



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS

O GRÁFICO DE CONTROLE MULTIVARIADO  
 $T^2$  DE HOTELLING COMO INSTRUMENTO  
DE ANÁLISE DA QUALIDADE NUMA  
INDÚSTRIA DE ALUMÍNIO.

Patrícia Silva Tavares

Orientador: Prof. Miguel Angel Verdinelli, *Dr.*

Florianópolis, Novembro de 2003

Patrícia Silva Tavares

**O GRÁFICO DE CONTROLE MULTIVARIADO  
 $T^2$  DE HOTELLING COMO INSTRUMENTO  
DE ANÁLISE DA QUALIDADE NUMA  
INDÚSTRIA DE ALUMÍNIO.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de Concentração: **Gestão da Qualidade e Produtividade**  
Orientador: **Prof. Miguel Angel Verdinelli, *Dr.***

Florianópolis, Novembro de 2003

## FICHA CATALOGRÁFICA

T231g Tavares, Patrícia Silva

O gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling como instrumento de análise da qualidade numa indústria de alumínio / Patrícia Silva Tavares; orientador Miguel Angel Verdinelli. - Florianópolis, 2003.

68 f. : il. ; gráfs. ; tabs.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2003.

Inclui bibliografia.

1. Alumínio - Indústria - Análise. 2. Controle de qualidade - Métodos estatísticos. 3. Controle de produção. 4. Métodos gráficos. I. Verdinelli, Miguel Angel. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. III. Título.

CDU: 658.5

*Catálogo na fonte por: Onélia Silva Guimarães CRB-14/071*

Patrícia Silva Tavares

O GRÁFICO DE CONTROLE MULTIVARIADO  
 $T^2$  DE HOTELLING COMO INSTRUMENTO  
DE ANÁLISE DA QUALIDADE NUMA  
INDÚSTRIA DE ALUMÍNIO.

Esta dissertação foi julgada e aprovada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 27 de Novembro de 2003

---

Prof. Edson Pacheco Paladini, *Dr.*  
(Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção)

**Banca Examinadora**

---

Prof. João Neiva de Figueiredo, *Ph. D.*  
Universidade Federal de Santa Catarina  
**Examinador**

---

Prof. Miguel Angel Verdinelli, *Dr.*  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Universidade do Vale do Itajaí  
**Orientador**

---

Prof. Willy Arno Sommer, *Dr.*  
Universidade Federal de Santa Catarina  
**Examinador**

---

Profa. Luciana dos S. C. Vieira da Silva, *M.Sc.*  
Universidade do Sul de Santa Catarina  
**Examinadora**

# Dedicatória

*Não foram poucas as dificuldades encontradas  
ao longo da elaboração deste trabalho.  
Mas para enfrentar cada uma delas  
tive o apoio e o amor incondicional de pessoas  
que são as verdadeiras responsáveis pela minha vitória.  
Por isso, dedico este trabalho  
a meus grandes e eternos incentivadores,  
meus pais Josafá e Zilda,  
ao meu irmão Eduardo, e aos meus sobrinhos  
João, Gabi e Dudu.*

# Agradecimentos

A realização deste trabalho não seria possível sem a colaboração de colegas, amigos e familiares. Queria deixar aqui os meus profundos agradecimentos a todas as pessoas que fazem parte da concretização de mais um objetivo de vida:

- ★ A Deus que me permitiu essa oportunidade, me mostrou através de pequenas coisas quão grande é a sabedoria divina e me orientou na elaboração deste trabalho;
- ★ Ao meu orientador, Professor Miguel Verdinelli, pela oportunidade dada e pelo apoio;
- ★ A ALCOA, que me abriu as portas e tornou possível a realização deste trabalho, em especial ao Luciano, ao Gustavo e ao Fernando;
- ★ Aos professores do PPGEF-UFSC, que estimularam em mim a vontade de aprender, em especial ao Prof. Robert Samohyl, que acima de tudo foi um amigo, e a Prof. Ana Lúcia;
- ★ A Luciana e Wesley, que acreditaram na minha capacidade e são os “culpados” por eu estar aqui;
- ★ A Éder Corvalão, pela competência e boa vontade na reestruturação da planilha computacional;
- ★ A Andréa Konrath, pela amizade e por ter colocado a minha disposição o objeto de sua dissertação;
- ★ Aos amigos do NNQ, Aduino, Rubson e Rodrigo, pela amizade e pelo apoio dado durante este tempo de convivência;
- ★ Aos meus grandes amigos e primos, Zahara, Patrícia, Ana Lúcia, Isabela, George, Márcio e Mara, que mesmo com toda a distância nunca deixaram de estar presentes e de me incentivar;
- ★ A minha grande família em Floripa, Rute e Carlinhos, Paula, Ane, Adriano, Alexandro e Pablo, que estiveram comigo dia à dia e tornaram os meus momentos aqui muito mais felizes;
- ★ A minha grande amiga Tati, pelo carinho, apoio, amizade, companheirismo, amor e pela presença constante nos momentos difíceis;
- ★ Ao Edson, pelo apoio incondicional durante todas as fases de elaboração deste trabalho, pela grande amizade, carinho, amor;
- ★ A minha “irmã” Florence, pela alegria, pelo companheirismo, pelo amor, e por ter estado junto comigo durante grande parte desta caminhada;
- ★ Ao meu irmão Eduardo, minha cunhada Sandra e aos meus sobrinhos João, Gabi e Dudu, por todo amor demonstrado e pelo estímulo em todos os momentos;
- ★ E finalmente aos meus pais, Josafá e Zilda, por estarem sempre me incentivando, me fazendo crescer como pessoa, por acreditarem no meu potencial e viajarem juntos comigo nos meus sonhos;
- ★ A todos vocês o meu muito obrigado, nada disso seria possível se vocês não estivessem comigo!

*“E jamais termina meu caminhar  
só o amor me ensina,  
onde vou chegar,  
por onde for quero ser seu par”.*

Danilo Caymmi/Paulinho Tapajós

---

# Resumo

---

TAVARES, Patrícia Silva. O gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling como instrumento de análise da qualidade numa indústria de alumínio. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - PPGEP/UFSC, Florianópolis - SC, Brasil.

O objetivo deste trabalho é aplicar o gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling em uma das etapas do processo de produção de perfis de alumínio da Alcoa (*Aluminum Company of America*) e decompor a estatística  $T^2$  de Hotelling utilizando uma planilha computacional. A caracterização da empresa e de seu processo produtivo foi realizada, com a finalidade de identificar os pontos críticos. Na aplicação foram utilizados dados da etapa de anodização e monitoradas simultaneamente duas características de qualidade: a concentração de ácido sulfúrico e a concentração de alumínio dissolvido. Através da implementação da Fase I do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling foi constatado o controle estatístico dos dados, o que possibilitou o início da Fase II, chamada de monitoramento. Verificou-se nesta etapa, a presença de *outliers* e através da planilha computacional empregada para decompor a estatística  $T^2$  de Hotelling destas observações discrepantes, foi possível descobrir qual das características de qualidade afetou o processo, identificando as causas especiais e, posteriormente, propondo as medidas corretivas apropriadas.

Palavras Chave: Controle Estatístico da Qualidade, Gráfico de Controle Multivariado  $T^2$  de Hotelling e Alumínio.



---

# Abstract

---

TAVARES, Patrícia Silva. The Hotelling  $T^2$  multivariate control chart as a quality analysis tool in an aluminum industry. 2003. Thesis (Master's degree in Industrial Engineering) - PPGEP/UFSC, Florianópolis - SC, Brazil.

The objective of this dissertation is to apply Hotelling's  $T^2$  multivariate control chart to one of the aluminum profile production process stages of ALCOA (*Aluminum Company of America*) and to decompose the statistics using a computational spreadsheet. The company and the productive process were described with the purpose of identifying critical points. In the application, anodizing stage data were used and two quality characteristics were monitored simultaneously, the acid sulfuric concentration and the dissolved aluminum concentration. Through multivariate control chart Phase I implementation, the statistical control of the data was verified, which made possible Phase II monitoring. In this stage it was verified that there were outliers present. The computational spreadsheet was used to decompose the statistics of these differing observations and it was possible to discover which quality characteristics affected the process, identifying special causes. Finally, appropriate corrective measures were proposed.

Key Words: Statistical Quality Control, Hotelling's  $T^2$  Multivariate Control Chart and Aluminum.

---

# Lista de Tabelas

---

2.1	Dados de um processo químico e as estatísticas $T^2$ . . . . .	20
3.1	Perfil da indústria brasileira do alumínio . . . . .	30
3.2	Classes de camadas anódicas . . . . .	35
3.3	Teste de Normalidade Kolmogorov-Smirnov . . . . .	43
3.4	Teste de Normalidade de Jarque-Bera . . . . .	44
3.5	Valores da estatística $T^2$ de Hotelling para $T_1$ , $T_2$ e $T_3$ na Fase I. . . . .	46

---

# Lista de Figuras

---

2.1	Gráfico de Controle de Shewhart. . . . .	11
2.2	Gráfico $T^2$ de Hotelling com 14 observações. . . . .	21
2.3	Gráfico de Hotelling com 13 observações. . . . .	23
3.1	Visão aérea da ALCOA Alumínio S.A - Tubarão-SC. . . . .	31
3.2	ALCOA Alumínio S.A - Tubarão. . . . .	32
3.3	Fluxograma da linha de Anodização. . . . .	35
3.4	Corte esquemático de um feixe de células hexagonais (ABAL, 1996). . . . .	37
3.5	Película anódica no princípio de sua formação em um eletrólito com ação dissolvente sobre a película (ABAL, 1996). . . . .	38
3.6	Evolução da película anódica no perfil de alumínio (ABAL, 1996). . . . .	39
3.7	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase I para o $T_1$ . . . . .	46
3.8	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase I para o $T_2$ . . . . .	47
3.9	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase I para o $T_3$ . . . . .	47
3.10	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase II para o $T_1$ . . . . .	48
3.11	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase II para o $T_1$ . . . . .	49
3.12	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase II para o $T_1$ . . . . .	49
3.13	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase II para o $T_1$ . . . . .	50
3.14	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase II para o $T_2$ . . . . .	51
3.15	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase II para o $T_2$ . . . . .	51
3.16	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase II para o $T_2$ . . . . .	52
3.17	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase II para o $T_2$ . . . . .	53
3.18	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase II para o $T_3$ . . . . .	54
3.19	Gráfico $T^2$ de Hotelling da Fase II para o $T_3$ . . . . .	54
4.1	Tela de abertura da planilha computacional. . . . .	67
4.2	Tela de operacionalização da escolha das variáveis. . . . .	68
4.3	Tela dos resultados obtidos através da decomposição. . . . .	68

---

# Índice

---

<b>Resumo</b>	<b>viii</b>
<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>1 Apresentação do Trabalho</b>	<b>2</b>
1.1 Introdução . . . . .	2
1.2 Justificativa e Importância do Trabalho . . . . .	3
1.3 Objetivos . . . . .	4
1.3.1 Objetivo Geral . . . . .	4
1.3.2 Objetivos Específicos . . . . .	4
1.4 As Limitações do Trabalho . . . . .	4
1.5 Estrutura do Trabalho . . . . .	5
<b>2 Revisão de Literatura</b>	<b>6</b>
2.1 Introdução . . . . .	6
2.2 Princípios dos gráficos de controle . . . . .	7
2.3 O Planejamento dos gráficos de controle . . . . .	8
2.4 Aspectos básicos da estrutura do gráfico de controle . . . . .	10
2.5 Tipos de Gráficos de Controle . . . . .	11
2.6 Gráficos de controle univariados para variáveis . . . . .	13
2.6.1 Gráfico da Média (Gráfico $\bar{X}$ ) . . . . .	13
2.6.2 Gráfico do Desvio Padrão ( $S$ ) e Amplitude ( $R$ ) . . . . .	15
2.7 Gráficos de Controle Multivariados ( $GCM$ ) . . . . .	16
2.7.1 Gráficos $T^2$ de Hotelling . . . . .	17
2.7.2 O método de decomposição . . . . .	23
2.7.3 Comparação com outros métodos de decomposição . . . . .	26
<b>3 Aplicação do gráfico de controle multivariado <math>T^2</math> de Hotelling na ALCOA</b>	<b>29</b>
3.1 Aluminum Company of America (ALCOA) . . . . .	29
3.2 O alumínio . . . . .	31
3.2.1 O processo de produção dos perfis de Alumínio . . . . .	33

---

3.2.2 O tratamento no alumínio . . . . .	34
3.3 A Anodização . . . . .	34
3.3.1 Enganchamento . . . . .	35
3.3.2 Desengraxe . . . . .	35
3.3.3 Lavagem . . . . .	36
3.3.4 Fosqueamento ( <i>Etching</i> ) . . . . .	36
3.3.5 Neutralização . . . . .	36
3.3.6 Anodização . . . . .	36
3.3.7 Coloração Eletrolítica . . . . .	40
3.3.8 Selagem . . . . .	40
3.3.9 Desmontagem . . . . .	40
3.4 Escolha dos pontos críticos da amostra . . . . .	40
3.5 A Metodologia de Pesquisa do Trabalho . . . . .	41
3.5.1 As variáveis . . . . .	41
3.5.2 Método de coleta e análise de dados . . . . .	42
3.6 Teste de normalidade das variáveis selecionadas . . . . .	42
3.7 Estabelecimento da Fase I do gráfico de controle $T^2$ de Hotelling para as variáveis selecionadas . . . . .	44
3.8 Monitoramento do Tanque 1 . . . . .	48
3.9 Monitoramento do Tanque 2 . . . . .	50
3.10 Monitoramento do Tanque 3 . . . . .	53
3.11 Análise dos resultados . . . . .	54
<b>4 Considerações finais e Recomendações</b>	<b>56</b>
4.1 Considerações Finais e Recomendações . . . . .	56
<b>Bibliografia</b>	<b>59</b>
<b>Glossário</b>	<b>63</b>
<b>Anexo A</b>	<b>67</b>

---

## Capítulo 1

# Apresentação do Trabalho

---

### 1.1 Introdução

A crescente busca pela melhoria da qualidade dos processos e os investimentos cada vez maiores por parte das organizações para alcançar tal objetivo, tornaram a qualidade um fator fundamental em todas as áreas, sejam elas de produtos ou de serviços.

Essa disseminação da importância da qualidade se deve ao fato de que o comportamento do consumidor tem passado por uma grande transformação. Atualmente, um dos principais fatores que influenciam na decisão de compra tem sido a qualidade dos produtos e serviços oferecidos pelas empresas. Por conseguinte, estas empresas necessitam operar com a melhoria contínua e o aperfeiçoamento dos processos, e isso exige que a qualidade seja empregada como uma parte essencial da estratégia geral dos negócios para a garantia da competitividade.

Baseando-se nisso, a qualidade vem sendo incorporada às empresas que buscam estabelecer um relacionamento de confiança e credibilidade com seus fornecedores e consumidores.

Para tornar isto possível, diversas ferramentas são utilizadas em busca da melhoria e do aperfeiçoamento dos processos. Dentre elas, o Controle Estatístico de Processos (*CEP*) é empregado em muitas indústrias, não simplesmente como um conjunto de técnicas estatísticas, mas como uma forma de pensar que é determinante para que sejam atingidos os objetivos propostos. Esta ferramenta possibilitará a monitoração e a melhoria dos processos de produção, promovendo a redução dos custos associados à falhas, a diminuição do desperdício e conseqüentemente, o aumento da qualidade dos produtos.

Neste contexto, a indústria do alumínio, dentre tantas outras atividades industriais, também se destaca pela implantação de programas de qualidade e na busca pela competitividade. Assim, este trabalho procura contribuir de alguma forma, utilizando o *CEP*

numa empresa que produz perfis de alumínio, localizada na cidade de Tubarão, estado de Santa Catarina.

Através deste capítulo serão apresentadas a justificativa e importância do trabalho, o objetivo geral e os objetivos específicos, as limitações encontradas durante a elaboração do trabalho e a sua estrutura.

## **1.2 Justificativa e Importância do Trabalho**

O sucesso de uma organização depende significativamente de sua força inovadora, de sua produtividade e da qualidade dos bens e serviços produzidos. Todos estes fatores são importantes e podem ser percebidos através de produtos que combinem a inovação tecnológica com um alto nível de qualidade e preços comparativamente baixos.

Para alcançar este estágio, as indústrias têm buscado técnicas cada vez mais apuradas que possam fornecer uma melhoria contínua com mais garantia de qualidade nos processos e consequentemente nos produtos. Nesse contexto o *CEP* se apresenta como uma poderosa ferramenta para analisar os dados, estudar as características do processo e solucionar os problemas práticos. Uma das ferramentas do *CEP* mais utilizadas são os gráficos de controle de Shewhart, e através deles é possível distinguir quais os tipos de variações do processo, tornando possível o diagnóstico e a correção de muitos problemas de produção.

Os gráficos de controle univariados são aqueles mais conhecidos e mais aplicados no setor industrial devido à sua simplicidade e facilidade de operacionalização. Mas a necessidade de agilizar os processos e obter informações cada vez mais rapidamente, fez com que os gráficos de controle multivariados começassem a se tornar mais importantes e mais efetivos nos processos industriais, visto que estes tipos de gráficos conseguem monitorar simultaneamente mais de uma característica de qualidade, como é o caso do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling, que será utilizado neste trabalho.

Esta ferramenta, ao contrário dos gráficos de controle univariados, leva em consideração a correlação existente entre as várias características que são monitoradas conjuntamente e permite ao usuário otimizar os seus processos devido à detecção mais rápida de possíveis problemas.

Além disso, aliada à aplicação deste tipo de gráfico, será utilizada uma planilha computa-

cional, proposta por Konrath (2002), que facilita a identificação das possíveis causas que estão atuando no processo, através da decomposição da estatística  $T^2$  de Hotelling.

Assim, é de fundamental importância a utilização de métodos de controle estatísticos da qualidade, que agindo conjuntamente com uma planilha computacional de decomposição da estatística  $T^2$  de Hotelling, auxilie o trabalho de operários e pesquisadores da área. Ao longo deste capítulo serão apresentados todos os aspectos básicos relativos ao tema a ser abordado, tais como: os objetivos, a metodologia e as limitações encontradas para a realização deste trabalho.

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo Geral

Analisar a aplicação do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling em uma das etapas do processo de produção de perfis de alumínio, a fim de identificar possíveis problemas que possam afetar o bom funcionamento do processo produtivo.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

- Identificar os pontos críticos do processo;
- Aplicar o gráfico de controle  $T^2$  de Hotelling;
- Decompor a estatística  $T^2$  de Hotelling através de uma planilha computacional;
- Avaliar os resultados e propor sugestões de melhoria.

## 1.4 As Limitações do Trabalho

Durante a elaboração deste trabalho foram encontradas algumas dificuldades, a saber:

- A impossibilidade de acompanhar o processo *in loco* trouxe algumas dificuldades nas análises dos gráficos e dos resultados obtidos;
- A falta de registro de algumas ocorrências importantes do processo retardou a interpretação dos gráficos;



- A aplicação em apenas uma etapa do processo reduziu o potencial de análise da ferramenta utilizada.

## 1.5 Estrutura do Trabalho

Esta dissertação de mestrado encontra-se dividida em quatro capítulos, a saber:

- Capítulo 1 - neste capítulo é feita uma introdução a respeito da área de interesse do trabalho, além de sua justificativa e importância, do objetivo geral e dos objetivos específicos e das limitações encontradas na sua elaboração;
- Capítulo 2 - engloba os aspectos mais relevantes referentes aos gráficos de controle univariados e ao gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling;
- Capítulo 3 - mostra como se deu a aplicação da ferramenta multivariada, a metodologia utilizada, além de caracterizar a empresa e seu processo produtivo;
- Capítulo 4 - apresenta as considerações finais e as recomendações para trabalhos futuros.

---

## Capítulo 2

# Revisão de Literatura

---

### 2.1 Introdução

Essencial para o sucesso da produção, o *CEP*, um poderoso conjunto de ferramentas para solucionar problemas e muito útil na obtenção da estabilidade do processo, é empregado em muitas indústrias como um elemento importante do Controle Estatístico da Qualidade (*CEQ*).

