UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC
UNIVERSIDADE DO PLANALTO CATARINENSE - UNIPLAC
CURSO DE MESTRADO INTERINSTITUCIONAL

CONCEITO DE FRAÇÕES ATRAVÉS DO ESTUDO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

DARCY DE LIZ BIFFI

Lages (SC), fevereiro de 2001.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC
UNIVERSIDADE DO PLANALTO CATARINENSE - UNIPLAC
CURSO DE MESTRADO INTERINSTITUCIONAL

CONCEITO DE FRAÇÕES ATRAVÉS DO ESTUDO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Federal de Santa Catarina como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação - área Ensino da Matemática, sob a orientação da Prof.ª Dr.ª Regina Flemming Damm.

Lages (SC), fevereiro de 2001.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO

"Conceito de Frações através do Estudo dos Registros de Representação"

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso de Mestrado em Educação do Centro de Ciências da Educação em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 21/02/2001

Profª. Dra. Regina Flemming Damm – UFSC (Orientadora)

Profª. Dra. Sílvia Dias Alcântara Machado – PUC/SP (Examinadora)

Profº. Dr. Mariano Moreira – UFSC (Examinador)

Profª. Dra. Vânia Beatriz Monteiro da Silva - UFSC (Suplente)

Profº. Dr Lucídio Bianchetti
Coordenador PPGE/CED/UFSC

Darcy de Liz Biffi

Florianópolis, Santa Catarina, Fevereiro de 2001.

Ciente das alterações pedidas pela banca

20/11/2001

À memória de meu pai com quem aprendi a respeitar e valorizar o conhecimento.

AGRADECIMENTOS

Ao realizar este trabalho contei com a amizade, a sabedoria e o respeito de algumas pessoas, a quem declino meus agradecimentos:

- A minha orientadora Profª. Drª. Regina Flemming Damm, pela competência e confiança na realização deste trabalho.

- À amiga Danusia Apparecida Silva, incentivadora constante, pelas valiosas contribuições pertinentes ao processo da escrita.

- Ao Aldérico, companheiro de todos os momentos. Aos meus filhos, Adriano, Leonardo e Olavo, que souberam compreender a importância da ausência e, em especial, ao Olavo pela sua habilidade no computador.

- A Ivone e Edgar pela amizade e apoio sempre presentes.

- Às alunas que participaram da pesquisa, cujo interesse possibilitou a realização deste estudo.

- Aos meus colegas e professores de curso, porque juntos realizamos esta caminhada.

- Às Instituições UFSC e UNIPLAC que tornaram possível a realização do curso.

SUMÁRIO

RESUMO

A proposta deste trabalho tem por finalidade estudar a aquisição do conceito de fração, através de diferentes registros de representações semióticas e fazer a coordenação entre os mesmos, valendo-se da teoria de Raymond Duval. Para a aquisição desse conceito, nos diversos contextos em que a fração se apresenta, também são importantes, os significados: parte/todo, medida e quociente, nas quantidades contínuas e discretas.

Atuaram como sujeitos desta pesquisa 44 alunas do 3° semestre do Curso de Pedagogia Séries Iniciais, - UNIPLAC - Lages SC. A metodologia contempla a *Pesquisa-ação,* obedecendo às seguintes etapas: - Fase exploratória (formulação do problema, hipóteses e fundamentação teórica). - Elaboração do plano de ação (pré-teste, seqüência didática e pós-teste) - Análise dos resultados. Os resultados obtidos foram positivos na medida em que essas futuras professoras passaram a reconhecer a importância do uso de vários registros de representação e a conversão entre eles para uma melhor apreensão do objeto em estudo.

ABSTRACT

This work proposition aims at studying the fraction concept acquisition, through different registers of semiotics representations, at least two, and making the coordination between them, by taking profit of Raymond Duval's theory. In order to acquire this concept in the different contexts in which fraction in shown, the following meanings are also important: part/all, measure and quotient, either in continuous or dicreet quantities.

Forty-four (44) students of the 3rd semester of Initial Series Pedagogy Course, _ UNIPLAC - LAGES, SC acted as subject of the research. The Methodology used was the Research-action, which obeying the following steps: - Exploratory stage (formulation of the problem, hypothesis and theoretical foundamentation); - Elaboration of the action plan (pre-test, didactic sequence and pos-test); - Analysis of the results. The obtained result were positive since the future teachers started to perceive the importance of employing the different registers of representation as well as the conversion between them, so as to achieve a better apprehension of the object under research.

1 INTRODUÇÃO

A maioria dos professores e alunos considera o estudo sobre frações, de difícil aprendizagem. O interesse em encontrar alternativas que os ajudem nessa aprendizagem e no transporte desse saber para a prática pedagógica, levou-nos a propor este trabalho.

O ensino da matemática passa atualmente por um momento crítico, sobretudo pelo baixo desempenho dos alunos. A matemática desenvolvida na escola tem de estar coerente com a leitura de mundo, com o meio em que vive o aluno, mas a dificuldade reside em correlacionar, em associar o ensino à prática. Professores ao trabalharem com a matemática, fazem uso de técnicas operatórias que não são construídas pelo aluno, mas repassam-nas mecanicamente do mesmo modo como as aprenderam. Por isso há necessidade de buscar caminhos para a melhoria do ensino da matemática, o que implica pesquisar, estudar, conhecer, adequar e aplicar procedimentos e atividades capazes de transformar essa realidade.

É comum professores de séries iniciais usarem de materiais manipulativos (material concreto), desenhos, figuras, tabelas com certa euforia, cometendo, porém, erros nas justificativas e não conseguindo articular corretamente essas representações, prejudicando a aprendizagem. O processo ensino aprendizagem deve, portanto, oportunizar aos alunos o uso de diferentes registros de representação para a aquisição de conceitos, mas a questão está em estabelecer as relações pertinentes às representações, aproximando-as do objeto em estudo e da conceitualização correta.

Desenvolvemos este estudo, sobre o ensino e aprendizagem das frações, considerando as relações parte/todo (medida) e quociente, de quantidades contínuas e discretas, através de diferentes registros ou formas de representações, utilizando a teoria de Raymond Duval, como um suporte teórico metodológico, para a aquisição desse conhecimento. Essa pesquisa foi realizada com as alunas do Curso de Pedagogia- Séries Iniciais (3° semestre), da Universidade do Planalto Catarinense UNIPLAC, na cidade de Lages.

Através de um pré-teste, contendo questões básicas sobre frações, procuramos diagnosticar o desempenho e conhecimento das alunas, sobre este tópico. Partindo da análise dos resultados, elaboramos uma seqüência didática, envolvendo atividades necessárias à compreensão e à conceitualização das frações, com base no referencial teórico, isto é, fazendo uso de registros de representação, desenvolvendo nestes registros as funções de tratamento e conversão. Analisamos, também, os conteúdos de frações e os seus diferentes registros de representação encontrados nos principais livros didáticos adotados nas escolas do ensino público no município de Lages, SC.

Para a compreensão das representações e seus registros, valemo-nos da teoria de Raymond Duval, pesquisador francês, que desde a década de noventa, vem trabalhando com as Representações Semióticas e os diversos tipos de registros de representação. Para Duval (1993), cada objeto matemático possui diversos registros de representação e a aquisição deste objeto está vinculada à necessidade das conversões entre estes registros de representação, possibilitando assim, uma apreensão conceitual do objeto matemático em estudo.

1.1 JUSTIFICATIVA E PROBLEMÁTICA

No desempenho dos alunos, observam-se dificuldades na conceituação de frações e recusas em trabalhar com números fracionários, alegando: “fração é um assunto difícil”. O problema comum a todas as séries do Ensino Fundamental agrava-se no Ensino Médio, quando o aluno deveria dominar este conteúdo. É possível que um dos fatores do fracasso no ensino-aprendizagem das frações seja o despreparo do professor, sendo esta uma das investigações da nossa pesquisa.

Com a implantação do Curso de Pedagogia - Séries Iniciais na Universidade do Planalto Catarinense UNIPLAC e, para uma efetiva operacionalização da disciplina Fundamentos e Metodologia da Matemática, tornou-se imperativa a melhoria na área do ensino da matemática. A necessidade de buscar fundamentação teórica que respondesse às indagações dos professores sobre experiência, prática, construção, apropriação dos conceitos e ensino-aprendizagem recaiu na teoria de Raymond Duval, pela importância das representações semióticas nas atividades cognitivas matemáticas. O conhecimento sobre estas representações poderá influir diretamente sobre a prática, possibilitando delinear os procedimentos necessários à efetivação do processo ensino-aprendizagem.

A prática em sala de aula revela ao professor que, mesmo os alunos que trabalham com frações há um tempo considerável, cometem erros e a evidência desse fato permitiu-nos supor que sua aprendizagem referente ao conceito de frações foi incompleta. Quem pode encontrar uma maneira de amenizar esse quadro, são os professores educadores, que possuem conhecimento, vivência e como futuros pesquisadores poderão encontrar caminhos para reversão e superação dessa situação. Sendo o professor o eixo principal no processo de melhoria do ensino, o seu aprimoramento é compromisso pessoal e da Universidade.

Necessariamente devemos nos preocupar com a formação de professores, levando-os a refletir sobre suas concepções, suas idéias e relatos de suas experiências. Levando-os a manusear materiais, desenhar ou moldar suas representações mentais, cujos registros de representação constituem ponto de partida para a aquisição de conceitos. Os registros devem ser traduzidos para a linguagem matemática e esse processo acontecerá se houver a orientação adequada e correta, resultante de pesquisas comprovadas. Por isso, a busca de instrumentação necessária com vistas ao desenvolvimento cognitivo configura-se um desafio. Acreditamos, pois, que o uso de representações significativas para a apreensão de conceito do objeto em estudo, segundo a teoria de Raymond Duval, poderá trazer a solução metodológica procurada.

Fizeram parte deste trabalho o estudo sobre o processo construção/compreensão do conhecimento matemático de frações e os seus registros de representação, que compreendem as funções de tratamento, objetividade e conversão. E também tornou-se fundamental a compreensão sobre os erros comuns praticados pelos alunos, no estudo das frações.

No desenvolver do trabalho procuramos responder à seguinte questão: **A utilização de diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses registros de representação possibilitam aos alunos a aquisição do conceito sobre frações?**

1.2 FORMULAÇÃO DE HIPÓTESES

A utilização de diferentes registros de representação possibilitará uma melhor apreensão do objeto matemático trabalhado, se o aluno conseguir estabelecer as relações necessárias a cada registro de representação.

O aluno terá mais facilidade na compreensão se tiver bem definido qual é o objeto matemático que deverá representar e, principalmente, quais os registros de representação pertinentes a este objeto.

A análise e o acompanhamento de seqüência didática nos possibilitarão observar como acontece a aquisição do conhecimento matemático dos alunos, com a utilização dos diferentes registros de representação, se forem realizadas as funções de objetividade, tratamento e conversão entre estes registros.

1.3 OBJETIVOS

Geral:

Contribuir para uma prática pedagógica, fazendo uso de diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses registros de representação, que possibilitem não somente a aquisição do conceito de frações, mas oportunizem uma metodologia para o ensino e aprendizagem da matemática, na formação dos professores das séries iniciais, foi o nosso propósito.

Específicos::

- Fazer um levantamento das pesquisas mais recentes sobre o ensino de frações.

- Levantar um referencial teórico que responda as nossas indagações.

- Analisar alguns livros didáticos das séries iniciais, utilizados nas escolas públicas, no município de Lages, identificando os registros de representação semiótica mais usados.

- Identificar dentre os registros de representação semiótica, quais os necessários à aquisição do conceito de frações.

- Propor uma seqüência didática que possibilitasse ao aluno a aquisição do conceito sobre frações, utilizando diferentes registros de representação semiótica e a conversão entre esses registros.

- Analisar os resultados obtidos à luz do referencial teórico.

1.4 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Como metodologia usamos a Pesquisa-ação cuja característica principal é a intervenção, como método de abordagem do real que se presta a ações integradoras levando à auto-regulação do objeto de estudo. Pesquisa-ação uma ação em nível realista, sempre acompanhada de uma reflexão autocrítica objetiva e de uma avaliação dos resultados (Thiollent, 1988). Podemos fazer uso da Pesquisa-ação diagnóstica, participante, empírica e experimental.

Para realizar o nosso estudo, buscando primeiramente, no referencial teórico, suporte que nos auxiliasse na compreensão da problemática proposta, principalmente, no que se referiu aos diferentes tipos de registros de representação e à aquisição do conhecimento científico do conteúdo apresentado.

Com o objetivo de orientar melhor as alunas a respeito do objeto em estudo, analisamos os conteúdos pertinentes às frações nos livros didáticos das séries iniciais utilizados na maioria das escolas públicas do município de Lages.

Em seguida, foram explicitados os objetivos do estudo às alunas do curso de Pedagogia-Séries Iniciais (final do 2° semestre), UNIPLAC - Lages SC (campo da pesquisa), com a finalidade de se garantir a adesão espontânea, durante o 3° semestre.

Com a participação das alunas foi realizado um pré-teste com o objetivo de verificar o domínio sobre os conteúdos básicos de frações. Continuando, elaboramos uma seqüência didática sobre frações, visando as relações citadas e o uso de diferentes tipos de registros de representação semiótica e estudos básicos que serviram à preparação da seqüência, tais como, análise dos erros mais comuns praticados ou obstáculos epistemológicos no ensino- aprendizagem. Por último, aplicamos um pós-teste, envolvendo todas as alunas participantes da seqüência didática, como comprovação da aprendizagem, levando em consideração o referencial teórico.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 INTRODUÇÃO

As relações e as propriedades de um objeto em estudo são expressas em diferentes formas de representação. Para compreendermos essas representações e quais se fazem necessárias para a aquisição de um determinado conhecimento, no nosso caso, as frações, valemo-nos da teoria de Raymond Duval. Essa teoria refere-se ao uso de representações e diferentes registros de representações semióticas para a apreensão do conhecimento. Estudos balizados nesta teoria ratificam sua contribuição para uma prática pedagógica renovadora. A consecução dessa prática exige a descrição do que entendemos por representação, registros de representação, representações semióticas e a compreensão das funções de tratamento e conversão, segundo Duval.

A aprendizagem matemática acontece através da passagem do mesmo objeto matemático pelos diferentes registros de representação. A oportunidade de usar diferentes registros de representação do objeto em estudo e realizar as relações e funções que estabelecem real significado deve ser dada ao aluno, para a apreensão do conhecimento matemático. Mas, a maioria dos professores desconhece o modo de trabalhar com os diferentes registros e interpreta erroneamente as representações o que ocasiona as dificuldades tão comuns no ensino da matemática. A preocupação do pesquisador em Educação Matemática é buscar os caminhos que ajudem esses professores no processo didático-metodológico da aquisição do conhecimento, permitindo-lhes assim um melhor modo de alcançar os objetivos de ensino aprendizagem.

Outro aspecto importante a ser estudado é a noção de obstáculo epistemológico que nos fornece instrumental para compreender os constantes erros comuns e persistentes dos alunos, no uso das frações, que são considerados pelos professores como distração ou incompetência, dificultando ou impedindo que os alunos se apropriem do conhecimento matemático em questão.

2.2 REPRESENTAÇÕES

É comum abrirmos um livro, uma apostila, um manual e encontrarmos ao lado do texto escrito, desenhos, imagens, fotografias, gráficos ou fórmulas que têm a função de proporcionar melhor compreensão do que está expresso na língua natural. Em todas as obras que apresentam conhecimento estão presentes esses diferentes registros de representação, que não estão ali por acaso ou apenas para ilustrar didaticamente, mas sim com o propósito de reforçar a compreensão do objeto em estudo. A história do desenvolvimento dos conhecimentos das diferentes disciplinas científicas mostra-nos essa prática. Os alunos estão a todo momento, frente a frente com essa diversidade de registros de representação.

Estas observações reforçam a idéia de que a aquisição do conhecimento só se dá através de representações, e propriamente o conhecimento matemático só existe se recorrer ao auxílio de representação. Há uma necessidade do conhecimento destas representações e um fazer pedagógico com o objetivo de mudar, coordenar e elucidar as idéias e imagens que se faz de um determinado objeto. O professor deve partir das concepções ou registros que os alunos já possuem sobre determinado assunto ou estudo e de uma forma metodológica fazer com que obtenham ou adquiram o conhecimento científico sistematizado, através dos diversos registros de representação[1].

Faremos a seguir uma abordagem sobre representação que envolve o ato de construção do conhecimento, segundo a teoria de Duval (1993).

Duval faz uma distinção entre representações mentais, computacionais e representações semióticas, mas não como espécies diferentes de representações.

As representações mentais estudadas primeiramente por Piaget (1924-26), em sua obra sobre "*A representação do mundo na infância*" são concepções prévias, que se faz de um determinado objeto, idéias, convicções, explicações e concepções que as crianças imaginam sobre os fenômenos físicos e naturais. São representações internas e conscientes do sujeito, ocorrendo ao nível do pensamento.

---

[1] segundo o dicionário básico de filosofia (Hilton Japiassú, 1996, p. 235), a palavra representação significa: - *operação pela qual a mente tem presente em si mesma uma imagem mental, uma idéia ou um conceito correspondendo a um objeto externo. A função de representação é exatamente a de tornar presente à consciência a realidade externa, tornando-a um objeto da consciência e estabelecendo assim a relação entre a consciência e o real*

As fantasias ou as primeiras crenças aparecem em função das representações mentais. As representações mentais correspondem a tudo que fica na cabeça dos sujeitos e não há necessidade de materializá-las. Um conjunto de imagens associadas a um determinado objeto, ou a idéia global que se faz de uma situação são consideradas representações mentais, segundo Duval (1993), as concepções que o indivíduo tem sobre um objeto, ou alguma coisa que está associado.

As representações internas ou computacionais, a partir de 1955-1960, foi estudado esse tipo de representação, juntamente com as teorias de tratamento. São representações internas e não conscientes do sujeito. As tarefas são realizadas sem pensar em todos os passos necessários para sua execução (por exemplo os algoritmos computacionais ou os algoritmos das operações).

> — *Les traitements conscients sont intencionnellement contrôlés, mais le contrôle peut s'effectuer de deux manières, soit en fonction des objets identifiés à travers le contenu des représentation, soit en fonction de règles s'appliquant à la forme des représentations; les traitements infraconcients, au contraire, sont automatiques et ne prennent aucun laps de temps consciemment perceptible* .(Duval 1998, p.16).[2]

A psicologia cognitiva do pensamento está de acordo com o primeiro questionamento e a inteligência artificial está relacionada com o segundo, isto é, o tratamento de informação. No momento de representar o objeto em estudo, adota-se o tratamento que mais lhe traduza uma estrutura cognitiva, já que, segundo Duval, as representações computacionais traduzem informações externas a um sistema, sob uma forma que seja possível recuperá-las e combiná-las no interior do sistema.

As representações semióticas realizam funções de objetividade e tratamento sucessivamente, pois elas dependem das representações mentais e computacionais que se operam ao mesmo tempo. O tratamento aqui é intencional e não automático, o que é

[2] Tradução: — Os tratamentos conscientes são intencionalmente controlados, mas o controle pode se efetuar de duas maneiras, seja em função de regras que se aplica à forma das representações; os tratamentos infraconscientes, ao contrário, são automáticos e não levam nenhum tempo conscientemente perceptível.

fundamental para a aprendizagem humana. Sendo externa e consciente do sujeito, a representação semiótica mostra sua característica através da:

> *...mobilisation d'un système sémiotique: ainsi les representations sémiotiques peuvent être des productions discursives (en langue naturelle, em langue formelle), ou non discursives (figures, graphiques, schémas...). Cette production ne répond pas uniquement ou nécessairement a une fonction de communication: elle peut aussi ne répondre qu'à une fonction d'objectivation (pour soi) ou à une fonction de traitement. (Duval, 1996, p.349).*[3]

As representações semióticas, as representações computacionais e as representações mentais realizam funções diferentes, mas não são espécies de representações diferentes. As representações mentais têm uma função de objetivação, e as representações computacionais realizam uma função de tratamento. O tratamento dos conhecimentos depende da forma e não do conteúdo envolvido. No ensino das frações há grande dificuldade por parte dos alunos no reconhecimento da representação e na operação com esses números. Perceber que 1 inteiro mais 1/2 é igual a 3/2, sem passar pelo processo de frações que têm o mesmo denominador, não é fácil, pois a diferença está no tratamento e não no conteúdo.

Pretendemos estudar o processo estabelecido entre a construção/compreensão do objeto matemático e seus diversos registros de representação, que são semióticos. Entendemos que a representação semiótica é uma maneira didático-metodológica que o professor pode usar para ensinar o objeto matemático, portanto, o essencial não são os registros de representação semióticas utilizados, mas abstração/compreensão do objeto matemático que se estabelece pelos registros.

Entendemos que o ensino da matemática está associado à compreensão de diferentes registros de representações e as suas respectivas conversões. Por essa razão, vamos aprofundar o estudo sobre as representações semióticas, desenvolvendo a idéia de registro de

---

[3] Tradução — ...mobilização de um sistema semiótico: assim as representações semióticas podem ser produções discursivas (em língua natural, em língua formal) ou não discursivas (figuras, gráficos, esquemas...). Esta produção não responde unicamente ou necessariamente a uma função de comunicação: ela pode também não responder a não ser uma função de objetivação (por si) ou a uma função de tratamento.

representação. Representam objetos matemáticos: um símbolo, uma escrita, uma notação, que pode ser um número, uma função, um vetor; do mesmo modo as figuras e os traços, como um ponto, um segmento, polígonos, operações. O que devemos ter é o cuidado de não confundir a representação com o próprio objeto matemático a estudar.

2.3 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Quando se trata do ensino da matemática, nós necessitamos do uso de representação, ou de várias representações para a apreensão do conteúdo que, muitas vezes, não é acessível à percepção por ser objeto abstrato. Os símbolos, os gráficos, as fórmulas, os desenhos e algoritmos ajudam na comunicação e nas relações entre o sujeito (quem aprende) e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático.

Por exemplo, se representamos uma situação-problema sobre partes de um inteiro ou de um todo discreto através de desenho, o principal não é o desenho em si, nem as operações feitas, porque podem ser feitas várias representações sobre esta mesma situação. O procedimento correto para chegar às soluções está no entendimento de todas as representações, na relação que se faz entre elas, mas não se pode dizer que estas representações constituem o objeto de estudo.

O objeto matemático nem sempre é fácil de se representar, como objeto real, por isso, o seu tratamento depende do uso do sistema de representação semiótico.

> *Cela veut dire que chaque registre de représentation donne la possibilité de traitements ou d'opérations qui lui sont propres et qui ne peuvent pas être effectués dans un autre registre.*
> *Parler de registre de représentation conduit donc à poser deux questions essentielles pour comprendre les problèmes d'acquisition des connaissances:*
> 1- *Quels traitements, ou quelles opérations, sont possibles ou sont privilégiées par un registre de représentation?*
> 2- *Quelles sont les conditions qui permettent à un sujet de convertir une représentation d'un*

> *registre à un autre, de telle manière qu'il y reconnaisse un même objet sous des variations de forme et de contenu?*
> *Cette seconde question peut être considérée comme une reformulation, peut-être plus précise, de la question: comment un sujet en vient-il à ne pas confondre un objet et as représentation?(Duval, 1998, p. 19).*[4]

Duval contraria a idéia de que as representações semióticas sejam simples exteriorização das representações mentais para fins de comunicação. A construção do conhecimento por quem aprende depende das representações semióticas que desempenham as funções de tratamento e conversão.

As representações semióticas estão ligadas às representações mentais, mas, não estão subordinadas a estas. Certas funções cognitivas essenciais do pensamento humano só são possíveis através das representações semióticas, como as de tratamento, as quais apresentam uma variedade de registros semióticos de representação. Segundo Duval, a produção ou a apreensão de uma representação semiótica chama-se semiósis[5] e noésis[6] a apreensão conceitual de objeto.

Para que aconteça um real aprendizado da matemática deve existir sempre a noésis (conceitualização) através de semiósis, representação. O sujeito que aprende precisa estabelecer a coordenação de vários registros de representação semiótica, pois assim possibilitará maior apreensão do objeto matemático em estudo. Torna-se necessário o entendimento sobre quais as atividades cognitivas estão ligadas a semiósis e as razões pelas quais a aprendizagem conceitual envolve a coordenação de vários registros de representação.

Duval apresenta três atividades cognitivas fundamentais ligadas à semiósis, para que um sistema semiótico seja um registro de representação: formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

---

[4] Tradução — Isso quer dizer que cada registro de representação dá possibilidade de tratamentos ou operações que lhes são próprios e que não podem ser efetuados em outro registro. Falar de registro de representação conduz portanto a duas questões essenciais para compreender os problemas de aquisição dos conhecimentos. 1- Quais operações, são possíveis ou privilegiadas por um registro de representação? 2- Quais são as condições que permite a um sujeito de converter uma representação de um registro a um outro, de tal maneira que ele reconheça o mesmo objeto sob várias formas ou o conteúdo? Esta segunda questão pode ser considerada como uma reformulação, para ser mais precisa a questão: como um sujeito não confundir um objeto e sua representação?

[5] Semiósis- vida dos signos no seio da vida social, signos das idéias

[6] Noésis- o mesmo que pensar- conceituação

A *formação de uma representação identificável* (Duval, 1993), pode ocorrer através de um enunciado de uma frase (compreensível na língua natural dada), de um texto escrito, no desenho de uma figura geométrica, na escrita de uma fórmula, na apresentação de um gráfico ou esquema. Enfim pode ser comparável a uma descrição. Esta formação tem regras a respeitar: regras gramaticais para textos escritos, regras de formação de um sistema formal, figuras geométricas que obedecem restrições de construção. A função das regras em primeiro lugar é dar condições de identificação e reconhecimento da representação e, em segundo lugar, possibilitar a sua utilização para tratamento. São regras que não implicam na competência para formar representações, mas sim na competência para reconhecê-las.

Entendemos que, no conteúdo a ser representado, é necessária uma seleção de características de dados que fazem parte das regras determinantes do conhecimento das representações e sua utilização para tratamento, só assim teremos uma representação identificável. As regras já estão estabelecidas, desnecessário, pois, criá-las, mas, sim utilizá-las no reconhecimento das representações dos conteúdos estudados. O sistema decimal de numeração tem duas regras básicas de conformidade: a posicional e a de base dez. E na fração, a relação parte/todo, indica regras básicas para o numerador e o denominador. O denominador determina o número de partes iguais em que o todo é dividido e o numerador, as partes consideradas.

2. *O tratamento*, segundo Duval, é uma transformação interna a um registro, ou seja, o tratamento de uma representação é a transformação dessa representação no próprio registro onde ela foi formada. O cálculo é um tratamento próprio às estruturas simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo proposicional...), a reconfiguração é uma das operações que dá ao registro das figuras, regras que conduzem à criação, à invenção, portanto, é um tipo de tratamento particular para as figuras. Entendemos que, para cada registro há regras de tratamento próprio, variando sua natureza e número de um registro para outro. Nas operações com os números naturais, no registro do significado operatório, podemos observar a regra de posição de lugar do algarismo no número obedecendo a base dez. Sem este entendimento as representações algorítmicas não têm sentido, portanto, não existe tratamento significativo, ficando nula a compreensão desta representação. Os tratamentos são ligados à forma de representação do objeto matemático e não ao conteúdo. Observemos o exemplo nas operações com números racionais.

1/2 x 3/4 = 3/8 (representação fracionária, tratamento fracionário)

0,5 x 0,75 = 0,375 (representação decimal, tratamento decimal)

Embora representado por tratamento completamente diferente o conteúdo ou objeto matemático continua sendo o mesmo. Para quem aprende estes registros de representação envolvem graus de dificuldades diferentes. O professor, quando propuser atividades similares aos alunos, deverá escolher a representação que menos apresente dificuldades.

3. *A conversão* é o ponto fundamental no trabalho com representações semióticas, não podendo ser confundida com o tratamento. A conversão é, pois, a transformação de um registro em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático que está sendo representado. O tratamento estabelece-se internamente ao registro, enquanto a conversão, exterior ao registro, consiste em representar o objeto de forma diferente. A conversão exige a diferença entre significado e significante. Significado diz respeito ao conceito e significante corresponde à forma.

A ação de codificar e a interpretação estão muito próximas da conversão, mas não podemos confundi-las, como sendo conversão. Entendemos por interpretação a modificação do contexto ou a alteração do quadro teórico, o que não implica mudança do registro, todavia a ação de codificar consiste na transcrição de uma representação para outro sistema semiótico, diferente do anterior.

Se considerarmos somente a formação de representações e os tratamentos necessários em cada representação, nas atividades cognitivas no ensino da matemática, isso se torna um problema. Não é a determinação de representações ou de várias representações possíveis de um mesmo objeto, mas sim, **a coordenação entre vários registros de representação**, que garante a apreensão do objeto matemático, ou seja, a conceitualização (noésis).

2.4 COORDENAÇÃO ENTRE OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

Semiósis - representação. Noésis - conceituação.

O pensamento humano funciona ligado à representação (semiósis) e a conceitualização (noésis). Dessa coordenação semiósis/noésis, podemos determinar duas características fundamentais do pensamento humano.

1. O progresso do conhecimento humano se desenvolve com a criação de novos e específicos sistemas semióticos. Como exemplo de conhecimento matemático temos a evolução do nosso sistema de numeração.

2. O homem cria, conforme suas necessidades, vários sistemas semióticos, resultado do trabalho com vários registros de representação, como o sistema de numeração decimal, números fracionários, números decimais, outros sistemas de bases diferentes e tantas outras criações.

A questão é: **qual a necessidade da diversidade de registros de representação para o funcionamento do pensamento humano**?

Seguindo três posições de Duval, chegamos à resposta:

1) Custos de tratamento e funcionamento de cada registro.
2) As limitações representativas específicas a cada registro.
3) A conceitualização implica uma coordenação de registros de representação.

Em relação à economia de tratamento, Duval afirma que a existência de muitos registros permite a troca de registros, e essa troca de registro tem por objetivo permitir efetuar tratamento de uma forma mais econômica e mais eficiente.

A economia de tratamento é a forma mais simples e econômica que escolhemos para representar um objeto em estudo e a que mais se aproxima da linguagem natural. Esta economia de tratamento pode ser ilustrada, por exemplo, no estudo das frações para representar “um meio”, temos várias maneiras: 1/2; 2/4; 3/6 ;....10/20....; 0,5; 50/100; 50%; são registros diferentes com "custos" de tratamentos completamente diferentes, podendo ser representado ainda, por 2^{-1}, exigindo conhecimentos e tratamentos mais aprofundados. A primeira forma 1/2 é a representação mais econômica e a que se aproxima da língua natural.

Toda representação é cognitivamente parcial em relação ao objeto a ser representado, portanto a complementariedade entre os registros é fundamental, possibilitando a conversão, permitindo ao sujeito vários aspectos do conteúdo representado. A complementariedade, entre os registros de representação, exige da ação pedagógica (o professor) o trabalho com várias representações de um mesmo objeto, para que o educando tenha condições de conceitualizá-lo. As funções, as tabelas, os gráficos e as equações constituem registros parciais de um mesmo objeto que possui uma especificação própria. A compreensão do objeto como um todo é o resultado do trabalho com os elementos significativos e as informações contidos na representação em cada registro.

A conceitualização depende da coordenação de registro de representação. Esta coordenação não é espontânea, mas é fundamental e necessária para a compreensão. Nos diversos níveis de ensino, mudar o registro de representação, fazer a conversão de uma representação para outra, acarreta dificuldades aos alunos.

> *Podemos observar em diferentes níveis de aprendizagem um “fechamento” de registros de representação junto aos alunos, isto acontecendo em todas as etapas do currículo.... Tudo se passa como se a compreensão que a grande maioria dos alunos tem de um conteúdo estivesse limitada à forma de representação utilizada.* (Damm, In: MACHADO, 1999, p.150).

Para compreender o conteúdo conceitual representado, as representações do registro serão suficientes, se o registro de representação é bem escolhido e se tiver a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se dá pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão. São hipóteses firmadas por Duval.

Considerando as duas hipóteses levantadas por Duval, torna-se importante fazer uma análise cognitiva em termos de registros que devem ser feitos simultaneamente levando em conta dois registros de representação, e não isoladamente. A importância das representações semióticas pode ser verificada nas atividades cognitivas do ensino da matemática.

Considerando que somente é possível a apreensão de um objeto matemático, através dos diferentes registros de representação semiótica, torna-se importante fazer uma análise cognitiva das representações, nas atividades matemáticas. Para a compreensão de conteúdos sobre frações, mesmo nas séries iniciais, pode-se valer dessa metodologia.

2.5 NOÇÃO DE OBSTÁCULO

Na aquisição do conhecimento os alunos enfrentam dificuldades, principalmente no conhecimento matemático. Muitas vezes essas dificuldades são atribuídas à falta de atenção, à incapacidade de aprender, à fragilidade no relacionamento entre professor e aluno, prejudicando assim o processo cognitivo. Essas dificuldades ou como chamamos, erros, enganos, acontecem no percurso histórico do aluno, ou na prática educativa. Bachelard, 1938, em seu livro, “A Formação do Espírito Científico”, analisando criticamente a produção do conhecimento científico, admitiu que este se processa quando da superação dos obstáculos. Introduzindo também a noção de obstáculo como causa de dificuldades, mas isentou o conhecimento matemático desses obstáculos. A constatação de Bachelard não impediu, porém, a pesquisa desse conceito, no campo da didática da matemática.

Em 1976, Guy Brousseau começou a estudar a noção de obstáculo, nas pesquisas em didática da matemática, sendo pioneiro no tratamento dessa questão.

