

**LUIZ CARLOS DE SOUZA MARQUES**

**ESTUDO DO CONTROLE AVANÇADO DO MOTOR DE INDUÇÃO:  
TEORIA E EXPERIMENTAÇÃO**

**FLORIANÓPOLIS**

**2001**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ESTUDO DO CONTROLE AVANÇADO DO MOTOR DE INDUÇÃO:  
TEORIA E EXPERIMENTAÇÃO**

Tese submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

**LUIZ CARLOS DE SOUZA MARQUES**

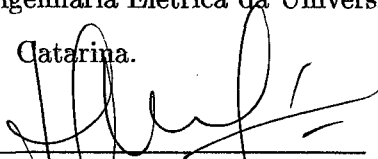
Florianópolis, outubro de 2001.

**ESTUDO DO CONTROLE AVANÇADO DO MOTOR DE INDUÇÃO:  
TEORIA E EXPERIMENTAÇÃO**

Luiz Carlos de Souza Marques

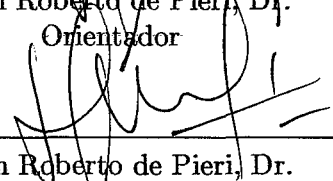
Esta Tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Sistemas de Informação*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa

Catarina.



---

Edson Roberto de Pieri, Dr.  
Orientador



---

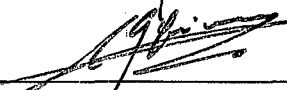
Edson Roberto de Pieri, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



---

Edson Roberto De Pieri, Dr. - UFSC  
Presidente



---

Alain Glumineau, Dr. - Université de Nantes, França  
Co-orientador



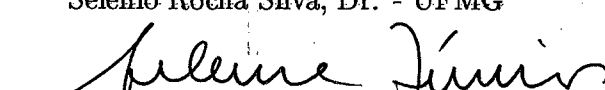
---

Luc Loron, Dr. - Université de Nantes, França



---

Selênio Rocha Silva, Dr. - UFMG



---

Seleme Isaac Seleme Jr., Dr. - UDESC

*“Quem chegou, ainda que apenas em certa medida, à liberdade da razão, não pode sentir-se sobre a Terra senão como andarilho - embora não como viajante em direção a um alvo último: pois este não há. Mas bem que ele quer ver e ter os olhos abertos para tudo o que propriamente se passa no mundo; por isso não pode prender seu coração com demasiada firmeza em nada de singular; tem de haver nele próprio algo de errante, que encontra sua alegria na mudança e na transitoriedade.”*

(Friedrich Nietzsche)

*Dedico este trabalho aos miseráveis sociais,  
gente excluída dos benefícios da ciência e da tecnologia  
por políticas inescrupulosas e equivocadas.*

## *Agradecimentos*

*Gostaria de agradecer:*

*Ao professor Edson Roberto De Pieri por sua orientação, estímulo, confiança em mim depositada e, principalmente, pela amizade desenvolvida no decorrer deste trabalho.*

*Ao professor Alain Glumineau pela acolhida, apoio, orientação e, sobretudo, pela sua amizade na etapa de estudos realizada no Institut de Rechère en Communication et Cybernetique de Nantes, na França.*

*Ao professor Seleme Isaac Seleme Jr. pela contribuição e incentivo em partes importantes do trabalho. Agradeço especialmente sua forte amizade por mim demonstrada ao longo dos vários anos que tenho tido o privilégio de sua convivência.*

*Ao professor Alcindo do Prado Jr. pela sua contribuição nos estudos relacionados à observação robusta de estados para o motor de indução.*

*Aos membros da banca por suas relevantes críticas e sugestões que contribuíram para a melhoria do texto final deste trabalho.*

*Ao colegas e professores do LCMI pela convivência agradável que me proporcionaram.*

*Ao colega Romeu Reginatto, pelas frutíferas discussões teóricas sobre o controle em modos deslizantes.*

*Aos colegas do grupo de sistemas não lineares do IRCCyN, Richard Pothin, Luis Alejandro Marquez-Martinez, Virgílio Lopez Morales, Lubica Jurackova e Ibrahim Souleiman, pela amizade e apoio.*

*Ao engenheiro Robert Boisliveau pelo suporte técnico na operação da bancada de máquinas elétricas do IRCCyN.*

*Aos companheiros da UDESC, especialmente os do DEE, agradeço pela torcida e incentivo.*

*À UDESC e à CAPES pelo suporte financeiro.*

*Aos meus pais, familiares e amigos pelo apoio e incentivo.*

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

**ESTUDO DO CONTROLE AVANÇADO DO MOTOR DE INDUÇÃO:  
TEORIA E EXPERIMENTAÇÃO**

**Luiz Carlos de Souza Marques**

Outubro/2001

Orientadores: Alain Glumineau  
Edson Roberto de Pieri  
Área de Concentração: Sistemas de Informação  
Palavras-chave: Motor de Indução; Controle em Modos Deslizantes;  
Controle Não Linear; Observadores Robustos.  
Número de Páginas: 201

Este trabalho tem como temas centrais o controle em modos deslizantes e a observação robusta de estados do motor de indução. Como um tópico complementar, estudamos a aplicação do controle em modos deslizantes ao servomotor CA.

Inicialmente, a modelagem dinâmica do motor de indução é estudada. Partindo-se da representação trifásica associada ao dispositivo físico chegamos, com o uso de transformações apropriadas, a modelos de estados representados num sistema único de coordenadas ortogonais.

Relativamente à observação de estados, dois observadores robustos aos parâmetros elétricos são propostos. Estes observadores são projetados com base nas equações estatóricas e utilizam uma realimentação em velocidade. A estimação do conjugado de carga, que é necessária neste tipo de observador, utiliza uma abordagem adaptativa.

Com relação ao controle do motor de indução, apresentamos alguns estudos teóricos e experimentais com a utilização da abordagem dos modos deslizantes. Inicialmente, estudamos o controle do movimento (posição e velocidade) e do fluxo do motor de indução com a utilização do deslizamento de primeira ordem. Empregamos dois modelos de estados diferentes, um baseado nas equações do fluxo do rotor e outro baseado nas equações do fluxo de estator. A estabilidade do conjunto controlador-observador é analisada. Do ponto de vista experimental, os resultados obtidos numa bancada de ensaios mostram a viabilidade da abordagem empregada.

Como uma alternativa para a solução do problema do “chattering”, propomos um controlador baseado no deslizamento de segunda ordem. Mostramos que esta abordagem é viável para o controle do motor de indução e do servomotor CA, podendo resolver de modo satisfatório os problemas relacionados ao “chattering”.

A última parte do trabalho é dedicada à aplicação do controle em modos deslizantes ao servomotor CA. Este tipo de máquina vem ganhando grande importância no contexto dos sistemas automatizados, mostrando-se bem adaptada as estratégias propostas.



Résumé de la Thèse présenté à l'UFSC et à l'Université de Nantes pour l'obtention du degré  
de Docteur.

**ETUDE DE LA COMMANDE AVANCEE DE LA MACHINE  
ASYNCHRONE: THEORIE ET EXPERIMENTATION**

**Luiz Carlos de Souza Marques**

Octobre/2001

Co-Directeurs: Alain Glumineau  
Edson Roberto de Pieri  
Spécialité: Systèmes d'information  
Mots-clés: Machine Asynchrone; Commande par Modes Glissants ;  
Commande Non Linéaire; Observateurs Robustes.  
Nombre de Pages: 201

Le travail présenté dans cette thèse est consacré à la commande par modes glissants et à l'observation robuste d'état de la machine asynchrone à cage. Ce type de machine est un des principaux actionneurs électriques dans l'industrie en raison de son prix et de sa robustesse mécanique. Par contre, c'est un système multivariable, non linéaire, fortement couplé, à dynamiques rapides et à paramètres variant dans le temps.

Dans le cadre des études théoriques sur l'observation d'état, nous proposons trois observateurs d'état qui possèdent des caractéristiques de robustesse par rapport aux variations des résistances rotoriques et des inductances. Ces observateurs sont synthétisés à partir des équations statoriques et sont bouclés en vitesse. Cette formulation nous permet de concevoir des observateurs robustes vis à vis des principaux paramètres électriques. Un problème inhérent à ce type d'observateur est la nécessité d'estimer le couple de charge. Nous utilisons pour cela une approche adaptative.

Plusieurs études théoriques de la commande sont réalisées avec mise en oeuvre expérimentale. D'abord des études théoriques sur la commande par modes glissants de premier ordre sont développées pour le contrôle en vitesse et flux puis pour le contrôle en position et flux. Deux modèles d'état sont employés. La stabilité de l'ensemble commande-observateur de flux est traité. Du point de vue expérimental, les résultats obtenus sur un banc d'essais montrent la viabilité de l'approche employée pour la machine à cage. Dans le contexte d'amélioration de la commande relativement au phénomène de "chattering", nous proposons une commande basée sur les modes glissants d'ordre deux. Néanmoins, cette approche augmente la complexité de la commande. La dernière partie est une étude d'application de la commande par modes glissants d'ordre un et deux pour la machine synchrone à aimants. Ce type de machine, a une importance croissante dans le contexte des systèmes automatisés et est bien adapté aux stratégies proposés.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering.

**ADVANCED CONTROL STUDY OF THE INDUCTION MOTOR: THEORY  
AND EXPERIMENTATION**

**Luiz Carlos de Souza Marques**

October/2001

Advisors: Alain Glumineau  
Edson Roberto de Pieri  
Area of Concentration: Information Systems  
Keywords: Induction Motor; Sliding Modes Control;  
Nonlinear Control; Robust Observer.  
Number of Pages: 201

This work deals with the sliding modes control and robust state observation for induction motors. This type of motor is one of the main electric drives in the industry due to its low price and mechanical ruggedness. The problem addressed here is multivariable, nonlinear, strongly coupled, with fast dynamics and with time varying parameters. In the context of the theoretical study of the state observation, we propose three observers having robustness characteristics with respect to rotor resistance and rotor and stator inductances. These observers are synthesized from the stator equations with a speed feedback. This formulation yields observers robust to practicality all the electrical parameters. The main drawback of this type of observer is the need to estimate the load torque. In order to avoid this problem an adaptive approach is proposed. As for sliding modes control, various studies, theoretical and experimental, are performed. First, studies concerning the first order sliding modes control are developed. From the theoretical viewpoint, we developed some studies concerning both, i) speed and flux control, ii) position and flux control. Two different state models are employed. The flux observer based control stability problem is addressed. The experimental part presents results obtained in a benchmark which show that the proposed approach is viable to the induction motor. In the context of the sliding modes control with respect to the chattering phenomenon, we propose a control based on second order sliding modes with improved behavior. Nevertheless, this approach increases the information required by the controller. Finally, a study is made in the context of sliding modes control applied to permanent magnet synchronous motors. These very important motors, largely used in servo drives and automation systems showed to be well adapted to the control strategies proposed.

# Sumário

<b>Introdução geral</b>	<b>1</b>
<b>1 Modelagem do motor de indução</b>	<b>7</b>
1.1 Introdução . . . . .	7
1.2 Hipóteses simplificadoras . . . . .	8
1.3 Transformação trifásico-bifásica . . . . .	8
1.3.1 Aplicação ao motor de indução . . . . .	11
1.4 Transformação de rotação . . . . .	16
1.4.1 Aplicação ao motor de indução . . . . .	17
1.5 Modelagem da dinâmica do motor de indução . . . . .	19
1.5.1 Dinâmica Elétrica . . . . .	19
1.5.2 Dinâmica mecânica . . . . .	20
1.5.3 Representações no espaço de estados . . . . .	23
1.6 Conclusão . . . . .	28
<b>2 Observadores robustos para o motor de indução</b>	<b>30</b>
2.1 Introdução . . . . .	30
2.2 Projeto de um observador robusto em tempo contínuo . . . . .	32
2.2.1 Aplicação ao motor de indução . . . . .	35
2.2.2 Estudo de simulação . . . . .	39
2.3 O observador robusto em tempo discreto . . . . .	43
2.3.1 Aplicação ao motor de indução . . . . .	43
2.3.2 Mudança de variáveis de estado . . . . .	45
2.3.3 Estudo de simulação . . . . .	50

2.4	Observador de ordem reduzida . . . . .	53
2.4.1	Modelo do motor de indução . . . . .	53
2.4.2	Projeto do observador . . . . .	54
2.4.3	Análise da estabilidade do observador . . . . .	56
2.4.4	Resultados de simulação . . . . .	59
2.4.5	Primeiro caso: sistema nominal . . . . .	60
2.4.6	Segundo caso: teste de robustez . . . . .	62
2.5	Conclusões . . . . .	66
<b>3</b>	<b>Controle em modos deslizantes de primeira ordem</b>	<b>68</b>
3.1	Introdução . . . . .	68
3.2	Formulação teórica do problema de controle . . . . .	69
3.2.1	Projeto da superfície de deslizamento . . . . .	70
3.2.2	Projeto do controle . . . . .	70
3.3	Aplicação ao controle da velocidade e do fluxo do motor de indução . . . . .	73
3.3.1	Projeto do controle para o modelo de fluxo rotórico . . . . .	74
3.3.2	Projeto do controle para o modelo de fluxo estatórico . . . . .	85
3.4	Controle da posição mecânica e do fluxo . . . . .	89
3.4.1	Projeto do controle para o modelo de fluxo rotórico . . . . .	90
3.4.2	Projeto do controle para o modelo de fluxo estatórico . . . . .	92
3.5	Estudo de simulação . . . . .	93
3.5.1	Controle da velocidade e do fluxo . . . . .	94
3.5.2	Controle da posição mecânica e do fluxo de estator . . . . .	104
3.6	Conclusões . . . . .	108
<b>4</b>	<b>Estudo experimental</b>	<b>110</b>
4.1	Introdução . . . . .	110
4.2	Descrição da bancada de ensaios . . . . .	111
4.2.1	Montagem mecânica . . . . .	111
4.2.2	Carga mecânica . . . . .	111
4.2.3	Características do Conversor C.A./C.C. . . . .	112
4.2.4	Instrumentação para medições . . . . .	113

4.2.5	Inversor de potência . . . . .	114
4.2.6	Sistema de aquisição e controle . . . . .	114
4.2.7	Características das máquinas C.A. . . . .	116
4.3	Plataforma controle de máquinas . . . . .	116
4.3.1	Motor C.A. . . . .	117
4.3.2	Referência para o fluxo . . . . .	117
4.3.3	Referência para a velocidade . . . . .	117
4.3.4	Conjugado de carga . . . . .	117
4.4	Resultados experimentais do controle em modos deslizantes . . . . .	120
4.4.1	Caso nominal . . . . .	121
4.4.2	Primeiro teste de robustez - $\Delta R_s = \Delta R_r = +50\%$ . . . . .	125
4.4.3	Segundo teste de robustez - $\Delta R_s = \Delta R_r = -50\%$ . . . . .	125
4.4.4	Terceiro teste de robustez - $\Delta L_s = \Delta L_r = \Delta L_{sr} = +20\%$ . . . . .	130
4.5	Conclusão . . . . .	133
<b>5</b>	<b>Controle em modos deslizantes de segunda ordem</b>	<b>135</b>
5.1	Introdução . . . . .	135
5.2	Formulação do problema do controle . . . . .	136
5.2.1	Projeto da superfície de deslizamento . . . . .	137
5.2.2	Projeto do controle . . . . .	137
5.3	Aplicação ao motor de indução . . . . .	141
5.4	Conclusões . . . . .	145
<b>6</b>	<b>Controle em modos deslizantes do servomotor C.A.</b>	<b>146</b>
6.1	Introdução . . . . .	146
6.2	Aplicação do controle de primeira ordem . . . . .	147
6.2.1	Estudo de simulação . . . . .	150
6.3	Aplicação do controle de segunda ordem . . . . .	158
6.3.1	Resultados da simulação . . . . .	160
6.4	Conclusão . . . . .	165
	<b>Conclusão geral</b>	<b>167</b>

