#### UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

## **CONTROLE PREDITIVO MULTIVARIÁVEL: ASPECTOS DE PROJETO E SIMULAÇÃO**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

### Rodrigo Iván Goytia Mejía

Florianópolis, junho de 2003

#### **CONTROLE PREDITIVO MULTIVARIÁVEL: ASPECTOS DE PROJETO E SIMULAÇÃO**

Rodrigo Iván Goytia Mejía

'Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de **Mestre em Engenharia Elétrica**, Área de Concentração em **Sistemas de Controle, Automação e Informática Industrial**, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.'

> Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, Dr. Sc. Orientador

> > Giovani Cavalcanti Nunes, Ph. D. Co-Orientador

Prof. Edson Roberto de Pieri, Dr. Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, Dr. Sc. UFSC – DAS -SC

> Giovani Cavalcanti Nunes, Ph. D. CENPES – PETROBRAS - RJ

Prof. Leandro dos Santos Coelho, Dr. Sc. PUC –PR Controle Preditivo Multivariável: Aspectos de Projeto e Simulação Existe um ditado antigo que diz: "Se não doe, não faz bem". Somente podem ganhar as competições importantes os atletas, os estudantes, os empresários e os chefes de família que entendem o ditado. Na luta, todos os competidores começam a sofrer ao atingir os limites do cansaço. É uma fronteira clara na qual muitos abandonam a competição, seguros de que chegaram a seu limite. Mas aqueles que não desfalecem, aqueles que fazem um esforço consciente aceitando o dor dos outros que evadem, de pronto rompem o elo e ingressa num novo terreno denominado **o segundo ar**.

No segundo ar, a energia retorna em maiores quantidades, os pulmões respiram melhor, o sistema cardiovascular trabalha com mais eficiência e o cérebro intensifica os seus sentidos. Somente no segundo ar se triunfa; somente neste terreno se fazem as grandes invenções; só aqui se realizam as obras que transcendem e as empresas que deixam pegadas. Temos que chegar sempre ao nosso segundo ar. Temos que insistir e resistir. Sabemos que dando mais do que devemos dar, receberemos mais do que esperamos receber. Sabemos que nossos resultados são superiores porque os obtivemos depois do cansaço, porque não foram fáceis nem gratuitos, porque fizemos um esforço extra no caminho.

Nosso amor pelo trabalho bem feito que nos une, o mesmo que nossa cumplicidade por ter chegado junto a linha de sofrimento e ter transpassado esta para permanecer junto no segundo ar, onde já não se sofre, onde tudo são resultados.

Carlos Cuauhtemoc Sanchez

In academia, an engineer is taught how to solve relatively difficult problems in theory and relatively simple problems in practice. However, in industry, the engineer is required to solve problems which are straightforward in theory but quite difficult in practice.

H.E.Rauch

A toda minha família

#### Agradecimentos

O presente trabalho não poderia ter sido completado sem a ajuda e continuo apoio dos meus colegas, amigos e família aos que estou muito agradecido.

Primeiro e principalmente desejo expressar meu sincero agradecimento ao professor **Dr. Sc. Antonio Augusto Rodrigues Coelho**, pela orientação, apoio e dedicação demonstrada em todas as etapas deste trabalho, ao **Dr. Ph. Giovani Cavalcanti Nunes** quem possibilitou a realização do trabalho, e contribuiu junto com orientador substancialmente na forma e profundidade do trabalho.

Ao **Programa de Concessão de Bolsas de Pós-Graduação - PCBP** e a empresa **Petróleo Brasileiro S. A. – PETROBRAS,** que patrocinaram financeiramente o desenvolvimento da pesquisa.

Junto com Antonio Augusto Rodrigues Coelho desejo agradecer aos membros da banca examinadora pelos comentários e sugestões feitos a este trabalho.

A meus colegas do **Grupo de Pesquisa em Técnicas de Controle Aplicado** e do **Laboratório de Automação Industrial**, que de um ou outro modo contribuíram com o desenvolvimento e ampliaram minha visão da engenharia de controle.

A meus colegas e amigos Javier Triveño Vargas, César Claure Torrico, Julio Elias Normey Rico, Bismark Claure Torrico, Alberto Arispe Santander, Rodrigo Rodrigues Sumar, José Eli Santos dos Santos e Jaime Navarrete Rodriguez por estes dois anos de convivência, amizade e companheirismo.

As pessoas que não estiveram oficialmente relacionadas com o desenvolvimento da dissertação, mas embora influenciaram fortemente no resultado. A meus pais e irmãos pelo amor, educação, estimulo e apoio que venho recebendo durante a minha vida.

Finalmente, desejo expressar meu infinito aprecio a **Universidade Federal de Santa Catarina** e a todos os professores que contribuíram neste período de aprendizado.

Rodrigo Iván Goytia Mejía

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

#### CONTROLE PREDITIVO MULTIVARIÁVEL: ASPECTOS DE PROJETO E SIMULAÇÃO

#### Rodrigo Iván Goytia Mejía

Junho / 2003

**Orientador:** Prof. Dr. Sc. Antonio Augusto Rodrigues Coelho. **Área de Concentração:** Sistemas de Controle, Automação e Informática Industrial. **Palavras-chave:** Controle centralizado; desacoplamento de sistemas; pré-compensadores de desacoplamento; controle descentralizado; medidas da interação; sistemas lineares; MIMO; controle de múltiplas malhas; sistemas de controle multivariável; controle preditivo. **Número de Páginas:** 161

As estruturas de controle preditivo são cada vez mais empregadas em aplicações industriais, nas áreas química, petroquímica, metalúrgica, e automotiva, devido aos excelentes resultados obtidos no controle sistemas complexos. A proposta desta dissertação é estudar e comparar por meio de equacionamentos matemáticos e simulações, as estruturas de controle preditivo multivariável centralizadas e descentralizadas na abordagem do controlador preditivo de variância mínima generalizada (GMV), com base no conhecimento do modelo e da matriz interactor do processo.

Inicialmente, apresenta-se o desenvolvimento do projeto, análise de estabilidade e desempenho das seguintes estruturas de controle MIMO centralizadas: (a) GMV posicional; (b) GMV incremental; (c) GMV PID, e (d) PID. Uma análise e indicadores que proporcionam uma melhor avaliação do grau de interação, controlabilidade, sensibilidade e condicionamento dos sistemas MIMO são apresentadas antes do desenvolvimento do projeto e análise das seguintes estruturas de controle MIMO descentralizadas: (a) Boksenbom e Hood; (b) Zalkind e Luyben simplificado e generalizado, e (b) Yamamoto e Shah. As estruturas de controle são implementadas em três modelos lineares com diferente matriz interactor, e no modelo linear e não-linear do separador água/óleo/gás utilizado em plataformas de petróleo de alto mar. O desempenho dos controladores é avaliado em relação à variação dos parâmetros de controle, perturbações de carga e mudanças na referência, com os indicadores; analíticos, integral do erro absoluto, erro máximo, variância do sinal de saída, de controle e média do controle.

Resumen de la Disertación presentada a la UFSC como parte de los requisitos necesarios para a obtención del grado de Master en Ingeniería Eléctrica.

#### **CONTROLE PREDITIVO MULTIVARIÁVEL: ASPECTOS DE PROJETO Y SIMULACION**

#### Rodrigo Iván Goytia Mejía

Junio / 2003

**Orientador:** Prof. Dr. Sc. Antonio Augusto Rodrigues Coelho. **Área de Concentración:** Sistemas de Controle, Automatización e Informática Industrial. **Palabras llave:** Control centralizado; desacoplamiento de sistemas; precompensadores para el desacoplamiento; control descentralizado; medida de interacción; sistemas lineares; MIMO; control de múltiples mallas; sistemas de control multivariable; control predictivo. **Número de Páginas:** 161

Las estructuras de control predictivo son cada vez mas empleadas en aplicaciones industriales, en las áreas química, petroquímica, metalúrgica y automotiva, debido a los excelentes resultados obtenidos en el control de sistemas complejos. La propuesta de esta disertación es estudiar y comparar por medio de ecuaciones matemáticas y simulaciones, las estructuras de control predictivo centralizadas y descentralizadas en el abordaje del controlador predictivo de variancia mínima generalizada (GMV), con base en el conocimiento del modelo y de la matriz interactor del proceso.

Primitivamente, se presenta el desarrollo del diseño, análisis de estabilidad y desempeño de las siguientes estructuras de control MIMO centralizadas: (a) GMV posicional; (b) GMV incremental; (c) GMV PID, y (d) PID. Un análisis y indicadores que proporcionan una mejor evaluación del grado de interacción, control, sensibilidad y condicionamiento de los sistemas MIMO, son presentados antes del desarrollo del proyecto y análisis de las siguientes estructuras de control MIMO descentralizadas: (a) Boksenbom e Hood; (b) Zalkind y Luyben simplificado y generalizado, y (c) Yamamoto y Shah. Las estructuras de control son implementadas en tres modelos lineares con diferente matriz interactor, y en el modelo linear y no-linear de la unidad de alto mar separador agua/óleo/gas. El desempeño de los controladores es evaluado frente a la variación de los parámetros de control, perturbaciones de carga y cambios en la referencia, por medio de indicadores analíticos, esto es, integral del error absoluto, error máximo, variancia de la señal de salida, de control y media de control.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

#### MULTIVARIABLE PREDICTIVE CONTROL: ASPECTS OF PROJECT AND SIMULATION

#### Rodrigo Iván Goytia Mejía

June / 2003

Advisor: Prof. Dr. Sc. Antonio Augusto Rodrigues Coelho.

Area of Concentration: Control, Automation and Computer Systems.

**Keywords:** Centralized control; decoupled Systems; decoupling precompensators; decentralized control; interaction measure; linear systems; MIMO; multiloop control; multivariable control systems; predictive control.

Number of Pages: 161

Predictive Control structures are each time more often used in industrial applications, including chemical, petrochemical, metallurgic and automotive areas, due to the excellent results obtained in complex systems control. This dissertation's proposition is to study and compare trough mathematics equations and simulations, the centralized and non-centralized predictive control structures in the case of the Generalized Minimum Variance (GMV) predictive controller, based on the model's knowledge and the process interacting matrix.

Primitively, the design development is presented, the stability analysis and the performance of the following MIMO centralized control structures: (a) Positional GMV; (b) Incremental GMV; (c) PID GMV, and (d) PID. An analysis and the tools that give a better evaluation of the interaction, control, sensibility and conditioning of the MIMO systems degrees are presented before the project development and analysis of the following non-centralized MIMO control structures: (a) Boksenbom e Hood; (b) Zalkind y Luyben, simplified and generalized, and (c) Yamamoto and Shah. The control structures are implemented in three linear models with different interacting matrix, and in the linear and non-linear models of the offshore water/oil/gas separator unit. The controllers' performance is evaluated against the variation of the control parameters, charge perturbations and changes in the reference, through analytic indicators, this is, absolute error integrate, maximum error, output signal, control and control average variance.

# Sumário

1.	Intro	Introdução					
	1.1	Motivaç	ão				
	1.2	Objetivo	Objetivos do Trabalho				
	1.3	Organiz	ação da Dissertação				
2.	Sister	istemas de Controle Multivariáveis Centralizados na Abordagem GMV					
	2.1	Introdução					
	2.2	Controla	ador GMV na Estrutura Posicional				
		2.2.1	Controlador para Processos com Matriz Interactor				
			Diagonal/Igual				
		2.2.2	Controlador para Processos com Matriz Interactor				
		0.0.0	Geral				
	0.0	2.2.3	Considerações				
	2.3	Controla	ador GMV na Estrutura Incremental				
		2.3.1	Controlador para Processos com Matriz Interactor				
		0 0 0	Diagonal/igual				
		2.3.2	Controlador para Processos com Matriz Interactor				
		9 2 2	Geral				
	24	2.3.3 CONSIDERAÇÕES Controlador PID Clássico					
	ω. <b>τ</b>	2 4 1	Controlador PID Digital Incremental				
		2.4.2	Sintonia dos Parâmetros do Controlador				
		2.4.3	Considerações				
	2.5	Controlador GMV na Estrutura do Controlador PID					
		2.5.1	Controlador para Processos com Matriz Interactor				
			Diagonal/Igual				
		2.5.2	Controlador para Processos com Matriz Interactor				
			Geral				
		2.5.3	Considerações				

	2.6	Estabilidade de Sistemas Multivariáveis					
		2.6.1       Pólos e Zeros de Sistemas Multivariáveis       32					
		2.6.2 Estabilidade Interna de Sistemas Multivariáveis					
		Kealimentados     33       0.0.0.1     Lucalización da Demoistra da Estabilidada Internación da Sectoria da Estabilidada Internación da Sectoria da Secto					
	97	2.0.2.1 Implicações dos Requisitos da Estabilidade Interna					
	2.1 2 0	Conclusões 37					
	2.0	Conclusoes					
3.	Sister	mas de Controle Multivariável Descentralizados					
	3.1	Introdução 40					
	3.2	Influência da Interação no Controle do Sistema					
	3.3	Análises de Sistemas Multivariáveis					
		3.3.1 Controlabilidade do Processo					
		3.3.2 Sensibilidade Frente a Incertezas de Modelagem					
		3.3.3 Grado de Interação nas Variáveis do Processo 48					
		3.3.4 Condicionamento do Modelo para o Desacoplamento 51					
		3.3.4.1 Valores Singulares 51					
		3.3.4.2 Índice de Resiliência 51					
		3.3.4.3 Número Condicionante 52					
	3.4	Desacoplamento de Sistemas Multivariáveis					
		3.4.1 Projeto de Desacopladores Ideais					
		3.4.1.1 Desacoplador de Boksenborm e Hood					
		3.4.1.2 Desacopiador de Zaikind e Luyden					
		3.4.1.5 Desacoplador de l'allianolo e Shan					
		3.4.1.4 Desacopiadoi Estatico na Frequencia Otinia 05					
	35	Projeto do Controlador GMV Monovariável na Estrutura Incremental 67					
	0.0	3.5.1 Efeito das Restrições do Controlador 68					
	3.6	Conclusões 69					
_							
4.	Imple	ementação dos Controladores em Modelos Lineares Multivariáveis 72					
	4.1	Caso I – Processos com Matriz Interactor Diagonal/Igual					
		4.1.1 Estruturas de Controle MIMO Centralizadas					
		4.1.1.1 Modelo Linear do Processo Acoplado					
		4.1.1.2 Atrasos de Transporte Multivariável					
		4.1.1.3 Resultados de Simulação					
		4.1.2 Estruturas de Controle MIMO Descentralizadas					
		4.1.2.1 Modelo Linear do Processo Desacoplado 82					
	4.0	4.1.2.2 Resultados de Simulação					
	4.2	Caso II – Processos com Matriz Interactor Diagonal/Diferente					
		4.2.1 Descrição do Processo					
		4.2.2 Modele Linear de Processe Acoulado					
		4.2.2.1 INDUCIO LINEA UD FIOLESSO ACOPIAUO					
		4223 Resultados de Simulação 92					
		42.3 Estruturas de Controle MIMO Descentralizadas 96					
		4.2.3.1 Modelo Linear do Processo Desaconlado 96					
		4.2.3.2 Resultados de Simulação					

1.0	Caso III – Processos com Matriz Interactor Geral		
	4.3.1 Estruturas de Controle MIMO Centralizadas		
	4.3.1.1 Modelo Linear do Processo Acoplado		
	4.3.1.2 Atrasos de Transporte Multivariável		
	4.3.1.3 Resultados de Simulação		
	4.3.2 Estruturas de Controle MIMO Descentralizadas		
	4.3.2.1 Modelo Linear do Processo Desacoplado		
	4.3.2.2 Resultados de Simulação		
4.4	Conclusões		
-			
5.1	Introdução		
5.1 5.2	Introdução Descrição do Processo de Separação		
5.1 5.2 5.3	Introdução Descrição do Processo de Separação Controle do Separador Trifásico		
5.1 5.2 5.3 5.4	Introdução Descrição do Processo de Separação Controle do Separador Trifásico Estruturas de Controle MIMO Centralizadas		
5.1 5.2 5.3 5.4	Introdução Descrição do Processo de Separação Controle do Separador Trifásico Estruturas de Controle MIMO Centralizadas 5.4.1 Modelo Não Linear do Processo Acoplado		
5.1 5.2 5.3 5.4	IntroduçãoDescrição do Processo de SeparaçãoControle do Separador TrifásicoEstruturas de Controle MIMO Centralizadas5.4.1Modelo Não Linear do Processo Acoplado5.4.2Modelo Linear do Processo Acoplado		
5.1 5.2 5.3 5.4	IntroduçãoDescrição do Processo de SeparaçãoControle do Separador TrifásicoEstruturas de Controle MIMO Centralizadas5.4.1Modelo Não Linear do Processo Acoplado5.4.2Modelo Linear do Processo Acoplado5.4.3Atrasos de Transporte Multivariável		
5.1 5.2 5.3 5.4	IntroduçãoDescrição do Processo de SeparaçãoControle do Separador TrifásicoEstruturas de Controle MIMO Centralizadas5.4.1Modelo Não Linear do Processo Acoplado5.4.2Modelo Linear do Processo Acoplado5.4.3Atrasos de Transporte Multivariável5.4.4Resultados da Simulação		
5.1 5.2 5.3 5.4	IntroduçãoDescrição do Processo de SeparaçãoControle do Separador TrifásicoEstruturas de Controle MIMO Centralizadas5.4.1Modelo Não Linear do Processo Acoplado5.4.2Modelo Linear do Processo Acoplado5.4.3Atrasos de Transporte Multivariável5.4.4Resultados da SimulaçãoEstruturas de Controle MIMO Descentralizadas		
5.1 5.2 5.3 5.4	IntroduçãoDescrição do Processo de SeparaçãoControle do Separador TrifásicoEstruturas de Controle MIMO Centralizadas5.4.1Modelo Não Linear do Processo Acoplado5.4.2Modelo Linear do Processo Acoplado5.4.3Atrasos de Transporte Multivariável5.4.4Resultados da SimulaçãoEstruturas de Controle MIMO Descentralizadas5.5.1Modelo Linear do Processo Desacoplado		
<ul> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li>5.4</li> </ul>	IntroduçãoDescrição do Processo de SeparaçãoControle do Separador TrifásicoEstruturas de Controle MIMO Centralizadas5.4.1Modelo Não Linear do Processo Acoplado5.4.2Modelo Linear do Processo Acoplado5.4.3Atrasos de Transporte Multivariável5.4.4Resultados da SimulaçãoEstruturas de Controle MIMO Descentralizadas5.5.1Modelo Linear do Processo Desacoplado5.5.2Resultados da Simulação		
<ul> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li>5.4</li> <li>5.5</li> <li>5.6</li> </ul>	IntroduçãoDescrição do Processo de SeparaçãoControle do Separador TrifásicoEstruturas de Controle MIMO Centralizadas5.4.1Modelo Não Linear do Processo Acoplado5.4.2Modelo Linear do Processo Acoplado5.4.3Atrasos de Transporte Multivariável5.4.4Resultados da SimulaçãoEstruturas de Controle MIMO Descentralizadas5.5.1Modelo Linear do Processo Desacoplado5.5.2Resultados da SimulaçãoEstruturas de Controle MIMO Combinadas		
<ul> <li>5.1</li> <li>5.2</li> <li>5.3</li> <li>5.4</li> <li>5.5</li> <li>5.6</li> </ul>	IntroduçãoDescrição do Processo de SeparaçãoControle do Separador TrifásicoEstruturas de Controle MIMO Centralizadas5.4.1Modelo Não Linear do Processo Acoplado5.4.2Modelo Linear do Processo Acoplado5.4.3Atrasos de Transporte Multivariável5.4.4Resultados da SimulaçãoEstruturas de Controle MIMO Descentralizadas5.5.1Modelo Linear do Processo Desacoplado5.5.2Resultados da SimulaçãoEstruturas de Controle MIMO Combinadas5.5.3Resultados da Simulação		

6. Conclusões e Perspectivas

**150** 

Referências Bibliográficas

152

# Lista de Abreviações

#### Símbolo

#### Decepção

ARIMAX	Auto-regressiva Integrada de Média em Movimento.
ARMAX	Auto-regressiva Média em Movimento com entrada Exógena.
BIBO	Entrada Limitada Saída Limitada.
CARIMA	Controlador Auto-regressivo Integrado de Media em Movimento.
CARMA	Controlador Auto-regressivo de Media em Movimento.
DMC	Controle por Matriz Dinâmica.
MAE	Erro Absoluto Maximo.
GMV	Variância Mínima Generalizada.
GMV-P	Controlador GMV na Estrutura Posicional.
GMV-I	Controlador GMV na Estrutura Incremental.
GMV – PID	Controlador GMV na Estrutura do Controlador PID.
GPC	Controlador Preditivo Generalizado.
IAE	Integral do Erro Absoluto.
LHP	Pólos no Semiplano Esquerdo.
MAC	Controle Algorítmico do Modelo.
MDF	Descrição das Frações da Matriz.
MBC	Controle Baseado em Modelos.
MIMO	Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas.
MRI	Índice de Resiliência de Morari.
MV	Variância Mínima.
PI	Controlador do tipo Proporcional, Integral.
PID	Controlador do tipo Proporcional, Integral, Derivativo.
RGA	Matriz de Ganhos Relativos.
RHP	Pólos no Semiplano Direito.
RLS	Mínimos Quadrados Recursivos.
SISO	Simples Entradas Simples Saídas ou Monovariável.
VCs	Variáveis Controláveis.
VMs	Variáveis Manipuláveis.
Y-S	Controlador de Yamamoto e Shah
Z-L	Controlador de Zalkind e Luyben

# Capítulo 1 Introdução

#### **Resumo do Capítulo**

Neste capítulo apresenta-se um panorama geral da dissertação apresentada pelo aluno de pósgraduação Rodrigo Iván Goytia Mejía como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

A dissertação denominada "Controle Preditivo Multivariável: Aspetos de Projeto e Simulação", está suportada pelo Programa de Concessão de Bolsas de Pós-Graduação (PCBP) junto com a empresa Petróleo Brasileiro S. A. (PETROBRAS), e foi orientada pelos professores: Dr. Antonio Augusto Rodrigues Coelho do Departamento de Automação e Sistemas (DAS) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e o Dr. Giovani Cavalcanti Nunes do CENPES da PETROBRAS.

O capítulo está estruturado em três seções. Na seção (1.1) apresentam-se os aspectos que motivaram a pesquisa. Na seção (1.2) discute-se os principais objetivos da pesquisa, e finalmente na seção (1.3) é apresentada a estrutura da dissertação.

#### 1.1 Motivação

Os seguintes aspectos motivaram a realização da presente dissertação:

Durante a última década, os algoritmos de controle preditivo têm mostrado seus benefícios e, pouco a pouco, vêm substituindo os tradicionais controladores manualmente ajustáveis (Clarke, 1994). Uma pesquisa realizada por Qin e Badgwell (1998), abrangendo cinco companhias americanas que comercializam controladores preditivos, mostrou que existem mais de 2000 controladores preditivos aplicados em vários ramos da indústria, tais como: química, petroquímica, metalúrgica e automotiva, com maior concentração na área de refino.

A popularidade do controlador preditivo baseia-se na sua eficiência, robustez e aspectos essenciais para aplicações em tempo real. Convém ressaltar que, em geral, os controladores preditivos baseiam-se em modelos lineares cujos parâmetros podem ser estimados através de algoritmos recursivos.

Com o aumento das aplicações industriais, diferentes pesquisas buscam modificações no projeto do controle preditivo, visando melhorar o seu desempenho dinâmico. Considerando que o projeto de controle preditivo utiliza um modelo linear para representar os processos reais, diversas mudanças vêm sedo estudadas visando à aplicabilidade e o tratamento em sistemas complexos.

As aplicações de controladores preditivos multivariáveis não são recentes em automação industrial, e têm sido abordadas em diversos estudos de casos práticos, tais como: refinarias, petrolíferas, petroquímicas, farmacêuticas, processamento de gás natural e indústria aeroespacial (Coelho, 1991). Nestes tipos de processos complexos onde geralmente existe um grau considerável de acoplamento das variáveis e atrasos de transporte multivariável, os controladores clássicos PID nem sempre tem um bom desempenho (Clarke, 1994 e Coelho e Amaral, 1993). Atualmente, novos desafios nos controladores preditivos para o tratamento de processos multivariáveis têm ocorrido na área de controle de processos devido a elevada demanda mundial por estratégias de controle robustas multivariáveis.

#### 1.2 Objetivos do Trabalho

O principal objetivo deste trabalho é estudar e comparar por meio de equacionamentos matemáticos e simulações numéricas, as estruturas de controle preditivo multivariável centralizadas e descentralizadas na abordagem do controlador preditivo de variância mínima generalizada, com base no conhecimento do modelo e da matriz interactor do processo.

Os objetivos contemplados são:

- Realizar um estudo comparativo das estruturas de controle preditivo multivariável centralizadas GMV posicional, incremental e PID, conciliando as vantagens destas metodologias no que concerne aos aspectos de estabilidade, sintonia e desempenho;
- Analisar a influência das interações em relação ao controle, estabilidade e sintonia dos sistemas multivariáveis descentralizados;
- Realizar um estudo comparativo das estruturas de controle preditivo descentralizadas de Zalkind (1967) e Luyben (1970) e Yamamoto e Shah (1998), conciliando as vantagens destas metodologias no que concerne aos aspectos de estabilidade, sintonia e desempenho;
- 4. Implementar as estruturas de controle MIMO centralizadas e descentralizadas estudadas ao nível de simulação em: (a) modelos lineares com diferentes matrizes interactor, (b) modelo linear e não-linear de um separador água/óleo/gás utilizado em plataformas de petróleo de alto mar;
- 5. Avaliar o desempenho dos controladores frente à variação dos parâmetros de controle, perturbações de carga e mudanças na referência, por meio dos indicadores analíticos, isto é, integral do erro absoluto, erro máximo, variância do sinal de saída, de controle e média do controle.

#### 1.3 Organização da Dissertação

Esta dissertação está organizada de acordo com os seguintes capítulos:

O capítulo 2 apresenta o estado da arte, desenvolvimento do projeto, análise de estabilidade e desempenho das estruturas de controle multivariável centralizadas (a) GMV posicional; (b) GMV incremental; (c) GMV PID, e (d) PID.

No capítulo 3 análises e indicadores que proporcionam uma melhor avaliação do grau de interação, controlabilidade, sensibilidade e condicionamento dos sistemas MIMO são apresentadas para aplicação na fase do desenvolvimento do projeto. Adicionalmente, são apresentadas as estruturas de controle MIMO descentralizadas: (a) Boksenbom e Hood; (b) Zalkind e Luyben simplificado e generalizado, e (b) Yamamoto e Shah.

O capítulo 4 apresenta uma análise comparativa dos resultados da implementação das estruturas de controle multivariável centralizadas e descentralizadas, em três modelos lineares de processos com matrizes *interactor* diagonal/igual, diagonal/diferente e diagonal geral. O desempenho dos controladores é avaliado frente à variação dos parâmetros de controle, perturbações de carga e mudanças na referência, por meio dos indicadores analíticos, isto é, integral do erro absoluto, erro máximo, variância do sinal de saída, de controle e média do controle.

O capítulo 5 apresenta uma análise comparativa dos resultados da implementação das estruturas de controle multivariável centralizadas e descentralizadas, no modelo linear e não-linear de um separador água/óleo/gás utilizado em plataformas de petróleo de alto mar. O desempenho dos controladores é avaliado como no capítulo 4.

Finalmente, o capítulo 6 apresenta os comentários, conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## **Capítulo 2**

# Sistemas de Controle Multivariável Centralizados na Abordagem GMV

#### **Resumo do Capítulo**

Os controladores centralizados apresentam um melhor desempenho no controle de sistemas multivariáveis atingindo objetivos do controle que são difíceis ou até impossíveis de atingir com técnicas de controle descentralizadas. O termo centralizado refere-se ao algoritmo de controle que utiliza simultaneamente *todas* as medições de entrada e saída do processo para a determinação dos valores de todas as variáveis manipuladas.

Este capítulo apresenta algumas estratégias de controle centralizadas na abordagem do controlador preditivo de *Variância Mínima Generalizada*. As estratégias de controle baseiam-se no conhecimento do modelo e da matriz interactor do processo.

O capítulo está estruturado em oito seções. Na seção (2.1) apresenta-se o estado da arte dos sistemas de controle multivariável centralizados na abordagem GMV. As seções (2.2) e (2.3) centram sua atenção no projeto do controlador GMV na estrutura posicional e incremental. Na seção (2.4) apresenta-se o projeto e sintonia do controlador PID multivariável digital. Na seção (2.5) apresenta-se o controlador GMV na estrutura do controlador PID. A estabilidade e desempenho dos sistemas multivariáveis são estudadas nas seções (2.6) e (2.7), respectivamente. Finalmente, as conclusões do capítulo são apresentadas na seção (2.8).

#### 2.1 Introdução

Nas ultimas décadas foram realizados consideráveis progressos na teoria das técnicas de controle avançadas para processos multivariáveis, pelo fato dos controladores convencionais nem sempre apresentarem um bom desempenho no controle de sistemas multivariáveis que tem características complexas, tais como por exemplo: não-linearidades, incertezas paramétricas, interação entre as variáveis do processo, atrasos de transporte dominantes e parâmetros variantes no tempo.

Os controladores de *Variância Mínima Generalizada*, formam parte dos controladores avançados que superam as limitações dos controladores convencionais. Nos últimos anos surgiram variações de projeto, em relação ao controlador GMV, visando melhorar algumas de suas características para solucionar dificuldades encontradas em processos práticos (Tham, *et al.*, 1991).

Estas contribuições visam o aumento da robustez quanto à presença de perturbações de carga e erros de modelagem, facilidade no tratamento de processos de fase não-mínima, melhoria do comportamento transitório, e também, contornar outros problemas inerentes a aplicações particulares (Coelho, 1991; Santos, 1998). A seguir, apresenta-se uma síntese da evolução dos controladores GMV.

A década de 70 presenciou uma evolução na historia do *Controle Adaptativo*, impulsionado entre outras coisas, pelo advento dos microprocessadores no início da década. Åström e Wittenmark (1973) apresentaram em linhas gerais o que viria a ser o algoritmo de *Variância Mínima*.

O projeto do controlador de MV tem como objetivo obter um sinal de controle u(k) que minimize a variância do erro entre a referência yr(k) e a saída controlada y(k+d) deslocada *d*-passos de tempo no *futuro*. A função custo a ser minimizada é:

$$J_{MV} = \left\{ \left\| yr(k) - y(k+d) \right\|^2 \Big|_k \right\}$$
(2.1)

Seguindo a mesma filosofia, Clarke e Gawthrop (1975) e (1979) apresentam o controlador de *Variância Mínima Generalizada* para processos monovariáveis. Esta abordagem considera a ponderação dos sinais de saída e referência, incluindo um termo para penalizar o esforço excessivo de controle por meio de polinômios de custo  $\vec{P}(z^{-1})$ ,  $\vec{W}(z^{-1}) \in \vec{Q}(z^{-1})$ , respectivamente. O sinal de controle é otimizado de maneira a determinar, através dos parâmetros de projeto, a dinâmica transitória, reduzindo a sobre-elevação e eliminando o erro em regime permanente.

Borison (1979) iniciou o estudo dos controladores de variância mínima multivariáveis, desenvolvendo um controlador para sistemas com características de fase mínima com o mesmo número de entradas e saídas. Koivo (1980) desenvolveu o controlador GMV multivariável, otimizando a função custo que considera a diferença entre os sinais ponderados da saída, da referência e do sinal de controle. Esta estrutura permite ajustar a magnitude e a oscilação da lei de controle, pode ser aplicada a sistemas de fase não–mínima e rastrear referências variantes no tempo. Keviczky e Kumar (1981) apresentaram a síntese do controlador GMV baseado na generalização da função custo. Favier e Hassani (1982) contribuíram com a simplicidade computacional de implementação do controlador GMV multivariável.

Clarke, *et al.* (1983); Tuffs, *et al.* (1985); Scattolini (1986) e (1987), interessados nas propriedades para eliminar problemas de compensação na saída em regime permanente (*offset problems*), propuseram um algoritmo GMV que faz uso do preditor *k-incremental*, e o algoritmo GMV é baseado no modelo CARIMA. Coelho, *et al.* (1988) desenvolveram um método para a eliminação do erro em regime atualizando a ponderação da matriz do sinal de referência.

Um ponto importante relativo ao desenvolvimento dos algoritmos de controle GMV é a consideração apropriada da compensação dos atrasos de transporte (tempos mortos). A presença dos atrasos de transporte é comum na maioria dos processos industriais e dificultam a implementação e desempenho das técnicas de controle convencionais. O atraso de transporte pode ser encontrado em diferentes sistemas, especialmente em processos químicos de operações unitárias.

Em sistemas monovariáveis (SISO), o atraso de transporte pode ser facilmente separado e seus efeitos analisados. Em sistemas multivariáveis (MIMO), os atrasos de transporte são difíceis de fatorar e sua implementação não é trivial. A *matriz interactor*  $\mathbf{x}(z)$ , constitui uma generalização dos termos de atraso de transporte para sistemas multivariáveis e a forma da mesma é dependente da aplicação.

As formas da matriz interactor podem ser classificadas como: matriz interactor proporcional a matriz identidade, (como em Borison, 1979; Koivo, 1980; Kevicky e Kumar, 1981; Favier e Hassani, 1982, entre os mais destacados); matriz interactor na forma diagonal (como em Goodwin, *et al.*, 1980); matriz interactor na forma triangular inferior (como em Wolovich e Falb, 1976) e, finalmente, matriz interactor na forma genérica ou geral (como em Goodwin e Long, 1980; Dugard, *et al.*, 1984; Bittanti e Scattolini, 1985; Ganem e Lima, 1987; Amaral, *et al.*, 1998, entre os mais destacados).

Para um determinado processo, a matriz interactor não é única e vários algoritmos de estimação foram propostos. Os algoritmos de Wolovich e Falb (1976) e Goodwin e Sin (1984), precisam do conhecimento *a priori* da matriz de função de transferência do processo. Shah, *et al.* (1987) apresentaram um método para a estimação da matriz interactor através da solução de um conjunto de equações algébricas lineares dos parâmetros específicos de Markov (Patwardhan, 1999).

A linha evolutiva de controladores GMV apresentada serviu como base para o desenvolvimento do *Controlador Preditivo Generalizado*, que compartilha as propriedades de robustez do GMV sem algumas de suas limitações. Atualmente, o controlador GPC possui uma ampla gama de aplicações industriais (Clarke, 1988; Qin e Badgwell, 1996).

Este breve histórico apresentou a evolução dos controladores GMV ao longo das últimas quatro décadas. À medida que os mesmos vinham sendo aprimorados, novos recursos eram incorporados para permitir flexibilidade e atender a classes amplas de problemas de controle (Tham, 1985, 1999).

#### 2.2 Controlador GMV na Estrutura Posicional

Nesta seção apresentam-se as principais características de projeto do controlador GMV na estrutura posicional, tanto para processos com matriz interactor na forma diagonal/igual como para processos que tem a matriz interactor na forma geral.

## 2.2.1 Controlador para Processos com Matriz Interactor Diagonal/Igual

No projeto do controlador GMV na estrutura posicional, para processos com matriz interactor na forma diagonal/igual, procura-se obter um sinal u(k) que minimize a seguinte função custo:

$$J_{GMV} = \left\{ \left\| \vec{P}(z^{-1}) y(k+d) - \vec{W}(z^{-1}) yr(k) \right\|^2 + \left\| \vec{Q}(z^{-1}) u(k) \right\|^2 \right\}$$
(2.2)

Para que a minimização seja possível em relação a u(k), inicialmente é preciso relacionar a saída controlada y(k) com a entrada manipulada u(k). Neste sentido, considerase o modelo discreto para o sistema controlado na estrutura CARMA, isto é,

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-d) + C(z^{-1})e(k)$$
(2.3)

onde  $d \ge 1$  é o atraso de transporte do processo, expressado como um múltiplo inteiro do período de amostragem,  $T_s$ .  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$  são as matrizes polinomiais representativas do processo,  $C(z^{-1})$  é a matriz polinomial relacionada com a perturbação. Estas matrizes são definidas por

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= I + A_1 z^{-1} + A_2 z^{-2} + \ldots + A_{nA} z^{-nA} &, nA = \text{ordem de } A(z^{-1}) \\ B(z^{-1}) &= B_o + B_1 z^{-1} + B_2 z^{-2} + \ldots + B_{nB} z^{-nB} &, nB = \text{ordem de } B(z^{-1}) \\ C(z^{-1}) &= I + C_1 z^{-1} + C_2 z^{-2} + \ldots + C_{nC} z^{-nC} &, nC = \text{ordem de } C(z^{-1}) \end{aligned}$$

onde as matrizes  $A(z^{-1}), B(z^{-1}) \in \mathbb{C}(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{nxn}$ , e os sinais  $y(k), u(k) \in e(k) \in \mathbb{R}^{nx1}$ .