As técnicas do *CEP*, quando bem aplicadas, na maioria das vezes trazem resultados muito mais satisfatórios em relação a outros métodos. Segundo Woodall (2000), o *CEP* é uma sub-área do (*CEQ*), que consiste de métodos para entender, monitorar e aperfeiçoar o desempenho do processo ao longo do tempo. Este procedimento pode ser aplicado tanto em processos de produção, como em processos operacionais, de inspeção ou gerenciais, considerando que todas as características de qualidade desses processos estão sujeitas a variações estocásticas, decorrentes de causas diversas, já que nenhum processo de produção é bom o suficiente para produzir os itens de um produto exatamente iguais. Para Grant (1964) alguma variabilidade é inevitável.

Nesse sentido, Walter Andrew Shewhart, preocupado com a variação dos bens produzidos na *Bell Telephones*, desenvolveu em 1924, o conceito dos gráficos de controle. Wadsworth, Stephens e Godfrey (1986) afirmam que o gráfico de controle é uma das mais úteis ferramentas para se estudar a variação, visto que ele mostra a quantidade e a natureza da variação ao longo do tempo, indica a presença do controle estatístico ou a falta dele, e torna possível a interpretação dos padrões e a detecção das mudanças.

Quando fatores de variação estão presentes nos processos de uma forma normal ou esperada, diz-se que um padrão de causas comuns ou causas aleatórias está se desenvolvendo. Esse tipo de causa de variação é inevitável e difícil de ser identificada, pois são de pequena

significância. As causas mais facilmente identificáveis e, portanto, de grande significância, são as causas especiais de variação ou assinaláveis, que devem ser rapidamente detectadas e eliminadas do processo. Caulcutt (1995) mostra que a distinção entre causas assinaláveis e especiais é, em muitos casos, artificial e arbitrária, pois quando esta distinção é combinada com a aderência rígida ao procedimento padrão, ela pode se tornar um obstáculo à discussão racional da melhoria da qualidade.

Portanto, de forma geral, o gráfico de controle é um registro gráfico da característica da qualidade a ser monitorada, com o objetivo básico de detectar as ocorrências das mudanças nos processos para que sejam tomadas as ações corretivas adequadas. Assim, as seções seguintes mostrarão os princípios dos gráficos de controle, as etapas para o seu planejamento e os aspectos básicos da estrutura dos gráficos de controle e os diversos tipos existentes. Logo depois é feita uma revisão dos gráficos de controle univariados e do gráfico multivariado  $T^2$  de Hotelling.

## 2.2 Princípios dos gráficos de controle

Apesar de ser bastante conhecido como uma ferramenta para checar a estabilidade do processo, os gráficos de controle podem ser utilizados com outras finalidades. De acordo com Siqueira (1997), pode-se verificar que os gráficos de controle fornecem informações para a melhoria da qualidade, sobre a capacidade do processo, para a tomada de decisões relativas à especificação do produto, para a tomada de decisões sobre o processo de produção, e para a tomada de decisões sobre peças recém-produzidas.

Além disso, conforme a *Western Electric Company* (1956) quando um grande número de pessoas numa fábrica começa a agir regularmente em concordância com o que os gráficos de controle indicam em detalhes ao longo de sua aplicação, resultados relevantes começarão a aparecer, seja na redução de custos, na melhoria da qualidade ou na rápida e econômica resolução dos problemas.

Desta forma, eles são largamente utilizados nas indústrias, principalmente devido à simplicidade e facilidade de aplicação, com o propósito de monitorar continuamente se o processo de produção está ou não sob controle estatístico. Num processo de produção cuidadosamente planejado, as variações inerentes são pequenas e atribuídas a vários fatores não-controláveis. De acordo com isso, se a distribuição de probabilidade que re-

presenta a característica de qualidade é constante sobre o tempo, diz-se que o processo está “sob controle estatístico”. De outra maneira, devido a grandes mudanças nos fatores controláveis do processo, caso estas variações aumentem e, se existe uma mudança nesta distribuição ao longo do tempo, diz-se que o processo está “fora de controle estatístico”. Assim, Woodall (2000) diz que, para muitas características de qualidade, a melhoria da qualidade corresponde a centralizar a distribuição de probabilidade da característica de interesse num valor alvo e reduzir a variabilidade.

Quando se trabalha com gráficos de controle supõe-se, na maioria das vezes, que o estado de controle estatístico é caracterizado por um processo que pode ser representado por variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (*i.i.d.*). Em particular, esta suposição implica em falta de autocorrelação e normalidade dos dados.

Os gráficos de controle são definidos através de estatísticas e se baseiam em certas distribuições de probabilidade, principalmente na distribuição normal. Assim, supõe-se que, quando um processo industrial está sob controle, uma característica de qualidade observável em saídas sucessivas se comporta como uma seqüência de variáveis aleatórias independentes com distribuição normal de média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , pelo menos aproximadamente.

## 2.3 O Planejamento dos gráficos de controle

Quando se trabalha com gráficos de controle deve-se destacar as várias etapas concernentes ao seu planejamento. Isto envolve a escolha da variável, que deve se basear na possibilidade de reduzir os custos; a escolha adequada do tamanho amostral e do método de amostragem; a escolha ideal do intervalo de tempo entre amostras consecutivas e a especificação dos limites de controle.

Nenhuma regra geral deve ser estabelecida para determinar o tamanho amostral e sua freqüência. Cada caso deve ser analisado em particular, baseando-se em suas características próprias e considerando o custo de coletar e inspecionar um processo. Para Mittag e Rinne (1993) quando se deseja determinar o tamanho e o intervalo amostral pode-se utilizar critérios econômicos, de acordo com os custos de inspeção, de produção parada devido à interrupções do processo e custos de perturbações não detectadas.

Na utilização inicial de um gráfico de controle para analisar um processo, pode ser desejável tomar amostras mais frequentes com o intuito de obter respostas mais rapidamente. Posteriormente, depois que os problemas tenham sido diagnosticados e corrigidos, e o objetivo seja apenas o de manter o controle do processo, pode ser preferível reduzir a frequência de amostragem.

Para a aplicação dos gráficos de controle podem ser definidas amostras com medidas individuais ou com subgrupos. Geralmente se utilizam as medidas individuais (única medida de determinada característica de qualidade) pelo alto custo de inspeção, pela pouca quantidade de itens para inspecionar ou muitas vezes por se tratarem de processos químicos. Já os subgrupos (várias medidas dentro de uma amostra de determinada característica de qualidade), de acordo com Siqueira (1997), são utilizados em processos com produção em lote ou pelo fato de que os valores médios indicam mudanças na variação muito mais rapidamente.

Em muitas situações, nem todas as informações dadas pelos gráficos de controle são aproveitadas, ou pode acontecer também que estes, devido a uma errônea determinação dos números de subgrupos para o estabelecimento dos limites de controle, não consigam transmitir toda a informação contida nos dados. É necessário então realizar uma análise criteriosa para verificar se o aumento da sensibilidade dos gráficos de controle, através de um maior número de subgrupos, justifica o aumento do custo de inspeção.

Existe muita discussão a respeito do número de subgrupos a ser inspecionado, pois não existe uma regra para definir o tamanho do subgrupo para se construir um gráfico de controle. Para Proschan e Savage (1960) as muitas recomendações em relação ao número de subgrupos necessário para iniciar um gráfico de controle não estão totalmente em acordo, e em geral, não são asseguradas por uma análise quantitativa que demonstre a razão da recomendação. Contudo, Hillier (1964) apresenta os passos para se calcular a confiabilidade dos convencionais gráficos de controle quando o número de subgrupos é pequeno.

Em relação aos limites de controle, é importante não especificá-los muito próximos à linha central, pois isso acabaria aumentando a probabilidade de ocorrência de alarmes falsos, ou seja, a probabilidade de ocorrência do erro Tipo I, que é o risco de um ponto cair além dos limites de controle, indicando uma condição fora de controle, quando nenhuma

causa assinalável está presente. Para Epprecht e Santos (1998), quanto menor a distância dos limites de controle à linha central do gráfico, maior é o poder do gráfico, mas maior também é a probabilidade de alarme falso; por isso, para melhorar o poder do gráfico sem aumentar a frequência de alarmes falsos é preciso aumentar  $n$ , o que também gera um aumento em gasto com inspeção. De forma contrária, se os limites de controle são especificados distantes da linha central, aumenta a probabilidade de ocorrência do erro Tipo II, ou seja, de um ponto cair entre os limites de controle quando o processo está realmente fora de controle estatístico.

## 2.4 Aspectos básicos da estrutura do gráfico de controle

O gráfico de controle é um registro gráfico da monitoração de uma característica de qualidade de um processo de produção. Nele são representados os resultados amostrais, que são obtidos quando se extraem amostras de tamanhos fixos  $n$  em intervalos constantes de tempo, condensados numa estatística amostral e “plotados” num sistema de coordenadas cartesianas, onde o eixo das ordenadas é representado pelas mensurações de uma característica de qualidade e o eixo das abcissas é representado pelos subgrupos.

Esta representação gráfica contém uma linha central ( $LC$ ) paralela à abcissa. Esta linha pode ser a média dos pontos “plotados”, um valor de referência ou um padrão, baseado em dados históricos, em valores econômicos de custo de produção, em necessidades do serviço ou em especificações, ou pode ser a média da população  $\mu$ , se esse valor é conhecido. E outras duas linhas horizontais, conhecidas como Limite Superior de Controle ( $LSC$ ) e Limite Inferior de Controle ( $LIC$ ), conforme pode ser observado na Figura 2.1. Estes limites são estabelecidos para ajudar no julgamento da significância da variação da qualidade do produto, e são normalmente fixados a  $\pm 3$  desvios padrão da linha central.

Se todos os pontos “plotados” situam-se entre os limites superior e inferior de controle, entende-se que o processo está sob controle. Mas, deve-se considerar que mesmo que todos os pontos situem-se dentro dos limites de controle, é necessário observar se estes pontos não apresentam um padrão sistemático ou não-aleatório, o que indicaria a presença de evidências de que o processo está fora de controle estatístico.

Quando os pontos excedem estes limites superior e inferior de controle, diz-se que exis-

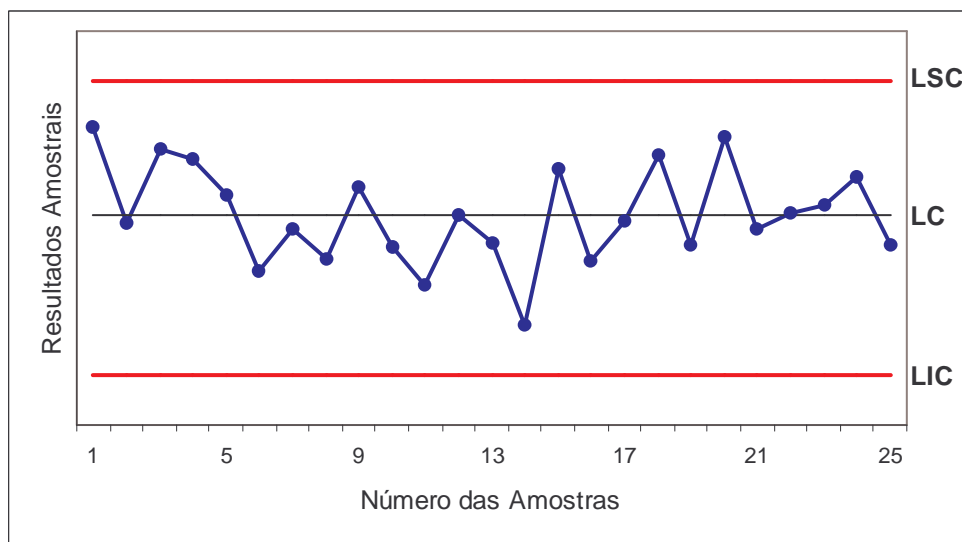


Figura 2.1 *Gráfico de Controle de Shewhart.*

tem evidências que o processo está fora de controle, daí torna-se necessário investigar as possíveis causas existentes no processo, responsáveis por este comportamento, e tomar as ações corretivas adequadas.

Partindo dessa idéia básica, diversos tipos de gráficos de controle foram desenvolvidos, cada um com características peculiares distintas, mas todos com o objetivo principal de monitorar determinada característica de qualidade de um processo de produção. Na próxima seção serão mostrados então, os principais tipos de gráficos de controle.

## 2.5 Tipos de Gráficos de Controle

De uma forma geral, os gráficos de controle podem ser classificados em dois tipos: por variáveis e por atributos. Se a característica de qualidade a ser medida pode ser expressa em números sobre uma escala contínua de medidas, utiliza-se o gráfico de controle para variáveis. Neste caso aqueles mais utilizados para monitorar o nível do processo são o gráfico da média ( $\bar{X}$ ) e mediana ( $\tilde{X}$ ). Já para monitorar a variabilidade de um processo de produção, existem os gráficos da amplitude ( $R$ ), do desvio padrão ( $S$ ) e da variância ( $S^2$ ).

De outro modo, se as características de qualidade não são medidas sobre uma escala contínua ou quantitativa, mas julgadas como conforme ou não-conformes, de acordo com

certos atributos, aplica-se o gráfico de controle para atributos. Os mais comuns são o gráfico  $p$ , que utiliza a proporção de unidades não conformes na amostra como sua estatística teste, o gráfico  $np$ , que monitora o número de produtos não-conformes, o gráfico  $u$ , que monitora o número médio de não-conformidades por unidade do produto e o gráfico  $c$  para o número de não-conformidades por produto.

Para Duncan (1956) os gráficos de controle são essencialmente de dois tipos, aqueles que são empregados para trazer um processo para o estado sob controle e aqueles que são empregados para manter o controle.

Mas também existem outros critérios de classificação dos gráficos de controle, como por exemplo, em relação ao número de linhas de controle, distinguindo-os em unilaterais e bilaterais; dependendo se os parâmetros do gráfico de controle, tais como tamanho do subgrupo, intervalo amostral e distância dos limites de controle à linha central, variam ou não, distinguindo-os em modificados ou clássicos, respectivamente; e em relação à quantidade de sistemas de coordenadas que monitoram um aspecto do processo de produção, classificando-os em gráficos de controle de rastreamento único (nível ou dispersão) e de rastreamento duplo (nível e dispersão).

As pesquisas relacionadas a este assunto sofreram um avanço muito grande. A partir da introdução e desenvolvimento dos tradicionais gráficos de controle realizado por Shewhart, novas propostas e metodologias de construção e utilização destes gráficos vêm sendo trabalhadas, o que possibilita às indústrias um grande leque de perspectivas nas análises dos dados e na resolução de problemas industriais.

Como por exemplo, quando se deseja detectar apenas pequenas mudanças na característica de qualidade monitorada, foram desenvolvidas ferramentas, como o gráfico de controle *CUSUM* (somas acumuladas), proposto por Page (1954), e o gráfico de controle *EWMA* (médias móveis exponencialmente ponderadas), proposto por Lowry *et al.* (1992), que são boas opções para monitorar pequenas mudanças no nível do processo, ou seja, mudanças abaixo de  $1,5\sigma$ , que também podem ser monitoradas através do gráfico  $\bar{Q}$ , desenvolvido por Ramos (2003). Uma combinação, entre a análise de regressão e os gráficos de controle, foi mostrada por Mandel (1969) e por Tavares e Meurer (2003). Além disso, devido à necessidade das indústrias em manipular várias características de qualidade ao mesmo tempo, o que disponibiliza uma grande quantidade de informações sobre o processo, Hotelling



(1947) desenvolveu o gráfico  $T^2$ , para detectar grandes mudanças no processo, acima de  $1,5\sigma$ , e monitorar várias características de qualidade simultaneamente. Esta ferramenta será abordada de forma mais detalhada posteriormente.

Existem diversos outros tipos de procedimentos e metodologias envolvendo os gráficos de controle, mas nesta seção foram citados aqueles mais conhecidos e utilizados na prática. Nas seções seguintes, este trabalho fará uma breve explanação dos gráficos de controle univariados para variáveis, e posteriormente descreverá o procedimento multivariado  $T^2$  de Hotelling.

## 2.6 Gráficos de controle univariados para variáveis

São muito conhecidos e utilizados no controle estatístico de processos industriais. Este tipo de gráfico permite a redução sistemática da variabilidade nas características do processo individualmente. Nesta seção os gráficos de controle univariados para variáveis serão descritos, destacando o gráfico da média ( $\bar{X}$ ), do desvio padrão ( $S$ ) e da amplitude ( $R$ ).

### 2.6.1 Gráfico da Média (Gráfico $\bar{X}$ )

O gráfico de controle  $\bar{X}$  de Shewhart é uma das mais importantes ferramentas do *CEP*, que pode ser utilizada inicialmente para determinar a capacidade de um processo de produção em produzir consistentemente entre os limites de especificação estabelecidos e indicar quando causas assinaláveis entraram no processo.

Através da aplicação deste tipo de gráfico, muitas informações podem ser obtidas para auxiliar na rápida detecção de mudanças na característica de qualidade monitorada. Apesar disso, a maioria dos usuários não obtêm toda a informação possível do gráfico de controle  $\bar{X}$ . Kaminsky, Davis e Burke (1993), por exemplo, mostram que estas informações incluem as seguintes estimativas: a probabilidade, ou chance, de detectar uma mudança na média do seu processo, ou seja, de seu valor alvo para um valor crítico especificado em uma amostra ou subgrupo; a fração, ou percentual de produtos não-conformes que serão produzidos pelo processo quando a média do processo é o seu valor alvo ou qualquer valor especificado e o número esperado de subgrupos para encontrar um alarme falso. E Klein (2000) fornece esquemas para melhorar o desempenho dos gráficos de controle  $\bar{X}$  na detecção de pontos fora dos limites de controle.

Para sua efetiva aplicação, todas as etapas do planejamento, descritas numa das seções anteriores, devem ser cumpridas e supõe-se que todas as observações da característica de interesse  $\mathbf{X}$ , são extraídas de uma amostra de  $n$  itens com distribuição normal de média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , a intervalos regularmente espaçados de  $h$  unidades de tempo. Neste caso, a média amostral é dada por:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i. \quad (2.1)$$

A probabilidade de que  $\bar{X}$  caia dentro do intervalo de variação bilateral dessa estatística teste é de 0,9973, ou 99,73%, ou seja, em média somente 27 valores observados de  $\bar{X}$ , dentro de uma amostra de 10.000, cairão fora do intervalo devido a causas aleatórias. Para Costa (1998), um valor fora dos limites de controle é uma indicação de que o processo necessita de ajustes, ou ainda, segundo Hillier (1964), quando uma observação cai fora do intervalo, a explanação mais plausível é que a suposição original que o processo está sob controle estatístico não é justificada. Dessa forma, os limites de controle apropriados do gráfico  $\bar{X}$  são dados por:

$$\begin{aligned} LSC &= \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ LC &= \mu \\ LIC &= \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Agora, considerando que a média  $\mu$  e o desvio padrão  $\sigma$  não sejam conhecidos, será necessário estimá-los a partir dos dados. Assim, supondo que  $m$  amostras são analisadas, cada uma com tamanho  $n$ , e suas médias  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m$  calculadas, então um estimador não-tendencioso de  $m$  é a média das médias, dada por:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_m}{m}. \quad (2.3)$$

No caso da estimação de  $\sigma$ , utiliza-se mais freqüentemente as estatísticas  $\bar{S}/c_4$  e  $\bar{R}/d_2$ , baseadas no desvio padrão amostral e na amplitude amostral, respectivamente. A partir de então, a linha central e os limites de controle para o gráfico  $\bar{X}$  passam a ser estimados por:

$$\begin{aligned} LSC &= \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S} \\ LC &= \bar{\bar{X}} \\ LIC &= \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

ou

$$\begin{aligned}LSC &= \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} \\LC &= \bar{\bar{X}} \\LIC &= \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R},\end{aligned}\tag{2.5}$$

onde os valores de  $A_2$  e  $A_3$  estão tabulados para alguns tamanhos amostrais em Montgomery (2001). Outros estimadores para estimar  $\mu$  e  $\sigma$  foram propostos por Tavares, Ramos e Samohyl (2003) utilizando respectivamente, a média aparada e o estimador desenvolvido por Ramos (2003).

