

**SÉRGIO LUCIANO ÁVILA**

***ALGORITMOS GENÉTICOS***  
***APLICADOS NA OTIMIZAÇÃO DE ANTENAS REFLETORAS***

**FLORIANÓPOLIS**  
**2002**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

***Algoritmos Genéticos***  
***Aplicados na Otimização de Antenas Refletores***

Dissertação submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

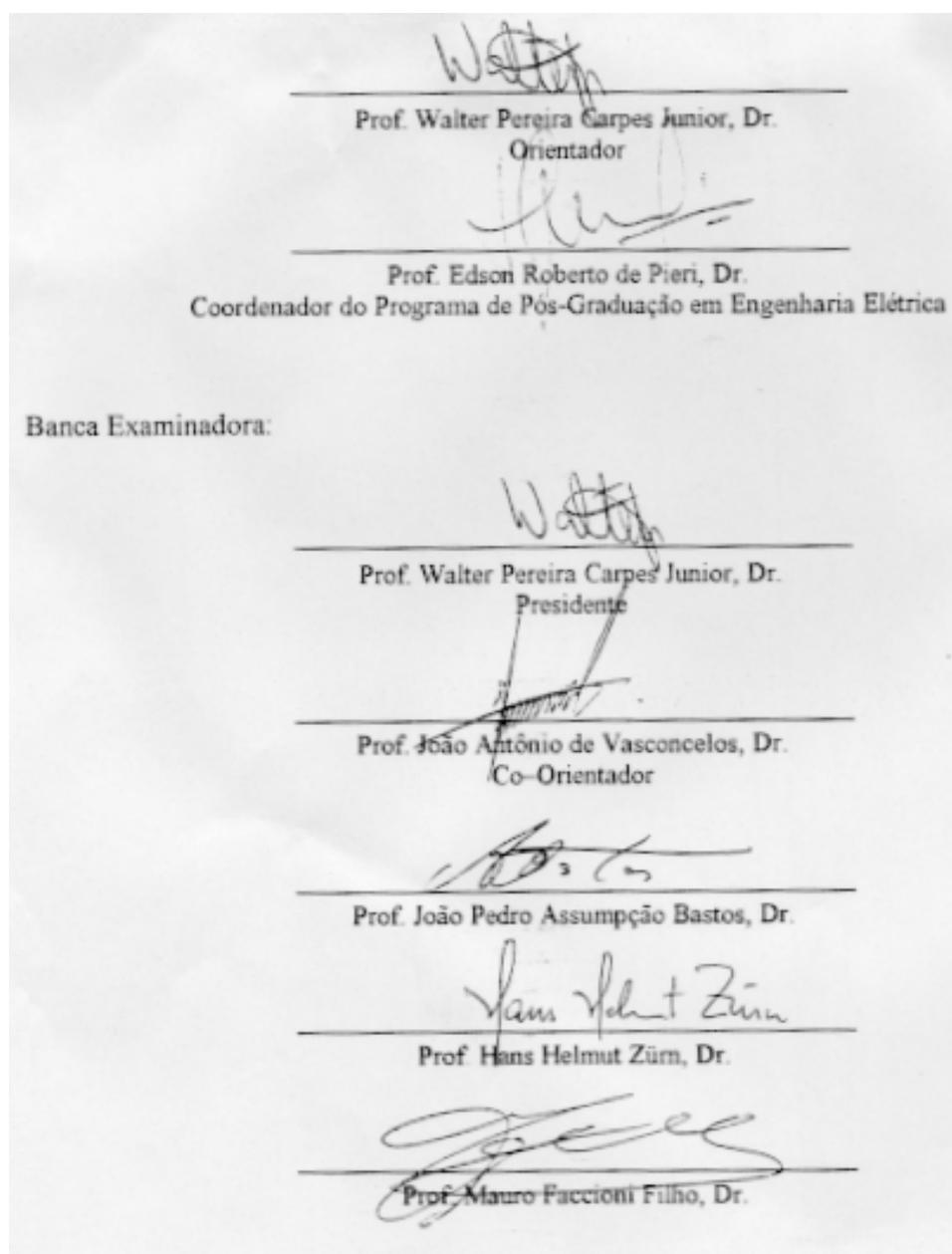
**Sérgio Luciano Ávila**

Florianópolis, Novembro de 2002

# Algoritmos Genéticos Aplicados na Otimização de Antenas Refletoras

Sérgio Luciano Ávila

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’



Dedico este trabalho  
aos meus pais, Sérgio e Silvia,  
e a meus irmãos, Fabiano e Silviane.

## *Agradecimentos*

*“Se vi mais longe, foi porque me apoiei no ombro de gigantes”.*  
Isaac Newton (1642 – 1727)

A Deus, por tudo.

À minha família, que me deu suporte para chegar até aqui.

Ao Professor Walter Pereira Carpes Junior, pelo real sentido de orientação.

Ao Professor João Antônio de Vasconcelos, pela co-orientação.

À minha família mineira, Sr. Astolfo, Sra. Maria, Rodrigo, Ricardo e Alisson  
que me acolheram como filho e irmão.

Ao amigo Adriano Chaves Lisboa, pela parceria.

Aos amigos do GRUCAD, pela amizade e ajuda.

Aos amigos do GOPAC, por me aturarem por quatro meses.

Aos colegas do feijão tropeiro no Minerão, dos pães de queijo, dos cafés na Nina, dos bate  
papos de toda hora e dos que, comigo, compartilham o gosto pelo estudo de ondas,  
eletromagnéticas e salgadas.

Ao povo brasileiro por financiar, através da CAPES, meus estudos.

*“... acredito que o próximo duelo será decisivo: dele dependerá seu futuro ou fracasso. A seriedade com que se empenha nos treinos no cotidiano faz-me acreditar que não existe uma chance em mil de perder. A vitória, todavia, nem sempre é de quem se empenha mais, assim como a derrota nem sempre é do arrogante. O imponderável, algo além das forças humanas, tem parte nesse jogo. Isso é normal num duelo e faz parte do cotidiano de um guerreiro... este será um duelo entre dois hábeis espadachins: um, que possui aptidão natural e é arrogante; o outro, que sabe de suas limitações e se empenhou em polir a própria habilidade... o segundo, não nasceu com o dom. Nada nele lembra a displicência do gênio que confia cegamente em seu talento. Ele sabe que é um homem comum e por isso se empenha incessantemente em polir suas habilidades. A agonia por que passa nesse processo só ele sabe. E quando, em determinado momento, essa habilidade alcançada com tanto custo explode em cores, o povo diz que a pessoa tem aptidão natural. Aliás, é a desculpa que os indolentes dão para justificar a própria incapacidade.”*

*Musashi por Eiji Yoshikawa [1]*

*“Se jogar a partida com gosto pela contenda, fará uma boa tese. Se partir já com a idéia de que se trata de um ritual sem importância e destituído de interesse, estará derrotado de saída. ... Se fez a tese com gosto, há de querer continuá-la. Comumente, quando se trabalha numa tese só se pensa no momento em que ela estará terminada: sonha-se com as férias que se seguirão. Mas se o trabalho for bem feito, o fenômeno normal, após a tese, é a irrupção de um grande frenesi de trabalho. Quer-se aprofundar todos os pontos que ficaram em suspenso, ir no encalço das idéias que nos vieram à mente mas que se teve de suprimir, ler outros livros, escrever ensaios. E isto é o sinal de que a tese ativou seu metabolismo intelectual, que foi uma experiência positiva. É sinal, também, de que já se é vítima de uma coação no sentido de pesquisar, à maneira de Chaplin em Tempos Modernos, que continuava a apertar parafusos mesmo depois do trabalho: e será preciso um esforço para se refrear. Mas, uma vez refreado, pode suceder que descubra ter uma vocação para a pesquisa...”*

*Como se Faz uma Tese por Umberto Eco [2]*

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

## **Algoritmos Genéticos Aplicados na Otimização de Antenas Refletoras**

**Sérgio Luciano Ávila**

Novembro / 2002

Orientador : Walter Pereira Carpes Junior, Dr.  
Área de Concentração : Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos  
Palavras-chave : Otimização, Algoritmos Genéticos, Antenas Refletoras  
Número de Páginas : 85

Muito se tem estudado sobre Otimização Estocástica com Algoritmos Genéticos. Sua aplicação em problemas eletromagnéticos complexos tem sido bem explorada e devidamente qualificada como de grande utilidade pela comunidade científica.

Esta dissertação apresenta uma breve revisão dos Algoritmos Genéticos, descrevendo os conceitos básicos e as ferramentas usadas para a melhoria da convergência deste método de otimização. Como contribuição desta dissertação foi desenvolvida uma nova metodologia para os operadores genéticos, utilizando codificação real, com o objetivo de melhorar a varredura do espaço de busca da solução ótima. A eficácia dos Algoritmos Genéticos e destes novos operadores genéticos é verificada através de sua aplicação em diversas funções teste.

Para aplicação deste método de otimização em um problema eletromagnético, optou-se pela conformação da superfície do refletor de uma antena refletora *offset*. O objetivo desta otimização é obter uma antena de satélite que produza um diagrama de radiação que cubra uniformemente o território brasileiro.

Conforme demonstrado pelos resultados obtidos, tanto para a antena como para as funções teste, pode-se afirmar que os Algoritmos Genéticos são um método eficiente e confiável para a otimização de problemas complexos.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

## **Optimization of Reflector Antennas using Genetic Algorithms**

**Sérgio Luciano Ávila**

Novembro / 2002

Advisor : Walter Pereira Carpes Junior, Dr.  
Área of Concentration : Electromagnetism and Electromagnetic Devices  
Keywords : Optimization, Genetic Algorithms, Reflector Antennas  
Number of Pages : 85

Stochastic Optimization with Genetic Algorithms has been intensively studied in the last years. Application of this technique in complex electromagnetic problems has been explored and considered as being of great utility by the scientific community.

This work presents a brief revision of Genetic Algorithms, describing the basic concepts and the tools used to improve the convergence of this optimization method. As a contribution of this work, a new methodology was developed for genetic operators using real codification, with the aim to improve the sweeping of the search space for the optimal solution. The Genetic Algorithm used and the genetic operators efficiency are tested through several test functions.

In order to apply this method in an electromagnetic problem, we chose to optimize the shape of an offset reflector antenna. The goal is to obtain a satellite antenna whose radiation pattern covers the Brazilian territory uniformly.

The results obtained for the test functions and for the reflector antenna confirm that Genetic Algorithms are an effective and reliable method to optimize complex problems.

# *Sumário*

<b>Lista de Figuras</b>	x
<b>Lista de Tabelas</b>	xii
<b>Introdução</b>	01
<b>Capítulo Primeiro: Otimização</b>	05
1.1 Programação Linear	05
1.2 Programação Não Linear	06
1.2.1 Métodos Determinísticos	06
1.2.2 Métodos Estocásticos	08
1.2.3 Métodos Enumerativos	09
<b>Capítulo Segundo: Algoritmos Genéticos</b>	11
2.1 Representação dos AGs	12
2.2 Codificação das Variáveis	14
2.2.1 Codificação Binária	14
2.2.2 Codificação Gray	15
2.2.3 Codificação Real	15
2.3 Algoritmos Genéticos Simples	16
2.4 Operadores Genéticos	17
2.4.1 Seleção	17
2.4.2 Cruzamento	19
2.4.3 Mutação	20

2.5 Critérios de Convergência	20
2.6 Exemplo de Otimização usando AGs	21
2.7 Ferramentas para Melhoria da Convergência dos AGs	23
2.7.1 Escalonamento	23
2.7.2 Variação Dinâmica de Probabilidades	24
2.7.3 Formação de Nichos	24
2.7.4 Redução do Espaço de Busca	25
2.7.5 Elitismo	25
2.8 Implementação dos AGs	26
2.9 Comparação entre Codificações	27
2.10 Operadores Genéticos Modificados	29
2.11 Simulações com Funções Teste	31
2.11.1 Função Degrau	32
2.11.2 Função Picos	34
2.11.3 Função Rastrigin	36
2.11.4 Função Rastrigin Rotacionada	38
2.12 Conclusões sobre os AGs	42
<b>Capítulo Terceiro:                    Antenas Refletoras</b>	<b>43</b>
3.1 Sistema de Coordenadas	46
3.2 Alimentador	48
3.3 Refletor	50
3.4 Análise Eletromagnética da Antena	52
3.4.1 Cálculo do Campo Elétrico Distante	52
3.4.2 Ganho Diretivo	53
3.4.3 Validação do Equacionamento Proposto	54
<b>Capítulo Quarto:                    Problema Proposto e Resultados</b>	<b>57</b>
4.1 Antenas Embarcadas em Satélites	57
4.2 Função Objetivo	60
4.3 Características da Antena	61

4.4 Adequação dos Algoritmos Genéticos	62
4.5 Resultados	63
<b>Conclusões</b>	73
<b>Anexo I      Polinômios de Jacobi Modificado</b>	75
<b>Anexo II      Correntes Equivalentes de Borda</b>	77
<b>Referências Bibliográficas</b>	79

# *Lista de Figuras*

1.1	Exemplos de métodos determinísticos	7
1.2	Método determinístico (Newton) em uma função multimodal	8
2.1	Identificação dos indivíduos dentro do universo de busca	13
2.2	Fluxograma de um AG simples	17
2.3	Distribuição dos indivíduos na roleta	18
2.4	Cruzamento de indivíduos com codificação binária	19
2.5	Mutação de indivíduos com codificação binária	20
2.6	Evolução da população conforme tabela 2.5	22
2.7	Estrutura completa dos AGs	26
2.8	Evolução dos AGs com codificação binária (segundo [38])	28
2.9	Evolução dos AGs com codificação real	28
2.10	Cruzamento real polarizado modificado com duas variáveis	30
2.11	Função Degrau para duas variáveis	33
2.12	Evolução dos AGs para a função Degrau com duas variáveis	33
2.13	Desempenho dos AGs para a função Degrau com duas variáveis	34
2.14	Função Picos	35
2.15	Evolução dos AGs para a função Picos	35
2.16	Desempenho dos AGs para a função Picos	36
2.17	Função Rastrigin para duas variáveis	37
2.18	Evolução dos AGs para a função Rastrigin com duas variáveis	37
2.19	Desempenho dos AGs para a função Rastrigin com duas variáveis	38
2.20	Comparação entre as funções Rastrigin e Rastrigin rotacionada	39
2.21	Evolução da aptidão dos indivíduos ao longo do processo evolutivo (função Rastrigin rotacionada)	40

---

---

2.22	Distância entre o ponto correspondente ao melhor indivíduo ao final de cada geração e o ponto ótimo (função Rastrigin rotacionada)	41
3.1	Propagação de campo eletromagnético em uma antena refletora parabólica simétrica	44
3.2	Área de cobertura de uma antena embarcada em satélite: (a) com múltiplos feixes e (b) com feixes modulados	45
3.3	Antena refletora <i>offset</i>	46
3.4	Sistema de Coordenadas	48
3.5	Caracterização do alimentador e suas coordenadas	49
3.6	Diagrama de radiação da polarização principal para a antena refletora <i>offset</i> obtido por [30]	55
3.7	Diagrama de radiação da polarização principal para a mesma antena obtido pela metodologia aqui adotada	55
4.1	Antena Satélite e Terra (em escala)	59
4.2	Mapa de amostragem	60
4.3	Antena refletora <i>offset</i>	61
4.4	Matriz dos coeficientes de expansão para um refletor parabólico de referência	62
4.5	(a) Antena refletora parabólica <i>offset</i> ; (b-c) polarizações principal e cruzada para esta antena	65
4.6	(a) Antena refletora <i>offset</i> otimizada; (b-c) polarizações principal e cruzada para esta antena (com 28 coeficientes de expansão)	66
4.7	Ganho Diretivo como função dos ângulos de azimute e elevação para: (a-a') antena refletora parabólica <i>offset</i> e (b-b') otimizada	67
4.8	Representação gráfica dos coeficientes de expansão: (a) refletor parabólico de referência e (b) refletor otimizado	68
4.9	Diferença nas superfícies do refletor de referência e do refletor otimizado: (a) Visualização em três dimensões e (b) Visualização em curvas de nível	69
4.10	Evolução da aptidão do melhor indivíduo e da aptidão média da população	70
4.11	Desvio padrão da população em relação à sua aptidão média	71

---

# *Lista de Tabelas*

2.1	Comparação entre termos da genética natural e da “genética artificial”	14
2.2	Comparação entre o código binário e o código Gray	15
2.3	Representação do método da roleta	18
2.4	Codificação binária para o universo de busca correspondente a $[-4 ; 3,5]$	22
2.5	Exemplo dos AGs feito manualmente	22
2.6	Eficiência dos AGs para a função Degrau com duas variáveis	34
2.7	Eficiência dos AGs para a função Picos	36
2.8	Eficiência dos AGs para a função Rastrigin com duas variáveis	38
4.1	Coefficientes de expansão da antena de referência e de três antenas otimizadas	64
4.2	Comparação entre a antena refletora parabólica <i>offset</i> e a antena otimizada	70

---

# *Introdução*

A busca da eficiência faz-se mais presente a cada dia. Vive-se hoje em completa imersão em conceitos como desempenho, custos e demais parâmetros que devem ser obedecidos para que se consiga viver numa sociedade extremamente competitiva. Como exemplo pode-se citar o engenheiro que busca sempre o máximo de desempenho de seu produto, sem contrariar as especificações de mínimo custo imposto por seus superiores. Ou a dona de casa que sai às compras maximizando o número de produtos adquiridos com um mínimo de dinheiro possível.

Estes processos de maximização e minimização podem ser, grosso modo, chamados de otimização. Otimizar significa buscar a solução ótima de um determinado problema.

Existem muitos métodos para otimização e cada um deles alcança melhor resultado em um determinado tipo de problema. A escolha do método depende de uma série de características do problema a ser otimizado, principalmente do comportamento da função que o representa, o que muitas vezes é de difícil determinação. Faz-se necessário também um bom conhecimento das ferramentas de otimização.

De acordo com as características dos problemas, podem-se dividir as ferramentas de otimização em dois grandes grupos: programação linear [3,4] e programação não-linear [4-6].

A programação não-linear pode ser subdividida em três subgrupos: os métodos determinísticos, os estocásticos e os enumerativos. Os métodos determinísticos são baseados no uso de cálculo de derivadas, ou em aproximações destas. Necessitam, portanto, de alguma informação do gradiente, seja procurando o ponto onde ele se anula ou usando a direção para qual aponta. Os métodos estocásticos utilizam um conjunto de ações que buscam o ótimo de maneira “aleatória orientada”, sem necessitar de qualquer informação da derivada ou sobre o comportamento do problema. Já os métodos

---

enumerativos fazem uma varredura completa (busca exaustiva) de todas as possíveis soluções. Isto implica num tempo excessivo de cálculo em muitos problemas.

Em engenharia, e particularmente em eletromagnetismo, os problemas são geralmente complexos, não-lineares, de difícil representação e derivação, e necessitam de métodos numéricos para se obter a solução [7,8]. Por isto, ferramentas de programação não-lineares estocásticas são as mais aptas para a otimização destes problemas.

Dentre os métodos estocásticos, existe um que vem obtendo destaque devido à sua robustez, simplicidade de implementação e pela não necessidade do conhecimento do comportamento do problema: os Algoritmos Genéticos (AGs) [9]. Inúmeras pesquisas já foram realizadas qualificando os AGs para otimização de problemas do eletromagnetismo [10,13]. Isto levou os AGs a serem aplicados nas mais diversas áreas desta ciência, como: redução de poluição eletromagnética [14], melhoria dos sistemas de comunicação [15], otimização de máquinas elétricas [16,17], projetos de antenas mais eficientes [18-21], dentre muitas outras.

Esta dissertação envolve duas áreas de conhecimentos ainda pouco exploradas pelo Grupo de Análise e Concepção de Dispositivos Eletromagnéticos (GRUCAD) do Departamento de Engenharia Elétrica desta Universidade: o estudo de ferramentas de otimização e a análise de antenas. Para desenvolver este trabalho escolheu-se como foco principal o estudo dos AGs e, como aplicação deste, o projeto de antenas mais eficientes.

O estudo dos AGs foi realizado de maneira a apresentar os conceitos básicos e as ferramentas para a melhoria da convergência deste método de otimização. Como contribuição desta dissertação foi desenvolvida uma nova metodologia para os operadores genéticos com o objetivo de melhorar a varredura do espaço de busca da solução ótima.

Um dos objetivos desta dissertação é a otimização de uma antena refletora. Este tipo de antena já está bem caracterizado e devidamente equacionado [22,23]. O que a torna interessante, do ponto de vista da otimização, é a possibilidade de buscar novas aplicações. Esta antena tem como principal característica a alta diretividade. Mas, quando se quer um diagrama de radiação mais amplo, que cubra não apenas uma pequena região com um alto ganho diretivo, mas sim uma região maior, o que se faz, geralmente, é trabalhar com um conjunto de cornetas como alimentador e um refletor parabólico, usando múltiplos feixes

---

[24,25]. Contudo esta técnica é de difícil implementação pois apenas um elemento poderá estar no foco, o que gera sérios problemas (por exemplo, aberrações nos diagramas de radiação) [26,27]. Para evitar isto, pode-se trabalhar na forma geométrica do refletor, ou seja, manter uma única corneta alimentadora e aplicar métodos de otimização para buscar a melhor forma possível para o refletor. Isto já foi feito em [28-30], mas nesses trabalhos foram utilizados métodos determinísticos ou simplesmente a experiência dos pesquisadores para o projeto da antena.

Neste trabalho os AGs foram utilizados para otimizar a geometria do refletor de modo a obter um maior ganho diretivo médio na área de cobertura da antena. Considerou-se que a antena está embarcada em um satélite e que a área de cobertura é o território brasileiro.

Para que a proposta fosse cumprida e para que o trabalho ficasse bem fundamentado, a pesquisa seguiu a mesma ordem apresentada neste texto, que está organizado da seguinte forma:

- **Capítulo Primeiro: Otimização.**

No capítulo primeiro tem-se uma breve apresentação da programação linear e não-linear, suas principais características e aplicações.

- **Capítulo Segundo: Algoritmos Genéticos.**

Aqui é feita a apresentação dos Algoritmos Genéticos, seus conceitos básicos, a descrição de ferramentas para melhoria da convergência, uma proposta modificada dos operadores genéticos e testes de desempenho.

- **Capítulo Terceiro: Antenas Refletoras.**

O estudo e as equações necessárias para a análise da antena refletora constituem este capítulo.

- **Capítulo Quarto: Problema Proposto e Resultados.**

A junção dos capítulos segundo e terceiro acontece aqui, ou seja, define-se o objetivo da otimização, caracteriza-se a área de cobertura, faz-se a adequação dos AGs ao problema e apresentam-se os resultados obtidos.

Por fim, estão apresentadas as conclusões e as propostas de continuidade dos estudos.

---

Com este trabalho espera-se atingir dois objetivos: a obtenção de conhecimento de base necessário para que se possa explorar melhor estas novas áreas de pesquisa para o GRUCAD, e a apresentação e consolidação de uma metodologia modificada e eficiente de operadores genéticos para os AGs.

Observação:

Através do Programa Nacional de Cooperação Acadêmica (PROCAD<sup>1</sup> / CAPES) foi possível realizar um estágio de quatro meses (de 18/Fevereiro/2002 a 19/Junho/2002) no Grupo de Otimização e Projeto Assistido por Computador (GOPAC) do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais. O GOPAC é um grupo de comprovada competência na área de otimização. Esta experiência possibilitou o desenvolvimento de boa parte deste trabalho.

<sup>1</sup> O **PROCAD** visa a formação de recursos humanos de alto nível, vinculada a projetos conjuntos de pesquisa de média duração, nas diversas áreas do conhecimento. Simultaneamente busca intensificar o intercâmbio científico no país, por intermédio do envolvimento de equipes acadêmicas de diversas instituições de ensino superior e de pesquisa brasileiras, criando condições para a elevação geral da qualidade do ensino superior e da pós-graduação. (CAPES)

---

# Capítulo 1

## Otimização

Como já dito na Introdução, a otimização pode ser definida como um conjunto de procedimentos para se maximizar ou minimizar uma função, dependendo do objetivo, almejando-se a melhor solução de um problema. De acordo com a natureza do problema, podem-se dividir os métodos otimizadores em dois grandes grupos: programação linear e não-linear. Neste capítulo estão apresentados apenas os detalhes mais importantes de cada grupo, a fim de que se possa caracterizar os tipos de problemas em que eles podem ser utilizados.

### 1.1 Programação Linear

A programação linear (PL) tem como objetivo encontrar a solução ótima de problemas que sejam perfeitamente representados por um conjunto de equações lineares. O propósito da PL está em minimizar ou maximizar uma função linear, chamada função objetivo, respeitando-se um sistema linear de desigualdades denominadas restrições.

As restrições do conjunto determinam um semi-espaço chamado de conjunto de soluções viáveis. A melhor das soluções viáveis, isto é, aquela que minimiza ou maximiza a função objetivo, é chamada solução ótima.

A descrição de vários modelos e métodos, como o clássico *Simplex*, pode ser encontrada em Bazaraa *et al.* [3] e Luenberger [4], dentre outros. Um exemplo de problema clássico resolvido através de PL é o de minimização de deslocamentos, ou seja,

---

problemas como o do “caixeiro viajante” ou de entrega de encomendas. Estes problemas podem ser descritos por equações lineares e o objetivo é minimizar a distância total percorrida.

## 1.2 Programação Não-Linear

Para problemas que são descritos por sistemas de equações não-lineares utiliza-se a Programação Não-Linear (PNL). Pode-se dividir a PNL em três grandes famílias de métodos: os Determinísticos, os Estocásticos e os Enumerativos.

### 1.2.1 Métodos Determinísticos

Os Métodos Determinísticos são baseados no uso de cálculo de derivadas ou em aproximações destas, e necessitam de alguma informação do gradiente da função, seja procurando o ponto onde ele se anula ou usando a direção para qual aponta. A procura pelo ponto ótimo usa o ponto corrente ( $\bar{X}_k$ ) como ponto de partida para a próxima iteração ( $k+1$ ). Existem muitas maneiras de realizar estas iterações, uma das quais é dada por:

$$\bar{X}_{k+1} = \bar{X}_k + \lambda_k \vec{d}_k \quad , \quad (1.1)$$

onde  $\lambda_k$  é o passo de cálculo e  $\vec{d}_k$  é a direção de busca do ponto ótimo.

O passo de cálculo controla a evolução da solução. O valor deste passo de cálculo pode ser obtido por métodos do tipo *Golden Section*, *Fibonacci*, dentre outros. Já a direção de busca é responsável pela direção da trajetória até a solução e pode ser determinada por muitos métodos, dentre os quais, o de *Newton*. A descrição destes métodos pode ser encontrada em Luenberger [4], Bazaraa *et al.* [5] e McCormick [6], para citar alguns autores.

