

**THELMA SOLANGE PIAZZA FERNANDES**

**UM MODELO DE DESPACHO ÓTIMO DE  
POTÊNCIA PARA SISTEMAS  
MULTI-USUÁRIOS**

**Florianópolis**

**2004**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**UM MODELO DE DESPACHO ÓTIMO DE  
POTÊNCIA PARA SISTEMAS  
MULTI-USUÁRIOS**

Tese submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos  
para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

**THELMA SOLANGE PIAZZA FERNANDES**

Florianópolis, 2004

# **UM MODELO DE DESPACHO ÓTIMO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS MULTI-USUÁRIOS**

Thelma Solange Piazza Fernandes

‘Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Sistemas de Energia, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

---

**Profa. Katia Campos de Almeida, Ph.D.**  
**Orientadora**

---

**Prof. Denizar Cruz Martins, Dr.**  
**Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

**Banca Examinadora:**

---

**Profa. Katia Campos de Almeida, Ph.D.**  
**Presidente**

---

**Prof. Anésio dos Santos Junior, Dr.**

---

**Prof. José Wanderley Marangon Lima, Dr. Sc.**

---

**Prof. Edson Luiz da Silva, Dr.**

---

**Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.**

---

**Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.**

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

## **UM MODELO DE DESPACHO ÓTIMO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS MULTI-USUÁRIOS**

**THELMA SOLANGE PIAZZA FERNANDES**

**2004**

Orientador: Katia Campos de Almeida  
Área de Concentração: Sistemas de Energia  
Palavras-Chave: Despacho Ótimo de Potência, Mercados de Energia, Método de Pontos Interiores, Teorema da Superposição, Alocação de Fluxos, Alocação de Perdas, TTC, Custos de Transmissão.  
Número de Páginas: 294

Esta tese tem como objetivo formular matematicamente um problema de Despacho Ótimo de Potência no qual os vários usuários da rede, tais como: transações bilaterais, multilaterais, mercado de curto prazo e empresas concessionárias sejam discriminados para que sua influência na operação seja conhecida. Esse problema pode ser usado na representação de sistemas sob mercado *pool*, bilateral ou *pool*-bilateral. O modelo foi desenvolvido com os seguintes objetivos: (i) possibilitar o despacho conjunto da geração associada aos participantes do mercado de energia de acordo com um critério de desempenho e respeitando as restrições físicas e operacionais do sistema e, (ii) fornecer ao operador informações importantes sobre o impacto de cada usuário na operação em regime permanente em termos de perdas de transmissão, fluxos de potência nas linhas, custos fixos ou operacionais associados à transmissão, perfil de tensão do sistema, uso de compensação de reativos e capacidade de transferência de potência.

A idéia básica se concentra na representação dos usuários como fontes de corrente ideais. A cada usuário são associados um vetor de tensões de barra e um vetor de injeções de corrente representados em circuitos individuais. As tensões e injeções de corrente totais são obtidas utilizando o Teorema da Superposição, após a resolução de um conjunto de equações de balanço de potência derivadas a partir da alocação das injeções totais de potência entre os usuários de acordo com as próprias injeções de corrente. São apresentados resultados de testes em sistemas de transmissão realistas.

Abstract of the Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree  
of Doctor in Electrical Engineering

## **AN OPTIMAL POWER DISPATCH MODEL FOR MULTI-USER SYSTEMS**

**THELMA SOLANGE PIAZZA FERNANDES**

**2004**

Advisor: Katia Campos de Almeida

Area of concentration: Energy Systems

Keywords: Optimal Power Dispatch, Energy Markets, Primal-Dual Interior Point Method, Superposition Principle, Line Flow Allocation, Loss Allocation, TTC, Transmission Costs

Number of pages: 294

The objective of this thesis is the mathematical formulation and the solution of an Optimal Power Dispatch (OPD) problem in which the network users, that is, bilateral or multilateral transactions, the spot market generation and load, or even power companies are discriminated in order, to assess their impact on the system operation. The model is able to represent systems that operate under pool, bilateral or pool-bilateral markets. It was developed with the following objectives: (i) to perform a joint dispatch of the generation associated with the market participants according to a chosen criterion and considering a set of physical and operational constraints and, (ii) to provide means to assess the impact of the users on the system losses, power flows and fixed or operational transmission costs, system voltage profile, reactive power compensation and power transfer capacity.

The OPD model is based on the representation of the network users as ideal current sources. To every system user, a set of bus voltages and current injections is assigned, which are represented through individual circuits. The total voltages and currents are obtained, using the Superposition Theorem, after the resolution of a set of power balance equations that are derived by allocating the total power injections to the users according to their individual current injections. Results are presented for realistic test systems.

Aos meus pais Geny e João, cujo apoio foi imprescindível.

## **AGRADECIMENTOS**

À professora Katia Campos de Almeida pela imensa dedicação, amizade e orientação sempre firme ao longo de todo o trabalho.

Aos professores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica pelos conhecimentos transmitidos e apoio ao trabalho.

Aos integrantes da banca examinadora pela valiosa revisão.

A todos os funcionários, colegas e amigos do LABSPOT pelo espírito de cooperação.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná pela confiança e oportunidade dispensadas.

À UFPR e ao Programa de Incentivo à Capacitação Docente (PICDT- CAPES) pelo apoio financeiro.

À minha família, em especial: aos meus pais que não mediram esforços em me apoiar durante todo o período do curso, ao meu marido Antonio e minhas filhas Giulia e Fernanda que souberam compreender as longas horas de dedicação ao trabalho.

E, a Deus que me deu força e capacidade para terminar o trabalho.

# SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO I: Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Introdução.....	1
1.2 Contribuições da Tese .....	2
1.3 Organização da Tese .....	3
<b>CAPÍTULO II: Reestruturação do Setor Elétrico .....</b>	<b>4</b>
2.1 Introdução.....	4
2.2 Nova Visão sobre Uso de Energia e Serviços .....	4
2.3 Dificuldade da Reforma do Setor Elétrico .....	7
2.4 Modelos Gerais de Mercados de Energia Elétrica .....	8
2.5 Visão Geral sobre Reestruturação do Setor Elétrico Mundial.....	9
2.5.1 Reforma do Setor Elétrico do Chile .....	10
2.5.2 Reforma do Setor Elétrico do Reino Unido .....	10
2.5.3 Reforma do Setor Elétrico da Noruega .....	12
2.5.4 Reforma do Setor Elétrico dos Estados Unidos .....	13
2.6 Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro .....	14
2.6.1 Evolução do Setor Elétrico no Brasil .....	14
2.6.2 Início da Reestruturação do Novo Modelo Brasileiro.....	15
2.6.2.1 Considerações Gerais.....	15
2.6.2.2 Formação do Preço do Mercado de Curto Prazo .....	18
2.6.2.3 Tarifas de Transmissão .....	19
2.6.3 Alterações no Modelo Brasileiro .....	19
2.7 Motivação para Pesquisa.....	20
<b>CAPÍTULO III: Revisão Bibliográfica .....</b>	<b>22</b>
3.1 Introdução .....	22
3.2 Metodologias de Despacho de Potência.....	22

3.3 Métodos de Resolução para FPO .....	26
3.3.1 Programação Linear .....	28
3.3.2 Método de Newton .....	28
3.3.3 Programação Quadrática Seqüencial .....	29
3.3.4 Métodos Paramétricos .....	29
3.3.5 Métodos via Pontos Interiores .....	30
3.4 Alocação de Serviços Associados ao Uso do Sistema de Transmissão .....	32
3.4.1 Alocação de Perdas .....	32
3.4.1.1 Métodos para Mercado Pool .....	33
3.4.1.2 Métodos para Mercado Bilateral .....	36
3.4.1.3 Métodos para Mercado Pool-Bilateral .....	38
3.4.2 Alocação de Fluxos de Potência .....	40
3.4.3 Alocação de Custos de Transmissão .....	41
3.4.3.1 Métodos Aplicáveis ao Mercado Pool .....	42
3.4.3.4 Métodos Aplicáveis ao Mercado Bilateral e Pool-Bilateral .....	43
3.4.4 Suporte de Potência Reativa .....	44
3.4.5 Metodologias Genéricas para Alocação de Serviços Associados à Transmissão .....	46
3.5 Máxima Transferência de Potência .....	47
3.6 Considerações finais. ....	48
<b>CAPÍTULO IV: Representação das Equações de Balanço de Potência.....</b>	<b>50</b>
4.1 Introdução.....	50
4.2 Considerações sobre Teorema da Superposição .....	51
4.2.2 Exemplo 1.....	52
4.3 Problemática da Aplicação do TS às Injeções de Potência.....	53
4.4 Representação dos Usuários da Rede .....	55
4.4.1 Modelagem dos Usuários no Circuito Equivalente da Rede de Transmissão.....	58
4.4.1.1 Representação por Fontes Ideais de Corrente .....	58
4.4.1.2 Representação por Fontes Ideais de Tensão.....	59
4.4.1.3 Combinações de Fontes de Corrente e Tensão Ideais .....	60

4.5 Representação das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa em Função do Vetor das Componentes de Magnitudes de Tensão .....	63
4.6 Representação Alternativa das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa.....	69
4.7 Representação da Função Homotopia .....	72
4.8 Modelagem e Resolução do Problema de Fluxo de Carga Multi-Usuários Parametriado ....	73
4.9 Exemplo de Aplicação .....	75
4.10 Análise dos Resultados para Representações por Fontes de Tensão e Correntes Ideais .....	79
4.10.1 Descrição do Método de Zobjan e Ilic .....	79
4.10.2 Descrição do Método Incremental .....	82
4.11 Modelagem para Usuários de Rede Elétrica Utilizando Fontes de Corrente Ideais.....	87
4.11.1 Modelo para Transação Bilateral de Potência .....	87
4.11.2 Modelo para Transação Multilateral de Potência .....	88
4.11.3 Representação do Pool .....	89
4.12 Considerações Finais.....	90

## **CAPÍTULO V: Um Modelo de Despacho Ótimo de Potência para Sistema Multi-Usuários 91**

5.1 Introdução .....	91
5.2 Representação das Variáveis de Otimização do Problema.....	91
5.2.1 Potências Totais Fornecidas pelos Geradores .....	91
5.2.2 Representação dos Compensadores Síncronos .....	94
5.2.3 Representação dos Compensadores Estáticos de Reativo.....	95
5.2.4 Taps de Transformadores.....	98
5.3 Critérios de Otimização.....	98
5.3.1 Minimização de Custos de Produção .....	99
5.3.2 Minimização de Perdas .....	99
5.3.3 Minimização de Desvio de Transações Propostas .....	99
5.3.4 Minimização de Desvio de Tensões Especificadas.....	101
5.4 Restrições de Igualdade e de Desigualdade .....	102
5.4.1 Restrições de Igualdade.....	102
5.4.2 Restrições de Desigualdade.....	103
5.5 Formulação Geral .....	105
5.6 Considerações Finais .....	108

<b>CAPÍTULO VI: Resolução Matemática do Despacho de Transações de Potência.....</b>	<b>109</b>
6.1 Introdução .....	109
6.2 O Problema de DOP Modificado .....	109
6.3 Condições de Otimalidade .....	111
6.4 Algoritmo Primal-Dual de Pontos Interiores.....	112
6.4.1 Obtenção de Pontos Estacionários .....	113
6.4.2 Algoritmo de Solução do Problema .....	116
6.5 Redução do Sistema Linear do Algoritmo de Solução.....	116
6.6 Método Preditor-Corretor do Primal-Dual de Pontos Interiores .....	118
6.7 Comentários Finais... ..	121
<b>CAPÍTULO VII: Aplicações do Modelo Proposto.....</b>	<b>123</b>
7.1 Introdução .....	123
7.2 Máxima Transferência de Potência .....	123
7.2.1 Considerações Iniciais sobre Máxima Transferência de Potência .....	123
7.2.2 Formulação do Problema da Máxima Transferência de Potência .....	124
7.3 Análise de Sensibilidade da Função Objetivo em Relação à Variação das Cargas dos Usuários .....	126
7.3.1 Interpretação dos Multiplicadores de Lagrange Associados às Restrições de Balanço de Potência Ativa .....	126
7.3.2 Interpretação dos Multiplicadores de Lagrange Associados às Restrições de Balanço de Potência Reativa .....	130
7.3.3 Comportamento do Custo Incremental das Barras de Geração em Relação aos Usuários e Mercado <i>Pool</i> .....	131
7.4 Impacto dos Usuários no Perfil de Tensão .....	137
7.5 Alocação de Serviços de Transmissão .....	139
7.5.1 Alocação de Fluxos de Potência Ativa entre Usuários .....	139
7.5.1.1 Cálculo de Fluxo de Potência Total .....	139
7.5.1.2 Alocação de Fluxos de Potência entre Usuários .....	140
7.5.2 Alocação de Perdas entre Usuários .....	141
7.5.2.1 Perdas de Potência Aparente.....	141
7.5.2.2 Alocação de Perdas de Potência Ativa entre Usuários utilizando DOP.....	142
7.5.2.3 Alocação de Perdas de Potência Ativa entre Usuários Utilizando Matriz $\dot{\mathbf{Z}}$ .....	144

7.5.2.4 Despacho Concomitante de Geração e Perda de Potência Ativa .....	146
7.5.3 Alocação de Custos de Transmissão .....	147
7.5.3.1 Alocação de Custo Fixo .....	148
7.5.3.2 Alocação de Custo Operacionais .....	159
7.6 Considerações Finais .....	151

## **CAPÍTULO VIII: Resultados ..... 152**

8.1 Introdução.....	152
8.2 Descrição dos sistemas de 5, 14, 34 e 182 barras.....	152
8.3 Validação dos Resultados Obtidos pelo DOP .....	154
8.3.1 Comparação do DOP com FPO Convencional .....	155
8.3.2 Comparação do DOP com Método Incremental .....	158
8.3.3 Comprovação das Leis de Kirchhoff.....	173
8.4 Operação Centralizada e não Centralizada.....	176
8.5 Estudos sobre Máxima Transferência de Potência.....	183
8.6 Alocação de Serviços de Transmissão .....	187
8.6.1 Alocação de Fluxos de Potência .....	187
8.6.2 Alocação de Perdas de Potência.....	192
8.6.3 Alocação de Custos de Transmissão .....	196
8.6.4 Alocação de Potência Reativa.....	200
8.7 Análise de Sensibilidade de Tensão .....	208
8.8 Análise Numérica do Programa de Despacho Ótimo de Potência Multi-Usuário .....	210
8.8.1 Comparação entre Desempenho de Método Primal-Dual Puro e Preditor-Corretor...	208
8.8.2 Influência de Parâmetros Usuais.....	209
8.8.3 Análise da influência dos limites nas linhas de transmissão .....	213
8.8.4 Influência do Critério de Despacho.....	214
8.9 Considerações Finais .....	215

## **CAPÍTULO IX Conclusão..... 216**

9.1 Introdução .....	216
9.2 Resumo de Contribuições.....	216
9.3 Recomendações para Trabalhos Futuros .....	218

<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>220</b>
<b>Apêndice A: Fluxos de Potência Ativa e Reativa.....</b>	<b>232</b>
A.1 Modelagem de linhas e transformadores .....	232
A.2 Injeção de Corrente na Forma Matricial.....	234
A.3 Fluxo de Potência Ativa e Reativa na Forma Matricial .....	235
<b>Apêndice B: Representação das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa na Forma Quadrática .....</b>	<b>238</b>
B.1 Introdução .....	238
B.2 Representação na Forma Quadrática das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa Formuladas de Acordo com as Injeções de Corrente .....	240
B.2.1 Representação das equações de potência ativa na forma Quadrática.....	240
B.2.2 Representação das equações de potência reativa na forma quadrática.....	247
B.3 Representação na Forma Quadrática das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa Formuladas de Acordo com as Tensões por Barra.....	252
B.3.1 Representação das equações de potência ativa na forma Quadrática.....	253
B.3.2 Representação das equações de potência reativa na forma quadrática.....	258
<b>Apêndice C: Análise do Custo Marginal das Barras por Usuário.....</b>	<b>263</b>
C.1 Introdução.....	263
C.2 Comportamento dos Custos Marginais de Geração.....	263
<b>Apêndice D: Dados dos Sistemas Utilizados.....</b>	<b>275</b>
D.1 Introdução.....	275
D.2 Dados do Sistema de 2-barras.....	275
D.3 Dados do Sistema de 5-barras.....	276
D.4 Dados do Sistema de 14-barras.....	277

D.5 Dados do Sistema de 34-barras.....	278
D.6 Dados do Sistema de 182-barras.....	281
<b>Apêndice E: Resultados 182 barras.....</b>	<b>292</b>
D.1 Resultados de 182 barras.....	292

## Lista de Símbolos

- a** relação das magnitudes das tensões dos transformadores ( $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$ )
- a** limite mínimo de relação de magnitude de transformação ( $\underline{\mathbf{a}} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$ )
- ā** limite máximo de relação de magnitude de transformação ( $\bar{\mathbf{a}} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$ )
- A** matriz de incidência barra-linha ( $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{(nb \times nl)}$ )
- Af** matriz de incidência barra final-linha ( $\mathbf{Af} \in \mathbb{R}^{(nb \times nl)}$ )
- At** matriz de incidência barra final-linha ( $\mathbf{At} \in \mathbb{R}^{(nb \times nl)}$ )
- b<sup>s</sup>** capacitor shunt das linhas ( $\mathbf{b}^s \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$ )
- b<sup>tot</sup>** compensador *shunt* total ( $\mathbf{b}^{tot} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- B** parte imaginária de  $\dot{\mathbf{Y}}$  que representa matriz de susceptância de barra ( $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{(nb \times nb)}$ )
- b** compensadores shunt para todo conjunto de transações ( $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^{(nb \times ntr \times 1)}$ )
- b** limites mínimo de compensador *shunt* ( $\underline{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- b̄** limites máximo de compensador *shunt* ( $\bar{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- CMp<sub>i</sub><sup>k</sup>** custo incremental na barra *i*, devido à transação de potência ativa *k*
- CMq<sub>i</sub><sup>k</sup>** custo incremental na barra *i*, devido à transação de potência reativa *k*
- d** vetor que soma as partes imaginárias das componentes de tensão referentes à barra de referência ( $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{[2nb(ntr+1) \times 1]}$ )
- e<sup>k</sup>** vetor da parte real da tensão referente ao usuário *k* ( $\mathbf{e}^k \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- e<sup>tot</sup>** vetor da parte real da tensão total ( $\mathbf{e}^{tot} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- f<sup>k</sup>** vetor da parte imaginária da tensão referente ao usuário *k* ( $\mathbf{f}^k \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- f<sup>tot</sup>** parte imaginária da tensão total ( $\mathbf{f}^{tot} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- FC<sub>im</sub>** custo fixo de transmissão da linha (*i, m*)
- FTC<sub>im</sub><sup>k</sup>** custo fixo de transmissão da linha (*i, m*) ao usuário *k*
- g<sub>km</sub>** condutância série do elemento entre as barras *k* e *m*
- G** parte real da matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$  que representa matriz de condutância de barra ( $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{(nb \times nb)}$ )
- Gp** geração de potência ativa ( $\mathbf{Gp} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- Gq** geração de potência reativa ( $\mathbf{Gq} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- İ** injeção de corrente fasorial ( $\dot{\mathbf{I}} \in \mathbb{C}^{(nb \times 1)}$ )
- İ<sup>k</sup>** injeção de correntes fasorial devido à transação *k* ( $\dot{\mathbf{I}}^k \in \mathbb{C}^{(nb \times 1)}$ )

- if** vetor com as barras iniciais das linhas do sistema de transmissão ( $\mathbf{if} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$ )
- $\dot{I}_{im}$  corrente total que percorre elemento entre as barras  $i$  e  $m$ , na direção  $i-m$
- it** vetor com as barras finais das linhas do sistema de transmissão ( $\mathbf{it} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$ )
- Jp<sub>i</sub>** relacionada à potência ativa, constante, real, simétrica e unicamente definida pela barra  $i$  e pela estrutura da rede e sua matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$  ( $\mathbf{Jp}_i \in \mathbb{R}^{(2nb \times 2nb)}$ )
- Jq<sub>i</sub>** relacionada à potência reativa, constante, real, simétrica e unicamente definida pela barra  $i$  e pela estrutura da rede e sua matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$  ( $\mathbf{Jq}_i \in \mathbb{R}^{(2nb \times 2nb)}$ )
- M<sub>i</sub>** matriz auxiliar para obtenção de soma do somatório ao quadrado das partes reais e imaginárias de cada componente de tensão na barra  $i$  ( $\mathbf{M}_i \in \mathbb{R}^{(2nb \times 2nb)}$ )
- $MCT_c^k$  máximo carregamento da transação  $k$ , sujeito a contingência  $c$
- $nb$  número de barras
- $ntr$  número de transações
- $ng$  número de geradores
- $nd$  número de cargas
- $nc$  número de contingências
- $ndes$  número de restrições de desigualdade de limite superior e inferior
- $nig$  número de restrições de igualdade
- $nz$  número total de variáveis de otimização
- $Pg_i^k$  potência ativa transacionada pelo gerador  $i$  para o usuário  $k$
- Pg** potência de geração ativa com todo conjunto de usuários ( $\mathbf{Pg} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )
- Pd** potência de demanda ativa com todo conjunto de usuários ( $\mathbf{Pd} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )
- $\underline{\mathbf{gp}}$  vetor de limites de geração mínimo de potência ativa ( $\underline{\mathbf{gp}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- $\overline{\mathbf{gp}}$  vetor de limites de geração máxima de potência ativa ( $\overline{\mathbf{gp}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- $\underline{\mathbf{gq}}$  vetor de limites de geração mínimo de potência reativa ( $\underline{\mathbf{gq}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- $\overline{\mathbf{gq}}$  vetor de limites de geração máxima de potência reativa ( $\overline{\mathbf{gq}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )
- $OTC^k$  custo operacional de transmissão devido ao usuário  $k$
- P** injeção de potência ativa englobando todas os usuários ( $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )
- $\mathbf{Pl}_{im}$  fluxo de potência ativa que percorrem elementos na direção  $i-m$  ( $\mathbf{Pl}_{im} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$ )
- $\underline{\mathbf{Pl}}_{im}$  limite mínimo de fluxo de potência ativo ( $\underline{\mathbf{Pl}}_{im} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$ )
- $\overline{\mathbf{Pl}}_{im}$  limite máximo de fluxo de potência ativo ( $\overline{\mathbf{Pl}}_{im} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$ )

$Perda^{tot}$  perda total de potência ativa

$Perda_{\dot{Z}}^k$  valor de perda de potência ativa por usuário  $k$  utilizando matriz  $\dot{Z}$

$Perda_{DOP}^k$  valor de perda de potência ativa por usuário  $k$  utilizando DOP

**Pperda** <sup>$k$</sup>  vetor de perda de potência ativa por usuário pelos elementos de transmissão

$$(\mathbf{Pperda}^k \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)})$$

**Pperda** <sup>$tot$</sup>  vetor de perda de potência ativa total pelos elementos de transmissão ( $\mathbf{Pperda}^{tot} \in \mathbb{R}^{(nl \times 1)}$ )

**Pperda** <sub>$\dot{Z}$</sub>  vetor de perdas de potência ativa total por barra utilizando matriz  $\dot{Z}$  ( $\mathbf{Pperda}_{\dot{Z}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )

**Q** injeção de potência reativa englobando todas os usuários ( $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )

$Qg_i^k$  potência reativa transacionada pelo gerador  $i$  para ao usuário  $k$

**Qg** geração de potência reativa com todo conjunto de usuários ( $\mathbf{Qg} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )

**Qd** demanda de potência reativa com todo conjunto de usuários ( $\mathbf{Qd} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )

**Qg** limite de geração mínima de potência reativa ( $\mathbf{Qg} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )

**QI** <sub>$im$</sub>  vetor de fluxos de potência reativa que percorrem elementos na direção  $i-m$

**Qs** vetor de geração síncrona para todo conjunto de participantes ( $\mathbf{Qs} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )

$rl_{im}$  resistência série do elemento entre as barras  $i$  e  $m$

$\dot{S}$  injeção de potência aparente englobando todos os usuários ( $\dot{\mathbf{S}} \in \mathbb{C}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )

$\dot{S}^k$  injeção de potência aparente referente ao usuário  $k$  ( $\dot{\mathbf{S}}^k \in \mathbb{C}^{[nb \times 1]}$ )

$\dot{S}d$  demanda de potência aparente

$\dot{S}I$  <sub>$im$</sub>  vetor de fluxos de potência aparente que percorrem elementos na direção  $i-m$  ( $\dot{\mathbf{S}}I_{im} \in \mathbb{C}^{(nl \times 1)}$ )

$\dot{S}I$  <sub>$im$</sub>  <sup>$k$</sup>  vetor de fluxos de potência aparente referente ao usuário  $k$  que percorrem elementos na direção  $i-m$  ( $\dot{\mathbf{S}}I_{im}^k \in \mathbb{C}^{(nl \times 1)}$ )

$\dot{S}perda$  <sup>$k$</sup>  vetor de perda de potência aparente por usuário pelos elementos de transmissão

$$(\dot{\mathbf{S}perda}^k \in \mathbb{C}^{(nl \times 1)})$$

$\dot{S}perda^{tot}$  valor total de perda de potência aparente de todo o sistema de transmissão

$\dot{\mathbf{S}}\text{perda}^{tot}$  vetor de perda de potência aparente total pelos elementos de transmissão

$$(\dot{\mathbf{S}}\text{perda}^{tot} \in \mathbb{C}^{(nl \times 1)})$$

$\dot{\mathbf{t}}$  relação complexa das tensões dos transformadores ( $\dot{\mathbf{t}} \in \mathbb{C}^{(nl \times 1)}$ )

$TTC^k$  total capacidade de transferência do usuário  $k$

$\dot{\mathbf{V}}$  tensão fasorial ( $\dot{\mathbf{V}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )

$\dot{\mathbf{V}}^k$  tensões nas barras devido ao usuário  $k$  ( $\dot{\mathbf{V}}^k \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )

$\dot{\mathbf{V}}^{tot}$  tensões nas barras do circuito com todos usuários ( $\dot{\mathbf{V}}^{total} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )

$\mathbf{ve}_i^t$   $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{Me}$

$\mathbf{vf}_i^t$   $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{Mf}$

$\underline{\mathbf{V}}$  limites de tensão mínima ao quadrado ( $\underline{\mathbf{V}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )

$\overline{\mathbf{V}}$  limites de tensão máxima ao quadrado ( $\overline{\mathbf{V}} \in \mathbb{R}^{(nb \times 1)}$ )

$\mathbf{W}$  matriz Hessiana do Lagrangeano ( $\mathbf{W} \in \mathbb{R} \in \mathbb{R}^{(nz \times nz)}$ )

$\mathbf{x}$  vetor de tensão que contém todas as componentes de tensão ( $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{[2 \text{ nb } (ntr+1) \times 1]}$ )

$xl_{im}$  reatância série do elemento entre as barras  $i$  e  $m$

$\dot{z}_{im}$  impedância série do elemento entre as barras  $i$  e  $m$

$\dot{y}_{im}$  admitância série do elemento entre as barras  $i$  e  $m$

$\dot{\mathbf{Y}}$  matriz de admitância de barra ( $\dot{\mathbf{Y}} \in \mathbb{C}^{(nb \times nb)}$ )

$\dot{\mathbf{Z}}$  matriz de impedância de barra ( $\dot{\mathbf{Z}} \in \mathbb{C}^{(nb \times nb)}$ )

$w_c$  peso indicador de minimização de custos de geração

$\mathbf{W}_d$  matriz que prioriza o despacho de transações pré-selecionadas ( $\mathbf{W}_d \in \mathbb{C}^{(nb \text{ ntr} \times nb \text{ ntr})}$ )

$w_p$  peso indicador de minimização de perdas

$w_m$  peso indicador de maximização de contrato

$w_v$  peso indicador de minimização de desvio de tensões especificadas

$\mathcal{B}$  matriz formada por  $ntr+1$  matrizes  $\mathbf{B}$  dispostas diagonalmente ( $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times nb(ntr+1)]}$ )

$\epsilon$  tolerância para o teste de convergência

$\gamma$  variável escalar que modifica a carga das transações

$\mathbf{\Gamma}$  matriz que soma as gerações por transação, composta por  $ntr+1$  diagonais de valores unitários ( $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{[nb \times nb(ntr+1)]}$ )

$\mathbf{\Gamma}_e$  matriz composta pela justaposição da matriz  $\mathbf{\Gamma}$  e uma matriz de zeros ( $\mathbb{R}^{[nb \times nb(ntr+1)]}$ ) ( $\mathbf{\Gamma}_e \in \mathbb{R}^{[ntr \text{ nb} \times nb(ntr+1)]}$ )

- $\Gamma_f$**  matriz composta pela justaposição de uma matriz de zeros ( $\mathbb{R}^{[nb \times nb(ntr+1)]}$ ) e da matriz  $\Gamma$  ( $\Gamma_f \in \mathbb{R}^{[ntr \cdot nb \times nb(ntr+1)]}$ )
- $\mathcal{G}$**  matriz formada por  $ntr+1$  matrizes  $\mathbf{G}$  dispostas diagonalmente ( $\boldsymbol{\varphi} \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times (nb(ntr+1))]}$ )
- $\boldsymbol{\lambda}_p$**  vetor de multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência ativa ( $\boldsymbol{\lambda}_p \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )
- $\boldsymbol{\lambda}_q$**  vetor de multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência reativa ( $\boldsymbol{\lambda}_q \in \mathbb{R}^{[nb(ntr+1) \times 1]}$ )
- $\lambda_d$  multiplicador de Lagrange associado à equação de valor angular nulo
- $\mu$  parâmetro barreira
- $\underline{\boldsymbol{\pi}}_p$**  vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de transação de potência ativa ( $\underline{\boldsymbol{\pi}}_p \in \mathbb{R}^{[ntr \times 1]}$ )
- $\underline{\boldsymbol{\pi}}_q$**  vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de transação de potência reativa ( $\underline{\boldsymbol{\pi}}_q \in \mathbb{R}^{[ntr \times 1]}$ )
- $\underline{\boldsymbol{\pi}}_{gp}$**  vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de geração de potência ativa ( $\underline{\boldsymbol{\pi}}_{gp} \in \mathbb{R}^{[ng \times 1]}$ )
- $\overline{\boldsymbol{\pi}}_{gp}$**  vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite máximo de geração de potência ativa ( $\overline{\boldsymbol{\pi}}_{gp} \in \mathbb{R}^{[ng \times 1]}$ )
- $\underline{\boldsymbol{\pi}}_{gq}$**  vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de geração de potência reativa ( $\underline{\boldsymbol{\pi}}_{gq} \in \mathbb{R}^{[ng \times 1]}$ )
- $\overline{\boldsymbol{\pi}}_{gq}$**  vetor de multiplicador de Lagrange associado ao limite máximo de geração de potência reativa ( $\overline{\boldsymbol{\pi}}_{gq} \in \mathbb{R}^{[ng \times 1]}$ )
- $\underline{\boldsymbol{\pi}}_a$**  multiplicador de Lagrange relacionado ao limite mínimo de relação da magnitude das tensões dos transformadores ( $\underline{\boldsymbol{\pi}}_a \in \mathbb{R}^{[nl \times 1]}$ )
- $\overline{\boldsymbol{\pi}}_a$**  multiplicador de Lagrange relacionado ao limite máximo de relação da magnitude das tensões dos transformadores ( $\overline{\boldsymbol{\pi}}_a \in \mathbb{R}^{[nl \times 1]}$ )
- $\underline{\boldsymbol{\pi}}_b$**  multiplicador de Lagrange relacionado ao limite mínimo de compensador shunt ( $\underline{\boldsymbol{\pi}}_b \in \mathbb{R}^{[nb \times 1]}$ )

- $\overline{\pi\mathbf{b}}$  multiplicador de Lagrange relacionado ao limite máximo de compensador shunt ( $\overline{\pi\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^{[nb \times 1]}$ )
- $\underline{\pi\mathbf{pl}}$  multiplicador de Lagrange relacionado ao limite mínimo de fluxo de potência ativo circulante pelas linhas ( $\underline{\pi\mathbf{pl}} \in \mathbb{R}^{[nl \times 1]}$ )
- $\overline{\pi\mathbf{pl}}$  multiplicador de Lagrange relacionado ao limite máximo de fluxo de potência ativo circulante pelas linhas ( $\overline{\pi\mathbf{pl}} \in \mathbb{R}^{[nl \times 1]}$ )
- $\underline{\pi\mathbf{v}}$  multiplicador de Lagrange associado ao limite mínimo de tensão ( $\underline{\pi\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^{[nb \times 1]}$ )
- $\overline{\pi\mathbf{v}}$  multiplicador de Lagrange associado ao limite máximo de tensão ( $\overline{\pi\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^{[nb \times 1]}$ )
- $\underline{\pi\varphi}$  multiplicador de Lagrange relacionado ao limite mínimo do ângulo defasador dos transformadores ( $\underline{\pi\varphi} \in \mathbb{R}^{[nl \times 1]}$ )
- $\overline{\pi\varphi}$  multiplicador de Lagrange relacionado ao limite máximo do ângulo defasador dos transformadores ( $\overline{\pi\varphi} \in \mathbb{R}^{[nl \times 1]}$ )
- $\pi\gamma$  multiplicador de Lagrange relacionado ao limite mínimo de  $\gamma$
- $\varphi$  ângulo defasador dos transformadores ( $\varphi \in \mathbb{R}^{[nl \times 1]}$ )
- $\underline{\varphi}$  limite mínimo de ângulo defasador dos transformadores ( $\underline{\varphi} \in \mathbb{R}^{[nl \times 1]}$ )
- $\overline{\varphi}$  limite máximo de ângulo defasador dos transformadores ( $\overline{\varphi} \in \mathbb{R}^{[nl \times 1]}$ )
- \* em subscrito, representa valor conjugado de um número complexo
- em subscrito, representa valor ótimo de uma função
- $|\quad|$  módulo de número complexo
- $\|\quad\|_{\infty}$  norma infinita de vetor
- $\text{diag}(\mathbf{I})$  matriz quadrada cuja diagonal principal é o vetor  $\mathbf{I}$
- negrito variáveis em negrito indicam que se trata de um vetor ou matriz
- variável com ponto indica que se trata de número complexo

# CAPÍTULO I

## Introdução

### 1.1 Introdução

O processo mundial de desregulamentação do setor elétrico permite a entrada de capitais privados e incentiva a implantação de mercados competitivos, onde as compras e vendas de energia podem ser feitas diretamente de uma entidade coordenadora de despacho centralizado, ou através de transações bilaterais feitas diretamente entre um produtor e um comprador ou ainda através de entidades comerciais.

Antes do advento da re-estruturação do setor elétrico, a geração, transmissão, distribuição, operação e todos os demais serviços associados à energia elétrica eram considerados em conjunto para atender o suprimento da demanda. Com a introdução de competição através, por exemplo, de transações de potência, o problema relacionado a quanto cada uma delas está gerando e usando do sistema de transmissão passou a ser questionado e, para que este problema seja respondido é necessário que as mesmas sejam modeladas nas ferramentas computacionais costumeiramente utilizadas pelo setor.

No novo modelo competitivo, existem basicamente três tipos de mercados de energia: modelo *pool*, definido como uma bolsa de energia onde todos os lances são submetidos para análise e aprovação; modelo bilateral, onde as transações são arranjadas entre vendedores e compradores independentemente de um órgão centralizador e, o modelo intermediário *pool*-bilateral, que possui tanto um despacho centralizado, feito por ordem de mérito dos participantes, como o mecanismo de transações bilaterais.

Mundialmente, tem-se observado a implementação do modelo *pool* e *pool*-bilateral, sendo que este último pode assumir operação tanto com ênfase no *pool*, quanto nas transações bilaterais, e ainda, com transações físicas ou apenas transações comerciais.

Assim, tendo em vista a importância de se analisar múltiplos mercados e usuários na rede elétrica, viu-se a necessidade de se formular um modelo de despacho que forneça subsídios para a análise do impacto de cada um deles na operação em regime permanente.

No modelo proposto, os usuários ou participantes são definidos diferentemente conforme o tipo de mercado analisado. Para mercado operando segundo o modelo *pool*, os usuários podem ser definidos como sendo as barras de geração e de carga de uma determinada empresa concessionária

ou de uma área elétrica mais o mercado de curto prazo; para mercado bilateral, os usuários são as transações de potência e para o mercado *pool*-bilateral, são as transações de potência e o mercado de curto prazo.

Com base nestes participantes, o presente trabalho formula um novo despacho de geração de potência não linear, denominado de multi-usuários, operando conforme qualquer um dos três mercados mencionados, sendo que leva em consideração a manutenção de um perfil adequado de tensão e limites impostos pela rede e equipamentos na condição normal de operação.

## **1.2 Contribuições da Tese**

Os resultados desta tese, que dizem respeito principalmente à formulação e solução do problema de Fluxo de Potência Ótimo estendido para sistemas que operam sob mercado *pool*, bilateral ou *pool*-bilateral, trazem as seguintes contribuições:

1. Estudo e implementação das equações de balanço de potência ativa e reativa por usuário, representado-os por fontes de correntes e ou fontes de tensões em um problema de Fluxo de Carga baseado no Teorema da Superposição. O estudo destas representações possibilitou a escolha da melhor delas, que é a por fontes de correntes.
2. A formulação de um Fluxo de Potência Ótimo (FPO) não-linear para sistema que operam tanto sob mercado *pool*, bilateral quanto *pool*-bilateral, onde os diferentes usuários são representados como fontes de injeções de corrente ideais. Os índices de desempenho modelados são: minimização de perdas, de custo de geração, de desvio de tensão de um valor pré-especificado e de desvio das transações contratadas. Esta formulação, que discrimina os participantes do mercado, permite que se faça:
  - (i) análise do impacto dos usuários no perfil de tensão do sistema e no carregamento das linhas e transformadores;
  - (ii) alocação de perdas de potência ativa, de fluxos de potência ativa pelas linhas de transmissão, de potência reativa e de custos fixos e operacionais de transmissão entre os usuários;
  - (iii) cálculo de máxima transferência de potência dos usuários em operação normal e sob contingências.

### **1.3 Organização da tese**

Este trabalho está organizado do seguinte modo: primeiramente, o Capítulo II descreve o panorama geral sobre as reestruturações do setor elétrico e dá uma visão geral das mudanças no Brasil, salientando pontos que motivaram o presente trabalho.

O Capítulo III apresenta uma revisão bibliográfica sobre a reestruturação do setor elétrico; Fluxo de Potência Ótimo; modelagem de usuários da rede; alocação de custos de transmissão, perdas, fluxos, suporte de reativo e máxima transferência de potência.

No capítulo IV, é apresentada uma base teórica para modelagem do FPO, isto é, a derivação das equações de balanço de potência considerando múltiplos usuários. Esta derivação é feita particularmente para as transações de potência, a qual pode ser estendida a qualquer participante da rede. Para tanto, as mesmas foram representadas através de fontes de corrente ou de tensão ideais, tendo sido feita uma análise da melhor alternativa de representação, utilizando-se um fluxo de potência convencional e estendido para múltiplos usuários.

No capítulo V, apresenta-se a formulação de um modelo de despacho ótimo de geração a partir das equações de balanço de potência ativa e reativa derivadas no Capítulo IV.

O Capítulo VI descreve a formulação do Método de Pontos Interiores via abordagens Primal-Dual e Preditor-Corretor a um problema de otimização geral, sendo o mesmo aplicável ao modelo de despacho ótimo de geração descrito no Capítulo V.

Já o Capítulo VII tem por objetivo analisar alguns aspectos econômicos e operacionais relacionados ao despacho ótimo de geração proposto no Capítulo V. Seqüencialmente, apresenta-se: (i) estudo de máxima transferência de potência dos participantes, (ii) uma análise de sensibilidade dos custos incrementais das barras, (iii) análise do impacto dos usuários no perfil de tensão e, (iv) alocação de serviços do sistema tais como de fluxos de potência, perdas ativas, custos de transmissão entre os participantes do mercado considerado.

No Capítulo VIII, apresentam-se resultados pertinentes à implementação do Despacho Ótimo de Potência Multi-Usuários (DOP) aplicados a sistemas de 5, 14, 34 e 182 barras. E finalmente, no Capítulo IX são apresentadas conclusões e propostas para pesquisas futuras.

O Apêndice A apresenta as expressões de fluxos de potência ativa e reativa circulantes pelas linhas e transformadores da rede; o Apêndice B descreve a representação das equações de balanço de potência ativa e reativa na forma quadrática, o Apêndice C faz uma análise dos multiplicadores de Lagrange relacionados às equações de balanço de potência ativa e reativa, o Apêndice D apresenta resultados completos para um caso de 182 barras e, finalmente, o Apêndice E descreve os dados dos sistemas de 5, 14, 34 e 182 barras.

## **CAPÍTULO II**

### **Reestruturação do Setor Elétrico**

#### **2.1 Introdução**

A partir de 1990, o setor elétrico mundial iniciou um processo de reestruturação pautado principalmente na idéia de se quebrar monopólios tradicionais através da introdução de competição na etapa de geração. Essa competição foi conseguida, basicamente, com a entrada de produtores independentes de energia, ou seja, com a entrada de novos usuários no sistema além das tradicionais empresas verticalizadas de geração, transmissão e distribuição.

Antes desse processo, todos os serviços associados à energia elétrica eram considerados em conjunto para atender o suprimento da demanda. Com o advento da competição, se tornou necessário separar o produto energia dos serviços de geração, transmissão e distribuição. Essa separação levantou uma série de questões tais como: quanto cada usuário gera para atender sua carga e quanto o mesmo usa da rede de transmissão, etc. Assim, tornou-se necessário conhecer o comportamento e a influência dos usuários na operação e planejamento do sistema elétrico de potência.

Tendo em vista essas novas necessidades advindas do processo de reestruturação, este capítulo tem como objetivo dar uma breve visão sobre o novo uso da energia e serviços, dificuldades para sua implementação, novos mercados de energia elétrica e visão panorâmica das reformas mundiais e do Brasil.

#### **2.2 Nova Visão sobre Uso de Energia e Serviços**

Na maioria dos países que optam pela reestruturação de seu setor elétrico, há um quadro de demanda crescente que exige eficiência nas decisões de investimentos para ampliações do parque gerador, eficiência no uso da rede de transmissão e no gerenciamento da distribuição (HUNT e SHUTTLEWORTH, 1997). Essas exigências empurram o setor para um processo de competitividade onde se torna necessário separar o produto energia dos serviços de geração, transmissão e distribuição.

Assim, o primeiro passo no processo de reestruturação é a desverticalização, necessária para separar as atividades de geração e comercialização, potencialmente competitivas, das

atividades de transmissão e distribuição, monopólios naturais que devem ser de livre acesso (HUNEAULT, GALIANA e GROSS, 1999). Desse modo, para se estabelecer competição, é necessário separar as empresas de energia em vários negócios:

- a) geração: processo de conversão em energia elétrica;
- b) transmissão: processo de transferência da energia da geração para as distribuidoras;
- c) distribuição: processo de disponibilização da energia para os consumidores;
- d) comercialização: processo de compra e venda da energia.

O próximo passo diz respeito ao conceito de operação do setor elétrico, que também se modifica. Tradicionalmente a operação sempre foi mais um problema de engenharia do que de negócio, já que a confiabilidade era o maior critério para julgamento de desempenho. No entanto, com o crescimento da importância do conceito de eficiência econômica, é preciso o esforço de engenheiros e economistas para se obter energia mais barata, com melhores financiamentos e elevado grau de confiabilidade operacional.

A observância desses requisitos requer, além da participação dos agentes de geração, transmissão, distribuição e comercialização, a participação de outros agentes tais como: operador independente do sistema, operador de mercado, regulador do mercado e planejador do sistema.

O operador do sistema tem a função de garantir o funcionamento do sistema elétrico em conformidade com padrões de qualidade e confiabilidade estabelecidos. O operador de mercado é o responsável pela organização da compra e venda de energia elétrica entre os participantes. O agente regulador tem a atribuição de controlar preços de serviços de natureza monopolista, evitar abusos na estrutura de custos, definir padrões de qualidade e critérios operacionais. O agente planejador é o responsável pelos estudos de planejamento da expansão do sistema, adequando a oferta de geração aos requisitos de demanda futura e confiabilidade do sistema.

Com a reestruturação do setor, outra separação necessária é entre o produto energia elétrica e os serviços associados para se ter uma operação eficiente e segura do sistema. Estes serviços são chamados de ancilares e passam a ter uma remuneração adicional. Alguns exemplos de serviços ancilares são os de continuidade no suprimento da demanda, de regulação de frequência, de custos de manutenção, de controle de tensão, de geração de potência reativa, de reserva girante, etc. Estes serviços são classificados em cinco classes: regulação primária, regulação secundária, reserva suplementar, controle de tensão e capacidade de restauração autônoma (SILVA, 2001).

O papel do consumidor também se modifica, pois para ele poder ser capaz de comprar energia diretamente de geradores, indiretamente de comercializadores ou distribuidoras, tem que

conhecer suas características de carga e necessidades em muito mais detalhes do que anteriormente à reestruturação.

Os países pioneiros neste processo de reestruturação são Chile (1982), Reino Unido (1990) e Noruega (1990). No Brasil, o processo foi iniciado em 1995 com promulgação da Lei de Concessões que exigiu uma seqüência de outras leis e decretos que redefiniram a organização estrutural da rede elétrica e instituíram órgãos para regulação operacional, tarifária e comercial (SILVA, 2001).

### **2.3 Dificuldade da Reforma do Setor Elétrico**

O maior objetivo da reforma é implementar eficiência econômica, que não pode ser feita com diminuição da confiabilidade do setor, ou seja, não se podem ignorar restrições físicas de segurança. Deste modo, a reestruturação traz problemas para a operação (ILIC, GALIANA e FINK, 1998):

**a) Balanço de Potência:** grandes blocos de energia elétrica não podem ser armazenados, requerendo-se controle em tempo-real da geração e consumo dos mesmos. Assim, é preciso desenvolver instrumentos para a modelagem, projeto técnico e operacional para que se possam analisar diferentes condições do sistema elétrico no mercado competitivo.

**b) Confiabilidade:** no mercado regulado, as empresas cooperam voluntariamente a fim de manter a confiabilidade operacional do mesmo, como se o aumento do custo fosse comum a todos. No mercado competitivo, os custos precisam ser repartidos e remunerados entre as empresas da maneira mais justa possível e o operador deve determinar o despacho da geração de forma a garantir as restrições de segurança.

**c) Restrições de Transmissão:** o valor da energia transferida de uma determinada geradora para uma determinada carga não depende somente do custo de geração, mas também da localização das mesmas, dos limites de carregamento das linhas e limites operacionais de tensão. O funcionamento de um sistema de transmissão, juntamente com os requisitos de segurança do sistema, impõe restrições que impedem o despacho dos geradores da forma mais eficiente possível, causando acréscimo de custo de operação, denominado custo de congestionamento. Além da questão de se calcular adequadamente o custo de congestionamento, outras questões que se colocam é como identificar a contribuição de cada usuário para o congestionamento e uso das linhas de transmissão.

**d) Custos Financeiros:** na época do mercado regulado, as empresas construíam grandes usinas na expectativa de terem retorno de investimento através de seus consumidores cativos. Na abertura do mercado estas empresas ficam com uma grande dívida, que não é competitiva no mercado desregulado.

**e) Regulação:** os agentes reguladores enfrentam muitas mudanças. Eles devem assegurar um verdadeiro mercado competitivo, encorajar a eficiência operacional e saber o momento de liberar regras para que esse mercado competitivo possa fluir livremente.

**f) Serviços Ancilares:** além do acesso dos geradores à carga pela rede de transmissão, um conjunto de outros serviços, denominados ancilares, é necessário a fim de assegurar uma operação confiável e de qualidade. A separação destes serviços são tarefas árduas, pois em geral, há uma certa dificuldade em identificar os usuários do serviço, quem os provê, e em consequência, quem paga e quem recebe por eles (SILVA, 2001).

## 2.4 Modelos Gerais de Mercados de Energia Elétrica

De modo geral, existem dois tipos de modelos de mercados de energia elétrica. No entanto, é possível se encontrar mercados de energia cujas estruturas possuem características comuns às descritas a seguir (ILIC, GALIANA e FINK, 1998):

### **a) Modelo *Pool***

Definido como uma Bolsa de Energia onde todas as transações são submetidas para análise e aprovação.

No modelo *pool*, o objetivo é obter o mínimo custo de operação, sendo que os geradores são despachados por ordem de mérito até atender a carga total do sistema de acordo com os preços ofertados por estes. Os geradores são livres para declararem preços, que não necessariamente refletem os verdadeiros custos de produção. O operador do *pool* determina quais lances são aceitáveis, assegura balanço de potência e manutenção da confiabilidade e coordena acesso à transmissão e serviços.

Na maioria dos países onde o processo de reestruturação tem sido implementado, a energia é comercializada sob o paradigma do modelo *pool*.

Os defensores desse modelo colocam as seguintes vantagens da mesma: manutenção de uma rigorosa estrutura que maximiza a eficiência econômica, serve como um fácil acesso para compra e venda de energia e estabelece preços de acordo com regras do mercados.

As desvantagens colocadas por contrários ao modelo *pool* são que o mesmo não estimula a competitividade, visto ser muito centralizador, que podem ocorrer grandes oscilações no preço de energia e que há pouco incentivo para que a própria eficiência do *pool* seja desenvolvida.

**b) Modelo Bilateral**

Este modelo permite que os participantes negociem os melhores contratos para cada um deles e, portanto, tem potencial para ser o melhor modo de se estabelecer eficiência financeira. A figura do Coordenador de Despacho tem a função de manter a confiabilidade, coordenar despacho que modo que o mesmo tenha um desvio mínimo entre as transações contratadas e as realmente realizadas, administrar contratos de transmissão, prover serviços ancilares e administrar pagamentos. A eficiência econômica é promovida através dos consumidores do mercado à procura de supridores com menor preço.

Uma das diferenças entre o modelo *pool* e o modelo bilateral é que no *pool* as transações ocorrem no mercado de curto prazo (mercado instantâneo) com um único agente, enquanto que no bilateral as transações são de longo prazo (UMBRIA, 1999).

**c) Modelo *Pool*-Bilateral**

Já que o modelo *pool* é de fácil implementação pela centralização de responsabilidades e o modelo bilateral possui dificuldades relacionadas ao balanço de carga e restrições de transmissão, é possível se fazer uma composição desses dois modelos que seria o *pool*-bilateral que possui tanto um despacho centralizado, feito por ordem de mérito dos participantes, como o mecanismo de transações bilaterais. Este é um modelo intermediário que busca a segurança fornecida por um despacho centralizado, favorecendo, ao mesmo tempo a competição e evitando que ocorram grandes variações no preço da energia (HUNEAULT, GALIANA e GROSS, 1999).

**2.5 Visão Geral sobre Reestruturação do Setor Elétrico Mundial**

A fim de se obter uma visão geral sobre o processo de reestruturação mundial do setor elétrico, escolheu-se analisar aqueles que se destacaram principalmente pelo pioneirismo e dimensão do parque instalado. Dentre eles: o Chile, que foi o primeiro país a formalizar a reorganização de seu setor elétrico em 1982, o Reino Unido, que em 1990 introduziu a mudança institucional mais radical, a Noruega pela sua característica fortemente hidráulica como a brasileira e os Estados Unidos que se caracterizam pela dimensão da capacidade energética instalada.

### **2.5.1 Reforma do Setor Elétrico do Chile (RAMOS, 2001)**

A indústria elétrica chilena foi operada pelo setor privado até 1970. No período de 1970 a 1973 ocorreu uma quase total estatização do setor através da atuação das empresas Endesa e Chilectra, respectivamente, com maior atuação na geração e distribuição. No final da década de 1970, o Chile iniciou o processo de privatização, que durou aproximadamente 10 anos, sendo o primeiro país a privatizar o seu setor elétrico. As principais motivações para a privatização foram a deterioração financeira das empresas estatais provocada pela forte compressão das tarifas, utilizadas no combate inflacionário, queda da qualidade dos serviços e crise de oferta pela queda nos investimentos.

As principais ações realizadas para o processo de privatização foram: desverticalização das empresas, abertura das redes de transporte para todos os agentes mediante pagamento de pedágio, participação dos consumidores no financiamento da expansão, criação de um planejamento indicativo e divisão de mercado em livre, no qual foi estabelecida a concorrência, e cativo, que permaneceu regulado.

O grau de intervenção do Estado foi reduzido, sendo que a Comissão Nacional de Energia (CNE) determina as tarifas de distribuição, tomando como base a estimativa de custos de uma empresa modelo, fixa as tarifas de transporte e realiza o planejamento indicativo.

A estrutura de despacho adotada no Chile é com operação coordenada e as vendas de energia são feitas ou por contratos comerciais ou através do mercado de curto prazo, no qual o gerador com o menor custo marginal é utilizado para satisfazer a demanda antes do despacho do próximo gerador, procurando-se, deste modo, garantir o menor custo de produção dentro de cada sistema.

As reformas chilenas conduziram inicialmente a um saneamento econômico e financeiro do setor. Entretanto, o estabelecimento de um ambiente competitivo ficou prejudicado devido ao grande poder de monopólio do principal agente chileno, a Endesa, detentora de cerca de 25% da capacidade instalada do país.

### **2.5.2 Reforma do Setor Elétrico do Reino Unido (SAUNDERS e BOAG, 2001)**

A reforma mais significativa do setor elétrico foi realizada na Inglaterra, e sua relevância está no fato de que representou a mudança institucional mais radical. Até a década de 80, a indústria elétrica inglesa era estatal. A empresa CEGB (*Central Electricity Generating Board*) gerava e transmitia energia elétrica para doze distribuidoras regionais, também públicas.

Este setor, que era verticalizado, em uma década foi separado em geração, transmissão e distribuição. O desmembramento na geração da CEGB resultou na criação de três empresas, sendo duas privadas de base térmica (*National Power* e a *PowerGen*, com 50% e 30% do mercado, respectivamente) e uma pública, com geração termonuclear (*Nuclear Electric* com 20% do mercado). A transmissão também foi privatizada, transformada na *National Grid Company*, assim como as doze distribuidoras regionais. O governo, depois da privatização, passou a regular esta nova estrutura através da sua agência, a OFFER (*Office of Electricity Regulation*). A fixação da tarifa era realizada sob um sistema de leilão, coordenado pela NGC.

O coração desta nova estrutura era o *POWER POOL* – EWPP onde se estabelecia o mercado de energia elétrica. Virtualmente todas as transações passavam pelo EWPP, ou seja, o mesmo funcionava como um mercado de curto prazo, onde os geradores lançavam ofertas de preços de energia para as distribuidoras. Assim, a energia estava centralizada e todos os consumidores podiam comprá-la, o que facilitava a competição e tentava forçar o estabelecimento de preço justo.

O objetivo dessa reforma era oferecer ao setor maior competitividade e eficiência, o que, em decorrência, promoveria maiores benefícios para o consumidor final. Porém, os fatos demonstraram uma realidade que não correspondeu ao esperado. As empresas privadas, num movimento de conluio, elevaram os preços em 8% em 1992 e 20% no ano seguinte, sem nenhuma justificativa econômica plausível (SAUNDERS e BOAG, 2001). Na verdade, este aumento foi mais tarde reconhecido como sendo manipulação dos preços, possibilitada pelo mecanismo do *pool*, que agia como uma barreira entre o suprimento e a demanda, aumentando os preços aos consumidores apesar da geração ter seus custos em declínio. O processo de definição do preço estabelecido no *pool* era baseado em complexos algoritmos de otimização, o que tornou infrutífero qualquer processo de auditoria.

Assim, em 27 de março de 2001, teve início uma nova metodologia de despacho baseado em arranjos físicos de transações bilaterais: o NETA (*New Electricity Trading Arrangements*). Nesse modelo, o despacho central por ordem de mérito é substituído por um mecanismo de auto-despacho (“*self-dispatch*”) onde os contratos bilaterais são re-arranjados 24 horas antes da operação em tempo real, através de um sistema de balanço de potência. A cada meia hora, os geradores apresentam lances que sinalizam a manutenção ou não de seus contratos físicos até que o balanço de potência e as restrições operacionais sejam satisfeitos.

Nos três primeiros meses, houve muita volatilidade nos preços submetidos ao mecanismo de balanço de potência. No entanto, os mesmos tenderam a diminuir, sendo que o preço praticado como um todo no mercado de energia caiu drasticamente, ou seja, a competição pressionou os

preços a caírem e a reforma conseguiu obter benefícios para os consumidores (SAUNDERS e BOAG, 2001).

### **2.5.3 Reforma do Setor Elétrico da Noruega (PORTUGAL, 2000)**

Assim como no Reino Unido, a reestruturação do setor elétrico na Noruega objetivou introduzir concorrência na geração, estabelecer o livre acesso à malha de transmissão e desverticalizar a empresa estatal. Por outro lado, a reforma nórdica apresentou a diferença básica de manter a característica pública dos ativos elétricos.

Antes da reforma, havia no mercado uma expressiva participação do agente federal *Statkraft*, tanto na geração quanto na transmissão, além de algumas companhias que eram somente geradores e de um grande número de pequenas empresas municipais e estaduais, metade das quais eram verticalmente integradas. Essa integração era marcada pelo fato de que as empresas optavam por desenvolver seus próprios projetos, ao invés de contratar energia já disponível, sendo que os custos de construção das novas usinas eram (desnecessariamente) repassados aos consumidores cativos através de contratos bilaterais casados (*self-dealing*), encarecendo o preço final.

Para corrigir essa falta de coordenação centralizada, o sistema norueguês desenvolveu, em 1971, um mercado de curto prazo para comercialização de energia secundária proveniente de um *pool* formado pelas maiores empresas de geração nacionais e também por produtores da Suécia e Dinamarca. A maior importância da criação desse mercado é creditada não ao volume transacionado, já que a grande maioria o era por contratos bilaterais de energia firme, mas à experiência adquirida, já que esta agilizou as reformas setoriais posteriormente implantadas.

A fim de incrementar a eficiência econômica e nivelar os preços praticados nas diferentes partes do país, a reforma norueguesa optou, em um primeiro momento, pela concentração do setor através da substituição das 359 empresas existentes por 20 verticalmente integradas. Apesar de não ter conseguido implementar, numa primeira etapa, essa concentração, devido às pressões regionais, o governo federal, em 1990, através do *Energy Act*, redefiniu o papel dos agentes e diferenciou as atividades concorrentes (geração e comercialização) daquelas sujeitas ao monopólio natural (transmissão e distribuição).

O governo separou a estatal *Statkraft* em uma empresa de geração e uma de transmissão, trouxe para si a operação do mercado de curto prazo existente e criou o NVE, órgão regulador do setor. O restante da estrutura ficou inalterado.

A reforma introduziu um mercado atacadista que teve como um dos principais objetivos a liberalização da comercialização, quebrando a modalidade dos contratos casados e fazendo com que os distribuidores passassem a ter interesse em adquirir energia de suprimento mais barata.

Quanto à transmissão, a reforma garantiu o livre acesso a todas as redes, por parte de qualquer agente setorial, sendo as tarifas estabelecidas pelo NVE.

Dentre os resultados atingidos pela reforma podem-se destacar: o sucesso da comercialização no mercado de curto prazo, que não foi imposto, diferentemente do ocorrido no Reino Unido; a diversidade de geradores atuando no mercado, impedindo a imposição de preço, como ocorrido também no Reino Unido; a queda nos preços do *pool*, conseguida principalmente pela quebra dos antigos contratos casados de energia; a opção por parte dos consumidores eletro-intensivos de utilizar outras fontes de energia, quando o preço da mesma está muito elevado, e a redução dos investimentos, dada a excessiva capacidade instalada da Noruega.

#### **2.5.4 Reforma do Setor Elétrico dos Estados Unidos (PORTUGAL, 2000)**

Os EUA iniciaram o movimento de reforma do setor elétrico em meados da década de 70. Desde 1978, os legisladores dos EUA procuram implementar o livre acesso à rede, promover a entrada de novos agentes e incentivar a conservação de energia.

O setor elétrico norte-americano caracteriza-se pela sua dimensão, cerca de 750GW de capacidade instalada, pelo grande número de concessionárias e diversidade regulatória existente entre os diversos estados da federação.

Em 1978, foi aprovada a *Public Regulatory Policy Act* – PURPA, que entre outras medidas, estimulava a entrada de Produtores Independentes de Energia (PIEE). Implementou-se a partir do PURPA, o princípio do custo evitado, no qual as empresas dos EUA só teriam autorização para construir novas usinas se o custo do empreendimento fosse inferior aos custos de aquisição de energia dos PIEE. Essa estratégia levou a um forte crescimento de unidades geradoras. No entanto, não foi suficiente para reverter a alta de preços de energia elétrica. Como medida para a reversão da tendência crescente dos custos, tornou-se necessário abrir o mercado para os geradores independentes e promover a concorrência na expansão de capacidade adicional de geração.

Em 1992, com a edição do *Energy Policy Act*, houve uma grande abertura no mercado e estabeleceu-se uma forte competição entre as concessionárias e os PIEE cujos custos se mostraram sempre inferiores aos das concessionárias. Assim as concessionárias iniciaram um processo de desverticalização. No entanto, por razões históricas, as mesmas encontram-se com altos custos de geração e vêm enfrentando difíceis perspectivas financeiras, pois grande parte de seus investimentos tornaram-se irrecuperáveis.

Em suma, apesar da diversidade regulatória regional dos EUA e dos mais de cem centros de controle só na região leste, pode-se dizer que o aumento da eficiência econômica, a redução das

tarifas finais e a melhoria da qualidade do serviço têm sido buscados através de mecanismos que estimulam a integração horizontal e, simultaneamente, a desverticalização.

No entanto, apesar dos esforços para se obter estas melhorias técnicas e econômicas, no dia 14 de agosto de 2003, sucedeu-se um *blackout* de grandes proporções na região nordeste dos EUA, cuja restauração foi comprometida, entre outros motivos, por falta de coordenação e comunicação entre as áreas de controle.

## **2.6 Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro**

### **2.6.1 Evolução do Setor Elétrico no Brasil (ALBUQUERQUE, 1996, GREINER, 1996)**

Até o início do século XX, os primeiros serviços elétricos eram oferecidos livremente em termos de capacidade de corrente e tipo de sinal. Com a crescente utilização dos mesmos, surgiu a necessidade de regulamentação como monopólio vertical dando-se às empresas a concessão exclusiva de uma região para gerar, transmitir e distribuir energia elétrica.

Até 1934, os serviços elétricos eram contratados pelos municípios a concessionários privados, nacionais e estrangeiros, ou prestados pelas próprias prefeituras. Com a edição do Código de Águas, as concessões passaram a ser atribuição do Governo Federal, onde o regime tarifário era custo do serviço, que contemplava a remuneração do capital investido, mas não atualizava a inflação. Por isso, muitas concessionárias que não concordaram em assinar novos contratos, não ampliaram seus serviços e sistemas, provocando uma grave crise no abastecimento de energia na década de cinquenta.

Por esta época, a demanda advinda do processo de industrialização era muito grande e alguns estados tomaram a iniciativa de assumir projetos de geração, baseados na tese de que se deveria promover o desenvolvimento em infra-estrutura com investimentos públicos.

Em 1963 foi instalada a Eletrobrás, iniciando-se a fase das grandes obras de geração do Governo Federal.

Apesar do setor elétrico brasileiro ser técnica e operacionalmente bem sucedido, não se conseguiu evitar os efeitos econômicos e as limitações gerenciais que acompanharam a gestão dos investimentos públicos, tais como, interesses econômicos e políticos, opções errôneas de investimentos, manipulação tarifária, subsídios, etc.

A partir de 1980, o setor cai numa grande crise, com perda de capacidade para gerar os recursos necessários para a expansão dos serviços e sistema.

Por esses motivos, a reforma do setor foi estruturada a partir de duas diretrizes básicas: permitir uma rápida retomada da expansão da oferta e assegurar o abastecimento a longo prazo, tendo como prioridade o fornecimento de energia com qualidade satisfatória e preço justo. Tendo em mente essas diretrizes, optou-se pela adoção de um mercado competitivo como meio mais adequado para atingir os objetivos desejados.

O processo de elaboração do novo modelo, solicitado em meados de 1995, foi feito por consórcio de consultoras inglesas liderado pela Coopers & Lybrand (MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, 1996, PRICEWATERHOUSE COOPERS, 1997). O relatório emitido não recomendou a livre negociação de energia no mercado de curto prazo. Devido às características estruturais do sistema brasileiro, estipulou-se um regime que os consultores denominam de *tight pool*, onde a energia pode ser comprada ou pelo mercado de curto prazo ou por contratos bilaterais, e o despacho é feito de forma centralizada e independente de transações realizadas no mercado.

As vendas de energia até o início dessas mudanças eram regulamentadas. O DNAEE (Departamento Nacional de Águas e Energia Elétrica) definia os níveis e as estruturas das tarifas de energia, submetendo-as à aprovação da autoridade competente, administrava os recursos necessários à viabilização das tarifas dentre outras e muitas atribuições. Por outro lado, sendo a distribuição um monopólio natural, todos os consumidores eram cativos, isto é, obrigatoriamente supridos por uma concessionária local de distribuição de energia. Ou seja, a venda era uma atividade cartorial onde as empresas, apoiadas numa remuneração garantida, se limitavam a estabelecer contratos padrões com regras sempre iguais para todo o país. Em meados da década de noventa, a partir da elaboração do novo modelo, essa realidade mudou através de novas legislações, o que introduziu a necessidade de se estudar os reflexos das mesmas no planejamento e operação do sistema.

## **2.6.2 Início da Reestruturação do Novo Modelo Brasileiro (UMBRIA, 1999)**

### **2.6.2.1 Considerações Gerais**

A reestruturação do setor elétrico brasileiro se iniciou a partir, principalmente, da aprovação das seguintes leis e decretos.

a) **Lei 8987/95**, que estipulou que as concessões e prestações de serviços públicos federais passem a ser outorgadas por meio de licitação pública. Os critérios para a realização da licitação ficaram assim determinados: (i) menor valor da tarifa do serviço público a ser prestado; (ii) a maior oferta pela outorga da concessão, no caso de ser paga ao poder concedente, e (iii) a combinação dos critérios anteriores.

b) **Lei 9.074/95**, que criou o Produtor Independente de Energia Elétrica (PIEE) definido como sendo “pessoa jurídica ou empresas reunidas em consórcio que recebam concessão ou autorização do poder concedente para produzir energia elétrica destinada ao comércio de toda ou parte da energia produzida, por sua conta e risco”. Introduz-se, nesse ponto, o conceito de consumidores livres, que são aqueles autorizados a contratar seu fornecimento diretamente com o PíEE, dentro de critérios pré-determinados de carga e tensão.

c) **Lei 9.427/96**, que criou a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) cuja finalidade é regular e fiscalizar a produção, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica, em conformidade com as políticas e diretrizes do governo federal. Com a instituição da ANEEL, ficou extinto o DNAEE.

d) **Portaria DNAEE 459/1997** que estabeleceu condições gerais de acesso ao sistema de transmissão e distribuição definindo zonas geo-elétricas do território nacional de acordo com a estrutura física dos sistemas.

e) **Lei 9.648/98**, que: (i) definiu o prazo dos contratos iniciais, necessários à transição para o livre comércio de energia, mantendo os atuais contratos de suprimento até 2002, e, a partir de 2003, reduzindo o volume destes em 25% ao ano, estabelecendo um período de 9 anos até a completa transição para o livre mercado; (ii) instituiu o Mercado Atacadista de Energia (MAE), ambiente onde ocorrem as transações de compra e venda de energia elétrica nos sistemas interligados, regido por um acordo de mercado entre os participantes, e; (iii) criou o Operador Nacional do Sistema (ONS), para assumir as funções do GCOI (Grupo Coordenador da Operação Interligada).

f) **Resolução 290** de 3 de agosto de 2000, que homologou as regras do Mercado Atacadista de Energia Elétrica e fixou as diretrizes para a sua implantação.

Ao contrário de outros países, onde primeiro foi montado o quadro legal e regulatório, para depois se iniciar o processo de venda, a privatização no Brasil começou sem a definição do novo modelo. A aprovação das novas Regras do Mercado Atacadista de Energia só foi ocorrer no segundo semestre de 2000, com o processo já em curso. Por isso, o segmento da distribuição, por estar menos sujeito a modificação, concentrou as primeiras vendas. Para o segmento de geração, esperava-se que a privatização resultasse em um significativo aumento de capacidade termelétrica instalada. No entanto, várias causas e dentre elas, o atraso na determinação das regras, retardou o início de construção das usinas termelétricas, o que contribuiu para o racionamento de energia elétrica em vigor no ano 2001.

No modelo brasileiro, a geração atende a mercados competitivos, a transmissão é de livre acesso e as concessionárias de distribuição podem assumir dois papéis: o de transporte na sua área

de concessão, tanto para os consumidores cativos quanto para os consumidores livres, e o de agente comercializador que garante o fornecimento aos consumidores cativos.

As características do sistema elétrico brasileiro são muito peculiares, com pouca ou quase nenhuma similaridade com sistemas de outros países no mundo (ESTACHE, 1997). Os aspectos mais importantes são que: 97% da capacidade de geração é de origem hidráulica, com reservatório de regularização plurianual; a maior parte da geração é feita por usinas de grande porte (> 1000 MW); existem usinas dispostas em cascata ao longo dos principais rios; há dois grandes sistemas interligados por uma extensa rede de transmissão em alta tensão, e; há diversidade hidrológica entre bacias. Esses aspectos motivaram a adoção do Modelo *Tight-Pool* cuja operação é centralizada, coordenada e que objetiva a minimização dos custos operacionais.

O planejamento da operação e o despacho do sistema são centralizados e impositivos devido às características hidrológicas do sistema brasileiro. Essa imposição se reflete no fato de que, independentemente das transações comerciais que uma determinada usina geradora tenha contratado, ela pode ser ou não chamada a gerar pelo despachante do sistema, que leva em consideração apenas restrições operacionais. No entanto, indiretamente, as transações bilaterais podem ser consideradas, quando os geradores que as suprem submetem declarações de inflexibilidade, estabelecendo níveis mínimos de geração a serem produzidos por ele, contemplando assim seus contratos bilaterais.

Nos contratos bilaterais, geradores e distribuidoras/comercializadoras negociam a maior parte da energia disponível, evitando a volatilidade de preços do mercado de curto prazo (BORN, 1998). Os preços contratuais da energia são desregulamentados e acordados entre as partes nos termos de um mercado competitivo, a não ser no que se refere aos Contratos Iniciais que são os contratos de suprimento pré-existentes ao processo de desregulamentação.

O MAE é o ambiente comercial no qual se realizam operações de compra e venda de energia elétrica entre os participantes. Seus participantes são agentes de geração que possuam central geradora com capacidade instalada igual ou superior a 50 MW; agentes de comercialização com carga igual ou superior a 199 GWh/ano; consumidores livres que exerçam a opção de compra direta de geração, e; titulares de autorização para comercialização de energia produzida em aproveitamentos binacionais, importada ou exportada através de interligações internacionais.

As premissas básicas para funcionamento do MAE são (UMBRIA, 1999):

- a comercialização de energia é feita em bases livremente ajustadas entre as partes, ou, quando for o caso, mediante tarifas homologadas pela ANEEL;
- é garantido livre acesso aos sistemas de transmissão e distribuição, mediante pagamento de encargos correspondentes e nas condições estabelecidas pela ANEEL;

- os preços de energia no mercado de curto prazo levam em conta critérios de otimização, requisitos de carga, custo de déficit, restrições de transmissão, redução voluntária de demanda e as interligações internacionais;

- é estabelecido o Mecanismo de Realocação de Energia (MRE), do qual participam as usinas despachadas centralizadamente pelo operador do sistema, com o objetivo de compartilhar riscos hidrológicos;

- a coordenação e controle da operação da geração e transmissão de energia elétrica nos sistemas interligados são executados pelo ONS.

O ONS é uma entidade privada, cuja missão é executar as atividades de coordenação e controle da operação da geração e da transmissão de energia elétrica nos sistemas interligados, assegurando a qualidade e a economia no suprimento de energia elétrica e garantindo livre acesso à rede básica. É o ONS que estabelece o esquema de geração, o qual descreve quais geradoras podem ser despachadas e a geração de cada uma delas, objetivando o mínimo custo operacional do sistema.

As usinas despachadas centralizadamente pelo ONS estão sujeitas ao MRE, cujas regras definem um tratamento contábil para as diferenças entre geração verificada e a energia assegurada de cada usina, como meio de não expor excessivamente os geradores aos riscos hidrológicos (ASMAE, 2000).

O planejamento de longo prazo para expansão da geração e transmissão deixa de ser determinístico e passa a ser indicativo com horizontes de 12 anos. Tais planos indicativos identificam programas de investimento do sistema a custo mínimo, para fins de mera orientação, e não há obrigação de quem quer que seja de realizar os investimentos. As informações das necessidades de transmissão de curto prazo (cinco anos) são identificadas pelo ONS à luz de projetos em andamento e pedidos de novas conexões.

#### **2.6.2.2 Formação do preço do Mercado de Curto Prazo**

A formação do preço da energia negociada no MAE (preço do MAE) se faz pela inter-relação dos dados utilizados pelo ONS para otimização do sistema e dos dados informados pelos agentes. Os referidos dados são então processados através de modelos de otimização para obtenção do custo marginal de operação para cada um dos quatro submercados do sistema.

No processo de contabilização de energia são identificadas e valoradas, ao preço MAE, as diferenças entre a energia alocada do MRE ou do consumo líquido (já abatidas as perdas) de cada agente e seus volumes contratuais registrados no MAE. O resultado desse processo define o pagamento ou recebimento de cada agente.

### 2.6.2.3 Tarifas de Transmissão

A rede de transmissão, ao invés de ser um componente de uma empresa verticalmente integrada, torna-se um serviço ao qual têm livre acesso geradores e clientes. Os custos de transmissão devem ser alocados entre geradores e consumidores através de tarifas de transmissão. Além de compensar os custos de investimento e operação do serviço de transmissão, essas tarifas devem fornecer sinais econômicos eficientes, isto é, induzir os agentes privados a construir equipamentos de geração em lugares que levem à melhor utilização do sistema de transmissão.

Para tanto, adotou-se um esquema de tarifa nodal, onde geradores e demandas pagam uma tarifa fixa (\$/kW instalado para geradores e \$/consumo de ponta anual para demandas). Essas tarifas dependem da localização dos agentes e variam de ano para ano.

### 2.6.3 Alterações no Modelo Brasileiro (MME, 2003)

Em 2001, quando o modelo descrito anteriormente estava sendo implementado, houve um racionamento nas regiões Sudeste, Nordeste, Centro-Oeste e parte da região Norte, que fez o preço no atacado ficar além do nível geral de preços praticado pelo mercado devido ao custo de déficit. Este fato provocou uma crise que re-introduziu inadimplência nos fluxos financeiros e prejudicou a capacidade de geração de recursos das empresas para a manutenção adequada da prestação do serviço. Além dessas questões, houve troca de governo no início de 2003, o que culminou na proposição de um novo modelo institucional para o setor elétrico brasileiro, sendo que o anterior não chegou a ser completamente implementado.

As novas alterações foram aprovadas pelas seguintes leis:

a) **Lei 10.848**, de 15 de março de 2004 que dispõe sobre a comercialização de energia elétrica, sendo que uma das principais mudanças é a idéia de aplicar ao serviço de geração os mesmos conceitos hoje aplicados ao serviço de transmissão.

b) **Lei 10.847** de 16 de março de 2004 que criou a Empresa de Pesquisa Energética (EPE) e que tem como finalidade prestar serviços na área de estudos e pesquisas destinadas a subsidiar o planejamento do setor energético, que deixa de ser indicativo e volta a ser determinativo.

As regras das licitações de usinas também mudam. Ao invés de se oferecer o maior valor pela concessão, é oferecida a menor tarifa, ganhando-se em troca, uma receita garantida durante o período de concessão.

A operação continua coordenada e centralizada, sob coordenação do ONS, visando atender à carga com nível adequado de qualidade e confiabilidade.

O arranjo proposto para a contratação dos serviços de energia elétrica reconhece todos os organismos e instituições que hoje atuam no sistema elétrico brasileiro, à exceção do MAE. O modelo propõe a criação de uma instituição com a função básica de administrar e controlar os contratos: o Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE). Esse órgão sucede ao MAE absorvendo, entre outras, sua função de contabilização e liquidação de contratos e incorporando todas as suas estruturas organizacionais e operacionais relevantes para operacionalização do CCEE.

O novo modelo propõe dois ambientes de contratação:

- Ambiente de contratação administrada, denominado de ambiente *pool*, com tarifas de suprimento reguladas, do qual participam concessionárias de serviço público de distribuição e geração e produtores independentes de energia (PIEE) que vendem energia por meio do CCEE.

- Ambiente de livre contratação, onde atuam os consumidores livres, comercializadores e PIEEs.

O modelo proposto pressupõe que toda contratação administrada pelo CCEE é precedida de um processo de licitação pública, conduzida pela ANEEL, que resultará no estabelecimento de receita anual permitida aos geradores, a qual é paga em base mensal.

Os contratos são bilaterais entre geradores e distribuidores e seus respectivos fluxos financeiros ocorrem diretamente entre as referidas partes sem a interferência do CCEE, cuja função se restringe a administrar a contratação e proceder à liquidação.

No novo arranjo institucional, o *pool* da transmissão, continua sendo administrado pelo ONS, o MRE permanece, visando propiciar a otimização da operação do sistema hidrotérmico existente nos dois ambientes *pool* e *não-pool*, e não é admitido que os distribuidores possuam geração para atendimento próprio (*self-dealing*).

## 2.7 Motivação para pesquisa

Ao se iniciar o trabalho de tese no começo de 2000, o setor elétrico mundial estava em franca modificação. A implantação de novos mercados de energia abria a possibilidade de mudanças significativas na operação do sistema, requerendo o desenvolvimento de novas ferramentas computacionais para a análise do mesmo.

Um dos mecanismos introduzidos pela desregulamentação mais associado com a idéia de mercado competitivo e com maior potencial para alterar significativamente a operação do sistema foi o das transações físicas de potência. Portanto, a incorporação dessas transações nas ferramentas de despacho de geração foi uma das primeiras motivações do trabalho. O objetivo era tornar possível o despacho de geração que assegurasse o desvio mínimo dos contratos e, ao mesmo

tempo, respeitasse as restrições operacionais. Assim, desenvolveu-se, primeiramente, um algoritmo de Fluxo de Potência Ótimo não-linear, que despacha transações de potência e discrimina quantidades físicas tais como: níveis de geração, fluxos de potência ativa e reativa, tensão do sistema, suporte de reativo, perdas e custos operacionais para cada transação.

Em uma segunda instância do trabalho, verificou-se que a aplicação da metodologia para representação de transações também é válida para se representar qualquer grupo de cargas e geradores, como por exemplo, geradores de uma determinada empresa concessionária. Ou seja, estendeu-se o estudo discriminatório viabilizado pelo FPO por transações para uma concepção mais ampla, onde além de transações de potência de um modelo *pool*-bilateral, pode-se também representar empresas ou grupo de geradores e cargas operando sob um modelo *pool*, identificando, também, as mesmas grandezas individuais fornecidas pelo modelo por transações.

Resumindo, a proposta do trabalho se consolidou pela implementação de um modelo de despacho de geração de curto prazo multi-usuários, onde os usuários podem ser transações de potência ou qualquer agrupamento de cargas e geradores que atuam em um modelo *pool*, bilateral ou *pool*- bilateral. Este enfoque mais amplo engloba também a operação centralizada, para a qual está voltado o sistema elétrico brasileiro.

Dentre as questões que envolvem operação e segurança, o trabalho se concentra no problema da operação de curto-prazo, manutenção de um perfil adequado de tensão e supervisão dos limites de algumas linhas de transmissão na condição normal de operação e considerando a indisponibilidade de linhas. Como subproduto do despacho de geração, o modelo proposto neste trabalho permite também que se façam estudos de máxima transferência de potência por usuários, se aloque fluxos, perdas e suporte de reativo fornecido às diferentes entidades que utilizam o sistema de transmissão. Além disso, viabiliza um estudo de como cada usuário associado ao mercado de curto prazo influencia a composição do perfil final de tensão.

Antes de se entrar na questão do despacho de geração propriamente dito, no próximo capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica sobre diversos pontos que envolvem a operação e serviços do setor elétrico reestruturado.

## CAPÍTULO III

### Revisão Bibliográfica

#### 3.1 Introdução

As mudanças estruturais no setor de energia elétrica modificaram, em alguns casos, drasticamente, a forma como é feito o despacho de geração. Conforme o tipo de mercado adotado, aspectos econômicos e contratuais devem também ser levados em consideração na operação em tempo real dos sistemas elétricos. Sendo assim, as metodologias usadas para estudar o comportamento do sistema devem ser alteradas para considerar na operação aspectos introduzidos pela reestruturação. Esses aspectos são, por exemplo, definição da potência injetada pelos geradores com base em leilões, feitos a partir dos custos de geração declarados, ou ainda, gerações/cargas definidas a partir de transações bilaterais livremente negociadas entre os produtores de energia e os consumidores, que devem ser despachados o mais próximo possível do valor de contrato. Além disso, devem ser desenvolvidos mecanismos para alocação dos serviços de transmissão.

São enormes os desafios apresentados pela reestruturação do setor elétrico, portanto vários estudos vêm sendo publicados propondo soluções para esses desafios e discutindo as consequências de se introduzir competição nesse setor. A fim de organizá-los, apresenta-se a seguir uma revisão bibliográfica que enfatiza os pontos mais importantes para o desenvolvimento da tese que são: descrição de metodologias de despacho de potência; histórico sobre Fluxo de Potência Ótimo; alocação de serviços associados ao uso de sistemas de transmissão, tais como, alocação de perdas, fluxos, potência reativa e custos por transação e obtenção de máxima transferência de potência.

#### 3.2 Metodologias de Despacho de Potência

A revisão bibliográfica inicia-se com uma descrição das várias metodologias de despacho existente, dando-se ênfase aos modelos competitivos.

Os vários modelos de despacho utilizados mundialmente estão bem definidos em (DAVID, 1998). Nesse trabalho, são discutidas a natureza conceitual e formulação matemática dos despachos: centralizado (*pool*), que é definido como uma bolsa de energia, onde todas as transações

são submetidas para análise e aprovação; bilateral, onde as transações são arranjadas entre vendedores e compradores independentemente de um órgão centralizador; multilateral, onde arranjos contratuais são feitos através de uma comercializadora que envolve mais do que duas entidades e demanda, e; despacho coordenado, onde as três categorias anteriores coexistem.

No modelo *pool* de comercialização de energia, os supridores e os consumidores disponibilizam preços para compra e venda de energia e a operadora do *pool* calcula o preço e o esquema de despacho, ou minimizando o custo de geração ou maximizando o benefício entre os todos os participantes do sistema (DAVID, 1998).

Muitos métodos foram desenvolvidos para se implementar esse tipo de mercado, os quais são chamados de Métodos de Leilão. Entre eles, podemos citar os de FERRERO e SHAHIDEHPOUR (1997<sup>a</sup>), onde os autores propõem um modelo em que se procura dividir os benefícios advindos da operação centralizada entre todos os participantes do *pool*; FERRERO, RIVERA e SHAHIDEHPOUR (1997), onde o Método de Leilão é formulado para um sistema hidrotérmico, onde além das restrições das usinas térmicas, são também incluídas Equações de Balanço D'água, limites de reservatórios e geração das hidrelétricas e; DEKRAJANPETCH e SHEBLE (2000), onde se modela um problema de otimização cuja função objetivo é minimizar a diferença entre os custos de produção representados pelas ofertas de preços de vendedores e os benefícios representados pelas ofertas de disposição a pagar dos compradores de potência ativa.

Existem algumas variações para este modelo básico de operação, como: o trabalho de NOVAS et al. (2000), onde se propõe um método iterativo, no qual os participantes do mercado modificam seus lances tentando identificar maior lucro e, o trabalho de UTURBEY COSTA (2002), que modela as cargas através de funções-benefício, as quais empregam conceitos de elasticidade no tempo e permitem a representatividade de seus efeitos intertemporais.

A operação sob mercados do tipo bilateral tem sido também objeto de estudos. O primeiro trabalho foi o de WU e VARAIYA (1995), onde os empecilhos para a desregulamentação são bem colocados, juntamente com a proposição de um modelo para Coordenação de Transações Multilaterais. Diferentemente das estruturas básicas de mercado de energia (modelo bilateral e *pool*), onde a figura centralizadora do operador de sistema toma decisões técnicas, nesta proposta, os autores sugerem a separação destes dois aspectos de decisão. Ou seja, propõem que, na Coordenação das Transações Multilaterais os próprios interessados (supridores e consumidores) acertem as transações entre si, levando em consideração aspectos econômicos. A partir de informações do operador do sistema, a coordenação é capaz de verificar a viabilidade física das transações, re-arranjando-as de forma ótima. Fica a cargo do operador apenas a verificação da

viabilidade e cortes de transações propostas pela Coordenação a partir de critérios claros e reprodutíveis.

A possibilidade de se ter um sistema com transações físicas de potência tornou necessária sua representação em problemas de despacho de geração, a fim de se estabelecer o impacto que as mesmas provocam na operação dos sistemas elétricos, tanto sob o ponto de vista econômico quanto de segurança. GALIANA e ILIC (1996) propõem um modelo matemático linear para representação das transações a fim de se analisar as restrições operacionais. Esse modelo introduz a noção de uma rede virtual de transações, representada por uma matriz que estabelece as relações entre as transações comerciais e o sistema físico de geração e transmissão. Posteriormente, o modelo foi usado em vários estudos complementares a serem citados na ordem cronológica que se está seguindo.

Os modelos de fluxo de potência ótimo, citados anteriormente são tratados como problemas estáticos, onde as transações são calculadas ao longo de intervalos de tempo como eventos exclusivos, ou seja, a transação de um determinado intervalo depende do estado daquele determinado intervalo. No entanto, FERRERO e SHAHIDEHPOUR (1997<sup>b</sup>) analisam o efeito de restrições dinâmicas no despacho econômico de transações, utilizando programação dinâmica. As restrições implementadas são tempo mínimo para entrada em serviço/ tempo mínimo para saída de operação (*down/up time*), taxa de entrada e saída de potência de um gerador (*ramp up- down* (MW/h)) e limites operacionais usuais tais como de geração e de fluxo nas linhas. A inclusão das restrições afeta o despacho de modo a aumentar o custo de operação final.

Sempre com a preocupação de se estabelecer um despacho ótimo dentro dos limites de segurança do sistema, e ainda minimizando os desvios das transações feitas pelos participantes de um mercado bilateral, FANG e DAVID (1999) propõem um modelo não linear de otimização onde os participantes fornecem além de dados usuais para o estabelecimento da transação de potência ativa, dados sobre disposição a pagar a fim de se evitar cortes em suas transações, estabelecendo estratégias para contratos individuais ou em grupo. O modelo proposto, por ser puramente bilateral, supõe que os cortes nas transações implicam em cortes nas cargas, sendo que, para transações multilaterais, é proposta uma estratégia de corte linear, que resulta em complexos efeitos no despacho. Pelos resultados obtidos, pode-se observar, por exemplo, que a partir de um caso base, um grande aumento de disposição a pagar ofertado por uma determinada transação A implica em um aumento muito grande no corte de uma determinada transação B, mas pouquíssima diminuição no corte da transação A, propriamente dita. No entanto, o trabalho introduz a idéia de se pagar a fim de se evitar ou diminuir cortes nos valores contratados, idéia esta que pode ser utilizada com bons resultados em um modelo *pool*-bilateral como proposto em (KOCKAR e GALIANA, 2002).

A partir do modelo apresentado em GALIANA e ILIC (1996), como já referenciado, pode-se implementar um modelo *pool*-bilateral, cuja função objetivo é minimizar custo de produção do *pool* e despachar contratos físicos. Usando tal modelo, umas séries de estudos foram feitos:

- o de GALIANA, KOCKAR e FRANCO (2002) onde se questiona sobre qual seria a proporção ideal entre contratos bilaterais e mercado *pool*. Com resultados de geração e preços nodais é feito um estudo de custos, preços, receitas e despesas dos geradores e consumidores, considerando-se diferentes proporções entre carga suprida por contratos e mercado *pool*. Os resultados apontam para a importância de se estudar detalhadamente escolhas de combinações ideais entre carregamentos de *pool* e de contratos que evitem congestionamentos, perdas de transmissão e altos preços nodais desnecessários;

- o de KOCKAR e GALIANA (2002) que propõe um mercado para cortes das transações de risco, ou seja, das transações que provocam congestionamentos, onde as transações firmes e não-firmes fornecem lances para reduções ou não dos valores de seus contratos, respectivamente. Com esta opção de lances, obtém-se transparência para se alterar valores de contratos que possam viabilizar uma diminuição de altos custos devido ao mau uso da rede;

- o de ORREGO (2000), onde o modelo linear de operação tipo *pool*-bilateral é implementado ao problema de despacho de curto prazo de sistemas hidrotérmicos, supondo-se que existem duas componentes para as potências geradas e consumidas, uma associada aos contratos bilaterais e outra associada à entidade *pool*. Para incorporá-las ao problema, três formas distintas de se operar o sistema foram apresentadas e analisadas: (i) despacho conjunto da potência *pool* e dos contratos bilaterais; (ii) despacho com priorização das transações bilaterais e (iii) despacho com priorização da demanda do *pool*; e

- o de SZOSTAK (2003), que também analisa o problema do despacho hidrotérmico de curto prazo para mercado *pool*-bilateral utilizando a técnica de Relaxação Lagrangeana. Nesse trabalho, dois métodos de otimização foram implementados para resolução do problema dual: o gradiente conjugado de Fletchers-Reeves e o Método dos Feixes.

Uma estratégia diferente para representação de transações bilaterais foi proposta em (MOYANO, 2001). Nesse trabalho, propõe-se a incorporação das transações bilaterais ao problema de Fluxo de Potência Ótimo não-linear através da alteração do limite de capacidade dos geradores. Devido ao estreitamento dos limites de geração e conseqüente alteração da característica de convergência do método de pontos interiores, a solução do FPO é realizada pelo algoritmo do Máximo Passo no Caminho Central, que acelera a obtenção da convergência.

Conforme já visto, um exemplo prático de modelo bilateral é o do Reino Unido, implementado desde março de 2001. O trabalho de Li e colaboradores (LI et al., 2002) descreve detalhadamente o mecanismo de despacho. Observa-se que o despacho central por ordem de mérito é substituído por um mecanismo de auto-despacho (“*self-dispatch*”) onde os participantes apresentam lances que sinalizam a manutenção ou não de seus contratos físicos até que o balanço de potência e as restrições operacionais sejam satisfeitos.

Para o desenvolvimento desta tese, que apresenta um modelo para o despacho ótimo de potência com modelagem das transações bilaterais e multilaterais, salienta-se a importância do trabalho de GALIANA e ILIC (1996) que o fazem pioneiramente, bem como a idéia de FANG e DAVID (1999) e KOCKAR e GALIANA (2002) que estipulam lances para a priorização de despacho de transações, evitando ou induzindo cortes das mesmas. Estas idéias serão oportunamente utilizadas na formulação do modelo, a serem apresentadas no Capítulo V, e também descritas em (FERNANDES e ALMEIDA, 2003<sup>a</sup>).

O modelo de despacho ótimo descrito no presente trabalho se refere a uma nova formulação do Fluxo de Potência Ótimo para multi-usuários que pode ser, na verdade, utilizado para estudos de mercados *pool*, bilateral e *pool*-bilateral. Nesse modelo, supondo um mercado *pool*-bilateral, por exemplo, as gerações e cargas associadas a cada usuário, ou seja, associadas às transações de potência e ao *pool*, são representadas como fontes de corrente ideais, sendo que a partir da utilização do Teorema da Superposição é possível representar como um dos usuários individualmente. Cabe salientar que outros trabalhos utilizam a idéia do TS para discriminar o efeito de cada transação no sistema (ZOBAN e ILIC, 1997 e HUANG e ZHANG, 1999). Esses trabalhos serão descritos oportunamente.

Assim, tendo em vista que um dos objetivos deste trabalho de tese foi a implementação de um FPO, cabe aqui fazer um pequeno histórico a respeito de sua evolução, importância e utilidade na operação de Sistema Elétricos de Potência.

### 3.3 Métodos de Resolução para o FPO

O Fluxo de Potência Ótimo consiste em resolver um conjunto de equações algébricas, não lineares e complexas que resultam da aplicação das leis de Kirchhoff a um sistema com potências demandadas conhecidas. Diferentemente de um problema clássico de Fluxo de Potência, que necessita da especificação de algumas variáveis tais como: magnitudes de tensão e potência ativa gerada nas barras de geração (barras PV), o FPO trata estas variáveis como passíveis de ajustes. Para tanto, ele geralmente é apresentado como um problema de otimização, onde se procura

maximizar ou minimizar um índice de desempenho, atendendo simultaneamente a um conjunto de restrições de igualdade e desigualdade. Uma referência clássica para este problema é o trabalho de CARPENTIER (1962), onde formalmente foi apresentado um problema para minimizar custo de produção de energia, considerando as equações de balanço de potência ativa e reativa como restrições de igualdade e as limitações físicas dos equipamentos como restrições de desigualdade. Esta formulação serve como um ponto de partida para os estudos posteriores, estabelecendo o FPO como em problema que envolve três elementos básicos: as variáveis, as restrições e a função objetivo.

As variáveis são usualmente classificadas como: variáveis de otimização ou independentes, variáveis de estado ou dependentes e variáveis de perturbação ou parâmetros fixos.

A função objetivo pode representar vários critérios de desempenho de um sistema de potência, tais como: mínimo custo de geração de potência ativa, mínimo desvio de uma distribuição de potência ativa pré-especificada, mínima perda de potência ativa, mínimo desvio de tensão de um valor pré-especificado e outros. A escolha de cada um deles depende do objetivo final que se deseja obter com a resolução do problema.

As restrições de igualdade incluem as equações de balanços de potência ativa e reativa que configuram o problema de fluxo de carga. E, as restrições de desigualdade levam em conta limites físicos dos componentes do sistema elétrico e limites operacionais, impostos por questões de segurança e qualidade.

O trabalho de HAPP (1977) apresenta uma revisão sobre o progresso inicial dado aos problemas de despacho econômico e FPO, apresentando conceitos básicos sobre formulação dos mesmos, interpretação de custo incremental, fator de perdas e operação multi-áreas. Nesse trabalho podem-se identificar alguns artigos que foram marcos na evolução do FPO, como por exemplo: o de CARPENTIER (1962), já mencionado, e que foi o primeiro a formular o problema em termos de programação não-linear, incluindo limites de tensão, e; o trabalho de DOMMEL e TINNEY (1968) que apresenta um método iterativo que se baseia na direção do vetor gradiente reduzido, ou seja, determinam-se ajustes nas variáveis de controle usando a direção definida pelo gradiente reduzido e, em seguida, as variáveis dependentes são calculadas através da solução das equações do fluxo de carga pelo Método de Newton-Raphson.