### 2.6.2 Gráfico do Desvio Padrão ( $S$ ) e Amplitude ( $R$ )

Se um gráfico de controle  $\bar{X}$  é utilizado para monitorar a média de um processo  $\mu$ , então usualmente, este deve ser acompanhado ou por um gráfico de controle da amplitude ( $R$ ) ou pelo gráfico do desvio padrão ( $S$ ), ambos para monitorar a variabilidade do processo.

Existem algumas diferenças entre estes dois gráficos de controle,  $R$  e  $S$ , que justificam a escolha por um ou outro na aplicação juntamente com o gráfico  $\bar{X}$ . De acordo com Wu, Xie e Tian (2002) o gráfico  $R$  perde eficiência estatística quando o tamanho amostral é moderadamente grande (possivelmente  $n = 15$  a  $25$ ), daí é necessário utilizar o gráfico  $S$ .

As equações necessárias ao cálculo dos limites de controle do gráfico  $S$  são:

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i,\tag{2.6}$$

e

$$\begin{aligned}LSC &= B_4\bar{S} \\LC &= \bar{S} \\LIC &= B_3\bar{S},\end{aligned}\tag{2.7}$$

onde  $m$  é o número de subgrupos amostrais;  $\bar{S}$  é a média dos desvios padrão dos subgrupos;  $S_i$  é o desvio do  $i$ -ésimo subgrupo e  $B_3$  e  $B_4$  são os fatores tabulados em Montgomery (2001), para o cálculo dos limites de controle.

Já para o cálculo dos limites de controle do gráfico  $R$ , as equações são:

$$\bar{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m R_i,\tag{2.8}$$

e

$$\begin{aligned}LSC &= D_4\bar{R} \\LC &= \bar{R} \\LIC &= D_3\bar{R},\end{aligned}\tag{2.9}$$

onde  $m$  é o número de subgrupos amostrais;  $\bar{R}$  é a média das amplitudes dos subgrupos;  $R_i$  é a amplitude do  $i$ -ésimo subgrupo e  $D_3$  e  $D_4$  são os fatores tabulados em Montgomery (2001), para o cálculo dos limites de controle.

Para o gráfico  $\bar{X}$ , os limites de controle são simétricos em relação ao valor central. No caso do gráfico  $R$ , teoricamente, os limites de controle deveriam ser simétricos em relação ao valor central. Entretanto, para que isto ocorresse com subgrupos menores do que 6, o limite inferior de controle deveria ter valor negativo. Uma vez que a amplitude não pode ser negativa, o limite inferior de controle é mantido em zero, fazendo-se  $D_3$  igual a zero para subgrupos menores ou iguais a 6.

## 2.7 Gráficos de Controle Multivariados (*GCM*)

Atualmente, devido ao desenvolvimento de uma avaliação cada vez mais criteriosa dos processos e aos avanços tecnológicos que aperfeiçoaram enormemente a quantidade e a qualidade dos dados disponíveis, as indústrias passaram a utilizar gráficos de controle que monitoram várias características de qualidade simultaneamente, substituindo os conhecidos gráficos de controle univariados.

Mason e Young (2002) mostram que o controle do processo multivariado é uma metodologia baseada nos gráficos de controle, que é utilizada para monitorar a estabilidade de um processo multivariado. Esta estabilidade é obtida quando as médias, variâncias e covariâncias das variáveis do processo permanecem estáveis ao longo das observações.

Além da diferença básica, relacionada ao número de variáveis a ser monitorada, os gráficos de controle multivariados também se distinguem dos gráficos de controle univariados por levar em conta a interrelação entre os dados. Quando isto acontece, ou seja, quando as características do processo são mutuamente correlacionadas e não se comportam independentemente uma das outras, elas devem ser examinadas conjuntamente e não separadamente. Geralmente, se a correlação é ignorada então são utilizados os gráficos de controle

univariados para cada uma das características, porém isso dificulta o trabalho, devido ao grande número de gráficos de controle que tem que ser traçados, além da não observância da interrelação existente entre as variáveis, o que pode levar a conclusões erradas sobre o comportamento do processo. Caso as variáveis não sejam correlacionadas e o *GCM* seja aplicado, também existe a possibilidade da ocorrência de alarmes falsos no processo.

Assim, a análise envolvida no desenvolvimento de procedimentos de controle multivariados exige um exame das variáveis relacionadas no processo, já que muitas vezes essa relação é ignorada na aplicação de procedimentos univariados. Nesse sentido, a estatística  $T^2$  de Hotelling é um método para superar este problema, e será descrita na seção que segue.

### 2.7.1 Gráficos $T^2$ de Hotelling

Hotelling (1947) foi um dos primeiros a analisar variáveis correlacionadas sob uma perspectiva de controle estatístico, utilizando-se de um procedimento multivariado. Devido à complexidade dos cálculos que envolvem o conhecimento da álgebra matricial, a aceitação dos gráficos de controle multivariados tem sido lenta, mas ainda assim o gráfico  $T^2$  é o mais popular no controle multivariado do processo. Este procedimento foi baseado na generalização da estatística *t de Student*.

Esta estatística *t* univariada se estendeu para o caso multivariado utilizando a forma da estatística  $T^2$ , baseada em estimativas amostrais da matriz de covariância. De acordo com este procedimento, deve-se considerar que  $p$  características correlacionadas estão sendo medidas simultaneamente, e supõe-se que estas características, de acordo com Mason, Tracy e Young (1992), seguem uma distribuição  $p$ -dimensional multivariada normal com vetor de médias  $\mu' = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$  e matriz de covariância  $\Sigma$ , sendo  $\mu_i$  a média para a  $i$ -ésima característica e  $\Sigma$  uma matriz consistindo de variâncias e covariâncias das  $p$  características. Pode-se estimar com  $m$  observações a média  $\mu$  por  $\bar{X}$  e  $\Sigma$  por  $S$ , onde  $\bar{X}$  é o vetor que contém as médias amostrais das  $p$  características e  $S$  é a matriz de covariâncias amostrais para as  $p$  características. Dessa forma, a estatística  $T^2$  para subgrupos é a seguinte:

$$T^2 = n(\bar{X}_k - \bar{\bar{X}})'S^{-1}(\bar{X}_k - \bar{\bar{X}}). \quad (2.10)$$

Quando  $\mu$  e  $\sigma$  são desconhecidos, o vetor de médias amostrais,  $\bar{X}$ , e a matriz de covariância

amostral,  $S$ , são utilizados para estimá-los, respectivamente, por:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_k, \quad (2.11)$$

e

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_k, \quad (2.12)$$

com

$$S = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_i - \bar{X}_k)(X_i - \bar{X}_k)', \quad (2.13)$$

onde  $m$  representa o número de amostras preliminares de tamanho  $n$  retiradas do processo e  $X_i$  é a  $i$ -ésima observação da  $p$ -variável referente à  $k$ -ésima amostra.

Existem duas fases distintas para a construção dos gráficos de controle  $T^2$  de Hotelling. Lowry e Montgomery (1995) mostram que a Fase I consiste em utilizar os gráficos de controle para testar retrospectivamente se o processo estava sob controle quando os primeiros  $m$  subgrupos foram extraídos, objetivando obter um conjunto de dados sob controle para o estabelecimento dos limites de controle. Estes limites de controle são utilizados na Fase II para testar se o processo permanece sob controle, quando os subgrupos futuros são extraídos durante a Fase II.

Para um gráfico multivariado os limites de controle são dados pela escolha de um valor  $\alpha$ , tal que  $P(T^2 \leq LIC) = 1 - \alpha$ , conforme pode ser visto a seguir, quando a primeira fase é estabelecida:

$$\begin{aligned} LSC &= \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha,p,mn-m-p+1} \\ LIC &= 0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Na segunda fase os novos limites de controle são:

$$\begin{aligned} LSC &= \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha,p,mn-m-p+1} \\ LIC &= 0. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Para os limites mostrados acima, tem-se  $p$  como o número de características de qualidade analisadas simultaneamente;  $n$  é o tamanho do subgrupo;  $m$  é o número de observações e  $F$  é o valor tabelado da estatística seguindo o nível de significância  $\alpha$  a ser determinado e os devidos graus de liberdade.

Da mesma forma que os gráficos convencionais de Shewhart, o gráfico  $T^2$  de Hotelling pode ser construído a partir de  $m$  amostras de tamanho  $n$ . Nesse sentido, Aparisi (1996) apresentou o gráfico  $T^2$  de Hotelling para tamanhos amostrais variáveis. Quando não é possível definir subgrupos racionais dentro de cada amostra, o processo é então monitorado a partir de amostras de tamanho unitário ( $n = 1$ ) e a estatística  $T^2$  de Hotelling da equação (2.10) é:

$$T^2 = (X_k - \bar{X})'S^{-1}(X_k - \bar{X}), \quad (2.16)$$

onde  $\bar{X}$  e  $S$  representam respectivamente as estimativas para o vetor das médias e a matriz de covariância do processo.

Já os limites de controle para a primeira fase de aplicação do gráfico  $T^2$  de Hotelling, a partir de observações individuais, são dados por Mason, Tracy e Young (1992) como:

$$\begin{aligned} LSC &= \frac{(m-1)^2}{m} \beta(\alpha; p/2; (m-p-1)/2) \\ LIC &= 0. \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde  $\beta(\alpha; p/2; (m-p-1)/2)$  representa o percentil de uma distribuição beta com parâmetros  $p/2$  e  $m-p-1/2$ . Sullivan e Woodall (1996) estudaram a Fase I e demonstraram que a utilização de uma estimativa usual da matriz de covariância não resultará na efetiva detecção de uma mudança na média. Neste sentido, eles propuseram vários estimadores que geram melhores estimativas. De outra forma, estes limites podem ser aproximados através do relacionamento entre as distribuições *beta* e *F*, que são dados por:

$$\begin{aligned} LSC &= \frac{(m-1)^2}{m} \times \frac{(p/(m-p-1))F(\alpha/2; p, m-p-1)}{1 + (p/(m-p-1))F(\alpha/2; p, m-p-1)} \\ LIC &= 0. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Quando futuras observações são extraídas do processo, na segunda fase, os limites de controle são calculados através da expressão a seguir:

$$\begin{aligned} LSC &= \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2 - mp} F_{\alpha/2, p, m-p} \\ LIC &= 0. \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde  $F_{\alpha/2, p, m-p}$  significa o percentil da distribuição *F* com  $p$  e  $m-p$  graus de liberdade.

Como pode ser observado na equação (2.17), na equação (2.18) e na equação (2.19), o *LIC* é definido como zero. Para Mason, Tracy e Young (1992) a razão para isto é porque

qualquer mudança na média levará a um aumento na estatística  $T^2$  e assim o *LIC* pode ser ignorado.

Para ilustrar a operacionalização do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling considere o conjunto de dados apresentado por Mason, Tracy e Young (1992), que representa um processo químico, que envolve a monitoração de três variáveis: o percentual de impurezas ( $X_1$ ), a temperatura ( $X_2$ ) e a concentração de determinada substância ( $X_3$ ). Neste exemplo são utilizadas medidas individuais e a amostra consiste de 14 observações para as três variáveis citadas, conforme pode ser visto na Tabela 2.1, que também apresenta os valores da estatística  $T^2$ .

Tabela 2.1 *Dados de um processo químico e as estatísticas  $T^2$*

<i>Obs.</i>	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$T^2(m = 14)$	$T^2(m = 13)$
1	14,92	85,77	42,26	10,93	-
2	16,90	83,77	43,44	2,04	1,84
3	17,38	84,46	42,74	5,58	5,33
4	16,90	86,27	43,60	3,86	3,58
5	16,92	85,23	43,18	0,04	0,23
6	16,71	83,81	43,72	2,25	2,17
7	17,07	86,08	43,33	1,44	1,46
8	16,93	85,85	43,41	1,21	1,05
9	16,71	85,73	43,28	0,68	1,91
10	16,88	86,27	42,59	2,17	5,16
11	16,73	83,46	44,00	4,17	3,84
12	17,07	85,81	42,78	1,40	1,65
13	17,60	85,92	43,11	2,33	7,00
14	16,90	84,23	43,48	0,90	0,77

**Fonte:** (Mason, Tracy e Young, 1992, p. 91)

A partir dos dados foram obtidas as seguintes estatísticas para estimar o vetor da média ( $\mu$ ) e a matriz de covariância ( $\Sigma$ ):

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} 16,83 \\ 85,19 \\ 43,21 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

e

$$S = \begin{bmatrix} 0,365 & -0,022 & 0,100 \\ -0,022 & 1,036 & -0,245 \\ 0,100 & -0,245 & 0,224 \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$



Pode-se constatar a adequação da utilização de um gráfico de controle multivariado, a partir da matriz de correlação dada abaixo, que demonstra que as variáveis em estudo são correlacionadas:

$$R = \begin{bmatrix} 1,000 & -0,035 & 0,348 \\ -0,035 & 1,000 & -0,507 \\ 0,348 & -0,507 & 1,000 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Para a construção do gráfico de controle multivariado é necessário calcular os limites de controle. Utilizando as equações (2.18) com  $\alpha = 0,01$ , os limites de controle correspondentes são:

$$LSC = \frac{(14 - 1)^2}{14} \times \frac{(3/(14 - 3 - 1)) \times 8,081}{1 + (3/(14 - 3 - 1)) \times 8,081} = 8,55 \quad (2.23)$$

e

$$LIC = 0. \quad (2.24)$$

A Figura 2.2 mostra o gráfico de controle multivariado obtido com os limites de controle acima. Pode-se observar através do gráfico que a observação 1 situa-se fora dos limites de controle e, por isso, foi examinada individualmente para se determinar uma possível causa especial. A observação 1 foi determinada por um erro de amostragem e portanto, foi removida da amostra.

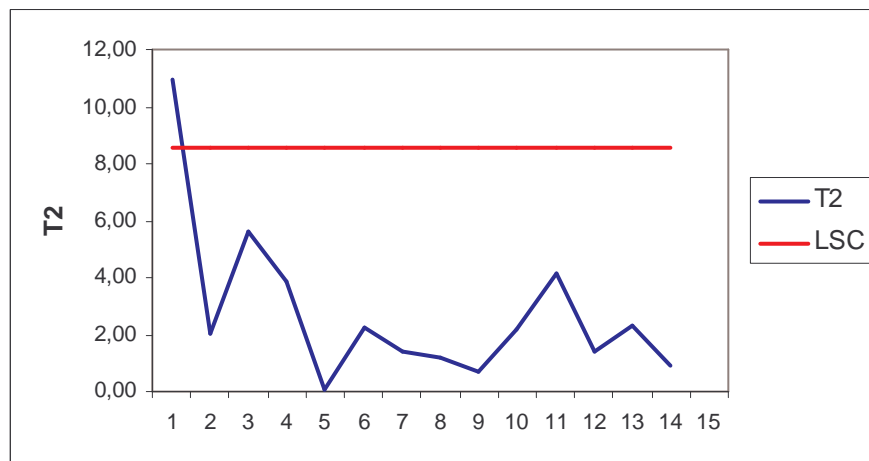


Figura 2.2 Gráfico  $T^2$  de Hotelling com 14 observações.

Depois de retirada a observação 1, os cálculos das estimativas dos parâmetros são recalculadas com  $m = 13$  e um novo vetor de média e uma nova matriz de covariância são estimadas através de:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} 16,98 \\ 85,14 \\ 43,28 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

e

$$S = \begin{bmatrix} 0,068 & -0,076 & -0,055 \\ 0,076 & 1,092 & -0,216 \\ -0,055 & -0,216 & 0,163 \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

e uma nova matriz de correlação é obtida:

$$R = \begin{bmatrix} 1,000 & 0,280 & -0,520 \\ 0,280 & 1,000 & -0,512 \\ -0,520 & -0,512 & 1,000 \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

demonstrando que as correlações são mantidas, mas a correlação entre  $X_1$  e  $X_2$  e  $X_1$  e  $X_3$  têm seus sinais invertidos, refletindo o resultado direto da remoção da observação 1. Os novos limites de controle obtidos são:

$$LSC = \frac{(13-1)^2}{13} \times \frac{(3/(13-3-1)) \times 8,717}{1 + (3/(13-3-1)) \times 8,717} = 8,24 \quad (2.28)$$

e

$$LIC = 0. \quad (2.29)$$

No novo gráfico gerado (com  $m = 13$ ), nota-se que nenhuma das observações estão fora dos limites de controle e que o controle estatístico foi estabelecido eliminando a causa especial de variação.

Segundo Mason e Young (2002) a utilização do gráfico de controle  $T^2$  de Hotelling a partir de observações individuais exige uma amostra na qual o número de observações  $n$  excede o número de variáveis  $p$ . Se  $n < p$ , nem a matriz inversa da covariância e nem a estimativa  $S^{-1}$  podem ser calculadas. Além disso, um grande número de parâmetros

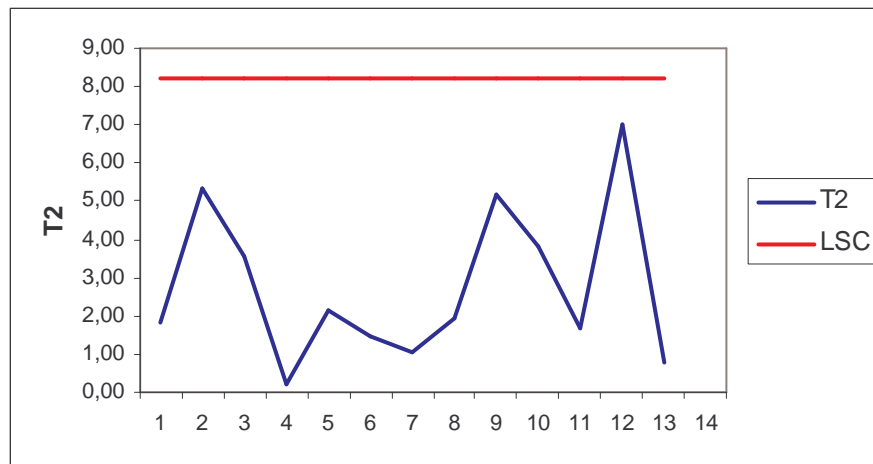


Figura 2.3 Gráfico de Hotelling com 13 observações.

deve ser estimado quando o vetor de médias e a matriz de covariâncias são desconhecidos. Neste caso,  $n$  deve ser suficientemente grande para gerar estimativas precisas.

Outras pesquisas foram realizadas no desenvolvimento dos gráficos multivariados. Montgomery (1972) apresentou um método para determinar o tamanho amostral, os intervalos entre amostras e o parâmetro da região crítica para o gráfico  $T^2$  de Hotelling. Jackson (1985) se concentrou primariamente nos gráficos de controle e incluiu no gráfico  $T^2$ , a utilização de componentes principais e o gráfico *CUSUM*. Champ *et al.* (1997) discutiram os principais itens para auxiliar os profissionais na utilização ou não das técnicas multivariadas.

Para se trabalhar com processos multivariados, além do gráfico de controle  $T^2$  de Hotelling, existem outros tipos de gráficos de controle multivariados, como o gráfico de controle multivariado para a soma acumulada (*MCUSUM*) e o gráfico de controle multivariado para a média móvel ponderada exponencialmente (*MEWMA*), que conseguem detectar, ao contrário dos gráficos de controle  $T^2$  de Hotelling, pequenas mudanças no processo, ou seja mudanças abaixo de  $1,5\sigma$ .

### 2.7.2 O método de decomposição

Apesar do gráfico de controle  $T^2$  de Hotelling ser uma técnica muito útil para que sejam monitoradas simultaneamente várias características de qualidade dos processos, algumas dificuldades podem ser encontradas na sua utilização. A principal dificuldade é quando a

estatística  $T^2$  indica que um processo está fora de controle estatístico e não gera informação sobre qual variável ou conjunto de variáveis está causando este problema. Mason, Tracy e Young (1997) mostram que um sinal pode ser causado por uma variedade de situações, uma das observações de uma das  $p$  variáveis pode estar fora dos limites de controle, o sinal pode ser causado devido ao relacionamento entre duas ou mais variáveis que contradizem o que foi estabelecido pelos dados históricos, ou pior ainda, um sinal pode ser produzido pela combinação de duas situações, com algumas variáveis estando fora de controle e outras possuindo inter-relacionamentos.