> *Um obstáculo se manifesta pelos erros, mas estes não são devidos ao acaso, não são transitórios, nem irregulares, ele são reprodutíveis e persistentes. Além disso, esses erros, em um mesmo sujeito, estão ligados entre si por uma causa comum: uma maneira de conhecer, uma concepção característica, um conhecimento antigo e que tem êxito em todo um domínio de ações.* (Brousseau 1983)

Segundo ele, a noção de obstáculo, é um instrumento pelo qual se modifica o caráter do erro, não considerando ignorância, incapacidade ou falta de atenção por parte do aluno, mas se constitui de um conhecimento anterior ou prévio, que se mostra ineficaz ou falso frente a novas situações. São erros previsíveis do mesmo tipo, que muitos professores os percebem durante sua atividade pedagógica, mas não os compreendem, ignorando-os no processo de ensino.

Na Didática da matemática constitui preocupação crescente a identificação do que é obstáculo e do que é dificuldade. Um obstáculo se caracteriza por ser um conhecimento, uma concepção, não uma dificuldade ou falta de conhecimento, assim produz respostas como verdadeiras adaptadas num certo contexto, e conduz respostas falsas em um outro contexto. Causa resistência a modificações ou transformações e se torna predominante em certas situações, mesmo quando substituído por um novo conhecimento.

Os obstáculos segundo Brousseau, classificam-se em:

<u>Epistemológico</u> - são os de origem histórica, os que apresentam resistência em termos de aceitação, quando produzidos. Fazem parte da própria história da Matemática, e porque imanentes ao homem, não são descartáveis.

<u>Didáticos</u> - são os que dependem da escolha do sistema educacional, ou dos recursos e modos de ensinar. Esses obstáculos muitas vezes são inevitáveis. É importante, afirma Brousseau, que o professor faça uma análise epistemológica do conceito em questão, para compreender as dificuldades vivenciadas pelos alunos.

<u>Ontogênicos</u> - são os que procedem de limitações das pessoas, das capacidades cognitivas do sujeito, durante o processo de ensino.

Conhecer as dimensões epistemológicas do que estamos ensinando e formulando é uma necessidade tão imperativa quanto à reflexão sobre a relação dos alunos com o conhecimento e a função do saber. Conhecer o significado de suas opções e comprometer-se com elas, quer na teoria, quer na prática é mister do professor. Ressaltando que a Educação Matemática existe há três décadas e que seus fundamentos estão constantemente sendo analisados e revistos, é de fundamental importância neste contexto o relacionamento epistemológico e didático da matemática.

Através de pesquisas recentes, devemos buscar debates em torno destas questões, despertando a atenção dos pesquisadores em Educação Matemática para o estudo dos problemas de ensino-aprendizagem procurando diminuir as dificuldades encontradas. A epistemologia é o ramo do saber que questiona o que é o conhecimento, como se processa o conhecimento e qual é a natureza dos objetos que compõem uma ciência (por exemplo a Matemática).

A epistemologia da Educação Matemática desenvolveu-se em campos distintos. O seu desenvolvimento como Educação Matemática se dá numa determina sociedade, em uma instituição ou numa determinada sala de aula com objetivos diversos, quais sejam: educar um futuro profissional, formar um cidadão para o qual a matemática é um instrumento.

Brousseau (1983) considera que a análise epistemológica habilita o pesquisador da Educação Matemática a identificar os obstáculos responsáveis pelas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem. Um obstáculo de origem epistemológica surge, ou melhor, dizendo, constitui-se do conhecimento elaborado pela história do conceito, vem acompanhando a prática do professor sem ser evitado. É no ato de conhecer que sua presença se impõe por necessidade funcional ou por afirmação, conduzindo o pensamento à inércia. Essa noção de obstáculo epistemológico para Bachelard, pode ser estudada na evolução histórica do pensamento científico e na prática da educação, mas adverte não é um estudo fácil, pois a história por princípio é hostil ao julgamento normativo.

Bachelard faz a distinção entre as funções do historiador das ciências e o epistemólogo. ...*"um fato mal interpretado por uma época permanece, para o historiador, um fato. Para o epistemólogo, é um obstáculo, um contra-pensamento"*. O epistemólogo faz a triagem nos documentos recolhidos pelo historiador e julga-os do o ponto de vista da evolução da razão. Embora a História da Matemática faça parte do contexto de ensino desde o fim do século passado, somente nas últimas décadas, em função dos estudos de Bachelard, o conhecimento matemático passou a ser analisado numa perspectiva histórica. A adoção dessa sistemática visa esclarecer o processo de construção do conhecimento elaborado pelos estudantes.

Brousseau deu ênfase a essa questão, quando expôs pela primeira vez, em 1976, numa conferência "*Os obstáculos epistemológicos e os problemas em matemática*", e em 1983 publica um artigo com o mesmo nome. O obstáculo para Brousseau é constituído como um conhecimento, e como tal se adapta, ele resiste, modifica-se, permanecendo acomodado.

Para Artigue (1990), os obstáculos epistemológicos, na história ou na aprendizagem vão mais além de sua identificação, e cita outros processos produtores de obstáculos em matemática: ..."*a generalização abusiva, a regularização formal abusiva, a fixação sobre uma contextualização ou uma modelização familiares à aderência exclusiva a um ponto de vista*". E interpreta como obstáculo epistemológico, aquele obstáculo ligado à resistência de um saber mal adaptado, como pensava Bachelard. Artigue (1990) analisa o obstáculo como sendo um meio de entender alguns erros recorrentes e não aleatórios, cometidos pelos estudantes. Na concepção de Brousseau, o erro cometido pelo aluno, não é causado pela ignorância, incerteza ou falta de atenção, como crêem as teorias empirista ou behaviorista, mas sim o efeito de um conhecimento anterior, que agora se mostra erroneamente adaptado.

O conhecimento dos números naturais caracterizado pelo seu sucesso correto e coerente constitui um obstáculo ao aprendizado dos números fracionários. Como todo o conhecimento numérico do aluno está relacionado ao conjunto dos naturais, isto constitui um empecilho à compreensão de outros conjuntos numéricos como o conjunto dos números fracionários. Exemplificando: um quarto (1/4) ser menor que um meio (1/2), e em uma outra situação, o dividendo ser menor que o divisor. Isto leva o aluno a interpretar as frações como um par de números naturais e não como um único número representativo de uma quantidade. Outro obstáculo vem de afirmações, como: "a multiplicação é uma operação que aumenta e a divisão diminui," essas afirmações são falsas e/ou contraditórias para as operações com números fracionários. É necessária uma atitude consciente dos professores, para trazê-los à tona, e evitar equívocos na aprendizagem.

Em Educação Matemática os pesquisadores se questionam sobre necessidade da referência histórica para determinar os obstáculos. Relacionando os obstáculos mais ao contexto cultural de uma época, do que constitutivos do conhecimento. A necessidade social de buscar melhorias para diminuir as dificuldades encontradas no ensino da matemática é um incentivo para o desenvolvimento da pesquisa em Educação Matemática, segundo (Iglior; In: MACHADO, p.109,1999). Para que possamos analisar os erros cometidos pelos alunos é relevante a pesquisa dos obstáculos na didática da matemática. Não menos importante é determinar as origens e concepções dessas falhas, com o objetivo de estabelecer caminhos e estratégias, para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem da matemática.

3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROBLEMÁTICA - ENSINO E CONCEITO DE FRAÇÃO

3.1 INTRODUÇÃO

Devemos refletir sobre as razões que levam o aluno, na prática, a efetuar situações corretas com o uso de frações. Exemplo: se perguntarmos a uma criança de oito anos, quanto é a metade de uma laranja mais outra metade, ela dirá que é uma laranja inteira. Porém, na escola, observamos que as crianças de 5ª série têm dificuldade em dizer que ½ + ½ é igual a 1 e, inclusive, que 1 – ½ é igual a ½.

Utilizamos as representações matemáticas sem ensinar a sua leitura ou associá-las ao real prático, não ajudando a facilitar a sua codificação. É preciso que o professor fale aos alunos com uma linguagem matemática acessível, antes de lhe impor regras, definições ou conceitos prontos por demais abstratos.

A capacidade do professor em promover tal aprendizagem e a ela se dedicar está no estudo, na busca e pesquisa de teorias que nos apontem como acontece a apreensão do conhecimento. Umas das razões do fracasso freqüente no ensino das frações deve-se à forma como são trabalhados esses conteúdos, dando apenas ênfase às técnicas, seguindo regras e procedimentos que não passam pela compreensão e elaboração do aluno.

> *É notável para quem ensina, que um dos conceitos de mais difícil construção para o aluno é o da fração. Examinemos as causas dessas dificuldades e indaguemos se as razões de nossos freqüentes fracassos didáticos se atribuem a um ensino que não segue uma metodologia adequada ao desenvolvimento da criança.* (CASTELNUOVO, 1973: p.113)

É necessário didaticamente iniciar o estudo das frações, fazendo o aluno se utilizar de situações concretas e através destas experiências, fazer vários registros de representação do objeto dado. No uso do material didático (concreto) o aluno desenvolve suas ações, primeiro de modo intuitivo, fazendo experiências, depois construindo gradativamente através das reflexões o conceito de fração. O material apresentado pelo professor, quando manipulado pelo aluno, deve permitir-lhe a descoberta das relações bem como a construção dos conceitos. Estabelecidas as relações, o material torna-se desnecessário e as atividades passam para o plano das representações da redescoberta e da abstração.

Temos que romper tradições e propor alternativas metodológicas de ensino de forma que o aluno aprenda com segurança. O aluno é um membro ativo na participação da aprendizagem, cujas atividades sugeridas devem ser ações reflexivas, na busca do conhecimento científico.

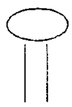
Iniciaremos este capítulo com a origem da criação das frações, fazendo um breve relato das pesquisas de estudiosos sobre o histórico deste número, que surgiu com a necessidade de medida de partes menores do que a unidade. Em seguida uma revisão bibliográfica dos recentes trabalhos defendidos em nossas principais universidades, sobre o assunto em estudo. Consta também de uma análise dos livros didáticos mais usados em nossas escolas e uma reflexão sobre os erros e dificuldades mais comuns encontradas na aprendizagem das frações.

3.2 BREVE HISTÓRICO DA ORIGEM DA FRAÇÃO

A necessidade da criação do número fracionário, sem dúvida surgiu do problema de medição de área (terra). Os egípcios e babilônios já usavam frações em 3.100 anos a.C., quando registravam em tabuletas de argila fresca o inventário de seus bens. As representações eram esquisitas bem diferentes das representações de hoje.

Segundo (Boyer, 1974) os homens da Idade da Pedra ainda não utilizavam as frações. Na Idade do Bronze, com o advento de culturas mais desenvolvidas, parece ter surgido a necessidade tanto do conceito como das representações ou notações para as frações. Mas foram os egípcios que primeiramente utilizaram as frações e suas representações. Os egípcios só consideravam o numerador igual um, isto é, frações unitárias. Na numeração hieroglífica egípcia as unidades até nove eram representadas por uma haste vertical. Assim a fração unitária era representada por uma figura oval sobre as hastes.

Logo:

 $= \frac{1}{2}$  $= \frac{1}{10}$  $= \frac{1}{100}$

como 

No papiro de Ahmes (1650 a.C.) aparece outra anotação para 1/8 que é  e 1/20

Apesar destas frações (1/8 e 1/20) serem manipuladas livremente no tempo de Ahmes, as mesmas eram um enigma para os egípcios. A fração 2/3 tinha um papel especial nos processos aritméticos, isto é, um terço de um número era calculado buscando primeiro os 2/3 deste número, para depois calcular a metade do resultado encontrado, por exemplo:

O cálculo de 1/3 de 5 era feito da seguinte forma:

Primeiro: 2/3 de 5 = 10/3

Segundo: 1/2 de 10/3 = 5/3

Resultado: 1/3 de 5 = 5/3

Na Bíblia, o livro Gênesis 41, 28:37 traz referências ao uso de frações, quando José interpreta os sonhos do faraó egípcio e prevê sete anos de fome para o Egito, pede que a cada ano de fartura, 1/5 da terra seja tomado, isto é, 1/5 dos mantimentos deveriam ser armazenados. Em Êxodo aparece a idéia de metade na construção de um tabernáculo. *O comprimento de uma tábua era de dez côvado e a largura de um côvado e meio.* (Êxodo 36, 20:21). A medida de um côvado (do latim, cúbitos) era de três palmos ou sessenta e seis centímetros.

Pitágoras descobriu que um tom inicial pode ser aumentado ou abaixado, diminuindo-se ou aumentando-se respectivamente o comprimento da corda vibrante. Surgindo assim a primeira teoria sobre o relacionamento matemática e música dado por meio de frações. Isto é, uma corda de violão de (60 cm) de comprimento distendida ao máximo e deslocar esta corda de sua posição inicial, sua vibração provocará um determinado tom. A metade da corda vibrará (30 cm) a freqüência (número de vibrações) será maior e, o tom será ouvido uma oitava harmônica acima do primeiro. Assim a fração 1/2 representava uma oitava acima do tom inicial (teoria dos Pitagóricos).Assim os Pitagóricos confirmaram a teoria de que tudo no universo estaria relacionado aos números naturais. Mas na tentativa de aplicar o teorema de Pitágoras a um triângulo retângulo isósceles de lado igual a um, a Escola Pitagórica enfrentou uma grande crise, constatando que nem tudo no universo poderia ser representado por números naturais pois assim a hipotenusa do triângulo media a raiz quadrada de dois. Um número até então desconhecido (número irracional). Um número para o qual a representação a/b, com a e b inteiro e b diferente de zero era impossível.(Oliveira e Silva 1968).

Lima (1983) cita o número fracionário como resultado da medição de terras de antigas civilizações. As terras de propriedade do Estado eram arrendadas proporcionalmente à força de trabalho de cada família. Como havia variação do tamanho das áreas de terras, o Estado criou sistema de fiscalização onde ficava claro o interesse em relação à produção e também do Estado não ser lesado. Para atender a essas exigências, padrões de medida ou unidades foram criados. Mas surgiu o problema da unidade "não caber" um número inteiro de vezes no que se queria medir, sobrando partes menores que a unidade. Os medidores ou estiradores de cordas, reconhecendo que os números naturais (números conhecidos) eram insuficientes, partiram a procura de algo que se aproximasse do real. Partindo desta necessidade, a unidade foi subdividida em um certo número de partes iguais chamadas frações[7] da unidade, que levaram à criação de um novo instrumento numérico os números fracionários.

Para Caraça (1951) as relações entre medição, propriedade privada e o Estado, foram as bases da necessidade de criação de um novo campo numérico. O autor afirma que é um grande erro não atribuir importância ao número que se obtém como resultado da medição. Continuando Caraça associa três circunstâncias relacionadas a um homem que possui um pedaço de terra: 1- relações econômicas, saber a área da terra para ser possível o cálculo da quantidade de semente e tempo para arar e plantar; 2- relações entre o proprietário e o Estado, o imposto dependendo da área da terra; 3- relações comerciais de indivíduos para indivíduos, contrato de compra e venda exige uma determinação da área de terra a ser negociada.

[7] Fração - frangere (latim) - quebrar.

Caraça cita a história dos egípcios contada por Heródoto, historiador grego, (século V a.C.) no livro II (Euterpe) das suas Histórias, referindo-se à origem da geometria:

"Disseram-me que este rei (Sesóstris) tinha repartido todo o Egito entre os egípcios e que tinha dado a cada um uma porção igual e retangular de terra com a obrigação de pagar por ano um certo tributo. Que se a porção de algum fosse diminuída pelo rio (Nilo), ele fosse procurar o rei e lhe expusesse o que tinha acontecido à sua terra. Que ao mesmo tempo o rei enviava medidores ao local e fazia medir a terra, a fim de saber de quanto ela estava diminuída e de só fazer pagar o tributo conforme o que tivesse ficado de terra. Eu creio que foi daí que nasceu a Geometria e que depois ela passou aos gregos".

A época em que viveu Sesóstris foi aproximadamente 2000 a.C. e, já se fazia notar a necessidade da expressão numérica da medição, no que se referia à propriedade e às relações entre Estado e indivíduo.(Caraça 1951).

Como notamos a ação de medir existe há 4000 anos e tem sido causadora de dificuldades, mas ao mesmo tempo é responsável por extensões importantes, no que diz respeito aos campos numéricos.

A representação de frações por uma barra que separa, tanto oblíqua como horizontalmente, dois números ou duas letras, não é tão antiga como a descoberta. O uso dos números fracionários na forma a/b, b diferente de zero, data do século XVI. Uma exposição de frações comuns foi feita por Simon Stevin, acompanhada pela publicação de um trabalho seu sobre frações decimais. Nesta exposição, as frações estavam tradicionalmente ligadas com as necessidades da medição. Antes porém, no início do século XII, nos manuais de Aritmética, as frações foram consideradas números com sobras (como também era comum essa opinião entre os Egípcios). Dos séculos XVI até o XVIII, as regras para o trabalho com as frações na forma a/b ou $\underline{a}$ estavam ainda sendo elaboradas. A partir daí, o símbolo m/n estava livre de sua associação concreta com a medida de quantidades mensuráveis e passou a ser considerado um número abstrato, uma identidade independente tendo "status" igual ao Número Natural. (Davydov e Tsvetkovich, 1991).

3.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DE TRABALHOS RECENTES SOBRE FRAÇÕES

Mauro Carlos Romanatto, (1997- tese de doutorado FE/UNICAMP, Campinas SP) - *Número Racional: Relações Necessárias à sua Compreensão.* O seu trabalho desenvolve um estudo teórico-metodológico sobre o processo de ensinar e aprender os números racionais, sugerindo a construção de um modelo para o ensino desse importante conteúdo matemático. Após analisar e discutir os aspectos desse modelo, propôs repensar a formação inicial do professor como também a formação continuada daquele que está na sala de aula. Não apenas na condição de trabalho, mas como proporcionar reflexões sobre a sua prática e, dentro deste contexto, discutir os aspectos teórico-metodológicos, para diminuir o tabu que a matemática possui na cultura e na educação brasileira.

Tendo como objetivo principal as relações necessárias à compreensão do número racional - busca através de uma revisão bibliográfica sobre estudos e pesquisas, envolver esse número. A realização desse objetivo se concretizou com a elaboração de um quadro teórico sobre os aspectos (idéias, relações, noções, princípios) necessários à aprendizagem do referido número. Enfatiza ainda a necessidade de uma reconceitualização em relação aos números naturais. De posse de um referencial teórico, de estudos clássicos sobre o ato educativo que envolve a ciência matemática e os procedimentos metodológicos, Romanatto parte da premissa de que conhecer é aprender o significado.

Tendo como suporte teórico Piaget (1970, 1980), Kieren (1975, 1983), Behr (1992), Vergnaud (1993), Davis e Hersh (1985) e outros não menos importantes, Romanatto conclui, sugerindo uma reorganização curricular, que possa facilitar a aplicação de propostas diferenciadas evitando a linearidade, tão comum nas práticas educativas com a matemática; estabelecendo conexões entre vários assuntos relacionados aos números racionais. Portanto o estudo sugere principalmente, uma alteração nos procedimentos metodológicos, dando a idéia de conhecimento como uma rede de significados. Se os números racionais estão presentes em vários contextos, o professor necessita de conexões entre tais contextos para que as significações fiquem plenamente compreendidas. O seu trabalho fortalece a nossa proposta metodológica.

Maria José Ferreira da Silva (1997) PUC/SP - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - Dissertação de Mestrado - *Sobre a Introdução do Conceito de Número Fracionário.*

Esta pesquisa trata da introdução do conceito de fração junto aos futuros professores das séries iniciais do ensino fundamental. Descrevendo a problemática, Maria José, aborda o despreparo de muitos professores, que são colocados em sala de aula, para lidar com a complexidade da tarefa que têm a realizar, tanto no domínio dos conteúdos, quanto em relação ao processo de desenvolvimento cognitivo por que passam seus alunos.

Com o objetivo de contribuir para a formação desses futuros professores, decidiu aprofundar os estudos sobre os números fracionários a partir de novo ponto de vista; isto é, com criatividade, sem modelo nem receitas.

Maria José buscou na Teoria de BROUSSEAU, a noção de obstáculo e de transposição didática. Usando como metodologia a Engenharia Didática efetuou um levantamento dos obstáculos didáticos, observou manuais didáticos e verificou as concepções espontâneas dos alunos. Conduziu, os futuros professores à reflexão sobre os principais pontos da introdução do número fracionário no ensino: trabalhar com as diversas concepções do conceito, ter o domínio necessário para controlar as concepções espontâneas de seus alunos, dar significado a essa aprendizagem e sentir-se também responsável por ela.

Raquel Gomes de Oliveira (1996) FE/UNICAMP - Universidade de Campinas São Paulo. Dissertação de Mestrado - *Uma análise comparativa da aprendizagem do conceito de frações em alunos submetidos a dois métodos diferentes de ensino.*

Este trabalho tem como tópico de pesquisa, a aprendizagem de frações em um contexto escolar e verificar a existência de diferenças significativas no desempenho de alunos da 5ª série do Ensino Fundamental, comparando dois métodos diferentes de ensino: um, baseado em princípios construtivistas (grupo experimental) e outro, tradicional/expositivo (grupo controle). Dentre os modelos de pesquisa propostos por Campbell e Stanley (1979) foi escolhido o delineamento 10 (pré e pós-teste com não aleatorização dos grupos).

Baseando-se em princípios construtivistas, foram escolhidas atividades "jogos com frações" utilizados por Maranhão e Imenes (1985/1986), como método sistematizado de ensino, por serem voltadas para a compreensão operatória dos conceitos. A autora explicitou os princípios construtivistas, buscando contribuições em Piaget e Vergnaud dentro da concepção interativa.

Na conclusão, não quis fazer comparações pontuais entre uma metodologia e outra, destacando nos dois modos (convencional e diferenciado), a existência de diferentes concepções de aprendizagem e diferentes visões do sujeito que aprende.

José Maurício F. Lima (1983) *Iniciação ao Conceito de Frações e o Desenvolvimento da Conservação de Quantidade.* In: Aprender Pensando. Recife.

Lima acredita que quando é usado o critério histórico, no que diz respeito ao ensino das frações, o professor arrisca-se a trabalhar com crianças ainda não conservativas em relação à quantidade contínua. Por conservação de quantidade contínua ou discreta entende-se o fato de tal quantidade não variar enquanto sua forma, sua posição ou outro componente são modificados, são idéias do autor. E continuando, é preciso que a criança tenha a capacidade de compreender que essas modificações resultam de transformações mentalmente reversíveis, de outro modo, a capacidade de entender o ir e voltar como aspecto de uma mesma ação. Somente com esta capacidade a criança poderá entender que uma parte é o resultado da diferença entre o todo e a(s) outra(s) parte(s) e também que a soma de todas as partes, extraída de um todo, é igual a este todo. Construir psicologicamente o conceito de fração, afirma Lima em seu trabalho, significa compreender os elementos envolvidos neste mesmo conceito, de acordo com esse enfoque.

Ainda segundo Lima, quando se coloca a questão de como ensinar este conceito, pode-se avaliar de acordo com a concepção genética de Piaget, que esta construção é bastante complexa para a criança. Esta mesma complexidade, continua Lima, tem sido discutida por vários autores (Castelnuovo 1951; Dienes 1971; D'Augustine 1976; Lowell 1986; entre outros) que estudam a aprendizagem de conceito matemáticos. E conclui que, aprender um conceito demanda um longo processo que envolve trabalhá-lo de forma muito variada ao longo do tempo.

Estas foram as contribuições mais significativas encontradas em algumas universidades sobre o assunto.

Gostaríamos de ressaltar **Vergnaud** (1985), baseado em uma concepção interativa da formação de um conceito, coloca que não só nos aspectos práticos, como também nos teóricos, o conhecimento emerge de problemas a serem resolvidos e de situações a serem dominadas. Portanto, as situações de ensino devem levar os alunos a descobrir relações e questões além das que estão acostumados. Concepções, modelos e teorias dos alunos são formados por situações as quais são submetidos. Pode haver grandes lacunas entre as concepções das crianças e os conceitos matemáticos. Tratando-se de frações, por exemplo, as mesmas podem referir-se a um conjunto de situações, tão limitados aos alunos, que eles não poderão compreender por quais razões elas são ferramentas tão poderosas. Logo, é essencial que os professores estejam conscientes de que não podem resolver o problema do ensino usando meras definições por melhores que essas sejam.

Para **Vergnaud,** a representação é fundamental para a análise da formação de um conceito e de sua utilização. Por representação, entende-se a estreita ligação entre significante e significado. E estabelece uma ligação direta entre o sistema de representação e a ação sobre o meio ou o real, pois a representação só pode ser funcional à medida que regula a ação, sendo que é por parte desta mesma ação e também por suas expectativas que o sujeito parte para novas ações. Como a representação tem sua função adaptativa ao real, não se pode afirmar que apenas simbolizações sociais (significantes) são as responsáveis por esta adaptação. Os símbolos têm seus papéis no que diz respeito a acordos entre sujeitos quanto a um conceito, mas não necessariamente intermediários obrigatórios entre significantes e significado. Segundo **Vergnaud,** toda relação entre o real e o plano do significante é medida pelo significado. Pode-se dizer assim que um símbolo só é funcional à medida que existe para o sujeito. Suas afirmações nos ajudam e reforçam nossa estudo sobre representações e significados.

3.4 LIVROS DIDÁTICOS E O ENSINO DAS FRAÇÕES

O livro didático é a referência a que todos os professores recorrem para preparar suas atividades sobre o que ensinar e como ensinar. Se perguntássemos a um professor, qual o conteúdo ensinado aos seus alunos, automaticamente responderiam: o conteúdo, a concepção, as atividades e as representações contidas nos livros didáticos adotados em suas escolas. Por essa razão, para melhor compreender e abordar as dificuldades na conceitualização de frações, observamos em alguns livros didáticos, aspectos relevantes à nossa pesquisa, tais como, o conteúdo dado por série e seus registros de representação, de que forma são utilizadas estas representações , o tratamento matemático e conversões. Dando-nos a idéia de como os professores transmitem este conhecimento.

Fizemos uma seleção, escolhendo oito obras, as mais usadas nas escolas públicas do Município de Lages. Com exceção da obra nº 8, todas as demais têm aprovação do MEC (Ministério de Educação e Cultura).

Obs.: A obra n.º 8, "Coleção Visão de Mundo", foi escolhida pela Secretaria de Educação do Município de Lages, SC (1996), visando uma concepção interacionista, adotada nas escolas municipais.

As obras foram as seguintes:

1- IMENES, Luiz Márcio, JAKUBO, José, LELLIS, Marcelo. *"Matemática ao Vivo"*. 4 ed. São Paulo: Editora Scipione, 1996.

2- EUGÊNIA, Maria e CAVALCANTI, Luiz. *"Interligando o Aprender"*. 2 ed. São Paulo: Editora Scipione, 1994.

3- PASSOS, Célia, SILVA, Zeneide. *"Eu gosto de Matemática"*. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1996.

4- GUELLI, Oscar. *"Coleção Quero Aprender"*. 5 ed. São Paulo, Editora Ática, 1997.

5- MORI, Iracema. *"Viver e Aprender"* 5 ed. São Paulo: Editora Saraiva, 1998.

6- ANDRADE, Mariana, MORAES, Lídia Maria de. *"Mundo Mágico"*. 16 ed. São Paulo: Editora Ática, 1993.

7- FONSECA, Thereza Neves da, MAGALHÃES, Icles Marques. *"Na Escola de Hoje"* 4 ed. Rio de Janeiro: Bloch Ed. 1991.

8 - SIEDEL, Cláudia Miriam Tosatto. et al. *"Coleção Visão do Mundo"* Curitiba: MÓDULO - Editora e Desenvolvimento Editora Nacional Ltda., 1996.

QUADRO I - CONTEÚDOS SOBRE FRAÇÃO - ABORDADOS POR SÉRIE.

Obras	1ª série	2ª série	3ª série	4ª série
1	N	N	S	S
2	N	S	S	S
3	N	S	S	S
4	N	N	S	S
5	N	N	S	S
6	N	N	S	S
7	N	N	S	S
8	N	N	S	S

Legenda:

N — Nenhum conteúdo específico sobre frações.

S — Sim → conteúdo sobre frações

Na 1ª série → todos os livros apenas abordaram a palavra metade, representando a metade de uma quantidade discreta e meia dúzia, com a representação numérica (6), nenhum registro de representação como desenhos ou figuras geométricas, divididas em duas partes iguais. A ausência do ensino da metade em quantidades contínuas, sem registros de representação pode ser uma falha no ensino desse conceito.

Na 2ª série → somente duas obras abordaram o assunto de frações; obra nº 2, usou um meio, fazendo as seguintes representações 1/2 = um meio = metade, (notamos o uso do símbolo de igualdade como se fosse representação da escrita, o que provoca na criança confusão com a interpretação do registro). Foram usados os registros de representação, de figuras planas, da metade de um inteiro e a metade de quantidades discretas, um terço e um quarto de um inteiro e de quantidades discretas, também as representações numéricas e a língua natural. Na obra de n.° 3, aparecem simultaneamente as palavras dobro e metade, triplo e terça parte, dúzia e meia dúzia, sem a representação numérica a/b. Apenas a multiplicação e divisão por 2 e 3, sem mencionar a leitura de fração e escrita. Nas duas obras o conteúdo é dado de forma linear, como aparece na seqüência do planejamento do ano, desvinculado do contexto. Portanto apenas 25% abordaram o assunto na 2.ª série.

A noção ou conceito de fração só é ensinado a partir da 3ª série, sendo a abordagem na 2ª série muito superficial. Observamos que o conteúdo de frações é dado em dois momentos, um na 3ª série e outro na 4ª série e, de modo geral, dissociado dos outros conteúdos. Não segue a Proposta Curricular de SC, que tem como proposta metodológica a abordagem integrada, ou seja, a inter-relação dos temas . A linearidade dos programas não é evitada, trabalhando as frações somente no terceiro bimestre.

É na 4ª série que o conteúdo sobre frações, visando um maior desenvolvimento, apresenta uma base mais acentuada . Na obra nº 1, há um maior número de representações, começando com o nome das frações, problemas para resolver com cálculo mental (somente atividades orais), adição e subtração de frações, partes iguais com diferentes representações, comparação de frações, frações em seqüência e situações-problema. Em nenhum momento usou as tradicionais nomenclaturas: frações próprias, impróprias, aparentes, número misto, simplificação, etc. Quanto às operações, somente adição e subtração.

Nas obras de n.° 2, 3, 4, 5 e 6 os autores fizeram uma abordagem maior do conteúdo, usando as nomenclaturas: frações próprias, impróprias, aparente, número misto, frações equivalentes , simplificação de frações, comparação de frações, somando e subtraindo com denominadores iguais e diferentes (uso do m.m.c.), multiplicação e divisão de frações. Como obter a fração de uma quantidade, atividades com pouca representação em figuras planas ou desenhos ilustrativos, muitos exercícios e atividades tais como, resolva, calcule e efetue. O conteúdo encontrado na obra de nº 7, é bem menor em relação às demais. Portanto abordando dois registros de representação ou seja a língua natural e a numérica, faltando ênfase às funções de tratamento e conversão.

A obra nº 8 defende uma concepção interacionista, usada pelo ensino municipal de Lages. O conteúdo tem o seguinte título "Formando inteiros", associando às medidas de capacidade e comprimento. "comparando frações", usando as representações de figuras geométricas planas, abordando áreas através de frações equivalentes, usando o tangram (quebra-cabeça chinês, composto por figuras geométricas planas), frações simples 1/2, 1/3, 1/4, 1/8, 1/16, somente essas. Algumas situações-problema envolvendo adição e subtração com denominadores iguais. No quarto bimestre foram usadas as frações tais como 1/2, 1/4, 1/5 fazendo a conversão para as frações decimais de denominador 100, associando com a medida de comprimento (metro). O conteúdo é trabalhado através de situações-problema visando também as medidas de comprimento, massa, capacidade e tempo. Sem as tradicionais nomenclaturas e definições, pedindo o desenvolvimento e resolução através de gráficos, ilustrações e cálculos. Foi a obra que apresentou o conteúdo sobre frações, que mais se aproximou do desenvolvimento cognitivo do aluno.

Em todas as obras a fração somente aparece na relação parte/todo (medida), em nenhum momento aparece como quociente ou em situações-problema, com essa relação, predominando sempre a relação parte/todo (medida) em quantidades contínuas, nada sobre o significado ou referências ao tipo de quantidades. A preocupação com nomenclaturas, definições e o cálculo aritmético, talvez afasta o verdadeiro conceito da fração, o seu sentido, o seu significado e sua aplicação.

Vamos observar no quadro seguinte os tipos de registros de representação das frações que aparecem nas obras pesquisadas.

QUADRO II- DADOS SOBRE TIPOS DE REPRESENTAÇÃO.

Obras	**Linguagem**	**linear**	**figuras geométricas**	**figuras espaciais**	**fracionária**
1	X	N	X+	X+	X
2	X	N	X	N	X
3	X	N	X	N	X
4	X	N	X	X	X
5	X	X	X+	X	X
6	X	N	X	N	X
7	X	X	X-	N	X
8	X	N	X	X -	X

Quantidades:

Obras	Contínuas	Discretas
1	X	X+
2	X	X-
3	X	X-
4	X	N
5	X	X-
6	X	X-
7	X	N
8	X	X+

Legenda:

X - Sim

X+ - Sim, com mais ênfase

X- - Sim, com menos ênfase

N - nenhuma representação

Quanto à variedade de registros de representação, podemos destacar as obras 1 e 8, como as que usaram diferentes tipos de registros de representação. As demais seguem os registros rotineiros de figuras geométricas, tais como dividir em partes iguais um círculo, um quadrado, um retângulo, pintar certo número de partes e representá-las com o registro numérico, nenhuma vez se mencionou representar as partes não pintadas. Há falta de problematização e quando aparece não há o incentivo da ilustração, ou exige-se somente o tratamento do cálculo aritmético.