Entretanto, a função custo envolve um termo no futuro, que não se encontra disponível no instante de tempo atual. Conseqüentemente, para que a minimização seja executada realiza-se uma estimativa do termo y(k+d) por meio da seguinte identidade:

$$C^{*}(z^{-1}) = F(z^{-1})A^{*}(z^{-1}) + z^{-d}G(z^{-1})$$
(2.4)

 $A^*(z^{-1})$  e  $C^*(z^{-1})$  são matrizes polinomiais não-únicas de modo que:

$$A^{-1}(z^{-1})C(z^{-1}) = C^{*}(z^{-1}) \left(A^{*}(z^{-1})\right)^{-1}$$

onde dim  $A^*(z^{-1}) = \dim C^*(z^{-1}) = (p, p)$ , det  $A(z^{-1}) = \det A^*(z^{-1})$  e  $A^*(0) = C^*(0) = I$ . A Equação (2.4) permite a separação dos valores atuais e passados dos valores futuros.  $F(z^{-1})$  e  $G(z^{-1})$  são definidas como:

$$F(z^{-1}) = F_o + F_1 z^{-1} + F_2 z^{-2} + \dots + F_{nF} z^{-nF} , nF = d - 1$$
  

$$G(z^{-1}) = G_o + G_1 z^{-1} + G_2 z^{-2} + \dots + G_{nG} z^{-nG} , nG = nA - 1$$

Por meio de operações e substituições matemáticas, pode-se obter a saída estimada y(k+d) em função dos termos disponíveis no instante de tempo atual (o termo  $z^{-1}$  é omitido por questão de simplicidade), isto é,

$$y(k+d) = \underbrace{GC^{*-1}}_{L} y(k) + \underbrace{FC^{-1}B}_{N} u(k)$$
(2.5)

Substituindo o sinal obtido e minimizando a função custo, com C = I, obtém-se o sinal de controle u(k) que minimiza a função custo:

$$\left(\underbrace{\underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}N + \vec{Q}_0^T \vec{Q}}_{\widetilde{R}}}_{\widetilde{R}}\right)u(k) + \underbrace{\underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}L}_{S}}_{S}y(k) - \underbrace{\underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}}_{T}}_{T}yr(k) = 0$$
(2.6)

$$u(k) = \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} N_0 + \vec{Q}_0^T \vec{Q}\right)^{-1} \left\{ -\left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} L\right) y(k) + \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}\right) yr(k) - \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} \tilde{N}\right) u(k) \right\}$$
(2.7)

onde admite-se que  $N(z^{-1}) = N_0 + \tilde{N}(z^{-1})$ .

Pode-se observar que a lei de controle é dependente dos parâmetros do projeto  $N(z^{-1})$  e  $L(z^{-1})$ , que correspondem as matrizes polinomiais definidas como:

$$N(z^{-1}) = N_o + N_1 z^{-1} + N_2 z^{-2} + \dots + N_{nN} z^{-nN} , nN = nF + nB$$
  
$$L(z^{-1}) = L_o + L_1 z^{-1} + L_2 z^{-2} + \dots + L_{nL} z^{-nL} , nL = nG$$

#### 2.2.2 Controlador para Processos com Matriz Interactor Geral

No projeto do controlador GMV na estrutura posicional, para processos com matriz interactor na forma geral, procura-se obter um sinal u(k) que minimize a seguinte função custo:

$$J_{GMV} = \left\{ \left\| \vec{P}(z^{-1}) y_f(k+d) - \vec{W}(z^{-1}) y_f(k+d) \right\|^2 + \left\| \vec{Q}(z^{-1}) u(k) \right\|^2 \right\}$$
(2.8)

Observa-se que a função custo considera os sinais de saída e referência filtrados. Estes sinais, encontram-se influenciados pelos atrasos de transporte multivariáveis, aproximados pela matriz interactor  $\mathbf{x}(z)$ , isto é,

$$y_f(k+n_x) = \mathbf{x}(z)y(k)$$
  $yr_f(k+n_x) = \mathbf{x}(z)yr(k)$ 

onde x(z) constitui a matriz interactor é pode ser escrita na forma

$$\mathbf{x}(z) = \mathbf{x}_1 z + \mathbf{x}_2 z^2 + \ldots + \mathbf{x}_{n\mathbf{x}} z^{n\mathbf{x}}$$

Para que a minimização seja possível em relação a u(k), é preciso relacionar a saída controlada filtrada  $y_f(k + n_x)$  com a entrada manipulada u(k). Para isto, considera-se o modelo discreto para o sistema controlado na estrutura CARMA e a identidade polinomial, ou seja,

$$\mathbf{x}(z)C^{*}(z^{-1}) = F(z^{-1})A^{*}(z^{-1}) + G(z^{-1})$$
(2.9)

onde  $F(z^{-1})$  e  $G(z^{-1})$  são as matrizes polinomiais em  $z^{-1}$ , necessárias para o cálculo dos parâmetros do controlador, definidas como:

$$F(z) = F_1 z + F_2 z^2 + \dots + F_{nF} z^{nF} , nF = n\mathbf{x}$$
  

$$G(z^{-1}) = G_o + G_1 z^{-1} + G_2 z^{-2} + \dots + G_{nG} z^{-nG} , nG = nA - 1$$

Por meio de operações e substituições matemáticas, pode-se obter a saída filtrada estimada  $y_f(k+d)$  em função dos termos disponíveis no instante de tempo atual (o termo  $z^{-1}$  é omitido por questão de simplicidade), isto é,

$$\mathbf{x}(z)y(k) = \underbrace{GC^{*-1}}_{L} y(k) + \underbrace{FC^{-1}Bz^{-1}}_{N} u(k)$$
(2.10)

Substituindo o sinal obtido e minimizando a função custo, com C = I, obtém-se o sinal de controle u(k) que minimiza a função custo:

$$\left(\underbrace{\underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} N + \vec{Q}_0^T \vec{Q}}_{\vec{R}}}_{\vec{R}}\right) u(k) + \underbrace{\underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} L}_{S} y(k) - \underbrace{\underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}}_{T} yr_f(k+d) = 0}_{\vec{R}} (2.11)$$

$$u(k) = \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} N_0 + \vec{Q}_0^T \vec{Q}\right)^{-1} \left\{ -\left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} L\right) y(k) + \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}\right) yr_f(k+d) - \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} \tilde{N}\right) u(k) \right\}$$
(2.12)

#### 2.2.3 Considerações

Algumas considerações importantes sobre o projeto de controladores GMV na estrutura posicional para processos com matrizes interactor na forma diagonal/igual ou geral são:

- O projeto de controladores GMV é uma técnica de controle baseada em modelos MBC, porém um conhecimento *a priori* o modelo matemático do processo é necessário. Neste caso o modelo é representado pela estrutura CARMA, o conhecimento a priori da matriz interactor também é importante, para a compensação dos atrasos de transporte;
- 2. O controlador GMV na estrutura posicional supera as limitações do controlador de variância mínima. Um esforço de controle excessivo, não-tolerável do ponto de vista prático, é penalizado por meio da ponderação  $\vec{Q}(z^{-1})$ . O controlador pode

ser aplicado a processos de fase não-mínima como também em processos instáveis em malha aberta;

- 3. O controlador GMV apresenta um desempenho idêntico ao obtido pelo controlador de MV ajustando-se os parâmetros  $P(z^{-1}) = R(z^{-1}) = I$  e  $Q(z^{-1}) = [0]_{nxn}$ , confirmando a generalidade do controlador GMV frente ao MV;
- 4. Os parâmetros de ponderação da saída  $\vec{P}(z^{-1})$ , referência  $\vec{W}(z^{-1})$  e controle  $\vec{Q}(z^{-1})$  são especificados pelo operador e determinam o comportamento dinâmico (dinâmica transitória e de regime permanente) do processo físico controlado. As ordens das matrizes parâmetros do controlador são fundamentais para a correta implementação do controlador;
- 5. O seguimento da referência é obtido em resposta das características governadas pela relação entre os parâmetros de ponderação da saída *P*(z<sup>-1</sup>), referência *W*(z<sup>-1</sup>). A seleção da ponderação *Q*(z<sup>-1</sup>) é realizada em consideração aos compromissos existentes entre a variância dos sinais de saída E{||y(k)||<sup>2</sup>} e controle E{||u(k)||<sup>2</sup>}, isto é, um *Q*(z<sup>-1</sup>) pequeno produz uma variância do controle grande e uma variância de saída pequena, reciprocamente para um *Q*(z<sup>-1</sup>) grande;

#### 2.3 Controlador GMV na Estrutura Incremental

Nesta seção apresentam-se as principais características de projeto do controlador GMV na estrutura incremental, tanto para processos com matriz interactor na forma diagonal/igual como para processos com matriz interactor na forma geral.

## 2.3.1 Controlador para Processos com Matriz Interactor Diagonal/Igual

No projeto do controlador GMV na estrutura incremental, para processos com matriz interactor na forma diagonal/igual, procura-se obter um sinal u(k) que minimize a seguinte função custo:

$$J_{GMV} = \left\{ \left\| \vec{P}(z^{-1}) y(k+d) - \vec{W}(z^{-1}) yr(k) \right\|^2 + \left\| \vec{Q}(z^{-1}) \Delta u(k) \right\|^2 \right\}$$
(2.13)

Para que a minimização seja possível em relação a  $\Delta u(k)$ , inicialmente é preciso relacionar a saída controlada y(k) com a entrada manipulada  $\Delta u(k)$ . Neste sentido, considera-se o modelo discreto para o sistema controlado na estrutura CARIMA, isto é,

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-d) + C(z^{-1})\Delta^{-1}e(k)$$
(2.14)

onde  $\Delta = (1 - z^{-1})$ . O termo  $\Delta^{-1}e(k)$  representa uma seqüência de perturbações que se manifesta como uma seqüência de funções escalares de magnitude aleatória sucedidas em intervalos aleatórios. Esta equação é uma representação mais representativa das perturbações num processo real.

Observa-se que a função custo, como na estrutura de controle posicional também envolve um termo no futuro, que não se encontra disponível no instante de tempo atual. Assim, para que a minimização seja executada realiza-se uma estimativa do termo y(k+d)por meio da seguinte identidade:

$$C^{*}(z^{-1}) = F(z^{-1})A^{*}(z^{-1})\Delta + z^{-d}G(z^{-1})$$
(2.15)

onde,  $F(z^{-1})$  e  $G(z^{-1})$  são matrizes polinomiais em  $z^{-1}$ , definidas como

$$F(z^{-1}) = F_o + F_1 z^{-1} + F_2 z^{-2} + \dots + F_{nF} z^{-nF} , nF = d - 1$$
  

$$G(z^{-1}) = G_o + G_1 z^{-1} + G_2 z^{-2} + \dots + G_{nG} z^{-nG} , nG = nA\Delta - 1$$

Com estas considerações, através de operações e substituições matemáticas, obtém-se a saída estimada y(k + d) em função dos termos disponíveis no instante de tempo atual (o termo  $z^{-1}$  é omitido por questão de simplicidade), isto é,

$$y(k+d) = \underbrace{GC^{*-1}}_{L} y(k) + \underbrace{FC^{-1}B}_{N} \Delta u(k)$$
(2.16)

Substituindo o sinal obtido e minimizando a função custo, com C = I, obtém-se o sinal de controle u(k), ou seja,

$$\underbrace{\left(\underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} N + \vec{Q}_0^T \vec{Q}}_{\widetilde{R}}\right) \Delta u(k) + \underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} L}_{S} y(k) - \underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}}_{T} yr(k) = 0$$
(2.17)

$$\Delta u(k) = \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} N_0 + \vec{Q}_0^T \vec{Q}\right)^{-1} \left\{ -\left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} L\right) y(k) + \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}\right) yr(k) - \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} \tilde{N}\right) \Delta u(k) \right\}$$

$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1)$$
(2.18)

Pode-se observar que a lei de controle é dependente dos parâmetros do projeto  $N(z^{-1})$  e  $L(z^{-1})$ , que correspondem as matrizes polinomiais em  $z^{-1}$  definidas como

$$N(z^{-1}) = N_o + N_1 z^{-1} + N_2 z^{-2} + \dots + N_{nN} z^{-nN} , nN = nF + nB$$
  
$$L(z^{-1}) = L_o + L_1 z^{-1} + L_2 z^{-2} + \dots + L_{nL} z^{-nL} , nL = nG$$

#### 2.3.2 Controlador para Processos com Matriz Interactor Geral

No projeto do controlador GMV na estrutura incremental, para processos com matriz interactor na forma geral, procura-se obter um sinal u(k) que minimize a seguinte função custo:

$$J_{GMV} = \left\{ \left\| \vec{P}(z^{-1}) y_f(k+d) - \vec{W}(z^{-1}) y_f(k+d) \right\|^2 + \left\| \vec{Q}(z^{-1}) \Delta u(k) \right\|^2 \right\}$$
(2.19)

Para que a minimização seja possível em relação a  $\Delta u(k)$ , é preciso relacionar a saída controlada filtrada  $y_f(k+d)$  com a entrada manipulada  $\Delta u(k)$ . Para isto considera-se o modelo discreto para o sistema controlado na estrutura CARIMA e a seguinte identidade para realizar uma estimativa da saída filtrada, ou seja,

$$\mathbf{x}(z)C(z^{-1})^* = F(z^{-1})A(z^{-1})^*\Delta + G(z^{-1})$$
(2.20)

 $F(z^{-1})$  e  $G(z^{-1})$  são matrizes polinomiais em  $z^{-1}$ , definidas como:

$$F(z) = F_1 z + F_2 z^2 + \dots + F_{nF} z^{nF} , nF = n\mathbf{x}$$
  

$$G(z^{-1}) = G_o + G_1 z^{-1} + G_2 z^{-2} + \dots + G_{nG} z^{-nG} , nG = nA\Delta - 1$$

Pode-se obter a saída estimada  $y_f(k+d)$  em função dos termos disponíveis no instante de tempo atual (o termo  $z^{-1}$  é omitido por questão de simplicidade), isto é,

$$\mathbf{x}(z)\mathbf{y}(k) = \underbrace{GC^{*-1}}_{L} \mathbf{y}(k) + \underbrace{FC^{-1}Bz^{-1}}_{N} \Delta u(k)$$
(2.21)

Substituindo o sinal obtido e minimizando a função custo, com C = I, obtém-se o sinal de controle u(k), ou seja,

$$\underbrace{\left(\underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}N + \vec{Q}_0^T \vec{Q}}_{\widetilde{R}}\right) \Delta}_{\widetilde{R}} u(k) + \underbrace{\underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}L}_{S} y(k) - \underbrace{\underbrace{N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}}_{T} yr_f(k+d) = 0}_{T} (2.22)$$

$$\Delta u(k) = \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}_0 N_0 + \vec{Q}_0^T \vec{Q}\right)^{-1} \left\{ -\left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}_D \right) y(k) + \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}\right) yr_f(k+d) - \left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}_0 N\right) \Delta u(k) \right\}$$
(2.23)  
$$u(k) = \Delta u(k) + u(k-1)$$

 $F(z^{-1})$  e  $G(z^{-1})$  são matrizes polinomiais em  $z^{-1}$ , definidas como:

$$N(z^{-1}) = N_o + N_1 z^{-1} + N_2 z^{-2} + \dots + N_{nN} z^{-nN} , nN = nF + nB$$
  
$$L(z^{-1}) = L_o + L_1 z^{-1} + L_2 z^{-2} + \dots + L_{nL} z^{-nL} , nL = nG$$

#### 2.3.3 Considerações

Algumas considerações importantes sobre o projeto de controladores GMV na estrutura incremental para processos com matriz interactor na forma diagonal/igual ou geral são:

- O controlador GMV com estrutura incremental é uma técnica de controle MBC, que utiliza a representação do modelo na estrutura CARIMA em lugar da representação CARMA, devido a ser uma representação mais apropriada para plantas industriais. Esta estrutura foi fundamental para a derivação de um algoritmo robusto frente a perturbações escalares normalmente encontradas na prática. Com base nesta estrutura podem-se derivar controladores com comportamento naturalmente integrador como uma extensão da estrutura GMV posicional;
- 2. É de interesse a velocidade na qual mudanças escalares de perturbação de carga são rejeitadas. Assim, analisando o desempenho em regime permanente, o ruído de média não-nula (A(z<sup>-1</sup>)Δ)<sup>-1</sup> e(k) de malha aberta converte-se em P(z<sup>-1</sup>)<sup>-1</sup>F(z<sup>-1</sup>)e(k) na malha fechada. Assumindo por exemplo, P(z<sup>-1</sup>) = I o controlador rejeita um sinal pulso em e(k) (ou um sinal de carga escalar no processo) num período de d = nF +1 amostras. Conseqüentemente este controlador pode rejeitar perturbações de carga num tempo mínimo. O

controlador tem um bom desempenho no seguimento dos sinais de referência síncronos ou não;

3. Os parâmetros de ponderação  $\vec{P}(z^{-1})$ ,  $\vec{W}(z^{-1})$  e  $\vec{Q}(z^{-1})$  são especificados pelo operador, e determinam o comportamento do processo físico controlado. O seguimento da referência é obtido em resposta das características governadas pela relação entre os parâmetros  $\vec{P}(z^{-1})$  e  $\vec{W}(z^{-1})$ . A seleção do parâmetro  $\vec{Q}(z^{-1})$ obedece as mesmas considerações do controlador GMV estrutura posicional.

Tabela 2.1: Resumo dos Controladores GMV Multivariáveis, para Processos com Matriz Interactor Diagonal/Igual e Geral: (a) Estrutura Posicional; (b) Estrutura Incremental

Tabela 2.1 (a)	ESTRUTURA POSICIONAL		
Matriz Interactor	Diagonal / Igual	Geral	
Modelo	Ay(k) = Bu(k - d) + Ce(k)	Ay(k) = Bu(k-1) + Ce(k)	
Identidade Polinomial	$C^* = FA^* + z^{-d}G$	$\mathbf{x}C^* = FA^* + G$	
Preditor	y(k+d) = Ly(k) + Nu(k) + Fe(k+d)	$y_f(k+d) = Ly(k) + Nu(k) + Fe(k)$ $y_f(k+n\mathbf{x}) = \mathbf{x}y(k)  y_f(k+n\mathbf{x}) = \mathbf{x}yr(k)$	
Parâmetros N e L	$N = FC^{-1}B \qquad \qquad L = GC^{*-1}$	$N = z^{-1} \left( FC^{-1}B \right) \qquad \qquad L = GC^{*-1}$	
Função Custo	$J_{GMV} = \left\{ \left\  \vec{P}y(k+d) - \vec{W}yr(k) \right\ ^2 + \left\  \vec{Q}u(k) \right\ ^2 \right\}$	$J_{GMV} = \left\{ \left\  \vec{P} y_f(k+d) - \vec{W} yr_f(k+d) \right\ ^2 + \left\  \vec{Q} u(k) \right\ ^2 \right\}$	
<b>Controle :</b> $\overline{R} = R\Delta$	$\left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} N + \vec{Q}_0^T \vec{Q}\right) \Delta, \qquad \Delta = I$	$\left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} N + \vec{Q}_0^T \vec{Q}\right) \Delta, \qquad \Delta = I$	
Saída: S	$N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}_L$	$N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}_L$	
<b>Referência</b> : T	$N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}$	$N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}$	

Tabela 2.1 (b)		ESTRUTURA INCREMENTAL		
Matriz Interactor		Diagonal / Igual	Geral	
Modelo		$A\Delta y(k) = B\Delta u(k-d) + Ce(k)$	$A\Delta y(k) = B\Delta u(k-1) + Ce(k)$	
Identidade P	Polinomial	$C^* = FA^* \Delta + z^{-d} G$	$\mathbf{x}C^* = FA^* \Delta + G$	
Preditor		$y (k+d) = Ly(k) + N\Delta u(k) + Fe(k)$	$y_f(k+d) = Ly(k) + N\Delta u(k) + Fe(k)$	
1 ICUROI			$y_f(k+n\mathbf{x}) = \mathbf{x}y(k)  yr_f(k+n\mathbf{x}) = \mathbf{x}y(k)$	
Parâmetros I	N e L	$N = FC^{-1}B \qquad \qquad L = GC^{*-1}$	$N = z^{-1} \left( FC^{-1}B \right) \qquad \qquad L = GC^{*-1}$	
Função Custo		$J_{GMV} = \left\{ \left\  \vec{P}y(k+d) - \vec{W}yr(k) \right\ ^2 + \left\  \vec{Q}\Delta u(k) \right\ ^2 \right\}$	$J_{GMV} = \left\{ \left\  \vec{P} y_f(k+d) - \vec{W} yr_f(k+d) \right\ ^2 + \left\  \vec{Q} \Delta u(k) \right\ ^2 \right\}$	
Controle :	$\overline{R} = R\Delta$	$\left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} N + \vec{Q}_0^T \vec{Q}\right) \Delta, \qquad \Delta \neq I$	$\left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P} N + \vec{Q}_0^T \vec{Q}\right) \Delta, \qquad \Delta \neq I$	
Saída:	S	$N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}_L$	$N_0^T ar{ ho}_0^T ar{ ho}_L$	
Referência:	Т	$N_0^T \overline{P}_0^T \overline{W}$	$N_0^T \vec{P}_0^T \vec{W}$	

#### 2.4 Controlador PID Clássico

A estrutura de controle, *Proporcional, Integral e Derivativo* (PID), apresentada na Figura (2.1), é uma estratégia de controle que vem sendo usada satisfatoriamente no transcurso de muitos anos. Estes controladores têm certa robustez na incorreta suposição das ordens de modelos de processos (Lammers e Verbruggen, 1985), na variância limitada dos parâmetros no tempo, a simplicidade na compreensão das regras de sintonia e o amplo intervalo de aplicabilidade junto com um desempenho perto ao ótimo. Os requerimentos de projeto e estabilidade modestos, fazem que o controlador PID seja tão popular nos setores acadêmicos e industriais (Ho, *et al.*, 1995), pois 90% dos controladores industriais são do tipo PI.



Figura 2.1: Representação da Estrutura de Controle Clássica PID

Entretanto, os controladores PID têm suas limitações. Deshpande e Ash (1983), por exemplo, sugerem que o controle PI usado na maioria das aplicações industriais é sensível às mudanças no processo e ao ruído, levando a uma sintonia complexa do controlador. Koivo e Tanttu (1991) sugerem que existem pelo menos entre 5 e 10% de malhas de controle que não podem ser controladas pelos controladores PID monovariáveis (onde é proposto o emprego dos controladores PID multivariáveis).

A estrutura PID, no contexto MIMO e suas variações, não se comportam adequadamente no controle de: (a) processos não-lineares, (b) processos com interação forte, (c) processos com o atraso de transporte maior que a constante do tempo do sistema, e (d) processos com perturbações que tem um índice significativo de freqüência em torno da freqüência ressonante dos sistemas de oscilação (Totuda, *et al.*, 2001) Åström e Wittenmark (1989) e Hagglund (1991), também observaram que o controle PID no contexto MIMO e suas variações são inadequados para o controle de: (a) processos cuja dinâmica é dominada por atrasos de transporte, (b) processos com dinâmica oscilatória, e (c) processos com perturbações estocásticas significativas. Isermann (1989) observou que a aplicabilidade do controlador está recomendada para o controle de processos de mediana ou baixa ordem, com atrasos de transporte pequenos, quando o ajuste do parâmetro do controlador deve ser feito usando regras de sintonia e quando a síntese do controlador pode ser executada um número de vezes.

Estes argumentos deixam claro que a estrutura PID (e suas variações) tem um papel importante no controle de *alguns* processos com atraso de transporte. Geralmente a utilização de métodos clássicos é recomendada quando o atraso de transporte não é o parâmetro dominante da malha de controle, já que compensar o atraso de transporte exige ajustes conservadores, que produzem respostas lentas para garantir a estabilidade do sistema em malha fechada.

#### 2.4.1 Controlador PID Digital Incremental

O controlador ilustrado na Figura (2.1) é descrito pela seguinte função no domínio contínuo-s:

$$G_{c}(s) = K_{p} + \frac{K_{i}}{s} + K_{d}s = K_{p} \left( 1 + \frac{1}{T_{i}s} + T_{d}s \right)$$
(2.24)

onde  $K_p$  é o ganho proporcional,  $K_i$  é o termo integral e  $K_d$  é o termo derivativo. Na prática a seguinte realização é usualmente utilizada:

$$G_{c}(s) = K_{p} + \frac{K_{i}}{s} + \frac{K_{d}s}{1 + T_{p}s}$$
(2.25)

Embora tenha a mesma resposta em baixas freqüências que a Equação (2.24), inclui um filtro passa-baixa, onde o termo derivativo tem o propósito de reduzir a tendência do diferenciador para amplificar os ruídos de alta freqüência. O parâmetro  $T_n$  representa a constante de tempo do filtro (Cominos e Munro, 2002).

Na discretização da Equação (2.24), obtém-se a seguinte função não-recursiva da função de transferência do controlador:

$$u(k) = K_{p}e_{r}(k) + K_{i}T_{s}\sum_{i=0}^{k-1}e_{r}(i) + \frac{K_{d}}{T_{s}}\left[e_{r}(k) - e_{r}(k-1)\right]$$
(2.26)

onde  $e_r(k) = yr(k) - y(k)$ . Considerando o deslocamento de uma amostra e a subtração de ambas equações com  $T_s = 1$  (sem perda de generalidade), obtém-se:

$$\Delta u(k) = \left[K_p + K_d\right] e_r(k) + \left[K_i - K_p - 2K_d\right] e_r(k-1) + K_d e_r(k-2)$$
(2.27)

Substituindo o sinal de erro  $e_r(k)$  na Equação (2.27) e assumindo que yr(k) = yr(k-1) = yr(k-2), obtém-se a equação digital na forma incremental ou na *forma de velocidade* do controlador PID, isto é,

$$\Delta u(k) = K_i yr(k) - \left(K_p + K_d\right) y(k) - \left(K_i - K_p - 2K_d\right) y(k-1) - K_d y(k-2)$$
(2.28)

Um dos problemas nos controladores multivariáveis PID é a dificuldade que se tem para sintonizar as matrizes de ganhos ( $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$ ). A seguir, apresenta-se um método simples de sintonia.

#### 2.4.2 Sintonia dos Parâmetros do Controlador

Freqüentemente, na prática, um rápido juízo do engenheiro é necessário no ajuste de várias malhas de controle da planta. As decisões para a sintonia dos parâmetros do controlador devem ser rápidas e baseadas nos sinais medidos das respostas, experiência e intuição do operador e/ou engenheiro.

Davinson (1976) iniciou a pesquisa das técnicas de sintonia para o controlador-P e o controlador-I. Por sua vez, Pettinen e Koivo (1980) e Peltomaa e Koivo (1983) apresentaram a técnica de sintonia para o controlador-PI. Nos últimos anos, numerosos casos foram realizados contribuindo com a técnica de sintonia do controlador PID multivariável, entre os estudos mais interessantes podem-se mencionar aos apresentados por Koivo e Tanttu (1991); Tanttu, *et al.* (1991); Katebi, *et al.* (2000) e Cominos e Munro (2002).

A seguir, apresenta-se o desenvolvimento da técnica de sintonia PID que trabalha com a representação discreta do modelo em espaço de estados, e permite através dos parâmetros conhecidos da planta, realizar uma primeira sintonia grosseira dos ganhos do controlador, a qual é melhorada por meio de ajustes finos.

Seja o modelo do processo linear invariante no tempo, representado por meio da seguinte realização discreta mínima:

$$x(k+1) = A_{ssd} x(k) + B_{ssd} u(k)$$

$$y(k) = C_{ssd} x(k) + D_{ssd} u(k)$$
(2.29)

onde  $x(k) \in \mathbb{R}^n$  é o estado;  $u(k) \in \mathbb{R}^m$  é a entrada de controle;  $e_r(k) \in \mathbb{R}^l$  é o erro, que constitui a diferença entre o sinal de referência constante yr e a saída y(k). As matrizes  $A_{ssd}$ ,  $B_{ssd}$ ,  $C_{ssd}$  e  $D_{ssd}$  são constantes de dimensiones apropriadas.

A lei de controle PI multivariável pode ser escrita como:

$$u(k) = K_p e_r(k) + K_i \sum_{i=0}^{k-1} e_r(i)$$
(2.30)

onde  $K_p$  e  $K_i$  são as matrizes de ganho proporcional e integral. Conseqüentemente, o objetivo é a obtenção de uma regulação assintótica para todas os sinais de referência e para todas as perturbações de carga.

#### **Parte Proporcional do Controlador**

Seja o seguinte sinal de controle, onde considera-se o termo da matriz de transmitância direta,  $D_{ssd} = 0$ , ou seja,

$$u(k) = K_{p}e_{r}(k) = K_{p}yr - K_{p}C_{ssd}x(k)$$
(2.31)

Substituindo a Equação (2.31) na Equação (2.29) tem-se:

$$x(k+1) = A_{ssd}x(k) + B_{ssd}K_{p}yr - B_{ssd}K_{p}C_{ssd}x(k)$$
(2.32)
Considerando condições iniciais nulas e generalizando, obtém-se

$$x(k+1) = \sum_{i=0}^{k-1} (A_{ssd} - B_{ssd} K_p C_{ssd})^i B_{ssd} K_p yr$$
(2.33)

Resolvendo-se para y(k), tem-se

$$y(k) = C_{ssd} \left( \sum_{i=0}^{k-1} (A_{ssd} - B_{ssd} K_p C_{ssd})^i \right) B_{ssd} K_p yr$$
(2.34)

Calculando o valor de  $K_p$  para i = 0, tem-se:  $y(k) = C_{ssd}B_{ssd}K_p yr$ . Considerando o seguimento da referência, obtém-se

$$K_p = (C_{ssd} B_{ssd})^{\dagger} \tag{2.35}$$

onde † é a inversa pela esquerda. Se a inversa pela esquerda não existe, pode-se calcular o valor de  $K_p$  para k = 2, isto é,

$$y(k) = (C_{ssd}B_{ssd}K_{p} + C_{ssd}A_{ssd}B_{ssd}K_{p} - C_{ssd}B_{ssd}K_{p}C_{ssd}B_{ssd}K_{p}) yr$$
(2.36)

Considerando dominante o primeiro e segundo termo para o seguimento da referência, pode-se obter o seguinte valor do parâmetro  $K_p$ :

$$K_{p} = \left(C_{ssd}B_{ssd} + C_{ssd}A_{ssd}B_{ssd}\right)^{\dagger} \tag{2.37}$$

O controlador proporcional apresentado na Equação (2.37) é mais adequado na prática que o apresentado na Equação (2.35), se o processo é de ordem elevada ou se existem dificuldades no controle. A primeira sintonia do parâmetro proporcional não é a ótima, portanto, torna-se necessário adicionar um par de parâmetros de sintonia fina, isto é,

$$K_{p} = \boldsymbol{d} K_{p} \Upsilon \tag{2.38}$$

onde d é a matriz  $\Upsilon = diag\{g_1...g_n\}$ . Valores iniciais dos parâmetros  $\{g_1...g_n\}$  podem ser obtidos por meio de relações entre os sinais de entrada e saída considerando o período de amostragem (Peltomaa e Koivo, 1983; Tanttu, *et al.*, 1991).

#### Parte Integral do Controlador

Seja o seguinte sinal de controle:

$$u(k) = K_i \sum_{i=0}^{k-1} e(i)$$
(2.39)

Substituindo a Equação (2.39) na Equação (2.29) tem-se

$$x(k+1) = A_{ssd} x(k) + B_{ssd} K_i \sum_{i=0}^{k-1} e(i)$$
(2.40)

Generalizando e resolvendo para y(k), obtém-se:

$$y(k) = C_{ssd} A_{ssd}^{k} x(0) + C_{ssd} \sum_{i=0}^{k-1} A_{ssd}^{k-1-i} B_{ssd} u(i)$$
(2.41)

Observa-se que em regime permanente tem-se:

$$y(\infty) = C_{ssd} (I - A_{ssd})^{-1} B_{ssd} u(\infty)$$
(2.42)

porém para eliminar o erro em regime, considerando o sistema em malha fechada estável, pode-se obter o seguinte valor para o parâmetro  $K_i$ :

$$K_{i} = \boldsymbol{e} (C_{ssd} (I - A_{ssd})^{-1} B_{ssd})^{-1} \Upsilon$$
(2.43)

onde os termos e e a matriz  $\Upsilon$  constituem os parâmetros de ajuste fino do controlador.

#### Parte Derivativa do Controlador

O parâmetro  $K_d$  é obtido de modo similar a parte proporcional do controlador, onde o valor deste parâmetro é igual a:

$$K_{d} = \boldsymbol{d} (C_{ssd} B_{ssd})^{\dagger} \Upsilon$$
(2.44)

### 2.4.3 Considerações

Algumas considerações importantes sobre o projeto do controlador PID multivariável clássico e da técnica de sintonia apresentada são:

- 1. O controlador PID multivariável foi projetado para modelos de plantas lineares estáveis, invariantes no tempo e sem atrasos de transporte dominantes;
- O seguimento de sinais de referência constantes e a rejeição assintótica de perturbações constantes é obtida pelo controlador em função as características governadas pela relação entre os parâmetros K<sub>p</sub>, K<sub>i</sub> e K<sub>d</sub>;
- 3. Os parâmetros fixos  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  do controlador PID multivariável, são sintonizados de modo manual, através do conhecimento a priori do modelo e determinam o comportamento dinâmico (dinâmica transitória e de regime permanente) do processo físico controlado. Uma sintonia fina empregando os parâmetros  $\delta$ ,  $\varepsilon$  e a matriz  $\Upsilon$ , permite melhorar a resposta de malha fechada (é aconselhável começar a sintonia com valores pequenos positivos);
- Quando as interações do processo são fracas, a estrutura das matrizes de ganhos do controlador PID tende a ser diagonal. Entretanto, quando o processo tem fortes interações as matrizes de ganhos têm uma estrutura geral;
- 5. A compensação de sistemas com atraso, por este método, exige ajustes conservadores que produzem respostas lentas para garantir a estabilidade do sistema em malha fechada. No caso de não encontrar ganhos suficientemente conservadores para controlar estes tipos de processos, é aconselhável utilizar uma técnica de controle avançado.

#### 2.5 Controlador GMV na Estrutura do Controlador PID

A possibilidade de implementar um controlador GMV que considera a compensação dos atrasos de transporte, baseado no controlador PID multivariável de estrutura fixa, é a principal idéia desta seção. Assim, pretende-se combinar a habilidade dos controladores GMV que podem compensar mudanças dos parâmetros no tempo, incertezas e não-linearidades da planta, com a simplicidade das estruturas PID.

Muitos estudos deste tipo de controladores foram publicados nos recentes anos (Cameron e Seborg, 1983; Gawthrop, 1986; Radke e Isermann, 1987; Beshrati, *et al.*, 1991; Yusof e Omatu, 1993) e foram motivados pelo original regulador de variância mínima autoajustável de Åström e Wittenmark (1973), e as subseqüentes modificações devidas aos trabalhos de Clarke, *et al.* (1975), (1979) e Åström (1981).

Um grande número de aplicações experimentais, também se encontra reportada (Åström, *et al.*, 1977; Parks, *et al.*, 1980) incluindo aplicações em colunas de destilação e outros processos complexos.

Os métodos de projeto do controlador foram baseados na minimização de um selecionado índice de desempenho (Åström e Wittenmark, 1973; Clarke, *et al.*, 1979) ou pela alocação dos pólos e zeros de malha fechada (Wellstead, *et al.*, 1979; Åström e Wittenmark, 1980). Simultaneamente com o desenvolvimento das teorias de controle GMV multivariável, vários procedimentos de ajuste de controladores PID foram reportados, como foi apresentado na seção anterior.

A seguir, apresenta-se o desenvolvimento do controlador GMV com base da estrutura PID. O estudo pode ser visto como uma generalização formal das estruturas de controle multivariável disponíveis na literatura (Yamamoto, *et al.*, 1991; Yusof e Omatu, 1993; Yusof, *et al.*, 1994a e 1994b; Yamamoto e Shah, 1998).

# 2.5.1 Controlador para Processos com Matriz Interactor Diagonal/Igual

A derivação da lei de controle GMV – PID para processos com matriz interactor diagonal/igual, baseia-se na lei de controle GMV estrutura posicional. Conseqüentemente, algumas considerações e modificações são feitas sobre a lei de controle GMV.

Seja a lei de controle GMV estrutura posicional apresentada na Equação (2.6). Operando matematicamente e considerando o termo  $(P_0^T)^{-1} (N_0^T)^{-1} \vec{Q}_0^T$  igual à matriz identidade, a lei de controle pode ser escrita na seguinte forma:

$$\left[\vec{P}N + \vec{Q}\right]u(k) = Wyr(k) - \vec{P}Ly(k)$$
(2.45)

Assumindo  $\left[\vec{P}N + \vec{Q}\right] = \vec{V}\Delta$ , com o propósito de introduzir a ação integral na lei de controle ( $\vec{V}$  constitui um parâmetro de ponderação), obtém-se:

$$\Delta u(k) = \vec{V}^{-1} Wyr(k) - V^{-1} \vec{P} Ly(k)$$
(2.46)

A condição necessária para a eliminação do erro em regime permanente é calculada pela substituição da lei de controle no modelo CARMA, obtendo-se;  $\vec{P}L = W$ , onde W é igual a  $W = \vec{P} [L_0 + L_1 + L_2]$ . Observa-se que para obter uma estrutura PID, a ordem do parâmetro L deve ser igual a nL = 2. Substituindo os termos na Equação (2.46) obtém-se a seguinte lei de controle:

$$\Delta u(k) = \vec{V}^{-1} \vec{P} \Big[ L_0 + L_1 + L_2 \Big] yr(k) - \vec{V}^{-1} \vec{P} L_0 y(k) - \vec{V}^{-1} \vec{P} L_1 y(k-1) - \vec{V}^{-1} \vec{P} L_2 y(k-2)$$
(2.47)

Como a lei de controle PID apresentada na Equação (2.27) é da forma

$$\Delta u(k) = K_i yr(k) - (K_p + K_d) y(k) - (K_i - K_p - 2K_d) y(k-1) - K_d y(k-2)$$

por comparação direta das duas leis de controle, podem-se obter os seguintes parâmetros do controlador GMV – PID:

$$K_{i} = \vec{V}^{-1} \vec{P} \left[ L_{0} + L_{1} + L_{2} \right]$$
(2.48)

$$K_{p} = \vec{V}^{-1} \vec{P} [L_{0} - L_{2}]$$
(2.49)

$$K_d = \vec{V}^{-1} \vec{P} L_2 \tag{2.50}$$

Observa-se que a lei de controle desenvolvida, não considera o conhecimento *a priori* da matriz interactor no algoritmo de controle. Por meio dos parâmetros de ponderação  $\vec{V}(z^{-1})$  e  $\vec{P}(z^{-1})$  (que tem um papel importante dentro do desempenho do controle), o operador pode sintonizar o controlador.