Revisões bibliográficas mais recentes também foram publicadas, tais como: VARGAS, QUINTANA e VANELLI (1993), MOMOH, EL-HAWARY e ADAPA (1999), QUINTANA, TORRES e PALOMO (2000), entre outras.

Estes inúmeros trabalhos publicados na literatura desde a década de sessenta até hoje, que apresentam novas técnicas de otimização aplicadas ao problema de FPO, diferem entre si

basicamente pelas direções de busca ao ponto ótimo, sendo que alguns dos principais trabalhos podem ser classificados em cinco tipos: abordagem via Programação Linear (PL), Método de Newton, Programação Quadrática Sequencial, Métodos Paramétricos e Método dos Pontos Interiores.

### **3.3.1 Programação Linear (PL)**

A abordagem via Programação Linear foi estabelecida inicialmente por STOTT e HOBSON (1978). Esse primeiro trabalho considera o modelo linear da rede elétrica além de restrições de geração e transmissão. Mais recentemente, a metodologia desenvolvida foi estendida ao modelo não linear do FPO (ALSAÇ et al., 1990), onde tanto a função objetivo como as restrições são linearizadas em torno das estimativas de solução, tornando assim o problema de FPO em uma PL sucessiva.

### **3.3.2 Método de Newton**

O Método de Newton pertence à classe de métodos que resolvem as condições de otimalidade de primeira ordem. As primeiras implementações eficientes deste algoritmo apareceram na década de 80 como os trabalhos de SUN et. al (1984); PEREIRA et al.(1987) e MARIA e FINDLAY (1987). Nesta formulação, as restrições de igualdade são incorporadas à função objetivo através de multiplicadores de Lagrange. As restrições de desigualdade, por sua vez, podem ser incorporadas à função objetivo através de penalidades ou ainda divididas em dois subconjuntos: o subconjunto de restrições de desigualdade ativas e o subconjunto de restrições de desigualdade não ativas. O primeiro subgrupo é incorporado à função objetivo, formando assim um Lagrangeano constituído pelas restrições de igualdade e pelas restrições de desigualdade ativas. O segundo subgrupo é monitorado durante o processo iterativo. As condições de otimalidade de primeira ordem são então derivadas e sua resolução pode ser feita pela aplicação direta do Método de Newton, o que significa uma nova linearização a cada nova estimativa encontrada. A cada nova estimativa da solução, as restrições de desigualdade não ativas são checadas e, caso tenham sido violadas, são introduzidas no conjunto ativo. Por outro lado, os multiplicadores de Lagrange associados às restrições ativas são também monitorados e caso violem as condições de otimalidade, a restrição correspondente é retirada do conjunto ativo.

Embora as implementações baseadas no uso de funções de penalidade não tenham se mostrado eficientes, elas deram origem aos métodos baseados no Lagrangeano Aumentado (SANTOS Jr, DECKMANN e SOARES, 1988).

### 3.3.3 Programação Quadrática Seqüencial

A programação quadrática seqüencial tem, como ponto de partida, as condições de otimalidade de primeira ordem. Nesta metodologia, tais condições são representadas através de um problema de minimização cuja função objetivo é uma quadrática e as restrições são linearizadas. Esse problema é resolvido para se obter incrementos nas variáveis e multiplicadores de Lagrange do FPO. Portanto, cada estimativa de solução do FPO é obtida após a resolução de um problema de otimização quadrático e, quando os erros nas condições de otimalidade originais estão dentro de limites aceitáveis, chega-se à solução do problema original. O tratamento dado às restrições de desigualdade é semelhante ao empregado pelo método de Newton. Alguns trabalhos que se enquadram nessa categoria são os de BURCHETT, HAPP e VIERATH (1984), EL-KADY et al.(1986), AOKI, NISHIKORI e YOKOYANA (1987) e PAPAEXOPOULOS, IMPARATO e WU (1989).

### 3.3.4 Métodos Paramétricos

Os Métodos paramétricos foram inicialmente utilizados por CARPENTIER, COTTO E NIEDERLANDER (1983) e GALIANA (1983). Desde então, vários trabalhos têm sido publicados utilizando tais métodos. No trabalho de ALMEIDA (1994), parametriza-se a função objetivo e os limites das restrições de desigualdade e igualdade, resolvendo-se o problema resultante via Método de Newton. Utilizando-se desta técnica, GOMES (2000) apresenta também uma metodologia de acompanhamento das soluções do problema do FPO, sob aumento de demanda ativa e reativa, até a vizinhança do ponto de máximo carregamento, traçando as características das trajetórias ótimas. Posteriormente, LIMA et. al, 2001 propõem duas novas estratégias para solução do problema de FPO parametrizado, o qual é resolvido pelo Método de Newton. A primeira estratégia consiste na atualização do conjunto ativo, ou seja, identificam-se as barras que possuem violação simultânea de limites de geração de potência reativa e de magnitude de tensão e, deste par, a variável com a maior violação é eliminada do conjunto ativo. E, a segunda estratégia se relaciona com o critério de parada, ou seja, pode-se interromper o processo paramétrico um pouco antes do parâmetro de parametrização atingir seu valor final, obtendo-se mesmo assim, uma solução bem próxima do ótimo.

### 3.3.5 Métodos via Pontos Interiores

Atualmente, grande parte das pesquisas está voltada para aplicação dos métodos de pontos interiores na solução do problema de FPO. Os bons resultados obtidos por esta metodologia motivaram a utilização da mesma no presente trabalho, sendo que uma mais detalhada revisão a este respeito é apresentada a seguir.

Desde 1984, com a introdução por Karmarkar do algoritmo polinomial para problema de Programação Linear, o Método dos Pontos Interiores (PI) tem sido largamente utilizado na solução numérica de problemas de otimização como, por exemplo, o Fluxo de Potência Ótimo.

A idéia intuitiva dos métodos de pontos interiores consiste em buscar a solução ótima reduzindo a função objetivo, no caso de minimização, mantendo a busca no interior da região delimitada pelas restrições (CARVALHO, 1999). Para tanto, se baseiam em transformar as restrições de desigualdades em igualdade, por meio da introdução de variáveis de folga não-negativas, e adicionar uma função barreira logarítmica à função objetivo como forma de garantir a não negatividade dessas variáveis de folga.

Em (QUINTANA, TORRES e PALOMO, 2000), é apresentada uma revisão das publicações feitas a respeito da teoria de Pontos Interiores, sendo os principais pontos os seguintes: (i) a idéia de Pontos Interiores já era conhecida desde a década de sessenta, quando FIACCO e McCORMICK (1968) propuseram um método para programação não-linear no qual as restrições de desigualdades eram penalizadas por uma função barreira logarítmica, (ii) KARMARKAR (1984) introduziu um novo Método de Pontos Interiores para programação linear com resultados até 50 vezes mais rápidos que o Método Simplex e várias extensões desde método têm sido propostas ao longo dos dez últimos anos: algoritmos propostos por GONZAGA (1992), onde a busca é uma combinação da direção de redução de custo com a direção de centralização, algoritmo de MEHROTRA (1992) que incorpora a técnica de predição e correção, e muitos outros, sendo que uma extensa bibliografia sobre o assunto está disponível no *site* <http://www.c.mcs.anl.gov/home/otc/InteriorPoint/archive.html>.

Os algoritmos desenvolvidos para a resolução do problema do FPO com base nos métodos de pontos interiores podem ser classificados em dois grandes grupos. O primeiro grupo é composto pelos trabalhos que adotaram no FPO os métodos de PI desenvolvidos para otimização linear ou quadrática, utilizando para tanto aproximações lineares ou quadráticas sucessivas. O segundo grupo é composto pelos trabalhos que aplicam os métodos de PI diretamente ao problema de FPO não linear.

Alguns trabalhos do primeiro e segundo grupo são apresentados a seguir:

e) Método PI para otimização linear e quadrática;

Em (VARGAS, QUINTANA e VANNELI, 1993), é descrita a Técnica de Programação Linear Sucessiva aplicada ao problema de Fluxo de Potência Ótimo, sendo utilizado o Método Primal de Pontos Interiores para resolução do problema de programação linear. A utilização do Algoritmo de Pontos Interiores apresenta resultados confiáveis e mais rápidos que os obtidos pelo Método Simplex. Mais tarde QUINTANA e YAN (1996) resolvem o mesmo problema utilizando o Método Preditor-Corretor, apresentando, ainda, considerações a respeito do ajuste da barreira logarítmica, inicialização, esparsidade e critérios de parada.

Um Algoritmo Quadrático de Pontos Interiores é apresentado em (MOMOH, GUO e ADAPA, 1994) para aplicação num problema de FPO, cuja função objetivo é quadrática e as restrições são não-lineares. Esse algoritmo é baseado em transformações afins, que criam uma seqüência de pontos interiores que convergem para o ótimo. O mesmo algoritmo, melhorado em relação ao processo inicialização das variáveis, foi utilizado por MOMOH e ZHU (1999), tendo apresentado bons resultados em termos de eficiência computacional e rápida convergência para problemas de despacho econômico, despacho de potência reativa e minimização de perdas.

f) Métodos de PI diretamente aplicados ao problema de FPO não linear

Os primeiros trabalhos de aplicação de Métodos de PI ao problema de FPO não-linear são apresentados por GRANVILLE (1994) e WU, DEBS e MARSTEN (1994).

GRANVILLE (1994) utiliza o Método Primal-Dual de Pontos Interiores ao problema de despacho ótimo de reativos e minimização de perdas e, WU, DEBS e MARSTEN (1994) o utiliza, juntamente com o Preditor-Corretor, para minimização de custo de geração e perdas. Ambos os trabalhos demonstram a robustez do Método Primal-Dual quando aplicado a sistemas de grande porte e redes mal-condicionadas. Nos dois trabalhos, as restrições de igualdade e desigualdade são consideradas simultaneamente no problema e a resolução é baseada na verificação das condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Trabalho semelhante é apresentado por IRISARRI et al. (1997), cujo objetivo é o de obter o máximo carregamento do sistema de potência considerando limites operacionais.

A utilização do Preditor-Corretor, nesta estratégia de aplicação direta de PI ao problema não-linear, implicou em convergência mais rápida e com menor número de iterações do que os obtido pelo Método Primal-Dual Puro. Posteriormente, BARBOZA (1997 e 2001) aprofundou os estudos feitos por Irisarri e aplicou os métodos Primal-Dual e Preditor-Corretor de Pontos Interiores na obtenção de soluções corretivas para situações de carregamento exteriores à região de factibilidade do fluxo de carga.

O trabalho de CARVALHO (1999) considera o caráter multi-objetivo associado ao FPO tratando de forma simultânea a mínima perda de potência ativa na transmissão e o mínimo desvio de tensão de um valor pré-especificado. E, o trabalho de CASTRONUOVO (1997) aplica técnicas computacionais de alto desempenho na fatoração e substituição direta e inversa ao se processar a resolução do sistema linear de alta dimensão, normalmente encontrado em problemas de FPO.

Novas versões do algoritmo de PI têm sido propostas na área da programação matemática, como a aplicação do algoritmo de Máximo Passo na Trajetória Central ao problema de FPO, apresentado em (CASTRUONOVO, CAMPAGNOLO e SALGADO, 2000) e (TORRES e QUINTANA, 2001). Estes trabalhos se caracterizam por atingir o ponto ótimo através de um caminho central às restrições de desigualdade, medido em função das distâncias primais-duais.

A solução do problema FPO multi-usuários, apresentado neste trabalho, é feita pela aplicação direta do Método dos Pontos Interiores ao problema não-linear e utilização do Método Preditor-Corretor proposto em GONDZIO (1995).

### **3.4 Alocação de Serviços Associados ao Uso do Sistema de Transmissão**

Uma vez que se propõe estudar o impacto dos vários usuários de um sistema na operação do mesmo, torna-se importante também discriminar serviços associados ao uso do sistema de transmissão tais como: alocação de perdas de potência ativa, alocação de fluxos pelas linhas de transmissão, alocação de custos fixos e operacionais pelo uso do sistema de transmissão e alocação de potência reativa para suporte de perfil de tensão. Inúmeros trabalhos sobre esses temas foram publicados, sendo alguns deles descritos a seguir.

#### **3.4.1 Alocação de Perdas**

O transporte da potência pela rede de transmissão provoca perdas de energia que devem ser alocadas entre os usuários do sistema. No modelo tradicional, elas são consideradas como parte do total de geração requerido para suprir a demanda. E, desde que todos os geradores pertençam a uma mesma companhia, é desnecessário que se determine com exatidão a distribuição dessas perdas entre os geradores e cargas.

No entanto, no modelo competitivo, é essencial alocar as perdas associadas aos usuários do sistema de transmissão de modo que se possam estabelecer critérios justos de remuneração das mesmas, pois elas representam aproximadamente 4% do total de energia produzida em um sistema (GROSS e TAO, 2000).

Apesar da desverticalização do setor elétrico, a operação continua integrada, pouco controle se tem sobre o fluxo de potência em uma determinada linha do sistema e, conseqüentemente, também sobre as perdas em cada linha. Além disso, matematicamente, as perdas são expressas em uma função não separável, sendo assim difícil a atribuição de parcelas dessas perdas entre os usuários da rede elétrica. Deste modo, já que todos os métodos de alocação de perdas utilizam-se de um certo grau de arbitrariedade, os mesmos devem satisfazer pelo menos duas premissas (CONEJO, GALIANA e KOCKAR, 2001):

- a) O esquema de alocação deve induzir o uso eficiente da rede, ou seja, de modo a diminuir as perdas;
- b) o esquema deve tratar eqüitativamente todos os usuários, ou seja, as perdas devem ser alocadas da maneira mais justa possível.

Uma vez realizada uma conveniente alocação das perdas, as mesmas devem ser compensadas. Num mercado competitivo, podem existir três maneiras diferentes de compensar as perdas de transmissão incorridas pelas transações (MOYANO, 2001):

- a) Cada transação do mercado produz localmente a potência necessária para compensar as perdas de transmissão resultantes da sua própria transação;
- b) cada transação do mercado paga um preço adicional para que as perdas de transmissão sejam compensadas por um terceiro participante do mercado;
- c) o operador do sistema compensa a totalidade das perdas do sistema, minimizando-as e distribuindo-as em benefício comum às transações do sistema.

A primeira e segunda alternativa, que apresentam a dificuldade de se pré-determinar a quantidade de geração extra necessária para manter o sistema em um ponto de equilíbrio, são também objeto de estudo desta tese. A terceira opção é a mais comumente utilizada, sendo uma ou mais barras geradores do sistema responsáveis pelo suprimento total das perdas.

A seguir, para cada metodologia de despacho de potência, apresenta-se um resumo dos principais métodos para cálculo de perdas.

#### **3.4.1.1 Métodos para Mercado Pool**

Para o mercado *pool*, existem vários métodos disponíveis para se alocar perdas entre as barras (cargas e geradores). Em (CONEJO et al., 2002) é apresentado um resumo destas metodologias, sendo que as mesmas podem se encaixar em quatro tipos básicos: pro-rata, que ignora a rede e simplesmente aloca a perdas proporcionalmente aos valores gerados e consumidos por barra; procedimento de divisão proporcional ao uso da rede; alocação marginal e metodologias baseadas em teoria de circuitos.

Os procedimentos baseados na divisão proporcional ao uso da rede partem de um caso base de Fluxo de Potência que é utilizado para determinar os fluxos nas linhas impostos pela geração e carga. Os trabalhos de MACQUEEN e IRVING (1996) e BIALEK (1996 e 1997) se encaixam dentro desta categoria.

Em (MACQUEEN e IRVING, 1996), o método de alocação utiliza um grafo orientado da rede e resultados do fluxo de potência para se estabelecer as perdas em cada linha e transformador até o consumidor final. As perdas de fluxos que chegam a um dado vértice são atribuídas a este vértice, para serem posteriormente distribuídas pelos fluxos que saem do mesmo vértice através de fórmula que as aloca ou equitativamente, ou baseado na demanda ou no quadrado da demanda das partes envolvidas.

Os trabalhos de BIALEK (1996 e 1997) propõem um método em que se obtém o impacto de cada gerador sobre os fluxos das linhas supondo, para tanto, que os fluxos sejam divididos proporcionalmente às potências injetadas em cada nó. Conhecendo-se quanto de potência para cada linha é devido a cada gerador, é possível calcular as perdas devidas a cada carga e geração. Este método aloca sempre valores positivos, fazendo com que não haja subsídios cruzados entre os agentes do mercado. Em um trabalho posterior, BIALEK, ZIEMIANEK e ABI-SAMRA (1999) fazem uma comparação dos resultados de seu método de alocação de perdas com os valores de custos marginais obtidos através de um FPO que minimiza as perdas de transmissão. No esquema de alocação de perdas, o que se obtém é o montante de perdas para cada carga e gerador e não o impacto que as mesmas provocam sobre o sistema, ou seja, um valor alto de perda alocada para uma determinada barra de geração não significa que seu custo incremental seja alto. Por exemplo, para comprovar que seus resultados são válidos, os autores aumentam a carga de uma determinada barra de um sistema teste com dois geradores. Primeiramente, supõe que a barra de geração cujo custo incremental é baixo é a responsável por suprir todo o aumento de demanda, e em seguida, supõe que a barra de geração com um custo incremental maior é que é responsável pelo suprimento de todo aumento de demanda. Para o novo carregamento, a perda alocada ao gerador de menor custo incremental é menor do que o seria se a demanda extra fosse suprida pelo gerador de custo incremental maior.

As limitações destes métodos são que: as perdas dependem da escolha da barra de folga; são puramente topológicos, o que podem levar a resultados aproximados, e; o valor associado à perda é sempre positivo, quando se sabe que as mesmas podem ser positivas ou negativas, isto é, um usuário pode provocar um despacho que aumenta ou diminui as perdas totais na rede.

Já os métodos de alocação marginal fazem uso da derivada parcial da perda em relação à injeção de potência na barra, ou seja, a chamada Perda Incremental de Transmissão, obtida de um

fluxo de potência ótimo convergido. Com este procedimento podem-se obter valores positivos ou negativos para as perdas (CONEJO et al., 2002).

Entre as metodologias baseadas na Teoria de Circuitos pode-se citar a descrito no trabalho de CONEJO, GALIANA e KOCKAR (2001) que apresenta um novo procedimento para alocação de perdas a geradores e cargas a partir da matriz Z-barra. Uma característica importante deste método é que o mesmo explora injeção de corrente ao invés de injeção de potência e utiliza todas as equações da rede sem aproximações. A expressão das perdas totais é separada matematicamente e intuitivamente em duas parcelas, sendo que uma delas se anula, ficando a expressão de perdas equacionada apenas em função do vetor de injeções de corrente,  $\dot{\mathbf{I}}$ , e da matriz resistência de barra,  $\mathbf{R}$ :

$$\mathbf{Perdas} = \mathit{real}\{\mathit{diag}(\dot{\mathbf{I}}^*) \cdot \mathbf{R} \cdot \dot{\mathbf{I}}\} \quad (3.1)$$

sendo que  $\mathit{diag}(\dot{\mathbf{I}})$  representa uma matriz quadrada cuja diagonal principal é o vetor  $\dot{\mathbf{I}}$  e o vetor  $\mathbf{Perdas}$  fornece a quantidade de perdas alocada por barra do sistema.

Posteriormente, os valores de perdas calculados por barra são proporcionalmente alocados para geradores e carga de cada barra. O método é simples, de fácil implementação e as perdas podem assumir valores negativos. Entretanto, como todos os outros procedimentos, também não é exato. A arbitrariedade deste método está na desagregação intuitiva da fórmula de perdas em número de parcelas igual ao número de barras do sistema.

CHANG e LU (2001) propõem um método que, a partir de um estado de operação conhecido, transformam todas as cargas do sistema em admitâncias, introduzindo-as convenientemente na matriz admitância de barra. Deste modo, o vetor de injeções de corrente passa a conter apenas as injeções referentes às barras de geração e assim a contribuição de cada gerador para as correntes nas linhas pode ser individualmente calculada. Utilizando o método proposto em (ZOBIAN e ILIC, 1997), os autores obtêm as componentes de tensão, de correntes e fluxos nas linhas associadas a cada gerador e carga do sistema. Utilizando-se então a fórmula aproximada de perdas DC, calculam-se as perdas atribuídas a cada participante. Os valores alocados podem assumir valores negativos e positivos.

Já a proposta feita pela Força Tarefa MAE/ONS (2001) para alocação de perdas por barra se baseia na definição de fatores de ajuste, calculados tanto para a carga quanto para a geração. Neste método, é creditado a cada gerador e debitado de cada consumidor, não o volume de potência medido na barra, mas esse volume multiplicado pelo fator de ajuste da barra. Os fatores de ajuste são determinados de modo a dividir as perdas entre o conjunto dos geradores e o conjunto dos consumidores na proporção de 50%. O procedimento parte dos valores de perdas calculados pelo

fluxo de carga DC, expressas como uma função quadrática das injeções de potência,  $\mathbf{P}$ . Linearizando-se essa expressão em torno de um ponto de operação  $\mathbf{P}_0$  conhecido, consegue-se um rateio das perdas entre as barras.

Finalmente em (MEDEIROS e SALGADO, 2004), é apresentada uma metodologia para alocação de perdas de potência ativa por barra, baseada na relação entre as correntes nas linhas e as injeções de geração/demanda obtidas a partir de uma matriz de admitância modificada. Isso permite que as perdas em cada linha de transmissão sejam expressas em termos de injeção de corrente nas barras.

### 3.4.1.2 Métodos para Mercado Bilateral

Existem também muitos métodos propostos para alocação de perdas a transações bilaterais de potência. Uma classe desses métodos utiliza a avaliação incremental das perdas. Entre os primeiros trabalhos publicados, podemos citar os que avaliam o valor incremental das perdas referentes a uma transação encontrando a diferença entre a perda de transmissão com e sem a transação, como proposto em HAPP (1994). Estes métodos parecem adequados, no entanto, para transações simultâneas, o esquema de perda incremental depende da seqüência considerada para as transações.

Outros métodos são baseados em fórmulas quadráticas para perdas como em WU e VARAYA (1995) onde é desenvolvida uma expansão de Taylor nodal das perdas em termos de transações para um determinado ponto de operação. Nesse caso, os valores alocados são sempre positivos.

Já em ZOBAN e ILIC (1997) a alocação das perdas é feita considerando-se que não apenas uma barra de folga é a responsável para suprir as perdas do sistema, mas várias. Para explicitar esta questão, eles sugerem um esquema de barras de folga distribuídas. Utilizando-se as relações entre injeções de correntes e tensões nodais, são deduzidas expressões onde as injeções de corrente das barras de folga são colocadas em função das injeções de corrente por transação. As somas destes valores por transação são chamadas de correntes de desbalanço. Esse desbalanço, causado por cada transação, é compensado mediante a alocação deste entre as diferentes barras de folga através de fatores de participação do Fluxo de Potência. De posse das injeções de corrente das barras de folga por transação, calculam-se as tensões nodais das barras de folga por transação e conseqüentemente, é possível se obter as correntes  $\dot{I}_{im}^k$  que fluem pelos ramos  $i-m$  causadas pela transação individual  $k$ . Com o valor das correntes em cada ramo, o cálculo dos fluxos para cada

transação  $Pl_{im}^k$  é feito supondo que a divisão dos mesmos tem por base as correntes de cada transação e a tensão total do sistema  $\dot{V}^{tot}$ , ou seja:

$$Pl_{im}^k = real [\dot{V}_i^{tot} \cdot (\dot{I}_{im}^k)^*] \quad (3.2)$$

A partir dos fluxos por transações, calculam-se as perdas por transações de forma trivial.

De modo semelhante ao trabalho de ZOBIAN e ILIC (1997), HUANG e ZHANG (1999) alocam as perdas a partir das injeções de correntes. Uma vez conhecida as perdas, o objetivo principal desse trabalho é fazer com que as transações supram sua própria perda, o que é conseguido resolvendo-se iterativamente as equações de balanço de potência formuladas para cada transação incluindo-se suas respectivas perdas. O processo converge no momento em que os valores de geração não mais se modificam de uma iteração para outra. A solução deste fluxo de potência não depende de uma barra de folga, pois cada transação supre sua própria perda, ou seja, a solução depende das transações existentes. O artigo também propõe uma estratégia para cobrar as perdas associadas a cada transação bilateral. Posteriormente, este método proposto foi estendido para mercado *pool*-bilateral, a ser visto na subseção 3.4.1.3.

GROSS e TAO (2000) descrevem uma fórmula de perdas DC por transação. Primeiramente, a partir de suposições simplificadoras, tais como: perfil de tensão igual a 1,0 pu em todas as barras e diferença angular entre as barras dos elementos de transmissão aproximadamente igual a zero, obtém-se a perda total do sistema como igual a:

$$PERDA_{DC} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nb} \sum_{j \in \Psi_i} \left\{ \frac{R_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} \cdot (\theta_i - \theta_j) \cdot (\theta_i - \theta_j) \right\} \quad (3.3)$$

onde  $R_{ij}$  e  $X_{ij}$ , respectivamente, a resistência e a reatância dos elementos  $i-j$ ,  $\theta_n$  são os ângulos das barras  $n$  e  $\Psi_i$  é o conjunto de barras diretamente conectadas a barra  $i$ .

Supondo que se conhece cada uma das injeções de potência por transação  $\mathbf{P}^k$ , de modo que o vetor de injeção de potência total  $\mathbf{P}$  seja igual ao somatório dos vetores de injeção de potência, então:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^1 + \mathbf{P}^2 + \dots + \mathbf{P}^k \quad (3.4)$$

Utilizando o fluxo de carga DC, o vetor de injeção de potência total,  $\hat{\mathbf{P}}$ , com exceção da barra de referência é:

$$\hat{\mathbf{P}} = -\hat{\mathbf{B}} \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}} \quad (3.6)$$

onde  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  é o vetor dos ângulos das barras com exceção da barra de referência,  $\hat{\mathbf{B}}$  é uma submatriz de dimensão  $(nb-1) \times (nb-1)$  oriunda da matriz de susceptância  $\mathbf{B}$  e  $nb$  é o número de barras.

Considerando que o vetor de injeção de potência total  $\hat{\mathbf{P}}$  é também formado pelo somatório dos vetores de injeção por transação  $\hat{\mathbf{P}}^k$ , ou seja, vetores de dimensão  $(nb-1)$ , onde a barra de referência é retirada, tem-se que:

$$\hat{\mathbf{P}} = \hat{\mathbf{P}}^1 + \hat{\mathbf{P}}^2 + \dots + \hat{\mathbf{P}}^k \quad (3.7)$$

Substituindo a equação (3.7) em (3.6):

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = -(\hat{\mathbf{B}})^{-1} \cdot [\hat{\mathbf{P}}^1 + \hat{\mathbf{P}}^2 + \dots + \hat{\mathbf{P}}^k] \quad (3.8)$$

Alocando os ângulos das barras entre as transações obtém-se que:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^k = -(\hat{\mathbf{B}})^{-1} \cdot \hat{\mathbf{P}}^k \quad (3.9)$$

De modo que,

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^1 + \hat{\boldsymbol{\theta}}^2 + \dots + \hat{\boldsymbol{\theta}}^k \quad (3.10)$$

Reformulando a expressão de perdas DC da equação (3.3) :

$$PERDA_{DC} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nb} \sum_{j \in \Psi_i} \left\{ \frac{R_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} \cdot (\theta_i - \theta_j) \cdot (\hat{\theta}_i - \hat{\theta}_j) \right\} \quad (3.11)$$

Assim, pode-se alocar a perdas por transação do seguinte modo:

$$PERDA_{DC}^k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nb} \sum_{j \in \Psi_i} \left\{ \frac{R_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} \cdot (\theta_i - \theta_j) \cdot (\hat{\theta}_i^k - \hat{\theta}_j^k) \right\} \quad (3.12)$$

Devido a sua fácil implementação, este método é utilizado no Capítulo VII, na seção que se refere à alocação de perdas, para validação dos resultados obtidos pelas metodologias propostas no presente trabalho.

TUGLIE e TORELLI (2002) determinam as perdas de transações bilaterais utilizando um Fluxo de Carga e, como HUANG e ZHANG (1999), fazem com que cada transação supra sua própria perda. O sistema é modelado com várias barras de referência. Para um determinado ponto de operação, é apresentada uma expressão de perdas por transação, como feito em (ZOBIAN e ILIC, 1997), diferindo apenas no procedimento de se calcular os fatores de participação. Inicialmente estas perdas são supridas pelas barras de referência, no entanto, em um processo iterativo, elas são introduzidas na geração de cada transação até zerar a geração das barras de referência.

### 3.4.1.3 Métodos para Mercado Pool-Bilateral

Estes métodos são mais complexos e raramente encontrados na literatura. Dentre eles pode-se citar o de BERIZZI, BOVO e MARANNINO (2001) e o de HUANG e ZHANG (2001).

BERIZZI, BOVO e MARANNINO (2001) utilizam a idéia básica contida em (ZOBIAN e ILIC, 1997), sendo que o mercado *pool* é tratado como uma transação multilateral que envolve geração e carga em várias barras. Nesse trabalho, as perdas são decompostas em duas parcelas: uma atribuída apenas ao efeito da transação e outra atribuída ao efeito da interação entre as mesmas. A alocação das perdas ativas é realizada utilizando-se apenas a primeira parcela e desconsiderando-se a segunda.

Em uma continuação do trabalho publicado em 1999, Huang e Zhang propõem o cálculo das perdas de transmissão também com base nos fluxos nas linhas alocados por transação e supondo a existência de um mercado *pool*-bilateral (HUANG e ZHANG, 2001). No entanto, ao invés de se alocar os fluxos a partir do valor integral da injeção de corrente por transação  $\dot{\mathbf{I}}^k$ , a mesma é decomposta em suas partes real e imaginária. A primeira é referida como componente dominante da potência ativa  $\mathbf{I}_{real}^k = real(\dot{\mathbf{I}}^k)$  e a segunda, como componente dominante da potência reativa  $\mathbf{I}_{imag}^k = imag(\dot{\mathbf{I}}^k)$ . As partes real e imaginária de injeção de corrente por transação são utilizadas para se calcular os valores das tensões por transação  $\dot{\mathbf{V}}^k$  e  $\dot{\mathbf{V}}^Q$ , respectivamente. A alocação dos fluxos por transação devido à influência da parte ativa é feita baseando-se nos valores das tensões por transação mais o valor  $\dot{\mathbf{V}}^Q$ :

$$(P_{im}^{real})^k = real [(\dot{V}_i^k + \dot{V}_i^Q) \cdot (I_{real}^{tot})_{im}^*] \quad (3.13)$$

Ou seja, a alocação é feita de acordo com as tensões por transação. De posse dos fluxos de potência ativa por transação, facilmente calculam-se as perdas por transação, as quais são introduzidas no fluxo de potência de tal modo que cada transação despache sua própria perda.

Dentre os trabalhos enumerados para alocação de perdas entre transações, salientam-se os trabalhos de ZOBIAN e ILIC (1997) e de HUANG e ZHANG (1999). Em ambos os trabalhos, as perdas por transações são calculadas a partir dos fluxos por transações, os quais, por sua vez, são desacoplados entre as transações tendo por base os valores das correntes por transação, ou seja,

$$P_{im}^k = real [\dot{V}_i^{tot} \cdot (\dot{I}_{im}^k)^*] \quad (3.14)$$

Esta mesma idéia é utilizada no método para alocação de perdas entre transações, proposto neste trabalho (Capítulo VII), o qual utiliza os resultados obtidos pela formulação do Fluxo de Potência Ótimo Multi-Usuários e está publicado em (FERNANDES e ALMEIDA, 2002).

### 3.4.2 Alocação de Fluxos de Potência

Devido à introdução de competição na indústria de energia elétrica, a questão relacionada a quanto cada participante está usando do sistema de transmissão deve ser devidamente respondida para que haja transparência e adequada distribuição de custos associados ao serviço de transmissão. Várias metodologias têm sido propostas para se responder a esta questão, e tal como para a alocação de perdas, é preciso frisar a importância de se ter em mente os seguintes objetivos:

- reprodutibilidade dos cálculos;
- ser justo e não discriminatório;
- evitar arbitrariedades;
- recuperação plena dos custos.

Os primeiros métodos que surgiram para se alocar fluxos entre transações caracterizam-se por serem heurísticos. Por exemplo, em (KIRSCHEN, ALLAN e STRBAC, 1997) é descrito uma técnica utilizável para potência ativa e reativa. Partindo de uma solução de fluxo de potência, identificam-se, pelos valores dos fluxos, as barras que são alcançadas pela potência de cada gerador, ou seja, grupos de barras e linhas dominadas por cada gerador. Estes grupos formam um grafo onde cada nó representa cada um dos grupos. Estes nós são ligados pelas mesmas linhas que ligam as barras no grafo original. Usando o conceito de proporcionalidade, os fluxos entrantes de cada nó são distribuídos aos adjacentes de modo proporcional à carga de cada barra. Uma vez estabelecido os fluxos entre grupos, é possível utilizar a mesma metodologia para cada grupo e, deste modo, obter as contribuições individuais de cada gerador. A questão que se levanta a respeito de métodos desta natureza reside no fato de se poder provar ou não o conceito de proporcionalidade e que o mesmo apenas parece razoável.

Na primeira parte do trabalho de (ZOBIAN e ILIC, 1997), é apresentada uma fórmula para obtenção da contribuição de cada transação de potência ativa e reativa no fluxo de potência total das linhas do sistema (equação 3.14). Esta fórmula baseia-se nas equações matriciais de fluxo de potência complexo representadas em função das injeções de corrente. É mostrado o efeito interativo das transações entre si, decompondo-se os fluxos em duas componentes: uma componente maior associada a uma dada transação e uma componente menor devido à interação das transações.

Dentre os trabalhos que se propõem a alocar fluxos de potência ativa entre as transações de potência, salienta-se o de ZOBIAN e ILIC (1997) que, conforme descrito anteriormente, alocam fluxos pelas linhas de acordo com a tensão total do sistema e as correntes individualizadas (equação 3.14). O mesmo critério de alocação é usado neste trabalho e apresentado em (FERNANDES e ALMEIDA, 2002)

### 3.4.3 Alocação de Custos de Transmissão

A incorporação de um modelo competitivo no sistema de transmissão tem se mostrado, tanto sob o ponto de vista teórico, quanto em sua aplicação prática, um problema ainda não convenientemente solucionado. Como não é viável economicamente a construção de sistemas de transmissão independentes, conectando os geradores às suas cargas, é necessário garantir a utilização compartilhada da rede de transmissão por todos os agentes, dentro de parâmetros de qualidade técnica, de modo a fornecer remuneração adequada para o sistema existente e incentivos para a sua expansão.

Em sistemas de transmissão de energia elétrica, a injeção em um ponto e a sua retirada em um outro ponto qualquer induz fluxos que poderiam, a princípio, percorrer todas as linhas da rede, não sendo possível estabelecer, a priori, uma rota a ser percorrida por esses fluxos. Surge, então, a questão de como se ratear os custos do sistema bem com dos reforços para expansão entre os usuários do mesmo.

Um dos primeiros trabalhos neste sentido foi proposto por CARAMANIS, BOHN e SCHWEPPE (1986) visando obter o custo de transporte de energia advinda de uma empresa A para um empresa B, utilizando uma empresa C (*wheeling cost*). O custo desse transporte está baseado nos custos marginais de operação entre a barra A e B, sendo que os mesmos englobam as perdas, congestionamento e restrições de tensão. Assim, na ótica marginalista, um gerador na barra A que gera  $Pg_A$ , “vende” este valor pelo custo marginal da barra A ( $CM_A$ ), ou seja, por  $CM_A \cdot Pg_A$  e a carga da barra B que consome  $Pd_B$ , “compra” este valor pelo custo marginal ( $CM_B$ ), ou seja, por  $CM_B \cdot Pd_B$ . A transmissão, portanto, recebe a diferença entre os valores de compra e venda.

A partir de então, muitos métodos têm sido propostos para se obter os custos de transmissão, os quais, segundo MOON et. al, (1998) podem ser divididos em duas categorias:

- custos embutidos ou fixos, provenientes do custo de investimento em linhas de transmissão, custos associadas ao controle automático de geração e frequência (ACG) e dos equipamentos para controle instalados em linhas e subestações;
- custos operacionais, que surgem para a viabilização da operação, tais como o custo relativo a perdas de transmissão e re-despachos necessários a fim de se remanejar eventuais congestionamentos na rede.

Os vários trabalhos que se concentram na alocação de custos fixos e operacionais podem ser divididos entre os que se aplicam para sistemas operando com mercado *pool* e *pool*-bilateral.

### 3.4.3.1 Métodos Aplicáveis ao Mercado Pool

#### 1) Custos fixos

Entre eles, salientam-se os de SHIRMOHAMMADI et al. (1989 e 1996), MARANGON LIMA (1996) e PAN et al. (2000) que apresentam um resumo de vários métodos existentes para se alocar custos fixos, tais como: Selo Postal, *Contract Path*, MW-milha.

Em (SILVA, MESA e MOROZOWSKI, 1998) é proposta uma metodologia cujo objetivo é alocar a parcela de custos fixos não recuperáveis pelos métodos usuais. Para tanto, a divisão dos custos para cada elemento de transmissão é feita em duas partes: a primeira que considera o sistema operação sob condições normais e a segunda sob contingências. O objetivo desta segunda análise é avaliar o grau de importância de cada elemento de transmissão para a confiabilidade do sistema e dependendo desse grau de importância alocar os custos fixos remanescentes da alocação feita sob condições normais.

#### 2) Custos Variáveis ou Operacionais

Em (SHIRMOHAMMADI et al., 1996), além da apresentação de uma conceituação sobre custos operacionais baseados em custos marginais de longo e curto prazo, é apresentado um modelo composto que agrega custos fixos e custos marginais de curto prazo.

Os custos marginais de curto prazo correspondem aos multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência presentes no FPO. De forma genérica, esses multiplicadores de Lagrange correspondem à combinação de três parcelas de custo: a primeira associada ao custo incremental de geração, a segunda associada às perdas de transmissão e a terceira associada ao congestionamento. Este último pode ser definido ou pela capacidade máxima de carregamento das linhas ou por limites nas magnitudes de tensão.

Várias metodologias foram propostas para realizar a discriminação dessas parcelas de custo. Entre elas está a de FINNEY, OTHMAN e RUTZ (1996), que formula uma relação de sensibilidade que permite a separação dos componentes presentes nos multiplicadores de Lagrange. Podem ser citadas também as metodologias de XIE e SONG (2000) e CHEN et al. (2002) que decompõem os preços de curto prazo para potência ativa e reativa a partir dos respectivos multiplicadores de Lagrange. XIE e SONG (2000) decompõem os preços por barra em várias parcelas que envolvem custo marginal do sistema, compensação das perdas, suporte de tensão e custo de congestionamento. E, CHEN, et al. (2002), também fazem este tipo de separação só que discriminando a influência de cada limite operacional para cada barra do sistema. Estas componentes podem ser utilizadas para se avaliar o uso eficiência da rede, gerenciar o congestionamento e prover sinais econômicos para investimentos em geração e transmissão.

Como a alocação convencional, baseada nos custos marginais, incorre no fato de que a receita obtida pelo sistema de transmissão é maior do que a efetivamente provocada pela carga, há trabalhos que implementam o princípio da marginalidade, distribuindo esta diferença pela teoria dos jogos cooperativos. Assim, o total de custo a ser pago pela carga é aproximadamente igual ao custo incorrido pelo sistema de transmissão.

Nesta linha de trabalho, é possível citar os que utilizam o Método de Aumann-Shapley da teoria dos jogos cooperativos, como os de TAN e LIE (2001) e de MEDEIROS, SALGADO e ZÜRN (2003) que alocam custos de congestionamentos de transmissão entre as barras de um mercado *pool*. Nesse último trabalho, é também apresentado um estudo sobre as causas que limitam a capacidade de transferência de potência em uma rede, bem como um estudo de vários métodos para alocar custo de congestionamento tais como: método pro-rata, custo marginal e multiplicadores de Lagrange.

#### **3.4.3.2 Métodos Aplicáveis ao Mercado Bilateral ou *Pool-Bilateral***

Em um sistema operando sob um modelo bilateral ou *pool*-bilateral, os mesmos serviços demandados pelo mercado *pool* também precisam ser providos, apenas com a diferença de que há necessidade de discriminá-los entre os usuários da rede. Assim, a literatura apresenta alguns trabalhos com este propósito, como os de:

- MOON e colaboradores (1998), onde se propõe um método para alocar custos fixos entre as transações proporcionalmente à razão incremental dos fluxos de potência causados por cada um deles em uma determinada linha de transmissão;

- BIALEK (1996), KIRSCHEN, ALLAN e STRBAC (1997) e ZOBIAN e ILIC (1997) que apresentam metodologias para alocação custos fixos baseadas na decomposição do fluxo de potência entre os vários participantes do sistema;

- SINGH, HAO e PAPAEXOPOULOS (1998) onde são apresentados métodos para alocar custos fixos para mercados *pool* e bilateral, e, além disso, é feita uma análise sobre o problema do congestionamento, enfatizando que a sua contribuição ao custo de transmissão de cada transação necessita ser apropriadamente considerado; e

- FRANCO, KOCKAR e GALIANA (2002) no qual é apresentado um procedimento para desagregar os custos operacionais. O procedimento reside em se incrementar os valores de contratos de zero até o valor final. A cada instante, os serviços que se desejam separar, tais como perdas e congestionamentos, são calculados através de simulação de um novo FPO. Ao final, somam-se os respectivos serviços incrementais, obtendo-se o valor total de cada um deles por

transação. Este procedimento permite que cada agente, uma vez que conheça seus custos, os utilize no melhoramento de suas futuras transações.

Como parte deste trabalho de tese, foi feito um estudo sobre o impacto das restrições físicas e operacionais do sistema sobre os custos fixos e operacionais de transmissão. Os resultados obtidos estão apresentados em (FERNANDES e ALMEIDA, 2003<sup>b</sup>), onde se alocam os custos de transmissão entre os usuários do sistema utilizando o método apresentado em (ZOBAN e ILIC, 1997), a ser detalhado no Capítulo VII, e se alocam os custos operacionais de transmissão entre as transações utilizando a metodologia marginal, tal como usada por ARRIAGA et al. (1995).

#### **3.4.4 Suporte de Potência Reativa**

O controle de tensão é um serviço caracterizado como ancilar (ILIC e YU, 1999) e seu objetivo é manter um perfil adequado de tensões no sistema tanto em regime normal de operação quanto sob contingências. Esse controle só é possível com o suporte de potência reativa. Esse suporte torna-se mais importante ainda com o aumento da demanda do sistema, devido às restrições impostas pelas equações de balanço de potência e limites operacionais.

Antes do advento da reestruturação do setor elétrico, o suporte de reativo era considerado em conjunto com o serviço de suprimento da demanda, sendo que o preço final pago pelos consumidores era composto também por uma parcela relacionada a este suporte. Com a separação dos serviços, o suporte de reativo passou a ser tarifado separadamente, o que levou à discussão de como valorar adequadamente tal suporte e alocá-lo entre as transações de potência.

Como o interesse do trabalho é a alocação de potência reativa entre transações de potência, esta revisão bibliográfica se resume apenas a trabalhos que se concentram neste aspecto do suporte de reativos em sistemas reestruturados.

Um trabalho que pioneiramente analisa regras técnicas e econômicas que deveriam ser implementadas para que se crie um mercado de controle de tensão e de potência reativa é o de ILIC e YU (1999). De forma genérica, os autores apresentam duas metodologias para obtenção de um nível de suporte de potência reativa necessário para uma operação aceitável: (i) com base nos valores considerados ótimos para as tensões nominais do sistema; e (ii) com base na manutenção de um padrão técnico estipulando que cada usuário deve manter o consumo líquido de potência reativa em sua barra igual a zero ou equipar esta barra com um controlador que permita manter sua tensão em 1,0 pu. No primeiro caso, a entidade responsável pela transmissão fica encarregada de comprar o suporte de reativos necessário e os consumidores, por sua vez, ficam obrigados a pagar pela qualidade técnica de transmissão. No segundo caso, os usuários ficam responsáveis por obter o suporte de reativos que necessitam. Nos dois casos, abre-se espaço para criação de um mercado de

potência reativa/controle de tensão, por exemplo, onde o provedor de transmissão cobra uma taxa dos usuários todas as vezes que eles se desviarem dos valores nominais pré-estabelecidos, ou um mercado que estabeleça que os usuários devem manter a tensão em 1,0 pu, obtendo a compensação de reativos da forma menos custosa.

Já os trabalhos de RUEDA (2000) e ZHONG e BHATTACHARYA (2002) apresentam uma importante contribuição que é a análise das dificuldades de se estabelecer um mercado de reativos, salientando a importância da localização das fontes de reativos, da introdução não só de geradores síncronos, mas também de capacitores, reatores e FACTS como provedores de serviços ancilares, da necessidade de se criar barreiras para se evitar a presença de geradores síncronos com grande poder de mercado.

Com o propósito específico de se alocar reativos entre as transações de potência, CHICCO, GROSS e TAO (2002) propõem um esquema que se utiliza da mesma formulação matemática previamente utilizada para alocação de perdas (GROSS e TAO, 2000). Devido às particularidades do suporte de reativo, primeiramente, calcula-se o mesmo para o caso base onde não há transações. Por se considerar que este suporte base faz parte do sistema de transmissão, este serviço não pode se alocado entre as transações. Assim, as variações do suporte, advindas da introdução das transações, é que são alocadas entre as mesmas. Estas alocações são divididas em duas componentes: uma em função da variação da magnitude de tensão e outra em função da variação angular da tensão.

Finalmente, em GROSS et. al (2002), é feita uma descrição sobre a complexidade que é a alocação de reativo em um mercado aberto, salientando a dependência da alocação com as magnitudes das transações e o efeito da diminuição do custo de oportunidade no mercado de potência ativa. Através de exemplos ilustrativos, é mostrado como é ineficiente a transmissão de potência reativa de uma região para outra, indicando que as fontes de reativos precisam estar espalhadas geograficamente pelo sistema; é mostrada a grande variabilidade do suporte de reativo para diferentes perfis de tensão especificados e, a necessidade da colaboração de geradores não participantes de uma determinada transação na provisão de reativo da mesma.

Em síntese, em se tratando especificamente de alocação de potência reativa entre as transações, salienta-se o trabalho de CHICCO, GROSS e TAO (2002) e alguns outros a serem citados na próxima subseção que versa sobre metodologias genéricas, como os de BARAN, BANUNARAYANAN e GARREN (1999), FU e LAMONT (2000) e, FRADI, BRIGNONE e WOLLENBERG (2001).

Nenhum desses métodos se encaixa na metodologia que se pretende apresentar no Capítulo VII. No entanto, eles sinalizam a dificuldade de se estabelecer um mercado de potência reativa.

### 3.4.5 Metodologias Genéricas para Alocação de Serviços Associados à Transmissão

A literatura apresenta algumas metodologias para alocação de serviços associados à transmissão que são genéricas, ou seja, que são aplicáveis a diferentes serviços.

Assim, como primeiro exemplo desta classe de trabalhos, cita-se o de BARAN, BANUNARAYANAN e GARREN (1999), o qual tem como objetivo, conhecer o caminho que uma determinada transação de potência percorre pelo sistema. Para tanto, os autores propõem o seguinte: primeiramente obtém-se um caso base de fluxo de potência que não inclui as transações. Se houver apenas uma transação a ser analisada, a mesma é incluída e analisam-se os incrementos no novo fluxo advindo da inclusão da mesma. Se houver várias transações, as mesmas são adicionadas uma a uma ao caso base, no entanto, o impacto das mesmas depende da ordem com que elas são adicionadas. Este problema é resolvido através de um problema de otimização cuja função objetivo é a minimização dos desvios em relação ao caso onde uma determinada transação é adicionada sozinha ao caso base ( $\Delta P_i^1$ ) e em relação ao caso onde a mesma é a última a ser incluída ( $\Delta P_i^l$ ). O resultado deste problema de minimização é que o impacto de uma determinada transação é a média aritmética:  $(\Delta P_i^1 + \Delta P_i^l)/2$ . Os autores sugerem que esta metodologia pode ser utilizada tanto para alocação de fluxo de potência ativo, como para alocação de suporte de reativo e perdas. Supondo um sistema com centenas de transações, o inconveniente deste método é o fato de ser necessário convergir um algoritmo de fluxo de potência centenas de vezes para a obtenção dos impactos destas transações.

FU e LAMONT (2000), através de uma abordagem diferente, também propõem um método aplicável à alocação de vários serviços tais como: fluxos nas linhas, perdas e suporte de reativo entre as transações. Esses autores propõem uma metodologia que calcula o valor médio das variações incrementais em relação a um determinado serviço para cada uma das transações. Aplicando-se o teorema do valor médio de uma função, os autores deduzem que o valor médio envolve apenas os valores inicial e final do caminho de integração, ou seja, o método necessita apenas de um fluxo de carga base e um fluxo de carga final para obtenção da proporção dos serviços a ser alocada entre as transações.

E, em (FRADI, BRIGNONE e WOLLENBERG, 2001), é apresentado uma metodologia que calcula fatores para alocação de fluxos, perdas e suporte de reativo entre transações. Realiza, para tanto, um processo de integração da derivada primeira da função a ser alocada. A exatidão do

resultado depende do número de segmentos utilizados na integração ou do método de integração implementado. Os resultados finais são satisfatórios, no entanto, é necessário que se processe um fluxo de carga a cada passo de integração.

### 3.5 Máxima Transferência de Potência

As restrições operacionais de um sistema elétrico de potência fazem com que o mesmo tenha uma capacidade finita de transporte de energia, o que limita, por exemplo, a transferência simultânea de transações de potência na rede. A capacidade de transferência total (*total transfer capacity* ou TTC), isto é, o montante de potência que pode ser transferido de uma área para outra sem que se violem as restrições operacionais do sistema, é um termo bastante estudado para operação sob mercados *pool*, e sob a ótica da reestruturação, também deve sê-lo sob mercados bilaterais e *pool*-bilaterais, pois o cálculo de TTC é uma informação crucial para que se possam negociar os contratos físicos em um mercado de energia competitivo.

Diferentes métodos já foram propostos para se obter a capacidade de transferência de potência total de uma região para outra, sendo que os mesmos podem se encaixar em dois tipos de abordagem: estocástico (para estudos de longo prazo) e determinístico (para estudos de curto prazo). Entre eles, é possível citar os trabalhos de GRAVENER e NWANKPA (1999) e OU e SINGH (2002) onde o TTC é obtido através de uma repetição de fluxos de carga e de EJEBE et. al (1998) obtido através de um fluxo de potência continuado. Nestes trabalhos, além de serem levados em consideração os efeitos das contingências, o TTC é calculado aumentando-se gradativamente a carga complexa nas barras desejadas até que não mais atinjam os limites operacionais. Em OU e SINGH (2002) é adicionado também um tratamento probabilístico à carga utilizando-se a simulação de Monte Carlo.

GREENE, DOBSON e ALVARADO (2002) apresentam uma fórmula de simples implementação que calcula a sensibilidade da capacidade de transferência potência em relação às variações como de cargas, gerações, intercâmbios entre áreas ou magnitudes de tensão.

Especificamente em relação a factibilidade e máxima transferência de potência de transações de potência, a literatura apresenta apenas os trabalhos de HAMOUD (2000) e CHENG, GALIANA e MCGILLIS (1998).

Em (HAMOUD, 2000), com o auxílio de um programa comercial de Fluxo de Potência Ótimo DC Probabilístico obtém-se, para cada transação em separado, o valor de capacidade de transferência disponível, conhecido por ATC (Available Transfer Capacity). O ATC fornece, para certo conjunto de condições operacionais, o máximo montante de potência que pode ser transmitido

além do já pré-existente na rede. Pela análise deste fator, vai-se agregando sequencialmente as transações factíveis na rede, ou seja, aquelas com os maiores valores positivos de ATC. A cada nova transação introduzida, novos ATC's são recalculados para as transações remanescentes, para que se possa escolher outra transação factível a ser introduzida. Este processo se repete até que não haja mais transações factíveis a serem introduzidas, ou seja, só restam transações com ATC's negativos, que não poderiam ser despachadas sob risco de transgredir restrições de transmissão.

Em (CHENG, GALIANA e MCGILLIS, 1998) são feitos estudos sobre máxima transferência de potência de transações bilaterais, de geradores individuais ou grupo de geradores, utilizando o modelo de transações proposto em GALIANA e ILIC (1996).

Na verdade, o trabalho de CHENG, GALIANA e MCGILLIS (1998) é o único que efetivamente calcula a máxima transferência de potência de transações juntamente com o proposto por FERNANDES e ALMEIDA (2003<sup>b</sup>), onde foi utilizada uma metodologia similar à proposta por EJEBE et. al (1998). Em (FERNANDES e ALMEIDA, 2003<sup>b</sup>), utilizando-se a formulação do FPO Multi-Usuários, a maximização de um parâmetro que multiplica o valor dos contratos permite a variação das cargas por transação até o seu máximo carregamento. Esta modelagem está apresentada em maiores detalhes no Capítulo VII.

### 3.6 Considerações finais

Este capítulo apresentou uma revisão de trabalhos que propõem soluções para alguns dos diversos problemas advindos da reestruturação do setor elétrico, delineando assim o estado da arte das mesmas.

A primeira questão levantada está relacionada a novas metodologias de operação. Em particular, foram analisadas metodologias de despacho de potência compatíveis com mercados tipo *pool*-bilateral, que propõem ferramentas computacionais onde transações físicas de potência sejam devidamente representadas, levando a uma operação segura e econômica. Pode-se observar o uso e diferentes formulações do problema FPO nesses estudos.

Diante da importância do problema FPO para os estudos apresentados, foi feita uma breve revisão a respeito das principais técnicas de resolução do mesmo, enfatizando os bons resultados obtidos pelos métodos de pontos interiores aplicados na sua resolução.

Outro ponto relativo à operação de sistemas reestruturados amplamente discutido na literatura é a necessidade de se conhecer quanto cada participante do mercado de energia está usando do sistema de transmissão. Foram descritas várias metodologias que buscam responder os diversos aspectos dessa questão, ou seja, metodologias que: (i) alocam fluxos de potência entre os

usuários do sistema, o que possibilita o rateio dos custos de transmissão; (ii) aloca as perdas de transmissão e (iii) determinam o suporte de reativos necessário para cada usuário a fim de se manter o perfil de tensão dentro dos limites estabelecidos.

Foi analisada ainda a importância de se conhecer a capacidade máxima de transferência de potência de um sistema sob o ponto de vista de cada usuário do mesmo. Pôde-se observar que ferramentas capazes de fornecer tal informação são necessárias para uma operação segura sob condições de mercado.

Os trabalhos analisados indicam que uma importante área de pesquisa sobre operação de sistemas reestruturados é o desenvolvimento de ferramentas de despacho ótimo de potência que forneçam subsídios para analisar as questões descritas acima. O presente trabalho busca contribuir com o desenvolvimento de tal ferramenta.

Este trabalho propõe um novo modelo para despacho ótimo de geração. Esse modelo é derivado com base no Teorema da Superposição e, nele, os vários usuários do sistema de transmissão são discriminados em circuitos individualizados representando a rede elétrica. Deve-se ressaltar que tal modelo é parcialmente inspirado no trabalho de ZOBIAN e ILIC (1997).

No próximo capítulo são apresentadas a definição e a modelagem dos participantes do mercado de energia dentro das equações de balanço de potência de um sistema.

## CAPÍTULO IV

# Representações das Equações de Balanço de Potência para Modelo DOP Multi-Usuários

### 4.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é descrever as equações de balanço de potência a serem adotadas no problema DOP Multi-Usuários. Nessas equações, são discriminadas as injeções de corrente e as tensões criadas na rede elétrica por cada participante do sistema. As tensões e injeções de corrente totais nas barras são obtidas, com base no Teorema da Superposição, pela soma das tensões e correntes individuais. Os valores individuais de corrente e tensão associados a cada usuário são definidos a partir da decomposição das equações que definem as injeções totais de potência em uma soma de injeções de potência por participante. Para que uma decomposição apropriada seja feita, faz-se um estudo sobre as implicações de se representar os usuários do sistema por fontes de corrente ideais, fontes de tensão ideais, ou ainda por fontes controladas de corrente ou tensão, acopladas à rede elétrica. A análise é feita com base numa parametrização das equações de balanço de potência que para cada valor do parâmetro  $\xi$ , aloca diferentes porções da potência injetada total entre os usuários e, ao mesmo tempo, define uma modelagem diferente para os usuários do sistema. Variando-se  $\xi$  entre 0 e 1, modelam-se os usuários por fontes de corrente ideais, combinações de fontes de tensão e corrente ideais em paralelo, e por fontes de tensão ideais, respectivamente. A partir desse estudo, escolhe-se a melhor representação para os usuários.

São definidos como *usuários* ou *participantes* as seguintes associações de carga e geração:

a) Transações de Potência, que possibilitam a negociação livre dos consumidores com geradores e distribuidores. Existem diferentes tipos de transações, tais como: bilaterais, multilaterais, de coordenação da regulação (para suprir perdas e assegurar balanço de potência), firmes e comerciais. O presente trabalho tem por objetivo modelar, especificamente, as transações bilaterais e multilaterais (FANG e DAVID, 1999):

- Transação Bilateral: arranjo feito diretamente entre uma unidade geradora e uma unidade distribuidora de energia. Esta transação é identificada por um par de barras  $\{i,j\}$ , e pelo valor de potência ativa e reativa a ser suprido.

- Transação Multilateral: arranjo contratual que envolve mais do que duas entidades. Esta transação é identificada por um conjunto de barras geradoras e distribuidoras  $A = \{i-j\}$  e pelos valores de potência ativa e reativa das barras distribuidoras;

b) *Pool*, que se caracteriza pelo mercado de curto prazo;

c) Diferentes empresas de energia, cada uma com um conjunto de barras de geração e de carga, conectadas à rede elétrica. A modelagem dessas empresas é idêntica à adotada para transações multilaterais de potência.

A forma de representação dos usuários da rede elétrica abre espaço para uma flexibilização do modelo proposto, pois permite que o mesmo seja usado em estudos sobre operação em regime permanente sob mercado tipo *pool*, bilateral ou *pool*-bilateral, possibilitando uma análise do impacto de cada usuário da rede elétrica na operação do sistema.

Assim, a fim de generalizar o modelo, o *pool*, todas as transações bilaterais, multilaterais ou qualquer outro conjunto de gerações e cargas de potência ativa e reativa (por exemplo, empresas concessionárias de energia) são considerados como sendo usuários. No entanto, a fim de se considerar especificidades nas modelagens a serem apresentadas nas próximas seções e capítulos, considera-se que as transações bilaterais, multilaterais ou empresas concessionárias totalizam  $ntr$  usuários, mais o mercado *pool* (quando o mesmo for considerado), os quais serão decompostos em  $ntr+1$  circuitos individuais quando da aplicação do Teorema da Superposição.

#### **4.2 Considerações sobre Teorema da Superposição**

Um dos objetivos deste trabalho é o de determinar o impacto de cada participante na operação em regime permanente do sistema de potência. Para tanto, parte-se da constatação que as injeções de potência de cada usuário definem injeções de corrente e criam tensões nas barras do sistema. A cada usuário, portanto, pode ser associado um conjunto de fontes (geradores) e de dissipadores (cargas). No ponto de operação do sistema, com todos os usuários acoplados à rede, tendo sido especificados os *taps* dos transformadores de tensão e ângulos de defasagem dos transformadores defasadores, e conhecendo-se o vetor de injeções de corrente de cada usuário, pode-se obter o vetor das tensões provocadas por cada um nas barras do sistema. Uma vez que a relação entre as tensões e as correntes injetadas nas barras é linear, a tensão total no sistema é igual à soma das tensões criadas por cada usuário separadamente e a soma das injeções individuais de corrente é igual à injeção total de corrente. Analogamente se observa que, conhecendo-se as tensões criadas por cada usuário nas barras, as correntes injetadas individualmente podem ser

obtidas e as tensões e correntes totais são iguais à soma das tensões e correntes individuais. Esta propriedade é demonstrada pelo Teorema da Superposição (TS), cujo enunciado é o seguinte (BOYLESTAD, 1998):

*“A tensão sobre, ou a corrente através de qualquer elemento de circuito linear, pode ser obtida pela adição algébrica de todas as tensões individuais ou correntes causadas por cada fonte independente agindo individualmente, com todas as outras fontes de tensão independentes substituídas por curtos-circuitos e todas as outras fontes de corrente independentes substituídas por circuitos abertos.”*

Uma vez que as correntes das linhas do sistema são funções das tensões de barra ou das injeções de corrente, conhecendo-se as tensões e as injeções de correntes associadas a cada usuário da rede, as correntes que tal usuário causa nas linhas são facilmente determinadas. Entretanto, a informação disponível sobre cada usuário da rede constitui-se, a princípio, de sua demanda ou geração de potência ativa e reativa. Esse fato introduz um novo elemento no problema de determinar as injeções de corrente e tensões individuais dos usuários, pois a relação entre as potências injetadas nas barras e as tensões nas mesmas é *não linear*. O exemplo a seguir ilustra essa questão.

#### 4.2.1 Exemplo 1

Considere um circuito com duas fontes e um resistor R. A corrente que circula por R devido apenas ao efeito da fonte 1 é  $\dot{I}_1$  e a tensão entre os terminais de R devida apenas à fonte 1 é  $\dot{V}_1$ . A corrente e tensão produzidas pela segunda fonte são  $\dot{I}_2$  e  $\dot{V}_2$ . Aplicando o TS, obtém-se que a corrente total  $\dot{I}_T$  que circula por R é

$$\dot{I}_T = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \quad (4.1)$$

e a tensão total aplicada entre os terminais de R é

$$\dot{V}_T = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (4.2)$$

A potência fornecida ao resistor pela primeira fonte isoladamente é, portanto,

$$\dot{S}_1 = \dot{V}_1 \cdot \dot{I}_1^* \quad (4.3)$$

Enquanto a potência fornecida pela segunda fonte isoladamente é:

$$\dot{S}_2 = \dot{V}_2 \cdot \dot{I}_2^* \quad (4.4)$$

A potência total fornecida ao resistor é obtida da seguinte forma:

$$\dot{S}_T = (\dot{V}_1 + \dot{V}_2) \cdot (\dot{I}_1^* + \dot{I}_2^*) \quad (4.5)$$

ou seja

$$\dot{S}_T = \dot{V}_1 \cdot \dot{I}_1^* + \dot{V}_2 \cdot \dot{I}_2^* + \dot{V}_1 \cdot \dot{I}_2^* + \dot{V}_2 \cdot \dot{I}_1^* \quad (4.6)$$

A equação de potência total (4.6) não equivale à simples soma das equações (4.3) e (4.4), mas sim, à soma das potências individuais mais uma parcela devido à interação entre as duas fontes ( $\dot{V}_1 \cdot \dot{I}_2^* + \dot{V}_2 \cdot \dot{I}_1^*$ ), onde  $\dot{V}_1 \cdot \dot{I}_2^*$  pode ser interpretado como sendo o acréscimo de potência na fonte 1 devido a corrente  $\dot{I}_2$  e  $\dot{V}_2 \cdot \dot{I}_1^*$  como sendo o acréscimo de potência na fonte 2 devido a corrente  $\dot{I}_1$ . Conclui-se, então, que a potência total fornecida a um elemento de circuito deve ser determinada utilizando a corrente total que o atravessa ou a tensão total entre seus terminais, e não simplesmente somando as potências fornecidas pelas fontes isoladamente.

Se, ao invés das fontes do exemplo anterior, forem considerados os usuários de uma rede elétrica, a não aplicabilidade do TS para cálculo das potências injetadas totais é decisiva, pois ao se distribuir as injeções de potência totais por barra entre os participantes, além das parcelas individuais, devem ser alocadas também as parcelas interativas a partir de critérios que sempre envolvem alguma arbitrariedade. Na próxima seção, esta questão é analisada mais detalhadamente e alguns destes critérios são estabelecidos ao se esboçar as equações de balanço de potência para cada usuário de uma rede elétrica.

### 4.3 Problemática da Aplicação do TS às Injeções de Potência

As variáveis comumente utilizadas para análise de um sistema elétrico de potência com  $nb$  barras são:

i) Potência absorvida pela carga total de cada barra  $i$ :

$$\dot{S}d_i^{tot} = Pd_i^{tot} + j Qd_i^{tot} \quad i=1, \dots, nb \quad (4.7)$$

onde:

$\dot{S}d_i^{tot}$ : demanda de potência aparente na barra  $i$ ;

$Pd_i^{tot}$ : demanda de potência ativa na barra  $i$ ;

$Qd_i^{tot}$ : demanda de potência reativa na barra  $i$ .

ii) Potência total gerada em cada barra  $i$ :

$$\dot{S}g_i^{tot} = Pg_i^{tot} + j Qg_i^{tot} \quad i=1, \dots, nb \quad (4.8)$$

onde:

$\dot{S}g_i^{tot}$ : geração de potência aparente na barra  $i$ ;

$Pg_i^{tot}$ : geração de potência ativa na barra  $i$ ;

$Qg_i^{tot}$ : geração de potência reativa na barra  $i$ .

Sendo que, da Teoria de Circuitos sabe-se que:

$$Sg_i^{tot} - Sd_i^{tot} = S_i^{tot} = \dot{V}_i^{tot} (\dot{I}_i^{tot})^* \quad i = 1, \dots, nb \quad (4.9)$$

onde:

$\dot{S}_i^{tot}$  : injeção de potência aparente na barra  $i$ ;

$\dot{I}_i^{tot}$  : injeção de corrente na barra  $i$ ;

$\dot{V}_i^{tot}$  : tensão na barra  $i$ .

Considerando-se todas as  $nb$  barras, pode-se representar a equação (4.9) na forma matricial:

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{tot})^* \quad (4.10)$$

onde

$\dot{\mathbf{S}}^{tot}$  : vetor de injeção de potência aparente com dimensão  $(nb \times 1)$ ;

$\dot{\mathbf{V}}^{tot}$  : vetor de tensão total com dimensão  $(nb \times 1)$ ;

$\text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot})$  : representa uma matriz diagonal formada a partir do vetor  $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$  ;

$\dot{\mathbf{I}}^{tot}$  : vetor de injeção de corrente com dimensão  $(nb \times 1)$ .

Associando a cada usuário  $k$  do sistema um vetor de injeções de corrente,  $\dot{\mathbf{I}}^k$ , e um vetor de tensões,  $\dot{\mathbf{V}}^k$ , tendo em vista a relação linear entre as tensões e correntes injetadas na rede e o TS, pode-se reescrever (4.10) como:

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^1 + \dots + \dot{\mathbf{V}}^{ntr} + \mathbf{V}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1 + \dots + \dot{\mathbf{I}}^{ntr} + \dot{\mathbf{I}}^{pool})^* \quad (4.11)$$

sendo  $(ntr+1)$  o número de usuários do sistema.

Desenvolvendo a equação (4.11) obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}}^{tot} = & \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^1) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1)^* + \dots + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{ntr}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{ntr})^* + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{pool})^* + \dots + \\ & \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^1) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{ntr})^* + \dots + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^1) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{pool})^* + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{ntr}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1)^* + \dots + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{ntr}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{pool})^* + \\ & \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1)^* + \dots + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{ntr})^* \end{aligned} \quad (4.12)$$

Observa-se, na equação (4.12), que o vetor de injeções de potência é o resultado da soma de várias funções não lineares, definidas em termos das correntes e tensões associadas aos usuários do sistema. Os primeiros  $(ntr+1)$  termos,  $\text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^1) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1)^*, \dots, \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{ntr}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{ntr})^*$

$diag(\dot{\mathbf{V}}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{pool})^*$ , com sobrescritos iguais, são chamados componentes próprios e os demais, com sobrescritos diferentes, são chamados de componentes cruzados.

Como visto no Exemplo 1, pode-se inadvertidamente supor que a soma das parcelas próprias é igual à potência total. No entanto, a equação (4.12) confirma que não se pode aplicar o TS às potências devido à existência dos termos cruzados.

A questão que se coloca então é como dividir os termos cruzados entre os usuários. Diferentes metodologias podem ser encontradas para efetuar essa divisão. Elas podem ser classificadas como:

- (i) Metodologias baseadas em variações marginais das potências injetadas, que partem do princípio que a variação marginal da carga de um usuário afeta somente as tensões e correntes devidas àquele usuário específico (GALIANA e PHELAN, 2000 e FRADI, BRIGNONE e WOLLENBERG, 2001).
- (ii) Metodologias baseadas na teoria de circuitos elétricos, que obtêm as correntes devidas a cada usuário do sistema a partir das relações existentes no circuito elétrico da rede de transmissão (ZOBAN e ILIC, 1997; HUANG e ZHANG, 1999 e CHANG e LU, 2001).
- (iii) Metodologias baseadas em variações incrementais, que, a partir de uma condição inicial de operação, acrescentam seqüencialmente as cargas dos usuários e obtêm as correntes individuais a partir das alterações observadas nas correntes totais (BARAN, BANUNARAYANAN e GARREN, 1999).

A alocação da potência total entre os usuários do sistema proposta neste trabalho se insere no segundo conjunto de metodologias.

#### 4.4 Representação dos Usuários da Rede

Segundo a equação (4.12), o vetor de injeção de potência nas barras  $\dot{\mathbf{S}}^{tot}$  está expresso em função dos vetores  $\dot{\mathbf{V}}^k$  e  $\dot{\mathbf{I}}^k$ . Esses vetores podem ser reagrupados, a fim de se estabelecer as potências entre os  $(ntr+1)$  usuários, de inúmeras maneiras. Entre tantas, escolhem-se as duas seguintes:

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = diag(\dot{\mathbf{V}}^1 + \dots + \dot{\mathbf{V}}^{ntr} + \dot{\mathbf{V}}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1)^* + \dots + diag(\dot{\mathbf{V}}^1 + \dots + \dot{\mathbf{V}}^{ntr} + \dot{\mathbf{V}}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{pool})^* \quad (4.14)$$

ou,

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = diag(\dot{\mathbf{V}}^1) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1)^* + \dots + \dot{\mathbf{I}}^{ntr*} + \dot{\mathbf{I}}^{pool*} + \dots + diag(\dot{\mathbf{V}}^{pool}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^1)^* + \dots + \dot{\mathbf{I}}^{ntr*} + \dot{\mathbf{I}}^{pool*} \quad (4.15)$$

Observa-se que a primeira parcela da equação (4.14) está agrupada de acordo com as correntes injetadas pela primeira transação, enquanto que a última parcela está agrupada de acordo com as correntes injetadas pelo usuário *pool*. Tomando como base esse fato, pode-se associar cada uma das parcelas, respectivamente, a cada um dos participantes.

Já na equação (4.15), observa-se que os termos estão divididos de acordo com os valores de tensão de cada usuário. Uma divisão de potência total injetada também pode ser feita com base nessa propriedade.

Assim, as equações de balanço de potência para cada transação poderiam ser modeladas utilizando-se tanto a alocação das potências entre os usuários de acordo com as injeções de corrente (equação 4.14) quanto à alocação das potências entre os usuários de acordo com as tensões (equação 4.15).

Em termos genéricos, conforme a equação (4.14), para um determinado usuário  $k$ , a potência injetada depende da tensão final do sistema e da injeção de corrente referente àquele usuário:

$$\dot{\mathbf{S}}_I^k = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^k)^* \quad (4.16)$$

onde:

$\dot{\mathbf{S}}_I^k$  : vetor de injeção de potência aparente referente ao usuário  $k$  com dimensão  $(nb \times 1)$ ;

$\dot{\mathbf{I}}^k$  : vetor de injeção de corrente referente ao usuário  $k$  com dimensão  $(nb \times 1)$ .

Considerando que

$$\dot{\mathbf{I}}^k = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^k \quad (4.17)$$

onde

$\dot{\mathbf{V}}^k$  : vetor de tensão do circuito referente ao usuário  $k$  com dimensão  $(nb \times 1)$ ;

$\dot{\mathbf{Y}}$  : matriz de admitância de barra do sistema.

Tem-se:

$$\dot{\mathbf{S}}_I^k = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^k)^* \quad (4.18)$$

Tomando como base a equação (4.15), para um determinado usuário  $k$ , a potência injetada depende da injeção de corrente final do sistema e da tensão referente àquele usuário:

$$\dot{\mathbf{S}}_V^k = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^k) \cdot (\dot{\mathbf{I}}^{tot})^* \quad (4.19)$$

Substituindo equação (4.17) na equação (4.19) tem-se que:

$$\dot{\mathbf{S}}_V^k = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^k) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \quad (4.20)$$

Tanto na representação da equação (4.18) quanto de (4.20) observa-se a presença de  $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$ , que faz com que a soma dos valores das potências alocadas aos usuários seja igual ao valor da potência total injetada.

Desta análise, pode-se concluir que  $\dot{\mathbf{S}}^{tot}$  é uma função não linear da soma de  $\dot{\mathbf{V}}^k$ , ou seja,

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = \dot{\mathbf{S}}^{tot} \left( \sum_k \dot{\mathbf{V}}^k \right) \quad (4.21)$$

Assim, supondo que as cargas ativas e reativas dos usuários do sistema sejam conhecidas, deseja-se encontrar, para cada usuário  $k$ , a função que melhor representa a injeção de potência,  $\dot{\mathbf{S}}^k(\cdot)$ , de forma que a soma de  $\dot{\mathbf{S}}^k(\cdot)$  seja igual à potência total:

$$\dot{\mathbf{S}}^{tot} = \sum_k \dot{\mathbf{S}}^k \left( \sum_k \dot{\mathbf{V}}^k \right) \quad (4.22)$$

Consideremos agora que o vetor de injeções de potência associado ao usuário  $k$  seja:

$$\dot{\mathbf{S}}^k = (1 - \xi)\dot{\mathbf{S}}_I^k + \xi\dot{\mathbf{S}}_V^k \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (4.23)$$

Pode-se notar que, neste caso, a soma de  $\dot{\mathbf{S}}^k$  fornece o vetor de injeções totais de potência para qualquer valor de  $\xi$  dentro do intervalo [0,1].

Reescrevendo (4.23) tem-se

$$\dot{\mathbf{S}}^k = (1 - \xi)diag(\dot{\mathbf{V}}^{tot}).(\dot{\mathbf{I}}^k)^* + \xi diag(\dot{\mathbf{V}}^k).(\dot{\mathbf{I}}^{tot})^* \quad (4.24)$$

ou ainda

$$\dot{\mathbf{S}}^k = diag(\dot{\mathbf{V}}^k).(\dot{\mathbf{I}}^k)^* + (1 - \xi) \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} diag(\dot{\mathbf{V}}^n).(\dot{\mathbf{I}}^k)^* + \xi \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} diag(\dot{\mathbf{V}}^k).(\dot{\mathbf{I}}^n)^* \quad (4.25)$$

A equação (4.25) mostra que, variando-se  $\xi$  entre 0 e 1:

- a injeção de potência própria do usuário  $k$ , ou seja, aquela definida pelo vetor de tensões e injeções de corrente associadas a esse usuário, é sempre alocada ao próprio usuário;
- diferentes alocações dos componentes cruzados de injeção de potência podem ser feitas ao usuário  $k$ ;
- para  $0 \leq \xi < 1$ , a potência alocada ao usuário  $k$  depende das tensões de barra criadas por todos os usuários da rede;
- para  $0 < \xi \leq 1$ , a potência alocada ao usuário  $k$  depende das correntes injetadas por todos os usuários da rede.

A expressão de  $\dot{\mathbf{S}}^k$  definida em (4.23), além de depender das componentes de tensão de cada participante, depende também do parâmetro  $\xi$ . Variando-se  $\xi$  entre 0 e 1, (4.23) conecta o

sistema  $\dot{\mathbf{S}}^k - \dot{\mathbf{S}}_I^k = \mathbf{0}$  ao sistema  $\dot{\mathbf{S}}^k - \dot{\mathbf{S}}_V^k = \mathbf{0}$ . Essa equação, portanto, define uma função homotopia (Garcia e Zangwill, 1987).

De forma genérica, a função homotopia, HO, faz a conexão entre dois modelos matemáticos não lineares, que representam sistemas físicos semelhantes no sentido que são definidos pela fixação do parâmetro de HO em valores diferentes. A análise do comportamento de HO fornece dados importantes sobre esses sistemas físicos. No problema em questão, a variação de  $\xi$  fornece informações importantes para se determinar a melhor alocação de potência ao usuário  $k$ , ou seja, se determinar a melhor representação para  $\dot{\mathbf{S}}^k(\cdot)$ .

A seguir é mostrado que as diversas formas de alocação da injeção total de potência entre os usuários da rede correspondem a diferentes modelagens para estes usuários no circuito que representa o sistema de transmissão.

#### 4.4.1 Modelagem dos Usuários no Circuito Equivalente da Rede de Transmissão

##### 4.4.1.1 Representação por Fontes Ideais de Corrente

Consideremos inicialmente que a divisão da potência total seja feita de acordo com as correntes individuais dos usuários, tal como descrito na equação (4.14). Feita a alocação, define-se um sistema não linear composto pelas equações de balanço de potência referentes aos usuários:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}}^1 &= \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot})(\dot{\mathbf{I}}^1)^* \\ &\vdots \\ \dot{\mathbf{S}}^{ntr} &= \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot})(\dot{\mathbf{I}}^{ntr})^* \\ \dot{\mathbf{S}}^{pool} &= \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{tot})(\dot{\mathbf{I}}^{pool})^* \end{aligned} \quad (4.26)$$

Nas equações do sistema (4.26) tem-se que  $\dot{\mathbf{I}}^k = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}}^k, k = 1, \dots, ntr + 1$ . A cada equação, ou ainda, a cada usuário  $k$  do sistema, pode ser associado um circuito elétrico, descrito pela matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$  e por fontes de corrente nas barras pertencentes a esse usuário  $k$ . No exemplo da Figura 4.1, o usuário  $k$  possui geração na barra  $i$  e carga na barra  $j$ , sendo os demais usuários do sistema de transmissão representados por circuitos abertos. Portanto, o usuário  $k$  não cria correntes nos demais usuários da rede.

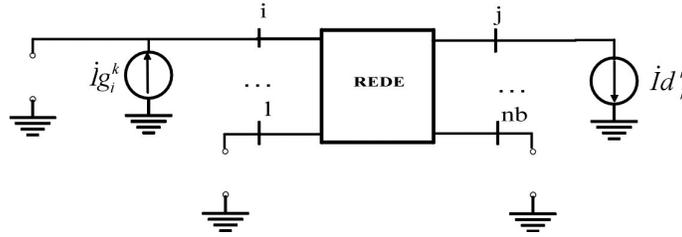


Figura 4.1 Representação do Usuário  $k$  por Fonte de Corrente Ideal

A injeção total de potência é igual à soma das potências entregues por cada fonte ideal de corrente, estando todas as fontes sob a tensão total de barra. Portanto, supondo dois usuários,  $k$  e  $m$ , cujas barras envolvidas são  $\{i, j\}$  e  $\{1, i, nb\}$ , respectivamente, o sistema de transmissão pode ser representado como na Figura 4.2.

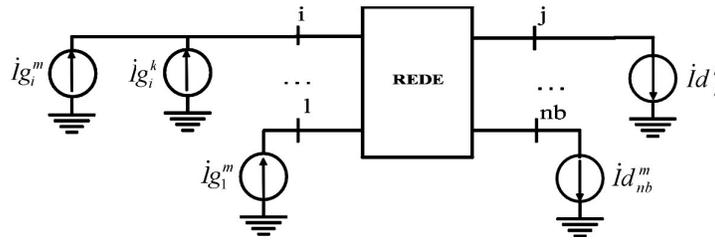


Figura 4.2 Representação dos Usuários por Fontes de Corrente Ideais

#### 4.4.1.2 Representação por Fontes Ideais de Tensão.

Consideremos agora que a divisão da potência total seja feita de acordo com as tensões individuais, tal como expresso na equação (4.15). Feita a alocação, define-se um sistema não linear composto por novas equações de balanço de potência referentes aos usuários:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}}^1 &= \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^1)(\dot{\mathbf{I}}^{tot})^* \\ &\vdots \\ \dot{\mathbf{S}}^{ntr} &= \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{ntr})(\dot{\mathbf{I}}^{tot})^* \\ \dot{\mathbf{S}}^{pool} &= \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{pool})(\dot{\mathbf{I}}^{tot})^* \end{aligned} \quad (4.27)$$

Para se considerar apenas as tensões nas barras relacionadas ao usuário  $k$ , as barras de geração e de carga do usuário  $k$  são representadas por fontes de tensão e as demais barras de geração e carga dos demais usuários são representadas por curto-circuitos, o que implica que, nesta representação, não aparecem tensões causadas pelos demais usuários. No entanto, os curto-circuitos modificam a rede equivalente para cada usuário. No exemplo da Figura 4.3, o usuário  $k$  possui geração na barra  $i$  e carga na barra  $j$ , sendo os demais usuários do sistema de transmissão representados por curto-circuitos.

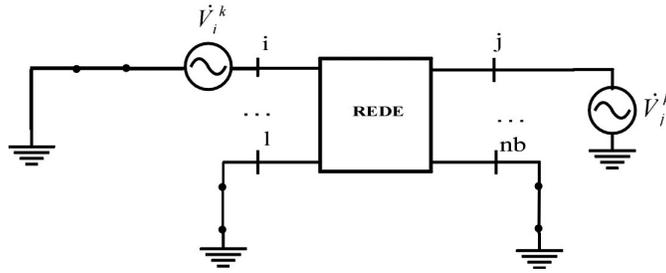


Figura 4.3 Representação do Usuário  $k$  por Fonte de Tensão Ideal

A soma das tensões provocadas pelos usuários fornece a tensão total do sistema e a potência total injetada depende da corrente total. Supondo novamente apenas os usuários  $k$  e  $m$  no sistema, cujas barras envolvidas são  $\{i, j\}$  e  $\{1, i, nb\}$ , respectivamente, o sistema de transmissão pode ser representado como na Figura 4.4.

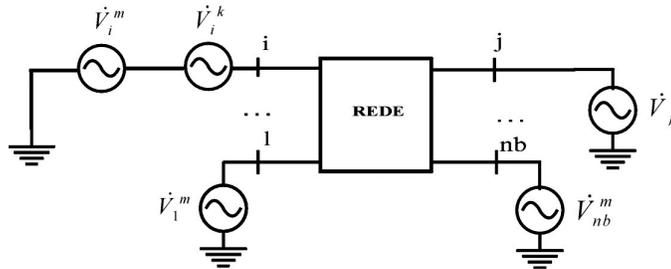


Figura 4.4 Representação dos Usuários por Fontes de Tensão Ideais

Observa-se, pelo circuito associado ao usuário  $k$  (Figura 4.3), que este não cria tensões sobre os demais usuários do sistema. Além disso, pode-se notar que ele injeta corrente nas barras onde estão conectados os demais usuários. É importante salientar que a potência alocada está associada a correntes criadas quando se curto-circuitam as fontes associadas aos demais usuários.

#### 4.4.1.3 Combinações de Fontes de Corrente e Tensão Ideais

Já a alocação de potência definida por (4.24) ou (4.25), para diferentes valores do parâmetro  $\xi$ , pode ser representada por uma combinação de fontes de corrente e de tensão ideais, conforme mostrado na Figura (4.5), que supõe dois usuários,  $k$  e  $m$ , cujas barras envolvidas são  $\{i, j\}$  e  $\{1, i, nb\}$ , respectivamente. Tomando-se, por exemplo, a barra  $i$  dessa Figura, tem-se que a corrente total injetada é suprida em parte pelas fontes de tensão e em parte pelas fontes de corrente:

$$\dot{I}_i^{tot} = (1 - \xi)\dot{I}_i^{tot} + \xi\dot{I}_i^{tot} = (1 - \xi)(\dot{I}_i^k + \dot{I}_i^m) + \xi\dot{I}_i^{tot}, \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (4.28)$$

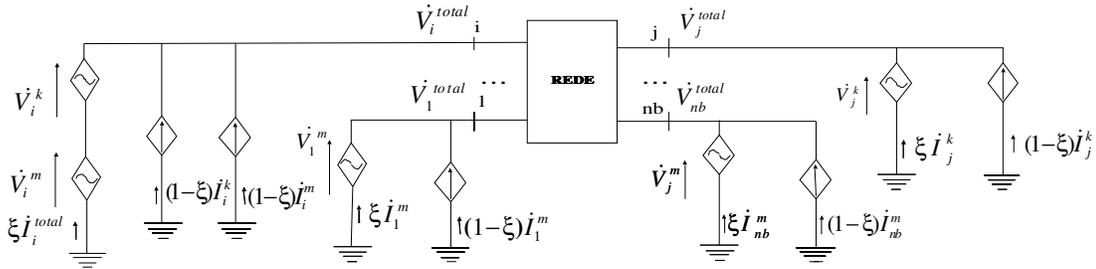


Figura 4.5: Representação dos Usuários por Fontes de Corrente e Tensão Controladas

Nesta representação, as fontes de tensão e corrente ideais são fontes dependentes pois as mesmas são controladas pela injeção de corrente total ou tensão total nas barras em que se encontram, na proporção determinada pelo parâmetro  $\xi$ . Assim, mais uma vez, o usuário  $k$  cria tensões e correntes nos demais usuários da rede.

A alocação de potência neste caso é expressa pela equação (4.24), que pode ser re-escrita como:

$$\dot{S}^k = \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^{\text{total}}) \cdot [(1-\xi) \cdot \dot{\mathbf{I}}^k]^* + \text{diag}(\dot{\mathbf{V}}^k) \cdot (\xi \cdot \dot{\mathbf{I}}^{\text{total}})^*, \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (4.29)$$

Para a modelagem da equação (4.29), considera-se que, se  $\xi = 0$ , o usuário é representado por uma fonte de corrente ideal, isto é, seu vetor de injeções de potência depende das tensões totais nas barras e da corrente que ele injeta no circuito. Se  $\xi = 1$ , o usuário é representado por uma fonte de tensão ideal, isto é, seu vetor de injeções de potência depende das tensões que ele próprio induz nas barras onde está conectado e nas correntes totais nessas barras. Para  $0 < \xi < 1$ , o usuário é representado por uma fonte de tensão ideal, em paralelo com uma fonte de corrente ideal, cuja contribuição de potência depende do valor de  $\xi$ . Essas fontes podem ser substituídas ou por uma fonte de corrente ideal equivalente ou por uma fonte de tensão ideal equivalente. Assim,

a) Para valores  $0 < \xi \leq 0,5$

Já que, neste caso, a maior parcela da potência injetada é devida às fontes de corrente, para cada usuário  $k$ , substitui-se cada par de fontes ideais por uma fonte de corrente ideal controlada por  $\xi$ .

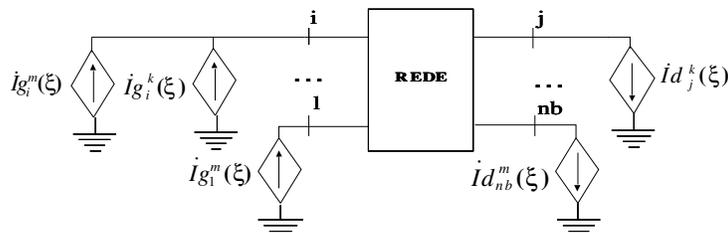


Figura 4.6 Representação do Usuário  $k$  por Fonte de Corrente e Tensão Ideais Equivalentadas por uma Fonte Controlada de Corrente Ideal

b) Para valores  $0,5 \leq \xi < 1$

Já que, neste caso, a maior parcela da potência injetada é devida às fontes de tensão, para cada usuário  $k$ , substitui-se cada par de fontes ideais por uma fonte de tensão ideal controlada por  $\xi$ .

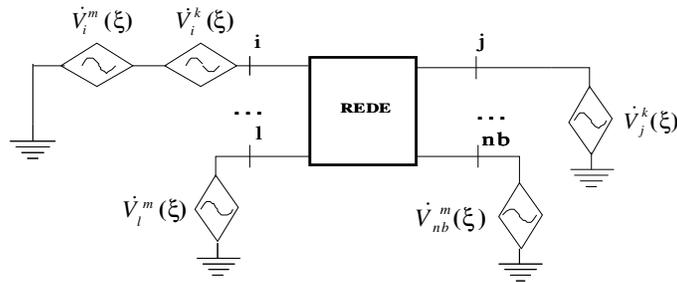


Figura 4.7 Representação do Usuário  $k$  por Fonte de Corrente e Tensão Ideais Equivalentadas por uma Fonte Controlada de Tensão Ideal

A partir das figuras 4.1, 4.3, 4.6 e 4.7 é possível se fazer uma análise genérica prévia quanto à representação dos usuários. Ou seja, quando o usuário  $k$  é representado por:

- fontes de corrente ideais (Figura 4.1), existe apenas a contribuição das injeções de correntes desse usuário. Como as fontes dos demais usuários estão em aberto, elas não injetam correntes, ou seja, não influenciam o circuito do usuário  $k$ ;

- fontes de tensão ideais (Figura 4.3), as barras que contêm as fontes dos demais usuários são curto-circuitadas, ou seja, nessas barras há injeções de correntes de curto-circuito que influenciam o circuito do usuário  $k$ ;

- combinações de fontes ideais (figuras 4.6 e 4.7), existem parcelas ou de tensões ou de correntes injetadas pertencentes aos demais usuários.

As conseqüências de se usar cada representação podem também ser interpretadas da seguinte forma: caso fontes ideais de corrente sejam usadas para representar o usuário  $k$ , somente são alocadas injeções da corrente  $k$  nas barras onde esse usuário está conectado; caso fontes ideais de tensão sejam usadas, são alocadas ao usuário  $k$  correntes definidas por curto-circuitos nas barras onde  $k$  não se conecta. Por fim, caso combinações de fontes ideais sejam utilizadas, são alocadas ao usuário  $k$ , injeções de corrente em todas as barras do sistema.

Deve-se observar que as alocações de corrente descritas acima resultam da equação (4.25). Essa equação mostra que, quando  $0 < \xi < 1$ , a potência alocada ao usuário  $k$ ,  $\dot{\mathbf{S}}^k$ , depende das injeções de corrente associadas aos demais usuários,  $\dot{\mathbf{I}}^n$ , para  $n \neq k$ .

A análise anterior mostra, em primeiro lugar, que a representação dos usuários por fontes ideais de tensão não é adequada, uma vez que correntes de curto-circuito são alocadas.

Considerando-se agora a seguinte situação. Suponhamos que o usuário  $k$  seja uma transação bilateral acordada pelo gerador da barra  $i$  e a carga da barra  $j$ . Suponhamos também que esse gerador supra somente esse contrato e que a carga seja suprida também somente pelo mesmo. Caso combinações de fontes ideais sejam utilizadas para se representar o usuário  $k$ , a injeção de corrente na barra  $i$  não é devida somente ao gerador que a ela está acoplado. Da mesma forma, a corrente injetada na barra  $j$  não está somente associada à carga em questão. Essas representações, portanto, violam o modelo do Fluxo de Carga onde, no caso considerado, a corrente injetada na barra  $i$  é devida apenas ao gerador e a corrente injetada em  $j$  está associada apenas à carga conectada a essa barra. Diante desse fato, são usadas fontes de corrente ideais para se representar os usuários do sistema.

A fim de se validar esta análise genérica através de comprovação numérica, passa-se ao estudo da equação (4.29) decompondo  $\dot{\mathbf{S}}^k$  nas injeções de potência ativa e reativa  $\mathbf{P}^k$  e  $\mathbf{Q}^k$ , cujas expressões são:

$$\mathbf{P}^k = (1 - \xi) \cdot \mathbf{P}_I^k + \xi \cdot \mathbf{P}_V^k \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (4.30)$$

$$\mathbf{Q}^k = (1 - \xi) \cdot \mathbf{Q}_I^k + \xi \cdot \mathbf{Q}_V^k \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (4.31)$$

As expressões de  $\mathbf{P}^k$  e  $\mathbf{Q}^k$ , além de dependerem das componentes de tensão para cada participante, dependem também do parâmetro  $\xi$ . Variando-se  $\xi$  de 0 a 1, a equação (4.30) conecta  $\mathbf{P}^k - \mathbf{P}_I^k = 0$  a  $\mathbf{P}^k - \mathbf{P}_V^k = 0$  e a equação (4.31) conecta  $\mathbf{Q}^k - \mathbf{Q}_I^k = 0$  a  $\mathbf{Q}^k - \mathbf{Q}_V^k = 0$ . Tomadas em conjunto, as equações (4.30) e (4.31) definem a função homotopia.

A fim de se poder acompanhar a trajetória dessas funções homotopia, pela variação de  $\xi$ , torna-se necessário descrever as equações de balanço de potência ativa e reativa para a alocação de potência feita de acordo com as injeções de corrente e de tensão por usuários, como a seguir apresentado.