A representação linear é usada somente em duas obras, ficando o entendimento sobre a reta numerada para a quinta ou sexta séries. Esse tipo de representação não aparece nem como representação intermediária no enunciado de situações-problema, perdendo pois a oportunidade de realizar relações importantes na aprendizagem das frações.

A referência a quantidades discretas é desproporcional em relação às contínuas. A atenção dada às quantidades contínuas e discretas em igual destaque, notamos nas obras de nº 1 e nº 8, e as demais obras mencionam levemente essas quantidades em um ou dois exemplos, fora do contexto, com pouca criatividade estando tudo pronto, nada para construir, aplicar ou descobrir.

Os registros de representação espacial não fogem ao lugar comum: pizzas, bolos e chocolates, também sem grande destaque. Não são explorados os volumes de figuras espaciais que poderiam ser abordados no contexto da geometria.

O registro da representação fracionária está muito presente em todos os livros didáticos pesquisados, porém, só na relação parte/todo (medida). Predominando em alguns quantidades contínuas, o mesmo acontecendo também com o significado operatório (tratamento fracionário), o destaque é dado as operações desvinculadas da aplicação, havendo poucas atividades que despertem o desenvolvimento cognitivo dos alunos.

> *As abordagens atuais quanto ao estabelecimento de uma conexão entre conhecimento cotidiano e o conhecimento escolar da exploração de frações indicam um ponto de partida diferente para a instrução: em vez de aprender linguagem fracional em conexão com representações estáticas parte/todo, os alunos deveriam ser engajados na resolução de problemas de divisão de quantidades contínuas, nas quais ambas as variáveis são explicitamente representadas, a quantidade a ser distribuída e o número de receptores. Se a representação fracional é introduzida dessa forma, espera-se que as crianças venham a perceber a conexão entre seu conhecimento de fora da escola e os símbolos que elas aprendem na escola. Esta parece uma via bastante promissora, mas que precisa ser verificada através de pesquisa adicional no futuro.* (Nunes, Bryant,1997,p.216).

Concluindo nossas observações, chama-nos a atenção o fato de ser o livro didático a única fonte de consulta do professor, através do qual prepara ou repassa o conteúdo o que nos permite imaginar suas dificuldades e deficiência na conceitualização das frações. Outra observação é a diferença entre os conteúdos do mesmo objeto matemático estudado, isto é, no mesmo município, todas as escolas públicas, dão enfoque diferente no estudo da fração. Não estamos negando o uso do livro didático, todavia havemos de ser capazes de analisar e detectar as falhas, sob uma correta aquisição do conceito de fração.

3.5 DIFICULDADE NA INTERPRETAÇÃO

Uma das dificuldades enfrentadas na aprendizagem das frações é a sua multiplicidade de significados. Essa diversidade é encontrada nas abordagens didáticas, bem como, no uso do dia-a-dia. Se temos 2/3, pode ser interpretado em várias situações; 2/3 de um chocolate, 2/3 de uma dúzia de ovos, 2 laranjas para serem divididas entre 3 crianças. Ou ainda o resultado da divisão de 2 por 3, que no conjunto dos números naturais é impossível, 2 dividido por 3, o quociente é zero e o resto 2; no conjunto dos racionais, 2 dividido por 3 o quociente é 2/3 e o resto é zero. O mesmo não acontece com os números naturais, que são utilizados na contagem de quantidades discretas ou para contar o número de repetições de uma unidade de medida.

KIEREN (1989) educador matemático, foi o primeiro a identificar a multiplicidade dos números racionais e os chamou de subconstrutos, que são quatro modos básicos nos quais podemos interpretar: *parte/todo (medida), quociente, razão e operador*. Mas, para que a fração seja utilizada corretamente, há que se interpretar o significado de sua representação (um dos subconstrutos).

Na relação *parte/todo (medida)* - consideram-se partes de um inteiro, como por exemplo: 1/3 de um terreno retangular ou 2/3 de nove maçãs. Tanto em um contexto contínuo, como num todo discreto (formado por objetos individualizados no sentido de já estarem separados) a relação parte-todo é efetuada toda vez que se divide o todo em b partes congruentes (com mesma medida) e toma-se a destas partes. Sendo sua representação feita pelo registro a/b, considerando $b \neq 0$, no tratamento matemático.

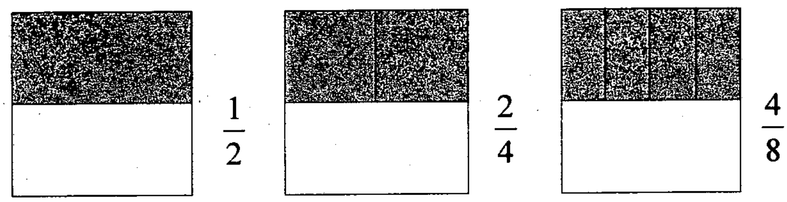
A dificuldade mais comum é a falta de domínio da relação parte-todo; a incapacidade de trabalhar com divisões em partes iguais, a inexistência de simultaneidade entre trabalho no contexto contínuo e no contexto discreto e a não associação entre representação semiótica ou material e linguagem matemática.

Representação em contextos contínuos e discretos.

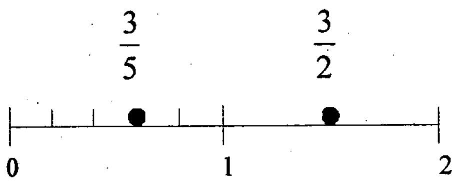
Uma das representações mais usadas nos contextos contínuos são feitas através de figuras geométricas que necessitam ser divididas em b_ partes iguais ou equivalentes e que têm a_ partes pintadas ou hachuradas. Já nos contextos discretos, as partes se mostram divididas porque são individualizadas. As partes tomadas, em geral são hachuradas ou pintadas. (figuras 1 e 2).

Figura 1 - representação de frações em um contexto contínuo.

a)

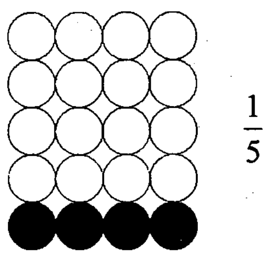


b)



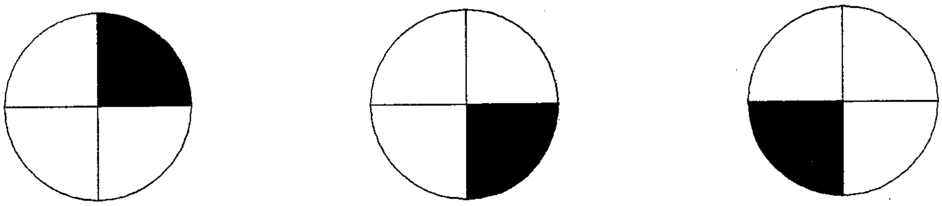
Observação: nesta situação a fração acaba sendo um ponto sobre a reta numérica que foi dividida em b partes iguais das quais a partes foram tomadas. Esta situação é outro caso da relação parte-todo (comprimento).

Figura 2 - representação da fração em um contexto discreto.



O significado da fração como *quociente* - é percebido quando se divide um número de objetos num certo número de grupos. Na divisão de 3 objetos por 4 pessoas, temos como solução 3/4. Interpretar uma fração como divisão de dois números naturais, representa uma situação de repartir. Três pizzas divididas entre quatro pessoas teremos a seguinte representação, indicando o que cada pessoa irá receber (figura 3). Neste caso a fração 3/4 indica adição ou agrupamento de partes iguais vindas de todos diferentes.

Figura 3



$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

Em uma estrutura algébrica, as frações são vistas como pertencentes ao conjunto dos números racionais. Deste modo, são elementos da forma a/b com a e b $\in$ N (para Q+ e $b \neq 0$) e que representam a solução da equação b.x = a.

A fração como *razão* - é uma correspondência entre duas grandezas. Nas situações anteriores, as frações poderiam ser vistas com uma comparação entre parte e todo. Porém, ao ser interpretada como razão, passa a indicar comparação entre duas grandezas iguais ou diferentes. Ex.: o conceito de velocidade é apresentado como a razão entre o espaço (dado em metros ou pelos seus múltiplos e submúltiplos) e tempo (dados em segundos, seus múltiplo e submúltiplos). Não significando que o espaço represente partes iguais em que o tempo foi dividido, v = e/t. A velocidade é vista como função do tempo. Este caso é para velocidade constante, pois e = v.t . Pode-se ter a razão entre duas substâncias, por exemplo: 1 colher de sal para 4 litros d'água, 1/4, entre idade, peso e altura de duas pessoas. Pode-se ter razão, também entre segmentos, casos de semelhanças geométricas, e conceito de porcentagem.

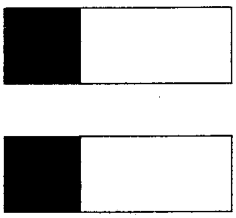
O significado *operador* - define uma estrutura multiplicativa de números racionais, sendo a mais algébrica destas idéias básicas. Em 2/3 como operador, temos a definição de multiplicação, *a* x *b*, onde *a* é o multiplicador e *b* o multiplicando; 2/3 pode nos representar:

a) $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3} = 1 \times \frac{2}{3}$

c) $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 1$

d) $\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times 2 \quad \left(\frac{1}{3} \text{ de } 2\right)$



Esses quatro significados relacionados com o número fracionário têm propriedades matemáticas semelhantes, mas são usados em situações problemas diferentes, exigindo do aluno tipos diferentes de respostas. Devemos identificar o significado de cada fração e essas relações devem estar bem definidas. A compreensão conceitual tornar-se-á mais fácil se a instrução inicial for dada com muitas oportunidades de vivenciar os diferentes significados da fração, dentro do contexto de uma variedade de atividades. A dificuldade ocorre porque não é explicitada aos alunos, nas situações propostas, a unidade que serve de contexto e que aporta o significado à nova representação.

A utilização de muitas regras, algoritmos e terminologia nas séries iniciais, também causa um atraso na conceitualização das frações. Os alunos memorizam as regras distanciando-se do conceito de fração, não sabendo responder por que fazem tal procedimento. Um aluno sabe que para obter uma fração equivalente a outra, basta multiplicar ou dividir ambos os termos da fração por um número natural, mas se questionado por que 2/3 é equivalente a 4/6 e como representar esse conhecimento na prática, não saberá responder.

3.6- ERROS FREQÜENTES

São freqüentes certos erros dos alunos, desde as séries iniciais até o ensino superior, na comparação de frações, operações e representações ou no entendimento da leitura.

Exemplificando:

a) Operações:
(operam como se fossem números naturais).

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{3}{8}$$

$$6 \div \frac{1}{2} = 3$$

b) Na comparação:
(novamente usam a ordem dos números naturais).

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{4}$$

c) Solicitados para destacar 1/4 na figura (1), os alunos vão destacar a primeira coluna de bolinhas (um grupo de quatro). E se pedir 1/3 na figura (2), vão destacar 3/12 (três partes).

Fig. 1

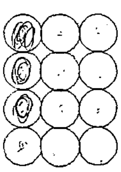
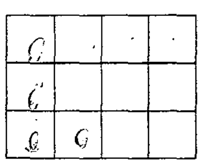


Fig. 2



As razões que justificam tais "erros" podem ser entendidas como obstáculos epistemológicos. As operações com números fracionários são feitas sem distinção das operações dos números naturais; 6 dividido por 1/2 é igual a 3, porque a divisão "reparte, diminui" é a justificativa e 12 não é uma resposta razoável. Do mesmo modo quando se trata de comparação, o erro 1/3 < 1/4, porque 3 é menor que 4 no conjunto dos números naturais.

Normalmente esses erros são cometidos porque usamos somente um registro de representação, representação numérica ou quando usamos outras formas de registros, não fazemos a devida conversão entre essas representações, não havendo compreensão do que representam. Queremos defender a conceitualização das frações usando dois ou mais registros de representação e o entendimento das funções: de tratamento, objetividade e conversão, fazendo uso de atividades de ensino baseadas nos seguintes procedimentos:

- Situações problemas concretas e significativas, porque numa situação de ensino o problema exposto precisa ser assimilado para que se inicie uma interação com o mesmo. Caso contrário, falhamos por não apresentar uma atividade motivadora para o aluno.

- Participação do aprendiz no desenvolvimento do conceito: em toda atividade de caráter ativo ou operatório, a participação na aquisição do conhecimento é de fundamental importância, porque terá a oportunidade de reinventar, verbalizar, refletir sobre as próprias ações e reorganizá-las. Significa que é possível levar o aluno a tomar contato com o conhecimento que possui e com aquele que se está adquirindo ou construindo.

- Oportunidade de descoberta de fatos e processos através do uso de material diferenciado e de situações criadas. Esta possibilidade vai ao encontro dos que defendem o uso do material concreto ou manipulativo na sala de aula. Apesar de Piaget (1978) ter deixado claro que a estruturação lógico-matemática e não o próprio material concreto é a base de toda a conceitualização, o modo pelo qual esse material concreto é utilizado pode proporcionar a construção ou reconstrução de referencias mentais que ajudam a criança a trabalhar com conceitos de modo mais significativos para ela. Estaremos fazendo uso de mais uma forma de representação semiótica ou material.

- Quando o pensamento da ação é verbalizado ou quando a operação mental é verbalmente explícita bem como seus procedimentos, consegue-se dar pistas ao professor sobre suas representações. E quando o professor conhece melhor estas representações, poderá influir diretamente sobre as mesmas, sendo estas corretas ou não, dentro do contexto em que se está trabalhando. A verbalização, do mesmo modo que os erros, acaba por delinear os procedimentos necessários para a efetivação do processo ensino aprendizagem.

- As atividades com meios, terços, quartos, quintos, sextos, oitavos, décimos e doze-avos, devem ser as mais usadas, apoiadas no uso e na utilidade das frações, Porto (1963) explica que no passado era comum expor alunos a um árduo trabalho com frações de denominadores acima de 100, "*obrigando-os a grandes e longas operações que resultam em fontes de erro*". Hoje buscamos as frações mais usadas e dispensamos as consideradas "inúteis", não se justificaria o tempo gasto inutilmente. A aceitação da concepção, segundo a qual, a experiência dá sentido e permanência ao aprendido, leva a uma melhor seleção do conhecimento adquirido.

Tratando da utilidade das frações Breslich 1933, (apud Porto, 1963) mostrou que 99% das frações usadas na vida tinham denominadores 2,3,4,5,8,10,12 e 16. E 90% das frações usadas tinham denominadores menores que 10. As frações mais comuns na vida diária estão ligadas como parte da unidade de medida.

As frações começam a ser ensinadas na 2ª série e somente na 4ª série se dá ênfase aos seus conteúdos: desenvolvimento conceitual, a questão de ordem, de equivalência, o algoritmo das operações e sua aplicação. A determinação de frações é possível se houver uma articulação entre os elementos: existência de uma totalidade divisível; um número determinado de partes; esgotamento da divisão do todo; igualdade das partes; relação entre o número de partes e o número de cortes; cada fração pode ser um todo sujeito a novas divisões;

e ainda a respeito da quantidade (contínua ou discreta) dos objetos não variar em função de suas formas, posições, arranjos. É preciso ter a capacidade de compreender que essas modificações resultam de transformações mentalmente reversíveis. Somente tendo essa capacidade se chegará ao entendimento de que uma parte é o resultado da diferença entre o todo e as outras partes e que a soma de todas as partes é igual a este todo. É impossível toda essa compreensão fazendo uso somente de um registro de representação numérica.

4 SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

A seqüência didática teve como finalidade elaborar atividades sobre os significados das frações, parte-todo, medida e quociente no contexto de quantidades contínuas e discretas, usando no mínimo duas representações semióticas para a compreensão do conceito de frações pelas alunas. A utilização dos outros significados razão e operador não consta de nosso trabalho, sendo mais prudente alcançar nossos objetivos nos significados parte-todo medida e quociente, por serem estes os conceitos de fração mais importantes para as séries iniciais.

Considerando os dados e estudos feitos nos capítulos anteriores nos propomos fazer a *seqüência didática* com o propósito de aquisição do conceito de frações através de representações semióticas. Iniciamos com o pré-teste, analisando as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem de frações das alunas que participaram da pesquisa. Elaboramos as questões do pré-teste, fazendo comentário, explicitando os objetivos de cada questão, e preparando as categorias de análise. Após a sua aplicação os resultados serviram de subsídios para a elaboração das atividades relativas à aquisição do conceito e aprendizagem das frações.

Optamos pela aplicação da seqüência através de uma série de sessões, que se caracterizaram por encontros regulares durante as aulas de Fundamentos e Metodologia da Matemática e funcionaram com o objetivo de proporcionar condições para aquisição do conceito de frações pelos futuros professores ou melhorar a prática dos que já estão atuando como profissionais da educação.

As atividades da seqüência foram feitas de modo que as participantes tivessem a oportunidade de realizá-las duas a duas ou individuais, proporcionando interação e estímulo à reflexão e facilitando o consenso. A duração foi de doze sessões de duas horas aulas cada uma, e um total de dez atividades.

4.1- *Início da Seqüência Didática*

O contrato didático foi estabelecido na 1° sessão, isto é, explicamos os objetivos da pesquisa e que a mesma seria acompanhada e feita pela própria mestranda, de acordo com a coordenadora do curso, permitindo a sua realização. No final de cada atividade houve debates das questões, onde as alunas esclareceram as suas dúvidas e compararam as resoluções e posteriores reflexões, fazendo uma síntese das opiniões debatidas. A avaliação de cada aula foi constante no sentido de percebermos a necessidade ou não de acrescentar outras atividades para alcançarmos objetivos propostos.

4.2- PRÉ-TESTE

Elaboramos o pré-teste como um instrumento diagnóstico inicial contendo dez questões, com o objetivo de verificar o conhecimento sobre frações, das alunas do Curso de Pedagogia Séries Iniciais. Seus resultados analisados, nos deram a situação da aprendizagem das alunas sobre o assunto.

Obs.: As questões do pré-teste estão no ANEXO 1 (p. 127).

4.2.1- *Considerações sobre as questões do Pré-teste*

A primeira parte nos indicou quantas alunas atuam como professoras nas séries iniciais, sua formação inicial, prática e tempo de serviço. Isso nos possibilitou mais critérios para análise.

Na segunda parte, as duas primeiras questões envolveram a concepção de fração e o domínio do conteúdo. Funcionou como uma sondagem do conhecimento das alunas.

Questão 3:

Para verificar a capacidade de conversão de um registro para outro, apresentamos um todo dividido em forma diferente do habitual. Observar também, a conversão da fração numérica representativa da terceira figura para a outra fração equivalente, e se tinham conhecimento das grandezas contínuas e discretas, componentes dessa questão.

Questão 4:

Observamos se a influência dos números naturais (questão de ordem) prejudicou a resolução dessa questão e qual tipo de tratamento foi realizado para obtenção da resposta.

Questão 5:

Em toda a nossa experiência como professora, a representação de frações, na reta numerada, foi sempre considerada difícil pelos alunos, até mesmo pelos do ensino superior. Com essa questão, constatamos a existência de tal dificuldade também para as alunas participantes da pesquisa.

Questão 6:

Essa questão buscou uma resposta metodológica e que recursos e argumentos foram usados para explicar a solução correta. Observamos a compreensão ou não do uso da concepção parte/todo, o emprego do algoritmo das operações de adição e subtração (funções de tratamento), como realizaram tais procedimentos e o domínio a respeito do assunto.

Questão 7:

Situações-problema envolvendo quantidades contínuas e discretas, parte/todo, quociente e diferentes registros de representação semióticas, foram as características dessa questão, exigindo portanto, procedimentos metodológicos sobre o assunto. No item (a) observamos se as alunas fizeram uso de desenhos para visualizar a distribuição ou somente a representação numérica, usando ou não a operação de divisão e a representação também do número misto ou fração imprópria. Item (b) a reta numerada seria a representação de melhor entendimento para explicar essa situação, justificando a resposta de divisão de frações. Item (c) o objetivo era verificar como as alunas faziam a relação entre a representação da fração de quantidades discretas com a solução do problema.

Questão 8:

Essa questão favorecia o uso de diferentes tipos de registros de representação para justificar a solução apresentada e como usar o recurso das representações semióticas no desempenho dessa questão.

Questão 9:

O intenção era: verificar a divisão do todo em partes iguais e a subdivisão para obter fração de outra fração. A demonstração correta dessa habilidade nos daria o grau de conhecimento desse conceito.

Questão 10:

A relação entre representação através de figura e representação numérica, as funções de objetividade por elas representadas, como se dá a conversão de diferentes registros de representação, eram questionamentos a serem respondidos no item (a). A não identificação da operação de multiplicação para responder o item (b) implicaria em mais uma falha no conhecimento das frações.

Mas somente tivemos a certeza de nossas considerações após a aplicação e análise desse recurso.

4.2.2 - *Análise do Pré-teste*

O pré-teste foi aplicado no dia vinte e nove de maio, durante as aulas de Fundamentos e Metodologia da Matemática, para trinta e cinco alunas do 2° semestre do Curso de Pedagogia Séries Iniciais da Universidade do Planalto Catarinense - UNIPLAC. Intencionalmente o conteúdo sobre frações, não foi abordado antes, visando essa pesquisa. Toda a classe do 2° semestre fora previamente informada sobre esse instrumento de pesquisa e seus objetivos. Houve interesse e participação nas atividades, pois existe uma vontade de superar as dificuldades visíveis no aprendizado de frações. A entrega do material foi acompanhada das explicações necessárias ao desenvolvimento desse recurso, (pré-teste). Todas responderam individualmente o questionário, atendendo a solicitação de que fossem fiéis aos seus conhecimentos sobre frações. Quando questionadas sobre os itens não respondidos o argumento era: falta de conhecimento do assunto.

Objetivos desse instrumento: coletar informações sobre a formação, a experiência docente, o conhecimento e a aprendizagem de frações; analisar a concepção de frações, os obstáculos epistemológicos e os registros de representação usados. Através dessa análise teremos subsídios para elaborar a seqüência didática, visando alcançar os propósitos desse trabalho.

Para compreendermos e fazer uma verificação correta dessas informações, analisamos em separado os dados fornecidos pelas alunas/professoras, cujo número é bem significativo (18 alunas já atuam como professoras das séries iniciais no ensino público). Considerando a experiência, a prática e a freqüente reciclagem que vêm recebendo ao longo do exercício profissional desse grupo, suas respostas foram mais pedagógicas do que as emitidas pelas outras alunas, em relação ao conhecimento.

Análise qualitativa e quantitativa foi feita em três blocos:

Bloco 1 - A 1ª parte do pré-teste ou as questões I, II, III, constituíram em dados esclarecedores sobre formação de nível médio, experiência e prática das alunas.

Bloco 2 - A 2ª parte do pré-teste ou as questões 1 e 2, levantaram informações sobre o domínio do conhecimento e aprendizagem das frações, portanto, uma auto-avaliação.

Bloco 3 - A continuação das questões da 2ª parte, de 3 até 10, permitiu-nos verificar o conhecimento propriamente dito, isto é, a concepção, o significado, o tratamento operatório, a visão didático-metodológica e, principalmente a conversão de um registro de representação para outro.

Sistemática de apresentação dos dados:

- Apresentação da questão.
- Objetivo da questão.
- Categorias de Análise - (explicação das categorias)
- Tabela onde se encontram as categorias de análise e a tabulação dos dados fornecidos pelas alunas.
- Análise e discussão dos procedimentos adotados nas questões serão feitas em bloco, nos dois primeiros e por questão no bloco 03.
- Considerações finais relativas às informações prestadas pelos alunos ao responderem o pré-teste.

BLOCO 01

1ª Parte

Questão I - Trabalha como professora de Séries Iniciais?

Sim ( )   Não ( )

Objetivo- Constatar se há um número significativo de alunas que já atuam como professoras das séries iniciais.

Categorias de Análise

S → sim é professora das Séries Iniciais

N → não trabalha como professora.

TABELA 01

Categoria de Análise	Nºs de Alunas	Porcentagem
S	18	51,43 %
N	17	48,57 %
Total	35	100 %

Questão II - Se a resposta for afirmativa, completar.

a) Série em que atua:...
b) Anos de experiência como professora:..
c) Rede de Ensino: Municipal ( ) Estadual ( ) Particular ( )

Objetivo - Identificar série(s) em que atua, qual o seu tempo de serviço e em que rede(s) de ensino trabalha.

Categorias de Análise

S/A → Série(s) que atua

A/E/P → Anos de experiências como professora.

R/E → Rede de Ensino.

TABELA 02

Categorias de Analise	Nº de Alunas Professoras									
	Pré		1ª. série		2ª. série		3ª. série		4ª. série	
S/A	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
	5	27,77%	9	50%	5	27,77%	9	50%	7	38,88%

Obs.: oito (8) alunas atuam em mais de uma série (44,44 %). Duas alunas trabalham com multisseriadas.

TABELA 03

Categorias de análise	Anos de Experiência							
	0 a 3 anos		9 a 12 anos		15 a 18 anos		24 anos	
A/E/P	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
	7	38,88%	5	28%	5	27,78%	1	6%

TABELA 04

Categorias de análise	Rede de Ensino					
	Municipal		Estadual		Particular	
R/E	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
	11	61,11%	5	28%	3	16,66%

Obs.: duas professoras atuam em duas redes de ensino.

Questão III - Curso de 2° grau ou Ensino Médio realizado:

Científico ( )   Pedagógico ( )

Educação Geral ( )   Técnico ( )

Objetivo - Identificar a formação de Ensino Médio.

Categorias de Análise

C → Científico

EG → Educação Geral

P → Pedagógico

T → Técnico

S → Supletivo

TABELA 05

Categoria de análise	Ensino Médio Realizado					
	Alunas/Professoras		Somente Alunas		Total de Alunas	
	n°	Porc.	n°	Porc.	n°	Porc.
C	-	-	3	17,64%	3	8,57%
E. G.	-	-	7	41,12%	7	20%
P.	18	100%	4	23,52%	20	57,15%
T.	1	-	4	23,52%	4	11,43%
S.	-	-	1	5,88%	1	2,85%
	18	100%	17	100%	35	100%

Obs.: três alunas possuem dois cursos de Ensino Médio.

Análise e Comentários das questões do Bloco 01

Foi expressivo o número de alunas que atuam como professoras (18), 51,43% e desse número 61% com mais de nove anos de prática nas séries iniciais, favorecendo-lhes ainda uma formação Pedagógica de (100%), ao nível de Ensino Médio. Portanto seus conhecimentos deveriam ser razoavelmente superiores aos de suas colegas sem experiência de ensino. Colocamos aqui a posição dos dados coletados de acordo com a pesquisa, para compararmos com os outros blocos e concluir se houve ou não influência no conhecimento e aprendizado das frações pelas alunas/professoras, em relação às demais.

BLOCO 02

2ª Parte:

Questão de nº 1 - Como foi sua experiência de a aprendizagem de frações?

Objetivo - Levantar as experiências ou fatos que marcaram a aprendizagem de frações.

Categoria de análise

A/D → Aprendizagem Deficiente

A/R → Aprendizagem Razoável

B/E → Boas Experiências, houve aprendizado.

TABELA 06

Categorias de análise	Alunas/Professoras		Somente Alunas		Total de Alunas	
	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
A/D	6	33,33%	12	71%	18	51,43%
A/R	8	44,44	5	29,42%	13	37,15%
B/E	4	22%	-	-	4	11,42%
					35	100%

Questão de nº 2 - Você tem domínio dos conteúdos de frações das séries iniciais?

Objetivo - Obter a auto-avaliação de seu conhecimento sobre as frações, assumindo a sua capacidade e potencial sobre o assunto.

Categorias de Análise

S → Sim, confirmando o domínio dos conteúdos de frações das séries iniciais.

N → Não tem domínio dos conteúdos de frações das séries inicias.

N/R → Não respondeu.

TABELA 07

Categoria de análise	Alunas/Professoras		Somente Alunas		Total de Alunas	
	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
S	3	16,67%	-	-	3	8,57%
N	14	77,77%	17	100%	31	88,57%
N/R	1	6%	-	-	1	2,85%

Análise e comentário das questões do Bloco 02

Como previamos os dados mostraram a diferença nas experiências de aprendizado, entre alunas/professoras e somente alunas. 33% contra 71% afirmaram que, o aprendizado foi deficiente e 22% das alunas/professoras admitem ter boa aprendizagem contra 0% das somente alunas. Mas o que realmente constatamos foi o baixo índice de aprendizagem admitido por todas as alunas, somente 11%, e esse índice foi alcançado pelas alunas/professoras. A auto-avaliação sobre o domínio do conteúdo também confirma a falta de conhecimento do assunto. 77,77% das alunas/professores (14) admitem não dominar os conteúdos das séries iniciais e 100% das somente alunas (17). Verificando a classe toda (35 alunas) o índice de falta de domínio 88,57%, é preocupante e ao mesmo tempo um desafio para a nossa pesquisa que se propõe, através da seqüência didática, dar conta dessa aprendizagem..

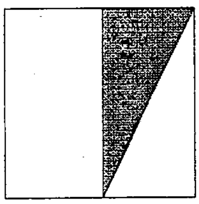
BLOCO 03

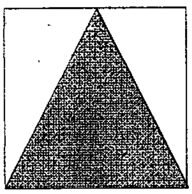
Continuando a 2ª Parte

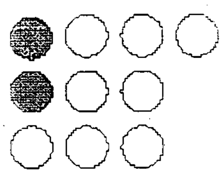
Questão nº 3 - Responder aos itens:

a)Que fração está pintada em cada figura abaixo? (represente-a numericamente)

b) Indicar a grandeza de cada representação: contínua ou discreta?







______________ ______________ ______________

Objetivos:
- Verificar a conversão para outros registros.
- Reconhecer divisões em partes iguais, porém, diferentes das formas retangulares usuais nesse tipo de representação geométrica.
- Identificar as quantidades contínuas e discretas.
- Observar se usam a forma simplificada para representar a fração definida na figura de quantidade discreta.

Categorias de análise

C → Certo o registro de representação numérica

E → Errado o registro de representação numérica

N/R → Não responderam

Q/C → Quantidade contínua

Q/D → Quantidade discreta

TABELA 08

Item a	Categoria de análise	Alunas/Professoras		Somente Alunas		Total de Alunas	
		nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
1ª Figura	C	8	44,45%	4	24%	12	34,28%
	E	6	33,33%	8	47,00%	14	40,00%
	N/R	4	22,22%	5	29,00%	9	25,72%
2ª Figura	C	8	44,45%	6	35,29%	14	40%
	E	6	33,33	6	35,29%	12	34,28%
	N/R	4	22,22%	5	29,41%	9	25%
3ª Figura	C	15	83,33%	14	82,35%	29	82,85%
	E	2	11,11%	1	5,88%	3	8,57%
	N/R	1	5,55%	2	11,76%	3	8,57%

Q/C ?
Q/D

Comentário e análise da questão - Como previamos, a divisão em formas diferentes da retangular dificultou determinar que parte do todo (área) estava pintada, na 1ª figura. Entre erradas e não respondidas (25) obtivemos 71,42% do total, para a 1ª e 2ª figuras, demonstrando não saber que parte do todo está representada. A conversão errada e a falta de resposta comprovam isto. Houve maior acerto para a terceira figura, mas nenhuma aluna usou a fração simplificada 1/5 como representação de 2/10 dessa figura. Notamos a diferença de índice entre os conhecimentos das alunas/professoras e das somente alunas, mais acentuado na 1ª figura, já nas outras figuras houve certo equilíbrio. O índice de 82,85% de acerto da 3ª figura mostra que a dificuldade está em não identificar outras formas de divisão de áreas. Não houve resposta ao item b, mostrando desconhecimento dos significados de quantidades contínuas e discretas.

Questão nº 4 - Destacar a maior fração e justificar a sua escolha:

a) 2/3 ou 4/7 b) 5/2 ou 2/5

Objetivos:
- Observar qual registro de representação ou tratamento é usado para determinar o maior número fracionário.
- Observar se a influência do conhecimento dos números naturais faz-se presente como obstáculo na aprendizagem dos números fracionários.

Categorias de análise

C → Certo

E → Errado

N/R → Não respondeu

U/R/D → Usou registros de representação através de gráficos, desenhos, figuras geométricas.

U/R/E → Usou registro de representação escrita.

T/N → Tratamento numérico, buscando a equivalência de frações.

N → Não usou nenhum registro de representação.

TABELA 09

Categorias de análise	Alunas/Professoras		Somente Alunas		Total de Alunas	
	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
C	5	27,78%	8	47%	13	37,15%
E	12	66,67	5	29,41%	17	48,57%
N/R	1	6%	4	23,52%	5	14,28%
	18	100%	17	100%	35	100%
U/R/D	12	67%	2	11,76%	14	40%
U/R/E	1	5,55%	3	17,64%	4	11,42%
T/N	3	16,66%	6	35,29%	9	25,73%
N	2	11,12%	6	35,29%	8	22,85%

Comentário e análise da questão - O resultado dessa questão surpreendeu-nos, porque as alunas/professoras erraram mais do que as alunas que não têm experiência de ensino. Estas buscaram no cálculo (tratamento) a resposta certa enquanto as alunas professoras usaram os registros de representação através de desenhos e gráficos. Não souberam, pois, fazer a conversão ficando o índice de acerto em 27,78%. Observamos também que 44% das alunas/professoras erraram, destacando 2/5 como sendo maior do que 5/2. Dessa forma fica comprovado que a ordenação dos números naturais constitui um obstáculo epistemológico.

Questão nº 5 - Marcar na reta numerada os pontos correspondentes aos números fracionários 1/2, 3/4, 3/2 e 6/3:

Objetivos: - Verificar se as alunas têm o conhecimento da ordem dos números fracionários na reta numerada.

- Verificar o uso correto desse registro de representação.

Categorias de análise

C/R → Todas as frações estão corretamente representadas

T/E → Todas estão erradas.

