

ANA MARGARIDA DE OLIVEIRA

**MODELAGEM DE MÁQUINAS ELÉTRICAS E SEUS
CIRCUITOS ELÉTRICOS ASSOCIADOS
UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS
FINITOS 2D**

FLORIANÓPOLIS

2004

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

MODELAGEM DE MÁQUINAS ELÉTRICAS E SEUS
CIRCUITOS ELÉTRICOS ASSOCIADOS
UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS
FINITOS 2D

Tese submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

ANA MARGARIDA DE OLIVEIRA

Florianópolis, Março de 2004.

MODELAGEM DE MÁQUINAS ELÉTRICAS E SEUS CIRCUITOS ELÉTRICOS ASSOCIADOS UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS 2D

Ana Margarida de Oliveira

‘Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.
Orientador

Prof. Jefferson Luiz Brum Marques, Ph. D.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.
Presidente

Nelson Sadowski, Dr.
Co-orientador

Prof. Renato Cardoso Mesquita, Dr. (UFMG)

Eng. Paschoal Spina Neto, Dr. (WEG)

Eng. Cláudia Andréa da Silva, Dr. (Embraco)

Prof. Renato Carlson, Dr. (UFSC)

Prof. Patrick Dular, Dr. (Ulg)

Àqueles que por ventura venham a lê-la,
que ela lhes possa ser útil.

Agradecimentos

A Deus, que me manteve de pé.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

MODELAGEM DE MÁQUINAS ELÉTRICAS E SEUS CIRCUITOS ELÉTRICOS ASSOCIADOS UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS 2D

Ana Margarida de Oliveira

Mar./2004

Orientador: Patrick Kuo-Peng, Dr.

Co-Orientador: Nelson Sadowski, Dr.

Área de Concentração: Análise e Concepção de Dispositivos Eletromagnéticos

Palavras-chave: Máquinas Elétricas, Acoplamento Campo-Circuito-Movimento, Inclinação de Ranhuras.

Número de páginas: 196

O presente trabalho aborda o desenvolvimento e implementação computacional de um método de acoplamento direto das equações de campo e movimento de máquinas elétricas com as equações de conversores estáticos, levando-se em consideração no modelo bidimensional da máquina os efeitos oriundos da inclinação de ranhura e a presença de diferentes e múltiplas conexões de condutores maciços. Contribui-se com uma formulação ampla e bastante abrangente que aproxima o modelo matemático da máquina de suas condições reais de utilização, envolvendo em um mesmo sistema características dinâmicas da própria máquina e de seus circuitos de acionamento. Além disso, uma contribuição é feita permitindo a consideração, durante a simulação, de leis de controle em malha fechada que atuam em conjuntos máquina-conversor.

Abstract of Thesis presented as a partial fulfillment of the requirements for the degree of
Doctor in Electrical Engineering.

**MODELLING OF ELECTRICAL MACHINES AND ITS
ELECTRICAL CIRCUITS USING THE 2D FINITE
ELEMENT METHOD**

Ana Margarida de Oliveira

Mar./2004

Advisor: Patrick Kuo-Peng, Dr.

Co-Advisor: Nelson Sadowski, Dr.

Area of Concentration: Analysis and Conception of Electromagnetic Devices

Keywords: Electrical Machines, Coupled Field-Circuit-Movement, Skewed Slots.

Number of pages: 196

This work presents the development and computational implementation of a direct coupling method of electrical machines' field and movement equations with the static converters ones, considering in the machine's two-dimensional model the effects due to skewed slots and the presence of different and multiples thick conductors connections. It contributes with an ample and general formulation, which closes the machine mathematical model on its real operational conditions, including in a same system the dynamic characteristics of the machine itself and of its drivers. Furthermore, a contribution is made allowing the consideration, during the simulation, of closed loop control laws acting on machine – static converters groups.

Sumário:

Lista de Simbologia	1
Introdução Geral	8
Capítulo 1 – Acoplamento Campo-Convertor-Movimento	
1.1 – Introdução	15
1.2 – A Máquina Elétrica	16
1.3 – O Convertor Estático	17
1.4 – O Movimento	20
1.5 – Implementação Computacional	21
1.6 – Exemplos	23
1.6.1 – Servomotor CA	24
1.6.1a – Gerador a Vazio	24
1.6.1b – Operação Gerador + Fonte <i>flyback</i>	27
1.6.1c – Acionamento como Motor	30
1.6.2 – Motor de Indução Trifásico	33
1.7 – Conclusão	35
Capítulo 2 – Inclinação de Ranhuras em Máquinas sem Correntes Induzidas	
2.1 – Introdução	37
2.2 – Algumas Considerações sobre Características Construtivas	37
2.3 – Consideração da Inclinação de Ranhuras no MEF 2D	40
2.3.1 – Método do Fatiamento	41
2.4 – Exemplos	44

2.4.1 – Gerador a Vazio	45
2.4.2 – Acionamento PWM (Malha V/f)	47
2.4.3 – Acionamento com Frequência Variável	49
2.5 – Conclusão	52

Capítulo 3 – Inclinação de Ranhuras em Máquinas com Correntes Induzidas

3.1 – Introdução	54
3.2 – Problemas com Correntes Induzidas	55
3.3 – Conexões entre Condutores Maciços	57
3.3.1 – Conexão em Série	57
3.3.2 – Conexão em Paralelo	59
3.3.3 – Conexão em Gaiola	61
3.3.4 – Discretização Temporal	67
3.4 – Inclinação de Ranhuras	69
3.5 – Conclusão	73

Capítulo 4 – Exemplos de Aplicação: Análise de Motores de Indução

4.1 – Introdução	74
4.2 – Motor de Indução de Pólos Sombreados	74
4.2.1 – Princípios Básicos de Operação	75
4.2.1a – Definição	75
4.2.1b – Elementos Principais	75
4.2.1c – Princípio de Funcionamento	76
4.2.1d – Ação da Espira de Sombra	78
4.2.1e – Use de Cunhas ou Pontes Magnéticas	79
4.2.1f – Tríplex Espira de Sombra	80

4.2.1g – Adição do Efeito de Relutância na Porção Principal do Pólo	81
4.2.2 – Efeito da Variação de Parâmetros no Desempenho do Motor	82
4.2.2a – Variação do Ângulo da Porção Sombreada - θ_s	83
4.2.2b – Variação da Resistência da Espira de Sombra - R_s	85
4.2.2c – Variação da Inclinação de Ranhuras - α_r	87
4.2.2d – Adição do Efeito da Relutância	89
4.2.3 – Comparação de Modelos Usando MEF para Simulação Dinâmica do MIPS	91
4.2.4 – Acoplamento com Conversores Estáticos	96
4.2.4a – MIPS Alimentado por Circuito Gradador de Tensão	96
4.3 – Motor de Indução Trifásico Duplamente Alimentado sem Escovas	101
4.3.1 – Introdução	101
4.3.2 – Contexto Histórico	102
4.3.3 – Contexto Atual	103
4.3.4 – Análise Dinâmica: Transitório de Partida	104
4.3.5 – Análise de Desempenho e de Forças	109
4.3.5.1 – Análise do Desempenho	110
4.3.5.2 – Análise das Forças	112
4.4 – Conclusão	119
 Conclusão	 120
 Anexo 1 – Equações da Máquina Elétrica	
A1.1 – Equações de Maxwell	126
A1.2 – Potencial Vetor Magnético: \vec{A}	128
A1.3 – Condições de Contorno	130
A1.4 – Equações dos Condutores	132

A1.5 – Equação Global da Estrutura Eletromagnética	134
A1.6 – Discretização do Problema	135
A1.6.1 – Método de Elementos Finitos	135
A1.6.2 – Método de Resíduos Ponderados	136
A1.6.3 – Método de Galerkin	139
A1.7 – Sistema Matricial de Equações do Dispositivo Eletromagnético	139
A1.7.1 – Método de Euler	141
A1.7.2 – Casos Não-Lineares	142
Anexo 2 – Equações do Conversor Estático	
A2.1 – Estudo Topológico de Circuitos	144
A2.1.1 – Grafo Linear	144
A2.1.2 – Laço	145
A2.1.3 – Árvore	146
A2.1.4 – Corte Fundamental	147
A2.1.5 – Laço Fundamental	148
A2.1.6 – Matriz de Cortes Fundamentais	149
A2.1.7 – Matriz de Laços Fundamentais	150
A2.1.8 – Relação entre \mathbf{K}_e e \mathbf{B}_r	152
A2.2 – Determinação Automática de \mathbf{B}_r	153
A2.2.1 – Matriz de Incidência	153
A2.2.2 – Algoritmo de Welsh	155
A2.2.3 – Relação Tensão-Corrente entre Ramos e Elos	158
A2.3 – Modelo em Espaço de Estados do Conversor Estático	160
A2.3.1 – Equações Características	160

A2.3.2 – Determinação das Matrizes \mathbf{G}_1 a \mathbf{G}_6	163
A2.3.3 – Comutação	164
A2.3.4 – Cálculo da Tensão nos Terminais dos Interruptores	166
Anexo 3 – Equações do Movimento	
A3.1 – Introdução	168
A3.2 – Método da Banda de Movimento	169
A3.3 – Método do Tensor de Maxwell	173
A3.3.1 – Equação de Oscilação Mecânica	175
Anexo 4 – Dados dos Motores Utilizados	
A4.1 – Servomotor CA	177
A4.2 – Motor de Indução Trifásico, Rotor em Gaiola Reta – MITr	179
A4.3 – Motor de Indução Trifásico Duplamente Alimentado sem Escovas – MITDASE	181
A4.4 – Motor de Indução de Pólos Sombreados – MIPS	183
Referências Bibliográficas	186

Lista de Simbologia

Índices:

0	Relativo à imantação remanente;
C	Relativo aos capacitores;
e	Relativo aos elementos da malha de elementos finitos;
e	Relativo aos elos do grafo;
E	Relativo aos enrolamentos;
f	Relativo aos condutores finos ou multifilamentares;
f	Relativo às fatias do domínio;
i	Relativo aos elementos da linha i de matrizes ou vetores;
j	Relativo aos elementos da coluna j de matrizes;
J	Relativo às fontes de corrente;
k	Relativo aos nós da malha de elementos finitos;
L	Relativo às indutâncias;
m	Relativo aos condutores maciços;
n	Relativo à direção normal à superfície ou contorno considerado;
r	Relativo aos ramos do grafo;
R	Relativo aos resistores;
V	Relativo às fontes de tensão;
x	Relativo à direção do eixo x ;
y	Relativo à direção do eixo y ;

z	Relativo à direção do eixo z ;
τ	Relativo à direção tangencial à superfície ou contorno considerado.

Grandezas Vetoriais:

\vec{A}	Potencial vetor magnético;	T.m
A	Potencial vetor magnético – módulo;	T.m
\vec{B}	Indução magnética;	T
B	Indução magnética – módulo;	T
\vec{D}	Indução elétrica;	C/m ²
\vec{E}	Campo elétrico;	V/m
\vec{H}	Campo magnético;	A/m
H	Campo magnético – módulo;	A/m
\vec{i}	Vetor unitário na direção do eixo x ;	
\vec{j}	Vetor unitário na direção do eixo y ;	
\vec{J}	Densidade superficial de corrente elétrica;	A/m ²
J	Densidade superficial de corrente elétrica – módulo;	A/m ²
\vec{k}	Vetor unitário na direção do eixo z ;	
\vec{n}	Vetor unitário na direção normal à superfície ou contorno considerado;	
\vec{X}	Entidade vetorial qualquer;	
$\vec{\tau}$	Direção tangencial à superfície ou contorno considerado.	

Grandezas Escalares:

\bar{A}	Potencial vetor magnético: solução exata (resolução analítica);	T.m
-----------	---	-----

b	Número de elementos de um circuito elétrico ou de braços de um grafo;	
C	Capacitância;	F
cg	Número de condutores em gaiola;	
cp	Número de condutores em paralelo;	
cs	Número de condutores em série;	
ds	Unidade elementar de área;	m^2
dt	Unidade elementar de tempo;	s
$d\Omega$	Unidade elementar do domínio;	
$d\Gamma$	Unidade elementar das fronteiras do domínio;	
$d\ell$	Unidade elementar de comprimento;	m
e	Número de elos de um grafo;	
E	Enrolamento;	
f	Frequência;	Hz
I	Corrente elétrica;	A
J	Fonte de corrente;	A
K_{fr}	Coefficiente de atrito dinâmico;	kg.m
ℓ	Comprimento;	m
L	Indutância;	H
M	Massa;	kg
n	Elemento finito genérico;	
n	Número de nós de um circuito elétrico ou de nós de um grafo;	
nf	Número de fatias;	
nno	Número total de nós da malha de elementos finitos;	
N	Função de forma ou interpolação;	
N_{CF}	Número de cortes fundamentais;	

N_{co}	Número de condutores em série que compõem um condutor fino;	
N_{LF}	Número de laços fundamentais;	
q	Fluxo que atravessa uma superfície;	
r	Número de ramos de uma árvore;	
r	Raio;	m
R	Resistência elétrica;	Ω
S	Área (Seção transversal);	m^2
t	Tempo;	s
T_{em}	Torque eletromagnético;	N.m
T_{cg}	Torque de carga;	N.m
U	Tensão elétrica;	V
V	Fonte de tensão;	V
W	Função de ponderação;	
Y	Entidade escalar qualquer;	
Δt	Passo de cálculo (incremento no tempo);	s
ε	Permissividade elétrica;	F/m
\mathfrak{F}	Força magnetomotriz;	
ϕ	Potencial escalar elétrico;	V
φ	Fluxo magnético;	Wb
Γ	Fronteiras do domínio de cálculo;	
μ	Permeabilidade magnética;	H/m
ν	Relutividade magnética;	$(H/m)^{-1}$
ρ	Densidade volumétrica de carga elétrica;	C/m^3
σ	Condutividade elétrica;	$(\Omega.m)^{-1}$

θ	Posição angular;	rad
Ω	Domínio de cálculo;	
ω	Velocidade angular;	rad/s
\Re	Resíduo numérico.	

Matrizes e Vetores:

A	Vetor dos potenciais vetor magnético nos nós da malha de elementos finitos (elementos a_i);
B	Matriz de Laços Fundamentais (elementos b_{ij});
B'	Matriz de Laços Fundamentais alterada (elementos b'_{ij});
C	Matriz de capacitâncias (elementos c_{ij});
D	Vetor de contribuição dos ímãs permanentes (elementos d_i);
E	Vetor de fontes de tensão e corrente (elementos e_i);
F	Matriz de incidência (elementos f_{ij});
F'	Matriz de incidência alterada (elementos f'_{ij});
G₁	Matriz que relaciona as variáveis de estado a suas derivadas (elementos g^1_{ij});
G₂	Matriz que relaciona as variáveis de estado às entradas do sistema (elementos g^2_{ij});
G₃	Matriz que relaciona as variáveis de estado às correntes nos enrolamentos (elementos g^3_{ij});
G₄	Matriz que relaciona as tensões nos enrolamentos às variáveis de estado (elementos g^4_{ij});

G₅	Matriz que relaciona as tensões nos enrolamentos às entradas do sistema (elementos g_{ij}^5);
G₆	Matriz que relaciona as tensões às correntes nos enrolamentos (elementos g_{ij}^6);
H₁	Matriz auxiliar (elementos h_{ij}^1);
H₂	Matriz auxiliar (elementos h_{ij}^2);
I	Vetor de correntes (elementos i_i);
J	Vetor de fontes de corrente (elementos j_i);
K	Matriz de Cortes Fundamentais (elementos k_{ij});
L	Matriz de indutâncias (elementos l_{ij});
M	Matriz de indutâncias mútuas (elementos m_{ij});
N	Matriz relacionada à condutividade (elementos n_{ij});
P	Matriz que relaciona os condutores presentes no elemento a seus nós (elementos p_{ij});
Q	Matriz relacionada aos enlaces de fluxo (elementos q_{ij});
R	Matriz de resistências (elementos r_{ij});
s	Sub-matriz que relaciona o tipo e a natureza dos elementos do circuito (elementos s_{ij});
SS	Matriz relacionada à permeabilidade (elementos ss_{ij});
T₁	Matriz auxiliar (elementos t_{ij}^1);
T₂	Matriz auxiliar (elementos t_{ij}^2);
U	Vetor de tensões (elementos u_i);

- X** Vetor de variáveis de estado (elementos x_i);
- X₁** Matriz de conexão dos conectores maciços (elementos x_{ij}^1);
- X₂** Matriz de conexão dos condutores maciços (elementos x_{ij}^2);
- X'₁** Matriz de conexão dos conectores maciços (elementos $x_{ij}^{1'}$);
- X'₂** Matriz de conexão dos condutores maciços (elementos $x_{ij}^{2'}$);
- Y₁** Matriz que relaciona as tensões nos elementos resistivos às variáveis de estado (elementos y_{ij}^1);
- Y₂** Matriz que relaciona as tensões nos elementos resistivos às entradas do sistema (elementos y_{ij}^2);
- Y₃** Matriz que relaciona as tensões nos elementos resistores às correntes nos enrolamentos (elementos y_{ij}^3).

Introdução Geral

O Método de Elementos Finitos (MEF) é amplamente utilizado na modelagem de fenômenos eletromagnéticos, permitindo o estudo do comportamento local de dispositivos podendo-se levar em consideração as correntes de Foucault em partes condutoras, a saturação nos materiais ferromagnéticos, o movimento de partes móveis, análises com acoplamento térmico ou com circuitos elétricos etc..

Encontramos alguns artigos dedicados à difusão do MEF no cálculo de campos eletromagnéticos na década de 60. Nesta época, a nova maneira de solução de problemas em eletromagnetismo, utilizando os recursos computacionais disponíveis no momento em substituição à difícil e limitada abordagem analítica, já era bastante utilizada. Neste contexto, Alvin Wexler procura, em [1], fazer uma revisão dos principais conceitos matemáticos e computacionais necessários para o desenvolvimento de algoritmos eficientes e estáveis para formulação e solução numérica de fenômenos do eletromagnetismo.

Vários fatores contribuíram no incentivo à utilização do MEF, como os bons resultados apresentados nos cálculos da engenharia mecânica e as suas vantagens em relação ao Método de Diferenças Finitas, muito utilizado. Os primeiros objetos de estudo no eletromagnetismo são, principalmente, as antenas, guias de onda e linhas de transmissão. Em 1970, Zoltan J. Csendes e P. Silvester [2] aproveitam duas das grandes vantagens do MEF, a liberdade de se adequar elementos triangulares de formas e tamanhos variados na criação da malha de discretização e os resultados extremamente apurados conseguidos com a utilização de polinômios de ordens elevadas, na elaboração de um programa computacional geral para a análise dos campos e dispersões em guias de onda.

Com a utilização do MEF, surgiu a necessidade de se aprimorar as formulações e discretizações utilizadas permitindo sua aplicação a casos com geometrias mais elaboradas e complexas [3]. Ao mesmo tempo, a observação das características das matrizes geradas, como simetria e alta esparsidade, estabeleceu linhas de pesquisa visando a otimizar os recursos computacionais e melhorar, assim, o desempenho dos algoritmos utilizados, ou seja, objetivando o desenvolvimento de métodos para aceleração da convergência e redução do tempo computacional [4].

Estes progressos observados foram particularmente interessantes para os casos de análise de máquinas elétricas, nos quais o MEF em duas dimensões começou a ser aplicado na análise da

distribuição dos campos no estator e rotor da máquina, do fenômeno da saturação, na determinação de parâmetros como reatâncias mútuas e de dispersão, perdas etc..

Em 1974, M. V. K. Chari [5] aplica o MEF no cálculo magnetostático não-linear de um gerador de corrente contínua com excitação independente. São feitas as análises da distribuição dos campos na máquina a vazio e com carga nominal a partir da aplicação de densidades de correntes uniformes nos enrolamentos de armadura, de campo, de interpolo e de compensação. Uma vez obtidos os potenciais vetor nos nós da malha, o fluxo no entreferro da máquina é então calculado e, com ele, a tensão induzida nos enrolamentos de armadura. Para realização da análise com carga é utilizada a condição de antiperiodicidade como condição de contorno do problema, o que possibilitou a redução do domínio de cálculo e viabilizou a análise.

No mesmo período, várias aplicações do método são encontradas na determinação e análise de grandezas mecânicas, elétricas e magnéticas em dispositivos eletromagnéticos diversos, como o cálculo da força em um eletroímã sujeito a uma densidade de corrente uniforme e constante [6]; a análise da distribuição de correntes induzidas sobre a seção transversal de um fio condutor em regime permanente senoidal [7]; a distribuição do fluxo magnético no interior de um motor de passo devido aos ímãs, às correntes e à excentricidade do rotor [8]; o cálculo das resistências de amortecimento presentes em máquinas síncronas e sua variação durante transitórios [9].

Em 1980, B. Ancelle et al. [10] utiliza a formulação magnetostática apresentada em [6] em conjunto com procedimentos de otimização no desenvolvimento de um pacote computacional para análise de contadores e otimização de sua espira de sombra. Os procedimentos apresentados evidenciam a grande utilidade do MEF como ferramenta de projeto de dispositivos eletromagnéticos. Neste mesmo ano, são publicados um artigo de M. V. K. Chari [11], no qual ele destaca a grande utilidade do método na análise apurada de máquinas elétricas, destacando sua grande utilidade como ferramenta de projeto de máquinas, e um artigo de S. C. Tandon et al. [12], no qual é feita a análise da influência da geometria das ranhuras da máquina na distribuição de seus campos e no valor de suas reatâncias de dispersão utilizando-se o MEF.

Até meados da década de 80, a maneira convencional de análise de máquinas elétricas baseia-se na imposição de correntes ou densidades de corrente nos condutores da máquina para o cálculo dos campos e, a partir destes, das indutâncias próprias e mútuas dos enrolamentos. Nesta época constata-se um crescente interesse na obtenção de sistemas acoplados de equações de campo e de circuito elétrico a fim de se obter formulações onde fontes de tensão pudessem ser diretamente associadas às fontes de campo. Estas equações de circuito são basicamente obtidas a partir da aplicação das Leis de Kirchoff aos enrolamentos da máquina elétrica.

Assim, Elias G. Strangas e Kenneth R. Theis combinam, em [13], as equações de campo e circuito na análise de um motor de indução de pólos sombreados (MIPS). Utilizam o potencial vetor magnético na formulação do campo e as tensões e correntes nos diversos condutores do motor como variáveis em um sistema completo de equações diferenciais temporais. No mesmo ano, Elias G. Strangas apresenta o acoplamento das equações de circuito na análise não-linear passo a passo no tempo de um motor de indução [14]. O MEF combinado com equações de circuito foi utilizado por D. Shen et al. [15] na análise de um relé e de um MIPS. Também na análise de um MIPS, S. Williamson e M. C. Begg [16] utilizam uma formulação no domínio da frequência de campo e circuito.

Esta modelagem de dispositivos eletromagnéticos acoplados a circuitos elétricos externos é, muitas vezes, uma necessidade, particularmente no estudo de motores sujeitos a correntes induzidas e alimentados por conversores estáticos. Para obtenção deste modelo, dois problemas distintos devem ser solucionados, o acoplamento das equações de campo com as equações do circuito elétrico externo e a inclusão do movimento no modelo de cálculo. Assim, paralelamente ao grande interesse e desenvolvimento de sistemas acoplados de campo e circuito, observou-se o também crescente interesse na representação do movimento rotórico na análise de máquinas elétricas.

Uma discussão sobre alguns métodos para se considerar o movimento no cálculo de campo é apresentada por B. Davat et al. em [17]. Neste artigo é exposta uma divisão principal na escolha do método a ser utilizado: para dispositivos em que a relutância da parte móvel não varia com o movimento é apresentado um método em que um sistema de referências fixo é associado à parte imóvel da estrutura, e, para os casos em que ocorre a modificação da estrutura durante o movimento, o melhor método apontado consiste na consideração do movimento na região uniforme do entreferro, utilizando-se, para isso, de elementos especiais.

Com relação ao acoplamento das equações de campo e circuito, verificamos que quando as estruturas eletromagnéticas estão associadas a circuitos de alimentação mais ou menos complexos, é importante considerar um acoplamento forte entre essas equações. Francis Piriou e Adel Razek apresentam em [18] uma análise de uma estrutura eletromagnética simples, um indutor montado sobre um núcleo do tipo EI, porém sujeita à saturação. Duas metodologias são abordadas, primeiramente o acoplamento indireto das equações não-lineares do circuito e do campo e, posteriormente, o acoplamento direto dessas equações. É observado que, para sistemas onde o circuito e/ou o campo são não-lineares, o acoplamento direto é necessário para uma real representação do sistema.

Adicionalmente, com a evolução da eletrônica de potência, observou-se uma crescente associação de máquinas elétricas e conversores estáticos. Conseqüentemente, devido à necessidade constante de se produzir sistemas mais competitivos, tornou-se necessário o desenvolvimento de métodos de análise para predição mais apurada de perdas, variações de torque e interação máquina – conversor. Uma maneira de se considerar todos estes aspectos é realizar a análise passo a passo no tempo em que a geometria da máquina, as não linearidades dos materiais, as correntes induzidas e todas as variações temporais do sistema, i. e., etapa de funcionamento do conversor, variações de carga etc., possam ser considerados simultaneamente [19, 20]. E uma das limitações apresentadas nos trabalhos citados até o momento é a forma de se considerar a interação máquina-conversor.

Métodos de resolução simultânea dessas equações de campos e circuitos externos de alimentação foram desenvolvidos, sendo primeiramente limitados a associações particulares de alguns tipos de conversores e dispositivos eletromagnéticos [21 – 27]. Nestes casos, o sistema de equações de um circuito específico é obtido em uma etapa anterior à análise, assim como todas as etapas de seu funcionamento e os instantes de transição destas etapas, sendo em seguida implementado em um algoritmo para resolução de seu acoplamento direto ou indireto com as equações de campo.

Posteriormente essa limitação foi superada e métodos capazes de determinar automaticamente as equações de qualquer circuito externo de alimentação, partindo da declaração de sua topologia, foram desenvolvidos. Em 1996, Janne Väänänen apresenta um método onde as equações de campo e circuito são montadas e avaliadas passo a passo no tempo sem a necessidade do conhecimento anterior do funcionamento do circuito [28]. Neste trabalho, a máquina elétrica é modelada utilizando-se o MEF 2D e tratada como um elemento multi-porta não-linear e acoplada indiretamente ao circuito. No ano seguinte, P. Kuo-Peng et al. apresenta um método de acoplamento direto das equações de campo e conversores estáticos sem conhecimento *a priori* de seu funcionamento ou etapas de operação [29].

Nestes métodos, o acoplamento, direto ou indireto, das equações de campo, que descrevem o dispositivo eletromagnético, com as equações do conversor é feito de maneira automatizada, o que aumenta a potencialidade do método e amplia sua aplicação a um número maior de casos de análise. Como continuação do trabalho apresentado em [29], foi expandido o método de análise para contemplar estruturas polifásicas [30, 31] e com movimento [32 – 36], possibilitando assim a análise dinâmica de máquinas elétricas diretamente acopladas a conversores estáticos, assim como de estruturas estáticas acopladas a conversores estáticos submetidos a controle em malha fechada [37, 38].

No método tradicional de elementos finitos em duas dimensões, a seção transversal que caracteriza o domínio é considerada constante ao longo de toda a sua profundidade. Esta característica nem sempre é encontrada em dispositivos eletromagnéticos reais. No caso das máquinas elétricas, por exemplo, uma característica construtiva comum é a inclinação das ranhuras do estator; ou a inclinação das barras do rotor em máquinas de indução com rotor em gaiola; ou mesmo a inclinação dos ímãs em máquinas síncronas a ímãs permanentes. Estas práticas produzem variações na seção transversal da máquina ao longo de seu eixo, variações que não são levadas em conta pelo método tradicional de cálculo 2D.

A consideração dos efeitos da mudança do domínio ao longo de sua profundidade nos leva à utilização de métodos de cálculo em três dimensões e, assim, vários trabalhos são desenvolvidos para obtenção de um modelo tridimensional para máquinas elétricas [39 – 42, 83]. Porém, cálculos pelo método de elementos finitos em 3D possuem dificuldades de diversas origens. Inicialmente, o setor de pré-processamento é de difícil confecção, sendo assunto atual de pesquisas avançadas. A descrição geométrica de uma estrutura em 3D é tarefa complexa e criar um sistema que permita ao utilizador/pesquisador um diálogo simples e eficaz requer muito esforço de implementação e posterior grande esforço computacional de processamento.

Desta forma, métodos de análise em duas dimensões que incorporam em seu modelo fenômenos tridimensionais continuam a ser desenvolvidos e aplicados com sucesso [43 – 49]. Estes métodos apresentam vantagens se comparados aos métodos de cálculo 3D, como o aproveitamento do pré-processamento já desenvolvido para os casos tradicionais e tempo de processamento reduzido.

O modelo desenvolvido nesta tese baseia-se no modelo apresentado por A. Tenhunen e A. Arkkio [50]. Neste artigo, os autores apresentam um modelo para análise de motores de indução em gaiola com as barras do rotor inclinadas. O MEF 2D é utilizado associado ao Método do Fatiamento, no qual a máquina elétrica passa a ser representada não mais apenas por uma única seção transversal, mas por um conjunto de seções transversais ao longo de sua profundidade. Como no domínio de cálculo existem condutores finos e maciços, a continuidade de corrente nestes condutores através das fatias representativas do domínio deve ser imposta. No entanto, apenas a conexão em gaiola dos condutores maciços é prevista.

Dentro do contexto apresentado, podemos apresentar como objetivo principal deste trabalho o desenvolvimento e implementação computacional de um método de acoplamento direto das equações de campo e movimento de máquinas elétricas e das equações de conversores estáticos, levando-se em conta no modelo bidimensional da máquina os efeitos oriundos da

inclinação de ranhura e a presença de diferentes e múltiplas conexões de condutores maciços. Visa-se contribuir com uma formulação ampla e bastante abrangente que aproxime o modelo matemático da máquina de suas condições reais de utilização [51], envolvendo em um mesmo sistema características dinâmicas da própria máquina e de seus circuitos de acionamento, cada vez mais complexos. Além disso, uma pequena contribuição é feita permitindo-se a consideração de controles em malha fechada existentes em conjuntos máquina-conversor durante a simulação dos mesmos.

Para apresentação dos trabalhos desenvolvidos, esta tese é dividida em quatro capítulos.

O primeiro capítulo trata da formulação que permite o acoplamento direto de dispositivos eletromagnéticos com conversores estáticos diversos levando em consideração o movimento rotórico. O método é aplicado na análise de máquinas elétricas com ranhuras retas e validado com medições realizadas.

O segundo capítulo aborda o problema da inclinação de ranhuras presente nas máquinas elétricas. Uma explanação sucinta é feita sobre as características dos campos em máquinas com ranhuras retas, sobre os efeitos indesejados observados em suas características mecânica e elétrica e sobre a característica construtiva de inclinação das ranhuras como uma forma de eliminar esses efeitos. O método de fatiamento do dispositivo ao longo de seu eixo é apresentado e sua implementação no sistema de equações para máquinas elétricas sem partes condutoras é realizada. Resultados obtidos na simulação e ensaio de um servomotor CA são apresentados.

No terceiro capítulo é abordado o caso de máquinas elétricas com partes condutoras sujeitas a correntes induzidas, como os motores de indução em gaiola e os motores de indução de pólos sombreados. É apresentada a formulação que permite a consideração de diferentes e múltiplas conexões de condutores maciços e as considerações sobre a continuidade de correntes entre as fatias que compõem o modelo da máquina.

No quarto capítulo são apresentados os resultados obtidos com a aplicação do método proposto a dois motores de difícil abordagem analítica e numérica: um motor de indução de pólos sombreados e um motor de indução trifásico duplamente alimentado sem escovas.

Na conclusão são recapituladas as principais características do método apresentado, suas vantagens e desvantagens. São apresentados os artigos apresentados em congressos e publicados em revista durante o desenvolvimento da tese e são destacadas algumas propostas de continuação da pesquisa nesta área.

Além dos quatro capítulos e da conclusão citados acima, optou-se por se acrescentar quatro anexos ao texto. No primeiro anexo são apresentadas as equações de campo aplicadas a máquinas elétricas. O segundo anexo trata das equações do conversor estático e o terceiro, do movimento. No quarto anexo são apresentadas as principais características dos motores utilizados nas simulações e ensaios, cujos resultados são apresentados ao longo dos quatro capítulos desta tese.

Capítulo 1 – Acoplamento Campo – Conversor – Movimento

1.1 – Introdução

Vários fenômenos do eletromagnetismo estão presentes numa máquina elétrica, como, por exemplo, a saturação dos materiais ferromagnéticos quando submetidos a campos de grande intensidade, a circulação de correntes induzidas nas partes condutoras devido às frequências desses campos ou mesmo a produção de forças desejáveis, como o torque eletromagnético responsável pelo movimento rotórico, ou indesejáveis, como as responsáveis pela vibração de toda a estrutura mecânica. Soma-se a estes fenômenos uma geometria complexa, composta por uma parte fixa e outra móvel, onde estão presentes ranhuras, dentes etc.. Todos estes fatores fazem das máquinas elétricas girantes um problema de difícil solução analítica, sendo necessário se recorrer a formulações e métodos numéricos para sua modelagem [52].

Um outro aspecto importante a ser considerado na definição de um modelo para análise de máquinas elétricas é o circuito que a alimenta. Máquinas elétricas são naturalmente alimentadas por tensão, ou seja, uma tensão conhecida é aplicada em seus terminais, o que provoca o surgimento de uma corrente. Esta corrente não é conhecida a princípio, ela é função da própria tensão de alimentação, dos parâmetros construtivos da máquina assim como das características da carga acoplada ao seu eixo.

Há algumas décadas, esta tensão de alimentação era, na grande maioria dos casos, uma tensão senoidal, com frequência e amplitude constantes e conhecidas, fornecida pelo sistema de distribuição de energia elétrica. Nos últimos anos, porém, com o desenvolvimento dos semicondutores de potência e de técnicas de controle e o conseqüente desenvolvimento da eletrônica que os utiliza, os circuitos de alimentação das máquinas elétricas sofreram sofisticações. A forma de onda senoidal tradicional passou a ser modificada, sua forma de onda, amplitude e frequência passou a ser determinada por circuitos eletrônicos, denominados conversores estáticos [22, 25, 28].

Esta evolução na forma de alimentação das máquinas elétricas motivou uma evolução em sua modelagem. Assim, a obtenção de modelos mais próximos das condições atuais de operação de máquinas elétricas, modelos que considerem a presença de vários fenômenos em um mesmo sistema de equações, tornou-se o objeto de várias pesquisas [51].

Neste capítulo uma formulação que permite a avaliação de máquinas elétricas girantes diretamente acopladas a conversores estáticos é apresentada. Duas simplificações são admitidas nesta primeira abordagem: a máquina elétrica apresenta estator e rotor retos, ou seja, não existe inclinação relativa entre as ranhuras do estator e rotor, e todos os condutores sujeitos a correntes induzidas se encontram curto-circuitados entre si. O movimento é levado em consideração utilizando-se os métodos da Banda de Movimento e do Tensor de Maxwell, assim como a Equação de Oscilação Mecânica.

Alguns resultados obtidos em simulações e comparados a medidas realizadas em laboratório são apresentados.

1.2 – A Máquina Elétrica¹

Neste trabalho a máquina elétrica é modelada em um domínio bidimensional, que consiste em sua seção transversal. É utilizada a formulação magnetodinâmica para obtenção do sistema de equações analíticas que descrevem o problema. Nesta formulação são consideradas a presença de materiais ferromagnéticos saturáveis, de materiais com imantação remanente, assim como de condutores finos e maciços. O Método de Elementos Finitos 2D é utilizado para discretização espacial do domínio e o Método de Galerkin é usado para obtenção do sistema de equações (1.1) a ser resolvido numericamente.

$$\mathbf{SS}(\mu) \mathbf{A} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{A} - \mathbf{P}_f \mathbf{I}_f - \mathbf{P}_m \mathbf{U}_m = \mathbf{D} \quad (1.1a)$$

$$\mathbf{Q}_m \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \mathbf{R}_m \mathbf{I}_m = \mathbf{U}_m \quad (1.1b)$$

$$\mathbf{Q}_f \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \mathbf{R}_f \mathbf{I}_f + \mathbf{L}_f \frac{d}{dt} \mathbf{I}_f = \mathbf{U}_f \quad (1.1c)$$

Neste capítulo, duas simplificações são feitas:

- (i) As máquinas possuem ranhuras, barras ou ímãs retos, ou seja, sua seção transversal não sofre variação ao longo de sua profundidade. Assim uma única seção transversal descreve todo o domínio e sua profundidade é igual à profundidade da máquina.

¹ Ver Anexo 1 – Equações da Máquina Elétrica.

- (ii) Os condutores maciços presentes estão todos curto-circuitados entre si, ou seja, uma mesma diferença de potencial existe entre os terminais de todos os condutores maciços e seu valor é igual a zero ($\mathbf{U}_m = \mathbf{0}$).

A segunda simplificação nos permite reduzir o número de equações a serem resolvidas simultaneamente, este passa a ser dado por:

$$\mathbf{S}\mathbf{S}(\mu)\mathbf{A} + \mathbf{N}\frac{d}{dt}\mathbf{A} - \mathbf{P}_f\mathbf{I}_f = \mathbf{D} \quad (1.2a)$$

$$\mathbf{Q}_f\frac{d}{dt}\mathbf{A} + \mathbf{R}_f\mathbf{I}_f + \mathbf{L}_f\frac{d}{dt}\mathbf{I}_f = \mathbf{U}_f \quad (1.2b)$$

Desta forma, as correntes nos condutores maciços podem ser calculadas em uma etapa posterior à análise, utilizando-se os potenciais obtidos na solução do sistema (1.2) e através da equação (1.1b) reescrita na forma abaixo, em que \mathbf{U}_m é feito igual a zero:

$$\mathbf{I}_m = -\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{Q}_m\frac{d}{dt}\mathbf{A} \quad (1.3)$$

As tensões \mathbf{U}_f impostas aos enrolamentos da máquina são função do circuito que a alimenta e, no caso de conversores estáticos, da seqüência de operação na qual ele se encontra.

1.3 – O Conversor Estático²

No método apresentado, as tensões impostas aos enrolamentos da máquina não precisam ser conhecidas *a priori*, elas são automaticamente determinadas bastando para isso a declaração da topologia do circuito elétrico externo de alimentação conectado à máquina [29 – 32], ou seja, a partir do conhecimento da topologia do conversor estático a ela acoplado. Para definição dessas tensões, o conversor é modelado usando-se variáveis em espaço de estados e a teoria de Grafos. Estas técnicas fornecem o suporte necessário para a completa automatização do processo de obtenção das equações do circuito. De acordo com estas teorias, podemos escrever as equações que descrevem o comportamento do conversor como:

² Ver Anexo 2 – Equações do Conversor Estático.

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} = \mathbf{G}_1 \mathbf{X} + \mathbf{G}_2 \mathbf{E} + \mathbf{G}_3 \mathbf{I}_E \quad (1.4a)$$

$$\mathbf{U}_E = \mathbf{G}_4 \mathbf{X} + \mathbf{G}_5 \mathbf{E} + \mathbf{G}_6 \mathbf{I}_E \quad (1.4b)$$

As matrizes \mathbf{G}_1 a \mathbf{G}_6 são dependentes da topologia do circuito, sendo função dos estados dos interruptores presentes. Desta forma, quando ocorre uma mudança de estado em um ou vários interruptores do circuito, estas matrizes devem ser recalculadas, de maneira a representarem corretamente esta nova seqüência de operação. Este processo de identificação de comutações, naturais ou forçadas, e de reconstrução das matrizes é feito de maneira totalmente automática, obedecendo ao tipo dos interruptores presentes e as suas características de comutação.

Os sistemas (1.2) e (1.4) possuem variáveis em comum. Os enrolamentos \mathbf{E} declarados na topologia do circuito são os enrolamentos constituídos pelos condutores finos presentes nas máquinas elétricas, como mostra a Figura 1.1.

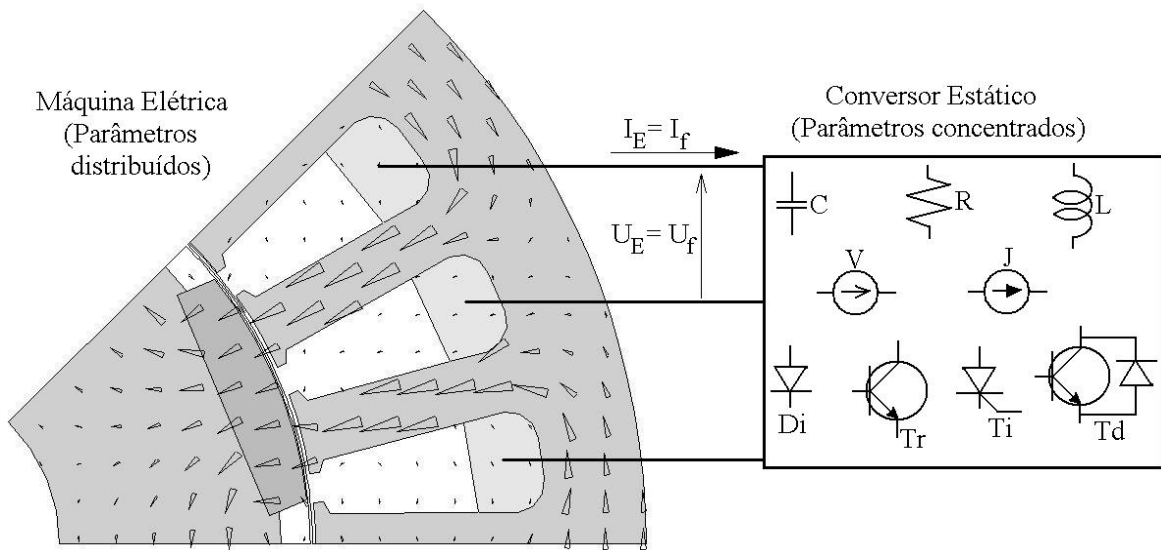


Figura 1.1 – Acoplamento Máquina Elétrica - Circuito Elétrico.

Assim, temos:

$$\mathbf{U}_E = \mathbf{U}_f \quad (1.5a)$$

$$\mathbf{I}_E = \mathbf{I}_f \quad (1.5b)$$

Usando-se estas variáveis comuns, podemos realizar o acoplamento direto dos dois sistemas, que passam a ser avaliados simultaneamente a cada instante de tempo considerado:

$$\mathbf{SS}(\mu) \mathbf{A} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{A} - \mathbf{P}_f \mathbf{I}_f = \mathbf{D} \quad (1.6a)$$

$$\mathbf{Q}_f \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \mathbf{R}_f \mathbf{I}_f + \mathbf{L}_f \frac{d}{dt} \mathbf{I}_f = \mathbf{G}_4 \mathbf{X} + \mathbf{G}_5 \mathbf{E} + \mathbf{G}_6 \mathbf{I}_f \quad (1.6b)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} = \mathbf{G}_1 \mathbf{X} + \mathbf{G}_2 \mathbf{E} + \mathbf{G}_3 \mathbf{I}_f \quad (1.6c)$$

O sistema (1.6) deve ser avaliado passo a passo no tempo, assim, as derivadas temporais do potencial vetor magnético, das variáveis de estado do circuito e da corrente nos enrolamentos devem ser discretizadas, para isso é utilizado o Método de Euler. O sistema final escrito em sua forma matricial é dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{SS}(\mu) + \frac{\mathbf{N}}{\Delta t} & -\mathbf{P}_f & \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{Q}_f}{\Delta t} & \mathbf{R}_f + \frac{\mathbf{L}_f}{\Delta t} - \mathbf{G}_6 & -\mathbf{G}_4 \\ \mathbf{0} & -\mathbf{G}_3 & -\mathbf{G}_1 + \frac{\mathbf{1}}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t + \Delta t) \\ \mathbf{I}_f(t + \Delta t) \\ \mathbf{X}(t + \Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_5 \mathbf{E} \\ \mathbf{G}_2 \mathbf{E} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{N}}{\Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{Q}_f}{\Delta t} & \frac{\mathbf{L}_f}{\Delta t} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\mathbf{1}}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t) \\ \mathbf{I}_f(t) \\ \mathbf{X}(t) \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Os termos fonte, lado direito do sistema (1.7), foram agrupados segundo sua origem. O primeiro termo corresponde às fontes de campo devido à presença de ímãs permanentes na máquina; o segundo termo corresponde às fontes de tensão e corrente que alimentam o conversor estático e, através dele, a máquina; e o terceiro termo representa a influência da condição inicial do sistema, ou seja, da contribuição do instante de sua avaliação anterior.

1.4 – O Movimento³

O Método da Banda de Movimento foi escolhido para consideração do movimento rotórico durante o intervalo de avaliação [17, 52 – 54]. A cada passo de cálculo, o torque eletromagnético é calculado através da equação do Tensor de Maxwell. Uma linha é posicionada na região do entreferro da máquina e o torque é obtido a partir da integral:

$$T_{em} = \ell_z \int_{\ell_\tau} r \vec{r} \times \left[\frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \vec{n}) \vec{B} - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \vec{n} \right] d\ell_\tau \quad (1.8)$$

A nova velocidade é calculada, então, usando-se a Equação de Oscilação Mecânica:

$$\omega(t) = \omega(t - \Delta t) + \frac{T_{em} - T_{cg} - K_{fr} \omega(t - \Delta t)}{M} \Delta t \quad (1.9)$$

e, com ela, a nova posição angular do rotor:

$$\theta(t) = \theta(t - \Delta t) + \omega(t) \Delta t \quad (1.10)$$

Quando são detectadas comutações no circuito de acionamento, o passo de cálculo deve ser adaptado para melhor representação da operação máquina-conversor. Esta adaptação do passo de cálculo consiste no retorno de todo o sistema ao instante de avaliação imediatamente anterior à identificação de uma comutação e posterior diminuição do passo de cálculo para uma aproximação mais lenta do instante de comutação e, conseqüentemente, uma transição mais suave para a nova seqüência de operação do circuito.

Como estes instantes de transição não são conhecidos *a priori*, os instantes em que eles ocorrem são função de todo o sistema, sua identificação deve proceder ao reposicionamento do rotor da máquina em sua posição anterior. Assim, este procedimento requer a automatização do movimento do rotor para frente e para trás, obedecendo às necessidades de refinamento do cálculo.

³ Ver Anexo 3 – Equações do Movimento.

A partir dos dados de entrada do dispositivo eletromagnético e do conversor estático tem início o processo iterativo passo a passo no tempo. Um passo de cálculo inicial Δt é estabelecido em função da diferença entre o tempo final t_{final} e o tempo inicial t_{inicial} estipulados no início da simulação e das frequências de acionamento declaradas no circuito.

As matrizes \mathbf{G}_1 a \mathbf{G}_6 são então construídas no instante de avaliação t . Se $t = t_{\text{inicial}}$, ou seja, se se trata do primeiro instante de avaliação do sistema, as resistências dos interruptores são as correspondentes aos seus estados iniciais declarados na entrada de dados. Caso contrário, se uma avaliação anterior à atual já foi realizada, o estado dos interruptores é atualizado obedecendo ao ponto de operação no qual se encontra o sistema e, assim, as matrizes \mathbf{G}_1 e \mathbf{G}_6 são reconstruídas observando-se estes novos estados.

Um instante de avaliação t_c é então projetado Δt segundos a frente do instante de avaliação anterior. As matrizes provenientes do Método de Elementos Finitos são montadas. Cada um dos elementos da malha de discretização do domínio contribui na formação dessas matrizes, obedecendo às características do material que o preenche ou à região a qual ele pertence. Assim, os elementos que pertencem à uma região condutora da malha, ou seja, que sejam preenchidos por um material com condutividade elétrica não nula, contribuem na matriz \mathbf{N} . Os elementos pertencentes aos enrolamentos finos contribuem nas matrizes \mathbf{P}_f e \mathbf{Q}_f . Os elementos que possuem imantação remanente contribuem no vetor \mathbf{D} . A matriz $\mathbf{SS}(\mu)$ recebe a contribuição de todos os elementos da malha, independente da região ou material que os caracterizam. Porém, em sua construção deve ser observado se os materiais são do tipo saturável e, no caso afirmativo, novos valores de permeabilidade devem ser calculados a cada instante considerado.

O sistema (1.7) é, então, resolvido no instante $t_c = t + \Delta t$ usando-se o Método de Gauss e uma solução é estabelecida para os valores dos potenciais nos nós da malha $\mathbf{A}(t + \Delta t)$, das correntes nos enrolamentos $\mathbf{I}_f(t + \Delta t)$ e das variáveis de estado $\mathbf{X}(t + \Delta t)$.

Se existem interruptores no circuito elétrico, a partir da solução obtida são calculadas as tensões e correntes em seus terminais. Estas tensões e correntes são comparadas às existentes no instante de avaliação anterior, de forma a determinar se mudanças de estado ocorreram entre o instante anterior t e o instante atual $t_c = t + \Delta t$. Essas mudanças estão relacionadas à passagem por zero dessas grandezas. Três casos podem ocorrer:

- (i) Se não ocorreram passagens por zero, então não ocorreram mudanças de estado dos interruptores. Os vetores solução são considerados válidos e são armazenados.

- (ii) Se ocorrerem passagens por zero, então uma mudança de estado dos respectivos interruptores é identificada e, neste caso, uma nova verificação é efetuada:
 - (ii.1) Se as passagens por zero ocorrerem dentro do intervalo de tolerância, intervalo estabelecido nas vizinhanças do zero para se evitar variações abruptas no circuito e conseqüentes erros numéricos, a solução obtida é considerada válida e seus valores são armazenados.
 - (ii.2) Se as transições por zero ocorrerem fora do intervalo de tolerância, a solução obtida é descartada. Todo o sistema é reposicionado em seu ponto de operação anterior, instante t , e um novo passo de cálculo, menor que o anterior, é adotado para a nova avaliação do sistema. Este procedimento permanece até que todas as transições ocorram dentro do intervalo de tolerância, quando, então, os resultados são considerados válidos e são armazenados.

Uma vez concluída a verificação da validade da solução obtida e esta ser armazenada, passa-se à avaliação do movimento. No caso do torque eletromagnético ter sido pedido, ele é calculado usando-se os valores dos campos atuais em cada um dos elementos do entreferro onde a linha de integração foi definida, segundo a equação (1.8).

Se a velocidade é imposta temos $\omega(t + \Delta t) = \omega(t)$, a nova posição do rotor é calculada segundo (1.10) e as coordenadas de seus nós são atualizadas. No caso do movimento obedecer à Equação de Oscilação Mecânica, a nova velocidade é avaliada usando-se a equação (1.9) e, com ela, a nova posição do rotor.

Antes que um novo instante de avaliação seja estipulado, o valor atual do passo de cálculo é avaliado e se ele pode adotar um valor maior do que o último adotado, este novo valor lhe é atribuído.

Como solução final do sistema temos as curvas de corrente e tensão em todos os elementos do circuito e as cartas de campo da máquina, definidas pelos valores dos potenciais nos nós da malha.

1.6 – Exemplos

Para validação dos procedimentos de cálculo apresentados até o momento, alguns casos foram simulados e seus resultados são mostrados a seguir. O primeiro caso traz um servomotor CA e o segundo, um motor de indução trifásico. Em todas as simulações, as máquinas foram consideradas com ranhuras retas.

1.6.1 – Servomotor CA⁴

Neste primeiro exemplo é utilizado um servomotor CA. Em seu entreferro foram definidas duas camadas de elementos retangulares regulares, sendo a mais interna a responsável pelo movimento e a mais externa utilizada para cálculo do torque. A Figura 1.3 mostra as linhas de campo devido unicamente aos ímãs presentes no rotor.

Na primeira simulação o servo opera como um gerador a vazio, desta forma podemos obter a forma de onda do torque pulsante (*cogging torque*) existente. A força eletromotriz simulada é comparada à medida.

O segundo exemplo traz os resultados de simulação e levantados em laboratório do servomotor operando como gerador alimentando uma fonte do tipo *flyback* [32].

O terceiro exemplo trata do acionamento do servo através de um circuito com amplitude e frequência de chaveamento constantes. Nesta simulação podemos observar seu transitório mecânico.

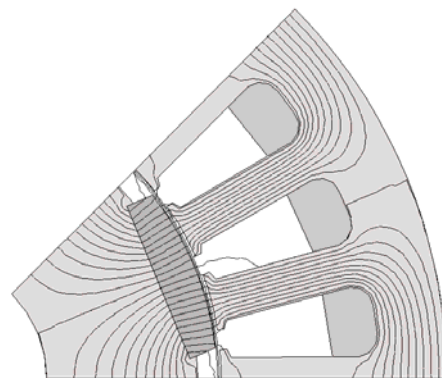


Figura 1.3 – Distribuição do fluxo devido unicamente aos ímãs permanentes do rotor.

1.6.1a – Gerador a Vazio

Neste exemplo, o servomotor foi simulado operando como um gerador a vazio. A velocidade foi imposta igual a 1000 rpm. Desta forma, foi também calculado o torque pulsante presente neste tipo de máquinas, torque devido à interação entre os ímãs do rotor e a variação do entreferro produzida pela presença de ranhuras e dentes no estator. As Figuras 1.4 e 1.5 trazem as formas de onda da tensão de fase gerada e do torque, respectivamente, obtidas na simulação.

⁴ Ver Anexo 4, item A4.1 – Servomotor CA

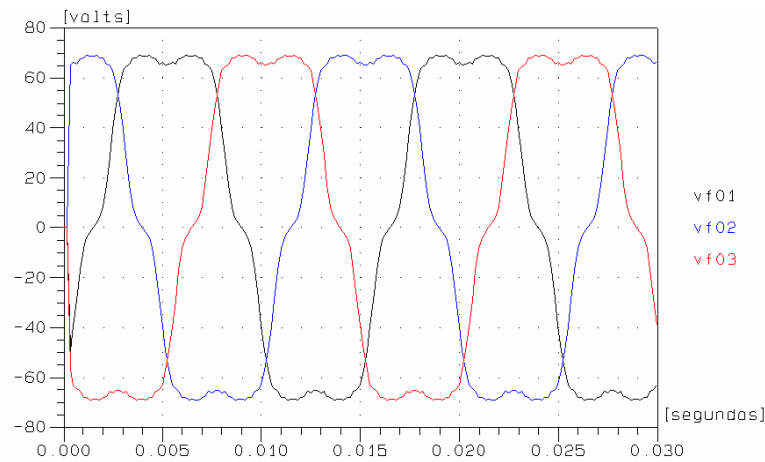
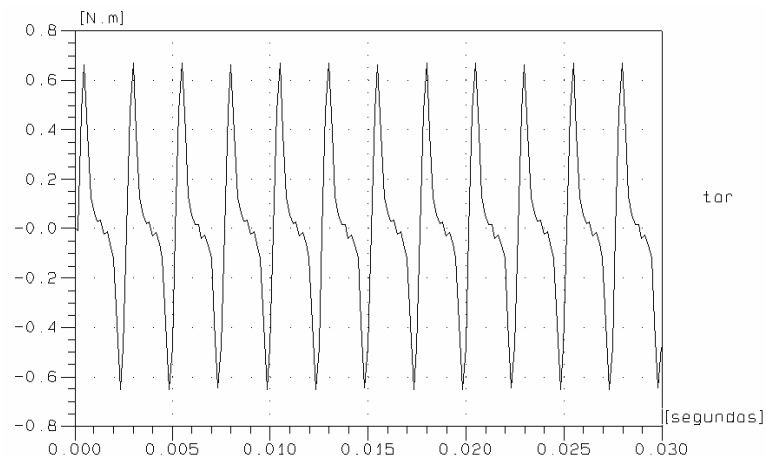


Figura 1.4 – Tensões de fase.

Na Figura 1.4, podemos observar que a forma de onda da tensão gerada, idealmente senoidal, é bastante deformada devido à existência de harmônicos ímpares.

Figura 1.5 – Torque pulsante (*Cogging torque*).

Na forma de onda obtida para o torque (Fig. 1.5) podemos verificar a existência de uma frequência de pulsação igual a seis vezes a frequência da tensão gerada. Esta frequência de pulsação é dada exatamente pelo número de ranhuras por pólo da máquina, pois a presença de variações na superfície do estator, devido à presença dos dentes e das ranhuras, resulta na variação da relutância e do fluxo ao longo do entreferro da máquina. Esta variação produz componentes harmônicos na força eletromotriz denominados Harmônicos de Ranhuras, com frequências dadas pelo espaçamento entre dentes adjacentes do estator e/ou rotor.

A Figura 1.6 traz a comparação da tensão de linha medida e simulada. Os valores dos harmônicos presentes nas duas formas de onda apresentadas são dados na Tabela 1.1.

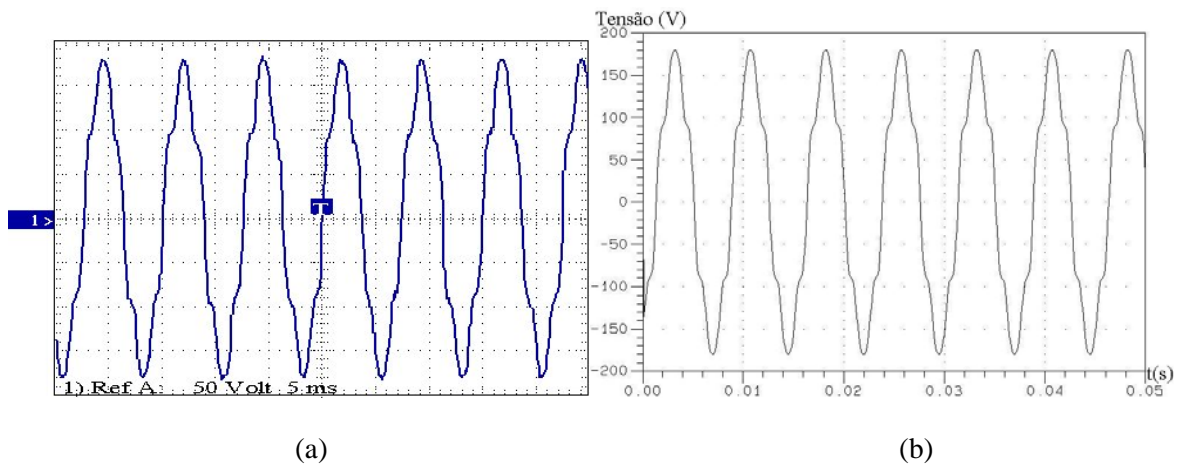


Figura 1.6 – Tensão de linha: (a) Valor medido; (b) Valor simulado.