#### **4.5 Representação das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa em Função do Vetor das Componentes de Magnitudes de Tensão**

Utilizando-se tanto a equação (4.18) quanto a equação (4.20), ou seja, tanto uma alocação de acordo com as injeções de correntes individuais quanto uma alocação de acordo com as tensões individuais, o vetor de potências injetadas de  $ntr$  usuários e Mercado *Pool*, supondo um Modelo *Pool*-Bilateral, é:

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{P} + j\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \dot{S}_1^1 \\ \vdots \\ \dot{S}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \dot{S}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \dot{S}_{nb}^{ntr} \\ \dot{S}_1^{pool} \\ \vdots \\ \dot{S}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Pg_1^1 - Pd_1^1 + jQg_1^1 - jQd_1^1 \\ \vdots \\ Pg_{nb}^1 - Pd_{nb}^1 + jQg_{nb}^1 - jQd_{nb}^1 \\ \vdots \\ Pg_1^{ntr} - Pd_1^{ntr} + jQg_1^{ntr} - jQd_1^{ntr} \\ \vdots \\ Pg_{nb}^{ntr} - Pd_{nb}^{ntr} + jQg_{nb}^{ntr} - jQd_{nb}^{ntr} \\ Pg_1^{pool} - Pd_1^{pool} + jQg_1^{pool} - jQd_1^{pool} \\ \vdots \\ Pg_{nb}^{pool} - Pd_{nb}^{pool} + jQg_{nb}^{pool} - jQd_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

sendo

$\dot{\mathbf{S}}$ : vetor de injeção de potência aparente englobando todos os participantes com dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$ ;

$\mathbf{P}$ : vetor de injeção de potência ativa englobando todos os participantes com dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$ ;

$\mathbf{Q}$ : vetor de injeção de potência reativa englobando todos os participantes com dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$ ;

Considerando a alocação das potências de acordo com as injeções de correntes individuais tem-se:

$$\dot{\mathbf{S}}_I = \begin{bmatrix} \dot{V}_1^{tot} & & & & & & \\ & \ddots & & & & & \\ & & \dot{V}_{nb}^{tot} & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \dot{V}_1^{tot} & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & \dot{V}_{nb}^{tot} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}^* \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{Y}}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1^1 \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \dot{V}_1^{pool} \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^{pool} \end{bmatrix}^* \quad (4.33)$$

E, considerando a alocação das potências de acordo com as tensões individuais tem-se:



$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{f}^{tot}) & & \\ & \ddots & \\ & & \text{diag}(\mathbf{f}^{tot}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G} \cdot \mathbf{e}^1 - \mathbf{B} \cdot \mathbf{f}^1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{G} \cdot \mathbf{e}^{pool} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{f}^{pool} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{e}^{tot}) & & \\ & \ddots & \\ & & \text{diag}(\mathbf{e}^{tot}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}^1 + \mathbf{G} \cdot \mathbf{f}^1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}^{pool} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{f}^{pool} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

onde

$$\mathbf{e}^{tot} = \begin{bmatrix} e_1^{tot} \\ \vdots \\ e_{nb}^{tot} \end{bmatrix} : \text{vetor de dimensão } (nb \times 1) \text{ contendo a parte real da tensão total;}$$

$$\mathbf{e}^k = \begin{bmatrix} e_1^k \\ \vdots \\ e_{nb}^k \end{bmatrix} : \text{vetor de dimensão } (nb \times 1) \text{ contendo a parte real da tensão referente ao usuário } k;$$

$$\mathbf{f}^{tot} = \begin{bmatrix} f_1^{tot} \\ \vdots \\ f_{nb}^{tot} \end{bmatrix} : \text{vetor de dimensão } (nb \times 1) \text{ contendo a parte imaginária da tensão total;}$$

$$\mathbf{f}^k = \begin{bmatrix} f_1^k \\ \vdots \\ f_{nb}^k \end{bmatrix} : \text{vetor de dimensão } (nb \times 1) \text{ contendo a parte imaginária da tensão referente ao}$$

usuário  $k$ ;

$\mathbf{G}$ : parte real de  $\dot{\mathbf{Y}}$ , ou seja, matriz de condutância de barra com dimensão  $(nb \times nb)$ ;

$\mathbf{B}$ : parte imaginária de  $\dot{\mathbf{Y}}$ , ou seja, matriz de susceptância de barra com dimensão  $(nb \times nb)$ ;

$\mathbf{P} = \mathbf{Pg} - \mathbf{Pd}$  ;

$\mathbf{Q} = \mathbf{Qg} - \mathbf{Qd}$  ;

sendo

$\mathbf{Pg}$ : vetor de potência de geração ativa de todo conjunto de participantes com dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$ ;

$\mathbf{Pd}$ : vetor de potência de carga ativa de todo conjunto de participantes com dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$ ;

$\mathbf{Qg}$ : vetor de potência de geração reativa de todo conjunto de participantes com dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$ ;

$\mathbf{Qd}$ : vetor de potência de carga reativa de todo conjunto de participantes com dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$ .



ou seja,

$\Gamma$ : matriz nula de dimensão  $[nb \times nb(ntr+1)]$  composta por  $(ntr+1)$  diagonais de valores unitários;

$\mathbf{N}$  : matriz nula de dimensão  $[nb \times nb(ntr+1)]$ ;

$\Gamma_e$ : matriz composta pela justaposição da matriz  $\Gamma$  e da matriz  $\mathbf{N}$  de modo que o vetor formado pelas partes reais das tensões totais das barras,  $\mathbf{e}^{tot}$ , possa ser escrito por:

$$\mathbf{e}^{tot} = \Gamma_e \cdot \mathbf{x} \quad (4.43)$$

$\Gamma_f$ : matriz composta pela justaposição da matriz  $\Gamma$  e da matriz de  $\mathbf{N}$  de modo que o vetor formado pelas partes imaginárias das tensões totais das barras,  $\mathbf{f}^{tot}$ , possa ser escrito por:

$$\mathbf{f}^{tot} = \Gamma_f \cdot \mathbf{x} \quad (4.44)$$

Ainda para que se possam equacionar convenientemente as equações (4.37) e (4.38) é preciso definir as seguintes matrizes:

$$\mathcal{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{G} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$$\mathcal{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

onde

$\mathcal{G}$ : matriz formada por  $ntr+1$  matrizes  $\mathbf{G}$  dispostas diagonalmente com dimensão  $[nb(ntr+1) \times nb(ntr+1)]$ ;

$\mathcal{B}$ : matriz formada por  $ntr+1$  matrizes  $\mathbf{B}$  dispostas diagonalmente com dimensão  $[nb(ntr+1) \times nb(ntr+1)]$ .

Utilizando-se as matrizes descritas anteriormente, podem-se representar as equações (4.37) e (4.38) em função das variáveis  $\mathbf{Pg}$ ,  $\mathbf{Qg}$  e  $\mathbf{x}$ .

Equações de balanço de potência ativa:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \{ \text{diag}(\Gamma_e \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{G} & -\mathcal{B} \end{bmatrix} + \text{diag}(\Gamma_f \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{B} & \mathcal{G} \end{bmatrix} \} \cdot \mathbf{x} \quad (4.47)$$

Equações de balanço de potência reativa:

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \{ \text{diag}(\Gamma_f \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{G} & -\mathcal{B} \end{bmatrix} + \text{diag}(\Gamma_e \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathcal{B} & \mathcal{G} \end{bmatrix} \} \cdot \mathbf{x} \quad (4.48)$$

As equações (4.37) e (4.38) são equivalentes às equações (4.47) e (4.48), as quais podem ser representadas simplesmente como:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (4.49)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (4.50)$$

Na seqüência, trabalha-se com o segundo modelo de alocação de potência, ou seja, alocação de acordo com as tensões individuais. Para tanto, semelhantes manipulações realizadas para o modelo de alocação por injeção de corrente individual são realizadas na equação (4.34), obtendo-se:

Equações de balanço de potência ativa:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \{diag(\Gamma_e \cdot \mathbf{x}) \cdot [\mathcal{G} \quad -\mathcal{B}] + diag(\Gamma_f \cdot \mathbf{x}) \cdot [\mathcal{B} \quad \mathcal{G}]\} \cdot \begin{bmatrix} \Gamma_e \cdot \mathbf{x} \\ \Gamma_f \cdot \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Equações de balanço de potência reativa:

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \{diag(\Gamma_f \cdot \mathbf{x}) \cdot [\mathcal{G} \quad -\mathcal{B}] - diag(\Gamma_e \cdot \mathbf{x}) \cdot [\mathcal{B} \quad \mathcal{G}]\} \cdot \begin{bmatrix} \Gamma_e \cdot \mathbf{x} \\ \Gamma_f \cdot \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

As equações (4.51) e (4.52) podem ser representadas simplesmente como:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (4.53)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (4.54)$$

#### 4.6 Representação Alternativa das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa

Nesta seção, supõe-se inicialmente que não existam *taps* de transformadores de tensão variáveis ou transformadores defasadores na rede elétrica. Posteriormente, as expressões obtidas serão generalizadas para contemplar os casos em que tais dispositivos estão presentes.

Como o vetor das tensões é representado na forma retangular, é possível reescrever as equações (4.49) e (4.50), que se relacionam à alocação de potência segundo as injeções de corrente por usuário, e as equações (4.53) e (4.54), que se relacionam à alocação de potência segundo as tensões, numa forma quadrática semelhante àquela que representa o conjunto de equações algébricas não-lineares do fluxo de carga em coordenadas retangulares, como apresentado em (JARGIS, 1977).

Como deduzido no Apêndice B, as equações de balanço de potência ativa  $\mathbf{P}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$  e reativa  $\mathbf{Q}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$  para a barra  $i$  e usuário  $k$  podem ser escritas conforme as equações (B.9) e (B.32) e re-escritas como:

$$P_i^k = (\mathbf{x}^k)^T \mathbf{Jp}_i \mathbf{x}^k + \left( \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{ntr+1} \mathbf{e}_i^l \right) \mathbf{a}_i^T \mathbf{x}^k + \left( \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{ntr+1} \mathbf{f}_i^l \right) \mathbf{b}_i^T \mathbf{x}^k \quad (4.55)$$

$$Q_i^k = (\mathbf{x}^k)^T \mathbf{Jq}_i \mathbf{x}^k + \left( \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{ntr+1} \mathbf{e}_i^l \right) \mathbf{b}_i^T \mathbf{x}^k + \left( \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{ntr+1} \mathbf{f}_i^l \right) \mathbf{a}_i^T \mathbf{x}^k \quad (4.56)$$

onde

$$\mathbf{x}^k = \left[ (\mathbf{e}^k)^T \quad (\mathbf{f}^k)^T \right]^T;$$

$$\mathbf{e}^k = [e_1^k \quad \dots \quad e_{nb}^k]^T;$$

$$\mathbf{f}^k = [f_1^k \quad \dots \quad f_{nb}^k]^T;$$

$$\mathbf{a}_i^T = [G_{i1} \quad \dots \quad G_{inb} \quad -B_{i1} \quad \dots \quad -B_{inb}];$$

$$\mathbf{b}_i^T = [B_{i1} \quad \dots \quad B_{inb} \quad G_{i1} \quad \dots \quad G_{inb}].$$

$G_{ij}$  e  $B_{ij}$  são as componentes das matrizes  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{B}$ , respectivamente;

$\mathbf{Jp}_i$  e  $\mathbf{Jq}_i$  são matrizes reais de dimensão  $(2nb \times 2nb)$ , constantes, simétricas e definidas unicamente para cada barra  $i$ , como apresentado no Apêndice B.

O primeiro termo tanto da equação (4.55) quanto da equação (4.56) depende unicamente das componentes de tensão associadas ao participante  $k$  e corresponde às equações de balanço de potência de um fluxo de carga caso  $k$  fosse o único usuário injetando potência no sistema. Os outros termos destas equações representam a influência dos outros usuários sobre o participante  $k$ . Portanto, quando os participantes não estão separados em circuitos individuais, o que corresponde à formulação clássica de um fluxo de carga, as equações (4.55) e (4.56) se reduzem apenas aos seus primeiros termos, onde  $\mathbf{x}^k$  se torna o vetor das componentes reais e imaginárias da tensão total. Estas mesmas considerações podem se feitas para as equações de balanço de potência ativa  $\mathbf{P}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$  e reativa  $\mathbf{Q}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$ .

Conforme descrito no Apêndice B, as equações de balanço de potência ativa e reativa (4.47) e (4.48) podem ser re-escritas como:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}_1(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{Pg}_1^1 - \mathbf{Pd}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Pg}_{nb}^1 - \mathbf{Pd}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Pg}_1^{ntr} - \mathbf{Pd}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{Pg}_{nb}^{ntr} - \mathbf{Pd}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{Pg}_1^{pool} - \mathbf{Pd}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{Pg}_{nb}^{pool} - \mathbf{Pd}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \mathbf{Hp}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hp}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hp}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hp}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hp}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hp}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (4.57)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}_1(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{Qg}_1^1 - \mathbf{Qd}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^1 - \mathbf{Qd}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_1^{ntr} - \mathbf{Qd}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^{ntr} - \mathbf{Qd}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{Qg}_1^{pool} - \mathbf{Qd}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^{pool} - \mathbf{Qd}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (4.58)$$

onde  $\mathbf{Hp}_i^{nb}$  e  $\mathbf{Hq}_i^{nb}$  são matrizes simétricas, constantes, reais e definidas unicamente pelo tipo de injeção, tipo de usuário e pela estrutura da rede elétrica.

Da mesma forma, como deduzido no Apêndice B, as equações de balanço de potência ativa e reativa (4.51) e (4.52) também podem ser re-escritas como:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}_v(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{Pg}_1^1 - \mathbf{Pd}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Pg}_{nb}^1 - \mathbf{Pd}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Pg}_1^{ntr} - \mathbf{Pd}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{Pg}_{nb}^{ntr} - \mathbf{Pd}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{Pg}_1^{pool} - \mathbf{Pd}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{Pg}_{nb}^{pool} - \mathbf{Pd}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (4.59)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}_v(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{Qg}_1^1 - \mathbf{Qd}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^1 - \mathbf{Qd}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_1^{ntr} - \mathbf{Qd}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^{ntr} - \mathbf{Qd}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{Qg}_1^{pool} - \mathbf{Qd}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^{pool} - \mathbf{Qd}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{Hq}}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{Hq}}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{Hq}}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{Hq}}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{Hq}}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{Hq}}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (4.60)$$

onde  $\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^{nb}$  e  $\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_i^{nb}$  são matrizes simétricas, constantes, reais e definidas unicamente pelo tipo de injeção, tipo de usuário e pela estrutura da rede elétrica.

Esta representação não foi implementada computacionalmente, pois a mesma requer muita memória pela utilização de número expressivo de matrizes de grande dimensão. No entanto, como as equações de balanço de potência referente ao modelo em estudo são passíveis de serem representadas na forma quadrática, estudos já realizados sobre a região de factibilidade do problema de fluxo de carga convencional (JARGIS, 1980) podem ser estendidos a este modelo, onde usuários são representados explicitamente. Esta representação possui também a propriedade de ser compacta, o que facilita derivações analíticas feitas nos apêndices e capítulos posteriores.

Deve-se ressaltar que (4.57)-(4.60) são funções quadráticas somente nos sistemas onde não existem transformadores de tensão e /ou defasadores variáveis.

Em sistema onde existem transformadores de tensão com *taps* variáveis,  $\mathbf{H}\mathbf{p}_i^k$ ,  $\mathbf{H}\mathbf{q}_i^k$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k$  e  $\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_i^k$  se mantêm simétricas, porém se tornam variáveis. Caso existam também defasadores no sistema, essas matrizes deixam de ser simétricas.

#### 4.7 Representação da Função Homotopia

A partir do estabelecimento das equações de balanço de potência ativa e reativa (descritos na seção anterior) tanto para alocação de acordo com a injeção de corrente quanto por tensão por usuário, é possível reescrever as equações (4.30) e (4.31) como:

$$\mathbf{P} = (1 - \xi) \cdot \mathbf{P}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} + \xi \cdot \mathbf{P}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (4.61)$$

$$\mathbf{Q} = (1 - \xi) \cdot \mathbf{Q}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} + \xi \cdot \mathbf{Q}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (4.62)$$

A resolução das equações (4.61) e (4.62) para diferentes valores de  $\xi$ , partindo de  $\xi = 0$  e finalizando para  $\xi = 1$ , define “trajetórias de solução”, cada trajetória formada por uma componente do vetor  $x$ . A cada valor de  $\xi$  corresponde uma determinada solução para essas equações, ou seja, corresponde uma injeção de corrente e uma tensão específica para cada usuário.

Deve-se observar que, quando se varia  $\xi$  de 0 a 1, as tensões totais nas barras e correntes das linhas, bem como as injeções de potência totais nas barras da rede elétrica se mantêm constantes, pois a soma das expressões  $\mathbf{P}^k$  e  $\mathbf{Q}^k$ , para  $k = 1, \dots, ntr+1$ , fornece os vetores de injeção de potência ativa e reativa nas barras do sistema  $\mathbf{P}^{tot}$  e  $\mathbf{Q}^{tot}$ . Mas, uma vez que diferentes valores de  $\xi$  implicam diferentes alocações de correntes e tensões para os usuários da rede elétrica, a variação do parâmetro leva também a diferentes alocações de fluxos de linhas, diferentes alocações de perdas de transmissão, de compensação de reativos, etc. Assim sendo, a questão que se coloca é para qual valor de  $\xi$  obtém-se a melhor alocação de potência e conseqüentemente as melhores alocações de correntes, tensões, fluxos pelas linhas e perdas.

Para se responder a esta questão, a função homotopia representada nas equações (4.61) e (4.62) é resolvida para diferentes valores de  $\xi$ , sendo para tanto formulado um Fluxo de Carga equacionado a partir das equações (4.49)-(4.50) e (4.53)-(4.54), o qual passa a ser chamado de Fluxo de Carga Multi-Usuários Parametrizado.

Assim, a resolução do problema de Fluxo de Carga Multi-Usuários Parametrizado para diferentes valores de  $\xi$  é equivalente a acompanhar as trajetórias criadas pelas soluções da função homotopia,  $\mathbf{x}(\xi)$ . O acompanhamento dessas trajetórias é feito utilizando-se o método da homotopia ou método da continuação, a ser apresentado na próxima seção.

#### **4.8 Modelagem e Resolução do Problema de Fluxo de Carga Multi-Usuários Parametrizado**

As equações de balanço de potência apresentadas na seção 4.5 podem ser utilizadas para a resolução de um Fluxo de Carga Multi-Usuários (FC), o qual além de fornecer valores de tensão e potência totais de um fluxo de carga convencional, fornece as tensões das barras por usuários, possibilitando estudos das influências dos mesmos no sistema como um todo.

Para solução de um sistema  $nb$  barras e  $ntr+1$  usuários, definem-se três tipos de barras que são:  $ng$  barras de geração PV,  $nd$  barras de carga PQ e uma barra de referência REF. Para cada tipo de barra, os dados são estabelecidos da seguinte forma:

- i) nas barras PQ conhece-se  $Pd_i^k$ ,  $Qd_i^k$ ,  $Pg_i^k$  e  $Qg_i^k$  para  $k=1, \dots, ntr+1$  e  $i=1, \dots, nd$ ;

- ii) nas barras PV conhece-se  $Pg_i^k, Pd_i^k, Qd_i^k$   $k=1, \dots, ntr+1$ , módulo de tensão ao quadrado  $|\dot{V}_i^{tot}|^2$  e  $Qg_i^k$   $k=1, \dots, ntr$  e  $i=1, \dots, ng$ , ou seja, um dos usuários conectados à barra  $i$  fica livre para realizar o controle de tensão na barra;
- iii) na barra REF conhece-se  $e_{ref}^{tot}$  e  $f_{ref}^{tot} = 0$ .

As incógnitas para este problema assim equacionado são:

- i) vetor  $\mathbf{x}$  com  $[2 \cdot nb \cdot (ntr + 1)]$  incógnitas;
- ii)  $Pg_{ref}^m$  e  $Qg_{ref}^m$ , onde  $m$  é um usuário previamente selecionado (2 incógnitas) e
- iii)  $Qg_i^r$ , para  $i = 1, \dots, ng$  e  $r$  um usuário previamente selecionado ( $ng$  incógnitas), ou seja, para cada barra PV, escolhe-se um participante  $r$  cujo valor de reativo deve ser calculado.

Assim, o número total de incógnitas  $ni$  é:

$$ni = 2 \cdot nb \cdot (ntr + 1) + 2 + ng \quad (4.63)$$

As equações que formam o sistema de equações são:

- i)  $[nb(ntr+1)]-1$  equações de balanço de potência ativa;
- ii)  $[nb(ntr+1)]-ng$  equações de balanço de potência reativa;
- iii) 1 equação que especifica como zero o ângulo da barra de referência:

$$f_{ref}^1 + \dots + f_{ref}^{ntr} + f_{ref}^{pool} = 0 \quad (4.64)$$

- iv)  $ng$  equações que fixam o módulo de tensão das barras PV.

Assim, o número total de equações  $neq$  é:

$$neq = 2 \cdot nb \cdot (ntr + 1) \quad (4.65)$$

Este problema de fluxo de carga multi-usuário é resolvido pelo Método de Newton Raphson. Numa primeira etapa, com as  $neq$  equações descritas, calcula-se vetor  $\mathbf{x}$  (de dimensão  $[2 \cdot nb \cdot (ntr + 1) \times 1]$ ) e a partir do mesmo obtêm-se os valores de  $Qg_i^r$ , iterativamente, através do Método de Newton. Numa segunda etapa, ou seja, conhecido o vetor  $\mathbf{x}$  e  $Qg_i^r$ , calculam-se os valores de  $Pg_{ref}^m$  e  $Qg_{ref}^m$

A fim de se contabilizar as diferentes representações para os participantes da rede elétrica, resolve-se o problema de fluxo de carga multi-usuário na etapa de correção do método da continuação usado para acompanhar as trajetórias das soluções da função homotopia definidas pelas seguintes equações:

$$(1 - \xi) \cdot \mathbf{P}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} + \xi \cdot \mathbf{P}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} - \mathbf{P}_g + \mathbf{P}_d = 0 \quad (4.66)$$

$$(1 - \xi) \cdot \mathbf{Q}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} + \xi \cdot \mathbf{Q}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} - \mathbf{Q}_g + \mathbf{Q}_d = 0 \quad (4.67)$$

O processo pode ser resumido da seguinte forma: partindo de  $\xi = 0$ , obtém-se o vetor  $\mathbf{x}(0)$  correspondente à alocação de potência segundo as injeções de correntes dos usuários. Posteriormente,  $\xi$  é incrementado em  $\Delta\xi$  até  $\xi = 1$ , obtendo-se para cada incremento a solução do FC, ou seja,  $\mathbf{x}(\xi)$ . Para  $\xi < 1$ ,  $\mathbf{x}(\xi)$  corresponde à representação dos usuários do sistema por fontes controladas de corrente ou tensão que dependem do  $\xi$ . Ao final, para  $\xi = 1$ ,  $\mathbf{x}(1)$  fornece as tensões e correntes injetadas pelos usuários quando esses são representados por fontes de tensão ideais e que correspondem à alocação de potência segundo as tensões dos usuários.

Os resultados obtidos pela consideração de diversas formas de alocação de potência ( $0 \leq \xi \leq 1$ ), comprovam que, apesar dos valores de  $P_{g_{ref}}^k$ ,  $Q_{g_{ref}}^k$ ,  $Q_{g_i}^k$  e  $\dot{V}_i^{total}$  convergirem para valores idênticos, seja qual for o valor de  $\xi$ , o vetor  $\mathbf{x}$  converge para valores diferentes.

Assim, cabe na próxima seção, um estudo a respeito dos resultados obtidos para  $\mathbf{x}$  com o intuito de interpretá-los e escolher a melhor forma de se alocar potência entre usuários.

#### 4.9 Exemplo de Aplicação

Os resultados de cada um dos diferentes modelos que podem representar os participantes de um sistema elétrico, são obtidos pela função homotopia, descrita na seção 4.7. Para análise e interpretação destes resultados, utiliza-se um pequeno sistema de 2 barras apresentado na Figura 4.8, cujos dados encontram-se no Apêndice D.

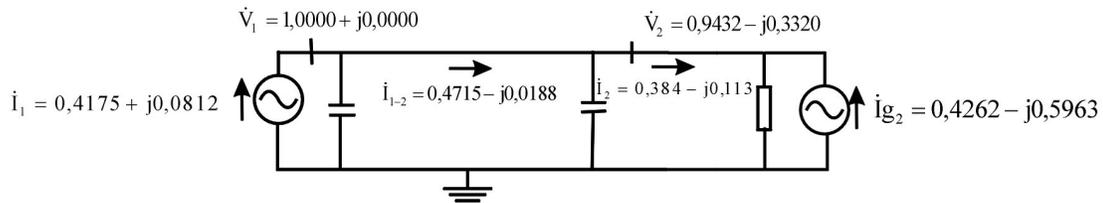


Figura 4.8: Sistema de 2 Barras

Para este sistema, consideram-se duas transações bilaterais: a primeira da barra 1 para barra 2 e segunda da barra 2 para barra 1.

A Tabela 4.1 apresenta os valores das cargas e geração de cada transação. Os valores das cargas são definidos pelos usuários e os valores das gerações são obtidos pelo FC e permanecem os

mesmos para  $0 \leq \xi \leq 1$ . A Figura 4.8 apresenta, ainda, os valores totais de tensão nas barras e os valores de correntes injetadas na barras e circulante na linha (1-2). Os valores de correntes circulantes pelos componentes *shunt* das linhas e pela carga não são apresentados, com o intuito de se simplificar a representação da figura. O mesmo é adotado nas figuras subseqüentes a serem apresentadas.

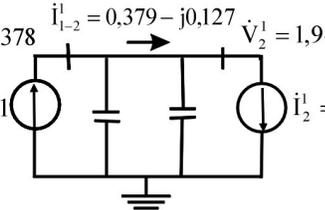
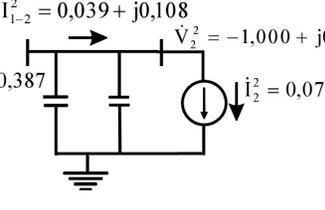
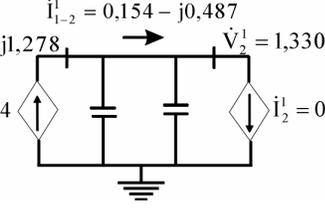
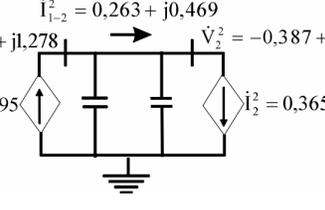
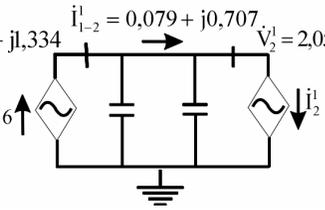
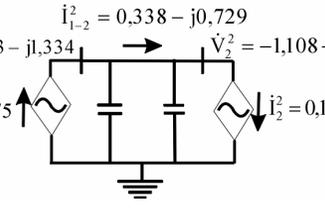
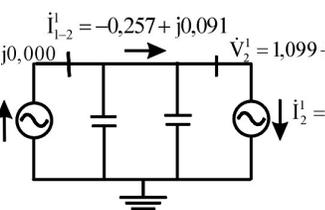
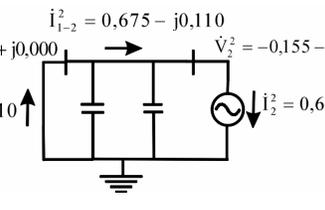
Tabela 4.1 Resultado de Fluxo de Carga por Transação para Sistema de 2 Barras

Transação	Pd [pu]	Pg [pu]	Qd [pu]	Qg [pu]
1-2	0,4000	0,4175	0,2000	-0,0812
2-2	0,6000	0,6000	0,2000	0,4209

A Tabela 4.2 apresenta os valores de tensões, de corrente circulante pela linha (1-2) e de correntes injetadas por transação e por tipo de alocação. Os resultados apresentados são os obtidos para  $\xi=0$ , ou seja, representação das transações por fontes de corrente ideais, o que implica uma alocação de potência de acordo com as injeções de corrente por transação;  $\xi=1$ , ou seja, representação das transações por fontes de tensões ideais, o que implica uma alocação de potência de acordo com as tensões por transação, e; para  $\xi=0,4$  e  $\xi=0,6$ , que corresponde à representação por combinações de fontes ideais de corrente e tensão em paralelo.

Ainda quanto à Tabela 4.2, por uma questão de simplicidade, todas as fontes conectadas em ambas as barras, para cada variação de  $\xi$  são substituídas por fontes equivalentes. Por exemplo, para transação (2,2) e  $\xi=0$ , as duas fontes de correntes ideais, relacionadas à geração e carga desta transação são substituídas por apenas uma fonte de corrente ideal equivalente. Para  $\xi=0,4$ , as fontes de corrente e tensão ideais são substituídas por fontes controladas de correntes ideais equivalentes, já que a proporção da mesma é maior, para esse caso, do que a de tensão, e assim por diante.

Tabela 4.2 Resultados de Diferentes Representações de Transações de Potência

Transação (1,2)	Transação (2,2)
$\dot{\mathbf{S}}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (\xi=0)$	
$\dot{V}_1^1 = 2,083 - j0,378$ $\dot{V}_2^1 = 1,943 - j0,678$ $\dot{i}_1^1 = 0,417 + j0,081$ $\dot{i}_{1-2}^1 = 0,379 - j0,127$ $\dot{i}_2^1 = 0,310 - j0,321$ 	$\dot{V}_1^2 = -1,083 + j0,387$ $\dot{V}_2^2 = -1,000 + j0,345$ $\dot{i}_1^2 = 0,073 + j0,208$ $\dot{i}_{1-2}^2 = 0,039 + j0,108$ 
$0,6 \cdot \dot{\mathbf{S}}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} + 0,4 \cdot \dot{\mathbf{S}}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (\xi=0,4)$	
$\dot{V}_1^1 = 1,736 - j1,278$ $\dot{V}_2^1 = 1,330 - j1,352$ $\dot{i}_1^1 = 0,281 - j0,314$ $\dot{i}_{1-2}^1 = 0,154 - j0,487$ $\dot{i}_2^1 = 0,018 - j0,621$ 	$\dot{V}_1^2 = -0,736 + j1,278$ $\dot{V}_2^2 = -0,387 + j1,020$ $\dot{i}_1^2 = 0,135 + j0,395$ $\dot{i}_{1-2}^2 = 0,263 + j0,469$ $\dot{i}_2^2 = 0,365 + j0,507$ 
$0,4 \cdot \dot{\mathbf{S}}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} + 0,6 \cdot \dot{\mathbf{S}}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (\xi=0,6)$	
$\dot{V}_1^1 = 1,493 + j1,334$ $\dot{V}_2^1 = 2,051 + j1,200$ $\dot{i}_1^1 = -0,054 + j0,856$ $\dot{i}_{1-2}^1 = 0,079 + j0,707$ $\dot{i}_2^1 = 0,199 + j0,502$ 	$\dot{V}_1^2 = -0,493 - j1,334$ $\dot{V}_2^2 = -1,108 - j1,532$ $\dot{i}_1^2 = 0,471 - j0,775$ $\dot{i}_{1-2}^2 = 0,338 - j0,729$ $\dot{i}_2^2 = 0,185 - j0,615$ 
$\dot{\mathbf{S}}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (\xi=1,0)$	
$\dot{V}_1^1 = 1,000 + j0,000$ $\dot{V}_2^1 = 1,099 + j0,197$ $\dot{i}_1^1 = -0,257 + j0,191$ $\dot{i}_{1-2}^1 = -0,257 + j0,091$ $\dot{i}_2^1 = -0,238 - j0,018$ 	$\dot{V}_1^2 = 0,000 + j0,000$ $\dot{V}_2^2 = -0,155 - j0,529$ $\dot{i}_1^2 = 0,675 - j0,110$ $\dot{i}_{1-2}^2 = 0,675 - j0,110$ $\dot{i}_2^2 = 0,622 - j0,094$ 

Segundo a Tabela 4.2, em relação aos valores de tensão e correntes obtidos por transação e por tipo de alocação, pode-se fazer as seguintes considerações:

- i) ao se utilizar a alocação de potência de acordo com as injeções de corrente por transação ( $\xi=0$ ), pode-se verificar, comparando-se o valor de corrente total

circulante pela linha (1-2) (Figura 4.12) e o valor de corrente circulante alocada para a transação (1-2) (Tabela 4.2), que estes valores são compatíveis e que esta divisão por corrente respeita as correntes injetadas por barra;

- ii) já a alocação de potência por tensão, apresenta resultados absurdos para valores de correntes injetadas pelas transações, o que é compreensível já que todas as barras com geração e carga não coincidentes com barras de uma determinada transação  $k$  são curto-circuitadas, levando à modificação do circuito equivalente para a transação  $k$ ;
- iii) para as situações em que  $\xi > 0$ , apesar do gerador 1 estar sozinho na barra 1 e de participar apenas da transação 1, a corrente a ele alocada não é a corrente que ele injeta. Embora este fato seja coerente com a teoria de circuitos e com a alocação proposta, significa que parte da potência injetada na barra 1 não é devida ao gerador 1. Ou seja, para qualquer valor de  $\xi$ , no circuito que representa o usuário  $k$ , há injeções de correntes dos outros usuários além daquele que está sendo individualizado. Este comportamento descaracteriza a representatividade do usuário  $k$ , pela “contaminação” das injeções dos demais. Quando os valores de  $\xi$  são pequenos podem-se encontrar valores de injeções de corrente “razoáveis” aos valores que se esperam dos mesmos, no entanto, à medida que as fontes de tensão ficam preponderantes, esses valores de corrente se tornam completamente diferentes do esperado, inclusive com inversão nos sentidos de circulação dos mesmos. Neste caso, uma questão que se pode levantar, ainda, é a de como fazer o pagamento pela potência gerada na barra 1, por exemplo, já que parte dessa potência tem contribuição do gerador 2.
- iv) cada uma das alocações apresentam os mesmos resultados finais de perfil de tensão, no entanto os valores de  $\mathbf{e}^k$  e  $\mathbf{f}^k$  são diferentes, os quais estão justificados pelas considerações já colocadas anteriormente, ou seja, já que as injeções de corrente são diferentes para cada  $\xi$ , é natural que se obtenham diferentes tensões alocadas, considerando que o perfil de tensão total não se modifica.

As considerações acima confirmam que os valores intermediários de  $\xi$  devem ser descartados, pois os mesmos não caracterizam uma individualização por usuário. Deste modo, a análise passa a se concentrar nos valores inicial e final de  $\xi$ , com uma expectativa, como já analisado na seção 4.4, de que  $\xi = 0$ , ou seja, a representação por fontes ideais de corrente, apresente melhores resultados, pois esta modelagem implica na influência das injeções de corrente

apenas do usuário em questão. Esta consideração não se aplica completamente para  $\xi = 1$ , pois para a representação de um usuário  $k$  modifica-se a impedância equivalente do circuito individualizado ao se curto-circuitar as fontes dos demais usuários.

Na seqüência, os resultados das alocações para  $\xi = 0$  e  $\xi = 1$  são comparados com resultados de outras metodologias apresentadas na literatura, os quais reafirmam a primazia da alocação de potência por injeção de corrente.

#### 4.10 Análise dos Resultados para Representações por Fontes de Tensão e Corrente Ideais

Independentemente da representação dos usuários, ou seja, seja qual for o tipo de fonte ou combinação de fontes utilizadas para representá-los ou, em termos matemáticos, o tipo de associação utilizada para se calcular as potências por usuários, o resultado do Fluxo de Carga Multi-Usuários fornece sempre o mesmo estado final da rede, isto é, a tensão total nas barras é sempre igual, seja qual for o valor de  $\xi$ .

No entanto, segundo o exemplo de 2 barras apresentado na Tabela 4.2, os valores de injeções de corrente e tensão por usuário ( $\dot{\mathbf{I}}^k$  e  $\dot{\mathbf{V}}^k$ ) diferem segundo o tipo de representação utilizada. Já que os fluxos nas linhas, perdas de transmissão e injeções de reativo alocados a  $k$  dependem dos valores de  $\dot{\mathbf{I}}^k$  e  $\dot{\mathbf{V}}^k$ , tais quantidades sofrem também a influência de  $\xi$ .

A fim de validar a alocação de potência com base nas injeções individuais de corrente, foi feito um estudo comparativo com outros métodos de alocação utilizados na literatura, tais como, os intitulados neste trabalho por Método de Zobian e Ilic e Método Incremental.

##### 4.10.1 Descrição do Método de Zobian e Ilic

Em (ZOBIAN E ILIC, 1997) é feito um estudo semelhante de decomposição das componentes próprias e cruzadas aplicadas para o fluxo de carga, onde se supõe que, uma vez conhecida a injeção total de corrente de um sistema, conhecem-se as injeções devidas a cada um dos usuários:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_1^{total} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{I}}_{nb}^{total} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_1^l \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{I}}_{nb}^l \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{I}}_{nb}^{ntr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_1^{pool} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{I}}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

A partir de cada uma das injeções por usuário é possível calcular os valores de tensão por usuário, aplicando-se a Teoria de Circuitos:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}^k \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^k \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{Z}} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_l^k \\ \vdots \\ \dot{I}_{nb}^k \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

onde

$\dot{\mathbf{Z}}$ : matriz de admitância de barra com dimensão  $(nb \times nb)$ .

Através dos valores de tensão por participantes, obtidos pela equação (4.70), podem-se calcular os valores de fluxos por usuário, assim como os valores de injeção de potência por usuário.

ZOBIAN e ILIC (1997) consideram que as injeções de corrente de um usuário são aquelas correspondentes às potências injetadas por esse usuário na condição final de operação do sistema, definida quando todos os participantes estão acoplados à rede. Esta suposição equivale à alocação de potência de acordo com injeção de corrente como apresentado em  $\mathbf{P}_1(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$ .

Assim, como o Método de Zobian e Ilic também fornece os valores de tensão por usuários, os mesmos são utilizados para comparar com os obtidos pelas alocações segundo as injeções de corrente e segundo as tensões. Para tanto, utiliza-se um sistema de 5 barras, representado na Figura 4.9 e cujos dados encontram-se no Apêndice D. Este sistema possui uma transação bilateral da barra 1 para a barra 2 cujo valor é de  $0,5+j0,0$  pu e uma transação multilateral da barra 3 para as barras 4 e 5, cujas cargas são de  $0,2+j0,0$  e  $0.5+j0,0$ , respectivamente.

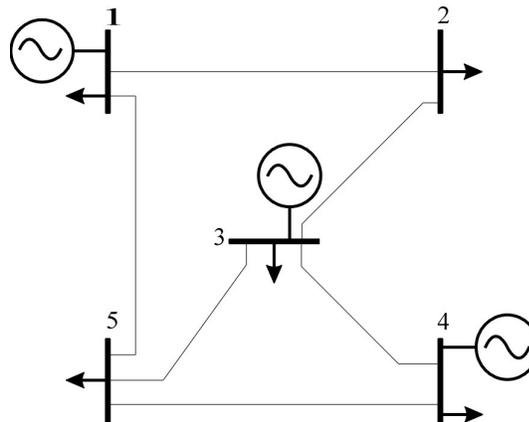


Figura 4.9: Sistema de 5 barras

Os valores finais de tensão e de geração ativa e reativa estão apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Resultado de Fluxo de Carga Multi-Usuário para Sistema de 5 Barras

Barra	ângulo[rad]	tensão[pu]	Pg [pu]	Qg[pu]
1	0,0000	0,9616	0,5068	-0,0171
2	-0,0350	0,9543	0	0
3	0,0080	0,9635	0,7070	-0,0170
4	-0,0533	0,9500	0	0
5	-0,0434	0,9518	0	0

Segundo ZOBIAN E ILIC (1997), a partir da injeção total de corrente (equação 4.69), pode-se obter as injeções de corrente por transação como indicado na Tabela 4.4 e a partir das mesmas os valores de tensão por transação (equação 4.70):

Tabela 4.4: Injeções de Corrente e Tensões Obtidas Através do Método de Zobian e Ilic

Injeção total	Injeção devido a trans. bil.	Injeção devido a trans. multil.	Tensão devido a trans. bil.	Injeção devido a trans. multil.
0,5270+j0,0178	0,5270+j0,0178	0	0,3765 - j0,0014	0,5851 + j0,0014
-0,5236+j0,0184	-0,5236+j0,0184	0	0,3610 - j0,0640	0,5927 + j0,0305
0,7336+j0,0236	0	0,7336+j0,0236	0,3670 - j0,0450	0,5965 + j0,0528
-0,2102+j0,0112	0	-0,2102+j0,0112	0,3710 - j0,0316	0,5777 - j0,0190
-0,5248+j0,0228	0	-0,5248+j0,0228	0,3729 - j0,0212	0,5779 - j0,0201

Os resultados obtidos para injeções de corrente, tensão total e por transação, utilizando o FC Multi-Usuários que aloca potência de acordo com as injeções de correntes individuais, estão apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Injeções de Corrente e Tensões Obtidas Através de FC Multi-Usuários Alocado

Segundo Injeção de Corrente por Transação

Injeção total	Injeção devido a trans. bil.	Injeção devido a trans. multil.	Tensão devido a trans. bil.	Injeção devido a trans. multil.
0,5270+j0,0178	0,5270+j0,0178	0	0,3765 - j0,0014	0,5851 + j0,0014
-0,5236+j0,0184	-0,5236+j0,0184	0	0,3610 - j0,0640	0,5927 + j0,0305
0,7336+j0,0236	0	0,7336+j0,0236	0,3670 - j0,0450	0,5965 + j0,0528
-0,2102+j0,0112	0	-0,2102+j0,0112	0,3710 - j0,0316	0,5777 - j0,0190
-0,5248+j0,0228	0	-0,5248+j0,0228	0,3729 - j0,0212	0,5779 - j0,0201

Comparando-se as Tabelas 4.4 e 4.5, verifica-se que os resultados são idênticos, ou seja, os valores obtidos pelo modelo de FC multi-usuários que utiliza a alocação por injeção de corrente é coerente com os resultados de um fluxo de carga convencional. O inconveniente do modelo proposto em (ZOBIAN E ILIC, 1997) é o de como obter as injeções de corrente por transação para situações onde várias transações contêm as mesmas barras, impossibilitando a separação exata das mesmas entre as transações.

Os resultados obtidos para injeções de corrente e tensão por transação, utilizando a alocação de potência de acordo com as tensões individuais estão apresentados na Tabela 4.6. Comparando-se as Tabelas 4.4 e 4.6, observa-se que os valores de injeção de corrente alocados para as transações são completamente diferentes dos valores obtidos por ZOBIAN E ILIC (1997).

Tabela 4.6: Injeções de Corrente e Tensões Obtidas Através de FC Multi-Usuários Alocado segundo Tensão por Transação

Injeção total	Injeção devido a trans. bil.	Injeção devido a trans. multil.	Tensão devido a trans. bil.	Injeção devido a trans. multil.
0,5270+j0,0178	1,688 – j7,741	-1,4417 + j7,1919	0,9616 – j0,0000	0,0000 + j0,0000
-0,5236+j0,0184	1,083 – j7,777	-1,8319 + j7,1961	0,9537 – j0,0334	0,0000 + j0,0000
0,7336+j0,0236	-1,058 + j7,988	2,2394 – j7,1752	0,0000 + j0,0000	0,9635 + j0,0077
-0,2102+j0,0112	-0,000 + j0,000	-0,2102 + j0,0112	0,0000 + j0,0000	0,9487 – j0,0506
-0,5248+j0,0228	-1,705 + j7,961	1,2456 – j7,1733	0,0000 + j0,0000	0,9509 – j0,0413

Estes resultados confirmam que a modelagem das equações de balanço de potência ativa e reativa segundo as equações (4.69) e (4.70) fornecem resultados coerentes.

#### 4.10.2 Descrição do Método Incremental

Outra maneira de se validar a representação das equações de balanço de potência multi-usuário utilizando-se a alocação de potência segundo as injeções de corrente, é a comparação de seus resultados com os de métodos que alocam fluxos e correntes entre transações usando ferramentas clássicas de auxílio à operação. Um exemplo desses é o proposto por BARAN, BANUNARAYANAN e GARREN (1999), o qual é aqui utilizado de uma forma mais simplificada. Primeiramente, obtém-se um caso base de fluxo de potência que inclui apenas o *pool*. A seguir, se houver apenas uma transação a ser analisada, a mesma é incluída e analisam-se os incrementos no novo fluxo advindos da inclusão da mesma. Se houver várias transações, as mesmas são adicionadas uma a uma ao caso base. Como já apresentado no capítulo III, as alocações por transações obtidas através deste tipo de metodologia modificam-se conforme a ordem com que as mesmas são inseridas no fluxo de carga. Assim, a fim de agregar estes efeitos, simulam-se diferentes ordens de carregamento e tira-se a média destes valores alocados para se obter um valor final que considere os diferentes efeitos na rede. Essa metodologia pode ser utilizada para alocação de corrente, fluxo ativo, suporte de reativo e perdas. No contexto do problema que se está abordando, a mesma foi utilizada para se alocar correntes nas linhas por transação, cujos resultados são comparados com os valores de corrente nas linhas obtidos pelo FC Multi-Usuários, utilizando as equações  $\mathbf{P}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$  e  $\mathbf{P}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$ .

Novamente, o sistema de 5 barras é utilizado com as mesmas duas transações bilateral e multilateral, já analisadas, e mais uma carga *pool* constituída por demanda de  $0,01+j0,0pu$  em todas as barras e suprida pela geração da barra 4.

Primeiramente executou-se um FC convencional considerando-se apenas a carga do *pool*, com obtenção das respectivas correntes circulantes pelas linhas do sistema. Na seqüência, adicionou-se a transação (1-2), executou-se novamente o FC e alocaram-se como correntes devidas à transação (1-2) os incrementos de corrente calculado em relação ao caso contendo apenas o *pool*. Repetiu-se o procedimento para a transação multilateral, ou seja, adicionou-se mais esta transação, calculando-se o incremento em relação ao caso que continha o *pool* mais a transação (1-2). Este procedimento foi repetido considerando-se uma inversão nos carregamentos das transações, calculando-se a média dos valores de correntes assim obtidos. A primeira coluna da Tabela 4.8 apresenta o resultado das correntes alocadas entre as transações e o *pool* por este método, aqui denominado de Incremental.

Para o mesmo caso, ou seja, considerando-se simultaneamente as duas transações mais o *pool*, executou-se o FC Multi-Usuários, utilizando-se alocação por corrente e por tensão. A partir dos valores de tensões por transações para cada modelo, calcularam-se os valores de corrente circulantes nas linhas por transação (Apêndice A), que estão apresentados na segunda e terceira colunas da Tabela 4.8.

Tabela 4.8: Resultados de Alocações de Corrente que Fluem pelas Linhas pelo Método Incremental e FC Multi-Usuários

Participante	Linhas (i-j)	Método Incremental	Método FC segundo $\hat{S}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$	Método FC segundo $\hat{S}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$
<b>Pool</b>	1 2	0,0008 + j0,0185	0,0034 + j0,0116	-0,553 + j0,2349
	2 3	-0,0096 - j0,0104	-0,0103 - j0,0064	0,0621 - j0,2674
	3 5	-0,0016 + j0,0021	-0,0012 + j0,0012	-0,0376 + j0,1597
	3 4	-0,0184 - j0,0317	-0,0214 - j0,0199	-1,3186 - j0,6643
	5 4	-0,0232 - j0,0404	-0,0271 - j0,0253	-1,7270 - j1,0188
	5 1	0,0112 + j0,0281	0,0143 + j0,0177	0,0717 - j0,3137
Trans. bil. (1-2)	1 2	0,3395 - j0,0045	0,3378 - j0,0023	0,2363 - j0,2185
	2 3	-0,1417 + j0,0151	-0,1408 + j0,0074	1,6574 - j7,6881
	3 5	-0,1035 - j0,0015	-0,1033 + j0,0025	-0,0000 + j0,0000
	3 4	-0,0383 + j0,0036	-0,0372 + j0,0021	-0,0000 + j0,0000
	5 4	0,0352 + j0,0060	0,0364 + j0,0012	-0,0000 + j0,0000
	5 1	-0,1373 - j0,0040	-0,1393 - j0,0009	-1,9713 + j8,0125
Trans. mult. {3,4,5}	1 2	-0,1593 + j0,0024	-0,1601 + j0,0071	-0,0000 + j0,0000
	2 3	-0,1572 - j0,0053	-0,1574 - j0,0016	-2,0281 + j7,9548
	3 5	0,3167 + j0,0021	0,3161 - j0,0010	0,2492 - j0,1570
	3 4	0,1936 + j0,0093	0,1954 - j0,0010	1,4554 + j0,6455
	5 4	-0,0058 + j0,0113	-0,0031 + j0,0010	1,7332 + j0,9957
	5 1	-0,1597 + j0,0028	-0,1608 + j0,0100	1,6138 - j7,6719

A Tabela 4.9 apresenta os erros percentuais do Método Incremental em relação aos obtidos pelo FC Multi-Usuários de acordo com as injeções de corrente, tanto para a parte ativa quanto para a parte reativa. Considerando apenas as duas transações, pode-se observar uma variação de aproximadamente  $\pm 10\%$  entre as correntes, com exceção da corrente circulante na linha 5-4, alocada para a transação multilateral, contudo, esse erro está relacionado à comparação de valores de correntes muito pequenos, mas que percentualmente pode parecer muito grande. Já as correntes alocadas para a *pool* apresentam uma variação maior, na ordem  $\pm 30\%$ . Isso é devido à falha do Método Incremental, que mantém o valor de corrente alocado ao *pool* (e às demais transações) constante ao longo do processo, sem considerar a interação que o mesmo sofre com as adições das transações. Já esta questão é atendida pelo FC Multi-Usuários, pois todos os participantes interagem simultaneamente no modelo.

Tabela 4.9: Erros Percentuais de Alocações de Corrente que Fluem pelas Linhas pelo Método Incremental e FC Multi-Usuários

Participante	Linhas (i-j)	Erro percentual da parte ativa	Erro percentual da parte reativa
<b><i>Pool</i></b>	1 2	-48.7271	-36.6959
	2 3	-12.5060	-31.0643
	3 5	-54.1667	20.8333
	3 4	-19.9796	-36.5610
	5 4	-20.1048	-36.9502
	5 1	-26.9902	-39.3198
Trans. bil. (1-2)	1 2	-0.4929	0.6479
	2 3	-0.9241	5.4202
	3 5	-0.0998	-3.8746
	3 4	-3.3085	3.8455
	5 4	2.9961	-13.2856
	5 1	1.4213	-2.2346
Trans. mult. {3,4,5}	1 2	0.6598	-2.9064
	2 3	0.1032	-2.3517
	3 5	-0.1867	-0.9813
	3 4	0.9737	-5.2663
	5 4	-174.5052	275.9661
	5 1	0.9588	-4.4180

No entanto, ainda que se considere o empirismo do Método Incremental, cujos resultados dependem também da ordem com que as transações são adicionadas e, como já comentado, não consideram a interação que as mesmas exercem quando simultaneamente consideradas como o método FC Multi-Usuários, pode-se considerar um resultado satisfatório, que valida os obtidos pelo FC Multi-Usuários alocado segundo as injeções de corrente.

Já, comparando-se os resultados obtidos pelo Método Incremental e FC Multi-Usuários com alocação de potência segundo as tensões, observam-se valores completamente diferentes. A falta de similaridade é facilmente entendida, pois, a representação de cada transação como fonte de tensão implica em curto-circuitar as barras que participam das demais transações, o que torna a rede elétrica associada ao participante diferente da rede original.

Semelhantemente ao que foi feito para alocação de correntes fluindo pelas linhas de transmissão, pode-se repetir o procedimento, verificando-se as tensões alocadas por transação. No Método incremental, estas tensões alocadas correspondem aos incrementos nas tensões provocadas pela introdução sequencial das transações, já para o FC Multi-Usuários, as tensões alocadas são obtidas pelo uso do TS, ou seja, são as tensões criadas em cada um dos circuitos que representam cada transação. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 4.10.

Tabela 4.10: Resultados de Alocações de Tensão pelo Método Incremental e FC Multi-Usuários

Participante	Barras	Método Incremental	Método FC segundo $\dot{S}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$	Método FC segundo $\dot{S}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$
<i>Pool</i>	1	0,9626	0,6095 – j0,1366	-0,0214 –j0,0000
	2	0,9632 – j0,0003	0,6099 –j0,1370	0,0204 –j0,0006
	3	0,9610 + j0,0015	0,6087 –j0,1351	-0,0152 –j0,0001
	4	0,9499 + j0,0108	0,6026 –j0,1257	-0,1276 +j0,4987
	5	0,9600 +j0,0021	0,6081 –j0,1345	0,0203 –j0,0007
Trans. bil. (1-2)	1	0.0483	0,1507 + j0,0610	1,0707 + j0,0000
	2	0.0332 - j0.0568	0,1357 +j0,0043	1,0214 –j0,0298
	3	0.0395 - j0.0393	0,1408 +j0,0218	0,0000 –j0,0000
	4	0.0439 - j0.0267	0,1444 +j0,0342	0,0000 +j0,0000
	5	0.0447 -j0.0175	0,1466 +j0,0434	0,0000 –j0,0000
Trans. mult. {3,4,5}	1	0.0383	0,2891 + j0,0756	0,0000 - j0,0000
	2	0.0454 +j0.0267j	0,2962 + j0,1022	0,0000 +j0,0000
	3	0.0495 +j0.0466j	0,3005 + j0,1221	1,0652 +j0,0089
	4	0.0362 - j0.0193j	0,2830 + j0,0564	1,1577 –j0,5338
	5	0.0331 -j0.0200j	0,2830 + j0,0557	1,0173 –j0,0347

Analisando-se a Tabela 4.10, percebe-se que não há nenhuma similaridade entre os resultados. Para a alocação de potência por tensão, justifica-se este resultado pela mesma razão já exposta no parágrafo anterior. Já para a alocação de potência por injeção de corrente, a falta de similaridade se dá pela consideração errônea de que a tensão criada pelo *pool* e pelas demais transações sequencialmente introduzidas se mantêm nos mesmos patamares a cada modificação. Esta consideração não é verdadeira, pois a cada modificação de carga, modificam-se as tensões totais das barras, as perdas que o *pool* gera para todo o sistema e a interação entre as transações.

No entanto, a pergunta que se faz é: por que esta mesma consideração não descaracteriza os resultados da Tabela 4.8? Essa pergunta pode ser respondida verificando-se as diferenças entre as tensões ao longo das linhas da rede fornecidas pelos dois métodos em questão, as quais definem os valores das correntes circulantes na rede. Esses resultados estão contidos na Tabela 4.11, sendo que a primeira coluna apresenta os valores das diferenças de tensões entre barras de cada uma das linhas da rede fornecidos pelo Método Incremental, enquanto que na segunda coluna estão apresentados os mesmos valores fornecidos pelo FC Multi-Usuários alocado por injeção de corrente.

Tabela 4.11: Diferenças de Tensão entre Barras das Linhas do Sistema de 5 barras Fornecidas pelo Método Incremental e FC Multi-Usuários

Participante	Linhas (i-j)	Método Incremental	Método FC segundo $\hat{S}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$
<i>Pool</i>	1 2	-0,0006 + j0,0003	-0,0004 + j0,0003
	2 3	0,0022 - j0,0018	0,0012 - j0,0019
	3 5	0,0010 - j0,0006	0,0006 - j0,0006
	3 4	0,0111 - j0,0093	0,0060 - j0,0094
	5 4	0,0101 - j0,0087	0,0055 - j0,0088
	5 1	-0,0026 + j0,0021	-0,0014 + j0,0022
Trans. bil. (1-2)	1 2	0.0151 + j0.0568	0,0150 + j0,0567
	2 3	-0.0063 - j0.0175	-0,0051 - j0,0175
	3 5	-0.0052 - j0.0219	-0,0058 - j0,0216
	3 4	-0.0044 - j0.0127	-0,0035 - j0,0123
	5 4	0.0008 + j0.0092	0,0022 + j0,0093
	5 1	-0.0037 - j0.0175	-0,0041 - j0,0176
Trans. mult. {3,4,5}	1 2	-0.0071 - j0.0267	-0,0071 - j0,0266
	2 3	-0.0041 - j0.0199	-0,0043 - j0,0199
	3 5	0.0165 + j0.0667	0,0175 + j0,0664
	3 4	0.0133 + j0.0659	0,0174 + j0,0657
	5 4	-0.0031 - j0.0008	-0,0000 - j0,0007
	5 1	-0.0053 - j0.0200	-0,0061 - j0,0200

Pela Tabela 4.11, observa-se a similaridade dos resultados entre o Método Incremental e o FC Multi-Usuários, o que mais uma vez revalida os resultados obtidos pelo FC Multi-Usuários alocado segundo as injeções de corrente por transações.

Assim, a conclusão que se pode tirar dos resultados obtidos pela metodologia proposta por Zobian e Ilic e pelo Método Incremental é que a utilização da alocação das potências entre os usuários segundo suas injeções de corrente por transação é válida, apesar dos resultados obtidos pelo Método Incremental não serem exatos devido ao fato de que, ao se considerar a primeira transação isoladamente, os efeitos da segunda não são considerados, o que afeta os resultados subsequentes.

#### 4.11 Modelagem para Usuários da Rede Elétrica Utilizando Fontes de Corrente Ideais

As análises realizadas nas seções anteriores validam a representação dos usuários da rede elétrica através de fontes de corrente ideais. Assim, todos os estudos a serem apresentados nos próximos capítulos se baseiam nessa representação, a qual é formalizada, a seguir, para transações de potência bilateral, multilateral e *pool*.

##### 4.11.1 Modelo para Transação Bilateral de Potência

A fim de ilustrar a representação de transações bilaterais por fontes corrente ideais, considere a seguinte rede elétrica, que apresenta duas transações bilaterais:

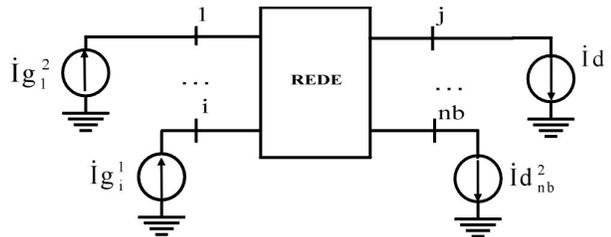


Figura 4.14: Representação de Transações Bilaterais como Fontes de Injeção de Corrente Ideais

Baseado no Teorema da Superposição, cada uma dessas 2 transações pode ser representada por um circuito individual, onde com exceção das fontes relacionadas à transação 1, as da transação 2 são representadas por circuitos abertos. Por exemplo, para uma transação bilateral 1 realizada por um gerador na barra *i* e um consumidor na barra *j* têm-se então:

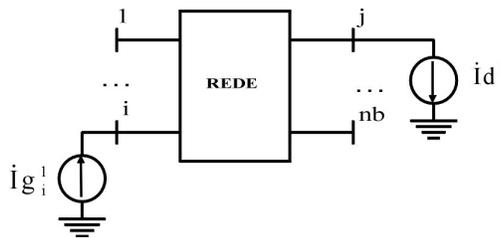


Figura 4.10: Representação da Transação Bilateral 1 = {*i,j*}

Aplicando-se a equação da rede ao circuito da Figura 4.10 que representa a transação 1, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \dot{I}_i^1 \\ \vdots \\ \dot{I}_j^1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \dot{I}g_i^1 \\ \vdots \\ -\dot{I}d_j^1 \\ 0 \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_1^1 \\ \vdots \\ \dot{V}_i^1 \\ \vdots \\ \dot{V}_j^1 \\ \dot{V}_{nb}^1 \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

O vetor de potência injetada referente à transação 1 é:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \dot{S}_i^1 \\ \vdots \\ \dot{S}_j^1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1^{total} \\ \vdots \\ \dot{V}_i^{total} \\ \vdots \\ \dot{V}_j^{total} \\ \dot{V}_{nb}^{total} \end{bmatrix} \cdot \dot{\mathbf{Y}}^* \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_1^1 \\ \vdots \\ \dot{V}_i^1 \\ \vdots \\ \dot{V}_j^1 \\ \dot{V}_{nb}^1 \end{bmatrix}^* \quad (4.72)$$

onde

$\dot{V}_i^1$ : tensão na barra  $i$  devido à transação 1 entre gerador  $i$  e carga  $j$ ;

$\dot{I}_i^1$ : injeção de corrente na barra  $i$  devido à transação 1 entre gerador  $i$  e carga  $j$ ;

$\dot{S}_i^1$ : injeção de potência aparente na barra  $i$  devido à transação 1.

#### 4.11.2 Modelo para Transação Multilateral de Potência

Uma transação multilateral  $k$ , que envolve mais de um gerador e mais de um consumidor, pode ser caracterizada por um conjunto de barras:

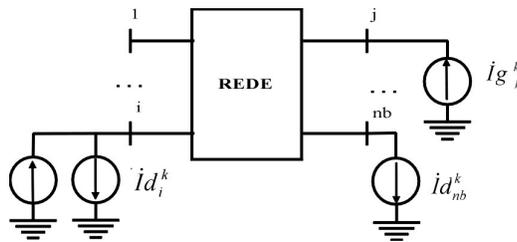


Figura 4.11: Exemplo de Representação de uma Transação Multilateral  $k$

Aplicando-se a equação da rede ao circuito da Figura 4.11 que representa a transação multilateral  $k$ , obtém-se:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \dot{I}_i^k \\ \vdots \\ \dot{I}_j^k \\ \vdots \\ \dot{I}_{nb}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \dot{I}g_i^k - \dot{I}d_i^k \\ \vdots \\ \dot{I}g_j^k \\ \vdots \\ -\dot{I}d_{nb}^k \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_1^k \\ \vdots \\ \dot{V}_i^k \\ \vdots \\ \dot{V}_j^k \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^k \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

O vetor de potência injetada referente à transação multilateral  $k$  é:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \dot{S}_i^k \\ \vdots \\ \dot{S}_j^k \\ \vdots \\ \dot{S}_{nb}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1^{total} \\ \vdots \\ \dot{V}_i^{total} \\ \vdots \\ \dot{V}_j^{total} \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^{total} \end{bmatrix} \cdot \dot{\mathbf{Y}}^* \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_1^k \\ \vdots \\ \dot{V}_i^k \\ \vdots \\ \dot{V}_j^k \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^k \end{bmatrix}^* \quad (4.74)$$

Este conjunto de equações pode ser utilizado também para representar uma empresa com seus geradores e consumidores.

#### 4.12.3 Representação do *Pool*

Do mesmo modo que se utilizam as equações da rede para transações bilaterais e multilaterais, também é possível utilizá-las para representar o mercado de curto prazo, que supre todo o montante de energia não comercializada pelos contratos. Nesse caso, o *pool* é composto por todas as usinas do sistema que participam do mercado de curto prazo e pela carga remanescente que está distribuída por toda a rede elétrica.

As equações da rede para o mercado *pool* são:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1^{pool} \\ \vdots \\ \dot{I}_i^{pool} \\ \vdots \\ \dot{I}_j^{pool} \\ \vdots \\ \dot{I}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{I}d_1^{pool} \\ \vdots \\ \dot{I}g_i^{pool} - \dot{I}d_i^{pool} \\ \vdots \\ \dot{I}g_j^{pool} \\ \vdots \\ -\dot{I}d_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_1^{pool} \\ \vdots \\ \dot{V}_i^{pool} \\ \vdots \\ \dot{V}_j^{pool} \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

O vetor de potência injetada referente ao *pool* é:

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_1^{Pool} \\ \vdots \\ \dot{S}_i^{pool} \\ \vdots \\ \dot{S}_j^{pool} \\ \vdots \\ \dot{S}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_1^{total} \\ \vdots \\ \dot{V}_i^{total} \\ \vdots \\ \dot{V}_j^{total} \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^{total} \end{bmatrix} \cdot \dot{Y}^* \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_1^{pool} \\ \vdots \\ \dot{V}_i^{pool} \\ \vdots \\ \dot{V}_j^{pool} \\ \vdots \\ \dot{V}_{nb}^{pool} \end{bmatrix}^* \quad (4.76)$$

#### 4.12 Considerações finais

Este capítulo teve como objetivo principal definir a modelagem dos usuários da rede como fontes de corrente ideais e descrever as equações de balanço de potência dos mesmos, as quais foram derivadas à partir da alocação das injeções totais de potência de acordo com as injeções de correntes individuais.

Para se atingir esses objetivos foram realizados os seguintes estudos:

- Verificação da não aplicabilidade do TS às injeções de potência, o que levantou a problemática da alocação de potência entre os usuários.

- Considerando que a potência total de um sistema pode ser representada por uma soma de potências alocadas entre os usuários, a questão de como representar os usuários para diferentes possibilidades de alocação de potência foi abordada, obtendo-se os elementos de circuito que resultam em diferentes alocações de potência.

- A escolha da melhor representação dos usuários e conseqüentemente, do melhor tipo de alocação de potência foi feita através do acompanhamento da trajetória da solução de uma função homotopia, o que possibilitou a análise de diferentes representações tais como: fontes de corrente ideais, combinações de fontes de corrente e tensão não ideais e fontes de tensão ideais.

- A fim de confirmar a escolha da melhor representação dos usuários, foi feita uma comparação dos resultados obtidos a partir da representação por fontes de corrente e tensão ideais com os obtidos por outros dois métodos: um primeiro que utiliza arbitrariedades para alocação de correntes e tensões e um segundo que utiliza ferramentas clássicas de análise de sistemas de potência em regime permanente.

- O resultado desta análise confirmou que a melhor representação dos usuários é a feita por fontes de corrente ideais, e conseqüentemente a melhor alocação de potência entre os usuários é de acordo com suas injeções de corrente.

Essa individualização dos usuários por fontes de corrente ideais permite a separação da injeção de corrente total entre cada um dos usuários, abrindo um leque de análises que podem ser realizadas por usuário, como por exemplo, a modelagem de um problema de Despacho Ótimo de Geração que utiliza as equações de balanço de potência multi-usuários, a ser descrito no Capítulo V.

# CAPÍTULO V

## Um Modelo de Despacho Ótimo de Potência para Sistemas Multi-Usuários

### 5.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é formular matematicamente o problema de Despacho Ótimo de Potência onde os vários usuários da rede sejam discriminados. Este problema pode ser usado em sistemas sob mercado *pool*, bilateral ou *pool*-bilateral.

O modelo foi desenvolvido com os seguintes objetivos: possibilitar o despacho conjunto da geração associada ao mercado de curto prazo e aos demais participantes, como as transações bilaterais/multilaterais, de acordo com um critério de desempenho, respeitando as restrições físicas e operacionais do sistema, e; fornecer informações necessárias para alocação de perdas, fluxos ativos, compensação de reativo, custos fixos e operacionais associados à transmissão e análise de sensibilidade do perfil de tensão.

A idéia básica se concentra na representação dos usuários, tais como transações de potência e *pool*, como fontes de injeção de corrente, utilizando o Teorema da Superposição para representação de cada desses participantes em circuitos individuais. As equações de balanço de potência para cada um dos circuitos, considerando-se a alocação da potência entre as transações em termos de injeções de corrente devidas a cada uma delas, foram derivadas no Capítulo IV.

### 5.2 Representação das Variáveis de Otimização do Problema

#### 5.2.1 Potências Totais Fornecidas pelos Geradores

O problema de despacho ótimo de potência proposto é baseado nas equações de balanço de potência deduzidas no Capítulo IV, bem como as variáveis **Pg**, **Qg**, **Pd**, **Qd** e **x**, também já definidas, as quais representam os valores de geração de potência ativa e reativa por usuário, os valores dos contratos e demanda do *pool* de potência ativa e reativa e o vetor das componentes de tensão, respectivamente.



### 5.2.2 Representação dos Compensadores Síncronos

A representação de um gerador síncrono ligado à uma barra  $i$  no despacho de reativo é feita com a introdução de variáveis  $Qs_i^k$ , onde  $k$  representa cada um dos  $(ntr+1)$  participantes. Assim, considerando um sistema de  $nb$  barras, com geração apenas na barra 1 e supondo que exista um gerador síncrono na barra  $nb$ , as injeções de potência passam a ser:

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{P} + j\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \dot{S}_1^1 \\ \dots \\ \dot{S}_{nb}^1 \\ \dots \\ \dots \\ \dot{S}_1^{ntr} \\ \dots \\ S_{nb}^{ntr} \\ \dot{S}_1^{pool} \\ \dots \\ S_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Pg_1^1 - Pd_1^1 + jQg_1^1 - jQd_1^1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ Pg_1^{ntr} - Pd_1^{ntr} + jQg_1^{ntr} - jQd_1^{ntr} \\ \vdots \\ 0 \\ Pg_1^{pool} - Pd_1^{pool} + jQg_1^{pool} - jQd_1^{pool} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ jQs_{nb}^1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ jQs_{nb}^{ntr} \\ 0 \\ \vdots \\ jQs_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Após a convergência do problema, além da obtenção do valor total de geração de potência reativa na barra  $nb$  ( $Gq_{nb}$ ), tem-se também os valores  $Qs_{nb}^k$  ( $k=1, \dots, ntr+1$ ) que representam os valores de compensação reativa alocados para cada um dos participantes.

Os valores da compensação fornecida pelos síncronos aos usuários podem ser agrupados:

$$\mathbf{Qs} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ Qs_{nb}^1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ Qs_{nb}^{ntr} \\ 0 \\ \vdots \\ Qs_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

onde

$\mathbf{Qs}$ : vetor de geração síncrona para todo conjunto de participantes e de dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$ .

### 5.2.3 Representação dos Compensadores Estáticos de Reativo

A representação da potência reativa fornecida aos usuários pelos compensadores estáticos é feita com a introdução de variáveis de susceptância indutiva ou capacitiva,  $b_i^k$ , sendo que  $k$  representa o usuário e  $i$  o índice da barra do sistema, nas equações de balanço de potência reativa:

$$\begin{bmatrix} Qg_1^1 + Qs_1^1 + |\dot{V}_1^{tot}|^2 b_1^1 - Qd_1^1 \\ \vdots \\ Qg_{nb}^1 + Qs_{nb}^1 + |\dot{V}_{nb}^{tot}|^2 b_{nb}^1 - Qd_{nb}^1 \\ \vdots \\ Qg_1^{ntr} + Qs_1^{ntr} + |\dot{V}_1^{tot}|^2 b_1^{ntr} - Qd_1^{ntr} \\ \vdots \\ Qg_{nb}^{ntr} + Qs_{nb}^{ntr} + |\dot{V}_{nb}^{tot}|^2 b_{nb}^{ntr} - Qd_{nb}^{ntr} \\ Qg_1^{pool} + Qs_1^{pool} + |\dot{V}_1^{tot}|^2 b_1^{pool} + Qs_1^{pool} - Qd_1^{pool} \\ \vdots \\ Qg_{nb}^{pool} + Qs_{nb}^{pool} + |\dot{V}_{nb}^{tot}|^2 b_{nb}^{pool} + Qs_{nb}^{pool} - Qd_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.8)$$

A fim de se obter uma representação matricial da equação (5.8), como não se trabalha com o fasor de tensão na forma polar, mas na retangular, é preciso que se faça uma adequada representação dos módulos de tensão ao quadrado, como se segue.

Para uma determinada barra  $i$ , o módulo ao quadrado da tensão é:

$$|\dot{V}_i|^2 = \left( \sum_{k=1}^{ntr+1} e_i^k \right)^2 + \left( \sum_{k=1}^{ntr+1} f_i^k \right)^2 = (e_i^{tot})^2 + (f_i^{tot})^2 \quad (5.9)$$

Para que a equação (5.9) possa ser generalizada em função do vetor  $\mathbf{x}$ , realizam-se as seguintes operações:

$$\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x} = \sum_{k=1}^{ntr+1} e_i^k \quad (5.10)$$

onde

$\mathbf{ve}_i^T$ :  $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{\Gamma}_e$  (equação (4.55)).

Portanto,

$$(\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x})^T \cdot (\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x}) = (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{ve}_i) \cdot (\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x}) = \left( \sum_{k=1}^{ntr+1} e_i^k \right)^2 \quad (5.11)$$

Além disso,

$$\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x} = \sum_{k=1}^{ntr+1} f_i^k \quad (5.12)$$

onde

$\mathbf{vf}_i^T$  :  $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{\Gamma}_f$  (equação (4.56)).

Portanto,

$$(\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x})^T \cdot (\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x}) = (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{vf}_i) \cdot (\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x}) = \left( \sum_{k=1}^{ntr+1} f_i^k \right)^2 \quad (5.13)$$

Somando as equações (5.11) e (5.13), tem-se

$$\mathbf{x}^T \cdot (\mathbf{ve}_i \cdot \mathbf{ve}_i^T + \mathbf{vf}_i \cdot \mathbf{vf}_i^T) \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \quad (5.14)$$

onde

$\mathbf{M}_i = \mathbf{ve}_i \cdot \mathbf{ve}_i^T + \mathbf{vf}_i \cdot \mathbf{vf}_i^T$  : matriz auxiliar de dimensão  $(2nb \times 2nb)$ , usada para obtenção da soma ao quadrado das partes reais e imaginárias de cada componente de tensão na barra  $i$ .

Para todas as barras tem-se, então:

$$\begin{bmatrix} |\dot{V}_1|^2 \\ \vdots \\ |\dot{V}_{nb}|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_{nb} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.15)$$

onde

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_{nb} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} : \text{função matricial de dimensão } (nb \times 2nb).$$

Substituindo a equação (5.15) na equação (5.8), tem-se:

$$\begin{bmatrix} Qg_1^1 \\ \vdots \\ Qg_{nb}^1 \\ \vdots \\ Qg_1^{ntr} \\ \vdots \\ Qg_{nb}^{ntr} \\ Qg_1^{nrt} \\ \vdots \\ Qg_1^{pool} \\ \vdots \\ Qg_{nb}^{pool} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Qs_1^1 \\ \vdots \\ Qs_{nb}^1 \\ \vdots \\ Qs_1^{ntr} \\ \vdots \\ Qs_{nb}^{ntr} \\ Qs_1^{nrt} \\ \vdots \\ Qs_1^{pool} \\ \vdots \\ Qs_{nb}^{pool} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \\ \vdots \\ \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \\ \vdots \\ \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_1^1 \\ \vdots \\ b_{nb}^1 \\ \vdots \\ b_1^{ntr} \\ \vdots \\ b_{nb}^{ntr} \\ b_1^{nrt} \\ \vdots \\ b_{nb}^{nrt} \\ b_1^{pool} \\ \vdots \\ b_{nb}^{pool} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Qd_1^1 \\ \vdots \\ Qd_{nb}^1 \\ \vdots \\ Qd_1^{ntr} \\ \vdots \\ Qd_{nb}^{ntr} \\ Qd_1^{nrt} \\ \vdots \\ Qd_1^{pool} \\ \vdots \\ Qd_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.16)$$

Considerando que o vetor  $\mathbf{b}$  é a composição de todos os valores de  $b_i^k$  alocados por participante, podemos escrever:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1^1 \\ \vdots \\ b_{nb}^1 \\ \vdots \\ b_1^{pool} \\ \vdots \\ b_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

onde

$\mathbf{b}$ : vetor de dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$  formado pelas susceptâncias de todo conjunto de participantes.

Além disso, podemos definir:

$$\mathbf{V}_{rep}^{tot} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \\ \vdots \\ \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \\ \vdots \\ \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

onde

$\mathbf{V}_{rep}^{tot}$ : matriz de dimensão  $[nb(ntr+1) \times nb(ntr+1)]$ , onde o vetor dos módulos das tensões estão  $(ntr+1)$  vezes dispostos diagonalmente.

Substituindo (5.17) e (5.18) em (5.16) tem-se:

$$\mathbf{Qg} + \mathbf{Qs} + \mathbf{V}_{rep}^{tot} \cdot \mathbf{b} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.19)$$

Uma vez conhecido o vetor  $\mathbf{b}$ , é necessário que, para cada barra  $i$ , sejam somados os valores obtidos para cada participante  $k$  a fim de se conhecer o valor final do compensador por barra  $b_i^{tot}$ . Ou seja,

$$b_i^{tot} = \sum_{k=1}^{ntr+1} b_i^k \quad i = 1, \dots, nb \quad (5.20)$$

Ou, matricialmente

$$\mathbf{b}^{tot} = \Gamma \cdot \mathbf{b} \quad (5.21)$$

onde

$\mathbf{b}^{tot}$ : vetor de susceptância total com dimensão  $(nb \times 1)$ .

### 5.2.4 Taps de transformadores

No Apêndice A, é apresentada a modelagem de transformadores com relação de transformação 1 :  $\dot{\mathbf{t}}$ , sendo que

$$\dot{\mathbf{t}} = \text{diag}(\mathbf{a}) \cdot e^{j\boldsymbol{\varphi}} \quad (5.22)$$

onde

$\mathbf{a}$ : vetor de dimensão  $(nl \times 1)$  contendo a relação das magnitudes das tensões dos transformadores

$\boldsymbol{\varphi}$ : vetor de dimensão  $(nl \times 1)$  contendo o ângulo de defasagem dos transformadores.

A relação de transformação  $\dot{\mathbf{t}}$  afeta os elementos da matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$  (Apêndice A), bem como todas as matrizes formadas a partir da mesma, ou seja,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\boldsymbol{\varphi}$  (equação (4.42)) e  $\boldsymbol{\beta}$  (equação (4.43)). Tendo em vista que as equações de balanço e potência ativa e reativa (equações (4.44) e (4.45)) estão em função das matrizes  $\boldsymbol{\varphi}$  e  $\boldsymbol{\beta}$ , pode-se então representá-las como:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}_I(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.23)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}_I(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.24)$$

### 5.3 Critérios de Otimização

Uma vez que o modelo proposto é uma extensão do problema de fluxo de potência ótimo clássico, diversas funções objetivos podem ser usadas, dentre elas foram equacionadas as seguintes:

### 5.3.1 Minimização de Custos de Produção

$$CG = w_c \cdot \sum_{i=1}^{nb} c_i (Gp_i) = w_c \cdot \mathbf{c}(\Gamma \cdot \mathbf{Pg}) \quad (5.25)$$

onde  $w_c$  é um peso indicador de minimização de custo de geração e,

$$\mathbf{c}(\Gamma \cdot \mathbf{Pg}) = (\Gamma \cdot \mathbf{Pg})^T \cdot \Psi \cdot (\Gamma \cdot \mathbf{Pg}) + \mathbf{bo}^T (\Gamma \cdot \mathbf{Pg}) + co \quad (5.26)$$

sendo  $\Psi$  a matriz diagonal formada pelos coeficientes quadráticos da função custo de geração;  $\mathbf{bo}$  vetor coluna formada pelos coeficientes lineares e  $co$  uma constante.

Os valores de coeficientes quadráticos e lineares podem ser os valores de custo de geração dos geradores ou lances que os mesmos ofertam ao operador do sistema, os quais podem ou não representar seus custos reais, dependendo da estratégia de mercado de cada empresa e do modelo operacional adotado.

### 5.3.2 Minimização de Perdas

$$LO = w_p \cdot \sum_{i=1}^{nb} Gp_i = w_p \cdot \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{Pg} \quad (5.27)$$

onde  $w_p$  é um peso indicador de minimização de perdas e,  $\mathbf{u}$  é um vetor coluna unitário com  $[nb \times (ntr+1)]$  elementos.

### 5.3.3 Minimização de Desvio de Transações Propostas

Neste caso, trabalha-se com o desvio quadrático entre as transações propostas e as efetivamente despachadas. Esse desvio é definido tal como indicado a seguir.

#### a) Transações Bilaterais

Considere a transação bilateral  $k$  entre o gerador  $i$  e a carga  $j$ . O desvio entre o valor proposto e o despachado é feito igual ao valor despachado pelo gerador  $i$  menos o valor contratado pela barra de carga  $j$ , isto é:

$$DC_k = peso_k \cdot \{ [Pg_i^k - Pd_j^k]^2 + [Qg_i^k - Qd_j^k]^2 \} \quad (5.28)$$

onde

$peso_k$  é um valor que pondera o desvio da transação bilateral  $k$ .

#### b) Transações Multilaterais

Ao se trabalhar com transações multilaterais, os desvios entre as transações propostas e as despachadas é feito igual ao somatório da potência fornecida pelos geradores menos o somatório dos valores contratados pelas cargas que pertencem à transação. Isto é, para uma dada transação multilateral  $k$ :

$$DC_k = peso_k \cdot \left[ \sum_{i \in \Omega g_k} Pg_i^k - \sum_{j \in \Omega d_k} Pd_j^k \right]^2 + \left[ \sum_{i \in \Omega g_k} Qg_i^k - \sum_{i \in \Omega d_k} Qd_i^k \right]^2 \quad (5.29)$$

onde

$\Omega g_k$ : conjunto dos geradores que suprem o usuário  $k$ , e

$\Omega d_k$ : conjunto das cargas do usuário  $k$ .

A fim de se equacionar o mínimo desvio de transações bilaterais e multilaterais de uma forma genérica e matricial, é necessário que se faça a definição de algumas matrizes de incidência, tais como:

**Ug**: matriz de dimensão  $[ntr \times nb (ntr+1)]$  que faz a incidência transação-gerador, sendo que

$$Ug(k,i) = \begin{cases} 1 & \text{se o gerador } i \in \text{à transação } k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.30)$$

e

**Ud**: matriz de dimensão  $[ntr \times nb (ntr+1)]$  que faz a incidência transação-carga, sendo que

$$Ud(k,i) = \begin{cases} 1 & \text{se a carga } i \in \text{à transação } k \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.31)$$

Então:

$$DC = [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Pg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Pd}]^T \cdot \mathbf{W}_d \cdot [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Pg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Pd}] + [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Qg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Qd}]^T \cdot \mathbf{W}_d \cdot [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Qg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Qd}] \quad (5.32)$$

onde

$\mathbf{W}_d$  é uma matriz de dimensão  $[nb \ ntr \times nb \ ntr]$  cuja diagonal é formada pela justaposição de  $ntr$  vetores de dimensão  $(nb \times 1)$ . Os valores contidos nos vetores têm por objetivo priorizar o despacho de transações pré-selecionadas, os quais podem ser interpretados como os valores que uma determinada transação se dispõe a pagar para ter seu valor de contrato despachado o mais próximo possível do total.

Para transações bilaterais, somente um elemento de cada linha de **Ug** e **Ud** é não nulo, para transações multilaterais, os elementos não-nulos correspondem aos geradores e cargas participantes da transação multilateral.

Dos resultados obtidos para esses equacionamentos, verifica-se que, se o valor da diagonal da matriz  $\mathbf{W}_d$  for igual a um vetor unitário (ou seja, o despacho de todas as transações tem mesma prioridade), os desvios das transações  $(\mathbf{U}_g \cdot \mathbf{P}_g - \mathbf{U}_d \cdot \mathbf{P}_d)$  e  $(\mathbf{U}_g \cdot \mathbf{Q}_g - \mathbf{U}_d \cdot \mathbf{Q}_d)$  que envolvem geradores de mesmas barras são iguais. Por exemplo, considere um mercado com duas transações bilaterais envolvendo o gerador 1 com os seguintes valores propostos:  $Pd_2^1 = 2,00$  pu e  $Pd_3^2 = 0,50$  pu. A potência gerada obtida para cada transação é igual a 1,75 pu e 0,25 pu respectivamente. Pode-se notar que o desvio entre a geração contratada e a efetivamente despachada é igual a 0,25 pu para as duas transações. Então, o contrato 1, que possui um valor maior, apresenta um corte proporcionalmente menor que o contrato 2. Para contornar esta questão, ou seja, para que os cortes sejam proporcionais aos valores dos contratos, propõe-se que o valor da diagonal da matriz  $\mathbf{W}_d$ , referente a cada transação seja igual a  $1/Pd_i^k$ . Deste modo, os novos valores de despacho para as duas transações bilaterais consideradas anteriormente passam a ser 1,60 pu e 0,44 pu. Esses resultados serão mais bem analisados no Capítulo VII.

Para uma transação multilateral  $k$ , o valor da diagonal da matriz  $\mathbf{W}_d$ , deve ser igual a

$$1 / \sum_{j \in \Omega d_k} Pd_j^k .$$

No despacho de um sistema *pool*-bilateral, pode-se encontrar diferentes situações operacionais, tais como: (i) situação onde todas as transações são integralmente despachadas, ou (ii) em caso de algum tipo de congestionamento, todas ou algumas delas são cortadas, ou seja, parcialmente despachadas. Neste último caso, o corte pode ser feito de dois modos: com a minimização dos desvios feita de uma maneira proporcional aos contratos, ou de tal modo que contratos que não possam ser cortados paguem por isso através de ofertas de disposição a pagar, como proposto em (KOCKAR e GALIANA, 2002) e (FANG e DAVID, 1999). Neste caso, os valores das ofertas são introduzidos convenientemente na matriz  $\mathbf{W}_d$  a fim de introduzir pesos nas transações onde não se desejam cortes.

#### 5.3.4 Minimização de Desvio de Tensões Especificadas

$$DV = \frac{1}{2} \cdot w_v \cdot \sum_{i=1}^{nb} [(V_i^{\text{tot}})^2 - (V_{\text{esp}})_i]^2 = \frac{1}{2} \cdot w_v \cdot \mathbf{u}_o^T \cdot [\mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} - \mathbf{V}_{\text{esp}}] \quad (5.33)$$

onde  $w_v$  é o peso indicador de minimização de desvio das tensões especificadas  $(V_{\text{esp}})_i$  e  $\mathbf{V}_{\text{esp}}$  é um vetor de dimensão  $(nb \times 1)$  cujos valores são os módulos das tensões especificadas por barra, elevados ao quadrado.

O critério de otimização é escolhido de acordo com o objetivo do estudo. Por exemplo, se o objetivo é o despacho dos contratos juntamente com a minimização das perdas, os valores dos pesos podem ser:  $w_c=0$ ;  $w_p=1$  e  $\mathbf{W}_d$  escolhido apropriadamente. Por outro lado, se o objetivo é apenas a minimização dos custos de geração:  $w_c=1$ ;  $w_p=0$  e  $\mathbf{W}_d = \mathbf{0}$ . É importante ressaltar que o critério de otimização DC não inclui os valores gerados para suprir a demanda do *pool*. Entretanto, esses são afetados tanto pelo despacho de transações como pelo critério escolhido conjuntamente com a escolha de  $\mathbf{W}_d$ .

## 5.4 Restrições de Igualdade e de Desigualdade

### 5.4.1 Restrições de Igualdade

#### a) Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa

As restrições de igualdade são as equações de balanço de potência ativa e reativa modeladas no Capítulo IV, optando-se pela alocação das potências entre os usuários de acordo com as injeções de corrente dos mesmos:

$$\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_d = \mathbf{P}_1(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.34)$$

$$\mathbf{Q}_g - \mathbf{Q}_d = \mathbf{Q}_1(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.35)$$

#### b) Representação do Ângulo de Referência

Uma barra é escolhida para ser referência angular. A referência é caracterizada por valor angular zero. Como a representação escolhida para o fasor tensão é a retangular, esta referência implica que a parte imaginária do valor de tensão na forma retangular é igual a zero. Assim, é preciso garantir que o somatório das componentes imaginárias das tensões associadas a todos os usuários seja igual a zero para a barra de referência, *ref*.

$$\sum_{k=1}^{ntr+1} f_{ref}^k = 0 \quad (5.36)$$

Para se representar a equação (5.36) na forma vetorial, define-se o vetor  $\mathbf{d}$  do seguinte modo:

$$\mathbf{d}^T = \left| \begin{array}{cccccccccccc} 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{array} \right| \quad (5.37)$$

onde

$\mathbf{d}$ : vetor de dimensão  $[2nb(ntr+1) \times 1]$ , com os  $nb(ntr+1)$  primeiros elementos nulos e os subsequentes também nulos, com exceção das posições correspondentes à barra de referência a cada  $nb$  elementos que assumem valor unitário.

Deste modo,

$$\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{x} = 0 \quad (5.38)$$

#### 5.4.2 Restrições de Desigualdade

As restrições de desigualdade envolvem as limitações físicas operacionais do sistema como enumeradas seguir.

a) Limites de geração

O somatório das potências ativa e reativa geradas pelas transações deve estar dentro dos limites dos geradores.

$$\underline{\mathbf{gp}} \leq \Gamma \cdot \mathbf{Pg} \leq \overline{\mathbf{gp}} \quad (5.39)$$

$$\underline{\mathbf{gq}} \leq \Gamma \cdot (\mathbf{Qg} + \mathbf{Qs}) \leq \overline{\mathbf{gq}} \quad (5.40)$$

onde

$\underline{\mathbf{gp}}$  e  $\overline{\mathbf{gp}}$ : vetores de dimensão  $(nb \times 1)$  contendo os limites mínimos e máximos de geração de potência ativa, respectivamente;

$\underline{\mathbf{gq}}$  e  $\overline{\mathbf{gq}}$ : vetores de dimensão  $(nb \times 1)$  contendo os limites mínimos e máximos de geração de potência reativa.

b) Representação de Limites das Magnitudes de Tensão

Como já mencionado, não se trabalha com o fasor de tensão na forma polar, mas na retangular. Assim sendo, a representação dos limites de tensão deve ser feita pelo módulo de tensão ao quadrado como já representado na equação (5.15).

Portanto, a restrição que indica os limites na magnitude de tensão na barra  $i$  pode ser escrita como:

$$\underline{V}_i \leq \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \leq \overline{V}_i \quad (5.41)$$

onde  $\underline{V}_i$  e  $\overline{V}_i$  correspondem aos valores mínimo e máximo de magnitude de tensão permitidos na barra  $i$  elevados ao quadrado.

Para todas as barras, tem-se então:

$$\underline{\mathbf{V}} \leq \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \leq \overline{\mathbf{V}} \quad (5.42)$$

onde  $\underline{\mathbf{V}}$  e  $\overline{\mathbf{V}}$  são vetores de dimensão  $(nb \times 1)$  contendo os limites de magnitudes de tensão de barra ao quadrado.

## c) Limites de Transações

Os valores de potência gerados para cada transação não possuem limites máximos, pois os mesmos já estão indiretamente contemplados nas restrições de limites operacionais de geração. Se os somatórios das transações relativas a um determinado gerador já estão limitados em um valor máximo, obviamente cada transação individualmente não ultrapassa este limite.

Para limites inferiores, devem-se levar em consideração alguns pontos. As transações de potência ativa, cujos limites são todos valores positivos, devem ser limitadas apenas quanto à não negatividade caso contrário, cada transação poderia individualmente ser menor que o limite mínimo de fornecimento de potência ativa de seu gerador. Os limites máximos no somatório das transações relacionadas a este gerador já está contemplado nas restrições operacionais de geração definidas pelas equações (5.39) e (5.40). Por outro lado, devem-se levar em consideração os limites mínimos de transações de potência reativa, pois usualmente as mesmas podem ter valores negativos. O somatório das transações pode estar limitado, mas cada transação pode convergir para valores irreais. Sendo assim, tem-se:

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{Pg} \quad (5.43)$$

$$\underline{\mathbf{Qg}} \leq \mathbf{Qg} \quad (5.44)$$

onde

$\underline{\mathbf{Qg}}$ : vetor de dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$  contendo os limites mínimos de geração de potência reativa, composto da seguinte forma:

$$\underline{\mathbf{Qg}} = [ \underline{\mathbf{gq}}^T \quad \dots \quad \dots \quad \underline{\mathbf{gq}}^T \quad \dots \quad \underline{\mathbf{gq}}^T ]^T \quad (5.45)$$

d) Limites de Compensadores *Shunt*

O somatório das alocações de compensação *shunt* por usuário deve estar dentro dos limites operacionais dos compensadores estáticos. Portanto,

$$\underline{\mathbf{b}} \leq \Gamma \cdot \mathbf{b} \leq \bar{\mathbf{b}} \quad (5.46)$$

onde

$\underline{\mathbf{b}}$  e  $\bar{\mathbf{b}}$ : vetores de dimensão  $(nb \times 1)$  contendo limites mínimos e máximos de compensadores estáticos, respectivamente.

e) Limites de *Taps* de Transformadores

Os limites operacionais de  $\mathbf{a}$  e  $\boldsymbol{\varphi}$  são:

$$\underline{\mathbf{a}} \leq \mathbf{a} \leq \bar{\mathbf{a}} \quad (5.47)$$

$$\underline{\boldsymbol{\varphi}} \leq \boldsymbol{\varphi} \leq \bar{\boldsymbol{\varphi}} \quad (5.48)$$

onde

$\underline{\mathbf{a}}$  e  $\overline{\mathbf{a}}$  : vetores de dimensão  $(nl \times 1)$  contendo os limites mínimos e máximos das relações de transformação das magnitudes das tensões, respectivamente;

$\underline{\boldsymbol{\varphi}}$  e  $\overline{\boldsymbol{\varphi}}$  : vetores de dimensão  $(nl \times 1)$  contendo os limites mínimos e máximos dos ângulos de defasagem dos transformadores defasadores, respectivamente.

e) Limites de Fluxos nas Linhas

No Apêndice A, é apresentada a expressão matricial genérica para o vetor de fluxos de potência ativa circulando pelas linhas e transformadores (equação A.22):

$$\mathbf{PI}_{im} = \text{real}\{\text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*)\text{diag}(\dot{\mathbf{t}})(\mathbf{Af} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{At})^T \dot{\mathbf{V}}^*]\} \quad (5.49)$$

A equação (5.49) deve ser colocada em função do vetor  $\mathbf{x}$ , assim utilizando-se das relações (4.43) e (4.44) tem-se que:

$$\dot{\mathbf{V}} = (\mathbf{\Gamma}_e + j \cdot \mathbf{\Gamma}_f)\mathbf{x} = \dot{\mathbf{\Gamma}}_x \cdot \mathbf{x} \quad (5.50)$$

Substituindo a equação (5.50) em (5.49) tem-se:

$$\mathbf{PI}_{im} = \text{real}\{\text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{\Gamma}}_x \mathbf{x})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*)\text{diag}(\dot{\mathbf{t}})(\mathbf{Af} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{At})^T \cdot \dot{\mathbf{\Gamma}}_x^*] \cdot \mathbf{x}\} \quad (5.51)$$

ou,

$$\mathbf{PI}_{im} = \mathbf{PI}_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi}) \cdot \mathbf{x} \quad (5.52)$$

Os limites de fluxos de potência ativos circulantes pelas linhas de transmissão são:

$$\underline{\mathbf{PI}}_{im} \leq \mathbf{PI}_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi}) \cdot \mathbf{x} \leq \overline{\mathbf{PI}}_{im} \quad (5.53)$$

onde

$\underline{\mathbf{PI}}_{im}$  e  $\overline{\mathbf{PI}}_{im}$  : vetores de dimensão  $(nl \times 1)$ , contendo os limites mínimos e máximos de fluxo de potência ativa, respectivamente.