# Lista de Figuras

1.1	Representação dos sistemas trifásico (123) e bifásico (dq) . . . . .	9
1.2	Representação da máquina trifásica . . . . .	11
1.3	Representação da máquina bifásica equivalente . . . . .	16
1.4	Rotação entre sistemas de coordenadas bifásicos . . . . .	17
1.5	Aplicação da transformação de rotação ao motor . . . . .	18
2.1	Erro de observação do fluxo de eixo direto - formulação contínua . . . . .	41
2.2	Erro de observação do fluxo de eixo em quadratura - formulação contínua . . . . .	42
2.3	Erro de observação da velocidade - formulação contínua . . . . .	42
2.4	Trajetória da velocidade . . . . .	50
2.5	Erro de observação do fluxo de eixo direto - formulação discreta . . . . .	51
2.6	Erro de observação do fluxo de eixo em quadratura - formulação discreta . . . . .	52
2.7	Erro de estimação do conjugado - formulação discreta . . . . .	52
2.8	Diagrama de blocos do controle com observador . . . . .	55
2.9	Referência para a velocidade . . . . .	60
2.10	Erro de observação do fluxo de eixo direto - caso nominal . . . . .	61
2.11	Erro de observação do fluxo de eixo em quadratura - caso nominal . . . . .	61
2.12	Erro de observação da velocidade - caso nominal . . . . .	62
2.13	Conjugado de carga aplicado . . . . .	63
2.14	Conjugados de carga: valor estimado e valor real - caso nominal . . . . .	63
2.15	Erro de observação do fluxo de eixo direto - teste de robustez . . . . .	64
2.16	Erro de observação do fluxo de eixo em quadratura - teste de robustez . . . . .	65
2.17	Erro de observação da velocidade - teste de robustez . . . . .	65



3.1	Referência para a velocidade . . . . .	95
3.2	Conjugado de carga . . . . .	95
3.3	Resposta ao controle da velocidade - caso nominal (controlador 1) . . . . .	96
3.4	Resposta ao controle do fluxo de rotor - caso nominal . . . . .	97
3.5	Resposta ao controle da velocidade - caso 1 (controlador 1) . . . . .	98
3.6	Resposta ao controle do fluxo de rotor - caso 1 . . . . .	98
3.7	Resposta ao controle da velocidade - caso 2 (controlador 1) . . . . .	99
3.8	Resposta ao controle do fluxo de rotor - caso 2 . . . . .	99
3.9	Resposta ao controle da velocidade - caso nominal (controlador 2) . . . . .	100
3.10	Resposta ao controle do fluxo de estator - caso nominal . . . . .	101
3.11	Resposta ao controle da velocidade - caso 1 (controlador 2) . . . . .	102
3.12	Resposta ao controle do fluxo de estator - caso 1 . . . . .	102
3.13	Resposta ao controle da velocidade - caso 2 (controlador 2) . . . . .	103
3.14	Resposta ao controle do fluxo de estator - caso 2 . . . . .	103
3.15	Trajatória de referência para a posição . . . . .	105
3.16	Resposta ao controle da posição mecânica - caso nominal . . . . .	105
3.17	Resposta ao controle do fluxo de estator - caso nominal . . . . .	106
3.18	Resposta ao controle da posição mecânica - caso 1 . . . . .	106
3.19	Resposta ao controle do fluxo de estator - caso 1 . . . . .	107
3.20	Resposta ao controle da posição mecânica - caso 2 . . . . .	107
3.21	Resposta ao controle do fluxo de estator - caso 2 . . . . .	108
4.1	Bancada de ensaios de máquinas elétricas do IRCCyN . . . . .	112
4.2	Referência para a velocidade . . . . .	118
4.3	Conjugado de carga . . . . .	118
4.4	Diagrama do controle implementado experimentalmente . . . . .	120
4.5	Função de comutação do controle . . . . .	121
4.6	Resposta ao controle da velocidade - caso nominal . . . . .	121
4.7	Ampliação da velocidade na região de valor nominal - caso nominal . . . . .	122
4.8	Ampliação da velocidade na região de parada de emergência - caso nominal . . . . .	123
4.9	Resposta ao controle do fluxo do rotor - caso nominal . . . . .	123

4.10	Corrente trifásica de estator - caso nominal . . . . .	124
4.11	Conjugado resistente aplicado . . . . .	124
4.12	Resposta ao controle da velocidade - caso 1 . . . . .	125
4.13	Ampliação da velocidade na região de valor nominal - caso 1 . . . . .	126
4.14	Ampliação da velocidade na região de parada de emergência - caso 1 . . . . .	126
4.15	Resposta ao controle do fluxo do rotor - caso 1 . . . . .	127
4.16	Corrente trifásica de estator - caso 1 . . . . .	127
4.17	Resposta ao controle da velocidade - caso 2 . . . . .	128
4.18	Ampliação da velocidade na região de valor nominal - caso 2 . . . . .	128
4.19	Ampliação da velocidade na região de parada de emergência - caso 2 . . . . .	129
4.20	Resposta ao controle do fluxo do rotor - caso 2 . . . . .	129
4.21	Corrente trifásica de estator - caso 2 . . . . .	130
4.22	Resposta ao controle da velocidade - caso 3 . . . . .	130
4.23	Ampliação da velocidade na região de valor nominal - caso 3 . . . . .	131
4.24	Ampliação da velocidade na região de parada de emergência - caso 3 . . . . .	131
4.25	Resposta ao controle do fluxo do rotor - caso 3 . . . . .	132
4.26	Corrente trifásica de estator - caso 3 . . . . .	132
6.1	Referência de velocidade . . . . .	151
6.2	Perturbação de carga . . . . .	152
6.3	Função que implementa a camada limite . . . . .	153
6.4	Velocidade do motor e referência - controle de primeira ordem . . . . .	154
6.5	Velocidade do motor e referência (ampliação) - controle de primeira ordem . . . . .	154
6.6	Corrente de eixo direto - controle de primeira ordem . . . . .	155
6.7	Corrente de eixo direto (ampliação) - controle de primeira ordem . . . . .	155
6.8	Corrente de eixo em quadratura - controle de primeira ordem . . . . .	156
6.9	Tensão estatórica trifásica - controle de primeira ordem . . . . .	156
6.10	Corrente estatórica trifásica - controle de primeira ordem . . . . .	157
6.11	Velocidade do motor e referência - controle de segunda ordem . . . . .	161
6.12	Velocidade do motor e referência (ampliação) - controle de segunda ordem . . . . .	161
6.13	Corrente de eixo direto - controle de segunda ordem . . . . .	162

6.14	Corrente de eixo direto (ampliação) - controle de segunda ordem . . . . .	163
6.15	Tensão trifásica de estator (ampliação) - controle de segunda ordem . . . . .	164
6.16	Corrente trifásica de estator (ampliação) - controle de segunda ordem . . . . .	164
6.17	Corrente de eixo em quadratura - controle de segunda ordem . . . . .	165

# Lista de Símbolos

## Vetores e matrizes

$x$	vetor de estados
$u$	vetor de entradas
$y$	vetor de saídas
$\xi$	vetor de perturbações
$e$	vetor de erros
$S$	vetor de superfícies de deslizamento
$\mathcal{K}$	Matriz de transformação trifásico-bifásico
$\mathcal{T}$	Matriz de rotação entre referenciais bifásicos
$L_{ss}$	Matriz de indutâncias próprias do estator
$L_{rr}$	Matriz de indutâncias próprias do rotor
$M_{sr}$	Matriz de indutâncias mútuas estator-rotor

## Operadores e símbolos matemáticos

$\frac{d}{dt}$	Operador derivada temporal
$\dot{x}$	Derivada temporal da variável
$\Re$	Campo dos reais
$\Delta$	Desvio

## Variáveis e constantes

$b$	Coefficiente de atrito viscoso
$J$	Momento de inércia
$p$	Número de pares de pólos
$L_s$	Indutância própria do estator referida a um sistema de coordenadas bifásico
$L_r$	Indutância própria do rotor referida a um sistema de coordenadas bifásico
$L_d$	Indutância de eixo direto do servomotor no sistema de coordenadas síncrono
$L_q$	Indutância de eixo em quadratura do servomotor no sistema de coordenadas síncrono
$L_{sr}$	Indutância mútua estator-rotor referida a um sistema de coordenadas bifásico
$M_s$	Indutância mútua do estator na representação trifásica
$M_r$	Indutância mútua do rotor na representação trifásica
$M_{sr}$	Máxima indutância mútua estator-rotor na representação trifásica
$L_s^{123}$	Indutância própria do estator na representação trifásica
$L_r^{123}$	Indutância própria do rotor na representação trifásica
$R_s$	Resistência do estator por fase
$R_r$	Resistência do rotor por fase
$\sigma$	Coefficiente de dispersão da máquina de indução
$T_r$	Constante de tempo do rotor
$C_l$	Conjugado de carga
$C_m$	Conjugado eletromagnético
$F$	Força magnetomotriz
$i_s$	Corrente de estator
$i_r$	Corrente de rotor
$V_s$	Tensão de estator
$V_r$	Tensão de rotor
$\phi_s$	Fluxo do estator
$\phi_r$	Fluxo do rotor
$K_m$	Constante do fluxo do rotor do servomotor de ímãs permanentes
$\theta$	Posição do referencial bifásico em unidades elétricas

$\theta_r$	Posição mecânica do rotor
$\omega$	Velocidade angular elétrica do referencial bifásico
$\omega_r$	Velocidade angular mecânica do rotor
$\omega_{sl}$	Velocidade angular elétrica de escorregamento
$P_m$	Potência mecânica interna do motor
$W$	Energia magnética
$\lambda$	Auto-valor de uma matriz de estados

## Sobrescritos

$\hat{x}$	Valor estimado ou observado da variável
$T$	Transposto de um vetor ou de uma matriz
123	Referente ao sistema trifásico
$e$	Grandeza medida em unidades elétricas
-1	Inversa de uma matriz
$s$	Relativo ao estator
$r$	Relativo ao rotor

## Subscritos

$d$	Referente ao eixo direto de um referencial bifásico girante
$q$	Referente ao eixo em quadratura de um referencial bifásico girante
$dq$	Referente a um referencial bifásico girante
$\alpha$	Referente ao eixo direto de um referencial bifásico estacionário
$\beta$	Referente ao eixo em quadratura de um referencial bifásico estacionário
$\alpha\beta$	Referente a um referencial bifásico estacionário
3	Referente a uma representação em coordenadas trifásicas
2	Referente a uma representação em coordenadas bifásicas

# Introdução geral

A importância do acionamento elétrico na sociedade contemporânea é algo visível. Estima-se que cerca de setenta por cento da energia elétrica consumida na indústria esteja diretamente vinculada à conversão eletromecânica de energia, realizada com o uso dos motores elétricos girantes. Atualmente, graças ao desenvolvimento tecnológico nas áreas da eletrônica digital e da eletrônica de potência por um lado e aos avanços ocorridos na teoria do controle por outro lado, o emprego de acionamentos elétricos com algum tipo de controle tem aumentado de modo significativo. Este fato tem possibilitado o crescimento da automação dos processos produtivos.

No passado, o acionamento elétrico de sistemas com exigências mais elevadas ao nível do controle do movimento era uma tarefa exclusiva dos motores de corrente contínua (motores CC). Esta escolha era fruto da facilidade do controle do conjugado eletromagnético, sobretudo quando comparado com os motores de corrente alternada (motores CA), em função do desacoplamento natural existente entre o fluxo de campo e a corrente de armadura. Entretanto, como desvantagens, este tipo de máquina apresenta alto custo de fabricação, necessidade elevada de manutenção, faiscamentos no comutador e uma relação massa/potência maior, quando comparada com motores CA [27].

O avanço das técnicas de controle juntamente com a evolução tecnológica da eletrônica digital e das chaves eletrônicas para circuitos de potência, ocorridos notadamente nos últimos 20 anos, têm possibilitado o uso dos motores CA nas aplicações de elevada performance de controle antes exclusivas dos motores CC. O motor de indução, desde longa data, é um dos principais acionadores elétricos industriais por conta da sua robustez eletromecânica, do seu preço reduzido, da inexistência de contatos deslizantes e também pela capacidade de operar em amplas faixas de conjugado e velocidade. Entretanto, do ponto de vista do seu controle, é

um sistema complexo caracterizando-se como multivariável, não linear, fortemente acoplado, de dinâmica rápida e sujeito à variações paramétricas.

O servomotor CA (entenda-se por tal denominação o servomotor síncrono de ímãs permanentes) é outro acionador que tem aumentando significativamente de importância ao nível industrial por apresentar algumas características muito interessantes como uma relação conjugado/massa elevada e um alto rendimento. Nos últimos anos, graças aos avanços na tecnologia relacionada à manufatura dos ímãs com conseqüente redução no preço, este tipo de máquina tem aumentado em muito o seu campo de aplicações.

No contexto das aplicações que requerem o controle do movimento, a utilização do motor de indução sofreu um enorme avanço depois do surgimento da teoria do controle vetorial com os trabalhos de Blaschke [8] e Hasse [33]. Esta teoria baseia-se numa transformação de coordenadas que promove o desacoplamento entre o controle do fluxo e o controle do conjugado. Foi necessário, entretanto, transcorrer praticamente quinze anos desde o seu surgimento no início dos anos setenta para que o controle vetorial viesse a ser implementado a nível industrial [49], [50], [51]. Até então, os meios tecnológicos existentes não permitiam a sua implementação. Um dos problemas maiores associado a esta técnica de controle é a sua sensibilidade em relação aos parâmetros elétricos, notadamente em relação à constante de tempo rotórica. A solução mais largamente empregada para solucionar este problema baseia-se em abordagens adaptativas [6], [26], [46], [45], [55]. Ainda no curso evolutivo desta estratégia largamente difundida no meio industrial, verifica-se, também, a existência de alguns trabalhos tratando da questão da melhoria da eficiência ao nível do controle [43], [57].

Outra abordagem de controle do motor de indução que tem encontrado ressonância no meio industrial é o Controle Direto de Fluxo e Conjugado [21], [31], [32], [87]. Esta estratégia baseia-se na escolha dos vetores de tensão a serem aplicados à máquina a partir dos requisitos de fluxo e conjugado. Assim, o conjugado e o fluxo são controlados diretamente. O emprego desta abordagem tem mostrado excelentes respostas dinâmicas tanto na malha de velocidade como na de conjugado [65].

O avanço da teoria do controle não linear tem propiciado a aplicação de novas técnicas ao controle das máquinas elétricas embora ainda restritas ao contexto teórico. Dentre elas cita-se os métodos baseados em conceitos de geometria diferencial, que visam a linearização do sistema através da realimentação, seja do estado, seja da relação entrada/saída [59], [9].



Outra abordagem interessante baseia-se em propriedades da passividade e dissipatividade do motor [67]. Os autores tratam do problema da regulação de conjugado do motor de indução utilizando as equações de Lagrange obtidas a partir da energia total do sistema. Uma série de outros trabalhos foram desenvolvidos baseados nesta metodologia [66], [68], [69]. Seleme *et.al.* [79] estudam o problema do seguimento de trajetória de conjugado com otimização da energia magnética do motor. Uma outra abordagem que tem despertado grande interesse desde o início dos anos oitenta é o controle em modos deslizantes [90], [73], [72]. Esta técnica é relativamente simples ao nível da sua implementação e tem como característica fundamental a robustez com relação às perturbações paramétricas e externas. Diferentemente de outras abordagens de controle robusto, o controle em modos deslizantes trata do problema do controle de sistemas incertos por meio da imposição de uma restrição garantida através de uma ação de alto ganho [25]. Entretanto, o maior problema associado a esta abordagem é o fenômeno conhecido pela denominação de “chattering” [85], [89] que caracteriza-se pela presença de oscilações de alta frequência na trajetória do sistema na vizinhança da superfície de deslizamento. Este fenômeno, que é inerente ao controle em modos deslizantes, está associado à reação de grande força exercida pelo controle a todo e qualquer desvio da trajetória do sistema em relação à restrição imposta. A solução clássica para contornar os problemas relacionados ao “chattering” tem sido a substituição da lei de controle descontínua, numa vizinhança da superfície de deslizamento, por outra lei contínua ou mesmo por uma zona morta. Portanto, esta abordagem, conhecida na literatura como “camada limite” [86] conduz sempre à alguma perda na precisão e na robustez do controle. Mais recentemente, o controle em modos deslizantes de ordem superior tem sido proposto como forma de resolver o problema do “chattering” sem, entretanto, penalizar o controle ao nível da robustez e da precisão [52]. A idéia é uma generalização dos modos deslizantes para as dinâmicas de ordem superior da função de restrição.

