

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

Análise De Modelos Diferenciais De Histerese
Magnética Considerando Laços Menores De
Indução

Jean Viane Leite

Florianópolis, abril de 2002.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

Análise De Modelos Diferenciais De Histerese
Magnética Considerando Laços Menores De
Indução

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Jean Viane Leite

Florianópolis, abril de 2002.

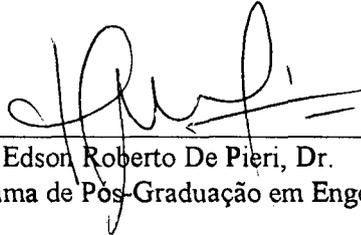
ANÁLISE DE MODELOS DIFERENCIAIS DE HISTERESE MAGNÉTICA CONSIDERANDO LAÇOS MENORES DE INDUÇÃO

Jean Viane Leite

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Sistemas de Energia*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

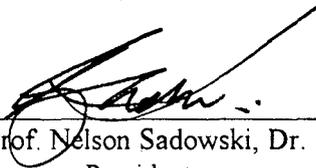


Prof. Nelson Sadowski, Dr.
Orientador

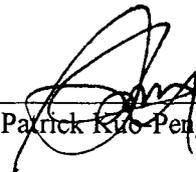


Prof. Edson Roberto De Pieri, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

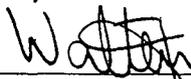
Banca Examinadora:



Prof. Nelson Sadowski, Dr.
Presidente



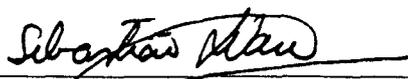
Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.



Prof. Walter Pereira Carpes Júnior, Dr.



Prof. Nelson Jhoe Batistela, Dr.



Eng. Sebastião Lauro Nau, M. Eng.

*Para
Jackson Leite,
meu irmão.*

Agradecimentos

A Deus, por ter me concedido tenacidade, as faculdades e vigor físico necessários à conclusão desta obra.

Aos professores Nelson Sadowski e Patrick Kuo-Peng, pela orientação e paciência dispensada no desenvolvimento deste trabalho.

Ao amigo Nelson Jhoe Batistela, que durante anos tem sido referência de dedicação e cavalheirismo profissional.

Ao professor Walter Pereira Carpes Júnior e o engenheiro Sebastião Lauro Nau por suas análises e sugestões como membros da banca examinadora.

Aos professores do GRUCAD João Pedro Assumpção Bastos e Renato Carlson pela instrução e amizade.

Aos colegas do GRUCAD, Ana Margarida de Oliveira e Ricardo Antunes, por sua amizade e valiosas contribuições, além da disponibilidade na ajuda diária que dedicaram.

À prestativa Celly Dulcemar Melo, por sua disposição em colaborar sempre que solicitada.

Aos meus pais, Valdir e Valdevina Leite, e minha irmã, Vivianne Leite Goulart, que além do amor familiar e da ajuda material, sempre têm palavras de incentivo e carinho.

À CAPES pelo respaldo financeiro durante o período deste trabalho.

Aos amigos Anderson Mariotti e André Lopes Kleinschmidt pelo companheirismo e convivência harmoniosa.

Enfim, a todos que de uma forma ou de outra colaboraram para a conclusão desta Dissertação.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ANÁLISE DE MODELOS DIFERENCIAIS DE HISTERESE MAGNÉTICA CONSIDERANDO LAÇOS MENORES DE INDUÇÃO

Jean Viane Leite

Abril/2002

Orientador: Nelson Sadowski.

Co-orientador: Patrick Kuo-Peng.

Área de Concentração: Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos.

Palavras-chave: Eletromagnetismo, histerese magnética, materiais magnéticos.

Número de Páginas: 92.

RESUMO: Neste trabalho, são analisados modelos diferenciais de histerese magnética, com ênfase na representação dos laços menores de indução. São estudados os modelos direto e inverso de Jiles-Atherton. O modelo direto é o original, escrito em termos de uma equação diferencial de primeira ordem, possuindo como variável independente o campo magnético. O modelo inverso, proposto por Sadowski-Lajoie, é descrito, possuindo a indução magnética como variável independente. Ambos os modelos são escalares, ou seja, é assumido que não existe defasagem espacial entre o campo magnético e a indução. Duas metodologias para a obtenção dos parâmetros dos modelos são apresentadas. Os laços menores de indução são obtidos utilizando um fator de escalonamento proposto inicialmente por Jiles e posteriormente modificado por Carpenter. Na metodologia proposta por Carpenter as equações continuam diferenciais, sendo adequadas para simulações com alimentação arbitrária. Os resultados são comparados com curvas experimentais e com a utilização do modelo original, sem modificações.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

ANALYSIS OF DIFFERENTIAL MAGNETIC HYSTERESIS MODELS TAKING INTO ACCOUNT THE INDUCTION MINOR LOOPS

Jean Viane Leite

April /2002

Advisor: Nelson Sadowski.

Co-advisor: Patrick Kuo-Peng.

Area of Concentration: Conception and Analysis of Electromagnetic Devices.

Keywords: Electromagnetism, magnetic hysteresis, magnetic materials.

Number of Pages: 92.

ABSTRACT: In this work differential electromagnetic hysteresis models are analyzed, taking into account the induction minor loops. The direct and inverse Jiles-Atherton models are studied. The direct model is presented in terms of a first order differential equation, which considers the magnetic field as the independent variable. The inverse model, proposed by Sadowski-Lajoie, is presented, considering the magnetic induction as the independent variable. Both the models are scalars, is assumed that does not exist spatial angle between the field and induction vectors. Two methodologies to achieve the model parameters are presented. The minor loops are evaluated using the scaling factor proposed initially by Jiles and modified by Carpenter. In the Carpenter methodology the model equations are differentials, being appropriate to simulations with arbitrary feeds. The results are compared with measured curves and with the original model, without modifications.

Sumário

| | |
|---|-----------|
| CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO GERAL | 1 |
| CAPÍTULO 2: CONCEITOS FUNDAMENTAIS | 4 |
| 2.1 INTRODUÇÃO..... | 4 |
| 2.2 PROCESSO DE MAGNETIZAÇÃO..... | 4 |
| 2.2.1 TEORIA DO PARAMAGNETISMO - EQUAÇÃO DE LANGEVIN..... | 7 |
| 2.2.2 CORREÇÃO DE WEISS PARA O FERROMAGNETISMO..... | 10 |
| 2.3 MAGNETIZAÇÃO SEM HISTERESE..... | 11 |
| 2.3.1 PARÂMETROS DA FUNÇÃO DE LANGEVIN..... | 11 |
| a) Magnetização de Saturação M_s | 12 |
| b) Parâmetros a e α | 12 |
| 2.3.2 MODELAGEM DA FUNÇÃO DE LANGEVIN..... | 13 |
| 2.4 MAGNETIZAÇÃO COM HISTERESE..... | 16 |
| 2.4.1 MODELAGEM DA HISTERESE..... | 16 |
| 2.4.2 INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NA MAGNETIZAÇÃO..... | 21 |
| 2.5 CONCLUSÃO..... | 22 |
| CAPÍTULO 3: MODELO DIFERENCIAL DE HISTERESE DE JILES-ATHERTON | 23 |
| 3.1 INTRODUÇÃO..... | 23 |
| 3.2 O LAÇO DE HISTERESE – MAGNETIZAÇÃO REVERSÍVEL E IRREVERSÍVEL..... | 23 |
| 3.3 EQUAÇÕES DO MODELO DE JILES-ATHERTON..... | 25 |
| 3.3.1 MODELO DIRETO..... | 26 |
| 3.3.2 ALGORITMO PARA IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DIRETO..... | 28 |
| 3.3.3 DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO..... | 30 |
| 3.3.4 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS A PARTIR UM LAÇO EXPERIMENTAL DE HISTERESE..... | 33 |
| 3.3.4 ALGORITMO PARA OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO DE JILES-ATHERTON..... | 37 |
| 3.4 CONCLUSÃO..... | 43 |
| CAPÍTULO 4: MODELO INVERSO | 45 |
| 4.1 INTRODUÇÃO..... | 45 |
| 4.2 MODELO INVERSO..... | 45 |
| 4.3 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS DIRETO E INVERSO..... | 47 |
| 4.4 CONCLUSÃO..... | 52 |
| CAPÍTULO 5: ESCALONAMENTO PARA LAÇOS MENORES | 53 |
| 5.1 INTRODUÇÃO..... | 53 |
| 5.2 APROXIMAÇÃO DOS LAÇOS MENORES NO MODELO DE JILES-ATHERTON POR ESCALONAMENTO E DESLOCAMENTO DO LAÇO MAIOR..... | 54 |

| | |
|---|-----------|
| 5.3 CONCLUSÃO..... | 59 |
| CAPÍTULO 6: COMPARAÇÃO DO MODELO COM CURVAS EXPERIMENTAIS..... | 60 |
| 6.1 INTRODUÇÃO..... | 60 |
| 6.2 MÉTODO DE OBTENÇÃO DAS CURVAS EXPERIMENTAIS – QUADRO DE EPSTEIN | 60 |
| 6.2.1 <i>MEDIDA DAS GRANDEZAS ELÉTRICAS E MAGNÉTICAS</i> | 61 |
| 6.2.2 <i>A ALIMENTAÇÃO ELÉTRICA</i> | 62 |
| 6.3 MATERIAIS ENSAIADOS – CURVAS DE HISTERESE..... | 63 |
| 6.3.1 <i>Comparação entre Curvas Medidas e Experimentais para Material A</i> | 64 |
| 6.3.2 <i>COMPARAÇÃO ENTRE CURVAS MEDIDAS E EXPERIMENTAIS PARA MATERIAL B 0°</i> | 66 |
| 6.3.3 <i>COMPARAÇÃO ENTRE CURVAS MEDIDAS E EXPERIMENTAIS PARA MATERIAL B 90°</i> | 70 |
| 6.3.3 <i>COMPARAÇÃO ENTRE CURVAS MEDIDAS E EXPERIMENTAIS PARA MATERIAL B 45°</i> | 73 |
| 6.4 CONCLUSÃO..... | 76 |
| CAPÍTULO 7: USO DO MODELO EM UM CIRCUITO RL SÉRIE E RLC SÉRIE | 78 |
| 7.1 INTRODUÇÃO..... | 78 |
| 7.2 CIRCUITO RL SÉRIE..... | 78 |
| 7.2.1 <i>CURVA DE SATURAÇÃO SEM HISTERESE – EQUAÇÃO DE LANGEVIN</i> | 80 |
| 7.2.2 <i>CURVA DE SATURAÇÃO SEM HISTERESE – CURVA MÉDIA DO LAÇO DE HISTERESE</i> | 81 |
| 7.2.3 <i>CURVA COM HISTERESE – USANDO MODELO INVERSO</i> | 83 |
| 7.3 CIRCUITO RLC SÉRIE – RESPOSTA LIVRE | 84 |
| 7.4 CONCLUSÃO..... | 87 |
| CAPÍTULO 8: CONCLUSÃO GERAL | 89 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 91 |

Lista de Figuras

| | |
|---|----|
| FIGURA 2.1 – A) MOVIMENTOS ATÔMICOS E B) MOMENTO MAGNÉTICO DO LAÇO ELEMENTAR DE CORRENTE. . . | 4 |
| FIGURA 2.2 – SOLENÓIDE COM NÚCLEO DE AR E FERRO. | 5 |
| FIGURA 2.3 – ESFERA DE RAIOS UNITÁRIO – ÂNGULO SÓLIDO. | 7 |
| FIGURA 2.4 – GRÁFICO DA EQUAÇÃO DE LANGEVIN NORMALIZADA. | 10 |
| FIGURA 2.5 – FUNÇÃO DE LANGEVIN VARIANDO-SE O PARÂMETRO A | 15 |
| FIGURA 2.6 – FUNÇÃO DE LANGEVIN VARIANDO-SE O PARÂMETRO α | 15 |
| FIGURA 2.8 – DOMÍNIOS MAGNÉTICOS E PAREDE DE 180° | 16 |
| FIGURA 2.9 – DESLOCAMENTO DE PAREDES E ROTAÇÃO DE DOMÍNIOS MAGNÉTICOS. | 17 |
| FIGURA 2.10 – ENERGIA E VARIAÇÃO DA ENERGIA EM FUNÇÃO DO DESLOCAMENTO DE UMA PAREDE DE DOMÍNIO MAGNÉTICO. | 18 |
| FIGURA 2.11 – CARGAS SUPERFICIAIS E APARECIMENTO DOS DOMÍNIOS DE FECHAMENTO. | 19 |
| FIGURA 2.12 – CURVA DE MAGNETIZAÇÃO INICIAL. | 20 |
| FIGURA 2.13 – CURVA DE HISTERESE. | 21 |
| FIGURA 2.14 – A) VARIAÇÃO DA MAGNETIZAÇÃO COM A TEMPERATURA; B) LEI DE CURIE-WEISS PARA VARIAÇÃO DA SUSCEPTIBILIDADE MAGNÉTICA COM A TEMPERATURA PARA MATERIAIS FERROMAGNÉTICOS. | 21 |
| FIGURA 3.1 – ALGORITMO PARA IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE JILES-ATHERTON DIRETO. | 28 |
| FIGURA 3.2 – MAGNETIZAÇÃO TOTAL, IRREVERSÍVEL MAIS REVERSÍVEL. | 29 |
| FIGURA 3.3 – COMPONENTES DA MAGNETIZAÇÃO: A) REVERSÍVEL B) IRREVERSÍVEL. | 30 |
| FIGURA 3.4 – LAÇO DE HISTERESE PARA DIFERENTES VALORES DE M_s | 31 |
| FIGURA 3.5 – LAÇO DE HISTERESE PARA DIFERENTES VALORES DE A | 31 |
| FIGURA 3.6 – LAÇO DE HISTERESE PARA DIFERENTES VALORES DE K | 32 |
| FIGURA 3.7 – LAÇO DE HISTERESE PARA DIFERENTES VALORES DE α | 32 |
| FIGURA 3.8 – LAÇO DE HISTERESE PARA DIFERENTES VALORES DE C | 33 |
| FIGURA 3.9 – PONTOS DO LAÇO DE HISTERESE PARA OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO DE JILES- ATHERTON. | 34 |
| FIGURA 3.10 – FORMA DE ONDA DO CAMPO MAGNÉTICO. | 40 |
| FIGURA 3.11 – LAÇOS CALCULADOS USANDO OS CONJUNTOS DE PARÂMETROS ORIGINAL E O OBTIDO COM O ALGORITMO DE PEUGET. | 40 |
| FIGURA 3.12 – FORMAS DE ONDA DA INDUÇÃO, CALCULADAS USANDO OS DOIS CONJUNTOS DE PARÂMETROS. | 41 |
| FIGURA 3.13 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS. | 42 |
| FIGURA 4.1 – ALGORITMO PARA IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO INVERSO DE JILES-ATHERTON. | 46 |
| FIGURA 4.2 – ESQUEMA DE ENTRADA/SAÍDA DOS MODELOS JA E SL. | 47 |
| FIGURA 4.3 – DIAGRAMA DE SEQÜÊNCIA ENTRE OS MODELOS. ENTRADA B | 47 |
| FIGURA 4.4 – INDUÇÃO B [T] IMPOSTA NO MODELO INVERSO E CAMPO H [A/M] RESULTANTE. | 48 |
| FIGURA 4.5 – CAMPO H [A/M] IMPOSTO AO MODELO DIRETO E INDUÇÃO B [T] RESULTANTE. | 48 |
| FIGURA 4.6 – INDUÇÃO B [T] IMPOSTA NO MODELO INVERSO E CAMPO H [A/M] RESULTANTE. | 49 |

| | |
|---|----|
| FIGURA 4.7 – CAMPO H [A/M] IMPOSTO AO MODELO DIRETO E INDUÇÃO B [T] RESULTANTE. | 49 |
| FIGURA 4.8 – DIAGRAMA DE SEQUÊNCIA ENTRE OS MODELOS. ENTRADA H | 50 |
| FIGURA 4.9 – CAMPO H [A/M] IMPOSTO AO MODELO DIRETO E INDUÇÃO B [T] RESULTANTE. | 50 |
| FIGURA 4.10 – INDUÇÃO B [T] IMPOSTA AO MODELO INVERSO E CAMPO H [A/M] RESULTANTE. | 51 |
| FIGURA 4.11 – CAMPO H [A/M] IMPOSTO AO MODELO DIRETO E INDUÇÃO B [T] RESULTANTE. | 51 |
| FIGURA 4.11 – INDUÇÃO B [T] IMPOSTA AO MODELO INVERSO E CAMPO H [A/M] RESULTANTE. | 52 |
| FIGURA 5.1 – LAÇOS MAIOR E MENOR OBTIDOS COM A SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO ORIGINAL DO MODELO DE HISTERESE DE JILES-ATHERTON. | 55 |
| FIGURA 5.2 – ESCALONANDO LAÇO MAIOR PARA REPRESENTAR LAÇO MENOR. | 57 |
| FIGURA 5.3 – LAÇO MENOR OBTIDO POR INTEGRAÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL MODIFICADA. | 58 |
| FIGURA 5.4 – LAÇOS MAIOR E MENOR COM MODELO INVERSO E LAÇO MENOR COM FATOR DE ESCALA. | 59 |
| FIGURA 6.1 – UM QUARTO DO TRANSFORMADOR DE EPSTEIN. | 61 |
| FIGURA 6.2 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA BANCADA DE TESTES. | 63 |
| FIGURA 6.3 – CURVAS DE HISTERESE COM LAÇOS MENORES PARA MATERIAL A. | 64 |
| FIGURA 6.4 – ALTAS INDUÇÕES PARA MATERIAL A. | 65 |
| FIGURA 6.5 – CURVAS DE INDUÇÃO PARA O MATERIAL A, DETALHE DAS ALTAS INDUÇÕES. | 65 |
| FIGURA 6.6 – CAMPO MAGNÉTICO PARA INDUÇÃO DE 1 T PARA MATERIAL A. | 66 |
| FIGURA 6.7 – CURVAS DE HISTERESE A 1HZ PARA O MATERIAL B 0° PARA AMPLITUDES DE INDUÇÃO VARIANDO DE 0,3409 T A 1,54 T. | 67 |
| FIGURA 6.8 – LAÇOS MENORES DE INDUÇÃO PARA MATERIAL B 0° UTILIZANDO FATOR DE ESCALONAMENTO. | 68 |
| FIGURA 6.9 – VARIAÇÃO DO FATOR DE ESCALONAMENTO OBTIDO PARA O MATERIAL B 0° | 68 |
| FIGURA 6.10 – CAMPO MAGNÉTICO CALCULADO COM MODELO INVERSO, SEM FATOR DE ESCALONAMENTO, PARA INDUÇÃO DE 0,538 T. | 69 |
| FIGURA 6.11 – CAMPO MAGNÉTICO CALCULADO COM MODELO INVERSO, COM FATOR DE ESCALONAMENTO, PARA INDUÇÃO DE 0,538 T. | 69 |
| FIGURA 6.12 – CURVAS DE INDUÇÃO PARA MATERIAL B 90° COM INDUÇÕES VARIANDO DE 0,12 A 1,034 T. | 70 |
| FIGURA 6.13 – CAMPO MAGNÉTICO OBTIDO COM MODELO INVERSO PARA 0,8 T, SEM FATOR DE ESCALONAMENTO. | 71 |
| FIGURA 6.14 – VARIAÇÃO DO FATOR DE ESCALONAMENTO OBTIDO PARA O MATERIAL B 90° | 71 |
| FIGURA 6.15 – LAÇOS DE HISTERESE PARA MATERIAL B 90° UTILIZANDO FATOR DE ESCALONAMENTO. | 72 |
| FIGURA 6.16 – CAMPO MAGNÉTICO PARA INDUÇÃO DE 0,8 T UTILIZANDO FATOR DE ESCALONAMENTO. | 72 |
| FIGURA 6.17 – CURVAS DE HISTERESE PARA O MATERIAL B 45° COM AMPLITUDES VARIANDO DE 0,171 T A 1,258 T. | 73 |
| FIGURA 6.18 – VARIAÇÃO DO FATOR DE ESCALONAMENTO OBTIDO PARA O MATERIAL B 45° | 74 |
| FIGURA 6.19 – CURVAS DE HISTERESE PARA O MATERIAL B 45° COM AMPLITUDES VARIANDO DE 0,171 T A 1,258 T UTILIZANDO FATOR DE ESCALA. | 74 |
| FIGURA 6.20 – CURVAS DE HISTERESE PARA MATERIAL B 45° COM CONJUNTO DE PARÂMETROS LEVANTADOS PARA INDUÇÃO DE 1,004 T. | 75 |
| FIGURA 6.21 – CAMPO OBTIDO PARA UMA INDUÇÃO DE 0,582 T COM MODELO INVERSO. | 76 |
| FIGURA 7.1 – CIRCUITO RL. | 78 |

| | |
|--|----|
| FIGURA 7.2 – CURVAS DE LANGEVIN PARA MATERIAL A..... | 80 |
| FIGURA 7.3 – CAMPO MAGNÉTICO OBTIDO USANDO CURVA DE SATURAÇÃO DADA PELA EQUAÇÃO DE LANGEVIN..... | 81 |
| FIGURA 7.4 – CAMPO MAGNÉTICO MEDIDO PARA INDUÇÃO IMPOSTA DE 1,1 T..... | 81 |
| FIGURA 7.5 – CURVAS DE HISTERESE E RESPECTIVAS MÉDIAS..... | 82 |
| FIGURA 7.6 – INDUÇÃO E CAMPO MAGNÉTICO CALCULADO USANDO CURVA DE INDUÇÃO MÉDIA DA CURVA DE 1,1 T..... | 82 |
| FIGURA 7.7 – INDUÇÃO E CAMPO MAGNÉTICO OBTIDO COM MODELO INVERSO DE HISTERESE..... | 83 |
| FIGURA 7.8 – CAMPO MAGNÉTICO MEDIDO E MODELO PARA 1,1 T..... | 83 |
| FIGURA 7.9 – CIRCUITO RLC SÉRIE..... | 84 |
| FIGURA 7.10 – LAÇO DE HISTERESE DO MATERIAL DO NÚCLEO MAGNÉTICO..... | 85 |
| FIGURA 7.11 – CURVAS ANISTERÉTICAS PARA O MATERIAL DO NÚCLEO MAGNÉTICO..... | 85 |
| FIGURA 7.12 – CAMPOS CALCULADOS CONSIDERANDO LINEARIDADE, SATURAÇÃO E HISTERESE DO NÚCLEO..... | 86 |
| FIGURA 7.13 – DETALHE DAS CURVAS DE CAMPO..... | 87 |

Lista de Símbolos

| | | |
|--------------|---|-------------------|
| τ | torque | [N.m] |
| Φ | fluxo magnético | [Wb] |
| χ' | susceptibilidade magnética diferencial | |
| μ_0 | permeabilidade magnética do vácuo | [H/m] |
| ΔH | elemento infinitesimal de campo magnético | [A/m] |
| μ_r | permeabilidade magnética relativa | |
| ΔV | elemento infinitesimal de volume | [m ³] |
| A | área da parede de domínio | [m ²] |
| a | parâmetro da função de Langevin | [A/m] |
| θ | ângulo | [graus] |
| λ | argumento da função de Langevin | |
| B | indução magnética | [T] |
| B_r | indução magnética remanente | [T] |
| C | capacitância | [F] |
| C | constante | |
| c | parâmetro do modelo de Jiles-Atherton | |
| $d\theta$ | elemento infinitesimal de ângulo | [graus] |
| ds | elemento infinitesimal de área | [m ²] |
| Λ | fator de escalonamento | |
| H | campo magnético | [A/m] |
| H_c | campo magnético coercitivo | [A/m] |
| I | corrente elétrica | [A] |
| i | corrente elétrica | [A] |
| k | constante de Boltzmann | |
| k | parâmetro do modelo de Jiles-Atherton | [A/m] |
| l | caminho magnético médio | [m] |
| L | indutância | [H] |
| $L(\lambda)$ | função de Langevin | |
| M | magnetização | [A/m] |

| | | |
|----------|--|--------------------|
| m | momento magnético | [Am ²] |
| M_0 | fator de deslocamento (“offset”) | [A/m] |
| M_s | parâmetro da função de Langevin | [A/m] |
| N | número de espiras | |
| α | parâmetro da função de Langevin | |
| δ | parâmetro direcional do modelo de Jiles-Atherton | |
| R | resistência | [Ω] |
| S | área | [m ²] |
| χ | susceptibilidade magnética | |
| T | temperatura | [°C] |
| T_c | temperatura Curie | [°C] |
| V | tensão | [V] |
| w | energia | [J] |

Convenções

- a) Variáveis em negrito representam grandezas vetoriais.
- b) Variáveis normais representam grandezas escalares.
- c) Grandezas possuindo subscrito “*an*” referem-se a regime anisterético.
- d) Grandezas possuindo subscrito “*rev*” referem-se a processos reversíveis.
- e) Grandezas possuindo subscrito “*irr*” referem-se a processos irreversíveis.
- f) Grandezas possuindo subscrito “*e*” referem-se à grandezas efetivas.
- g) Grandezas possuindo subscrito “*m*” referem-se a valores máximos.

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO GERAL

Materiais ferromagnéticos são o elemento principal na construção de dispositivos de conversão de energia elétrica. Além da função estrutural, estes materiais comportam uma alta densidade de energia por volume, aumentando a eficiência do dispositivo.

Algumas estatísticas estimam que nos países desenvolvidos 50% da energia elétrica total produzida seja destinada ao acionamento de máquinas elétricas. No Brasil a estimativa é da ordem de 30%. Dada essa demanda, é evidente a importância do conhecimento preciso do regime de operação dos dispositivos e da avaliação e previsão das perdas eletromagnéticas nos mesmos.

As chapas de ferro silício, ou as de ferro com baixo teor de carbono são os materiais mais empregados na construção dos núcleos de máquinas elétricas. Tem sido realizado um esforço de pesquisa constante no intuito de otimizar a utilização destas chapas, sendo o conhecimento preciso da dinâmica do comportamento destas, em presença de campos eletromagnéticos, alvo de muitos trabalhos.

Entre os vários fatores que influenciam o regime de operação e são responsáveis por uma parcela das perdas eletromagnéticas está a histerese magnética dos materiais.

A histerese magnética é estudada desde longa data e vários autores tentaram encontrar modelos de representação satisfatória para o fenômeno.

O crescente desenvolvimento e a grande difusão de computadores, sistemas e técnicas computacionais têm levado a comunidade científica a desenvolver análises de campos magnéticos em diferentes metodologias. Métodos de simulação numérica de circuitos e sistemas de simulação de materiais magnéticos necessitam da implementação de modelos de representação de fenômenos como a histerese magnética, para a análise do comportamento não linear dos materiais ferromagnéticos com precisão elevada.

Alguns métodos amplamente usados são extremamente matemáticos, como o de Preisach Neel, e de difícil caracterização para uma boa representação das propriedades físicas do material.

Em 1983 Jiles e Atherton [1] publicaram seu modelo baseado em considerações físicas sobre o comportamento dos materiais ferromagnéticos. Seu modelo é fundamentado na teoria dos domínios magnéticos e escrito em termos de uma equação diferencial.

O modelo de Jiles-Atherton é um modelo originalmente escalar, onde supõe-se que os vetores indução e campo magnético são colineares.

Seguindo a primeira publicação, outros artigos apareceram explicando as bases físicas do modelo com mais detalhes [2][3][4].

No artigo de 1986 [3], é introduzido o conceito de magnetização irreversível ao modelo. O efeito da fronteira de domínio ser fixada em algum ponto de imperfeição do material é a base do modelo. Sob a ação de um campo magnético, a fronteira, primeiramente se deforma, sofrendo uma magnetização reversível. Se o campo continua aumentando, o ponto de fixação se desloca, produzindo uma deformação irreversível da fronteira do domínio. O modelo completo de Jiles-Atherton é concebido sobre estas duas noções de reversibilidade e irreversibilidade.

Na referência [4], uma metodologia para a solução das equações é apresentada. No mesmo artigo, os autores propõem modificações no modelo para melhor representação dos laços menores de indução.

Em 1989, um método para a determinação dos parâmetros do modelo é apresentado, baseado em um laço de histerese medido, o qual atingiu a saturação [5].

Em 1991, Carpenter publica seu artigo, no qual propõe uma metodologia para representação dos laços menores de indução [8]. O método de Carpenter baseia-se no escalonamento de laços maiores de indução.

Um novo artigo tentando generalizar o modelo para representação dos laços menores de indução na teoria do ferromagnetismo é apresentado na referência [6].

Uma nova metodologia numérica para obtenção dos parâmetros do modelo é apresentada em 1992 [7].

Em 1999 Lederer et alii [9] aplicam o método de escalonamento de Carpenter à magnetização total e à magnetização irreversível.

Sadowski et alii publicam o modelo de histerese inverso em 2000 [10]. No modelo inverso, a variável independente é a indução magnética ao contrário do modelo direto de Jiles-Atherton, onde a variável independente é o campo magnético.

Este trabalho de dissertação é uma análise dos modelos direto e inverso de histerese, com ênfase na representação dos laços menores de indução. A metodologia de Carpenter será aplicada ao modelo inverso e os resultados serão comparados com curvas obtidas experimentalmente.

A divisão dos capítulos deste trabalho se dará da seguinte forma:

No capítulo 2 serão revistos conceitos gerais sobre o processo de magnetização. A teoria do paramagnetismo de Langevin, baseada na teoria dos domínios magnéticos, é apresentada. A equação de magnetização de Langevin é vista com profundidade, uma vez que a mesma será uma das equações básicas do modelo de histerese de Jiles-Atherton. O processo de histerese magnética também é descrito tendo em vista a dinâmica dos domínios.

O modelo de histerese magnética de Jiles-Atherton (JA) é apresentado no capítulo 3. O equacionamento é descrito e um algoritmo para implementação numérica é introduzido. São descritos os parâmetros do modelo e a sua influência na forma dos laços de histerese é analisada. Duas metodologias para obtenção dos parâmetros são apresentadas e comentadas.

No capítulo 4 o modelo inverso de histerese magnética, proposto por Sadowski-Lajoie, é apresentado. Neste modelo, a variável independente é a indução magnética, diferindo do modelo original de JA, onde a variável independente é o campo magnético. As equações do modelo e um algoritmo para implementação são mostrados. Realiza-se uma série de testes para analisar a equivalência entre os modelos.

Um método de ajuste do modelo para laços menores de indução, proposto por Carpenter, será apresentado e analisado no capítulo 5. A metodologia é aplicada ao modelo inverso de Sadowski-Lajoie.