## 5.5 Formulação Geral

Tomando os critérios de despacho e restrições descritos anteriormente, o modelo de despacho ótimo de potência multi-usuários DOP pode ser expresso da seguinte forma:

$$\min f.o \quad (5.54)$$

sujeito a

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}_I(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi}) \cdot \mathbf{x} \quad (\boldsymbol{\lambda}_p) \quad (5.55)$$

$$\mathbf{Qg} + \mathbf{Qs} + \mathbf{V}_{rep}^{tot} \cdot \mathbf{b} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}_I(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi}) \cdot \mathbf{x} \quad (\boldsymbol{\lambda}_q) \quad (5.56)$$

$$\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (\boldsymbol{\lambda}_d) \quad (5.57)$$

$$\underline{\mathbf{gp}} \leq \boldsymbol{\Gamma} \cdot \mathbf{Pg} \leq \overline{\mathbf{gp}} \quad (\underline{\boldsymbol{\pi}}_{gp}, \overline{\boldsymbol{\pi}}_{gp}) \quad (5.58)$$

$$\underline{\mathbf{gq}} \leq \boldsymbol{\Gamma} \cdot (\mathbf{Qg} + \mathbf{Qs}) \leq \overline{\mathbf{gq}} \quad (\underline{\boldsymbol{\pi}}_{gq}, \overline{\boldsymbol{\pi}}_{gq}) \quad (5.59)$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{Pg} \quad (\boldsymbol{\pi}_p) \quad (5.60)$$

$$\underline{\mathbf{Qg}} \leq \mathbf{Qg} \quad (\underline{\boldsymbol{\pi}}_q) \quad (5.61)$$

$$\underline{\mathbf{V}} \leq \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \leq \overline{\mathbf{V}} \quad (\underline{\boldsymbol{\pi}}_v, \overline{\boldsymbol{\pi}}_v) \quad (5.62)$$

$$\underline{\mathbf{b}} \leq \boldsymbol{\Gamma} \cdot \mathbf{b} \leq \overline{\mathbf{b}} \quad (\underline{\boldsymbol{\pi}}_b, \overline{\boldsymbol{\pi}}_b) \quad (5.63)$$

$$\underline{\mathbf{a}} \leq \mathbf{a} \leq \overline{\mathbf{a}} \quad (\underline{\boldsymbol{\pi}}_a, \overline{\boldsymbol{\pi}}_a) \quad (5.64)$$

$$\underline{\boldsymbol{\varphi}} \leq \boldsymbol{\varphi} \leq \overline{\boldsymbol{\varphi}} \quad (\underline{\boldsymbol{\pi}}_\varphi, \overline{\boldsymbol{\pi}}_\varphi) \quad (5.65)$$

$$\underline{\mathbf{Pl}}_{im} \leq \mathbf{Pl}_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\varphi}) \leq \overline{\mathbf{Pl}}_{im} \quad (\underline{\boldsymbol{\pi}}_{pl}, \overline{\boldsymbol{\pi}}_{pl}) \quad (5.66)$$

A função objetivo pode assumir critério de otimização centralizado e não centralizado, conforme o mercado que se deseja operar:

a) Critério Centralizado

Quando se deseja trabalhar com mercado *pool*, pode-se optar pelos seguintes critérios de otimização:

a.1) Minimização de Perdas

$$f.o.= LO = w_p \cdot \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{Pg} \quad (5.67)$$

a.2) Minimização de Custo de Produção

$$f.o.= CG = w_c \cdot \mathbf{c}(\boldsymbol{\Gamma} \cdot \mathbf{Pg}) \quad (5.68)$$

a.3) Minimização de Desvio de Tensões Especificadas

$$f.o.= DV = \frac{1}{2} \cdot w_v \cdot \mathbf{u}_o^T \cdot [\mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} - \mathbf{V}_{esp}] \quad (5.69)$$

b) Critério Descentralizado

Quando se deseja trabalhar com mercado bilateral, opta-se pela função objetivo igual a:

$$f.o. = DC = [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Pg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Pd}]^T \cdot \mathbf{W}_d \cdot [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Pg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Pd}] + [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Qg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Qd}]^T \cdot \mathbf{W}_d \cdot [\mathbf{Ug} \cdot \mathbf{Qg} - \mathbf{Ud} \cdot \mathbf{Qd}] \quad (5.70)$$

Quando se deseja trabalhar com mercado *pool*-bilateral, faz-se uma combinação do critério não centralizado (DC) com um dos critérios LO, CG, ou DV para despacho do mercado *pool*. Assim, se há interesse em se despachar a carga do *pool* com mínimo custo de geração, a função objetivo deve ser:

$$f.o. = DC + CG \quad (5.71)$$

ou, se há interesse em se despachar a carga do *pool* com mínima perda, a função objetivo deve ser:

$$f.o. = DC + LO \quad (5.72)$$

As variáveis colocadas entre parêntesis à direita do problema DOP correspondem aos multiplicadores de Lagrange, que são definidos como:

- $\lambda_p$  multiplicadores de Lagrange relacionados às equações de balanço de potência ativa;
- $\lambda_q$  multiplicadores de Lagrange relacionados às equações de balanço de potência reativa;
- $\lambda_d$  multiplicador de Lagrange relacionado à barra de referência;
- $\overline{\pi_{gp}}, \overline{\pi_{gp}}$  multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos e máximos de potência ativa gerada;
- $\overline{\pi_{gq}}, \overline{\pi_{gq}}$  multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos e máximos de potência reativa gerada;
- $\overline{\pi_p}$  multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos de transação de potência ativa;
- $\overline{\pi_q}$  multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos de transação de potência reativa;
- $\overline{\pi_v}, \overline{\pi_v}$  multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos e máximos de tensão;
- $\overline{\pi_b}, \overline{\pi_b}$  multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos e máximos de compensador shunt;
- $\overline{\pi_a}, \overline{\pi_a}$  multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos e máximos de relação da magnitude das tensões dos transformadores;

$\overline{\pi\phi}, \overline{\pi\phi}$  multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos e máximos do ângulo defasadores dos transformadores;

$\overline{\pi pl}, \overline{\pi pl}$  multiplicadores de Lagrange relacionados aos limites mínimos e máximos de fluxos de potência ativa em linhas e transformadores.

Cabe lembrar que o vetor  $\mathbf{Qs}$  fornece os valores de potência reativa geradas nas posições referentes às barras que contêm compensadores síncronos, que, ao serem somados ao vetor  $\mathbf{Qg}$ , completam a geração de potência reativa total e por usuários.

## 5.6 Considerações finais

O problema de despacho de potência para sistemas multi-usuários é formulado como um problema de minimização, constituindo uma generalização do problema de FPO. Para tanto, utilizam-se equações de balanço de potência que representam explicitamente as injeções associadas aos diversos usuários da rede. Esta formulação se baseia na divisão de potência total injetada em cada barra do sistema de acordo com os valores de correntes injetadas pelos participantes, tais como, transações, empresas e/ou mercado *pool*.

A principal característica deste modelo é que as tensões nas barras e correntes nas linhas estão formuladas como funções das tensões e correntes provocadas por cada um dos participantes do mercado, o que permite se estabelecer estudos relativos à influência de cada um deles na operação do sistema elétrico em regime permanente.

Salienta-se também que, além do fornecimento dos valores de potência ativa e reativa total e por usuários, o modelo permite ainda a obtenção de valores de potência reativa gerada pelos compensadores síncronos e pelos compensadores shunt, total e por usuários.

Os critérios de otimização que foram modelados são os de minimização de custo de geração, perdas, desvios de transações e de tensões pré-especificadas, sendo que para todos eles é possível discriminar a influência por participante, como será apresentado no Capítulo VII.

No próximo capítulo é descrita a formulação matemática adotada pelo Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual para resolução do problema DOP proposto neste capítulo.

# CAPÍTULO VI

## Resolução Matemática do Problema de Despacho Ótimo de Potência

### 6.1 Introdução

O grande impulso na aplicação dos métodos de Pontos Interiores teve início na década de oitenta. Desde então, muitos outros trabalhos vêm surgindo, sedimentando cada vez mais a aplicação destes métodos para resolver problemas de otimização em Sistemas Elétricos de Potência.

Os métodos de Pontos Interiores se baseiam em transformar as restrições de desigualdade de um problema de otimização em restrições de igualdade por meio da introdução de variáveis de folga não-negativas. Estas, por sua vez, são justapostas à função objetivo através da introdução da função barreira logarítmica. A função Lagrangeana é então montada para o problema modificado, considerando-se tanto as restrições de igualdade originais quanto as restrições de desigualdade modificadas. As condições necessárias de otimalidade de primeira ordem ou condições de Karush Kuhn Tucker (KKT) são derivadas com base nessa função Lagrangeana e o algoritmo de otimização busca obter o ponto solução destas condições.

Assim, pelo reconhecido bom desempenho deste tipo de método, este capítulo tem como objetivo descrever a formulação do Método de Pontos Interiores Primal-Dual a um problema de otimização genérico, sendo o mesmo aplicável ao Modelo de Despacho Ótimo de Potência Multi-Usuários (DOP) descrito no Capítulo V.

### 6.2 O Problema de DOP Modificado

O problema de Despacho Ótimo de Potência formulado no Capítulo V é resolvido utilizando-se o Método Não-Linear Primal-Dual de Pontos Interiores. Esse problema pode ser representado de forma genérica como:

$$\min f(\mathbf{u}) \tag{6.1}$$

$$\text{sujeito a } \mathbf{g}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \tag{6.2}$$

$$\mathbf{h}^{min} \leq \mathbf{h}(\mathbf{u}) \leq \mathbf{h}^{max} \quad (6.3)$$

onde,

**u**: vetor de variáveis de otimização composto pelos vetores: **Pg, Qg, Qs, x, a, φ e b**;

**f(u)**: função objetivo a ser otimizada, descrita pela equação (5.54);

**g(u)**: vetor de restrições de igualdade que representam as equações de balanço de potência ativa e reativa descritas em (5.55) e (5.56) e o ângulo de referência nulo representado pela equação (5.57);

**h(u)**: vetor de restrições de desigualdade, composto pelos limites físicos e operacionais, representados pelas equações (5.58) a (5.66).

Para utilizar os métodos de Pontos Interiores aplicam-se ao problema (6.1)-(6.3) os procedimentos descritos anteriormente.

a) Transformação das restrições de desigualdade em restrições de igualdade pela introdução de variáveis de folga.

As restrições passam a ser representadas da seguinte maneira:

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{min} - \mathbf{s}^{min} = \mathbf{0} \quad (6.4)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{max} + \mathbf{s}^{max} = \mathbf{0} \quad (6.5)$$

Sendo que  $\mathbf{s}^{min}$  e  $\mathbf{s}^{max}$  são vetores de variáveis de folga estritamente positivas.

b) A fim de se representar as restrições de não negatividade das variáveis de folga, o problema é modificado com a introdução da função barreira logarítmica na sua função objetivo. A função barreira penaliza as estimativas de solução que se encontram próximas aos limites das desigualdades, ou ainda, associadas às variáveis de folga próximas de zero.

O problema modificado passa a ser assim representado:

$$\min \mathbf{f}(\mathbf{u}) - \mu \sum_i^{ndes} [\ln(s_i^{min}) + \ln(s_i^{max})] \quad (6.6)$$

sujeito a

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (6.7)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{min} - \mathbf{s}^{min} = \mathbf{0} \quad (6.8)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{max} + \mathbf{s}^{max} = \mathbf{0} \quad (6.9)$$

onde

*ndes*: número de restrições de desigualdade

$\mu$ : parâmetro barreira ( $\mu \geq 0$ ).

A função Lagrangeana associada a este problema é:

$$L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{\min}, \boldsymbol{\pi}^{\max}, \mathbf{s}^{\min}, \mathbf{s}^{\max}) = f(\mathbf{u}) - \mu \sum_i^{ndes} [\ln(s_i^{\min}) + \ln(s_i^{\max})] + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{u}) + (\boldsymbol{\pi}^{\min})^T [\mathbf{h}(\mathbf{u}) + \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min}] + (\boldsymbol{\pi}^{\max})^T [\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} + \mathbf{s}^{\max}] \quad (6.10)$$

onde

$\boldsymbol{\lambda}$ : vetor de dimensão ( $nig \times 1$ ) composto pelos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade;

$\boldsymbol{\pi}^{\min}$ : vetor de dimensão ( $ndes \times 1$ ) composto pelos multiplicadores de Lagrange associados aos limites mínimos;

$\boldsymbol{\pi}^{\max}$ : vetor de dimensão ( $ndes \times 1$ ) composto pelos multiplicadores de Lagrange associados aos limites máximos;

$nig$ : número de restrições de igualdade.

O novo problema de otimização passa a ser:

$$\min L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{\min}, \boldsymbol{\pi}^{\max}, \mathbf{s}^{\min}, \mathbf{s}^{\max}) \quad (6.11)$$

sujeito a

$$\mathbf{s}^{\min} \geq 0, \mathbf{s}^{\max} \geq 0 \quad (6.12)$$

$$\boldsymbol{\pi}^{\max} \geq 0, \boldsymbol{\pi}^{\min} \leq 0 \quad (6.13)$$

sendo as restrições (6.12) e (6.13) impostas para que a equivalência com o problema (6.1)-(6.3) seja mantida.

### 6.3 Condições de Otimalidade

Um ponto  $\mathbf{z} = [\mathbf{u}^T \boldsymbol{\lambda}^T (\boldsymbol{\pi}^{\min})^T (\boldsymbol{\pi}^{\max})^T (\mathbf{s}^{\min})^T (\mathbf{s}^{\max})^T]$  é solução do problema (6.11)-(6.13) somente se (LUENBERGER, 1988):

a) Satisfaz as condições necessárias de otimalidade de primeira ordem, ou condições de KKT (para que as expressões matemáticas presentes nas condições de KKT e nos algoritmos descritos sejam compactas, neste capítulo, foi usado o operador  $\nabla$  para representar derivadas parciais de funções):

$$\nabla_{\mathbf{u}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \nabla_{\mathbf{u}} f(\mathbf{u}) + [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{g}(\mathbf{u})]^T \cdot \boldsymbol{\lambda} + [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \cdot (\boldsymbol{\pi}^{\min} + \boldsymbol{\pi}^{\max}) = \mathbf{0} \quad (6.14)$$

$$\nabla_{\mathbf{u}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{g}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (6.15)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min} = \mathbf{0} \quad (6.16)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} - \mathbf{s}^{\max} = \mathbf{0} \quad (6.17)$$

$$\nabla_{\mathbf{s}^{\min}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \Rightarrow -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min} = \mathbf{0} \quad (6.18)$$

$$\nabla_{\mathbf{s}^{\max}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \Rightarrow -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} = \mathbf{0} \quad (6.19)$$

$$\mathbf{s}^{\min} \geq \mathbf{0} \quad , \mathbf{s}^{\max} \geq \mathbf{0} \quad (6.20)$$

$$\boldsymbol{\pi}^{\min} \leq \mathbf{0} \quad , \boldsymbol{\pi}^{\max} \geq \mathbf{0} \quad (6.21)$$

sendo

$\mathbf{e} = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ , com dimensão ( $ndes \times 1$ );

$\mathbf{S}^{\min}$  e  $\mathbf{S}^{\max}$ : matrizes diagonais compostas pelos elementos de  $\mathbf{s}^{\min}$  e  $\mathbf{s}^{\max}$ , respectivamente.

b) Se a Hessiana do Lagrangeano  $L'$

$$L'(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{\min}, \boldsymbol{\pi}^{\max}) = f(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\pi}_A^T \mathbf{h}_A(\mathbf{u}) \quad (6.22)$$

onde  $\mathbf{h}_A(\mathbf{u})$  é o vetor das restrições de desigualdades ativas e  $\boldsymbol{\pi}_A^T$  é o vetor formado pelos multiplicadores de Lagrange associados a essas restrições, é definida positiva no espaço nulo do Jacobiano formado pelas restrições de igualdade e restrições de desigualdades ativas associadas a multiplicadores de Lagrange estritamente positivos.

O Método de Pontos Interiores se concentra em obter um ponto estacionário, isto é, que satisfaça as condições necessárias de otimalidade do item (a). Para se garantir que o ponto obtido seja um mínimo de global de (6.1)-(6.3) as condições suficientes do item (b) devem ser testadas após a convergência do método.

No procedimento usado, entretanto, considera-se como ótimo o ponto solução das condições de KKT.

#### 6.4 Algoritmo Primal Dual de Pontos Interiores

Após a transformação das restrições de desigualdade em igualdades, por meio da introdução de variáveis de folga e adição da função barreira logarítmica à função objetivo como forma de garantir a não negatividade dessas variáveis, os passos seguintes consistem em se obter os pontos estacionários da função Lagrangeana, utilizando-se o Método de Newton, e estabelecer critérios para atualização do parâmetro barreira, para inicialização das variáveis e teste de convergência.

#### 6.4.1 Obtenção dos Pontos Estacionários

O primeiro passo na obtenção dos pontos que satisfazem a função Lagrangeana consiste em se fazer uma estimativa desta solução pela linearização das equações (6.14)-(6.19) utilizando-se o Método de Newton. Os incrementos obtidos em cada iteração deste método não podem ser usados diretamente no vetor  $\mathbf{z}$ , pois os mesmos podem violar as restrições de desigualdade. Assim, esses incrementos devem ser testados e, se necessário, modificados a fim de sempre se manter o vetor  $\mathbf{z}$  dentro da região de factibilidade do problema.

As etapas que devem ser seguidas fim de se obter os pontos estacionários são as seguintes:

a) Inicialização das Variáveis

A fim de se começar o processo de otimização, é necessário a obtenção de uma estimativa inicial para as variáveis do problema. A escolha é feita de tal modo que as variáveis sejam estritamente internas aos limites impostos pelas restrições de desigualdade do problema. Para tanto, as variáveis  $\mathbf{u}$  são inicializadas pela metade da soma de seus valores máximos e mínimos; posteriormente, as variáveis de folga são calculadas a partir das equações (6.16) e (6.17) e, arbitrando um valor inicial para o parâmetro barreira  $\mu$ , os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade são calculados a partir de (6.18) e (6.19). Para os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade estimam-se valores quaisquer, como por exemplo, o vetor unitário.

b) Método de Newton

O sistema de equações (6.14) a (6.19) pode ser representado de forma compacta como:

$$\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \quad (6.23)$$

Tomando uma aproximação linear do sistema (6.23) no ponto  $\mathbf{z}^{\circ}$  tem-se:

$$\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}^{\circ} + \Delta\mathbf{z}) = \boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}^{\circ}) + \nabla_{\mathbf{z}}\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}) \Big|_{\mathbf{z}^{\circ}} \Delta\mathbf{z} \quad (6.24)$$

como  $\Delta\mathbf{z}$  deve ser tal que  $\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}^{\circ} + \Delta\mathbf{z}) = \mathbf{0}$ , da expressão anterior tem-se que:

$$\nabla_{\mathbf{z}}\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}) \Big|_{\mathbf{z}^{\circ}} \Delta\mathbf{z} = -\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}^{\circ}) \quad (6.25)$$

Em termos das variáveis do problema,  $\mathbf{u}$ ,  $\boldsymbol{\lambda}$ ,  $\boldsymbol{\pi}^{\min}$ ,  $\boldsymbol{\pi}^{\max}$ ,  $\mathbf{s}^{\min}$ ,  $\mathbf{s}^{\max}$ , a equação (6.25) pode ser escrita como:

$$\mathbf{W} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{\max} \\ \Delta \mathbf{s}^{\min} \\ \Delta \mathbf{s}^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}} f(\mathbf{u}) + [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{g}(\mathbf{u})]^T \cdot \boldsymbol{\lambda} + [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \cdot (\boldsymbol{\pi}^{\min} + \boldsymbol{\pi}^{\max}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min} \\ \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} - \mathbf{s}^{\max} \\ -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}} L \\ \nabla_{\mathbf{s}^{\min}} L \\ \nabla_{\mathbf{s}^{\max}} L \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

onde  $\mathbf{W}$  é a matriz Hessiana de dimensão  $(nz \times nz)$ , sendo que  $nz$  o número total de variáveis em  $\mathbf{z}$ , cuja expressão é:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{uu}} & L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\lambda}} & L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}} & L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ [L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\lambda}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ [L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ [L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{S}^{\min} & \mathbf{0} & -\boldsymbol{\Pi}^{\min} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}^{\max} & \mathbf{0} & \boldsymbol{\Pi}^{\max} \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

com:

$$L_{\mathbf{uu}} = \nabla_{\mathbf{uu}}^2 L = \nabla_{\mathbf{uu}}^2 f(\mathbf{u}) + \sum_{i=1}^{nig} \lambda_i \cdot \nabla_{\mathbf{uu}}^2 g_i(\mathbf{u}) + \sum_{j=1}^{ndes} (\pi_j^{\max} + \pi_j^{\min}) \cdot \nabla_{\mathbf{uu}}^2 h_j(\mathbf{u}) \quad (6.28)$$

$$L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\lambda}} = [L_{\boldsymbol{\lambda}\mathbf{u}}]^T = \nabla_{\boldsymbol{\lambda}\mathbf{u}}^2 L = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{g}(\mathbf{u})]^T \quad (6.29)$$

$$L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}} = [L_{\boldsymbol{\pi}^{\min}\mathbf{u}}]^T = \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}\mathbf{u}}^2 L = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \quad (6.30)$$

$$L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}} = [L_{\boldsymbol{\pi}^{\max}\mathbf{u}}]^T = \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}\mathbf{u}}^2 L = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \quad (6.31)$$

$$L_{\mathbf{s}^{\min}\boldsymbol{\pi}^{\min}} = \nabla_{\mathbf{s}^{\min}\boldsymbol{\pi}^{\min}}^2 L = -\mathbf{S}^{\min} \quad (6.32)$$

$$L_{\mathbf{s}^{\max}\boldsymbol{\pi}^{\max}} = \nabla_{\mathbf{s}^{\max}\boldsymbol{\pi}^{\max}}^2 L = \mathbf{S}^{\max} \quad (6.33)$$

$$L_{\mathbf{s}^{\min}\mathbf{s}^{\min}} = \nabla_{\mathbf{s}^{\min}\mathbf{s}^{\min}}^2 L = -\boldsymbol{\Pi}^{\min} \quad (6.34)$$

$$L_{\mathbf{s}^{\max}\mathbf{s}^{\max}} = \nabla_{\mathbf{s}^{\max}\mathbf{s}^{\max}}^2 L = \boldsymbol{\Pi}^{\max} \quad (6.35)$$

sendo

$\boldsymbol{\Pi}^{\min}$ : matriz diagonal composta pelos elementos de  $\boldsymbol{\pi}^{\min}$

$\boldsymbol{\Pi}^{\max}$ : matriz diagonal composta pelos elementos de  $\boldsymbol{\pi}^{\max}$

$\mathbf{I}$ : matriz identidade

## c) Atualização das Variáveis Primais e Duais

A determinação do ponto ótimo se faz através de um processo iterativo. A cada iteração, o sistema linear representado em (6.26) é resolvido, e, logo após, é determinado o comprimento do passo nos espaços primal ( $\alpha_p$ ) e dual ( $\alpha_d$ ), de modo que:

- as variáveis de folga sejam todas positivas;
- os multiplicadores de Lagrange sejam tais que:  $\boldsymbol{\pi}^{\min} \leq \mathbf{0}$ ,  $\boldsymbol{\pi}^{\max} \geq \mathbf{0}$ .

Desta forma,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$  são expressos como:

$$\alpha_p = \min\left[ \min_{\Delta s_i^{\max} < 0} \frac{s_i^{\max}}{\Delta s_i^{\max}}, \min_{\Delta s_i^{\min} < 0} \frac{s_i^{\min}}{\Delta s_i^{\min}}, 1 \right] \quad (6.36)$$

$$\alpha_d = \min\left[ \min_{\Delta \pi_i^{\max} < 0} \frac{-\pi_i^{\max}}{\Delta \pi_i^{\max}}, \min_{\Delta \pi_i^{\min} > 0} \frac{-\pi_i^{\min}}{\Delta \pi_i^{\min}}, 1 \right] \quad (6.37)$$

Após o cálculo dos passos primal e dual, a nova aproximação para a solução ótima pode ser obtida pela seguinte atualização:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (6.38)$$

$$\mathbf{s}^{\min} = \mathbf{s}^{\min} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{s}^{\min} \quad (6.39)$$

$$\mathbf{s}^{\max} = \mathbf{s}^{\max} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{s}^{\max} \quad (6.40)$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \boldsymbol{\lambda} \quad (6.41)$$

$$\boldsymbol{\pi}^{\max} = \boldsymbol{\pi}^{\max} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\max} \quad (6.42)$$

$$\boldsymbol{\pi}^{\min} = \boldsymbol{\pi}^{\min} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\min} \quad (6.43)$$

onde  $\sigma$  é uma constante que tem por finalidade garantir a interioridade da nova estimativa de solução, sendo fixada em 0,9995.

## d) Atualização do Parâmetro Barreira

O último passo dentro de cada iteração é recalcular o valor do parâmetro barreira  $\mu$ . Com os valores de  $\boldsymbol{\pi}^{\min}$ ,  $\boldsymbol{\pi}^{\max}$ ,  $\mathbf{s}^{\min}$ ,  $\mathbf{s}^{\max}$ , o cálculo do parâmetro  $\mu$  é baseado no decréscimo do *gap* de dualidade:

$$\mu = \frac{(\mathbf{s}^{\max})^T \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} - (\mathbf{s}^{\min})^T \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min}}{2 \cdot n \cdot \beta} \quad (6.44)$$

onde

$n$ : número total de variáveis primais e duais

$\beta$ : fator de aceleração ( $\geq 1$ ).

e) Critérios de Convergência

A solução do problema é encontrada quando as equações que representam as condições de otimalidade (6.14) a (6.19) são satisfeitas e o *gap* de dualidade ou parâmetro de barreira é nulo. Portanto, os critérios de convergência são:

$$\mu \leq \varepsilon_\mu \quad (6.45)$$

$$\max \|\nabla L\|_\infty \leq \varepsilon_L \quad (6.46)$$

onde

$\|\nabla L\|_\infty$ : representa a norma infinita do gradiente da função Lagrangeana

$\varepsilon_L$  e  $\varepsilon_\mu$ : tolerâncias para o teste de convergência do método iterativo.

#### 6.4.2 Algoritmo de Solução do Problema

A seguir é descrito o algoritmo para a solução do problema de otimização via Método Primal-Dual de Pontos Interiores:

**Passo 0**: Inicializar as variáveis.

**Passo 1**: Calcular o gradiente da função Lagrangeana através das equações (6.14)-(6.19).

**Passo 2**: Testar critérios de convergência:

- Caso os critérios estejam satisfeitos, FIM. A solução ótima foi encontrada.
- Caso contrário, prosseguir ao **Passo 3**.

**Passo 3**: Resolver a equação matricial (6.26).

**Passo 4**: Determinar o comprimento dos passos nos espaço primal e dual,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$ , usando as equações (6.36) e (6.37).

**Passo 5**: Atualizar todas as variáveis de acordo com equações (6.38) a (6.43).

**Passo 6**: Atualizar o parâmetro barreira  $\mu$  de acordo com (6.44) e retornar ao **Passo 1**.

#### 6.5 Redução do Sistema Linear do Algoritmo de Solução

A aplicação do Método de Pontos Interiores Primal-Dual ao problema de otimização proposto no Capítulo V requer a resolução de um sistema linear de ordem elevada. Assim, a fim de

melhorar a rapidez de processamento da resolução do mesmo, se torna necessário a redução do sistema linear (6.26), rerepresentado em (6.47):

$$\begin{bmatrix} L_{uu} & L_{u\lambda} & L_{u\pi^{min}} & L_{u\pi^{max}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ [L_{u\lambda}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ [L_{u\pi^{min}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ [L_{u\pi^{max}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{S}^{min} & \mathbf{0} & -\mathbf{\Pi}^{min} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}^{max} & \mathbf{0} & \mathbf{\Pi}^{max} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \lambda \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{max} \\ \Delta \mathbf{s}^{min} \\ \Delta \mathbf{s}^{max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}} L \\ \nabla_{\lambda} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{min}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{max}} L \\ \nabla_{\mathbf{s}^{min}} L \\ \nabla_{\mathbf{s}^{max}} L \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

O sistema acima pode ser escrito:

$$L_{uu} \cdot \Delta \mathbf{u} + L_{u\lambda} \cdot \Delta \lambda + L_{u\pi^{min}} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{min} + L_{u\pi^{max}} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{max} = -\nabla_{\mathbf{u}} L \quad (6.48)$$

$$[L_{u\lambda}]^T \cdot \Delta \mathbf{u} = -\nabla_{\lambda} L \quad (6.49)$$

$$[L_{u\pi^{min}}]^T \cdot \Delta \mathbf{u} - \Delta \mathbf{s}^{min} = -\nabla_{\boldsymbol{\pi}^{min}} L \quad (6.50)$$

$$[L_{u\pi^{max}}]^T \cdot \Delta \mathbf{u} + \Delta \mathbf{s}^{max} = -\nabla_{\boldsymbol{\pi}^{max}} L \quad (6.51)$$

$$-\mathbf{S}^{min} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{min} - \mathbf{\Pi}^{min} \cdot \Delta \mathbf{s}^{min} = -\nabla_{\mathbf{s}^{min}} L \quad (6.52)$$

$$\mathbf{S}^{max} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{max} + \mathbf{\Pi}^{max} \cdot \Delta \mathbf{s}^{max} = -\nabla_{\mathbf{s}^{max}} L \quad (6.53)$$

Manipulando (6.52) e (6.53) obtém-se:

$$\Delta \mathbf{s}^{min} = -(\mathbf{\Pi}^{min})^{-1} \cdot (-\nabla_{\mathbf{s}^{min}} L + \mathbf{S}^{min} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{min}) \quad (6.54)$$

$$\Delta \mathbf{s}^{max} = (\mathbf{\Pi}^{max})^{-1} \cdot (-\nabla_{\mathbf{s}^{max}} L - \mathbf{S}^{max} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{max}) \quad (6.55)$$

Substituindo (6.54) em (6.50) e (6.55) em (6.51) obtém-se:

$$[L_{u\pi^{min}}]^T \cdot \Delta \mathbf{u} + (\mathbf{\Pi}^{min})^{-1} (-\nabla_{\mathbf{s}^{min}} L + \mathbf{S}^{min} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{min}) = -\nabla_{\boldsymbol{\pi}^{min}} L \quad (6.56)$$

$$[L_{u\pi^{max}}]^T \cdot \Delta \mathbf{u} + (\mathbf{\Pi}^{max})^{-1} (-\nabla_{\mathbf{s}^{max}} L - \mathbf{S}^{max} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{max}) = -\nabla_{\boldsymbol{\pi}^{max}} L \quad (6.57)$$

Manipulando-se (6.56) e (6.57) obtém-se:

$$\Delta \boldsymbol{\pi}^{min} = (\mathbf{S}^{min})^{-1} [-\mathbf{\Pi}^{min} \cdot \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{min}} L + \nabla_{\mathbf{s}^{min}} L] - (\mathbf{S}^{min})^{-1} \cdot \mathbf{\Pi}^{min} \cdot [L_{u\pi^{min}}]^T \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (6.58)$$

$$\Delta \boldsymbol{\pi}^{max} = (\mathbf{S}^{max})^{-1} [\mathbf{\Pi}^{max} \cdot \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{max}} L - \nabla_{\mathbf{s}^{max}} L] + (\mathbf{S}^{max})^{-1} \cdot \mathbf{\Pi}^{max} \cdot [L_{u\pi^{max}}]^T \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (6.59)$$

Substituindo (6.58) e (6.59) em (6.48) e considerando que:

$$L_{u\pi^{min}} = L_{u\pi^{max}} = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \quad (6.60)$$

Obtém-se:

$$\{ L_{\mathbf{u}\mathbf{u}} + [\nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \cdot [(\mathbf{S}^{max})^{-1} \cdot \mathbf{\Pi}^{max} - (\mathbf{S}^{min})^{-1} \cdot \mathbf{\Pi}^{min}] \cdot \nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{h}(\mathbf{u}) \} \Delta\mathbf{u} + L_{\mathbf{u}\lambda} \Delta\lambda = -\nabla_{\mathbf{u}} \tilde{L} \quad (6.61)$$

onde

$$-\nabla_{\mathbf{u}} \tilde{L} = \nabla_{\mathbf{u}} L + [\nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \cdot \{ (\mathbf{S}^{min})^{-1} [-\mathbf{\Pi}^{min} \cdot \nabla_{\pi^{min}} L + \nabla_{s^{min}} L] + (\mathbf{S}^{max})^{-1} [\mathbf{\Pi}^{max} \cdot \nabla_{\pi^{max}} L - \nabla_{s^{max}} L] \} \quad (6.62)$$

Ou seja,

$$\tilde{L}_{\mathbf{u}\mathbf{u}} \cdot \Delta\mathbf{u} + L_{\mathbf{u}\lambda} \cdot \Delta\lambda = -\nabla_{\mathbf{u}} \tilde{L} \quad (6.63)$$

onde

$$\tilde{L}_{\mathbf{u}\mathbf{u}} = L_{\mathbf{u}\mathbf{u}} + [\nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \cdot [(\mathbf{S}^{max})^{-1} \cdot \mathbf{\Pi}^{max} - (\mathbf{S}^{min})^{-1} \cdot \mathbf{\Pi}^{min}] \cdot \nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{h}(\mathbf{u}) \quad (6.64)$$

O novo sistema de equações reduzido passa a ser então:

$$\begin{bmatrix} \tilde{L}_{\mathbf{u}\mathbf{u}} & [\nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{g}(\mathbf{u})]^T \\ \nabla_{\mathbf{u}}\mathbf{g}(\mathbf{u}) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{u} \\ \Delta\lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}} \tilde{L} \\ \mathbf{g}(\mathbf{u}) \end{bmatrix} \quad (6.65)$$

A resolução do sistema (6.47) passa a ser feita, primeiramente, pela resolução do sistema (6.65) com obtenção de  $\Delta\mathbf{u}$  e  $\Delta\lambda$ . Substituindo-se, então,  $\Delta\mathbf{u}$  em (6.58) e (6.59), calcula-se  $\Delta\pi^{min}$  e  $\Delta\pi^{max}$ , respectivamente. Em seguida, substitui-se  $\Delta\pi^{min}$  em (6.54) para obtenção de  $\Delta\mathbf{s}^{min}$  e substitui-se  $\Delta\pi^{max}$  em (6.55) para obtenção de  $\Delta\mathbf{s}^{max}$ .

Com a redução, obtém-se um sistema cuja dimensão é dependente apenas do número de variáveis de otimização do problema original (6.1) e (6.3) e do número de restrições de igualdade.

## 6.6 Método Preditor-Corretor do Primal-Dual de Pontos Interiores

Uma outra formulação para o Primal-Dual de Pontos Interiores apresentada em (MEHROTRA,1992) é conhecida como Preditor-Corretor do Método Primal-Dual de Pontos Interiores. A diferença fundamental entre o Primal-Dual e o Preditor-Corretor consiste em que, quando da expansão em Série de Taylor para a resolução do sistema não-linear, as derivadas parciais em relação às variáveis de folga são tomadas até os termos de segunda ordem. Portanto, o novo sistema matricial a ser resolvido pelo método de Newton é o seguinte:

$$\mathbf{W} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{\max} \\ \Delta \mathbf{s}^{\min} \\ \Delta \mathbf{s}^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}} L \\ -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min} - \Delta \mathbf{S}^{\min} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e} + \mathbf{S}^{\max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} + \Delta \mathbf{S}^{\max} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\max} \end{bmatrix} \quad (6.66)$$

No entanto, o novo sistema (6.66) não pode ser resolvido devido à presença dos termos  $\Delta \mathbf{S}^{\min} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\min}$  e  $\Delta \mathbf{S}^{\max} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\max}$  no vetor do lado direito. Portanto, para se poder estimar estes termos e o valor do parâmetro barreira  $\mu$  a cada iteração  $k$ , esta é dividida em duas etapas: (i) uma etapa de Predição e (ii) uma etapa de Correção.

Utilizando a versão do método Preditor-Corretor proposto em (GONDZIO, 1995), na etapa de Predição a partir de um ponto  $\mathbf{z} = [\mathbf{u}^T \ \boldsymbol{\lambda}^T \ (\boldsymbol{\pi}^{\min})^T \ (\boldsymbol{\pi}^{\max})^T \ (\mathbf{s}^{\min})^T \ (\mathbf{s}^{\max})^T]$ , resolve-se o problema original de otimização sem se considerar a existência da função barreira logarítmica, resultando o seguinte sistema matricial:

$$\mathbf{W} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_p \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_p \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\max} \\ \Delta \mathbf{s}_p^{\min} \\ \Delta \mathbf{s}_p^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}} L \\ \mathbf{S}^{\min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ \mathbf{S}^{\max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} \end{bmatrix} \quad (6.67)$$

onde  $\Delta \mathbf{u}_p$ ,  $\Delta \boldsymbol{\lambda}_p$ ,  $\Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\min}$ ,  $\Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\max}$ ,  $\Delta \mathbf{s}_p^{\min}$ ,  $\Delta \mathbf{s}_p^{\max}$  são as direções de atualização da etapa de predição e que são utilizadas para calcular os termos de segunda ordem do lado direito da equação matricial (6.66) e, também, para estimar dinamicamente o parâmetro barreira  $\mu$ , como proposto em (MEHROTRA, 1992):

$$\mu = \left( \frac{\tilde{gap}}{gap} \right)^2 \left( \frac{\tilde{gap}}{2n} \right) \quad (6.68)$$

onde

$\tilde{gap}$ : é o  $gap$  de dualidade considerando o ponto predito;

$gap$ : é o  $gap$  de dualidade sem atualizar as variáveis, calculado em (6.44).

O  $\tilde{gap}$  é calculado da seguinte forma:

$$\tilde{gap} = (\mathbf{s}^{\max} + \tilde{\alpha}_p \cdot \Delta \mathbf{s}_p^{\max})^T \cdot (\boldsymbol{\pi}^{\max} + \tilde{\alpha}_d \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\max}) - (\mathbf{s}^{\min} + \tilde{\alpha}_p \cdot \Delta \mathbf{s}_p^{\min})^T \cdot (\boldsymbol{\pi}^{\min} + \tilde{\alpha}_d \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\min})$$

onde  $\tilde{\alpha}_p$  e  $\tilde{\alpha}_d$  são expressos como:

$$\tilde{\alpha}_p = \min\left[ \min_{\Delta s_{pi}^{max} < 0} \frac{s_{pi}^{max}}{\Delta s_{pi}^{max}}, \min_{\Delta s_{pi}^{min} < 0} \frac{s_{pi}^{min}}{\Delta s_{pi}^{min}}, 1 \right] \quad (6.70)$$

$$\tilde{\alpha}_d = \min\left[ \min_{\Delta \pi_{pi}^{max} < 0} \frac{-\pi_{pi}^{max}}{\Delta \pi_{pi}^{max}}, \min_{\Delta \pi_{pi}^{min} > 0} \frac{-\pi_{pi}^{min}}{\Delta \pi_{pi}^{min}}, 1 \right] \quad (6.71)$$

Após os termos de segunda ordem e o parâmetro barreira serem obtidos, realiza-se a etapa de Correção, resolvendo-se o sistema (6.72):

$$\mathbf{W} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_c \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_c \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_c^{min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_c^{max} \\ \Delta \mathbf{s}_c^{min} \\ \Delta \mathbf{s}_c^{max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e} - \mathbf{S}^{min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{min} - \Delta \mathbf{S}_p^{min} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{min} \\ -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e} + \mathbf{S}^{max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{max} + \Delta \mathbf{S}_p^{max} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{max} \end{bmatrix} \quad (6.72)$$

A direção de atualização é então obtida pela soma dos resultados obtidos na predição (6.66) e correção (6.72):

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{max} \\ \Delta \mathbf{s}^{min} \\ \Delta \mathbf{s}^{max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_c \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_c \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_c^{min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_c^{max} \\ \Delta \mathbf{s}_c^{min} \\ \Delta \mathbf{s}_c^{max} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_p \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_p \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{max} \\ \Delta \mathbf{s}_p^{min} \\ \Delta \mathbf{s}_p^{max} \end{bmatrix} \quad (6.73)$$

Tanto na etapa de Predição quanto de Correção, a matriz  $\mathbf{W}$  se mantém constante. Após a atualização das variáveis e multiplicadores de Lagrange, o parâmetro barreira é estimado como na equação (6.44).

Toda a seqüência do Preditor-Corretor está integrada ao algoritmo Primal-Dual de Pontos Interiores, cujo algoritmo é o seguinte:

Algoritmo de Solução de Problemas de Otimização via Preditor-Corretor

**Passo 0:** Inicializar as variáveis.

**Passo 1:** Calcular o gradiente da função Lagrangeana.

**Passo 2:** Testar critérios de convergência:

- Caso os critérios estejam satisfeitos, FIM. A solução ótima foi encontrada.
- Caso contrário, prosseguir ao **Passo 3**.

**Passo 3:** Calcular e fatorar a matriz  $W$ .

**Passo 4: Etapa de predição:**

- fazer  $\mu$  igual a zero;
- recalculando o gradiente da função Lagrangeana;
- resolver a equação matricial (6.67), obtendo  $\Delta z_p$ ;
- calcular os termos de segunda ordem do vetor do lado direito de (6.66) e estimar dinamicamente o parâmetro barreira como em (6.68).

**Passo 5: Etapa de correção:**

- recalculando o vetor gradiente da função Lagrangeana substituindo  $\mu$  e os termos de segunda ordem;
- resolver a equação matricial (6.72), obtendo  $\Delta z_c$ .
- resolver a equação (6.73), obtendo  $\Delta z = \Delta z_p + \Delta z_c$ .

**Passo 6:** Determinar o comprimento dos passos nos espaços primal e dual,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$  obtidos nas equações (6.36) e (6.37).

**Passo 7:** Calcular o ponto atualizado,  $z$ , usando  $\Delta z$ ,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$ .

**Passo 8:** Calcular o novo valor do parâmetro barreira através de (6.44) e retornar ao **Passo 1**.

## 6.7 Comentários Finais

Este capítulo descreveu a formulação do Método de Pontos Interiores para um problema de otimização genérico, em duas versões: Primal-Dual Puro e Preditor-Corretor. Essa formulação foi implementada para resolução do problema de Despacho Ótimo de Potência Multi-Usuários descrito no Capítulo V.

Cabe ressaltar algumas peculiaridades do Método de Pontos Interiores que serão comprovadas no capítulo de resultados:

- o número de iterações para convergência do problema depende do valor inicial dado ao parâmetro barreira  $\mu$ , sendo que o valor ideal para  $\mu$  inicial depende do sistema;

- a medida que o problema vai se aproximando da solução ótima, a matriz  $\mathbf{W}$  tende a se tornar mal-condicionada, o que pode dificultar a convergência. Para contornar esta questão, deve-se arbitrar um limite mínimo para  $\mu$  ;
- a escolha do fator de aceleração  $\beta$ , utilizado para a atualização do parâmetro barreira em (6.44), principalmente para sistemas mal condicionados, é crucial para a convergência do algoritmo;
- o método Preditor-Corretor possibilita a diminuição do número de iterações necessárias para convergência; no entanto, essa diminuição não é proporcional à diminuição nos tempos computacionais obtidos, pois apesar da matriz  $\mathbf{W}$  se manter constante tanto na etapa de Predição quanto de Correção, os sistemas lineares por ela formados são calculados duas vezes.

A solução ótima fornece um conjunto de informações importantes para se realizar diversos estudos sobre análise de sensibilidades e alocação de serviços de transmissão. Assim, no próximo capítulo, serão analisados alguns aspectos relacionados ao despacho ótimo de geração proposto no Capítulo V, tais como: análise dos multiplicadores de Lagrange, alocação de fluxos de potência, perdas e custos entre os usuários da rede e sensibilidades de tensão.

# CAPÍTULO VII

## Aplicações do Modelo Proposto

### 7.1 Introdução

Este capítulo tem por objetivo analisar alguns aspectos técnicos e econômicos da operação de sistemas elétricos em ambientes reestruturados. O primeiro aspecto é sobre o máximo carregamento de potência de cada usuário. O segundo deles se refere aos custos marginais de atendimento da carga em cada barra do sistema. Demonstra-se que tais custos podem ser obtidos a partir de multiplicadores de Lagrange  $\lambda_p$  e  $\lambda_q$ . O terceiro aspecto se relaciona ao impacto de cada usuário no perfil de tensão do sistema. E, por fim, o quarto se refere ao uso do sistema de transmissão tais como: alocação de perdas, de fluxos nas linhas e custos fixos e operacionais. A análise se baseia nos resultados obtidos pelo modelo DOP proposto no Capítulo V.

### 7.2 Máxima Transferência de Potência

#### 7.2.1 Considerações Iniciais sobre Máxima Transferência de Potência

Os limites operacionais de um sistema elétrico de potência restringem a capacidade de transporte de energia. Inúmeros termos relacionados a essa limitação de capacidade são utilizados pela indústria elétrica, dentre eles, o da Máxima Transferência de Potência (Total Transfer Capability, TTC). Esse termo mede a habilidade do sistema elétrico em transferir potência de uma área para outra através das linhas de transmissão sob específicas condições operacionais. O termo área se refere normalmente a uma região física do sistema. Neste trabalho, entretanto, este termo é estendido, podendo ser interpretado como um sistema elétrico individual ou mercado de curto prazo ou área de controle ou região elétrica ou parte dela. No contexto deste trabalho, portanto, é possível considerar uma área como um usuário, sendo esse, na maioria das vezes, uma transação de potência.

Assim, a partir do despacho DOP apresentado no Capítulo V, é possível se calcular a máxima potência que pode ser transferida através de transações, ou seja, o máximo montante de

potência que pode ser transferido do vendedor para o comprador de energia sem que se violem as restrições operacionais do sistema. Esta informação é importante para que se possam negociar os contratos físicos em um mercado de energia competitivo.

O cálculo da máxima transferência de potência é obtido através de simulações computacionais, realizadas tipicamente *off-line*, isto é, bem antes da operação do sistema. Elas são vistas como um indicador de desempenho do sistema e são calculadas considerando-se um conjunto de fatores tais como:

- condições de carga (pesada, média e leve);
- configurações de rede;
- esquemas de transferência de potência;
- situações de contingências como: de saída de geradores e linhas de transmissão;
- etc..

As condições de uma rede elétrica interconectada variam continuamente de instante a instante, assim como seu TTC. Por esta razão, o cálculo do TTC deve ser refeito periodicamente, durante a operação, sendo que dependendo das condições consideradas, podem-se obter valores maiores ou menores dos obtidos em estudos *off-line*.

Os limites geralmente considerados nos estudos de máxima transferência de potência são: limites de capacidade das linhas de transmissão, limites de tensão e de estabilidade, ou seja, ao se estudar a máxima capacidade de transmissão, é preciso se verificar a sua estabilidade para distúrbios transitórios e dinâmicos.

Neste trabalho, a obtenção do TTC se restringe à obtenção dos máximos valores de potência que podem ser despachados por cada transação de potência, em um modelo bilateral ou *pool*-bilateral, considerando-se limites de tensão e de capacidade das mais importantes linhas de transmissão. O cálculo é realizado para um determinado ponto de operação e diferentes situações de contingências que englobam a saída das linhas de conexão mais significativas para a rede em estudo.

### **7.2.2 Formulação do Problema da Máxima Transferência de Potência**

Em um modelo bilateral e *pool*-bilateral, onde se deseja despachar transações físicas, é de interesse do mercado conhecer os máximos valores factíveis de transações, ou seja, quais os máximos valores de contrato que podem ser acordados de modo a serem despachados dentro dos limites de segurança. A maximização destes contratos é feita através da maximização de suas cargas, feita através da maximização de uma variável  $\gamma$  que multiplica as componentes dos vetores

$Pd$  e  $Qd$  associadas à transação a ser maximizada. Dessa forma, para se obter o TTC através do problema DOP, a seguinte função objetivo é adotada:

$$f.o. = -w_m \gamma \quad (7.1)$$

sendo  $w_m$  um indicador da maximização de contratos.

Para que a variável  $\gamma$  possa modificar os valores de carga, esta é introduzida nas equações de balanço de potência ativa e reativa que podem ser compactamente representadas por:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd}(\gamma) = \mathbf{P}_1(\mathbf{x}, \mathbf{t})\mathbf{x} \quad (7.2)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd}(\gamma) = \mathbf{Q}_1(\mathbf{x}, \mathbf{t})\mathbf{x} \quad (7.3)$$

onde

$$\mathbf{Pd}(\gamma) = \mathbf{Pd}^0 + \gamma \mathbf{U}_m \Delta \mathbf{Pd} \quad (7.4)$$

$$\mathbf{Qd}(\gamma) = \mathbf{Qd}^0 + \gamma \mathbf{U}_m \Delta \mathbf{Qd} \quad (7.5)$$

sendo  $\mathbf{Pd}^0$ ,  $\mathbf{Qd}^0$  os valores iniciais das cargas,  $\Delta \mathbf{Pd}$  e  $\Delta \mathbf{Qd}$  as direções de maximização da mesma e  $\mathbf{U}_m$  uma matriz diagonal com valores unitários nas posições referentes às cargas que se deseja maximizar, sendo os demais elementos diagonais nulos.

A formulação do problema DPO pode ser estendida para contemplar estudos sobre TTC. Para tanto, o critério (7.2) é adicionado à função objetivo (5.54) e os vetores  $\mathbf{Pd}$  e  $\mathbf{Qd}$  existentes nas equações (5.55) e (5.56) são substituídos por  $\mathbf{Pd}(\gamma)$  e  $\mathbf{Qd}(\gamma)$ .

A função objetivo do modelo DPO estendido fica equacionada do seguinte modo:

$$\min f.o. = CG + LO + DC + DV - w_m \gamma \quad (7.6)$$

Dessa forma, em estudos considerando carga constante,  $w_m=0$ ,  $\gamma=0$ , e o critério de despacho pode ser  $CG$ ,  $LO$ ,  $DC$ ,  $DV$  ou ainda combinações desses critérios. Caso se queira realizar estudos sobre maximização de contratos  $w_m \neq 0$  e  $\gamma$  é variável. Tais estudos podem ser realizados considerando-se transações firmes através da fixação dos limites nas restrições (5.58) e (5.59), ou supondo-se que algumas das demais transações sejam não-firmes. O critério  $DC$  é usado para garantir o mínimo corte em relação aos valores acordados. Quando os estudos são feitos em sistemas tipo *pool*-bilateral, o uso do critério  $CG$  leva a uma diminuição do custo da geração do *pool*.

Através do cálculo do vetor  $\mathbf{Pd}(\gamma)$ , na equação (7.4), o modelo de despacho é capaz de fornecer o máximo valor de carga que pode ser transacionado por um contrato  $k$ , definido como  $MCT^k$ , que é utilizado para a obtenção da máxima capacidade de transferência, TTC. Como nos

cálculos de TTC, os efeitos das contingências precisam ser considerados, para cada transação  $k$ , obtêm-se valores de  $MCT^k$  que satisfazem a uma lista de contingências (EJEBE et al, 1998). Portanto, para cada contingência,  $c$ , os máximos valores da transação  $k$ ,  $MCT_c^k$ , são calculados. A máxima capacidade de transferência da transação  $k$ ,  $TTC^k$ , é o menor dos valores de  $MCT_c^k$ :

$$TTC^k = \min\{MCT_1^k, \dots, MCT_c^k\} \quad (7.7)$$

sendo  $k=1, \dots, ntr$  e  $c=1, \dots, nc$ .

### 7.3 Análise de Sensibilidade da Função Objetivo em Relação à Variação das Cargas dos Usuários

O modelo para despacho de potência proposto neste trabalho não apenas fornece um ponto ótimo de operação, mas também permite o cálculo da sensibilidade da função objetivo em relação a variações em seus parâmetros. Pode-se, assim, quantificar o impacto de variações nas cargas dos usuários e do mercado de curto prazo na função objetivo do problema. Os fatores de sensibilidade são baseados nos multiplicadores Lagrange obtidos na solução ótima do problema DOP, como será vista a seguir:

#### 7.3.1 Interpretação dos Multiplicadores de Lagrange Associados às Restrições de Balanço de Potência Ativa

A sensibilidade da função objetivo com respeito às variações das cargas de potência ativa da barra  $i$ , chamada de Custo Marginal de Potência Ativa da Barra  $i$  devido ao usuário de potência ativa  $k$  ( $CMp_i^k$ ), pode ser deduzida a partir das condições de otimalidade de KKT, aplicadas ao problema genérico do Capítulo VI.

Para se obter os custos marginais das barras do sistema, em primeiro lugar, explicita-se na função objetivo genérica do problema DOP (equação (6.1)) o vetor de cargas ativas. A função objetivo passa então a ser escrita como  $f(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})$ . Em seguida, separa-se essa função em duas parcelas. Na primeira delas, os critérios de mínimo custo de geração, perdas e desvio de tensões especificadas são agrupados na função  $f'(\mathbf{u})$ . E, na segunda parte, o desvio de transações propostas, que está em função de  $\mathbf{Pd}$ , é representada por  $f''(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})$ . Assim,  $f(\mathbf{u})$  passa a ser igual a  $f'(\mathbf{u}, \mathbf{Pd}) + f''(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})$ .

Pela definição de  $CMp_i^k$  tem-se que:

$$CMP_i^k = \frac{\partial f(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})}{\partial Pd_i^k} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, nb \\ k = 1, \dots, ntr+1 \end{array} \quad (7.8)$$

ou ainda,

$$\frac{\partial f(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})}{\partial Pd_i^k} = \frac{\partial^T f'(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Pd_i^k} + \frac{\partial^T f''(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Pd_i^k} + \frac{\partial f''(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})}{\partial Pd_i^k} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, nb \\ k = 1, \dots, ntr+1 \end{array} \quad (7.9)$$

sendo  $Pd_i^k$  a carga na barra  $i$  associada ao participante  $k$  da rede elétrica.

Relembrando que as restrições (6.2) do problema DOP constituem-se nas  $2nb(ntr+1)$  equações de balanço de potência ativa e reativa mais a equação que fixa o ângulo da barra de referência em zero, reescreve-se a equação (6.14):

$$\frac{\partial f'(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} + \frac{\partial f''(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} + \sum_{n=1}^{nig} \lambda_n \frac{\partial^T \mathbf{g}_n(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} + \sum_{l=1}^{ndes} (\pi_l^{\min} + \pi_l^{\max}) \frac{\partial^T \mathbf{h}_l(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (7.10)$$

onde  $nig$  é o número de restrições de igualdade.

Tomando o valor de  $\frac{\partial f'(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} + \frac{\partial f''(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}$  de (7.10) e substituindo em (7.9), tem-se:

$$\frac{\partial f(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})}{\partial Pd_i^k} = - \sum_{n=1}^{nig} \lambda_n \frac{\partial^T \mathbf{g}_n(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Pd_i^k} - \sum_{l=1}^{ndes} (\pi_l^{\min} + \pi_l^{\max}) \frac{\partial^T \mathbf{h}_l(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Pd_i^k} + \frac{\partial f''(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})}{\partial Pd_i^k} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, nb \\ k = 1, \dots, ntr+1 \end{array} \quad (7.11)$$

Assim,

$$\frac{\partial f(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})}{\partial Pd_i^k} = - \sum_{n=1}^{nig} \lambda_n \frac{\partial \mathbf{g}_n(\mathbf{u})}{\partial Pd_i^k} - \sum_{l=1}^{ndes} (\pi_l^{\min} + \pi_l^{\max}) \frac{\partial \mathbf{h}_l(\mathbf{u})}{\partial Pd_i^k} + \frac{\partial f''(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})}{\partial Pd_i^k} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, nb \\ k = 1, \dots, ntr+1 \end{array} \quad (7.12)$$

Cabe lembrar, neste ponto, quais são as restrições de igualdades  $\mathbf{g}(\mathbf{u})$ :

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}) = \left\{ \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{c} \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{p}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{p}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{p}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{p}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{p}_1^{Pool} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{p}_{nb}^{Pool} \end{array} \right] \cdot \mathbf{x} - \left[ \begin{array}{c} Pg_1^1 \\ \vdots \\ Pg_{nb}^1 \\ \vdots \\ Pg_1^{ntr} \\ \vdots \\ Pg_{nb}^{ntr} \\ Pg_1^{Pool} \\ \vdots \\ Pg_{nb}^{Pool} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} Pd_1^1 \\ \vdots \\ Pd_{nb}^1 \\ \vdots \\ Pd_1^{ntr} \\ \vdots \\ Pd_{nb}^{ntr} \\ Pd_1^{Pool} \\ \vdots \\ Pd_{nb}^{Pool} \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{c} \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{q}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{q}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{q}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{q}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{q}_1^{Pool} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{q}_{nb}^{Pool} \end{array} \right] \cdot \mathbf{x} - \left[ \begin{array}{c} Qg_1^1 \\ \vdots \\ Qg_{nb}^1 \\ \vdots \\ Qg_1^{ntr} \\ \vdots \\ Qg_{nb}^{ntr} \\ Qg_1^{Pool} \\ \vdots \\ Qg_{nb}^{Pool} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} Qd_1^1 \\ \vdots \\ Qd_{nb}^1 \\ \vdots \\ Qd_1^{ntr} \\ \vdots \\ Qd_{nb}^{ntr} \\ Qd_1^{Pool} \\ \vdots \\ Qd_{nb}^{Pool} \end{array} \right] \\ \mathbf{d}^T \cdot \mathbf{x} = 0 \end{array} \right. \quad (7.13)$$

Portanto, sendo as  $nb(ntr+1)$  primeiras componentes de  $\mathbf{g}(\mathbf{u})$ , as equações de balanço de potência ativa e  $\lambda\mathbf{p}$  o vetor dos multiplicadores de Lagrange associados a essas equações, tem-se:

$$\frac{\partial f(\mathbf{u})}{\partial Pd_i^k} = - \sum_{n=1}^{nb(ntr+1)} \lambda \mathbf{p}_n \frac{\partial^T \mathbf{g}_n(\mathbf{u})}{\partial Pd_i^k} - \sum_{l=1}^{ndes} (\pi_l^{\min} + \pi_l^{\max}) \frac{\partial^T \mathbf{h}_l(\mathbf{u})}{\partial Pd_i^k} + \frac{\partial f''(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})}{\partial Pd_i^k}$$

$$\begin{array}{l} i = 1, \dots, nb \\ k = 1, \dots, ntr+1 \end{array} \quad (7.14)$$

Da equação (7.13) tem-se que  $\partial \mathbf{g}_n / \partial Pd_i^k$  é igual a  $-1$  se  $n$  corresponde à posição ocupada por  $Pd_i^k$  no vetor  $\mathbf{Pd}$ , e igual a zero nas demais posições. Assim,

$$\frac{\partial \mathbf{g}_n(\mathbf{u})}{\partial Pd_i^k} = -1 \quad \text{se } n = \text{posição de } Pd_i^k \quad (7.15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{g}_n(\mathbf{u})}{\partial Pd_i^k} = 0 \quad \text{caso contrário} \quad (7.16)$$

Como as restrições de desigualdades não estão em função de  $Pd_i^k$ :

$$\frac{\partial \mathbf{h}_l(\mathbf{u})}{\partial Pd_i^k} = 0 \quad \text{para todo } l \quad (7.17)$$

Já, para a função  $f''(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})$ , tem-se diretamente:

$$\frac{\partial f''(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})}{\partial Pd_i^k} = -Wd_{k,k} \cdot \left[ \sum_{i \in \Omega g_k} Pg_i^k - \sum_{i \in \Omega d_k} Pd_i^k \right] \quad (7.18)$$

Assim, substituindo (7.15), (7.16), (7.17) e (7.18) em (7.14), e lembrando que a posição  $n$  corresponde à barra  $i$  e ao participante (transação ou *pool*)  $k$ :

$$\frac{\partial f(\mathbf{u})}{\partial Pd_i^k} = \lambda p_i^k - Wd_{k,k} \cdot \left[ \sum_{i \in \Omega g_k} Pg_i^k - \sum_{i \in \Omega d_k} Pd_i^k \right] \quad (7.19)$$

$i = 1, \dots, nb$   
 $k = 1, \dots, ntr+1$

A equação (7.19) mostra que:

- (i) Para participantes operando segundo o critério de mínimo custo de geração, perdas de transmissão ou desvio de tensão, se a carga do participante  $k$  na barra  $i$  for incrementada de  $\Delta Pd_i^k$ , então o custo extra de operação será  $\lambda p_i^k \cdot \Delta Pd_i^k$ , ou seja, a relação de proporção entre o incremento no custo total e o incremento em  $Pd_i^k$  é o multiplicador de Lagrange  $\lambda p_i^k$ .
- (ii) Para uma operação que leve em conta o critério de mínimo desvio quadrático em relação às cargas dos usuários (critério DC), se a carga do usuário  $k$  na barra  $i$  for incrementada de  $\Delta Pd_i^k$ , então o custo extra de operação será  $\lambda p_i^k \cdot \Delta Pd_i^k$  mais o

valor de desvio, ou seja, a relação de proporção entre o incremento no custo total e

$$\text{o incremento em } Pd_i^k \text{ é } \{ \lambda p_i^k - Wd_{k,k} \cdot [ \sum_{i \in \Omega_{g_k}} Pg_i^k - \sum_{i \in \Omega_{d_k}} Pd_i^k ] \}.$$

### 7.3.2 Interpretação dos Multiplicadores de Lagrange Associados às Restrições de Balanço de Potência Reativa

Embora o custo de geração de potência reativa não esteja explicitamente representado na função objetivo, esta influencia fortemente as magnitudes de tensão nas barras, afetando as perdas de transmissão e o resultado final do problema DOP. Assim, pode-se deduzir o Custo Marginal de Potência Reativa na Barra  $i$ , devido à transação de potência reativa  $k$ ,  $CMq_i^k$  (ALMEIDA, 1994).

Ou seja, pela definição de  $CMq_i^k$  tem-se:

$$CMq_i^k = \frac{\partial f(\mathbf{u}, \mathbf{Qd})}{\partial Qd_i^k} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, nb \\ k = 1, \dots, ntr+1 \end{array} \quad (7.20)$$

Aplicando a regra da cadeia:

$$\frac{\partial f(\mathbf{u}, \mathbf{Qd})}{\partial Qd_i^k} = \frac{\partial^T f'(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Qd_i^k} + \frac{\partial^T f''(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial Qd_i^k} + \frac{\partial f''(\mathbf{u}, \mathbf{Qd})}{\partial Qd_i^k} \quad (7.21)$$

Isolando  $\frac{\partial f'(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} + \frac{\partial f''(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}$  em (7.10) e substituindo em (7.21), lembrando que as equações de balanço de potência reativa correspondem às componentes  $[nb(ntr+1) + 1]$  até  $2nb(ntr+1)$  de  $\mathbf{g}(\mathbf{u})$  e associando a estas equações o vetor multiplicador de Lagrange  $\lambda \mathbf{q}$ , tem-se:

$$\frac{\partial f(\mathbf{u}, \mathbf{Qd})}{\partial Qd_i^k} = - \sum_{n=nb(ntr+1)+1}^{2nb(ntr+1)} \lambda \mathbf{q}_n \frac{\partial \mathbf{g}_n(\mathbf{u})}{\partial Qd_i^k} - \sum_{l \in L_{\min o}} (\pi_l^{\min} + \pi_l^{\max}) \frac{\partial \mathbf{h}_l^{\max}(\mathbf{u})}{\partial Qd_i^k} + \frac{\partial f''(\mathbf{u}, \mathbf{Qd})}{\partial Qd_i^k} \quad (7.22)$$

Derivando-se o sistema de equações (7.13) em relação a  $Qd_i^k$ , observa-se que,  $\delta \mathbf{g}_n / \delta Qd_i^k$  é igual a  $-1$  se  $n$  corresponde à posição ocupada por  $Qd_i^k$  no vetor  $\mathbf{Qd}$  e igual a zero nos demais casos. Então:

$$\frac{\partial \mathbf{g}_n(\mathbf{u})}{\partial Qd_i^k} = -1 \quad \text{se } n = \text{posição de } Qd_i^k \quad (7.23)$$

$$\frac{\partial \mathbf{g}_n(\mathbf{u})}{\partial Qd_i^k} = 0 \quad \text{caso contrário} \quad (7.24)$$

E, como as restrições de desigualdades não estão em função de  $Qd_i^k$  :

$$\frac{\partial \mathbf{h}_l(\mathbf{u})}{\partial Qd_i^k} = 0 \quad \text{para todo } l \quad (7.25)$$

Já, para a função  $f''(\mathbf{u}, \mathbf{Qd})$ , tem-se diretamente:

$$\frac{\partial f''(\mathbf{u}, \mathbf{Qd})}{\partial Qd_i^k} = -Wd_{k,k} \cdot \left[ \sum_{i \in \Omega g_k} Qg_i^k - \sum_{i \in \Omega d_k} Qd_i^k \right] \quad (7.26)$$

Assim, substituindo (7.23) a (7.26) em (7.22), e lembrando mais uma vez que o índice  $n$  corresponde à barra  $i$  e participante  $k$ :

$$\frac{\partial f(\mathbf{u})}{\partial Qd_i^k} = \lambda q_i^k - Wd_{k,k} \cdot \left[ \sum_{i \in \Omega g_k} Qg_i^k - \sum_{i \in \Omega d_k} Qd_i^k \right] \quad (7.27)$$

$i = 1, \dots, nb$   
 $k = 1, \dots, ntr+1$

Portanto, um aumento na carga reativa de um determinado participante da rede elétrica, causa uma variação na função objetivo cuja relação de proporção é o multiplicador de Lagrange correspondente menos o desvio entre a geração e a carga do participante, se esse último critério for considerado.

### 7.3.3 Comportamento do Custo Marginal das Barras de Geração em Relação aos Usuários e Mercado Pool

Para se fazer uma análise do comportamento do Custo Marginal das Barras em relação aos participantes, o problema de despacho ótimo de potência derivado no Capítulo V, já modificado pela introdução das variáveis de folga e funções barreira logarítmica, é reescrito utilizando as equações de balanço de potência ativa e reativa na forma (7.13). A fim de simplificar a análise, considera-se apenas  $\mathbf{Pg}$ ,  $\mathbf{Qg}$  e  $\mathbf{x}$  como variáveis de otimização e os pesos  $w_c$ ,  $w_p$  e  $\mathbf{W}_d$ :

$$\begin{aligned} \min \quad f.o. = & w_c \sum_{i=1}^{nb} c_i \left( \sum_{k=1}^{ntr+1} Pg_i^k \right) + w_p \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} Pg_i^k + \\ & \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=1}^{ntr+1} Wd_{k,k} \cdot \left[ \left( \sum_{i \in \Omega g_k} Pg_i^k - \sum_{i \in \Omega d_k} Pd_i^k \right)^2 + \left( \sum_{i \in \Omega g_k} Qg_i^k - \sum_{i \in \Omega d_k} Pd_i^k \right)^2 \right] + \\ & \frac{1}{2} \cdot w_v \cdot \sum_{i=1}^{nb} [(V_i^{tot})^2 - (V_{esp})_i]^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\mu \left\{ \sum_{i=1}^{nb} [\ln(\underline{sgp}_i) + \ln(\overline{sgp}_i) + \ln(\underline{sgq}_i) + \ln(\overline{sgq}_i) + \ln(\underline{sv}_i) + \ln(\overline{sv}_i)] + \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} [\ln(\underline{sp}_i^k) + \ln(\underline{sq}_i^k)] \right\} \\
& \quad - \mu \sum_{i=1}^{nl} [\ln(\underline{spl}_i) + \ln(\overline{spl}_i)]
\end{aligned} \tag{7.28}$$

**s.a**

$$\sum_{k=1}^{ntr+1} f_{ref}^k = 0 \quad (\lambda v) \tag{7.29}$$

$$Pg_i^k - Pd_i^k = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}p_i^k \cdot \mathbf{x} \quad (\lambda p_i^k) \tag{7.30}$$

$$Qg_i^k - Qd_i^k = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}q_i^k \cdot \mathbf{x} \quad (\lambda q_i^k) \tag{7.31}$$

$$\sum_{k=1}^{ntr+1} Pg_i^k - \underline{gp}_i - \underline{sgp}_i = 0 \quad (\underline{\pi gp}_i) \tag{7.32}$$

$$\sum_{k=1}^{ntr+1} Pg_i^k - \overline{gp}_i + \overline{sgp}_i = 0 \quad (\overline{\pi gp}_i) \tag{7.33}$$

$$\sum_{k=1}^{ntr+1} Qg_i^k - \underline{gq}_i - \underline{sgq}_i = 0 \quad (\underline{\pi gq}_i) \tag{7.34}$$

$$\sum_{k=1}^{ntr+1} Qg_i^k - \overline{gq}_i + \overline{sgq}_i = 0 \quad (\overline{\pi gq}_i) \tag{7.35}$$

$$Pg_i^k - \underline{sp}_i^k = 0 \quad (\underline{\pi p}_i) \tag{7.36}$$

$$Qg_i^k - \underline{sq}_i^k = 0 \quad (\underline{\pi q}_i) \tag{7.37}$$

$$\mathbf{x}^T \mathbf{M}_i \mathbf{x} - \underline{V}_i - \underline{sv}_i = 0 \quad (\underline{\pi v}_i) \tag{7.38}$$

$$\mathbf{x}^T \mathbf{M}_i \mathbf{x} - \overline{V}_i + \overline{sv}_i = 0 \quad (\overline{\pi v}_i) \tag{7.39}$$

$$Pl_i(\mathbf{x}) - \underline{Pl}_i - \underline{spl}_i = 0 \quad (\underline{\pi pl}_i) \tag{7.40}$$

$$Pl_i(\mathbf{x}) - \overline{Pl}_i + \overline{spl}_i = 0 \quad (\overline{\pi pl}_i) \tag{7.41}$$

onde, nas equações (7.29)-(7.39),  $i$  corresponde ao índice de barra,  $i = 1, \dots, nb$ , nas equações (7.40) e (7.41),  $i$  corresponde ao índice da linha,  $i = 1, \dots, nl$ , e  $k$  é o índice de participante,  $k = 1, \dots, ntr+1$ .

As variáveis de folga são  $\underline{sgp}_i$ ,  $\overline{sgp}_i$ ,  $\underline{sgq}_i$ ,  $\overline{sgq}_i$ ,  $\underline{sp}_i^k$ ,  $\underline{sq}_i^k$ ,  $\underline{sv}_i$ ,  $\overline{sv}_i$ ,  $\underline{spl}_i$  e  $\overline{spl}_i$ .

A função Lagrangeana do problema (7.28) é:

$$L = w_c \sum_{i=1}^{nb} c_i \left( \sum_{k=1}^{ntr+1} Pg_i^k \right) + w_p \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} Pg_i^k +$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \cdot wd \cdot \sum_{k=1}^{ntr+1} Wd_{k,k} \cdot [(\sum_{i \in \Omega_{gk}} Pg_i^k - \sum_{i \in \Omega_{dk}} Pd_i^k)^2 + (\sum_{i \in \Omega_{gk}} Qg_i^k - \sum_{i \in \Omega_{dk}} Qd_i^k)^2] + \\
 & \frac{1}{2} \cdot w_v \cdot \sum_{i=1}^{nb} [(V_i^{tot})^2 - (V_{esp})_i]^2 - \mu \{ \sum_{i=1}^{nl} [\ln(\underline{spl}_i) + \ln(\overline{spl}_i)] + \\
 & \sum_{i=1}^{nb} [\ln(\underline{sgp}_i) + \ln(\overline{sgp}_i) + \ln(\underline{sgq}_i) + \ln(\overline{sgq}_i) + \ln(\underline{sv}_i) + \ln(\overline{sv}_i)] + \sum_{i=1}^{nb} \sum_{n=1}^{ntr+1} [\ln(sp_i^n) + \ln(sq_i^n)] \} + \\
 & \lambda d \sum_{k=1}^{ntr+1} f_{ref}^k + \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} \lambda p_i^k [\mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{p}_i^k \mathbf{x} - Pg_i^k + Pd_i^k] + \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} \lambda q_i^k [\mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{q}_i^k \mathbf{x} - Qg_i^k + Qd_i^k] + \\
 & \sum_{i=1}^{nb} \underline{\pi g p}_i [\sum_{k=1}^{ntr+1} Pg_i^k - \underline{gp}_i - \overline{sgp}_i] + \sum_{i=1}^{nb} \overline{\pi g p}_i [\sum_{k=1}^{ntr+1} Pg_i^k - \overline{gp}_i + \overline{sgp}_i] + \\
 & \sum_{i=1}^{nb} \underline{\pi g q}_i [\sum_{k=1}^{ntr+1} Qg_i^k - \underline{gq}_i - \overline{sgq}_i] + \sum_{i=1}^{nb} \overline{\pi g q}_i [\sum_{k=1}^{ntr+1} Qg_i^k - \overline{gq}_i + \overline{sgq}_i] + \\
 & \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} \underline{\pi p}_i^k [Pg_i^k - \underline{sp}_i^k] + \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} \overline{\pi q}_i^k [Qg_i^k - \underline{sq}_i^k] + \\
 & \sum_{i=1}^{nb} \underline{\pi v}_i [\mathbf{x}^T \mathbf{M}_i \mathbf{x} - \underline{V}_i - \underline{sv}_i] + \sum_{i=1}^{nb} \overline{\pi v}_i [\mathbf{x}^T \mathbf{M}_i \mathbf{x} - \overline{V}_i + \overline{sv}_i] \\
 & \sum_{n=1}^{nl} \underline{\pi pl}_n [Pl_n(\mathbf{x}) - \underline{Pl}_n - \underline{spl}_n] + \sum_{n=1}^{nl} \overline{\pi pl}_n [Pl_n(\mathbf{x}) - \overline{Pl}_n + \overline{spl}_n]
 \end{aligned} \tag{7.42}$$

Novamente, por questões didáticas, analisa-se primeiramente a derivada do Lagrangeano em relação  $Pg_i^k$ , ou seja, em relação à potência gerada na barra  $i$  devido ao usuário  $k$ , considerando-se apenas a função objetivo  $f(\mathbf{u})$  que engloba os critérios de mínimo custo de geração, perdas e mínimo desvio de tensão:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial Pg_i^k} = w_c \frac{\partial}{\partial Pg_i^k} \sum_i c_i (Pg_i^1 + \dots + Pg_i^{ntr} + Pg_i^{pool}) + w_p \frac{\partial}{\partial Pg_i^k} \sum_i (Pg_i^1 + \dots + Pg_i^{ntr} + Pg_i^{pool}) + \\
 - \lambda p_i^k + \underline{\pi g p}_i + \overline{\pi g p}_i + \underline{\pi p}_i^k = 0
 \end{aligned} \tag{7.43}$$

Sendo  $c(\mathbf{Pg})$  uma função quadrática, para a barra  $i$ :

$$\begin{aligned}
 c_i (Pg_i^1 + \dots + Pg_i^{ntr} + Pg_i^{pool}) = 1/2 a o_i (Pg_i^1 + \dots + Pg_i^{ntr} + Pg_i^{pool})^2 \\
 + b o_i (Pg_i^1 + \dots + Pg_i^{ntr} + Pg_i^{pool}) + c o_i
 \end{aligned} \tag{7.44}$$

onde  $a o_i$ ,  $b o_i$  e  $c o_i$  são os coeficientes quadrático, linear e constante da função custo

Então:

$$\frac{\partial c_i}{\partial P g_i^k} = a o_i (P g_i^1 + \dots + P g_i^{ntr} + P g_i^{pool}) + b o_i \quad (7.45)$$

Desenvolvendo (7.43):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial P g_i^k} = w_c [(a o_i (P g_i^1 + \dots + P g_i^{ntr} + P g_i^{pool}) + b o_i)] + w_p + \\ - \lambda p_i^k + \underline{\pi} g p_i + \underline{\pi} g p_i + \underline{\pi} p_i^k = 0 \end{aligned} \quad (7.46)$$

Inicialmente, supõe-se que nenhum limite foi atingido, o que implica que:

$$\underline{\pi} g p_i = 0 \quad (7.47)$$

$$\overline{\pi} g p_i = 0 \quad (7.48)$$

$$\underline{\pi} p_i = 0 \quad (7.49)$$

Então:

$$w_c [a o_i (P g_i^1 + \dots + P g_i^{ntr} + P g_i^{pool}) + b o_i] + w_p - \lambda p_i^k = 0 \quad (7.50)$$

ou seja,

$$\lambda p_i^k = w_c [(a o_i (P g_i^1 + \dots + P g_i^{ntr} + P g_i^{pool}) + b o_i)] + w_p \quad (7.51)$$

Assim, analisando-se os  $\lambda p_i^k$ 's que se referem à barra  $i$  e todos os  $ntr+1$  usuários, tem-se:

- Multiplicador de Lagrange referente à barra de geração  $i$  e usuário 1:

$$\lambda p_i^1 = w_c [(a o_i (P g_i^1 + \dots + P g_i^{ntr} + P g_i^{pool}) + b o_i)] + w_p \quad (7.52)$$

- Multiplicador de Lagrange referente à barra de geração  $i$  e usuário 2:

$$\lambda p_i^2 = w_c [(a o_i (P g_i^1 + \dots + P g_i^{ntr} + P g_i^{pool}) + b o_i)] + w_p \quad (7.53)$$

⋮

- Multiplicador de Lagrange referente à barra de geração  $i$  e usuário  $ntr$ :

$$\lambda p_i^{ntr} = w_c [(a o_i (P g_i^1 + \dots + P g_i^{ntr} + P g_i^{pool}) + b o_i)] + w_p \quad (7.54)$$

- Multiplicador de Lagrange referente à barra de geração  $i$  e ao mercado  $pool$ :

$$\lambda p_i^{pool} = w_c [(a o_i (P g_i^1 + \dots + P g_i^{ntr} + P g_i^{pool}) + b o_i)] + w_p \quad (7.55)$$

Comparando-se o lado direito das equações (7.52) a (7.55), observa-se que os mesmos são idênticos. Portanto:

$$\lambda p_i^1 = \lambda p_i^2 = \dots = \lambda p_i^{ntr} = \lambda p_i^{pool} \quad (7.56)$$

Assim, considerando-se  $\mathbf{W}_d = \mathbf{0}$  e qualquer outro critério de otimização, os multiplicadores de Lagrange associados a uma barra de geração  $i$  são iguais para todos os  $ntr+1$  usuários, ou seja:

$$CMp_i^1 = CMp_i^2 = \dots = CMp_i^{ntr} = CMp_i^{pool} \quad (7.57)$$

Quando o limite mínimo ou máximo da potência ativa da barra  $i$  é atingido, o multiplicador correspondente,  $\underline{\pi}gp_i$  ou  $\overline{\pi}gp_i$ , torna-se diferente de zero. No entanto, tomando apenas a parcela do Lagrangeano que se refere ao limite mínimo de geração ativa, ou seja,

$$\begin{aligned} L\underline{\pi}gp = & \underline{\pi}gp_1 (Pg_1^1 + \dots + Pg_1^{ntr} + Pg_1^{pool} - gp_1 - \underline{sgp}_1) + \dots \\ & + \underline{\pi}gp_{nb} (Pg_{nb}^1 + \dots + Pg_{nb}^{ntr} + Pg_{nb}^{pool} - gp_{nb} - \underline{sgp}_{nb}) \end{aligned} \quad (7.58)$$

e, derivando-se esta parcela em relação a  $Pg_i^k$ , para  $k = 1, \dots, ntr+1$  tem-se:

$$\frac{\partial L\underline{\pi}gp}{\partial Pg_i^1} = \dots = \frac{\partial L\underline{\pi}gp}{\partial Pg_i^{ntr}} = \frac{\partial L\underline{\pi}gp}{\partial Pg_i^{pool}} = \underline{\pi}gp_i \quad (7.59)$$

Desconsiderando-se, ainda, o desvio de transações tem-se:

- Multiplicador de Lagrange referente à barra  $i$  e usuário 1:

$$\lambda p_i^1 = w_c [(ao_i (Pg_i^1 + \dots + Pg_i^{ntr} + Pg_i^{pool}) + bo_i)] + w_p + \underline{\pi}gp_i \quad (7.60)$$

- Multiplicador de Lagrange referente à barra  $i$  e usuário 2:

$$\lambda p_i^2 = w_c [(ao_i (Pg_i^1 + \dots + Pg_i^{ntr} + Pg_i^{pool}) + bo_i)] + w_p + \underline{\pi}gp_i \quad (7.61)$$

⋮

- Multiplicador de Lagrange referente à barra  $i$  e usuário  $ntr$ :

$$\lambda p_i^{ntr} = w_c [(ao_i (Pg_i^1 + \dots + Pg_i^{ntr} + Pg_i^{pool}) + bo_i)] + w_p + \underline{\pi}gp_i \quad (7.62)$$

- Multiplicador de Lagrange referente à barra  $i$  ao  $pool$ :

$$\lambda p_i^{pool} = w_c [(ao_i (Pg_i^1 + \dots + Pg_i^{ntr} + Pg_i^{pool}) + bo_i)] + w_p + \underline{\pi}gp_i \quad (7.63)$$

Assim, comparando-se as equações (7.60) a (7.63), tem-se mais uma vez que:

$$\lambda p_i^1 = \lambda p_i^2 = \dots = \lambda p_i^{ntr} = \lambda p_i^{pool} \quad (7.64)$$

e a expressão (7.57) permanece válida.

Tendo em vistas a equação (7.64) pode-se definir:

$$\lambda p_i \underline{\Delta} = \lambda p_i^1 = \lambda p_i^2 = \dots = \lambda p_i^{ntr} = \lambda p_i^{pool} \quad (7.65)$$

Supondo agora que  $\mathbf{W}_a$  seja diferente de zero, ou seja, somando-se aos resultados anteriores, os relativos à função  $f'(\mathbf{u}, \mathbf{Pd})$ , tem-se que:

$$CM_i^k = \lambda p_i - Wd_{k,k} \cdot \left[ \sum_{i \in \Omega g_k} Pg_i^k - \sum_{i \in \Omega d_k} Pd_i^k \right] \quad (7.66)$$

Ou seja, caso os desvios nas transações propostas sejam nulos ou iguais, a equação (7.57) é ainda válida.

Portanto, o custo marginal da barra  $i$  é o mesmo para todos os  $ntr+1$  usuários independentemente de se ter ou não o gerador da barra  $i$  no seu limite mínimo, a menos que os desvios das transações não sejam nulos ou iguais.

Resultado análogo é obtido para os multiplicadores de Lagrange referentes às restrições de limite superior de geração ativa. E resultados também análogos são obtidos para os multiplicadores de Lagrange referentes às restrições de igualdade que representam as equações de balanço de potência reativa:

$$\lambda q_i = \lambda q_i^1 = \lambda q_i^2 = \dots = \lambda q_i^{ntr+1} \quad (7.67)$$

E, quanto aos custos incrementais de barras:

$$CMq_i^k = \lambda q_i - Wd_{k,k} \cdot \left[ \sum_{i \in \Omega_k} Qg_i^k - \sum_{i \in \Omega_k} Qd_i^k \right] \quad (7.68)$$

Embora a análise anterior tenha sido feita para barras de geração, testes numéricos mostram que a propriedade apresentada na equação (7.64) e (7.67) é também válida quando  $i$  é uma barra de carga. Assim, a fim de se comprovar genericamente esta propriedade também para barras de carga, é necessário se fazer uma análise da condição de otimalidade referente a  $\partial L / \partial \mathbf{x}$ . Esta análise está apresentada no Apêndice C, onde se comprova matematicamente que:

$$\begin{bmatrix} \lambda p_1^1 \\ \lambda p_k^1 \\ \vdots \\ \lambda p_{nb}^1 \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} \lambda p_1^{ntr} \\ \lambda p_k^{ntr} \\ \vdots \\ \lambda p_{nb}^{ntr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda p_1^{pool} \\ \lambda p_k^{pool} \\ \vdots \\ \lambda p_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (7.69)$$

e

$$\begin{bmatrix} \lambda q_1^1 \\ \lambda q_k^1 \\ \vdots \\ \lambda q_{nb}^1 \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} \lambda q_1^{ntr} \\ \lambda q_k^{ntr} \\ \vdots \\ \lambda q_{nb}^{ntr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda q_1^{pool} \\ \lambda q_k^{pool} \\ \vdots \\ \lambda q_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (7.70)$$

O que se conclui destes resultados é que, apesar do modelo proposto no Capítulo V possibilitar a decomposição do sistema em tantos circuitos quantos forem os participantes, quando se considera  $\mathbf{W}_d = \mathbf{0}$  os valores dos custos marginais das barras são independentes dos participantes, o que é de se esperar já que os critérios de otimização são centralizados. Pelas manipulações realizadas no Apêndice C, nota-se que os custos marginais não variam de acordo com o usuário porque cada circuito individual refere-se à mesma rede (matrizes  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{B}$ ) e mesmos limites operacionais. A única possibilidade de se obter valores distintos de custos marginais para os usuários seria a introdução de limites operacionais diferentes para cada um deles. Por exemplo, limites de fluxo específicos para cada participante, com o intuito de restringir o fluxo de potência de determinado usuário por determinadas linhas da rede.

#### 7.4 Impacto dos Usuários no Perfil de Tensão

Pelo fato do modelo de despacho proposto neste trabalho possuir a característica de desagregar a atuação dos usuários da rede, pode-se analisar o efeito que a variação de carga de determinado participante tem na variação de tensão de cada uma das barras do sistema. Ou seja, é possível se determinar como o perfil de tensão do sistema responde às variações individuais de carga por participante.

Para se obter esta relação de sensibilidade entre a variável  $\mathbf{x}$  e o vetor de carga  $\mathbf{Pd}$  e  $\mathbf{Qd}$ , ou seja, para se obter a relação  $\partial\mathbf{x}/\partial\mathbf{Pd}$  e  $\partial\mathbf{x}/\partial\mathbf{Qd}$ , recorre-se à linearização das equações pertencentes às condições de KKT no ponto ótimo  $\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z})$  (equação 6.24).

Explicitando o vetor de cargas ativas nessa equação tem-se:

$$\boldsymbol{\rho}(\mathbf{z}, \mathbf{Pd}) = \mathbf{0} \quad (7.71)$$

O vetor  $\mathbf{z}$  pode ser decomposto em dois vetores:

$\mathbf{x}$  : vetor de tensão que contém todas as componentes de tensão por usuário;

$\mathbf{y}$  : vetor que engloba todas as variáveis de otimização com exceção do vetor  $\mathbf{x}$  e também os multiplicadores de Lagrange.

Assim, no ponto ótimo, as equações de KKT são expressas por:

$$\boldsymbol{\rho}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{Pd}) = \mathbf{0} \quad (7.72)$$

Supondo um novo ponto de operação ótima, o qual é definido após um incremento no vetor  $\mathbf{Pd}$ , pode-se escrever:

$$\rho(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, \mathbf{y} + \Delta\mathbf{y}, \mathbf{Pd} + \Delta\mathbf{Pd}) = \rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{Pd}) + \begin{bmatrix} \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{x}} & \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{y}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \Delta\mathbf{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{Pd}} \end{bmatrix} \cdot \Delta\mathbf{Pd} = \mathbf{0} \quad (7.73)$$

Esta relação implica que:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{x}} & \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{y}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \Delta\mathbf{y} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{Pd}} \end{bmatrix} \cdot \Delta\mathbf{Pd} \quad (7.74)$$

Ou ainda, que

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{x}} & \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{y}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta\mathbf{x}}{\Delta\mathbf{Pd}} \\ \frac{\Delta\mathbf{y}}{\Delta\mathbf{Pd}} \end{bmatrix} = \mathbf{W} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\Delta\mathbf{x}}{\Delta\mathbf{Pd}} \\ \frac{\Delta\mathbf{y}}{\Delta\mathbf{Pd}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{Pd}} \end{bmatrix} \quad (7.75)$$

Na expressão anterior,  $\mathbf{W}$  é a matriz Hessiana, desenvolvida em (6.27), e

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial\rho}{\partial\mathbf{Pd}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial\mathbf{x}\partial\mathbf{Pd}} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial\mathbf{y}\partial\mathbf{Pd}} \end{bmatrix} \quad (7.76)$$

Assim a relação  $\partial x_i^k / \partial Pd_i^k$  é uma componente do vetor  $\Delta\mathbf{x} / \Delta\mathbf{Pd}$  obtido da resolução do sistema (7.75), ou seja,

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta\mathbf{x}}{\Delta\mathbf{Pd}} \\ \frac{\Delta\mathbf{y}}{\Delta\mathbf{Pd}} \end{bmatrix} = \mathbf{W}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial\rho(\mathbf{u})}{\partial\mathbf{Pd}} \end{bmatrix} \quad (7.77)$$

O vetor  $\Delta\mathbf{x} / \Delta\mathbf{Pd}$  obtido pela equação (7.77) estabelece qual o incremento ou decréscimo nos componentes de  $\mathbf{x}$  devido às variações em  $\mathbf{Pd}$ .

Contudo, busca-se o impacto dos usuários da rede nos valores de magnitudes de tensão, então, a fim de se obter as variações nas magnitudes de tensão em relação às variações de carga, ou seja,  $\Delta|\dot{V}_i^{tot}| / \Delta\mathbf{Pd}$ , faz-se as algumas manipulações a partir da equação (5.15) que representa o módulo de tensão ao quadrado de uma determinada barra  $i$ :

$$|\dot{V}_i^{tot}|^2 = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \quad (7.78)$$

Derivando-se (7.78) obtém-se

$$\frac{d|\dot{V}_i^{tot}|^2}{d\mathbf{x}} = 2 \cdot |\dot{V}_i^{tot}| \cdot \frac{d|\dot{V}_i^{tot}|}{d\mathbf{x}} = 2 \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \quad (7.79)$$

Assim,

$$\frac{d|\dot{V}_i^{tot}|}{d\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x}}{|\dot{V}_i^{tot}|} \quad (7.80)$$

Aplicando a regra da cadeia à equação (7.81), tem-se

$$\Delta S_{i,j}^k = \frac{d|\dot{V}_i^{tot}|}{dPd_j^k} = \frac{d^T|\dot{V}_i^{tot}|}{d\mathbf{x}} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dPd_j^k} = \left[ \frac{\mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x}}{|\dot{V}_i^{tot}|} \right]^T \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dPd_j^k} \quad (7.81)$$

A equação (7.81) fornece  $\Delta S_{i,j}^k$  que indica o incremento na magnitude de tensão na barra  $i$  causado por uma variação na carga ativa de qualquer usuário  $k$ , conectado a essa barra.

De forma análoga, é possível obter a relação existente entre tensão e vetor de demanda de potência reativa **Qd**.

No Capítulo IX, serão apresentados resultados pertinentes aos fatores de sensibilidade obtidos acima.

## 7.5 Alocação de Serviços de Transmissão

Após a convergência do problema de minimização proposto no Capítulo V, estão disponíveis as variáveis de otimização que são os vetores: **Pg**, **Qg**, **x**, **a**, **φ**, **b**. O vetor **x** é formado pelas componentes de tensão de barras devidas aos participantes que, somadas segundo o TS fornecem o estado final de operação do sistema, ou seja, o valor total de tensão nas barras  $\dot{V}^{total}$ .

De posse destas variáveis totais e por participante, é possível estabelecer a alocação de fluxos, perdas e custos entre os usuários, como a seguir apresentado.

### 7.5.1 Alocação de Fluxos de Potência Ativa entre Usuários

#### 7.5.1.1 Cálculo de Fluxo de Potência Total

No Apêndice A são apresentadas as fórmulas para cálculo de fluxo de potência ativa e reativa pelos elementos do sistema, as quais estão em função dos parâmetros das linhas, dos *taps*

dos transformadores e dos valores de tensão por barra. Assim, uma vez obtido o vetor das tensões nas barras,  $\dot{\mathbf{V}}^{tot}$ , pode-se calcular o vetor de fluxos de potência complexos, conforme equações (A.21) e (A.22), ou seja,

$$\dot{\mathbf{S}}_{im}^{tot} = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*) \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}) (\mathbf{A}\mathbf{f} \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{A}\mathbf{t})^T (\dot{\mathbf{V}}^{tot})^* - j \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \mathbf{b}^s] \quad (7.82)$$

$$\dot{\mathbf{S}}_{mi}^{tot} = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*) (\mathbf{A}\mathbf{t} - \mathbf{A}\mathbf{f} \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}))^T (\dot{\mathbf{V}}^{tot})^* - j \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \mathbf{b}^s] \quad (7.83)$$

onde  $\dot{\mathbf{S}}_{im}^{tot}$  e  $\dot{\mathbf{S}}_{mi}^{tot}$  são vetores de dimensão  $(nl \times 1)$  compostos pelos de fluxos de potência aparente total que percorrem os ramos nas direções  $i-m$  e  $m-i$ ;

É oportuno lembrar que:

$$\dot{\mathbf{S}}_{im}^{tot} = \mathbf{P}\mathbf{I}_{im}^{tot} + j \cdot \mathbf{Q}\mathbf{I}_{im}^{tot} \quad (7.84)$$

onde

$\mathbf{P}\mathbf{I}_{im}^{tot}$ : vetor de fluxo de potência ativa total na direção  $i-m$ ;

$\mathbf{Q}\mathbf{I}_{im}^{tot}$ : vetor de fluxo de potência reativa total na direção  $i-m$ .

As expressões (7.82) e (7.83) são usadas para se fazer alocações de fluxos nos elementos do sistema.

### 7.5.1.2 Alocação de Fluxos de Potência entre Usuários

O vetor  $\mathbf{x}$  é composto por vários vetores que se referem a cada um dos usuários do sistema:

$$\dot{\mathbf{V}}^k = \mathbf{e}^k + j \cdot \mathbf{f}^k \quad k = 1, \dots, (ntr+1) \quad (7.85)$$

onde

$\dot{\mathbf{V}}^k$ : vetor de tensão referente ao usuário  $k$  ( $nb \times 1$ )

Utilizando-se a equação (A.5), o fluxo total entre as barras  $i$  e  $m$ , devido aos  $ntr+1$  usuários, é calculado da seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{S}}_{im}^{tot} = \dot{\mathbf{V}}_i^{tot} (\dot{\mathbf{I}}_{im}^{tot})^* = \dot{\mathbf{V}}_i^{tot} (\dot{\mathbf{I}}_{im}^1 + \dots + \dot{\mathbf{I}}_{im}^{ntr} + \dot{\mathbf{I}}_{im}^{pool})^* \quad (7.86)$$

Tal como ocorre com a injeção total de potência complexa na barra,  $\dot{\mathbf{S}}_{im}^{tot}$  pode ser dividido entre os usuários da rede de diferentes formas. Fazendo a divisão com base na corrente individual de cada um dos  $ntr+1$  usuários, tem-se:

$$\dot{\mathbf{S}}_{im}^{tot} = \dot{\mathbf{V}}_i^{tot} (\dot{\mathbf{I}}_{im}^1)^* + \dots + \dot{\mathbf{V}}_i^{tot} (\dot{\mathbf{I}}_{im}^{ntr})^* + \dot{\mathbf{V}}_i^{tot} (\dot{\mathbf{I}}_{im}^{pool})^* = \dot{\mathbf{S}}_{im}^1 + \dots + \dot{\mathbf{S}}_{im}^{ntr} + \dot{\mathbf{S}}_{im}^{pool} \quad (7.87)$$

Portanto, o fluxo na linha  $i$ - $m$  da barra  $i$  para a barra  $m$ , devido ao usuário  $k$  é escrito:

$$\dot{S}l_{im}^k = \dot{V}_i^{tot} (\dot{I}_{im}^k)^* = \dot{V}_i^{tot} [|\dot{t}_{im}|^2 \cdot \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_i^k - \dot{t}_{im}^* \cdot \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_m^k] + j b_{im}^s \cdot \dot{V}_i^k \quad (7.88)$$

e o fluxo da barra  $m$  para a barra  $i$  é:

$$\dot{S}l_{mi}^k = \dot{V}_m^{tot} (\dot{I}_{mi}^k)^* = \dot{V}_m^{tot} [-\dot{t}_{mi} \cdot \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_i^k + \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_m^k] + j b_{im}^s \cdot \dot{V}_i^k \quad (7.89)$$

Na forma matricial tem-se, portanto (Apêndice A):

$$\dot{S}l_{im}^k = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*) \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}) (\mathbf{A}\mathbf{f} \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{A}\mathbf{t})^T (\dot{\mathbf{V}}^k)^* - j \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^k)^* \mathbf{b}^s] \quad (7.90)$$

$$\dot{S}l_{mi}^k = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*) (\mathbf{A}\mathbf{t} - \mathbf{A}\mathbf{f} \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}))^T (\dot{\mathbf{V}}^k)^* - j \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^k)^* \mathbf{b}^s] \quad (7.91)$$

Os vetores  $\dot{S}l_{im}^k$  e  $\dot{S}l_{mi}^k$  são compostos pelos fluxos, nas direções  $i$ - $m$  e  $m$ - $i$ , alocados ao usuário  $k$ . A soma de  $\dot{S}l_{im}^k$  para  $k = 1, \dots, ntr+1$  é igual a  $\dot{S}l_{im}^{tot}$ . A mesma propriedade é válida para  $\dot{S}l_{mi}^k$ .

## 7.5.2 Alocação de Perdas entre Usuários

### 7.5.2.1 Perdas de Potência Aparente

As perdas ativas e reativas nos elementos entre as barras  $i$  e  $m$  são dados por:

$$\dot{S}perda_{im}^{tot} = Pperda_{im}^{tot} + jQperda_{im}^{tot} = \dot{S}l_{im}^{tot} + \dot{S}l_{mi}^{tot} \quad (7.92)$$

O vetor composto de perdas ativas e reativas em cada linha e transformador da rede é, portanto,

$$\dot{S}perda^{tot} = \dot{S}l_{im}^{tot} + \dot{S}l_{mi}^{tot} \quad (7.93)$$

A perda total do sistema,  $\dot{S}perda^{tot}$ , é obtida somando-se as perdas de cada um dos  $nl$  elementos de  $\dot{S}perda^{tot}$ :

$$\dot{S}perda^{tot} = \sum_{i=1}^{nl} \dot{S}perda_i^{tot} \quad (7.94)$$

### 7.5.2.2 Alocação de Perdas de Potência Ativa entre Usuários utilizando DOP

Através dos fluxos de potência  $\dot{\mathbf{S}}_{im}^k$  e  $\dot{\mathbf{S}}_{mi}^k$  referentes a cada participante  $k$ , é possível também se calcular o vetor de perdas de potência aparente causadas por  $k$  nas linhas e transformadores do sistema:

$$\dot{\mathbf{S}}_{perda}^k = \dot{\mathbf{S}}_{im}^k + \dot{\mathbf{S}}_{mi}^k \quad (7.95)$$

onde  $\dot{\mathbf{S}}_{perda}^k$  é um vetor de dimensão  $(nl \times 1)$ .