Encontramos também, na literatura mais recente, alguma referência ao uso de algoritmos baseados na lógica “fuzzy” no controle do motor de indução [64].

Um ponto importante a ser considerado no tocante ao controle do motor de indução é que a grande maioria das estratégias avançadas (entenda-se por tal denominação as estratégias de boa performance dinâmica) necessita do conhecimento completo do estado do sistema o que corresponde ao conhecimento das correntes de estator, do fluxo e da velocidade. Podemos

considerar como admissível a obtenção das correntes e da velocidade por meio de dispositivos transdutores mesmo se atualmente ao nível industrial existe a tendência de eliminação do transdutor de velocidade [48]. Entretanto, a obtenção do fluxo por meio de medição é algo absolutamente inviável haja vista que para tal seria necessário a colocação de dispositivos sensores no interior do motor. Isto exigiria uma máquina especial e, conseqüentemente, mais cara além de menos robusta. Assim, sem exceções, esta informação é obtida de estimadores sejam eles em malha aberta ou em malha fechada. Diversos observadores têm sido propostos para o motor de indução [91], [35], entretanto a pesquisa de estimadores robustos em relação a erros no conhecimento dos parâmetros elétricos do modelo, incluindo as indutâncias, ainda é um campo de pesquisa em que muitas contribuições relevantes têm surgido [71]. Em particular, os observadores baseados em modos deslizantes são um caminho promissor [22], [23], [12].

Como podemos ver, o acionamento elétrico, particularmente com o uso do motor de indução, ainda é uma área de grande interesse de pesquisa. Aliar exigências de elevado desempenho, mesmo frente a erros de modelo, com suficiente simplicidade e alto rendimento ainda é um desafio a ser enfrentado. Além de todos os esforços teóricos que vem sendo desenvolvidos, um problema que tem suscitado grande interesse científico e tecnológico é a experimentação prática dos métodos desenvolvidos.

Neste trabalho tivemos como objetivo principal o estudo do controle robusto do motor de indução. A escolha pelo motor de indução levou em conta os dois aspectos seguintes:

- a) o motor de indução é o principal acionador elétrico industrial;
- b) ainda encontra-se como um tema aberto à pesquisa o controle robusto deste tipo de máquina com relação as perturbações paramétricas e perturbações de carga. Neste contexto inclui-se também a observação robusta do fluxo.

A estratégia de controle escolhida para estudarmos neste trabalho foi o controle em modos deslizantes (sliding modes control). Os aspectos que motivaram a nossa escolha foram principalmente os seguintes:

- a) característica de robustez da técnica com relação às perturbações;
- b) relativa simplicidade de implementação.

Como um tema complementar, estudamos a viabilidade da aplicação dos algoritmos de controle estudados no âmbito do controle do movimento do servomotor CA.

Quanto a sua organização, o trabalho encontra-se dividido da seguinte forma:

No primeiro capítulo estudamos a modelagem dinâmica do motor de indução. Inicialmente, apresentamos uma transformação trifásico-bifásica invariante em potência e uma transformação que realiza a rotação entre sistemas de coordenadas bifásicos. Com o uso destas transformações chegamos à representação do motor de indução em um único sistema de eixos ortogonais eliminando, assim, a dependência temporal das indutâncias mútuas estator-rotor que é o principal problema relacionado às representações em coordenadas naturais. A parte final do capítulo é dedicada ao desenvolvimento de alguns modelos de estado obtidos a partir da consideração de diferentes vetores de estado. No segundo capítulo, apresentamos um estudo sobre a síntese de observadores robustos para o motor de indução. São propostos dois observadores para o fluxo do estator com características de invariância em relação à resistência de rotor e às indutâncias. Um dos observadores é de ordem completa com duas formulações, uma em tempo contínuo e outra em tempo discreto. O outro observador é de ordem reduzida. Os estados estimados, para este observador, são as componentes ortogonais do fluxo e a velocidade. O terceiro capítulo apresenta um estudo da aplicação do controle em modos deslizantes de primeira ordem ao motor de indução. São estudados quatro controladores diferentes. Dois deles utilizam um modelo de representação que considera as dinâmicas do fluxo do rotor representadas no sistema de coordenadas estacionário. Para estes controladores, a diferença relaciona-se à coordenada mecânica de controle: para um deles é a velocidade e para o outro é a posição. Os outros dois controladores utilizam um outro modelo de estados baseado nas dinâmicas do fluxo do estator também representadas no sistema de coordenadas estacionário. A diferença, para estes, também relaciona-se à variável mecânica de controle: posição ou velocidade. No capítulo 4, apresentamos alguns resultados experimentais obtidos na plataforma de ensaios de máquinas elétricas do Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN), localizado na cidade de Nantes na França. Os resultados apresentados dizem respeito ao controle da velocidade do motor de indução e foram obtidos com o uso de um dos controladores estudados no capítulo 3. No quinto capítulo, estudamos a síntese de um controlador baseado nos modos deslizantes de segunda ordem. Numa primeira parte propomos um controlador genérico para uma classe de sistemas não lineares. A parte final do capítulo é voltada à aplicação do controlador ao motor de indução. O sexto e último capítulo apresenta um estudo de aplicação do controle em modos deslizantes

ao servomotor CA. Mostramos que as técnicas estudadas no âmbito do controle do movimento do motor de indução também são perfeitamente adequadas ao controle do servomotor CA. Finalizamos este trabalho apresentando algumas conclusões e apontando perspectivas para a sua continuidade.

# Capítulo 1

## Modelagem do motor de indução

### 1.1 Introdução

Este capítulo apresenta um estudo sobre a modelagem do motor de indução trifásico e simétrico. O objetivo que pretendemos alcançar é o desenvolvimento de modelos de estado que atendam as necessidades relacionadas ao controle e a observação de estados. Inicialmente, apresentamos uma transformação entre o sistema de representação trifásico e um sistema de representação bifásico equivalente do ponto de vista magnético e da potência absorvida. São estabelecidas as relações entre os parâmetros elétricos do sistema de representação trifásico, que é o caso físico real, e os parâmetros elétricos do sistema equivalente de representação bifásica. Num segundo momento, apresentamos a transformação de rotação entre referenciais bifásicos e sua aplicação ao motor de indução. Na terceira e última parte do capítulo, desenvolvemos modelos bifásicos representados na forma de equações de estados.

A abordagem empregada para a obtenção dos modelos é baseada nas leis fundamentais da física aplicadas aos circuitos elétricos.

Embora o assunto desenvolvido neste capítulo encontre diversas referências na literatura, como por exemplo [15], [41], [44], [54], sua inclusão neste trabalho tem o intuito de ressaltar algumas características bem específicas dos modelos que serão exploradas na sequência do trabalho.

## 1.2 Hipóteses simplificadoras

O estudo que apresentamos baseia-se nas seguintes hipóteses simplificadoras:

1. simetria entre enrolamentos estatóricos;
2. simetria entre enrolamentos rotóricos;
3. uniformidade do entreferro;
4. linearidade do material ferromagnético;
5. densidade de fluxo magnético no entreferro só apresenta componente radial e sua distribuição espacial é considerada senoidal;
6. desconsideração das perdas magnéticas.

## 1.3 Transformação trifásico-bifásica

Considere-se um sistema de enrolamentos trifásico e um sistema de enrolamentos bifásico, estacionários um em relação ao outro, como representado na Figura 1.1. Partindo-se da hipótese da equivalência magnética entre os dois sistemas, podemos estabelecer a seguinte relação matricial:

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \cos \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \varphi & -\sin \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

onde

$$\begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} = n_2 \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

representa o vetor constituído pelas componentes ortogonais da força magnetomotriz do sistema bifásico,  $n_2$  é o número efetivo de espiras de cada enrolamento bifásico e  $i_d$  e  $i_q$  são as correntes que circulam nestes enrolamentos. A força magnetomotriz produzida pelo

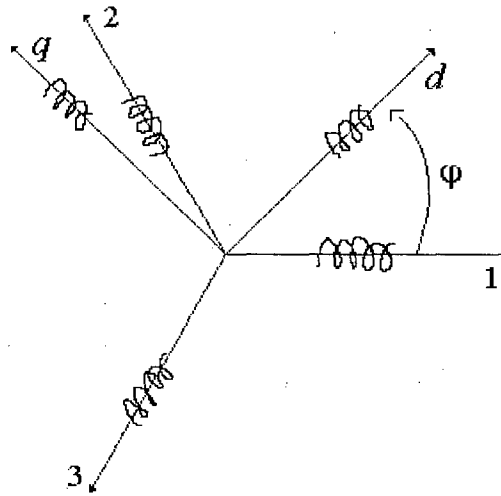


Figura 1.1: Representação dos sistemas trifásico (123) e bifásico (dq)

sistema trifásico é representada por:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = n_3 \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

onde  $n_3$  é o número efetivo de espiras de cada enrolamento trifásico e  $i_1, i_2$  e  $i_3$  são as correntes que circulam nestes enrolamentos. Desta forma, a relação entre as correntes nos enrolamentos bifásicos e as correntes nos enrolamentos trifásicos é feita através da seguinte transformação:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{n_3}{n_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \cos \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \varphi & -\sin \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Com o objetivo de tornar a transformação inversível, definimos uma corrente  $i_0$  segundo a expressão

$$i_0 = a \frac{n_3}{n_2} (i_1 + i_2 + i_3) \quad (1.5)$$

Esta corrente é conhecida na literatura como componente homopolar da representação bifásica [3] e resulta nula quando o sistema trifásico é equilibrado. A inclusão da componente homopolar como terceiro elemento do vetor de correntes do sistema bifásico conduz à reescrita de (1.4) como:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{n_3}{n_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \cos \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \varphi & -\sin \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ a & a & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Assim, a transformação trifásico-bifásica fica estabelecida por

$$\mathcal{K} = \frac{n_3}{n_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \cos \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \varphi & -\sin \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ a & a & a \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

A condição para a invariância em termos da potência instantânea é a ortogonalidade de  $\mathcal{K}$ , ou seja, que  $\mathcal{K}^{-1} = \mathcal{K}^T$  [3]. Assim, com a consideração desta condição a transformação  $\mathcal{K}$  assume a seguinte forma:

$$\mathcal{K} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \cos \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \varphi & -\sin \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Com a fixação do eixo direto do referencial bifásico sobre o eixo 1 do referencial trifásico, de tal forma a tornar  $\varphi = 0$  (ver figura 1.1), a transformação  $\mathcal{K}$  se particulariza para:

$$\mathcal{K} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.9)$$



Desta forma, a relação entre as variáveis elétricas trifásicas e as variáveis elétricas bifásicas é dada por:

$$\begin{cases} f_{dq} = \mathcal{K} f_{123} \\ f_{123} = \mathcal{K}^{-1} f_{dq} \end{cases} \quad (1.10)$$

onde  $f_{dq}$  representa o vetor de variáveis em coordenadas bifásicas e  $f_{123}$  representa o vetor de variáveis em coordenadas trifásicas.

### 1.3.1 Aplicação ao motor de indução

O motor de indução pode ser representado, como ilustrado na Figura 1.2, por um conjunto de enrolamentos trifásicos simétricos e estacionários ( $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_3$ ) e um conjunto de enrolamentos trifásicos simétricos e girantes com a velocidade do rotor ( $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$ ). A velocidade angular mecânica é representada por  $\omega_r$  e, a partir desta, a posição angular elétrica do rotor pode ser obtida da expressão:

$$\theta_r^e = \int p\omega_r dt + \theta_0^e \quad (1.11)$$

onde  $\theta_0^e$  representa a posição inicial.

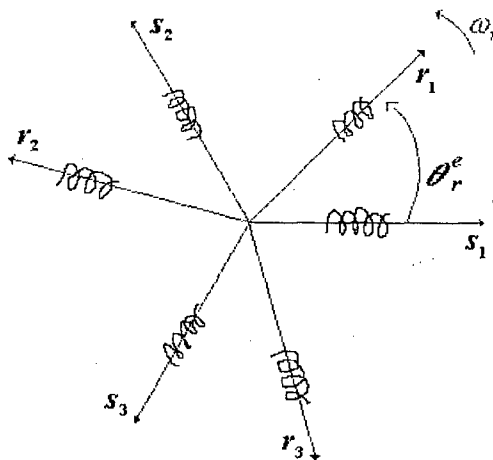


Figura 1.2: Representação da máquina trifásica

A simetria dos enrolamentos trás como resultado as seguintes relações para os parâmetros elétricos do motor:

$$\begin{aligned}
 L_{s_1}^{123} &= L_{s_2}^{123} = L_{s_3}^{123} = L_s^{123} \\
 L_{r_1}^{123} &= L_{r_2}^{123} = L_{r_3}^{123} = L_r^{123} \\
 M_{s_{12}} &= M_{s_{13}} = M_{s_{23}} = M_s \\
 M_{r_{12}} &= M_{r_{13}} = M_{r_{23}} = M_r \\
 R_{s_1} &= R_{s_2} = R_{s_3} = R_s \\
 R_{r_1} &= R_{r_2} = R_{r_3} = R_r
 \end{aligned}$$

onde:

$$\begin{aligned}
 L_s^{123} &= \text{indutância própria de estator, por fase} \\
 L_r^{123} &= \text{indutância própria de rotor, por fase} \\
 M_s &= \text{indutância mútua entre duas fases de estator} \\
 M_r &= \text{indutância mútua entre duas fases de rotor} \\
 R_s &= \text{resistência de estator, por fase} \\
 R_r &= \text{resistência de rotor, por fase}
 \end{aligned}$$

As indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e os enrolamentos do rotor são funções senoidais da posição angular,  $\theta_r^e$ , como segue:

$$\begin{aligned}
 M_{s_1r_1} &= M_{sr} \cos \theta_r^e & M_{s_1r_2} &= M_{sr} \cos \left( \theta_r^e + \frac{2\pi}{3} \right) & M_{s_1r_3} &= M_{sr} \cos \left( \theta_r^e - \frac{2\pi}{3} \right) \\
 M_{s_2r_1} &= M_{sr} \cos \left( \theta_r^e - \frac{2\pi}{3} \right) & M_{s_2r_2} &= M_{sr} \cos \theta_r^e & M_{s_2r_3} &= M_{sr} \cos \left( \theta_r^e + \frac{2\pi}{3} \right) \\
 M_{s_3r_1} &= M_{sr} \cos \left( \theta_r^e + \frac{2\pi}{3} \right) & M_{s_3r_2} &= M_{sr} \cos \left( \theta_r^e - \frac{2\pi}{3} \right) & M_{s_3r_3} &= M_{sr} \cos \theta_r^e
 \end{aligned}$$

**Transformação das resistências**

Podemos escrever a equação das tensões nas resistências dos enrolamentos do motor como:

$$\begin{bmatrix} V_{s\Omega 3} \\ V_{r\Omega 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_r I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s3} \\ I_{r3} \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

onde

$$I_{s3} = [i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}]^T \quad (1.13)$$

$$I_{r3} = [i_{r1}, i_{r2}, i_{r3}]^T \quad (1.14)$$

são os vetores das correntes de estator e de rotor na representação trifásica, respectivamente,  $V_{\Omega 3} = [V_{s\Omega 3}^T, V_{r\Omega 3}^T]^T$  é o vetor de tensões nas resistências de estator e de rotor,  $I_{3 \times 3}$  representa a matriz identidade de dimensão três e  $0_{3 \times 3}$  é a matriz nula de dimensão três.

A transformação da equação (1.12) para o sistema bifásico leva à seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} V_{s\Omega 2} \\ V_{r\Omega 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{K} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \mathcal{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_s I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_r I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{K}^{-1} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \mathcal{K}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2e} \\ I_{r2e} \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

com

$$I_{s2e} = [i_{sd}, i_{sq}, i_{s0}]^T = [I_{s2}^T, i_{s0}]^T \quad (1.16)$$

$$I_{r2e} = [i_{rd}, i_{rq}, i_{r0}]^T = [I_{r2}^T, i_{r0}]^T \quad (1.17)$$

sendo, respectivamente, os vetores das correntes estatóricas e das correntes rotóricas em coordenadas bifásicas e  $V_{\Omega 2} = [V_{s\Omega 2}^T, V_{r\Omega 2}^T]^T$  é o vetor das tensões estatóricas e rotóricas na representação bifásica. O resultado final é:

$$\begin{bmatrix} V_{s\Omega 2} \\ V_{r\Omega 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_r I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2e} \\ I_{r2e} \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

mostrando que a matriz de resistências transformada para o sistema de coordenadas bifásicos fica inalterada relativamente à representação trifásica.