# 2.5.2 Controlador para Processos com Matriz Interactor Geral

Seja a lei de controle GMV com estrutura posicional para processos com matriz interactor geral apresentada na Equação (2.11). Operando matematicamente, a lei pode-se escrever na seguinte forma:

$$\left[\vec{P}N + \vec{Q}\right]u(k) = Wyr_f(k+d) - \vec{P}Ly(k)$$
(2.51)

Admitir  $\left[\vec{P}N + \vec{Q}\right] = \vec{V}\Delta$ , com o propósito de introduzir a ação integral na lei de controle, obtém-se:

$$\Delta u(k) = \vec{V}^{-1} Wyr_f(k+d) - \vec{V}^{-1} \vec{P} Ly(k)$$
(2.52)

onde  $W = \vec{P} [L_0 + L_1 + L_2] \mathbf{x}_0^{-1}$ , substituindo termos na Equação (2.52) obtém-se a seguinte lei de controle:

$$\Delta u(k) = \vec{V}^{-1} \vec{P} \left[ L_0 + L_1 + L_2 \right] \vec{x}_0^{-1} \vec{x} yr(k) - \vec{V}^{-1} \vec{P} L_0 y(k) - \vec{V}^{-1} \vec{P} L_1 y(k-1) - \vec{V}^{-1} \vec{P} L_2 y(k-2)$$
(2.53)

Comparando a lei obtida com a lei de controle PID (Equação (2.27)), podem-se obter os seguintes parâmetros do controlador GMV – PID para processos com matriz interactor geral:

$$K_{i} = \vec{V}^{-1} \vec{P} \left[ L_{0} + L_{1} + L_{2} \right] \mathbf{x}_{0}^{-1} \mathbf{x} = \vec{V}^{-1} \vec{P} \left[ L_{0} + L_{1} + L_{2} \right]$$
(2.54)

$$K_{p} = \vec{V}^{-1} \vec{P} [L_{0} - L_{2}]$$
(2.55)

$$K_d = \vec{V}^{-1} \vec{P} L_2 \tag{2.56}$$

Considerando  $K_{ix} = \vec{V}^{-1} \vec{P} [L_0 + L_1 + L_2] \mathbf{x}_0^{-1}$ , pode-se definir a nova estrutura de controle PID que considera a matriz interactor para a compensação de atrasos de transporte, isto é:

$$\Delta u(k) = K_{ix} yr_f(k+d) - (K_p + K_d) y(k) - (K_i - K_p - 2K_d) y(k-1) - K_d y(k-2)$$
(2.57)

### 2.5.3 Considerações

Algumas considerações importantes sobre o projeto do controlador GMV na estrutura do controlador PID para processos com matriz interactor na forma diagonal/igual ou geral são:

- O controlador pode ser aplicado a uma ampla variedade de processos: de fase não-mínima, instáveis em malha aberta e com atrasos de transporte (dominantes ou não-dominantes);
- Para o projeto do controlador é necessário conhecer o modelo da planta e a matriz interactor. No caso de não conhecer a matriz interactor, considera-se na forma diagonal/igual e avalia-se o desempenho com vários atrasos de transporte com d ≤1≤d<sub>max</sub>;
- 3. O controlador GMV na estrutura do controlador PID supera as limitações do controlador PID multivariável, principalmente porque: considera a compensação dos atrasos de transporte multivariável (a matriz interactor é considerada na referência filtrada e no parâmetro de projeto do controlador  $G(z^{-1})$ ).

4. Para obter-se o controlador GMV na estrutura do controlador é necessário simplificar os parâmetros do controlador GMV com estrutura posicional na matriz de ponderação V(z<sup>-1</sup>). Esta simplificação diminuiu a flexibilidade e aumenta a dificuldade da ponderação do parâmetro V(z<sup>-1</sup>), comprometendo assim a estabilidade do sistema (a técnica de sintonia do controlador PID descrita na seção anterior pode ser utilizada para superar esta dificuldade).

#### 2.6 Estabilidade de Sistemas Multivariáveis

Considere as seguintes definições (Skogestad e Postlethwaite, 1996):

**Definição 2.1** - **Estado Controlável:** Um sistema dinâmico  $\dot{x} = A_{ssc}x + B_{ssc}u$  ou o par equivalente  $(A_{ssc}, B_{ssc})$ , é denominado controlável, se e somente se, para qualquer estado inicial  $x(0) = x_0$ , qualquer tempo  $t_1 > 0$  e qualquer estado final  $x_1$ , existe uma entrada u(t) tal que esta pode transferir qualquer estado inicial a qualquer outra localização desejada  $x(t_1) = x_1$ .

Um sistema é dito controlável se a matriz  $\mathbb{C}$  tem posto (*rank*) completo, onde *n* corresponde ao número de estados,

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} B_{ssc} & A_{ssc} B_{ssc} & A_{ssc}^2 B_{ssc} & \dots & A_{ssc}^{n-1} B_{ssc} \end{bmatrix}$$
(2.58)

**Definição 2.2** - **Estado Observável:** Um sistema dinâmico  $\dot{x} = A_{ssc}x + B_{ssc}u$ ,  $y = C_{ssc}x + D_{ssc}u$  ou o par equivalente  $(A_{ssc}, C_{ssc})$ , é denominado observável, se e somente se, para qualquer tempo finito  $t_1 > 0$ , o estado inicial  $x(0) = x_0$ , pode ser determinado por meio dos dados históricos no tempo da entrada u(t) e da saída y(t) no intervalo de tempo  $[0, t_1]$ .

Um sistema é dito observável se o determinante da matriz  $\mathbb Q$  é diferente de zero,

$$\mathbb{Q} = \begin{bmatrix} C_{ssc} & C_{ssc} A_{ssc} & \dots & C_{ssc} A_{ssc}^{n-1} \end{bmatrix}^T$$
(2.59)

#### Definição 2.3 - Realização Mínima, Ordem de McMillan e Modo Oculto: A

realização  $(A_{ssc}, B_{ssc}, C_{ssc}, D_{ssc})$  de  $G_p(s)$  é denominada realização mínima de  $G_p(s)$  se  $A_{ssc}$ tem a menor dimensão possível. Esta dimensão é denominada ordem McMillan de  $G_p(s)$ . Um modo é oculto se este não é declarado controlável ou observável. Assim não se apresenta na realização mínima. **Definição 2.4 - Estabilidade Interna:** Um sistema é estável internamente se nenhum dos seus componentes contém *modos instáveis ocultos*, e a adição de sinais externos limitados em qualquer parte do sistema produz sinais de saída limitadas mensuráveis em qualquer parte do sistema. A estabilidade interna também é conhecida como estabilidade BIBO (Bounded Input Bounded Output).

#### Definição 2.5 - Estado Estabilizável, Estado Detectável e Modos Instáveis

**Ocultos:** Um sistema é estado estabilizável se todos seus modos instáveis são estados controláveis. É estado detectável se todos seus modos instáveis são estados observáveis. Um sistema com modos não-estabilizáveis ou modos não-detectáveis, tem modos instáveis ocultos.

Qualquer sistema linear instável pode ser estabilizado por meio de uma realimentação (ao menos em teoria), fazendo que o sistema não contenha modos ocultos instáveis. Embora, pode ser necessário um controlador instável (Skogestad e Postlethwaite, 1996).

#### 2.6.1 Pólos e Zeros de Sistemas Multivariáveis

Os pólos e zeros de sistemas multivariáveis são freqüentemente determinados sobre realizações de espaço de estados devido à facilidade de implementação computacional, mas também podem ser determinados através das funções de transferência do sistema. Alguns métodos utilizados para a determinação de pólos e zeros através das funções de transferência são:

- Decomposição da matriz função de transferência na forma canônica conhecida como forma Smith-McMillan. Esta técnica não é pratica para a implementação computacional (Rosenbrock, 1966 e 1970 e Zhou, *et al.* 1996 e 1998);
- Verificação direta dos pólos das funções de transferência individuais. Esta técnica requer do cálculo de inversas. Isto produz erros associados as diferentes convoluções necessárias para a inversão das matrizes polinomiais. Assim, o cancelamento de termos comuns é irrealizável;
- 3. Descrição das frações da matriz (MDF) (Camacho e Bordons, 1998 e Nunes, 2001);
- 4. Através do método de MacFarlane e Kancarias (MacFarlane e Karcanias, e Skogestad e Postlethwaite, 1996).

# 2.6.2 Estabilidade Interna de Sistemas Multivariáveis Realimentados

Seja o sistema de controle multivariável na estrutura RST (os termos  $z^{-1}$  e k são omitidos por questão de simplicidade), ilustrado na Figura (2.2), onde T,  $\overline{R}$  e S são matrizes polinomiais do controlador GMV, y é a perturbação, e  $G_n$  é o modelo do processo.





A dinâmica do sistema pode ser capturada por meio das funções de transferência matriciais, que relacionam os sinais de entrada e saída, isto é,

$$y(I + G_p \overline{R}^{-1}S) = G_p \mathbf{y}_u + \mathbf{y}_y + G_p \overline{R}^{-1}Tyr$$
(2.60)

$$u(I + \overline{R}^{-1}SG_p) = -\overline{R}^{-1}SG_p \mathbf{y}_u - \overline{R}^{-1}S\mathbf{y}_y + \overline{R}^{-1}Tyr$$
(2.61)

$$v(I + SG_{p}\overline{R}^{-1}) = SG_{p}y_{u} + Sy_{y} + SG_{p}\overline{R}^{-1}Tyr$$
(2.62)

$$e_r(I + SG_p\overline{R}^{-1}) = -SG_p\mathbf{y}_u - S\mathbf{y}_y + Tyr$$
(2.63)

Por meio de operações matemáticas, considerando que todas as matrizes possuem inversas e aplicando o *Lema da Inversão de Matrizes* que estabelece:

$$(\underline{A} + \underline{B} \underline{C} \underline{D})^{-1} = \underline{A}^{-1} - \underline{A}^{-1} \underline{B} (\underline{D} \underline{A}^{-1} \underline{B} + \underline{C}^{-1})^{-1} \underline{D} \underline{A}^{-1}$$
(2.64)

podem-se reescrever as equações, tomando em conta a simplificação da expressão matricial  $(\overline{R}B^{-1} + SA^{-1})$  pela matriz  $\Omega$ , isto é,

$$y = \left(A^{-1}\Omega^{-1}\right) \left[\overline{R}\mathbf{y}_{u} + \overline{R}B^{-1}A\mathbf{y}_{y} + Tyr\right]$$
(2.65)

$$u = \left(B^{-1}\Omega^{-1}\right)\left[-SA^{-1}B\mathbf{y}_{u} - S\mathbf{y}_{y} + Tyr\right]$$
(2.66)

$$v = \left(\overline{R}B^{-1}\Omega^{-1}\right) \left[SA^{-1}By_{u} + Sy_{y} + SA^{-1}B\overline{R}^{-1}Tyr\right]$$
(2.67)

$$e = \left(\overline{R}B^{-1}\Omega^{-1}\right) \left[-SA^{-1}B\mathbf{y}_{u} - S\mathbf{y}_{y} + Tyr\right]$$
(2.68)

A estabilidade das funções de transferência implica a estabilidade interna das matrizes complementarias (Skogestad e Postlethwaite, 1996 e Nunes, 2001). Conseqüentemente, o sistema é estável internamente se e somente se, todas as matrizes complementarias são estáveis. Nesse sentido a estabilidade das duas matrizes de transferência  $(\Omega A)^{-1}$  e  $(\Omega B)^{-1}$  implica na estabilidade do sistema de malha fechada (como resultado de que a soma de duas matrizes estáveis gera uma matriz estável).

Substituindo os valores das matrizes polinomiais  $\overline{R}$  e *S* obtém-se as seguintes equivalências:

$$\left(\Omega A\right)^{-1} = \left(\overline{R}B^{-1}A + S\right)^{-1} = \left(\overline{Q}_0^T \overline{Q}\Delta B^{-1}A + N_0^T \overline{P}_0^T \overline{P}\left(FB\Delta B^{-1}A + G\right)\right)^{-1}$$
(2.69)

$$\left(\Omega B\right)^{-1} = \left(\overline{R} + SA^{-1}B\right)^{-1} = \left(\overline{Q}_{0}^{T}\overline{Q}\Delta + N_{0}^{T}\overline{P}_{0}^{T}\overline{P}\left(FB\Delta + GA^{-1}B\right)\right)^{-1}$$
(2.70)

Assume-se que não existem cancelamentos de pólos-zeros no semiplano direito (RHP) entre a planta e o controlador. Conseqüentemente, todos os pólos RHP da planta e do controlador se encontram na realização mínima. Na pratica não é possível atingir um cancelamento exato de um zero ou pólo da planta por erros de modelagem.

#### 2.6.2.1 Implicações dos Requisitos da Estabilidade Interna

Aplicando regras de redução da álgebra de diagrama de blocos para sistemas multivariáveis obtém-se a representação da estrutura RST ilustrada na Figura (2.3).



Figura 2.3: Representação Reduzida da Estrutura de Controle Multivariável RST

Definem-se os seguintes elementos: (a) Pré-filtro  $S^{-1}T$ ; (b) alimentação direta ou compensação em série  $G_p \overline{R}^{-1}S$ ; (c) realimentação ou sensitividade de saída  $(I + G_p \overline{R}^{-1}S)^{-1}$ ; (d) função de transferência de  $yr_m$  a y ou sensitividade complementar  $(I + G_p \overline{R}^{-1}S)^{-1}G_p \overline{R}^{-1}S$ .

Uma análise dos pólos e zeros do sistema realimentado, na base das pesquisas realizadas por Youla, *et al.* (1976a, b); Zhou, *et al.* (1996); Skogestad e Postlethwaite (1996); Hovd, *et al.* (1996) e Nunes (2001), revela que:

- 1. Se  $G_p$  tem um zero no semi-plano RHP em  $z_0$ , então a alimentação direta e a função de sensitividade complementar também tem um zero em  $z_0$ ;
- 2. Se  $G_p$  tem um pólo no semi-plano RHP em  $p_x$ , então a alimentação direta também tem um pólo em  $p_x$ . Entretanto, a função de sensitividade complementar tem um zero em  $p_x$ .

Analisando o movimento dos pólos pode-se dizer que: (a) a realimentação move os pólos; (b) a compensação em série cancela os pólos em  $G_p$  alocando os zeros na alimentação direta.

Analisando o movimento dos zeros pode-se dizer que: (a) com a realimentação os zeros de  $G_p(I + \overline{R}^{-1}S)^{-1}$ , tornam-se os zeros de  $G_p$  mais os pólos de  $\overline{R}^{-1}S$ ; (b) a compensação em série encontrar-se em oposição ao efeito dos zeros em  $G_p$  alocando os pólos em  $\overline{R}^{-1}S$  para *tentar* cancelar os zeros de  $G_p$ .

#### Desempenho do Sistema Realimentado 2.7

Para determinar o desempenho em regime permanente dos controladores GMV tanto na estrutura posicional como na estrutura incremental para processos com matriz interactor diagonal/igual e geral, calcula-se os valores da matriz  $(\Omega A)^{-1}$  para cada caso. Consideram-se os parâmetros apropriados de cada controlador (apresentados na Tabela (2.1)). Os resultados são apresentados na Tabela (2.2).

Controladores GMV Multivariáveis: (a) Estrutura Posicional; (b) Estrutura Incremental **ESTRUTURA POSICIONAL** 

Tabela 2.2: Resumo das Relações para o Desempenho e Estabilidade dos

Tabela 2.2 (a)	$y = \left( \left( \Omega A \right)^{-1} \overline{R} \right) \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{\mu}} + \left( \left( \Omega A \right)^{-1} \overline{R} B^{-1} A \right) \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{y}} + \left( \left( \Omega A \right)^{-1} T \right) \boldsymbol{y} \boldsymbol{r}$	
Matriz Interactor	Diagonal / Igual	Geral
Identidade Polinomial	I = F(1)A(1) + G(1)	$\mathbf{x}(1) = F(1)A(1) + G(1)$
(ΩA)(1) <sup>-1</sup>	$\left(N_{0}^{T}\vec{P}_{0}^{T}\vec{P}(1)\right)^{-1} = G(1)S(1)^{-1}$	$\left(N_0^T \vec{P}_0^T \vec{P}(1) \mathbf{x}(1)\right)^{-1} = \mathbf{x} \left(1\right)^{-1} G\left(1\right) S\left(1\right)^{-1}$
	$= \left(I - F(1)A(1)\right) S(1)^{-1}$	$= (I - \mathbf{x}(1)^{-1} F(1) A(1)) S(1)^{-1}$
$G(1) \frac{y}{y_u}$	$F(1)B(1)\neq 0$	$\mathbf{x}(1)^{-1}F(1)B(1)\neq 0$
$G(1) \frac{y}{y_y}$	$F(1)A(1)\neq 0$	$\boldsymbol{x}(1)^{-1}F(1)A(1)\neq 0$
G(1)y/	$\vec{P}(1)^{-1}\vec{W}(1) = I$	$\mathbf{x}(1)^{-1}\vec{P}(1)^{-1}\vec{W}(1) = I$
/yr	$\vec{W}(1) = \vec{P}(1)$	$\vec{W}(1) = \vec{P}(1) \boldsymbol{x}(1)$

Tabela 2.2 (b)	ESTRUTURA INCREMENTAL	
	$y = \left( \left( \Omega A \right)^{-1} \overline{R} \right) \mathbf{y}_{u} + \left( \left( \Omega A \right)^{-1} \overline{R} B^{-1} A \right) \mathbf{y}_{y} + \left( \left( \Omega A \right)^{-1} T \right) yr$	
Matriz Interactor	Diagonal / Igual	Geral
Identidade Polinomial	$I = F(1)A(1)\Delta(1) + G(1)$	$\boldsymbol{x}(1) = F(1)A(1)\Delta(1) + G(1)$
$(\Omega A)(1)^{-1}$	$\left(N_0^T \overrightarrow{P}_0^T \overrightarrow{P}(1)G(1)\right)^{-1} = G(1) S(1)^{-1}$	$\left(N_0^T \overrightarrow{P}_0^T \overrightarrow{P}(1)\mathbf{x}(1)\right)^{-1} = \mathbf{x} \left(1\right)^{-1} G\left(1\right) S\left(1\right)^{-1}$
	$(I-F(1)A(1)\Delta(1))S(1)^{-1}=S(1)^{-1}$	$(I - \mathbf{x}(1)^{-1} F(1) A(1) \Delta(1)) S(1)^{-1} = S(1)^{-1}$
$G(1) y / y_{u}$	0	0
$G(1) \frac{y}{y_y}$	0	0
G(1) v /	$\vec{P}(1)^{-1}\vec{W}(1) = I$	$\mathbf{x}(1)^{-1}\vec{P}(1)^{-1}\vec{W}(1)=I$
yr yr	$\vec{W}(1) = \vec{P}(1)$	$\overrightarrow{W}(1) = \overrightarrow{P}(1) \mathbf{x}(1)$

# 2.8 Conclusões

Neste capítulo desenvolveram-se quatro métodos práticos de controle preditivo centralizado, que permitem atingir objetivos dinâmicos em malha fechada em sistemas multivariáveis que têm características complexas.

O estudo foi desenvolvido baseado na abordagem do controlador de variância mínima generalizada, tomando em consideração a compensação dos atrasos de transporte multivariáveis. No desenvolvimento das estruturas de controle posicional e incremental, os aspetos de estabilidade e desempenho dos controladores foram analisados.

Os controladores de variância mínima generalizada procuram atingir a referência no mínimo tempo possível. Isto se deve ao inerente atraso de transporte do sistema e a energia de controle disponível para este objetivo.

# **Capítulo 3**

# Sistemas de Controle Multivariável Descentralizados

### **Resumo do Capítulo**

O controle descentralizado ou controle de múltiplas malhas vem sendo utilizado com sucesso na indústria, embora nem sempre apresenta um bom desempenho no controle de sistemas que têm características complexas. O termo descentralizado refere-se a vários algoritmos de controle independentes, onde cada algoritmo utiliza somente *uma* variável de saída do processo para a determinação do valor de *uma* variável manipulada.

O capítulo está estruturado em seis seções. Na seção (3.1) apresenta-se uma breve introdução dos sistemas de controle descentralizados. Na seção (3.2) apresenta-se um estudo da influência das interações no controle do sistema e a análise da estabilidade e sintonia de controladores descentralizados. Na seção (3.3) apresenta-se quatro indicadores necessários para realizar a análise do condicionamento do sistema para o desacoplamento. Na seção (3.4) mostra-se três projetos para o desacoplamento de sistemas multivariáveis, e as limitações inerentes à implementação de desacopladores. Na seção (3.5) deriva-se o projeto do controlador de Variância Mínima Generalizada monovariável na estrutura incremental para o controle das múltiplas malhas desacopladas. Finalmente, na seção (3.6) são fornecidas as conclusões do capítulo.

#### 3.1 Introdução

O projeto de sistemas de controle descentralizado foi a primeira abordagem empregada para o controle de processos industriais multivariáveis (Marlin, 1995). Através de décadas de pesquisa e experiência, muitas estratégias foram desenvolvidas e continuam sendo utilizadas.

As principais vantagens desta abordagem são: (a) a estrutura simples dos algoritmos de controle reduz o esforço computacional; (b) devido à simplicidade das estruturas de controle, operadores e engenheiros de planta podem modificar facilmente a estrutura se necessário; (c) o desempenho das estruturas de controle desacopladas é suficientemente aceitável para aplicações de controle de processos industriais.

A principal limitação da abordagem é que nem sempre apresenta um bom desempenho no controle de processos que têm: (a) funções de transferência com constantes de tempo diferentes; (b) fortes níveis de interação; (c) parâmetros variantes no tempo; (d) não-lineares; e (e) sistemas instáveis em malha aberta (Luyben, 1990).

Recentemente, as pesquisas em controle de processos multivariáveis incrementaram-se dramaticamente. Os avanços na tecnologia computacional aprimoraram o desenvolvimento de processos e permitiram que soluções complexas fossem consideradas.

As pesquisas do controle multivariável descentralizado apresentadas na literatura podem-se dividir em cinco grandes categorias paralelamente ao desenvolvimento dos projetos de controle: (a) seleção do conjunto de variáveis para o problema de controle; (b) métodos para a escolha dos pares de variáveis; (c) análise da interação dos pares fixos selecionados; (d) estruturas de sistemas desacoplados; e (d) avaliação analítica ou por meio da simulação do sistema de controle em malha fechada.

#### 3.2 Influência da Interação no Controle do Sistema

O objetivo desta seção é mostrar como a resposta do controle encontra-se influenciada pela interação entre as malhas. Para simplificar a análise considera-se o sistema 2x2 ilustrado na Figura (3.1) com entradas e saídas controláveis (os resultados podem ser estendidos para sistemas de ordens superiores).



Figura 3.1: Representação da Estrutura de Controle Descentralizada para um Sistema 2x2 Sejam as seguintes equações que representam a dinâmica do sistema:

$$y_1(k) = g_{11}(z^{-1})u_1(k) + g_{12}(z^{-1})u_2(k)$$
(3.1)

$$y_2(k) = g_{21}(z^{-1})u_1(k) + g_{22}(z^{-1})u_2(k)$$
(3.2)

onde os sinais de controle são calculados por:

$$u_1(k) = g_{c1}(z^{-1}) \left( yr_1(k) - y_1(k) \right)$$
(3.3)

$$u_2(k) = g_{c2}(z^{-1}) (yr_2(k) - y_2(k))$$
(3.4)

Observa-se que uma mudança nos sinais de controle  $u_1(k)$  ou  $u_2(k)$  compromete ambas saídas. Para compreender a natureza da interação entre as duas malhas de controle e como estas surgem, a seguir , analisa-se o efeito das mudanças dos sinais de entrada nas saídas quando: (a) uma malha de controle encontra-se fechada e a outra aberta; (b) ambas malhas de controle se encontram fechadas.

#### 1. Efeito da Mudança do Sinal de Referência com uma Malha Fechada

Seja a Figura (3.2). Assumindo uma mudança no sinal de referência  $yr_1(k)$ , com o sinal de controle  $u_2(k)$  constante (por exemplo  $u_2 = 0$ ), pode-se observar que a mudança comprometerá tanto a saída controlada  $y_1(k)$  como a saída  $y_2(k)$ .



Figura 3.2: Interações entre as Malhas de Controle Considerando uma Malha Fechada: (a) Esquema de Transmissão da Interação; (b) Esquema de Blocos de Transferência

#### 2. Efeito da Mudança do Sinal de Referência com Ambas Malhas Fechadas

Seja a Figura (3.3). Assumindo uma mudança na referência  $yr_1(k)$  mantendo  $yr_2(k)$  constante (por exemplo  $yr_2 = 0$ ). Considerando previamente que o sistema encontrase em regime estável, observa-se que o controlador  $g_{c1}(z^{-1})$  afeta sua variável controlada  $y_1(k)$  através de: (a) Um *caminho direto* para obter um bom seguimento da referência  $yr_1(k)$  por parte da saída  $y_1(k)$ ; (b) um *caminho indireto* que inclui outra variável controlável  $y_2(k)$  e seu controlador  $g_{c2}(z^{-1})$ , isto é conhecido como *transmissão da interação*.



Figura 3.3: Interações entre as Malhas de Controle Considerando duas Malhas Fechadas: (a) Esquema de Transmissão da Interação; (b) Esquema de Blocos de Transferência

#### Sintonia e Estabilidade do Sistema de Controle Descentralizado

As funções de transferência relacionado  $g_{c1}(z^{-1})$ ,  $g_1(z^{-1})$ ,  $g_{c2}(z^{-1})$  e  $g_2(z^{-1})$ são representadas pelas seguintes equações:

$$g_{1}(z^{-1}) = \left(g_{11}(z^{-1}) - \frac{g_{12}(z^{-1})g_{21}(z^{-1})g_{22}(z^{-1})}{1 + g_{c2}(z^{-1})g_{22}(z^{-1})}\right)$$
(3.5)

$$g_{2}(z^{-1}) = \left(g_{22}(z^{-1}) - \frac{g_{12}(z^{-1})g_{21}(z^{-1})g_{c1}(z^{-1})}{1 + g_{c1}(z^{-1})g_{11}(z^{-1})}\right)$$
(3.6)

Observa-se que, a sintonia de um controlador depende do outro controlador. O sistema pode separar-se em dois sistemas SISO como é ilustrado na Figura (3.3b), onde a mudança da referência de uma malha pode ser vista como uma perturbação na outra malha.

Diversas aproximações podem ser utilizadas para avaliar  $g_1(z^{-1})$  e  $g_2(z^{-1})$ (Pomerlau e Pomerlau, 2001). Desde que os controladores têm um integrador para prevenir erros estáticos, uma possível aproximação em baixas freqüências a freqüência de corte  $w_{co}$  é:

$$g_1(z^{-1}) = g_{11}(z^{-1}) - \frac{g_{12}(z^{-1})g_{21}(z^{-1})}{g_{22}(z^{-1})} \text{ para } g_{c2}(z^{-1})g_{22}(z^{-1}) > 1$$
(3.7)

$$g_{2}(z^{-1}) = g_{22}(z^{-1}) - \frac{g_{12}(z^{-1})g_{21}(z^{-1})}{g_{11}(z^{-1})} \text{ para } g_{c1}(z^{-1})g_{11}(z^{-1}) > 1$$
(3.8)

Esta aproximação facilita a sintonia desde que a função de transferência vista por um controlador é dependente do outro controlador. O processo dinâmico na variável regulada depende inicialmente da dinâmica da variável manipulada onde a mudança na referência acontece. Das Equações (3.7) e (3.8) observa-se uma resposta lenta se as funções de transferência no caminho direto contém constantes de tempo grandes no numerador, já que estas se tornam os pólos no controlador. Estas relações não podem ser implementadas se as funções de transferência  $g_{11}(z^{-1})$  ou  $g_{22}(z^{-1})$  contém um zero instável ou um atraso de transporte maior que  $d_{12} + d_{21}$ , onde *d* representa o atraso de transporte. Nestes casos podem-se usar as seguintes aproximações:

$$g_1(z^{-1}) = g_{11}(z^{-1}) - \frac{g_{12}(z^{-1})g_{21}(z^{-1})}{K_{22}}$$
(3.9)

$$g_{2}(z^{-1}) = g_{22}(z^{-1}) - \frac{g_{12}(z^{-1})g_{21}(z^{-1})}{K_{11}}$$
(3.10)

onde  $K_{11}$  e  $K_{22}$  são os ganhos de  $g_{11}(z^{-1})$  e  $g_{22}(z^{-1})$ , respectivamente.

Geralmente, a função de transferência  $\frac{g_{c2}(z^{-1})}{1+g_{c2}(z^{-1})g_{22}(z^{-1})}$  da Equação (3.5), é

um filtro passa-baixa com  $g_{12}(z^{-1})$  em série com  $g_{21}(z^{-1})$ . O erro obtido pela aproximação tem uma importância reduzida para a função de transferência vista pelo controlador. Se as constantes de tempo de  $g_{12}(z^{-1})$  e  $g_{21}(z^{-1})$  são menores a freqüência de corte  $w_{co}$ , o efeito do filtro é reduzido. Neste caso, os ganhos  $K_{12}$  e  $K_{21}$  devem ser menores que  $K_{11}$  e a função de transferência vista pelo controlador depende principalmente de  $g_{11}(z^{-1})$ . Se este não é o caso, então um incorreto par de variáveis a controlar está sendo usado.

Considerando que não existe interação entre as malhas de controle ( $g_{12}(z^{-1}) = g_{21}(z^{-1}) = 0$ ), a estabilidade nas malhas dependerá das raízes das equações características de cada malha (se as raízes encontram-se dentro do circulo unitário as duas malhas serão estáveis), isto é:

$$1 + g_{11}(z^{-1})g_{c1}(z^{-1}) = 0 aga{3.11}$$

$$1 + g_{22}(z^{-1})g_{c2}(z^{-1}) = 0 (3.12)$$

Considerando a interação das malhas de controle, a estabilidade nas malhas encontra-se determinada pelas raízes da seguinte equação característica:

$$(1+g_{11}g_{c1})(1+g_{22}g_{c2}) - g_{12}g_{21}g_{c1}g_{c2} = 0$$
(3.13)

Observa-se que as raízes das Equações (3.11) e (3.12) são diferentes das obtidas pela Equação (3.13). Conseqüentemente a sintonia separada dos controladores  $g_{c1}(z^{-1})$  e  $g_{c2}(z^{-1})$  não garante a completa estabilidade do sistema de malha fechada. Geralmente os controladores são sintonizados para garantir a estabilidade quando ambas malhas estão fechadas e quando uma malha está aberta e a outra fechada. O principal obstáculo para a sintonia apropriada é a presença das interações entre as malhas de controle do sistema de múltiplas malhas.

Niederlinski (1971) e McAvoy (1983) propuseram o seguinte procedimento de sintonia: Sintonize cada controlador de modo independente até obter um desempenho satisfatório de malha fechada, com todas as outras malhas no modo de controle automático. A seguir, feche todas as malhas, e ajuste os parâmetros ate que o desempenho global em todas as malhas seja satisfatório. Se não é possível atingir um bom desempenho, alterar os parâmetros de controle da malha menos crítica tornando ao controlador mais conservativo (por exemplo reduzindo os ganhos do controlador e incrementando o tempo da ação integral), ou se uma das malhas é claramente mais importante, sintonize primeiro esta malha e deixe em modo de controle automático, para sintonizar todas as outras malhas mantendo os ganhos sob os efeitos adversos a malha mais importante.

A interação entre as malhas de controle é um fator importante que afeta de um modo considerável a qualidade do sistema de controle. Conseqüentemente, algumas estratégias empregadas para a redução da interação nas malhas são:

- 1. Des-sintonizar uma ou varias malhas de controle;
- 2. Escolher adequada de diferentes pares de variáveis manipuláveis ou controláveis;
- 3. Projetar um desacoplador para o sistema multivariável;
- 4. Projetar um controlador multivariável centralizado.

#### 3.3 Análise de Sistemas Multivariáveis

Existem processos cuja estrutura faz que sejam pobres candidatos para o desacoplamento (Alten, 1994; Ogunnaike e Ray, 1995 e Asmar, 1999). Conseqüentemente é necessário realizar a análise prévia de algumas características do processo tais como a controlabilidade, grau de interação das malhas e grau de condicionamento para o desacoplamento. Todas estas medidas são independentes do controlador.

#### 3.3.1 Controlabilidade do Processo

A controlabilidade está definida para um selecionado conjunto de *variáveis* manipuladas (VMs)  $u_i(k)$  e variáveis controláveis (VCs)  $y_i(k)$ . Assim, um processo multivariável pode ser controlável para um subconjunto de variáveis da planta e não-controlável para outro subconjunto.

A controlabilidade do processo indica que as VMs podem compensar os efeitos das perturbações nas selecionadas VCs para uma pequena região, sobre a qual a linearização é válida, e não são encontradas restrições nas VMs.

Sejam as seguintes as relações de regime permanente para um sistema 2x2:

$$y_1(k) = K_{11}u_1(k) + K_{12}u_2(k)$$
(3.14)

$$y_2(k) = K_{21}u_1(k) + K_{21}u_2(k)$$
(3.15)

A necessidade de ajustes nas VMs  $u_i(k)$ , pode ser usada como uma indicação de como a interação muda o comportamento do sistema, isto é,

$$u_i(k) = K^{-1} y_i(k) \tag{3.16}$$

A inversa da matriz de ganhos de regime permanente,  $K^{-1}$ , permite determinar rapidamente se um sistema linear é ou não-controlável. Se a inversa existe, seu determinante é diferente de zero e, conseqüentemente, o sistema é dito de controlável.

#### 3.3.2 Sensibilidade frente a Incertezas de Modelagem

O determinante da matriz de ganhos de regime permanente do modelo do processo, |K|, também permite quantificar o grau de sensibilidade do modelo frente a erros de modelagem, como mostra-se a seguir.

O perfeito desacoplamento é somente possível se o modelo do processo é perfeito. Como isto é improvável na prática, o perfeito desacoplamento é impossível. Independentemente da presença de modelos imperfeitos, a literatura mostra que o desacoplamento é obtido com sucesso em um grande número de processos industriais (McAvoy, 1983).

Considere um erro de modelagem na matriz de ganhos K. Assuma que o desacoplamento é atingido através do pré-compensador  $G_{PC}(z^{-1})$  em série com o processo  $G_p(z^{-1})$ , e que  $G_{pD}(z^{-1})$  representa ao processo desacoplado, como se ilustra na Figura (3.4). Assim, pode-se representar a saída do processo por meio da seguinte relação:

$$y(k) + \Delta y(k) = \left(K_{pD} + \Delta K - \frac{Adj(K)}{|K|} K_{pD}\right) v(k)$$
(3.17)

Observa-se que se o determinante da matriz de ganhos |K| é pequeno, o recíproco é grande. Conseqüentemente, pequenos erros de modelagem são amplificados com grandes erros na saída y(k) e pequenas mudanças na saída do controlador v(k), são refletidas em grandes erros na saída y(k). Quando o determinante |K| é pequeno, o sistema é denominado *sensível* as incertezas de modelagem. No limite, quando o determinante é zero, o sistema é denominado *sistema degenerado* e o desacoplamento é completamente impossível.

O determinante |K| não é um bom indicador do grau de condicionamento do processo para o desacoplamento, mas proporciona uma medida necessária para a quantificação da sensibilidade do processo frente a erros de modelagem.

#### 3.3.3 Grau de Interação nas Variáveis do Processo

A matriz de *ganhos relativos* (RGA) ou *matriz de Bristol*, constitui um adequado indicador do grau de interação entre as variáveis do processo. Assim, é bastante usada na seleção dos pares das variáveis de entrada e saída, com o propósito de obter a configuração de controle com o mínimo de interação entre as malhas. Esta matriz foi desenvolvida por Bristol (1966), e ao longo do tempo a base teórica foi estendida por muitos pesquisadores, entre os quais destacam-se: Tung e Edgar (1981), Shinskey (1988), McAvoy (1983), Grosdidier, *et al.* (1985) e Hovd e Skogestad (1992).

Defina-se,  $I_{ij}$ , o ganho relativo adimensional entre a variável de saída  $y_i$  e a variável de entrada  $u_i$ , como a relação dos ganhos de malha aberta e malha fechada, isto é;

$$\boldsymbol{I}_{ij} = \frac{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)}{\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right)} \text{todas as malhas abertas}$$
(3.18)  
$$\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j}\right) \text{todas as malhas fechadas excluindo a malha } u_j$$

Esta definição, assume que o controlador tem um modo integral, assim os valores de regime permanente das variáveis do controlador são mantidas constantes (por exemplo  $y_i = 0$  para aquelas sobre controle realimentado). Se o ganho relativo é 1, o ganho do processo não e afetado pelas outras malhas de controle e a transmissão da interação não existe. Logo, pode se dizer que a quantidade do ganho relativa desviada de 1, indica de modo quantitativo a medida da transmissão da interação.

Calculando os ganhos relativos para todas as combinações de entrada-saída do sistema multivariável, o resultado pode ser representado por meio da matriz,  $\Lambda$ , conhecida como a matriz de ganhos relativos (RGA), isto é,

$$\Lambda = K \otimes \left(K^{-1}\right)^{T} = K \otimes \frac{Cofact(K)}{|K|}$$
(3.19)

onde, ⊗, denota a multiplicação elemento por elemento (multiplicação Hadamard ou Schur).