No capítulo 6, a bancada para caracterização de materiais magnéticos, desenvolvida no GRUCAD, é sucintamente apresentada. Um conjunto de quatro materiais ferromagnéticos, caracterizados na bancada, é modelado e os resultados são comparados com curvas experimentais.

A seguir, no capítulo 7, dois circuitos contendo materiais não lineares são analisados, usando curvas de saturação sem perdas e o modelo de histerese. Os resultados são comentados.

CAPÍTULO 2: CONCEITOS FUNDAMENTAIS

2.1 INTRODUÇÃO

Os materiais ferromagnéticos são usados na construção da maioria dos dispositivos eletromagnéticos. O grande fluxo magnético que pode ser estabelecido e controlado nesses materiais, pela aplicação de uma pequena força magnetomotriz, é a razão para seu amplo emprego. O comportamento desses materiais é baseado em considerações físicas entre as relações entre os vetores magnéticos B , H e M . A teoria que descreve o comportamento dos materiais ferromagnéticos foi derivada da teoria do paramagnetismo de Langevin.

2.2 PROCESSO DE MAGNETIZAÇÃO

A origem do magnetismo é atribuída ao movimento dos elétrons em diferentes níveis de energia e ao movimento do núcleo nas estruturas atômicas da matéria [13]. Esse movimento dos elétrons, tanto orbital quanto spin, e o movimento spin do núcleo, originam um campo magnético que pode ser considerado como o campo produzido pela corrente percorrendo uma espira elementar. Esse laço elementar é representado na figura 2.1.

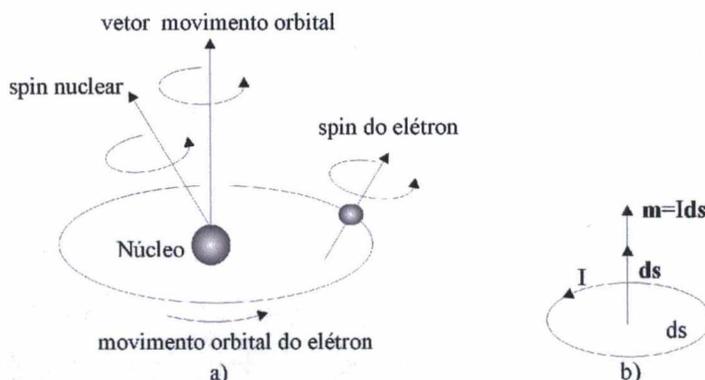


Figura 2.1 – a) Movimentos atômicos e b) momento magnético do laço elementar de corrente.

O laço de corrente é conhecido como dipolo magnético por razões históricas, uma vez que o campo produzido por tal laço é idêntico na forma, ao campo produzido por dois pólos magnéticos [12].

O campo magnético produzido pelo laço elementar de corrente I_i , considerando que envolve uma superfície ds_i , é representado pelo momento magnético m_i :

$$m_i = ds_i I_i \quad (2.1)$$

O momento magnético total num átomo é igual a soma vetorial de todos os momentos magnéticos individuais originados pelos movimentos dos elétrons e o núcleo [13][16].

Em um volume ΔV contendo n momentos magnéticos atômicos, cada um deles sendo representado por \mathbf{m}_i , $i = 1, 2, 3 \dots n$, o momento resultante dado pela soma vetorial dos momentos individuais é \mathbf{m} [13][16]:

$$\mathbf{m} = \sum_{i=1}^n \mathbf{m}_i \quad (2.2)$$

O efeito destes momentos atômicos pode ser representado convenientemente por uma grandeza definida como Vetor de Magnetização \mathbf{M} [12]. Este vetor é definido como a densidade volumétrica de momento magnético do material. Então para o volume ΔV :

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \mathbf{m}_i \right) \quad (2.3)$$

Quando submetido a um campo magnético externo, com indução magnética \mathbf{B} , o dipolo magnético \mathbf{m} sofre a ação de um torque:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad (2.4)$$

Isto significa que a indução magnética \mathbf{B} tende a alinhar o dipolo de tal forma que o momento magnético \mathbf{m} permaneça paralelo à indução [13]. A energia associada ao dipolo é dada por:

$$w = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} \quad (2.5)$$

No espaço livre esta energia é $w = -\mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}$, onde μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo.

As relações entre as grandezas magnéticas \mathbf{B} , \mathbf{H} e \mathbf{M} podem ser explicadas considerando-se um solenóide com núcleo de ar de área S e raio R , com N_0 espiras. O comprimento médio é l como é observado na figura 2.2.

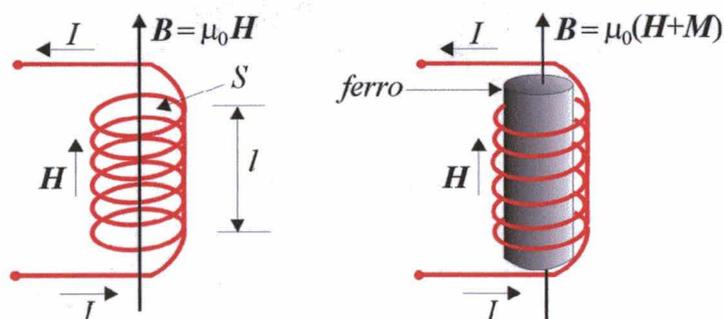


Figura 2.2 – Solenóide com núcleo de ar e ferro.

Ao ser estabelecida uma corrente I nos terminais do enrolamento, será originado um campo magnético H dado por:

$$H = \frac{N_0 I}{l} \quad (2.6)$$

A indução magnética resultante possui intensidade igual a:

$$B_0 = \mu_0 \frac{N_0 I}{l} = \mu_0 H \quad (2.7)$$

Substituindo-se o núcleo de ar por um núcleo de ferro com mesmo raio e área de seção, mantendo-se o mesmo número de espiras, a indução magnética observada, com a mesma corrente I nos terminais, possui um valor maior que aquele obtido anteriormente e é dada por:

$$B_{ferro} = \mu \frac{N_0 I}{l} = \mu H \quad (2.8)$$

Pode-se então concluir que a indução magnética consiste de duas contribuições, sendo uma do campo magnético imposto e a outra da magnetização M do material.

$$B = B_0 + B_{ferro} = \mu_0 (H + M) \quad (2.9)$$

O campo magnético H pode ser imposto através de fontes externas, enquanto que a magnetização M é gerada pelos movimentos das partículas subatômicas da estrutura da matéria.

A relação entre o campo magnético H e a magnetização M pode ser expressa em termos da susceptibilidade magnética χ :

$$M = \chi H \quad (2.10)$$

A susceptibilidade não é necessariamente constante, podendo variar com a intensidade do campo magnético aplicado. A susceptibilidade possui comportamento anômalo nas altas temperaturas, na região da temperatura crítica T_C . Além disso, a susceptibilidade não é necessariamente escalar. Para materiais anisotrópicos ela possui a forma de um tensor de susceptibilidade, $M = [\chi]H$:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

representando a variação das propriedades magnéticas com a direção do campo aplicado. Neste caso a intensidade de campo magnético H e o vetor de magnetização M possuem direções diferentes. A susceptibilidade possui valores medidos entre 10^{-5} para materiais

magnéticos moles até 10^6 para magnetos duros. Em alguns casos ela pode assumir valores negativos. Substituindo (2.10) em (2.9) tem-se:

$$\mathbf{B} = \mu_0(1 + \chi)\mathbf{H} = \mu_0\mu_r\mathbf{H} \quad (2.12)$$

onde a relação entre o campo magnético aplicado e a indução magnética é representada pela permeabilidade relativa do meio.

É importante definir a susceptibilidade diferencial como $\chi' = \frac{dM}{dH}$.

2.2.1 TEORIA DO PARAMAGNETISMO - EQUAÇÃO DE LANGEVIN

Considerando um volume de material contendo n átomos, cada um possuindo um momento magnético \mathbf{m} , cuja direção é representada por um vetor e todos os vetores passam pelo centro de uma esfera de raio unitário. Deseja-se encontrar o número de momentos magnéticos dn inclinados em um ângulo entre θ e $d\theta$ quando um campo \mathbf{H} é aplicado. Na ausência do campo, o número de vetores \mathbf{m} passando através da unidade de área da superfície da esfera é a mesma em qualquer ponto da superfície, e dn é proporcional simplesmente à área dA , dada por $2\pi\text{sen}\theta d\theta$ [16].

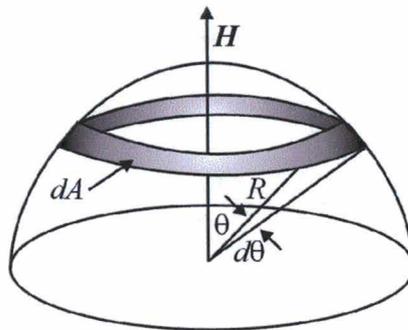


Figura 2.3 – Esfera de raio unitário – ângulo sólido.

Em um átomo de material paramagnético o momento magnético não balanceado, incluindo os momentos de spin e movimento orbital é \mathbf{m} . Se um campo magnético \mathbf{H} é aplicado, a energia potencial do momento possui a forma [13][16]:

$$w_m = -\mu_0\mathbf{m}\cdot\mathbf{H} = \mu_0mH\cos\theta \quad (2.13)$$

onde θ é o ângulo entre a direção do campo magnético \mathbf{H} aplicado e o momento \mathbf{m} . Se um campo magnético de intensidade igual a 10^6 A/m for aplicado a um momento magnético de magnitude $\mu_0m = 1,17 \cdot 10^{-29}$ Vsm com direção paralela ao campo, a energia potencial, será igual a $1,17 \cdot 10^{-23}$ J. A energia térmica dada por $w_T = kT$, onde k é a constante de Boltzmann igual a $1,38 \cdot 10^{-23}$ e T a temperatura, está agindo no material ao mesmo tempo.

À temperatura ambiente a energia térmica é da ordem de $4,1 \cdot 10^{-21}$ J. Esta energia é grande suficiente para distribuir randomicamente a orientação dos momentos magnéticos, resultando numa magnetização paralela ao campo muito pequena. [13][16].

Langevin concluiu que os momentos magnéticos no material paramagnético não estavam interagindo, então usou a equação estatística de Boltzmann para calcular a probabilidade de um dado elétron estar ocupando um determinado estado de energia w_m :

$$p(w_m) = e^{\left(\frac{-w_m}{kT}\right)} \quad (2.14)$$

No estado de equilíbrio térmico, à temperatura ambiente, a probabilidade de um átomo possuir a energia w_m é dada pela equação (2.14). No volume da esfera de raio unitário, o número de momentos magnéticos tendendo a se alinhar ao campo entre θ e $d\theta$ será proporcional a dA , multiplicado pela equação de Boltzmann [13][16]:

$$dn = K dA e^{\frac{-w_m}{kT}} \quad (2.15)$$

onde K é uma constante de proporcionalidade, uma vez que a totalidade dos momentos magnéticos é igual a N , como visto na equação (2.16) [13][16].

$$\int_0^n dn = N \quad (2.16)$$

A equação (2.15) pode ser reescrita da forma:

$$dn = 2\pi K e^{\frac{-\mu_0 m H \cos \theta}{kT}} \sin \theta d\theta \quad (2.17)$$

Para simplificar a equação anterior pode-se escrever:

$$\lambda = \frac{\mu_0 m H}{kT} \quad (2.18)$$

então tem-se:

$$2\pi K \int_0^\theta e^{\lambda \cos \theta} \sin \theta d\theta = n \quad (2.19)$$

A magnetização total M , adquirida na direção do campo pela unidade de volume considerada, é dada pela multiplicação do número de momentos dn pela contribuição de cada momento individual $m \cos \theta$ e integrando sobre o número total [13][16]:

$$M = \int_0^\pi m \cos \theta dn \quad (2.20)$$

Substituindo as equações (2.17) e (2.19) em (2.20) tem-se:

$$M = 2\pi Km \int_0^\pi e^{\lambda \cos \theta} \sin \theta \cos \theta d\theta = \frac{nm \int_0^\pi e^{\lambda \cos \theta} \sin \theta \cos \theta d\theta}{\int_0^\pi e^{\lambda \cos \theta} \sin \theta d\theta} \quad (2.21)$$

Uma maneira de resolver as integrais é fazer uma substituição de variáveis: $x = \cos \theta$ e $dx = -\sin \theta d\theta$. Então:

$$M = \frac{nm \int_1^{-1} x e^{\lambda x} dx}{\int_1^{-1} e^{\lambda x} dx} = nm \left(\frac{e^\lambda + e^{-\lambda}}{e^\lambda - e^{-\lambda}} - \frac{1}{\lambda} \right) = nm \left(\coth \lambda - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (2.22)$$

Assim nm é a máxima magnetização possível, correspondendo ao perfeito alinhamento de todos os momentos atômicos paralelos ao campo, o qual é o estado de completa saturação. Denominando essa quantidade de M_s , tem-se [13][16]:

$$M = M_s \left(\coth \lambda - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (2.23)$$

que é a equação de Langevin para o paramagnetismo, usualmente abreviada como $L(\lambda)$.

Essa equação, após sofrer as correções pertinentes, será usada no modelo de Jiles-Atherton para descrever o fenômeno da magnetização anisterética.

A equação (2.23), normalizada e expandida em série torna-se:

$$L(\lambda) = \frac{\lambda}{3} - \frac{\lambda^3}{45} + \frac{2\lambda^5}{945} - \dots \quad (2.23)$$

Um gráfico da equação de Langevin é visto na figura 2.4.

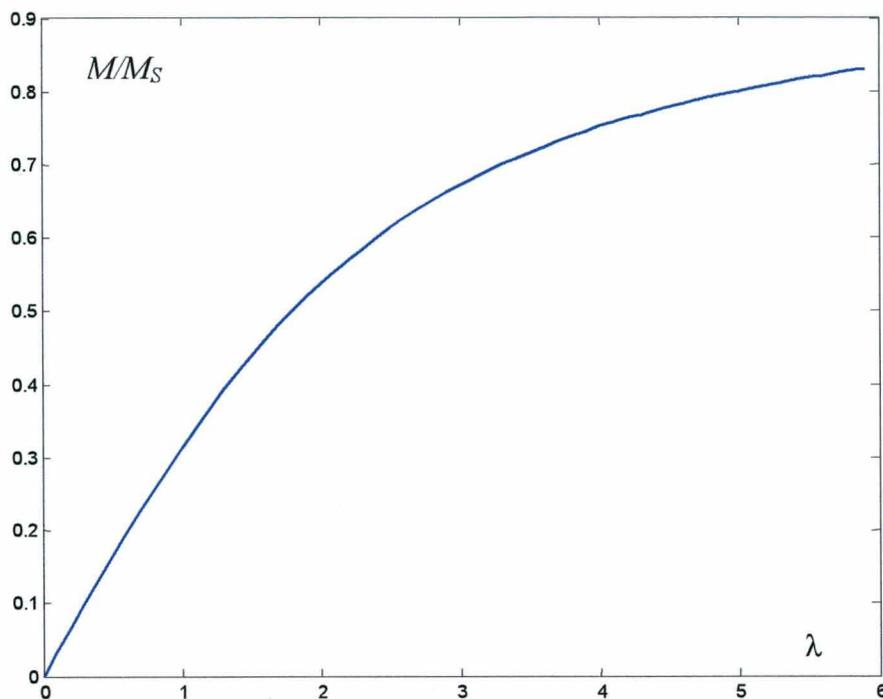


Figura 2.4 – Gráfico da equação de Langevin normalizada.

Para grandes valores de λ a função tende para 1 e para pequenos valores ela possui uma inclinação de 1/3. Sendo λ extremamente pequeno (menor que 0,5), $L(\lambda)$ é praticamente uma linha reta.

Da equação de Langevin pode-se concluir:

- Saturação irá ocorrer para altos valores de λ ($\lambda = \frac{\mu_0 m H}{kT}$). Esta é uma boa consideração física, uma vez que altos valores de campo H ou baixas temperaturas T , ou ambos, são necessários para alinhar os momentos ao campo, superando a desordem proporcionada pela agitação térmica.
- Para pequenos valores de λ , a magnetização M varia linearmente com o campo H

2.2.2 CORREÇÃO DE WEISS PARA O FERROMAGNETISMO

Nos materiais ferromagnéticos os momentos atômicos interagem com aqueles momentos na sua vizinhança. Da interação entre os momentos surge um campo magnético “extra” chamado Campo de Troca (H_{ex}) o qual foi primeiramente apontado por Weiss. Se dentro de um domínio magnético qualquer, um momento magnético m_i interage com outro

momento m_j , então existirá um campo extra $H_{ex,j} = \alpha_{ij} m_j$, sendo que o campo de interação total será dado pela soma de todas as interações entre os momentos do domínio [13]:

$$H_{ex} = \sum_j \alpha_{ij} m_j \quad (2.24)$$

Se as interações entre todos os momentos são idênticas, independente da distribuição dos momentos, então todos os α_{ij} serão iguais a α e o campo de interação torna-se [13]:

$$H_{ex} = \alpha \sum_j m_j = \alpha M \quad (2.25)$$

O campo magnético Efetivo então é dado pela soma do campo aplicado com o campo de interação entre os domínios no material ferromagnético e definido como H_e :

$$H_e = H + \alpha M \quad (2.26)$$

A equação de Langevin pode então ser modificada pela teoria de Weiss para os materiais ferromagnéticos e assume a forma:

$$M = M_s \left(\coth \frac{\mu_0 m (H + \alpha M)}{kT} - \frac{kT}{\mu_0 m (H + \alpha M)} \right) \quad (2.27)$$

que pode ser rescrita em termos de a como:

$$M = M_s \left(\coth \frac{H + \alpha M}{a} - \frac{a}{H + \alpha M} \right) \quad (2.28)$$

sendo $a = \frac{kT}{\mu_0 m}$.

O modelo diferencial de histerese que será visto a seguir, desenvolvido para os materiais ferromagnéticos, faz uso da equação acima. O conjunto de equações formado pelas relações entre as grandezas eletromagnéticas, a equação de Langevin e mais outras poucas equações que serão introduzidas posteriormente será arranjado de modo a se obter a equação diferencial do modelo de histerese.

2.3 MAGNETIZAÇÃO SEM HISTERESE

2.3.1 PARÂMETROS DA FUNÇÃO DE LANGEVIN

A função de Langevin, modificada pelo fator de correção de Weiss, possui três parâmetros que são identificados através de uma curva experimental do material que se quer representar magneticamente.

a) Magnetização de Saturação M_S

O parâmetro de magnetização máxima M_S é aquele que determina o máximo alinhamento dos dipolos magnéticos atômicos. Este alinhamento completo, chamado de saturação, é o limite a ser atingido pela magnetização, não podendo ser estabelecido mais magnetização, ainda que o campo magnético continue a aumentar. O parâmetro influencia fortemente o comportamento da função, sendo que para pequenas variações de M_S obtêm-se grandes variações do campo magnético H .

Através de curva B-H típica do material, obtém-se a indução de saturação B_S e da relação $M = \frac{B}{\mu_0} - H$ encontra-se a magnetização máxima do material.

Se o material está sob ensaio pode-se fazer uma média dos maiores valores de magnetização (indução magnética) encontrados para obtenção do parâmetro M_S .

b) Parâmetros a e α

A função de Langevin quando submetida a pequenos valores do argumento, pode ser representada por uma reta de inclinação igual a $1/3$, ou seja, a derivada da função para valores próximos à origem é igual a $1/3$. Pode-se definir a susceptibilidade inicial χ_0 como sendo $\frac{dM}{dH}$ próxima à origem.

Representando-se a função como:

$$L(\gamma) = \coth \gamma - \frac{1}{\gamma} \quad (2.29)$$

sendo $\gamma = \frac{H + \alpha M}{a}$ função do campo magnético H pode-se escrever:

$$\chi_0 = \frac{dM}{dH} = M_S \frac{dL(\gamma)}{d\gamma} \frac{d\gamma}{dH} \quad (2.30)$$

como a derivada da função para valores próximos a origem é igual a $1/3$, tem-se:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{M_S}{3} \frac{d\gamma}{dH} = \frac{M_S}{3} \left(\frac{1 + \alpha \frac{dM}{dH}}{a} \right) \quad (2.31)$$

isolando-se a derivada da magnetização em relação ao campo magnético:

$$\frac{dM}{dH} = \chi_0 = \frac{M_s}{3a - \alpha M_s} \quad (2.32)$$

Isolando α na equação anterior, obtém-se:

$$\alpha = \frac{3a}{M_s} - \frac{1}{\chi_0} \quad (2.33)$$

Substituindo α em $\gamma = \frac{H + \alpha M}{a}$:

$$M = M_s \left(\coth \frac{H + \left(\frac{3a}{M_s} - \frac{1}{\chi_0} \right) M}{a} - \frac{a}{H + \left(\frac{3a}{M_s} - \frac{1}{\chi_0} \right) M} \right) \quad (2.34)$$

de onde a partir de um ponto da região linear da curva experimental, mais a susceptibilidade inicial, pode-se obter o valor do parâmetro a iterativamente, através de um método numérico, como o de Newton. Com o valor de a retorna-se a equação (2.33) e calcula-se um novo valor para α . O processo pode ser repetido até que uma determinada precisão seja obtida.

Convém destacar, que para resolver a equação de Langevin modificada para o ferromagnetismo é necessário o emprego de um algoritmo numérico, uma vez que a equação torna-se transcendental.

A partir daqui, trataremos as grandezas eletromagnéticas como escalares, ou seja o campo, a indução e a magnetização serão considerados colineares.

2.3.2 MODELAGEM DA FUNÇÃO DE LANGEVIN

Para materiais com um laço de histerese estreito a equação de Langevin representa adequadamente o comportamento magnético do material. Em aplicações como no método de elementos Finitos, usando-se o potencial vetor, tem-se como resultado a indução magnética. Precisa-se, então, resolver a equação para o campo magnético H , tendo como variável de entrada a indução magnética B . Rescrevendo a equação de Langevin tem-se:

$$L(\gamma) = \coth \gamma - \frac{1}{\gamma} \quad (2.35)$$

$$\text{onde } \gamma = \frac{H + \alpha M}{a} \text{ e } M = \frac{B}{\mu_0} - H$$

Sendo M_{an} função de M e H , e M função de H e B , necessita-se resolver um sistema de equações transcendentais. O método de Newton pode ser empregado, porém como apontado na literatura [17], esse tipo de função, não linear, necessita de um tratamento prévio para se garantir a convergência. Como a função apresenta saturação no primeiro e terceiro quadrantes do plano cartesiano, e o método de Newton se baseia nas derivadas da função no ponto de iteração, as derivadas podem se alternar, variando continuamente entre os extremos da curva, fazendo com que haja divergência no cálculo.

Para superar essa dificuldade, optou-se por dividir a curva em quatro regiões distintas:

- Linear –

$$L(\gamma) = \frac{\gamma}{3}$$

$$L'(\gamma) = \frac{1}{3}$$

- Série para valores próximos de zero –

$$L(\gamma) = \frac{\gamma}{3} - \frac{\gamma^3}{45} + \frac{2\gamma^5}{945} - \dots$$

$$L'(\gamma) = \frac{1}{3} - \frac{3\gamma^2}{45} + \frac{10\gamma^4}{945} - \dots$$

- Função analítica exponencial –

$$L(\gamma) = \left(\frac{e^\gamma + e^{-\gamma}}{e^\gamma - e^{-\gamma}} - \frac{1}{\gamma} \right)$$

$$L'(\gamma) = 1 - \left(\frac{e^\gamma + e^{-\gamma}}{e^\gamma - e^{-\gamma}} \right)^2 + \frac{1}{\gamma^2}$$

- Cotangente Hiperbólica igual a 1 na região de saturação –

$$L(\gamma) = I_D \left(1 - \frac{1}{|\gamma|} \right)$$

$$L'(\gamma) = I_D \left(\frac{1}{|\gamma|^2} \right)$$

onde I_D é um parâmetro identificador de direção, sendo igual a 1 se H e B possuem o mesmo sentido e -1 se possuem sentidos contrários.

Nas figuras a seguir, vê-se a função de Langevin com as variações nos seus parâmetros.

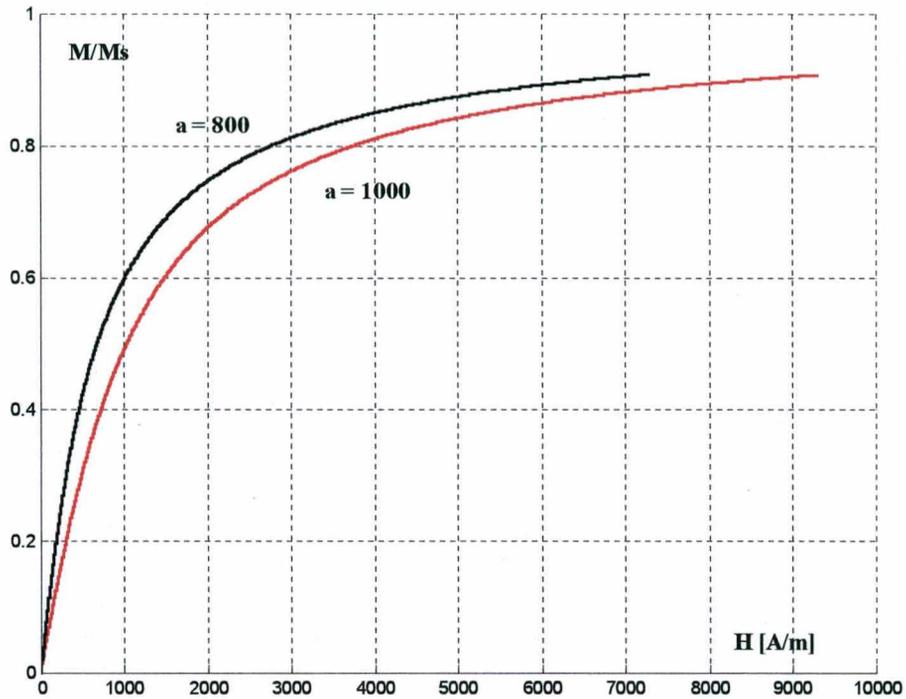


Figura 2.5 – Função de Langevin variando-se o parâmetro a .

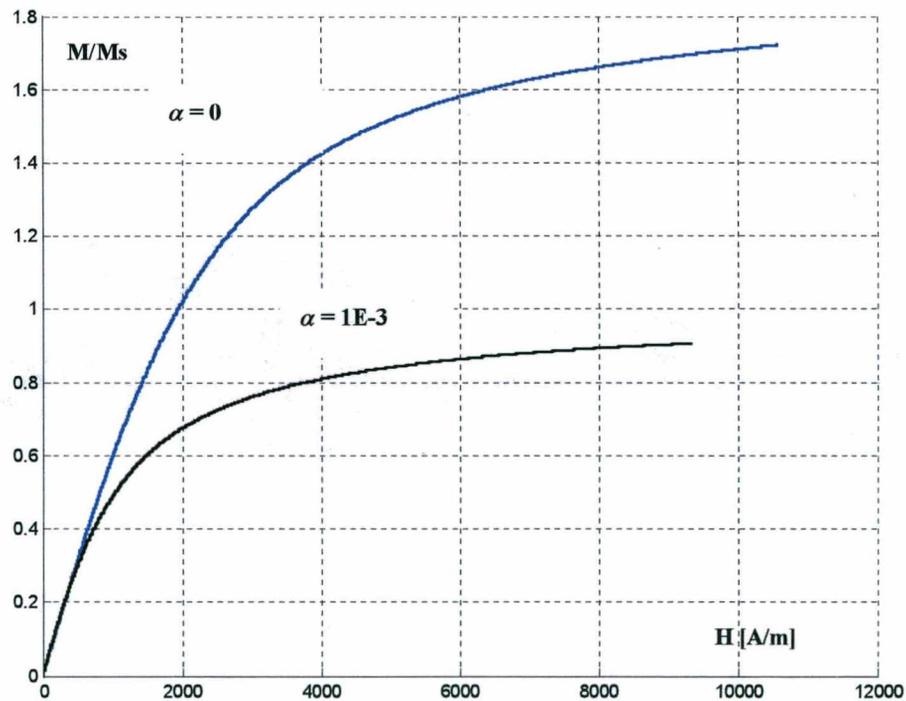


Figura 2.6 – Função de Langevin variando-se o parâmetro α .

2.4 MAGNETIZAÇÃO COM HISTERESE

2.4.1 MODELAGEM DA HISTERESE

Em um material magnético desmagnetizado, muitos momentos atômicos estão alinhados na mesma direção de magnetização e divididos em pequenas regiões chamadas Domínios Magnéticos. Cada domínio está direcionado aleatoriamente sendo que o material como um todo não possui magnetização líquida [16]. A magnetização em um domínio é chamada Magnetização Espontânea e tende para o valor M_S . Em escala microscópica um material ferromagnético apresenta magnetização mesmo na ausência de um campo externo aplicado. Devido às interações de troca entre os elétrons, existe um significativo desbalanceamento entre as bandas de elétrons de átomos acoplados e há portanto uma magnetização espontânea. O processo de magnetização consiste em levar este material, dividido em múltiplos domínios, para um único domínio cuja magnetização seja colinear ao campo magnético externo. Desde que no material ferromagnético somente a direção da magnetização varia de domínio para domínio, a magnetização do material varia de zero até a magnetização espontânea [16].

A primeira teoria sobre a existência dos domínios magnéticos foi formulada por Weiss no ano de 1907, na qual afirmava que um material ferromagnético era formado por muitas pequenas regiões, cada uma possuindo magnetização de saturação, apontando em uma dada direção. Somente uma década depois foi realizada a primeira verificação experimental dessa teoria, no experimento idealizado por Barkhausen [13].

É observada na figura 2.7 uma representação da idéia dos domínios magnéticos.

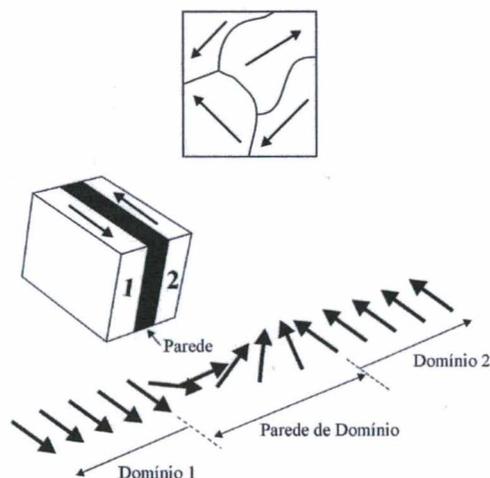


Figura 2.7 – Domínios Magnéticos e parede de 180°.