**Transformação das indutâncias**

A aplicação das leis de Gauss e Ampère aos enrolamentos trifásicos de estator e de rotor conduz à seguinte equação para o fluxo:

$$\begin{bmatrix} \phi_{s3} \\ \phi_{r3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss3} & M_{sr3} \\ M_{rs3} & L_{rr3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s3} \\ I_{r3} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

onde

$$\phi_{s3} = [\phi_{s1}, \phi_{s2}, \phi_{s3}]^T \quad (1.20)$$

$$\phi_{r3} = [\phi_{r1}, \phi_{r2}, \phi_{r3}]^T \quad (1.21)$$

são os vetores dos fluxos de estator e de rotor na representação trifásica e

$$L_{ss3} = \begin{bmatrix} L_s^{123} & M_s & M_s \\ M_s & L_s^{123} & M_s \\ M_s & M_s & L_s^{123} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

$$L_{rr3} = \begin{bmatrix} L_r^{123} & M_r & M_r \\ M_r & L_r^{123} & M_r \\ M_r & M_r & L_r^{123} \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

são as matrizes das indutâncias de estator e das indutâncias de rotor, respectivamente. A matriz das indutâncias mútuas estator-rotor, que é dependente da posição do rotor, fica:

$$M_{sr3} = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r^e & \cos \left( \theta_r^e + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_r^e - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \theta_r^e - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r^e & \cos \left( \theta_r^e + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left( \theta_r^e + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_r^e - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \theta_r^e \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

A matriz  $M_{rs3}$ , que aparece em (1.19), é a transposta de  $M_{sr3}$ . A transformação da equação do fluxo trifásico para a representação bifásica conduz à seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \phi_{s2e} \\ \phi_{r2e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss2e} & M_{sr2e} \\ M_{rs2e} & L_{rr2e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2e} \\ I_{r2e} \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

onde:

$$\phi_{s2e} = [\phi_{sd}, \phi_{sq}, \phi_{s0}]^T = [\phi_{s2}^T, \phi_{s0}]^T \quad (1.26)$$

$$\phi_{r2e} = [\phi_{rd}, \phi_{rq}, \phi_{r0}]^T = [\phi_{r2}^T, \phi_{r0}]^T \quad (1.27)$$

são os vetores dos fluxos de estator e de rotor transformados para o sistema bifásico, respectivamente, e

$$L_{ss2e} = \begin{bmatrix} L_{s3} - M_s & 0 & 0 \\ 0 & L_{s3} - M_s & 0 \\ 0 & 0 & L_{s3} + 2M_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & L_{s3} + 2M_s \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

$$L_{rr2e} = \begin{bmatrix} L_{r3} - M_r & 0 & 0 \\ 0 & L_{r3} - M_r & 0 \\ 0 & 0 & L_{r3} + 2M_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{rr2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & L_{r3} + 2M_r \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

$$M_{sr2e} = M_{rs2e}^T = \frac{3}{2} M_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta_r^e & -\sin \theta_r^e & 0 \\ \sin \theta_r^e & \cos \theta_r^e & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{sr2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

são as matrizes das indutâncias de estator, das indutâncias de rotor e das indutâncias mútuas estator-rotor, respectivamente. De uma maneira genérica,  $0_{i \times j}$  representa uma matriz nula com  $i$  linhas e  $j$  colunas.

**Observação 1.1** Do ponto de vista físico, a transformação trifásico-bifásica utilizada transforma uma máquina trifásica simétrica numa máquina bifásica equivalente, como representado na Figura 1.3.

**Observação 1.2** A propriedade mais importante desta transformação é a redução de ordem do sistema de sete para cinco, com a inclusão da dinâmica mecânica. Esta redução é fruto da redundância introduzida pelas equações algébricas do equilíbrio da alimentação de estator e de rotor.

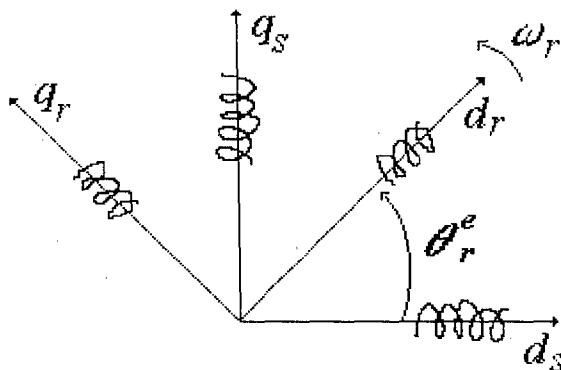


Figura 1.3: Representação da máquina bifásica equivalente

**Observação 1.3** A dependência espacial das indutâncias mútuas entre estator e rotor continua a existir, dificultando a solução das equações diferenciais que modelam a dinâmica elétrica do motor.

**Observação 1.4** A aplicação desta transformação ao motor trifásico mantém a representação em coordenadas naturais, ou seja, as grandezas de estator continuam representadas num referencial estacionário e as grandezas de rotor num referencial que gira com a velocidade do rotor.

## 1.4 Transformação de rotação

Considere-se dois sistemas de coordenadas bifásicos  $S_1$  e  $S_2$ , como representado na figura 1.4, onde um dos sistemas gira com a velocidade  $\omega$  em relação ao outro sistema. A posição entre os dois sistemas é:

$$\theta = \int \omega dt + \theta_0 \quad (1.31)$$

onde  $\theta_0$  é a posição inicial. A transformação do sistema  $S_1$  para o sistema  $S_2$  é feita por meio da seguinte matriz:

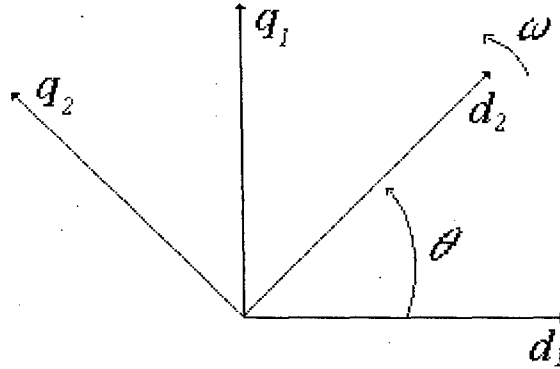


Figura 1.4: Rotação entre sistemas de coordenadas bifásicos

$$\mathcal{T} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Portanto, a transformação entre as grandezas dos dois sistemas é feita do seguinte modo:

$$z_2 = \mathcal{T} z_1 \quad (1.33)$$

$$z_1 = \mathcal{T}^{-1} z_2 \quad (1.34)$$

onde  $z_2$  representa genericamente as grandezas em coordenadas do sistema  $S_2$  e  $z_1$  representa as grandezas do sistema  $S_1$ .

#### 1.4.1 Aplicação ao motor de indução

Considere-se a máquina bifásica representada em coordenadas naturais (ver figura 1.3) transformada para um sistema de eixos ortogonais que gira com a velocidade  $\omega$  relativamente a um referencial inercial. A figura 1.5 ilustra essa situação. A aplicação da transformação  $\mathcal{T}$  às grandezas de estator e de rotor, leva à:

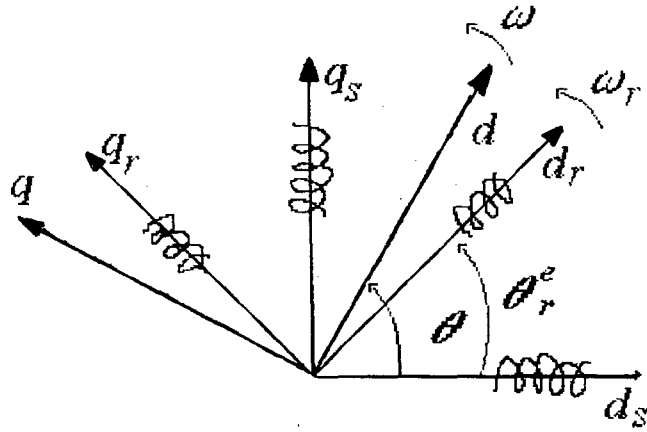


Figura 1.5: Aplicação da transformação de rotação ao motor

$$\begin{bmatrix} z_{s\omega} \\ z_{r\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{T}(\theta) & 0 \\ 0 & \mathcal{T}(\theta - \theta_r^e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{s2} \\ z_{r2} \end{bmatrix} \quad (1.35)$$

onde:

$$\mathcal{T}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

$$\mathcal{T}(\theta - \theta_r^e) = \begin{bmatrix} \cos(\theta - \theta_r^e) & \sin(\theta - \theta_r^e) & 0 \\ -\sin(\theta - \theta_r^e) & \cos(\theta - \theta_r^e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

e  $z_{s\omega}$  e  $z_{r\omega}$  representam, respectivamente, as grandezas de estator e de rotor no sistema de coordenadas que gira com velocidade  $\omega$  e  $z_{s2}$  e  $z_{r2}$  representam as variáveis bifásicas de estator e rotor em coordenadas naturais.



## 1.5 Modelagem da dinâmica do motor de indução

Nesta seção, apresentamos um estudo da modelagem do motor de indução com alimentação equilibrada. Utilizamos a abordagem circuital estabelecida com o uso das leis básicas da física.

### 1.5.1 Dinâmica Elétrica

Seja a representação bifásica em coordenadas naturais. A equação das tensões nos circuitos de estator e rotor fica estabelecida por:

$$\begin{bmatrix} V_{s2} \\ V_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & R_{r2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2} \\ I_{r2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{s2} \\ \dot{\phi}_{r2} \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

onde  $\dot{\phi}_{s2}$  e  $\dot{\phi}_{r2}$  são obtidos por derivação da expressão seguinte:

$$\begin{bmatrix} \phi_{s2} \\ \phi_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss2} & M_{sr2} \\ M_{rs2} & L_{rr2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2} \\ I_{r2} \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

que é a própria equação (1.25), a menos da redução de ordem resultante da alimentação equilibrada. Assim,

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_{s2} \\ \dot{\phi}_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss2} & M_{sr2} \\ M_{rs2} & L_{rr2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{s2} \\ \dot{I}_{r2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & \dot{\theta}_r^e \frac{\partial M_{sr2}}{\partial \theta_r^e} \\ \dot{\theta}_r^e \frac{\partial M_{rs2}}{\partial \theta_r^e} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2} \\ I_{r2} \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

A substituição de (1.40) em (1.38) leva ao seguinte modelo para a dinâmica elétrica do motor:

$$\begin{bmatrix} V_{s2} \\ V_{r2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{s2} & \dot{\theta}_r^e \frac{\partial M_{sr2}}{\partial \theta_r^e} \\ \dot{\theta}_r^e \frac{\partial M_{rs2}}{\partial \theta_r^e} & R_{r2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2} \\ I_{r2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ss2} & M_{sr2} \\ M_{rs2} & L_{rr2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{s2} \\ \dot{I}_{r2} \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

que é dependente da posição do rotor. A eliminação deste inconveniente é conseguida com a aplicação da transformação  $\mathcal{T}$  à dinâmica elétrica. O resultado final fica:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{s2\omega} \\ V_{r2\omega} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s I_{2 \times 2} + \omega L_s \mathcal{J} & \omega L_{sr} \mathcal{J} \\ \omega_{sl} L_{sr} \mathcal{J} & R_r I_{2 \times 2} + \omega_{sl} L_r \mathcal{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2\omega} \\ I_{r2\omega} \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} L_s I_{2 \times 2} & L_{sr} I_{2 \times 2} \\ L_{sr} I_{2 \times 2} & L_r I_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{s2\omega} \\ \dot{I}_{r2\omega} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.42)$$

onde:

$$L_s = L_{s3} - M_s \quad (1.43)$$

$$L_r = L_{r3} - M_r \quad (1.44)$$

$$L_{sr} = \frac{3}{2} M_{sr} \quad (1.45)$$

são, respectivamente, a indutância de estator, a indutância de rotor e a indutância mútua estator-rotor.

$$\omega = \dot{\theta} \quad (1.46)$$

$$\omega_{sl} = \dot{\theta}_{sl} = \frac{d}{dt} (\theta - \theta_r^e) \quad (1.47)$$

são a velocidade do referencial e a velocidade de escorregamento do rotor relativamente ao referencial, respectivamente e  $\mathcal{J}$  é a seguinte matriz anti-simétrica:

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

Portanto, a equação (1.42) representa a dinâmica elétrica do motor de indução em coordenadas de um referencial bifásico que tem velocidade genérica  $\omega$

### 1.5.2 Dinâmica mecânica

A lei de Newton, na sua forma rotacional, permite que se escreva:

$$C_m = b\omega_r + J\dot{\omega}_r + C_l \quad (1.49)$$

onde  $C_m$  representa o conjugado eletromagnético,  $b\omega_r$  representa o conjugado associado às

perdas rotacionais e suplementares do motor (determinadas basicamente pelo atrito nos mancais),  $J\dot{\omega}_r$  é o conjugado acelerante do sistema motor-carga ( $J$  é o momento de inércia do sistema) e  $C_l$  é o conjugado resistente de carga.

A potência que o motor absorve da rede elétrica é expressa por:

$$P_t = \begin{bmatrix} V_{s2}^T & V_{r2}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2} \\ I_{r2} \end{bmatrix} \quad (1.50)$$

podendo ser reescrita, com o uso de (1.41), como:

$$\begin{aligned} P_t = & I_{s2}^T R_s I_{s2} + \dot{I}_{s2}^T L_{ss2} I_{s2} + \dot{I}_{r2}^T M_{rs2} I_{s2} + 2I_{s2}^T \frac{\partial M_{sr2}}{\partial \theta_r^e} I_{r2} \dot{\theta}_r^e + \\ & + I_{r2}^T R_r I_{r2} + \dot{I}_{r2}^T L_{rr2} I_{r2} + \dot{I}_{s2}^T M_{sr2} I_{r2} \end{aligned} \quad (1.51)$$

Da potência total absorvida da rede, uma parte é dissipada em calor, outra fica armazenada no campo magnético e o restante transforma-se em potência mecânica. As parcelas correspondentes às perdas Joule de estator e de rotor são facilmente identificadas pelos termos  $I_{s2}^T R_s I_{s2}$  e  $I_{r2}^T R_r I_{r2}$ , respectivamente. A energia armazenada no campo magnético pode ser escrita como

$$W = \frac{1}{2} I_{s2}^T L_{ss2} I_{s2} + \frac{1}{2} I_{r2}^T L_{rr2} I_{r2} + \frac{1}{2} I_{s2}^T M_{sr2} I_{r2} + \frac{1}{2} I_{r2}^T M_{rs2} I_{s2} \quad (1.52)$$

Portanto, a parcela da potência de entrada que é utilizada para armazenar energia no campo magnético do motor, representada pela derivada temporal de (1.52), é dada por:

$$\dot{W} = \dot{I}_{s2}^T L_{ss2} I_{s2} + \dot{I}_{r2}^T L_{rr2} I_{r2} + \frac{1}{2} \dot{I}_{r2}^T M_{rs2} I_{s2} + \frac{1}{2} \dot{I}_{s2}^T M_{sr2} I_{r2} + I_{s2}^T \frac{\partial M_{sr2}}{\partial \theta_r^e} I_{r2} \dot{\theta}_r^e \quad (1.53)$$

Com a identificação dos termos correspondentes as perdas Joule e a potência armazenada no campo magnético, a equação (1.51) pode ser reescrita como:

$$P_t = I_{s2}^T R_s I_{s2} + I_{r2}^T R_r I_{r2} + \dot{W} + I_{s2}^T \frac{\partial M_{sr2}}{\partial \theta_r^e} I_{r2} \dot{\theta}_r^e \quad (1.54)$$

o que permite identificar que o termo

$$I_{s2}^T \frac{\partial M_{sr2}}{\partial \theta_r^e} I_{r2} \dot{\theta}_r^e$$

corresponde à potência mecânica  $P_m$ . Dado que o conjugado eletromagnético relaciona-se com a potência mecânica através da expressão

$$C_m = \frac{P_m}{\omega_r} \quad (1.55)$$

onde  $\omega_r$  é a velocidade mecânica do motor, podemos escrever:

$$C_m = \frac{I_{s2}^T \frac{\partial M_{sr2}}{\partial \theta_r^e} I_{r2} \dot{\theta}_r^e}{\omega_r} \quad (1.56)$$

Com o uso da relação

$$\omega_r = \frac{\dot{\theta}_r^e}{p} \quad (1.57)$$

onde  $p$  é o número de pares de pólos do motor, reescrevemos o conjugado eletromagnético do seguinte modo:

$$C_m = p I_{s2}^T \frac{\partial M_{sr2}}{\partial \theta_r^e} I_{r2} \quad (1.58)$$

A substituição de (1.58) em (1.49), leva o modelo da dinâmica mecânica a tomar a forma:

$$p I_{s2}^T \frac{\partial M_{sr2}}{\partial \theta_r^e} I_{r2} = b \omega_r + J \dot{\omega}_r + C_l \quad (1.59)$$

A representação desta dinâmica no referencial bifásico que gira com velocidade  $\omega$  é obtida com o uso da transformação de rotação  $\mathcal{T}$ :

$$p I_{s2\omega}^T \mathcal{T}(\theta) \frac{\partial M_{sr2}}{\partial \theta_r^e} \mathcal{T}(\theta - \theta_r^e) I_{r2\omega} = b \omega_r + J \dot{\omega}_r + C_l \quad (1.60)$$

O resultado final fica:

$$p L_{sr} I_{s2\omega}^T \mathcal{J} I_{r2\omega} = b \omega_r + J \dot{\omega}_r + C_l \quad (1.61)$$

### 1.5.3 Representações no espaço de estados

A combinação entre as diferentes variáveis elétricas permite a obtenção de várias representações no espaço de estados. Nesta subsecção, apresentamos os modelos mais usuais.