Tabela 1.1 – Componentes harmônicos das tensões de linha medida e simulada.

Harmônico	Simulado	Medido	Harmônico	Simulado	Medido
Fund.	100%	100%	11 ^o	0.25%	0.48%
2 ^o	0.0%	0.08%	12 ^o	0.0%	0.10%
3 ^o	0.06%	0.11%	13 ^o	0.20%	0.43%
4 ^o	0.0%	0.02%	14 ^o	0.0%	0.02%
5 ^o	9.91%	10.90%	15 ^o	0.01%	0.05%
6 ^o	0.0%	0.07%	16 ^o	0.0%	0.10%
7 ^o	5.23%	5.49%	17 ^o	0.04%	0.15%
8 ^o	0.0%	0.07%	18 ^o	0.0%	0.07%
9 ^o	0.02%	0.08%	19 ^o	0.13%	0.08%
10 ^o	0.0%	0.01%	20 ^o	0.0%	0.05%

Observando-se a Tabela 1.1, verifica-se a presença de harmônicos pares na forma de onda medida da tensão de linha. Estes harmônicos, todos de baixa amplitude, têm sua origem nas pequenas imperfeições presentes na máquina real. Como o modelo simulado é simétrico perfeito, condição imposta pela antiperiodicidade admitida nos pólos, a curva simulada apresenta todos os harmônicos pares nulos.

No entanto, comparando-se a amplitude das formas de onda obtidas e os valores de seus componentes harmônicos ímpares, verificamos a boa concordância entre a simulação realizada e os resultados experimentais.

1.6.1b – Operação Gerador + Fonte *flyback* [32]

Este exemplo traz o servomotor operando como um gerador que alimenta uma fonte do tipo *flyback* (Fig. 1.7). Uma velocidade igual a 460 rpm foi imposta ao rotor.

Além da chave comandada, transistor Tr_1 , o circuito apresenta vários diodos. Estes últimos são os maiores responsáveis pelo aumento da complexidade na análise do conjunto máquina – conversor, pois apresentam comutação natural tanto na entrada em condução quanto no bloqueio, sendo os instantes destas transições desconhecidos *a priori*.

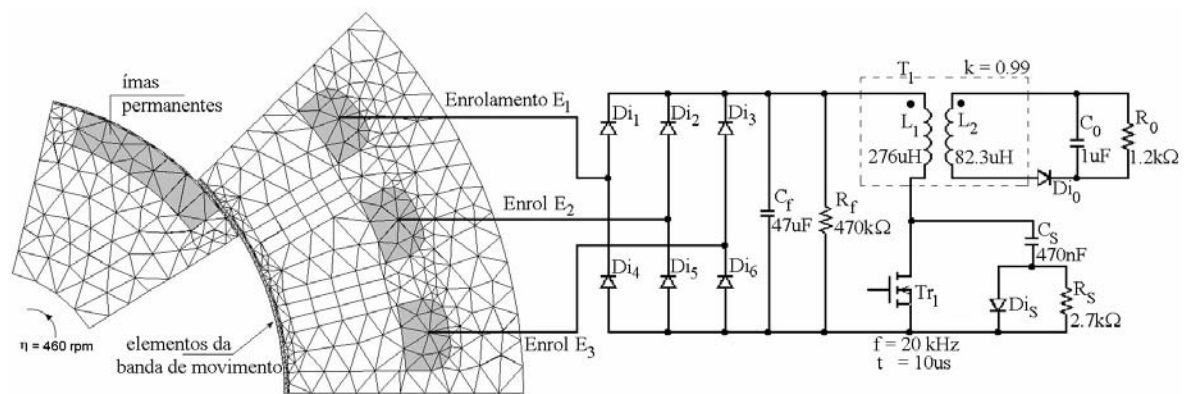


Figura 1.7 – Operação gerador + fonte *flyback*.

A tensão sobre o transistor Tr_1 e a corrente no secundário do transformador T_1 em operação em regime permanente, do instante $t = 14 \text{ ms}$ a $t = 14,11 \text{ ms}$, são mostradas nas Figuras 1.8 e 1.9, respectivamente. Nestas figuras estão sobrepostas as formas de onda obtidas na simulação e no ensaio realizado em laboratório.

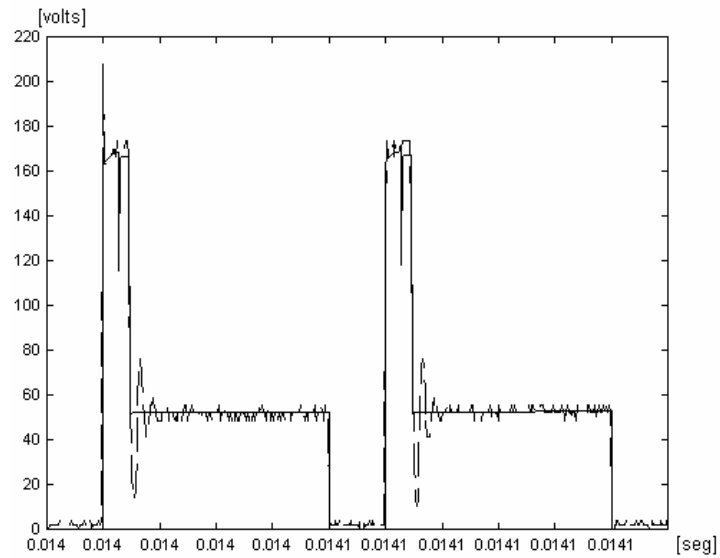


Figura 1.8 – Tensão sobre o transistor Tr_1 . Linha cheia – resultado da simulação. Linha tracejada – resultado experimental.

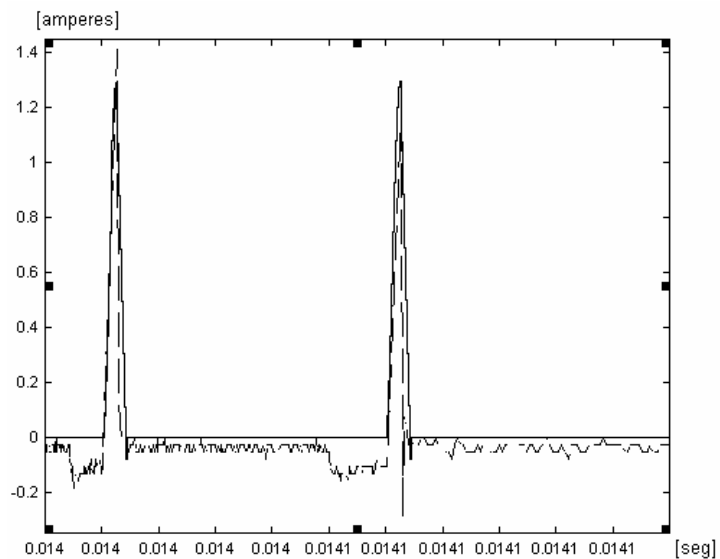


Figura 1.9 – Corrente no secundário do transformador T_1 . Linha cheia – resultado da simulação. Linha tracejada – resultado experimental.

Na forma de onda medida da tensão sobre o transistor Tr_1 (Fig. 1.8), verificamos o efeito de oscilação devido às capacitâncias e indutâncias intrínsecas da chave real. Este efeito não é observado na forma de onda obtida na simulação, uma vez que as chaves são modeladas como

chaves ideais, ou seja, apresentam uma alta resistência quando bloqueadas ($10^{+9} \Omega$) e uma baixa resistência quando conduzindo ($10^{-3} \Omega$).

Contudo, apesar da simplificação adotada no modelo das chaves, podemos verificar a ótima concordância entre os valores medidos e simulados.

A simulação também permite o estudo de todo o transitório elétrico do circuito, como mostram as Figuras 1.10 a 1.12, nas quais as formas de onda do transitório da tensão sobre o capacitor C_f , sobre o transistor Tr_1 e da corrente no secundário do transformador T_1 , respectivamente, são apresentadas.

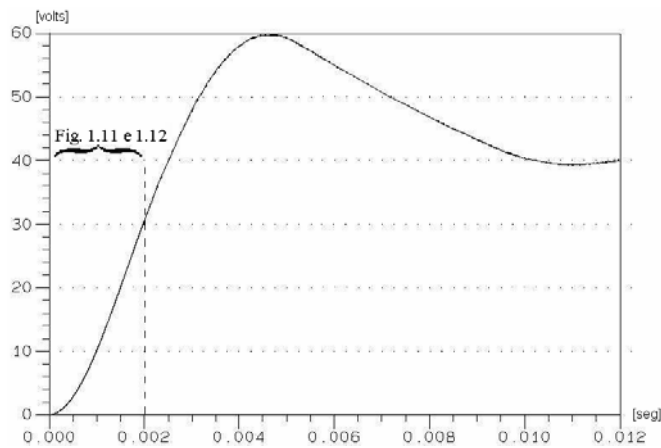


Figura 1.10 – Tensão transitória sobre o capacitor de filtro C_f .

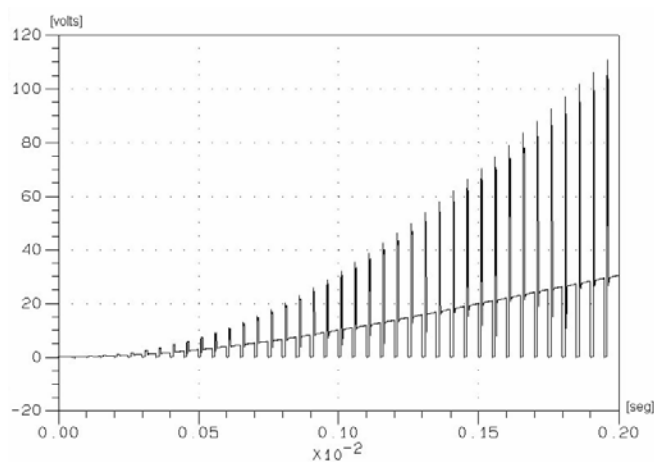


Figura 1.11 – Tensão transitória sobre o transistor Tr_1 .

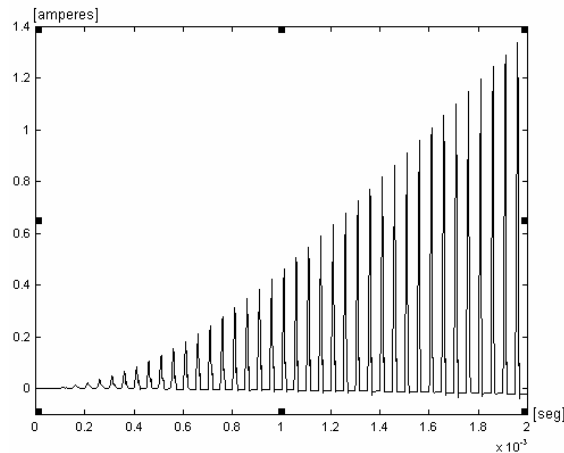


Figura 1.12 – Corrente transitória no secundário do transformador T_1 .

1.6.1c – Acionamento como Motor

Nesta simulação o servomotor é acionado por um circuito com tensão e frequência de chaveamento constantes (Fig. 1.13). Esta tensão e frequência foram escolhidas de forma a proporcionar um torque eletromagnético superior ao torque de relutância do servomotor, conseguindo assim colocá-lo em movimento.

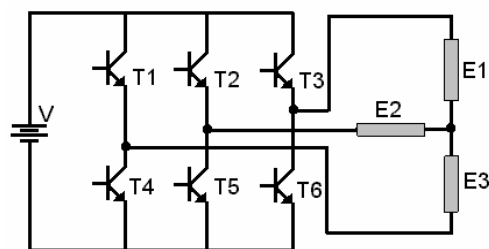


Figura 1.13 – Circuito de acionamento do servomotor CA com frequência de chaveamento constante.

Como um controle de velocidade não foi considerado, atuando na mudança da frequência e tempos de condução dos interruptores, o servomotor consegue partir, mas sofre grandes variações em sua velocidade, operando como um motor de passo. Ou seja, a cada seqüência de operação do circuito, um pólo é criado no estator e o torque produzido atua levando o motor rapidamente à posição de equilíbrio, que corresponde à posição de melhor alinhamento entre os ímãs presentes no rotor e o pólo criado no estator, posição em que a velocidade atinge seu máximo. Ao ultrapassar esta posição, um torque de relutância contrário ao sentido de movimento atua freando o rotor, i. e.,

tentando impedir que ele saia desta posição de equilíbrio, tendendo a pará-lo e mesmo retorná-lo a esta posição. Quando um novo pulso de tensão é aplicado às bobinas no motor, definindo uma nova seqüência de operação do circuito, um novo pólo é criado adiantado em relação ao pólo anterior, extinto com a extinção do pulso que o havia criado, e o comportamento descrito acima se repete em direção a este novo pólo.

A seqüência de chaveamento do circuito da Figura 1.13 é dada na Figura 1.14, o período de chaveamento é de 15 ms, cada transistor conduzindo durante 5 ms.

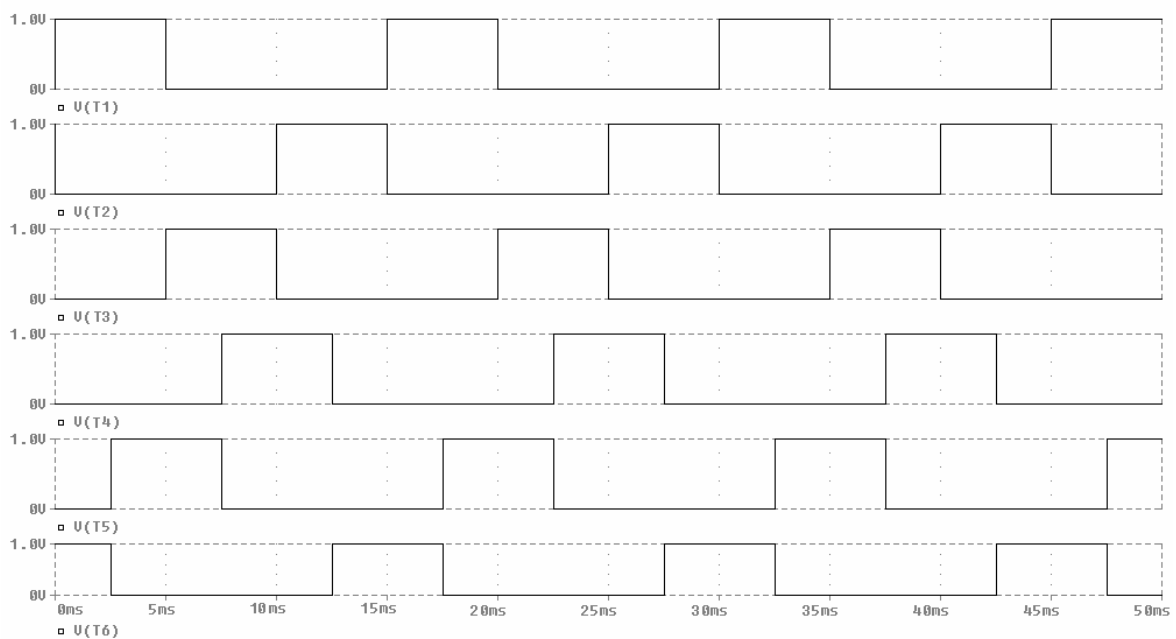


Figura 1.14 – Circuito de acionamento do servomotor CA com freqüência de chaveamento constante.

As Figuras 1.15 e 1.16 trazem, respectivamente, as formas de onda da velocidade e torque obtidos na simulação. Como pode ser observado nessas figuras, no intervalo simulado, 0 a 50 ms, não foi alcançado o regime permanente, porém são suficientes para ilustrar o comportamento descrito anteriormente.

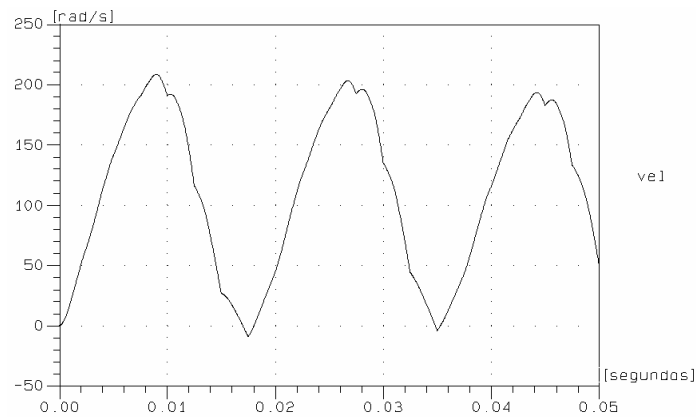


Figura 1.15 – Acionamento do servomotor CA com frequência de chaveamento constante.
Velocidade.

A Figura 1.15 evidencia as etapas distintas no movimento do rotor: a aceleração positiva enquanto este gira no sentido a se aproximar da posição de alinhamento com o pólo criado no estator e a aceleração negativa quando esta posição de alinhamento é ultrapassada.

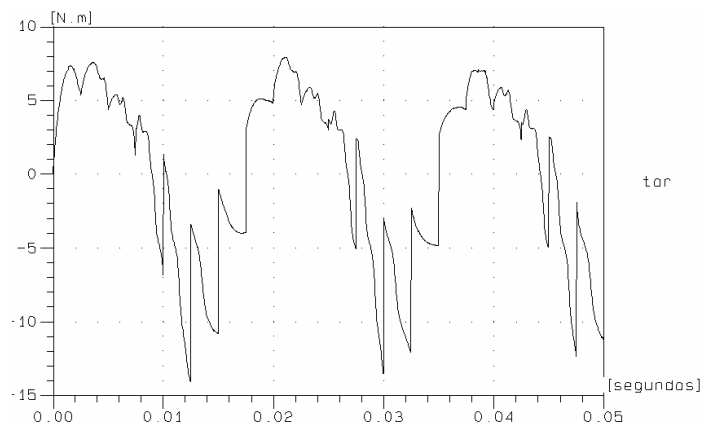


Figura 1.16 – Acionamento do servomotor CA com frequência de chaveamento constante. Torque.

Na Figura 1.16 podemos verificar novamente a influência das ranhuras no torque eletromagnético gerado, sobrepondo uma pulsação com frequência igual a seis vezes a frequência da tensão de alimentação do motor.

1.6.2 – Motor de Indução Trifásico⁵

Estes resultados foram obtidos na simulação da partida direta da rede de um motor de indução trifásico com ranhuras retas. Os enrolamentos do motor foram ligados em estrela e alimentados por um sistema trifásico de tensões senoidais 220 V_{RMS} – 60 Hz.

As Figuras 1.17 e 1.18 trazem as formas de onda da velocidade e do torque obtidas na simulação.

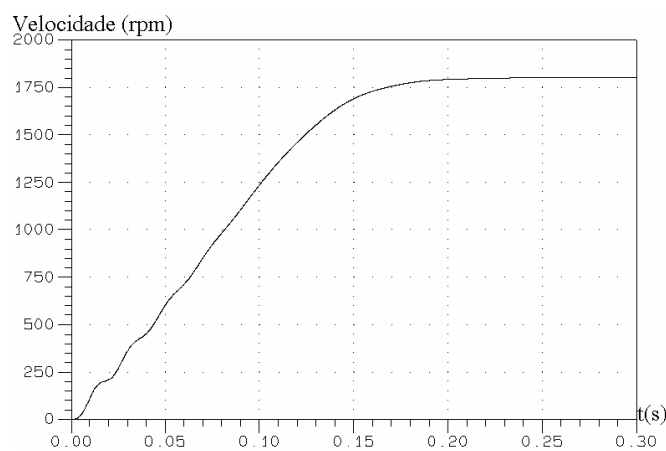


Figura 1.17 – Partida do motor de indução. Velocidade.

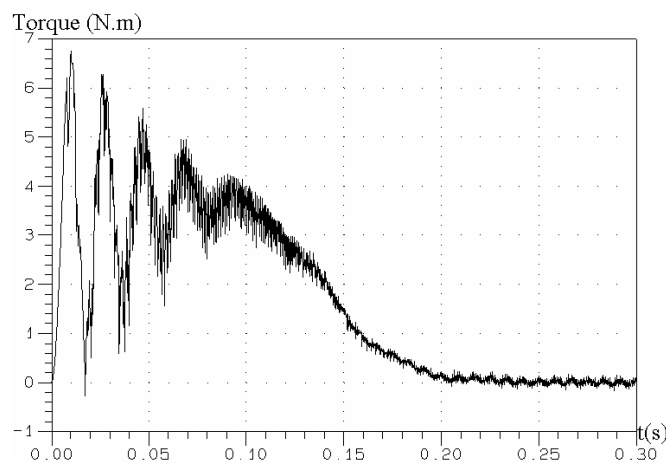


Figura 1.18 – Partida do motor de indução. Torque.

As Figuras 1.19 e 1.20 trazem, respectivamente, os valores medidos da tensão de linha aplicada ao motor e da corrente em uma de suas fases e os valores obtidos na simulação.

⁵ Ver Anexo 4, item A4.2 – Motor de Indução Trifásico, Rotor em Gaiola Reta.

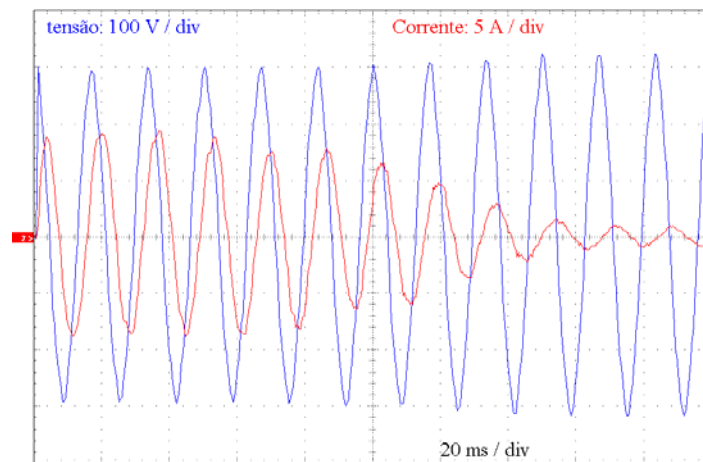


Figura 1.19 – Partida do motor de indução: Valores medidos (Tensão de linha em azul, corrente em vermelho).

Percebe-se, na forma de onda da tensão medida (Fig. 1.19, em cor azul), que ocorreu uma redução em seu valor durante a partida do motor, isto devido à queda de tensão no barramento de alimentação do mesmo. Na simulação tentou-se reproduzir este efeito, uma vez que não foi possível eliminá-lo durante o ensaio, adicionando-se uma resistência em série entre a fonte de alimentação e os enrolamentos do motor. Através deste procedimento, uma queda de tensão proporcional à corrente drenada pelo motor é produzida sobre o resistor, reduzindo assim a tensão aplicada nos terminais do motor. Os resultados assim obtidos (Fig. 1.20) apresentam uma boa concordância com os levantados experimentalmente.

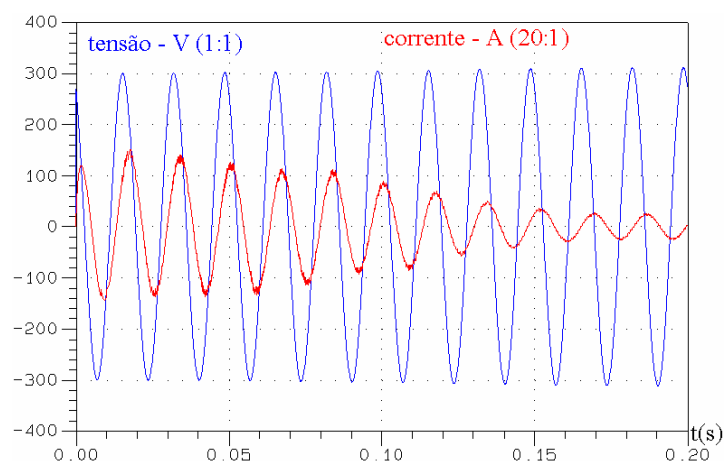


Figura 1.20 – Partida do motor de indução: Valores simulados (Tensão de linha em azul, corrente em vermelho).

Na simulação da partida deste motor, todas as barras que compõem a gaiola do rotor foram consideradas em paralelo e curto-circuitadas por anéis de curto-circuito perfeito, como requer a formulação apresentada neste capítulo. Porém, é importante poder se considerar a impedância destes anéis no modelo matemático, aproximando-o da máquina real, principalmente quando se pretende estudar seu comportamento dinâmico. A inclusão desta característica, assim como da consideração de múltiplas e diferentes conexões de condutores maciços, é o tema abordado no capítulo três desta tese.

1.7 – Conclusão

Neste capítulo foi apresentada a formulação que permite o acoplamento direto das equações de campo da máquina elétrica às equações de circuito do conversor estático a ela acoplado e às equações do movimento rotórico.

Duas simplificações foram admitidas: as máquinas estudadas apresentam o estator e o rotor retos, ou seja, não existe variação do domínio ao longo de sua profundidade; e os condutores maciços presentes se encontram todos curto-circuitados entre si, ou seja, a diferença de potencial entre seus terminais é nula.

Alguns resultados de simulação e sua comparação com valores obtidos em experimentações práticas foram apresentados usando-se um servomotor CA e um motor de indução trifásico, ambos com ranhuras retas.

Primeiramente são apresentados os resultados do servomotor operando como um gerador a vazio e em seguida, alimentado uma fonte do tipo flyback. Os resultados das simulações são validados com práticas realizadas no laboratório. Por último, o servomotor é simulado operando como motor de passo e os resultados obtidos são discutidos.

Finalizando, a partida direta da rede de um motor de indução trifásico é simulada e medida. Os resultados apresentam uma boa concordância, apesar no modelo simplificado da gaiola presente no rotor.

Além dos resultados apresentados, esta formulação foi também utilizada em duas dissertações de mestrado desenvolvidas no GRUCAD: no estudo de um motor de indução linear [33, 34] e de um servomotor CC [35, 36], mostrando-se bastante eficiente como ferramenta de análise das máquinas elétricas estudadas.

As duas simplificações admitidas neste capítulo são o tema dos capítulos que se seguem. No segundo capítulo, a inclinação de ranhuras em máquinas sem correntes induzidas é discutida e o método para considerá-la no MEF 2D é apresentado, assim como alguns exemplos de estudo. No terceiro capítulo, a inclinação de ranhuras é estendida a máquinas com correntes induzidas, no qual as equações necessárias à consideração de múltiplas e diferentes conexões de condutores maciços são apresentadas. Os resultados da aplicação deste modelo final no estudo de máquinas com correntes induzidas são apresentados no capítulo quatro.

Capítulo 2 – Inclinação de Ranhuras em Máquinas sem Correntes Induzidas

2.1 – Introdução

Neste capítulo é apresentada uma breve introdução à característica de inclinação de ranhuras das máquinas elétricas e como esta característica pode ser levada em consideração no Método de Elementos Finitos Bidimensional utilizando-se o Método do Fatiamento.

Em seguida, é apresentada a formulação que permite a análise de máquinas elétricas com ranhuras inclinadas associadas a conversores estáticos. Uma simplificação é admitida, as máquinas elétricas aqui tratadas não possuem partes condutoras sujeitas a correntes induzidas. Desta forma, as correntes que circulam nos enrolamentos da máquina, correntes consideradas uniformemente distribuídas na seção transversal dos condutores, são as únicas presentes no domínio.

O capítulo é finalizado com alguns resultados obtidos em simulações e comprovados em experimentações práticas utilizando-se um servomotor CA com ranhuras inclinadas.

2.2 – Algumas Considerações sobre Características Construtivas

“Um conjunto de correntes trifásicas, de igual amplitude e defasadas em 120° , circulando por três enrolamentos também defasados entre si em 120° , produzem um campo magnético girante com amplitude constante”.

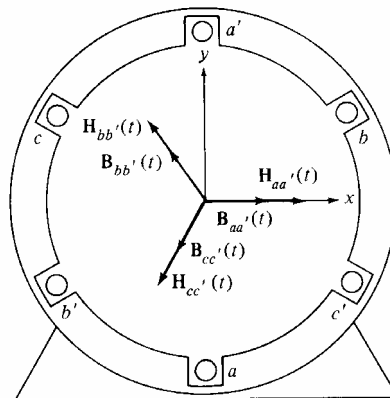


Figura 2.1 – Campo girante produzido em um estator vazio.

O conceito do campo magnético girante apresentado acima é ilustrado na Figura 2.1, no caso simples de um estator vazio, onde o fluxo produzido dentro da máquina atravessa um único material, o ar.

O fluxo em uma máquina real não se comporta exatamente como o ilustrado acima, pois dentro do estator é colocado um rotor, com características ferromagnéticas distintas, e um pequeno entreferro surge entre rotor e estator. A relutância do entreferro é muito superior se comparada às do rotor e estator, logo o fluxo que atravessa esta região procura o menor caminho possível, atravessando-a perpendicularmente.

Para produzir uma força eletromotriz senoidal em uma máquina como esta, uma densidade de fluxo senoidal deve ser garantida na região do entreferro, ou seja, o campo magnético H (e a força magnetomotriz \mathfrak{F}) deve variar senoidalmente nessa região.

Uma maneira direta de se conseguir uma variação senoidal da força magnetomotriz ao longo do entreferro é através da distribuição das espiras dos enrolamentos em ranhuras ao longo do estator, obedecendo a uma variação também senoidal. Como não é possível realizar esta distribuição de maneira contínua, uma forma de onda próxima a senoidal é conseguida, melhorando-se o resultado com o aumento do número de ranhuras. Assim, uma força magnetomotriz aproximadamente senoidal, rica em harmônicos de ordem superior, é gerada (Fig. 2.2). Outra maneira muito utilizada em máquinas é a distribuição regular das espiras, porém em ranhuras distribuídas ao longo de uma fração do ângulo de abertura polar [55].

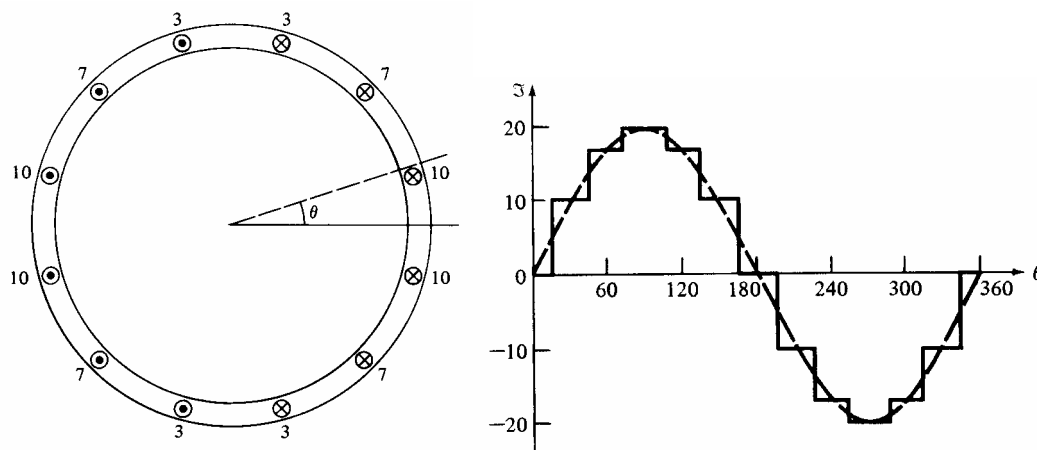


Figura 2.2 – Distribuição dos enrolamentos em ranhuras e força magnetomotriz.

No entanto, ao mesmo tempo em que a distribuição das espiras dos enrolamentos em ranhuras apresenta vantagens, esta distribuição cria um problema adicional: a presença de variações

na superfície do estator, devido à presença dos dentes e das ranhuras, resulta na variação da relutância e do fluxo ao longo dessa superfície. Esta variação produz componentes harmônicos na força eletromotriz denominados Harmônicos de Ranhuras, com frequências dadas pelo espaçamento entre dentes adjacentes do estator (Fig. 2.3).



Figura 2.3 – Distribuição dos enrolamentos em ranhuras e força magnetomotriz.

Uma vez que estes componentes harmônicos são devidos ao espaçamento entre ranhuras adjacentes, variações na distribuição dos enrolamentos ou em seu passo não reduzem seus efeitos.

Os Harmônicos de Ranhuras causam diversos problemas em máquinas de corrente alternada:

- Induzem harmônicos na tensão gerada por geradores CA;
- A interação entre os harmônicos das ranhuras do estator e rotor produz torques parasitas, que podem afetar seriamente a curva de torque-velocidade da máquina;
- Introduzem vibração e ruído nas máquinas;
- Aumentam as perdas no núcleo introduzindo componentes de alta frequência na tensão e corrente.

Um procedimento normalmente utilizado para redução desses harmônicos consiste na inclinação das ranhuras do estator ou rotor da máquina. Este processo foi inicialmente utilizado em motores de indução, sendo as barras do rotor em gaiola inclinadas em relação às ranhuras do estator. Desta forma, uma extremidade da barra se encontra sob uma ranhura do estator e sua outra extremidade sob a ranhura seguinte. Assim, cada barra está submetida, ao longo de sua profundidade, à variação de relutância existente entre ranhuras adjacentes (distância que

corresponde ao período elétrico da menor frequência harmônica devido às ranhuras), cancelando seus componentes harmônicos.

O mesmo efeito proporcionado pela inclinação das barras de um rotor em gaiola é conseguido quando as ranhuras do estator são inclinadas. A escolha entre a inclinação das ranhuras do estator ou das barras do rotor é feita em cima de critérios de facilidade de execução do projeto e construção da máquina, obedecendo às condições disponíveis pelo fabricante para sua confecção.

Este mesmo processo é utilizado nas demais máquinas de corrente alternada, podendo ser encontrado em máquinas síncronas a ímãs permanentes e servomotores, onde encontramos as ranhuras do estator ou os ímãs do rotor inclinados.

2.3 – Consideração da Inclinação de Ranhuras no MEF 2D

No método de análise em duas dimensões tradicional, a máquina elétrica é representada por uma única seção transversal considerada constante ao longo de seu eixo e com profundidade igual à profundidade total de seu pacote. Porém, no caso das máquinas elétricas que apresentam inclinação das ranhuras do estator; ou a inclinação das barras do rotor em máquinas de indução com rotor em gaiola; ou mesmo a inclinação dos ímãs em máquinas síncronas a ímãs permanentes, esta característica construtiva produz variações em sua seção transversal ao longo de seu eixo, variações que não são levadas em conta pelo método tradicional de cálculo 2D.

A consideração dos efeitos da mudança do domínio ao longo de sua profundidade nos leva à utilização de métodos de cálculo em três dimensões, sendo este um objeto atual de estudo na área de cálculo de campos eletromagnéticos [39 – 42]. No entanto, métodos de análise em duas dimensões que incorporam em seu modelo fenômenos tridimensionais continuam a ser desenvolvidos e aplicados com sucesso [43 – 49]. Estes métodos apresentam vantagens se comparados aos métodos de cálculo 3D como o aproveitamento do pré-processamento já desenvolvido para os casos tradicionais e tempo de processamento reduzido.

Dentre os métodos de análise em duas dimensões que permitem a consideração dos efeitos da variação do domínio devido à inclinação de ranhuras encontramos aqueles que trabalham com coeficientes de acoplamento entre diferentes seções distribuídas ao longo do domínio, outros efetuam o somatório de um conjunto de formas de onda defasadas obtidas no cálculo 2D tradicional. Estes métodos são métodos indiretos e possuem aplicação restrita a alguns tipos de casos e condições de funcionamento.

2.3.1 – Método do Fatiamento

Neste trabalho é utilizado um método direto de avaliação da variação do domínio ao longo de sua profundidade, denominado Método do Fatiamento [45, 48, 50, 56]. Neste método, a máquina é dividida em nf fatias que podem ter espessuras diferentes umas das outras ou, como é o caso mais freqüente, ter a mesma espessura. A espessura de cada fatia é usada na localização de um corte transversal ao eixo da máquina e cada corte mostrará uma seção transversal distinta. A máquina passa então a ser representada pelo conjunto formado por estas nf seções transversais (Fig. 2.4).

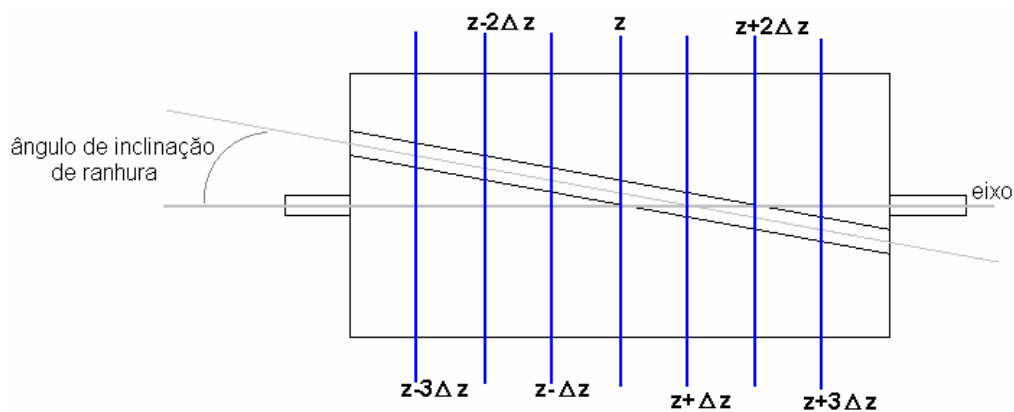


Figura 2.4 – Método do Fatiamento.

Para cada uma das nf fatias representativas da máquina, devem ser escritas as correspondentes equações de campo, sendo a cada fatia atribuído um conjunto de potenciais vetor magnético \mathbf{A}_f , onde f varia de 1 a nf , número total de fatias consideradas. As correntes que percorrem os enrolamentos da máquina são sofrem variações ao atravessar fatias consecutivas, pois estas variações infligiriam a condição de continuidade de corrente. Desta forma, teremos $\mathbf{I}_{f1} = \mathbf{I}_{f2} = \dots = \mathbf{I}_{fnf} = \mathbf{I}_f$.

Assim, em cada uma das fatias teremos:

$$\mathbf{SS}_1(\mu)\mathbf{A}_1 + \mathbf{P}_{f1}\mathbf{I}_f = \mathbf{D}_1 \quad (2.1a)$$

$$\mathbf{SS}_2(\mu)\mathbf{A}_2 + \mathbf{P}_{f2}\mathbf{I}_f = \mathbf{D}_2 \quad (2.1b)$$

⋮

$$\mathbf{SS}_{nf}(\mu)\mathbf{A}_{nf} + \mathbf{P}_{fnf}\mathbf{I}_f = \mathbf{D}_{nf} \quad (2.1c)$$

onde a matriz $\mathbf{N}_1 = \mathbf{N}_2 = \dots = \mathbf{N}_{nf} = \mathbf{0}$, uma vez que o domínio não possui correntes induzidas, não possuindo, assim, partes condutoras.

A segunda equação do sistema também deve ser aplicada a cada fatia da máquina:

$$\mathbf{Q}_f \frac{d}{dt} \mathbf{A}_1 + \mathbf{R}_f \mathbf{I}_f - \mathbf{G}_6 \mathbf{I}_f + \mathbf{L}_f \frac{d}{dt} \mathbf{I}_f - \mathbf{G}_4 \mathbf{X} = \mathbf{G}_5 \mathbf{E} \quad (2.2a)$$

$$\mathbf{Q}_f \frac{d}{dt} \mathbf{A}_2 + \mathbf{R}_f \mathbf{I}_f - \mathbf{G}_6 \mathbf{I}_f + \mathbf{L}_f \frac{d}{dt} \mathbf{I}_f - \mathbf{G}_4 \mathbf{X} = \mathbf{G}_5 \mathbf{E} \quad (2.2b)$$

⋮

$$\mathbf{Q}_f \frac{d}{dt} \mathbf{A}_{nf} + \mathbf{R}_f \mathbf{I}_f - \mathbf{G}_6 \mathbf{I}_f + \mathbf{L}_f \frac{d}{dt} \mathbf{I}_f - \mathbf{G}_4 \mathbf{X} = \mathbf{G}_5 \mathbf{E} \quad (2.2c)$$

E um sistema final, com a contribuição de cada uma das fatias é então montado e resolvido simultaneamente:

$$\begin{bmatrix}
\mathbf{SS}_1(\mu) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{P}_{f1} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{SS}_2(\mu) & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{P}_{f2} & \mathbf{0} \\
& & \ddots & & \vdots & \vdots \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{SS}_{nf}(\mu) & \mathbf{P}_{f\,nf} & \mathbf{0} \\
\frac{\mathbf{Q}_1}{\Delta t} & \frac{\mathbf{Q}_2}{\Delta t} & \cdots & \frac{\mathbf{Q}_{nf}}{\Delta t} & \mathbf{R}_f + \frac{\mathbf{L}_f}{\Delta t} - \mathbf{G}_3 & -\mathbf{G}_1 \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & -\mathbf{G}_6 & \frac{\mathbf{1}}{\Delta t} - \mathbf{G}_4
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\mathbf{A}_1(t + \Delta t) \\
\mathbf{A}_2(t + \Delta t) \\
\vdots \\
\mathbf{A}_{nf}(t + \Delta t) \\
\mathbf{I}_f(t + \Delta t) \\
\mathbf{X}(t + \Delta t)
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\mathbf{D}_1 \\
\mathbf{D}_2 \\
\vdots \\
\mathbf{D}_{nf} \\
\mathbf{0} \\
\mathbf{0}
\end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix}
\mathbf{0} \\
\mathbf{0} \\
\vdots \\
\mathbf{0} \\
\mathbf{G}_2 \mathbf{E} \\
\mathbf{G}_5 \mathbf{E}
\end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix}
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
& & \ddots & & \vdots & \vdots \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\frac{\mathbf{Q}_1}{\Delta t} & \frac{\mathbf{Q}_2}{\Delta t} & \cdots & \frac{\mathbf{Q}_{nf}}{\Delta t} & \frac{\mathbf{L}_f}{\Delta t} & \mathbf{0} \\
\mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\mathbf{1}}{\Delta t}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\mathbf{A}_1(t) \\
\mathbf{A}_2(t) \\
\vdots \\
\mathbf{A}_{nf}(t) \\
\mathbf{I}_f(t) \\
\mathbf{X}(t)
\end{bmatrix}
\quad (2.3)$$

Como dito anteriormente, neste sistema, apenas a continuidade da corrente nos enrolamentos finos é imposta. Assim, o sistema de equações (2.3) pode ser aplicado na análise de máquinas acopladas a conversores estáticos que apresentem ranhuras inclinadas porém sem correntes induzidas. Para que correntes induzidas sejam consideradas na análise, novas considerações de continuidade de corrente devem ser impostas, o que é discutido no próximo capítulo.

Ao se acoplar o conjunto máquina – conversor ao movimento, também o cálculo do torque deve ser adaptado passando a levar em consideração cada uma das nf fatias representativas do domínio. Assim, uma força é calculada ao longo da linha disposta no entreferro de cada uma das nf fatias e o torque total é obtido através do somatório dos torques em cada fatia:

$$\mathbf{T}_{em} = \sum_{f=1}^{nf} \ell_z \int_{\ell_\tau} r \bar{\mathbf{r}} \times \left[\frac{1}{\mu_0} (\bar{\mathbf{B}}_f \cdot \bar{\mathbf{n}}) \bar{\mathbf{B}}_f - \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{B}_f^2 \bar{\mathbf{n}} \right] d\ell_\tau \quad (2.4)$$

2.4 – Exemplos

Para validação da formulação exposta acima, alguns casos foram simulados e seus resultados são mostrados a seguir. Um servomotor CA idêntico ao utilizado nas simulações e experimentações mostradas no capítulo anterior (item 1.6.1), porém construído com as ranhuras do estator inclinadas em 15° com relação ao rotor, é aqui utilizado¹.

As simulações a seguir foram realizadas considerando um sistema com seis fatias. Para esta máquina, o aumento do número de fatias a partir deste valor não acarretou em uma melhora significativa na precisão dos resultados. A distribuição inicial do fluxo em cada uma das fatias, fluxo devido unicamente aos ímãs presentes no rotor da máquina, é mostrada na Figura 2.5.

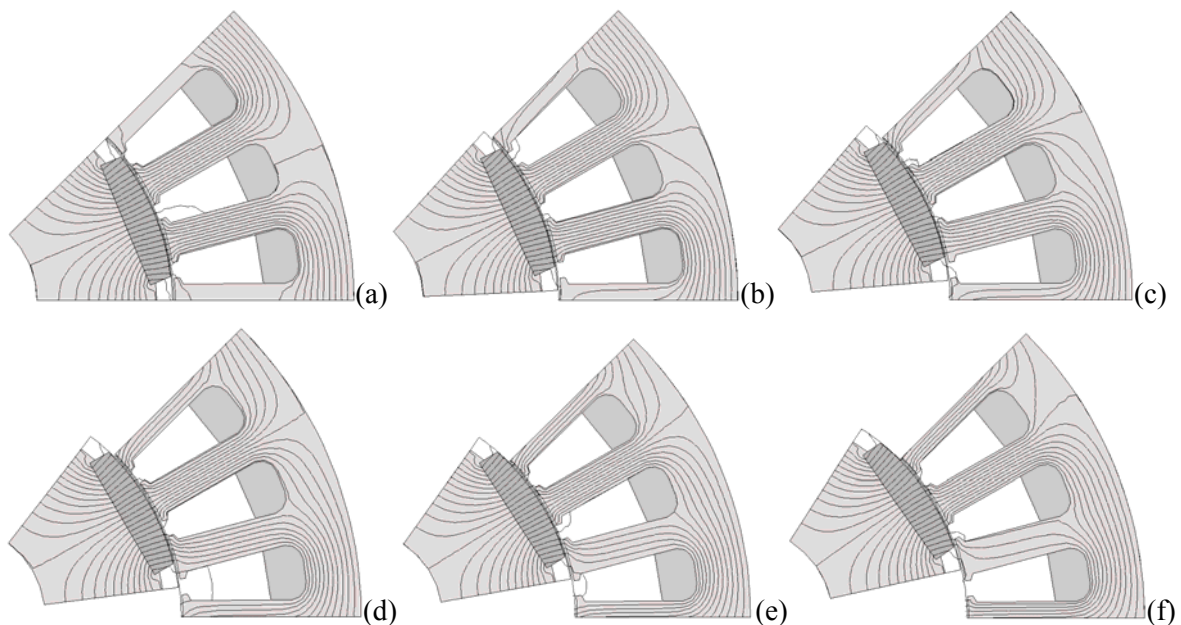


Figura 2.5 – Servomotor CA – Distribuição do fluxo devido unicamente aos ímãs presentes no rotor. (a) Primeira fatia. (b) Segunda fatia. (c) Terceira fatia. (d) Quarta fatia. (e) Quinta fatia. (f) Sexta fatia.

Três casos são apresentados. Primeiramente a operação do servomotor como gerador a vazio. Em seguida, sua operação como motor acionado por um inversor em ponte completa trifásico sujeito a duas estratégias de controle em malha fechada diferentes: partida com tensão e frequência variáveis e partida com tensão fixa e frequência variável.

¹ Ver Anexo 4, item A4.1 – Servomotor CA

2.4.1 – Gerador a Vazio

Esta simulação evidencia a diminuição do conteúdo harmônico da tensão gerada e do torque pulsante conseguida unicamente utilizando-se o procedimento de inclinação de ranhuras. As Figuras 2.6 e 2.7 trazem a comparação dos resultados de simulação do servomotor com ranhuras retas, como apresentado no capítulo 1, e inclinadas.

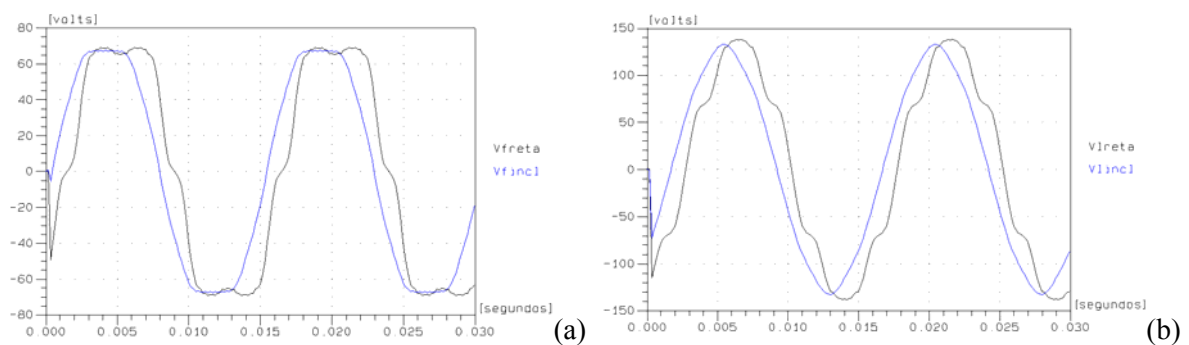


Figura 2.6 – Operação a vazio, velocidade 1000 rpm: ranhura reta e ranhura inclinada (15° , 6 fatias). (a) Tensão de fase. (b) Tensão de linha.

Na Figura 2.6 fica clara a redução do conteúdo harmônico da tensão gerada proporcionada pela inclinação de ranhuras, atuando apenas levemente na amplitude de sua frequência fundamental.

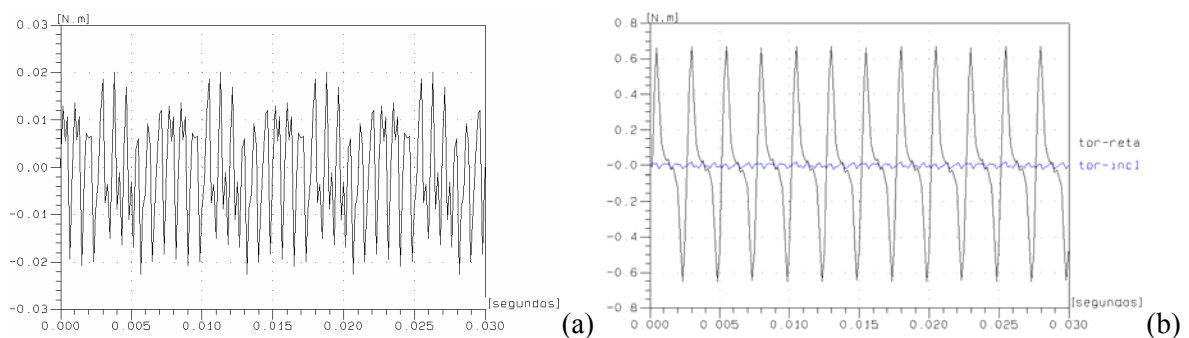


Figura 2.7 – Operação a vazio, velocidade 1000 rpm. (a) Torque pulsante (“cogging torque”). (b) Torque pulsante: ranhura reta e ranhura inclinada (15° , 6 fatias).

Na forma de onda do torque, a redução do conteúdo harmônico é também evidente. Na Figura 2.7b podemos constatar a eliminação do torque pulsante com frequência igual a seis vezes da fundamental, permanecendo apenas alguns componentes de frequências mais elevadas e de baixíssima amplitude.

A Figura 2.8 traz a comparação da tensão de linha medida e simulada. Os valores dos harmônicos presentes nas duas formas de onda apresentadas são dados na Tabela 2.1.

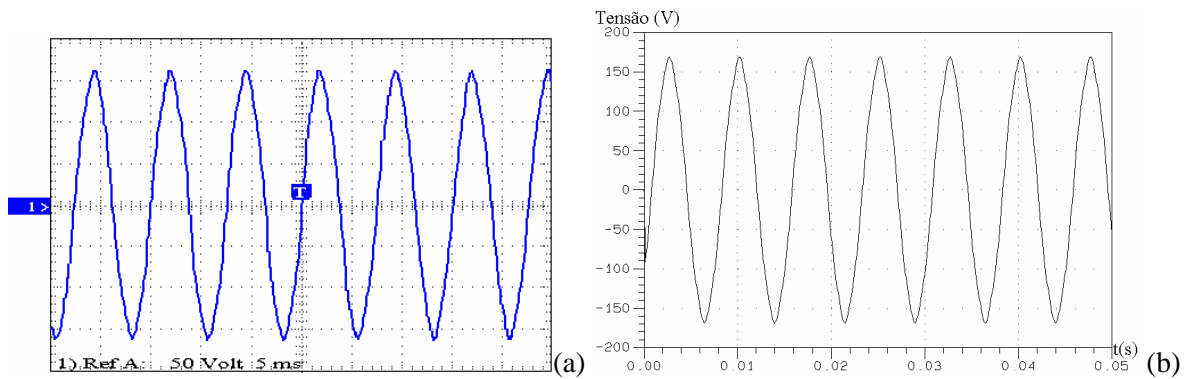


Figura 2.8 – Tensão de linha: (a) Valor medido; (b) Valor simulado.

Tabela 2.1 – Componentes harmônicos das tensões de linha medida e simulada.

Harmônico	Simulado	Medido
Fund.	100%	100%
2 ^o	0.0%	0.14%
3 ^o	0.05%	0.05%
4 ^o	0.0%	0.16%
5 ^o	2.04%	2.24%
6 ^o	0.0%	0.04%
7 ^o	0.79%	0.70%
8 ^o	0.0%	0.18%
9 ^o	0.01%	0.08%
10 ^o	0.0%	0.05%

Harmônico	Simulado	Medido
11 ^o	0.03%	0.03%
12 ^o	0.0%	0.09%
13 ^o	0.02%	0.03%
14 ^o	0.0%	0.05%
15 ^o	0.01%	0.05%
16 ^o	0.0%	0.03%
17 ^o	0.02%	0.02%
18 ^o	0.0%	0.06%
19 ^o	0.02%	0.01%
20 ^o	0.0%	0.03%

Novamente, observando os dados apresentados na Tabela 2.1, verificamos a presença de harmônicos pares na tensão gerada, harmônicos com origem nas pequenas imperfeições construtivas do servomotor, como pequenas diferenças entre seus pólos.

Ao compararmos as Tabelas 1.1 e 2.1 que correspondem, respectivamente, aos harmônicos presentes na tensão gerada para o caso do servomotor CA com ranhuras retas e inclinadas, verificamos uma redução acentuada em seu conteúdo harmônico. Destacamos na Tabela 2.2 os quatro componentes harmônicos mais fortes. Nesta tabela podemos observar a eficiência do procedimento de inclinação de ranhuras na redução do conteúdo harmônico gerado durante a operação da máquina, melhora obtida unicamente com esta modificação em suas características construtivas.

Tabela 2.2 – Componentes harmônicos: ranhuras retas e inclinadas.

Harmônico	Medido		Simulado	
	Reto	Inclinado	Reto	Inclinado
5°	10.90%	2.04%	9.91%	2.24%
7°	5.49%	0.79%	5.23%	0.70%
11°	0.48%	0.03%	0.25%	0.03%
13°	0.43%	0.02%	0.20%	0.03%

Novamente, neste caso, podemos observar a boa concordância entre os valores medidos e simulados, constatando, assim, a eficiência alcançada com a associação do Método do Fatiamento com o MEF 2D na representação de efeito tridimensional devido à inclinação de ranhuras em máquinas elétricas girantes.

2.4.2 – Acionamento PWM (Malha V/f) [57]

Neste exemplo foi explorada a possibilidade de ser considerado um controle em malha fechada na simulação dinâmica do conjunto conversor / máquina elétrica. Esta consideração de leis de controle em malha fechada atuando na operação de dispositivos eletromagnéticos estáticos acoplados a conversores estáticos é apresentada por Jorge L. Roel O. em [37 – 38].

O circuito da Figura 2.9, no qual um inversor trifásico em ponte completa alimenta o servomotor CA, foi simulado. Neste caso, os instantes de chaveamento das chaves comandadas, transistores T_1 a T_6 , não são dados de entrada da simulação, pois não são conhecidos *a priori*. Estes instantes são identificados durante a simulação, observando-se o ponto de operação em que a máquina se encontra e a lei de controle que dita as seqüências de operação do conversor.

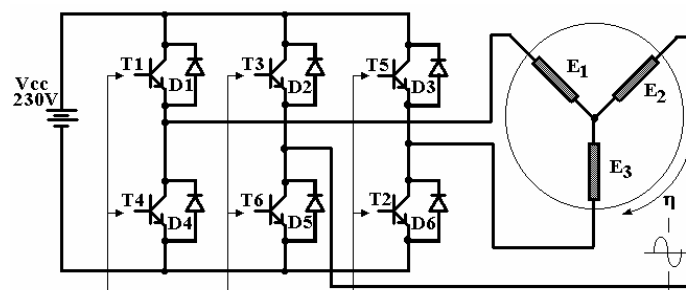


Figura 2.9 – Acionamento por inversor trifásico.

Neste exemplo, a modulação por largura de pulsos foi utilizada. A frequência da forma de onda triangular foi escolhida igual a 8 kHz e as três referências senoidais são determinadas segundo uma lei de controle de velocidade em malha fechada, segundo a qual a frequência da referência varia de acordo com a velocidade instantânea do rotor, iniciando suavemente o movimento até que a velocidade de referência seja atingida. A tensão de alimentação do inversor é mantida constante e igual a $230 V_{CC}$.

As Figuras 2.10 a 2.12 mostram as três referências senoidais geradas a partir do sinal de velocidade, a tensão PWM aplicada a um dos enrolamentos do servo e as formas de onda da velocidade e torque, respectivamente.

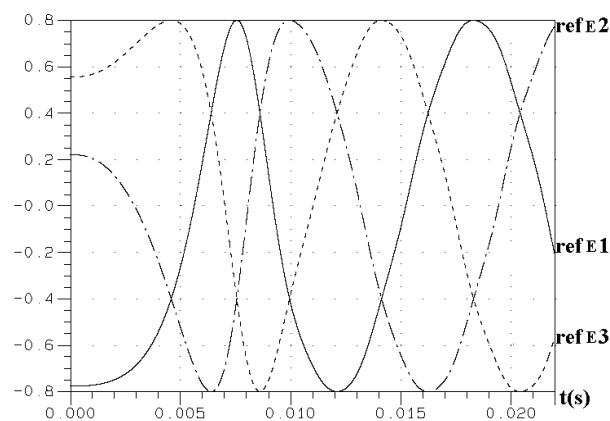


Figura 2.10 – Referências senoidais.