Como exemplo de aplicação dos métodos determinísticos, pode-se fazer uso do seguinte problema: seja minimizar a função

$$f(x, y) = (x-2)^4 + (x-2y)^2 \quad , \quad (1.2)$$

onde  $x$  e  $y \in \Re$ . Escolheram-se as seguintes configurações para que se possa ilustrar algumas abordagens diferentes dos métodos determinísticos: para o cálculo da direção de

busca três métodos foram utilizados: *Fletcher-Reeves*, *Newton* e *BFGS*; para a obtenção do passo de cálculo utilizou-se o método *Golden Section*.

O método *Fletcher-Reeves* utiliza a informação do gradiente da função. Já o método de *Newton*, que se caracteriza pela rápida convergência, utiliza, além da informação do gradiente da função, o cálculo da matriz Hessiana inversa. O método *BFGS* (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) utiliza a mesma metodologia do método de *Newton*, mas substitui a matriz Hessiana por uma aproximação desta.

Os três métodos anteriores podem utilizar o método *Golden Section* para a obtenção do passo de cálculo. Este consiste em reduzir os limites do universo de busca da função na direção indicada, até que o intervalo formado pelos limites seja menor que um erro admissível.

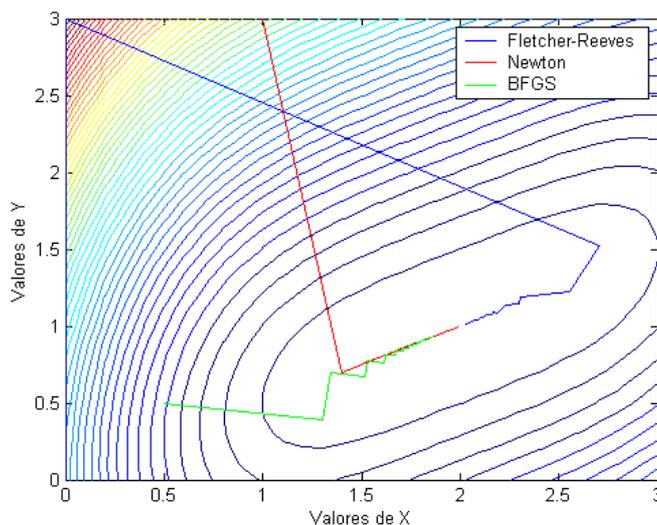


Figura 1.1 Exemplos de métodos determinísticos.

Na figura 1.1 são mostradas as curvas de nível da função  $f(x,y)$  conforme (1.2), sendo que o valor mínimo da função encontra-se em (2,00 ; 1,00). Neste gráfico pode-se visualizar os passos de cálculo e a direção de busca. As retas seguem a direção indicada pelo gradiente da função até percorrerem um determinado passo de busca; após este deslocamento, uma nova direção e um novo passo são calculados. A convergência é alcançada quando, por exemplo, as condições ótimas de *Kuhn-Tucker* (Bazaraa *et al.* [5]) são satisfeitas. Foram utilizados pontos iniciais diferentes para uma melhor visualização dos vários métodos.

Os métodos determinísticos, por trabalharem com a busca do ponto subsequente pelo uso do gradiente da função, só produzem bons resultados para funções contínuas (que não possuam pontos onde as derivadas sejam indeterminadas), convexas e unimodais (funções que possuam somente um mínimo ou máximo).

Na figura 1.2 tem-se uma função multimodal (com muitos mínimos, tendo neste caso apenas um global) onde, como exemplo, aplicou-se o método de *Newton*. Percebe-se que, mesmo partindo do ponto inicial  $(-0,60 ; -1,50)$  no círculo verde, não distante do mínimo global em  $(3,46 ; 2,00)$ , o método convergiu para o primeiro mínimo encontrado  $(0,50 ; -0,85)$  (círculo vermelho), que é um mínimo local.

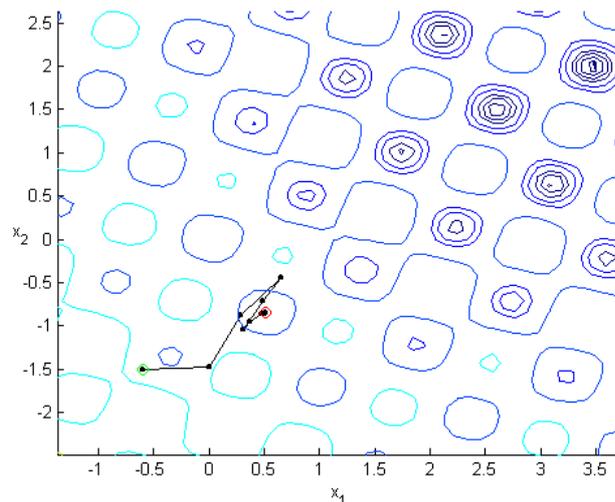


Figura 1.2 Método determinístico (*Newton*) em uma função multimodal.

Como a grande maioria dos problemas, principalmente em eletromagnetismo, são representados por funções cujo comportamento não é conhecido (uni ou multimodal, descontínua, etc.) e de difícil diferenciação, parte-se então para um outro grupo de métodos de otimização não-linear: os métodos estocásticos.

### 1.2.2 Métodos Estocásticos

Os métodos estocásticos têm como principal característica a busca pelo ótimo através de regras de probabilidade trabalhando de maneira “aleatória orientada”. Tais métodos utilizam apenas as informações contidas na função de otimização, não requerendo informações sobre suas derivadas ou possíveis descontinuidades.

Estratégias estocásticas são de simples implementação e entendimento. Por trabalharem com regras de probabilidade, têm menos chances de convergirem para mínimos locais se comparadas com os métodos determinísticos. Estas técnicas ganharam popularidade com a evolução dos computadores, já que requerem um grande número de análises do problema. Isto é necessário para que se dê chance ao método de explorar devidamente todo o universo de busca onde está contida a solução ótima.

As técnicas estocásticas mais conhecidas e mais aplicadas em eletromagnetismo, segundo Michalewicz & Michalewicz [31] e Alotto *et al.* [32], são as Estratégias Evolucionárias (*Evolution Strategies* – ES), os Algoritmos Genéticos (AGs) e o Recozimento Simulado (*Simulated Annealing* – SA). As duas primeiras imitam o comportamento evolucionário da natureza e o recozimento simulado baseia-se no comportamento dos fluidos em resfriamento. Existem muitas diferenças e semelhanças entre elas, mas a principal é que as ES e o SA possuem regras mais rígidas de execução (por exemplo, necessitam de um passo de cálculo). Já os AGs são bem mais flexíveis e, comparado aos demais, seguem de forma mais precisa o comportamento aleatório da natureza.

Outra vantagem dos AGs é que eles iniciam o processo de gerações com uma população de soluções criadas aleatoriamente dentro do universo de busca. Ao término do processo têm-se não somente uma solução mas uma população que pode representar o comportamento do problema, já que todos os indivíduos da população são possíveis soluções. Esta característica pode ser vantajosa em relação a ter apenas uma única solução ótima do problema (algumas soluções podem ser mais fáceis de implementar do que outras, por exemplo).

### **1.2.3 Métodos Enumerativos**

A idéia de procura dos métodos enumerativos (busca exaustiva) é muito simples. Estipula-se um universo finito de busca, discretiza-se este espaço de modo a representar todas as possíveis soluções, e verificam-se todos os pontos. É evidente que a implementação é muito simples de ser feita, mas é também óbvio que esta técnica se torna inviável para problemas onde o universo de busca é muito grande. Além disso, uma discretização, por mais fina que seja, dificilmente cobrirá todos os pontos possíveis.

---

A única técnica que daria certeza absoluta de ter obtido a solução ótima seria a dos métodos enumerativos, em que todas as possibilidades são verificadas. Mas, como visto no parágrafo anterior, isto é muitas vezes impossível. Com métodos determinísticos tem-se certeza de que se alcançou um mínimo ou máximo, mas não se tem certeza se este mínimo ou máximo é global ou local. Outra opção é trabalhar com métodos estocásticos que, através da repetição (isto é, executando-se o programa inúmeras vezes e ocorrendo a repetição da resposta), poder-se-ia afirmar que a resposta repetida é a solução ótima com uma boa chance de sucesso. Uma estratégia interessante consiste em trabalhar com métodos híbridos: inicialmente utilizam-se métodos estocásticos para determinar a região que contém o extremo global e, após, aplica-se uma técnica determinística buscando o ponto ótimo. Isto foi feito por Vasconcelos *et al.* [33], entre muitos outros.

Neste capítulo foram apresentados os principais métodos de otimização existentes. Discutiram-se suas principais características e diferenças. Com base no que foi exposto, optou-se pela utilização dos AGs para a otimização do problema proposto na introdução.

No Capítulo Segundo será realizado um estudo dos AGs para que se possa formar uma base de conhecimentos necessária para trabalhos futuros. Estudos muito bons de embasamento sobre este método de otimização já foram feitos, como em Goldberg [9], Soares [34] e Dias [35]. Estes trabalhos foram utilizados como principais referências. Por isto, nesta dissertação, tem-se uma breve revisão das características fundamentais dos AGs e das ferramentas que permitem melhorar sua convergência. Como contribuição desta dissertação, propõe-se uma metodologia modificada para os operadores genéticos usados nos AGs.

---

# Capítulo 2

## Algoritmos Genéticos

A teoria da evolução como é conhecida nos dias de hoje combina genética e seleção natural, sendo *Charles Darwin* o pesquisador mais conhecido nesta área. Pode-se definir genética natural como a diversidade entre indivíduos em uma população de organismos que se reproduzem. Esta diversidade é produzida pela recombinação e pela inserção de material genético novo na população.

A partir dos anos trinta esta definição vem sendo assimilada e utilizada principalmente no desenvolvimento das áreas que envolvem a biologia e a matemática, através de simulações de sistemas genéticos. Em 1975, o engenheiro eletricitista *John H. Holland* escreveu o livro intitulado *Adaptation in Natural and Artificial Systems* [36], em que aborda diretamente os AGs, o que deu origem ao uso desta técnica para a otimização de sistemas.

Posteriormente a metodologia foi desenvolvida com mais detalhes por *David E. Goldberg*, antigo aluno de *Holland*. Os estudos de *Goldberg* foram publicados no seu livro *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning* [9].

Esta analogia com a genética natural não é exclusiva dos AGs. Muitos outros métodos de otimização utilizam seus princípios como referência. Pode-se citar o método das Estratégias Evolucionárias (*Michalewicz & Michalewicz* [31]) e a *Cellular Automata* (*Wildberger* [37]), dentre muitos outros.

Os AGs são algoritmos de otimização estocásticos que trabalham de forma “aleatória orientada” de acordo com regras probabilísticas baseadas numa analogia com os mecanismos da genética natural. Isto é, inicialmente cria-se uma população de indivíduos aptos a ser solução do problema proposto. Realizam-se então reproduções entre os

---

indivíduos, gerando permutações de material genético através de cruzamentos, e insere-se material genético novo através de mutações. Tudo isto respeitando a lei da genética natural que diz que os mais aptos têm mais probabilidade de sobreviver. Com isto vai-se melhorando a população inicial, sendo que os mais aptos correspondem aos indivíduos que obtêm um valor maior (maximização) ou menor (minimização) em uma equação de mérito que representa o objetivo do problema.

Após a publicação dos trabalhos de Holland e Goldberg muito se evoluiu, principalmente em relação à aplicação dos AGs nas mais vastas áreas do conhecimento, como demonstram as várias referências já citadas. Muitos trabalhos também foram realizados com o objetivo de tornar o método mais eficiente (por exemplo, Vasconcelos *et al.* [38]).

É claro que existem muitas críticas aos AGs. As principais referem-se à incerteza da obtenção da solução ótima e ao grande número de avaliações da função objetivo que se faz necessário para obter a solução. O trabalho de Chellapilla & Hoorfar [39] pode ser citado como exemplo de crítica aos AGs.

Neste capítulo será visto em detalhes o que está exposto acima. O que se pretende aqui é dar um enfoque rápido e didático dos conceitos fundamentais dos AGs e das ferramentas que permitem melhorar seu desempenho.

A contribuição principal desta dissertação ao estudo dos AGs consiste numa metodologia modificada dos operadores genéticos cujo objetivo é melhorar a varredura do espaço de busca com codificação real. Como será demonstrado através da utilização de funções teste no final deste capítulo, esta metodologia modificada permite obter uma ferramenta de otimização eficaz.

## 2.1 Representação dos AGs

Os AGs têm como princípio a evolução através de gerações de uma população de indivíduos. Indivíduos nada mais são do que uma possível solução do problema, ou seja, são pontos dispostos dentro do universo de busca da solução ótima. Um indivíduo ( $X$ ) pode ser representado da seguinte forma:

$$X = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_{n_{\text{var}}}] \ , \quad (2.1)$$

---

onde  $X_1, X_2, \dots, X_{n_{var}}$  representam as variáveis que formam o indivíduo, as quais são parâmetros que dependem do problema. O número de variáveis determina a dimensão do espaço de busca.

Um conjunto de indivíduos é chamado de população ( $P$ ), assim representada:

$$P^n = \begin{bmatrix} X_1^{n,1} & X_2^{n,1} & \dots & X_{n_{var}}^{n,1} \\ X_1^{n,2} & X_2^{n,2} & \dots & X_{n_{var}}^{n,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1^{n,nbpop} & X_2^{n,nbpop} & \dots & X_{n_{var}}^{n,nbpop} \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

onde  $nvar$  é o número de variáveis de cada indivíduo,  $nbpop$  é o número de indivíduos da população e  $n$  indica a geração corrente.

O número de indivíduos na população é escolhido em função da dificuldade do problema a ser resolvido. Com um número baixo de indivíduos, o universo de busca pode estar sendo representado de maneira muito pobre. Já com um número muito grande de indivíduos, o tempo computacional pode se tornar inviável. Um estudo sobre como identificar o número ideal de indivíduos foi realizado por Haupt [40].

Como ilustração, a figura 2.1 mostra o universo de busca de um dado problema, em que os indivíduos têm apenas uma variável. Desta forma, o espaço de busca é unidimensional. A função a ser otimizada está representada pelo traço azul e no eixo vertical tem-se o valor da função correspondente a cada indivíduo. Estes estão distribuídos aleatoriamente no universo de busca. O processo de otimização consiste em fazê-los migrar para uma região onde a função é maximizada (ou minimizada).

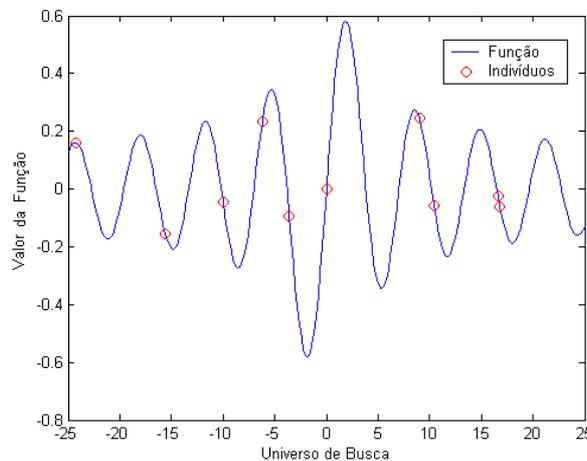


Figura 2.1 Identificação dos indivíduos dentro do universo de busca.

Para uma analogia com a genética natural, pode-se fazer o seguinte comparativo:

Tabela 2.1 – Comparação entre termos da genética natural e da “genética artificial”.

Genética Natural	"Genética Artificial"
gene	caractere (parte formadora da variável)
alelo	valor do caractere
cromossomo	cadeia de caracteres (variável)
locus	posição do caractere na cadeia
genótipo	estrutura, indivíduo codificado
fenótipo	ponto solução, estrutura decodificada

Tendo-se definido os termos população e indivíduo, bem como o significado das variáveis por indivíduo, pode-se passar à codificação destas variáveis.

## 2.2 Codificação das Variáveis

Existem três tipos de codificação utilizados com mais freqüência: a codificação binária, a codificação Gray e a codificação real.

### 2.2.1 Codificação Binária

O código binário foi o primeiro a ser explorado por causa de sua analogia direta com a genética natural. Como seu próprio nome diz, este código utiliza números binários, ou seja, apenas conjuntos de 0 e 1 para representar as variáveis.

Um indivíduo com codificação binária é representado da seguinte forma:

$$X = [010101 \ 1101 \ \dots \ X_{n \text{ var}}] , \quad (2.3)$$

onde cada variável é representada por um conjunto de bits (genes). O número de bits pode ser diferente para cada variável, estando relacionado à precisão requerida. Por exemplo, se os limites de uma variável estão entre -2 e 2 e a precisão é de quatro casas decimais, tem-se 40000 divisões. Portanto a variável deverá ter 16 bits ( $2^{15} = 32768$  ;  $2^{16} = 65536$ ) para ser corretamente representada. Se o indivíduo tem 10 variáveis e todas têm a mesma precisão, seria representado por um vetor de 160 bits.

Existem algumas dificuldades em trabalhar com a codificação binária. Uma delas é o fato que, para se ter uma precisão alta, deve-se representar o indivíduo por um vetor bastante extenso. Outro problema é a presença de *Hamming cliffs*, que são grandes diferenças nas cadeias de bits que codificam dois números inteiros próximos (Goldberg [9]). Esta dificuldade fica evidente quando, por exemplo, se realiza uma perturbação nos bits mais significativos da variável. Esta perturbação pode causar um grande deslocamento da variável no universo de busca, o que nem sempre é desejado.

Para se evitar este último problema pode-se utilizar o código Gray.

### 2.2.2 Codificação Gray

Na codificação Gray, como na codificação binária, utilizam-se apenas cadeias de 0 e 1 para representar as variáveis. A diferença está na facilidade de operação. Isto ocorre devido à propriedade de semelhança existente na cadeia codificada que representa números inteiros adjacentes. Pode-se esclarecer melhor isto através da tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Comparação entre o código binário e o código Gray.

Números Decimais	0	1	2	3	4	5	6	7
Código Binário	0	1	10	11	100	101	110	111
Código Gray	0	1	11	10	110	111	101	100

Com a utilização do código Gray, uma pequena taxa de perturbação ajuda na convergência final dos AGs, enquanto que no binário poderia ampliar a região de exploração. Com isso pode-se verificar que o código Gray favorece a precisão da solução, mas pode levar a um ótimo local. Já o código binário se torna mais “livre” para explorar novas regiões e localizar o ótimo global, mas o refinamento da solução torna-se mais difícil.

### 2.2.3 Codificação Real

A codificação real trabalha diretamente com números reais. Isto é muito prático quando se trabalha com variáveis reais por natureza e se usa uma linguagem de programação que lida diretamente com números reais. Entretanto, tal codificação torna os métodos de troca de informações genéticas mais complexas. Como exemplo de indivíduo com codificação real pode-se ter:

$$X = [0,525 \quad 10,458 \quad \dots \quad X_{n \text{ var}}] \quad . \quad (2.4)$$

Uma comparação de desempenho entre os diversos tipos de codificação é apresentada na seção 2.9.

### 2.3 Algoritmos Genéticos Simples

Em todo problema de otimização existe um objetivo a ser alcançado (ou vários, no caso de otimizadores multiobjetivos), que é representado por uma *função objetivo*. A avaliação desta função permite calcular a aptidão de cada indivíduo. Os AGs procuram sempre melhorar a população, ou seja, buscam os indivíduos de melhor aptidão. Desta forma, quando se quer maximizar uma solução pode-se utilizar a função objetivo diretamente. Já quando se trata de um problema de minimização, tem-se que ajustar a função objetivo. Após este ajuste ela passa a ser chamada de equação de mérito. Como ilustração tem-se o seguinte exemplo: seja um problema representado pela função objetivo dada por (2.5).

$$\text{Função Objetivo} = f(x) = 2x \quad . \quad (2.5)$$

Caso se queira maximizar a função objetivo pode-se escolher a equação de mérito como abaixo:

$$\text{Maximização: Equação de Mérito} = \text{Função Objetivo} = f(x) = 2x \quad . \quad (2.6)$$

Se, por outro lado, quer-se a minimização da função objetivo, uma escolha possível para a equação de mérito é a seguinte:

$$\text{Minimização: Equação de Mérito} = M(x) = Cmax - 2x \quad , \quad (2.7)$$

onde  $Cmax$  é uma constante de valor elevado.

O fluxograma de um AG simples demonstrando o processo evolutivo pode ser visto na figura 2.2.

---

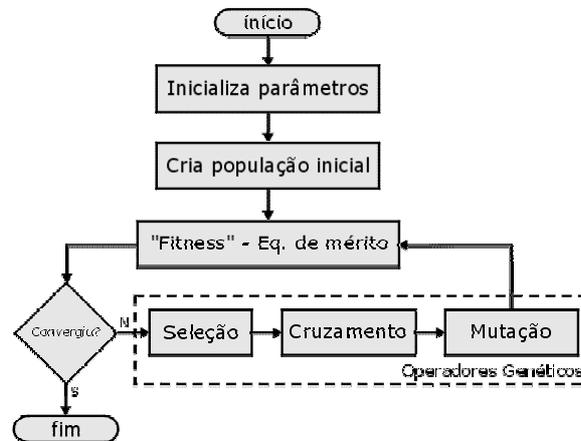


Figura 2.2 – Fluxograma de um AG simples.

Primeiramente especificam-se os parâmetros iniciais (por exemplo, os limites do universo de busca) e cria-se aleatoriamente uma população inicial de indivíduos dentro destes limites. Em seguida verifica-se através da equação de mérito a aptidão de cada indivíduo. Aplicam-se então os operadores genéticos que modificam a população no intuito de melhorá-la. Este processo iterativo, correspondente às sucessivas gerações, prossegue até que se obtenha a convergência (baseada em algum critério pré-estabelecido).

Os operadores genéticos são responsáveis pelo melhoramento da população. Eles estão descritos na próxima seção.

## 2.4 Operadores Genéticos

O objetivo dos operadores genéticos é transformar a população através de sucessivas gerações, buscando melhorar a aptidão dos indivíduos. Os operadores genéticos são necessários para que a população se diversifique e mantenha as características de adaptação adquiridas pelas gerações anteriores. Na maior parte dos casos, os AGs utilizam três operadores: seleção, cruzamento e mutação.

### 2.4.1 Seleção

Este operador genético, também chamado reprodução, seleciona os indivíduos que sofrerão cruzamento e mutação. Da mesma forma que ocorre no processo de seleção natural, os indivíduos mais qualificados, de acordo com a equação de mérito, têm mais chances de serem escolhidos.

Existem muitos métodos para fazer a seleção. Os principais são: Roleta, Torneio, *Deterministic Sampling* (DS), *Stochastic Remainder Sampling* (SRS) e *Stochastic Universal Sampling* (SUS). Todos eles são descritos por Goldberg em [9].

A fim de ilustrar o processo de seleção, o método da roleta será descrito. Neste método, cada indivíduo da população é representado em uma roleta proporcionalmente ao seu índice de aptidão (calculado com a equação de mérito). Desta forma, dá-se uma porção maior da roleta aos indivíduos com alta aptidão, cabendo aos indivíduos menos aptos uma porção menor.

Como exemplo, a tabela 2.3 apresenta uma população com quatro indivíduos, seus respectivos valores de mérito calculados de acordo com uma dada equação e os valores percentuais relativos à soma de todos os valores de mérito da população.

Tabela 2.3 Representação do método da roleta.

	Código	Mérito	% População
Indivíduo 1	1010	10	23,81
Indivíduo 2	1011	5	11,90
Indivíduo 3	0011	2	4,76
Indivíduo 4	1001	25	59,52
	Soma:	42	100%

Sabendo o quanto cada indivíduo é apto dentro da população, pode-se representá-lo na roleta de forma proporcional, como mostrado na figura 2.3.

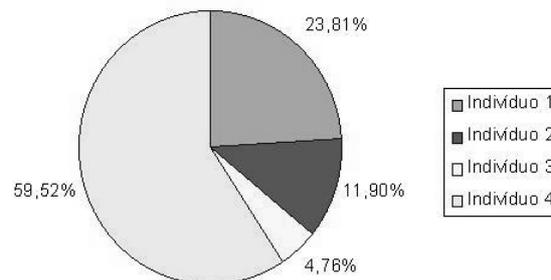


Figura 2.3 Distribuição dos indivíduos na roleta.

A roleta será girada tantas vezes quantas forem necessárias para obter o número requerido de pares de indivíduos para o cruzamento e mutação. O número de pares selecionados a cada geração define os diferentes tipos de AGs. Selecionando o mesmo número de indivíduos que a população inicial, tem-se o tipo SGA (*Simple GA*).

Selecionando o número mínimo de indivíduos, ou seja, dois (um par), tem-se o RGA (*Replacement GA*). Qualquer percentual entre o número mínimo ou máximo de indivíduos é denominado SSGA (*Steady State GA*). Este tipo de diferenciação é importante para a determinação do número de gerações, já que o número de pares de indivíduos define a quantidade de avaliações da equação de mérito a cada geração. Fica evidente que, utilizando o RGA, o número de gerações deve ser muito superior ao do SGA, isto se o intuito for manter o mesmo número de avaliações. Detalhes destas diferenças podem ser encontrados em Soares [34].

Com os pares formados, passa-se aos demais operadores genéticos: o cruzamento e a mutação.

#### 2.4.2 Cruzamento

O objetivo do cruzamento é a permutação de material genético entre os pares de indivíduos previamente selecionados.

Após a formação dos pares, os indivíduos são submetidos ao processo de cruzamento, sendo que este processo pode ou não ocorrer, de acordo com uma dada probabilidade de cruzamento (*pcross*).

Este operador genético é o responsável maior pela criação de novos indivíduos. Por isto *pcross* deve ser alta (geralmente entre 70 e 100%). Isto é similar ao que ocorre na natureza, onde a maioria dos casais possui filhos.

Os AGs são caracterizados pela alta flexibilidade de implementação, e isto vale também para o cruzamento, que pode ser realizado de diferentes maneiras. A figura 2.4 ilustra a operação cruzamento.

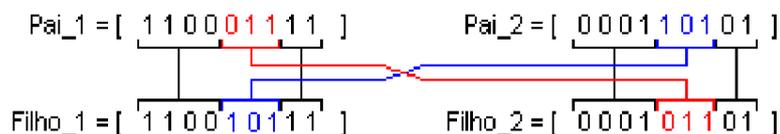


Figura 2.4 Cruzamento de indivíduos com codificação binária.

Na figura 2.4 tem-se um par formado pelo *pai\_1* e pelo *pai\_2*, que geram dois filhos. O cruzamento acontece pela troca de informação genética entre os dois pais, como na genética natural. No caso deste exemplo foram trocados os bits cinco, seis e sete dos indivíduos (contando-se da esquerda para a direita). Uma infinidade de outros tipos de cruzamento são possíveis.

