

ANTONIO PEDRAZA LOZANO

**ESTUDO DO CONGESTIONAMENTO EM SISTEMAS
DESREGULAMENTADOS, CONSIDERANDO O
EFEITO DAS PERDAS NAS LINHAS DE
TRANSMISSÃO E A DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA
REATIVA**

**FLORIANÓPOLIS
2001**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

**ESTUDO DO CONGESTIONAMENTO EM SISTEMAS
DESREGULAMENTADOS, CONSIDERANDO O
EFEITO DAS PERDAS NAS LINHAS DE
TRANSMISSÃO E A DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA
REATIVA**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica

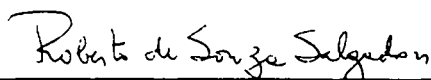
ANTONIO PEDRAZA LOZANO

Florianópolis, Fevereiro de 2001.

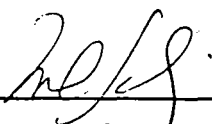
ESTUDO DO CONGESTIONAMENTO EM SISTEMAS DESREGULAMENTADOS, CONSIDERANDO O EFEITO DAS PERDAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E A DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA

ANTONIO PEDRAZA LOZANO

'Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Sistemas de Potência, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.'

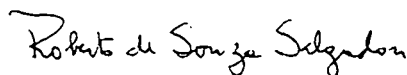


Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.
Orientador

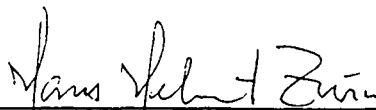


Prof. Márcio Cherem Schneider, D. Sc.
Coordenador em exercício do Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

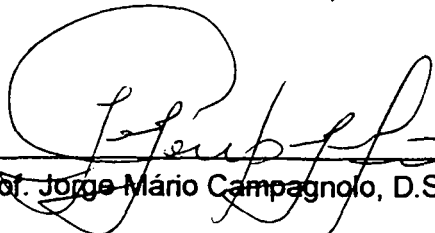
Banca Examinadora:



Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.
Orientador



Prof. Hans Helmut Züm, Ph.D.



Prof. Jorge Mário Campagnolo, D.Sc.

À Deus, sem o qual nada do que fiz e faço teria sentido. Deus única fonte da vida "Alfa-Omega".

À meus pais, José Vicente(in memorium) e Colombia
pelo exemplo de vida, dedicação, incentivo e amor.

À minha família, pelo amor e apoio sempre
proporcionados para que aqui chegasse.

À Soraia companheira e amiga de todas horas sem a qual,
à realização deste trabalho teria sido muito mais difícil.

AGRADECIMENTOS

Um agradecimento especial dirijo ao meu Orientador Prof. Roberto Salgado pela orientação, dedicação firme e fundamentada e, principalmente pela amizade demonstrada no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Corpo Docente do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC que transmitiram seus conhecimentos, especialmente aos Professores Hans, Katia, Simões, Jacqueline, Campagnolo e Edson L. da Silva.

À meus grandes amigos e colegas do curso, Fabio Vieira, Carlos Moyano, Luciano Colzani, Paulo Fritzen, Ghendy Cardoso.

À todos os colegas do LABSPOT e LABPLAN pela convivência alegre e produtiva.

À meus colegas e amigos Juan Carlos Morales, Sergio Villamizar e Nolasco Orrego.

À ISA pelo apoio institucional e financeiro.

Aos funcionários da secretaria do PGEEL, Marcos e Wilson.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ESTUDO DO CONGESTIONAMENTO EM SISTEMAS DESREGULAMENTADOS, CONSIDERANDO O EFEITO DAS PERDAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E A DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA

ANTONIO PEDRAZA LOZANO

Fevereiro/2001

Orientador: Professor Roberto de Souza Salgado, Ph. D.

Área de Concentração: Sistemas de Potência.

Palavras-chave: Congestionamento, perdas, teoria de jogos, alocação de custos.

Número de Páginas: 117 (cento e dezessete)

O presente trabalho aborda o problema do congestionamento no sistemas de transmissão para mercados de energia elétrica sob competição, levando em conta não apenas os fluxos de potência ativa, como também considerando o efeito das perdas e dos fluxos de potência reativa. O problema de congestionamento considerado neste trabalho diz respeito à limitação da capacidade de transporte da rede. Problemas de congestionamento fazem com que geradores mais eficientes não possam ser despachados plenamente, ocasionando com isto incrementos nos custos operativos do sistema. Com o objetivo de alocar estes custos entre os diversos acessantes ao sistema de transmissão, foi desenvolvida uma metodologia a qual é baseada na teoria dos jogos cooperativos de Aumann-Shapley. A metodologia proposta apoia-se no calculo da componente de custo de congestionamento e perda dos preços nodais, que tratada pelo método de AS permite a recuperação exata do custo do serviço. Portanto, técnicas de otimização são de extrema importância para a aplicação da metodologia porque fornecem os multiplicadores de Lagrange, necessários na definição da função objetivo da metodologia proposta. Os resultados da aplicação da metodologia a sistemas de vários portes demonstram a potencialidade da abordagem e a verificação das propriedades de alocação eficiente de custos.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ESTUDO DO CONGESTIONAMENTO EM SISTEMAS DESREGULAMENTADOS, CONSIDERANDO O EFEITO DAS PERDAS NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO E A DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA REATIVA

ANTONIO PEDRAZA LOZANO

Fevereiro/2001

Orientador: Professor Roberto de Souza Salgado, Ph. D.

Área de Concentração: Sistemas de Potência.

Palavras-chave: Congestionamento, perdas, teoria de jogos, alocação de custos.

Número de Páginas: 117 (cento e dezessete)

The present work focuses on the problem of allocating the costs due to transmission congestion and losses in competitive electricity markets. Non-linear power network models are used, such that the effect of the transmission losses and reactive power distribution are considered. The type of congestion studied in this work is relative to the power flow limits of the transmission network. This type of problem can impede the efficient dispatch of the most economic generating units, resulting in increased generation costs. The methodology proposed in this work is based on the Theory of Aumann-Shapley Cooperative Games. This strategy provides the component of the costs of congestion and losses, evaluated with the aid of nodal prices obtained from an Optimal Power Flow solution. Numerical results of the application of the proposed methodology to power systems with size ranging from 6 to 57 buses show some advantages of allocating the costs through methodologies based on Game Theory.

Sumario

CAPÍTULO 1	4
INTRODUÇÃO	4
1.1 Motivação	4
1.2 Objetivos	5
1.3 Estrutura da Dissertação	7
CAPITULO 2	9
MERCADOS DE ENERGIA EM AMBIENTE COMPETITIVO	9
2.1 Os Agentes do Mercado	9
2.2 Modelos de Mercados Eléctricos	11
2.2.1 Modelo Bilateral	11
2.2.2 Modelo Pool	13
2.2.3 Modelo Pool / Bilateral	16
2.2.4 Modelo Poolco	17
2.3 Serviços Ancilares	18
2.3.1 Descrição dos Serviços Ancilares	19
2.4 Conclusões	21
CAPITULO 3	22
O PROBLEMA DE CONGESTIONAMENTO	22
3.1 Introdução	22
3.2 Cálculo de Tarifas na Transmissão de Energia Eléctrica	24
3.3 Aspectos do Congestionamento	26
3.4 Congestionamento no Modelo Pool	27
3.4.1 Via Preço Marginal do Sistema	28
3.4.2 Via Preços Nodais	31
3.5 Congestionamento no Modelo Bilateral	33
3.6 Congestionamento no Modelo Pool / Bilateral	33
3.7 Conclusões	34

CAPITULO 4	36
<i>A METODOLOGIA PROPOSTA PARA ALOCAÇÃO DOS CUSTOS DAS PERDAS E DO CONGESTIONAMENTO</i>	36
4.1 Introdução	36
4.2 Alocação Via Teoria dos Jogos Cooperativos	39
4.3 Metodologia de Aumann-Shapley Aplicada ao Problema de Alocação do Custo	40
4.3.1 Alocação de Custos pelas Perdas	41
4.3.2 Alocação do Custo pelo Congestionamento	43
4.4 Conclusões	47
CAPITULO 5	48
<i>RESULTADOS NUMÉRICOS</i>	48
5.1 Introdução	48
5.2 Sistema Teste de 6 Barras	49
5.2.1 Alocação do Custo das Perdas de Transmissão	50
5.2.2 Alocação dos Custos de Congestionamento	55
5.2.3 Estudo do Problema da Reserva de Potência Ativa	60
5.3 Sistema Teste IEEE de 30 Barras	67
5.3.1 Alocação do Custo das Perdas	67
5.3.2 Alocação do Custo do Congestionamento	71
5.3.3 Estudo do Problema da Reserva de Potência Ativa	75
5.4 Sistema Teste IEEE de 57 Barras	79
5.4.1 Alocação do Custo das Perdas	79
5.4.2 Alocação do Custo do Congestionamento	83
5.4.3 Estudo do Problema da Reserva de Potência Ativa	87
5.5 Conclusões	91
CAPITULO 6	92
<i>CONCLUSÕES E PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS</i>	92
6.1 Conclusões	92
6.2 Propostas para Trabalhos Futuros	95

ANEXO 1	96
<i>PARÂMETROS ELÉTRICOS DOS SISTEMAS TESTES .</i>	96
A1.1 Sistema Teste de 6 Barras	96
A1.2 Sistema IEEE de 30 Barras	97
A1.3 Sistema IEEE de 57 Barras	99
ANEXO 2	102
<i>REGRA DE REPARTIÇÃO DE CUSTOS DE AUMANN-SHAPLEY</i>	102
A2.1 Repartição de Custos, Um Exemplo Ilustrativo	102
A2.2 Princípio da Decomposição	104
A2.3 Jogos Cooperativos – Metodologia de Aumann-Shapley	107
A2.4 Propriedades da Metodologia de Aumann-Shapley	113
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	116

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1 - SISTEMA TESTE 3 BARRAS	26
FIGURA 5.1 – SISTEMA TESTE 6 BARRAS	47
FIGURA A2.1 - PRINCÍPIO DA DECOMPOSIÇÃO	103
FIGURA A2.2 - PARTIÇÃO EM SUBTRANSAÇÕES	107
FIGURA A2.3 - CAMINHO ABA	108

LISTA DE TABELAS

SISTEMA TESTE 3 BARRAS

TABELA 4.1 – <i>Sobre-custo operativo</i>	28
--	-----------

SISTEMA TESTE 6 BARRAS

TABELA 5.1 – <i>Dados do sistema teste 6 barras</i>	47
--	-----------

TABELA 5.2 – <i>Despacho sem considerar perdas</i>	49
---	-----------

TABELA 5.3 – <i>Despacho considerando perdas</i>	49
---	-----------

TABELA 5.4 – <i>Sobre-custo operativo</i>	50
--	-----------

TABELA 5.5 – <i>Custos unitários de AS</i>	51
---	-----------

TABELA 5.6 – <i>Alocação do sobre-custo operativo</i>	51
--	-----------

TABELA 5.7 – <i>Alocação do sobre-custo operativo</i>	52
--	-----------

(coeficientes modificados na função custo)

TABELA 5.8 – <i>Despacho sem restrições na transmissão</i>	53
---	-----------

TABELA 5.9 – <i>Despacho considerando restrições na transmissão</i>	54
--	-----------

TABELA 5.10 – <i>Sobre-custo operativo</i>	54
---	-----------

TABELA 5.11 – <i>Custos unitários de AS</i>	55
--	-----------

TABELA 5.12 – <i>Alocação do sobre-custo operativo</i>	56
---	-----------

TABELA 5.13 – <i>Alocação do sobre-custo operativo</i>	57
---	-----------

(modificação no carregamento do sistema)

TABELA 5.14 – <i>Solução FPO – caso a)</i>	61
---	-----------

TABELA 5.15 – <i>Solução FPO – caso b)</i>	62
---	-----------

TABELA 5.16 – <i>Multiplicadores unitários</i>	63
---	-----------

TABELA 5.17 – <i>Atribuição da influência na reserva para cada barra</i>	63
---	-----------

SISTEMA TESTE IEEE 30 BARRAS

TABELA 5.18 – <i>Despacho irrestrito sem/com perdas</i>	66
--	-----------

TABELA 5.19 – <i>Sobre-custo operativo</i>	67
---	-----------

TABELA 5.20 – <i>Alocação do sobre-custo operativo AS</i>	68
--	-----------

TABELA 5.21 – <i>Despacho irrestrito / despacho restrito</i>	70
TABELA 5.22 – <i>Sobre-custo operativo</i>	71
TABELA 5.23 – <i>Alocação do sobre-custo operativo as</i>	72
TABELA 5.24 – <i>Despacho caso a) / despacho caso b)</i>	74
TABELA 5.25 – <i>Atribuição da influência na reserva para cada barra</i>	76
 SISTEMA TESTE IEEE 57 BARRAS	
TABELA 5.26 – <i>Despacho irrestrito sem / com perdas</i>	78
TABELA 5.27 – <i>Sobre-custo operativo</i>	79
TABELA 5.28 – <i>Alocação do sobre-custo operativo AS</i>	80
TABELA 5.29 – <i>Despacho irrestrito / despacho restrito</i>	82
TABELA 5.30 – <i>Sobre-custo operativo</i>	83
TABELA 5.31 – <i>Alocação do sobre-custo operativo as</i>	84
TABELA 5.32 – <i>Despacho caso a) / despacho caso b)</i>	86
TABELA 5.33 – <i>Atribuição da influência na reserva para cada barra</i>	88
 SISTEMA TESTE 6 BARRAS	
TABELA A1.1 – <i>Dados das barras</i>	94
TABELA A1.2 – <i>Dados das linhas</i>	95
 SISTEMA TESTE IEEE 30 BARRAS	
TABELA A1.4 – <i>Dados das barras</i>	95
TABELA A1.5 – <i>Dados das linhas</i>	96
 SISTEMA TESTE IEEE 57 BARRAS	
TABELA A1.6 – <i>Dados das barras</i>	97
TABELA A1.7 – <i>Dados das linhas</i>	98
 ANEXO	
TABELA A2.1 – <i>Repartição de custos</i>	102
TABELA A2.2 – <i>Princípio da decomposição</i>	104

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 *Motivação*

Nos últimos anos, o setor de energia elétrica de diversos países vem sofrendo diversas transformações, principalmente no que diz respeito à estrutura dos mercados e novas regulamentações.

No Brasil, assim como na Colômbia, estas transformações já estão sendo implantadas, com a privatização de parte de seu sistema elétrico (geração e distribuição). O principal objetivo, dentro da idéia central do processo de privatização, é promover a eficiência econômica mediante a competição [13].

Apesar das vantagens atribuídas ao processo de desregulamentação, um grande número de problemas está relacionado à operação das redes de energia elétrica nessas condições. Um desses problemas diz respeito à impossibilidade de operar determinados geradores do sistema de potência numa forma considerada ótima em termos de custo, devido aos problemas do congestionamento no sistema de transmissão (limites de fluxo de potência das linhas de transmissão, limites na magnitude das tensões nas barras, etc.) [17].

O acesso à rede de transmissão limitado por problemas de congestionamento faz com que os geradores eficientes não possam ser despachados plenamente, ocasionando com isto incrementos nos custos

operativos do sistema, o qual se traduz na perda da meta principal do novo esquema que, conforme citado anteriormente, é alcançar eficiência econômica.

Desta maneira, o sistema de transmissão desempenha um papel fundamental no funcionamento satisfatório dos novos mercados de energia. É ele que permite que os geradores mais eficientes supram a demanda, de modo que o consumidor final tenha acesso a um produto com custo reduzido [4, 5].

Outro problema importante diz respeito à necessidade de prover os serviços fundamentais para garantir a correta operação dos sistemas, de forma a ocasionar uma transferência de potência segura entre geradores e cargas, e a dotar o produto da energia elétrica de uma qualidade satisfatória. Estas atribuições são denominadas *Serviços do Sistema*. Dentro deste grupo de serviços, no presente trabalho uma ênfase especial é dada aos chamados "*Serviços Ancilares*", dos quais fazem parte a atribuição de sobre-custos e perdas aos participantes do mercado de energia, por problemas de congestionamento [15].

1.2 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma metodologia para a alocação dos custos de congestionamento do sistema de transmissão, sob o novo esquema do mercado, levando em conta não apenas os fluxos de potência ativa como também considerando o efeito das perdas e dos fluxos de potência reativa.

O problema de congestionamento considerado no trabalho proposto diz respeito à limitação da capacidade de transporte da rede, seja pela violação do limite de fluxo de potência de algum circuito, ou por eventuais aspectos relacionados à rede de transmissão que impeçam a transferência de potência num nível satisfatório.

Neste sentido, é inicialmente feita uma análise da influência do congestionamento no sobre-custo operativo do sistema. À seguir, provê-se uma metodologia que possibilita a alocação do sobre-custo resultante do congestionamento e das perdas, levando em conta o modelo não linear da rede elétrica, ou seja, não só a parte relacionada à potência ativa como também os fluxos de potência reativa.

A alocação dos sobre-custos incorridos na operação do sistema é feita via modelo de alocação de custos da Teoria de Jogos Cooperativos de Aumann–Shapley [25, 28]. Este modelo é baseado em custos marginais, os quais são bastante adequados a ambientes econômicos competitivos [11, 23]. A metodologia desenvolvida na determinação dos custos de congestionamento e da divisão das perdas é baseado na solução de um Fluxo de Potência Ótimo, no qual dispõe-se dos multiplicadores de Lagrange, que correspondem às variáveis duais ou custos marginais da solução. Portanto, as técnicas de otimização são necessárias e de extrema importância para a aplicação da metodologia de Aumann–Shapley no presente caso, porque fornecem os custos marginais, necessários para o desenvolvimento da metodologia proposta de alocação.

O estudo realizado é uma extensão da metodologia proposta em [11]. Propõe-se no presente trabalho, o desenvolvimento de uma estratégia para analisar o problema de congestionamento do sistema de transmissão (sob o ponto de vista de limites de fluxo de potência nas linhas), considerando aspectos tais como:

- O modelo não linear das equações da rede elétrica em regime permanente;
- As perdas de potência ativa no sistema de transmissão;
- A distribuição de potência reativa gerada.

1.3 *Estrutura da Dissertação*

A presente monografia inicia com uma apresentação geral no Capítulo 2, das novas estruturas dos mercados elétricos sob competição, salientando aspectos fundamentais relacionados com o congestionamento. Inclui-se também neste capítulo uma breve descrição dos Serviços Ancilares, apontando a sua importância dentro da qualidade no fornecimento dos serviços de energia.

No Capítulo 3, é feita uma introdução ao problema do congestionamento, definindo-se os principais conceitos utilizados nos capítulos subseqüentes para o estabelecimento da metodologia proposta. Apresenta-se também, o manejo do congestionamento para os modelos de mercado mencionados no Capítulo 2. Ênfase especial é dada ao modelo de mercado *Pool*, objetivo de estudo nesta dissertação, dado que este modelo foi adotado para os mercados brasileiro e colombiano.

O Capítulo 4, contém a apresentação da metodologia proposta para a administração dos sobre-custos operativos devido a congestionamento e perdas, a qual é baseada na Teoria de Jogos Cooperativos de Aumann-Shapley.

No Capítulo 5, são apresentados os resultados numéricos da aplicação da metodologia proposta. Inicialmente se analisa o problema do congestionamento e das perdas tomando como exemplo um sistema teste de 6 barras para ilustrar os conceitos e a metodologia desenvolvida. Para este sistema teste é apresentada uma aplicação da metodologia proposta no que diz respeito ao problema da reserva de potência ativa. Finalmente são apresentados os resultados obtidos das simulações realizadas com os sistemas-teste de 30 e 57 barras do IEEE.

O Capítulo 6 sumariza as conclusões referentes ao trabalho, assim como também as propostas para desenvolvimento de futuros trabalhos.

No Anexo 1 são apresentados os parâmetros referentes aos sistemas testes utilizados no presente trabalho.

No Anexo 2 é apresentada a regra de repartição de custos de Aumann-Shapley (AS), baseada no desenvolvimento matemático apresentado em [11, 23].

CAPÍTULO 2

Mercados de Energia em Ambiente Competitivo

2.1 Os Agentes do Mercado

A função da produção de energia é desempenhada pelos **agentes geradores**, e caracteriza-se por ser aberta à competição e portanto não regulada economicamente. Enquadram-se neste segmento os geradores, que até então pertenciam às empresas *verticalizadas*, os produtores independentes de energia e as plantas de cogeração.

A função do transporte da energia é desempenhada pelos **agentes de transmissão e distribuição**, sendo necessário que estes ofereçam o livre acesso a todos os agentes do mercado de forma não discriminatória. Embora fisicamente o papel fundamental da transmissão e distribuição seja o de conectar os produtores aos seus consumidores, no novo contexto da indústria de energia a transmissão e a distribuição cumprem o importante papel de promover a eficiência econômica da indústria como um todo, permitindo que os geradores mais eficientes possam disponibilizar toda a sua produção sem qualquer tipo de restrição [17,18].

Os sistemas de transmissão e distribuição constituem monopólios naturais e portanto devem ser regulados técnica e economicamente. Isto significa que os preços dos serviços prestados por estes agentes devem ser calculados de forma a cobrir os custos totais requeridos pelo provimento dos serviços que basicamente

correspondem à recuperação dos custos de capital, operação e manutenção [3,14].

Neste novo modelo, o **agente consumidor** pode escolher a companhia comercializadora de sua preferência, a qual fará o seu suprimento de energia, independente da companhia que lhe presta o serviço de distribuição. Os clientes atendidos pela rede de distribuição pagam encargos de uso do sistema de transmissão e distribuição, como também as perdas que causam ao sistema e os serviços necessários que visam garantir qualidade do suprimento.

O **agente comercializador** é responsável pelas transações comerciais do mercado, podendo esta atividade ser exercida em conjunto com a atividade de distribuição. Os contratos de compra e venda de energia podem ser efetuados nas seguintes formas [14]:

- Contratos bilaterais entre comercializadores de energia e geradores, com preços acertados livremente;
- Contratos bilaterais entre comercializadores de energia, com preços acertados livremente;
- Através do mercado *spot*, com preços que reflitam o custo marginal do sistema.

O **Operador do Sistema** realiza uma atividade essencial para o perfeito desenvolvimento do mercado de energia elétrica, tendo como função principal garantir o funcionamento do sistema eletro-energético em conformidade com os padrões de qualidade e confiabilidade estabelecidos [2, 13]. Adicionalmente, o Operador do Sistema deverá utilizar os recursos do sistema da melhor forma possível, de modo a garantir uma operação ao mínimo custo. No sistema brasileiro, esta atividade é desenvolvida pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) [14].

O **agente regulador** tem como atribuição fixar preços e padrões de qualidade, estimulando a eficiência econômica da indústria, evitando abusos na estrutura de custos do sistema [2, 14]. No sistema brasileiro, esta atividade é desenvolvida pela Agência Nacional Energia Elétrica (ANEEL) [14].

2.2 Modelos de Mercados Elétricos

Duas estruturas básicas de mercado, propostas e amplamente discutidas pela California Public Utilities Commission (CPUC)¹, para alcançar a reestruturação e implementação da livre competição nos mercados elétricos têm emergido em termos de estruturas institucionais e do nível de controle [1]. Estas correntes têm sido formadas em torno de um modelo que permite o livre arranjo de transações entre geradores e cargas e que é baseado nos custos de alocação do sistema propostos pelo chamado "*Modelo Bilateral*".