Como dito anteriormente, a frequência das três referências senoidais mostradas na Figura 2.10 é determinada pelo sinal de velocidade do motor. Estes sinais são comparados com a forma de onda triangular de alta frequência gerando os pulsos de comando das chaves T_1 a T_6 . Ou seja, o controle monitora os instantes em que os sinais de referência interceptam o sinal de alta frequência, identificando assim os instantes em que novas ordens de comando devem ser enviadas às chaves T_1 a T_6 . Desta forma, as chaves T_1 a T_6 têm, então, seus instantes de comutação determinados automaticamente durante a simulação.

A Figura 2.11 mostra a tensão PWM aplicada a uma das fases do servomotor, enrolamento E_1 mostrado na Figura 2.9, durante o transitório de partida.

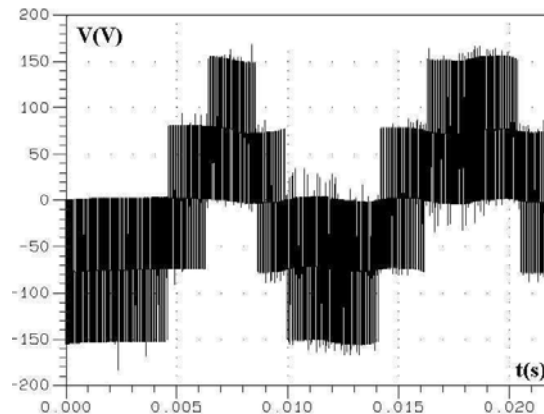


Figura 2.11 – Tensão PWM sobre o enrolamento E_1 do servomotor CA.

Esta forma de acionamento do servomotor, atuando na amplitude e frequência de seu acionamento de acordo com o ponto de operação no qual ele se encontra, se traduz em um comportamento mecânico extremamente suave, no qual o rotor é levado do repouso à velocidade síncrona com aceleração praticamente constante, como mostra a Figura 2.12a.

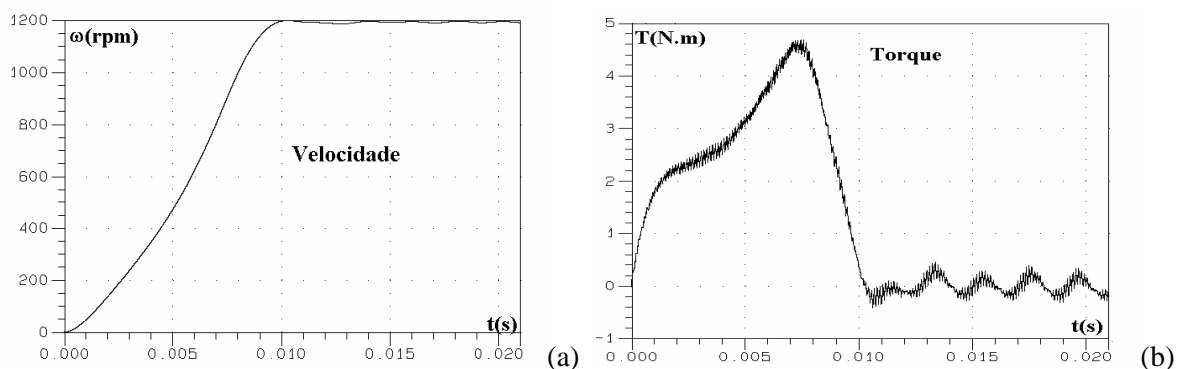


Figura 2.12 – (a) Velocidade; (b) Torque eletromagnético.

2.4.3 – Acionamento com Frequência Variável [58]

A mesma estrutura apresentada na Figura 2.9 foi simulada e testada para uma nova estratégia de controle, na qual apenas a frequência de alimentação do servomotor é variada segundo o ponto de operação no qual ele se encontra.

Neste caso, os interruptores de potência atuam gerando uma seqüência de seis pulsos de mesma largura. A velocidade do rotor é monitorada e fornece um sinal de realimentação que atua definindo a frequência dos pulsos enviados à máquina. Se a velocidade do motor é inferior àquela

imposta como referência, a frequência dos pulsos é incrementada, no caso contrário ela é diminuída se a referência é ultrapassada. A tensão de alimentação do inversor é mantida constante igual a 30V.

Como dito anteriormente, esta estratégia de controle atua apenas na frequência de alimentação do servo, uma vez que a largura dos pulsos é mantida constante. Conseqüentemente, o valor eficaz da tensão aplicada ao servo não varia. Logo, não é obedecida a relação de tensão / frequência constante, necessária para o amplo e fino controle de máquinas CA, sendo este controle eficiente apenas para pequenos distúrbios em torno do ponto de operação projetado.

Como, neste exemplo, ele é utilizado no processo de partida do motor, levando o servomotor do repouso até a velocidade de referência imposta, ondulações são observadas tanto no transitório de partida quanto na operação em regime do servo alimentado segundo esta estratégia, não apresentando o comportamento de partida suave apresentado no exemplo anterior.

As Figuras 2.13 e 2.14 trazem as formas de onda do transitório de partida da velocidade e torque, tensão e corrente no enrolamento E_1 do servomotor, respectivamente.

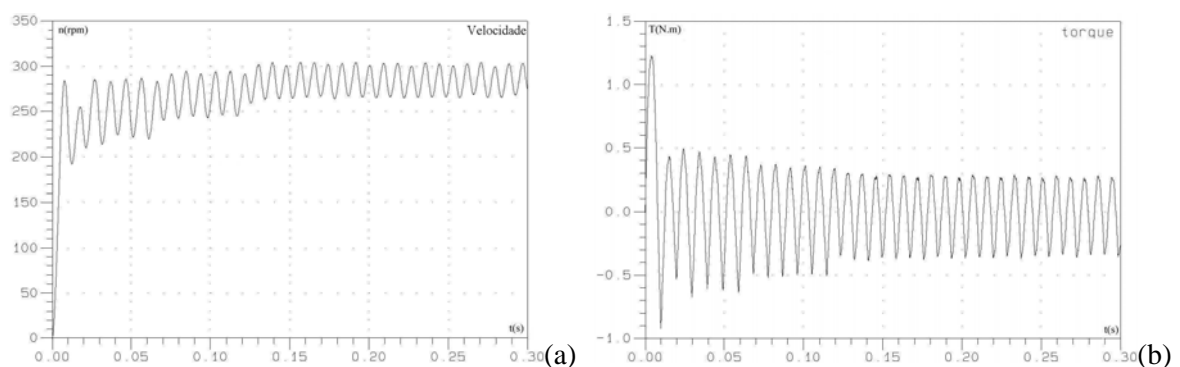


Figura 2.13 – (a) Velocidade; (b) Torque eletromagnético.

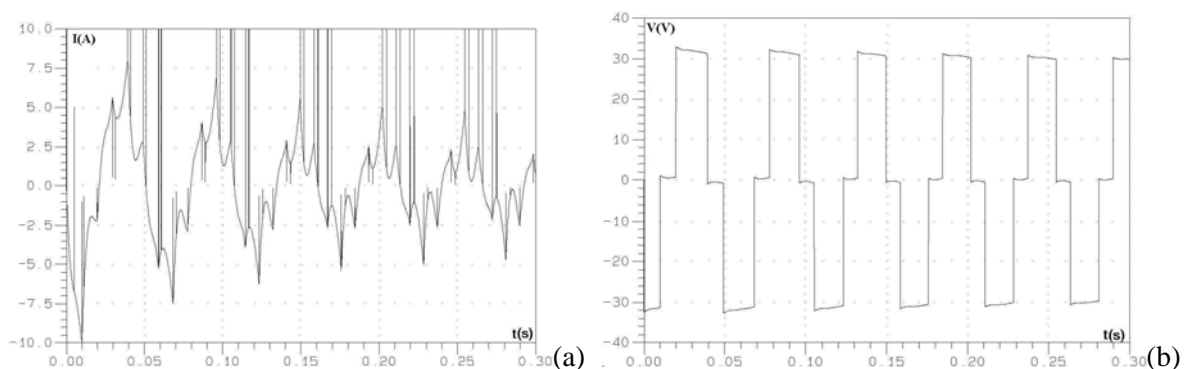


Figura 2.14 – (a) Transitório da corrente no servo; (b) Transitório da tensão de linha.

Picos de corrente são observados na forma de onda simulada (Fig. 2.14a). Estes picos ocorrem nos instantes de comutação dos diodos presentes na estrutura simulada e correspondem a erros numéricos gerados entre os dois instantes de simulação consecutivos, um imediatamente anterior à comutação de um diodo e o outro imediatamente depois de efetivada esta comutação, pois estes instantes correspondem a mudanças nas seqüências de operação do conversor, ou seja, na mudança abrupta de sua topologia em que braços do circuito são modificados de curto-circuito para circuito aberto e vice-versa.

São exatamente estes erros numéricos que devem ser, se não eliminados, minimizados com o procedimento de redução do passo de cálculo e aproximação lenta dos instantes de comutação. Se este procedimento é realizado obedecendo a tolerâncias de transição seguras, picos de corrente podem ser observados nas transições de estado, como é aqui mostrado, porém o sistema retorna imediatamente ao seu ponto real de operação, sendo garantida a estabilidade do sistema.

Filtros numéricos podem ser utilizados na eliminação destes pontos discrepantes obtidos durante a simulação, limpando a forma de onda final resultante. Porém, neste trabalho, optou-se por mostrar a forma de onda real obtida na simulação para evidenciar a necessidade do refinamento e do reposicionamento automático da máquina em seu ponto de operação anterior, reposicionamento mecânico e elétrico, sempre que se deseje resultados satisfatórios e confiáveis na simulação de seu acoplamento com conversores estáticos.

As Figuras 2.15 e 2.16 trazem a comparação dos resultados obtidos em regime permanente, após o motor atingir a velocidade de referência, na simulação e na prática realizada.

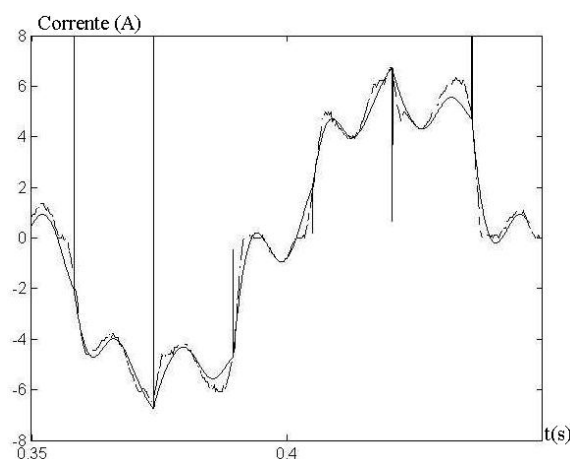


Figura 2.15 – Corrente de fase em regime permanente. Linha cheia: simulado; Linha tracejada: medido.

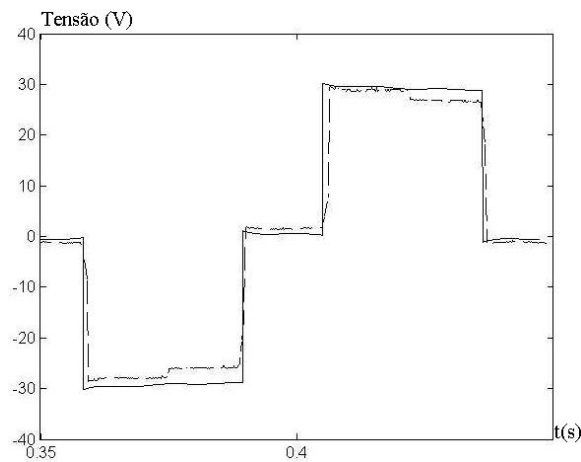


Figura 2.16 – Tensão de linha em regime permanente. Linha cheia: simulado; Linha tracejada: medido.

A ótima concordância entre os valores medidos e simulados comprova que a formulação apresentada que combina o MEF 2D e o Método do Fatiamento, além das equações de conversores estáticos e do movimento, fornece uma ótima ferramenta de projeto e análise de máquinas elétricas sem correntes induzidas e com ranhuras inclinadas. Ainda, para os casos em que se deseje considerar leis de controle em malha fechada, a formulação se apresenta aberta a múltiplas estratégias de controle, oferecendo uma boa representação numérica do problema.

2.5 – Conclusão

Neste capítulo foi apresentado o Método do Fatiamento, que permite a consideração da inclinação das ranhuras do rotor em relação às do estator. Foi discutida a forma direta de acoplamento das fatias, ou seja, a imposição da conservação da corrente nos enrolamentos finos da máquina através das fatias presentes no domínio. Porém, uma restrição é imposta: as máquinas estudadas não apresentam condutores maciços, ou seja, não possuem partes condutoras sujeitas a correntes induzidas.

Alguns resultados de simulação e sua comparação com valores obtidos em experimentações práticas foram apresentados usando-se um servomotor CA com as ranhuras do estator inclinadas. São apresentados os valores simulados e medidos de sua operação como gerador a vazio. São também apresentados dois exemplos em que um controle em malha fechada atua no conjunto conversor – servomotor, no primeiro é apresentada a simulação com acionamento PWM

e, no segundo, os resultados da simulação e prática do acionamento com frequência variável são mostrados.

No próximo capítulo, a formulação até o momento apresentada é estendida para a análise de máquinas elétricas com correntes induzidas. Primeiramente serão apresentadas as equações que permitem múltiplas e diferentes conexões de condutores maciços no modelo da máquina e, em seguida, a aplicação do Método do Fatiamento na consideração da inclinação de ranhuras nestas máquinas.

Exemplos de aplicação da formulação final obtida na análise de máquinas de indução são apresentados no quarto capítulo desta tese.

Capítulo 3 – Inclinação de Ranhuras em Máquinas com Correntes Induzidas

3.1 – Introdução

Nem sempre a condição de conexão em paralelo de todas as partes condutoras presentes em uma máquina elétrica, como requerido na formulação apresentada no primeiro capítulo desta tese, pode ser satisfeita. Como exemplo, podemos citar os motores de indução com pólos sombreados [13, 15, 16]. No caso destes motores, além da gaiola montada em seu rotor, que constitui um conjunto de condutores maciços conectados em paralelo e curto-circuitados entre si, cada espira de sombra constitui um novo conjunto de condutores maciços também curto-circuitados, mas sem conexão elétrica com aqueles presentes no rotor.

A utilização da formulação até aqui apresentada na análise desses motores geraria resultados errôneos, pois trataria a gaiola e as espiras de sombra como se todos estivessem interconectados formando uma única associação em paralelo. Por isso, novas informações devem ser adicionadas ao sistema para que ele seja corretamente caracterizado.

Além disso, mesmo nos casos em que todos os condutores maciços se encontram conectados em gaiola, a análise da máquina com ranhuras inclinadas requer considerações extras da distribuição da corrente e tensão nesses condutores, considerações que não foram estabelecidas até o momento.

São estes os pontos abordados neste capítulo, que trata das máquinas elétricas girantes que possuem partes condutoras, estando assim sujeitas a correntes induzidas. A formulação aqui apresentada contribui fornecendo um modelo matemático que permite a análise de máquinas elétricas com múltiplas e diferentes conexões de condutores maciços, podendo a máquina apresentar ranhuras inclinadas, estar acoplada a conversores estáticos e levando-se em consideração o movimento rotórico.

Primeiramente, para que múltiplas e diferentes configurações de condutores maciços possam ser avaliadas, são apresentadas as duas equações que devem ser incluídas no sistema até agora apresentado. Estas equações são necessárias para que as duas novas incógnitas do sistema, as tensões e correntes nos condutores maciços da máquina, possam ser determinadas.

Em seguida é aplicado o Método do Fatiamento ao conjunto final de equações a fim de permitir a análise de máquinas com correntes induzidas e com o estator ou o rotor inclinados.

3.2 – Problemas com Correntes Induzidas

Quando a máquina elétrica a ser analisada contém partes condutoras, nestas regiões aparecerem correntes induzidas, devido à variação temporal e/ou espacial dos campos em seu interior. Estas correntes não apresentam uma distribuição uniforme através da seção transversal condutora da máquina, sua distribuição é irregular e função das características dos campos que a produzem, da região onde são induzidas (material, geometria, distância das fontes), bem como das características das regiões vizinhas.

Os condutores maciços são os responsáveis pela representação no MEF das regiões do domínio onde a corrente elétrica sofre o efeito pelicular. Porém, na formulação apresentada até o momento, estes condutores são considerados curto-circuitados entre si, ou seja, as regiões condutoras declaradas no domínio são consideradas todas em paralelo e a tensão entre seus terminais é nula ($\mathbf{U}_m = \mathbf{0}$). Desta forma, a equação (1.1b), apresentada no primeiro capítulo desta tese e aqui reproduzida, pôde ser eliminada do sistema final de equações¹.

$$\mathbf{Q}_m \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \mathbf{R}_m \mathbf{I}_m = \mathbf{U}_m \quad (3.1)$$

Esta formulação, na forma como foi até o momento apresentada, nos permite a análise de máquinas de indução com rotor em gaiola, como o exemplo apresentado no item 1.6.2, sob as seguintes condições: suas ranhuras e barras são retas e os anéis de curto das barras do rotor constituem um curto-circuito perfeito (impedância nula). Nos casos onde estas condições não são satisfeitas, a equação (3.1) deve ser re-inserida no sistema.

No entanto, a re-inserção de (3.1) acarreta a inclusão de duas novas incógnitas: as tensões \mathbf{U}_m e as correntes \mathbf{I}_m nos condutores maciços. Assim, para que o sistema possa ser resolvido, uma segunda equação deve ser estabelecida, uma equação linearmente independente das anteriores e que traduza uma nova relação entre as novas variáveis.

Isto pode ser conseguido aplicando-se as Leis de Kirchhoff das Malhas e dos Nós aos condutores maciços e, assim, estabelecer uma equação de circuito que assegure a solubilidade do sistema. Esta equação pode ser escrita na forma geral abaixo:

$$\mathbf{X}_1 \mathbf{U}_m + \mathbf{X}_2 \mathbf{I}_m = \mathbf{E}_m \quad (3.2)$$

¹ Ver Anexo 1, item A1.7.1, Capítulo 1, item 1.2.

em que as matrizes \mathbf{X}_1 e \mathbf{X}_2 dependem da forma como os condutores maciços estão conectados entre si, assumindo valores diferentes segundo a topologia.

Assim, podemos escrever o sistema final a ser resolvido, contendo cinco equações linearmente independentes e cinco incógnitas, como:

$$\mathbf{SS}(\mu) \mathbf{A} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{A} - \mathbf{P}_f \mathbf{I}_f - \mathbf{P}_m \mathbf{U}_m = \mathbf{D} \quad (3.3a)$$

$$\mathbf{Q}_f \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \left(\mathbf{R}_f + \mathbf{L}_f \frac{d}{dt} - \mathbf{G}_6 \right) \mathbf{I}_f - \mathbf{G}_4 \mathbf{X} = \mathbf{G}_5 \mathbf{E} \quad (3.3b)$$

$$\left(\frac{d}{dt} - \mathbf{G}_1 \right) \mathbf{X} - \mathbf{G}_3 \mathbf{I}_f = \mathbf{G}_2 \mathbf{E} \quad (3.3c)$$

$$\mathbf{Q}_m \frac{d}{dt} \mathbf{A} - \mathbf{U}_m + \mathbf{R}_m \mathbf{I}_m = \mathbf{0} \quad (3.3d)$$

$$\mathbf{X}_1 \mathbf{U}_m + \mathbf{X}_2 \mathbf{I}_m = \mathbf{E}_m \quad (3.3e)$$

ou em sua forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{SS}(\mu) & \mathbf{P}_f & \mathbf{0} & \mathbf{P}_m & \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{Q}_f}{\Delta t} & \mathbf{R}_f + \frac{\mathbf{L}_f}{\Delta t} - \mathbf{G}_6 & -\mathbf{G}_4 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{G}_3 & \frac{\mathbf{1}}{\Delta t} - \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{Q}_m}{\Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} & \mathbf{R}_m \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{X}_1 & \mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t + \Delta t) \\ \mathbf{I}_f(t + \Delta t) \\ \mathbf{X}(t + \Delta t) \\ \mathbf{U}_m(t + \Delta t) \\ \mathbf{I}_m(t + \Delta t) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_5 \mathbf{E} \\ \mathbf{G}_2 \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{E}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{Q}_f}{\Delta t} & \frac{\mathbf{L}_f}{\Delta t} - \mathbf{G}_6 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\mathbf{1}}{\Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{Q}_m}{\Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{X}'_1 & \mathbf{X}'_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t) \\ \mathbf{I}_f(t) \\ \mathbf{X}(t) \\ \mathbf{U}_m(t) \\ \mathbf{I}_m(t) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

3.3 – Conexões entre Condutores Maciços

Neste trabalho, três formas de conexão dos condutores maciços são consideradas: a conexão em série, a conexão em paralelo e a conexão em gaiola.

Para cada uma dessas formas de conexão, podemos escrever a equação (3.2) e resolver o sistema final (3.4).

3.3.1 – Conexão em Série

A Figura 3.1 mostra um conjunto de condutores maciços presentes na máquina elétrica e conectados em série.

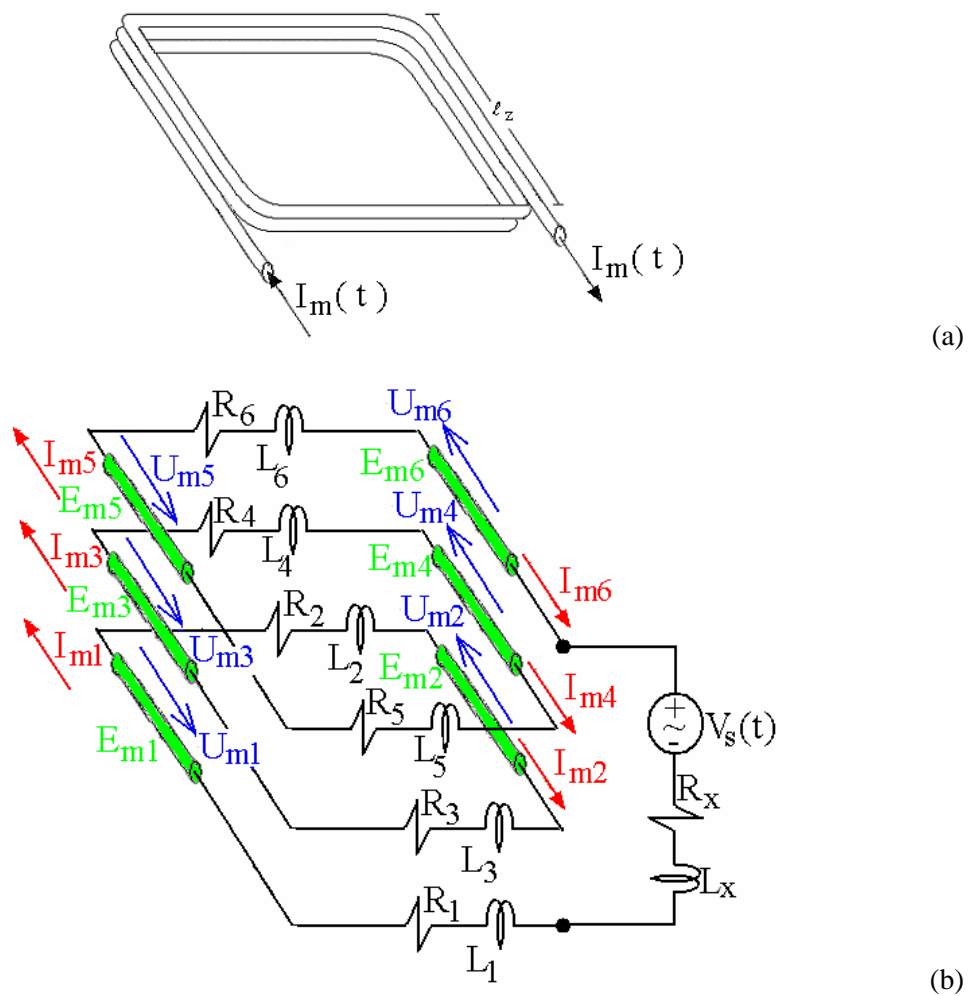


Figura 3.1 – (a) Conjunto de condutores maciços conectados em série; (b) Representação 2D.

As resistências e indutâncias relativas ao retorno dos condutores, assim como a resistência e indutância externas, podem ser concentradas em uma única resistência e indutância equivalentes:

$$R_1 + R_2 + \dots + R_{cs-1} + R_{cs} + R_x = R_{ext} \quad (3.5a)$$

$$L_1 + L_2 + \dots + L_{cs-1} + L_{cs} + L_x = L_{ext} \quad (3.5b)$$

E assim, podemos obter o circuito equivalente da conexão em série, como mostra a Figura 3.2 para o caso geral onde cs condutores maciços estão conectados em série.

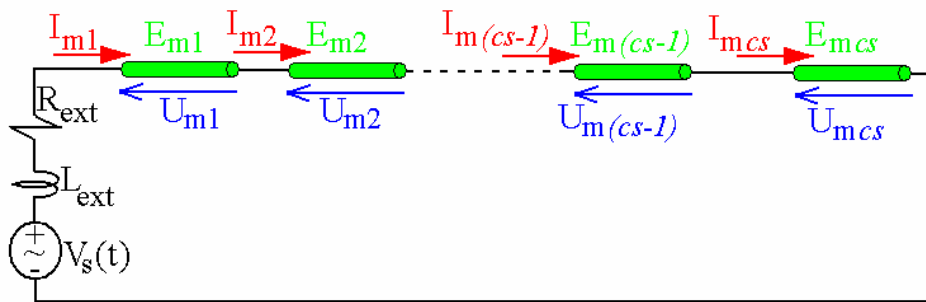


Figura 3.2 – Circuito equivalente da conexão em série de cs condutores maciços.

As incógnitas do circuito mostrado acima são as correntes I_{m1} a I_{mcs} e as tensões U_{m1} a U_{mcs} nos cs condutores maciços em série. Utilizando-se a Lei das Malhas de Kirchhoff na única malha do circuito, obtemos a equação:

$$V_s(t) = R_{ext} I_{m1} + L_{ext} \frac{d}{dt} I_{m1} + U_{m1} + U_{m2} + \dots + U_{m(cs-1)} + U_{mcs} \quad (3.6a)$$

e, utilizando a Lei dos Nós de Kirchhoff nos nós entre condutores maciços, obtemos:

$$I_{m1} - I_{m2} = 0 \quad (3.6b)$$

$$I_{m2} - I_{m3} = 0 \quad (3.6c)$$

⋮

$$I_{m(cs-1)} - I_{mcs} = 0 \quad (3.6d)$$

Podemos escrever estas equações na forma matricial expressa em (3.2):

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ & & \vdots & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{m1} \\ U_{m2} \\ \vdots \\ U_{m(cs-1)} \\ U_{mcs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{ext} + \frac{d}{dt} L_{ext} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \\ 1 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{m(cs-1)} \\ I_{mcs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_s(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

3.3.2 – Conexão em Paralelo

A Figura 3.3 mostra um conjunto de condutores maciços presentes na máquina elétrica e conectados em paralelo.

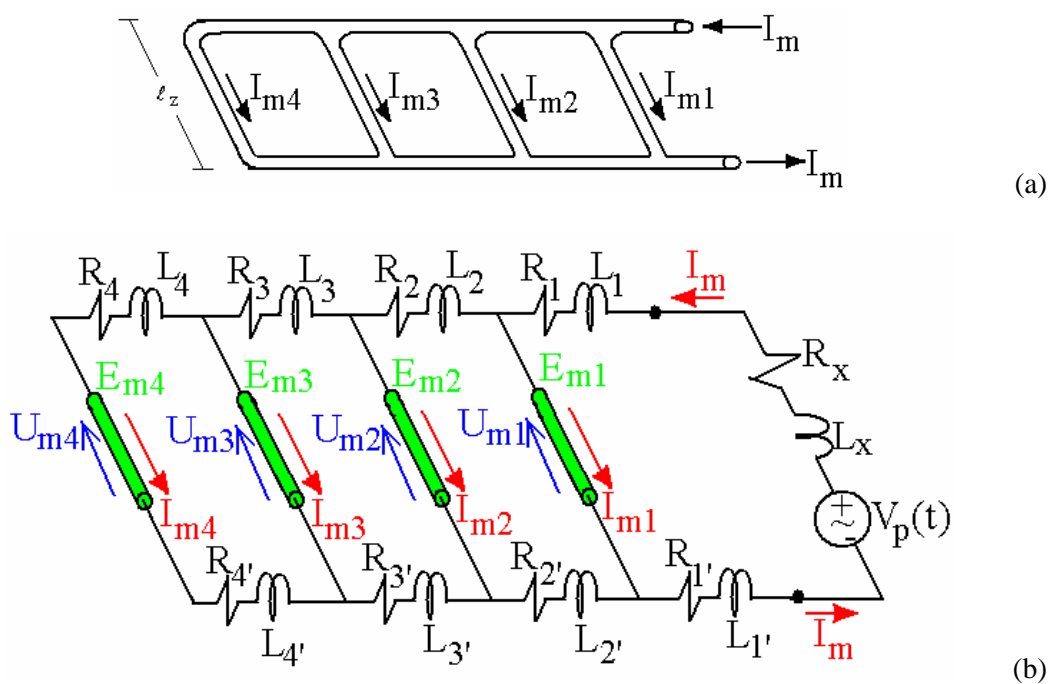


Figura 3.3 – (a) Conjunto de condutores maciços conectados em paralelo; (b) Representação 2D.

Se considerarmos todos os condutores igualmente espaçados, podemos simplificar o circuito, fazendo todas as resistências e indutâncias entre barras iguais:

$$R_1 = R_{1'} = R_2 = \dots = R_{(cp-1)'} = R_{cp} = R_{cp'} = R \quad (3.8a)$$

$$L_1 = L_{1'} = L_2 = \dots = L_{(cp-1)'} = L_{cp} = L_{cp'} = L \quad (3.8b)$$

Podemos também agrupar as resistências e indutâncias em série em uma única resistência e indutância equivalente:

$$2R + R_x = R_{ext} \quad (3.9a)$$

$$2L + L_x = L_{ext} \quad (3.9b)$$

E assim, podemos obter o circuito equivalente da conexão em paralelo, como mostra a Figura 3.4 para o caso geral onde cp condutores maciços estão conectados em paralelo.

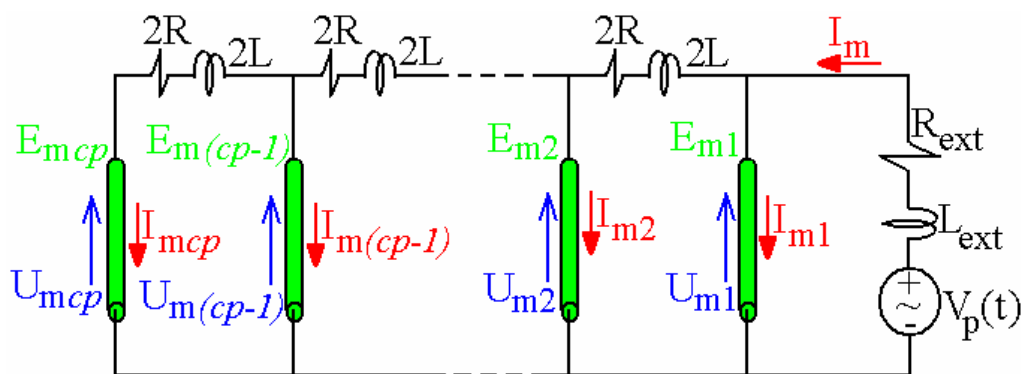


Figura 3.4 – Circuito equivalente da conexão em paralelo de cp condutores maciços.

Novamente, as incógnitas do circuito mostrado acima são as correntes I_{m1} a I_{mcp} e as tensões U_{m1} a U_{mcp} nos condutores maciços. Utilizando-se a Lei das Malhas de Kirchhoff nas malhas do circuito, obtemos as equações:

$$V_p (t) = \left(R_{ext} + L_{ext} \frac{d}{dt} \right) (I_{m1} + I_{m2} + \dots + I_{m(cp-1)} + I_{m cp}) + U_{m1} \quad (3.10a)$$

$$0 = \left(2R + 2L \frac{d}{dt} \right) (I_{m1} + I_{m2} + \dots + I_{m(cp-1)} + I_{m cp}) - U_{m1} + U_{m2} \quad (3.10b)$$

⋮

$$0 = \left(2R + 2L \frac{d}{dt} \right) (I_{m1} + I_{m2} + \dots + I_{m(cp-1)} + I_{m cp}) - U_{m(cp-1)} + U_{m cp} \quad (3.10c)$$

Podemos escrever estas equações na forma matricial expressa em (3.11):

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{m1} \\ U_{m2} \\ \vdots \\ U_{m(cp-1)} \\ U_{m cp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{ext} + L_{ext} & R_{ext} + L_{ext} & \dots & R_{ext} + L_{ext} & R_{ext} + L_{ext} \\ 0 & -2R - 2L & \dots & -2R - 2L & -2R - 2L \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & -2R - 2L & -2R - 2L \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -2R - 2L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{m(cp-1)} \\ I_{m cp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_p (t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

3.3.3 – Conexão em Gaiola

Uma forma particular de conexão em paralelo é a conexão em gaiola [50]. Na conexão em gaiola podemos considerar todos os condutores conectados em paralelo formando uma gaiola, comumente denominada gaiola. Esta conexão é realizada utilizando-se dois anéis posicionados nas extremidades das barras formadas pelos condutores, denominados anéis de curto-circuito, como mostra a Figura 3.5:

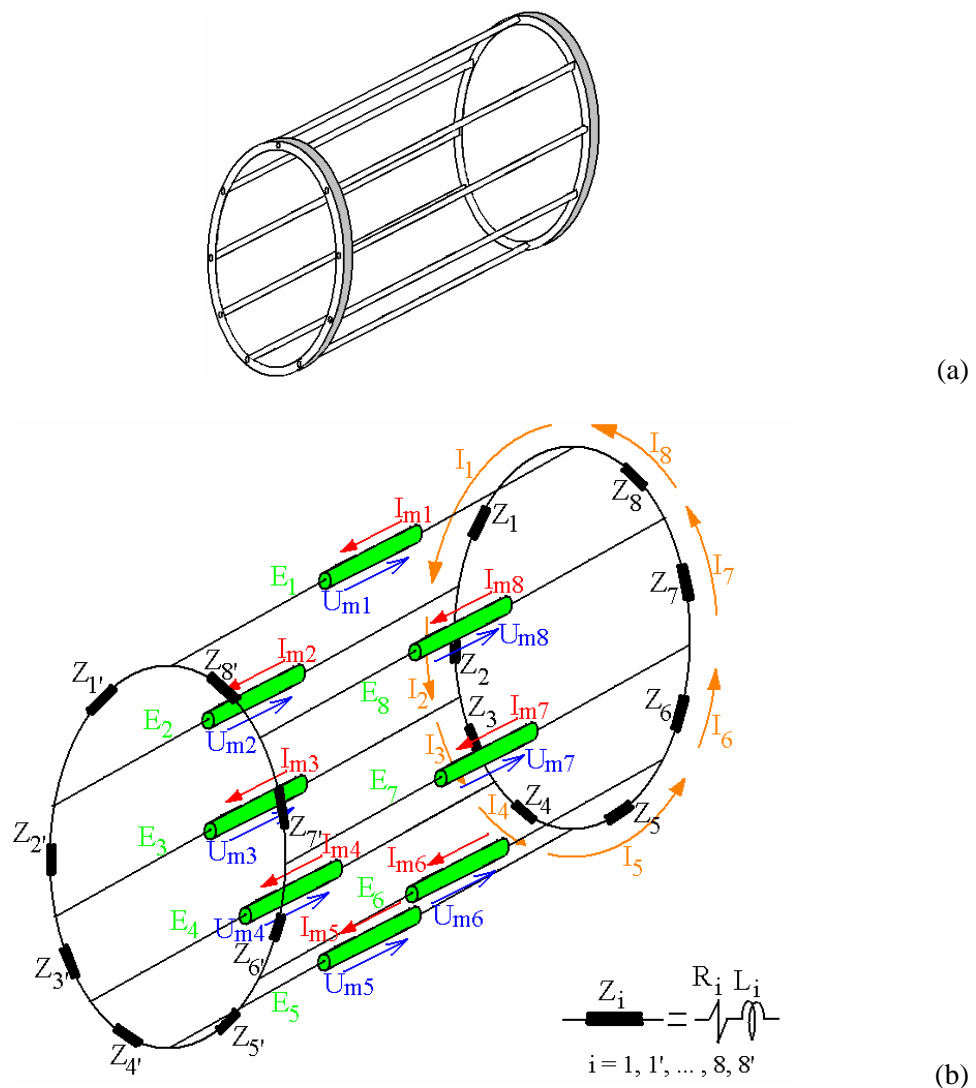


Figura 3.5 – (a) Conjunto de condutores maciços conectados em gaiola; (b) Representação 2D.

Se considerarmos todos os condutores igualmente espaçados e os dois anéis idênticos, podemos simplificar o circuito, fazendo:

$$R_1 = R_{1'} = R_2 = \dots = R_{(cg-1)'} = R_{cg} = R_{cg'} = R \tag{3.12a}$$

$$L_1 = L_{1'} = L_2 = \dots = L_{(cg-1)'} = L_{cg} = L_{cg'} = L \tag{3.12b}$$

E assim, podemos obter o circuito equivalente da conexão em gaiola, como mostra a Figura 3.6. Este circuito traz apenas uma parte dos condutores que participam da gaiola, eles compõem exatamente o subdomínio periódico (Fig. 3.6a) ou antiperiódico (Fig. 3.6b) que, através das Condições de Periodicidade, representa todo o domínio.

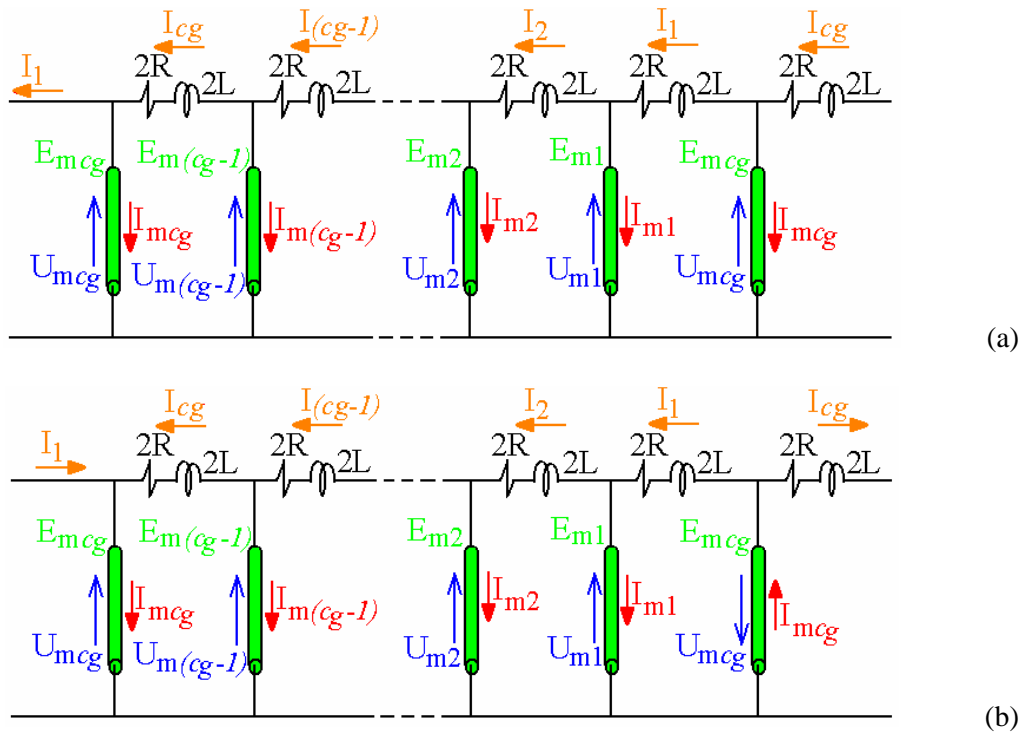


Figura 3.6 – Circuito equivalente da conexão em gaiola: (a) Domínio periódico; (b) Domínio antiperiódico.

Novamente, as incógnitas do circuito mostrado acima são as correntes I_{m1} a $I_{m\,cg}$ e as tensões U_{m1} a $U_{m\,cg}$ nos condutores maciços.

Utilizando-se a Lei das Malhas de Kirchhoff nas malhas do circuito periódico, obtemos as equações:

$$U_{m1} - U_{m\,cg} - 2 \left(R + L \frac{d}{dt} \right) I_1 = 0 \tag{3.13a}$$

$$U_{m2} - U_{m1} - 2 \left(R + L \frac{d}{dt} \right) I_2 = 0 \tag{3.13b}$$

⋮

$$U_{m\,cg} - U_{m(cg-1)} - 2 \left(R + L \frac{d}{dt} \right) I_{cg} = 0 \tag{3.13c}$$

que, na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & \ddots & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{m1} \\ U_{m2} \\ \vdots \\ U_{m(cg-1)} \\ U_{m\,cg} \end{bmatrix} + 2 \left(-R - L \frac{d}{dt} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{(cg-1)} \\ I_{cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

O sistema anterior está escrito em função das correntes que percorrem os anéis de curto-circuito. Porém estas não são as correntes incógnitas do sistema original e uma mudança de variáveis é necessária. Podemos escrever as correntes I_1 a I_{cg} em função das correntes nas barras I_{m1} a $I_{m\,cg}$ observando a Lei dos Nós de Kirchhoff nos nós de conexão das barras aos anéis:

$$I_{m1} = I_2 - I_1 \quad (3.15a)$$

$$I_{m2} = I_3 - I_2 \quad (3.15b)$$

$$\vdots$$

$$I_{m\,cg} = I_1 - I_{cg} \quad (3.15c)$$

ou, em sua forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{m(cg-1)} \\ I_{m\,cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{(cg-1)} \\ I_{cg} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Pré-multiplicando os termos da equação (3.14) pela matriz coeficiente em (3.16), obtemos a forma final, como expressa em (3.2):

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 2 & -1 & \cdots & 0 & -1 \\ -1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & -1 \\ -1 & 0 & \cdots & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{m1} \\ U_{m2} \\ \vdots \\ U_{m(cg-1)} \\ U_{m\,cg} \end{bmatrix} + \\
 & + 2 \left(R + L \frac{d}{dt} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & \ddots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{m(cg-1)} \\ I_{m\,cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)
 \end{aligned}$$

Para o circuito antiperiódico teremos as equações de malha dadas por:

$$U_{m1} + U_{m\,cg} - 2 \left(R + L \frac{d}{dt} \right) I_1 = 0 \quad (3.18a)$$

$$U_{m2} + U_{m1} - 2 \left(R + L \frac{d}{dt} \right) I_2 = 0 \quad (3.18b)$$

⋮

$$U_{m\,cg} + U_{m(cg-1)} - 2 \left(R + L \frac{d}{dt} \right) I_{cg} = 0 \quad (3.18c)$$

que podemos colocar na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & \ddots & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{m1} \\ U_{m2} \\ \vdots \\ U_{m(cg-1)} \\ U_{m\,cg} \end{bmatrix} + 2 \left(-R - L \frac{d}{dt} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & \ddots & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{(cg-1)} \\ I_{cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Novamente, escrevendo as correntes I_1 a I_{cg} em função das correntes nas barras I_{m1} a

$I_{m\,cg}$:

$$\begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{m(cg-1)} \\ I_{m\,cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \\ -1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_{(cg-1)} \\ I_{cg} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

O sistema final, em função das correntes e tensões nas barras, é dado por:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & \cdots & 0 & 1 \\ -1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & -1 \\ 1 & 0 & \cdots & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{m1} \\ U_{m2} \\ \vdots \\ U_{m(cg-1)} \\ U_{m\,cg} \end{bmatrix} + 2 \left(\mathbf{R} + \mathbf{L} \frac{d}{dt} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{m(cg-1)} \\ I_{m\,cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Observando as matrizes em (3.17) e (3.21) correspondentes, respectivamente, ao caso periódico e antiperiódico, percebemos que elas podem ser escritas na forma geral:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & \cdots & 0 & x_{1\,cg}^1 \\ -1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & -1 \\ x_{cg1}^1 & 0 & \cdots & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{m1} \\ U_{m2} \\ \vdots \\ U_{m(cg-1)} \\ U_{m\,cg} \end{bmatrix} + 2 \left(\mathbf{R} + \mathbf{L} \frac{d}{dt} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ I_{m2} \\ \vdots \\ I_{m(cg-1)} \\ I_{m\,cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

em que o termo $x_{1cg}^1 = x_{cg1}^1 = +1$ para o caso antiperiódico e, para o caso periódico, $x_{1cg}^1 = x_{cg1}^1 = -1$.

3.3.4 – Discretização temporal

Finalizando, para que o sistema (3.4) possa ser resolvido passo a passo no tempo, devemos aplicar o Método de Euler para determinação de \mathbf{X}'_1 e \mathbf{X}'_2 .

Assim, para a conexão em série, teremos:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 1 \cdots 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 \cdots 0 & 0 & 0 \\ & \vdots & & \\ 0 & 0 \cdots 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 \cdots 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{m1}(t + \Delta t) \\ U_{m2}(t + \Delta t) \\ \vdots \\ U_{m(cs-1)}(t + \Delta t) \\ U_{mcs}(t + \Delta t) \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} R_{ext} + \frac{L_{ext}}{\Delta t} & 0 \cdots 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 \cdots 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & & \\ 1 & 0 \cdots -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 \cdots 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1}(t + \Delta t) \\ I_{m2}(t + \Delta t) \\ \vdots \\ I_{m(cs-1)}(t + \Delta t) \\ I_{mcs}(t + \Delta t) \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} V_s(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_{ext}}{\Delta t} & 0 \cdots 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 \cdots 0 & 0 & 0 \\ & \vdots & & \\ 0 & 0 \cdots 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 \cdots 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1}(t) \\ I_{m2}(t) \\ \vdots \\ I_{m(cs-1)}(t) \\ I_{mcs}(t) \end{bmatrix} \tag{3.23}
 \end{aligned}$$

Para a conexão em paralelo:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{m1}(t+\Delta t) \\ U_{m2}(t+\Delta t) \\ \vdots \\ U_{m(cp-1)}(t+\Delta t) \\ U_{mcp}(t+\Delta t) \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} R_{ext} + \frac{L_{ext}}{\Delta t} & R_{ext} + \frac{L_{ext}}{\Delta t} & \dots & R_{ext} + \frac{L_{ext}}{\Delta t} & R_{ext} + \frac{L_{ext}}{\Delta t} \\ 0 & -2R - 2\frac{L}{\Delta t} & \dots & -2R - 2\frac{L}{\Delta t} & -2R - 2\frac{L}{\Delta t} \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & -2R - 2\frac{L}{\Delta t} & -2R - 2\frac{L}{\Delta t} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -2R - 2\frac{L}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1}(t+\Delta t) \\ I_{m2}(t+\Delta t) \\ \vdots \\ I_{m(cp-1)}(t+\Delta t) \\ I_{mcp}(t+\Delta t) \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} V_p(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_{ext}}{\Delta t} & \frac{L_{ext}}{\Delta t} & \dots & \frac{L_{ext}}{\Delta t} & \frac{L_{ext}}{\Delta t} \\ 0 & -2\frac{L}{\Delta t} & \dots & -2\frac{L}{\Delta t} & -2\frac{L}{\Delta t} \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & -2\frac{L}{\Delta t} & -2\frac{L}{\Delta t} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -2\frac{L}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1}(t) \\ I_{m2}(t) \\ \vdots \\ I_{m(cp-1)}(t) \\ I_{mcp}(t) \end{bmatrix} \quad (3.24)
 \end{aligned}$$

E, para a conexão em gaiola:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 2 & -1 & \cdots & 0 & x_{1cg}^1 \\ -1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ & \ddots & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & -1 \\ x_{cg1}^1 & 0 & \cdots & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{m1}(t + \Delta t) \\ U_{m2}(t + \Delta t) \\ \vdots \\ U_{m(cg-1)}(t + \Delta t) \\ U_{m\,cg}(t + \Delta t) \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} 2R + \frac{2L}{\Delta t} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2R + \frac{2L}{\Delta t} & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & 2R + \frac{2L}{\Delta t} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 2R + \frac{2L}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1}(t + \Delta t) \\ I_{m2}(t + \Delta t) \\ \vdots \\ I_{m(cg-1)}(t + \Delta t) \\ I_{m\,cg}(t + \Delta t) \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} \frac{2L}{\Delta t} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2L}{\Delta t} & \cdots & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{2L}{\Delta t} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{2L}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1}(t) \\ I_{m2}(t) \\ \vdots \\ I_{m(cg-1)}(t) \\ I_{m\,cg}(t) \end{bmatrix} \tag{3.25}
 \end{aligned}$$

em que o termo $x_{1cg}^1 = x_{cg1}^1 = +1$ para o caso antiperiódico e, para o caso periódico, $x_{1cg}^1 = x_{cg1}^1 = -1$.

3.4 – Inclinação de Ranhuras

Se as ranhuras do estator estão inclinadas com relação às ranhuras do rotor, podemos utilizar o Método do Fatiamento para levarmos em consideração os efeitos da variação do domínio ao longo de sua profundidade. No sistema final representativo da máquina, as seguintes observações devem ser respeitadas:

- Em cada uma das nf fatias que representam a máquina teremos valores de potenciais vetor distintos: \mathbf{A}_1 a \mathbf{A}_{nf} .
- A corrente que atravessa os condutores finos é a mesma em cada uma das nf fatias: $\mathbf{I}_{f1} = \mathbf{I}_{f2} = \dots = \mathbf{I}_{fnf} = \mathbf{I}_f$.
- As variáveis de estado \mathbf{X} não sofrem modificações, pois são determinadas pelo circuito externo.
- Devido à imposição da continuidade da corrente através das fatias do domínio, a corrente que atravessa as nf fatias representativas da máquina é a mesma: $\mathbf{I}_{m1} = \mathbf{I}_{m2} = \dots = \mathbf{I}_{mnf} = \mathbf{I}_m$.
- A tensão total sobre um condutor maciço será dada pela soma das tensões sobre cada uma das nf fatias: $\mathbf{U}_m = \mathbf{U}_{m1} + \mathbf{U}_{m2} + \dots + \mathbf{U}_{mnf}$.

As três primeiras observações acima já foram consideradas na formulação apresentada no segundo capítulo desta tese, quando apenas máquinas com ranhuras inclinadas sem correntes induzidas foram consideradas. Agora é necessário aplicar o Método do Fatiamento nas duas equações que foram acrescentadas ao sistema, respeitando as duas últimas observações colocadas acima.

Assim, teremos a equação (3.1) aplicada a cada fatia:

$$\mathbf{Q}_{m1} \frac{d}{dt} \mathbf{A}_1 - \mathbf{1} \mathbf{U}_{m1} + \mathbf{R}_{m1} \mathbf{I}_m = \mathbf{0} \quad (3.26a)$$

$$\mathbf{Q}_{m2} \frac{d}{dt} \mathbf{A}_2 - \mathbf{1} \mathbf{U}_{m2} + \mathbf{R}_{m2} \mathbf{I}_m = \mathbf{0} \quad (3.26b)$$

⋮

$$\mathbf{Q}_{mnf} \frac{d}{dt} \mathbf{A}_{nf} - \mathbf{1} \mathbf{U}_{mnf} + \mathbf{R}_{mnf} \mathbf{I}_m = \mathbf{0} \quad (3.26c)$$

A equação (3.2) também deve ser escrita em função das tensões \mathbf{U}_{mf} , $f = 1, \dots, nf$.

Sabendo-se que em todos os condutores maciços presentes na máquina temos:

$$\mathbf{U}_m = \mathbf{U}_{m1} + \mathbf{U}_{m2} + \dots + \mathbf{U}_{mnf} \quad (3.27)$$

podemos escrever as tensões totais em função das tensões nas fatias como:

$$\mathbf{U}_m = [\mathbf{1} \ \mathbf{1} \ \dots \ \mathbf{1}] \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{m1} \\ \mathbf{U}_{m2} \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{m\,nf} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

e, assim, obtermos a equação (3.2) para um sistema fatiado:

$$\mathbf{X}_1 \mathbf{U}_m + \mathbf{X}_2 \mathbf{I}_m = \mathbf{E}_m$$

$$\mathbf{X}_1 [\mathbf{1} \ \mathbf{1} \ \dots \ \mathbf{1}] \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{m1} \\ \mathbf{U}_{m2} \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{m\,nf} \end{bmatrix} + \mathbf{X}_2 \mathbf{I}_m = \mathbf{E}_m$$

$$[\mathbf{X}_1 \ \mathbf{X}_1 \ \dots \ \mathbf{X}_1] \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{m1} \\ \mathbf{U}_{m2} \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{m\,nf} \end{bmatrix} + \mathbf{X}_2 \mathbf{I}_m = \mathbf{E}_m \quad (3.29)$$

Agrupando as equações (3.26) e (3.29) ao sistema de equações (2.3), obtemos o sistema final:

$$\begin{bmatrix}
 SS_1(\mu) & 0 & \dots & 0 & P_{f1} & 0 & P_{m1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 0 & SS_2(\mu) & \dots & 0 & P_{f2} & 0 & 0 & P_{m2} & \dots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & \dots & SS_{xyf}(\mu) & P_{fxyf} & 0 & 0 & 0 & \dots & P_{mxyf} & 0 \\
 Q_{f1}/\Delta t & Q_{f2}/\Delta t & \dots & Q_{fxyf}/\Delta t & R_f + \ell_f/\Delta t - G_6 & -G_3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \dots & 0 & -G_3 & 1/\Delta t - G_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 Q_{m1}/\Delta t & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & R_{m1} \\
 0 & Q_{m2}/\Delta t & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & R_{m2} \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & \dots & Q_{mxyf}/\Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & R_{mxyf} \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & X_1 & X_1 & \dots & X_1 & X_2
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 A_1(t+\Delta t) \\
 A_2(t+\Delta t) \\
 \vdots \\
 A_{xyf}(t+\Delta t) \\
 I_f(t+\Delta t) \\
 X(t+\Delta t) \\
 U_{m1}(t+\Delta t) \\
 U_{m2}(t+\Delta t) \\
 \vdots \\
 U_{mxyf}(t+\Delta t) \\
 I_m(t+\Delta t)
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 D_1(t+\Delta t) \\
 D_2(t+\Delta t) \\
 \vdots \\
 D_{xyf}(t+\Delta t) \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 \vdots \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 +
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 \vdots \\
 0 \\
 G_5 E(t+\Delta t) \\
 G_2 E(t+\Delta t) \\
 E_m(t+\Delta t) \\
 0 \\
 \vdots \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 +
 \begin{bmatrix}
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 Q_{f1}/\Delta t & Q_{f2}/\Delta t & \dots & Q_{fxyf}/\Delta t & \ell_f/\Delta t & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1/\Delta t & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 Q_{m1}/\Delta t & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 0 & Q_{m2}/\Delta t & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & \dots & Q_{mxyf}/\Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 A_1(t) \\
 A_2(t) \\
 \vdots \\
 A_{xyf}(t) \\
 I_f(t) \\
 X(t) \\
 U_{m1}(t) \\
 U_{m2}(t) \\
 \vdots \\
 U_{mxyf}(t) \\
 I_m(t)
 \end{bmatrix}$$

3.5 – Conclusão

Neste capítulo foi apresentada a formulação que permite a consideração de múltiplas e diferentes conexões de condutores maciços na análise de máquinas elétricas pelo MEF 2D. Foi exposto o sistema matricial final para máquinas com inclinação de ranhuras e com correntes induzidas.

A formulação apresentada foi implementada disponibilizando, assim, uma ferramenta computacional de análise e projeto de máquinas elétricas em que um método de acoplamento direto das equações de campo e movimento e das equações de conversores estáticos, levando-se em conta no modelo bidimensional da máquina os efeitos oriundos da inclinação de ranhura e a presença de diferentes conexões de condutores maciços são considerados.

A implementação realizada manteve as características apresentadas em trabalhos anteriores [29, 31, 32, 34, 36, 38, 57, 58] de versatilidade na consideração de máquinas com características construtivas especiais e/ou associadas a conversores estáticos especiais.

A aplicação do método aqui exposto é apresentada no próximo capítulo, no qual dois motores de difícil abordagem analítica e numérica são analisados: o motor de indução de pólos sombreados e o motor de indução trifásico duplamente alimentado sem escovas.

Capítulo 4 – Exemplos de Aplicação: Análise de Motores de Indução

4.1 – Introdução

A formulação apresentada no terceiro capítulo desta tese é aplicada na análise de dois motores, um motor de indução de pólos sombreados e um motor de indução trifásico duplamente alimentado sem escovas. Estes dois motores foram escolhidos devido as suas particularidades de projeto que tornam sua análise por métodos analíticos e numéricos bastante complicada.

4.2 – Motor de Indução de Pólos Sombreados

Motores de indução de pólos sombreados (MIPS) são usados em uma ampla variedade de aplicações onde são necessários motores de indução de $\frac{1}{4}$ CV ou até mesmo inferiores a 1 mCV. No intervalo de potências sub-fracionárias, potências abaixo de $\frac{1}{20}$ CV, ele aparece como proposta natural na escolha de motores CA para aplicações com velocidade constante.

MIPS são de construção simples, baratos, extremamente robustos e confiáveis, como os motores de indução polifásicos, por não precisarem de comutadores, chaves, anéis coletores, escovas ou quaisquer tipos de contatos. Sua característica de torque e suas aplicações são similares àquelas dos motores de indução monofásicos com capacitor permanente, exceto que os MIPS apresentam uma menor eficiência e um menor fator de potência. No entanto, eficiência e fator de potência têm menor importância nesse intervalo de potência.

Estes motores são usados em uma grande variedade de aplicações, em eletrodomésticos como ventiladores e exaustores, secadores, projetores de slides, fotocopiadoras, postos de venda automática, painéis de propaganda etc.. Alguns são disponibilizados com sistemas de engrenagens reductoras para se obter praticamente quaisquer velocidades, mesmo aquelas abaixo de uma rotação por mês.