### 2.4.3 Mutação

Entende-se por mutação a inserção de material genético novo na população. Este processo pode ou não ocorrer, da mesma forma que o cruzamento, de acordo com uma dada probabilidade de mutação ( $pmut$ ). Esta probabilidade deve ser bem baixa, algo em torno de 0 a 5%, para que a busca pelo indivíduo ótimo não seja puramente aleatória. Isto é análogo ao comportamento da natureza, onde raramente se vêem mutações ou anormalidades nos indivíduos. Como no cruzamento, a mutação pode ser feita de muitas maneiras, uma das quais é apresentada na figura 2.5:

Filho\_2 = [ 0 0 0 1 0 1 1 0 1 ]      Filho\_2\_mut = [ 0 0 0 1 0 1 0 1 1 ]

*Figura 2.5 Mutação de indivíduos com codificação binária.*

No exemplo foram invertidos os valores dos bits sete e oito, criando-se um novo indivíduo chamado *filho\_2\_mut*.

Após a realização dos operadores genéticos, os novos indivíduos são inseridos na população inicial. Esta inserção pode ser feita também de muitas maneiras. Pode-se citar como exemplo: substituição aleatória e substituição dos pais originais, dentre outras. Assim, uma vez que a população original é alterada, tem-se uma nova geração. O processo continua até se obter a convergência.

## 2.5 Critérios de Convergência

Como dito no início deste capítulo, a convergência acontece de acordo com um critério pré-determinado. Se a aptidão requerida é conhecida, pode-se trabalhar com a opção de um erro máximo admissível. Desta forma, assim que os AGs encontrarem um indivíduo que proporcione um erro menor que o estipulado, finaliza-se o processo.

Outro método interessante de testar a convergência é através da diversidade genética da população. Se os indivíduos estão muito parecidos entre si, ou seja, se a

---

avaliação da equação de mérito de cada indivíduo der resultados muito próximos, pode significar que eles estejam na mesma região. Isto caracteriza a presença de um máximo ou mínimo da função.

Um controle final deve ser feito de maneira obrigatória, pois não se pode ficar simulando indefinidamente. Este controle pode ser realizado, por exemplo, estipulando um número máximo de gerações admissível.

Todas estas metodologias possuem falhas. A convergência por diversidade genética falha quando os AGs convergem para um mínimo local, ou seja, quando acontece convergência prematura. Já o número máximo de gerações falha quando não se dá tempo suficiente ao algoritmo para investigar todo o universo de busca. Uma metodologia inteligente para ser adotada seria a utilização racional destas duas citadas. Por exemplo, se ao final do processo evolutivo a diversidade genética ainda for elevada, pode-se permitir que o número de gerações seja estendido.

## 2.6 Exemplo de Otimização usando AGs

Para exemplificar o que foi visto até o momento, a tabela 2.5 apresenta um exemplo dos AGs feito manualmente, correspondente à maximização de (2.8):

$$f(x) = -x^2 + 16 \quad . \quad (2.8)$$

Estipulou-se o universo de busca como sendo o intervalo  $[-4 ; 3,5]$ . Usou-se codificação binária para a otimização desta equação, conforme tabela 2.4. Desta forma, é necessário fazer a decodificação dos indivíduos a cada verificação de mérito. Neste caso, a equação de mérito foi escolhida como sendo a própria função a ser maximizada. Assim, a aptidão de cada indivíduo é calculada diretamente usando (2.8). A população inicial foi escolhida aleatoriamente e o método de seleção escolhido foi o da roleta. O cruzamento foi feito através da permutação dos bits dois e três de cada indivíduo. A mutação ocorreu com a simples inversão do bit dois. Estes dois operadores genéticos foram usados respeitando o princípio de que o cruzamento tem uma probabilidade alta e a mutação, baixa. A substituição ocorreu de maneira integral, ou seja, todos os pais são substituídos pelos respectivos filhos. A população foi formada por quatro indivíduos.

---

Tabela 2.4 Codificação binária para o universo de busca correspondente ao intervalo [-4 ; 3,5].

Codificado:	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Decodificado:	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5

Tabela 2.5 Exemplo dos AGs feito manualmente.

Geração 1	Indivíduo:	Codificado	Decodificado	Mérito	% População
	a	0 0 1 1	-2,5	9,75	26,00
	b	1 1 1 0	3,0	7,00	18,67
	c	0 0 1 0	-3,0	7,00	18,67
	d	0 1 0 1	-1,5	13,75	36,67
	Soma:			37,50	100%

Geração 2	Seleção	Cruzamento	Mutação	Decodificado	Mérito	% População	Indivíduo
par 1	b	1 1 1 0	1 1 0 0	2,0	12,00	23,41	a
	d	0 1 0 1	0 1 1 1	-0,5	15,75	30,73	b
par 2	d	0 1 0 1	0 0 1 1	-2,5	9,75	19,02	c
	a	0 0 1 1	0 1 0 1	-1,5	13,75	26,83	d
	Soma:			51,25	100%		

Geração 3	Seleção	Cruzamento	Mutação	Decodificado	Mérito	% População
par 1	d	0 1 0 1	0 1 0 1	-1,5	13,75	23,21
	a	1 1 0 0	1 1 0 0	0,0	16,00	27,00
par 2	b	0 1 1 1	0 1 0 1	-1,5	13,75	23,21
	d	0 1 0 1	0 1 1 1	-0,5	15,75	26,58
	Soma:			59,25	100%	

Nota-se que na terceira geração surgiu um indivíduo ( $x = 0$ ) que alcança o valor máximo na equação de mérito ( $f(x) = 16$ ). Tem-se, portanto a convergência do algoritmo.

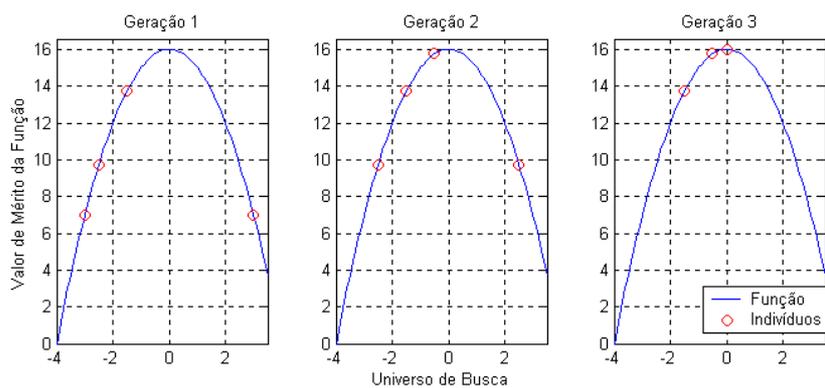


Figura 2.6 Evolução da população conforme tabela 2.5.

Pode-se ver, através da figura 2.6, a evolução da aptidão dos indivíduos a cada geração. Partiu-se de uma população aleatoriamente distribuída dentro do universo de busca e, à medida que o processo caminha, vê-se a concentração dos indivíduos em torno

do valor correspondente ao máximo da função. Observa-se também no gráfico referente à *Geração 3* que dois indivíduos são idênticos.

Com este exemplo termina-se a apresentação dos conceitos básicos dos AGs. Como já dito, a abordagem dada até aqui foi a mais simples possível, com o objetivo de focar os aspectos mais relevantes. Obviamente, existem inúmeros detalhes de implementação que não foram aqui citados. Explicações mais detalhadas podem ser encontradas em Goldberg [9], Soares [34] e Dias [35], por exemplo.

## **2.7 Ferramentas para Melhoria da Convergência dos AGs**

As ferramentas para melhoria da convergência dos AGs têm dois objetivos principais. O primeiro é evitar a convergência prematura do método e o segundo é acelerar a busca pela solução ótima. Numa primeira análise, tais requisitos parecem ser antagônicos. Mas, na verdade, possuem uma relação de cooperação que determina a eficiência dos AGs.

A convergência prematura é prejudicial porque se pode ficar preso a um mínimo local. Para evitar isto, foram desenvolvidas ferramentas que, à medida em que a diversidade genética diminui e os indivíduos tornam-se muito parecidos, agem causando perturbações na população ou no método de seleção. Surgiram então as técnicas de escalonamento, variação dinâmica de probabilidades, formação de nichos, entre outras.

Acelerar a busca pelo ótimo é necessário, pois os AGs são um método custoso devido ao grande número de avaliações da função de mérito. Para isto, usam-se ferramentas como a redução do espaço de busca e o elitismo, por exemplo.

### **2.7.1 Escalonamento**

Entre os métodos de seleção mais utilizados está o da roleta. Este método de seleção pode em alguns casos conduzir os AGs para a convergência prematura, ou seja, pode-se ficar preso a um máximo (ou mínimo) local. Isto acontece porque, quando da criação dos indivíduos, geralmente eles possuem um valor de aptidão baixo. Quando entre estes indivíduos aparece um com aptidão muito alta, pode acontecer que muitas cópias dele sejam criadas. Isto é, ele ocupará uma área muito grande na roleta e, conseqüentemente

---

poderá ser selecionado muitas vezes. Se este indivíduo corresponder a um mínimo ou máximo local, a probabilidade de se ficar preso nesta região será alta.

Para evitar este problema uma saída seria fazer o escalonamento da população, que consiste em limitar o número de cópias de um mesmo indivíduo na próxima geração. O escalonamento é descrito em detalhes em Goldberg [9].

### 2.7.2 Variação Dinâmica de Probabilidades

A variação dinâmica de probabilidades tem o mesmo objetivo do escalonamento, ou seja, evitar a convergência prematura. O que esta ferramenta faz é utilizar a medida de diversidade genética da população para medir o grau de semelhança entre os indivíduos. Se o grau de semelhança for alto, alteram-se as probabilidades de cruzamento e mutação ( $p_{cross}$  e  $p_{mut}$ ). Especificamente, reduz-se  $p_{cross}$  e aumenta-se  $p_{mut}$ , aumentando-se assim a inserção de material genético novo na população. Se a situação for contrária, ou seja, se os indivíduos estiverem muito dispersos, aumenta-se  $p_{cross}$  e reduz-se  $p_{mut}$ . Existem inúmeras técnicas para fazer estas variações, como as apresentadas por Srinivas & Patnaik [41] e Soares & Vasconcelos [42].

### 2.7.3 Formação de Nichos

Na natureza, define-se nicho como uma pequena parte do ambiente onde as populações vivem relativamente isoladas. Por isso, acabam adquirindo características próprias, formando subespécies. Este isolamento pode melhorar o processo de evolução.

Nos AGs é possível utilizar o mesmo conceito. Pode-se trabalhar com subpopulações, ocasionando assim o aparecimento e o desenvolvimento de características próprias (e novas). Isto é interessante, pois se estaria explorando melhor diferentes áreas do universo de busca, aumentando assim o conhecimento a respeito do problema.

Existem técnicas bem conhecidas para a implementação desta ferramenta. As mais utilizadas são a função de partilha (Goldberg [9]) e o SSS (*Simple Subpopulation Schemes*), proposto por Spears [43].

A função de partilha mede o “grau de vizinhança”, ou seja, quantifica a proximidade de um indivíduo em relação aos outros no universo de busca. Neste caso, o operador de seleção analisaria o indivíduo por sua aptidão aparente, relativa somente à aptidão de seus vizinhos, ou seja, de uma subpopulação local.

---

Já o SSS consiste em criar subpopulações desde o início do processo, de modo que cada indivíduo da população receba uma “etiqueta” que indica a qual subpopulação pertence. Da mesma forma que ocorre com a função partilha de Goldberg, os indivíduos são selecionados de acordo com sua aptidão aparente.

#### **2.7.4 Redução do Espaço de Busca**

À medida que o número de gerações vai sucedendo e que a população vai melhorando, “caminha-se” na direção do objetivo. Para se encurtar este “caminho”, utiliza-se a redução do espaço de busca.

Esta redução é feita do seguinte modo: primeiramente seleciona-se o melhor indivíduo da população corrente. A partir deste indivíduo obtém-se uma nova população fazendo pequenas perturbações aleatórias em suas variáveis, gerando assim novos indivíduos. Com isto, passa-se a explorar somente a região onde está inserido o melhor indivíduo.

Deve-se tomar o cuidado de só começar a fazer as reduções do espaço de busca no final do processo de gerações, quando a população já se organizou em torno do objetivo. Se isto não for respeitado, o risco da convergência prematura será grande. Esta técnica é discutida em Soares [34] e Vasconcelos *et al.* [38].

#### **2.7.5 Elitismo**

Os AGs podem em qualquer momento, devido às suas características probabilísticas, localizar o melhor indivíduo ou simplesmente um indivíduo muito bom. O problema é que este indivíduo pode ser perdido ou destruído pelos operadores genéticos durante o processo evolutivo.

A ferramenta de elitismo visa corrigir este problema. Existem dois tipos de elitismo: o elitismo simples (Goldberg [9]) e o elitismo global (Vasconcelos *et al.* [38]).

O elitismo simples guarda sempre o melhor indivíduo que surge, ou seja, aparecendo um indivíduo bom, ele é salvo. Depois de uma geração, se não surgiu um indivíduo melhor que ele, o que se faz é inseri-lo novamente na população.

No elitismo global verifica-se a aptidão dos filhos gerados após a ação dos operadores genéticos. No momento de fazer a substituição leva-se em conta o valor da aptidão de cada um, de forma que serão incluídos na população somente aqueles filhos que melhorarem a aptidão média do conjunto. Obviamente os indivíduos excluídos serão os menos aptos da população.

---

## 2.8 Implementação dos AGs

Com as ferramentas apresentadas, pode-se então montar uma estrutura mais completa dos AGs. Esta estrutura, mostrada na figura 2.7, define a aplicação e o momento em que as ferramentas operam. A estrutura apresentada serve para uma visualização geral do método. Os valores atribuídos aos parâmetros iniciais são apenas exemplos.

```

% Sergio Luciano Ávila
% Implementação dos Algoritmos Genéticos
% Declaração dos parâmetros iniciais:
    nbpop = 20;           % número de indivíduos - tamanho da população;
    nvar = 10;           % número de variáveis;
    pcross = 0,9;        % probabilidade de cruzamento;
    pmut = 0,05;         % probabilidade de mutação;
    nbgen = 50;          % número máximo de gerações;
    limites = [-50 50];  % limites do universo de busca de cada variável;
% Determinação do tipo de AGs:
    G = (SGA, SSGA ou RGA); % parte da população que será avaliada e substituída durante cada geração;
%% Rotina principal - i define o numero de vezes que o programa será rodado.
para i=1:100
    % pop      : população de indivíduos;
    % popAv    : população avaliada;
    % rpop     : parte da população de indivíduos sujeita ao cruzamento e a mutação;
    % rpopAv   : população rpop avaliada;
    % Indv     : melhor individuo encontrado na geração corrente;
    % IndvF    : melhor indivíduo encontrado no final do processo;
    % MaxF     : valor do melhor individuo final;
    % Méd      : média dos méritos;
    % Geração da População Inicial:
        pop = aleatório(nbpop,nvar,limites); % subrotina que cria a população.
    % Avaliação da População Inicial:
        popAv = Mérito(pop); % verifica o mérito de cada indivíduo.
    % Armazenamento do melhor indivíduo encontrado:
        Med(1) = sum(popAv)/length(popAv); % calcula a média das avaliações.
        Indv(1) = pop(Melhor); % separa o indivíduo com melhor aptidão.
    % Início o processo de gerações sucessivas:
        n=2;
        enquanto n <= nbgen
            mdg = Med(n-1)/Max(n-1); % medida de diversidade genética.
            [pcross,pmut] = adapta(mdg,pcross,pmut); % subrotina para adaptação das probabilidades.
            % Seleção Roleta:
            fp = nicho(fp); % aplica a técnica de nicho.
            % fp = escalona(fp); % aplica a técnica de escalonamento.
            [rpop,rpopAv] = roleta(pop,popAv); % subrotina seleção roleta.
            % Cruzamento:
            rpop = cruzamento(rpop,pcross); % subrotina de cruzamento.
            % Mutação:
            rpop = mutação(rpop,pmut); % subrotina de mutação.
            % Avaliação da população rpop após os operadores genéticos:
            rpopAv = Mérito(rpop); % verifica o mérito de cada indivíduo.
            % Substituição dos novos indivíduos e seus respectivos valores de desempenho na população total:
            [pop, popAv] = substitui(pop,popAv,rrpop,rrpopAv); % substituição com elitismo global.
            % Armazenamento do melhor indivíduo encontrado:
            Med(n) = sum(popAv)/length(popAv); % calcula a média das avaliações a cada geração.
            Indv(n,:) = pop(Melhor,:); % separa o melhor indivíduo a cada geração.
            % Redução do espaço de busca:
            Se nbgen == 40 % quando o número de gerações for 40, realiza-se a redução do espaço.
                [pop,popAv] = redução(Indv, Max, nvar, nbpop, limites);
            n = n+1;
        fim_enquanto
        % Armazenamento do melhor indivíduo encontrado no final de cada iteração:
        IndvF = Indv(n,:);
    fim_para
% fim

```

Figura 2.7 Estrutura completa dos AGs.

Mesmo utilizando-se as ferramentas apresentadas, a busca por metodologias que aumentem a eficiência dos AGs é contínua. Atualmente isto vem sendo feito através de uma codificação apropriada das variáveis e de uma melhor varredura do espaço de busca. Estas duas abordagens foram exploradas neste trabalho.

A codificação de variáveis foi abordada através de uma comparação entre as duas codificações mais utilizadas (seção 2.9). Uma melhor varredura do espaço de busca implica em que os operadores genéticos sejam adequadamente implementados. Para isto, propõem-se na seção 2.10 metodologias modificadas de cruzamento e de mutação.

## 2.9 Comparação entre Codificações

Na comparação entre metodologias diferentes de codificação (Linden [44] e Lee *et al.* [45]) é necessário bastante cuidado.

Primeiramente é importante que se observe em qual linguagem de programação os AGs serão implementados. É evidente que se a linguagem trabalha diretamente com números binários, a velocidade de processamento dos AGs com código binário será maior. Ao contrário, trabalhando-se com variáveis reais num ambiente de programação tipicamente real, não será necessário efetuar a decodificação das variáveis a cada avaliação da função de mérito. É importante também, para uma comparação apropriada, igualar os operadores genéticos utilizados nos diversos tipos de codificação, permitindo assim que a varredura do espaço de busca possa ser a mesma.

Foi realizada uma comparação entre as duas codificações mais utilizadas: a binária e a real. Utilizaram-se as mesmas especificações e características propostas em Vasconcelos *et al.* [38], incluindo as ferramentas para melhoria da convergência: adaptação dinâmica de probabilidades (*Adapt.*), redução do espaço de busca (*Reduction*) e elitismo global (*Global Elit.*).

Como função teste utilizou-se a função Rastrigin, definida na seção 2.11.3. Os resultados obtidos estão apresentados nas figuras 2.8 e 2.9. Nas legendas destas figuras aparecem os diferentes tipos de AGs (seção 2.4.1). Os números após o item SSGA indicam o percentual da população que será substituído após o cruzamento e a mutação.

---

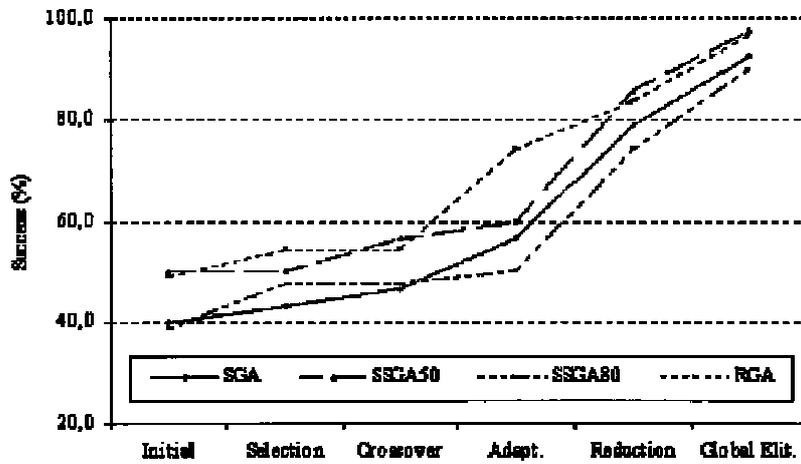


Figura 2.8 Evolução dos AGs com codificação binária (segundo Vasconcelos et al. [38]).

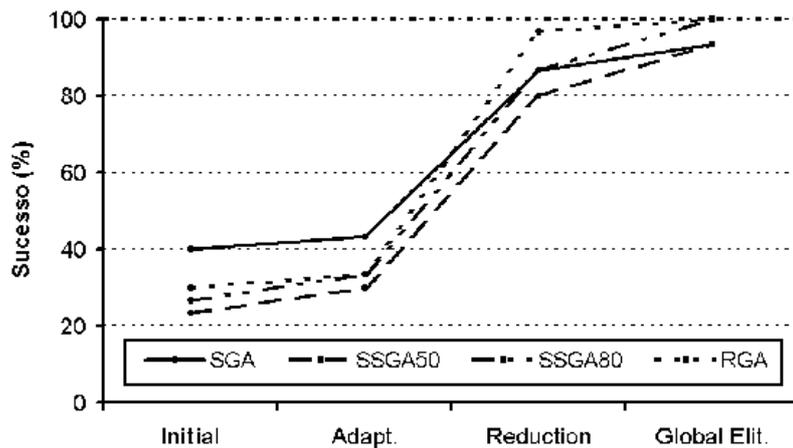


Figura 2.9 Evolução dos AGs com codificação real. A parcela Initial apresentada aqui engloba o conjunto das três primeiras (Initial, Selection e Crossover) do gráfico anterior.

Os resultados finais obtidos usando codificação real (figura 2.9) foram similares aos obtidos usando codificação binária (figura 2.8).

Conclui-se então que não é a codificação das variáveis o responsável maior pelo sucesso dos AGs. Mas é evidente que a codificação mais apropriada (no sentido da melhor adaptação do problema a forma das variáveis) é sempre desejável.

Assumindo-se a codificação real como aquela que melhor se adapta à linguagem de programação utilizada e a problemas com grande número de variáveis, pois resulta em vetores e matrizes menores, trabalhou-se no desenvolvimento de operadores genéticos para codificação real que permitam varrer o espaço de busca de maneira mais eficiente.

## 2.10 Operadores Genéticos Modificados

Para varrer eficientemente o espaço de busca foi desenvolvida uma metodologia modificada para os operadores genéticos cruzamento e mutação. Fundamentalmente, o que se fez foi unir os trabalhos de Qing *et al.* [46], Meneguim [47] e Takahashi *et al.* [48], além de inserir novos aspectos: a direção para o cruzamento e mutação, bem como a análise do comportamento da população para quantificar a mutação.

No processo evolucionário, agrupam-se os indivíduos em pares e, para cada par, verifica-se a ocorrência do cruzamento ou não, segundo  $pcross$ . Se for o caso, a permutação de material genético é feita conforme abaixo:

$$X_{kcross...dir}^{n+1,i} = \alpha_{pol} X_{kcross...dir}^{n,i} + (1 - \alpha_{pol}) X_{kcross...dir}^{n,j} \quad , \quad (2.9)$$

$$X_{kcross...dir}^{n+1,j} = (1 - \alpha) X_{kcross...dir}^{n,i} + \alpha X_{kcross...dir}^{n,j} \quad , \quad (2.10)$$

onde  $kcross$  é um número inteiro aleatório com distribuição uniforme no intervalo  $1 \leq kcross \leq nvar$  que define o ponto de corte para a realização do cruzamento, conforme Qing *et al.* [46];  $\alpha_{pol}$  é o coeficiente de multiplicação polarizado, fixado em 0,9 (poderia ser qualquer valor entre 0 e 1);  $\alpha$  é o coeficiente de multiplicação aleatório, também com distribuição uniforme entre  $-0,1 \leq \alpha \leq 1,1$ , ambos definidos por Meneguim [47] e Takahashi *et al.* [48], e  $dir$  é uma variável binária aleatória que indica em qual direção será realizado o cruzamento: se do ponto de corte até a última variável (neste caso,  $dir = nvar$ ) ou da primeira variável até o ponto de corte ( $dir = 1$ ).  $X_{kcross...dir}^{n,i}$  representa a porção do indivíduo  $i$  que inclui as variáveis de  $X_{kcross}^{n,i}$  até  $X_{dir}^{n,i}$  ( ou de  $dir$  até  $kcross$  se  $dir < kcross$ ). As variáveis que não estão incluídas no intervalo definido acima são copiadas diretamente do progenitor.

Com esta abordagem, que pode ser chamada de cruzamento polarizado modificado, um filho estará muito mais próximo de seu pai de melhor aptidão no universo de busca. Neste caso, para que a população evolua (ou seja, para que o valor de mérito da população

amente a cada geração), é imperativo que o pai deste filho polarizado tenha mérito maior que o segundo pai. Portanto:

$$f(X^{n,i}) > f(X^{n,j}) \quad (2.11)$$

Pode-se fazer um exemplo para melhor visualização desta operação. Sejam dois indivíduos dados em (2.12). Escolheu-se  $\alpha_{pol} = 0,9$ ;  $\alpha = 0,5$ ;  $kcross = 3$  (traço vermelho) e  $dir = 5$ , ficando assim o cruzamento determinado pelas duas últimas variáveis de cada indivíduo. Os filhos correspondentes são apresentados em (2.13) e (2.14). Como o cruzamento ocorreu para apenas duas das cinco variáveis, tem-se portanto um universo de cruzamento de duas dimensões, conforme figura 2.10.

$$\text{Pai}_1 = [ 2 \ 4 \ 6 \ | \ 8 \ 10 ] \quad \text{Pai}_2 = [ 1 \ 3 \ 5 \ | \ 2 \ 4 ] \quad (2.12)$$

$$\text{Filho 1} = [ 2 \ 4 \ 6 ] \cup 0,9 \times [ 8 \ 10 ] + 0,1 \times [ 2 \ 4 ] = [ 2 \ 4 \ 6 \ 7,4 \ 9,4 ] \quad (2.13)$$

$$\text{Filho 2} = [ 1 \ 3 \ 5 ] \cup 0,5 \times [ 8 \ 10 ] + 0,5 \times [ 2 \ 4 ] = [ 1 \ 3 \ 5 \ 5 \ 7 ] \quad (2.14)$$

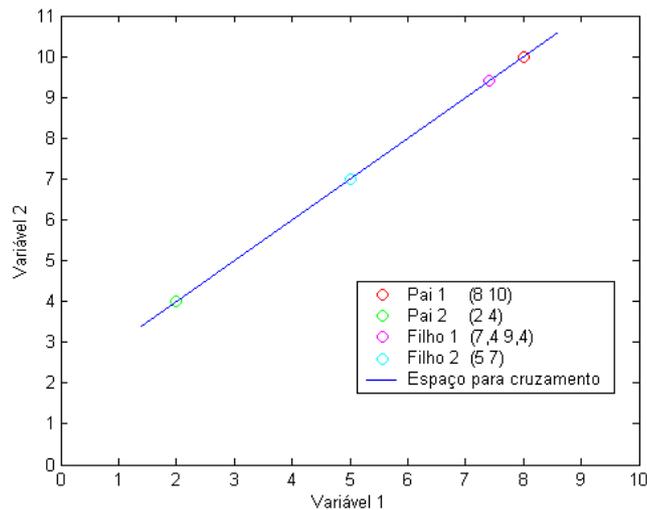


Figura 2.10 Cruzamento real polarizado modificado com duas variáveis.