Com o objetivo de superar esta dificuldade, vários métodos foram propostos. Jackson (1985) e Pignatiello e Runger (1990) recomendaram o uso de componentes principais para auxiliar na interpretação de um sinal fora de controle. Wade e Woodall (1993) utilizaram ajustes de regressão em variáveis individuais para melhorar o poder de diagnóstico do gráfico  $T^2$  de Hotelling.

Mas a aproximação mais conhecida e utilizada para solucionar o problema da interpretação do sinal é a proposta por Mason, Tracy e Young (1995), que decompõem a estatística  $T^2$  em componentes independentes que refletem a contribuição de uma variável individual. Supõe-se que as primeiras  $p-1$  variáveis sejam agrupadas e isolam-se as  $p$ -ésimas variáveis, tal que  $X_i = (X_i^{(p-1)'}, X_{ip})'$ , onde  $X_i^{(p-1)}$  é um vetor de medidas  $(p-1)$  excluindo as  $p$ -ésimas variáveis. Mason, Tracy e Young (1995) utilizaram um resultado originalmente obtido por Rencher (1993). Segundo estes autores a decomposição pode ser dividida em duas partes:

$$T^2 = T_{p-1}^2 + T_{p,1,\dots,p-1}^2, \quad (2.30)$$

onde o termo  $T_{p-1}^2$  é a estatística  $T^2$  de Hotelling utilizando as primeiras variáveis  $p-1$  e é conhecida como:

$$T_{p-1}^2 = (X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)})' S_{XX}^{-1} (X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)}), \quad (2.31)$$

onde  $\bar{X}^{(p-1)}$  é o vetor de médias amostrais das  $n$  observações multivariadas sobre as primeiras variáveis  $p-1$  e  $S_{XX}$  é a submatriz  $(p-1) \times (p-1)$  de  $S$ .

A estatística  $T_{p,1,\dots,p-1}$  é o  $p$ -ésimo componente do vetor  $X_i$  ajustado pelas estimativas da média e desvio padrão da distribuição condicional de  $X_p$  constituído por  $X_1, X_2, \dots$ ,

$X_{p-1}$ , e ela é dada por:

$$T_{p.1,\dots,p-1} = \frac{X_{ip} - \bar{X}_{p.1,\dots,p-1}}{s_{p.1,\dots,p-1}}, \quad (2.32)$$

onde

$$\bar{X}_{p.1,\dots,p-1} = \bar{X}_p + b'_p(X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)}), \quad (2.33)$$

com  $\bar{X}_p$  sendo a média amostral das  $n$  observações na  $p$ -ésima variável e  $b'_p = S_{XX}^{-1}s_{xX}$  sendo um vetor com dimensão  $(p-1)$  estimando os coeficientes de regressão da  $p$ -ésima variável regredida nas primeiras  $p-1$  variáveis, com:

$$s_{p.1,\dots,p-1}^2 = s_x^2 - s'_{xX}S_{XX}^{-1}s_{xX}, \quad (2.34)$$

e

$$S = \begin{bmatrix} S_{XX} & s_{xX} \\ s'_{xX} & s_x^2 \end{bmatrix}. \quad (2.35)$$

Assim, o primeiro termo de  $T^2 = T_{p-2}^2 + T_{p-1.1,\dots,p-2}^2$  é uma estatística de  $T^2$  de Hotelling sobre  $p-1$  variáveis. Pode-se também dividi-la em duas partes:

$$T^2 = T_{p-2}^2 + T_{p-1.1,\dots,p-2}^2, \quad (2.36)$$

onde  $T_{p-2}^2$  é a estatística  $T^2$  de Hotelling das primeiras  $p-2$  variáveis e  $T_{p-1.1,\dots,p-2}^2$  é o quadrado da  $(p-1)$ -ésima variável ajustada pelas estimativas da média e desvio padrão da distribuição condicional de  $X_{p-1}$  dado por  $X_1, X_2, \dots, X_{p-2}$ .

Continuando a interagir e dividir desta maneira, chega-se a seguinte decomposição geral da estatística  $T^2$  de Hotelling para as  $p$  variáveis:

$$T^2 = T_1^2 + T_{2.1}^2 + T_{3.1,2}^2 + T_{4.1,2,3}^2 + \dots + T_{p.1,\dots,p-1}^2 = T_1^2 + \sum_{j=1}^{p-1} T_{j+1.1,\dots,j}^2. \quad (2.37)$$

O valor final de  $T^2$ ,  $T_1^2$ , é a estatística  $T^2$  de Hotelling para a primeira variável. Ela se reduz ao quadrado da estatística  $t$  univariada para a variável inicial, assim:

$$T_1^2 = \frac{(X_{i1} - \bar{X}_1)^2}{s_1^2}. \quad (2.38)$$

Existem algumas propriedades interessantes associadas com a decomposição dada em (2.37):

- A ordenação dos termos individuais condicionais não é única;

- Existem de fato,  $p!$  divisões diferentes que produzirão a mesma estatística  $T^2$ , por exemplo, pode-se começar a divisão ao selecionar qualquer uma das  $p - 1$  variáveis restantes para condicionar às primeiras duas características selecionadas. Continuando assim seriam produzidas seqüências diferentes de termos que compõem a estatística geral;
- Os  $p$  termos dentro de uma decomposição são independentes um dos outros, embora os termos através das decomposições de  $p!$  não sejam todos independentes.

Segundo Mason, Tracy e Young (1995) a estatística particionada segue uma distribuição  $F$ , com 1 e  $(m-1)$  graus de liberdade. Supondo que para uma dada observação a estatística  $T^2$  dada em (2.16) é significativa, isto indica que um problema existe, mas não há informação sobre quais variáveis contribuem para este problema, então considerando a aproximação da decomposição dada em (2.37), pode-se verificar a relação de cada variável com as  $p - 1$  variáveis restantes, obtendo o seguinte conjunto de valores:

$$T_{1,2,\dots,p}^2, T_{2,1,3,\dots,p}^2, \dots, T_{p,1,\dots,p-1}^2. \quad (2.39)$$

Assim, pode-se comparar cada um dos termos com o valor de referência, que é calculado pela multiplicação de uma constante com o valor tabelado da estatística  $F$ , para que sejam verificados quais os termos que são significativos. Mas também existem outros métodos de decomposição, que serão mostrados brevemente na próxima seção.

### 2.7.3 Comparação com outros métodos de decomposição

Além da conhecida decomposição apresentada na seção anterior, existem outras estratégias para a decomposição de  $T^2$ . Hawkins (1993), nesse sentido, apresentou outros três métodos diferentes que auxiliam na interpretação dos gráficos de controle multivariados. No primeiro método, Hawkins (1993) define um conjunto de variáveis de regressão ajustadas utilizando o vetor:

$$T^2 = \sum_{i=1}^p (X_i - \bar{X}_i) Z_i, \quad (2.40)$$

onde  $Z_i$  é o resíduo padronizado quando a  $i$ -ésima variável é regredida sobre as  $p - 1$  variáveis restantes no vetor  $\mathbb{X}$ , onde a estatística  $Z_i$  pode ser descrita como:

$$Z_i = \frac{1}{S_{i,1,\dots,i-1,i+1,\dots,p}} T_{i,1,\dots,i-1,i+1,\dots,p}. \quad (2.41)$$

Caso  $T_k^2 > LSC$  e, se para alguma variável  $i$ , o valor de  $Z_{i,k}$  ultrapassou certos limites de controle, pode-se concluir que o relacionamento entre esta variável e as demais não condiz com a estrutura padrão de correlação que existe entre elas. Portanto, a estatística de regressão ajustada de Hawkins é um elemento de diagnóstico útil na interpretação de um sinal de  $T^2$ , já que sua magnitude influencia diretamente o tamanho da estatística  $T^2$ .

O segundo método proposto por Hawkins (1993) baseia-se na decomposição que utiliza os resíduos padronizados ( $Y_i$ ) da regressão da  $i$ -ésima variável sobre as primeiras  $i - 1$  variáveis, dada por:

$$T^2 = \sum_{i=1}^p Y_i^2. \quad (2.42)$$

Outro método para a decomposição de  $T^2$  é o procedimento *step-down* apresentado por Roy (1958 *apud* Mason, Tracy e Young, 1995), que supõe que haja uma ordenação *a priori* entre as médias das  $p$  variáveis e que os subconjuntos de testes seqüencialmente utilizam esta ordem para determinar a seqüência. A estatística de teste possui a forma:

$$F_i = \frac{T_i^2 - T_{i-1}^2}{1 + T_{i-1}^2/(m-1)}, \quad (2.43)$$

onde  $T_i^2$  e  $T_{i-1}^2$  representam a estatística  $T^2$  em relação às  $i$  e  $i - 1$  primeiras variáveis do sub-setor escolhido.

Murphy (1987) apresentou um método de decomposição que utiliza o valor  $T^2$  geral e compara-o com um valor  $T^2$  baseado no subconjunto de variáveis, dada pela equação:

$$D_i = T^2 - T_i^2, \quad (2.44)$$

onde  $T_i^2$  representa a estatística  $T^2$  considerando as  $i$  primeiras variáveis do subgrupo suspeito.

Neste método não existe uma ordenação *a priori* das médias das  $p$  variáveis. Essa estatística  $D_i$  também pode ser expressa como:

$$D_i = \sum_{j=i+1}^p T_{j,1,2,\dots,j-1}^2. \quad (2.45)$$

Outro procedimento útil para a decomposição da estatística  $T^2$  é o *ranqueamento* univariado proposto por Doganaksoy, Faltin e Tucker (1991). Este método é baseado na utilização de  $p$  termos incondicionais de  $T^2$ , ou seja, o valor de  $T^2$  é obtido através de cada variável individualmente.

Jackson (1980) utiliza o gráfico de controle  $T^2$  de Hotelling juntamente com gráficos univariados para monitorar  $p$  componentes principais, ao contrário das  $p$  variáveis originais. Ele também destaca que os gráficos de controle para componentes principais devem ser utilizados em conjunção com o gráfico  $T^2$  de Hotelling, mas nunca substituindo-o. A estatística  $T^2$  pode ser descrita em função dos  $CP$ 's, portanto, a partir da equação (2.16) tem-se:

$$T^2 = \sum_{i=1}^p \frac{C_i}{\lambda_i}, \quad (2.46)$$

onde  $C_i$ , para  $i = 1, 2, \dots, p$  representa a  $i$ -ésima componente principal ( $CP$ ) e  $\lambda_i$  a sua variância.

Quando um ponto amostral  $k$  é “plotado” além dos limites de controle no gráfico  $T^2$ , um ou mais  $CP$ 's, por refletirem um conjunto específico de eventos com causas especiais de variação no processo, apresentarão um desvio anormal de seus valores de média e poderão ser identificados. Além disso, MacGregor e Kourti (1996) propõem uma abordagem mais usual para determinação da contribuição de variáveis de processo para o comportamento anormal de escores em  $CP$ 's utilizando gráficos de contribuição, onde são “plotados” os valores observados das variáveis do processo no período onde o gráfico  $T^2$  de Hotelling sinalizou uma causa especial.

Este capítulo procurou abordar os aspectos mais relevantes dos gráficos de controle univariados de Shewhart, seus princípios, tipos e sua estrutura. Além disso, o gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling e o método de decomposição desta estatística foram apresentados. A partir do próximo capítulo este trabalho estará voltado para a aplicação da ferramenta discutida até então, o gráfico  $T^2$  de Hotelling, e para a caracterização da empresa e de seu processo produtivo.



---

## Capítulo 3

# Aplicação do gráfico de controle multivariado $T^2$ de Hotelling na ALCOA

---

### 3.1 Aluminum Company of America (ALCOA)

O setor industrial do alumínio é composto por todas as empresas cujas atividades principais estão concentradas sobre este metal e suas transformações. No mercado nacional este setor, apesar de nos últimos anos ter enfrentado problemas agudos, resultantes da desvalorização da moeda, do custo e da escassez de energia elétrica, de impostos em cascata e da falta de economia em escala, se consolida como o sexto maior produtor de alumínio primário, precedido dos Estados Unidos, Rússia, China, Canadá e Austrália e apresenta números bastante significativos, como pode ser visto na Tabela 3.1.

Além disso, a indústria brasileira do alumínio conta com uma das mais importantes líderes na produção e beneficiamento do alumínio e suas ligas, a ALCOA (*Aluminum Company of America*), grupo multinacional de origem americana. A ALCOA foi fundada em 1888 por Charles Martin Hall, que descobriu a forma de redução eletrolítica do alumínio e iniciou um processo industrial economicamente viável de produção deste metal, esta descoberta retirou o alumínio da categoria de metais semipreciosos e viabilizou sua utilização em diversos setores. Líder mundial na produção e tecnologia do alumínio, a ALCOA possui unidades nos cinco continentes e emprega cerca de 142.000 pessoas distribuídas em 350 unidades operacionais e escritórios comerciais em 39 países.

No Brasil, a ALCOA é responsável pela produção de 25% do alumínio nacional, onde iniciou suas atividades há 38 anos, distribuídas em 25 fábricas, filiais de distribuição, escritórios e lojas. Na cidade de Tubarão, estado de Santa Catarina, está localizada uma das unidades da Alcoa, conforme pode ser visualizado nas Figuras 3.1 e 3.2, que faz

Tabela 3.1 *Perfil da indústria brasileira do alumínio*

Composição	1999	2000	2001
Empregos diretos	48.537	48.653	48.637
Faturamento (bilhões US\$)	5,7	6,6	6,1
Participação no <i>PIB</i>	1,0	1,1	1,2
Participação no <i>PIB</i> Industrial (%)	3,2	3,0	3,4
Investimento (bilhões US\$)	0,3	0,7	0,8
Impostos Pagos (bilhões US\$)	0,7	0,9	1,0
Produção Alum. Primário (mil t.)	1.250	1.271	1.132
Consumo <i>Per capita</i> (kg/hab./ano)	4,0	3,9	4,2
Exportação (mil t.)	910	911	729
Importação (mil t.)	136	105	130
Balança Comercial da Ind. do Alumínio (US\$ milhões)			
Exportações	1.702	1.982	1.621
Importações	467	390	462
Saldo	1.235	1.592	1.159
Particip. exportações alum. exportações brasileiras (%)	3,5	3,6	2,8

Fonte: Site ABAL (2003)

parte da divisão de extrudados da ALCOA do Brasil S. A. e conta com aproximadamente 300 funcionários e 60 terceirizados, distribuídos em três funções: Função Gerenciamento, Função Células de Trabalho, Função Apoio Técnico e Terceirizados, sendo uma unidade independente da administração própria, assim como todas as outras unidades da ALCOA, e representa mais de 30% da produção de perfis produzidos pela ALCOA no Brasil.

A unidade de Tubarão funciona em três turnos: das 06 às 14 horas, das 14 às 22 horas e das 22 às 06 horas nas células de produção e embalagem, e sua atividade principal é a fabricação de perfis de alumínio com uma produção média mensal de 1.300 toneladas. O alumínio, a matéria-prima principal, é recebido nesta unidade em forma de tarugo, já passado por processos de transformação na liga desejada, que entrará no processo de extrusão.

Entre seus diversos produtos, a ALCOA fabrica alumínio primário, alumina, extrudados, chapas, pó de alumínio, produtos químicos, tampas plásticas. Vários são os segmentos nos quais a ALCOA atua, contribuindo dessa forma para o cotidiano das pessoas e o desen-



Figura 3.1 *Visão aérea da ALCOA Alumínio S.A - Tubarão-SC.*

volvimento do país, por meio de uma atuação diversificada, bens de consumo duráveis, bens intermediários e na indústria em geral.

Dessa forma, este capítulo depois de caracterizar a empresa em estudo, abordará a matéria-prima principal da ALCOA, o alumínio, e explicará o processo de produção de uma das etapas da unidade de Tubarão-SC, a Anodização, o objeto de estudo deste trabalho.

## 3.2 O alumínio

Embora na maioria das vezes as pessoas não se dêem conta, o alumínio está presente em quase todos os lugares, seja na construção de casas e edifícios, em aeronaves e automóveis, nos esportes e recreação, nas comunicações, nas embalagens para alimentos e bebidas, e em uma ampla variedade de aplicações industriais e comerciais.

Apesar de ser o mais abundante metal na crosta terrestre, o alumínio passou por um longo



Figura 3.2 *ALCOA Alumínio S.A - Tubarão.*

processo de evolução, para chegar até as pessoas na forma em que ele é encontrado hoje, ou seja, em latinhas de refrigerante, nas janelas, na pasta de dente, dentre outros.

O primeiro processo de transformação do alumínio em quantidade aconteceu quando a ALCOA nasceu em 1886, quando Charles Martin Hall colocou num recipiente um banho de criolita contendo alumina e passou uma corrente elétrica. O resultado foi uma massa congelada que ele trabalhou com martelo. Foi quando várias partículas de puro alumínio se formaram, dando origem a um dos metais mais usados pela indústria na história.

Segundo Machline, Garcia e Amaral (2001), a cadeia produtiva do alumínio considera a seqüência de operações necessárias para produzir produtos finais feitos deste metal, que consiste desde a extração da bauxita, até o produto final, processo que a partir de agora será descrito.

O processo de produção de alumínio é composto por uma série de reações químicas. Inicialmente, a bauxita, minério formado por uma reação química natural, causada pela

infiltração de água em rochas alcalinas que entram em decomposição e adquirem uma nova constituição química. A bauxita encontra-se próxima à superfície, em uma espessura média de 4,5 metros, o que possibilita a sua extração a céu aberto com a utilização de retroescavadeiras.

Depois de minerada, a bauxita é transportada para a fábrica, onde chega em seu estado natural, com impurezas que precisam ser eliminadas. E aí se inicia a primeira reação química da série que vai viabilizar a obtenção da alumina. Para tanto, a bauxita é moída e misturada a uma solução de soda cáustica que a transforma em pasta. Aquecida sobre pressão e recebendo nova adição de soda cáustica, esta pasta se dissolve formando uma solução que passa por processos de sedimentação e filtração que eliminam todas as impurezas.

Essa solução, livre de todas as impurezas, está pronta para que dela se extraia apenas a alumina. Isso é feito, mais uma vez, através de uma reação química. Em equipamentos chamados de precipitadores, a alumina contida na solução precipita-se através do processo chamado de “cristalização por semente”. Esse material cristalizado só precisa ser lavado e secado por meio de aquecimento para que tenhamos o primeiro produto do processo de produção de alumínio: a alumina, um pó branco e refinado de consistência semelhante ao açúcar. A alumina produzida passa por um processo químico denominado redução, e o metal primário é obtido no estado líquido, alimentado em moldes para o resfriamento e formação dos lingotes e tarugos de alumínio primário, os quais serão fornecidos ao mercado de laminação e extrusão.

### 3.2.1 O processo de produção dos perfis de Alumínio

Os perfis de alumínio são produtos dúcteis de seção transversal uniforme ao longo de seu comprimento, fornecidos em unidades retas ou em rolos e são produzidos na unidade da ALCOA em Tubarão-SC.

A primeira etapa para a produção dos perfis de alumínio consiste no corte dos tarugos de alumínio em pedaços padronizados, provenientes da unidade fabril de Poços de Caldas, no Estado de Minas Gerais. Depois que os tarugos são cortados, eles são aquecidos em fornos de indução e encaminhados para as prensas hidráulicas, ou seja, são extrudados. Devido às altas temperaturas desta etapa, ao sair da prensa o perfil bruto do alumínio sai

muito quente e por isso é encaminhado para o resfriamento em ar. Após o resfriamento os perfis são encaminhados para a serra da bica, onde são cortados e posteriormente levados para as esticadeiras, para eliminar quaisquer desníveis. Depois de esticados os perfis são colocados em esteiras transportadoras e encaminhados para a seleção e corte final dos mesmos.