Já que o maior interesse se dá pelas perdas de potência ativa, expressa-se a seguir o vetor de perdas de potência ativa por transação:

$$\mathbf{P}_{perda}^k = \mathbf{P}_{im}^k + \mathbf{P}_{mi}^k \quad (7.96)$$

Explicitando os vetores de perdas de potência ativa para cada  $ntr+1$  usuários, na forma matricial tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{perda}^1 = & \text{real}\{diag(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[diag(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*)diag(\dot{\mathbf{t}})(\mathbf{A}\mathbf{f}diag(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{A}\mathbf{t})^T (\dot{\mathbf{V}}^1)^* - jdiag(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^1)^* \mathbf{b}^s] + \\ & diag(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[diag(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*)(-\mathbf{A}\mathbf{f}diag(\dot{\mathbf{t}}) + \mathbf{A}\mathbf{t})^T (\dot{\mathbf{V}}^1)^* - jdiag(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^1)^* \mathbf{b}^s]\} \end{aligned} \quad (7.97)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{perda}^2 = & \text{real}\{diag(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[diag(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*)diag(\dot{\mathbf{t}})(\mathbf{A}\mathbf{f}diag(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{A}\mathbf{t})^T (\dot{\mathbf{V}}^2)^* - jdiag(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^2)^* \mathbf{b}^s] + \\ & diag(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[diag(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*)(-\mathbf{A}\mathbf{f}diag(\dot{\mathbf{t}}) + \mathbf{A}\mathbf{t})^T (\dot{\mathbf{V}}^2)^* - jdiag(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^2)^* \mathbf{b}^s]\} \end{aligned} \quad (7.98)$$

⋮

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{perda}^{pool} = & diag(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[diag(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*)diag(\dot{\mathbf{t}})(\mathbf{A}\mathbf{f}diag(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{A}\mathbf{t})^T (\dot{\mathbf{V}}^{pool})^* - jdiag(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \mathbf{b}^s] + \\ & diag(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[diag(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*)(-\mathbf{A}\mathbf{f}diag(\dot{\mathbf{t}}) + \mathbf{A}\mathbf{t})^T (\dot{\mathbf{V}}^{pool})^* - jdiag(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \mathbf{b}^s] \end{aligned} \quad (7.99)$$

A soma das equações (7.97) a (7.99) fornece o vetor de perdas de potência ativa totais nas linhas devidas a cada um dos  $ntr+1$  usuários:

$$\mathbf{P}_{perda}^{tot} = \mathbf{P}_{perda}^1 + \dots + \mathbf{P}_{perda}^{ntr} + \mathbf{P}_{perda}^{pool} \quad (7.100)$$

Uma análise mais detalhada das perdas de potência ativa pode ser feita tomando-se apenas as componentes devidas aos elementos *shunt*  $\mathbf{P}_{perda}_s^k$ , ou seja:

$$\mathbf{P}_{perda}_s^1 = \text{real}\{diag(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-jdiag(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{V}}^1)^* \mathbf{b}^s] + diag(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-jdiag(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \dot{\mathbf{V}}^1)^* \mathbf{b}^s]\} \quad (7.101)$$

$$\mathbf{Pperda}_s^2 = \text{real}\{ \text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-j \text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^2)^* \mathbf{b}^s] + \text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-j \text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^2)^* \mathbf{b}^s] \} \quad (7.102)$$

⋮

$$\mathbf{Pperda}_s^{pool} = \text{real}\{ \text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-j \text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \mathbf{b}^s] + \text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-j \text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \mathbf{b}^s] \} \quad (7.103)$$

A soma das equações (7.101) a (7.103) fornece as perdas de potência ativa total devida às componentes *shunt*:

$$\mathbf{Pperda}_s^{tot} = \mathbf{Pperda}_s^1 + \dots + \mathbf{Pperda}_s^{ntr} + \mathbf{Pperda}_s^{pool} \quad (7.104)$$

Substituindo as equações (7.101) a (7.103) em (7.104) tem-se:

$$\mathbf{Pperda}_s^{tot} = \text{real}\{ \text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-j \text{diag}(\mathbf{Af}^T (\dot{\mathbf{V}}^1 + \dot{\mathbf{V}}^2 + \dots + \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \mathbf{b}^s] + \text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[-j \text{diag}(\mathbf{At}^T (\dot{\mathbf{V}}^1 + \dot{\mathbf{V}}^2 + \dots + \dot{\mathbf{V}}^{pool})^* \mathbf{b}^s] \} \quad (7.105)$$

Ou ainda,

$$\mathbf{Pperda}_s^{tot} = \text{real}\{ -j \text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot}) \text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \mathbf{b}^s - j \text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot}) \text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})^* \mathbf{b}^s \} \quad (7.106)$$

Sabe-se que o produto de um número complexo com seu valor conjugado é igual a um número real. Assim, todo o valor contido entre os colchetes é um número imaginário. Portanto, as susceptâncias *shunt* das linhas de transmissão não afetam o valor das perdas totais.

Tendo em vista o resultado anterior, os valores de perda de potência ativa por usuário são calculados desconsiderando-se a susceptância *shunt*. Tem-se, então, que o vetor de perdas associado ao participante  $k$  é:

$$\mathbf{Pperda}^k = \text{real}\{ \text{diag}(\mathbf{Af}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}^*) \text{diag}(\dot{\mathbf{t}})(\mathbf{Afdiag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{At})^T (\dot{\mathbf{V}}^k)^*] + \text{diag}(\mathbf{At}^T \dot{\mathbf{V}}^{tot})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}^*)(-\mathbf{Afdiag}(\dot{\mathbf{t}}) + \mathbf{At})^T (\dot{\mathbf{V}}^k)^*] \} \quad (7.107)$$

Somando-se os elementos do vetor  $\mathbf{Pperda}^k$ , obtém-se a perda total de potência ativa provocada pelo usuário  $k$ ,  $Perda_{DOP}^k$ :

$$Perda_{DOP}^k = \sum_{i=1}^{nl} Pperda_i^k \quad (7.108)$$

O valor de  $Perda_{DOP}^k$  pode ser proporcionalmente distribuído entre os geradores e cargas pertencentes a  $k$ , obtendo-se assim um valor de perda de potência ativa por barra.

Por fim, o valor total das perdas de potência ativa pode ser obtido pelo somatório de todas as perdas por usuário:

$$Perda^{tot} = \sum_{k=1}^{nr+1} Perda_{DOP}^k \quad (7.109)$$

Este valor coincide com a parte real da equação (7.94).

### 7.5.2.3 Alocação de Perdas de Potência Ativa entre Usuários Utilizando Matriz $\dot{\mathbf{Z}}$

O trabalho de Conejo, Galiana e Kockar (2001) apresenta um procedimento para alocação de perdas entre as barras de um sistema a partir da matriz de impedância de barra,  $\dot{\mathbf{Z}}$ , do vetor de injeções de corrente nas barras e das equações da rede sem aproximações. Para tanto, considera-se que a perda total de um sistema é dada pela soma das injeções de potência ativa nas barras:

$$\mathbf{Pperda}_{\dot{\mathbf{Z}}} = \text{real}\left\{\sum_{i=1}^{nb} \dot{V}_i^{tot} \cdot \dot{I}_i^*\right\} \quad (7.110)$$

Esta equação de perdas pode ser expressa em função da matriz  $\dot{\mathbf{Z}}$ :

$$\mathbf{Pperda}_{\dot{\mathbf{Z}}} = \text{real}\left\{\sum_{i=1}^{nb} \dot{I}_i^* \left(\sum_{j=1}^{nb} \dot{Z}_{ij} \cdot \dot{I}_j\right)\right\} \quad (7.111)$$

A idéia básica deste método é separar a equação (7.111) em uma soma de duas parcelas, uma devida a matriz de resistência  $\mathbf{R}$  e outra devido a matriz de reatância  $\mathbf{X}$ , lembrando que sendo  $\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{R} + j \cdot \mathbf{X}$ . Então:

$$\mathbf{Pperda}_{\dot{\mathbf{Z}}} = \text{real}\left\{\sum_{i=1}^{nb} \dot{I}_i^* \left(\sum_{j=1}^{nb} R_{ij} \cdot \dot{I}_j\right) + \left\{\sum_{i=1}^{nb} \dot{I}_i^* \left(\sum_{j=1}^{nb} j \cdot X_{ij} \cdot \dot{I}_j\right)\right\}\right\} \quad (7.112)$$

sendo que  $R_{ij}$  e  $X_{ij}$  os elementos de  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{X}$ .

No referido trabalho, demonstra-se que a segunda parcela de (7.112) é igual a zero caso a matriz  $\dot{\mathbf{Z}}$  seja simétrica, ou seja, quando transformadores defasadores não existem no sistema. Nesse caso, portanto, as perdas podem ser expressas unicamente em termos das injeções de correntes complexas e da matriz  $\mathbf{R}$ :

$$\mathbf{Pperda}_{\dot{\mathbf{Z}}} = \text{real}\left\{\sum_{i=1}^{nb} \dot{I}_i^* \left(\sum_{j=1}^{nb} R_{ij} \cdot \dot{I}_j\right)\right\} \quad (7.113)$$

Analisando-se a equação (7.113), observa-se uma separação natural das perdas do sistema entre as barras da rede. Re-escrevendo-a na forma matricial tem-se:

$$\mathbf{Pperda}_z = \text{real}\{\text{diag}(\dot{\mathbf{I}}^*) \cdot \mathbf{R} \cdot \dot{\mathbf{I}}\} \quad (7.114)$$

onde  $\mathbf{Pperda}_z$  é um vetor de dimensão  $(nb \times 1)$  de perda total por barra.

A perda total do sistema é obtida somando-se os elementos de  $\mathbf{Pperda}_z$ , o que fornece resultado idêntico ao obtido pela equação (7.109).

O método é simples e as perdas podem assumir valores negativos, isto é, o método considera a influência do contra-fluxo nas linhas. Entretanto, como os outros procedimentos citados no Capítulo III, também é arbitrário. A arbitrariedade aparece na desagregação intuitiva da fórmula de perdas em um número de parcelas igual ao número de barras do sistema. No entanto, como é de fácil implementação e apresenta resultados satisfatórios, ele é aplicado para a alocação de perdas entre usuários utilizando-se os valores das injeções de corrente por participante disponíveis na solução ótima do problema DPO.

Tal como ocorre com a injeção de potência complexa e os fluxos pelas linhas, que são divididos entre os usuários com base nas injeções de corrente de cada um, as perdas calculadas segundo a equação (7.114) também o são.

Assim, a equação (7.114) pode ser re-escrita em função das injeções de corrente por participante da rede elétrica:

$$\mathbf{Pperda}_z = \text{real}\{\text{diag}[(\dot{\mathbf{I}}^{total})^* \mathbf{R}(\dot{\mathbf{I}}^1 + \dots + \dot{\mathbf{I}}^{ntr} + \dot{\mathbf{I}}^{pool})]\} \quad (7.115)$$

Ou seja, a perda por participante  $k$  alocada por barra é escrita como:

$$\mathbf{Pperda}_z^k = \text{real}\{\text{diag}[(\dot{\mathbf{I}}^{total})^* \mathbf{R}(\dot{\mathbf{I}}^k)]\} \quad (7.116)$$

Somando-se os elementos do vetor  $\mathbf{Pperda}_z^k$ , obtém-se a perda total de potência ativa provocada pelo participante  $k$ ,  $Perda_z^k$ , sendo que a equação (7.116) fornece valores de perda por barra e por participante, que somados, tal como em (7.117), fornecem os valores de perdas por participante:

$$Perda_z^k = \sum_{i=1}^{nb} (\mathbf{Pperda}_z^k)_i \quad (7.117)$$

Por fim, o valor total das perdas de potência ativa pode ser obtido pelo somatório de todas as perdas por usuário, sendo que este valor coincide com a parte real da equação (7.109).

Finalmente, deve-se lembrar que o método da matriz  $\hat{\mathbf{Z}}$  requer que a mesma seja simétrica. Assim sendo, quando os ângulos dos defasadores são considerados variáveis de otimização, esse método não deve ser utilizado.

#### 7.5.2.4 Despacho Concomitante de Geração e Perda de Potência Ativa

Uma vez conhecidos os valores de perdas por usuários, é possível introduzi-los no modelo DOP de tal modo que, além do valor de contrato, também seja despachado o valor da perda.

Essa idéia, desenvolvida nos trabalhos de BERIZZI, BOVO e MARANNINO (2001) e de HUANG e ZHANG (2001) considerando-se o problema de fluxo de carga, é aqui implementada tanto na formulação do fluxo de carga por participante, apresentado no Capítulo IV, tanto na formulação do DOP apresentado no Capítulo V.

##### a) Despacho de Perdas no Fluxo de Carga Multi-Usuário

As perdas por participante podem ser introduzidas dentro do processo iterativo do Fluxo de Carga Multi-Usuário, proposto no Capítulo IV. Para tanto, reescrevem-se as equações de balanço de potência ativa, introduzindo um vetor  $\mathbf{L}$  de dimensão  $[nb(ntr+1) \times 1]$  composto pelas perdas alocadas aos usuários, o qual é recalculado a cada iteração. Ou seja, faz-se:

$$\mathbf{P}_g + \mathbf{L} - \mathbf{P}_d = \mathbf{P}_1(\mathbf{x}, \mathbf{t})\mathbf{x} \quad (7.118)$$

O vetor  $\mathbf{L}$  é definido da seguinte forma:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ Perda_{s1}^1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ Perda_{sk}^k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.119)$$

Nas posições  $sk$ , que são correspondentes às barras geradoras de perdas de cada transação  $k$  (escolhidas previamente), incluem-se os valores de  $Perda_{DOP}^k$  ou  $Perda_Z^k$ , os quais são recalculados a cada nova iteração. Para as perdas associadas ao *pool* não se utiliza nenhuma fórmula específica, ficando a cargo do próprio processo iterativo do fluxo de carga o seu cálculo, sendo para tanto necessária a escolha de uma barra de folga *spool*.

b) Despacho de Perdas por Participante no Modelo de Despacho Ótimo de Potência

A fim de se despachar os valores de geração por participante juntamente com suas perdas, modifica-se o critério de mínimo desvio de transações (equação (5.31)) do seguinte modo:

$$DC = \sum_{k=1}^{nb-ntr} \{Wd_{k,k} \cdot [ \sum_{i \in \Omega_k} Pg_i - \sum_{i \in \Omega_k} (Pd_i + Perda^k) ]^2 + [ \sum_{i \in \Omega_k} Qg_i - \sum_{i \in \Omega_k} Qd_i ]^2 \} \quad (7.120)$$

onde  $Perda^k$  é o valor de perda alocado por transação, que é recalculado ao longo do processo iterativo utilizando-se a metodologia da seção 7.4.2.2 ( $Perda_{DOP}^k$ ) ou da seção 7.4.2.3 ( $Perda_Z^k$ ).

Ou seja, uma vez conhecidos os valores de perdas por transação, faz-se com que se despache não só o valor de contrato, mas também sua respectiva perda.

### 7.5.3 Alocação de Custos de Transmissão

Como já relatado no Capítulo III, a literatura tem apresentado vários modelos de alocação (MOON, BAE, LIM e WON,1998), os quais podem ser classificados em custos embutidos ou fixos e os operacionais ou variáveis.

Os custos fixos estão associados com o investimento em linhas de transmissão, custos para acompanhamento de geração e frequência (CAG), redundância da rede, e de uma variedade de equipamentos para controle instalados em linhas e subestações, como compensadores síncronos e estáticos, chaveamento de transformadores, FACTS, etc. (ZOBIAN e ILIC, 1997)

Além dos custos anteriores, outros surgem para a viabilização da operação. Entre eles estão os custos relativos às perdas de transmissão e aos re-despachos necessários para a correção de eventuais congestionamentos na rede. Esses custos são chamados de custos operacionais e podem ser obtidos usando os conceitos de custos marginais de curto prazo e longo prazo.

O custo marginal de curto prazo é aquele incorrido ao se incrementar ou decrementar a produção de energia visando o atendimento de um incremento ou decremento de demanda quando

a capacidade da transmissão é fixa. Esse custo é composto pelos custos de reposição das perdas e congestionamentos e, eventualmente, pelo custo de interrupções devido às falhas de geração e ou transmissão (SILVA, 2001).

Já o custo marginal de longo prazo é o custo para incrementar ou decrementar a produção de energia para atendimento de um incremento ou decréto de demanda quando a capacidade de transmissão pode ser modificada. Este custo engloba, além dos custos das perdas e congestionamento, o custo de ampliação da capacidade de transmissão (SILVA, 2001).

Além da questão de se alocar os custos entre os participantes do mercado, outra questão importante é, uma vez escolhida a metodologia de alocação, analisar o impacto que as restrições operacionais exercem sobre estes custos. Ou seja, analisar como se re-distribuem tanto os custos fixos quanto operacionais quando se atingem limites de linhas de transmissão. Tal análise pode ser feita com o auxílio do modelo DOP proposto. Para tanto, duas metodologias de alocação de custos fixos e variáveis conhecidas na literatura (ZOBAN e ILIC, 1997 e ARRIAGA et. al, 1995) são usadas.

#### **7.5.3.1 Alocação de Custo Fixo**

Dentre as metodologias baseadas nos custos fixos podem-se citar o Selo Postal e o MW-milha, entre outros. No Selo-Postal os custos devem ser rateados em proporção à carga de cada participante, independente de sua localização. Esta metodologia é de fácil implementação e garante a remuneração do sistema. No entanto, ela não envia sinais econômicos para a devida utilização da rede. Por exemplo, um gerador que supre uma carga bastante próxima paga o mesmo valor que outro que atende uma carga de mesma magnitude situada a muitos quilômetros de distância. No MW-Milha, o rateio é proporcional à utilização de cada linha, o que garante uma remuneração adequada para a rede de transmissão, mas também não fornecem sinais econômicos para o dimensionamento e utilização da rede (GORENSTIN e PEREIRA, 1996).

Um método semelhante ao MW-Milha é o proposto em (ZOBAN e ILIC, 1997), onde o custo fixo de transmissão de cada linha é alocado proporcionalmente ao componente de fluxo alocado a cada transação. Devido às semelhanças entre o método de alocação de fluxos proposto por esses autores e a metodologia derivada na seção 7.5.1, o método para alocar custo fixo, apresentado por ZOBAN e ILIC (1997), foi selecionado e implementado a fim de se viabilizar a análise do impacto das restrições operacionais nos custos fixos de transmissão. Entretanto, ao invés de se utilizar o método de alocação de fluxo proposto por ZOBAN e ILIC (1997), utiliza-se a alocação de fluxos proposta na seção 7.5.1 deste capítulo.

Assim, o custo fixo de transmissão da linha  $(i,m)$ ,  $FC_{im}$ , alocado à transação  $k$ ,  $FTC_{im}^k$ , pode ser expresso por:

$$FTC_{im}^k = \frac{|Pl_{im}^k|}{|Pl_{im}|} FC_{im} \quad (7.121)$$

O custo total de transmissão alocado à transação  $k$  é então:

$$FTC^k = \sum_{i,m=1}^{nb} \frac{|Pl_{im}^k|}{|Pl_{im}|} FC_{im} \quad (7.122)$$

O inconveniente desta metodologia está no fato de que não há incentivo para que a rede de transmissão utilize o máximo de sua capacidade já que todo o seu custo de transmissão está coberto seja qual for a utilização da mesma. Esta questão poderia ser resolvida se, ao invés, do custo ser alocado percentualmente ao fluxo total da linha, ele fosse percentualmente a capacidade total da mesma, no entanto, neste caso, não haveria garantias de recuperação do custo fixo total (SILVA, 2001).

Outra questão que se pode colocar a respeito desta alocação é quanto a envio de sinais econômicos errôneos. Ou seja, quanto maior o uso de determinadas linhas da rede, menor é o custo alocado por usuário, o que poderia incentivar erroneamente maior uso destas linhas e vice-versa, ou seja, quanto menor o uso, maior o custo alocado por usuário. No entanto, deve ficar claro que esta metodologia não visa cobrir custos de congestionamentos e perdas, os quais são cobertos pelos custos operacionais, a serem vistos a seguir.

### 7.5.3.2 Alocação de Custos Operacionais

De acordo com a teoria econômica, o custo de marginal de curto prazo representa o “preço” de compra ou venda de energia em cada ponto da rede de transmissão (CARAMANIS, BOHN e SCHWEPPE, 1986), sendo o mesmo obtido através das variáveis duais (multiplicadores de Lagrange) de um Fluxo de Potência Ótimo. De acordo com esse enfoque, os geradores são remunerados a diferentes preços, dependendo da localização dos mesmos no sistema. Essas diferenças são resultantes de perdas e congestionamentos na transmissão, ou seja, esses fatores estão embutidos nas remunerações dos geradores.

Como visto na seção 7.3.1, quando se considera um critério de otimização centralizador, cada componente do multiplicador de Lagrange  $\lambda_m^k$ , associado às equações de balanço de potência ativa, pode ser interpretado como o custo incremental para uma variação da carga da transação

ativa  $k$  na barra  $m$ . Assim, na ótica marginalista, um gerador na barra  $i$  “vende” o valor de  $Pg_i^k$  ao valor do custo marginal da barra  $i$  ( $CM_i^k$ ) e a carga da barra  $m$  “compra” o valor de  $Pd_m^k$  ao valor do custo marginal ( $CM_m^k$ ). A transmissão, portanto, recebe a diferença entre os valores de compra e venda:

$$OTC^k = \sum_{m \in \Omega_d^k} CM_m^k \cdot Pd_m^k - \sum_{i \in \Omega_g^k} CM_i^k \cdot Pg_i^k \quad (7.123)$$

onde  $OTC^k$  é o custo operacional de transmissão provocado pela transação  $k$ ,  $\Omega_g^k$  e  $\Omega_d^k$  são os conjuntos dos geradores e cargas, respectivamente, que fazem parte da transação  $k$ .

Outra maneira de alocar o custo operacional à transação  $k$ , é aplicar a mesma idéia só que utilizando a diferença dos custos marginais por linha (ARRIAGA et. al, 1995). Assim, o valor do custo operacional da linha ( $i-m$ ) devido apenas ao transporte do fluxo alocado à transação  $k$  ( $Pl_{mi}^k$  e  $Pl_{im}^k$ ) é dado por:

$$OTC_{im}^k = CM_m^k \cdot (-Pl_{mi}^k) - CM_i^k \cdot Pl_{im}^k \quad (7.124)$$

onde  $Pl_{im}^k$  e  $Pl_{mi}^k$  são fluxos de potência ativa que atravessam a linha ( $i-m$ ) nas direções  $i-m$  e  $m-i$ , respectivamente, devidos ao usuário  $k$ .

A soma dos custos incorridos em todas as linhas de transmissão fornece o mesmo valor de  $OTC^k$  da equação (7.123), ou seja, o valor do custo operacional de transmissão da transação  $k$  feita entre o consumidor da barra  $m$  e o gerador da barra  $i$  é :

$$OTC^k = \sum_{i,m=1}^{nb} OTC_{im}^k \quad (7.125)$$

A vantagem da utilização dos custos marginais de curto prazo é que os mesmos enviam sinais econômicos adequados tanto para a utilização quanto para a expansão da rede.

Assim, com a utilização do método de custo fixo, proposto na equação (7.122), tem-se a garantia da recuperação do investimento existente e a do método de custo incremental, proposto em (7.123 e 7.125) tem-se o estímulo para obtenção de eficiência econômica.

Estes dois métodos são utilizados para se analisar o comportamento dos custos fixos e operacionais quando o sistema enfrenta congestionamentos.

## 7.6 Considerações Finais

Conforme visto, os resultados fornecidos pelo modelo proposto no Capítulo V possibilitam a realização de estudos sobre:

- a) A máxima transferência de potência de cada usuário da rede.
- b) Os Custos Marginais da Barra por participante. Nesse caso, foi mostrado que, se a carga da transação  $k$  na barra  $i$  for incrementada de  $\Delta Pd_i^k$ , então o custo extra de operação é  $\lambda p_i^k \cdot \Delta Pd_i^k$  mais os cortes das transações vezes os pesos da matriz  $W_d$ , caso se minimizem os desvios das transações. Também foi deduzido que os valores dos multiplicadores de Lagrange  $\lambda p_i^k$  e  $\lambda q_i^k$ , associados a uma mesma barra  $i$ , são iguais para todos os usuários, ou seja, os valores de custos nodais são independentes dos usuários.
- c) O impacto da variação das cargas dos participantes no perfil de tensão do sistema.
- d) Alocação de serviços associados à transmissão tais como:
  - fluxos e perdas de potência ativa;
  - custos de transmissão.

No próximo capítulo são apresentados os resultados numéricos pertinentes ao Despacho Ótimo de Potência Multi-Usuários e às aplicações que foram descritas nesse capítulo.

## CAPÍTULO VIII

### Resultados

#### 8.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo apresentar resultados pertinentes à implementação do Programa de Despacho Ótimo de Potência Multi-Usuários (DOP) e suas aplicações. O mesmo foi desenvolvido em MATLAB versão 5.3, simulado em um PC AMD ATHLON XP2600, 1,13 GHz com Sistema Operacional Windows XP e testado com sistemas de 5, 14, 34 e 182 barras, cujos dados e limites físicos operacionais encontram-se no APÊNDICE D.

#### 8.2 Descrição dos Sistemas de 5, 14, 34 e 182 Barras

Nesta seção, são apresentados os valores de parâmetros utilizados na resolução do problema DOP (descrito no Capítulo V) e descritos sucintamente os sistemas de 5, 14, 34 e 182 barras, utilizados para apresentação de resultados.

Os valores comumente adotados para análise são: tolerância para a norma infinita do gradiente  $\epsilon = 10^{-6}$ , fator de aceleração  $\beta = 1,5$ , parâmetro barreira inicial  $\mu_0 = 0,1$ . Os valores das cargas totais e a dos respectivos usuários para cada sistema analisado são a seguir apresentados.

a) Sistema 5 barras

O sistema de 5 barras, já apresentado no Capítulo IV, é testado com 2 transações multilaterais, cujas cargas de potência ativa e reativa e do mercado *pool* estão indicadas na Tabela 8.1. A carga total desse sistema é de  $6,1 + j1,3$  pu.

Tabela 8.1 Cargas em [pu] dos Usuários para o Sistema de 5 barras

Barra	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1	$0,5000 + j0,2000$		$0,2000 + j0,0500$
2	$2,2500 + j0,4000$		$0,5000 + j0,0000$
3	$0,3000 + j0,2000$		$0,5000 + j0,0000$
4		$0,3000 + j0,2000$	$0,2000 + j0,0000$
5		$0,8500 + j0,2000$	$0,5000 + j0,0500$

## b) Sistema IEEE-14 barras

O sistema de 14 barras é o proposto pelo IEEE e foi simulado com 2 transações multilaterais e mercado *pool* cujas cargas de potência ativa e reativa estão indicadas na Tabela 8.2. A carga total desse sistema é de  $2,9207+j0,935$  pu.

Tabela 8.2 Cargas em [pu] dos Usuários para o Sistema IEEE-14 barras

Barra	Transação 1	Transação 2	<i>Pool</i>
1			
2	$0,2147+j0,1270$		$0,0170+j0,0270$
3		$0,9420+j0,1900$	$0,0420+j0,0900$
4		$0,4780-j0,0390$	$0,0780-j0,0090$
5		$0,0760+j0,0160$	
6	$0,1120+j0,0750$		$0,0120+j0,0050$
9		$0,2950+j0,1660$	$0,0950+j0,0660$
10	$0,0900+j0,0580$		
11		$0,0350+j0,0180$	$0,0050+j0,0080$
12	$0,0610+j0,0160$		
13	$0,0550+j0,0280$	$0,0800+j0,0300$	$0,0350+j0,0080$
14	$0,1490+j0,0500$		$0,0490+j0,0050$

## b) Sistema IEEE-34 barras

O sistema de 34 barras é um equivalente do sistema elétrico de alta-tensão da empresa *Hydro-Quebec*, escolhido devido ao seu elevado nível de reativos e reconhecida dificuldade na obtenção de convergência. É um sistema com geração de potência ativa e reativa nas barras {1, 2, 3, 4, 5, 6} e compensadores síncronos nas barras {8, 27}. Este sistema é simulado considerando 4 transações multilaterais cujas cargas de potência ativa e reativa estão indicadas na Tabela 8.3. A carga total desse sistema é de  $193,8516+j0,528$  pu, sendo pequena a carga reativa total devido à existência de elevadas cargas reativas negativas na rede.

Tabela 8.3 Cargas dos Usuários para o Sistema de 34 barras

Usuários	Geradores	Carga total por transação [pu]
1	1	$51,6795-j0,7279$
2	2,3	$47,1750+j3,1383$
3	4,5	$52,5038-j4,1422$
4	6	$42,4933+j2,5898$

## c) Sistema 182-barras

O sistema de 182 barras é um equivalente do sistema sul brasileiro que interconecta 3 estados brasileiros: Paraná (PR), Santa Catarina (SC) e Rio Grande do Sul (RS). As principais

linhas de conexão estão apresentadas na Figura 8.1. Três transações multilaterais comportam aproximadamente 50% da carga total do sistema. A primeira transação multilateral compreende carga e geração do estado do Paraná, a segunda transação tem geração no Paraná e carga em Santa Catarina, a terceira transação compreende carga e geração no Rio Grande do Sul e o mercado *pool* representa toda carga e geração remanescente pelos três estados. A carga total desse sistema é de  $34,2483+j3,7885$  pu.

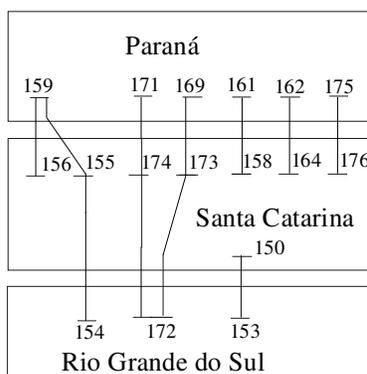


Figura 8.1 Diagrama Esquemático da Região Sul do Brasil

A Tabela 8.4 apresenta as cargas ativa e reativa por usuários.

**Tabela 8.4 Cargas dos Usuários para o Sistema de 182 barras**

Trans	Estados	Carga total por transação [pu]
1	PR	$6,1691+j0,8734$
2	PR → SC	$5,9716+j1,0325$
3	RS	$1,5940+j0,3745$
<i>pool</i>	PR-SC-RS	$20,5136+j1,5081$

O Apêndice E apresenta resultados desse sistema que foi simulado minimizando-se os desvios das transações e perdas do mercado *pool*.

### 8.3 Validação dos Resultados Obtidos pelo DOP

A fim de se validar a nova modelagem de despacho de geração multi-usuários proposta neste trabalho, são adotadas três estratégias:

(i) comparam-se os resultados obtidos pelo DOP utilizando um critério de otimização centralizado com os obtidos por um FPO convencional;

(ii) comparam-se as alocações de injeções de correntes e correntes circulantes pelas linhas de transmissão obtidas pelo DOP e pelo Método Incremental;

(iii) analisam-se as correntes e tensões alocadas por usuários de modo a verificar se as mesmas satisfazem as Leis de Kirchhoff.

### 8.3.1 Comparação do DOP com FPO Convencional

A comparação dos resultados do DOP com um FPO convencional é feita para os sistemas de 14, 34 e 182 barras, supondo como critério de otimização a minimização de custo de geração.

Para o sistema de 14 barras, os erros percentuais obtidos para as magnitudes de tensão, geração de potência ativa e reativa, entre os dois métodos, são nulos.

As Figuras 8.2 a 8.4 apresentam, para o sistema de 34 barras, os erros percentuais obtidos para as magnitudes de tensão, geração de potência ativa e reativa, respectivamente. Este sistema elétrico se caracteriza por ter elevado fluxo de potência reativa circulante, o que faz como que o mesmo seja de convergência mais difícil, apresentando erros percentuais na faixa de  $\pm 0,1\%$  para magnitudes de tensão e despacho de potência ativa e de  $\pm 1,5\%$  no despacho de geração reativa.

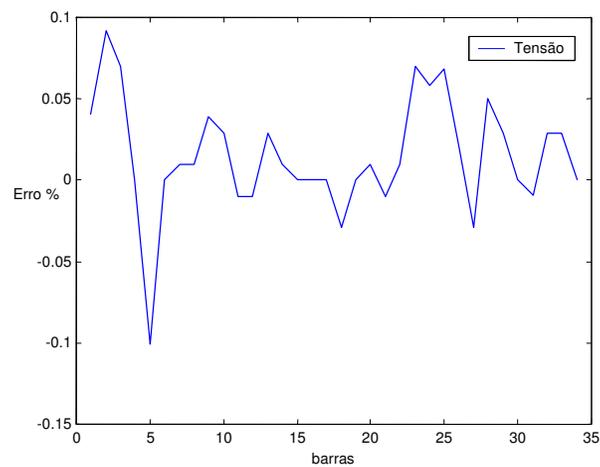


Figura 8.2: Erro Percentual das Magnitudes de Tensão Comparando DOP em Relação ao FPO Convencional para Sistema de 34 barras

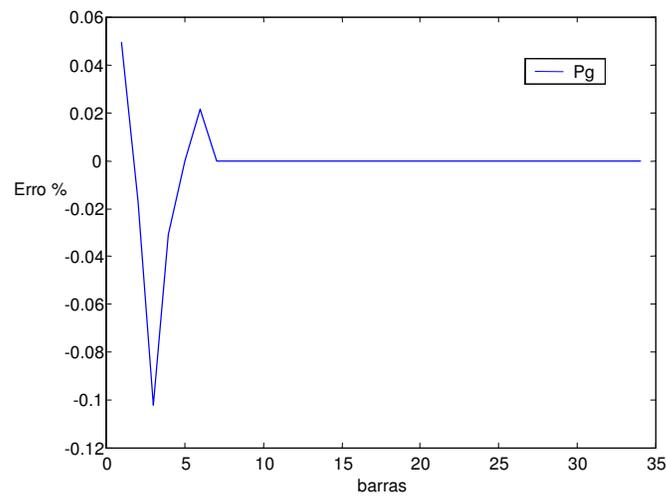


Figura 8.3 Erro Percentual das Potências Ativas Geradas Comparando DOP em Relação ao FPO Convencional para Sistema de 34 barras

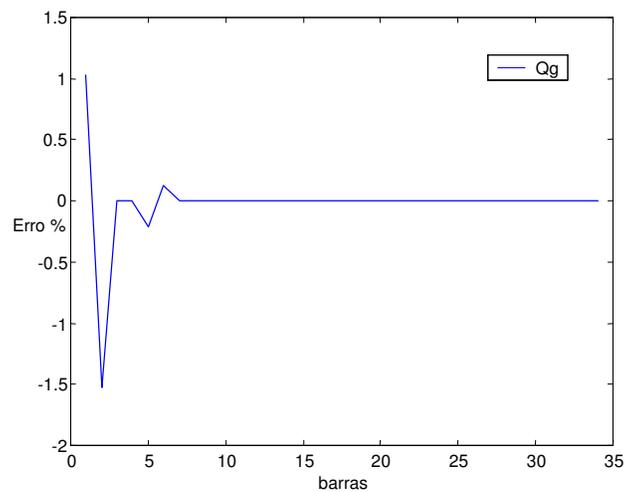


Figura 8.4: Erro Percentual das Potências Reativas Geradas Comparando DOP em Relação ao FPO Convencional para Sistema de 34 barras

Já para as Figuras 8.5 a 8.7, que apresentam os erros percentuais do Sistema de 182 barras, os resultados são muito satisfatórios, pois os erros são menores que  $\pm 0,01\%$  para magnitudes de tensão, menores que  $\pm 0,05\%$  para geração de potência ativa e que  $\pm 1\%$  para geração de potência reativa.

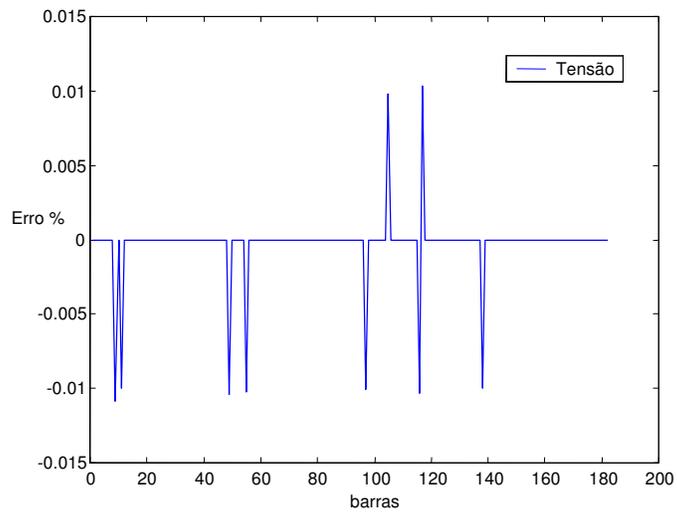


Figura 8.5: Erro Percentual das Magnitudes de Tensão Comparando DOP em Relação ao FPO Convencional para Sistema de 182 barras

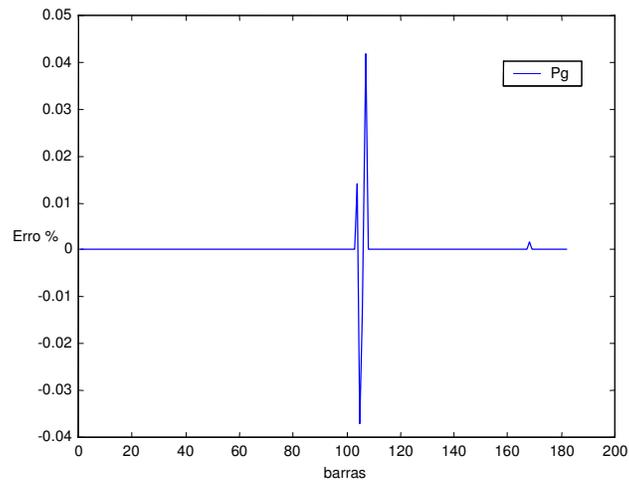


Figura 8.6 Percentual das Potências Ativas Geradas Comparando DOP em Relação ao FPO Convencional para Sistema de 182 barras

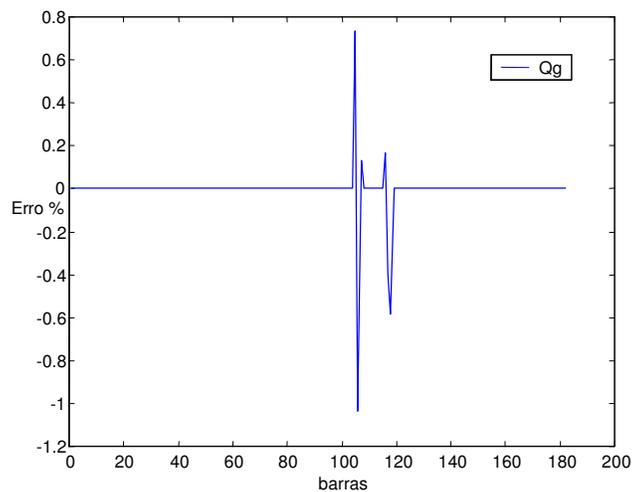


Figura 8.7 Erro Percentual das Potências Reativas Geradas Comparando DOP em Relação ao FPO Convencional para Sistema de 182 barras

Assim, pela análise das figuras anteriores, conclui-se que os resultados obtidos pelo DOP são condizentes com os obtidos por um programa de FPO clássico, já testado em inúmeras situações.

### 8.3.2 Comparação do DOP com Método Incremental

A fim de se reafirmar a supremacia da representação das equações de balanço de potência utilizando-se a alocação de potência segundo as injeções de corrente, foi feita uma comparação dos resultados obtidos pelo DOP Multi-Usuários e os resultados obtidos com o Método Incremental, apresentado no Capítulo IV, para o sistema de 182 barras. Para esse sistema, obteve-se uma solução para um caso base usando um fluxo de carga que incluiu apenas o mercado *pool*. A seguir, foram incluídas cumulativamente cada uma das 3 transações, obtendo-se os incrementos nas correntes advindos dessas inclusões. Além disso, a fim de agregar os efeitos da ordem de carregamento das transações, simularam-se duas seqüências: (i) com a introdução das transações na ordem 1-2-3 e, (ii) na ordem 3-2-1, tirando-se a média dos valores alocados para se obter um valor final que considere os diferentes efeitos na rede. Esta metodologia foi utilizada para se obter a alocação de injeções de correntes e correntes ativas e reativas pelas linhas. Para o mesmo sistema, mas considerando-se simultaneamente todas as transações mais o mercado *pool*, executou-se o DOP Multi-Usuários proposto no Capítulo V, a fim de se obter as alocações por ele fornecidas.

A justificativa para utilização desse Método Incremental como padrão de comparação de resultados, reside no fato do mesmo ser bastante consagrado, de fácil implementação e interpretação. É intuitivo considerar que os incrementos provocados pela inserção de cada usuário devem ser os valores alocados por usuário obtidos por qualquer outro método de alocação.

As comparações entre os dois métodos são visualizadas em forma de gráficos, que apresentam as diferenças entre as alocações obtidas em termos de erros percentuais em relação aos resultados do DOP Multi-Usuários.

As figuras 8.8 e 8.9 mostram os erros percentuais das injeções de corrente ativa e reativa alocadas, para o usuário 1. Apenas são apresentados os resultados para as barras {104; 105; 116; 117; 118; 159; 160; 161; 162; 169}, pois são as barras de geração e carga que pertencem a esse usuário e, conseqüentemente, as que apresentam efeito mais representativo com erros na faixa de -2% a +1%.

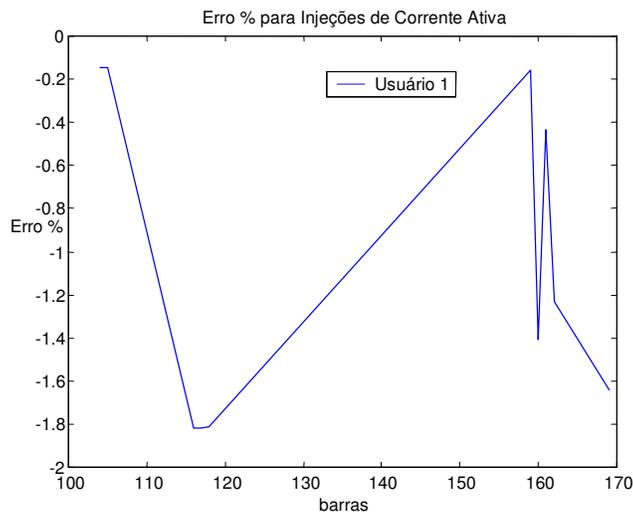


Figura 8.8 Erros Percentuais de Injeções de Corrente Ativa Alocadas ao Usuário 1

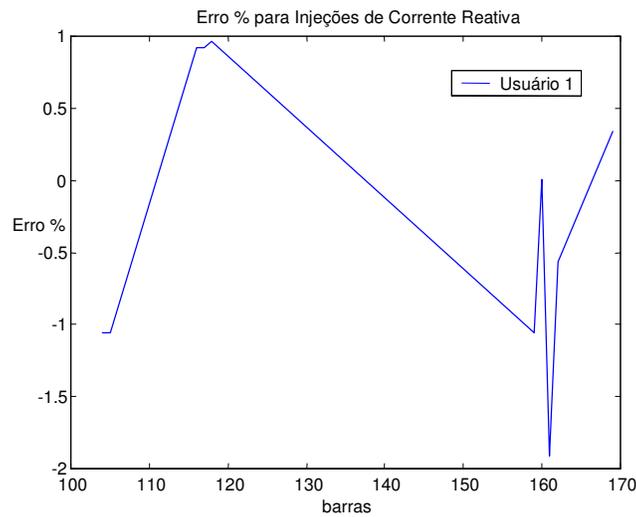


Figura 8.9 Erros Percentuais de Injeções de Corrente Reativa Alocadas ao Usuário 1

A fim de se comprovar que esses resultados não são localizados, foram obtidos os dez maiores erros em pu para as parte ativa e reativa, os quais estão apresentados nas tabelas 8.5 e 8.6, respectivamente, juntamente com os valores alocados pelos dois métodos.

Tabela 8.5 Maiores Erros em pu de Injeções de Corrente Ativa Alocadas ao Usuário 1

Barra	Erro [pu]	Erro [%]	DOP [pu]	Incremental [pu]
18	-0,0139	-	0	0,0139
84	-0,1092	-	0	0,1092
86	0,0576	-	0	-0,0576
115	-0,0180	-	0	0,0180
160	0,0147	-1,4077	-1,0454	-1,0601
162	0,0436	-1,2336	-2,9415	-2,9851
168	0,1970	-	0	-0,1970
169	-0,0473	-1,6436	3,0882	3,1355
172	-0,0196	-	0	0,0196
178	-0,0110	-	0	0,0110

Tabela 8.6 Maiores Erros em pu de Injeções de Corrente Reativa Alocadas ao Usuário 1

	Erro [pu]	Erro [%]	DOP [pu]	Incremental [pu]
19	0,0103	-	0	-0,0103
79	0,0422	-	0	-0,0422
84	0,0303	-	0	-0,0303
86	0,0247	-	0	-0,0247
108	-0,0133	-	0	0,0133
140	-0,0169	-	0	0,0169
159	0,0119	-1,0570	0,5301	0,5182
168	0,4173	-	0	-0,4173
169	0,0272	0,3404	-1,0153	-1,0425
172	-0,0280	-	0	0,0280

Pelas tabelas 8.5 e 8.6, verifica-se que alguns dos dez maiores erros em pu já estão considerados nos gráficos das figuras 8.8 e 8.9. Para os restantes, não é possível calcular os erros percentuais pois os valores do DOP são nulos, o que provoca uma indeterminação. No entanto, estes valores nulos mostram a coerência dos resultados do DOP, pois o mesmo aloca valores de injeção de corrente apenas para as barras envolvidas na transação 1, o que não acontece com o Método Incremental.

Já quanto aos menores erros em pu verificou-se que existem 81 barras com erros cujos valores são nulos tanto para a parte ativa quanto a reativa.

As figuras 8.10 e 8.11 mostram os erros percentuais das injeções de corrente ativa e reativa alocadas, respectivamente, para usuário 2. Mais uma vez, apenas são apresentados os resultados para as barras que fazem parte da transação: {91; 97; 101; 106; 107; 108; 110; 111; 112; 129; 135; 140; 142; 157}. Os erros percentuais encontram-se na faixa de -0,3% a 0,6% para a parte ativa e -2% a 0,1% para a parte reativa.

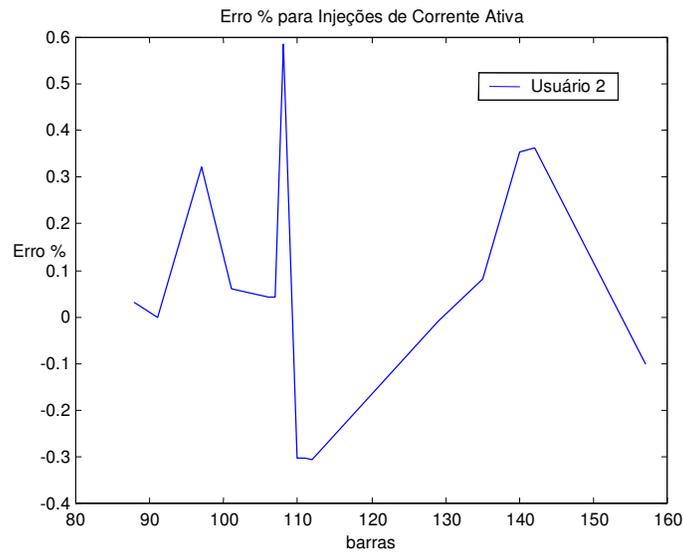


Figura 8.10 Erros Percentuais de Injeções de Corrente Ativa Alocadas ao Usuário 2

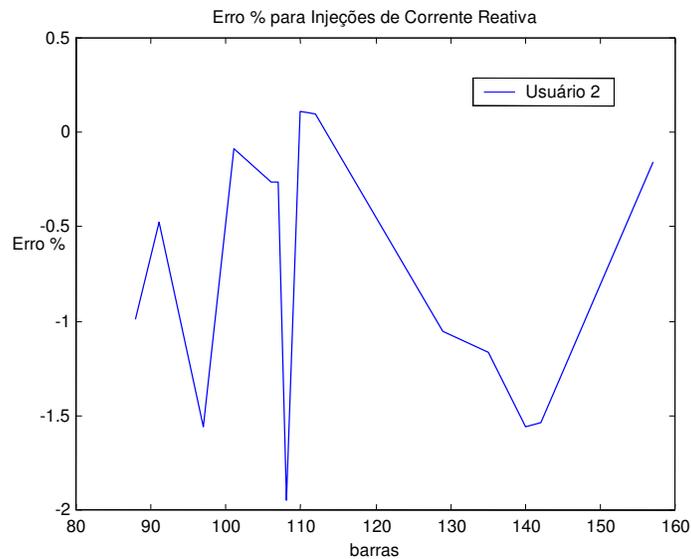


Figura 8.11 Erros Percentuais de Injeções de Corrente Reativa Alocadas ao Usuário 2

As tabelas 8.7 e 8.8 apresentam os dez maiores erros em pu obtidos para o usuário 2. Neste caso, os erros em pu equivalem aos próprios valores alocados pelo Método Incremental, pois o DOP não aloca injeção de corrente para barras não envolvidas na transação. Sendo assim, os erros percentuais não foram calculados.

Tabela 8.7 Maiores Erros em pu de Injeções de Corrente Ativa Alocadas ao Usuário 2

Barras	Erro [pu]	DOP [pu]	Incremental [pu]
84	-0,3033	0	0,3033
86	-0,2784	0	0,2784
115	-0,1148	0	0,1148
162	-0,0408	0	0,0408
168	1,5694	0	-1,5694
169	0,0442	0	-0,0442
172	-0,1649	0	0,1649
177	-0,0535	0	0,0535
178	0,1010	0	-0,1010
179	-0,0470	0	0,0470

Tabela 8.8 Maiores Erros em pu de Injeções de Corrente Reativa Alocadas ao Usuário 2

Barras	Erro [pu]	DOP [pu]	Incremental [pu]
84	0,2274	0	-0,2274
86	0,1838	0	-0,1838
115	0,0038	0	-0,0038
162	-0,0033	0	0,0033
168	0,6484	0	-0,6484
169	-0,0254	0	0,0254
172	0,1080	0	-0,1080
177	0,0456	0	-0,0456
178	-0,5060	0	0,5060
179	0,0171	0	-0,0171

Para 79 barras os erros em pu são nulos tanto para a parte ativa quanto a reativa.

As figuras 8.15 e 8.16 mostram os erros percentuais das injeções de corrente ativa e reativa alocadas, respectivamente, para o usuário 3, onde são apresentados os resultados para as barras {93; 95; 96; 152; 154}. Os erros percentuais encontram-se na faixa de -0,5% a 1,1% para a parte ativa e -4,6% a 2,5% para a parte reativa.

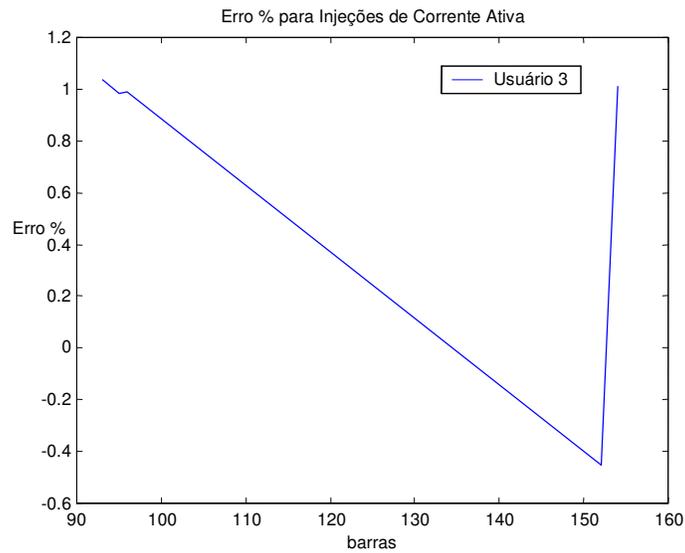


Figura 8.15 Erros Percentuais de Injeções de Corrente Ativa Alocadas ao Usuário 3

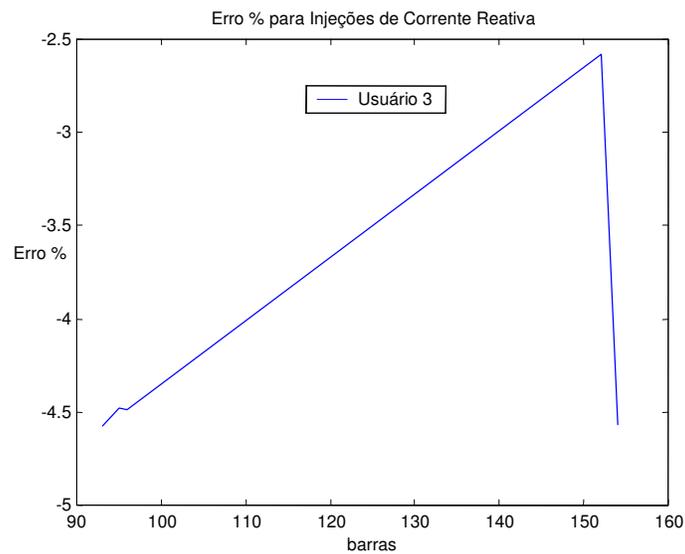


Figura 8.16 Erros Percentuais de Injeções de Corrente Reativa Alocadas ao Usuário 3

As tabelas 8.9 e 8.10 apresentam os dez maiores erros em pu obtidos para o usuário 3 sendo que os resultados são equivalentes aos obtidos pelo usuário 1. Para as barras em que o método DOP não alocou injeções de corrente ativa e reativa, os erros percentuais não foram incluídos nas tabelas 8.9 e 8.10.

Tabela 8.9 Maiores Erros em pu de Injeções de Corrente Ativa Alocadas ao Usuário 3

Barra	Erro [pu]	Erro [%]	DOP [pu]	Incremental [pu]
84	0,1127	-	0	-0,1127
86	-0,1162	-	0	0,1162
93	0,0019	1,0378	-0,1145	-0,1165
95	-0,0074	0,9846	0,5432	0,5506
96	-0,0074	0,9876	0,5427	0,5501
152	0,0029	-0,4545	-0,1431	-0,1460
154	0,0136	1,0111	-0,8022	-0,8158
168	-0,0366	-	0	0,0366
172	0,0117	-	0	-0,0117
178	0,0129	-	0	-0,0129

Tabela 8.10 Maiores Erros em pu de Injeções de Corrente Reativa Alocadas ao Usuário 3

	Erro [pu]	Erro [%]	DOP [pu]	Incremental [pu]
84	0,0045	-	0	-0,0045
101	0,0060	-	0	-0,0060
115	-0,0010	-	0	0,0010
152	0,0033	-2,5827	0,0871	0,0838
153	0,0015	-	0	-0,0015
154	0,0414	-4,5679	0,4753	0,4339
169	-0,0018	-	0	0,0018
172	-0,0238	-	0	0,0238
178	0,1305	-	0	-0,1305
179	-0,0067	-	0	0,0067

Para 80 barras, os erros em pu são nulos tanto para a parte ativa quanto a reativa.

As figuras 8.17 e 8.18 apresentam os maiores erros percentuais das injeções de corrente ativa e reativa alocadas ao mercado *pool* e referentes às barras {18; 19; 20; 69; 70; 79; 84; 86; 115; 168; 172; 178}. Os erros percentuais encontram-se na faixa de -10% a 40% para a parte ativa e -48% a 2% para a parte reativa. Esses erros, juntamente com os valores de injeção de corrente alocados pelos dois métodos estão apresentados nas tabelas 8.11 e 8.12.

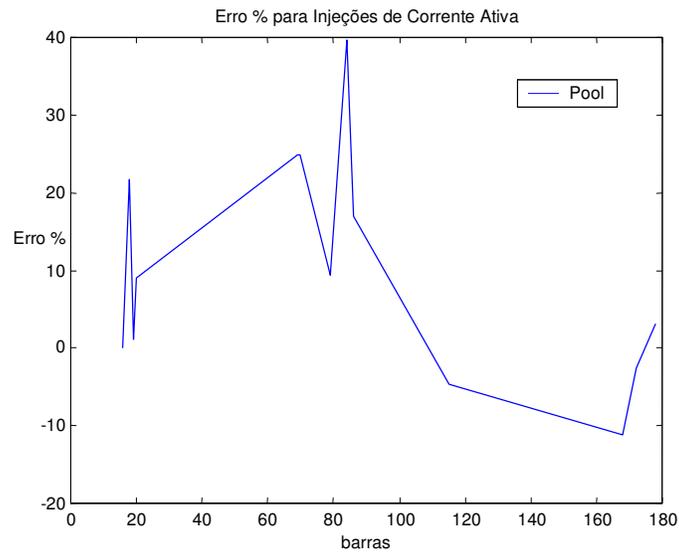


Figura 8.17 Erros Percentuais de Injeções de Corrente Ativa Alocadas ao Mercado *Pool*

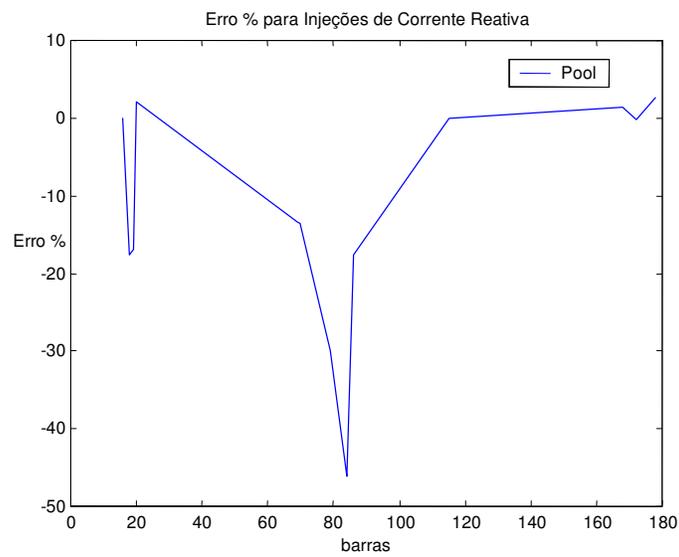


Figura 8.18 Erros Percentuais de Injeções de Corrente Reativa ao Mercado *Pool*

Tabela 8.11 Injeções de Correntes Ativa mais Representativas para o Mercado *Pool*

Barras	Erro [pu]	Erro [%]	DOP [pu]	Incremental [pu]
18	0,0186	21,6213	0,0926	0,0740
19	0,0013	1,1613	0,1425	0,1412
20	0,0061	8,9746	0,0892	0,0831
69	0,0093	24,8310	0,0425	0,0332
70	0,0093	24,8985	0,0425	0,0332
79	0,0125	9,4343	0,4576	0,4451
84	0,2998	39,6402	0,6485	0,3487
86	0,3370	16,8689	1,6007	1,2637
115	0,1252	-4,7358	-2,6431	-2,7683
168	1,7300	-11,2023	13,9955	15,7255
172	0,1728	-2,6383	-6,2834	-6,4562
178	0,1030	3,1169	3,4540	3,5570

Tabela 8.12 Injeções de Correntes Reativa mais Representativas para o Mercado *Pool*

Barras	Erro [pu]	Erro [%]	DOP [pu]	Incremental [pu]
18	0,0180	-17,5472	-0,0081	0,0099
19	0,0241	-16,8952	-0,0021	0,0220
20	0,0100	2,1054	0,0905	0,0805
69	0,0080	-13,3315	-0,0094	-0,0014
70	0,0081	-13,4933	-0,0095	-0,0014
79	0,1466	-29,9235	-0,1025	0,0441
84	0,2622	-46,0982	0,0927	0,3549
86	0,2195	-17,7005	0,3784	0,5979
115	0,0027	-0,0358	0,0770	0,0797
168	1,0771	1,4234	11,3933	12,4704
172	0,0563	-0,2561	2,7440	2,8003
178	0,3394	2,6483	7,9544	7,6150

Conforme mostrado na Tabela 8.11, o maior erro percentual é o da barra 84, que é de geração e carga. Esse erro se deve ao seguinte fato: ao se rodar o DOP considerando-se apenas o mercado *pool*, a geração nessa barra é de 0,3193 – j 0,3219 pu. Entretanto, a medida que vão sendo adicionadas as transações, essa geração se altera, atingindo 0,6600 – j 0,0860 pu quando todos os usuários são considerados, ou seja, praticamente o dobro do valor alocado à barra pelo método incremental, que permanece inalterado ao longo do processo. Esse comportamento se repete para as demais barras de geração. Já para mais de 70 barras, os erros em pu são nulos tanto para a parte ativa quanto reativa.

As figuras 8.19 e 8.20 mostram os erros percentuais das correntes ativas e reativas,

respectivamente, que circulam pelas linhas {196, 197, 233, 234, 235, 237, 246, 247, 248, 249, 252}, escolhidas porque são aquelas com maiores carregamentos para o usuário 1 e, por consequência, as que apresentam efeito mais representativo para análise.

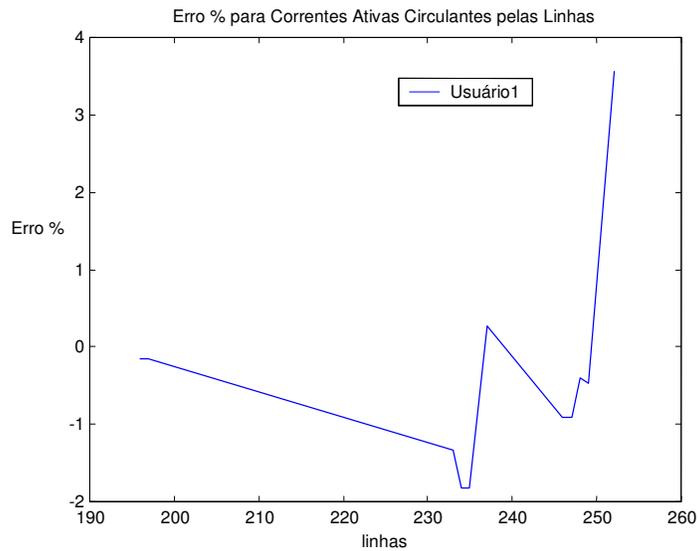


Figura 8.19 Erros Percentuais das Correntes de Linha Ativas Alocadas ao Usuário 1

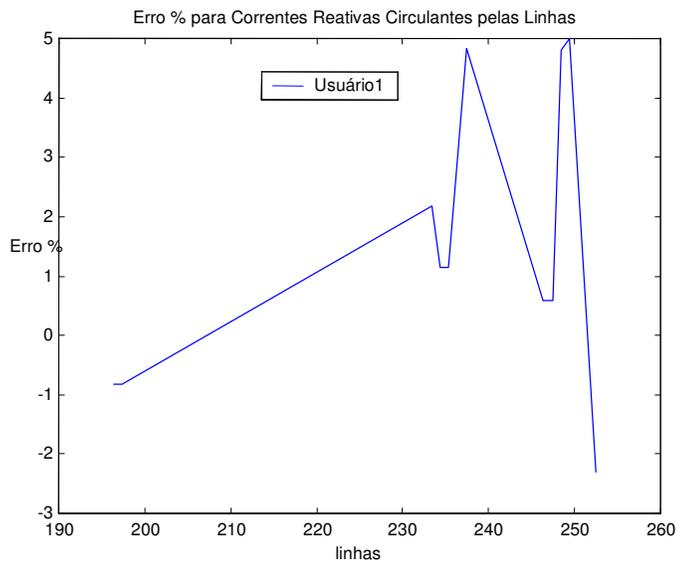


Figura 8.20 Erros Percentuais de Correntes de Linha Reativas Alocadas ao Usuário 1

Os resultados obtidos para o usuário 1 apresentam erros na faixa de -3% a 5% .

As figuras 8.21 e 8.22 apresentam os erros percentuais das correntes ativas e reativas, respectivamente, alocadas ao usuário 2 e que circulam pelas linhas {84, 86, 237, 238, 239, 240, 243}.

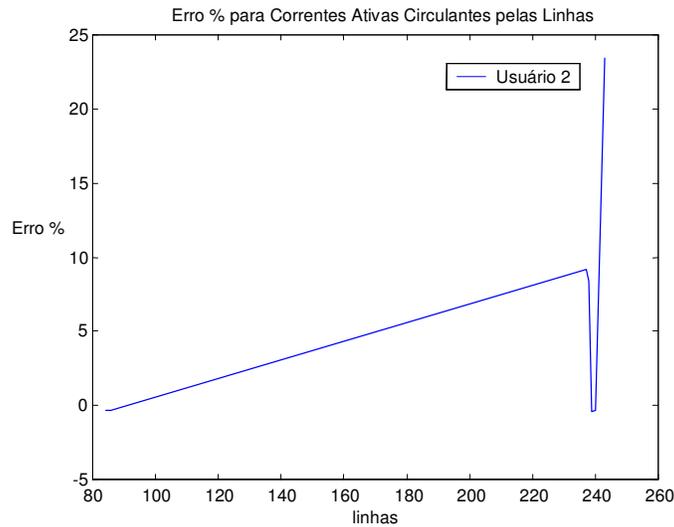


Figura 8.21 Erros Percentuais de Correntes de Linha Ativas Alocadas ao Usuário 2

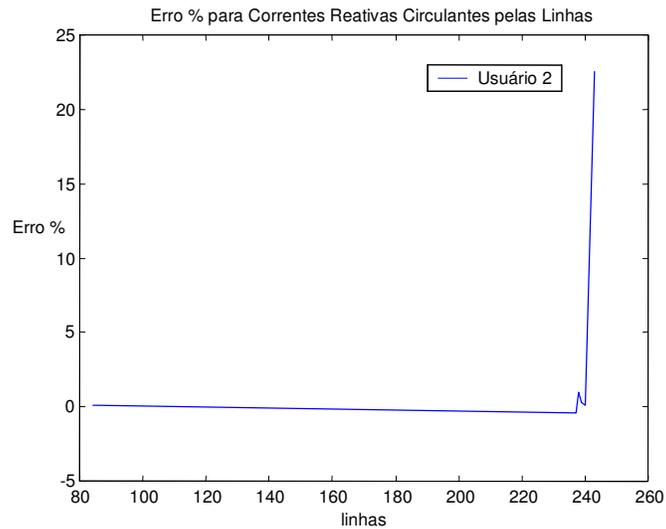


Figura 8.22 Erros Percentuais de Correntes de Linha Reativas Alocadas ao Usuário 2

Segundo os gráficos das figuras 8.21 e 8.22, a linha 243 que interliga as barras 174 a 171, apresenta o maior erro percentual. O resultado de corrente circulante por essa linha é de  $1,4322+j0,1897$  pu pelo DPO e de  $1,0533+j0,4682$  pu pelo Método Incremental. Essa diferença é

proveniente das mesmas suposições do Método Incremental quando da alocação de injeções de corrente.

As figuras 8.23 e 8.24 mostram os erros percentuais das correntes ativas e reativas, respectivamente, alocadas ao usuário 3 e que circulam pelas linhas {78, 179, 180, 181, 182, 183, 184}. Os erros percentuais encontram-se na faixa de -4% a 3% para a parte ativa e -8% a -3% para a reativa.

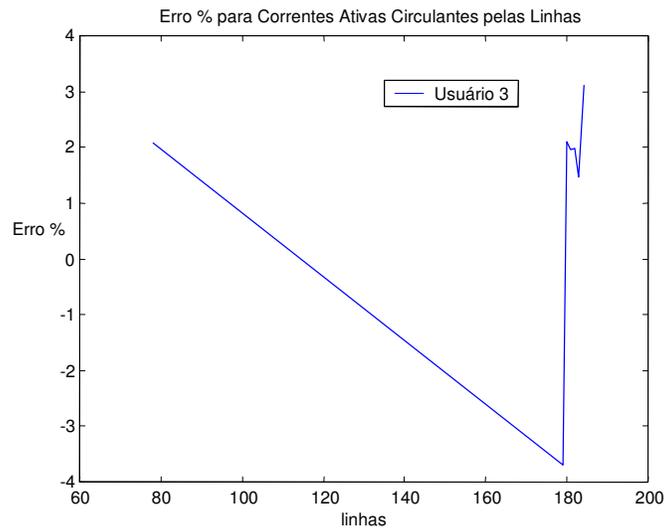


Figura 8.23 Erros Percentuais de Correntes de Linha Ativas Alocadas ao Usuário 3

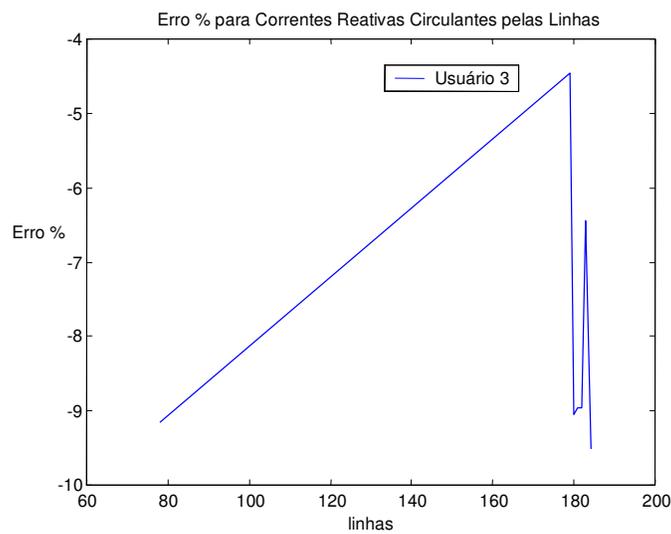


Figura 8.24 Erros Percentuais de Correntes de Linha Reativas Alocadas ao Usuário 3

As figuras 8.25 e 8.26 mostram os erros percentuais das correntes ativas e reativas, respectivamente, alocadas ao mercado *pool* e que circulam pelas linhas {219, 229, 230, 231, 232, 233, 238, 241, 242, 243, 244, 252, 254, 255, 261}. Os erros percentuais encontram-se na faixa de -15% a 16% para a parte ativa e -23% a 8% para a parte reativa. Esses resultados mais os erros em pu e os valores de correntes alocados ao mercado *pool* tanto pelo Método DPO quanto o Incremental estão apresentados nas tabelas 8.13 e 8.14.

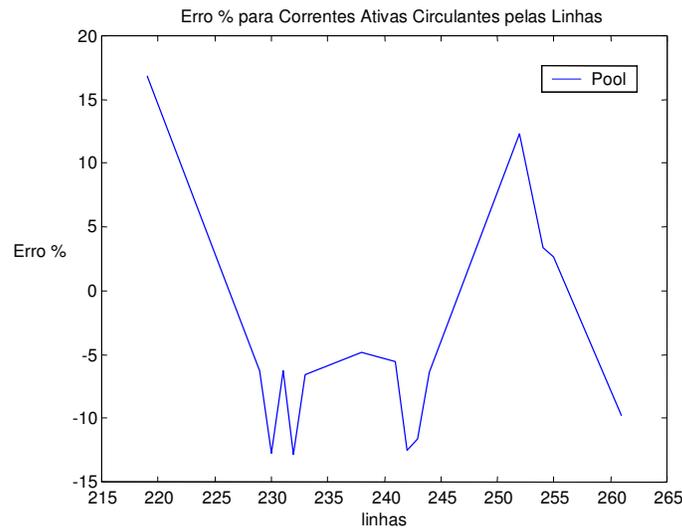


Figura 8.25 Erros Percentuais de Correntes de Linha Ativas Alocadas ao Mercado *Pool*

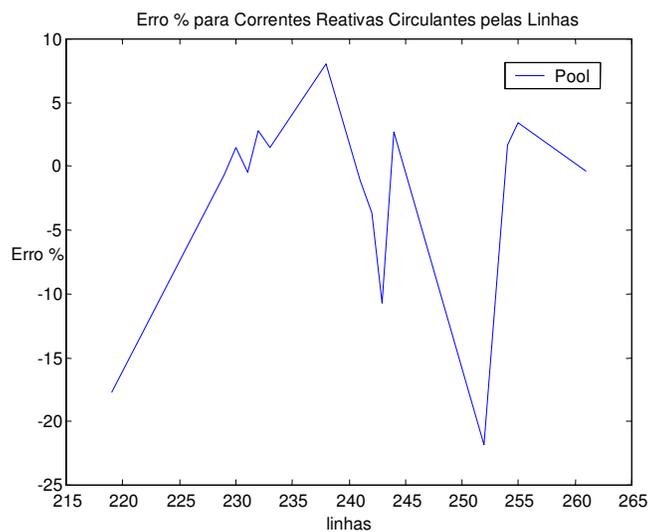


Figura 8.26 Erros Percentuais de Correntes de Linha Reativas Alocadas ao Mercado *Pool*

Tabela 8.13 Maiores Erros em pu de Corrente Ativa Circulante Alocada para o Mercado *Pool*

Elementos	<i>i-m</i>	Erro [pu]	Erro [%]	DOP [pu]	Incremental [pu]
219	165-86	0,3725	21,7184	1,5600	1,1875
229	115-167	-0,0335	-1,0772	3,6378	3,6713
230	168- 171	-0,3781	-6,7273	4,7167	5,0948
231	168- 167	-0,0163	-0,5980	3,6740	3,6903
232	169- 168	0,5430	-8,9116	-5,0421	-5,5851
233	160- 169	-0,0346	-2,8271	1,1031	1,1377
238	171- 170	-0,0998	-0,3336	0,9560	1,0558
241	173- 172	-0,0984	-2,4351	4,6467	4,7451
242	169- 173	-0,2154	-8,5118	3,4500	3,6654
243	174- 171	0,2275	-7,8886	-3,6102	-3,8377
244	172- 174	0,1312	-3,6690	-3,4682	-3,5994
252	176- 173	0,2407	13,3607	1,2429	1,0022
254	178- 174	-0,0004	6,3921	0,4015	0,4019
255	178- 177	0,0004	5,6959	1,5985	1,5981
261	180- 115	0,0689	-6,1226	-0,9854	-1,0543

Tabela 8.14 Maiores Erros em pu de Corrente Reativa Circulante Alocada para o Mercado *Pool*

Elementos	<i>i-m</i>	Erro [pu]	Erro [%]	DOP [pu]	Incremental [pu]
219	165-86	0,2091	16,2843	-0,2069	-0,4160
229	115-167	0,0342	0,6995	-0,8127	-0,8469
230	168- 171	0,2246	-1,4058	-4,3243	-4,5489
231	168- 167	0,0237	0,4310	-1,3152	-1,3389
232	169- 168	-0,3945	-1,7324	5,4070	5,8015
233	160- 169	0,0183	-0,4208	-0,8115	-0,8298
238	171- 170	-0,0289	-3,8897	-2,4838	-2,4549
241	173- 172	0,0849	1,1618	-1,2696	-1,3545
242	169- 173	0,3033	4,5169	-1,7325	-2,0358
243	174- 171	-0,4593	11,6474	0,4919	0,9512
244	172- 174	0,0943	-2,8649	0,1379	0,0436
252	176- 173	0,1753	18,4523	-0,4045	-0,5798
254	178- 174	-0,2573	-0,6542	-3,9842	-3,7269
255	178- 177	-0,2557	-2,3706	-3,8239	-3,5682
261	180- 115	-0,0390	-1,0607	0,8077	0,8467

As tabelas 8.13 e 8.14 mostram que os erros percentuais mais elevados não implicam em erros em pu altos.

Analisando-se os gráficos dessa seção, verifica-se que, para alocação de injeções de corrente entre as transações, os erros percentuais ficam em média na faixa de -2% a +1% e para o mercado *pool* na faixa de 0 a 20%, com algumas exceções. Já para a alocação de correntes nas linhas entre as transações, os erros percentuais ficam em média na faixa de -2% a +5% e para o *pool* na faixa de  $\pm 15,0$  %, com algumas exceções. Ou seja, para as alocações feitas ao mercado

*pool*, os erros apresentados são mais significativos, o que é de se esperar, pois a alocação feita pelo Método Incremental se mantém constante ao longo de todo o processo, sem considerar que na verdade ele vai se alterando a medida que são introduzidas as transações, não só pelo efeito interativo das mesmas, como também pelo suprimento das perdas.

Desta análise, se conclui que os resultados do DOP são coerentes com os obtidos pelo Método Incremental, sendo que o último apresenta resultados inferiores aos obtidos pelo DOP.

No Capítulo IV, além de resultados de alocações feitos pelo Método Incremental, também são apresentados os obtidos pelo Método de Zobian. Como visto naquele capítulo, os resultados para o Sistema de 5 barras obtidos pelo DOP Multi-Usuários e pelo Método de Zobian são praticamente idênticos. Para o sistema de 182 barras em análise, os erros entre os resultados de alocação obtidos por esse dois métodos são na ordem de  $10^{-08}$  %, para todas as situações analisadas anteriormente.

Assim, tanto pelo Método Incremental quanto pelo Método de Zobian, validam-se os resultados obtidos pelo DOP Multi-Usuários.

### 8.3.3 Comprovação das Leis de Kirchhoff

O valor ótimo do vetor  $\mathbf{x}$  pode ser usado para calcular as correntes pelas linhas de transmissão da rede elétrica provocadas por cada usuário. Estes valores são apresentados para o sistema de 5 barras já descrito no Capítulo IV, cujos parâmetros e limites operacionais estão no Apêndice D.

O sistema de 5 barras é testado numa aplicação onde se minimiza o desvio de transações propostas. As Tabelas 8.15 e 8.16 apresentam as gerações e cargas de potência ativa e reativa das transações e do mercado *pool* e a Tabela 8.17 apresenta os valores de tensão, potência ativa e reativa totais obtidos. A tolerância para teste de convergência é de  $1e-06$  é o valor do parâmetro inicial é de 0,01. Houve convergência em 15 iterações com um tempo computacional de 4,186 segundos.

Tabela 8.15 Transações Multilaterais do Sistema de 5 barras

Barra	Transação 1		Transação 2	
	Geração [pu]	Carga [pu]	Geração [pu]	Carga [pu]
1	2,6424+j0,6000	0,5000+j0,2000		
2		2,2500+j0,4000		
3	0,3000+j0,2000	0,3000+j0,2000		
4			1,1500+j0,4000	0,3000+j0,2000
5				0,8500+j0,2000

Tabela 8.16 *Pool* do Sistema de 5 barras

Barra	Pool	
	Geração [pu]	Carga [pu]
1	0,0000+j0,4561	0,2000+j0,0500
2		0,5000+j0,0000
3	1,7000+j1,3239	0,5000+j0,0000
4	0,5530-j0,7917	0,2000+j0,0000
5		0,5000+j0,0500

Tabela 8.17 Solução Ótima para Mínimo Desvio de Transações do Sistema de 5 Barras

Barra	Ângulo[rad]	tensão[pu]	Pg[pu]	Qg[pu]
1	0	1,0500	2,6424	1,0561
2	-0,2173	0,9500	0	0
3	-0,0425	1,0500	2,0000	1,5239
4	0,1533	0,9500	1,7030	-0,3917
5	-0,0556	0,9859	0	0

Conforme as restrições físicas descritas no Apêndice D, observa-se, pela Tabela 8.17, que as magnitudes de tensão das barras 1 a 4 atingiram os seus respectivos limites, assim como o gerador da barra 3, que está no seu limite máximo de geração de potência ativa.

Os valores totais e por usuários das correntes circulantes em cada ramo da rede são apresentados nas figuras 8.27 a 8.30.

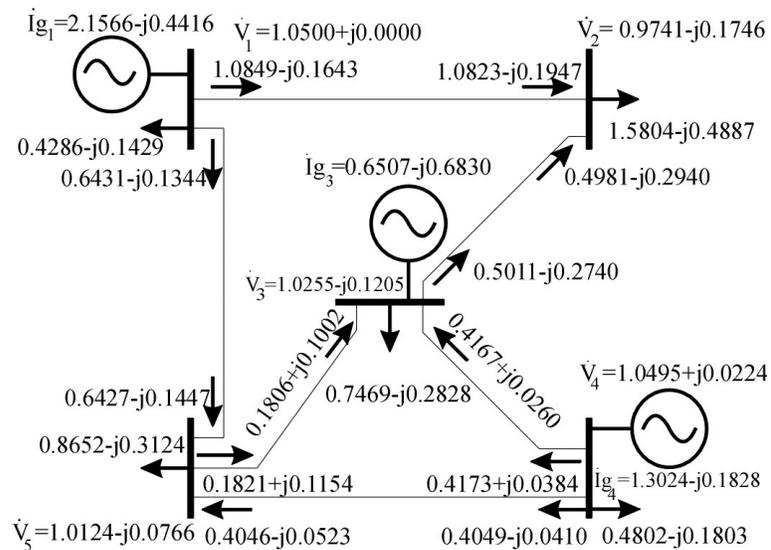


Figura 8.27 Correntes Totais pelos Ramos do Sistema de 5 barras

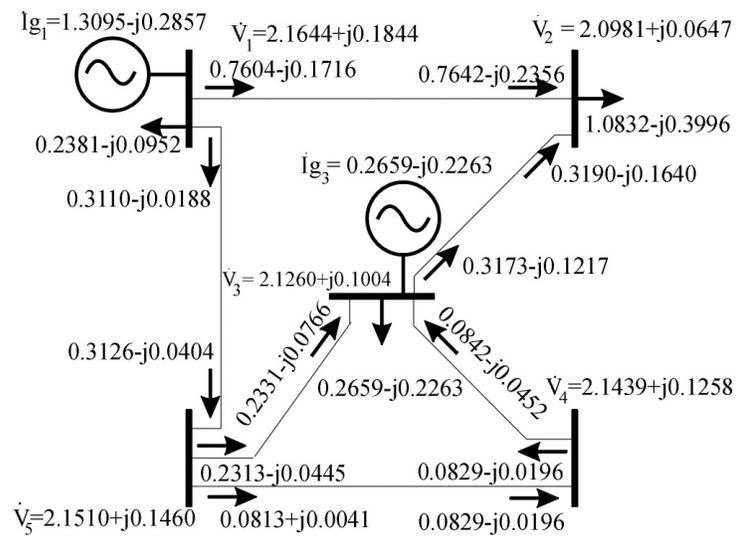


Figura 8.28 Correntes nos Ramos Devidas à Transação 1

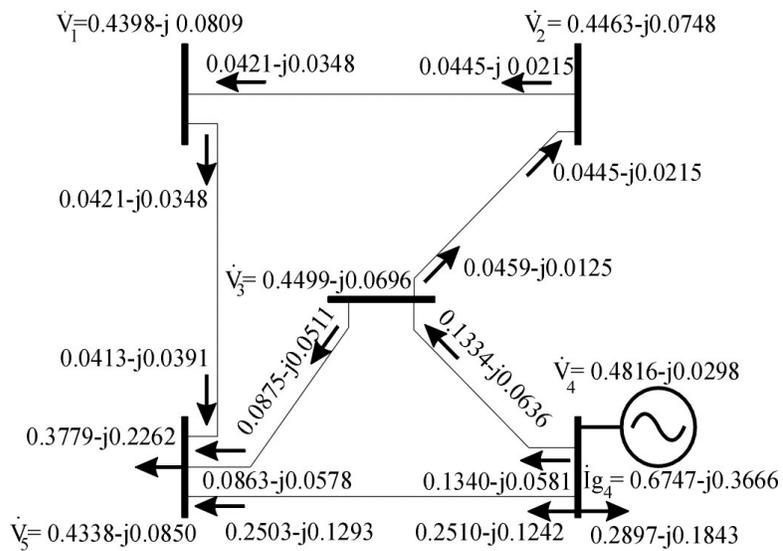
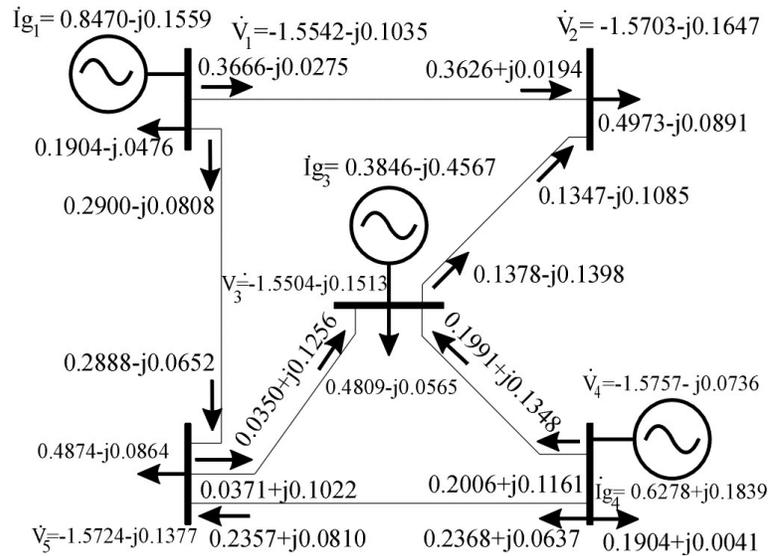


Figura 8.29 Correntes nos Ramos Devidas à Transação 2

Figura 8.30 Correntes nos Ramos Devidas ao Mercado *Pool*

De uma análise das Figuras 8.27 a 8.30, pode-se verificar que as duas Leis de Kirchhoff são satisfeitas para cada um dos circuitos e que o TS é respeitado, validando ainda mais os resultados apresentados pelo método.

#### 8.4 Operação Centralizada e não Centralizada

Esta seção tem por objetivo analisar as diferenças encontradas na operação sob mercados tipo *pool* e *pool*-bilateral, ou seja, entre mercados com operação centralizada, cujo objetivo é minimizar o custo de produção, e operação não centralizada, cujo objetivo é minimizar os desvios das transações propostas. A fim de ilustrar os dois tipos de operação, utiliza-se o sistema de 182 barras, analisando-se as diferenças de despachos, custos, correntes e tensões. No caso do mercado *pool*-bilateral, foram supostas as mesmas transações descritas na seção 8.3.

Conforme a escolha dos pesos  $w_p$ ,  $w_c$ ,  $\mathbf{W}_d$ ,  $w_v$  e  $w_m$ , é possível estudar esses diferentes tipos de mercado. Por exemplo, se o sistema em análise opera conforme o mercado *pool*, escolhem-se os seguintes pesos:  $w_p=0$ ,  $w_c=1$  (a fim de se selecionar a minimização dos custos),  $\mathbf{W}_d=\mathbf{0}$ ,  $w_v=0$  e  $w_m=0$ . Se o sistema em estudo opera segundo um mercado *pool*-bilateral, onde se deseja despachar transações físicas e com o mercado *pool* operando ao mínimo custo, escolhem-se os seguintes pesos:  $w_p=0$ ,  $w_c=1$  (a fim de se selecionar a minimização dos custos do mercado *pool*),  $\mathbf{W}_d=\mathbf{1000}$  (a fim de se considerar a minimização dos desvios dos contratos),  $w_v=0$  e  $w_m=0$ . Os valores dos

elementos da matriz  $\mathbf{W}_d$  são elevados a fim de garantir que o despacho das transações seja o mais próximo dos valores contratados.

A Tabela 8.18 apresenta os diferentes despachos por usuários obtidos para a operação mercado *pool* e *pool*-bilateral. A diferença primordial entre eles está no fato que quando se opera de modo centralizado, os geradores de cada usuário geram o necessário para se minimizar o custo total de produção, enquanto que no modo *pool*-bilateral, gera-se apenas o necessário para suprir os contratos, o que implica num custo de produção maior, como apresentado na Tabela 8.19. No entanto, é de se esperar que os custos associados às transações se corrigem de forma a atingir eficiência econômica.

Tabela 8.18 Gerações e Cargas dos Usuários para Operação *Pool*

Usuário	Carga total por transação [pu]	Geração por transação [pu] <i>Pool</i>	Geração por transação [pu] <i>Pool</i> -Bilateral
1	6,1691+j0,8734	9,9139-j5,3618	6,1689+j0,8734
2	5,9716+j1,0325	9,1952+j0,3587	5,9688+j1,0325
3	1,5940+j0,3745	3,3859+j0,4386	1,5940+j0,3745
<i>pool</i>	20,5136+j1,5081	12,7731-j6,2272	21,5306-j13,3976

Tabela 8.19 Custo de Produção e Perda Totais para Operação *Pool* e *Pool*-Bilateral

Tipo	Custo total de produção [\$/pu]	Perda total [pu]
<i>Pool</i>	229,6333	1,0199
<i>Pool</i> -Bilateral	247,1911	1,0139

As gerações de cada unidade geradora por transação, tanto para a operação *pool* quanto *pool*-bilateral estão representadas nos gráficos das figuras 8.31 a 8.34.

Na Figura 8.31, os geradores 1 a 6 equivalem às barras {104; 105; 116; 117; 118; 169}, respectivamente, os quais geram para a transação 1 e mercado *pool*. Quando a operação é não centralizada, as unidades 1 a 5 geram tanto para suprir o *pool* quanto a transação 1, sendo que apenas a unidade 6 gera apenas para honrar seu contrato. Quando a operação é centralizada, todos os geradores ficam responsáveis para suprir o mercado *pool*. Comportamentos semelhantes são observados nas figuras 8.32 e 8.34. Na Figura 8.32, os geradores 1 a 5 equivalem às barras {106; 107; 110; 111; 112}, respectivamente, os quais geram para a transação 2 e mercado *pool*; na Figura 8.33, os geradores 1 a 3 equivalem às barras {95; 96; 151}, respectivamente, os quais geram para a transação 3 e *pool* e, na Figura 8.34, os geradores 1 a 10 equivalem às barras {18; 19; 20; 69; 70; 79; 84; 86; 168; 178}, respectivamente, os quais geram apenas para o mercado *pool*.

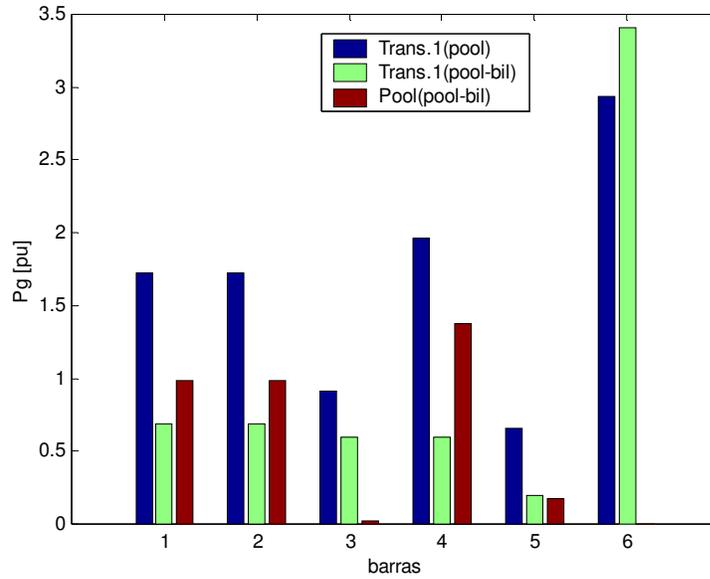


Figura 8.31 Geração de Potências Ativa de Geradores que Participam da Transação 1 e no Mercado *Pool* e *Pool-Bilateral*

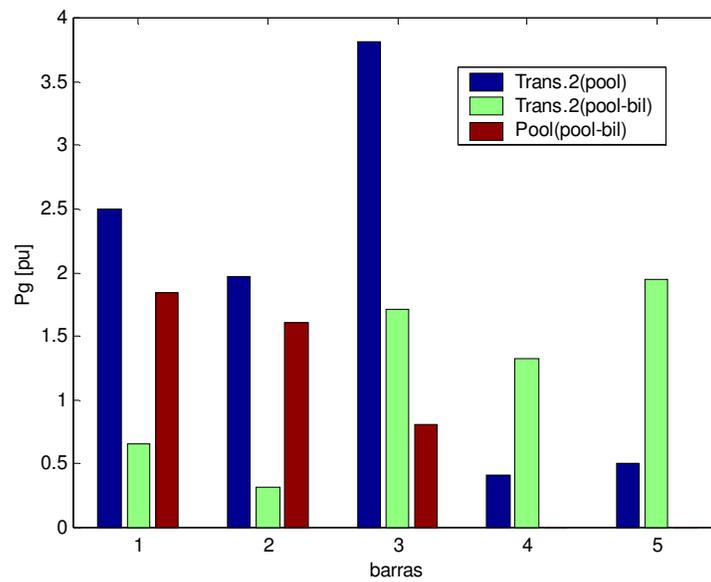


Figura 8.32 Geração de Potências Ativa de Geradores que Participam da Transação 2 e no Mercado *Pool* e *Pool-Bilateral*

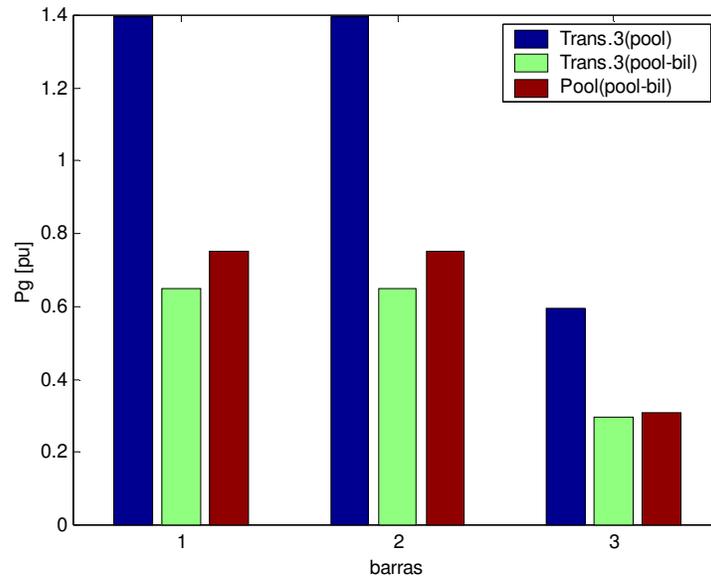


Figura 8.33 Geração de Potências Ativa de Geradores que Participam da Transação 3 e *Pool* no Mercado *Pool* e *Pool-Bilateral*

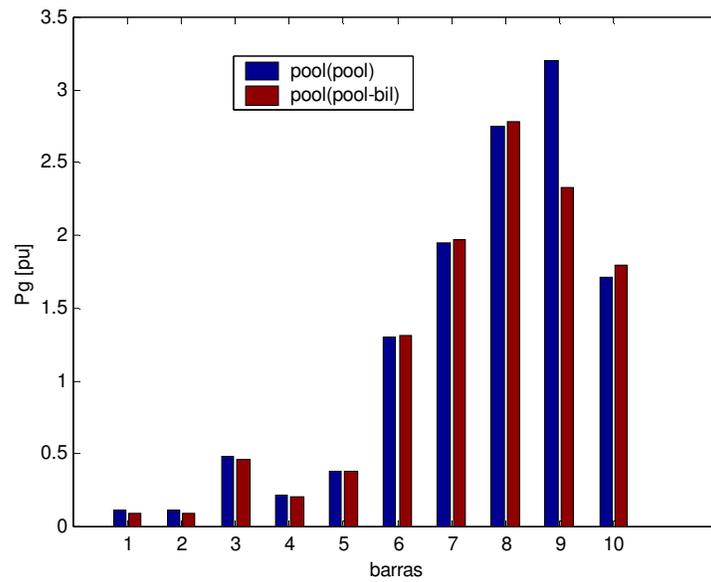


Figura 8.34 Geração de Potências Ativa de Geradores que Participam do *Pool* no Mercado *Pool* e *Pool-Bilateral*

Já a Figura 8.35 apresenta os valores totais gerados por barra tanto para o mercado *pool* quanto *pool*-bilateral. As unidades 1 a 25 equivalem às barras {104; 105; 116; 117; 118; 169; 106; 107; 110; 111; 112; 95; 96; 151; 16; 18; 19; 20; 69; 70; 79; 84; 86; 168; 178}, respectivamente. Nessa figura observa-se que existem diferenças entre valores despachados sob cada mercado. Por exemplo, a unidade 9 desse gráfico gera mais para o mercado *pool*, pois a mesma é uma das unidades mais baratas, já para a operação *pool*-bilateral a prioridade é que a mesma gere para suprir o contrato da transação 2. Essas diversidades repercutem em diferentes perfis de tensão, sendo que a Figura 8.36 apresenta o resultado da subtração entre os níveis de tensão obtidos entre os dois tipos de operação.