Vê-se entre os domínios a existência de uma fronteira delimitando domínios adjacentes. Nessa fronteira, a magnetização não muda de forma brusca, mas suavemente, envolvendo vários momentos magnéticos. Quando dois domínios adjacentes possuem magnetizações com direções opostas, a fronteira que os divide é chamada de parede de 180° .

O processo de magnetização se dá sempre pelo balanço das diferentes formas de energia magnética, tais como a energia magnetostática, associada à formação de pólos magnéticos na superfície do material e que se reduz à medida que novos domínios serão criados, a energia das paredes do domínio que está associada às diferentes configurações dos momentos magnéticos ao longo do volume da parede, a energia de anisotropia que está associada às diferentes direções de magnetização, etc. Estas diferentes energias influenciam o número e a posição dos domínios, assim como as direções preferenciais de magnetização e portanto, a magnetização total do material [19]. O modelo desenvolvido por Jiles-Atherton foi concebido na análise desse balanço de energia.

O processo de magnetização se dá pela ação de dois fenômenos:

1. Aumento do tamanho dos domínios, nos quais a orientação seja próxima ao da orientação do campo externo aplicado, às custas dos domínios cuja orientação seja diferente. Este é o processo do deslocamento das paredes de domínio.
2. Rotação da orientação conjunta de todos os momentos de um domínio, no sentido da orientação do campo externo, processo chamado de rotação de domínio.

Uma representação esquemática de ambos os fenômenos é observada na figura 2.8.

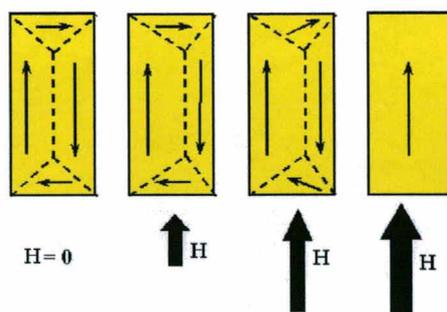


Figura 2.8 – Deslocamento de paredes e rotação de domínios magnéticos.

Considerando-se um monocristal ferromagnético sem imperfeições sujeito a um campo magnético externo, a energia necessária para deslocar as paredes de domínio existentes, ao longo do material, será pequena uma vez que nenhuma resistência será encontrada. Assim, esse material apresentará baixa coercividade e alta permeabilidade

magnética. Existindo imperfeições no material, haverá algum bloqueio parcial das paredes de domínio e portanto, uma diminuição da permeabilidade e um aumento na coercividade. Nos materiais policristalinos este efeito é ainda mais pronunciado, uma vez que as fronteiras entre os grãos constituem uma barreira a mais ao deslocamento das paredes de domínio.

Supõe-se que a energia total E_T varie com o deslocamento, conforme mostra a figura 2.9. Na ausência de campo externo aplicado, a parede estará localizada onde a energia possui algum mínimo, por exemplo a origem. Com aplicação do campo a parede se desloca de maneira que a energia seja balanceada. Na consideração feita na figura 2.9 o movimento entre os pontos O e A é reversível, sendo que se o campo externo for diminuído a energia tende a retornar ao seu ponto inicial.

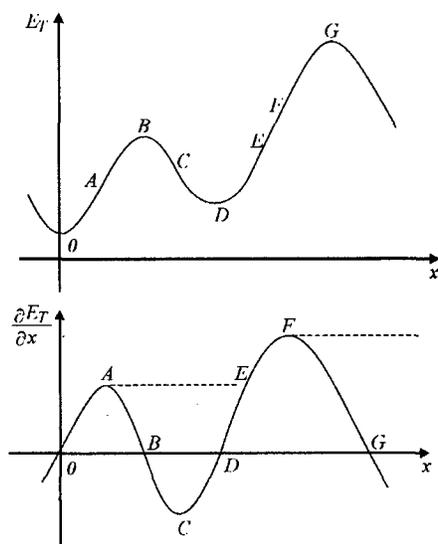


Figura 2.9 – Energia e variação da energia em função do deslocamento de uma parede de domínio magnético.

Aumentando o campo externo, ultrapassando-se o ponto A , a parede continuará se deslocando espontaneamente até o ponto E e o movimento passa a ser irreversível, uma vez que um decréscimo na intensidade do campo fará com que a parede retorne ao ponto D . No trecho EF o movimento é novamente reversível. Este exemplo simples tenta demonstrar a relação entre as diversas partes de uma curva de histerese com o deslocamento das paredes de domínio magnético. Qualquer irreversibilidade no deslocamento das paredes leva a uma curva de histerese no material [19].

A magnitude da coercividade é determinada conhecendo-se a energia E_T , o que não é tarefa fácil, uma vez que uma expressão para a energia é função das imperfeições no material e da sua distribuição ao longo do mesmo.

As origens das imperfeições no material são diversas. As tensões internas podem ser diferentes devido aos métodos de fabricação e a distribuição das tensões pode variar de local para local com valores extremamente diferentes. Inclusões não magnéticas ou com características magnéticas diferentes também são imperfeições do material.

Outro fator de extrema importância na magnetização do material é a anisotropia, uma vez que ela determina as direções de fácil magnetização local do material. A anisotropia pode ter várias origens como tensões mecânicas e arranjo cristalino, determinado pelo método de fabricação.

A geometria também pode influenciar a magnetização do material. Algumas geometrias favorecem o aparecimento de cargas superficiais que aumentam a energia do material. O excesso de energia é então compensado pela criação de novos domínios magnéticos, chamados de domínios de fechamento. Esses domínios de fechamento podem apresentar um comportamento diferente dos outros domínios do material, o que causa uma anisotropia devido à forma, chamada de anisotropia de forma.

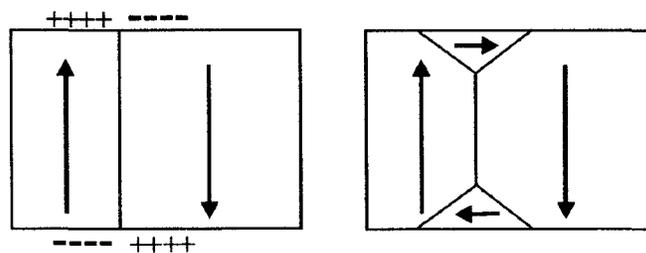


Figura 2.10 – Cargas superficiais e aparecimento dos domínios de fechamento.

Um método para se estudar a magnetização de um material é submeter uma amostra do mesmo a um campo magnético variável e observar como a magnetização se comporta à medida que o campo magnético se altera. A magnetização total será a soma de todos os processos reversíveis e irreversíveis dos domínios magnéticos do material. Pode-se então traçar uma curva da magnetização versus o campo magnético, ou da indução magnética versus o campo. Geralmente faz-se um acompanhamento das grandezas envolvidas, medindo-se a corrente e a tensão em vez do campo e da indução, embora existam dispositivos modernos capazes de medir diretamente as grandezas magnéticas.

Uma curva de magnetização típica é vista na figura 2.11. Os dois mecanismos de movimento dos domínios magnéticos são indicados na sua parte correspondente da curva.

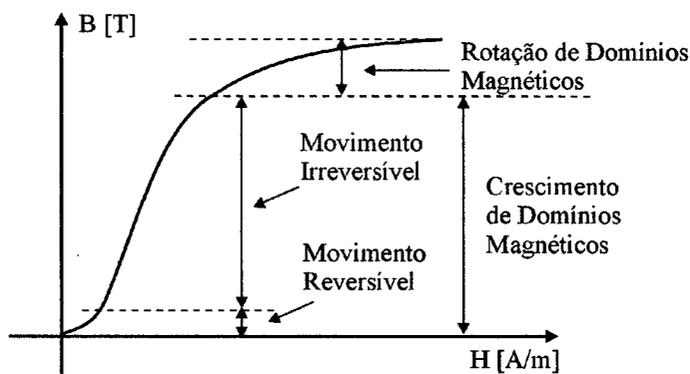


Figura 2.11 – Curva de magnetização Inicial

Submetendo-se uma amostra de material ferromagnético a um campo externo, inicialmente os domínios que possuem direção próxima à do campo começam a crescer, vagarosamente, às expensas dos que possuem direção diferente. É o deslocamento das paredes de domínio. A energia necessária para deslocar as paredes é suprida pelo campo externo. Na porção inicial da curva, os domínios crescem com dificuldade, sendo necessário um grande campo para conseguir uma pequena magnetização. É um fenômeno ainda reversível. Aumentando-se a intensidade do campo os domínios aumentam mais rapidamente, até que diminuindo-se os domínios com orientação diferente da do campo externo, os mesmos rotacionam no sentido do campo magnético aplicado, alcançando-se a saturação.

Quando o campo externo é reduzido, as imperfeições no material não permitem que as paredes dos domínios retornem à sua configuração inicial, não permitindo que os domínios adquiram sua orientação randômica. Muitos domínios permanecem com a orientação do campo magnético aplicado e uma magnetização remanente é observada. O material se comporta como um ímã.

Submetendo a amostra a um campo magnético no sentido contrário, os domínios crescem no sentido reverso do campo, tendendo a se alinhar na orientação oposta. Um campo coercitivo (H_c) é necessário para tornar os domínios orientados randomicamente, cancelando-se mutuamente. Aumentando mais o campo a magnetização tenderá à saturação na direção oposta. Mudando-se novamente o sentido do campo para aquele inicial, os domínios tenderão a se alinhar novamente ao campo e um laço de histerese é obtido. A energia consumida durante o ciclo completo é relacionada à área do laço.

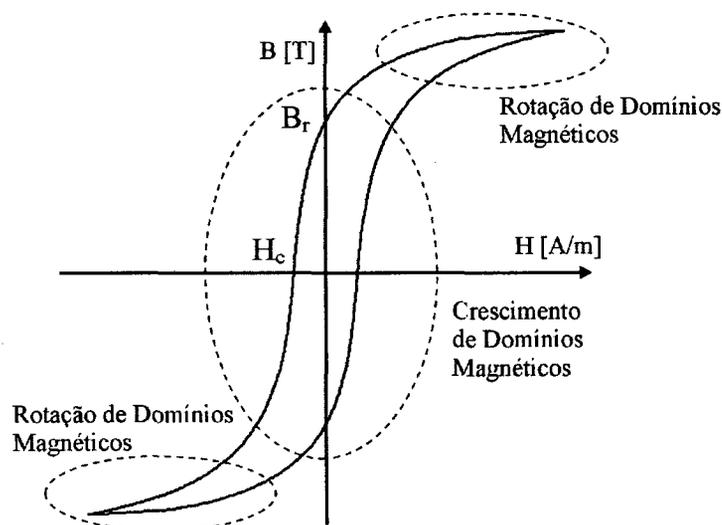


Figura 2.12 – Curva de Histerese

2.4. 2 INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NA MAGNETIZAÇÃO

A variação de temperatura influencia fortemente a magnetização dos materiais. Uma vez que a maioria dos dispositivos é operado em condições de elevada temperatura, o comportamento do material em face desses fenômenos necessita ser considerado.

Um material ferromagnético, sob um alto campo magnético constante, se sofrer uma elevação de temperatura, tende a exibir uma queda na magnetização, a qual finalmente cai para zero na temperatura Curie (ponto Curie T_C). Acima dessa temperatura os materiais perdem suas características ferromagnéticas e passam a apresentar comportamento paramagnético. Nas altas temperaturas, acima do ponto Curie, a excitação térmica torna a orientação dos momentos de dipolos magnéticos randômica, há um colapso dos domínios magnéticos e a magnetização espontânea desaparece. A susceptibilidade dos materiais ferromagnéticos para temperaturas acima do ponto Curie obedece à lei de Curie-Weiss, na qual $1/\chi$ é zero no ponto Curie e aumenta linearmente com a temperatura, como é visto na figura 2.13 [16].

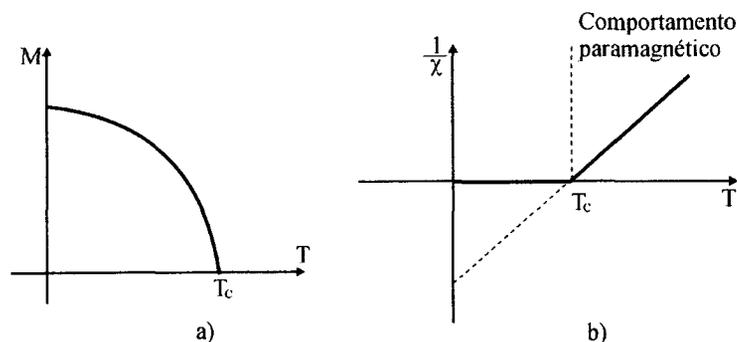


Figura 2.13 – a) Variação da magnetização com a temperatura; b) Lei de Curie-Weiss para variação da susceptibilidade magnética com a temperatura para materiais ferromagnéticos.

O ponto Curie varia de material para material e depende da tecnologia de fabricação, do tratamento térmico assim como das impurezas presentes. Para o ferro puro o ponto Curie é em torno de 770°C , sendo que se a temperatura atingir 788°C o comportamento paramagnético é experimentado. No caso do ferro, não haverá mudanças significativas no comportamento magnético entre a temperatura ambiente e o ponto Curie, embora a mudança de ferromagnético para paramagnético não seja abrupta. Próxima da temperatura Curie, a forma do laço de histerese começa a mudar.

2.5 CONCLUSÃO

Neste capítulo foram apresentados os conceitos fundamentais sobre magnetização, partindo da teoria do paramagnetismo de Langevin. Weiss corrigiu a equação de Langevin para incluir as interações entre domínios magnéticos, observada para os materiais ferromagnéticos. Os parâmetros da equação de Langevin foram analisados e um método de obtenção dos mesmos, descrito. Algumas curvas obtidas variando-se os parâmetros foram mostradas.

Os problemas de implementação numérica da função de Langevin foram superados dividindo a sua resolução em quatro partes distintas, dependendo da intensidade e da direção do campo e da magnetização.

Foram descritos os mecanismos de magnetização sem perdas, magnetização anisterética e a magnetização com histerese.

Por fim, foi realizada uma breve descrição da influência da temperatura na magnetização dos materiais ferromagnéticos.

CAPÍTULO 3: MODELO DIFERENCIAL DE HISTERESE DE JILES-ATHERTON

3.1 INTRODUÇÃO

Jiles e Atherton desenvolveram um modelo diferencial de histerese baseado no balanço de energia de materiais ferromagnéticos. Nesse modelo a energia suprida ao material é igual à energia necessária para variar sua magnetização, mais a energia perdida no ciclo de histerese do material, como visto na equação (3.1):

$$w_{in} = w_{mag} + w_{hist} \quad (3.1)$$

onde w_{in} é a energia suprida, w_{mag} energia de magnetização e w_{his} a energia perdida no ciclo de histerese.

Caso não exista perda por histerese a magnetização seguirá a curva anisterética de Langevin [13].

3.2 O LAÇO DE HISTERESE – MAGNETIZAÇÃO REVERSÍVEL E IRREVERSÍVEL

No modelo de Jiles e Atherton, considera-se a magnetização com duas componentes, sendo uma reversível e outra irreversível.

A magnetização irreversível está relacionada aos processos irreversíveis das paredes de domínio e à rotação irreversível dos domínios e está associada à energia perdida no ciclo de histerese.

A energia suprida ao material, durante o processo de magnetização, deve ser igual à energia necessária para a mudança na magnetização mais a energia perdida por histerese. Aqui se consideram processos de magnetização quase estáticos, ou seja, magnetização lenta, onde as perdas por correntes induzidas e anômalas podem ser desprezadas.

Mudanças na magnetização de um material ferromagnético podem ser interpretadas em função do movimento das paredes de domínios magnéticos e da rotação dos domínios [1]. O deslocamento de uma parede é impedido pela existência de defeitos no material, os quais mantêm a parede bloqueada, nesses defeitos, até que seja suprida energia suficiente

para que a parede consiga ultrapassar essa barreira. Esses defeitos serão aqui chamados de pontos de grampeamento (o termo em inglês é “pinning sites”). A presença dos pontos de grampeamento no material inibem mudanças na magnetização e podem ser avaliados como forças de fricção que consomem uma parte da energia injetada no material [1][2].

Seja um material com uma distribuição uniforme de pontos de grampeamento por unidade de volume igual a “ n ” e que a energia necessária para superar cada um desses pontos seja E_p . Então a energia total perdida para superar o grampeamento da parede é nE_p . Para um deslocamento de parede de dx , a energia perdida será [1]:

$$\frac{dE_{loss}}{dx} = nE_p A \quad (3.2)$$

onde A é a área de uma parede de domínio particular.

Uma expressão para a energia E_p , necessária para retirar a parede do bloqueio, é praticamente impossível de ser obtida, uma vez que a natureza dos pontos de bloqueio é diversa e suas dimensões e as formas também variam de ponto para ponto. Jiles e Atherton supõem então uma energia média a ser considerada em cada ponto a fim de se conseguir estabelecer uma expressão para a magnetização [1]. O número de pontos de bloqueio e a energia média para superá-los é então obtida através de ensaios em amostras do material, como uma constante.

A mudança na magnetização é proporcional ao volume varrido pela parede [1]:

$$dM = A dx \quad (3.3)$$

Combinando (3.3) e (3.2) obtém-se:

$$\frac{dE_{loss}}{dM} = nE_p \quad (3.4)$$

Como o número de pontos de grampeamento e a energia média para superá-los são considerados constantes, pode-se definir $k = nE_p$ que será um dos parâmetros do modelo a ser determinado por medida.

A magnetização segue a curva anisterética M_{an} [1][2][13], desenvolvida por Langevin. Então o balanço de energia permite escrever:

$$\int M_{an} dH = \int M dH - \int k dM \quad (3.5)$$

a qual significa que a energia total injetada na amostra é igual à energia necessária para variar a magnetização anisterética mais a energia perdida nos pontos de grampeamento (perda por histerese).

A magnetização anisterética M_{an} é modelada pela equação de Langevin

$$M_{an} = M_S \left(\coth \frac{H + \alpha M}{a} - \frac{a}{H + \alpha M} \right).$$

Diferenciando (3.5) em relação ao campo:

$$M_{an} = M - k\delta \frac{dM}{dH} \quad (3.6)$$

onde δ é um parâmetro direcional tal que $\delta = +1$ para $dH/dt > 0$, no ramo ascendente do laço e $\delta = -1$ para $dH/dt < 0$, no ramo descendente do laço.

A equação (3.6) é a equação básica do modelo de magnetização de Jiles-Atherton. Ela representa os processos irreversíveis da magnetização de forma diferencial, sendo reduzida à equação de Langevin se não houver perdas por histerese.

Considerando as interações entre os domínios magnéticos através do campo efetivo $H_e = H + \alpha M$, a equação (3.6) descreve a magnetização irreversível do material:

$$M_{an}(H_e) = M_{irr} - k\delta \frac{dM_{irr}}{dH_e} \quad (3.7)$$

A magnetização reversível compreende os deslocamentos e curvaturas reversíveis das paredes de domínio, assim como a rotação reversível dos domínios. São fenômenos geralmente experimentados na porção inicial da curva de magnetização e nos extremos do laço de histerese. A energia correspondente à magnetização reversível é completamente ressarcida à fonte.

A magnetização reversível M_{rev} é descrita como a diferença entre as magnetizações anisterética e irreversível, como mostrado na equação a seguir:

$$M_{rev} = c(M_{an}(H_e) - M_{irr}) \quad (3.8)$$

o parâmetro c é um fator de proporcionalidade da reversibilidade da magnetização e, como o parâmetro k , será obtido através de um laço experimental do material que se quer caracterizar.

3.3 EQUAÇÕES DO MODELO DE JILES-ATHERTON

O modelo diferencial de histerese é compreendido nas quatro equações a seguir:

$$M_{rev} = c(M_{an}(H_e) - M_{irr}) \quad (3.8)$$

$$M = M_{irr} + M_{rev} \quad (3.9)$$

$$M_{an} = M_S \left(\coth \frac{H + \alpha M}{a} - \frac{a}{H + \alpha M} \right) \quad (3.10)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta} \quad (3.11)$$

A equação (3.11) é equivalente a (3.7).

Define-se a indução magnética efetiva B_e , relacionando-a com o campo magnético efetivo H_e :

$$B_e = \mu_0 H_e = \mu_0 (H + \alpha M) \quad (3.12)$$

Outra relação importante é obtida substituindo-se a equação (3.8) na (3.9):

$$M_{irr} = \frac{M - cM_{an}}{(1-c)} \quad (3.13)$$

O modelo de Jiles-Atherton foi concebido possuindo como variável independente o campo magnético H , obtendo-se a magnetização M , e desta a indução magnética B . Esse modelo será chamado aqui como direto.

Um modelo inverso, no qual a indução magnética B é a variável independente, foi escrito por Sadowski-Lajoie [10], do qual se obtém o campo magnético H .

3.3.1 MODELO DIRETO

O procedimento para se obter M através do modelo direto necessita de uma prévia modificação das equações apresentadas anteriormente. Substituindo (3.8) em (3.9):

$$M = M_{irr} + c(M_{an}(H_e) - M_{irr})$$

Diferenciando a equação anterior em relação a H :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH} + c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (3.14)$$

As derivadas são calculadas como segue:

- O termo dM_{an}/dH

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \frac{dH_e}{dH}$$

Lembrando que $H_e = H + \alpha M$, tem-se :

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH}$$

Assim

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (3.15)$$

• O termo dM_{irr}/dH

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right). \quad (3.16)$$

Substituindo as equações (3.15) e (3.16) em (3.14) obtém-se:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) + c \left[\frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) - \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \right].$$

Isolando $\frac{dM}{dH}$:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} + c \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 - \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e} - \alpha(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e}}. \quad (3.17)$$

O termo dM_{irr}/dH_e é dado pela equação (3.11) e dM_{an}/dH_e é obtido diferenciando a equação de Langevin, o que resulta em:

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left[1 - \coth^2 \frac{H_e}{a} + \left(\frac{a}{H_e} \right)^2 \right]. \quad (3.18)$$

Para baixos valores de campo, o termo $\coth(H_e/a)$ pode apresentar problemas numéricos e levar o modelo a divergir, sendo necessário reescrever as equações para se evitar tais problemas. Para valores de H_e/a menores que 0,1 a cotangente hiperbólica pode ser calculada por expansão em série de Taylor como:

$$\coth(H_e/a) = \frac{1}{(H_e/a)} + \frac{(H_e/a)}{3} - \frac{(H_e/a)^3}{45} + \frac{2(H_e/a)^5}{945} + \dots$$

Truncando a equação acima nos dois primeiros termos e substituindo na equação de Langevin:

$$M_{an}(t) = M_s \left[\frac{1}{(H_e/a)} + \frac{(H_e/a)}{3} - \frac{a}{H_e} \right] = M_s \frac{H_e(t)}{3a}$$

e a equação (3.18) torna-se:

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = M_s \frac{1}{3a}$$

3.3.2 ALGORITMO PARA IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DIRETO

O modelo direto é calculado conhecendo-se o campo magnético. O algoritmo para obtenção da magnetização M em função do campo H é visto na figura 3.1.

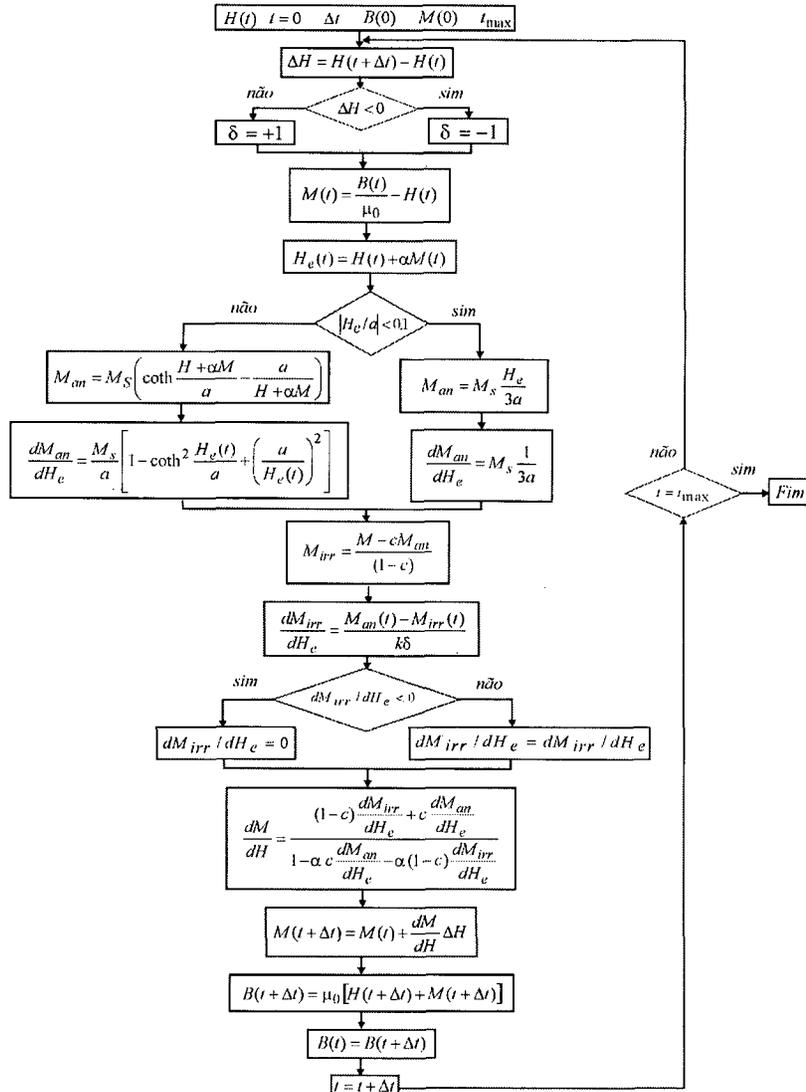


Figura 3.1 – Algoritmo para implementação do modelo de Jiles-Atherton direto.

A derivada da componente irreversível da magnetização é levada para zero se negativa. A justificativa física para esta consideração é que a magnetização irreversível está associada à perda de energia no ciclo de histerese. Variações negativas significariam uma devolução de energia desta parcela de magnetização.

A integração da equação diferencial dM/dH é realizada pelo método de Euler, o qual é baseado na definição da derivada:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{M(H + \Delta H) - M(H)}{\Delta H}$$

Na figura a seguir é mostrada um exemplo de laço de histerese obtido com o modelo direto de Jiles-Atherton calculado com o algoritmo da figura 3.1. Foi usado um conjunto de parâmetros para um material fictício, dado na tabela a seguir:

Tabela 3.1 – Conjunto de parâmetros para material fictício.

| | |
|----------|-------------|
| M_s | 1,7e6 [A/m] |
| a | 1000 [A/m] |
| k | 2000 [A/m] |
| α | 0,001 |
| c | 0,1 |

O campo magnético H usado no cálculo possui forma de onda senoidal pura, com amplitude de 10 kA/m.

Na figura 3.2 está o laço de histerese para o conjunto de parâmetros anterior, com a magnetização M com suas componentes reversível e irreversível.

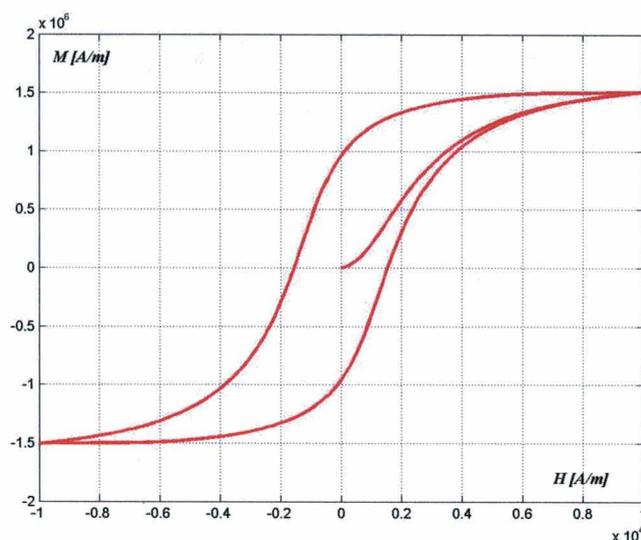
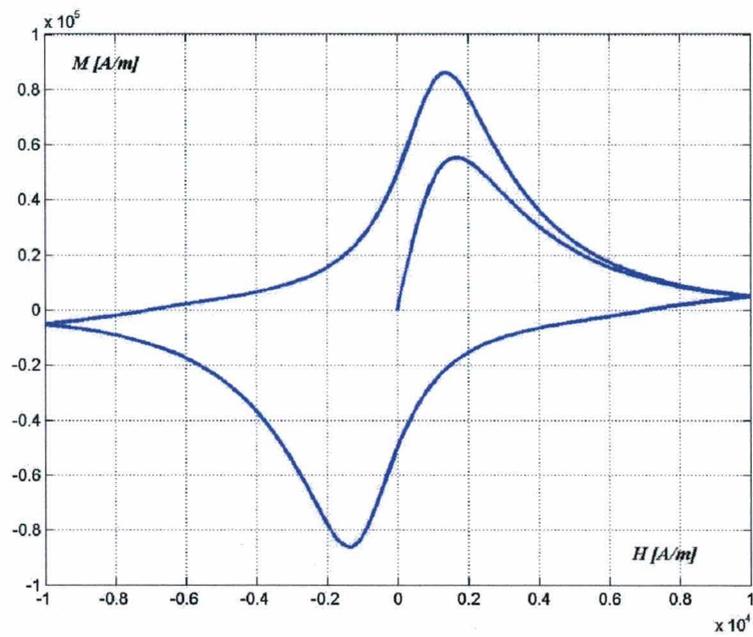
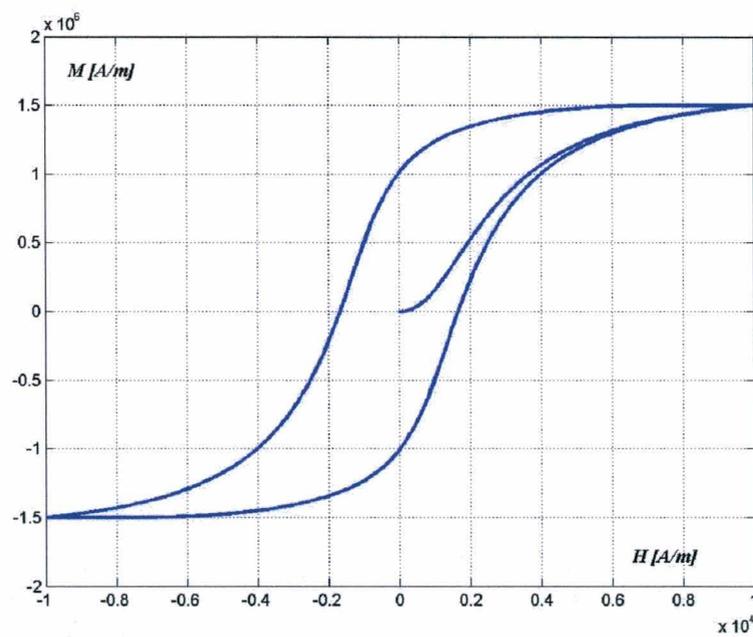


Figura 3.2 – Magnetização total, irreversível mais reversível.