### 3.2.2 O tratamento no alumínio

Depois da transformação que o alumínio sofre, desde a extrusão dos tarugos até a produção dos perfis de alumínio, descrita na seção anterior, este terá sua imagem definida e fixada pelo acabamento aplicado sobre sua superfície. Os processos empregados com esta finalidade determinam as características protetivas/decorativas de alta durabilidade, são eles:

- Conversão química - são mais utilizados com finalidades protetivas ou como pré-tratamento para aplicação do processo de acabamento final;
- Anodização - produz uma película decorativa e protetiva de alta qualidade nas ligas de alumínio, é um processo científico, cujos parâmetros químicos e eletroquímicos podem ser mantidos sob controle;
- Pintura - é também um processo científico que depende fundamentalmente do pré-tratamento químico que irá garantir, através de uma camada de conversão sobre a superfície do alumínio, a perfeita aderência da tinta neste substrato.

Todos estes processos são aplicados ao perfil de alumínio para definir as suas características visuais, são tratamentos aplicados na superfície do perfil, mas a partir de agora este trabalho tratará especificamente do processo de Anodização.

## 3.3 A Anodização

Esta etapa produzirá uma película penetrante e integral de óxido na superfície do alumínio, esta película, ou camada anódica, irá garantir a perfeita aderência da tinta neste substrato, por isso sua espessura e outras características da película podem ser controladas para se atender a diversas áreas de aplicação, urbana, marítima ou industrial, conforme pode ser visualizado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 *Classes de camadas anódicas*

Classe	Espessura	Áreas de aplicação	Agressividade meio ambiente
A13	11 a 15	Urbana	Média/Baixa
A18	16 a 20	Marítima	Alta
A23	21 a 25	Industrial	Excessiva

Fonte: ABAL (1996)

O processo de anodização é composto por uma série de estágios básicos, consistindo desde o enganchamento dos perfis nas gancheiras até a desmontagem e estocagem dos perfis, o que pode ser melhor visualizado segundo a Figura 3.3.

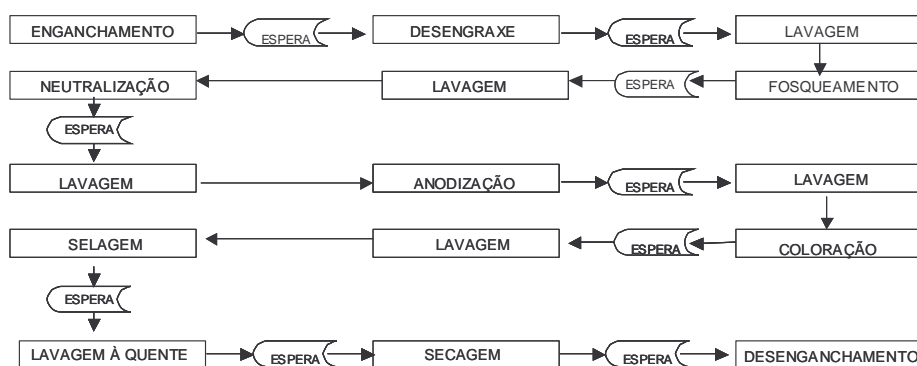


Figura 3.3 Fluxograma da linha de Anodização.

### 3.3.1 Enganchamento

Consiste em fixar os perfis nas gancheiras de alumínio ou titânio, de forma que as áreas de contato não fiquem localizadas em pontos críticos da superfície de trabalho. As gancheiras são um equipamento constituído de um chassis e nas suas extremidades ficam situadas placas de cobre que fazem o contato elétrico com o barramento dos tanques de anodização e eletrocoloração. O contato entre o perfil e a gancheira deve ser bem firme para não permitir deslocamentos durante a movimentação da carga entre os vários tanques e de maneira que permita uma boa passagem de corrente elétrica.

### 3.3.2 Desengraxe

É efetuado para limpar os produtos de alumínio removendo gorduras, óleos e outros resíduos aderentes ao metal, através de uma solução aquosa levemente alcalina ou ácida,



devendo também, remover filmes de óxidos da superfície, juntamente com esses contaminantes.

### 3.3.3 Lavagem

Após o desengraxe e após cada uma das subseqüentes fases do processo é realizada uma lavagem à água, com o objetivo de garantir a ausência de resíduos na superfície das peças provenientes da etapa anterior, daí sua extrema importância, evitar que uma fase seja fonte permanente de contaminação.

### 3.3.4 Fosqueamento (*Etching*)

O fosqueamento produz um acabamento fosco nos produtos de alumínio e é empregado para remover o filme de óxido e contaminantes incrustados na superfície, para deixá-la levemente áspera, produzindo uma superfície anodizada, menos brilhante e para minimizar as diferenças de coloração.

### 3.3.5 Neutralização

É realizada para neutralizar os efeitos dos resíduos alcalinos, bem como dissolver compostos formados em decorrência das reações químicas dos elementos de liga do alumínio durante a fase de fosqueamento.

### 3.3.6 Anodização

Constitui-se como a etapa mais crítica do processo, pois através dela haverá a formação de uma camada controlada e uniforme de óxido na superfície do alumínio, que se não for realizada de forma eficiente impedirá a penetração do sal de estanho na etapa posterior, a eletrocoloração, ou coloração eletrolítica.

Para sua realização, ou seja, para a anodização de perfis de alumínio, estes são imersos numa solução de ácido sulfúrico, que combinada com outros fatores, como temperatura, voltagem, densidade da corrente e quantidade de alumínio dissolvido promovem uma ação dissolvente sobre o alumínio e a formação dos poros.

A camada anódica é constituída por células hexagonais, cada uma delas contendo um poro



central, conforme Figura 3.4. No fundo dos poros forma-se uma fina camada barreira, que separa o óxido em formação do alumínio.

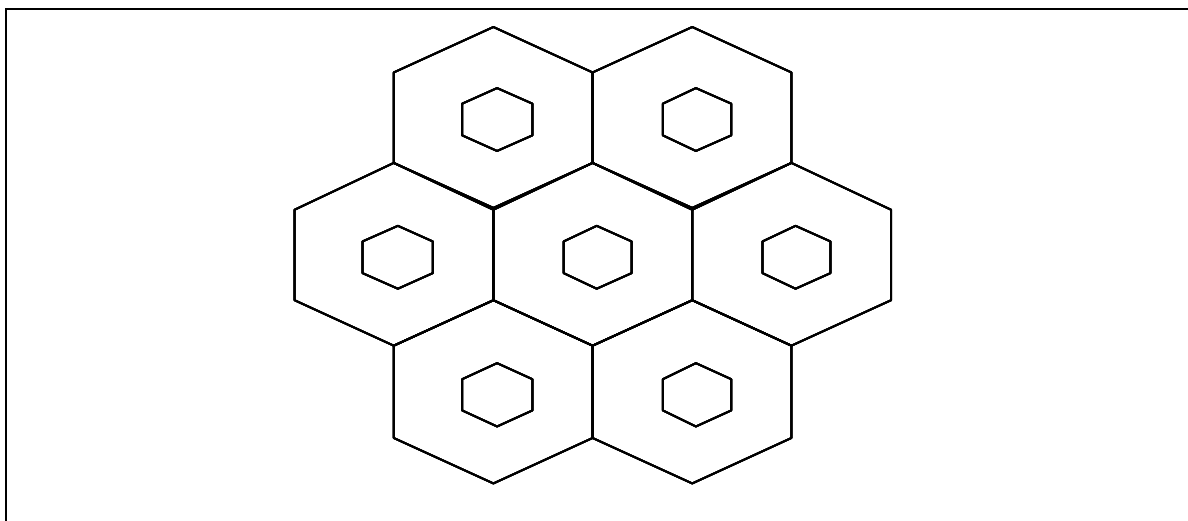


Figura 3.4 Corte esquemático de um feixe de células hexagonais (ABAL, 1996).

O centro da célula será constituído de alumina amorfa, pouco resistente à ácidos, e a periferia será formada de alumina cristalina, muito resistente aos ácidos. Aparecem então, na superfície da camada barreira, milhares de pontos de ataque, que são consequência do efeito da dissolução da película pelo eletrólito, que se produz no centro das células de alumina, e que constitui o começo dos poros, formando assim, a camada porosa. A ação de dissolução do eletrólito continua se manifestando na base dos poros, tendendo a diminuir a espessura da camada barreira que se desenvolve e alongando os poros, conforme pode ser visualizado na Figura 3.5 e na Figura 3.6 a seguir.

A anodização em meio sulfúrico é o processo anódico mais utilizado universalmente, além de se caracterizar por ser de baixo custo. Existem vários parâmetros que afetam as propriedades da camada, são eles:

- Concentração do ácido sulfúrico no eletrólito - a baixa concentração de ácido sulfúrico provoca uma camada dura e pouco porosa e uma alta concentração de ácido sulfúrico provoca uma camada que vai sofrer dissolução (desgaste);
- Concentração de alumínio dissolvido - quando esta concentração está fora do limite máximo de especificação requerida, o alumínio dissolvido vai na forma de sulfato para

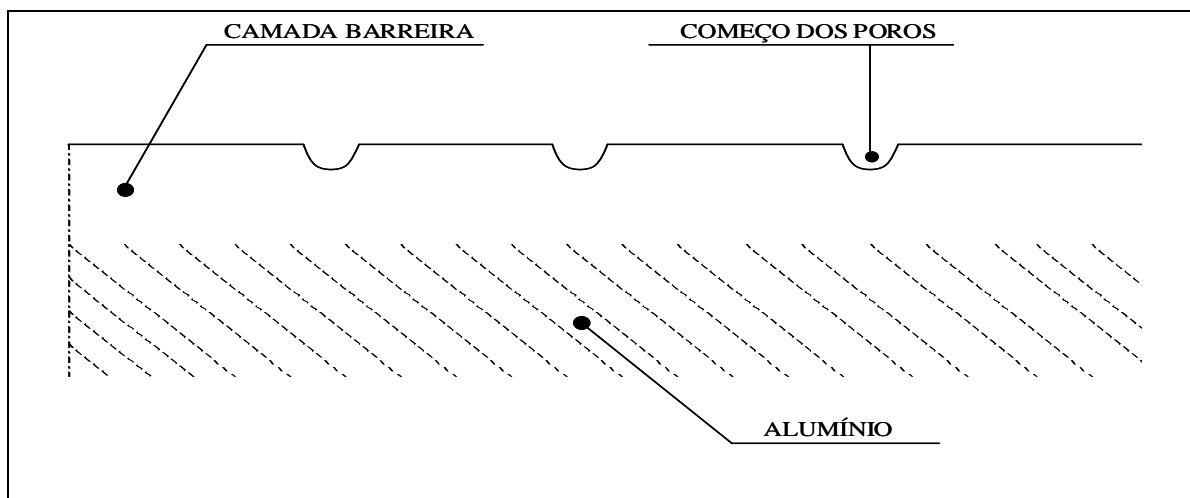


Figura 3.5 *Película anódica no princípio de sua formação em um eletrólito com ação dissolvente sobre a película (ABAL, 1996).*

os poros, ocasionando o semi-fechamento dos mesmos e resultando em problemas para a coloração e a selagem;

- Temperatura do eletrólito - não interfere na espessura da camada formada, mas somente na dissolução dentro do poro, por esse motivo a temperatura deve ser mantida dentro de estreitos limites;
- Voltagem utilizada - determina a porosidade inerente das camadas anódicas, baixas voltagens propiciam grande número de poros de tamanho muito pequeno, enquanto que voltagens mais altas resultam em pequeno número de poros de tamanhos maiores;
- Densidade de corrente aplicada - teoricamente a densidade da corrente não tem nenhuma ação sobre a dissolução da camada, mas baixas densidades podem ocasionar em melhor brilho para uma menor taxa de anodização, enquanto que altas densidades podem ocasionar camadas irregulares escuras;
- Agitação - importante na dispersão de calor, a fim de se evitar o aquecimento localizado, o qual afeta adversamente as características da camada.

Dentre todos estes parâmetros apresentados, este trabalho se restringirá à monitoração das duas primeiras características de qualidade, ou seja, a concentração de ácido sulfúrico e a concentração de alumínio dissolvido na solução. Esta escolha se deu pois estes parâmetros são determinantes na formação da camada anódica, e porque a estabilidade

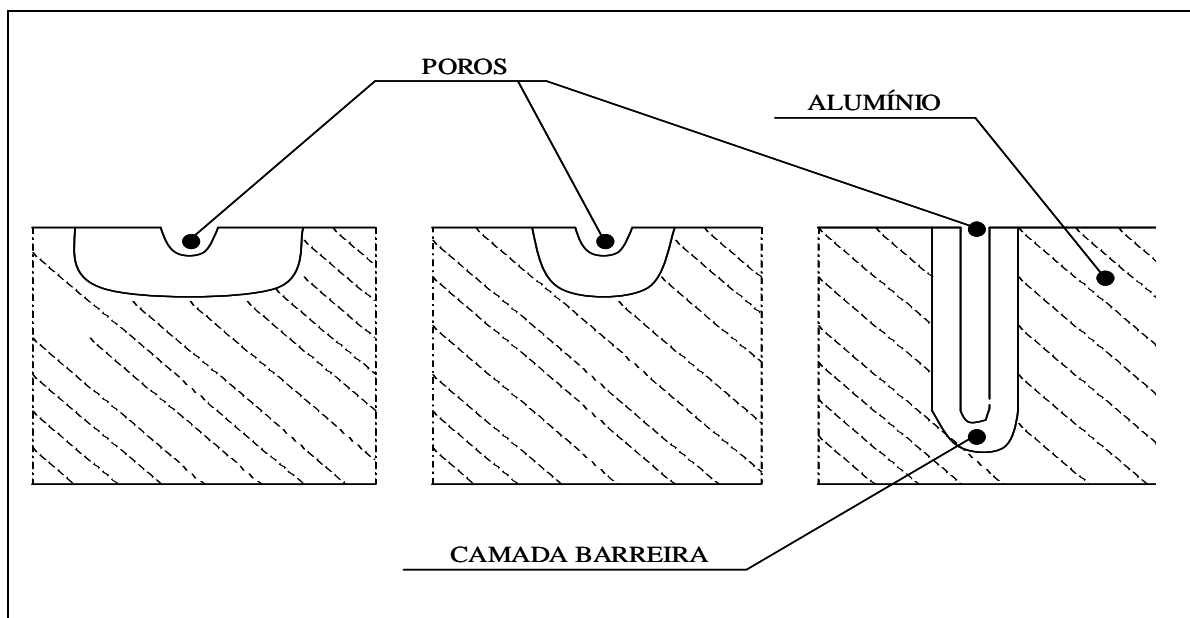


Figura 3.6 *Evolução da película anódica no perfil de alumínio (ABAL, 1996).*

ou instabilidade dos níveis destas características afetará diretamente as demais etapas de todo o processo e conseqüentemente, a qualidade do perfil produzido.

Alguns problemas podem provocar estas variações nas concentrações das substâncias descritas acima. Por exemplo, diferentes concentrações de ácido sulfúrico na solução podem ser provocados pela variação de vazão na bomba dosadora, pela má calibragem do retificador ou até mesmo por erros operacionais. No caso da bomba dosadora, que controla a quantidade de ácido sulfúrico a ser liberada para o tanque, pode ocorrer um problema mecânico na válvula, que liberará uma quantidade de ácido sulfúrico maior ou menor do que o especificado, ou pode ocorrer um erro de operacionalização da bomba dosadora, que é controlada manualmente duas vezes por semana.

Já em relação ao retificador, utilizado para transformar a corrente alternada em corrente contínua e provocar a abertura dos poros dos perfis de alumínio, existe uma interdependência entre a concentração de ácido sulfúrico e o nível de voltagem utilizado que deve ser controlado, pois quaisquer erros na calibragem do nível de voltagem expelido pelo retificador afetarão, conseqüentemente, o processo de anodização.

Com relação a concentração de alumínio dissolvido, recomenda-se manter a menor concentração possível desta substância na solução. Para cumprir este critério e conseguir

manter tal nível, é utilizado um equipamento, chamado *Free Al*, que funciona como um filtro e controla continuamente e automaticamente a concentração de alumínio dissolvido. Por conseguinte, o controle do nível desta característica de qualidade está estreitamente relacionado com o bom funcionamento do equipamento.

### 3.3.7 Coloração Eletrolítica

A coloração é obtida pela deposição de partículas de metal no fundo dos poros da camada de óxido que foram abertos durante a Anodização. Quanto maior o tempo de coloração, maior será a deposição de metal nos poros da camada de óxido e, conseqüentemente, a intensidade da cor será mais escura, devido à menor reflexão da luz. Esta é a razão porque os vários metais usados ( $Sn^{2+}$ ,  $Ni^{2+}$  e  $Co^{2+}$ ) proporcionam quase a mesma faixa de cores, que vai do bronze claro até o preto, por isso para cada cor existe uma programação diferenciada de tempo.

### 3.3.8 Selagem

Consiste basicamente na hidratação da camada anódica, resultando no fechamento dos poros.

### 3.3.9 Desmontagem

Nessa etapa é realizada uma inspeção visual para detectar possíveis defeitos, antes de começar a desmontagem. Todo defeito de extrusão deverá ser sucateado, defeitos de anodização poderão ser reprocessados, dependendo da quantidade de material na gancheira e da urgência de utilização dos mesmos, e desde que autorizado pelo operador técnico ou supervisor da área. Para que sejam detectadas diferenças de tonalidades nos perfis, faz-se um comparativo com amostras padrão. Também é feita a medição da espessura da camada anódica de alguns perfis com medidor específico. Depois de realizados estes testes é feito então o manuseio e estocagem dos perfis, que por ser um metal leve, requer maiores cuidados durante o transporte e manuseio.

## 3.4 Escolha dos pontos críticos da amostra

Para a definição da etapa do processo de produção do alumínio que seria o objeto de estudo deste trabalho, inicialmente foi realizada uma reunião juntamente com o Geren-

te da Qualidade e, mais tarde com os seus operadores, que solicitaram que o estudo fosse direcionado para uma das áreas mais delicadas de todo o processo de produção, a anodização.

Esta etapa, conforme pode ser observado no fluxograma visualizado na Figura 3.3, é compreendida por várias fases, que vão desde o enganchamento dos perfis de alumínio nas gancheiras até a desmontagem dos mesmos, e portanto seria necessário verificar quais delas exigiam um estudo mais aprofundado, no sentido de descobrir as causas que provavelmente estariam agindo sobre o processo. Dessa forma, foram selecionadas três fases, consideradas como as mais importantes: o fosqueamento, a anodização e a eletrocoloração.

Feito isto, foram avaliados os relacionamentos entre estas três variáveis, considerando quais tinham maior influência sobre a fase seguinte e considerando também o grau de importância sob o ponto de vista do custo e da qualidade. Verificou-se que a fase do fosqueamento, que é o acabamento superficial acetinado nos perfis, mesmo que não tenha sido bem feita não irá afetar a fase posterior, a anodização. Já esta, ao contrário, impedirá que sua fase seguinte, a eletrocoloração, seja bem realizada, caso ela não tenha sido bem feita. Portanto, depois desta análise, concluiu-se que o ponto crítico de controle do processo é a anodização, esta fase do processo é realizada em três tanques independentes (Tanque 1, Tanque 2 e Tanque 3).

## **3.5 A Metodologia de Pesquisa do Trabalho**

Este estudo teve como objetivo gerar conhecimentos voltados para a aplicação prática, na tentativa de solucionar problemas frequentes num processo de produção através de recursos e técnicas estatísticas. Portanto, para atingir tal objetivo o trabalho foi baseado numa pesquisa aplicada quantitativa sendo caracterizado como um estudo de caso, e a amostra utilizada é caracterizada como intencional, ou não-probabilística.

### **3.5.1 As variáveis**

Foram definidas como variáveis a concentração de ácido sulfúrico na solução e a concentração de alumínio dissolvido, visto que essas duas características, conforme foi explicado na subseção 3.3.6, constituem-se como parâmetros que afetam diretamente as propriedades

da camada anódica e possíveis alterações em ambas ocasionarão em problemas nas fases seguintes.

### 3.5.2 Método de coleta e análise de dados

Foi coletada uma amostra por dia para cada tanque do processo de anodização referente as duas características de qualidade monitoradas. A medição da solução coletada é realizada no laboratório da ALCOA e imediatamente registrada numa planilha de controle da empresa.