Apesar dos MIPS tradicionais serem inerentemente não reversíveis, motores reversíveis podem ser construídos de diferentes maneiras. Da mesma forma, utilizando-se procedimentos especiais de construção, seu uso pode ser estendido a várias aplicações em servo-sistemas, ocupando o lugar de motores com capacitor.

A seguir são apresentados os princípios básicos de operação de MIPS, como principais componentes e princípio de funcionamento. Um estudo sobre o efeito da variação de alguns de seus

parâmetros no desempenho do motor é então apresentado, apoiado em simulações realizadas. Na seqüência, uma pequena explanação é feita sobre os principais modelos que usam o MEF 2D para simulação dinâmica do MIPS. O modelo aqui desenvolvido é comparado com aquele considerado o mais preciso dentre os apresentados, assim como com valores medidos. Finalizando, um exemplo de acoplamento do MIPS a conversores estáticos é apresentado: seu acionamento por um gradador de tensão. São apresentadas as comparações entre simulação e prática laboratorial.

4.2.1 – Princípios Básicos de Operação [59]

4.2.1a – Definição

O MIPS pode ser definido como um motor de indução monofásico que possui um ou mais enrolamentos auxiliares curto-circuitados e magneticamente defasados em relação ao enrolamento principal. Em sua construção usual são usados pólos salientes e o enrolamento auxiliar curto-circuitado consiste numa única espira localizada em uma região delimitada do pólo. Esta espira é conhecida como espira de sombra devido ao fato dela causar o atraso do fluxo na região do pólo por ela delimitada com relação ao fluxo no restante do pólo. Às vezes duas ou três espiras de sombra são usadas em cada pólo da máquina, sendo que cada espira delimita um percentual diferente do pólo.

4.2.1b – Elementos Principais

Em um MIPS usual existe no estator um enrolamento simples, conectado à rede, e um segundo enrolamento (auxiliar) com os terminais permanentemente curto-circuitados, e no rotor existem barras condutoras fechadas em gaiola. O enrolamento curto-circuitado deve ser defasado com relação ao enrolamento principal em um ângulo que deve ser mantido menor do que 90° elétricos, ou seja, ele deve ser defasado com relação ao eixo do enrolamento principal em um determinado ângulo de forma a produzir uma componente de campo ao longo de uma direção no espaço diferente daquela estabelecida pelo enrolamento principal e, além disso, esta defasagem deve ser menor que 90° elétricos para que ocorra o acoplamento entre os enrolamentos e uma tensão possa ser induzida no enrolamento auxiliar devido à ação de transformação.

Apesar de seus aspectos construtivos poderem variar consideravelmente nos detalhes, os elementos expostos acima são essenciais e estão presentes em todos os MIPS. Elementos adicionais são encontrados em alguns MIPS, desenvolvidos para aplicações especiais.

4.2.1c – Princípio de Funcionamento

Como qualquer outro motor de indução, o MIPS é posto em movimento devido à ação de um campo magnético girante estabelecido pelo enrolamento principal, porém, o método para se obter este campo magnético girante é ligeiramente diferente do comumente encontrado. Por exemplo, o campo magnético girante em um motor bifásico é resultante de dois campos estacionários defasados 90° no espaço e 90° no tempo. Nos motores monofásicos com fase auxiliar, os campos estão defasados 90° no espaço, porém estão defasados consideravelmente menos do que isso no tempo; entretanto, mesmo nestas condições existe um campo magnético girante de amplitude suficiente para que um torque considerável seja produzido. Na verdade, não é necessário que os campos estejam defasados no espaço em exatamente 90° para que um campo girante se estabeleça; é necessária apenas a existência de dois componentes de campo defasados no espaço e no tempo e esta condição é satisfeita em todos os MIPS.

Em um MIPS, cada pólo pode ser considerado como dividido em duas partes, como mostra a Figura 4.1:

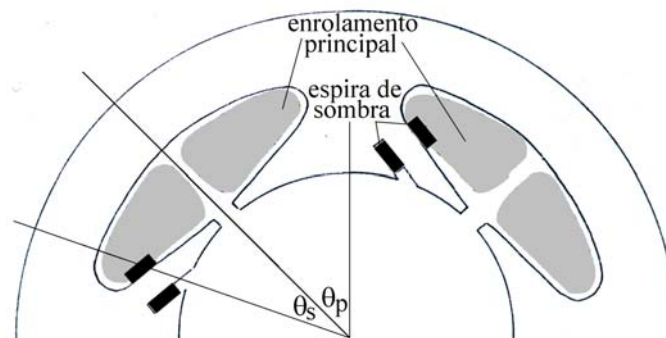


Figura 4.1 – θ_s : ângulo da porção sombreada do pólo e θ_p : ângulo da porção principal do pólo.

1. Porção sombreada, ou seja, a porção do pólo delimitada pela espira de sombra, correspondendo a um ângulo θ_s graus elétricos;
2. Porção principal ou não sombreada do pólo, ou seja, a porção do pólo não delimitada pela espira de sombra, correspondendo a um ângulo θ_p graus elétricos.

Estes dois ângulos se somam para dar o passo polar de aproximadamente 180° elétricos, ou seja, $\theta_p + \theta_s \approx 180^\circ$ elétricos.

Uma compreensão elementar da ação da espira de sombra no funcionamento de um MIPS pode ser obtida a partir do estudo do circuito magnético simples mostrado na Figura 4.2, no qual existe um único pólo dividido em duas porções iguais, uma delas sendo sombreada.

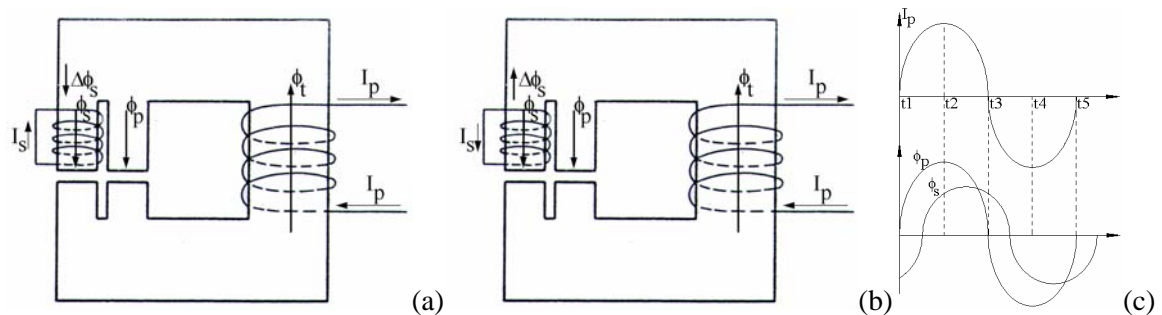


Figura 4.2 – Circuito magnético simples contendo uma espira de sombra: (a) Instante t_1 ; (b) Instante t_2 ; (c) Formas de onda no tempo da corrente no enrolamento principal e dos fluxos nas porções principal e sombreada do pólo.

Consideremos o instante t_1 mostrado na Figura 4.2c em que a corrente no enrolamento principal I_p é nula, porém começando a se tornar positiva. Na porção principal do pólo, o fluxo ϕ_p é inicialmente nulo e começa a se tornar positivo e em fase com a corrente I_p . Analogamente, o fluxo ϕ_s na porção sombreada, inicialmente nulo, começa a se tornar positivo e esta mudança no fluxo induz uma tensão na espira de sombra, produzindo assim uma circulação de corrente I_s . Uma vez que uma corrente induzida sempre flui no sentido que se opõe à variação do fluxo que a produziu, lei de Lenz, a corrente na espira de sombra atua atrasando o crescimento do fluxo ϕ_s (Fig. 4.2a). Ainda, no instante t_2 quando a corrente no enrolamento principal I_p está em seu valor máximo e começa a decrescer, o fluxo ϕ_p a acompanha e começa a decrescer imediatamente. Entretanto, a corrente induzida na espira de sombra I_s continua a se opor à variação do fluxo, agora decrescente, i. e., a corrente induzida tende a manter o fluxo constante (Fig. 4.2b). Conseqüentemente, o efeito resultante dessa defasagem no espaço e no tempo é a produção de um deslocamento de fluxo na região do entreferro, este fluxo se deslocando sempre no sentido da porção não sombreada para a porção sombreada do pólo, definindo assim o sentido de rotação de um MIPS, que é sempre da porção não sombreada para a porção sombreada do pólo.

4.2.1d – Ação da Espira de Sombra

A Figura 4.3 traz o diagrama fasorial para um MIPS simples, tendo sido construído de forma a preencher simultaneamente as condições expostas a seguir, todas elas sendo satisfeitas de acordo com os princípios elementares apresentados anteriormente:

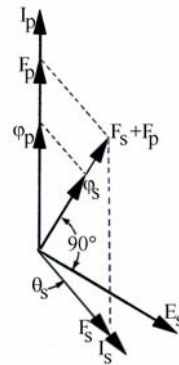


Figura 4.3 – Diagrama fasorial elementar de um MIPS.

1. ϕ_p é proporcional e em fase com F_p ;
2. ϕ_s é proporcional e em fase com $F_p + F_s$;
3. E_s é proporcional à ϕ_s e 90° atrasado;
4. F_s é proporcional à E_s e θ_s atrasado;
5. F_s é proporcional e em fase com I_s .

Após a construção do diagrama fasorial que preenche simultaneamente todas as condições expostas acima, fica aparente, ao se comparar a amplitude e a posição de ϕ_s e ϕ_p , que o efeito da espira de sombra é reduzir o fluxo na porção sombreada do pólo e, ao mesmo tempo, defasá-lo no tempo atrasando-o com relação ao fluxo na porção não sombreada.

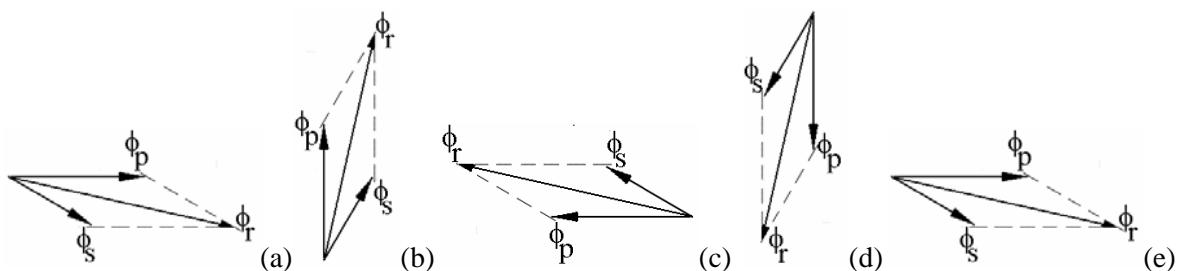


Figura 4.4 – Diagrama fasorial elementar de um MIPS: (a) Instante $t = t_1$; (b) Instante $t = t_2$; (c) Instante $t = t_3$; (d) Instante $t = t_4$; (e) Instante $t = t_5$.

E assim podemos visualizar o fluxo girante resultante ϕ_r , conforme mostra a Figura 4.4, na qual podemos observar a rotação de ϕ_r no sentido da porção não sombreada para a porção sombreada e a pulsação de seu módulo.

Concluindo, as Figuras 4.1 a 4.4 demonstram qualitativamente como a espira de sombra atua reduzindo e defasando o fluxo na porção sombreada do pólo. Em um motor real, este efeito é um pouco modificado devido à ação das correntes induzidas nas barras do rotor, mas ainda persiste e o resultado final da defasagem do fluxo na porção sombreada do pólo produz o mesmo efeito de um fluxo deslizante que permanece em constante deslocamento no sentido da porção principal para a porção sombreada do pólo, tendendo o motor a se deslocar neste sentido.

4.2.1e – Uso de Cunhas ou Pontes Magnéticas

A Figura 4.5 traz uma forma comum de construção de MIPS maiores, especialmente aqueles de quatro ou seis pólos, onde uma cunha feita de material magnético é colocada entre os pólos do motor para melhorar seu desempenho. As espiras de sombra, uma em cada pólo, são colocadas antes do enrolamento principal; este deve ser enrolado formando bobinas e encaixado sobre os pólos, ou podem ser bobinados in loco.

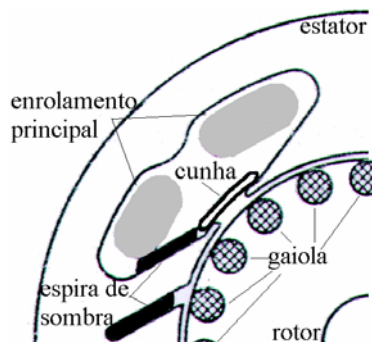


Figura 4.5 – MIPS com cunhas entre pólos.

A Figura 4.6 mostra outra forma construtiva, na qual são usadas pontes magnéticas sólidas e permanentes. Neste caso, o estator é feito em duas partes e as paredes dos pólos são retas e paralelas. No exemplo mostrado existem quatro espiras de sombra. As quatro bobinas do estator podem ser facilmente enroladas diretamente sobre os pólos, ou podem ser construídas em moldes e posteriormente encaixadas sobre os pólos. Depois de posicionado o enrolamento principal, a parte interna do estator é encaixada dentro de sua parte externa.

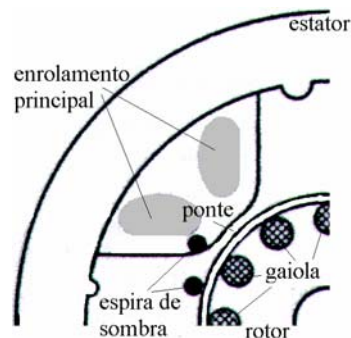


Figura 4.6 – MIPS com pontes magnéticas permanentes.

4.2.1f – Tríplice Espira de Sombra

A Figura 4.7 mostra um MIPS com três espiras de sombra, cada uma delimitando um percentual diferente do pólo. Podemos pensar na maior espira atuando como aquela espira única descrita anteriormente, ela causa a defasagem (atraso) do fluxo que a atravessa em relação ao fluxo da porção não sombreada. Quanto à espira média, ela defasará o fluxo que a atravessa em relação ao restante do fluxo que atravessa a maior espira, criando assim uma terceira região no pólo onde o fluxo se atrasa em relação à segunda região e ainda mais do fluxo no pólo principal. A espira menor atua analogamente, criando uma quarta região. Assim, caminhando progressivamente da região não sombreada do pólo em direção à região delimitada pela menor espira, o fluxo em cada uma dessas quatro regiões vai se atrasando em relação ao fluxo da região precedente. Vale observar também que uma ponte magnética permanente é usada neste tipo de construção.

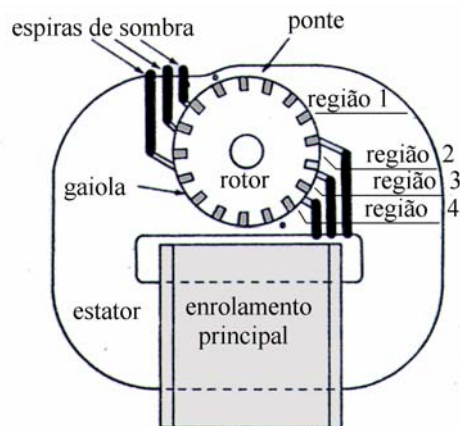


Figura 4.7 – MIPS com tríplice espira de sombra.

4.2.1g – Adição do Efeito de Relutância na Porção Principal do Pólo

Alguns fabricantes de MIPS adicionam os efeitos produzidos por uma variação de relutância na porção principal do pólo aos efeitos devidos à espira de sombra visando melhorar o desempenho dos motores, principalmente os de maiores potências [62].

Esta variação na espessura do entreferro acrescenta ao motor um torque de partida devido à variação de relutância. Este torque de partida pode ser atribuído basicamente a duas causas:

1. A diferença na indutância de dispersão das barras do rotor sob regiões do pólo com entreferros diferentes gera uma diferença nas correntes que as circulam, produzindo um torque resultante, como num motor de repulsão;
2. A diferença na reatância mútua gera uma defasagem nas correntes das barras sob entreferros diferentes, o que também produz um torque resultante.

Uma maneira de se acrescentar este efeito da relutância no MIPS é mostrado na Figura 4.8, onde uma parcela de ferro da extremidade do pólo principal é retirada, extremidade esta oposta à da porção sombreada. Uma maneira simplificada de se entender este efeito, apresentada em [59], é que, apesar da espira de sombra causar um amortecimento considerável do fluxo que a atravessa, existe um pequeno amortecimento na porção principal do pólo devido às correntes de Foucault no ferro. Se uma parcela deste ferro é retirada do circuito magnético, uma parcela deste amortecimento é eliminada na região de maior entreferro. Logo, o fluxo atravessando o maior entreferro sofre um atraso menor se comparado com o fluxo que atravessa o menor entreferro. E assim nós criamos três regiões no pólo atravessadas por fluxos ligeiramente defasados uns dos outros.

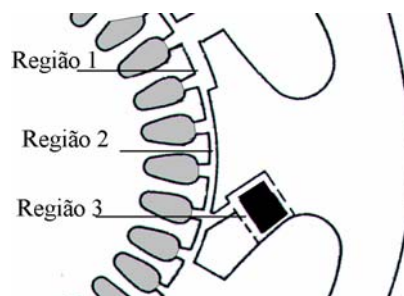


Figura 4.8 – MIPS com efeito de relutância.

Uma outra maneira de se obter o efeito da relutância na porção principal do pólo é ilustrada na Figura 4.9, onde o efeito é conseguido com a inserção de um buraco geralmente retangular em sua extremidade.

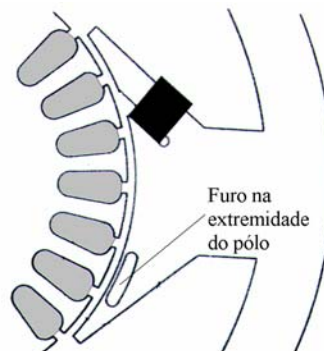


Figura 4.9 – MIPS com efeito de relutância.

4.2.2 – Efeito da Variação de Parâmetros no Desempenho do Motor [60 – 62]

O MIPS é de análise complicada por apresentar várias formas de assimetria nos enrolamentos do estator, como disposição assimétrica no espaço de seus eixos magnéticos; diferença na bitola dos condutores; diferença nas dimensões das ranhuras nas quais eles estão alojados e uma diferença no passo de seus grupos de bobinas por pólo, além de apresentar enrolamentos concentrados no estator.

Estas várias formas de assimetria e a presença de enrolamentos concentrados no estator produzem abundantes componentes harmônicos espaciais no campo magnético no entreferro. Dentre estes harmônicos espaciais, o terceiro harmônico torna crítico o projeto deste tipo de motor, podendo mesmo impedir que ele atinja a velocidade nominal esperada.

Como exemplo de parâmetros importantes na determinação do desempenho de um MIPS podemos citar o ângulo da porção sombreada do pólo – θ_s , a resistência da espira de sombra – R_s , a seção das barras do rotor – S_b e o ângulo de inclinação das barras do rotor em relação ao seu eixo – α_r .

O MIPS apresentado na Figura 4.10 é utilizado como referência nas análises a seguir. Os dados deste motor são os mesmos apresentados no Anexo 4, item A4.4, exceto que seu entreferro é considerado regular com valor igual ao menor entreferro, ou seja, o diâmetro interno do estator não apresenta variações e é igual ao diâmetro interno menor dado na Tabela A4.4.2. desse mesmo anexo, e suas ranhuras são consideradas retas. Suas curvas são representadas, ao longo das seções 4.2.2a – 4.2.2d, na cor azul. Em cada uma dessas seções, apenas um parâmetro do motor é modificado.

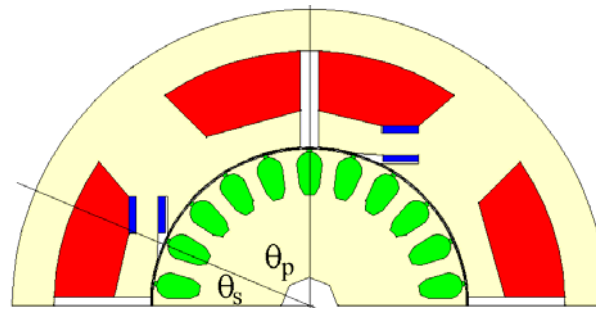
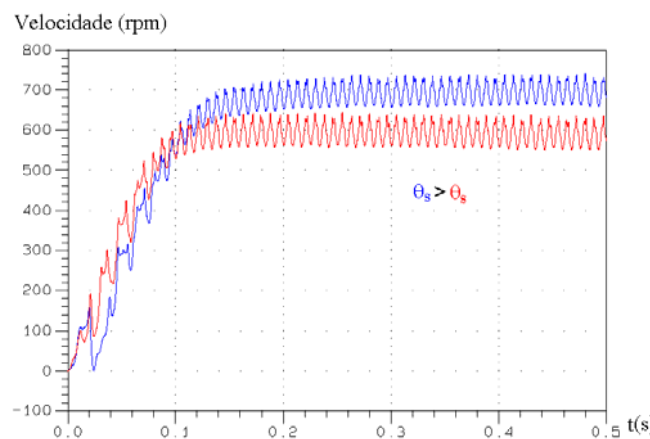


Figura 4.10 – MIPS referência.

4.2.2a – Variação do Ângulo da Porção Sombreada - θ_s

A variação de θ_s afeta muito pouco o valor do torque máximo, bem como a região de operação da curva de torque em função da velocidade. No entanto, o efeito da terceira harmônica de torque aumenta com a diminuição de θ_s . Este fato deve ser observado cuidadosamente quando se projeta um MIPS, pois o mesmo pode ser responsável pela incapacidade do motor de atingir as condições desejadas de operação para uma aplicação específica. A influência de θ_s sobre o torque de partida do motor também deve ser observada; a relação entre o torque de partida e o torque nominal decresce à medida que θ_s cresce. Logo, a escolha de θ_s para um determinado motor de pólos sombreados deve ser feita levando-se em conta tanto o torque de partida como o efeito do torque de terceira harmônica.

As Figuras 4.11 a 4.14 apresentam o resultado das simulações do transitório de partida do MIPS referência original (curvas em azul) e com o valor de seu ângulo da porção sombreada reduzido em 50% (curvas em vermelho).

Figura 4.11 – Influência do ângulo da porção sombreada – θ_s : Velocidade.

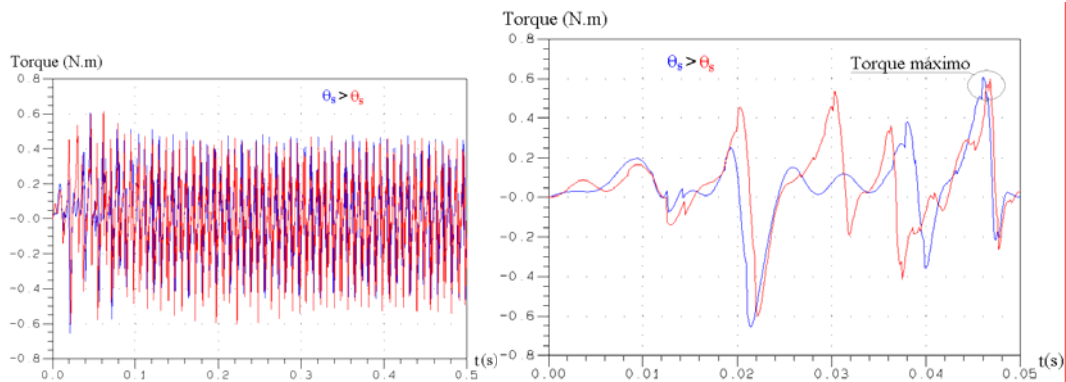


Figura 4.12 – Influência do ângulo da porção sombreada – θ_s : Torque.

Podemos observar na Figura 4.12b que o torque máximo não foi afetado pela variação de θ_s . Verifica-se também, na Figura 4.11, que em ambos os casos o motor não consegue atingir a velocidade de projeto, devido a forte influência do terceiro harmônico.

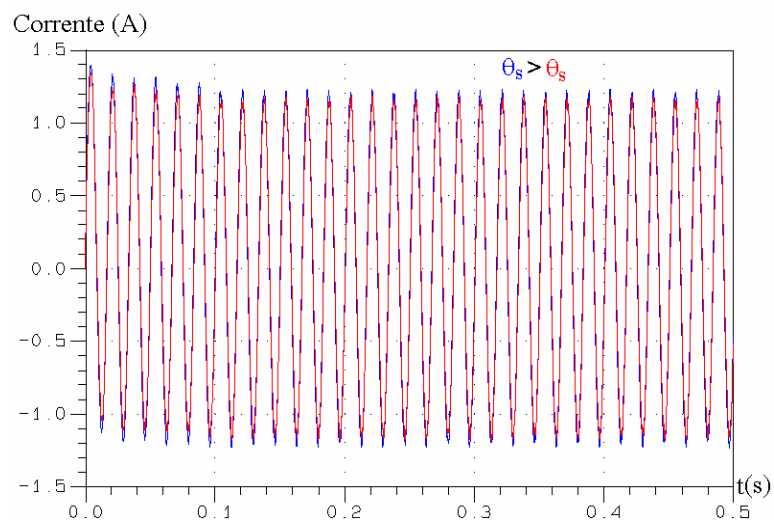


Figura 4.13 – Influência do ângulo da porção sombreada – θ_s : Corrente no enrolamento principal.

A Figura 4.13 mostra a corrente no enrolamento principal do motor nos dois casos simulados. Apenas uma pequena mudança na amplitude é constatada sendo a corrente relativa ao menor ângulo da porção sombreada ligeiramente inferior à com maior ângulo, apresentando as duas correntes a mesma envoltória. A Figura 4.14 traz a corrente na espira de sombra em que o mesmo comportamento pode ser observado.

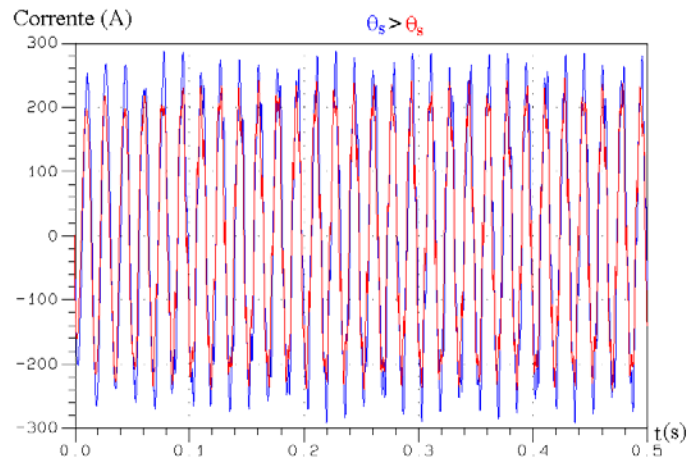


Figura 4.14 – Influência do ângulo da porção sombreada – θ_s : Corrente na espira de sombra.

4.2.2b – Variação da Resistência da Espira de Sombra – R_s

Variações na resistência da espira de sombra produzem variações no torque máximo do motor e na relação entre o seu torque de partida e o torque nominal. Valores baixos de resistência não só diminuem o torque de partida, mas também chegam a eliminar o torque de terceira harmônica. Por outro lado, valores elevados de resistência também reduzem o torque de partida, mas aumentam o torque de terceira harmônica. Assim, a escolha do valor da resistência deve ser feita de maneira a fornecer uma curva de torque com um torque de partida razoável e sem excessiva influência da terceira harmônica.

As Figuras 4.15 a 4.17 apresentam os resultados obtidos com o MIPS referência original (curvas em azul) e com o valor da resistência de sua espira de sombra aumentado em 50% (curvas em vermelho) e reduzido em 50% (curvas em verde).

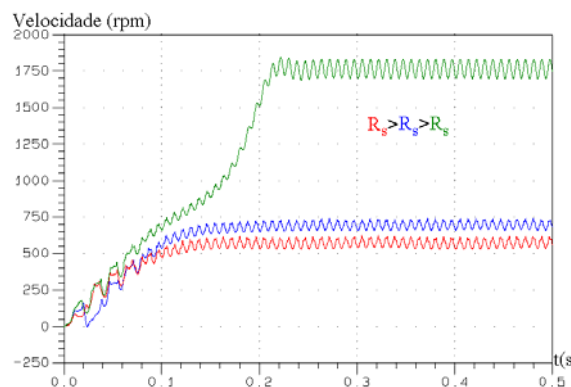


Figura 4.15 – Influência da resistência da espira de sombra – R_s : Velocidade.

Observa-se na Figura 4.15 que a redução da resistência da espira de sombra a metade de seu valor de referência permitiu ao motor atingir sua velocidade de projeto. O mesmo resultado não foi atingido nos dois demais casos, sendo a velocidade final do motor inferior para o caso de maior resistência.

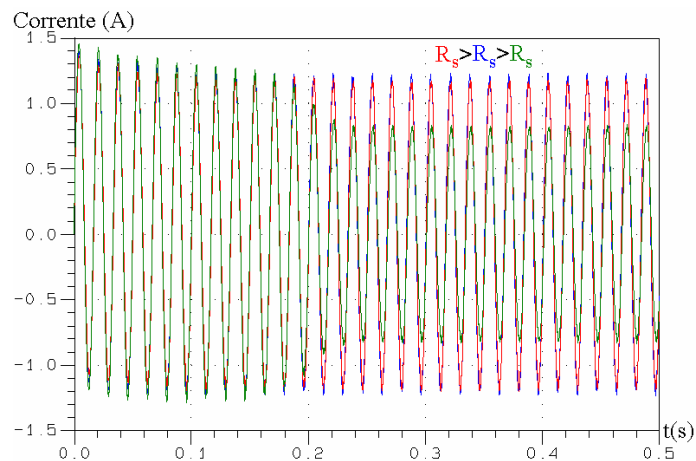


Figura 4.16 – Influência da resistência da espira de sombra – R_s : Corrente no enrolamento principal.

Na Figura 4.16 podemos observar a acentuada redução no valor da corrente no enrolamento principal quando o motor passa pela velocidade crítica, ditada pela terceira harmônica, e atinge a velocidade de projeto. Um período com amplitude inferior às demais, observado na forma de onda da corrente na espira de sombra, também marca o instante em que o motor atinge a velocidade projetada, como mostra a Figura 4.17. Após este instante, a amplitude da corrente permanece praticamente constante.

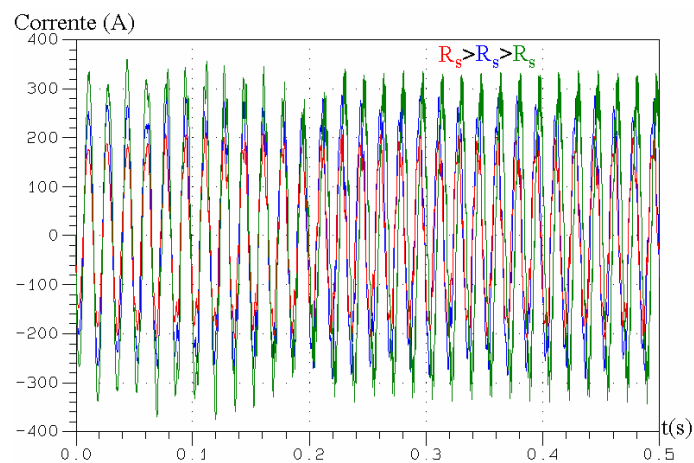


Figura 4.17 – Influência da resistência da espira de sombra – R_s : Corrente na espira de sombra.

4.2.2c – Variação da Inclinação de Ranhuras – α_r

O ângulo de inclinação de ranhuras é um parâmetro extremamente importante no desempenho do MIPS, principalmente nos motores de potências mais baixas. A variação deste ângulo modifica apenas ligeiramente os valores de torque de partida e máximo do motor, porém atua fortemente reduzindo o terceiro harmônico de torque.

As Figuras 4.18 a 4.20 apresentam o resultado das simulações do MIPS original com ranhuras retas (curvas em azul), considerando-as inclinadas em $8,52^\circ$ (curvas em vermelho) e inclinadas em $17,04^\circ$ (curvas em verde). Na simulação dos motores com ranhuras inclinadas, foram utilizadas quatro fatias igualmente espaçadas ao longo de sua profundidade.

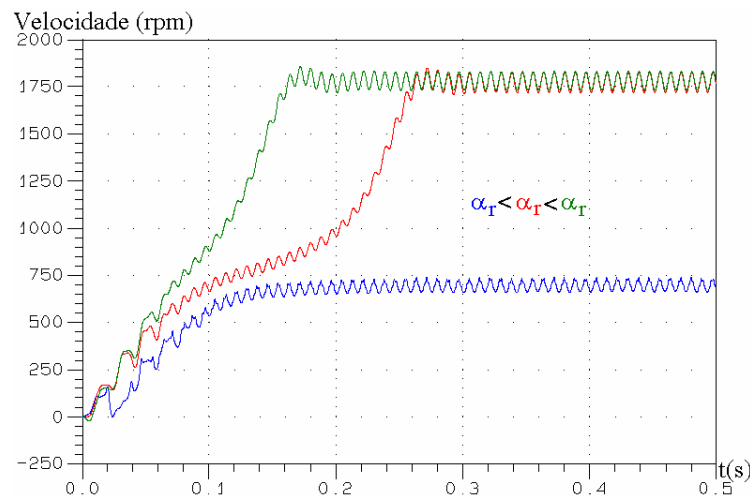


Figura 4.18 – Influência da inclinação de ranhura – α_r : Velocidade.

Na Figura 4.18 podemos observar que ao inclinarmos o rotor, permitimos que ele atinja sua velocidade de projeto. Podemos verificar ainda que a variação do ângulo de inclinação atua fortemente no transitório de partida do motor e ligeiramente na redução da amplitude da oscilação de velocidade em regime permanente, comum a todos os MIPS.

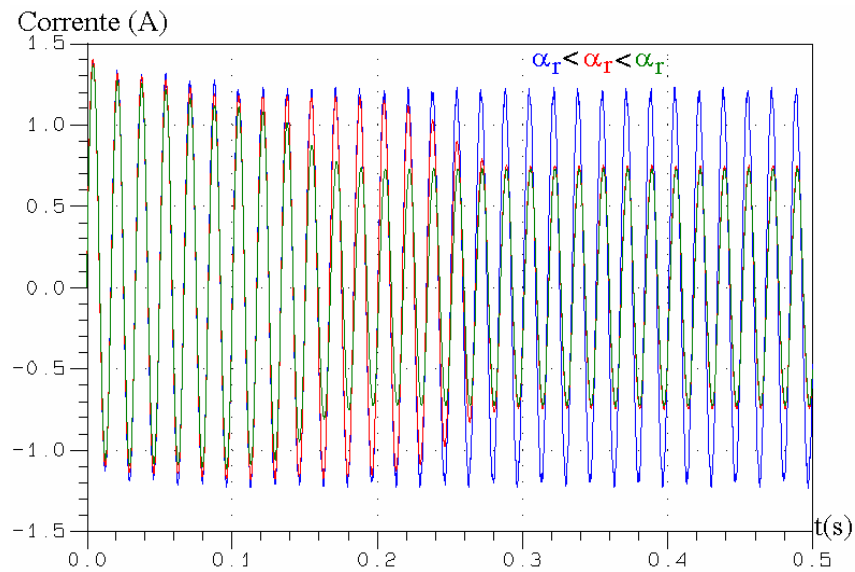


Figura 4.19 – Influência da inclinação de ranhura – α_r : Corrente no enrolamento principal.

Paralelamente, este efeito pode ser observado na corrente no enrolamento principal do motor (Fig. 4.19), em que um transitório mais rápido é observado para o caso com maior ângulo de inclinação e valores ligeiramente menores de corrente na operação em regime. A Figura 4.20 mostra a corrente na espira de sombra para os três casos simulados. Nela também podemos observar a redução na duração do transitório e ligeira redução na amplitude das correntes no caso de maior ângulo de inclinação.

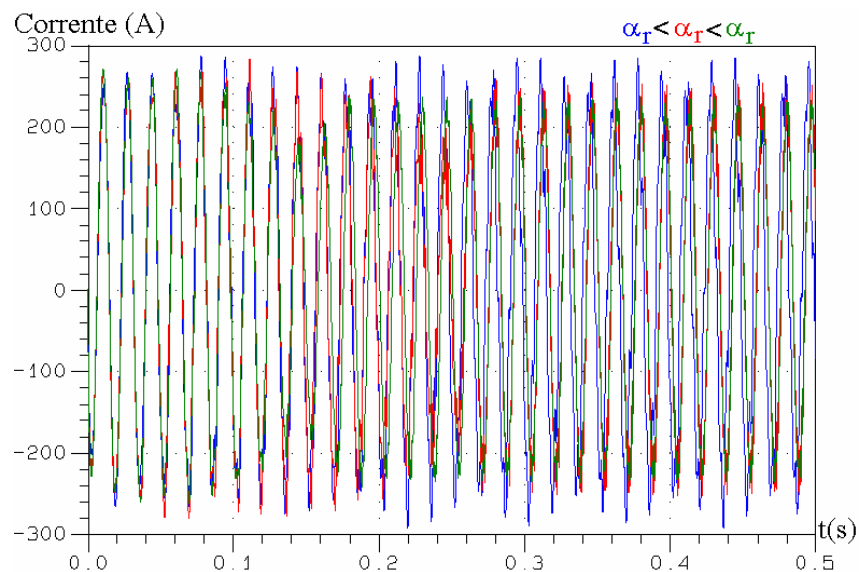


Figura 4.20 – Influência da inclinação de ranhura – α_r : Corrente na espira de sombra.

4.2.2d – Adição do Efeito da Relutância

Ao MIPS com entreferro regular utilizado como referência foi adicionado o efeito da relutância, como mostra a Figura 4.21.

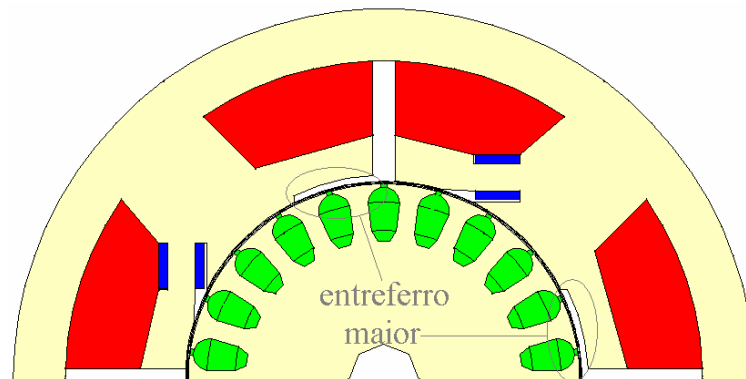


Figura 4.21 – MIPS com entreferro irregular.

As Figuras 4.22 a 4.25 apresentam o resultado das simulações do MIPS original (curvas em azul) e com efeito de relutância (curvas em vermelho).

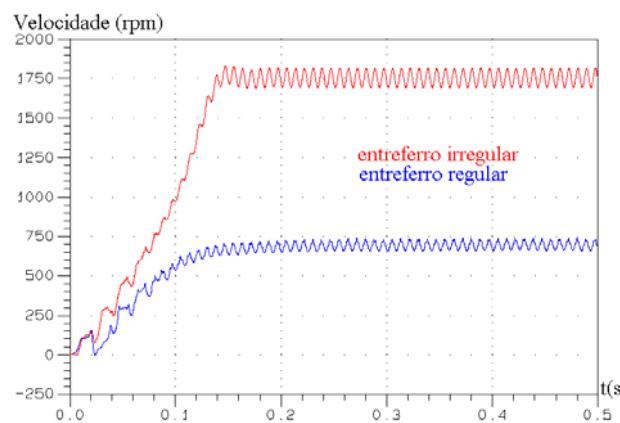


Figura 4.22 – Adição do efeito da relutância: Velocidade.

A variação do entreferro sob a porção principal do pólo produz um torque adicional que atua fortemente no desempenho do motor, como mostra a Figura 4.22, em que podemos observar que a adição deste efeito mantém a duração do transitório de partida praticamente inalterado, porém leva o motor a atingir sua velocidade de projeto. As Figuras 4.23 a 4.25 trazem, respectivamente, as curvas de torque, corrente no enrolamento principal e na espira de sombra nos dois casos simulados.

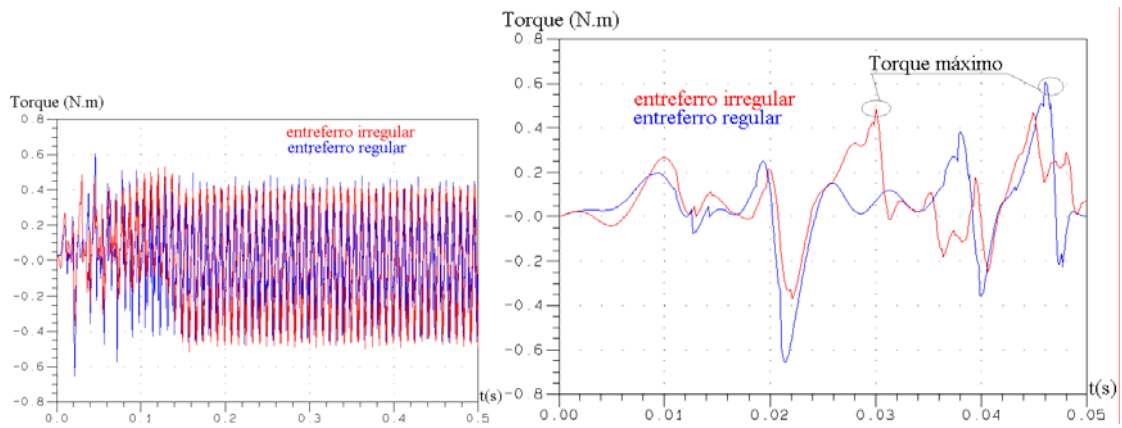


Figura 4.23 – Adição do efeito da relutância: Torque.

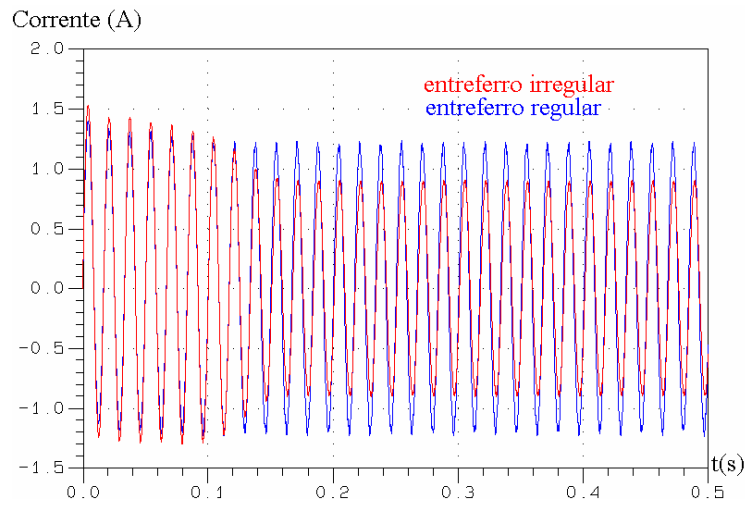


Figura 4.24 – Adição do efeito da relutância: Corrente no enrolamento principal.

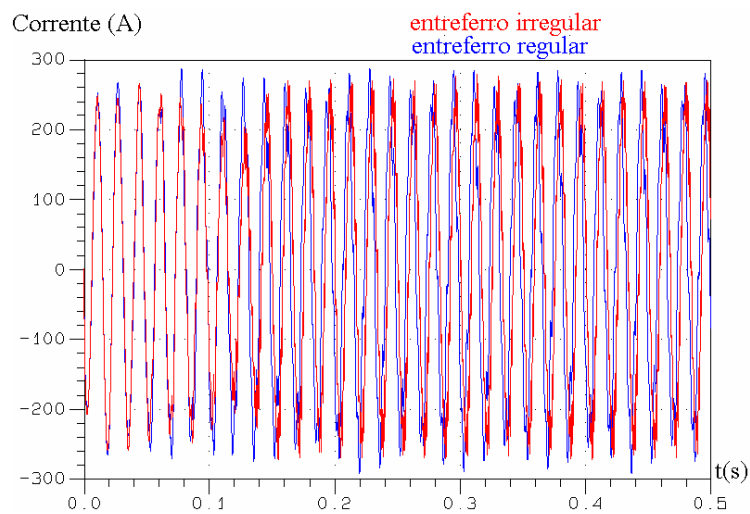


Figura 4.25 – Adição do efeito da relutância: Corrente na espira de sombra.

4.2.3 – Comparação de Modelos Usando MEF para Simulação Dinâmica do MIPS

Elias G. Strangas e Kenneth R. Theis [13] apresentam em 1985 uma formulação que permite a análise de MIPS usando o MEF. As equações de campo e circuito de cada enrolamento do motor são combinadas de forma a se obter um sistema temporal de equações diferenciais. O movimento do rotor é modelado através de uma função temporal da variação da permeabilidade magnética. A grande contribuição deste artigo está na apresentação das equações de circuito associadas aos enrolamentos do motor, ou seja, na aplicação das leis de Kirchoff nas malhas definidas por cada um de seus condutores. Somando-se a estas equações as equações do campo obtidas no MEF, um sistema de equações que descreve todo o motor é estabelecido.

No mesmo ano, D. Shen et al. [15] apresentam uma formulação onde equações de campo e circuito são combinadas em um mesmo sistema, porém no domínio da frequência. O método é aplicado na análise em regime permanente de alguns dispositivos eletromagnéticos, dentre eles um MIPS.

M. Akbaba e S. Q. Fakhro apresentam em 1992 dois artigos complementares [63, 64] em que aplicam o MEF na determinação de quatro distribuições de campo distintas nos MIPS: primeiramente devido unicamente à corrente no enrolamento principal; em seguida, devido unicamente às correntes nas espiras de sombra; depois devido unicamente às correntes nas barras da gaiola; e, por último, considerando todas as correntes aplicadas aos condutores. A corrente no enrolamento principal é conhecida e as demais são estimadas através de métodos analíticos. Assim, as fontes de campo são estabelecidas aplicando-se uma densidade de corrente uniforme a cada um dos condutores, densidade esta calculada como a razão das correntes conhecidas e estimadas e as respectivas áreas dos condutores. Com as cartas de campo assim obtidas, são apresentadas algumas análises de regiões de saturação do motor e um método para cálculo de suas indutâncias.

Takashi Matsubara et al. apresentam em 1995 [47] uma formulação para análise de MIPS em que as densidades de corrente nos condutores do motor são consideradas constantes e a inclinação das ranhuras do motor é levada em consideração através de uma correção nos valores nas resistências e tensões associadas às barras do rotor.

Todos os artigos citados acima não apresentam resultados satisfatórios quando aplicados na análise dinâmica do MIPS, como por exemplo, de seu transitório de partida. Pois, além de uma representação completa e consistente do sistema no tempo, fornecida pelas equações de circuito, no qual existem múltiplas e diferentes conexões de condutores maciços, acopladas às de campo, é também necessário se considerar a inclinação de ranhuras que atua fortemente na redução de

componentes harmônicos espaciais, influenciando acentuadamente em seu desempenho, levando o motor a atingir sua velocidade nominal.

Em 1999, D. Zhou et al. [65] apresentam novas considerações na análise de sistemas acoplados de campo e circuito, permitindo a simulação dinâmica de MIPS. Em sua formulação, as espiras de sombra são tratadas como condutores finos, o que implica em admitir que a densidade de corrente nessas espiras é uniforme, assim como no enrolamento principal do motor, e apenas as barras da gaiola são modeladas como condutores maciços, não sendo necessárias equações adicionais na descrição destes condutores. O Método do Fatiamento é utilizado para se considerar a inclinação das ranhuras.

A Figura 4.26 mostra as correntes induzidas nas espiras de sombra, correntes obtidas utilizando-se a formulação apresentada neste trabalho. Observa-se que a simplificação admitida por D. Zhou é válida neste tipo de motor, o que corrobora com os bons resultados por ele obtidos.

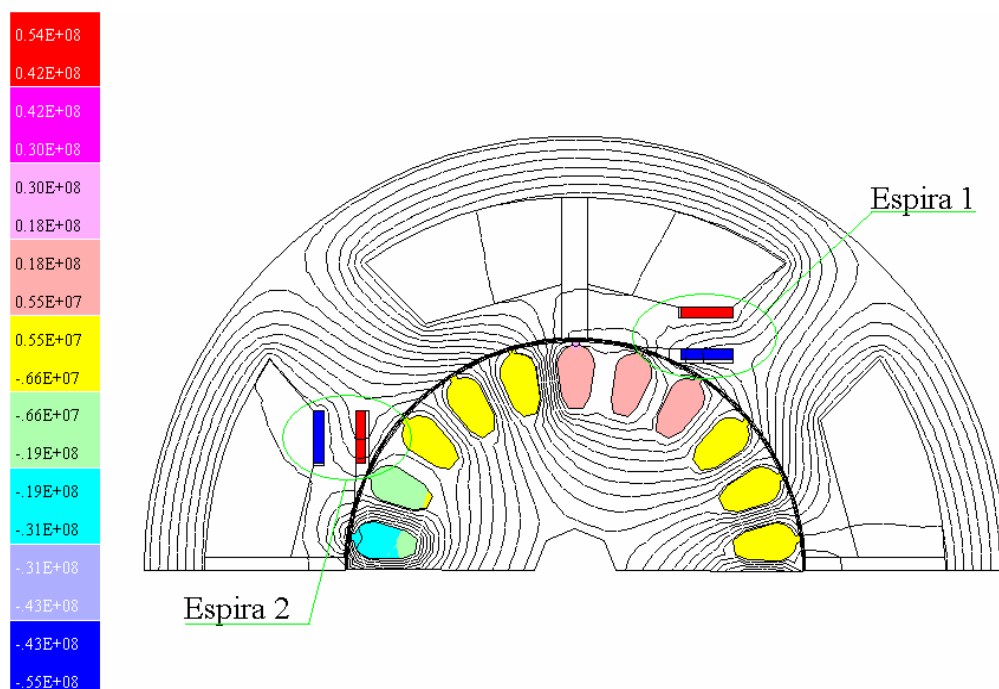


Figura 4.26 – Correntes induzidas nas espiras de sombra (A/m^2).

As Figuras 4.27 a 4.31 trazem comparações de resultados obtidos com o modelo proposto por D. Zhou e o apresentado nesta tese na simulação do transitório de partida de um MIPS¹.

¹ Ver Anexo 4, item A4.4 – Motor de Indução de Pólos Sombreados

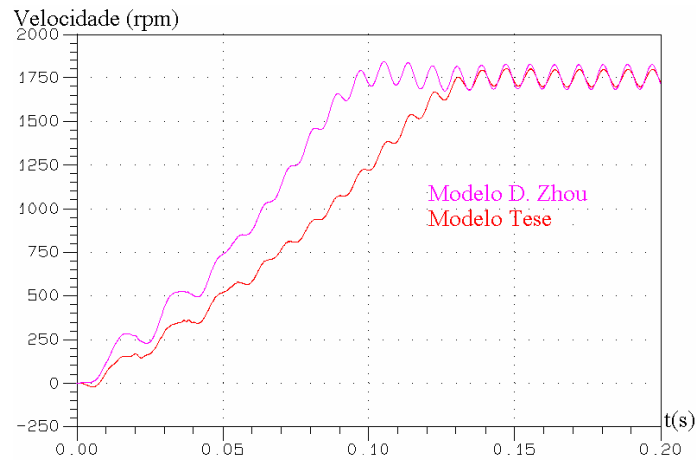


Figura 4.27 – Comparação de modelos: Velocidade.

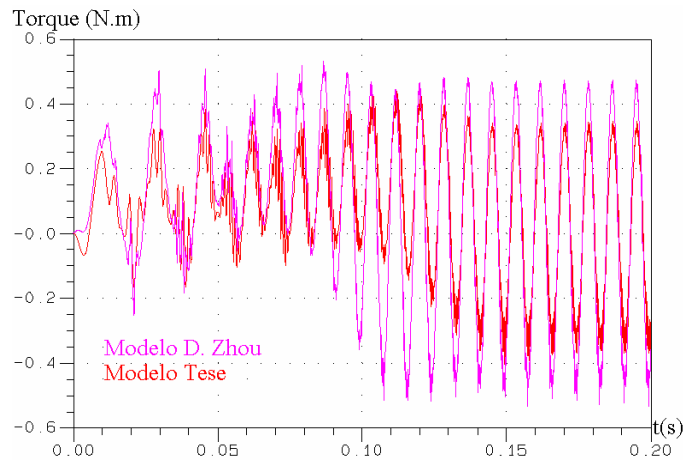


Figura 4.28 – Comparação de modelos: Torque.

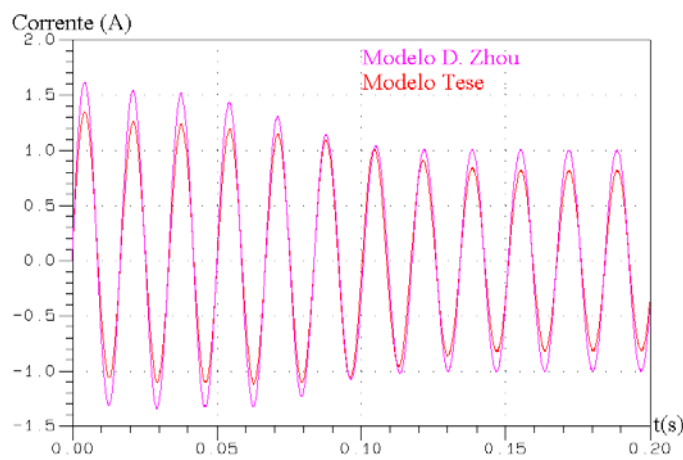


Figura 4.29 – Comparação de modelos: Corrente no enrolamento principal.

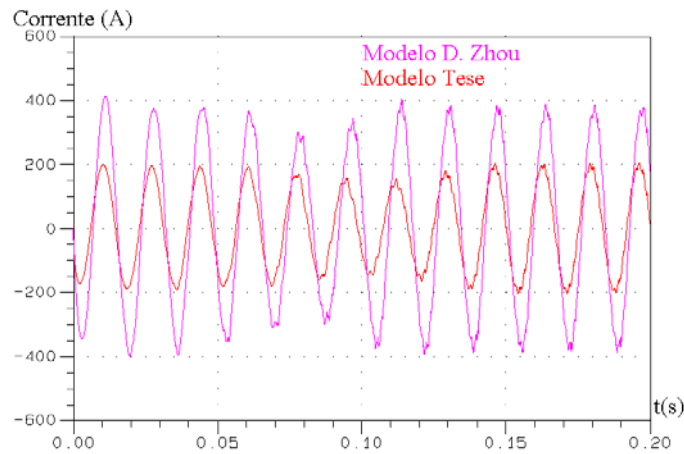


Figura 4.30 – Comparação de modelos: Corrente na espira de sombra.

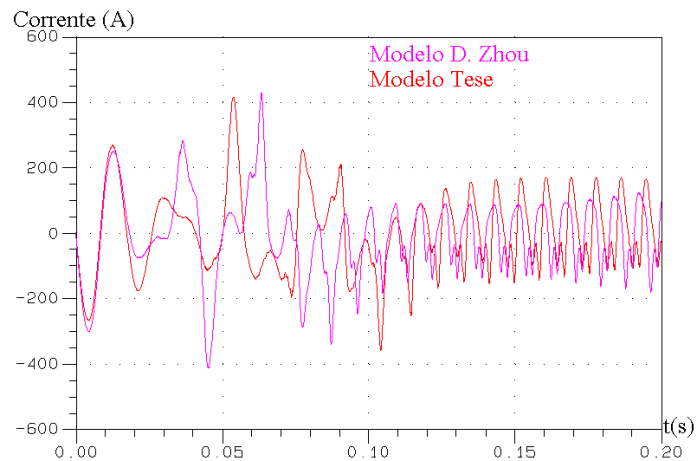


Figura 4.31 – Comparação de modelos: Corrente em uma barra do rotor.

Observa-se que ambos os modelos representam de maneira satisfatória o comportamento real do motor. No entanto, o modelo apresentado por D. Zhou apresenta valores de corrente ligeiramente superiores aos obtidos com a formulação apresentada nesta tese. Esta variação na corrente é a responsável pela acentuada diferença encontrada principalmente na duração do transitório de partida do motor, mais rápido segundo o modelo de D. Zhou, como mostram as Figuras 4.27 a 4.31.

Nas Figuras 4.32 e 4.33, as tensões aplicadas e as correntes obtidas nestas duas simulações são comparadas à medida.

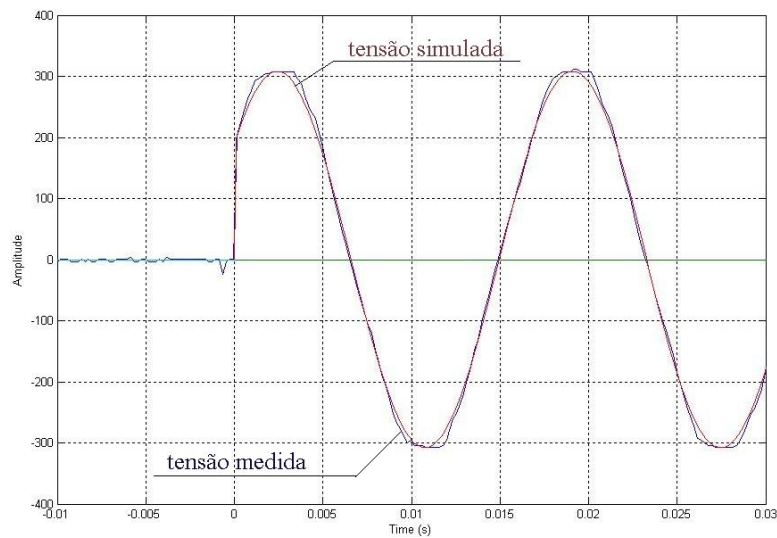


Figura 4.32 – Comparação de modelos e medida: Tensão de alimentação [V].