Um segundo modelo estabelece a necessidade de um controle centralizado dos recursos do sistema e é baseado no preço nodal, formando o chamado "*Modelo Pool*". Existe ainda um terceiro modelo, resultante da combinação dos dois anteriores o qual não foi implementado na sua plenitude, dada a complexidade que ele envolve; este é o chamado "*Modelo Pool/Bilateral*" [5, 14, 17].

2.2.1 Modelo Bilateral

Este modelo se baseia na premissa de que a livre competição entre os agentes do mercado é a melhor estratégia para se obter eficiência econômica. Em

outras palavras, o modelo Bilateral proporciona aos clientes (consumidores) a oportunidade de “*acesso direto*” à seleção dos fornecedores (produtores) [5, 17].

Neste modelo, os produtores e os consumidores pactuam independentemente transações de potência e seus termos financeiros (transações bilaterais) são estabelecidos através de contratos, tornando-se então variáveis de decisão do processo de operação. A eficiência econômica é promovida pelos clientes selecionando o gerador com menor custo operativo.

As características especiais das redes elétricas introduzem dois problemas que estão associados a este modelo [3]. O primeiro está relacionado com as restrições na transmissão, os quais podem surgir devido ao fato de que os acordos pactuados nas transações não consideram as características da rede. Isto requer a existência de algumas formas de coordenação, para manter a segurança do sistema e alcançar o uso mais eficiente do sistema de transmissão levando em conta suas restrições.

O segundo problema é relacionado com as perdas no sistema de transmissão. As perdas na rede de transmissão são dadas em função dos acordos (porcentagem da energia comercializada) realizados nos contratos. Logo os acordos não são realmente independentes se forem levadas em conta as perdas. Estes dois problemas podem ser considerados como externalidades² nos quais, em décadas anteriores, foram incorporadas nos despachos [3, 5].

Neste modelo, são criadas entidades conhecidas como *Coordenadores de Despacho* (CD's), que são encarregadas de fechar o balanço entre os geradores e as cargas. Casos de congestionamento no sistema de transmissão são resolvidos

¹ The CPUC Order Instituting Rulemaking as the “Blue Book”(R.94-04-031& I.94-04-032) was issued in April,1994. The CPUC decision(95-12-063) describing the restructuring plan was issued on December 20, 1995 and modified in D. 96-01-009, January 10, 1996.

² Considera-se como externalidade, aquelas ações de um agente que afetam o entorno (custo/benefício) de outro agente.

modificando-se minimamente os contratos já fixados. Este processo é geralmente executado pelo Operador do Sistema.

A implementação de um mercado de energia elétrica puramente *Bilateral* ainda não foi concretizado em nenhum país. Entretanto há composições deste tipo de mercado com o modelo *Pool*, tal como o mercado elétrico na Califórnia [4, 5, 17].

2.2.2 Modelo Pool

Este modelo de mercado é motivado pela necessidade de refletir as características especiais da rede dentro do processo das transações. O objetivo é obter o mínimo custo de operação, despachando os geradores disponíveis por *ordem de mérito*, de acordo com os preços ofertados por estes, até atender a carga total do sistema. O conceito da “*localização*”, visando refletir as características da rede, do Modelo *Pool* é baseado na Teoria do Preço Nodal Spot [5, 6].

Este modelo depende de um Operador Central, o qual recebe preços e quantidades ofertadas dos geradores, seleciona a fonte mais eficiente satisfazendo as restrições e fazendo cumprir os pagamentos acordados nas transações pelos provedores e clientes. Os preços que governam estes pagamentos são baseados no preço apresentado pelo gerador na oferta e no ajuste feito pelo operador do *Pool*. Este ajuste é realizado para refletir a “*localização*”, em termos das suas contribuições nas perdas do sistema e congestionamentos na rede [5].

Neste modelo, existe uma tendência de se atribuir preços de serviços mais elevados para os clientes do que para os produtores (como será apresentado no Capítulo 3), resultando num excedente de receitas para o operador do *Pool* (as

cargas pagam mais que as receitas que recebem os geradores) [5]. Estas diferenças (excedentes) são usadas em acordos financeiros, denominados “*Capacity Rights*” ou “*Transmission Congestion Contracts*”, estabelecidos para reduzir o risco da volatilidade de preços no mercado *spot* e os riscos associados aos investimentos em geração [3,5].

Outra forma de aplicação destas quantias é usar os excedentes como parte do pagamento dos encargos fixos pelo uso da rede de transmissão ou para investir em ampliações desta que eliminem ou reduzam os congestionamentos [3, 5, 16]. Uma característica importante do Modelo *Pool* é que toda transação entre os produtores e os consumidores deve ser feita através do operador do *Pool* e não diretamente entre eles como é o caso do modelo *Bilateral* [2].

No Brasil devido às características eminentemente hidráulicas do sistema de geração, com forte acoplamento entre as unidades, tem-se adotado para a operação o regime denominado “*Tight-Pool*”. Neste regime, todos os contratos e a energia comercializada no mercado a curto prazo são despachados de forma centralizada, segundo critérios econômicos e de segurança. Desta forma, os contratos de compra e venda de energia não se traduzem necessariamente em transações físicas de potência com valores iguais aos previstos pelos acordos comerciais. Entretanto as transações de potência são uma realidade no sistema brasileiro atualmente [12].

Devido à liberdade para a elaboração das ofertas, no modelo *Pool*, os geradores criam suas próprias estratégias de negócios, as quais não necessariamente refletem os verdadeiros custos de produção [3]. Portanto, é preciso elaborar mecanismos de mercado de modo a incentivar os agentes a ofertarem preços que sejam mais próximos de seus custos reais. Basicamente, identificam-se dois mecanismos, descritos a seguir, que permitem fornecer tais incentivos [14].

2.2.2.1 Preço Marginal do Sistema (PMS)

Neste esquema, todos os geradores despachados por mérito são pagos ao preço marginal do último recurso despachado, calculado a partir de um despacho determinado sem considerar as restrições de transmissão e as ofertas individuais de cada unidade geradora [11]. Este processo é semelhante a um leilão não discriminatório, já que todos os geradores despachados são remunerados ao mesmo preço com o qual provêm incentivos para que os agentes do mercado criem estratégias nas oferta de preços, próximos a seus verdadeiros custos como forma de garantir que serão despachados no mercado *spot*. O modelo *Pool* do Reino Unido é um exemplo deste esquema de mercado [2].

A fixação de um preço único pode resultar no fornecimento de sinais incorretos para a localização de novas usinas no sistema. Considerando que todos os geradores despachados são remunerados ao mesmo preço (PMS), a localização geográfica destes geradores é irrelevante.

Como forma de compensar esta deficiência, torna-se necessária a implementação de outros mecanismos de sinalização tais como separar o sistema por zonas e apresentar preços para estas zonas de uma forma aproximada, visando corrigir o preço da energia, levando em conta o congestionamento e a divisão das perdas do sistema [4, 14].

2.2.2.2 Preços Nodais

Nesta estratégia de pagamento, o objetivo é fazer com que os valores da energia em cada ponto do sistema reflitam as características dos sistemas de transmissão. O enfoque nodal está baseado nos preços ótimos das barras, os quais são obtidos através das variáveis duais (Multiplicadores de Lagrange)

disponíveis da solução de um Fluxo de Potência Ótimo (FPO) realizado por um participante que tem total conhecimento do sistema.

Este enfoque é discriminatório, pois os geradores são remunerados de forma desigual, dependendo da sua localização no sistema. Os preços são mais altos nas barras de carga que nas barras de geração, como foi mencionado anteriormente. Estas diferenças de preços resultam em um excedente de remuneração, o qual se deve às restrições e perdas do sistema de transmissão [5, 7, 14].

2.2.3 Modelo Pool / Bilateral

Este esquema de mercado permite aos agentes a definição das transações de forma livre através dos contratos bilaterais, bem como competir através de ofertas no *Pool*. As duas correntes se encontram presentes na mesma estrutura de mercado, mas atuam de forma independente, como é o caso do modelo de mercado da Califórnia, onde é possível encontrar a coexistência destas duas correntes.

Se de um lado esta estrutura de mercado é complexa, por outro lado é aquela que permite maior flexibilidade e liberdade para os agentes do mercado. Este modelo é um passo intermediário da implementação de um modelo de mercado baseado em contratos bilaterais [1, 11, 18].

2.2.4 Modelo *Poolco*

O novo modelo para avaliação e operação de mercados *Pool*, sob acesso livre na transmissão é conhecido como modelo *POOLCO* [3, 4, 10]. A característica principal do modelo *Poolco* são os preços *spot* da eletricidade, assim como a livre competição entre os geradores para atender seus clientes. Os preços da potência gerada variam de acordo com a localização do gerador e visam refletir, dentre outros aspectos, as perdas que ocorrem como resultado de suprir potência a uma barra, assim como também o despacho fora da *ordem de mérito* requerido na presença do congestionamento [3].

A implementação da operação do modelo *Poolco*, assim como outros planos para a determinação do preços *spot* continuam sendo áreas de pesquisa [7, 8]. Entretanto, mudanças significativas não só na operação como também no planejamento de sistemas ocorreram com a adoção deste modelo.

O termo *Poolco* indica uma companhia regulada, cujas responsabilidades são para atuar similarmente a um Operador Independente do Sistema (ISO), realizando despachos e faturamento responsáveis para os participantes no mercado [3].

Uma descrição simplificada de alguns procedimentos relacionados à operação *Poolco* correspondente a um despacho do curto prazo [10] é mostrada a seguir:

- **Oferta:** geradores (fornecedores) e clientes (consumidores) submetem para o *Poolco* os preços e quantidades ofertadas da potência elétrica.
- **Compromissos:** o *Poolco* considera as ofertas e determina quais os participantes que poderão ser despachados no próximo intervalo.

- **Despacho:** usando a informação das ofertas, o *Poolco* determina o despacho econômico de menor custo via Fluxo de Potência Ótimo, para a operação do sistema de transmissão durante o próximo intervalo e calcula os preços *spot* da potência para cada barra do sistema. O preço da potência (ativa e reativa) é decomposto em dois componentes: um que representa o custo da geração e perdas do sistema e outro que representa o congestionamento no sistema de transmissão.
- **Encargos:** todos os geradores despachados são pagos ao preço *spot* e todas as cargas pagam sua potência consumida ao preço *spot*.
- **Balanço:** a diferença entre o despacho original e a geração e o consumo atuais é calculada depois que ocorrem os pagamentos, baseado no re-cálculo dos preços *spot*.

2.3 Serviços Ancilares

Num passado recente, não havia distinção entre os serviços realizados em sistemas desregulamentados. Contudo, em diversos países observou-se a necessidade de decompor as tarefas desde a geração até a distribuição em serviços primários e secundários, propondo para cada um destes serviços, alternativas de execução, requisitos técnicos, aspectos da segurança, e deixando em aberto alguns aspectos referentes a tarifação e regulação. O objetivo desta decomposição é fornecer sinais adequados para se alcançar o mínimo custo do serviço [1, 31].

Na reestruturação dos serviços de energia elétrica, os aspectos relacionados aos serviços secundários (ou complementares) requerem uma definição mais precisa. Por esta razão, diversas alternativas com respeito a estes aspectos têm sido propostas para tornar mais eficientes e competitivos os mercados de energia

elétrica. Uma destas alternativas é referente à formação dos Mercados de Serviços Ancilares [15]. Os serviços relacionados a este tipo de mercado são utilizados por todos os participantes do mercado de energia elétrica, isto é, os geradores, os transmissores, os distribuidores e os consumidores.

Em outros países, há alguns anos atrás, foram implementados mercados de serviços ancilares considerando apenas alguns destes serviços [2], por exemplo, o despacho de reativos, a regulação da frequência, *black start*³, e a definição da margem de operação.

2.3.1 Descrição dos Serviços Ancilares

Os serviços ancilares são complementos considerados imprescindíveis para se alcançar uma especificada qualidade no suprimento de energia elétrica. Estes serviços visam basicamente a manutenção da frequência e da magnitude da tensão dentro das tolerâncias especificadas em regime normal de operação, bem como durante mudanças súbitas da condição de operação do sistema [32].

O North American Electric Reliability Council (NERC) define os serviços ancilares como: "Os serviços requeridos no sistema que permitem as áreas de controle e entidades de compra-venda operar de forma confiável" [37]. Estes serviços, que eram normalmente executados pelas empresas de energia elétrica verticalmente integradas, passaram a ser ministrados separadamente por fornecedores qualificados. O número desses serviços, identificado por vários setores da indústria elétrica, é elevado e como alguns exemplos pode-se citar [31, 37]:

³ Consiste em prover energia suficiente ao processo de partida das unidades geradoras a fim de garantir seu serviço primário.

- *Regulação da frequência*: Consiste na provisão de mecanismos de controle e capacidade de geração para corrigir a frequência do sistema como resultados dos desbalanços entre a carga e a geração.
- *Suporte dinâmico da tensão*: Diz respeito à provisão de serviços de regulação da tensão para ajustar dinamicamente gerações e cargas, com o propósito de manter um perfil de tensão aceitável.
- *Corte automático de carga*: É relativo à provisão de mecanismos de controle e despacho de cargas para a recuperação do sistema ante reduções abruptas na geração ou incrementos rápidos na demanda.
- *Gerenciamento pelo lado da demanda*: Consiste na provisão de mecanismos de controle e cargas que podem ser programadas para balancear a demanda, cumprindo os requisitos de confiabilidade.

Existem outros serviços que são amplamente conhecidos e que poderiam ser mencionados, por exemplo: o suprimento das perdas; o suporte de reativos; a definição dos diferentes tipos de reserva; o despacho da transmissão, administração do congestionamento, etc. [33, 37].

Alguns destes serviços, como controle tensão-frequência, podem ser negociados diretamente entre os usuários e qualquer fornecedor qualificado. Outros tipos de serviço, como por exemplo suporte de reativos, provisão de perdas e definição de tipos de reservas, são responsabilidade das entidades de transmissão, que devem adquirir estes serviços e repartir os custos correspondentes entre os usuários da transmissão [15].

2.4 Conclusões

O principal objetivo da reestruturação da indústria de energia elétrica é a introdução da competição na geração e na comercialização, obtida através do livre acesso ao sistema de transmissão.

A tarefa desenvolvida pelo sistema de transmissão torna-se fundamental na implementação dos novos mercados de energia. É este componente do sistema que possibilita aos geradores mais eficientes alcançar o mercado, de modo que o consumidor final tenha acesso ao produto com menor custo.

A reestruturação do setor elétrico trouxe consigo não apenas a criação de novas estruturas de mercado, assim também como a criação de novos agentes com funções e responsabilidades. As novas estruturas de mercados têm implementado mecanismos para a separação dos serviços do sistema e o produto da energia elétrica como forma de obter um alto nível de competição no fornecimento da energia elétrica e garantir o livre acesso ao sistema de transmissão.

Duas correntes básicas sob competição nos mercados de energia elétrica têm aparecido como novos modelos: o modelo *Pool* e o modelo *Bilateral*. Outros modelos tem sido propostos, os quais são resultado de combinações ou pequenas variações das duas correntes básicas mencionadas.

Os serviços ancilares formam parte dos chamados "Serviços do Sistema", os quais em ambientes com competição na geração e regulamentação da transmissão, são necessários de modo a viabilizar a operação eficiente e segura do sistema de potência e garantir que os acordos pactuados nos mercados de energia sejam cumpridos.

CAPÍTULO 3

O Problema de Congestionamento

3.1 Introdução

A reestruturação das concessionárias de energia elétrica resultou em diversas mudanças na forma de operar o sistema. Dentre essas modificações, uma das principais é aquela relativa ao acesso livre ao sistema de transmissão visando promover a competição entre os agentes produtores. É desejável que este acesso seja manejado de forma aberta, eqüitativa e não discriminatória, o que tem sido conhecido como “*Acesso Aberto à Transmissão*” [3, 5]. Nestas condições, é necessária a existência de um agente conhecido como Operador Independente do Sistema ou Operador do Sistema de Transmissão (Transmission System Operator), o qual tem como uma das suas principais funções controlar e operar o sistema de transmissão, incluindo os despachos dos geradores para atender a demanda, levando em consideração os requisitos de eficiência que satisfaçam os serviços de transmissão. As funções do operador do sistema variam dependendo da estrutura de mercado, porém de uma forma geral podem ser divididas nos seguintes serviços [13]:

- planejamento do sistema;
- administração dos mercados de energia;
- planejamento da operação (programação);
- estudos de operação em tempo real do sistema (despachos);
- informações e comunicações.

Dentre os vários fatores inerentes ao acesso aberto à rede de transmissão, dois podem ser citados: o congestionamento e as perdas nas linhas de transmissão da rede elétrica.

O congestionamento implica em restrições na distribuição de potência gerada, seja pelo alcance do limite de fluxo de potência de uma ou mais linhas de transmissão ou do limite de magnitude da tensão em uma ou mais barras do sistema. Isto impõe limitações na transmissão de potência ao longo da rede, freqüentemente impedindo que unidades com baixo custo de geração sejam despachadas, ou mesmo que transações de energia acordadas previamente sejam realizadas [3, 4, 5]. Em outras palavras, o congestionamento implica em que despachos de geração *fora de mérito* sejam realizados, resultando numa distribuição de potência que não satisfaz os requisitos de otimalidade econômica [3].

Outro aspecto do acesso ao sistema de transmissão diz respeito às perdas nos elementos de trânsito de potência.

Cuervo e Galiana, na referência [41], mostram que as perdas correspondentes a cada transação são dependentes do caminho utilizado e da ordem na qual as transações são implementadas. A contribuição de cada transação é calculada através de uma equação diferencial, que utiliza coeficientes diferenciais para o cálculo das perdas incrementais. A integração é feita através da resolução do fluxo de potência em cada intervalo; o processo continua até que o ponto de operação é atingido.

No trabalho da referência [42] de Moyano, apresenta um estudo sob seis diferentes abordagens utilizadas na atribuição às transações bilaterais, das perdas de potência ativa nas linhas de transmissão. Em geral, as perdas de potência ativa são determinadas após o despacho, não existindo uma metodologia consagrada de atribuição destas às transações bilaterais.

Em geral, cada transação de potência inclui implicitamente as perdas na rede de transmissão, as quais podem ser medidas ou calculadas. Sua alocação entre os agentes consumidores entretanto, é um problema não trivial [10, 17, 41].

No Capítulo 4, deste trabalho, apresenta-se uma proposta para a alocação das perdas no sistema de transmissão baseada na Teoria dos Jogos Cooperativos de Aumann-Shapley.

3.2 Cálculo de Tarifas na Transmissão de Energia Elétrica

A tarifa da transmissão de energia, calculada com base no preço nodal ótimo [24] obtido através das variáveis duais disponíveis da solução de um Fluxo de Potência Ótimo, incorpora o custo marginal de geração, o custo marginal das perdas e o custo de oportunidade resultante do congestionamento [3, 6, 10, 19], isto é:

$$\lambda_k = PMS_{b1} \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_k}\right) + T_C \quad (3-1)$$

onde a *barra 1* é assumida como barra de *folga*, e o índice *k* indica todas as outras barras do sistema.

- Se todas as plantas geradoras e as cargas estão localizadas numa mesma área, o despacho das unidades geradoras pode ser realizado considerando apenas seus custos de geração, na ordem de menor a maior custo, similarmente ao despacho econômico em barra única. Neste caso, o preço nodal será igual para todas as barras (PMS) e igual ao preço marginal da barra de folga, conforme expresso na equação 3-2.

$$\lambda_k = PMS_{b1} \quad (3-2)$$

- Se as plantas estão localizadas em diferentes áreas, é necessário usar efetivamente a rede de transmissão, e conseqüentemente as perdas de potência afetam o despacho econômico. Neste caso, o preço nodal da barra k será computado como:

$$\lambda_k = PMS_{b1} \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_k}\right) \quad (3-3)$$

onde o termo $\frac{\partial P_L}{\partial P_k}$ é conhecido como fator das perdas incrementais [22].

- Adicionalmente, dependendo da localização dos geradores e das cargas, pode ocorrer o congestionamento do sistema de transmissão. Neste caso, o preço nodal da barra k será dado pela expressão (3-1).

$$\lambda_k = PMS_{b1} \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_k}\right) + T_c \quad (3-1)$$

onde o termo T_c representa a parcela do preço nodal devida ao congestionamento.

O congestionamento, visto como um fator de restrição na transferência de potência entre duas barras, pode ser resultante de duas causas:

- ✓ A primeira é o alcance do limite de fluxo de potência em linhas de transmissão, geralmente expresso em *MVA* ou *MW*, o qual está relacionado diretamente com as características físicas da linha.

Mudanças na geração ou na carga ocasionam variações no fluxo de potência das linhas de transmissão. Se uma ou mais linhas atingem os limites de fluxo de potência, a distribuição da geração também será afetada, o que pode impedir que geradores com custo mais baixo sejam despachados livremente. Portanto, para se estimar o preço nodal com precisão é necessário calcular o sobre-custo devido ao congestionamento [3, 16].

- ✓ A segunda fonte de congestionamento diz respeito às restrições na magnitude de tensão nas barras. Em operação normal ou sob contingências, os limites de tensão nas barras definem faixas de operação que podem indiretamente restringir os fluxos de potência nas linhas de transmissão, mesmo que estas não estejam operando na sua plena capacidade. Similarmente ao caso anterior, isto afeta a distribuição de potência gerada impedindo que unidades de baixo custo sejam eficientemente despachadas.

As restrições de magnitude da tensão demandam uma atenção especial porque estão diretamente relacionadas sobretudo à distribuição de potência reativa. Se estas restrições não são consideradas, a atenção é concentrada apenas nos fluxos de potência ativa. Porém, as perdas de potência nas linhas de transmissão dependem do nível de tensão do sistema e têm um efeito (mesmo secundário) sobre o custo de geração, não podendo portanto deixar de serem levadas em conta.

3.3 Aspectos do Congestionamento

Os principais aspectos que devem ser levados em conta no manejo do congestionamento [8, 13]:

- o uso eficiente da rede de transmissão;
- o estabelecimento de preços estáveis e previsíveis;
- a prevenção de qualquer discriminação entre os participantes do mercado;
- a minimização da intervenção do Operador do Sistema no mercado de energia;
- o uso de um critério de controle do congestionamento bem definido e justo para os participantes do mercado.

3.4 Congestionamento no Modelo Pool

O procedimento do despacho por *ordem de mérito* no mercado *Pool* envolve o despacho das unidades geradoras disponíveis com base nas suas curvas de custo. É possível considerar o procedimento de despacho no mercado *Pool* com competição nos geradores, de forma muito similar ao mecanismo de despacho de potência sobre a operação corrente, substituindo-se as curvas de custo pelos preços ofertados [5]. Neste sentido, este problema é conceitualmente similar ao problema do despacho tradicional, utilizado com sucesso há muito tempo. Entretanto, diferente das curvas de custo, que são conhecidas a priori, os preços das ofertas podem variar de acordo com as estratégias de negócios do produtor e não necessariamente refletir os verdadeiros custos de produção.

A minimização das diferenças que podem resultar desta discrepância entre preços ofertados e custos reais de produção, requer o uso de mecanismos que incentivem os produtores a ofertar preços em concordância com seus custos reais de produção [3, 5 17]. Conforme foi mencionado no Capítulo 2, os mecanismos que permitem fornecer tais incentivos são a fixação de preços via preço marginal e o mecanismo de preço nodal. A seguir é apresentada uma estratégia de manejo do congestionamento relativa a estes dois tipos de mecanismo.