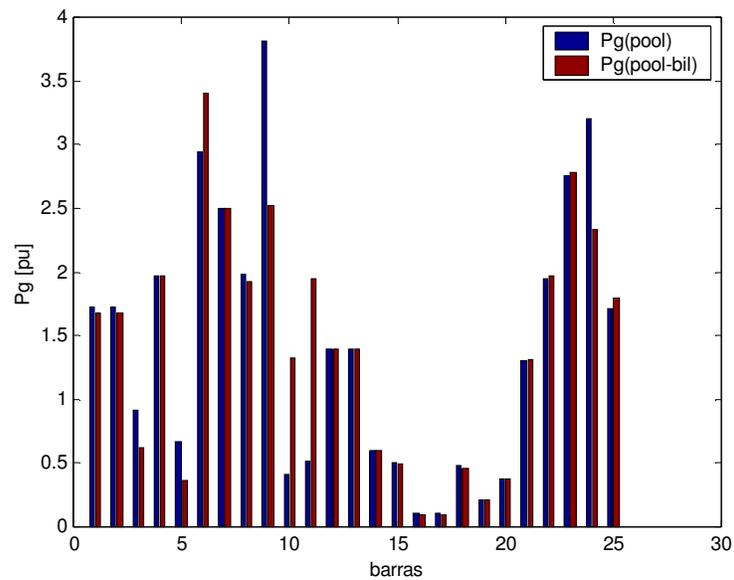


Figura 8.35 Geração de Potências Ativas Totais para Mercado *Pool* e *Pool*-Bilateral [pu]

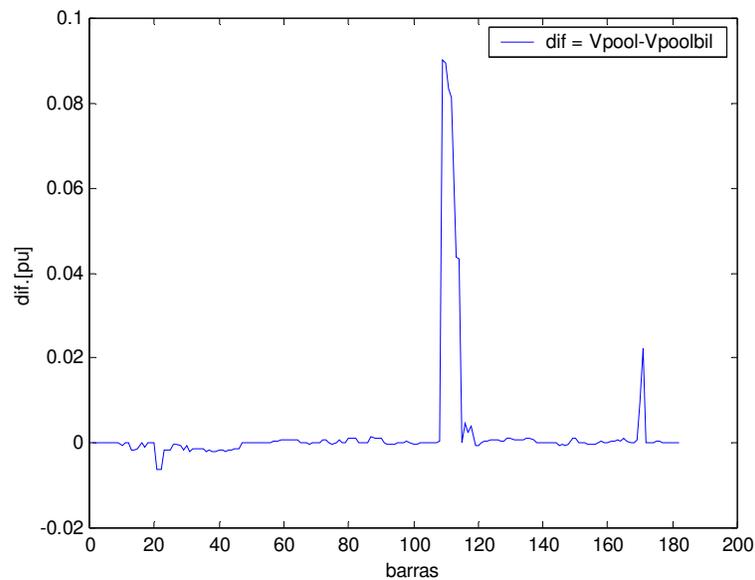


Figura 8.36 Diferenças entre Magnitudes de Tensão do Mercado *Pool* e *Pool-Bilateral*

As tabelas 8.20 e 8.21 apresentam as alocações de correntes entre os usuários operando conforme o mercado *pool* e *pool-bilateral*, respectivamente.

Tabela 8.20 Correntes Ativas em Algumas Linhas (*Pool*)

Área de abrangência	Elemento i-j	Corrente Ativa ij [pu]				<i>Pool</i>	
		Total	Transação 1 (PR)	Transação 2 (PR-SC)	Transação 3 (RS)		
PR	175 - 162	2,1365	<b>1,4098</b>	0,5107	-0,0124	0,2284	
	169 - 175	1,9909	<b>1,6211</b>	1,1329	0,1466	-0,9097	
SC	169 - 170	-3,6200	-1,9211	<b>-1,9012</b>	0,1214	0,0810	
	171 - 170	0,2080	-1,3951	<b>1,9697</b>	-0,0609	-0,3057	
RS	94 - 93	0,1805	0,0000	0,0000	<b>0,1355</b>	0,0450	
	94 - 154	-0,1854	-0,0000	-0,0000	<b>-0,1355</b>	-0,0498	
Todo Sistema	167 - 115	2,5565	-0,2530	-0,1289	-0,1738	<b>3,1123</b>	
	169 - 160	0,2740	0,3127	-0,8509	-0,5190	<b>1,3312</b>	
Linhas de conexão entre estados	PR-SC	159 - 156	0,7816	0,2204	<b>0,9288</b>	-0,3873	0,0197
		158 - 161	-0,6384	-0,0000	<b>-0,6384</b>	0,0000	-0,0000
		162 - 164	-0,0409	-0,0971	<b>0,4275</b>	-0,0019	-0,3693
		169 - 173	3,0947	1,1913	<b>0,9841</b>	0,0391	0,8802
		174 - 171	-3,8172	-1,0537	<b>-1,6806</b>	0,0343	-1,1172
	SC-RS	154 - 155	0,0743	-0,2061	-0,0811	0,3834	-0,0218
		173 - 172	3,8971	0,2047	0,4575	-0,3034	3,5382

Tabela 8.21 Correntes Ativas em Algumas linhas (*Pool*-Bilateral)

Área de abrangência	Elemento i-j	Corrente Ativa ij [pu]					
		Total	Transação 1 (PR)	Transação 2 (PR-SC)	Transação 3 (RS)	Pool	
PR	175 - 162	2,1480	<b>1,4087</b>	0,5384	0,0013	0,1996	
	169 - 175	1,9759	<b>1,1985</b>	0,8988	0,0289	-0,1503	
SC	169 - 170	-3,5797	-0,8923	<b>-2,6214</b>	-0,0063	-0,0598	
	171 - 170	0,7133	-0,4416	<b>2,6104</b>	0,0084	-0,4639	
RS	94 - 93	0,1805	-0,0000	-0,0000	<b>0,1356</b>	0,0450	
	94 - 154	-0,1854	0,0000	0,0000	<b>-0,1356</b>	-0,0499	
Todo Sistema	167 - 115	2,5558	0,0826	0,4662	-0,0159	<b>2,0230</b>	
	169 - 160	0,3751	1,3718	0,9304	-0,0365	<b>-1,8906</b>	
Linhas de conexão entre estados	PR-SC	159 - 156	0,7635	-0,0062	<b>0,6333</b>	-0,0226	0,1590
		158 - 161	-0,6384	0,0000	<b>-0,6384</b>	0,0000	0,0000
		162 - 164	-0,0393	-0,1368	<b>0,4131</b>	0,0017	-0,3173
		169 - 173	3,0424	0,3918	<b>0,4851</b>	-0,0115	2,1770
		174 - 171	-3,8847	-0,3400	<b>-1,5637</b>	0,0095	-1,9905
	SC-RS	154 - 155	0,0922	0,0089	0,2259	0,0218	-0,1644
		173 - 172	3,8945	-0,0062	0,4716	-0,0071	3,4460

Primeiramente, como não existem diferenças muito significativas nos perfis de tensão entre os dois modos de operação, observa-se que não há grande alteração na distribuição das correntes totais.

Também, de um modo geral, e tanto para a operação *pool* quanto *pool*-bilateral, as correntes alocadas a cada transação são maiores naquelas linhas que pertencem à área de abrangência física da transação. Por exemplo, para a transação 2, que é composta por geradores em PR e cargas em SC, foram alocadas correntes mais elevadas justamente nas linhas de conexão entre PR e SC.

Pode-se notar também que existem diferenças entre as correntes alocadas na operação centralizada e não centralizada. Tais diferenças vêm do fato que os usuários 1, 2 e 3 geram mais potência quando há a operação centralizada. Assim, as alocações para esses usuários são maiores nesse tipo de operação, sendo que há uma diminuição das alocações feitas ao mercado *pool*. No entanto, a distribuição destas alocações continua a mesma, ou seja, obedece ao uso da rede.

À medida que se aumenta o montante dos contratos em relação ao mercado de curto prazo, espera-se que as diferenças entre os despachos, perdas, custos, tensões e correntes se tornem mais significativas.

Por fim, deve-se ressaltar que, para este caso específico, não houve discrepâncias muito significativas entre um tipo e outro de operação porque as transações consideradas são muito próximas do que ocorre fisicamente, ou seja, os geradores de uma dada região física suprindo cargas localizadas nessa mesma região e o excedente sendo exportado para outra região deficitária.

No entanto, se forem considerados contratos mais diversificados entre as regiões, espera-se obter maiores diferenças entre um e outro tipo de operação.

### 8.5 Estudos sobre Máxima Transferência de Potência

Como descrito no Capítulo VII, é possível se calcular a máxima transferência de potência de um usuário. A fim de ilustrar esta aplicação, utiliza-se o sistema de 182 barras, com os seguintes pesos:  $w_p=0$ ,  $w_c=1$  (a fim de se minimizar o custo de produção do *pool*),  $\mathbf{W}_d=100000$  (a fim de se minimizar os desvios das transações propostas),  $w_v=0$  e  $w_m=1$  (a fim de se considerar a maximização do usuário selecionado). A maximização de cada um dos usuários é feita mantendo-se seus fatores de potência e impondo-se limites de fluxo de potência ativa igual a 4,0 pu nas linhas de transmissão que interconectam o PR e SC. Devido à maior dificuldade em se obter convergência para as situações de máximo carregamento, utilizou-se uma tolerância igual a  $10^{-04}$ .

A Tabela 8.22 apresenta os máximos valores de carga para as transações 1 a 3 considerando o sistema completo e cada uma das contingências selecionadas, as quais compreendem saída de algumas linhas de interconexão entre PR e SC e SC e RS.

Tabela 8.22 Máxima Transferência de Potência Ativa

Sistema Completo	Potência Ativa [pu]		
	Transação 1	Transação 2	Transação 3
Carregamento Original	6.1691	5.9715	1.5940
Máximo Carregamento	12,0387	9,4459	3,4000
Contingências			
Retirada do Elemento	Transação 1	Transação 2	Transação 3
169-173	12,0387	5,9712	3,1649
155-159	<b>5,6079</b>	5,8514	3,4000
175-176	12,0387	5,9713	1,9818
172-174	6,1686	<b>0,4127</b>	<b>1,5940</b>

Os valores originais das cargas de potência ativa dos usuários 1 a 3 são 6,1691 pu, 5,9715 pu e 1,5940 pu, respectivamente. Da Tabela 8.22, observa-se que os *TTC*'s do sistema em termos dos usuários 1, 2 e 3, são 5,6079 pu, 0,4127 pu e 1,5940 pu, respectivamente. Ou seja, ao se considerar a saída das linhas selecionadas, a fim de se manter uma operação dentro dos limites operacionais, principalmente no que diz respeito aos limites de fluxo nas linhas que interligam o

PR e SC, é necessário que as transações 1 e 2 sejam cortadas e que não haja incrementos na transação 3.

Alguns comentários adicionais podem ser feitos com respeito aos resultados da Tabela 8.22. Quando a linha 155-159 é retirada de serviço, a máxima transferência de potência da transação 2 é diminuída para valores menores que a da carga original. Considerando a mesma contingência, quando a transação 1 é maximizada, a transação 2 também é cortada, ou seja, sua geração final (5,6600 pu) é menor que sua carga original (5,9715 pu). Se a transação 2 for mantida firme, não é possível se encontrar um ponto de operação seguro porque barras vizinhas às que interligam a linha 169-173 ficam com tensões abaixo do limite mínimo. Um comportamento similar é observado quando a linha 172-174 é retirada.

Assim, pode-se concluir que as linhas 155-159 e 172-174 são cruciais para que se possa transferir potência do PR para SC e, como a transação 2 é a maior responsável por essa transferência, foi justamente ela a mais afetada pela saída dessas linhas.

A contribuição de cada unidade geradora do mercado *pool*, para o caso base, ou seja, com as cargas originais, e após a maximização das transações estão apresentadas na Figura 8.37. Todos os geradores suprem o mercado *pool*, sendo que os geradores 1 a 5 participam também da transação 1, os geradores 6 a 10 da transação 2 e os geradores 11 a 13 da transação 3. Os geradores 14 a 25 vendem energia apenas para o *pool*. Pode-se observar que a maximização dos usuários afeta a geração do mercado *pool*. Por exemplo, quando a transação 1 é maximizada,  $Pg^{pool}_1$  até  $Pg^{pool}_5$ , de um modo geral, diminuem, pois os seus geradores tendem a suprir apenas para o usuário 1. Os outros geradores aumentam, diminuem ou mantêm sua participação no mercado de curto prazo. Assim, a maximização da transação 1 modifica a receita advinda do mercado *pool* dos demais geradores. Comportamentos semelhantes são observados quando as outras transações são maximizadas.

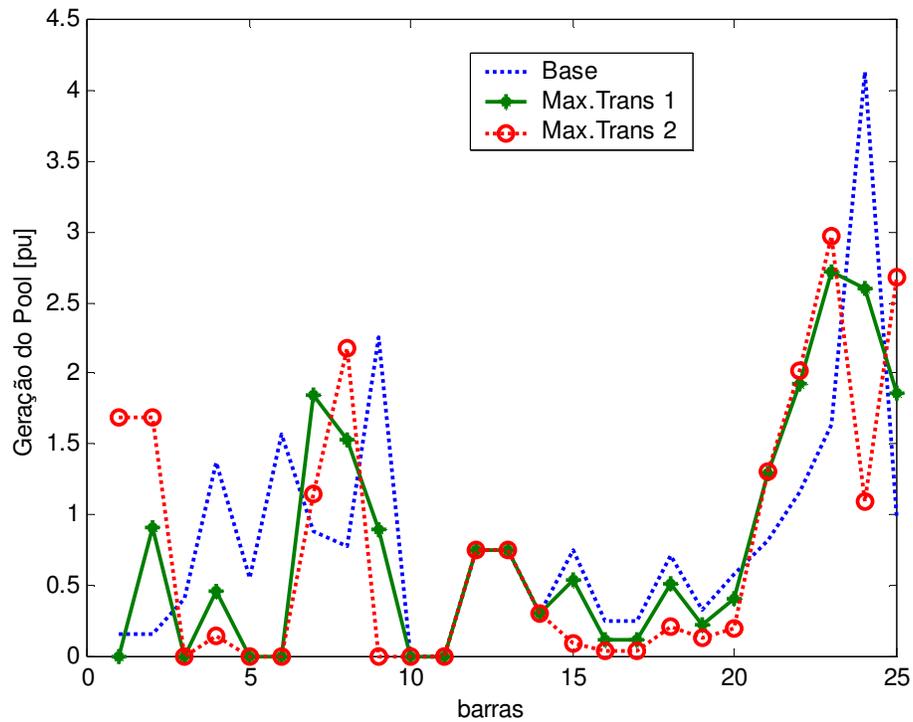


Figura 8.37 Geração do Mercado *Pool*

O gráfico da Figura 8.38 apresenta as magnitudes de tensão de algumas barras de carga que pertencem às transações 1, 2 e 3, para as seguintes situações: para o caso base (com carga original) e supondo a maximização de cada uma das transações sem considerar saída de linhas. As barras 1 a 7 pertencem à transação 1, as barras 8 a 17, à transação 2 e as barras 18 a 21 à transação 3.

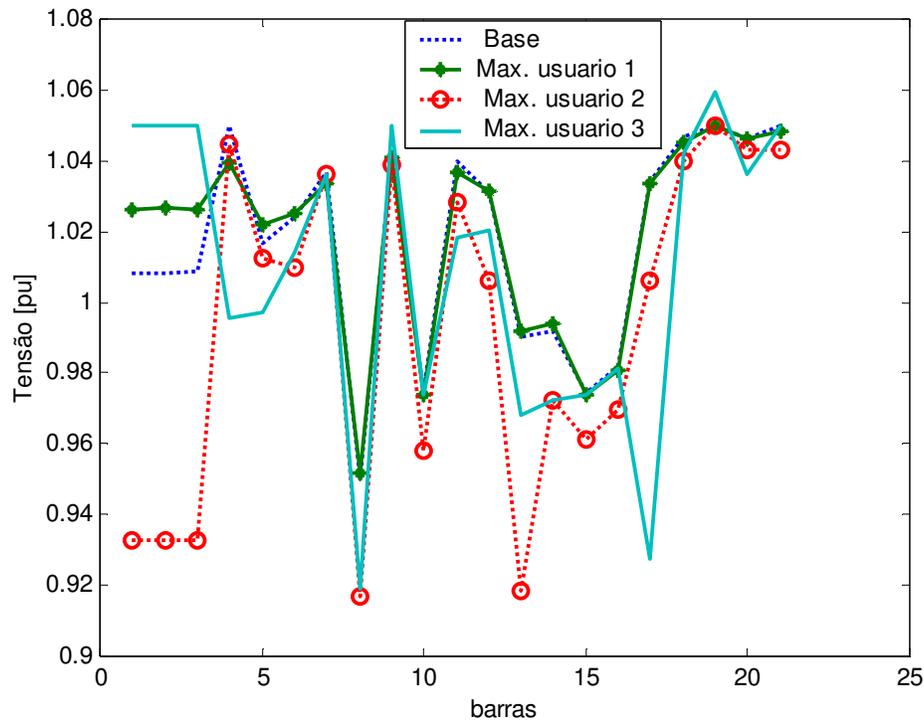


Figura 8.38 Magnitudes de Tensão nas Barras de Carga das Transações Maximizadas

De um modo geral, nota-se: (i) que quase não houve alteração nas tensões das barras da transação 1 apesar de ter sido a que mais aumentou, sendo que essa alteração ficou mais confinada às barras relacionadas à transação 1; (ii) que a maximização da transação 2 fez com que todas as barras diminuíssem suas tensões, com exceção das barras 8, 9, 10 e 19 que não se alteraram; e (iii) que a maximização da transação 3 afetou todas as barras, apesar de ser o menor aumento. Desses resultados pode-se concluir que há uma grande influência das cargas das transações 2 e 3 no perfil total de tensão, ao contrário da transação 1, cujo efeito se restringe mais a sua região de abrangência.

Já, a fim de se observar como a maximização das transações afeta a alocação das correntes, apresentam-se, na Tabela 8.23, os valores de correntes alocadas às transações 1 e 2, para as situações do caso base (carga original) e maximização das transações 1 e 2, sem considerar saída das linhas.

Tabela 8.23 Correntes Ativas e Reativas em Algumas Linhas

Área de abrangência	Elemento i-j	Transação 1 (PR)		Transação 2 (PR-SC)		
		Base	Max. Transação 1	Base	Max. Transação 2	
PR	175 - 162	1,4087 - 0,7737j	<b>1,9728 - 1,1273j</b>	0,5384 - 0,2005j	0,8886 - 0,3384j	
	169 - 175	1,1985 - 0,3036j	<b>1,6143 - 0,5356j</b>	0,8988+ 0,0853j	1,5822+ 0,0287j	
SC	169 - 170	-0,8923- 0,2021j	-1,9962+0,1285j	-2,6214- 0,0164j	<b>-4,2615- 0,1665j</b>	
	171 - 170	-0,4416+0,1350j	-0,7046+0,1405j	2,6104+ 0,0693j	<b>4,2526+ 0,2748j</b>	
RS	94 - 93	-0,0000+0,0000j	0,0000+0,0000j	-0,0000+0,0000j	-0,0000- 0,0000j	
	94 - 154	0,0000- 0,0000j	-0,0000-0,0000j	0,0000 - 0,0000j	-0,0000- 0,0000j	
Todo Sistema	167 - 115	0,0826 - 0,0397j	0,1512 - 0,0528j	0,4662 - 0,0262j	0,6312- 0,0136j	
	169 - 160	1,3718 - 0,1303j	2,5914 - 0,4515j	0,9304+ 0,0430j	1,1480+ 0,0215j	
Linhas de conexão entre estados	PR-SC	159 - 156	-0,0062+0,0074j	-0,0256+0,0175j	0,6333- 0,0055j	<b>0,8525+ 0,0332j</b>
		158 - 161	0,0000+0,0000j	0,0000+0,0000j	-0,6384- 0,0325j	<b>-0,9899+0,0006j</b>
		162 - 164	-0,1368+0,0473j	-0,2009+0,0779j	0,4131 - 0,2125j	<b>0,7135 - 0,3502j</b>
		169 - 173	0,3918 - 0,4147j	0,3954 - 0,3809j	0,4851 - 0,2660j	<b>0,9489 - 0,0181j</b>
		174 - 171	-0,3400+0,2625j	-0,4894+0,2550j	-1,5637+0,1859j	<b>-2,6718 -0,2495j</b>
	SC-RS	154 - 155	0,0089+0,0025j	0,0268 - 0,0053j	0,2259+ 0,0358j	0,1891+ 0,0569j
		173 - 172	-0,0161-0,0733j	-0,0637- 0,0553j	0,4716 - 0,0797j	0,7629 - 0,0000j

Observa-se pela Tabela 8.23, que a maximização de uma determinada transação afeta mais justamente as correntes pelas linhas mais importantes para essa transação.

## 8.6 Alocação de Serviços de Transmissão

A resolução do programa DOP possibilita, além do despacho por usuários, o cálculo da alocação de uma série de serviços de transmissão tais como: transferência de potência (fluxos de potência ativa), perdas de potência ativa, custos de transmissão fixos e operacionais e suporte de reativos, a seguir apresentados.

### 8.6.1 Alocação de Fluxos de Potência

Uma vez conhecidas as tensões do sistema para cada transação e mercado *pool*, ou seja, para cada participante, pode-se, a partir das equações (7.93) e (7.94) calcular os fluxos alocados, os quais foram calculados para os sistemas de 5 e 182 barras.

a) Sistema de 5 barras

Para se visualizar os valores de fluxos de potência alocados para cada transação  $k$  e para o mercado *pool* do sistema analisado na subseção 8.3.3, os mesmos são representados em cada um dos respectivos circuitos individuais e totais, como mostrado nas figuras 8.39 a 8.42. Analisando-se as mesmas, pode-se observar que a soma dos fluxos que saem e que entram de cada barra com as injeções de potência perfaz o valor zero. E, os valores de fluxos totais nas linhas representados na Figura 8.39, são iguais ao somatório dos fluxos por transação representados pelas figuras 8.40 a 8.42. Deve-se observar que o comportamento das parcelas de fluxos alocadas às transações e ao mercado *pool* não é igual ao comportamento dos fluxos reais nas linhas. Por exemplo, observando-se a parcela do fluxo na linha (3-4) alocada à transação 1, nota-se que o montante que sai da barra 4 é menor do que o que chega à barra 3. Situações semelhantes ocorrem em outras linhas.

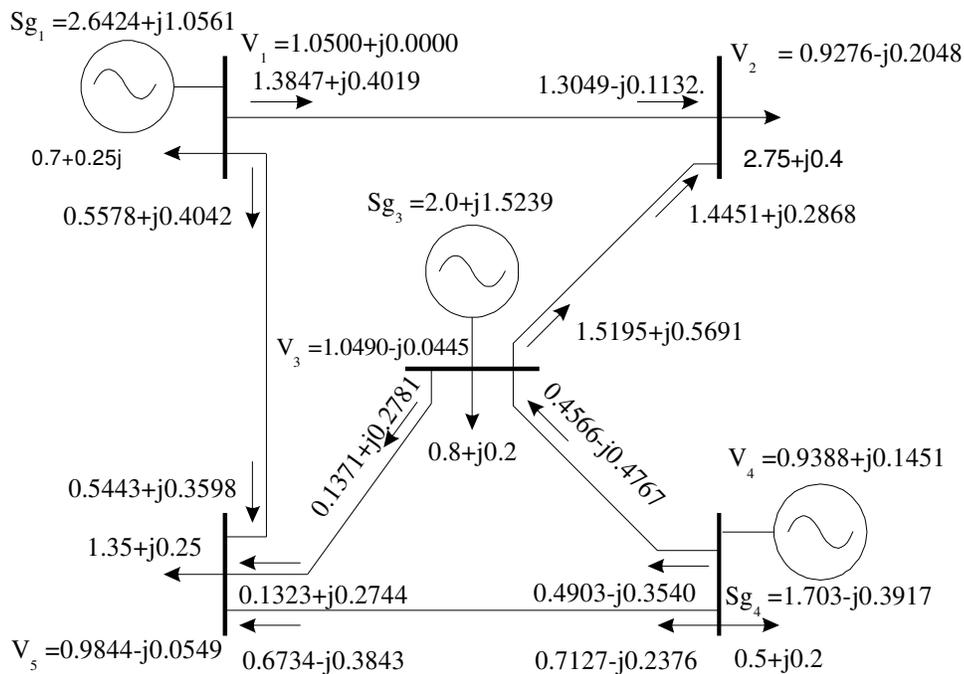


Figura 8.39 Fluxos Totais pelas linhas

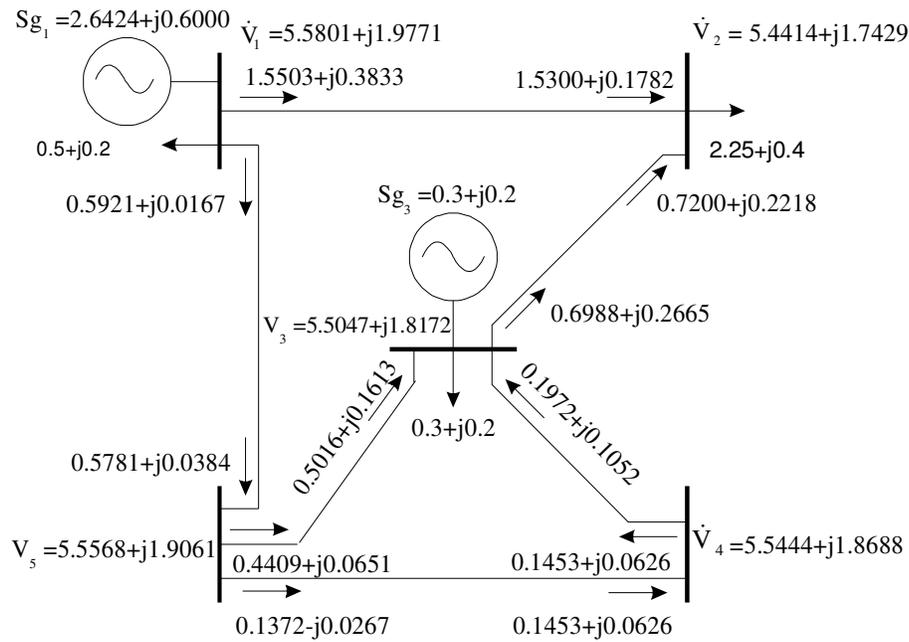


Figura 8.40 Fluxos nas Linhas Devidos à Transação 1

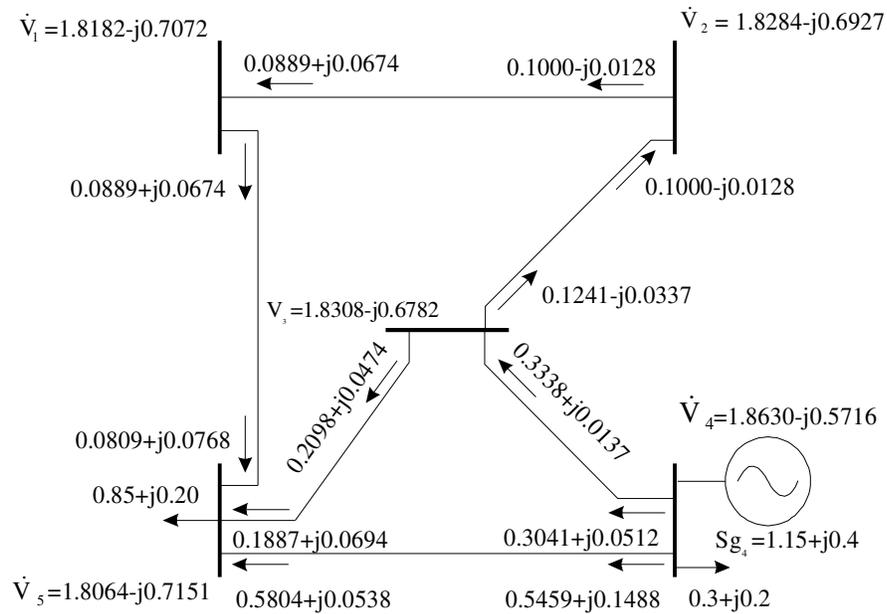


Figura 8.41 Fluxos nas Linhas Devidos à Transação 2

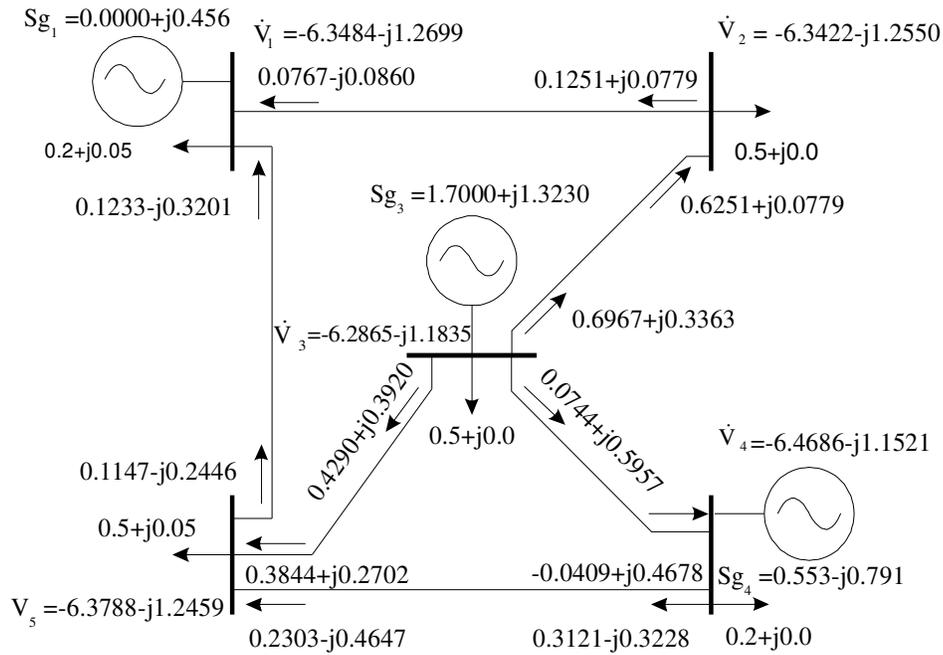


Figura 8.42 Fluxos nas Linhas Devidos ao Mercado Pool

b) Sistema 182 barras

O sistema de 182 barras é simulado supondo operação *pool*-bilateral, ou seja, com pesos  $w_p=0$ ,  $w_c=1$ ,  $\mathbf{W}_d=100000$ ,  $w_v=0$  e  $w_m=0$ , incluindo os *taps* dos transformadores de tensão e os ângulos de defasagem dos transformadores defasadores como variáveis de otimização. O elevado valor de  $\mathbf{W}_d$  foi utilizado com o intuito de zerar os desvios entre os valores contratados e efetivamente despachados para as transações.

Para se visualizar os valores de fluxos de potência alocados para cada transação  $k$  e para o mercado *pool* do sistema analisado na subseção 8.3.1, apresentam-se os fluxos circulantes apenas pelas linhas mais significativas de cada transação. Nas tabelas 8.24 e 8.25 apresentam-se os fluxos totais e alocados, com e sem limites de 4,0 pu nas linhas de transmissão {169-170; 173-172; 169-173; 174-171}, respectivamente.

Tabela 8.24 Fluxos Ativos em Algumas Linhas (sem limites de transmissão)

Área de abrangência		Elemento i-j	Fluxo Ativo ij [pu]				Pool
			Total	Transação 1	Transação 2	Transação 3	
PR	175 - 162	2,5054	<b>1,5154</b>	0,5630	0,0009	0,4262	
	169 - 175	2,5110	<b>1,5202</b>	0,5646	0,0009	0,4252	
SC	169 - 170	-6,1175	-0,9085	<b>-2,5606</b>	0,0002	-2,6486	
	171 - 170	1,7429	-0,4379	<b>2,5469</b>	0,0129	-0,3789	
RS	94 - 93	0,1868	-0,0000	-0,0000	<b>0,1401</b>	0,0467	
	94 - 154	-0,1918	0,0000	0,0000	<b>-0,1401</b>	-0,0517	
Todo Sistema		167 - 115	3,5489	0,0734	0,4763	-0,0148	<b>3,0140</b>
		169 - 160	2,8056	1,3562	0,9590	-0,0390	<b>0,5294</b>
Linhas de conexão entre estados	PR-SC	159 - 156	0,5313	-0,0001	<b>0,6517</b>	-0,0267	-0,0936
		158 - 161	-0,6433	0,0000	<b>-0,6433</b>	-0,0000	-0,0000
		162 - 164	0,1437	-0,1487	<b>0,4351</b>	0,0008	-0,1434
		173 - 172	4,6363	-0,0269	<b>0,4427</b>	-0,0052	4,2258
		169 - 173	4,0125	0,3982	<b>0,4300</b>	-0,0117	3,1960
	SC-RS	154 - 155	0,3768	0,0016	0,2419	0,0242	0,1091
		174 - 171	-5,8038	-0,3594	-1,4824	-0,0041	-3,9579

Tabela 8.25 Fluxos Ativos em Algumas Linhas (com limites de transmissão)

Área de abrangência		Elemento i-j	Fluxo Ativo ij [pu]				Pool
			Total	Transação 1	Transação 2	Transação 3	
PR	175 - 162	2,2870	<b>1,4914</b>	0,5806	0,0023	0,2128	
	169 - 175	2,2941	<b>1,4958</b>	0,5822	0,0024	0,2137	
SC	169 - 170	-3,8505	-0,9045	<b>-2,5718</b>	0,0008	-0,3749	
	171 - 170	0,5624	-0,4557	<b>2,6125</b>	0,0028	-1,5973	
RS	94 - 93	0,1868	0,0000	-0,0000	<b>0,1401</b>	0,0467	
	94 - 154	-0,1918	-0,0000	0,0000	<b>-0,1401</b>	-0,0517	
Todo Sistema		167 - 115	2,9311	0,0827	0,4844	-0,0105	<b>2,3745</b>
		169 - 160	1,3161	1,4201	0,9640	-0,0364	<b>-1,0316</b>
Linhas de conexão entre estados	PR-SC	159 - 156	0,7266	0,0027	<b>0,6569</b>	-0,0260	0,0929
		158 - 161	-0,6433	0,0000	<b>-0,6433</b>	0,0000	-0,0000
		162 - 164	-0,0611	-0,1599	<b>0,4659</b>	0,0023	-0,3694
		173 - 172	<b>4,0000</b>	-0,0090	<b>0,4338</b>	0,0088	3,5665
		169 - 173	2,9187	0,4012	<b>0,4255</b>	-0,0026	2,0946
	SC-RS	154 - 155	0,1858	0,0022	0,2297	0,0242	-0,0703
		174 - 171	<b>-4,0000</b>	-0,3858	-1,5826	-0,0089	-2,0227

As tabelas 8.24 e 8.25 apresentam comportamento similar ao analisado pelas alocações de correntes na seção 8.4, ou seja, a alocação dos fluxos depende do uso da rede pelos usuários. Por exemplo, as linhas 175-162 e 169-175 fazem parte do estado do Paraná e como a transação 1 compreende carga e geração no Paraná, essas linhas estão contempladas com maiores parcelas de

fluxos alocadas à transação 1. Quanto à influência dos limites de transmissão nas linhas de conexão, pode-se observar que os mesmos tendem a limitar os fluxos alocados à transação 2, que justamente utiliza preponderantemente as linhas da conexão. Por exemplo, o fluxo de potência ativa alocado na linha 173 – 172 é de 0,4427 pu, quando não se consideram os limites de transmissão. Já quando os mesmos são levados em consideração o fluxo alocado diminui para 0,4338 pu.

### 8.6.2 Alocação de Perdas de Potência Ativa

Uma vez conhecidos os fluxos alocados por usuário e as injeções de corrente alocadas por usuários, pode-se, a partir das equações (7.93) e (7.94) calcular as perdas alocadas a cada usuário, os quais foram calculados para os sistemas de 5 e 182 barras.

#### a) Sistema de 5 barras

A carga do sistema de 5 barras apresentado na seção 8.2 é muito grande; mais especificamente, a transação multilateral 1 possui valores altos de contratos, que não podem ser supridos integralmente pelos geradores 1 e 2 considerados nessa transação. Portanto, esse exemplo não oferece bons resultados para o despacho concomitante de perdas, pois como já não se consegue despachar totalmente a transação 1 não se pode também gerar suas perdas, o que compromete a visualização da metodologia. Deste modo, outro exemplo de 5 barras, com os mesmos usuários, no entanto com valores de contratos diferentes, é considerado para se realizar o cálculo das perdas. As novas cargas e gerações por transações estão apresentadas nas tabelas 8.26. e 8.27, e na Tabela 8.28 são apresentados a geração total de potência ativa e reativa e o perfil total de tensão para o novo carregamento.

Tabela 8.26 Transações do Sistema de 5 barras

Barra	Transação 1		Transação 2	
	Geração [pu]	Carga [pu]	Geração [pu]	Carga [pu]
1	0,9823+j0,1883	0,5000+j0,1000		
2		1,0000+j0,2000		
3	0,8177+j0,2117	0,3000+j0,1000		
4			0,7000+j0,2000	0,3000+j0,1000
5				0,4000+j0,1000

Tabela 8.27 Geração e Carga do Mercado *Pool* para o Sistema de 5 barras

Barra	<i>Pool</i>	
	Geração [pu]	Carga [pu]
1	0,8108+j0,0945	0,2000+j0,0500
2		0,5000+j0,0000
3	1,1250+j1,0916	0,5000+j0,0000
4	0,0159-j0,0828	0,2000+j0,0000
5		0,5000+j0,0500

Tabela 8.28 Solução Ótima para Mínimo Desvio de Contratos do Sistema de 5 Barras

Barra	ângulo[rad]	tensão[pu]	Pg[pu]	Qg[pu]
1	-0,0000	1,0500	1,7930	0,2828
2	-0,0994	1,0057	0	0
3	0,0002	1,0500	1,9427	0,3033
4	-0,0000	1,0500	0,7159	0,1172
5	-0,0487	1,0310	0	0

A Tabela 8.29 apresenta as perdas por usuários utilizando tanto a metodologia  $Perda_{DOP}$  que utiliza os fluxos alocados (equação 7.104) quanto a metodologia  $Perda_Z$  que utiliza as injeções de corrente por usuários (equação 7.111). Além disso, a título de comparação, apresentam-se também as perdas calculadas pelo, aqui intitulado, Método Gross (GROSS e TAO, 2000) que especificamente calcula perdas por transação através de um modelo DC, o que faz com que a soma das perdas alocadas seja diferente da perda total do sistema (0,0517 pu).

Tabela 8.29 Perdas por Usuário para Sistema de 5 barras

Usuário	Carga [pu]	$Perda_{DOP}$ [pu]	$Perdas_Z$ [pu]	Método Gross [pu]
1	1,8000	0,0216	0,0268	0,0285
2	0,7000	0,0026	0,0051	0,0058
<i>Pool</i>	1,9000	0,0275	0,0198	0,0213
Total	4,4000	0,0517	0,0517	0,0556

Para este pequeno sistema de 5 barras, os resultados das perdas são coerentes para os três métodos considerados, observando-se uma proporcionalidade entre os valores das perdas alocadas com os valores da carga por usuário.

A Tabela 8.30 apresenta os valores de geração de potência ativa por usuário mais as perdas despachadas concomitantemente conforme  $Perda_{DOP}$ .

Tabela 8.30 Despacho Concomitante de Perda<sub>DOP</sub> para Sistema de 5 barras

Usuário	Carga [pu]	Geração [pu]	Geração – Carga [pu]	Perda <sub>DOP</sub> [pu]	Método Gross [pu]
1	1,8000	1,8216	0,0216	0,0219	0,0284
2	0,7000	0,7026	0,0026	0,0026	0,0058
<i>Pool</i>	1,9000	1,9275	0,0275	0,0272	0,0213
Total	4,4000	4,4517	0,0517	0,0517	0,0556

A Tabela 8.31 apresenta os valores de geração de potência ativa por usuário com as perdas despachadas concomitantemente, conforme Perda<sub>z</sub>.

Tabela 8.31 Despacho Concomitante de Perdas<sub>z</sub> para Sistema de 5 barras

Transação	Carga [pu]	Geração [pu]	Geração – Carga [pu]	Perda <sub>DOP</sub> [pu]	Método Gross [pu]
1	1,8000	1,8268	0,0216	0,0270	0,0284
2	0,7000	0,7051	0,0026	0,0052	0,0058
<i>Pool</i>	1,9000	1,9198	0,0275	0,0195	0,0213
Total	4,4000	4,4517	0,0517	0,0517	0,0556

Tanto na Tabela 8.30 quanto na Tabela 8.31, observa-se que os valores despachados de perdas por usuários não equivalem exatamente aos valores das perdas alocadas por cada metodologia Perda<sub>DOP</sub> e Perdas<sub>z</sub>. Por exemplo, na Tabela 8.21, o valor de perdas despachadas concomitantemente com a transação 1 é igual a 0,0216 pu, enquanto que o valor de perda calculado pela metodologia Perda<sub>DOP</sub> é igual a 0,0219 pu. Essa diferença se deve aos limites máximos de tensão atingidos nas barras de geração que não permitem que o gerador 1 gere o suficiente para se suprir totalmente as perdas do usuário 1.

A vantagem do despacho concomitante de geração e perdas é que não há necessidade de se alocar as perdas, pois as mesmas já estão sendo supridas por seus próprios usuários.

b) Sistema de 182 barras

O sistema de 182 barras é simulado supondo operação *pool*-bilateral, ou seja, com pesos  $w_p=0$ ,  $w_c=1$ ,  $\mathbf{W}_d=\mathbf{1}$ ,  $w_v=0$  e  $w_m=0$ , incluindo como variáveis de otimização os *taps* dos transformadores de tensão variáveis. Os defasadores não foram considerados para melhor se avaliar o desempenho do método Perdas<sub>z</sub>.

A Tabela 8.32 apresenta as perdas por usuários utilizando a metodologia Perda<sub>DOP</sub>, a metodologia Perda<sub>z</sub> e o Método Gross (GROSS e TAO, 2000). Observa-se que os

valores de perdas  $Perda_z$  e os de Gross são compatíveis entre si, no entanto os valores de  $Perda_{DOP}$ , que assumem valores negativos, o fazem em decorrência de alguns contra-fluxos alocados entre os usuários em relação ao fluxo total (Tabela 8.15). Este subsídio cruzado beneficia aqueles que, teoricamente, diminuem as perdas totais do sistema. No entanto, esses valores negativos podem ser tratados, tal como em (GROSS e TAO, 2000), através de uma normalização que é baseada em seus módulos, como expresso na equação a seguir:

$$Perda_{DOP\_NORM}^k = \frac{|Perda_{DOP}^k|}{\sum_{k=1}^{nr+1} |Perda_{DOP}^k|} \cdot Perda\_total \quad (8.1)$$

Esse tratamento é justificado pelo fato dos autores considerarem que só há diminuição de perdas totais devido à existência de outros usuários, e que esta interação deve ser compartilhada entre todos.

Tabela 8.32 Perdas por Usuário para Sistema de 182 barras

Usuário	$Perda_{DOP}$ [pu]	$Perda_{DOP\_NORM}$ [pu]	$Perda_z$ [pu]	Método Gross [pu]
1	-0,1632	0,0887	0,0224	0,0277
2	-0,0716	0,0389	0,1066	0,1090
3	-0,0984	0,0535	0,0029	0,0065
<i>Pool</i>	1,1266	0,6123	0,6615	0,7286
Total	0,7934	0,7934	0,7934	0,8718

A Tabela 8.33 apresenta os valores de geração de potência ativa por usuário mais as perdas despachadas concomitantemente conforme  $Perda_{DOP}$ .

Tabela 8.33: Despacho Concomitante de  $Perda_{DOP}$  para Sistema de 182 barras

Usuário	Carga	Geração	Geração - Carga	$Perda_{DOP}$	Método Gross
1	6,1691	6,0059	-0,1632	-0,1643	0,0276
2	5,9716	5,8999	-0,0717	-0,0718	0,1089
3	1,5940	1,4956	-0,0984	-0,0994	0,0060
<i>Pool</i>	18,2673	19,3939	1,1266	1,1288	0,7220
Total	32,0020	32,7954	0,7934	0,7934	0,8645

A Tabela 8.34 apresenta os valores de geração de potência ativa por usuário mais as perdas despachadas concomitantemente conforme  $Perda_z$ .

Tabela 8.34 Despacho Concomitante de Perdas<sub>z</sub> para Sistema de 182 barras

Usuário	Carga	Geração	Geração - Carga	Perdas <sub>z</sub>	Método Gross
1	6,1691	6,1915	0,0228	0,0226	0,0277
2	5,9716	6,0781	0,1091	0,1078	0,1092
3	1,5940	1,5969	0,0030	0,0030	0,0065
<i>Pool</i>	18,2673	18,9288	0,6586	0,6600	0,7310
Total	32,0020	32,7953	0,7934	0,7934	0,8744

Tanto para um método quanto para outro, os resultados de despachos concomitantes com as perdas são coerentes com os valores de perdas calculados por cada método, sendo possível cada usuário despachar sua própria perda sem que a perda total se modifique. As diferenças entre os valores despachados de perdas e as perdas alocadas por cada método são devidas, como já comentado para o exemplo de 5 barras, às limitações de tensão impostas para cada barra de carga e geração.

Assim, concluindo:

- quando os valores negativos de perdas alocadas pelo método Perda<sub>DOP</sub> são utilizados para se realizar o despacho concomitante de perdas por usuário, há uma diminuição dos valores gerados por usuário, que é compensado por um aumento de geração do mercado *pool* de modo a manter a perda total original. Este tipo de resultado é de difícil assimilação pela indústria, pois envolve subsídios cruzados;

- já os valores obtidos pelo método Perdas<sub>z</sub> apresentam resultados bastante coerentes, principalmente quando comparados com outros propostos na literatura (Método Gross). O inconveniente desse método é o tempo computacional requerido, pois o mesmo envolve a inversão da matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$ , que não se mantém constante ao longo do processo de convergência quando se consideram transformadores de tensão com *taps* variáveis. No entanto, em (CONEJO et al, 2001) é possível minimizar esse tempo utilizando a forma esparsa da matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$  de modo a evitar cálculos explícitos com a matriz  $\mathbf{R}$ .

### 8.6.3 Alocação de Custos de Transmissão

A fim de se avaliar o impacto que os limites nas linhas de transmissão provocam nos custos fixos e operacionais calculados conforme as equações (7.127) e (7.130), respectivamente, o sistema de 182 barras foi testado considerando-se duas condições de operação: caso (I), os limites de transmissão são ignorados e, caso (II), os fluxos de potência em algumas linhas de conexão entre PR- SC e SC-RS, tais como {169-170; 169-173; 174-171; 173-172} são limitados a  $\pm 4.0$  pu. A

Tabela 8.35 apresenta os valores de OTC e FTC obtidos para cada usuário da rede e para ambos os casos. Os custos fixos por linha são iguais a 1\$. Pode ser observado que, quando os limites são considerados, todos os custos operacionais aumentam, enquanto que os custos fixos de transmissão alocados para o mercado *pool* aumentam, e os alocados para as transações 1, 2 e 3 diminuem. Este comportamento é explicado pela redistribuição dos fluxos pelas linhas provocados pelo congestionamento.

Tabela 8.35 Alocação de Custos Fixos e Variáveis

Trans.	Pd	Caso (I)		Caso (II)	
		OTC	FTC	OTC	FTC
1	6,1691	0,5750	14,5170	9,3973	14,2651
2	5,9716	2,0378	69,9557	70,7831	66,8228
3	1,5940	0,1068	6,9109	2,4847	4,7064
<i>Pool</i>	18,2673		169,616		175,205

As Tabelas 8.36 e 8.37 apresentam, para os casos (I) e (II), os custos operacionais alocados entre as transações para algumas linhas mais significativas. Comparando essas tabelas, observa-se um aumento dos custos operacionais alocados por linha e por transações devido aos congestionamentos. Os custos operacionais mais afetados são os alocados à transação 2, que justamente estão associados à geração do PR para SC.

Tabela 8.36 Alocação de Custos Variáveis (sem limites)

Área de abrangência	Elemento i-j	Custos Variáveis [\$/pu]				
		Total	Transação 1	Transação 2	Transação 3	
PR	175 - 162	0,0348	0,0312	-0,0144	-0,0019	
	169 - 175	0,0344	0,0355	-0,0137	-0,0024	
SC	169 - 170	0,1553	-0,0013	0,1701	-0,0700	
	171 - 170	0,0106	-0,0115	0,1315	-0,0561	
RS	94 - 93	0,0014	-0,0000	-0,0000	0,0010	
	94 - 154	0,0006	0,0000	0,0000	0,0006	
Linhas de conexão entre estados	PR-SC	159 - 156	0,0242	-0,0069	0,0062	0,0124
		158 - 161	0,0321	-0,0151	0,0148	-0,0000
		162 - 164	0,0017	-0,0200	-0,0675	-0,0022
		173 - 172	0,5888	0,0958	0,2760	0,1850
		169 - 173	0,2663	0,3334	0,3137	0,1887
	SC-RS	154 - 155	0,0300	-0,0064	-0,0809	-0,0036
		174 - 171	0,5432	0,4139	0,7064	0,2809

Tabela 8.37 Alocação de Custos Variáveis (com limites)

Área de abrangência	Elemento i-j	Custos Variáveis [\$/pu]				
		Total	Transação 1	Transação 2	Transação 3	
PR	175 - 162	0,3162	0,1697	0,0422	0,0065	
	169 - 175	2,9860	2,2067	1,5210	-0,1201	
SC	169 - 170	6,5012	1,4789	4,2685	-0,0197	
	171 - 170	0,9800	-0,7364	4,4625	0,0003	
RS	94 - 93	0,0037	0,0000	-0,0000	0,0027	
	94 - 154	0,0045	-0,0000	0,0000	0,0039	
Linhas de conexão entre estados	PR-SC	159 - 156	3,3996	-0,0177	3,0907	-0,0940
		158 - 161	0,0338	-0,0166	0,0141	-0,0008
		162 - 164	-0,1214	-0,1663	0,3078	-0,0024
		173 - 172	170,8338	-0,2366	18,9073	1,0897
		169 - 173	7,3432	1,4735	1,4714	0,1490
	SC-RS	154 - 155	-0,7421	-0,0254	-1,1579	-0,0975
		174 - 171	76,5527	7,5482	30,8043	0,2096

As tabelas 8.38 e 8.39 apresentam, para os casos (I) e (II), os custos fixos alocados por linhas e por transações. Como essas tabelas apresentam um conjunto muito pequeno de linhas alocadas, é difícil justificar a diminuição dos custos fixos de transmissão entre os usuários apenas analisando este pequeno conjunto de linhas ou as tabelas 8.24 e 8.25 (que apresentam os fluxos alocados com e sem limites de transmissão para as mesmas linhas). Então, esta análise foi feita observando-se todas as linhas de um modo geral. O resultado dessa análise é que a redistribuição de fluxos provocada pelo congestionamento nas linhas (173-172) e (174-171) é maior para o mercado *pool*, justificando desse modo o aumento de custos fixos para o mesmo. Este comportamento é compreensível pelo fato das transações multilaterais 1, 2 e 3 permanecerem firmes com ou sem congestionamento, ficando a cargo do mercado *pool* a absorção da maior parte do mesmo.

Um outro estudo, mais pontual sobre a realocação dos custos fixos, pode ser feito analisando-se uma linha de transmissão especificamente, cujo comportamento pode ser estendido para as demais. Por exemplo, para a linha 173-172, o fluxo total era de 4,6363 pu (Tabela 8.24) e foi limitado para 4,0 pu (Tabela 8.25). Essa limitação provocou uma pequena redistribuição de fluxos entre as transações, como pode ser observado para a transação 2, cuja alocação era primeiramente de 0,4427 pu (Tabela 8.24) e passou a ser 0,4338 pu (Tabela 8.25). No entanto, proporcionalmente ao valor de fluxo total, essa diminuição de fluxo representa na verdade um aumento de fluxo alocado de aproximadamente 10%, o que justifica o aumento, também, de aproximadamente 10% no custo fixo alocado para a transação 2 que era de 0,4427 \$ (Tabela 8.24) e passou para 0,4338 \$ (Tabela 8.25).

Tabela 8.38 Alocação de Custos Fixos (sem limites de transmissão)

Área de abrangência		Elemento i-j	Custos Fixos [\$]				
			Total	Transação 1	Transação 2	Transação 3	Pool
PR		175 - 162	1,0000	0,6048	0,2247	0,0004	0,1701
		169 - 175	1,0000	0,6054	0,2249	0,0004	0,1693
SC		169 - 170	1,0000	0,1485	0,4185	0,0000	0,4329
		171 - 170	1,0000	0,1297	0,7543	0,0038	0,1122
RS		94 - 93	1,0000	0,0000	0,0000	0,7500	0,2500
		94 - 154	1,0000	0,0000	0,0000	0,7305	0,2695
Todo o Sistema		167 - 115	1,0000	0,0205	0,1331	0,0041	0,8422
		169 - 160	1,0000	0,4703	0,3326	0,0135	0,1836
Linhas de conexão entre estados	PR-SC	159 - 156	1,0000	0,0001	0,8440	0,0346	0,1213
		158 - 161	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000
		162 - 164	1,0000	0,2043	0,5976	0,0011	0,1970
		173 - 172	1,0000	0,0057	0,0942	0,0011	0,8990
		169 - 173	1,0000	0,0987	0,1065	0,0029	0,7919
	SC-RS	154 - 155	1,0000	0,0044	0,6421	0,0641	0,2894
		174 - 171	1,0000	0,0619	0,2554	0,0007	0,6820

Tabela 8.39 Alocação de Custos Fixos (com limites de transmissão)

Área de abrangência		Elemento i-j	Custos Fixos [\$]				
			Total	Usuário 1	Usuário 2	Usuário 3	Pool
PR		175 - 162	1,0000	0,6521	0,2538	0,0010	0,0930
		169 - 175	1,0000	0,6520	0,2538	0,0010	0,0931
SC		169 - 170	1,0000	0,2348	0,6676	0,0002	0,0973
		171 - 170	1,0000	0,0976	0,5596	0,0006	0,3421
RS		94 - 93	1,0000	0,0000	0,0000	0,7500	0,2500
		94 - 154	1,0000	0,0000	0,0000	0,7305	0,2695
Todo o Sistema		167 - 115	1,0000	0,0280	0,1641	0,0035	0,8044
		169 - 160	1,0000	0,4114	0,2793	0,0105	0,2988
Linhas de conexão entre estados	PR-SC	154 - 155	1,0000	0,0066	0,7037	0,0742	0,2155
		159 - 156	1,0000	0,0035	0,8438	0,0334	0,1194
		158 - 161	1,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000
		162 - 164	1,0000	0,1603	0,4670	0,0023	0,3703
		173 - 172	1,0000	0,0022	0,1080	0,0022	0,8876
		169 - 173	1,0000	0,1372	0,1455	0,0009	0,7164
	SC-RS	174 - 171	1,0000	0,0965	0,3956	0,0022	0,5057
		172 - 174	1,0000	0,6521	0,2538	0,0010	0,0930

#### 8.6.4 Alocação de Potência Reativa

Devido à complexidade da análise para alocação de reativos, foram usados nos testes a seguir dois sistemas antagônicos em termos de composição das cargas e características das linhas de transmissão. O primeiro deles é um sistema de 14 barras bastante simplificado e com um baixo nível de reativos, cujo objetivo é o de poder melhor analisar o efeito das alocações, e segundo é o sistema de 34 barras, reconhecidamente complexo devido à presença de longas linhas de transmissão.

##### a) Sistema de 14 barras

O sistema de 14 barras foi simulado supondo um mercado bilateral constituído por 11 transações cujos valores de contrato de potência ativa e reativa são iguais a  $0,08+j0,03$  pu. Outra consideração didática é a de apenas haver um compensador síncrono na barra 9 e de que a geração de potência reativa foi firmada para todas as transações em  $j0,03$  pu e a fim de se analisar apenas o efeito de alocação desse compensador síncrono. As transações bilaterais simuladas estão descritas na Tabela 8.40. Na Tabela 8.41 são apresentadas as potências fornecidas pelos geradores 1 e 2 e pelo compensador síncrono da barra 9 ( $Q_{s9}$ ).

Tabela 8.40 Transações Bilaterais de Potência do Sistema de 14 barras

Transação	de	Para
1	1	6
2	1	10
3	1	12
4	1	13
5	1	14
6	2	2
7	2	4
8	2	5
9	2	9
10	2	11
11	2	13

Tabela 8.41 Despacho das Transações Individuais para Sistema de 14 barras (Caso Base)

Trans.	Pd[pu]	Pg[pu]	Qd[pu]	Qg[pu]	Qs <sub>9</sub> [pu]
1	0,08	0,0822	0,03	0,03	-0,0111
2	0,08	0,0822	0,03	0,03	-0,0111
3	0,08	0,0822	0,03	0,03	-0,0111
4	0,08	0,0822	0,03	0,03	-0,0111
5	0,08	0,0822	0,03	0,03	-0,0111
6	0,08	0,0816	0,03	0,03	-0,0111
7	0,08	0,0816	0,03	0,03	-0,0111
8	0,08	0,0816	0,03	0,03	-0,0111
9	0,08	0,0816	0,03	0,03	-0,0111
10	0,08	0,0816	0,03	0,03	-0,0111
11	0,08	0,0816	0,03	0,03	-0,0111
Total	0,88	0,9006	0,33	0,33	-0,1232

Pela Tabela 8.41 nota-se que o compensador síncrono da barra 9 fornece valores iguais de potência reativa para todas as transações, o que é de se esperar, pois os contratos são iguais e as potências ativas fornecidas por cada gerador para suprir seus próprios contratos são iguais e muito próximas às cargas dos contratos.

Na seqüência, dobra-se o valor da transação bilateral 1 a fim de se analisar o impacto que essa variação provoca na alocação de potência reativa. Os novos resultados são apresentados na Tabela 8.42. Segundo essa tabela, todas as alocações da potência reativa fornecida pelo gerador síncrono se modificaram, sendo que a alocação feita à transação 1 aumentou enquanto que as demais alocações diminuíram. Nota-se, inclusive, que a alocação de reativos da transação 1 é o dobro das demais.

Tabela 8.42 Despacho das Transações Individuais para Sistema de 14 barras (Caso 1)

Trans.	Pd[pu]	Pg[pu]	Qd[pu]	Qg[pu]	Qs <sub>9</sub> [pu]
1	<b>0,16</b>	0,1646	<b>0,06</b>	0,06	<b>-0,0166</b>
2	0,08	0,0823	0,03	0,03	-0,0083
3	0,08	0,0823	0,03	0,03	-0,0083
4	0,08	0,0823	0,03	0,03	-0,0083
5	0,08	0,0823	0,03	0,03	-0,0083
6	0,08	0,0818	0,03	0,03	-0,0083
7	0,08	0,0818	0,03	0,03	-0,0083
8	0,08	0,0818	0,03	0,03	-0,0083
9	0,08	0,0818	0,03	0,03	-0,0083
10	0,08	0,0818	0,03	0,03	-0,0083
11	0,08	0,0818	0,03	0,03	-0,0083
Total	0,96	0,8364	0,36	0,36	-0,1002

Com o mesmo raciocínio anterior, dobra-se o valor da transação bilateral 11 a fim de se analisar também o impacto dessa variação na alocação de potência reativa. As novas gerações e

cargas são apresentadas na Tabela 8.43. Segundo essa tabela, a potência reativa alocada para a transação 11 é o dobro das demais, que diminuíram em relação ao caso base.

Tabela 8.43 Despacho das Transações Individuais para Sistema de 14 barras (Caso 2)

Trans.	Pd[pu]	Pg[pu]	Qd[pu]	Qg[pu]	Qs <sub>9</sub> [pu]
1	0,08	0,0824	0,03	0,03	-0,0084
2	0,08	0,0824	0,03	0,03	-0,0084
3	0,08	0,0824	0,03	0,03	-0,0084
4	0,08	0,0824	0,03	0,03	-0,0084
5	0,08	0,0824	0,03	0,03	-0,0084
6	0,08	0,0820	0,03	0,03	-0,0084
7	0,08	0,0820	0,03	0,03	-0,0084
8	0,08	0,0820	0,03	0,03	-0,0084
9	0,08	0,0820	0,03	0,03	-0,0084
10	0,08	0,0820	0,03	0,03	-0,0084
11	<b>0,16</b>	0,1640	<b>0,06</b>	0,06	<b>-0,0168</b>
Total	0,96	0,9860	0,36	0,36	-0,1012

Outro teste que pode ser realizado é dobrar as cargas das transações bilaterais 1 e 11 simultaneamente. O despacho para esta situação está apresentado na Tabela 8.44. Como esperado, a alocação de potência reativa para as transações 1 e 11 são as maiores, mantendo-se as proporções dos exemplos anteriores.

Tabela 8.44 Despacho das Transações Individuais para Sistema de 14 barras (Caso 3)

Trans.	Pd[pu]	Pg[pu]	Qd[pu]	Qg[pu]	Qs <sub>9</sub> [pu]
1	<b>0,16</b>	0,1649	<b>0,06</b>	0,06	<b>-0,0115</b>
2	0,08	0,0825	0,03	0,03	0,0057
3	0,08	0,0825	0,03	0,03	0,0057
4	0,08	0,0825	0,03	0,03	0,0057
5	0,08	0,0825	0,03	0,03	0,0057
6	0,08	0,0821	0,03	0,03	0,0057
7	0,08	0,0821	0,03	0,03	0,0057
8	0,08	0,0821	0,03	0,03	0,0057
9	0,08	0,0821	0,03	0,03	0,0057
10	0,08	0,0821	0,03	0,03	0,0057
11	<b>0,16</b>	0,1643	<b>0,06</b>	0,06	<b>-0,0115</b>
Total	1,04	1,0697	0,39	0,39	-0,0752

Outras análises podem ser feitas comparando-se os valores de potência reativa totais fornecidas pelo compensador síncrono da barra 9 e as magnitudes de tensão das barras (Figura 8.43) para cada um dos três casos apresentados.

Assim, para o caso 1, onde se dobrou o valor do contrato 1, verifica-se que houve uma diminuição da potência reativa total consumida na barra 9 (de  $-0,1232$  pu para  $-0,1002$  pu) após o aumento da carga reativa total, resultado esse coerente com o esperado. Há também, um aumento nas magnitudes de tensões de todas as barras, com exceção da barra 6 que foi a barra cuja carga aumentou. Para o caso 2, onde se dobrou o valor do contrato 11, houve comportamento semelhante ao anterior, com a diferença de que a tensão da barra 13 (barra de carga aumentada) permaneceu no seu limite mínimo. E, para o caso 3, onde se aumentou os valores dos contratos 1 e 13 simultaneamente, ocorreu também diminuição da potência reativa total do compensador síncrono (de  $-0,1232$  pu para  $-0,0752$  pu), com aumento de todas as tensões, com exceção da barra 13 que permaneceu no seu limite mínimo.

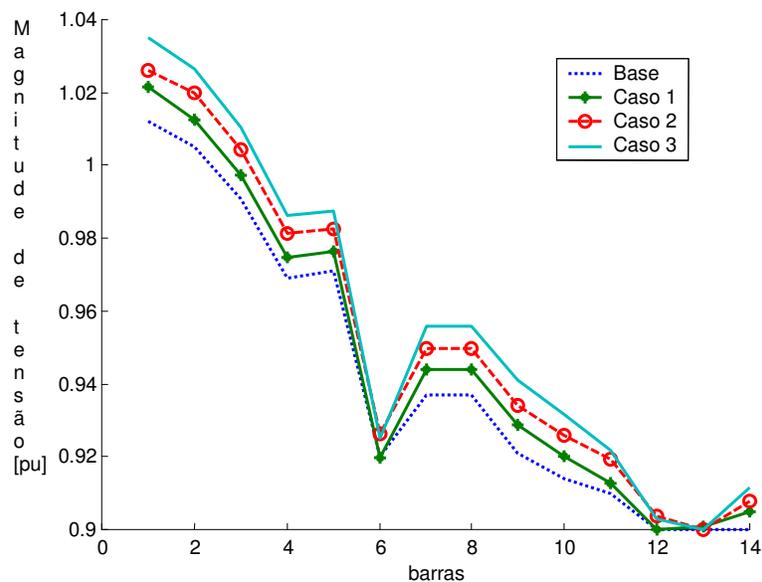


Figura 8.43 Magnitudes de Tensão para Variações de Carga Ativa e Reativa

A partir das análises realizadas, pode-se verificar que a metodologia de alocação forneceu resultados coerentes.

#### b) Sistema de 34 barras

O sistema de 34 barras possui dois compensadores síncronos, localizados nas barras 18 e 27. Esse sistema foi simulado supondo-se um mercado onde estão presentes quatro transações multilaterais com potências ativas firmes e o mercado *pool*, esse último sendo responsável pelo

suprimento das perdas ativas e compensação de reativos. Tal consideração foi feita para se restringir o efeito da geração de potência ativa a apenas ao atendimento dos contratos e restringir a análise da alocação de reativos. Existem também, no sistema, vários compensadores estáticos de reativos que foram considerados fixos nos limites mínimos e incorporados na matriz  $\hat{Y}$ . A Tabela 8.45 apresenta a carga, geração e alocação de reativos entre os usuários e por compensador ( $Q_{S18}$  e  $Q_{S27}$ ).

Tabela 8.45 Despachos dos Usuários para o Sistema de 34 barras (Caso Base)

Trans.	Carga total por usuário [pu]	Geração total por usuário [pu]	$Q_{S18}$ [pu]	$Q_{S27}$ [pu]	$Q_{S18+} Q_{S27}$ [pu]
1	51,6795-j0,5823	51,6795-j0,4883	0,0390	-0,1330	-0,0940
2	47,1750+j2,5106	47,1750+j2,2742	0,1901	0,0462	0,2363
3	47,2147+2,3020	47,2147+j6,2470	-1,9302	-2,0148	-3,9450
4	52,6269-j3,2958	52,6269-j4,0724	0,4598	0,3169	0,7767
<i>pool</i>	0,0+j0,0	7,9413-j7,7046	-1,7588	-1,2154	-2,9742

De acordo com a Tabela 8.45, as alocações de potência reativa variam muito, podendo assumir valores positivos e negativos dependendo do usuário e do compensador síncrono. Esse fato demonstra que o sistema de 34 barras possui características bastante diferentes daquelas do sistema de 14 barras.

A fim de se ter uma idéia de como o processo de alocação de reativo se comporta, supõe-se uma diminuição apenas nas cargas reativas do usuário 1 em 2% e, na seqüência, uma diminuição nas cargas reativas do usuário 2 também em 2%. A fim de se analisar apenas os comportamentos dos compensadores síncronos, as potências reativas dos demais geradores foram fixadas nos valores obtidos no caso base, ou seja, apenas os compensadores síncronos respondem às variações das cargas reativas. Os novos despachos estão apresentados nas Tabelas 8.46 e 8.47, respectivamente.

Tabela 8.46 Despachos dos Usuários para o Sistema de 34 barras com Carga Menor para Usuário 1

- Caso (I)

Trans.	Carga total por usuário [pu]	Geração total por usuário [pu]	$Q_{S18}$ [pu]	$Q_{S27}$ [pu]	$Q_{S18+} Q_{S27}$ [pu]
1	51,6795-j0,5706	51,6795-j0,4883	0,0381	-0,1204	-0,0823
2	47,1750+j2,5106	47,1750+j2,2742	0,1804	0,0559	0,2363
3	47,2147+2,3020	47,2147+j6,2470	-1,9335	-2,0115	-3,9450
4	52,6269-j3,2958	52,6269-j4,0724	0,4583	0,3184	0,7767
<i>pool</i>	0,0+j0,0	7,9413-j7,7046	-1,7588	-1,2423	3,0011

Tabela 8.47 Despachos dos Usuários para o Sistema de 34 barras com Carga Menor para Usuário 2  
- Caso (II)

Trans.	Carga total por usuário [pu]	Geração total por usuário [pu]	$Q_{S_{18}}$ [pu]	$Q_{S_{27}}$ [pu]	$Q_{S_{18}+Q_{S_{27}}}$ [pu]
1	51,6795-j0,5823	51,6795-j0,4883	0,0272	-0,1212	-0,0940
2	47,1750+j2,4604	47,1750+j2,2742	0,1559	0,0302	0,1861
3	47,2147+j2,3020	47,2147+j6,2470	-1,9302	-2,0148	-3,9450
4	52,6269-j3,2958	52,6269-j4,0724	0,4505	0,3262	0,7767
<i>pool</i>	0,0+j0,0	7,9413-j7,7046	-1,7036	-1,2204	-2,9240

Comparando-se as novas alocações de reativo, ou seja, comparando-se os resultados das Tabelas 8.45, 8.46 e 8.47, observa-se que: (i) quando se diminuiu a carga reativa do usuário 1, o suporte de reativos total fornecido pelos compensadores síncronos 18 e 27 ao usuário 1 também diminuiu a fim de acompanhar o novo valor contratado enquanto que as demais alocações não se modificaram, (ii) quando se diminuiu a carga reativa do usuário 2, novamente, apenas o suporte de reativos alocado a esse usuário diminuiu, permanecendo as demais alocações inalteradas. Tanto para o primeiro quanto para o segundo caso, o perfil de tensão permaneceu inalterado. Isso mostra que a perturbação realizada na demanda foi pequena e que as alterações no suporte de reativos foram as necessárias para se manter a mesma condição de operação.

Pode-se notar que o estudo feito com o sistema de 34 barras é muito restrito, ou seja, a perturbação na demanda de reativos levou somente a uma pequena alteração na geração de dois compensadores síncronos. Alterações mais drásticas na demanda dos usuários foram testadas. Entretanto, a análise dos resultados obtidos mostrou-se muito complexa, especialmente devido ao fato que muitas das barras do sistema operam com tensões nos limites. Apesar das simplificações, pode-se concluir que os resultados apresentados para alocação de reativo entre as transações, tanto para o sistema de 14 barras quanto para o sistema de 34 barras, se mostraram coerentes com os valores das cargas de cada transação.

Por fim, cabe frisar ainda que, quando se utiliza o método para alocação de reativos em sistema com operação centralizada, verifica-se que a potência reativa total fornecida pelos compensadores é dividida igualmente entre os usuários. Esse fato pode ser observado na Tabela 8.48, onde são apresentados os resultados para o sistema de 34 barras operando segundo a minimização de custo de produção. Sob o ponto de vista da operação centralizada, os resultados obtidos podem ser considerados coerentes, pois a geração dos compensadores síncronos é determinada sem considerar a localização ou o valor das transações.

Tabela 8.48 Despachos dos Usuários para o Sistema de 34 barras com Operação Centralizada

Trans.	Carga total por usuário (pu)	Geração total por usuário (pu)	Potência reativa na Barra 18	Potência reativa na Barra 27
1	51,6795-j0,7279	53,7000-j0,6106	1,2547	-0,5977
2	47,1750+j3,1383	48,2770-j0,4761	1,2547	-0,5977
3	47,2147+2,8775	50,0000+j7,4766	1,2547	-0,5977
4	52,5038-j4,1422	54,6903-j5,8979	1,2547	-0,5977

### 8.7 Análise de Sensibilidade de Tensão

O impacto causado pelas variações de carga no perfil de tensão pode ser analisado através dos fatores de sensibilidade derivados no Capítulo VII (equação (7.76)). Dois tipos de estudo são apresentados. O primeiro estudo tem por objetivo validar a matriz de sensibilidade deduzida, selecionando-se os maiores valores de sensibilidade, ou seja, selecionando-se uma barra cuja tensão seja a mais sensível a variações de carga. Esta validação é feita comparando-se o nível de tensão na barra selecionada, obtido tanto pelo valor de sensibilidade quanto pela simulação do programa DOP, após o incremento nas cargas.

O segundo estudo tem a ver com a utilização das sensibilidades para se averiguar o impacto dos usuários no perfil de tensão do sistema. Para tanto, analisa-se o caso de uma barra cuja carga é suprida por diferentes usuários.

O primeiro estudo é feito utilizando-se o sistema de 34 barras. Após a análise da matriz de sensibilidades, verifica-se que a barra de geração 5, cuja magnitude de tensão é igual a 0,9539 pu, é a que apresenta os maiores fatores de sensibilidade. Assim, foram incrementadas em 0,1 pu as cargas das barras pertencentes aos 4 usuários que, de acordo com os fatores de sensibilidade, teriam maior impacto na tensão da barra 5. A Tabela 8.49 apresenta os valores de sensibilidades relativos às barras de carga de cada usuário, as novas magnitudes de tensão supondo-se incrementos de 0,1 pu em cada carga e os valores de magnitude de tensão obtidos pelo DOP, ou seja, simulando-se efetivamente cada um dos incrementos.

Tabela 8.49 Magnitudes de Tensão da Barra 5 Calculadas pela Sensibilidade e pelo Programa DOP

Usuário	Barra onde a Carga foi alterada	$\Delta S_{5,j}^k$	$V_5+0,1* \Delta S_{5,j}^k$	$V_5'$ (DOP)
Trans. 1	8	0,0117	0,9550	0,9550
	19	0,0112	0,9550	0,9550
	31	0,0098	0,9548	0,9548
	17	0,0044	0,9543	0,9543
Trans. 2	7	0,0127	0,9551	0,9551
	22	0,0126	0,9551	0,9551
	26	0,0123	0,9551	0,9551
Trans. 3	7	0,0130	0,9552	0,9552
	10	0,0091	0,9548	0,9548
	14	0,0131	0,9552	0,9552
	21	0,0060	0,9545	0,9545
	20	0,0092	0,9548	0,9548
Trans. 4	9	0,0057	0,9544	0,9544
	13	0,0082	0,9547	0,9547
	15	-0,0011	0,9538	0,9538
	16	-0,0013	0,9538	0,9538
	29	0,0090	0,9548	0,9548
	30	-0,0006	0,9538	0,9538

Da Tabela 8.49, verifica-se que os valores de sensibilidades realmente representam o impacto que variações na carga provocam no perfil de tensão. Estendendo-se a análise feita para mais barras do sistema, verificou-se que os erros existentes entre os valores preditos para as tensões e os efetivamente calculados pelo DOP foram, no máximo, de -0,0098%, o que equivale a -0,0001 pu.

Para se verificar o efeito que variações na carga de um determinado usuário provocam no nível de tensão da barra onde está conectado, utilizou-se o sistema de 182 barras. Para o mesmo, a Tabela 8.50 apresenta as magnitudes de tensão das barras de carga 140, 161 e 151; as sensibilidades de tensão,  $\Delta S_{i,j}^k$ , dessas barras em relação à carga de cada usuário, e as magnitudes de tensão calculadas através de  $\Delta S$  e DOP ( $V'$ ) incrementando-se efetivamente as cargas nestas barras em 0,1 pu.

Tabela 8.50 Sensibilidades de Tensão das Cargas nas Barras 140, 151 e 161

Barras	Magnitude de tensão	Usuário	$\Delta S$	$V+\Delta S$	$V'$
140	0,9535	Trans.2	-0,0158	0,9519	0,9520
		Trans.3	-0,0149	0,9520	0,9520
		Pool	-0,0159	0,9519	0,9519
151	1,0278	Trans.3	-7,11E-5	1,0278	1,0278
		Pool	-0,0358	1,0242	1,0241
161	1,0415	Trans.1	-0,0153	1,0399	1,0399
		Pool	-0,0153	1,0399	1,0399

Analisando-se a Tabela 8.50, observa-se que os resultados obtidos pelos fatores de sensibilidade são satisfatórios. Tais fatores fornecem informações importantes ao operador. Por exemplo, a carga da barra 151 é suprida por dois usuários: transação multilateral 3 e mercado *pool*. Entretanto, os fatores de sensibilidade desses usuários são diferentes, ou seja, um incremento de 0,1 pu na carga 151 do *pool* não modifica a magnitude tensão nesta barra, no entanto, um incremento de 0,1 pu na carga 151 da transação multilateral 3 diminui a tensão na barra 151 no valor de  $-0,0358 \cdot 0,1$ .

Os fatores de sensibilidade, portanto, possibilitam a discriminação do impacto de cada usuário do sistema no perfil total de tensão.

Da mesma forma que foi feito para o sistema de 34 barras, pode-se estender essa análise para mais barras do sistema de 182 barras, verificando-se que os erros existentes entre os valores preditos para as tensões e os valores efetivamente calculados pelo DOP foram, no máximo, de  $-0,25\%$ , o que equivale a  $-0,0025$  pu.

## 8.8 Análise Numérica do Programa de Despacho Ótimo de Potência Multi-Usuário

Nesta seção, são apresentadas informações sobre o desempenho numérico dos algoritmos utilizados na resolução do problema DOP (descrito no Capítulo VI) para os sistemas de 14, 34 e 182 barras. Os itens analisados são a tolerância  $\epsilon$ , o fator de aceleração  $\beta$ , parâmetro barreira inicial  $\mu_0$ , o número de iterações necessárias para convergência com e sem utilização do Método Preditor-Corretor e a influência do congestionamento nas linhas de transmissão.

### 8.8.1 Comparação entre Desempenho de Método Primal-Dual Puro e Preditor-Corretor

Como mencionado no Capítulo VI, a fim de se melhorar o desempenho do programa DOP utilizando o Método Primal-Dual Puro (PD-Puro) implementou-se o Método Preditor-Corretor (PC) de WRIGHT (1997). A Tabela 8.51 apresenta os resultados referentes a número de iterações e tempos computacionais obtidos para os sistemas de 14, 34 e 182 barras, utilizando-se como critério de otimização a minimização de perdas ( $w_p = 1$ ,  $w_c = 0$  e  $\mathbf{W}_d = \mathbf{0}$ ) e tolerância  $\epsilon = 1,0 \cdot 10^{-06}$ .

Tabela 8.51 Comparação de Tempos Computacionais – PD-Puro versus PC

Método	Sistema de 14 barras		Sistema de 34 barras		Sistema de 182 barras	
	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]
PD-Puro	17	1,015	55	12,391	32	457,093
PC	11	0,906	28	7,984	26	443,031

Nota-se que há um ganho com a implementação do Método Preditor-Corretor em termos de número de iterações. No entanto, esse ganho não é proporcional ao obtido pelos tempos computacionais, pois, a cada iteração existe um esforço computacional extra que é a resolução do sistema linear duas vezes. Mesmo com os resultados não tão expressivos, o método Preditor-Corretor é utilizado em todas as simulações analisadas a seguir.

### 8.8.2 Influência de Parâmetros Usuais

Este item tem como objetivo analisar a influência de alguns parâmetros na convergência, tais como:  $\mu_0$ ,  $\beta$  e pesos indicadores de critérios de otimização.

Primeiramente, supondo-se como critério de otimização a minimização de perdas ( $w_p = 10$ ,  $w_c = 0$  e  $\mathbf{W}_d = \mathbf{0}$ ), utilizando  $\epsilon = 1,0 \cdot E10^{-06}$  e  $\beta = 3,5$ , variou-se o valor inicial de  $\mu_0$  para os três sistemas de 14, 34 e 182 barras, cujo efeito em termos de número de iterações e tempos computacionais estão apresentados na Tabela 8.52. Nessa tabela, observa-se que, de um modo geral, pequenos valores de  $\mu_0$  tendem a diminuir o número de iterações para os casos estudados.

Tabela 8.52 Comparação entre Diferentes Valores Iniciais  $\mu_0$ 

$\mu_0$	Sistema de 14 barras		Sistema de 34 barras		Sistema de 182 barras	
	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]
0,1	11	0,906	10	3,313	25	439,188
1,0	14	1,078	13	3,953	26	444,985
10,0	15	1,156	12	3,719	29	457,203
100,0	14	1,094	13	4,015	84	694,453

O fator de aceleração,  $\beta$ , também tem influência na velocidade com que se obtém solução para os sistemas simulados, conforme mostrado na Tabela 9.53, que apresenta a variação do número de iterações e tempos computacionais com a variação de  $\beta$ . Neste caso, também se minimizaram as perdas ( $w_p = 10$ ,  $w_c = 0$ ,  $w_v = 0$  e  $\mathbf{W}_d = \mathbf{0}$ ), utilizou-se  $\epsilon = 1,0 \cdot E10^{-06}$  e  $\mu_0 = 1,0$ . A variação de  $\beta$  não se mostrou significativa em termos dos resultados apresentados.

Tabela 8.53 Comparação entre Diferentes Valores de  $\beta$ 

$\beta$	Sistema de 14 barras		Sistema de 34 barras		Sistema de 182 barras	
	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]
1	13	1,062	14	4,016	Sem convergência	
1,5	13	1,063	11	3,516	25	439,719
3,5	14	1,078	13	3,953	26	444,985
5,5	16	1,219	11	3,563	22	428,593

Outra análise que pode ser feita é quanto à variação nos valores dos pesos que indicam os critérios de otimização, tais como, variação de  $w_p$ ,  $w_c$  e  $\mathbf{W}_d$ .

A Tabela 8.54 apresenta resultados quanto à velocidade de convergência para diferentes valores nos pesos que indicam minimização de perdas.

Tabela 8.54 Comparação entre Diferentes Valores de  $w_p$ 

$w_p$	Sistema de 14 barras		Sistema de 34 barras		Sistema de 182 barras	
	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]
1	14	1,125	13	3,937	25	443,500
10	14	1,078	13	3,953	26	444,985
100	15	1,157	sem convergência		27	448,687

Da Tabela 8.54 pode-se observar o cuidado que deve ser tomado na escolha deste peso, pois se o mesmo for muito alto, pode-se incorrer em aumento de número de iterações devido ao mal-condicionamento da matriz  $\mathbf{W}$  ou até mesmo, na não convergência do algoritmo, como ocorrido no sistema de 34 barras.

A Tabela 8.55 apresenta resultados quanto à velocidade de convergência para diferentes valores nos pesos que indicam minimização de custo de produção.

Tabela 8.55 Comparação entre Diferentes Valores de  $w_c$ 

$w_c$	Sistema de 14 barras		Sistema de 34 barras		Sistema de 182 barras	
	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]
1	10	0,844	11	3,578	21	424,047
10	10	0,875	17	4,921	21	426,000
100	sem convergência		sem convergência		sem convergência	

Da Tabela 8.56, observa-se, de modo análogo ao peso  $w_p$ , o mesmo cuidado na escolha do peso  $w_c$ , pois, também, se o mesmo for muito alto, pode-se incorrer em divergência do processo iterativo.

As análises dos pesos  $w_p$  e  $w_c$  se resumem a estudar como se chega ao processo de convergência, pois a variação dos mesmos não altera a solução final. Já a análise dos pesos indicadores de minimização de desvio de transações tem outra conotação, que é o quão próximo dos contratos se pode chegar através da variação de tais pesos.

Assim, na Tabela 8.56, apresentam-se, para o sistema de 14 barras, operando sob um mercado *pool*-bilateral, as variações de despacho de potência ativa e reativa, obtidas considerando minimização do custo de geração para o mercado *pool* ( $w_c = 1$ ) e dos desvios dos contratos, supondo-se diferentes valores para a matriz diagonal de  $\mathbf{W}_d$ . Neste estudo, todos os elementos diagonais de  $\mathbf{W}_d$  são fixados num mesmo valor  $d$ .

Tabela 8.56 Variação dos Despachos dos Usuários para o Sistema de 14 barras

Trans	Carga total por usuário [pu]	Geração total por usuário [pu]		
		$d=10^1$	$d=10^3$	$d=10^4$
1	0,6817+j0,3540	0,6817+j0,1100	0,6817+j0,1108	0,6817+j0,1109
2	1,9060+j0,3810	1,9060+j0,3140	1,9060+j0,3139	1,9060+j0,3140
<i>pool</i>	0,3300+j0,2000	0,4491-j0,0100	0,4491-j0,0100	0,4491-j0,0100

A geração de potência ativa dos 2 contratos do sistema de 14 barras não sofreu influência com o aumento de  $d$ , pois já para  $d=10$ , os mesmos são integralmente despachados. No entanto, a variação de  $d$  não ajudou a despachar a potência reativa conforme os contratos.

Na Tabela 8.57, apresentam-se, para o sistema de 34 barras, operando sob um mercado bilateral, as variações de despacho de geração de ativa e reativa, obtidas considerando minimização dos desvios dos contratos, supondo que o despacho de todas as transações tem mesma prioridade, ou seja, supondo  $d=10$  para todos os elementos da diagonal e supondo que os desvios são proporcionais aos valores dos contratos conforme descrito na seção 5.3.3 do Capítulo V, ou seja, os

valores da diagonal da matriz  $\mathbf{W}_d$ , são iguais a  $10 / \sum_{j \in \Omega_d^k} Pd_j^k$ . Pode-se notar que existem pequenas diferenças entre os despachos.

Tabela 8.57 Variação dos Despachos dos Usuários para o Sistema de 34 barras

Usuário	Carga total por usuário [pu]	Geração total por usuário [pu]	
		$d = 10$	$d = \frac{10}{\sum_{j \in \Omega P d_k} P d_j^k}$
1	51,6795-j0,7279	53,6870+j1,2342	53,7000+j1,2669
2	47,1750+j3,1383	49,1755-j0,8775	49,0954-j0,4692
3	47,2147+j2,8775	49,2359+j6,7980	49,1564+j6,8151
4	52,6269-j4,1197	54,6733-j6,0000	54,8179-j6,0000

A Tabela 8.58 apresenta os desvios das transações para as duas situações simuladas na Tabela 8.58, onde facilmente se observa que quanto maior o contrato maior é o desvio de transação contratada, para a situação onde o mesmo deve ser proporcional ao valor do contrato, o que é um resultado mais coerente e razoável.

Tabela 8.58 Variação dos Despachos dos Usuários para o Sistema de 34 barras

Usuário	Carga total por usuário [pu]	$\sum_{j \in \Omega P g_k} P g_j^k - \sum_{j \in \Omega P d_k} P d_j^k$	
		$d = 10$	$d = \frac{10}{\sum_{j \in \Omega P d_k} P d_j^k}$
1	51,6795-j0,7279	2,0076	2,0205
2	47,1750+j3,1383	2,0005	1,9254
3	47,2147+j2,8775	2,0212	1,9417
4	52,6269-j4,1197	2,0464	2,1910

Na Tabela 8.59, apresentam-se, para o sistema de 182 barras, operando sob um mercado *pool*-bilateral, as variações de despacho de geração de potência ativa e reativa, considerando minimização do custo de geração para o mercado *pool* ( $w_c = 1$ ) e dos desvios dos contratos, supondo, novamente, diferentes valores para  $d$ .

Tabela 8.59 Variação dos Despachos dos Usuários para o Sistema de 182 barras

Usuário	Carga total por usuário [pu]	Geração total por usuário [pu]		
		$d=1$	$d=10^2$	$d=10^4$
1	6,1691+j0,8734	6,1691+j0,8734	6,1691+j0,8734	6,1691+j0,8734
2	5,9716+j1,0325	4,3970+j1,0325	5,8054+j1,0325	5,9697+j1,0325
3	1,5940+j0,3745	1,5940+j0,3745	1,5940+j0,3745	1,5940+j0,3745
<i>pool</i>	20,5136+j1,5081	22,9393-j9,8492	21,5061-j10,2985	21,3420-j10,3057

Para este sistema é bastante claro o objetivo que se almeja com o aumento de  $d$ , que é o de buscar a integralidade do despacho das transações propostas, ficando a cargo do *pool* a geração de sua própria carga e das perdas ativas e reativas.

### 8.8.3 Análise da influência dos limites nas linhas de transmissão

A formulação do DOP, segundo o Capítulo V, prevê a simulação de limites nas linhas de transmissão. As próximas análises procuram avaliar o impacto, tanto na convergência quanto nos despachos dos usuários, da imposição de limites nas principais linhas de transmissão de cada um dos três sistemas em estudo. Os casos são simulados considerando a minimização de desvio de transações propostas e do custo de geração do mercado *pool*.

Para o sistema de 14 barras, quando não se consideram limites de transmissão, gastam-se 15 iterações até a obtenção de convergência. Ao se considerar limite na linha (2-3) igual a 0,8 pu, passa-se a se gastar 31 iterações. Na Tabela 8.60, apresenta-se o despacho dos usuários com e sem a consideração dos limites de transmissão na linha (2-3).

Tabela 8.60 Variação dos Despachos dos Usuários para o Sistema de 14 barras

Usuário	Carga total por usuário [pu]	Geração total por usuário [pu]	
		Sem limites de transmissão	Com limites de transmissão
1	0,6817+j0,3540	0,6817+j0,1109	0,6817+j0,1870
2	1,9060+j0,3810	1,9060+j0,3140	1,0485+j0,3028
<i>Pool</i>	0,3300+j0,2000	0,4491-j0,0100	1,3428+j0,1634

Como as barras referentes à linha (2-3) estão contidas no conjunto de barras da transação multilateral 2, a geração ativa desta transação deixou de atender integralmente o contrato, sendo a diferença suprida pelo *pool*.

Para o sistema de 34 barras, quando não se consideram limites de transmissão, gastam-se 10 iterações até a obtenção de convergência. Ao se considerar limite na linha (6-12) igual a 45,0 pu, torna-se necessárias 18 iterações. Na Tabela 8.61, apresenta-se o despacho dos usuários com e sem a consideração dos limites de transmissão na linha (6-12).

Tabela 8.61 Variação dos Despachos dos Usuários para o Sistema de 34 barras

Usuário	Carga total por usuário [pu]	Geração total por usuário [pu]	
		Sem limites de transmissão	Com limites de transmissão
1	51,6795-j0,7279	52,9603+j2,6873	53,2198+j3,2789
2	47,1750+j3,1383	47,9848+j1,5541	48,4115+j2,0390
3	47,2147+j2,8775	46,6672+j7,9591	44,1108+j7,4002
4	52,6269-j4,1197	59,6008+j5,0705	61,4915+j5,1295

Como uma das barras terminais da linha limitada (6-12) está contida no conjunto de barras da transação multilateral 3, o despacho de geração ativa desta transação, que já não era suficiente para suprir o contrato, diminui mais ainda. Como consequência, ocorre um aumento da geração do *pool* a fim de satisfazer as diferenças advindas do congestionamento.

Para o sistema de 182 barras ( $w_p = 1$ ,  $w_c = 0$  e  $\mathbf{W}_d = \mathbf{1}$ ), quando não se consideram limites de transmissão, gastam-se 426,781 segundos e 24 iterações até a obtenção de convergência. Ao se considerar limites de 4,0 pu nas linhas de transmissão {169-170; 173-172; 169-173; 174-171}, passam-se a se gastar 556,25 segundos e 32 iterações. Na Tabela 8.62, apresenta-se o despacho dos usuários com e sem a consideração do limite de transmissão.

Tabela 8.62 Variação dos Despachos dos Usuários para o Sistema de 182 barras

Usuário	Carga total por usuário [pu]	Geração total por usuário [pu]	
		Sem limite de transmissão	Com limite de transmissão
1	6,1691+j0,8734	6,1691+j0,8734	6,1691+j0,8734
2	5,9716+j1,0325	5,9715+j1,0325	5,9715+j1,0325
3	1,5940+j0,3745	1,5940+j0,3745	1,5940+j0,3745
<i>Pool</i>	20,5136+j1,5081	21,3402-j10,3056	21,7990-j8,9269

Na verdade, a limitação nas linhas apenas afetou o despacho do *pool*, que absorveu o impacto provocado pelo congestionamento.

#### 8.8.4 Influência do Critério de Despacho

Por fim, para se avaliar o impacto que uma operação centralizada ou descentralizada tem em termos de velocidade de convergência, apresenta-se na Tabela 8.63, o número de iterações e tempos computacionais gastos para os 3 sistemas em análise.

Tabela 8.63 Comparação de Tempos Computacionais com e sem a Utilização de Despacho Centralizado

Mercado	Sistema de 14 barras		Sistema de 34 barras		Sistema de 182 barras	
	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]	Número de iterações	Tempo Comp. [s]
Centralizado	15	0,9690	18	4,3130	30	139,3590
Não-entralizado	14	0,9060	19	5,8559	31	141,0470

Da análise dessa tabela conclui-se que o critério de despacho praticamente não afeta a resposta computacional do programa.

### 8.9 Considerações Finais

Este capítulo teve por objetivo apresentar os resultados obtidos pelo programa de Despacho Ótimo de Potência Multi-Usuários.

Primeiramente, os esforços se concentraram no sentido de validar o modelo proposto que divide a potência total entre os usuários de acordo com suas injeções de corrente. Esta validação é obtida comparando-se os resultados fornecidos pelo DOP utilizando-se um critério de despacho centralizador com os de um FPO convencional; comparando-se as alocações de injeções de correntes e correntes circulantes pelas linhas de transmissão obtidas pelo DOP e pelo Método Incremental; e, comprovando-se que as Leis de Kirchhoff são satisfeitas para cada usuário discriminado.

Uma vez validado o modelo, é feita uma comparação entre a operação centralizada e não centralizada, apresentaram-se resultados referentes ao máximo carregamento de usuários e referentes às alocações de serviços de transmissão tais como de fluxos ativos, perdas ativas, custos de transmissão e potência reativa.