Os valores da matriz RGA, encontram-se relacionados com o determinante da matriz de ganhos |K|, por isto a matriz RGA constitui-se também num indicador do grau de sensibilidade do processo a erros de modelagem. Se os elementos da matriz RGA para um determinado processo são elevados, o processo é altamente sensível a erros de modelagem.

Algumas propriedades interessantes da matriz RGA são: (a) A soma de cada fila ou coluna em  $\Lambda$  é igual a 1; (b) qualquer permutação de filas ou colunas de K resulta na mesma permutação em  $\Lambda$ ; e (c) os valores da matriz RGA são uma medida adimensional da interação de regime permanente independente do escalamento dos sinais de entrada e saída da matriz  $G_p(jw)$ . Uma interpretação da implicação dos valores dos elementos da matriz RGA é sintetizada na Tabela (3.1).

Valor do Elemento	Interpretação
	Indica que o ganho de malha fechada e o ganho de malha aberta entre $y_i$ e $u_j$
	tem sinais opostos.
	Isto implica que as malhas interagem e o efeito de regulação das outras malhas
$\boldsymbol{l}_{ij} < 0$	não somente se encontra em oposição ao principal efeito de $u_j$ com $y_i$ , mas
	também é o mais dominante dos efeitos.
	A seleção dos pares $u_j$ com $y_i$ deve ser evitado, já que a malha <i>i</i> pode tornar-se
	instável com a abertura das outras malhas.
	Indica que o sinal de controle $u_j$ não tem influência direta em $y_i$ , mesmo que
$\boldsymbol{I}_{ij}=0$	esta possa afetar as outras variáveis de saída.
	A seleção dos pares $u_j$ com $y_i$ não é aconselhável.
	Indica que o ganho de malha aberta é idêntico ao ganhos de malha fechada.
$I_{ij} = 1$	Isto implica que a malha <i>i</i> não está sujeita a ação de regulação das outras malhas
	de controle quando é fechada. Logo, $u_i$ pode controlar $y_i$ sem interferência de
	outra malha de controle.
	A seleção dos pares $u_j$ com $y_i$ é aconselhável. No caso ideal esta malha está
	completamente desacoplada e pode ser sintonizada de modo independente.

Tabela 3.1: Interpretação dos Elementos da Matriz RGA

<b>X7 1 1</b>		
Valor do	Interpretação	
Elemento	T 2	
	Indica que o ganho de malha fechada tornou-se maior que o ganhos de malha aberta quando as outras malhas estão fechadas.	
$0 < \boldsymbol{l}_{ij} < 1$	Isto implica que os sinais de controle das outras malhas variam afetando o valor	
	da saída $y_i$ , o valor da interação é maior se o ganho relativo encontra-se perto de	
	zero.	
	A seleção dos pares de $u_j$ com $y_i$ é recomendável se e somente se o valor do	
	ganho relativo se encontra perto da unidade.	
	Indica que o ganho de malha fechada tornou-se menor que o ganho de malha aberta quando as outras malhas estão fechadas.	
$I_{ij} > 1$	Isto implica que o efeito de regulação das outras malhas atua em oposição ao principal efeito de $u_j$ em $y_i$ (reduzindo o ganho da malha quando as outras malhas estão fechadas); embora o principal efeito é ainda dominante, de outro modo $I_{ij}$ é negativo. Um ganho elevado para o controlador deve ser escolhido para considerar este par. Isto pode causar que a malha <i>i</i> se torne instével quando	
	as outras malhas estão abertas.	
	A seleção dos pares de $u_j$ com $y_i$ não é aconselhável se o ganho relativo $I_{ij}$	
	toma um valor muito grande.	

Tabela 3.1: Interpretação dos Elementos da Matriz RGA (Continuação)

Portanto, pode-se concluir que a matriz RGA:

- 1. Requer somente da informação do processo de regime permanente (para processos estáveis em malha aberta), porém pode ser facilmente calculada e implementada;
- Proporciona a informação sobre a interação somente de regime permanente, e os fatores dinâmicos não são considerados. Como resultado desta aparente limitação, muitas modificações e alternativas que consideram os fatores dinâmicos foram estudadas por Gagnepain e Seborg (1982) e McAvoy (1983);
- 3. Existem outros fatores que influenciam a escolha adequada dos pares de malha a controlar: Restrições nas variáveis de entrada, atrasos de transporte, resposta inversa, dinâmica lenta das malhas, etc.

#### 3.3.4 Condicionamento do Modelo para o Desacoplamento

#### 3.3.4.1 Valores Singulares

Os valores singulares,  $s_i$ , são indicadores da proximidade que tem uma matriz da singularidade (sempre são valores reais positivos), e constituem os limites dos possíveis ganhos de  $G_p$ , definindo  $s_{Min}$  e  $s_{Max}$  como o mínimo e o máximo valor singular respectivamente, isto é,

$$\boldsymbol{s}_{Min} < \left| \boldsymbol{l}_{i}(\boldsymbol{G}_{p}) \right| < \boldsymbol{s}_{Max}$$
(3.20)

Karlsmose, *et al.* (1994) definiram os valores singulares como magnitude do maior valor absoluto de autovalores da matriz Hermitiana  $K^T K$ . Os valores singulares podem ser representados por meio da seguinte expressão:

$$\boldsymbol{s}_{i} = \sqrt{\boldsymbol{I}_{i} (\boldsymbol{K}^{T} \boldsymbol{K})} \tag{3.21}$$

Os valores singulares de uma matriz complexa são similares aos da matriz real com a diferença que se emprega a conjugada transposta da matriz no cálculo (Luyben, 1990).

### 3.3.4.2 Índice de Resiliência

Morari (1983) definiu a resiliência como a propriedade que tem uma planta para movimentar-se rápida e facilmente de uma condição de operação a outra (incluindo a inicialização e a parada) e a efetividade que tem de rejeitar as perturbações, conseqüentemente a resiliência é uma propriedade inerente dos processos relacionada com o grau de controlabilidade.

O *índice de resiliência de Morari* (MRI) é definido como o valor singular mínimo,  $\boldsymbol{s}_{_{Min}}$ , da função de transferência do processo em malha aberta. Este índice pode ser avaliado sobre um intervalo de freqüências,  $\boldsymbol{w}$ , ou somente na freqüência zero. Um valor grande de MRI indica que o processo é mais controlável.

#### 3.3.4.3 Número Condicionante

O número condicionante,  $g_c$ , é um indicador confiável do grau de condicionamento do modelo do processo, na forma que nenhum outro indicador (|K|, RGA, MRI, ou incluso os autovalores) pode determinar (Luyben, 1990 e Asmar, 1999).

Joseph e Brosilow (1978), Grosdidier, *et al.* (1985) e Nett e Manousiouthakis (1987) definiram o número condicionante como a relação das grandezas do valor singular máximo e o mínimo, isto é,

$$\boldsymbol{g}_{C} = \frac{\boldsymbol{s}_{Max}}{\boldsymbol{s}_{Min}} = \|\boldsymbol{K}\|_{2} \|\boldsymbol{K}^{-1}\|_{2}$$
(3.22)

O número condicionante é usado como uma medida da controlabilidade da relação entrada-saída. Lau, *et al.* (1985), Moore (1986) e Kwon e Yoon (1996) utilizaram este índice como um indicador da sensibilidade do sistema frente a incertezas, isto não é correto em termos gerais. Skogestad e Postlethwaite (1996) estabeleceram que um valor grande de número condicionante implica que o sistema é sensível a incertezas de entrada *não-estruturadas*, mas estes tipos de incertezas freqüentemente na prática não acontecem. Assim, não se pode concluir em geral que um sistema que tem um valor grande do número condicionante é sensível a incertezas. Karlsmore, *et al.* (1994) e Ságfos e Waller (1995) denominaram aos processos com valores grandes de  $g_c$  como mal-condicionados já que são naturalmente difíceis de controlar.

McAvoy (1983) mencionou que a possibilidade do desacoplamento se encontra diretamente relacionada com o condicionamento da matriz de ganhos do modelo do processo. O desacoplamento é possível em função do grau do condicionamento do processo ( $g_c$  com valores pequenos) e é impossível atingir o desacoplamento num processo mal-condicionado. A idéia da grandeza dos valores do  $g_c$  reportada na literatura varia entre 10 para processos com bom condicionamento (Lau, *et al.*, 1985), 50 para processos medianamente condicionados (McAvoy, 1983) a 100 para processos mal-condicionados (Joseph e Brosilow, 1978). O problema com o número condicionante  $g_c$  depende das unidades usadas para medir os sinais de entrada e saída na planta  $G_p(jw)$  (Hovd e Skogestad, 1996). Isto é obviamente *irracional*, já que o número condicionante para um caso pode mostrar que controlar uma planta é simples por exemplo, se a temperatura é medida em graus Celsius, e não é simples de controlar se a temperatura é medida em graus Fahrenheit.

Para evitar este tipo de ambigüidade, utiliza-se o *número condicionante minimizado ou ótimo*  $g_{CMin}$ , obtido por meio da minimização do número condicionante da matriz  $G_p(jw)$ pré- e/ou pós-multiplicada pelas matrizes reais diagonais  $D_1$  e  $D_2$ , isto é,

$$\boldsymbol{g}_{CMin} = \underset{D_1, D_2}{Min} \boldsymbol{g}_C \left( D_1 \boldsymbol{G}_p (jw) D_2 \right)$$
(3.23)

Chen, *et al.*, 1994 provaram que o número  $g_{CMin}$  de uma função de transferência  $G_p(jw)$  de dimensões *nxn* pode ser calculado por meio da seguinte expressão:

$$\boldsymbol{g}_{CMin}(G_{p}(jw)) = \underset{D_{1},D_{2}}{Min} \boldsymbol{s}_{Max}^{2} \left( \begin{bmatrix} D_{2}^{-1} & 0 \\ 0 & D_{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & G_{p}^{-1}(jw) \\ G_{p}(jw) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{2} & 0 \\ 0 & D_{1}^{-1} \end{bmatrix} \right)$$
(3.24)

As plantas com valores elevados em  $G_p(jw)$  também têm um número  $g_{CMin}$  elevado na mesma freqüência w. Grosdidier, *et al.* (1985), Skogestad e Morari (1987), Nett e Manousiouthakis (1987) mostraram que,

$$2Max\left\{\left\|\Lambda(G_p(jw))\right\|_{1}, \left\|\Lambda(G_p(jw))\right\|_{\infty}\right\} \le \boldsymbol{g}_{CMin}(G_p(jw)) + \frac{1}{\boldsymbol{g}_{CMin}(G_p(jw))}$$
(3.25)

onde  $\|\cdot\|_1$  é a norma-1 induzida (definida como a máxima soma dos valores absolutos dos elementos de uma coluna na matriz),  $\|\cdot\|_{\infty}$  é a norma-infinita induzida (definida como a máxima soma dos valores absolutos dos elementos de uma fila na matriz).

Desse modo, já que a matriz RGA é independente do escalamento das entradas e saídas, elevados valores em  $\Lambda(G_p(jw))$  implicam valores elevados em  $g_{CMin}$ .

#### 3.4 Desacoplamento de Sistemas Multivariáveis

O objetivo do desacoplamento de sistemas MIMO é compensar o efeito indireto das interações, por meio de um pré-compensador entre as malhas de controle e o modelo do processo, como se ilustra na Figura (3.4). Devido à dependência da estrutura interna e de parâmetros do modelo por parte do desacoplador, é necessário ter um bom modelo matemático do processo. No caso ideal, o desacoplamento causa que as malhas de controle atuem como totalmente independentes umas das outras reduzindo a tarefa de sintonizar o controlador em uma tarefa de sintonia de vários controladores SISOs independentes.



Figura 3.4: Representação da Estrutura do Sistema de Controle MIMO Desacoplado por Meio de um Pré-compensador de Interações Indiretas

O problema de projetar um desacoplador consiste em projetar um pré-compensador  $G_{PC}(z^{-1})$  que satisfaça um dos seguintes objetivos:

- <u>Desacoplamento dinâmico</u>: Eliminação de todas as interações nas malhas de controle, em cada instante de tempo (em todas as freqüências);
- <u>Desacoplamento de regime permanente</u>: Eliminação somente da interação de regime permanente de todas as malhas, o projeto deste tipo de desacopladores é prático, simples por ser menos ambicioso que o projeto de desacopladores dinâmicos;
- 3) <u>Desacoplamento parcial</u>: Eliminação das interações (dinâmicas ou somente aquelas de regime permanente) de um conjunto de malhas de controle. Este objetivo focaliza a atenção somente naquelas malhas críticas nas quais as interações são fortes, deixando as malhas com interação fraca atuar sem a ajuda do desacoplador. Esta técnica permite reduzir a dimensão do problema.

#### 3.4.1 Projeto de Desacopladores Ideais

A técnica de desacoplamento de regime permanente é a mais empregada na prática de compensação das interações, devido à simplicidade dos cálculos computacionais e à facilidade de implementação (Tham, 1999). Entretanto, quando consideráveis interações dinâmicas persistem, a técnica de desacoplamento dinâmico é a mais adequada.

A diferença entre o desacoplamento dinâmico e de regime permanente é que o primeiro emprega a completa versão dinâmica de cada elemento da função de transferência na obtenção do desacoplador. Entretanto, a outra técnica emprega somente os ganhos estáticos (de regime permanente) dos elementos da função de transferência.

Para uma implementação bem sucedida do desacoplador de regime permanente é necessário considerar os seguintes pontos de interesse:

- Existem restrições em alguma das entradas do processo, devidas a requerimentos, ou limitações na instrumentação ou nos acionadores que tem que ser cumpridas? Sendo assim, pode empregar-se o desacoplador sob e não por cima de tais condições e restrições, já que se satura o controlador e o desacoplador pode levar a instabilidade do sistema;
- <u>O modelo é suficientemente preciso para atingir o desacoplamento em regime</u> <u>permanente</u>? Dependendo do grau de condicionamento da matriz de ganhos de regime permanente, um modelo preciso ou uma aproximação inadequada da planta pode ser empregado para a implementação bem sucedida do desacoplador;
- <u>A estrutura de ganhos de regime permanente do modelo encontra-se malcondicionada?</u> Existem situações nas quais o desacoplamento é impossível, incluso com um modelo perfeito. Casos onde os verdadeiros modelos do processo encontram-se mal-condicionados. Tais situações desafortunadamente são comuns na indústria.

#### 3.4.1.1 Desacoplador de Boksenborm e Hood

Boksenbom e Hood (1949) propuseram a estrutura a estrutura do sistema de controle desacoplado ilustrada na Figura (3.5).



Figura 3.5: Representação da Estrutura do Sistema de Controle MIMO Desacoplada por Meio do Método Boksenbom e Hood, (1949)

Define-se  $G_{pC}(z^{-1})$  como a matriz pré-compensador das interações,  $G_p(z^{-1})$  a matriz do modelo do processo acoplado, e  $G_{pD}(z^{-1})$  a matriz do modelo desacoplado.

Capturando a dinâmica do sistema através na função de transferência apresentada na Equação (3.26), observa-se que para atingir o desacoplamento a matriz  $G_{pD}(z^{-1}) = G_p(z^{-1})G_{PC}(z^{-1})$  tem que ser diagonal. Para o exemplo de um sistema 2x2 omitindo o termo  $z^{-1}$  por questão de simplicidade, tem-se:

$$y(k) = \left(I - G_p G_{PC}\right)^{-1} G_p G_{PC} \ yr$$
(3.26)

$$G_{pD}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} \underbrace{\left(g_{11} g_{PC11} + g_{12} g_{PC21}\right)}_{g_{pD1}} & \underbrace{\left(g_{11} g_{PC12} + g_{12} g_{PC22}\right)}_{0} \\ \underbrace{\left(g_{21} g_{PC11} + g_{22} g_{PC21}\right)}_{0} & \underbrace{\left(g_{21} g_{PC12} + g_{22} g_{PC22}\right)}_{g_{pD2}} \end{bmatrix}$$
(3.27)

Especificando os elementos fora da diagonal da matriz  $G_{pD}(z^{-1})$  como zero, pode-se calcular os elementos da matriz  $G_{PC}(z^{-1})$ , isto é,

$$G_{PC}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} g_{PC11} & -\left(\frac{g_{12}}{g_{11}}\right)g_{PC22} \\ -\left(\frac{g_{21}}{g_{22}}\right)g_{PC11} & g_{PC22} \end{bmatrix}$$
(3.28)

onde os elementos  $g_{PC11}(z^{-1})$  e  $g_{PC22}(z^{-1})$  podem ser definidos como controladores do tipo PI, por exemplo. Observa-se que existe uma interdependência entre os elementos da matriz pré-compensador com o próprio controlador, isto é um problema, já que poderia ocasionar a perda do efeito desacoplador quando uma das malhas este sendo ajustada de modo manual. A técnica apresentada não tem um bom desempenho frente a perturbações de carga.

## 3.4.1.2 Desacoplador de Zalkind e Luyben

Zalkind (1967) e Luyben (1970) propuseram a estrutura do sistema de controle desacoplado nas formas simplificada (Figura (3.6)) e generalizada (Figura (3.7)). Estas técnicas se constituem numa das mais difundidas e estudadas na literatura.



### A. Desacoplamento Simplificado

Figura 3.6: Representação da Estrutura do Sistema de Controle MIMO Desacoplada por Meio do Método Simplificado de Zalkind (1967) e Luyben (1970)

A estrutura do sistema de controle está composta de dois blocos pré-compensadores  $g_{PC1}(z^{-1})$  e  $g_{PC2}(z^{-1})$ , que comunicam a cada malha das mudanças em  $v_1(k)$  e  $v_2(k)$ . Isto permite que os sinais de controle  $u_1(k)$  e  $u_2(k)$  sejam ajustados em conformidade.

Através das equações que descrevem a dinâmica do sistema, pode-se determinar de modo similar ao anterior método que para atingir o desacoplamento a matriz  $G_{pD}(z^{-1}) = G_p(z^{-1})G_{PC}(z^{-1})$  tem que ser diagonal. Neste sentido considerando a estrutura da Figura (3.6), a matriz  $G_{pD}(z^{-1})$  pode ser calculada, (o termo  $z^{-1}$  é omitido por questão de simplicidade), isto é,

$$G_{pD}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} \underbrace{\left(g_{11} + g_{12} g_{PC2}\right)}_{g_{pD1}} & \underbrace{\left(g_{12} + g_{11} g_{PC1}\right)}_{0} \\ \underbrace{\left(g_{21} + g_{22} g_{PC2}\right)}_{0} & \underbrace{\left(g_{22} + g_{21} g_{PC1}\right)}_{g_{pD2}} \end{bmatrix}$$
(3.29)

Especificando os elementos fora da diagonal da matriz  $G_{pD}(z^{-1})$  como zero, e substituindo os valores das matrizes  $g_{PC1}(z^{-1})$  e  $g_{PC2}(z^{-1})$ , pode-se obter a matriz précompensador das interações  $G_{PC}(z^{-1})$  e a matriz do modelo desacoplado  $G_{pD}(z^{-1})$ , isto é,

$$G_{PC} = \begin{bmatrix} 1 & g_{PC1} = -\left(\frac{g_{12}}{g_{11}}\right) \\ g_{PC2} = -\left(\frac{g_{21}}{g_{22}}\right) & 1 \end{bmatrix}$$
(3.30)  
$$G_{pD} = \begin{bmatrix} g_{11} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{22}} & 0 \\ 0 & g_{22} - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}} \end{bmatrix}$$
(3.31)

Observa-se que os elementos da matriz desacoplada correspondem à soma das funções de transferência. Dependendo da precisão do modelo este fato influencia na sintonia das malhas, que podem ser sintonizadas de modo independente.
Um ponto interessante é que o modelo desacoplado está recomendado para qualquer comportamento do sistema em malha fechada em regime permanente. Conseqüentemente, se o ganho de regime permanente para cada função de transferência  $g_{ii}(z^{-1})$  é  $K_{ii}$ , pode-se obter as seguintes respostas:

$$y_{1} = K_{11} \left( 1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}} \right) v_{1} \qquad \rightarrow y_{1} = \frac{K_{11}}{l} v_{1} \qquad l = \left( 1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}} \right)^{-1}$$
$$y_{2} = K_{22} \left( 1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{22}K_{11}} \right) v_{2} \qquad \rightarrow y_{2} = \frac{K_{22}}{l} v_{1}$$

Note que se o valor do parâmetro do ganho relativo ao sistema l é grande, o ganho efetivo de malha fechada é pequeno e o desempenho do controle é comprometido.

Dependendo da dimensão do sistema acoplado, a técnica de desacoplamento simplificado tem pouco aplicabilidade, isto é, para um sistema de ordem nxn é preciso ter  $n^2 - n$  pré-compensadores.

#### **B. Desacoplamento Generalizado**

A técnica de desacoplamento generalizado, também é conhecida como *desacoplamento* ideal e sua estrutura encontra-se ilustrada na Figura (3.7).



Figura 3.7: Representação da Estrutura do Sistema de Controle MIMO Desacoplada por Meio do Método Generalizado de Zalkind (1967) e Luyben (1970)

Observe que o sistema de controle está composto de quatro blocos précompensadores  $g_{PC11}(z^{-1})$ ,  $g_{PC12}(z^{-1})$ ,  $g_{PC21}(z^{-1})$  e  $g_{PC22}(z^{-1})$ , que comunicam a cada malha das mudanças em  $v_1(k)$  e  $v_2(k)$  e, isto permite que os sinais de controle  $u_1(k)$  e  $u_2(k)$  sejam ajustados em conformidade.

Através das equações que descrevem a dinâmica do sistema, pode-se determinar que para atingir o desacoplamento a matriz  $G_{pD}(z^{-1}) = G_p(z^{-1})G_{PC}(z^{-1})$  tem que ser diagonal, assim, o pré-compensador  $G_{PC}(z^{-1})$  depende da escolha dos elementos de  $G_{pD}(z^{-1})$ . Uma eleição comum para a matriz  $G_{pD}(z^{-1})$  é  $G_{pD}(z^{-1}) = diag(G_p(z^{-1}))$ , com os elementos fora da diagonal iguais a zero. Entretanto, outras seleções podem ser feitas (Gagnon, *et al.*, 1998)

Calculando o pré-compensador (omitindo o termo  $z^{-1}$  por questão de simplicidade) por meio da inversa do modelo da planta, considerando a estrutura apresentada na Figura (3.7), obtém-se:

$$G_{PC}(z^{-1}) = G_p^{-1}G_{pD} = \frac{1}{|G_p|} \begin{bmatrix} g_{22}g_{pD1} & -g_{12}g_{pD2} \\ -g_{21}g_{pD1} & g_{11}g_{pD2} \end{bmatrix}$$
(3.32)

A vantagem desta técnica está em que os elementos da matriz  $G_{PC}(z^{-1})$  não dependem do controlador. Conseqüentemente, os controladores podem ser sintonizados sem influir a matriz pré-compensador. Note também que os controladores podem ser trocados sem perda de desacoplamento. Apesar destas vantagens, esta técnica freqüentemente conduz a expressões da matriz  $G_{PC}(z^{-1})$  pouco práticas e de difícil realização.

Comparando a estrutura do sistema de controle desacoplado por meio do método generalizado de Luyben (1970), Figura (3.7), com a estrutura de Boksembom e Hood (1949), Figura (3.5), nota-se que o desacoplamento acontece entre as saída dos controladores e as saídas do modelo do processo e não entre a referência e a saída do modelo processo.

## 3.4.1.3 Desacoplador de Yamamoto e Shah

Yamamoto e Shah (1998) propuseram a estrutura do sistema de controle desacoplado ilustrada na Figura (3.8).



Figura 3.8: Representação da Estrutura do Sistema de Controle MIMO Desacoplada por Meio do Método de T. Yamamoto e S. L. Shah (1998)

O modelo discreto do processo está representado pela descrição de frações de matrizes  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  na estrutura CARIMA, onde,

>  $A(z^{-1})$  é definida como uma matriz polinomial diagonal, isto é,

$$A(z^{-1}) = diag\left\{ \begin{bmatrix} A_1(z^{-1}) & A_2(z^{-1}) & \dots & A_{nA}(z^{-1}) \end{bmatrix} \right\}$$
(3.33)

>  $B(z^{-1})$  é definida como uma matriz polinomial com todos seus elementos, ou seja,

$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} B_{11}(z^{-1}) & B_{12}(z^{-1}) & \dots & B_{1nB}(z^{-1}) \\ B_{21}(z^{-1}) & B_{2,2}(z^{-1}) & \dots & B_{2nB}(z^{-1}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{nB1}(z^{-1}) & B_{nB2}(z^{-1}) & \dots & B_{nBnB}(z^{-1}) \end{bmatrix}$$
(3.34)

>  $C(z^{-1})$  é definida como uma matriz polinomial diagonal, isto é,

$$C(z^{-1}) = diag\left\{ \begin{bmatrix} C_1(z^{-1}) & C_2(z^{-1}) & \dots & C_{nC}(z^{-1}) \end{bmatrix} \right\}$$
(3.35)

Os polinomiais  $A_i(z^{-1})$ ,  $B_{ii}(z^{-1})$  e  $C_i(z^{-1})$  estão definidos como:

$$A_{i}(z^{-1}) = 1 + a_{1}z^{-1} + a_{2}z^{-2} + \dots + a_{nA}z^{-nA}$$
(3.36)

$$B_{ij}(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nB} z^{-nB}$$
(3.37)

$$C_i(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{nC} z^{-nC}$$
(3.38)

Seja  $\mathbf{x}_d(z^{-1})$  uma matriz diagonal que contém os menores atrasos de transporte de cada linha da matriz interactor (esta definição garante a causalidade do sistema). Se algum atraso de transporte não e conhecido, define-se como igual à unidade.

$$\mathbf{x}_{d} = diag\left\{\mathbf{x}\left(z^{dmin_{i}}\right)\right\} = diag\left\{z^{-dmin_{1}} \quad z^{-dmin_{2}} \quad \dots \quad z^{-dmin_{i}}\right\}$$
(3.39)

Considere as seguintes suposições no modelo:

- 1. As matrizes  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  podem ser obtidas dos dados históricos de entradas e saídas do processo e estimadas para cada um dos parâmetros por meio de métodos de identificação;
- 2. As matrizes  $A(z^{-1}) \in C(z^{-1})$  são estáveis e;
- 3. A matriz  $B(1)^{-1}$  é assumida como não-singular.

Seja  $G_{PC}$  a matriz de ganhos estáticos (pré-compensador das interações) que essencialmente atua em interações de baixas freqüências, definida como:

$$G_{PC} = B^{-1}(1)A(1) = \begin{bmatrix} g_{PC11} & g_{PC12} & \cdots & g_{PC1n} \\ g_{PC21} & g_{PC22} & \cdots & g_{PC2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ g_{PCn1} & g_{PCn2} & \cdots & g_{PCnn} \end{bmatrix}$$
(3.40)

As matrizes polinomiais  $\overline{R}_i^{-1}(z^{-1})$ ,  $S_i(z^{-1})$  e  $T_i(z^{-1})$  são os parâmetros do controlador.

A relação entre os sinais de entrada e saída do pré-compensador é

$$u(k) = G_{PC}v(k) \tag{3.41}$$

A partir de tais considerações, obtém-se a seguinte representação da planta (já desacoplada):

$$A(z^{-1})y(k) = \mathbf{x}_d(z^{-1})B(z^{-1})G_{PC}v(k-1) + C(z^{-1})\Delta^{-1}e(k)$$
(3.42)

Considerando a representação do sistema quase ou aproximadamente desacoplada, o seguinte modelo monovariável pode ser obtido para cada elemento da diagonal:

$$A_i(z^{-1})y_i(k) = z^{-dmin_i}\overline{B}_i(z^{-1})v_i(k-1) + C_i(z^{-1})\Delta^{-1}e_i(k)$$
(3.43)

onde  $\overline{B}_i$  corresponde aos termos da diagonal do produto  $B(z^{-1})G_{PC}$ , assumindo que os termos fora da diagonal em regime permanente são zero ou aproximadamente zero.

## 3.4.1.4 Desacoplador Estático na Freqüência Ótima

Geralmente os pré-compensadores estáticos são projetados para eliminar a interação em regime permanente, sem a consideração do grau de condicionamento que tem o sistema do processo. Assim, nem sempre o desempenho dos sinais de saída e controle é adequado.

O comportamento das interações e o condicionamento do sistema, para atingir todos os objetivos do projeto de controle depois do desacoplamento, são dinâmicos. Conseqüentemente, é importante determinar o valor da freqüência na qual os níveis de interação são baixos e o condicionamento é adequado para projetar o pré-compensador estático.

Uma ferramenta prática que permite a adequada escolha da freqüência é a representação gráfica na freqüência, tanto da matriz de ganhos relativos RGA como do número condicionante  $g_{CMin}$ .

Na análise gráfica considerem-se os seguintes pontos de interesse:

 A freqüência de largura de banda (freqüência de corte *w*<sub>co</sub>) é uma boa escolha para a freqüência *w*<sub>o</sub> devido a que o efeito sobre o desempenho da redução de interações é normalmente alto nesta freqüência (Skogestad e Postlethwaite, 1996). No entanto, se os elementos da matriz RGA em freqüências próximas a freqüência *w*<sub>co</sub> são altos, existe uma alta sensitividade a entradas incertas na diagonal (Skogestad e Morari, 1987), conseqüentemente, neste caso deve evitar-se projetar o pré-compensador nesta freqüência;

Devido à largura de banda da uma indicação da velocidade de resposta do sistema de controle. Uma largura de banda elevada corresponde a uma resposta rápida. Em termos gerais pode-se dizer que a largura de banda é inversamente proporcional à velocidade de resposta. Para que o sistema siga com precisão entradas arbitrárias, é necessário que o sistema tenha uma elevada largura de banda. Entretanto, do ponto de vista do ruído, a largura de banda não deve ser grande (Ogata, 1980);

2. Um valor grande do número condicionante, g<sub>CMin</sub>, pode ser causado por um pequeno valor de, s<sub>Min</sub>(G<sub>p</sub>), e isto é em geral pouco desejável (no outro sentido, um alto valor de, s<sub>Max</sub>(G<sub>p</sub>), não é necessariamente um problema). O valor elevado do número condicionante g<sub>CMin</sub> implica que a matriz se encontra perto da singularidade, a controlabilidade é afetada, conseqüentemente pode ser que nem todos objetivos do projeto do controle sejam atingidos. Procura-se escolher uma freqüência na qual o número condicionante é baixo.

O pré-compensador projetado considerando a correta seleção da freqüência por meio desta técnica é denominado *pré-compensador estático de freqüência ótima* e tem um melhor desempenho comparado com o pré-compensador estático de regime permanente.

#### 3.4.2 Limitações na Implementação de Desacopladores

Algumas limitações na implementação de desacopladores, que devem ser consideradas no sentido de manter a perspectiva do projeto, são:

- <u>A dimensão e a ordem das funções de transferência do modelo</u>, incrementam a complexidade na implementação. Com o propósito de diminuir a dificuldade de implementação pode-se empregar pré-compensadores de regime permanente, de freqüência ótima ou por meio de pré-compensadores para o desacoplamento parcial. Freqüentemente uma destas técnicas é empregada mantendo um compromisso entre a complexidade e o desempenho do controlador em malha fechada;
- 2. <u>A inversa do modelo</u>,  $G_p^{-1}(z^{-1})$  deve ser causal e estável, para poder implementar o desacoplamento dinâmico / regime permanente, isto é,
  - a. <u>Causalidade</u>: No sentido de assegurar a causalidade nas funções de transferência do pré-compensador  $G_{PC}(z^{-1})$  é necessário que a estrutura dos atrasos de transporte em  $G_p(z^{-1})$  seja tal que os atrasos de transporte na diagonal sejam menores aos atrasos de transporte dos seus correspondentes elementos de fila;
  - b. <u>Estabilidade</u>: No sentido de assegurar a estabilidade das funções de transferência do pré-compensador, é necessário que a condição anterior seja satisfeita e que não existam zeros fora do círculo unitário para o modelo do processo  $G_p(z^{-1})$ ;

Isto é um requerimento absoluto para o *desacoplamento simplificado*, o condicionamento se reduz a não existência de zeros fora do círculo unitário nos elementos da diagonal de  $G_p(z^{-1})$  e que todos os elementos da diagonal de  $G_p(z^{-1})$  sejam estáveis.

Para o *desacoplamento generalizado* isto pode ser obtido ajustando a dinâmica de  $G_{pD}(z^{-1})$  no sentido que os elementos de  $G_{PC}(z^{-1}) = G_p^{-1}(z^{-1})G_{pD}(z^{-1})$  sejam estáveis;

3. <u>Operar uma malha em modo manual</u>, entretanto a outra malha continua em modo automático, mantendo o desacoplamento, ocasionalmente pode ser necessário (por exemplo por manutenção). Com o desacoplamento dinâmico tanto simplificado como generalizado isto não é possível (os elementos do pré-compensador não são estáticos), entretanto, com o desacoplamento de regime permanente pode chegar a se manter o desacoplamento.

## 3.5 Projeto do Controlador GMV Monovariável

No projeto do controlador GMV monovariável na estrutura incremental, para processos com atrasos de transporte, procura-se obter um sinal  $u_i(k)$  que minimize a seguinte função custo:

$$J_{GMVi} = \left\{ \left\| \vec{P}_{i} y_{i}(k+\hat{d}) - \vec{W}_{i} y_{i}(k) \right\|^{2} + \left\| \vec{Q}_{i}^{\prime} \Delta u_{i}(k) \right\|^{2} \right\}$$
(3.44)

Para que a minimização seja possível em relação a  $\Delta u_i(k)$ , inicialmente é preciso relacionar cada saída controlada  $y_i(k)$  com cada entrada manipulada  $\Delta u_i(k)$ . Neste sentido, considera-se o modelo discreto para o sistema controlado na estrutura do CARIMA:

$$A_i(z^{-1})y_i(k) = z^{-\hat{d}_i}\overline{B}_i(z^{-1})v_i(k) + C_i(z^{-1})\Delta^{-1}e_i(k)$$
(3.45)

onde  $\hat{d}_i = 1 + dmin_i$  são os atrasos de transporte do processo, expressados como múltiplos inteiros do período de amostragem  $T_s$  e o operador incremental é igual a:  $\Delta = (1 - z^{-1})$ . O termo  $e_i(k)$  representa as perturbações que se manifestam como uma seqüência escalar de funções de magnitude aleatória sucedidas em intervalos aleatórios. Isto é uma representação mais representativa das perturbações num processo real.

Observa-se que a função custo, envolve um termo no futuro, que não se encontra disponível no instante tempo atual. Assim, para que a minimização seja executada realiza-se uma estimativa factível do termo  $y_i(k+\hat{d})$  por meio da seguinte identidade polinomial:

$$C_i(z^{-1}) = F_i(z^{-1})A_i(z^{-1})\Delta + z^{-d_i}G_i(z^{-1})$$
(3.46)

onde  $F_i(z^{-1})$  e  $G_i(z^{-1})$  são funções polinomiais em  $z^{-1}$ , definidas como:

$$F_i(z^{-1}) = f_{oi} + f_{1i}z^{-1} + f_{2i}z^{-2} + \dots + f_{nfi}z^{-nfi}, \ nf_i = dmin_i$$
(3.47)

$$G_i(z^{-1}) = g_{oi} + g_{1i}z^{-1} + g_{2i}z^{-2} + \dots + g_{ngi}z^{-ngi}, \ ngi = nai$$
(3.48)

Com estas considerações, através de operações e substituições matemáticas, podese obter a saída estimada  $y_i(k + \hat{d})$  em função dos termos disponíveis no instante de tempo atual (o termo  $z^{-1}$  foi omitido por questão de simplicidade), isto é,

$$y_i(k+\hat{d}) = \underbrace{G_i C_i}_{L_i} y_i(k) + \underbrace{F_i C_i^{-1} B_i}_{N_i} \Delta u_i(k)$$
(3.49)

Substituindo o sinal obtido e minimizando a função custo, com  $C_i(z^{-1}) = 1$ , assumindo  $\vec{Q}_i = \frac{q_{oi}\vec{Q}'_i}{n_{oi}}$ , obtém-se o sinal de controle  $u_i(k)$  que minimiza a função custo:

$$\Delta u_i(k) = \frac{\overline{W_i} yr_i(k) - \overline{P_i} L_i y_i(k) - \overline{P_i} \tilde{N}_i \Delta u_i(k)}{p_{oi} n_{oi} + q_{oi}}$$
(3.50)

Pode-se observar que a lei de controle é dependente dos parâmetros do projeto  $N_i(z^{-1})$  e  $L_i(z^{-1})$ , que correspondem as funções polinomiais em  $z^{-1}$  definidas como:

$$N_i(z^{-1}) = n_{oi} + n_{1i}z^{-1} + n_{2i}z^{-2} + \dots + n_{nni}z^{-nni}, \ nni = nfi + nbi$$
(3.51)

$$L_{i}(z^{-1}) = l_{oi} + l_{1i}z^{-1} + l_{2i}z^{-2} + \dots + l_{nli}z^{-nli}, \ nli = ngi$$
(3.52)

## 3.5.1 Efeito das Restrições do Controlador

É importante avaliar se nenhuma ou alguma das entradas alcança uma restrição durante a operação normal do sistema de controle em malha fechada. Se os ganhos do controlador são tais que nenhuma das restrições é ativada, então o controle desacoplado não é afetado por estas restrições. Logo, se uma das entradas é alcançada por uma restrição, o controle do sistema não pode enviar a combinação das ações de controle requeridas para atingir o desacoplamento, o que resulta numa resposta estremadamente pobre (ou mesmo instável).

## 3.6 Conclusões

Neste capítulo, apresentou-se um conjunto de métodos para a análise e projeto dos sistemas de controle multivariável descentralizados.