N/R → Não responderam

C 1/2 → 1/2 está correto

C 3/4 → 3/4 está correto

C 3/2 → 3/2 está correto

C 6/3 → 6/3 está correto

TABELA 10

Categorias de análise	Alunas/Professoras		Somente Alunas		Total de Alunas	
	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
C/R	3	16,67%	3	18%	6	17,15%
T/E	14	77,78%	4	23,53%	18	51,42%
N/R	1	6%	10	58,82%	11	31,12%
	18	100%	17	100%	35	100%
C 1/2	12	67%	7	41,17%	19	54%
C 3/4	8	44,45%	3	17,64%	11	31,42%
C 3/2	5	27,77%	3	17,64%	8	22,85%
C 6/3	3	16,66%	3	17,64%	6	17,15%

Comentário e análise da questão: Evidenciou-se a dificuldade sobre a representação na reta numerada, pois somente 17,15% das alunas acertaram toda a questão. Outro ponto a observar é o alto índice de erros das alunas/professoras, atingindo 77,78%. Das alunas que não são professoras 58%, deixaram a questão em branco, comprovando a não aprendizagem desta representação. O índice de acerto no desempenho da fração 1/2, tão comum e largamente usada, surpreendentemente, atingiu apenas 54,28%. E a fração 6/3 mais de 80% ignoram tratar-se de um número inteiro.

Questão nº 6 - Para as operações que envolvem frações um aluno deu as respostas abaixo:

a) 1/3 + 1/5 = 2/8 b) 2/5 - 2/7 = 0/2

O que você diria a seus alunos na correção das mesmas?

Objetivo - Observar como as alunas usam os argumentos e recursos metodológicos para explicar a solução correta, mediante o conhecimento que têm sobre o assunto.

Categorias de análise

U/M/C → uso de metodologia ou métodos corretos

U/T/O → uso de tratamento operatório

N/R → não respondeu

R/E → resposta errada

TABELA 11

Categoria de análise	Alunas/Professoras		Somente Alunas		Total de Alunas	
	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
U/M/C	-	-	-	-	-	-
U/T/O	5	27,76%	4	23,53%	9	25,71%
N/R	2	11%	4	23,53%	6	17,15%
R/E	11	61,12	9	52,94%	20	57,14%
	18	100%	17	100%	35	100%

Comentário e análise da questão - Nenhuma resposta metodologicamente correta.

Não houve argumentação sobre divisão em partes iguais, sobre a concepção parte/todo; igualmente não houve representações através de gráficos, ou figuras geométricas. O índice de 25,71% de acerto, obtido pelas nove alunas decorreu do uso da regra prática de frações equivalentes. O número de respostas erradas vinte (57,14%) para essas operações simples surpreendeu-nos e surpresa maior foi o fato de treze alunas 37,14%, afirmarem que as operações estavam certas, principalmente a adição.

Questão nº 7 - Resolver as situações problemas justificando suas respostas através de representações:

a) Se dividirmos 5 pizzas para 4 crianças, que fração das pizzas cada criança receberá?

b) Dois metros de plástico foram divididos em pedaços de 1/2 metro cada um. Quantos pedaços foram obtidos?

c) Uma doceira fez um bolo usando 2/3 de uma dúzia de ovos e 1/4 da mesma dúzia para fazer uma sobremesa. Quantos ovos foram usados nestas receitas?

Objetivos: - Observar que tipo de procedimento será usado na resolução das situações problemas:

Item *a* - Distribuição em quantidades contínuas, divisão de figuras representativas de pizzas e tipo de divisão. Observar como aparece a resposta: número decimal, número misto, fração imprópria ou uma fração como quociente de uma divisão com resto zero.

Item *b* - Verificar o uso de registro de representação geométrica, gráfica ou somente o tratamento operatório.

Item *c* - Verificar uma situação em quantidade discreta, observando qual procedimento será usado: tratamento operatório ou representações gráficas.

Categorias de análise

C → Resolução certa

E → Resolução errada

N/R → Não respondeu

U/R/D → Usou representação através de desenhos

U/T/O → Usou tratamento operatório

CON → Conversão

SO/R → Somente deram a resposta

TABELA 12 (na outra folha)

TABELA 12

Categoria de análise	Alunas/Professoras						Somente Alunas						Total das Alunas					
	Item *a*		Item *b*		Item *c*		Item *a*		Item *b*		Item *c*		Item *a*		Item *b*		Item *c*	
	n°	Porc.	n°	Porc.	n°	Porc.	n°	Porc.	n°	Porc.	n°	Porc.	n°	Porc.	n°	Porc.	n°	Porc.
C	14	77,78%	15	83,34%	9	50%	12	70,60%	14	82,35%	1	5,89%	26	74,28%	29	82,88%	10	28,55%
E	3	16,67%	1	5,55%	2	11,12%	2	11,76%	-	-	4	23,52%	5	14,28%	1	2,85%	6	17,15%
N/R	1	5,55%	2	11,11%	7	38,88%	3	17,64%	3	17,65%	12	70,59%	4	11,44%	5	14,29%	19	54,29%
	18	100%	18	100%	18	100%	17	100%	17	100%	17	100%	35	100%	35	100%	35	100%
U/R/D	15	83,33%	12	66,66%	4	22,22%	7	41,17%	3	17,04%	3	17,64%	21	60%	15	43%	7	20%
U/T/O	-	-	2	11,11%	5	27,77%	5	29,41%	6	35,29%	-	-	5	14,29%	8	22,85%	5	14,29%
CON	15	83,33%	13	72,22%	5	27,77%	8	47,07%	2	11,76%	1	5,89%	23	5,71%	15	42,85%	6	17,14%
SO/R	-	-	3	16,66%	1	5,55%	-	-	6	35,29%	2	11,76%	-	-	9	25,71%	3	8,57%

Comentário e análise da questão - No item *a*, a situação exige a divisão das pizzas e a resposta deveria ser representada através de um número fracionário. Optamos por situações e números simples, que não complicassem a resolução e a representação por meio de desenho. A mesma sistemática também foi aplicada ao item *b*. Notamos que em torno de 80% das alunas/professoras acertaram os itens *a* e *b*, contra 75% das somente alunas. Mas o item *c*, entre respostas erradas e as deixadas em branco, de todas as alunas, apresentou um índice de 71,5%, o que significa a falta de conhecimento para resolver uma questão de situação problema relativamente simples, encontrada, nos livros didáticos de nossas escolas. A representação em forma de figuras geométricas, gráficos ou desenhos foi mais usada pelas alunas/professoras e o tratamento operatório pelas somente alunas. O uso de dois registros de representação e a conversão entre eles só apareceu nas questões certas.

Questão nº 8

Como você justificaria para seus alunos as seguintes situações:

a) 2 : 1/2 = 4 b) 1/4 : 2 = 1/8

c) Qual é maior?

1/4 de 1/8 ou 1/8 de 1/4

Objetivos - Verificar a influência do conhecimento dos números naturais ou falsos conceitos, generalizando que a divisão reparte e a multiplicação aumenta.
- Verificar a relevância da representação através de gráficos ou desenhos.

Categorias de análise

T/O → Tratamento operatório

J/M/C → Justificativas metodológicas corretas

J/I → Justificativa insuficiente

N/R → Não respondeu

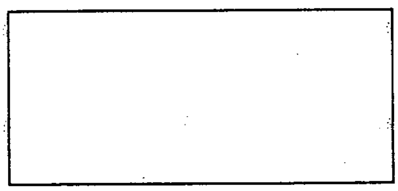
TABELA 13

Categorias de análise	Alunas/professoras				Somente Alunas				Total			
	Item *a*		Item *b*		Item *a*		Item *b*		Item *a*		item *b*	
	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
J/M/C	7	38,88	2	11,11	-	-	-	-	7	20%	2	5,71%
T/O	7	38,88	6	33,33	10	58,82	9	52,94	17	48,57%	15	42,85%
J/I	1	5,55	6	33,33	-	-	-	-	1	2,85%	6	17,14%
N/R	3	16,66	4	22,22	7	41,17	8	47,05	10	28,57%	12	34,28%

Comentário e análise da questão - As alunas/professoras no item *a* demonstraram conhecer mais do que o item *b*, 77% contra 44%. Justificaram corretamente 50% das respostas no item *a*, mas o tratamento operatório foi a justificativa mais usada tanto no item *a* como no *b*. Não houve respostas metodológicas como esperávamos. Interessante observar que, o tratamento operatório foi usado pelas somente alunas como justificativa, alcançando um índice de acerto maior do que o obtido pelas alunas/professoras, nos itens *a* e *b*.

Questão nº 9 - Realizar o que se pede:

Pintar 2/3 da metade do retângulo abaixo:



Objetivo - saber registrar a representação de fração de fração, usando o desenho geométrico.

Categorias de análise

C → Certo

E → Errado

N/R → Não responderam

TABELA 14

Categorias de análise	Alunos/professoras		Somente Alunas		Total	
	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
C	14	77,77%	10	58,82%	24	68,57%
E	2	11,11%	7	41,17%	9	25,71%
N/R	2	11,11%	-	-	2	5,71%

Comentário e análise da questão - O aprendizado ocorre com mais facilidade se a da representação for figura retangular, dividida também na forma retangular. Haja vista que 68,57% acertaram a questão, porém, em se tratando de alunas do curso superior, esse índice ainda não é o ideal.

Questão nº 10 - Em relação à questão 9, responder ou completar os itens:

a) Que fração do retângulo você pintou?

b) O cálculo matemático que responderia esta questão é...

Objetivos - Representar numericamente a parte pintada da questão de número nove, item *a*.
- Buscar o significado da operação, ou seja, o tratamento correto para se chegar ao resultado sem utilizar a representação geométrica, item *b*.

Categoria de análise

C → Certo

E → Errado

N/R → Não respondeu

TABELA 15

Categorias de análise	Alunas/professoras				Somente Alunas				Total			
	Item *a*		Item *b*		Item *a*		Item *b*		Item *a*		Item *b*	
	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.	nº	Porc.
C	5	27,77%	1	5,56%	1	5,90%	1	5,90%	6	17,14%	2	5,71%
E	9	50%	10	55,56%	8	47,05%	7	41,17%	17	48,57%	17	48,57%
N/R	4	22,23%	7	38,88%	8	47,05%	9	52,93%	12	34,29%	16	45,72%
Total	18	100%	18	100%	17	100%	17	100%	35	100%	35	100%

Comentário e análise das respostas - No item *a* somente 17,14% acertaram, isto é, não associaram a idéia de parte/todo ou a divisão em partes iguais. Mais de 80%, erraram ou deixaram de responder ao item *a*, e 90% não responderam ao item *b*. Isto nos dá suporte para analisar e quanto esse conhecimento não está sendo absorvido pelos nossos alunos.

4.2.3 - *Considerações finais sobre o Pré-teste*

Referente à formação das alunas pesquisadas, os dados nos mostraram que as alunas/professoras têm formação específica pedagógica e dentre as alunas que cursaram outro curso de ensino médio, somente uma fez o curso supletivo. O teste proposto permitiu-nos deduzir que o ensino e a aprendizagem de frações, estão deficientes nos cursos de Ensino Fundamental e Médio. Contávamos, sim, com dificuldades, porém, os resultados excederam as expectativas, revelando índices inaceitáveis para o curso de Pedagogia. Uma vez que 51,43% das alunas têm prática de sala de aula.

Questionadas sobre a aprendizagem das frações apenas 11,42% revelaram haver adquirido uma aprendizagem em um bom nível, índice esse alcançado somente pelas alunas/professoras. Apenas 8,57% do total admitem dominar os conteúdos de frações ao nível de séries iniciais. Realmente temos que nos preocupar, pesquisar na tentativa de encontrar soluções e sanar essas deficiências. Todos esses dados obtivemos do primeiro e segundo bloco de questões, contando com a auto-avaliação de seus conhecimentos. A partir do terceiro bloco do teste as respostas das questões confirmaram a falta de domínio sobre o assunto .

Pudemos observar no desenvolver das questões que a maioria não interpreta frações como partes iguais, não domina a divisão da área de figuras geométricas, quando não estão divididas na forma usual, questão nº 3. Chamou-nos a atenção o fato de não ser explorado, na sala de aula, a divisão de figuras geométricas em diferentes formas, o que permite constatar áreas iguais em formas diferentes. No item *b*, dessa questão, 100% das alunas desconhecem os significados de: quantidades contínuas e quantidades discretas para o assunto de frações.

Quanto à ordenação das frações, o resultado obtido mostrou a forte influência dos números naturais (obstáculos epistemológicos), pois, 44% destacaram 2/5 como sendo maior que 5/2 (questão de n°4), e 67 % usaram como registro de representação figuras geométricas, mas, não souberam fazer a conversão correta. No total 33% acertaram a questão, usando apenas o tratamento operatório, não se valeram, pois, do processo da coordenação entre os registros de representação. Os números fracionários representados na reta numerada, indicando 17,15% de acertos, também constitui falta de conhecimento da conversão do registro numérico para a medida de espaço. Convém ressaltar que os números fracionários, 1/2, 3/4, 3/2, e 6/3, eram simples e freqüentemente usados. Teremos que insistir nessa representação (reta numerada), com atividades que permitam fazer a comparação e a correlação entre o inteiro, o fracionário e o decimal, principalmente, por ser muito comum esse tipo de representação e necessária pelo valor da aplicabilidade. A falta de conversão entre vários registros para o conhecimento desses números, dificulta a compreensão.

Na resolução das questões de n^{os} 6, 7 e 8, contávamos que as alunas valendo-se de todas as representações possíveis, juntamente com o tratamento operatório, nos apresentassem uma resposta metodológica. Embora algumas alunas não tenham prática de sala de aula ou preparo pedagógico, a condição de aluna do 3° grau, deveria garantir-lhes a resolução de cálculos corretos. Não conseguimos nenhuma resposta metodologicamente correta que levasse o aluno à compreensão do seu erro. Na questão n.°6 está claro que é um obstáculo, visando somente às operações com os naturais. Esse obstáculo acompanha as alunas até ao 3° grau, pois, 37% admitem estar certas as operações. Apenas 25,71% das alunas deram respostas certas, fazendo uso, porém, somente das regras operatórias, que são facilmente esquecidas.

Nas situações problemas mais simples (questão n° 7) houve certo equilíbrio nos itens *a* e *b* entre alunas/professoras e não professoras. 50% das alunas/professoras acertaram o item *c* e as somente alunas, 5,90%, é uma considerável diferença. Entre todas 54,29% deixaram de responder uma situação problema que poderia ser resolvida mentalmente. Acreditamos que o tabu "fração é difícil" cria uma inibição, não provoca desafio e nem interesse em tentar resolver.

A composição da questão n° 10, compreende: a conversão da figura geométrica para o registro numérico; a representação numérica da parte/todo; e o significado da operação.

O uso do tratamento correto para a obtenção do resultado, não se valendo da representação geométrica, implica conhecimento do tratamento operatório.

A análise do pré-teste permite-nos constatar acentuada deficiência no ensino das frações. Com vistas ao desenvolvimento das alunas no conhecimento das frações, oportunizamos situações na seqüência didática que envolveram dois ou mais tipos de registros de representações semióticas, cuja coordenação entre esses registros, favoreceu a aquisição do conceito de frações. Desenvolvemos o nosso trabalho de modo a provocar entendimento, procedimentos e caminhos, selecionando atividades e não de reprodução sistemática de exercícios.

Obs.: Em ANEXO 2 (p. 131) encontram-se duas cópias do pré-teste. Uma das cópias, a primeira, foi respondida por uma aluna/professora e a segunda cópia, por uma aluna que não tem experiência de sala de aula (uma amostra do que foi esse instrumento, confirmando nosso diagnóstico).

4.3- ATIVIDADES DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

4.3.1- *Atividade I - Significado Parte/todo. Quantidade contínua.. Diferentes formas de dividir uma área em partes iguais.*

Considerações:

O exercício apresenta uma situação de divisão no contínuo e a representação de um meio através de figuras geométricas de formas diferentes. As alunas devem perceber que, apesar das formas diferentes de cada uma das partes, a área é a mesma e por isso pode ser representada pela mesma fração (um meio) nos itens *a* e *b*. Na seqüência da atividade, a divisão de diferentes figuras geométricas, em terços e quartos, visa obter a partição do todo em mais partes iguais, de diferentes formas, chamando atenção para a comparação de maior ou menor fração.

Objetivos:
- Compreender o significado parte/todo;
- Representar a mesma quantidade de área, em diferentes formas;

- Identificar quantidade contínua;
- Converter de uma representação para outra;
- Perceber a ordenação entre as frações mais simples, 1/2, 1/3, 1/4.

QUESTÕES DA ATIVIDADE I

a) Cada aluna receberá cinco quadrados de papel para dobrá-los em partes, representando a metade da área de diferentes modos.

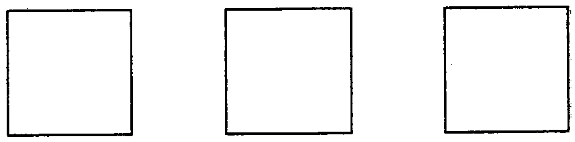
b) Cada modo diferente de dobradura deverá ser desenhado em quadrados feitos em uma folha (as alunas recebem os quadrados já desenhados).

c) Uma segunda folha com quadrados, retângulos e círculos que deverão ser divididos em terços e quartos, pintando uma parte da figura.

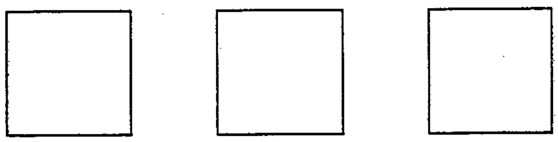
d) No verso das folhas deverão ser feitos os registros da leitura da parte pintada e o numérico. Bem como o registro de comparação das frações representadas, maior que ou menor que.

b) Dividir em:

Terços



Quartos



Terços

Quartos

Terços

Quartos

Terços

Quartos

4.3.2- *Atividade II - Significado Parte/todo - Quantidades contínuas e quantidades discretas.*

Considerações:

No ensino das frações é fundamental que o professor perceba as diferentes situações que envolvem as quantidades discretas e quantidades contínuas. A quantidade discreta é pouco trabalhada no ensino de frações, mas se faz necessário que os professores compreendam e se apropriem desse conhecimento.

A representação de todas as frações possíveis de uma determinada quantidade é interessante explorar. Quando se indica um terço de um todo ou de vários todos, não podemos esquecer que há outras duas frações que estão neste todo ou nestes vários todos, dois terços e três terços ou sete terços.

Objetivos:
- Trabalhar quantidades contínuas e discretas;
- Perceber as outras frações além da citada, que fazem parte do todo ou de vários todos. (atividades cognitivas de conversão e tratamento).

Obs.: Ao final de cada atividade houve debates e comentários das soluções com interferências da professora mestranda, quando existia dúvidas ou equívocos.

QUESTÕES DA ATIVIDADE II

Material: 12 fichas e um pedaço de barbante (mais ou menos 60 cm). Esta atividade será feita em grupo de duas alunas, dando maior interação e oportunidade de discussões sobre os procedimentos.

a) Separar todas essas fichas em 2 grupos, de maneira que eles tenham a mesma quantidade de fichas.

b) Dividir o barbante em 2 partes iguais, ou seja, de mesmo tamanho.

c) Separar todas as fichas em quatro grupos de modo idêntico ao item *a*.

d)	Dividir o barbante em 4 partes iguais, ou seja, de mesmo tamanho.
e)	De quantas maneiras ainda você poderia separar essas fichas, em grupos de mesma quantidade?
f)	De quantas maneiras ainda você dividiria o barbante em partes iguais?
g)	Registrar todas as ações feitas em uma folha, fazendo a representação escrita e numérica das quantidades em forma de fração, determinando os limites da quantidade discreta.

4.3.3- *Atividade III - Significado Parte/todo. Quantidade Discreta.*

Considerações :

Atividades desse tipo levam o aluno a compreender o significado da notação usual do número fracionário, que expressa o tratamento e a representação de duas operações sucessivas sobre um todo.

Objetivos:
- Compreender o número fracionário, não como um único número, mas como um conjunto de números que fazem parte de um todo;
- Oportunizar a compreensão das frações equivalentes no contexto de quantidades discretas.

QUESTÕES DA ATIVIDADE III

Cada aluno recebe dez palitos e um copinho, fazendo as seguintes ações:

1ª. Ação	**2ª. Ação**
Pegue 10 palitos e separe-os em 5 grupos iguais.	Pegue 1 desses grupos e coloque-o no copinho.
Pegue 8 palitos e separe-os em 4 grupos iguais.	Pegue 2 desses grupos e coloque-os no copinho.
Pegue 6 palitos e separe-os em 3 grupos iguais.	Pegue 3 desses grupos e coloque-os no copinho.
Pegue 7 palitos e separe-os em 7 grupos iguais.	Pegue 5 desses grupos e coloque-os no copinho.

Fazer os registros através de desenhos e números fracionários, representando a segunda ação, por uma ou mais frações quando possível. Fazer as conclusões necessárias no final da atividade.

4.3.4- *Atividade IV - Significado Parte/todo. Quantidade Discreta. Tratamento.*

Considerações:

Interpretação das representações numéricas no contexto de quantidades discretas, oportunizando verificar a função do denominador, a diferença entre a ordenação dos números naturais e as frações; a comparação entre uma fração no contínuo e no discreto.

Objetivos:
- Observar a função de tratamento numa quantidade discreta;
- Observar a comparação entre frações e seu registro de representação;
- Perceber que uma fração equivalente pode ser representada por infinitos registros.

QUESTÕES DA ATIVIDADE IV

1ª. Ação: Cada aluna recebe 12 fichas (ou feijões, palitos, etc.) e procura responder as questões:

a) Quantas fichas representam 1/2 das 12 fichas?

b) Quantas fichas representam 1/3 das 12 fichas?

c) Quantas fichas representam 1/4 das 12 fichas?

d) Quantas fichas representam 2/3 das 12 fichas?

e) Quantas fichas representam 3/3 das 12 fichas?

f) Quantas fichas representam 3/2 das 12 fichas?

2ª. Ação: Utilizando fichas, complete o quadro seguinte:

Total de Fichas	Fração	Quantidades de Fichas
10	1/2	
06	2/3	
12	3/4	
15	3/5	
08	2/4	

3ª. Ação: Cada aluna recebe 24 fichas e completa o quadro seguinte:

Fichas	Fração das fichas que se deve pegar	Quantidade de fichas correspondentes a cada fração
24	1/2	
24	2/4	
24	3/6	
24	4/8	
24	1/3	
24	2/6	
24	1/4	
24	2/8	

Obs.: Discutir os resultados, fazendo as anotações necessárias e comparando as quantidades de fichas e as frações que as representam. Observar os diferentes registros das frações equivalentes.

4.3.5 - *Atividade V - Significado* Parte/*todo. Quantidade contínua. Funções de objetividade e tratamento.*

Considerações:

É uma atividade de conversão e tratamento entre os registros de representação gráfica e numérica. A equivalência e a simplificação de frações devem ficar bem visíveis nos diferentes registros de representação usados.

Objetivos: - Fazer a conversão, o tratamento, a equivalência e a simplificação, usando os dois registros de representação.

QUESTÕES DA ATIVIDADE V (faz parte desta questão uma figura que deve ser recortada e encontra-se na página 84).

1ª. Ação

Tampas Nºs	Partes Fechadas	Frações que representam as partes fechadas	Partes Abertas	Frações que representam as partes abertas
1				
2				
3				
5				
1 e 3				
1 e 5				
2 e 4				
2 e 5				
3 e 4				
4 e 6				
5 e 6				
1, 3 e 5				
1, 3 e 4				
2, 5 e 6				
2, 4 e 6				

2ª. Ação

1. Feche a tampa que representa a fração 12/24. É a tampa nº .... Observe atentamente e responda: Que parte do retângulo foi tampado?

.... A quarta parte .... A terça parte .... A metade

Então, você pode dizer que a fração 12/24 é equivalente à fração ....

2. Feche a tampa que representa a fração 8/24. É a tampa nº .... Que parte do retângulo foi tampado?

.... A quarta parte .... A terça parte .... A metade

Então, você pode dizer que a fração 8/24 é equivalente à fração ....

3. Feche a tampa que representa a fração 6/24. É a tampa nº .... Que parte do retângulo foi tampado?

.... A quarta parte .... A terça parte .... A metade

Então, você pode dizer que a fração 6/24 é equivalente à fração ....

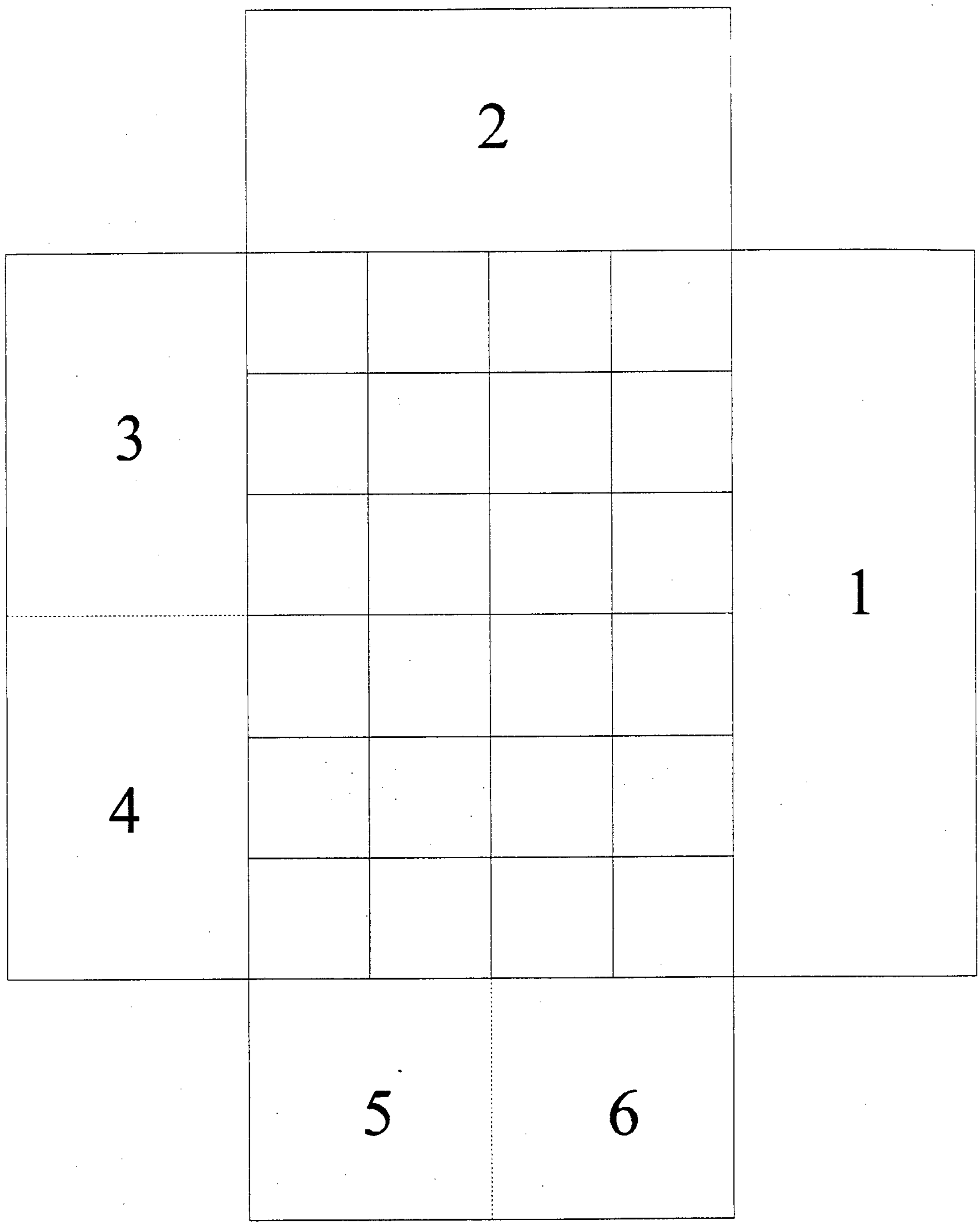
4. Feche a tampa que representa a fração 4/24. É a tampa nº .... Que parte do retângulo foi tampado?

.... A sexta parte .... A terça parte .... A metade

Então, você pode dizer que a fração 4/24 é equivalente à fração ....

Obs.: Esta atividade pode ser usada para trabalhar as operações de adição e subtração utilizando frações equivalentes, sem o tratamento através do mínimo múltiplo comum.

É usada a figura recortada representando uma caixa. Durante toda a atividade o aluno utiliza a dobradura, fazendo a conversão para a representação fracionária.


2
3
1
4
5
6

4.3.6- *Atividade VI - Significado Medida. Quantidade Contínua.*

Considerações:

O uso de fração com o significado de medida também envolve implicitamente o significado parte/todo, mas a representação de medida em forma de fração é usualmente substituída no cotidiano por números decimais, o que implica a perda da referência de unidade. Porém, a necessidade de subdivisões da unidade através da representação de um ou vários números fracionários, possibilita qualquer tipo de medição. A falta de domínio deste registro de representação (reta numerada), constatado na questão do pré-teste, leva-nos a propor esta atividade.

Nessa representação, os registros de medidas com frações maiores que unidade, comparação entre fações e a possibilidade de colocação de uma infinidade de frações entre duas frações dadas, facilita a compreensão.

Objetivos: - Favorecer a compreensão das frações efetivamente como número e medida de espaço menores que a unidade;
- representar frações maiores que unidade e incidência de representação de subunidades de medida.

QUESTÕES DA ATIVIDADE VI

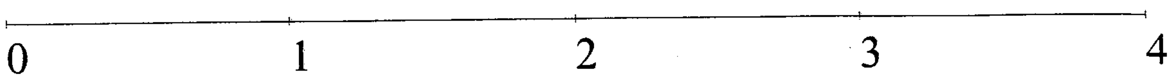
a) Dividir em meios:

0 1 2 3 4

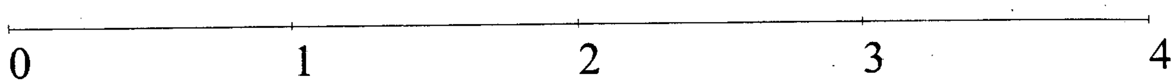
b) Dividir em terços:

0 1 2 3 4

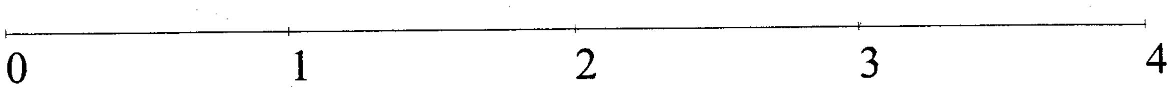
c) Dividir em quartos:



d) Dividir em quintos:



e) Marcar na reta seguinte, observando o que foi feito anteriormente: 1/2, 1/3, 3/4, 3/2, 6/3, 6/5, 5/2.



Obs.: Durante essa atividade ou após houve indagações e interferências por parte da professora mestranda para verificar a compreensão e escrita das frações maiores que unidade, a comparação entre as frações e o que seus registros, a seqüência e ordenação das mesmas. Nesta atividade fizemos uso de materiais tais como: uma régua de 30 cm, um metro, (uso de material dourado), discos coloridos e divididos em meios, terços, quartos e sextos. Buscamos nestes materiais a representação fracionária de medidas e suas conversões para a fração ou número decimal.

4.3.7 - *Atividade VII - Significado Medida. Quantidade Contínua.*

Considerações:

Há dificuldade de interpretar uma fração como medida ou fazer a conversão para o sistema métrico decimal. Entendemos ser conveniente propor atividades que proporcionem a reflexão sobre os diferentes registros de representação da mesma medida, isto é, o uso de frações para indicar medidas de comprimento (meio metro, um quarto de metro, etc.). A necessidade de subdivisões, a fim de possibilitar qualquer tipo de medição e sua conseqüente representação, através de um ou vários números fracionários, é indispensável na formação do professor de séries iniciais.

Objetivos:
- Fazer os diferentes registros de representação de uma mesma medida através de conversão entre fração e o sistema decimal de medida de comprimento;
- Usar a representação da língua natural na descrição de conceitos;
- Usar corretamente o tratamento operatório necessário.

QUESTÕES DA ATIVIDADE VII

1) Um metro tem cem centímetros (100 cm).

Complete corretamente:

a) meio metro (1/2) eqüivale ....cm
b) um quarto de metro (1/4) eqüivale ....cm
c) dois quintos de metro (2/5) eqüivalem ....cm
d) e cinco quintos de metro (5/5) eqüivalem ....cm
e) cinco quartos do metro eqüivalem a ....cm

2-a) Associar uma fração à parte em destaque nos segmentos:

....

b) Qual a fração que representa a maior medida em destaque?

c) Justifique a sua resposta.

4.3.8 - *Atividade VIII - Significado Parte/Todo. Quantidades Contínuas e Discretas.*

Considerações:

Contávamos que as futuras professoras obtivessem o entendimento de que uma fração não é somente parte de um inteiro, mas também partes de mais do que um inteiro ou de vários inteiros. Isto é, o entendimento da fração imprópria ou número misto. Esperando também a compreensão de fração da hora, visando outro sistema de contagem diferente do decimal.

Objetivos:
- Converter de um registro de representação para outros as frações maiores que a unidade;
- Visualizar a fração da hora relógio;
- Fazer uso do tratamento operatório se for necessário.

QUESTÕES DA ATIVIDADE VIII

1-) Representar as frações nos seguintes registros:

	Desenho	Número misto	Escrita
a) 5/3			
		Fração imprópria	
b) $2\frac{3}{4}$			

2-) Representar numericamente a fração correspondente à parte em negrito das figuras abaixo:

Fração Imprópria ⇒ Número Misto ⇒

3-) De uma quantidade de seis bolinhas quatro terços eqüivalem:

a) Quatro bolinhas ( )
b) Três bolinhas ( )
c) Oito bolinhas ( )
d) n. d. a. ( )

4-) Desenhe um relógio marcando três quartos de uma hora qualquer e responda quantos minutos representam?