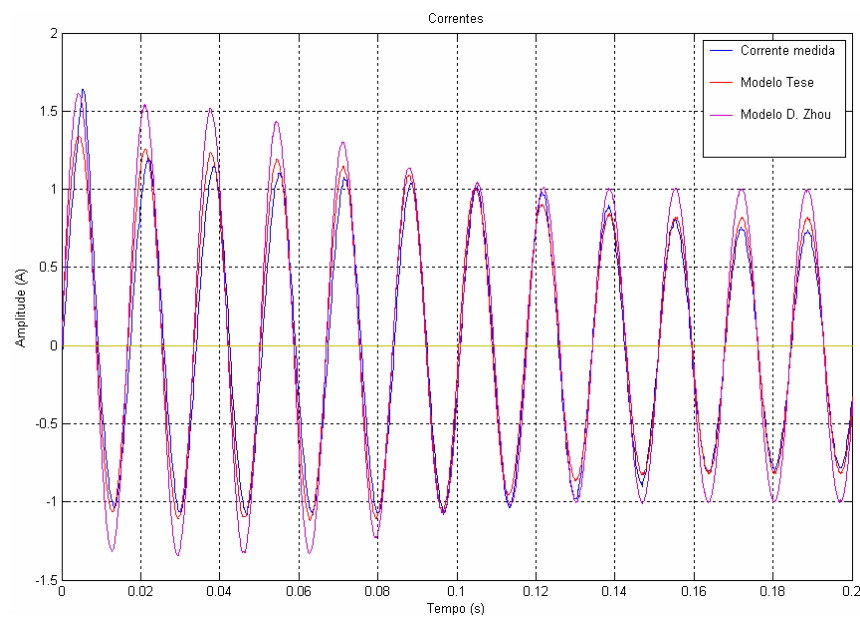


Figura 4.33 – Comparação de modelos e medida: Corrente no enrolamento principal [A].

Podemos concluir, observando o resultado exposto na Figura 4.33, que, como esperado, o modelo aqui apresentado apresenta melhores resultados, representando mais fielmente o comportamento dinâmico da máquina. É também importante ressaltar que, como o modelo aqui apresentado trabalha com a natureza real dos condutores, ele se torna uma ferramenta de projeto e análise, senão mais eficiente, mais fácil de ser utilizada e interpretada pelo usuário, pois apresenta um modelo matemático mais próximo da máquina real.

4.2.4 – Acoplamento com Conversores Estáticos

Um circuito gradador de tensão alimentando o MIPS foi simulado e montado em laboratório a fim de comprovar a formulação apresentada. Neste exemplo, todas as características de acoplamento direto máquina – conversor – movimento e da presença de múltiplas e diferentes conexões de condutores maciços e de inclinação de ranhuras são considerados simultaneamente.

4.2.4a – MIPS Alimentado por Circuito Gradador de Tensão

O circuito gradador de tensão mostrado na Figura 4.34 foi simulado e montado experimentalmente.

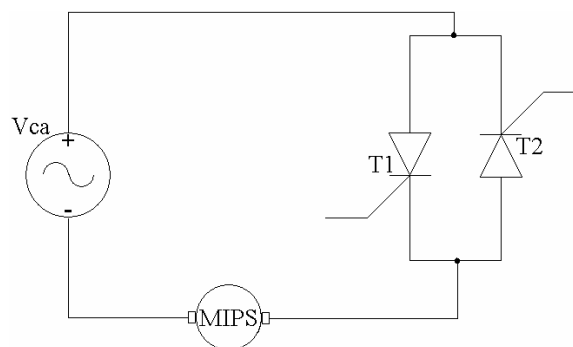


Figura 4.34 – Circuito gradador.

A partida do motor foi realizada ajustando-se o ângulo de disparo dos tiristores de forma a se obter uma tensão eficaz sobre o motor igual a aproximadamente 110V, garantindo-se assim um torque suficiente para vencer a inércia e colocá-lo em movimento. A Figura 4.35 traz as formas de onda no transitório de partida da tensão e corrente medidos na prática realizada.



Figura 4.35 – Partida com gradador: Tensão (em azul) e corrente (em vermelho) medidos.

Observando-se a forma de onda da tensão aplicada sobre o motor (Fig. 4.35), verificamos uma pequena variação nos ângulos de disparo nos semi-ciclos positivo (119°) e negativo (126°) da alimentação. Uma diferença mais acentuada é observada no instante do primeiro disparo, quando o ângulo se apresenta bastante inferior (90°) se comparado aos demais ângulos durante o funcionamento em regime.

Na simulação deste caso adotou-se ângulos de disparo regulares durante toda o intervalo de simulação e iguais a 119° no semi-ciclo positivo e 126° no semi-ciclo negativo. A Figura 4.36 traz as formas de onda da tensão e corrente obtidas nessa simulação.

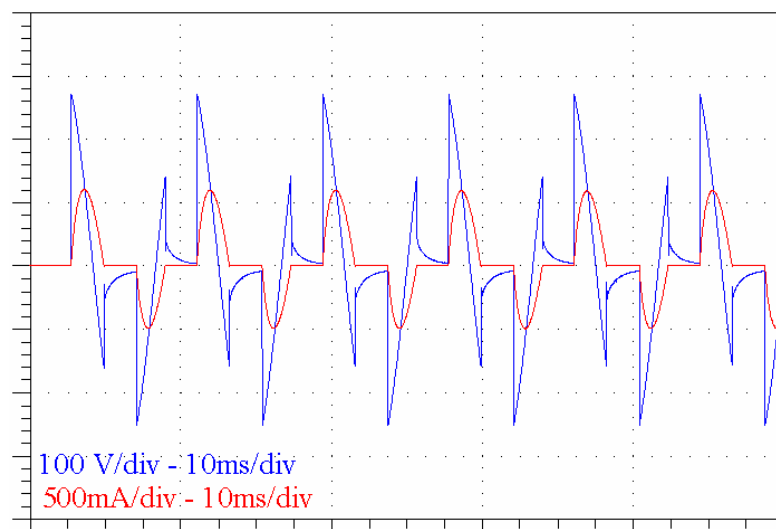


Figura 4.36 – Partida com gradador: Tensão (em azul) e corrente (em vermelho) simulados.

Como o motor é alimentado com tensão reduzida, o transitório de partida é mais lento se comparado com a partida direta da rede. As Figuras 4.37 e 4.38 trazem a comparação entre as formas de onda do torque e velocidade obtidas na simulação da partida do MIPS alimentado diretamente pela rede e pelo circuito gradador.

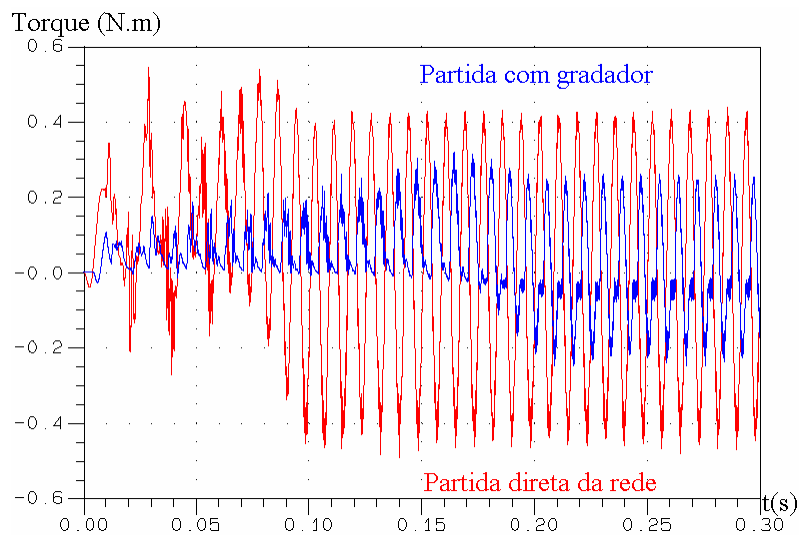


Figura 4.37 – Transitório de partida: Torque.

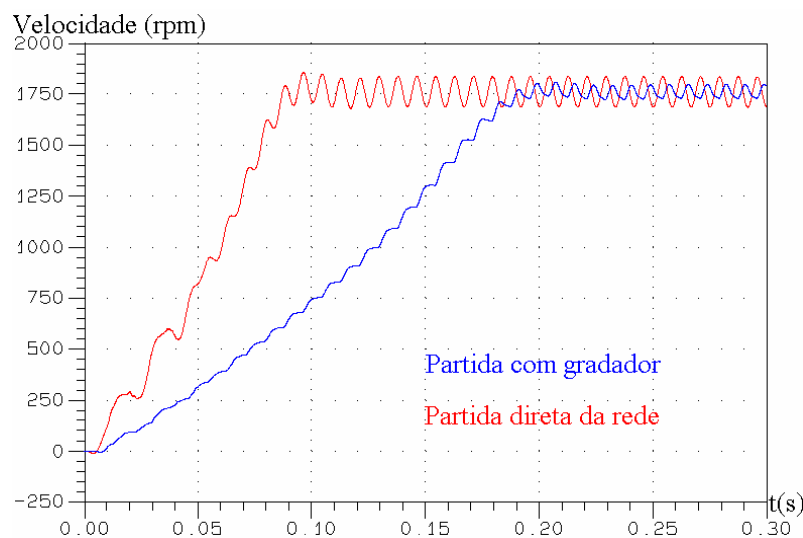


Figura 4.38 – Transitório de partida: Velocidade.

Verifica-se que a utilização de um gradador de tensão na partida do MIPS suaviza seu transitório mecânico, porém tornando-o mais lento, e atua fortemente diminuindo o torque pulsante em regime permanente, o que, por sua vez, reduz a vibração mecânica, a oscilação de velocidade e o valor da corrente no enrolamento principal.

Concluindo, a Figura 4.39 traz as cartas de campo nas quatro fatias representativas do motor no instante 0,09 segundo da simulação. Nesta figura, a intensidade das induções é dada em Tesla.

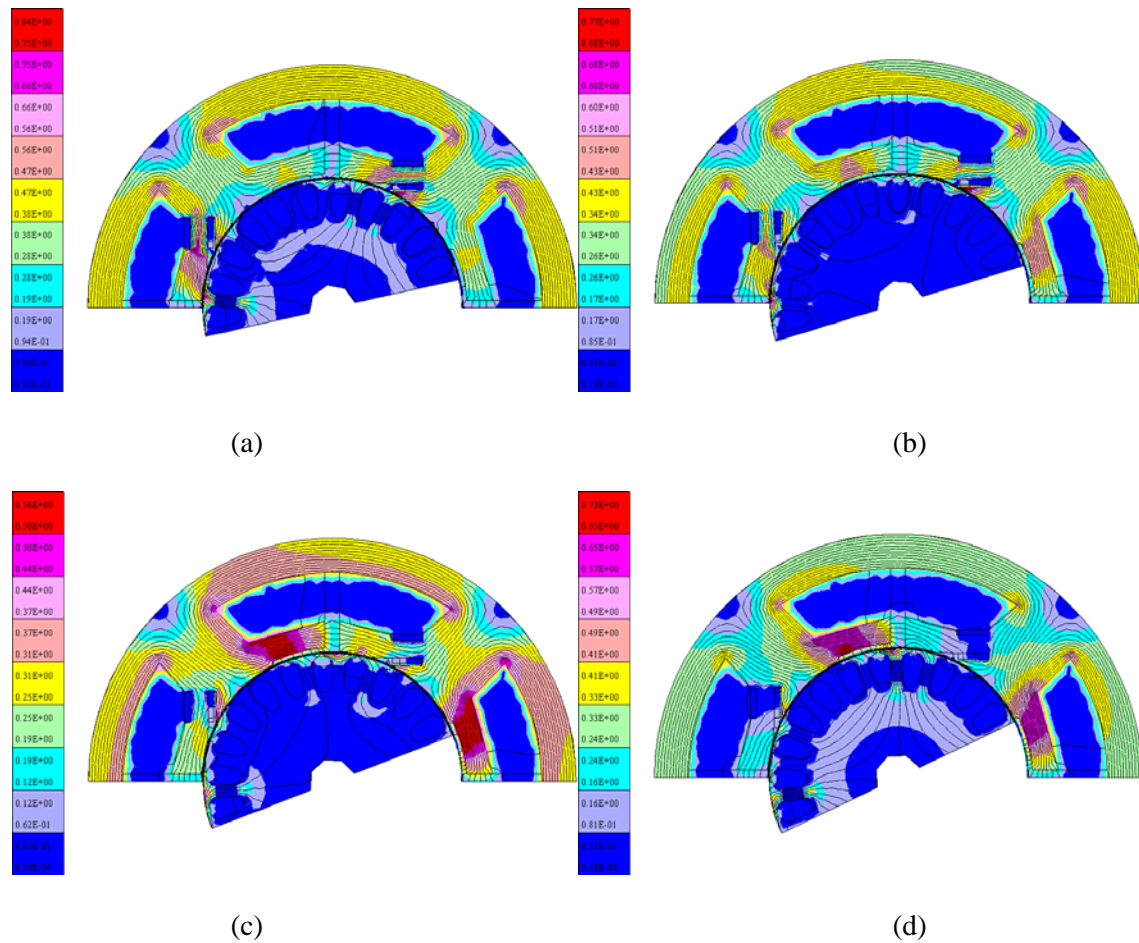


Figura 4.39 – Cartas de campo nas quatro fatias representativas do MIPS (instante $t = 0,09$ s):

(a) $z = 0$ mm; (b) $z = 7,75$ mm; (c) $z = 15,5$ mm; (d) $z = 23,25$ mm.

A Figura 4.40 traz as densidades de corrente induzida, dadas em Ampères por metro quadrado, nestas fatias registradas neste mesmo instante da simulação, $t = 0,09$ s.

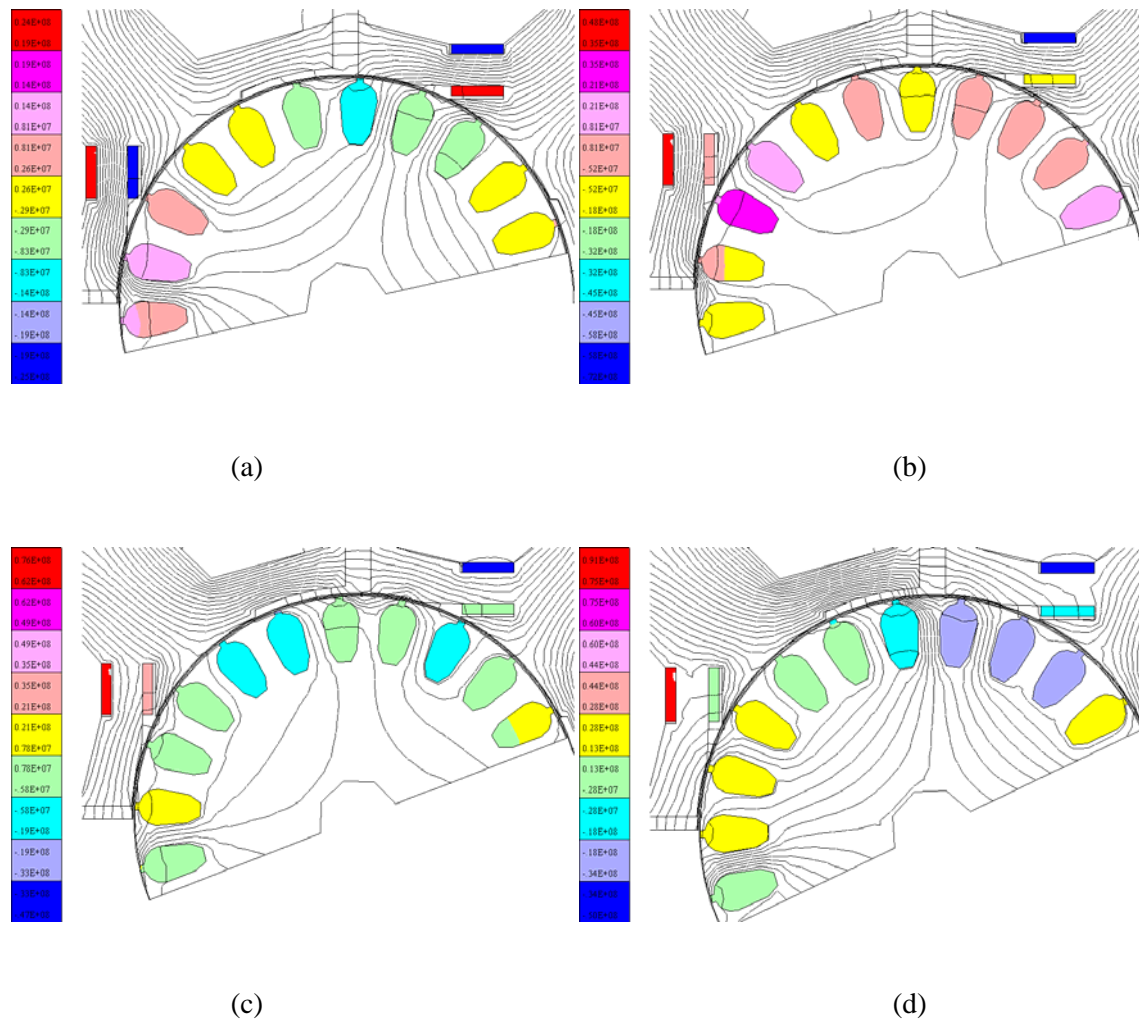


Figura 4.40 – Correntes induzidas nas quatro fatias representativas do MIPS (instante $t = 0,09s$):

(a) $z = 0$ mm; (b) $z = 7,75$ mm; (c) $z = 15,5$ mm; (d) $z = 23,25$ mm.

A partir dos resultados expostos acima, podemos concluir que a formulação apresentada satisfaz o objetivo principal deste trabalho que é o desenvolvimento e implementação de um método de acoplamento direto das equações de campo e movimento de máquinas elétricas com as equações de conversores estáticos, levando-se em consideração no modelo da máquina a inclinação de suas ranhuras e a presença de diferentes e múltiplas conexões de condutores maciços. A comparação dos resultados experimentais e simulados apresentaram uma ótima concordância neste caso em que todas as características estão presentes e consideradas simultaneamente na simulação do funcionamento do motor.

4.3 – Motor de Indução Trifásico Duplamente Alimentado sem Escovas

4.3.1 - Introdução

O uso de motores de indução com diferentes números de pólos conectados em cascata para se conseguir velocidades variáveis foi uma técnica empregada durante muitos anos antes do desenvolvimento dos conversores estáticos. Foi primeiramente mostrado por Louis J. Hunt [66] que uma conexão especial entre os enrolamentos do estator aliada a uma topologia especial de gaiola no rotor permitia o mesmo desempenho de um sistema em cascata, porém incorporados em uma única máquina.

Uma forma de análise dessas máquinas em autocascata é reverte-la em um sistema em cascata equivalente em que duas máquinas independentes, magneticamente separadas, são interconectadas através de algumas conexões elétricas e de um eixo comum. Nesta análise assume-se uma distribuição senoidal na disposição dos enrolamentos da máquina, o que forçosamente não é verdade nos enrolamentos em autocascata, principalmente em conexões com número de pólos elevados. Esta análise resulta em um circuito equivalente para análise em regime permanente, ou em modelos analíticos com parâmetros concentrados em eixos de referência $d-q$ para análise da estabilidade, apresentando bons resultados [67].

No entanto, para o estudo de detalhes, de alternativas de projeto e para se levar em consideração a interação da máquina em autocascata com o conversor CA/CA na configuração duplamente alimentada, modelos mais precisos são necessários. Em particular, um modelo dinâmico é necessário para análise das tensões nos componentes do conversor e, neste caso, as deficiências no desacoplamento dos enrolamentos não senoidais devem ser levadas em consideração. Alan K. Wallace, em conjunto com outros pesquisadores, apresentou modelos dinâmicos bastante precisos, utilizando parâmetros concentrados e a teoria de eixos de referência $d-q$, para análise de máquinas em autocascata, modelos que levam em consideração, em suas equações descritivas do problema, algumas particularidades de projeto da máquina, mas, sobretudo, do conversor e controle utilizados [68 – 75]. O modelo analítico apresentado em [75] é aperfeiçoado em [76], em que os parâmetros da máquina, indutâncias próprias, mútuas e de dispersão, são atualizadas a cada instante de avaliação. Esta atualização é feita acoplando-se indiretamente o sistema em coordenadas $d-q$ ao MEF, assim, a cada instante de avaliação do sistema, uma simulação estática da máquina é feita e seus parâmetros são levantados e atualizados no sistema original.

4.3.2 – Contexto Histórico

Em 1907, Louis J. Hunt apresentou um novo tipo de motor de indução [66]. O motor descrito neste artigo apresenta todas as características de um motor de indução com escovas tradicional, mas difere na maneira como os enrolamentos estão dispostos na máquina. Estes enrolamentos são dispostos de maneira a permitir que as resistências de partida e de controle sejam conectadas aos enrolamentos do estator e não mais aos enrolamentos do rotor através de escovas e anéis coletores, como nos motores convencionais. Trata-se de um motor em cascata melhorado, possuindo dois campos magnéticos superpostos a um terceiro campo, todos atuando em um mesmo núcleo. O segundo campo tem sua origem no rotor e atua no estator induzindo correntes secundárias em seus enrolamentos.

Os sistemas em cascata são bastante conhecidos e quando aplicados a dois motores de indução comuns podemos descrevê-los resumidamente como a seguir.

As duas máquinas são ajustadas para trabalhem em conjunto, os enrolamentos do estator da primeira sendo diretamente conectados à rede. Os anéis coletores desta primeira máquina são conectados aos enrolamentos do estator da segunda e, os anéis coletores da segunda são conectados a resistências, usadas na partida e controle do sistema. Se ambas as máquinas possuem o mesmo número de pólos, e se os enrolamentos estão conectados de maneira tal que os campos magnéticos giram no mesmo sentido, a velocidade síncrona na qual as duas máquinas irão rodar, quando conectadas em cascata, será a metade daquela se considerarmos cada uma dessas máquinas conectadas de forma independente na rede. Se, ao contrário, o número de pólos das duas máquinas é diferente e os campos giram em sentidos contrários, a velocidade do sistema será aquela de um motor equivalente com número de pólos igual à diferença do número de pólos das duas máquinas. Por exemplo, se usarmos dois motores, um de seis pólos e outro de dois pólos, a velocidade síncrona do sistema em cascata será aquela de um motor de quatro pólos.

Ao invés de conectarmos eletricamente o rotor da primeira máquina ao estator da segunda, o mesmo efeito é obtido se conectarmos seus rotores e conectarmos as resistências de controle aos enrolamentos do estator da segunda. Motores de baixa rotação são construídos desta forma, sendo os dois estatores e o rotor comum alojados sobre um mesmo eixo. A corrente de magnetização da segunda máquina é fornecida pelos enrolamentos do rotor da primeira. Esta corrente deve ser suprida pela rede e se soma à corrente de magnetização necessária a produção do campo na primeira máquina. A corrente de magnetização total drenada da rede é então igual à soma das correntes requeridas pelas duas máquinas. A indutância equivalente da cascata é igual à soma das indutâncias das duas máquinas. Se os dois motores são enrolados com o mesmo número de

pólos, e possuem as mesmas características elétricas, a corrente máxima drenada da rede, quando conectados em cascata, será ligeiramente menor que a metade da corrente drenada por um dos motores operando separadamente. As principais objeções a um motor assim construído, com dois estatores e dois rotores ou com um rotor comum, são o alto custo, a baixa eficiência, em razão do grande aumento das perdas no cobre, o baixo fator de potência e uma pequena capacidade de sobrecarga. Entretanto, devido às características positivas do motor, muitos esforços foram e são feitos para se resolver ou minimizar os problemas citados.

Podemos obter um motor contendo um único estator e um único rotor com funcionamento equivalente a um sistema de dois motores em cascata. As formas de se obter tal motor equivalente podem ser classificadas em dois grupos. No primeiro grupo encontramos motores com estatores segmentados em que segmentos alternados carregam os enrolamentos primário e secundário. Esta disposição espacial dos enrolamentos garante o seu desacoplamento magnético. No segundo grupo encontramos os motores que promovem o desacoplamento entre os enrolamentos primário e secundário atribuindo número de pólos diferentes a cada um deles.

O motor patenteado por Louis J. Hunt pertence ao segundo grupo. O número de pólos dos dois enrolamentos, primário e secundário, presentes no estator é escolhido de tal forma que quando divididos pelo seu máximo divisor comum, o resultado da divisão do número de pólos de um dos enrolamentos por este valor dê como resultado um número ímpar e, na divisão do número de pólos do outro enrolamento, dê como resultado um número par. Isto garante que não haverá acoplamento magnético entre os enrolamentos exceto por intermédio do rotor. O rotor, por sua vez, deve apresentar um número de pólos igual à média aritmética do número de pólos dos enrolamentos de estator e entre barras consecutivas de sua gaiola devem ser adicionados anéis condutores isolados eletricamente uns dos outros e de toda a estrutura e aninhados em torno de um ponto central. Estes anéis atuam reduzindo o conteúdo harmônico da força magnetomotriz resultante no entreferro da máquina.

4.3.3 – Contexto Atual

Os recentes progressos observados na eletrônica de potência, particularmente nos conversores CA/CA, capazes de promover a transferência bidirecional de energia impondo formas de onda muito próximas da senoidal, vêm causando um renovado e crescente interesse em motores de indução duplamente alimentados em autocascata ou concatenados. Estes são normalmente denominados máquinas duplamente alimentadas sem escovas (*Brushless Doubly-Fed Machines* –

BDFM). Os trabalhos desenvolvidos sobre este tipo de motor o apontam como uma alternativa potencial de gerador em sistemas que requerem velocidade variável. A forma não usual de conexão dos enrolamentos do estator, que permite a co-existência de dois números de pólos diferentes, e a topologia peculiar da gaiola presente em seu rotor, torna necessário o desenvolvimento de um modelo de análise refinado, quando se deseja um projeto detalhado e a compreensão de seu desempenho dinâmico sem negligenciar potenciais problemas transitórios ou internos devido a harmônicos.

4.3.4 – Análise Dinâmica: Transitório de Partida [77]

A metodologia proposta nesta tese é aplicada na simulação do transitório de partida de um motor de indução trifásico duplamente alimentado sem escovas¹. Este motor possui 72 ranhuras no estator e seus dois conjuntos de enrolamentos trifásicos são distribuídos em quatro camadas, as duas camadas mais internas preenchidas pelo enrolamento trifásico principal e as duas mais externas preenchidas pelo enrolamento trifásico auxiliar.

O enrolamento principal possui oito pólos e o auxiliar, doze. Assim, verifica-se a condição de desacoplamento imposta em [66], ou seja, a divisão do número de pólos do enrolamento principal, oito, pelo máximo divisor comum dos dois números de pólos, quatro, dá como resultado um número par, dois, e a divisão do número de pólos do enrolamento auxiliar, doze, dá como resultado um número ímpar, três. Desta forma, garante-se que os dois conjuntos de enrolamentos estão desacoplados magneticamente, ou seja, não atuam diretamente entre si sendo o acoplamento entre eles possível exclusivamente através do rotor.

Como mencionado previamente, o rotor também deve obedecer a condições expostas em [66], ou seja, apresentar um número de pólos igual à média aritmética dos números de pólos presentes no estator. Ainda, as barras do rotor devem ser dispostas segundo uma topologia especial que define seus pólos. Na máquina aqui analisada, esta topologia consiste em cinquenta barras agrupadas numa configuração de dez pólos: dez dessas barras estão conectadas formando uma gaiola convencional, como aquela presente nos motores de indução padrão, e as quarenta demais barras são agrupadas duas a duas formando vinte anéis dispostos dois a dois entre duas barras consecutivas da gaiola. Como resultado desta distribuição, temos, então, o espaço entre duas barras consecutivas da gaiola preenchido por dois anéis aninhados e concêntricos, i. e., dois grupos série

¹ Ver Anexo 4, item A4.3 – Motor de Indução Trifásico Duplamente Alimentado sem Escovas.

independentes formados cada um por dois condutores maciços, definindo, assim, um pólo do rotor, como mostra a Figura 4.41 e, em detalhe, a Figura 4.42.



Figura 4.41 – Conexão especial das barras do rotor.

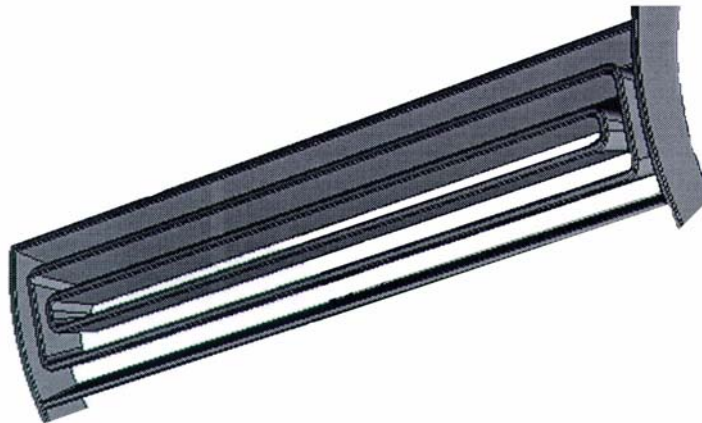


Fig. 4.42 – Detalhe do pólo do rotor.

Devido ao fato do múltiplo número de pólos presente na máquina (8 e 12 pólos no estator, 10 no rotor), a menor seção simétrica que a define é um sub-domínio periódico de 180° . A simulação da partida do motor é feita considerando-se o enrolamento principal, 8 pólos, conectado em estrela sem neutro e alimentado por rede trifásica senoidal. O enrolamento auxiliar, 12 pólos, é também conectado em estrela, porém com seus terminais curto-circuitados entre si. É importante ressaltar que não existe contato elétrico entre os enrolamentos principal e auxiliar. A Figura 4.43 traz uma carta de campo com a distribuição do fluxo no interior da máquina e a Figura 4.44 traz a mesma carta de campo com a distribuição das correntes induzidas nos condutores maciços. Estas cartas correspondem ao instante $t = 0,1$ segundo dessa simulação.

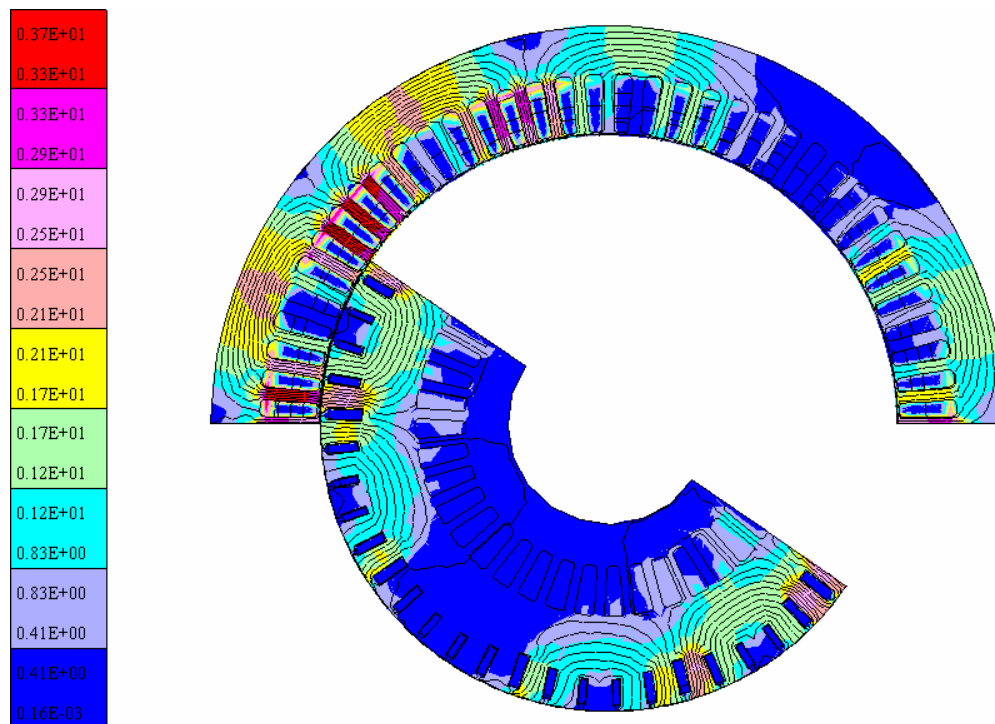


Figura 4.43 – Distribuição do fluxo no interior da máquina (Indução em Tesla - T) no instante $t=0,1s$.

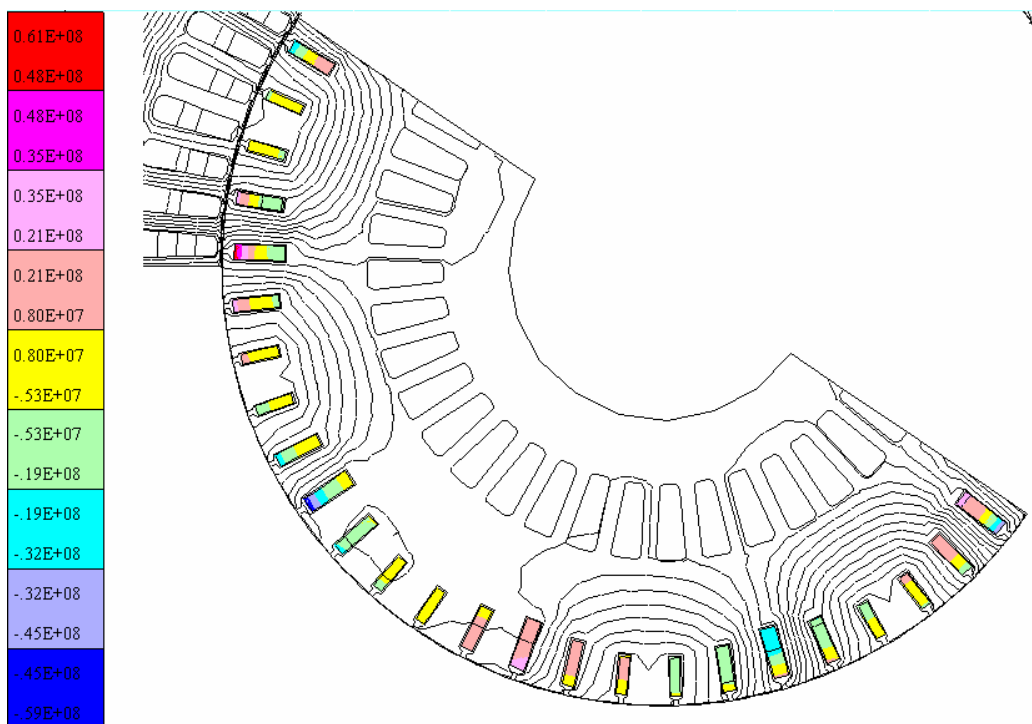


Figura 4.44 – Distribuição das correntes induzidas nas barras do rotor (Densidade de Corrente em Ampères por metro quadrado – A/m^2) no instante $t = 0,1s$.

As Figuras 4.45 a 4.48 mostram as formas de onda obtidas na simulação da partida da máquina utilizando-se o MEF e o modelo analítico baseado em equações diferenciais com parâmetros concentrados [73, 78]. No modelo analítico não são considerados o efeito pelicular nas barras do rotor e o efeito da saturação do núcleo ferromagnético, porém, apesar dessas simplificações, constatamos uma boa concordância entre as simulações, validando a metodologia proposta. Estes resultados são dados em p.u. sendo os valores nominais da máquina adotados como base.

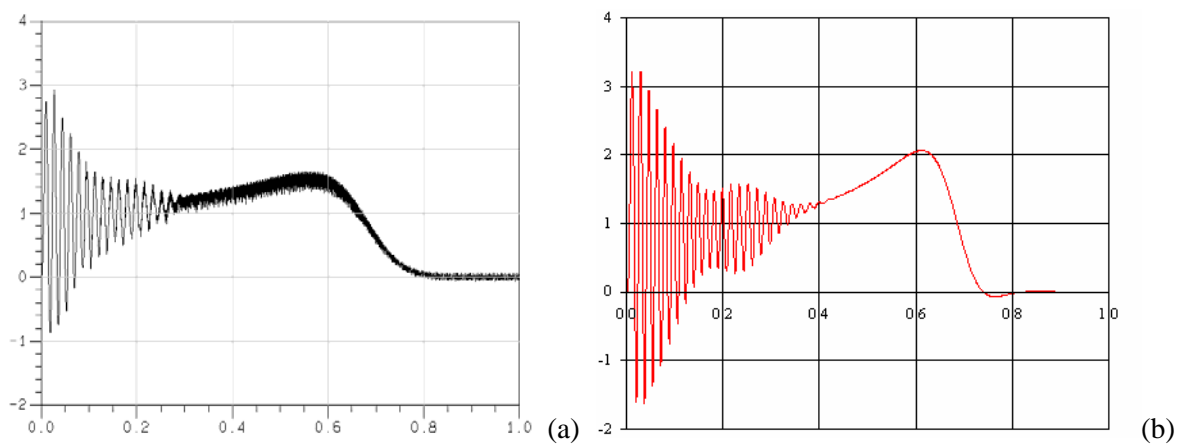


Figura 4.45 – Torque eletromagnético ($T_{base} = 2647,6$ N.m, escala horizontal em segundos): (a) MEF; (b) Analítico.

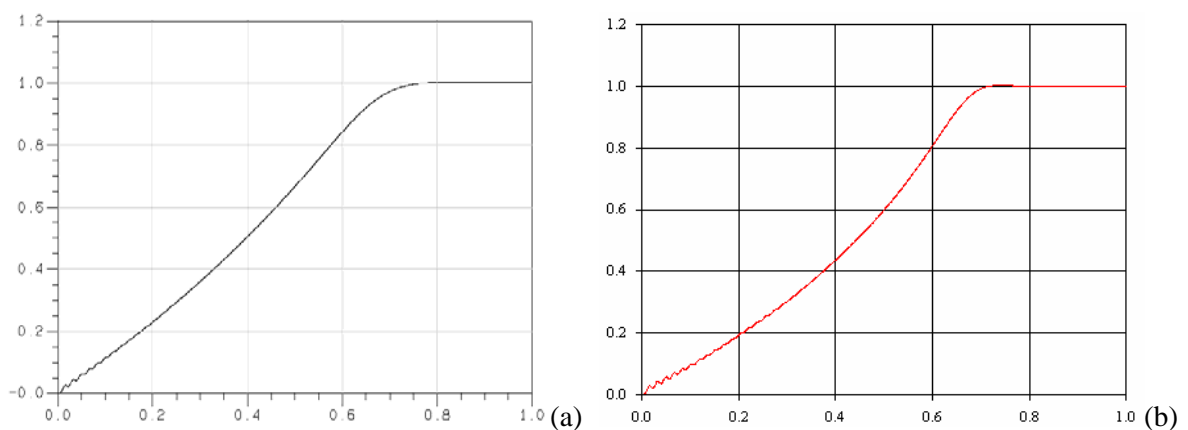


Figura 4.46 – Velocidade ($\eta_{base} = 360$ rpm, escala horizontal em segundos): (a) MEF; (b) Analítico.

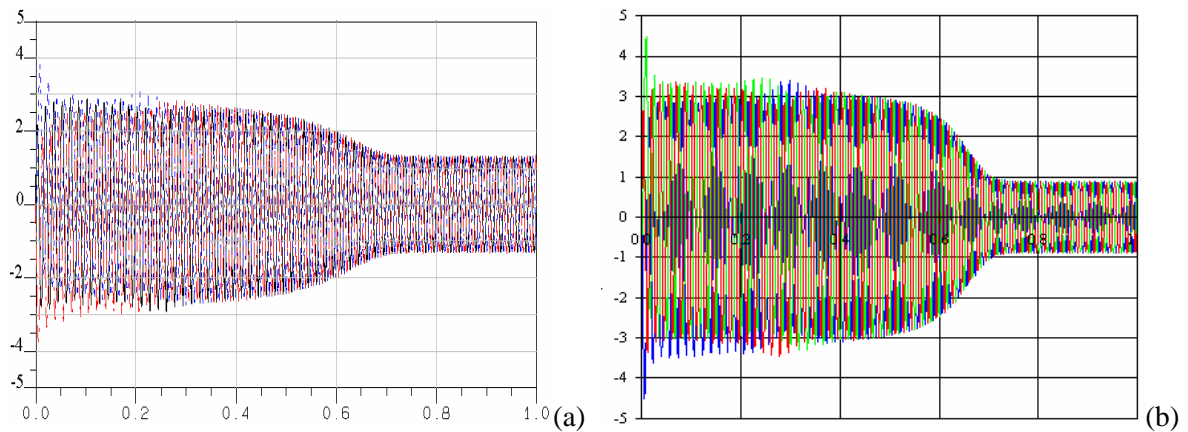


Figura 4.47 – Corrente no enrolamento principal ($I_{base} = 231,3$ A, escala horizontal em segundos):
(a) MEF; (b) Analítico.

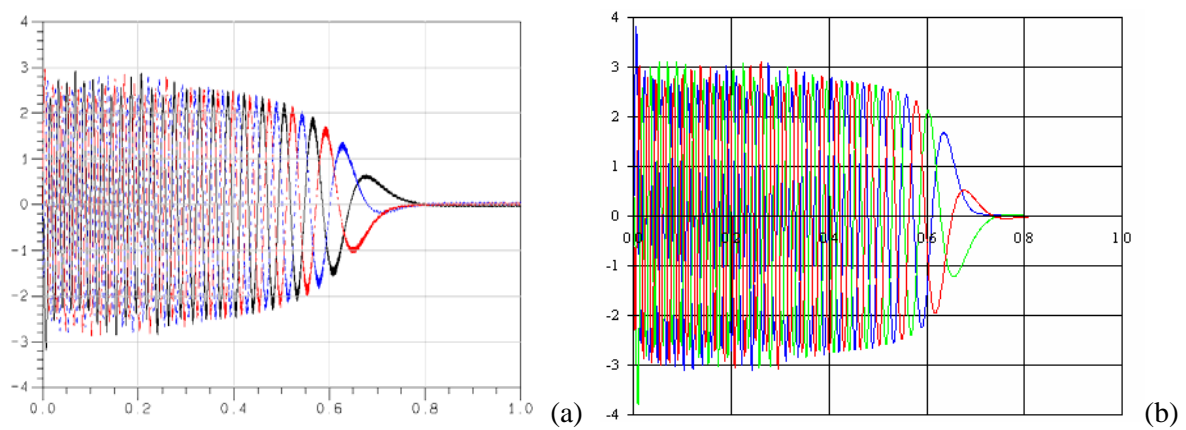


Figura 4.48 – Corrente no enrolamento auxiliar ($I_{base} = 92,52$ A, escala horizontal em segundos): (a) MEF; (b) Analítico.

As densidades de corrente induzidas em três barras consecutivas do rotor, respectivamente no anel interno – Ia, no anel intermediário – Ib e na gaiola – Ic (Fig. 4.49a) são mostradas na Figura 4.49b.

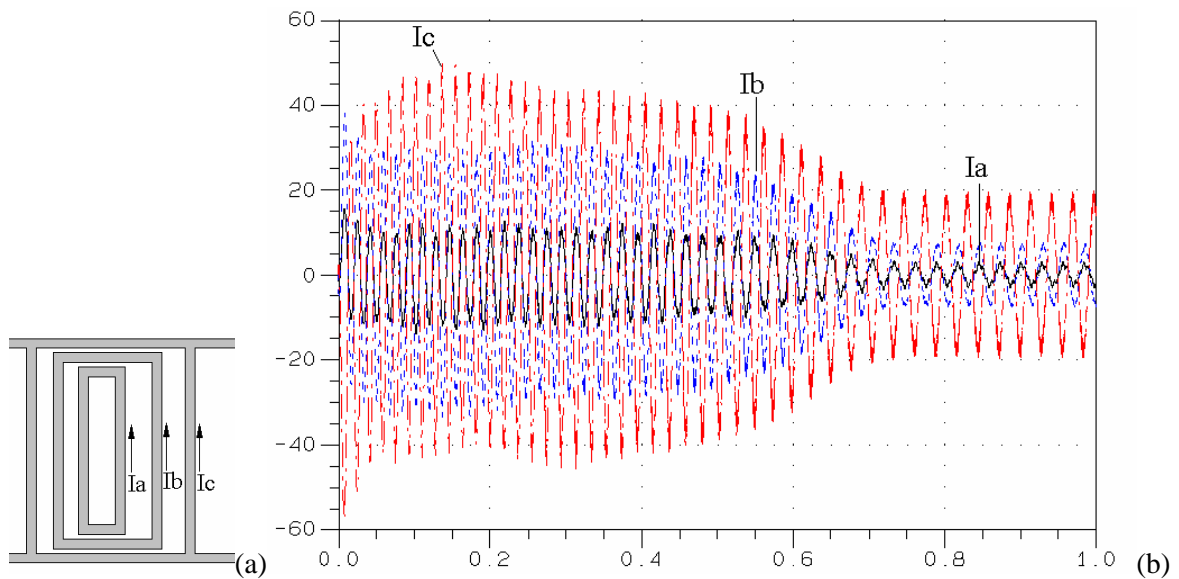


Figura 4.49 – Densidade de corrente (A/m^2) nas barras do rotor.

4.3.5 – Análise de Desempenho e de Forças

O crescente interesse atual na geração eólica vem direcionando o estudo e desenvolvimento de várias alternativas de geradores elétricos sem escovas com capacidade para operar em velocidades variadas. Uma dessas alternativas é o motor de indução trifásico duplamente alimentado sem escovas, pelo fato de seu desempenho quando duplamente alimentado apresentar certas características de interesse prático. Utilizando-se um conversor CA/CA adequado conectado entre a rede e seu enrolamento auxiliar, é possível controlar a máquina de indução para operar como gerador 30% acima da velocidade síncrona, assim como motor 30% abaixo dessa velocidade. Esta é uma característica especialmente conveniente quando se precisa de velocidade variável – frequência constante, como no caso das turbinas eólicas.

Esta máquina vêm sendo estudada em baixos valores de potência, não permitindo conclusões bem fundamentadas sobre sua capacidade de operar corretamente em sistemas com altos valores de potência, requeridos nas estações de geração eólica modernas. Nestes casos, um estudo sobre o desempenho deve ser feito de forma a verificar seu comportamento em diferentes condições de operação. Também de importância fundamental é a análise das forças existentes na máquina sob diferentes condições de carga.

4.3.5.1 – Análise do Desempenho

Foram escolhidos quatro pontos de operação da máquina, operando como motor com 100% e 75% de carga e operando como gerador também com 100% e 75% de carga. Também nestes casos duas simulações foram realizadas, uma com o MEF e outro com o método analítico.

As tabelas 4.1 e 4.2 trazem a comparação dos resultados obtidos considerando-se o enrolamento auxiliar curto-circuitado.

Tabela 4.1 – Desempenho: operação com 100% de carga.

	Motor			Gerador		
	Analítico	MEF	Diferença (%)	Analítico	MEF	Diferença (%)
Velocidade (rpm)	345,3	345,3	0,0	376,1	376,1	0,0
Torque (N.m)	2802,0	1887,2	32,6	3297,6	2146,5	34,9
$I_{\text{principal}}$ (A_{RMS})	229,1	212,1	7,4	243,5	234,7	3,6
I_{auxiliar} (A_{RMS})	51,0	35,8	29,8	58,6	43,1	26,5
Fator de Potência	0,42	0,34	19,8	0,31	0,17	45,9
Rendimento (%)	79,0	72,5	8,2	77,0	61,7	19,8

Tabela 4.2 – Desempenho: operação com 75% de carga.

	Motor			Gerador		
	Analítico	MEF	Diferença (%)	Analítico	MEF	Diferença (%)
Velocidade (rpm)	349,6	349,6	0,0	372,2	372,2	0,0
Torque (N.m)	2084,4	1413,9	32,2	2554,9	1609,3	37,0
$I_{\text{principal}}$ (A_{RMS})	213,1	207,3	2,7	225,0	222,7	1,0
I_{auxiliar} (A_{RMS})	37,0	25,9	30,0	44,9	32,6	27,4
Fator de Potência	0,35	0,27	21,1	0,25	0,12	52,8
Rendimento (%)	77,2	69,3	10,2	75,3	55,9	25,7

Verifica-se uma diferença acentuada ao se comparar os resultados obtidos principalmente na operação como gerador. Observando-se os dados mostrados nas tabelas acima constatamos que a diferença encontrada tem sua origem na determinação dos pontos de operação da máquina, tomados como referência aqueles obtidos com o modelo analítico. De acordo com a curva de torque versus velocidade obtida com o modelo analítico, variando-se a velocidade da máquina de zero até duas vezes a velocidade síncrona, foram determinados os pares de valores torque –

velocidade correspondentes a cada um dos pontos de operação da máquina. Os valores de velocidade assim obtidos foram impostos nas simulações pelo MEF.

No entanto, ao verificarmos os pontos de operação alcançados pela máquina na simulação pelo MEF, constatamos uma discrepância em relação aos obtidos pelo método analítico, como mostra a Tabela 4.3. Nela podemos observar que, como esperado, os pontos de operação como gerador se encontram mais afastados comparando-se os dois métodos, produzindo assim resultados mais distantes.

Tabela 4.3 – Diferença no ponto de operação (kW): Analítico versus MEF.

	Motor			Gerador		
	Analítico	MEF	Diferença (%)	Analítico	MEF	Diferença (%)
100% de carga	101,3	68,2	32,6	100,3	52,2	48,0
75% de carga	76,3	51,8	32,2	75,1	35,1	53,3

Os pontos de operação obtidos no MEF correspondem a valores de carga inferiores ao presumido, o que é coerente com os baixos valores de rendimento apresentados.

Novas simulações foram realizadas, assumindo-se os mesmos pontos de operação anteriores, mas agora se conectando resistências nos terminais do enrolamento auxiliar. Três resistências conectadas em estrela e com valores iguais entre si e iguais a $0,1367 \Omega$, foram inseridas no circuito. As Tabelas 4.4 e 4.5 trazem a comparação dos resultados obtidos.

Tabela 4.4 – Desempenho: operação com 100% de carga, resistência adicional.

	Motor			Gerador		
	Analítico	MEF	Diferença (%)	Analítico	MEF	Diferença (%)
Velocidade (rpm)	328,8	328,8	0,0	393,2	393,2	0,0
Torque (N.m)	2942,4	2938,6	0,1	3300,0	3596,7	-9,0
$I_{\text{principal}} (A_{\text{RMS}})$	232,8	236,4	-1,5	243,6	276,3	-13,4
$I_{\text{auxiliar}} (A_{\text{RMS}})$	53,8	37,7	30,0	58,6	73,5	-25,4
Fator de Potência	0,43	0,46	-5,3	0,31	0,25	18,7
Rendimento (%)	75,3	71,2	5,4	73,8	62,4	15,4

Tabela 4.5 – Desempenho: operação com 75% de carga, resistência adicional.

	Motor			Gerador		
	Analítico	MEF	Diferença (%)	Analítico	MEF	Diferença (%)
Velocidade (rpm)	338,4	338,4	0,0	384,4	384,4	0,0
Torque (N.m)	2153,2	2248,6	-4,4	2556,5	2717,9	-6,3
$I_{\text{principal}} (A_{\text{RMS}})$	214,4	220,2	-2,7	225,1	248,1	-10,2
$I_{\text{auxiliar}} (A_{\text{RMS}})$	38,3	43,4	-13,1	45,0	54,6	-21,4
Fator de Potência	0,36	0,38	-7,1	0,25	0,21	16,0
Rendimento (%)	74,9	70,6	5,8	72,9	62,1	14,8

Ao verificarmos os pontos de operação estabelecidos pelos dois métodos, constatamos que para o caso em que o conjunto de resistência é adicionado ao auxiliar da máquina, uma melhor concordância é obtida (Tab. 4.6).

Tabela 4.6 – Diferença no ponto de operação (kW): Analítico versus MEF, resistência adicional.

	Motor			Gerador		
	Analítico	MEF	Diferença (%)	Analítico	MEF	Diferença (%)
100% de carga	101,3	101,2	0,1	100,3	92,4	7,9
75% de carga	76,3	79,7	-4,4	75,2	67,9	9,6

As resistências que foram adicionadas ao circuito foram determinadas a partir do modelo analítico com a intenção de simular a operação do conversor CA/CA, responsável por levar a máquina a um novo ponto de operação mantendo o fator de potência constante. Comparando-se as Tabelas 4.1 e 4.4 e as Tabelas 4.2 e 4.5, verificamos que os resultados corresponderam ao esperado para o caso analítico.

4.3.5.2 – Análise das Forças

Com as correntes em regime permanente obtidas em cada um dos pontos de operação descritos na seção anterior, podemos determinar as forças radiais e tangenciais que atuam no entreferro da máquina [79] responsáveis pelos modos de vibração a que sua estrutura mecânica fica submetida. Nesta seção serão apresentados apenas os resultados obtidos em um desses pontos. Assim, foi escolhido o ponto de operação como motor com 100% de carga, velocidade imposta

igual 345,3 rpm (Tab. 4.1). Nenhuma resistência é adicionada ao enrolamento auxiliar, permanecendo os terminais destes curto-circuitados.

As Figuras 4.50 a 4.54 mostram as correntes obtidas na simulação pelo MEF.

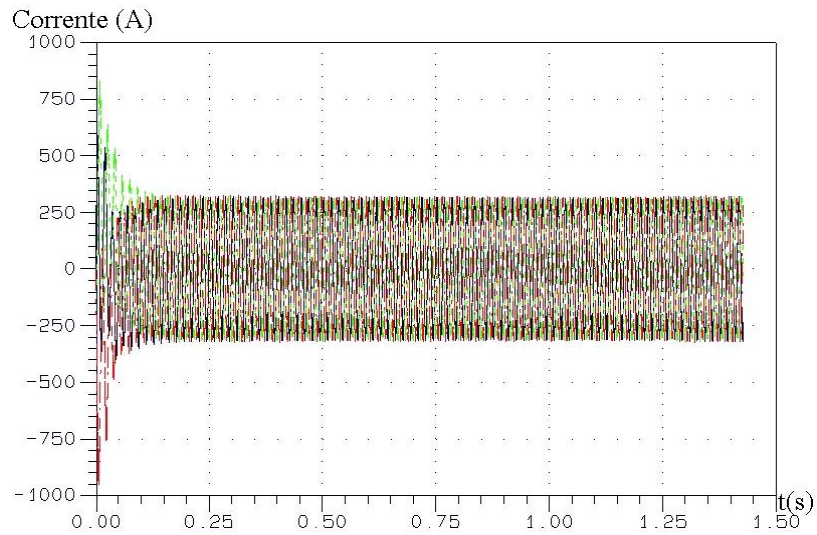


Figura 4.50 – Correntes no enrolamento principal.

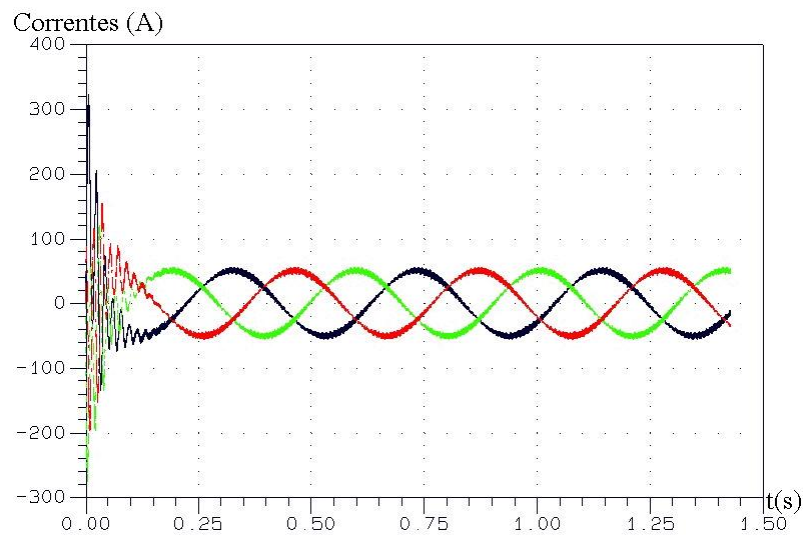


Figura 4.51 – Correntes no enrolamento auxiliar.

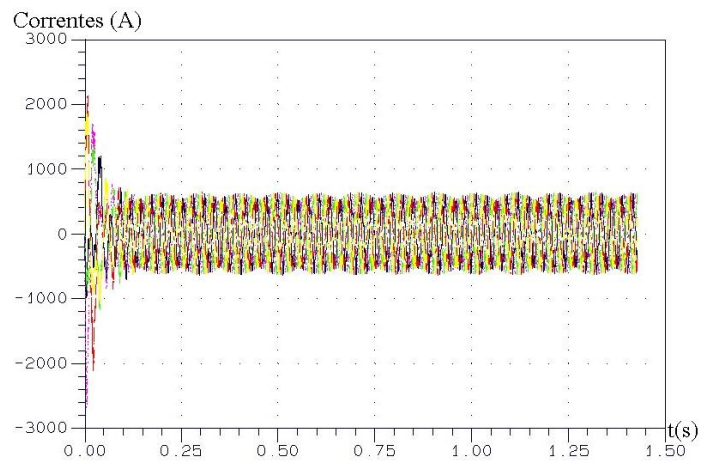


Figura 4.52 – Correntes nas barras dos anéis internos do rotor.

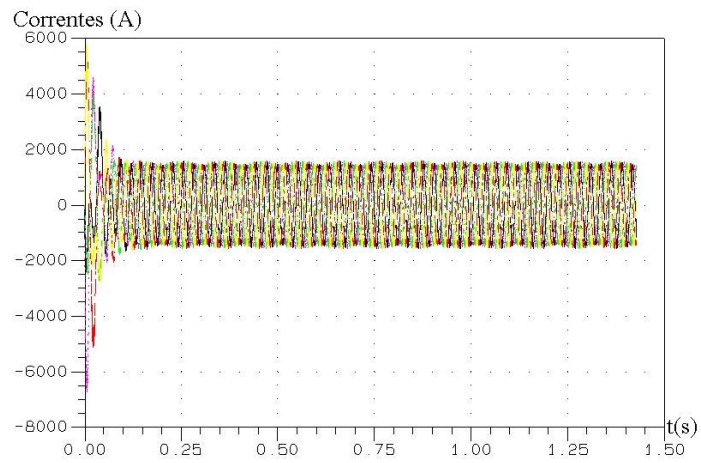


Figura 4.53 – Correntes nas barras dos anéis intermediários do rotor.