As duas componentes da magnetização são vistas na figura 3.3. Nota-se que a magnetização reversível é significativa nos baixos valores do campo magnético, sendo desprezível nos altos valores.



a)



b)

Figura 3.3 – Componentes da magnetização: a) reversível b) irreversível.

3.2.3 DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO

Os parâmetros do modelo direto foram variados para observar a influência de cada um no modelo.

Os demais parâmetros usados no cálculo das curvas são aqueles observados na tabela 3.1.

A magnetização de saturação M_S influencia a magnetização máxima a ser obtida no modelo e também a magnetização ou indução remanente. O campo coercitivo sofre pouca alteração com mudanças em M_S .

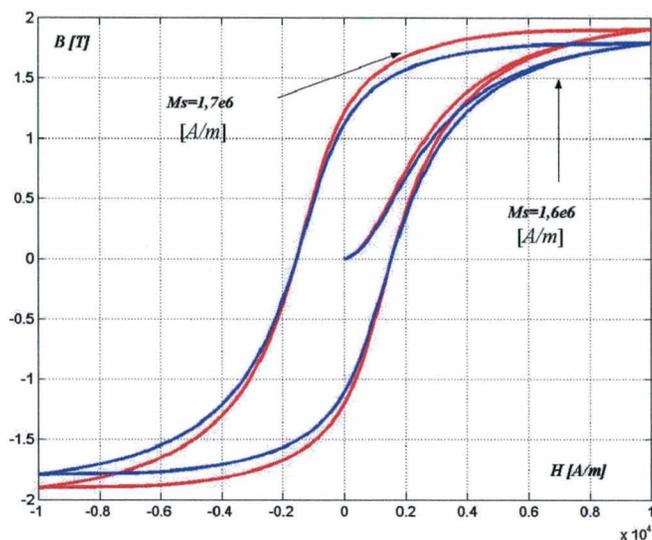


Figura 3.4 – Laço de histerese para diferentes valores de M_s .

O parâmetro a advém da teoria de Langevin e está relacionado aos momentos dos domínios magnéticos e à temperatura. Mudanças nesse parâmetro modificam a forma do laço, tornando-o mais ou menos inclinado.

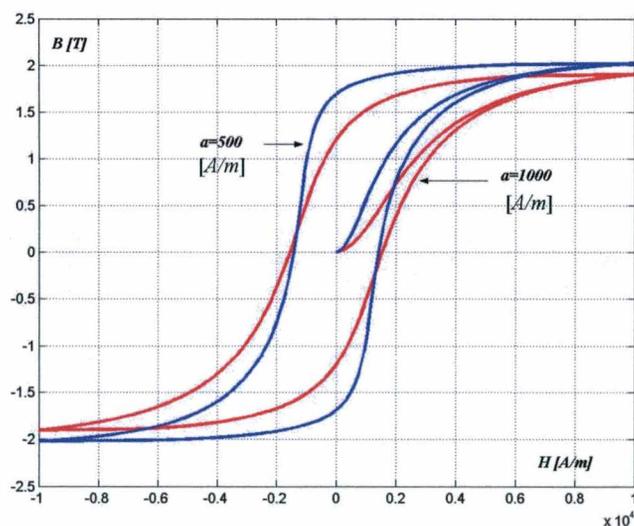


Figura 3.5 – Laço de histerese para diferentes valores de a .

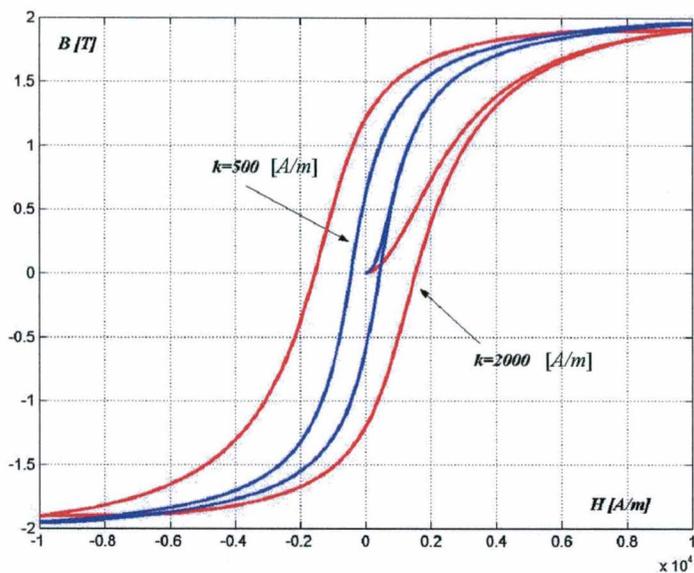


Figura 3.6 – Laço de histerese para diferentes valores de k .

O parâmetro k modifica a magnitude do campo coercitivo. Pelo fato do parâmetro ter sido deduzido considerando os pontos de grampeamento, os quais são os responsáveis pelo bloqueio das paredes de domínios magnéticos, levando à histerese, um k tendendo a zero significaria um material sem imperfeições, onde as paredes de domínio se deslocariam livremente e a magnetização seria descrita pela equação anisterética.

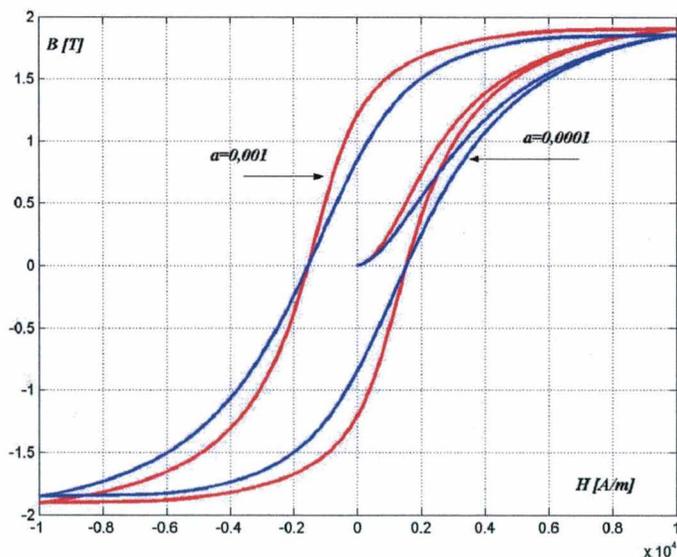


Figura 3.7 – Laço de histerese para diferentes valores de α .

Também da teoria de Langevin, o parâmetro α está relacionado com as interações entre os domínios do material ferromagnético. Alterações neste parâmetro modificam a retangularidade do laço e modificam a magnitude da indução ou magnetização remanente.

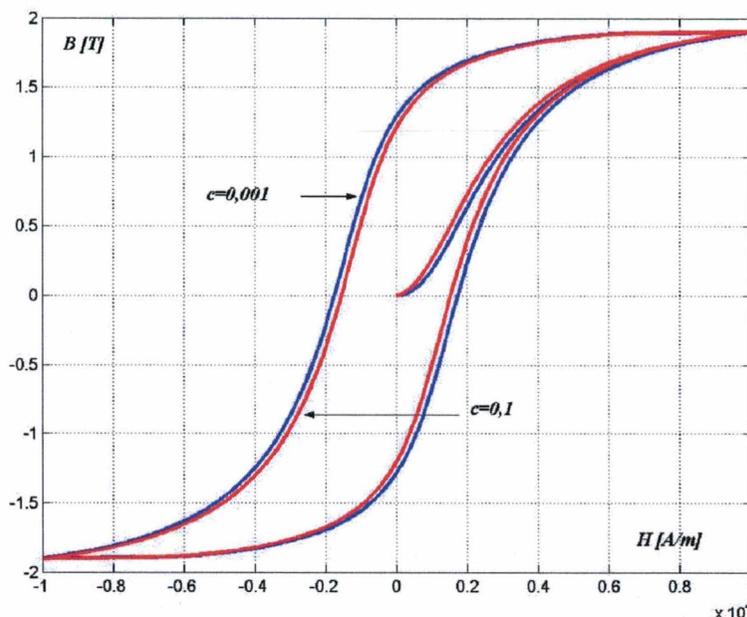


Figura 3.8 – Laço de histerese para diferentes valores de c .

O parâmetro c da reversibilidade modifica a curva inicial de magnetização, influenciando menos após a curva atingir os altos valores de indução nos extremos do laço.

3.3.3 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS A PARTIR UM LAÇO EXPERIMENTAL DE HISTERESE

O cinco parâmetros do modelo de Jiles-Atherton podem ser obtidos de um laço experimental de histerese do material que se deseja caracterizar. Jiles et alii propõem em [5][7] um algoritmo para obtenção dos parâmetros a partir das susceptibilidades em regiões distintas da curva de histerese e dos valores de campo coercitivo e magnetização remanente, além da magnetização máxima experimentada pelo material. Outros autores [20][21][22] têm proposto métodos de minimização de erro ajustando o conjunto de parâmetros até o modelo seguir a curva experimental.

A metodologia proposta por Jiles [5][7][13] é baseada na influência de cada parâmetro na curva como foi observado na seção anterior. Na figura a seguir são indicados os pontos particulares da curva de onde as equações serão obtidas para o cálculo dos parâmetros.

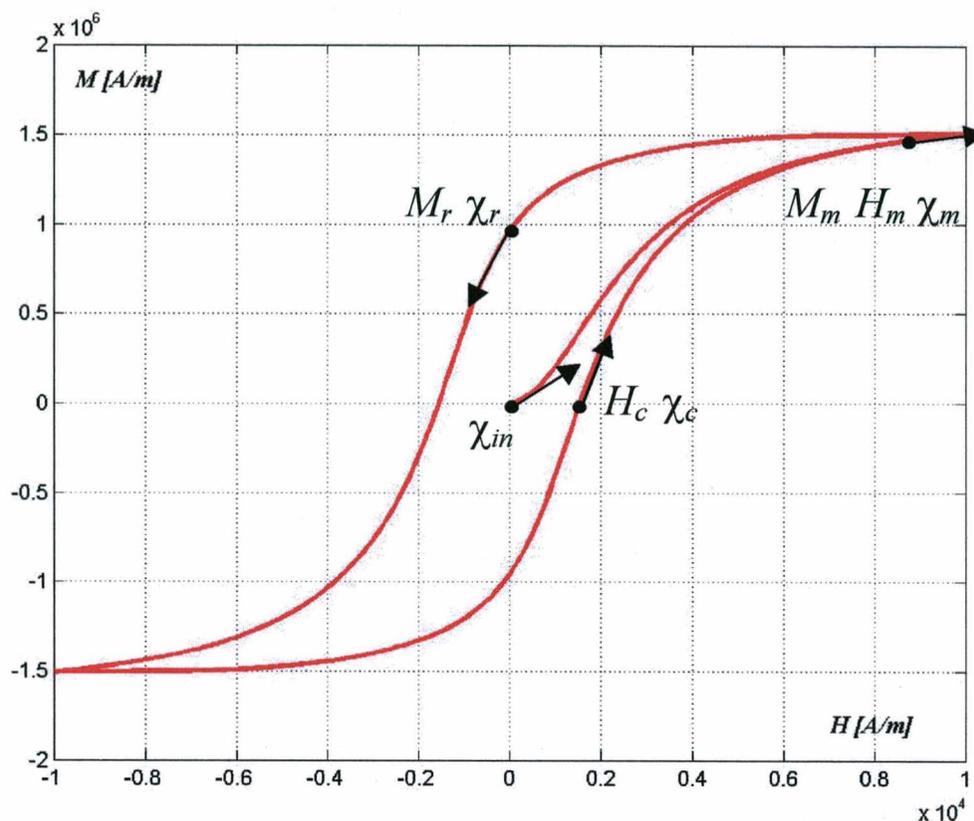


Figura 3.9 – Pontos do laço de histerese para obtenção dos parâmetros do modelo de Jiles-Atherton.

A variável χ é a susceptibilidade diferencial dada por $\chi = \frac{dM}{dH}$.

1. Magnetização de Saturação M_S

Aplicando um campo magnético suficientemente intenso na amostra mede-se a magnetização máxima ou a indução máxima.

2. Parâmetro c da Reversibilidade das Paredes de Domínio

No início da curva de magnetização inicial tem-se $M_{irr} = 0$ e a susceptibilidade inicial $dM_{irr}/dH=0$. Com esta consideração tem-se que a equação

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH} + c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \text{ torna-se:}$$

$$\chi_{in} = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=0} = c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (3.19)$$

Para baixos valores de campo a equação anisterética pode ser escrita como:

$$M_{an}(t) = M_S \frac{H + \alpha M}{3\alpha}$$

Na região inicial da curva de magnetização $M = 0$, então:

$$M_{an}(t) = M_S \frac{H}{3\alpha}$$

Derivando a equação acima em relação ao campo H e igualando-a à equação (3.19), o parâmetro c é então obtido:

$$c = \frac{3\alpha\chi_{in}}{M_S} \quad (3.20)$$

3. O Parâmetro k da Energia Perdida nos Pontos de Grampeamento

Usando a regra da cadeia, uma vez que M_{irr} é função do campo efetivo H_e , e H_e é função do campo H , pode-se escrever:

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH}\right) \quad (3.21)$$

Relembrando a equação (3.11):

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta}$$

substituindo a expressão (3.21) na (3.11) obtém-se:

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad (3.22)$$

A derivada da magnetização total, em relação ao campo, é dada pela equação (3.14):

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH} + c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right)$$

Substituindo a equação (3.22) na (3.14), pode-se escrever:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c)(M_{an} - M_{irr})}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (3.23)$$

O parâmetro k é então determinado pela susceptibilidade χ_c no ponto onde a magnetização é nula, no campo coercitivo H_c . Para o ramo ascendente da curva, $\delta = +1$:

$$\chi_c = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=H_c} = \frac{(1-c)[M_{an}(H_c) - M_{irr}]}{k - \alpha[M_{an}(H_c) - M_{irr}]} + c \frac{dM_{an}(H_c)}{dH} \quad (3.24)$$

Como a magnetização é nula no campo coercitivo, a equação $M_{irr} = \frac{M - cM_{an}(H_c)}{(1-c)}$

reduz-se a:

$$M_{irr} = \frac{-cM_{an}(H_c)}{(1-c)}$$

Substituindo a equação anterior na (3.24), o parâmetro k pode ser isolado:

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{(1-c)} \left[\alpha + \frac{1-c}{\chi_c - c \frac{dM_{an}(H_c)}{dH}} \right] \quad (3.25)$$

O parâmetro k é calculado conhecendo-se os parâmetros a , α e c .

4. O parâmetro α das Interações entre os Domínios Magnéticos

Quando o campo se anula, a magnetização apresenta o seu valor remanente M_r . Neste ponto tem-se a susceptibilidade remanente χ_r . Para o ramo descendente da curva, $\delta = -1$. No ponto onde o campo se anula, a equação (3.13) torna-se:

$$M_{irr} = \frac{M_r - cM_{an}(M_r)}{(1-c)} \quad (3.26)$$

Como foi feito para o parâmetro k , a susceptibilidade χ_r é escrita na magnetização remanente:

$$\chi_r = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{M=M_r} = \frac{(1-c)[M_{an}(M_r) - M_{irr}]}{-k - \alpha[M_{an}(M_r) - M_{irr}]} + c \frac{dM_{an}(M_r)}{dH} \quad (3.27)$$

Substituindo a equação (3.26) na (3.27) tem-se:

$$M_r = M_{an}(M_r) + \frac{k}{\frac{\alpha}{(1-c)} + \frac{1}{\chi_r - c \frac{dM_{an}(M_r)}{dH}}} \quad (3.28)$$

Através de um processo iterativo, conhecendo-se a , k , e c o parâmetro α pode ser calculado.

5. Parâmetro a da Influência da Temperatura e dos Momentos dos Domínios Magnéticos

Quando $M = M_m$ a equação (3.13) torna-se:

$$M_{irr} = \frac{M_m - cM_{an}(M_m)}{(1-c)} \quad (3.30)$$

O parâmetro a é obtido do ponto no extremo do laço, assumindo que na alta saturação as susceptibilidades histerética e anisterética são iguais, isto é:

$$\left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=H_m} = \left. \frac{dM_{an}}{dH} \right|_{H=H_m}$$

Com esta consideração, a equação (3.30), desenvolvida como foi realizada para os parâmetros k e α permite escrever:

$$\chi_m = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=H_m} = \frac{(1-c) \left[M_{an}(M_m) - \frac{M_m - cM_{an}(M_m)}{(1-c)} \right]}{k - \alpha \left[M_{an}(M_m) - \frac{M_m - cM_{an}(M_m)}{(1-c)} \right]} + c\chi_m \quad (3.31)$$

que com algumas manipulações algébricas é reduzida a:

$$M_m = M_{an}(H_m) - \frac{(1-c)k\chi_m}{\alpha\chi_m + 1}. \quad (3.32)$$

3.3.4 ALGORITMO PARA OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO DE JILES-ATHERTON

Para a obtenção dos parâmetros, as equações (3.20), (3.25), (3.28) e (3.32) necessitam ser resolvidas simultaneamente.

As equações são não lineares e complexas, as suas derivadas são complexas também. Neste caso o método de Newton seria complicado demais para trabalhar essas equações [17]. É interessante então usar um método linear baseado nos dois valores mais recentes da função, como o método das Secantes [17].

Um algoritmo usando o método das Secantes proposto por Peugeot [15], baseado no trabalho de Jiles, é apresentado a seguir. Uma iteração é mostrada. O procedimento é repetido até que uma determinada precisão seja obtida.

1. Cálculo de k

$$M_{an}(H_c) = M_S \left(\coth \frac{H_c}{a} + \frac{a}{H_c} \right)$$

$$\frac{dM_{an}(H_c)}{dH} = \left\{ \frac{M_S}{a} - \frac{M_{an}(H_c)}{a} \left[\frac{M_{an}(H_c)}{M_S} + \frac{2a}{H_c} \right] \right\} (1 + \alpha\chi_c)$$

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{(1-c)} \left[\alpha + \frac{1-c}{\chi_c - c} \frac{dM_{an}(H_c)}{dH} \right]$$

2. Cálculo de α

$$M_{an}(M_r) = M_s \left[\coth \frac{\alpha M_r}{a} - \frac{a}{\alpha M_r} \right]$$

$$\frac{dM_{an}(M_r)}{dH} = \frac{M_s}{a} - \frac{M_{an}(M_r)}{a} \left[\frac{M_{an}(M_r)}{M_s} + \frac{2a}{\alpha M_r} \right] (1 + \alpha \chi_r)$$

$$f(\alpha) = \hat{M}_{an}(M_r) - M_r + \frac{k}{\alpha} + \frac{1}{(1-c) \chi_r - c} \frac{dM_{an}(M_r)}{dH}$$

Método das Secantes para calcular α (n é o número da iteração)

$$\textcircled{1} \alpha_{n-2} = \alpha_{n-1}$$

$$\alpha_{n-1} = \alpha_n$$

$$\textcircled{2} \alpha_n = \alpha_{n-1} - \frac{\alpha_{n-1} - \alpha_{n-2}}{f(\alpha_{n-1}) - f(\alpha_{n-2})} f(\alpha_{n-1})$$

$\textcircled{3}$ se $|(\alpha_n - \alpha_{n-1}) / \alpha_n| > \text{erro}$, retorna para $\textcircled{1}$; senão $\alpha = \alpha_n$

3. Cálculo de a

$$H_e = H_m + \alpha H_m$$

$$M_{an}(H_e) = M_s \left[\coth \frac{H_e}{a} - \frac{a}{H_e} \right]$$

$$g(a) = \hat{M}_{an}(H_e) - M_m - \frac{(1-c)k\chi_m}{\alpha\chi_m + 1}$$

Método das Secantes para calcular a (n é o número da iteração)

$$\textcircled{4} a_{n-2} = a_{n-1}$$

$$a_{n-1} = a_n$$

$$\textcircled{5} a_n = a_{n-1} - \frac{a_{n-1} - a_{n-2}}{g(a_{n-1}) - g(a_{n-2})} g(a_{n-1})$$

$\textcircled{6}$ se $|(a_n - a_{n-1}) / a_n| > \text{erro}$, retorna para $\textcircled{4}$; senão $a = a_n$

4. Cálculo de c

$$c = \frac{3\alpha\chi_{in}}{M_s}$$

Um laço de histerese foi gerado através do modelo direto de Jiles-Atherton, com um conjunto fictício de parâmetros. Deste laço foram obtidas as susceptibilidades nos pontos específicos, assim como as magnitudes das magnetizações remanente e máxima e os campos coercitivo e máximo. Os dados são mostrados a seguir:

- Parâmetros fictícios do Laço de Histerese

$$M_s = 1,7E6 \text{ [A/m]}$$

$$a = 1000 \text{ [A/m]}$$

$$\alpha = 0,001$$

$$k = 2000 \text{ [A/m]}$$

$$c = 0,1$$

- Susceptibilidades e valores de magnetização e de campo obtidos do laço

$$M_s = 1,7e6 \text{ [A/m]}$$

$$M_m = 1,507E6 \text{ [A/m]}$$

$$M_r = 0.978E6 \text{ [A/m]}$$

$$H_c = 1644 \text{ [A/m]}$$

$$H_m = 10000 \text{ [A/m]}$$

$$\chi_{in}=57,7$$

$$\chi_c=745$$

$$\chi_r=337$$

$$\chi_m=25,1$$

Usando os dados anteriores, o algoritmo apresentado anteriormente calculou o seguinte conjunto de parâmetros:

$$M_s = 1,7E6 \text{ [A/m]}$$

$$a = 998,9 \text{ [A/m]}$$

$$\alpha = 0,0008896$$

$$k = 1995,2 \text{ [A/m]}$$

$$c = 0,1018$$

A forma de onda do campo usado na simulação foi senoidal, com amplitude de 3000 A/m, como observada na figura 3.10.

Utilizando o modelo direto de Jiles-Atherton, os dois conjuntos de parâmetros foram usados para traçar as curvas de histerese vistas na figura 3.11.

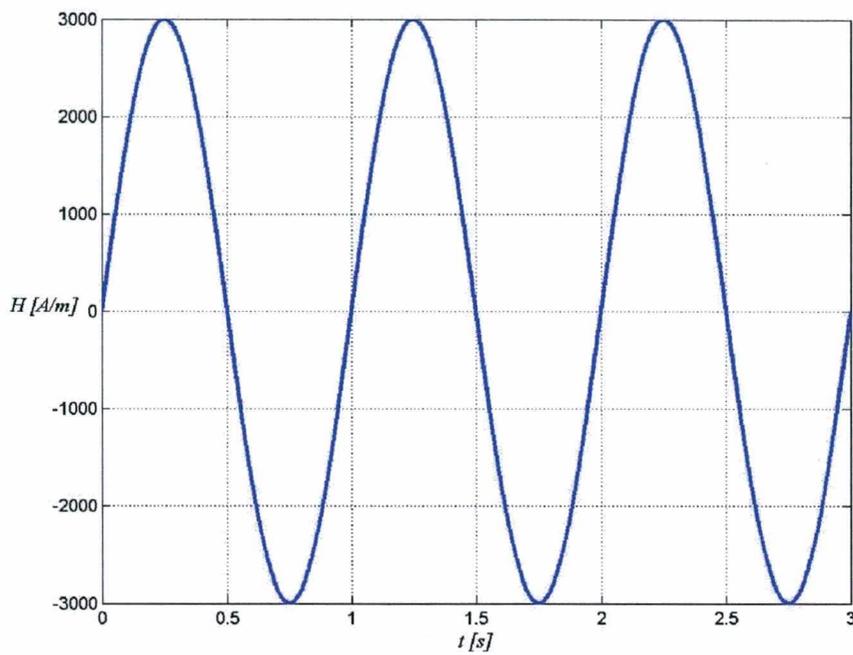


Figura 3.10 – Forma de onda do campo magnético.

Curvas de histerese calculadas usando os dois conjuntos de parâmetros anteriores.

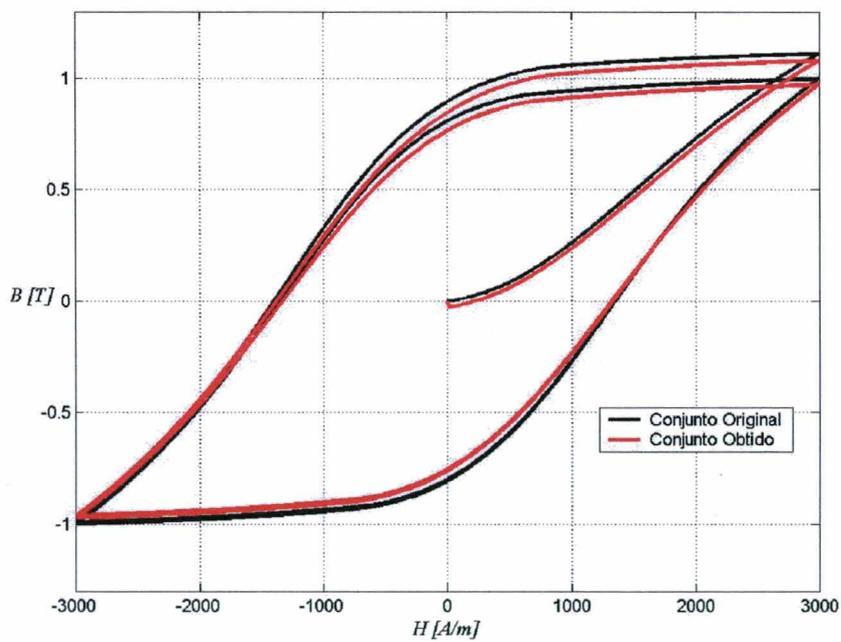


Figura 3.11 – Laços calculados usando os conjuntos de parâmetros original e o obtido com o algoritmo de Peugot.

Observa-se na figura anterior que a área do laço calculado com o conjunto de parâmetros obtido com o algoritmo apresentado anteriormente é menor que a do calculado com o conjunto original.

Na figura 3.11 estão as formas de onda da indução calculada, usando o modelo direto, com os dois conjuntos.

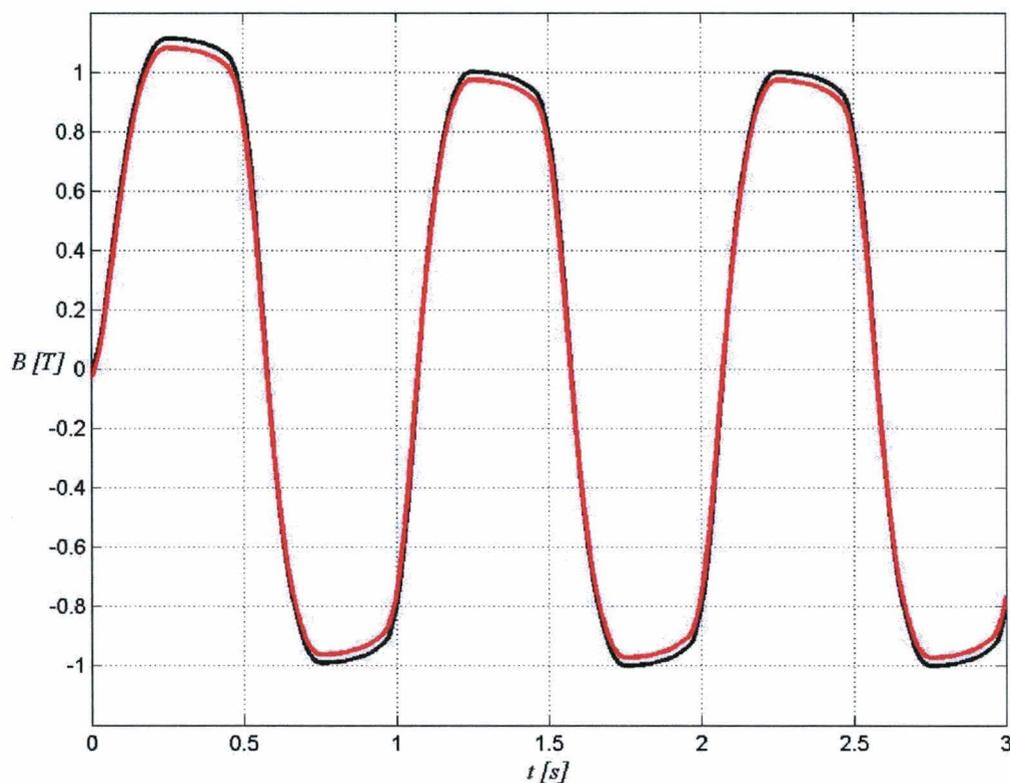


Figura 3.12 – Formas de onda da indução, calculadas usando os dois conjuntos de parâmetros.

Os parâmetros calculados pelo algoritmo aproximam-se dos verdadeiros. Convém atentar que pequenas variações nas susceptibilidades, magnetizações e campos retirados da curva medida levam a significativos desvios na obtenção do conjunto de parâmetros, podendo mesmo levar o algoritmo a divergir.

Outra dificuldade é a curva de magnetização inicial, necessária para levantar a susceptibilidade inicial. Assim necessita-se de um sistema para levar o material a estar totalmente desmagnetizado.

A precisão necessária no levantamento de tais parâmetros pode ser evitada utilizando métodos de ajuste da curva medida e a do modelo através de algoritmos que minimizem o erro médio entre as curvas modelada e medida.

Nestes métodos de ajuste, os parâmetros são variados seqüencialmente dentro de um limite específico. O modelo utiliza este conjunto de parâmetros para calcular um novo laço de histerese. O programa então calcula o erro médio entre as curvas obtida e medida.

Observando a evolução do erro médio quadrático entre as duas curvas, o algoritmo, através da malha de controle, pode decidir se a variação dada aos parâmetros foi efetiva no sentido de diminuir o erro médio quadrático, podendo variá-los novamente e repetir o procedimento até que um erro mínimo permitido seja obtido.