3.4.1 Via Preço Marginal do Sistema

Nesta estrutura de mercado, todos os geradores despachados por ordem de mérito são vinculados ao PMS, calculado a partir de um despacho irrestrito (sem as restrições de transmissão). O tratamento do problema de congestionamento é realizado de acordo com um enfoque zonal sendo necessário calcular o preço marginal do sistema para cada uma das zonas, com modelos que considerem apenas limites de intercâmbio entre as diferentes zonas [11, 14].

Por facilidade de exposição, neste trabalho serão assumidos todos os sistemas como constituintes de uma única zona.

O sistema de 3 barras da Figura 3.1, transcrito de [5], é utilizado para explicar a metodologia de manejo de congestionamento relativo ao modelo *Pool* [3, 5, 19].

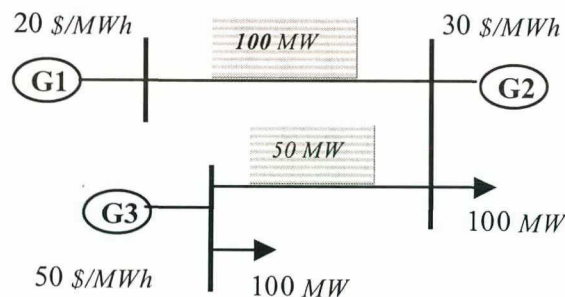


Figura 3.1 - Sistema teste 3 barras

A Figura 3.1, amostra um sistema simples de 3 barras, no qual são fornecidos: os custos ofertados pelos geradores e o valor do carregamento do sistema, definido para efeito da análise do congestionamento. Limita-se o fluxo de potência ativa nas linhas que interligam as barras 1 - 2 e 2 - 3 em 100 MW e 50 MW, respectivamente. Os outros dados do sistema (parâmetros das linhas, limites operativos dos geradores, etc.) são omitidos. Também não são levadas em

conta as perdas de qualquer tipo assim como a distribuição de potência reativa, já que o objetivo do exemplo é mostrar de forma didática a metodologia de cálculo do congestionamento para um modelo de mercado *Pool*.

No **despacho irrestrito**, no qual os limites são desprezados para que não haja congestionamento, toda a carga é suprida pelo gerador **G1** (que apresenta o menor custo de oferta), resultando este despacho num custo total de operação de 4000 \$/h \leftrightarrow (200 MW * 20 \$/MWh). O preço marginal do sistema (PMS) é fixado pelo gerador 1 (20 \$/MWh), em concordância com a equação 3-2.

No **despacho restrito**, no qual os limites são considerados, as restrições de transmissão são ativas e um novo despacho deve ser realizado para que a carga seja suprida a despeito do congestionamento. Este redespacho o qual aumenta o custo de operação do sistema, nesta situação corresponde a:

Gerador 1 \rightarrow 100 MW

Gerador 2 \rightarrow 50 MW

Gerador 3 \rightarrow 50 MW

Os preços marginais para as barras são respectivamente

$$\lambda_1 = 20 \text{ \$/MWh}$$

$$\lambda_2 = 30 \text{ \$/MWh}$$

$$\lambda_3 = 50 \text{ \$/MWh}$$

O sobre-custo operativo pode então ser calculado mediante o chamado processo de reconciliação da seguinte forma [11, 14]:

Tabela 4.1 – Sobre-custo operativo

Geradores	Potência Gerada Despacho Restrito, (P_g^R), MW	Potência Gerada Despacho Irrestrito, (P_g^I), MW	Custo Marginal no problema Restrito, (λ_R), \$/MWh	Sobre-custos, \$/h ($P_g^R - P_g^I$) $\cdot\lambda_R$
G 1	100	200	20	-2000
G 2	50	0	30	1500
G3	50	0	50	2500
Total sobre-custo operativo, \$/h				2000

O sobre-custo operativo calculado desta maneira é uma característica de mercados como o da Colômbia e o do Brasil, países que adotaram o mercado de energia elétrica do Reino Unido como modelo [11]. O sobre-custo operativo pode também ser calculado através da função objetivo do problema de minimização. Neste caso, considera-se que cada gerador despachado é remunerado pelo seu preço de oferta [14].

O sobre-custo operativo na situação descrita, não é devido unicamente aos recursos fora de mérito despachados para alívio do congestionamento. Nele estão incluídos todos os recursos despachados durante a operação do sistema com preço de oferta superior ao PMS [2, 14]. Para o caso em estudo, o congestionamento do sistema é devido unicamente à limitação na capacidade das linhas do sistema.

Um dos principais problemas da fixação de preços via custos marginais tem sido a alocação dos custos de congestionamento. De uma maneira geral, os mercados que têm adotado esta base para o cálculo, resolvem o problema de alocação do sobre-custo às cargas através de mecanismos *pro rata*, onde a parcela de sobre-custo da barra é proporcional a sua demanda, como é o caso do

setor Brasileiro [11, 14],. Porém, de acordo com [11, 23, 27], esta não é a forma justa de repartição do sobre-custo.

É preciso portanto, desenvolver uma metodologia de cálculo e alocação dos custos do congestionamento e das perdas, coerente com a operação do sistema e que reflita as verdadeiras características de uso do sistema de transmissão.

3.4.2 Via Preços Nodais

Neste caso, tanto os geradores como as cargas consideram o preço nodal obtido em cada barra como ótimo. Estes preços refletem as características da rede de transmissão, e correspondem às variáveis duais (multiplicadores de Lagrange) de um FPO. A solução deste problema de otimização, é determinada por um ente do mercado que possui completo conhecimento das ofertas e da característica da rede de transmissão para a administração do congestionamento [3, 5, 19].

Tomando como referência o sistema de 3 barras apresentado Figura 3.1, é possível explicar a metodologia de preços nodais e o tratamento do congestionamento no modelo *Pool*.

Da solução do problema exemplo mostrado anteriormente, a receita paga pela cargas é computada como [5]:

$$P_{d2} * \lambda_2 = 100 \text{ MW} * 30 \text{ \$/MWh}$$

$$P_{d3} * \lambda_3 = 100 \text{ MW} * 50 \text{ \$/MWh}$$

obtendo-se um total da receita das cargas de **8000 \$/h**, enquanto a quantia recebida pelos geradores é calculada como

$$G_1 * \lambda_1 = 100 \text{ MW} * 20 \text{ \$/MWh}$$

$$G_2 * \lambda_2 = 50 \text{ MW} * 30 \text{ \$/MWh}$$

$$G_3 * \lambda_3 = 50 \text{ MW} * 50 \text{ \$/MWh}$$

obtendo-se um total da receita dos geradores de **6000 \$/h**.

O custo do congestionamento pode então ser computado como a diferença entre as receitas paga pela carga e recebida pelos geradores; indicando com isto que o custo de congestionamento é de **2000 \$/h**. Estas diferenças são utilizadas para pagar *contratos de congestionamento* da transmissão, acordos relativos a capacidade da rede etc [3, 5].

Outra forma de calcular o custo de congestionamento neste modelo é através do cômputo dos chamados *encargos por congestionamento* [5, 19], definidos como o produto da sensibilidade das linhas e o fluxo de potência ativa pela linha.

Sensibilidade da Linha $i-j$

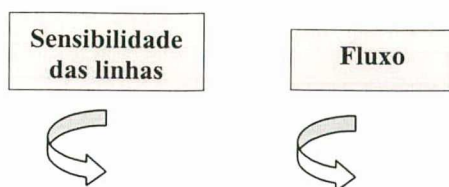
$$\tau_{ij} = \lambda_j - \lambda_i \quad (3-4)$$

Encargo por Congestionamento

$$t_{ij} = (\lambda_j - \lambda_i) * P_{ij} \quad (3-5)$$

A sensibilidade das linhas é calculada como a diferença entre os preços nodais das barras i e j , o qual pode ser interpretado como o custo para transportar potência de uma barra a outra [3].

No exemplo anterior temos:



$$t_{12} = (30 \text{ \$/MWh} - 20 \text{ \$/MWh}) * 100 \text{ MW} = 1000 \text{ \$/h}$$

$$t_{23} = (50 \text{ \$/MWh} - 30 \text{ \$/MWh}) * 50 \text{ MW} = 1000 \text{ \$/h}$$

O que indica que o custo do congestionamento é **2000 \$/h** em concordância com o valor computado anteriormente.

3.5 Congestionamento no Modelo Bilateral

O modelo Bilateral, assume que os participantes do mercado podem realizar suas transações sem contar com a intervenção de um agente de controle central [5].

No caso de congestionamentos no sistema de transmissão, este problema é resolvido modificando-se minimamente os contratos já fixados. Este processo é geralmente executado pelo Operador do Sistema [5].

3.6 Congestionamento no Modelo Pool / Bilateral

Apesar de ser uma estrutura de mercado muito complexa, este é o tipo de mercado que permite uma maior flexibilidade e liberdade para os agentes do mercado.

Os programas de geração elaborados através do mercado *spot* e pelos *Coordenadores do Despacho*, CD's; são enviados ao Operador do Sistema.

Em caso de congestionamento do sistema de transmissão, o Operador do Sistema redespacha as unidades geradoras visando aliviar o congestionamento de acordo com as regras estabelecidas para a administração deste serviço [11, 14].

3.7 Conclusões

Duas características básicas dos sistemas elétricos de potência devem ser consideradas no acesso aberto à rede de transmissão: o congestionamento e as perdas.

A abordagem do problema de congestionamento está fortemente ligada ao esquema de mercado sobre o qual está sendo efetuado o estudo.

No manejo do congestionamento devem ser levados em conta objetivos tais como: maximizar o uso eficiente da rede de transmissão e uso de modelos coerentes, em termos de alocação de custos, para os participantes do mercado.

No modelo *Pool*, os geradores são livres na elaboração de suas ofertas. É preciso então, elaborar mecanismos de mercado de modo a incentivar os agentes a ofertarem preços que sejam os mais próximos de seus custos reais. Dois mecanismos básicos permitem fornecer tais incentivos: preços marginais e preços nodais.

Um dos principais problemas da fixação de preços via custos marginais, tem sido a alocação dos custos de congestionamento e perdas

Dois métodos podem ser utilizados no cômputo do congestionamento no mecanismo de preços nodais: um baseado na diferença entre as receitas dos geradores e cargas e outro que utiliza os chamados encargos por congestionamento.

O problema de congestionamento no modelo Bilateral é resolvido, realizando-se pequenas modificações sob os contratos já fixados, tarefa que fica na responsabilidade do Operador do Sistema.

CAPÍTULO 4

A Metodologia Proposta para Alocação dos Custos das Perdas e do Congestionamento

4.1 Introdução

A forma de administração de alguns tipos de *Serviços Ancilares* apresentada nos capítulos anteriores salientou a necessidade de desenvolver mecanismos de alocação do custo de congestionamento e das perdas num esquema de mercado *Pool*.

A prática de repartição de custos é utilizada por organizações de todos os tipos. Por exemplo, várias indústrias repartem o custo de produção entre os diversos produtos; companhias telefônicas repartem os custos dos equipamentos na determinação de cada tipo de ligação (*DDI, DDN, FX, etc*) e empresas de energia elétrica tem de repartir o custo dos serviços de transmissão entre os diversos usuários do sistema [23].

Vários aspectos precisam ser investigados para a solução do problema de alocação dos custos de congestionamento e perdas. Estes relacionam-se com a recuperação do montante exato do custo e a alocação justa das reconciliações de modo a se obter uma repartição final que satisfaça as seguintes características [25]:

- a alocação deve cobrir totalmente o custo do serviço;
- a alocação deve estar baseada no uso real do serviço;
- o método de alocação deve ser viável e de fácil aplicação.

A prática usual na indústria tem sido a adoção de estratégias simples para a alocação dos custos de congestionamento e perdas [39], como é o caso do critério de distribuição *pro-rata*. A desvantagem destes métodos é não alcançar a eficiência econômica; isto é, determinar uma alocação que não exceda os custos de oportunidade dos agentes do mercado ou a sua voluntariedade de pagar por o serviço realmente recebido.

A alocação do custo de congestionamento e das perdas deve resultar em uma repartição justa entre os agentes do mercado. Uma metodologia de alocação de custos pode ser classificada como *teoricamente justificada* (não arbitrária) ou *arbitrária*. Para se justificar teoricamente, uma alocação de custos deve atender basicamente as seguintes propriedades [25, 26].

- Aditividade;
- Monotonicidade;
- Defensibilidade;

A aditividade requer que a soma das partes alocadas represente o custo exato, exigindo que o resultado da repartição do custo seja único (não ambíguo, caracterizado também como unicidade).

A monotonicidade pode ser entendida considerando que sob alguma condição em que o custo total do serviço é incrementado, o custo alocado para os agentes deve permanecer constante ou então aumentar. Do contrário, caso houvesse uma redução de custos para algum agente, este estaria se beneficiando, caracterizando o chamado *subsídio cruzado*.

Para ser *defensível* é requerido provar que para a finalidade de alocação nenhum outro método aditivo e monotônico atribua o custo de serviço de uma forma melhor

Baldwin [25], mostra como o problema de repartição de custos está fortemente relacionado com a Teoria dos Jogos, e pode ser considerado um tipo de “jogo” no qual os custos tem de ser divididos entre diferentes partes de uma organização. Neste problema, deseja-se utilizar um mecanismo de repartição que seja eficiente, justo e que forneça um incentivo à cooperação das várias partes envolvidas, atributos estes que são encontrados na Teoria dos Jogos Cooperativos [29]. Outro aspecto relevante de alocação de custos é o conceito de eficiência econômica. O método de alocação deve atribuir encargos que não excedam os benefícios recebidos pelos agentes, de modo a haver voluntariedade de pagamentos por parte destes agentes [27].

Neste capítulo, mostra-se, para um modelo de mercado *Pool*, como o problema de alocação do custo do serviço de perdas e do alívio de congestionamento pode ser formulado como um *jogo cooperativo*. Isto permite a recuperação do valor exato do serviço e fornece sinais econômicos corretos aos agentes do mercado, refletindo as características da rede.

As principais metodologias de repartição de custo propostas na literatura são [11, 23, 25, 27]:

- aplicação direta dos custos marginais;
- *MW* – milha;
- pro rata;
- método de Aumann-Shapley.

No presente trabalho não são consideradas as três primeiras metodologias. A razão disto é que no trabalho apresentado em [30], Samet e Tauman mostram que a repartição de custos baseada em custos marginais atende os mesmos requisitos satisfeitos pelo método de Aumann-Shapley. De forma semelhante, nos trabalhos de [11, 23], é amplamente discutido e demonstrado que o método de Aumann-Shapley, comparado com os três primeiros métodos, é o único que incorpora os benefícios obtidos pelos agentes do sistema e cumpre as propriedades mencionadas anteriormente.

Respaldados nos trabalhos mencionados anteriormente, pode-se concluir que a metodologia de Aumann-Shapley é justa (comparável), aditiva e sinaliza exatamente a escassez de recursos do sistema, tornando-o um método comprovadamente conveniente à alocação de custos [11, 23 , 30].

4.2 Alocação Via Teoria dos Jogos Cooperativos

Os fundamentos da Teoria dos Jogos Cooperativos foram apresentados no trabalho de Von Neumann e Morgenstern [28]. A aplicação da Teoria dos Jogos tem sido extensivamente usada para a alocação dos custos de diversos serviços [29].

Existe uma série de serviços que não podem ser providos para cada consumidor ou comprador na quantidade exata que ele requer, mas é possível provê-los para um volume de consumidores ou compradores. O problema de como dividir os custos do serviço que são gerados e os pagamentos por um volume de “pequenos” ou ainda, “*infinitesimais*” usuários, encontra-se no domínio da Teoria dos Jogos Cooperativos [29].

O sobre-custo operativo do sistema devido aos serviços de perdas e de congestionamento, pode ser enquadrado dentro do contexto de aplicação da

Teoria dos Jogos Cooperativos, sendo possível aplicar a estes problemas o valor de Jogos de AS.

Nesta monografia é utilizado o desenvolvimento proposto em [11, 23], onde a repartição do valor do custo é apresentada como decorrência natural da repartição do valor de Shapley. O desenvolvimento matemático do método é apresentado no Anexo 2, junto com suas propriedades.

4.3 Metodologia de Aumann-Shapley Aplicada ao Problema de Alocação do Custo

A metodologia proposta requer a definição de uma função de valor ótimo, que integrada em um intervalo forneça o valor do custo unitário do uso do serviço.

No problema em análise, tem-se que o custo nodal λ_k por barra é calculado segundo [3, 6, 10, 19] e, conforme foi apresentado na equação 3-1,

$$\lambda_k = PMS(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_k}) + T_C \quad (4-1)$$

onde,

$PMS(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_k})$ é a componente de geração e perdas da barra k ;

T_C é a componente de congestionamento do custo marginal da barra k .

4.3.1 Alocação de Custos pelas Perdas

Na ausência de congestionamento, o custo nodal das barras é função do *PMS* e do fator de perdas:

$$\lambda_k = PMS \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_k}\right) \quad (4-2)$$

O preço marginal do sistema (*PMS*) é obtido, realizando um despacho sem considerar as restrições na transmissão (geralmente é realizado utilizando o modelo linear (CC) da rede) [19]. Porém, devido ao efeito das perdas no sistema os preços marginais das barras tornam-se diferentes entre si. Salieta-se que se são desconsideradas as perdas, e sob a hipótese que nenhum limite operacional é alcançado durante o processo de otimização, o resultado conhecido da literatura estabelece que “sem a presença de congestionamento, nem perdas, os custos nodais das barras são todos iguais entre si, e iguais ao preço marginal do sistema” [21, 22], conforme apresentado na equação 3-2.

No problema de alocação do custo das perdas, o cálculo da integral da função de valor ótimo deve refletir o custo unitário das perdas por barra.

Tem-se então que:

$$\tilde{\pi}_k = \int_{t=0}^{t=1} \pi_k(t) dt \quad k = 1, \dots, K \quad (4-3)$$

onde:

$\tilde{\pi}_k$ é o valor unitário do custo das perdas para a barra k ;

$\pi_k(t)$ é a função do Valor ótimo(definida como 4-4 e 4-5);

K é o número de barras do sistema

Para efeito de alocação, define-se o valor do custo operativo das perdas (função de valor ótimo) como a diferença entre os custos nodais relativos tanto à potência ativa como à potência reativa, correspondentes aos despachos de potência com e sem perdas, isto é:

$$\pi_k^P(t) \stackrel{\Delta}{=} (\lambda_k^{CP} - \lambda_k^{SP})^P \quad (4-4)$$

$$\pi_k^Q(t) \stackrel{\Delta}{=} (\lambda_k^{CP} - \lambda_k^{SP})^Q \quad (4-5)$$

onde:

λ_k^{CP} é o preço nodal da barra k no despacho com perdas (CP);

λ_k^{SP} é o preço nodal da barra k no despacho sem perdas (SP);

$(.)^P$ é o sobrescrito P , para indicar potência ativa, equação 4-4;

$(.)^Q$ é o sobrescrito Q , para indicar potência reativa, equação 4-5.

Portanto, a integral da função de valor ótimo é:

$$\tilde{\pi}_k^P = \int_{t=0}^{t=1} (\lambda_k^{CP} - \lambda_k^{SP})^P dt \quad (4-6)$$

$$\tilde{\pi}_k^Q = \int_{t=0}^{t=1} (\lambda_k^{CP} - \lambda_k^{SP})^Q dt \quad (4-7)$$

A integral de custo unitário é calculada numericamente discretizando-se a variável t no intervalo $[0, 1]$. Para cada valor de t , obtêm-se os multiplicadores de

Lagrange (variáveis duais) da potência ativa e reativa, tanto do problema com perdas como do problema sem perdas.

É preciso integrar o valor da função no intervalo [0, 1] para representar todos os pontos de operação do sistema. Isto pode ser interpretado como uma forma de simular a entrada aleatória de um grande número de pequenos usuários em cada barra do sistema, para um determinado período de apuração, verificando-se que cada carga somente pague pelas perdas que causa através da componente marginal da sua inclusão.

O custo das perdas de cada barra corresponde então ao custo unitário de AS devido tanto à potência ativa como à potência reativa, no montante da carga P_k e Q_k . O pagamento pelas perdas para cada barra de carga do sistema seria:

$$\chi_{(k)} = \pi_k^{\sim P} * P_k + \pi_k^{\sim Q} * Q_k \quad k = 1, \dots, K \quad (4-8)$$

A aplicação do método requer a solução de tantos FPO's quanto for o número de partições realizadas para a variável t .

4.3.2 Alocação do Custo pelo Congestionamento

No caso de congestionamento no sistema de transmissão, necessita-se considerar este aspecto no custo nodal das barras [3]. Com isto tem-se então que:

$$\lambda_k = PMS \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_k} \right) + T_C \quad \text{Similar a} \quad (4-1)$$

Conforme mencionado no Capítulo 3, as restrições na transferência de potência entre duas barras do sistema pode ser consequência de dois tipos de restrição: limites de fluxo de potência nas linhas de transmissão ou de magnitude da tensão nas barras.

No problema de alocação do congestionamento, o cálculo da integral da função de valor ótimo deve refletir o custo unitário do congestionamento por barra.

Tem-se então que:

$$\tilde{h}_k = \int_{t=0}^{t=1} h_k(t) dt \quad k = 1, \dots, K \quad (4-9)$$

onde:

\tilde{h}_k é o valor unitário do custo de congestionamento da barra k ;

$h_k(t)$ é a função do valor ótimo (definida como 4-10 e 4-11);

K é o número de barras do sistema

O valor do sobre-custo neste problema é definido como a diferença entre custos nodais correspondentes aos despachos com e sem congestionamento, isto é:

$$\tilde{h}_k^P(t) \stackrel{\Delta}{=} (\lambda_k^R - \lambda_k^I)^P \quad (4-10)$$

$$\tilde{h}_k^Q(t) \stackrel{\Delta}{=} (\lambda_k^R - \lambda_k^I)^Q \quad (4-11)$$

onde:

λ_k^R é o preço nodal da barra k no despacho restrito (despacho com presença de congestionamento);

λ_k^I é o preço nodal da barra k no despacho irrestrito (despacho sem a presença de congestionamento);

$(\cdot)^P$ é o sobrescrito P , para indicar potência ativa;

$(\cdot)^Q$ é o sobrescrito Q , para indicar potência reativa.

É importante ressaltar que o valor do sobre-custo proposto anteriormente, não discrimina os custos correspondente ao congestionamento e às perdas do sistema, de acordo com a equação 4-1. Portanto o cômputo do valor ótimo do custo do congestionamento apresentada neste trabalho, deve ser entendida como uma estimativa do custo real do congestionamento.

Futuros trabalhos poderão apoiar-se na proposta aqui realizada e deverão pesquisar sobre o problema de discriminar os custos do congestionamento e os custos das perdas para a função de valor ótimo aqui proposta.

Portanto o valor unitário do custo de congestionamento é computado como:

$$\tilde{h}_k^P = \int_{t=0}^{t=1} (\lambda_k^R - \lambda_k^I)^P dt \quad (4-12)$$

$$\tilde{h}_k^Q = \int_{t=0}^{t=1} (\lambda_k^R - \lambda_k^I)^Q dt \quad (4-13)$$

A integral de custo unitário é calculada numericamente discretizando-se a variável t no intervalo $[0, 1]$. Para cada valor de t , obtêm-se os multiplicadores de Lagrange da potência ativa e reativa, tanto do problema restrito (considerando

limites de capacidade de transmissão) como do problema irrestrito (sem levar em conta os limites mencionados).

