

Ana Lúcia Driemeyer Franco

**Controle Avançado de Atuadores
Hidráulicos: Aspectos Teóricos e
Experimentais e Aplicações em
Robótica**

Florianópolis

2002

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Controle Avançado de Atuadores Hidráulicos: Aspectos Teóricos e Experimentais e Aplicações em Robótica

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a obtenção do grau de

Mestre em Engenharia Elétrica

por

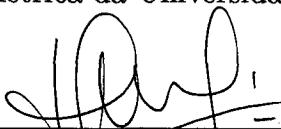
Ana Lúcia Driemeyer Franco

Florianópolis, 14 de Março de 2002.

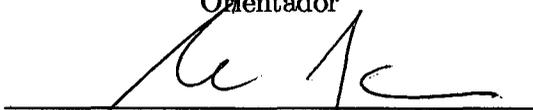
Controle Avançado de Atuadores Hidráulicos: Aspectos Teóricos e Experimentais e Aplicações em Robótica

Ana Lúcia Driemeyer Franco

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, área de concentração Controle, Automação e Informática Industrial, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.



Edson Roberto De Pieri, Dr.
Orientador

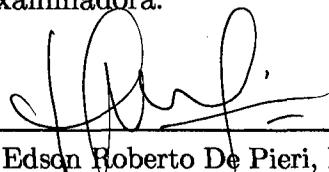


Raul Guenther, D. Sc.
Co-Orientador

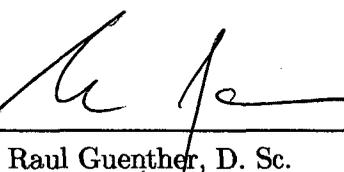


Edson Roberto De Pieri, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

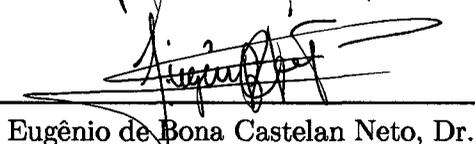
Banca Examinadora:



Edson Roberto De Pieri, Dr.



Raul Guenther, D. Sc.



Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr.



Augusto Humberto Bruciapaglia, Dr.



Pedro Luis Dias Peres, Dr.

A meus pais, Hedi e Firmino.

Agradecimentos

Aos meus pais, Hedi e Firmino Franco, por seu amor, seu incentivo e seu exemplo.

Aos professores Edson Roberto De Pieri e Raul Guenther, pela orientação e pela amizade durante a realização deste trabalho.

Aos amigos Samantha Grimm Cabral e Alexandre Orth, por todo seu apoio, sua amizade e seu companheirismo, desde o começo da nossa graduação até hoje. Mesmo com toda a distância que nos separa, vocês continuam sendo meus melhores amigos.

A Gabriel Fernando Andriolli, por sua amizade, seu carinho, seu apoio e sua paciência.

Ao colega e amigo Felipe Borges Cunha, por nossas intermináveis conversas nestes dois anos de mestrado e pela parceria nos trabalhos das diversas disciplinas que cursamos juntos.

A Antônio Carlos Valdiero, pela ajuda na realização da parte experimental deste trabalho.

Aos demais membros da banca, Prof. Eugênio de Bona Castelan Neto, Prof. Augusto Humberto Bruciapaglia e Prof. Pedro Luis Dias Peres, pelas valiosas contribuições e sugestões para esta dissertação.

A (quase) todos os professores que tive nesta instituição de qualidade indiscutível, a UFSC.

Ao LASHIP e ao LCMI, pelo suporte material.

Ao CNPq, pelo suporte financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Controle Avançado de Atuadores Hidráulicos: Aspectos Teóricos e Experimentais e Aplicações em Robótica

Ana Lúcia Driemeyer Franco

Orientador: Edson Roberto De Pieri, Dr.

Co-Orientador: Raul Guenther, D. Sc.

Área de Concentração: Controle, Automação e Informática Industrial

Palavras-Chave: Sistemas Não Lineares, Robótica, Controle *Backstepping*, Atuadores Hidráulicos, Controladores 2DOF

Número de Páginas: 109

Este trabalho trata do projeto e implementação experimental de controladores para atuadores hidráulicos e da utilização de tais atuadores em robótica. Inicialmente, são desenvolvidos modelos matemáticos não lineares e linearizados dos atuadores hidráulicos de deslocamento linear (atuadores lineares) e de deslocamento angular (atuadores rotativos). A seguir, trata-se do problema do controle dos atuadores hidráulicos. São demonstradas as limitações de desempenho dos controladores clássicos dos tipos P, PD, PI e PID quando aplicados a estes sistemas, o que justifica a utilização de controladores avançados como *backstepping* e dois graus de liberdade. Estes controladores mostram-se adequados para o controle dos atuadores hidráulicos, apresentando bom desempenho e robustez, mesmo diante de incertezas paramétricas, dinâmicas não modeladas e perturbações. Os resultados obtidos são validados tanto por simulação quanto experimentalmente, em uma bancada de testes do Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos (LASHIP). Finalmente, discute-se a aplicação dos atuadores hidráulicos em robótica, com a modelagem de um robô hidráulico e a proposição de um controle por *backstepping* para este robô.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

Advanced Control of Hydraulic Actuators: Theoretical and Experimental Aspects and Applications in Robotics

Ana Lúcia Driemeyer Franco

Advisor: Edson Roberto De Pieri, Dr.

Co-Advisor: Raul Guenther, D. Sc.

Area of Concentration: Control, Automation and Industrial Informatics

Keywords: Nonlinear Systems, Robotics, Backstepping Control, Hydraulic Actuators, 2DOF Controllers

Number of Pages: 109

This work addresses the design and experimental implementation of controllers for hydraulic actuators and the utilization of such actuators in robotics. Initially, nonlinear and linearized mathematical models of hydraulic actuators with linear displacement (linear actuators) and with angular displacement (rotary actuators) are developed. In the continuation, the problem of control of hydraulic actuators is dealt with. The performance limitations of classical controllers like P, PD, PI and PID - when applied to these systems - are demonstrated, which justifies the use of advanced controllers like backstepping and two degrees of freedom. These controllers are suitable for the control of hydraulic actuators, showing good performance and robustness, even in the presence of parameter uncertainties, unmodelled dynamics and disturbances. The results were validated both in simulations and in an experimental environment, in the Laboratory of Hydraulic and Pneumatics Systems (LASHIP). Finally, the application of hydraulic actuators in robotics is addressed, with the modelling of hydraulic robots and the proposition of a backstepping controller for these robots.

Sumário

1	Introdução	1
2	Modelagem do Atuador Hidráulico	6
2.1	Introdução	6
2.2	Conceitos Básicos de Mecânica dos Fluidos	6
2.2.1	A Conservação da Massa	7
2.2.2	A Conservação da Energia	9
2.3	Modelagem do Atuador Hidráulico Linear	11
2.3.1	Descrição do Atuador Hidráulico Linear	11
2.3.2	Obtenção do Modelo do Atuador	13
2.3.3	Modelagem da Servoválvula	20
2.3.4	Inclusão da Servoválvula no Modelo do Atuador	23
2.3.5	Incertezas nos Parâmetros e Dinâmicas Não Modeladas	25
2.4	Modelagem do Atuador Hidráulico Rotativo	26
2.4.1	Descrição do Atuador Hidráulico Rotativo	27
2.4.2	Obtenção do Modelo do Atuador	28
2.4.3	Inclusão da Servoválvula no Modelo do Atuador	32
2.5	Conclusões	34
3	Controle do Atuador Hidráulico	36
3.1	Introdução	36
3.2	Controle do Atuador Hidráulico Linear	36
3.2.1	Parâmetros Nominais do Atuador Hidráulico Linear	37

3.2.2	Controle do Tipo Clássico	37
3.2.3	Controle por <i>Backstepping</i>	42
3.2.4	Controlador 2DOF	49
3.2.5	Resultados de Simulação	57
3.3	Controle do Atuador Hidráulico Rotativo	59
3.3.1	Parâmetros Nominais do Atuador Hidráulico Rotativo	59
3.3.2	Controle do Tipo Clássico	59
3.3.3	Controle por <i>Backstepping</i>	60
3.3.4	Controlador 2DOF	63
3.3.5	Resultados de Simulação	67
3.4	Conclusões	69
4	Resultados Experimentais	70
4.1	Introdução	70
4.2	Descrição da Bancada de Testes	70
4.3	Determinação dos Parâmetros	72
4.4	Condições de Realização dos Testes	74
4.5	Resultados Experimentais	75
4.5.1	Resultados para os Controladores PD e PID	75
4.5.2	Resultados para o Controle 2DOF	78
4.5.3	Resultados para o Controle por <i>Backstepping</i>	81
4.5.4	Comparação entre os Controladores	84
4.6	Conclusões	85
5	Modelagem do Robô Hidráulico	86
5.1	Introdução	86
5.2	Modelagem do Robô com Atuadores Lineares	86
5.2.1	Modelo da Dinâmica do Robô	86
5.2.2	Movimento Linear do Atuador e Rotação da Junta	87
5.2.3	Modelo dos Atuadores Hidráulicos Lineares	90
5.2.4	Modelo do Robô Combinado com os Atuadores Lineares	93

5.3	Modelagem do Robô com Atuadores Rotativos	94
5.3.1	Modelo da Dinâmica do Robô	94
5.3.2	Modelo dos Atuadores Hidráulicos Rotativos	94
5.3.3	Modelo do Robô Combinado com os Atuadores Rotativos	95
5.4	Conclusões	96
6	Controle do Robô Hidráulico	97
6.1	Introdução	97
6.2	Controle do Robô com Atuadores Lineares	97
6.2.1	Controle por <i>Backstepping</i>	97
6.3	Conclusões	102
7	Conclusões e Perspectivas	103

Lista de Figuras

2.1	Escoamento Unidirecional em um Volume de Controle	8
2.2	Escoamento através de um Orifício	10
2.3	Atuador Hidráulico Linear	11
2.4	Corte na Válvula	15
2.5	Servoválvula de Dois Estágios Típica [3]	21
2.6	Atuador Hidráulico Rotativo	27
3.1	Lugar das Raízes da Inclusão do Controlador P em Malha Fechada	38
3.2	Possíveis Configurações para um Controlador PD	39
3.3	Possíveis Configurações para um Controlador PI	40
3.4	Possíveis Configurações para um Controlador PID	40
3.5	Controlador PID Projetado para o Sistema	41
3.6	Sistema em Malha Fechada com o Controlador de Dois Graus de Liberdade	50
3.7	Lugar das Raízes da Equação (3.51)	54
3.8	Diagrama de Bode para $S(s)$ e $d(s)$ - Magnitude em Decibéis	55
3.9	Diagrama de Bode para $S(s)$ e $C(s)$ - Magnitude Absoluta	56
3.10	Lugares das Raízes para os Modelos de 3ª Ordem e 4ª Ordem	56
3.11	Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para os Controladores PID, 2DOF e por <i>Backstepping</i>	58
3.12	Controlador PID Projetado para o Sistema	60
3.13	Lugar das Raízes da Equação (3.72)	64
3.14	Diagrama de Bode para $S(s)$ e $d(s)$ - Magnitude em Decibéis	65
3.15	Diagrama de Bode para $S(s)$ e $C(s)$ - Magnitude Absoluta	66

3.16	Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para os Controladores PID, 2DOF e por <i>Backstepping</i>	68
4.1	Esquema Simplificado da Bancada de Testes	71
4.2	(a) Zona Morta na Posição do Carretel da Válvula, (b) Compensação da Zona Morta, (c) Composição da Compensação com a Zona Morta	72
4.3	Comparação entre as Compensações Parcial e Total da Zona Morta	73
4.4	Trajectoria de Referência para a Posição do Pistão	74
4.5	Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Controlador PID	76
4.6	Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Controlador PD	77
4.7	Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Primeiro Controlador 2DOF	79
4.8	Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Segundo Controlador 2DOF	80
4.9	Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Primeiro Controlador por <i>Backstepping</i>	82
4.10	Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Segundo Controlador por <i>Backstepping</i>	83
4.11	Gráficos do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para os Controladores 2DOF e por <i>Backstepping</i>	84
5.1	Elo k do Robô	87
5.2	Análise Geométrica do Elo k do Robô	88
5.3	Atuador Hidráulico de Haste Simples	91

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros Nominais do Atuador Hidráulico Linear	37
3.2	Parâmetros Nominais do Atuador Hidráulico Rotativo	59
4.1	Parâmetros Nominais do Atuador Hidráulico Linear da Bancada de Testes	72

Lista de Símbolos

- A : área do pistão [m^2]
 A_1 : área da câmara 1 do pistão [m^2]
 \mathbf{A}_1 : matriz $n_r \times n_r$ das áreas das câmaras 1 dos pistões [m^2]
 A_2 : área da câmara 2 do pistão [m^2]
 \mathbf{A}_2 : matriz $n_r \times n_r$ das áreas das câmaras 2 dos pistões [m^2]
 B : coeficiente de atrito viscoso do pistão e da carga [Ns/m]
 \mathbf{B} : matriz $n_r \times n_r$ dos coeficientes de atrito viscoso [Ns/m]
 c : constante positiva do controle por *backstepping* [adimensional]
 C_d : coeficiente de descarga [adimensional]
 $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$: matriz $n_r \times n_r$ das forças de Coriolis e forças centrífugas (robô) [Nms]
 F_{AH} : força aplicada pelo atuador [N]
 \mathbf{F}_{AH} : vetor $n_r \times 1$ das forças aplicadas pelos atuadores [N]
 F_L : força de perturbação atuando na carga [N]
 g : constante da gravidade [m/s^2]
 $\mathbf{G}(\mathbf{q})$: vetor $n_r \times 1$ das forças gravitacionais (robô) [Nm]
 $h(s)$: polinômio do controlador 2DOF
 $\mathbf{H}(\mathbf{q})$: matriz $n_r \times n_r$ de inércia (robô) [Nms^2]
 $\mathbf{J}(\mathbf{q})$: matriz Jacobiana
 J_a : inércia do pistão e da carga [Nms^2]
 \mathbf{J}_a : matriz $n_r \times n_r$ das inércias [Nms^2]
 $k(s)$: polinômio do controlador 2DOF
 K : constante hidráulica [$\text{m}^3/(\text{s}\sqrt{\text{N}})$]
 K_{em} : ganho da servoválvula [m/V]

K_C : ganho de vazão-pressão da servoválvula [$m^5/(Ns)$]
 K_D : ganho da ação derivativa do controlador PID [adimensional]
 K_I : ganho da ação integral do controlador PID [adimensional]
 K_P : ganho da ação proporcional do controlador PID [adimensional]
 K_Q : ganho de vazão da servoválvula [m^2/s]
 M : soma das massas do pistão e da carga e da massa de fluido deslocada [kg]
 M : matriz $n_r \times n_r$ das massas [kg]
 n_r : número de graus de liberdade do robô
 p_{12} : ganho do controle por *backstepping* [adimensional]
 p_{22} : ganho do controle por *backstepping* [adimensional]
 P : pressão estática do fluido [Pa]
 P_1 : pressão da câmara 1 [Pa]
 P_1 : vetor $n_r \times 1$ das pressões das câmaras 1 dos atuadores [Pa]
 P_2 : pressão da câmara 2 [Pa]
 P_2 : vetor $n_r \times 1$ das pressões das câmaras 2 dos atuadores [Pa]
 P_Δ : diferença de pressão entre as câmaras do cilindro [Pa]
 P_Δ : vetor $n_r \times 1$ das diferenças de pressões [Pa]
 P_R : pressão de retorno [Pa]
 P_S : pressão de suprimento [Pa]
 q_a : posição angular do pistão e da carga [rad]
 \dot{q}_a : velocidade angular do pistão e da carga [rad/s]
 \ddot{q}_a : aceleração angular do pistão e da carga [rad/s²]
 q : vetor $n_r \times 1$ das posições angulares das juntas [rad]
 \dot{q} : vetor $n_r \times 1$ das velocidades angulares das juntas [rad/s]
 \ddot{q} : vetor $n_r \times 1$ das acelerações angulares das juntas [rad/s²]
 $q(s)$: polinômio do controlador 2DOF
 Q : vazão [m^3/s]
 Q_1 : vazão entre a câmara 1 do cilindro e a servoválvula [m^3/s]
 Q_2 : vazão entre a câmara 2 do cilindro e a servoválvula [m^3/s]
 Q_c : vazão de controle [m^3/s]

u : tensão de controle da servoválvula [V]
 \mathbf{u} : vetor das tensões de controle das servoválvulas [V]
 u_a : lei de controle por *backstepping* [V]
 \mathbf{u}_a : vetor das leis de controle por *backstepping* [V]
 \vec{v} : velocidade do fluido [m/s]
 V : volume [m³]
 V_1 : volume da câmara 1 e da tubulação que a liga à servoválvula [m³]
 V_2 : volume da câmara 2 e da tubulação que a liga à servoválvula [m³]
 V_r : volume por radianos do pistão [m³/rad]
 \mathbf{V}_r : matriz $n_r \times n_r$ dos volumes por radianos dos pistões [m³/rad]
 V_t : volume total de fluido no cilindro e nas tubulações [m³]
 w : diâmetro interno da servoválvula [m]
 W : coeficiente de atrito viscoso na carga [Nms]
 \mathbf{W} : matriz $n_r \times n_r$ dos coeficientes de atrito [Nms]
 x_v : posição do carretel da servoválvula [V]
 y : posição do pistão e da carga [m]
 \dot{y} : velocidade do pistão e da carga [m/s]
 \ddot{y} : aceleração do pistão e da carga [m/s²]
 \mathbf{y} : vetor $n_r \times 1$ das posições lineares dos atuadores [m]
 $\dot{\mathbf{y}}$: vetor $n_r \times 1$ das velocidades dos atuadores [m/s]
 $\ddot{\mathbf{y}}$: vetor $n_r \times 1$ das acelerações dos atuadores [m/s²]
 β : módulo de elasticidade do fluido [N/m²]
 μ : viscosidade do fluido [Ns/m²]
 ρ : massa específica do fluido [kg/m³]
 τ : vetor $n_r \times 1$ dos torques aplicados nas juntas [Nm]
 τ_L : torque de perturbação atuando na carga [Nm]
 ϕ_1 : ganho de realimentação de estados do controle por *backstepping* [adimensional]
 ϕ_2 : ganho de realimentação de estados do controle por *backstepping* [adimensional]
 ω_v : frequência natural da servoválvula [rad/s]

Capítulo 1

Introdução

Os atuadores são dispositivos de potência que produzem movimento linear ou angular e força ou torque, de acordo com um sinal de controle. Os atuadores podem ser elétricos, hidráulicos ou pneumáticos.

O atuador hidráulico utiliza um fluido hidráulico sob pressão como mecanismo de transmissão de energia. Tal atuador é composto por uma bomba que fornece o fluido em alta pressão, um reservatório que armazena o fluido excedente, uma servoválvula que controla a vazão de fluido e um cilindro, que tem no seu interior um pistão com ambos os lados expostos ao fluido, movendo uma carga inercial. A servoválvula é o elemento que converte a energia de acionamento (em geral, elétrica) em energia hidráulica, amplificando os níveis de potência. O cilindro tem a função de transformar esta energia hidráulica em energia mecânica [25].

Quando comparados aos atuadores elétricos e pneumáticos, os atuadores hidráulicos apresentam as seguintes vantagens [23]:

- desenvolvem grandes forças (ou torques) com dimensões comparativamente pequenas, ou seja, possuem uma excelente relação força/dimensão (ou torque/dimensão), por trabalharem com fluidos a pressões elevadas;
- têm maior velocidade de resposta com partidas rápidas, paradas e inversões de velocidade;
- podem ser operados sob condições contínuas, intermitentes, de reversão e de

parada repentina sem avarias;

- como podem ser tanto lineares quanto rotativos, existe flexibilidade no projeto dos sistemas que os utilizam;
- a queda de velocidade é pequena quando cargas são aplicadas, pois as fugas de fluido são baixas e
- o fluido hidráulico atua como lubrificante e prolonga a vida dos componentes.

E as seguintes desvantagens:

- a potência hidráulica não é prontamente disponível, ao contrário da potência elétrica;
- a contaminação do fluido pode causar falhas no funcionamento de um sistema hidráulico;
- há risco de incêndios e explosões, exceto quando são utilizados fluidos resistentes ao fogo e
- o projeto de sistemas acionados hidraulicamente é complicado, quando comparado a sistemas acionados eletricamente. Enquanto a dinâmica dos atuadores elétricos é tão simples que pode ser desprezada, a dinâmica dos atuadores hidráulicos é complexa, devendo sempre ser incluída na modelagem dos sistemas.

Devido às suas características, principalmente a relação força/dimensão, os atuadores hidráulicos encontram aplicações em inúmeros setores, tais como: agricultura, aviação, automotivo, construção, lazer, manufatura, manuseio de materiais, naval, robótica e transporte [10].

Em robótica, os atuadores hidráulicos são utilizados no acionamento das juntas dos robôs. As juntas são os elementos que ligam os diversos elos que constituem o robô. Para que o robô desempenhe uma determinada tarefa, é necessário que o seu efetuator final desenvolva uma trajetória desejada e, para isso, cada junta deve desenvolver uma trajetória apropriada, tendo o seu próprio acionamento. As juntas podem ser de

translação ou revolução. Nos robôs hidráulicos com juntas de revolução, utilizam-se atuadores hidráulicos lineares [24], atuadores hidráulicos rotativos [17] ou ambos [16].

No setor automotivo, os atuadores hidráulicos são utilizados principalmente em suspensões ativas. As suspensões ativas são instaladas entre a roda e o corpo do veículo e têm como objetivo aumentar o conforto dos passageiros, minimizando a aceleração vertical experimentada pelo corpo do veículo. Para tanto, são utilizados atuadores hidráulicos que geram forças opostas àquelas que atuam no veículo quando há uma perturbação do terreno. Assim, há uma compensação do movimento vertical e a perturbação é pouco sentida pelos passageiros. Um estudo da modelagem de uma suspensão ativa é apresentado em [31]. O controle de uma suspensão ativa é um problema de seguimento de trajetória de força [2]. Em [11], é utilizada a combinação de controle linear com parâmetros variantes e controle por *backstepping*. Em [20, 21] é utilizada a combinação de controle adaptativo e controle por *backstepping*.

Como mencionado anteriormente, o projeto de sistemas acionados hidráulicamente é complicado, pois a dinâmica dos atuadores deve ser sempre incluída na sua modelagem, por ser complexa e lenta. O modelo de um atuador hidráulico é não linear, mas, considerando um modelo linearizado, pode-se afirmar que os seus pólos dominantes são um pólo na origem e um par de pólos complexos conjugados pouco amortecidos próximos do eixo imaginário, o que caracteriza uma resposta dinâmica oscilatória. O atuador possui ainda outras não linearidades, como saturação, atrito, histerese e zona-morta, e incertezas paramétricas. Para superar tais dificuldades, diversos tipos de controle têm sido propostos na literatura, tais como:

- controle baseado na resposta em frequência [23, 29];
- controladores clássicos dos tipos P, PI, PD e PID [25]. Estes controladores não tem bom desempenho, pois não alteram de modo adequado a localização dos pólos de malha aberta;
- controle por realimentação de estados com alocação arbitrária de pólos [25], que exige que todos os estados do sistema sejam medidos ou estimados;

- controle em cascata que divide o modelo do atuador em subsistema mecânico e subsistema hidráulico [15];
- controle em cascata com adaptação de parâmetros no subsistema mecânico [6];
- controle em cascata combinando estrutura variável para tratar das incertezas do subsistema hidráulico e controle adaptativo para tratar das incertezas do subsistema mecânico [14];
- estrutura *inner/outer loop* (similar às estruturas em cascata) que utiliza controle por estrutura variável para o subsistema mecânico e controle linearizante para o subsistema hidráulico [17];
- controle por *backstepping* [35, 36];
- controle por *backstepping* combinado com linearização por realimentação [7] e
- controle por redes neurais [26].

Ao longo desta dissertação, será estudado o problema de controle de atuadores hidráulicos e de sua utilização como acionamento para robôs manipuladores. Será dada ênfase especial a dois tipos de controladores: controle por *backstepping* e controle dois graus de liberdade. A escolha destes controladores deve-se, principalmente, ao fato de apresentarem boas características de desempenho e robustez, teoricamente provadas, e de diferentes autores [7, 13, 35, 36] terem demonstrado em simulação a possibilidade de serem aplicados a sistemas com acionamentos hidráulicos.

A dissertação é organizada como segue. No capítulo 2, são modelados um atuador hidráulico linear e um atuador hidráulico rotativo. Apresentam-se modelos não lineares e linearizados de 3ª e 4ª ordem. Controladores para os atuadores hidráulicos lineares e rotativos são desenvolvidos no capítulo 3. Discutem-se os controladores clássicos dos tipos P, PD, PI e PID e projetam-se controladores dos tipos dois graus de liberdade e por *backstepping*. São apresentados resultados de simulação para todos os controladores projetados. No capítulo 4, é mostrada a implementação experimental dos controladores desenvolvidos no capítulo 3 para um atuador hidráulico linear.

Os testes foram realizados na bancada de testes disponível no Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos (LASHIP) da Universidade Federal de Santa Catarina. Com base nos resultados obtidos para o atuador hidráulico isoladamente, estuda-se, a seguir, o robô hidráulico. No capítulo 5, apresenta-se a modelagem de robôs hidráulicos. O controle do robô é discutido no capítulo 6. No capítulo 7, apresentam-se as conclusões e perspectivas.

Capítulo 2

Modelagem do Atuador Hidráulico

2.1 Introdução

Neste capítulo, são apresentados os modelos matemáticos de um atuador hidráulico linear (seção 2.3) e de um atuador hidráulico rotativo (seção 2.4) visto que, em robótica, estes atuadores são de grande interesse devido à sua eficiência e por permitirem maior flexibilidade no projeto de robôs manipuladores.

Inicialmente, na seção 2.2, são relembrados alguns conceitos básicos de mecânica dos fluidos, para melhor compreensão da modelagem matemática apresentada nas seções seguintes.

2.2 Conceitos Básicos de Mecânica dos Fluidos

Nos sistemas hidráulicos, a energia provém do fluido hidráulico que escoar pelo sistema.

As propriedades físicas que caracterizam o fluido são a massa específica ρ [kg/m³], que é definida como a quantidade de massa por volume, a viscosidade μ [Ns/m²], que é a propriedade de atrito que provoca a dissipação de energia em um fluido corrente, e o módulo de elasticidade β [N/m²], que é a medida da compressibilidade do fluido. O

módulo de elasticidade é definido pela relação diferencial

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{\beta} \quad (2.1)$$

sendo $d\rho$ o incremento na massa específica de um fluido com uma massa específica inicial ρ , o qual é exposto a um incremento de pressão dP . O valor do módulo de elasticidade é de difícil determinação [33], pois varia com a pressão, com a temperatura e com a presença de outros fluidos, como o ar, no ambiente em que o fluido hidráulico está contido. Entretanto, pode-se afirmar que, para a maioria dos fluidos hidráulicos, o módulo de elasticidade tem valor elevado, da ordem de 7×10^8 N/m², indicando que é necessária uma grande variação de pressão para produzir uma pequena variação na massa específica¹.

A dinâmica de escoamento do fluido pode ser descrita através da velocidade \vec{v} [m/s] e da pressão estática do fluido P [Pa], que é definida como a força por unidade de área. Estas variáveis são relacionadas por equações obtidas através de dois princípios básicos: o princípio da conservação da massa e o princípio da conservação da energia.

2.2.1 A Conservação da Massa

A lei de conservação da massa afirma que a massa de um sistema permanece constante com o tempo. Assim, a variação da massa de um sistema em função do tempo é nula, ou seja,

$$\dot{M}_s = 0 \quad (2.2)$$

sendo M_s a massa do sistema [kg].

Um volume de controle (VC) refere-se a uma região do espaço e é utilizado na análise de situações nas quais há escoamento através desta região. A fronteira do volume de controle é chamada de superfície de controle (SC). Para um volume de

¹Fato que justifica a freqüente suposição de que os fluidos hidráulicos são essencialmente incompressíveis.

controle qualquer, a variação da massa é dada por

$$\dot{M}_s = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} \quad (2.3)$$

sendo dV um elemento de volume [m^3], \vec{v} o vetor velocidade [m/s], medido em relação à superfície de controle (SC), e $d\vec{A}$ um vetor elemento de área [m^2].

Comparando-se as equações (2.2) e (2.3), obtém-se a lei da conservação da massa para um volume de controle

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{SC} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (2.4)$$

isto é, pode-se afirmar que o fluxo líquido de massa através da superfície de controle é igual à variação da massa no interior do volume de controle [4].

Seja um escoamento unidirecional e em regime permanente, como mostrado na figura 2.1, na qual ρ_i , \vec{v}_i e A_i são a massa específica, a velocidade e a área da seção de entrada e ρ_o , \vec{v}_o e A_o são a massa específica, a velocidade e a área da seção de saída. Assume-se que a massa específica é igual em todos os pontos do fluido, portanto $\rho_i = \rho_o = \rho$.

Empregando-se a convenção de que a normal à superfície aponta para fora do volume de controle, obtém-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV + \int_{A_i} \rho(-v_i) dA + \int_{A_o} \rho(v_o) dA = 0 \quad (2.5)$$

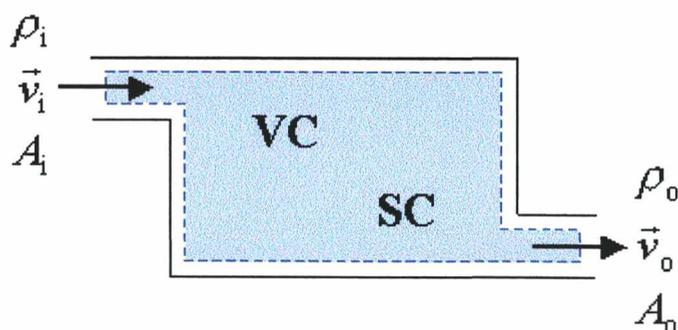


Figura 2.1: Escoamento Unidirecional em um Volume de Controle

que resulta em

$$\frac{d(\rho V)}{dt} - \rho v_i A_i + \rho v_o A_o = 0 \quad (2.6)$$

Como a vazão $Q_{i,o}$ [m^3/s] é dada pelo produto da velocidade $v_{i,o}$ pela área $A_{i,o}$ e $\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho \dot{V} + V \dot{\rho}$, pode-se reescrever (2.6) como

$$Q_i - Q_o = \dot{V} + \frac{V}{\rho} \dot{\rho} \quad (2.7)$$

Utilizando a relação diferencial do módulo de elasticidade (equação (2.1)), obtém-se a chamada equação da continuidade

$$Q_i - Q_o = \dot{V} + \frac{V}{\beta} \dot{P} \quad (2.8)$$

2.2.2 A Conservação da Energia

Seja um escoamento incompressível e constante, no qual os efeitos da viscosidade são desprezados, não existindo, portanto, dissipação de energia. Para este escoamento, a soma das energias cinética e potencial é constante no tempo, ou seja,

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + P = \text{cte} \quad (2.9)$$

sendo h a altura relativa a um nível de referência [m]. Esta equação é conhecida como a equação de Bernoulli. O primeiro termo representa a energia cinética, o segundo, a energia potencial gravitacional e o terceiro, a energia potencial sob forma de pressão.

Aplica-se a equação de Bernoulli ao escoamento em regime permanente de um fluido ideal através de um orifício, mostrado na figura 2.2, na qual P_i e \vec{v}_i são a pressão e a velocidade na seção de entrada, P_o e \vec{v}_o são a pressão e a velocidade na seção de saída e A_{or} é a área do orifício. Obtém-se assim

$$\frac{1}{2} \rho v_i^2 + \rho g h_i + P_i = \frac{1}{2} \rho v_o^2 + \rho g h_o + P_o \quad (2.10)$$

sendo h_i e h_o as alturas relativas das seções de entrada e saída [m], respectivamente, e

g a constante da gravidade [m/s²].

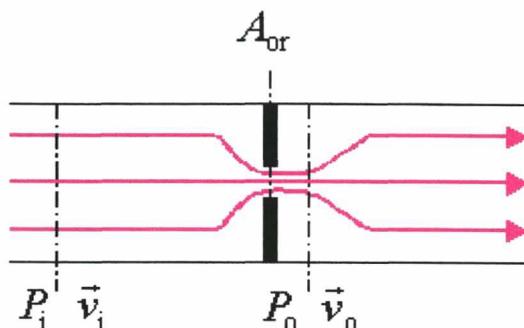


Figura 2.2: Escoamento através de um Orifício

Neste caso, há uma brusca redução da seção de escoamento. O fluido em uma câmara de alta pressão P_i é dirigido através de um pequeno orifício para uma segunda câmara com pressão menor P_o . Para passar pelo orifício o fluido é acelerado, o que implica em um aumento da velocidade e, conseqüentemente, para que a energia permaneça constante, em queda de pressão. Considerando que não há variação de altura, isto é, $h_i = h_o$, e que a velocidade de entrada v_i é muito menor que a velocidade de saída v_o , tem-se que

$$P_i \approx \frac{1}{2}\rho v_o^2 + P_o \quad (2.11)$$

Isolando-se v_o e multiplicando os dois lados da equação pela área do orifício A_{or} , obtém-se a vazão através do orifício

$$Q_{or} = A_{or}\sqrt{\frac{2}{\rho}(P_i - P_o)} \quad (2.12)$$

Nesta equação é introduzido um fator de perda chamado coeficiente de descarga, $C_d < 1$ [adimensional], que representa as perdas na vazão ocorridas por atrito, causado pela viscosidade do fluido. Este fator depende da geometria do orifício e das características do escoamento e é obtido experimentalmente. A forma final da equação da vazão através de um orifício é

$$Q_{or} = C_d A_{or}\sqrt{\frac{2}{\rho}(P_i - P_o)} \quad (2.13)$$

2.3 Modelagem do Atuador Hidráulico Linear

O modelo do atuador hidráulico linear² é obtido através da combinação da equação da continuidade, das equações das vazões através de orifícios e da segunda lei de Newton. Nesta seção, faz-se uma síntese das modelagens desenvolvidas em [3, 8, 25, 32]. São apresentados modelos não lineares de 3ª e 4ª ordem e modelos linearizados também de 3ª e 4ª ordem.