A bancada experimental utilizada para caracterização dos materiais ferromagnéticos, que será descrita nos capítulos a seguir, faz uso de um algoritmo de minimização de erro médio quadrático (*MSE* do inglês “Mean Squared Error”) dado pela equação:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (H_{sim}^i - H_{exp}^i)^2 \quad (3.33)$$

onde n é o número de pontos da curva, H_{sim}^i é o ponto da curva simulada e H_{exp}^i é o ponto da curva experimental. Para uma completa descrição do algoritmo de obtenção dos parâmetros, sua evolução e vantagens, ver referência [20]. Trabalhos recentes nesse sentido também são vistos nas referências [21][22]. A seguir é mostrado um diagrama esquemático desta metodologia de obtenção dos parâmetros.

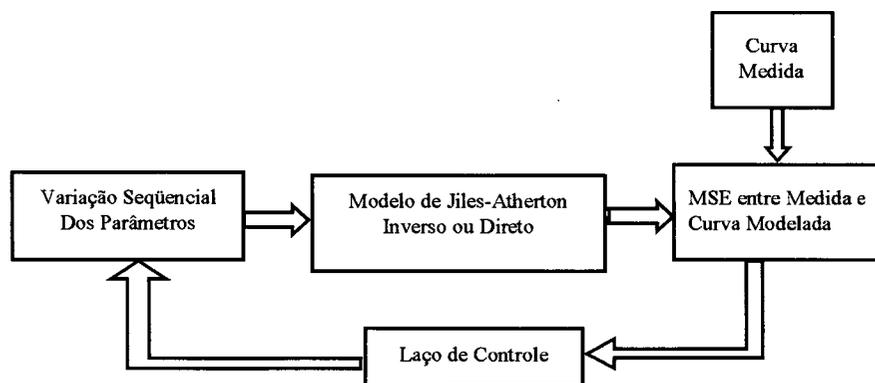


Figura 3.13 – Diagrama esquemático da obtenção dos parâmetros.

O laço de controle pode ser implementado utilizando diversas estratégias. Sua função é interpretar a variação do erro médio quadrático entre as duas curvas observando a variação anterior dos parâmetros. Ele então tem condições de avaliar se a decisão tomada anteriormente foi efetiva no sentido de diminuição do erro, dando dinamismo ao processo.

3.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo o modelo diferencial de histerese de Jiles-Atherton foi apresentado. O modelo foi desenvolvido sobre considerações físicas a respeito do comportamento magnético elementar dos domínios magnéticos, da teoria de Langevin e corrigido por Weiss para o ferromagnetismo.

A magnetização no modelo é dividida em duas componentes: reversível e irreversível. A componente reversível está relacionada aos processos onde há conservação de energia na magnetização. A parcela irreversível modela a perda de energia no processo de histerese do material.

O modelo é definido em termos de uma equação diferencial de primeira ordem, não homogênea, podendo ser aplicada a sistemas com alimentação arbitrária, na simulação numérica de circuitos contendo materiais não lineares. Ele necessita de cinco parâmetros para caracterizar o material, que são obtidos de um único laço de histerese medido, o qual tenha atingido a saturação.

Um algoritmo para implementação numérica do modelo direto de Jiles-Atherton foi apresentado. O algoritmo foi implementado e simulações mostram ser o algoritmo robusto, com ótima convergência.

Foi realizada uma análise do comportamento do modelo em função da variação dos parâmetros. Também foi apresentado um algoritmo para o levantamento dos parâmetros baseado em pontos chaves de uma curva medida, proposto por Peugeot. Este algoritmo é extremamente sensível aos parâmetros medidos e aos pontos iniciais, sendo que pequenas variações nos pontos chaves levam a grandes variações dos parâmetros, muitas vezes divergindo.

Um exemplo de obtenção dos parâmetros através do algoritmo de Peugeot foi apresentado. As curvas calculadas com os dois conjuntos de parâmetros foram mostradas.

Também foi discutida outra maneira de obtenção dos parâmetros pela minimização do erro médio quadrático entre uma curva medida e a do modelo, que parece ser a tendência atual no levantamento dos parâmetros, sendo realizada por vários pesquisadores.

Nos capítulos a seguir, será apresentada uma bancada para caracterização de materiais magnéticos e avaliação de perdas magnéticas, desenvolvida no GRUCAD. Nesta bancada a metodologia seguida para caracterização dos materiais é feita utilizando um algoritmo de minimização do erro médio quadrático entre a curva medida e a obtida pelo

modelo. Os parâmetros que serão utilizados para comparação entre modelo e prática foram obtidos através desse algoritmo.

CAPÍTULO 4: MODELO INVERSO

4.1 INTRODUÇÃO

No modelo original de Jiles-Atherton a indução magnética B é calculada a partir do conhecimento do campo magnético H . Em alguns sistemas, no entanto, a indução magnética é calculada antes do campo ou imposta. No método de Elementos Finitos, na formulação em potencial vetor, em um processo variável no tempo, a grandeza obtida diretamente pelo processo de cálculo é a indução magnética B . Assim é necessário que o modelo de histerese possua como variável independente esta grandeza magnética. O modelo inverso, desenvolvido por Sadowski-Lajoie [10], adapta o modelo de histerese de Jiles-Atherton a esta necessidade.

4.2 MODELO INVERSO

Sendo a magnetização função da indução B , a qual é função do campo H , pode-se escrever:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM}{dB} \frac{dB}{dH} \quad (4.1)$$

lembrando que $B = \mu_0(H + M)$

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\frac{dM}{dH}}{\frac{dB}{dH}} = \frac{\frac{dM}{dH}}{\mu_0 \left(1 + \frac{dM}{dH}\right)} \quad (4.2)$$

substituindo Eq. (3.17) na Eq. (4.2)

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\frac{(1-c)}{\mu_0} \frac{dM_{irr}}{dH_e} + \frac{c}{\mu_0} \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 + c \frac{dM_{an}}{dH_e} (1-\alpha) + (1-c)(1-\alpha) \frac{dM_{irr}}{dH_e}} \quad (4.3)$$

Usando a densidade efetiva de fluxo magnético B_e (Eq. (3.12)) a equação anterior torna-se:

$$\frac{dM}{dB} = \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + \frac{c}{\mu_0} \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 + c \frac{dM_{an}}{dH_e} (1-\alpha) + \mu_0 (1-c)(1-\alpha) \frac{dM_{irr}}{dB_e}} \quad (4.4)$$

O termo dM_{irr}/dB_e é dado por

$$\frac{dM_{irr}}{dB_e} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{1}{\mu_0} \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta} \quad (4.5)$$

e dM_{an}/dH_e é o mesmo da equação (3.18).

A seguir, um algoritmo para implementação numérica do modelo inverso de Jiles-Atherton é mostrado.

Como no modelo direto, a derivada negativa da magnetização irreversível é considerada nula, uma vez que a mesma não pode existir devido ao grameamento das paredes de domínio. O método de integração apresentado neste algoritmo é o de Euler.

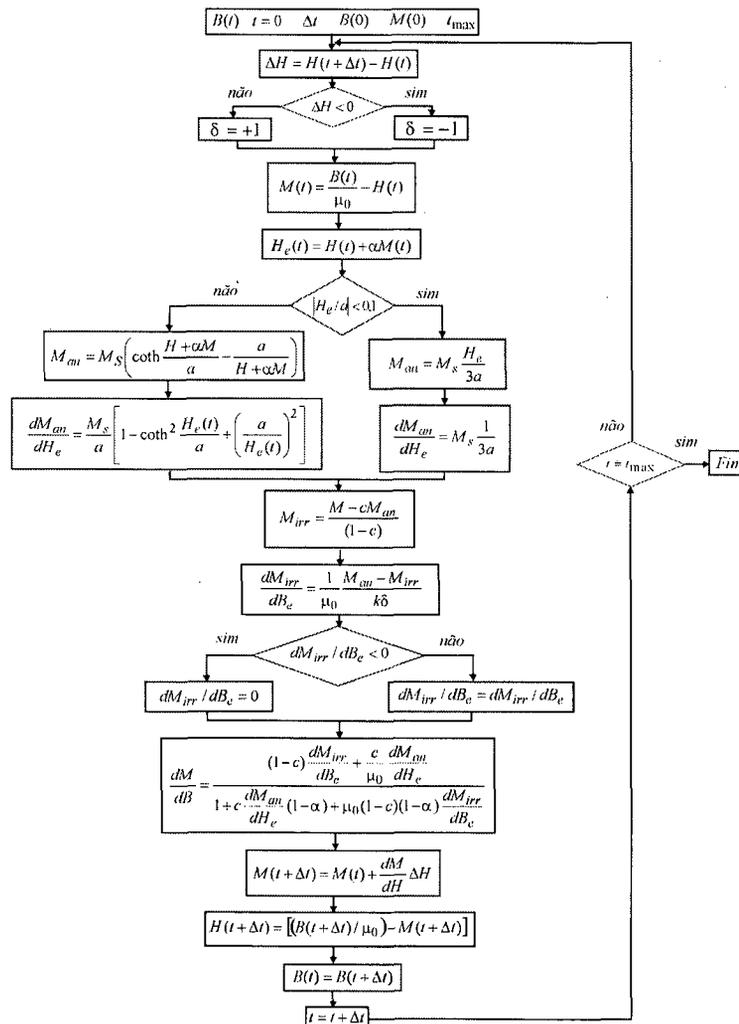


Figura 4.1 – Algoritmo para implementação do modelo inverso de Jiles-Atherton.

4.3 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS DIRETO E INVERSO

Como visto anteriormente, o modelo de Jiles-Atherton (JA), chamado de modelo direto, foi concebido para receber como variável independente o campo magnético H , resultando na magnetização M e/ou a indução magnética B . No modelo modificado de Sadowski-Lajoie (SL), a variável independente é a indução magnética B e o modelo devolve a magnetização e/ou o campo magnético. Esquemáticamente, os dois modelos são vistos na figura abaixo.

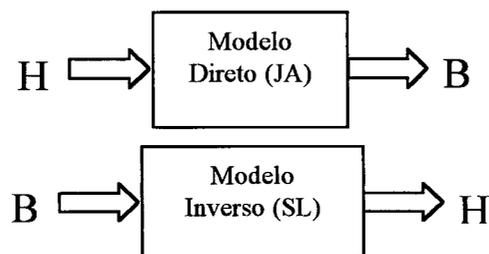


Figura 4.2 – Esquema de entrada/saída dos modelos JA e SL.

Para mostrar a equivalência dos modelos, serão simuladas algumas curvas em ambos os modelos, sendo que a grandeza de saída de um modelo será usada como entrada do outro. No primeiro teste será usada a indução magnética B como variável de entrada, como visto na figura 4.2. Espera-se que ao final do processo a curva obtida seja idêntica àquela usada como entrada.

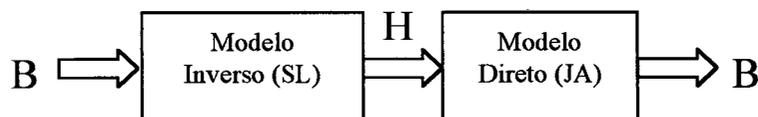


Figura 4.3 – Diagrama de seqüência entre os modelos. Entrada B .

Seja uma indução magnética B com forma de onda senoidal, como visto na figura 4.4. Aplicando esta indução no modelo inverso, com um conjunto de parâmetros qualquer, obtém-se o campo magnético H com forma de onda observada na mesma figura.

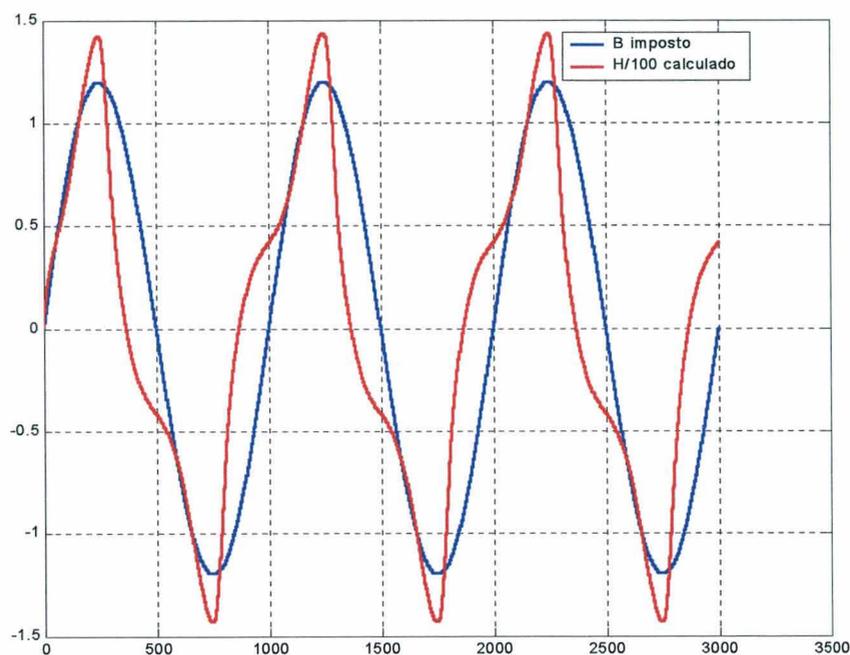


Figura 4.4 – Indução B [T] imposta no modelo inverso e campo H [A/m] resultante.

Tomando a forma de onda do campo magnético H e aplicando-a ao modelo inverso, como variável de entrada, com o mesmo conjunto de parâmetros, obtém-se como saída a indução magnética B , idêntica, com mesma amplitude e fase, àquela usada como variável independente no modelo direto, como visto na figura 4.5.

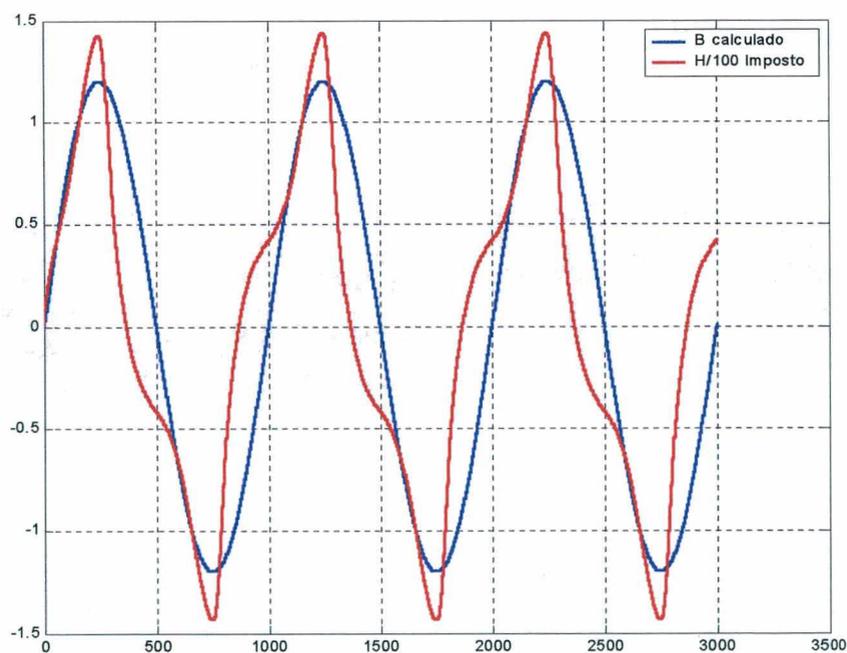


Figura 4.5 – Campo H [A/m] imposto ao modelo direto e indução B [T] resultante.

O mesmo procedimento foi repetido para uma indução menor. A forma de onda senoidal da indução imposta ao modelo inverso e o campo magnético obtido com o modelo inverso são vistos na figura 4.6.

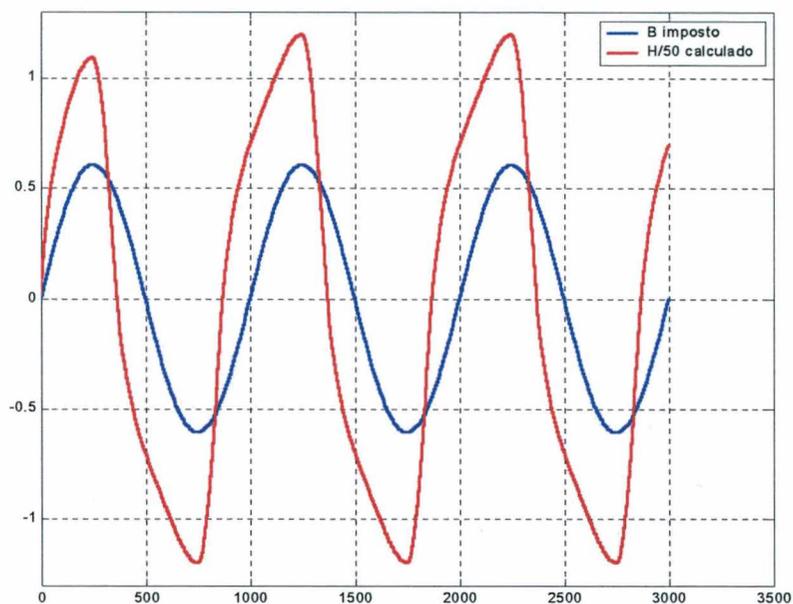


Figura 4.6 – Indução B [T] imposta no modelo inverso e campo H [A/m] resultante.

Usando o campo obtido anteriormente como variável independente, aplicando ao modelo direto obtém-se a forma de onda da indução:

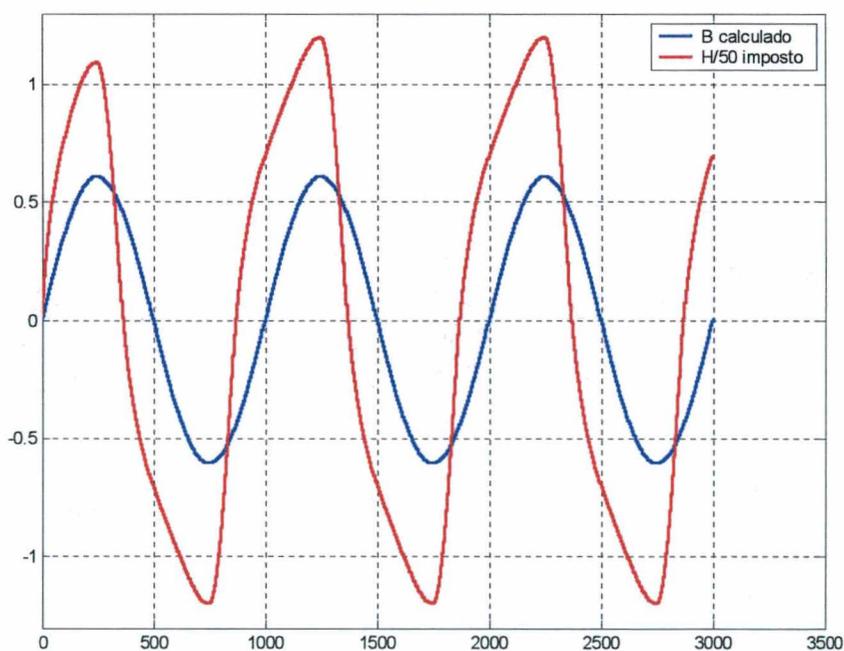


Figura 4.7 – Campo H [A/m] imposto ao modelo direto e indução B [T] resultante.

Agora usando como variável independente o campo magnético H , a indução B obtida é aplicada ao modelo inverso e novamente o campo é obtido como pode ser observado na figura 4.8.

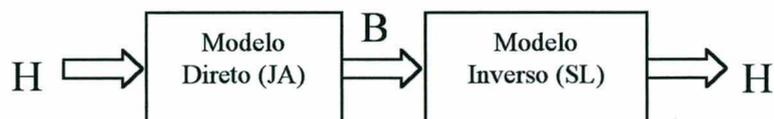


Figura 4.8 – Diagrama de seqüência entre os modelos. Entrada H .

Entrando com a forma de onda do campo magnético senoidal, no modelo direto com o mesmo conjunto de parâmetros daqueles usados anteriormente, a indução magnética obtida é vista a seguir.

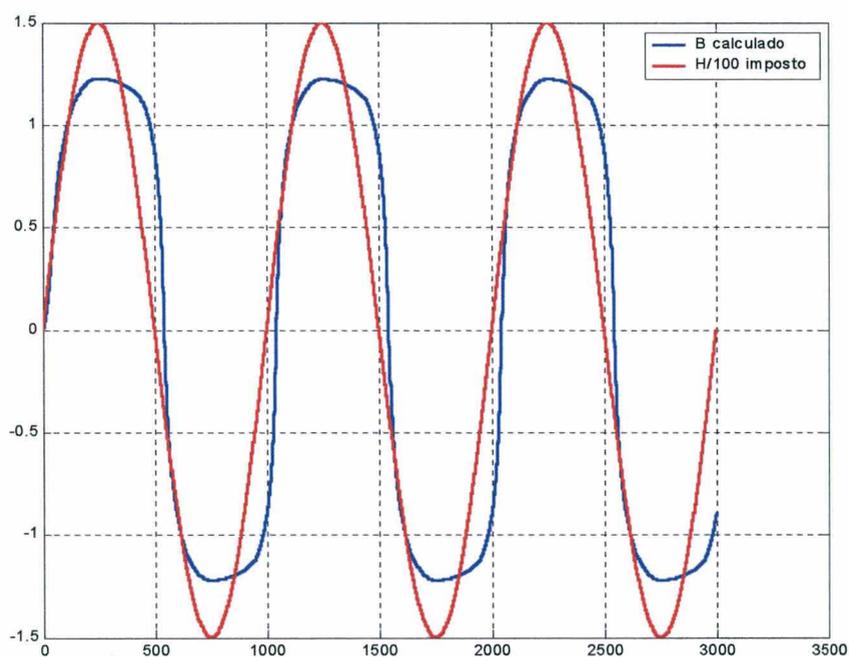


Figura 4.9 – Campo H [A/m] imposto ao modelo direto e indução B [T] resultante.

Tomando a indução obtida anteriormente e aplicando-a como entrada ao modelo inverso, a forma de onda do campo resultante para o mesmo conjunto de parâmetros é senoidal, com a mesma amplitude e fase daquela aplicada como entrada ao modelo direto.

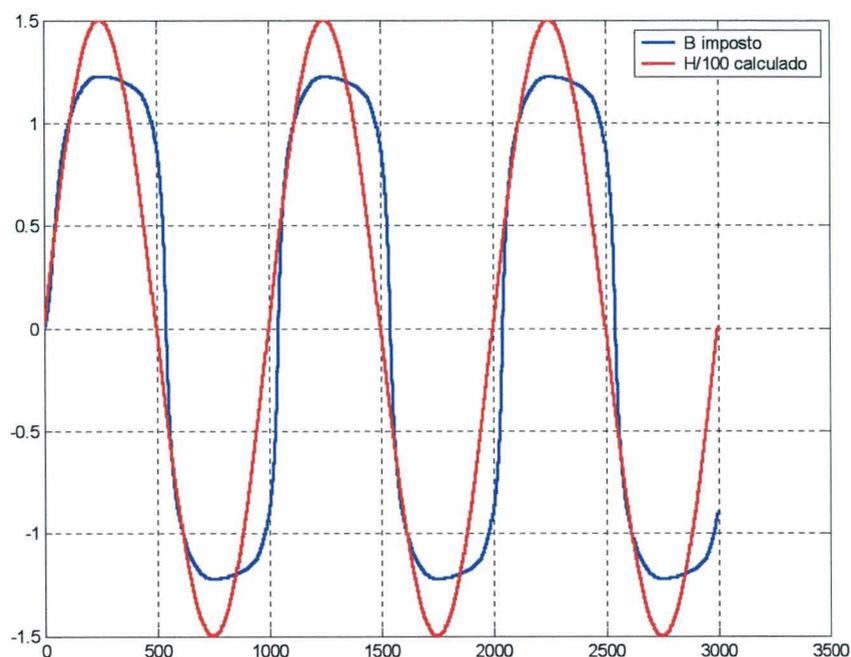


Figura 4.10 – Indução B [T] imposta ao modelo inverso e campo H [A/m] resultante.

Repetindo o procedimento para um campo H senoidal de amplitude menor, com o modelo direto, obtém-se a forma de onda da indução vista na figura a seguir.

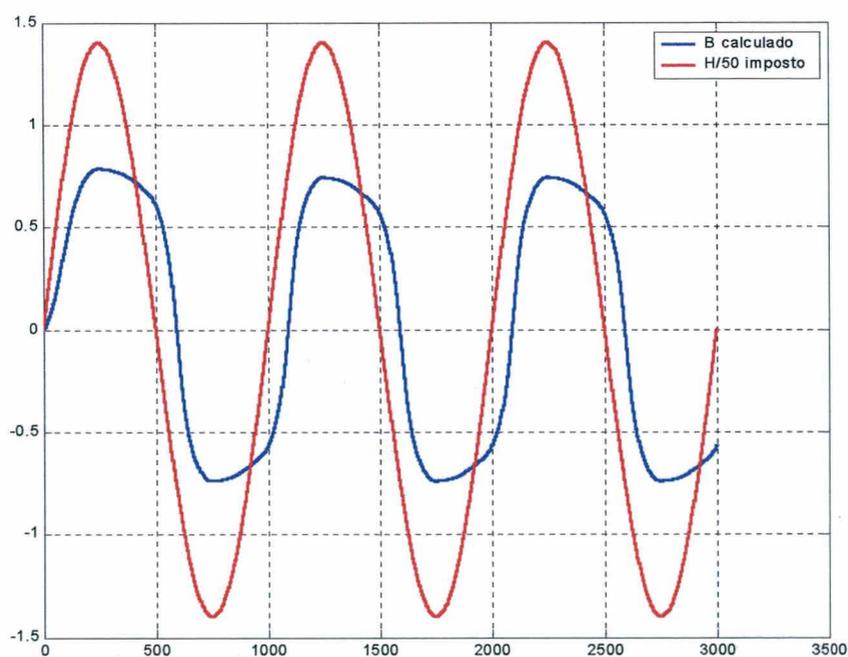


Figura 4.11 – Campo H [A/m] imposto ao modelo direto e indução B [T] resultante.

A indução resultante é agora aplicada ao modelo inverso e a forma de onda do campo é obtida.

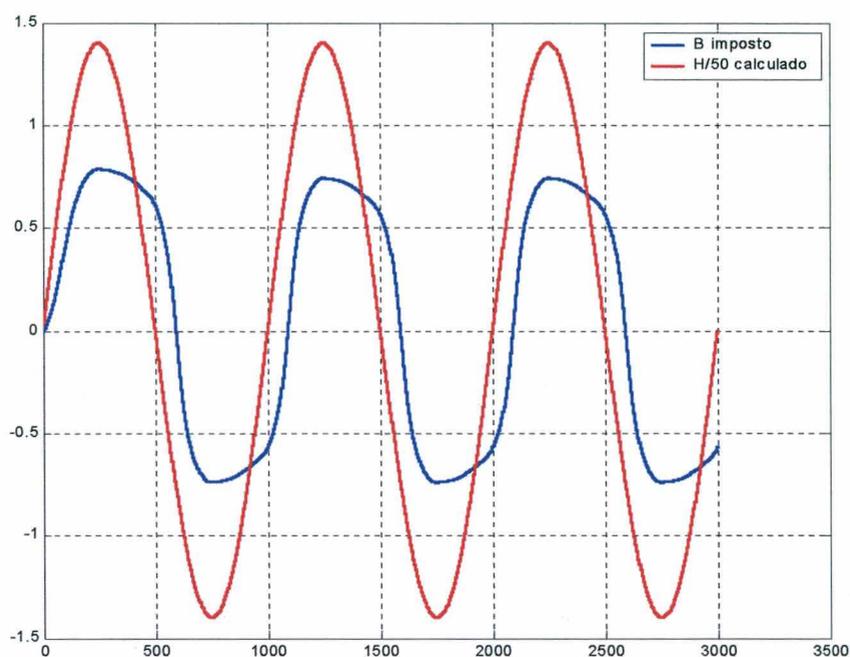


Figura 4.12 – Indução B [T] imposta ao modelo inverso e campo H [A/m] resultante.

Observa-se que as grandezas são idênticas, com mesmas amplitudes e fases, tornando os modelos equivalentes.

4.4 CONCLUSÃO

O modelo inverso de Jiles-Atherton é apresentado. Este modelo utiliza os mesmos parâmetros do modelo direto de Jiles-Atherton, sendo os algoritmos usados para o levantamentos dos parâmetros os mesmo do modelo direto. Para aplicações onde a variável independente é a indução magnética o modelo pode ser usado diretamente.

Um algoritmo de fácil implementação é apresentado. O algoritmo implementado mostrou-se robusto numericamente, sendo facilmente aplicado a sistemas de cálculo de circuitos magnéticos contendo materiais não lineares.

Foram realizadas vários testes de comparação entre os modelos direto e inverso, mostrando a compatibilidade entre ambos.

CAPÍTULO 5: ESCALONAMENTO PARA LAÇOS MENORES

5.1 INTRODUÇÃO

Apesar do modelo de histerese de Jiles-Atherton possuir ótima concordância para os laços maiores (laços que atingem a saturação), para os laços menores o mesmo não é observado. Aqui será considerado como laço menor qualquer curva de histerese, simétrica ou assimétrica, que não atingiu a saturação.

Este fenômeno é um dos fatores que restringem a utilização do modelo, uma vez que a tendência atual é conceber sistemas de cálculo que considerem alimentações elétricas arbitrárias, muitas vezes distorcidas, as quais produzem laços menores. Imprecisão na representação dos laços menores leva a cálculos errôneos das correntes e cálculos de perdas imprecisos.

As causas da má representação dos laços menores são ainda fonte de investigação, uma vez que o modelo foi concebido a partir de considerações físicas a respeito das características dos materiais ferromagnéticos. As equações que regem a dinâmica da magnetização para todos os níveis de indução são as mesmas. Os parâmetros do modelo são obtidos através de análise de dados experimentais do material que se quer caracterizar e teoricamente deveriam representar o material, independentemente do nível de indução ou campo a que o material é exposto. Alguns métodos para tentar ajustar o modelo para que represente adequadamente os laços menores foram propostos, primeiro por JA e depois por outros autores.