O custo do congestionamento de cada barra corresponde então, ao custo unitário de AS devido tanto à potência ativa como à potência reativa, no montante da carga P_k e Q_k . O pagamento pelo congestionamento para cada barra de carga do sistema seria:

$$\chi_{(k)} = \tilde{h}_k^P * P_k + \tilde{h}_k^Q * Q_k \quad k = 1, \dots, K \quad (4-14)$$

A aplicação do método requer a solução de tantos FPO's quantos forem o numero de partições realizada para a variável t .

Os métodos descritos anteriormente são justos no que diz respeito a distribuição do sobre-custo. Eles são baseados nos custos nodais e recuperam o custo exato dos serviços, satisfazendo portanto a propriedade da aditividade. Os métodos são invariantes a mudanças de escalas e são monotônicos, conforme ilustrado no capítulo de resultados numéricos.

Embora todos os estudos aqui realizados tenham sido feitos para um sistema de mercado *Pool*, os métodos aqui propostos possuem a flexibilidade suficiente para serem aplicados num mercado baseado em transações bilaterais.

4.4 Conclusões

A administração do congestionamento e das perdas num esquema de mercado *Pool* salientou a necessidade de desenvolver mecanismos de alocação dos custos referentes a estes serviços.

Vários aspectos precisam ser investigados na solução do problema de alocação de custos, os quais são relacionados com a recuperação do montante exato do custo e a alocação justa das reconciliações.

Na procura de alocação de custo, tem sido demonstrado na literatura que o método de Aumann-Shapley, é o único que incorpora os benefícios obtidos pelos agentes do sistema, da sinais certos da escassez de recursos, e satisfaz as propriedades de alocação de custos.

A metodologia proposta aloca o custo das perdas e do congestionamento em forma natural para um modelo de mercado *Pool*, não precisa da criação de regras adicionais pois faz com que as cargas paguem por sua demanda a seu preço nodal, induzindo eficiência econômica.

CAPÍTULO 5

Resultados Numéricos

5.1 *Introdução*

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos da aplicação da metodologia de alocação baseada no custo unitário de AS proposta no Capítulo 4. Inicialmente é mostrada a alocação dos custos das perdas e do congestionamento para um sistema-teste de 6 barras. É verificada ainda a influência dos agentes consumidores na reserva de potência ativa. Posteriormente, os resultados obtidos com sistemas testes de maior porte (IEEE de 30 e 57 barras) são apresentados.

Mostra-se que na aplicação da metodologia proposta não há necessidade de regras adicionais para a identificação do custo por barra, pois a mesma fornece diretamente os custos das perdas e do congestionamento correspondentes para a cada barra do sistema. Verifica-se também, que a metodologia proposta confirma as propriedades de alocação de custos da Teoria de Aumann-Shapley.

Na solução do Fluxo de Potência Ótimo, utiliza-se o programa MATPOWER [35]. Todos os casos foram simulados em um microcomputador k6-II de 500 MHz. Com o objetivo de se ter uma idéia sobre o esforço computacional requerido na abordagem proposta, os tempos de CPU correspondentes à seqüência de soluções do FPO foram tomados. Em todos os casos, a carga foi discretizada em 400 intervalos, o que demandou tempos computacionais sempre inferiores a 15 minutos.

O objetivo central das simulações descritas neste capítulo foi a validação da metodologia proposta para a alocação de custos. Em particular, ênfase foi dada aos seguintes três aspectos: *a)* recuperação dos custos das perdas; *b)* alocação dos custos do congestionamento e; *c)* verificação da influência dos agentes consumidores na reserva de potência.

5.2 Sistema Teste de 6 Barras

Na Figura 5.1 e Tabela 5.1, são apresentados, respectivamente, a topologia do sistema teste de 6 barras e alguns dos seus dados.

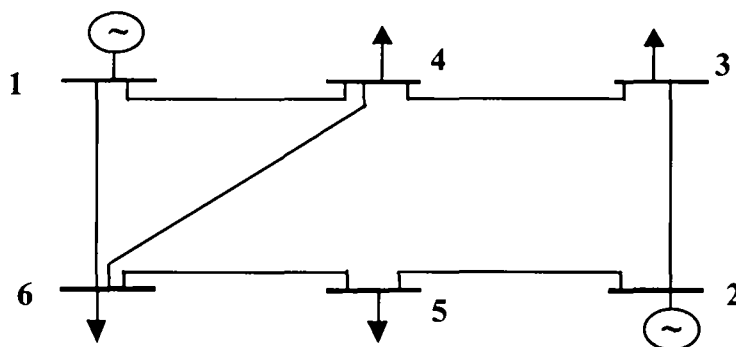


Figura 5.1 – Sistema teste 6 barras

Tabela 5.1 – Dados do sistema teste 6 barras

Barra / Tipo	Carga Ativa, MW	Carga Reativa, Mvar	Limites Pg, MW		Limites Qg, Mvar	
			Min	Max	Min	Max
1 / Ref	--	--	0.0	10.0	- 4.0	4.0
2 / PV	--	--	0.0	10.0	0.0	4.0
3 / PQ	3.40	1.20				
4 / PQ	0.80	0.30				
5 / PQ	1.20	0.70				
6 / PQ	4.40	1.20				

Os limites de magnitude da tensão em todas as barras são considerados 0.95 e 1.05 *p.u.*, na base de 230 *kV*.

Considerou-se o custo de geração de cada unidade representado por uma função quadrática do tipo ($c_i P_{gi}^2 + b_i P_{gi} + a_i$). No sistema teste da Figura 5.1 os parâmetros desta função de custos são:

$$\text{Gerador 1} \Rightarrow c = 0.11 \quad b = 5.0 \quad a = 150$$

$$\text{Gerador 2} \Rightarrow c = 0.085 \quad b = 4.2 \quad a = 600$$

Os dados complementares do sistema teste da Figura 5.1 são apresentados no Apêndice 1.

5.2.1 Alocação do Custo das Perdas de Transmissão

As Tabelas 5.2 e 5.3 apresentam os resultados do Fluxo de Potência Ótimo *a)* desconsiderando a resistência das linhas de transmissão, e *b)* levando em consideração as perdas de potência ativa. Em ambos os casos, os limites de fluxo de potência nas linhas de transmissão são deixados em aberto.

O custo devido às perdas, computado conforme mostrado na Tabela 5.4, é representado pela diferença entre os custos de geração nas duas situações mencionadas. Este valor deve ser alocado aos agentes do mercado devido às perdas no sistema de transmissão.

Tabela 5.2 - Despacho sem considerar perdas

Barra	Solução Primal		Solução Dual	
	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h
1	2,21	- 0,29	5,486	0,0
2	7,57	1,78	5,486	0,0
3			5,486	0,0
4			5,486	0,0
5			5,486	0,0
6			5,486	0,0

No despacho de potência apresentado na Tabela 5.2, observa-se que, em virtude da ausência de perdas de potência ativa nas linhas de transmissão, os preços nodais de todas as barras são iguais, confirmando as observações correspondentes às equações 3-2 e 4-2.

Tabela 5.3 - Despacho considerando perdas

Barra	Solução Primal,		Solução Dual,	
	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h
1	3,06	0,87	5,672	0,0
2	6,93	0,39	5,377	0,0
3			5,723	0,016
4			5,712	0,017
5			5,669	0,020
6			5,695	0,021

No resultado mostrado na Tabela 5.3, nota-se que, devido à presença das perdas no sistema, os custos nodais das barras são diferentes, tanto para a componente da potência ativa como para a reativa. Esses valores fornecem uma

indicação do efeito das perdas nos preços nodais, confirmando os comentários correspondentes às equações 3-2 e 4-2.

O sobre-custo operativo do sistema é computado como:

Tabela 5.4 – Sobre-custo operativo

Gerador	Potência Gerada, MW		Avaliação na função Custo, $C(P_n)$		Diferença, \$/h
	Sem perdas	Com perdas	Sem perdas	Com perdas	
1	2,21	3,06	161,587	166,330	4,742
2	7,57	6,93	636,664	633,188	-3,476
Sobre-custo operativo					1,266

O valor **1,266 \$/h**, corresponde ao custo atribuído ao suprimento das perdas na transmissão.

Na Tabela 5.5 são apresentados os valores obtidos na aplicação da metodologia de atribuição de custos proposta no capítulo anterior, baseada nas equações 4-6 e 4-7 referentes aos custos unitários de AS.

A Tabela 5.6 mostra os cálculos realizados para a alocação do custo das perdas conforme deduzido na equação 4-8.

Tabela 5.5 – Custos unitários de AS

Barras	Custo unitário de AS (potência ativa), \$/ MW-h	Custo unitário de AS (potência reativa), \$/ Mvar-h
1	0,1183	0,0002
2	0,0479	0,0035
3	0,1384	0,0072
4	0,1323	0,0073
5	0,1076	0,0090
6	0,1213	0,0090

O custo das perdas é calculado então, como a somatória dos produtos entre o custo unitário de AS e o montante de cargas ativa e reativa em cada barra do sistema, conforme mostrado na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 - Alocação do sobre-custo operativo

Barras	Sobre-custo operativo (carga ativa), [\$/ h]= [\$/ MW-h * MW]	Sobre-custo operativo (carga reativa), [\$/ h]= [\$/ Mvar-h * Mvar]
1	0,1183 * 0,00	0,0002 * 0,00
2	0,0479 * 0,00	0,0035 * 0,00
3	0,1384 * 3,40	0,0072 * 1,20
4	0,1323 * 0,80	0,0073 * 0,30
5	0,1076 * 1,20	0,0090 * 0,70
6	0,1213 * 4,40	0,0090 * 1,20
	1,237	0,028
Sobre-custo operativo	1,265	\$/h

O custo alocado via fatores unitários de AS é de *1,265 \$/h*, o qual corresponde ao valor do custo das perdas do sistema mostrado anteriormente na

Tabela 5.4. Isto confirma que a metodologia de atribuição de custos baseado nos fatores de Aumann-Shapley possui as seguintes propriedades:

- a soma das partes alocadas recupera o valor exato do custo operativo, e portanto é aditiva;
- os sinais econômicos apresentados são corretos, pois refletem as características do sistema de transmissão.

A propriedade de *monotonicidade* pode ser verificada realizando-se acréscimos no custo do serviço; isto é, os coeficientes das curvas de custo de geração são modificados para:

$$\begin{aligned} \text{Gerador 1} &\Rightarrow c = 0,21 & b = 8,0 & a = 180 \\ \text{Gerador 2} &\Rightarrow c = 0,10 & b = 6,0 & a = 620 \end{aligned}$$

Aplicando-se a metodologia proposta com estes coeficientes, obtém-se a seguinte alocação de custos:

**Tabela 5.7 - Alocação do Sobre-custo operativo
(coeficientes modificados na função custo)**

Barras	Sobre-custo operativo (carga ativa), [\$/ h]= [\$ / MW-h * MW]	Sobre-custo operativo (carga reativa), [\$/ h]= [\$ / Mvar-h * Mvar]
1	0,3097 * 0,00	0,0003 * 0,00
2	0,0008 * 0,00	0,0049 * 0,00
3	0,3322 * 3,40	0,0114 * 1,20
4	0,3214 * 0,80	0,0117 * 0,30
5	0,2738 * 1,20	0,0150 * 0,70
6	0,2984 * 4,40	0,0148 * 1,20
	3,0203	0,0453
Sobre-custo operativo	3,0656	\$/h

Da Tabela 5.7, verifica-se uma elevação no valor do custo total do serviço. Conforme estabelece a teoria descrita anteriormente, o custo alocado para os agentes deve permanecer constante ou aumentar. Isto indica que a propriedade de *monotonicidade* do método proposto é mantida.

5.2.2 Alocação dos Custos de Congestionamento

Para apresentar o método de alocação do sobre-custo operativo devido ao congestionamento no sistema de transmissão, o mesmo procedimento adotado no caso de alocação do custo das perdas é tomado.

As Tabelas 5.8 e 5.9, apresentam os despachos correspondentes aos casos: *a)* sem considerar as restrições no sistema de transmissão (*despacho irrestrito*) e *b)* considerando restrições no sistema de transmissão (*despacho restrito*) respetivamente.

Tabela 5.8 - Despacho sem restrições na transmissão

Barra	Solução Primal		Solução Dual	
	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h
1	3,06	0,87	5,672	0,0
2	6,93	0,39	5,377	0,0
3			5,723	0,016
4			5,712	0,017
5			5,669	0,020
6			5,695	0,021

Na Tabela 5.8, observa-se que a diferença entre os preços nodais das barras, conforme mencionado anteriormente, é devido unicamente ao efeito das perdas, já que neste despacho as restrições de transmissão são desconsideradas.

Tabela 5.9 - Despacho considerando restrições na transmissão

Barra	Solução Primal,		Solução Dual,	
	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h
1	6,29	0,97	6,383	0,0
2	3,58	0,04	4,808	0,0
3			6,233	0,079
4			6,342	0,014
5			6,863	0,229
6			6,619	0,076

Na Tabela 5.9, verifica-se que é necessário redespachar a geração para atender a carga com restrições no sistema de transmissão. Isto incrementa o custo de geração do sistema, resultando num valor calculado mediante o processo de reconciliação, conforme apresentado na Tabela 5.10. O congestionamento neste caso, ocorre devido ao limite de fluxo de potência da linha que interliga as barras 2 e 5.

Tabela 5.10 - Sobre-custo operativo

Gerador	Potência Gerada, MW		Avaliação na função Custo, $C(P_g)$,		Diferença, \$/ h
	Sem Congestionamento	Com Congestionamento	Sem Congestionamento	Com Congestionamento	
	1	3,06	6,29	166,330	185,802
2	6,93	3,58	633,188	616,125	-17,062
Sobre-custo operativo					2,410

O sobre-custo operativo calculado desta forma é uma característica do modelo *Pool*, no qual os preços do mercado são fixados via preço marginal do sistema.

Na Tabela 5.11, os valores obtidos na aplicação da metodologia de alocação de custos proposta são apresentados.

A Tabela 5.12 mostra a alocação do custo do congestionamento conforme deduzido na equação 4-14.

Tabela 5.11 – Custos unitários de AS

Barras	Custo unitário de AS	Custo unitário de AS
	(potência ativa), \$/ MW-h	(potência reativa), \$/ Mvar-h
1	0,2232	0,0041
2	0,1784	0,0023
3	0,1596	0,0224
4	0,1970	0,0019
5	0,3719	0,0606
6	0,2880	0,0148

O sobre-custo operativo devido ao congestionamento, calculado da forma descrita anteriormente, é apresentado na Tabela 5.12.

Tabela 5.12 - Alocação do sobre-custo operativo

Barras	Sobre-custo operativo	Sobre-custo operativo
	(carga ativa), [\$/ h]= [\$/ MW-h * MW]	(carga reativa), [\$/ h]= [\$/ Mvar-h * Mvar]
1	0,2232 * 0,00	0,0041 * 0,00
2	0,1784 * 0,00	0,0023 * 0,00
3	0,1496 * 3,40	0,0223 * 1,20
4	0,1874 * 0,80	0,0019 * 0,30
5	0,3718 * 1,20	0,0603 * 0,70
6	0,2796 * 4,40	0,0145 * 1,20
	2,3307	0,0819
Sobre-custo operativo	2,412	\$/h

Verifica-se que o custo total alocado com base na estratégia proposta é de **2,412 \$/h**, o qual corresponde aproximadamente ao valor do sobre-custo operativo do sistema computado anteriormente. A pequena diferença, com respeito ao valor computado na Tabela 5.10, é devida ao fato de que a integração é feita sobre um número finito de intervalos de integração (400 pontos). Salienta-se que quanto maior o número de discretizações no intervalo [0 1], maior será a precisão dos resultados obtidos.

Com base na alocação mostrada na Tabela 5.12, verifica-se que a metodologia baseada na Teoria de Aumann-Shapley, proposta para a alocação do sobre-custo operativo devido ao congestionamento no sistema de transmissão, possui as seguintes propriedades:

- a soma das partes alocadas recupera o valor exato do sobre-custo operativo, portanto é aditiva;
- fornece sinais econômicos corretos, pois reflete as características do sistema de transmissão.

Visando verificar a propriedade de *monotonicidade*, aumentou-se a carga da barra 5 em 50 % do seu valor original. O novo valor de carga da barra é: 1,8 MW e 1,05 Mvar.

Para a nova condição do carregamento do sistema, obtém-se a alocação de custo mostrada na Tabela 5.13.

Tabela 5.13 - Alocação do sobre-custo operativo
(modificação no carregamento do sistema)

Barras	Sobre-custo operativo (carga ativa), [\$/h]= [\$ / MW-h * MW]	Sobre-custo operativo (carga reativa), [\$/h]= [\$ / Mvar-h * Mvar]
1	0,2731 * 0,00	0,006 * 0,00
2	0,2180 * 0,00	0,003 * 0,00
3	0,1959 * 3,40	0,0282 * 1,20
4	0,2416 * 0,80	0,0026 * 0,30
5	0,4559 * 1,80	0,0770 * 1,05
6	0,3531 * 4,40	0,0198 * 1,20
	3,2252	0,1388
Sobre-custo operativo	3,3640	\$/h

Verifica-se na Tabela 5.13, que na nova condição de carregamento, o custo alocado para cada agente consumidor aumentou, o que confirma que a propriedade de *monotonicidade* da metodologia proposta é mantida.

5.2.3 Estudo do Problema da Reserva de Potência Ativa

Qualquer problema de sistemas de potência em regime permanente no qual busca-se a minimização ou maximização de um específico índice, através do ajuste das quantidades controláveis apropriadas, com a solução simultânea das equações de balanço de potência, pode ser visto como um problema de Fluxo de Potência Ótimo [21]. Em termos matemáticos este problema é não linear, estático, multivariável.

Analisa-se nesta seção, como a influência de cada agente consumidor na reserva de potência ativa pode ser determinada, a partir dos coeficientes unitários de AS descrito na seção anterior.

Uma nova função objetivo pode ser expressada na procura do objetivo proposto. Dois pontos fundamentais são envolvidos na definição apropriada da função objetivo [21], a saber:

- a escolha de um índice que represente realisticamente as práticas e objetivos operacionais do sistema de energia elétrica;
- a definição da representação analítica do índice selecionado, de forma a facilitar a aplicação da técnica de otimização.

A função objetivo utilizada neste caso é expressa como [21]:

$$\begin{aligned} \text{Min } f(\Delta p_{gi}) &= \text{Min } \sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i (\Delta P_{gi}^2) \\ \text{onde : } \Delta P_{gi} &= P_{gi} - P_{gi}^{esp} \end{aligned} \quad (5-1)$$

$$= \sum_{i=1, \dots, n_g} (\alpha_i (P_{gi}^{esp})^2 - 2 \alpha_i P_{gi}^{esp} P_{gi} + \alpha_i (P_{gi})^2)$$

$$\text{Se } \Rightarrow P_{gi}^{esp} = 0 \quad e \quad \alpha_i = \frac{1}{P_{gi}^{Max} - P_{gi}^{min}}$$

a função objetivo definida pela equação 5-1, é interpretada como a *maximização da margem de potência ativa de acordo com a capacidade dos geradores* [21], isto é,

$P_{gi}^{esp} = 0 \Rightarrow$ As margens de potência ativa (definidas para a *i-ésima* unidade geradora como $(P_{gi}^{Max} - P_{gi})$) são maximizadas. P_{gi}^{esp} : potência especificada(definida) para a *i-ésima* unidade geradora.

$\alpha_i = \frac{1}{P_{gi}^{Max} - P_{gi}^{min}} \Rightarrow$ α_i é um fator que torna os desvios resultantes do processo de otimização, proporcionais à capacidade nominal das unidades em termos de potência ativa.

onde α_i é denominado o *fator de ponderação* [21].

Para valores $P_{gi} \geq 0$, a equação 5-1 é equivalente a:

$$f(P_{gi}) = \sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i P_{gi} \quad (5-2)$$

Desde que

$$P_{gi} = P_{gi}^{Max} - R_i \quad (5-3)$$

onde:

$$\begin{aligned}
 P_{gi} &= \text{Potência gerada pelo gerador } i; \\
 P_{gi}^{Max} &= \text{Limite operativo máximo do gerador } i; \\
 R_i &= \text{Reserva de Potência ativa do gerador } i.
 \end{aligned}$$

da equação 5-3 observa-se que

$$\text{Min} \sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i P_{gi} = \text{Min} \sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i (P_{gi}^{Max} - R_i) \quad (5-4)$$

O termo P_{gi}^{Max} é constante, e portanto:

$$\text{Min} \sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i (-R_i) \equiv \text{Max} \sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i (R_i) \quad (5-5)$$

A análise da equação 5-5 revela que a forma linear da equação 5-2, permite observar melhor a relação entre a minimização da função objetivo 5-1 e a maximização da margem de potência ativa nas unidades geradoras.

No que diz respeito aos resultados numéricos relativos à análise das margens de potência ativa nos geradores, duas formas da função objetivo foram testadas: a) Função objetivo quadrática, representada pela equação 5-1 e b) Função objetivo linear, representada pela equação 5-2.

As Tabelas 5.14 e 5.15, apresentam os resultados do FPO (valor da função objetivo, potências geradas e multiplicadores de Lagrange), assim como o valor da reserva de potência ativa (definida pela equação 5.3), para cada um dos casos mencionados anteriormente.

➤ Caso a) :

Tabela 5.14 - Solução FPO – Caso a)

Barra	Solução Primal,		Solução Dual,	
	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h
1	7,89	0,61	1,593	0,00
2	1,99	0,43	1,591	0,00
3			1,615	0,005
4			1,615	0,005
5			1,616	0,005
6			1,618	0,005

O valor da função objetivo é: **7,89 unidades**, e o valor total da margem de potência ativa é **2,66 MW**. Desde que neste exemplo o principal objetivo é a análise das margens de potência ativa, os limites de geração de potência ativa foram definidos como $0 \leq P_{g1} \leq 10 \text{ MW}$ e $0 \leq P_{g2} \leq 2,5 \text{ MW}$.

➤ Caso *b*) :

Tabela 5.15 - Solução FPO – Caso *b*)

Barra	Solução Primal,		Solução Dual,	
	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h
1	9,87	0,77	0,101	0,00
2	0,00	0,41	0,103	0,00
3			0,103	0,0001
4			0,103	0,0001
5			0,103	0,0001
6			0,103	0,0001

O valor da função objetivo é: **0,987 unidades**, o valor da reserva de potência é: **2,63 MW**.

Dos resultados mostrados nas duas últimas tabelas, observa-se que:

- *Valor da Função objetivo:* Conforme esperado, o valor correspondente ao *Caso a*); é maior do que o correspondente ao *Caso b*). Entretanto, este (do caso a)) valor não possui significado físico e praticamente nenhuma implicação na quantidade total de reserva de potência ativa (com relação ao valor obtido no caso b)).
- *Potências geradas:* Devido à forma da função objetivo (linear), no *Caso b*) a tendência do despacho é levar P_g para o limite;
- *Valor da reserva:* Observa-se que são aproximadamente iguais nos dois casos.

De maneira semelhante aos outros casos analisados, a função dos fatores unitários de AS recupera o valor exato do serviço, e portanto para o caso da função objetivo linear

$$\sum_{i=1}^{n_g} \alpha_i P_{g_i} = \sum_{i=1}^{n_d} (\pi_{P_i} * P_{d_i} + \pi_{Q_i} * Q_{d_i}) \quad (5-6)$$

Na Tabela 5.16, os valores dos coeficientes de AS relativos ao caso em estudo são apresentados.