Foram utilizadas para a Fase I da aplicação do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling 30 pares de observações para cada tanque, referentes ao período de 13/01/03 à 21/02/03. E para a Fase II foram utilizadas 185 pares de observações, ou seja, 370 observações, referentes ao período de Fevereiro à Junho de 2003. Caso seja necessário, estes dados podem ser encontrados na ALCOA, em Tubarão-SC.

Desta forma, para que a análise dos dados fosse iniciada, foram utilizados inicialmente os primeiros 30 pares de observações, para se testar a normalidade dos dados através do aplicativo *B.E.R.* e do *software Statistica for Windows*. E para o posterior estabelecimento da Fase I e da Fase II do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling, foi utilizada a planilha computacional desenvolvida por Konrath (2002). Esta planilha tem suas telas principais apresentadas no Anexo A.

## 3.6 Teste de normalidade das variáveis selecionadas

A suposição de normalidade da distribuição estatística de uma característica particular, deve ser satisfeita na aplicação de gráficos de controle, para evitar possíveis erros. Por isso, nessa seção, as variáveis Concentração de ácido sulfúrico e Concentração de alumínio dissolvido, nos Tanques 1, 2 e 3 foram testadas para verificar se elas apresentam uma distribuição de probabilidade normal, garantindo assim um dos pressupostos estabelecidos para os gráficos de controle.

Os testes utilizados foram: *Kolmogorov-Smirnov (K-S)*, escolhido por ser um teste aplicável a pequenas amostras e destinado a distribuições contínuas, e o teste *Jarque-Bera (JB)*, escolhido pela facilidade de aplicação. O teste *Kolmogorov-Smirnov* diz respeito ao grau

de aderência entre a distribuição de um conjunto de valores amostrais (observados) e determinada distribuição teórica específica.

O teste consta da verificação do valor descrito na fórmula abaixo:

$$D = \max|F(x) - G(x)|, \quad (3.1)$$

onde  $D$  é a maior diferença encontrada entre as duas funções analisadas,  $F(x)$  é a função de distribuição acumulada da normal teórica e  $G(x)$  é a função de distribuição acumulada da amostra.

Para que  $H_0$  e  $H_1$  (hipóteses nula e alternativa) sejam testadas, geralmente, são estabelecidos níveis de significância de  $\alpha = 1\%$ ,  $5\%$  e  $10\%$ . Portanto se  $D$  for maior do que o valor crítico, rejeita-se  $H_0$ . Neste caso as hipóteses a serem testadas são:

$$\begin{aligned} H_0 &: \text{ a amostra avaliada possui uma distribuição normal} \\ H_1 &: \text{ a amostra avaliada não possui uma distribuição normal.} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Através da Tabela 3.3 pode-se observar que todos os valores de  $D$  são menores do que o valor crítico, admitindo-se portanto que as observações para os Tanques 1, 2 e 3 são distribuídas normalmente.

O outro teste de normalidade, o *Jarque-Bera* (JB), é um teste que não depende de maiores conhecimentos estatísticos. Este teste de acordo com Jarque e Bera (1985), é extremamente simples para calcular exigindo somente o primeiro dos quatro momentos dos resíduos de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) e é dado através de:

$$JB = n \left[ \frac{A^2}{6} + \frac{(C - 3)^2}{24} \right], \quad (3.3)$$

Tabela 3.3 *Teste de Normalidade Kolmogorov-Smirnov*

Variáveis analisadas	Amostra	$D$ -máximo	Valor de $p$
Conc. de ácido sulfúrico no Tanque 1	30	0,117	$p > 0,15$
Conc. de alumínio dissolvido no Tanque 1	30	0,087	$p > 0,15$
Conc. de ácido sulfúrico no Tanque 2	30	0,125	$p > 0,15$
Conc. de alumínio dissolvido no Tanque 2	30	0,101	$p > 0,15$
Conc. de ácido sulfúrico no Tanque 3	30	0,097	$p > 0,15$
Conc. de alumínio dissolvido no Tanque 3	30	0,101	$p > 0,15$

onde  $JB$  é o valor *Jarque-Bera*,  $n$  é o tamanho da amostra,  $A$  é a assimetria e  $C$  é a curtose.

Quando uma distribuição estatística é considerada normal, o valor da assimetria é zero e o da curtose é 3,  $(C - 3)$  representa na equação (3.3) o excesso de curtose. Nesse sentido, sob a hipótese nula de que os resíduos se distribuem normalmente, Jarque e Bera mostraram que, em grandes amostras, a estatística  $JB$  dada pela equação (3.3) segue a distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade.

Portanto, de acordo com Gujarati (2000), caso o valor  $p$  da estatística qui-quadrado seja suficientemente baixo, rejeita-se a hipótese de que os resíduos possuem distribuição normal. Esta mesma hipótese não é rejeitada se o valor de  $p$  for razoavelmente alto. Na Tabela 3.4 encontram-se os valores das variáveis em estudo.

Tabela 3.4 *Teste de Normalidade de Jarque-Bera*

Variáveis analisadas	Amostra	Valor de $p$
Conc. de ácido sulfúrico no Tanque 1	30	0,15815
Conc. de alumínio dissolvido no Tanque 1	30	0,43387
Conc. de ácido sulfúrico no Tanque 2	30	0,23024
Conc. de alumínio dissolvido no Tanque 2	30	0,36245
Conc. de ácido sulfúrico no Tanque 3	30	0,26798
Conc. de alumínio dissolvido no Tanque 3	30	0,39138

Como pode ser observado através da Tabela 3.4, todas as variáveis testadas são distribuídas normalmente, pois o valor de  $p$  é razoavelmente alto em todas as variáveis em questão. Portanto, na próxima seção, com os dados das variáveis selecionadas devidamente testados, será estabelecida a Fase I do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling.

### **3.7 Estabelecimento da Fase I do gráfico de controle $T^2$ de Hotelling para as variáveis selecionadas**

É através da Fase I do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling que se obtém um conjunto de dados sob controle estatístico para o futuro monitoramento. Nesse sentido, para que a Fase I fosse implementada, foram utilizados os dados das variáveis selecionadas



e testadas na seção 3.6, referentes ao Tanque 1 ( $T_1$ ), Tanque 2 ( $T_2$ ) e Tanque 3 ( $T_3$ ) da etapa de anodização, envolvendo as medidas de duas características de qualidade, a concentração de ácido sulfúrico ( $X_1$ ) e a concentração de alumínio dissolvido ( $X_2$ ).

A partir dos cálculos realizados com as 30 observações iniciais de  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ , foram obtidos através da equação (2.11) os vetores de médias amostrais, expressos respectivamente por:

$$\bar{X}_{T_1} = \begin{bmatrix} 214,07 \\ 14,46 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

$$\bar{X}_{T_2} = \begin{bmatrix} 212,95 \\ 14,59 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

e

$$\bar{X}_{T_3} = \begin{bmatrix} 215,75 \\ 14,78 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

E as matrizes de covariâncias, calculadas através da equação (2.13), são dadas respectivamente através de:

$$S_{T_1} = \begin{bmatrix} 25,58 & 0,33 \\ 0,33 & 0,11 \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

$$S_{T_2} = \begin{bmatrix} 19,36 & 0,06 \\ 0,06 & 0,20 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

e

$$S_{T_3} = \begin{bmatrix} 14,25 & 0,28 \\ 0,28 & 0,15 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Utilizando a equação (2.18) foi obtido um  $LSC = 9,1$ , com  $\alpha = 0,01$ . Destaca-se aqui que o  $LSC$  para os três tanques é o mesmo, considerando que a equação utilizada para o seu cálculo leva em conta apenas o número de observações ( $m$ ), o número de características ( $p$ ) e o valor da estatística  $F$ .

Portanto tem-se que, para o conjunto de dados em estudo,  $m = 30$ ,  $p = 2$  e  $F = 6,49$ . Realizados os cálculos acima, são obtidos através da equação (2.16) os valores da estatística  $T^2$  de Hotelling para os tanques  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ , dados na Tabela 3.5.

Tabela 3.5 Valores da estatística  $T^2$  de Hotelling para  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  na Fase I.

Obs.	$T_1^2$	$T_2^2$	$T_3^2$	Obs.	$T_1^2$	$T_2^2$	$T_3^2$
1	0,98	5,99	1,52	16	2,18	0,90	4,91
2	0,20	3,21	0,01	17	7,69	1,57	4,88
3	0,10	3,58	0,22	18	1,33	3,71	1,00
4	0,23	2,11	0,95	19	2,57	1,92	1,42
5	0,56	2,91	2,26	20	0,15	0,14	1,75
6	0,02	0,31	0,57	21	0,22	2,64	3,35
7	0,40	0,14	0,79	22	0,57	3,42	4,64
8	0,55	1,14	0,19	23	1,39	3,44	0,51
9	0,09	0,74	0,26	24	1,32	0,57	0,13
10	0,56	0,58	1,31	25	3,70	1,35	0,13
11	5,84	0,52	0,42	26	0,92	0,04	1,04
12	3,25	1,52	4,43	27	3,22	2,56	0,09
13	1,60	0,50	1,86	28	4,86	2,72	7,06
14	2,19	2,54	2,61	29	0,16	2,83	4,22
15	3,96	2,91	2,04	30	7,21	1,51	3,42

Através da Figura 3.7 pode-se observar que todas as observações referentes ao Tanque 1 situam-se dentro dos limites de controle, demonstrando que os dados estão sob controle estatístico e portanto, podem ser estabelecidos como a base de referência que será utilizada para se calcular os limites de controle da Fase II.

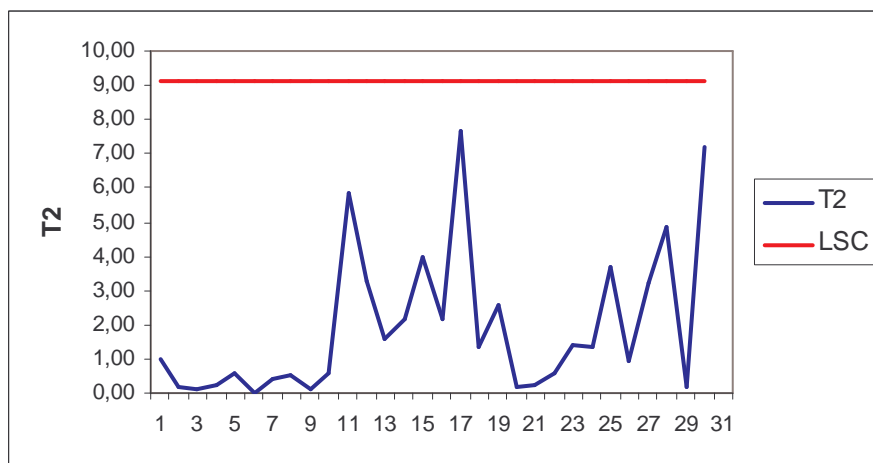


Figura 3.7 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase I para o  $T_1$

O mesmo acontece para o Tanque 2 e Tanque 3, conforme a Figura 3.8 e a Figura 3.9, respectivamente.

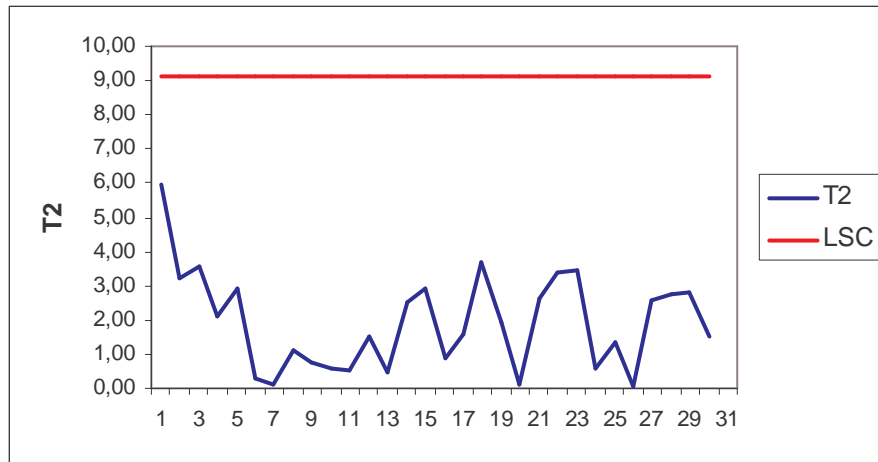


Figura 3.8 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase I para o  $T_2$

E, portanto, pode-se dar continuidade à aplicação do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling iniciando o monitoramento.

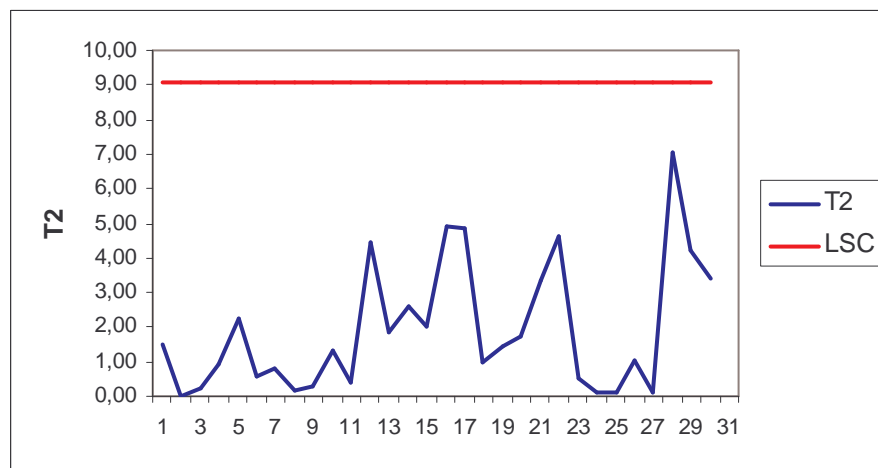


Figura 3.9 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase I para o  $T_3$

Vale lembrar que se fossem identificados *outliers* nessa primeira fase, estas observações deveriam ser examinadas individualmente, no sentido de descobrir quais os tipos de causas que atuaram no processo, e se necessário, excluídas do conjunto de dados, e só seria realizada a Fase II quando a Fase I apresentasse estado de normalidade, ou seja, de controle.

### 3.8 Monitoramento do Tanque 1

Depois de estabelecida a base de referência para o cálculo do limite de controle para a Fase I, torna-se necessário monitorar o processo continuamente, afim de se testar se o processo permanece sob controle quando futuras observações são extraídas.

Para o início do monitoramento do Tanque 1 foi inserido um novo par de observações, referentes às duas características de qualidade e calculado o novo  $LSC = 13,78$ , através da equação (2.19), com  $\alpha = 0,01$ , para a Fase II. A partir deste vetor de observações (204,0; 14,87) foram gerados os cálculos das médias, variâncias e covariâncias. A estatística  $T^2$  de Hotelling obtida foi de 5,33, o que manteve os dados dentro do LSC, conforme pode ser visto na Figura 3.10.

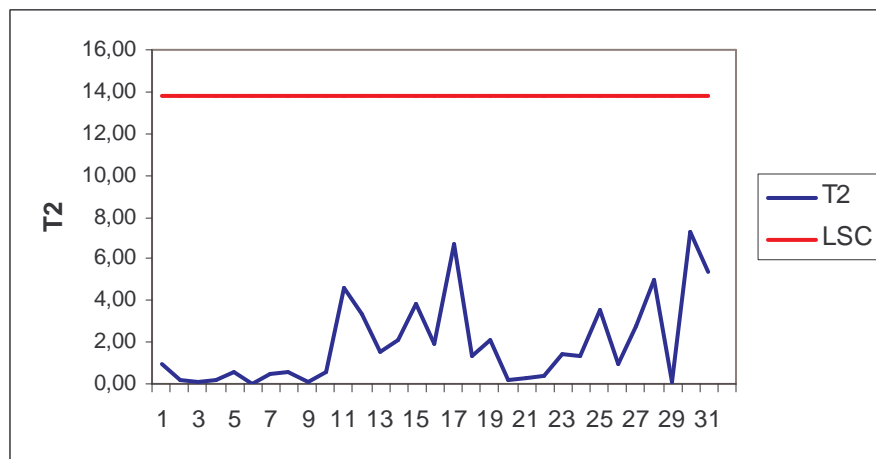
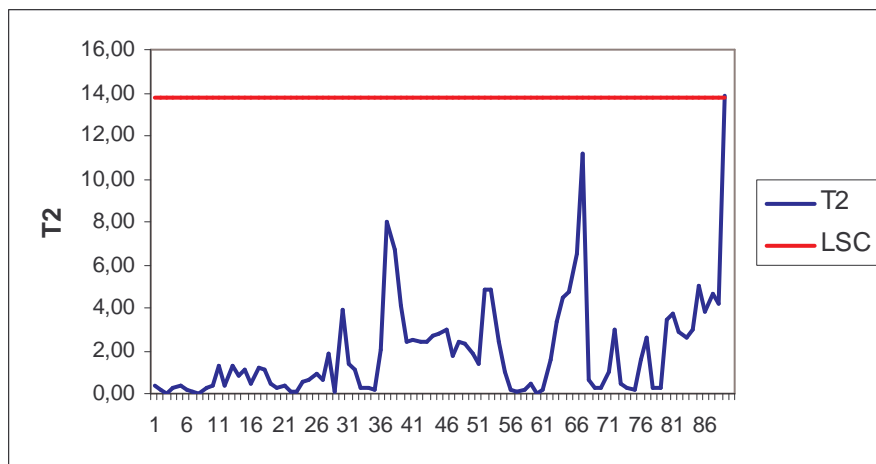


Figura 3.10 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase II para o  $T_1$

Só com o vetor de observações (220,50; 17,50), depois de 59 observações inseridas, que o processo apresentou um ponto fora do  $LSC$ , apresentando um  $T^2 = 13,89$ , de acordo com a Figura 3.11.

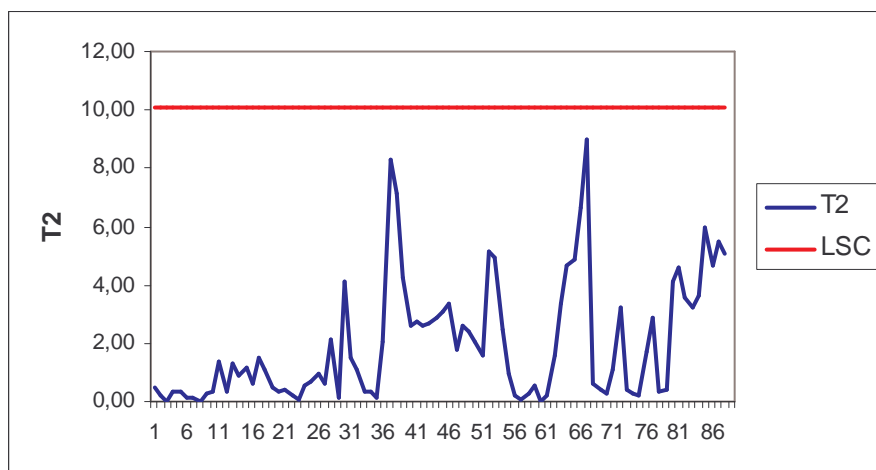
No sentido de descobrir qual das características de qualidade que está influenciando este ponto, fez-se a decomposição da estatística  $T^2$  de Hotelling e obteve-se  $T_{11}^2 = 1,32$  e  $T_{2,1}^2 = 12,57$ . Através destes valores concluiu-se que a segunda característica, ou melhor, a concentração de alumínio dissolvido deveria ser investigada para se descobrir qual o tipo de causa que atuou sobre o ponto, para que fossem tomadas as medidas apropriadas.

Para tanto foi realizada uma análise criteriosa, constatando-se que no dia 23/06/03, dia

Figura 3.11 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase II para o  $T_1$ 

referente a observação 59, a concentração de alumínio dissolvido se apresentou alta devido à problemas mecânicos no *Free Al*, o que pode ser caracterizado como uma causa assinalável e, portanto, excluído do conjunto de dados para que se dê continuidade ao monitoramento das novas observações. Esta constatação ratifica o que foi apurado pela decomposição realizada.