Em termos da análise, estudou-se a natureza e a influência da interação no controle dos sistemas MIMO. Também se apresentaram algumas ferramentas para a avaliação da controlabilidade, sensitividade frente a incertezas no modelo, grau de interação nas variáveis do processo e condicionamento dos sistemas multivariáveis.

Em termos do projeto, apresentaram-se os fundamentos teóricos necessários para projetar pré-compensadores estáticos tanto de regime permanente como avaliados numa freqüência ótima. As estruturas dos sistemas de controle multivariável descentralizadas de Boksenborm e Hood (1949), Zalkind (1967) e Luyben (1970) nas formas simplificada e generalizada e a estrutura de Yamamoto e Shah (1998) foram estudadas, junto com as limitações na aplicação de desacopladores.

Finalmente, foi desenvolvido o projeto do controlador GMV monovariável na estrutura incremental para o controle das múltiplas malhas desacopladas.

Com base nas análises realizadas pode-se concluir que:

- 1. Um processo multivariável tem interação quando uma entrada manipulável do processo afeta mais de uma variável de saída controlável;
- A transmissão da interação existe quando uma mudança na referência do controlador afeta a variável controlada através de um caminho que inclui outra variável controlada e um outro controlador;
- A transmissão da interação pode afetar o comportamento do sistema multivariável:

   (a) Dependendo das mudanças desejadas nas variáveis controláveis, pode fazer aumentar ou diminuir substancialmente os ajustes requeridos nas variáveis manipuladas;
   (b) pode influenciar a sensibilidade do sistema frente a erros de

modelagem e incertezas; (c) pode influenciar a estabilidade do sistema, o desempenho e o próprio ajuste do controlador;

 A Tabela 3.1 apresenta um resumo das ferramentas para a análise dos sistemas multivariáveis. Estes indicadores são práticos, simples e utilizam uma informação limitada.

Ferramenta de Análise	Característica
A inversa da matriz $K^{-1}$	Controlabilidade
Determinante da matriz $ K $	Sensibilidade do modelo frente a erros de modelagem
Matriz de ganhos relativa (RGA)	Grau de interação das variáveis
Valores singulares $\boldsymbol{s}_i$	Proximidade que tem uma matriz da singularidade
Índice de Resiliência de Morari (MRI)	Grau de controlabilidade
Número condicionante $g_c$	Condicionamento do sistema

Tabela 3.1: Ferramentas de Análise de Sistemas Multivariáveis

- 5. A possibilidade do desacoplamento encontra-se diretamente relacionada com o condicionamento da matriz de ganhos do processo. O desacoplamento é somente possível no grau que o processo encontra-se adequadamente condicionado, é praticamente impossível atingir o desacoplamento num processo pobremente condicionado;
- 6. O sistema desacoplado pode ser muito sensível a erros de modelagem e incertezas no modelo;
- 7. Nos sistemas altamente acoplados uma mudança nas entradas manipuláveis produz severos efeitos nas saídas controláveis, fazendo irrealizável o projeto do controle descentralizado. Nestes casos é aconselhável projetar o sistema de controle centralizado que considera o conjunto global das características MIMO, para obter significantes melhoras na estabilidade e no desempenho do processo;

- 8. Se a planta tem zeros no semi-plano RHP o desacoplamento geralmente adiciona zeros RHP no sistema de malha fechada;
- O desempenho dos pré-compensadores estáticos avaliados numa freqüência ótima é consideravelmente superior ao desempenho dos pré-compensadores de regime permanente;
- 10. Na Tabela 3.2, apresentam-se às vantagens e desvantagens encontradas ao nível do projeto dos pré-compensadores estudados.

Caractorísticas dos Mótodos do	Métodos de Desacoplamento de Sistemas Multivariáveis						
Desaconlamento	Boksenbom e	Zalkind, (1967)	e Luyben, (1970)	Yamamoto e			
Desacopiamento.	Hood (1949)	Simplificado	Generalizado	Shah (1998)			
Quando uma malha se encontra	A dinâmica da	A dinâmica da	A dinâmica da	A dinâmica da			
em modo manual a dinâmica da	outra malha	outra malha	outra malha	outra malha			
outra malha não muda ?	muda	muda	muda	não muda			
Os elementos do pré-compensador			<i>a</i> .				
$G_{\scriptscriptstyle PC}(z^{^{-1}})$ , não tem a soma de	Não tem a soma	Não tem a soma	Sim tem a soma	Não tem a soma			
funções de transferência ?							
A função de transferência do							
modelos desacoplado	Sim	Sim	Não	Não			
$G_{_{pD}}(z^{^{-1}})$ não tem a soma das	tem a soma	tem a soma	tem a soma	tem a soma			
funções de transferência ?							
Quando as malhas são ativadas de							
manual a automático, a	Inicialização	Inicialização	Inicialização	Inicialização			
inicialização do sistema de	complexa	complexa	complexa	simples			
desacoplamento é simples ?							
O custo do desacoplamento se encontra refletido no incremento da multiplicidade de zeros no infinito e de fase não-mínima, pelo cancelamento inexato ?	Sim se encontra refletido	Sim se encontra refletido	Sim se encontra refletido	Não se encontra refletido			
O atraso de transporte diminui o desempenho e pode desestabilizar o sistema ?	Diminui Bastante	Diminui	Diminui	Diminui			
O sistema emprega um pré-compensador de iterações independente do controlador ?	Pré- compensador dependente do controlador	Pré- compensador independente do controlador	Pré- compensador independente do controlador	Pré- compensador independente do controlador			
Existe complexidade no cálculo dos parâmetros polinomiais necessários no projeto do controlador GMV monovariável ?	Complexo	Mediana Complexidade	Grande Complexidade	Pouca Complexidade			

Tabela 3.2: Vantagens e Desvantagens dos Métodos de Desacoplamento

# **Capítulo 4**

# Implementação dos Controladores em Modelos Lineares Multivariáveis

## **Resumo do Capítulo**

O capítulo está estruturado em quatro seções. Nas três primeiras seções apresenta-se uma análise comparativa dos resultados da implementação das estruturas de controle multivariável (centralizadas e descentralizadas), em três modelos de processos com diferente matriz interactor. Na seção (4.1) apresenta-se o Caso I, modelo com matriz interactor diagonal/igual. Na seção (4.2) apresenta-se o Caso II, modelo com matriz interactor diagonal/diferente, e na seção (4.3) apresenta-se o Caso III, modelo com matriz interactor geral. Finalmente, as conclusões do capítulo são apresentadas na seção (4.4).

As estruturas de controle MIMO centralizadas implementadas são: (a) GMV estrutura posicional; (b) GMV estrutura incremental; (c) GMV estrutura PID e (d) PID. Uma análise do condicionamento do modelo é apresentada, antes da implementação das estruturas de controle MIMO descentralizadas de Zalkind e Luyben simplificado e Yamamoto e Shah.

O desempenho dos controladores é avaliado frente à variação dos parâmetros de controle, perturbações de carga e mudanças na referência, por meio dos indicadores analíticos: integral do erro absoluto, erro máximo, variância da saída, variância do controle e média do controle.

# 4.1 Caso I – Processos com x(z) Diagonal/Igual

## 4.1.1 Estruturas de Controle MIMO Centralizadas

# 4.1.1.1 Modelo Linear do Processo Acoplado

Modelo Discreto:

$$\begin{split} g_{11}(z^{-1}) &= \left[ \frac{0.169 + 0.0984z^{-1} + 0.0459z^{-2} - 0.0033z^{-3}}{1 + 1.325z^{-1} + 1.0286z^{-2} + 0.3915z^{-3} + 0.0867z^{-4}} \right] z^{-1} \\ g_{12}(z^{-1}) &= \left[ \frac{1.565 + 1.0385z^{-1} + 0.5070z^{-2} + 0.0091z^{-3}}{1 + 1.325z^{-1} + 1.0286z^{-2} + 0.3915z^{-3} + 0.0867z^{-4}} \right] z^{-1} \\ g_{21}(z^{-1}) &= \left[ \frac{0.087 + 0.1032z^{-1} + 0.0541z^{-2} + 0.0122z^{-3}}{1 + 1.325z^{-1} + 1.0286z^{-2} + 0.3915z^{-3} + 0.0867z^{-4}} \right] z^{-1} \\ g_{22}(z^{-1}) &= \left[ \frac{0.016 + 0.0389z^{-1} + 0.0235z^{-2} + 0.0078z^{-3}}{1 + 1.325z^{-1} + 1.0286z^{-2} + 0.3915z^{-3} + 0.0867z^{-4}} \right] z^{-1} \end{split}$$

#### Modelo em Espaço de Estados Discreto:

	0.0867	-1.5228	-0.8152	-0.8913	0	0	0	0		1.0000	0 ]
	8.0000	1.0000	0	0	0	0	0	0		0	0
	0	2.0000	1.0000	0	0	0	0	0		0	0
4 -	0	0	2.0000	1.0000	0	0	0	0	· p _	-1.7188	0
Assd -	0	0	0	0	0.0867	-1.5228	-0.4076	-0.8913	, <sup>D</sup> ssd –	0	2.0000
	0	0	0	0	8.0000	1.0000	0	0		0	0
	0	0	0	0	0	4.0000	1.0000	0		0	0
	0	0	0	0	0	0	1.0000	1.0000		0	-3.4376

 $C_{ssd} = \begin{bmatrix} 0.3935 & 0.1136 & 0.1587 & 0.0721 & 1.5972 & 0.5160 & 0.3381 & 0.3628 \\ 0.0319 & 0.0479 & 0.0385 & 0.0597 & -0.0265 & 0.0030 & -0.0023 & 0.0100 \end{bmatrix}; D_{ssd} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 

#### Frações Matriciais do Modelo (MDF):

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1+0.68z^{-1}+0.278z^{-2} & 0\\ 0 & 1+0.645z^{-1}+0.321z^{-2} \end{bmatrix}$$
$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.169-0.0106z^{-1} & 1.565+0.0291z^{-1}\\ 0.087+0.044z^{-1} & 0.016+0.028z^{-1} \end{bmatrix} z^{-1}$$

## 4.1.1.2 Atraso de Transporte Multivariável

Observa-se que o  $det(G_p(z^{-1}))$  é diferente de zero, conseqüentemente está assegurada a controlabilidade e a existência da matriz  $\mathbf{x}(z)$  como em Wolovich e Falb (1976).

Calculando o elemento  $x_1$  da linha 1 da matriz interactor, tem-se,

$$\lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z)_{1} G_{p}(z^{-1}) = \mathbf{t}_{1}$$

$$\lim_{z^{-1} \to 0} \begin{bmatrix} z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11}(z^{-1}) & G_{12}(z^{-1}) \\ G_{21}(z^{-1}) & G_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.169 & 1.565 \end{bmatrix} = \mathbf{x}_{1}$$

Calculando o elemento  $\boldsymbol{x}_2$  da linha 2 da matriz interactor, tem-se,

$$\lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z)_2 G_p(z^{-1}) = \mathbf{t}_2$$

$$\lim_{z^{-1} \to 0} \begin{bmatrix} 0 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11}(z^{-1}) & G_{12}(z^{-1}) \\ G_{21}(z^{-1}) & G_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.087 & 0.016 \end{bmatrix} = \mathbf{x}_2$$

$$\mathbf{t}_2 = \mathbf{a}_1^1 \mathbf{x}_1$$

Observa-se que  $a_1^1$  não existe e que  $x_1$  é linearmente independente de  $t_2$ , conseqüentemente a matriz interactor tem a seguinte estrutura diagonal/igual,

$$\mathbf{x}(z) = \begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix}$$

Pode-se verificar a existência do  $det(K) \neq 0$ , então,

$$K = \lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z) G(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.169 & 1.565 \\ 0.087 & 0.016 \end{bmatrix} \qquad det(K) = -0.1335 \neq 0.$$

## 4.1.1.3 Resultados de Simulação

Os resultados de simulação confirmam as análises teóricas e matemáticas realizadas sobre os controladores apresentados no capítulo 2, e são apresentados em conformidade com:

#### 1. Comportamento do sistema frente à ponderação de parâmetros de sintonia

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle: (a) GMV-P, ilustram-se nas Figuras (4.1) à (4.4); (b) GMV-I, ilustram-se nas Figuras (4.5) à (4.8); (c) GMV-PID, ilustram-se nas Figuras (4.9) à (4.12), e (d) PID, ilustram-se nas Figuras (4.13) à (4.16). As Tabelas (4.1) à (4.4) apresentam os índices analíticos do desempenho de cada controlador. Observa-se que os parâmetros de ponderação  $\vec{P}(z^{-1})$ ,  $\vec{W}(z^{-1})$ ,  $\vec{Q}(z^{-1})$ ,  $\vec{V}(z^{-1})$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon \in \Upsilon$ , determinam o comportamento dinâmico do processo.

#### 2. Comportamento do sistema frente a perturbações de carga

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle ilustram-se nas Figuras (4.17) à (4.20). As saídas foram submetidas a uma perturbação igual ao 20% do seu valor em regime no intervalo de amostragem da amostra 200 à amostra 400. A Tabela (4.5) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador. Observa-se que os controladores GMV-I e GMV-PID têm um bom desempenho no controle do processo, diferente dos controladores GMV-P e PID.

#### 3. Comportamento do sistema frente a mudanças na referência

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle ilustram-se nas Figuras (4.21) à (4.24). Os sinais de referência são ondas quadradas assíncronas de amplitudes e períodos diferentes. A Tabela (4.6) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador. Observa-se que os controladores GMV-P e GMV-I têm um bom desempenho no controle do processo, diferentemente dos controladores GMV-PID e PID onde a resposta do controle encontra-se influenciada pela interação entre as malhas.



Figura 4.1: GMV-P ( $\vec{Q} = 0.01 \text{ I}(1 - z^{-1})$ )



Figura 4.3: GMV-P ( $\vec{Q} = I(1 - z^{-1})$ )



Figura 4.4: GMV-P ( $\vec{Q} = 10 \text{ I}(1 - z^{-1})$ )

Tabela No 4.1: Desempenho do Controlador GMV-P frente à Variação da Ponderação de Controle

Ponderação	Figur	ra 4.2	Figu	ra 4.3	Figu	ra 4.4	Figur	ra 4.5
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	0.4583	0.7904	0.4471	3.0644	5.8166	345.6433	75.7520	1153.9
$MAE_{i} = max\left\{\left yr_{i}\left(k\right) - y_{i}\left(k\right)\right \right\}$	0.1845	0.3963	0.1784	0.7727	0.2912	1.9474	0.9670	1.9987
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0001	0.0000
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	0.0000	0.0000	0.0007	0.0000	0.1007	0.0010	0.0002	0.0000
$\overline{u}_{i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_{i}(k) \right]$	30.6148	-1.8145	30.5589	-1.8090	21.6504	-0.9139	0.6122	1.0419





Figura 4.7: (GMV-I  $\vec{Q}$  =I)





Figura 4.8: GMV-I ( $\vec{Q} = 10$  I)

Amostras

Tabela No 4.2: Desempenho do Controlador GMV-I frente à Variação da Ponderação de Controle

Ponderação	Figu	ra 4.6	Figu	ra 4.7	Figu	ra 4.8	Figu	ra 4.9
Índices	$y_{l}(k)$	$y_2(k)$	$y_{l}(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_{l}(k)$	$y_2(k)$
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	0.4583	0.7904	0.4471	3.0644	5.8166	345.6433	75.7520	1153.9
$MAE_{i} = max\left\{\left yr_{i}\left(k\right) - y_{i}\left(k\right)\right \right\}$	0.1845	0.3963	0.1784	0.7727	0.2912	1.9474	0.9670	1.9987
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0001	0.0000
$E\{u_{i}(k)^{2}\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	0.0000	0.0000	0.0007	0.0000	0.1007	0.0010	0.0002	0.0000
$\overline{u_i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_i(k) \right]$	30.6148	-1.8145	30.5589	-1.8090	21.6504	-0.9139	0.6122	1.0419







Figura 4.10: GMV-PID ( $\vec{v} = [-0.1 \ 0; 0 \ 5]$ )



Figura 4.11: GMV-PID ( $\vec{v} = [-5\ 0;0\ 100]$ )Figura 4.12: GMV-PID ( $\vec{v} = [-0.07\ 0;\ 0\ 100]$ )Tabela No 4.3: Desempenho do Controlador GMV-PID frente à Variação da Ponderação de Controle

Ponderação	Figur	a 4.10	Figur	a 4.11	Figur	a 4.12	Figura	a 4.13
Índices	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_l(k)$	$y_2(k)$
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	387.0602	107.8073	1.9238	5.5561	166.1692	211.6719	17.5953	180.1428
$MAE_{i} = max\left\{\left yr_{i}\left(k\right) - y_{i}\left(k\right)\right \right\}$	6.5930	1.7711	0.7725	1.0667	0.9996	1.9700	1.9139	1.7145
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.0031	0.0002	0.0000	0.0000	0.0002	0.0005	0.0000	0.0002
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	0.0526	0.0047	0.0015	0.0000	0.1163	0.0003	0.0358	0.0003
$\overline{u}_{i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_{i}(k) \right]$	30.7458	-1.8787	30.5007	-1.8058	25.9727	-1.6801	25.9659	-1.3544





Figura 4.15: PID (d = 0.1 e = 0.01)



Figura 4.16: PID (*d* = 1.5 *e* = 0.1)

Tabela No 4.4: Desempenho do Controlador PID frente à Variação da Ponderação de Controle

Ponderação Y - I	Figura	a 4.14	Figur	a 4.15	Figur	a 4.16	Figur	a 4.17
Índices	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	5.9255	16.5974	20.7941	11.0375	225.1690	160.9049	125.4477	247.4867
$MAE_{i} = max\left\{\left yr_{i}\left(k\right) - y_{i}\left(k\right)\right \right\}$	0.6450	1.9948	0.9493	1.4293	0.9949	1.9429	0.9128	1.7061
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0001	0.0004
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	0.0043	0.0001	0.0045	0.0000	0.0747	0.0002	0.0823	0.0013
$\overline{u}_{i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_{i}(k) \right]$	30.6247	-1.8158	30.3781	-1.8327	26.6285	-1.8814	30.2325	-1.8193

## DESEMPENHO DOS CONTROLADORES FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA



Figura 4.17: GMV-P ( $\vec{Q} = 0.01 \text{ I}(1 - z^{-1})$ )



Figura 4.19: GMV-PID (*v* = [-0.1 0;0 5])



Figura 4.20: PID (*d* =0.1; *e* =0.1)

Amostras

Tabela No 4.5: Desempenho dos Controladores MIMO Centralizados frente á Perturbação de Carga

	Figura 4.18		Figura 4.19		Figura 4.20		Figura 4.21	
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	13.6642	30.0134	1.0809	2.0578	3.1350	7.4617	25.6250	14.3609
$MAE_{i} = max\{ yr_{i}(k) - y_{i}(k) \}$	0.2000	0.4000	0.2000	0.4000	0.7725	1.0667	0.9493	1.4293
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	0.0004	0.0000	0.0036	0.0000	0.0046	0.0000	0.0071	0.0000
$\overline{u_i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_i(k) \right]$	30.2985	-1.7988	29.5642	-1.7524	29.4501	-1.7438	29.3274	-1.7706

400

600

600

## DESEMPENHO DOS CONTROLADORES FRENTE A MUDANÇAS NA REFERÊNCIA





Controle u1(k)

Figura 4.23: GMV-PID ( $\vec{v} = [-0.1 \ 0; 0 \ 5]$ )







Tabela No 4.6: Desempenho dos Controladores MIMO Centralizados frente á Mudanças na Referência

	Figura 4.22		Figura 4.23		Figura 4.24		Figura 4.25	
Índices	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_l(k)$	$y_2(k)$
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	5.8341	5.6390	6.3345	6.9019	21.8054	56.9178	76.3815	30.7613
$MAE_{i} = max\{ yr_{i}(k) - y_{i}(k) \}$	2.0000	4.0000	2.2000	4.0000	2.0000	4.0124	2.0000	3.9999
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.0030	0.0133	0.0030	0.0133	0.0032	0.0119	0.0021	0.0127
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	3.2007	0.0360	3.2109	0.0377	2.8731	0.0330	3.0410	0.0297
$\overline{u}_{i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_{i}(k) \right]$	0.3770	-0.4397	2.5155	-0.7360	1.6742	-0.5421	1.6209	-0.5047

## 4.1.2 Estruturas de Controle MIMO Descentralizadas

A Figura (4.25) ilustra a influência do acoplamento cruzado entre as entradas  $u_i$  e as saídas  $y_j$  no processo multivariável com matriz interactor diagonal igual.



Figura 4.25: Caso I. Resposta do Sistema Acoplado em Malha Aberta frente a Mudanças na Referência

Observa-se que o acoplamento cruzado de  $u_2 \rightarrow y_1$  é maior ao acoplamento  $u_1 \rightarrow y_2$ . Assim, o sinal de saída  $y_1$  é mais afetado na mudança da referência do sinal  $y_2$ .

## 4.1.2.1 Modelo Linear do Processo Desacoplado

A seguir, apresentam-se os modelos desacoplados do processo junto com os pré-compensadores estáticos de regime permanente de Zalkind e Luyben estrutura simplificada e de Yamamoto e Shah que permitiram compensar o efeito indireto das interações:

1. Pré-compensador de Zalkind e Luyben Simplificado:

$$g_{PC1}(z^{-1}) = -\frac{g_{12}(z^{-1})}{g_{11}(z^{-1})} = -\frac{1.565 + 1.0385z^{-1} + 0.5070z^{-2} \cdot 0.0091z^{-3}}{0.169 + 0.0984z^{-1} + 0.0459z^{-2} \cdot 0.0033z^{-3}}$$

$$g_{PC2}(z^{-1}) = -\frac{g_{21}(z^{-1})}{g_{22}(z^{-1})} = -\frac{0.087 + 0.1032z^{-1} + 0.0541z^{-2} + 0.0122z^{-3}}{0.016 + 0.0389z^{-1} + 0.0235z^{-2} + 0.0078z^{-3}}$$

Modelo do Processo Desacoplado:

$$\begin{split} G_{pD1}(z^{-1}) &= \left[\frac{0.7440 - 2.0822z^{-1} + 1.9422z^{-2} - 0.6038z^{-3} - 0.3906z^{-6} + 1.0966z^{-7} - 1.0263z^{-8} + 0.3202z^{-9}}{1 - 3.7406z^{-1} + 5.2466z^{-2} - 3.2703z^{-3} + 0.7644z^{-4}}\right]z^{-2} \\ G_{pD2}(z^{-1}) &= \left[\frac{-1.3020 + 3.6556z^{-1} - 3.4207z^{-2} + 1.0668z^{-3} + 0.6835z^{-6} - 1.9252z^{-7} + 1.8076z^{-8} - 0.5657z^{-9}}{1 - 3.7406z^{-1} + 5.2466z^{-2} - 3.2703z^{-3} + 0.7644z^{-4}}\right]z^{-4} \end{split}$$

2. Pré-compensador de Yamamoto:

$$G_{PC} = B(1)^{-1}A(1) = \begin{bmatrix} -0.4268 & 15.4863\\ 1.2707 & -1.5388 \end{bmatrix}$$

Modelo do Processo Desacoplado:

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1+0.68z^{-1}+0.278z^{-2} & 0\\ 0 & 1+0.645z^{-1}+0.321z^{-2} \end{bmatrix}$$
$$\overline{B}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1.9165+0.0415z^{-1} & 0\\ 0 & 1.3227+0.6383z^{-1} \end{bmatrix} z^{-1}; \quad \mathbf{x}_{d}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} z^{-1} & 0\\ 0 & z^{-1} \end{bmatrix}$$

#### 4.1.2.2 Resultados de Simulação

Os resultados de simulação confirmam as análises teóricas e matemáticas realizadas sobre os controladores apresentados no capítulo 3, e são apresentados em conformidade com:

#### 1. Análise das propriedades de controlabilidade inerentes ao Caso I

Os resultados do comportamento dos indicadores |K|, RGA(K), s(K) e  $g_{Min}(K)$  no domínio da freqüência ilustram-se nas Figuras (4.26) à (4.29). A Tabela (4.7) apresenta os resultados analíticos nas seguintes freqüências: (a) zero ou de regime permanente; (b) do menor número condicionante, e (c) do maior MRI.

Observa-se que na freqüência zero ou próxima do zero: (a) os elementos fora da diagonal da matriz RGA encontram-se próximos da unidade; (b) o valor MRI é o maior dos registrados; (c) o número condicionante é o menor dos registrados, embora (d) o valor do determinante não é o mais alto.

Analisando a significância da matriz RGA na freqüência zero de acordo com as características dos valores pode se dizer que: (a) nos elementos negativos da diagonal as malhas interagem e o efeito de regulação das outras malhas não somente se encontra em oposição ao principal efeito de  $u_j$  com  $y_i$ , mas também é o mais dominante dos efeitos. A abertura das outras malhas pode causar instabilidade, e (b) nos elementos positivos próximos da unidade e fora da diagonal indicam que os sinais de controle das outras malhas variam afetando o valor da saída  $y_i$ , o valor da interação é maior se o ganho relativo encontra-se próximo de zero.

Já que a relação de autovalores é pequena existe uma boa possibilidade de que a dificuldade no controle do sistema desacoplado não seja considerável, o valor MRI e o número condicionante revelaram que o processo é mais controlável e melhor condicionado na freqüência zero ou próximo de zero para este processo.

#### 2. Comportamento do sistema frente a perturbações de carga

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle: Zalkind e Luyben (Z-L) Simplificado e Yamamoto e Shah (Y-S), ilustram-se nas Figuras (4.30) e (4.31), respectivamente. A Tabela (4.8) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador.

Observa-se que a maior média de esforço controle para a saída  $y_1(k)$  foi registrada com controlador Y-S e para a saída  $y_2(k)$  foi registrada com controlador Z-L, este último também apresentou os maiores valores de IAE nas duas saídas. As estruturas de controle descentralizado para este caso (matriz interactor diagonal/igual) apresentam uma média de esforço de controle menor à registrada com a resposta do controlador centralizado GMV-I ilustrada na Figura (4.18).

#### 3. Comportamento do sistema frente a mudanças na referência

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle: Z-L Simplificado e Y-S, ilustram-se nas Figuras (4.32) e (4.33), respectivamente. A Tabela (4.8) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador.

Observa-se que ambos controladores Z-L e Y-S, tem um bom desempenho e compensam adequadamente o efeito da interação entre as malhas embora o controlador Z-L tenha registrado o maior IAE. As estruturas de controle descentralizado registraram as menores médias de esforço de controle, em comparação com a resposta do controlador centralizado GMV-I ilustrada na Figura (4.22).



Figura 4.28: Valores Singulares  $\boldsymbol{s}(K(jw))$ 

#### **INDICADORES DO CONDICIONAMENTO DO SISTEMA**



Figura 4.27: Matriz de Ganhos Relativos RGA(K(jw))



Figura 4.29: Número Condicionante  $g_{Min}(K(jw))$ 

Tabela No 4.7: Indicadores das Propriedades de Controlabilidade Inerentes do Processo Caso I

in	$\mathbf{V}(in)$	V(in)	$\mathbf{PCA}(\mathbf{V}(inv))$	$\boldsymbol{s}(K)$	( <i>jw</i> ))	$\sigma$ ( $V(iw)$ )	$\boldsymbol{l}(K(jw))$	
JW	$\mathbf{K}(\mathbf{j}\mathbf{W})$	$[\mathbf{K}(fw)]$	AOA(K(JW))	Max	MRI	$g_{Min}(\mathbf{\Lambda}(JW))$	Max	Min
0.000	$\begin{bmatrix} 0.0809 & 0.8141 \\ 0.0668 & 0.0224 \end{bmatrix}$	-0.0526	$\begin{bmatrix} -0.0345 & 1.0345 \\ 1.0345 & -0.0345 \end{bmatrix}$	0.8187	0.0642	12.7487	0.2867	-0.1834
0.101	0.0809         0.8146           0.0669         0.0225	-0.0527	-0.0345         1.0345           1.0345         -0.0345	0.8191	0.0643	12.7315	0.2870	-0.1836
0.001	0.0809         0.8146           0.0669         0.0225	-0.0527	$\begin{bmatrix} -0.0345 & 1.0345 \\ 1.0345 & -0.0345 \end{bmatrix}$	0.8191	0.0643	12.7315	0.2870	-0.1836

#### DESEMPENHO FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA E MUDANÇAS NA REFERÊNCIA



Figura 4.30: Z-L Simplificado ( $\vec{Q}_1 = \vec{Q}_2 = 0.01$ )



Figura 4.32: Z-L Simplificado ( $\vec{Q}_1 = \vec{Q}_2 = 0.01$ )



Figura 4.33: Y-S ( $\vec{Q}_1 = \vec{Q}_2 = 0.01$ )

Tabela No 4.8: Desempenho das Estruturas de Controle Multivariável Descentralizadas

Lei de Controle	Perturbação de Carga				Seguimento de Referência				
GMV-I	Zalkind	Zalkind-Luyben		Yamamoto-Shah		Zalkind-Luyben		Yamamoto-Shah	
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	1.5847	1.5513	0.5484	1.1289	14.1737	20.1225	9.5000	10.6807	
$MAE_{i} = max\{ yr_{i}(k) - y_{i}(k) \}$	0.5515	0.4000	0.2000	0.4000	2.0003	4.0000	2.0000	4.0000	
$E\left\{y_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}(k) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0015	0.0067	0.0015	0.0067	
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0158	0.0015	0.0067	
$\overline{u}_{i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_{i}(k) \right]$	-0.4244	-3.0144	0.9318	1.8638	-0.1370	0.0401	0.3285	-0.0110	

# **4.2** Caso II – Processos com x(z) Diagonal/Diferente

## 4.2.1 Descrição do Processo

Diversas unidades de operação na indústria de processos são sistemas multivariáveis, devido a que muitas malhas de controle são requeridas para manter as condições de produção. As colunas de destilação, (Figura (4.34)), são unidades de separação comumente empregadas na indústria química e nas refinarias para alcançar a purificação de um produto contido numa mistura.



Figura 4.34: Colunas de Destilação

A separação dos produtos baseia-se nas diferenças de volatilidade. A mistura no interior da coluna de destilação encontra-se distribuída em duas fases, uma fase de vapor ascendente e uma fase líquida descendente. A fase vapor entra em contato com a fase líquida ao longo da coluna gerando-se uma transferência de massa do líquido para o vapor e vice-versa. O líquido e o vapor, contêm os mesmos componentes em quantidades relativas diferentes. O líquido está no seu ponto de bolha e o vapor em equilíbrio, no seu ponto de orvalho. Existe transferência simultânea de massa do líquido pela vaporização, e do vapor pela condensação. O efeito final e o aumento da concentração do componente mais volátil no vapor e do componente menos volátil no líquido (Foust, *et al.*, 1982).

Na destilação a separação desejada é função de fatores tais como: (a) condições de alimentação; (b) condições do fluxo do fluido interno; (c) estado dos pratos de borbulhamento e (d) condições atmosféricas (Buckley,1979; Foust, *et al.* 1982).

O alcance da separação desejada está ligado a requerimentos energéticos que visam conseguir o grau de separação desejado. Estes requerimentos são traduzidos na adição de calor no fundo da coluna através de uma corrente de vapor para o suprimento da energia requerida para a vaporização da mistura, e na subtração de calor no topo para a condensação da mistura enriquecida no composto de interesse, parte da corrente de saída retorna a coluna através de uma corrente denominada de refluxo. A minimização dos requerimentos energéticos dentro dos valores de separação desejados e um objetivo de pesquisa contínua na área da destilação.

Wood e Berry (1973) estudaram estratégias de controle numa coluna de destilação em escala piloto, para uma mistura binária água/metanol apresentada na Figura (4.35).



Figura 4.35: Esquema do Sistema de Controle da Coluna de Destilação Binária

O modelo da coluna foi desenvolvido através de testes experimentais em batelada a partir de um regime permanente cujas condições de operação são descritas na Tabela (4.9).

Correntes de circulação	Fluxo, lb/min	Composição % Mássica de Metanol
Topo         Xt           Refluxo         R           Fundo         Xb           Alimentação         L           Vapor         V	1.18 1.95 1.27 2.45 1.71	96.0 96.0 0.5 46.5
		Temperatura ºF
Refluxo Alimentação Vapor Condensado Refervedor Prato de borbulhamento No. 1 Prato de borbulhamento No. 2 Prato de borbulhamento No. 3 Prato de borbulhamento No. 4 Prato de borbulhamento No. 5 Prato de borbulhamento No. 6 Prato de borbulhamento No. 7 Prato de borbulhamento No. 8 Condensador		151.7 168.0 233.0 227.5 209.6 203.6 194.4 181.2 172.9 164.1 156.8 152.1 148.5 143.9

Tabela 4.9: Condições de Operação Típicas em Regime Permanente

No estudo desenvolvido por estes autores as variáveis de interesse controladas foram às composições de metanol no topo e no fundo da coluna denominadas  $X_t$  e  $X_b$ , respectivamente. O controle da composição no topo e na base foi alcançado através da manipulação das vazões de refluxo R e vapor S. É importante salientar a presença de malhas de controle individuais para fluxo e temperatura de alimentação, nível no fundo da coluna, vazão de fluido refrigerante no condensador no topo e nível do condensador. Estas malhas de controle permitiram manter constantes as variáveis não consideradas no processo.

O princípio de funcionamento do controle na coluna é apresentado de forma simplificada a seguir: A taxa de refluxo no topo da coluna controla a composição de referência no destilado, a taxa de evaporação no fundo controla a composição de referência na base. Um aumento na composição de referência no destilado é compensado pelo aumento da vazão de refluxo. Porém o aumento do refluxo afetara a base através de um resfriamento da coluna. Este resfriamento causa que os pontos de referência se movam, precisando-se de uma nova ação compensatória. Esta compensação é realizada por meio do incremento do fluxo de vapor dentro do refervedor causando um incremento no fluxo de vapor ao longo da coluna. Este efeito de resfriamento/aquecimento acontece de forma sucessiva durante um período de tempo determinado até serem atingidos os valores de referências no topo e na base da coluna.

# 4.2.2 Estruturas de Controle MIMO Centralizadas

# 4.2.2.1 Modelo Linear do Processo Acoplado

Modelo Contínuo:

$$\begin{bmatrix} X_t(s) \\ X_b(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21.0s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ V(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3.8e^{-8.1s}}{14.9s+1} \\ \frac{4.9e^{-3.4s}}{13.2s+1} \end{bmatrix} L(s)$$

Modelo Discreto ( $T_s = 1 \text{ min}$ ):

$$\begin{bmatrix} X_t(z^{-1}) \\ X_b(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.744z^{-2}}{1-0.9419z^{-1}} & \frac{-0.8789z^{-4}}{1-0.9535z^{-1}} \\ \frac{0.5786z^{-8}}{1-0.9123z^{-1}} & \frac{-1.302z^{-4}}{1-0.9329z^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(z^{-1}) \\ V(z^{-1}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{0.2467z^{-9}}{1-0.9351z^{-1}} \\ \frac{0.3575z^{-5}}{1-0.927z^{-1}} \end{bmatrix} L(z^{-1})$$

Modelo em Espaço de Estados Discreto:

$$A_{ssd} = \begin{bmatrix} 0.9419 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9123 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9535 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9329 \end{bmatrix}; B_{ssd} = \begin{bmatrix} 0.9707 & 0 \\ 0.9555 & 0 \\ 0 & 0.9766 \\ 0 & 0.9766 \\ 0 & 0.9661 \end{bmatrix}; C_{ssd} = \begin{bmatrix} 0.7665 & 0 & -0.9000 & 0 \\ 0 & 0.6056 & 0 & -1.3477 \end{bmatrix}; D_{ssd} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Frações Matriciais do Modelo (MDF):

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 1.8954z^{-1} + 0.8981z^{-2} & 0 \\ 0 & 1 - 1.8453z^{-1} + 0.8511z^{-2} \end{bmatrix}$$
$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.744z^{-1} - 0.7094z^{-2} & -0.8789z^{-3} + 0.8278z^{-4} \\ 0.5786z^{-7} - 0.5397z^{-8} & -1.3015z^{-3} + 1.1874z^{-4} \end{bmatrix} z^{-1}$$

## 4.2.2.2 Atrasos de Transporte Multivariável

Observa-se que o  $det(G_p(z^{-1}))$  é diferente de zero, conseqüentemente está assegurada a controlabilidade e a existência da matriz  $\mathbf{x}(z)$  como em Wolovich e Falb (1976).

Calculando o elemento  $x_1$  da linha 1 da matriz interactor, tem-se,

$$\lim_{z^{-1} \to 0} \boldsymbol{x}(z)_{1} G_{p}(z^{-1}) = \boldsymbol{t}_{1}$$

$$\lim_{z^{-1} \to 0} \begin{bmatrix} z^{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11}(z^{-1}) & G_{12}(z^{-1}) \\ G_{21}(z^{-1}) & G_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.744 & 0 \end{bmatrix} = \boldsymbol{x}_{1}$$

Calculando o elemento  $\boldsymbol{x}_2$  da linha 2 da matriz interactor, tem-se,

$$\lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z)_2 G_p(z^{-1}) = \mathbf{t}_2$$

$$\lim_{z^{-1} \to 0} \begin{bmatrix} 0 & z^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11}(z^{-1}) & G_{12}(z^{-1}) \\ G_{21}(z^{-1}) & G_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1.302 \end{bmatrix} = \mathbf{x}_2$$

$$\mathbf{t}_2 = \mathbf{a}_1^1 \mathbf{x}_1$$

Observa-se que  $a_1^1$  não existe e que  $x_1$  é linearmente independente de  $t_2$ , conseqüentemente a matriz interactor tem a seguinte estrutura diagonal/diferente,

$$\boldsymbol{x}(z) = \begin{bmatrix} z^2 & 0\\ 0 & z^4 \end{bmatrix}$$

Pode-se verificar a existência do  $det(K) \neq 0$ , então,

$$K = \lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z) G(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.744 & 0\\ 0 & -1.302 \end{bmatrix} \qquad det(K) = -0.9687 \neq 0$$

#### 4.2.2.3 Resultados de Simulação

Os resultados de simulação confirmam as análises teóricas e matemáticas realizadas sobre os controladores apresentados no capítulo 2, e são apresentados em conformidade com:

#### 1. Comportamento do sistema frente à ponderação de parâmetros de sintonia

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle: (a) GMV-P; (b) GMV-I; (c) GMV-PID e (d) PID, não são ilustrados porque o comportamento do sistema frente à ponderação dos parâmetros  $\vec{P}(z^{-1})$ ,  $\vec{W}(z^{-1})$ ,  $\vec{Q}(z^{-1})$ ,  $\vec{V}(z^{-1})$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon \in \Upsilon$  é semelhante ao obtido no Caso I.