#### Representação em correntes estatóricas e fluxos rotóricos

Nesta representação, o vetor de estados é constituído pelas seguintes variáveis:

$$x = \left[ I_{s2\omega}^T \quad \phi_{r2\omega}^T \quad \omega_r \right]^T = [i_{sd}, i_{sq}, \phi_{rd}, \phi_{rq}, \omega_r]^T \quad (1.62)$$

O modelo de estados do sistema elétrico pode ser obtido de (1.42) e (1.61), com o uso das seguintes transformações de variáveis:

$$i_{rd} = \frac{1}{L_r} \phi_{rd} - \frac{L_{sr}}{L_r} i_{sd} \quad (1.63)$$

$$i_{rq} = \frac{1}{L_r} \phi_{rq} - \frac{L_{sr}}{L_r} i_{sq} \quad (1.64)$$

onde

$$\sigma = 1 - \frac{(L_{sr})^2}{L_s L_r} \quad (1.65)$$

Portanto, as derivadas temporais das correntes rotóricas são dadas por:

$$\frac{d}{dt} i_{rd} = \frac{1}{L_r} \dot{\phi}_{rd} - \frac{L_{sr}}{L_r} \frac{d}{dt} i_{sd} \quad (1.66)$$

$$\frac{d}{dt} i_{rq} = \frac{1}{L_r} \dot{\phi}_{rq} - \frac{L_{sr}}{L_r} \frac{d}{dt} i_{sq} \quad (1.67)$$

A substituição de (1.63), (1.64), (1.66) e (1.67) nas equações (1.42) e (1.61), juntamente com a consideração que o rotor está em curto-circuito, leva à escrita do seguinte modelo de estados:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{I}_{s2\omega} \\ \dot{\phi}_{r2\omega} \\ \dot{\omega}_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -(\gamma I_{2 \times 2} + \omega \mathcal{J}) & \frac{K}{T_r} I_{2 \times 2} - p\omega_r K \mathcal{J} & 0_{2 \times 1} \\ \frac{L_{sr}}{T_r} I_{2 \times 2} & -\left[\frac{1}{T_r} I_{2 \times 2} + (\omega - p\omega_r) \mathcal{J}\right] & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \frac{pL_{sr}}{JL_r} I_{s2\omega}^T \mathcal{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2\omega} \\ \phi_{r2\omega} \\ \omega_r \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} I_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} V_{s2\omega} + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} \\ -\frac{C_l}{J} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.68}$$

onde

$$T_r = \frac{L_r}{R_r} \tag{1.69}$$

$$\sigma = 1 - \frac{(L_{sr})^2}{L_s L_r} \tag{1.70}$$

$$K = \frac{L_{sr}}{\sigma L_s L_r} \tag{1.71}$$

$$\gamma = \frac{R_s L_r^2 + R_r L_{sr}^2}{\sigma L_s L_r^2} \tag{1.72}$$

Com a utilização de uma transformação entre estados adequada, podemos obter outros modelos de estados a partir de (1.68). Com este propósito, consideramos a seguinte representação para (1.68):

$$x = \begin{bmatrix} I_{s2\omega}^T & \phi_{r2\omega}^T & \omega_r \end{bmatrix}^T \tag{1.73}$$

$$\dot{x} = A(x)x + Bu + \xi$$

onde

$$A(x) = \begin{bmatrix} -(\gamma I_{2 \times 2} + \omega \mathcal{J}) & \frac{K}{T_r} I_{2 \times 2} - p\omega_r K \mathcal{J} & 0_{2 \times 1} \\ \frac{L_{sr}}{T_r} I_{2 \times 2} & -\left[\frac{1}{T_r} I_{2 \times 2} + (\omega - p\omega_r) \mathcal{J}\right] & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \frac{pL_{sr}}{JL_r} I_{s2\omega}^T \mathcal{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \tag{1.74}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} I_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} \quad (1.75)$$

$$\xi = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} \\ -\frac{C_f}{J} \end{bmatrix} \quad (1.76)$$

O modelo de estados desejado é, portanto, determinado a partir de:

$$x_i = T_i x \quad (1.77)$$

$$\dot{x}_i = T_i A(\omega_r, \omega) T_i^{-1} x_i + T_i B u + T_i \xi \quad (1.78)$$

onde a transformação  $T_i$  é definida conforme a representação escolhida.

### Representação em correntes estatóricas e fluxos estatóricos

Nesta representação, a transformação  $T_i$  fica definida do seguinte modo:

$$x_i = \begin{bmatrix} I_{s2\omega}^T & \phi_{s2\omega}^T & \omega_r \end{bmatrix}^T \quad (1.79)$$

$$T_i = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ \sigma L_s I_{2 \times 2} & \frac{L_{sr}}{L_r} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \quad (1.80)$$

$$T_i^{-1} = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ \frac{L_{sr}^2 - L_s L_r}{L_{sr}} I_{2 \times 2} & \frac{L_r}{L_{sr}} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \quad (1.81)$$

Assim:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{I}_{s2\omega} \\ \dot{\phi}_{s2\omega} \\ \dot{\omega}_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -(\alpha + \beta) I_{2 \times 2} - (\omega - p\omega_r) \mathcal{J} & \frac{\beta}{L_s} I_{2 \times 2} - \frac{p\omega_r}{\sigma L_s} \mathcal{J} & 0_{2 \times 1} \\ -R_s I_{2 \times 2} & -\omega \mathcal{J} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \frac{p}{J} I_{s2\omega}^T \mathcal{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2\omega} \\ \phi_{s2\omega} \\ \omega_r \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} I_{2 \times 2} \\ I_{2 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} V_{s2\omega} + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} \\ -\frac{c_l}{J} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.82}$$

com

$$\alpha = \frac{R_s}{\sigma L_s} \tag{1.83}$$

$$\beta = \frac{R_r}{\sigma L_r} \tag{1.84}$$

### Representação em fluxos estáticos e fluxos rotóricos

O vetor de estados, a transformação  $T_i$  e a sua inversa  $T_i^{-1}$ , neste caso, ficam definidos como:

$$x_i = \begin{bmatrix} \phi_{s2\omega}^T & \phi_{r2\omega}^T & \omega_r \end{bmatrix}^T \tag{1.85}$$

$$T_i = \begin{bmatrix} \sigma L_s I_{2 \times 2} & \frac{L_{sr}}{L_r} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \tag{1.86}$$

$$T_i^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} I_{2 \times 2} & -K I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \tag{1.87}$$



Portanto:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{\phi}_{s2\omega} \\ \dot{\phi}_{r2\omega} \\ \dot{\omega}_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\alpha I_{2 \times 2} - \omega \mathcal{J} & R_s K I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ R_r K I_{2 \times 2} & -\beta I_{2 \times 2} - (\omega - p\omega_r) \mathcal{J} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \frac{pK}{J} \phi_{s2\omega}^T \mathcal{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{s2\omega} \\ \phi_{r2\omega} \\ \omega_r \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} V_{s2\omega} + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} \\ -\frac{C_l}{J} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.88}$$

### Representação em correntes estatóricas e correntes rotóricas

Para esta representação de estados, a transformação  $T_i$  e sua inversa  $T_i^{-1}$  ficam definidas como mostramos a seguir:

$$x_i = \begin{bmatrix} I_{s2\omega}^T & I_{r2\omega}^T & \omega_r \end{bmatrix}^T \tag{1.89}$$

$$T_i = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ -\frac{L_{sr}}{L_r} I_{2 \times 2} & \frac{1}{L_r} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \tag{1.90}$$

$$T_i^{-1} = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ L_{sr} I_{2 \times 2} & L_r I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \tag{1.91}$$

Assim:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{I}_{s2\omega} \\ \dot{I}_{r2\omega} \\ \dot{\omega}_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\alpha I_{2 \times 2} - (\omega + p\omega_r K L_{sr}) \mathcal{J} & R_r K I_{2 \times 2} - p\omega_r \frac{L_{sr}}{\sigma L_s} \mathcal{J} & 0_{2 \times 1} \\ R_s K I_{2 \times 2} + p\omega_r \frac{L_{sr}}{\sigma L_s} \mathcal{J} & -\beta I_{2 \times 2} - (\omega - \frac{p\omega_r}{\sigma}) \mathcal{J} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \frac{pL_{sr}}{J} I_{s2\omega}^T \mathcal{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{s2\omega} \\ I_{r2\omega} \\ \omega_r \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} \\ -K I_{2 \times 2} \\ 0_{1 \times 2} \end{bmatrix} V_{s2\omega} + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} \\ -\frac{C_l}{J} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.92}$$

## 1.6 Conclusão

Neste capítulo, tratamos da modelagem dinâmica do motor de indução trifásico e simétrico. Inicialmente, apresentamos a transformação trifásico-bifásica que transforma a representação trifásica em coordenadas naturais numa representação bifásica também em coordenadas naturais. Do ponto de vista físico, esta transformação promove a transição da máquina trifásica equilibrada para uma máquina bifásica equivalente. As principais propriedades desta transformação são a redução da ordem do sistema e a eliminação das indutâncias mútuas dos enrolamentos de estator entre si e dos enrolamentos de rotor entre si. Entretanto, as indutâncias mútuas estator-rotor continuam dependentes da posição do rotor. Este inconveniente é superado com o emprego da transformação de rotação que projeta a representação bifásica em coordenadas naturais num único referencial bifásico. Usualmente, a velocidade do referencial é particularizada para zero, resultando a representação em coordenadas estacionárias, ou para a velocidade do rotor, o que leva à representação em coordenadas de rotor ou a para a velocidade síncrona, levando a representação em coordenadas de campo ou coordenadas síncronas. Seja qual for a velocidade do referencial bifásico, o modelo resultante da aplicação da transformação de rotação não pode ser obtido diretamente das leis básicas da física. Isto mostra que, do ponto de vista físico, não existe mais uma máquina bifásica equivalente. Do

ponto de vista matemático, isto resulta do fato da transformação de rotação não ser uma transformação canônica de coordenadas generalizadas.

Diversas representações de estado são possíveis para o motor de indução dependendo da escolha do sistema de coordenadas (velocidade do referencial) e das variáveis de estado. No modelo completo, onde a dinâmica mecânica é incluída, a velocidade mecânica usualmente é uma variável de estado. Para as variáveis elétricas as escolhas mais comuns são correntes estatóricas e fluxos rotóricos, correntes estatóricas e fluxos estatóricos, fluxos estatóricos e fluxos rotóricos e correntes estatóricas e correntes rotóricas.

Uma característica interessante que podemos observar no modelo de correntes estatóricas e fluxos estatóricos é que todos os parâmetros elétricos, a exceção da resistência de estator, encontram-se confinados num subespaço de ordem dois. Esta característica inerente ao modelo de equações estatóricas é explorado no próximo capítulo onde tratamos da síntese de observadores de estados robustos para o motor de indução.

## Capítulo 2

# Observadores robustos para o motor de indução

### 2.1 Introdução

As estratégias avançadas de controle do movimento do motor de indução, via de regra, levam em conta o fluxo magnético nos seus algoritmos. Esta informação é obtida de estimadores haja vista que a medição do fluxo exigiria uma máquina especial com dispositivos sensores instalados no seu interior. Neste sentido, o estabelecimento da teoria da estimação de estados foi decisiva possibilitando a implementação de algoritmos avançados de controle para o motor de indução “standart”.

As técnicas baseadas no controle direto do conjugado e do fluxo dependem de uma boa estimação do fluxo [94], [87], [21]. O mesmo acontece em relação as novas estratégias de controle não linear, que são fortemente dependentes do conhecimento do fluxo do motor [42], [47], [59], [72], [90], requerendo o uso de observadores de estado [16]. Encontramos na literatura diversos trabalhos tratando da estimação de estados do motor de indução. Podemos referenciar os trabalhos [2], [39], [74], [91] dentre muitos outros existentes sobre o assunto.

Os observadores em malha aberta apresentam resultados satisfatórios desde que os parâmetros do modelo do motor sejam bem conhecidos ao longo da evolução temporal. Porém, a existência de erros na estimação destes parâmetros conduz, fatalmente, à ocorrência de erros na estimação dos estados do motor. Os observadores em malha fechada, geralmente baseados

na realimentação da corrente de estator, permitem a regulação da dinâmica de convergência do erro de estimação. Isto é interessante do ponto de vista de permitir uma convergência da dinâmica do erro de estimação mais rápida do que a dinâmica natural do sistema. Entretanto, este fato por si só não garante a robustez do observador face às perturbações. Assim, no contexto do controle avançado do motor de indução uma estimação confiável tanto do fluxo quanto do conjugado é algo de grande importância [46], [16]. Uma abordagem interessante neste sentido baseia-se no conceito dos modos deslizantes. Outra abordagem que também já foi empregada com tal propósito, baseia-se na teoria do controle robusto via formulação LMI (Linear Matricial Inequalities). A aplicação desta abordagem ao motor de indução considera o princípio da separação dos modos entre as dinâmicas elétricas e a dinâmica mecânica.

Os observadores de fluxo baseados no circuito estatórico (segundo a nomenclatura de Verghese *et al.*[91] ou em tensão (segundo a nomenclatura de Jansen e Lorenz [40]) têm a característica intrínseca da invariância às perturbações magnéticas. Hoffman *et al.*[34] vão mais longe, provando que observadores deste tipo produzem estimativas precisas do fluxo, mesmo com a máquina saturada do ponto de vista magnético. Em outras palavras, a invariância do observador aos parâmetros magnéticos e à resistência rotórica está em não se utilizar as equações do circuito rotórico e, portanto, não realimentar o observador em corrente.

Os observadores de fluxo baseados nas variáveis de estator têm sido largamente utilizados como referência em estratégias tipo “sensorless” (sem sensores mecânicos de posição ou velocidade), onde a velocidade é estimada através da sua comparação com o modelo em corrente do fluxo, envolvendo o circuito rotórico [65], [18], [48], [40].

Neste capítulo, propomos dois observadores robustos às perturbações paramétricas baseados nas equações estatóricas. Um deles é de ordem completa sendo apresentado em duas versões: uma em tempo contínuo e outra em tempo discreto. O segundo observador proposto é de ordem reduzida, realizando a observação do fluxo magnético e da velocidade. A técnica de projeto na qual o observador de ordem completa baseia-se é apresentada em [88], onde os autores dão um tratamento formal e unificador ao problema da observação discreta com rejeição de perturbação. Os resultados aqui apresentados, no contexto dos observadores de ordem completa, constituem-se numa extensão do trabalho [12], visando a obtenção de uma rejeição das perturbações paramétricas mais extensa (no sentido de um maior número de parâmetros) e igualmente obter uma estimação robusta para o conjugado. Quanto ao obser-

vador de ordem reduzida, apresenta uma estrutura clássica (entenda-se por estrutura clássica a reescrita do sistema adicionada de um termo baseado na realimentação das medidas) com realimentação em velocidade. Para evitarmos a necessidade da medição do conjugado de carga que intervém na dinâmica mecânica, empregamos um procedimento adaptativo. Os ganhos deste observador são projetados com base numa função de Lyapunov.