O procedimento, depois de excluída a observação classificada como oriunda de causa especial, foi de reestabelecer uma nova base de referência com os dados obtidos até então. Com este novo conjunto de dados foi estabelecido através da equação (2.18) um novo  $LSC = 10,08$ , com  $\alpha = 0,01$ . Através da Figura 3.12 pode-se observar que a nova base

Figura 3.12 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase II para o  $T_1$

de referência gerada mantém todas as observações sob controle, podendo-se assim passar para a Fase II.

Um novo par de observações (220,00; 17,82) foi inserido para que fosse calculado o novo  $LSC = 11,54$ , através da equação (2.18), com  $\alpha = 0,01$ , referente a Fase II. A estatística  $T^2$  de Hotelling obtida foi de 11,05 e, apesar dos dados permanecerem dentro do  $LSC$ , pode-se observar através da Figura 3.13 que a última observação situa-se muito próxima do  $LSC$  e reflete ainda o problema na concentração de alumínio dissolvido, causado pela falha no equipamento de controle da substância.

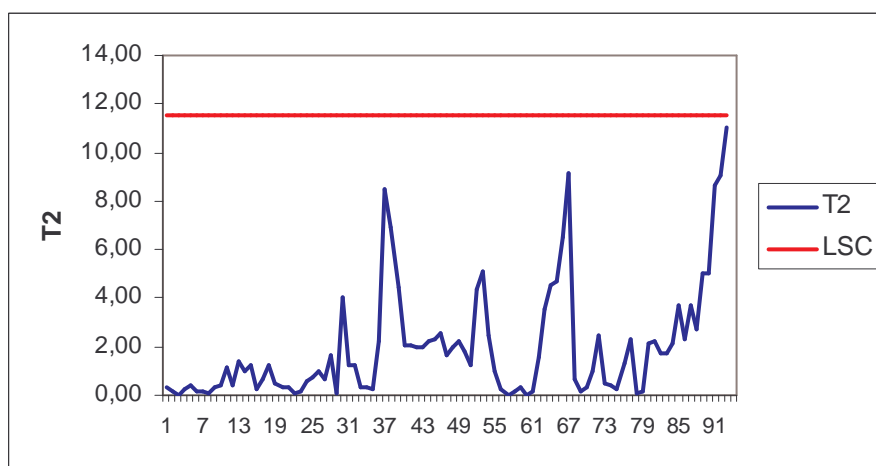
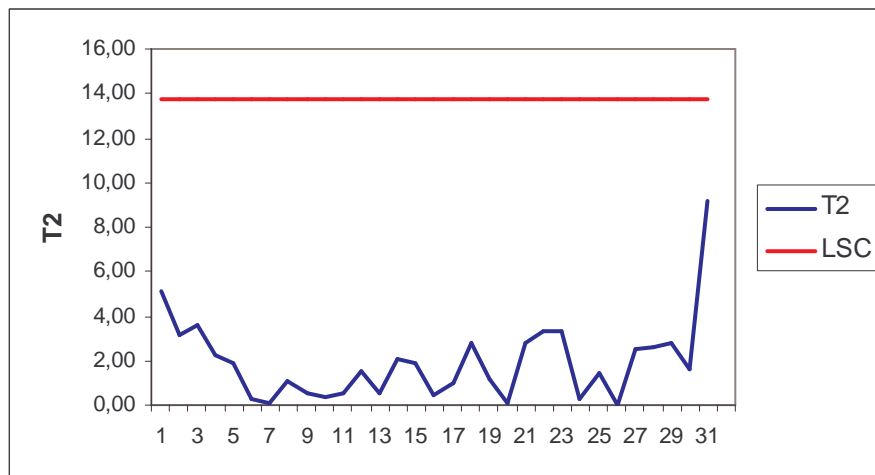


Figura 3.13 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase II para o  $T_1$

Visto que este equipamento que apresentou problemas mecânicos é o maior responsável pelo controle da concentração de alumínio dissolvido no eletrólito, mantendo o menor nível possível desta substância, como foi explicado na seção 3.3.6, sugere-se aos operadores uma maior atenção no que diz respeito à inspeção, conservação e manuseio do equipamento, para se garantir o bom andamento do processo e a redução de custos, evitando gastos com peças, reparos e com o retrabalho.

### 3.9 Monitoramento do Tanque 2

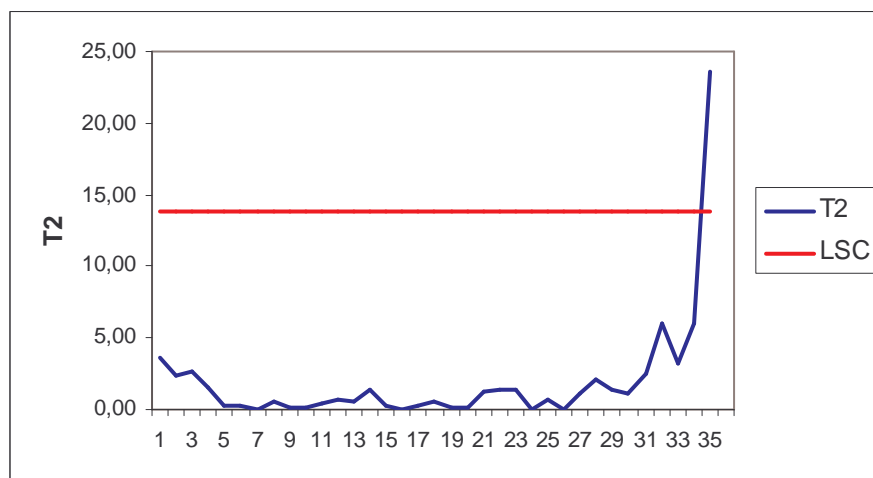
A partir da base de referência gerada na Fase I, se empregou o mesmo procedimento realizado na seção 3.6, para o monitoramento do Tanque 2, obtendo-se um  $LSC = 13,78$ , com  $\alpha = 0,01$ , e um  $T^2 = 9,16$ , mantendo os dados dentro do  $LSC$ , de acordo com a Figura 3.14.

Figura 3.14 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase II para o  $T_2$ 

Ao contrário do Tanque 1, logo depois das primeiras observações inseridas do  $T_2$  foi identificado um ponto fora do  $LSC$ , correspondente ao dia 28/02/03, que apresentou um  $T^2 = 23,55$ , que pode ser visualizado na Figura 3.15.

Através da decomposição da estatística  $T^2$  de Hotelling sobre este ponto obteve-se um  $T_1^2 = 23,41$  e um  $T_{2,1}^2 = 0,14$ , o que demonstra a necessidade de uma investigação mais apurada sobre a concentração de ácido sulfúrico na solução, com o intuito de descobrir qual a causa atuante.

Ficou constatado, depois da análise realizada junto aos operadores, que por falha operacional a válvula da bomba dosadora não foi devidamente fechada, o que provocou o

Figura 3.15 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase II para o  $T_2$

vazamento de ácido sulfúrico e conseqüentemente, um aumento da concentração desta substância na solução.

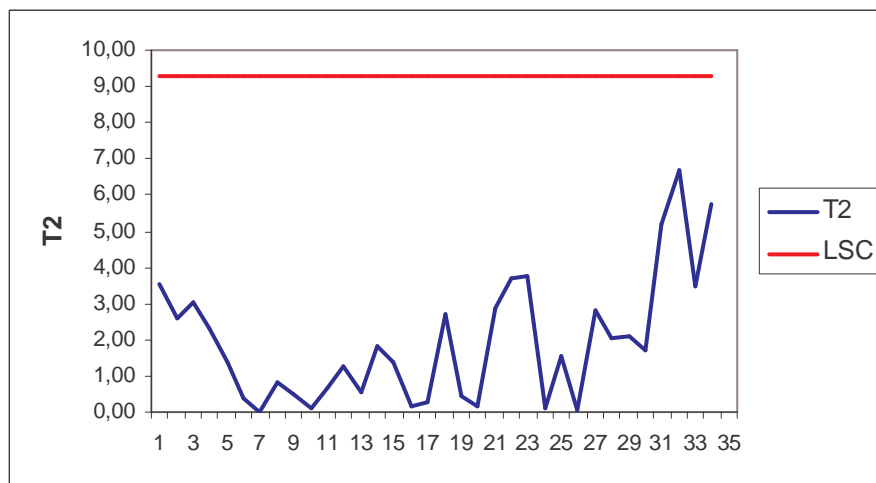


Figura 3.16 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase II para o  $T_2$

Devido a atuação desta causa especial sobre o processo, esta observação foi excluída do banco de dados e foi necessário então reestabelecer uma nova base de referência, com o conjunto de dados obtidos até o momento, que gerou um  $LSC = 9,27$ , com  $\alpha = 0,01$  e um  $T^2 = 5,76$ , mantendo todas as observações abaixo do  $LSC$  e indicando uma situação sob controle, conforme pode ser visto na Figura 3.16.

De acordo com o que pôde ser observado na Figura 3.16, já é apropriado implementar a Fase II e recomeçar o monitoramento do processo. Utilizando a equação (2.19), depois de inserido um novo vetor de observações (219,00; 14,22), obteve-se um  $LSC = 13,34$ , com  $\alpha = 0,01$ , mantendo os dados sob controle conforme Figura 3.17. A partir de então o monitoramento ocorreu sem maiores problemas até o período especificado.

Com a finalidade de se acabar com o problema que foi detectado, foi sugerido aos operadores que a bomba dosadora, que controla a quantidade de ácido sulfúrico no eletrólito, seja calibrada ou controlada com uma periodicidade maior por semana e, considerando que a válvula desta bomba é operacionalizada manualmente, o que implica em um número de falhas naturalmente maior, sugere-se à empresa que este procedimento venha a ser controlado automaticamente, tal como ocorre com a concentração de alumínio dissolvido.



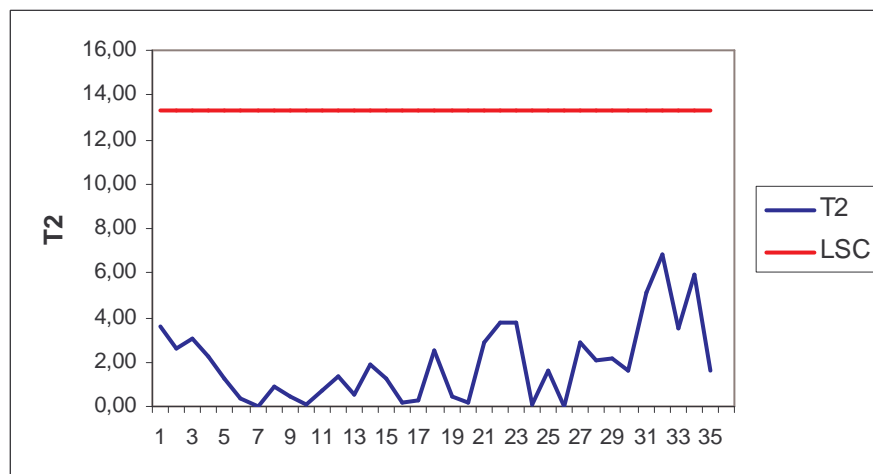


Figura 3.17 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase II para o  $T_2$

### 3.10 Monitoramento do Tanque 3

Diferentemente dos outros tanques, o Tanque 3 apresentou um comportamento mais estável durante todo o monitoramento e para ele não foi necessário excluir observações e reestabelecer a base de referência gerada na Fase I. Isso pode ser facilmente explicado devido ao fato de que o Tanque 3 é aquele menos utilizado durante o processo de anodização e, portanto, consegue manter os níveis desejados das concentrações e dos parâmetros que podem afetar a camada anódica.

Durante o período monitorado não foi verificada a presença de pontos acima do  $LSC$ , mas algumas observações, por apresentarem um valor da estatística  $T^2$  de Hotelling próximo ao  $LSC$  ( $LSC = 13,78$ ), sugeriram a necessidade de uma análise no sentido de verificar o que poderia estar afetando o processo, conforme pode ser visto na Figura 3.18.

Através da Figura 3.18 pode ser observado um aumento brusco no valor da estatística  $T^2$  de Hotelling ( $T^2 = 12,21$ ) na observação 33, referente ao dia 26/02/03.

Este aumento novamente se repete na observação 86, referente ao dia 16/05/03, quando  $T^2 = 12,9$ , de acordo com a Figura 3.19.

Depois da análise realizada em ambas as observações, foi apurado que houveram falhas operacionais no registro das medidas tomadas naqueles dias. Com exceção destas duas ocorrências o monitoramento se deu sem maiores problemas.

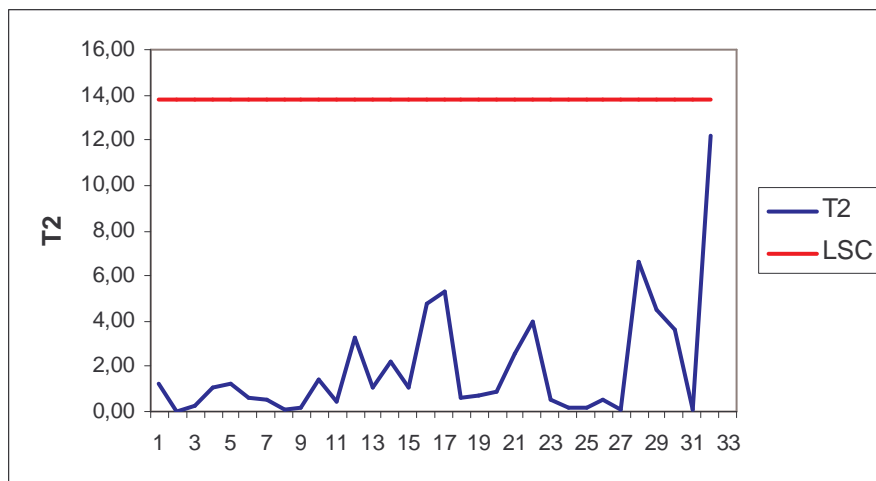


Figura 3.18 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase II para o  $T_3$

Para que problemas desse tipo sejam evitados, aconselha-se aos operadores mais atenção e rigor no registro das medições realizadas.

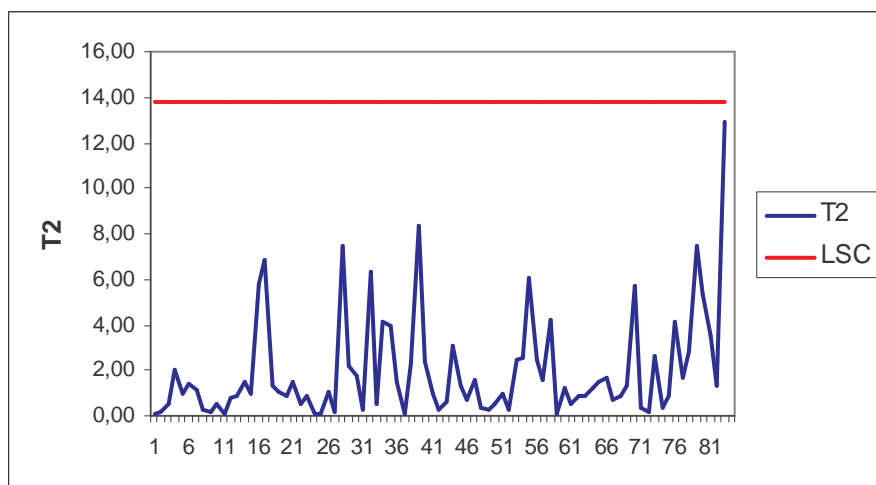


Figura 3.19 Gráfico  $T^2$  de Hotelling da Fase II para o  $T_3$

### 3.11 Análise dos resultados

As empresas atualmente têm cada vez mais a necessidade de utilizar métodos e técnicas estatísticas que lhes proporcionem informações precisas sobre o processo e, principalmente, que permitam a agilidade do mesmo.

Nesse sentido, foi aplicado no processo de anodização dos perfis de alumínio da ALCOA, o

gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling, que possibilita a monitoração simultânea de mais de uma característica de qualidade.

Com a aplicação desta ferramenta, que ocorreu nos Tanques 1, 2 e 3, e com a decomposição da estatística  $T^2$  de Hotelling utilizando a planilha computacional desenvolvida por Konrath (2002), pode-se destacar o grande ganho verificado em relação a identificação automática de qual característica de qualidade poderia estar causando um possível problema. Pois antes esta identificação só podia ser realizada através da análise visual da folha de verificação, na tentativa de encontrar um valor mais discrepante do conjunto de dados, ou seja, o processo se tornou mais ágil e com uma maior facilidade de acompanhamento.

De acordo com os resultados obtidos através da aplicação do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling também foram constatados alguns problemas, como por exemplo, com relação a periodicidade de manutenção na bomba dosadora, que controla a concentração de ácido sulfúrico no eletrólito, e no *Free Al*, equipamento que controla a concentração de alumínio dissolvido. Outros problemas verificados foram a ocorrência de erros operacionais no controle da bomba dosadora e a falta de rigor no registro dos dados relativos as duas características de qualidade sob monitoramento.

Para todos estes problemas encontrados sugeriu-se à empresa que a frequência semanal de manutenção da bomba dosadora e do *Free Al* seja maior, com o intuito de minimizar a probabilidade de falhas. Também foi sugerido o treinamento dos funcionários, um maior rigor durante o registro dos dados coletados e a automatização do procedimento que libera o ácido sulfúrico para os tanques, com o objetivo de eliminar os erros operacionais no controle desta substância.

Enfim, neste capítulo foi mostrada detalhadamente a aplicação da ferramenta proposta e a análise dos resultados obtidos, além de realizar a caracterização da empresa e de seu processo produtivo. No próximo capítulo serão feitas as considerações finais e as recomendações para trabalhos futuros.

---

## Capítulo 4

# Considerações finais e Recomendações

---

### 4.1 Considerações Finais e Recomendações

Este trabalho teve como objetivo aplicar o gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling em uma das etapas do processo de produção de perfis de alumínio da Alcoa, na unidade de Tubarão-SC, e decompor a estatística  $T^2$  de Hotelling utilizando uma planilha computacional desenvolvida por Konrath (2002).

A escolha do gráfico de controle multivariado se deu pelo fato de que esta ferramenta leva em consideração a correlação existente entre as características de qualidade selecionadas, que por não se comportarem independentemente uma das outras, tal como é o caso do processo químico estudado, devem ser examinadas conjuntamente; já que as não observâncias da interrelação existente entre as variáveis poderiam levar a conclusões erradas sobre o comportamento do processo. Além disso, a utilização do procedimento multivariado permite o monitoramento de várias características de qualidade ao mesmo tempo, o que implica na otimização do processo.

Para dar um embasamento à aplicação realizada, foram mostrados os aspectos principais em relação aos gráficos de controle univariados e ao gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling, inclusive seu método de decomposição.

Posteriormente foi realizada a caracterização da empresa e seu processo produtivo, no sentido de identificar os pontos críticos do processo de anodização dos perfis de alumínio e de realizar uma avaliação das três fases consideradas como as mais importantes, a saber: o fosqueamento, a anodização e a eletrocoloração, considerando quais tinham maior influência sobre a fase seguinte e, considerando também, o grau de importância sob o ponto de vista do custo e da qualidade.

A etapa da anodização foi então definida como a fase mais delicada e sobre a qual aplicou-se a ferramenta multivariada que monitorou, simultaneamente, duas características de qualidade: a concentração de ácido sulfúrico e a concentração de alumínio dissolvido no eletrólito, visto que estas duas características são aquelas que afetam diretamente as propriedades da camada anódica.

A implementação do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling possibilitou o monitoramento dos três tanques da etapa de anodização: o Tanque 1, o Tanque 2 e o Tanque 3, e a decomposição da estatística  $T^2$  de Hotelling através da planilha computacional escolhida, permitiu a identificação imediata de qual característica de qualidade afetou o processo.