4.3.9 - *Atividade IX - Significado Quociente.*

Considerações:

Alguns pesquisadores consideram esse significado como ideal para a introdução do conceito de fração, nas séries iniciais. Podemos indicar a divisão $a \div b$ pelo número fracionário a/b, com b diferente de zero, a fração representa a operação de divisão de um número natural por outro. Também associamos a estas situações as divisões não exatas.

Nas quantidades contínuas, o significado parte/todo está implícito, ficando a dificuldade na procura de partes com mesma área. No entanto, no significado quociente, sendo solicitada uma distribuição, a divisão da figura em partes da mesma forma, torna-se mais comum e neste significado pode-se fazer a divisão de várias unidades ao mesmo tempo. As distribuições possibilitam resultados diferentes na representação da situação, às vezes, dividindo todos os inteiros em partes iguais ou distribuindo inteiros e partes, do que resulta a forma mista.

Nas quantidades discretas a distribuição será feita com a mesma quantidade de objetos e a quantidade dividida deve ser um número múltiplo do número de partes, que se deseja obter. O numerador pode ser maior, menor ou igual ao denominador e este pode estar representando objetos diferentes. A fração no significado quociente tem duas variáveis enquanto nos significados parte/todo e medida, tem somente uma variável.

Ex.: Duas pizzas para repartir entre três meninos (2/3) - variáveis pizzas e meninos.

Ganhei 2/3 de um chocolate. (duas partes de três partes de um chocolate) - variável chocolate.

Objetivo - Perceber que o significado da fração como quociente é diferente do significado parte/todo e medida.

QUESTÕES DA ATIVIDADE IX

Representação gráfica e numérica (frações) ou através de desenho, das seguintes situações, podendo usar algoritmos, ou seja, tratamento operatório.

a) Temos 2 bolos para dividir entre 5 crianças. Que porção cada criança receberá?

b) Encontrar soluções para a seguinte situação. Em uma pizzaria um grupo de 12 amigos pediram 8 pizzas. Como seria feita a distribuição das pessoas nas mesas em grupos iguais e como poderia ser distribuídas as pizzas de modo que cada grupo recebesse a mesma quantidade de pizzas, e que porção de pizza cada pessoa receberia?

c) Se dividirmos 6 chocolates para 8 crianças e 6 chocolates para um outro grupo de 10 crianças, qual grupo ganhará mais chocolate?

d) Se distribuirmos igualmente 8 balas para 4 crianças e 6 balas para 3 crianças, qual grupo ganhará mais balas?
e) Dividir 2 folhas de cartolina para 3 pessoas.

Obs.: Essa atividade foi feita em grupo de três alunas.

4.3.10 - *Atividade X - Resolução de problemas nos três significados.*

Considerações:

Diferentes registros de representação devem ser usados para se chegar à solução das situações problemas: esquemas, diagramas, representação numérica e escrita, gráficos, para melhor compreensão e interpretação dos dados. Em cada situação problema deve ser observado o significado da fração, o contexto das quantidades e usados no mínimo dois registros de representação. As funções de objetividade, conversões e tratamento devem ser feitas corretamente, assim damos prova da aquisição desse conhecimento.

Objetivos:
- Aplicar o conceito de fração para interpretar as informações e situações provenientes do problema e chegar à solução;
- Fazer as devidas conversões entre os diferentes tipos de representação, usando o tratamento correto.

QUESTÕES DA ATIVIDADE X

Esta atividade envolverá o conceito de fração nos três significados, parte/todo, medida e quociente.

a)	Quatro bombons representam 2/5 dos bombons de uma caixa. Descubra quantos bombons há na caixa toda ?
b)	Cinco sextos da população de um bairro ganham menos de 2 salários mínimo. Sabendo-se que a população ativa desse bairro é formada por 3.300 pessoas, quantas pessoas ganham menos que 2 salários mínimos?
c)	Três metros de plástico foram divididos em pedaços de 1/4 de metro cada um. Quantos pedaços foram obtidos?
d)	Um relógio marca duas horas e vinte minutos. Que fração da hora já se passou e qual a fração da hora que ainda falta para às três?
e)	Dividir 3 folhas de cartolina para 5 pessoas.

ANEXO 3 (p. 140) - Encontra-se uma cópia das Atividades.

4.4 DESCRIÇÃO DA APLICAÇÃO DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA.

A Seqüência Didática foi realizada, como havíamos previsto em doze sessões de duas horas/aula com a participação integral das alunas, do terceiro semestre do Curso de Pedagogia Séries Iniciais da Universidade do Planalto Catarinense - UNIPLAC, no total de quarenta e quatro alunas, devido ao aumento das matrículas para o terceiro semestre. Iniciamos a pesquisa no final do segundo semestre (junho/julho) com o pré-teste e continuamos no terceiro semestre (agosto/setembro) de 2000.

Procedimento durante as atividades:

- Presença efetiva da mestranda em todas as sessões.
- Distribuição de material previamente preparado.
- Explicações necessárias para o bom andamento das atividades.
- Recolhimento do material e das questões das atividades ao final de cada sessão, para correção, avaliação do processo e observações.
- Antes de iniciar outra sessão eram comentadas e debatidas as atividades anteriores, refletindo sobre os equívocos ou dúvidas existentes.

4.4.1- *Resultado das atividades realizadas, comentários e debates.*

ATIVIDADE I - Item *a*, o objetivo era: conseguir através de cinco dobraduras de formas diferentes, obter um meio da área do papel cortado na forma quadrada. Este objetivo foi alcançado em 100% pelas participantes (44 alunas). Na continuação, item *b*, passar da dobradura para o desenho, destacando a metade da área, também não houve dificuldades. Somente uma aluna não reproduziu no desenho a dobradura correta, portanto, não mostrou a metade da área. Podemos salientar ainda, que nenhuma participante fez dobradura igual às figuras do pré-teste, embora cada aluna dispusesse de cinco opções. No item *c*, a divisão de área em mais partes iguais e formas diferentes; das quarenta e quatro alunas participantes, seis (13,63%) cometeram erros nas divisões, não dividindo em partes iguais.

No registro escrito houve definições que não estavam de acordo com as representações dos desenhos apresentados.

(...) ...*dividi a figura em cinco partes iguais.* (figura 1)

(...) .*dividi a figura em três partes iguais.*(figura 2)

Dez alunas (22,72%) cometeram esse erro. Outra definição incorreta feita por quatro alunas, (9,09%).

(...)... *áreas diferentes mas representam a mesma quantidade.*

O correto seria, formas diferentes, confundiram, pois, área com formas geométricas.

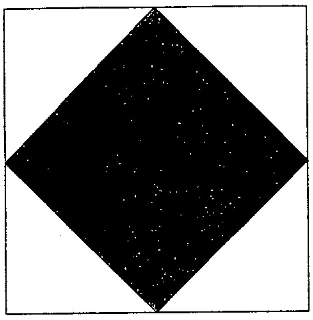


Figura 1

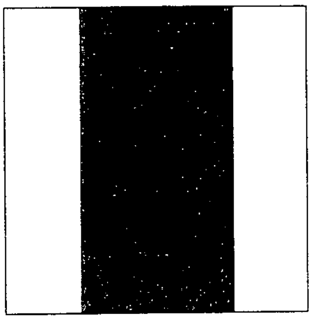


Figura 2

As definições e conceitos são adquiridos e transmitidos através da língua natural, pois todo o conhecimento tem que passar por esse registro. E é nessa representação que encontramos maior dificuldade, revelando equívocos, na parte cognitiva dos conteúdos, por não se expressarem corretamente.

Fizemos um debate no final da primeira atividade mostrando os erros cometidos, através de transparência (retroprojetor), para que as alunas refletissem sobre os mesmos. Esclarecemos que área é uma medida de superfície e a mesma área pode ser representada em formas diferentes, fazendo uma nova atividade a fim de mostrar esse procedimento. Quanto à divisão em partes iguais das figuras 1 e 2 acima, ficou claro durante o debate que houve falta de atenção e descuido das dez alunas ao escreverem sobre a questão.

ATIVIDADE II - Envolvendo material manipulativo, fichas e barbante, as alunas tiveram a oportunidade de perceber os limites de divisão em partes iguais de quantidades discreta e contínua e as suas correspondentes frações. Ao mesmo tempo efetuaram a conversão dessas frações em outros registros de representação numérica e escrita das quantidades obtidas.

Na correção e debate chamamos a atenção sobre outras frações além das citadas; por exemplo, 2/3, 3/3, ou 2/4, 3/4, 4/4, ficou claro que existe um conjunto de frações conforme o número de partes.

Sobre a quantidade contínua, a maioria das alunas concluiu que o barbante poderia ser dividido em partes iguais até quanto possível, ou até que houvesse uma quantidade significativa de barbante. Outras afirmaram ser possível dividir o barbante em infinitas partes, (o pedaço de barbante media 60 cm).

Assim o conceito de quantidades contínuas e discretas, foi bem discutido nesta atividade, mas terá continuidade em quase todas as outras atividades, sempre reportando a esse conceito.

Os resultados obtidos na ATIVIDADE III foram positivos nos três registros de representação. Todas as alunas fizeram corretamente o desenho, a conversão para a representação numérica e escrita. Quanto à conversão para frações equivalentes, 100% registraram três terços iguais a um inteiro, mas não mencionaram que esse um inteiro, correspondia à quantidade discreta de seis fichas. Somente 24% demonstraram interesse em simplificar ou obter frações equivalentes às dadas, como dois quartos equivalentes a quatro oitavos, um meio ou a metade, um quinto equivalente a dois décimos, pois os desenhos e o material mostravam essa ação.

Na hora do comentário e debate ressaltou-se que a simplificação não era importante, pois a atividade não exigia, e outras alunas porém, só perceberam a simplificação no momento do comentário. Notamos a falta de observação quanto à equivalência e simplificação de frações e aproveitamos essa oportunidade para reforçar a importância dessas conversões e como adquiri-las, fazendo uso também de tratamento operatório.

ATIVIDADE IV - 1ª ação. Visando a função de tratamento numa quantidade discreta, de significado parte/todo e não somente a fração unitária, tivemos um índice de 100% de acerto nos cinco primeiros itens, isto é, na conversão da representação fracionária para o número natural através do tratamento (cálculos). Somente no item *f, (quantas fichas representam 3/2 de 12 fichas?),* três alunas, 6,81% erraram o cálculo respondendo que seriam seis fichas; dez alunas, 22,72% escreveram ser impossível determinar, porque faltavam fichas. 70,47% responderam corretamente. Algumas escreveram que eram dezoito fichas, mas havia necessidade de mais um meio (1/2), ou que faltavam fichas para se ter essa quantia.

Durante o debate e discussão desse item, houve justificativas, tais como: "*Pensei que a quantidade pedida seria extraída das doze fichas*".

Procuramos então esclarecer e mostrar com mais registros de representação o que significavam 3/2 de uma quantidade tanto discreta como contínua.

Na 2ª ação, usando quantidades diferentes de fichas, houve 100% de acerto, tratamento (cálculos) e registros. E na 3ª ação, usando um número maior de fichas, vinte e quatro, de cuja quantidade deveriam determinar a metade, um terço e um quarto, através de frações equivalentes de diferentes registros, mas de conteúdo idêntico, o acerto também foi de 100%. Descreveram a respeito dessa ação:

"*Podemos observar que um meio, dois quartos, três sextos, quatro oitavos, são frações equivalentes, representando uma mesma quantidade de fichas. O mesmo acontece com um terço e dois sextos de vinte e quatro fichas e um quarto, dois oitavos de vinte e quatro fichas, essas frações representam-se em diferentes registros, porém a quantidade é a mesma.*"

ATIVIDADE V - Um retângulo dividido em vinte e quatro partes iguais de quatro por seis e seis tampas numeradas que poderiam ser dobradas sobre o retângulo, fechando-o por partes, isto é, 1/2, 1/3, 1/4, 1/6, gerou diversas ações como as que foram elaboradas. O objetivo dessa questão é a conversão de uma representação para outra, da dobradura para a fração, de um registro de representação para outro (fração equivalente), visualizando a quantidade de partes correspondentes às frações equivalentes (tratamento).

A fração que representa a parte tampada e a outra fração que representa a parte não tampada (representação numérica), somadas completariam o todo. A 1ª ação era a representação geométrica e numérica e a 2ª ação, a interpretação escrita, na língua natural. Assim as alunas tiveram a oportunidade de observar: as frações equivalentes, as simplificações, as operações de adição e subtração, com denominadores iguais e diferentes, o entendimento da fração equivalente a um inteiro.

Na hora do debate e comentário, os pronunciamentos foram favoráveis ao uso e manuseio desse recurso, ou seja, o recorte e dobradura do retângulo facilitando a conversão para os registros de representação numéricos. Tanto que o resultado final da atividade foi de

100% de acerto e compreensão do significado parte/todo de uma quantidade contínua. Houve também a compreensão das funções de objetividade, conversão e tratamento operatório (adição, subtração, equivalência e simplificação).

ATIVIDADE VI - Apresenta a fração cujo significado é de medida. A proposta consistia na divisão de uma reta numerada em partes menores que um inteiro e maiores que um inteiro ou vários inteiros. O espaço comprimento de zero a quatro deveria ser dividido em: inteiros em meios, terços, quartos e quintos, fazendo os registros numéricos e escritos.

No item *e*, a representação tanto a geométrica como a numérica, de sete frações, três próprias, três impróprias e uma aparente (sem citar essas nomenclaturas), deveriam determinar a sua medida na reta, verificando e observando o que foi feito anteriormente nos outros itens. A equivalência com vários registros, 1/2=2/4, 2/2=3/3=4/4=1, 3/2=6/4=1,5 ou 4/2=6/3=8/4=10/5=2, evidencia as frações menores, iguais e maiores que um inteiro, ou seja, os conceitos de fração própria, imprópria e aparente.

Essa atividade foi realizada com interesse e curiosidade, pelas as alunas, que efetuaram medidas em centímetros e milímetros valendo-se de uma régua. Algumas alunas, além do registro de representação numérica, também fizeram a conversão para a representação decimal, usando portanto três registros de representação: fracionário, decimal e geométrico, e as funções de conversão e tratamento. Durante o comentário da questão, houve depoimentos tais como:

"*Agora eu entendi nesse tipo de representação, o que é fração própria, imprópria e aparente e a transformação decimal, na questão de medida*".

Notamos aqui, a importância da coordenação de vários registros de representação, num determinado significado.

ATIVIDADE VII - Item 1, pedia a conversão da fração para o sistema decimal de medida, usando a subdivisão em centímetros, cuja referência era o metro. O acerto foi de 100% das letras *a, b, c, d.* Na letra *e,* somente 6,50%, erraram a resposta, fazendo 1,25cm como sendo cinco quartos do metro em centímetros. No item 2 *a,* o acerto foi de 100% e na letra *b,* somente uma aluna errou afirmando que 1/8 era maior que 1/4, e outra não respondeu.

Não esperávamos nenhum erro, engano, ou omissão de resposta, porque o tamanho da medida estava destacado no registro de representação geométrica da reta.

Quanto à justificativa ou à representação escrita na língua natural, foi evidente a dificuldade das alunas em expressarem corretamente um conceito. Apenas 54,34% das justificativas podem ser consideradas corretas. 45,66% responderam:

"Porque está dividido em partes menores e quanto menor o denominador maior o valor numérico".

Talvez quisessem escrever "um número menor de partes", justificando que 1/4 é maior que 1/8, em uma mesma medida. Essa justificativa, porém, é inaceitável para quem pretende ensinar.

Fizemos lâminas das seis melhores descrições e as colocamos em discussão, fazendo também a exposição dos conceitos incompreensíveis. Evidenciadas as diferenças, registraram-se as alternativas, corretas.

ATIVIDADE VIII - Em três questões procuramos mostrar os vários registros de representação de uma fração imprópria, tanto na quantidade contínua como na discreta, buscando a compreensão do número misto e seus registros de representação. Somente 15% deixaram de fazer o registro de representação numérico das frações impróprias (11/4 e 23/6). E na quarta questão (desenhar um relógio marcando três quartos de uma hora qualquer e responder quantos minutos representam essa fração), 30% que erraram o desenho ou a representação dos minutos. Retornamos a essa questão com vários registro de representação e contagem dos minutos, observando o sentido horário. Sentimos o despreparo dessas alunas e a falta de comprometimento com o saber.

ATIVIDADE IX - Situações problema envolvendo o significado da fração como quociente, ou seja, divisão não exata de números inteiros. Participaram quarenta e seis alunas, formando grupos de três ou de duas alunas; 47,40% dos grupos resolveram corretamente as situações problema, de diferentes modos. Os outros 52,60% dos grupos não erraram, mas deixaram de converter para o registro de representação numérica a fração correspondente às respostas dos problemas *a* e *b*.

Mostramos nos debates essas situações e como poderiam enriquecer as respostas com mais um registro de representação. Observamos que as representações escritas na língua natural foram mais expressivas e corretas. Um dos grupos deu a seguinte resposta na questão *a, 4 porções,* porque dividiram cada um dos dois bolos em dez partes como mostrava um gráfico, ou seja, um retângulo dividido em dez partes iguais. Portanto a resposta está certa: 4 porções para cada criança, o que o grupo esqueceu porém foi a representação fracionária 4/10 equivalentes a 2/5, como a resposta dos outros grupos. Dois grupos deram como resposta à questão *b;*

Cada pessoa recebe 1/6 de cada pizza e cada mesa tinha quatro pizzas,..

Não escreveram, porém, a soma desses pedaços, 4/6. Outros dois grupos fizeram a distribuição das pessoas em três mesas, portanto quatro pessoas por mesa e dividiram cada uma das oito pizzas em seis pedaços e descreveram assim:

(...)... *desses 48 pedaços cada pessoa comerá 4 pedaços.*

O que equivalem a 4/6 de cada pizza. Nenhum grupo usou o tratamento operatório para esta questão. Durante o comentário e debate conclui-se que seria útil o tratamento operatório, o que significa uma economia de trabalho.

ATIVIDADE X - As questões apresentavam frações com diferentes significados, parte/todo, medida e quociente. Buscava-se a solução de cada questão, através de diferentes registros de representação, conversão e tratamento, em quantidades contínuas e discretas.

A questão *a,* todas acertaram e usaram vários registros de representação: desenho, gráfico, numérico, (fração), fazendo a conversão de uma representação para outra corretamente, também obtendo a solução através do tratamento operatório. Na questão *b,* 13% cinco alunas, responderam 1/6 e não 5/6 como seria o correto. Portanto não compreenderam, não observaram o que se pedia, pois na redação do problema o valor numérico era escrito na língua natural (cinco sexto e não 5/6). O mesmo acorreu com mais duas alunas 4,54%, que erraram a questão *c,* respondendo quatro pedaços em vez de doze. O enunciado do problema, também estava escrito na língua natural (três metros e não 3m).

A questão *d*, 27% deduziram através da representação com desenho e as demais alunas usaram a representação fracionária, convertendo vinte minutos para um terço da hora. Ninguém usou tratamento operatório nesta questão. A questão *e*, 57% não usaram a resposta 3/5, somente responderam:

...cada pessoa recebeu 3 pedaços de cartolinas...

Evidenciamos os erros cometidos e a necessidade de se fazer a leitura atenta, da linguagem escrita, para que se dê a resposta completa não deixando dúvidas ou equívocos. Os registros de representação devem demonstrar clareza, para que haja aquisição do conceito sobre os conteúdos estudados.

Obs.: No ANEXO 5 (p. 160) encontra-se uma cópia de cada atividade da Seqüência Didática, feitas por alunas.

4.5 REALIZAÇÃO DO PÓS-TESTE

O pós-teste realizado alguns dias após o término da seqüência didática, como parte da nossa metodologia, contou com a participação das 44 alunas integrantes da pesquisa. A aplicação foi feita pela professora mestranda que teve o cuidado de dar as explicações necessárias nos casos de dúvidas, sem, no entanto, conduzir às respostas.

Este instrumento, o pós-teste, teve por objetivo verificar se os procedimentos adotados pelas alunas, demonstraram aquisição do conceito de frações, valendo-se dos diferentes registros de representação semiótica, a conversão entre esses registros e o tratamento correto, bem como distinguir os significados: parte/todo, medida, quociente e nas quantidades contínuas ou discretas das frações trabalhadas.

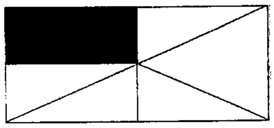
Algumas questões do pós-teste, foram comparadas às do pré-teste, evidenciando o motivo da pesquisa e da constante reavaliação.

Sistemática de apresentação dos dados:

- Apresentação da questão.
- Objetivo da questão.
- Categorias de Análise - (explicação das categorias)
- Tabela onde se encontram as categorias de análise e a tabulação dos dados fornecidos pelos alunos.
- Análise dos resultados e procedimentos feitos de cada questão.
- Considerações finais comparando com o pré-teste.

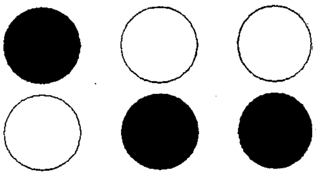
4.5.1- *Análise dos resultados de cada questão*

Questão 1

1- 

a) Representar a parte escura da figura:

b) Quais as frações que representam as bolas escuras?



c) Referindo-se às quantidades contínuas e discretas fazer a distinção para a figura do item *a* e para a figura do item *b*:

a) Quantidade ....

b) Quantidade ....

Objetivos da Questão

- Obter no mínimo dois registros de representação fracionária, da área escura, das figuras dadas.
- Distinguir as quantidades contínuas ou discretas do todo de cada figura dada.

Categorias de Análise.

C → Certo

E → Errado

1R → Uma representação

2R → Duas representações

3R → Três representações

4R → Quatro representações

5R→ Cinco representações

Q/C/C → Quantidade contínua certa

Q/C/E → Quantidade contínua errada

Q/D/C → Quantidade discreta certa

Q/D/E → Quantidade discreta errada

TABELA Nº 1 (item *a* e *b*)

Categorias de Análise	Nº de alunas		Percentual	
	a	*b*	*a*	*b*
C	44	44	100%	100%
E	0	0	0%	0%
1R	5		11,37%	
2R	22		50,00%	
3R	14		31,81%	
4R	1		2,27%	
5R	2		4,55%	
Total	44		100%	

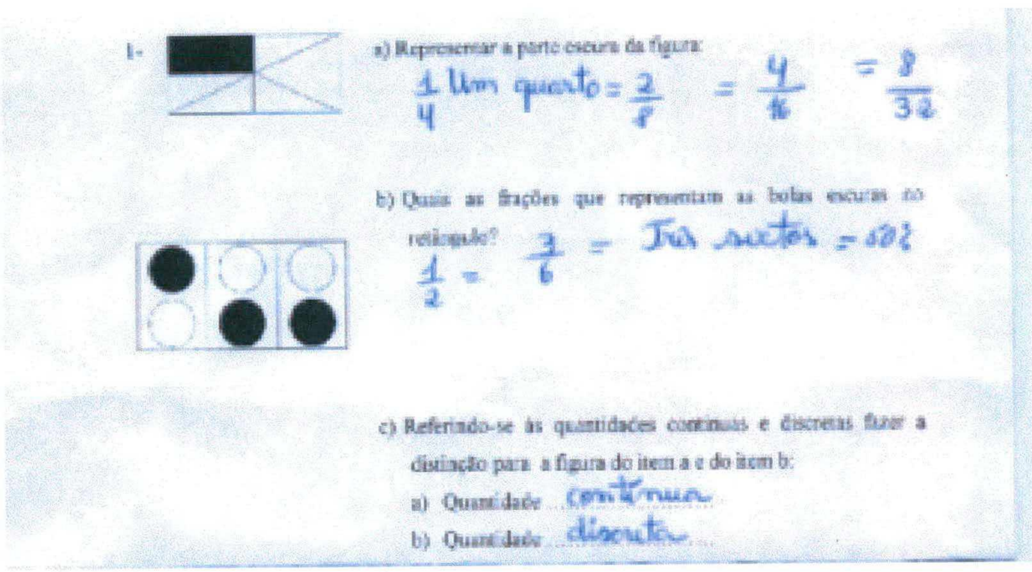
TABELA Nº 1 (item *c*)

Categorias de Análise	Questão C	
	Nº de alunas	Porcentual
Q/C/C	44	100%
Q/C/E	0	0
Q/D/C	44	100%
Q/D/E	0	0

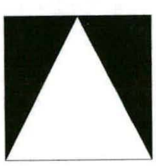
Análise dos resultados - Pelos dados, a conversão das representações das figuras em representações fracionárias foi 100% correta. Quanto à variação de registros de representação também foi positiva, porque vinte e duas alunas, (50,00%) usaram dois registros, quatorze alunas (31,81%) usaram três registros e somente cinco alunas (11,37%) usaram um registro. A relevância incide sobre três alunas, uma (2,27%) usou quatro registros e duas (4,54%) usaram cinco registros, demostrando assim a importância dada ao uso de diferentes registros de representação e a coordenação entre eles. (amostra I).

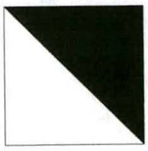
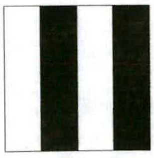
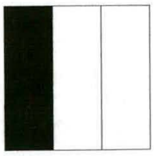
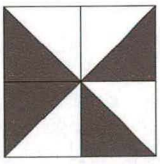
Quanto ao item C, os 100% de acerto deram-nos a certeza da compreensão dos significados quantidades contínuas e discretas, nesta questão.

Amostra I



Questão 2

2- a) A área escura da figura  equivale as quais figuras:

I  II  III  IV 

b) Registrar a representação numérica (fração) de cada figura.

I .... II .... III........... IV...........

Objetivos da Questão:

- Identificar áreas iguais em formas diferentes.
- Converter o registro de representação da figura geométrica em registro de representação fracionária, identificando a área escura da figura através de fração numérica.

Categorias de Análise:

C → Certo

E → Errado

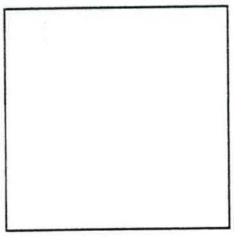
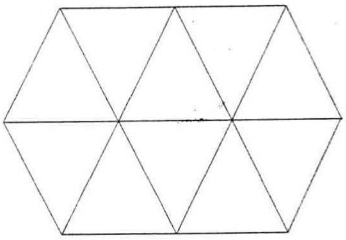
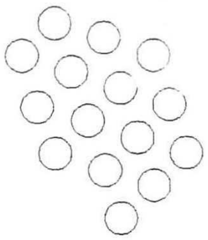
TABELA Nº 2

Categorias de Análise	Item a		Item b	
	Nº de alunas	Porcentagem	Nº de alunas	Porcentagem
C	41	93,18%	44	100%
E	3	6,82	0	0%
Total	44	100%	44	100%

Análise dos resultados - Os dados foram positivos na identificação de áreas iguais em formas diferentes. Das quarenta e quatro alunas, somente, três cometeram erros. Uma aluna marcou a figura I e as outras duas somente marcaram a figura II. Ninguém marcou a figura III, a qual não correspondia à área em questão. Os vários registros de representação feitos nas primeiras atividades da Seqüência Didática, contribuíram para a compreensão desse conteúdo.

Questão 3

3- a) Pintar $\frac{2}{5}$ de cada figura abaixo:

b) As frações representadas nas questões 1, 2 e 3 têm o significado de:

parte/todo (   )   medida (   )   quociente (   )

Objetivos:

- Converter a fração $\frac{2}{5}$ em registro de representação geométrica de diferentes formas nas quantidades contínuas e discretas.
- Identificar o significado das frações nas três primeiras questões.

Categorias de análise:

C → Certo

N → Errado

TABELA Nº 3 Item a

Categoria de análise	Figuras					
	Figura 1		Figura 2		Figura 3	
	Nº de alunas	Perc.	Nº de alunas	Perc.	Nº de alunas	Perc.
C	44	100%	44	100%	44	100%
E	0	0%	0	0	0	0

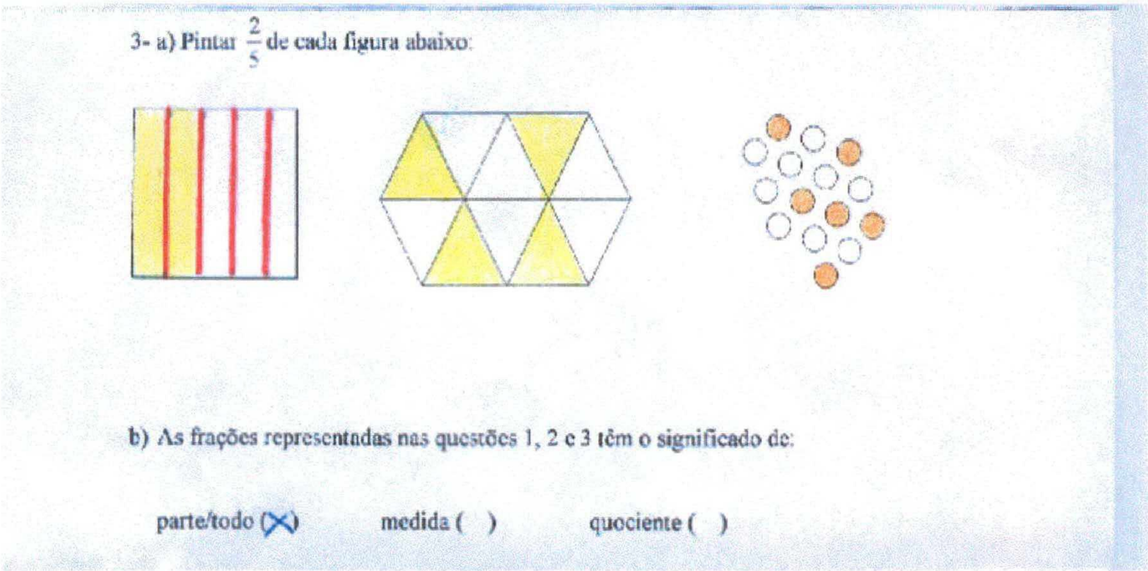
TABELA Nº 3 Item b

Categorias de Análise	Nº de alunas	Percentual
C	40	90,90%
E	4	9,10%
Total	44	100%

Análise dos resultados - A atividade proposta consistia em representar 2/5 numa figura não dividida, em seguida determinar essa fração em outra figura, dividida em 10 partes. A mesma fração deviria ser representada na terceira figura de 15 elementos. A execução desta tarefa impôs certa dificuldade (amostra II), cuja superação confirmou-se pelos resultados obtidos de 100% de acerto.

Quanto aos significados das frações: parte/todo, medida e quociente, quarenta alunas (90,90%) marcaram certo (parte/todo) como realmente é o significado das frações trabalhadas nas três primeiras questões. Das quatro alunas que erraram a questão (9,10%), três assinalaram parte/todo e quociente, demonstrando não haver assimilado a diferença. Somente uma marcou o significado medida, demonstrando não ter ainda a compreensão dos significados numa determinada situação. Por ser um número pequeno, podemos considerar positivo o resultado de 90,90% de acerto.

Amostra II



Questão 4

4- a) Um pacote contém 36 balas que devem ser repartidas igualmente entre 9 crianças. Representar a quantidade que cada criança receberá de dois ou mais modos diferentes, na forma de fração.

b) Qual o significado dessa fração?

Parte/todo ( ) Medida ( ) Quociente ( )

Objetivos:

- Verificar a aquisição do conceito de fração, na resolução de problemas.
- Representar na forma de fração, o resultado que se poderia obter através de uma divisão exata.
- Usar frações equivalentes caracterizando dois diferentes registros de representação fracionário.
- Dar o significado da fração usada nesta situação problema.

Categoria de Análise

C → Certo
E → Errado
1/R/F → Uma Representação Fracionária
2/R/F → Duas Representações Fracionárias
3/R/F → Três Representações Fracionárias
R/D → Representação através de Desenho
S/P/T → Significado Parte/Todo
S/M → Significado Medida
S/Q → Significado Quociente.

TABELA Nº 4

Categoria de Análise	Nº de alunas	Porcentual
C	31	70,45%
E	14	29,55%
Total	44	100%
	Item a	
1/R/F	03	06,81%
2/R/F	25	56,81%
3/R/F	03	06,81%
R/D	23	70,45%
	Item b	
S/P/T	19	43,19%
S/M	0	0%
S/Q	25	56,81%
Total	44	100%

Análise dos Resultados - Nesta questão, trinta e uma alunas (70,45%) responderam corretamente na forma de fração e quatorze alunas (29,55%) não fizeram a conversão em fração de um problema simples. Porém, sete alunas, dessas quatorze, responderam certo através de desenho e quatro alunas pelo tratamento (36 ÷ 9 = 4). Somente duas erraram a representação, porque usaram uma fração que não correspondia à solução do problema.

Quanto ao significado das frações nesta situação problema, vinte e cinco alunas (56,81%) assinalaram quociente e dezenove (43,19%) assinalaram parte/todo. Somente uma aluna assinalou parte/todo e quociente. Pudemos justificar esses índices, porque havíamos debatido sobre o significado parte/todo, que pode estar implícito em outros significados. Se usassem 36/9 o significado da fração seria quociente, porém, o critério da resposta era o de uma fração que representasse a quantidade de balas dada a cada criança, 1/9 ou 4/36 do todo. Neste caso o significado corresponderia à parte/todo.

Questão 5

5- a) O relógio marca três horas e quinze minutos, representar as horas por meio de números fracionários.

b) Marcar o certo. O significado dessa fração é:

Parte/todo (   )   Medida (   )   Quociente (   )

Objetivos:

- Expressar a medida de tempo através de número misto, fracionando os minutos.
- Fazer a conversão de um sistema para outro.
- Garantir a mesma informação em dois ou mais registros de representação.
- Identificar significado da fração nesta situação problema.