Tabela 5.16 – Multiplicadores unitários

Barras	Multiplicador unitário de	Multiplicador unitário de
	AS (potência ativa), \$/ MW-h	AS (potência reativa), \$/ Mvar-h
1	0,1007	0,0003 e ⁻³
2	0,1017	0,0815 e ⁻³
3	0,1016	0,1484 e ⁻³
4	0,1016	0,1467 e ⁻³
5	0,1018	0,1703 e ⁻³
6	0,1018	0,1720 e ⁻³

A aplicação do desenvolvimento apresentado na equação 5-6 resulta na atribuição de influência dos agentes consumidores na reserva de potência ativa mostrada na Tabela 5.17.

Tabela 5.17 - Atribuição da influência na reserva para cada barra

Barras	Atribuição na reserva	Atribuição na reserva
	(carga ativa), [\$/ h]= [\$/ MW-h * MW]	(carga reativa), [\$/ h]= [\$/ Mvar-h * Mvar]
1	0,1007 * 0,00	0,0003 e ⁻³ * 0,00
2	0,1017 * 0,00	0,0815 e ⁻³ * 0,00
3	0,1016 * 3,4	0,1484 e ⁻³ * 1,20
4	0,1016 * 0,80	0,1467 e ⁻³ * 0,30
5	0,1018 * 1,80	0,1703 e ⁻³ * 1,05
6	0,1018 * 4,4	0,1720 e ⁻³ * 1,20
	0,9939	0,546 e⁻³
Atribuição Total	0,994	\$/h

A comparação do valor do custo recuperado na Tabela 5.17 com o valor da função objetivo obtido conforme o despacho da Tabela 5.15, confirma as afirmações feitas anteriormente com relação às propriedades da metodologia proposta.

Uma análise alternativa dos resultados pode ser feita, lembrando que, da equação 5-4,

$$\sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i P_{gi} = \sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i (P_{gi}^{Max} - R_i)$$

Aplicando este resultado na equação 5-6, obtém-se:

$$\sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i (P_{gi}^{Max} - R_i) = \sum_{i=1}^{n_d} (\pi_{P_i} * P_{d_i} + \pi_{Q_i} * Q_{d_i}) \quad (5-7)$$

Usando a equação 5-7 no despacho da Tabela 5.15, obtém-se:

$$\sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i (P_{gi}^{Max} - R_i) = 0,987$$

$$\sum_{i=1}^{n_d} (\pi_{P_i} * P_{d_i} + \pi_{Q_i} * Q_{d_i}) = 0,994$$

o que confirma os resultados anteriores.

Nas seções subseqüentes, são apresentados os resultados da alocação do custo operativo devido as perdas e ao congestionamento, para os sistemas testes IEEE de 30 e 57 barras.

5.3 Sistema Teste IEEE de 30 Barras

5.3.1 Alocação do Custo das Perdas

A Tabela 5.18, apresenta os resultados do FPO para as condições sem perdas e com perdas desconsiderando as restrições na rede de transmissão.

São apresentados os valores das potências geradas e dos multiplicadores de Lagrange (variáveis duais) correspondentes as equações de balanço de potência ativa e reativa.

Tabela 5.18 - Despacho irrestrito sem/com perdas

Barra	Despacho sem perdas				Despacho com perdas			
	Solução Primal		Solução Dual		Solução Primal		Solução Dual	
	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h
1	59,29	0,66	4,370	0,0	57,58	-12,95	4,303	0,0
2	74,87	0,73	4,370	0,0	74,46	12,08	4,356	0,0
3			4,370	0,0			4,397	0,006
4			4,370	0,0			4,422	0,008
5	26,96	27,28	4,370	0,0	28,62	25,39	4,577	0,0
6			4,370	0,0			4,439	0,008
7			4,370	0,0			4,521	0,020
8	67,49	34,46	4,370	0,0	69,80	38,07	4,409	0,0
9			4,370	0,0			4,444	0,004
10			4,370	0,0			4,446	0,005
11	27,41	4,68	4,370	0,0	28,87	7,86	4,443	0,0
12			4,370	0,0			4,396	0,007
13	27,41	20,47	4,370	0,0	27,92	14,10	4,396	0,0
14			4,370	0,0			4,471	0,030
15			4,370	0,0			4,495	0,039
16			4,370	0,0			4,446	0,021
17			4,370	0,0			4,465	0,021
18			4,370	0,0			4,543	0,050
19			4,370	0,0			4,554	0,050
20			4,370	0,0			4,530	0,040
21			4,370	0,0			4,495	0,034
22			4,370	0,0			4,493	0,032
23			4,370	0,0			4,538	0,057
24			4,370	0,0			4,556	0,061
25			4,370	0,0			4,535	0,064
26			4,370	0,0			4,621	0,122
27			4,370	0,0			4,486	0,041
28			4,370	0,0			4,455	0,013
29			4,370	0,0			4,614	0,077
30			4,370	0,0			4,702	0,091

Dos resultados das variáveis duais, pode-se observar o efeito das perdas sobre os custos nodais. De forma semelhante aos casos estudados anteriormente, o despacho sem perdas apresenta custos nodais iguais, enquanto no despacho

com perdas os custos nodais são diferentes, salientando portanto o efeito das perdas.

O despacho considerando as perdas da rede gera um sobre-custo ao sistema, com relação àquele realizado sem considerar as perdas. O sobre-custo operativo devido às perdas, pode ser computado mediante o processo de reconciliação [11, 14], conforme mostrados na Tabela 5.19.

Tabela 5.19 - Sobre-custo operativo

Gerador	Potência Gerada, MW		Avaliação na função Custo, $C(P_n)$		Diferença, \$/h
	Sem perdas	Com perdas	Sem perdas	Com perdas	
1	59,26	57,58	188,75	181,46	-7,28
2	74,87	74,46	229,11	227,33	-1,78
5	26,96	28,62	72,38	79,81	7,42
8	67,49	69,80	257,14	267,28	10,13
11	27,41	28,87	101,01	107,44	6,43
13	27,41	27,92	101,01	103,24	2,23
Sobre-custo operativo					17,16

O sobre-custo operativo, é o valor que deve ser atribuído aos agentes do mercado devido às perdas no sistema de transmissão.

Na Tabela 5.20 é apresentado o resultado da alocação do sobre-custo operativo, calculado da mesma maneira mostrada previamente.

Tabela 5.20 - Alocação do sobre-custo operativo AS

Barras	Sobre-custo operativo	Sobre-custo operativo
	(carga ativa), [\$/ h]= [\$ / MW-h * MW]	(carga reativa), [\$/ h]= [\$ / Mvar-h * Mvar]
1	0,038 * 0,00	0,0000 * 0,00
2	0,015 * 21,7	0,0000 * 12,7
3	0,013 * 2,40	0,0032 * 1,20
4	0,022 * 7,60	0,0035 * 1,60
5	0,075 * 94,2	0,0000 * 19,0
6	0,037 * 0,00	0,0034 * 0,00
7	0,054 * 22,8	0,0067 * 10,9
8	0,032 * 30,0	0,0000 * 30,0
9	0,039 * 0,00	0,0046 * 0,00
10	0,039 * 5,80	0,0062 * 2,00
11	0,039 * 0,00	0,0000 * 0,00
12	0,018 * 11,2	0,0019 * 7,50
13	0,018 * 0,00	0,0000 * 0,00
14	0,050 * 6,20	0,0106 * 1,60
15	0,049 * 8,20	0,0133 * 2,50
16	0,039 * 3,50	0,0078 * 1,80
17	0,037 * 9,00	0,0088 * 5,80
18	0,079 * 3,20	0,0174 * 0,90
19	0,074 * 9,50	0,0179 * 3,40
20	0,064 * 2,20	0,0144 * 0,70
21	0,060 * 17,5	0,0112 * 11,2
22	0,059 * 0,00	0,0127 * 0,00
23	0,077 * 3,20	0,0162 * 1,60
24	0,084 * 8,70	0,0110 * 6,70
25	0,075 * 0,00	0,0210 * 0,00
26	0,110 * 3,50	0,0425 * 2,30
27	0,054 * 0,00	0,0127 * 0,00
28	0,045 * 0,00	0,0049 * 0,00
29	0,096 * 2,40	0,0263 * 0,90
30	0,122 * 10,6	0,0319 * 1,90
	16,32	0,71
Sobre-custo operativo AS	17,03	\$/h

O custo alocado via metodologia proposta é de *17,03 \$/h*, o qual corresponde, aproximadamente ao valor do sobre-custo operativo mostrado na Tabela 5.19. A pequena diferença entre os dois valores é atribuído ao número de discretizações da carga.

Dos resultados apresentados observa-se que este procedimento de cálculo permite recuperar o custo exato do serviço, resultando numa repartição justa entre os agentes do mercado a fim de garantir sua voluntariedade de pagar pelo serviço realmente recebido.

5.3.2 Alocação do Custo do Congestionamento

A Tabela 5.21, apresenta as soluções do FPO, *a)* desconsiderando as restrições na rede de transmissão (despacho irrestrito) e *b)* levando em conta os limites das linhas (despacho restrito).

O congestionamento considerado neste exemplo é devido ao limite de fluxo de potência nas linhas que interligam as barras 2 e 6, e 25 e 27.

Na Tabela 5.21, são apresentados os resultados do FPO (potências geradas e multiplicadores de Lagrange) referentes às restrições de igualdade do problema de otimização representadas pelas equações de balanço de potência.

Tabela 5.21 - Despacho irrestrito / Despacho restrito

Barra	Despacho irrestrito				Despacho restrito			
	Solução primal		Solução dual		Solução primal		Solução dual	
	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h
1	57,58	-12,95	4,303	0,0	54,04	-5,36	4,161	0,0
2	74,46	12,08	4,356	0,0	68,93	9,29	4,163	0,0
3			4,397	0,006			4,394	0,001
4			4,422	0,008			4,447	0,003
5	28,62	25,39	4,577	0,0	28,29	27,44	4,536	0,0
6			4,439	0,008			4,533	0,006
7			4,521	0,020			4,561	0,009
8	69,80	38,07	4,409	0,0	74,62	17,42	4,489	0,0
9			4,444	0,004			4,577	0,032
10			4,446	0,005			4,605	0,068
11	28,87	7,86	4,443	0,0	31,51	16,51	4,575	0,0
12			4,396	0,007			4,500	0,034
13	27,92	14,10	4,396	0,0	29,97	23,47	4,499	0,0
14			4,471	0,030			4,599	0,071
15			4,495	0,039			4,647	0,089
16			4,446	0,021			4,575	0,065
17			4,465	0,021			4,616	0,080
18			4,543	0,050			4,704	0,106
19			4,554	0,050			4,718	0,111
20			4,530	0,040			4,693	0,101
21			4,495	0,034			4,687	0,115
22			4,493	0,032			4,694	0,117
23			4,538	0,057			4,771	0,142
24			4,556	0,061			4,896	0,191
25			4,535	0,064			5,234	0,318
26			4,621	0,122			5,346	0,393
27			4,486	0,041			4,264	0,295
28			4,455	0,013			4,507	0,026
29			4,614	0,077			4,375	0,264
30			4,702	0,091			4,451	0,251

Para suprir a carga considerando os limites do sistema de transmissão é preciso redespachar unidades, o que afasta da solução ótima irrestrita. Este redespacho gera um sobre-custo operativo devido ao congestionamento, o qual

pode ser computado via processo de reconciliação [11, 14], conforme apresentado na Tabela 5.22.

Tabela 5.22 - Sobre-custo operativo

Gerador	Potência Gerada, MW		Avaliação na função Custo, $C(P_n)$		Diferença, \$/h
	Irrestrito	Restrito	Irrestrito	Restrito	
1	57,58	54,04	181,46	166,48	-14,98
2	74,46	68,93	227,33	203,77	-23,55
5	28,62	28,29	79,81	78,31	-1,50
8	69,80	74,62	267,28	288,73	21,44
11	28,87	31,51	107,44	119,35	11,90
13	27,92	29,97	103,24	112,36	9,11
Sobre-custo operativo					2,42

O sobre-custo operativo de **2,42 \$/h** é a quantia que deve ser alocada aos agentes do mercado devido ao congestionamento do sistema de transmissão. Na Tabela 5.23 é apresentada a alocação deste sobre-custo.

Tabela 5.23 - Alocação do sobre-custo operativo AS

Barras	Sobre-custo Operativo	Sobre-custo Operativo
	(carga ativa), [\$/ h]= [\$/ MW-h * MW]	(carga reativa), [\$/ h]= [\$/ Mvar-h * Mvar]
1	0,045 * 0,00	0,000 * 0,00
2	0,006 * 21,7	0,000 * 12,7
3	0,001 * 2,40	0,001 * 1,20
4	0,010 * 7,60	0,001 * 1,60
5	0,001 * 94,2	0,000 * 19,0
6	0,012 * 0,00	0,001 * 0,00
7	0,005 * 22,8	0,002 * 10,9
8	0,004 * 30,0	0,000 * 30,0
9	0,035 * 0,00	0,003 * 0,00
10	0,003 * 5,80	0,004 * 2,00
11	0,035 * 0,00	0,000 * 0,00
12	0,013 * 11,2	0,003 * 7,50
13	0,024 * 0,00	0,000 * 0,00
14	0,018 * 6,20	0,005 * 1,60
15	0,012 * 8,20	0,002 * 2,50
16	0,024 * 3,50	0,005 * 1,80
17	0,023 * 9,00	0,003 * 5,80
18	0,017 * 3,20	0,003 * 0,90
19	0,019 * 9,50	0,007 * 3,40
20	0,016 * 2,20	0,004 * 0,70
21	0,021 * 17,5	0,003 * 11,2
22	0,023 * 0,00	0,010 * 0,00
23	0,009 * 3,20	0,001 * 1,60
24	0,021 * 8,70	0,002 * 6,70
25	0,006 * 0,00	0,008 * 0,00
26	0,017 * 3,50	0,003 * 2,30
27	0,011 * 0,00	0,005 * 0,00
28	0,022 * 0,00	0,001 * 0,00
29	0,011 * 2,40	0,005 * 0,90
30	0,029 * 10,6	0,002 * 1,90
	2,47	0,16
Sobre-custo operativo AS	2,63 \$/h	

Verifica-se que o custo alocado via metodologia proposta é de $2,63 \$/h$, o qual corresponde aproximadamente ao valor do sobre-custo computado anteriormente. Uma vez mais, a pequena diferença, com respeito ao sobre-custo apresentado na Tabela 5.22, deve-se ao número de pontos tomados no intervalo $[0 \ 1]$, ou seja 400 pontos.

5.3.3 Estudo do Problema da Reserva de Potência Ativa

Apresentam-se os resultados numéricos referentes à determinação da influência de cada agente consumidor na reserva de potência ativa, a partir dos coeficientes unitários de AS.

Os resultados como no caso anterior, são obtidos nas duas formas da função objetivo: *a)* Função objetivo quadrática, representada pela equação 5-1 e *b)* Função objetivo linear, representada pela equação 5-2.

A Tabela 5.24, apresenta os resultados do FPO (valor da função objetivo, potências geradas e multiplicadores de Lagrange); seguidamente o valor da reserva de potência ativa (definida pela equação 5-3), para cada um dos casos mencionados anteriormente.

Tabela 5.24 - Despacho caso a) / Despacho caso b)

Barra	<i>Despacho caso a) - f.o. quadrática</i>				<i>Despacho caso b) - f.o. quadrática</i>			
	Solução Primal		Solução Dual		Solução Primal		Solução Dual	
	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h
1	57,43	-12,36	1,436	0,0	80,00	-18,63	0,019	0,0
2	66,10	11,52	1,454	0,0	90,00	17,67	0,020	0,0
3			1,465	0,002			0,020	0,0001
4			1,473	0,003			0,020	0,0001
5	30,49	25,03	1,525	0,0	0,00	30,77	0,021	0,0
6			1,478	0,003			0,020	0,0001
7			1,505	0,007			0,021	0,0001
8	66,76	38,03	1,469	0,0	90,00	41,34	0,020	0,0
9			1,478	0,001			0,020	0,0001
10			1,479	0,002			0,020	0,0001
11	36,96	8,28	1,478	0,0	29,52	7,67	0,020	0,0
12			1,465	0,002			0,020	0,001
13	29,29	14,09	1,465	0,0	0,00	16,24	0,020	0,0
14			1,489	0,010			0,020	0,0001
15			1,497	0,013			0,020	0,0001
16			1,480	0,007			0,020	0,0001
17			1,485	0,007			0,020	0,0001
18			1,512	0,017			0,021	0,0001
19			1,515	0,017			0,021	0,0001
20			1,507	0,013			0,020	0,0001
21			1,495	0,012			0,020	0,0001
22			1,495	0,011			0,020	0,0001
23			1,511	0,019			0,021	0,0001
24			1,517	0,020			0,021	0,0001
25			1,511	0,021			0,020	0,0001
26			1,540	0,040			0,021	0,0001
27			1,496	0,013			0,020	0,0001
28			1,483	0,004			0,020	0,0001
29			1,538	0,025			0,021	0,0001
30			1,568	0,030			0,021	0,0001

No caso a); o valor da função objetivo é: **210,32 unidades**, o valor total da margem de potência ativa é **100,98 MW**.

No caso b); valor da função objetivo é: **3,57 unidades** e o valor total da margem de potência ativa é **100,48 MW**.

Os limites de geração de potência ativa foram definidos como:

$$0 \leq P_{g1} \leq 80 \text{ MW}$$

$$0 \leq P_{g2} \leq 90 \text{ MW}$$

$$0 \leq P_{g5} \leq 40 \text{ MW}$$

$$0 \leq P_{g8} \leq 90 \text{ MW}$$

$$0 \leq P_{g11} \leq 50 \text{ MW}$$

$$0 \leq P_{g13} \leq 40 \text{ MW}$$

Com os resultados da Tabela 5.24, e os resultados apresentados após esta, observa-se que:

- O valor da função objetivo correspondente ao *Caso a)*; é maior do que o correspondente ao *Caso b)* Conforme esperado;
- Devido à forma da função objetivo (linear), no *Caso b)* a tendência do despacho é levar P_g para o limite;
- Observa-se que os valores da reserva de potência ativa são aproximadamente iguais nos dois casos.

Confirmando-se os resultados anteriores.

A aplicação do desenvolvimento apresentado na equação 5-6 resulta na atribuição de influência dos agentes consumidores na reserva de potência ativa mostrada na Tabela 5.25.

Tabela 5.25 - Atribuição da influência na reserva para cada barra

Barras	Atribuição na reserva (carga ativa), [\$/ h]= [\$/ MW-h * MW]	Atribuição na reserva (carga reativa), [\$/ h]= [\$/ Mvar-h * Mvar]
1	0,0123 * 0,00	0,0008 e-3 * 0,0
2	0,0123 * 21,7	0,0004 e-3 * 12,7
3	0,0124 * 2,40	0,0161 e-3 * 1,2
4	0,0125 * 7,60	0,0165 e-3 * 1,6
5	0,0128 * 94,2	0,0004 * 19,0
6	0,0125 * 0,00	0,0160 * 0,00
7	0,0126 * 22,8	0,0297 * 10,9
8	0,0124 * 30,0	0,0007 * 30,0
9	0,0125 * 0,00	0,0218 * 0,00
10	0,0125 * 5,80	0,0290 * 2,00
11	0,0125 * 0,00	0,0197 * 0,00
12	0,0125 * 11,2	0,0075 * 7,50
13	0,0125 * 0,00	0,0003 * 0,00
14	0,0126 * 6,20	0,0379 * 1,60
15	0,0126 * 8,20	0,0481 * 2,50
16	0,0125 * 3,50	0,0308 * 1,80
17	0,0125 * 9,00	0,0375 * 5,80
18	0,0126 * 3,20	0,0632 * 0,90
19	0,0126 * 9,50	0,0661 * 3,40
20	0,0126 * 2,20	0,0563 * 0,70
21	0,0125 * 17,5	0,0542 * 11,2
22	0,0125 * 0,00	0,0526 * 0,00
23	0,0126 * 3,20	0,0719 * 1,60
24	0,0126 * 8,70	0,0839 * 6,70
25	0,0126 * 0,00	0,0788 * 0,00
26	0,0127 * 3,50	0,1537 * 2,30
27	0,0125 * 0,00	0,0484 * 0,00
28	0,0125 * 0,00	0,0219 * 0,00
29	0,0126 * 2,40	0,0958 * 0,90
30	0,0128 * 10,6	0,1155 * 1,90
	3,57	0,029
Atribuição total	3,599 unid.	

A comparação do valor recuperado na Tabela 5.25 com o valor da função objetivo obtido conforme o despacho da Tabela 5.24 - *caso b)*, confirma as afirmações anteriores com relação às propriedades da metodologia proposta.

A análise alternativa dos resultados pode ser feita, usando a equação 5-7 no despacho da Tabela 5.24 - *caso b)*, obtém-se:

$$\sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i (P_{gi}^{Max} - R_i) = 3,571$$

$$\sum_{i=1}^{n_d} (\pi_{P_i} * P_{d_i} + \pi_{Q_i} * Q_{d_i}) = 3,599$$

o que confirma os resultados anteriores.

5.4 Sistema Teste IEEE de 57 Barras

5.4.1 Alocação do Custo das Perdas

Na Tabela 5.26, apresentam-se os despachos correspondentes à solução do problema, *a)* sem considerar as perdas e *b)* considerando as perdas. Não são consideradas as restrições na rede de transmissão.

Tabela 5.26 - Despacho irrestrito sem / com perdas

B a r r a	Despacho sem perdas				Despacho com perdas			
	Solução Primal		Solução Dual		Solução Primal		Solução Dual	
	P _g , MW	Q _g , Mvar	λ _P , \$/ MW-h	λ _Q , \$/ Mvar-h	P _g , MW	Q _g , Mvar	λ _P , \$/ MW-h	λ _Q , \$/ Mvar-h
1	270,27	49,52	5,705	0,0	265,33	72,73	5,607	0,0
2	100,00	49,99	5,705	0,0	100,00	50,00	5,555	0,0
3	140,00	55,11	5,705	0,0	140,00	36,74	5,682	0,0
4			5,705	0,0			5,752	0,001
5			5,705	0,0			5,826	0,006
6	100,00	24,99	5,705	0,0	100,00	6,37	5,817	0,0
7			5,705	0,0			5,886	0,022
8	270,27	48,07	5,705	0,0	276,97	55,78	5,839	0,0
9	100,00	8,98	5,705	0,0	100,00	9,00	5,962	0,0
10			5,705	0,0			6,077	0,025
11			5,705	0,0			6,022	0,046
12	270,27	48,33	5,705	0,0	287,56	48,25	6,051	0,0
13			5,705	0,0			6,007	0,030
14			5,705	0,0			5,962	0,012
15			5,705	0,0			5,825	0,019
16			5,705	0,0			5,989	0,015
17			5,705	0,0			5,841	0,025
18			5,705	0,0			5,751	0,003
19			5,705	0,0			6,089	0,096
20			5,705	0,0			6,192	0,130
21			5,705	0,0			6,187	0,095
22			5,705	0,0			6,191	0,094
23			5,705	0,0			6,206	0,098
24			5,705	0,0			6,330	0,131
25			5,705	0,0			6,368	0,162
26			5,705	0,0			6,333	0,138
27			5,705	0,0			6,138	0,089
28			5,705	0,0			5,997	0,064
29			5,705	0,0			5,883	0,032
30			5,705	0,0			6,517	0,251
31			5,705	0,0			6,724	0,383
32			5,705	0,0			6,574	0,345
33			5,705	0,0			6,596	0,357
34			5,705	0,0			6,545	0,311
35			5,705	0,0			6,488	0,281
36			5,705	0,0			6,405	0,239
37			5,705	0,0			6,340	0,197
38			5,705	0,0			6,163	0,086
39			5,705	0,0			6,354	0,204
40			5,705	0,0			6,416	0,254
41			5,705	0,0			6,021	0,107
42			5,705	0,0			6,309	0,203
43			5,705	0,0			6,021	0,062
44			5,705	0,0			6,078	0,082
45			5,705	0,0			5,810	0,048
46			5,705	0,0			5,948	0,106
47			5,705	0,0			6,060	0,019
48			5,705	0,0			6,098	0,017
49			5,705	0,0			6,095	0,008
50			5,705	0,0			6,216	0,079
51			5,705	0,0			6,077	0,021
52			5,705	0,0			6,219	0,126
53			5,705	0,0			6,356	0,149
54			5,705	0,0			6,191	0,095
55			5,705	0,0			5,963	0,015
56			5,705	0,0			6,400	0,162
57			5,705	0,0			6,461	0,168

Ao comparar os despachos com perdas e sem perdas, observa-se o efeito das perdas nos custos nodais, confirmando o que foi apresentado nos exemplos anteriores.