2.3.1 Descrição do Atuador Hidráulico Linear

Na figura 2.3, um esquema do atuador hidráulico linear é apresentado. As setas que acompanham as diversas variáveis indicam os seus sentidos positivos.

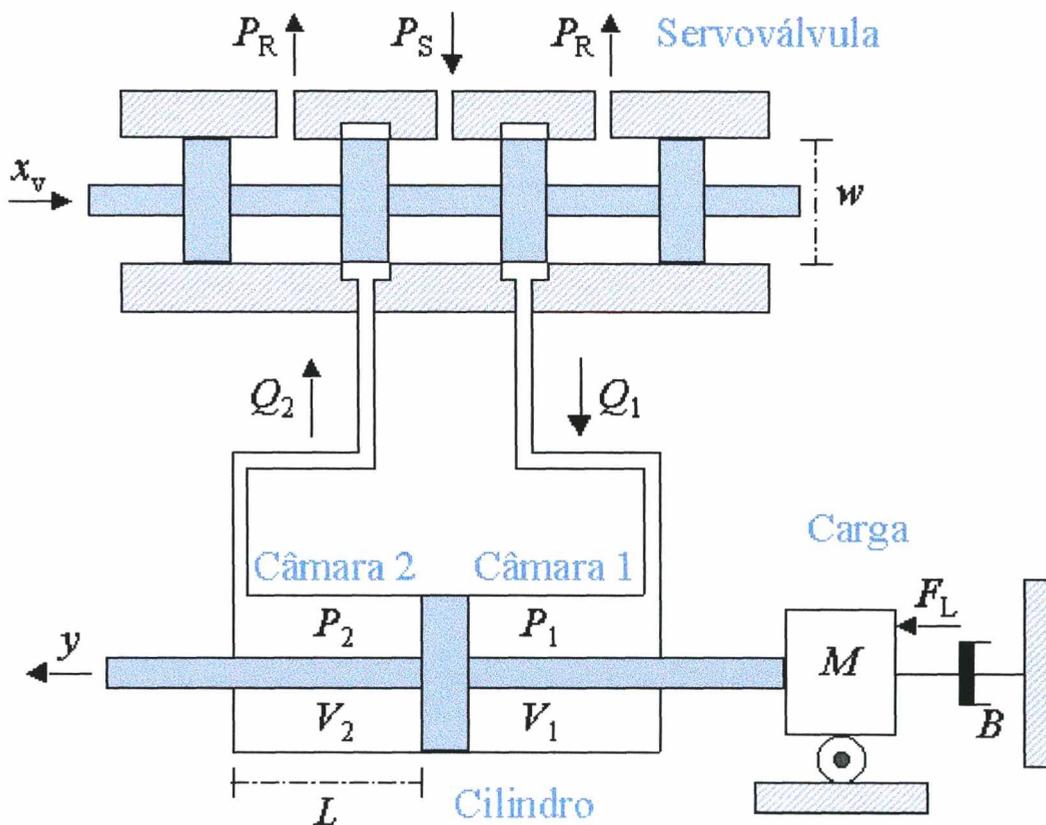


Figura 2.3: Atuador Hidráulico Linear

²O termo “linear” neste caso refere-se ao movimento do pistão e não deve ser confundido com a classificação matemática de sistemas lineares e não lineares.

O atuador hidráulico linear consiste em um cilindro linear de dupla ação³ e dupla haste controlado por uma servoválvula do tipo carretel de quatro vias com centro crítico⁴ e construção simétrica. À haste está conectada uma carga inercial. O objetivo do atuador é mover esta carga e, para tanto, um fluido sob pressão é utilizado como mecanismo de transmissão de energia.

Uma posição x_v positiva do carretel da servoválvula [m], ou seja, $x_v > 0$, faz com que a câmara 1 do cilindro entre em contato com o fluido em alta pressão (pressão de suprimento P_S [Pa]) fornecido por uma bomba. Como o fluido da câmara 1 está a uma pressão P_1 [Pa] menor, é gerada uma vazão Q_1 [m³/s], que vai da servoválvula para a câmara 1. Simultaneamente, a posição do carretel faz com que a câmara 2 do cilindro entre em contato com o fluido em baixa pressão (pressão de retorno P_R [Pa]). Como a pressão P_2 [Pa] é maior do que a pressão de retorno, é gerada uma vazão Q_2 [m³/s], que vai da câmara 2 para a servoválvula. Estas duas vazões combinadas provocam o movimento do pistão no sentido positivo, ou seja, a velocidade \dot{y} do pistão [m/s] é positiva, $\dot{y} > 0$. O pistão exerce uma força na carga, que é dada pelo produto da área A do pistão [m²] pela diferença de pressão entre as câmaras 1 e 2 do cilindro. Assim, a carga de massa⁵ M [kg] é movimentada. Esse movimento sofre a ação do atrito viscoso que age no pistão e na carga. Na modelagem, considera-se este atrito como um amortecedor de coeficiente B [Ns/m]. Além do atrito, uma força de perturbação F_L [N] atua na carga.

Analogamente, uma posição x_v negativa, ou seja $x_v < 0$, faz com que a câmara 2 do cilindro entre em contato com o fluido à pressão de suprimento P_S . Como essa pressão é maior do que a pressão P_2 , é gerada uma vazão Q_2 , que vai da servoválvula para a câmara 2. A posição do carretel também faz com que a câmara 1 do cilindro entre em contato com o fluido à pressão de retorno P_R . Como a pressão P_1 é maior do que a pressão de retorno⁵, é gerada uma vazão Q_1 , que vai da câmara 1 para a servoválvula. Estas duas vazões combinadas provocam o movimento do pistão no sentido negativo, ou seja, a velocidade do pistão é negativa, $\dot{y} < 0$, movendo também a carga M . Esse

³O movimento do pistão é provocado pelo fluido hidráulico nos dois sentidos (avanço e retorno).

⁴O comprimento do ressalto do carretel é idêntico ao comprimento do pórtico [9].

⁵Na realidade, M é a soma da massas do pistão e da carga e da massa de fluido deslocada.

movimento sofre a ação do atrito viscoso B e da força de perturbação F_L .

O movimento do carretel da servoválvula é provocado por um sinal de tensão u [V] aplicado na mesma. Por hora, assume-se que a posição x_v é a entrada de controle do sistema. Posteriormente, na subseção 2.3.3, o funcionamento da servoválvula será descrito e, na subseção 2.3.4, a sua dinâmica será incluída na modelagem do sistema. Assim, a entrada de controle do sistema passará a ser a tensão u .

A saída do sistema é a posição y do pistão [m].

2.3.2 Obtenção do Modelo do Atuador

O objetivo desta subseção é mostrar os modelos matemáticos que relacionam a posição do carretel x_v à posição y da carga.

Nesta modelagem considera-se, a princípio, um modelo ideal no qual não há fugas nem imperfeições geométricas na servoválvula. Na prática, porém, essas fugas e imperfeições sempre existem. Portanto, modificações são introduzidas no modelo quando necessário.

Considera-se também que o fluido tem a mesma massa específica em todos os pontos.

Modelo Não Linear de 3ª Ordem

O movimento da carga é regido pela segunda lei de Newton. Assim,

$$M\ddot{y} + B\dot{y} = A(P_1 - P_2) + F_L \quad (2.14)$$

Para resolver esta equação diferencial, é necessário conhecer as pressões P_1 e P_2 . Estas pressões podem ser determinadas com a aplicação da equação da continuidade (2.8) às câmaras 1 e 2 do cilindro. Obtêm-se então

$$Q_1 = \dot{V}_1 + \frac{V_1}{\beta} \dot{P}_1 \quad (2.15)$$

$$-Q_2 = \dot{V}_2 + \frac{V_2}{\beta} \dot{P}_2 \quad (2.16)$$

sendo V_1 e V_2 os volumes das câmaras 1 e 2 [m³], acrescidos dos volumes das tubulações que ligam as câmaras à servoválvula.

Seja V_t o volume total de fluido nas duas câmaras do cilindro e nas tubulações⁶ [m³]. O valor de V_t é constante e dado por $V_t = V_1 + V_2$. Pela simetria do sistema, deduz-se que $V_1 = \frac{V_t}{2} + Ay$. Analogamente, tem-se que $V_2 = \frac{V_t}{2} - Ay$. Substituindo V_1 e V_2 e isolando as derivadas temporais das pressões P_1 e P_2 , as equações (2.15) e (2.16) podem ser reescritas como

$$\dot{P}_1 = \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + Ay\right)}(Q_1 - Ay) \quad (2.17)$$

$$\dot{P}_2 = \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - Ay\right)}(-Q_2 + Ay) \quad (2.18)$$

Os termos desconhecidos nestas equações são as vazões Q_1 e Q_2 . Para equacioná-las é necessário considerar o sinal da posição do carretel x_v . Quando a posição do carretel é positiva, ou seja, $x_v > 0$, produz-se uma vazão Q_1 no sentido da válvula para a câmara 1 do cilindro, pois a pressão de suprimento P_S é maior que P_1 . Ao mesmo tempo, como P_2 é maior que P_R , produz-se uma vazão Q_2 no sentido da câmara 2 do cilindro para a válvula. Utilizando a equação da vazão através de orifícios (2.13), obtêm-se

$$Q_1 = C_d A_{or} \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_S - P_1)} \quad (2.19)$$

$$Q_2 = C_d A_{or} \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_2 - P_R)} \quad (2.20)$$

sendo A_{or} a área do orifício por onde ocorre a vazão do fluido [m²]. O coeficiente de descarga C_d e a área do orifício A_{or} são os mesmos para as duas vazões devido à simetria de construção da servoválvula.

A figura 2.4 mostra um corte na servoválvula. Pela figura, observa-se que a área do orifício é linearmente proporcional à posição do carretel. Para uma válvula de diâmetro interno w [m], tem-se que $A_{or} = \pi w x_v$. Portanto, é possível reescrever as

⁶O volume total de fluido nas câmaras, desprezando as tubulações, é $2AL$, sendo L o comprimento de cada uma das câmaras [m].

equações (2.19) e (2.20) como

$$Q_1 = K x_v \sqrt{2(P_S - P_1)} \quad (2.21)$$

$$Q_2 = K x_v \sqrt{2(P_2 - P_R)} \quad (2.22)$$

sendo $K = C_d \pi w \sqrt{\frac{1}{\rho}}$ uma constante hidráulica positiva [$\text{m}^3/(\text{s}\sqrt{\text{N}})$]. É comum que o valor de K seja obtido diretamente através de experimentos, ao invés de se determinar o valor de C_d experimentalmente e depois calcular K a partir desta expressão.

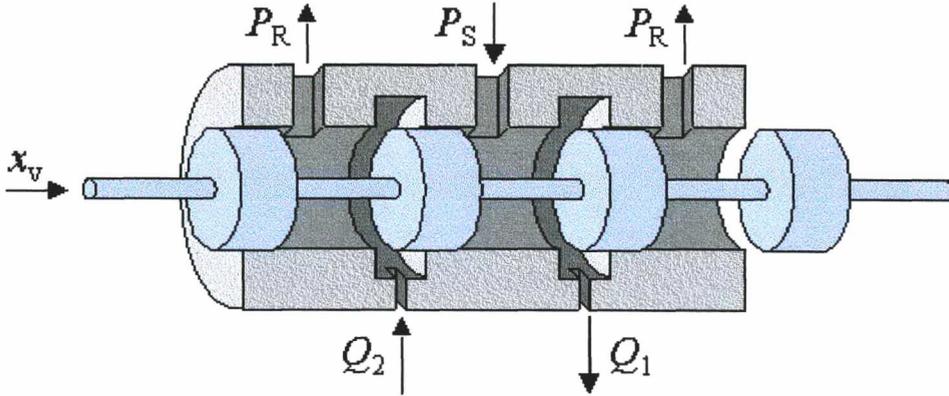


Figura 2.4: Corte na Válvula

Procedendo de forma análoga para uma posição negativa do carretel, isto é, $x_v < 0$, obtêm-se

$$Q_1 = K x_v \sqrt{2(P_1 - P_R)} \quad (2.23)$$

$$Q_2 = K x_v \sqrt{2(P_S - P_2)} \quad (2.24)$$

Combinando-se as expressões (2.21) e (2.23) e (2.22) e (2.24), escrevem-se as equações válidas para os dois sinais da posição x_v

$$Q_1 = \begin{cases} K x_v \sqrt{2(P_S - P_1)} & x_v \geq 0 \\ K x_v \sqrt{2(P_1 - P_R)} & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

$$Q_2 = \begin{cases} K x_v \sqrt{2(P_2 - P_R)} & x_v \geq 0 \\ K x_v \sqrt{2(P_S - P_2)} & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Tendo equacionado as vazões Q_1 e Q_2 , retorna-se à determinação das pressões P_1 e P_2 . Para isto, substitui-se a equação (2.25) em (2.17) e substitui-se a equação (2.26) em (2.18). Obtêm-se

$$\dot{P}_1 = \begin{cases} \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + Ay\right)} \left(Kx_v \sqrt{2(P_S - P_1)} - Ay \right) & x_v \geq 0 \\ \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + Ay\right)} \left(Kx_v \sqrt{2(P_1 - P_R)} - Ay \right) & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

$$\dot{P}_2 = \begin{cases} \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - Ay\right)} \left(-Kx_v \sqrt{2(P_2 - P_R)} + Ay \right) & x_v \geq 0 \\ \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - Ay\right)} \left(-Kx_v \sqrt{2(P_S - P_2)} + Ay \right) & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

Em geral $P_S \gg P_R$, por isso assume-se que P_R é igual a zero [29]. A pressão de suprimento P_S é constante, resultando em $P_S = P_1 + P_2$. Definindo-se a diferença de pressão⁷ P_Δ como

$$P_\Delta = P_1 - P_2 \quad (2.29)$$

têm-se as relações

$$P_1 = \frac{P_S + P_\Delta}{2} \quad (2.30)$$

$$P_2 = \frac{P_S - P_\Delta}{2} \quad (2.31)$$

Utilizando estas relações, as equações (2.27) e (2.28) podem ser reescritas como

$$\dot{P}_1 = \begin{cases} \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + Ay\right)} \left(Kx_v \sqrt{P_S - P_\Delta} - Ay \right) & x_v \geq 0 \\ \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + Ay\right)} \left(Kx_v \sqrt{P_S + P_\Delta} - Ay \right) & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

$$\dot{P}_2 = \begin{cases} \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - Ay\right)} \left(-Kx_v \sqrt{P_S - P_\Delta} + Ay \right) & x_v \geq 0 \\ \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - Ay\right)} \left(-Kx_v \sqrt{P_S + P_\Delta} + Ay \right) & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.33)$$

As equações (2.32) e (2.33) dependem do sinal da posição do carretel, portanto

⁷A diferença de pressão P_Δ é também conhecida como pressão na carga [23] e pressão de controle.

podem ser reformuladas utilizando-se a função não linear sinal de x_v , dada por

$$\text{sgn}(x_v) = \begin{cases} 1 & x_v > 0 \\ 0 & x_v = 0 \\ -1 & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

Assim, obtêm-se

$$\dot{P}_1 = \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + Ay\right)} \left(Kx_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v)P_\Delta} - Ay \right) \quad (2.35)$$

$$\dot{P}_2 = \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - Ay\right)} \left(-Kx_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v)P_\Delta} + Ay \right) \quad (2.36)$$

Derivando-se a equação (2.29), tem-se que $\dot{P}_\Delta = \dot{P}_1 - \dot{P}_2$ ou

$$\dot{P}_\Delta = \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ay)^2} \left(Kx_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v)P_\Delta} - Ay \right) \quad (2.37)$$

A equação (2.37) e a equação do movimento da carga (2.14) (na qual trocou-se o termo $P_1 - P_2$ por P_Δ) formam o sistema de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} M\ddot{y} + B\dot{y} &= AP_\Delta + F_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ay)^2} \left(Kx_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v)P_\Delta} - Ay \right) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Escolhendo as variáveis de estados $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$ e $x_3 = P_\Delta$, pode-se também escrever o sistema na representação de estados como

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{M}x_2 + \frac{A}{M}x_3 + \frac{1}{M}F_L \\ \dot{x}_3 = \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ax_1)^2} \left(Kx_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v)x_3} - Ax_2 \right) \end{cases} \quad (2.39)$$

Modelo Linearizado de 3ª Ordem

O modelo do atuador hidráulico linear dado pelo sistema de equações (2.38) apresenta diversas não linearidades. Estas não linearidades são:

- a função sinal $\text{sgn}(x_v)$,
- a raiz quadrada $\sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v)P_\Delta}$,
- o termo $\frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ay)^2}$ e
- os produtos de variáveis.

Apesar de atualmente existirem muitas técnicas de análise e controle específicas para sistemas não lineares, um modelo linearizado permite que sejam aplicados controladores clássicos e métodos de análise mais simples e intuitivos, como o lugar das raízes, por exemplo.

Lineariza-se o sistema para o movimento do pistão em torno da origem. Assim, como $y \approx 0$, pode-se afirmar que

$$\frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ay)^2} \approx \frac{4\beta}{V_t} \quad (2.40)$$

Esta aproximação é utilizada por diversos autores [1, 20, 35]. Entretanto, esta se torna imprecisa em atuadores de curso longo, causando incertezas.

Define-se em [23] a vazão de controle Q_c . Esta vazão é dada por

$$Q_c = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = K x_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v)P_\Delta} \quad (2.41)$$

e corresponde ao termo não linear restante. Pode-se linearizar Q_c em torno de um ponto de operação \bar{y} (que corresponde a uma posição \bar{x}_v da servoválvula e uma diferença de pressão \bar{P}_Δ) pela expansão em série de Taylor

$$Q_c(x_v, P_\Delta) = Q_c(\bar{x}_v, \bar{P}_\Delta) + (x_v - \bar{x}_v) \left. \frac{\partial Q_c(x_v, P_\Delta)}{\partial x_v} \right|_{\bar{x}_v, \bar{P}_\Delta} + (P_\Delta - \bar{P}_\Delta) \left. \frac{\partial Q_c(x_v, P_\Delta)}{\partial P_\Delta} \right|_{\bar{x}_v, \bar{P}_\Delta}$$

na qual foram considerados apenas os termos lineares. Como os termos $(x_v - \bar{x}_v)$ e $(P_\Delta - \bar{P}_\Delta)$ são muito pequenos na vizinhança do ponto de operação \bar{y} , considera-se que os termos $(x_v - \bar{x}_v)^2$, $(x_v - \bar{x}_v)(P_\Delta - \bar{P}_\Delta)$, $(P_\Delta - \bar{P}_\Delta)^2$, etc., são desprezíveis.

Definem-se as constantes

$$\bar{K}_Q = \left. \frac{\partial Q_c(x_v, P_\Delta)}{\partial x_v} \right|_{\bar{x}_v, \bar{P}_\Delta} = K \sqrt{P_S - \text{sgn}(\bar{x}_v) \bar{P}_\Delta} \quad (2.42)$$

$$\bar{K}_C = - \left. \frac{\partial Q_c(x_v, P_\Delta)}{\partial P_\Delta} \right|_{\bar{x}_v, \bar{P}_\Delta} = \frac{K |\bar{x}_v|}{2 \sqrt{P_S - \text{sgn}(\bar{x}_v) \bar{P}_\Delta}} \quad (2.43)$$

sendo \bar{K}_Q o ganho de vazão no ponto de operação [m^2/s] e \bar{K}_C o ganho de vazão-pressão no ponto de operação [$\text{m}^5/(\text{Ns})$].

Para o ponto de operação $\bar{y} = 0$, têm-se

$$K_Q = K \sqrt{P_S} \quad (2.44)$$

$$K_C = 0 \quad (2.45)$$

O valor de K_Q pode ser corretamente calculado pela expressão (2.44) ou pode também ser obtido experimentalmente, como sugerido em [32]. Já o valor de K_C calculado na expressão (2.45) é incorreto. Na prática, o seu valor não é nulo, pois ocorrem vazamentos na válvula mesmo quando o sistema está na posição neutra, devido a folgas radiais entre o carretel e o corpo da válvula e pelo comprimento do ressalto não ser exatamente igual ao comprimento do pórtilo. O erro decorre de tais vazamentos serem desprezados na modelagem. Por esse motivo, o seu valor deve ser obtido experimentalmente. Em [3], são sugeridos métodos para a obtenção do valor de K_C .

Usando as definições das constantes (2.42) e (2.43), a vazão de controle Q_c linearizada é dada por

$$Q_c = K_Q x_v - K_C P_\Delta \quad (2.46)$$

Substituindo as aproximações (2.40) e (2.46) na equação (2.37), obtém-se

$$\dot{P}_\Delta = \frac{4\beta}{V_t} (K_Q x_v - K_C P_\Delta - A\dot{y}) \quad (2.47)$$

A equação (2.47) e a equação do movimento da carga (2.14) (na qual trocou-se o termo $P_1 - P_2$ por P_Δ) formam o sistema linearizado de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} M\ddot{y} + B\dot{y} &= AP_\Delta + F_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{4\beta}{V_t} (K_Q x_v - K_C P_\Delta - A\dot{y}) \end{aligned} \quad (2.48)$$

Aplicando a transformada de Laplace, considerando condições iniciais nulas, pode-se escrever no domínio da frequência

$$y(s) = \frac{\frac{4\beta A}{V_t M} K_Q x_v(s) + \frac{1}{M} \left(s + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) F_L(s)}{s \left(s^2 + \left(\frac{B}{M} + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) s + \frac{4\beta}{V_t M} (BK_C + A^2) \right)} \quad (2.49)$$

Para o sistema linearizado, a frequência natural é

$$\omega_{ahl} = 2\sqrt{\frac{\beta}{V_t M} (BK_C + A^2)} \quad (2.50)$$

O sistema sempre apresenta um pólo na origem. Os outros dois pólos são, em geral, para sistemas físicos reais, complexos conjugados⁸. Assim

$$\begin{aligned} p_1 &= 0 \\ p_{2,3} &= \frac{-(BV_t + 4\beta M K_C) \pm j\sqrt{16V_t M \beta A^2 - (BV_t - 4\beta M K_C)^2}}{2V_t M} \end{aligned} \quad (2.51)$$

2.3.3 Modelagem da Servoválvula

Como mencionado na subseção 2.3.1, o sistema estudado utiliza uma servoválvula tipo carretel de quatro vias e centro crítico.

As servoválvulas são válvulas controladoras de vazão e direção, de regulação contínua [9]. A vazão da servoválvula é proporcional ao sinal de entrada. Normal-

⁸Uma solução com dois pólos reais quaisquer e um pólo na origem é matematicamente possível, mas dificilmente observada na prática.

mente, as servoválvulas são compostas por dois estágios. O primeiro estágio, do tipo bocal-defletor ou bico-injetor, é acionado por um motor de torque ou motor de força. Através de uma pressão diferencial, o primeiro estágio aciona o segundo estágio - o carretel principal. A posição do carretel é realimentada (de forma mecânica, hidráulica ou elétrica) para que se obtenha proporcionalidade entre a mesma e o sinal de entrada [3].

Um exemplo de servoválvula bocal-defletor pode ser visto na figura 2.5. Nesta servoválvula, quando uma corrente elétrica circula pela bobina do motor de torque, produz-se uma força eletromagnética que provoca a rotação do defletor. Esta rotação do defletor cria uma diferença de pressão entre as extremidades do carretel, causando o movimento do mesmo. Com o movimento do carretel, a mola de realimentação cria um torque no defletor contrário ao torque provocado pelo motor, fazendo com que o defletor retorne para a condição nula. Assim, não há diferença de pressão entre as extremidades do carretel e o seu movimento cessa.

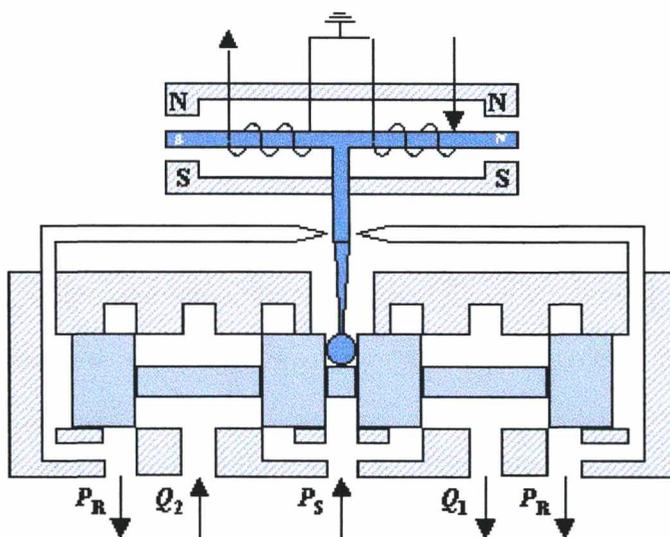


Figura 2.5: Servoválvula de Dois Estágios Típica [3]

Diversas não linearidades estão presentes na servoválvula [1], como forças de fluxo no carretel da válvula, saturação devido ao deslocamento máximo do defletor e atrito no carretel. Desprezando-se as não linearidades existentes, a relação entre a tensão de entrada u [V] e a posição do carretel x_v pode ser obtida da forma a seguir [12].

Um amplificador converte a tensão de entrada do amplificador em corrente elétrica

i para o motor de torque [A], através da relação

$$i = k_a u \quad (2.52)$$

sendo k_a o ganho do amplificador elétrico [A/V].

O torque resultante no defletor τ_{df} [Nm] é dado por

$$\tau_{df} = k_t i - k_w x_v \quad (2.53)$$

sendo k_t o ganho do motor de torque [Nm/A] e k_w a constante da mola de realimentação [N].

A equação do movimento do defletor é

$$\ddot{x}_{df} + 2\xi_{df}\omega_{df}\dot{x}_{df} + \omega_{df}^2 x_{df} = \frac{\omega_{df}^2 \tau_{df}}{k_{df}} \quad (2.54)$$

na qual x_{df} é a posição do defletor [m], k_{df} é a rigidez do defletor [N], ω_{df} é a frequência natural do primeiro estágio do defletor [rad/s] e ξ_{df} é o fator de amortecimento do primeiro estágio do defletor.

A relação entre a posição do defletor e a velocidade do carretel é definida como

$$k_h x_{df} = A_v \dot{x}_v \quad (2.55)$$

sendo A_v a área da extremidade do carretel [m²] e k_h o ganho do amplificador hidráulico [m/s].

Utilizando as quatro equações anteriores, obtém-se uma dinâmica linear de 3^a ordem para a servoválvula

$$x_v^{(3)} + 2\xi_{df}\omega_{df}\ddot{x}_v + \omega_{df}^2 \dot{x}_v + \frac{k_w k_h \omega_{df}^2}{A_v k_{df}} x_v = \frac{k_a k_t k_h \omega_{df}^2}{A_v k_{df}} u \quad (2.56)$$

Em geral, as servoválvulas apresentam dois pólos complexos conjugados muito rápidos e um pólo real lento dominante. Por isso, essa dinâmica de 3^a ordem pode

ser aproximada por uma dinâmica de 1ª ordem [1, 8], dada por

$$\dot{x}_v + \omega_v x_v = K_{em} \omega_v u \quad (2.57)$$

na qual K_{em} é o ganho da servoválvula [m/V] e ω_v é a frequência natural da mesma [rad/s]. Os valores de K_{em} e ω_v são obtidos experimentalmente.

Em algumas situações, a dinâmica da servoválvula pode ser desprezada, utilizando-se somente o ganho

$$x_v = K_{em} u \quad (2.58)$$

2.3.4 Inclusão da Servoválvula no Modelo do Atuador

Combinando-se os modelos obtidos para a dinâmica da servoválvula com os modelos dos atuadores, é possível escrever modelos completos para o sistema, que relacionam a tensão de controle u com a saída y . Estes modelos serão utilizados no próximo capítulo para a determinação de estratégias de controle para o atuador hidráulico linear.

Modelo Não Linear de 4ª Ordem

Combinando o modelo não linear (2.38) com a dinâmica de 1ª ordem da servoválvula (2.57), forma-se o sistema de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} M\ddot{y} + B\dot{y} &= AP_\Delta + F_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ay)^2} \left(K x_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) P_\Delta} - A\dot{y} \right) \\ \dot{x}_v &= -\omega_v x_v + K_{em} \omega_v u \end{aligned} \quad (2.59)$$

Escolhendo as variáveis de estados $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$, $x_3 = P_\Delta$ e $x_4 = x_v$, pode-se

também escrever o sistema na representação de estados como

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{M}x_2 + \frac{A}{M}x_3 + \frac{1}{M}F_L \\ \dot{x}_3 = \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ax_1)^2} \left(Kx_4 \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_4)x_3} - Ax_2 \right) \\ \dot{x}_4 = -\omega_v x_4 + K_{em} \omega_v u \end{cases} \quad (2.60)$$

Modelo Linearizado de 4ª Ordem

Combinando o modelo linearizado (2.48) com a dinâmica de 1ª ordem da servoválvula (2.57), forma-se o sistema de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} M\ddot{y} + B\dot{y} &= AP_\Delta + F_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{4\beta}{V_t} (K_Q x_v - K_C P_\Delta - Ay) \\ \dot{x}_v &= -\omega_v x_v + K_{em} \omega_v u \end{aligned} \quad (2.61)$$

Aplicando a transformada de Laplace, considerando condições iniciais nulas, pode-se escrever no domínio da frequência

$$y(s) = \frac{\frac{4\beta A}{V_t M} K_Q K_{em} \omega_v u(s) + \frac{1}{M}(s + \omega_v) \left(s + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) F_L(s)}{(s + \omega_v)s \left(s^2 + \left(\frac{B}{M} + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) s + \frac{4\beta}{V_t M} (BK_C + A^2) \right)} \quad (2.62)$$

Modelo Não Linear de 3ª Ordem

Combinando o modelo não linear (2.38) com o modelo de ganho da servoválvula (2.58), forma-se o sistema de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} M\ddot{y} + B\dot{y} &= AP_\Delta + F_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ay)^2} \left(K K_{em} u \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) P_\Delta} - Ay \right) \end{aligned} \quad (2.63)$$

Escolhendo as variáveis de estados $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$ e $x_3 = P_\Delta$, pode-se também

escrever o sistema na representação de estados como

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{M}x_2 + \frac{A}{M}x_3 + \frac{1}{M}F_L \\ \dot{x}_3 = \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ax_1)^2} \left(K K_{em} u \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v)x_3} - Ax_2 \right) \end{cases} \quad (2.64)$$

Modelo Linearizado de 3ª Ordem

Combinando o modelo linearizado (2.48) com o modelo de ganho da servoválvula (2.58), forma-se o sistema de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} M\ddot{y} + B\dot{y} &= AP_\Delta + F_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{4\beta}{V_t} (K_Q K_{em} u - K_C P_\Delta - Ay) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Aplicando a transformada de Laplace, considerando condições iniciais nulas, pode-se escrever no domínio da frequência

$$y(s) = \frac{\frac{4\beta A}{V_t M} K_Q K_{em} u(s) + \frac{1}{M} \left(s + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) F_L(s)}{s \left(s^2 + \left(\frac{B}{M} + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) s + \frac{4\beta}{V_t M} (BK_C + A^2) \right)} \quad (2.66)$$

2.3.5 Incertezas nos Parâmetros e Dinâmicas Não Modeladas

Os modelos desenvolvidos aqui são representações aproximadas do sistema real. As principais diferenças são causadas pelas incertezas em relação a alguns parâmetros e por algumas dinâmicas que não foram modeladas.

A massa M , a área do pistão A , o volume total das câmaras V_t e o coeficiente de atrito B são medidos com razoável precisão. A pressão de suprimento P_S é especificada e fornecida com valor controlado. Portanto, para estes parâmetros não há incertezas. A constante hidráulica K , o ganho da servoválvula K_{em} e a sua frequência ω_v são obtidos experimentalmente e podem apresentar pequenas variações conforme a faixa de operação, isto é, conforme a abertura da válvula. Já K_C e K_Q são obtidos por linearização e válidos apenas na região próxima ao ponto de operação. Assim, existem pequenas incertezas relacionadas a estes parâmetros. Entretanto, o parâmetro que

causa maiores problemas é o módulo de elasticidade do fluido β , cujo valor, como comentado na seção 2.2, é de difícil determinação, pois varia com a pressão, com a temperatura e com a presença de outros fluidos no mesmo ambiente.