Foi feito também um estudo sobre o impacto que cada usuário provoca no perfil total de tensão, e finalmente, um estudo sobre o desempenho numérico dos algoritmos utilizados na resolução do problema DOP, analisando-se o efeito da utilização do método Preditor-Corretor, da variação de parâmetros usuais do modelo, dos limites de transmissão e dos critérios de otimização.

Os resultados apresentados validam a modelagem adotada para o problema de despacho ótimo de potência sob condições de mercado, ilustram a aplicabilidade da metodologia proposta, e demonstram o bom desempenho do método de pontos interiores. No próximo capítulo é apresentado um resumo das principais contribuições do trabalho e são feitas algumas recomendações para estudos futuros.

# CAPÍTULO IX

## Conclusão

### 9.1 Introdução

Este trabalho apresentou a formulação de um novo modelo não-linear para despacho ótimo de potência em sistemas que operam sob diversos tipos de mercado. O modelo tem como característica a discriminação dos vários usuários do sistema que podem ser o próprio mercado de curto prazo (*pool*), transações de potência (bilaterais ou multilaterais), empresas concessionárias de energia ou regiões geo-elétricas. Os tipos de mercado modelados podem ser o *pool*, bilateral e *pool*-bilateral.

O modelo foi desenvolvido a partir da constatação que a cada usuário do sistema corresponde um vetor de tensões de barra e um vetor de injeções de corrente. Tendo como base o Teorema da Superposição, as tensões e correntes totais na rede podem ser obtidas somando-se estas tensões e correntes individuais. Após estudos comparativos, optou-se por representar os usuários do sistema elétrico através de fontes ideais de corrente. O modelo assim obtido possibilita não só o cálculo dos valores de geração, tensão induzida e injeção de corrente de cada usuário, mas também a realização de vários estudos sobre o impacto desses usuários na operação em regime permanente. As contribuições do trabalho são resumidas a seguir.

### 9.2 Resumo de Contribuições

Os resultados desta tese, que dizem respeito, principalmente, à formulação e solução do problema de Fluxo de Potência Ótimo estendido para sistemas que operam sob mercado *pool*, bilateral ou *pool*-bilateral, trouxeram as seguintes contribuições:

- a) Derivação de um novo modelo de despacho ótimo de potência cujas principais características são:

- representar as equações de balanço de potência ativa e reativa por usuário em termos dos vetores de tensões induzidas pelos usuários individualmente, procedendo, para tanto, à alocação da potência injetada total com base nas injeções de corrente por usuário;
- considerar os limites físicos e operacionais do sistema e também limites associados às gerações de cada usuário;
- ser capaz de utilizar os seguintes critérios de operação: minimização de perdas, de custo de geração, de desvio de tensão de um valor pré-especificado e de desvio das transações contratadas, o que possibilita seu uso na análise da operação em regime permanente de sistemas sob diferentes modelos de mercado;
- poder ser estendido à estudos sobre máxima transferência de potência a partir da adoção do critério de maximização de um parâmetro de carga introduzido nas equações de balanço de potência;
- prover, além do ponto ótimo de operação, as informações necessárias para se conhecer o impacto de cada usuário na operação em termos de: fluxos de potência ativa e reativa nas linhas e transformadores; perdas de transmissão; nível de compensação de reativos; composição do perfil de tensão.

b) Derivação de metodologias para:

- cálculo da máxima transferência de potência de cada usuário em operação normal e sob contingências;
- análise do impacto dos usuários no perfil de tensão do sistema;
- alocação de perdas de potência ativa;
- alocação de fluxos de potência ativa pelas linhas de transmissão;
- alocação de suporte de reativo;
- alocação de custos fixos e operacionais de transmissão entre os usuários.

Atualmente, os modelos de despacho de potência não discriminam os usuários do sistema, ou seja, não discriminam os conjuntos de barras de geração e carga relacionadas aos usuários. Portanto, não podem ser usados diretamente como ferramentas de operação de sistemas elétricos competitivos. Para se contornar essa questão, foi desenvolvida nesse trabalho, uma formulação para as equações de balanço de potência que efetivamente cria a figura do usuário do sistema e reconhece as barras de geração e carga relacionadas a cada usuário. A partir da mesma, foi possível desenvolver um novo modelo de despacho que é capaz de despachar e conhecer a contribuição de cada gerador para cada carga discriminada por participante, pois ao final do processo de

otimização, é conhecido quanto foi gerado de potência ativa e reativa para cada usuário, considerando qualquer tipo de mercado e as restrições operacionais do sistema elétrico.

Assim, esse trabalho pode ser considerado uma versão inicial de um modelo de operação em regime permanente que além manter o paradigma de operação centralizada como forma de assegurar a segurança na operação, efetivamente representa os usuários da rede elétrica. Esses usuários podem ser quaisquer entidades que tenham injetado potência no sistema: fornecedores de geração para atendimento de demanda, fornecedores de reserva girante, compradores de potência para consumo de carga ou reserva girante, fornecedores/consumidores de potência reativa, fornecedores/consumidores de potência para provimento das perdas de transmissão, etc.

A tese mostra ainda que essa discriminação dos usuários permite acessar as tensões por eles criadas (representadas pelo vetor  $\mathbf{x}$ ) e conseqüentemente as injeções de correntes de cada um dos mesmos, que por sua vez permitem a resolução de inúmeros problemas associados à operação em regime permanente dos sistemas de potência competitivos. Ou seja, além da discriminação do despacho por usuários, o setor ganha com uma ferramenta computacional que é capaz de separar o produto energia em vários serviços, através, por exemplo, do cálculo de perdas, fluxos nas linhas, custos, potência reativa que podem ser repartidos entre os usuários, acessar informações sobre a influência da carga de cada usuário na composição do perfil de tensão, possibilitando detectar quais usuários são responsáveis por quaisquer variações nos níveis de tensão nas barras e cálculo de máxima transferência de potência por usuário.

Esses estudos, feitos a partir do vetor  $\mathbf{x}$  e que permitem o conhecimento da influência de cada usuário, são validados pelo reconhecimento de que as tensões totais e as injeções de correntes nas barras do sistema são as somas das tensões e correntes individuais de cada usuário.

### **9.3 Recomendações para Trabalhos Futuros**

A seguir são relatados alguns pontos que podem ser investigados na continuação deste trabalho de tese:

1. Realização de estudos teóricos mais aprofundados sobre a melhor forma de representação dos usuários no sistema, considerando-se a possibilidade de representá-los por fontes de corrente não-ideais.
2. Desenvolvimento de metodologia para discriminar apenas o usuário que se deseja analisar deixando os demais em um conjunto único. Presentemente, o número de conjuntos de  $nb$  equações de balanço de potência ativa e reativa equivale ao número de usuários considerados. Com essa

proposição, pretende-se diminuir o número de conjuntos a apenas dois, um que engloba todo o sistema e um segundo que discrimina apenas o usuário de interesse.

3. Análise mais detalhada a respeito do impacto dos usuários no perfil de tensão no que diz respeito à variação da carga de potência reativa.

4. Realização de estudos mais detalhados a respeito da alocação e tarifação de potência reativa.

5. Análise de confrontação entre mercados centralizados e não centralizados, bem como estudos de melhor composição percentual entre contratos de longo prazo e mercado de curto-prazo.

6. Realização de estudos no sentido de se cortar carga de usuários em situação de congestionamentos.

7. Extensão do modelo proposto à análise de casos onde os geradores das empresas que participam no mercado de energia constituem usuários individuais e toda a carga do sistema constitui um único usuário. Deste modo, é possível discriminar o comportamento das empresas participantes num mercado tipo *pool*.

8. Extensão o modelo para sistemas hidrotérmicos.

9. Introdução de dispositivos FACTS no modelo DOP.

10. Implementar sub-rotinas de diagnóstico do Método dos Pontos Interiores, de forma que o programa possa fornecer informações sobre as causas de uma possível não convergência.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, João Carlos; 1996. Comercialização de Energia. *Seminário Reforma do Setor Elétrico* (maio 1996: Foz do Iguaçu, Paraná). Eletrobrás.

ALMEIDA, Katia C.; 1994. *A General Parametric Optimal Power Flow*. Montreal, Canada. Thesis (Doctor of Philosophy). McGill University, Department of Electrical Engineering, October.

ALSAÇ, O.; BRIGHT, J.; PRAIS, M.; STOTT, B.; 1990. Further Developments in LP-Based Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 3 (Aug), p. 697-711.

AOKI, K., NISHIKORI, A., YOKOYANA, R.T.; 1987. Constrained Load Flow Using Recursive Quadratic Programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 2, n. 1 (Feb), p. 8-16.

ASMAE; 2000. *Regras Algébricas*. ASMAE versão II, COEX.

ASMAE; 2000. *Descritivo das Regras Algébricas*. ASMAE versão II, COEX.

ARRIAGA, I.J., PUERTA, J.F., ARCELUZ, J. E MARTIN, J.; 1995. Marginal Pricing of Transmission Services: An Analysis of Cost Recovery. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 1(Feb), p. 546-553.

BARBOZA, Luciano; 1997. *Análise do Máximo Carregamento de Sistemas de Potência via Pontos Interiores*. Florianópolis. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

BARBOZA, Luciano; 2001. *Análise e Desenvolvimento de Metodologias Corretivas para Restauração da Solução das Equações da Rede Elétrica*. Florianópolis. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

BARAN, Mesut; BANUNARAYANAN, Venkat; GARREN, Kenneth; 1999. A Transaction Assessment Method for Allocation of Transmission Services. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3 (Aug.), p. 920-928.

BAUGHMAN, Martin; SIDDIQI, Shams; 1991. Real-Time Pricing of Reactive Power: Theory and Case Study Results. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 1 (Feb), p. 23-29.

BERIZZI, Alberto, BOVO, Cristian, MARANINO, Paolo; 2001. Allocation of Transmission Losses in Presence of Both Bilateral and Pool Market Models. *IEEE Power Engineering Society International Conferencion* (May), p. 336-341.

BIALEK, J; 1996. Tracing the Flow of Electricity. *IEE Proceedings, Generation, Transmission and Distribution*, v. 143, n. 4 (July), p. 313-320.

BIALEK, J.; 1997. Topological Generation and Load Distribution Factors for Supplement Charge Allocation in Transmission Open Access. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n.3 (Aug), p. 1185-1193.

BIALEK, J.; ZIEMIANEK, S.; ABI-SAMRA, N.; 1999. Tracking-Based Loss Allocation and Economic Dispatch, *Proceedings of the 13<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference*, (July 1999:Trodheim, Norway), p.375-381.

BHATTACHARYA, Kankar; ZHONG, Jin; 2001. Reactive Power as an Ancillary Service. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 16, n.2 (May), p. 294-300.

BOYLESTAD, Roberto; 1998. *Introdução à Análise de Circuitos*. Edição 8, Rio de Janeiro. Prentice-Hall do Brasil.

BURCHETT, R.C.; HAPP, H. H.; VIERTH, D. R.; WIRGAU, K. A. A.; 1984. Quadratically Convergent Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 103, n. 11 (Nov), p. 3267-3275.

CARAMANIS, M. C.; BOHN, R. E., SCHWEPPE, F. C.; 1986. The Costs of Wheeling and Optimal Wheeling Rates. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PWRS-1, n. 1 (Feb), p. 63-73.  
CARPENTIER, J.; 1962. Contribution à l'Étude du Dispatching Économique. *Bulletin de la Société Francaise des Electriciens*, vol. 3 (Aug), p. 431-447.

CARPENTIER, J.L.; COTTO, G.; NIEDERLANDER, P.L.; 1983. New Concepts for Automatic Generation Control in Electric Power Systems Using Parametric Quadratic Programming. *Proceedings of the IFAC Symposium on Real Time Digital Control Applications*. Guadalajara, Mexico, January, p.595-600.

CARVALHO, Ricardo J.; 1999. *O Fluxo de Potência Ótimo: Algoritmos de Pontos Interiores, Abordagem Multi-Objetivo e Aplicação de Transformações Ortogonais*. Florianópolis. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

CASTRUONOVO, Edgardo D.; 1997. *Soluções de Fluxo de Potência Ótimo com Utilização de Técnicas de Alto Desempenho*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

CASTRUONOVO, Edgardo; CAMPAGNOLO, Jorge; SALGADO, Roberto; 2000. A Largest Central-Path Algorithm Applied to the Optimal Power Flow. *Revista da Sociedade Brasileira de Automática*, vol. 11, n. 3 (Set- Dez), p. 176-181.

CHANG, Y-Chin; LU, Chan; 2001. An Electricity Tracing Method with Application to Power Loss Allocation. *Electrical Power System Research* 23, p. 13-17.

CHEN, John Luonan; SUZUKI, Hideki; WACHI, Tsunehisa; SHIMURA, Yukihiro; 2002. Components of Nodal Prices for Electric Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 1 (Feb), p. 41-49.

CHENG, John; GALIANA, Francisco; McMILLIS, Donald; 1998. Studies of Bilateral contract with respect to Steady-State Security in a Deregulated environment. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 3 (Aug), p. 1020-1025.

CHICCO, Gianfranco; GROSS, George; TAO, Shu; 2002. Allocation of the Reactive Power Support Requirements in Multitransaction Networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 2 (May), p. 243-249.

CONEJO, Antonio; GALIANA, Francisco; KOCKAR, Ivana; 2001. Z-bus Loss Allocation.en Access. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 1 (Feb), p. 105-110.

CONEJO, A. J.; ARROYO, J. M.; ALGUACIL, N., GUIJARRO, A. L.; 2002. Transmission Loss Allocation: A Comparison of Different Practical Algorithms. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 3 (Aug), p. 571-576.

DEKRAJANPETCH, Somgiat; SHEBLE, Gerald; 1999. Interior-Point Programming Algorithm for Auction Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 2 (May), p. 572-578.

DAVID, A. K; 1998. Dispatch Methodologies for Open Access Transmission Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v.13, n. 1 (Feb), p. 46-53.

DOMMEL, H. W.; TINNEY, W. F.; 1968. Optimal Power Flow Solutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 87 , n. 10 (Oct), p. 1866-1876.

- EJEBE, G.C.; TONG, J.; WAIGHT, J.G. FRAMEt, J.G WANG, X.; TINNEY, W.F.; 1998. Available Transfer Capability Calculations. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 11 (Nov), p. 1521-1527.
- EL-KADY, M. A. BELL, B. D.; CARVALHO, V. F.; BURDCHETT, R.C.; HAPP, H. H.; VIERATH, D.R.; 1986. Assessment of Real-Time Optimal Voltage Control. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PWRs-1, n. 1 (May), p. 99-107.
- ESTACHE, Antonio; PARDINA, Rodriguez; 1997. The Real Possibility of Competitive Generatiuon Markets in Hydro Systems – The Case of Brazil. *Public Policy for the Private Sector*. The World Bank Group. Note 106 (Feb).
- FANG, R.S; DAVID, A. K; 1999. Optimal Dispatch under Transmission Contracts. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 2 (May), p. 732-737.
- FERNANDES, Thelma S. P.; ALMEIDA, Katia C.; 2002. A Methodology for Loss and Line Flow Allocation under a Pool-Bilateral Market. *Proceedings of the 14<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference*, (June 2002: Sevilla, Spain), session 23, paper 2, p 1-7.
- FERNANDES, Thelma S. P.; ALMEIDA, Katia C.; 2003<sup>a</sup>. A Methodology for Optimal Power Dispatch under a Pool-Bilateral Market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v.18, n.1 (Feb), p. 182-190.
- FERNANDES, Thelma S. P.; ALMEIDA, Katia C.; 2003<sup>b</sup>. Power Transfer Capability and Transmission Pricing via an Alternative Optimal Power Dispatch Model. *Power Tech Conference Proceedings 2003* (June: Bologna, Italy).
- FERRERO, R. W.; SHAHIDEHPOUR, S.M; 1997<sup>a</sup>. Optimality Conditions in Power Transactions in Deregulated Power Pool. *Electric Power Systems Research* 42, p. 209-214.
- FERRERO, R. W; SHAHIDEHPOUR, S.M; 1997<sup>b</sup>. Dynamic Economic Dispatch in Deregulate Systems. *Electrical Power & Energy Systems*, v. 19, n. 7, p. 433-439.
- FERRERO, R. W.; RIVERA, Jorge; SHAHIDEHPOUR, S.M; 1997. Effect of Deregulation on Hydrothermal Systems with Transmission Constraints. *Electrical Power System Research* 38, p. 191-197.
- FIACCO, A. V.; McCORMICK, G. P.; 1968. *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*: John Wiley & Sons.

FINNEY, J.D.; OTHMAN, H. A.; RUTZ, W. L.; 1996. Evaluating Transmission Congestion Constraints in Systems Planning (Aug. 1996: Denver, Colorado, USA). *IEEE/PES Summer Meeting*. Anais p.1-6.

Força-tarefa MAE/ONS; 2001. *Fatores de Perdas Aplicados na Medição do MAE – Conclusões e Recomendações*”, versão 4.0.

FRADI, Aniss; BRIGNONE, Sergio; WOLLENBERG, Bruce F.; 2001. Calculation of Energy Transaction Allocation Factors. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 16, n.2 (May), p. 266-272.

FRANCO, Pablo C ; KOCKAR, Ivana; GALIANA, Francisco D.; 2002. Combined Pool/Bilateral Operation – Part III: Unbundling Costs of Trading Services. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 17, n.4 (Nov), p. 1191-1198.

FU, Jian; LAMONT, John W.; 2000. Simultaneous Service Allocation by Average Sensitivity Method. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 15, n.1 (Feb), p. 234-240.

GALIANA, F.D.; 1983. Optimal Power System Dispatch through the Continuation Method: Variation of Function Inequality Limits. *Proc. of IEEE Int. Symposium on Circuits and Systems*, Newport Beach, USA, May, p. 1192-1197.

GALIANA, Francisco D.; KOCKAR, Ivana; FRANCO, Pablo C.; 2002. Combined Pool/Bilateral Dispatch – Part I: Performance of Trading Strategies. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 17, n.1 (Feb), p. 92-99.

GALIANA, Francisco D.; ILIC, Marija; 1996. A Mathematical Framework for Analysis and Management of Power Transactions under Open Access. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 13, n.2 (May), p. 681-687.

GALIANA, Francisco D.; PHELAN, Mark; 2000. Allocation of Transmission Losses to Bilateral Contracts in Competitive Environment. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 15, n.1 (Feb), p. 143-150.

GARCIA, C.B. E ZANGWILL, W.I., 1981. *Pathways to Solutions, Fixed Points and Equilibria*. Prentice Hall.

GRANVILLE, Sergio; 1994. Optimal Reactive Dispatch through Interior Point Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 9, n. 2 (May), p. 136-146.

GRAVENER, M. H.; NWANKPA, C.; 1999. Available Transfer Capability and First Order Sensitivity. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 2 (May), p. 512-518.

GREINER, Peter; 1996. A Reforma do Setor Elétrico Brasileiro. *Seminário Reforma do Setor Elétrico* (maio 1996: Foz de Iguaçu, Paraná). Eletrobrás.

GREENE, Scott; DOBSON, Ian; ALVARADO, Fernando L; 2002. Sensitivity Transfer Capability Margins with a Fast Formula. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 1 (Feb), p. 34-40.

GROSS, George; TAO, Shu; 2000. A Physical-Flow-Based Approach to Allocating Transmission Losses in a Transaction Framework. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 15, n. 2 (May), p. 631-637.

GROSS, George; TAO, Shu; BOMPARD, Ettore, CHICCO, Gianfranco; 2002. Unbundled Reactive Support Service; Key Characteristics and Dominant Cost Component. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 17, n. 2 (May), p. 283-289.

GOMES, Valone A.; 2000. *Metodologia de Análises do Comportamento das Soluções do Fluxo de Potência Ótimo sob Carga Variável*. Florianópolis. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

GONDZIO, J. (1995). *Multiple Centrality Corrections in a Primal-Dual Method for Linear Programming*. LOGILAB, HEC Geneva, Section of Management Studies, University of Geneva, Switzerland, Technical Report 1994.20.

GONZAGA, A. A.; 1992. Path Following Methods for Linear Programming. *SIAM Review*, v. 34, p. 167-224.

HAMOUD, G.; 2000. Feasibility Assessment of Simultaneous Bilateral Transactions in a Deregulated Environment. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 1 (Feb), p. 22-26.

HAPP, H.H.; 1977. Optimal Power Dispatch – A Comprehensive Survey. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-96, n.3 (May), p. 841-854.

HAPP, H.H.; 1994. Cost of Wheeling Methodologies. *IEEE Transaction on Power Systems*, vol. 9, n.1 (Feb), p. 147-156.

HUANG, Garng; ZHANG, H.; 1999. Transmission Loss Allocation and Pricing via Bilateral Energy Transactions. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 1, p. 720-725.

HUANG, Garnig; ZHANG, H.; 2001. Transaction Based Power Flow Analysis for Transmission Utilization Allocation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 2(May), p. 1139-1145.

HUNEAULT, M.; GALIANA, F. D.; GROSS, G.; 1999. A Review of Restructuring in the Electricity Business. *Proceedings of the 13<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference* ( July 1999: Trondheim). Anais. p.19-31.

ILIC, Marija; GALIANA, Francisco; FINK, Lester; 1998. *Power Systems Restructuring. Engineering and Economics*. Boston/Dordrech/London. Kluwer Academic Publishers.

ILIC, Marija; YU, Chien-Ning; 1999. A Possible Framework for Market-based Voltage/Reactive Power Control. *Proceedings of the IEEE PES Winter Meeting*, New York –NY, (Jan), p.162-171.

IRISARRI, G. D.; WANG, X.; TONG, J.; MOKHTARI, S.; 1997. Maximum of Power Systems using Interior Point Non-Linear Optimization Load Ability Method. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 1 (Feb), p. 162-171.

JARGIS, J.; 1980. *Analysis and Characterization of Security Regions in Power System, Part I: Load Flow Feasibility Conditions in Power Networks*. McGill University, Department of Electrical and Computer Engineering, Montreal, Quebec, Canada, March.

KARMAKAR, N; 1984. A New Polynomial Time Algorithm for Linear Programming. *Combinatoria 4*, p. 373-395.

KIRSCHEN, Daniel; ALLAN, Ron; STRBAC, Goran; 1997. Contributions of individual Generators and Loads to Flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 1 (Feb), p. 52-58.

KOCKAR, Ivana; GALIANA, Francisco D.; 2002. Combined Pool/Bilateral Dispatch – Part II: Curtailment of Firm and Nonfirm Contracts. *IEEE Transactions on Power Systems*. v. 17, n.4 (Nov), p. 1184-1190.

LAMONT, John; FU, Jian; 1999. Cost Analysis of Reactive Power Support. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3 (Aug), p. 890-898.

LI, Fan GABB, Matthew Aldridge, Chris; CHEUNG, Chak; WALKER, Richard; WILLIAN, Glyn; BRADLEY, Martin; 2002. An Optimal Constraint Management Program for New Electricity Trading Arrangements in the UK. *Proceedings of the 14<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference*, (June 2002: Sevilla, Spain), session 12, paper 2, p 1-7.

LIMA, F. G. M.; SOARES, S; SANTOS, A Jr.; ALMEIDA, K. C.; GALIANA, F.D. 2001. Numerical Experiments with an Optimal Power Flow Algorithm Based on Parametric Techniques. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 16, n. 3 (Aug), p. 374-379.

LUENBERGER, David; 1989. *Linear and Nonlinear Programming*. 2. ed. Stanford University: Addison-Wesley Publishing Company.

MACQUEEN, C.N; IRVING, M. R.; 1996. An Algorithm for the Allocation of Distribution System Demand and Energy Losses. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 1 (Feb), p. 338-343.

MARANGON LIMA, J. W.; 1996. Allocation of Transmission Fixed Charges: An Overview. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 3 (Aug), p. 1409-1418.

MARIA, G. A.; FINDLAY, J. A.; 1987. A Newton Optimal Power Flow for the Ontario Hydro EMS. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-02, n.3 (Aug), p. 576-584.

MEDEIROS, A. R.; SALGADO, A.; ZÜRN, H.H.; 2003. Congestion Due to Reactive Power: Cost Allocation. Power Tech Conference Proceedings 2003 (June: Bologna, Italy).

MEDEIROS, A. R.; SALGADO, A.; 2004. Alocação de Perdas de Potência Ativa Baseada na Matriz de Admitância de Barra Modificada. IX Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica (Maio: Rio de Janeiro, Brasil).

MEHROTRA, Sanjay; 1992. On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 2. n. 4 (Nov), p. 575-601.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA-Secretaria de Energia; 1996. *Projeto de Reestruturação do Setor Elétrico*. Sumário Executivo, estágio VII.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA-Secretaria de Energia; 2003. Modelo Institucional do Setor Elétrico.

MOMOH, James; El-HAWARY, M. E.; ADAPA, R.; 1999. A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993, Part I: NonLinear and Quadratic Programming Approaches. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 1 (Feb), p. 96-111.

MOMOH, James; GUO, S. X.; ADAPA, R.; 1994. The Quadratic Interior Point Method Solving Power System Optimization Problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 3 (Aug), p. 1327-1335.

MOMOH, James; ZHU, J. Z.; 1999. Improved Interior Point Method for OPF Problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n. 3 (Aug), pp. 114-1120

MONTICELLI, Alcir; 1983. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*. 1. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda.

MOON, Young; BAE-PARK, Jong; LIM, Jung-UK; WON, Jong-Ryul. 1998. An Analytical Approach for Transaction Costs Allocation in Transmission System. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 4 (Nov), pp. 1407-1412.

MOYANO, Carlos Fabian; 2001. *Um Estudo da Alocação de Perdas de Transmissão em Sistemas de Potência Desregulamentados*. Florianópolis. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

NOVAS, Irene; MESEGUER, Claudia; BATLLE, Carlos; ALBA, J.; 2000. A Simulation Model for a Competitive generation Market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 1 (Feb), p. 250-256.

ORREGO, Nolasco; 2000. *Despacho Hidrotérmico de Curto Prazo na Presença de Transações de Potência*. Florianópolis. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

OU, Y.; SINGH, C.; 2002. Assessment of Available Transfer Capability and Margins". *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 2 (May), pp. 463-468.

PEREIRA, M. V. F.; PINTO, L. M. V. G.; GRANVILLE, S.; MONTICELLI, A.; 1987. A Decomposition Approach to Security-Constrained Optimal Power Flow with Post Contingency Corrective Rescheduling. 9<sup>th</sup> PSCC Conference , pp. 585-591.

PAPALEXOPOULOS, A. D.; IMPARATO, C.F., WU, F.F.; 1989. Large Scale Optimal Power Flow: Effects of Initialization Decoupling and Discretization. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 2 (May), p. 748-759.

PHELAN, Mark; 1998. *Loss and Line-Loading Allocation in Competitive Environment*. M. Eng. Thesis, McGill University, Department of Electrical Engineering, May, 1998.

PricewaterhouseCoopers. Working Paper 2; 1998. *Detailed Market Rules A*.

PORTUGAL, Marco Antonio; 2000. *Mercado de Energia no Novo Modelo do Setor Elétrico Brasileiro*. Curitiba. Monografia (Especialização em Gestão Técnica de Concessionárias de

Energia Elétrica)- Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná e Companhia Paranaense de Energia.

QUINTANA, Victor; YAN, Xihui; 1996. An Efficient Predictor-Corrector Interior point Algorithm for Security-Constrained Economic Dispatch. *IEEE Power Engineering Society*, Summer Meeting (August, 1996: Denver, Colorado). Anais. p. 1-8.

QUINTANA, Victor; TORRES, Geraldo; PALOMO, José; 2000. Interior-Point Methods and Their Applications to Power Systems: A Classification of Publications and Software Codes. *IEEE Transactions on Power Systems*, v.5, n. 1 (Feb.), p. 170-176.

RAMOS, Flávia de Araújo; 2001. *Desenvolvimento do Processo de Integração Energética Latino-Americana no Novo Ambiente Concorrencial do Setor Elétrico*. Curitiba. Monografia (Especialização em Gestão Técnica de Concessionárias de Energia Elétrica)- Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná e Companhia Paranaense de Energia.

RUEDA, Sergio M.; 2000. *Soluções do Fluxo de Potência Ótimo sob Carga Variável: Modelagem de Custo de Potência Reativa*. Florianópolis. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.  
SAUER, Ildo; 2000. *Análise das Regras do MAE*. Relatório Interno - USP, junho 2000.

SANTOS JR, A.E; DECKMANN, S., SOARES, S.; 1988. A Dual Augmented Lagrangian Approach for Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 3 (Aug.), p. 1020-1025.

SAUNDERS, Brian; BOAG, Melissa; 2001. NETA: A Dramatic Change. *ELECTRA*, n. 199 (Dec.), p. 14-22.

SHIRMOHAMMADI, Dariush; GRIBIK, Paul R.; LAW, Eric T.K.; MALINOWSKI, James H.; O'DONNELL, Richard E. P.; 1989. Evaluation of Transmission Network Capacity Use for Wheeling Transactions. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 4, n. 4 (Oct), p. 1405-1413.

SHIRMOHAMMADI, Dariush.; GORENSTIN, Xisto Vieira; PEREIRA, Mário V. P.; 1996. Some Fundamental Technical Concepts about Cost based Transmission Pricing. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n. 2 (May), p. 1002-1008.

SILVA, Edson; 2000. Projeto ANEEL/UFSC: *Regras do Mercado Atacadista de Energia Elétrica*. Lablan-UFSC ( Jun. 2000).

SILVA, Edson Luiz; 2001. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. 1. ed. Porto Alegre: Editora Sagra Luzzatto.

SILVA, E. L.; MESA, S. E. C.; MOROZOWSKI, M; 1998. Transmission Access Pricing to Wheeling Transactions: A Reliability Based Approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 4 (Nov.), p. 1481-1486.

SINGH, Harry; HAO, Shangyou; PAPALEXOPOULOS, Alex; 1998. Transmission Congestion Management in Competitive Electricity Markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 2 (May), p. 672-680.

STOTT, B.; HOBSON, E.; 1978. Power System Security Control Calculations Using Linear programming, Part I and Part II. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, vol. 97, n.5 (Oct), p. 1713-1731.

SZOSTAK, Alfredo Javier Mezger; 2003. *Despacho Hidrotérmico de Curto Prazo para Mercado Pool-Bilateral via Relaxação Lagrangeana*. Florianópolis. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

SUN, D. I.; ASHLEY, B.; BREWER, B.; HUGHES, A.; TINNEY, W. F.; 1984. Optimal Power Flow by Newton Approach. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, vol. 103, n.10 (Oct), p. 2864-2875.

TAN, X. H.; LIE, T.T.; 2001. Allocation of Transmission Loss Cost Using Cooperative Game Theory in the Context of Open Transmission Access. *Power Engineering Society Winter IEEE 2001*, v. 13, p. 1215-1219.

TAO, Shuo; GROSS, George; 2000. Transmission Loss Compensation in Multiplied Transaction Networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 3 (Aug.), p. 909-915.

TORRES, Geraldo; QUINTANA, Victor; 2001. On a Nonlinear Multiple-Centrality-Corrections Interior-Point Method for Optimal Power Flow. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, vol. 16, n.2 (May), p. 222-228.

TUGLIE, Enrico De; TORELLI, Francesco; 2002. Nondiscriminatory System Losses Dispatching Policy in a Bilateral Transaction-Based Market. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4 (Nov), p. 992-1000.

UMBRIA, Fernando Camargo; 1999. *Modelo de Previsão de Preços de Suprimento de Energia Elétrica no Contexto do Novo Ambiente Competitivo do Setor Elétrico Brasileiro*. Curitiba. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica e Hidrologia)- Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

UTURBEY DA COSTA, Wadaed; 2002. *Modelagem de Efeitos Intertemporais no Fluxo de Potência Ótimo: Abordagem do Gerenciamento pelo Lado da Demanda*. Florianópolis. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

VARGAS, Luis; QUINTANA, Victor; VANELLI, Anthony; 1993. A Tutorial Description of an Interior Point method and Its Applications to Security-Constrained Economic Dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 3 (Aug.), p. 1315-1324.

WRIGHT, Stephen; 1997. *Primal-Dual Interior-Point Methods*. 1. ed. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).

WU, Yu-Chi, DEBS, Atif; MARSTEN, Roy; 1994. A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2 (May), p. 876-883.

WU, Felix; VARAIYA, Pravin, 1995. *Coordinated Multilateral Trades for Electric Power Networks*. Internal Report, Dept. of Electrical Engineering and Computer Science, University of Berkley.

XIE, K.; SONG, Yong; 2000. Decomposition Model and Interior Point Methods for Optimal Spot Pricing of Electricity in Deregulation Environments. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 1 (Feb.), p. 39-50.

ZHONG, Jin; BHATTACHARYA, Kankar; 2002. Toward a Competitive Market for Reactive Power. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 4 (Nov.), p. 1206-1215.

ZOBIAN, A; ILIC, M; 1997. Unbundling of Transmission and Ancillary Services. Part I & II. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 12, n. 2 (May), p. 539-548.

## Apêndice A

### Fluxos de Potência Ativa e Reativa

#### A.1 Modelagem de linhas e transformadores (MONTICELLI, 1983)

##### a) Linhas de Transmissão

O modelo utilizado para representar uma linha de transmissão entre a barra  $i$  e a barra  $m$  é o equivalente  $\pi$ , representado na Figura A.1, definido por três parâmetros: resistência série  $rl_{im}$ , a reatância série  $xl_{im}$  e a susceptância *shunt*  $b_{im}^s$ .

A impedância do elemento série é:

$$\dot{z}_{im} = rl_{im} + j \cdot xl_{im} \quad (\text{A.1})$$

A admitância série é:

$$\dot{y}_{im} = g_{im} + j \cdot b_{im} = \dot{z}_{im}^{-1} = \frac{rl_{im}}{rl_{im}^2 + xl_{im}^2} - j \cdot \frac{xl_{im}}{rl_{im}^2 + xl_{im}^2} \quad (\text{A.2})$$

onde

$\dot{y}_{im}$  : admitância série da linha;

$g_{im}$  : condutância série da linha;

$b_{im}^s$  : susceptância série da linha.

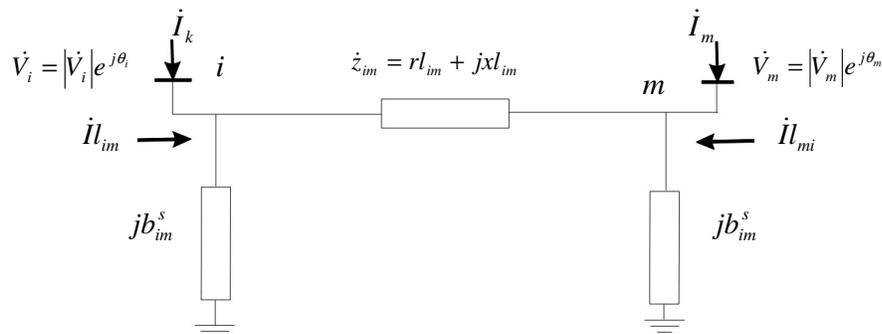


Figura A.1 Modelo equivalente  $\pi$  de uma linha de transmissão

A corrente  $\dot{I}_{im}$  (Figura A.1) que percorre a linha entre as barras  $i$  e  $m$  na direção  $i$ - $m$  é formada por uma componente série e uma componente *shunt*, e pode ser calculada a partir das tensões terminais  $\dot{V}_i$ ,  $\dot{V}_m$  e dos parâmetros do modelo equivalente  $\pi$ .

$$\dot{I}_{im} = \dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_i - \dot{V}_m) + j \cdot b_{im}^s \cdot \dot{V}_i \quad (A.3)$$

onde

$\dot{I}_{im}$ : corrente total que percorre elemento entre as barras  $i$  e  $m$ , na direção  $i$ - $m$ .

Analogamente, a corrente  $\dot{I}_{mi}$  é dada por:

$$\dot{I}_{mi} = \dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_m - \dot{V}_i) + j \cdot b_{im}^s \cdot \dot{V}_m \quad (A.4)$$

onde

$\dot{I}_{mi}$ : corrente total que percorre elemento entre as barras  $i$  e  $m$ , na direção  $m$ - $i$ .

Os fluxos de potência complexa  $\dot{S}_{im}$  e  $\dot{S}_{mi}$  correspondentes são:

$$\dot{S}_{im} = P_{im} + j \cdot Q_{im} = \dot{V}_i \cdot \dot{I}_{im}^* = \dot{V}_i [\dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_i - \dot{V}_m) + j \cdot b_{im}^s \cdot \dot{V}_i]^* \quad (A.5)$$

$$\dot{S}_{mi} = P_{mi} + j \cdot Q_{mi} = \dot{V}_m \cdot \dot{I}_{mi}^* = \dot{V}_m [\dot{y}_{im} \cdot (\dot{V}_m - \dot{V}_i) + j \cdot b_{im}^s \cdot \dot{V}_m]^* \quad (A.6)$$

onde

$\dot{S}_{im}, \dot{S}_{mi}$ : fluxo de potência aparente que percorre a linha, na direção  $i$ - $m$  e  $m$ - $i$ ;

$P_{im}, P_{mi}$ : fluxo de potência ativa que percorre a linha, na direção  $i$ - $m$  e  $m$ - $i$ ;

$Q_{im}, Q_{mi}$ : fluxo de potência reativa que percorre a linha, na direção  $i$ - $m$  e  $m$ - $i$ .

### b) Transformador fictício

O modelo utilizado para representar um transformador que atua na magnitude e no ângulo de fase da tensão da barra consiste basicamente de uma admitância série  $\dot{y}_{im}$  e um transformador ideal com relação  $1: \dot{t}_{im}$  como representado na Figura A.2.

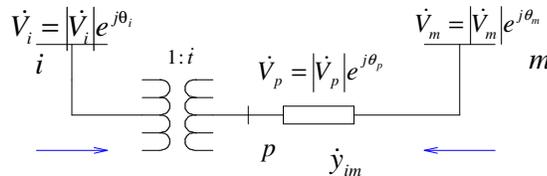


Figura A.2: Transformador com relação  $\dot{t}_{im} = a_{im} e^{j\theta_{im}}$

No transformador, a relação entre as magnitudes entre tensões  $\dot{V}_p$  e  $\dot{V}_i$  é igual ao valor  $a_{im}$ , e a relação entre as fases das tensões  $\dot{V}_p$  e  $\dot{V}_i$  é igual a  $\varphi_{im}$ , ou seja:

$$\frac{|\dot{V}_p|}{|\dot{V}_i|} = a_{im} \quad (\text{A.7})$$

$$\theta_p = \theta_i + \varphi_{im} \quad (\text{A.8})$$

Aplicando-se convenientemente as relações (A.7) e (A.8) no modelo da Figura A.2, a corrente  $\dot{I}_{im}$  passa a ser a seguinte:

$$\dot{I}_{im} = |\dot{t}_{im}|^2 \cdot \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_i - \dot{t}_{im}^* \cdot \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_m \quad (\text{A.9})$$

E, a corrente  $\dot{I}_{mi}$  é dada por:

$$\dot{I}_{mi} = \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_m - \dot{t}_{im} \cdot \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_i \quad (\text{A.10})$$

Os fluxos de potência complexa  $\dot{S}_{l_{im}}$  e  $\dot{S}_{l_{mi}}$  correspondentes são:

$$\dot{S}_{l_{im}} = Pl_{im} + j \cdot Ql_{im} = \dot{V}_i \dot{I}_{im}^* = \dot{V}_i [|\dot{t}_{im}|^2 \cdot \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_i - \dot{t}_{im}^* \cdot \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_m]^* \quad (\text{A.11})$$

$$\dot{S}_{l_{mi}} = Pl_{mi} + j \cdot Ql_{mi} = \dot{V}_m \cdot \dot{I}_{mi}^* = \dot{V}_m [\dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_m - \dot{t}_{im} \cdot \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_i]^* \quad (\text{A.12})$$

## A.2 Injeção de Corrente na Forma Matricial (MONTICELLI,1983)

A injeção líquida de corrente na barra  $i$  pode ser obtida aplicando-se a Primeira Lei de Kirchhoff à situação geral apresentada na figura A.1.

$$\dot{I}_i = \sum_{m \in \Omega_i} \dot{I}_{im} \quad i=1, \dots, nb \quad (\text{A.13})$$

onde  $\Omega_i$  é o conjunto das barras vizinhas da barra  $i$ .

Assim:

$$\dot{I}_i = \sum_{m \in \Omega_i} (|\dot{t}_{im}|^2 \cdot \dot{y}_{im}) \cdot \dot{V}_i + \sum_{m \in \Omega_i} (-\dot{t}_{im}^* \cdot \dot{y}_{im}) \cdot \dot{V}_m \quad (\text{A.14})$$

$$\dot{I}_m = \sum_{i \in \Omega_m} (-\dot{t}_{im} \cdot \dot{y}_{im}) \cdot \dot{V}_i + \sum_{i \in \Omega_m} \dot{y}_{im} \cdot \dot{V}_m \quad (\text{A.15})$$

Esta expressão, para  $i = 1, \dots, nb$  pode ser posta na forma matricial:

$$\dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}} \quad (\text{A.16})$$

onde

$\dot{\mathbf{I}}$ : vetor de dimensão  $(nb \times 1)$  das injeções de correntes;

$\dot{\mathbf{V}}$ : vetor de dimensão  $(nb \times 1)$  das tensões nodais;

$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$ : matriz de admitância nodal com dimensão  $(nb \times nb)$ .

Os elementos da matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$  são:

$$\dot{Y}_{im} = -\dot{t}_{im}^* \cdot y_{im} \quad (\text{A.17})$$

$$\dot{Y}_{mi} = -\dot{t}_{mi} \cdot y_{mi} \quad (\text{A.18})$$

$$\dot{Y}_{ii} = \sum_{m \in \Omega_i} (j \cdot b_{im}^s + |\dot{t}_{im}|^2 \cdot \dot{y}_{im}) \quad (\text{A.19})$$

$$\dot{Y}_{mm} = \sum_{i \in \Omega_m} (j \cdot b_{im}^s + \dot{y}_{im}) \quad (\text{A.20})$$

Nota-se que, se o elemento existente entre as barras  $i$  e  $m$  for uma linha de transmissão,  $a_{im} = 1$  e  $\phi_{im} = 0$ , ou seja,  $\dot{Y}_{im} = -y_{im}$ , ou se todas as barras conectadas a  $i$  forem linhas de transmissão tem-se que:

$$\dot{Y}_{ii} = \sum_{m \in \Omega_i} (j \cdot b_{im}^s + \dot{y}_{im}) \quad (\text{A.21})$$

Já se, o elemento existente entre as barras  $i$  e  $m$  for um transformador,  $b_{im}^s = 0$ .

### A.3 Fluxo de Potência Ativa e Reativa na Forma Matricial (ALMEIDA,1994)

Para se deduzir expressões adequadas para os fluxos nas linhas referentes às transações, é conveniente representá-los na forma matricial. Para tanto, é necessário definir algumas matrizes tais como: matriz de incidência barra-linha,  $\mathbf{A}$ , matriz de incidência barra inicial-linha,  $\mathbf{Af}$ , e matriz de incidência barra final-linha,  $\mathbf{At}$ , a partir das barras iniciais e finais de cada elemento do sistema de transmissão:

$$\mathbf{A} = [A_{ij}] \quad \text{onde} \quad A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = \mathbf{if}(j) \\ -1 & \text{se } i = \mathbf{it}(j) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

$$\mathbf{Af} = [Af_{ij}] \quad \text{onde} \quad Af_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = \mathbf{if}(j) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

$$\mathbf{At} = [At_{ij}] \quad \text{onde} \quad At_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = \mathbf{it}(j) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

onde

$\mathbf{if}$  : vetor de dimensão  $(nl \times 1)$  contendo as barras de origem das linhas do sistema de transmissão;

$\mathbf{it}$  : vetor de dimensão  $(nl \times 1)$  contendo as barras finais das linhas do sistema de transmissão;

$\mathbf{A}$  : matriz de incidência barra-linha com dimensão  $(nb \times nl)$ ;

$\mathbf{Af}$ : matriz de incidência barra inicial-linha com dimensão  $(nb \times nl)$ ;

$\mathbf{At}$ : matriz de incidência barra final-linha com dimensão  $(nb \times nl)$ .

Definem-se também os seguintes vetores:

$\mathbf{b}^s$ : vetor de dimensão  $(nl \times 1)$  composto pelas susceptâncias shunt  $b_{im}^s$  dos  $nl$  elementos do sistema;

$\mathbf{Yl}$ : vetor de dimensão  $(nl \times 1)$  composto pela admitâncias séries  $y_{km}$  dos  $nl$  elementos do sistema;

$\mathbf{t}$  : vetor de dimensão  $(nl \times 1)$  composto pelas relações de transformação.

#### a) Linha de Transmissão

Assim, os vetores dos fluxos complexos que atravessam as linhas de transmissão nos dois sentidos podem ser expressos:

$$\dot{\mathbf{S}}_{im} = \text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{Af} - \mathbf{At})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})^* \cdot \mathbf{b}^s] \quad (\text{A.25})$$

$$\dot{\mathbf{S}}_{mi} = \text{diag}(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{At} - \mathbf{Af})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{At}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})^* \cdot \mathbf{b}^s] \quad (\text{A.26})$$

onde

$\dot{\mathbf{S}}_{im}$  e  $\dot{\mathbf{S}}_{mi}$  : vetores de dimensão  $(nl \times 1)$  contendo o fluxo de potência complexa nas direções  $i$ - $m$  e  $m$ - $i$ .

**b) Transformador Fictício**

Tomando as expressões (A.11) e (A.12), os vetores de fluxos complexos através dos transformadores são:

$$\dot{\mathbf{S}}\mathbf{l}_{im} = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{f} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{A}\mathbf{t})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^*] \quad (\text{A.27})$$

$$\dot{\mathbf{S}}\mathbf{l}_{mi} = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{t} - \mathbf{A}\mathbf{f} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}))^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^*] \quad (\text{A.28})$$

**c) Expressão geral para fluxo de potência aparente**

Considerando que, para linhas de transmissão, a relação  $\dot{t}$  é igual ao valor unitário, ou seja,  $a = 1$  e  $\phi = 0$ , e para transformadores,  $b_{km}^s = 0$ , pode-se utilizar as seguintes expressões para se representar genericamente os vetores de fluxos nas direções  $i$ - $m$  e  $m$ - $i$ .

$$\dot{\mathbf{S}}\mathbf{l}_{im} = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{f} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{A}\mathbf{t})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})^* \cdot \mathbf{b}^s] \quad (\text{A.29})$$

$$\dot{\mathbf{S}}\mathbf{l}_{mi} = \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{t} - \mathbf{A}\mathbf{f} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}))^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^* - j \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})^* \cdot \mathbf{b}^s] \quad (\text{A.30})$$

Pode-se observar que as segundas parcelas das equações (A.29) e (A.30) apenas afetam o fluxo de potência reativo. Assim, desmembrando o vetor de fluxo em sua parte real e imaginária, ou seja, separando os fluxos de potência ativa e reativa, obtém-se:

$$\mathbf{P}\mathbf{l}_{im} = \text{real}\{\text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{f} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{A}\mathbf{t})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^*]\} \quad (\text{A.31})$$

$$\mathbf{P}\mathbf{l}_{mi} = \text{real}\{\text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{t} - \mathbf{A}\mathbf{f} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}))^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^*]\} \quad (\text{A.32})$$

$$\mathbf{Q}\mathbf{l}_{im} = \text{imag}\{\text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{f} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{A}\mathbf{t})^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^*]\} - j \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}) \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})^* \cdot \mathbf{b}^s \quad (\text{A.33})$$

$$\mathbf{Q}\mathbf{l}_{mi} = \text{imag}\{\text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})[\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{l}^*) \cdot (\mathbf{A}\mathbf{t} - \mathbf{A}\mathbf{f} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}))^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^*]\} - j \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{t}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}) \cdot \text{diag}(\mathbf{A}\mathbf{f}^T \cdot \dot{\mathbf{V}})^* \cdot \mathbf{b}^s \quad (\text{A.34})$$

onde

$\mathbf{P}\mathbf{l}_{im}$  e  $\mathbf{P}\mathbf{l}_{mi}$  : vetores de dimensão  $(nl \times 1)$  contendo os fluxos de potência ativa que percorrem as linhas nas direções  $i$ - $m$  e  $m$ - $i$ ;

$\mathbf{Q}\mathbf{l}_{im}$  e  $\mathbf{Q}\mathbf{l}_{mi}$  : vetores de dimensão  $(nl \times 1)$  contendo fluxos de potência reativa que percorrem as linhas nas direções  $i$ - $m$  e  $m$ - $i$ .

## Apêndice B

### Representação das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa na Forma Quadrática

#### B.1 Introdução

O objetivo deste apêndice é o de apresentar as equações de balanço de potência ativa e reativa na forma quadrática, supondo-se que não existam *taps* de transformadores de tensão variáveis ou transformadores defasadores na rede elétrica.

As equações algébricas não-lineares que representam o balanço de potência de um sistema de transmissão podem ser expressas na forma de coordenadas retangulares, a qual apresenta propriedades especiais que formam uma base para estudo de factibilidade do problema de fluxo de carga.

No problema de fluxo de carga, as barras de carga (PQ), de geração (PV) e barra de folga (V $\theta$ ) podem ter a injeção de potência expressas na seguinte forma quadrática como apresentado em (JARGIS, 1980):

$$P_i = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{Jp}_i \cdot \mathbf{x} \quad i = 1, \dots, nb \quad (\text{B.1})$$

$$Q_i = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{Jq}_i \cdot \mathbf{x} \quad i = 1, \dots, nb \quad (\text{B.2})$$

$$V_i^2 = e_i^2 + f_i^2 \quad i = 1, \dots, nb \quad (\text{B.3})$$

onde

$\mathbf{x} = [\mathbf{e} \quad \mathbf{f}]^T$ , com dimensão  $(2nb \times 1)$ ;

$\mathbf{e}$  : vetor referente à parte real da tensão com dimensão  $(nb \times 1)$ ;

$\mathbf{f}$  : vetor referente à parte imaginária da tensão com dimensão  $(nb \times 1)$ ;

$\mathbf{Jp}_i$  : matriz relacionada à potência ativa, de dimensão  $(2nb \times 2nb)$ , constante, real, simétrica e unicamente definida pela barra  $i$  e pela estrutura da rede e sua matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$ ;

$\mathbf{Jq}_i$  : matriz relacionada à potência reativa, de dimensão  $(2nb \times 2nb)$ , constante, real, simétrica e unicamente definida pela barra  $i$  e pela estrutura da rede e sua matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$ ;

$i$  : índice das barras;

$nb$  : número de barras do sistema.

As matrizes  $\mathbf{Jp}_i$  e  $\mathbf{Jq}_i$  têm apenas duas linhas e duas colunas de elementos não-nulos e suas estruturas genéricas são:

$$\mathbf{Jp}_i = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{cccc|cccc} & & & G_{1,i} & & & & B_{1,i} \\ & \mathbf{0} & & G_{2,i} & \mathbf{0} & & \mathbf{0} & B_{2,i} & \mathbf{0} \\ & & & \vdots & & & & \vdots & \\ G_{i,1} & G_{i,2} & \dots & 2G_{i,i} & \dots & \dots & G_{i,nb} & -B_{i,1} & -B_{i,2} & \dots & 0 & \dots & \dots & -B_{i,nb} \\ & & & \vdots & & & & & & & \vdots & & & \\ \mathbf{0} & & & \vdots & \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & & & \vdots & & & \mathbf{0} \\ & & & G_{nb,i} & & & & & & & B_{nb,i} & & & \\ \hline & & & -B_{1,i} & & & & & & & G_{1,i} & & & \\ \mathbf{0} & & & -B_{2,i} & \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & & & G_{2,i} & & & \mathbf{0} \\ & & & \vdots & & & & & & & \vdots & & & \\ B_{i,1} & B_{i,2} & \dots & 0 & \dots & \dots & B_{i,nb} & G_{i,1} & G_{i,2} & \dots & 2G_{i,i} & \dots & \dots & G_{i,nb} \\ & & & \vdots & & & & & & & \vdots & & & \\ \mathbf{0} & & & \vdots & \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & & & \vdots & & & \mathbf{0} \\ & & & -B_{nb,i} & & & & & & & G_{nb,i} & & & \end{array} \right] \quad (\text{B.4})$$

$$\mathbf{Jq}_i = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{cccc|cccc} & & & -B_{1,i} & & & & G_{1,i} \\ & \mathbf{0} & & -B_{2,i} & \mathbf{0} & & \mathbf{0} & G_{2,i} & \mathbf{0} \\ & & & \vdots & & & & \vdots & \\ -B_{i,1} & -B_{i,2} & \dots & -2B_{i,i} & \dots & \dots & -B_{i,nb} & -G_{i,1} & -G_{i,2} & \dots & 0 & \dots & \dots & -G_{i,nb} \\ & & & \vdots & & & & & & & \vdots & & & \\ \mathbf{0} & & & \vdots & \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & & & \vdots & & & \mathbf{0} \\ & & & -B_{nb,i} & & & & & & & G_{nb,i} & & & \\ \hline & & & -G_{1,i} & & & & & & & -B_{1,i} & & & \\ \mathbf{0} & & & -G_{2,i} & \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & & & -B_{2,i} & & & \mathbf{0} \\ & & & \vdots & & & & & & & \vdots & & & \\ G_{i,1} & G_{i,2} & \dots & 0 & \dots & \dots & G_{i,nb} & -B_{i,1} & -B_{i,2} & \dots & -2B_{i,i} & \dots & \dots & -B_{i,nb} \\ & & & \vdots & & & & & & & \vdots & & & \\ \mathbf{0} & & & \vdots & \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & & & \vdots & & & \mathbf{0} \\ & & & -G_{nb,i} & & & & & & & -B_{nb,i} & & & \end{array} \right] \quad (\text{B.5})$$

Pretende-se nas próximas seções representar as equações de balanço de potência ativa e reativa estendidas para o sistema multi-usuários e desenvolvidas no Capítulo IV, tanto para o

modelo que aloca potência de acordo com as injeções de corrente,  $\mathbf{P}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$  e  $\mathbf{Q}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$ , quanto para o modelo que aloca potência de acordo com as tensões por barras,  $\mathbf{P}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$  e  $\mathbf{Q}_V(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$ .

## **B.2 Representação na Forma Quadrática das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa Formuladas de Acordo com as Injeções de Corrente**

No Capítulo IV, as equações de balanço de potência ativa e reativa (4.37) e (4.38), as quais estão formuladas de acordo com as injeções de corrente, são apresentadas em função da matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$  ( $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{B}$ ) e do vetor  $\mathbf{x}$ . Pretende-se, nesta seção, representá-las, também, na forma quadrática em função de  $\mathbf{Jp}_i$ ,  $\mathbf{Jq}_i$  com  $i = 1, \dots, nb$  e  $\mathbf{x}$ .

### **B.2.1 Representação das Equações de Ppotência Ativa $\mathbf{P}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$ na Forma Quadrática**

A equação (4.37) apresenta a forma geral de injeção de potência ativa englobando todos os participantes do mercado e formulada de acordo as injeções de correntes. Por simplicidade, toma-se o conjunto de equações referentes a apenas o participante  $k$ . Assim, parte da equação (4.37) expressa para apenas o participante  $k$  é a seguinte:

$$\mathbf{P}^k = \begin{bmatrix} (e_1^1 + \dots + e_1^k + \dots + e_1^{ntr} + e_1^{Pool}) \cdot (G_{1,1} \cdot e_1^k + \dots + G_{1,nb} \cdot e_{nb}^k - B_{1,1} \cdot f_1^k - \dots - B_{1,nb} \cdot f_{nb}^k) \\ \vdots \\ (e_{nb}^1 + \dots + e_{nb}^k + \dots + e_{nb}^{ntr} + e_{nb}^{Pool}) \cdot (G_{nb,1} \cdot e_1^k + \dots + G_{nb,nb} \cdot e_{nb}^k - B_{nb,1} \cdot f_1^k - \dots - B_{nb,nb} \cdot f_{nb}^k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (f_1^1 + \dots + f_1^k + \dots + f_1^{ntr} + f_1^{Pool}) \cdot (G_{1,1} \cdot f_1^k + \dots + G_{1,nb} \cdot f_{nb}^k + B_{1,1} \cdot e_1^k + \dots + B_{1,nb} \cdot e_{nb}^k) \\ \vdots \\ (f_{nb}^1 + \dots + f_{nb}^k + \dots + f_{nb}^{ntr} + f_{nb}^{Pool}) \cdot (G_{nb,1} \cdot f_1^k + \dots + G_{nb,nb} \cdot f_{nb}^k + B_{nb,1} \cdot e_1^k + \dots + B_{nb,nb} \cdot e_{nb}^k) \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Desenvolvendo apenas para a barra  $i$ , tem-se:

$$\begin{aligned} Pg_i^k - Pd_i^k &= e_i^k \cdot (G_{i,1} \cdot e_1^k + \dots + G_{i,nb} \cdot e_{nb}^k - B_{i,1} \cdot f_1^k - \dots - B_{i,nb} \cdot f_{nb}^k) + \\ &+ f_i^k \cdot (G_{i,1} \cdot f_1^k + \dots + G_{i,nb} \cdot f_{nb}^k + B_{i,1} \cdot e_1^k + \dots + B_{i,nb} \cdot e_{nb}^k) + \\ &+ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} e_i^n \cdot (G_{i,1} \cdot e_1^k + \dots + G_{i,nb} \cdot e_{nb}^k - B_{i,1} \cdot f_1^k - \dots - B_{i,nb} \cdot f_{nb}^k) + \\ &+ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} f_i^n \cdot (G_{i,1} \cdot f_1^k + \dots + G_{i,nb} \cdot f_{nb}^k + B_{i,1} \cdot e_1^k + \dots + B_{i,nb} \cdot e_{nb}^k) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Com convenientes manipulações obtém-se:

$$\begin{aligned}
 P g_i^k - P d_i^k = (\mathbf{x}^k)^T \cdot \frac{1}{2} & \begin{bmatrix} \mathbf{0} & G_{i,1} & \mathbf{0} & B_{i,1} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{i,1} & \dots & 2G_{i,i} & \dots & G_{i,nb} & -B_{i,1} & \dots & \mathbf{0} & \dots & -B_{i,nb} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & G_{i,nb} & \mathbf{0} & B_{i,nb} & \mathbf{0} \\ \vdots & -B_{i,1} & \vdots & G_{i,1} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_{i,1} & \dots & \mathbf{0} & \dots & B_{i,nb} & G_{i,1} & \dots & 2G_{i,i} & \dots & G_{i,nb} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & -B_{i,nb} & \mathbf{0} & G_{i,nb} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x}^k + \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} e_i^n [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] [e_1^k \dots e_{nb}^k]^T + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} e_i^n [-B_{i,1} \dots -B_{i,nb}] [f_1^k \dots f_{nb}^k]^T + \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} f_i^n [B_{i,1} \dots B_{i,nb}] [e_1^k \dots e_{nb}^k]^T + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} f_i^n [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] [f_1^k \dots f_{nb}^k]^T \quad (B.8)
 \end{aligned}$$

onde

$$\mathbf{x}^k = [e_1^k \dots e_{nb}^k \ f_1^k \dots f_{nb}^k]^T .$$

Comparando a matriz inclusa na equação (B.8) com a matriz  $\mathbf{Jp}_i$  (B.4), observa-se que as mesmas são idênticas, ou seja, pode-se reescrever (B.8) como:

$$\begin{aligned}
 P g_i^k - P d_i^k = (\mathbf{x}^k)^T \cdot \mathbf{Jp}_i \cdot \mathbf{x}^k & + \\
 + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} e_i^n [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] [e_1^k \dots e_{nb}^k]^T & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} e_i^n [-B_{i,1} \dots -B_{i,nb}] [f_1^k \dots f_{nb}^k]^T + \\
 + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} f_i^n [B_{i,1} \dots B_{i,nb}] [e_1^k \dots e_{nb}^k]^T & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} f_i^n [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] [f_1^k \dots f_{nb}^k]^T \quad (B.9)
 \end{aligned}$$

Pode-se notar que (B.9) possui duas parcelas quadráticas, uma em função de  $\mathbf{x}^k$  e outra em função das componentes de tensões complexas definidas para todos participantes. Essa última parcela explicita a influência que os demais participantes exercem no vetor de injeções de potência ativa do participante  $k$ ,  $\mathbf{P}^k$ .

A segunda parcela da equação (B.9) pode ser representada na seguinte forma matricial:





A estrutura da matriz  $\mathbf{Jp}_i$  (equação (B.5)), pode ser decomposta em quatro sub-matrizes:

$$\mathbf{Jp}_i = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [\mathbf{Jp}_i]_I & | & [\mathbf{Jp}_i]_{II} \\ - & - & - \\ [\mathbf{Jp}_i]_{III} & | & [\mathbf{Jp}_i]_{IV} \end{bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

Assim, a primeira parcela da equação (B.9) pode ser reescrita em função do vetor  $\mathbf{x}$ :

$$(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{Jp}_i \mathbf{x}^k = \mathbf{x}^T \begin{bmatrix} [\mathbf{Jp}_i]_I & | & [\mathbf{Jp}_i]_{II} \\ - & - & - \\ [\mathbf{Jp}_i]_{III} & | & [\mathbf{Jp}_i]_{IV} \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (\text{B.19})$$

$\underbrace{1 \quad \dots \quad k \quad \dots \quad ntr+1}_{trans.} \quad \underbrace{1 \quad \dots \quad k \quad \dots \quad ntr+1}_{trans.}$

Somando-se as duas parcelas da equação (B.9) que vem a ser a soma das equações (B.17) e (B.18) tem-se que:

$$Pg_i^k - Pd_i^k = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{Hp}_i^k \cdot \mathbf{x} \quad (\text{B.20})$$

onde  $\mathbf{Hp}_i^k$  é uma matriz constante, real, simétrica, referente à barra  $i$  e participante  $k$ , de dimensão  $[2nb(ntr+1) \times 2nb(ntr+1)]$ , com a seguinte estrutura final.

$$\mathbf{Hp}_i^k = \begin{bmatrix} [\mathbf{Hp}_i^k]_I & [\mathbf{Hp}_i^k]_{II} \\ [\mathbf{Hp}_i^k]_{III} & [\mathbf{Hp}_i^k]_{IV} \end{bmatrix} \quad (\text{B.21})$$

e,

$$\left[ \mathbf{Hp}_i^k \right]_I = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{cccccccc}
 & & 0 & \dots & 0 & & & \\
 & \mathbf{0} & G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\
 & 0 & 0 & \dots & 0 & & & \\
 0 & G_{i,1} & 0 & & & 0 & G_{i,1} & 0 & & 0 & G_{i,1} & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & G_{i,nb} & 0 & & & 0 & G_{i,nb} & 0 & & 0 & G_{i,nb} & 0 \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 & \mathbf{0} & G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 \ddots & & & & & & & & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 \mathbf{0} & G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & & & & \\
 & 0 & \dots & 0 & & & & & & & & 
 \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{cccccccc} \end{array}} \right\} trans.k$$

(B.22)

$$\left[ \mathbf{Hp}_i^k \right]_{II} = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{cccccccc}
 & & 0 & \dots & 0 & & & \\
 & \mathbf{0} & -B_{i,1} & \dots & -B_{i,nb} & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\
 & 0 & 0 & \dots & 0 & & & \\
 0 & B_{i,1} & 0 & & & 0 & B_{i,1} & 0 & & 0 & B_{i,1} & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & B_{i,nb} & 0 & & & 0 & B_{i,nb} & 0 & & 0 & B_{i,nb} & 0 \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 & \mathbf{0} & -B_{i,1} & \dots & -B_{i,nb} & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 \ddots & & & & & & & & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 \mathbf{0} & -B_{i,1} & \dots & -B_{i,nb} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & & & & \\
 & 0 & \dots & 0 & & & & & & & & 
 \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{cccccccc} \end{array}} \right\} trans.k$$

(B.23)



Deve-se ressaltar que (B.20) é uma função quadrática somente nos sistemas onde não existem transformadores de tensão e /ou defasadores variáveis.

A representação dos valores de injeção para todas as barras de um determinado usuário  $k$  é:

$$\mathbf{P}^k = \mathbf{P}\mathbf{g}^k - \mathbf{P}\mathbf{d}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{p}_1^k \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{p}_2^k \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{p}_i^k \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{H}\mathbf{p}_{nb}^k \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{B.27})$$

E, as equações de balanço de potência ativa para todos os usuários na forma quadrática são:

$$\mathbf{P}\mathbf{g} - \mathbf{P}\mathbf{d} = \mathbf{P}_1(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{g}_1^1 - \mathbf{P}\mathbf{d}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}\mathbf{g}_{nb}^1 - \mathbf{P}\mathbf{d}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}\mathbf{g}_1^{ntr} - \mathbf{P}\mathbf{d}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{P}\mathbf{g}_{nb}^{ntr} - \mathbf{P}\mathbf{d}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{P}\mathbf{g}_1^{pool} - \mathbf{P}\mathbf{d}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{P}\mathbf{g}_{nb}^{pool} - \mathbf{P}\mathbf{d}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \mathbf{H}\mathbf{p}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{H}\mathbf{p}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{H}\mathbf{p}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{H}\mathbf{p}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{x}^T \mathbf{H}\mathbf{p}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{H}\mathbf{p}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{B.28})$$

### B.2.2 Representação das Equações de Potência Reativa $\mathbf{Q}_1(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$ na Forma Quadrática

A equação (4.38) apresenta a forma geral de injeção de potência reativa englobando todos os participantes do mercado e formuladas de acordo com as injeções de corrente. Por simplicidade, toma-se o conjunto de equações referentes a apenas o participante  $k$ . Assim, parte da equação (4.38) expressa para apenas para o participante  $k$  é a seguinte:

$$\mathbf{Q}^k = \begin{bmatrix} (f_1^1 + \dots + f_1^k + \dots + f_1^{ntr} + f_1^{Pool}) \cdot (G_{1,1} \cdot e_1^k + \dots + G_{1,nb} \cdot e_{nb}^k - B_{1,1} \cdot f_1^k - \dots - B_{1,nb} \cdot f_{nb}^k) \\ \vdots \\ (f_{nb}^1 + \dots + f_{nb}^k + \dots + f_{nb}^{ntr} + f_{nb}^{Pool}) \cdot (G_{nb,1} \cdot e_1^k + \dots + G_{nb,nb} \cdot e_{nb}^k - B_{nb,1} \cdot f_1^k - \dots - B_{nb,nb} \cdot f_{nb}^k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (e_1^1 + \dots + e_1^k + \dots + e_1^{ntr} + e_1^{Pool}) \cdot (G_{1,1} \cdot f_1^k + \dots + G_{1,nb} \cdot f_{nb}^k + B_{1,1} \cdot e_1^k + \dots + B_{1,nb} \cdot e_{nb}^k) \\ \vdots \\ (e_{nb}^1 + \dots + e_{nb}^k + \dots + e_{nb}^{ntr} + e_{nb}^{Pool}) \cdot (G_{nb,1} \cdot f_1^k + \dots + G_{nb,nb} \cdot f_{nb}^k + B_{nb,1} \cdot e_1^k + \dots + B_{nb,nb} \cdot e_{nb}^k) \end{bmatrix} \quad (\text{B.29})$$

Desenvolvendo apenas para a barra  $i$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
 Qg_i^k - Qd_i^k &= f_i^k \cdot (G_{i,1} \cdot e_1^k + \dots + G_{i,nb} \cdot e_{nb}^k - B_{i,1} \cdot f_1^k - \dots - B_{i,nb} \cdot f_{nb}^k) + \\
 &+ e_i^k \cdot (G_{i,1} \cdot f_1^k + \dots + G_{i,nb} \cdot f_{nb}^k + B_{i,1} \cdot e_1^k + \dots + B_{i,nb} \cdot e_{nb}^k) + \\
 &+ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} f_i^n [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] [e_1^k \dots e_{nb}^k]^T + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} f_i^n [-B_{i,1} \dots -B_{i,nb}] [f_1^k \dots f_{nb}^k]^T - \\
 &- \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} e_i^n [B_{i,1} \dots B_{i,nb}] [e_1^k \dots e_{nb}^k]^T - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} e_i^n [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] [f_1^k \dots f_{nb}^k]^T \quad (B.30)
 \end{aligned}$$

Com convenientes manipulações obtém-se:

$$\begin{aligned}
 Qg_i^k - Qd_i^k &= (\mathbf{x}^k)^T \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{cccccc}
 \mathbf{0} & -B_{i,1} & \mathbf{0} & & G_{i,1} & \mathbf{0} \\
 & \dots & & & \dots & \\
 -B_{i,1} & \dots & -2B_{i,i} & \dots & -B_{i,nb} & -G_{i,1} & \dots & 0 & \dots & -G_{i,nb} \\
 & & \dots & & & & & \dots & & \\
 \mathbf{0} & -B_{i,nb} & \mathbf{0} & & G_{i,nb} & \mathbf{0} \\
 & -G_{i,1} & & & -B_{i,1} & & & \dots & & \\
 & & \dots & & \dots & & & \dots & & \\
 G_{i,1} & \dots & 0 & \dots & G_{i,nb} & -B_{i,1} & \dots & -2B_{i,i} & \dots & -B_{i,nb} \\
 & & \dots & & & & & \dots & & \\
 \mathbf{0} & -G_{i,nb} & \mathbf{0} & & -B_{i,nb} & \mathbf{0}
 \end{array} \right] \mathbf{x}^k + \\
 &+ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} f_i^n [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] [e_1^k \dots e_{nb}^k]^T + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} f_i^n [-B_{i,1} \dots -B_{i,nb}] [f_1^k \dots f_{nb}^k]^T - \\
 &- \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} e_i^n [B_{i,1} \dots B_{i,nb}] [e_1^k \dots e_{nb}^k]^T - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} e_i^n [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] [f_1^k \dots f_{nb}^k]^T \quad (B.31)
 \end{aligned}$$

Comparando a matriz inclusa na equação (B.31) com a matriz  $\mathbf{Jq}_i$  (B.6), observa-se que as mesmas são idênticas, ou seja, pode-se reescrever (B.31) como:

$$\begin{aligned}
 Qg_i^k - Qd_i^k &= (\mathbf{x}^k)^T \cdot \mathbf{Jq}_i \cdot \mathbf{x}^k + \\
 &+ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} f_i^n [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] [e_1^k \dots e_{nb}^k]^T + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} f_i^n [-B_{i,1} \dots -B_{i,nb}] [f_1^k \dots f_{nb}^k]^T - \\
 &- \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} e_i^n [B_{i,1} \dots B_{i,nb}] [e_1^k \dots e_{nb}^k]^T - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{nr+1} e_i^n [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] [f_1^k \dots f_{nb}^k]^T \quad (B.32)
 \end{aligned}$$

Ou seja, tal como ocorre com a parte ativa, evidencia-se em (B.32) a influência dos demais participantes na injeção de potência reativa associada ao participante  $k$ ,  $\mathbf{Q}^k$ .



$$[\mathbf{Hq}_i^k]_{II} = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & \dots & 0 & & \\
 & \mathbf{0} & -G_{i,1} & \dots & -G_{i,nb} & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & \\
 0 & G_{i,1} & 0 & & & 0 & G_{i,1} & 0 & & 0 & G_{i,1} & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & G_{i,nb} & 0 & & & 0 & G_{i,nb} & 0 & & 0 & G_{i,nb} & 0 \\
 & & & & & & & & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 \mathbf{0} & -G_{i,1} & \dots & -G_{i,nb} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 \ddots & & & & & \ddots & & & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 \mathbf{0} & -G_{i,1} & \dots & -G_{i,nb} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & & & & & 
 \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} trans.k$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{trans.k}$

(B.36)

$$[\mathbf{Hq}_i^k]_{III} = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & \dots & 0 & & \\
 & \mathbf{0} & G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & \\
 0 & -G_{i,1} & 0 & & & 0 & -G_{i,1} & 0 & & 0 & -G_{i,1} & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & -G_{i,nb} & 0 & & & 0 & -G_{i,nb} & 0 & & 0 & -G_{i,nb} & 0 \\
 & & & & & & & & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 \mathbf{0} & G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 \ddots & & & & & \ddots & & & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & \\
 \mathbf{0} & G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & & & & & \\
 & & 0 & \dots & 0 & & & & & & & 
 \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} trans.k$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{trans.k}$

(B.37)



$$\mathbf{Q}^k = \mathbf{Qg}^k - \mathbf{Qd}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^t \cdot \mathbf{Hq}_1^k \\ \mathbf{x}^t \cdot \mathbf{Hq}_2^k \\ \vdots \\ \mathbf{x}^t \cdot \mathbf{Hq}_i^k \\ \vdots \\ \mathbf{x}^t \cdot \mathbf{Hq}_{nb}^k \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{B.41})$$

E, as equações de balanço de potência reativa para todos os participantes na forma quadrática são:

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}_I(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{Qg}_1^1 - \mathbf{Qd}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^1 - \mathbf{Qd}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_1^{ntr} - \mathbf{Qd}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^{ntr1} - \mathbf{Qd}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{Qg}_1^{pool} - \mathbf{Qd}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^{pool} - \mathbf{Qd}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \mathbf{Hq}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{B.42})$$

Pode-se notar que a representação (B.27) e (B.42) é semelhante à representação (B.1) e (B.2) e que as mesmas definem um fluxo de carga em função das transações de potência e mercado *pool*. Tal como visto no Capítulo IV, a equação (B.3) pode ser montada em função das componentes de tensão presentes no vetor  $\mathbf{x}$ . Desta forma, as relações entre as potências injetadas pelas transações e as tensões de barra do sistema são expressas através de um conjunto de equações quadráticas em  $\mathbf{x}$ .

### **B.3 Representação na Forma Quadrática das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa Formuladas de Acordo com as Tensões por Barra**

No Capítulo IV, as equações de balanço de potência ativa e reativa (4.51) e (4.52), as quais estão formuladas de acordo com as tensões por barra, são apresentadas em função da matriz  $\dot{\mathbf{Y}}$  ( $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{B}$ ) e do vetor  $\mathbf{x}$ . Pretende-se, nesta seção, representá-las, também, na forma quadrática em função de  $\mathbf{Jp}_i$ ,  $\mathbf{Jq}_i$  com  $i = 1, \dots, nb$  e  $\mathbf{x}$ .

**B.3.1 Representação das equações de potência ativa  $P_v(x) \cdot x$  na forma quadrática**

A equação (4.51) apresenta a forma geral de injeção de potência ativa englobando todos os participantes do mercado e formuladas de acordo com as tensões. Por simplicidade, toma-se o conjunto de equações referentes a apenas o participante  $k$ . Assim, parte da equação (4.51) expressa para apenas para o participante  $k$  é a seguinte:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}^k = & \left[ \begin{array}{c} e_1^k \cdot [G_{1,1}(e_1^1 + \dots + e_1^{pool}) + \dots + G_{1,nb}(e_{nb}^1 + \dots + e_{nb}^{pool}) - B_{1,1}(f_1^1 + \dots + f_1^{pool}) - \dots - B_{1,nb}(f_{nb}^1 + \dots + f_{nb}^{pool})] \\ \vdots \\ e_{nb}^k [G_{nb,1}(e_1^1 + \dots + e_1^{pool}) + \dots + G_{nb,nb}(e_{nb}^1 + \dots + e_{nb}^{pool}) - B_{nb,1}(f_1^1 + \dots + f_1^{pool}) - \dots - B_{nb,nb}(f_{nb}^1 + \dots + f_{nb}^{pool})] \end{array} \right] + \\
 + & \left[ \begin{array}{c} f_1^k [G_{1,1}(f_1^1 + \dots + f_1^{pool}) + \dots + G_{1,nb}(f_{nb}^1 + \dots + f_{nb}^{pool}) + B_{1,1}(e_1^1 + \dots + e_1^{pool}) + \dots + B_{1,nb}(e_{nb}^1 + \dots + e_{nb}^{pool})] \\ \vdots \\ f_{nb}^k [G_{nb,1}(f_1^1 + \dots + f_1^{pool}) + \dots + G_{nb,nb}(f_{nb}^1 + \dots + f_{nb}^{pool}) + B_{nb,1}(e_1^1 + \dots + e_1^{pool}) + \dots + B_{nb,nb}(e_{nb}^1 + \dots + e_{nb}^{pool})] \end{array} \right] \quad (B.43)
 \end{aligned}$$

Desenvolvendo apenas para a barra  $i$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
 Pg_i^k - Pd_i^k = & e_i^k \cdot (G_{i,1} \cdot e_1^k + \dots + G_{i,nb} \cdot e_{nb}^k - B_{i,1} \cdot f_1^k - \dots - B_{i,nb} \cdot f_{nb}^k) + \\
 & + f_i^k \cdot (G_{i,1} \cdot f_1^k + \dots + G_{i,nb} \cdot f_{nb}^k + B_{i,1} \cdot e_1^k + \dots + B_{i,nb} \cdot e_{nb}^k) + \\
 & + e_i^k \cdot \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} (G_{i,1} \cdot e_1^n + \dots + G_{i,nb} \cdot e_{nb}^n - B_{i,1} \cdot f_1^n - \dots - B_{i,nb} \cdot f_{nb}^n) + \\
 & + f_i^k \cdot \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} (G_{i,1} \cdot f_1^n + \dots + G_{i,nb} \cdot f_{nb}^n + B_{i,1} \cdot e_1^n + \dots + B_{i,nb} \cdot e_{nb}^n) \quad (B.44)
 \end{aligned}$$

As duas primeiras parcelas de (B.44) são equivalentes às duas primeiras parcelas da equação (B.8), ou seja, ela pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 Pg_i^k - Pd_i^k = & (\mathbf{x}^k)^T \cdot \mathbf{Jp}_i \cdot \mathbf{x}^k + \\
 & + e_i^k [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [e_1^n \dots e_{nb}^n]^T + e_i^k [-B_{i,1} \dots -B_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [f_1^n \dots f_{nb}^n]^T + \\
 & + f_i^k [B_{i,1} \dots B_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [e_1^n \dots e_{nb}^n]^T + f_i^k [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [f_1^n \dots f_{nb}^n]^T \quad (B.45)
 \end{aligned}$$

A segunda parcela da equação (B.45) pode ser representada na seguinte forma matricial:

$$e_i^k \cdot [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [e_1^n \dots e_{nb}^n]^T = \mathbf{e}^T \cdot [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_i \cdot \mathbf{e} \quad (B.46)$$

onde  $[\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_l$  é uma matriz constante, real, referente à barra  $i$  e transação  $k$ , de dimensão  $[nb(ntr+1) \times nb(ntr+1)]$ , com a seguinte estrutura:

$$[\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_l = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{cccccccc} & & 0 & G_{i,1} & 0 & & & \\ & \mathbf{0} & \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ & & 0 & G_{i,nb} & 0 & & & \\ 0 & \dots & 0 & & 0 & \dots & 0 & & 0 & \dots & 0 \\ G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} & \mathbf{0} & G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} & \ddots & G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} \\ 0 & \dots & 0 & & 0 & \dots & 0 & & 0 & \dots & 0 \\ & & 0 & G_{i,1} & 0 & & & & & & \\ \mathbf{0} & & \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} & & & \\ & & 0 & G_{i,nb} & 0 & & & & & & \\ \ddots & & & \ddots & & \ddots & & \ddots & & \ddots & \\ & & 0 & G_{i,1} & 0 & & & & & & \\ \mathbf{0} & & \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & & \mathbf{0} & & \mathbf{0} \\ & & 0 & G_{i,nb} & 0 & & & & & & \end{array} \right] \left. \vphantom{[\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_l} \right\} trans.k$$

trans.k

(B.47)

A quinta parcela da equação (B.45) pode ser representada na seguinte forma matricial:

$$f_i^k [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [f_1^n \dots f_{nb}^n]^T = \mathbf{f}^T \cdot [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_l \cdot \mathbf{f} \quad (B.48)$$

As terceira e quarta parcelas da equação (B.45) podem ser representadas na seguinte forma matricial:

$$e_i^k [-B_{i,1} \dots -B_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [f_1^n \dots f_{nb}^n]^T + f_i^k [B_{i,1} \dots B_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [e_1^n \dots e_{nb}^n]^T =$$

$$\mathbf{e}^T \cdot [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{II} \cdot \mathbf{f} + \mathbf{f}^T \cdot [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{III} \cdot \mathbf{e} \quad (B.49)$$

onde  $[\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{II}$  e  $[\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{III}$  são matrizes constantes, reais, referente à barra  $i$  e participante  $k$ , de dimensão  $[nb(ntr+1) \times nb(ntr+1)]$ , com as seguintes estruturas:

$$[\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{II} = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{cccccc} & & & 0 & B_{i,1} & 0 \\ & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ & \mathbf{0} & & 0 & B_{i,nb} & 0 \\ & & & & & & \ddots & & & & \mathbf{0} \\ 0 & \dots & 0 & & & & 0 & \dots & 0 & & 0 \\ -B_{i,1} & \dots & -B_{i,nb} & \mathbf{0} & & & -B_{i,1} & \dots & -B_{i,nb} & \ddots & -B_{i,1} & \dots & -B_{i,nb} \\ 0 & \dots & 0 & & & & 0 & \dots & 0 & & 0 & \dots & 0 \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} trans.k$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{trans.k} \tag{B.50}$$

$$[\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{III} = [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{II}^T \tag{B.51}$$

Repetindo-se as mesmas manipulações realizadas na seção B.2.1, quando se trabalhou com as equações de balanço de potência ativa, obtém-se:

$$Pg_i^k - Pd_i^k = \mathbf{x}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k \cdot \mathbf{x} \tag{B.52}$$

onde  $\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k$  é uma matriz constante, real, referente à barra  $i$  e participante  $k$ , de dimensão  $[2nb(ntr+1) \times 2nb(ntr+1)]$ , com a seguinte estrutura final.

$$\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k = \begin{bmatrix} [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_I & [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{II} \\ [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{III} & [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{IV} \end{bmatrix} \tag{B.53}$$

$$[\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_I = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{ccccccccc} & & & 0 & G_{i,1} & 0 & & & & \\ & & & \vdots & \vdots & \vdots & & & & \\ & & & 0 & G_{i,nb} & 0 & & & & \\ \mathbf{0} & \dots & 0 & & & & \mathbf{0} & \dots & & \mathbf{0} \\ G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} & [\mathbf{Jp}_i]_I & G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} & \dots & G_{i,1} & \dots & G_{i,nb} \\ 0 & \dots & 0 & & & & 0 & \dots & 0 & & 0 \\ & & & 0 & G_{i,1} & 0 & & & & & \\ \mathbf{0} & & & \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{0} & & & & \mathbf{0} \\ & & & 0 & G_{i,nb} & 0 & & & & & \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots & & & & \vdots \\ & & & 0 & G_{i,1} & 0 & & & & & \\ \mathbf{0} & & & \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & & & \mathbf{0} \\ & & & 0 & G_{i,nb} & 0 & & & & & \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} trans.k$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{trans.k}$

(B.54)

$$[\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{II} = \frac{1}{2} \left[ \begin{array}{ccccccccc} & & & 0 & B_{i,1} & 0 & & & & \\ & & & \vdots & \vdots & \vdots & & & & \\ & & & 0 & B_{i,nb} & 0 & & & & \\ \mathbf{0} & \dots & 0 & & & & \mathbf{0} & \dots & & \mathbf{0} \\ -B_{i,1} & \dots & -B_{i,nb} & [\mathbf{Jp}_i]_{II} & -B_{i,1} & \dots & -B_{i,nb} & \dots & -B_{i,1} & \dots & -B_{i,nb} \\ 0 & \dots & 0 & & & & 0 & \dots & 0 & & 0 \\ & & & 0 & B_{i,1} & 0 & & & & & \\ \mathbf{0} & & & \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{0} & & & & \mathbf{0} \\ & & & 0 & B_{i,nb} & 0 & & & & & \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots & & & & \vdots \\ & & & 0 & B_{i,1} & 0 & & & & & \\ \mathbf{0} & & & \vdots & \vdots & \vdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & & & \mathbf{0} \\ & & & 0 & B_{i,nb} & 0 & & & & & \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} trans.k$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{trans.k}$

(B.55)



A representação dos valores de injeção para todas as barras de um determinado participante  $k$  é a seguinte:

$$\mathbf{P}^k = \mathbf{P}\mathbf{g}^k - \mathbf{P}\mathbf{d}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_1^k \\ \mathbf{x}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_2^k \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_{nb}^k \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{B.58})$$

E, as equações de balanço de potência ativa para todos os usuários na forma quadrática são:

$$\mathbf{P}\mathbf{g} - \mathbf{P}\mathbf{d} = \mathbf{P}_v(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}\mathbf{g}_1^1 - \mathbf{P}\mathbf{d}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}\mathbf{g}_{nb}^1 - \mathbf{P}\mathbf{d}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{P}\mathbf{g}_1^{ntr} - \mathbf{P}\mathbf{d}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{P}\mathbf{g}_{nb}^{ntr} - \mathbf{P}\mathbf{d}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{P}\mathbf{g}_1^{pool} - \mathbf{P}\mathbf{d}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{P}\mathbf{g}_{nb}^{pool} - \mathbf{P}\mathbf{d}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{B.59})$$

### B.3.2 Representação das equações de potência reativa $\mathbf{Q}_v(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x}$ na forma quadrática

A equação (4.52) apresenta a forma geral de injeção de potência reativa englobando todos os participantes do mercado e formuladas de acordo com as tensões. Por simplicidade, toma-se o conjunto de equações referentes a apenas o participante  $k$ . Assim, parte da equação (4.52) expressa para apenas para o participante  $k$  é a seguinte:

$$\mathbf{Q}^k = \begin{bmatrix} f_1^k [G_{1,1}(e_1^1 + \dots + e_1^{Pool}) + \dots + G_{1,nb}(e_{nb}^1 + \dots + e_{nb}^{Pool}) - B_{1,1}(f_1^1 + \dots + f_1^{Pool}) - \dots - B_{1,nb}(f_{nb}^1 + \dots + f_{nb}^{Pool})] \\ \vdots \\ f_{nb}^k [G_{nb,1}(e_1^1 + \dots + e_1^{Pool}) + \dots + G_{nb,nb}(e_{nb}^1 + \dots + e_{nb}^{Pool}) - B_{nb,1}(f_1^1 + \dots + f_1^{Pool}) - \dots - B_{nb,nb}(f_{nb}^1 + \dots + f_{nb}^{Pool})] \\ \vdots \\ e_1^k [G_{1,1}(f_1^1 + \dots + f_1^{Pool}) + \dots + G_{1,nb}(f_{nb}^1 + \dots + f_{nb}^{Pool}) + B_{1,1}(e_1^1 + \dots + e_1^{Pool}) + \dots + B_{1,nb}(e_{nb}^1 + \dots + e_{nb}^{Pool})] \\ \vdots \\ e_{nb}^k [G_{nb,1}(f_1^1 + \dots + f_1^{Pool}) + \dots + G_{nb,nb}(f_{nb}^1 + \dots + f_{nb}^{Pool}) + B_{nb,1}(e_1^1 + \dots + e_1^{Pool}) + \dots + B_{nb,nb}(e_{nb}^1 + \dots + e_{nb}^{Pool})] \end{bmatrix} \quad (\text{B.60})$$

Desenvolvendo apenas para a barra  $i$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
 Qg_i^k - Qd_i^k = & f_i^k \cdot (G_{i,1} \cdot e_1^k + \dots + G_{i,nb} \cdot e_{nb}^k - B_{i,1} \cdot f_1^k - \dots - B_{i,nb} \cdot f_{nb}^k) + \\
 & + e_i^k \cdot (G_{i,1} \cdot f_1^k + \dots + G_{i,nb} \cdot f_{nb}^k + B_{i,1} \cdot e_1^k + \dots + B_{i,nb} \cdot e_{nb}^k) + \\
 & + f_i^k [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [e_1^n \dots e_{nb}^n]^T + f_i^k [-B_{i,1} \dots -B_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [f_1^n \dots f_{nb}^n]^T - \\
 & - e_i^k [B_{i,1} \dots B_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [e_1^n \dots e_{nb}^n]^T - e_i^k [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [f_1^n \dots f_{nb}^n]^T \quad (B.61)
 \end{aligned}$$

As duas primeiras parcelas do lado direito de (B.61) são equivalentes às duas primeiras parcelas da equação (B.30), ou seja, ela pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 Qg_i^k - Qd_i^k = & (\mathbf{x}^k)^T \cdot \mathbf{Jq}_i \cdot \mathbf{x}^k + \\
 & + f_i^k [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [e_1^n \dots e_{nb}^n]^T + f_i^k [-B_{i,1} \dots -B_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [f_1^n \dots f_{nb}^n]^T - \\
 & - e_i^k [B_{i,1} \dots B_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [e_1^n \dots e_{nb}^n]^T - e_i^k [G_{i,1} \dots G_{i,nb}] \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^{ntr+1} [f_1^n \dots f_{nb}^n]^T \quad (B.62)
 \end{aligned}$$

Convenientes manipulações também podem ser feitas nas duas últimas parcelas da equação (B.62) tal como para a parte ativa obtendo-se:

$$Qg_i^k - Qd_i^k = \mathbf{x}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_i^k \cdot \mathbf{x} \quad (B.63)$$

onde

$\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_i^k$ : matriz constante, real, referente à barra  $i$  e transação  $k$ , de dimensão  $[2nb(ntr+1) \times 2nb(ntr+1)]$ , com a seguinte estrutura final:

$$\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_i^k = \begin{bmatrix} [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_i^k]_I & [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_i^k]_{II} \\ [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_i^k]_{III} & [\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{p}_i^k]_{IV} \end{bmatrix} \quad (B.64)$$

onde





Ou seja, a equação (B.60) está apresentada na forma quadrática, e representa a equação de balanço de potência reativa relativa à barra  $i$  e participante  $k$ .

Desenvolvendo de forma análoga à injeção de potência ativa, a representação dos valores de injeção de potência reativa para todas as barras de um determinado participante  $k$  é a seguinte:

$$\mathbf{Q}^k = \mathbf{Qg}^k - \mathbf{Qd}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_1^k \\ \mathbf{x}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_2^k \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_i^k \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \cdot \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_{nb}^k \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{B.69})$$

E, as equações de balanço de potência reativa para todos os participantes na forma quadrática são:

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}_v(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{Qg}_1^1 - \mathbf{Qd}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^1 - \mathbf{Qd}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_1^{ntr} - \mathbf{Qd}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^{ntr} - \mathbf{Qd}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{Qg}_1^{pool} - \mathbf{Qd}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{Qg}_{nb}^{pool} - \mathbf{Qd}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_1^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_{nb}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_1^{ntr} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_{nb}^{ntr} \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_1^{pool} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{q}_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{B.70})$$

## APÊNDICE C

### Análise do Custo Marginal das Barras por Usuário

#### C.1 Introdução

Segundo o Capítulo VII, caso um critério de despacho centralizado seja utilizado, os custos marginais de potência ativa e reativa nas barras por participante são iguais aos multiplicadores de Lagrange referentes às equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa por participante. Nesse capítulo, verificou-se que, para as barras de geração, os custos marginais de geração por participante são iguais, ou seja, o custo marginal da barra  $i$  é o mesmo para todas as transações e para o *pool*. Este Apêndice tem como objetivo comprovar o comportamento dos custos marginais não só para as barras de geração, mas também para as barras de carga. Para tanto, é feito um estudo detalhado da condição de otimalidade referente a  $\partial L/\partial \mathbf{x}$ .