O sobre-custo operativo para suprir as perdas da rede é calculado conforme indicado na Tabela 5.27.

Tabela 5.27 - Sobre-custo operativo

Gerador	Potência Gerada, MW		Avaliação na função Custo, $C(P_g)$		Diferença, \$/h
	Sem perdas	Com perdas	Sem perdas	Com perdas	
1	270,27	265,33	811,73	783,79	-27,94
2	100,00	100,00	130,20	130,20	0,00
3	140,00	140,00	238,20	238,20	0,00
6	100,00	100,00	130,20	130,20	0,00
8	270,27	276,97	811,73	850,41	38,67
9	100,00	100,00	130,20	130,20	0,00
12	270,27	287,56	811,73	913,37	101,63
Sobre-custo operativo					112,37

O sobre-custo operativo é devido ao redespacho que deve ser realizado para suprir as perdas. Na Tabela 5.28 é apresentada a alocação do sobre-custo operativo devido às perdas o qual é calculado da mesma forma mostrada nos exemplos anteriores.

Tabela 5.28 - Alocação do sobre-custo operativo AS

Barras	Sobre-custo Operativo (carga ativa), [\$/ h]= [\$ / MW-h * MW]	Sobre-custo Operativo (carga reativa), [\$/ h]= [\$ / Mvar-h * Mvar]
	1	0,0109 * 55,0
2	0,0059 * 3,00	0,0000 * 88,0
3	0,0112 * 41,0	0,0000 * 21,0
4	0,0427 * 0,00	0,0156 * 0,00
5	0,0649 * 13,0	0,0148 * 4,00
6	0,0204 * 75,0	0,0000 * 2,00
7	0,1000 * 0,00	0,0260 * 0,00
8	0,0363 * 150	0,0000 * 22,0
9	0,0606 * 121	0,0000 * 26,0
10	0,1644 * 5,00	0,0103 * 2,00
11	0,1398 * 0,00	0,0246 * 0,00
12	0,1003 * 377	0,0000 * 24,0
13	0,1177 * 18,0	0,0128 * 2,30
14	0,1242 * 10,5	0,0050 * 5,30
15	0,0570 * 22,0	0,0215 * 5,00
16	0,0646 * 43,0	0,0034 * 3,00
17	0,0506 * 42,0	0,0062 * 8,00
18	0,0426 * 27,2	0,0150 * 9,80
19	0,1084 * 3,30	0,0648 * 0,60
20	0,2525 * 2,30	0,0864 * 1,00
21	0,2514 * 0,00	0,0998 * 0,00
22	0,2610 * 0,00	0,1025 * 0,00
23	0,2414 * 6,30	0,1097 * 2,10
24	0,5942 * 0,00	0,2216 * 0,00
25	0,3884 * 6,30	0,7053 * 3,20
26	0,2922 * 0,00	0,2051 * 0,00
27	0,2154 * 9,30	0,1144 * 0,50
28	0,1219 * 4,60	0,0485 * 2,30
29	0,1053 * 17,0	0,0526 * 2,60
30	0,2611 * 3,60	0,6751 * 1,80
31	0,5554 * 5,80	0,5830 * 2,90
32	0,2756 * 1,60	0,3824 * 0,80
33	0,2814 * 3,80	0,3853 * 1,90
34	0,4061 * 0,00	0,2170 * 0,00
35	0,2645 * 6,00	0,1891 * 3,00
36	0,2109 * 0,00	0,1634 * 0,00
37	0,2903 * 0,00	0,1418 * 0,00
38	0,1240 * 14,0	0,0891 * 7,00
39	0,2225 * 0,00	0,1430 * 0,00
40	0,2170 * 0,00	0,1675 * 0,00
41	0,1427 * 6,30	0,0668 * 3,00
42	0,1449 * 7,10	0,0239 * 4,40
43	0,1406 * 2,00	0,0357 * 1,00
44	0,1109 * 12,0	0,0795 * 1,80
45	0,0723 * 0,00	0,0534 * 0,00
46	0,1202 * 0,00	0,0676 * 0,00
47	0,1018 * 29,7	0,0103 * 11,6
48	0,1817 * 0,00	0,0596 * 0,00
49	0,1470 * 18,0	0,0309 * 8,50
50	0,1199 * 21,0	0,0103 * 10,5
51	0,1204 * 18,0	0,0174 * 5,30
52	0,1971 * 4,90	0,0626 * 2,20
53	0,1337 * 20,0	0,0420 * 10,0
54	0,1833 * 4,10	0,0393 * 1,40
55	0,1184 * 6,80	0,0138 * 3,40
56	0,1970 * 7,60	0,0569 * 2,20
57	0,2255 * 6,70	0,0207 * 2,00
	105,72	10,43
Sobre-custo operativo AS	116,15 \$/h	

O custo alocado via metodologia proposta é de *116,15 \$/h*, o qual corresponde, aproximadamente, ao valor do sobre-custo operativo computado via processo de reconciliação conforme foi apresentado na Tabela 5.27.

5.4.2 Alocação do Custo do Congestionamento

Na Tabela 5.29, são apresentados os despachos de potência desconsiderando as restrições na rede de transmissão (despacho irrestrito) e levando em consideração os limites de capacidade das linhas de transmissão (despacho restrito).

O congestionamento considerado neste exemplo é ocasionado pelo limite da capacidade atingido nas linhas que interligam as barras 8 e 9, 7 à 29, e 52 e 53.

Tabela 5.29 - Despacho irrestrito / Despacho restrito

B a r r a	Despacho irrestrito				Despacho restrito			
	Solução Primal		Solução Dual		Solução Primal		Solução Dual	
	P _g , MW	Q _g , Mvar	λ _p , \$/MW-h	λ _Q , \$/Mvar-h	P _g , MW	Q _g , Mvar	λ _p , \$/MW-h	λ _Q , \$/Mvar-h
1	265,33	72,73	5,607	0,0	291,99	7,67	6,140	0,0
2	100,00	50,00	5,555	0,0	100,00	44,10	5,857	0,0
3	140,00	36,74	5,682	0,0	140,00	-10,00	5,298	0,0
4			5,752	0,001			4,422	0,012
5			5,826	0,006			2,836	0,019
6	100,00	6,37	5,817	0,0	87,60	12,87	2,052	0,0
7			5,886	0,022			1,739	0,165
8	276,97	55,78	5,839	0,0	176,08	81,57	3,822	0,0
9	100,00	9,00	5,962	0,0	100,00	9,00	11,036	0,0
10			6,077	0,025			7,975	1,673
11			6,022	0,046			9,702	2,605
12	287,56	48,25	6,051	0,0	376,87	143,56	7,837	0,0
13			6,007	0,030			7,739	0,220
14			5,962	0,012			5,957	2,488
15			5,825	0,019			6,375	0,172
16			5,989	0,015			7,449	0,056
17			5,841	0,025			6,874	0,077
18			5,751	0,003			4,798	1,287
19			6,089	0,096			8,396	4,158
20			6,192	0,130			10,512	5,912
21			6,187	0,095			11,474	9,507
22			6,191	0,094			11,926	9,909
23			6,206	0,098			12,561	11,157
24			6,330	0,131			23,195	31,873
25			6,368	0,162			35,835	120,328
26			6,333	0,138			22,386	28,177
27			6,138	0,089			5,884	10,491
28			5,997	0,064			0,206	4,004
29			5,883	0,032			4,074	0,094
30			6,517	0,251			57,992	149,304
31			6,724	0,383			108,135	219,508
32			6,574	0,345			46,640	141,498
33			6,596	0,357			47,222	141,790
34			6,545	0,311			32,571	37,102
35			6,488	0,281			26,196	28,228
36			6,405	0,239			20,787	21,997
37			6,340	0,197			17,574	17,979
38			6,163	0,086			10,830	7,589
39			6,354	0,204			17,542	17,862
40			6,416	0,254			20,423	21,733
41			6,021	0,107			11,531	7,713
42			6,309	0,203			15,018	9,916
43			6,021	0,062			10,141	3,998
44			6,078	0,082			9,531	6,123
45			5,810	0,048			6,693	2,833
46			5,948	0,106			4,632	9,207
47			6,060	0,019			6,114	1,282
48			6,098	0,017			7,911	1,648
49			6,095	0,008			8,280	1,965
50			6,216	0,079			8,099	0,432
51			6,077	0,021			7,403	4,680
52			6,219	0,126			40,408	1,065
53			6,356	0,149			120,219	16,276
54			6,191	0,095			70,634	17,853
55			5,963	0,015			24,913	15,895
56			6,400	0,162			17,726	11,459
57			6,461	0,168			18,958	12,599

Para atender a carga considerando os limites de capacidade das linhas de transmissão é preciso redespachar unidades geradoras as quais se afastam do despacho ótimo.

O novo despacho que deve ser realizado, gera um sobre-custo para o sistema em relação ao despacho no qual os limites de fluxo na transmissão não são levados em conta. O sobre-custo operativo devido ao congestionamento, pode ser computado conforme mostramos na Tabela 5.30.

Tabela 5.30 - Sobre-custo operativo

Gerador	Potência Gerada, MW		Avaliação na função Custo, $C(P_a)$		Diferença, \$/h
	Irrestrito	Restrito	Irrestrito	Restrito	
1	265,33	291,99	783,7991	940,3786	156,5795
2	100,00	100,00	130,2000	130,2000	0,0000
3	140,00	140,00	238,2000	238,2000	0,0000
6	100,00	87,60	130,2000	103,2176	-26,9824
8	276,97	176,08	850,4148	363,0657	-487,3491
9	100,00	100,00	130,2000	130,2000	0,0000
12	287,56	376,87	913,3755	1533,5710	620,1954
Sobre-custo operativo					262,44

O sobre-custo operativo de **262,44 \$/h**, corresponde ao montante que deve ser alocado aos agentes do mercado devido ao congestionamento no sistema de transmissão.

Na Tabela 5.31 é mostrada a alocação do sobre-custo operativo devido ao congestionamento, conforme foi apresentado na equação 4 - 14.

Tabela 5.31 - Alocação do sobre-custo operativo AS

Barras	Sobre-custo operativo (carga ativa), [\$/h]= [\$/ MW-h * MW]	Sobre-custo operativo (carga reativa), [\$/h]= [\$/ Mvar-h * Mvar]
	1	0,0000 * 55,0
2	0,0000 * 3,00	0,0000 * 88,0
3	0,0000 * 41,0	0,0000 * 21,0
4	0,0744 * 0,00	0,0180 * 0,00
5	0,2304 * 13,0	0,0233 * 4,00
6	0,000 * 75,0	0,0000 * 2,00
7	0,3546 * 0,00	0,0561 * 0,00
8	0,0000 * 150	0,0000 * 22,0
9	0,0000 * 121	0,0000 * 26,0
10	0,2894 * 5,00	0,0248 * 2,00
11	0,2286 * 0,00	0,0616 * 0,00
12	0,0000 * 377	0,0000 * 24,0
13	0,1205 * 18,0	0,0114 * 2,30
14	0,1484 * 10,5	0,0214 * 5,30
15	0,1149 * 22,0	0,0056 * 5,00
16	0,1561 * 43,0	0,0075 * 3,00
17	0,1541 * 42,0	0,0065 * 8,00
18	0,0601 * 27,2	0,0221 * 9,80
19	0,0236 * 3,30	0,0412 * 0,60
20	0,0772 * 2,30	0,0644 * 1,00
21	0,131 * 0,00	0,1139 * 0,00
22	0,1437 * 0,00	0,1241 * 0,00
23	0,1175 * 6,30	0,1128 * 2,10
24	0,0303 * 0,00	0,4516 * 0,00
25	1,2639 * 6,30	1,3231 * 3,20
26	0,0211 * 0,00	0,3911 * 0,00
27	0,2484 * 9,30	0,2061 * 0,50
28	0,2808 * 4,60	0,1652 * 2,30
29	0,202 * 17,0	0,2123 * 2,60
30	0,3223 * 3,60	2,1608 * 1,80
31	1,2476 * 5,80	2,1278 * 2,90
32	0,5985 * 1,60	2,1030 * 0,80
33	0,3267 * 3,80	2,1166 * 1,90
34	0,2782 * 0,00	0,4398 * 0,00
35	0,1906 * 6,00	0,3038 * 3,00
36	0,3154 * 0,00	0,3088 * 0,00
37	0,2172 * 0,00	0,2489 * 0,00
38	1,1592 * 14,0	0,0992 * 7,00
39	0,2695 * 0,00	0,2469 * 0,00
40	0,3146 * 0,00	0,3040 * 0,00
41	0,3192 * 6,30	0,1200 * 3,00
42	0,3473 * 7,10	0,1588 * 4,40
43	0,2257 * 2,00	0,0809 * 1,00
44	0,1454 * 12,0	0,0790 * 1,80
45	0,1148 * 0,00	0,0367 * 0,00
46	0,1144 * 0,00	0,1622 * 0,00
47	1,1208 * 29,7	0,0473 * 11,6
48	0,1416 * 0,00	0,0340 * 0,00
49	0,1334 * 18,0	0,0344 * 8,50
50	0,218 * 21,0	0,0066 * 10,5
51	1,0188 * 18,0	0,0764 * 5,30
52	1,1842 * 4,90	0,0436 * 2,20
53	3,1733 * 20,0	0,2503 * 10,0
54	2,2201 * 4,10	0,4203 * 1,40
55	1,1403 * 6,80	0,3988 * 3,40
56	1,3596 * 7,60	0,1867 * 2,20
57	0,3593 * 6,70	0,2051 * 2,00
	233,69	31,46
Sobre-custo operativo AS	265,15 \$/h	

Verifica-se que o custo alocado via AS é de $265,15 \text{ \$/h}$, o qual corresponde, aproximadamente, ao valor do sobre-custo operativo do sistema computado anteriormente.

5.4.3 Estudo do Problema da Reserva de Potência Ativa

Os resultados, como no caso anterior, são obtidos nas duas formas da função objetivo: *a)* Função objetivo quadrática, representada pela equação 5-1 e *b)* Função objetivo linear, representada pela equação 5-2.

A Tabela 5.32, apresenta os resultados do FPO; seguidamente o valor da reserva de potência ativa (definida pela equação 5-3), para cada um dos casos mencionados anteriormente.

Tabela 5.32 - Despacho caso a) / Despacho caso b)

Barra	<i>Despacho caso a) - f.o. quadrática</i>				<i>Despacho caso b) - f.o. linear</i>			
	<i>Solução Primal</i>		<i>Solução Dual</i>		<i>Solução Primal</i>		<i>Solução Dual</i>	
	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h	P_g , MW	Q_g , Mvar	λ_P , \$/ MW-h	λ_Q , \$/ Mvar-h
1	250,77	57,15	1,670	0,0	300,00	47,78	0,009	0,0
2	100,00	60,00	1,657	0,0	0,00	60,00	0,009	0,0
3	119,21	33,91	1,702	0,0	140,00	31,48	0,010	0,0
4			1,725	0,001			0,010	0,000
5			1,750	0,002			0,010	0,000
6	87,45	7,70	1,749	0,0	36,74	9,89	0,010	0,0
7			1,767	0,008			0,010	0,000
8	265,12	48,91	1,750	0,0	300,00	54,59	0,010	0,0
9	88,92	19,00	1,778	0,0	88,25	19,00	0,010	0,0
10			1,797	0,007			0,010	0,000
11			1,792	0,012			0,010	0,000
12	355,54	40,89	1,778	0,0	400,00	37,55	0,010	0,0
13			1,782	0,008			0,010	0,000
14			1,772	0,002			0,010	0,000
15			1,736	0,005			0,010	0,000
16			1,766	0,003			0,010	0,000
17			1,731	0,006			0,010	0,000
18			1,725	0,00			0,010	0,000
19			1,820	0,031			0,010	0,000
20			1,846	0,043			0,010	0,000
21			1,847	0,035			0,010	0,000
22			1,847	0,035			0,010	0,000
23			1,852	0,037			0,010	0,000
24			1,903	0,060			0,011	0,001
25			1,921	0,119			0,011	0,001
26			1,903	0,060			0,011	0,000
27			1,845	0,036			0,010	0,000
28			1,802	0,025			0,010	0,000
29			1,767	0,013			0,010	0,000
30			1,978	0,162			0,011	0,002
31			2,066	0,242			0,012	0,002
32			1,982	0,186			0,011	0,002
33			1,989	0,190			0,011	0,002
34			1,964	0,115			0,011	0,001
35			1,943	0,101			0,011	0,001
36			1,915	0,085			0,011	0,001
37			1,893	0,070			0,011	0,001
38			1,837	0,032			0,010	0,000
39			1,898	0,072			0,011	0,001
40			1,917	0,089			0,011	0,001
41			1,793	0,034			0,010	0,000
42			1,881	0,065			0,011	0,000
43			1,792	0,018			0,010	0,000
44			1,811	0,029			0,010	0,000
45			1,732	0,016			0,010	0,000
46			1,768	0,033			0,010	0,000
47			1,802	0,004			0,010	0,000
48			1,814	0,008			0,010	0,000
49			1,809	0,005			0,010	0,000
50			1,842	0,025			0,010	0,000
51			1,795	0,006			0,010	0,000
52			1,865	0,040			0,011	0,000
53			1,905	0,046			0,011	0,000
54			1,850	0,028			0,010	0,000
55			1,778	0,002			0,010	0,000
56			1,910	0,054			0,011	0,000
57			1,929	0,057			0,011	0,000

No caso *a*); valor da função objetivo é: **1024,40 unidades** e Valor total da margem de potência ativa é **173 MW**.

No caso *b*); valor da função objetivo é: **5,24 unidades** e valor total da margem de potência ativa é **175 MW**.

Os limites de geração de potência ativa foram definidos como:

$$\begin{array}{lll}
 0 \leq P_{g1} \leq 300 \text{ MW} & 0 \leq P_{g2} \leq 100 \text{ MW} & 0 \leq P_{g3} \leq 140 \text{ MW} \\
 0 \leq P_{g6} \leq 100 \text{ MW} & 0 \leq P_{g8} \leq 300 \text{ MW} & 0 \leq P_{g9} \leq 100 \text{ MW} \\
 0 \leq P_{g12} \leq 400 \text{ MW} & &
 \end{array}$$

Os resultados anteriores, confirmam as observações realizadas.

A aplicação do desenvolvimento apresentado na equação 5-6 é mostrada na Tabela 5.33.

Tabela 5.33 - Atribuição da influência na reserva para cada barra

Barras	Atribuição na reserva (carga ativa), [\$/ h]= [\$/ MW-h * MW]	Atribuição na reserva (carga reativa), [\$/ h]= [\$/ Mvar-h)e⁻³ * Mvar]
1	0,0039 * 55,0	0,0004 * 17,0
2	0,0039 * 3,00	0,0028 * 88,0
3	0,0040 * 41,0	0,0032 * 21,0
4	0,0040 * 0,00	0,0080 * 0,00
5	0,0041 * 13,0	0,0075 * 4,00
6	0,0041 * 75,0	0,0051 * 2,00
7	0,0040 * 0,00	0,0162 * 0,00
8	0,0040 * 150	0,0005 * 22,0
9	0,0040 * 121	0,0058 * 26,0
10	0,0040 * 5,00	0,0112 * 2,00
11	0,0040 * 0,00	0,0177 * 0,00
12	0,0039 * 377	0,0006 * 24,0
13	0,0040 * 18,0	0,0144 * 2,30
14	0,0040 * 10,5	0,0139 * 5,30
15	0,0040 * 22,0	0,0106 * 5,00
16	0,0039 * 43,0	0,0021 * 3,00
17	0,0039 * 42,0	0,0053 * 8,00
18	0,0040 * 27,2	0,0130 * 9,80
19	0,0041 * 3,30	0,0486 * 0,60
20	0,0041 * 2,30	0,0670 * 1,00
21	0,0041 * 0,00	0,0652 * 0,00
22	0,0041 * 0,00	0,0660 * 0,00
23	0,0041 * 6,30	0,0701 * 2,10
24	0,0042 * 0,00	0,1277 * 0,00
25	0,0043 * 6,30	0,3274 * 3,20
26	0,0042 * 0,00	0,1227 * 0,00
27	0,0042 * 9,30	0,0694 * 0,50
28	0,0041 * 4,60	0,0480 * 2,30
29	0,0040 * 17,0	0,0293 * 2,60
30	0,0043 * 3,60	0,3398 * 1,80
31	0,0044 * 5,80	0,3388 * 2,90
32	0,0043 * 1,60	0,2668 * 0,80
33	0,0043 * 3,80	0,2712 * 1,90
34	0,0043 * 0,00	0,1708 * 0,00
35	0,0042 * 6,00	0,1526 * 3,00
36	0,0042 * 0,00	0,1319 * 0,00
37	0,0042 * 0,00	0,1103 * 0,00
38	0,0041 * 14,0	0,0582 * 7,00
39	0,0042 * 0,00	0,1131 * 0,00
40	0,0042 * 0,00	0,1395 * 0,00
41	0,0040 * 6,30	0,0589 * 3,00
42	0,0042 * 7,10	0,0903 * 4,40
43	0,0040 * 2,00	0,0283 * 1,00
44	0,0041 * 12,0	0,0524 * 1,80
45	0,0040 * 0,00	0,0380 * 0,00
46	0,0040 * 0,00	0,0543 * 0,00
47	0,0040 * 29,7	0,0297 * 11,6
48	0,0041 * 0,00	0,0309 * 0,00
49	0,0040 * 18,0	0,0268 * 8,50
50	0,0041 * 21,0	0,0398 * 10,5
51	0,0040 * 18,0	0,0131 * 5,30
52	0,0042 * 4,90	0,0574 * 2,20
53	0,0042 * 20,0	0,0639 * 10,0
54	0,0041 * 4,10	0,0386 * 1,40
55	0,0040 * 6,80	0,0098 * 3,40
56	0,0042 * 7,60	0,0746 * 2,20
57	0,0042 * 6,70	0,0793 * 2,00
	4,98	0,0082
Atribuição total	5,0 unid.	

A comparação do valor na Tabela 5.33, com o valor da função objetivo do despacho da Tabela 5.32 - *caso b*). Confirmam-se as afirmações realizadas anteriormente.