De maneira similar ao cruzamento faz-se a mutação (que é realizada ou não de acordo com  $pmut$ ). Com codificação real, a mutação consiste em somar ao indivíduo um vetor de perturbação ( $\gamma$ ) dado por:

$$\gamma_{kmut...dir}^{n,i} = 0,05\beta \text{ range}_{kmut...dir}^{n,i} \quad , \quad (2.15)$$

onde  $kmut$  define o ponto de corte para a realização da mutação (determinado aleatoriamente), conforme Qing *et al.* [46];  $\beta$  é um número aleatório com distribuição uniforme no intervalo  $0 \leq \beta \leq 1$  (Meneguim [47]);  $range$  é a amplitude da faixa definida pelos limites mínimo e máximo de cada variável e  $dir$  indica em qual direção a mutação será realizada (do ponto de corte para a direita ou do ponto de corte para a esquerda). Como antes, as variáveis não incluídas no intervalo  $kmut...dir$  permanecem inalteradas. Desta forma, a mutação corresponde a uma variação máxima de  $\pm 5\%$  em cada variável (com relação à amplitude de sua faixa de valores). Esta limitação na amplitude de perturbação garante uma exploração eficiente do universo de busca sem que o processo se torne errático.

No fim do processo evolutivo, o cálculo da mutação é modificado e passa a ser feito conforme:

$$\gamma_{kmut...dir}^{n,i} = 0,05\beta \frac{\sum_{i=1}^{nbpop} X_{kmut...dir}^{n,i}}{nbpop} \quad . \quad (2.16)$$

Com isto  $\gamma$  passa a depender do valor médio das variáveis que sofrerão mutação. Esta estratégia, que resulta numa diminuição da amplitude das perturbações, permite que a mutação ocorra somente no espaço restrito pela população, condicionando a uma melhor varredura deste espaço. Isto pode permitir a localização mais precisa do ponto de ótimo.

Para comprovação da eficiência desta nova metodologia de cruzamento e mutação, e também para melhor demonstrar a aplicação dos AGs, foram realizadas simulações com funções teste.

## 2.11 Simulações com Funções Teste

Utilizaram-se quatro funções para testar a eficiência dos AGs: degrau, picos, Rastrigin e Rastrigin rotacionada (Vasconcelos *et al.* [38], Takahashi *et al.* [48] e Digalakis & Margaritis [49]).

Os AGs foram implementados conforme visto na seção 2.8, com os seguintes parâmetros:

- População = 20 indivíduos;
- Probabilidade de cruzamento inicial = 90%;
- Probabilidade de mutação inicial = 2,5%;
- Número máximo de gerações = 50;
- Utilizou-se o SGA, ou seja, os operadores genéticos trabalham com um número de pares de indivíduos que representa o tamanho total da população;
- Ferramentas: escalonamento, formação de nichos, variação dinâmica de probabilidades, redução do espaço de busca e elitismo global;
- Codificação real;
- Operadores genéticos implementados conforme seção 2.10.

Os demais parâmetros variaram para cada função. As funções teste foram otimizadas 100 vezes com o objetivo de assegurar a validade da resposta alcançada pela repetição do processo.

### 2.11.1 Função Degrau

A função degrau é definida por:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \text{abs}(\text{int}(x_i)) \quad , \quad (2.17)$$

onde  $n$  é o número de variáveis do indivíduo. O universo de busca corresponde ao intervalo  $x_i \in [-20,0 ; 20,0]$ . A figura 2.11 mostra a função degrau onde, para melhor visualização, somente parte do universo de busca (domínio) é mostrado. Neste caso, o valor ótimo (mínimo global) corresponde não a um único ponto mas à região definida por  $(x_1^*)^2 + (x_2^*)^2 < 0,5$ . No exemplo estudado foram utilizadas duas variáveis por indivíduo. Neste caso, a função degrau é dada por:

$$f(x_1, x_2) = \text{abs}[\text{int}(x_1)] + \text{abs}[\text{int}(x_2)] \quad . \quad (2.18)$$

Para a minimização da função degrau, usou-se a seguinte equação de mérito:

$$M = \frac{1}{1 + f(x_1, x_2)} \quad (2.19)$$

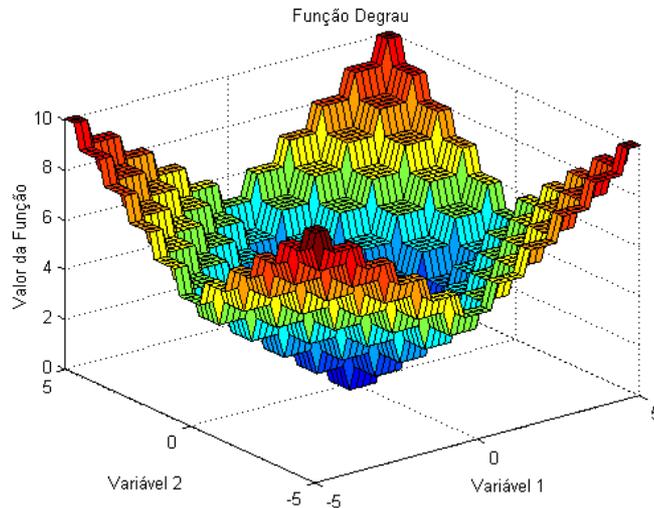


Figura 2.11 Função Degrau para duas variáveis.

Pode-se ver a evolução da população para este problema na figura 2.12, onde a função está representada em suas curvas de nível. Observa-se a concentração dos indivíduos (identificados por x) em torno do mínimo global na sexta geração.

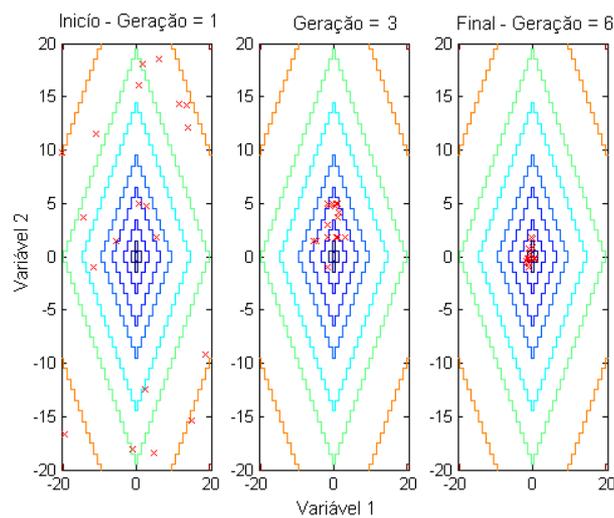


Figura 2.12 Evolução dos AGs para a função Degrau com duas variáveis.

A localização do mínimo da função degrau dificilmente seria obtida com um método determinístico, pois a função é descontínua e não derivável. Já com os AGs, a minimização da função ocorre de maneira eficiente. Foram necessárias apenas cinco

gerações, em média, para obter sucesso. Este sucesso é determinado pela localização de um indivíduo que satisfaça o critério de convergência, chamado solução admissível, conforme tabela 2.6. Na figura 2.13 são mostradas todas as soluções encontradas nas 100 execuções. Percebe-se que o algoritmo encontrou a solução ótima em 100% dos casos.

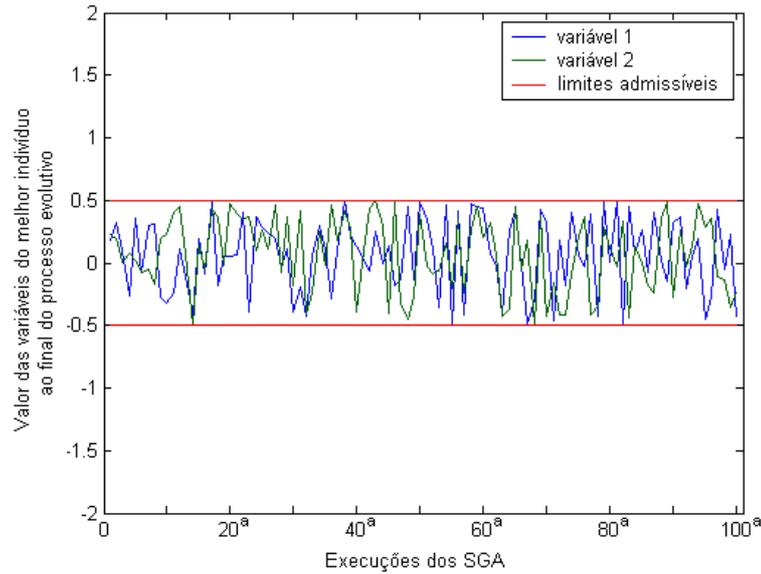


Figura 2.13 Desempenho dos AGs para a função Degrau com duas variáveis.

Tabela 2.6 Eficiência dos AGs para a função Degrau com duas variáveis.

Número de Execuções	Sucesso (%)	Número de Gerações	Solução Admissível
100	100	$5 \pm 2$	$ x_i^*  < 0,5$

### 2.11.2 Função Picos

A função picos é definida por:

$$f(x_1, x_2) = 3(1 - x_1)^2 e^{-(x_1^2 - (x_2 + 1)^2)} - \left( 10 \left( \frac{x_1}{5} - x_1^3 - x_2^5 \right) e^{-(x_1^2 - x_2^2)} + \frac{1}{3} e^{-(x_1 + 1)^2 - x_2^2} \right) \quad (2.20)$$

Se o universo de busca for estipulado como:  $x_i \in [-3 ; 3]$ , conforme figura 2.14, o ponto máximo global, obtido analiticamente, é  $(x_1^* ; x_2^*) = (0,0094 ; 1,5814)$ . O objetivo para esta função teste será sua maximização. Desta forma, a equação de mérito é idêntica à função dada em (2.20).

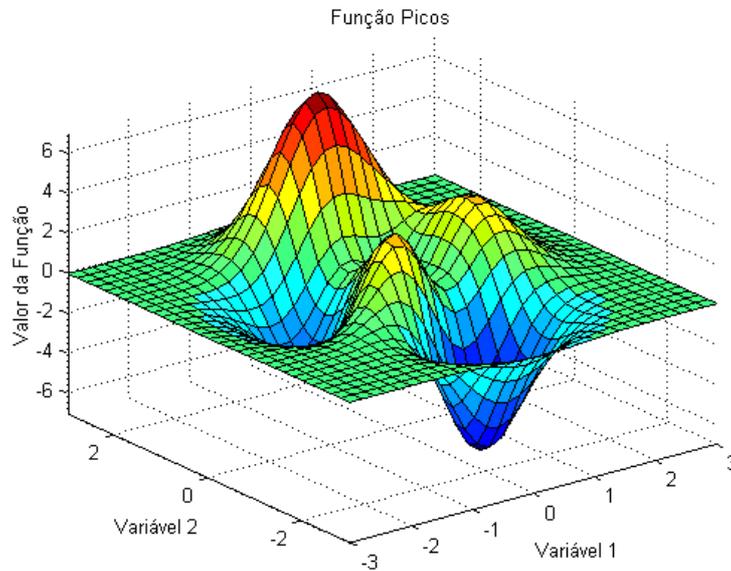


Figura 2.14 Função Picos.

A figura 2.15 mostra a função em suas curvas de nível assim como a posição dos indivíduos em cada geração. A localização do máximo global desta função dificilmente seria realizada com sucesso por um método determinístico pois a função é multimodal. Com os AGs, a maximização da função ocorre rapidamente. Foram necessárias apenas onze gerações, em média, para obter convergência, conforme tabela 2.7.

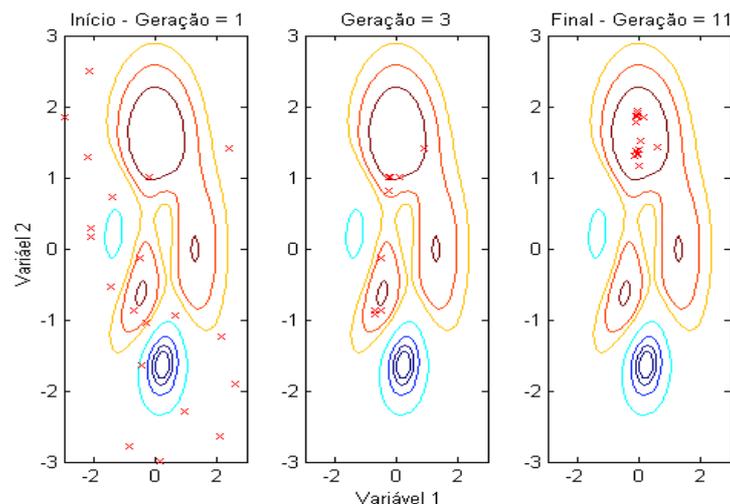


Figura 2.15 Evolução dos AGs para a função Picos.

Na figura 2.16 são apresentadas todas as soluções encontradas dentro do universo de busca. Percebe-se que o algoritmo encontrou uma solução admissível em 97% dos

casos. As três vezes em que não houve convergência ocorreram porque os AGs ficaram presos no segundo máximo da função, localizado em (-0.50 ; -0.64).

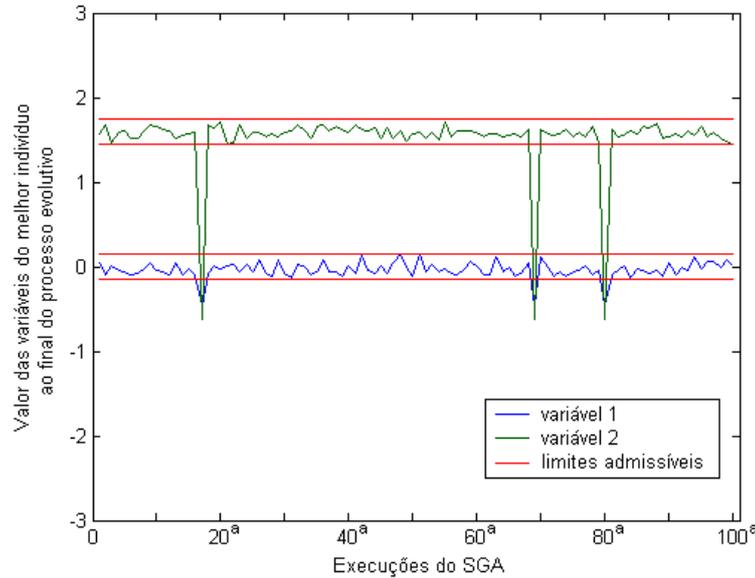


Figura 2.16 Desempenho dos AGs para a função Picos.

Tabela 2.7 Eficiência dos AGs para a função Picos.

Número de Execuções	Sucesso (%)	Número de gerações para convergência	Solução Admissível
100	97	$11 \pm 2$	$\sum_{i=1}^2 (x_i - x_i^*)^2 < 0,02$

### 2.11.3 Função Rastrigin

A função Rastrigin é definida por:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)] \quad , \quad (2.21)$$

onde  $n$  é a dimensão do espaço de busca onde a função é definida (correspondente ao número de variáveis do indivíduo). O mínimo global, obtido analiticamente, é  $x_i^* = 0$ . Como o objetivo é a minimização da função, usou-se uma equação de mérito do mesmo tipo daquela usada com a função degrau, dada em (2.19).

Esta função teste tem sua importância devido ao grande número de mínimos que apresenta. Por exemplo, se a amplitude de faixa (range) de cada variável corresponder a dez unidades ( $x_{imáx} - x_{imin} = 10$ ), têm-se  $10^n$  mínimos, sendo apenas um global. No exemplo

aqui estudado, a função Rastrigin foi formada por duas variáveis ( $n = 2$ ) definidas no intervalo  $[-5,12 ; 5,12]$ , o que corresponde a  $10^2$  mínimos, conforme figura 2.17.

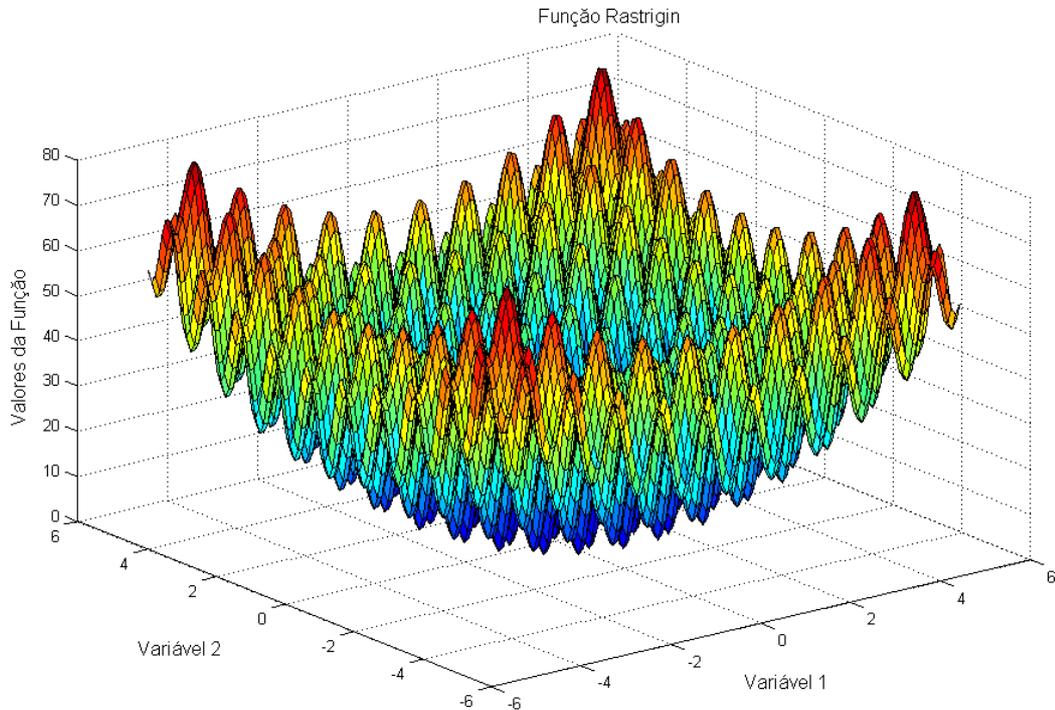


Figura 2.17 Função Rastrigin para duas variáveis.

Pode-se ver a evolução da população para este problema na figura 2.18, onde a função está representada em suas curvas de nível.

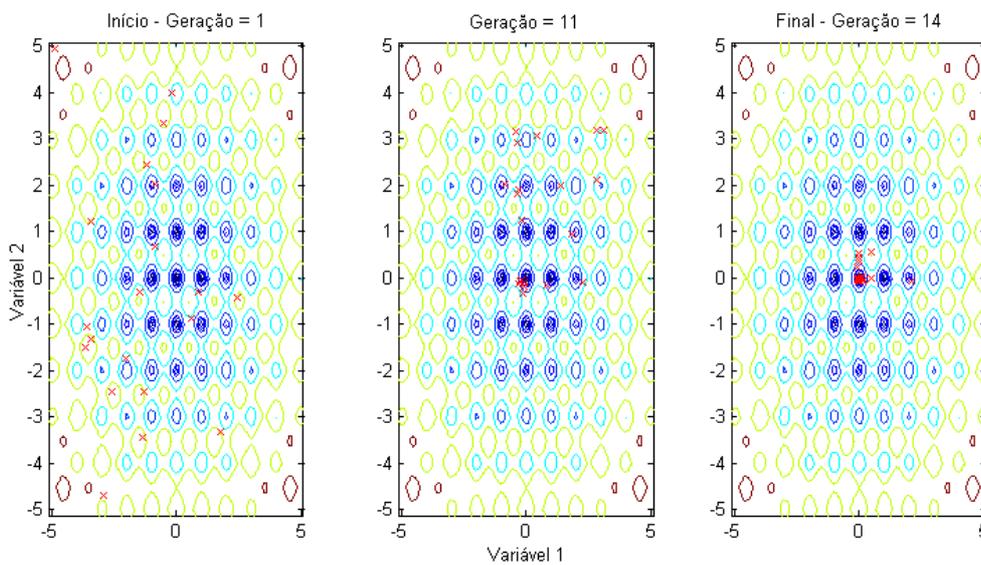


Figura 2.18 Evolução dos AGs para a função Rastrigin com duas variáveis.

Com um método determinístico seria praticamente impossível otimizar a função Rastrigin. Isto acontece devido à natureza multimodal da função. Já com os AGs, a minimização da função ocorre de maneira eficiente. Foram necessárias apenas quatorze gerações, em média, para obter sucesso, conforme tabela 2.8. Na figura 2.19 são apresentadas todas as soluções encontradas dentro do universo de busca. A percentagem de sucesso é 98%.

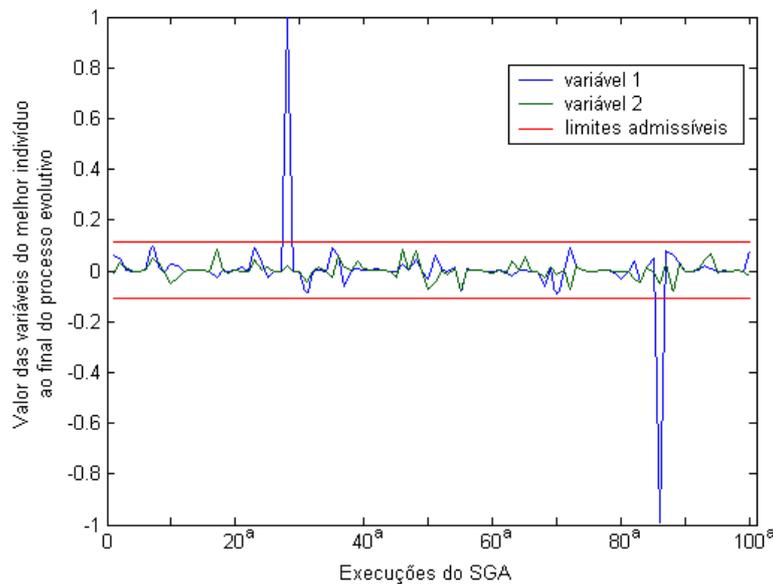


Figura 2.19 Desempenho dos AGs para a função Rastrigin com duas variáveis.

Tabela 2.8 Eficiência dos AGs para a função Rastrigin com duas variáveis.

Número de Execuções	Sucesso (%)	Número de gerações para convergência	Solução Admissível
100	98	$14 \pm 2$	$\sum_{i=1}^2 x_i^2 < 0,02$

#### 2.11.4 Função Rastrigin Rotacionada

Analisando a figura 2.18, correspondente à função Rastrigin, percebe-se um alinhamento dos mínimos em relação aos eixos das variáveis. Este tipo de disposição facilita o trabalho dos AGs, pois existe a possibilidade do uso da informação dos mínimos adjacentes. Em outras palavras, seria possível localizar uma das coordenadas do mínimo global, mantê-la fixa e ficar procurando pela outra coordenada. Para que isto não ocorra,

pode-se rotacionar a função original, fazendo com que os mínimos saiam dos eixos paralelos aos eixos das variáveis. Com isto introduz-se uma dependência entre os mínimos, o que é mais próximo do que ocorre em problemas reais (Takahashi *et al.* [48]). Esta rotação pode ser feita através da multiplicação da função Rastrigin por uma matriz de rotação, conforme (2.22) (Rogers & Adams [50]):

$$\begin{bmatrix} a_x^2(1-\cos\theta)+\cos\theta & a_y a_x(1-\cos\theta)-a_z \sin\theta & a_z a_x(1-\cos\theta)+a_y \sin\theta \\ a_x a_y(1-\cos\theta)+a_z \sin\theta & a_y^2(1-\cos\theta)+\cos\theta & a_z a_y(1-\cos\theta)-a_x \sin\theta \\ a_x a_z(1-\cos\theta)-a_y \sin\theta & a_y a_z(1-\cos\theta)+a_x \sin\theta & a_z^2(1-\cos\theta)+\cos\theta \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de rotação desejado e  $a = [a_x \ a_y \ a_z]$  é um vetor que representa os eixos de rotação. Por exemplo, quando  $a = [0 \ 0 \ 1]$ , a rotação ocorre em torno do eixo  $z$ . É preciso mencionar que (2.22) é válida para um indivíduo contendo duas variáveis, ou seja, para um universo de busca de duas dimensões. Neste caso, o eixo  $x$  e  $y$  correspondem às *Variáveis 1* e *2*, respectivamente, e a terceira dimensão ( $z$ ) corresponde ao valor da função (ver Figura 2.17). Para a função Rastrigin com 30 variáveis, a matriz de rotação é  $31 \times 31$  e o vetor de rotação tem a seguinte forma:  $a = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 1]$  (31 coeficientes).

Uma comparação entre a função Rastrigin normal e a rotacionada com duas variáveis pode ser vista na figura 2.20.

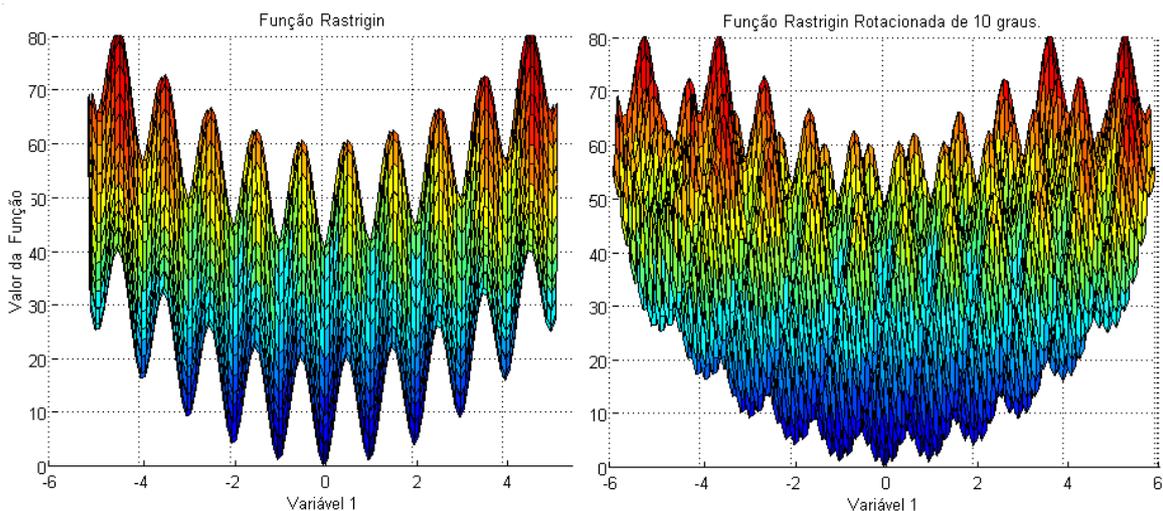


Figura 2.20 Comparação entre a função Rastrigin e Rastrigin rotacionada.