#### C.2 Comportamento dos Custos Marginais de Geração

A partir do Lagrangeano desenvolvido no Capítulo VII é possível obter uma das condições de KKT que é a derivada de  $L$  em relação a  $\mathbf{x}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = & \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} \lambda p_i^k [\mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{p}_i^k \mathbf{x} - P g_i^k + P d_i^k] \right\} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} \lambda q_i^k [\mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{q}_i^k \mathbf{x} - Q g_i^k + Q d_i^k] \right\} + \\ & \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ \sum_{i=1}^{nb} \bar{\pi} v_i [\mathbf{x}^T \mathbf{M}_i \mathbf{x} - \bar{V}_i - s v_i] + \sum_{i=1}^{nb} \bar{\pi} v_i [\mathbf{x}^T \mathbf{M}_i \mathbf{x} - \bar{V}_i + s v_i] \right\} + \lambda d \sum_{k=1}^{ntr+1} f_{ref}^k + \\ & \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ \sum_{n=1}^{nl} \pi p l_n [P l_n(\mathbf{x}) - \underline{P} l_n - s p l_n] + \sum_{n=1}^{nl} \bar{\pi} p l_n [P l_n(\mathbf{x}) - \bar{P} l_n + s p l_n] \right\} \end{aligned} \quad (C.1)$$

A equação (C.1) pode ser dividida em um soma de várias parcelas tais como:

$$\frac{\partial L p}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} \lambda p_i^k [\mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{p}_i^k \mathbf{x} - P g_i^k + P d_i^k] \right\} \quad (C.2)$$

$$\frac{\partial L q}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ \sum_{i=1}^{nb} \sum_{k=1}^{ntr+1} \lambda q_i^k [\mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{q}_i^k \mathbf{x} - Q g_i^k + Q d_i^k] \right\} \quad (C.3)$$

$$\frac{\partial L v}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ \sum_{i=1}^{nb} \bar{\pi} v_i [\mathbf{x}^T \mathbf{M}_i \mathbf{x} - \bar{V}_i - s v_i] + \sum_{i=1}^{nb} \bar{\pi} v_i [\mathbf{x}^T \mathbf{M}_i \mathbf{x} - \bar{V}_i + s v_i] \right\} \quad (C.4)$$

$$\frac{\partial L p l}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ \sum_{n=1}^{nl} \pi p l_n [P l_n(\mathbf{x}) - \underline{P} l_n - s p l_n] + \sum_{n=1}^{nl} \bar{\pi} p l_n [P l_n(\mathbf{x}) - \bar{P} l_n + s p l_n] \right\} \quad (C.5)$$

$$\frac{\partial Ld}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ \lambda d \sum_{k=1}^{ntr+1} f_{ref}^k \right\} \quad (C.6)$$

Assim,

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial Lp}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial Lq}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial Lv}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial Lpl}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial Ld}{\partial \mathbf{x}} \quad (C.7)$$

Cada uma das parcelas da equação (C.7) são a seguir analisadas:

a) Parcela Referente às Restrições de Tensão

Desenvolvendo matricialmente a equação (C.4):

$$\frac{\partial Lv}{\partial \mathbf{x}} = 2 \cdot \left[ \begin{array}{ccc} \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{x} & \dots & \mathbf{M}_{nb} \cdot \mathbf{x} \end{array} \right] \cdot (\overline{\pi \mathbf{v}} + \underline{\pi \mathbf{v}}) \quad (C.8)$$

Mais detalhadamente tem-se:

$$\left[ \begin{array}{ccc} \mathbf{M}_1 \mathbf{x} & \dots & \mathbf{M}_{nb} \mathbf{x} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{ccc} (e_1^{\text{tot}})^2 & 0 & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & (e_{nb}^{\text{tot}})^2 \\ & \ddots & \\ (e_1^{\text{tot}})^2 & 0 & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & (e_{nb}^{\text{tot}})^2 \\ & \ddots & \\ (f_1^{\text{tot}})^2 & 0 & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & (f_{nb}^{\text{tot}})^2 \\ & \ddots & \\ (f_1^{\text{tot}})^2 & 0 & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & (f_{nb}^{\text{tot}})^2 \end{array} \right] \quad (C.9)$$

Substituindo (C.9) em (C.8) e desenvolvendo:

$$\frac{\partial L_V}{\partial \mathbf{x}} = 2 \begin{bmatrix} (e_1^{tot})^2 (\overline{\pi v_1} + \underline{\pi v_1}) \\ \vdots \\ (e_{nb}^{tot})^2 (\overline{\pi v_{nb}} + \underline{\pi v_{nb}}) \\ \vdots \\ (e_1^{tot})^2 (\overline{\pi v_1} + \underline{\pi v_1}) \\ \vdots \\ (e_{nb}^{tot})^2 (\overline{\pi v_{nb}} + \underline{\pi v_{nb}}) \\ (f_1^{tot})^2 (\overline{\pi v_1} + \underline{\pi v_1}) \\ \vdots \\ (f_{nb}^{tot})^2 (\overline{\pi v_{nb}} + \underline{\pi v_{nb}}) \\ \vdots \\ (f_1^{tot})^2 (\overline{\pi v_1} + \underline{\pi v_1}) \\ \vdots \\ (f_{nb}^{tot})^2 (\overline{\pi v_{nb}} + \underline{\pi v_{nb}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\frac{\partial L_V^R}{\partial \mathbf{x}}] \\ \vdots \\ [\frac{\partial L_V^R}{\partial \mathbf{x}}] \\ [\frac{\partial L_V^I}{\partial \mathbf{x}}] \\ \vdots \\ [\frac{\partial L_V^I}{\partial \mathbf{x}}] \end{bmatrix} \quad (C.10)$$

Da análise da equação (C.10), observa-se que a primeira metade de  $\partial L_V / \partial \mathbf{x}$ , que corresponde às derivadas em relação às componentes reais de tensão, é formada por vetores  $\partial L_V^R / \partial \mathbf{x}$  que se repetem  $(ntr+1)$  vezes. Observa-se o mesmo comportamento na segunda metade de  $\partial L_V / \partial \mathbf{x}$ , que corresponde às componentes imaginárias de tensão, que são formadas por vetores  $\partial L_V^I / \partial \mathbf{x}$  que se repetem  $(ntr+1)$  vezes.

b) Parcela Referente às Restrições de Fluxo nas Linhas

A equação (C.5) na forma matricial é a seguinte;

$$\frac{\partial L_{pl}}{\partial \mathbf{x}} = \left[ \frac{\partial \mathbf{PI}_{im}^{total}}{\partial \mathbf{x}} \right]^T (\underline{\pi pl} + \overline{\pi pl}) \quad (C.11)$$

onde

$$\mathbf{PI}_{im} = \text{real}\{ \text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{V}}^{total}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*) \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}) \cdot (\mathbf{Af} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{At})^T \cdot (\mathbf{V}^{total})^*] \} \quad (C.12)$$

Na forma retangular e considerando que  $\dot{\mathbf{\Gamma}}_x = \mathbf{\Gamma}_e + j \cdot \mathbf{\Gamma}_f$  (equações (4.40) e (4.41)):

$$\mathbf{PI}_{im}^{total} = \text{real}\{ \text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{\Gamma}}_x \cdot \mathbf{x}) [\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*) \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}) (\mathbf{Af} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{At})^T (\dot{\mathbf{\Gamma}}_x \cdot \mathbf{x})^*] \} \quad (C.13)$$

e,

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{PI}_{im}^{total}}{\partial \mathbf{x}} \right]^T = \text{real}\{ (\dot{\mathbf{\Gamma}}_x^*)^T [\text{diag}(\mathbf{Af}^T \cdot \dot{\mathbf{\Gamma}}_x \cdot \mathbf{x}) \text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*) \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}) (\mathbf{Af} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{At})^T ]^T + (\dot{\mathbf{\Gamma}}_x)^T [\text{diag}(\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{I}^*) \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}) (\mathbf{Af} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{At})^T (\dot{\mathbf{\Gamma}}_x \cdot \mathbf{x})^*) \mathbf{Af}^T ]^T \} \quad (C.14)$$

Para simplificar definem-se:

$$\dot{\mathbf{\Omega}}_1 = [\text{diag}(\mathbf{Af}' \cdot \dot{\mathbf{\Gamma}}_x \cdot \mathbf{x}) \text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{1}^*) \text{diag}(\dot{\mathbf{t}})(\mathbf{Af} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{At})^T]^T \quad (\text{C.15})$$

$$\dot{\mathbf{\Omega}}_2 = [\text{diag}(\text{diag}(\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{1}^*) \text{diag}(\dot{\mathbf{t}})(\mathbf{Af} \cdot \text{diag}(\dot{\mathbf{t}}^*) - \mathbf{At})^T (\dot{\mathbf{\Gamma}}_x \cdot \mathbf{x})^*) \mathbf{Af}^T]^T \quad (\text{C.16})$$

onde  $\dot{\mathbf{\Omega}}_1$  e  $\dot{\mathbf{\Omega}}_2$  são matrizes de dimensão  $(nb \times nl)$ .

Substituindo (C.15) e (C.16) em (C.14) e depois em (C.11):

$$\frac{\partial Lpl}{\partial \mathbf{x}} = \text{real}\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} [(\dot{\mathbf{\Gamma}}_x^*)^T \dot{\mathbf{\Omega}}_1 + (\dot{\mathbf{\Gamma}}_x)^T \dot{\mathbf{\Omega}}_2] \right\}^T [\underline{\pi pl} + \overline{\pi pl}] \quad (\text{C.17})$$

Desenvolvendo a equação (C.17):

$$\frac{\partial Lpl}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial Lpl}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \text{real}\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} [\dot{\mathbf{\Omega}}_1 + \dot{\mathbf{\Omega}}_2]^T \right\} (\underline{\pi pl} + \overline{\pi pl}) \\ \vdots \\ \text{real}\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} [\dot{\mathbf{\Omega}}_1 + \dot{\mathbf{\Omega}}_2]^T \right\} (\underline{\pi pl} + \overline{\pi pl}) \\ \text{real}\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} [-j \cdot \dot{\mathbf{\Omega}}_1 + j \cdot \dot{\mathbf{\Omega}}_2]^T \right\} (\underline{\pi pl} + \overline{\pi pl}) \\ \vdots \\ \text{real}\left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} [-j \cdot \dot{\mathbf{\Omega}}_1 + j \cdot \dot{\mathbf{\Omega}}_2]^T \right\} (\underline{\pi pl} + \overline{\pi pl}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial Lpl^R}{\partial \mathbf{x}} \right] \\ \vdots \\ \left[ \frac{\partial Lpl^R}{\partial \mathbf{x}} \right] \\ \left[ \frac{\partial Lpl^I}{\partial \mathbf{x}} \right] \\ \vdots \\ \left[ \frac{\partial Lpl^I}{\partial \mathbf{x}} \right] \end{bmatrix} \quad (\text{C.18})$$

Da análise da equação (C.18), observa-se que a primeira metade de  $\partial Lpl/\partial \mathbf{x}$  é formada por vetores  $\partial Lpl^R/\partial \mathbf{x}$  que se repetem  $(ntr+1)$  vezes e que a segunda metade de  $\partial Lpl/\partial \mathbf{x}$  é formada por vetores  $\partial Lpl^I/\partial \mathbf{x}$  que se repetem  $(ntr+1)$  vezes, de modo semelhante a  $\partial Lv/\partial \mathbf{x}$ .

c) Parcela Referente à restrição angular

$$\frac{\partial Ld}{\partial \mathbf{x}} = \lambda d \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \lambda d \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ \lambda d \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \lambda d \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial Ld^R}{\partial \mathbf{x}} \right] \\ \vdots \\ \left[ \frac{\partial Ld^R}{\partial \mathbf{x}} \right] \\ \left[ \frac{\partial Ld^I}{\partial \mathbf{x}} \right] \\ \vdots \\ \left[ \frac{\partial Ld^I}{\partial \mathbf{x}} \right] \end{bmatrix} \quad (\text{C.19})$$

d) Parcela Referente às Equações de Balanço de Potência

Na forma matricial, pode-se representar a equação (C.2) do seguinte modo:

$$\frac{\partial Lp}{\partial \mathbf{x}} = [ \lambda p_1^1 \mathbf{H}p_1^1 \mathbf{x} \quad \dots \quad \lambda p_{nb}^1 \mathbf{H}p_{nb}^1 \mathbf{x} \quad \dots \quad \lambda p_1^{pool} \mathbf{H}p_1^{pool} \mathbf{x} \quad \dots \quad \lambda p_{nb}^{pool} \mathbf{H}p_{nb}^{pool} \mathbf{x} ] \quad (C.20)$$

Do Apêndice B (equação B.24), observa-se que a estrutura da matriz  $\mathbf{H}p_i^k$  é:

$$\mathbf{H}p_i^k = \begin{bmatrix} [\mathbf{H}p_i^k]_I & [\mathbf{H}p_i^k]_{II} \\ [\mathbf{H}p_i^k]_{III} & [\mathbf{H}p_i^k]_{IV} \end{bmatrix} \quad (C.21)$$

Substituindo a equação (C.21) em (C.20) e substituindo as variáveis  $\mathbf{e}$  e  $\mathbf{f}$  no lugar de  $\mathbf{x}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Lp}{\partial \mathbf{x}} = & \left\{ \begin{bmatrix} \lambda p_1^1 [\mathbf{H}p_1^1]_I \mathbf{e} + \lambda p_1^1 [\mathbf{H}p_1^1]_{II} \mathbf{f} \\ \lambda p_1^1 [\mathbf{H}p_1^1]_{III} \mathbf{e} + \lambda p_1^1 [\mathbf{H}p_1^1]_{IV} \mathbf{f} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{H}p_{nb}^1]_I \mathbf{e} + \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{H}p_{nb}^1]_{II} \mathbf{f} \\ \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{H}p_{nb}^1]_{III} \mathbf{e} + \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{H}p_{nb}^1]_{IV} \mathbf{f} \end{bmatrix} + \dots + \right. \\ & \left. \begin{bmatrix} \lambda p_1^{pool} [\mathbf{H}p_1^{pool}]_I \mathbf{e} + \lambda p_1^{pool} [\mathbf{H}p_1^{pool}]_{II} \mathbf{f} \\ \lambda p_1^{pool} [\mathbf{H}p_1^{pool}]_{III} \mathbf{e} + \lambda p_1^{pool} [\mathbf{H}p_1^{pool}]_{IV} \mathbf{f} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \lambda p_{nb}^{pool} [\mathbf{H}p_{nb}^{pool}]_I \mathbf{e} + \lambda p_{nb}^{pool} [\mathbf{H}p_{nb}^{pool}]_{II} \mathbf{f} \\ \lambda p_{nb}^{pool} [\mathbf{H}p_{nb}^{pool}]_{III} \mathbf{e} + \lambda p_{nb}^{pool} [\mathbf{H}p_{nb}^{pool}]_{IV} \mathbf{f} \end{bmatrix} \right\} \quad (C.22) \end{aligned}$$

Separando  $\partial Lp / \partial \mathbf{x}$  em duas componentes tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}} = & \{ \lambda p_1^1 [\mathbf{H}p_1^1]_I \mathbf{e} + \dots + \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{H}p_{nb}^1]_I \mathbf{e} + \dots + \lambda p_1^{pool} [\mathbf{H}p_1^{pool}]_I \mathbf{e} + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} [\mathbf{H}p_{nb}^{pool}]_I \mathbf{e} + \\ & + \lambda p_1^1 [\mathbf{H}p_1^1]_{II} \mathbf{f} + \dots + \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{H}p_{nb}^1]_{II} \mathbf{f} + \dots + \lambda p_1^{pool} [\mathbf{H}p_1^{pool}]_{II} \mathbf{f} + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} [\mathbf{H}p_{nb}^{pool}]_{II} \mathbf{f} \} \quad (C.23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}} = & \{ \lambda p_1^1 [\mathbf{H}p_1^1]_{III} \mathbf{e} + \dots + \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{H}p_{nb}^1]_{III} \mathbf{e} + \dots + \lambda p_1^{pool} [\mathbf{H}p_1^{pool}]_{III} \mathbf{e} + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} [\mathbf{H}p_{nb}^{pool}]_{III} \mathbf{e} + \\ & + \lambda p_1^1 [\mathbf{H}p_1^1]_{IV} \mathbf{f} + \dots + \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{H}p_{nb}^1]_{IV} \mathbf{f} + \dots + \lambda p_1^{pool} [\mathbf{H}p_1^{pool}]_{IV} \mathbf{f} + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} [\mathbf{H}p_{nb}^{pool}]_{IV} \mathbf{f} \} \quad (C.24) \end{aligned}$$

Do Apêndice B, equação (B.25), sabe-se que:

$$[\mathbf{H}p_i^k]_I = [\mathbf{H}p_i^k]_{IV} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{H}_{Gi} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{H}_{Gi}^T & [\mathbf{J}p_i]_I & \dots & \mathbf{H}_{Gi}^T \\ 0 & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{Gi} & \dots & 0 \end{bmatrix}^{trans.k} \quad (C.25)$$

$$[\mathbf{H}p_i^k]_{II} = [\mathbf{H}p_i^k]_{III}^T = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{H}_{Bi} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{H}_{Bi}^T & [\mathbf{J}p_i]_{II} & \dots & \mathbf{H}_{Bi}^T \\ 0 & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & -\mathbf{H}_{Bi} & \dots & 0 \end{bmatrix}^{trans.k} \quad (C.26)$$

onde

$$\mathbf{H}_{Gi} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ & & \ddots & & \\ G_{i,1} & \dots & G_{i,1} & \dots & G_{i,1} \\ & & \ddots & & \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (C.27)$$

$$-\mathbf{H}_{Bi} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ & & \ddots & & \\ -B_{i,1} & \dots & -B_{i,1} & \dots & -B_{i,1} \\ & & \ddots & & \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (C.28)$$

Então, substituindo (C.27) e (C.28) em (C.25) e (C.26) e o resultado em (C.23) e (C.24) tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}} = & \frac{1}{2} \{ \lambda p_1^1 \begin{bmatrix} [\mathbf{Jp}_1]_I & \mathbf{H}_{G1}^T & \dots & \mathbf{H}_{G1}^T \\ \mathbf{H}_{G1} & & & \mathbf{0} \\ \vdots & & & \\ \mathbf{H}_{G1} & & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \lambda p_{nb}^1 \begin{bmatrix} [\mathbf{Jp}_{nb}]_I & \mathbf{H}_{Gnb}^T & \dots & \mathbf{H}_{Gnb}^T \\ \mathbf{H}_{Gnb} & & & \mathbf{0} \\ \vdots & & & \\ \mathbf{H}_{Gnb} & & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \\ & \lambda p_1^{pool} \begin{bmatrix} & & \mathbf{H}_{G1} \\ & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{G1} \\ & & \vdots \\ \mathbf{H}_{G1}^T & \mathbf{H}_{G1}^T & \dots & [\mathbf{Jp}_1]_I \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} \begin{bmatrix} & & \mathbf{H}_{Gnb} \\ & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{Gnb} \\ & & \vdots \\ \mathbf{H}_{Gnb}^T & \mathbf{H}_{Gnb}^T & \dots & [\mathbf{Jp}_{nb}]_I \end{bmatrix} \mathbf{e} + \\ & \lambda p_1^1 \begin{bmatrix} [\mathbf{Jp}_1]_{II} & \mathbf{H}_{B1}^T & \dots & \mathbf{H}_{B1}^T \\ -\mathbf{H}_{B1} & & & \mathbf{0} \\ \vdots & & & \\ -\mathbf{H}_{B1} & & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \lambda p_{nb}^1 \begin{bmatrix} [\mathbf{Jp}_{nb}]_{II} & \mathbf{H}_{Bnb}^T & \dots & \mathbf{H}_{Bnb}^T \\ -\mathbf{H}_{Bnb} & & & \mathbf{0} \\ \vdots & & & \\ -\mathbf{H}_{Bnb} & & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \\ & \lambda p_1^{pool} \begin{bmatrix} & & -\mathbf{H}_{B1} \\ & \mathbf{0} & -\mathbf{H}_{B1} \\ & & \vdots \\ \mathbf{H}_{B1}^T & \mathbf{H}_{B1}^T & \dots & [\mathbf{Jp}_1]_{II} \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} \begin{bmatrix} & & -\mathbf{H}_{Bnb} \\ & \mathbf{0} & -\mathbf{H}_{Bnb} \\ & & \vdots \\ \mathbf{H}_{Bnb}^T & \mathbf{H}_{Bnb}^T & \dots & [\mathbf{Jp}_{nb}]_{II} \end{bmatrix} \mathbf{f} \} \quad (C.29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}} = & \frac{1}{2} \left\{ \lambda p_1^I \begin{bmatrix} [\mathbf{J}p_1]_I & -\mathbf{H}_{B1}^T & \dots & -\mathbf{H}_{B1}^T \\ \mathbf{H}_{B1} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ \mathbf{H}_{B1} & & & \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \lambda p_{nb}^I \begin{bmatrix} [\mathbf{J}p_{nb}]_I & -\mathbf{H}_{Bnb}^T & \dots & -\mathbf{H}_{Bnb}^T \\ \mathbf{H}_{Bnb} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ \mathbf{H}_{Bnb} & & & \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \right. \\
 & \lambda p_1^{pool} \begin{bmatrix} & & \mathbf{H}_{B1} \\ & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{B1} \\ & & \vdots \\ -\mathbf{H}_{B1}^T & -\mathbf{H}_{B1}^T & \dots & [\mathbf{J}p_1]_I \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} \begin{bmatrix} & & \mathbf{H}_{Bnb} \\ & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{Bnb} \\ & & \vdots \\ -\mathbf{H}_{Bnb}^T & -\mathbf{H}_{Bnb}^T & \dots & [\mathbf{J}p_{nb}]_I \end{bmatrix} \mathbf{e} + \\
 & \lambda p_1^I \begin{bmatrix} [\mathbf{J}p_1]_{II} & \mathbf{H}_{G1}^T & \dots & \mathbf{H}_{G1}^T \\ \mathbf{H}_{G1} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ \mathbf{H}_{G1} & & & \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \lambda p_{nb}^I \begin{bmatrix} [\mathbf{J}p_{nb}]_{II} & \mathbf{H}_{Gnb}^T & \dots & \mathbf{H}_{Gnb}^T \\ \mathbf{H}_{Gnb} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ \mathbf{H}_{Gnb} & & & \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \\
 & \left. \lambda p_1^{pool} \begin{bmatrix} & & \mathbf{H}_{G1} \\ & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{G1} \\ & & \vdots \\ \mathbf{H}_{G1}^T & \mathbf{H}_{G1}^T & \dots & [\mathbf{J}p_1]_{II} \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} \begin{bmatrix} & & \mathbf{H}_{Gnb} \\ & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{Gnb} \\ & & \vdots \\ \mathbf{H}_{Gnb}^T & \mathbf{H}_{Gnb}^T & \dots & [\mathbf{J}p_{nb}]_{II} \end{bmatrix} \mathbf{f} \right\} \quad (C.30)
 \end{aligned}$$

Relações semelhantes são obtidas para  $\partial Lq/\partial \mathbf{x}$  :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}} = & \frac{1}{2} \left\{ \lambda q_1^I \begin{bmatrix} [\mathbf{J}q_1]_I & -\mathbf{H}_{B1}^T & \dots & -\mathbf{H}_{B1}^T \\ -\mathbf{H}_{B1} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ -\mathbf{H}_{B1} & & & \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \lambda q_{nb}^I \begin{bmatrix} [\mathbf{J}q_{nb}]_I & -\mathbf{H}_{Bnb}^T & \dots & -\mathbf{H}_{Bnb}^T \\ -\mathbf{H}_{Bnb} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ -\mathbf{H}_{Bnb} & & & \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \right. \\
 & \lambda q_1^{pool} \begin{bmatrix} & & -\mathbf{H}_{B1} \\ & \mathbf{0} & -\mathbf{H}_{B1} \\ & & \vdots \\ -\mathbf{H}_{B1}^T & -\mathbf{H}_{B1}^T & \dots & [\mathbf{J}q_1]_I \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \lambda q_{nb}^{pool} \begin{bmatrix} & & -\mathbf{H}_{Bnb} \\ & \mathbf{0} & -\mathbf{H}_{Bnb} \\ & & \vdots \\ -\mathbf{H}_{Bnb}^T & -\mathbf{H}_{Bnb}^T & \dots & [\mathbf{J}q_{nb}]_I \end{bmatrix} \mathbf{e} + \\
 & \lambda q_1^I \begin{bmatrix} [\mathbf{J}q_1]_{II} & \mathbf{H}_{G1}^T & \dots & \mathbf{H}_{G1}^T \\ -\mathbf{H}_{G1} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ -\mathbf{H}_{G1} & & & \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \lambda q_{nb}^I \begin{bmatrix} [\mathbf{J}q_{nb}]_{II} & \mathbf{H}_{Gnb}^T & \dots & \mathbf{H}_{Gnb}^T \\ -\mathbf{H}_{Gnb} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ -\mathbf{H}_{Gnb} & & & \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \\
 & \left. \lambda q_1^{pool} \begin{bmatrix} & & -\mathbf{H}_{G1} \\ & \mathbf{0} & -\mathbf{H}_{G1} \\ & & \vdots \\ \mathbf{H}_{G1}^T & \mathbf{H}_{G1}^T & \dots & [\mathbf{J}q_1]_{II} \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \lambda q_{nb}^{pool} \begin{bmatrix} & & -\mathbf{H}_{Gnb} \\ & \mathbf{0} & -\mathbf{H}_{Gnb} \\ & & \vdots \\ \mathbf{H}_{Gnb}^T & \mathbf{H}_{Gnb}^T & \dots & [\mathbf{J}q_{nb}]_{II} \end{bmatrix} \mathbf{f} \right\} \quad (C.31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Lq^I}{\partial \mathbf{x}} = \frac{1}{2} \{ & \lambda q_1^I \begin{bmatrix} [\mathbf{Jq}_1]_{III} & -\mathbf{H}_{G1}^T & \dots & -\mathbf{H}_{G1}^T \\ \mathbf{H}_{G1} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ \mathbf{H}_{G1} & & & \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \lambda q_{nb}^I \begin{bmatrix} [\mathbf{Jq}_{nb}]_{III} & -\mathbf{H}_{Gnb}^T & \dots & -\mathbf{H}_{Gnb}^T \\ \mathbf{H}_{Gnb} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ \mathbf{H}_{Gnb} & & & \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \\
 & \lambda q_1^{pool} \begin{bmatrix} & & & \mathbf{H}_{G1} \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{H}_{G1} \\ & & & \vdots \\ -\mathbf{H}_{G1}^T & -\mathbf{H}_{G1}^T & \dots & [\mathbf{Jq}_1]_{III} \end{bmatrix} \mathbf{e} + \dots + \lambda q_{nb}^{pool} \begin{bmatrix} & & & \mathbf{H}_{Gnb} \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{H}_{Gnb} \\ & & & \vdots \\ -\mathbf{H}_{Gnb}^T & -\mathbf{H}_{Gnb}^T & \dots & [\mathbf{Jq}_{nb}]_{III} \end{bmatrix} \mathbf{e} + \\
 & \lambda q_1^I \begin{bmatrix} [\mathbf{Jq}_1]_{IV} & -\mathbf{H}_{B1}^T & \dots & -\mathbf{H}_{B1}^T \\ -\mathbf{H}_{B1} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ -\mathbf{H}_{B1} & & & \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \lambda q_{nb}^I \begin{bmatrix} [\mathbf{Jq}_{nb}]_{IV} & -\mathbf{H}_{Bnb}^T & \dots & -\mathbf{H}_{Bnb}^T \\ -\mathbf{H}_{Bnb} & & & \\ \vdots & & \mathbf{0} & \\ -\mathbf{H}_{Bnb} & & & \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \\
 & \lambda q_1^{pool} \begin{bmatrix} & & & -\mathbf{H}_{B1} \\ & \mathbf{0} & & -\mathbf{H}_{B1} \\ & & & \vdots \\ -\mathbf{H}_{B1}^T & -\mathbf{H}_{B1}^T & \dots & [\mathbf{Jq}_1]_{IV} \end{bmatrix} \mathbf{f} + \dots + \lambda q_{nb}^{pool} \begin{bmatrix} & & & -\mathbf{H}_{Bnb} \\ & \mathbf{0} & & -\mathbf{H}_{Bnb} \\ & & & \vdots \\ -\mathbf{H}_{Bnb}^T & -\mathbf{H}_{Bnb}^T & \dots & [\mathbf{Jq}_{nb}]_{IV} \end{bmatrix} \mathbf{f} \} \quad (C.32)
 \end{aligned}$$

Colocando  $\lambda p_1^I, \dots, \lambda p_{nb}^I, \dots, \lambda p_1^{pool}, \dots, \lambda p_{nb}^{pool}$  em evidência, pode-se definir sub-matrizes  $[\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}}]^I, \dots, [\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}}]^{pool}$  em  $\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}}$ . Assim, (C.29) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}}]^I \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} \end{bmatrix} \quad (C.33)$$

Adotando o mesmo procedimento para  $\frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}}$ ,  $\frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}}$  e  $\frac{\partial Lq^I}{\partial \mathbf{x}}$ , (C.30), (C.31) e (C.32) passam a ser escritas como

$$\frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}}]^I \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} \end{bmatrix} \quad (C.34)$$

$$\frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}}]^I \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} \end{bmatrix} \quad (C.35)$$

$$\frac{\partial Lq^I}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lq^I}{\partial \mathbf{x}}]^I \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lq^I}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} \end{bmatrix} \quad (C.36)$$

Assim, aplicando a condição de Karush-Kuhn-Tucker a  $\partial L / \partial \mathbf{x}$ , tem-se:

$$\frac{\partial L^R}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}}]^I \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}}]^I \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lv^R}{\partial \mathbf{x}}] \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lv^R}{\partial \mathbf{x}}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lpl^R}{\partial \mathbf{x}}] \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lpl^R}{\partial \mathbf{x}}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (C.37)$$

$$\frac{\partial L^I}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}}]^I \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lq^I}{\partial \mathbf{x}}]^I \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lq^I}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lv^I}{\partial \mathbf{x}}] \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lv^I}{\partial \mathbf{x}}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\frac{\partial Lpl^I}{\partial \mathbf{x}}] \\ \vdots \\ [\frac{\partial Lpl^I}{\partial \mathbf{x}}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda d \\ \lambda d \\ \vdots \\ \lambda d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (C.38)$$

Ou seja,

$$[\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}}]^I + [\frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}}]^I = \dots = [\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} + [\frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} \quad (C.39)$$

$$[\frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}}]^I + [\frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}}]^I = \dots = [\frac{\partial Lp^I}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} + [\frac{\partial Lq^I}{\partial \mathbf{x}}]^{pool} \quad (C.40)$$

Manipulando a equação (C.29), obtém-se:

$$\frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{c} \lambda p_1^1 ([\mathbf{J}p_1]_I \mathbf{e}^1 + \mathbf{H}_{G1}^T \mathbf{e}^k + \dots + \mathbf{H}_{G1}^T \mathbf{e}^{pool}) \\ \vdots \\ \lambda p_1^1 \mathbf{H}_{G1} \mathbf{e}^1 \end{array} \right] + \dots + \left[ \begin{array}{c} \lambda p_{nb}^1 ([\mathbf{J}p_{nb}]_I \mathbf{e}^1 + \mathbf{H}_{Gnb}^T \mathbf{e}^k + \dots + \mathbf{H}_{Gnb}^T \mathbf{e}^{pool}) \\ \vdots \\ \lambda p_{nb}^1 \mathbf{H}_{Gnb} \mathbf{e}^1 \end{array} \right] + \dots + \\ \left[ \begin{array}{c} \lambda p_1^{pool} \mathbf{H}_{G1} \mathbf{e}^{pool} \\ \vdots \\ \lambda p_1^{pool} (\mathbf{Z}_{G1}^T \mathbf{e}^1 + \mathbf{H}_{G1}^T \mathbf{e}^k + \dots + [\mathbf{J}p_1]_I \mathbf{e}^{pool}) \end{array} \right] + \dots + \left[ \begin{array}{c} \lambda p_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Gnb} \mathbf{e}^{pool} \\ \vdots \\ \lambda p_{nb}^{pool} (\mathbf{H}_{Gnb}^T \mathbf{e}^1 + \mathbf{H}_{Gnb}^T \mathbf{e}^k + \dots + [\mathbf{J}p_{nb}]_I \mathbf{e}^{pool}) \end{array} \right] + \\ \left[ \begin{array}{c} \lambda p_1^1 ([\mathbf{J}p_1]_{II} \mathbf{f}^1 + \mathbf{H}_{B1}^T \mathbf{f}^k + \dots + \mathbf{H}_{B1}^T \mathbf{f}^{pool}) \\ \vdots \\ -\lambda p_1^1 \mathbf{H}_{B1} \mathbf{f}^1 \end{array} \right] + \dots + \left[ \begin{array}{c} \lambda p_{nb}^1 ([\mathbf{J}p_{nb}]_{II} \mathbf{f}^1 + \mathbf{H}_{Bnb}^T \mathbf{f}^k + \dots + \mathbf{H}_{Bnb}^T \mathbf{f}^{pool}) \\ \vdots \\ -\lambda p_{nb}^1 \mathbf{H}_{Bnb} \mathbf{f}^1 \end{array} \right] + \dots + \\ \left[ \begin{array}{c} -\lambda p_1^{pool} \mathbf{H}_{B1} \mathbf{f}^{pool} \\ \vdots \\ \lambda p_1^{pool} (\mathbf{H}_{B1}^T \mathbf{f}^1 + \mathbf{H}_{B1}^T \mathbf{f}^k + \dots + [\mathbf{J}p_1]_{II} \mathbf{f}^{pool}) \end{array} \right] + \dots + \left[ \begin{array}{c} -\lambda p_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Bnb} \mathbf{f}^{pool} \\ \vdots \\ \lambda p_{nb}^{pool} (\mathbf{H}_{Bnb}^T \mathbf{f}^1 + \mathbf{H}_{Bnb}^T \mathbf{f}^k + \dots + [\mathbf{J}p_{nb}]_{II} \mathbf{f}^{pool}) \end{array} \right] \end{array} \right\} \quad (C.41)$$

Separado as parcelas relativas a cada transação tem-se:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}} \right]^I &= (\lambda p_1^1 [\mathbf{J}p_1]_I + \dots + \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{J}p_{nb}]_I) \mathbf{e}^1 + \dots + \\ &(\lambda p_1^1 \mathbf{H}_{G1}^T + \dots + \lambda p_{nb}^1 \mathbf{H}_{Gnb}^T + \lambda p_1^{pool} \mathbf{H}_{G1} + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Gnb}) \mathbf{e}^{pool} + \\ &(\lambda p_1^1 [\mathbf{J}p_1]_{II} + \dots + \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{J}p_{nb}]_{II}) \mathbf{f}^1 + \dots + \\ &(\lambda p_1^1 \mathbf{H}_{B1}^T + \dots + \lambda p_{nb}^1 \mathbf{H}_{Bnb}^T - \lambda p_1^{pool} \mathbf{H}_{B1} + \dots - \lambda p_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Bnb}) \mathbf{f}^{pool} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (C.42)$$

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial Lp^R}{\partial \mathbf{x}} \right]^{pool} &= (\lambda p_1^1 \mathbf{H}_{G1} + \dots + \lambda p_{nb}^1 \mathbf{H}_{Gnb} + \lambda p_1^{pool} \mathbf{H}_{G1}^T + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Gnb}^T) \mathbf{e}^1 + \dots + \\ &(\lambda p_1^{pool} [\mathbf{J}p_1]_I + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} [\mathbf{J}p_{nb}]_I) \mathbf{e}^{pool} + \\ &(-\lambda p_1^1 \mathbf{H}_{B1} - \dots - \lambda p_{nb}^1 \mathbf{H}_{Bnb} \lambda p_1^{pool} \mathbf{H}_{B1}^T + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Bnb}^T) \mathbf{f}^1 + \dots + \\ &(\lambda p_1^{pool} [\mathbf{J}p_1]_{II} + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} [\mathbf{J}p_{nb}]_{II}) \mathbf{f}^{pool} \end{aligned} \quad (C.43)$$

As mesmas manipulações realizadas em  $\partial Lp^R / \partial \mathbf{x}$  são repetidas em  $\partial Lq^R / \partial \mathbf{x}$ :

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}} \right]^I &= (\lambda q_1^1 [\mathbf{J}q_1]_I + \dots + \lambda q_{nb}^1 [\mathbf{J}q_{nb}]_I) \mathbf{e}^1 + \dots + \\ &(-\lambda q_1^1 \mathbf{H}_{B1}^T - \dots - \lambda q_{nb}^1 \mathbf{H}_{Bnb}^T - \dots - \lambda q_1^{pool} \mathbf{Z}_{B1} - \dots - \lambda q_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Bnb}) \mathbf{e}^{pool} + \\ &(\lambda q_1^1 [\mathbf{J}q_1]_{II} + \dots + \lambda q_{nb}^1 [\mathbf{J}q_{nb}]_{II}) \mathbf{f}^1 + \dots + \\ &(\lambda q_1^1 \mathbf{H}_{G1}^T + \dots + \lambda q_{nb}^1 \mathbf{H}_{Gnb}^T + \dots - \lambda q_1^{pool} \mathbf{H}_{G1} - \dots - \lambda q_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Gnb}) \mathbf{f}^{pool} \\ &\vdots \end{aligned} \quad (C.44)$$

$$\begin{aligned}
 \left[ \frac{\partial Lq^R}{\partial \mathbf{x}} \right]^{pool} = & (-\lambda q_1^1 \mathbf{H}_{B1} - \dots - \lambda q_{nb}^1 \mathbf{H}_{Bnb} - \lambda q_1^{pool} \mathbf{H}_{B1}^T - \dots - \lambda q_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Bnb}^T) \mathbf{e}^1 + \dots + \\
 & (\lambda q_1^{pool} [\mathbf{J}q_1]_I + \dots + \lambda q_{nb}^{pool} [\mathbf{J}q_{nb}]_I) \mathbf{e}^{pool} + \\
 & (-\lambda q_1^1 \mathbf{H}_{G1} - \dots - \lambda q_{nb}^1 \mathbf{H}_{Gnb} + \dots + \lambda q_1^{pool} \mathbf{H}_{G1}^T + \dots + \lambda q_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Gnb}^T) \mathbf{f}^1 + \dots + \\
 & (\lambda q_1^{pool} [\mathbf{J}q_1]_{II} + \dots + \lambda q_{nb}^{pool} [\mathbf{J}q_{nb}]_{II}) \mathbf{f}^{pool}
 \end{aligned} \tag{C.45}$$

Para que as relações da equação (C.39) sejam verdadeiras, soma-se cada componente de  $\partial Lp^R / \partial \mathbf{x}$  e  $\partial Lq^R / \partial \mathbf{x}$  para depois igualar os coeficientes de  $(\mathbf{e}^1, \dots, \mathbf{e}^k, \dots, \mathbf{e}^{pool}, \mathbf{f}^1, \dots, \mathbf{f}^k, \dots, \mathbf{f}^{pool})$  em (C.42)-(C.44) e em (C.43)-(C.45), obtendo-se, respectivamente:

$$\begin{aligned}
 \lambda p_1^1 [\mathbf{J}p_1]_I + \dots + \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{J}p_{nb}]_I + \lambda q_1^1 [\mathbf{J}q_1]_I + \dots + \lambda q_{nb}^1 [\mathbf{J}q_{nb}]_I = \dots = \\
 \lambda p_1^1 \mathbf{H}_{G1} + \dots + \lambda p_{nb}^1 \mathbf{H}_{Gnb} + \lambda p_1^{pool} \mathbf{H}_{G1}^T + \dots + \lambda p_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Gnb}^T \\
 - \lambda q_1^1 \mathbf{H}_{B1} - \dots - \lambda q_{nb}^1 \mathbf{H}_{Bnb} - \lambda q_1^{pool} \mathbf{H}_{B1}^T - \dots - \lambda q_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Bnb}^T
 \end{aligned} \tag{C.46}$$

Substituindo-se os valores de  $[\mathbf{J}p_i]_I$  (B.18),  $[\mathbf{J}q_i]_I$  (B.39),  $\mathbf{H}_{Gi}$  e  $-\mathbf{H}_{Bi}$  em (C.46), e rearranjando-se:

$$\begin{aligned}
 \left[ \begin{array}{cc} 2\lambda p_1^1 G_{1,1} - 2\lambda q_1^1 B_{1,1} & (\lambda p_1^1 + \lambda p_{nb}^1) G_{1,nb} - (\lambda q_1^1 + \lambda q_{nb}^1) B_{1,nb} \\ \vdots & \ddots \\ (\lambda p_1^1 + \lambda p_{nb}^1) G_{nb,1} - (\lambda q_1^1 + \lambda q_{nb}^1) B_{nb,1} & 2\lambda p_{nb}^1 G_{nb,nb} - 2\lambda q_{nb}^1 B_{nb,nb} \end{array} \right] = \dots = \\
 \left[ \begin{array}{cc} (\lambda p_1^1 + \lambda p_1^{pool}) G_{1,1} - (\lambda q_1^1 + \lambda q_1^{pool}) B_{1,1} & (\lambda p_{nb}^1 + \lambda p_1^{pool}) G_{1,nb} - (\lambda q_{nb}^1 + \lambda q_1^{pool}) B_{1,nb} \\ \vdots & \vdots \\ (\lambda p_1^1 + \lambda p_{nb}^{pool}) G_{nb,nb} - (\lambda p_1^1 + \lambda q_{nb}^{pool}) B_{nb,nb} & (\lambda p_{nb}^1 + \lambda p_{nb}^{pool}) G_{nb,nb} - (\lambda q_{nb}^1 + \lambda q_{nb}^{pool}) B_{nb,nb} \end{array} \right]
 \end{aligned} \tag{C.47}$$

A fim de se estabelecer relação entre  $\lambda p_1^1$  e  $\lambda p_1^{pool}$ , igualam-se os elementos da posição (1,1) da primeira e última matrizes de (C.47), obtendo-se:

$$2\lambda p_1^1 G_{1,1} - 2\lambda q_1^1 B_{1,1} = (\lambda p_1^1 + \lambda p_1^{pool}) G_{1,1} - (\lambda q_1^1 + \lambda q_1^{pool}) B_{1,1} \tag{C.48}$$

Manipulando-se (C.48):

$$(\lambda p_1^1 - \lambda p_1^{pool}) G_{1,1} - (\lambda q_1^1 - \lambda q_1^{pool}) B_{1,1} = 0 \tag{C.49}$$

Somando-se e igualando-se, agora, os coeficientes de  $\mathbf{f}^1$  em (C.42)-(C.44) e em (C.43)-(C.45), obtém-se respectivamente:

$$\begin{aligned}
 \lambda p_1^1 [\mathbf{J}p_1]_{II} + \dots + \lambda p_{nb}^1 [\mathbf{J}p_{nb}]_{II} + \lambda q_1^1 [\mathbf{J}q_1]_{II} + \dots + \lambda q_{nb}^1 [\mathbf{J}q_{nb}]_{II} = \dots = \\
 \lambda p_1^1 \mathbf{H}_{B1}^T + \dots + \lambda p_{nb}^1 \mathbf{H}_{Bnb}^T - \lambda p_1^{pool} \mathbf{H}_{B1} - \dots - \lambda p_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Bnb} + \\
 \lambda q_1^1 \mathbf{H}_{G1}^T + \dots + \lambda q_{nb}^1 \mathbf{H}_{Gnb}^T - \lambda q_1^{pool} \mathbf{H}_{G1} - \dots - \lambda q_{nb}^{pool} \mathbf{H}_{Gnb}
 \end{aligned} \tag{C.50}$$

Substituindo os valores de  $[\mathbf{J}p_i]_{II}$  (B.18),  $[\mathbf{J}q_i]_{II}$  (B.39),  $\mathbf{H}_{Bi}$  e  $\mathbf{H}_{Gi}$  em (C.50) e rearranjando a nova equação, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 0 & & & -\lambda p_1^1 B_{1,k} + \lambda p_{nb}^1 B_{1,nb} - \lambda q_1^1 G_{1,k} + \lambda q_{nb}^1 G_{1,nb} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \lambda p_1^1 B_{nb,nb} - \lambda p_{nb}^1 B_{nb,1} + \lambda q_1^1 G_{nb,nb} - \lambda q_{nb}^1 G_{nb,1} & & & 0 \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} \lambda p_1^1 B_{1,1} - \lambda p_1^{pool} B_{1,1} + \lambda q_1^1 G_{1,1} - \lambda q_1^{pool} G_{1,1} & & \lambda p_{nb}^1 B_{1,k} - \lambda p_1^{ntr+1} B_{1,nb} + \lambda q_{nb}^1 G_{1,k} - \lambda q_1^{pool} G_{1,nb} \\ \vdots & & \vdots \\ \lambda q_1^1 G_{nb,1} - \lambda q_{nb}^{pool} G_{nb,nb} + \lambda p_1^1 B_{nb,1} - \lambda p_{nb}^{pool} B_{nb,nb} & & \lambda q_{nb}^1 G_{nb,k} - \lambda q_{nb}^{pool} G_{nb,nb} + \lambda p_{nb}^1 B_{nb,k} - \lambda p_{nb}^{pool} B_{nb,nb} \end{bmatrix} \quad (C.51)$$

Como feito com as relações em (C.47), igualam-se os elementos da posição (1,1) da primeira e última matrizes de (C.51), a fim de se estabelecer relação entre  $\lambda p_1^1$  e  $\lambda p_1^{pool}$ :

$$\lambda p_1^1 B_{1,1} - \lambda p_1^{pool} B_{1,1} + \lambda q_1^1 G_{1,1} - \lambda q_1^{pool} G_{1,1} = 0 \quad (C.52)$$

Manipulando-se:

$$(\lambda p_1^1 - \lambda p_1^{pool}) B_{1,1} + (\lambda q_1^1 - \lambda q_1^{pool}) G_{1,1} = 0 \quad (C.53)$$

Resolvendo o sistema formado por (C.49) e (C.53) obtém-se que

$$(\lambda p_1^1 - \lambda p_1^{pool}) = (\lambda q_1^1 - \lambda q_1^{pool}) = 0 \quad (C.54)$$

Ou seja:

$$\lambda p_1^1 = \lambda p_1^{pool} \quad (C.55)$$

$$\lambda q_1^1 = \lambda q_1^{pool} \quad (C.56)$$

Repetindo-se estas manipulações para todas as posições de todas as colunas de (C.47) e (C.51), deduz-se que:

$$\begin{bmatrix} \lambda p_1^1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \lambda p_{nb}^1 \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} \lambda p_1^k \\ \vdots \\ \vdots \\ \lambda p_{nb}^k \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} \lambda p_1^{pool} \\ \vdots \\ \vdots \\ \lambda p_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (C.57)$$

e,

$$\begin{bmatrix} \lambda q_1^1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \lambda q_{nb}^1 \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} \lambda q_1^k \\ \vdots \\ \vdots \\ \lambda q_{nb}^k \end{bmatrix} = \dots = \begin{bmatrix} \lambda q_1^{pool} \\ \vdots \\ \vdots \\ \lambda q_{nb}^{pool} \end{bmatrix} \quad (C.58)$$

Estas mesmas manipulações que foram realizadas com as parcelas  $\partial Lp^R / \partial \mathbf{x}$  e  $\partial Lq^R / \partial \mathbf{x}$ , são repetidas para as parcelas  $\partial Lp^I / \partial \mathbf{x}$  e  $\partial Lq^I / \partial \mathbf{x}$ , com obtenção de resultados idênticos à (C.57) e (C.58), comprovando-se, então, os multiplicadores de Lagrange relacionados às equações de balanço de potência ativa e reativa são idênticos para qualquer participante, como analisado no Capítulo VII.

## Apêndice D

### Dados dos Sistemas Utilizados

#### D.1 Introdução

Este apêndice apresenta os dados relacionados aos sistemas de 2, 5, 14, 34 e 182 barras. Todos eles estão em pu na base 100 MVA. Nas tabelas que apresentam os dados sobre geração, os coeficientes de custo **aa** e **bb** estão associados com os termos linear e quadrático, respectivamente.

#### D.2 Dados do Sistema de 2-barras

Tabela D.1 Dados das Linhas para Sistema de 2 Barras

Número	De	Para	$r(\text{pu})$	$x(\text{pu})$	$b^{\text{sh}}(\text{pu})$
1	1	2	0.1000	0.8000	0.2000

Tabela D.2 Dados das Barras para Sistema de 2 Barras

Barra	$V^{\text{min}}$	$V^{\text{max}}$	$b^{\text{min}}$	$b^{\text{max}}$	$\Gamma \cdot Pd$	$\Gamma \cdot Qd$
1	0,9500	1,0000	0	0	0	0
2	0,9500	1,0500	0	0	1,0000	0,4000

Tabela D.3 Dados de Geração para Sistema de 2 Barras

Barra	$Gp^{\text{min}}$	$Gp^{\text{max}}$	$Gq^{\text{min}}$	$Gq^{\text{max}}$	<b>aa</b>	<b>bb</b>
1	0	3,5000	-1,0500	2,0500	2,0000	1,0000
2	0	2,0000	-1,0000	2,0000	0	0

**D.3 Dados do Sistema 5-barras**

Tabela D.4 Dados das Linhas para Sistema de 5 Barras

Número	De	Para	$r(\text{pu})$	$x(\text{pu})$	$b^{\text{sh}}(\text{pu})$
1	1	2	0,0420	0,1680	0,0300
2	2	3	0,0310	0,1260	0,0200
3	3	5	0,0530	0,2100	0,0150
4	3	4	0,0840	0,3360	0,0120
5	5	4	0,0630	0,2520	0,0110
6	5	1	0,0130	0,1260	0,0100

Tabela D.5 Dados das Barras para Sistema de 5 Barras

Barra	$V^{\text{min}}$	$V^{\text{max}}$	$b^{\text{min}}$	$b^{\text{max}}$	$\Gamma \cdot Pd$	$\Gamma \cdot Qd$
1	1,0500	0,9500	0,0000	0,0000	0,7000	0,2500
2	1,0500	0,9500	0,0000	0,0000	2,7500	0,4000
3	1,0500	0,9500	0,0000	0,0000	0,8000	0,2000
4	1,0500	0,9500	0,0000	0,0000	0,5000	0,0000
5	1,0500	0,9500	0,0000	0,0000	1,3500	0,2500

Tabela D.6 Dados de Geração para Sistema de 5 Barras

Barra	$Gp^{\text{min}}$	$Gp^{\text{max}}$	$Gq^{\text{min}}$	$Gq^{\text{max}}$	aa	bb
1	0,0000	3,5000	-1,0500	2,0500	2,0000	1,0000
3	0,0000	2,0000	-1,0000	2,0000	4,0000	2,0000
4	0,0000	2,0000	-1,0000	1,0000	1,0000	2,0000

D.4 Dados do Sistema IEEE-14 barras

Tabela D.7 Dados das Linhas para Sistema de 14 Barras

Número	De	Para	r(pu)	x(pu)	b <sup>sh</sup> (pu)
1	1	2	0,0194	0,0592	0,0528
2	1	5	0,0540	0,2230	0,0492
3	2	3	0,0470	0,1980	0,0438
4	2	4	0,0581	0,1763	0,0374
5	2	5	0,0570	0,1739	0,0340
6	3	4	0,0670	0,1710	0,0346
7	5	4	0,0134	0,0421	0,0128
8	4	7	0	0,2091	0
9	4	9	0	0,5562	0
10	5	6	0	0,2520	0
11	6	11	0,0950	0,1989	0
12	6	12	0,1229	0,2558	0
13	6	13	0,0662	0,1303	0
14	7	8	0	0,1762	0
15	7	9	0	0,1100	0
16	9	10	0,0318	0,0845	0
17	9	14	0,1271	0,2704	0
18	10	11	0,0820	0,1921	0
19	12	13	0,2209	0,1999	0
20	13	14	0,1709	0,3480	0

Tabela D.8 Dados das Barras para Sistema de 14 Barras

Barra	V <sup>min</sup>	V <sup>max</sup>	b <sup>min</sup>	b <sup>max</sup>	Γ · Pd	Γ · Qd
1	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,2317	0,1540
3	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,9840	0,2800
4	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,5560	-0,0480
5	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0760	0,0160
6	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,1240	0,0800
7	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	0,9500	1,0500	-0,4200	+0,4200	0,3900	0,2320
10	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0900	0,0580
11	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0400	0,0260
12	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0610	0,0160
13	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,1700	0,0660
14	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,1980	0,0550

Tabela D.9 Dados de Geração para Sistema de 14 Barras

Bus	$G_p^{\min}$	$G_p^{\max}$	$G_q^{\min}$	$G_q^{\max}$	aa	bb
1	0,0000	5,0000	-0,2500	5,0000	8,6000	8,0000
2	0,0000	5,0000	-0,4000	0,5000	10,5000	4,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000	0,4000	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000	-0,0500	0,2400	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000	-0,0500	0,2400	0,0000	0,0000

**D.5 Dados do Sistema 34-barras**

Tabela D.10 Dados das Linhas para Sistema de 34 Barras

Número	De	Para	r(pu)	x(pu)	$b^{sh}$ (pu)
1	1	28	0,0001	0,0027	0,0000
2	2	23	0,0000	0,0064	0,1360
3	3	25	0,0001	0,0044	0,0000
4	4	30	0,0000	0,0023	-0,0340
5	5	11	0,0001	0,0090	-0,0610
6	6	12	0,0001	0,0058	0,0000
7	7	8	0,0001	0,0019	0,7380
8	7	13	0,0002	0,0068	2,5760
9	7	14	0,0001	0,0015	0,6260
10	7	26	0,0001	0,0031	1,3740
11	8	19	0,0001	0,0026	1,1230
12	8	20	0,0006	0,0131	5,5530
13	8	18	0,0005	0,0149	6,6410
14	9	10	0,0001	0,0017	0,6890
15	9	13	0,0002	0,0069	2,8010
16	9	13	0,0002	0,0069	2,8010
17	9	11	0,0008	0,0230	9,8210
18	9	11	0,0008	0,0230	9,8210
19	9	11	0,0009	0,0225	9,9290
20	10	12	0,0010	0,0243	10,8780
21	10	20	0,0001	0,0023	0,9530
22	11	12	0,0001	0,0038	1,5460
23	11	15	0,0004	0,0104	4,4020
24	11	15	0,0004	0,0104	4,4020
25	12	15	0,0005	0,0113	4,7660
26	12	21	0,0007	0,0152	6,4880
27	13	14	0,0003	0,0085	3,6790
28	13	29	0,0001	0,0043	1,8390
29	14	22	0,0001	0,0028	1,2250
30	15	16	0,0006	0,0135	5,7550

Dados das Linhas (cont)					
31	15	16	0,0006	0,0135	5,7540
32	15	16	0,0006	0,0135	5,7540
33	16	30	0,0006	0,0141	6,0180
34	16	30	0,0006	0,0141	6,0180
35	16	30	0,0006	0,0141	6,0180
36	17	18	0,0005	0,0161	7,2820
37	17	18	0,0005	0,0161	7,2670
38	17	18	0,0005	0,0165	7,5980
39	17	32	0,0004	0,0131	5,8550
40	17	32	0,0004	0,0131	5,8560
41	17	32	0,0005	0,0142	6,5520
42	17	34	0,0001	0,0034	1,5130
43	18	19	0,0005	0,0151	6,8060
44	18	31	0,0004	0,0106	4,8650
45	19	22	0,0002	0,0055	2,4260
46	19	31	0,0002	0,0047	2,0640
47	20	21	0,0005	0,0115	4,8620
48	20	26	0,0004	0,0108	4,6110
49	20	27	0,0005	0,0156	6,7450
50	21	27	0,0002	0,0071	3,1110
51	23	24	0,0002	0,0062	2,8050
52	23	28	0,0003	0,0094	4,1280
53	24	25	0,0003	0,0071	3,1820
54	24	25	0,0003	0,0071	3,1820
55	24	33	0,0004	0,0132	5,8770
56	24	33	0,0004	0,0132	5,8770
57	27	34	0,0004	0,0116	5,1380
58	27	34	0,0004	0,0116	5,1380
59	28	32	0,0006	0,0165	7,4560
60	28	32	0,0006	0,0165	7,4580
61	28	32	0,0006	0,0165	7,5310
62	32	33	0,0001	0,0190	0,8560
63	33	34	0,0005	0,0139	6,3980
64	33	34	0,0005	0,0139	6,3980

Tabela D.11 Dados das Barras para Sistema de 34 Barras

Barra	$V^{\min}$	$V^{\max}$	$b^{\min}$	$b^{\max}$	$\Gamma \cdot Pd$	$\Gamma \cdot Qd$
1	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Dados das Barras (cont)						
7	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	32,0326	4,0382
8	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	27,8528	0,7733
9	0,9500	1,0500	-6,7000	6,6000	24,7537	-6,5129
10	0,9500	1,0500	-3,4000	3,3000	9,1963	-0,0082
11	0,9500	1,0500	-3,4000	3,3000	0,0000	0,0000
12	0,9500	1,0500	-3,4000	3,3000	0,0000	0,0000
13	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	11,6150	0,4902
14	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	21,3966	0,1042
15	0,9500	1,0500	-6,7000	6,6000	2,4618	0,4492
16	0,9500	1,0500	-8,3000	8,2500	1,1464	0,2127
17	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	3,7194	-0,7294
18	0,9500	1,0500	-3,3000	3,3000	0,0000	0,0000
19	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	17,4624	-1,0848
20	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	7,8867	-0,2046
21	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	4,7270	1,9766
22	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	8,0475	0,5300
23	0,9500	1,0500	-3,4000	3,3000	0,0000	0,0000
24	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
26	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	11,1031	-0,4204
27	0,9500	1,0500	-3,3000	3,3000	0,0000	0,0000
28	0,9500	1,0500	-3,4000	3,3000	0,0000	0,0000
29	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	12,0500	1,1311
30	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,6000	0,1100
31	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	2,6449	0,3130
32	0,9500	1,0500	-3,4000	3,3000	0,0000	0,0000
33	0,9500	1,0500	-3,4000	3,3000	0,0000	0,0000
34	0,9500	1,0500	-3,4000	-3,4000	0,0000	0,0000

Tabela D.12 Dados de Geração para Sistema de 34 Barras

Bus	$G_p^{\min}$	$G_p^{\max}$	$G_q^{\min}$	$G_q^{\max}$	aa	bb
1	0,0000	53,7000	-3,0000	10,0000	7,0000	0,0010
2	0,0000	23,2000	-3,0000	10,0000	7,5000	0,0030
3	0,0000	26,1000	-3,0000	10,0000	7,5000	0,0030
4	0,0000	47,4000	-3,0000	10,0000	7,2000	0,0020
5	0,0000	15,4000	-3,0000	10,0000	7,7000	0,0040
6	0,0000	50,0000	-3,0000	10,0000	7,0000	0,0010
18	0,0000	0,0000	-3,0000	10,0000	0,0000	0,0000
27	0,0000	0,0000	-3,0000	10,0000	0,0000	0,0000

D.6 Dados do Sistema 182-barras

Tabela D.13 Dados das linhas para Sistema de 182 Barras

Linha	De	Para	r(pu)	x(pu)	b <sup>sh</sup> (pu)	a <sup>min</sup>	a <sup>max</sup>	φ <sup>min</sup>	φ <sup>max</sup>
1	16	17	0,1278	0,1881	0,0001	1,0000	1,0000	0	0
2	20	21	0	3,0000	0	1,0000	1,0000	0	0
3	20	21	0	3,0000	0	1,0000	1,0000	0	0
4	20	21	0	3,0000	0	1,0000	1,0000	0	0
5	22	21	0	0,0100	0	1,0000	1,0000	0	0
6	44	31	0,2792	0,3960	0,0031	1,0000	1,0000	0	0
7	44	32	0,3139	0,4453	0,0035	1,0000	1,0000	0	0
8	15	33	0	0,4185	0	0,9090	0,9090	0	0
9	15	33	0	1,0010	0	0,9110	0,9110	0	0
10	15	33	0	1,0610	0	0,9090	0,9090	0	0
11	32	33	0,0392	0,0929	0,0008	1,0000	1,0000	0	0
12	17	35	0	1,0427	0	1,0480	1,0480	0	0
13	18	35	0	3,0000	0	1,0000	1,0000	0	0
14	19	35	0	3,0000	0	1,0000	1,0000	0	0
15	33	35	0,1037	0,2634	0,0021	1,0000	1,0000	0	0
16	34	35	0,1051	0,1547	0,0011	1,0000	1,0000	0	0
17	36	31	0,0426	0,0604	0,0004	1,0000	1,0000	0	0
18	37	35	0,0475	0,0765	0,0004	1,0000	1,0000	0	0
19	42	38	0,0130	0,0466	0,0063	1,0000	1,0000	0	0
20	38	39	0,0055	0,0104	0,0001	1,0000	1,0000	0	0
21	23	41	0	1,1067	0	1,0040	1,0040	0	0
22	24	41	0	0,6192	0	0,9980	0,9980	0	0
23	24	41	0	0,6688	0	0,9980	0,9980	0	0
24	24	41	0	0,5353	0	1,0040	1,0040	0	0
25	41	39	0,0289	0,0545	0,0005	1,0000	1,0000	0	0
26	40	41	0,0154	0,0394	0,0003	1,0000	1,0000	0	0
27	22	42	0	0,6568	0	0,9570	0,9570	0	0
28	22	42	0	0,8436	0	0,9570	0,9570	0	0
29	36	42	0,1082	0,1558	0,0012	1,0000	1,0000	0	0
30	37	42	0,0475	0,0765	0,0004	1,0000	1,0000	0	0
31	25	43	0	1,0627	0	0,9750	0,9750	0	0
32	43	42	0,0450	0,1085	0,0010	1,0000	1,0000	0	0
33	43	42	0,0450	0,1085	0,0010	1,0000	1,0000	0	0
34	13	44	0	1,0907	0	0,9800	0,9800	0	0
35	14	44	0	0,6736	0	0,8610	1,0520	0	0
36	29	45	0	1,1360	0	0,9980	0,9980	0	0
37	29	45	0	1,0347	0	0,9980	0,9980	0	0
38	44	46	0,1538	0,2215	0,0017	1,0000	1,0000	0	0
39	45	46	0,0126	0,0275	0,0002	1,0000	1,0000	0	0
40	55	47	0,0057	0,1663	0	0,9560	0,9560	0	0

Dados das linhas (cont)									
41	56	48	0,0059	0,1494	0	0,9560	0,9560	0	0
42	1	50	0	1,1333	0	0,9800	0,9800	0	0
43	1	50	0	1,1253	0	0,9800	0,9800	0	0
44	2	50	0	1,0480	0	1,0000	1,0000	0	0
45	2	50	0	1,0640	0	1,0000	1,0000	0	0
46	2	50	0	0,6136	0	1,0000	1,0000	0	0
47	3	51	0	1,0400	0	1,0000	1,0000	0	0
48	4	51	0	0,6680	0	1,0000	1,0000	0	0
49	9	52	0	0,6536	0	0,9980	0,9980	0	0
50	5	53	0	0,6568	0	0,9980	0,9980	0	0
51	6	53	0	0,6496	0	0,9980	0,9980	0	0
52	6	53	0	0,6552	0	0,9980	0,9980	0	0
53	49	53	0,0015	0,0012	0	1,0000	1,0000	0	0
54	50	53	0,1252	0,1843	0,0014	1,0000	1,0000	0	0
55	53	51	0,2465	0,2079	0,0013	1,0000	1,0000	0	0
56	55	54	0,0028	-0,0191	0	1,0040	1,0040	0	0
57	56	54	0,0027	-0,0158	0	1,0040	1,0040	0	0
58	52	54	0,2881	0,2381	0,0015	1,0000	1,0000	0	0
59	53	54	0,0427	0,1031	0,0009	1,0000	1,0000	0	0
60	53	54	0,0427	0,1031	0,0009	1,0000	1,0000	0	0
61	65	74	0	0,7870	0	0,9330	0,9330	0	0
62	66	74	0	0,3775	0	0,9330	0,9330	0	0
63	67	74	0	0,3850	0	0,9330	0,9330	0	0
64	68	75	0	2,0120	0	1,0000	1,0000	0	0
65	69	75	0	1,4300	0	1,0250	1,0250	0	0
66	70	75	0	1,4250	0	1,0250	1,0250	0	0
67	71	76	0	1,0907	0	0,9330	0,9330	0	0
68	74	76	0,0196	0,0702	0,0006	1,0000	1,0000	0	0
69	75	76	0,2187	0,4197	0,0037	1,0000	1,0000	0	0
70	80	82	0,0373	0,0546	0,0004	1,0000	1,0000	0	0
71	81	82	0,0193	0,0462	0,0004	1,0000	1,0000	0	0
72	87	90	0,0304	0,0836	0,0008	1,0000	1,0000	0	0
73	88	90	0,0414	0,1132	0,0011	1,0000	1,0000	0	0
74	88	90	0,0414	0,1132	0,0011	1,0000	1,0000	0	0
75	89	90	0,0139	0,0204	0,0001	1,0000	1,0000	0	0
76	89	90	0,0139	0,0204	0,0001	1,0000	1,0000	0	0
77	94	92	0,0067	0,1111	0	1,0000	1,0000	0	0
78	94	93	0,0049	-0,0056	0	0,8810	1,1360	0	0
79	97	98	0,0004	0,0010	0	1,0000	1,0000	0	0
80	97	98	0,0004	0,0010	0	1,0000	1,0000	0	0
81	100	99	0,0060	0,2247	0	1,0000	1,0000	0	0
82	100	101	0,0037	-0,0097	0	0,9000	1,1000	0	0
83	113	109	0,0003	0,0432	0	1,0000	1,0000	0	0
84	113	110	0,0003	0,0434	0	1,0000	1,0000	0	0
85	114	111	0,0003	0,0437	0	1,0000	1,0000	0	0
86	114	112	0,0003	0,0436	0	1,0000	1,0000	0	0
87	10	119	0	0,5915	0	0,8730	1,0670	0	0
88	10	119	0	0,5941	0	0,8730	1,0670	0	0

Dados das linhas (cont)									
89	28	120	0	0,5915	0	0,8940	1,0930	0	0
90	7	121	0	0,5971	0	0,8780	1,0730	0	0
91	8	121	0	0,4085	0	0,9390	1,1480	0	0
92	57	123	0	0,4200	0	0,9390	1,1480	0	0
93	58	123	0	0,4305	0	0,9390	1,1480	0	0
94	59	124	0	0,5884	0	0,8780	1,0730	0	0
95	60	124	0	0,5954	0	0,8780	1,0730	0	0
96	61	125	0	0,4205	0	0,9000	1,1000	0	0
97	62	125	0	0,4190	0	0,9000	1,1000	0	0
98	124	125	0,0351	0,0546	0,0056	1,0000	1,0000	0	0
99	63	126	0	0,4796	0	0,9000	1,1000	0	0
100	64	126	0	0,4772	0	0,9000	1,1000	0	0
101	127	121	0,0459	0,1813	0,0230	1,0000	1,0000	0	0
102	122	127	0,0013	0,0048	0,0006	1,0000	1,0000	0	0
103	143	128	0,0269	0,1181	0,0137	1,0000	1,0000	0	0
104	123	128	0,0003	0,0008	0,0001	1,0000	1,0000	0	0
105	131	125	0,0047	0,0171	0,0432	1,0000	1,0000	0	0
106	132	126	0,0008	0,0030	0,0148	1,0000	1,0000	0	0
107	72	133	0	0,4260	0	0,9000	1,1000	0	0
108	73	133	0	0,5224	0	0,9000	1,1000	0	0
109	76	133	0,0145	0,2942	0	0,9000	1,1000	0	0
110	76	133	0,0145	0,2961	0	0,9000	1,1000	0	0
111	76	133	0,0148	0,3023	0	0,9000	1,1000	0	0
112	133	127	0,0090	0,0323	0,0041	1,0000	1,0000	0	0
113	133	128	0,0246	0,1048	0,0125	1,0000	1,0000	0	0
114	77	134	0	0,6016	0	0,9000	1,1000	0	0
115	78	136	0	0,3482	0	1,0000	1,0000	0	0
116	79	136	0	0,3482	0	1,0000	1,0000	0	0
117	82	136	0,0117	0,3312	0	0,8590	1,0500	0	0
118	82	136	0,0094	0,1697	0	0,8570	1,0470	0	0
119	129	136	0,0979	0,2420	0,0327	1,0000	1,0000	0	0
120	130	136	0,1899	0,4267	0,0560	1,0000	1,0000	0	0
121	136	135	0,0278	0,1129	0,0153	1,0000	1,0000	0	0
122	131	137	0,0130	0,0466	0,0063	1,0000	1,0000	0	0
123	132	137	0,0130	0,0466	0,0063	1,0000	1,0000	0	0
124	133	137	0,0058	0,0237	0,0032	1,0000	1,0000	0	0
125	133	137	0,0058	0,0237	0,0032	1,0000	1,0000	0	0
126	134	137	0,0045	0,0121	0,0014	1,0000	1,0000	0	0
127	137	135	0,0450	0,1828	0,0248	1,0000	1,0000	0	0
128	136	137	0,0660	0,2683	0,0364	1,0000	1,0000	0	0
129	11	138	0	0,5951	0	0,8780	1,0730	0	0
130	98	142	0,0099	0,3155	0	0,8570	1,0480	0	0
131	98	142	0,0102	0,3210	0	0,8570	1,0480	0	0
132	98	142	0,0062	0,1875	0	0,8570	1,0480	0	0
133	143	142	0,0461	0,1872	0,0255	1,0000	1,0000	0	0
134	142	138	0,0452	0,1791	0,0244	1,0000	1,0000	0	0
135	139	142	0,0604	0,1492	0,0202	1,0000	1,0000	0	0
136	139	142	0,0604	0,1492	0,0202	1,0000	1,0000	0	0

Dados das linhas (cont)									
137	140	142	0,0051	0,0128	0,0017	1,0000	1,0000	0	0
138	140	142	0,0051	0,0128	0,0017	1,0000	1,0000	0	0
139	141	142	0,0269	0,0691	0,0086	1,0000	1,0000	0	0
140	55	143	0,0032	0,1825	0	0,8610	1,0520	0	0
141	56	143	0,0032	0,1817	0	0,8610	1,0520	0	0
142	143	144	0,0081	0,0261	0,0034	1,0000	1,0000	0	0
143	143	138	0,0176	0,0613	0,0085	1,0000	1,0000	0	0
144	143	121	0,0157	0,0566	0,0072	1,0000	1,0000	0	0
145	12	144	0	0,6046	0	0,8940	1,0930	0	0
146	41	145	0	0,3136	0	0,8580	1,0480	0	0
147	41	145	0	0,3120	0	0,8580	1,0480	0	0
148	41	145	0	0,3024	0	0,8580	1,0480	0	0
149	145	119	0,0275	0,0739	0,0084	1,0000	1,0000	0	0
150	43	146	0	0,1080	0	1,0240	1,0240	0	0
151	43	146	0	0,0994	0	1,0240	1,0240	0	0
152	26	146	0	0,4250	0	0,9390	1,1480	0	0
153	27	146	0	0,4105	0	0,9390	1,1480	0	0
154	30	147	0	0,4220	0	0,9390	1,1480	0	0
155	46	147	0	0,3116	0	0,8570	1,0480	0	0
156	46	147	0	0,3280	0	0,8610	1,0520	0	0
157	147	120	0,0163	0,0578	0,0076	1,0000	1,0000	0	0
158	148	143	0,0406	0,1049	0,0129	1,0000	1,0000	0	0
159	148	144	0,0290	0,0801	0,0107	1,0000	1,0000	0	0
160	145	148	0,0200	0,0635	0,0089	1,0000	1,0000	0	0
161	145	148	0,0200	0,0635	0,0089	1,0000	1,0000	0	0
162	146	148	0,0008	0,0028	0,0004	1,0000	1,0000	0	0
163	146	148	0,0008	0,0028	0,0004	1,0000	1,0000	0	0
164	147	148	0,0327	0,1146	0,0454	1,0000	1,0000	0	0
165	83	149	0	0,2870	0	1,0200	1,0200	0	0
166	84	149	0	0,2870	0	1,0200	1,0200	0	0
167	149	136	0,0082	0,1183	0	0,9100	1,1130	0	0
168	149	136	0,0084	0,1183	0	0,9100	1,1130	0	0
169	90	150	0,0029	0,1201	0	0,8230	1,0820	0	0
170	90	150	0,0029	0,1201	0	0,8230	1,0820	0	0
171	90	150	0,0096	0,5034	0	0,8460	1,0320	0	0
172	90	150	0,0092	0,5030	0	0,8460	1,0320	0	0
173	165	150	0,0090	0,0464	0,0399	1,0000	1,0000	0	0
174	165	150	0,0094	0,0484	0,0417	1,0000	1,0000	0	0
175	91	151	0,0029	0,1199	0	0,8230	1,0820	0	0
176	91	151	0,0029	0,1199	0	0,8230	1,0820	0	0
177	153	150	0,0385	0,1994	0,1716	1,0000	1,0000	0	0
178	151	153	0,0337	0,1250	0,1142	1,0000	1,0000	0	0
179	153	152	0,0122	0,0618	0,0549	1,0000	1,0000	0	0
180	94	154	0,0020	0,0460	0	1,0000	1,0000	0	0
181	95	154	0,0020	0,0926	0	1,0250	1,0250	0	0
182	96	154	0,0020	0,0919	0	1,0250	1,0250	0	0
183	152	154	0,0374	0,1899	0,1688	1,0000	1,0000	0	0
184	153	154	0,0460	0,2377	0,2047	1,0000	1,0000	0	0

Dados das linhas (cont)									
185	100	155	0,0014	0,1451	0	0,9480	0,9480	0	0
186	155	101	0,0081	0,1254	0	0,9500	1,1610	0	0
187	155	101	0,0051	0,1238	0	0,9500	1,1610	0	0
188	155	101	0,0051	0,1212	0	0,9500	1,1610	0	0
189	154	155	0,0150	0,0778	0,0669	1,0000	1,0000	0	0
190	154	155	0,0150	0,0778	0,0670	1,0000	1,0000	0	0
191	156	155	0,0151	0,0773	0,0678	1,0000	1,0000	0	0
192	158	108	0,0080	0,1232	0	0,9000	1,1000	0	0
193	158	108	0,0057	0,1236	0	0,9000	1,1000	0	0
194	102	159	0	0,0696	0	1,0250	1,0250	0	0
195	103	159	0	0,0696	0	1,0250	1,0250	0	0
196	104	159	0	0,0696	0	1,0250	1,0250	0	0
197	105	159	0	0,0696	0	1,0250	1,0250	0	0
198	106	159	0	0,0696	0	1,0250	1,0250	0	0
199	107	159	0	0,0696	0	1,0250	1,0250	0	0
200	159	155	0,0307	0,1588	0,1369	1,0000	1,0000	0	0
201	159	156	0,0163	0,0834	0,0732	1,0000	1,0000	0	0
202	157	159	0,0343	0,1778	0,1528	1,0000	1,0000	0	0
203	157	159	0,0343	0,1777	0,1530	1,0000	1,0000	0	0
204	160	161	0,0246	0,1265	0,1085	1,0000	1,0000	0	0
205	160	159	0,0304	0,1572	0,1354	1,0000	1,0000	0	0
206	160	159	0,0304	0,1574	0,1356	1,0000	1,0000	0	0
207	158	161	0,0091	0,0471	0,0404	1,0000	1,0000	0	0
208	162	161	0,0221	0,1147	0,0984	1,0000	1,0000	0	0
209	162	164	0,0190	0,0970	0,0852	1,0000	1,0000	0	0
210	162	164	0,0189	0,0978	0,0842	1,0000	1,0000	0	0
211	163	137	0,0111	0,1310	0	0,9500	1,1610	0	0
212	163	137	0,0144	0,1181	0	0,9500	1,1610	0	0
213	149	163	0,0228	0,1183	0,1015	1,0000	1,0000	0	0
214	164	142	0,0083	0,1266	0	0,9500	1,1600	0	0
215	164	142	0,0077	0,1272	0	0,9080	1,1100	0	0
216	164	142	0,0077	0,1264	0	0,9080	1,1100	0	0
217	164	142	0,0096	0,1259	0	0,9080	1,1100	0	0
218	85	165	0	0,1780	0	1,0500	1,0500	0	0
219	86	165	0	0,1780	0	1,0500	1,0500	0	0
220	149	165	0,0001	0,0007	0,0006	1,0000	1,0000	0	0
221	166	148	0,0056	0,0604	0	0,9500	1,1610	0	0
222	166	148	0,0035	0,0628	0	0,9500	1,1610	0	0
223	166	148	0,0081	0,1263	0	0,9500	1,1610	0	0
224	166	148	0,0081	0,1253	0	0,9500	1,1610	0	0
225	166	163	0,0253	0,1313	0,1128	1,0000	1,0000	0	0
226	166	164	0,0128	0,0657	0,0576	1,0000	1,0000	0	0
227	166	164	0,0127	0,0657	0,0561	1,0000	1,0000	0	0
228	166	165	0,0374	0,1936	0,1614	1,0000	1,0000	0	0
229	167	115	0,0004	0,0121	0	0,9000	1,1000	-0,5000	0,5000
230	168	171	0,0015	0,0194	1,1849	1,0000	10000	0	0
231	168	167	0,0011	0,0139	0,8517	1,0000	1,0000	0	0
232	169	168	0,0016	0,0201	1,2289	1,0000	1,0000	0	0

Dados das linhas (cont)									
233	169	160	0,0003	0,0121	0	0,9220	1,1270	-0,5000	0,5000
234	116	170	0	0,0420	0	1,0240	1,0240	0	0
235	117	170	0	0,0420	0	1,0240	1,0240	0	0
236	118	170	0	0,0420	0	1,0240	1,0240	0	0
237	169	170	0,0005	0,0065	0,4024	1,0000	1,0000	0	0
238	171	170	0,0005	0,0070	0,4288	1,0000	1,0000	0	0
239	113	171	0,0002	0,0110	0	1,0000	1,0000	0	0
240	114	171	0,0002	0,0110	0	1,0000	1,0000	0	0
241	173	172	0,0024	0,0309	1,8887	1,0000	1,0000	0	0
242	169	173	0,0016	0,0205	1,2509	1,0000	1,0000	0	0
243	174	171	0,0017	0,0217	1,3258	1,0000	1,0000	0	0
244	172	174	0,0032	0,0398	2,4286	1,0000	1,0000	0	0
245	173	174	0,0010	0,0122	0,7523	1,0600	1,0600	0	0
246	175	162	0,0003	0,0117	0	0,9450	1,1550	-0,5000	0,5000
247	175	162	0,0003	0,0116	0	0,9450	1,1550	-0,5000	0,5000
248	169	175	0,0022	0,0273	1,6693	1,0000	1,0000	0	0
249	169	175	0,0024	0,0298	1,8169	1,0000	1,0000	0	0
250	176	166	0,0003	0,0115	0	0,9450	1,1550	0	0
251	176	175	0,0013	0,0160	0,9795	1,0000	1,0000	0	0
252	176	173	0,0026	0,0292	1,8020	1,0000	1,0000	0	0
253	177	174	0,0020	0,0276	1,4267	1,0000	1,0000	0	0
254	178	174	0,0032	0,0425	2,4062	1,0000	1,0000	0	0
255	178	177	0,0012	0,0163	0,8445	1,0000	1,0000	0	0
256	179	153	0,0158	0,0824	0,0690	1,0000	1,0000	0	0
257	179	153	0,0158	0,0824	0,0690	1,0000	1,0000	0	0
258	172	179	0	0,0125	0	0,9500	1,0500	0	0
259	172	179	0	0,0125	0	0,9500	1,0500	0	0
260	180	157	0,0217	0,1123	0,0967	1,0000	1,0000	0	0
261	180	115	0,0034	0,0407	0,0658	1,0000	1,0000	0	0
262	180	181	0,0218	0,1135	0,0953	1,0000	1,0000	0	0
263	182	181	0,0259	0,1348	0,1131	1,0000	1,0000	0	0
264	182	160	0,0344	0,1781	0,1533	1,0000	1,0000	0	0

Tabela D.14 Dados das Barras para Sistema de 182 Barras

Bus	$V^{\min}$	$V^{\max}$	$b^{\min}$	$b^{\max}$	$\Gamma \cdot Pd$	$\Gamma \cdot Qd$
1	0,9000	1,0500	0	0	0,0610	0,0300
2	0,9000	1,0500	-0,0300	0,0300	0,0900	0,0520
3	0,9000	1,0500	0	0	0,0190	0,0090
4	0,9000	1,0500	0	0	0,0350	0,0170
5	0,9500	1,0500	-0,0180	0,0180	0,0680	0,0380
6	0,9500	1,0500	-0,0180	0,0180	0	0
7	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0320	0,0050
8	0,9500	1,0500	0	0	0,0590	0,0390
9	0,9500	1,0500	-0,0240	0,0240	0,0860	0,0280
10	0,9500	1,0500	-0,0480	0,0480	0	0,0030
11	0,9500	1,0500	0	0	0	0
12	0,9500	1,0500	0	0	0,0900	0,0420
13	0,9500	1,0500	0	0	0,0150	0,0070
14	0,9500	1,0500	-0,0300	0,0300	0,0520	0,0240
15	0,9500	1,0500	0	0	0	0
16	0,9500	1,0500	0	0	0,0010	0,0010
17	0,9500	1,0500	0	0	0	0
18	0,9500	1,0500	0	0	0	0
19	0,9500	1,0500	0	0	0	0
20	0,9500	1,0500	0	0	0	0
21	0,9500	1,0500	0	0	0	0
22	0,9500	1,0500	-0,0480	0,0480	0	0
23	0,9500	1,0500	0,0000	0,0000	0,0290	0,0210
24	0,9500	1,0500	-0,0120	0,0120	0	0,0000
25	0,9500	1,0500	0	0	0,0180	0,0140
26	0,9500	1,0500	-0,0240	0,0240	0,0530	0,0150
27	0,9500	1,0500	-0,0240	0,0240	0,0630	0,0190
28	0,9500	1,0500	0	0	0,0500	0,0280
29	0,9500	1,0500	0	0	0,0560	0,0250
30	0,9500	1,0500	-0,0240	0,0240	0	0
31	0,9500	1,0500	0	0	0,0450	0,0250
32	0,9500	1,0500	0	0	0	0
33	0,9500	1,0500	0	0	0	0
34	0,9500	1,0500	0	0	0,0080	0,0030
35	0,9500	1,0500	0	0	0	0
36	0,9500	1,0500	0	0	0	0
37	0,9500	1,0500	0	0	0,0800	0,0400
38	0,9500	1,0500	0	0	0,0400	0,0200
39	0,9500	1,0500	0	0	0,0630	0,0290
40	0,9500	1,0500	0	0	0,0700	0,0380
41	0,9500	1,0500	0	0	0	0
42	0,9500	1,0500	0	0	0	0
43	0,9500	1,0500	0	0	0	0
44	0,9500	1,0500	0	0	0	0
45	0,9500	1,0500	0	0	0	0
46	0,9500	1,0500	0	0	0	0

Dados das Barras (cont)						
47	0,9500	1,0500	0	0	0,0050	0,0020
48	0,9500	1,0500	0	0	0,0050	0,0020
49	0,9500	1,0500	0	0	0,0340	0,0120
50	0,9500	1,0500	0	0	0	0
51	0,9500	1,0500	0	0	0	0
52	0,9500	1,0500	0	0	0	0
53	0,9500	1,0500	0	0	0	0
54	0,9500	1,0500	0	0	0	0
55	0,9500	1,0500	0	0	0	0
56	0,9500	1,0500	0	0	0	0
57	0,9500	1,0500	0	0	0	0
58	0,9500	1,0500	0	0	0,0350	0,0100
59	0,9500	1,0500	0	0	0,0390	0,0280
60	0,9500	1,0500	0	0	0,0400	0,0260
61	0,9500	1,0500	-0,0120	0,0120	0,0800	0,0500
62	0,9500	1,0500	0	0	0,0880	0,0550
63	0,9500	1,0500	0	0	0,0550	0,0300
64	0,9500	1,0500	0	0	0,0800	0,0350
65	0,9500	1,0500	0	0	0,0600	0,0300
66	0,9500	1,0500	0	0	0,0450	0,0250
67	0,9500	1,0500	0	0	0,0450	0,0250
68	0,9500	1,0500	0	0	0,0040	0,0020
69	0,9500	1,0500	0	0	0	0
70	0,9500	1,0500	0	0	0	0
71	0,9500	1,0500	0	0	0,0200	0,0100
72	0,9500	1,0500	0	0	0	0
73	0,9500	1,0500	-0,0300	0,0300	0	0
74	0,9500	1,0500	0	0	0	0
75	0,9500	1,0500	0	0	0	0
76	0,9500	1,0500	0	0	0	0
77	0,9500	1,0500	-0,0240	0,0240	0,0860	0,0600
78	0,9500	1,0500	0	0	0,0125	0,0060
79	0,9500	1,0500	0	0	0,0125	0,0060
80	0,9500	1,0500	0	0	0	0
81	0,9500	1,0500	0	0	0	0
82	0,9500	1,0500	0	0	0	0
83	0,9500	1,0500	0	0	0,0165	0,0080
84	0,9500	1,0500	0	0	0,0165	0,0080
85	0,9500	1,0500	0	0	0,0400	0,0200
86	0,9500	1,0500	0	0	0,0400	0,0200
87	0,9500	1,0500	0	0	0,0900	0,0461
88	0,9500	1,0500	0	0	0,6340	0,1268
89	0,9500	1,0500	0	0	0	0
90	0,9500	1,0500	0	0	0	0
91	0,9500	1,0500	0	0	0,3400	0,0680
92	0,9500	1,0500	0	0	0,0050	0,0020
93	0,9500	1,0500	0	0	0,1400	0,0280
94	0,9500	1,0500	0	0	0	0

Dados das Barras (cont)						
95	0,9500	1,0500	0	0	0	0
96	0,9500	1,0500	0	0	0	0
97	0,9500	1,0500	0	0	0,3734	0,0747
98	0,9500	1,0500	0	0	0	0
99	0,9500	1,0500	-0,1500	0,1500	0	0
100	0,9500	1,0500	0	0	0	0
101	0,9500	1,0500	0	0	1,7420	0,3484
102	0,9500	1,0500	0	0	0,0330	0
103	0,9500	1,0500	0	0	0,0330	0
104	0,9500	1,0500	0	0	0	0
105	0,9500	1,0500	0	0	0	0
106	0,9500	1,0500	0	0	0	0
107	0,9500	1,0500	0	0	0	0
108	0,9500	1,0500	0	0	0,6420	0,1284
109	0,9500	1,0500	0	0	0,0490	0,0000
110	0,9500	1,0500	0	0	0	0
111	0,9500	1,0500	0	0	0	0
112	0,9500	1,0500	0	0	0	0
113	0,9500	1,0500	0	0	0	0
114	0,9500	1,0500	0	0	0	0
115	0,9500	1,0500	0	0	2,6040	-0,2170
116	0,9500	1,0500	0	0	0,0147	0,0029
117	0,9500	1,0500	0	0	0,0147	0,0029
118	0,9500	1,0500	0	0	0,0147	0,0029
119	0,9500	1,0500	0	0	0	0
120	0,9500	1,0500	0	0	0	0
121	0,9500	1,0500	0	0	0	0
122	0,9500	1,0500	0	0	0	0
123	0,9500	1,0500	0	0	0	0
124	0,9500	1,0500	0	0	0	0
125	0,9500	1,0500	0	0	0	0
126	0,9500	1,0500	0	0	0	0
127	0,9500	1,0500	0	0	0	0
128	0,9500	1,0500	0	0	0	0
129	0,9500	1,0500	0	0	0,1154	0,0231
130	0,9500	1,0500	0	0	0,0966	0,0547
131	0,9500	1,0500	0	0	0	0
132	0,9500	1,0500	0	0	0	0
133	0,9500	1,0500	0	0	0	0
134	0,9500	1,0500	0	0	0	0
135	0,9500	1,0500	0	0	0,1021	0,0204
136	0,9500	1,0500	0	0	0	0
137	0,9500	1,0500	0	0	0	0
138	0,9500	1,0500	0	0	0	0
139	0,9500	1,0500	0	0	0,1190	-0,1510
140	0,9500	1,0500	0	0	1,0650	0,2130
141	0,9500	1,0500	0	0	0	0
142	0,9500	1,0500	0	0	0,2443	0,0489

Dados das Barras (cont)						
143	0,9500	1,0500	0	0	0	0
144	0,9500	1,0500	0	0	0	0
145	0,9500	1,0500	0	0	0	0
146	0,9500	1,0500	0	0	0	0
147	0,9500	1,0500	0	0	0	0
148	0,9500	1,0500	0	0	0	0
149	0,9500	1,0500	0	0	0,0130	0
150	0,9500	1,0500	0	0	0	0
151	0,9500	1,0500	0	0	0,2940	0,0588
152	0,9500	1,0500	0	0	0,1800	0,0360
153	0,9500	1,0500	0	0	0,0296	-0,5080
154	0,9500	1,0500	0	0	0,9800	0,1960
155	0,9500	1,0500	0	0	0	0
156	0,9500	1,0500	0	0	0,0400	0,1800
157	0,9500	1,0500	0	0	0,7134	0,1427
158	0,9500	1,0500	0	0	0	0
159	0,9500	1,0500	0	0	1,3740	0,2748
160	0,9500	1,0500	0	0	1,1670	0,2334
161	0,9500	1,0500	0	0	0,1800	0,0360
162	0,9500	1,0500	0	0	3,4040	0,6808
163	0,9500	1,0500	0	0	0	0
164	0,9500	1,0500	0	0	0	0
165	0,9500	1,0500	0	0	0	0
166	0,9500	1,0500	0	0	0	0
167	0,9500	1,0500	0	0	0	0
168	0,9500	1,0500	0	0	0,0310	0
169	0,9500	1,0500	0	0	0	0
170	0,9500	1,0500	0	0	0	0
171	0,9500	1,0500	0	0	0,0470	0
172	0,9500	1,0500	-3,0000	3,0000	7,4501	0,5700
173	0,9500	1,0500	-2,0000	2,0000	0,0250	0
174	0,9500	1,0500	-3,0000	3,0000	0,0000	0
175	0,9500	1,0500	-3,0000	3,0000	0,0440	0
176	0,9500	1,0500	0	0	0,0160	0
177	0,9500	1,0500	0	0	2,0000	0,0200
178	0,9500	1,0500	0	0	0	0
179	0,9500	1,0500	-2,0000	2,0000	2,0000	0,0100
180	0,9500	1,0500	0	0	0,5000	0,0100
181	0,9500	1,0500	-0,2100	0,2100	0,5000	-0,0100
182	0,9500	1,0500	-0,2100	0,2100	0,5000	0,0100

Tabela D.15 Dados de Geração para Sistema de 182 Barras

Bus	$G_p^{\min}$	$G_p^{\max}$	$G_q^{\min}$	$G_q^{\max}$	aa	bb
16	0,0000	0,1460	-9,9500	9,9500	20	1
18	0,0000	0,1720	-0,0700	0,1000	40	40
19	0,0000	5,0000	-9,0700	9,1000	40	40
20	0,0000	0,7000	-0,0400	1,5000	15	30
47	0,0000	0,0000	-0,0500	0,3348	0	0
48	0,0000	0,0000	-0,0500	0,3346	0	0
69	0,0000	0,0880	-0,0200	0,3880	20	40
70	0,0000	0,0880	-0,0200	0,3881	10	8
78	0,0000	0,0000	-9,9900	9,9900	0	0
79	0,0000	0,5000	-9,9900	9,3800	30	50
83	0,0000	0,0000	-9,9900	9,9900	0	0
84	0,0000	0,6600	-9,9900	9,5500	20	40
85	0,0000	0,0000	-9,9900	9,9900	0	0
86	0,0000	1,6000	-9,9900	1,2500	15	30
95	0,0000	1,4000	-9,9900	9,9900	10	10
96	0,0000	1,4000	-9,9900	9,9900	20	1
102	0,0000	0,0000	-1,6800	1,6800	0	0
103	0,0000	0,0000	-1,6800	1,6800	0	0
104	0,0000	2,5000	-1,6800	1,6800	40	40
105	0,0000	5,0000	-1,6800	1,6800	40	40
106	0,0000	2,5000	-1,6800	1,6800	15	30
107	0,0000	2,5000	-1,6800	1,6800	20	40
109	0,0000	0,0000	-1,5000	1,5000	0	0
110	0,0000	6,0000	-1,5000	1,5000	10	8
111	0,0000	6,0000	-1,5000	1,5000	30	50
112	0,0000	6,0000	-1,5000	1,5000	20	50
113	0,0000	0,0000	-9,9900	9,9900	0	0
114	0,0000	0,0000	-9,9900	9,9900	0	0
116	0,0000	1,9700	-1,0800	1,0800	15	30
117	0,0000	1,9700	-1,0800	1,0800	10	10
118	0,0000	1,9700	-1,0800	1,0800	30	30
151	0,0000	0,6000	-9,9900	9,9900	20	1
168	0,0000	19,9800	-9,9900	9,9900	10	10
169	0,0000	5,0000	-9,9900	9,9900	10	10
178	0,0000	2,0000	-3,5000	1,0000	40	50

## APÊNDICE E

### Resultados para Sistema-182 barras

#### D.1 Resultados de 182 barras

O sistema de 182 barras foi simulado minimizando-se os desvios das transações e perdas do *pool*. As tabelas seguintes apresentam o despacho das transações e do *pool*, os valores de compensadores shunt, fluxos, relações de magnitudes de tensão e defasadores dos transformadores.

Tabela D.1 Despacho de Geração para o Sistema de 182 barras

Trans	Carga total por transação(pu)	Geração total por transação(pu)
1	6,1691+j0,8734	6,1691+j0,8734
2	5,9716+j1,0325	5,9716+j1,0325
3	1,5940+j0,3745	1,5940+j0,3745
<i>pool</i>	18,2673+j1,0588	18,6685-j13,1175

Tabela D.2 Valores dos Compensadores *Shunt* para o Sistema de 182 barras

Barra	$b^{shunt}$
2	0,0300
5	0,0180
6	0,0180
9	0,0240
10	0,0204
14	0,0300
22	0,0480
24	0,0120
26	-0,0168
27	-0,0168
30	0,0240
61	0,0120
73	0,0300
77	0,0240
99	0,0021
172	0,0904
173	-0,5000
174	-0,7499
175	-0,3269
179	-0,4999
181	-0,0328
182	-0,0221

Tabela D.3 Valores de Fluxos, Relações de Magnitudes e Defasadores de Tensão dos Transformadores

linha	i	j	fluxo <sub>ij</sub>	a	phi
35	14	44	-0,0520 + 0,0091i	0,9836	0
78	94	93	0,1401 + 0,0399i	1,0024	0
82	100	101	0,3994 - 0,0163i	1,0106	0
87	10	119	-0,0000 + 0,0076i	1,0254	0
88	10	119	-0,0000 + 0,0074i	1,0252	0
89	28	120	-0,0500 - 0,0280i	1,0277	0
90	7	121	-0,0320 - 0,0050i	1,0224	0
91	8	121	-0,0590 - 0,0390i	1,0412	0
92	57	123	-0,0000 - 0,0000i	1,0535	0
93	58	123	-0,0350 - 0,0100i	1,0508	0
94	59	124	-0,0390 - 0,0280i	1,0082	0
95	60	124	-0,0400 - 0,0260i	1,0088	0
96	61	125	-0,0800 - 0,0368i	0,9641	0
97	62	125	-0,0880 - 0,0550i	1,0170	0
99	63	126	-0,0550 - 0,0300i	1,0270	0
100	64	126	-0,0800 - 0,0350i	1,0254	0
107	72	133	-0,0000 - 0,0000i	1,0377	0
108	73	133	-0,0000 + 0,0331i	1,0041	0
109	76	133	-0,0358 - 0,0307i	0,9993	0
110	76	133	-0,0356 - 0,0307i	0,9992	0
111	76	133	-0,0348 - 0,0300i	0,9993	0
114	77	134	-0,0860 - 0,0335i	0,9688	0
117	82	136	-0,0000 + 0,0004i	1,0025	0
118	82	136	0,0000 + 0,0005i	1,0025	0
129	11	138	-0,0000 - 0,0000i	1,0258	0
130	98	142	-0,1019 - 0,0166i	0,9817	0
131	98	142	-0,1001 - 0,0161i	0,9818	0
132	98	142	-0,1714 - 0,0268i	0,9819	0
140	55	143	-0,2071 - 0,0575i	0,9746	0
141	56	143	-0,2043 - 0,0576i	0,9745	0
145	12	144	-0,0900 - 0,0420i	1,0180	0
146	41	145	0,0025 - 0,0393i	0,9971	0
147	41	145	0,0025 - 0,0395i	0,9971	0
148	41	145	0,0025 - 0,0407i	0,9971	0
152	26	146	-0,0530 - 0,0415i	0,9833	0
153	27	146	-0,0630 - 0,0455i	0,9822	0
154	30	147	-0,0000 + 0,0264i	1,0051	0
155	46	147	-0,0255 - 0,0254i	1,0051	0
156	46	147	-0,0243 - 0,0241i	1,0051	0
167	149	136	0,0488 - 0,0187i	1,0002	0
168	149	136	0,0488 - 0,0184i	1,0002	0
169	90	150	-0,2962 - 0,1184i	0,9766	0
170	90	150	-0,2962 - 0,1184i	0,9766	0
171	90	150	-0,0704 - 0,0346i	0,9737	0
Fluxos, Relações de Magnitudes e Defasadores (cont)					

172	90	150	-0,0704 – 0,0359i	0,9732	0
175	91	151	-0,1700 – 0,0750i	1,0109	0
176	91	151	-0,1700 – 0,0750i	1,0109	0
186	155	101	0,4411 + 0,0052i	1,0103	0
187	155	101	0,4477 + 0,0232i	1,0112	0
188	155	101	0,4576 + 0,0232i	1,0112	0
192	158	108	0,3225 – 0,0541i	0,9959	0
193	158	108	0,3209 – 0,0696i	0,9934	0
211	163	137	0,1866 + 0,1152i	1,0155	0
212	163	137	0,2058 + 0,0844i	1,0117	0
214	164	142	0,3957 + 0,1863i	1,0290	0
215	164	142	0,3944 + 0,2008i	1,0305	0
216	164	142	0,3970 + 0,2013i	1,0304	0
217	164	142	0,3968 + 0,1589i	1,0263	0
221	166	148	0,2516 + 0,0862i	1,0059	0
222	166	148	0,2443 + 0,1683i	1,0102	0
223	166	148	0,1212 + 0,0699i	1,0087	0
224	166	148	0,1222 + 0,0698i	1,0087	0
229	167	115	3,7060 – 0,1637i	0,9987	-0,0163
233	169	160	2,0171 – 0,3811i	0,9992	-0,0636
246	175	162	2,2728 + 0,7752i	1,0159	-0,0020
247	175	162	2,2018 + 0,7490i	1,0156	-0,0028
250	176	166	1,5656 + 0,7484i	1,0081	0
258	172	179	0,6001 + 0,7964i	0,9972	0
259	172	179	0,6001 + 0,7964i	0,9972	0