Categorias de Análise:

C → Certo

E → Errado

S/P/T → Significado Parte/todo

S/M → Significado Medida

S/Q → Significado Quociente

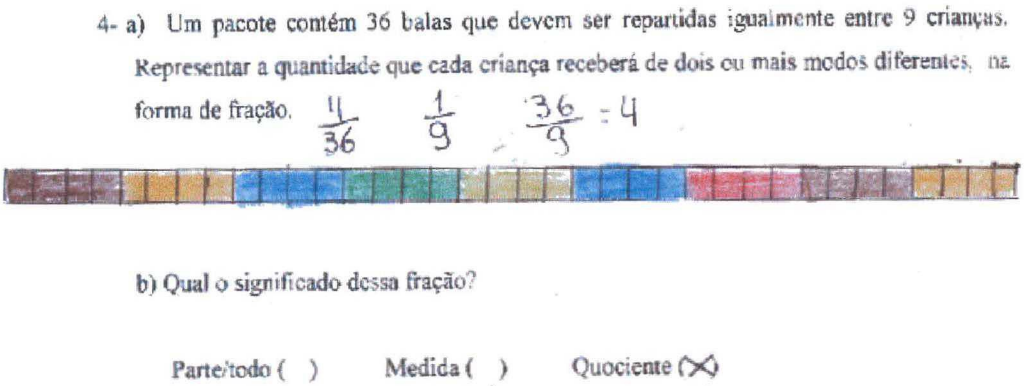
TABELA Nº 5

Categoria de Analise	Nº de alunas	Porcentagem
C	37	84,10%
E	7	15,90%
Total	44	100%
S/P/T	10	22,72%
S/M	34	77,28%
S/Q	0	0%
Total	44	100%

Análise dos Resultados - Trinta e sete alunas (84,10%) fizeram certo a conversão e o registro, isto é, através do número misto. As sete alunas (15.90%) registraram somente os 15 minutos através de fração. Mas todas as sete alunas fizeram o desenho do relógio, marcando certo a hora descrita no problema. Salientamos que trinta alunas (68,18%) tiveram a preocupação de fazer vários registros, a fração, o desenho, a escrita, para explicar melhor a resposta (amostra III); colocando em prática a metodologia, ou seja, o uso de diferentes registros de representação semiótica para o mesmo conteúdo.

Quanto ao significado da fração poderia ser medida e também parte/todo. Trinta e quatro alunas (77,28%) marcaram o significado medida e dez alunas (22,72%) marcaram o significado parte/todo, portanto, resultado positivo.

Amostra III


4- a) Um pacote contém 36 balas que devem ser repartidas igualmente entre 9 crianças. Representar a quantidade que cada criança receberá de dois ou mais modos diferentes, na forma de fração. $\frac{4}{36}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{36}{9} = 4$

b) Qual o significado dessa fração?

Parte/todo ( ) Medida ( ) Quociente (X)

Questão 6

6- a) Se dividirmos 4 pizzas entre 5 crianças, que fração das pizzas cada criança receberá? (fazer vários registros desta situação).

b) Qual é o significado da fração nesta situação problema?

Objetivos:

- Resolver a situação problema, usando vários registros de representação tais como: desenho, gráfico, fração e língua natural.
- Dar o significado da fração nesta situação problema.

Categorias de Análise:

C → Certo

E → Errado

C/R/F → Certa a Representação Fracionária

E/R/F → Errada a Representação Fracionária

1/R → Uma Representação

2/R → Duas Representações

3/R → Três Representações

S/P/T → Significado Parte/todo

S/M → Significado Medida

S/Q → Significado Quociente

E/S → Errou o Significado

TABELA Nº 6

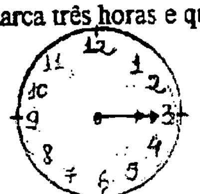
Categoria de Análise	Nº de alunas	Porcentagem
C	34	77,27%
E	10	22,73%
Total	44	100%
C/R/F	32	72,72%
E/R/F	10	22,73%
1/R	1	2,27%
2/R	31	70,46%
3/R	12	27,27%
Total	44	100%
S/P/T	26	59,10%
S/M	2	4,54%
S/Q	9	20,46%
E/S	7	15,90%

Análise dos Resultados - Os dados obtidos nesta questão foram: trinta e quatro alunas (77,27%) acertaram, das quais trinta e duas (72,72%) usaram a representação fracionária correta. Trinta e uma alunas (70,46%) usaram dois registros diferentes para dar a mesma resposta (anexo IV); uma aluna (2,27%) usou só uma representação e doze alunas (27,27%) usaram três representações. Duas alunas deram a resposta certa omitindo a fração, valeram-se apenas do desenho e da língua natural. No entanto, dez alunas (27,70%) erraram a resposta na representação fracionária, demonstrando, ainda, certa dificuldade na conversão do desenho em fração.

O significado quociente seria o adequado para esta situação, mas não deixa de estar implícito o significado parte/todo. Quando dividimos cada pizza em cinco partes para serem dados 4/5 a cada criança, o significado é parte/todo e quociente, somados os índices das respostas parte/todo e quociente, tivemos 80%, mas ainda há dúvidas em 20%.(amostra IV)

Amostra IV

5- a) O relógio marca três horas e quinze minutos, representar as horas por meio de números fracionários.



Se passou $3\frac{1}{4}$ de horas.

b) Marcar o certo. O significado dessa fração é:

Parte/todo ( )   Medida (X)   Quociente ( )

Questão 7

7- De uma cesta com 15 maçãs, Ana pegou $\frac{1}{5}$ e sua irmã $\frac{1}{3}$. Quantas maçãs cada uma pegou e quantas restaram na cesta?

Objetivos:

- Resolver a situação problema.
- Determinar quantos elementos representa uma fração de uma quantidade discreta.
- Observar as representações feitas para se obter a solução do problema.
- Verificar o tratamento operatório usado.

Categorias de Análise:

C → Certo

E → Errado

1/R → Uma Representação

2/R → Duas Representações

R/D → Representação através de desenho

T/O → Tratamento operatório

TABELA Nº 7

Categoria de Análise	Nº de alunas	Porcentagem
C	43	97,73%
E	1	2,27%
Total	44	100%
2/R	44	100%
R/D	21	47,72%
T/O	28	63,63%

Análise dos Resultados:

Somente uma aluna errou fazendo 1/5 de 15 igual a 5 e 1/3 de 15 igual a 3 (amostra V). 100% usaram duas representações. Os diferentes registros usados foram: a língua natural, representação numérica (100%) e desenho (47,72%). Vinte e uma alunas (63,63%) usaram o tratamento operatório, fazendo o registro do cálculo. A compreensão do que é uma fração de uma quantidade discreta (1/5 e 1/3 de 15) ficou evidente.

Amostra V

7- De uma cesta com 15 maçãs, Ana pegou $\frac{1}{5}$ e sua irmã $\frac{1}{3}$. Quantas maçãs cada uma pegou e quantas restaram na cesta?

-> Ana ficou com 3 maçãs

-> Sua irmã ficou com 5 maçãs

Restaram 7 maçãs no sexto

Questão 8

8- a) Lembrando o conceito de fração, como representaria em desenho ou gráfico essas operações (adição e subtração)?

$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$ $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

b) Justificar as respostas.

Objetivos:

- Demonstrar a soma e a subtração de frações através de desenhos ou gráficos.
- Justificar as respostas dessas operações metodologicamente, explicando como é possível obter esses resultados.

Categorias de Análise:

D/G/C → Desenho ou Gráfico Certo

D/G/E → Desenho ou Gráfico Errado

J/C/M → Justificativa Certa Metodologicamente

J/R/P → Justificativa pela Regra Prática

J/E → Justificativa Errada

N/R → Não Respondeu

Categoria de Análise	Soma		Subtração		Justificativa	
	N°	Perc.	N°	Perc.	N°	Perc.
D/G/C	44	100%	35	79,54%		
D/G/E			9	20,46%		
J/C/M					14	31,81%
J/R/P					17	38,63%
J/E					5	13,63%
N/R					8	18,18%

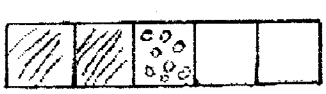
Análise dos Resultados - Na representação da soma das frações homogêneas não houve dificuldade alguma, 100% certo. Quanto à subtração, nove alunas (20,46%) não conseguiram fazer a representação correta. A justificativa escrita expressando corretamente a ação das operações efetuadas foi feita somente por quatorze alunas (31,8%). Dezessete alunas (38,63%) optaram pela regra prática justificando: *Quando os denominadores são iguais, somam-se ou subtraem-se somente os numeradores. Quando os denominadores são diferentes, reduz-se ao m.m.c. e obtêm-se frações equivalentes de denominadores iguais, operando os numeradores.*

Justificativas erradas e não respondidas perfazem um total de treze alunas (29,54%). Esse é, pois, o percentual de alunas que não consegue se expressar na escrita da língua natural, constituindo, assim, uma das representações em que se verifica um acentuado grau de dificuldade (amostra VI).

Amostra VI

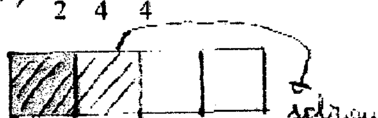
8- a) Lembrando o conceito de fração, como representaria em desenho ou gráfico essas operações (adição e subtração)?

a) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$



$2/5 + 1/5 = 3/5$

b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$



$1/2 - 1/4 = 1/4$

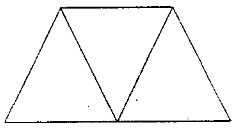
b) Justificar as respostas.

a) Pegar 5 partes, destas tirar 2 partes, depois mais 1 parte. Restou 2 partes, peguei 3 partes

b) Tenho 2/4 ou 1/2, desta tomei 1/4 sobrou 1/4

Questão 9

9- A figura abaixo, representa $\frac{3}{6}$ do todo, completar a figura.



Objetivos:

- Observar se reconstituem um inteiro no contínuo a partir de uma fração do mesmo.
- Fazer a conversão da fração $\frac{3}{6}$ para o registro de representação através do desenho e completar o inteiro na figura.

Categorias de Análise:

C→ Certo

E→ Errado

N/R → Não Respondeu

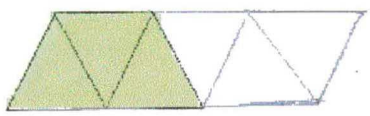
TABELA Nº 9

Categoria de Análise	Nº de alunas	Porcentual
C	26	59,10%
E	18	40,90%
N/R	0	0%

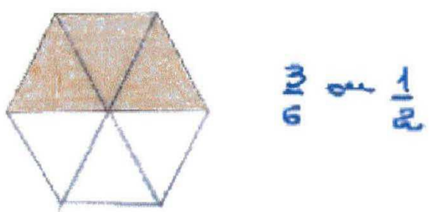
Análise dos Resultados - A questão 9 fugiu completamente do tipo de exercícios normalmente utilizados. Também durante a Seqüência Didática não houve atividades semelhantes, mas, na Atividade V, tivemos implicitamente várias oportunidades de completar ou observar a fração que faltava para se completar o inteiro. Os resultados mostrados foram: vinte e seis alunas (59,10%) acertaram e dezoito alunas (49,90%) erraram, porque não reconstituíram a figura do inteiro. Todas as dezoito alunas dividiram a figura em seis partes e pintaram 3/6 desta nova figura, demonstrando, assim, falta de compreensão no que estava escrito. Esta dificuldade novamente chama-nos a atenção, porque revela a incapacidade de interpretar e expressar-se na língua natural (amostra VII).

Amostra VII

9- A figura abaixo, representa $\frac{3}{6}$ do todo, completar a figura.



9- A figura abaixo, representa $\frac{3}{6}$ do todo, completar a figura.



Questão 10

10- Indicar os números fracionários que correspondem aos pontos marcados no segmento abaixo:

Objetivos:

- Representar as medidas menores, iguais e maiores que um inteiro na reta numerada, através das frações que representam os pontos indicados.

Categorias de Análise:

C → Certo

E → Errado

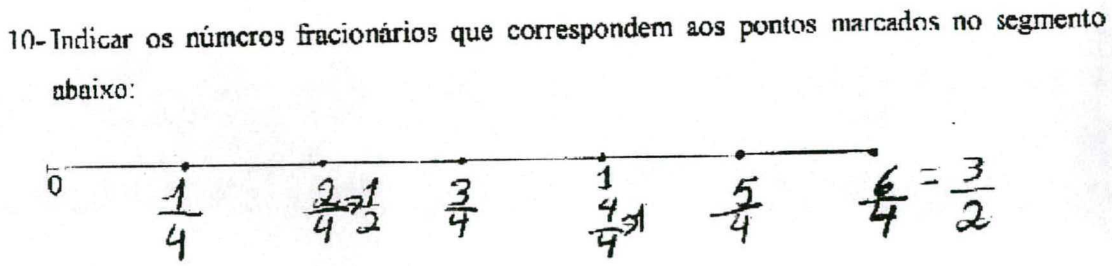
N/R → Não Respondeu

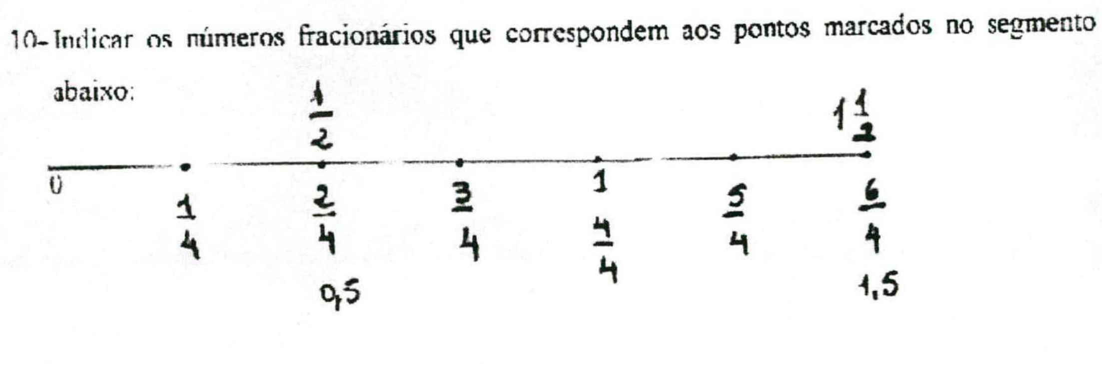
TABELA Nº 10

Categoria de Análise	Nº de Alunas	Percentual
C	44	100%
E	0	0
N/R	0	0

Análise dos Resultados - Este resultado que parecia o ideal, alcançando 100% de acerto, não convenceu, porque nove alunas (20,45%) representaram corretamente os pontos por frações, mas no final escreveram, "igual a três inteiros" ou "ou três inteiros". Demonstraram assim uma conversão errada como se 6/4 fossem iguais a três inteiros, contaram cada ponto após o um inteiro, como a seqüência de inteiros, não levando em consideração a medida do espaço entre 0 e 1. Doze alunas (28,18%) representaram todas as frações corretas e ainda usaram mais do que uma representação: frações simplificadas e números decimais. Fica, pois, evidente a preocupação com maior número de registros de representações (amostra VIII).

Amostra VIII





4.5.2 *Considerações finais do Pós-teste*

No nosso primeiro instrumento da pesquisa, pré-teste, pudemos investigar a falta de conhecimento em relação à conceitualização do que é uma fração. As trinta e cinco alunas, participantes do pré-teste, demonstraram desconhecer os vários significados que uma fração pode assumir quando inserida no contexto de sua apresentação: parte/todo, medida, quociente, razão e operador. Também não faziam a distinção de quantidades ou grandezas contínuas ou discretas. O mesmo objeto de estudo não era reconhecido em dois ou mais registros de representação.

A falha não está nas alunas e sim no ensino e preparação das mesmas, pois os conteúdos não são explorados ou estudados na sua termonologia e significados, durante os cursos de nível médio, raramente são mencionados em livros didáticos. A aplicação da seqüência didática, com atividades que enfatizaram esses aspectos e o uso da teoria de Duval, isto é, uma maneira didático-metodológica da aquisição do conhecimento através das representações semióticas, permitiu-nos constatar com os resultados do pós-teste, que houve aprendizagem. A experiência também contribuiu para a prática pedagógica das alunas professoras, independente do conteúdo abordado, levando-as a refletir sobre suas concepções espontâneas, inclusive sobre seus erros.

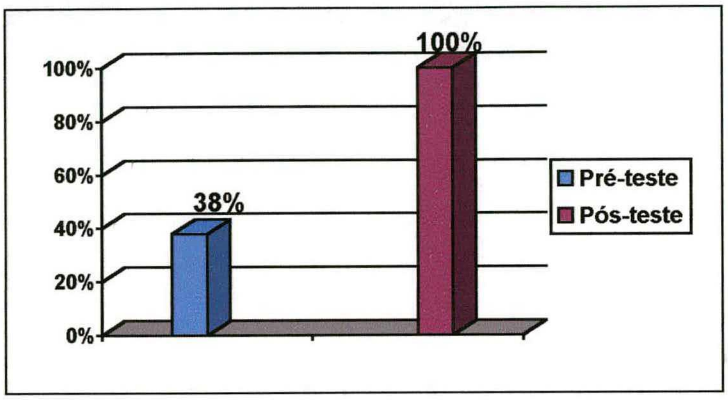
Quanto à aquisição do conceito de fração, firmamos que foi positivo o uso de vários registros de representação. Porém, quanto à representação da língua natural escrita, algumas alunas apresentam notável dificuldade de se expressar corretamente.

Obs.: os gráficos seguintes permitem-nos comparar a situação inicial da pesquisa com os resultados finais do pós-teste.

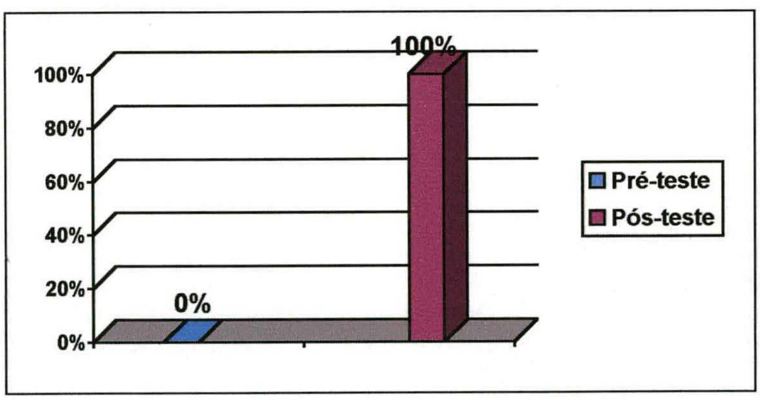
Em ANEXO 4 (p. 156), encontra-se uma cópia das questões do Pós-teste, e em ANEXO 6 (p. 175), um modelo de pós-teste respondido por uma aluna.

4.5.3 - *Gráficos comparativos*

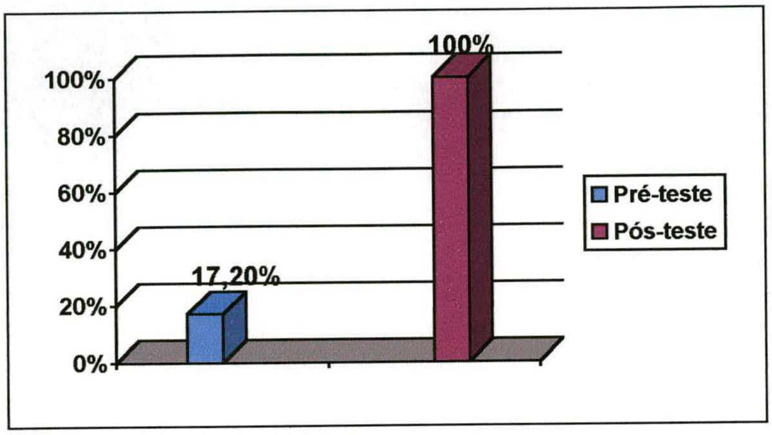
1) Registros de representação - figura geométrica conversão para registros numéricos (fração).



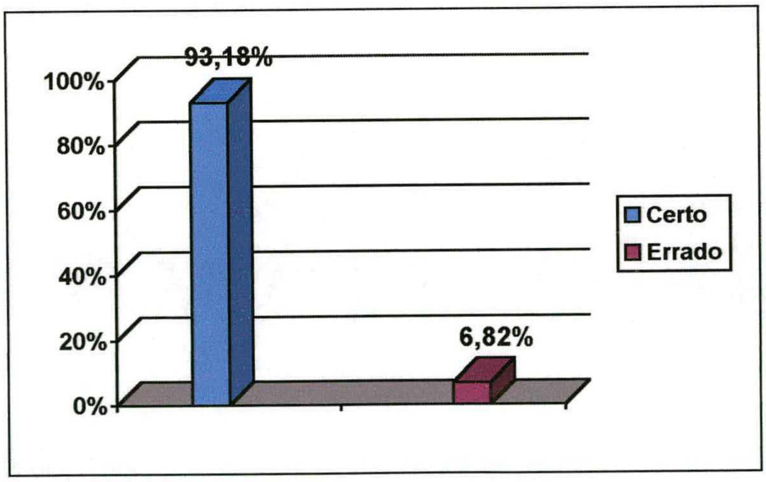
2) Distinção das grandezas ou quantidades contínuas ou discretas.



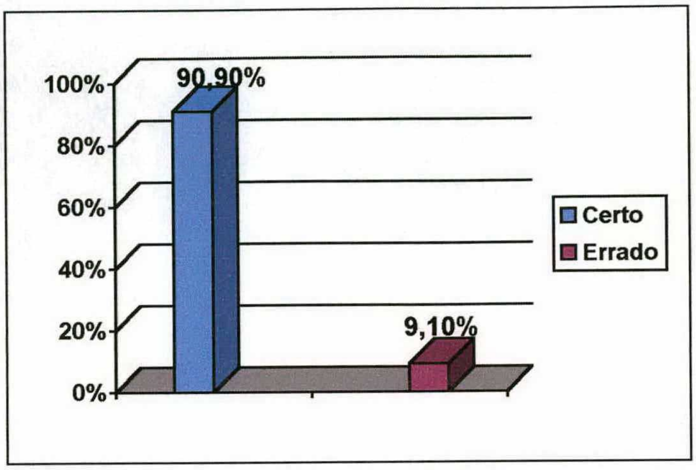
3) Representação fracionária de pontos sobre uma reta numerada.



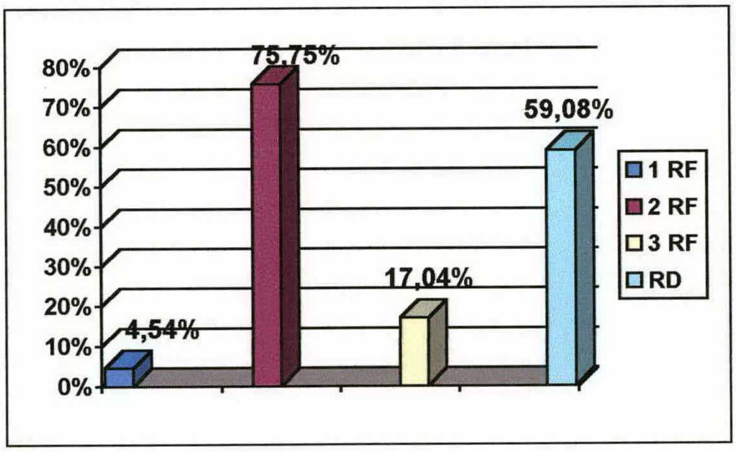
4) Registos de representações da mesma área em formas diferentes - Pós-teste.



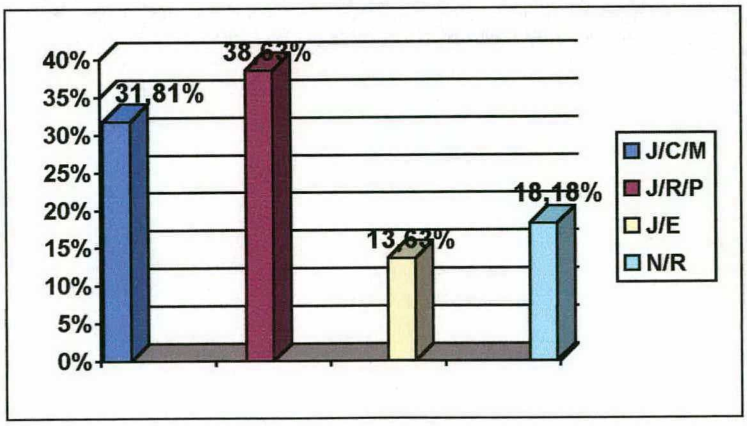
5) Introdução dos significados parte/todo, medida, quociente - Pós-teste.



6) Situações-problema, questões 4ª, 6ª e 7ª, números de representações fracionárias e através de desenho (em média). Pós-teste



7) Representação na língua natural. - Pós-teste



5 CONCLUSÃO

As frações, um importante conteúdo matemático presente nos mais variados contextos, devem ser aprendidas por meio de atividades ou situações-problema, de forma que novas relações matemáticas possam ser construídas ou adquiridas. As relações e as operações previamente conhecidas dos alunos, quando usadas com frações, necessitam em muitas oportunidades, de ampliações e de reconceitualizações. Em se tratando de números fracionários é importante deixar claro que os mesmos possuem várias representações, cujas relações podem ser mais facilmente trabalhadas numa determinada notação do que em outra. As representações variadas, destituídas, porém, de significados, constituem aspectos complicadores para a aprendizagem das frações. Essas foram algumas observações verificadas na prática dessa experiência.

A teoria de Duval comprova a importância da coordenação entre os registros de representação de um objeto matemático, em estudo, cujo domínio de coordenação não existia na aprendizagem de frações, pelas alunas do 3° semestre de Pedagogia Séries Iniciais. O presente trabalho oportunizou-nos observar que, talvez essa dificuldade decorra da forma tradicional como foi trabalhado esse conceito, bem como da excessiva importância concedida ao mecanismo de memorização, por se tratar de matemática. A deficiência nos cursos de formação, a falta de leitura e a carência de bons livros didáticos, para informar e complementar o conhecimento sobre frações, são responsáveis pela insegurança dos professores no ensino do conteúdo em questão. Portanto, as dificuldades apresentadas pelas alunas podem acarretar sérios prejuízos no desempenho sócio-intelecto-profissional, bem como no domínio desse conhecimento matemático.

Como professores de matemática, envolvidos e comprometidos com a educação da região, evidenciou-se a nossa responsabilidade, em provocar mudanças nessa situação. A busca de um referencial teórico que nos ajudasse no processo dessa aprendizagem foi, pois, fundamental. A idéia de registro de representação da teoria de Raymond Duval, que cada vez mais vem sendo utilizada na apreensão do conhecimento e particularmente do conhecimento matemático, apresentou-se como suporte indispensável ao nosso estudo. Essa apreensão concretizou-se quando o aluno conseguiu, o mais naturalmente possível, converter os diferentes registros de representação no mesmo objeto matemático. *"É preciso recorrer à noção de representação. Não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação".* (Damm. In: Machado, p. 137, 1999).

Os motivos expostos no Capítulo I e confirmados pelos dados obtidos no início da pesquisa, levaram-nos a desenvolver junto às alunas, o conceito de fração, através da abordagem:

Quanto à teoria :

Vários registros de representação da fração ou das frações em estudo.

- Desenho, gráfico, reta numerada.
- Representação numérica fracionária.
- Formas fracionárias simplificadas
- Língua natural escrita.

Coordenação entre esses registros.

- Representação identificável.
- Tratamento.
- Conversão.

Quanto ao contexto da fração:

- Grandezas ou quantidades contínuas e discretas.
- Significados : parte/todo, medida e quociente.

Quanto à teoria, a abordagem usada foi a de uma forma didático-metodológica visando à aquisição do conhecimento. Quanto ao contexto da fração, foi imprescindível a identificação da grandeza e do significado para que houvesse a aquisição do conceito de fração através das representações.

Por tratar-se de um trabalho de dissertação com vistas à formação de professores, concluímos:

Quanto à formação do professor. - Os professores de séries iniciais, de modo geral, apresentam pouco conhecimento em relação aos conteúdos específicos da matemática. Necessitam, pois, de aperfeiçoamento e cursos de capacitação continuada para suprir essa falha, que vem do ensino fundamental e médio. Mesmo sem o curso superior, são professores de séries iniciais e o restrito domínio dos conteúdos matemáticos acarreta-lhes problemas no ensino aprendizagem, dificultando-lhes: a criação de atividades didático-pedagógicas, a escolha crítica de livros didáticos, de revistas pedagógicas e de recursos audiovisuais. A obrigatoriedade do curso superior para lecionar nas séries iniciais, levou esses professores à universidade, cuja tarefa maior é dar-lhes a formação necessária.

O pouco preparo, a insegurança e o conhecimento defasado, inibem o professor de ministrar certos conteúdos matemáticos importantes, como é o caso das frações. Podem ocorrer conceitos espontâneos, regras arbitrárias, das quais nem ele próprio possui a compreensão, mas a apreensão dos conceitos ensinados ocorre quando lhe é oportunizada a situação de aprendizagem. Constatamos esse processo de desenvolvimento durante essa pesquisa, quando o entusiasmo da descoberta, a adoção paralela da teoria à prática confirmaram a aprendizagem.

Cremos que é de suma importância o trabalho do pesquisador junto ao processo pedagógico de formação de professores. O envolvimento deve existir, porque a aproximação entre pesquisador e aluno, pesquisador e professor é vital. A experiência mostrou-nos que a participação constante do pesquisador, mesmo incipiente durante as atividades desenvolvidas, permitiu um acompanhamento direto no desenrolar dos trabalhos, passo a passo, atendendo à aprendizagem e ao questionamento das alunas.

Os debates e os esclarecimentos das dúvidas fizeram-nos ver o modo como o aluno percebe os vários registros de representação e reflete a respeito do objeto em estudo, o que durante a elaboração das atividades propostas não fora notado. Portanto, a permanência do pesquisador junto às alunas, não perdendo nenhum detalhe, nessa metodologia, constituiu prioridade. Tratando-se da formação de professores, os trabalhos de pesquisa, teses e dissertações terão o seu real valor se direcionados à melhoria do ensino e à prática da sala de sala.

Quanto à apreensão dos conceitos através dos registros de representação. - A elaboração da seqüência didática possibilitou o uso de vários registros de representação, conversões e tratamento. Quanto mais facilmente representavam, mais se tornava clara a compreensão do que é uma fração. Pudemos verificar, durante as atividades propostas, que as relações entre os registros de representação e o objeto em estudo eram bem definidas, quando as alunas conseguiam dominar esses registros, isto é, fazendo a conversão naturalmente. A dificuldade observada durante a seqüência e comprovada com o pós-teste deu-se quando da representação da língua natural, escrita. Na conversão para o registro escrito, houve falhas, em virtude da compreensão de texto. A interferência do pesquisador fez-se necessária, a fim de evitar equívocos.

O material concreto (fichas coloridas, copinhos, palitos, barbante, dobraduras) foi usado como auxiliar na nossa ação pedagógica. Assim que as alunas atingiam o entendimento, o material era substituído por desenhos, gráficos e representações numéricas. Muitas vezes o aluno se envolve com o material, esquecendo a verdadeira função matemática que o levou a utilizá-lo. Portanto, deve haver congruência, a maior possível, do material concreto com a representação matemática, em estudo, para facilitar a conversão entre os registros de representação.

Quanto à aquisição do conceito de fração. - O uso de representação de uma fração na figura geométrica é comum somente nas formas retangulares. Por essa razão exercitamos outras formas geométricas de representar a mesma fração, proporcionando novas relações matemáticas. As alunas tiveram a oportunidade de visualizar a mesma fração ou a mesma quantidade de área em formas diferentes das retangulares. Nessa representação também ficou visível a quantidade contínua, no significado parte/todo, facilitando a conceitualização.

A compreensão e a aquisição do conceito de fração, através dos diferentes registros de representação, possibilitaram a identificação da grandeza e o significado da fração dada, principalmente, pelo uso de desenhos ou gráficos. Na interpretação de situações problemas ou no contexto em que a fração está inserida, também conseguiu-se identificar o significado. Os enunciados dos problemas funcionam como um registro de representação escrito e para chegarmos às soluções existe a necessidade de outras representações intermediárias tais como: o tratamento aritmético, os registros de cálculos e a mudança de sistemas semióticos.

Diante do exposto para que as alunas chegassem à conceitualização através de todas as representações possíveis, valemo-nos, na seqüência didática, das seguintes situações: uso da reta numerada, cujo significado da fração é medida de espaço entre dois pontos, a ordenação de frações, fixando a fração menor, igual e maior que um inteiro, e a representação de um número misto.

No decorrer da seqüência foram elaboradas situações-problema com o intuito de avaliar a evolução da aprendizagem do conceito. Essa avaliação permitiu-nos constatar a criatividade das alunas que através de desenhos, gráficos e frações simplificadas, demonstraram interesse e prazer pelo trabalho de criar, o que foi altamente positivo na prática.

Quanto aos obstáculos de origem epistemológicos. - A adição dos naturais está ainda presente na adição de frações. Somar os numeradores e denominadores é considerado *"um raciocínio matemático correto"* (Silva, 1997). Embora não persistissem nesse erro, durante os debates, as alunas/professoras declararam ser comum aos alunos da 3ª e 4ª série essa prática. Não trabalhamos com atividades específicas sobre operações, mas pedimos a justificativa metodológica dos resultados da questão. Por que 1/5+2/5=3/5 e 1/2-14=1/4? Somente 31,81% responderam corretamente, 38,63% preferiram recorrer às regras práticas, isto é, à justificativa dos denominadores iguais e à redução ao mínimo múltiplo comum. As demais erraram a interpretação ou não responderam a questão. É sinal de que existe um obstáculo.