Para dificultar ainda mais o processo de otimização, será utilizada uma função Rastrigin rotacionada com trinta variáveis, ou seja,  $10^{30}$  mínimos, sendo apenas um global.

Obviamente, não é possível representar graficamente esta função já que o universo de busca das variáveis corresponde a um hiperplano de 30 dimensões.

Os AGs demonstraram ser bastante efetivos também na minimização desta função. Como este problema é muito mais complexo que os demais, é necessário aumentar o número de gerações e de indivíduos. Faz-se isto com o intuito de dar condições aos AGs de poder explorar o universo de busca adequadamente. Para tanto, fixou-se o número de indivíduos em 200 e o número de gerações em 100, o que implica em 20000 ( $200 \times 100$ ) avaliações da equação de mérito. A figura 2.21 mostra a evolução da aptidão do melhor indivíduo e a evolução da aptidão média da população a cada geração. Estas aptidões foram normalizadas em relação a aptidão do melhor indivíduo encontrado ao final do processo evolutivo.

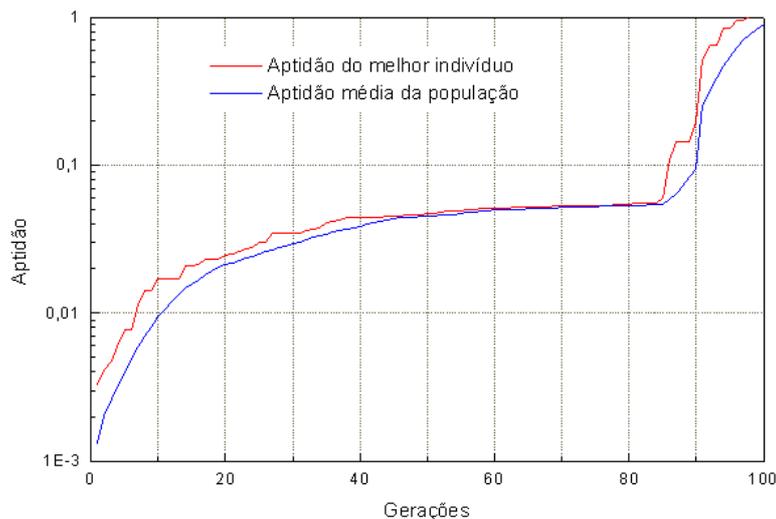


Figura 2.21 Evolução da aptidão dos indivíduos ao longo do processo evolutivo.

Com as curvas apresentadas na figura 2.21 pode-se visualizar claramente a evolução da aptidão do melhor indivíduo e o aumento gradual da aptidão média da população. Percebe-se que no início do processo evolutivo os valores de aptidão são bem baixos e crescem com a ação dos operadores genéticos (seleção, cruzamento e mutação) a cada geração. Com o passar das gerações a tendência é que a aptidão média da população se aproxime da aptidão do melhor indivíduo, ou seja, toda a população tende a se concentrar na região em torno deste indivíduo. Ao final do processo evolutivo tem-se a importante atuação da estratégia de redução do espaço de busca (ver seção 2.7.4). Esta ferramenta para melhoria da convergência reduz o universo de busca a partir do melhor

indivíduo encontrado, ou seja, permite explorar melhor uma pequena região em torno deste indivíduo. Isto pode ser melhor visualizado na figura 2.22, que mostra a distância geométrica no espaço de busca entre o ponto correspondente ao melhor indivíduo e o ponto de ótimo.

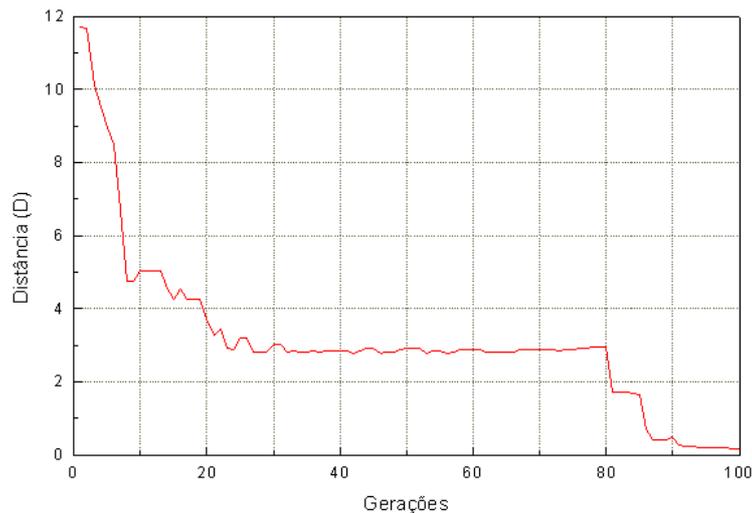


Figura 2.22 Distância entre o ponto correspondente ao melhor indivíduo ao final de cada geração e o ponto de ótimo.

Como o ponto de ótimo possui todas as variáveis iguais a zero ( $x_i^* = 0, i=1, \dots, 30$ ), a distância no espaço de busca de um indivíduo ao ponto de ótimo pode ser calculada por:

$$D = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{30}^2} \quad . \quad (2.22)$$

Na figura 2.22, assim como na figura 2.21, percebe-se a aproximação do melhor indivíduo do ponto de ótimo. Isto acontece de uma maneira rápida no início do processo evolutivo. A partir de um certo momento (aproximadamente na geração 30, neste caso) o processo tende a se estagnar. Isto ocorre devido à grande complexidade do problema. No final do processo evolutivo aplicou-se a redução do espaço de busca nas gerações 80, 85 e 90. Esta ferramenta de melhoria na convergência só deve ser aplicada num estágio avançado do processo evolutivo, devido ao perigo da convergência prematura. Assim, é necessário dar tempo aos AGs de varrer o universo de busca e de utilizar as demais ferramentas para melhoria da convergência antes de aplicar a redução do espaço de busca.

Após as reduções do espaço de busca, obtém-se um indivíduo muito próximo ao indivíduo ótimo. Como já mencionado, o número total de avaliações da equação de mérito

para a obtenção de uma boa solução foi de 20000. Não é um número alto se comparado aos  $10^{30}$  mínimos da função Rastrigin Rotacionada utilizada neste exemplo.

## 2.12 Conclusões sobre os AGs

Neste capítulo foram apresentados diversos aspectos relativos aos AGs, ferramenta estocástica que pode ser utilizada para otimização de problemas com graus elevados de dificuldade. Os AGs, conforme demonstrado em todos os exemplos com funções teste, apresentaram um ótimo percentual de convergência. Isto demonstra a grande eficiência dos AGs, desde que implementados apropriadamente.

Os AGs demonstraram ser uma ferramenta robusta, de fácil entendimento e implementação e bastante versátil, ou seja, de fácil adaptação a uma larga classe de problemas. Uma importante característica dos AGs vem do fato de trabalhar com uma população de possíveis soluções, o que permite uma certa liberdade quanto à escolha da melhor solução.

A principal desvantagem dos AGs é o alto número de avaliações da equação de mérito. Isto fica bastante evidente quando o problema exige, por exemplo, a análise eletromagnética de um dispositivo. Como ilustração, seja a otimização de um problema eletromagnético onde a avaliação da função de mérito envolva a modelagem da estrutura, correspondendo a um tempo de cálculo de um minuto. Considerando uma população com 20 indivíduos e um processo evolutivo de 30 gerações, o tempo total de cálculo é de 10 horas (sem levar em conta o tempo de processamento dos AGs). Já para as funções teste apresentadas neste capítulo o tempo de avaliação das funções de mérito é ínfimo e a resposta final é quase imediata.

Com a ferramenta de otimização definida e devidamente testada, passa-se ao estudo das antenas refletoras *offset*.

---

## Capítulo 3

### *Antenas Refletoras*

A *IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas (IEEE Std 145-1983)* [51] define antena como qualquer dispositivo capaz de radiar ou receber ondas de rádio. Portanto, antena é uma estrutura destinada a captar ou transmitir sinais através de ondas eletromagnéticas.

Os primeiros estudos sobre transmissão de informações através de ondas eletromagnéticas datam do final do século XIX, por volta de 1890. Nesta época, *Heinrich Hertz* e, na seqüência, *Guglielmo Marconi* deram início à aplicação prática das Leis de Maxwell realizando transmissões de rádio.

Durante a Segunda Grande Guerra (1939~1945) houve um grande avanço no estudo da teoria e nos projetos de antenas. Com o desenvolvimento das técnicas computacionais de análise e, sobretudo, com o aparecimento da chamada “era da informação”, o estudo de antenas está em voga novamente. As comunicações via satélite são fundamentais para o suporte deste grande trânsito de informações, principalmente em comunicações móveis e da internet.

Existem diversos tipos de antenas que se adaptam às diferentes situações de uso, desde um simples monopolo até formas mais complexas como um conjunto de refletores (Balanis [23]). Para as comunicações via satélite utilizam-se principalmente as antenas de abertura e os conjuntos.

As antenas refletoras pertencem à família das antenas de abertura. São formadas por superfícies refletoras e um ou mais alimentadores. A função do refletor, ou refletores, é maximizar a diretividade dos alimentadores.

---

As antenas refletoras vêm sendo intensamente estudadas, sendo que já está comprovada sua eficiência e a potencialidade de suas aplicações (Rusch [52], Rahmat-Samii [53]). Como exemplo, pode-se citar o refletor esférico de Arecibo, situado em Porto Rico e descrito por Love [54], que é utilizado no programa SETI (*Search for Extraterrestrial Intelligence*).

O funcionamento de uma antena refletora parabólica baseia-se na conversão da distribuição da energia, usualmente esférica e produzida por algum tipo de alimentador posicionado no foco primário da antena, numa distribuição planar na sua abertura. Isto acontece por meio de reflexões ocorridas nas superfícies constituintes do sistema, de acordo com os princípios da ótica geométrica (Balanis [23]). Esta conversão pode ser vista, esquematicamente, na figura 3.1.

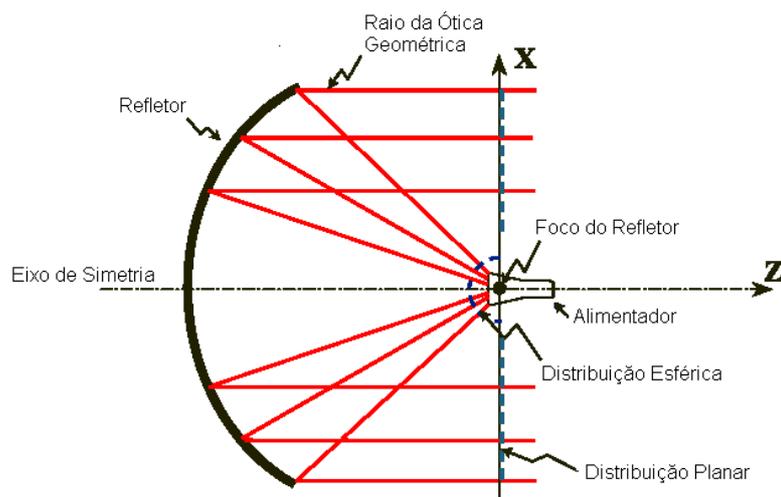


Figura 3.1 Propagação de campo eletromagnético em uma antena refletora parabólica simétrica.

Existem inúmeros tipos de antenas refletoras. As mais utilizadas para a comunicação via satélite são as parabólicas convencionais, simétricas ou *offset*. O modelo simétrico, denominado *Front-Fed* (figura 3.1), é composto de apenas um parabolóide e um alimentador localizado no foco do refletor e sustentado por um ou mais estais. Por ser simples, a estrutura é de fácil fabricação e baixo custo, sendo muito utilizada para recepção doméstica. Este tipo de configuração tem como desvantagem a baixa eficiência, já que parte de sua energia é bloqueada pelo próprio alimentador e seus suportes.

Uma solução para este problema consiste em trabalhar com múltiplos refletores. Isto possibilita colocar o alimentador numa posição que não bloqueie parte da energia

transmitida. As configurações ASDRA (*Axially-Symmetric Dual-Reflector Antenna*), apresentadas por Moreira & Prata [55], são exemplos de sistemas com múltiplos refletores. A contrapartida é que isto encarece o sistema, aumenta o espaço ocupado pela antena e dificulta muito todo o equacionamento e análise dos campos eletromagnéticos. Uma solução mais simples consiste em utilizar uma antena refletora *offset* (figura 3.3). Esta antena possui o alimentador deslocado em relação ao refletor. Desta forma não existe o bloqueio, mas a estrutura não é mais simétrica, o que eleva o nível de polarização cruzada da onda transmitida. Entende-se por polarização cruzada a componente de campo elétrico perpendicular ao eixo de polarização principal da antena (Balanis [23]).

As antenas refletoras, como já dito, têm como principal característica a alta diretividade. Quando se quer um diagrama de radiação mais amplo, que cubra não apenas uma pequena região com um alto ganho diretivo mas sim uma área muito maior, o que se faz, geralmente, é trabalhar com um conjunto de cornetas e um ou mais refletores. Ou seja, trabalha-se com múltiplos feixes (figura 3.2.a) ou com feixes modulados (figura 3.2.b), como descrito em Moreira [24] e Saka & Yazgan [25], entre outros.

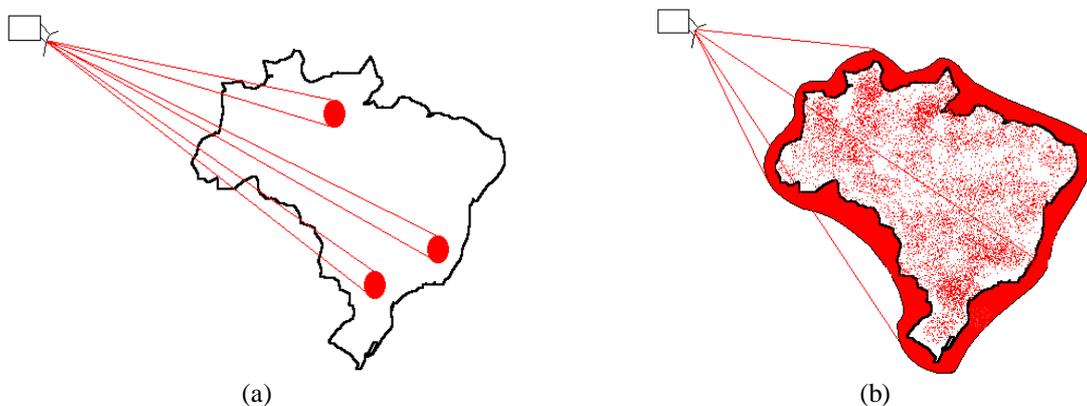


Figura 3.2 Área de cobertura (em vermelho) de uma antena embarcada em satélite  
(a) com múltiplos feixes e (b) com feixes modulados.

A desvantagem destas técnicas que utilizam conjuntos de alimentadores é que são de difícil implementação, pois apenas um elemento poderá estar no foco. Isto gera sérios problemas (como aberrações nos diagramas de radiação, como descrito por Moreira [26] e Barbosa [27], entre outros). Além disto, têm-se o aumento do espaço ocupado no satélite bem como a dificuldade de montagem e de análise da estrutura.

Para evitar estes problemas, pode-se trabalhar na modelagem da forma do refletor. Assim mantém-se uma única corneta alimentadora em seu foco e aplicam-se métodos de

otimização para buscar a forma do refletor que produza o diagrama de radiação desejado, como feito por Cherrette *et. al* [28], Bergmann *et. al* [29] e Duan & Rahmat-Samii [30], dentre outros.

Nesta dissertação optou-se por trabalhar com uma antena refletora *offset*, constituída de um refletor com abertura circular e de um alimentador posicionado fora do eixo de simetria da antena (figura 3.3). A escolha deste tipo de antena foi feita devido aos argumentos já citados. Lembrando que o objetivo principal desta dissertação é o estudo dos AGs, procurou-se não complicar além do necessário o estudo das antenas, escolhendo-se uma estrutura relativamente simples e bastante utilizada na prática.

Neste capítulo apresenta-se o embasamento teórico necessário para a compreensão e a análise da antena refletora *offset*. No capítulo seguinte será descrito o processo de otimização do refletor através dos AGs.

### 3.1 Sistemas de Coordenadas

A geometria de uma antena refletora *offset* é mostrada na figura 3.3:

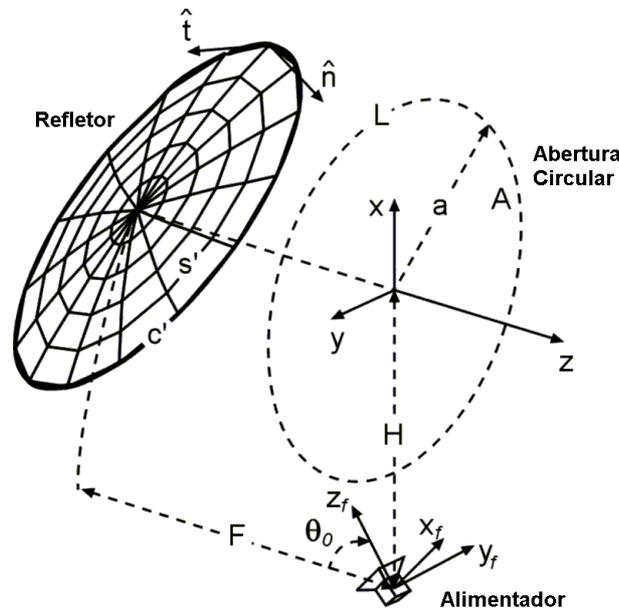


Figura 3.3 Antena refletora *offset*.

Aqui  $F$  é a distância focal do refletor,  $H$  é o deslocamento *offset* do alimentador,  $\theta_0$  é o ângulo de inclinação do *offset*,  $s'$  representa a superfície do refletor,  $c'$  é a linha

correspondente à borda do refletor,  $\hat{n}$  é o vetor normal à superfície do refletor,  $\hat{t}$  é o vetor tangente à borda,  $A$  é a área da abertura circular, e  $L$  e  $a$  são, respectivamente, o contorno e o raio da abertura.

Cada elemento que compõe a antena, o alimentador e o refletor, pode ser descrito num sistema próprio (ou local) de coordenadas. Para fazer a passagem do sistema de coordenadas principal ( $\vec{P}$ ) para o de um elemento ( $\vec{P}_e$ ) e vice-versa, é usada a seguinte transformação:

$$\vec{P} = R_e \vec{P}_e + \vec{T}_e \Leftrightarrow \vec{P}_e = R_e^T (\vec{P} - \vec{T}_e) \quad , \quad (3.1)$$

onde  $\vec{T}_e$  é o vetor de translação,  $R_e$  a matriz de rotação do elemento em relação ao sistema principal de coordenadas e  $R_e^T$  a matriz de rotação transposta. Por exemplo, para obter o campo elétrico radiado pelo alimentador ( $\vec{E}_f$ ) em componentes do sistema principal de coordenadas em pontos específicos do espaço, também no sistema de coordenadas principal, aplica-se:

$$\vec{E}(\vec{P}) = R_f \vec{E}_f(\vec{P}_f) = R_f \vec{E}_f(R_f^T (\vec{P} - \vec{T}_f)) \quad , \quad (3.2)$$

onde  $\vec{T}_f = [-H ; 0 ; 0]$  e  $R_f = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & -\text{sen} \theta_0 & 0 \\ \text{sen} \theta_0 & \cos \theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , conforme figura 3.3.

Tendo-se explicado como se faz a transformação das coordenadas, é necessário também saber localizar um ponto qualquer num espaço tridimensional. Existem muitas maneiras para fazer isto; a mais comum consiste em definir uma origem e três eixos ortogonais fixos e obter as componentes do vetor que localiza o ponto em cada eixo (coordenadas cartesianas):  $P = [x ; y ; z]$ . Existem outros sistemas de coordenadas onde a origem é fixa, mas os eixos coordenados dependem da posição. Os mais comuns são:

- Cilíndricas:  $P = [\rho \cos \phi ; \rho \text{sen} \phi ; z] ;$
- Esféricas:  $P = [r \text{sen} \theta \cos \phi ; r \text{sen} \theta \text{sen} \phi ; r \cos \theta] ;$

- Azimute-Elevação:  $P = [z \tan(AZ); z \tan(EL); z]$ .

Uma representação destes sistemas é feita na figura 3.4, onde  $o$  é a origem do sistema,  $P$  é o ponto no espaço e  $r$  a distância da origem ao ponto  $P$ .

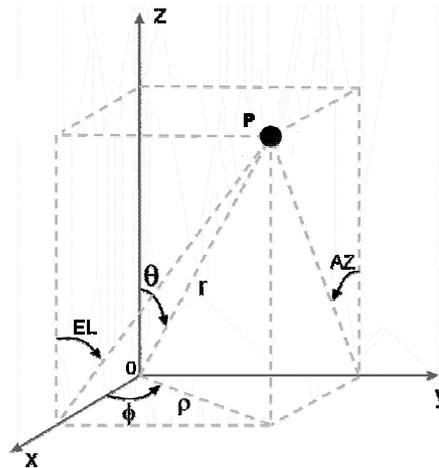


Figura 3.4 Sistemas de Coordenadas.

### 3.2 Alimentador

O alimentador é a fonte de excitação do sistema. Ele é formado basicamente por um guia de onda e uma antena corneta projetados de forma a transformar eficientemente a energia da fonte em um campo eletromagnético com distribuição esférica simétrica.

Nesta dissertação, o alimentador será posicionado de forma a ficar suficientemente afastado da superfície iluminada por ele. Desta forma, tal iluminação poderá ser representada por frentes de onda esféricas TEM (transverso elétrico e magnético) (Sadiku [56]).

A emissão de radiação TEM pode ser adequadamente representada por um modelo de alimentador denominado cosseno levantado ou cosseno elevado, (RCF – *Raised-Cosine Feed*), descrito por Silver [57]. Dentre vários, este modelo foi escolhido para a análise desta antena por permitir a representação matemática da maioria dos alimentadores linearmente polarizados existentes (Balanis [23]), incluindo o alimentador usado neste trabalho. Como se trata de uma representação aproximada para a região do campo distante, em alguns casos podem-se ter problemas de precisão (Johns & Prata [58]).

A figura 3.5 ilustra o alimentador e seus sistemas de coordenadas.

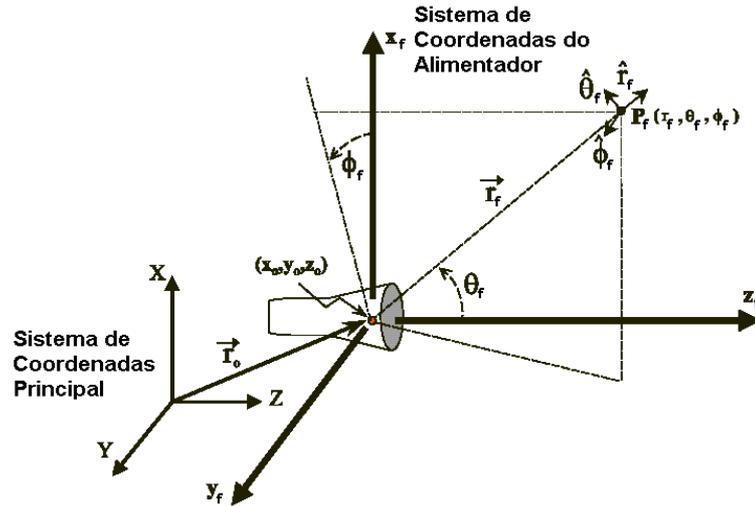


Figura 3.5 Caracterização do alimentador e suas coordenadas.

Admitindo uma polarização linear na direção  $\hat{x}$ , de acordo com a terceira definição de Ludwig [59], os fasores campo elétrico ( $\vec{E}_f$ ) e campo magnético ( $\vec{H}_f$ ) do modelo RCF são descritos por:

$$\vec{E}_f(\vec{P}_f) = \begin{cases} \cos^h \theta_f (\cos \phi_f \hat{\theta}_f - \text{sen} \phi_f \hat{\phi}_f) \frac{e^{-jkr_f}}{r_f} & , \theta_f \leq 90^\circ \\ 0 & , \theta_f > 90^\circ \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\vec{H}_f(\vec{P}_f) = \frac{1}{\eta} \hat{r}_f \times \vec{E}_f(\vec{P}_f) \quad , \quad (3.4)$$

onde  $r_f$ ,  $\theta_f$  e  $\phi_f$  são as coordenadas esféricas associadas ao sistema fixo do alimentador (figura 3.5),  $\eta$  é a impedância intrínseca do meio ( $\eta = 377\Omega$  para o espaço livre) e  $k$  é a constante de fase da onda (em rad/m). O parâmetro  $h$  controla o formato do diagrama de radiação do alimentador e é ajustado para representar adequadamente o decaimento desejado do campo na direção da borda do refletor.

A potência total radiada pelo alimentador ( $P_{rad}$ ) é calculada por meio da integração da densidade superficial de potência associada ao campo eletromagnético correspondente ao modelo RCF adotado ((3.3) e (3.4)). Segundo Silver [57],  $P_{rad}$  é dada por:

$$P_{rad} = \mathcal{R}e \left\{ \int_s (\vec{E}_f \times \vec{H}_f^*) \cdot d\vec{s} \right\} = \frac{\pi}{\eta(2h+1)} \quad , \quad (3.5)$$

onde  $s$  é uma superfície fechada que envolve o alimentador e  $\mathcal{R}e\{\cdot\}$  representa a parte real. O produto vetorial  $\vec{E}_f \times \vec{H}_f^*$ , onde  $\vec{H}_f^*$  é o conjugado complexo do fasor campo magnético, representa o vetor de Poynting, cujo módulo corresponde à densidade superficial de potência (em  $W/m^2$ ) associada à onda eletromagnética (Sadiku [56]). Quando integrado sobre uma superfície fechada, ele indica a potência total que atravessa a superfície. Como a parte imaginária da potência corresponde a uma potência reativa que não é radiada e permanece oscilando na região próxima à antena, utiliza-se apenas a parte real ( $\mathcal{R}e$ ), ou seja, a parcela da potência associada ao campo distante.