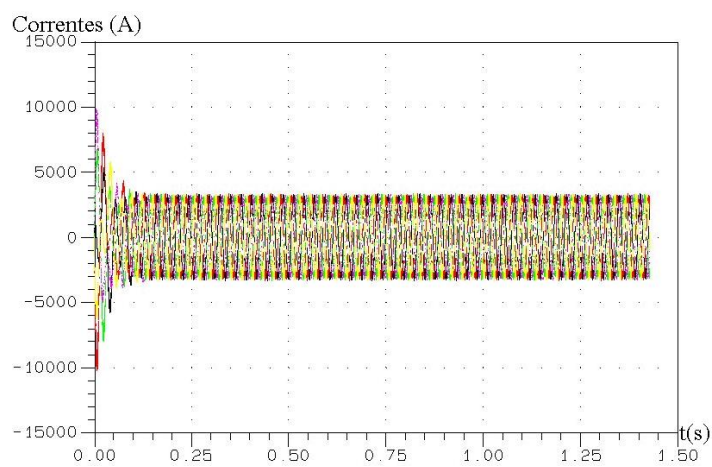


Figura 4.54 – Correntes nas barras da gaiola do rotor.

Podemos obter as forças tangenciais e radiais nos dentes da máquina realizando um cálculo magnetostático usando como fontes de campo as correntes obtidas em sua simulação dinâmica. Para isso, devemos garantir que pelo menos o intervalo correspondente ao maior período das correntes existentes na máquina é considerado. Para determinarmos este período, utilizaremos as Figuras 4.55 a 4.57 apresentadas a seguir, em que são expandidas as formas de onda das correntes nas Figuras 4.50 a 4.54, de forma a visualizarmos suas frequências depois de atingido o regime permanente.

A Figura 4.58 traz as correntes no enrolamento principal. A frequência destas correntes é imposta pela rede, na qual estão diretamente conectadas (760 V – 60 Hz).

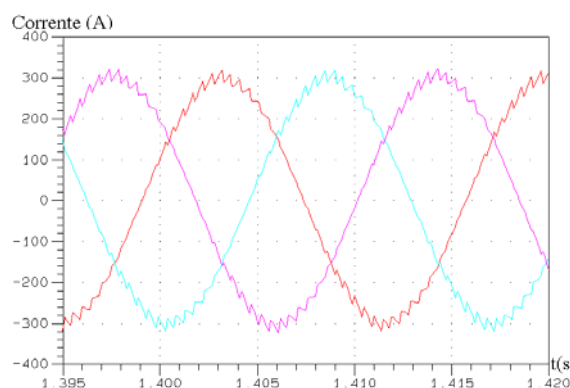


Figura 4.55 – Correntes em regime permanente no enrolamento principal – frequência 60 Hz.

Já as correntes induzidas no enrolamento auxiliar dependem do ponto de operação da máquina, pois são função de seu escorregamento. Assim, para a velocidade imposta igual a 345,3 rpm e sabendo-se que a velocidade síncrona é 360 rpm, temos o escorregamento igual a 4,08%. Desta forma, as correntes induzidas no auxiliar terão frequência igual a 2,45 Hz, ou seja, o escorregamento vezes a frequência do campo principal, como mostra a Figura 4.56.

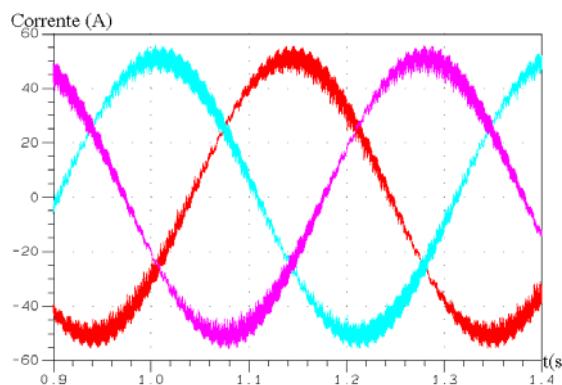


Figura 4.56 – Correntes em regime permanente no enrolamento auxiliar – frequência 2,45 Hz.

Com relação ao rotor, é necessário se observar a relação existente entre sua velocidade mecânica e a velocidade síncrona devido unicamente ao número de pólos do enrolamento principal. Desta forma, a frequência das correntes induzidas em suas barras é função do escorregamento relativo entre as velocidades síncronas estabelecidas pelo enrolamento principal, 900 rpm (8 pólos), e a velocidade mecânica na qual se encontra girando o rotor, 345,3 rpm. Neste caso o escorregamento é igual a 61,6%, logo, a frequência das correntes induzidas no rotor é 37 Hz, como mostra a Figura 4.57. Nesta figura, as correntes em três barras vizinhas são mostradas, ou seja, a corrente na barra de um anel interno, em cor vermelha, a corrente em sua barra vizinha pertencente ao anel intermediário, em cor azul, e na barra vizinha a esta última, pertencente à gaiola, em cor magenta.

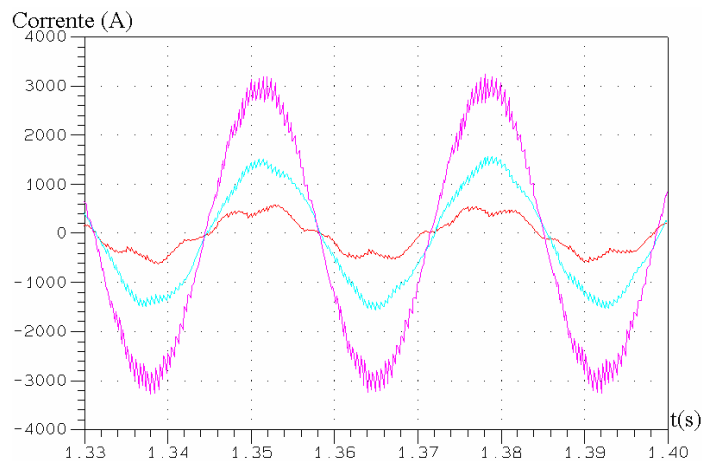


Figura 4.57 – Correntes em regime permanente nas barras do rotor – frequência 37 Hz.

Podemos verificar também, ao observarmos a Figura 4.57, a ação dos anéis internos do rotor na eliminação de harmônicos do fluxo: o anel interno atua reduzindo o conteúdo harmônico do fluxo visto pelo anel intermediário e pela gaiola, assim com o anel intermediário atua reduzindo ainda mais o conteúdo harmônico visto por esta última. Teoricamente, quanto maior o número de anéis aninhados concêntricos, melhor a filtragem de harmônicos da força magnetomotriz no entreferro da máquina. No entanto, o aumento no número desses anéis encontra entraves do ponto de vista construtivo e mecânico da máquina, pois ao mesmo tempo que aumenta a sua complexidade na hora de ser construída, diminui a sua robustez mecânica, devendo assim ser encontrado um número ótimo de anéis de forma a se obter a melhor filtragem sem o comprometimento da estrutura.

Um conjunto de cálculos magnetostáticos é então realizado. Em cada cálculo, o rotor é posicionado em sua posição angular correspondente aos valores instantâneos das correntes nos

enrolamentos e barras da máquina, e são assim determinados os campos em cada um dos elementos da malha de elementos finitos. A força atuando em cada dente da máquina é calculada usando-se os campos calculados e a equação do Tensor de Maxwell aplica a todos os elementos do entreferro que encostam no estator. Como resultado, temos as forças radiais e tangenciais em cada um dos dentes da máquina em cada instante de tempo avaliado.

As Figuras 4.58 e 4.59 trazem a forma de onda da força radial e tangencial, respectivamente, em um dente do estator. As formas de onda das forças nos demais dentes são similares às mostradas, porém defasadas em um ângulo igual ao ângulo da ranhura. O sentido positivo dos eixos foi adotado apontando para fora do rotor no caso radial, e no sentido anti-horário no caso tangencial.

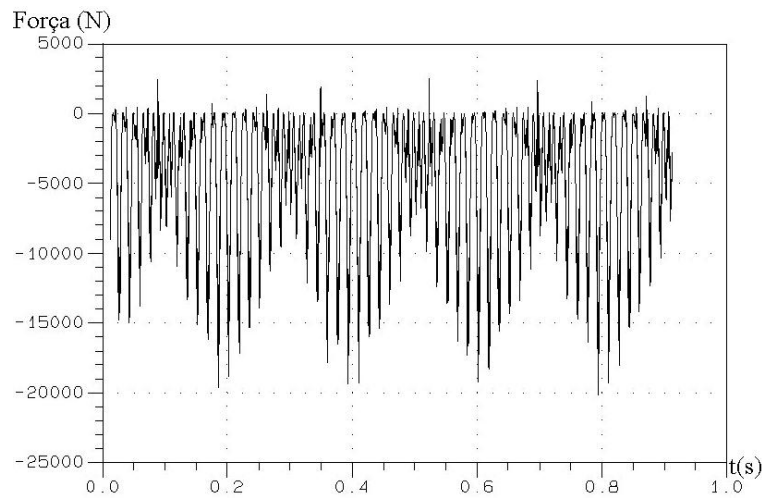


Figura 4.58 – Força radial em um dente da máquina.

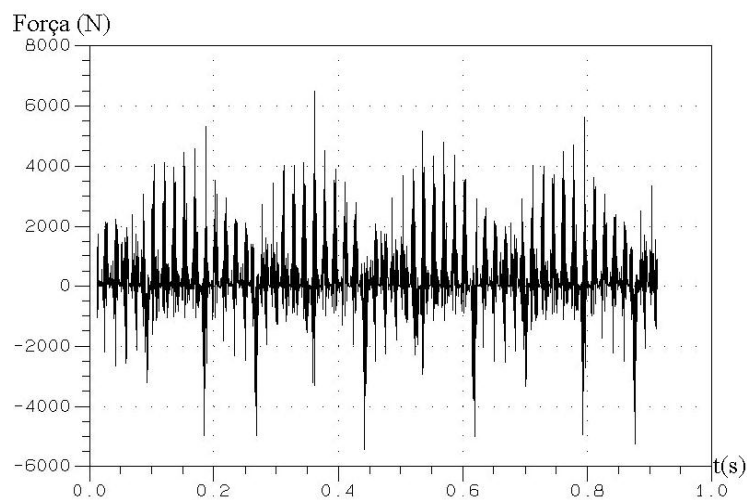


Figura 4.59 – Força tangencial em um dente da máquina.

Ao observarmos as formas de onda das forças calculadas, constatamos a presença de uma baixa frequência modulante. Este resultado já era esperado uma vez que existem no sistema correntes com frequências diferentes que, conseqüentemente, contribuem com campos e forças com frequências diferentes, verificando-se assim a existência de forças de baixa frequência que modulam as de alta frequência. A Figura 4.60 expande a força radial da Figura 4.58, destacado um de seus períodos.

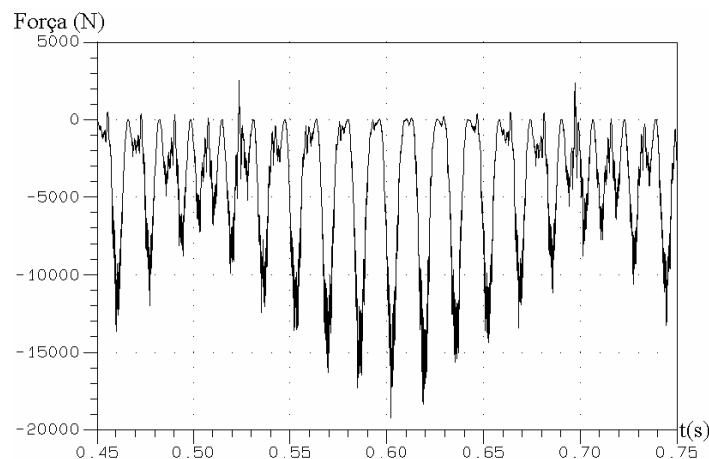


Figura 4.60 – Período da força radial nos dentes da máquina.

Como esperado, a frequência modulante da força corresponde a duas vezes a menor frequência encontrada entre as correntes na máquina, neste caso 2,45 Hz é a frequência das correntes no enrolamento auxiliar, 5,9 Hz é a frequência modulante da força. Esta frequência modula as duas outras existentes: 120 Hz, duas vezes a frequência das correntes no enrolamento principal, e 72 Hz, duas vezes a frequência das correntes nas barras do rotor.

A existência desse fenômeno de modulação pode inviabilizar a produção de máquinas de potências elevadas, pois os modos de vibração provenientes da modulante tendem a romper o pacote de chapas que constitui o núcleo da máquina. Uma vez que a frequência dessas forças não pode ser alterada, pois é função do escorregamento, ou seja, função da velocidade em que a máquina opera, talvez uma provável solução venha do conversor CA/CA a ser acoplado ao sistema, acumulando nele a função de controlar a amplitude dessas correntes de força a diminuir a intensidade da força resultante.

4.4 – Conclusão

Neste capítulo foram apresentados resultados de simulação utilizados na análise de dois motores de indução de difícil abordagem analítica e numérica: um motor de indução de pólos sombreados (MIPS) e um motor de indução trifásico duplamente alimentado sem escovas (MITDASE).

Primeiramente é feita uma breve introdução ao MIPS. É discutida a influência da variação de seus parâmetros em seu desempenho, exemplificadas com resultados de simulações realizadas. Uma explanação sobre alguns dos modelos existentes na literatura é realizada e a comparação de resultados obtidos nesta tese com aqueles obtidos utilizando-se um dos modelos apresentados, aquele mais próximo do comportamento real do motor, é feita, assim como a comparação desses resultados de simulação com valores medidos. Encerra-se o tópico relativo ao MIPS mostrando-se os resultados de simulação e prática em que o motor é alimentado por um gradador de tensão.

Em seguida é apresentado o MITDASE, seu contexto histórico e atual, em que é discutido o crescente interesse nesse tipo de máquina para operar em sistemas de geração eólica. Três análises distintas são apresentadas. Primeiramente a análise dinâmica, na qual são comparados os resultados obtidos na simulação com MEF e com o método analítico. Em seguida estes dois métodos são utilizados na análise do desempenho da máquina. Finalmente, são apresentados os resultados obtidos com o MEF na análise das forças presentes na estrutura.

Verificando-se os resultados obtidos em ambos os motores, podemos concluir a validade do método desenvolvido nesta tese e sua potencialidade no projeto e análise de máquinas elétricas.

Conclusão

Esta tese reporta as etapas e os resultados dos trabalhos desenvolvidos em quatro anos de doutorado realizados junto ao GRUCAD – Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos no PPGEEL – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina, tendo sido o terceiro ano realizado junto ao laboratório Elap – *Électricité Appliquée* na Ulg – Université de Liège, Bélgica.

O objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento e implementação computacional de um método de acoplamento direto das equações de campo e movimento de máquinas elétricas e das equações de conversores estáticos, levando-se em consideração no modelo bidimensional da máquina os efeitos oriundos da inclinação de ranhura e a presença de múltiplas e diferentes conexões de condutores maciços. Visa-se contribuir com uma formulação ampla e bastante abrangente que aproxime o modelo matemático da máquina de suas condições reais de utilização, envolvendo em um mesmo sistema características dinâmicas da própria máquina e de seus circuitos de acionamento, cada vez mais complexos. Uma pequena contribuição também é feita na consideração de leis de controle em malha fechada existentes em conjuntos máquina-conversor.

A seqüência de apresentação dos tópicos em capítulos obedeceu à ordem cronológica na qual as etapas do trabalho foram desenvolvidas. Assim, ao final de cada capítulo são apresentados os resultados obtidos até aquele momento e são introduzidas as etapas futuras do trabalho.

No primeiro capítulo é apresentada a formulação que permite o acoplamento direto das equações de campo e movimento da máquina elétrica com as equações de circuito do conversor estático a ela acoplado. Duas simplificações são admitidas: as máquinas estudadas apresentam o estator e o rotor retos, ou seja, não existe variação do domínio ao longo de sua profundidade; e os condutores maciços presentes se encontram todos curto-circuitados entre si, ou seja, a diferença de potencial entre seus terminais é nula. São apresentados os resultados de simulação e medidos de um servomotor CA e de um motor de indução trifásico, ambos com ranhuras retas.

Os trabalhos apresentados neste capítulo correspondem basicamente aos realizados no primeiro ano de doutoramento, ano 2000. A formulação nele apresentada foi também utilizada em duas dissertações de mestrado desenvolvidas no GRUCAD no mesmo período. A primeira [33], defendida em março de 2000, aplica no estudo de um motor de indução monofásico linear. A segunda [35], defendida em março de 2001, aplica no estudo de um servomotor CC. Somam-se a estas dissertações, dois artigos apresentados no congresso *COMPUMAG'01 – The 13th Annual*

Conference on the Computation of Electromagnetic Fields e posteriormente aceitos para publicação na revista *IEEE Transactions on Magnetics* de março de 2002 [32, 34] e um artigo apresentado do *CBMAG'2002 – V Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo* [36].

A primeira simplificação admitida no primeiro capítulo é discutida e eliminada pela formulação apresentada no segundo capítulo desta tese. Nele é apresentado o Método do Fatiamento, que permite a consideração da inclinação das ranhuras do rotor em relação às do estator. É discutida a forma direta de acoplamento das fatias através da imposição da conservação da corrente nos enrolamentos finos da máquina que as atravessa. Alguns resultados de simulação e sua comparação com valores obtidos em experimentações práticas foram apresentados usando-se um servomotor CA com as ranhuras do estator inclinadas. Dois casos apresentados tratam do acionamento do servomotor através de um controle em malha fechada.

Os trabalhos apresentados neste capítulo correspondem basicamente aos desenvolvidos no segundo ano de doutoramento, ano 2001. Deles resultaram três artigos, o primeiro apresentado no *CEFC'2002 – The 10th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation* [57], o segundo apresentado *CBMAG'2002 – V Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo* [56] e posteriormente aceito para publicação na edição especial da revista *Ciência e Engenharia* da Universidade Federal de Uberlândia e o terceiro apresentado no *EMF'2003 – The 6th International Symposium on Electric and Magnetic Fields* [58] e posteriormente aceito para publicação na revista *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* [80].

É importante ressaltar que em janeiro de 2001 foi publicado o artigo de A. Tenhunen e A. Arkkio [50] no qual os autores apresentam um modelo para análise de motores de indução em gaiola com as barras do rotor inclinadas. A publicação deste artigo destaca o então atual interesse em se obter modelos mais realísticos para representação de máquinas de indução. Nele, o MEF 2D é utilizado associado ao Método do Fatiamento, a máquina elétrica passa a ser representada não mais apenas por uma única seção transversal, mas por um conjunto de seções transversais ao longo de sua profundidade. Como no domínio de cálculo existem condutores finos e maciços, a continuidade de corrente nestes condutores através das fatias representativas do domínio é imposta. No entanto, apenas a conexão em gaiola dos condutores maciços é prevista.

Neste contexto, o terceiro capítulo apresenta a formulação que permite a consideração de múltiplas e diferentes conexões de condutores maciços na análise de máquinas elétricas pelo MEF 2D que apresentam ranhuras retas ou inclinadas. A formulação apresentada foi implementada disponibilizando, assim, uma ferramenta computacional de análise e projeto de máquinas elétricas

em que um método de acoplamento direto das equações de campo e movimento e das equações de conversores estáticos, levando-se em consideração no modelo bidimensional da máquina os efeitos oriundos da inclinação de ranhura e a presença de diferentes e múltiplas conexões de condutores maciços são considerados, mantendo-se, assim, as características apresentadas em trabalhos anteriores [29, 31, 32, 34, 36, 38, 57, 58] como a de versatilidade na consideração de máquinas com características construtivas especiais e/ou associadas a conversores estáticos especiais.

Esse trabalho foi desenvolvido basicamente no terceiro ano de doutoramento, ano 2002, realizado no Elap, Bélgica. Também neste período foi produzido um artigo, fruto do intercâmbio entre os grupos brasileiro e belga, apresentado no *ICEM'2002 – 15th International Conference on Electrical Machines* [81] e posteriormente aceito para publicação na revista *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* [82].

O quarto ano do doutoramento, ano 2003, foi dedicado ao estudo e aplicação do método desenvolvido a duas máquinas de indução de difícil abordagem analítica e numérica: um motor de indução de pólos sombreados (MIPS) e um motor de indução trifásico duplamente alimentado sem escovas (MITDASE). Os resultados são apresentados no quarto capítulo desta tese.

Primeiramente é feita uma breve introdução ao MIPS, elementos principais e características construtivas. É discutida a influência da variação de seus parâmetros em seu desempenho, exemplificadas com resultados de simulações realizadas. Uma explanação sobre alguns dos modelos que utilizam o MEF existentes na literatura é realizada e a comparação de resultados obtidos nesta tese com aqueles obtidos utilizando-se um dos modelos apresentados, aquele mais próximo do comportamento real do motor, é feita, assim como a comparação desses resultados de simulação com valores medidos. Encerra-se o tópico relativo ao MIPS mostrando-se os resultados da simulação e ensaio do motor alimentado por um gradador de tensão.

Em seguida é apresentado o MITDASE, seu contexto histórico e atual, em que é discutido o atual crescente interesse nesse tipo de máquina para operar em sistemas de geração eólica. Três análises distintas são apresentadas. Primeiramente a análise dinâmica, na qual são comparados os resultados obtidos na simulação com MEF e com o método analítico. Em seguida estes dois métodos são utilizados na análise do desempenho da máquina. Finalmente, são apresentados os resultados obtidos com o MEF na análise das forças presentes na estrutura.

A aplicação da formulação implementada na análise do MITDASE gerou um artigo apresentado no *COMPUMAG'2003 – The 14th Annual Conference on the Computation of Electromagnetic Fields* e posteriormente aceito para publicação na revista *IEEE Transactions on*

Magnetics [77]. Um segundo artigo, com foco no projeto da máquina, foi aceito para apresentação no congresso *NWPC'2004 – Nordic Wind Power Conference* [84].

Além dos artigos citados, três artigos foram submetidos a congressos e se encontram a espera do resultado de julgamento:

- “*Dynamic Finite Element Analysis of Shaded Pole Induction Motors*” submetido ao congresso *CEFC'2004 – The 11th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, em que são apresentados os bons resultados obtidos na partida direta da rede e através de conversores estáticos do MIPS;
- “*Performance Analysis of a Doubly Fed Twin Stator Cage Induction Generator*” submetido ao congresso *ICEM'2004 – 16th International Conference on Electrical Machines*, em que são apresentados os resultados do estudo do desempenho do MITDASE;
- “*Vibration Analysis of a Doubly-Fed Twin Stator Cage Induction Generator*” submetido ao simpósio *SPEEDAM'2004 – Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion*, em que são apresentados os resultados do estudo vibracional do MITDASE.

Verificando-se os resultados obtidos em ambos os motores, podemos concluir a validade do método desenvolvido nesta tese e sua potencialidade no projeto e análise de máquinas elétricas. Outro aspecto positivo é a boa aceitação dos trabalhos realizados pela comunidade científica internacional, constatado pelos artigos aceitos para apresentação em congressos e posteriormente selecionados para publicação em revistas.

O tema da pesquisa aqui apresentado engloba áreas distintas como máquinas elétricas, eletrônica de potência e cálculo de campos, e, assim sendo, especialistas em cada uma dessas áreas podem utilizar a metodologia apresentada no estudo de diferentes fenômenos, particulares a cada uma dessas áreas, e, conseqüentemente, identificar casos de aplicação e potencialidades de análise ainda não contempladas, impulsionando assim propostas de pesquisas futuras. Particularmente, podemos destacar três principais propostas de continuação dos trabalhos de pesquisa aqui iniciados.

Primeiramente, com relação ao esforço computacional. Três situações críticas foram identificadas, podendo ocorrer simultaneamente: 1) quando existem chaves com comutação natural no circuito do conversor estático, 2) quando a máquina precisa ser representada por muitas fatias para uma boa avaliação da inclinação de suas ranhuras ou 3) quando o fenômeno da saturação é pronunciado, não podendo ser relevado, exigindo, assim, que ciclos de convergência local sejam estabelecidos para atualização do valor da permeabilidade magnética nos diversos elementos da

malha. Nestes casos, o tempo de processamento pode se estender por dias. No primeiro caso, devido à diminuição do passo de cálculo para identificação apurada dos instantes de comutação dos interruptores com comutação natural. No segundo caso, devido ao tamanho do sistema a ser resolvido passo a passo no tempo. E, no terceiro caso, devido ao número extremamente elevado de iterações a serem realizadas.

Em segundo com relação à máquina elétrica. Como o objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento de um método que aproxime o modelo matemático da máquina de suas condições reais de utilização, uma proposta natural de continuação da pesquisa é a melhora deste modelo, incluindo-se no MEF as características de histerese, importantes na determinação das perdas no ferro, sobretudo quando a máquina é alimentada por tensões com harmônicos de alta frequência, como é o caso da alimentação PWM.

Finalmente, a utilização do método na análise de máquinas com características construtivas especiais, ajudando na investigação, determinação e compreensão dos fenômenos presentes devidos às peculiaridades do projeto. Particularmente, a continuação do estudo do motor de indução trifásico duplamente alimentado sem escovas, acrescentando às análises realizadas um estudo do comportamento da máquina acoplada ao conversor CA/CA, conectado entre seu enrolamento auxiliar e a rede e, posteriormente, obedecendo a diferentes estratégias de controle.

Anexo 1 - Equações da Máquina Elétrica

Este anexo trata das equações que descrevem as estruturas eletromagnéticas, mais particularmente as máquinas elétricas girantes, que são o objeto de estudo deste trabalho. Utiliza-se em sua formulação uma particularização das Equações de Maxwell, que descrevem o comportamento dos campos eletromagnéticos, e de suas Relações Constitutivas, que carregam a informação dos materiais presentes no domínio. Este conjunto de equações é então aplicado a casos em eletrotécnica, sendo admitidas simplificações que nos permite desacoplá-lo em dois outros sistemas que descrevem problemas distintos: a eletrostática e o magnetismo.

Trabalharemos com o conjunto de equações que descrevem os fenômenos magnetodinâmicos. É apresentada a formulação utilizando-se o potencial vetor magnético, o que permite a análise de domínios de cálculo contendo correntes elétricas impostas e/ou induzidas. A representação em duas dimensões possibilita a simplificação no tratamento deste potencial, podendo-se desconsiderar sua natureza vetorial.

As máquinas elétricas analisadas constituem domínios de cálculo limitados, possuindo diversos sub-domínios preenchidos por materiais diferentes, tornando-se, assim, necessária a introdução de Condições de Contorno, que condicionam os campos na interface entre meios diferentes e nos limites do domínio a se aproximarem de seu comportamento real.

Dois tipos de condutores podem estar presentes: os condutores maciços ou espessos e os condutores finos ou multifilamentares.

É adotado o Método de Elementos Finitos para discretização espacial da seção transversal da máquina em elementos isoparamétricos de primeira ordem. O Método de Galerkin, particularização do Método de Resíduos Ponderados, é utilizado para a obtenção das equações que serão resolvidas numericamente.

Da condensação das matrizes elementares dos diversos elementos da malha, resulta o sistema matricial que descreve o comportamento dos campos no interior da máquina elétrica. O Método de Euler é então utilizado para discretização temporal do sistema e os métodos das Aproximações Sucessivas e Newton-Raphson são utilizados nos casos de análise não-linear.

A1.1 - Equações de Maxwell

As quatro Equações de Maxwell englobam as relações existentes entre as grandezas eletromagnéticas. Através delas é possível a análise do comportamento espacial e/ou temporal de campos eletromagnéticos, assim como da interdependência existente entre suas componentes: o campo elétrico \vec{E} e o campo magnético \vec{H} .

Abaixo, estas equações estão apresentadas em sua forma local ou pontual, sendo assim aplicáveis a quaisquer situações. Estão expressas em função dos campos elétrico e magnético e também de suas respectivas induções elétrica \vec{D} e magnética \vec{B} . São estes os quatro campos vetoriais que compõem e caracterizam o campo eletromagnético.

$$\text{rot } \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (\text{A1.1})$$

$$\text{rot } \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} \quad (\text{A1.2})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{A1.3})$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{A1.4})$$

Somam-se a estas equações as Relações Constitutivas ou Complementares. São elas as responsáveis pela declaração das características do meio onde existem os campos eletromagnéticos. A presença de não-linearidades ou induções remanentes é introduzida com o auxílio deste conjunto de equações, assim como o comportamento dos campos na interface entre meios diferentes:

$$\vec{B} = \mu (\vec{H}) \vec{H} + \vec{B}_0 \quad (\text{A1.5})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{A1.6})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{A1.7})$$

Durante este trabalho, lidaremos com casos em eletrotécnica. Desta forma, algumas simplificações são admitidas:

- (i) A corrente de deslocamento é desprezível em comparação com a corrente de condução $\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \ll \vec{J} \therefore \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \rightarrow 0 \right)$. Sob esta condição, o conjunto das Equações de Maxwell pode ser desacoplado em dois grupos principais: eletrostática e magnetismo, que podem ser estudados de forma independente;
- (ii) Não existe desequilíbrio de cargas elétricas ($\rho = 0$);
- (iii) Os meios dielétricos e condutores são lineares, ou seja, ϵ e σ são constantes e independentes da direção de aplicação dos campos, podendo ser desconsiderada sua natureza tensorial;
- (iv) Os meios magnéticos são isotrópicos, porém não-lineares, podendo sofrer o fenômeno da saturação: $\mu(H)$.

Assim, as Equações de Maxwell e suas Relações Complementares abordadas são:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{A1.8})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{A1.9})$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{A1.10})$$

$$\text{div } \vec{D} = 0 \quad (\text{A1.11})$$

$$\vec{B} = \mu(H) \vec{H} + \vec{B}_0 \quad (\text{A1.12})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{A1.13})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{A1.14})$$

O sistema constituído pelas equações (A1.8), (A1.9), (A1.10), (A1.12) e (A1.14) tem a propriedade de tratar os problemas de magnetismo. Problemas de magnetostática não apresentam a variação temporal da indução magnética $\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \right)$. Nos casos em que esta variação está presente temos problemas de magnetodinâmica. São estes os casos de principal interesse neste trabalho.

Aplicando-se a divergência em ambos os lados da equação (A1.14), e com o auxílio das equações (A1.13) e (A1.11), obtemos a equação da conservação da corrente elétrica, neste caso, em um domínio sem desequilíbrio de cargas elétricas:

$$\text{div } \vec{J} = 0 \quad (\text{A1.15})$$

A1.2 - Potencial Vetor Magnético: \vec{A}

Para abrangermos todo o domínio de estudo, podendo estar presentes regiões onde existam correntes elétricas, utilizaremos o potencial vetor magnético na formulação do problema. A partir da equação (A1.9) podemos introduzi-lo através da relação:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (\text{A1.16})$$

uma vez que a identidade:

$$\text{div} \left(\text{rot } \vec{X} \right) = 0, \forall \vec{X} \quad (\text{A1.17})$$

Substituindo (A1.16) em (A1.10), obtemos:

$$\text{rot} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{A1.18})$$

A equação acima nos permite definir um potencial escalar elétrico ϕ que se relaciona com (A1.18) através de seu gradiente:

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = - \text{grad } \phi \quad (\text{A1.19})$$

Utilizando as equações (A1.14), (A1.8), (A1.12), (A1.16) e (A1.19), obtemos a equação do sistema magnetodinâmico:

$$\text{rot} \left(\nu (H) \text{rot } \vec{A} \right) = \sigma \left(- \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \phi \right) + \text{rot } \vec{B}_0 \quad (\text{A1.20})$$

Em problemas tratados em duas dimensões, duas considerações são feitas:

- (i) As densidades de corrente existentes são perpendiculares ao plano de estudo, plano oxy , produzindo campos magnéticos pertencentes a este plano, com componentes normais a ele nulos;
- (ii) Os ímãs permanentes existentes não possuem imantação na direção normal ao plano de estudo.

Estas considerações nos permitem simplificar o tratamento das densidades de corrente e do potencial vetor magnético, que segundo as equações (A1.16) e (A1.8) também apresentará um único componente normal ao plano oxy , podendo ser tratados como grandezas escalares (Fig. A1.1).

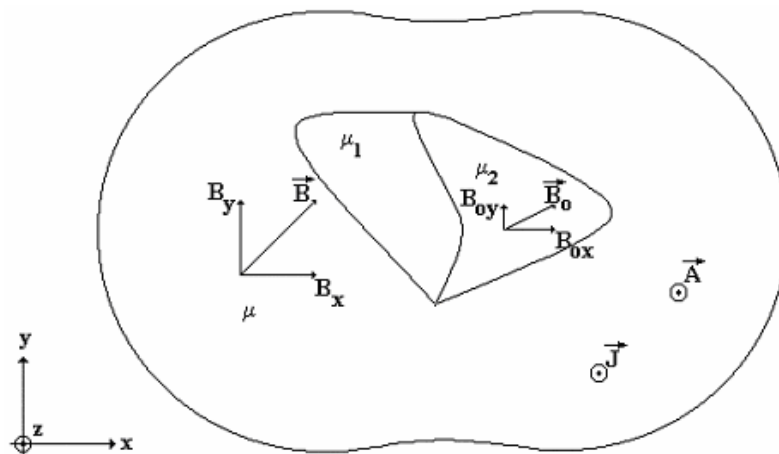


Figura A1.1 – Representação do domínio em duas dimensões.

Assim, teremos:

$$\vec{J} = J_z \vec{k} \tag{A1.21}$$

$$\vec{B}_0 = B_{0x} \vec{i} + B_{0y} \vec{j} \tag{A1.22}$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} \tag{A1.23}$$

$$\vec{A} = A_z \vec{k} \tag{A1.24}$$

E, de acordo com a hipótese de um sistema bidimensional, podemos reescrever a equação (A1.20), colocando-a na forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} v(H) \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} v(H) \frac{\partial A}{\partial y} - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \sigma \text{grad } \phi + v_0 \frac{\partial B_{0y}}{\partial x} - v_0 \frac{\partial B_{0x}}{\partial y} = 0 \quad (\text{A1.25})$$

ou, reescrevendo seus dois primeiros termos:

$$\text{div} \left(v(H) \text{grad } A \right) - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \sigma \text{grad } \phi + v_0 \frac{\partial B_{0y}}{\partial x} - v_0 \frac{\partial B_{0x}}{\partial y} = 0 \quad (\text{A1.26})$$

A1.3 - Condições de Contorno

A estrutura eletromagnética a ser analisada pertence a um domínio de cálculo limitado. Este possui fronteiras, fisicamente próximas à estrutura, que o delimitam. Em um caso real estes limites se encontram no infinito, não estando o campo magnético existente na peça circunscrito a um espaço limitado. Para que a limitação do domínio a uma pequena região do espaço produza resultados coerentes com a situação real da estrutura, torna-se necessário introduzir Condições de Contorno que condicionem os campos na interface entre diferentes meios e nos limites do domínio a se aproximarem de seu comportamento real. Neste trabalho, estas condições podem ser de três tipos: Dirichlet, Neumann e de Periodicidade.

(i) Condições de Dirichlet:

Em toda a fronteira Γ_1 , o potencial vetor magnético é imposto como condição de contorno. Neste caso, o potencial vetor magnético A é conhecido, fixo e constante, igual a um valor A_1 .

$$\frac{\partial A}{\partial \Gamma_1} = 0 \quad (\text{A1.27})$$

(ii) Condições de Neumann:

Neste caso, o potencial vetor magnético não é conhecido sobre a fronteira Γ_2 , sendo conhecido o fluxo que a atravessa. Em toda esta fronteira temos:

$$\frac{\partial A}{\partial \Gamma_2} = q \tag{A1.28}$$

Geralmente, em problemas do eletromagnetismo, q é nulo.

(iii) Condições de Periodicidade:

Alguns problemas podem se caracterizar pela repetição da geometria de um subdomínio. Essa característica é freqüente em máquinas elétricas girantes, onde este subdomínio é normalmente um pólo ou um par de pólos da máquina. Se as grandezas vetoriais conservam seus sentidos em subdomínios vizinhos, podemos classificar o problema com periódico. Se, entre subdomínios vizinhos, existe uma mudança de sentido de todas as grandezas vetoriais presentes, classificamos o problema como antiperiódico.

A identificação de periodicidade nos permite reduzir o domínio de cálculo a apenas um de seus subdomínios, sendo todo o domínio original representado com o auxílio das Condições de Periodicidade. Nos casos periódicos, esta condição impõe às fronteiras que delimitam a porção periódica potenciais com valores iguais. Nos casos antiperiódicos, ela impõem potenciais simétricos, ou seja, iguais em módulo, porém de sinais contrários, às fronteiras que delimitam a porção antiperiódica. Assim, basta a definição desta porção elementar, periódica ou antiperiódica, para que todo o domínio real seja caracterizado (Fig. A1.2).

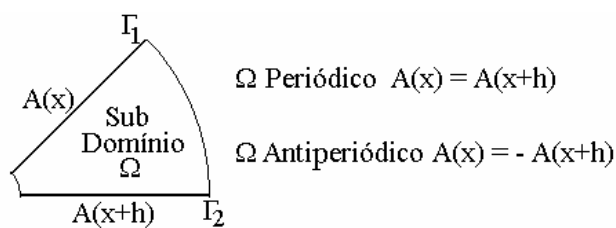


Figura A1.2 – Representação de domínios (anti) periódicos.

Além das fronteiras impostas pela delimitação do domínio, outras, internas a ele, estão presentes. São as interfaces de separação entre meios diferentes, presentes na estrutura eletromagnética e/ou no espaço onde ela está inserida.

Atribuindo os sub-índices 1 e 2 para diferenciarmos os campos presentes em dois meios vizinhos, devemos garantir:

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{B}_1 = \vec{n}_2 \cdot \vec{B}_2 \quad (\text{A1.29})$$

$$\vec{n}_1 \times \vec{H}_1 = \vec{n}_2 \times \vec{H}_2 \quad (\text{A1.30})$$

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{J}_1 = \vec{n}_2 \cdot \vec{J}_2 \quad (\text{A1.31})$$

$$\vec{n}_1 \times \vec{E}_1 = \vec{n}_2 \times \vec{E}_2 \quad (\text{A1.32})$$

Se não há correntes superficiais no limite de separação dos dois meios, as componentes tangenciais do campo magnético se conservam. Considerando a hipótese de um dos meios comportar ímãs permanentes, o meio 2, por exemplo, podemos obter, através da equação (A1.12):

$$\left(v_1 (H_1) \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} \right)_1 = \left(v_0 \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} \right)_2 + v_0 \vec{B}_{0t} \quad (\text{A1.33})$$

Garantindo-se a continuidade da componente normal da indução magnética, temos:

$$\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{\tau}} \right)_1 = \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{\tau}} \right)_2 \quad (\text{A1.34})$$

Se não existem ímãs permanentes nos meios em contato, a equação (A1.33) pode ser simplificada, sendo escrita na forma:

$$\left(v_1 (H_1) \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} \right)_1 = \left(v_2 (H_2) \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} \right)_2 \quad (\text{A1.35})$$

permanecendo a equação (A1.34) inalterada.

A1.4 - Equações dos Condutores

Os condutores presentes no domínio de cálculo podem ser classificados de acordo com dois tipos diferentes. Esta classificação leva em consideração a seção transversal dos condutores e a frequência dos fenômenos presentes. São eles condutores maciços ou espessos e condutores finos ou multifilamentares.

(i) Condutores Maciços ou Espessos:

Os condutores assim denominados possuem dimensões suficientemente grandes em relação às frequências dos fenômenos presentes, sendo considerada a distribuição irregular da corrente elétrica através de sua seção transversal devido ao efeito pelicular (Fig. A1.3).

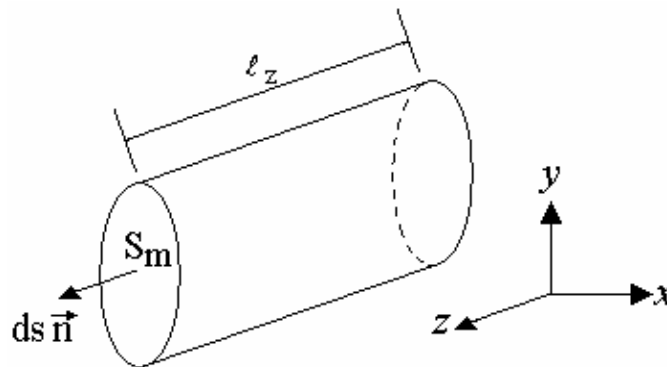


Figura A1.3 – Condutor espesso ou maciço.

A força eletromotriz em um condutor maciço é definida pela equação:

$$U_m = R_m I_m + R_m \iint_{S_m} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} ds \quad (\text{A1.36})$$

Através de (A1.36) podemos verificar que a corrente total que atravessa o condutor pode ser separada em duas parcelas: a primeira, uniformemente distribuída ao longo da seção transversal do condutor e a segunda, relativa às correntes induzidas no condutor.

(ii) Condutores Finos ou Multifilamentares:

Os condutores assim denominados apresentam dimensões reduzidas, sendo a corrente elétrica que os atravessa considerada uniformemente distribuída ao longo de sua seção transversal. São formados por N_{CO} condutores conectados em série, todos com seção suficientemente pequena para evitar o efeito pelicular, constituindo as espiras de uma bobina (Fig. A1.4).

A força eletromotriz no conjunto destes N_{CO} condutores finos é definida pela equação:

$$U_f = R_f I_f + N_{co} \frac{\ell_z}{S_f} \iint \frac{\partial A}{\partial t} ds \quad (A1.37)$$

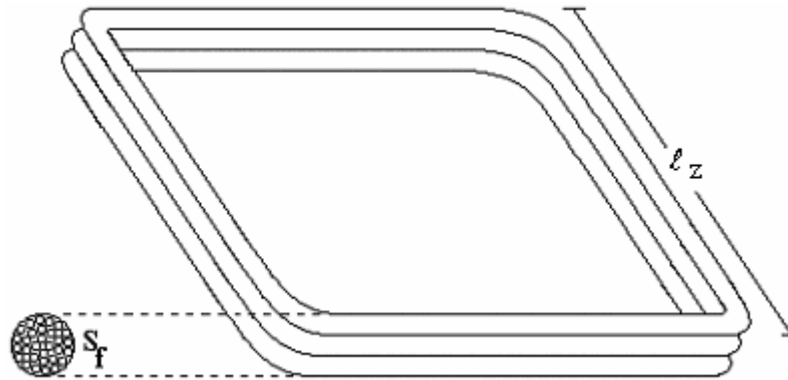


Figura A1.4 – Condutores finos ou multifilamentares.

A1.5 - Equação Global da Estrutura Eletromagnética

Os domínios de cálculo abordados neste trabalho podem conter materiais ferromagnéticos não-lineares, ímãs permanentes, condutores finos e condutores maciços. Desta forma, o comportamento dos campos presentes na estrutura eletromagnética pode ser estudado com o auxílio do sistema de equações a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial x} v(H) \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} v(H) \frac{\partial A}{\partial y} - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{I_f}{S_f / N_{co}} + \sigma \frac{U_m}{\ell_z} + v_0 \frac{\partial B_{0y}}{\partial x} - v_0 \frac{\partial B_{0y}}{\partial y} = 0$$

$$U_f = R_f I_f + R_f \iint_{S_f} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} ds + L_f \frac{dI_f}{dt} \quad (A1.38)$$

$$U_m = R_m I_m + R_m \iint_{S_m} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} ds$$

À segunda equação do sistema (A1.38) foi acrescentado o termo $L_f \frac{dI_f}{dt}$ que representa os efeitos da indutância de cabeça de bobina presente nos enrolamentos da estrutura, que são compostos por condutores finos.

A1.6 – Discretização do Problema

Dispositivos eletromagnéticos reais, particularmente as máquinas elétricas girantes, apresentam uma geometria complicada, não sendo possível a resolução analítica do sistema (A1.38). Para solucionar este problema, a resolução destas equações é feita com o auxílio de métodos numéricos. Neste trabalho, o Método de Elementos Finitos será utilizado para a discretização espacial do domínio e o Método de Resíduos Ponderados, particularmente o Método de Galerkin, para discretização de suas equações.

A1.6.1 - Método de Elementos Finitos

No Método de Elementos Finitos, o domínio de estudo deve ser subdividido ou discretizado. Em aplicações 2D, a superfície que representa este domínio é dividida em pequenas regiões, sendo cada uma delas denominada um “elemento finito”. Os pontos que definem o elemento são denominados “nós” ou “graus de liberdade”. Os nós que delimitam os elementos recebem uma numeração global ou real, única e distinta em cada um dos nós da malha (i, j, k), e uma numeração local ou interna ($1, 2, 3$). A numeração local é utilizada para realizar as operações algébricas sobre o n -ésimo elemento, resultando em um desenvolvimento genérico que se aplicará a cada elemento, independentemente de sua numeração real dentro da malha (Fig. A1.5).

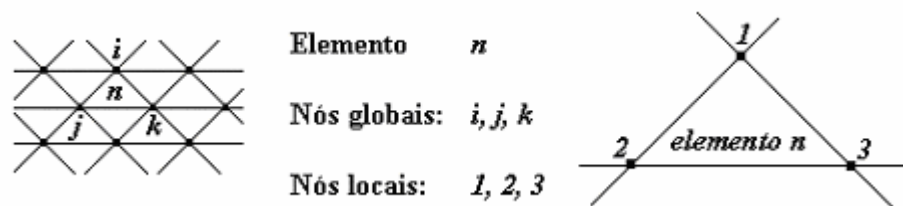


Figura A1.5 – Elemento finito isoparamétrico triangular de primeira ordem.

Neste trabalho são utilizados elementos finitos triangulares isoparamétricos de primeira ordem, ou seja, estes elementos são definidos pelos nós localizados em seus vértices e o potencial vetor magnético é definido por uma função linear da posição dentro do elemento, denominada Função de Forma ou de Interpolação. Assim, o potencial $A(x, y)$ é representado pela equação:

$$A(x, y) = \sum_{k=1}^{nno} A_k N_k \tag{A1.39}$$

N_k é uma função associada ao nó k , tal que quando $x = x_k$ e $y = y_k$ teremos $A(x_k, y_k) = A_k$, logo, $N_k(x_k, y_k) = 1$. Todas as outras demais $K - 1$ funções devem valer $N_j(x_k, y_k) = 0$ para $j \neq k$. Teremos assim uma função que atua fortemente no nó onde é definida, onde se iguala a um, e que decresce linearmente ao se afastar deste nó em direção aos nós vizinhos, sendo zero sobre estes nós, como ilustra a Figura A1.6.

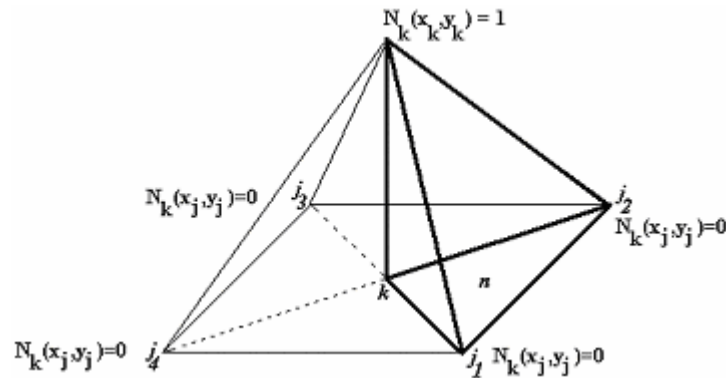


Figura A1.6 – Função de forma ou interpolação.

A1.6.2 - Método de Resíduos Ponderados

A solução A obtida utilizando-se um método numérico é uma aproximação e difere da solução exata \bar{A} que seria obtida através da resolução analítica do problema. Quando substituimos a solução obtida através de um método numérico na equação (A1.38) que define o problema, ela gera um resíduo, \mathfrak{R} :

$$\frac{\partial}{\partial x} v(H) \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} v(H) \frac{\partial A}{\partial y} - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{I_f}{S_f / N_{co}} + \sigma \frac{U_m}{l_z} + v_0 \frac{\partial B_{0y}}{\partial x} - v_0 \frac{\partial B_{0y}}{\partial y} = \mathfrak{R} \tag{A1.40}$$

Para estabelecermos um procedimento numérico, forçaremos \mathfrak{R} a zero utilizando a operação:

$$\langle W, \mathfrak{R} \rangle = \int_{\Omega} W \mathfrak{R} d\Omega = 0 \tag{A1.41}$$

Neste caso, a equação (A1.40) ficará:

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} W \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} v(H) \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} v(H) \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \right. \\ \left. + \left(-\sigma \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{I_f}{S_f / N_{co}} + \sigma \frac{U_m}{\ell_z} \right) + \right. \\ \left. + \left(v_0 \frac{\partial B_{0y}}{\partial x} - v_0 \frac{\partial B_{0x}}{\partial y} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (A1.42)$$

Os termos agrupados entre parênteses se referem a partes distintas da estrutura eletromagnética e serão analisados separadamente.

- (i) O primeiro termo se refere à definição do potencial vetor magnético, dada em (A1.16), e se aplica a todo o domínio.

$$\iint_{\Omega} W \left(\frac{\partial}{\partial x} v(H) \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} v(H) \frac{\partial A}{\partial y} \right) d\Omega \quad (A1.43)$$

Aplicando a identidade vetorial:

$$Y \vec{\nabla} \cdot \vec{X} = \vec{\nabla} \cdot Y \vec{X} - \vec{X} \cdot \vec{\nabla} Y, \quad \forall \vec{X} \text{ e } Y \quad (A1.44)$$

e o teorema da divergência, obtemos:

$$\oint_{\Gamma(\Omega)} W v(H) \text{grad } A \cdot \vec{n} d\Gamma - \iint_{\Omega} v(H) \text{grad } A \cdot \text{grad } W d\Omega \quad (A1.45)$$

- (ii) O segundo termo se refere à existência de condutores finos e maciços e se aplica às regiões do domínio por eles ocupadas.

$$\iint_{\Omega} W \frac{I_f}{S_f / N_{co}} d\Omega - \iint_{\Omega} W \sigma \frac{\partial A}{\partial t} d\Omega - \iint_{\Omega} W \sigma \frac{U_m}{\ell_z} d\Omega \quad (A1.46)$$

- (iii) O terceiro termo se refere à existência de ímãs permanentes e se aplica às regiões por eles ocupadas.

$$\iint_{\Omega} W v_0 \left(\frac{\partial B_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial B_{0x}}{\partial y} \right) d\Omega \quad (A1.47)$$

Aplicando a identidade vetorial dada em (A1.44) e a divergência, temos:

$$\oint_{\Gamma(\Omega)} W v_0 B_{0t} d\Gamma - \iint_{\Omega} v_0 \left(B_{0y} \frac{\partial W}{\partial x} - B_{0x} \frac{\partial W}{\partial y} \right) d\Omega \quad (A1.48)$$

Agrupando as equações obtidas em (A1.46) - (A1.48) teremos novamente a equação geral do problema.

$$\begin{aligned} & \oint_{\Gamma(\Omega)} W v(H) \text{grad } A \cdot \bar{n} d\Gamma - \iint_{\Omega} v(H) \text{grad } A \cdot \text{grad } W d\Omega + \\ & + \iint_{\Omega} W \sigma \frac{\partial A}{\partial t} d\Omega + \iint_{\Omega} W \frac{I_f}{S_f / N_{co}} d\Omega - \iint_{\Omega} W \sigma \frac{U_m}{\ell_z} d\Omega + \\ & + \oint_{\Gamma(\Omega)} W v_0 B_{0t} d\Gamma - \iint_{\Omega} v_0 \left(B_{0y} \frac{\partial W}{\partial x} - B_{0x} \frac{\partial W}{\partial y} \right) d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (A1.49)$$

O primeiro e sexto termos do lado direito de (A1.49), integrais sobre os contornos do domínio, estão relacionados com as condições de contorno do problema, sendo nulos nas fronteiras que receberam condições de Dirichlet e Neumann e sendo a sua soma nula nas fronteiras internas do domínio, devido à materiais diferentes.

Da mesma forma, a soma das integrais em Ω também deve ser nula. Assim, a equação (A1.49) pode ser simplificada, sendo reescrita na forma:

$$\begin{aligned} & - \iint_{\Omega} v(H) \text{grad } A \cdot \text{grad } W d\Omega + \iint_{\Omega} W \sigma \frac{\partial A}{\partial t} d\Omega + \iint_{\Omega} W \frac{I_f}{S_f / N_{co}} d\Omega + \\ & - \iint_{\Omega} W \sigma \frac{U_m}{\ell_z} d\Omega - \iint_{\Omega} v_0 \left(B_{0y} \frac{\partial W}{\partial x} - B_{0x} \frac{\partial W}{\partial y} \right) d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (A1.50)$$

A equação (A1.50) é geralmente denominada como uma “forma fraca” de formulação. A origem desta terminologia está no fato de, na equação (A1.42), existirem termos de derivadas de segunda ordem, enquanto que na equação (A1.50) existem apenas derivadas de primeira ordem, o que torna a sua manipulação, em termos de técnicas numéricas, mais simples.

A1.6.3 - Método de Galerkin

Agora se torna necessária a aplicação do conceito de discretização do domínio ao método residual. Para um domínio discretizado Ω teremos a equação (A1.41) dada por:

$$\sum_{k=1}^{nno} \int_{\Omega_k} W_k \mathfrak{R}_k d\Omega = 0 \quad (\text{A1.51})$$

A equação (A1.51) corresponde a nno equações, para nno valores de potencial desconhecidos em nno nós presentes na resolução do problema.

Segundo a escolha da Função de Ponderação, diferentes variantes do método de resíduos ponderados podem aparecer. O Método de Galerkin consiste em adotar como Função de Ponderação a mesma função estabelecida como Função de Forma ou Interpolação no Método de Elementos Finitos, que neste trabalho é a função linear descrita em (A1.39).

$$W(x, y) = N(x, y) \quad (\text{A1.52})$$

Esta escolha conduz a um tipo particular de método de resíduo ponderado e apresenta como vantagem a simplificação no tratamento do problema, pois nos permite realizar a integração por elemento, ao invés de realizarmos por nó, como sugere a equação (A1.51).

A1.7 - Sistema Matricial de Equações do Dispositivo Eletromagnético

De acordo com as condições expressas anteriormente, podemos escrever o sistema de equações obtido em (A1.51) na forma matricial a seguir:

$$\mathbf{SS}(\mu) \mathbf{A} + \mathbf{N} \frac{d}{dt} \mathbf{A} - \mathbf{P}_f \mathbf{I}_f - \mathbf{P}_m \mathbf{U}_m = \mathbf{D}$$

$$\mathbf{Q}_m \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \mathbf{R}_m \mathbf{I}_m = \mathbf{U}_m \quad (\text{A1.53})$$

$$\mathbf{Q}_f \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \mathbf{R}_f \mathbf{I}_f + \mathbf{L}_f \frac{d}{dt} \mathbf{I}_f = \mathbf{U}_f$$

As matrizes globais do sistema acima são obtidas durante o processo de montagem das matrizes elementares devido aos métodos de Elementos Finitos e de Galerkin.

A matriz $\mathbf{SS}(\mu)$ está relacionada à permeabilidade dos materiais presentes no domínio, recebendo a contribuição de todos os elementos da malha de elementos finitos. Seus elementos ss_{ij} são calculados segundo a equação:

$$ss_{ij} = \iint_{\Omega_e} v(H) \text{grad } N_i \cdot \text{grad } N_j \, d\Omega \quad (\text{A1.54})$$

A matriz \mathbf{N} está relacionada à condutividade dos materiais presentes no domínio, recebendo a contribuição apenas dos elementos da malha preenchidos por materiais condutores ($\sigma \neq 0$). Seus elementos n_{ij} são calculados segundo a equação:

$$n_{ij} = \iint_{\Omega_e} \sigma N_i N_j \, d\Omega \quad (\text{A1.55})$$

A matriz \mathbf{P}_f relaciona a corrente que atravessa o elemento aos seus nós, recebendo a contribuição apenas dos elementos da malha preenchidos por condutores finos ou multifilamentares. Seus elementos p_{ij} são calculados segundo a equação:

$$p_{ij}^f = \iint_{\Omega_e} \frac{N_{coj}}{S_{fj}} N_i \, d\Omega \quad (\text{A1.56})$$

A matriz \mathbf{P}_m relaciona a tensão induzida no elemento aos seus nós, recebendo a contribuição apenas dos elementos da malha preenchidos por condutores maciços. Seus elementos p_{ij} são calculados segundo a equação:

$$p_{ij}^m = \iint_{\Omega_e} \frac{\sigma_j}{\ell_z} N_i \, d\Omega \quad (\text{A1.57})$$

\mathbf{Q}_f e \mathbf{Q}_m são as matrizes de enlace de fluxo nos condutores finos e maciços, respectivamente, recebendo apenas a contribuição dos elementos da malha preenchidos por estes condutores. Seus elementos q_{ij} são calculados segundo as equações:

$$q_{ij}^f = \iint_{\Omega_e} \frac{N_{coi} \ell_z}{S_{fi}} N_j d\Omega \quad (A1.58)$$

no caso de condutores finos, e:

$$q_{ij}^m = \iint_{\Omega_e} R_{mi} \sigma_i N_j d\Omega \quad (A1.59)$$

no caso de condutores maciços.

O vetor \mathbf{D} recebe a contribuição dos elementos da malha preenchidos por materiais com induções remanentes, estando assim relacionado aos ímãs presentes no domínio. Seus elementos d_{ij} são dados por:

$$d_{ij} = \iint_{\Omega_e} v_0 \left(\text{grad } N_i \times \bar{\mathbf{B}}_0 \right) \cdot \bar{\mathbf{k}} d\Omega \quad (A1.60)$$

A1.7.1 – Método de Euler

O sistema (A1.53) é um sistema temporal e, para ser resolvido numericamente, deve ser discretizado no tempo. Segundo o Método de Euler, a derivada de uma função em um instante $t + \Delta t$ pode ser aproximada por:

$$\frac{d}{dt} Y(t + \Delta t) = \frac{Y(t + \Delta t) - Y(t)}{\Delta t} \quad (A1.61)$$

Aplicando-se a discretização em (A1.61) ao sistema (A1.53), obtemos:

$$\mathbf{SS}(\mu) \mathbf{A}(t + \Delta t) + \frac{\mathbf{N}}{\Delta t} (\mathbf{A}(t + \Delta t) - \mathbf{A}(t)) - \mathbf{P}_f \mathbf{I}_f(t) - \mathbf{P}_m \mathbf{U}_m(t) = \mathbf{D}$$

$$\frac{\mathbf{Q}_m}{\Delta t} (\mathbf{A}(t + \Delta t) - \mathbf{A}(t)) + \mathbf{R}_m \mathbf{I}_m(t) = \mathbf{U}_m(t) \quad (A1.62)$$

$$\frac{\mathbf{Q}_f}{\Delta t} (\mathbf{A}(t + \Delta t) - \mathbf{A}(t)) + \mathbf{R}_f \mathbf{I}_f(t) + \frac{\mathbf{L}_f}{\Delta t} (\mathbf{I}_f(t + \Delta t) - \mathbf{I}_f(t)) = \mathbf{U}_f(t)$$

O sistema (A1.62) possui três equações e, a princípio, cinco variáveis ($\mathbf{A}, \mathbf{U}_f, \mathbf{I}_f, \mathbf{U}_m, \mathbf{I}_m$). Para que uma solução possa ser estabelecida, duas dessas variáveis devem ser consideradas como entradas do problema, ou seja, como valores conhecidos durante todo o intervalo de avaliação do sistema. Normalmente, as variáveis escolhidas são as tensões nos condutores finos e maciços.