Esta identificação via decomposição, se constituiu como um grande ganho no que diz respeito a agilidade e a rapidez da monitoração do processo, pois, até então, o processo era monitorado apenas com o gráfico de controle da média ( $\bar{X}$ ) e amplitude ( $R$ ), e durante a aplicação do gráfico de controle da amplitude ( $R$ ), para controlar a variabilidade entre os tanques, os operadores só conseguiam identificar a origem da variação de alguma observação discrepante, através de uma análise visual da folha de verificação, observando quais dos três tanques apresentavam valores mais destoantes do conjunto de dados.

Já no caso do gráfico de controle da média ( $\bar{X}$ ), era realizado um monitoramento com as medidas dos três tanques, considerando que as mesmas fossem dependentes e oriundas do mesmo ponto amostral, o que, muitas vezes, leva a conclusões erradas sobre o processo, visto que os tanques devem ser considerados como independentes.

De uma forma geral verificou-se também através desta técnica, a presença de algumas observações discrepantes que foram devidamente investigadas, principalmente nos Tanques 1 e 2, onde ocorre uma maior rotatividade de perfis de alumínio. No Tanque 3 pôde-se observar alguns comportamentos fora do padrão.

Para estas observações onde foram detectadas as presenças de causas especiais, foram feitas sugestões aos operadores e à empresa para solucionar os problemas encontrados, através da mudança de algumas rotinas diárias do processo, objetivando assim reduções significativas no custo de produção e conseqüentemente a maximização dos lucros, já que grande parte dos problemas investigados foi causado por falha em equipamento e erros

operacionais, situações que podem ser corrigidas facilmente com uma maior atenção na manutenção dos equipamentos e no treinamento dos operadores.

Portanto, para que a melhoria da qualidade seja obtida na sua totalidade, além de mudanças específicas nos setores de produção, a empresa deve realizar um acompanhamento cuidadoso e criterioso de todos os fatores que podem interferir na qualidade, envolvendo todas as atividades desenvolvidas pela empresa.

Finalmente, conclui-se que este trabalho cumpriu com êxito o objetivo geral a que se propôs, através dos objetivos específicos estabelecidos e, com o intuito de dar continuidade e aperfeiçoar o trabalho realizado, algumas recomendações podem ser propostas, como por exemplo, a necessidade da aplicação do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling nas demais etapas do processo e da monitoração simultânea de um número maior de características de qualidade. Recomenda-se também a investigação de outros pontos críticos do processo, avaliando-os sob o ponto de vista dos custos envolvidos.

---

# Bibliografia

---

- APARISI, F. Hotelling's  $T^2$  control chart with adaptive samples sizes. **International Journal of Production Research**, v. 34, p. 2853-2862, 1996.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DO ALUMÍNIO. **Guia Técnico do Alumínio: Tratamento de Superfície**. São Paulo, 1996. v. 3, il.
- NÚMEROS da Indústria brasileira do alumínio. In: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DO ALUMÍNIO (ABAL). Disponível em: < [http : //www.abal.org.br](http://www.abal.org.br) >. Acesso em: 18 julho 2003.
- CAULCUTT, R. The rights and wrongs of control charts. **Applied Statistics**, v. 44, n. 3, p. 279-288, 1995.
- CHAMP, C. W.; MASON, R. L.; TRACY, N. D.; WIERDA, S. J.; YOUNG, J. C. Assessment of multivariate process control techniques. **Journal of Quality Technology**, v. 29, n. 2, p. 140-143, apr. 1997.
- COSTA, A. F. B. Gráficos de controle  $\bar{X}$  para processos robustos. **Gestão & Produção**, v. 5, n. 3, p. 259-271, dez. 1998.
- DOGANAKSOY, N.; FALTIN, F. W.; TUCKER, W. T. Identification of out of control quality characteristics in a multivariate manufacturing environment. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 20, p. 1775-2790, 1991.
- DUNCAN, A. J. The economic design of  $\bar{X}$  charts used to maintain current control of a process. **Journal of the American Statistical Association**, v. 51, n. 274, p. 228-242, june 1956.
- EPPRECHT, E. K.; SANTOS, A. B. Um método simples para o projeto ótimo de gráficos de  $\bar{X}$ . **Gestão & Produção**. v. 5, n. 3, p. 206-220, dez. 1998.
- GRANT, E. L. **Statistical Quality Control**. New York: McGraw-Hill, 1964.
- GUJARATI, D. N. **Econometria Básica**. São Paulo: Makron Books, 3 ed., 2000.
- HAWKINS, D. M. Regression Adjustment for variables in multivariate Quality Control. **Journal of Quality Technology**, v. 25, n. 3, p. 170-182, 1993.
- HILLIER, F. S.  $\bar{X}$  Chart control limits based on a small number of subgroups. **Industrial Quality Control**, v. 20, n. 8, p. 24-29, feb. 1964.

- HOTELLING, H. **Multivariate Quality Control - Illustrated by the Air Testing of Sample Bombsights, in Techniques of Statistical Analysis**. Eisenhart C., Hastay M. W. and Wallis W. A., eds., New York: McGraw-Hill, 1947. p. 111-184.
- JACKSON, J. E. Multivariate Quality Control. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v. 14, p. 657-688, 1985.
- JACKSON, J. E. Principal Component and Factor Analysis: Part I - Principal Components. **Journal of Quality Technology**, v. 12, n. 4, p. 201-213, 1980.
- JARQUE, C. M.; BERA, A. K. A test for normality of observations and regression residuals. **Internatonal Statistical Review**, v. 55, n. 2, p. 163-177, 1985.
- KAMINSKY, F. C.; DAVIS, R. D.; BURKE, R. J. Detecting process shifts with  $\bar{X}$  charts. **Production and Inventory Management Journal**, First Quarter, p. 25-30, 1993.
- KLEIN, M. Two alternatives to the Shewhart  $X$  control charts limits. **Journal of Quality Technology**, v. 32, n. 4, p. 427-431, oct. 2000.
- KONRATH, A. C. **Decomposição da estatística do gráfico de controle multivariado  $T^2$  de Hotelling por meio de um algoritmo computacional**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção UFSC Florianópolis, 2002.
- LOWRY, C. A.; MONTGOMERY, D. C. A review of multivariate control charts. **IIE Transactions**, v. 27, p. 800-810, 1995.
- LOWRY, C. A.; WOODALL, W. H.; CHAMP, C. W.; RIGDON, S. E. A multivariate exponentially weighted moving average control chart. **Technometrics**, v. 34, p. 46-53, 1992.
- MACGREGOR, J. F.; KOURTI, T. Multivariate SPC Methods for process and product monitoring. **Journal of Quality Technology**, v. 28, n. 4, oct. 1996.
- MACHLINE, C.; GARCIA, F.; AMARAL, J.B. e NOBRE, W. Analysis of the Aluminum production chain in Brazil. In: SIMPOI/POMS, IV., 2001, aug. 11-14, 2001, São Paulo.
- MANDEL, B. J. The regression control chart. **Journal of Quality Technology**, v. 1, n. 1, p. 1-9, jan. 1969.
- MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. Multivariate control charts for individual observations. **Journal of Quality Technology**, v. 24, n.2, p. 88-95, apr. 1992.
- MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. Decomposition of  $T^2$  for multivariate control chart interpretation. **Journal of Quality Technology**, v. 27, n. 2, p. 99-108, 1995.
- MASON, R. L.; TRACY, N. D.; YOUNG, J. C. A practical approach for interpreting multivariate  $T^2$  control chart signals. **Journal of Quality Technology**, v. 29, n.4, oct. 1997.



- 
- MASON, R. L.; YOUNG, J. C. **Multivariate statistical process control with industrial applications**. Philadelphia: SIAM, 2002.
- MITTAG, H. J.; RINNE, H. **Statistical Methods of Quality Assurance**. London: Chapman & Hall, 1993.
- MONTGOMERY, D. C. Economic Design of  $T^2$  control charts to maintain current control of a Process. **Management Science**, v. 19, n. 1, sept. 1972.
- MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. New York: John Wiley & Sons, 4th. ed., 2001.
- MURPHY, B. J. Selecting out of control variables with the  $T^2$  multivariate quality control procedure. **The Statistician**, v. 36, p. 571-583, 1987.
- PAGE, E. S. Continuous Inspection Schemes. **Biometrics**. v. 41, p. 100-114, 1954.
- PIGNATIELLO Jr., J. J.; RUNGER, G. C. Comparisons of multivariate *CUSUM* charts. **Journal of Quality Technology**, v. 22, n. 3, p. 173-186, july 1990.
- PROSCHAN, F.; SAVAGE, I. R. Starting a control chart. **Industrial Quality Control**. v. 17, n. 3, p. 12-13, sept. 1960.
- RAMOS, E. M. L. S. **Aperfeiçoamento e Desenvolvimento de Ferramentas do Controle Estatístico da Qualidade - Utilizando Quartis para Estimar o Desvio Padrão**. 2003. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção UFSC Florianópolis, 2003.
- RENCHER, A. C. The contribution of individuals variables to Hotelling's  $T^2$ . Wilk's  $\Lambda$  e  $R^2$ . **Biometrics**, v. 49, p. 479-489, 1993.
- SIQUEIRA, L. G. P. **Controle Estatístico do Processo**. Equipe Grifo. São Paulo: Pioneira, 1997, Série Qualidade Brasil, Livro nº 9, p. 12-13.
- SULLIVAN, J. H.; WOODALL, W. H. A comparison of Multivariate Control Charts for Individual Observations. **Journal of Quality Technology**, v. 28, n. 4, p. 398-408, oct. 1996.
- TAVARES, P. S.; MEURER, R. Avaliação das relações entre variáveis econômicas quando aplicado o gráfico de controle de regressão. In: Reunião Regional da ABE, 35., e Reunião Regional da SOBRAPO, 2003, Florianópolis, **Resumos**, Florianópolis: UFSC, 2003. p. 48-48.
- TAVARES, P. S.; RAMOS, E.M.L.S.; SAMOHYL, R.W. Gráficos de controle - utilizando um estimador baseado nos quartis para estimar  $\sigma$  e a Média Aparada para estimar  $\mu$ . In: Reunião Regional da ABE, 35., e Reunião Regional da SOBRAPO, 2003, Florianópolis, **Resumos**, Florianópolis: UFSC, 2003. p. 39-39.
- WADE, M. R.; WOODALL, W. H. A review and analysis of cause-selecting control charts. **Journal of Quality Technology**, v. 25, n. 3, p. 161-169, july 1993.

WADSWORTH Jr., H. ; STEPHENS, K. S.; GODFREY, A. B. **Modern Methods for Quality Control and Improvement**. New York: John Wiley & Sons, 1986.

WESTERN ELETRIC COMPANY. **Statistical Quality Control Handbook**. New York, 1956.

WOODALL, W. H. Controversies and contradictions in statistical process control. **Journal of Quality Technology**, v. 32, n. 4, p. 341-350, oct. 2000.

WU, Z.; XIE, M.; TIAN, Y. Optimization design of the  $\bar{X}$  &  $S$  charts for monitoring process capability. **Journal of Manufacturing Systems**, v. 21, n. 2, 2002.

---

# Glossário

---

## **Acabamento**

Termo usado para definição da característica da superfície de um produto.

## **Alumina**

Da mina, a bauxita é enviada à refinaria, onde isola-se o óxido de alumínio por meio da retirada dos outros componentes (óxidos de ferro e de silício). Na refinaria, o minério é misturado com uma solução de soda cáustica, formando o aluminato de sódio. Depois que o óxido de ferro e outras impurezas são precipitadas, acrescentam cristais de alumínio hidratado. Formam-se cristais pesados que são posteriormente triturados para expelir a água remanescente, deixando um pó branco fino chamado alumina, que é encaminhado para a redução. De 4 a 6 toneladas de minério de bauxita são produzidas 2 toneladas de alumina.

## **Anodização**

É o processo eletrolítico de produção de uma película penetrante e integral de óxido em superfície de alumínio. A espessura e outras características da película podem ser controladas para se atender a requisitos diversos de melhoria da resistência à corrosão, da resistência à abrasão ou para fins decorativos. Pode ser fosca ou brilhante, natural ou em cores.

## **Banho de Criolita**

Consiste numa das etapas do processo de redução eletrolítica, na qual a alumina é dissolvida num banho dessa substância em grandes fornos eletrolíticos.

## **Bauxita**

Embora existam numerosos minérios que originam o alumínio, encontrados em grandes

quantidades no mundo todo, o minério normalmente utilizado na produção de alumínio é a bauxita. Ela é composta de uma variedade de substâncias, com o óxido de alumínio sendo o seu componente dominante. São necessárias 4 a 6 toneladas de minério para produzir 1 tonelada de alumínio.

### **Coloração**

Processo químico utilizado na anodização para conferir determinada cor aos materiais.

### **Conversão química**

Produzida por processos químicos ou eletrolíticos, que promove uma camada superficial de um composto sobre o alumínio.

### **Corrente elétrica**

É o deslocamento de carga elétrica em condutores.

### **Densidade de corrente**

É a carga elétrica em ampère aplicada sobre uma área conhecida.

### **Eletrólito**

Solução iônica capaz de conduzir a corrente elétrica.

### **Extrusão**

É o processo metalúrgico que consiste na deformação plástica a quente do tarugo de alumínio fazendo-o passar pela ação de um pistão, através do orifício de uma matriz que apresenta o contorno da seção do produto que se quer obter.

### **Fundição**

É o processo metalúrgico que consiste em obter um produto sólido a partir do metal de alumínio em estado líquido, mediante solidificação em um molde. Há muitas técnicas usadas em fundição de alumínio, dependendo do tamanho, complexidade e quantidade do produto final desejado. A fundição em areia utiliza moldes de misturas de areias especiais para criar formas grandes, complexas ou fluxos de pequenas quantidades. Além dessa, as fundições em gesso, em molde de casca e de revestimento, compõem a fundição por gravidade, isto é, dependem da gravidade no lançamento do metal no molde. A fundição

sob pressão, por outro lado, usa um pistão hidráulico para forçar o alumínio na matriz. Esse método é preferido para produção em massa, que requer bom acabamento e alto padrão de precisão dimensional.

### **Laminação**

É o processo metalúrgico no qual o lingote de alumínio passa entre pares de laminadores - conjunto de cilindros - sob pressão, a quente ou a frio, de forma a reduzir a espessura e aumentar o comprimento e/ou a largura.

### **Liga**

É um material com propriedades metálicas, composto por dois ou mais elementos químicos, dos quais um é sempre metal. As ligas de alumínio são misturas intencionais de elementos onde o alumínio é o predominante

### **Lingote**

É o produto fundido na planta de redução, sob forma apropriada, que se destina a fabricações subsequentes como laminação e extrusão.

### **Óxido**

Designação genérica de combinações do oxigênio com outros elementos.

### **Película anódica**

Película de óxido de alumínio que se forma sobre o alumínio e que é relativamente estanque ao ataque atmosférico.

### **Perfis**

São produtos dúcteis de seção transversal uniforme ao longo de seu comprimento, diferente da barra, do arame, do tubo e da chapa, fornecidos em unidades retas ou em rolos.

### **Redução Eletrolítica**

Basicamente o processo de redução consiste em romper a liga entre o alumínio e o oxigênio por meio do uso de eletricidade. Após uma série de operações forma-se alumínio liquefeito que é posteriormente fundido em lingotes.

**Retificador**

Utilizado para transformar a corrente alternada em corrente contínua na faixa de até 24 V para a anodização convencional e de até 50 V para a anodização dura.

**Tarugo**

É o produto de forma geralmente cilíndrica obtido por fundição e destinado à extrusão.

---

# Anexo A

---



Figura 4.1 *Tela de abertura da planilha computacional.*

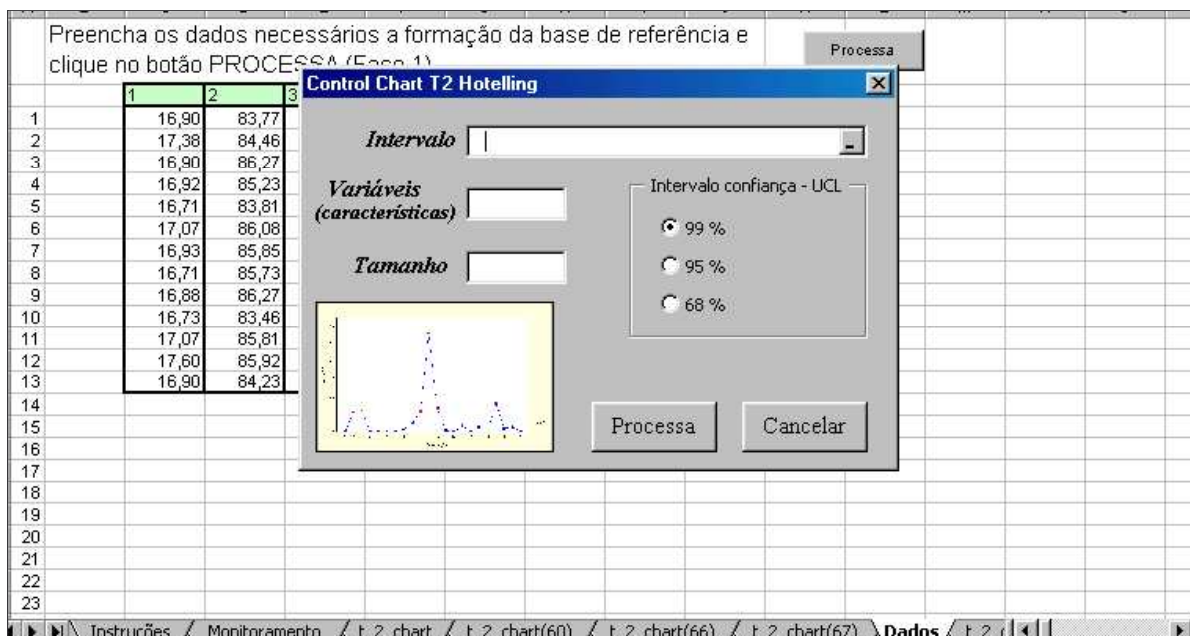


Figura 4.2 Tela de operacionalização da escolha das variáveis.

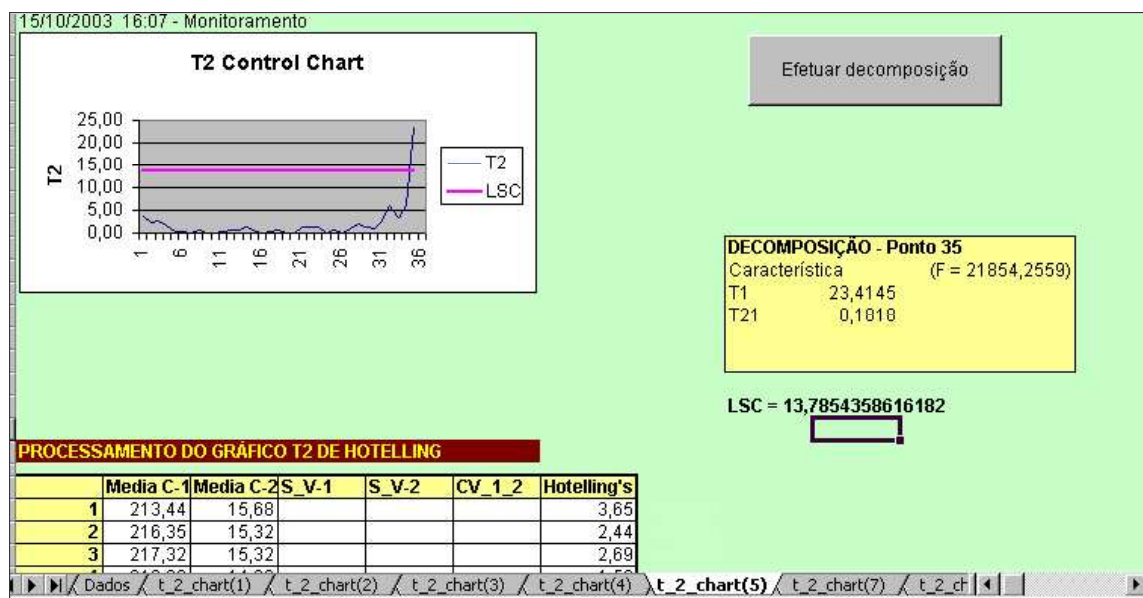


Figura 4.3 Tela dos resultados obtidos através da decomposição.