#### 2. Comportamento do sistema frente a perturbações de carga

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle ilustram-se nas Figuras (4.36) à (4.39). As saídas foram submetidas a uma perturbação igual ao 20% do seu valor em regime no intervalo de amostragem da amostra 200 à amostra 400. A Tabela (4.10) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador. Observa-se que o controlador GMV-P não compensa as perturbações de carga, ao igual que o controlador PID que apresentou os maiores valores nos índices de IAE e MAE. O controlador GMV-PID tem um bom desempenho diferente dos anteriores mas o melhor desempenho no controle do processo é apresentado pelo controlador GMV-I.

#### 3. Comportamento do sistema frente a mudanças na referência

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle ilustram-se nas Figuras (4.40) à (4.43). Os sinais de referência são ondas quadradas assíncronas de amplitudes e períodos diferentes. A Tabela (4.11) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador. Observa-se que os controladores GMV-P e GMV-I têm um bom desempenho no controle do processo, diferentemente dos controladores GMV-PID e PID onde a resposta do controle encontra-se influenciada pela interação entre as malhas. O controlador PID apresentou os maiores valores nos índices de IAE e MAE.

600

## DESEMPENHO DOS CONTROLADORES FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA









200 Amostras 400 Amostras 600



Tabela No 4.10: Desempenho dos Controladores MIMO Centralizados frente á Perturbação de Carga

R(k),

	Figura 4.37		Figura 4.38		Figura 4.39		Figura 4.40	
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	6983.9	171.7258	93.6971	3.5998	5648.9	50445.0	88767.0	15204.0
$MAE_{i} = max\left\{\left yr_{i}\left(k\right) - y_{i}\left(k\right)\right \right\}$	34.7506	0.8557	34.7448	0.8542	93.2889	628.799	934.5753	146.6310
$E\{y_{i}(k)^{2}\} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} [y_{i}(k) - \overline{y}_{i}]^{2}$	0.6616	0.0004	0.0133	0.0000	1.2026	109.9564	280.2278	7.0407
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	3.5994	2.9834	3.6527	3.0282	3.5522	3.0729	3.5783	2.8834
$\overline{u_i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_i(k) \right]$	42.1142	37.8108	42.4428	38.1116	42.4417	38.1104	42.4412	38.1105
## DESEMPENHO DOS CONTROLADORES FRENTE A MUDANÇAS NA REFERÊNCIA





Resposta do Sinal y1(k) Resposta do Sinal y2(k) Xb(k), % Metanol Xt(k), % Metanol 6 Resposta do Sinal u1(k) Resposta do Sinal u2(k) 2 R(k), Ib/min V(k), Ib/min 400 400 600 600 Amostras Amostras Figura 4.41: GMV-I ( $\vec{Q} = 0.01$  I)



Figura 4.42: GMV-PID ( $\vec{v} = [4\ 0;0\ -100]$ )Figura 4.43: PID (d = 0.3; e = 0.3)Tabela No 4.11: Desempenho dos Controladores MIMO Centralizados frente á Mudanças na Referência

	Figura 4.41		Figura	a 4.42	Figur	a 4.43	Figura 4.44		
Índices	$y_{l}(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>1</sub> ( <i>k</i> )	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>1</sub> ( <i>k</i> )	$y_2(k)$	$y_{l}(k)$	$y_2(k)$	
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	208.0459	58.0135	208.0459	58.0135	528.0759	766.9146	1128.8	607.8491	
$MAE_{i} = max\{ yr_{i}(k) - y_{i}(k) \}$	26.0000	14.5000	26.0000	14.5000	25.9998	29.6552	25.9644	14.2440	
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.3716	0.1056	0.3716	0.1056	0.3842	0.1666	0.3587	0.1188	
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	0.0004	0.0006	0.0004	0.0006	0.0003	0.0002	14341.0	18690.0	
$\overline{u_i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_i(k) \right]$	1.5479	1.1990	1.5479	1.1990	1.5543	1.2101	1.5552	1.2139	

## 4.2.3 Estruturas de Controle MIMO Descentralizadas

A Figura (4.44) ilustra a influência do acoplamento cruzado entre as entradas  $u_i$  e as saídas  $y_i$  no processo multivariável com matriz interactor diagonal igual.



Figura 4.44: Caso II. Resposta do Sistema Acoplado em Malha Aberta frente a Mudanças na Referência

Observa-se que o acoplamento cruzado de  $u_2 \rightarrow y_1$  é maior ao acoplamento  $u_1 \rightarrow y_2$ . Assim, o sinal de saída  $y_1$  é mais afetado na mudança da referência do sinal  $y_2$ .

## 4.2.3.1 Modelo Linear do Processo Desacoplado

A seguir, apresentam-se os modelos desacoplados do processo junto com os pré-compensadores estáticos de regime permanente de Zalkind e Luyben estrutura simplificada e de Yamamoto e Shah que permitiram compensar o efeito indireto das interações:

1. Pré-compensador de Zalkind e Luyben Simplificado:

$$g_{PC1}(z^{-1}) = -\frac{g_{12}(z^{-1})}{g_{11}(z^{-1})} = -\left[\frac{-0.8789 + 0.8278z^{-1}}{0.744 - 0.7094z^{-1}}\right]z^{-2}$$
$$g_{PC2}(z^{-1}) = -\frac{g_{21}(z^{-1})}{g_{22}(z^{-1})} = -\left[\frac{0.5786 - 0.54z^{-1}}{-1.302 + 1.188z^{-1}}\right]z^{-4}$$

Modelo do Processo Desacoplado:

$$\begin{split} G_{pD1}(z^{-1}) &= \left[\frac{0.7440 - 2.0822 z^{-1} + 1.9422 z^{-2} - 0.6038 z^{-3} - 0.3906 z^{-6} + 1.0966 z^{-7} - 1.0263 z^{-8} + 0.3202 z^{-9}}{1 - 3.7406 z^{-1} + 5.2466 z^{-2} - 3.2703 z^{-3} + 0.7644 z^{-4}}\right] z^{-2} \\ G_{pD2}(z^{-1}) &= \left[\frac{-1.3020 + 3.6556 z^{-1} - 3.4207 z^{-2} + 1.0668 z^{-3} + 0.6835 z^{-6} - 1.9252 z^{-7} + 1.8076 z^{-8} - 0.5657 z^{-9}}{1 - 3.7406 z^{-1} + 5.2466 z^{-2} - 3.2703 z^{-3} + 0.7644 z^{-4}}\right] z^{-4} \end{split}$$

2. Pré-compensador de Yamamoto:

$$G_{PC} = B(1)^{-1}A(1) = \begin{bmatrix} 0.1572 & -0.1512\\ 0.0536 & -0.1024 \end{bmatrix}$$

Modelo do Processo Desacoplado:

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 1.8954z^{-1} + 0.8981z^{-2} & 0\\ 0 & 1 - 1.8453z^{-1} + 0.8511z^{-2} \end{bmatrix}$$
$$\overline{B}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.0697 - 0.067z^{-1} & 0\\ 0 & 0.046 - 0.040z^{-1} \end{bmatrix} z^{-1}; \quad \mathbf{x}_d(z^{-1}) = \begin{bmatrix} z^{-2} & 0\\ 0 & z^{-4} \end{bmatrix}$$

## 4.2.3.2 Resultados de Simulação

Os resultados de simulação confirmam as análises teóricas e matemáticas realizadas sobre os controladores apresentados no capítulo 3, e são apresentados em conformidade com:

#### 1. Análise das propriedades de controlabilidade inerentes ao Caso II

Os resultados do comportamento dos indicadores |K|, RGA(K), s(K) e  $g_{Min}(K)$  no domínio da freqüência ilustram-se nas Figuras (4.45) à (4.48). A Tabela (4.12) apresenta os resultados analíticos nas seguintes freqüências: (a) zero ou de regime permanente; (b) do menor número condicionante, e (c) do maior MRI.

Observa-se que na freqüência zero ou próxima do zero: (a) os elementos fora da diagonal da matriz RGA encontram-se próximos da unidade; (b) o valor MRI é o maior dos registrados; (c) o número condicionante é o menor dos registrados, e (d) o valor absoluto do determinante é o maior dos registrados.

Analisando a significância da matriz RGA na freqüência zero de acordo com as características dos valores pode se dizer que: (a) nos elementos negativos fora da diagonal as malhas interagem e o efeito de regulação das outras malhas não se encontra unicamente em oposição ao principal efeito de  $u_j$  com  $y_i$  e além disso é o mais dominante dos efeitos. A abertura das outras malhas pode causar instabilidade, e (b) nos elementos positivos da diagonal indicam que o efeito de regulação das outras malhas atua em oposição ao principal efeito de regulação das outras malhas atua em oposição ao principal efeito de regulação das outras malhas atua em oposição ao principal efeito de  $u_j$  em  $y_i$ ; embora o principal efeito é ainda dominante, de outro modo  $I_{ij}$  é negativo. Um ganho elevado para o controlador deve ser escolhido ao considerar este par. Isto pode causar que a malha *i* se torne instável quando as outras malhas estão abertas.

Já que a relação de autovalores é pequena como no Caso I, existe uma boa possibilidade que a dificuldade no controle do sistema desacoplado não seja considerável, o valor do determinante, MRI e do número condicionante revelaram que o processo é menos sensível a erros de modelagem, mais controlável e tem um melhor condicionamento na freqüência zero ou próximo de zero para este processo.

#### 2. Comportamento do sistema frente a perturbações de carga

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle: Zalkind e Luyben (Z-L) Simplificado e Yamamoto e Shah (Y-S), ilustram-se nas Figuras (4.49) e (4.50), respectivamente. A Tabela (4.13) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador.

Observa-se que o controlador Z-L não tem um bom desempenho na rejeição das perturbações de carga para este caso, em comparação com o controlador Y-S. Os maiores valores nos índices de desempenho foram registrados com o controlador Z-L, no entanto os valores obtidos com o controlador Y-S são também altos. As estruturas de controle descentralizado para este caso (matriz interactor diagonal/diferente) não apresentaram um bom desempenho, em comparação com a resposta do controlador centralizado GMV-I ilustrada na Figura (4.37).

#### 3. Comportamento do sistema frente a mudanças na referência

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle: Z-L Simplificado e Y-S, ilustram-se nas Figuras (4.51) e (4.52), respectivamente. A Tabela (4.13) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador.

Observa-se que ambos controladores Z-L e Y-S, seguem a referência mas os valores registrados de IAE com estas estruturas de controle são elevados. Não entanto, os efeitos da interação foram compensados com as estruturas de controle descentralizado, estas não apresentam um bom desempenho para este caso em comparação com a resposta do controlador GMV-I ilustrada na Figura (4.41).



## **INDICADORES DO CONDICIONAMENTO DO SISTEMA**



Figura 4.46: Matriz de Ganhos Relativos *RGA*(*K*(*jw*))



Figura 4.47: Valores Singulares  $\boldsymbol{s}(K(jw))$ 

Figura 4.48: Número Condicionante  $g_{Min}(K(jw))$ e Controlabilidade Inerentes do Processo Caso II

jw	V(in)		DCA(V(in))	$\boldsymbol{s}(K)$	( <i>jw</i> ))	$\sigma$ ( $V(in)$ )	$\boldsymbol{l}(K(jw))$	
JW	$\mathbf{K}(JW)$	$ \mathbf{\Lambda}(fw) $	$\mathbf{AGA}(\mathbf{A}(JW))$	Max	MRI	$g_{Min}(\mathbf{\Lambda}(JW))$	Max	Min
0.000	$\begin{bmatrix} 12.8148 & -18.9259 \\ 6.7069 & -19.6724 \end{bmatrix}$	-125.1641	$\begin{bmatrix} 2.0141 & -1.0141 \\ -1.0141 & 2.0141 \end{bmatrix}$	30.6217	4.0874	7.4917	8.2725	-15.130
0.001	12.5772   -18.4558   -18.9912     6.5093   -18.9912   -18.9912	-118.7215	$\begin{bmatrix} 2.0119 & -1.0119 \\ -1.0119 & 2.0119 \end{bmatrix}$	29.7646	3.9887	7.4622	8.1511	-14.565
0.001	12.5772   -18.4558   -18.9912     6.5093   -18.9912   -18.9912	-118.7215	$\begin{bmatrix} 2.0119 & -1.0119 \\ -1.0119 & 2.0119 \end{bmatrix}$	29.7646	3.9887	7.4622	8.1511	-14.565

Tabela No 4.12: Indicadores das Propriedades de Controlabilidade Inerentes do Processo Caso II

## DESEMPENHO FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA E MUDANÇAS NA REFERÊNCIA



Figura 4.49: Z-L Simplificado ( $\vec{Q}_1 = 100; \vec{Q}_2 = 0.001$ )



Figura 4.51: Z-L Simplificado ( $\vec{Q}_1 = 100$ ;  $\vec{Q}_2 = 0.001$ )



Figura 4.52: Y-S ( $\vec{Q}_1 = \vec{Q}_2 = 1$ )

Tabela No 4.13: Desempenho das Estruturas de Controle Multivariável Descentralizadas

Lei de Controle	I	Perturbaçã	o de Carga	a	Seguimento de Referência				
GMV-I	Zalkind	-Luyben	Yamamo	oto-Shah	Zalkind	-Luyben	Yamamoto-Shah		
Índices	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	4.25E7	11.1167	1650.3	58.0459	9111.5	114.3644	635.9217	239.2191	
$MAE_{i} = max\{ yr_{i}(k) - y_{i}(k) \}$	2.53E5	2.9845	25.9881	14.5000	214.5412	2.6965	26.0000	14.5000	
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	3.78E7	1.083E-4	0.2991	0.1056	4.9549	9.5E4	0.3897	0.1092	
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	8.63E4	19.4235	1.334E-4	2.186E-4	147.8301	0.0194	0.0123	0.0178	
$\overline{u}_{i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_{i}(k) \right]$	6.95E3	100.3666	1.7461	-0.3715	269.1266	-2.4871	11.1397	3.6870	

# **4.3** Caso III – Processos com x(z) Geral

## 4.3.1 Estruturas de Controle MIMO Centralizadas

## 4.3.1.1 Modelo Linear do Processo Acoplado

Modelo Discreto:

$$\begin{split} g_{11}(z^{-1}) &= \left[ \frac{1\!+\!0.78z^{-1}\!+\!0.1985z^{-2}\!+\!0.0165z^{-3}}{1\!+\!1.283z^{-1}\!+\!0.5909z^{-2}\!+\!0.1164z^{-3}\!+\!0.008z^{-4}} \right] z^{-1} \\ g_{12}(z^{-1}) &= \left[ \frac{1\!+\!0.95z^{-1}\!+\!0.275z^{-2}0.025z^{-3}}{1\!+\!1.283z^{-1}\!+\!0.5909z^{-2}\!+\!0.1164z^{-3}\!+\!0.008z^{-4}} \right] z^{-1} \\ g_{21}(z^{-1}) &= \left[ \frac{1\!+\!1.033z^{-1}\!+\!0.3326z^{-2}\!+\!0.0332z^{-3}}{1\!+\!1.283z^{-1}\!+\!0.5909z^{-2}\!+\!0.1164z^{-3}\!+\!0.008z^{-4}} \right] z^{-1} \\ g_{22}(z^{-1}) &= \left[ \frac{1\!+\!1.083z^{-1}\!+\!0.3742z^{-2}\!+\!0.0415z^{-3}}{1\!+\!1.283z^{-1}\!+\!0.5909z^{-2}\!+\!0.1164z^{-3}\!+\!0.008z^{-4}} \right] z^{-1} \end{split}$$

## Modelo em Espaço de Estados Discreto:

	-1.2830	-0.2954	-0.1164	-0.0320	0	0	0	0		1.0000	0
	2.0000	0	0	0	0	0	0	0		0	0
	0	0.5000	0	0	0	0	0	0		0	0
4	0	0	0.2500	0	0	0	0	0	• 10	0	0
$A_{ssd} =$	0	0	0	0	-1.2830	-0.2954	-0.1164	-0.0320	$, B_{ssd} =$	0	1.0000
	0	0	0	0	2.0000	0	0	0		0	0
	0	0	0	0	0	0.5000	0	0		0	0
	0	0	0	0	0	0	0.2500	0		0	0

$$C_{ssd} = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.3900 & 0.1985 & 0.0660 & 1.0000 & 0.4750 & 0.2750 & 0.1000 \\ 1.0000 & 0.5165 & 0.3326 & 0.1328 & 1.0000 & 0.5415 & 0.3742 & 0.1660 \end{bmatrix}; D_{ssd} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Frações Matriciais do Modelo (MDF):

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1+0.833z^{-1}+0.166z^{-2} & 0\\ 0 & 1+0.45z^{-1}+0.05z^{-2} \end{bmatrix}$$
$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1+0.33z^{-1} & 1+0.5z^{-1}\\ 1+0.2z^{-1} & 1+0.25z^{-1} \end{bmatrix} z^{-1}$$

# 4.3.1.2 Atrasos de Transporte Multivariável

Observa-se que o  $det(G_p(z^{-1}))$  é diferente de zero, conseqüentemente está assegurada a controlabilidade e a existência da matriz  $\mathbf{x}(z)$  como em Wolovich e Falb (1976).

Calculando o elemento  $x_1$  da linha 1 matriz interactor, tem-se,

$$\lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z)_{1} G_{p}(z^{-1}) = \mathbf{t}_{1}$$
$$\lim_{z^{-1} \to 0} \begin{bmatrix} z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11}(z) & G_{12}(z) \\ G_{21}(z) & G_{22}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{x}_{1}$$

Calculando o elemento  $\boldsymbol{x}_2$  da linha 2 matriz interactor, tem-se,

$$\lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z)_2 G_p(z^{-1}) = \mathbf{t}_2$$
  
$$\lim_{z^{-1} \to 0} \begin{bmatrix} 0 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11}(z^{-1}) & G_{12}(z^{-1}) \\ G_{21}(z^{-1}) & G_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{x}_2$$

 $\boldsymbol{t}_2 = \boldsymbol{a}_1^1 \boldsymbol{x}_1$ , observa-se que  $\boldsymbol{x}_1$  é linearmente independente de  $\boldsymbol{t}_2$ .

Calculando o elemento  $\mathbf{x}^{1}(z)_{2}$  da linha 2 da matriz  $\mathbf{x}(z)$  obtém-se,

$$\mathbf{x}^{1}(z)_{2} = z^{\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(z)_{2} - \mathbf{a}_{1}^{1} \mathbf{x}(z)_{1} \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} z & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z^{2} & z^{2} \end{bmatrix}$$
$$\lim_{z^{-1} \to 0} \tilde{\mathbf{x}}^{1}(z)_{2} G(z^{-1}) = \tilde{\mathbf{x}}^{1}_{2} = \begin{bmatrix} 0.253 & 0.133 \end{bmatrix}$$

 $\tilde{\mathbf{x}}_2^1 = \mathbf{a}_1^2 \mathbf{x}_1$  Observa-se que  $\mathbf{a}_1^2$  não existe,  $\tilde{\mathbf{x}}_2^1$  é linearmente independente de  $\mathbf{x}_1$ , conseqüentemente a matriz interactor tem a seguinte estrutura,

$$\boldsymbol{x}(z) = \begin{bmatrix} z & 0 \\ -z^2 & z^2 \end{bmatrix}$$

Pode-se verificar a existência do  $det(K) \neq 0$ , então,

$$K = \lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z) G(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.253 & 0.133 \end{bmatrix} \qquad det(K) = -0.1200 \neq 0$$

## 4.3.1.3 Resultados de Simulação

Os resultados de simulação confirmam as análises teóricas e matemáticas realizadas sobre os controladores apresentados no capítulo 2, e são apresentados em conformidade com:

#### 1. Comportamento do sistema frente à ponderação de parâmetros de sintonia

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle: (a) GMV-P; (b) GMV-I; (c) GMV-PID e (d) PID, não são ilustrados porque o comportamento do sistema frente à ponderação dos parâmetros  $\vec{P}(z^{-1})$ ,  $\vec{W}(z^{-1})$ ,  $\vec{Q}(z^{-1})$ ,  $\vec{V}(z^{-1})$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon \in \Upsilon$  é semelhante aos obtidos no Caso I ou no Caso II.

#### 2. Comportamento do sistema frente a perturbações de carga

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle ilustram-se nas Figuras (4.53) à (4.56). A Tabela (4.14) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador. Observa-se que os controladores GMV-I e GMV-PID têm um bom desempenho no controle do processo diferente do controlador PID. Observa-se também que o controlador GMV-P não compensa as perturbações de carga e apresentou o maior valor no índice IAE.

#### 3. Comportamento do sistema frente a mudanças na referência

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle ilustram-se nas Figuras (4.57) à (4.60). A Tabela (4.15) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador. Observa-se que os controladores GMV-P e GMV-I têm um bom desempenho no controle do processo, diferentemente dos controladores GMV-PID e PID. O controlador PID apresentou os maiores valores nos índices de IAE e MAE e diferentemente do controlador GMV-PID chega a compensar melhor a interação entre as malhas.

## DESEMPENHO DOS CONTROLADORES FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA



Figura 4.53: GMV-P ( $\vec{Q} = 0.01 \text{ I}(1 - z^{-1})$ )



Figura 4.55: GMV-PID ( $\vec{v} = [0.11\ 0; 1\ 1]$ )



Figura 4.56: PID (**d** =0.1; **e** =0.1)

Tabela No 4.14: Desempenho dos Controladores MIMO Centralizados frente á Perturbação de Carga

	Figura 4.54		Figur	a 4.55	Figur	a 4.56	Figura 4.57		
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	44.2041	86.7513	0.4034	1.1993	7.2772	11.5279	12.0283	23.5187	
$MAE_{i} = max\{ yr_{i}(k) - y_{i}(k) \}$	1.0000	2.0000	0.2000	0.4000	1.3162	2.3162	0.8200	1.7018	
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	0.0019	0.0012	0.0024	0.0017	0.0141	0.0113	0.0035	0.0023	
$\overline{u}_{i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_{i}(k) \right]$	14.5157	-11.5024	13.6959	-10.8560	13.4216	-10.6079	13.5269	-10.7282	

## DESEMPENHO DOS CONTROLADORES FRENTE A MUDANÇAS NA REFERÊNCIA





Figura 4.59: GMV-PID ( $\vec{v} = [0.11\ 0; 1\ 1]$ )





Figura 4.60: PID (*d* =0.1; *e* =0.1)

Tabela No 4.15: Desempenho dos Controladores MIMO Centralizados frente á Mudanças na Referência

	Figura 4.58		Figur	a 4.59	Figur	a 4.60	Figura 4.61		
Índices	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	8.0423	8.2005	8.0423	8.2005	34.9383	32.9239	42.2491	42.5515	
$MAE_{i} = max\{ yr_{i}(k) - y_{i}(k) \}$	2.0053	4.0000	2.0053	4.0000	3.6972	4.0000	2.1453	4.0000	
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.0030	0.0134	0.0030	0.0134	0.0036	0.0143	0.0026	0.0124	
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	4.4968	3.6659	4.4968	3.6659	4.8939	3.9946	3.9317	3.1918	
$\overline{\overline{u}_{i}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_{i}(k) \right]$	6.2161	-5.9335	6.2161	-5.9335	6.9956	-6.6565	7.8171	-7.3407	

## 4.3.2 Estruturas de Controle MIMO Descentralizadas

A Figura (4.61) ilustra a influência do acoplamento cruzado entre as entradas  $u_i$  e as saídas  $y_i$  no processo multivariável com matriz interactor diagonal igual.



Figura 4.61: Caso III. Resposta do Sistema Acoplado em Malha Aberta frente a Mudanças na Referência

Observa-se que o acoplamento cruzado de  $u_2 \rightarrow y_1$  é semelhante ao acoplamento  $u_1 \rightarrow y_2$ . Assim, ambos sinais de saídas  $y_i$  são afetados pela mudança de suas referências.

## 4.3.2.1 Modelo do Processo Desacoplado

A seguir, apresentam-se os modelos desacoplados do processo junto com os pré-compensadores estáticos de regime permanente de Zalkind e Luyben estrutura simplificada e de Yamamoto e Shah que permitiram compensar o efeito indireto das interações:

1. Pré-compensador de Zalkind e Luyben Simplificado:

$$g_{PC1}(z^{-1}) = -\frac{g_{12}(z^{-1})}{g_{11}(z^{-1})} = -\frac{1+0.95z^{-1}+0.275z^{-2}+0.025z^{-3}}{1+0.78z^{-1}+0.1985z^{-2}+0.0165z^{-3}}$$
$$g_{PC2}(z^{-1}) = -\frac{g_{21}(z^{-1})}{g_{22}(z^{-1})} = -\frac{1+1.033z^{-1}+0.3326z^{-2}+0.0332z^{-3}}{1+1.083z^{-1}+0.3742z^{-2}+0.0415z^{-3}}$$

Modelo do Processo Desacoplado:

$$\begin{split} G_{pD1}(z^{-1}) &= \left[\frac{-0.12 - 0.1715 z^{-1} - 0.0934 z^{-2} - 0.0243 z^{-3} - 0.003 z^{-4} - 0.0001 z^{-5}}{1 + 2.366 z^{-1} + 2.3546 z^{-2} + 1.2779 z^{-3} + 0.4084 z^{-4} + 0.0787 z^{-5} + 0.0078 z^{-6} + 0.0003 z^{-7}}\right] z^{-1} \\ G_{pD2}(z^{-1}) &= \left[\frac{-0.12 - 0.1715 z^{-1} - 0.0934 z^{-2} - 0.0243 z^{-3} - 0.003 z^{-4} - 0.0001 z^{-5}}{1 + 2.063 z^{-1} + 1.7901 z^{-2} + 0.8485 z^{-3} + 0.2373 z^{-4} + 0.0391 z^{-5} + 0.0005 z^{-6} + 0.0001 z^{-7}}\right] z^{-1} \end{split}$$

2. Pré-compensador de Yamamoto:

$$G_{PC} = B(1)^{-1}A(1) = \begin{bmatrix} -18.1727 & 16.364\\ 17.4458 & -14.509 \end{bmatrix}$$

Modelo do Processo Desacoplado:

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1+0.833z^{-1}+0.166z^{-2} & 0\\ 0 & 1+0.45z^{-1}+0.05z^{-2} \end{bmatrix}$$
$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} -0.727+2.726z^{-1} & 0\\ 0 & 1.855-0.354z^{-1} \end{bmatrix} z^{-1}; \quad \mathbf{x}_{d}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} z^{-1} & 0\\ 0 & z^{-2} \end{bmatrix}$$

## 4.3.2.2 Resultados de Simulação

Os resultados de simulação confirmam as análises teóricas e matemáticas realizadas sobre os controladores apresentados no capítulo 3, e são apresentados em conformidade com:

#### 1. Análise das propriedades de controlabilidade inerentes ao Caso III

Os resultados do comportamento dos indicadores |K|, RGA(K), s(K) e  $g_{Min}(K)$  no domínio da freqüência ilustram-se nas Figuras (4.62) à (4.65). A Tabela (4.16) apresenta os resultados analíticos nas seguintes freqüências: (a) zero ou de regime permanente; (b) do menor número condicionante, e (c) do maior MRI.

Observa-se que na freqüência zero ou próxima do zero registram-se o maior valor do índice MRI e do valor absoluto do determinante, não entanto os valores dos elementos da matriz RGA não sejam os mais baixos. Observa-se também que o valor do número condicionante é um dos mínimos.

Analisando a significância da matriz RGA na freqüência zero de acordo com as características dos valores pode se dizer que: (a) nos elementos negativos da diagonal as malhas interagem e o efeito de regulação das outras malhas não somente se encontra em oposição ao principal efeito de  $u_j$  com  $y_i$ , mas também é o mais dominante dos efeitos. A abertura das outras malhas pode causar instabilidade, e (b) nos elementos positivos fora da diagonal o efeito de regulação das outras malhas atua em oposição ao principal efeito de  $u_j$  em  $y_i$ ; embora o principal efeito é ainda dominante, de outro modo  $I_{ij}$  é negativo. Um ganho elevado para o controlador deve ser escolhido ao considerar este par.

Já que a relação de autovalores é pequena como no Caso I, existe uma boa possibilidade que a dificuldade no controle do sistema desacoplado não seja considerável, os valores MRI e do número condicionante revelaram que o processo é mais controlável e melhor condicionado na freqüência zero ou próximo de zero para este processo. A relação de autovalores é 32.6 vezes maior à relação apresentada no Caso I, e 93.2 vezes maior à apresentada no Caso II. Conseqüentemente, existe uma maior dificuldade em desacoplar e controlar o sistema. O valor MRI neste caso é 2.14 vezes menor ao apresentado no Caso I e 136.2 vezes menor ao apresentado no Caso II. Conseqüentemente, comparando com os Caso I e II, existe uma maior dificuldade em controlar o sistema desacoplado. Observa-se que o menor valor do número condicionante é registrado na freqüência 100 rad/min, mas nesta freqüência é registrado o menor valor MRI (o sistema está próximo da singularidade).

#### 2. Comportamento do sistema frente a perturbações de carga

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle: Zalkind e Luyben (Z-L) Simplificado e Yamamoto e Shah (Y-S), ilustram-se nas Figuras (4.66) e (4.67), respectivamente. A Tabela (4.17) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador.

Observa-se que ambos controladores tem um bom desempenho, o maior esforço de controle foi registrado com o controlador Z-L. As estruturas de controle descentralizado para este caso (matriz interactor diagonal/geral) apresentaram uma diferença pouco significativa no valor do índice IAE e o menor esforço de controle com o controlador Y-S, em comparação com a resposta do controlador centralizado GMV-I ilustrada na Figura (4.54).

#### 3. Comportamento do sistema frente a mudanças na referência

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle: Z-L Simplificado e Y-S, ilustram-se nas Figuras (4.68) e (4.69), respectivamente. A Tabela (4.17) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador.

Observa-se que ambos controladores tem um bom desempenho, o maior esforço de controle foi registrado com o controlador Z-L, conseqüentemente o maior valor IAE é registrado no controlador Y-S. A estrutura de controle descentralizado de Y-S apresentou o melhor desempenho e o menor esforço de controle comparada com a resposta do controlador centralizado GMV-I ilustrada na Figura (4.58).



Figura 4.64: Valores Singulares s(K(jw))

## **INDICADORES DO CONDICIONAMENTO DO SISTEMA**



Figura 4.63: Matriz de Ganhos Relativos RGA(K(jw))



Figura 4.65: Número Condicionante  $g_{Min}(K(jw))$ 

Tabela No 4.16: Indicadores das Propriedades de Controlabilidade Inerentes do Processo Caso III

÷u	V(i,)		DCA(V(in))	$\boldsymbol{s}(K)$	( <i>jw</i> ))	$\sigma$ ( $V(in)$ )	$\boldsymbol{l}(K(jw))$	
JW	$\mathbf{\Lambda}(JW)$	$ \mathbf{\Lambda}(Jw) $	$\mathbf{KGA}(\mathbf{K}(\mathcal{J}W))$	$Max MRI $ $\boldsymbol{g}_{Min}(\boldsymbol{K}(\boldsymbol{jw}))$		Max	Min	
0.000	$\begin{bmatrix} 0.6653 & 0.7504 \\ 0.8000 & 0.8333 \end{bmatrix}$	-0.0459	$\begin{bmatrix} -12.090 & 13.090 \\ 13.090 & -12.090 \end{bmatrix}$	1.5296	0.0300	51.0132	1.5288	-0.030
100.0	$\begin{bmatrix} 0.0136 & 0.0177 \\ 0.0059 & 0.0060 \end{bmatrix}$	-2.227E-5	$\begin{bmatrix} -3.6615 & 4.6615 \\ 4.6615 & -3.6615 \end{bmatrix}$	0.0239	9.3E-4	25.5598	0.0207	-0.001
0.100	$\begin{bmatrix} 0.6655 & 0.7506 \\ 0.7997 & 0.8334 \end{bmatrix}$	-0.0456	$\begin{bmatrix} -12.1611 & 13.1611 \\ 13.1611 & -12.1611 \end{bmatrix}$	1.5295	0.0298	51.2958	1.5288	-0.030

## DESEMPENHO FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA E MUDANÇAS NA REFERÊNCIA



Figura 4.66: Z-L Simplificado ( $\vec{Q}_1 = \vec{Q}_2 = 0.01$ )



Figura 4.68: Z-L Simplificado ( $\vec{Q}_1 = \vec{Q}_2 = 0.01$ )





Figura 4.69: Y-S ( $\vec{Q}_1 = 10; \ \vec{Q}_2 = 0.01$ )

Tabela No 4.17: Desempenho das Estruturas de Controle Multivariável Descentralizadas

Lei de Controle	P	Perturbaçã	o de Carg	a	Seguimento de Referência				
GMV-I	Zalkind-Luyben		Yamamo	oto-Shah	Zalkind	-Luyben	Yamamoto-Shah		
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	
$IAE_{i} = \sum \left  yr_{i}(k) - y_{i}(k) \right $	1.1047	1.9337	2.4607	1.8085	14.0073	18.9197	60.0000	18.0735	
$MAE_{i} = max\{ yr_{i}(k) - y_{i}(k) \}$	0.2732	0.4252	0.2000	0.4000	2.0000	4.0000	2.1568	4.0000	
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_{i}\left(k\right) - \overline{y}_{i}\right]^{2}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0015	0.0067	0.0014	0.0067	
$E\left\{u_{i}(k)^{2}\right\} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[u_{i}(k) - \overline{u}_{i}\right]^{2}$	0.0004	0.0012	0.0000	0.0001	0.4930	1.4068	0.0014	0.0067	
$\overline{u}_{i} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \left[ u_{i}(k) \right]$	-17.8514	-28.3679	0.9332	1.8219	-5.8712	0.3241	0.3134	-0.0114	

## 4.4 Conclusões

Neste capítulo apresentaram-se os resultados da implementação das estruturas de controle multivariável centralizadas e descentralizadas em três modelos de processos com diferente matriz interactor. O desempenho dos controladores foi avaliado frente à variação dos parâmetros de controle, perturbações de carga e mudanças na referência, por meio dos indicadores analíticos: integral do erro absoluto, erro máximo, variância da saída, variância do controle e média do controle.

Com base nos resultados obtidos pode-se concluir que:

- 1. Uma adequada consideração da matriz interactor nos algoritmos de controle permite compensar o efeito do atraso de transporte multivariável;
- Os resultados de simulação dos algoritmos de controle MIMO centralizados revelaram que:
  - A. Com respeito ao desempenho frente à compensação de perturbações de carga pode-se concluir que: (a) a estrutura de controle GMV-P não compensa perturbações de carga; (b) a estrutura PID é lenta na compensação das perturbações e apresentou um alto valor IAE, o que se traduz num baixo desempenho, e (c) as estruturas de controle GMV-I e GMV-PID compensam satisfatoriamente as perturbações de carga em todos processos em estudo;
  - B. Com respeito ao desempenho frente ao seguimento dos sinais de referência pode-se concluir que: (a) a estrutura de controle PID é lenta na compensação da transmissão de interações e apresentou valores altos nos indicadores IAE e MAE, o que se traduz um baixo desempenho; (b) a estrutura de controle GMV-PID não chega a compensar completamente o efeito das interações, embora a resposta seja mais rápida que apresentada pelo controlador PID, esta apresentou um baixo desempenho; (c) as estruturas de controle GMV-P e GMV-I compensam adequadamente a transmissão da interação e tem um bom desempenho no seguimento das referências em todos os processos em estudo;

- 3. Os resultados de simulação dos algoritmos de controle MIMO descentralizados revelaram que a estrutura de controle de Z-L diferentemente da estrutura de controle de Y-S, apresentou valores mais altos nos indicadores IAE, MAE e média de controle, tanto no desempenho frente à compensação de perturbações de carga como no desempenho do seguimento de referência;
- As estruturas de controle centralizadas apresentaram em geral um baixo valor no IAE e um maior esforço na média de controle comparando com as estruturas de controle descentralizadas.

Para finalizar pode-se concluir que os resultados de simulação mostraram-se concordantes com as análises teóricas e matemáticas desenvolvidas nos capítulos 2 e 3.

# **Capítulo 5**

# Implementação dos Controladores no Modelo do Separador Água/Óleo/Gás Utilizado em Plataformas de Petróleo

## **Resumo do Capítulo**

Neste capítulo apresenta-se um estudo comparativo de varias estratégias de controle centralizado, descentralizado e combinado implementadas ao nível de simulação no modelo linear e não linear do separador trifásico água/óleo/gás utilizado em plataformas de petróleo.