### 3.3 Refletor

O sistema refletor tem como função direcionar a energia proveniente do alimentador até a abertura da antena. Este sistema pode ser composto por um ou mais refletores.

Nesta dissertação trabalhar-se-á com apenas um refletor, como mostra a figura 3.3. Sua projeção no plano  $z = 0$  é fixada como sendo um círculo de raio  $a$  (abertura circular). Assim qualquer ponto no refletor ( $P_r = (x_r ; y_r ; z_r)$ ) pode ser localizado seguindo a parametrização de sua superfície (Duan & Rahmat-Samii [30]). A abertura circular do refletor é descrita por:

$$\begin{aligned} x_r(\tau, \psi) &= a\tau \cos \psi \quad , \\ y_r(\tau, \psi) &= a\tau \sin \psi \quad , \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde  $\tau$  e  $\psi$  são coordenadas polares definidas no plano da abertura, com  $0 \leq \tau \leq 1$  e  $0 \leq \psi \leq 2\pi$ . Estas coordenadas são discretizadas, definindo uma malha. Para cada ponto desta malha é calculada a coordenada  $z$  correspondente:

$$z_r(\tau, \psi) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M (C_{nm} \cos n\psi + D_{nm} \sin n\psi) F_m^n(\tau) \quad , \quad (3.7)$$

onde  $F_m^n(\tau)$  são os polinômios de Jacobi modificados (Anexo I),  $n$  é o número de harmônicas da série,  $m$  é a ordem do polinômio de Jacobi e  $C_{nm}$  e  $D_{nm}$  são coeficientes de expansão (em metros).

A combinação do polinômio de Jacobi modificado e as harmônicas  $\cos n\psi$  e  $\sin n\psi$  formam um conjunto completo de funções de base ortogonais na região circular do plano  $(\tau, \psi)$ . A expansão (3.7) é do tipo “global” uma vez que cada função de base é definida em todo o domínio. Isto significa que (3.7) descreve uma superfície contínua, existindo assim derivadas espaciais de todas as ordens. A forma geométrica do refletor é definida ajustando os coeficientes de expansão, obtendo-se desta maneira sempre uma superfície suave e com circunferência bem definida (Duan & Rahmat-Samii [30]).

Para um refletor parabólico, os coeficientes de expansão podem ser calculados analiticamente:

$$C_{nm} = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}}F + \frac{1}{8\sqrt{2}}\frac{2H^2 + a^2}{F}, & n=0, m=0 \\ -\frac{a^2}{8\sqrt{6}F}, & n=0, m=1 \\ \frac{aH}{4F}, & n=1, m=0 \\ 0, & \text{outros} \end{cases} \quad (3.8)$$

$$D_{nm} = 0, \forall n, m$$

Os vetores unitários normal ( $\hat{n}$ ) e tangente ( $\hat{t}$ ) à superfície do refletor, necessários para a análise eletromagnética da antena, são obtidos através dos seguintes cálculos:

$$\hat{n} = \frac{\vec{r}'_{\tau} \times \vec{r}'_{\psi}}{|\vec{r}'_{\tau} \times \vec{r}'_{\psi}|}, \quad \hat{t} = \frac{\vec{r}'_{\psi}}{|\vec{r}'_{\psi}|}, \quad (3.9)$$

onde

$$\vec{r}'_{\tau} = \left\{ \frac{\partial x'}{\partial \tau}; \frac{\partial y'}{\partial \tau}; \frac{\partial z'}{\partial \tau} \right\}, \quad \vec{r}'_{\psi} = \left\{ \frac{\partial x'}{\partial \psi}; \frac{\partial y'}{\partial \psi}; \frac{\partial z'}{\partial \psi} \right\}. \quad (3.10)$$

Para o cálculo destes vetores é necessário o conhecimento das derivadas de (3.6) e (3.7), inclusive dos polinômios de Jacobi modificados (ver Anexo I).

### 3.4 Análise Eletromagnética da Antena

Neste trabalho, o objetivo consiste em projetar uma antena com alto ganho diretivo médio na polarização principal em uma dada área de cobertura. O ganho diretivo pode ser calculado conhecendo-se a potência radiada pelo alimentador e o valor do campo elétrico nos pontos em análise. O cálculo da potência radiada é feito conforme (3.5). O procedimento de cálculo do campo elétrico é apresentado a seguir.

#### 3.4.1 Cálculo do Campo Elétrico Distante

Considerando a superfície do refletor como um condutor perfeito, a ótica física (OF) e o princípio da equivalência estabelecem que a corrente induzida ( $\vec{J}_{OF}$ ) em um ponto qualquer na superfície do refletor devido a um campo magnético incidente ( $\vec{H}_{inc}$ ) é:

$$\vec{J}_{OF} \cong 2\hat{n} \times \vec{H}_{inc} \quad , \quad (3.11)$$

onde  $\hat{n}$  é o vetor unitário normal à superfície no ponto considerado (Balanis [23]).

Admitindo que o refletor seja o único elemento que cause o espalhamento da onda incidente e considerando somente o campo em região distante, pode-se calcular o campo elétrico refletido ( $\vec{E}_{rf}$ ) da seguinte forma (Silver [57]):

$$\vec{E}_{rf} \cong -j \frac{k\eta}{4\pi} \frac{e^{-jk r}}{r} \int_{s'} [\vec{J}_{OF} - (\vec{J}_{OF} \cdot \hat{r})\hat{r}] e^{jk\hat{r}' \cdot \hat{s}'} ds' \quad , \quad (3.12)$$

onde  $\hat{r}$  é o vetor que localiza o ponto de observação e  $\hat{r}'$  é o vetor que localiza o ponto fonte.

A OF não é precisa para prever campos numa região longe do lóbulo principal do diagrama de radiação ou para polarizações cruzadas pois não considera o campo difratado na borda do refletor. Para corrigir este problema e aumentar a precisão do cálculo, podem ser utilizadas as correntes equivalentes de borda para o cálculo do campo elétrico difratado ( $\vec{E}_{df}$ ), conforme Rego & Hasselmann [60] ou Rego *et. al* [61]. Neste caso, o campo difratado é dado por:

$$\vec{E}_{df} \cong -j \frac{k\eta}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_{c'} \left\{ [\vec{J}_c - (\vec{J}_c \cdot \hat{r})\hat{r}] - \frac{1}{\eta} \hat{r} \times \vec{M}_c \right\} e^{jk\hat{r}' \cdot \hat{r}} dc' \quad , \quad (3.13)$$

onde  $c'$  é a borda do refletor,  $\vec{J}_c$  e  $\vec{M}_c$  são as densidades de correntes equivalentes elétrica e magnética de borda, respectivamente. O cálculo destas densidades de correntes está detalhado no Anexo II.

É possível utilizar uma transformação geométrica para que as integrais em (3.12) e (3.13) sejam feitas na abertura circular  $A$ . Para isto, utiliza-se o Jacobiano de transformação:

$$J_A(\rho, \phi) = \frac{\partial s'}{\partial \rho \partial \phi} = \frac{\partial c'}{\partial \rho \partial \phi} = \frac{\rho}{|\hat{n} \cdot \hat{z}|} \quad . \quad (3.14)$$

Assim, tem-se:

$$\vec{E}_{rf} = -j \frac{k\eta}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_0^a \int_0^{2\pi} [\vec{J}_{OF} - (\vec{J}_{OF} \cdot \hat{r})\hat{r}] e^{jk\hat{r}' \cdot \hat{r}} J_A d\phi d\rho \quad , \quad (3.15)$$

$$\vec{E}_{df} = -j \frac{k\eta}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \int_0^{2\pi} \left\{ [\vec{J}_c - (\vec{J}_c \cdot \hat{r})\hat{r}] - \frac{1}{\eta} \hat{r} \times \vec{M}_c \right\} e^{jk\hat{r}' \cdot \hat{r}} J_A d\phi \quad . \quad (3.16)$$

Desta forma o campo elétrico distante é a soma do campo radiado diretamente pelo alimentador ( $\vec{E}_f$ ), do campo refletido pela superfície do refletor ( $\vec{E}_{rf}$ ) e do campo difratado na borda do refletor ( $\vec{E}_{df}$ ):

$$\vec{E} = \vec{E}_f + \vec{E}_{rf} + \vec{E}_{df} \quad . \quad (3.17)$$

O fator de onda esférica ( $e^{-jkr}/r$ ) pode ser omitido, de modo que a intensidade e a fase do campo elétrico distante dependam apenas das direções de observação dadas por  $\theta$  e  $\phi$ , e não da distância  $r$ .

### 3.4.2 Ganho Diretivo

Com o campo elétrico e a potência radiada calculados pode-se obter o ganho diretivo da antena ( $G(\theta, \phi)$ ). De acordo com a terceira definição de Ludwig [59], as

polarizações principal ( $\hat{\rho}_{CO}$ ) e cruzada ( $\hat{\rho}_{CX}$ ) relativas a um campo polarizado linearmente na direção  $\hat{x}$  quando  $\theta = 0$ , são dadas por:

$$\hat{\rho}_{CO} = \cos\phi\hat{\theta} - \text{sen}\phi\hat{\phi} \quad , \quad (3.18)$$

$$\hat{\rho}_{CX} = \text{sen}\phi\hat{\theta} + \cos\phi\hat{\phi} \quad .$$

Portanto, os ganhos diretivos para as polarizações principal ( $G_{CO}$ ) e cruzada ( $G_{CX}$ ), em relação a uma antena isotrópica, são obtidos por:

$$\begin{Bmatrix} G_{CO} \\ G_{CX} \end{Bmatrix} = \frac{2\pi r^2 \left| \vec{E} \cdot \begin{Bmatrix} \hat{\rho}_{CO} \\ \hat{\rho}_{CX} \end{Bmatrix} \right|^2}{\eta P_{rad}} \quad . \quad (3.19)$$

### 3.4.3 Validação do Equacionamento Proposto

Para validar a metodologia aqui apresentada para a análise da antena refletora *offset*, fez-se uma comparação direta com a apresentada por Duan & Rahmat-Samii [30]. É importante ressaltar que a escolha deste artigo para comparação deu-se em decorrência de sua excelência e por ter uma abordagem semelhante à utilizada nesta dissertação. Pode-se afirmar mesmo que, através deste artigo, encontrou-se a motivação e a orientação necessárias para o bom desenvolvimento do presente trabalho.

Em [30], além da semelhança na modelagem do refletor (através da parametrização de sua superfície), o modelo do alimentador e o método para cálculo do campo distante são os mesmos utilizados nesta dissertação. Existem, entretanto, dois aspectos diferentes no artigo: a abertura utilizada é superquadrática e o campo difratado na borda do refletor é tratado pela teoria física da difração (Duan & Rahmat-Samii [62]).

A comparação foi feita com base nos diagramas de radiação da polarização principal de uma antena refletora obtidos com os dois métodos. As características da antena utilizada são apresentadas na seção 4.3. Na figura 3.6 está apresentado o resultado de Duan & Rahmat-Samii [30], e na figura 3.7 o resultado obtido pela metodologia aqui apresentada. Os valores que aparecem nos gráficos são do ganho diretivo da polarização principal em *dBi* (com relação a uma antena isotrópica).

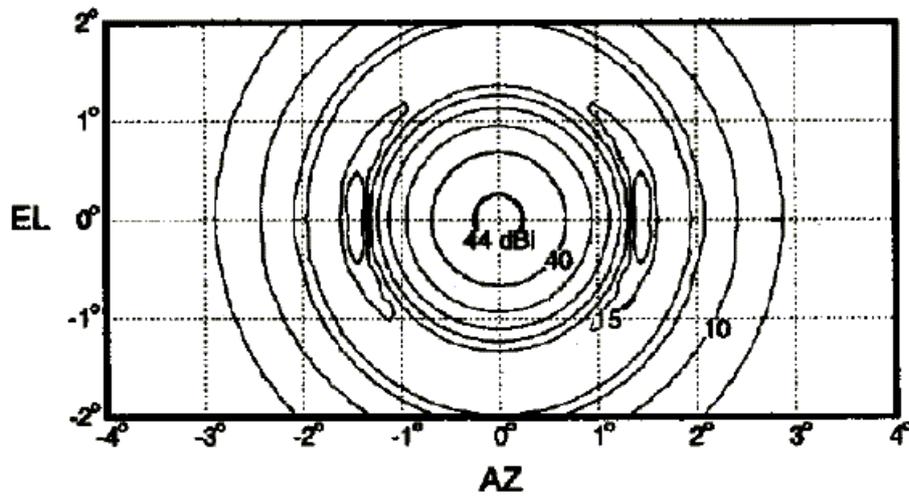


Figura 3.6 Diagrama de radiação da polarização principal para a antena refletora offset obtido por Duan & Rahmat-Samii [30].

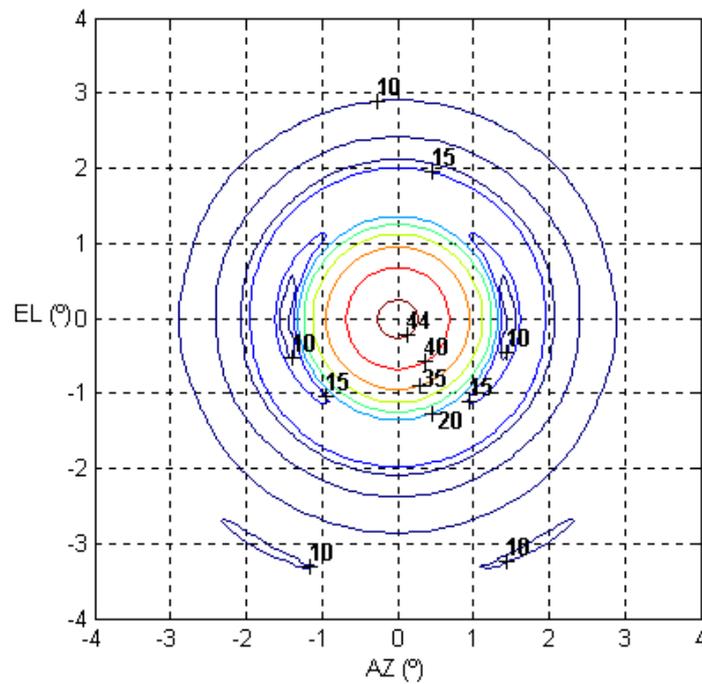


Figura 3.7 Diagrama de radiação da polarização principal para a mesma antena obtido pela metodologia aqui adotada.

Mesmo com as diferentes abordagens percebe-se a grande semelhança das figuras 3.6 e 3.7. Com isto pode-se concluir que a metodologia aqui apresentada é adequada para o estudo de antenas refletoras *offset*.

Tendo sido validados o método de análise da antena e a ferramenta de otimização, pode-se pensar em otimizar a forma do refletor. Isto será feito ajustando os coeficientes de expansão, buscando obter um refletor que possua um diagrama de radiação que proporcione o maior ganho diretivo médio em toda a área de cobertura (no caso, o território brasileiro).

*Importante: O equacionamento proposto neste capítulo foi elaborado e implementado em conjunto com o acadêmico Adriano Chaves Lisboa, aluno do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais. A ele reitero meus agradecimentos.*

# Capítulo 4

## *Problema Proposto e Resultados*

O objetivo da otimização proposta nesta dissertação é maximizar o ganho diretivo médio para a polarização principal de uma antena refletora *offset* em uma determinada área de cobertura. O processo de otimização, neste caso correspondendo a um problema de maximização, será realizado pelos Algoritmos Genéticos.

A área de cobertura escolhida é o território brasileiro. Optou-se pelo Brasil por dois motivos. Primeiramente devido ao tamanho e geometria do território. O Brasil tem uma área territorial grande com uma forma bastante irregular, o que tende a dificultar o processo de otimização e assim verificar a validade e a robustez do método de otimização. O segundo motivo é por ser interessante que o estudo seja em benefício nacional.

Neste capítulo faz-se, portanto, a junção dos conhecimentos apresentados nos capítulos precedentes.

### **4.1 Antenas Embarcadas em Satélites**

Satélites ficam situados a uma altura tal que as forças de atração da gravidade e outras forças radiais se equilibram, de modo que a antena não caia nem escape do planeta. Para um satélite em órbita geostacionária, a velocidade angular em relação à superfície do planeta é nula.

O raio da órbita em relação ao centro do planeta que atende a estas características é denominado “raio de órbita geossíncrona” ( $R_g$ ) e é dado por:

---

$$R_g = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} \quad , \quad (4.1)$$

onde  $G$  é a constante gravitacional ( $6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \text{ kg}$ ),  $M$  é a massa do planeta (Terra =  $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ) e  $\omega$  é a velocidade angular (Terra =  $2\pi/24 \text{ h} = 7,27 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ ) (Halliday *et. al* [63]). Deste modo, para a Terra, o raio de órbita geossíncrona é de aproximadamente 42 250 km.

O sistema de coordenadas para localização de pontos na superfície terrestre *longitude-latitude* é semelhante ao sistema de coordenadas esféricas. O eixo de rotação da Terra é a direção  $\theta=0^\circ$ , apontando para o norte, sendo a latitude equivalente a  $(90^\circ-\theta)$  e variando entre  $-90^\circ$  e  $90^\circ$ . Já a longitude é equivalente a  $\phi$  e pode variar de  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ , onde a referência  $\phi=0^\circ$  correspondente ao meridiano de Greenwich.

Para uma antena situada na origem de seu próprio sistema de coordenadas  $(\hat{x}_a ; \hat{y}_a ; \hat{z}_a)$  numa órbita geossíncrona e apontando segundo o eixo  $\hat{z}_a$  para o centro do território brasileiro, de coordenadas  $(LAT_c ; LON_c)$ , onde o centro da Terra é a origem do sistema de coordenadas principal  $(\hat{x} ; \hat{y} ; \hat{z})$ , sua posição pode ser calculada como abaixo:

$$\hat{z}_a = -\hat{r} = -\text{sen } \theta_c \cos \phi_c \hat{x} - \text{sen } \theta_c \text{sen } \phi_c \hat{y} - \cos \theta_c \hat{z} \quad , \quad (4.2)$$

$$\hat{z}_a = -\hat{r} = -\cos(LAT_c)\cos(LON_c)\hat{x} - \cos(LAT_c)\text{sen}(LON_c)\hat{y} - \text{sen}(LAT_c)\hat{z} \quad ,$$

sendo  $\hat{r}$  o vetor unitário que indica a direção do raio entre as origens dos dois sistemas.

Considerando  $\hat{x}_a$  na direção de  $-\hat{\theta}$  e  $\hat{y}_a$  na direção de  $\hat{\phi}$  (Balanis [23]):

$$\hat{x}_a = -\hat{\theta} = -\cos \theta_c \cos \phi_c \hat{x} - \cos \theta_c \text{sen } \phi_c \hat{y} + \text{sen } \theta_c \hat{z} \quad , \quad (4.3)$$

$$\hat{x}_a = -\text{sen}(LAT_c)\cos(LON_c)\hat{x} - \text{sen}(LAT_c)\text{sen}(LON_c)\hat{y} + \cos(LAT_c)\hat{z} \quad ,$$

$$\hat{y}_a = \hat{\phi} = -\text{sen } \phi_c \hat{x} + \cos \phi_c \hat{y} = -\text{sen } LON_c \hat{x} + \cos LON_c \hat{y} \quad . \quad (4.4)$$

Assim qualquer ponto na superfície da Terra pode ser localizado por um vetor  $\vec{P}$  dado por (figura 4.1):

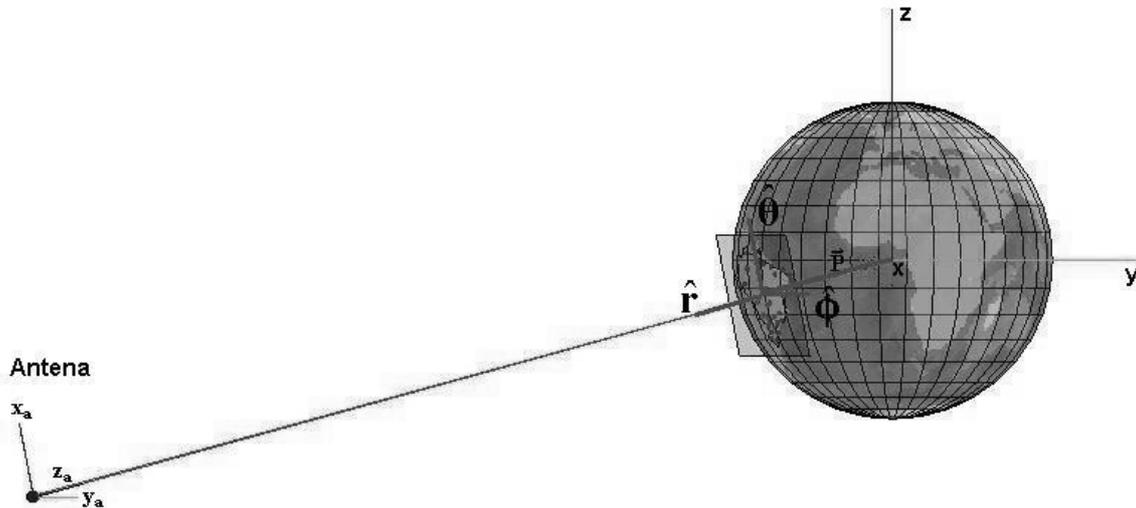


Figura 4.1 Antena Satélite e Terra (em escala).

$$\vec{P} = R_m \hat{r} = R_m (\sin(LAT)\cos(LON) \hat{x} + \sin(LAT)\sin(LON) \hat{y} + \cos(LAT) \hat{z}) \quad , \quad (4.5)$$

onde  $R_m$  é o raio médio da Terra (6370 km). Com isto, pode-se escrever o ponto no sistema de coordenadas da antena ( $\vec{P}_a$ ), como explicado na seção 3.1:

$$\vec{P}_a = M_a^T (\vec{P} - \vec{T}_a) \quad , \quad (4.6)$$

onde

$$\vec{T}_a = -R_g \hat{z}_a \quad , \quad M_a = \{ \hat{x}_a; \hat{y}_a; \hat{z}_a \} \quad . \quad (4.7)$$

Para uma visualização mais direta e qualitativa de como se comporta o diagrama de radiação, pode-se transformar o sistema de coordenadas esféricas em um plano *Azimute-Elevação* logo acima do território brasileiro (figura 4.1). Esta transformação é feita conforme seção 3.1.

## 4.2 Função Objetivo

O objetivo é encontrar o maior ganho diretivo médio em todo o território brasileiro. Entretanto, seria inviável calcular o campo eletromagnético em todos os pontos da área de cobertura. O que se faz é criar um mapa de amostragem, como mostrado da figura 4.2, onde se tem um conjunto de pontos distribuídos sobre o território e sobre a linha que o delimita.

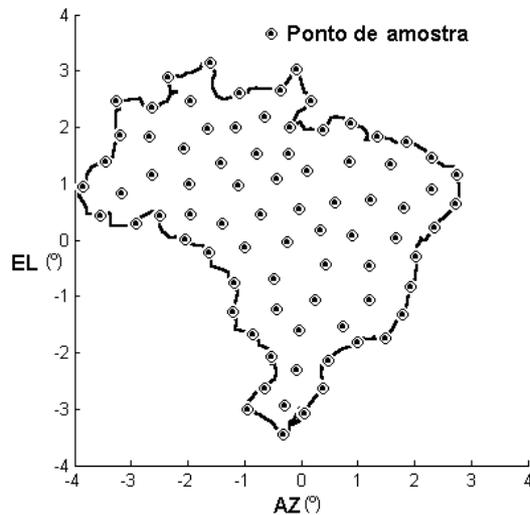


Figura 4.2 Mapa de amostragem.

Para simplificação colocou-se o centro do território brasileiro como origem do sistema (aproximadamente  $LON_c = -54^\circ$  e  $LAT_c = -13^\circ$ ). Os dados relativos à latitude e à longitude dos limites territoriais foram obtidos do projeto *SPRING* - GeoMinas e DPI / INPE [64]. Os pontos de amostra são gerados aleatoriamente dentro dos limites do território brasileiro e também sobre a linha que o delimita.

Conhecendo-se o ganho diretivo em todos os pontos de amostragem, calcula-se o ganho diretivo médio ( $D_{med}$ ) conforme abaixo:

$$D_{med} = \frac{1}{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} D_i \quad , \quad (4.8)$$

onde  $N_c$  é o número de pontos e  $D_i$  o ganho diretivo em cada ponto. Como se tem um problema de maximização, a equação de mérito é igual à função objetivo dada em (4.8).

### 4.3 Características da Antena

A antena refletora *offset* escolhida como referência e a partir da qual se fez a otimização foi a mesma adotada por Duan & Rahmat-Samii [30]. Esta antena possui um refletor perfeitamente parabólico. A escolha foi feita por ser uma antena de características reais e que, no referido artigo, foi utilizada para iluminar uma região com área semelhante à do Brasil.

A antena adotada possui uma frequência de operação de 11,95GHz e polarização linear na direção  $x$  do tipo RCF (ver seção 3.2) com uma atenuação na borda do refletor de -12dB (coeficiente de atenuação  $h = 14,28$ ).

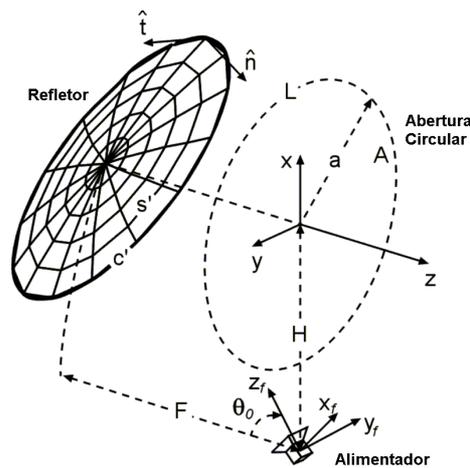


Figura 4.3 Antena refletora *offset*.

As dimensões geométricas, conforme figura 4.3, são:

- Diâmetro do refletor ( $2a$ ): 1,524m ;
- Distância focal ( $F$ ): 1,506m (em relação ao eixo  $\hat{z}$ ) ;
- Distância *offset* ( $H$ ): 1,245m (em relação ao eixo  $\hat{x}$ ) ;
- Ângulo de inclinação ( $\theta_0$ ):  $42,77^\circ$  (em relação ao eixo  $\hat{z}$ ).

Um dado refletor, obtido a partir de variações na superfície do refletor parabólico de referência, é representado por 28 termos da série de expansão dada em (3.7). Isto permite incluir até a sétima harmônica ( $n=7$ ) e até a quarta ordem ( $m=4$ ) na equação que descreve a forma geométrica de sua superfície. Assim, um dado refletor pode ser representado por uma matriz ( $n \times m$ ) de 28 coeficientes calculados a partir de (3.8). A



Excluiu-se o primeiro termo da expansão ( $C_{00}$ ) porque ele é fixo para todos os indivíduos. Os 27 coeficientes usados sofrem variações em torno dos valores correspondentes ao refletor de referência (ver figura 4.4). O valor máximo de variação dos coeficientes em torno do valor central (de referência) foi limitado (em  $\pm \lambda$ , onde  $\lambda$  = comprimento de onda  $\cong 2,51\text{cm}$ ) de modo a se obterem refletores com superfície não muito diferente da do refletor parabólico de referência. Deste modo, o indivíduo que representa o refletor parabólico de referência (*Indivíduo\_Rp*) é descrito por:

$$\text{Indivíduo\_Rp} = [0,1575 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -0,0197 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad . \quad (4.9)$$

A alteração em cada variável do indivíduo depende dos limites fixados. Tais limites fazem parte de um grupo de parâmetros que devem ser atribuídos no início do processo, como mostrado na figura 2.6. Para a otimização do refletor foram usados os seguintes parâmetros:

- Número de indivíduos na população: 100;
- Número de variáveis do indivíduo: 27;
- Probabilidade inicial de cruzamento: 90%;
- Probabilidade inicial de mutação: 2,5%;
- Número máximo de gerações: 50;
- Limites das variáveis:  $x_i \pm \lambda$ .

Até aqui se caracterizou o problema proposto. Agora serão apresentados os resultados obtidos nesta otimização.

## 4.5 Resultados

Como será mostrado através dos resultados que serão apresentados na seqüência, a otimização da antena refletora *offset* pelos AGs foi eficiente.

Após várias simulações, foram escolhidas três antenas cujos resultados estão apresentados na tabela 4.1. De todas, a antena *otimizada 1* foi a que obteve o maior ganho diretivo médio para a polarização principal. As antenas *otimizada 2* e *otimizada 3* foram escolhidas aleatoriamente dentro de populações finais em diferentes simulações.

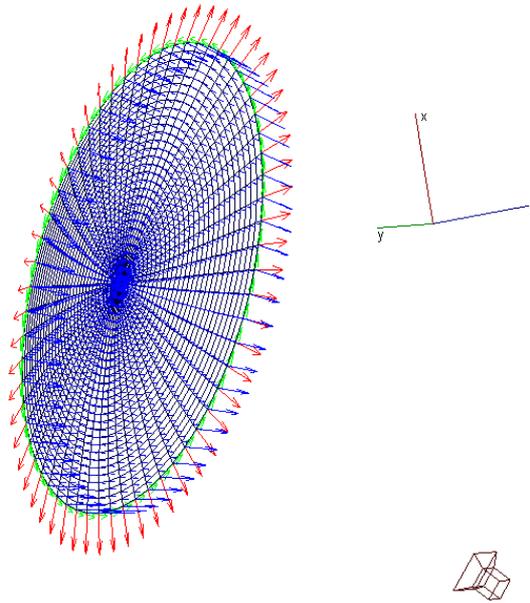
Tabela 4.1 Coeficientes de expansão da antena de referência e de três antenas otimizadas.

Variáveis	Antenas Refletores Offset			
	Parabólica	Otimizada 1	Otimizada 2	Otimizada 3
0	0,849	0,849	0,849	0,849
1	0,1575	0,15624	0,15674	0,15572
2	0	0,00012087	0,00012031	0,00011858
3	0	-5,6876E-05	-5,6289E-05	-5,6722E-05
4	0	0,00014901	0,00015008	0,00014999
5	0	0,00037821	0,00037693	0,00039347
6	0	0,00043215	0,000442	0,00042655
7	-0,0197	-0,01854	-0,018558	-0,018303
8	0	-0,00065573	0,0006555	-0,0006624
9	0	-0,00047682	-0,00049606	-0,00048101
10	0	-0,00028674	-0,0002834	-0,00028838
11	0	-0,00101	-0,00099995	-0,00099517
12	0	0,00058378	0,00056611	0,00058615
13	0	0,00030691	0,00030493	0,00031119
14	0	0,00080607	0,00080419	0,00077457
15	0	-0,00013337	-0,00013337	-0,00012797
16	0	0,0040048	0,0004087	0,0004059
17	0	0,00043161	0,00043144	0,0004491
18	0	-4,9523E-05	-4,9170E-05	-4,8887E-05
19	0	-4,5645E-06	-4,5360E-06	-4,5712E-06
20	0	0,00070976	0,0007141	0,00071361
21	0	0,00026692	0,00026467	0,00026005
22	0	0,00026821	0,00027468	0,00025871
23	0	-0,00044219	-0,00043627	-0,00044325
24	0	0,00088956	0,000853	0,000866
25	0	-3,7352E-05	-3,8557E-05	-3,8278E-05
26	0	-0,00032313	-0,0003279	-0,00032078
27	0	-5,4624E-05	-5,4483E-05	-5,4784E-05
<b>Ganho Diretivo Médio</b>	17,21 dBi	30,74 dBi	30,69 dBi	30,66 dBi

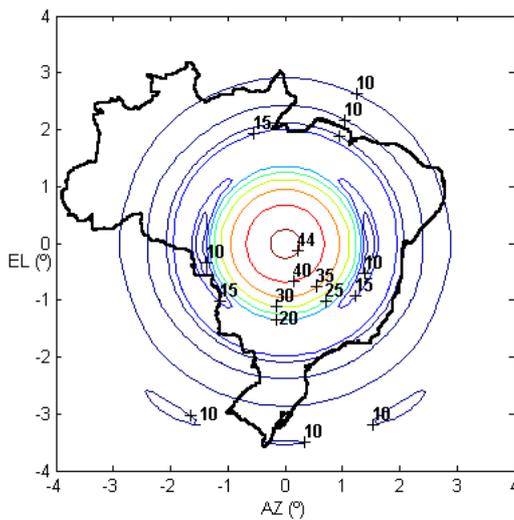
Comparando-se as variáveis das antenas apresentadas na tabela 4.1 percebe-se que a diferença dos valores é pequena. Isto mostra que o processo convergiu para conjuntos de coeficientes bastante semelhantes em diferentes execuções.

Escolheu-se a antena refletora *offset otimizada 1* para apresentação dos diagramas de radiação e comparação com a antena parabólica de referência. É importante lembrar que não se pode afirmar com certeza que esta é a antena ótima para a solução do problema proposto, ou seja, a antena com maior ganho diretivo médio possível. Sabe-se apenas que foi a antena apontada como melhor pelo método de otimização.

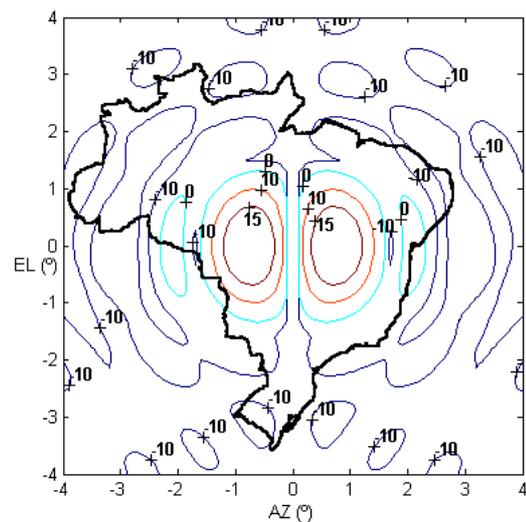
Nas figuras 4.5 e 4.6 estão representadas a antena parabólica de referência, a antena otimizada e seus respectivos diagramas de radiação. Nas figuras 4.5(a) e 4.6(a) pode-se visualizar a orientação do sistema de coordenadas, o alimentador, o refletor e os vetores necessários para o cálculo eletromagnético (azul: normal à superfície; vermelho: tangente à superfície e verde: tangente à borda).



(a) Antena parabólica de referência

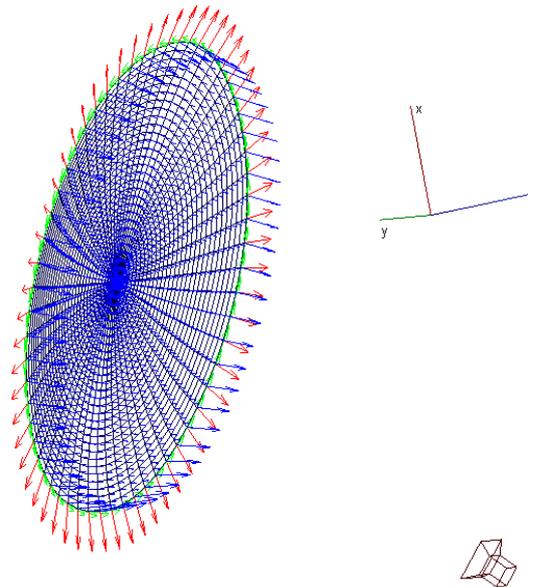


(b) Polarização principal

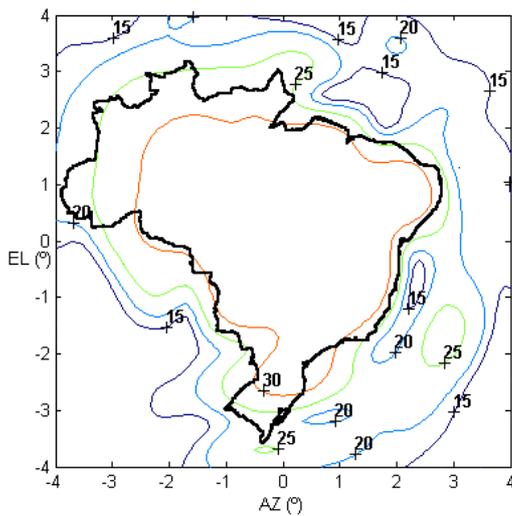


(c) Polarização cruzada

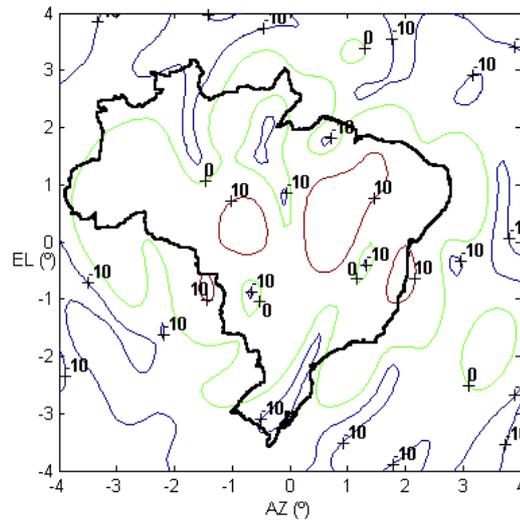
Figura 4.5 (a) Antena Refletora Parabólica Offset  
(b-c) polarizações principal e cruzada para esta antena (perfeitamente parabólica).



(a) Antena otimizada



(b) Polarização principal



(c) Polarização cruzada

Figura 4.6 (a) Antena Refletora Offset Otimizada

(b-c) polarizações principal e cruzada para esta antena otimizada (com 28 coeficientes de expansão).

Praticamente não é possível notar diferença visual entre o refletor parabólico e o refletor otimizado mostrados nas figuras 4.5(a) e 4.6(a), respectivamente. Mas quando se analisam os diagramas de radiação (*footprint*) nota-se a grande diferença entre as antenas. Percebe-se claramente que com a antena otimizada obtém-se um ganho diretivo de 30dBi em grande parte do território brasileiro e de pelo menos 25dBi na totalidade do território. Além disso observa-se que os níveis de polarização cruzada da antena otimizada são menores do que os da antena de referência. É importante frisar que os valores de

polarização cruzada constituem apenas uma informação adicional, não tendo sido levados em conta no processo de otimização. Esse teve como único objetivo a obtenção do maior ganho diretivo médio para a polarização principal. Se o intuito fosse obter o máximo ganho diretivo médio para a polarização principal e mínimo para a polarização cruzada, a abordagem passaria a ser multiobjetivo (Dias [35]).

Uma forma alternativa de apresentar os diagramas de radiação consiste em representar o ganho diretivo como função dos ângulos de azimute e elevação, como mostra a figura 4.7.

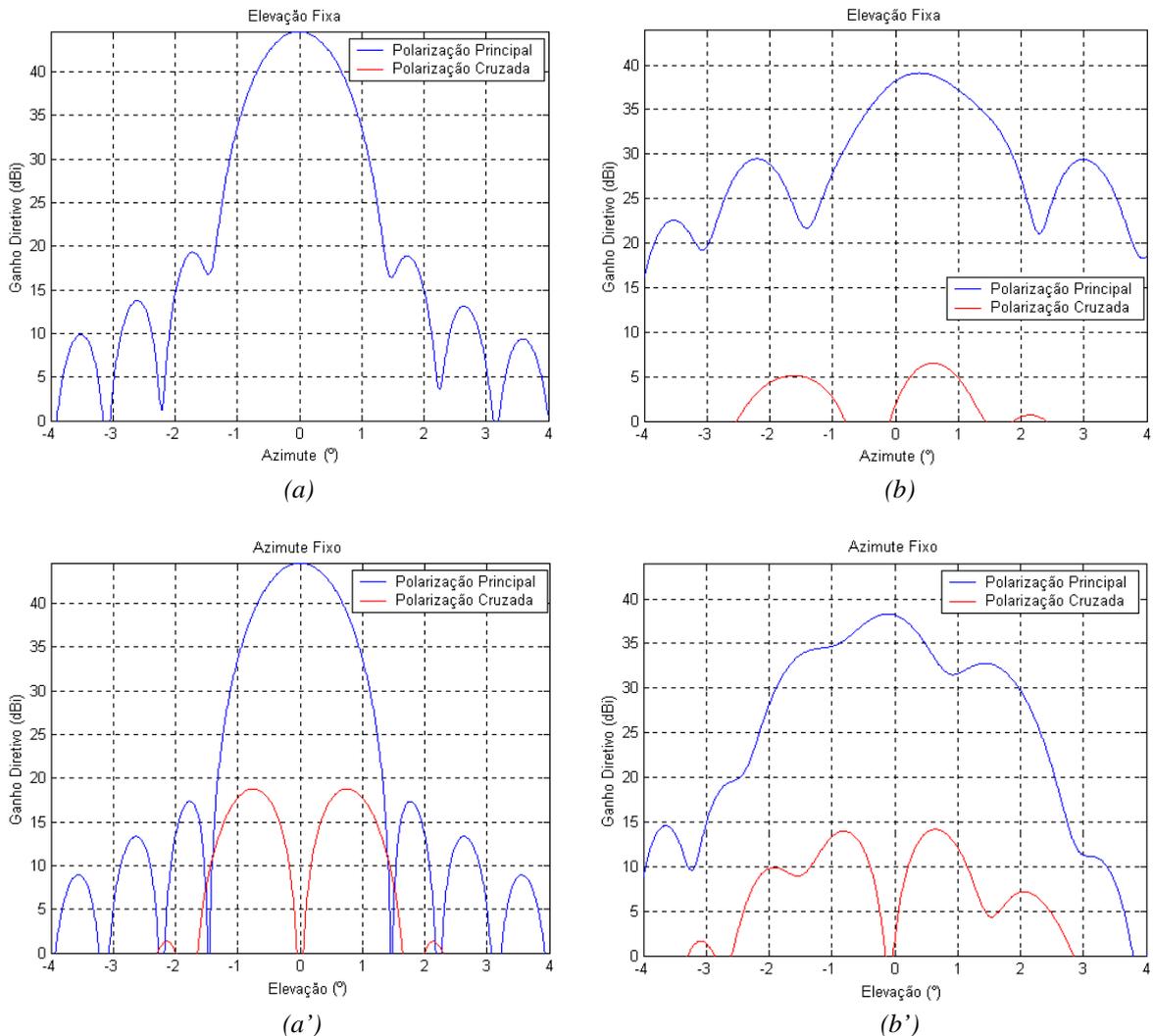
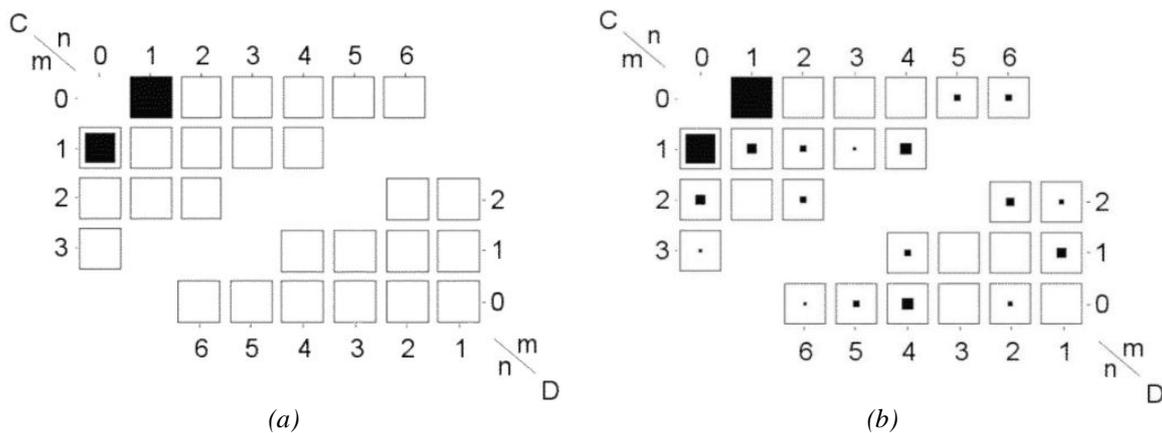


Figura 4.7 Ganho Diretivo como função dos ângulos de azimute e elevação: (a-a') antena refletora parabólica offset e (b-b') antena otimizada.

Nos diagramas da figura 4.7 pode-se ver o aumento do valor do ganho diretivo médio (para a polarização principal) proporcionado pelo processo de otimização.

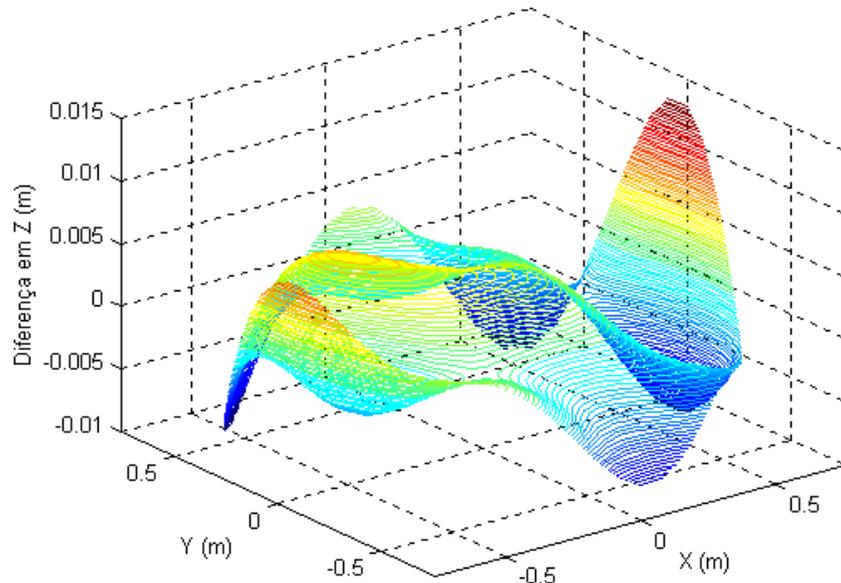
Para poder melhor visualizar as diferenças entre as antenas de referência e otimizada (figuras 4.5a e 4.6a) e também para uma comparação direta dos coeficientes de expansão (tabela 4.1) pode-se utilizar a mesma estrutura matricial da figura 4.4, trocando os números por uma representação gráfica:



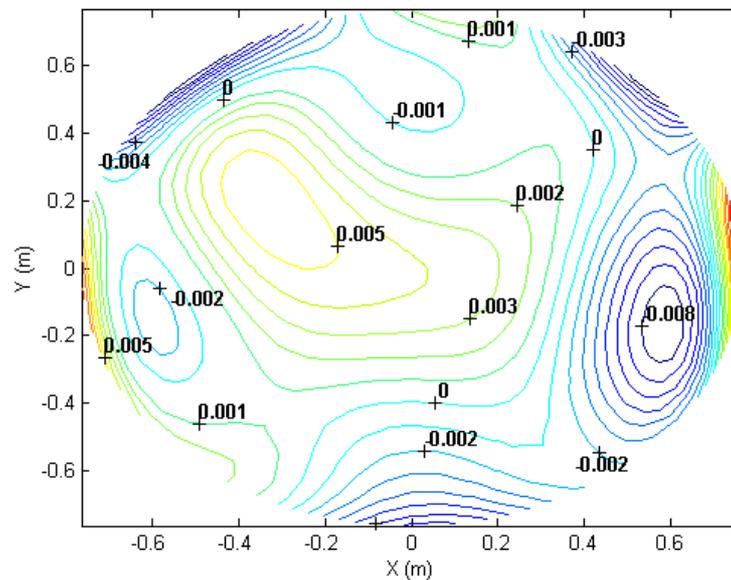
(a) (b)  
 Figura 4.8 Representação gráfica dos coeficientes de expansão:  
 (a) refletor parabólico de referência e (b) refletor otimizado.

Na representação gráfica da figura 4.8 o tamanho de cada quadrado preto é função da magnitude dos coeficientes de expansão. Mais especificamente, o lado de cada quadrado é proporcional a  $|\log_{10}|C_{nm}||$  (ou  $|\log_{10}|D_{nm}||$ ) normalizado no intervalo entre  $10^{-3}$  e 1. O termo  $C_{00}$  não é mostrado por ser fixo para todos os indivíduos e por ser muito maior que os demais, como visto na tabela 4.1. Da mesma forma, percebe-se que a representação da superfície do refletor da antena otimizada utiliza todas as harmônicas da série de expansão. Testes foram feitos com séries mais longas, ou seja, com um número de harmônicas maior e com ordens superiores, mas os resultados obtidos foram praticamente idênticos.

É possível ainda utilizar uma outra maneira de visualizar a diferença de curvatura dos refletores de referência e otimizado. O refletor é formado por uma malha  $(x, y, z)$  de pontos, conforme parametrização mostrada em (3.6) e (3.7). As coordenadas  $x$  e  $y$  são iguais para os dois refletores. Para verificar a diferença na curvatura dos refletores, pode-se subtrair uma superfície da outra. Esta diferença no eixo  $z$  é mostrada na figura 4.9.



(a) Visualização em três dimensões.



(b) Visualização em curvas de nível.

Figura 4.9 Diferença nas superfícies do refletor de referência e do refletor otimizado.

Percebe-se na figura 4.9 a diferença de geometria entre os refletores de referência e otimizado. Observa-se que a variação máxima na parte interna do refletor não ultrapassa 8mm, podendo chegar a 13mm na borda. Pode-se concluir ainda que o refletor otimizado possui mais “ondulações” na sua superfície, se comparado ao refletor de referência.

A tabela 4.2 mostra os números finais para os refletores parabólico e otimizado.

Tabela 4.2 Comparação entre a antena refletora parabólica offset e a antena otimizada.

Antena	Polarização Principal		Polarização Cruzada
	Ganho Diretivo		Ganho Diretivo
	Máximo (dBi)	Médio Dmed (dBi)	Máximo (dBi)
Parabólica	44,64	17,21	18,37
Otimizada	39,13	30,74	14,78

Observa-se que o valor do ganho diretivo médio para a polarização principal da antena otimizada é praticamente o dobro do da antena de referência. Isto evidencia o sucesso do processo de otimização. Obviamente o aumento do ganho médio acarretou na diminuição do valor máximo do ganho.

No processo de otimização da antena, assim como ocorreu para as funções teste, os AGs obtêm indivíduos com valores de aptidão muito superiores aos valores iniciais de maneira bem rápida. A figura 4.10 mostra a evolução da aptidão do melhor indivíduo e a aptidão média da população a cada geração. A aptidão de cada indivíduo ( $D_{med}^j$ ) é calculada pela função objetivo (4.8) e a aptidão média da população ( $\bar{D}$ ) é obtida por:

$$\bar{D} = \frac{1}{nbpop} \sum_{j=1}^{nbpop} D_{med}^j \quad , \quad (4.10)$$

onde  $nbpop$  é o número de indivíduos da população.

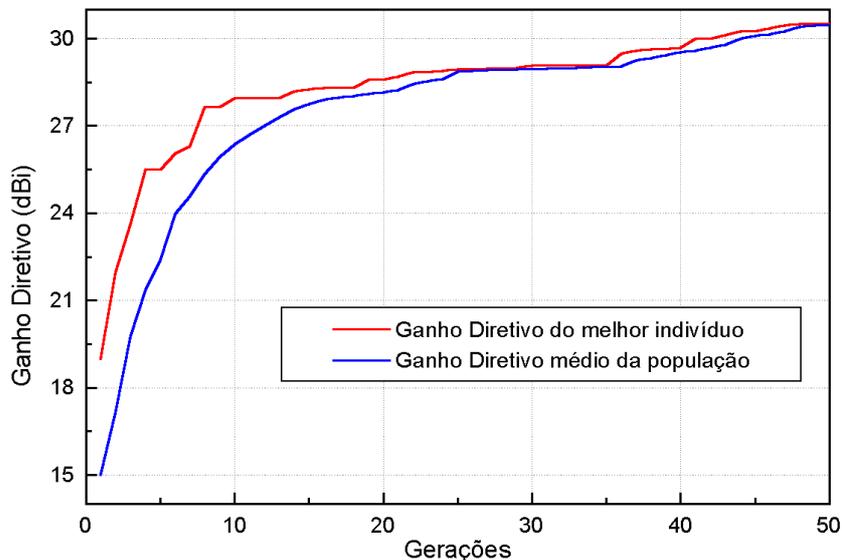


Figura 4.10 Evolução da aptidão do melhor indivíduo e da aptidão média da população.

Após um período de rápida evolução tem-se uma estagnação. Nas gerações 35, 40 e 45 ocorre a redução do espaço de busca (ver seção 2.7.4). Com a ação desta ferramenta consegue-se uma sensível melhora do ganho diretivo. Como exposto na tabela 4.1, os valores finais para o ganho diretivo ficaram entre 30,50 dBi e 30,75 dBi aproximadamente.

Uma visualização alternativa do comportamento da população é mostrada na figura 4.11, que apresenta o desvio padrão ( $\delta_D$ ) do ganho diretivo da população a cada geração.