Usando a equação 5-7 no despacho da Tabela 5.32 - *caso b*), obtém-se:

$$\sum_{i=1, \dots, n_g} \alpha_i (P_{gi}^{Max} - R_i) = 5,23$$

$$\sum_{i=1}^{n_d} (\pi_{P_i} * P_{d_i} + \pi_{Q_i} * Q_{d_i}) = 5,0$$

o que confirma os resultados anteriores.

5.5 Conclusões

A metodologia proposta recupera os custos das perdas e do congestionamento a serem alocados para cada agente do sistema, sem a necessidade de regras adicionais para a identificação dos custos por barra.

Uma variação da metodologia proposta aplicado ao problema da maximização da margem de potência ativa foi implementado. Isto indica que a metodologia proposta pode ser utilizada para diferentes objetivos na otimização do despacho do sistema.

O método proposto consegue recuperar o valor "exato" do sobre-custo operativo, refletindo as características do sistema de transmissão e, portanto, apresentando indicativos de alocação coerentes aos agentes do sistema. As propriedades requeridas nas estratégias de alocação de serviços são satisfeitas, isto é, o custo do serviço é totalmente recuperado, tal que a alocação está baseada no uso real do serviço.

CAPÍTULO 6

Conclusões e Proposta para Trabalhos Futuros

6.1 *Conclusões*

Esta dissertação teve por objetivo estudar um método de partição de custos que pode ser empregado para alocar entre os diversos acessantes ao sistema de transmissão os custos operativos devido às perdas e ao congestionamento no sistema de transmissão. Durante o desenvolvimento do trabalho, foi salientada a necessidade de desenvolver uma metodologia de repartição dos custos das perdas e do congestionamento baseados nos novos esquemas do mercado elétrico. Forem mencionadas algumas metodologias usadas na literatura na repartição de custos e pôde-se concluir que o método de AS é o único que incorpora os benefícios obtidos pelos agentes do sistema através do cálculo dos custos marginais das barras e cumpre com as propriedades de alocação de aditividade, monotonicidade e defensibilidade.

Os estudos conduziram à elaboração de uma metodologia para repartição dos custo do serviço de perdas e congestionamento, baseados no método de Aumann-Shapley, que utiliza técnicas de otimização para a solução do problema de Fluxo de Potência Ótimo. Com o objetivo de comprovar e validar a metodologia, forem realizados testes computacionais utilizando-se os sistemas de 6, 30 e 57 barras, do IEEE.

As principais conclusões obtidas com esta dissertação são resumidas a seguir:

- ✓ Duas correntes básicas em mercados de energia elétrica têm aparecido como novos modelos (*Pool* e *Bilateral*). Outros modelos tem sido criados visando adaptar-se às características particulares dos sistemas; mas são resultados de combinações ou algumas mudanças das duas correntes básicas, como é o caso do mercado *Tight Pool* do Brasil.
- ✓ Independente da estrutura de mercado considerada, é preciso implementar uma metodologia de cálculo e alocação dos custos decorrentes das perdas e do congestionamento que seja coerente com a operação do sistema e que reflita as verdadeiras características de uso do sistema de transmissão, sem perder de vista as propriedades de alocação eficiente destes custos.
- ✓ O papel desenvolvido pelo sistema de transmissão torna-se fundamental na implementação dos novos modelos de mercado, pois é ele que permite que geradores mais eficientes alcance o mercado de modo que o consumidor final tenha acesso ao produto de menor custo. Por isto requer-se que o acesso ao sistema de transmissão por parte de geradores e cargas seja manejado de forma aberta, equitativa e não discriminatória.
- ✓ No objetivo de alocação dos sobre-custos operativos do sistema, as metodologias baseadas em custos marginais são as mais adequadas, dada a sua compatibilidade com um ambiente econômico competitivo.
- ✓ A metodologia proposta, a qual é baseada no método de Aumann-Shapley, tornou-se apropriada na repartição de custos de congestionamento e perdas, já que é baseada em custos marginais permitindo refletir as verdadeiras características do uso do sistema de transmissão.

- ✓ Técnicas de otimização são de extrema importância na definição da metodologia proposta, pois junto com a solução ótima fornecem os custos marginais (multiplicadores de Lagrange), que devem ser utilizados para a repartição de custos em ambientes competitivos.
- ✓ A repartição de custos utilizando a metodologia proposta, sinaliza corretamente a escassez de recursos, já que é baseada em custos marginais, recupera o custo do serviço, não implica em subsídios cruzados, e é "justa" (comparável). Além disso é aditiva, já que repartições de diversos tipos de serviços podem ser somadas separadamente.
- ✓ A metodologia proposta pode ser estendida na alocação dos sobre-custos de perdas e congestionamentos para diferentes objetivos na otimização do despacho do sistema. Além disso, a sua aplicação em sistemas de grande porte é perfeitamente viável.
- ✓ Quanto maior for o número de pontos na discretização da carga no intervalo $[0, 1]$, maior será a precisão dos resultados obtidos na metodologia proposta; entretanto, maior também será o esforço computacional, já que precisa-se resolver o problema de Fluxo de Potência Ótimo mais vezes.
- ✓ Conclui-se que para os testes cobertos nesta dissertação, a metodologia proposta mostrou-se bastante satisfatória como ferramenta na repartição de custos do serviço de congestionamento e perdas entre os diversos agentes ao sistema.

6.2 *Propostas para Trabalhos Futuros*

A seguir são listados alguns tópicos para estudos futuros:

Considerar outras regras de operação na determinação do custo de perdas e congestionamento e partição destes custos entre os diversos usuários do sistema de transmissão.

Aplicar a metodologia descrita em outros tipos de serviços ancilares, de modo a verificar o comportamento da função custo destes serviços.

Verifica-se que quanto maior o valor de Δt (pontos discretizados da carga no intervalo $[0 \ 1]$), maior será a precisão do custo unitário de AS. Entretanto, também será maior o esforço computacional, já que será necessário resolver um maior número de FPO's; por isto propõe-se a utilização e implementação de um ambiente paralelo na solução dos FPO's para os diferentes intervalos de discretização da carga.

A pesar de que pouco ou quase nada existe escrito na literatura, na determinação e alocação do custo de congestionamento causado pelo atendimento do limite de tensão nas barras do sistema; fica salientada a necessidade de realizar um estudo que considere dito fato. Durante o desenvolvimento deste trabalho forem considerados alguns aspectos relacionados com o tema, mas existe a necessidade de aprofundar e pesquisar ainda mais sobre este tópico antes de poder realizar alguma apreciação.

ANEXO 1

Parâmetros Elétricos dos Sistemas Testes .

No Anexo 1 são apresentados os parâmetros elétricos referentes aos sistemas testes utilizados no presente trabalho. Os dados são apresentados em *p.u.* na base de 100 MVA e 230 kV.

Nas barras:

Tipo 0	Barra de referencia (folga)
Tipo 1	Barra PV (geração)
Tipo 2	Barra PQ (carga)

A1.1 Sistema Teste de 6 Barras

Tabela A1.1 Dados das barras

<i>Barra</i>	<i>Tipo</i>	<i>Pg_{Min}</i>	<i>Pg_{Max}</i>	<i>Qg_{Min}</i>	<i>Qg_{Max}</i>	<i>Pd.</i>	<i>Qd.</i>
1	0	0.0	0.90	- 0.9	0.9	0	0
2	1	0.0	0.25	0	0.11	0	0
3	2					0.034	0.012
4	2					0.008	0.003
5	1	0.0	0.5	- 0.15	0.625	0.012	0.007
6	2					0.044	0.012

Tabela A1.2 Dados das linhas

<i>Linha</i>		<i>R</i>	<i>X</i>	<i>Bsh</i>
<i>Origem</i>	<i>Destino</i>			
1	4	0.16	0.74	0.007
1	6	0.246	1.036	0.01
2	3	1.446	2.1	0
2	5	0.564	1.28	0
3	4	0	0.266	0
4	6	0.194	0.814	0.0076
5	6	0	0.6	0

A1.2 Sistema IEEE de 30 Barras**Tabela A1.4 Dados das barras**

<i>Barra</i>	<i>Tipo</i>	<i>Pg_{Min}</i>	<i>Pg_{Max}</i>	<i>Qg_{Min}</i>	<i>Qg_{Max}</i>	<i>Pd.</i>	<i>Qd.</i>	<i>Capacitor/Reator</i>
1	0	0.0	3.0	-0.95	1.90	0	0	
2	1	0.0	0.9	-0.20	0.40	0.217	0.127	
3	2					0.024	0.012	
4	2					0.076	0.016	
5	1	0.0	0.5	-0.15	0.625	0.942	0.19	
6	2					0	0	
7	2					0.228	0.109	
8	1	0.0	0.9	-0.15	0.50	0.30	0.30	
9	2					0	0	
10	2					0.058	0.02	0.19
11	1	0.0	0.6	-0.1	0.40	0	0	
12	2					0.112	0.075	
13	1	0.0	0.6	-0.15	0.45	0	0	
14	2					0.062	0.016	
15	2					0.082	0.025	
16	2					0.035	0.018	
17	2					0.09	0.058	
18	2					0.032	0.009	
19	2					0.095	0.034	
20	2					0.022	0.007	
21	2					0.175	0.112	
22	2					0	0	
23	2					0.032	0.016	
24	2					0.087	0.067	0.040
25	2					0	0	
26	2					0.035	0.023	
27	2					0	0	
28	2					0	0	
29	2					0.024	0.009	
30	2					0.106	0.019	

Tabela A1.5 Dados das linhas

<i>Linha</i>		<i>R</i>	<i>X</i>	<i>Bsh</i>
<i>Origem</i>	<i>Destino</i>			
1	2	0.0192	0.0575	0.0528
1	3	0.0452	0.1852	0.0408
2	4	0.057	0.1737	0.0368
2	5	0.0472	0.1983	0.0418
2	6	0.0581	0.1763	0.0374
3	4	0.0132	0.0379	0.0084
4	6	0.0119	0.0414	0.009
4	12	0	0.256	0
5	7	0.046	0.116	0.024
6	7	0.0267	0.082	0.017
6	8	0.012	0.042	0.009
6	9	0	0.208	0
6	10	0	0.556	0
6	28	0.0169	0.0599	0.013
8	28	0.0636	0.2	0.0428
9	10	0	0.11	0
9	11	0	0.208	0
10	17	0.0324	0.0845	0
10	20	0.0936	0.209	0
10	21	0.0348	0.0749	0
10	22	0.0727	0.1499	0
12	13	0	0.14	0
12	14	0.1231	0.2559	0
12	15	0.0662	0.1304	0
12	16	0.0945	0.1987	0
14	15	0.221	0.1997	0
15	18	0.107	0.2185	0
15	23	0.1	0.202	0
16	17	0.0824	0.1923	0
18	19	0.0639	0.1292	0
19	20	0.034	0.068	0
21	22	0.0116	0.0236	0
22	24	0.115	0.179	0
23	24	0.132	0.27	0
24	25	0.1885	0.3292	0
25	26	0.2544	0.38	0
25	27	0.1093	0.2087	0
27	28	0	0.396	0
27	29	0.2198	0.4153	0
27	30	0.3202	0.6027	0
29	30	0.2399	0.4533	0

A1.3 Sistema IEEE de 57 Barras

Tabela A1.6 Dados das barras

<i>Barra</i>	<i>Tipo</i>	<i>Pg_{Min}</i>	<i>Pg_{Max}</i>	<i>Qg_{Min}</i>	<i>Qg_{Max}</i>	<i>Pd.</i>	<i>Qd.</i>
1	0	0.0	3.0	-0.95	1.90	0.55	0.17
2	1	0.0	0.9	-0.20	0.40	0.03	0.88
3	1	0.0	0.9	-0.20	0.40	0.41	0.21
4	2					0	0
5	2					0.13	0.04
6	1	0.0	0.5	-0.15	0.625	0.75	0.02
7	2					0	0
8	1	0.0	0.9	-0.15	0.50	1.50	0.22
9	1	0.0	0.9	-0.15	0.50	1.21	0.26
10	2					0.05	0.02
11	2					0	0
12	1	0.0	0.6	-0.15	0.45	3.77	0.24
13	2					0.18	0.023
14	2					0.105	0.053
15	2					0.22	0.05
16	2					0.43	0.03
17	2					0.42	0.08
18	2					0.272	0.098
19	2					0.033	0.006
20	2					0.023	0.01
21	2					0	0
22	2					0	0
23	2					0.063	0.021
24	2					0	0
25	2					0.063	0.032
26	2					0	0
27	2					0.093	0.005
28	2					0.046	0.023
29	2					0.17	0.026
30	2					0.036	0.018
31	2					0.058	0.029
32	2					0.016	0.08
33	2					0.038	0.019
34	2					0	0
35	2					0.06	0.03
36	2					0	0
37	2					0	0
38	2					0.14	0.07
39	2					0	0
40	2					0	0
41	2					0.063	0.03
42	2					0.071	0.044
43	2					0.02	0.01
44	2					0.12	0.018
45	2					0	0
46	2					0	0
47	2					0.297	0.116
48	2					0	0
49	2					0.18	0.085
50	2					0.21	0.105
51	2					0.18	0.053
52	2					0.049	0.022
53	2					0.20	0.10
54	2					0.041	0.014
55	2					0.068	0.034
56	2					0.076	0.022
57	2					0.067	0.02

Tabela A1.7 Dados das linhas

<i>Linha</i>		<i>R</i>	<i>X</i>	<i>Bsh</i>
<i>Origem</i>	<i>Destino</i>			
1	2	0.0083	0.028	0.129
1	15	0.0178	0.091	0.0988
1	16	0.0454	0.206	0.0546
1	17	0.0238	0.108	0.0286
2	3	0.0298	0.085	0.0818
3	4	0.0112	0.0366	0.038
3	15	0.0162	0.053	0.0544
4	5	0.0625	0.132	0.0258
4	6	0.043	0.148	0.0348
4	18	0	0.555	0
4	18	0	0.43	0
5	6	0.0302	0.0641	0.0124
6	7	0.02	0.102	0.0276
6	8	0.0339	0.173	0.047
7	8	0.0139	0.0712	0.0194
7	29	0	0.0648	0
8	9	0.0099	0.0505	0.0548
9	10	0.0369	0.1679	0.044
9	11	0.0258	0.0848	0.0218
9	12	0.0648	0.295	0.0772
9	13	0.0481	0.158	0.0406
9	55	0	0.1205	0
10	12	0.0277	0.1262	0.0328
10	51	0	0.0712	0
11	13	0.0223	0.0732	0.0188
11	41	0	0.749	0
11	43	0	0.153	0
12	13	0.0178	0.058	0.0604
12	16	0.018	0.0813	0.0216
12	17	0.0397	0.179	0.0476
13	14	0.0132	0.0434	0.011
13	15	0.0269	0.0869	0.023
13	49	0	0.191	0
14	15	0.0171	0.0547	0.0148
14	46	0	0.0735	0
15	45	0	0.1042	0
18	19	0.461	0.685	0
19	20	0.283	0.434	0
20	21	0	0.7767	0
21	22	0.0736	0.117	0
22	23	0.0099	0.0152	0
22	38	0.0192	0.0295	0
23	24	0.166	0.256	0.0084
24	25	0	1.182	0

<i>Linha</i>		<i>R</i>	<i>X</i>	<i>Bsh</i>
<i>Origem</i>	<i>Destino</i>			
24	25	0	1.23	0
24	26	0	0.0473	0
25	30	0.135	0.202	0
26	27	0.165	0.254	0
27	28	0.0618	0.0954	0
28	29	0.0418	0.0587	0
29	52	0.1442	0.187	0
30	31	0.326	0.497	0
31	32	0.507	0.755	0
32	33	0.0392	0.036	0
32	34	0	0.953	0
34	35	0.052	0.078	0.0032
35	36	0.043	0.0537	0.0016
36	37	0.029	0.0366	0
36	40	0.03	0.0466	0
37	38	0.0651	0.1009	0.002
37	39	0.0239	0.0379	0
38	44	0.0289	0.0585	0.002
38	48	0.0312	0.0482	0
38	49	0.115	0.177	0.006
39	57	0	1.355	0
40	56	0	1.195	0
41	42	0.207	0.352	0
41	43	0	0.412	0
41	56	0.553	0.549	0
42	56	0.2125	0.354	0
44	45	0.0624	0.1242	0.004
46	47	0.023	0.068	0.0032
47	48	0.0182	0.0233	0
48	49	0.0834	0.129	0.0048
49	50	0.0801	0.128	0
50	51	0.1386	0.22	0
52	53	0.0762	0.0984	0
53	54	0.1878	0.232	0
54	55	0.1732	0.2265	0
56	57	0.174	0.26	0

ANEXO 2

Regra de repartição de custos de Aumann-Shapley

No presente Anexo é apresentada a regra de repartição de custos de Aumann-Shapley (AS), baseada no desenvolvimento matemático apresentado em [11, 23, 25], aplicada à solução do problema de alocação do custo de congestionamento e perdas para um modelo de mercado *Pool*.

A2.1 Repartição de Custos, Um Exemplo Ilustrativo

Para ilustrar o problema existente na repartição de custos, considere o seguinte exemplo [38]:

Duas cidades A e B vizinhas pretendem construir em conjunto um sistema de distribuição de água. A cidade A poderia construir o seu próprio sistema a um custo de \$11 milhões, enquanto que a cidade B poderia construí-lo por \$7 milhões.

Se ambas as cidades cooperarem, elas construiriam um único sistema em conjunto, que atenderia às necessidades das duas cidades, a um custo de \$15 milhões, havendo então uma economia conjunta de \$3 milhões. Entretanto, só existirá cooperação se houver uma concordância na forma de divisão de custos.

Uma solução seria a divisão do custo total igualmente, isto é \$7,5 milhões para cada cidade, mas a cidade *B*, não concordaria, já que ela poderia construir seu próprio sistema a um menor custo (\$7 milhões).

Uma outra solução seria dividir o custo total entre o número de habitantes das duas cidades. Supondo que a cidade *A*, possua 36000 habitantes e a cidade *B* 12000, o custo por habitante resultante seria \$312,50. Logo a cidade *A* pagaria \$11,25 milhões, e a cidade *B* \$3,75 milhões. Para este caso, seria a cidade *A* que não concordaria, já que ela gastaria mais do que se construísse seu próprio sistema (\$11 milhões).

Verifica-se então que nestas duas soluções propostas não há um incentivo para a cooperação. A questão relacionada a uma repartição “justa” é bastante complexa, já que ela tem que proporcionar a ambas as partes envolvidas um incentivo à cooperação. Sem tais incentivos, a cooperação provavelmente não irá ocorrer, e os resultados obtidos serão ineficientes. Então, as principais características desejadas em repartição de custos: eficiência, justiça e incentivos à cooperação são fortemente relacionadas [29].

Se a atenção fosse focalizada sobre o montante economizado, e não sobre o montante pago pelas duas cidades, haverá então um incentivo à cooperação.

Desta forma, três soluções poderiam ser adotadas: A primeira seria a de se dividir o montante economizado \$3 milhões, entre as duas cidades. Neste caso a cidade *A* pagaria $\$11 - \$1,5 = \$9,5$ milhões e a cidade *B* $\$7 - \$1,5 = \$5,5$ milhões. Uma segunda solução seria a divisão do montante economizado pelo número de residentes das duas cidades. Cada habitante economizaria \$62,50, resultando em um custo para a cidade *A* de \$8,75 milhões e para a cidade *B* de \$6,25 milhões. Uma terceira solução seria repartir o montante economizado na proporção do custo de oportunidade de cada cidade. A cidade *A* pagaria \$9,17 milhões ($\$11 - \$3 * (\$11/\$18)$) e a cidade *B* \$5,83 milhões ($\$7 - \$3 * (\$7/\$18)$).

A Tabela A2.1 apresenta os resultados obtidos para os cinco critérios apresentados nesta seção.

Tabela A2.1 Repartição de custos

	Critério	Cidade A, \$	Cidade B, \$
I	Igual divisão do custo entre as cidades	7,50	7,50
II	Igual divisão do custo entre habitantes	11,25	3,75
III	Igual divisão do montante economizado entre as cidades	9,50	5,50
IV	Igual divisão do montante economizado entre Habitantes	8,75	6,25
V	Repartição proporcional ao custo de oportunidade	9,17	5,83

Estas três últimas formas de repartição fornecem um incentivo à cooperação para ambas as partes. Qualquer solução em que A e B paguem no máximo \$11 milhões e \$7 milhões, respectivamente, criam um incentivo à cooperação, e o conjunto de tais soluções é denominado de núcleo ("core") de um jogo cooperativo [25, 28].

A2.2 Princípio da Decomposição

Suponha, por exemplo, que quatro proprietários desejam conectar suas casas a uma rede de entrega de energia, conforme mostra a Figura A2.1. Suponha também que o custo de cada segmento de linha é proporcional ao seu comprimento, e que não varia em função de se é utilizado por apenas um ou por vários usuários. Deste modo, o custo do segmento OA é o mesmo se utilizado

para fornecer energia somente a casa A, ou se também for utilizado para suprir as demais casas.

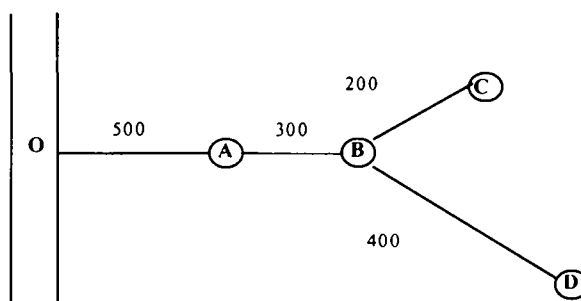


Figura A2.1 - Princípio da decomposição

Se não houver cooperação, os proprietários podem construir em paralelo seus próprios sistemas de distribuição de energia, mas essa não seria uma solução economicamente atraente [28].

A solução de menor custo global é a construção de somente 4 segmentos, **OA**, **AB**, **BC** e **BD**. Mas para que ela ocorra é necessário haver uma forma justa de repartição de custos.

Um critério justo que pode ser adotado é o seguinte: o custo de um determinado segmento deve ser dividido igualmente entre todos que o utilizam. Desta forma, o custo do segmento **OA** deve ser dividido entre os 4 usuários, o do segmento **AB** entre os usuários B, C e D, e o dos segmentos **BC** e **BD** devem ser pagos exclusivamente pelos usuários C e D, respectivamente. Utilizando este critério, a repartição resultante é mostrada na Tabela A2.2.

Tabela A2.2 - Princípio da decomposição

Segmento	Usuários				Custo do Segmento
	A	B	C	D	
<i>OA</i>	125	125	125	125	500
<i>AB</i>		100	100	100	300
<i>BC</i>			200		200
<i>BD</i>				400	400
Total	125	225	425	625	1400

Para generalizar esta idéia, suponha que um determinado projeto ou serviço seja composto por m componentes distintos. Chamando $C_\alpha \geq 0$ o custo do componente α , $\alpha = 1, \dots, m$; $N = \{1, 2, \dots, n\}$ o conjunto de potenciais usuários, e $N_\alpha \subseteq N$ o conjunto de usuários do componente α , então o custo isolado para cada subconjunto $S \subseteq N$ seria:

$$c(S) = \sum_{N_\alpha \cap S \neq \emptyset} C_\alpha \quad (\text{A2-1})$$

O princípio da decomposição estabelece que quando uma função se decompõe, a solução deve ser obtida dividindo-se o custo de cada elemento entre todos que o utilizam, somando-se os resultados ao final [25].