Um caso particular ocorre quando todos os condutores maciços do domínio são considerados curto-circuitados entre si, ou seja, quando a tensão imposta entre seus terminais é nula. Neste caso o sistema pode ser reduzido a apenas duas equações:

$$\mathbf{SS}(\mu)\mathbf{A}(t + \Delta t) + \frac{\mathbf{N}}{\Delta t}(\mathbf{A}(t + \Delta t) - \mathbf{A}(t)) - \mathbf{P}_f \mathbf{I}_f(t) = \mathbf{D} \quad (\text{A1.63})$$

$$\frac{\mathbf{Q}_f}{\Delta t}(\mathbf{A}(t + \Delta t) - \mathbf{A}(t)) + \mathbf{R}_f \mathbf{I}_f(t) + \frac{\mathbf{L}_f}{\Delta t}(\mathbf{I}_f(t + \Delta t) - \mathbf{I}_f(t)) = \mathbf{U}_f(t)$$

e a corrente nos condutores maciços pode ser determinada *a posteriori*, utilizando-se os potenciais previamente calculados, através da equação:

$$\mathbf{I}_m(t) = -\mathbf{R}_m^{-1} \left[\frac{\mathbf{Q}_m}{\Delta t}(\mathbf{A}(t + \Delta t) - \mathbf{A}(t)) \right] \quad (\text{A1.64})$$

A1.7.2 – Casos Não-Lineares

Em domínios contendo apenas materiais lineares, ou operando em sua região linear, o sistema (A1.62) deve ser resolvido uma única vez a cada instante de tempo considerado, utilizando-se como valor de permeabilidade magnética dos materiais presentes um valor constante e igual ao valor de permeabilidade dos materiais em sua região linear.

No entanto, se o efeito da saturação nos materiais ferromagnéticos é relevante, torna-se necessária uma avaliação não-linear do sistema. A permeabilidade dos materiais não-lineares deixa então de assumir um valor constante e passa a ser calculada, a cada instante de avaliação do sistema, de acordo com a curva BH do material e com os valores de campo existentes. Assim, para cada instante de cálculo considerado, existirá um ciclo de convergência local dos valores de μ em cada elemento da malha.

Neste trabalho, a curva BH que caracteriza os materiais não-lineares é descrita por um conjunto de pontos. Quando o valor do campo calculado estiver compreendido entre dois pontos pertencentes à curva, o valor da permeabilidade é avaliado fazendo-se uma interpolação linear a partir dos valores dos campos nos pontos imediatamente abaixo e acima do valor calculado. Nos casos onde o valor do campo calculado é superior ao valor de campo do último ponto da curva, uma extrapolação exponencial é feita usando-se os últimos dois pontos da curva.

Dois métodos são utilizados para se estabelecer o ciclo de convergência. Os primeiros passos são dados obedecendo-se o Método das Aproximações Sucessivas, onde o cálculo linear do sistema é feito usando-se o valor de permeabilidade obtido no passo anterior. Em seguida o método é alterado para o Método de Newton-Raphson, que diminui o tempo de convergência, uma vez que o ponto de partida usado, gerado pelo método anterior, está próximo da solução. Em ambos os métodos é feita uma sub-relaxação do sistema de equações.

Anexo 2 – Equações do Conversor Estático

Neste anexo é apresentada uma breve revisão sobre o estudo topológico de circuitos elétricos. Este estudo tem como base a Teoria dos Grafos Lineares e sua aplicação é particularizada à teoria de circuitos elétricos. Ele mostra como, a partir dos dados de entrada dos elementos de um circuito elétrico, é possível se estabelecer uma árvore e, conseqüentemente, determinar seus elementos ramo e elo.

Definida uma árvore do circuito, podemos aplicar as Leis de Kirchhoff das Malhas e dos Nós para relacionarmos seus elementos ramos e elos. Esta relação é feita utilizando-se a matriz denominada Matriz de Laços Fundamentais.

O conversor estático, que neste trabalho está sempre conectado a um dispositivo eletromagnético, é então modelado em variáveis de estado e suas equações são construídas automaticamente a partir da declaração de sua topologia e dos valores de seus elementos.

Os semicondutores presentes operam como chaves ou interruptores, sendo modelados como resistores cujas resistências obedecem a uma lógica binária, apresentando dois valores distintos relativos aos dois estados distintos dos semicondutores, condução e bloqueio.

Durante um intervalo de simulação, várias mudanças de estado podem ocorrer nos diversos interruptores do circuito. A combinação de estados presente em vários períodos define as diversas seqüências de operação do conversor, o que modifica constantemente suas características. A determinação destas mudanças, e conseqüentemente das diversas seqüências de operação, é feita de forma totalmente automática, não sendo necessário o conhecimento *a priori* do funcionamento do conversor.

A2.1 – Estudo Topológico de Circuitos

As características de qualquer circuito elétrico dependem dos elementos usados e de como estes elementos estão conectados entre si. A Topologia dos Circuitos (ou Teoria dos Grafos Lineares) trata somente da maneira como os elementos estão interligados e não da natureza dos próprios elementos. Um grande número de propriedades úteis pode ser deduzido de tal estudo e estas propriedades podem ser aplicadas em teoria de circuitos.

Aqui são apresentadas algumas definições básicas sobre esta teoria, utilizadas durante o desenvolvimento deste trabalho, sendo necessárias para seu entendimento.

A2.1.1 – Grafo Linear

Em qualquer circuito elétrico podemos identificar o número de elementos, b , e o número de nós, n , presentes. Na figura A2.1 é representado um circuito com 5 elementos e 4 nós ($b = 5, n = 4$). Tomaremos este circuito como exemplo para as definições que virão a seguir.

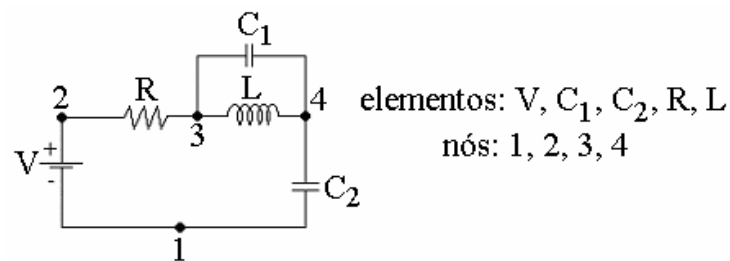


Figura A2.1 – Circuito elétrico.

Um grafo linear, ou simplesmente um grafo, é formado a partir do circuito elétrico original, desprezando-se a natureza dos elementos presentes, substituindo-os por simples linhas, denominadas braços, e representando os nós por pontos. O grafo do circuito acima é mostrado na figura A2.2.

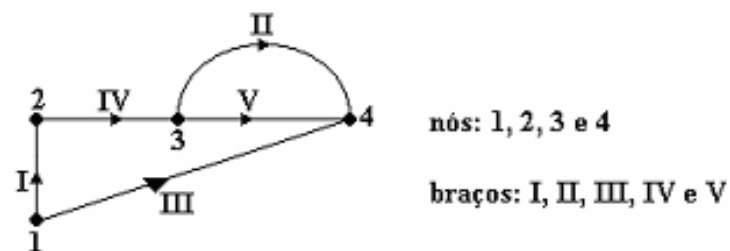


Figura A2.2 – Grafo orientado.

Um grafo orientado tem uma seta de orientação associada a cada braço. Esta orientação pode ser qualquer, por exemplo, pode ser escolhida utilizando-se as setas de corrente ou tensão do circuito original. Neste trabalho será adotado o sentido positivo da corrente para orientação dos braços que correspondem a dispositivos semicondutores. O sentido dessa orientação fica assim amarrado ao único sentido no qual o dispositivo permite que se estabeleça uma circulação de

corrente. Da mesma forma, o sentido dos braços vinculados a elementos geradores em corrente contínua, fontes de tensão e de corrente CC, será aquele no qual a corrente é injetada no circuito. Nos demais elementos, o sentido pode ser qualquer.

Um grafo conectado é aquele onde existe um caminho entre quaisquer dois nós. Um grafo não conectado consiste de duas ou mais partes isoladas, correspondendo a circuitos também isolados, podendo estes ser analisados separadamente. As figuras em A2.3(a) e A2.3(b) são exemplos de grafos conectado e não conectado, respectivamente.

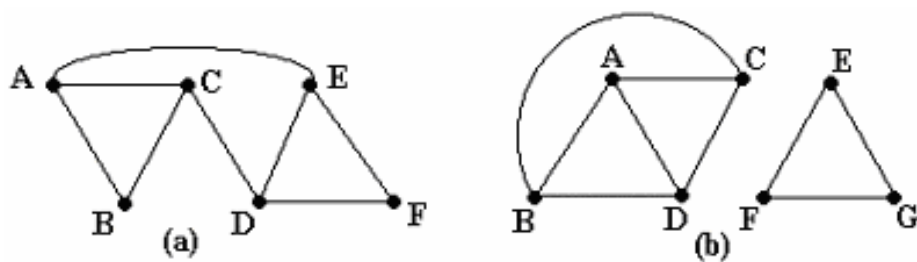


Figura A2.3 – (a) Grafo conectado; (b) Grafo não conectado.

A2.1.2 – Laço

Um laço de um grafo é um conjunto de braços que formam um único caminho fechado. Cada nó em um laço deve ter exatamente dois braços, pertencentes ao laço, ligados a ele.

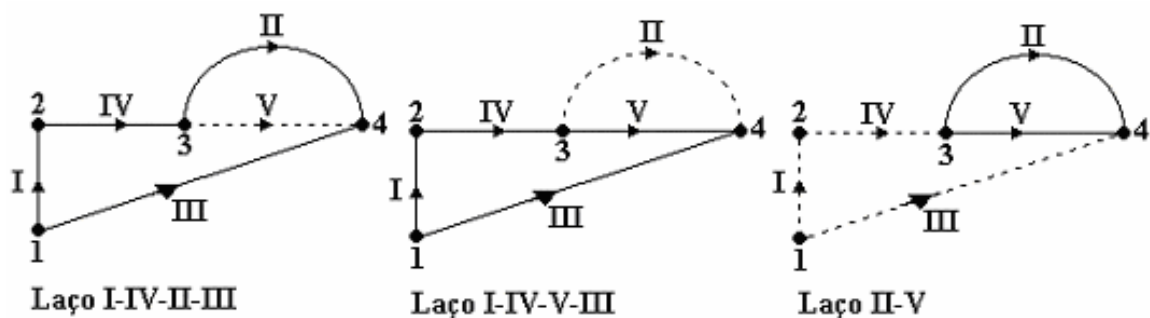


Figura A2.4 – Possíveis laços da figura A2.2.

A2.1.3 – Árvore

Uma árvore de um grafo é um sub-grafo conectado que liga todos os seus nós, mas que não contém nenhum laço. Assim, quando todos os n nós tiverem sido ligados, a árvore conterá exatamente $(n - 1)$ braços.

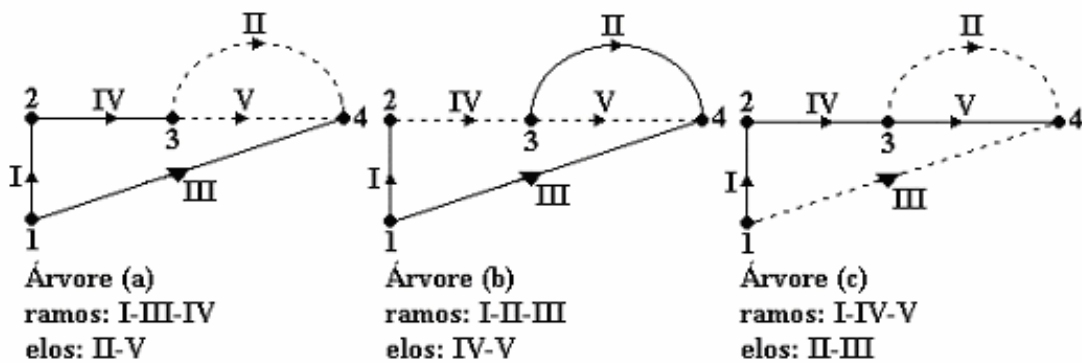


Figura A2.5 – Algumas possíveis árvores da figura A2.2.

Na escolha de uma árvore, os braços de um grafo podem ser divididos em duas categorias mutuamente exclusivas: os ramos, r , são os $(n - 1)$ braços que pertencem à árvore e os elos, e , braços que não pertencem à árvore. O número de elos presentes em um grafo pode ser obtido através da equação:

$$e = b - n + 1 \tag{A2.1}$$

Um conjunto de elos pode conter ou não um ou mais laços.

A2.1.4 – Corte Fundamental

Um corte é um conjunto de braços cuja remoção divide o grafo original em dois sub-grafos não conexos. Já um Corte Fundamental é aquele que contém, dentro deste conjunto de braços, apenas um único ramo da árvore considerada. Assim, podemos afirmar que o número de cortes fundamentais, N_{CF} , é igual ao número de ramos do grafo, e assim atribuir a cada corte fundamental a orientação do ramo que o caracteriza.

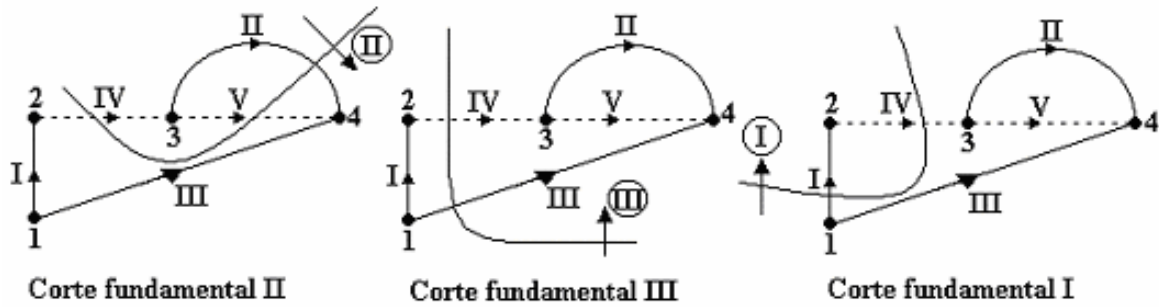


Figura A2.6 – Cortes fundamentais da figura A2.5(b).

A2.1.5 – Laço Fundamental

Analogamente, podemos definir um Laço Fundamental como aquele que contém apenas um único elo dentre os braços que o compõe. Deste forma, teremos o número de laços fundamentais, N_{LF} , igual ao número de elos do grafo e possuindo, cada um, a orientação do elo que o caracteriza.

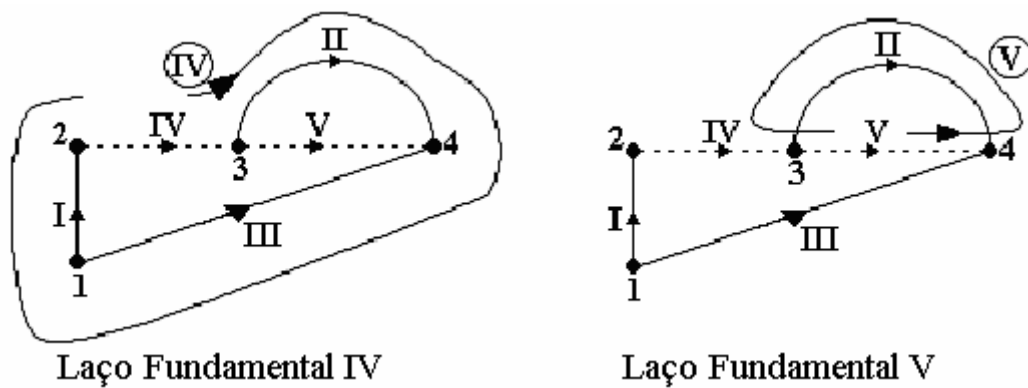


Figura A2.7 – Laços fundamentais da figura A2.5(b).

Com o auxílio das duas últimas definições podemos obter duas matrizes essenciais à formulação automática das equações do circuito: a Matriz de Cortes Fundamentais, \mathbf{K} , e a Matriz de Laços Fundamentais, \mathbf{B} .

A2.1.6 - Matriz de Cortes Fundamentais

A Matriz de Cortes Fundamentais é uma matriz esparsa. Seus elementos k_{ij} não nulos obedecem aos critérios abaixo:

- $k_{ij} = +1$ - se o braço j pertence ao corte i , tendo os dois a mesma orientação;
- $k_{ij} = -1$ - se o braço j pertence ao corte i , tendo os dois orientações contrárias.

Sua montagem é feita através da varredura dos N_{CF} cortes fundamentais e dos b braços do grafo. Assim, sua dimensão final é igual a:

$$\dim(\mathbf{K}) = (n-1) \times (b) \quad (\text{A2.2})$$

Podemos ordenar as colunas de \mathbf{K} , colocando primeiro os ramos e depois os elos do circuito. Esta ordenação nos permite separar a matriz original em duas sub-matrizes, \mathbf{K}_r e \mathbf{K}_e , como a seguir:

$$\mathbf{K} = [\mathbf{K}_r \ \mathbf{K}_e] \quad (\text{A2.3})$$

onde temos a sub-matriz \mathbf{K}_r igual à matriz identidade de ordem $(n-1)$:

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{1}_{(n-1)} \quad (\text{A2.4})$$

De acordo com a Lei dos Nós de Kirchhoff, o somatório das correntes nos braços de um corte é igual a zero:

$$\mathbf{K} \mathbf{I} = \mathbf{0} \quad (\text{A2.5})$$

então, teremos:

$$[\mathbf{K}_r \ \mathbf{K}_e] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_r \\ \mathbf{I}_e \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (\text{A2.6})$$

que podemos escrever como:

$$\mathbf{I}_r = -\mathbf{K}_e \mathbf{I}_e \quad (\text{A2.7})$$

Para o exemplo ilustrado na figura A2.6, teremos:

$$\mathbf{K} = [\mathbf{K}_r \ \mathbf{K}_e] = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{ramos} & \text{elos} \\ \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \left\{ \begin{array}{l} \text{corte I} \\ \text{corte II} \\ \text{corte III} \end{array} \right. \end{matrix} \quad (\text{A2.8a})$$

onde:

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.8b})$$

e, assim, podemos relacionar as correntes nos ramos às correntes nos elos do circuito através de:

$$\begin{bmatrix} I_{r1} \\ I_{r2} \\ I_{r3} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{e4} \\ I_{e5} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.8c})$$

A2.1.7 - Matriz de Laços Fundamentais

Semelhante à Matriz de Cortes Fundamentais, a Matriz de Laços Fundamentais também é uma matriz esparsa. Seus elementos b_{ij} não nulos obedecem aos critérios:

- $b_{ij} = +1$ - se o braço j pertence ao laço i , tendo ambos a mesma orientação;
- $b_{ij} = -1$ - se o braço j pertence ao laço i , tendo orientação contrária a ele.

Sua dimensão final é:

$$\dim(\mathbf{B}) = (b - n + 1) \times (b) \quad (\text{A2.9})$$

Analogamente, podemos ordenar as colunas de \mathbf{B} , colocando primeiro os ramos e depois os elos do circuito, e assim separá-la em duas sub-matrizes, \mathbf{B}_r e \mathbf{B}_e , como a seguir:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_r \mathbf{B}_e] \quad (\text{A2.10})$$

onde temos a sub-matriz \mathbf{B}_e igual à matriz identidade de ordem $(b - n + 1)$:

$$\mathbf{B}_e = \mathbf{1}_{(b-n+1)} \quad (\text{A2.11})$$

De acordo com a Lei das Malhas de Kirchhoff, o somatório das tensões nos braços de um laço é igual a zero:

$$\mathbf{B} \mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (\text{A2.12})$$

então, teremos:

$$[\mathbf{B}_r \mathbf{B}_e] \begin{bmatrix} \mathbf{U}_r \\ \mathbf{U}_e \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (\text{A2.13})$$

que podemos escrever como:

$$\mathbf{U}_e = -\mathbf{B}_r \mathbf{U}_r \quad (\text{A2.14})$$

Para o exemplo ilustrado na figura A2.7, teremos:

	ramos	elos				
	I	II	III	IV	V	

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_r \mathbf{B}_e] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left\langle \begin{array}{l} \text{laço IV} \\ \text{laço V} \end{array} \right. \quad (\text{A2.15a})$$

onde:

$$\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{2.15b})$$

Assim, podemos relacionar as quedas de tensão nos elos e ramos do circuito:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{e4} \\ \mathbf{U}_{e5} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{r1} \\ \mathbf{U}_{r2} \\ \mathbf{U}_{r3} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.15c})$$

A2.1.8 - Relação entre \mathbf{K}_e e \mathbf{B}_r

A sub-matriz de cortes fundamentais, \mathbf{K}_e , expressa a relação existente entre a orientação dos ramos que caracterizam os cortes e os elos a eles pertencentes. Do mesmo modo, a sub-matriz de laços fundamentais, \mathbf{B}_r , expressa a relação entre a orientação dos elos que caracterizam os laços e os ramos pertencentes a estes laços. Laços e cortes, elos e ramos, estão intimamente relacionados, obedecendo à topologia do grafo que os deu origem. Da mesma forma, se encontram inter-relacionadas as sub-matrizes \mathbf{K}_e e \mathbf{B}_r e para chegarmos a esta relação utilizaremos um exemplo.

A figura A2.8 mostra os cortes fundamentais I e III e o laço fundamental IV da árvore (b) da figura A2.5. Esta árvore representa uma dentre diversas possibilidades que poderiam ser adotadas.

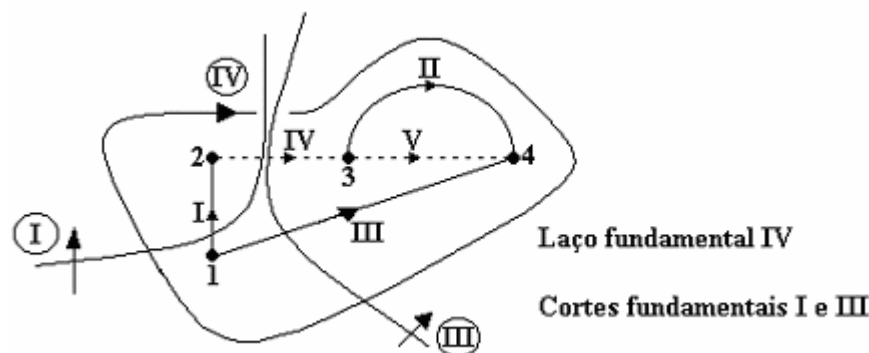


Figura A2.8 – Relação entre as matrizes \mathbf{K}_e e \mathbf{B}_r .

Três casos podem ser apresentados:

- (i) O ramo I tem a mesma orientação do laço fundamental IV, portanto o termo $b_{41} = 1$. A orientação do elo IV é contrária à orientação do corte fundamental I, então o termo $k_{14} = -1$;
- (ii) O ramo III tem orientação contrária a do laço fundamental IV, portanto o termo $b_{43} = -1$. A orientação do elo IV é a igual a do corte fundamental III e o termo $k_{34} = 1$;
- (iii) Todo ramo i que não pertence ao laço fundamental IV gera um termo $b_{4i} = 0$. Analogamente, se o corte i não corta o elo IV, o termo $k_{i4} = 0$.

Fica claro, assim, que os elementos b_{ij} e k_{ji} são simétricos. Desta forma, a relação que liga as sub-matrizes de cortes e de laços fundamentais é:

$$\mathbf{K}_e = -\mathbf{B}_r^T \quad (\text{A2.16})$$

Podemos verificar a relação (A2.16) com o auxílio de (A2.8c) e (A2.15c), que são as matrizes \mathbf{K}_e e \mathbf{B}_r da árvore (b) representada na figura A2.5. Estas matrizes estão reproduzidas a seguir:

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.17})$$

O equacionamento automático dos circuitos está diretamente ligado à determinação de \mathbf{K}_e ou \mathbf{B}_r . Essas matrizes são facilmente obtidas utilizando-se a Matriz de Incidência do circuito e o Algoritmo de Welsh, abordados a seguir.

A2.2 - Determinação Automática de \mathbf{B}_r

A2.2.1 - Matriz de Incidência

A partir da declaração dos elementos de um circuito é possível montar sua Matriz de Incidência, \mathbf{F} . Esta matriz carrega a informação dos nós a que estão conectados os terminais dos elementos presentes no circuito. Estes nós são comumente denominados nós *de* e *para*, dependendo da orientação do braço vinculado ao elemento que sai *de* um nó *para* outro.

A matriz \mathbf{F} pode ser obtida fazendo-se a varredura de cada um dos elementos do circuito, verificando seus nós de conexão. Desta forma, suas colunas correspondem aos elementos e suas linhas, aos nós do circuito, sendo sua dimensão final $(n \times b)$. Como os elementos utilizados possuem dois terminais, ou seja, são bipolos elétricos, a matriz de incidência apresenta grande esparsidade, possuindo em cada uma de suas colunas apenas dois termos não nulos, sendo estes dados por:

- $f_{ij} = +1$ - se o braço j sai do nó i ;

- $f_{ij} = -1$ - se o braço j chega ao nó i .

No momento de sua construção, é feita a consideração da natureza dos elementos do circuito, se gerador ou se receptor. Em elementos geradores, fontes de tensão e corrente, a queda de tensão entre seus terminais ocorre no mesmo sentido da circulação de corrente enquanto que, em elementos receptores, resistores, capacitores, indutores, enrolamentos e interruptores, a queda de tensão e a corrente têm sentidos contrários (figura A2.9).

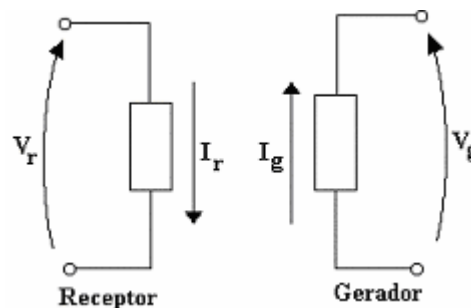


Figura A2.9 – Elementos gerador e receptor: convenção de sinais.

A distinção entre estes dois tipos de elemento é obtida invertendo-se os sinais dos termos das colunas de \mathbf{F} que correspondem a elementos receptores.

Neste trabalho é adotado um critério para ordem de entrada dos elementos na montagem da Matriz de Incidência: primeiramente são lidos os nós de todas as fontes de tensão presentes no circuito. Em seguida são lidos os nós dos capacitores, dos elementos resistivos (interruptores e resistores), dos indutores, dos enrolamentos do dispositivo eletromagnético e, por último, os nós das fontes de corrente. Esta ordem de entrada deve ser rigorosamente observada devido à definição das variáveis de estado utilizadas no equacionamento do circuito e das variáveis utilizadas no acoplamento com as equações de campo.

Após montada a Matriz de Incidência de um circuito, se torna bastante simples a conferência de suas ligações para verificação da presença de um circuito aberto. Basta proceder à leitura das linhas de \mathbf{F} . Cada uma delas deve conter, pelo menos, dois elementos não nulos, que correspondem a dois braços conectados àquele nó, correspondente àquela linha.

Abaixo está a matriz de incidência do circuito mostrado na figura A2.1. Nela estão observados o critério de entrada dos elementos e a convenção de sinais, expressos acima:

$$\begin{array}{cccccc}
 \text{elementos} & V & C_1 & C_2 & R & L \\
 \mathbf{F} = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \left. \begin{array}{l} \text{nó 1} \\ \text{nó 2} \\ \text{nó 3} \\ \text{nó 4} \end{array} \right\} & & & (A2.18)
 \end{array}$$

Partindo-se de \mathbf{F} , podemos aplicar o Algoritmo de Welsh para determinação da árvore do circuito, ou seja, para identificação de seus elementos ramo e elo, e de sua matriz de laços fundamentais.

A2.2.2 - Algoritmo de Welsh

O Algoritmo de Welsh consiste de algumas etapas principais. Primeiramente são identificados os ramos e os elos do circuito, ficando assim definida a árvore que o representará. Em seguida é montada uma matriz de incidência alterada, \mathbf{F}' , composta de duas sub-matrizes: \mathbf{F}'_r , montada com os elementos ramo do circuito e \mathbf{F}'_e , com os elementos elo. Com o auxílio destas duas matrizes obtemos a sub-matriz de laços fundamentais \mathbf{B}_r .

Primeiramente, parte-se da leitura seqüencial dos n termos, correspondentes às n linhas, das b colunas da Matriz de Incidência. Em cada coluna j lida é procurado o primeiro termo não nulo. A linha i deste termo não nulo fica, a princípio, marcada, enquanto três verificações são feitas:

- (i) Se a linha i , a qual pertence o elemento j não nulo, não aparece marcada em nenhuma das colunas anteriores, então todos os outros elementos não nulos desta coluna devem ser zerados, fazendo-se combinações lineares das linhas restantes com a linha i . O elemento correspondente a esta coluna é considerado um ramo do circuito e a linha do termo não nulo permanece marcada;
- (ii) Se a linha i , a qual pertence o elemento j não nulo, aparece marcada anteriormente, procura-se o próximo termo não nulo e verifica-se se sua linha não aparece marcada. Repete-se a procura até que esta condição seja satisfeita. Então se zera os demais termos desta coluna, o elemento a ela correspondente é considerado um ramo do circuito e a linha do termo não nulo é marcada;

(iii) Se, no entanto, na verificação (ii) for constatado que todos os elementos não nulos da coluna j pertencem a linhas que já foram marcadas anteriormente, então o elemento correspondente é considerado um elo do circuito, nada deve ser feito a esta coluna e nenhuma linha é marcada.

Finalizado este procedimento, estarão determinados quais são os ramos e os elos do circuito. Uma observação importante deve ser feita sobre a matriz final obtida, todos os termos de sua última linha são nulos. Isto é esperado, uma vez que, para um circuito com n nós é necessário um sistema com $(n - 1)$ equações linearmente independentes para descrevê-lo totalmente. Durante esta primeira etapa do Algoritmo de Welsh, então, uma das linhas de \mathbf{F} é naturalmente zerada, podendo ser descartada nas operações seguintes.

Utilizaremos a matriz de incidência obtida em (A2.18) para exemplificar o processo descrito acima.

- Primeira coluna: $f_{11} \neq 0$

A fonte de tensão V será um ramo do circuito e a linha 1 ficará marcada. O termo f_{21} será zerado.

$$\begin{bmatrix} +1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & +1 & -1 \\ 0 & +1 & +1 & 0 & +1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{linha 2} = \text{linha 2} + \text{linha 1}} \begin{bmatrix} \langle +1 \rangle & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & +1 & -1 \\ 0 & +1 & +1 & 0 & +1 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.19a})$$

- Segunda coluna: $f_{32} \neq 0$

O capacitor C_1 será um ramo do circuito e a linha 3 ficará marcada. O termo f_{42} será zerado.

$$\begin{bmatrix} \langle +1 \rangle & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & +1 & -1 \\ 0 & +1 & +1 & 0 & +1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{linha 4} = \text{linha 4} + \text{linha 3}} \begin{bmatrix} \langle +1 \rangle & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & \langle -1 \rangle & 0 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.19b})$$

- Terceira coluna: $f_{23} \neq 0$

Primeiramente, tem-se o termo $f_{13} \neq 0$, porém este termo não pode ser considerado, pois a linha 1 já se encontra marcada em sua primeira coluna. Prossegue-se a busca e o termo não nulo seguinte é marcado. Como a linha 2 não possui nenhum elemento anterior marcado, o capacitor C_2 será um ramo do circuito e a linha 2 ficará marcada. Os termos f_{13} e f_{43} serão zerados.

$$\begin{bmatrix} \langle +1 \rangle & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & \langle -1 \rangle & 0 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{\text{linha 1} = \text{linha 1} - \text{linha 2} \\ \text{linha 4} = \text{linha 4} + \text{linha 2}}} \begin{bmatrix} \langle +1 \rangle & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & \langle -1 \rangle & -1 & 0 \\ 0 & \langle -1 \rangle & 0 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.19c})$$

- Os termos não nulos das colunas 4 e 5 pertencem a linhas que já foram marcadas anteriormente. Então, o resistor R e o indutor L serão elos do circuito. A última linha da matriz é toda nula e deve ser descartada.

Os elementos classificados como ramos no circuito foram a fonte de tensão e os capacitores. O resistor e o indutor foram classificados como elos. Assim, temos a mesma árvore escolhida como exemplo na figura A2.5, árvore (b), que possui os cortes e laços fundamentais mostrados nas figuras A2.6 e A2.7, respectivamente.

Terminada esta primeira etapa, é montada uma matriz de incidência alterada, \mathbf{F}' , composta por duas sub-matrizes: \mathbf{F}'_r é uma matriz quadrada, formada pelas $(n - 1)$ colunas correspondentes aos elementos ramo do circuito, na ordem em que foram identificados; \mathbf{F}'_e é formada pelas demais $(b - n + 1)$ colunas, correspondentes aos elementos elo, também obedecendo a ordem de identificação.

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} \mathbf{F}'_r & \mathbf{F}'_e \end{bmatrix} \quad (\text{A2.20})$$

Podemos obter a sub-matriz de cortes fundamentais através da operação:

$$\mathbf{K}_e = \left(\mathbf{F}'_r \right)^T \mathbf{F}'_e \quad (\text{A2.21})$$

Prosseguiremos, agora, com a montagem das matrizes \mathbf{F}'_r e \mathbf{F}'_e , utilizando o exemplo desenvolvido em (A2.19):

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} \mathbf{F}'_r & \mathbf{F}'_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & +1 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.22a})$$

ramos elos

e, com o auxílio de (A2.21), determinar a sub-matriz de cortes fundamentais:

$$\mathbf{K}_e = \left(\mathbf{F}'_r \right)^T \mathbf{F}'_e = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} +1 & 0 \\ -1 & 0 \\ +1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & 0 \\ -1 & +1 \\ +1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.22b})$$

e, assim, a matriz de laços fundamentais:

$$\mathbf{B}_r = \left(\mathbf{K}_e \right)^T = \begin{bmatrix} -1 & +1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.22c})$$

Podemos comparar a matriz obtida através do Algoritmo de Welsh, em (A2.22b), com aquela obtida observando-se os cortes fundamentais da figura A2.6, mostrada em (A2.8b), pois ambas se referem a uma mesma árvore de um mesmo circuito. O sinal da primeira linha de \mathbf{K}_e em (A2.22b) é o contrário de (A2.8b) devido a diferenciação gerador/receptor adotada, que modifica a orientação dos braços vinculados aos elementos receptores.

A2.2.3 – Relação Tensão-Corrente entre Ramos e Elos

Como exposto acima, os elementos presentes nos conversores são inseridos em sua Matriz de Incidência segundo uma ordem pré-estabelecida: primeiramente são declaradas todas as fontes de tensão, em seguida todos os capacitores, todos os elementos resistivos (interruptores e resistores), todos os indutores, todos os enrolamentos e, por último, todas as fontes de corrente.

Obedecendo a esta ordem de declaração dos elementos, a sub-matriz de laços fundamentais, obtida após a aplicação do Algoritmo de Welsh, pode ser particionada em sub-matrizes \mathbf{s} vinculadas ao tipo e natureza de cada elemento do circuito. Assim, após a definição da árvore associada ao circuito, podemos ligar as tensões nos elementos elo às tensões nos elementos ramo através da relação:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{Ce} \\ \mathbf{U}_{Re} \\ \mathbf{U}_{Le} \\ \mathbf{U}_{Ee} \\ \mathbf{U}_J \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \mathbf{s}_3 & \mathbf{s}_4 & \mathbf{s}_5 \\ \mathbf{s}_6 & \mathbf{s}_7 & \mathbf{s}_8 & \mathbf{s}_9 & \mathbf{s}_{10} \\ \mathbf{s}_{11} & \mathbf{s}_{12} & \mathbf{s}_{13} & \mathbf{s}_{14} & \mathbf{s}_{15} \\ \mathbf{s}_{16} & \mathbf{s}_{17} & \mathbf{s}_{18} & \mathbf{s}_{19} & \mathbf{s}_{20} \\ \mathbf{s}_{21} & \mathbf{s}_{22} & \mathbf{s}_{23} & \mathbf{s}_{24} & \mathbf{s}_{25} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_V \\ \mathbf{U}_{Cr} \\ \mathbf{U}_{Rr} \\ \mathbf{U}_{Lr} \\ \mathbf{U}_{Er} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.23})$$

e as correntes nos elementos ramo às correntes nos elementos elo por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_V \\ \mathbf{I}_{Cr} \\ \mathbf{I}_{Rr} \\ \mathbf{I}_{Lr} \\ \mathbf{I}_{Er} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^T & \mathbf{s}_2^T & \mathbf{s}_3^T & \mathbf{s}_4^T & \mathbf{s}_5^T \\ \mathbf{s}_6^T & \mathbf{s}_7^T & \mathbf{s}_8^T & \mathbf{s}_9^T & \mathbf{s}_{10}^T \\ \mathbf{s}_{11}^T & \mathbf{s}_{12}^T & \mathbf{s}_{13}^T & \mathbf{s}_{14}^T & \mathbf{s}_{15}^T \\ \mathbf{s}_{16}^T & \mathbf{s}_{17}^T & \mathbf{s}_{18}^T & \mathbf{s}_{19}^T & \mathbf{s}_{20}^T \\ \mathbf{s}_{21}^T & \mathbf{s}_{22}^T & \mathbf{s}_{23}^T & \mathbf{s}_{24}^T & \mathbf{s}_{25}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{Ce} \\ \mathbf{I}_{Re} \\ \mathbf{I}_{Le} \\ \mathbf{I}_{Ee} \\ \mathbf{I}_J \end{bmatrix} \quad (\text{A2.24})$$

Algumas observações permitem a simplificação de \mathbf{B}_e :

- Se a um capacitor é vinculado um elo, a tensão entre seus terminais é determinada unicamente em função das tensões das fontes de tensão e das tensões nos capacitores ramo, devido à prioridade desses elementos serem considerados ramos do circuito. Assim:

$$\mathbf{S}_3 = \mathbf{S}_4 = \mathbf{S}_5 = \mathbf{0} \quad (\text{A2.25a})$$

- Se a um indutor é vinculado um ramo, a corrente que o atravessa é determinada unicamente em função das correntes nos indutores elo, nos enrolamentos elo e nas fontes de corrente elo, também devido à prioridade desses elementos serem vinculados a elos do circuito. Então:

$$\mathbf{S}_4^T = \mathbf{S}_9^T = \mathbf{0} \quad (\text{A2.25b})$$

- Na análise de conversores acoplados a dispositivos eletromagnéticos, todos os enrolamentos do dispositivo são forçados elo do circuito. Assim:

$$\mathbf{S}_5 = \mathbf{S}_{10} = \mathbf{S}_{15} = \mathbf{S}_{20} = \mathbf{S}_{25} = \mathbf{0} \quad (\text{A2.25c})$$

Desta forma, podemos reduzir \mathbf{B}_e , escrevendo-a como uma sub-matriz de laços fundamentais alterada, \mathbf{B}'_e :

$$\mathbf{B}'_e = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ s_6 & s_7 & s_8 & \mathbf{0} \\ s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{16} & s_{17} & s_{18} & s_{19} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.26})$$

A2.3 – Modelo em Espaço de Estados do Conversor Estático

Um sistema modelado em espaço de estado tem as equações normalmente escritas na forma:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} = \mathbf{G}_1 \mathbf{X} + \mathbf{G}_2 \mathbf{E} \quad (\text{A2.27})$$

Neste trabalho, as variáveis de estado adotadas no modelo do conversor serão as tensões nos capacitores ramo e as correntes nos indutores elo do circuito:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{Cr} \\ \mathbf{I}_{Le} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.28})$$

e as entradas do sistema serão as fontes de tensão e de corrente presentes no conversor:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_V \\ \mathbf{I}_J \end{bmatrix} \quad (\text{A2.29})$$

As matrizes \mathbf{G}_1 e \mathbf{G}_2 dependem da topologia do circuito e do tipo dos elementos utilizados.

A2.3.1 – Equações Características

Como dito anteriormente, as características de qualquer circuito elétrico dependem dos elementos usados e de como estes elementos estão conectados entre si. A Teoria dos Grafos Lineares nos permite obter uma matriz que traduz a forma como os elementos estão conectados e as

conseqüentes relações entre tensões e correntes que existem entre eles. Para completar a descrição do circuito, é necessário então acrescentar as informações particulares a cada elemento.

Isso é conseguido com a inclusão na análise das equações características de cada um dos elementos presentes no circuito. As equações características são as relações tensão-corrente particulares a cada tipo de elemento, ou seja, são as equações que descrevem a relação entre a tensão que é aplicada entre os terminais de um elemento e a corrente que o atravessa.

Para uma fonte de tensão ideal V temos que a tensão U_V em seus terminais não depende da corrente que a atravessa. De forma análoga, a corrente I_J fornecida por uma fonte de corrente ideal J independe da tensão existente entre seus terminais.

Outras diferentes relações tensão-corrente podem ser obtidas para os diferentes tipos de elementos receptores do circuito.

Para os elementos resistivos ramo e elo, temos:

$$U_{Rr} = R_r I_{Rr} \quad (A2.30a)$$

$$U_{Re} = R_e I_{Re} \quad (A2.30b)$$

Para os capacitores ramo e elo, temos:

$$I_{Cr} = C_r \frac{d}{dt} U_{Cr} \quad (A2.31a)$$

$$I_{Ce} = C_e \frac{d}{dt} U_{Ce} \quad (A2.31b)$$

Para os indutores ramo e elo, além da indutância própria, é considerada a presença de indutâncias mútuas entre indutores de mesma natureza e entre indutores de natureza diferentes:

$$U_{Lr} = L_r \frac{d}{dt} I_{Lr} + M_{re} \frac{d}{dt} I_{Le} \quad (A2.32a)$$

$$U_{Le} = L_e \frac{d}{dt} I_{Le} + M_{re}^T \frac{d}{dt} I_{Lr} \quad (A2.32b)$$

A matriz \mathbf{L}_r tem os termos da diagonal iguais às indutâncias próprias dos indutores ramo e os termos fora da diagonal iguais às indutâncias mútuas existentes entre dois indutores ramo do circuito. De maneira análoga, a matriz \mathbf{L}_e tem os termos da diagonal iguais às indutâncias próprias dos indutores elo e os termos fora da diagonal iguais às indutâncias mútuas existentes entre dois indutores elo do circuito. Para considerar a presença de indutâncias mútuas entre indutores de natureza diferentes, ramo e elo, é montada a matriz \mathbf{M}_{re} .

Neste trabalho, os conversores estáticos estão sempre associados a um dispositivo eletromagnético. Assim, dentre os elementos que compõem o seu circuito, estará sempre presente um ou vários enrolamentos pertencentes a este dispositivo. Quando utilizamos um sistema de equações que descreve um modelo com parâmetros concentrados, estes enrolamentos são normalmente representados por uma indutância, ou um conjunto indutância-resistência.

No entanto, este não é o caso neste trabalho. Aqui estes enrolamentos são modelados por parâmetros distribuídos e suas equações características provêm do sistema de equações de campo que descreve todo o dispositivo. Assim, para consideração desses enrolamentos no modelo com parâmetros concentrados do conversor, um novo elemento é definido e denominado Enrolamento, E. Ele aparece na topologia do circuito como um bipolo definido pela informação da conexão de seus nós *de* e *para* e é considerado na equação do circuito como mais uma de suas entradas, o que altera a equação (A2.27), colocando-a na forma:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} = \mathbf{G}_1 \mathbf{X} + \mathbf{G}_2 \mathbf{E} + \mathbf{G}_3 \mathbf{I}_E \quad (\text{A2.33})$$

O conversor enxerga os enrolamentos presentes como caixas pretas obedecendo a relação tensão-corrente:

$$\mathbf{U}_E = \mathbf{G}_4 \mathbf{X} + \mathbf{G}_5 \mathbf{E} + \mathbf{G}_6 \mathbf{I}_E \quad (\text{A2.34})$$

As matrizes \mathbf{G}_3 a \mathbf{G}_6 também dependem da topologia do circuito e do tipo de seus elementos.

A2.3.2 – Determinação das Matrizes \mathbf{G}_1 a \mathbf{G}_6

Para implementarmos a formulação obtida em (A2.33) e (A2.34), é necessário expressar as matrizes \mathbf{G}_1 a \mathbf{G}_6 em função das diversas matrizes conhecidas do sistema, ou seja, em função das sub-matrizes \mathbf{s} e das matrizes de resistências, capacitâncias e indutâncias dos elementos.

Manipulando as relações dadas em (A2.30), (A2.31) e (A2.32) com o auxílio das relações estabelecidas pela matriz \mathbf{B}'_e em (A2.26), obtemos:

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{T}_1^{-1} \mathbf{s}_7^T \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_7 & \mathbf{T}_1^{-1} \left(\mathbf{s}_{12}^T - \mathbf{s}_7^T \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_8 \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{13}^T \right) \\ \mathbf{T}_2^{-1} \left(\mathbf{s}_{13} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_8^T \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_7 - \mathbf{s}_{12} \right) & -\mathbf{T}_2^{-1} \mathbf{s}_{13} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{13}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A2.35})$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} -\mathbf{T}_1^{-1} \mathbf{s}_7^T \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_6 & \mathbf{T}_1^{-1} \left(\mathbf{s}_{22}^T - \mathbf{s}_7^T \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_8 \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{23}^T \right) \\ \mathbf{T}_2^{-1} \left(\mathbf{s}_{13} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_8^T \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_6 - \mathbf{s}_{11} \right) & -\mathbf{T}_2^{-1} \mathbf{s}_{13} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{23}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A2.36})$$

$$\mathbf{G}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1^{-1} \left(\mathbf{s}_{17}^T - \mathbf{s}_7^T \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_8 \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{18}^T \right) \\ \mathbf{T}_2^{-1} \mathbf{s}_{13} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{18}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A2.37})$$

$$\mathbf{G}_4 = \begin{bmatrix} -\mathbf{s}_{17} + \mathbf{s}_{18} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_8^T \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_7 & -\mathbf{s}_{18} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{13}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A2.38})$$

$$\mathbf{G}_5 = \begin{bmatrix} -\mathbf{s}_{16} + \mathbf{s}_{18} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_8^T \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_6 & -\mathbf{s}_{18} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{13}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A2.39})$$

$$\mathbf{G}_6 = \begin{bmatrix} -\mathbf{s}_{18} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{18}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A2.40})$$

onde as matrizes auxiliares \mathbf{H}_1 , \mathbf{H}_2 , \mathbf{T}_1 e \mathbf{T}_2 são dadas por:

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{1} + \mathbf{R}_2^{-1} \mathbf{s}_8 \mathbf{R}_r \mathbf{s}_8^T \quad (\text{A2.41})$$

$$\mathbf{H}_2 = \mathbf{1} + \mathbf{R}_r \mathbf{s}_8^T \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_8 \quad (\text{A2.42})$$

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{C}_r + \mathbf{s}_2^T \mathbf{C}_e \mathbf{s}_2 \quad (\text{A2.43})$$

$$\mathbf{T}_2 = \mathbf{L}_e + \mathbf{s}_{14} \mathbf{L}_r \mathbf{s}_{14}^T + \mathbf{M}_{re}^T \mathbf{s}_{14}^T + \mathbf{s}_{14} \mathbf{M}_{re} \quad (\text{A2.44})$$

Para circuitos sem interruptores, as matrizes \mathbf{G}_1 a \mathbf{G}_6 permanecem constantes durante todo o intervalo de simulação, pois todos os termos presentes em suas definições são constantes. Porém, quando os interruptores estão presentes, mudanças podem ocorrer em seus estados, determinando seqüências diferentes de operação do circuito, o que acarreta a mudança nas suas características de funcionamento.

Portanto, cada nova seqüência de funcionamento do circuito requer uma atualização das matrizes \mathbf{G}_1 a \mathbf{G}_6 . A determinação automática de seus valores possibilita a análise do desempenho do conversor acoplado ao dispositivo eletromagnético, independente do conhecimento antecipado das transições de seus interruptores ou de suas etapas de operação.

A2.3.3 – Comutação

Neste trabalho foram considerados quatro tipos de interruptores: os diodos, os tiristores, os transistores e os tiristores-duais. Estes interruptores podem apresentar dois estados distintos durante o funcionamento do circuito, permitindo a passagem de corrente elétrica quando se encontram fechados e bloqueando esta passagem, quando abertos. Foi escolhida a modelagem utilizando-se um elemento resistivo na caracterização destes elementos. São considerados com resistências elevadas, quando bloqueados, e com resistências de baixo valor, quando conduzindo. Em geral, utiliza-se uma razão de 10^{10} entre estes dois valores de resistência.

Cada um deles apresenta mecanismos de comutação particulares e que devem ser considerados como uma complementação da relação tensão-corrente dada em (A2.30):

- O diodo entra em condução quando diretamente polarizado. Ele está apto a bloquear quando uma tensão reversa é aplicada entre seus terminais, o bloqueio é efetivado quando, sob polarização reversa, a corrente que o atravessa passa por zero. É, portanto, um dispositivo que possui comutação natural na entrada e saída de condução;
- Quando um tiristor se encontra diretamente polarizado, ele está apto a conduzir, porém a condução ocorrerá somente se à polarização direta se soma a aplicação de um pulso de comando em seu terminal de controle. O bloqueio ocorre como no caso do diodo, ele precisa estar reversamente polarizado no instante em que a corrente que o atravessa se anula. É um

dispositivo que apresenta comutação forçada na entrada em condução e comutação natural na saída;

- O transistor pode ser comandado para entrada e saída de condução aplicando-se uma corrente em sua base. Estando ele diretamente polarizado, a presença da corrente habilita a condução, sua retirada o leva ao corte;
- O tiristor-dual apresenta comutação natural na entrada em condução e comutação forçada no bloqueio. Ele entra em condução quando a tensão entre seus terminais passa por zero e bloqueia quando a corrente que o atravessa é positiva e um sinal é aplicado em seu terminal de gatilho.

No funcionamento de um conversor estático, cada nova seqüência de operação é consequência do chaveamento de um ou vários desses elementos. As diferenças existentes entre os mecanismos de comutação, como expostas acima, nos permite dividi-los em dois tipos: a comutação natural e a comutação provocada por uma ordem de controle.

A comutação natural dos interruptores acontece quando a corrente que o atravessa ou a tensão entre seus terminais se anula. Quando ocorre a mudança de sinal dessas variáveis entre um passo de cálculo anterior e o passo atual, é verificada a comutação do interruptor. O instante do chaveamento deve ser determinado com precisão para que não ocorram problemas numéricos na avaliação do sistema, que poderão acarretar erros físicos na solução obtida. Desta forma, sempre que ocorre um chaveamento, deve ser verificado se a mudança de sinal está dentro de um intervalo, definido como uma estreita vizinhança em torno de zero, adotado como limite ou tolerância de cálculo. Caso o limite seja extrapolado, o programa deve retornar ao passo anterior e se aproximar do instante de chaveamento de uma maneira mais lenta, diminuindo o passo de cálculo até que a tolerância seja observada.

Na comutação forçada, além da polarização direta do dispositivo, também é necessária a aplicação de um sinal de comando ou acionamento, que promove a mudança de seu estado. Se o conversor considerado não é controlado, ou está sujeito a um controle em malha aberta, os instantes de aplicação dos pulsos de comando são conhecidos e pré-determinados pelo usuário. Assim, a cada novo passo de cálculo, pode ser verificado se ocorrerão pulsos de comando, sendo o tamanho do passo reduzido automaticamente para se adequar à tolerância imposta. Se o conversor obedece a uma lei de controle imposta, os instantes de comutação de seus diversos interruptores são desconhecidos, eles serão gerados de acordo com a lei de controle existente e em função dos valores instantâneos das variáveis controladas. Nesses casos, o procedimento de observação de uma tolerância de cálculo, como descrito para a comutação natural, deve ser respeitado.

A2.3.4 - Cálculo da Tensão nos Terminais dos Interruptores

No item anterior foram destacadas as diferentes formas de comutação que podem acontecer nos conversores estáticos. A verificação das mudanças de estado nestes interruptores é feita acompanhando-se o sinal da tensão existente entre seus terminais a cada instante em que o sistema é avaliado.

Quando, em dois instantes de avaliação consecutivos, é observada uma mudança no sinal da tensão aplicada a um interruptor, uma passagem por zero é sinalizada, o que pode ocasionar uma possível mudança em seu estado. É então calculada a diferença entre estas tensões e nos casos onde este valor é superior à tolerância pré-estabelecida, o programa retorna ao instante de cálculo anterior e diminui o tamanho do passo de cálculo utilizado, objetivando se aproximar do instante de transição de estado mais lentamente, evitando que problemas numéricos ocorram.

Para que este procedimento seja realizado, é necessário o estabelecimento de uma expressão da tensão entre os terminais dos interruptores em função dos parâmetros de entrada do sistema. Esta expressão é obtida utilizando-se a Lei de Ohm expressa em (A2.30), uma vez que os semicondutores são modelados como resistores, e as relações estabelecidas na matriz (A2.26). Ela pode então ser escrita como:

$$\mathbf{U}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{Rr} \\ \mathbf{U}_{Re} \end{bmatrix} = \mathbf{Y}_1 \mathbf{X} + \mathbf{Y}_2 \mathbf{E} + \mathbf{Y}_3 \mathbf{I}_E \quad (\text{A2.45})$$

onde as matrizes auxiliares \mathbf{Y}_1 a \mathbf{Y}_3 são dadas por:

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_8^T \mathbf{R}_e \mathbf{s}_7 & \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{13}^T \\ -\mathbf{R}_e \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_7 & -\mathbf{R}_e \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_8 \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{13}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A2.46})$$

$$\mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} -\mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_8^T \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_6 & \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{23}^T \\ -\mathbf{R}_e \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_6 & -\mathbf{R}_e \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_8 \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{23}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A2.47})$$

$$\mathbf{Y}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_2^{-1} \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{18}^T \\ -\mathbf{R}_e \mathbf{H}_1^{-1} \mathbf{R}_e^{-1} \mathbf{s}_8 \mathbf{R}_r \mathbf{s}_{18}^T \end{bmatrix} \quad (\text{A2.48})$$

As matrizes \mathbf{R}_r e \mathbf{R}_e são montadas a cada instante considerado com os valores atuais das resistências dos interruptores. O vetor \mathbf{U}_R fornece a tensão nos terminais de todos os elementos resistivos do circuito, resistores e interruptores, bastando a separação dessas tensões com relação a estes elementos, para que a análise de sinais entre o instante atual e o anterior possa ser feita.

Anexo 3 – Equações do Movimento

Neste anexo é apresentado o método utilizado para a consideração do movimento rotórico das máquinas elétricas girantes.

Primeiramente são apresentadas as principais características do Método da Banda de Movimento: a independência entre a discretização espacial e temporal do problema, a alocação dinâmica das Condições de Periodicidade, a definição de uma camada de elementos retangulares regulares na região do entreferro e o procedimento de recentragem do rotor.

Em seguida é apresentado o método do Tensor de Maxwell, utilizado no cálculo do torque eletromagnético desenvolvido pela máquina. Conhecido o torque eletromagnético, podemos avaliar a nova velocidade e a nova posição do rotor da máquina utilizando a Equação de Oscilação Mecânica e, assim, continuar a avaliação de seu movimento.

Com o auxílio desses dois métodos, várias formas de análise considerando o transitório eletromecânico de máquinas elétricas podem ser realizadas. A velocidade pode ser imposta igual a um valor constante ou variável, obedecendo à equação de oscilação mecânica. Da mesma forma, uma carga aplicada ao eixo da máquina pode ser mantida constante ou variar no tempo.

A3.1 - Introdução

Os métodos utilizados para consideração do movimento podem ser divididos em dois grupos [17 – 53]. A característica predominante nos métodos do primeiro grupo é a utilização de um único referencial independente da posição da parte móvel. Esta análise é possível em sistemas que possuem a parte móvel invariante na direção do movimento, o que restringe sua aplicação a estruturas com geometria simples e constante.

O segundo grupo engloba os métodos que trabalham com dois referenciais, um fixo e outro móvel, relacionados, respectivamente, às partes fixa e móvel da estrutura. Estes métodos são mais gerais e permitem a análise de estruturas com geometrias mais complexas, como é o caso das máquinas elétricas. Nestes métodos as equações de campo se aplicam em todo o dispositivo, independente do referencial, e a região do entreferro, região não magnética, não condutora e sem a presença de fontes de campo, se torna responsável pelo movimento.

Dentre estes métodos, encontramos aqueles que trabalham com a região do entreferro não discretizada, como o Método do Macro Elemento, e outros, onde o entreferro é discretizado, como o Método da Banda de Movimento, que é o método utilizado neste trabalho.

A3.2 – Método da Banda de Movimento

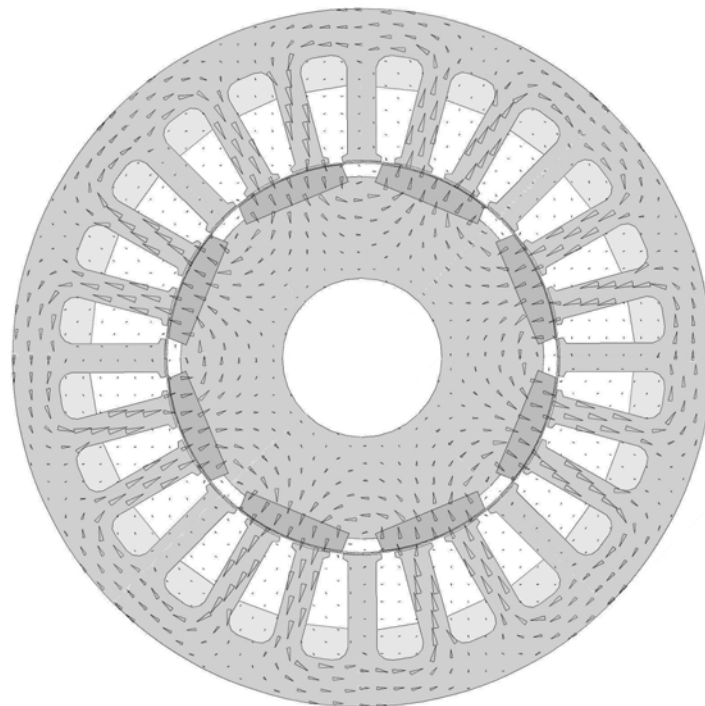
No Método da Banda de Movimento, ao estator da máquina é associado um referencial fixo e ao rotor, um referencial móvel. O entreferro é discretizado em elementos retangulares regulares, o que permite a utilização de passos de cálculo, conseqüentemente deslocamentos angulares, de tamanhos variados e independentes do grau de discretização da malha.