Outro obstáculo proveniente do conhecimento dos naturais é a ordenação das frações. Ainda persiste como pudemos perceber, num pequeno grupo de alunas, durante um questionamento, a afirmação de que 3/5 é maior que 3/2, porque cinco é maior que dois nos números naturais. Acreditamos que é necessário haver um trabalho com mais ênfase nesse sentido, desde as séries iniciais, para superar esses obstáculos. Esses foram os mais persistentes obstáculos que constatamos.

Ao encerrarmos as nossas reflexões, esperamos que a realização e o desenvolvimento deste trabalho tragam contribuições significativas ao processo de ensino-aprendizagem das frações, bem como, à prática das alunas/professoras e das futuras professoras. Acreditamos na mudança a partir dos enfoques da teoria de Duval, que propiciou momentos de reflexão e oportunidade de conhecer metodologias que podem ser empregadas no ensino e aprendizagem não só das frações, mas, também, de outros conteúdos matemáticos.

6 BIBLIOGRAFIA

AABOE, Asger. **Episódios da História Antiga da Matemática**. Coleção: Fundamentos da Matemática Elementar, SBM, 1984.

ARTIGUE, Michèle. **Episthemologie et didactique.** vol. 10/2.3. Grenble: RDM, 1990, p. 241-286.

BACHELARD, Gaston. **La Formation de l'esprit scientifique.** Paris: Vrin, 1938.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani org. **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** São Paulo: Editora UNESP, 1999.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: EDUSP, 1974.

BROUSSEAU, Guy. **Les obstacles épistémologique et les problèmes en mathematiques. In: Recherches en Didactique des Mathemátiques**. Bordeaux, Université Bordeaux I, v. 4, n. 2, p. 165-198, 1983.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática.**. 2 ed. Lisboa, Portugal: Gráfica Manuel Barbosa & Filhos Ltda., 1998. (1 ed. 1951).

CASTELNUOVO, Emma. **Didática de la Matemática Moderna.** México: Trilhos, 1973.

CHASSOT, Attico, OLIVEIRA, Renato José de. **Ciência, ética e cultura na educação.** São Leopoldo: Ed. UNISINOS, 1998.

DUVAL, Raymond. **Registres de representation semiótique et fonctionnement cognitif de la pensee**. In: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Strasbourg, IREM, v. V, 1993.

________. **Premiére Partie: Représentations et registres de representation.** 1994. (xérox).

________. **Quel Cognitif Retenir en Didactique des Mathématiques? Recherches en Didactique des Mathétiques.** Vol. 16. n° 3. pp. 349-382, 1996.

________. **Conversion Et Articulation Des Représentations Analogiques**, Séminaire: i. u. f. m Nord-Pas de Calais, 1998.

JAPIASSÚ, Hilton & MARCONDES, Danilo. **Dicionário Básico de Filosofia.** 3 ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 1996.

KIEREN, T. **Personal Knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development.** In. HIEBERT, J. e BEHR, M. **Numbers concepts and operations in the middle grades.** Reston, VA: National Council of Teachers os Mathematics, p. 162-181, 1989.

LAKATO, Eva Maria & MARCONI, Marisa de Andrade. **Metodologia Científica.** São Paulo: editora Atlas S. A, 1986.

LIMA, J. M. de F. **Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade.** Recife: Aprender pensando, 1983.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara ... et al. **Educação Matemática: uma introdução.** São Paulo: EDUC, 1999.

NEHRING, C. M. **A multiplicação e seus registros de representação nas séries iniciais.** Dissertação de mestrado. Florianópolis: UFSC, 1996.

NUNES, Terezinha, BRYANT, Peter. **Crianças Fazendo Matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, A. M. & SILVA, A. **Curso Ilustrado de Matemática Moderna.** São Paulo, Lisa-Livros Irradiantes, 1968.

OLIVEIRA, Raquel Gomes de. **Uma análise comparativa da aprendizagem do conceito de frações em alunos submetidos a dois métodos diferentes de ensino.** São Paulo, 1996. Dissertação de Mestrado em Educação. FE/UNICAMP.

PIAGET, Jean. **A Formação do Símbolo na Criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação.** 3 ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1978.

_______. **A Equilibração das Estruturas Cognitivas.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

PORTO, Rizza Araújo. **Frações na Escola Elementar.** Belo Horizonte: PABAEE, 1963.

POZZOBON, Marta Cristina Cezar. **Aprendizagem em Matemática das Séries Iniciais pela Interlocução de Saberes.** Ijuí, RS: Editora UNIJUÍ, 1998.

PROPOSTA CURRICULAR, ESTADO DE SANTA CATARINA. **Secretaria da Educação.** Florianópolis - SC: IOESC, 1991.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Número Racional: Relações Necessárias à sua Compreensão.** São Paulo, 1997. Tese de Doutorado. EDU-MAT FE/UNICAMP.

ROUCHE, Nicolas. **Pourquoi Ont-Ils Inventé Les Fractions? L'esprit des Sciences.** Imprimé em France: Ellipses, 1998.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a Introdução do Conceito de Número Fracionário.** São Paulo, 1997. Dissertação de Mestrado em Ensino da Matemática. PUC/SP, 1997.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa - Ação.** São Paulo, Cortez, 1988.

VERGNAUD, G., **Conceitos e Esquemas numa Teoria Operatória da Representação.** Revista Psychologie Française, nº 30-3/4, Novembro 1985, tradução de Anna Franchi e Dione L. Carvalho.

ZETETIKÉ. Campinas, SP, vol. 7, nº 11, Jan/jun. 1999.

ANEXOS

ANEXO 1 - PRÉ-TESTE

1ª PARTE

Suas respostas serão altamente significativas para o trabalho de pesquisa sobre frações. Não haverá identificação.

I - Trabalha como professora de Séries Iniciais?

Sim ( ) Não ( )

II - Se a resposta for afirmativa, completar.

a) Série em que atua:...
b) Anos de experiência como professora:...
c) Rede de Ensino: Municipal ( ) Estadual ( ) Particular ( )

III - Curso de 2° grau ou Ensino Médio realizado:

Científico ( ) Pedagógico ( )
Educação Geral ( ) Técnico ( )

2ª PARTE

- Responder as atividades propostas.

1) Como foi sua experiência durante a aprendizagem de frações?

____
____
____

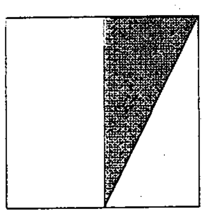
2) Você tem domínio dos conteúdos de frações das séries iniciais?

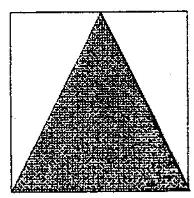
____
____
____

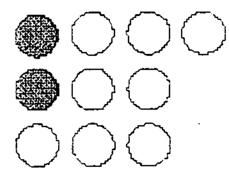
3) Responder as questões:

a) Que fração está pintada em cada figura abaixo? (represente-as numericamente).

b) Definir se suas representações são quantidades contínuas ou discretas:





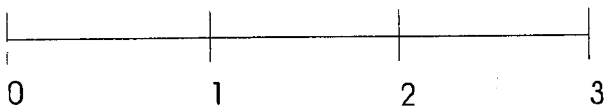


4) Circular a maior fração e justificar a sua escolha:

a) 2/3 ou 4/7

b) 5/2 ou 2/5

5) Marcar na reta numerada os pontos correspondentes aos números fracionários 1/2, 3/4, 3/2 e 6/3:



6) Para as operações que envolvem frações um aluno deu as respostas abaixo:

a) 1/3 + 1/5 = 2/8

b) 2/5 - 2/7 = 0/2

O que você diria para seus alunos na correção das mesmas?

____

____

7) Resolver as situações problemas justificando suas respostas através de representações:

a) Se dividirmos 5 pizzas para 4 crianças, que fração das pizzas cada criança vai receber?

b) Dois metros de plástico foram divididos em pedaços de 1/2 metro cada um. Quantos pedaços foram obtidos?

c) Uma doceira fez um bolo usando 2/3 de uma dúzia de ovos e 1/4 da mesma dúzia para fazer uma sobremesa. Quantos ovos foram usados nestas receitas?

8) a) Como você justificaria para seus alunos as seguintes situações:

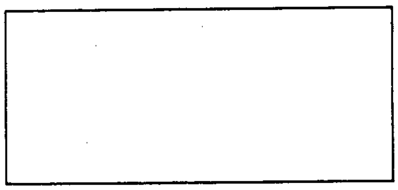
$2 : 1/2 = 4$ e $1/4 : 2 = 1/8$

b) Qual é maior?

1/4 de 1/8 ou 1/8 de 1/4

9) Realizar o que se pede:

Pintar 2/3 da metade do retângulo abaixo:



10) Em relação à questão 9, responder as perguntas:

a) Que fração do retângulo você pintou?

b) O cálculo matemático que responderia esta questão é.....................................

ANEXO 2 - MODELO DO PRÉ-TESTE (respondido por alunas).

Na outra folha.

4.2.1 - *Questões do Pré-teste.*

1ª PARTE

Suas respostas serão altamente significativas para o trabalho de pesquisa sobre frações. Não haverá identificação .

I - Trabalha como professora de Séries Iniciais?

Sim (X) Não ( )

II - Se a resposta for afirmativa, completar.

a) Série em que atua: 3ª série
b) Anos de experiência como professora: 9 anos
c) Rede de Ensino: Municipal ( ) Estadual ( ) Particular (X)

III - Curso de 2º grau ou Ensino Médio realizado:

Científico ( ) Pedagógico (X)
Educação Geral ( ) Técnico ( )

2ª PARTE

- Responder as atividades propostas.

1) Como foi sua experiência durante a aprendizagem de frações?

Lembro-me de ter compreendido frações somente no 4º ano de magistério.

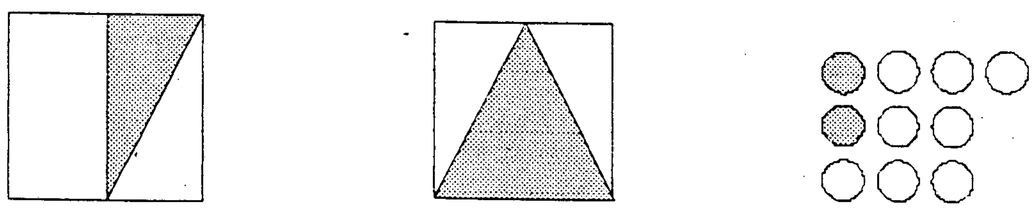
2) Você tem domínio dos conteúdos de frações das séries iniciais?

Acredito que sim. (Com livros didáticos da 3ª série)

3) Responder as questões:

a)Que fração está pintada em cada figura abaixo? (represente-as numericamente).

b) Definir se suas representações são quantidades contínuas ou discretas:



$\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{1}{3}$ $\qquad$ $\frac{2}{10}$

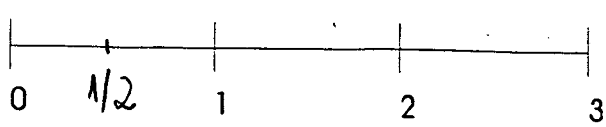
4) Circular a maior fração e justificar a sua escolha:

a) 2/3 ou 4/7 $\qquad$ b) 5/2 ou 2/5

a) atraves do desenho.

b) através do desenho.

5) Marcar na reta numerada os pontos correspondentes aos números fracionários 1/2, 3/4, 3/2 e 6/3:



6) Para as operações que envolvem frações um aluno deu as respostas abaixo:

a) 1/3 + 1/5 = 2/8 b) 2/5 - 2/7 = 0/2

O que você diria para seus alunos na correção das mesmas?

Diria que a letra (a) está correta. Para dizer alguma coisa da letra (b) teria que ir em busca de uma resposta, antes de dar este exercício

7) Resolver as situações problemas justificando suas respostas através de representações:

a) Se dividirmos 5 pizzas para 4 crianças, que fração das pizzas cada criança vai receber?

Cada criança receberá $1\frac{1}{25}$

b) Dois metros de plástico foram divididos em pedaços de 1/2 metro cada um. Quantos pedaços foram obtidos?

Foram obtidos 4 pedaços.

c) Uma doceira fez um bolo usando 2/3 de uma dúzia de ovos e 1/4 da mesma dúzia para fazer uma sobremesa. Quantos ovos foram usados nestas receitas?

Nesta receita foram usados 3 ovos

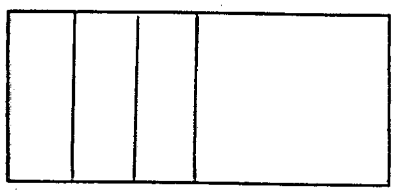
8) Como você justificaria para seus alunos as seguintes situações:

a) 2 : 1/2 = 4 $\frac{2}{1} \times \frac{2}{1} = 4$

b) 1/4 : 2 = 1/8 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

9) Realizar o que se pede:

a) Pintar 2/3 da metade do retângulo abaixo:



10) Em relação à questão 9, responder as perguntas:

a) Que fração do retângulo você pintou?

$\frac{6}{2}$

b) O cálculo matemático que responderia esta questão é...adição...se a metade tem 3 partes a outra metade também tem 3 partes

4.2.1 - *Questões do Pré-teste.*

1ª PARTE

Suas respostas serão altamente significativas para o trabalho de pesquisa sobre frações. Não haverá identificação .

I - Trabalha como professora de Séries Iniciais?

Sim ( )   Não (X)

II - Se a resposta for afirmativa, completar.

a) Série em que atua:...
b) Anos de experiência como professora:...
c) Rede de Ensino: Municipal ( ) Estadual ( ) Particular ( )

III - Curso de 2º grau ou Ensino Médio realizado:

Científico ( )   Pedagógico ( )
Educação Geral (X)   Técnico ( )

2ª PARTE

- Responder as atividades propostas.

1) Como foi sua experiência durante a aprendizagem de frações?

Minha aprendizagem foi regular. Consegui aprender o necessário. Porque a professora primária também não tinha domínio total.

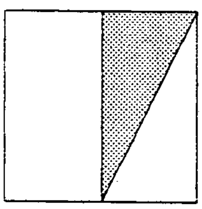
2) Você tem domínio dos conteúdos de frações das séries iniciais?

Não. São muitos detalhes e muitos regras depois de estudar e praticar pode ser que eu mude o meu conceito.

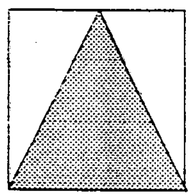
3) Responder as questões:

a)Que fração está pintada em cada figura abaixo? (represente-as numericamente).

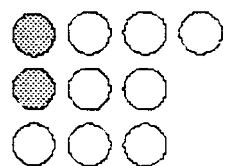
b) Definir se suas representações são quantidades contínuas ou discretas:



1/2



1/3



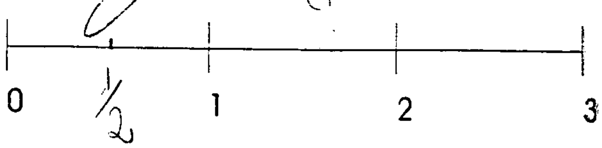
2/10

4) Circular a maior fração e justificar a sua escolha:

a) 2/3 ou 4/7 b) 5/2 ou 2/5

a. Através do desenho que cheguei a esse conclusão
b. Também conclui através do desenho

5) Marcar na reta numerada os pontos correspondentes aos números fracionários 1/2, 3/4, 3/2 e 6/3:



6) Para as operações que envolvem frações um aluno deu as respostas abaixo:

a) 1/3 + 1/5 = 2/8 b) 2/5 - 2/7 = 0/2

O que você diria para seus alunos na correção das mesmas?

a. Que está certo

b. Pesquisaria antes de dizer algo.

7) Resolver as situações problemas justificando suas respostas através de representações:

a) Se dividirmos 5 pizzas para 4 crianças, que fração das pizzas cada criança vai receber?

Daria 1 pedaço inteiro para cada um e 25 avos. $1\frac{1}{25}$

b) Dois metros de plástico foram divididos em pedaços de 1/2 metro cada um. Quantos pedaços foram obtidos?

Foram obtidos 4 pedaços.

c) Uma doceira fez um bolo usando 2/3 de uma dúzia de ovos e 1/4 da mesma dúzia para fazer uma sobremesa. Quantos ovos foram usados nestas receitas?

Foram usados

8) Como você justificaria para seus alunos as seguintes situações:

a) 2 : 1/2 = 4 que a divisão ficaria assim: 2 |0,5 cortaria o zero do divisor e acrescentaria um zero no dividendo 20 |5 0 4 ou em forma de fração multiplica $2 \times \frac{2}{1} = 4$ invertendo o denominador com o numerador.

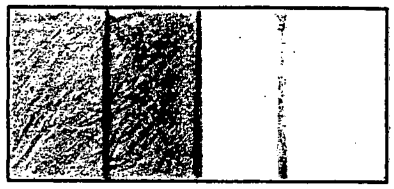
Tratamento e inversão

b) 1/4 : 2 = 1/8

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

9) Realizar o que se pede:

a) Pintar 2/3 da metade do retângulo abaixo:



er

10) Em relação à questão 9, responder as perguntas:

a) Que fração do retângulo você pintou?

$6/2$ er

b) O cálculo matemático que responderia esta questão é ... $3+3=6$ ... foram ... pintado e 2 partes $6/2$.

ANEXO 3 - ATIVIDADES

QUESTÕES DA ATIVIDADE I

a) Cada aluna receberá cinco quadrados de papel para dobrá-los em partes, representando a metade da área de diferentes modos.

b) Cada modo diferente de dobradura deverá ser desenhado em quadrados feitos em uma folha (as alunas recebem os quadrados já desenhados).

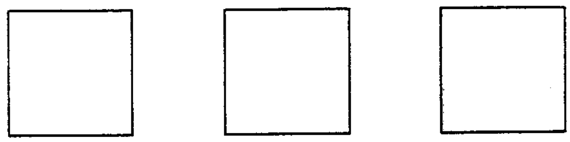
c) Uma segunda folha com quadrados, retângulos e círculos que deverão ser divididos em terços e quartos, pintando uma parte da figura.

d) No verso das folhas deverão ser feitos os registros da leitura da parte pintada e o numérico. Bem como o registro de comparação das frações representadas, maior que ou menor que.

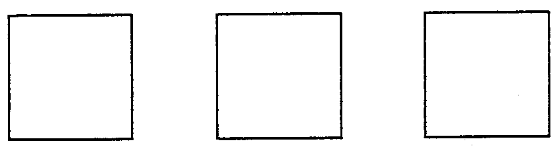
a)

b) Dividir em:

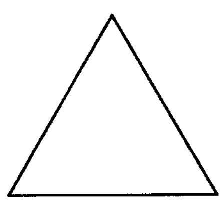
Terços



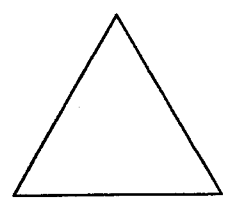
Quartos



Terços

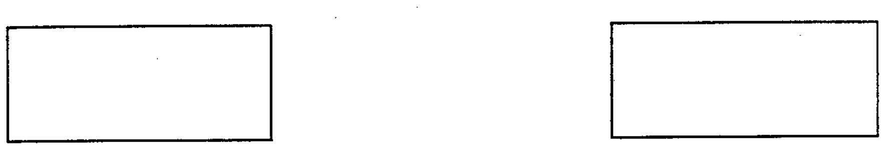


Quartos

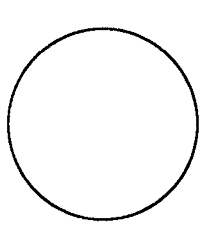


Terços

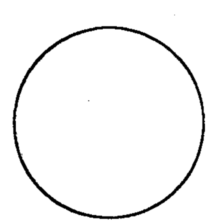
Quartos



Terços



Quartos



QUESTÕES DA ATIVIDADE II

Material: 12 fichas e um pedaço de barbante (mais ou menos 60 cm). Esta atividade será feita em grupo de duas alunas, dando maior interação e oportunidade de discussões sobre os procedimentos.

a) Separar todas essas fichas em 2 grupos, de maneira que eles tenham a mesma quantidade de fichas.

b) Dividir o barbante em 2 partes iguais, ou seja, de mesmo tamanho.

c) Separar todas as fichas em quatro grupos de modo idêntico ao item *a*.

d) Dividir o barbante em 4 partes iguais, ou seja, de mesmo tamanho.

e) De quantas maneiras ainda você poderia separar essas fichas, em grupos de mesma quantidade?

f) De quantas maneiras ainda você dividiria o barbante em partes iguais?

g) Registrar todas as ações feitas em uma folha, fazendo a representação escrita e numérica das quantidades em forma de fração, determinando os limites da quantidade discreta.

QUESTÕES DA ATIVIDADE III

Cada aluno recebe dez palitos e um copinho, fazendo as seguintes ações:

1ª. Ação	**2ª. Ação**
Pegue 10 palitos e separe-os em 5 grupos iguais.	Pegue 1 desses grupos e coloque-o no copinho.
Pegue 8 palitos e separe-os em 4 grupos iguais.	Pegue 2 desses grupos e coloque-os no copinho.
Pegue 6 palitos e separe-os em 3 grupos iguais.	Pegue 3 desses grupos e coloque-os no copinho.
Pegue 7 palitos e separe-os em 7 grupos iguais.	Pegue 5 desses grupos e coloque-os no copinho.

Fazer os registros através de desenhos e números fracionários, representando a segunda ação, por uma ou mais frações quando possível. Fazer as conclusões necessárias, sob a interferência da pesquisadora.

QUESTÕES DA ATIVIDADE IV

1ª. Ação: Cada aluna recebe 12 fichas (ou feijões, palitos, etc.) e procura responder as questões:

a) Quantas fichas representam 1/2 das 12 fichas?
b) Quantas fichas representam 1/3 das 12 fichas?
c) Quantas fichas representam 1/4 das 12 fichas?
d) Quantas fichas representam 2/3 das 12 fichas?
e) Quantas fichas representam 3/3 das 12 fichas?
f) Quantas fichas representam 3/2 das 12 fichas?

2ª. Ação: Utilizando fichas, complete o quadro seguinte:

Total de Fichas	Fração	Quantidades de Fichas
10	1/2	
06	2/3	
12	3/4	
15	3/5	
08	2/4	

3ª. **Ação:** Cada aluna recebe 24 fichas e completa o quadro seguinte:

Fichas	Fração das fichas que se deve pegar	Quantidade de fichas correspondentes a cada fração
24	1/2	
24	2/4	
24	3/6	
24	4/8	
24	1/3	
24	2/6	
24	1/4	
24	2/8	

QUESTÕES DA ATIVIDADE V

1ª. Ação

Tampas Nºs	**Partes Fechadas**	**Frações que representam as partes fechadas**	**Partes Abertas**	**Frações que representam as partes abertas**
1				
2				
3				
5				
1 e 3				
1 e 5				
2 e 4				
2 e 5				
3 e 4				
4 e 6				
5 e 6				
1, 3 e 5				
1, 3 e 4				
2, 5 e 6				
2, 4 e 6				

2ª. Ação

1. Feche a tampa que representa a fração 12/24. É a tampa nº .... Observe atentamente e responda: Que parte do retângulo foi tampado?

.... A quarta parte .... A terça parte .... A metade

Então, você pode dizer que a fração 12/24 é equivalente à fração ....

2. Feche a tampa que representa a fração 8/24. É a tampa nº .... Que parte do retângulo foi tampado?

.... A quarta parte .... A terça parte .... A metade

Então, você pode dizer que a fração 8/24 é equivalente à fração ....

3. Feche a tampa que representa a fração 6/24. É a tampa nº .... Que parte do retângulo foi tampado?

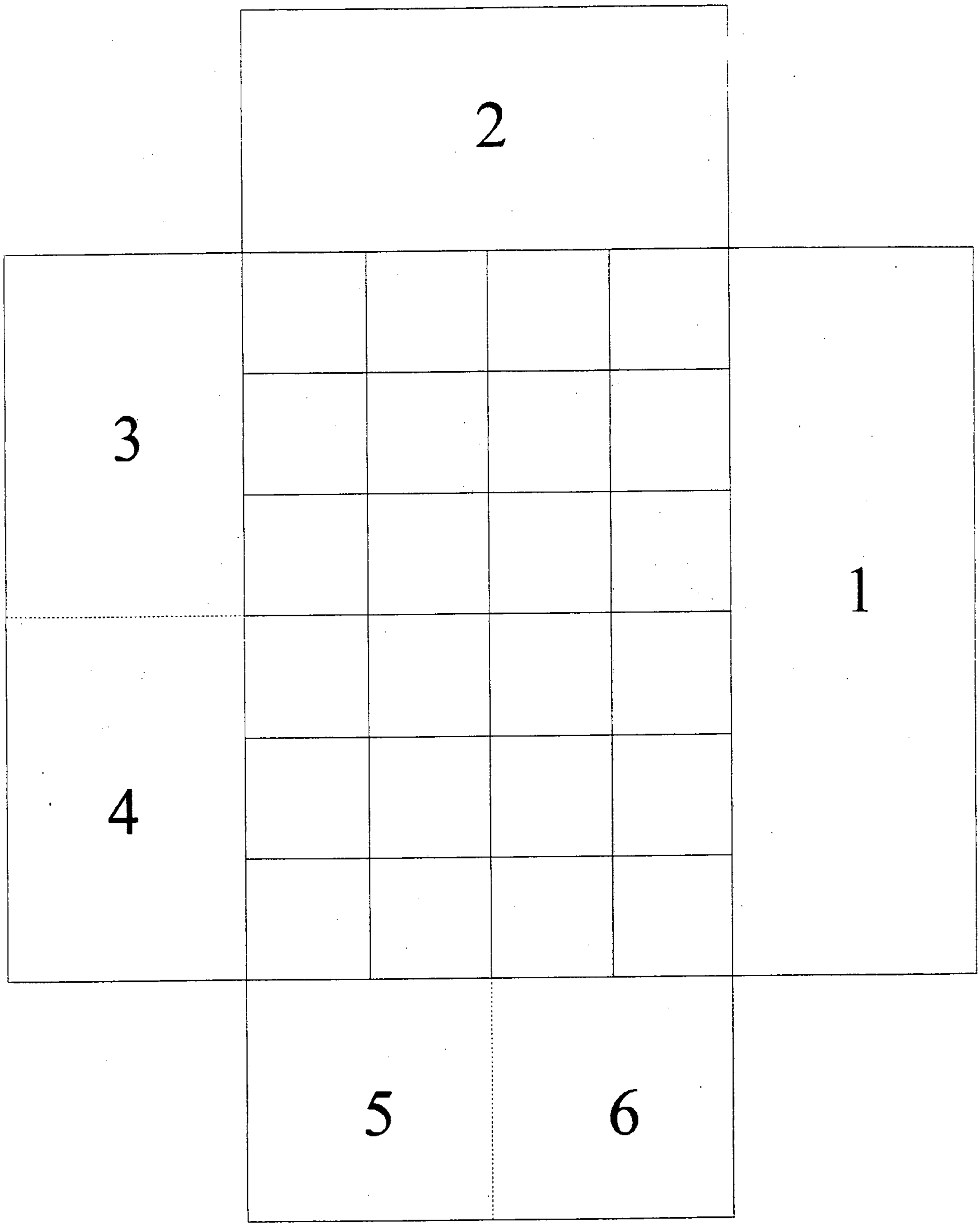
.... A quarta parte .... A terça parte .... A metade

Então, você pode dizer que a fração 6/24 é equivalente à fração ....

4. Feche a tampa que representa a fração 4/24. É a tampa nº .... Que parte do retângulo foi tampado?

.... A sexta parte .... A terça parte .... A metade

Então, você pode dizer que a fração 4/24 é equivalente à fração ....


2
3
1
4
5
6

QUESTÕES DA ATIVIDADE VI

a) Dividir em meios:

0 1 2 3 4

b) Dividir em terços:

0 1 2 3 4

c) Dividir em quartos:

0 1 2 3 4

d) Dividir em quintos:

0 1 2 3 4

e) Marcar na reta seguinte, observando o que foi feito anteriormente: 1/2, 1/3, 3/4, 3/2, 6/3, 6/5, 5/2.

0 1 2 3 4

QUESTÕES DA ATIVIDADE VII

1) Um metro tem cem centímetros (100 cm).

Complete corretamente:

a) meio metro (1/2) eqüivale ....cm

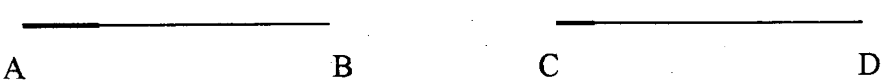
b) um quarto de metro (1/4) eqüivale ....cm

c) dois quintos de metro (2/5) eqüivalem ....cm

d) e cinco quintos de metro (5/5) eqüivalem ....cm

e) cinco quartos do metro eqüivalem a ....cm

2-a) Associar uma fração à parte em destaque nos segmentos:



....

b) Qual a fração que representa a maior medida em destaque?

c) Justifique a sua resposta.

QUESTÕES DA ATIVIDADE VIII

1-) Representar as frações nos seguintes registros:

	Desenho	Número misto	Escrita
a) 5/3			
		- Fração imprópria	
b) $2\ \frac{3}{4}$			

2-) Representar numericamente a fração correspondente à parte em negrito das figuras abaixo:

Fração Imprópria $\Rightarrow$ Número Misto $\Rightarrow$

3-) De uma quantidade de seis bolinhas quatro terços eqüivalem:

a) Quatro bolinhas ( )
b) Três bolinhas ( )
c) Oito bolinhas ( )
d) n. d. a. ( )

4-) Desenhe um relógio marcando três quartos de uma hora qualquer e responda quantos minutos representam?

QUESTÕES DA ATIVIDADE IX

Representação gráfica e numérica (frações) ou através de desenho, das seguintes situações, podendo usar algoritmos, ou seja, tratamento operatório.

a) Temos 2 bolos para dividir entre 5 crianças. Que porção cada criança receberá?

b) Encontrar soluções para a seguinte situação. Em uma pizzaria um grupo de 12 amigos pediram 8 pizzas. Como seria feita a distribuição das pessoas nas mesas em grupos iguais e como poderia ser distribuídas as pizzas de modo que cada grupo recebesse a mesma quantidade de pizzas, e que porção de pizza cada pessoa receberia?

c) Se dividirmos 6 chocolates para 8 crianças e 6 chocolates para um outro grupo de 10 crianças, qual grupo ganhará mais chocolate?

d) Se distribuirmos igualmente 8 balas para 4 crianças e 6 balas para 3 crianças, qual grupo ganhará mais balas?

e) Dividir 2 folhas de cartolina para 3 pessoas.

QUESTÕES DA ATIVIDADE X

Esta atividade envolverá o conceito de fração nos três significados, parte/todo, medida e quociente.

a) Quatro bombons representam 2/5 dos bombons de uma caixa. Descubra quantos bombons há na caixa toda ?

b) Cinco sextos da população de um bairro ganham menos de 2 salários mínimo. Sabendo-se que a população ativa desse bairro é formada por 3.300 pessoas, quantas pessoas ganham menos que 2 salários mínimos?

c) Três metros de plástico foram divididos em pedaços de 1/4 de metro cada um. Quantos pedaços foram obtidos?

d) Um relógio marca duas horas e vinte minutos. Que fração da hora já se passou e qual a fração da hora que ainda falta para às três?

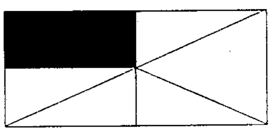
e) Dividir 3 folhas de cartolina para 5 pessoas.

ANEXO 4 - QUESTÕES DO PÓS-TESTE

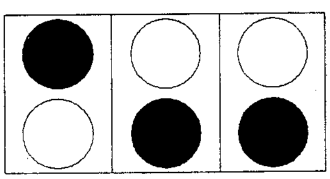
ALUNA:____ DATA:____________

Suas respostas serão altamente significativas neste trabalho de pesquisa sobre a aquisição do conceito de frações. Obrigada pela participação.

QUESTÕES DO PÓS-TESTE

1- 

a) Representar a parte escura da figura:

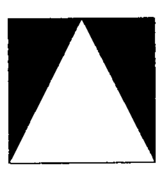


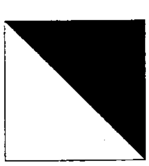
b) Quais as frações que representam as bolas escuras no retângulo?

c) Referindo-se às quantidades contínuas e discretas fazer a distinção para a figura do item a e do item b:

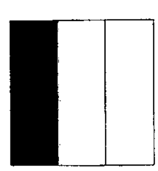
d) Quantidade ....

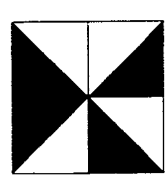
e) Quantidade ....

2- a) A área escura da figura  equivale a quais figuras:

I 

II 

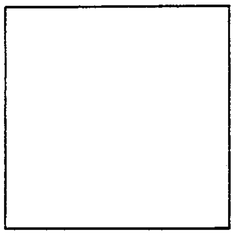
III 

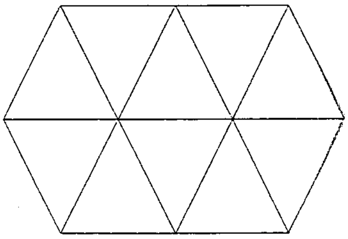
IV 

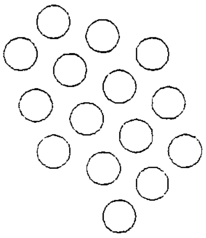
b) Registrar a representação numérica (fração) de cada figura.

I .... II .... III........... IV...........

3- a) Pintar $\frac{2}{5}$ de cada figura abaixo:







b) As frações representadas nas questões 1, 2 e 3 têm o significado de:

parte/todo ( ) medida ( ) quociente ( )

4- a) Um pacote contém 36 balas que devem ser repartidas igualmente entre 9 crianças. Representar a quantidade que cada criança receberá de dois ou mais modos diferentes, na forma de fração.

b) Qual o significado dessa fração?