O capítulo está estruturado em sete seções. Na seção (5.1) apresenta-se uma sucinta introdução do capítulo. Na seção (5.2) identifica-se e descreve-se o processo de separação trifásica água/óleo/gás. Na seção (5.3) são apresentados aspectos característicos do controle do separador. Uma análise comparativa dos resultados da implementação das estruturas de controle multivariável na abordagem centralizado, descentralizado e combinado é apresentado na seção (5.4), na seção (5.5) e na seção (5.6), respectivamente. Finalmente na seção (5.7) são fornecidas as conclusões do capítulo. O desempenho dos controladores é avaliado frente à variação dos parâmetros de controle, perturbações de carga e mudanças na referência, por meio dos indicadores analíticos: integral do erro absoluto, erro máximo, variância da saída, variância do controle e média do controle.

## 5.1 Introdução

A indústria do petróleo é reconhecidamente um segmento econômico caracterizado pelos altos níveis de investimento, risco e, em contrapartida, retorno de capital. A exploração e produção de petróleo em alto mar potencializam ainda mais estes aspectos, não apenas devido ao ambiente hostil, mas também por envolverem jazidas de grande porte. As grandes jazidas significam grandes vazões de produção e, conseqüentemente, instalações com capacidade e complexidade crescentes. Durante muito tempo, as plantas de processos instaladas a bordo de plataformas de produção foram consideradas de pouco complexas comparadas com as encontradas, por exemplo, em refinarias ou outros ramos da indústria. Esta *simplicidade do processo* fez com que as atenções ou prioridades se desviassem da busca de alternativas de controle, fazendo com que as soluções adotadas sempre se restringissem aos convencionais controladores do tipo PI.

A procura da melhoria dos níveis de segurança e produtividade das plataformas, levou à adoção de novas tecnologias de automação industrial também nestas instalações. A decorrente facilidade na operação do processo acabou por possibilitar uma maior disponibilidade para atividades relacionadas com a avaliação do desempenho da planta e, conseqüentemente, das soluções de controle até então adotadas. A partir disso, situações onde a utilização da estratégia de controle mais adequada geraria ganhos de produtividade começaram a ser identificadas, uma delas refere-se ao controle dos níveis de água, óleo e ao controle da pressão do gás no separador trifásico água / óleo/ gás.

Apesar das pesquisas sobre o controle do separador utilizando técnicas de controle avançado serem escassas e/ou pouco difundidas, é importante salientar os trabalhos relacionados com o controle de separadores trifásicos apresentados por McDonald, *et al.* (1986), Teixeira (1993), Sobral (1996), Tshitala (2001), Nunes (2001), Heum (2002), Storkaas e Skogestad (2002) e Storkaas *et al.* (2003) entre os mais destacados.

Neste capítulo apresentara-se uma solução para o controle do separador baseado no projeto de controle preditivo multivariável centralizado, descentralizado e combinado na abordagem da estrutura de controle GMV.

## 5.2 Descrição do Processo de Separação

Assim como em outras partes do mundo, a descoberta de relevantes jazidas de hidrocarbonetos em alto mar na costa brasileira tem feito com que a empresa PETROBRÁS (Petróleo Brasileiro S. A.) venha investindo cada vez mais na instalação de plataformas marítimas de produção de petróleo.

A exploração destas jazidas constitui empreendimento de grandes proporções, tanto do ponto de vista de investimento financeiro quanto do potencial de retorno do mesmo, tendo em vista os volumes de produção envolvidos e o porte das instalações que se fazem necessárias.



Figura 5.1: Plataforma Marítima de Produção de Petróleo.

O petróleo como encontrado na natureza é na verdade uma mistura, composta basicamente de óleo, água e gás com diferentes graus de dispersão entre as fases. Assim, de forma genérica, pode-se dizer que os equipamentos instalados numa plataforma de produção visam:

- Possibilitar a elevação do petróleo, desde o reservatório no subsolo marítimo até a plataforma;
- Efetuar a separação óleo-gás-água;
- Comprimir o gás para sua exportação através de gasodutos;
- Exportar o óleo através de oleodutos ou para monobóias, onde é feito seu carregamento em navios-tanque;
- Tratar a água para descarte, re-injeção no reservatório ou alguma utilização a bordo.

Dentro dos processos realizados na plataforma marina, uma das primeiras etapas a ser efetuada é a separação das fases aquosas, oleosas e gasosas, presentes na mistura proveniente do coletor (*manifold*) do subsolo marino por meio do equipamento denominado separador trifásico.

Um separador trifásico é um depósito pressurizado que tem como principais objetivos separar as fases misturadas no petróleo e absorver flutuações da corrente de alimentação. A alimentação consiste numa mescla de óleo, água e gás com diferentes graus de dispersão entre as fases.

Segundo o principio de funcionamento existem duas classes de separadores: (a) aqueles que usam da força centrifuga e (b) aqueles que usam da força gravitacional. Dentro desta última classe, os separadores tipo horizontais são os mais comuns, por apresentar maiores razões volumétricas gás/líquido e uma maior área interfacial óleo/água, a qual favorece a velocidade de separação.

Uma configuração típica de um separador horizontal é ilustrada na Figura (5.2). Observa-se que o depósito é dividido em duas seções por uma barragem, a primeira correspondente à câmara de separação e segunda correspondente à câmara de óleo.



Figura 5.2: Esquema da Configuração Típica de um Separador Trifásico Horizontal

Ao receber a corrente emergente proveniente do coletor, o separador realiza as seguintes funções: (a) controlar o *momentum* de entrada da mistura; (b) retirar a névoa de partículas em suspensão; (c) reter o líquido e (d) controlar a saída do líquido.

O *momentum* de entrada da mistura de múltipla fase é controlado pela re-direção da corrente de entrada e a dissipação da energia do fluido por meio de dispositivos tais como, cabeças de serviço ou separadores envolventes, ilustrados nas Figuras (5.3a) e (5.3b), respectivamente.



(a) Cabeças de Serviço
(b) Separadores envolventes
Figura 5.3: Esquema dos Dispositivos para o Controle do *Momentum* de Entrada do Fluido no Separador

Uma vez diminuído o *momentum* de entrada da mistura, esta passa através da câmara de separação onde o líquido é retido um tempo denominado tempo de residência (que é função da densidade específica do petróleo e da temperatura de operação do sistema) no qual o líquido (mais pesado) decanta e o gás se desprende do óleo.

Normalmente nesta seção são adicionados auxiliares químicos (desmulsificantes e antiespumantes) que aceleram o processo de coalescência do fluido de múltipla fase em dispersão, dando lugar à separação da fase gasosa da massa líquida e a subseqüente separação das fases líquidas imiscíveis, em função da diferencia de suas densidades específicas.



Figura 5.4: Lâminas Extratoras de Névoa

Devido à utilização da força gravitacional para a separação (o que implica uma baixa eficiência na separação), o gás liberado contém uma quantidade considerável de partículas líquidas em suspensão, fazendo necessário à utilização de separadores de névoa visando obter uma corrente gasosa adequada na saída do processo.

O desempenho do separador é muito importante para a operação da plataforma marítima e afeta a qualidade do petróleo exportado ate as refinarias e a qualidade de água descarregada no mar.

## 5.3 Controle do Separador Trifásico

Assim como quaisquer outros equipamentos, existem critérios e especificações a serem seguidos durante a operação do vaso separador, de tal forma que sua função seja executada eficientemente e dentro de limites de segurança. Estas especificações são em geral traduzidas em termos de valores das variáveis de processo relevantes, que devem ser monitoradas ou controladas. A Figura 5.5 mostra esquematicamente um vaso separador e os instrumentos usualmente utilizados para controle e medição.



Figura 5.5: Esquema do Sistema de Controle do Separador Trifásico Água/Óleo/Gás

O controle do nível de óleo e água na câmara de separação do líquido é muito importante já que ele tem relação direta com qualidade de separação da mistura. Um aumento do nível pressuriza o sistema levando a um arraste do óleo para a linha de gás ou de água na linha de óleo; por sua vez, um nível de pressurização muito alto pode atingir a capacidade mecânica do separador. No comportamento inverso, a diminuição do nível pode levar a arraste de gás na linha de óleo ou de óleo na linha de água.

A estrutura de controle ilustrada na Figura (5.5) é descentralizada, as malhas de controle do nível e de pressão atuam com ação de controle proporcional integral, as referências são funções principais da vazão, composição do petróleo e pressão do gás a ser entregue pela plataforma, dentro das restrições operacionais e de segurança do equipamento.

E importante salientar que pelas características não uniformes em vazão e composição da mistura de múltipla fase alimentada ao separador ou por problemas operacionais da plataforma, podem-se apresentar valores de nível ou de pressão que ultrapassem os limites restritivos de operação, para evitar isto o separador dispõe de chaves de intertravamento para os níveis altos e baixos que disparam ações de segurança. A acionamento destes dispositivos de segurança em termos do funcionamento da planta são indesejáveis, já que, em geral, acarariam a interrupção da produção ou mesmo a parada total da planta.

A referência do nível de óleo é, na realidade, estipulada em função da vazão e composição estimadas para o petróleo a ser produzido. Ou seja, dadas a vazão e composição estimadas, e as dimensões do vaso, determina-se o nível médio do óleo propiciará um tempo de residência adequado (e possibilitar a realização da separação).

O comportamento da vazão de produção é caracterizado pelas chamadas "golfadas". A não uniformidade da mistura óleo e gás proveniente dos poços, fazem com que sejam formados bolsões intercalados com predominância ora de óleo, ora de gás, nas linhas de produção até a plataforma. Como conseqüência, a vazão de cada uma das fases da mistura apresenta variações que podem ser bruscas.

No intuito de manter o nível na referência e impedir a parada da planta, os controladores de nível são em geral sintonizados de tal forma que distúrbios na vazão de entrada sejam compensados por variações equivalentes na vazão de saída. Um controlador sintonizado desta forma responde à ocorrência de "golfadas" imprimindo variações bruscas na abertura da válvula de controle, gerando desgaste mecânico (possivelmente excessivo) da mesma ao longo do tempo.

A composição do petróleo e a vazão de produção dos poços variam também com a idade do reservatório. Assim, o tempo de residência, as dimensões do vaso e os valores de referência determinados inicialmente perdem significância com o passar do tempo. A manutenção do nível em seu valor de referência não necessariamente irá garantir uma separação adequada da mistura óleo-gás durante toda a vida útil da plataforma. Do acima exposto note-se que, para que o processo de separação seja realizado satisfatoriamente, muitos são os aspectos que devem ser analisados, desde uma avaliação precisa e atualizada da composição do petróleo produzido, passando pelo dimensionamento dos equipamentos (vasos e válvulas), até o estabelecimento de uma estratégia de controle mais adequada.

Uma função secundária dos separadores horizontais, conseqüência das suas características de desenho, é trabalhar como um tanque pulmão, absorvendo as variações da vazão do petróleo que provêm dos poços, mediante alterações em seu nível interno de óleo dentro dos limites operacionais do nível. Esta característica de capacitância é informalmente encarada como uma reserva de contingência, da qual se faz uso quando o conjunto controlador-válvula não for capaz de gerar vazões de saída que compensem uma variação da vazão de entrada.

Entretanto, e diante da incerteza quanto ao tempo de residência necessário para uma separação adequada, pode-se encarar a capacitância do vaso separador, não como uma reserva de contingência, mas sim como uma característica a ser explorada de forma a possibilitar um maior tempo de residência do óleo no vaso. Para que isso ocorra, é necessário que o controlador permita que o valor do nível excursione dentro da faixa de operação limitada pelos valores máximo e mínimo, ao invés de procurar exercer um controle justo em torno da referência. Como a ação de controle é exercida através de variações na abertura da válvula de saída, uma estratégia de controle avançado permitiria que se exercesse esta ação de forma suave, diminuindo a taxa de variação na vazão de saída e, conseqüentemente, permitindo uma maior amplitude nos valores de nível.

## 5.4 Estruturas de Controle MIMO Centralizadas

## 5.4.1 Modelo Não-Linear do Processo Acoplado

Um modelo rigoroso não-linear do separador trifásico água/óleo/gás foi desenvolvido por Nunes (1994). Este modelo está caracterizado pelos seguintes aspetos: (a) a alimentação está composta de 15 componentes químicos e um pseudocomponente; (b) o modelo está composto de um total de 81 variáveis; (c) as fases termodinâmicas são consideradas em equilíbrio. Isto é assumido devido a que o tempo de estabelecimento da fase líquida é aproximadamente 5 minutos entre tanto o equilíbrio termodinâmico toma 30 segundos (a equação de Soave-Redlish-Kwong é usada); (d) a distribuição das gotas (consideradas como esferas perfeitas) na entrada da alimentação e entre os pratos paralelos do separador é conhecida; (c) o regime permanente é considerado para o cálculo da velocidade terminal das gostas de água e óleo. Isto é uma razoável suposição devido a que as fases líquidas têm baixas velocidades e um fluxo laminar naquelas velocidades é observado; (d) os efeitos de barreiras e de concentração são insignificantes no cálculo da velocidade terminal; (e) a não coalescência das gotas é considerada; (f) a não emulsificação de agentes é considerada. Isto implica que o sistema é uma dispersão; (g) a não dispersão do líquido participa na fase gasoso; e (h) um perfil parabólico para a velocidade da água é considerado na formulação.

As simulações sobre o modelo rigoroso realizado por Nunes (1994), demonstraram que a representação termodinâmica das fases é importante no estudo do gás, mas tem um efeito pouco significativo na dinâmica da separação líquido/líquido. Considerando que o principal interesse do controle deste processo é aumentar o desempenho na separação óleo/água, Nunes (2001) desenvolveu um modelo simplificado assumindo a não existência da transmissão de massa entre as fases termodinâmicas, conseqüentemente variações de pressão e temperatura ou composição não causaram uma troca de massa entre as fases termodinâmicas individuais, isto é justificado já que as flutuações observadas na prática são pouco significantes. A simplificação reduz consideravelmente o número de estados do modelo rigoroso sem perda de precisão para as variáveis de interesse.

# 5.4.2 Modelo Linear do Processo Acoplado

Modelo Contínuo:

$$\begin{bmatrix} H_{w}(s) \\ H_{L}(s) \\ P(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{17}{206s+1} & 0 & \frac{2.4}{367s+1} \\ -\frac{126}{322s+1} & -\frac{169}{330s+1} & \frac{43}{508s+1} \\ 0 & 0 & -\frac{2.4}{2s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{w}(s) \\ S_{L}(s) \\ S_{G}(s) \end{bmatrix}$$

Modelo Discreto ( $T_s = 0.2 \text{ min}$ ):

$$\begin{bmatrix} H_{w}(z^{-1}) \\ H_{L}(z^{-1}) \\ P(z^{-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{0.0165}{1-0.999z^{-1}} & 0 & \frac{0.001308}{1-0.9995z^{-1}} \\ -\frac{0.07824}{1-0.9994z^{-1}} & -\frac{0.1024}{1-0.9994z^{-1}} & \frac{0.01693}{1-0.9996z^{-1}} \\ 0 & 0 & -\frac{0.2284}{1-0.9048z^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{w}(z^{-1}) \\ S_{L}(z^{-1}) \\ S_{G}(z^{-1}) \end{bmatrix}$$

Modelo em Espaço de Estados Discreto:

$$A_{ssd} = \begin{bmatrix} 0.9990 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9994 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9994 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9995 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9996 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9996 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9048 \end{bmatrix}; B_{ssd} = \begin{bmatrix} 0.0500 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1999 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0125 \\ 0 & 0 & 0.0500 \\ 0 & 0 & 0.0500 \\ 0 & 0 & 0.1903 \end{bmatrix};$$
$$C_{ssd} = \begin{bmatrix} -0.3301 & 0 & 0 & 0.1046 & 0 & 0 \\ 0 & -0.7826 & -0.5121 & 0 & 0.3386 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.2000 \end{bmatrix}; D_{ssd} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Frações Matriciais do Modelo (MDF):

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 1.9985z^{-1} + 0.9985z^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2.9984z^{-1} + 2.9968z^{-2} - 0.9984z^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - 0.9048z^{-1} \end{bmatrix}$$
$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} -0.0165 + 0.0165z^{-1} & 0 & 0.0013 - 0.0013z^{-1} \\ -0.0782 + 0.1564z^{-1} - 0.0782z^{-2} & -0.1024 + 0.2047z^{-1} - 0.1023z^{-2} & 0.0169 - 0.0338z^{-1} + 0.0169z^{-1} \\ 0 & 0 & -0.2284 \end{bmatrix} z^{-1}$$

## 5.4.3 Atrasos de Transporte Multivariável

Observa-se que o  $det(G_p(z^{-1}))$  é diferente de zero, conseqüentemente está assegurada a controlabilidade e a existência da matriz  $\mathbf{x}(z)$  como em Wolovich e Falb (1976).

Calculando o elemento  $x_1$  da fila 1 da matriz interactor, tem-se,

$$\mathbf{x}_{1} = \lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z)_{1} G_{p}(z^{-1}) = [-0.0165 \quad 0 \quad 0.001308] = \mathbf{t}_{1}$$

Calculando o elemento  $\boldsymbol{x}_2$  da fila 2 da matriz interactor, tem-se,

$$\mathbf{x}_{2} = \lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z)_{2} G_{p}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} -0.07824 & -0.1024 & 0.01693 \end{bmatrix} = \mathbf{t}_{2}$$

Calculando o elemento  $\boldsymbol{x}_3$  da fila 2 da matriz interactor, tem-se,

$$\mathbf{x}_3 = \lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z)_2 G_p(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.2284 \end{bmatrix} = \mathbf{t}_3$$

Sejam  $t_2 = a_1^1 x_1$  e  $t_3 = a_2^1 x_2$ , observa-se que  $a_1^1$  e  $a_2^1$  não existem, e que os vetores  $t_1$ ,  $t_2$  e  $t_3$  são linearmente independente, conseqüentemente a matriz interactor tem a seguinte estrutura,

$$\mathbf{x}(z) = \begin{bmatrix} z & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix}$$

Verificando que  $det(K) \neq 0$ , tem-se,

$$K = \lim_{z^{-1} \to 0} \mathbf{x}(z) G(z^{-1}) = \begin{bmatrix} -0.0165 & 0 & 0.001308 \\ -0.07824 & -0.1024 & 0.01693 \\ 0 & 0 & -0.2284 \end{bmatrix} \quad det(K) = -0.0042 \neq 0$$

## 5.4.4 Resultados da Simulação

Os resultados de simulação confirmam as análises teóricas e matemáticas realizadas sobre os controladores apresentados no capítulo 2, e são apresentados em conformidade com:

#### 1. <u>Comportamento do modelo linear frente à ponderação de parâmetros de sintonia</u>

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle: (a) GMV-P, ilustram-se nas Figuras (5.6) à (5.9); (b) GMV-I, ilustram-se nas Figuras (5.10) à (5.13); (c) GMV-PID, ilustram-se nas Figuras (5.2) à (5.17), e (d) PID, ilustram-se nas Figuras (5.18) à (5.21). As Tabelas (5.1) à (5.4) apresentam os índices analíticos do desempenho de cada controlador. Observa-se que os parâmetros de ponderação  $\vec{P}(z^{-1})$ ,  $\vec{W}(z^{-1})$ ,  $\vec{Q}(z^{-1})$ ,  $\vec{V}(z^{-1})$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon \in \Upsilon$ , determinam o comportamento dinâmico do processo.

#### 2. Comportamento do modelo linear frente a perturbações de carga

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle ilustram-se nas Figuras (5.22) à (5.25). A saída de pressão foi submetida a uma perturbação igual ao 20% do seu valor em regime no intervalo de 40 ate 80 minutos. Esta perturbação afeita os níveis de óleo e água. A Tabela (5.5) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador.

Observa-se que o controlador GMV-I apresentou os valores mais baixos nos indicadores IAE e MAE, o que se traduz no melhor desempenho, seguido do controlador GMV-PID que apresentou o valor mais baixo na média de controle.

O controlador GMV-P não rejeitou perturbações, e apresentou o mais alto valor IAE para a saída  $y_3$ , o que se traduz no pior desempenho, seguido do controlador PID que apresentou uma resposta lenta para a rejeição de perturbações e o valor máximo no indicador MAE para todas as saídas.

#### 3. Comportamento do modelo linear frente a mudanças na referência

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle ilustram-se nas Figuras (5.26) à (5.29). Os sinais de referência são passos assíncronos de amplitudes diferentes. A Tabela (5.6) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador. Observa-se que os controladores GMV-P e GMV-I apresentaram valores baixos nos indicadores IAE, MAE e média de controle, o que se traduz num bom desempenho no controle do processo, diferentemente dos controladores GMV-PID e PID que apresentaram valores maiores no indicador IAE. Observa-se também que o controlador PID é lento no seguimento da referência.

#### 4. Comportamento do modelo não-linear frente a perturbações de carga

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle GMV-I e PID ilustram-se nas Figuras (5.30) e (5.31), respectivamente. A saída de pressão foi submetida a uma perturbação igual ao 60% do seu valor em regime no intervalo de 5 ate 15 minutos. Esta perturbação afeita os níveis de óleo e água. A Tabela (5.7) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador. Observa-se que o controlador GMV-I apresentou os menores valores de IAE, MAE, e uma média de controle maior diferentemente do controlador PID que apresentou uma resposta lenta na rejeição de perturbações e uma média de controle menor.

#### 5. Comportamento do modelo não-linear frente a mudanças na referência

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle ilustram-se nas Figuras (5.32) e (5.33). Os sinais de referência são passos assíncronos de amplitudes diferentes. A Tabela (5.7) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador. Observa-se que o controlador GMV-I apresentou o melhor desempenho diferentemente do controlador PID que apresentou uma resposta mais lenta no seguimento da referência.



## VARIAÇÃO DO PARÂMETRO DE PONDERAÇÃO DE CONTROLE

Tabela No 5.1: Desempenho do Controlador GMV-P frente à Variação da Ponderação de Controle

Ponderação P=I	Figura 5.6			Figura 5.7			F	igura 5.	8	Figura 5.9		
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
$IAE_i$	3.3962	3.9045	49.2789	74.7954	40.0693	218.9599	275.649	727.985	3764.6	251.022	363.986	4737.5
$MAE_i$	0.5000	0.7000	9.5000	0.5000	0.7000	9.5000	0.5702	1.7154	9.5000	0.5040	0.7547	9.5000
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0018	0.0000	0.0000	0.0017	0.0000	0.0001	12793	0.0000	0.0000	2.6E-8
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0024	0.0002	0.0059	0.0001	0.0001	0.0042	0.0000	0.0000	9.36E5	0.0000	0.0000	2.0E-7
$\overline{u}_i$	-0.4377	-0.3790	-4.0004	-0.4065	-0.3757	-3.8561	-0.0614	-0.0744	-0.8388	-0.0003	-0.0004	-0.0107





Tabela No 5.2: Desempenho do Controlador GMV-I frente à Variação da Ponderação de Controle

Ponderação P=I	Figura 5.10			Figura 5.11			F	igura 5.1	.2	Figura 5.13		
Índices	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
$IAE_i$	2.8958	3.5237	47.5359	33.3392	6.9394	50.6300	124.700	114.640	134.561	237.345	572.107	1707.8
$MAE_i$	0.5000	0.7000	9.5000	0.5000	0.7000	9.5000	0.5240	1.3434	9.5000	0.5904	2.0463	9.5000
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0018	0.0000	0.0000	0.0018	0.0002	0.0003	0.0031	0.0000	0.0023	0.0135
$E\left\{ u_{i}\left( k\right) ^{2}\right\}$	0.0029	0.0005	0.0059	0.0015	0.0010	0.0045	0.0002	0.0002	0.0010	0.0000	0.0000	0.0021
$\overline{u}_i$	-0.4381	-0.3790	-4.0019	-0.4381	-0.3790	-4.0018	-0.3957	-0.4088	-3.9872	-0.2436	-0.2911	-2.6133



## VARIAÇÃO DO PARÂMETRO DE PONDERAÇÃO DE CONTROLE

Tabela No 5.3: Desempenho do Controlador GMV-PID frente à Variação da Ponderação de Controle

Ponderação	Figura 5.14			Figura 5.15			F	igura 5.	16	Figura 5.17		
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
$IAE_i$	1.4807	1.16E170	12.0942	0.0402	0.3914	53.0037	36.2501	18.6742	26.7556	216.6513	139.0861	59.3919
$MAE_i$	0.1873	6.36E169	0.9040	0.0024	0.0234	3.0500	0.5370	0.8133	1.7891	1.1345	1.8538	3.2884
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	4.3E-7	8	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0004	0.0004
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0011	8	0.0009	0.0000	0.0000	0.0006	0.0022	0.0015	0.0005	0.0066	0.0042	0.0006
$\overline{u}_i$	-0.3456	-2.7E168	-3.9342	-0.3443	-0.4177	-3.9200	-0.3464	-0.4181	-3.9309	-0.3396	-0.4201	-3.9164
80 60

80



#### VARIAÇÃO DO PARÂMETRO DE PONDERAÇÃO DE CONTROLE



Controle sl(k)

Controle sg(k)

80

-20

0.8

u o.6 9.0 de agina 0.4 0.2

Nível de óleo, m

Pressão, kgf/cm2 , 01 51

Figura 5.20: PID (*d* =0.1; *e* =1)



Tabela No 5.4: Desempenho do Controlador PID frente à Variação da Ponderação de Controle

Ponderação	I	Figura 5.18			igura 5.	19	F	igura 5.	20	Figura 5.21		
Índices	$y_{l}(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
$IAE_i$	34.6121	23.0672	135.0424	145.4038	80.3077	95.1727	22.9530	49.5845	258.6197	85.6229	288.0710	1656.9
$MAE_i$	0.5000	0.7000	9.5000	0.5000	0.7000	9.5000	0.5000	0.7000	9.5000	0.5000	1.6138	9.5000
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0030	0.0000	0.0000	0.0028	0.0000	0.0001	0.0049	0.0001	0.0009	0.0319
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0003	0.0003	0.0131	0.0000	0.0000	0.0004	0.0001	0.0001	0.0055	0.0014	0.0013	0.0552
$\overline{u}_i$	-0.4350	-0.3825	-4.0104	-0.3971	-0.4007	-3.9662	-0.4359	-0.3813	-4.0055	-0.4571	-0.3665	-4.0252

#### DESEMPENHO DOS CONTROLADORES FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA



Figura 5.24: GMV-PID ([-0.06 0 0.002; -0.22 -0.2 0.01;0 0 -4])



Tabela No 5.5: Desempenho dos Controladores MIMO Centralizados frente à Perturbação de Carga

Ponderação	F	Figura 5.22			igura 5.	23	Figura 5.24			Figura 5.25		
Índices	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
IAE <sub>i</sub>	0.0791	0.3838	384.4668	0.0007	0.0059	4.7298	0.2073	1.2739	272.7917	36.3942	45.4899	174.3335
$MAE_i$	0.0003	0.0012	1.9032	0.0001	0.0016	1.9000	0.0054	0.0314	6.3721	0.5000	0.7000	9.5000
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0018	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0033	0.0000	0.0000	0.0032
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0002	0.0003	0.0273	0.0002	0.0004	0.0343	0.0002	0.0004	0.0358	0.0006	0.0007	0.0484
$\overline{u}_i$	-0.0864	-0.0961	-0.9074	-0.0591	-0.0621	-0.5896	-0.0580	-0.0607	-0.5763	-0.1491	-0.0261	-0.6661

#### **DESEMPENHO DOS CONTROLADORES FRENTE A MUDANÇAS NA REFERÊNCIA**



Figura 5.28: GMV-PID ([-0.06 0 0.002; -0.22 -0.2 0.01;0 0 -4])



Tabela No 5.6: Desempenho dos Controladores MIMO Centralizados frente à Mudanças na Referência

Ponderação	F	Figura 5.26			igura 5.2	27	F	igura 5.	28	Figura 5.29		
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
$IAE_i$	0.1000	0.1000	1.0042	0.1000	0.1000	1.0040	0.5313	0.5569	53.9283	7.6755	16.8155	10.3737
$MAE_i$	0.1000	0.1000	0.9040	0.1000	0.1000	0.9040	0.1000	0.1000	3.0319	0.0987	0.0954	0.9040
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0001	0.0001	0.0003	0.0001	0.0001	0.0003	-0.3617	0.0001	0.0006	0.0000	0.0000	0.0003
$\overline{u}_i$	-0.3630	-0.4101	-3.9451	-0.3630	-0.4101	-3.9451	0.5905	-0.4086	-3.9315	-0.3621	-0.4105	-3.9448

### DESEMPENHO FRENTE A MUDANÇAS NA REFERÊNCIA NO MODELO NÃO-LINEAR



Figura 5.33: GMV-I ( $\vec{Q} = 0.01$  I)



Figura 5.30: PID (*Kp*<sub>1</sub>=5; *Kp*<sub>2</sub>=2; *Kp*<sub>3</sub>=1; *Ki*<sub>i</sub>=1; *Kd*<sub>i</sub>=0)



Figura 5.32: PID (*Kp*<sub>1</sub>=5; *Kp*<sub>2</sub>=2; *Kp*<sub>3</sub>=1; *Ki*<sub>i</sub>=1; *Kd*<sub>i</sub>=0)

Tabela No 5.7: Desempenho do Controlad	or PID e GMV-I no Mode	lo Não-Linear do Separador
--	------------------------	----------------------------

Ponderação		Perturbação de Carga						Seguimento de Referência							
P = I	F	Figura 5.3	0	Figura 5.31			F	Figura 5.3	2	Figura 5.33					
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )			
$IAE_i$	0.0592	0.0643	11.1876	6.6082	13.9839	23.4167	0.5973	1.3285	1.4318	2.0124	3.7991	1.5379			
MAE <sub>i</sub>	0.0100	0.0100	5.0000	0.0715	0.2575	1.4696	0.0376	0.0427	0.0510	0.1009	0.1401	0.1151			
$E\left\{ y_{i}\left( k\right) ^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0052	0.0000	0.0001	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000			
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0006	0.0010	0.0574	0.0002	0.0003	0.0009	0.0004	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000			
$\overline{u}_i$	0.3181	0.4173	3.1630	-0.2751	-0.3218	-0.1190	-0.0669	0.0334	0.0022	-0.0382	0.0197	-0.0056			

# 5.5 Estruturas de Controle MIMO Descentralizadas

Analisando os elementos da função de transferência do modelo linear, observa-se que o nível de água é influenciado pela pressão de gás, o nível de óleo está influenciado tanto pelo nível de água como pela pressão de gás, mas a pressão de gás praticamente não recebe influencia das outras variáveis. A Figura (5.34) ilustra a influência do acoplamento cruzado entre as entradas  $u_i$  e as saídas  $y_i$  no processo de separação óleo/água/gás.



Figura 5.34: Resposta do Sistema Acoplado em Malha Aberta frente a Mudanças na Referência

Observa-se que uma mudança no sinal de referência de pressão, afeta consideravelmente os níveis de óleo e água, uma mudança no nível de referência de óleo não afeta significativamente o nível de água mas uma mudança no sinal de referência de água afeta significativamente o nível de óleo.

#### 5.5.1 Modelo Linear do Processo Desacoplado

A seguir apresentam-se os modelos desacoplados do processo junto com os pré-compensadores estáticos de regime permanente de Zalkind e Luyben estrutura simplificada e de Yamamoto e Shah que permitiram compensar o efeito indireto das interações:

1. Pré-compensador de Zalkind e Luyben Simplificado:

$$G_{PC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{g_{11}(z^{-1})}{g_{13}(z^{-1})} \\ -\frac{g_{21}(z^{-1})}{g_{22}(z^{-1})} & 1 & -\frac{g_{23}(z^{-1})g_{11}(z^{-1}) + g_{21}(z^{-1})g_{13}(z^{-1})}{g_{22}(z^{-1})g_{11}(z^{-1})} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A Figura (5.35) ilustra a estrutura do sistema de controle para desacoplar o processo por meio do pré-compensador de Zalkind e Luyben.



Figura 5.35: Representação da Estrutura do Sistema de Controle MIMO Desacoplada para o Separador Óleo/Água/Gás.

Modelo do Processo Desacoplado:

$$G_{pD1}(z^{-1}) = \frac{-0.0165z^{-1}}{1 - 0.999z^{-1}}; \ G_{pD2}(z^{-1}) = \frac{-0.1024z^{-1}}{1 - 0.9994z^{-1}}; \ G_{pD3}(z^{-1}) = \frac{-0.2284z^{-1}}{1 - 0.9048z^{-1}}$$

2. Pré-compensador de Yamamoto (na freqüência de regime permanente):

$$G_{PC}\Big|_{0} = B(1)^{-1}A(1) = \begin{bmatrix} -0.0588 & 0 & -0.0588 \\ 0.0439 & -0.0059 & -0.0622 \\ 0 & 0 & -0.4167 \end{bmatrix}$$

Modelo do Processo Desacoplado:

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 1.9985z^{-1} + 0.9985z^{-2} & 0 & 0\\ 0 & 1 - 2.9984z^{-1} + 2.9968z^{-2} - 0.9984z^{-3} & 0\\ 0 & 0 & 1 - 0.9048z^{-1} \end{bmatrix}$$

Matriz  $\overline{B}(z^{-1})$  calculada com o Pré-compensador  $G_{PC}|_0$ 

$$\overline{B}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.9704\text{E}-3-0.9699\text{E}-3z^{-1} & 0 & 0\\ 0 & 0.0006-0.0012z^{-1}+0.0006z^{-2} & 0\\ 0 & 0 & 0.0952 \end{bmatrix} z^{-1}$$

3. Pré-compensador de Yamamoto (na freqüência ótima):

$$G_{PC}\Big|_{0.3} = B(1.0618)^{-1}A(1.0618) = \begin{bmatrix} -3.5855 & 0 & -0.0517 \\ 2.7389 & -0.5743 & -0.0679 \\ 0 & 0 & -0.6474 \end{bmatrix}$$

Matriz  $\overline{B}(z^{-1})$  calculada com o Pré-compensador  $G_{pc}|_{0.3}$ 

$$\overline{B}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 0.0591 \cdot 0.0591 z^{-1} & 0 & 0\\ 0 & 0.0588 \cdot 0.1176 z^{-1} + 0.0587 z^{-2} & 0\\ 0 & 0 & 0.1479 \end{bmatrix} z^{-1}$$

4. Matriz dos menores atrasos de transporte

$$\mathbf{x}_{d}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} z^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & z^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & z^{-1} \end{bmatrix}$$

#### 5.5.2 Resultados da Simulação

Os resultados de simulação confirmam as análises teóricas e matemáticas realizadas sobre os controladores apresentados no capítulo 3, e são apresentados em conformidade com:

#### 1. Análise das propriedades de controlabilidade inerentes ao processo

Os resultados do comportamento dos indicadores |K|, RGA(K), s(K) e  $g_{Min}(K)$  no domínio da freqüência ilustram-se nas Figuras (5.36) à (5.39). A Tabela (5.8) apresenta os resultados analíticos nas seguintes freqüências: (a) zero ou de regime permanente; (b) do menor número condicionante, e (c) do maior MRI.

Observa-se que na freqüência zero ou próxima do zero: (a) o valor do determinante é o mais alto; (b) a matriz RGA é igual à identidade, e (c) os valores dos indicadores MRI e número condicionante são os mais altos.

Analisando os valores do determinante no domínio da freqüência observa-se que a sensibilidade do modelo frente a incertezas ou erros de modelagem aumenta em freqüências maiores a freqüência zero.

Analisando a significância dos valores constantes da matriz RGA no domínio da freqüência pode se dizer que, sé o grau de sensibilidade frente a incertezas ou erros da modelagem é nulo, os ganhos de malha aberta serão idênticos aos ganhos de malha fechada, assim em teoria as malhas não estarão sujeitas à ação de regulação das outras malhas de controle e poderiam ser sintonizadas de modo independente. Não obstante nem todos os elementos fora da diagonal da função de transferência são zero, conseqüentemente as malhas estão afetadas pela transmissão da interação dos sinais de controle  $u_i$  que influenciam os sinais de saída. A relação de autovalores das malhas 1 e 2 com a malha 3 apresentam valores elevados comparados com a relação de autovalores das malhas 2 e 3 com a malha 1 ou das malhas 3 e 1 com a malha 2, confirmando o resultado ilustrado na Figura (5.34).

Analisando os valores do número condicionante no domínio da freqüência, observa-se que o maior número condicionante é registrado em freqüências próximas a freqüência zero, e o menor número condicionante é registrado na freqüência de 0.3 rad/min, onde o processo esta melhor condicionado. Neste caso um melhor resultado no controle do processo será obtido ao utilizar o pré-compensador projetado a partir da freqüência ótima.

 <u>Comportamento do controlador (projetado para o modelo descentralizado por</u> meio do método simplificado de Z-L) no modelo acoplado e desacoplado frente a perturbações de carga e mudanças na referência

Os resultados da simulação ilustram-se nas Figuras (5.40) à (5.43). A Tabela (5.9) apresenta os índices analíticos de desempenho. Observa-se que o desempenho obtido tanto com o modelo acoplado e desacoplado são satisfatórios. No modelo desacoplado as interações são eliminadas mas os valores IAE e média de controle são maiores aos registrados no modelo acoplado onde se observa o efeito da interação das variáveis.

 Comportamento do controlador (projetado para o modelo descentralizado por meio dos pré-compensadores estáticos de regime permanente e de freqüência ótima) no modelo desacoplado frente a perturbações de carga e mudanças na referência

Os resultados da simulação ilustram-se nas Figuras (5.44) à (5.47). A Tabela (5.10) apresenta os índices analíticos de desempenho de cada controlador. Observa-se claramente um melhor desempenho (com valores consideravelmente menores nos sinais de esforço de controle) da estrutura desacoplada por meio do pré-compensador estático de freqüência ótima comparado com os resultados obtidos da estrutura desacoplada por meio do pré-compensador estático de pré-compensador estático de regime permanente. O desempenho da estrutura de controle descentralizada de Y-S apresentou melhores desempenhos que a estrutura de controle descentralizada de Z-L.