Jiles e Atherton na referência [4] modificam a teoria do ferromagnetismo para produzir laços menores mais coerentes com aqueles observados na experimentação. Um fator de escala é introduzido nas equações, necessitando-se conhecer o valor do campo nos extremos do laço. Entretanto, naquele artigo, as equações a serem resolvidas não são diferenciais, mas sim equações transcendentais envolvendo os campos nos extremos dos laços menores, pontos onde a direção do campo magnético é invertida, a fim de se poder calcular a magnetização ao longo do laço. Esta metodologia não pode ser aplicada a excitações arbitrárias, onde os pontos de inversão (do inglês “turning points”) não são conhecidos.

Em seu artigo de 1991, Carpenter [8] apresenta um método similar de ajuste do modelo de histerese para os laços menores. Um laço maior também será escalonado e deslocado a fim de se obter laços menores razoáveis. Entretanto, nesta metodologia a equação diferencial é resolvida, podendo então ser usada na simulação de circuitos e análise de dados, onde as correntes são obtidas em parte pela resposta magnética do material à excitação. A seguir, a metodologia proposta por Carpenter para representação dos laços menores na teoria do ferromagnetismo será descrita e os resultados posteriormente analisados.

5.2 APROXIMAÇÃO DOS LAÇOS MENORES NO MODELO DE JILES-ATHERTON POR ESCALONAMENTO E DESLOCAMENTO DO LAÇO MAIOR

Seguindo a notação proposta por JA no artigo de 1984 [4], Carpenter usou a equação diferencial para a magnetização dos materiais ferromagnéticos em termos da densidade efetiva de indução magnética $B_e = \mu_0(H + \alpha M)$ [8]:

$$M = M_s L\left(\frac{B_e}{a}\right) - k\delta \left(\frac{dM}{dB_e}\right) \quad (5.1)$$

onde

$$L(x) = \coth(x) - \frac{1}{x} \quad (5.2)$$

é a função de Langevin, M_s , a e k são os parâmetros do modelo e δ é o parâmetro direcional dado pelo sinal de dH/dt .

A diferença entre as formulações em B_e e H_e é dada pela constante μ_0 , o que acarretará mudança da constante a , mas ambas equações são equivalentes. O desenvolvimento é feito utilizando a variável B_e como independente para se evitar complicações desnecessárias no tratamento das equações. Posteriormente, a metodologia de Carpenter será aplicada à formulação com outras variáveis independentes (H e B).

Se os parâmetros a e k são constantes ou funções de B_e somente, a equação (5.1) é uma equação diferencial linear, não homogênea de primeira ordem que pode ser resolvida pelos métodos padrões [18]. A solução para a equação homogênea é:

$$M_h = C \exp \left\{ -\delta \int_0^{B_e} \frac{1}{k} dB_e \right\} \quad (5.3)$$

onde C é uma constante. A correspondente solução particular é dada por:

$$M_p = M_h \delta \int \frac{M_s L(B_e/a)}{k M_h} dB_e \quad (5.4)$$

A solução total é então dada pela soma das duas equações anteriores:

$$M = M_h + M_p.$$

Se a e k são constantes, a solução para M_p pode ser obtida por expansão como uma série dada por [4][8]:

$$M_p(B_e) = M_s \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{k\delta}{a} \right)^n L^{(n)} \left(\frac{B_e}{a} \right) \quad (5.5)$$

onde $L^{(n)}(x)$ é a n -ésima derivada de $L(x)$.

As funções para M obtidas pela forma integral ou por métodos numéricos, fornecem uma boa representação de M em função de B_e , quando este é levado de zero até a saturação e então repetidamente da saturação de uma direção até a outra, como pode ser visto na figura 5.1 [8]. Nesta figura são usadas variáveis normalizadas M/M_s e B_e/a para produzir uma curva universal, cujo único parâmetro é k/a . O laço maior, que excursiona entre os extremos, é obtido pela equação homogênea para os dois valores de δ . M_h representa a curva inicial de magnetização.

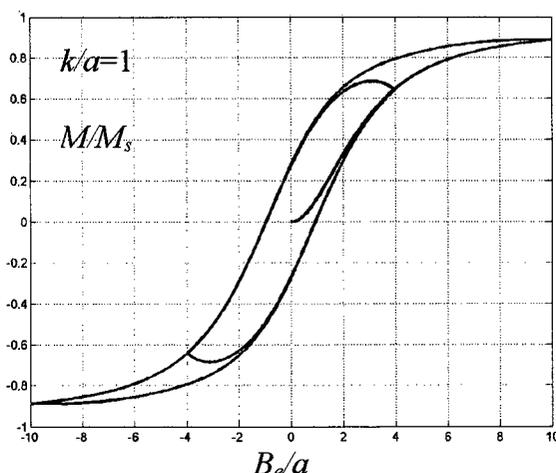


Figura 5.1 – Laços maior e menor obtidos com a solução da equação original do modelo de histerese de Jiles-Atherton.

Se a direção de dH/dt muda (δ muda de -1 para 1) antes que B_e alcance a saturação, um múltiplo de M_h deve ser somado a M_p para conectar o lado oposto do laço maior. Isto

leva ao laço menor observado na figura 5.1. O laço menor obtido não é físico, devido ao valor negativo de dM/dB_e . A equação (5.1) mostra claramente que dM/dB_e tornar-se-á negativa se $\delta = -1$ e M for menor que a magnetização anisterética $M_s L(B_e/a)$ ou se $\delta = +1$ e M for maior que a magnetização anisterética [8].

Jiles e Atherton evitam as derivadas negativas dos laços menores não incluindo na solução de M a equação exponencial homogênea M_h , mas mantêm somente a solução particular M_p , para os dois valores de δ e escalonando e deslocando os ramos por constantes para produzir laços menores que são fechados em pontos de inversão (“turning points”) escolhidos [4][8][14]. Os resultados obtidos concordam satisfatoriamente com dados experimentais, mas possuem a desvantagem de necessitar o conhecimento prévio do campo em ambos os pontos de inversão para conhecer a expressão para o laço menor, conectando-os.

Mais tarde, no artigo de 1986, Jiles e Atherton apresentam a componente reversível da magnetização. Com esta modificação eles conseguem representar laços menores, integrando diretamente a equação diferencial, assumindo a derivada da componente irreversível nula quando esta torna-se negativa. Esta modificação tem a justificativa física de que nenhuma energia que foi perdida nos pontos de grampeamento possa ser devolvida pela reversão do campo. Entretanto, Carpenter afirma que para determinados materiais, as equações anteriores são mais apropriadas, uma vez que conseguem representar maiores inclinações da magnetização próximo aos pontos de inversão.

Para obter laços menores da equação $M_p(B_e)$ dos braços ascendente e descendente ($\delta = +1$ e $\delta = -1$) é necessário que eles sejam multiplicados por um fator de escala Λ e tenham um “offset” M_0 somado. É possível determinar o valor do fator de escala do atual ponto de inversão somente, desde que o caminho seguido pela magnetização quando B_e está variando continuamente na mesma direção não depende do próximo ponto de inversão. Se B_e aumenta sem reverter, a magnitude de M tende à saturação:

$$\lim_{B_e \rightarrow \infty} M_h(B_e) = M_s. \text{ Assim, para qualquer ponto inicial } (B_{ei}, M_i), \text{ o fator de escala}$$

necessário para fazer o valor da saturação do laço menor igual ao do laço maior é, como pode ser observado na figura 5.2:

$$\Lambda(M_s \delta - M_p(B_{ei})) = M_s \delta - M_i \quad (5.6)$$

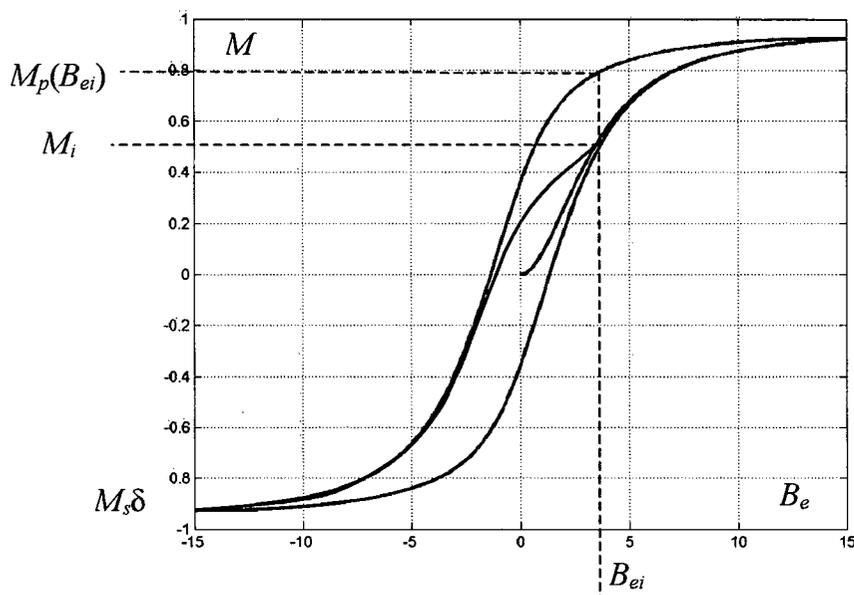


Figura 5.2 – Escalonando laço maior para representar laço menor.

A solução para o laço menor M_m em função do escalonamento do laço maior M_P é então:

$$M_m = \Lambda M_P + M_0. \quad (5.7)$$

Para o ponto (B_{ei}, M_i) :

$$M_i = \Lambda M_P(B_{ei}) + M_0.$$

Isolando o “offset” que deve ser somado será:

$$M_0 = M_i - \Lambda M_P(B_{ei}). \quad (5.8)$$

Reescrevendo M_i a partir da equação 5.6, em função de Λ , tem-se:

$$M_i = M_S\delta - \Lambda(M_S\delta - M_P(B_{ei})). \quad (5.9)$$

Substituindo (5.9) em (5.8) obtém-se:

$$M_0 = (1 - \Lambda)M_S\delta. \quad (5.10)$$

Então para a trajetória de um laço menor na direção δ , começando no ponto (B_{ei}, M_i) , a função para M é:

$$M = \Lambda M_P(B_e) + (1 - \Lambda)M_S\delta \quad (5.11)$$

Para representar circuitos contendo materiais ferromagnéticos, para um ponto inicial qualquer com alimentação arbitrária, é necessária uma equação diferencial de M em termos de B ou H . A derivada que deve ser integrada para obter laços maiores e menores, começando do ponto (B_{ei}, M_i) é:

$$\frac{dM}{dB_e} = \frac{M_s \delta - M_i}{M_s \delta - M_p(B_{ei})} \frac{dM_p}{dB_e} \quad (5.12)$$

ou em termos da expansão por série:

$$\frac{dM}{dB_e} = \frac{M_s \delta - M_i}{\delta - \sum_{n=0}^{\infty} (-k\delta/a)^n L^{(n)}(B_{ei}/a)} \frac{1}{k\delta} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{k\delta}{a}\right)^n L^{(n)}\left(\frac{B_e}{a}\right) \quad (5.13)$$

A figura 5.3 mostra o resultado para um laço menor obtido integrando a equação (5.13), retendo a expansão no terceiro termo do somatório.

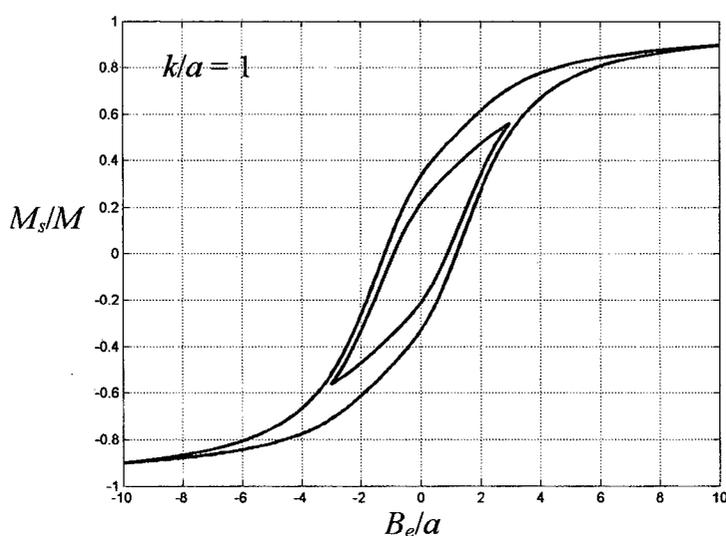


Figura 5.3 – Laço menor obtido por integração da equação diferencial modificada.

Para uma solução numérica com o campo H como variável independente, a equação pode ser escrita como:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{\mu_0 dM / dB_e}{1 - \alpha \mu_0 dM / dB_e} \quad (5.14)$$

A equação contendo a componente reversível da magnetização pode ser adaptada com o fator de escala para tentar a satisfatória representação dos laços menores. O fator de escala foi aplicado à magnetização irreversível e à magnetização total [9][14].

No artigo em que propõe o fator de escalonamento, Carpenter não confronta os resultados obtidos com o modelo e curvas experimentais. No artigo em que tenta ajustar melhor os laços menores [4], Jiles mostra que o escalonamento, conhecendo-se o comportamento do campo magnético, causa efetiva melhora no comportamento do modelo.

Seguindo o trabalho de Lederer [9], o mesmo procedimento foi adotado para o modelo inverso de Sadowski-Lajoie. A equação modificada tornou-se:

$$\frac{dM}{dB} = \left(\frac{M_s \delta - M_i}{M_s \delta - M(B_i)} \right) \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + \frac{c}{\mu_0} \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 + c \frac{dM_{an}}{dH_e} (1-\alpha) + \mu_0 (1-c)(1-\alpha) \frac{dM_{irr}}{dB_e}}. \quad (5.15)$$

Na figura 5.4 é mostrado um laço maior e dois laços menores, um obtido com fator de escala e outro com o modelo inverso puro.

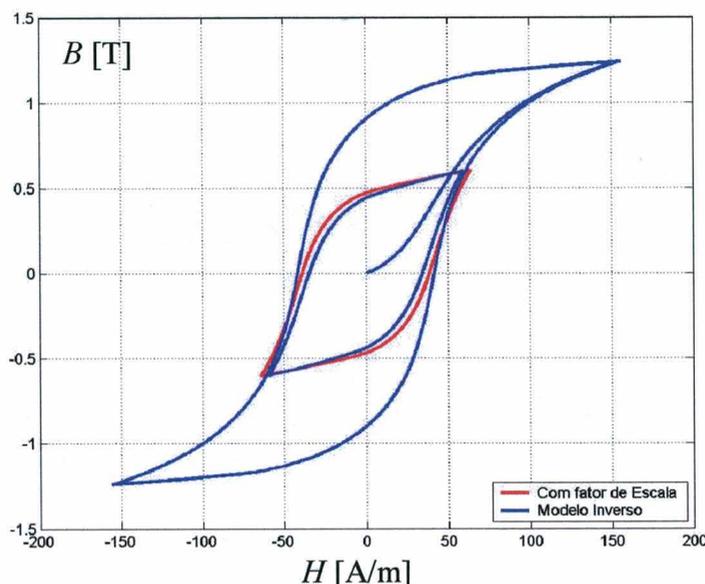


Figura 5.4 – Laços maior e menor com modelo inverso e laço menor com fator de escala.

Nota-se na figura 5.4 a tendência do fator de escalonamento em aumentar a área do laço menor. É a mesma tendência observada no trabalho de Lederer [9].

5.3 CONCLUSÃO

Neste capítulo foram apresentados os conceitos básicos a respeito do fator de escalonamento, primeiramente apresentado por Jiles na tentativa de melhor ajustar o modelo aos laços menores de indução. As equações modificadas de Jiles necessitam do prévio conhecimento do campo elétrico e são complexas, não sendo viáveis para simular sistemas com alimentação arbitrária. Carpenter, baseado nas modificações de Jiles, propõe um fator de escalonamento, mas mantém o modelo em equação diferencial, sendo apropriado para simular sistemas com evolução livre no tempo. A metodologia proposta por Carpenter é aplicada ao modelo inverso.

CAPÍTULO 6: COMPARAÇÃO DO MODELO COM CURVAS EXPERIMENTAIS

6.1 INTRODUÇÃO

O modelo inverso com e sem o fator de escalonamento foi comparado com curvas de histerese obtidas na bancada de teste desenvolvida no GRUCAD para caracterização de materiais magnéticos e avaliação das perdas magnéticas em aço para fins elétricos. A descrição da bancada e detalhes dos ensaios serão apresentados a seguir.

6.2 MÉTODO DE OBTENÇÃO DAS CURVAS EXPERIMENTAIS – QUADRO DE EPSTEIN

Em conjunto com os demais trabalhos desenvolvidos no GRUCAD, a caracterização dos materiais magnéticos e o levantamento das curvas experimentais de indução e campo magnético foram feitas em uma bancada concebida e construída para este fim. A bancada dá suporte para outros trabalhos, principalmente aqueles relacionados à medição das perdas em materiais para fins elétricos. Dentro deste contexto, a bancada possuía as condições necessárias para o levantamento de curvas de histerese de diversos materiais, as quais serão apresentadas a seguir e servirão de comparação para aquelas obtidas com o modelo de JA direto e inverso e com o modelo modificado com o fator de escalonamento.

O dispositivo padrão para o levantamento das perdas magnéticas em materiais para fins elétricos é o transformador (quadro) de Epstein. O quadro de Epstein é um transformador com relação de transformação unitária, construído para possuir um fluxo de dispersão mínimo e manter o campo no caminho magnético médio, o mais constante possível.

O dispositivo utilizado na bancada é um transformador padrão do tipo B-EP-25cm, com 700 espiras nos enrolamentos primário e secundário. O caminho magnético médio l_m é de 0,94 m e a resistência do enrolamento primário é de 0,691 Ω . Um quadrante do dispositivo é visto na figura 6.1.

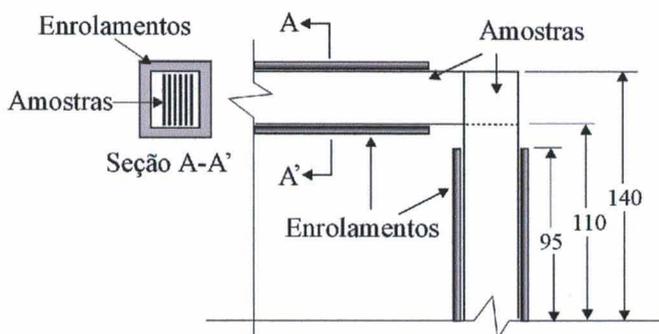


Figura 6.1 – Um quarto do transformador de Epstein.

Os objetivos principais da bancada são o estudo das perdas magnéticas no ferro e a caracterização magnética de materiais. Entende-se por caracterização o levantamento das características magnéticas do material em estudo, tais como as constantes do modelo de histerese de JA e as constantes relacionadas às diversas parcelas de perdas magnéticas no ferro.

Nos modelos utilizados, a variável independente é a indução magnética B . Assim é necessário o controle dessa grandeza, o que foi feito através do controle da tensão induzida no secundário do transformador de Epstein, como será descrito a seguir.

A alimentação do dispositivo de teste (transformador de Epstein) é realizada através do enrolamento primário. No secundário é obtida a forma de onda da indução magnética no material através da tensão elétrica induzida no secundário. Controlando-se a tensão induzida no secundário, controla-se a indução no material.

6.2.1 MEDIDA DAS GRANDEZAS ELÉTRICAS E MAGNÉTICAS

As grandezas magnéticas campo H e indução B são obtidas através das grandezas elétricas tensão e corrente medidas no dispositivo de teste.

Foi usado um osciloscópio 2430A 150MHz da marca Tektronix para medir simultaneamente tensão e corrente em dois canais. Cada curva foi obtida com 1024 pontos, com resolução de 8 bits e enviadas para tratamento numérico para um microcomputador através de uma placa General Purpose Interface Bus (GPIB) ANSI/IEEE Standard 488.1-1987. O tratamento numérico é efetuado em microcomputador através do software LabView.

A corrente foi medida através de uma sonda de efeito Hall, ponteira A6302 Tektronix, com faixa passante desde sinais contínuos até 50MHz, acoplada a um amplificador TM 502A Tektronix.

O campo magnético H é a imagem da corrente elétrica i_p no primário do transformador, sendo considerado escalar. A indução magnética B é a integral da tensão elétrica V_s no secundário.

As grandezas magnéticas foram calculadas através de um Instrumento Virtual (programa desenvolvido no ambiente LabView), através das equações:

$$H(t) = \frac{N_p}{l_m} i_p(t) = \frac{700}{0,94} i_p(t) \quad [\text{A/m}] \quad (6.1)$$

$$B(t) = \frac{1}{N_s S} \int V_s(t) dt = \frac{1}{700 S} \int V_s(t) dt \quad [\text{T}] \quad (6.2)$$

onde S é área da seção transversal do transformador e depende do número de lâminas usadas no ensaio.

A integração numérica foi realizada através do método de Euler [17].

6.2.2 A ALIMENTAÇÃO ELÉTRICA

A bancada desenvolvida no GRUCAD foi concebida para caracterização magnética e, principalmente, para o levantamento das perdas magnéticas no ferro [20].

Na metodologia para o levantamento das perdas, manter a forma de onda da tensão no secundário do transformador é imperativo. Além disso, para avaliar as perdas sob outros regimes de indução, a tensão deve estar apta a ser controlada para o regime em questão.

A corrente drenada no primário também deve poder variar livremente, isto é, a fonte do ponto de vista do primário do dispositivo de teste deve ser vista como uma fonte de tensão ideal, com impedância nula na saída.

Para atender os requisitos anteriores quanto à alimentação, foi implementado um inversor de tensão monofásico, em ponte completa, com um filtro LC na saída. A tensão no capacitor do filtro de saída do inversor é a aplicada ao dispositivo de teste. Para manter o controle da tensão no secundário foi implementada uma malha de controle robusta que obriga o inversor a impor a forma de onda da tensão da saída senoidal ao dispositivo de teste, independente da não linearidade deste e dos demais elementos do sistema.

Um diagrama esquemático do sistema é visto na figura a seguir.

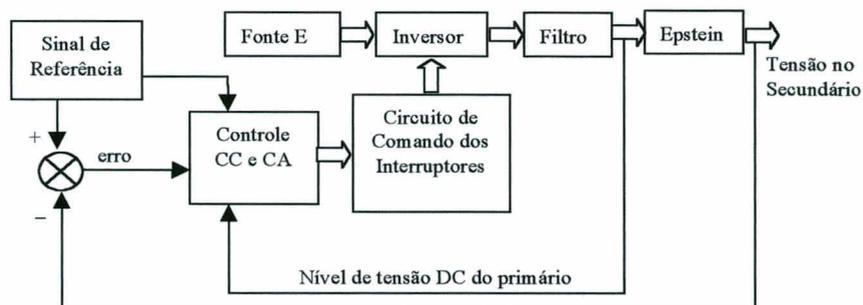


Figura 6.2 – Diagrama esquemático da bancada de testes.

O sinal de referência foi gerado através da placa PCI-6110E da National Instruments monitorada através do software LabView, com uma taxa de amostragem de 5M pontos/s, 12 bits de resolução, duas saídas analógicas para geração de sinais e quatro canais analógicos de entrada.

Para uma detalhada descrição do inversor e da malha de controle, ver a referência [20].

6.3 MATERIAIS ENSAIADOS – CURVAS DE HISTERESE

Foram ensaiados quatro materiais distintos na bancada de testes do GRUCAD para comparações entre o modelo de histerese e os dados experimentais:

Material A – Ensaio realizado à 1 Hz, com 50% das lâminas cortadas na direção do sentido de laminação e 50% cortadas na direção perpendicular;

Material B – Ensaio realizado a 1 Hz, com 100% das lâminas cortadas no sentido de laminação (B 0°);

Material B – Ensaio realizado à 1 Hz, com 100% das lâminas cortadas na direção perpendicular ao sentido de laminação (B 90°);

Material B – Ensaio realizado à 1 Hz, com 100% das lâminas estampadas na direção a 45° do sentido de laminação (B 45°).

O levantamento dos parâmetros dos quatro materiais ensaiados se deu através do algoritmo de minimização do erro médio quadrático entre a curva experimental e a obtida através do modelo inverso. O conjunto inicial de parâmetros é obtido com o algoritmo de Peugeot [15]. O algoritmo de obtenção dos parâmetros implementado no ambiente Labview [23], num microcomputador ligado à bancada forma, um sistema automático de modelagem do material, porém o mesmo pode ser transportado para qualquer outro sistema de processamento dando versatilidade ao processo.

6.3.1 Comparação entre Curvas Medidas e Experimentais para Material A

Uma amostra do material A, com 50% das chapas estampadas no sentido de laminação e as demais perpendicularmente, foi ensaiada a 1 Hz e um valor de indução senoidal com pico de 1,24 T. O conjunto de parâmetros obtidos para este material é observado na tabela 6.1.

Tabela 6.1- Conjunto de parâmetros para o material A.

| Parâmetro | Conjunto Inicial | Conjunto Ótimo |
|-------------|------------------------|------------------------|
| M_s [A/m] | $1,5870 \cdot 10^6$ | $1,4552 \cdot 10^6$ |
| k [A/m] | 51,319 | 72,312 |
| c | $134,29 \cdot 10^{-3}$ | $350,49 \cdot 10^{-3}$ |
| a [A/m] | 129,16 | 88,498 |
| α | $220,78 \cdot 10^{-6}$ | $177,05 \cdot 10^{-6}$ |

Na figura 6.3 são mostradas as curvas de indução versus campo magnético para o material A. As curvas modeladas através do modelo inverso são sobrepostas às experimentais. Vários valores de indução máxima, contemplando os laços menores, são mostrados.

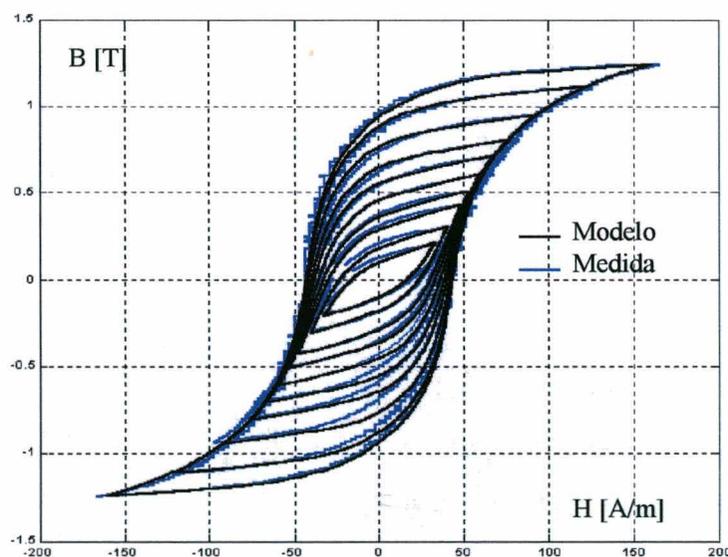


Figura 6.3 – Curvas de histerese com laços menores para material A.

Observa-se na figura anterior a boa concordância entre o modelo e as curvas medidas para baixas induções até um pouco acima da amplitude em que o material foi caracterizado.

Induções acima de 1,35 T levam o modelo a divergir da medida, apresentando um alargamento da curva próximo à indução remanente. Tal fenômeno não é levado em conta pelo modelo.

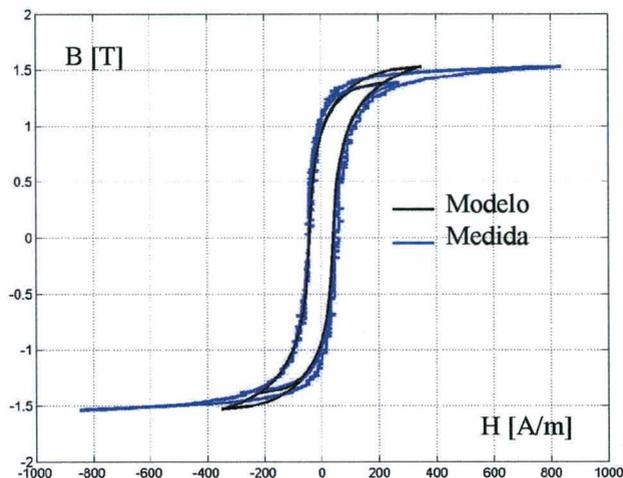


Figura 6.4 – Altas induções para material A.

Na figura 6.5 está mostrado em detalhe o alargamento da curva próxima à indução remanente para o material A. A diferença entre as amplitudes dos campos magnéticos para os laços medidos e modelados também é muito maior nas altas induções.

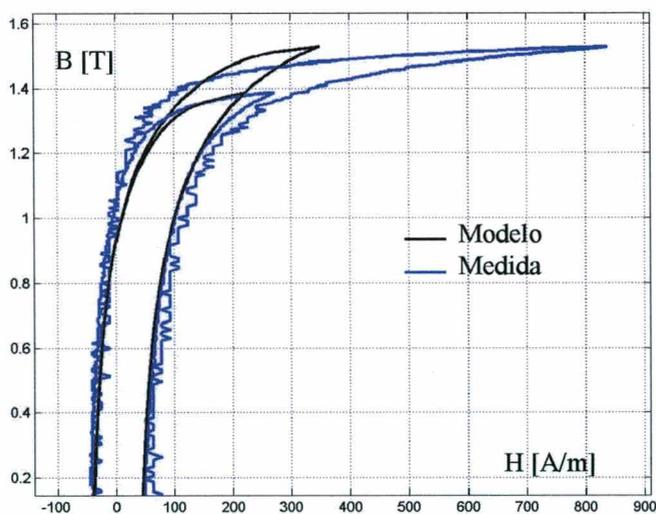


Figura 6.5 – Curvas de indução para o material A, detalhe das altas induções.

Nos laços menores observa-se que há uma assimetria. Nos ramos ascendentes das curvas o modelo não concorda tão bem com a medida quanto nos ramos descendentes. Isto é consequência de um pequeno valor contínuo na forma de onda do campo medido. Na

figura 6.6 uma forma de onda de campo magnético medida é sobreposta à curva correspondente obtida com o modelo inverso.

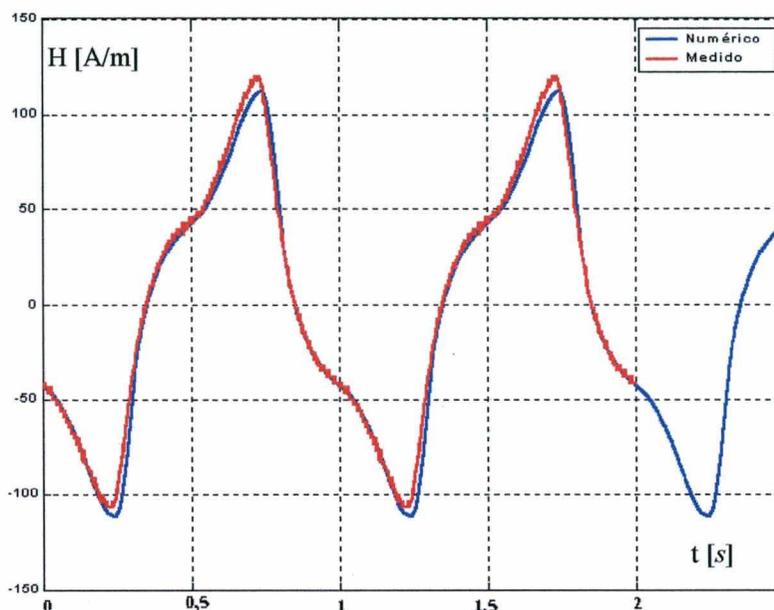


Figura 6.6 – Campo magnético para indução de 1 T para material A.

Este é um dos fatores que deslocam a curva de histerese, ocasionando uma pequena diferença entre o modelo e a experimentação. Apesar disso, a concordância entre o modelo e a curva experimental pode ser considerada boa.

A boa concordância entre modelo e medida para os laços menores não justifica o emprego de fator de escalonamento neste material ensaiado.

6.3.2 COMPARAÇÃO ENTRE CURVAS MEDIDAS E EXPERIMENTAIS PARA MATERIAL B 0°

O material B foi ensaiado em três configurações no quadro de Epstein, com relação ao sentido do corte das lâminas e à direção de laminação. Na primeira amostra as lâminas estão cortadas no sentido longitudinal do sentido de laminação. O ensaio foi realizado à frequência de 1 Hz e com uma indução senoidal de 1,239 T de amplitude.

Tabela 6.2- Conjunto de parâmetros para o material B 0°.

| Parâmetro | Conjunto Inicial | Conjunto Ótimo |
|-------------|------------------------|------------------------|
| M_s [A/m] | $2,0413 \cdot 10^6$ | $2,0059 \cdot 10^6$ |
| k [A/m] | 456,76 | 632,85 |
| c | $341,69 \cdot 10^{-3}$ | $454,42 \cdot 10^{-3}$ |
| a [A/m] | $2,0224 \cdot 10^3$ | $2,0011 \cdot 10^3$ |
| α | $2,7056 \cdot 10^{-3}$ | $2,8328 \cdot 10^{-6}$ |

Na figura 6.7 estão apresentadas as figuras de histerese para o material B 0°. Nota-se que em relação ao material A, a indução usada na caracterização é alta. Isto se deu pelo fato do alargamento da curva de histerese não ser tão pronunciado nas altas induções para este material.

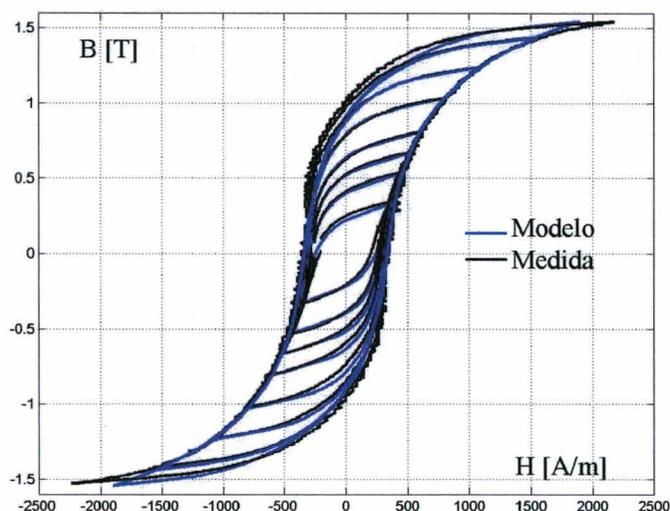


Figura 6.7 – Curvas de histerese a 1Hz para o material B 0° para amplitudes de indução variando de 0,3409 T a 1,54 T.

Para este material foram usados fatores de escala, conforme a proposta de Carpenter [8] para a verificação do ajuste para os laços menores. As curvas de indução de 0,3409 T a 1,031 T foram calculadas utilizando a equação diferencial modificada com o fator de escalonamento. Os laços menores obtidos são mostrados a seguir.

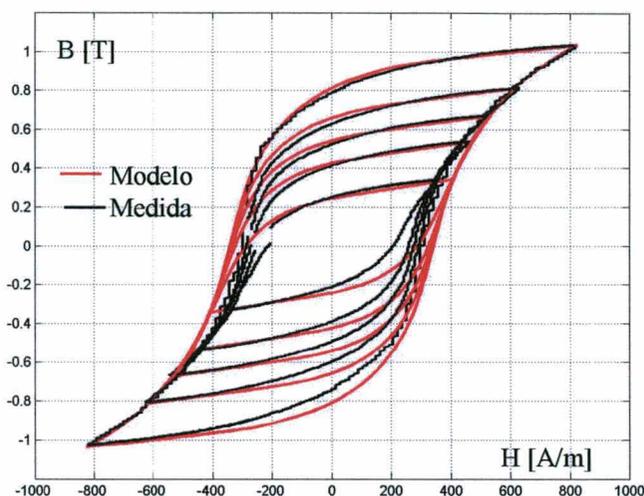


Figura 6.8 – Laços menores de indução para material B 0° utilizando fator de escalonamento.

Devido à assimetria nas curvas experimentais, os laços menores, calculados usando fator de escalonamento, possuem uma diferença maior no ramo ascendente da curva. Entretanto, o ajuste nos extremos do laço é melhor do que aquele obtido utilizando-se o modelo inverso puro.

Na figura a seguir a curva de variação do fator de escalonamento Λ em função da amplitude da indução, para o material B 0°, é mostrada.

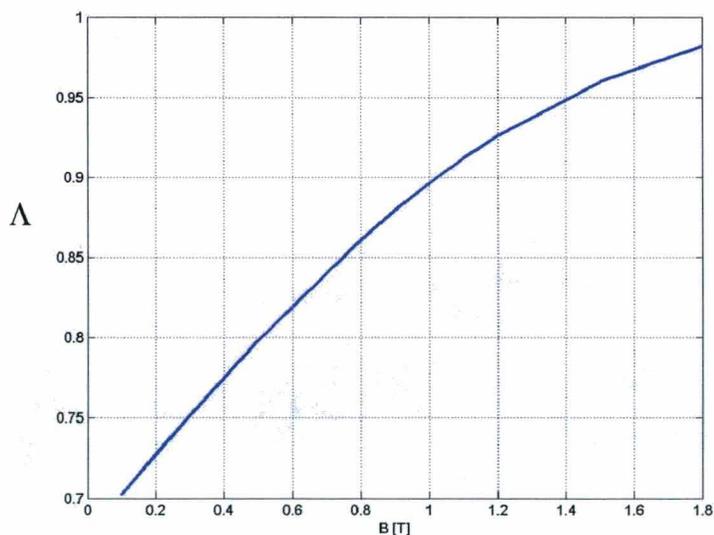


Figura 6.9 – Variação do fator de escalonamento obtido para o material B 0°.

Não há um significativo ajuste na representação total do laço. O aumento na área do laço de histerese parece seguir a mesma tendência observada por Ledere et alli [9].

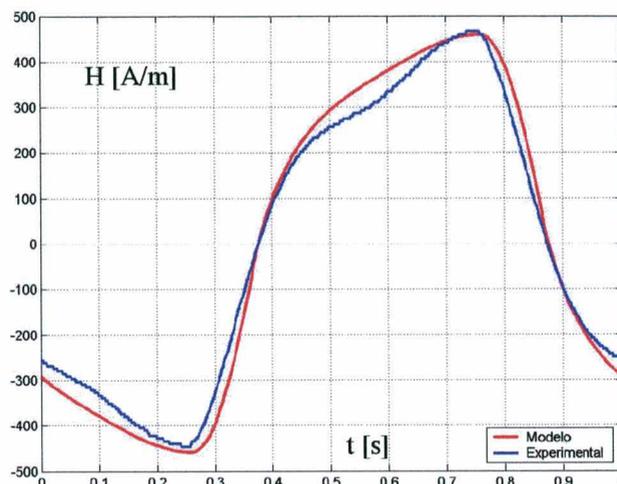


Figura 6.10 – Campo magnético calculado com modelo inverso, sem fator de escalonamento, para indução de 0,538 T.

Na figura anterior percebe-se a pequena assimetria na forma de onda do campo medido. Apesar disso, o campo magnético, calculado com o modelo direto, sem escalonamento, possui uma boa concordância.

O fator de escalonamento aumenta ligeiramente a amplitude do campo e diminui a inclinação próximo à amplitude máxima, como visto na figura 6.11.

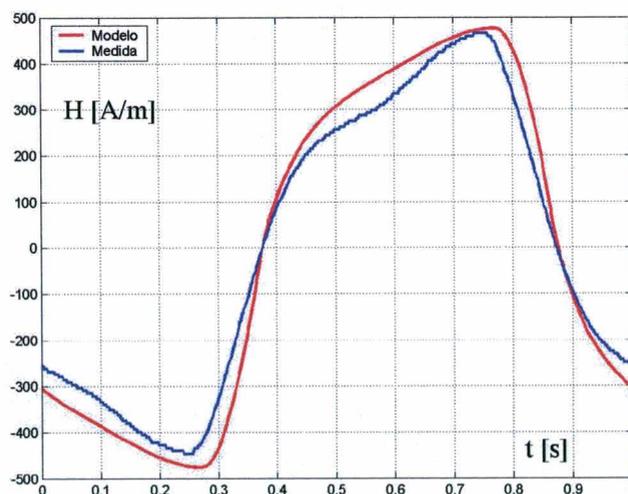


Figura 6.11– Campo magnético calculado com modelo inverso, com fator de escalonamento, para indução de 0,538 T.

6.3.3 COMPARAÇÃO ENTRE CURVAS MEDIDAS E EXPERIMENTAIS PARA MATERIAL B 90°

O material B 90° possui as lâminas cortadas a 90° no sentido de laminação. O ensaio foi realizado à frequência de 1 Hz e uma indução senoidal de 1,035 T de amplitude. O conjunto de parâmetros obtido para os material está mostrado na tabela 6.3.

Tabela 6.3- Conjunto de parâmetros para o material B 90°.

| Parâmetro | Conjunto Inicial | Conjunto Ótimo |
|-------------|------------------------|------------------------|
| M_s [A/m] | $1,8058 \cdot 10^6$ | $1,7140 \cdot 10^6$ |
| k [A/m] | 327,30 | 455,60 |
| c | $189,13 \cdot 10^{-3}$ | $322,50 \cdot 10^{-3}$ |
| a [A/m] | 750,40 | 648,59 |
| α | $1,1121 \cdot 10^{-3}$ | $1,1365 \cdot 10^{-3}$ |

As curvas de histerese para o material ensaiado estão mostradas a seguir.

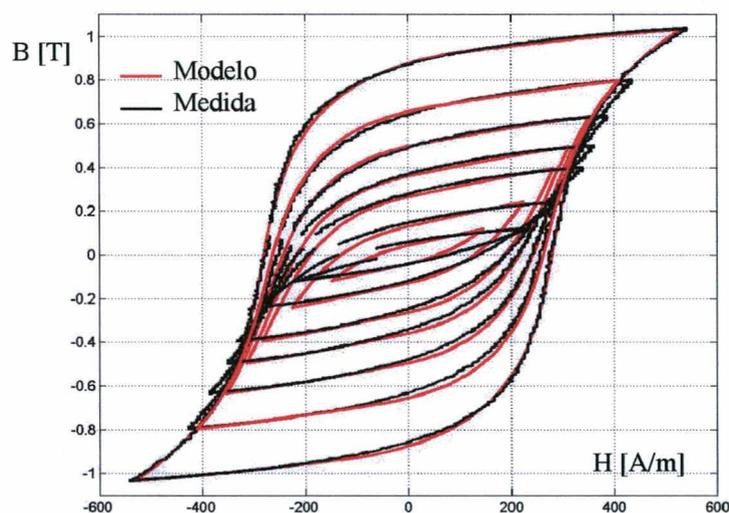


Figura 6.12 – Curvas de indução para material B 90° com induções variando de 0,12 a 1,034 T.

O modelo reproduz os laços menores satisfatoriamente das amplitudes na faixa de 0,4 a 1,035 T. As induções menores apresentam problemas na medida. Uma forma de onda do campo magnético para indução de 0.8 T é vista na figura 6.13.

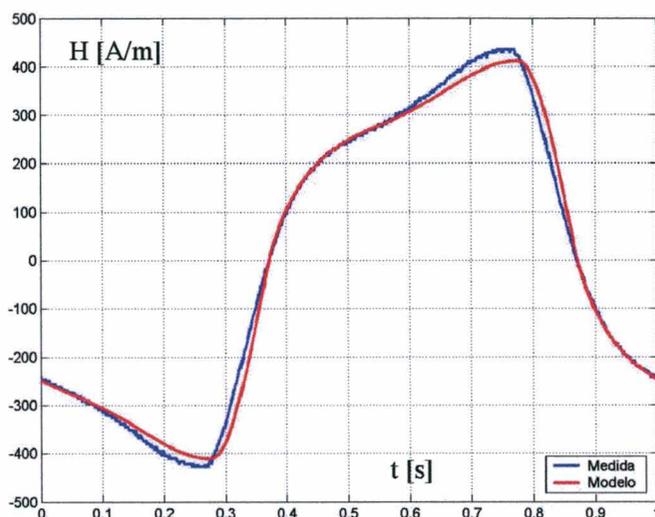


Figura 6.13 – Campo magnético obtido com modelo inverso para 0,8 T, sem fator de escalonamento.

A variação do fator de escala em função da amplitude da indução, para este material, conforme a metodologia proposta por Carpenter, é vista na figura 6.14.

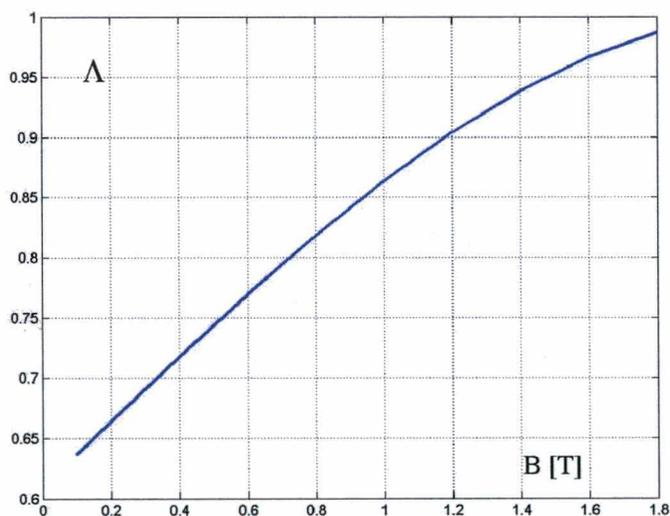


Figura 6.14 – Variação do fator de escalonamento obtido para o material B 90°.

Percebe-se que para este material a inclinação do fator de escalonamento é diferente daquela observada para o material B 0°.

O fator de deslocamento aplicado ao modelo para o material B 90° origina as curvas vistas na figura 6.15.

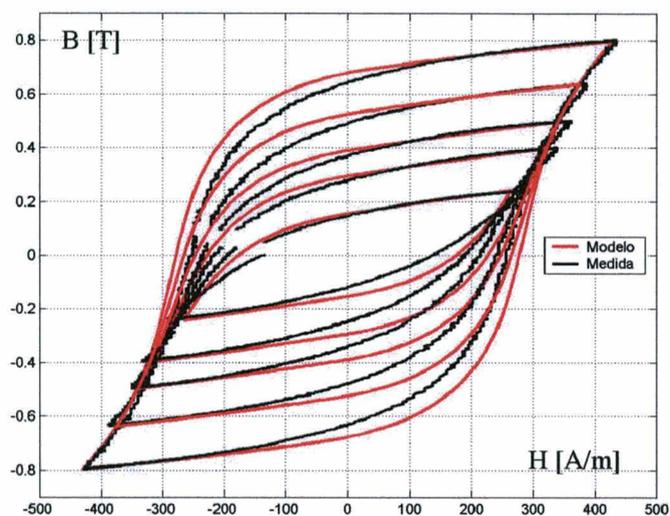


Figura 6.15 – Laços de histerese para material B 90° utilizando fator de escalonamento.

Novamente observa-se a tendência em alargar o laço menor com o uso de escalonamento, prejudicando a representação dos laços menores.

Na figura a seguir vemos o campo magnético calculado com o modelo inverso, aplicando o fator de escalonamento.

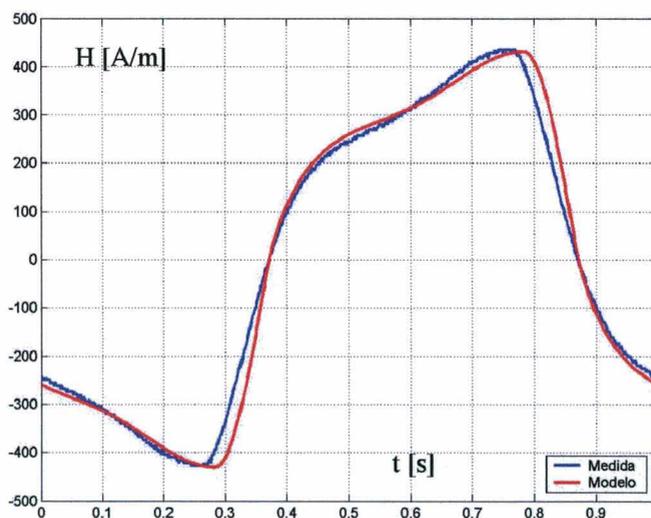


Figura 6.16 – Campo magnético para indução de 0,8 T utilizando fator de escalonamento.

O modelo sem fator de escala apresenta resultados que representam melhor os laços menores para esse material.

6.3.3 COMPARAÇÃO ENTRE CURVAS MEDIDAS E EXPERIMENTAIS PARA MATERIAL B 45°

O material B 45° possui as lâminas cortadas a 45° no sentido de laminação. O ensaio foi realizado à frequência de 1 Hz a uma indução senoidal de 1,258 T de amplitude.

Tabela 6.4- Conjunto de parâmetros para o material B 45°.

| Parâmetro | Conjunto Inicial | Conjunto Ótimo |
|-------------|------------------------|-------------------------|
| M_s [A/m] | $1,9716 \cdot 10^6$ | $1,9257 \cdot 10^6$ |
| k [A/m] | 251,25 | 317,60 |
| c | $301,41 \cdot 10^{-3}$ | $435,08 \cdot 10^{-3}$ |
| a [A/m] | $1,4821 \cdot 10^3$ | $1,3780 \cdot 10^3$ |
| α | $2,1358 \cdot 10^{-3}$ | $2,07659 \cdot 10^{-3}$ |

As curvas de histerese para este material, com o conjunto de parâmetros da tabela 6.4, são vistas na figura 6.17.

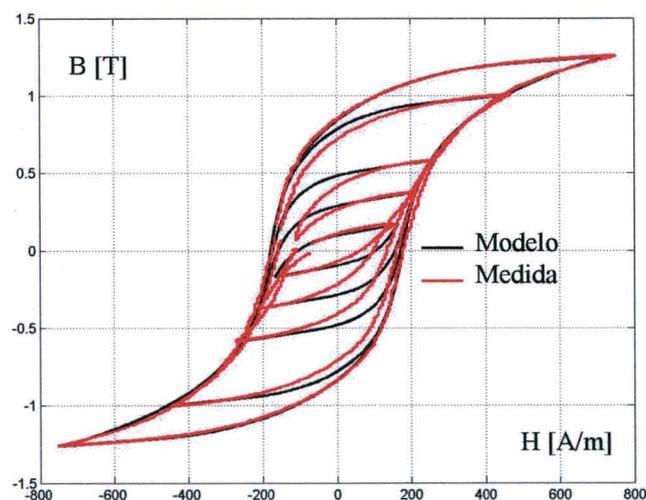


Figura 6.17 – Curvas de histerese para o material B 45° com amplitudes variando de 0,171 T a 1,258 T.

Para a amplitude de 1,258 T, amplitude na qual os parâmetros do modelo foram obtidos, a concordância entre o modelo inverso e a medida é excelente. Para os laços menores o modelo diverge totalmente da medição. A área interna dos laços menores, obtidas com o modelo para o conjunto de parâmetros anterior, é sensivelmente maior e a forma dos laços diverge, possuindo inclinações diferentes quando o laço sai dos pontos de inversão.

Conforme observado para os materiais anteriores e visto na referência [9], a tendência do fator de escalonamento parece ser aumentar a área dos laços menores. Assim seria sensato esperar que para este material o escalonamento não produza melhores resultados. Para o material ensaiado, a curva de fator de escala em função das amplitudes das induções está apresentada na figura 6.18.

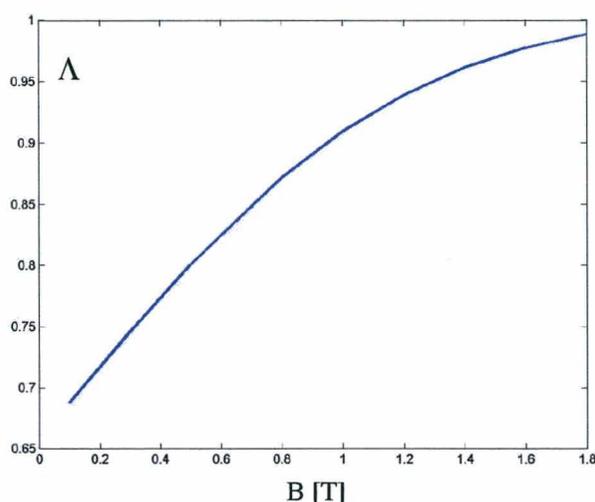


Figura 6.18 – Variação do fator de escalonamento obtido para o material B 45°.

As curvas obtidas com o modelo inverso e fator de escala são vistas da figura 6.19.

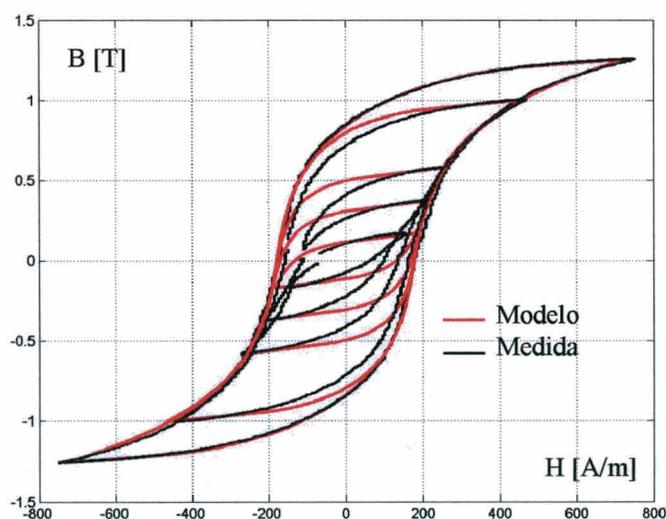


Figura 6.19 – Curvas de histerese para o material B 45° com amplitudes variando de 0,171 T a 1,258 T utilizando fator de escala.

Como esperado, não há melhora na representação dos laços menores para este material, utilizando-se o fator de escala.

O método de obtenção dos parâmetros do modelo foi o de minimização do erro médio quadrático entre as curvas modelada e a medida. Uma vez que para a curva usada na

caracterização (amplitude de 1,258 T) os laços menores não obtiveram bons resultados realizou-se uma nova caracterização, com uma amplitude máxima de 1,004 T com o intuito de investigar um conjunto de parâmetros que melhor satisfaça os laços menores. O novo conjunto obtido é mostrado na tabela 6.5.

Tabela 6.5- Conjunto de parâmetros para o material B 45° obtida com indução de amplitude de 1,004 T.

| Parâmetro | Conjunto Inicial | Conjunto Ótimo |
|-------------|------------------------|------------------------|
| M_s [A/m] | $1,6138 \cdot 10^6$ | $1,5894 \cdot 10^6$ |
| k [A/m] | 203,94 | 289,82 |
| c | $253,61 \cdot 10^{-3}$ | $417,79 \cdot 10^{-3}$ |
| a [A/m] | 638,87 | 584,13 |
| α | $1,0205 \cdot 10^{-3}$ | $1,0063 \cdot 10^{-3}$ |

O conjunto de curvas obtidas com os parâmetros da tabela acima, sobrepostas às curvas medidas está mostrado na figura a seguir.

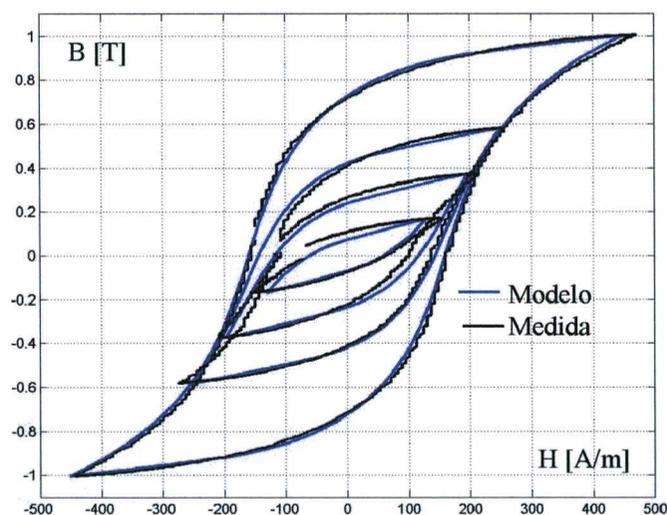


Figura 6.20 – Curvas de histerese para material B 45° com conjunto de parâmetros levantados para indução de 1,004 T.

Observa-se agora uma excelente concordância entre as curvas medidas e o modelo. Com exceção da indução de amplitude 0,375 T onde, claramente percebe-se um problema de medição, as demais possuem bom ajuste à medida em ambos os ramos ascendente e descendente. Na figura abaixo tem-se o campo calculado para uma indução máxima de 0,582 T.

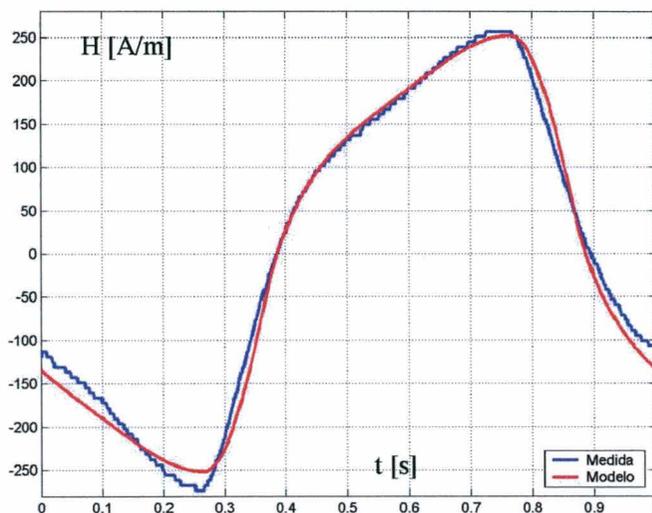


Figura 6.21 – Campo obtido para uma indução de 0,582 T com modelo inverso.

Os resultados obtidos para este material mostram que o conjunto de parâmetros pode não representar satisfatoriamente os laços menores, embora represente bem o material na indução em que o material foi caracterizado.

6.4 CONCLUSÃO

Embora o modelo de Jiles-Atherton tenha uma excelente representação dos laços de histerese que atingiram a saturação, para os laços menores o mesmo não é observado. Primeiramente, o próprio Jiles [6] introduziu um fator de escalonamento para tentar ajustar o modelo, mas as equações envolvidas eram complexas e necessitavam de um conhecimento prévio do comportamento do campo, o que inviabilizava essa solução para sistemas em que a alimentação seja arbitrária. Carpenter propõe um fator de escala, mantendo as equações diferenciais, portanto praticável para sistemas em que as variáveis vão sendo conhecidas durante a evolução do sistema.

Para os materiais ensaiados aqui, o fator de escalonamento não ajustou adequadamente os laços menores, sendo que a boa representação é alcançada quando um conjunto apropriado de parâmetros é aplicado ao modelo. O problema então parece ser do encontro do conjunto de parâmetros correto para a representação dos laços menores.

Como observado para o material B 45°, o primeiro conjunto de parâmetros correspondeu de forma excelente ao laço de indução no qual o material foi modelado, mas para os laços menores a representação foi ruim. Modelado sob uma indução menor, os laços menores se ajustaram muito bem entre modelo a medida. Assim, parece ser um

problema na obtenção dos parâmetros que compromete a representação dos laços menores pelo modelo.

CAPÍTULO 7: USO DO MODELO EM UM CIRCUITO RL SÉRIE E RLC SÉRIE

7.1 INTRODUÇÃO

O modelo inverso de histerese será utilizado na simulação de circuitos RL e RLC série para confrontar os diferentes resultados entre as considerações assumidas em circuitos onde há presença de materiais não lineares. Será considerado a saturação sem perdas, isto é, sem histerese, fazendo uso da equação de Langevin e uma curva média da curva de histerese considerada para o material. Posteriormente, será efetuado um cálculo com o modelo inverso de histerese.

7.2 CIRCUITO RL SÉRIE

Indutâncias lineares independem da frequência e da tensão aplicada. A presença de materiais ferromagnéticos, com permeabilidade magnética variável, porém torna as indutâncias variáveis na prática. O modelo de histerese diferencial permite considerar esse fenômeno.

O primeiro circuito considerado é o RL série, visto na figura 7.1.

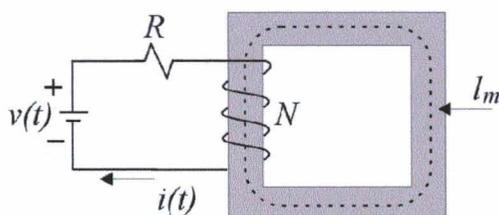


Figura 7.1 – Circuito RL.

A equação que descreve o circuito é:

$$v(t) = Ri(t) + \frac{dLi(t)}{dt} \quad (7.1)$$

onde R é a resistência elétrica, $i(t)$ a corrente elétrica instantânea, $v(t)$ a tensão da fonte instantânea.

O indutor considerado é o quadro de Epstein, cujas dimensões e grandezas envolvidas são:

$$N = 700;$$

$$R = 0,6914 \Omega;$$

$$l_m = 0,94 \text{ m};$$

e a área da seção considerada será:

$$S = 105 \times 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Pode-se escrever o produto Li como sendo:

$$Li = N\Phi \quad [\text{Wb}] \quad (7.2)$$

onde N é o número de espiras da bobina e Φ o fluxo magnético que atravessa a área S da mesma. O fluxo pode ser escrito como:

$$\Phi = BS \quad [\text{Wb}] \quad (7.3)$$

onde B é a densidade de fluxo magnético.

Da lei de Ampère [11] temos que o campo magnético H é igual a:

$$H(t) = \frac{Ni(t)}{l_m} \quad [\text{A/m}] \quad (7.4)$$

sendo l_m o caminho magnético médio.

A equação (7.1) pode então ser rescrita como:

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{1}{NS} \left(v(t) - R \frac{H(t)l_m}{N} \right) \quad (7.5)$$

A equação (7.5) será resolvida considerando saturação sem histerese, através da equação de Langevin e de um valor médio da curva de histerese do material e com modelo de histerese.

Para histerese, será considerado o material A, caracterizado na bancada de testes do GRUCAD, possuindo o conjunto de parâmetros dado na tabela 7.1:

Tabela 7.1- Conjunto de parâmetros para o material A.

| Parâmetro | Conjunto Ótimo |
|-------------|------------------------|
| M_s [A/m] | $1,4552 \cdot 10^6$ |
| k [A/m] | 72,312 |
| c | $350,49 \cdot 10^{-3}$ |
| a [A/m] | 88,498 |
| α | $177,05 \cdot 10^{-6}$ |

7.2.1 CURVA DE SATURAÇÃO SEM HISTERESE – EQUAÇÃO DE LANGEVIN

Atribuídos valores iniciais às grandezas, a relação entre indução e campo magnético será modelada primeiramente como sendo uma curva de saturação, sem histerese, dada pela equação de Langevin:

$$M = M_S \left(\coth \frac{H + \alpha M}{a} - \frac{a}{H + \alpha M} \right) \quad (2.28)$$

Os parâmetros da equação de Langevin considerados são os mesmos do modelo de histerese.

Considerando vários laços menores de indução, para o material A, as curvas de Langevin, para os mesmos valores de indução máxima são vistas na figura 7.2.

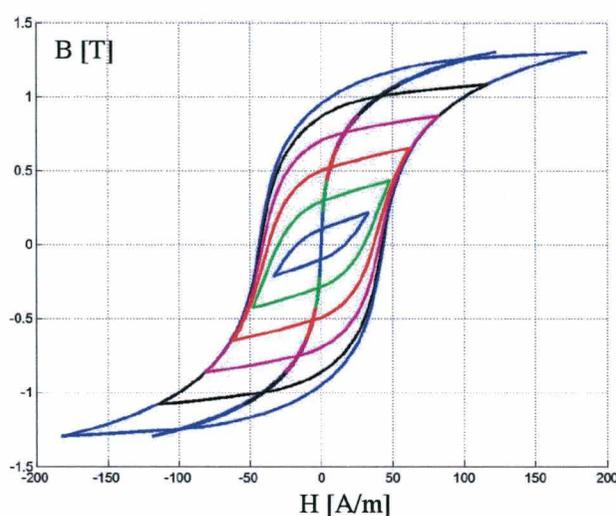


Figura 7.2 – Curvas de Langevin para material A.

Cada valor de indução máxima corresponde a uma cor. A curva anisterética de Langevin, associada àquela indução, possui a mesma cor.

Observa-se que a inclinação da curva de saturação dada pela equação de Langevin se mantém para todos os valores de indução e segue uma tendência única.

Os ensaios no quadro de Epstein foram realizados impondo-se a forma de onda da indução no secundário do transformador, o que é repetido aqui, fazendo a resistência do circuito RL nula. Para uma onda de tensão senoidal de amplitude igual a 0,5 V, obtêm-se as grandezas magnéticas vistas na figura 7.3, sendo o pico do campo magnético igual a 54,38 [A/m].

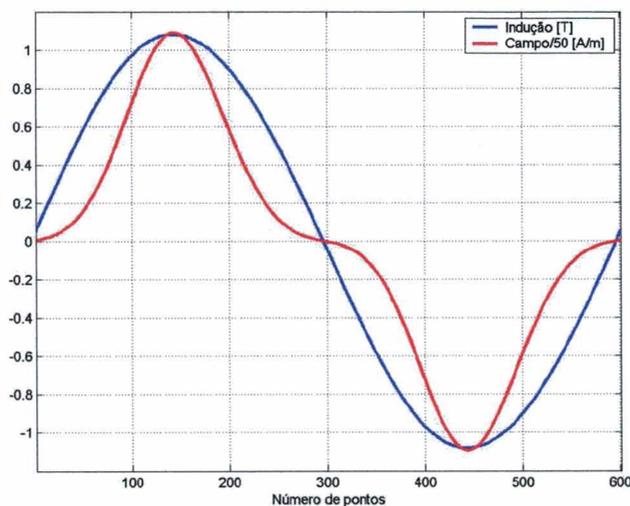


Figura 7.3 – Campo magnético obtido usando curva de saturação dada pela equação de Langevin.

Na prática para este material a indução senoidal com a mesma amplitude origina um campo de amplitude igual a 120 A/m, sendo muito superior aquele obtido usando somente a equação de Langevin, como observado na figura 7.4.

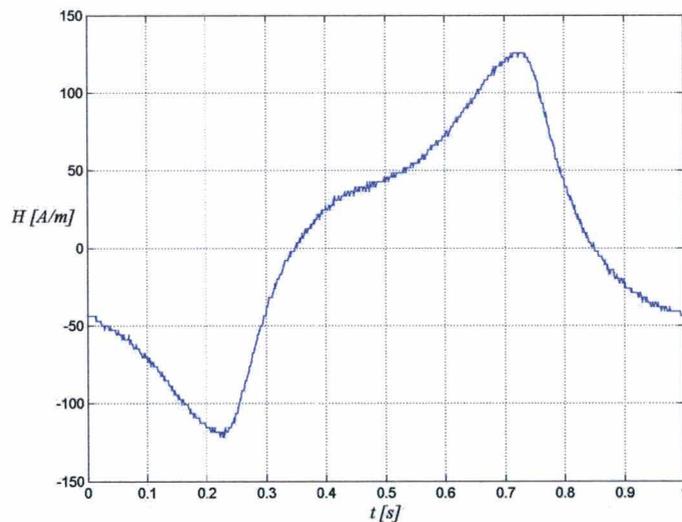


Figura 7.4 – Campo magnético medido para indução imposta de 1,1 T.

7.2.2 CURVA DE SATURAÇÃO SEM HISTERESE – CURVA MÉDIA DO LAÇO DE HISTERESE

O fenômeno magnético da saturação é agora representado por uma curva obtida da média do laço de histerese do material.

Na figura 7.5 estão representadas as curvas de histerese e suas respectivas médias.

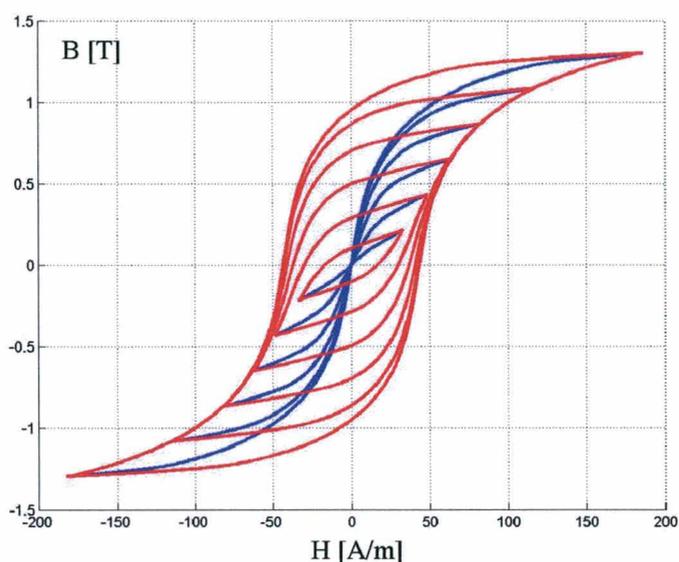


Figura 7.5 – Curvas de histerese e respectivas médias.

Diferentemente das curvas de saturação obtidas com a função de Langevin, para cada valor de amplitude de indução máxima há uma inclinação diferente da curva de saturação média. Para cada média calcula-se um campo diferente para o mesmo valor de indução. Por exemplo, o campo calculado para uma indução de 1 T, se usada a curva média obtida do laço de 1,1 T, será em torno de 70 A/m; se usada a curva média do laço de 1,3 T o campo para o mesmo valor de indução será menor, em torno de 60 A/m.

Usando a curva média do laço de indução de 1,1 T, obtém-se o campo visto na figura 7.6.

A amplitude máxima do campo obtida para esta curva é de 117,2 A/m, valor mais próximo do obtido na prática.

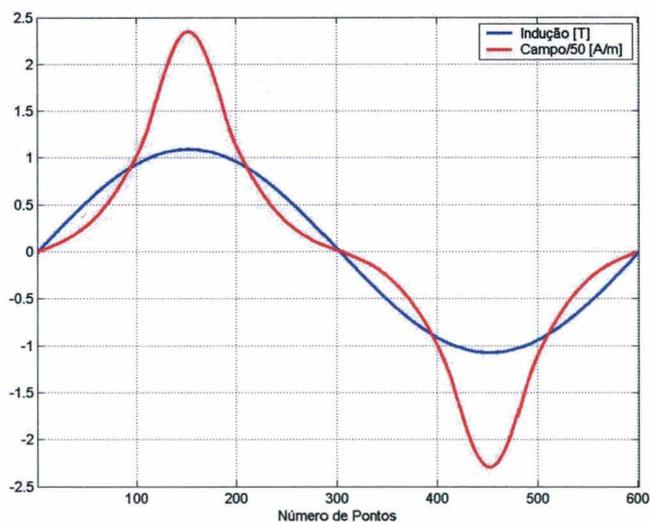


Figura 7.6 – Indução e campo magnético calculado usando curva de indução média da curva de 1,1 T.

7.2.3 CURVA COM HISTERESE – USANDO MODELO INVERSO

Usando o modelo inverso de histerese o circuito foi resolvido para as grandezas magnéticas, e para o mesmo valor de indução (amplitude da tensão em 0,5 V) as curvas são mostradas na figura 7.7.

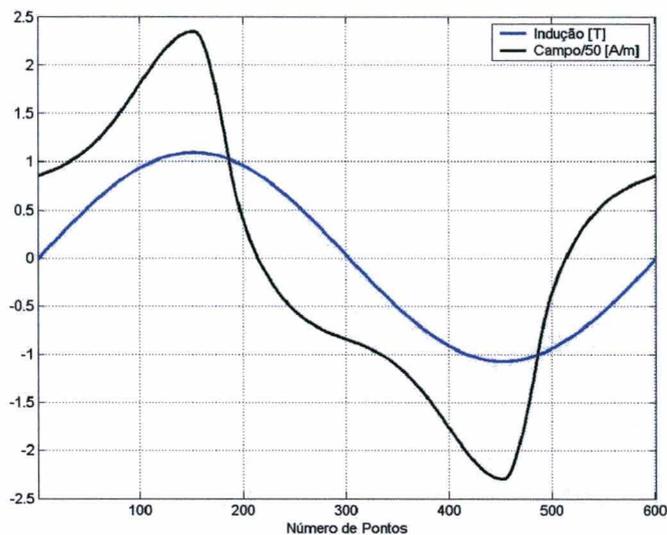


Figura 7.7 – Indução e campo magnético obtido com modelo inverso de histerese.

A amplitude do campo é a mesma da obtida com a curva média para 1,1 T. A curva experimental obtida para este caso é vista na figura a seguir.

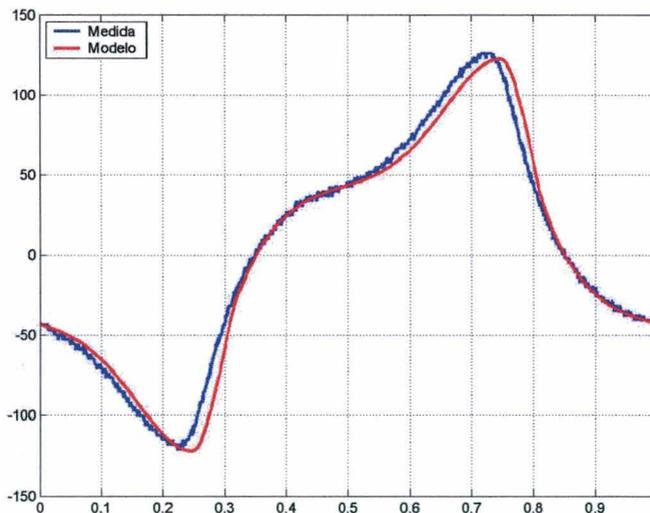


Figura 7.8 – Campo magnético medido e modelo para 1,1 T.

Há uma excelente concordância entre os resultados numérico e experimental.

7.3 CIRCUITO RLC SÉRIE – RESPOSTA LIVRE

O circuito RLC série, visto na figura 7.9, contém dois componentes armazenadores de energia: o capacitor C e a indutância L .

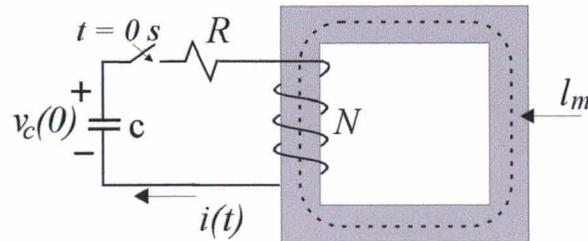


Figura 7.9 – Circuito RLC série.

As equações que descrevem a evolução das grandezas elétricas no tempo são dadas por:

$$0 = Ri(t) + \frac{dLi(t)}{dt} - v_c(t) \quad (7.6)$$

$$i(t) = c \frac{dv_c(t)}{dt} \quad (7.7)$$

As equações (7.6) e (7.7) podem agora serem reescritas, usando as relações (7.2), (7.3) e (7.4) e isolando as derivadas como:

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{1}{NS} \left(-R \frac{H(t)l_m}{N} + v_c(t) \right) \quad (7.8)$$

$$\frac{dV_c(t)}{dt} = \frac{1}{c} \frac{H(t)l_m}{N} \quad (7.9)$$

Será considerada a resposta livre do sistema, ou seja, sem excitação externa. O capacitor possui uma tensão inicial, e no tempo igual a zero, será chaveado, deixando fluir a energia no sistema. Uma parte da energia será consumida na resistência e a outra será perdida através do fenômeno da histerese.

Os parâmetros usados na simulação desse circuito foram:

$$C = 100 \cdot 10^{-3} \text{ F};$$

$$R = 10 \ \Omega;$$

$$S = 105 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2;$$

$$N = 700;$$

$$l_m = 0,94 \text{ m};$$

$$v_c(0) = 1 \text{ V};$$

O material fictício possui o conjunto de parâmetros visto na tabela 7.2.

Tabela 7.2- Conjunto de parâmetros para o material fictício.

| Parâmetro | Conjunto Ótimo |
|-------------|---------------------|
| M_s [A/m] | $1,6 \cdot 10^6$ |
| k [A/m] | 2,0 |
| c | 0,1 |
| a [A/m] | 5,0 |
| α | $1,0 \cdot 10^{-6}$ |

Um laço de histerese para este material, com indução máxima de 1,8 T, é mostrado na figura 7.10.

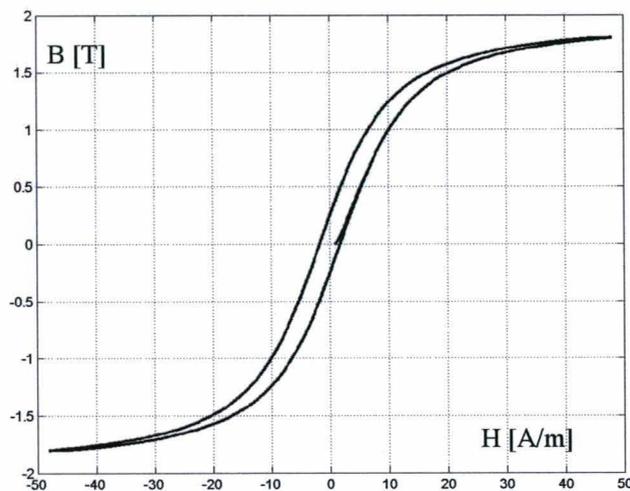


Figura 7.10 – Laço de histerese do material do núcleo magnético.

Devido ao laço ser estreito, as curvas de saturação anisteréticas média e de Langevin são praticamente coincidentes.

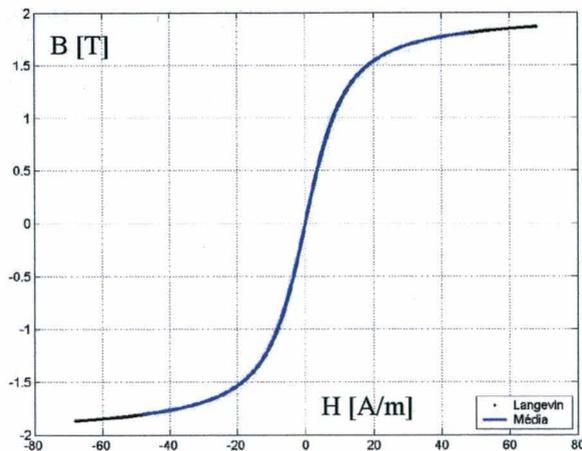


Figura 7.11 – Curvas anisteréticas para o material do núcleo magnético.

É de se esperar que os campos calculados usando as duas curvas sejam aproximados.

Os campos magnéticos, obtidos simulando o indutor através do modelo de histerese e das curvas anisteréticas, estão na figura a seguir. O cálculo linear foi realizado considerando-se a relação entre B e H como aquela na região linear da curva anisterética média.

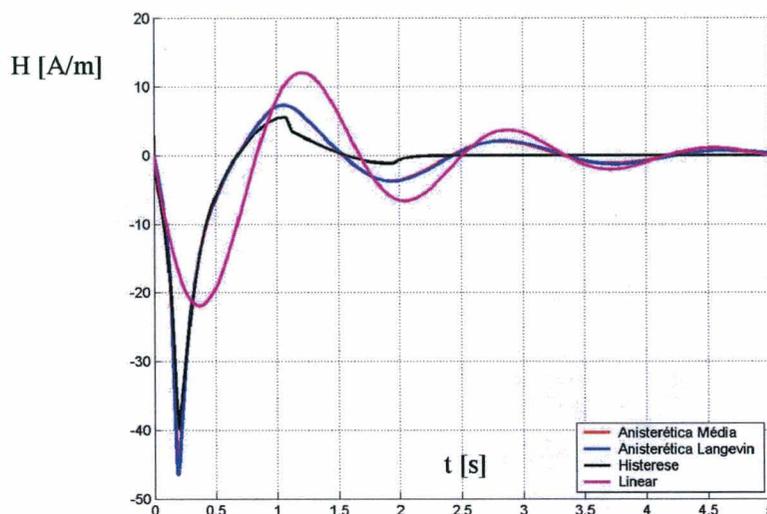


Figura 7.12 – Campos calculados considerando linearidade, saturação e histerese do núcleo.

A histerese tem efeito amortecedor muito mais pronunciado do que as demais formas de modelagem do núcleo. Ela consome uma porção da energia presente no sistema, tendo o mesmo efeito de uma resistência elétrica adicional no circuito.

Como esperado, ambas as curvas de campo, considerando saturação sem perdas apresentam formas quase coincidentes. Na figura 7.13 é vista em detalhe a pequena diferença entre os resultados.

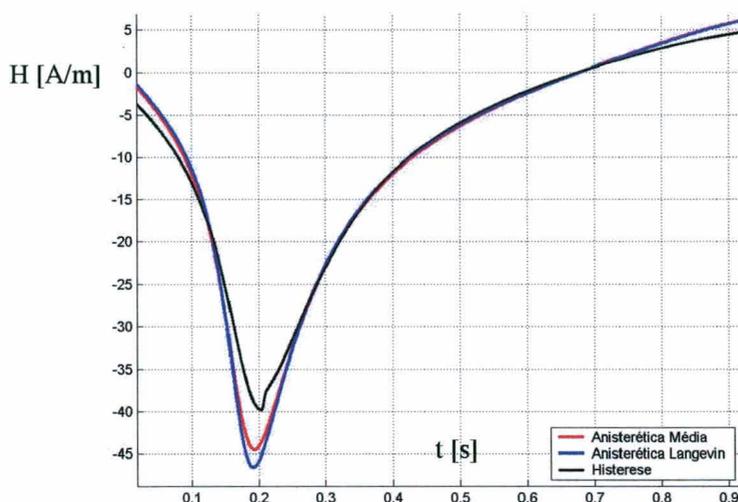


Figura 7.13 – Detalhe das curvas de campo.

As mudanças de inclinação íngremes no pico do campo calculado considerando a histerese são devidas à correção do modelo, no qual não pode haver inclinação negativa para a magnetização irreversível, a qual é considerada nula quando acontece, fazendo com que existam porções planas na curva.

7.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo dois circuitos contendo elemento não linear foram simulados com o intuito de se implementar o modelo de histerese escalar na solução numérica de circuitos. O circuito RL série foi excitado com uma fonte de tensão senoidal e os campos foram calculados considerando-se, primeiramente, a saturação sem perdas, através da equação de Langevin e através de uma curva média obtida a partir de um laço de histerese que modela o núcleo magnético. Um material, apresentando laço de histerese largo, possui uma curva de saturação média com inclinação diferente daquela obtida pela equação de Langevin. Então os campos calculados com as duas metodologias apresentaram amplitudes diferentes. O cálculo usando o modelo inverso para representar a histerese apresentou boa concordância, sendo um modelo robusto para implementação numérica.

No circuito RLC, com resposta livre, o material teve a sua histerese representada por uma curva estreita, para melhor visualização dos resultados. Para a curva estreita, a curva de saturação sem perdas, obtida pela média do laço de histerese e a curva obtida pelo modelo de Langevin foram quase coincidentes, o que levou o cálculo do campo para ambas as situações a se aproximarem. O cálculo considerando a histerese mostrou sua

influência sobre o modo de oscilação do circuito, levando-o a amortecer muito mais rapidamente.

CAPÍTULO 8: CONCLUSÃO GERAL

O objetivo desta dissertação de mestrado foi a análise de modelos de histerese magnética diferenciais, com ênfase na representação de laços menores de indução.

O modelo direto de histerese magnética de Jiles-Atherton, assim como o modelo inverso proposto por Sadowski-Lajoie foram os objetos de estudo deste trabalho. Os modelos foram considerados equivalentes, sendo que os testes feitos em cascata resultaram em formas de ondas idênticas.

Ambos os modelos são escalares, compreendem regimes onde a indução e o campo magnético são colineares. Foram baseados em considerações físicas sobre o comportamento da magnetização dos materiais, o que garante boa concordância entre os resultados simulados e as curvas obtidas na experimentação.

As principais vantagens destes modelos são:

- formulação em termos de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem;
- ambos necessitam somente de cinco parâmetros obtidos de um único laço experimental, o qual tenha atingido a saturação;

Como desvantagem pode ser citado:

- o processo de identificação dos parâmetros é complexo;
- comportamento não físico do modelo próximo aos extremos do laço.

Ambos os modelos foram implementados em programas numéricos, mostrando robustez e convergindo sempre.

O processo de identificação dos parâmetros parece ser um dos fatores que mais influenciam o comportamento do modelo. Como foi observado nos quatro materiais analisados, a boa representação obtida para o laço maior, no qual o material foi caracterizado, pode não se repetir para os laços de indução menores e também para laços de indução maiores do que a usada na caracterização (os limites da chamada altas induções variam de material para material). Assim é conveniente julgar que exista um conjunto ótimo de parâmetros que caracterize o material para toda faixa de induções até o limite das altas induções, onde o comportamento do modelo começa se distanciar da experimentação. Nas altas induções, a forma do laço de histerese sofre um alargamento próximo à indução remanente, tornando a forma do laço diferente do chamado sigmóide, onde deve existir outro fenômeno não compreendido pelo modelo.

Dentre as hipóteses para a má representação dos laços menores está o levantamento do parâmetros em uma indução elevada, onde o fenômeno do alargamento do laço de histerese, próximo à indução remanente, seria pronunciado. Neste caso, a tendência da forma do laço é diferente daquela para as induções menores, sendo mais inclinado. O conjunto de parâmetros então teria parâmetros que não ajustariam bem as induções menores. Da análise da influência dos parâmetros no comportamento do modelo, no capítulo 3, viu-se que o parâmetro α tende a tornar a curva mais ou menos inclinada. Talvez exista uma variação deste parâmetro dependendo da intensidade do campo em que o material esteja submetido.

Uma alternativa para utilização do modelo é o uso de conjuntos de parâmetros diferentes para faixas de induções diferentes. Isto requer mais que uma caracterização do material, mas não acarreta modificações nas equações originais, exigindo somente um controle do regime de operação para saber qual conjunto de parâmetros utilizar.

Da aplicação do fator de escalonamento, proposto por Carpenter, observou-se a tendência em aumentar a área do laço menor. Essa tendência se manifestou em todos os materiais ensaiados e é concordante com outros trabalhos publicados. A aplicação do fator de escalonamento não trouxe melhoria significativa na representação dos laços menores. Em alguns casos até distanciou ainda mais experimentação e modelo para os materiais ensaiados. Assim conclui-se que um bom conjunto de parâmetros é suficiente para representar razoavelmente os laços menores, sem necessidade de modificações nas equações originais.

Do ponto de vista dos objetivos deste trabalho de dissertação, os modelos diferenciais de histerese direto e inverso são eficientes para a modelagem de materiais para fins elétricos, podendo serem empregados como uma ferramenta de boa precisão em sistemas de análise de dispositivos contendo materiais ferromagnéticos. Ambos são uma ótima contribuição para a engenharia elétrica, capacitando o projetista a prever e avaliar perdas por histerese e o regime de operação a que os materiais à sua disposição estarão sujeitos.

Como sugestão para trabalhos futuros pode-se mencionar:

- análise de sensibilidade paramétrica dos modelos direto e inverso de histerese;
- estudo das variações dos parâmetros do modelo de histerese com o regime de operação e a com a temperatura;
- vetorização do modelo de histerese para compreender os fenômenos onde a indução e o campo magnético sejam vetores não colineares.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Jiles, D.C.; Atherton ,D.L. Ferromagnetic hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, v. MAG-19 (Sept), p. 2183 - 2185. 1983.
- [2] Jiles, D.C.; Atherton ,D.L. Theory of the magnetization process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, v. 17, p. 1265 - 1281, 1984.
- [3] Jiles, D.C.; Atherton, D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis. *Magnetism Magn. Mater.*, v. 61, p. 48-60, 1986.
- [4] Jiles, D.C.; Atherton ,D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis. (Invited) *J. Appl. Phys.*, v. 55 (Mar), p. 2115 - 2120, 1984.
- [5] Jiles, D.C.; Thielke J.B. Theory of ferromagnetic hysteresis: determination of Model parameters from Experimental hysteresis loops. *IEEE Trans. Magn.* v. 25, n. 5 (Sept.), p. 3928 - 3930, 1989.
- [6] Jiles, D.C.; A self consistent generalized model for the calculation of minor loops excursions in the theory of hysteresis. *IEEE Trans. Magn.* v. 28, n. 5 (Sept.), p. 2602 - 2604, 1992.
- [7] Jiles, David C.; Thielke, J. B.; Devine, M. K. Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, v. 28, n. 1 (Jan.), p. 27 – 35, 1992.
- [8] Carpenter, Kenneth H. A differential equation approach to minor loops in the Jiles-Atherton hysteresis model. *IEEE Trans. Magn.*, v. 27. n. 6. (Nov.), pp. 4404-4406, 1991.
- [9] Lederer, D.; Igarashi, H.; Kost, A.; Honma, T. On the parameter identification and application of the Jiles-Atherton hysteresis model for numerical modeling of measured characteristics. *IEEE Trans. Mag.*, v. 35, p. 1211 - 1214.
- [10] N.Sadowski, N.J. Batistela, J.P.A.Bastos, M.Lajoie-Mazenc, An Inverse Jiles-Atherton Model to Take into Account Hysteresis in Time Stepping Finite Element Calculations, accepted for publication in *IEEE Trans. on Magn.*
- [11] Bastos, J. P. A. *Eletromagnetismo e Cálculo de Campos*. 2a Edição. Editora da Universidade Federal de Santa Catarina, 1992.

- [12] Koltermann, Paulo Irineu. *Cálculo de Campos Magnéticos Considerando Histerese*. Florianópolis, 2001. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.
- [13] Iványi, Amália. *Hysteresis models in Electromagnetics Computation*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1997.
- [14] Chiampi, M.; Chiarabaglio D.; Repetto, M. A Jiles-Atherton and fixed-point combined technique for time periodic magnetic field problems whit hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, v. 31, n. 6 (Nov.), p. 4306 – 4311, 1995.
- [15] Peugeot. *Modélisation de l'hystéresis par le modèle de Jiles-Atherton*. Relatório à preparação de D.E.A. (Diplôme d'Etudes Approfondies) no LEEI – Toulouse, França, 1995.
- [16] Cullity, B. D.; *Introduction to Magnetic Materials*. USA: Addison-Wesley Publishing Company, 1972.
- [17] Cláudio, D. M.; Marins J. M.; *Cálculo Numérico Computacional*. Editora Atlas S.A., SP, Brasil, 1989.
- [18] Abunahman, S. A.; *Equações Diferenciais*. Livros Técnicos e Científicos S.A. RJ, Brasil, 1984.
- [19] Sinnecker, J. P. Materiais Magnéticos Doces e materiais Ferromagnéticos Amorfos. *Revista Brasileira de Física*, v. 22, n. 3 (Setp.), p. 396 – 405, 2000.
- [20] Batistela, Nelson Jhoe. *Caracterização e Modelagem Eletromagnética de Lâminas de Aço ao Silício*. Florianópolis, 2002. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.
- [21] Clénet, S.; Cros, J.; Piriou, F.; Viarouge, P.; Lefebvre, L.P. Determination of losses' local distribution for transformer optimal designing, *COMPEL*, v. 20, n.1, MCB University Press, p. 187 - 204, 2001.
- [22] Hernandez, E. D.; Muranaka, M., C. S.; Cardoso, J. R. Identification of the Jiles-Atherton model parameters using random and deterministic searches. *Physica B 275 (2000)*, Elsevier, p. 212 - 215, 2000.
- [23] National Instruments Corporation. *Labview – User manual*. V. 5.01, January 1998.