Em contraste com observadores baseados em técnicas de controle adaptativo ou filtragem de Kalman, [42], [58], [53], [59], [36], [93], que são computacionalmente complexas, os observadores aqui propostos têm estrutura mais simples e de menor custo computacional.

## 2.2 Projeto de um observador robusto em tempo contínuo

Seja a classe de sistemas não lineares descrita pela seguinte equação de estados:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u, t) + \Delta f(x, u, t) + Dv \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{2.1}$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados,  $u \in \mathbb{R}^p$  é a entrada do sistema,  $v \in \mathbb{R}^q$  é a perturbação externa e  $y \in \mathbb{R}^m$  é o vetor das medidas. A função vetorial  $f(x, u, t)$  corresponde a parte nominal do sistema e  $\Delta f(x, u, t)$  representa a perturbação interna. São conhecidas a parte nominal e a matriz de observação  $C$  e desconhecidas a função vetorial  $\Delta f$  e a matriz  $D$  que mapeia o espaço das perturbações externas. A seguinte condição de “matching” para a perturbação é suposta:

$$\mathcal{R}(H) = \mathcal{R}(D) \cup \mathcal{R}(\Delta f)\tag{2.2}$$

sendo  $\mathcal{R}(\cdot)$  o espaço imagem do argumento. Supõe-se, ainda, que a matriz  $H$  em (2.2) é conhecida satisfazendo a igualdade seguinte:

$$\begin{aligned}\forall(x, u, v, t) \exists w : \\ Hw = \Delta f(x, u, t) + Dv\end{aligned}\tag{2.3}$$

Desta forma, o sistema (2.1) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u, t) + Hw \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{2.4}$$

A síntese de um observador que rejeite as incertezas contidas no espaço mapeado pela matriz  $H$  exige que a parte nominal do sistema seja estável e observável em toda a faixa de operação e também que as seguintes condições se verifiquem:

$$\rho(CH) = \rho(H) = r\tag{2.5}$$

$$\rho(C) = m \geq r\tag{2.6}$$

onde  $\rho(\cdot)$  representa o rank do argumento.

Considere-se  $C_1$  uma matriz de rank  $r$  constituída de um sub-conjunto de  $r$  linhas da matriz  $C$  tal que:

$$y_1 = C_1 x\tag{2.7}$$

O vetor  $y_1$  assim definido constitui um subespaço da saída  $y$ .

Do ponto de vista conceitual, propomos inicialmente um observador com a seguinte estrutura:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u, t) + Hw + Hz\tag{2.8}$$

Podemos verificar que os dois primeiros termos de (2.8) correspondem à reescrita de (2.4) em termos dos estados observados. O terceiro termo é introduzido para restringir a dinâmica (2.8) na seguinte superfície do espaço de estados:

$$C_1 \dot{e} = 0\tag{2.9}$$

onde  $e = \hat{x} - x$  é o erro de observação. A condição (2.9) impõe, portanto, que a projeção da dinâmica do erro de observação no subespaço mapeado pela matriz  $C_1$  tenha valor nulo. É exatamente esta restrição que torna o observador invariante à perturbação  $w$ . Assim, para

que a dinâmica (2.8) obedeça a restrição (2.9) é necessário que:

$$C_1 \dot{\hat{x}} - C_1 \dot{x} = C_1 \dot{\hat{x}} - \dot{y}_1 = 0 \quad (2.10)$$

Portanto, de (2.8) temos:

$$C_1 H z = -C_1 f(\hat{x}, u, t) - C_1 H w + \dot{y}_1 \quad (2.11)$$

Como  $C_1 H$  é uma matriz quadrada de rank  $r$ , portanto inversível, o vetor  $z$  pode ser obtido. A substituição de  $z$  em (2.8) leva o observador a ser reescrito como:

$$\dot{\hat{x}} = [I - H(C_1 H)^{-1} C_1] f(\hat{x}, u, t) + H(C_1 H)^{-1} \dot{y}_1 \quad (2.12)$$

onde  $I$  representa uma matriz identidade de dimensão apropriada. A equação (2.12) verifica, portanto, a restrição (2.9) e não tem mais a influência do termo de perturbação  $Hw$ .

Com o objetivo de permitir o controle da convergência da dinâmica de erro de observação acrescentamos um termo proporcional ao erro de saída, à semelhança do clássico observador de Luenberger, resultando em:

$$\dot{\hat{x}} = [I - H(C_1 H)^{-1} C_1] f(\hat{x}, u, t) + H(C_1 H)^{-1} \dot{y}_1 + L C e \quad (2.13)$$

A equação do erro de estimação dos estados fica:

$$\dot{e} = [I - H(C_1 H)^{-1} C_1] (f(\hat{x}, u, t) - f(x, u, t)) + L C e \quad (2.14)$$

Observe-se que com a presença do termo  $L C e$  a equação do erro de observação não obedece mais à condição (2.9). Entretanto, mostraremos na próxima seção que a sua aplicação ao motor de indução resulta numa convergência do erro de observação para zero obtendo-se, portanto, um observador invariante às perturbações contidas no subespaço projetado pela matriz  $H$ .

Outro ponto a ser observado é que (2.12) apresenta a característica indesejável da presença da derivada da saída,  $\dot{y}_1$ . Esta dificuldade pode ser contornada através da seguinte mudança



de variáveis:

$$\bar{x} = \hat{x} - H(C_1 H)^{-1} y_1 \quad (2.15)$$

Assim, primeiramente determinamos o vetor de variáveis  $\bar{x}$  resolvendo a seguinte equação diferencial

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \dot{\hat{x}} - H(C_1 H)^{-1} \dot{y}_1 \\ &= [I - H(C_1 H)^{-1} C_1] f(\hat{x}, u, t) + LCe \end{aligned} \quad (2.16)$$

que é a derivada de (2.15) com a consideração de (2.13) e posteriormente calculamos o vetor de estados estimados  $\hat{x}$  com o uso da transformação

$$\hat{x} = \bar{x} + H(C_1 H)^{-1} y_1 \quad (2.17)$$

### 2.2.1 Aplicação ao motor de indução

Seja o motor de indução representado no sistema de coordenadas síncrono e tendo como estados elétricos a corrente de estator e o fluxo de estator (ver equação 1.5.3 com  $\omega$  particularizado para  $\omega_s$ ). Considerando-se a existência de perturbações paramétricas sobre as indutâncias e resistência de rotor, podemos escrever este modelo na forma da equação (2.1) do seguinte modo:

$$x = [i_{sd}, i_{sq}, \phi_{sd}, \phi_{sq}, \omega_r]^T \quad (2.18)$$

$$f(x, u, t) = A(y)x + Bu + \xi \quad (2.19)$$

$$\Delta f(x, u, t) = \Delta A(y)x + \Delta Bu \quad (2.20)$$

Com o intuito de permitir uma representação mais compacta, adotaremos a seguinte notação para as correntes do estator:

$$I_{dq}^s = [i_{sd}, i_{sq}]^T \quad (2.21)$$

As matrizes  $A(y)$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $\Delta A(y)$  e  $\Delta B$  são:

$$A(y) = \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r}\right) I_{2 \times 2} - (\omega_s - p\omega_r) \mathcal{J} & \frac{R_r}{\sigma L_s L_r} I_{2 \times 2} - \frac{p\omega_r}{\sigma L_s} \mathcal{J} & 0_{2 \times 1} \\ -R_s I_{2 \times 2} & -\omega_s \mathcal{J} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \frac{p}{\mathcal{J}} (I_{dq}^s)^T \mathcal{J} & -\frac{b}{\mathcal{J}} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} I_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \end{bmatrix}^T \quad (2.23)$$

$$C = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$D = 0_{5 \times 5} \quad (2.25)$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta \sigma \Delta L_s} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \end{bmatrix}^T \quad (2.26)$$

$$\Delta A(y) = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\Delta R_s}{\Delta \sigma \Delta L_s} + \frac{\Delta R_r}{\Delta \sigma \Delta L_r}\right) I_{2 \times 2} & \frac{\Delta R_r}{\Delta \sigma \Delta L_s \Delta L_r} I_{2 \times 2} - \frac{p \omega_r}{\Delta \sigma \Delta L_s} \mathcal{J} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

O vetor  $\xi$  é uma função do conjugado resistente da carga sendo definido por:

$$\xi = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & -\frac{C_f}{J} \end{bmatrix}^T \quad (2.28)$$

Portanto, podemos representar o motor de indução através da equação (2.4) com:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.29)$$

Uma vez que o motor esteja representado por (2.4), escolhemos a matriz  $C_1$  como:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Com o uso das expressões (2.13), (2.15) escrevemos o observador de estados como:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} = & [(I - H(C_1H)^{-1}C_1)A(y) + LC]\bar{x} + [I - H(C_1H)^{-1}C_1](Bu + \xi) + \\ & + [(I - H(C_1H)^{-1}C_1)A(y) + LC]H(C_1H)^{-1}y_1 - Ly \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\hat{x} = \bar{x} + H(C_1H)^{-1}y_1$$

A equação do erro de observação (2.14) torna-se

$$\dot{e} = [(I - H(C_1H)^{-1}C_1)A(y) + LC]e \quad (2.32)$$

O controle da dinâmica de convergência do erro de observação para zero, é obtido projetando-se adequadamente a matriz de ganhos  $L$ . Seja uma matriz  $L$  da forma:

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

A Equação (2.32) fica escrita como:

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & & & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & & & L_{23} \\ \begin{bmatrix} L_{31} & L_{32} \\ L_{41} & L_{42} \end{bmatrix} & -R_s I_{2 \times 2} & & -\omega_s \mathcal{J} & L_{33} \\ L_{51} & L_{52} & & \frac{p}{J} (I_{dq}^s)^T \mathcal{J} & L_{53} - \frac{b}{J} \end{bmatrix} e \quad (2.34)$$

A matriz de estado da equação do erro de observação acima, manuseada adequadamente através da permuta de linhas e colunas, conduz à escrita da matriz  $M$  representada a seguir:

$$M = \begin{bmatrix} -\omega_s \mathcal{J} & L_{33} & \begin{bmatrix} L_{31} & L_{32} \\ L_{41} & L_{42} \end{bmatrix} & -R_s I_{2 \times 2} \\ \frac{p}{J} (I_{dq}^s)^T \mathcal{J} & L_{43} & \begin{bmatrix} L_{51} & L_{52} \end{bmatrix} \\ 0_{2 \times 2} & \begin{bmatrix} L_{13} \\ L_{23} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Escolhendo-se nulos os seguintes ganhos

$$L_{12} = L_{13} = L_{21} = L_{23} = L_{31} = L_{32} = L_{41} = L_{42} = L_{51} = L_{52} = 0 \quad (2.36)$$

podemos reescrever a matriz  $M$  do modo seguinte:

$$M = \begin{bmatrix} -\omega_s \mathcal{J} & L_{33} & & \\ & L_{43} & 0_{3 \times 2} & \\ \frac{p}{J} (I_{dq}^s)^T \mathcal{J} & L_{53} - \frac{b}{J} & & \\ & 0_{2 \times 3} & L_{11} & 0 \\ & & 0 & L_{22} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Portanto, os auto-valores da matriz  $M$  correspondem aos auto-valores das sub-matrizes

$$M_1 = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ 0 & L_{22} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} -\omega_s \mathcal{J} & L_{33} \\ & L_{43} \\ \frac{p}{J} (I_{dq}^s)^T \mathcal{J} & L_{53} - \frac{b}{J} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Os auto-valores  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  da matriz  $M_1$  podem ser alocados arbitrariamente através dos ganhos  $L_{11}$  e  $L_{22}$ . Quanto aos auto-valores de  $M_2$ ,  $\lambda_3$ ,  $\lambda_4$  e  $\lambda_5$ , são alocados pela escolha adequada

dos ganhos  $L_{33}$ ,  $L_{43}$  e  $L_{53}$ . A equação característica para  $M_2$  é

$$\det(sI - M_2) = (s - \lambda_3)(s - \lambda_4)(s - \lambda_5) = 0 \quad (2.40)$$

dando como resultado as expressões seguintes para os ganhos:

$$L_{53} = \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \frac{b}{J} \quad (2.41)$$

$$L_{43} = -\frac{i_{sq}(\omega_s^2(L_{53} - \frac{b}{J}) - \lambda_3\lambda_4\lambda_5) - \omega_s i_{sd}[\lambda_3\lambda_4 + \lambda_4\lambda_5 + \lambda_3\lambda_5 - \omega_s^2]}{\frac{p}{J}\omega_s(i_{sd}^2 + i_{sq}^2)} \quad (2.42)$$

$$L_{33} = -\frac{1}{\frac{p}{J}i_{sq}}[\lambda_3\lambda_4 + \lambda_4\lambda_5 + \lambda_3\lambda_5 - L_{43}\frac{p}{J}i_{sd} - \omega_s^2] \quad (2.43)$$

Podemos perceber a existência de singularidades em (2.42) e (2.43) quando a velocidade do referencial ( $\omega_s$ ) for nula, quando a corrente de estator ( $|I_{dq}^s| = \sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}$ ) for nula ou quando ambas forem nulas. Uma corrente de estator nula exigiria ausência de conjugado e fluxo. Portanto, a singularidade associada a esta situação poderia ser facilmente contornada pela consideração em nível de controle que a máquina esteja sempre com fluxo diferente de zero, mesmo quando em repouso e sem carga.

A situação de velocidade do referencial nula corresponde à frequência estatórica nula. Esta condição ocorre com a máquina em repouso sem carga no eixo. Para as aplicações onde o motor permanece algum tempo nesta condição durante o ciclo de serviço, o observador proposto não é adequado. Entretanto, quando ocorre apenas uma passagem transitória da frequência estatórica por zero, a singularidade associada a esta condição pode ser contornada através da saturação dos ganhos.

### 2.2.2 Estudo de simulação

Nesta subseção, apresentamos alguns resultados de simulação que buscam comprovar o bom desempenho do observador proposto mesmo quando o motor é sujeito à perturbações nas indutâncias e na resistência do rotor. Os parâmetros nominais do motor utilizado no estudo foram obtidos do trabalho [12], cujos valores reescrevemos a seguir:

2.3 HP, 220/380 V, 4 pólos, 60 Hz	Indutância rotórica ( $L_r$ ) = 117 mH
Resistência estatórica ( $R_s$ ) = 1.5 $\Omega$	Indutância mútua ( $L_{sr}$ ) = 98 mH
Resistência rotórica ( $R_r$ ) = 1.6 $\Omega$	Inércia rotórica ( $J$ ) = 0.008 Kg.m <sup>2</sup>
Indutância estatórica ( $L_s$ ) = 109 mH	Amortecimento viscoso ( $\mu$ ) = 0.02323 kg.m <sup>2</sup> /s

Segundo [46], a temperatura do rotor pode variar em até 130°C acima da temperatura ambiente. Isto provocaria um aumento na resistência do rotor em torno de 50% relativamente ao valor a frio. Os mesmos autores citam que a saturação magnética poderia reduzir as auto-indutâncias para valores da ordem de 80% do valor não saturado. Tomando-se como referência estas informações, adotamos o seguinte modelo para o comportamento dos parâmetros elétricos no modelo do motor:

$$L_s = 109 + 0.2 \times 109 \times \cos 30t \text{ mH}$$

$$L_r = 117 + 0.2 \times 117 \times \cos 30t \text{ mH}$$

$$L_{sr} = 98 + 0.2 \times 98 \times \cos 30t \text{ mH}$$

$$R_s = 1.5 \text{ } \Omega$$

$$R_r = 1.6 + 0.6 \times 1.6 \times \cos 30t \text{ } \Omega$$

Como pode ser visto, o comportamento das indutâncias corresponde a uma variação cossenoidal de  $\pm 20\%$  em torno do valor nominal com uma frequência angular de 30 rad/s. Relativamente à resistência do rotor, o comportamento corresponde a uma variação cossenoidal de  $\pm 60\%$  sobre o valor nominal, também com frequência de 30 rad/s. O objetivo que tivemos com a utilização deste modelo não foi outro que promover uma variação nos parâmetros elétricos de interesse para o estudo dentro dos limites citados na literatura.