Esta é uma característica importante e desejável quando se trata da análise de máquinas elétricas acopladas a conversores estáticos, uma vez que nessas análises o passo de cálculo pode variar durante um intervalo de avaliação, não sendo apenas uma função do circuito, mas principalmente dos instantes de operação em que este se encontra¹. Assim, quando uma mudança de estado de um ou vários interruptores é detectada, o passo de cálculo é automaticamente diminuído para uma melhor caracterização do sistema. Passados estes instantes de transição, o passo de cálculo pode assumir novamente um valor maior, não prejudicando o tempo de processamento. Logo, devemos manter livre a variação do tamanho do passo de cálculo ao longo do intervalo de simulação, permitindo sua adaptação às diferentes seqüências de operação do sistema de forma independente da malha de discretização do dispositivo.

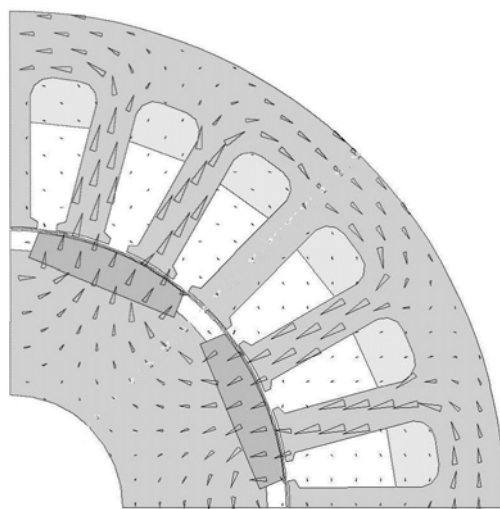
A utilização de sub-domínios (anti) periódicos, além de promover a diminuição do domínio de cálculo e conseqüente diminuição dos esforços computacionais, nos permite trabalhar com um sistema de dimensão constante [5 – 53]. Isto é conseguido através de relações de correspondência existentes entre nós correspondentes das fronteiras (anti) periódicas². Este procedimento promove uma alocação dinâmica das condições de (anti) periodicidade, pois relaciona cada novo nó criado durante o processo de deslocamento do rotor a um nó já existente, mantendo o número de incógnitas da malha constante.

¹ Ver anexo 2, item A2.3.3 – Comutação

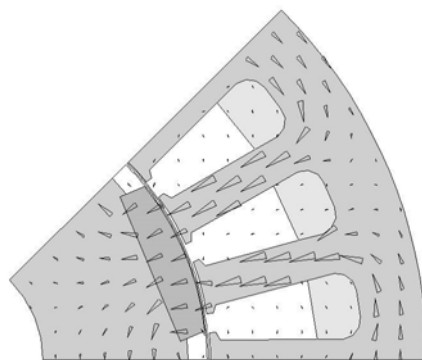
² Ver anexo 1, item A1.3 – Condições de Contorno: (iii) Condições de Periodicidade



(a)



(b)



(c)

Figura A3.1 – (a) Domínio Completo; (b) Sub-domínio Periódico. (c) Sub-domínio Anti-periódico.

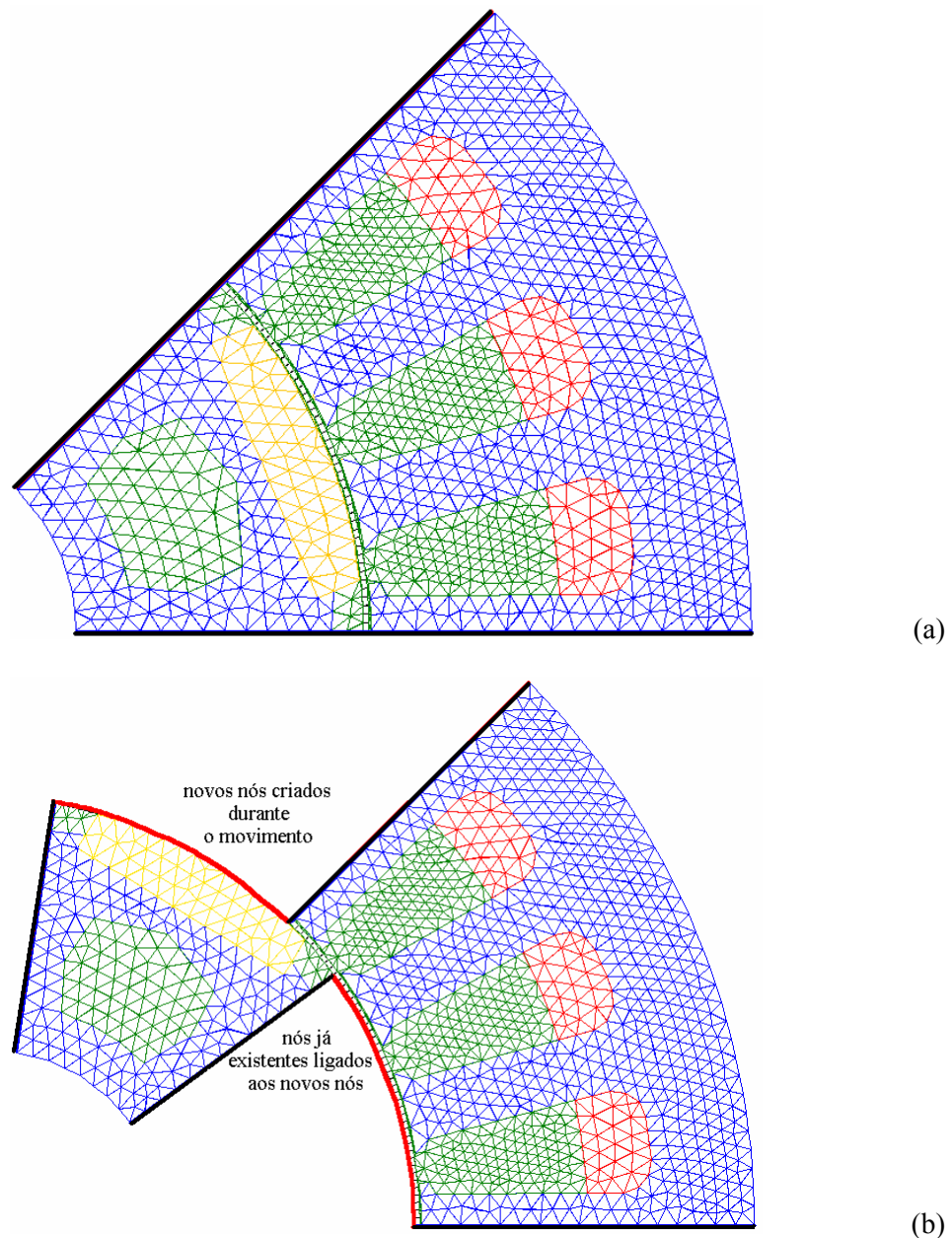


Figura A3.2 – (a) Arranjo inicial de nós correspondentes. (b) Alocação de novas condições de (anti) periodicidade.

Em 2D, a utilização de elementos triangulares no entreferro acarretam imprecisões no cálculo de certas grandezas globais, como o torque em função do deslocamento. Por este motivo são utilizados elementos retangulares na região do entreferro, com o objetivo de se melhorar a precisão dos resultados. Porém, mesmo utilizando-se uma camada de elementos retangulares, outras imprecisões sempre estarão presentes, elas decorrem principalmente da relação largura-altura dos elementos escolhidos no preenchimento da banda e da deformação que eles sofrem

durante a rotação. Estas imprecisões podem ser observadas, por exemplo, na forma de onda da forma eletromotriz.

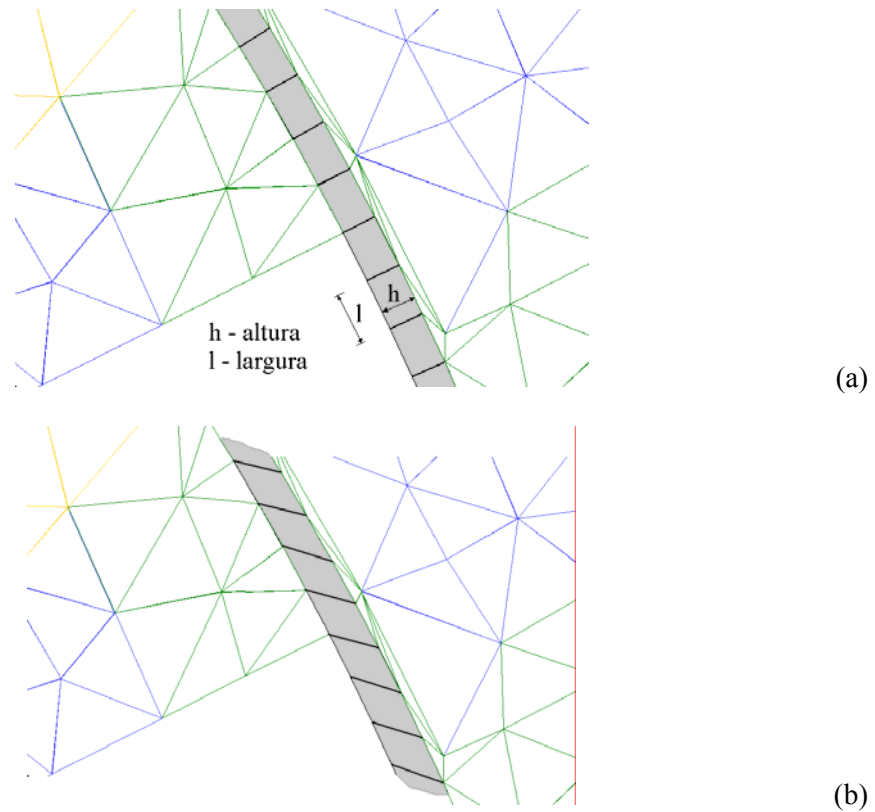


Figura A3.3 – Elementos da Banda de Movimento: (a) sem deformação; (b) com deformação.

A recentragem do rotor ocorre sempre que seu ângulo de rotação alcança ou ultrapassa o ângulo do subdomínio (anti) periódico. Neste momento alguns cuidados adicionais devem ser observados nos casos antiperiódicos, pois a recentragem, nestes casos, acarreta numa mudança dos sinais das fontes presentes no rotor, bem como das contribuições vindas do passo de cálculo anterior.

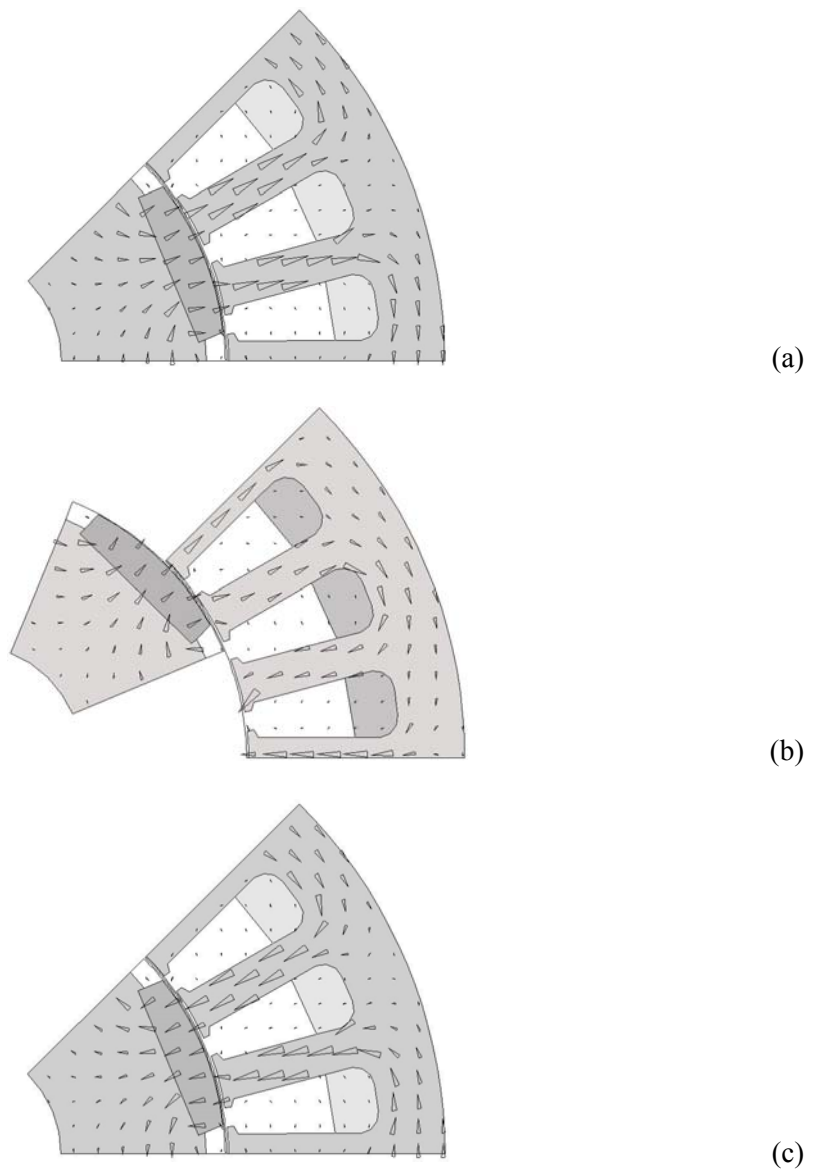


Figura A3.4 – Movimento e recentragem do rotor: (a) Posição inicial do rotor; (b) Deslocamento do rotor em meio pólo; (c) Recentragem do rotor.

A3.3 – Método do Tensor de Maxwell

Para o cálculo do torque eletromagnético é utilizado o método do Tensor de Maxwell que, em conjunto com o Método de Elementos Finitos, nos permite a análise dinâmica de máquinas elétricas girantes levando-se em conta seu momento de inércia, transitórios de partida e variações de carga.

O método do Tensor de Maxwell utiliza diretamente os potenciais obtidos na solução do sistema de equações de campo estabelecidas pelos Métodos de Elementos Finitos e Galerkin³, sendo por isso denominado um método baseado em uma formulação direta. Ele conduz a expressões que permitem o cálculo de forças em estruturas com geometrias diversas, como o rotor de uma máquina elétrica. O método consiste na integração do tensor de Maxwell ao longo de uma superfície que envolve o corpo, preenchida por ar ou outro material com permeabilidade igual μ_0 .

No caso das máquinas elétricas, uma camada de elementos retangulares é construída na região do entreferro, formando um arco acima daquele determinado pelos elementos da Banda de Movimento. Este posicionamento acima da Banda permite a definição de uma superfície de integração uma única vez, no primeiro instante de avaliação da malha da estrutura, uma vez que ela pertence à região fixa do domínio. A princípio a própria Banda de Movimento poderia ser utilizada, mas a deformação de seus elementos durante o movimento acarretaria ruídos numéricos no cálculo do torque.

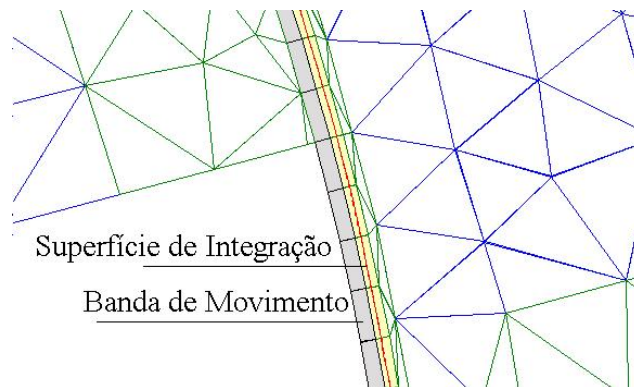


Figura A3.5 – Superfície de integração do Tensor de Maxwell.

Na análise bidimensional, a superfície de integração se reduz a uma linha localizada no meio da segunda camada de elementos retangulares.

$$T_{em} = l_z \int_{l_\tau} r \vec{r} \times \left[\frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \vec{n}) \vec{B} - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \vec{n} \right] dl_\tau \quad (A3.1)$$

Dois conjuntos de pontos de cálculo são formados sobre esta linha de integração.

³ Ver anexo 1, itens A1.7 – Discretização do Problema e A1.8 – Sistema Matricial de Equações do Dispositivo Eletromagnético.

- (i) O primeiro formado pelos pontos médio das laterais do elemento e o ponto médio de uma de suas diagonais: T_{em1}

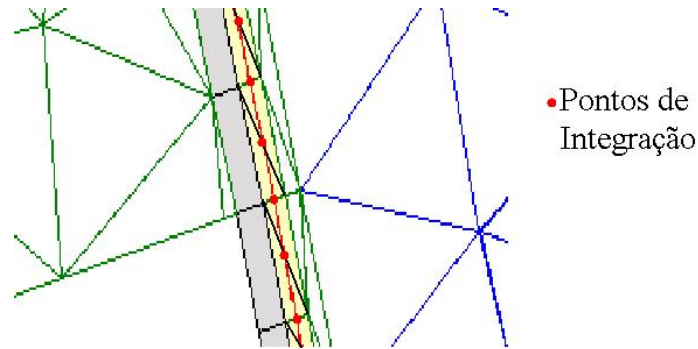


Figura A3.6 – Primeiro conjunto de pontos de integração.

- (ii) O segundo formado pelos pontos médio das laterais e o ponto médio de sua outra diagonal: T_{em2}

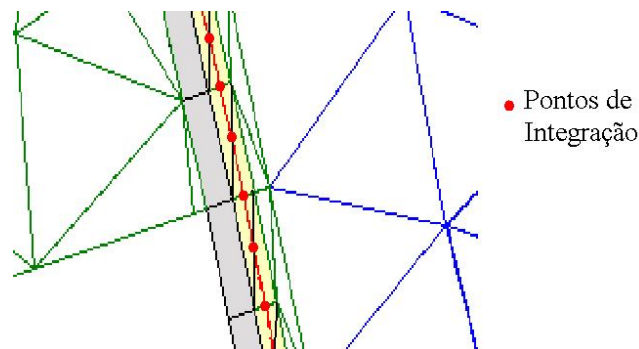


Figura A3.7 – Segundo conjunto de pontos de integração.

O torque final é calculado como a média entre os dois torques definidos por cada um desses conjuntos de pontos.

$$T_{em} = \frac{T_{em1} + T_{em2}}{2} \quad (A3.2)$$

A3.3.1 – Equação de Oscilação Mecânica

Em cada instante de avaliação do sistema, o torque eletromagnético é calculado a partir da equação (A3.2). Para os casos em que a velocidade de rotação da máquina não é imposta, este

torque pode ser utilizado na avaliação dinâmica do movimento, usando-se para isso a Equação de Oscilação Mecânica da máquina.

$$M \frac{d\omega(t)}{dt} + K_{fr} \omega(t) + T_{cg} = T_{em} \quad (A3.3)$$

Assim, conhecidos o momento de inércia e o coeficiente de fricção da máquina e o valor instantâneo do torque de carga aplicado a seu eixo, podemos calcular sua nova velocidade:

$$\omega(t) = \omega(t - \Delta t) + \frac{T_{em} - T_{cg} - K_{fr} \omega(t - \Delta t)}{M} \Delta t \quad (A3.4)$$

e, com esta nova velocidade, posicionar o rotor em sua nova posição de avaliação:

$$\theta(t) = \theta(t - \Delta t) + \omega \Delta t \quad (A3.5)$$

Anexo 4 – Dados dos Motores Utilizados

Neste anexo são apresentados os dados dos motores utilizados na validação dos programas gerados durante o desenvolvimento deste trabalho. Eles compreendem os dados de placa dos motores, como seus valores nominais de potência, tensão, corrente etc.; os dados construtivos, como suas dimensões, enrolamentos etc.; os dados da malha utilizada nas diversas simulações, como número de nós, de elementos etc. e dos materiais presentes.

A4.1 – Servomotor CA

Dois servomotores CA idênticos foram fornecidos pela empresa WEG Indústrias S.A.. O primeiro com as ranhuras do estator retas e o segundo com as ranhuras do estator inclinadas em 15° com relação ao eixo do rotor. A Tabela A4.1.1 traz dados de placa destes motores:

Tabela A4.1.1 – Dados de placa do servomotor CA.

Fabricante	WEG
Modelo	SWA-56-2.5-30E
Descrição	Servo-motor CA sem escovas
Tensão	220V
Fases	3
Pólos	8
Constante V/f	47,1 V / Krpm
Momento de inércia	$0,21894 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$

Tabela A4.1.2 traz algumas de suas características construtivas:

Tabela A4.4.2 – Dados do Estator e Rotor

Comprimento	40 mm
Entreferro eletromagnético	0,7 mm
Nº ranhuras	24
Raios do estator	26 – 47 mm
Raios do rotor	10,5 – 25,4 mm

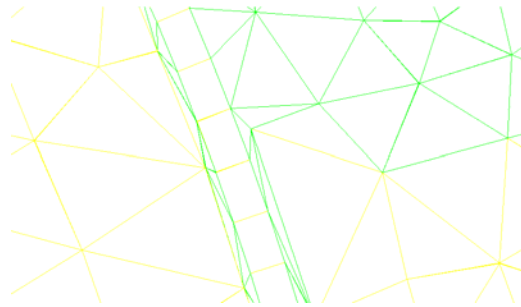


Fig. A4.1.3 – Malha de elementos finitos: Banda de Movimento.

A4.2 – Motor de Indução Trifásico, Rotor em Gaiola Reta – MITr

Este motor, fornecido pela WEG Indústrias S.A., apresenta os dados de placa apresentados na Tabela A4.2.1, a seguir:

Tabela A4.2.1 – Dados de Placa do MITr

Fabricante	WEG	Descrição	Motor indução - gaiola
Fases	3	Frequência	60 Hz
Rotação	1730 rpm	Potência	0,75 KW (1,0 cv)
Tensão	220 / 280 V	Corrente	3,08 / 1,78 A
Rendimento	0,78	Fator de potência	0,82

A Tabela A4.2.2 traz algumas características construtivas do estator e rotor:

Tabela A4.2.2 – Dados do Estator e Rotor

	Estator	Rotor
Diâmetro externo	122,00 mm	81,50 mm
Diâmetro interno	82,00 mm	24,00 mm
Número de ranhuras	36	44
Área da ranhura	47,80 mm ²	22,40 mm ²

O entreferro mecânico, após o serviço de usinagem, é de 0,25 mm. O entreferro eletromagnético é igual a 0,50 mm. A profundidade final do pacote é de 85 mm. As barras do rotor e o anel de curto-circuito são feitos de liga de alumínio 99,5%, condutividade aproximada $3,0 \times 10^7$ (Ωm)⁻¹.

A Figura A4.2.1 apresenta o domínio de cálculo com destaque para os materiais e/ou fontes nele presentes.

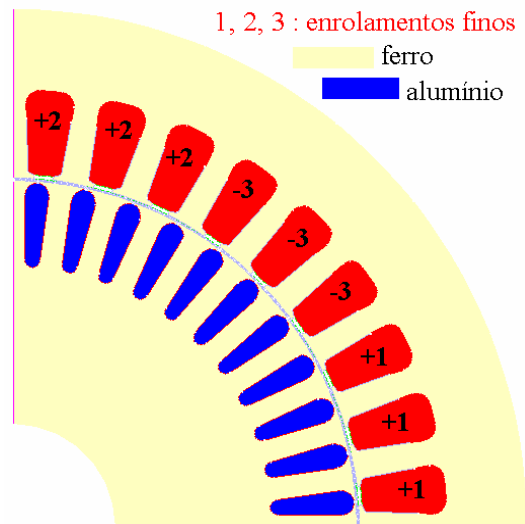


Figura A4.2.1 – Domínio de cálculo: Motor de indução trifásico.

A malha gerada tem 5250 elementos e 2818 nós (Fig. A4.2.2). 90 elementos foram utilizados na banda de movimento (Fig. A4.2.3).

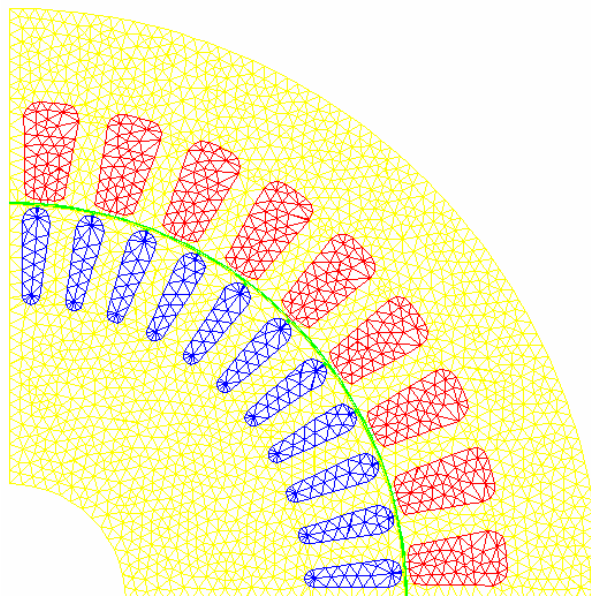


Fig. A4.2.2 – Malha de elementos finitos.

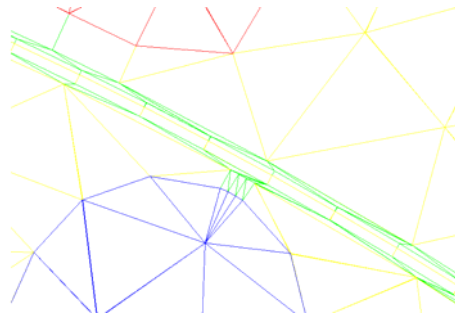


Fig. A4.2.3 – Malha de elementos finitos: Banda de Movimento.

A4.3 – Motor de Indução Trifásico Duplamente Alimentado sem Escovas – MITDASE

Um protótipo foi construído pela WEG Indústrias S.A. sendo os principais dados apresentados na Tabela A4.3.1:

Tabela A4.3.1 – Dados de Placa do MITDASE

Tensão	380 V	Corrente	123 A
Potência	100 kW	Momento de inércia	5,6 kg.m ²
Frequência	60 Hz	Rotação síncrona	360 rpm

Tabela A4.3.2 trás alguns dados do estator e rotor:

Tabela A4.3.2 – Dados do Estator e Rotor

	Estator	Rotor
Diâmetro externo	480 mm	347,5 mm
Diâmetro interno	350 mm	122 mm

Este motor possui oito pólos no enrolamento principal do estator (cor amarela), 12 pólos no enrolamento auxiliar do estator (cor vermelha) e 10 pólos no rotor (cor laranja), como mostra a Figura A4.3.1. As barras e anéis de curto da gaiola do rotor assim como as barras dos loops internos são feitas de cobre. O comprimento do pacote é de 420mm.

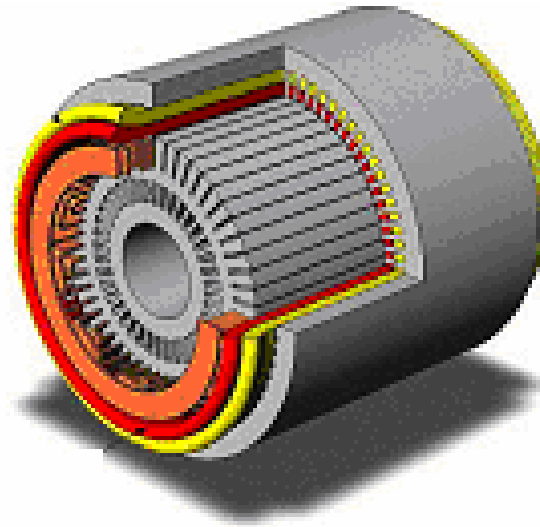


Fig. A4.3.1 – Motor de indução trifásico duplamente alimentado sem escovas.

A Fig. A4.3.2 apresenta o domínio de cálculo com destaque para os materiais e/ou fontes nele presentes.

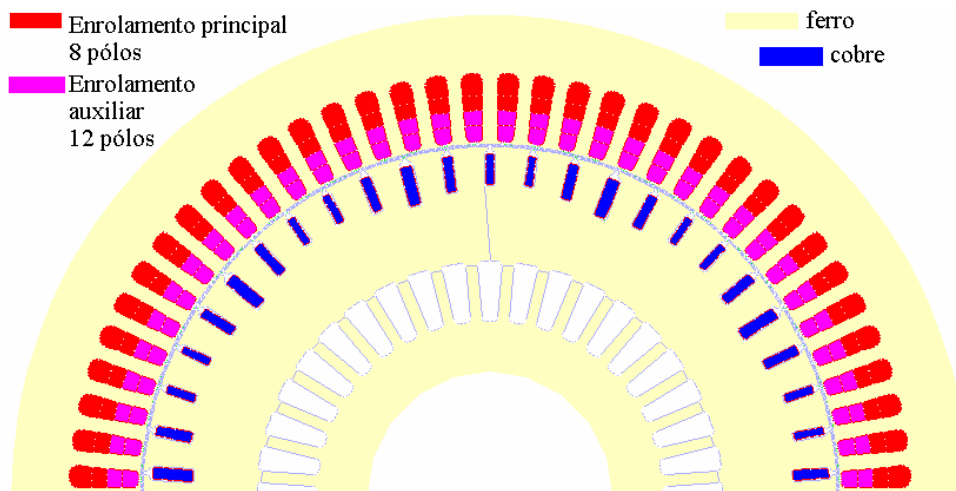


Fig. A4.3.2 – Domínio de cálculo.

A malha gerada tem 6290 elementos e 3555 nós (Fig. A4.3.3). 180 elementos foram utilizados na banda de movimento (Fig. A4.3.4).

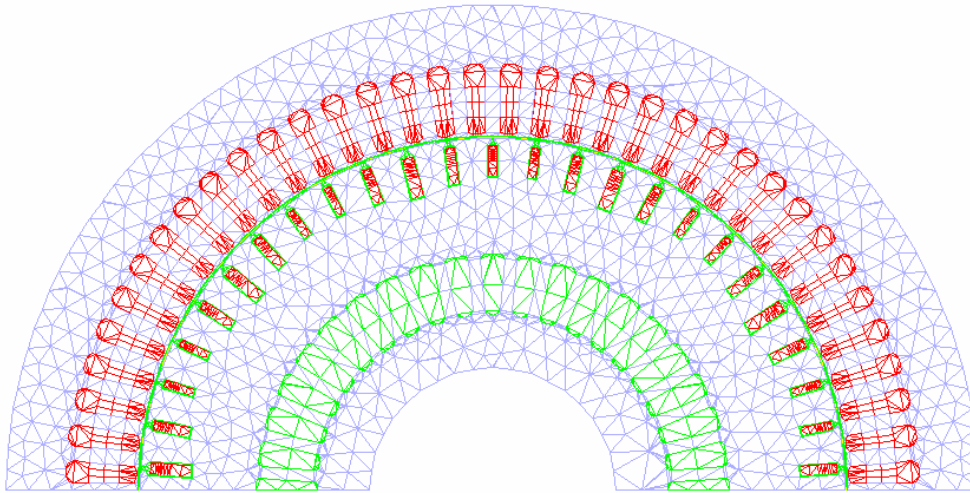


Fig. A4.3.3 – Malha de elementos finitos.

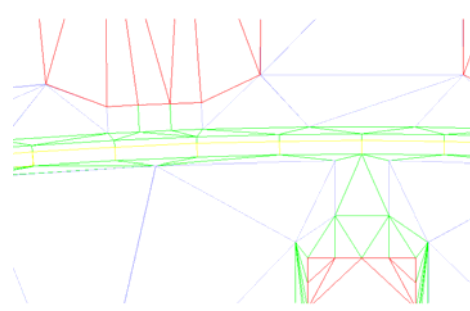


Fig. A4.3.4 – Malha de elementos finitos: Banda de Movimento.

A4.4 – Motor de Indução de Pólos Sombreados – MIPS

Este motor, fornecido pela WEG Indústrias S.A., apresenta os dados de placa apresentados na Tabela A4.4.1, a seguir:

Tabela A4.4.1 – Dados de Placa do MIPS

Fabricante	WEG
Código	GI13IACQ1
Tensão	220 V
Corrente	0,60 / 0,55 A
Frequência	50 / 60 Hz
Rotação	1.300 / 1.460 rpm

Tabela A4.4.2 trás alguns dados do estator e rotor:

Tabela A4.4.2 – Dados do Estator e Rotor

	Estator	Rotor
Diâmetro externo	84,00 mm	44,325 mm
Diâmetro interno menor	45,00 mm	8,00 mm
Diâmetro interno maior	46,32 mm	---

Este é um motor de quatro pólos salientes com o enrolamento principal concentrado no estator e com espiras de sombra feitas de cobre. As barras e anéis de curto da gaiola do rotor são feitos de alumínio. O comprimento do pacote é de 31mm e inclinação de ranhuras de 14,07°. Apresenta um entreferro irregular cujo maior valor sob o pólo é de 1,995mm e o menor, 0,675mm.

A Fig. A4.4.1 apresenta o domínio de cálculo com destaque para os materiais e/ou fontes nele presentes.

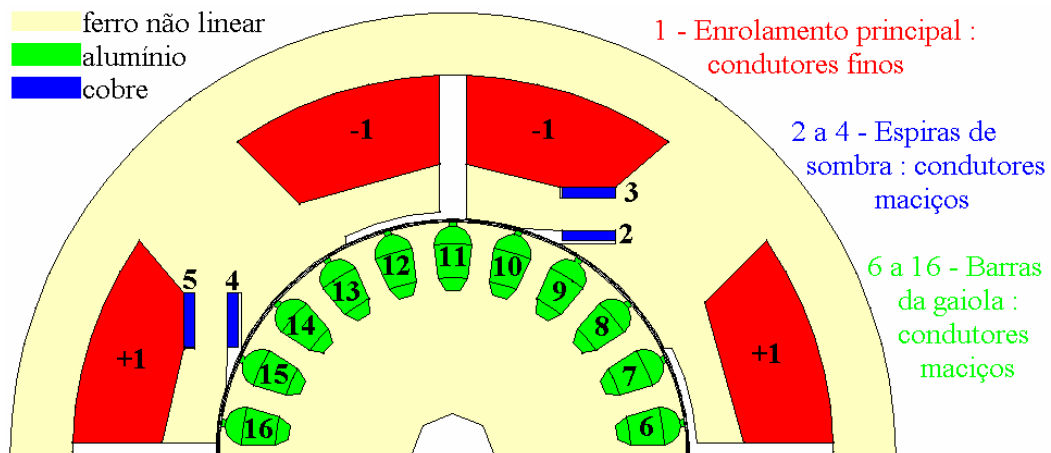


Fig. A4.4.1 – Domínio de cálculo.

A malha gerada tem 3506 elementos e 2095 nós (Fig. A4.4.2). 180 elementos foram utilizados na banda de movimento (Fig. A4.4.3).

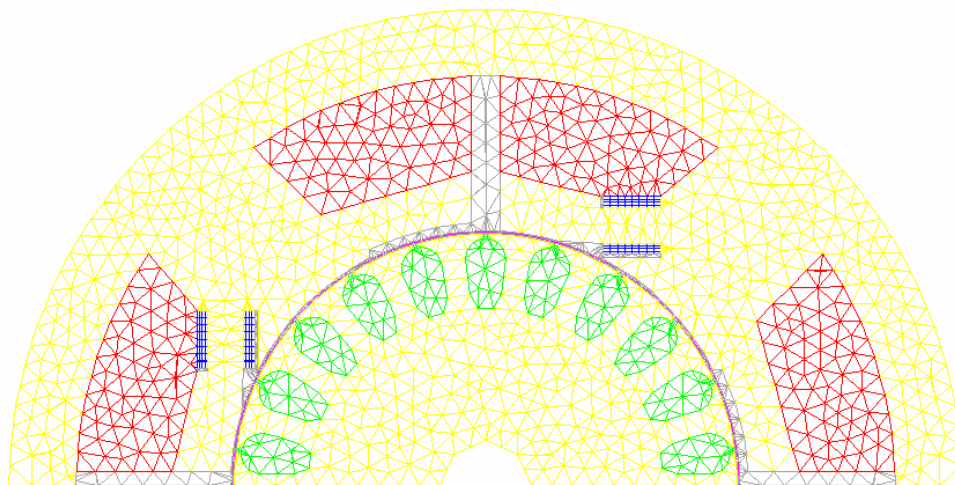


Fig. A4.4.2 – Malha de elementos finitos.

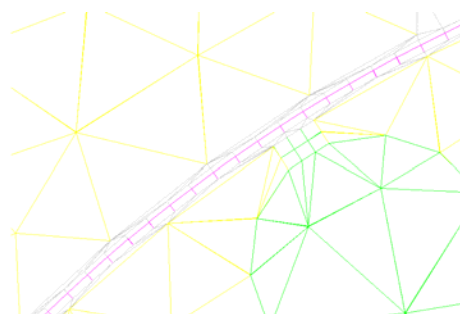


Fig. A4.4.3 – Malha de elementos finitos: Banda de Movimento.

Referências Bibliográficas

- [1] WEXLER, A.; 1969. Computation of Electromagnetic Fields. *IEEE Transactions On Microwave Theory and Techniques*, v. MTT-17, n. 8 (Aug.), p. 416-439.
- [2] CSENDES, Z. J.; SILVESTER, P.; 1970. Numerical Solution of Dielectric Loaded Waveguides: I – Finite-Element Analysis. *IEEE Transactions On Microwave Theory and Techniques*, v. MTT-18, n. 12 (Dec.), p. 1124-1131.
- [3] RICHARDS, D. J.; WEXLER, A.; 1972. Finite-Element Solutions within Curved Boundaries. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. MTT-20, n. 10 (Oct.), p. 650-657.
- [4] KINSNER, W.; DELLA TORRE, E.; 1974. An Iterative Approach to the Finite-Element Method in Field Problems. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. MTT-22, n. 3 (Mar.), p. 221-228.
- [5] CHARI, M. V. K.; 1974. Nonlinear Finite Element Solution of Electrical Machines under No-load and Full-load Conditions. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 10, n. 3 (Sep.), pp. 686-689.
- [6] RAFINEJAD, P.; SABONNADIÈRE, J.-C.; 1976. Finite Element Computer Programs in Design of Electromagnetic Devices. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-12, n. 5 (Sep.), pp. 575-578.
- [7] CHARI, M. V. K.; CSENDES, Z. J.; 1977. Finite Element Analysis of the Skin Effect in Current Carrying Conductors. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-13, n. 5 (Sep.), pp. 1125-1127.
- [8] NAKATA, T.; TAKAHASHI, N.; YONEDA, K.; 1978. Numerical Analysis of Flux Distribution in Permanent-Magnet Stepping Motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-14, n. 5 (Sep.), pp. 548-550.

- [9] DEMERDASH, N. A.; NEHL, T. W.; 1979. Use of Numerical Analysis of Nonlinear Eddy Current Problems by Finite Elements in the Determination of Parameters of Electrical Machines with Solid Iron Rotors. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-15, n. 6 (Nov.), pp. 1482-1484.
- [10] ANCELLE, B.; COULOMB, J. L.; MOREL, B.; 1980. Implementation of a Computer Aided Design System for Electromagnets in an Industrial Environment. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-16, n. 5 (Sep.), pp. 806-808.
- [11] CHARI, M. V. K.; 1980. Finite Element Analysis of Electrical Machinery and Devices. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-16, n. 5 (Sep.), pp. 1014-1019.
- [12] TANDON, S. C.; RICHTER, E.; CHARI, M. V. K.; 1980. Finite Elements and Electrical Machine Design. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-16, n. 5 (Sep.), pp. 1020-1022.
- [13] STRANGAS, E. G.; THEIS, K. R.; 1985. Shaded Pole Motor Design and Evaluation using Coupled Field and Circuit Equations. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-21, n. 5 (Sep.), pp. 1880-1882.
- [14] STRANGAS, E. G.; 1985. Coupling the Circuit Equations to the Non-Linear Time Dependent Field Solution in Inverter Driven Induction Motors. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-21, n. 6 (Nov.), pp. 2408-2411.
- [15] SHEN, D.; MEUNIER, G.; COULOMB, J. L.; SABONNADIÈRE, J. C.; 1985. Solution of Magnetic Fields and Electrical Circuits Combined Problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-21, n. 6 (Nov.), pp. 2288-2291.
- [16] WILLIAMSON, S.; BEGG, M. C.; 1985. Analysis of Cage Induction Motors – A Combined Fields and Circuits Approach. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-21, n. 6 (Nov.), pp. 2396-2399.
- [17] DAVAT, B.; REN, Z.; LAJOIE-MAZENC, M.; 1985. The Movement in Field Modeling. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. MAG-21, n. 6 (Nov.), pp. 2296-2298.

- [18] PIRIOU, F.; RAZEK, A.; 1988. Coupling of Saturated Electromagnetic Systems to Non-Linear Power Electronic Devices. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 24, n. 1 (Jan.), pp. 274-277.
- [19] SANGHA, P. S.; PRESTON, T. W.; REECE, A. B. J. Design Analysis by Finite-Element Time-Stepping Techniques. In: FOURTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND DRIVES (1989). Proceedings. 1989. pp. 11-15, 1989.
- [20] TSUKERMAN, I. A.; KONRAD, A.; MEUNIER, G.; SABONNADIÈRE, J. C.; 1993. Coupled Field-Circuit Problems: Trends and Accomplishments. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 29, n. 2 (Mar.), pp. 1701-1704.
- [21] PAWLAK, A. M.; NEHL, T. W.; 1988. Transient Finite Element Modeling of Solenoid Actuators: The Coupled Power Electronics, Mechanical, and Magnetic Field Problem. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 24, n. 1 (Jan.), pp. 270-273.
- [22] SALON, S. J.; PALMA, R.; HWANG, C. C.; 1989. Dynamic Modeling of an Induction Motor Connected to an Adjustable Speed Drive. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 25, n. 4 (Jul.), pp. 3061-3063.
- [23] VASSENT, E.; MEUNIER, G.; FOGGIA, A.; REYNE, G.; 1991. Simulation of Induction Machine Operation using a Step by Step Finite Element Method Coupled with Circuits and Mechanical Equations. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 27, n. 6 (Nov.), pp. 5232-5234.
- [24] PIRIOU, F.; RAZEK, A.; 1993. Finite Element Analysis in Electromagnetic Systems Accounting for Electric Circuits. *IEEE Transaction on Magnetics*, v. 29, n. 2 (Mar.), pp. 1669-1675.
- [25] SADOWSKI, N.; CARLY, B.; LEFEVRE, Y.; LAJOIE-MAZENC, M.; ASTIER, S.; 1993. Finite Element Simulation of Electrical Motors Fed by Current Inverters. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 29, n. 2 (Mar.), pp. 1683-1688.

- [26] NICOLET, A.; DELINCE, F.; BAMPS, N.; GENON, A.; LEGROS, W.; 1993. A Coupling Between Electric Circuits and 2D Magnetic Field Modeling. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 29, n. 2 (1993), pp. 1697-1700.
- [27] SADOWSKI, N.; CARLSON, R.; ARRUDA, S. R.; SILVA, C. A.; LAJOIE-MAZENC, M.; 1995. Simulation of Single-phase Induction Motor by a General Method Coupling Field and Circuit Equations. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 31, n. 3 (May), pp. 1908-1911.
- [28] VÄÄNÄNEN, J.; 1996. Circuit Theoretical Approach to Couple Two-Dimensional Finite Element Models with External Circuit Equations. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 32, n. 2 (Mar.), pp. 400-410.
- [29] KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; BASTOS, J. P. A.; CARLSON, R.; BATISTELA, N. J.; 1997. A General Method for Coupling Static Converters with Electromagnetic Structures. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 33, n. 2 (Mar.), pp. 2004-2009.
- [30] OLIVEIRA, Ana Margarida de; 2000. *Análise de Dispositivos Eletromagnéticos Trifásicos Modelados por Elementos Finitos 2D Conectados aos seus Circuitos Externos de Alimentação*. Florianópolis. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [31] OLIVEIRA, A. M.; KUO-PENG, P.; FERREIRA DA LUZ, M. V.; SADOWSKI, N.; BASTOS, J. P. A.; 2001. Generalization of Coupled Circuit-Field Calculation for Polyphase Structures. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 37, n. 5 (Sep.), pp. 3444-3447.
- [32] OLIVEIRA, A. M.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; ANDRADE, M. S.; BASTOS, J. P. A.; 2002. A Non A Priori Approach to Analyze Electrical Machines Modeled by FEM Connected to Static Converters. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 38, n. 2 (Mar.), pp. 933-936.

- [33] DEÁS, Douglas R.; 2000. *Modelagem de Motor de Indução Linear Utilizando o Método de Elementos Finitos em 2D*. Florianópolis. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [34] DEÁS, D. R.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; OLIVEIRA, A. M.; ROEL, J. L.; BASTOS, J. P. A.; 2002. 2D FEM Modeling of the Tubular Linear Induction Motor Taking into Account the Movement. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 38, n. 2 (Mar.), pp. 1165-1168.
- [35] ANTUNES, Ricardo; 2002. *Modelagem pelo Método de Elementos Finitos de Servomotor CC sem Escovas e seu Acionamento*. Florianópolis. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [36] ANTUNES, R.; OLIVEIRA, A. M.; KUO-PENG, P.; CARPES JUNIOR, W. P.; SADOWSKI, N. Modelagem da Dinâmica de Máquinas Elétricas e seus Acionamentos com o MEF-2D. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETROMAGNETISMO (Set. 2002: Gramado). *Anais*. Gramado, 2002.
- [37] ROEL O., Jorge L.; 2002. *Método de Elementos Finitos na Simulação de Dispositivos Eletromagnéticos Acoplados a Conversores Estáticos com Laço de Controle*. Florianópolis. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [38] ROEL O., J. L.; SADOWSKI, N.; KUO-PENG, P.; BATISTELA, N. J.; BASTOS, J. P. A.; 2001. Coupling Static Converter with Control Loop and Non-Linear Electromagnetic Devices. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 37, n. 5 (Sep.), pp. 3514-3517.
- [39] DZIWNIEL, P.; 1998. *Etude des Structures Electromagnétiques Présentant des Directions d'Invariance Géométrique: Application a la Machine Asynchrone a Encoches Inclinaées*. Thèse de doctorat, U.S.T. de Lille, France.

- [40] YAMAZAKI, K.; 1998. A Quasi 3D Formulation for Analyzing Characteristics of Induction Motors with Skewed Slots. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 34, n. 5 (Sep.), pp. 3624-3627.
- [41] DZIWNIEL, P.; PIRIOU, F.; DUCREUX, J-P.; THOMAS, P.; 1999. A Time-Stepped 2D-3D Finite Element Method for Induction Motors with Skewed Slots Modeling. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 35, n. 3 (May), pp. 1262-1265.
- [42] DULAR, P.; HENROTTE, F.; LEGROS, W.; 1999. A General and Natural Method to Define Circuit Relations Associated with Magnetic Vector Potential Formulations. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 35, n. 3 (May), pp. 1630-1633.
- [43] VÄÄNÄNEN, J.; 1994. *Combination of Power Electronic Models with the Two-Dimensional Finite Element Analysis of Electrical Machines*. Licenciate thesis, Laboratory of Electromechanics, Helsinki, Finlândia.
- [44] PIRIOU, F.; RAZEK, A.; 1990. A Model for Coupled Magnetic-Electric Circuits in Electric Machines with Skewed Slots. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 26, n. 2 (Mar.), pp. 1096-1100.
- [45] ALHAMADI, M. A.; DEMERDASH, N. A.; 1991. Modeling of Effects of Skewing of Rotor Mounted Permanent Magnets on the Performance of Brushless DC Motors. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 6, n. 4 (Dec.), pp. 721-729.
- [46] BENGHEZAL, K.; IVANES, M.; YONNET, J. P.; 1991. Skewed Stator Synchronous Motor Modeling by a 2D Electromagnetic Simulation Software. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 27, n. 5 (Sep.), pp. 4235-4237.
- [47] MATSUBARA, T.; ISHIHARA, Y.; KITAMURA, S.; INOUE, Y.; 1995. Magnetic Field Analysis in Shaded Pole Motor Taking Skewed Slot Effects into Account. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 31, n. 3 (May), pp. 1916-1919.
- [48] HO, S. L.; FU, W. N.; 1997. A Comprehensive Approach to the Solution of Direct-Coupling Multislice Model of Skewed Rotor Induction Motors using Time-Stepping

- Eddy-Current Finite Element Method. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 33, n. 3 (May), pp. 2265-2273.
- [49] EASTHAM, J. F.; IONEL, D. M.; BALCHIN, M. J.; BETZER, F.; DEMETER, E.; 1997. Finite Element Analysis of an Interior-Magnet Brushless DC Machine, with a Step-Skewed Rotor, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 33, n. 2 (Mar.), pp. 2117-2119.
- [50] TENHUNEN, A.; ARKKIO, A.; 2001. Modelling of Induction Machines with Skewed Rotor Slots. *IEE Proceedings Electrical Power Applications*, v. 148, n. 1 (Jan.), pp. 45-50.
- [51] PRESTON, T. W.; 2001. Implementation of the Finite Element Method into an Industrial Design Environment. *International Compumag Society – Newsletter*, v. 8, n. 3 (Nov).
- [52] BASTOS, J. P. A.; SADOWSKI, N.; *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*. 1st Ed.. New York: Marcel Dekker, Inc., 2003.
- [53] SADOWSKI, N.; LEFEVRE, Y.; LAJOIE-MAZENC, M.; CROS, J.; 1992. Finite Element Torque Calculation in Electrical Machines while Considering the Movement. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 28, n. 2 (Mar.), pp. 1410-1413.
- [54] DEMENKO, A.; 1996. Movement Simulation in Finite Element Analysis of Electric Machine Dynamics. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 32, n. 3 (May), pp. 1553-1556.
- [55] CHAPMAN, S. J.; *Electric Machinery Fundamentals*. 2nd Ed.. New York: McGraw-Hill, Inc., 1991.
- [56] OLIVEIRA, A. M.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; DULAR, P.. Consideração dos Efeitos de Inclinação de Ranhuras nos Problemas Acoplados. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETROMAGNETISMO (5.: Nov. 2002: Gramado). *Anais*. Gramado, 2002.

- [57] OLIVEIRA, A. M.; ANTUNES, R.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; DULAR, P.. Electrical Machine Analysis Considering Field – Circuit – Movement and Skewing Effects. In: 10th BIENNIAL IEEE CONFERENCE ON ELECTROMAGNETIC FIELD COMPUTATION (10.: Jun. 2002: Perugia, Itália). *Proceedings*. Perugia, 2002. p. 274.
- [58] OLIVEIRA, A. M.; ANTUNES, R.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; DULAR, P.. Electrical Machine Analysis Considering Field – Circuit – Movement and Skewing Effects. In: 6th INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS (6.: Oct. 2003: Aachen, Germany). *Symposium Reports*. Aachen, 2003. pp. 357-360.
- [59] VEINOTT, C. G.; *Fractional & Subfractional Horsepower Electric Motors*. 3rd Ed.. New York: McGraw-Hill Book Company, 1970.
- [60] CARLSON, Renato; 1973. *Um Estudo do Motor de Indução Monofásico de Pólos Divididos*. Florianópolis. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [61] NETO, Paschoal Spina; 1996. *Simulação de Motores “Shaded Pole”*: uma Nova Abordagem Analítico / Numérica. São Paulo. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- [62] NETO, Paschoal Spina; 2001. *Modelagem Analítico – Numérica de Motores “Shaded Pole” com Entreferro Não-Uniforme*. São Paulo. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- [63] AKBABA, M.; FAKHRO, S. Q.; 1992. Field Distribution and Iron Loss Computation in Reluctance Augmented Shaded-Pole Motors using Finite Element Method. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 7, n. 2 (Jun.), pp. 302-307.
- [64] AKBABA, M.; FAKHRO, S. Q.; 1992. An Improved Computational Technique of the Inductance Parameters of Reluctance Augmented Shaded-Pole Motors using Finite Element Method. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 7, n. 2 (Jun.), pp. 308-314.

- [65] ZHOU, D.; RAJANATHAN, C. B.; SAPELUK, A. T.; EGIN, R.. Transient Simulation of the Shaded Pole Motor Based upon a Multi-Slice Finite-Element Model. In: 9th INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND DRIVES (9.: 1999). pp. 30-34.
- [66] HUNT, L. J.; 1907. A New Type of Induction Motor. *Journal Institute of Electrical Engineers (London)*, v. 39, pp. 648-677.
- [67] COOK, C. D.; SMITH, B. H.; 1979. Stability and Stabilization of Doubly-Fed Single-Frame Cascade Induction Machines. *Proceedings IEE (London)*, v. 126, pp. 1168-1174.
- [68] WALLACE, A. K.; SPÉE, R.; LAUW, H. K.; 1989. Dynamic Modeling of Brushless Doubly-Fed Machines. In: IEEE INDUSTRY APPLICATIONS SOCIETY ANNUAL MEETING. *Conference Record*, v. 1 (1st – 5th Oct.), pp. 329-334.
- [69] ROCHELLE, P.; SPÉE, R.; WALLACE, A. K.; 1990. The Effect of Stator Winding Configuration on the Performance of Brushless Doubly-Fed Machines in Adjustable Speed Drives. In: CONFERENCE RECORD OF THE 1990 IEEE INDUSTRY APPLICATIONS SOCIETY ANNUAL MEETING, *Conference Record*, 7-12 Oct. 1990, pp. 331-337.
- [70] WALLACE, A. K.; SPÉE, R.; LAUW, H. K.; 1990. The Potential of Brushless Doubly-Fed Machines for Adjustable Speed Drives. In: CONFERENCE RECORD OF 1990 ANNUAL PULP AND PAPER INDUSTRY TECHNICAL CONFERENCE, *Conference Record*, 18-22 June 1990, pp. 45-50.
- [71] LI, R.; WALLACE, A. K.; SPÉE, R.; 1991. Dynamic Simulation of Brushless Doubly-Fed Machines. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 6, n. 3 (Sep.), pp. 445-451.
- [72] WALLACE, A. K.; SPÉE, R.; ALEXANDER, G. C.; . The Brushless Doubly-Fed Machine: Its Advantages, Applications and Design Methods. In: THE SIXTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND DRIVES, *Conference Publication n. 376*, 8-10 Sep. 1993, pp. 511-517.

- [73] LI, R.; SPÉE, R.; WALLACE, A. K.; ALEXANDER, G. C.; 1994. Synchronous Drive Performance of Brushless Doubly-Fed Motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 30, n. 4 (Jul.), pp. 963-970.
- [74] BOGER, M. S.; WALLACE, A. K.; SPÉE, R.; LI, R.; 1995. General Pole Number Model of the Brushless Doubly-Fed Machine. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 31, n. 5 (Sep. / Oct.), pp. 1022-1028.
- [75] WILLIAMSON, S.; FERREIRA, A. C.; WALLACE, A. K.; 1997. Generalised Theory of the Brushless Doubly-Fed Machine. Part 1: Analysis. *IEE Proceedings – Electric Power Applications*, v. 144, n. 2 (Mar.), pp. 111-122.
- [76] WILLIAMSON, S.; FERREIRA, A. C.; 1997. Generalised Theory of the Brushless Doubly-Fed Machine. Part 2: Model Verification and Performance. *IEE Proceedings – Electric Power Applications*, v. 144, n. 2 (Mar.), pp. 123-129.
- [77] OLIVEIRA, A. M.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; RÜNCOS, F.; CARLSON, R.; DULAR, P.; 2003. Finite Element Analysis of a Double Winding Induction Motor with a Special Rotor Bars Topology. Artigo aceito para publicação na revista *IEEE Transactions on Magnetics*.
- [78] RÜNCOS, Fredemar; 2000. *Máquina Assíncrona Trifásica Brushless em Cascata Duplamente Alimentada*. Florianópolis. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [79] NEVES, C. G. C.; CARLSON, R.; SADOWSKI, N.; BASTOS, J. P. A.; SOEIRO, N. S.; GERGES, S. N. Y.; 1999. Experimental and Numerical Analysis of Induction Motor Vibrations. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 35, n. 3 (May), pp. 1314-1317.
- [80] OLIVEIRA, A. M.; ANTUNES, R.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; DULAR, P.. Electrical Machine Analysis Considering Field – Circuit – Movement and Skewing Effects. Artigo aceito para publicação na revista *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*.

- [81] GYSELINCK, J.; VANDEVELDE, L.; OLIVEIRA, A. M.; DULAR, P.; MELKEBEEK, J.; KUO-PENG, P.; 2002. Two-Dimensional Harmonic Balance Finite Element Modelling of Electrical Machines taking Motion into Account. In: ICEM'2002 – THE 15TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES, *Conference Record*, 25-28 Aug., Brugge, Belgium.
- [82] GYSELINCK, J.; VANDEVELDE, L.; OLIVEIRA, A. M.; DULAR, P.; MELKEBEEK, J.; KUO-PENG, P.; 2003. Two-Dimensional Harmonic Balance Finite Element Modelling of Electrical Machines taking Motion into Account. *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, v. 22, n. 4, pp. 1021-.1036.
- [83] DA SILVA, Cláudia Andréa; 2001. *Uma Nova Modelagem para o Cálculo das Correntes Inter-Barras em Motores de Indução de Gaiola*. Florianópolis. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [84] RÜNCOS, F.; CARLSON, R.; OLIVEIRA, A. M.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; 2004. Performance Analysis of a Brushless Double Fed Cage Induction Generator. In: NWPC'2004 – NORDIC WIND POWER CONFERENCE, *Conference Record*, 1-2 Mar., Gothenburg, Sweden.