O desvio padrão é calculado conforme:

$$\delta_D = \sqrt{\frac{1}{nbpop} \sum_{j=1}^{nbpop} (D_{med}^j - \bar{D})^2} . \quad (4.11)$$

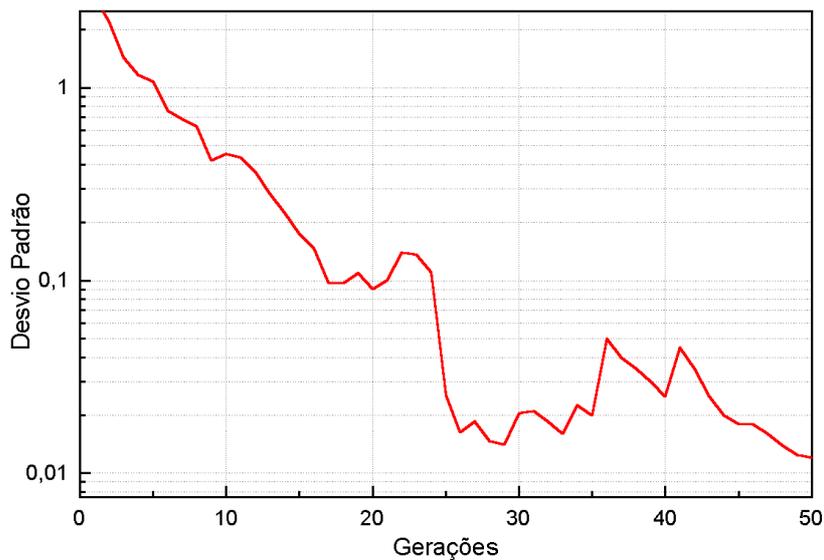


Figura 4.11 Desvio padrão da população em relação à sua aptidão média.

A aproximação da aptidão média da população em relação à aptidão do melhor indivíduo (figura 4.10) indica que os indivíduos são muito parecidos entre si. Quanto mais próximos os indivíduos, menor será o desvio padrão.

Percebe-se o aumento do desvio padrão quando ocorre a redução do espaço de busca (principalmente as ocorridas nas gerações 35 e 40), já que uma nova população é aleatoriamente criada dentro de um espaço restrito. Na redução ocorrida na geração 45 não ocorreu uma mudança significativa, o que pode indicar duas possibilidades: ou a região do ótimo foi encontrada, ou a redução do espaço de busca levou a uma convergência

prematura. Como houve repetição dos resultados obtidos em diversas simulações, a primeira hipótese é a mais provável.

Os resultados aqui apresentados demonstram que os objetivos desta dissertação foram atingidos. Na seqüência têm-se as conclusões finais e propostas para a continuação dos estudos.

## Conclusões

Esta dissertação envolveu duas áreas de conhecimento distintas: o estudo de ferramentas de otimização e a síntese de antenas. Escolheu-se como foco principal o estudo dos AGs, os quais foram utilizados no projeto de uma antena refletora.

A opção pelos AGs deveu-se a um trabalho de revisão sobre os métodos de otimização. Nesta revisão, apresentada no capítulo primeiro, foram consideradas as características mais marcantes e os tipos de problema onde cada família de métodos é mais eficiente. Devido à natureza do problema escolhido para a otimização, verificaram-se as várias vantagens dos AGs.

Tendo-se escolhido o método de otimização, passou-se a estudá-lo em mais detalhes. No capítulo segundo foram apresentados os conceitos básicos dos AGs e as ferramentas para melhoria na sua convergência. Como contribuição desta dissertação para o desenvolvimento deste método, foi apresentada uma metodologia modificada dos operadores genéticos. A eficiência desta nova metodologia foi demonstrada através do número baixo de gerações necessárias para a obtenção dos valores ótimos das funções teste.

Em relação às ferramentas de otimização, pode-se concluir que, quando implementadas e aplicadas corretamente, produzem resultados muito bons nos mais diversos problemas.

Dando continuidade ao estudo, procurou-se uma aplicação para os AGs. Escolheu-se a síntese de antenas mais eficientes (em relação a um critério pré-estabelecido). No capítulo terceiro foi definida a antena refletora *offset* como objeto de otimização. Todo o equacionamento necessário para descrição da sua geometria e de seu comportamento eletromagnético foi apresentado no referido capítulo.

No capítulo quarto tratou-se diretamente o problema proposto, a saber, a maximização do ganho diretivo médio para polarização principal sobre uma determinada área de cobertura através da modelagem do refletor de antena refletora *offset*. Neste

---

capítulo, portanto, foram aplicados os conceitos e métodos descritos nos dois capítulos anteriores. São apresentadas as considerações necessárias para a adaptação dos AGs ao problema proposto assim como os resultados obtidos nesta otimização.

Os AGs mostraram-se muito eficientes na otimização do refletor devido principalmente à sua facilidade para trabalhar com um grande número de variáveis (neste caso, os coeficientes de expansão). Outros fatores importantes que qualificam ainda mais os AGs são sua grande versatilidade e sua robustez. Pouco se precisa conhecer sobre a natureza do problema a ser otimizado; é necessário apenas saber caracterizar os indivíduos e extrair as informações necessárias a partir de uma função objetivo.

Em relação à aplicação escolhida, a otimização foi feita apenas modificando a forma do refletor, não existindo assim graus de liberdade suficientes para se obter antenas de alto desempenho. Apesar disto conseguiu-se uma uniformidade de cobertura muito superior à obtida com um parabolóide *offset* clássico. E isto foi feito utilizando-se apenas uma informação, a saber, o ganho diretivo médio nos pontos de amostra. É bem provável que trabalhando com otimizadores multiobjetivos seja possível conseguir antenas com desempenho global superior as apresentadas.

A principal proposta para futuros estudos consiste na aplicação de técnicas de otimização multiobjetivos. Isto é de grande interesse porque a maioria dos problemas reais são multiobjetivos por natureza, ou seja, não possuem apenas uma única característica que exprime exatamente o problema, e sim, um conjunto.

Em relação ao estudo de antenas, o caminho que deve ser explorado é a utilização de técnicas numéricas como alternativa às técnicas baseadas na ótica física. Como exemplo, pode-se citar o método dos momentos (Balanis [23]), que permite analisar eficientemente uma larga classe de problemas eletromagnéticos e obter resultados com boa precisão.

Tem-se a convicção de que os objetivos propostos foram alcançados. Espera-se que os conhecimentos adquiridos no desenvolvimento desta dissertação sejam de grande valia não só para o GRUCAD mas também para todos os pesquisadores que trabalham em áreas afins. Muito se pode avançar nos estudos de otimizadores, e isto certamente será feito. E, com certeza absoluta, o universo a ser explorado pelas ferramentas de otimização dentro do eletromagnetismo é bastante amplo.

---

# Anexo I

## Polinômios de Jacobi Modificado

Neste anexo são apresentados os polinômios de Jacobi e suas derivadas. Estes polinômios podem ser encontrados em sua forma primordial ( $P_k^{(\alpha,\beta)}(x)$ ) em Abramowitz & Stegun [65] ou de forma modificada ( $F_m^n(\tau)$ ) em Duan & Rahmat-Samii [30]. Desta forma:

$$F_m^n(\tau) = \sqrt{2(n+2m+1)} \cdot P_m^{(n,0)}(1-2\tau^2) \cdot \tau^n, \quad (\text{A1.1})$$

onde  $P_m^{(n,0)}$  é um caso da forma primordial  $P_k^{(\alpha,\beta)}(x)$ .

$$P_k^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{(-1)^k / (2^k k!)}{(1-x)^\alpha (1+x)^\beta} \frac{\partial^k [(1-x)^{k+\alpha} (1+x)^{k+\beta}]}{\partial x^k}. \quad (\text{A1.2})$$

Por serem polinômios ortogonais, podem ser calculados pela fórmula recursiva:

$$P_0^{(\alpha,\beta)}(x) = 1$$

$$P_1^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{1}{2}(\alpha + \beta + 2)x + \frac{1}{2}(\alpha - \beta), \quad (\text{A1.3})$$

$$P_k^{(\alpha,\beta)}(x) = L_k^+ P_{k-1}^{(\alpha,\beta)}(x) + L_k^- P_{k-2}^{(\alpha,\beta)}(x), \quad k = 2, 3, \dots$$

onde

---

$$L'_k = \frac{(2k + \alpha + \beta - 1)[(2k + \alpha + \beta)(2k + \alpha + \beta - 2)x + (\alpha^2 - \beta^2)]}{2k(k + \alpha + \beta)(2k + \alpha + \beta - 2)}, \quad (\text{A1.4})$$

$$L''_k = -\frac{2(k + \alpha - 1)(k + \beta - 1)(2k + \alpha + \beta)}{2k(k + \alpha + \beta)(2k + \alpha + \beta - 2)}. \quad (\text{A1.5})$$

Na análise de antenas refletoras faz-se necessário o cálculo dos vetores unitários normais e tangentes à superfície do refletor (3.9). Para tal, é necessário o conhecimento da derivada dos polinômios de Jacobi modificados. Isto é feito de forma:

$$\frac{\partial F_m^n(\tau)}{\partial \tau} = 0, \quad n = m = 0, \quad (\text{A1.6})$$

$$\frac{\partial F_m^n(\tau)}{\partial \tau} = -\sqrt{8(2m + 1)}(m + 1) \cdot \tau \cdot P_{m-1}^{(n+1,1)}(1 - 2\tau^2), \quad n = 0, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (\text{A1.7})$$

$$\frac{\partial F_m^n(\tau)}{\partial \tau} = \sqrt{2(n + 1)} \cdot n \cdot \tau^{n-1}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad m = 0, \quad (\text{A1.8})$$

$$\frac{\partial F_m^n(\tau)}{\partial \tau} = \sqrt{2(n + 2m + 1)} \cdot \tau^{n-1} \cdot [-2\tau^2(n + m + 1)P_{m-1}^{(n+1,1)}(1 - 2\tau^2) + nP_m^{(n,0)}(1 - 2\tau^2)], \quad (\text{A1.9})$$

$$n = 1, 2, \dots, \quad m = 1, 2, \dots$$

## Anexo II

### Correntes Equivalentes de Borda

Como dito no capítulo terceiro, a ótica física não é precisa no cálculo dos campos numa região muito longe do lóbulo principal da antena refletora ou para o cálculo da polarização cruzada. Para aumentar a precisão destes cálculos podem ser usadas correntes equivalentes de borda elétrica ( $\vec{J}_C$ ) e magnética ( $\vec{M}_C$ ) (Rego & Hasselmann [60] ou Rego *et. al* [61]):

$$\vec{J}_C = \left[ \left( \vec{E}_{inc} \cdot \hat{t} \right) \frac{1}{jk\eta} D_e^{I,f} + \left( \vec{H}_{inc} \cdot \hat{t} \right) \frac{1}{jk} D_h^{I,f} \right] \hat{t} \quad , \quad (A2.1)$$

$$\vec{M}_C = \left[ \left( \vec{H}_{inc} \cdot \hat{t} \right) \frac{\eta}{jk} D_h^{M,f} \right] \hat{t} \quad , \quad (A2.2)$$

onde  $\vec{E}_{inc}$  e  $\vec{H}_{inc}$  são os campos elétrico e magnético incidentes,  $\hat{t}$  é o vetor unitário tangente à borda e os termos  $D$  são definidos por:

$$D_e^{I,f} = \frac{\text{sen}(\phi'_0/2)}{\text{sen}^2 \beta'_0} D_0 \quad , \quad (A2.3)$$

$$D_h^{I,f} = \frac{(\cot \beta'_0 [1 + 2 \text{sen}(\alpha_E/2) \cos(\phi'_0/2)] - \cot \beta_0 \cos \phi_0)}{\text{sen}(\beta'_0/2) \text{sen}(\alpha_E/2)} D_0 \quad , \quad (A2.4)$$

$$D_h^{M,f} = \frac{1}{\text{sen } \beta_0 \text{ sen } \beta'_0 \text{ sen}(\alpha_E/2)} D_0 \quad , \quad (\text{A2.5})$$

$$D_0 = \frac{1}{\cos(\phi'_0/2) + \text{sen}(\alpha_E/2)} \quad . \quad (\text{A2.6})$$

Os parâmetros geométricos são:

$$\beta_0 = \arccos(\hat{r} \cdot \hat{t}) \quad , \quad (\text{A2.7})$$

$$\beta'_0 = \arccos(\hat{r}' \cdot \hat{t}) \quad , \quad (\text{A2.8})$$

$$\cos \phi_0 = -\frac{\hat{r} \cdot (\hat{n} \times \hat{t})}{\text{sen } \beta_0} \quad , \quad \text{sen } \phi_0 = -\frac{\hat{r} \cdot \hat{n}}{\text{sen } \beta_0} \quad , \quad (\text{A2.9})$$

$$\cos \phi'_0 = -\frac{\hat{r}' \cdot (\hat{n} \times \hat{t})}{\text{sen } \beta'_0} \quad , \quad \text{sen } \phi'_0 = -\frac{\hat{r}' \cdot \hat{n}}{\text{sen } \beta'_0} \quad , \quad (\text{A2.10})$$

$$\alpha_E = \arccos\left(\frac{\text{sen } \beta_0 \cos \phi_0 + (\cos \beta_0 - \cos \beta'_0) \cot \beta'_0}{\text{sen } \beta'_0}\right) \quad . \quad (\text{A2.11})$$


---

## Referências Bibliográficas

- [01] E. Yoshikawa, *Musashi*, 2<sup>a</sup> ed., Liberdade, São Paulo, 1999.
  - [02] U. Eco, *Como se Faz uma Tese*, 16<sup>a</sup> ed., Perspectiva, São Paulo, 2001.
  - [03] M. S. Bazaraa, J. J. Jarvis and H. D. Sherali, *Linear Programming and Network Flows*, 2<sup>a</sup> ed., John Wiley & Sons, New York, 1990.
  - [04] D. G. Luenberger, *Linear and Nonlinear programming*, 2<sup>a</sup> ed., Addison-Wesley, New York, 1990.
  - [05] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty, *Nonlinear Programming – theory and algorithms*, John Wiley & Sons, New York, 1993.
  - [06] G. P. McCormick, *Nonlinear Programming Theory, Algorithms, and Applications*, John Wiley & Sons, New York, 1983.
  - [07] J. D. Kraus, *Electromagnetics*, McGraw-Hill, International Edition, 1992.
  - [08] J. P. A. Bastos and N. Ida, *Electromagnetics and Calculation of Fields*, Springer-Verlag, New York, 1997.
  - [09] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison Wesley Longman Inc., New York, 1989.
  - [10] R. L. Haupt, “An Introduction to Genetic Algorithms for Electromagnetics,” *IEEE - Antennas e Propagation Magazine*, v. 37, n. 2, pp. 7–15, Apr. 1995.
  - [11] J. M. Johnson and Y. Rahmat-Samii, “Genetic Algorithm in Engineering Electromagnetics,” *IEEE - Antennas and Propagation Magazine*, v. 39, n. 4, pp. 7–22, Aug. 1997.
  - [12] D. S. Weile and E. Michielssen, “Genetic Algorithm Optimization Applied to Electromagnetics: A Review,” *IEEE - Transactions on Antennas and Propagation*, v. 45, n. 3, pp. 343–353, Mar. 1997.
-

- 
- [13] J. A. Vasconcelos, R. R. Saldanha, L. Krähenbühl, *et al.*, “Algoritmos Genéticos Aplicados à Otimização em Eletromagnetismo,” In: *SBmag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, pp. 1–6, Florianópolis, Brasil, 1995.
- [14] G. S. Mani, “Use of Genetic Algorithm as Optimization Tool in Reducing EMI,” In: *IEEE - Electromagnetic Interference and Compability*, pp. 217–220, Hyderabad, India, 1997.
- [15] R. Schlub, D. V. Thiel, J. W. Lu, *et al.*, “Dual-band Six-element Switched Parasitic Array for Smart Antenna Cellular Communications Systems,” *IEEE - Electronics Letters*, v. 36, n. 16, pp. 1342–1343, Aug. 2000.
- [16] J. P. Wiecek, Ö. Göl and Z. Michalewicz, “An Evolutionary Algorithm for the Optimal Design of Induction Motors,” *IEEE - Transactions on Magnetics*, v. 34, n. 6, pp. 3882–3887, Nov. 1998.
- [17] R. Escarela-Perez, T. Niewierowicz and E. Campero-Littlewood, “Synchronous Machine Parameters from Frequency-Response Finite-Element Simulations and Genetic Algorithms,” *IEEE - Transactions on Energy Conversion*, v. 16, n. 2, pp. 198–203, Jun. 2001.
- [18] E. E. Altshuler and D. S. Linden, “Wire-Antenna Designs Using Genetic Algorithms,” *IEEE - Transactions on Antennas and Propagation*, v. 39, n. 2, pp. 33–43, Apr. 1997.
- [19] Y. C. Chung and R. Haupt, “Log-Period Dipole Array Optimization,” In: *IEEE Aerospace Conference*, v. 4, pp. 449–455, Big Sky, USA, 2000.
- [20] Y. Lu, X. Cai and Z. Gao, “Optimal Design of Special Corner Reflector Antennas by the Real-Coded Genetic Algorithm,” In: *IEEE - Microwave Conference Asia-Pacific*, pp. 1457–1460, Sydney, AUS, 2000.
- [21] J. L. Volakis and D. B. Davidson, “Genetic Design of Linear Antenna Array,” *IEEE-Transactions on Antennas and Propagation*, v.42, n.3, pp. 92–100, Jun. 2000.
- [22] J. D. Kraus, *Antennas*, McGraw-Hill, London, 1950.
- [23] C. A. Balanis, *Antenna Theory – Analysis and Design*, 2<sup>a</sup> ed., John Wiley & Sons, New York, 1997.
- [24] F. J. S. Moreira, *Conjunto de Alimentadores para Antenas Refletoras com Feixes Modulados*, Rio de Janeiro, 1992. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – CETUC – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
-

- 
- [25] B. Saka and E. Yazgan, "Pattern Optimization of a Reflector Antenna with Planar-Array Feeds and Cluster Feeds," *IEEE - Transactions on Antennas and Propagation*, v. 45, n. 1, pp. 93–97, Jan. 1997.
- [26] F. J. S. Moreira, "Efficient Degradation Caused by an Axial Feed Defocusing in Generalized Classical Axially-Symmetric Dual-Reflector Antennas," In: *IEEE – International Conference on Microwave and Optoelectronics*, pp. 478–482, Rio de Janeiro, 1999.
- [27] C. H. R. Barbosa, *Estudo e Análise de Aberrações em Antenas com Dois Refletores Clássicos Axialmente Simétricos*, Belo Horizonte, 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – CPDEE – Universidade Federal de Minas Gerais.
- [28] A. R. Cherrette, S. W. Lee and R. J. Acosta, "A Method for Producing a Shaped Contour Radiation Pattern Using a Single Shaped Reflector and a Single Feed," *IEEE - Transactions on Antennas and Propagation*, v. 37, n. 6, pp. 698–706, Jun. 1989.
- [29] J. R. Bergmann, F. L. Teixeira and F. J. S. Moreira, "Diffraction Synthesis of Reflector Antennas: An Efficient Approach for the Optimization Procedure," In: *IEEE - Antennas and Propagation Society - International Symposium*, pp. 266–269, Michigan, USA, 1993.
- [30] D.W. Duan and Y. Rahmat-Samii, "A Generalized Diffraction Synthesis Technique for High Performance Reflector Antennas," *IEEE - Antennas and Propagation Magazine*, v. 43, n. 1, pp. 27–40, Jan. 1995.
- [31] Z. Michalewicz and M. Michalewicz, "Evolutionary Computation Techniques and Their Applications," In: *IEEE - International Conference on Intelligent Processing Systems*, pp. 14–25, Beijing, China, 1997.
- [32] P. G. Alotto, C. Eranda, B. Brandstätter *et al.*, "Stochastic Algorithms in Electromagnetic Optimization," *IEEE - Transactions on Magnetics*, v. 34, n. 5, pp. 3674–3684, Sep. 1998.
- [33] J. A. Vasconcelos, R. R. Saldanha, L. Krähenbühl *et al.*, "Genetic Algorithm Coupled with a Deterministic Method for Optimization in Electromagnetics," *IEEE - Transactions on Magnetics*, v. 33, n. 2, pp. 1860–1963, Mar. 1997.
-

- 
- [34] G. L. Soares, *Algoritmos Genéticos: Estudo, Novas Técnicas e Aplicações*, Belo Horizonte, 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – CPDEE – Universidade Federal de Minas Gerais.
- [35] A. H. F. Dias, *Algoritmos Genéticos Aplicados a Problemas com Múltiplos Objetivos*, Belo Horizonte, 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – CPDEE – Universidade Federal de Minas Gerais.
- [36] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Ann Arbor. University of Michigan Press, Michigan, 1975.
- [37] A. M. Wildberger, “Introduction & Overview of “Artificial Life” – Evolving Intelligent Agents for Modeling & Simulation,” In: *IEEE - Winter Simulation Conference*, pp. 161–168, 1996.
- [38] J. A. Vasconcelos, R. H. C. Takahashi, R. R. Saldanha *et al.*, “Improvements in Genetic Algorithms,” *IEEE - Transactions on Magnetics*, v. 37, n. 5, pp. 3414–3417, Sep. 2001.
- [39] K. Chellapilla and A. Hoorfar, “Evolutionary Programming: an Efficient Alternative to Genetic Algorithms for Electromagnetics Optimization Problems,” In: *IEEE - Antennas and Propagation Society - International Symposium*, v. 1, pp. 42–45, Atlanta, USA, 1998.
- [40] R. L. Haupt, “Optimum Population Size and Mutation Rate for a Simple Real Genetic Algorithm that Optimizes Array Factors,” In: *IEEE - Antennas and Propagation Society - International Symposium*, v. 2, pp. 1034–1037, Salt Lake City, USA, 2000.
- [41] M. Srinivas and L. M. Patnaik, “Adaptive Probabilities of Crossover and Mutation in Genetic Algorithms,” *IEEE - Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, v. 24, n. 4, Apr. 1994.
- [42] G. L. Soares and J. A. Vasconcelos, “Adaptação Dinâmica de Operadores em Algoritmos Genéticos,” In: *SBmag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, pp. 155–158, Ouro Preto, Brasil, 1996.
- [43] W. M. Spears, *Simple Subpopulation Schemes*, Proceedings of Evolutionary Programming Conference, World Scientific, International Edition, 1994.
-

- 
- [44] D. S. Linden, "Using a Real Chromosome in a Genetic Algorithm for Wire Antenna Optimization," In: *IEEE - Antennas and Propagation Society - International Symposium*, v. 3, pp. 1704–1707, Montreal, Canada, 1997.
- [45] Y. H. Lee, A. C. Marvin and S. J. Porter, "Genetic Algorithm using Real Parameters for Array Antenna Design Optimization," In: *IEEE - High Frequency Postgraduate Student Colloquium*, pp. 8–13, Leeds, UK, Sep. 1999.
- [46] A. Qing, C. K. Lee and L. Jen, "Electromagnetic Inverse Scattering of Two-Dimensional Perfectly Conducting Objects by Real-Coded Genetic Algorithm," *IEEE - Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, v. 39, n. 3, pp. 665–676, Mar. 2001.
- [47] R. A. Meneguim, *Análise de Sensibilidade de Soluções em Otimização através de Elipsóides Mínimos*, Belo Horizonte, 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – CPDEE – Universidade Federal de Minas Gerais.
- [48] R. H. C. Takahashi, J. A. Vasconcelos, L. Krahenbuhl *et al.*, "A Multiobjective Methodology for Evaluating Genetic Operators," *IEEE - Transaction on Magnetics*, submitted, 2002.
- [49] J. G. Digalakis and K. G. Margaritis, "An experimental study of benchmarking functions for Genetic Algorithms," In: *IEEE - International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, v. 5, pp. 3810–3815, Apr. 2000.
- [50] D. F. Rogers and J. A. Adams, *Mathematical Elements for Computer Graphics*, 2<sup>a</sup> ed., McGraw-Hill, São Paulo, 1990.
- [51] IEEE Transactions on Antennas and Propagation, *Standard Definitions of Terms for Antennas (IEEE Std 145-1983)*, vols. AP-17, n. 3, May. 1969, AP-22, n. 1, Jan. 1974 and AP-31, n. 6, part. II, Nov. 1983.
- [52] W. V. T. Rusch, "The Current State of the Reflector Antenna Art – Entering the 1990's," *Proceedings of the IEEE*, v. 80, n. 1, Jan. 1992.
- [53] Y. Rahmat-Samii, "Reflectors, Lenses and Horns: Past, Present and Future," In: *IEEE - Antennas and Propagation Society - International Symposium*, v. 3, pp. 1240–1241, Salt Lake City, USA, 2000.
- [54] A. W. Love, "Radiation Patterns and Gain for a Nominal Aperture of 105 Meters in the Arecibo Spherical Reflector," *IEEE - Antennas and Propagation Magazine*, v. 43, n. 1, pp. 20–30, Feb. 2001.
-

- 
- [55] F. J. S. Moreira and A. J. Prata, "Generalized Classical Axially-Symmetric Dual-Reflector Antennas," *IEEE - Transactions on Antennas and Propagation*, v. 49, n. 4, pp. 547–554, Apr. 2001.
- [56] M. N. O. Sadiku, *Elements of Electromagnetics*, 2<sup>a</sup> ed., Saunders College, Philadelphia, USA, 1994.
- [57] S. Silver, *Microwave Antenna Theory and Design*, 1<sup>a</sup> ed., McGraw Hill, New York, 1949.
- [58] S. Johns and A. Prata, "An Improve Raised-Cosine Feed Model for Reflector Antenna Applications," In: *IEEE - Antennas and Propagation Society - International Symposium*, v. 2, pp. 970–973, Seattle, USA, 1994.
- [59] A. C. Ludwig, "The Definition of Cross Polarization," *IEEE - Transactions on Antennas and Propagation*, v. AP-21, pp. 116–119, Jan. 1973.
- [60] C. G. Rego and F. J. V. Hasselmann, "Time-Domain Analysis of Pulse-Excited Reflector Antennas," In: *IEEE - Antennas and Propagation Society - International Symposium*, v. 4, pp. 2046-2049, Salt Lake City, Jul. 2000.
- [61] C. G. Rego, F. J. V. Hasselmann and F. J. S. Moreira, "Análise no Domínio do Tempo de Antenas Refletores Excitadas por Pulsos," In: *SBMO - Congresso Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica*, pp 329–333, João Pessoa, Brasil, 2000.
- [62] D.W. Duan and Y. Rahmat-Samii, "Axial Field of a Symmetric Paraboloid Antenna: A PO/PTD Solution," In: *IEEE - Antennas and Propagation Society - International Symposium*, v. 1, pp. 38-41, Seattle, USA, Jun. 1994.
- [63] D. Halliday, R. Resnick and K. S. Krane, *Física*, 4<sup>a</sup> ed., LTC, Rio de Janeiro, 1996.
- [64] GeoMinas and DPI / INPE, *Sistema de Processamento de Informações Georeferenciadas*, <http://www.dpi.inpe/spring/>, 2002.
- [65] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, 1<sup>a</sup> ed., Dover Publications, New York, 1972.
-