A simulação foi realizada com o motor operando com tensão e frequência nominais, durante um intervalo de 1 segundo. Consideramos, na primeira metade da simulação, o motor operando com velocidade constante de 166.7 rad/s. No instante correspondente a 0,5 segun-

dos ocorre uma reversão na velocidade do motor promovida pela mudança na sequência de fases de alimentação. Passado o transitório da reversão, o motor restabelece uma condição de regime permanente, com velocidade de  $-166.7 \text{ rad/s}$ , permanecendo assim até o final da simulação. O conjugado de carga considerado foi  $C_l = 0.045\omega_r$ . Os seguintes valores foram escolhidos para os pólos de malha fechada do observador:

$$\lambda = [ \lambda_1 \quad \dots \quad \lambda_5 ] = [ -1000 \quad -1000 \quad -120 \quad -170 \quad -100 ]$$

As Figuras 2.1 e 2.2 mostram os erros de observação das componentes de eixo direto e de eixo em quadratura do fluxo de estator. A Figura 2.3 mostra o erro de observação da velocidade.

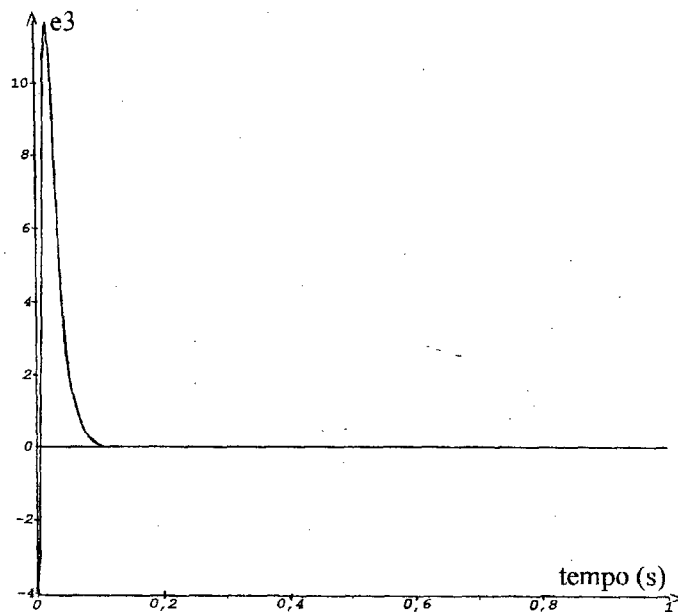


Figura 2.1: Erro de observação do fluxo de eixo direto - formulação contínua

Das três figuras apresentadas, podemos observar que os estados estimados convergem para os valores reais num tempo de aproximadamente 100 ms. Isto comprova o desempenho do observador e a sua robustez em relação às perturbações atuando nas indutâncias e na resistência do rotor.

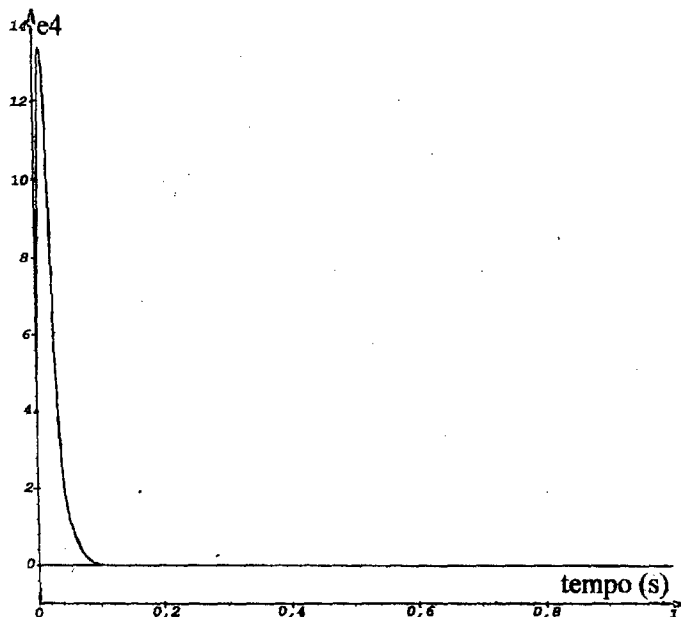


Figura 2.2: Erro de observação do fluxo de eixo em quadratura - formulação contínua

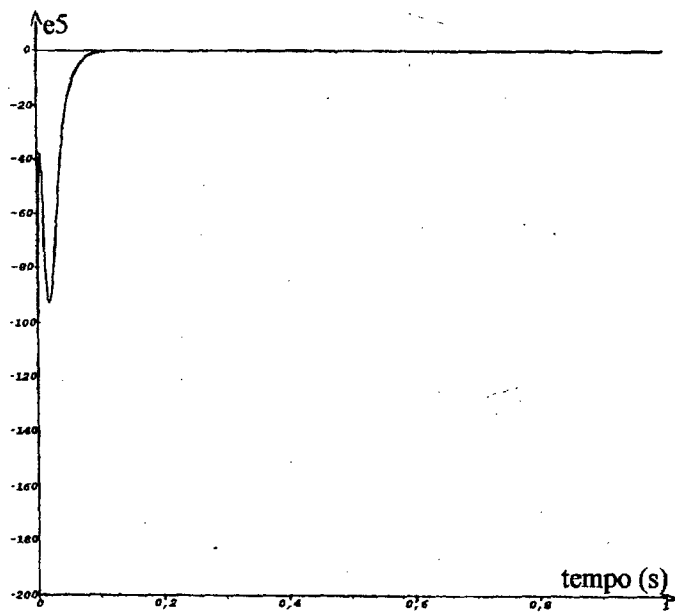


Figura 2.3: Erro de observação da velocidade - formulação contínua



### 2.3 O observador robusto em tempo discreto

Nesta seção, apresentamos a versão discreta do observador proposto pela equação (2.12). O sistema contínuo representado por meio da equação (2.1) na forma discreta fica escrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f(x(k), u(k), k) + \Delta f(x(k), u(k), k) + Dv(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (2.44)$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é o estado,  $u \in \mathbb{R}^p$  é a entrada,  $v \in \mathbb{R}^q$  representa um vetor de perturbações externas e  $y \in \mathbb{R}^m$  é o vetor de medidas disponíveis. A função  $f(x(k), u(k), k)$  modela a parte nominal do sistema e  $\Delta f(x(k), u(k), k)$  corresponde à perturbação interna.

Com base nas mesmas considerações e filosofia de projeto adotadas para o caso contínuo, sintetizamos o seguinte observador:

$$\hat{x}(k+1) = [I - H(C_1 H)^{-1} C_1] f(\hat{x}(k), u(k), k) + H(C_1 H)^{-1} y_1(k+1) + L[C\hat{x}(k) - y(k)] \quad (2.45)$$

A equação do erro de estimação dos estados fica:

$$e(k+1) = [I - H(C_1 H)^{-1} C_1] (f(\hat{x}(k), u(k), k) - f(x(k), u(k), k)) + LCe(k) \quad (2.46)$$

#### 2.3.1 Aplicação ao motor de indução

Inicialmente, apresentamos o modelo discreto utilizado para o motor de indução. Consideramos como ponto de partida o modelo proposto em [11] que foi estabelecido no sistema de coordenadas síncrono e tendo como variáveis de estado os fluxos estatóricos e os fluxos rotóricos:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \phi_{dq}^s(k+1) \\ \phi_{dq}^r(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1^d - \frac{1}{\sigma L_s} R_s B_1^d & \frac{L_{sr}}{L_s L_r - M_{sr}^2} R_s B_1^d \\ \frac{L_{sr}}{L_s L_r - M_{sr}^2} R_r B_2^d & A_2^d - \frac{1}{\sigma L_r} R_r B_2^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{dq}^s(k) \\ \phi_{dq}^r(k) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} B_1^d \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} V_{dq}(k) \end{aligned} \quad (2.47)$$

onde

$$\phi_{dq}^s(\cdot) := \begin{bmatrix} \phi_{sd}(\cdot) & \phi_{sq}(\cdot) \end{bmatrix}^T \quad (2.48)$$

$$\phi_{dq}^r(\cdot) := \begin{bmatrix} \phi_{rd}(\cdot) & \phi_{rq}(\cdot) \end{bmatrix}^T \quad (2.49)$$

$$V_{dq}(\cdot) := \begin{bmatrix} V_{sd}(\cdot) & V_{sq}(\cdot) \end{bmatrix}^T \quad (2.50)$$

são, respectivamente, o fluxo estático, o fluxo rotórico e a tensão de estator no sistema de coordenadas ortogonais síncrono.

As matrizes  $A_1^d$ ,  $A_2^d$ ,  $B_1^d$  e  $B_2^d$  são definidas como segue:

$$A_1^d := \begin{bmatrix} \cos \omega_s h & \sin \omega_s h \\ -\sin \omega_s h & \cos \omega_s h \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$A_2^d := \begin{bmatrix} \cos \omega_{sl} h & \sin \omega_{sl} h \\ -\sin \omega_{sl} h & \cos \omega_{sl} h \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

$$B_1^d := \frac{1}{\omega_s} \begin{bmatrix} \sin \omega_s h & (1 - \cos \omega_s h) \\ -(1 - \cos \omega_s h) & \sin \omega_s h \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

$$B_2^d := \frac{1}{\omega_{sl}} \begin{bmatrix} \sin \omega_{sl} h & (1 - \cos \omega_{sl} h) \\ -(1 - \cos \omega_{sl} h) & \sin \omega_{sl} h \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

onde  $\omega_s$  é a velocidade síncrona,  $\omega_{sl} = \omega_s - p\omega_r$  é o escorregamento e  $h$  é o período de amostragem.

**Observação 3.3** Os autores em [11] apoiaram-se nas observações apresentadas no trabalho [91] que a obtenção de modelos discretos através do método de Euler pode não ser satisfatória por implicar na necessidade de intervalos amostrais excessivamente reduzidos

para assegurar estabilidade e precisão. Neste sentido, o modelo discreto obtido visa minimizar o impacto da aproximação através de discretização “exata” das partes para as quais o sistema é mais sensível.

**Observação 3.4** Note-se que a discretização apresentada em (2.47) tem como pressuposto que o sistema elétrico é muito mais rápido que o sistema mecânico (separação entre os modos elétricos e mecânicos) a ponto de poder se considerar  $\omega_r$  (a velocidade angular mecânica) como constante.

### 2.3.2 Mudança de variáveis de estado

O modelo discreto correspondente ao adotado no caso contínuo, ou seja, na representação em corrente estatórica, fluxo estatórico e velocidade mecânica, é obtido com a aplicação da seguinte transformação linear de estados à equação (2.47):

$$I_{dq}^s(k) = \frac{1}{\sigma L_s} \phi_{dq}^s(k) - \frac{L_{sr}}{L_s L_r M_{sr}^2} \phi_{dq}^r(k) \quad (2.55)$$

O modelo resultante quando levamos em conta também a discretização da dinâmica mecânica é:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{I}_{dq}^s(k+1) \\ \dot{\phi}_{dq}^s(k+1) \\ \omega_r(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma & 0_{2 \times 1} \\ -R_s B_1^d & A_1^d & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \frac{p}{b}(1-d)I_{dq}^s(k)\mathcal{J} & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dq}^s(k) \\ \phi_{dq}^s(k) \\ \omega_r(k) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} \\ \frac{1}{b}(d-1)C_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} B_1^d \\ B_1^d \\ 0 \end{bmatrix} V_{dq}(k) \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$y = \begin{bmatrix} I_{dq}^s(k) \\ \omega_r(k) \end{bmatrix} = Cx(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dq}^s(k) \\ \phi_{dq}^s(k) \\ \omega_r(k) \end{bmatrix}$$

com

$$d = e^{-(hb/J)}, \quad (2.57)$$

e as matrizes

$$\Phi := A_2^d - \frac{1}{\sigma L_s} R_s B_1^d - \frac{1}{\sigma L_r} R_r B_2^d \quad (2.58)$$

$$\Gamma := \frac{1}{\sigma L_s} (A_1^d - A_2^d + \frac{R_r}{L_r} B_2^d) \quad (2.59)$$

Escrevendo-se este modelo na forma da equação (2.44), temos:

$$x(k) = [i_{sd}(k), i_{sq}(k), \phi_{sd}(k), \phi_{sq}(k), \omega_r(k)]^T \quad (2.60)$$

$$f(x, u, k) = A(y(k))x(k) + Bu(k) + \xi(k) \quad (2.61)$$

$$\Delta f(x, u, k) = \Delta A(y(k))x(k) + \Delta Bu(k) \quad (2.62)$$

As matrizes  $A(y)$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $\Delta A(y)$  e  $\Delta B$  ficam definidas como:

$$A(y) = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma & 0_{2 \times 1} \\ -R_s B_1^d & A_1^d & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \frac{p}{s}(1-d)I_{dq}^s(k)\mathcal{J} & d \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} B_1^d \\ B_1^d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

$$C = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

$$D = 0 \quad (2.66)$$

$$\Delta B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta\sigma\Delta L_s} B_1^d \\ 0_{2 \times 2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

$$\Delta A(y) = \begin{bmatrix} \Delta\Phi & \Delta\Gamma & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

com

$$\Phi := A_2^d - \frac{1}{\Delta\sigma\Delta L_s} R_s B_1^d - \frac{1}{\Delta\sigma\Delta L_r} \Delta R_r B_2^d \quad (2.69)$$

$$\Gamma := \frac{1}{\Delta\sigma\Delta L_s} (A_1^d - A_2^d + \frac{\Delta R_r}{\Delta L_r} B_2^d) \quad (2.70)$$

O vetor  $\xi$  é definido por:

$$\xi = \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & -\frac{1}{b}(d-1)C_l(k) \end{bmatrix}^T \quad (2.71)$$

As matrizes  $H$  e  $C_1$  são as mesmas do caso contínuo, definidas, respectivamente, em (2.29) e (2.30). Assim, o observador (2.45) aplicado ao motor de indução fica com a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) = & [I - H(C_1 H)^{-1} C_1] [A(y(k))\hat{x}(k) + Bu(k) + \xi] + \\ & + H(C_1 H)^{-1} y_1(k+1) + L[C\hat{x} - y(k)] \end{aligned} \quad (2.72)$$

A equação do erro de observação (2.46) torna-se:

$$e(k+1) = [I - H(C_1 H)^{-1} C_1] A(y(k)) e(k) + LC e(k) \quad (2.73)$$

À semelhança do caso contínuo, a matriz de ganhos  $L$  deve ser projetada para garantir uma convergência adequada da dinâmica do erro de observação para zero. Consideramos, com tal propósito, a mesma matriz de ganhos definida em (2.33). Assim, podemos escrever a equação

(2.73) como:

$$e(k+1) = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & 0 & 0 & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 & L_{23} \\ \begin{bmatrix} L_{31} & L_{32} \\ L_{41} & L_{42} \end{bmatrix} & -R_s B_1^d & A_1^d & & \begin{bmatrix} L_{33} \\ L_{43} \end{bmatrix} \\ L_{51} & L_{52} & -t(I_{dq}^s)^T(k) \mathcal{J} & & d + L_{53} \end{bmatrix} e(k) \quad (2.74)$$

onde  $t = \frac{p}{b}(d-1)$ .