Os resultados da estrutura de controle centralizada GMV-I (ilustrados nas Figuras (5.23) e (5.27)), apresentaram um melhor desempenho comparado com os apresentados pelas estruturas de controle descentralizadas de Z-L e Y-S.

#### **INDICADORES DO CONDICIONAMENTO DO SISTEMA**







Figura 5.37: Matriz de Ganhos Relativos *RGA*(*K*(*jw*))



Figura 5.39: Número Condicionante  $g_{Min}(K(jw))$ Tabela No 5.8: Indicadores das Propriedades de Controlabilidade Inerentes do Processo

jw	K(jw)	K(jw)	RGA(K(jw))	$\boldsymbol{s}(K)$	( <i>jw</i> ))	$\boldsymbol{g}_{Min}(K(jw))$	$\boldsymbol{l}(K(jw))$
0.000	-17.000 0.00 2.400	0005.0		015 40	0.0500	01.0000	-169.0000
0.000	-126.00 -169.00 43.00 0.00 0.00 -2.400	-6895.2		215.40	2.3509	91.6230	-17.0000 -2.4000
0.301	$\begin{bmatrix} -0.4009 & 0 & 0.0321 \\ -1.9172 & -2.5100 & 0.4170 \\ 0 & 0 & -1.7118 \end{bmatrix}$	-1.7225	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	3.2063	0.3176	10.0942	-2.5100 -0.4009 -1.7118
0.001	$\begin{bmatrix} -14.0962 & 0 & 1.7557 \\ -95.3101 & -127.067 & 28.5146 \\ 0 & 0 & -2.3952 \end{bmatrix}$	-4290.23		161.612	2.3570	68.5671	-127.067 -14.0962 -2.3952

#### DESEMPENHO FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA E MUDANÇAS NA REFERÊNCIA



Figura 5.40: Z-L sobre o Modelo Desacoplado



Figura 5.42: Z-L sobre o Modelo Desacoplado



Figura 5.41: Z-L sobre o Modelo Acoplado



Figura 5.43: Z-L sobre o Modelo Acoplado

Ponderação		Pe	rturbação	o de Car	ga			Segui	mento de	e Referê	ncia	
P=I	F	'igura 5.4	0	Figura 5.41			F	'igura 5.4	2	Figura 5.43		
	Z-]	L ( $Q_i = 0.0$	01)	Z-L ( $Q_i$ =0.01)			Z-2	L ( $Q_i = 0.0$	)1)	Z-L ( $Q_i$ =0.01)		
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	$y_3(k)$	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
$IAE_i$	0.6177	0.7218	14.3817	0.0964	2.5160	4.7629	0.7117	0.9028	10.6170	0.1182	1.5082	1.0052
$MAE_i$	0.5005	0.7004	10.4040	0.0208	0.3455	1.9000	0.5005	0.7004	10.4040	0.1000	0.4834	0.9040
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0000	0.0000	0.0000
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0123	0.0006	0.0566	0.0003	0.0009	0.0343	0.0263	0.0011	0.0236	0.0002	0.0005	0.0003
$\overline{u}_i$	-30.2812	-6.8270	-42.1102	-0.0591	-0.0621	-0.5896	-34.852	-7.3174	-45.5756	-0.3630	-0.4101	-3.9451

Tabela No 5.9: Desempenho das Estruturas de Controle Multivariável Descentralizadas

#### DESEMPENHO FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA E MUDANÇAS NA REFERÊNCIA



Figura 5.44: Y-S Pré-compensador Regime Permanente



Figura 5.46: Y-S Pré-compensador Regime Permanente



Figura 5.45: Pré-compensador Freqüência Ótima





Tabela No 5.10: Desempenho das Estruturas de Controle Multivariável Descentralizad
--

Ponderação		Pe	rturbação	o de Car	ga		Seguimento de Referência					
P=I	F	'igura 5.4	4	F	Figura 5.4	5	F	'igura 5.4	6	Figura 5.47		
	Y-	S ( $Q_i = 0.0$	01)	Y-S ( $Q_i$ =0.01)			Y-S ( <i>Qi</i> =0.01)			Y-S ( $Q_i = 0.01$ )		
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
IAE <sub>i</sub>	0.0740	0.0828	8.2756	0.0603	0.0603	8.2293	0.2198	0.2302	2.8305	0.2034	0.2034	2.8544
$MAE_i$	0.0100	0.0100	1.8096	0.0100	0.0100	1.8096	0.1000	0.1000	1.7221	0.1000	0.1000	1.7221
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0003	0.0006	0.0536	0.0000	0.0000	0.0222	0.0363	0.0874	0.0025	0.0000	0.0000	0.0010
$\overline{u}_i$	0.0912	0.0491	5.4436	0.0015	0.0005	3.5036	0.3431	0.3862	9.4838	0.0056	0.0040	6.0969

#### 5.6 Estruturas de Controle MIMO Combinadas

Nesta seção implementaram-se as seguintes estruturas de controle:

- Estruturas de controle descentralizadas: (a) PID-SISO para cada malha; (b) PID-SISO para as malhas 2, 3 e GMV-I-SISO para a malha 1; (b) PID-SISO para as malhas 1, 3 e GMV-I-SISO para a malha 2; (c) PID-SISO para as malhas 1, 2 e GMV-I-SISO para a malha 3 e (d) GMV-I-SISO para cada uma das malhas.
- Estruturas de controle combinadas: (a) GMV-I-MIMO para as malhas 2 e 3 e PID-SISO para a malha 1; (b) GMV-I-MIMO para as malhas 1 e 3 e PID-SISO para a malha 2, e (c) GMV-I-MIMO para as malhas 1 e 2 e PID-SISO para a malha 3.

#### 5.6.1 Resultados da Simulação

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle descentralizados tanto para as análises do comportamento do sistema frente a perturbações de carga (ilustrados nas Figuras (5.48) à (5.52)), como para as análises do comportamento do sistema frente a mudanças na referência (ilustrados nas Figuras (5.56) à (5.60)), revelaram que os controladores: (a) GMV-I-SISO para cada malha, e (b) PID-SISO para as malhas 1 e 2 e GMV-I-SISO para a malha 3, apresentaram os melhores desempenhos.

Os resultados da simulação dos algoritmos de controle combinados tanto para as análises do comportamento do sistema frente a perturbações de carga (ilustrados nas Figuras (5.53) à (5.55)), como para as análises do comportamento do sistema frente a mudanças na referência (ilustrados nas Figuras (5.61) à (5.63)), revelaram os controladores: (a) GMV-I-MIMO para as malhas 2 e 3 e PID-SISO para a malha 1 e (b) GMV-I-MIMO para as malhas 1 e 3 e PID-SISO para a malha 2, apresentaram os melhores desempenhos.

Os índices analíticos de desempenho dos controladores: (a) frente a perturbações de carga encontram-se registrados nas Tabelas (5.11) e (5.12) e (b) frente a mudanças na referência encontram-se registrados nas Tabelas (5.13) e (5.14).

Observa-se que as malhas controladas pelos controladores GMV-I-MIMO e GMV-I-SISO apresentaram um melhor desempenho comparado com obtido nas malhas controladas pelo controlador PID-SISO.

Comparando os resultados das estruturas de controle: (a) descentralizada GMV-I-SISO; (b) combinada GMV-I-MIMO para as malhas 2 e 3 e PID-SISO para a malha 1 e (c) centralizada GMV-I-MIMO, pode-se concluir que o melhor desempenho é obtido com o controlador centralizado já que apresenta valores menores nos indicadores IAE, MAE e média de esforço de controle. As estruturas de controle descentralizadas não chegaram a compensar completamente o efeito da transmissão da interação existente entre as malhas diferentemente das estruturas de controle centralizadas e combinadas.

#### DESEMPENHO FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA (MODELO ACOPLADO)



Figura 5.50: PID-SISO 1-3 / GMV-I -SISO 2



Figura 5.49: PID-SISO 2-3 / GMV-I -SISO 1



Figura 5.51: PID-SISO 1-2 / GMV-I -SISO 3



Ponderação	F	Figura 5.48			Figura 5.4	19	Figura 5.50			Figura 5.51		
P=I	$Kp_1=5$	; <i>Kp</i> <sub>2</sub> =2;	<i>Kp</i> <sub>3</sub> =1		$Q_1 = 0.01$			<i>Q</i> <sub>2</sub> =0.01		$Q_{3}=0.01$		
		$Ki_i=1$		$Kp_2=2$	2; Kp <sub>3</sub> =1	;Ki <sub>i</sub> =1	$Kp_1 = 3$	5; <i>Kp</i> <sub>3</sub> =1;	$Ki_i=1$	$Kp_1=5; Kp_2=2; Ki_i=1$		
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
IAE <sub>i</sub>	8.9105	19.7017	112.7731	0.0823	13.1295	112.7731	8.9105	1.1758	112.7731	8.8872	17.8477	4.8120
MAE <sub>i</sub>	0.0931	0.4299	4.4302	0.0100	0.3133	4.4302	0.0931	0.0733	4.4302	0.0879	0.4416	1.9000
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0013	0.0000	0.0000	0.0013	0.0000	0.0000	0.0013	0.0000	0.0000	0.0000
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0002	0.0004	0.0333	0.0002	0.0004	0.0333	0.0002	0.0004	0.0333	0.0002	0.0004	0.0344
$\overline{u_i}$	-0.0597	-0.0592	-0.5739	-0.0596	-0.0594	-0.5739	-0.0597	-0.0593	-0.5739	-0.0610	-0.0608	-0.5896

#### DESEMPENHO FRENTE A PERTURBAÇÕES DE CARGA (MODELO ACOPLADO)



Figura 5.54 GMV-I -MIMO 1-3 / PID-SISO 2



Figura 5.53 GMV-I -MIMO 2-3 / PID-SISO 1



Figura 5.55 GMV-I -MIMO 1-2 / PID-SISO 3

Tabela No 5.12: Desem	penho das Estruturas	s de Controle Multivariável	Descentralizadas
-----------------------	----------------------	-----------------------------	------------------

Ponderação	F	Figura 5.52			Figura 5.53			Figura 5.54			Figura 5.55		
P=I		$Q_i = 0.01$ ]	[	$Q_i = 0.01 \text{ I}$ Kp = 5; Ki = 1; Kd = 0		[ Kd=0	<i>Q<sub>i</sub></i> =0.01 I <i>Kp</i> =5; <i>Ki</i> =1; <i>Kd</i> =0		d=0	$Q_i=0.01 \text{ I}$ Kp=0.5;Ki=0.1;K		[ ;Kd=0	
Índices	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	
$I\!AE_i$	0.1449	1.1549	4.8120	8.8872	0.0916	4.7534	0.0504	10.8457	4.7533	0.0774	0.1293	982.430	
$MAE_i$	0.0208	0.2694	1.9000	0.0879	0.0100	1.9000	0.0100	0.1716	1.9000	0.0100	0.0161	7.7405	
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0168	
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0003	0.0004	0.0344	0.0002	0.0004	0.0343	0.0002	0.0004	0.0343	0.0002	0.0003	0.0243	
$\overline{u}_i$	-0.0608	-0.0610	-0.5896	-0.0610	-0.0609	-0.5896	-0.0608	-0.0610	-0.5896	-0.0495	-0.0462	-0.4489	

#### **DESEMPENHO FRENTE A MUDANÇAS NAS REFERÊNCIAS (MODELO ACOPLADO)**



Figura 5.58 PID-SISO 1-3 / GMV-I -SISO 2



#### Figura 5.57 PID-SISO 2-3 / GMV-I -SISO 1



Figura 5.59 PID-SISO 1-2 / GMV-I -SISO 3



Ponderação	Figura 5.56			Figura 5.57			Figura 5.58			Figura 5.59		
P=I	$[I] Kp_1 = 5; Kp_2 = 2; Kp_3 = 1 \\ Ki_i = 1$			$Q_1 = 0.01$ $Kp_2 = 2; Kp_3 = 1; Ki_i = 1$			$Q_2=0.01$ $Kp_1=5; Kp_3=1; Ki_i=1$			$Q_3=0.01$ $Kp_1=5; Kp_2=2; Ki_i=1$		
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
$IAE_i$	3.5204	7.2611	22.1087	0.1231	6.7220	22.1087	3.5204	0.7146	22.1087	3.5153	6.8974	1.0162
MAE <sub>i</sub>	0.0998	0.2046	2.1080	0.1000	0.5047	2.1080	0.0998	0.1000	2.1080	0.0999	0.2102	0.9040
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0003	0.0002	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000	0.0003
$\overline{u}_i$	-0.3612	-0.4085	-3.9293	-0.3615	-0.4083	-3.9293	-0.3612	-0.4086	-3.9293	-0.3627	-0.4103	-3.9451

### **DESEMPENHO FRENTE A MUDANÇAS NAS REFERÊNCIAS (MODELO ACOPLADO)**



Figura 5.62: GMV-I -MIMO 1-3 / PID-SISO 2



Figura 5.61: GMV-I -MIMO 2-3 / PID-SISO 1



Figura 5.63: GMV-I -MIMO 1-2 / PID-SISO 3

Ponderação	Figura 5.60			Figura 5.61			Figura 5.62			Figura 5.63		
P=I	<i>Qi</i> =0.01 I			<i>Q<sub>i</sub></i> =0.01 I <i>Kp</i> =5; <i>Ki</i> =1; <i>Kd</i> =0			<i>Q<sub>i</sub></i> =0.01 I <i>Kp</i> =5; <i>Ki</i> =1; <i>Kd</i> =0			<i>Q<sub>i</sub></i> =0.01 I <i>Kp</i> =0.5; <i>Ki</i> =0.1; <i>Kd</i> =0		
Índices	$y_1(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )	$y_l(k)$	$y_2(k)$	<i>y</i> <sub>3</sub> ( <i>k</i> )
$IAE_i$	0.1852	1.9176	1.0653	3.5587	0.2402	1.0532	0.1509	4.1853	1.0532	0.1575	0.1673	199.963
$MAE_i$	0.1000	0.5048	0.9131	0.1000	0.1000	0.9131	0.1000	0.4719	0.9131	0.1000	0.1000	3.6981
$E\left\{y_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0015
$E\left\{u_{i}\left(k\right)^{2}\right\}$	0.0002	0.0001	0.0003	0.0000	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000	0.0003	0.0002	0.0001	0.0006
$\overline{u}_i$	-0.3647	-0.4091	-3.9452	-0.3645	-0.4093	-3.9452	-0.3647	-0.4090	-3.9452	-0.3493	-0.3909	-3.7794

# 5.7 Conclusões

Neste capítulo apresentaram-se os resultados da implementação das estruturas de controle multivariável centralizadas, descentralizadas e combinadas no modelo do separador trifásico água/óleo/gás utilizado nas plataformas marítimas de petróleo. O desempenho dos controladores foi avaliado frente à variação dos parâmetros de controle, perturbações de carga e mudanças na referência, por meio dos indicadores analíticos: integral do erro absoluto, erro máximo, variância da saída, variância do controle e média do controle.

Com base nos resultados obtidos pode-se concluir que:

- 1. O uso de técnicas avançadas para o controle do separador trifásico, em substituição das técnicas de controle tradicionais aplicadas normalmente, revelou melhoras significativas em nível de simulação, isto é: (a) no cumprimento das especificações operacionais dentro dos limites de segurança da plataforma, e (b) na minimização dos problemas operacionais que possam causar diminuição nas quantidades de óleo ou gás a serem entregues ou parada total da entrega da plataforma.
- 2. A estrutura de controle centralizado GMV-I seguida das estruturas de controle combinadas: (a) GMV-I-MIMO para as malhas 2 e 3 e PID-SISO para a malha 1 e (b) GMV-I-MIMO para as malhas 1 e 3 e PID-SISO para a malha 2, apresentaram um melhor desempenho comparado com as estruturas de controle descentralizado. Todos os resultados obtidos foram concordantes com os estudos teóricos.
- 3. As estruturas de controle multivariável centralizadas diferentemente das estruturas de controle descentralizadas (onde o sistema multivariável é aproximado a um conjunto independente de sistemas monovariáveis) consideram os acoplamentos no processo, conseqüentemente melhoras significantes na estabilidade e eficiência foram atingidas. Mas as estruturas de controle descentralizadas diferentemente das estruturas de controle centralizadas são simples, fáceis de implementar e operadores ou engenheiros de planta podem modificar facilmente a estrutura se for necessário para manutenção, expansão ou atualização.

# Capítulo 6 Conclusões e Perspectivas

Esta dissertação apresentou um estudo comparativo quanto à análise de estabilidade, sintonia e desempenho das estruturas de controle multivariável centralizadas (GMV posicional, GMV incremental, GMV PID, e PID), e descentralizadas (Boksenbom e Hood, Zalkind e Luyben simplificado e generalizado, e Yamamoto e Shah) na abordagem do controlador GMV.

Realizou-se um estudo e a análise das conseqüências da interação nas malhas de controle, através de indicadores que proporcionaram uma melhor avaliação do grau de interação, controlabilidade, sensibilidade e condicionamento dos sistemas MIMO.

As estruturas de controle foram implementadas em três modelos lineares com diferente matriz interactor, e no modelo linear e não-linear do separador água/óleo/gás utilizado em plataformas de petróleo de alto mar. O desempenho dos controladores foi avaliado em relação à variação dos parâmetros de controle, perturbações de carga e mudanças na referência, com os indicadores; analíticos, integral do erro absoluto, erro máximo, variância do sinal de saída, de controle e média do controle. Os resultados de simulação dos capítulos 4 e 5 mostraram-se concordantes com as análises teóricas matemáticas desenvolvidas nos capítulos 2 e 3.

Os objetivos principais tanto como os objetivos complementários foram cumpridos obtendo resultados satisfatórios e motivadores para a continuação da pesquisa.

Quanto às perspectivas para a continuidade deste trabalho pode-se indicar:

- Implementar os algoritmos de controle centralizados e descentralizados desenvolvidos nesta dissertação em novas plantas industriais ao nível de simulação e em modelos de laboratório a nível experimental.
- Estudar a sensibilidade, estabilidade robusta e desempenho robusto de sistemas multivariáveis frente variação dos parâmetros de projeto do controlador, múltiplas perturbações e mudanças da referência;
- Estudar a redução da ordem dos modelos estáveis e instáveis baseados em realizações balanceadas, com o propósito de reduzir a complexidade do projeto de controladores e facilitar sua implementação;
- 4. Estudar a técnica de desacoplamento da Decomposição do Valor Singular ou SVD (Singular Value Decomposition) da matriz de ganhos de regime permanente e novas estruturas de pré-compensadores estáticos e dinâmicos que permitam melhorar o desempenho dos apresentados nesta dissertação;
- Estudar o Controle Preditivo Generalizado ou GPC (Generalized Preditive Controller), Controle por Matriz Dinâmica ou DMC (Dynamic Matrix Control) e Controle Algorítmico do Modelo ou MAC (Model Algorithmic Control) para sistemas multivariáveis;
- 6. Estudos relativos a técnicas de projeto no domínio de freqüência multivariável, tais como Arranjo Inverso de Nyquist, Arranjo Direto de Nyquist, métodos característicos de Loci, Controle Modal, técnicas de Valor Singular e Síntese μ, com o propósito de minimizar as interações e melhorar a robustez do par modelo/processo.

# **Referências Bibliográficas**

- Alten, W. E. (1994). *Studies on control of integrated plants*. Thesis of Doctor Engineering, University of Trondheim, Norwegian Institute of Technology, July.
- Amaral C., W., L. S. Coelho y A. A. R. Coelho (1998). Controladores de varianza mínima generalizada y estabilización de procesos multivariábles. Información Tecnológica 9(6) pp. 147-152.
- Asmar, N. B. (1999). *Control of a two-stage refrigeration system*. Thesis of Doctor of Philosophy, University of Nottingham, April.
- Åström, K. J. (1981). Proceedings international workshop on application of adaptive control. New York.
- Åström, K. J. and B. Wittenmark (1973). *On self-tuning regulators*. Automatica **9**(2) pp. 185-199.
- Åström, K. J. and B. Wittenmark (1980). *Self-tuning controllers based on pole-zero placements*. IEE Proceedings Pt. D **127** pp. 120-130.
- Åström, K. J. and B. Wittenmark (1989). *Adaptive control*. Addison Wesley.
- Åström, K. J., U. Borisson, L. Ljung, and B. Wittenmark (1977). *Theory and applications of selftuning regulators*. Automatica **13** pp. 457-476.

- Beshrati, A. R. and P. J. Gawthrop (1991). *Explicit PID self-tuning control for systems with unknown time delay.* IFAC Symposium on Intelligent Tuning and Adaptive Control, Singapore.
- Bittanti, S. and R. Scattolini (1985). *Multivariable self-tuning control: a model-following approach*. Internal Journal Control **42**(5) pp. 1035-1047.
- Boksenbom, A. S. and R. Hood (1949). *General algebraic method applied to control analysis of complex engine types.* Report NCA-TR-980, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, D.C.
- Borison, U. (1979). *Self-tuning regulators for a class of multivariable systems*. Automatica **15** pp. 209-215.
- Buckley P. S. (1979). *Techniques of process control*. Robert E. Krieger Publishing Company, Huntington, New York.
- Camacho, E. F. and C. Bordons (1999). *Model predictive control*. Springer-Verlag, London.
- Cameron, F. and D. E. Seborg (1983). A *self-tuning controller with PID structure*. International Journal of Control **38**(2) pp. 401-417.
- Chen, J. S. Freudenberg, and C. N. Nett (1994). *The role of condition number and relative gain array in robustness analysis*. Automatica **30**(6) pp. 1029-1035.
- Clarke, D. W. (1988). *Aplication of generalized predictive control to industrial processes*. IEEE Control Systems Magazine pp. 49-55.
- Clarke, D. W. (1994). Model-based predictive control. Oxford University. Press. Inc., New York.
- Clarke, D. W., D. Phill and P. J. Gawthrop (1975). *Self-tuning controller*. IEE Proceedings **122**(9) pp. 929-934.
- Clarke, D. W., D. Phill and P. J. Gawthrop (1979). *Self-tuning control*. IEE Proceedings **126**(6) pp. 633-640.
- Clarke, D. W., D. Phill, A. J. F. Hodson, and P. S. Tuffs (1983). *Offset problem and Kincremental predictors in self-tuning control.* IEE Proceedings **130**(5) pp. 217-225.

- Coelho, A. A. R. (1991). *Controle adaptativo para processos multivariáveis: aspectos teóricos e simulação*. Dissertação de Doutorado, Universidade de Campinas, SP. DCA/FEE/UNICAMP.
- Coelho, A. A. R., W. C. E. Amaral (1993). Multivariable generalized predictive controller: analysis, tuning and application. Proc. 12<sup>th</sup> IFAC World Congress, Sydney, Australia, 2 pp. 331-334.
- Coelho, A. A. R., W. C. E. Amaral, e G. Favier (1988). Métodos de ajuste do erro de regime para o controlador auto-ajustável multivariável. VII Congresso Brasileiro de Automática – ITA – São José dos Campos SP. pp. 93-98.
- Cominos, P. and N. Munro (2002). *PID controllers: recent tuning methods and design to specification*. Control Theory and Applications. IEE Proceedings **149**(1) pp. 46-53.
- Davidson, E. J. (1976). *Multivariable tuning regulators: the feed forward and robust control of general servomechanism problem*. IEE Transactions on Automatic Control **21** pp. 35-47.
- Deshpande, P. B. and R. H. Ash (1983). *Elements of computer process control with advanced control applications*. Instrument Society of America, Prentice-Hall Inc.
- Dugard, L., G. C. Goodwin and X. Xianya (1984). *The role of the interactor matrix in multivariable stochastic adaptive control.* Automatica **20**(5) pp. 701-709.
- Ernst, W. M. Hansen, SINTEF Energy Research (2002). *Helping to increase flow rate in threephase separation.* Instrumentation and Control. Computer Simulation
- Favier, G. and M. Hassani (1982). Multivariable self-tuning controllers based on generalized minimum variance strategy. Proceedings of the 21<sup>st</sup> IEEE CDC, Orlando Florida - USA. pp. 770-777.
- Foust, A. S., L. A. Wenzel, C. W. Clump, L. E. Maus e L. B. Andersen (1982). *Princípios das* operações unitárias. 2ª Ed., Guanabara Dois SA, Rio de Janeiro.
- Gagnepain, J. P. D. and E. Seborg (1985). *Analysis of process interactions with applications to multiloop control system design*. I&EC Process Design and Develop, **21** pp. 5-11.

- Gagnon E., A. Pomerleau and A. Desbiens (1998). Simplified, ideal or inverted decoupling?. GRAIIM (Groupe de recherché sur les applications de l'informatique á l'industrie minérale). Department of Electrical and Computer Engineering, Laval University, Québec, Canada.
- Ganem, R. L. E. e L. E. Lima (1987). Controle de processos químicos multivariáveis Uso da matriz interactor. 1º Encontro Regional de Automação e Instrumentação, Universidade Federal do Rio do Janeiro – Brasil. pp. 13-18.
- Gawthrop, P. T. (1986). *Self-tuning PID controllers: algorithm and implementation*. IEEE Transaction on Automatic Control **31** pp. 201-209.
- Goodwin, G. C. and K. C. Sin (1984). *Adaptive filtering, prediction and control.* Prentice Hall, New Jersey.
- Goodwin, G. C. and R. S. Long (1980). *Generalization of results on multivariable adaptive control*. IEEE Transactions on Automatic Control **25**(6) pp. 1241-1245.
- Goodwin, G. C., P. J. Ramage and P. E. Caines (1980). *Discrete-time multivariable adaptive control*. IEEE Transactions on Automatic Control **25**(3) pp. 449-456.
- Grosdidier, P., M. Morari, and B. R. Holt (1985). *Closed-loop properties from steady-state gain information*. Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals, **24** pp. 221-235.
- Hagglund, T. and K. J. Astrom (1991). Industrial adaptive controllers based on frequency response techniques. Automatica, 27 pp. 599-609.
- Heum H. A. (2000). *MPC-regulering av offshore process*, Hoved Oppgave, Istitut For Kjemisk Prosessteknologi. Norges Teknisk Naturvitenskapliege Universitet, December.
- Ho, W. K., C. C. Hang and J. H. Zhou (1995). Performance and gain and phase margins of wellknown PI tuning formulas. IEEE Transactions on Control Systems Technology 3 pp. 245-248.
- Hovd, M. and S. Skogestad (1992). *Simple frequency-dependent tools for control systems analysis, structure selection and design*. Automatica **28** pp. 989-996.

- Hovd, M. and S. Skogestad (1996). *Techniques in the control of interconnected plants*. Gordon and Breach International Series in Engineering, Technology, and Applied Science Volumes on "Mechatronic Systems Techniques and Applications". C. T. Leondes Ed.
- Isermann, R. (1989). *Digital control systems*. *Volume 1, Fundamentals, deterministic control*. 2<sup>nd</sup> Edition, Springer-Verlag.
- Joseph, B. and C. B. Brosilow (1978). *Inferential control of processes*. AIChE Journal **24** pp. 485-492.
- Karlsmose, J., A. Koggersbøl, N. Jensen and S. B. Jørgensen (1994). A two state procedure for control structure analysis and design. Computer and Chemical Engineering 18 pp. 465-470.
- Katebi, M. R., A. H. Morari and M. A. Johnson (2000). *Controller tuning methods for industrial boilers*. Industrial Electronics Society. IECON 26th Annual Conference of the IEEE, Nagoya, Japan 2 pp. 1457-1462.
- Keviczky, L. and K. S. P. Kumar (1981). *Multivariable self-tuning regulator with generalized costfunction*. Internal Journal Control **33**(5) pp. 913-921.
- Koivo, H. N. and J. T. Tanttu (1991). Tuning of PID controllers: survey of SISO and MIMO techniques. Proceedings of the IFAC Intelligent Tuning and Adaptive Control Symposium, Singapore. pp. 75-80.
- Koivo, N. H. (1980). A multivariable self-tuning controller. Automatica 16 pp. 1241-1245.
- Kwon, Y. and E. S. Yoon (1996). A method for improving condition number of chemical processes by sensitivity analysis. Computers and Chemical Engineering **20** pp. 841-846.
- Lammers, H. C. and H. B. Verbruggen (1985). *Simple self-tuning control of processes with a slowly varying time delay.* IEE Control Conference. pp. 393-398.
- Lau H., J. Alvarez and K. F. Jensen (1985). *Synthesis of control structure by singular value analysis: dynamic measures of sensitivity and interaction*. AIChE Journal **31** pp. 427-439.
- Luyben, W. L. (1970). Distillation decoupling, AIChE Journal 16(2) pp. 198-203.

- Luyben, W. L. (1990). *Process modeling, simulation and control for chemical engineers.* McGraw-Hill. Chemical Engineering Series, 2<sup>th</sup> Ed.
- MacFarlane, A. G. J. and N. Karcanias (1976). Poles and zeros of linear multivariable systems: survey of algebraic, geometric and complex variable theory. International Journal of Control 24 pp. 33-74.
- Marlin, T. E. (1995). *Process control designing processes and control systems for dynamic performance.* International Edition, McGraw-Hill Chemical Engineering.
- McAvoy, T. J. (1983). *Interaction analysis theory and application*. ISA Monograph Series 6. Research Triangle Park, N.C.
- McDonald, K. A., McAvoy, T. J. and Tits, A. (1986). *Optimal averaging level control*. AIChE Journal **37**(1) pp. 75-86.
- Moore, C. (1986). Application of singular value decomposition to the design, analysis, and control of industrial processes. Proceedings of the American Control Conference pp. 643-650.
- NatcoGroup (2002). Horizontal longitudinal flow separator (LHF). www.natcogroup.com
- Nett, C. N. and V. Manousiouthakis (1987). Euclidean condition and block relative gain: connections, conjectures, and clarifications. IEEE Transactions on Automatic Control 32 pp. 405-407.
- Niederlinski, A. (1971). Two variable distillation control: decouple or not decouple. AIChE Journal **17**(5)
- Nunes, G. C. (1994). *Modelagem e simulação dinâmica de separador trifásico água/óleo/gás*. M.Sc. Thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- Nunes, G. C. (2001). Design and analysis of multivariable predictive control applied to and oil-water-gas separator: a polynomial approach. Dissertation of Doctor of Philosophy. University of Florida.
- Ogata K. (1980). Ingeniería de Control Moderna. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A. Traducción y adaptación Fabian-Frankel B. México.
- Ogunnaike, B. A. and W. H. Ray (1995). *Process dynamics, modeling, and control.* Oxford University Press. Oxford UK.

- Parks, P. C., W. Schaufelberger, C. Schmid, and H. Unbehauen (1980). *Methods and applications in adaptive control.* Springer Verlag.
- Patwardhan R. S. (1999). Studies in synthesis and analysis of model preditive controllers. Dissertation of Doctor of Philosophy, University of Alberta, Department of Chemical and Materials Engineering.
- Peltomaa, A., and H. N. Koivo (1983). *Tuning of multivariable discrete time PI controller for unknown systems*. International Journal of Control **38** pp. 735-745.
- Pentinnen, J. and H. N. Koivo (1980). *Multivariable tuning regulators for unknown systems*. Automatica **16** pp. 393-398.
- Pomerlau, D. and A. Pomerlau (2001). Guide lines for the tuning and the evaluation of decentralized and decoupling controllers for processes with recirculation. ISA Transactions 40 pp. 341-351.
- Qin, S. J. and T. J. Badgwell (1996). *An overview of industrial model predictive control technology*. AIChE Symposium Series **93**(316).
- Qin, S. J. and T. J. Badgwell (1998). *An overview of nonlinear model predictive applications*. Nonlinear Model Predictive Control Workshop. Ascona, Suiça.
- Radke, F., and R. Isermann (1987). *A parameter-adaptive PID-controller with stepwise parameter optimization*. Automatica **23** pp. 449-457.
- Rosenbrock, H. H. (1966). On the design of linear multivariable systems, Third IFAC World Congress.
- Rosenbrock, H. H. (1970). *State-space and multivariable theory*, Nelson, London.
- Sagfros, M. F. and K. V. Waller (1995). *Dynamic low-order models for capturing directionality in non ideal distillation*. Industrial and Engineering Chemistry Research **34** pp.2038-2050.
- Santos dos Santos, J. E. (1998). *Critérios de desempenho e aspetos de robustez na síntese de controladores preditivos adaptativos*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Scattolini, R. (1986). *A multivariable self-tuning controller with integral action*. Automatica **22**(6) pp. 619-627.

- Scattolini, R. and N. Schiavoni (1987). *Generalized minimum variance control of MIMO systems*. Automatica. pp. 797-799.
- Shah, S. L., C. Mohtadi and D. W. Clarke (1987). *Multivariable adaptive control without a prior knowledge of the delay matrix.* Syst. E. Control Letters **9** pp. 295-306.
- Shinskey, F. G. (1988). *Process control systems*. McGraw-Hill, 3rd Ed. New York.
- Skogestad S. and M. Morari (1987). Implications of Large RGA Elements on Control Performance. Industrial Engineering Chemistry Research **26** pp. 2323-2330.
- Skogestad, S. and I. Postlethwaite (1996). *Multivariable feedback control: analysis and design*. John Wiley & Sons.
- Sobral, M. M. X. (1996). *Aplicação de controle ótimo de nível em vasos separadores*. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis.
- Sonny M. L. and M. C. Mai (2001). La realidad de los sistemas de administración de oleoductos para un monitoreo en línea y un control y optimización en tiempo real de las actividades de recolección multifásicas. Industrial South America. Multiphase Solutions, Inc.
- Storkaas E., S. Skogestad and J. Morten (2003). A low-dimensional dynamic model of severe slugging for control design and analysis. Presented at Multiphase'03, San Remo, Italy, 11-13 of June.
- Storkas E. and S. Skogestad (2002). *Stabilization of severe slugging based on a low-dimensional nonlinear model* AIChE Annual meeting, Paper 259e, Indianapolis, 3-8.
- Tanttu, J. T., F. Cameron and H. Lisitzin (1991). Experimental comparison of some multivariable PI controller tuning methods. IEEE International Conference on Industrial Electronics IECON'91, Kobe, Japan, 3 pp. 1818 -1823.
- Teixeira, E. B. de F. (1993). Diagnóstico inteligente de falhas em um processo de separação óleo-gás em plataformas offshore. Tese (Mestrado em Engenharia Elétrica). Coordenação dos Programas de Pós-graduação em Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ). Rio de Janeiro.

- Tham M. T. (1999). Multivariable control an introduction to decoupling control. Departament of Chemical and Process Engineering, University of New Castle upon Tyne. 1999.
  Published originally as Chapter 8 in *Industrial digital control systems*. Eds. K. Warwick and D. Ress, IEE Control Engineering Series 37, Peter Peregrinus 1988.
- Tham, M. T. (1985). *Some aspects of multivariable self-tuning control*. Ph. D. Thesis, University of Newcastle upon Tyne.
- Tham, M. T. (1999). *Generalized minimum variance control algorithms*. Internal handout. Department of Chemical and Process Engineering, University of Newcastle Upon Type.
- Tham, M. T., F. Vagi, A. J. Morris and R. K. Wood (1991). *Multivariable and multirate selftuning control: a distillation column case study.* IEE Proceedings-D, **138**(1) pp. 9-21.
- Tokuda M., T. Yamamoto, Y. Monden, K. Ozaki and O. Habata (2002). *Self-tuning PID* controller for multivariable systems with uncertain time-delays. Proceeding of 4th Asian Control Conference pp. 238-243.
- Tshitala T. J. (2001). *Modelling and control of the offshore process*. Umea University. Institute of Chemical Engineering and Faculty of Chemistry and Biology. Norwegian University of Science and Technology.
- Tuffs P. S., D. Phill and D. W. Clarke (1985). *Self-tuning control of offset: a unified approach*. IEE Proceedings **132**(3) pp. 100-110.
- Tung and Edgar (1981). *Analysis of control-output interactions in dynamic systems*. AIChE Journal **27** pp. 690-693.
- Wellstead, P. E., P. Zanker and J. M. Edmunds (1979). *Pole assignment self-tuning regulator*. Proceedings IEE **126** pp. 781-787.
- Wolovich, W. A. and P. L. Falb (1976). *Invariants and canonical forms under dynamic compensation*. SIAM Journal Control and Optimatization **14**(6) pp. 996-1008.
- Yamamoto, T. and S. L. Shah (1998). Design and experimental evaluation of a multivariable selftuning PID controller. Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications Trieste, Italy 2 pp. 1230 -1234.

- Yamamoto, T., H. Ishihara, S. Omatu and T. Kitamori (1991). *Multivariable self-tuning controller with I-PD structure*. Seventh Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society IECON '91 **3** pp. 1812-1817.
- Youla, D. C., H. A. Jabr and J. J. Bongiorno (1976a) Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers-part I: the single-input-output case, IEEE Transactions on Automation Control 21(1) pp. 3-13.
- Youla, D. C., H. A. Jabr and J. J. Bongiorno (1976b). Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers-part II: the multivariable case, IEEE Transactions on Automation Control 21(3) pp. 319-338.
- Yusof, R. and S. Omatu (1993). *A multivariable self-tuning PID controller*. International Journal of Control **57**(6) pp. 1387-1403.
- Yusof, R., S. Omatu and M. Khalid (1994a). Application of self-tuning PI (PID) controller to a temperature control system. Third IEEE Conference on Control Applications 2 pp. 1181-1186.
- Yusof, R., S. Omatu and M. Khalid (1994b). *Self-tuning PID control: a multivariable derivation and application.* Automatica **30**(12) pp. 1975-1981.
- Zalkind, C. S. (1967). *Practical approach to non-interacting control. Parts I and II.* Inst. Cont. Systems, **40**(3-4).
- Zhou, K. (1998). Essentials of robust control, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Zhou, K., J. C. Doyle and K. Glover (1996). *Robust and optimal control*, Prentice-Hall, Upper Saddle River.