As tubulações adicionam uma dinâmica ao sistema. Se a distância entre a válvula e o cilindro é pequena, as tubulações são curtas e a sua dinâmica pode ser desprezada. No caso de tubulações longas, é interessante modelá-las. Em geral, um modelo de 2ª ordem com pólos complexos conjugados pouco amortecidos é utilizado [17].

O sistema apresenta várias saturações, pois existem limites mínimos e máximos para a tensão de controle u , para a posição do carretel da servoválvula x_v e para a posição do pistão y . Essas saturações representam restrições ao controle e podem ser facilmente incluídas no modelo.

Uma dinâmica de difícil modelagem é o atrito. Sempre que há movimento ou tendência de movimento, existem forças de atrito, em geral, não lineares. O atrito é dividido em três categorias básicas: o atrito viscoso, o atrito estático e o atrito de Coulomb. O atrito viscoso é proporcional à velocidade do movimento e já foi incluído no modelo. O atrito estático é uma força de resistência ao início do movimento que só existe quando o corpo está parado e tem a tendência de se movimentar. O atrito de Coulomb é uma força de resistência ao movimento. Modelos do atrito são fornecidos em [3, 22, 30].

Outras não linearidades que podem estar presentes são zonas mortas e histereses.

2.4 Modelagem do Atuador Hidráulico Rotativo

Nesta seção será apresentada a modelagem do atuador hidráulico rotativo, que é muito semelhante à modelagem do atuador linear. Mostram-se modelos não lineares de 3ª e 4ª ordem e modelos linearizados de 3ª e 4ª ordem. A modelagem apresentada aqui é adaptada de [17].

2.4.1 Descrição do Atuador Hidráulico Rotativo

O atuador hidráulico rotativo (que é semelhante ao atuador hidráulico linear) consiste em um cilindro rotativo de dupla ação controlado por uma servoválvula do tipo carretel de quatro vias com centro crítico e construção simétrica (o mesmo tipo utilizado no atuador linear). À sua haste está conectada uma carga inercial. O objetivo do atuador é rotacionar esta carga e, para tanto, um fluido sob pressão é utilizado como mecanismo de transmissão de energia. O atuador é mostrado na figura 2.6, na qual as setas que acompanham as variáveis indicam os seus sentidos positivos.

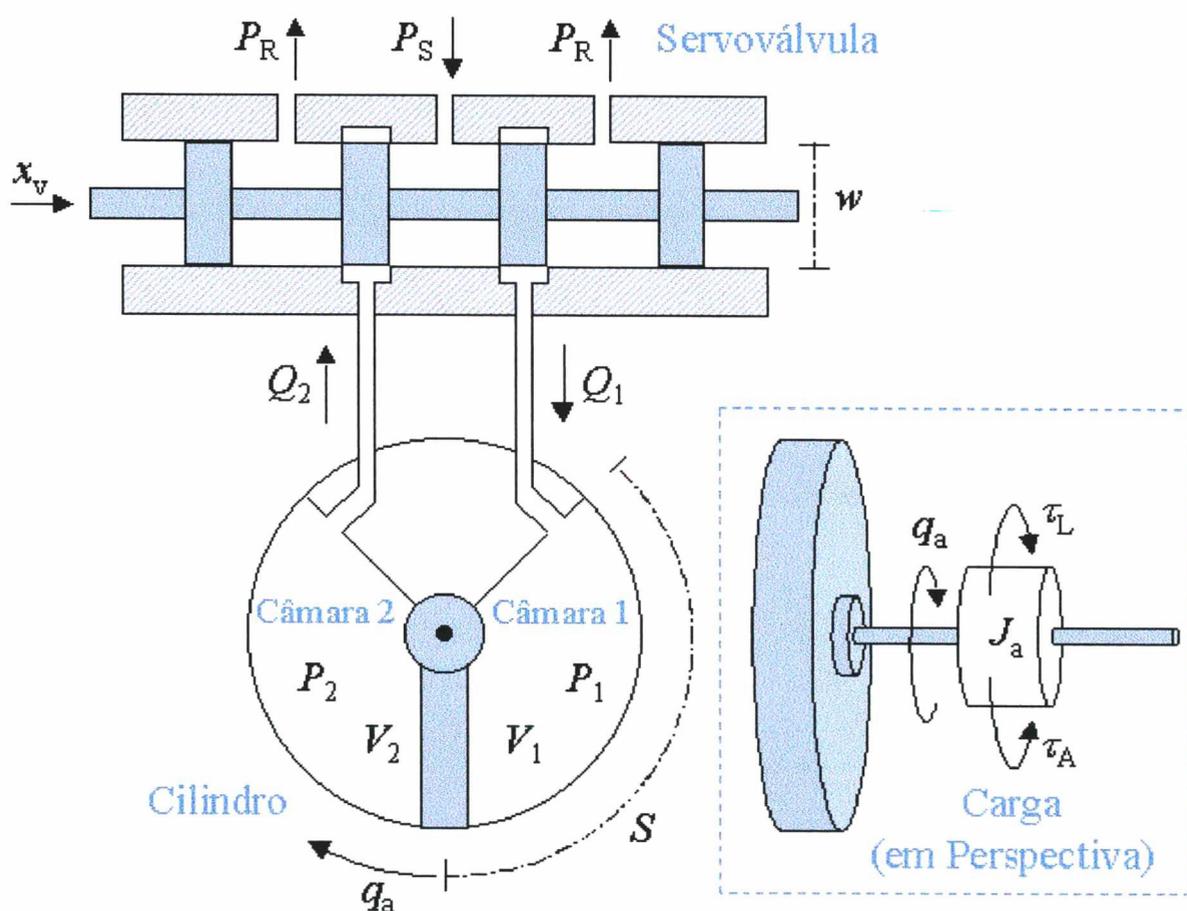


Figura 2.6: Atuador Hidráulico Rotativo

Uma posição x_v positiva do carretel da servoválvula, ou seja, $x_v > 0$, faz com que a câmara 1 do cilindro entre em contato com o fluido em alta pressão (pressão de suprimento P_S) fornecido por uma bomba. Como o fluido da câmara 1 está a uma

pressão P_1 menor, é gerada uma vazão Q_1 , que vai da servoválvula para a câmara 1. Simultaneamente, a posição do carretel faz com que a câmara 2 do cilindro entre em contato com o fluido em baixa pressão (pressão de retorno P_R). Como a pressão P_2 é maior do que a pressão de retorno, é gerada uma vazão Q_2 , que vai da câmara 2 para a servoválvula. Estas duas vazões combinadas provocam a rotação do pistão no sentido positivo, ou seja, a velocidade angular \dot{q}_a do pistão [rad/s] é positiva, $\dot{q}_a > 0$. O pistão exerce um torque na carga, que é dado pelo produto do volume por radianos do pistão V_r [m³/rad] pela diferença de pressão entre as câmaras 1 e 2 do cilindro. Assim, a carga de inércia J_a [Nms²] é rotacionada. Essa rotação sofre a oposição do torque de atrito τ_A , dado pelo produto da velocidade angular \dot{q}_a e do coeficiente de atrito viscoso W [Nms]. Além do atrito, um torque de perturbação τ_L [Nm] atua na carga.

Analogamente, uma posição x_v negativa, ou seja, $x_v < 0$, faz com que a câmara 2 do cilindro entre em contato com o fluido à pressão de suprimento P_S . Como essa pressão é maior do que a pressão P_2 , é gerada uma vazão Q_2 , que vai da servoválvula para a câmara 2. A posição do carretel também faz com que a câmara 1 do cilindro entre em contato com o fluido à pressão de retorno P_R . Como a pressão P_1 é maior do que a pressão de retorno, é gerada uma vazão Q_1 , que vai da câmara 1 para a servoválvula. Estas duas vazões combinadas provocam a rotação do pistão no sentido negativo, ou seja, a velocidade do pistão é negativa, $\dot{q}_a < 0$, rotacionando também a carga J_a . Esta rotação sofre a ação do atrito viscoso W e do torque de perturbação τ_L .

Inicialmente, assume-se que a posição x_v é a entrada de controle do sistema. Posteriormente, a dinâmica da servoválvula será incluída na modelagem do sistema. Assim, a entrada de controle do sistema passará a ser a tensão u .

A saída do sistema é a posição angular q_a do pistão [rad].

2.4.2 Obtenção do Modelo do Atuador

O objetivo desta subseção é desenvolver modelos matemáticos que relacionem a posição do carretel x_v à posição angular q_a da carga.

Nesta modelagem considera-se, a princípio, um modelo ideal no qual não há fugas nem imperfeições geométricas na servoválvula. Na prática, porém, essas fugas e im-

perfeições sempre existem. Portanto, modificações são introduzidas no modelo quando necessário.

Considera-se também que o fluido tem a mesma massa específica em todos os pontos.

Modelo Não Linear de 3ª Ordem

A equação de rotação da carga é

$$J_a \ddot{q}_a + W \dot{q}_a = V_r(P_1 - P_2) + \tau_L \quad (2.67)$$

Para resolver esta equação diferencial, é necessário conhecer as pressões P_1 e P_2 . Estas pressões podem ser determinadas com a aplicação da equação da continuidade (2.8) às câmaras 1 e 2 do cilindro. Obtêm-se

$$Q_1 = \dot{V}_1 + \frac{V_1}{\beta} \dot{P}_1 \quad (2.68)$$

$$-Q_2 = \dot{V}_2 + \frac{V_2}{\beta} \dot{P}_2 \quad (2.69)$$

sendo V_1 e V_2 os volumes das câmaras 1 e 2 [m³], acrescidos dos volumes das tubulações que ligam as câmaras à servoválvula.

Seja V_t o volume total de fluido nas duas câmaras do cilindro e nas tubulações⁹ [m³]. O valor de V_t é constante e dado por $V_t = V_1 + V_2$. Pela simetria do sistema, deduz-se que $V_1 = \frac{V_t}{2} + V_r q_a$. Analogamente, tem-se que $V_2 = \frac{V_t}{2} - V_r q_a$. Substituindo V_1 e V_2 e isolando as derivadas temporais das pressões P_1 e P_2 , as equações (2.68) e (2.69) podem ser reescritas como

$$\dot{P}_1 = \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + V_r q_a\right)} (Q_1 - V_r \dot{q}_a) \quad (2.70)$$

$$\dot{P}_2 = \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - V_r q_a\right)} (-Q_2 + V_r \dot{q}_a) \quad (2.71)$$

⁹O volume total de fluido nas câmaras, desprezando as tubulações, é $2V_r S$, sendo S o arco de circunferência de cada uma das câmaras [rad].

Como é utilizada a mesma servoválvula do atuador linear, as equações (2.25) e (2.26) que modelam as vazões Q_1 e Q_2 são válidas. Substitui-se a equação (2.25) em (2.70) e substitui-se a equação (2.26) em (2.71). Obtêm-se então

$$\dot{P}_1 = \begin{cases} \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + V_r q_a\right)} \left(K x_v \sqrt{2(P_S - P_1)} - V_r \dot{q}_a \right) & x_v \geq 0 \\ \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + V_r q_a\right)} \left(K x_v \sqrt{2(P_1 - P_R)} - V_r \dot{q}_a \right) & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.72)$$

$$\dot{P}_2 = \begin{cases} \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - V_r q_a\right)} \left(-K x_v \sqrt{2(P_2 - P_R)} + V_r \dot{q}_a \right) & x_v \geq 0 \\ \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - V_r q_a\right)} \left(-K x_v \sqrt{2(P_S - P_2)} + V_r \dot{q}_a \right) & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.73)$$

Utilizando as relações (2.30) e (2.31), as equações (2.72) e (2.73) podem ser reescritas como

$$\dot{P}_1 = \begin{cases} \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + V_r q_a\right)} \left(K x_v \sqrt{P_S - P_\Delta} - V_r \dot{q}_a \right) & x_v \geq 0 \\ \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + V_r q_a\right)} \left(K x_v \sqrt{P_S + P_\Delta} - V_r \dot{q}_a \right) & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.74)$$

$$\dot{P}_2 = \begin{cases} \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - V_r q_a\right)} \left(-K x_v \sqrt{P_S - P_\Delta} + V_r \dot{q}_a \right) & x_v \geq 0 \\ \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - V_r q_a\right)} \left(-K x_v \sqrt{P_S + P_\Delta} + V_r \dot{q}_a \right) & x_v < 0 \end{cases} \quad (2.75)$$

Reformulam-se as equações utilizando a função sinal. Assim

$$\dot{P}_1 = \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} + V_r q_a\right)} \left(K x_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) P_\Delta} - V_r \dot{q}_a \right) \quad (2.76)$$

$$\dot{P}_2 = \frac{\beta}{\left(\frac{V_t}{2} - V_r q_a\right)} \left(-K x_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) P_\Delta} + V_r \dot{q}_a \right) \quad (2.77)$$

Derivando-se a equação (2.29), tem-se que $\dot{P}_\Delta = \dot{P}_1 - \dot{P}_2$ ou

$$\dot{P}_\Delta = \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (V_r q_a)^2} \left(K x_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) P_\Delta} - V_r \dot{q}_a \right) \quad (2.78)$$

A equação (2.78) e a equação de rotação da carga (2.67) (na qual trocou-se o termo

$P_1 - P_2$ por P_Δ) formam o sistema de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} J_a \ddot{q}_a + W \dot{q}_a &= V_r P_\Delta + \tau_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (V_r q_a)^2} \left(K x_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) P_\Delta} - V_r \dot{q}_a \right) \end{aligned} \quad (2.79)$$

Escolhendo as variáveis de estados $x_1 = q_a$, $x_2 = \dot{q}_a$ e $x_3 = P_\Delta$, pode-se também escrever o sistema na representação de estados como

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{W}{J_a} x_2 + \frac{V_r}{J_a} x_3 + \frac{1}{J_a} \tau_L \\ \dot{x}_3 = \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (V_r x_1)^2} \left(K x_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) x_3} - V_r x_2 \right) \end{cases} \quad (2.80)$$

Modelo Linearizado de 3ª Ordem

O modelo do atuador hidráulico rotativo, assim como o modelo do atuador hidráulico linear, apresenta diversas não linearidades. Estas não linearidades são:

- a função sinal $\text{sgn}(x_v)$,
- a raiz quadrada $\sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) P_\Delta}$,
- o termo $\frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (V_r q_a)^2}$ e
- os produtos de variáveis.

Lineariza-se o sistema para a rotação do pistão em torno da origem. Assim, como $q_a \approx 0$, pode-se afirmar que

$$\frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (V_r q_a)^2} \approx \frac{4\beta}{V_t} \quad (2.81)$$

Substituindo a aproximação (2.81), a expansão em série de Taylor (2.46) e as definições de K_Q (equação (2.42)) e K_C (equação (2.43)) na equação (2.78), obtém-se

$$\dot{P}_\Delta = \frac{4\beta}{V_t} (K_Q x_v - K_C P_\Delta - V_r \dot{q}_a) \quad (2.82)$$

A equação (2.82) e a equação da rotação da carga (2.67) (na qual trocou-se o termo $P_1 - P_2$ por P_Δ) formam o sistema linearizado de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} J_a \ddot{q}_a + W \dot{q}_a &= V_r P_\Delta + \tau_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{4\beta}{V_t} (K_Q x_v - K_C P_\Delta - V_r \dot{q}_a) \end{aligned} \quad (2.83)$$

Aplicando a transformada de Laplace, considerando condições iniciais nulas, pode-se escrever no domínio da frequência

$$q_a(s) = \frac{\frac{4\beta V_r}{V_t J_a} K_Q x_v(s) + \frac{1}{J_a} \left(s + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) \tau_L(s)}{s \left(s^2 + \left(\frac{W}{J_a} + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) s + \frac{4\beta}{V_t J_a} (W K_C + V_r^2) \right)} \quad (2.84)$$

Para o sistema linearizado, a frequência natural é

$$\omega_{\text{ahr}} = 2 \sqrt{\frac{\beta}{V_t J_a} (W K_C + V_r^2)} \quad (2.85)$$

O sistema sempre apresenta um pólo na origem. Em geral, os outros dois pólos são complexos conjugados para sistemas físicos reais. Assim

$$\begin{aligned} p_1 &= 0 \\ p_{2,3} &= \frac{-(W V_t + 4\beta J_a K_C) \pm j \sqrt{16 V_t J_a \beta V_r^2 - (W V_t - 4\beta J_a K_C)^2}}{2 V_t J_a} \end{aligned} \quad (2.86)$$

2.4.3 Inclusão da Servoválvula no Modelo do Atuador

Combinando-se os modelos obtidos na subseção 2.3.3 para a dinâmica da servoválvula com os modelos dos atuadores, é possível escrever modelos completos para o sistema, que relacionam a tensão de controle u com a saída q_a . Estes modelos serão utilizados no próximo capítulo para a determinação de estratégias de controle para o atuador hidráulico rotativo.

Modelo Não Linear de 4ª Ordem

Combinando o modelo não linear (2.79) com a dinâmica de 1ª ordem da servoválvula (2.57), forma-se o sistema de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} J_a \ddot{q}_a + W \dot{q}_a &= V_r P_\Delta + \tau_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (V_r q_a)^2} \left(K x_v \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) P_\Delta} - V_r \dot{q}_a \right) \\ \dot{x}_v &= -\omega_v x_v + K_{em} \omega_v u \end{aligned} \quad (2.87)$$

Escolhendo as variáveis de estados $x_1 = q_a$, $x_2 = \dot{q}_a$, $x_3 = P_\Delta$ e $x_4 = x_v$, pode-se também escrever o sistema na representação de estados como

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{W}{J_a} x_2 + \frac{V_t}{J_a} x_3 + \frac{1}{J_a} \tau_L \\ \dot{x}_3 = \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (V_r x_1)^2} \left(K x_4 \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_4) x_3} - V_r x_2 \right) \\ \dot{x}_4 = -\omega_v x_4 + K_{em} \omega_v u \end{cases} \quad (2.88)$$

Modelo Linearizado de 4ª Ordem

Combinando o modelo linearizado (2.83) com a dinâmica de 1ª ordem da servoválvula (2.57), forma-se o sistema de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} J_a \ddot{q}_a + W \dot{q}_a &= V_r P_\Delta + \tau_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{4\beta}{V_t} (K_Q x_v - K_C P_\Delta - V_r \dot{q}_a) \\ \dot{x}_v &= -\omega_v x_v + K_{em} \omega_v u \end{aligned} \quad (2.89)$$

Aplicando a transformada de Laplace, considerando condições iniciais nulas, pode-se escrever no domínio da frequência

$$q_a(s) = \frac{\frac{4\beta V_t}{V_t J_a} K_Q K_{em} \omega_v u(s) + \frac{1}{J_a} (s + \omega_v) \left(s + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) \tau_L(s)}{(s + \omega_v) s \left(s^2 + \left(\frac{W}{J_a} + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) s + \frac{4\beta}{V_t J_a} (W K_C + V_r^2) \right)} \quad (2.90)$$

Modelo Não Linear de 3ª Ordem

Combinando o modelo não linear (2.79) com o modelo de ganho da servoválvula (2.58), forma-se o sistema de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} J_a \ddot{q}_a + W \dot{q}_a &= V_r P_\Delta + \tau_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (V_r q_a)^2} \left(K K_{em} u \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) P_\Delta} - V_r \dot{q}_a \right) \end{aligned} \quad (2.91)$$

Escolhendo as variáveis de estados $x_1 = q_a$, $x_2 = \dot{q}_a$ e $x_3 = P_\Delta$, pode-se também escrever o sistema na representação de estados como

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{W}{J_a} x_2 + \frac{V_r}{J_a} x_3 + \frac{1}{J_a} \tau_L \\ \dot{x}_3 = \frac{\beta V_t}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (V_r x_1)^2} \left(K K_{em} u \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) x_3} - V_r x_2 \right) \end{cases} \quad (2.92)$$

Modelo Linearizado de 3ª Ordem

Combinando o modelo linearizado (2.83) com o modelo de ganho da servoválvula (2.58), forma-se o sistema de equações que descreve o atuador

$$\begin{aligned} J_a \ddot{q}_a + W \dot{q}_a &= V_r P_\Delta + \tau_L \\ \dot{P}_\Delta &= \frac{4\beta}{V_t} (K_Q K_{em} u - K_C P_\Delta - V_r \dot{q}_a) \end{aligned} \quad (2.93)$$

Aplicando a transformada de Laplace, considerando condições iniciais nulas, pode-se escrever no domínio da frequência

$$q_a(s) = \frac{\frac{4\beta V_r}{V_t J_a} K_Q K_{em} u(s) + \frac{1}{J_a} \left(s + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) \tau_L(s)}{s \left(s^2 + \left(\frac{W}{J_a} + \frac{4\beta}{V_t} K_C \right) s + \frac{4\beta}{V_t J_a} (W K_C + V_r^2) \right)} \quad (2.94)$$

2.5 Conclusões

Neste capítulo, foram apresentados modelos matemáticos não lineares e linearizados para os atuadores hidráulicos lineares e rotativos, os quais podem ou não incluir a dinâmica da servoválvula.

Os modelos obtidos podem ser utilizados em simulações, substituindo o sistema real, e podem também ser utilizados para a síntese de controladores. A escolha do modelo adequado para cada caso depende das características desejadas. Quando se deseja um modelo que represente de maneira bastante próxima o sistema real, tem-se a desvantagem de que tais modelos são complexos. Quando se deseja simplicidade, tem-se a desvantagem de que os modelos mais simples apresentam limitações.

No próximo capítulo, são desenvolvidos controladores para os atuadores hidráulicos.

Capítulo 3

Controle do Atuador Hidráulico

3.1 Introdução

Neste capítulo, são desenvolvidos controladores para os atuadores hidráulicos lineares e rotativos. A seção 3.2 trata do controle dos atuadores lineares. São projetados controladores lineares e não lineares e os seus desempenhos são comparados em simulações. Controladores para atuadores rotativos são projetados na seção 3.3 e também têm os seus desempenhos comparados por simulação.

3.2 Controle do Atuador Hidráulico Linear

Nesta seção, são desenvolvidos controladores dos tipos clássico, dois graus de liberdade e por *backstepping*. Inicialmente, são apresentados os parâmetros nominais de um atuador linear específico e depois são projetados os diversos controladores para tal atuador. No caso do controle por *backstepping*, é possível obter uma lei de controle genérica literal, que pode ser utilizada para outros sistemas, com parâmetros diferentes. Entretanto, os controladores dos tipos clássico e dois graus de liberdade devem ser calculados para o sistema específico. Algumas dificuldades no projeto dos controladores são: (a) as incertezas paramétricas não permitem que se faça um projeto preciso e (b) o modelo linearizado não representa bem o sistema, pois é válido apenas em uma pequena região em torno do ponto de operação.

3.2.1 Parâmetros Nominais do Atuador Hidráulico Linear

Os controladores são projetados para um atuador hidráulico linear instalado em uma bancada de testes¹ do Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos (LASHIP), na Universidade Federal de Santa Catarina. Os parâmetros nominais do sistema foram obtidos experimentalmente e através de dados de catálogo [32]. Os seus valores são dados na tabela 3.1.

Parâmetro	Valor Nominal
M	20,66 kg
B	316 Ns/m
A	$7,6576 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
V_t	$9,764 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
β	10^9 N/m^2
P_s	10^7 Pa
K_C	$1,46 \times 10^{-11} \text{ m}^6/(\text{VsN})$
$K_Q K_{em}$	$1,167 \times 10^{-4} \text{ m}^3/(\text{Vs})$
$K K_{em}$	$3,97 \times 10^{-8} \text{ m}^4/(\text{Vs}\sqrt{\text{N}})$
ω_v	100 rad/s

Tabela 3.1: Parâmetros Nominais do Atuador Hidráulico Linear

Os limites de saturação são -10V e 10V para o sinal de controle u , -10V e 10V para a posição do carretel da servoválvula x_v e -0,5m e 0,5m para a posição do pistão y .

3.2.2 Controle do Tipo Clássico

Controladores do tipo clássico, principalmente os controladores de ação proporcional (P), ação integral (I) e ação derivativa (D), são os métodos de controle mais conhecidos e utilizados atualmente, por sua simplicidade e por, em muitos casos, serem bastante eficientes.

O problema do controle clássico aplicado ao atuador hidráulico linear foi estudado por vários autores [8, 25]. Os resultados obtidos com o uso de controladores clássicos dos tipos P, PD, PI e PID são apenas razoáveis, porque os ganhos, zeros e pólos introduzidos por tais controladores não alteram de modo adequado a localização dos pólos

¹A bancada de testes é apresentada de forma detalhada no capítulo 4, que trata da parte experimental.

complexos conjugados pouco amortecidos do sistema; assim, a resposta em malha fechada permanece subamortecida, e também não alteram significativamente a localização do pólo na origem que continua sendo lento, mesmo em malha fechada.

As limitações do projeto destes controladores são mostradas nesta subseção.

A figura 3.1 representa a inclusão de um controlador proporcional na malha fechada do atuador hidráulico linear. Este controlador tem a forma $C(s) = K_P$, sendo K_P o ganho proporcional. Em linha contínua, tem-se o lugar das raízes para o modelo linearizado de 3ª ordem, no qual a dinâmica da servoválvula é desprezada - modelo (2.66) - e, em linha tracejada, o lugar das raízes para o modelo linearizado de 4ª ordem, o qual inclui a dinâmica da servoválvula - modelo (2.62). São utilizados os valores da tabela 3.1. O modelo (2.66) possui um par de pólos complexos conjugados pouco amortecidos e um pólo em zero, enquanto o modelo (2.62) possui, além destes, um pólo em $-\omega_v$.

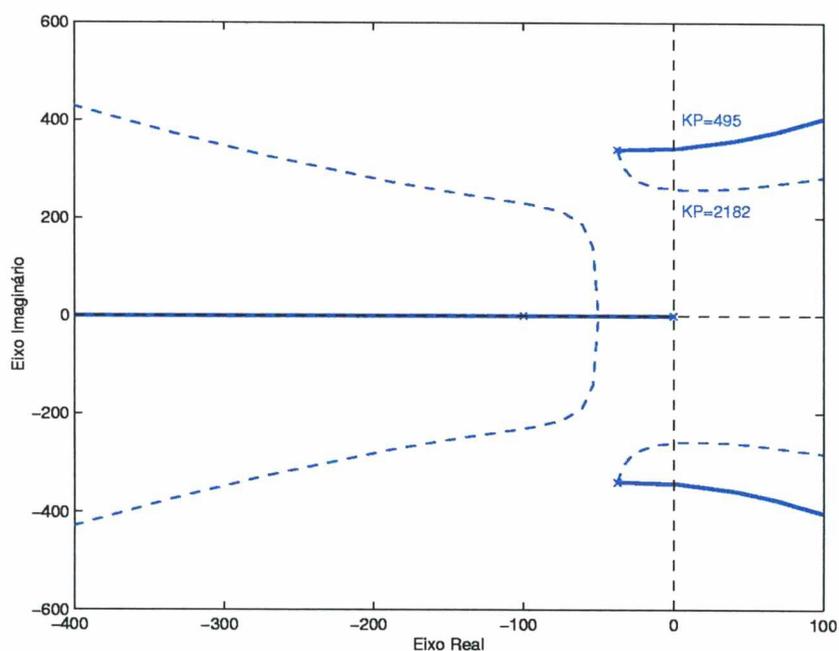


Figura 3.1: Lugar das Raízes da Inclusão do Controlador P em Malha Fechada

Para o modelo que não inclui a dinâmica da servoválvula, o ganho K_P para o qual ocorre o cruzamento do eixo imaginário (isto é, o limite da estabilidade) é 495. Já para o modelo que inclui esta dinâmica, o ganho K_P de cruzamento é 2182. Isso mostra que o projeto feito sem a inclusão da servoválvula pode ser muito conservativo, pois a

faixa de ganho fica mais restrita que o necessário. Por isso, o estudo dos controladores P, PD, PI e PID será feito utilizando a dinâmica da servoválvula. A figura 3.1 mostra também que um controlador proporcional não altera de modo adequado a posição do par de pólos complexos.

A figura 3.2 mostra as possíveis configurações para um controlador PD, que tem a forma $C(s) = K_P + K_D s$, sendo K_D o ganho derivativo. Este controlador insere um zero arbitrário no sistema. Se o zero é colocado à esquerda do pólo da servoválvula (que está em $-\omega_v$), tem-se a configuração mostrada no diagrama (a), e se o zero é colocado à direita, tem-se a configuração mostrada no diagrama (b). Como se pode observar, nenhuma destas configurações altera de modo adequado a posição do par de pólos complexos. Este controlador pode ser utilizado, mas apresenta resultados apenas razoáveis, além de representar uma dificuldade adicional a implementação do termo derivativo.

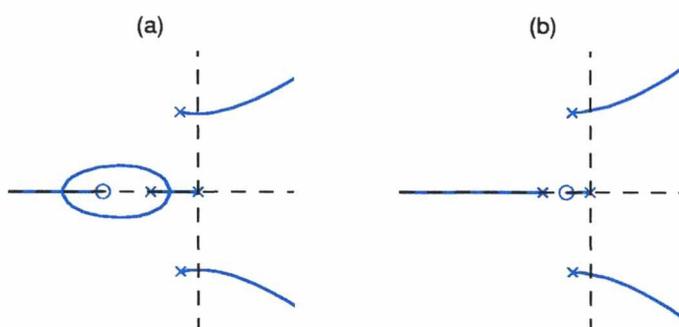


Figura 3.2: Possíveis Configurações para um Controlador PD

As possíveis configurações para um controlador PI, que tem a forma $C(s) = K_P + K_I \frac{1}{s}$, sendo K_I o ganho integral, são mostradas na figura 3.3. Este controlador insere um pólo na origem e um zero arbitrário no sistema. Se o zero é colocado à esquerda do pólo da servoválvula, tem-se a configuração mostrada no diagrama (a). Para este caso, o sistema torna-se instável para qualquer ganho escolhido. Se o zero é colocado à direita do pólo da servoválvula, tem-se a configuração mostrada no diagrama (b). Neste caso, existe uma pequena faixa de estabilidade, mas com pólos muito lentos, próximos do eixo imaginário. O controlador PI geralmente piora o desempenho do sistema.

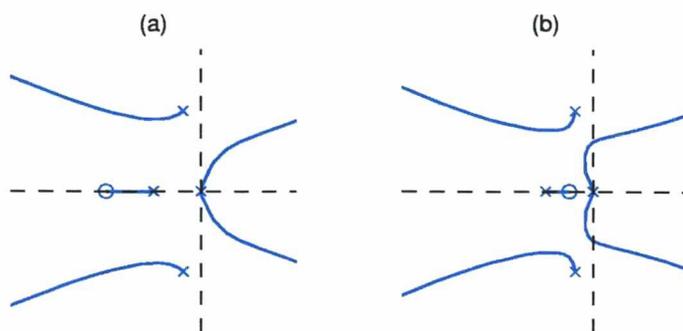


Figura 3.3: Possíveis Configurações para um Controlador PI

A figura 3.4 mostra as possíveis configurações para um controlador PID, que tem a forma $C(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s$. Este controlador insere um pólo na origem e dois zeros arbitrários no sistema. Se os zeros são colocados à esquerda do pólo da servoválvula, tem-se a configuração mostrada no diagrama (a), se são colocados um à esquerda e um à direita, tem-se a configuração mostrada no diagrama (b), e se são colocados ambos à direita, tem-se a configuração mostrada no diagrama (c)². Assim como os controladores P e PD, este controlador não altera de modo adequado a posição do par de pólos complexos conjugados pouco amortecidos do atuador. Os resultados para este controlador são apenas razoáveis.

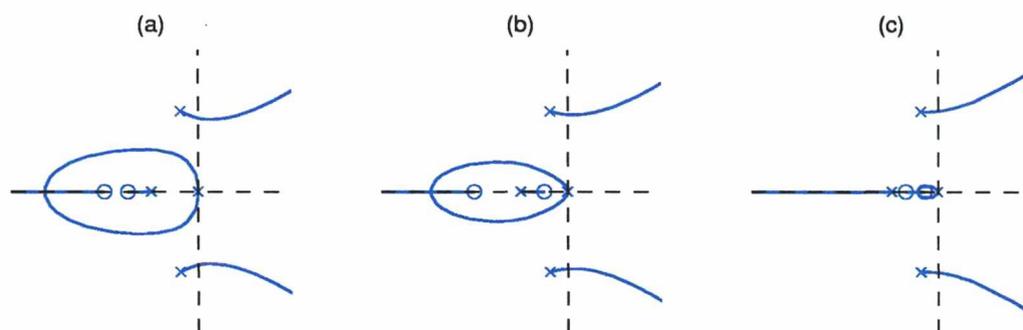


Figura 3.4: Possíveis Configurações para um Controlador PID

Para ilustrar as afirmações anteriores, projeta-se um controlador PID para o sistema. As especificações são resposta sem sobre-sinal e com o menor tempo de estabilização possível.

²Foram considerados apenas zeros reais.

Utiliza-se o modelo linearizado de 4ª ordem (modelo (2.62)) e supõe-se que não há perturbação, ou seja, $F_L(s) = 0$. Substituindo os valores da tabela 3.1, obtém-se

$$y(s) = \frac{17720}{(s + 100)(s^3 + 75s^2 + 117190s)}u(s) \quad (3.1)$$

Os pólos de malha aberta são $p_1 = 0$, $p_{2,3} = -37,5 \pm 340j$ e $p_4 = -100$.

Para o projeto, utiliza-se a ferramenta *rltool* do *Matlab*. Por tentativa e erro, obtém-se o controlador que apresenta o melhor desempenho. O lugar das raízes do sistema com este controlador é mostrado na figura 3.5. Os ganhos do controlador são $K_P = 300$, $K_I = 150$ e $K_D = 0,5$. Isto significa que um dos zeros está em -600 e o outro em $-0,5$. Essa configuração é semelhante a um controlador PD que tenha um zero em -600 , ou seja, para o qual os ganhos são $K_P = 300$ e $K_D = 0,5$, mas é preferível utilizar-se o controlador PID, pois a ação integral confere maior robustez ao sistema em malha fechada, reduzindo o erro em regime e apresentando menor sensibilidade a pequenas variações de parâmetros.

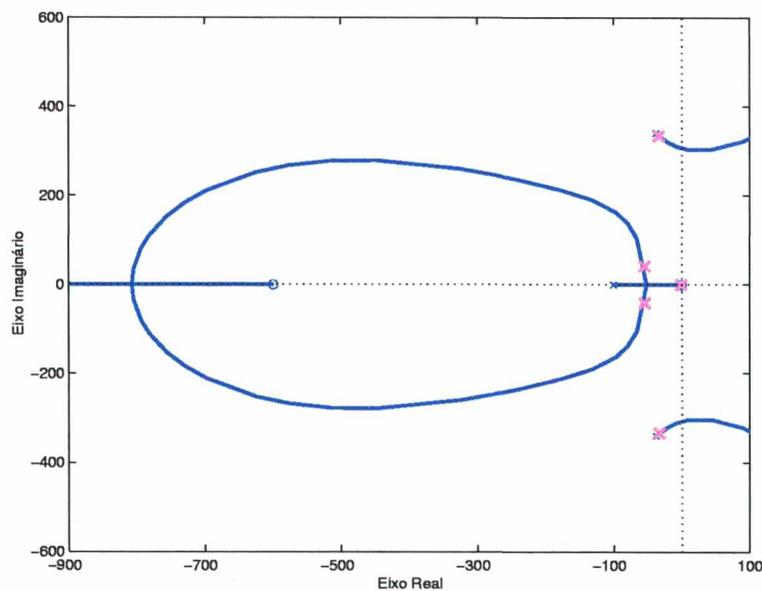


Figura 3.5: Controlador PID Projetado para o Sistema

Os resultados de simulação são apresentados na subseção 3.2.5.

3.2.3 Controle por *Backstepping*

O controle por *backstepping* é uma metodologia de controle não linear. Busca-se um melhor desempenho para o sistema em estudo com a utilização deste controlador, visto que os controladores do tipo P, PD, PI e PID não apresentam o desempenho desejado.

Descrição Teórica da Metodologia do *Backstepping* [18, 19]

Seja o sistema na forma

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\xi \\ \dot{\xi} &= f_a(\mathbf{x}, \xi) + g_a(\mathbf{x}, \xi)u\end{aligned}\quad (3.2)$$

na qual $\mathbf{x} \in R^n$, $\xi \in R$, $[\mathbf{x}^T \xi]^T \in R^{n+1}$ é o vetor de estados, $u \in R$ é a entrada de controle e \mathbf{f} , \mathbf{g} , f_a e g_a são funções das variáveis.

O objetivo de controle é o seguimento de trajetória. Para um vetor de referências $\mathbf{r} \in R^n$, define-se o vetor de erros de seguimento $\mathbf{e} \in R^n$ como

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{r} \quad (3.3)$$

Substituindo a relação (3.3) no sistema (3.2), obtém-se uma nova forma para o mesmo, que é

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}} &= \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\xi \\ \dot{\xi} &= \bar{f}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi) + \bar{g}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi)u\end{aligned}\quad (3.4)$$

sendo $[\mathbf{e}^T \xi]^T \in R^{n+1}$ o novo vetor de estados. As funções $\bar{\mathbf{f}} : D \rightarrow R^n$ e $\bar{\mathbf{g}} : D \rightarrow R^n$ são suaves em um domínio $D \subset R^n$ que contém $\mathbf{e} = 0$ e $\bar{\mathbf{f}}(0, 0, 0) = 0$. As funções escalares \bar{f}_a e \bar{g}_a também são suaves.

Para o novo sistema, o objetivo é a estabilização da origem, ou seja, anular o erro.

Inicialmente, aplica-se uma lei de controle linearizante. Se $\bar{g}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi) \neq 0$ no domínio de interesse, esta lei de controle linearizante é dada por

$$u = \frac{1}{\bar{g}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi)} [u_a - \bar{f}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi)] \quad (3.5)$$

sendo u_a uma lei de controle por *backstepping* a ser determinada.

Aplicando-se o controle u no sistema (3.4), pode-se reescrevê-lo na forma

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}} &= \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\xi \\ \dot{\xi} &= u_a\end{aligned}\quad (3.6)$$

Nesta forma, o sistema está pronto para a aplicação da metodologia do *backstepping* de um integrador. O primeiro passo é a estabilização da primeira equação do sistema.

Seja uma equação similar, dada por

$$\dot{\mathbf{e}} = \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\tilde{\xi} \quad (3.7)$$

Supõe-se que exista uma lei de controle que estabilize esta equação. Esta lei de controle é

$$\tilde{\xi} = \phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) \quad (3.8)$$

sendo ϕ uma função suave, com $\phi(0, 0, 0) = 0$. Ou seja, para tal controle, a origem de (3.7) é assintoticamente estável.

Supõe-se ainda que exista uma função de Lyapunov $V(\mathbf{e})$ que satisfaça a inequação

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{e}} [\bar{\mathbf{f}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})] \leq -W(\mathbf{e}), \quad \forall \mathbf{e} \in D \quad (3.9)$$

sendo $W(\mathbf{e})$ uma função positiva definida.

Adicionando e subtraindo $\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$ da primeira equação do sistema original (3.6), obtém-se uma representação equivalente do mesmo

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}} &= [\bar{\mathbf{f}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})] + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})(\xi - \phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})) \\ \dot{\xi} &= u_a\end{aligned}\quad (3.10)$$

Define-se a variável z , que representa a diferença entre a lei de controle virtual $\tilde{\xi}$ e a variável real ξ

$$z = \xi - \tilde{\xi} = \xi - \phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) \quad (3.11)$$

Utilizando esta nova variável, o sistema torna-se

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}} &= [\bar{\mathbf{f}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})] + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})z \\ \dot{z} &= u_a - \dot{\phi}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\end{aligned}\quad (3.12)$$

Como $\phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$ é conhecida, é possível calcular $\dot{\phi}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$ através da equação

$$\dot{\phi}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{e}} \dot{\mathbf{e}} + \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} \dot{\mathbf{r}} + \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \ddot{\mathbf{r}} \quad (3.13)$$

ou da equação

$$\dot{\phi}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{e}} [\bar{\mathbf{f}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\xi] + \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} \dot{\mathbf{r}} + \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \ddot{\mathbf{r}} \quad (3.14)$$

A equação (3.13) é utilizada quando é possível medir os sinais do vetor $\dot{\mathbf{e}}$ e a equação (3.14) é utilizada quando o vetor $\dot{\mathbf{e}}$ é calculado através da equação do sistema (3.4).

O objetivo é tornar a origem do sistema ($\mathbf{e} = 0$ e $z = 0$) assintoticamente estável. Seja a função de Lyapunov candidata $V_a(\mathbf{e}, \xi)$

$$V_a(\mathbf{e}, \xi) = V(\mathbf{e}) + \frac{1}{2}z^2 \quad (3.15)$$

a sua derivada temporal $\dot{V}_a(\mathbf{e}, \xi)$ é dada por

$$\dot{V}_a(\mathbf{e}, \xi) = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{e}} [\bar{\mathbf{f}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) + \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})] + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{e}} \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})z + z(u_a - \dot{\phi}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})) \quad (3.16)$$

e da relação (3.9) pode-se afirmar que

$$\dot{V}_a(\mathbf{e}, \xi) \leq -W(\mathbf{e}) + \frac{\partial V}{\partial \mathbf{e}} \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})z + z(u_a - \dot{\phi}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})) \quad (3.17)$$

Uma possível escolha³ para u_a é

$$u_a = \dot{\phi}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) - \frac{\partial V}{\partial \mathbf{e}} \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) - c[\xi - \phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})] \quad (3.18)$$

³Esta escolha não é única, outras são possíveis, desde que se garanta $\dot{V}_a(\mathbf{e}, \xi) < 0$.

sendo c uma constante positiva. Esta escolha resulta em

$$\dot{V}_a(\mathbf{e}, \xi) \leq -W(\mathbf{e}) - cz^2 < 0 \quad (3.19)$$

o que mostra que a origem é assintoticamente estável.

Substituindo a lei de controle por *backstepping* u_a (equação (3.18)) na equação (3.5), obtém-se a lei de controle u para o sistema

$$u = \frac{1}{\bar{g}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi)} [\dot{\phi}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) - \frac{\partial V}{\partial \mathbf{e}} \bar{g}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) - c[\xi - \phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})] - \bar{f}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi)] \quad (3.20)$$

Aplicação no Atuador Hidráulico Linear

O método descrito na seção anterior será utilizado para o controle do atuador hidráulico linear. O modelo escolhido é o modelo não linear de 3ª ordem, ou seja, o modelo que inclui apenas o ganho da servoválvula, desprezando a sua dinâmica⁴. Utiliza-se o modelo na forma de equação de estados (2.64), na qual as variáveis de estados são $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$ e $x_3 = P_\Delta$. A equação de estados foi reescrita, para ficar na forma (3.2). Considera-se que não há força de perturbação no sistema, isto é, $F_L = 0$.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{B}{M}x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{A}{M} \end{bmatrix} x_3 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{\beta V_t A x_2}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ax_1)^2} + \frac{\beta V_t K K_{em} \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v)x_3}}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - (Ax_1)^2} u \end{aligned} \quad (3.21)$$

sendo $[x_1 \ x_2]^T = \mathbf{x}$.

Deseja-se que a saída do sistema $y = x_1$ siga uma trajetória de referência y_d , com derivadas \dot{y}_d , \ddot{y}_d e $y_d^{(3)}$. Define-se o vetor de referências $\mathbf{r} = [y_d \ \dot{y}_d]^T$ e o vetor de erros $\mathbf{e} = [e_1 \ e_2]^T$, dado por $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{r}$. Substituindo-se o erro no sistema (3.21), coloca-se o

⁴A inclusão da dinâmica da servoválvula torna o projeto muito mais complexo.

mesmo na forma

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e_2 \\ -\frac{B}{M}e_2 - \frac{B}{M}\dot{y}_d - \ddot{y}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{A}{M} \end{bmatrix} x_3 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{\beta V_t A (e_2 + \dot{y}_d)}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - A^2 (e_1 + y_d)^2} + \frac{\beta V_t K K_{em} \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) x_3}}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - A^2 (e_1 + y_d)^2} u \end{aligned} \quad (3.22)$$

que é equivalente ao sistema (3.4), sendo

$$\xi = x_3 \quad (3.23)$$

$$\bar{f}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \begin{bmatrix} e_2 & -\left(\frac{B}{M}e_2 + \frac{B}{M}\dot{y}_d + \ddot{y}_d\right) \end{bmatrix}^T \quad (3.24)$$

$$\bar{g}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{A}{M} \end{bmatrix}^T \quad (3.25)$$

$$\bar{f}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi) = -\frac{\beta V_t A (e_2 + \dot{y}_d)}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - A^2 (e_1 + y_d)^2} \quad (3.26)$$

$$\bar{g}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi) = \frac{\beta V_t K K_{em} \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) x_3}}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - A^2 (e_1 + y_d)^2} \quad (3.27)$$

O primeiro passo é determinar a lei de controle linearizante (equação (3.5)), que coloca o sistema na forma adequada para que seja aplicada a metodologia do *backstepping*. Neste caso, esse controle é dado por

$$u = \left(\frac{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - A^2 (e_1 + y_d)^2}{\beta V_t K K_{em} \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) x_3}} \right) u_a + \frac{A (e_2 + \dot{y}_d)}{K K_{em} \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) x_3}} \quad (3.28)$$

sendo u_a uma lei de controle a ser determinada a seguir. Substituindo-se u , o sistema é reescrito como

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e_2 \\ -\frac{B}{M}e_2 - \frac{B}{M}\dot{y}_d - \ddot{y}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{A}{M} \end{bmatrix} x_3 \\ \dot{x}_3 &= u_a \end{aligned} \quad (3.29)$$

Escolhe-se uma lei de controle virtual \tilde{x}_3 que estabilize a primeira equação do sistema (3.29). O controle escolhido é composto por termos que cancelam os termos dependentes de \dot{y}_d e \ddot{y}_d e por uma realimentação dos estados e_1 e e_2 . Assim

$$\tilde{x}_3 = \phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \frac{B}{A}\dot{y}_d + \frac{M}{A}\ddot{y}_d - \phi_1 e_1 - \phi_2 e_2 \quad (3.30)$$

sendo ϕ_1 e ϕ_2 os ganhos da realimentação de estados, a serem determinados para garantir o desempenho desejado em malha fechada.

Substituindo-se \tilde{x}_3 na primeira equação do sistema (3.29), obtém-se

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_{\text{MF}}\mathbf{e} \quad (3.31)$$

sendo \mathbf{A}_{MF} , dada por

$$\mathbf{A}_{\text{MF}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{A\phi_1}{M} & -\frac{(A\phi_2+B)}{M} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

a matriz que determina o desempenho em malha fechada. Desta matriz, pode-se obter o polinômio característico do sistema,

$$\lambda^2 + \frac{(A\phi_2 + B)}{M}\lambda + \frac{A\phi_1}{M} = 0 \quad (3.33)$$

Conhecendo-se os dois pólos desejados para o sistema, determinam-se os valores de ϕ_1 e ϕ_2 .

Para tal matriz \mathbf{A}_{MF} , tem-se uma função de Lyapunov dada por

$$\mathbf{V}(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e} \quad (3.34)$$

sendo \mathbf{P} uma matriz simétrica definida positiva obtida de

$$\mathbf{A}_{\text{MF}}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_{\text{MF}} = -\mathbf{Q} \quad (3.35)$$

para uma matriz arbitrária simétrica definida positiva \mathbf{Q} . A matriz \mathbf{P} tem a forma

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Define-se a variável z , que representa a diferença entre a lei de controle virtual \tilde{x}_3 e a variável real x_3 , $z = x_3 - \tilde{x}_3 = x_3 - \phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$. Utilizando-se essa mudança de variáveis, o sistema (3.29) assume a forma (3.12). Para este sistema, tem-se a função de Lyapunov candidata $V_a(\mathbf{e}, x_3)$ dada por

$$V_a(\mathbf{e}, x_3) = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \frac{1}{2}(x_3 - \tilde{x}_3)^2 \quad (3.37)$$

Para que a origem deste sistema seja assintoticamente estável, escolhe-se uma lei de controle u_a conforme a equação (3.18), ou seja,

$$u_a = -\phi_1 e_2 - \phi_2 \dot{e}_2 + \frac{B}{A} \ddot{y}_d + \frac{M}{A} y_d^{(3)} - \frac{2A}{M} (e_1 p_{12} + e_2 p_{22}) - c \left(x_3 + \phi_1 e_1 + \phi_2 e_2 - \frac{B}{A} \dot{y}_d - \frac{M}{A} \ddot{y}_d \right) \quad (3.38)$$

na qual optou-se por utilizar os sinais medidos para o cálculo de $\dot{\phi}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$ (equação (3.13)).

Da combinação de u_a (equação (3.38)) com u (equação (3.28)), obtém-se o controle para o atuador hidráulico linear. As maiores dificuldades na implementação deste controlador são a grande quantidade de cálculos a serem resolvidos *on-line* para a obtenção do sinal de controle e a necessidade de se medir o valor das variáveis posição, velocidade e aceleração do pistão, posição do carretel da servoválvula e diferença de pressão. Apesar das variações de parâmetros e, portanto, de não ser possível considerar que a linearização é exata, os resultados experimentais⁵ mostraram a robustez desta técnica de controle.

⁵Apresentados no capítulo 4.

Projeto

Para que o sistema em malha fechada apresente erro de posicionamento pequeno, é desejável que os pólos sejam rápidos. Por outro lado, pólos muito rápidos acarretam um sinal de controle elevado, que pode saturar. Portanto, por tentativa e erro, escolhem-se os pólos $p_1 = -50$ e $p_2 = -400$. Os valores dos ganhos ϕ_1 e ϕ_2 são obtidos através da equação (3.33). Assim, $\phi_1 = 5,396 \times 10^8$ e $\phi_2 = 1,173 \times 10^7$. Os valores de p_{12} e p_{22} são obtidos da equação (3.35), para uma matriz $\mathbf{Q} = [1000 \ 0; 0 \ 1000]$. Assim, $p_{12} = -500$ e $p_{22} = 2,222 \times 10^4$ (o outro elemento da matriz \mathbf{P} é $p_{11} = 12,36$). Escolhe-se $c = 500$.

Os resultados de simulação são apresentados na subseção 3.2.5.

3.2.4 Controlador 2DOF

Com o objetivo de obter-se um controlador de melhor desempenho que os controladores do tipo PID e, ao mesmo tempo, com menor complexidade que o controlador por *backstepping*, é projetado nesta subseção um controlador de dois graus de liberdade.

O controlador de dois graus de liberdade, chamado de 2DOF⁶ é um controlador linear. O termo “dois graus de liberdade” se refere ao fato deste controlador ter duas entradas independentes. Desta forma, o controlador é capaz de tratar dos problemas de desempenho de resposta e de desempenho de malha separadamente. O desempenho de resposta está relacionado às características da saída do sistema, como tempo de estabilização, sobre-sinal, erro em regime permanente *etc.*, enquanto o desempenho de malha está relacionado à estabilidade robusta do sistema, à rejeição de perturbação e à atenuação de ruído [34].

Seja um sistema linear (ou linearizado) definido por

$$y(s) = G(s)u(s) + d(s) \quad (3.39)$$

no qual $y(s)$ é a saída do sistema, $u(s)$ é a entrada de controle e $d(s)$ é um sinal de perturbação adicionado à saída. $G(s)$ é a função de transferência da entrada para a

⁶Sigla de *two degrees of freedom*.

saída do sistema e pode ser escrita como

$$G(s) = \frac{c(s)}{a(s)} \quad (3.40)$$

sendo $c(s)$ e $a(s)$ polinômios de grau m e n , respectivamente. $G(s)$ é uma função de transferência racional estritamente própria e mínima, isto é, os polinômios $a(s)$ e $c(s)$ são coprimos e $n > m$.

O sistema em malha fechada com o controlador de dois graus de liberdade é mostrado na figura 3.6. Os polinômios $k(s)$, $h(s)$ e $q(s)$ formam o controlador e têm grau $(n - 1)$. O sinal de referência é $r(s)$ e $\eta(s)$ é o ruído no sensor de medição da saída.

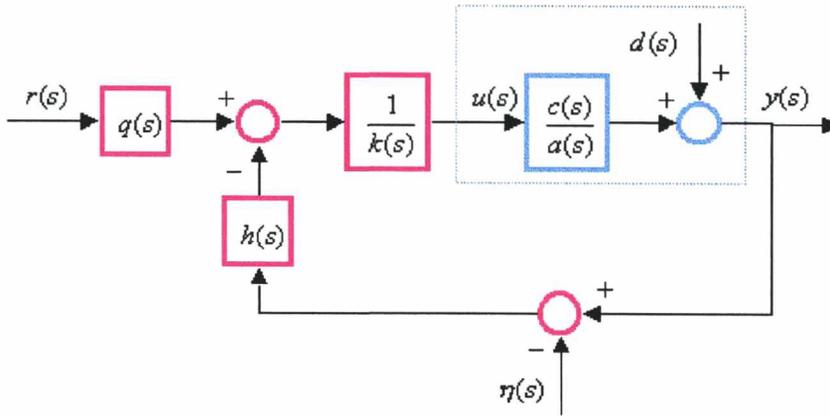


Figura 3.6: Sistema em Malha Fechada com o Controlador de Dois Graus de Liberdade

O projeto do controlador consiste em determinar os coeficientes dos polinômios $k(s)$, $h(s)$ e $q(s)$ para que se atinjam as especificações desejadas em malha fechada, com a restrição de que $k(s)$ deve ser mônico.

O sistema em malha fechada é dado por

$$y(s) = \frac{c(s)q(s)}{\delta(s)}r(s) + \frac{a(s)k(s)}{\delta(s)}d(s) + \frac{c(s)h(s)}{\delta(s)}\eta(s) \quad (3.41)$$

sendo $\delta(s)$ o polinômio característico

$$\delta(s) = a(s)k(s) + c(s)h(s) \quad (3.42)$$

cujas $(2n - 1)$ raízes são os pólos do sistema em malha fechada.

As funções de transferência primárias do sistema são:

- $T(s) = \frac{c(s)q(s)}{\delta(s)}$: função de transferência da referência $r(s)$ para a saída $y(s)$ do sistema;
- $S(s) = \frac{\alpha(s)k(s)}{\delta(s)}$: função de transferência de sensibilidade, que representa o efeito da perturbação $d(s)$ na saída $y(s)$, e
- $C(s) = \frac{c(s)h(s)}{\delta(s)}$: a função de transferência de sensibilidade complementar, que representa o efeito do ruído do sensor $\eta(s)$ na saída $y(s)$.

O desempenho do sistema depende da habilidade da saída $y(t)$ de rastrear a trajetória de referência $r(t)$, ao mesmo tempo em que os efeitos da perturbação $d(t)$ e do ruído $\eta(t)$ são minimizados. Assim, $T(s)$ deve garantir que a saída do sistema apresente as características desejadas como, por exemplo, um pequeno tempo de estabilização e ausência de sobre-sinal, enquanto $S(s)$ deve garantir a rejeição da perturbação e $C(s)$ deve garantir a atenuação de ruído.

Uma escolha de polinômios estáveis arbitrários $\hat{q}(s)$ e $\hat{\delta}(s)$, tal que $q(s) = \alpha\hat{q}(s)$ e $\delta(s) = \hat{\delta}(s)\hat{q}(s)$, causa cancelamentos pólo-zero em $T(s)$, resultando em

$$T(s) = \frac{c(s)q(s)}{\delta(s)} = \frac{\alpha c(s)}{\hat{\delta}(s)} \quad (3.43)$$

Assim, o polinômio $\hat{\delta}(s)$ tem como raízes os n pólos que definem a saída nominal do sistema e o polinômio $\hat{q}(s)$ tem como raízes os $(n - 1)$ pólos que afetam somente $S(s)$ e $C(s)$. Depois de escolhidos os polinômios $\hat{q}(s)$ e $\hat{\delta}(s)$ e a constante α , os polinômios $h(s)$ e $k(s)$ podem ser obtidos através da equação (3.42), chamada de *Equação Diofantina*.

Para a escolha de $\hat{q}(s)$, $\hat{\delta}(s)$ e α , existem alguns métodos e critérios, descritos a seguir.

Os n pólos de $\hat{\delta}(s)$ podem ser escolhidos utilizando o índice de desempenho LQR⁷, definido por

$$J_{\text{LQR}} = \int_0^{\infty} (\lambda y^2(t) + u^2(t)) dt \quad (3.44)$$

⁷Sigla de *Linear Quadratic Regulator*.

sendo λ um fator de ponderação. A minimização de J_{LQR} implica na minimização das variações da saída $y(t)$ e na minimização do esforço de controle $u(t)$ requerido para prevenir tais variações. Um controlador que minimiza o índice de desempenho LQR implica no posicionamento ótimo dos pólos de malha fechada [34]. Para a escolha dos n pólos de $\hat{\delta}(s)$ que minimizam o índice de desempenho LQR, utiliza-se o Método de Fatorização Espectral, descrito em [5, 34]. Os pólos são as n raízes negativas de

$$\Delta(s) = a(s)a(-s) + \lambda c(s)c(-s) = [\Delta(s)]^+[\Delta(s)]^- \quad (3.45)$$

para algum $\lambda > 0$. Fazendo $\Delta(s) = 0$ e rearranjando a equação (3.45), obtém-se

$$1 + \lambda \frac{c(s)c(-s)}{a(s)a(-s)} = 0 \quad (3.46)$$

Assim, pode-se utilizar o método de Lugar das Raízes, com λ variando de 0 a $+\infty$, para a escolha dos pólos de malha fechada. O lugar das raízes neste caso, além de ser simétrico em relação ao eixo real, é também simétrico em relação ao eixo imaginário e mostra todas as $2n$ raízes de $\Delta(s)$.

Para a escolha da constante α , deve-se considerar os pólos escolhidos e ajustar α para que $T(s)$ seja adequada.

O polinômio $\hat{q}(s)$ deve ser escolhido de forma que, para que haja rejeição da perturbação, $|S(j\omega)|$ seja minimizado na banda de frequências que caracteriza $d(t)$ e, para que haja atenuação de ruído, $|C(j\omega)|$ seja minimizado sobre a banda de frequências que caracteriza $\eta(t)$. Uma característica adicional desejada para $S(s)$ é que $\|S\|_\infty = \max_\omega |S(j\omega)| \leq 2 \approx 6$ dB, o que garante margem de ganho ≥ 2 e margem de fase $\geq 30^\circ$, assegurando estabilidade robusta com respeito à variação de parâmetros da planta - como demonstrado em [34].

Projeto [13]

Para o projeto do controlador, utilizou-se o modelo linearizado de 3ª ordem do atuador hidráulico linear - modelo (2.66) - no qual foram substituídos os valores da tabela 3.1. Assim,

$$y(s) = \frac{17720}{(s^3 + 75s^2 + 117190s)}u(s) + \frac{0,05(s + 60)}{(s^3 + 75s^2 + 117190s)}F_L(s) \quad (3.47)$$

Comparando-se com a equação (3.39), escreve-se a função de transferência da entrada para a saída como

$$G(s) = \frac{c(s)}{a(s)} = \frac{17720}{(s^3 + 75s^2 + 117190s)} \quad (3.48)$$

e a perturbação

$$d(s) = \frac{0,05(s + 60)}{(s^3 + 75s^2 + 117190s)}F_L(s) \quad (3.49)$$

Os pólos de malha aberta são $p_1 = 0$ e $p_{2,3} = -37,5 \pm 340j$. O polinômio $c(s)$ tem grau $m = 0$ e o polinômio $a(s)$ tem grau $n = 3$. Conseqüentemente, os polinômios do controlador são

$$\begin{aligned} q(s) &= q_2s^2 + q_1s + q_0 \\ h(s) &= h_2s^2 + h_1s + h_0 \\ k(s) &= s^2 + k_1s + k_0 \end{aligned} \quad (3.50)$$

Os pólos do sistema em malha fechada são escolhidos pelo lugar da raízes da equação (3.46). Para o sistema (3.47), esta equação é dada por

$$1 + \lambda \frac{313998400}{(-s^6 - 228755s^4 - 13733496100s^2)} = 0 \quad (3.51)$$

O lugar das raízes é mostrado na figura 3.7. Este lugar das raízes é simétrico em relação aos eixos real e imaginário e mostra 6 pólos, dos quais 3 serão os pólos do sistema.

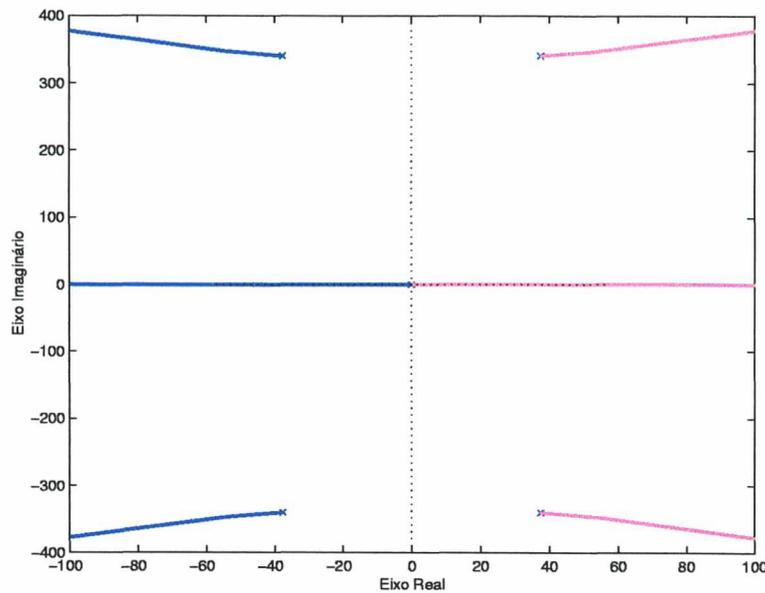


Figura 3.7: Lugar das Raízes da Equação (3.51)

Para um sistema de 1ª ordem do tipo $\frac{1}{\tau s + 1}$, tem-se que o tempo de estabilização a 2% é dado por $t_s(2\%) = 4\tau$, sendo τ a constante de tempo do sistema, e o único pólo está localizado em $-\frac{1}{\tau}$. Portanto, para que tal sistema tenha $t_s(2\%) = 0,04$, o pólo deve estar localizado em -100 . Supondo-se que o sistema (3.47) em malha fechada tem resposta semelhante a um sistema de 1ª ordem, com oscilações causadas pelos pólos complexos conjugados pouco amortecidos, escolhe-se o seu pólo real como -100 . Conseqüentemente, $\lambda = 5,1 \times 10^5$ e os outros pólos são $-61,7 \pm 351j$.

O polinômio $\hat{\delta}(s)$ é $s^3 + 223,4s^2 + 139347,9s + 12700789$ e

$$T(s) = \frac{17720\alpha}{s^3 + 223,4s^2 + 139347,9s + 12700789} \quad (3.52)$$

Para garantir-se ganho DC igual a 1, tem-se que $\alpha = 716,75$.

Considerando-se que no atuador hidráulico linear age uma força de perturbação do tipo degrau de valor máximo 300N ($F_L(s) = \frac{300}{s}$), então $d(s)$ é dado por

$$d(s) = 300 \frac{0,05(s + 60)}{(s^4 + 75s^3 + 117190s^2)} \quad (3.53)$$

Na figura 3.8, mostra-se um diagrama de Bode de $d(s)$. Pode-se perceber que o sinal de perturbação é caracterizado por baixas frequências. O ruído $\eta(t)$ neste sistema, como em muitos outros sistemas, é caracterizado por altas frequências. Assim, os comportamentos desejados para $S(s)$ e $C(s)$, considerando que são funções complementares e dependentes, são:

$$|S(j\omega)| = \begin{cases} \approx 0 & \text{para baixas } \omega \\ \approx 1 & \text{para altas } \omega \end{cases} \quad \text{e} \quad |C(j\omega)| = \begin{cases} \approx 1 & \text{para baixas } \omega \\ \approx 0 & \text{para altas } \omega \end{cases} \quad (3.54)$$

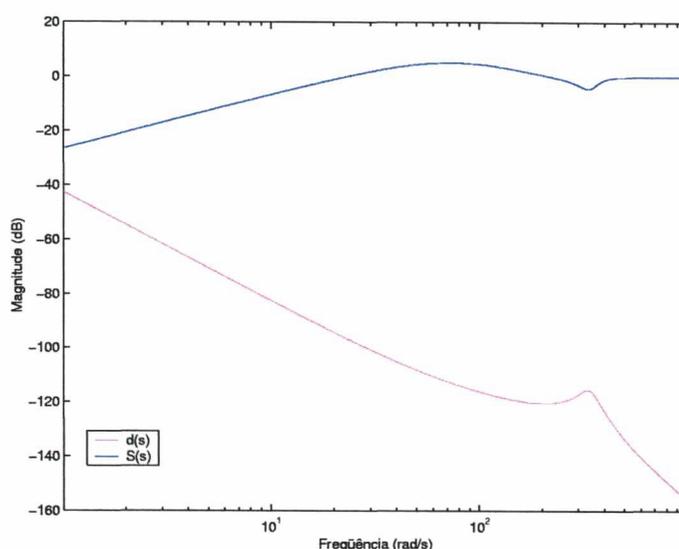


Figura 3.8: Diagrama de Bode para $S(s)$ e $d(s)$ - Magnitude em Decibéis

Para determinar-se o polinômio $\hat{q}(s)$, utiliza-se tentativa e erro. A escolha $\hat{q}(s) = s^2 + 200s + 9900$, cujos pólos são -90 e -110 , garante comportamentos aceitáveis de $S(s)$ e $C(s)$, conforme pode ser visto na figura 3.9. Ainda, na figura 3.8, vê-se que a função $S(s)$ atenua $d(s)$ em todas as frequências.

Obtém-se $q(s)$ utilizando a equação $q(s) = \alpha \hat{q}(s)$. Os polinômios $h(s)$ e $k(s)$ são determinados através da equação (3.42). Assim, os polinômios do controlador são

$$\begin{aligned} q(s) &= 716,7s^2 + 143338,4s + 7095248,8 \\ h(s) &= -103,2s^2 - 112969s + 7095248,8 \\ k(s) &= s^2 + 348,2s + 50523,9 \end{aligned} \quad (3.55)$$

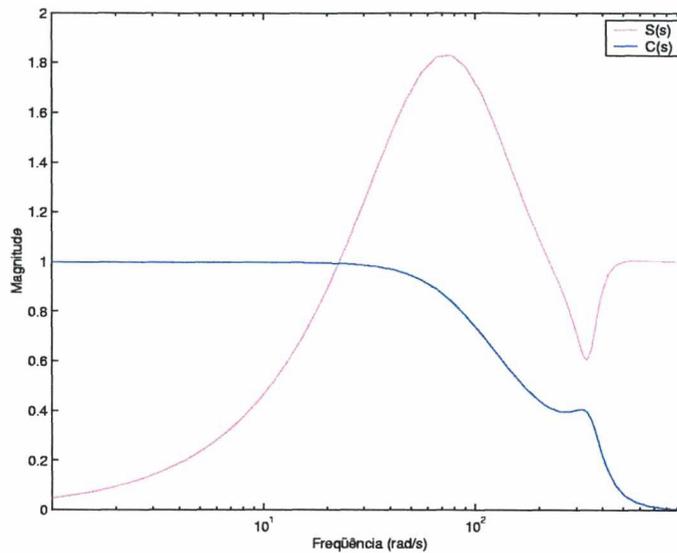


Figura 3.9: Diagrama de Bode para $S(s)$ e $C(s)$ - Magnitude Absoluta

Os resultados de simulação são apresentados na subseção 3.2.5. Para este controlador, a única variável a ser medida é a posição do pistão.

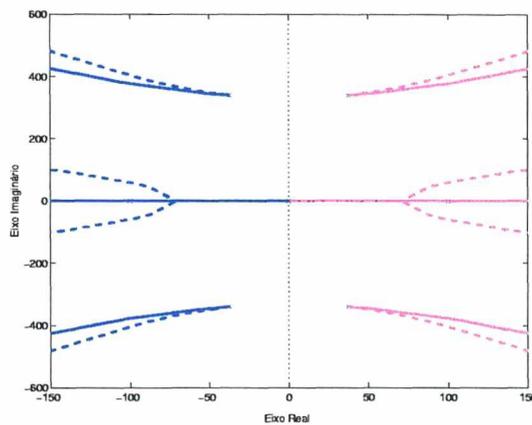


Figura 3.10: Lugares das Raízes para os Modelos de 3ª Ordem e 4ª Ordem

Observação: Na figura 3.10, mostra-se o lugar das raízes do modelo de 3ª ordem (equação (3.51)) comparado com o lugar das raízes do modelo de 4ª ordem, o qual inclui a dinâmica da servoválvula. Os dois são semelhantes. Como o controlador para o modelo de 4ª ordem é mais complexo, com polinômios $q(s)$, $h(s)$ e $k(s)$ de 3º grau, e não há diferenças significativas entre os lugares das raízes, optou-se pelo projeto para o modelo mais simples.

3.2.5 Resultados de Simulação

As simulações foram realizadas no *Simulink/Matlab*, utilizando-se o método de integração de Euler (que é o método utilizado na implementação prática), com passo fixo de 0,1ms. O modelo utilizado para representar o atuador hidráulico linear foi o modelo não linear de 4ª ordem, por ser o mais completo. A trajetória de referência utilizada é explicada no capítulo 4, na seção 4.4.

A figura 3.11 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos com os controladores PID, 2DOF e por *backstepping*. O gráfico de cima da figura mostra a posição real do pistão comparada à trajetória de referência; o do meio, o erro de seguimento e o de baixo, o sinal de controle. Do gráfico da posição do pistão não são obtidas informações adequadas sobre o desempenho dos controladores, pois, aparentemente, as trajetórias desenvolvidas pelo pistão nos três casos são muito semelhantes. Para uma análise completa, utiliza-se o gráfico do erro de seguimento. Neste gráfico, observa-se que o maior erro ocorre para o controlador PID, o erro intermediário para o controlador 2DOF e o menor erro para o controlador por *backstepping*. Os dois últimos apresentam erro nulo durante as paradas do pistão (entre 1s e 2s, 4s e 5s, 7s e 8s e 10s e 11s), enquanto o PID apresenta sobre-sinal quando o pistão está parado. Para todos os controladores, os maiores erros ocorrem durante a movimentação do pistão. É importante notar que, em muitas aplicações, exige-se precisão apenas no posicionamento final e erros durante a movimentação são admitidos. Por isso, o erro deve ser sempre analisado no contexto da aplicação. No gráfico do sinal de controle, vê-se que, apesar da diferença de desempenho, praticamente não há diferenças entre os sinais de controle.

No capítulo 4, são apresentados e discutidos em maiores detalhes os resultados experimentais.

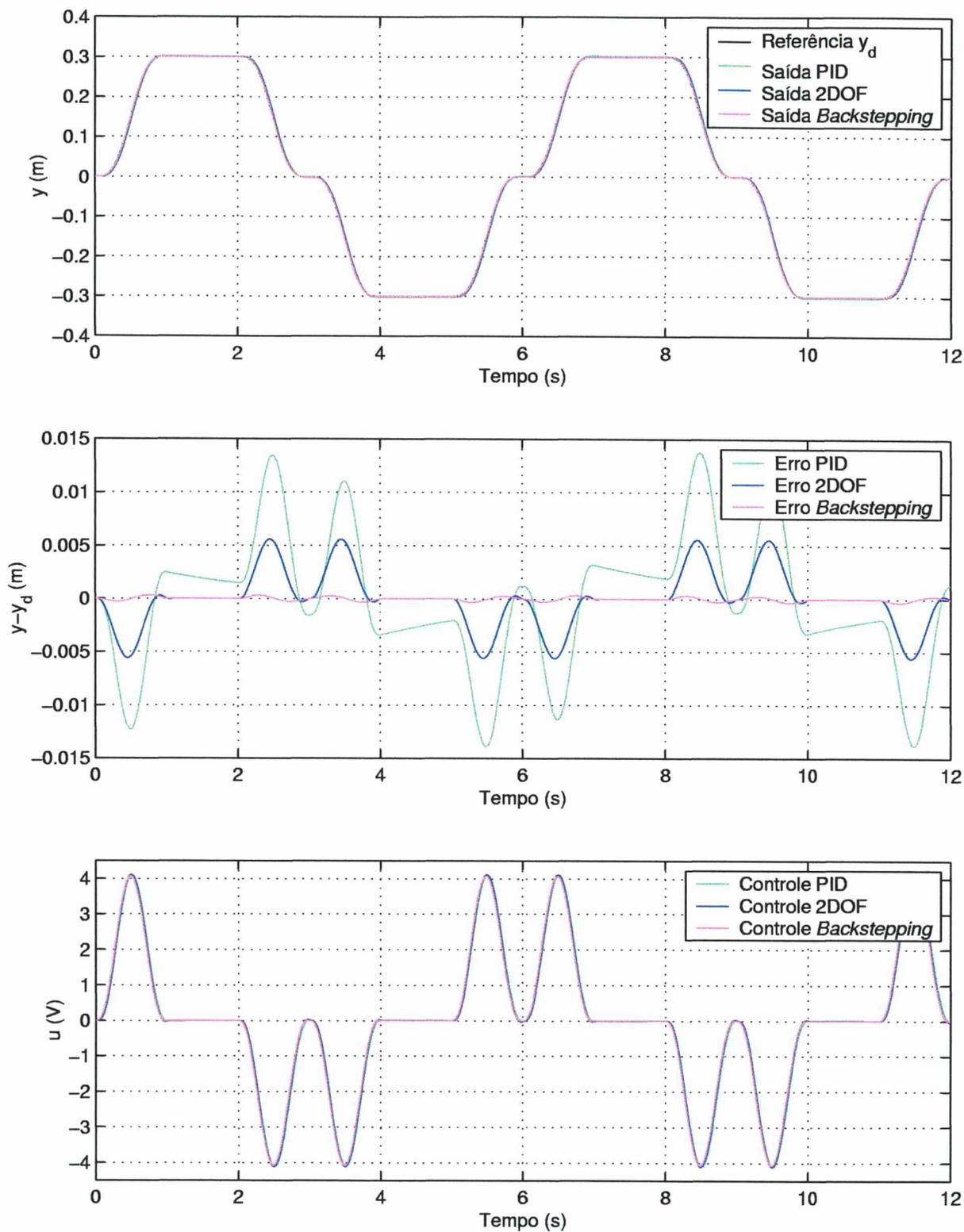


Figura 3.11: Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para os Controladores PID, 2DOF e por *Backstepping*

3.3 Controle do Atuador Hidráulico Rotativo

Nesta seção, são desenvolvidos controladores dos tipos clássico, dois graus de liberdade e por *backstepping* para o atuador hidráulico rotativo. Inicialmente, são dados os parâmetros nominais de um atuador específico e a seguir são projetados os diversos controladores para tal atuador. Como não há uma bancada de testes disponível, os parâmetros foram obtidos de [17] e apenas resultados de simulação são apresentados.

3.3.1 Parâmetros Nominais do Atuador Hidráulico Rotativo

Os parâmetros nominais do sistema são dados na tabela 3.2. Estes dados foram obtidos de [17].

Parâmetro	Valor Nominal
J_a	1 Nms ²
W	10 Nms
V_r	$1,09 \times 10^{-4}$ m ³ /rad
V_t	$5,134 \times 10^{-4}$ m ³
β	6×10^8 N/m ²
P_s	$1,77 \times 10^7$ Pa
K_C	$6,11 \times 10^{-12}$ m ⁶ /(VsN)
$K_Q K_{em}$	$4,89 \times 10^{-5}$ m ³ /(Vs)
$K K_{em}$	$1,16 \times 10^{-8}$ m ⁴ /(Vs \sqrt{N})

Tabela 3.2: Parâmetros Nominais do Atuador Hidráulico Rotativo

Em [17], não são fornecidos os limites de saturação para este atuador. Também não é fornecida a frequência ω_v da servoválvula, por isso não é possível incluir a sua dinâmica no projeto dos controladores e nas simulações.

3.3.2 Controle do Tipo Clássico

Projeta-se um controlador PID para o sistema. As especificações são resposta sem sobre-sinal e com o menor tempo de estabilização possível.

Utiliza-se o modelo linearizado de 3ª ordem (modelo (2.94)) e supõe-se que não há

perturbação, ou seja, $\tau_L(s) = 0$. Substituindo os valores da tabela 3.2, obtém-se

$$q_a(s) = \frac{24917}{(s^3 + 39s^2 + 55826s)}u(s) \quad (3.56)$$

Os pólos de malha aberta são $p_1 = 0$ e $p_{2,3} = -19,5 \pm 235j$.

Para o projeto, utiliza-se a ferramenta *rltool* do *Matlab*. Por tentativa e erro, obtém-se o controlador que apresenta o melhor desempenho. O lugar das raízes do sistema com este controlador é mostrado na figura 3.12. Os ganhos do controlador são $K_P = 30$, $K_I = 15$ e $K_D = 0,15$.

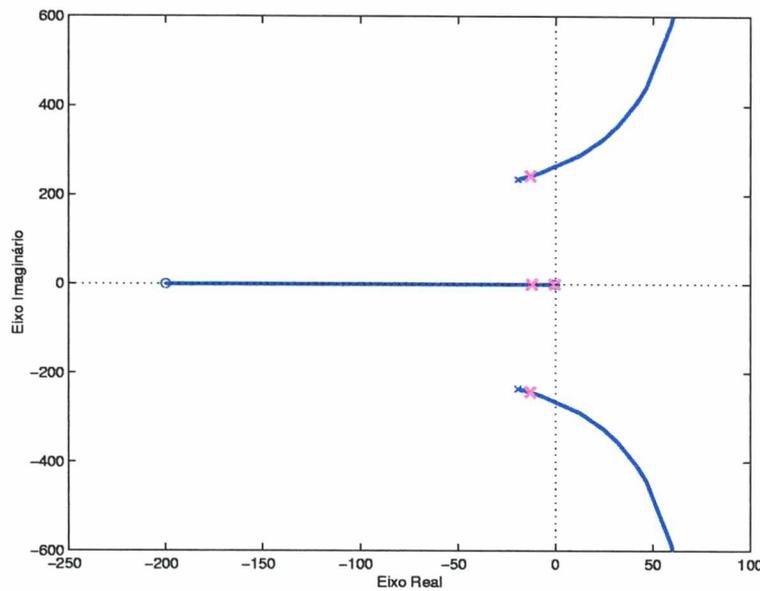


Figura 3.12: Controlador PID Projetado para o Sistema

Os resultados de simulação são apresentados na subseção 3.3.5.

3.3.3 Controle por *Backstepping*

A metodologia do *backstepping*, descrita na subseção 3.2.3, será utilizada para o controle do atuador hidráulico rotativo, apresentado na seção 2.4.

Aplicação no Atuador Hidráulico Rotativo

O modelo escolhido é o modelo não linear de 3ª ordem. Como esse modelo é equivalente ao modelo não linear de 3ª ordem do atuador hidráulico linear, no qual se

trocam as variáveis lineares por suas equivalentes rotacionais, ou seja, M por J_a , B por W , A por V_r e y por q_a , o desenvolvimento do controlador é análogo e será mostrado apenas nas partes de interesse. Utiliza-se o modelo na forma de equação de estados (2.92), onde as variáveis de estados são $x_1 = q_a$, $x_2 = \dot{q}_a$ e $x_3 = P_\Delta$. Considera-se que não há torque de perturbação no sistema, isto é, $\tau_L = 0$.

Deseja-se que a saída do sistema $q_a = x_1$ siga uma trajetória de referência q_{ad} , com derivadas \dot{q}_{ad} , \ddot{q}_{ad} e $q_{ad}^{(3)}$. Definindo-se o vetor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, o vetor de referências $\mathbf{r} = [q_{ad} \ \dot{q}_{ad}]^T$ e o vetor de erros $\mathbf{e} = [e_1 \ e_2]^T$, dado por $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{r}$, e substituindo-se o erro no sistema, coloca-se o mesmo na forma

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e_2 \\ -\frac{W}{J_a}e_2 - \frac{W}{J_a}\dot{q}_{ad} - \ddot{q}_{ad} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V_r}{J_a} \end{bmatrix} x_3 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{\beta V_t V_r (e_2 + \dot{q}_{ad})}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - V_r^2 (e_1 + q_{ad})^2} + \frac{\beta V_t K K_{em} \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) x_3}}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - V_r^2 (e_1 + q_{ad})^2} u \end{aligned} \quad (3.57)$$

que é equivalente ao sistema (3.4), sendo

$$\xi = x_3 \quad (3.58)$$

$$\bar{\mathbf{f}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \begin{bmatrix} e_2 & -\left(\frac{W}{J_a}e_2 + \frac{W}{J_a}\dot{q}_{ad} + \ddot{q}_{ad}\right) \end{bmatrix}^T \quad (3.59)$$

$$\bar{\mathbf{g}}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V_r}{J_a} \end{bmatrix}^T \quad (3.60)$$

$$\bar{f}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi) = -\frac{\beta V_t V_r (e_2 + \dot{q}_{ad})}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - V_r^2 (e_1 + q_{ad})^2} \quad (3.61)$$

$$\bar{g}_a(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \xi) = \frac{\beta V_t K K_{em} \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) x_3}}{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - V_r^2 (e_1 + q_{ad})^2} \quad (3.62)$$

A lei de controle linearizante é dada por

$$u = \left(\frac{\left(\frac{V_t}{2}\right)^2 - V_r^2 (e_1 + q_{ad})^2}{\beta V_t K K_{em} \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) x_3}} \right) u_a + \frac{V_r (e_2 + \dot{q}_{ad})}{K K_{em} \sqrt{P_S - \text{sgn}(x_v) x_3}} \quad (3.63)$$

sendo u_a uma lei de controle a ser determinada a seguir. Substituindo-se u no sistema (3.57), coloca-se o mesmo na forma adequada para que seja aplicada a metodologia do *backstepping* de um integrador. Para esse sistema, escolhe-se uma lei de controle virtual \tilde{x}_3 que estabilize a primeira equação do sistema. O controle escolhido é composto por termos que cancelam os termos dependentes de \dot{q}_{ad} e \ddot{q}_{ad} e por uma realimentação dos estados e_1 e e_2 . Assim

$$\tilde{x}_3 = \phi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \frac{W}{V_r} \dot{q}_{ad} + \frac{J_a}{V_r} \ddot{q}_{ad} - \phi_1 e_1 - \phi_2 e_2 \quad (3.64)$$

sendo ϕ_1 e ϕ_2 os ganhos da realimentação de estados, a serem determinados para garantir o desempenho desejado em malha fechada. A matriz \mathbf{A}_{MF} é dada por

$$\mathbf{A}_{MF} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{V_r \phi_1}{J_a} & -\frac{(V_r \phi_2 + W)}{J_a} \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

e o polinômio característico do sistema é

$$\lambda^2 + \frac{(V_r \phi_2 + W)}{J_a} \lambda + \frac{V_r \phi_1}{J_a} = 0 \quad (3.66)$$

Conhecendo-se os dois pólos desejados para o sistema, determinam-se os valores de ϕ_1 e ϕ_2 .

Para tal matriz \mathbf{A}_{MF} , tem-se uma função de Lyapunov dada por $V(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e}$, sendo \mathbf{P} uma matriz simétrica definida positiva obtida de $\mathbf{A}_{MF}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_{MF} = -\mathbf{Q}$, para uma matriz arbitrária simétrica definida positiva \mathbf{Q} .

Para que a origem do sistema completo seja assintoticamente estável, escolhe-se uma lei de controle u_a conforme a equação (3.18), ou seja,

$$u_a = -\phi_1 e_2 - \phi_2 \dot{e}_2 - c \left(x_3 + \phi_1 e_1 + \phi_2 e_2 - \frac{W}{V_r} \dot{q}_{ad} - \frac{J_a}{V_r} \ddot{q}_{ad} \right) + \frac{W}{J_a} \ddot{q}_{ad} + \frac{J_a}{V_r} q_{ad}^{(3)} - \frac{2V_r}{J_a} (e_1 p_{12} + e_2 p_{22}) \quad (3.67)$$

na qual optou-se por utilizar os sinais medidos no cálculo de $\dot{\phi}(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$ (equação (3.13)).

Da combinação de u_a (equação (3.67)) com u (equação (3.63)), obtém-se o controle para o atuador hidráulico rotativo.

Projeto

Os pólos devem ser escolhidos de forma a serem rápidos o suficiente para garantir que o erro de posicionamento seja pequeno e, ao mesmo tempo, não devem causar saturações e oscilações no sinal de controle. Por isso, escolhem-se por tentativa e erro os pólos $p_1 = -50$ e $p_2 = -350$. Os valores dos ganhos ϕ_1 e ϕ_2 são obtidos através da equação (3.66). Assim, $\phi_1 = 1,606 \times 10^8$ e $\phi_2 = 3,578 \times 10^6$. Os valores de p_{12} e p_{22} são obtidos da equação (3.35), para uma matriz $\mathbf{Q} = [1000 \ 0; 0 \ 1000]$. Assim, $p_{12} = -500$ e $p_{22} = 2,188 \times 10^4$ (o outro elemento da matriz \mathbf{P} é $p_{11} = 12,68$). Escolhe-se $c = 500$.

Os resultados de simulação são apresentados na subseção 3.3.5.

3.3.4 Controlador 2DOF

O controlador 2DOF é projetado para o atuador hidráulico rotativo de acordo com o procedimento descrito na subseção 3.2.4.

Projeto

Utilizou-se o modelo linearizado de 3ª ordem do atuador hidráulico rotativo - modelo (2.94) - no qual foram substituídos os valores da tabela 3.2. Assim,

$$q_a(s) = \frac{24917}{(s^3 + 39s^2 + 55826s)}u(s) + \frac{(s + 29)}{(s^3 + 39s^2 + 55826s)}\tau_L(s) \quad (3.68)$$

A função de transferência da entrada para a saída é dada por

$$G(s) = \frac{c(s)}{a(s)} = \frac{24917}{(s^3 + 39s^2 + 55826s)} \quad (3.69)$$

e a perturbação é dada por

$$d(s) = \frac{(s + 29)}{(s^3 + 39s^2 + 55826s)}\tau_L(s) \quad (3.70)$$

Para este sistema, os pólos de malha aberta são $p_1 = 0$ e $p_{2,3} = -19,5 \pm 235j$. O polinômio $c(s)$ tem grau $m = 0$ e o polinômio $a(s)$ tem grau $n = 3$. Conseqüentemente, os polinômios do controlador são

$$\begin{aligned} q(s) &= q_2s^2 + q_1s + q_0 \\ h(s) &= h_2s^2 + h_1s + h_0 \\ k(s) &= s^2 + k_1s + k_0 \end{aligned} \quad (3.71)$$

Para o sistema (3.68), a equação que permite a escolha dos pólos em malha fechada que minimizam o índice LQR é dada por

$$1 + \lambda \frac{620856889}{(-s^6 - 110131s^4 - 3116542276s^2)} = 0 \quad (3.72)$$

cujo lugar das raízes é mostrado na figura 3.13. Este lugar das raízes é simétrico em relação aos eixos real e imaginário e mostra as trajetórias de 6 pólos, dos quais 3 serão escolhidos como os pólos do sistema.

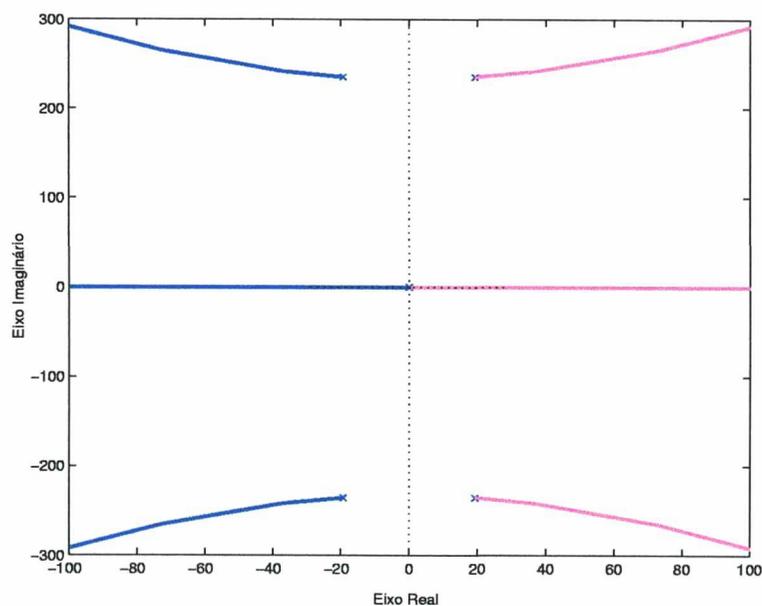


Figura 3.13: Lugar das Raízes da Equação (3.72)

Supondo-se que o sistema (3.68) em malha fechada tem resposta semelhante a um sistema de 1ª ordem, com oscilações causadas pelos pólos complexos conjugados pouco

amortecidos, escolhe-se o pólo real como -100 (o que proporciona $t_s(2\%) \simeq 0,04$). Conseqüentemente, $\lambda = 6,9 \times 10^4$ e os pólos complexos conjugados estão localizados em $-53,1 \pm 251j$.

O polinômio $\hat{\delta}(s)$ é $s^3 + 206,1s^2 + 76328,4s + 6572086$ e

$$T(s) = \frac{24917\alpha}{s^3 + 206,1s^2 + 76328,4s + 6572086} \quad (3.73)$$

Para garantir-se ganho DC igual a 1, tem-se que $\alpha = 263,8$.

Considerando-se que no atuador hidráulico rotativo atua um torque de perturbação do tipo degrau de valor máximo 300Nm ($\tau_L(s) = \frac{300}{s}$), então $d(s)$ é dado por

$$d(s) = 300 \frac{(s + 29)}{(s^4 + 39s^3 + 55826s^2)} \quad (3.74)$$

Na figura 3.14, mostra-se um diagrama de Bode de $d(s)$. Observa-se que o sinal de perturbação é caracterizado por baixas freqüências. Não há conhecimento sobre o ruído $\eta(t)$ para este sistema, mas assume-se que o mesmo é caracterizado por altas freqüências.

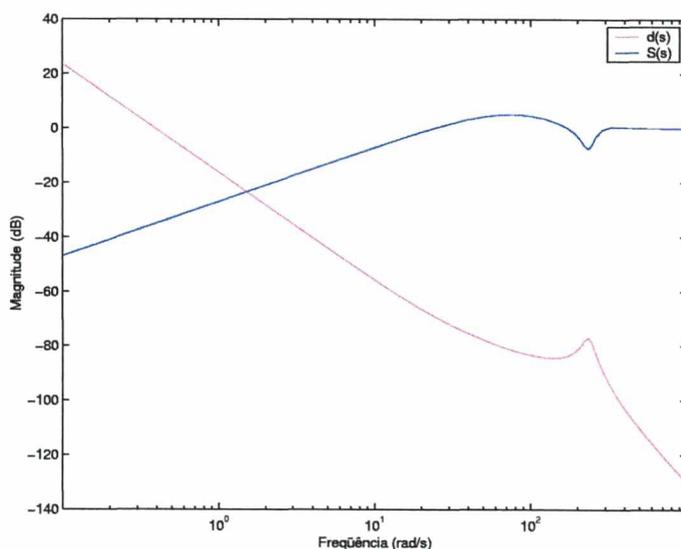


Figura 3.14: Diagrama de Bode para $S(s)$ e $d(s)$ - Magnitude em Decibéis

Portanto, os comportamentos desejados para $S(s)$ e $C(s)$, considerando que são funções complementares e dependentes, são:

$$|S(j\omega)| = \begin{cases} \approx 0 & \text{para baixas } \omega \\ \approx 1 & \text{para altas } \omega \end{cases} \quad \text{e} \quad |C(j\omega)| = \begin{cases} \approx 1 & \text{para baixas } \omega \\ \approx 0 & \text{para altas } \omega \end{cases} \quad (3.75)$$

Para determinar-se o polinômio $\hat{q}(s)$, utiliza-se tentativa e erro. A escolha $\hat{q}(s) = s^2 + 220s + 12000$, cujos pólos são -100 e -120 , garante comportamentos aceitáveis de $S(s)$ e $C(s)$, conforme pode ser visto na figura 3.15. Ainda, na figura 3.14, vê-se que a função $S(s)$ atenua $d(s)$ nas baixas frequências.

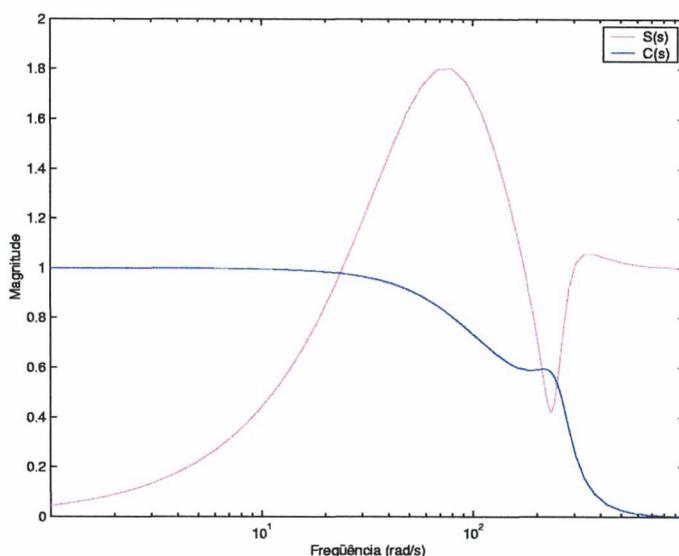


Figura 3.15: Diagrama de Bode para $S(s)$ e $C(s)$ - Magnitude Absoluta

Obtém-se $q(s)$ utilizando a equação $q(s) = \alpha\hat{q}(s)$. Os polinômios $h(s)$ e $k(s)$ são determinados através da equação (3.42). Assim, os polinômios do controlador são

$$\begin{aligned} q(s) &= 263,8s^2 + 58027,7s + 3165145,9 \\ h(s) &= 71,3s^2 - 46154,3s + 3165145,9 \\ k(s) &= s^2 + 387,6s + 62906,4 \end{aligned} \quad (3.76)$$

Os resultados de simulação são apresentados na subseção 3.3.5.

3.3.5 Resultados de Simulação

As simulações foram realizadas no *Simulink/Matlab*, utilizando-se o método de integração de Euler, com passo fixo de 0,1ms. O modelo utilizado para representar o atuador hidráulico rotativo foi o modelo não linear de 3ª ordem, por ser o mais completo de que se dispunha. A trajetória de referência é dada pela equação (3.77). Nesta trajetória, o atuador rotaciona de forma suave, seguindo um polinômio de 7º grau. Inicialmente, o atuador vai de zero a $\frac{\pi}{4}$ rad, permanecendo parado durante 1s. A seguir, o atuador retorna a zero e vai até $-\frac{\pi}{4}$ rad. Nesta posição, o atuador permanece por mais 1s. Finalmente, a atuador volta a zero. Esta trajetória se repete indefinidamente.

$$q_{ad}(t) = \begin{cases} -5\pi t^7 + \frac{35\pi}{2}t^6 - 21\pi t^5 + \frac{35\pi}{4}t^4 & \text{para } 0 < t \leq 1 \\ \frac{\pi}{4} & \text{para } 1 < t \leq 2 \\ \frac{\pi}{4} + 5\pi(t-2)^7 - \frac{35\pi}{2}(t-2)^6 + 21\pi(t-2)^5 - \frac{35\pi}{4}(t-2)^4 & \text{para } 2 < t \leq 3 \\ 5\pi(t-3)^7 - \frac{35\pi}{2}(t-3)^6 + 21\pi(t-3)^5 - \frac{35\pi}{4}(t-3)^4 & \text{para } 3 < t \leq 4 \\ -\frac{\pi}{4} & \text{para } 4 < t \leq 5 \\ -\frac{\pi}{4} - 5\pi(t-5)^7 + \frac{35\pi}{2}(t-5)^6 - 21\pi(t-5)^5 + \frac{35\pi}{4}(t-5)^4 & \text{para } 5 < t \leq 6 \end{cases} \quad (3.77)$$

Os resultados obtidos com os controladores PID, 2DOF e por *backstepping* são apresentados na figura 3.16. O primeiro gráfico da figura mostra a posição angular real do pistão comparada à trajetória de referência; o segundo, o erro de seguimento e o terceiro, o sinal de controle. No gráfico da posição angular do pistão, observa-se que o controlador PID não tem bom desempenho. Este resultado já era esperado, pois os seus ganhos são muito baixos. Ganhos mais altos não podem ser utilizados, pois levariam o sistema à instabilidade, devido à proximidade dos pólos complexos conjugados de malha aberta em relação ao eixo imaginário. No gráfico do erro de seguimento, confirma-se que o erro no caso do controlador PID é muito elevado. O controlador 2DOF resulta em um erro elevado também. Por outro lado, o erro para o controlador por *backstepping* é insignificante. Ainda, os dois últimos controladores apresentam erro nulo durante as paradas do pistão (entre 1s e 2s, 4s e 5s, 7s e 8s e 10s e 11s), enquanto o PID apresenta sobre-sinal quando o pistão está parado. Para todos os controladores, os maiores erros ocorrem durante a rotação do pistão. No gráfico do sinal de controle, vê-se que o sinal de controle do PID está defasado em relação aos sinais do 2DOF e do *backstepping*.

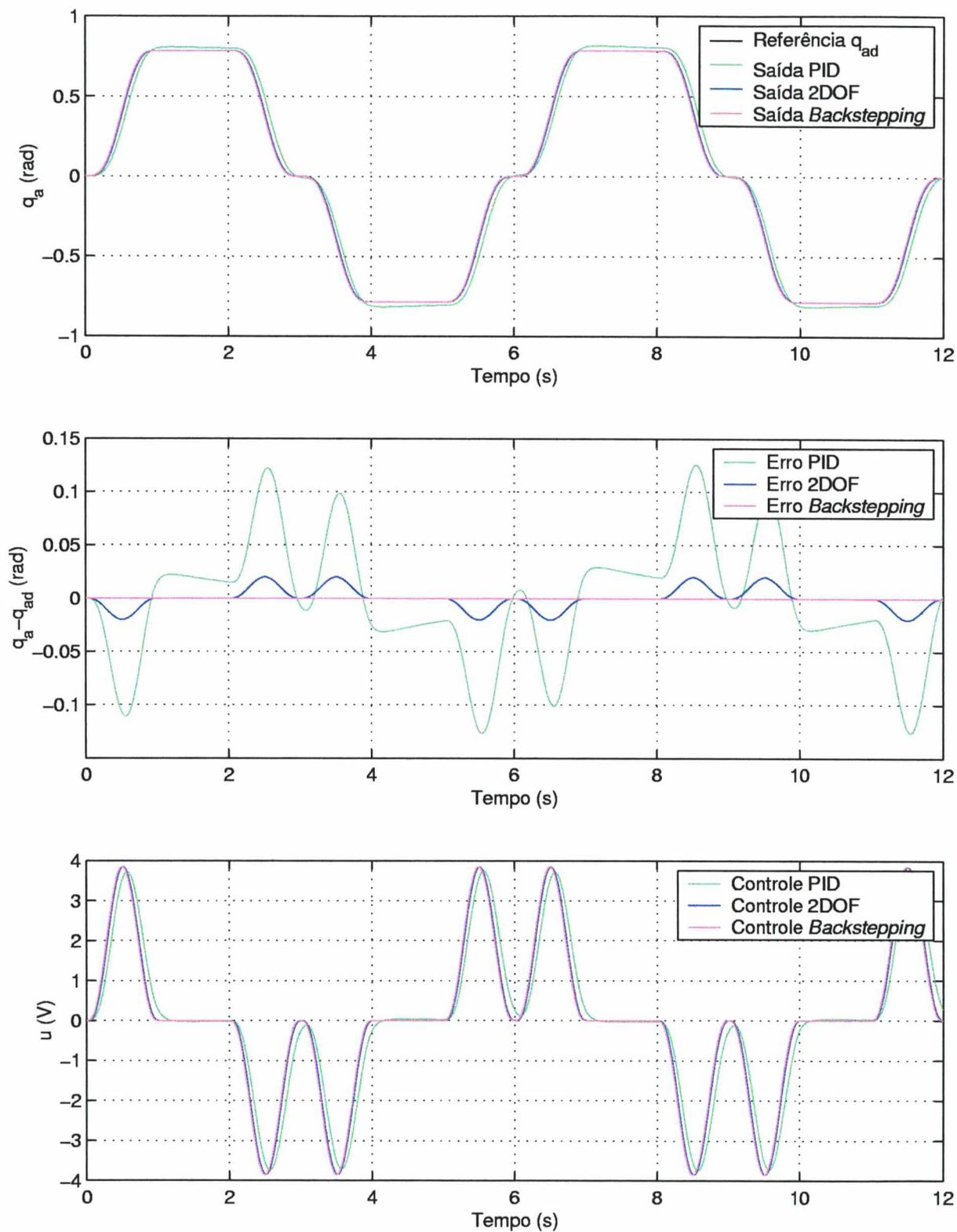


Figura 3.16: Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para os Controladores PID, 2DOF e por *Backstepping*

3.4 Conclusões

Neste capítulo, foram desenvolvidos controladores para os atuadores hidráulicos lineares e rotativos. Para todos os casos avaliados em simulação, o controlador PID apresentou fraco desempenho, com erros elevados, normalmente inaceitáveis em aplicações que exigem precisão de posicionamento, como a robótica. Isso justifica a utilização de controladores como o 2DOF e por *backstepping*. O controlador 2DOF apresentou erros baixos, enquanto o controle por *backstepping* teve erros praticamente nulos. A desvantagem deste último é a complexidade, que exige uma grande quantidade de cálculos para a determinação do sinal de controle e a medição de várias variáveis.

No próximo capítulo, são apresentados os resultados experimentais obtidos com os controladores projetados para o atuador hidráulico linear.

Capítulo 4

Resultados Experimentais

4.1 Introdução

Neste capítulo, descreve-se a implementação experimental dos controladores para o atuador hidráulico linear, propostos no capítulo 3. Os testes foram realizados na bancada de testes do Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos (LASHIP), na Universidade Federal de Santa Catarina.

4.2 Descrição da Bancada de Testes

A bancada de testes existente no LASHIP é composta por uma unidade de potência e condicionamento hidráulica (UPCH), por um sistema de aquisição de dados e controle, por transdutores e condicionadores de sinal e por um atuador hidráulico linear, formado por uma válvula proporcional direcional¹ e um cilindro de dupla ação e haste dupla. Uma descrição detalhada do sistema é apresentada em [8]. A figura 4.1 mostra um esquema simplificado da bancada. A unidade de potência e condicionamento hidráulica fornece o fluido nas condições desejadas (de vazão, pressão e temperatura) para o atuador hidráulico. Os transdutores medem a posição do pistão y , a posição do carretel da válvula x_v , as pressões P_1 e P_2 e as temperaturas nas câmaras 1 e 2. O sistema de

¹Assume-se aqui que o comportamento da válvula proporcional é semelhante ao comportamento da servoválvula.

aquisição de dados lê as medições analógicas dos transdutores, converte as mesmas para a forma digital e as repassa para o controlador. O controlador, através de comparações entre as referências e os sinais medidos, gera o sinal de controle, que é convertido para a forma analógica e enviado à válvula. Tanto o sistema de aquisição quanto o controlador fazem parte de uma placa *dS1102* da empresa *dSPACE*. Os algoritmos de controle são montados como diagramas de blocos no *Simulink/Matlab* e depois compilados e carregados no controlador da placa.

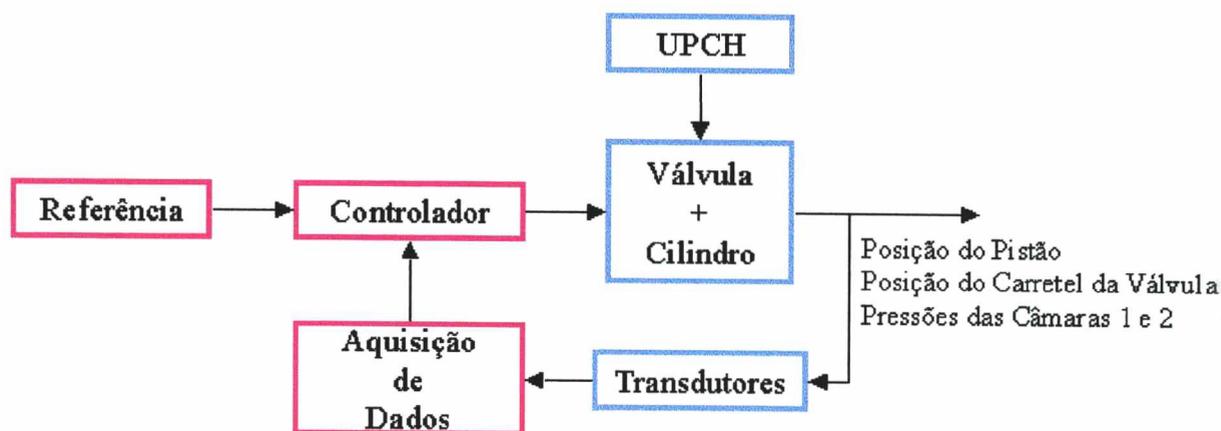


Figura 4.1: Esquema Simplificado da Bancada de Testes

Para os algoritmos de controle utilizados neste trabalho, as variáveis a serem medidas são a posição y do pistão, no caso dos controladores PID e 2DOF, e a posição y , a velocidade \dot{y} e a aceleração \ddot{y} do pistão, a diferença de pressão P_{Δ} e a posição do carretel da válvula x_v , no caso do controle por *backstepping*. As posições do pistão e do carretel² são medidas diretamente e filtradas por filtros passa-baixa de 1ª ordem. A velocidade e a aceleração do pistão são obtidas por derivação numérica. A diferença de pressão é obtida da diferença entre as pressões P_1 e P_2 , que também são medidas diretamente e filtradas por filtros passa-baixa. A filtragem é necessária para a eliminação de ruídos.

²A posição do carretel é medida em Volts.

4.3 Determinação dos Parâmetros

Em [32], são determinados os parâmetros do atuador hidráulico linear da bancada de testes do LASHIP. Os parâmetros M , A e V_t são obtidos através de catálogos, β é obtido da literatura, P_s é especificado e B , ω_v , K_C , K_Q e K são obtidos experimentalmente. O ganho da válvula K_{em} está embutido nos valores de K_Q e K . Os valores são dados na tabela 4.1.

Parâmetro	Valor Nominal
M	20,66 kg
B	316 Ns/m
A	$7,6576 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
V_t	$9,764 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
β	10^9 N/m^2
P_s	10^7 Pa
K_C	$1,46 \times 10^{-11} \text{ m}^6/(\text{VsN})$
$K_Q K_{em}$	$1,167 \times 10^{-4} \text{ m}^3/(\text{Vs})$
$K K_{em}$	$3,97 \times 10^{-8} \text{ m}^4/(\text{Vs}\sqrt{\text{N}})$
ω_v	100 rad/s

Tabela 4.1: Parâmetros Nominais do Atuador Hidráulico Linear da Bancada de Testes

A válvula proporcional possui centro supercrítico, por isso há uma zona morta no atuador. Os valores da zona morta foram obtidos experimentalmente em [32]. Para deslocamentos do carretel da válvula entre $-2V$ e $1,5V$ não há vazão, pois o ressalto cobre o pórtico, não permitindo a passagem do fluido. A zona morta é mostrada na figura 4.2(a).

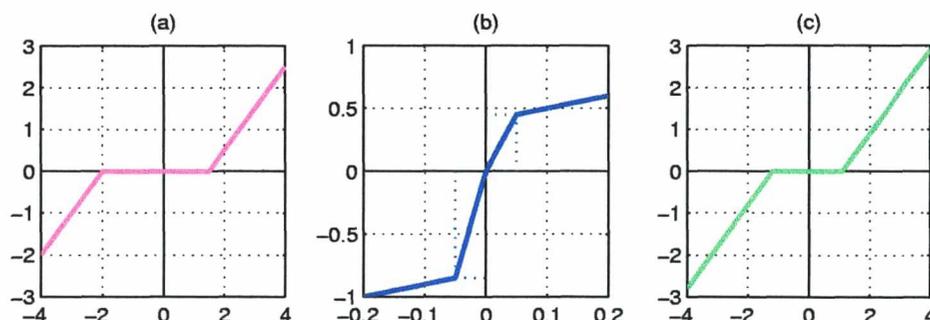


Figura 4.2: (a) Zona Morta na Posição do Carretel da Válvula, (b) Compensação da Zona Morta, (c) Composição da Compensação com a Zona Morta

A zona morta deve ser compensada pela sua inversa³. Para evitar oscilações no sinal de controle, que podem danificar a válvula, utiliza-se uma compensação parcial, dada por

$$u_{\text{compensado}} = \begin{cases} u - 0,8 & \text{para } u \leq -0,05 \\ 17u & \text{para } -0,05 < u \leq 0 \\ 9u & \text{para } 0 < u \leq 0,05 \\ u + 0,4 & \text{para } u > 0,05 \end{cases} \quad (4.1)$$

Na figura 4.2(b), apresenta-se esta compensação. A introdução da compensação após o sinal de controle resulta em uma zona morta de menor amplitude, entre $-1,2V$ e $1,1V$. Esta zona morta é mostrada na figura 4.2(c).

Uma compensação total da zona morta causa também oscilações na resposta do sistema, como se observa na figura 4.3. Para o mesmo controlador (2DOF), são utilizadas a compensação parcial e a compensação total. Enquanto a compensação parcial gera uma boa resposta, a compensação total instabiliza o sistema.

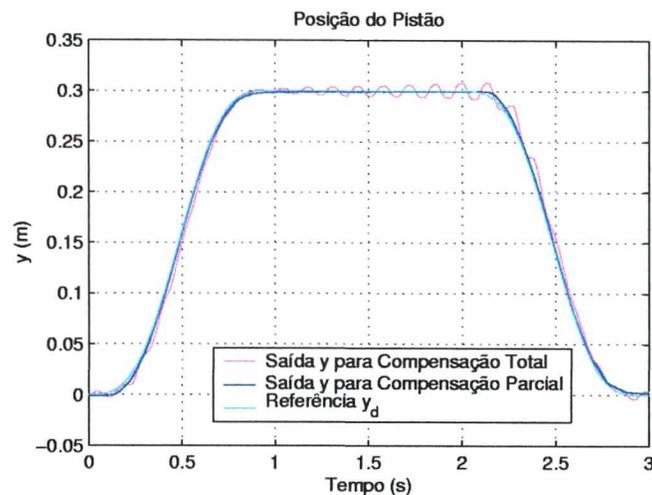


Figura 4.3: Comparação entre as Compensações Parcial e Total da Zona Morta

A compensação parcial da zona morta influencia no desempenho do sistema em malha fechada, pois causa um erro de posicionamento, e pode ser ajustada caso a caso para a diminuição deste erro. Entretanto, neste trabalho, optou-se por mantê-la fixa para que fossem comparados apenas os desempenhos dos controladores.

³Na realidade, como a inversa da zona morta é descontínua, utiliza-se uma função aproximada.

4.4 Condições de Realização dos Testes

Utilizou-se nos testes o algoritmo de integração de *Euler*, com tempo de amostragem de 1ms.

A trajetória de referência utilizada é dada por

$$y_d(t) = \begin{cases} -6t^7 + 21t^6 - 25,2t^5 + 10,5t^4 & \text{para } 0 < t \leq 1 \\ 0,3 & \text{para } 1 < t \leq 2 \\ 0,3 + 6(t-2)^7 - 21(t-2)^6 + 25,2(t-2)^5 - 10,5(t-2)^4 & \text{para } 2 < t \leq 3 \\ 6(t-3)^7 - 21(t-3)^6 + 25,2(t-3)^5 - 10,5(t-3)^4 & \text{para } 3 < t \leq 4 \\ -0,3 & \text{para } 4 < t \leq 5 \\ -0,3 - 6(t-5)^7 + 21(t-5)^6 - 25,2(t-5)^5 + 10,5(t-5)^4 & \text{para } 5 < t \leq 6 \end{cases} \quad (4.2)$$

Esta trajetória é mostrada na figura 4.4. Nesta trajetória, o atuador move-se de forma suave, seguindo um polinômio de 7º grau, de uma posição a outra. Inicialmente, o atuador vai de zero a 0,3m, permanecendo parado durante 1s. A seguir, o atuador retorna a zero e vai até -0,3m. Nesta posição, o atuador permanece por mais 1s. Finalmente, o atuador volta a zero. Essa trajetória se repete indefinidamente.

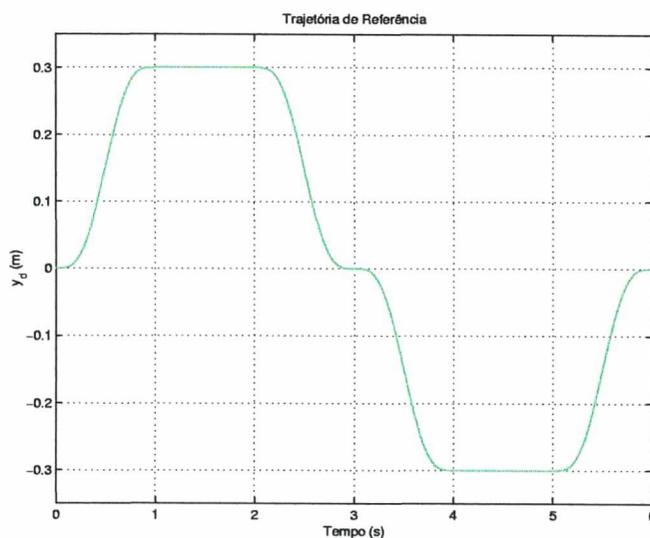


Figura 4.4: Trajetória de Referência para a Posição do Pistão

Os testes foram realizados com o fluido na temperatura de aproximadamente 40°C.

4.5 Resultados Experimentais

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos na bancada de testes.

4.5.1 Resultados para os Controladores PD e PID

Nesta subseção, são apresentados os resultados obtidos experimentalmente para os controladores PD e PID projetados no capítulo 3.

Inicialmente, apresentam-se os resultados para o controlador PID com ganhos $K_P = 300$, $K_I = 150$ e $K_D = 0,5$. A figura 4.5 mostra três gráficos. O gráfico de cima refere-se à posição real do pistão comparada à trajetória de referência; o do meio, ao erro de seguimento e o de baixo, ao sinal de controle antes e depois da compensação da zona morta. No gráfico do erro, observa-se que, quando na trajetória de referência o pistão está parado, a resposta do sistema apresenta sobre-sinal de aproximadamente 3mm. Se o pistão permanecesse parado por mais tempo, a ação integral, apesar de lenta, seria capaz de diminuir este erro. Quando o pistão está se movendo, o erro apresenta picos de até 15mm. Este é um erro elevado e pode ser proibitivo dependendo da aplicação. O sinal de controle apresenta oscilações indesejadas após a compensação, indicando que os ganhos não podem ser aumentados, pois acarretariam maiores oscilações. Portanto não é possível melhorar o desempenho deste controlador.

A seguir, são apresentados os resultados para o controlador PD com ganhos $K_P = 300$ e $K_D = 0,5$. A figura 4.6 mostra os gráficos da posição real do pistão comparada à trajetória de referência, do erro de seguimento e do sinal de controle antes e depois da compensação da zona morta. No gráfico do erro de seguimento, observa-se que, ao contrário do PID, quando na trajetória de referência o pistão está parado, a resposta do sistema está ainda se aproximando da posição desejada. O erro é de aproximadamente 2mm. Entretanto, quando o pistão está se movendo, o erro tem picos de até 15mm, como para o PID. O sinal de controle do PD, mesmo após a compensação, não apresenta oscilações indesejadas, sendo possível aumentar um pouco os ganhos do controlador, para melhorar o seu desempenho. Por outro lado, sabe-se que este controlador é menos robusto que o PID, porque a ação integral reduz o efeito das variações de parâmetros.

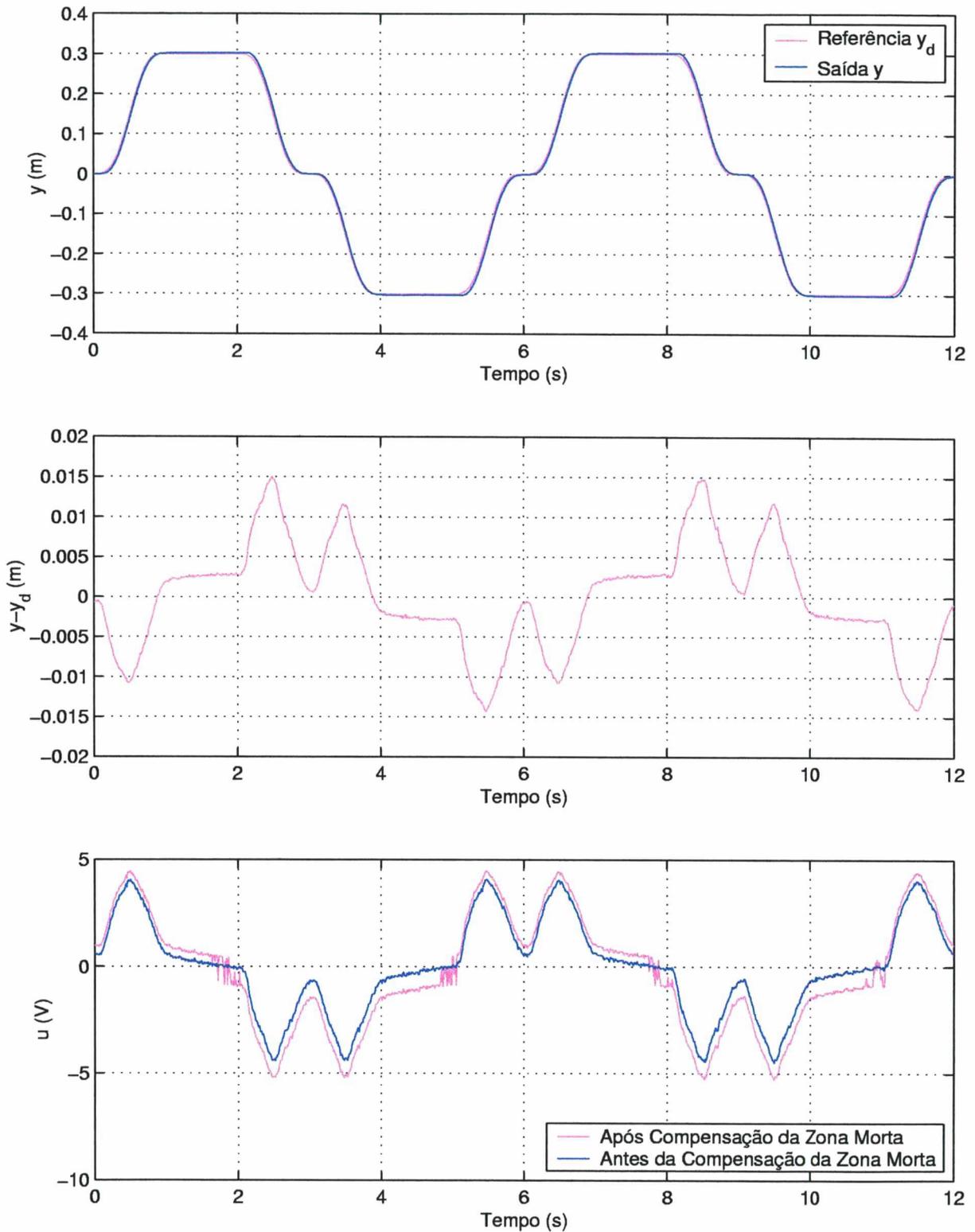


Figura 4.5: Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Controlador PID

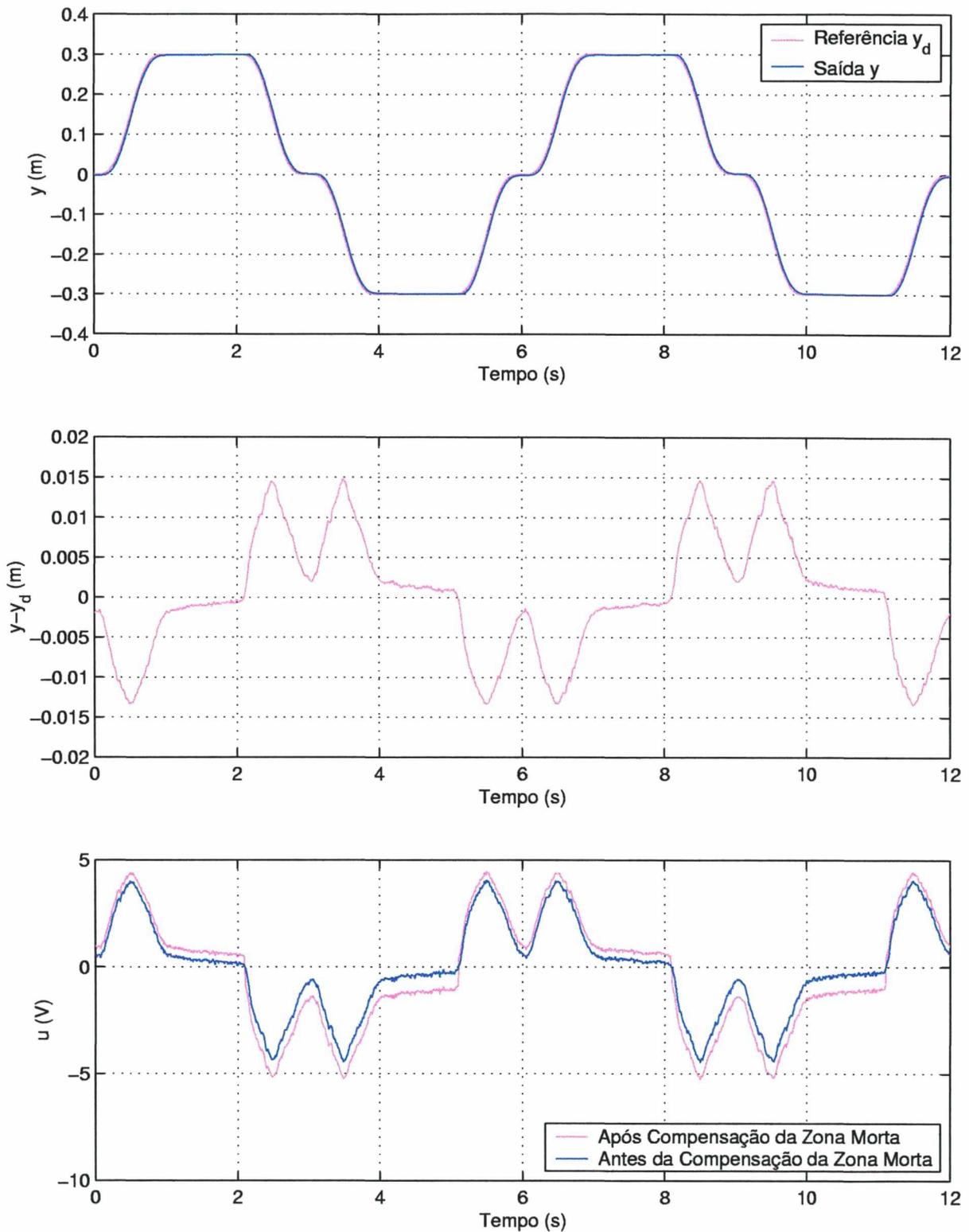


Figura 4.6: Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Controlador PD

4.5.2 Resultados para o Controle 2DOF

Nesta subseção, são apresentados os resultados obtidos experimentalmente para o controlador 2DOF.

Inicialmente, são apresentados os resultados para o controlador 2DOF projetado no capítulo 3. Para este controlador, definiu-se como o pólo que caracteriza a resposta nominal $p = -100$. Os polinômios deste controlador são $q(s) = 717s^2 + 143338s + 7095249$, $h(s) = -103s^2 - 112969s + 7095249$ e $k(s) = s^2 + 348s + 50524$. A figura 4.7 mostra três gráficos. O gráfico de cima refere-se à posição real do pistão comparada à trajetória de referência; o do meio, ao erro de seguimento e o de baixo, ao sinal de controle antes e depois da compensação da zona morta. No gráfico do erro de seguimento, observa-se que há erro de aproximadamente 3mm, quando na trajetória de referência o pistão está parado, e erro com picos de até 12mm, quando o pistão está se movendo. São erros elevados, causados pela escolha de pólos lentos. Entretanto, como o sinal de controle, mesmo após a compensação, é bastante suave, é possível projetar um controlador de melhor desempenho.

Projeta-se um novo controlador com pólos mais rápidos, com o objetivo de diminuir o erro. Para este controlador, o pólo que caracteriza a resposta nominal é escolhido como $p = -200$. Os polinômios deste controlador são $q(s) = 1766s^2 + 706447s + 70468096$, $h(s) = 1334s^2 - 368432s + 70468096$ e $k(s) = s^2 + 735s + 230122$. A figura 4.8 mostra os gráficos da posição real do pistão comparada à trajetória de referência, do erro de seguimento e do sinal de controle antes e depois da compensação da zona morta. No gráfico do erro de seguimento, observa-se que, quando na trajetória de referência o pistão está parado, a resposta do sistema está ainda se aproximando da posição desejada, sem ultrapassá-la. O erro é de aproximadamente 2mm. Quando o pistão está se movendo, o erro apresenta picos de até 5,5mm. Assim, com este novo controlador 2DOF o erro foi diminuído a menos da metade do erro obtido com os controladores PD, PID e o primeiro 2DOF testado. Do gráfico do sinal de controle, percebe-se que, após a compensação, o sinal de controle apresenta algumas oscilações indesejadas. Não é aconselhável escolher pólos mais rápidos.

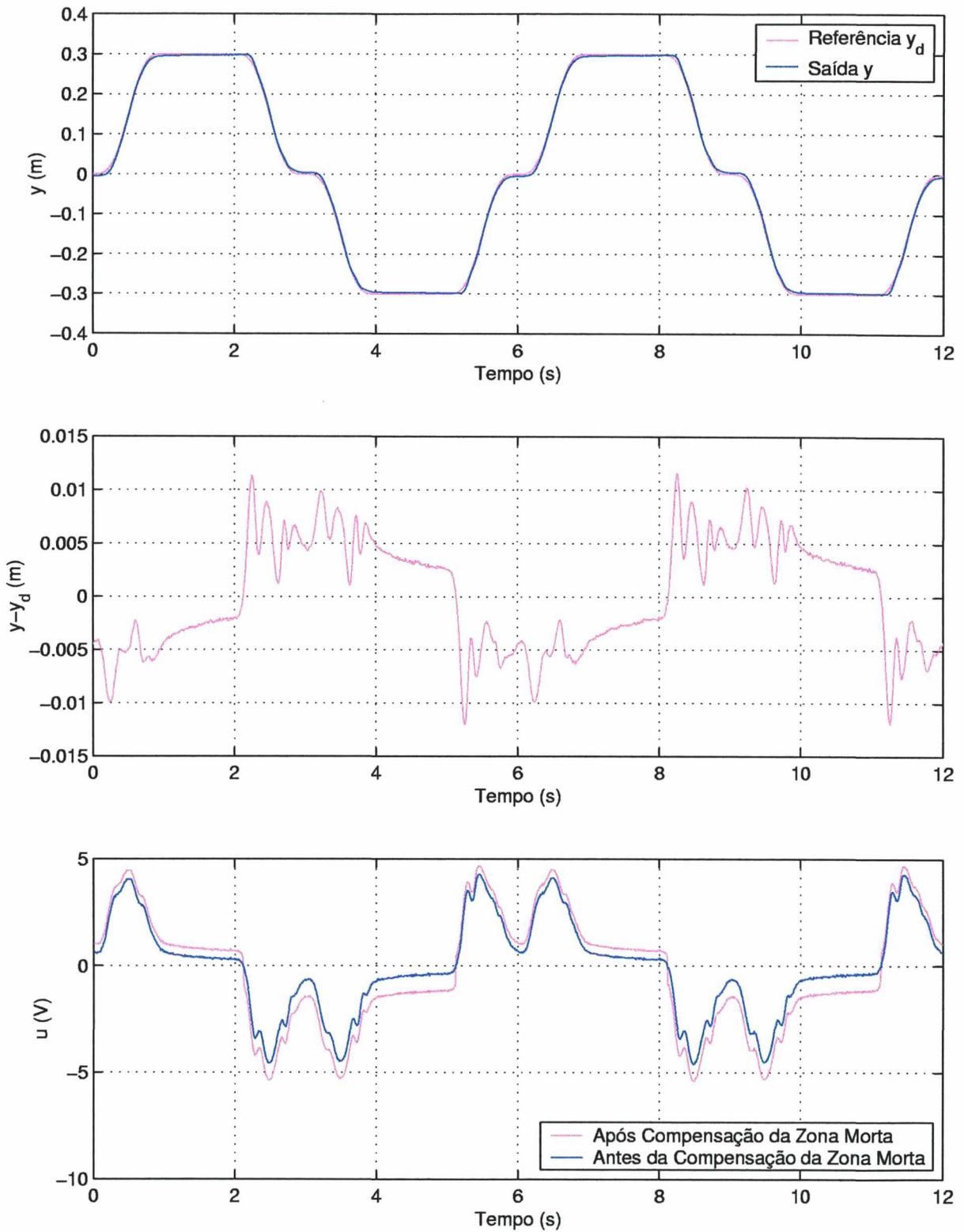


Figura 4.7: Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Primeiro Controlador 2DOF

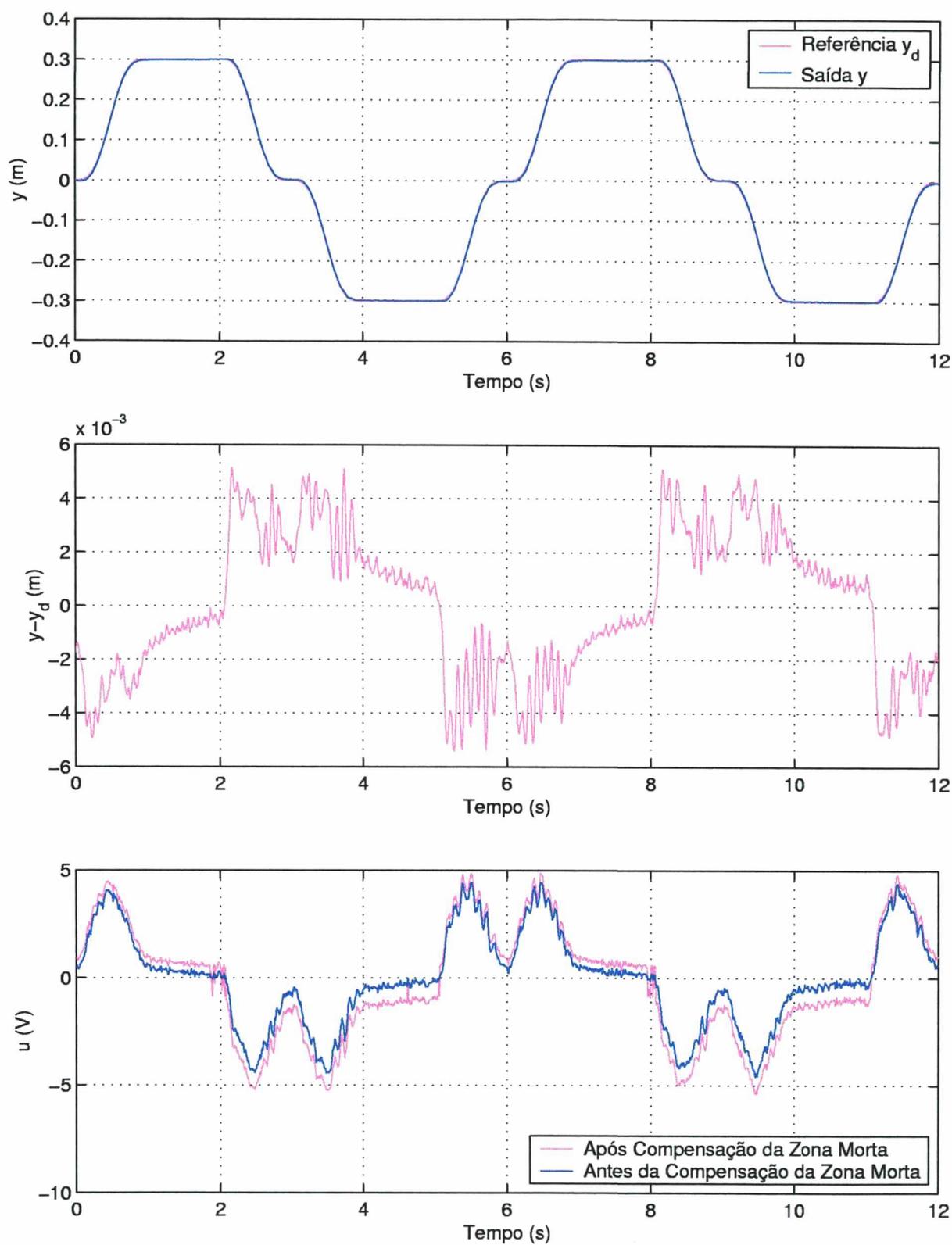


Figura 4.8: Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Segundo Controlador 2DOF

4.5.3 Resultados para o Controle por *Backstepping*

Nesta subseção, são apresentados os resultados obtidos experimentalmente para o controle por *backstepping*.

Inicialmente, são apresentados os resultados para o controlador por *backstepping* projetado no capítulo 3. Para este controlador, definiram-se os pólos para o sistema em malha fechada como $p_1 = -50$ e $p_2 = -400$ e a matriz $\mathbf{Q} = [1000 \ 0; 0 \ 1000]$. Assim, os ganhos são $\phi_1 = 5,396 \times 10^8$, $\phi_2 = 1,173 \times 10^7$, $p_{12} = -500$ e $p_{22} = 2,222 \times 10^4$. Escolhe-se $c = 500$. A figura 4.9 mostra três gráficos. O gráfico de cima refere-se à posição real do pistão comparada à trajetória de referência; o do meio, ao erro de seguimento e o de baixo, ao sinal de controle antes e depois da compensação da zona morta. No gráfico do erro de seguimento, observa-se que, quando na trajetória de referência o pistão está parado, a resposta do sistema está se aproximando da posição desejada, com erro de aproximadamente 2mm. Quando o pistão está se movendo, o erro apresenta picos de até 3mm. O sinal de controle, após a compensação, apresenta poucas oscilações.

Projeta-se um novo controlador, definindo-se os pólos para o sistema em malha fechada como $p_1 = -75$ e $p_2 = -400$ e a matriz $\mathbf{Q} = [1000 \ 0; 0 \ 1000]$. Assim, os ganhos são $\phi_1 = 8,094 \times 10^8$, $\phi_2 = 1,240 \times 10^7$, $p_{12} = -500$ e $p_{22} = 3,158 \times 10^4$. Escolhe-se $c = 500$. A figura 4.10 mostra os gráficos da posição real do pistão comparada à trajetória de referência, do erro de seguimento e do sinal de controle antes e depois da compensação da zona morta. No gráfico do erro de seguimento, observa-se que o erro é de aproximadamente 1mm, quando na trajetória de referência o pistão está parado, e tem picos de 2,5mm, quando o pistão está se movendo, apresentando melhor desempenho que o primeiro controle por *backstepping* testado. Entretanto, o sinal de controle após a compensação é muito oscilatório, o que pode danificar a válvula. Portanto, é preferível utilizar-se o controlador de pólos mais lentos ou ajustar-se a compensação da zona morta, para diminuir as oscilações.

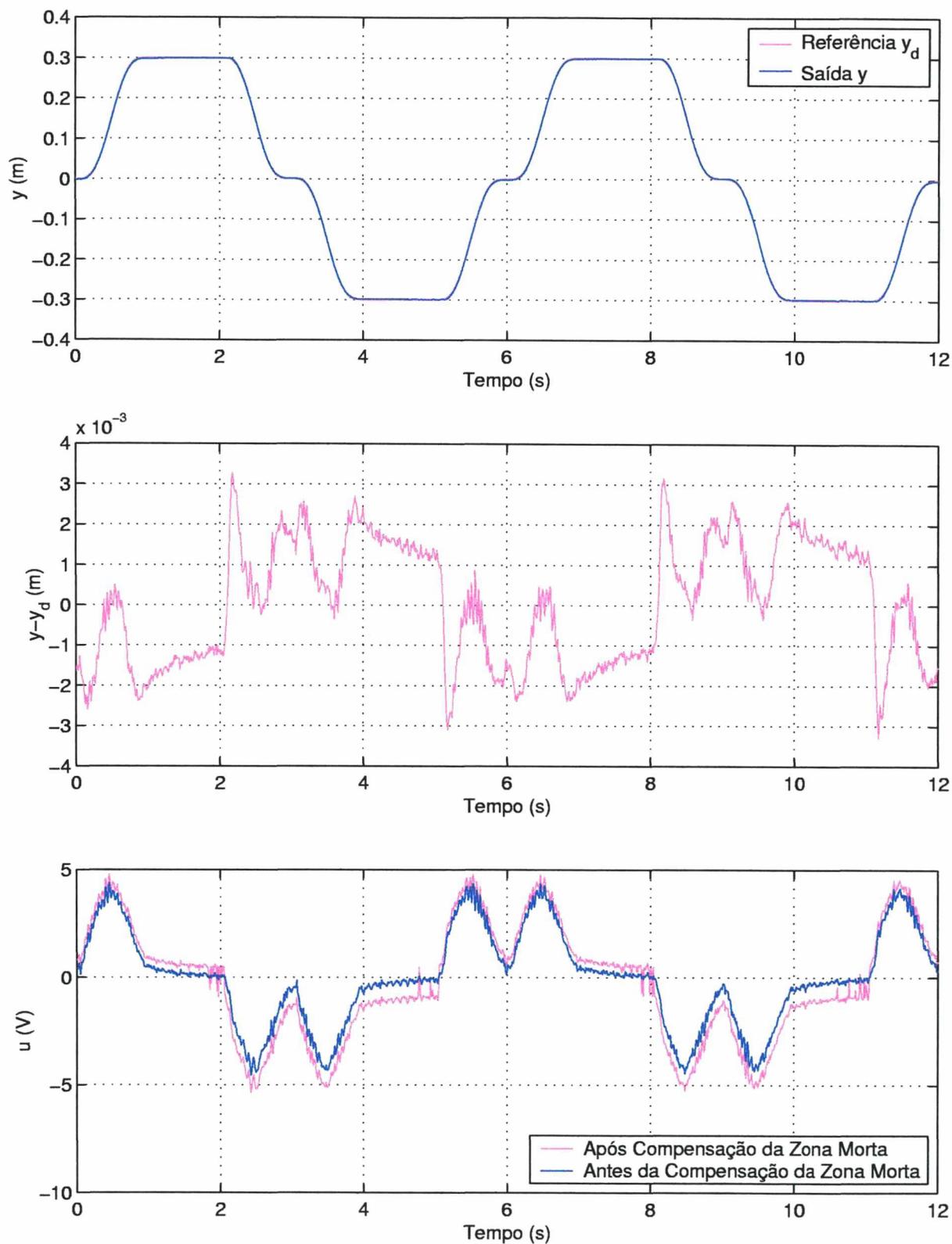


Figura 4.9: Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Primeiro Controlador por *Backstepping*

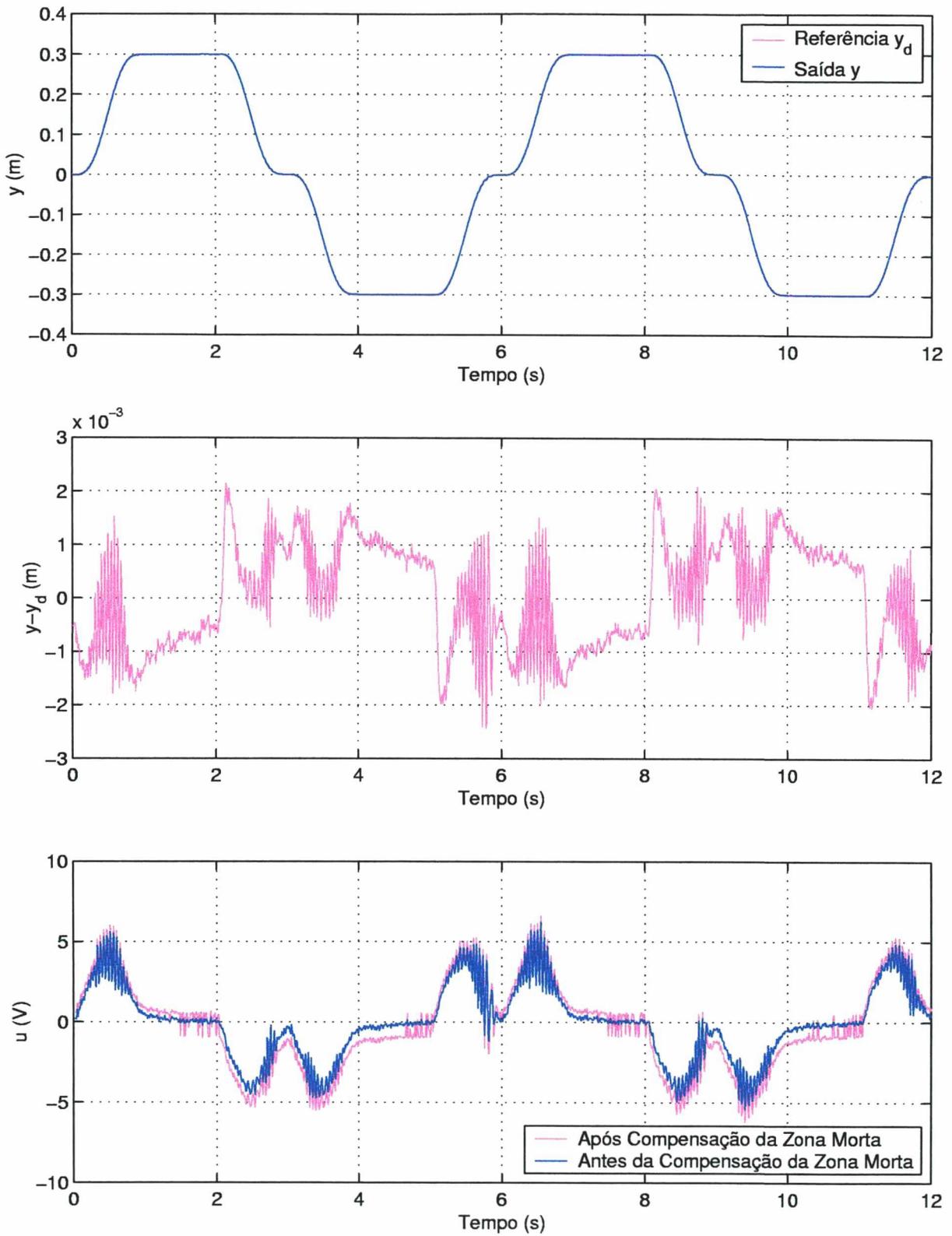


Figura 4.10: Gráficos da Posição do Pistão, do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para o Segundo Controlador por *Backstepping*

4.5.4 Comparação entre os Controladores

Os controladores PD e PID não apresentaram bom desempenho nos testes experimentais, como já era esperado. Os erros são elevados, principalmente para aplicações em robótica. Obtiveram-se bons resultados com os controladores 2DOF e por *backstepping*. Na figura 4.11, apresenta-se uma comparação entre os dois controladores com menor erro e com sinal de controle adequado (sem oscilações), que são o controlador 2DOF com pólo real em -200 e o controlador por *backstepping* com pólos em -50 e -400 . Os erros de seguimento de trajetória e os sinais de controle são semelhantes. O erro para o 2DOF é maior, mas como este controlador é muito mais simples, em algumas aplicações pode ser preferível a sua utilização. Quando se exige erro mínimo, pode-se utilizar o controle por *backstepping*, que tem a desvantagem de ser muito complexo. A presença da zona morta dificulta a obtenção de erro nulo.

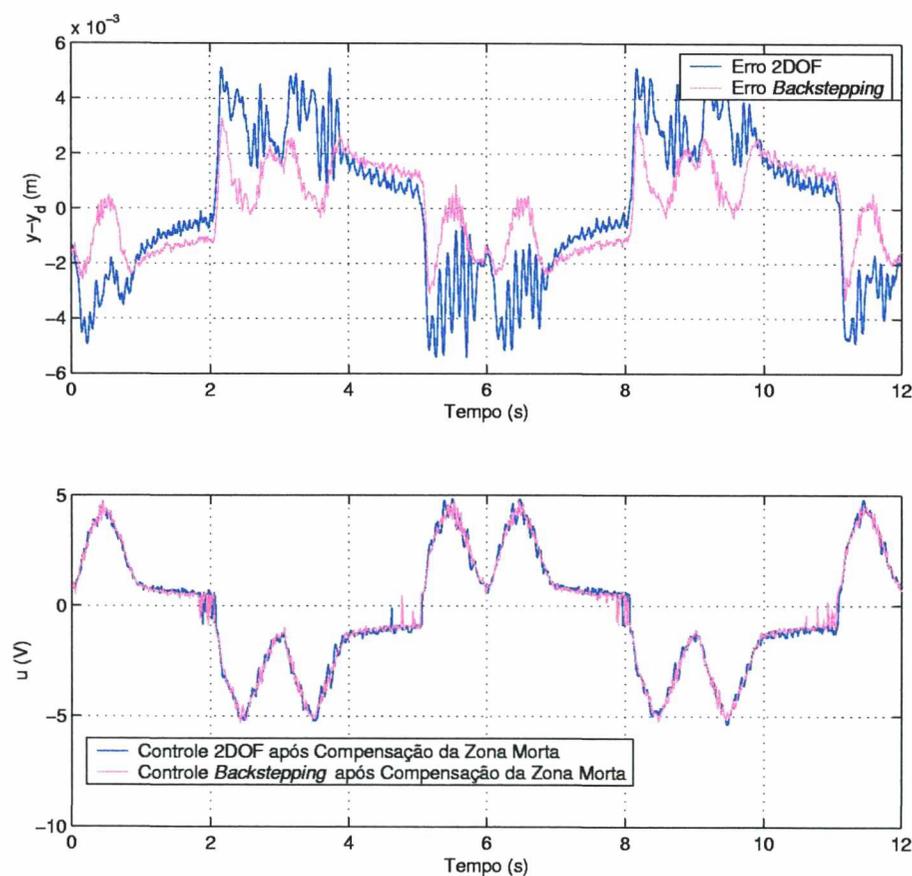


Figura 4.11: Gráficos do Erro de Seguimento de Trajetória e do Sinal de Controle para os Controladores 2DOF e por *Backstepping*

4.6 Conclusões

Neste capítulo, foi apresentado o atuador hidráulico linear da bancada de testes do LASHIP e foram testados diversos controladores para este atuador. Os controladores PD e PID apresentaram fraco desempenho, com erros elevados. Os controladores 2DOF e por *backstepping* apresentam erros pequenos, apesar da presença da zona morta. Estes controladores são adequados para aplicações em robótica, nas quais se exige precisão no posicionamento.

No próximo capítulo, são desenvolvidos modelos para robôs hidráulicos.

Capítulo 5

Modelagem do Robô Hidráulico

5.1 Introdução

Neste capítulo, são modelados robôs hidráulicos com juntas de revolução acionadas por atuadores hidráulicos lineares (seção 5.2) e por atuadores hidráulicos rotativos (seção 5.3).

5.2 Modelagem do Robô com Atuadores Lineares

Seja um robô hidráulico de n_r graus de liberdade, ou seja, composto por n_r elos, que são interligados por n_r juntas de revolução. As suas n_r juntas são acionadas por n_r atuadores hidráulicos lineares, os quais aplicam forças que provocam as rotações das juntas.

5.2.1 Modelo da Dinâmica do Robô

Conforme [28], utilizando-se a formulação de Euler-Lagrange, o modelo de um robô manipulador é dado por

$$\mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (5.1)$$

sendo \mathbf{q} o vetor das posições angulares q_k das juntas [rad], para $k = 1, \dots, n_r$, $\dot{\mathbf{q}}$ o vetor das velocidades angulares das juntas \dot{q}_k [rad/s], para $k = 1, \dots, n_r$, $\ddot{\mathbf{q}}$ o vetor das acelerações angulares das juntas \ddot{q}_k [rad/s²], para $k = 1, \dots, n_r$, $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ a matriz $n_r \times n_r$ de inércia [Nms²], $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ a matriz $n_r \times n_r$ das forças de Coriolis e forças centrífugas [Nms], $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ o vetor das n_r forças gravitacionais [Nm] e $\boldsymbol{\tau}$ o vetor dos torques τ_k aplicados nas juntas [Nm], para $k = 1, \dots, n_r$. As matrizes $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ e o vetor $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ dependem da estrutura do robô e devem ser determinados caso a caso. A matriz $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ sempre é simétrica definida positiva.

5.2.2 Movimento Linear do Atuador e Rotação da Junta

Seja um elo k qualquer do robô, mostrado na figura 5.1. A junta k deste elo é acionada pelo atuador k . Este atuador tem uma extremidade fixada no ponto $\hat{\mathbf{A}}_k$ e a outra fixada no ponto $\hat{\mathbf{B}}_k$. Em geral, o ponto $\hat{\mathbf{A}}_k$ é um ponto do elo $k - 1$ e o ponto $\hat{\mathbf{B}}_k$ é um ponto do elo k . O ponto $\hat{\mathbf{O}}_k$ é o eixo da junta k . Essa definição de pontos será útil para obter a relação geométrica entre o movimento linear do atuador k e a rotação da junta k , conforme [27, 32].

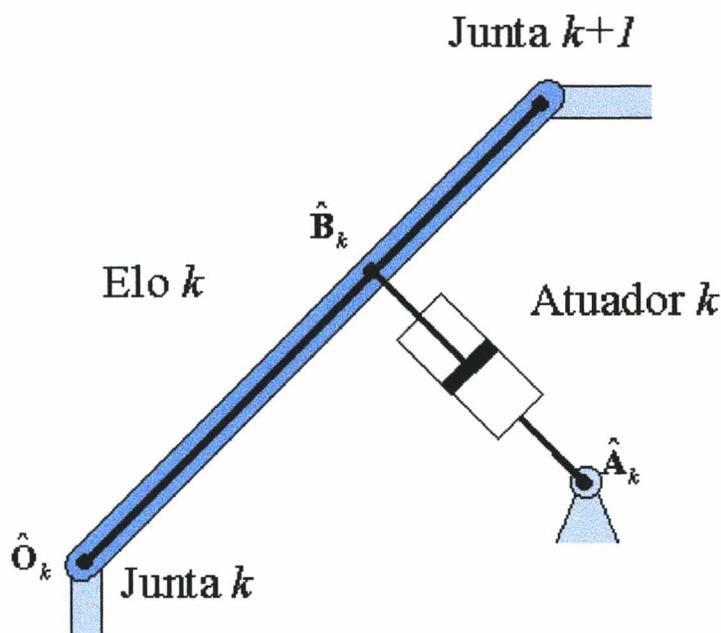


Figura 5.1: Elo k do Robô

A figura 5.2 apresenta uma análise geométrica do sistema. Nela, tem-se o elo k , de comprimento a_k [m], cuja junta tem uma rotação q_k . Utilizando a notação de Denavit-Hartenberg, definem-se o sistema de coordenadas relativo ao elo $k - 1$, $(X_{k-1}; Y_{k-1})$, e o sistema de coordenadas relativo ao elo k , $(X_k; Y_k)$. O atuador k , de comprimento¹ $L_{H,k} + y_k$ [m], está conectado aos pontos $\hat{\mathbf{A}}_k$ e $\hat{\mathbf{B}}_k$. O ponto $\hat{\mathbf{B}}_k$ foi deslocado (em relação à figura 5.1) para que fique no primeiro quadrante do sistema de coordenadas $(X_k; Y_k)$, pois, desta maneira, a dedução geométrica é válida para os outros quadrantes. $(X_{A,k}; Y_{A,k})$ são as coordenadas do ponto $\hat{\mathbf{A}}_k$ em relação ao sistema de coordenadas do elo $k - 1$, enquanto $(X_{B,k}; Y_{B,k})$ são as coordenadas do ponto $\hat{\mathbf{B}}_k$ em relação ao sistema de coordenadas do elo k .

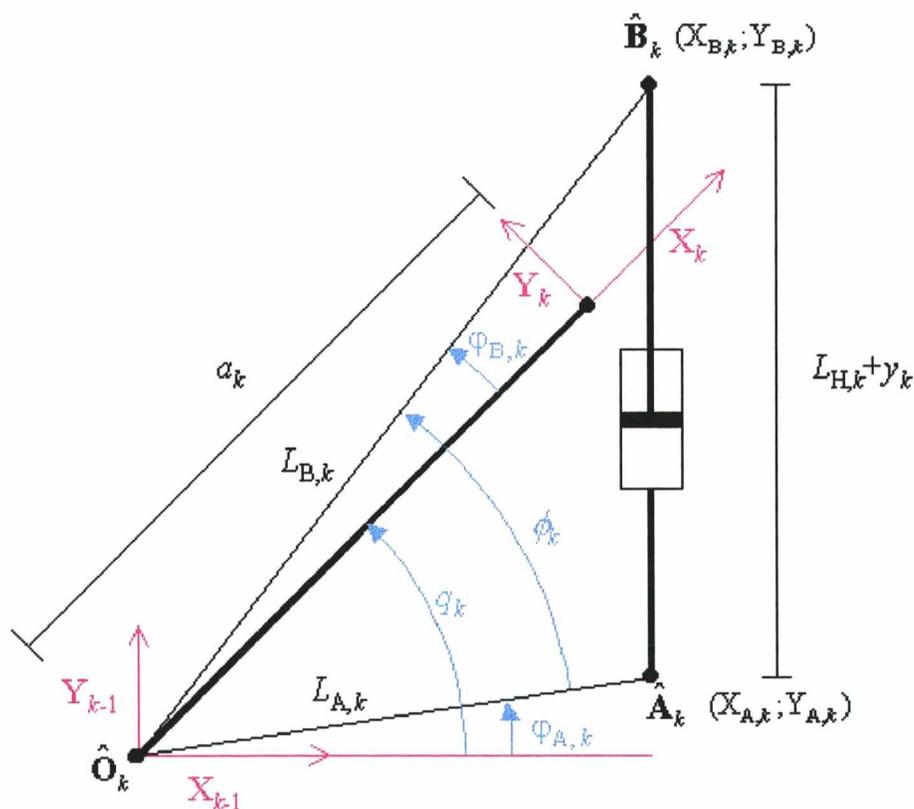


Figura 5.2: Análise Geométrica do Elo k do Robô

¹ $L_{H,k}$ é o comprimento do atuador na posição neutra, quando a posição do pistão é zero.

A distância $L_{A,k}$ [m] é a distância do ponto $\hat{\mathbf{O}}_k$ ao ponto $\hat{\mathbf{A}}_k$ e é dada por

$$L_{A,k} = \sqrt{X_{A,k}^2 + Y_{A,k}^2} \quad (5.2)$$

A distância $L_{B,k}$ [m] é a distância do ponto $\hat{\mathbf{O}}_k$ ao ponto $\hat{\mathbf{B}}_k$ e é dada por

$$L_{B,k} = \sqrt{(a_k + X_{B,k})^2 + Y_{B,k}^2} \quad (5.3)$$

O ângulo $\varphi_{A,k}$ [rad] é o ângulo entre $L_{A,k}$ e eixo X_{k-1} do sistema de coordenadas $k-1$ e é dado por

$$\varphi_{A,k} = \arctan\left(\frac{Y_{A,k}}{X_{A,k}}\right) \quad (5.4)$$

O ângulo $\varphi_{B,k}$ [rad] é o ângulo entre $L_{B,k}$ e eixo X_k do sistema de coordenadas k e é dado por

$$\varphi_{B,k} = \arctan\left(\frac{Y_{B,k}}{a_k + X_{B,k}}\right) \quad (5.5)$$

Define-se

$$\varphi_{\Delta,k} = \varphi_{A,k} - \varphi_{B,k} \quad (5.6)$$

O ângulo ϕ_k [rad] é o ângulo entre $L_{A,k}$ e $L_{B,k}$ e é dado por

$$\phi_k = q_k - \varphi_{\Delta,k} \quad (5.7)$$

Para obter a relação entre a posição angular q_k e a posição linear y_k , aplica-se a lei dos cossenos ao triângulo $\hat{\mathbf{O}}_k\hat{\mathbf{A}}_k\hat{\mathbf{B}}_k$, que resulta em

$$(L_{H,k} + y_k)^2 = L_{A,k}^2 + L_{B,k}^2 - 2L_{A,k}L_{B,k} \cos \phi_k \quad (5.8)$$

Isolando-se y_k na equação (5.8) e substituindo ϕ_k pela equação (5.7), obtém-se

$$y_k = \sqrt{L_{A,k}^2 + L_{B,k}^2 - 2L_{A,k}L_{B,k} \cos(q_k - \varphi_{\Delta,k})} - L_{H,k} \quad (5.9)$$

A relação entre a variação da posição do atuador e da variação da posição angular

da junta é dada por

$$J_k = \frac{dy_k}{dq_k} = \frac{L_{A,k}L_{B,k}\text{sen}(q_k - \varphi_{\Delta,k})}{\sqrt{L_{A,k}^2 + L_{B,k}^2 - 2L_{A,k}L_{B,k}\text{cos}(q_k - \varphi_{\Delta,k})}} \quad (5.10)$$

Para se obter a relação na forma matricial, monta-se a matriz Jacobiana \mathbf{J} , cuja diagonal é formada pelos elementos J_k , para $k = 1, \dots, n_r$. Assim,

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (5.11)$$

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \quad (5.12)$$

sendo \mathbf{y} o vetor das posições y_k dos atuadores [m], para $k = 1, \dots, n_r$, $\dot{\mathbf{y}}$ o vetor das velocidades dos atuadores \dot{y}_k [m/s], para $k = 1, \dots, n_r$ e $\ddot{\mathbf{y}}$ o vetor das acelerações dos atuadores \ddot{y}_k [m/s²], para $k = 1, \dots, n_r$.

Para o manipulador descrito pela equação (5.1), o vetor de torques τ é obtido através do Princípio do Trabalho Virtual [28] e é

$$\tau = \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{F}_{\text{AH}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{F}_{\text{AH}} \quad (5.13)$$

sendo \mathbf{F}_{AH} o vetor das forças $F_{\text{AH},k}$ [N] aplicadas pelo atuador, para $k = 1, \dots, n_r$.

5.2.3 Modelo dos Atuadores Hidráulicos Lineares

No robô hidráulico em questão, são utilizados atuadores hidráulicos de dupla ação, mas com haste simples. Assim, apesar da modelagem ser semelhante, o modelo destes atuadores difere do modelo desenvolvido na seção 2.3, devido à perda de simetria.

Um atuador k qualquer é mostrado na figura 5.3. A servoválvula é idêntica à utilizada na seção 2.3, mas o cilindro apresenta diferenças. A área do pistão na câmara 1, $A_{1,k}$, é diferente da área do pistão na câmara 2, $A_{2,k}$. Conseqüentemente, os volumes $V_{1,k}$ e $V_{2,k}$ também o são.

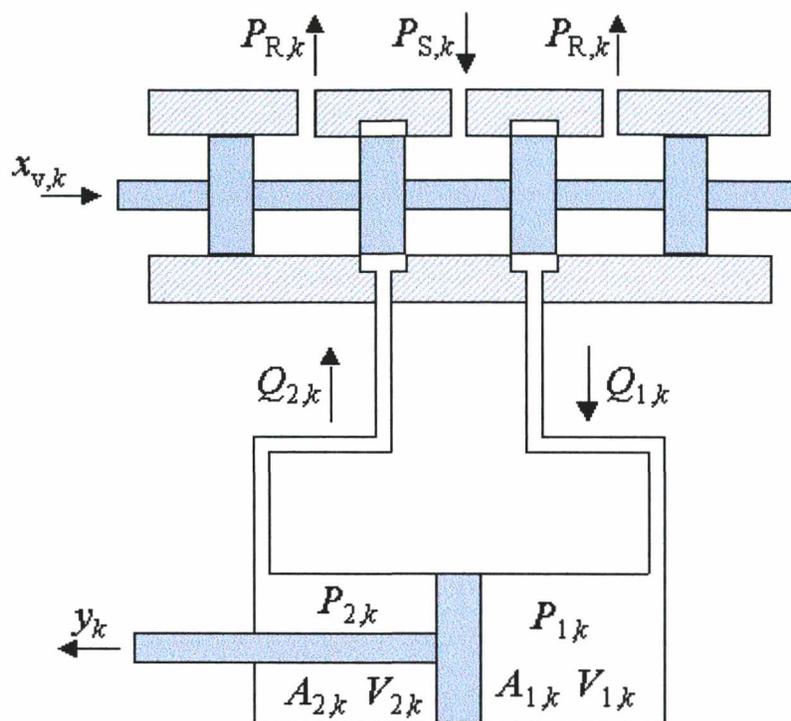


Figura 5.3: Atuador Hidráulico de Haste Simples

A força aplicada pelo atuador k no elo k do robô é dada por

$$F_{AH,k} = (A_{1,k}P_{1,k} - A_{2,k}P_{2,k}) - M_k\ddot{y}_k - B_k\dot{y}_k \quad (5.14)$$

Utiliza-se a equação da continuidade (2.8) para determinar as pressões $P_{1,k}$ e $P_{2,k}$.
Obtêm-se então

$$\dot{P}_{1,k} = \frac{\beta_k}{V_{1,k}}(Q_{1,k} - \dot{V}_{1,k}) \quad (5.15)$$

$$\dot{P}_{2,k} = \frac{\beta_k}{V_{2,k}}(-Q_{2,k} - \dot{V}_{2,k}) \quad (5.16)$$

Os volumes $V_{1,k}$ e $V_{2,k}$ são dados por

$$V_{1,k} = V_{h1,k} + A_{1,k}y_k \quad (5.17)$$

$$V_{2,k} = V_{h2,k} + A_{2,k}y_k \quad (5.18)$$

sendo $V_{h1,k}$ o volume de fluido na câmara 1 e nas tubulações, quando o atuador está

na posição neutra, e $V_{h2,k}$ o volume de fluido na câmara 2 e nas tubulações, quando o atuador está na posição neutra.

Substituindo $V_{1,k}$ e $V_{2,k}$ e isolando as derivadas temporais das pressões $P_{1,k}$ e $P_{2,k}$, as equações (5.15) e (5.16) podem ser reescritas como

$$\dot{P}_{1,k} = \frac{\beta_k}{(V_{h1,k} + A_{1,k}y_k)} (Q_{1,k} - A_{1,k}\dot{y}_k) \quad (5.19)$$

$$\dot{P}_{2,k} = \frac{\beta_k}{(V_{h2,k} - A_{2,k}y_k)} (-Q_{2,k} + A_{2,k}\dot{y}_k) \quad (5.20)$$

Como a servoválvula é idêntica à utilizada na seção 2.3, as equações para as vazões $Q_{1,k}$ e $Q_{2,k}$ (equações (2.25) e (2.26)) são válidas. Assim, substitui-se a equação (2.25) em (5.19) e substitui-se a equação (2.26) em (5.20). Obtêm-se

$$\dot{P}_{1,k} = \begin{cases} \frac{\beta_k}{(V_{h1,k} + A_{1,k}y_k)} (K_k x_{v,k} \sqrt{2(P_{S,k} - P_{1,k})} - A_{1,k}\dot{y}_k) & x_{v,k} \geq 0 \\ \frac{\beta_k}{(V_{h1,k} + A_{1,k}y_k)} (K_k x_{v,k} \sqrt{2(P_{1,k} - P_{R,k})} - A_{1,k}\dot{y}_k) & x_{v,k} < 0 \end{cases} \quad (5.21)$$

$$\dot{P}_{2,k} = \begin{cases} \frac{\beta_k}{(V_{h2,k} - A_{2,k}y_k)} (-K_k x_{v,k} \sqrt{2(P_{2,k} - P_{R,k})} + A_{2,k}\dot{y}_k) & x_{v,k} \geq 0 \\ \frac{\beta_k}{(V_{h2,k} - A_{2,k}y_k)} (-K_k x_{v,k} \sqrt{2(P_{S,k} - P_{2,k})} + A_{2,k}\dot{y}_k) & x_{v,k} < 0 \end{cases} \quad (5.22)$$

Em geral, tem-se que $P_{S,k} \gg P_{R,k}$, por isso assume-se que $P_{R,k}$ é igual a zero. A pressão de suprimento $P_{S,k}$ é constante, resultando em $P_{S,k} = P_{1,k} + P_{2,k}$. Utilizando esta relação, a função sinal da posição $x_{v,k}$ e a forma do ganho da servoválvula (2.58), $x_{v,k} = K_{em,k}u_k$, obtêm-se

$$\dot{P}_{1,k} = \frac{\beta_k}{(V_{h1,k} + A_{1,k}y_k)} \left(K_k K_{em,k} u_k \sqrt{P_{S,k} - \text{sgn}(x_{v,k})(P_{1,k} - P_{2,k})} - A_{1,k}\dot{y}_k \right) \quad (5.23)$$

$$\dot{P}_{2,k} = \frac{\beta_k}{(V_{h2,k} - A_{2,k}y_k)} \left(-K_k K_{em,k} u_k \sqrt{P_{S,k} - \text{sgn}(x_{v,k})(P_{1,k} - P_{2,k})} + A_{2,k}\dot{y}_k \right) \quad (5.24)$$

Obtido o modelo para cada atuador k , pode-se escrever o modelo matricial para os n_r atuadores. Da equação (5.14), colocando-se na forma matricial

$$\mathbf{F}_{AH} = \mathbf{A}_1 \mathbf{P}_1 - \mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2 - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{B}\dot{\mathbf{y}} \quad (5.25)$$

sendo \mathbf{A}_1 e \mathbf{A}_2 as matrizes $n_r \times n_r$ das áreas 1 e 2 dos pistões [m²], com os elementos $A_{1,k}$ e $A_{2,k}$ nas diagonais principais, \mathbf{M} a matriz $n_r \times n_r$ das massas [kg], com os elementos M_k na diagonal principal, \mathbf{B} a matriz $n_r \times n_r$ dos coeficientes de atrito [Ns/m], com os elementos B_k na diagonal principal, \mathbf{P}_1 o vetor das pressões $P_{1,k}$ [Pa], para $k = 1, \dots, n_r$, e \mathbf{P}_2 o vetor das pressões $P_{2,k}$ [Pa], para $k = 1, \dots, n_r$.

Das equações (5.23) e (5.24), obtêm-se

$$\dot{\mathbf{P}}_1 = \mathbf{E}_1(\mathbf{x}_v, \mathbf{y}, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2)\mathbf{u} - \mathbf{D}_1(\mathbf{y})\dot{\mathbf{y}} \quad (5.26)$$

$$\dot{\mathbf{P}}_2 = -\mathbf{E}_2(\mathbf{x}_v, \mathbf{y}, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2)\mathbf{u} + \mathbf{D}_2(\mathbf{y})\dot{\mathbf{y}} \quad (5.27)$$

sendo

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{x}_v, \mathbf{y}, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = \text{diag} \left(\frac{\beta_k K_k K_{em,k} \sqrt{P_{S,k} - \text{sgn}(x_{v,k})(P_{1,k} - P_{2,k})}}{V_{h1,k} + A_{1,k}y_k} \right) \quad (5.28)$$

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{x}_v, \mathbf{y}, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = \text{diag} \left(\frac{\beta_k K_k K_{em,k} \sqrt{P_{S,k} - \text{sgn}(x_{v,k})(P_{1,k} - P_{2,k})}}{V_{h2,k} + A_{2,k}y_k} \right) \quad (5.29)$$

$$\mathbf{D}_1(\mathbf{y}) = \text{diag} \left(\frac{\beta_k A_{1,k}}{V_{h1,k} + A_{1,k}y_k} \right) \quad (5.30)$$

$$\mathbf{D}_2(\mathbf{y}) = \text{diag} \left(\frac{\beta_k A_{2,k}}{V_{h2,k} + A_{2,k}y_k} \right) \quad (5.31)$$

5.2.4 Modelo do Robô Combinado com os Atuadores Lineares

Combinando as equações (5.1), (5.11), (5.12), (5.13), (5.25), (5.26) e (5.27), obtêm-se o sistema de equações que descreve o conjunto robô e atuadores hidráulicos lineares, dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) &= \mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{F}_{AH} \\ \mathbf{F}_{AH} &= \mathbf{A}_1\mathbf{P}_1 - \mathbf{A}_2\mathbf{P}_2 - \mathbf{M}\mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} - [\mathbf{M}\dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{B}\mathbf{J}(\mathbf{q})]\dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{P}}_1 &= \mathbf{E}_1(\mathbf{x}_v, \mathbf{y}, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2)\mathbf{u} - \mathbf{D}_1(\mathbf{y})\mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{P}}_2 &= -\mathbf{E}_2(\mathbf{x}_v, \mathbf{y}, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2)\mathbf{u} + \mathbf{D}_2(\mathbf{y})\mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (5.32)$$

5.3 Modelagem do Robô com Atuadores Rotativos

Seja um robô hidráulico de n_r graus de liberdade, ou seja, composto por n_r elos, que são interligados por n_r juntas de revolução. As suas n_r juntas são acionadas por n_r atuadores hidráulicos rotativos, os quais aplicam torques que provocam as rotações das juntas.

5.3.1 Modelo da Dinâmica do Robô

Conforme [28], o modelo deste manipulador é dado pela equação (5.1). Apenas lembrando que as matrizes $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ e o vetor $\mathbf{G}(\mathbf{q})$ dependem da estrutura do robô e devem ser determinados caso a caso.

A junta do robô e o atuador estão acoplados rigidamente, portanto a posição angular do atuador e a posição angular da junta são iguais.

5.3.2 Modelo dos Atuadores Hidráulicos Rotativos

No robô hidráulico em questão, são utilizados atuadores hidráulicos rotativos de dupla ação. O modelo obtido na seção 2.4 é válido. Escolhe-se aqui o modelo não linear de 3ª ordem (modelo (2.91)), generalizado para um atuador k . Este atuador é mostrado na figura 2.6.

O torque aplicado pelo atuador k na junta k do robô é dado por

$$\tau_k = V_{r,k} P_{\Delta,k} - J_{a,k} \ddot{q}_k + W_k \dot{q}_k \quad (5.33)$$

A diferença de pressão $P_{\Delta,k}$ é obtida de

$$\dot{P}_{\Delta,k} = \frac{\beta_k V_{t,k}}{\left(\frac{V_{t,k}}{2}\right)^2 - (V_{r,k} q_k)^2} \left(K_k K_{em,k} u_k \sqrt{P_{S,k} - \text{sgn}(x_{v,k}) P_{\Delta,k}} - V_{r,k} \dot{q}_k \right) \quad (5.34)$$

Obtido o modelo para cada atuador k , pode-se escrever o modelo matricial para os

n_r atuadores. Da equação (5.33), colocando-se na forma matricial

$$\tau = \mathbf{V}_r \mathbf{P}_\Delta - \mathbf{J}_a \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{W} \dot{\mathbf{q}} \quad (5.35)$$

sendo \mathbf{V}_r a matriz $n_r \times n_r$ dos volumes por radianos dos pistões [m^3/rad], com os elementos $V_{r,k}$ na diagonal principal, \mathbf{J}_a a matriz $n_r \times n_r$ das inércias [Nms^2], com os elementos $J_{a,k}$ na diagonal principal, \mathbf{W} a matriz $n_r \times n_r$ dos coeficientes de atrito [Nms], com os elementos W_k na diagonal principal, e \mathbf{P}_Δ o vetor das diferenças de pressões $P_{\Delta,k}$ [Pa], para $k = 1, \dots, n_r$.

Da equação (5.34), obtém-se

$$\dot{\mathbf{P}}_\Delta = \mathbf{E}_\Delta(\mathbf{x}_v, \mathbf{q}, \mathbf{P}_\Delta) \mathbf{u} - \mathbf{D}_\Delta(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (5.36)$$

sendo

$$\mathbf{E}_\Delta(\mathbf{x}_v, \mathbf{q}, \mathbf{P}_\Delta) = \text{diag} \left(\frac{\beta_k V_{t,k} K_k K_{em,k} \sqrt{P_{S,k} - \text{sgn}(x_{v,k}) P_{\Delta,k}}}{\left(\frac{V_{t,k}}{2}\right)^2 - (V_{r,k} q_k)^2} \right) \quad (5.37)$$

$$\mathbf{D}_\Delta(\mathbf{q}) = \text{diag} \left(\frac{\beta_k V_{t,k} V_{r,k}}{\left(\frac{V_{t,k}}{2}\right)^2 - (V_{r,k} q_k)^2} \right) \quad (5.38)$$

5.3.3 Modelo do Robô Combinado com os Atuadores Rotativos

Reunindo as equações (5.1), (5.35) e (5.36), obtém-se o sistema de equações que descreve o conjunto robô e atuadores hidráulicos rotativos

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) &= \tau \\ \tau &= \mathbf{V}_r \mathbf{P}_\Delta - \mathbf{J}_a \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{W} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{P}}_\Delta &= \mathbf{E}_\Delta(\mathbf{x}_v, \mathbf{q}, \mathbf{P}_\Delta) \mathbf{u} - \mathbf{D}_\Delta(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (5.39)$$

5.4 Conclusões

Neste capítulo, foram desenvolvidos modelos matemáticos não lineares para robôs hidráulicos com juntas de revolução acionadas por atuadores hidráulicos lineares e por atuadores hidráulicos rotativos. Os modelos são compostos por equações matriciais, que representam os n_r graus de liberdade do robô, e são genéricos. Para cada caso específico, é preciso obter as matrizes $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ e $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ e o vetor $\mathbf{G}(\mathbf{q})$, que dependem da estrutura do robô em questão.

O robô com juntas acionadas por atuadores lineares possui um modelo mais complexo, devido às conversões da posição linear em posição angular e da força em torque, com a utilização da matriz Jacobiana.

Os modelos obtidos podem ser utilizados em simulações e para a síntese de controladores.

No próximo capítulo, é estudado o problema do controle para robôs hidráulicos.

Capítulo 6

Controle do Robô Hidráulico

6.1 Introdução

Neste capítulo, apresenta-se o projeto de um controle por *backstepping* para robôs hidráulicos com juntas de revolução acionadas por atuadores hidráulicos lineares. O controlador é proposto para o modelo genérico de n_r graus de liberdade.

6.2 Controle do Robô com Atuadores Lineares

O robô hidráulico com juntas acionadas por atuadores lineares possui um modelo bastante complexo, que apresenta não linearidades na dinâmica do robô, na dinâmica dos atuadores e na relação entre os movimentos lineares do pistões e as rotações das juntas.

Devido à complexidade do modelo e às exigências de desempenho em robótica, propõe-se nesta seção a utilização de um controle por *backstepping* para este robô.

6.2.1 Controle por *Backstepping*

O controle por *backstepping*, descrito na subseção 3.2.3, será aplicado ao robô hidráulico de n_r graus de liberdade, cujas juntas são acionadas por atuadores hidráulicos lineares. O modelo deste robô é dado pelo sistema de equações (5.32), desenvolvido no

capítulo 5. Este modelo é

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} &= \mathbf{J} [\mathbf{A}_1\mathbf{P}_1 - \mathbf{A}_2\mathbf{P}_2 - \mathbf{M}\mathbf{J}\ddot{\mathbf{q}} - [\mathbf{M}\mathbf{J} + \mathbf{B}\mathbf{J}] \dot{\mathbf{q}}] \\ \dot{\mathbf{P}}_1 &= \mathbf{E}_1\mathbf{u} - \mathbf{D}_1\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{P}}_2 &= -\mathbf{E}_2\mathbf{u} + \mathbf{D}_2\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (6.1)$$

no qual \mathbf{q} , \mathbf{P}_1 , \mathbf{P}_2 e \mathbf{u} são vetores de variáveis do sistema, de dimensão $n_r \times 1$, \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 , \mathbf{M} e \mathbf{B} são matrizes de parâmetros do sistema, de dimensão $n_r \times n_r$, \mathbf{G} é um vetor que varia em função das variáveis do sistema, de dimensão $n_r \times 1$, e \mathbf{H} , \mathbf{C} , \mathbf{J} , \mathbf{E}_1 , \mathbf{E}_2 , \mathbf{D}_1 e \mathbf{D}_2 são matrizes que variam em função das variáveis do sistema, de dimensão $n_r \times n_r$.

Definindo-se uma nova variável, a força devida somente à pressão das câmaras, dada por

$$\mathbf{F}_P = \mathbf{A}_1\mathbf{P}_1 - \mathbf{A}_2\mathbf{P}_2 \quad (6.2)$$

cuja derivada temporal é

$$\dot{\mathbf{F}}_P = \mathbf{A}_1\dot{\mathbf{P}}_1 - \mathbf{A}_2\dot{\mathbf{P}}_2 \quad (6.3)$$

pode-se reescrever o sistema de equações (6.1) na forma

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{H}}\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} &= \mathbf{J}\mathbf{F}_P \\ \dot{\mathbf{F}}_P &= \bar{\mathbf{E}}\mathbf{u} - \bar{\mathbf{D}}\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (6.4)$$

onde tem-se que¹ $\bar{\mathbf{H}} = [\mathbf{H} + \mathbf{J}\mathbf{M}\mathbf{J}]$, $\bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} + \mathbf{J}\mathbf{M}\dot{\mathbf{J}} + \mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}]$, $\bar{\mathbf{E}} = [\mathbf{A}_1\mathbf{E}_1 + \mathbf{A}_2\mathbf{E}_2]$ e $\bar{\mathbf{D}} = [\mathbf{A}_1\mathbf{D}_1 + \mathbf{A}_2\mathbf{D}_2]$.

O modelo (6.4) pode ser escrito na forma de equação de estados²

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ -\bar{\mathbf{H}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{q}} - \bar{\mathbf{H}}^{-1}\mathbf{G} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{H}}^{-1}\mathbf{J} \end{bmatrix} \mathbf{F}_P \\ \dot{\mathbf{F}}_P &= -\bar{\mathbf{D}}\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{E}}\mathbf{u} \end{aligned} \quad (6.5)$$

¹É importante notar que a definição das matrizes $\bar{\mathbf{H}}$, $\bar{\mathbf{C}}$, $\bar{\mathbf{E}}$ e $\bar{\mathbf{D}}$ tem como objetivo facilitar a apresentação, pois alguns dos termos reunidos não são da mesma natureza. Por exemplo, apesar de estarem ambos na matriz $\bar{\mathbf{C}}$, a matriz \mathbf{C} representa as forças centrífugas e de Coriolis, enquanto o termo $\mathbf{J}\mathbf{B}\mathbf{J}$ representa a força de atrito.

²Assume-se que a matriz $\bar{\mathbf{H}}$ é inversível.

Deseja-se que as posições angulares das n_r juntas, contidas no vetor \mathbf{q} , sigam trajetórias de referência, dadas pelo vetor \mathbf{q}_d , com derivadas $\dot{\mathbf{q}}_d$, $\ddot{\mathbf{q}}_d$ e $\mathbf{q}_d^{(3)}$. Define-se o vetor de erros nas posições angulares, \mathbf{e} , de forma que $\dot{\mathbf{e}}$ é o vetor de erros nas velocidades angulares. Pode-se escrever

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{q}_d \\ \dot{\mathbf{q}}_d \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Substituindo-se o erro no sistema (6.5), coloca-se o mesmo na forma

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ \ddot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ -\bar{\mathbf{H}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}(\dot{\mathbf{e}} + \dot{\mathbf{q}}_d) - \bar{\mathbf{H}}^{-1}\bar{\mathbf{G}} - \ddot{\mathbf{q}}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{H}}^{-1}\bar{\mathbf{J}} \end{bmatrix} \mathbf{F}_P \quad (6.7)$$

$$\dot{\mathbf{F}}_P = -\bar{\mathbf{D}}\mathbf{J}(\dot{\mathbf{e}} + \dot{\mathbf{q}}_d) + \bar{\mathbf{E}}\mathbf{u}$$

O primeiro passo é a determinação da lei de controle linearizante (equação (3.5)), que coloca o sistema na forma adequada para que seja aplicada a metodologia do *backstepping*. Neste caso, esse controle é dado por

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{E}}^{-1}[\mathbf{u}_a + \bar{\mathbf{D}}\mathbf{J}(\dot{\mathbf{e}} + \dot{\mathbf{q}}_d)] \quad (6.8)$$

sendo \mathbf{u}_a um vetor de leis de controle a ser determinado. A matriz $\bar{\mathbf{E}}$ é inversível pois é uma matriz diagonal com os elementos da diagonal principal diferentes de zero. Substituindo-se \mathbf{u} , o sistema (6.7) é reescrito como

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ \ddot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ -\bar{\mathbf{H}}^{-1}\bar{\mathbf{C}}(\dot{\mathbf{e}} + \dot{\mathbf{q}}_d) - \bar{\mathbf{H}}^{-1}\bar{\mathbf{G}} - \ddot{\mathbf{q}}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{H}}^{-1}\bar{\mathbf{J}} \end{bmatrix} \mathbf{F}_P \quad (6.9)$$

$$\dot{\mathbf{F}}_P = \mathbf{u}_a$$

Escolhe-se uma lei de controle virtual $\tilde{\mathbf{F}}_P$ que estabilize a primeira equação do sistema (6.9). O controle escolhido é composto por termos que cancelam os termos não

lineares e por uma realimentação dos estados \mathbf{e} e $\dot{\mathbf{e}}$. Assim,

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{P}} = \mathbf{J}^{-1}[\bar{\mathbf{C}}(\dot{\mathbf{e}} + \dot{\mathbf{q}}_d) + \mathbf{G} + \bar{\mathbf{H}}\ddot{\mathbf{q}}_d - \bar{\mathbf{H}}\mathbf{K}_1\mathbf{e} - \bar{\mathbf{H}}\mathbf{K}_2\dot{\mathbf{e}}] \quad (6.10)$$

sendo \mathbf{K}_1 e \mathbf{K}_2 as matrizes dos ganhos da realimentação de estados, a serem determinadas para garantir o desempenho desejado em malha fechada. A derivada temporal de $\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{P}}$ é dada por

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{F}}}_{\mathbf{P}} &= (\dot{\mathbf{J}}^{-1})[\bar{\mathbf{C}}(\dot{\mathbf{e}} + \dot{\mathbf{q}}_d) + \mathbf{G} + \bar{\mathbf{H}}\ddot{\mathbf{q}}_d - \bar{\mathbf{H}}\mathbf{K}_1\mathbf{e} - \bar{\mathbf{H}}\mathbf{K}_2\dot{\mathbf{e}}] + \mathbf{J}^{-1}\dot{\mathbf{G}} + \\ &+ \mathbf{J}^{-1}[\dot{\bar{\mathbf{H}}}\ddot{\mathbf{q}}_d + \bar{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{q}}_d^{(3)} - \dot{\bar{\mathbf{H}}}\mathbf{K}_1\mathbf{e} - (\bar{\mathbf{H}}\mathbf{K}_1 + \dot{\bar{\mathbf{H}}}\mathbf{K}_2)\dot{\mathbf{e}} - \bar{\mathbf{H}}\mathbf{K}_2\dot{\mathbf{e}}] + \\ &+ \mathbf{J}^{-1}[\dot{\bar{\mathbf{C}}}(\dot{\mathbf{e}} + \dot{\mathbf{q}}_d) + \bar{\mathbf{C}}(\ddot{\mathbf{e}} + \ddot{\mathbf{q}}_d)] \end{aligned} \quad (6.11)$$

Substituindo-se $\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{P}}$ na primeira equação do sistema (6.9), obtém-se

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ \ddot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{\text{MF}} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

sendo \mathbf{A}_{MF} , dada por

$$\mathbf{A}_{\text{MF}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_1 & -\mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

a matriz que determina o desempenho em malha fechada, de dimensão $2n_r \times 2n_r$. Os autovalores desta matriz são os pólos do sistema. Conhecendo-se os pólos desejados para o sistema, calculam-se os valores dos ganhos de \mathbf{K}_1 e \mathbf{K}_2 .

Para tal matriz \mathbf{A}_{MF} , tem-se uma função de Lyapunov dada por

$$V(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}^T & \dot{\mathbf{e}}^T \end{bmatrix} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

sendo \mathbf{P} uma matriz simétrica definida positiva obtida de

$$\mathbf{A}_{\text{MF}}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_{\text{MF}} = -\mathbf{Q} \quad (6.15)$$

para uma matriz arbitrária simétrica definida positiva \mathbf{Q} . Para essa matriz, tem-se $\dot{V} \leq -W$, sendo W uma função definida positiva.

Define-se a variável \mathbf{z} , que representa a diferença entre a lei de controle virtual $\tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{P}}$ e a variável real $\mathbf{F}_{\mathbf{P}}$, isto é, o erro $\mathbf{z} = \mathbf{F}_{\mathbf{P}} - \tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{P}}$. Utilizando-se essa mudança de variáveis, o sistema (6.9) assume a forma

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ \ddot{\mathbf{e}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{bmatrix} &= \mathbf{A}_{\text{MF}} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\mathbf{H}}^{-1}\mathbf{J} \end{bmatrix} \mathbf{z} \\ \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{u}_{\mathbf{a}} - \dot{\tilde{\mathbf{F}}}_{\mathbf{P}} \end{aligned} \quad (6.16)$$

Para este sistema, o objetivo é anular o erro \mathbf{z} . Seja a função de Lyapunov candidata $V_{\mathbf{a}}(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}, \mathbf{F}_{\mathbf{P}})$, dada por

$$V_{\mathbf{a}}(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}, \mathbf{F}_{\mathbf{P}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}^T & \dot{\mathbf{e}}^T \end{bmatrix} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{z} \quad (6.17)$$

cuja derivada temporal é

$$\dot{V}_{\mathbf{a}}(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}, \mathbf{F}_{\mathbf{P}}) = 2 \begin{bmatrix} \mathbf{e}^T & \dot{\mathbf{e}}^T \end{bmatrix} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}} \\ \ddot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} + \dot{\mathbf{z}}^T \mathbf{z} \quad (6.18)$$

Pode-se afirmar que

$$\dot{V}_{\mathbf{a}}(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}, \mathbf{F}_{\mathbf{P}}) \leq -W + 2 \begin{bmatrix} \mathbf{e}^T & \dot{\mathbf{e}}^T \end{bmatrix} \mathbf{P} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\mathbf{H}}^{-1}\mathbf{J} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \left(\mathbf{u}_{\mathbf{a}} - \dot{\tilde{\mathbf{F}}}_{\mathbf{P}} \right)^T \mathbf{z} \quad (6.19)$$

Para que a origem do sistema (6.16) seja assintoticamente estável, escolhe-se uma lei de controle $\mathbf{u}_{\mathbf{a}}$ conforme a equação (3.18), ou seja,

$$\mathbf{u}_{\mathbf{a}} = \dot{\tilde{\mathbf{F}}}_{\mathbf{P}} - 2 \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{J}\bar{\mathbf{H}}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} - c(\mathbf{F}_{\mathbf{P}} - \tilde{\mathbf{F}}_{\mathbf{P}}) \quad (6.20)$$

sendo c uma constante positiva. Esta escolha resulta em

$$\dot{V}_a(\mathbf{e}, \dot{\mathbf{e}}, \mathbf{F}_P) \leq -W - c\mathbf{z}^T\mathbf{z} \quad (6.21)$$

o que mostra que a origem é assintoticamente estável.

Da combinação de \mathbf{u}_a (equação (6.20)) com \mathbf{u} (equação (6.8)), obtém-se o controle por *backstepping* para o robô hidráulico com juntas de revolução acionadas por atuadores hidráulicos lineares.

6.3 Conclusões

Neste capítulo, desenvolveu-se um controlador genérico pela metodologia do *backstepping* para robôs hidráulicos com juntas de revolução acionadas por atuadores hidráulicos lineares. Ainda, provou-se a estabilidade do sistema nominal em malha fechada com este controlador³.

³O objetivo deste capítulo foi o desenvolvimento teórico de um controlador que fosse viável para o controle de robôs com acionamento hidráulico. Simulações e implementação prática são perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas

Nesta dissertação, estudou-se o problema de controle de atuadores hidráulicos e de sua utilização como acionamento para robôs manipuladores.

Inicialmente, foram desenvolvidos modelos matemáticos não lineares e linearizados para os atuadores hidráulicos lineares e rotativos. Estes modelos são de 4ª ordem quando incluem a dinâmica da servoválvula e de 3ª ordem quando não a incluem. Ainda discutiu-se, brevemente, a questão da influência das incertezas paramétricas e das dinâmicas não modeladas nos atuadores.

Utilizando-se tais modelos, foram desenvolvidos controladores dos tipos PID, 2DOF e por *backstepping* para os atuadores hidráulicos lineares e rotativos. Estes controladores foram testados em simulação e, posteriormente, os controladores para o atuador linear foram também testados na prática, em uma bancada de testes existente no Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos (LASHIP), na Universidade Federal de Santa Catarina. Os resultados obtidos experimentalmente foram semelhantes aos resultados das simulações.

O controlador PID apresentou fraco desempenho, com erros elevados, normalmente inaceitáveis em aplicações que exigem precisão de posicionamento, como a robótica. Esse resultado já era conhecido na literatura e foi confirmado neste trabalho, com o estudo do diagrama de Lugar das Raízes do atuador e através dos resultados obtidos tanto em simulação quanto experimentalmente. Esse baixo desempenho justifica a utilização de controladores avançados.

Para contornar os principais problemas encontrados com os controladores clássicos, usou-se inicialmente o controle por *backstepping*, que se mostrou bastante eficiente, com erro máximo de aproximadamente 1% do valor máximo da trajetória (erro máximo de 3mm para um valor máximo da trajetória de 300mm). A desvantagem deste controlador é a sua complexidade, pois exige uma grande quantidade de cálculos para a determinação do sinal de controle e a medição das variáveis posição, velocidade e aceleração do pistão, posição do carretel da servoválvula e diferença de pressão das câmaras do cilindro. A quantidade de cálculos limita o tempo de amostragem a ser utilizado e a medição de vários sinais introduz maior quantidade de ruído no sistema.

Como uma alternativa à complexidade do controle por *backstepping*, usou-se o controlador 2DOF, que apresentou erros baixos, possuindo um desempenho comparável, com erro máximo de aproximadamente 2% do valor máximo da trajetória (erro máximo de 5mm para um valor máximo da trajetória de 300mm). É um controlador mais simples, linear, que exige a medição apenas da posição do pistão, e foi projetado para apresentar uma certa robustez em relação à variação de parâmetros e à presença de perturbação e ruído.

Cabe ressaltar que parte do erro deve-se à presença da zona morta na válvula proporcional utilizada para os testes.

Após o estudo do controle para os atuadores hidráulicos, foram estudados os robôs hidráulicos.

Foram desenvolvidos modelos matemáticos não lineares para robôs hidráulicos com n_r graus de liberdade, isto é, com n_r juntas de revolução acionadas por n_r atuadores hidráulicos lineares ou rotativos. Estes modelos foram apresentados de forma genérica, pois cada robô apresenta uma estrutura própria e, conseqüentemente, uma dinâmica própria.

Em razão das dinâmicas fortemente não lineares dos robôs hidráulicos, optou-se pela utilização do controle por *backstepping*. Um controlador genérico foi desenvolvido pela metodologia do *backstepping* para robôs hidráulicos com juntas de revolução acionadas por atuadores hidráulicos lineares. Para este controlador, provou-se a estabilidade do sistema nominal em malha fechada.

Entre as contribuições deste trabalho, destacam-se:

- a sistematização dos modelos dos atuadores hidráulicos lineares e rotativos, incluindo as dinâmicas das servoválvulas;
- o desenvolvimento de controladores PID, 2DOF e por *backstepping* para atuadores hidráulicos lineares;
- o desenvolvimento de controladores PID, 2DOF e por *backstepping* para atuadores hidráulicos rotativos;
- a implementação experimental dos controladores desenvolvidos para os atuadores hidráulicos lineares e
- o desenvolvimento de um controle por *backstepping* para um robô hidráulico.

Para trabalhos futuros, sugerem-se:

- o estudo de formas mais adequadas para a compensação da zona morta existente na válvula, para a diminuição dos erros de posicionamento do sistema;
- a obtenção de um modelo de simulação de um robô hidráulico de dois graus de liberdade que possibilite o teste do controle por *backstepping* e
- testes de simulação para o modelo do robô hidráulico com atuadores hidráulicos lineares e rotativos.

Referências Bibliográficas

- [1] Alleyne, A., “Nonlinear force control of an electro-hydraulic actuator”. Em *Proceedings of the Japan-USA Symposium on Flexible Automation*, pp. 193–200, Boston, EUA, Junho 1996.
- [2] Alleyne, A. e Hedrick, J.K., “Nonlinear adaptive control of active suspensions”. *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 3, n° 1, pp. 94–101, Março 1995.
- [3] Andrighetto, P.L., “Posicionador eletro-hidráulico controlado por válvula proporcional direcional”. Dissertação de Mestrado, Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Abril 1996.
- [4] Blackburn, J.F., Reethof, G. e Shearer, J.L., *Fluid Power Control*. M.I.T. Press, 1960.
- [5] Chang, S.S.L., *Synthesis of Optimum Control Systems*. McGraw-Hill, 1961.
- [6] Cunha, M.A.B., Guenther, R. e De Pieri, E.R., “Controle em cascata com adaptação de parâmetros aplicado a um atuador hidráulico”. Em *Anais do XII Congresso Brasileiro de Automática*, pp. 211–216, Uberlândia, MG, Setembro 1998.
- [7] Cunha, M.A.B., Guenther, R., De Pieri, E.R. e De Negri, V.J., “Controle de um atuador hidráulico usando linearização por realimentação e a técnica do *backstepping*”. Em *Anais do XIII Congresso Brasileiro de Automática*, pp. 1060–1065, Florianópolis, SC, Setembro 2000.

- [8] Cunha, M.A.B., *Controle em Cascata de um Atuador Hidráulico: Contribuições Teóricas e Experimentais*. Tese de Doutorado, Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Abril 2001.
- [9] De Negri, V.J., *Estudo do Comportamento Dinâmico de Sistemas Hidráulicos*. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1988.
- [10] Edge, K.A., "The control of fluid power systems - responding to the challenges". *Instn. Mechanical Engineers*, vol. 211, n° 1, pp. 91–110, 1997.
- [11] Fialho, I. e Balas, G., "Adaptive vehicle suspension design using LPV methods". Em *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 469–464, Tampa, EUA, Dezembro 1998.
- [12] Fitzsimons, P.M. e Palazzolo, J.J., "Modeling of a one-degree-of-freedom active hydraulic mount". *Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control*, vol. 118, pp. 439–442, Setembro 1996.
- [13] Franco, A.L.D., De Pieri, E.R., Castelan, E.B. e Guenther, R., "Design and control of hydraulic actuators: Simulations and experimental results". Em *Proceedings of the IFAC World Congress - Aceito para Publicação*, Barcelona, Espanha, 2002.
- [14] Guenther, R., Cunha, M.A.B. e De Pieri, E.R., "Experimental implementation of the variable structure adaptive cascade control for hydraulic actuators". *Power Transmission and Motion Control*, pp. 349–361, 1998.
- [15] Guenther, R. e De Pieri, E.R., "Cascade controle of hydraulic actuators for robot manipulators". Em *Ninth Workshop on Dynamics and Control*, pp. 18–19, Rio de Janeiro, RJ, Agosto 1996.
- [16] Habibi, S.R., Richards, R.J. e Goldenberg, A.A., "Hydraulic actuator analysis for industrial robot multivariable control". Em *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 1003–1007, Baltimore, EUA, Junho 1994.

- [17] Heintze, H., *Design and Control of a Hydraulically Actuated Industrial Brick Laying Robot*. Tese de Doutorado, Delft University of Technology, Delft, Holanda, 1997.
- [18] Khalil, H.K., *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 1996.
- [19] Krstić, M., Kanellakopoulos, I. e Kokotović, P., *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons - USA, 1995.
- [20] Lin, J.S. e Kanellakopoulos, I., “Modular adaptive design for active suspensions”. Em *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 3626–3631, San Diego, EUA, Dezembro 1997.
- [21] Lin, J.S. e Kanellakopoulos, I., “Road-adaptive nonlinear design of active suspensions”. Em *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 714–718, Albuquerque, EUA, Junho 1997.
- [22] Manhartgruber, B. e Sheidl, R., “Nonlinear control of hydraulic servodrives based on a singular perturbation approach”. *Power Transmission and Motion Control*, pp. 301–313, 1998.
- [23] Merrit, H.E., *Hydraulic Control Systems*. John Wiley & Sons, Inc., New York, EUA, 1967.
- [24] M’Sirdi, N.K., Fraise, P., Dauchez, P. e Manamani, N., “Sliding mode control for a hydraulic underwater manipulator”. Em *Preprints of the Fifth IFAC Symposium on Robot Control*, pp. 145–151, Nantes, França, Setembro 1997.
- [25] Paim, C.C., “Técnicas de controle aplicadas a um atuador hidráulico”. Dissertação de Mestrado, Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Fevereiro 1997.
- [26] Riul, J.A., *Controladores Neurais e Híbrido Aplicados em uma Carga Acionada por um Atuador Hidráulico*. Tese de Doutorado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, Fevereiro 2000.

- [27] Santos, C.H.F., “Controle em cascata de um robô manipulador hidráulico”. Dissertação de Mestrado, Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Março 2002.
- [28] Sciavicco, L. e Siciliano, B., *Modeling and Control of Robot Manipulators*. The MacGraw-Hill Companies, 1996.
- [29] Stringer, J., *Hydraulic Systems Analysis, an Introduction*. MacMillan Press Ltd, Londres, Inglaterra, 1976.
- [30] Tafazoli, S., Silva, C.W. e Lawrence, P., “Tracking control of an electrohydraulic manipulator in the presence of friction”. *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 6, nº 3, pp. 401–411, Maio 1998.
- [31] Tan, H.S. e Bradshaw, T., “Model identification of an automotive hydraulic active suspension system”. Em *Proceedings of the American Control Conference*, Albuquerque, EUA, Junho 1997.
- [32] Valdiero, A.C., *Projeto e Implementação de Controladores para Atuadores Hidráulicos*. Relatório de Pesquisa, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.
- [33] Watton, J., *Fluid Power Systems: Modeling, Simulation, Analog and Microcomputer Control*. Prentice Hall, Cambridge, Inglaterra, 1989.
- [34] Wolovich, W.A., *Automatic Control Systems: Basic Analysis and Design*. Saunders College Publishing, 1995.
- [35] Yao, B., Bu, F. e Chiu, G.T.C., “Nonlinear adaptive robust control of electrohydraulic actuator servo systems with discontinuous projections”. Em *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2265–2270, Tampa, EUA, 1998.
- [36] Yao, B., Chiu, G.T.C. e Reedy, J.T., “Nonlinear adaptive robust control of one-dof electro-hydraulic servo systems”. Em *Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Dalas, EUA, 1997.