Parte/todo ( ) Medida ( ) Quociente ( )

5- a) O relógio marca três horas e quinze minutos, representar as horas por meio de números fracionários.

b) Marcar o certo. O significado dessa fração é:

Parte/todo ( ) Medida ( ) Quociente ( )

6- a) Se dividirmos 4 pizzas entre 5 crianças, que fração das pizzas cada criança receberá? (fazer vários registros desta situação).

b) Qual é o significado da fração nesta situação problema?

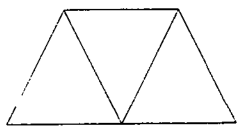
7- De uma cesta com 15 maçãs, Ana pegou $\frac{1}{5}$ e sua irmã $\frac{1}{3}$. Quantas maçãs cada uma pegou e quantas restaram na cesta?

8- a) Lembrando o conceito de fração, como representaria em desenho ou gráfico essas operações (adição e subtração)?

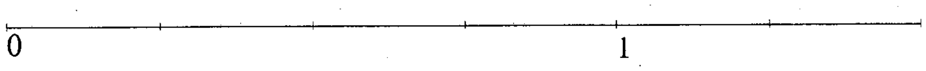
$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$ $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

b) Justificar as respostas.

9- A figura abaixo, representa $\frac{3}{6}$ do todo, completar a figura.



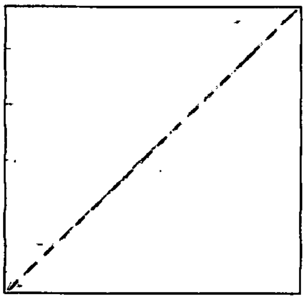
10- Indicar os números fracionários que correspondem aos pontos marcados no segmento abaixo:



Matemática
Prof: Darcy

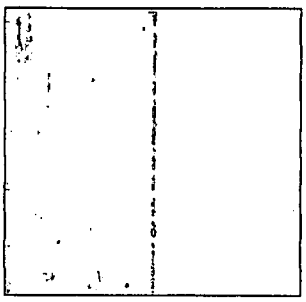
já

X



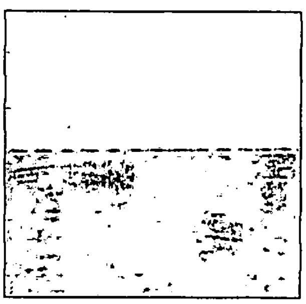
$\frac{1}{2}$ Um meio

No primeiro quadrado dobrei ao meio e dei forma de um triângulo.



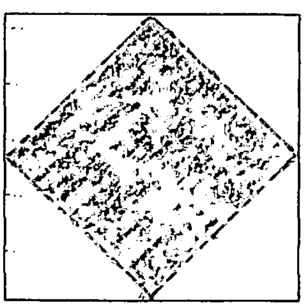
$\frac{1}{2}$ Um meio

No segundo quadrado dobrando-se ao meio surgem formas retangulares.



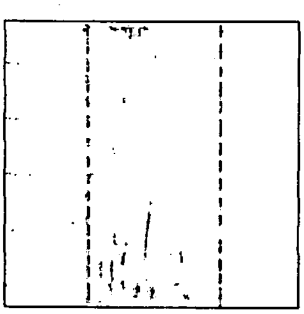
$\frac{1}{2}$ Um meio

No terceiro quadrado também dobrando-se ao meio de maneira diferente surge também figuras retangulares.



$\frac{1}{2}$ Um meio

No quarto quadrado dobrando-se as quatro partes forma-se novamente outro quadrado.



$\frac{1}{2}$ Um meio

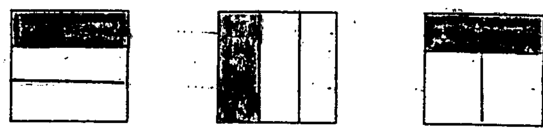
No quinto quadrado dividi em três partes, sendo que duas são menores e quando colocadas juntas tem a mesma medida da figura maior.

a) Dividir em:

OBS: a parte pintada das representações numéricas da fração, é a parte que nós queremos obter, ou seja uma parte.
- Sendo que cada figura foi dividida em partes iguais. O total das partes é chamado de denominador.

Terços

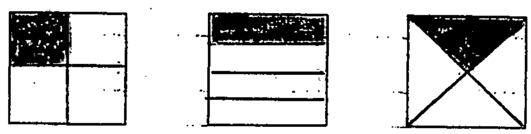
1



$\frac{1}{3}$

Quartos

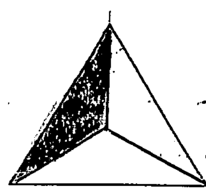
2



$\frac{1}{4}$

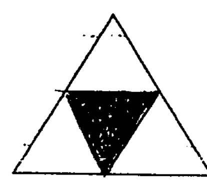
3

Terços



$\frac{1}{3}$

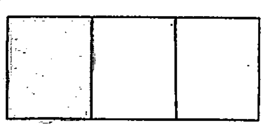
Quartos



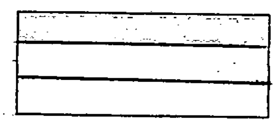
$\frac{1}{4}$

4

Terços

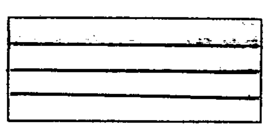


$\frac{1}{3}$

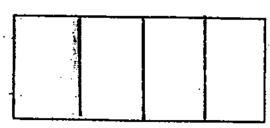


5

Quartos



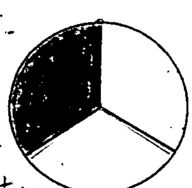
$1/4$



6

Terços

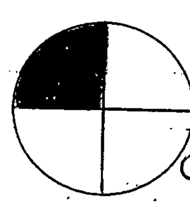
O circulo foi dividido em três partes iguais e pintei uma parte. Que corresponde a fração $\frac{1}{3}$ (um terço)



$\frac{1}{3}$

Quartos

$\frac{1}{4}$



O círculo foi dividido em quatro partes iguais e pintei uma parte que corresponde a fração $\frac{1}{4}$ (um quarto).

Universidade Planalto Catarinense - Uniplac

Lages, 03 de agosto de 2000

Nomes: Raquel Faustino Antunes
Débora Maria Viana

X

Atividade II

Material { doze fichas
um pedaço de barbante mais ou menos
sessenta centímetros

As fichas foram divididas em:
- duas partes iguais
- quatro partes iguais

O barbante também do mesmo modo
Responder as perguntas:

1. De quantas maneiras ainda você poderia separar essas fichas em grupos de mesma quantidade?
R. Poderíamos dividir ainda em três, seis e doze partes iguais, ou seja três grupos, uma vez que pode-se considerar também o único grupo que é o todo.

2. De quantas maneiras você ainda dividiria o barbante em partes iguais?

Por se tratar de uma quantidade contínua podemos dividir em quantas partes forem possíveis, Um meio, um terço, um quarto, um quinto, um sexto, um sétimo, um oitavo, um nono e assim sucessivamente.

3. Registrar as representações escritas e numéricas das quantidades obtidas (em forma de fração)

fichas

escrita	numérica
duas partes iguais ou um meio (cada parte?)	$\frac{1}{2} \Rightarrow$ 6 fichas
três partes iguais um terço	$\frac{1}{3} \Rightarrow$ 4 fichas
quatro partes iguais um quarto	$\frac{1}{4} \Rightarrow$ 3 fichas
seis partes iguais um sexto	$\frac{1}{6} \Rightarrow$ 2 fichas
doze partes iguais um doze avo	$\frac{1}{12} \Rightarrow$ 1 ficha.

Barbante

escrita	numérica
duas partes iguais ou um meio	$\frac{1}{2}$ = metade

três partes iguais
ou um terço $\frac{1}{3}$

quatro partes iguais
ou um quarto $\frac{1}{4}$

cinco partes iguais
ou um quinto $\frac{1}{5}$

seis partes iguais
ou um sexto $\frac{1}{6}$

sucessivamente $\frac{1}{7}$ - $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ ...

Conclusão

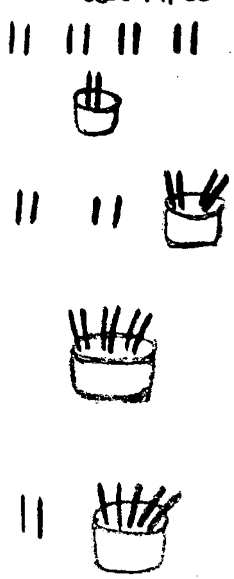
A quantidade de fichas é considerada discreta porque pode ser dividida em vezes limitadas. O excemplo do barbante representa uma quantidade contínua pois trata de uma divisão de um inteiro, e este pode ser dividido inúmeras vezes.

Cada aluno recebe dez palitos e um copinho, fazendo as seguintes ações:

1ª. Ação	**2ª. Ação**
Pegue 10 palitos e separe-os em 5 grupos iguais.	Pegue 1 desses grupos e coloque-o no copinho.
Pegue 8 palitos e separe-os em 4 grupos iguais.	Pegue 2 desses grupos e coloque-os no copinho.
Pegue 6 palitos e separe-os em 3 grupos iguais.	Pegue 3 desses grupos e coloque-os no copinho.
Pegue 7 palitos e separe-os em 7 grupos iguais.	Pegue 5 desses grupos e coloque-os no copinho.

Fazer os registro através de desenhos e numericamente, representando a segunda ação, fazendo suas observações e indagações. Com a interferência do pesquisador fazer as conclusões necessárias.

Desenho



Numérica

$\frac{2}{10}^{:2} = \frac{1}{5}$

$\frac{4}{8}^{:2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{3} = 1$

$\frac{5}{7}$

Escrita

um quinto. Foi pego a 5ª parte de 10 palitos

um meio, ou seja, a metade. Dividir igualmente os grupos.

não sobrou palitos, foram pegos todos, ou seja, um inteiro. (todos / inteiros)

cinco sétimos. De 7 palitos foram pegos 5, restando 2 palitos.

1ª. Ação

Cada aluna recebe 12 fichas (ou feijões, palitos, etc.) e procura responder as questões:

a) Quantas fichas representa 1/2 das 12 fichas?
seis fichas IIIIII IIIIII

b) Quantas fichas representa 1/3 das 12 fichas?
quatro fichas IIII IIII IIII

c) Quantas fichas representa 1/4 das 12 fichas?
três fichas III III III III

d) Quantas fichas representa 2/3 das 12 fichas?
8 - oito fichas $\frac{2}{3} \cdot 12 = 24 \,|\, 3 = 8$ IIIIIIII IIII

e) Quantas fichas representa 3/3 das 12 fichas? IIIIIIIIIIII
doze fichas é igual a um inteiro

f) Quantas fichas representa 3/2 das 12 fichas?
É impossível, pois iríamos precisar de 18 fichas, mas temos somente doze fichas.

$\frac{3}{2} \cdot 12 = 36 \,|\, 2 = 18$

2ª. Ação

Utilizando fichas, complete o quadro seguinte:

Total de Fichas	Fração	Quantidades de Fichas
10 $\frac{1}{2} \cdot 10 = \frac{10}{2} = 5$	1/2 IIIII IIIII	5 Fichas
06 $6 \cdot \frac{2}{3} = 12 \,|\, 3 = 4$	2/3 IIIIII	4 Fichas
12 $\frac{3}{4} \cdot 12 = 36 \,|\, 4 = 9$	3/4	9 Fichas
15 $\frac{3}{5} \cdot 15 = 45 \,|\, 5 = 9$	3/5	9 Fichas
08 $\frac{2}{4} \cdot 08 = 16 \,|\, 4 = 4$	2/4	4 Fichas

Cada aluna recebe 24 fichas e completa o quadro seguinte:

Fichas	Fração das fichas que se deve pegar	Quantidade de fichas correspondentes a cada fração
24	1/2	12
24	2/4	12
24	3/6	12
24	4/8	12
24	1/3	8
24	2/6	8
24	1/4	6
24	2/8	6

Obs.: discutir os resultados , fazendo as anotações necessárias e comparando as quantidades de fichas e as frações que as representam. Observando os diferentes registros das frações equivalentes.

A fração $\frac{1}{2}$ é equivalente à $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{8}$.

A fração $\frac{1}{3}$ é equivalente à $\frac{2}{6}$.

A fração $\frac{1}{4}$ é equivalente à $\frac{2}{8}$

São escritas de modo diferentes mas representam a mesma quantidade.

1ª. Ação

Tampas N^{os}	Partes Fechadas	Frações que representam as partes fechadas	Partes Abertas	Frações que representam as partes abertas
1	12	$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$	12	$12/24 = 1/2$
2	8	$\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$	16	$\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$
3	6	$\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$	18	$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$
5	4	$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$	20	$\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$
1 e 3	18	$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$	6	$\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$
1 e 5	16	$\frac{16}{24} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	8	$\frac{8}{24} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
2 e 4	14	$\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$	10	$\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$
2 e 5	12	$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$	12	$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$
3 e 4	12	$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$	12	$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$
4 e 6	10	$\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$	14	$\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$
5 e 6	8	$\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$	16	$\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$
1, 3 e 5	22	$\frac{22}{24} = \frac{11}{12}$	2	$\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$
1, 3 e 4	24	$\frac{24}{24} = 1$	0	$\frac{0}{24} = 0$
2, 5 e 6	16	$\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$	8	$\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$
2, 4 e 6	18	$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$	6	$\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

2ª. Ação

1. Feche a tampa que representa a fração 12/24. É a tampa nº ....1..... Observe atentamente e responda: Que parte do retângulo foi tampado?

.... A quarta parte .... A terça parte ....X.... A metade

Então, você pode dizer que a fração 12/24 é equivalente à fração ......$\frac{1}{2}$......................

2. Feche a tampa que representa a fração 8/24. É a tampa nº .....2............ Que parte do retângulo foi tampado?

.... A quarta parte ......X.. A terça parte .... A metade

Então, você pode dizer que a fração 8/24 é equivalente à fração ......$\frac{1}{3}$.........................

3. Feche a tampa que representa a fração 6/24. É a tampa nº ....4......... Que parte do retângulo foi tampado?

.......X.. A quarta parte .... A terça parte .... A metade

Então, você pode dizer que a fração 6/24 é equivalente à fração ....$\frac{1}{4}$.........................

4. Feche a tampa que representa a fração 4/24. É a tampa nº ....5......... Que parte do retângulo foi tampado?

......X... A sexta parte .... A terça parte .... A metade

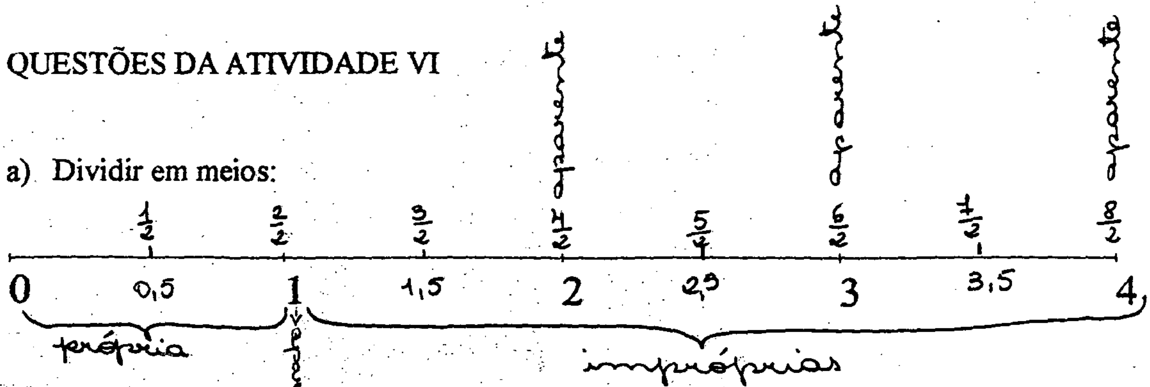
Então, você pode dizer que a fração 4/24 é equivalente à fração ....$\frac{1}{6}$.........................

Obs.: Esta atividade pode ser usada para trabalhar as operações de adição e subtração utilizando frações equivalentes, sem o tratamento através do mínimo múltiplo comum.

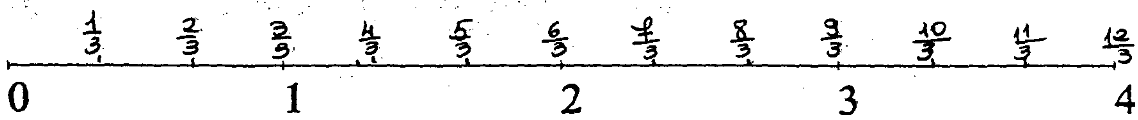
Será usado a figura recortada representando uma caixa, toda a atividade o aluno terá a oportunidade de converter de uma situação real, para a simbologia registro que representa o número fracionário.

Fazendo os exercícios acima, com o uso do material, pude observar que é bem mais fácil compreender frações através do uso do referido material, pois estamos observando na prática o que fazemos através da escrita. Além disso, pude observar que sempre obteremos a fração menor dividindo o denominador e o numerador por dois. Para obter as partes abertas, basta somar o que falta par dar o inteiro. Também podemos observar facilmente com o uso do material concreto que, quanto menor o denominador, maior
toda
é a parte que obteremos na fração.

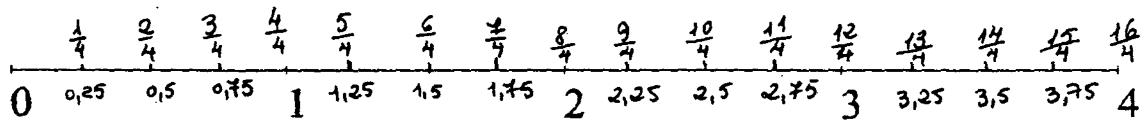
a) Dividir em meios:



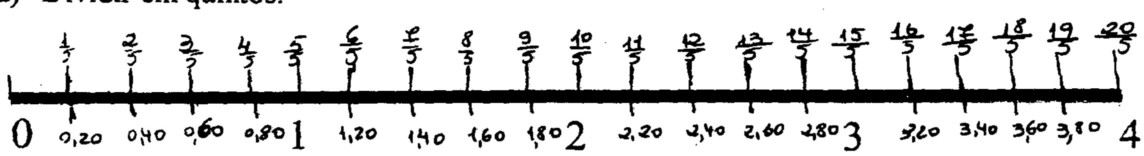
b) Dividir em terços:



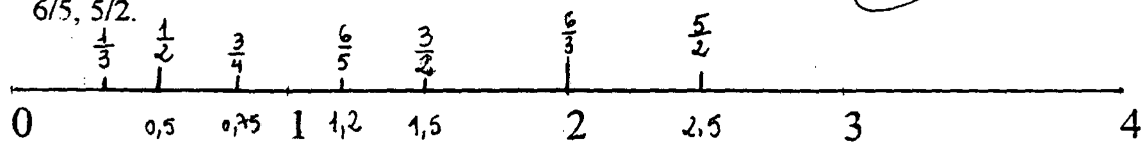
c) Dividir em quartos:



d) Dividir em quintos:



e) Marcar na reta seguinte, observando o que foi feito anteriormente: 1/2, 1/3, 3/4, 3/2, 6/3, 6/5, 5/2.



QUESTÕES DA ATIVIDADE VII

1) Um metro tem cem centímetros (100 cm).

Complete corretamente:

a) meio metro (1/2) eqüivale ....50.........cm

b) um quarto de metro (1/4) eqüivale .....25... ..cm

c) dois quintos de metro (2/5) eqüivalem ....40......cm

d) e cinco quintos de metro (5/5) eqüivalem ....100........cm

e) cinco quartos do metro eqüivalem a ...125.....cm

2-a) Associar uma fração à parte em destaque nos segmentos:

$\frac{1}{4}$ .... $\frac{1}{8}$

b) Qual a fração que representa a maior medida em destaque?

A fração que representa a maior medida em destaque é a que representa $\frac{1}{4}$ ou a quarta parte.

c) Justifique a sua resposta.

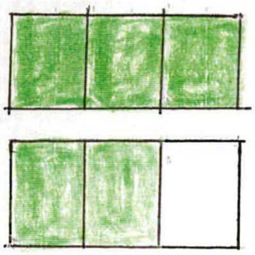
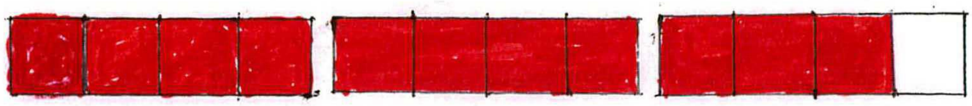
Numa quantidade contínua de tamanhos iguais fica representada a maior parte a de maior tamanho.

O divisor maior representa a parte menor e o divisor menor representa a parte maior porque foi dividido em menos partes.

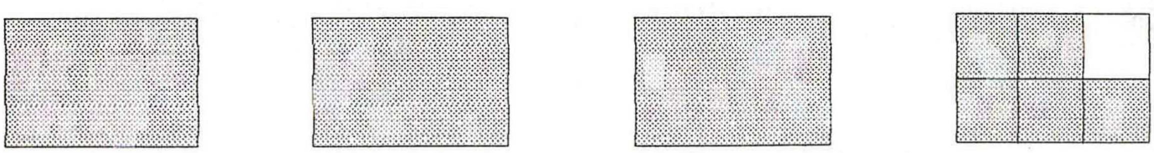
Muito bem!

QUESTÕES DA ATIVIDADE VIII

1-) Representar as frações nos seguintes registros:

	Desenho	Número misto	Fração imprópria
a) 5/3		$1\frac{2}{3}$	$\frac{5}{3} = 1,6$ cinco terços
b) $2\frac{3}{4}$			$2\frac{3}{4}$ ou $\frac{11}{4}$

2-) Represente numericamente a fração correspondente a parte em negrito das figuras abaixo:

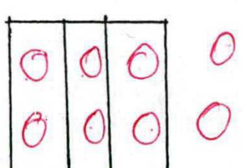


Fração pr a. $\Rightarrow$ $\frac{23}{4}$ Número Misto $\Rightarrow$ $3\frac{5}{6}$

3-) De uma quantidade de seis bolinhas quatro terços eqüivalem:

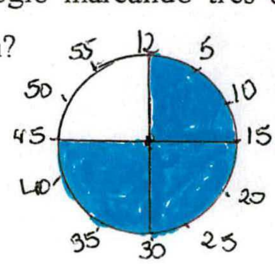
a) Quatro bolinhas ( )
b) Três bolinhas ( )
c) Oito bolinhas (X)
d) n. d. a. ( )

$\frac{4}{3}$



$\frac{3}{3} + \frac{4}{3}$

4-) Desenhe um relógio marcando três quartos de uma hora qualquer e responda quantos minutos representam?

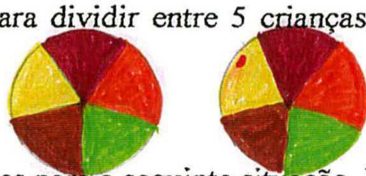


Representa 45 minutos

QUESTÕES DA ATIVIDADE IX

Representação gráfica e numérica (frações) ou através de desenho, das seguintes situações, podendo usar algoritmos ou seja tratamento operatório.

a) Temos 2 bolos para dividir entre 5 crianças. Que porção cada criança receberá?



R Cada criança receberá $\frac{2}{5}$

b) Encontrar soluções para a seguinte situação. Em uma pizzaria um grupo de 12 amigos pediram 8 pizzas. Como seria feita a distribuição das pessoas nas mesas em grupos iguais e como poderia ser distribuídas as pizzas de modo que cada grupo recebesse a mesma quantidade de pizzas, e que porção de pizza cada pessoa receberia?

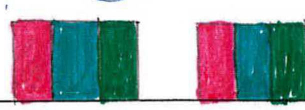
c) Se dividirmos 6 chocolates para 8 crianças e 6 chocolates para um outro grupo de 10 crianças. Que grupo ~~cada~~ criança ganhará mais chocolate?

O grupo que tem 8 crianças, porque tem menos componentes.

d) Se distribuirmos igualmente 8 balas para 4 crianças e 6 balas para 3 crianças. Qual o grupo que ganhará mais balas?

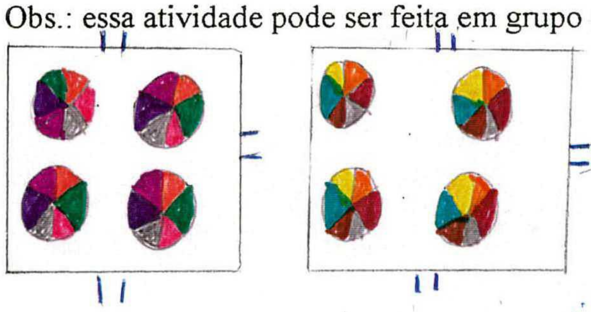
Receberão a mesma quantidade.

e) Dividir 2 folhas de cartolina para 3 pessoas.



$\frac{2}{3}$

Obs.: essa atividade pode ser feita em grupo de três alunas.



Cada mesa 6 amigos e quatro pizzas, cada pizza dividida em 6 pedaços, cada amigo comerá quatro pedaços de pizzas é igual a $\frac{4}{6}$

QUESTÕES DA ATIVIDADE X

Esta atividade envolverá o conceito de fração nos três significados, parte/todo, medida e quociente.

a) Quatro bombons representam 2/5 dos bombons de uma caixa. Descubra quantos bombons há na caixa toda ?

b) Cinco sextos da população de um bairro ganham menos de 2 salários mínimo. Sabendo-se que a população ativa desse bairro é formada por 3.300 pessoas, quantas pessoas ganham menos que 2 salários mínimos?

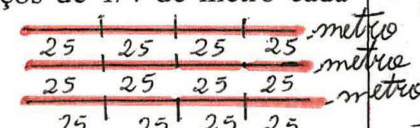
R: As pessoas que ganham menos de 2 salários mínimo são 2.750.

$$\begin{array}{r|l} 3300 & 6 \\ \hline 30 & 550 \\ 30 & \\ 30 & \\ 00 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3.300 \\ -550 \\ \hline 2.750 \end{array}$$

c) Três metros de plástico foram divididos em pedaços de 1/4 de metro cada um. Quantos pedaços foram obtidos?

R: Foram obtidos 12 partes.



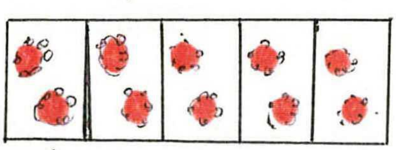
d) Um relógio marca duas horas e vinte minutos. Que fração da hora já se passou e qual a fração da hora que ainda falta para às três?

R: Marca → $\frac{2}{3}$ (dois terços).

e) Dividir 3 folhas de cartolina para 5 pessoas.

R: Vou dividir cada cartolina em 5 partes. Darás 15 partes (três partes para cada um). ou $\frac{3}{5}$

a-

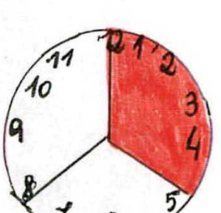


$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$

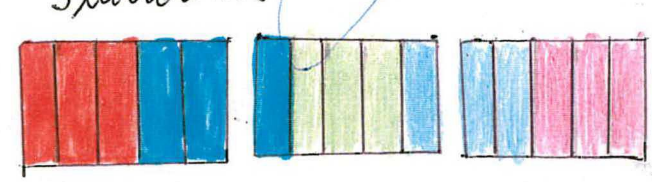
R: Em cada caixa há 10 bombons.

3 cartolinas

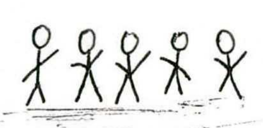
d)



e)



5 pessoas.



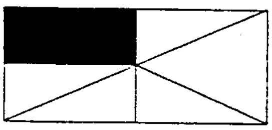
ANEXO 6 - MODELO DE UM PÓS-TESTE (respondido por uma aluna)

Na outra folha.

ALUNA: Rita Noêmia Bo~~scato~~ DATA: 17/11/00

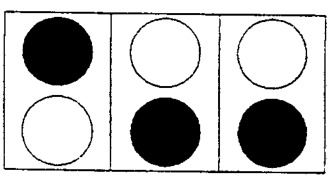
Suas respostas serão altamente significativas neste trabalho de pesquisa sobre a aquisição do conceito de frações. Obrigada pela participação.

QUESTÕES DO PÓS-TESTE

1- 

a) Representar a parte escura da figura:

$\frac{1}{4}$ Um quarto $= \frac{2}{8} = \frac{4}{16} = \frac{8}{32}$



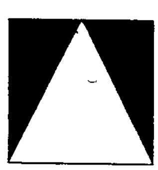
b) Quais as frações que representam as bolas escuras no retângulo? $\frac{3}{6}$ = Três sextos = 50%

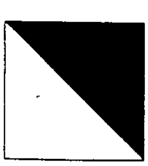
$\frac{1}{2} =$

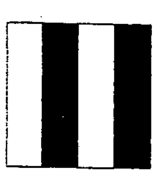
c) Referindo-se às quantidades contínuas e discretas fazer a distinção para a figura do item a e do item b:

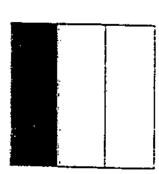
a) Quantidade ...contínua...

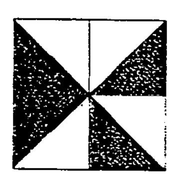
b) Quantidade ...discreta...

2- a) A área escura da figura  equivale a quais figuras: $\frac{1}{2}$

I  x

II  x

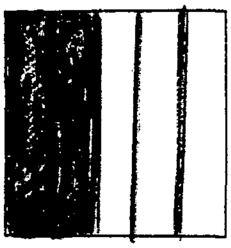
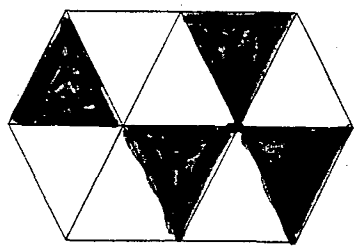
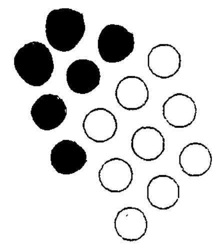
III 

IV  x

b) Registrar a representação numérica (fração) de cada figura.

I ... $\frac{1}{2}$ ... II ... $\frac{2}{4}$ ... III ... $\frac{1}{3}$ ... IV ... $\frac{4}{8}$ ...

3- a) Pintar $\frac{2}{5}$ de cada figura abaixo:

 $\frac{2}{5}$  $\frac{4}{5}$  $\frac{6}{15}$

b) As frações representadas nas questões 1, 2 e 3 têm o significado de:

parte/todo (X) medida ( ) quociente (X)

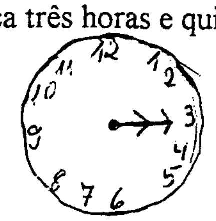
4- a) Um pacote contém 36 balas que devem ser repartidas igualmente entre 9 crianças. Representar a quantidade que cada criança receberá de dois ou mais modos diferentes, na forma de fração.

$$\begin{array}{r|l} 36 & 9 \\ \hline 0 & 4 \end{array} = \frac{4 \div 4}{36 \div 4} = \frac{1}{9}$$

b) Qual o significado dessa fração?

Parte/todo ( ) Medida ( ) Quociente (X)

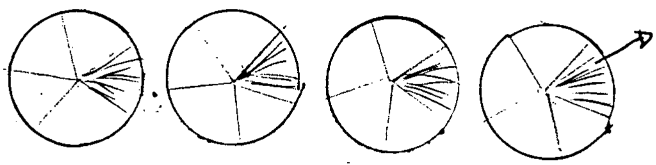
5- a) O relógio marca três horas e quinze minutos, representar as horas por meio de números fracionários.

 $3\frac{1}{4}$ Três horas e um qu…

b) Marcar o certo. O significado dessa fração é:

Parte/todo ( ) Medida (✓) Quociente ( )

6- a) Se dividirmos 4 pizzas entre 5 crianças, que fração das pizzas cada criança receberá? (fazer vários registros desta situação).



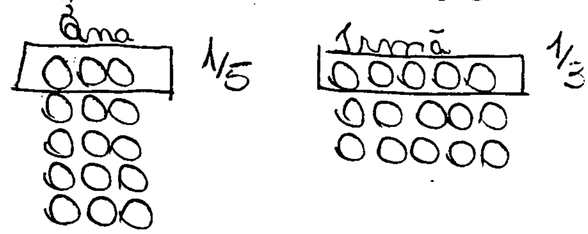
$\frac{1}{5}$

Cada criança receberá 1/5 de cada pizza ou cada criança receberá 4/20 das 5 pizzas.

b) Qual é o significado da fração nesta situação problema?

Quociente.

7- De uma cesta com 15 maçãs, Ana pegou $\frac{1}{5}$ e sua irmã $\frac{1}{3}$. Quantas maçãs cada uma pegou e quantas restaram na cesta?



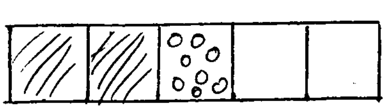
Ana → 3 maçãs

Irmã → 5 maçãs

Restaram 7 maçãs

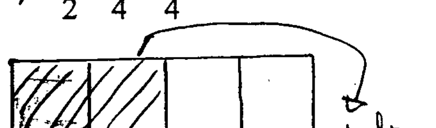
8- a) Lembrando o conceito de fração, como representaria em desenho ou gráfico essas operações (adição e subtração)?

a) $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$



$2/5 + 1/5 = 3/5$

b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$



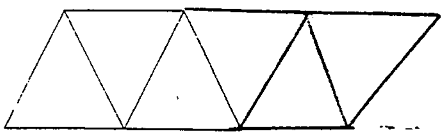
$1/2 - 1/4 = 1/4$

b) Justificar as respostas.

a) Pegar 5 partes, destas tirar 2 partes, depois mais 1 parte. Restou 2 partes, peguei 3 partes

b) Tenho 2/4 ou 1/2, desta tomei 1/4 sobrou 1/4.

9- A figura abaixo, representa $\frac{3}{6}$ do todo, completar a figura.



10- Indicar os números fracionários que correspondem aos pontos marcados no segmento abaixo: