,753
	125	445	2,096	2,648
Fotografias aéreas	50	2362	1,698	3,373
1978 e 2002	75	1510	1,875	3,178
	100	1080	2,000	3,033
	125	813	2,097	2,910
	R	tio São Gonçalo-RS	Y 1	
Carta topográfica	50	597	1,698	2,776
	75	396	1,875	2,597
	100	294	2,000	2,468
	125	217	2,096	2,336
Fotografias aéreas	50	629	1,698	2,798
1978 e 2002	75	401	1,875	2,603
	100	300	2,000	2,477
	125	231	2,096	2,364
	Laje	eado das Marrecas-	RS	
Carta topográfica	50	1185	1,698	3,074
	75	782	1,875	2,893
	100	576	2,000	2,760
	125	446	2,096	2,649
Fotografias aéreas	50	1229	1,698	3,089
1978 e 2002	75	791	1,875	2,898
	100	573	2,000	2,758
	125	458	2,096	2,661

APÊNDICE L –MÉTODO BOX-COUNTING – REDE DE DRENAGEM

TABELA 36: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas, obtidas para a rede de drenagem das bacias hidrográficas, considerando dados da carta topográfica e das fotografías aéreas 1978 e 2002 – Método *Box-Counting*.

Base	d(µ)	N(d)	log d	Log N(d)
		rio Figueira-SC		
Carta topográfica	250	213	2,397	2,328
	500	86	2,698	1,934
	750	48	2,875	1,681
	1000	28	3,000	1,447
Fotografias aéreas	250	315	2,397	2,498
	500	102	2,698	2,008
	750	53	2,875	1,724
	1000	32	3,000	1,505
		rio Pinheirinho-SC	- -	
Carta topográfica	250	205	2,397	2,312
	500	82	2,698	1,914
	750	40	2,875	1,602
	1000	28	3,000	1,447
Fotografias aéreas	250	295	2,397	2,469
	500	93	2,698	1,968
	750	48	2,875	1,681
	1000	28	3,000	1,447
		rio São Gonçalo-R	S	
Carta topográfica	250	100	2,397	2,000
	500	42	2,698	1,623
	750	22	2,875	1,342
	1000	14	3,000	1,146
Fotografias aéreas	250	107	2,397	2,029
	500	42	2,698	1,623
	750	23	2,875	1,362
	1000	15	3,000	1,176
	La	jeado das Marrecas	s-RS	
Carta topográfica	250	192	2,397	2,283
	500	77	2,698	1,886
	750	38	2,875	1,579
	1000	27	3,000	1,431
Fotografias aéreas	250	190	2.397	2.278
	500	71	2.698	1.851
	750	39	2.875	1.591
	1000	26	3,000	1,415
			-	·

APÊNDICE M –MÉTODO *BOX-COUNTING* – PERFIL LONGITUDINAL

TABELA 37: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas obtidas para o perfil longitudinal do rio Figueira-SC: Dados da carta topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método *Box-Counting*.

Base	d(µ)	N(d)	log d	log N(d)
Carta topográfica				
	50	60	1,698	1,778
a_1	75	41	1,875	1,613
	100	30	2,000	1,477
	125	25	2,096	1,397
a_2	250	13	2.397	1.114
2	500	6	2,698	0.778
	750	4	2.875	0.602
	1000	3	3,000	0,477
	500	6	2,698	0,778
<i>a</i> 3	750	4	2.875	0.602
5	1000	3	3.000	0.477
	1250	2	3,096	0,301
Fotografias aéreas				
1978 e 2002	50	61	1,698	1,785
b_1	75	41	1,875	1,612
	100	30	2,000	1,477
	125	26	2,096	1,415
b_2	250	13	2,397	1,114
_	500	7	2,698	0,845
	750	4	2,875	0,602
	1000	3	3,000	0,477
	500	7	2,698	0,845
b_3	750	4	2,875	0,602
2	1000	3	3,000	0,477
	1250	2	3,096	0,301

Base	d(µ)	N(d)	log d	log N(d)
Carta topográfica				
	50	54	1,698	1,732
	75	36	1,875	1,556
a_1	100	28	2,000	1,447
	125	22	2,097	1,342
	250	10	2,397	1,000
a_2	500	6	2,698	0,778
	750	3	2,875	0,477
	1000	2	3,000	0,301
	500	6	2,698	0,778
	750	3	2,875	0,477
a_3	1000	2	3,000	0,301
	1250	2	3,097	0,301
Fotografias aéreas				
1978 e 2002	50	55	1,698	1,740
b_I	75	36	1,875	1,556
	100	28	2,000	1,447
	125	23	2,096	1,362
b_2	250	12	2,397	1,079
	500	6	2,698	0,778
	750	4	2,875	0,602
	1000	2	3,000	0,301
	500	6	2,698	0,778
b_3	750	4	2,875	0,602
	1000	2	3,000	0,301
	1250	2	3,097	0,301

TABELA 38: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas, obtidas para operfil longitudinal do rio Pinheirinho-SC: Dados da carta topográfica e das fotografias aéreas1978 e 2002 - Método *Box-Counting*.

Base	d(µ)	N(d)	log d	log N(d)
Carta topográfica				
	50	30	1,698	1,477
	75	21	1,875	1,322
	100	16	2,000	1,204
a_1	125	13	2,096	1,114
	250	6	2,397	0,778
	500	3	2,698	0,477
a_2	750	2	2,875	0,301
	1000	2	3,000	0,301
	500	3	2,698	0,477
	750	2	2,875	0,301
	1000	2	3,000	0,301
a_3	1250	1	3,096	0,000
Fotografias aéreas				
1978 e 2002	50	31	1,698	1,491
	75	21	1,875	1,322
b_I	100	16	2,000	1,204
	125	13	2,096	1,113
	250	6	2,397	0,778
b_2	500	3	2,698	0,477
	750	2	2,875	0,301
	1000	2	3,000	0,301
	500	3	2,698	0,477
	750	2	2,875	0,301
b_3	1000	2	3,000	0,301
-	1250	1	3.096	0.000

TABELA 39: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas obtidas para o perfil longitudinal do rio São Gonçalo –RS: Dados da carta topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método *Box-Counting*.

Base	D(µ)	N(d)	log d	log N(d)
Carta topográfica				
	50	39	1,698	1,591
	75	25	1,875	1,397
a_{I}	100	20	2,000	1,301
	125	16	2,096	1,204
	250	9	2,397	0,954
a_2	500	4	2,698	0,602
-	750	3	2,875	0,477
	1000	2	3,000	0,301
	500	4	2,698	0,602
	750	3	2,875	0,477
a_3	1000	2	3,000	0,301
	1250	1	3,096	0,000
Fotografias aéreas				
1978 e 2002	50	38	1,698	1,579
b_{I}	75	26	1,875	1,414
	100	20	2,000	1,301
	125	16	2,096	1,204
b_2	250	8	2,397	0,903
	500	4	2,698	0,602
	750	3	2,875	0,477
	1000	2	3,000	0,301
	500	4	2,698	0,602
b_3	750	3	2,875	0,477
	1000	2	3,000	0,301
	1250	1	3,096	0,000

TABELA 40: Número de caixas, com respectivas dimensões das quadrículas, obtidas para o perfil longitudinal do Lajeado das Marrecas-RS: Dados da carta topográfica e das fotografías aéreas 1978 e 2002 - Método *Box-Counting*.

APÊNDICE N –MÉTODO *BOX-COUNTING–RETA AJUSTADA PARA O* PERFIL LONGITUDINAL

TABELA 41: Reta ajustada para o perfil longitudinal dos rios das bacias hidrográficas -Método Box-Counting.

	Reta ajustada para o perfil longitudinal					
Base	rio Figueira	rio Pinheirinho	rio São Gonçalo	Lajeado das Marrecas		
Carta	0.0000		0.0100	0.0502		
(a_l)	0,9693x +3,425	-0,9692x + 3,378	-0,9138x +3,031	-0,9593x + 3,213		
(a_2)	-1,0587x+3,647	-1,1684x+ 3,844	-0,8430x+ 2,776	-1,0533x+ 3,472		
(a_3)	-1,1602x+3,924	-1,2636x+4,151	-1,0441x+ 3,316	-1,4377x+ 4,539		
Fotografias						
(b_l)	-0,9526x+3,399	-0,9498x +3,347	-0,9490x +3,031	-0,9397x +3,177		
(b_2)	-1,0731x+3,703	-1,2213x+ 4,040	-0,8430x+2,776	-0,9670x+ 3,223		
(b_{3})	-1,3256x+4,424	-1,3238x+ 4,358	-1,0441x+3,316	-1,4377x+ 4,539		
(b_{3})	-1,3256x+4,424	-1,3238x+4,358	-1,0441x+3,316	-1,4377x+		

APÊNDICE O -MÉTODO BOX-COUNTING -CANAL PRINCIPAL

TABELA 42: Número de caixas com respectivas dimensões das quadrículas, obtidas para o canal principal dos rios das bacias hidrográficas: Dados da carta topográfica e das fotografias aéreas 1978 e 2002 - Método *Box-Counting*.

Base	d(µ)	N(d)	log d	log N(d)
		rio Figueira-SC		
Carta topográfica	50	262	1,699	2,418
	75	171	1,875	2,233
	100	131	2,000	2,117
	125	103	2,096	2,013
Fotografias aéreas	50	262	1 698	2.418
1978 e 2002	75	176	1,875	2 245
177002002	100	130	2,000	2,113
	125	105	2.096	2.021
	1	rio Pinheirinho-SC	,	<u> </u>
Carta topográfica	50	218	1,698	2,338
100	75	142	1,875	2,152
	100	108	2,000	2,033
	125	87	2,096	1,939
Fotografias aéreas	50	218	1,698	2,338
1978 e 2002	75	150	1,875	2,176
	100	110	2,000	2,041
	125	83	2,096	1,919
	r	io São Gonçalo-RS		
Carta topográfica	50	174	1,698	2,240
	75	11	1,875	2,060
	100	84	2,000	1,924
	125	68	2,096	1,832
Fotografias aéreas	50	165	1,698	2,217
1978 e 2002	75	111	1,875	2,045
	100	81	2,000	1,908
	125	62	2,096	1,792
	Lajeado	o das Marrecas –R.	S	
Carta topográfica	50	220	1,698	2,342
	75	148	1,875	2,170
	100	110	2,000	2,041
	125	84	2,096	1,924
Fotografias aéreas	50	214	1,698	2,330
1978 e 2002	75	142	1,875	2,152
	100	102	2,000	2,008
	125	85	2,096	1,929