É importante ressaltar que o princípio da decomposição resulta em uma repartição pertencente ao núcleo [29]. Como $c(S)$ é o somatório dos custos dos segmentos utilizados pelos integrantes de S , e o custo de qualquer segmento é dividido igualmente entre todos seus usuários, nem todos contidos em S , conclui-se que os membros de S nunca pagarão coletivamente mais do que $c(S)$ [26, 27].

A2.3 Jogos Cooperativos – Metodologia de Aumann-Shapley

A repartição de custos são de um grande interesse, pois representam um incentivo para cooperação entre os agentes. Entretanto, em determinadas situações, organizações institucionais, empresas, etc., existem de início um conjunto de agentes que têm que se repartir um custo comum, de forma justa. Por exemplo, em sistemas de potência é anti-econômico se ter uma linha de transmissão para cada par gerador-carga. Com isto, devido aos custos de transmissão, existe uma associação natural entre os agentes, tendo que repartir de uma forma justa outros custos, como custos de potência reativa, perdas, congestionamento, etc.

Existem várias formas de se deduzir matematicamente a repartição de custos de Aumann-Shapley. Por exemplo em [29], Billera, Heath e Raanan a apresentam como resultado de propriedades de jogos não atômicos, desenvolvidos por Aumann-Shapley. Em [39], Billera e Heath apresentam a repartição de Aumann-Shapley como sendo a única repartição de custos que satisfaz um conjunto de axiomas: recupera o custo do serviço, é aditiva, é invariante com relação a mudanças de escala e é monotônica.

Neste trabalho é estudada a regra de repartição de custos de Aumann-Shapley, baseada no desenvolvimento matemático apresentado em [11, 23, 25], aplicada à solução do problema de alocação do custo das perdas e do congestionamento em modelos de mercado *Pool*.

Suponha então que dois agentes A e B, desejam repartir o custo de um determinado serviço, cuja função custo é apresentada a seguir:

$$C(A,B) = (A+B)^3$$

Supondo-se que os montantes de transação dos agentes A e B sejam 1 e 2, respectivamente, então:

$$c(A) = 1$$

$$c(B) = 8$$

$$c(A, B) = 27$$

Com isso, aplicando-se o valor de Shapley para obter o montante que cabe a cada agente, tem-se:

$$X_A = c(A)/2 + (c(A, B) - c(B))/2 = 1/2 + 19/2 = 10$$

$$X_B = c(B)/2 + (c(A, B) - c(A))/2 = 8/2 + 26/2 = 17$$

onde:

X_A montante do custo que cabe ao agente A

X_B montante do custo que cabe ao agente B

O valor de Shapley é o valor médio dos vários custos incrementais de um dado agente, onde a permutação dos agentes é feita de modo que cada um possa vir a ser o primeiro a entrar na coalizão, o segundo, e assim por diante.

Calculando-se o montante que cabe a cada agente por unidade de transação, obtém-se:

$$X_{A/ut} = 10/1 = 10/_{u.t.}$$

$$X_{B/ut} = 17/2 = 8,5/_{u.t.}$$

Como os agentes A e B possuem efeito similar sobre a função custo, seria de se esperar que os montantes que cabem a cada um deles por unidade de transação fossem os mesmos. Entretanto, o agente A paga mais por unidade de transação que o agente B . Isto ocorre porque o tamanho da transação do agente B é o dobro da do agente A , logo B é menos sensível a ordem de entrada dos agentes nas coalizões.

Este problema pode ser resolvido fracionando-se cada transação, de modo que cada fração de transação seja igual. Com isto, cada agente é subdividido em uma infinidade de subagentes, onde o montante de transação de cada subagente é Δ , $\Delta \rightarrow 0$. Então, após uma fração b^* de transação de todos os agentes ter sido atendida, uma porção ε_i , $\varepsilon_i \rightarrow 0$, do agente i passaria também a ser atendida. Como $\varepsilon_i \rightarrow 0$, pode-se dizer que o custo incremental do serviço se aproxima do custo marginal. Logo:

$$\Delta c(b^*, \varepsilon_i) - c(b^*) \approx \left. \frac{\partial c(b)}{\partial c(b_i)} \right|_{b=b^*} \times \varepsilon_i \quad (\text{A2 - 2})$$

Sendo assim, a transação original do agente A (P_A) corresponderia a N_1 subtransações de tamanho Δ , e a do agente B (P_B) a N_2 subtransações, também de tamanho Δ , conforme mostra a Figura A2.2.

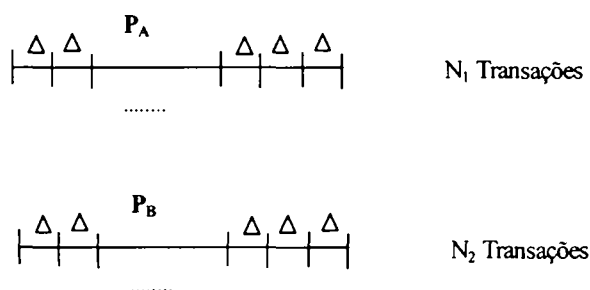


Figura A2.2 - Partição em subtransações

Definindo $N = N_1 + N_2$ o número total de subtransações, estas poderiam ser combinadas de (N/N_1) maneiras possíveis. Cada combinação pode ser associada a um “caminho” no espaço bidimensional, partindo de zero e tendo como ponto final as coordenadas correspondentes ao montante de transações originais. Então, para cada caminho α um custo marginal médio é obtido. Por exemplo, o custo marginal médio para o caminho mostrado na Figura A2.3, onde $N_1 = 2$ e $N_2 = 1$, seria:

$$\bar{\pi}_A^\alpha = \left(\frac{\partial c}{\partial x}(\Delta, 0)\Delta + \frac{\partial c}{\partial x}(2\Delta, \Delta)\Delta \right) / P_A \quad (\text{A2 - 3})$$

$$\bar{\pi}_B^\alpha = \left(\frac{\partial c}{\partial x}(\Delta, \Delta)\Delta \right) / P_B \quad (\text{A2 - 4})$$

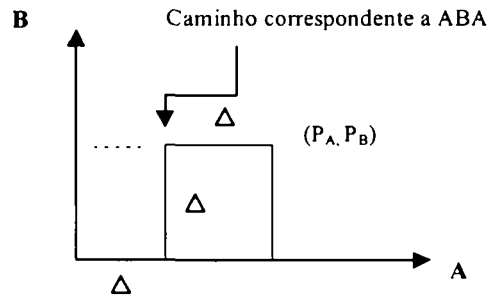


Figura A2.3 - Caminho ABA

Os coeficientes finais seriam a média dos custos marginais médios de todos os caminhos:

$$\bar{\pi}_A = \left(\sum_{\alpha} \bar{\pi}_A^\alpha \right) / N_{\alpha} \quad (\text{A2 - 5})$$

$$\bar{\pi}_B = \left(\sum_{\alpha} \bar{\pi}_B^\alpha \right) / N_{\alpha} \quad (\text{A2 - 6})$$

onde $N_{\alpha} = \begin{bmatrix} N \\ N_1 \end{bmatrix}$

Observa-se que A2 - 5 e A2 - 6 podem ser vistos como valores esperados de uma variável randômica em função de uma distribuição discreta, e que quando $\Delta \rightarrow 0$, $N, N_1, N_2 \rightarrow \infty$ [40]. Para obter o limite deve-se computar π_A e π_B em uma forma não seqüencial.

Seleciona-se então um ponto no espaço bidimensional (τ_A, τ_B) ,
 $0 \leq \tau_A \leq P_A, \quad 0 \leq \tau_B \leq P_B$.

Definindo $k_1 = \tau_A/\Delta$ e $k_2 = \tau_B/\Delta$, o número de caminhos que passam por
 $(k_1\Delta, k_2\Delta)$ e $((k_1+1)\Delta, k_2\Delta)$ seria:

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 \\ k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N - (k_1 + k_2) - 1 \\ N_1 - k_1 - 1 \end{bmatrix} = N(k_1, k_2) \frac{N_1 - k_1}{N - (k_1 + k_2)} \quad (\text{A2 - 7})$$

Onde:

$$N(k_1, k_2) = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 \\ k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N - (k_1 + k_2) \\ N_1 - k_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A2 - 8})$$

Agora $\tilde{\pi}_A$ pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\tilde{\pi}_A = \frac{1}{P_A} \sum_{k_1, k_2} \frac{N_1 - k_1}{N - (k_1 + k_2)} \frac{N(k_1, k_2)}{N_\alpha} \frac{\partial c}{\partial x}(k_1\Delta, k_2\Delta)\Delta \quad (\text{A2 - 9})$$

ou, fazendo $k = k_1 + k_2$;

$$\tilde{\pi}_A = \frac{1}{P_A} \sum_{k=1}^N \left(\sum_{k_1=1}^k \frac{N_1 - k_1}{N - k} \frac{N(k_1, k - k_1)}{N_\alpha} \frac{\partial c}{\partial x}(k_1\Delta, (k - k_1)\Delta)\Delta \right) \quad (\text{A2 - 10})$$

Verifica-se que;

$$\frac{N(k_1, k - k_1)}{N_\alpha} = \frac{\begin{bmatrix} k \\ k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N - k \\ N_1 - k_1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} N \\ N_1 \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} N_1 \\ k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N - N_1 \\ k - k_1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} N \\ k \end{bmatrix}} \quad (\text{A2 - 11})$$

É a distribuição hipergeométrica com parâmetros (N, N_1, k) . Fazendo $p = N_1/N = P_A/(P_A+P_B)$, sabe-se que quando $N, N_1, N_2 \rightarrow \infty$, mantendo-se p constante, a distribuição hipergeométrica se aproxima da distribuição binomial com parâmetros (k, p) [40].

Como:

$$\frac{N_1 - k_1}{N - k} \rightarrow \frac{N_1}{N}, \text{ quando } N_1, N \rightarrow \infty$$

Então:

$$\tilde{\pi}_A = \frac{1}{P_A} \frac{N_1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\sum_{k_1=1}^k \binom{k}{k_1} \right) p^{k_1} (1-p)^{k-k_1} \frac{\partial c}{\partial x} (k_1 \Delta, (k-k_1) \Delta) \quad (\text{A2 - 12})$$

Agora, como $N \rightarrow \infty$, da teoria da probabilidade, $k_1 \approx k_p$ [40]. Portanto,

$$\tilde{\pi}_A = \frac{1}{P_A} \frac{N_1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\partial c}{\partial x} (k_p \Delta, k(1-p) \Delta) \quad (\text{A2 - 13})$$

Como $\Delta = P_A / N_1$

$$\tilde{\pi}_A = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\partial c}{\partial x} \left(k_p \frac{P_A}{N}, k \frac{P_B}{N} \right) \Delta \quad (\text{A2 - 14})$$

Finalmente como $N \rightarrow \infty$

$$\tilde{\pi}_A = \int_{t=0}^1 \frac{\partial c}{\partial x} (tp_A, tp_B) dt \quad (\text{A2 - 15})$$

Da mesma forma

$$\tilde{\pi}_B = \int_{t=0}^1 \frac{\partial c}{\partial y} (tp_A, tp_B) dt \quad (\text{A2 - 16})$$

$\tilde{\pi}_A$ e $\tilde{\pi}_B$ são chamados de custos unitários de AS para os agentes A e B , respectivamente. Eles correspondem à média dos custos marginais, quando os valores das transações crescem uniformemente de zero até seus valores correntes.

Generalizando para n agentes, o custo que cabe a cada um utilizando-se a metodologia de AS seria:

$$\chi_i = b_i * \tilde{\pi}_i \quad \text{onde:} \quad \tilde{\pi}_i = \int_{t=0}^1 \frac{\partial c(tb)}{\partial b_i} dt \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A2 - 17})$$

Onde:

χ_i montante que cabe ao agente i ;

b_i montante de transação do agente i ;

$\tilde{\pi}_i$ custo unitário de AS para o agente i .

A repartição via método de AS sinaliza corretamente a escassez de recursos, já que está baseada em custos marginais, recupera o custo e é justa. Além de isso é aditiva, já que repartições de custos de diversos tipos de serviços podem ser somados separadamente.

A2.4 Propriedades da Metodologia de Aumann-Shapley

Considere um processo de produção que resulte em n diferentes bens ou serviços, e que para produzir x_i unidades de cada bem i , $i = 1, \dots, n$, acarrete em um custo $f(x_1, \dots, x_n)$, onde supõe-se que $f(x_1, \dots, x_n)$ tenha primeiras derivadas contínuas, e que $f(0, \dots, 0) = 0$. Então, para se produzir a_i ($a_i \geq 0$) unidades do bem x_i , $i = 1, \dots, n$, o custo total resultante seria $f(a_1, \dots, a_n)$.

Diz-se que uma metodologia de partição de custos recupera o custo do serviço, se o somatório dos custos por unidade de produção multiplicados pelo montante produzido para cada bem a_i , $i = 1, \dots, n$, for igual ao custo do serviço $f(a_1, \dots, a_n)$. Matematicamente:

$$\sum_{i=1, \dots, n} c_i(f, a) * a_i = f(a_1, \dots, a_n) \quad (\text{A2 - 18})$$

$c_i(f, a)$ custo por unidade de produção associado a cada bem x_i

a_i montante produzido de cada bem x_i

Suponha que a função custo $f(x_1, \dots, x_n)$ possa ser decomposta em duas funções, $k(x_1, \dots, x_n)$ e $h(x_1, \dots, x_n)$, de modo que:

$$f(x_1, \dots, x_n) = k(x_1, \dots, x_n) + h(x_1, \dots, x_n) \quad (\text{A2 - 19})$$

Diz-se que uma metodologia de partição de custos é aditiva se:

$$c_i(f, a) = c_i(k, a) + c_i(h, a) \quad (\text{A2 - 20})$$

sempre que, $f(a_1, \dots, a_n) = k(a_1, \dots, a_n) + h(a_1, \dots, a_n)$

onde:

$c_i(f, a)$ custo por unidade de produção associado a cada bem x_i obtido utilizando-se a função f

$c_i(k, a)$ custo por unidade de produção associado a cada bem x_i obtido utilizando-se a função k

$c_i(h, a)$ custo por unidade de produção associado a cada bem x_i obtido utilizando-se a função h

Suponha que os bens produzidos (x_1, \dots, x_n) , a um custo $f(x_1, \dots, x_n)$, sejam na realidade os mesmos produtos, porém medidos em diferentes unidades (por exemplo, para $n = 2$, gasolina em litros e em galões americanos). Então, na

realidade, existe apenas um bem produzido y , que é obtido através de uma combinação linear dos vetores z e x , onde z_i é um fator que relaciona a unidade de medida de x_i com a de y . Matematicamente:

$$y = z_1 x_1 + z_2 x_2 + \dots + z_n x_n, \quad z_n \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{A2 - 21})$$

Deste modo, pode-se definir uma nova função custo $g(y)$, tal que:

$$g(y) = g(z_1 x_1 + z_2 x_2 + \dots + z_n x_n) = f(x_1, \dots, x_n) \quad (\text{A2 - 22})$$

Diz-se que um método de repartição de custos é invariante em relação à mudanças de escala, se o custo por unidade de produção associado a y for c_0 (obtido utilizando-se a função custo $g(y)$), então o custo por unidade de produção associado a x_i , $i = 1, \dots, n$ (obtido utilizando-se a função custo $f(x_1, \dots, x_n)$) for:

$$c_i = z_i c_0 \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{A2 - 23})$$

Se $f(x_1, \dots, x_n)$ for uma função monótona crescente, então quanto maior a produção de cada bem x_i , $i = 1, \dots, n$, maior o custo de produção resultante.

Diz-se que uma metodologia de partição de custos é monotônica se, para dois montantes de produção a_i e a_i' , $i = 1, \dots, n$, então;

$$\text{Se } a_i' > a_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{A2 - 24})$$

então $f(a_1', \dots, a_n') > f(a_1, \dots, a_n)$

Em [39], Billera e Heath, e em [29], Billera, Heath e Raanan mostram que a repartição de custos de Aumann-Shapley é a única que satisfaz as quatro propriedades definidas acima.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] The California System Operator.
Website: www.caiso.com/aboutus/restructure/
- [2] ***User's guide to the Pool Rules***. Electricity Pool of England and Wales, 1993. Website: www.elecpool.com/
- [3] HOGAN, W. H.; "***Contract Networks for Electric Power Transmission***", Journal of Regulatory Economics, vol. 4, No. 3, September 1992, pp.211-242.
- [4] HOGAN, W. H.; "***Electricity Transmission Policy promoting Wholesale Competition***", Harvard University, August 7, 1995.
- [5] SINGH, H.; HAO, S.; PAPALEXOPOULOS A.; "***Transmission Congestion Management in Competitive Electricity Markets***", IEEE PE-543-PWRS, July 1997.
- [6] CARAMINIS, M. C.; SCHWEPPE, F. C.; TABORS, R. D.; et all; "***Spot Pricing of Electricity***", Kluwer Academic Publishers Boston, 1998.
- [7] MUKERJI, R.; "***Computation of Spot Prices and Congestion Costs in Large Interconnected Power Systems***", Proceedings of the American Power Conference, 1995, Chicago, Vol. 57 No. 2, pp. 1454-1459.
- [8] BRAUGHMAN, M.; SIDDIQI, S.; ZARNIKAU, J.; "***Advanced Pricing in Electrical Systems, Parts I and II***", Papers 96 WM 318-6 PWRS, and 96 WM 317-8 PWRS, 1996 IEEE/PES Winter Meeting, Baltimore.

- [9] GRIBIK, P. R; SHIRMOHAMMADI, D.; HAO, S.; et all; "**Optimal Power Flow Sensitivity Analysis**" IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, August. 1990, pp. 969-976.
- [10] FINNEY, J. D.; OTHMAN, H. A; RUTZ, W. L.; "**Evaluation Transmission Congestion Constraints in System Planning**" IEEE/PES, Vol. 96SM485-3PWRS, July-August 1996.
- [11] MORALES, J. C.; "**Alocação do Custo de Congestionamento de Sistemas de Energia Elétrica Via teoria dos Jogos Cooperativos**". Florianópolis, 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [12] ALMEIDA, K. C.; CARENA, P. C.; "**Despacho Ótimo de Transações de Potência e Controle de Fluxos Nas Linhas Via Dispositivos FACTS**". XIII Congresso Brasileiro de Automática. Florianópolis, Setembro de 2000.
- [13] EPRI; "**Transmission Dispatch and Congestion Management System (TDCMS)**", EPRI TR-107571, Final Report, December 1996.
- [14] DA SILVA, E. L.; FINARDI, E. C.; "**Apostila do Curso de Processo de Estabelecimento do Preço MAE**". Rio de Janeiro, Novembro 1999.
- [15] KIRSCH, L. D.; SINGH, H.; "**Pricing Ancillary Electric Power Services**", The Electricity Journal, Vol. 8, No. 8, pp28-36, October 1995.
- [16] BUSHNELL, J.; STOFT, S.; "**Transmission and Generation Investment in a Competitive Electric Power Industry**", POWER REPORT PWP-030, University of California Energy Institute, May 1995.

- [17] WU F. F. and VARAIYA P.; "**Coordinated Multilateral Trades for Electric Power Networks: Theory and Implementation**", Department of Electrical Engineering and Computer Sciences. University of California Berkeley.
- [18] California Power Exchange. "**California's New Electricity Market, The Basics: How The PX Works. PX Primer**", Version 3, March 27, 1998. The California Power Exchange website: <http://www.calpx.com>
- [19] GEDRA, T. W.; "**On Transmission Congestion and Pricing**". IEEE Transactions on Power Systems, Vol 14, No. 1, February 1999.
- [20] MONTICELLI, A. J.; "**Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**". Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1983.
- [21] SALGADO, R.; "**Otimização Estática Aplicada a Sistemas de Potência**". Notas de aula do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina, 1999.
- [22] WOOD, A J.; WOLLENBERG B. F. "**Power Generation Operation & Control**". John Wiley & Sons, 1984.
- [23] BARBOSA, L. G.; "**Estudo de Alternativas de Participação de Custos de Potência Reativa em Sistemas de Transmissão em Ambientes Competitivos**". Rio de Janeiro, 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- [24] CARAMINIS, M. C.; SCHWEPPE, F. C.; BOHN, R. E.; "**Optimal Spot Pricing: Practice and Theory**", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, No. 9, September 1982.

- [25] Baldwin, C. Y. "**Cost Allocation: Methods, Principles, Applications**",
Jornal of Financial Economic at North-Holland. USA, 1991.
- [26] MANES, R. P.; CHENG, C. S.; "**The Marginal Approach to Joint Cost Allocation**", Sarasota: American Accounting Association, 1998.
- [27] FU, J.; LAMONT, J. W.; "**Simultaneous Service Allocation by Average Sensitivity Method**", IEEE/PES, Vol. PE-365-PWRS-0-12-1998.
- [28] NEUMANN, J. V.; MORGENSTERN; "**The Theory of Games and Economic Behavior**", Princeton. NJ: Princeton University Press, 1994.
- [29] BILLERA, L. J.; HEATH, D. C.; RAANAN, J.; "**Internal Telephone Billing Rates – A Novel Application of Non-Atomic Game Theory**", Operations research, New York, Vol. 26, No. 6, November-December 1978.
- [30] SAMET, D.; TAUMAN, Y.; "**The Determination of Marginal Cost Prices Under a Set of Axioms**". Econometrica, Vol. 50, No. 4, July 1982.
- [31] EPRI; "**Transmission Services Costing Framework**", Vol. 2: Technical and Economic Fundamentals, EPRI TR-105121-V2, Final Report, April 1995.
- [32] ALVARADO, F. L.; "**Methods for the Quantification of Ancillary Services in Electric Power Systems**". Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica (Maio 1996: Recife). V SEPOPE IP-05.
- [33] SHIRMOHAMMADI D.; VOJDANI A; "**An Overview of Ancillary Services**". Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica (Maio 1996: Recife). V SEPOPE IP-05.

- [34] FILHO, X. V.; GRANVILLE, S.; PEREIRA, M. V. F.; et al.; "**Ancillary Services: How to Allocate Cost in Optimizaion-Based Framework**". CIGRÉ Symposium, Neptun, 1997. Website: www.cigre.org
- [35] "**Matpower.exe**"; 1997. Versão 2.0. Programa para solucionar problemas de Fluxo de Potência Ótimo. Zimmerman, R. D. & Gan D., School of Electrical Engineering, Cornell University, Ithaca, N.Y. Linguagem MATLAB.
- [36] "**Matlab.exe**"; 1999. Versão 5.3 . Linguagem e técnica de computação.
- [37] "**Ancillary Services, an introduction**". Documents of North American Electric Reliability Council. Website: www.nerc.com
- [38] YOUNG H. P.; "**Cost Allocation**". in Handbook of game theory with economic applications, volume 2, eds R. Aumann and S. Hart, North Holland, Elsevier, Amsterdam, 1994.
- [39] BILLERA L. J., HEATH D.C.; "**Allocation of Shared Costs: a Set of Axioms Yielding a Unique Procedure**", Mathematics of Operations Research, Vol. 7, N° 1, February 1982.
- [40] LARSON, H. J.; "**Introduction to Probability Theory and Statistical Inference**", Wiley series in probability and mathematical statistics, third edition.
- [41] CUERVO P. F., GALIANA, F. D.; "**Transmission Loss Allocation Under Combined Pool and Bilateral Operation**". XIII Congresso Brasileiro de Automatica. Florianópolis, Setembro de 2000.

- [42] MOYANO, C.; "***Estudo Alocação de Perdas de Transmissão em Sistemas de Potência Desregulamentados***". Florianópolis, 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.