A matriz de estado acima, manuseada adequadamente através da permuta entre linhas e colunas resulta:

$$M = \begin{bmatrix} A_1^d & L_{33} & \begin{bmatrix} L_{31} & L_{32} \\ L_{41} & L_{42} \end{bmatrix} & -R_s B_1^d \\ -t(I_{dq}^s)^T(k) \mathcal{J} & (d + L_{53}) & \begin{bmatrix} L_{51} & L_{52} \end{bmatrix} \\ 0_{2 \times 2} & \begin{bmatrix} L_{13} \\ L_{23} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

Adotando-se como nulos os ganhos

$$L_{12} = L_{13} = L_{21} = L_{23} = L_{31} = L_{32} = L_{41} = L_{42} = L_{51} = L_{52} = 0 \quad (2.76)$$

a matriz  $M$  fica com a seguinte estrutura:

$$M = \begin{bmatrix} M_2 & 0_{3 \times 2} \\ 0_{2 \times 3} & M_1 \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

com

$$M_1 = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 \\ 0 & L_{22} \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} & L_{33} \\ A_1^d & L_{43} \\ -t(I_{dq}^s)^T(k)\mathcal{J} & d + L_{53} \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

Portanto, os auto-valores da matriz  $M$  correspondem aos auto-valores das sub-matrizes  $M_1$  e  $M_2$ . Os auto-valores de  $M_1$ ,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , podem ser alocadas livremente através dos ganhos  $L_{11}$  e  $L_{22}$ . Os outros três auto-valores,  $\lambda_3$  e  $\lambda_4$  e  $\lambda_5$  são impostos por valores convenientes de  $L_{33}$ ,  $L_{43}$  e  $L_{53}$ , obtidos através da equação

$$\det(zI - M_2) = (z - \lambda_3)(z - \lambda_4)(z - \lambda_5) \quad (2.80)$$

A solução para a equação (2.80), traz como resultado:

$$L_{53} = \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 - d - 2 \cos \omega_s h \quad (2.81)$$

$$L_{43} = \frac{(i_{sq} \cos \omega_s h - i_{sd} \sin \omega_s h)[\lambda_3 \lambda_4 + \lambda_4 \lambda_5 + \lambda_3 \lambda_5 - 1 - 2(d + L_{53}) \cos \omega_s h]}{t(i_{sd}^2 + i_{sq}^2) \sin \omega_s h} + \frac{i_{sq}(d + L_{53} - \lambda_3 \lambda_4 \lambda_5)}{t(i_{sd}^2 + i_{sq}^2) \sin \omega_s h} \quad (2.82)$$

$$L_{33} = \frac{1}{ti_{sq}} [\lambda_3 \lambda_4 + \lambda_4 \lambda_5 + \lambda_3 \lambda_5 + L_{43} ti_{sd} - 1 - 2(d + L_{53}) \cos \omega_s h] \quad (2.83)$$

A expressão final para o observador é dada por:

$$\hat{x}(k+1) = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & & & \\ & L_{21} & L_{22} & & \\ & & & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ -R_s B_1^d & & & A_1^d & L_{33} \\ & & & & L_{43} \\ 0_{1 \times 2} & & \frac{p}{\mu}(1-d)(I_{dq}^s)^T \mathcal{J} & & d + L_{53} \end{bmatrix} \hat{x}(k) + \quad (2.84)$$

$$\begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ B_1^d V_{dq}(k) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (I_{dq}^s)^T(k+1) \\ 0_{2 \times 1} \\ -C_l \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} (L_{11}) & (L_{22}) \end{bmatrix}^T i_{sd} \\ \begin{bmatrix} (L_{33}) & (L_{43}) \end{bmatrix}^T \omega_r \\ (L_{53})\omega_r \end{bmatrix}$$

A exemplo do que verificamos no observador em tempo contínuo, as singularidades que podem ocorrer em (2.3.2) e (2.83) são contornadas saturando-se os valores destes ganhos.

### 2.3.3 Estudo de simulação

Neste estudo, utilizamos a mesma máquina empregada nas simulações do caso contínuo, submetida às mesmas variações de parâmetros elétricos e com igual conjugado resistente de carga.

Iniciamos a simulação com o motor operando numa condição de regime, com velocidade de  $166.7 \text{ rad/s}$ . Entre os instantes de  $0.3 \text{ s}$  e  $0.7 \text{ s}$  a velocidade foi invertida (de  $166.7 \text{ rad/s}$  para  $-166.7 \text{ rad/s}$ ) com um controlador escalar simples (relação tensão/frequência constante). A Figura 2.4 mostra a velocidade angular do motor no tempo.

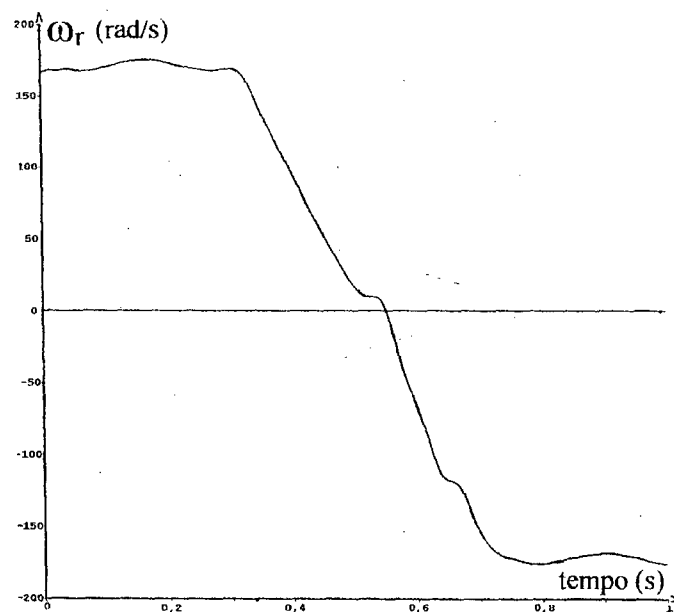


Figura 2.4: Trajetória da velocidade

Note-se que o mal desempenho do controlador escalar, neste caso, deve-se às intermitentes e severas variações dos parâmetros a que o modelo do motor está submetido.

As Figuras 2.5 e 2.6 mostram as relações entre os erros de observação das componentes de eixo direto e de eixo em quadratura do fluxo com respeito a seu valor nominal considerado



como  $1.2Wb$ .

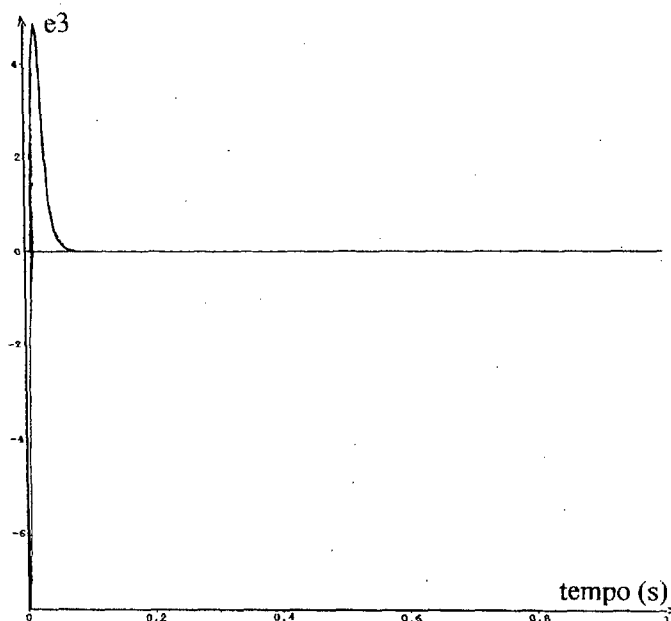


Figura 2.5: Erro de observação do fluxo de eixo direto - formulação discreta

A Figura 2.7 mostra a relação do erro do conjugado estimado, obtido a partir dos estados estimados, pelo conjugado nominal do motor de  $8.5N.m$ .

Podemos observar dos resultados apresentados que a performance do observador é muito boa, comprovando a sua robustez com relação à resistência do rotor e às indutâncias. O tempo de convergência ficou da ordem de 50 ms.

Os valores iniciais que foram adotados para as variáveis de estado do sistema são

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^0 &= [ i_{sd}^0 \quad i_{sq}^0 \quad \phi_{sd}^0 \quad \phi_{sq}^0 \quad \omega_r^0 ]^T \\ &= [ 10.56A \quad -13.18A \quad .1585Wb \quad -1.305Wb \quad 166.7rad/s ]^T \end{aligned}$$

O observador foi inicializado na origem do espaço dos estados observados. Os pólos de malha fechada do observador foram escolhidos como

$$\lambda = [ \lambda_1 \quad \dots \quad \lambda_5 ] = [ 0 \quad 0 \quad 0.95 \quad 0.9 \quad 0.85 ]$$

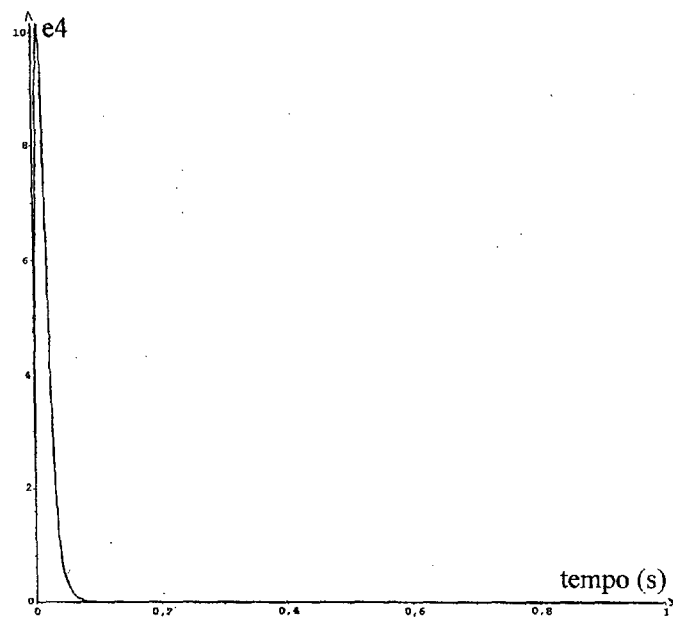


Figura 2.6: Erro de observação do fluxo de eixo em quadratura - formulação discreta

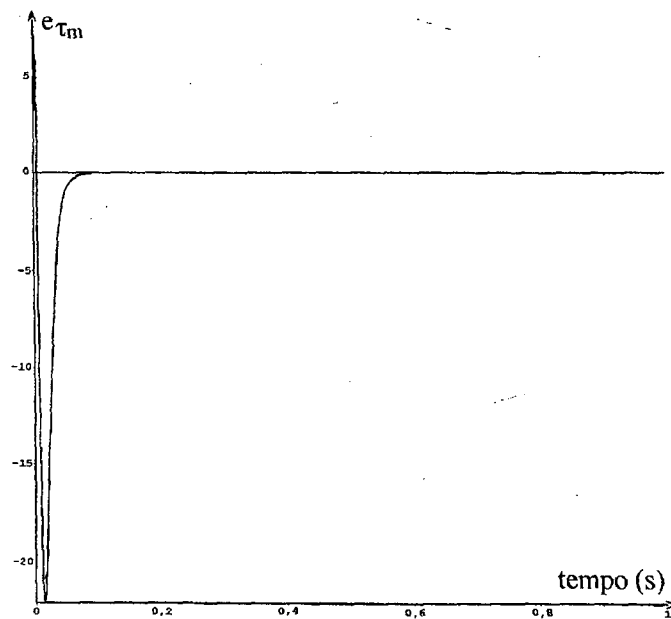


Figura 2.7: Erro de estimação do conjugado - formulação discreta

As equações dinâmicas do motor foram resolvidas numericamente pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem, com passo de integração de 100 micro segundos e período amostral para o observador de 500 micro segundos.

As singularidades que podem ocorrer nos valores dos ganhos (2.3.2) e (2.83): 1) com torque zero ( $i_{sq} = 0$ ) ou, 2) quando a corrente estatórica  $I_{dq}^s$  for zero ( $i_{sd} = i_{sq} = 0$ ), são evitadas pela saturação dos ganhos. Quando as trajetórias de estado observado passam dinamicamente por estes pontos, a influência na observação de estado é negligenciável.

## 2.4 Observador de ordem reduzida

A concepção deste observador foi direcionada para os dois aspectos seguintes:

Transcrever o observador proposto nas seção 2.2 para o referencial estacionário. Ademais, realizar uma redução na ordem do observador.

Garantir robustez às incertezas da dinâmica mecânica, em especial a do conjugado de carga. Neste sentido, utilizamos uma estratégia adaptativa para a estimação do conjugado de carga.

### 2.4.1 Modelo do motor de indução

Consideramos no projeto deste observador o seguinte modelo de estados para o motor de indução:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\omega_r)x + Bu \\ \dot{\omega}_r &= f(x, \omega_r, t) \\ y &= \begin{bmatrix} C & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \omega_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.85)$$

onde  $x = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \phi_{s\alpha}, \phi_{s\beta}]^T$  é estado do sub-sistema elétrico, constituído pelas componentes ortogonais da corrente de estator e do fluxo de estator no referencial estacionário ( $\alpha\beta$ ),  $u = [V_\alpha, V_\beta]^T$  é a entrada (tensões estatóricas),  $\omega_r$  é a velocidade mecânica (estado do sub-sistema mecânico) e  $y$  é a saída acessível por medição. Com o objetivo de permitir uma representação mais compacta, adotamos a seguinte notação para o vetor da corrente e para o vetor do fluxo:

$$x_i = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}]^T \quad (2.86)$$

$$x_{\phi s} = [\phi_{s\alpha}, \phi_{s\beta}]^T \quad (2.87)$$

As matrizes  $A(\omega_r)$ ,  $B$  e  $C$  e a função vetorial  $f(x, \omega_r, t)$  são constituídos do seguinte modo:

$$\begin{aligned} A(\omega_r) &= \begin{bmatrix} A_{11}(\omega_r) & A_{12}(\omega_r) \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r}{\sigma L_r})I_{2 \times 2} + p\omega_r \mathcal{J} & (\frac{R_r}{\sigma L_s L_r})I_{2 \times 2} - \frac{p\omega_r}{\sigma L_s} \mathcal{J} \\ -R_s I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.88)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & I_{2 \times 2} \end{bmatrix}^T \quad (2.89)$$

$$C = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

$$f(x, \omega_r, t) = \frac{p}{J} x_i^T \mathcal{J} x_{\phi s} - \frac{b}{J} \omega_r + \xi \quad (2.91)$$

com  $\xi = -\frac{G_i}{J}$ . O conjugado motor é dado por

$$C_m = p x_i^T \mathcal{J} x_{\phi s} \quad (2.92)$$

Note-se que este modelo é baseado nas variáveis estatóricas do motor e que a dinâmica do fluxo não depende dos parâmetros magnéticos, nem da resistência rotórica.

#### 2.4.2 Projeto do observador

Dado que a dinâmica do fluxo estatórico é independente dos parâmetros magnéticos e da resistência rotórica do motor, como mostra a análise das matrizes  $A(\omega_r)$  e  $B$  presentes em (2.85), é possível concebermos um observador de estados de ordem reduzida (no senso de uma estimação parcial do estado do sistema) que seja invariante a estes parâmetros. Com este

propósito, propomos o seguinte observador para o fluxo e para a velocidade:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{\phi s} &= A_{21}x_i + u + K_v(\omega_r - \hat{\omega}_r) \\ \dot{\hat{\omega}}_r &= \frac{p}{j}x_i^T J \hat{x}_{\phi s} - \hat{C}_r + k_3(\omega_r - \hat{\omega}_r) \end{aligned} \quad (2.93)$$

onde  $\hat{x}_{\phi s} = [\hat{\phi}_{s\alpha}, \hat{\phi}_{s\beta}]^T$  é a estimação do fluxo estático,  $\hat{C}_r$  é o conjugado resistente estimado e  $K_v = [k_1, k_2]^T$  e  $k_3$  são ganhos da malha de realimentação em velocidade.

A figura 2.8 mostra o diagrama de blocos do observador proposto em malha fechada com o controle. Atente-se para o fato de que os únicos parâmetros que intervêm neste observador são

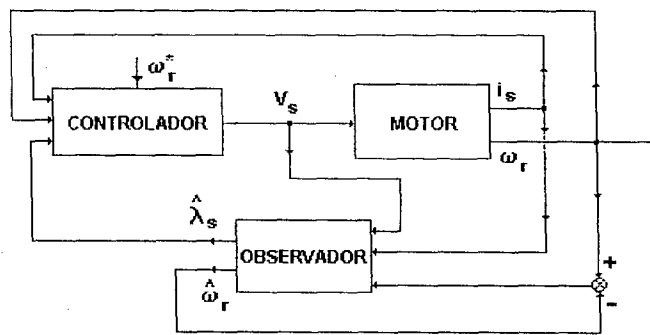


Figura 2.8: Diagrama de blocos do controle com observador

a inércia e a resistência de estator. A necessidade do conhecimento do conjugado resistente é sobrepujada através da sua estimação. Consideramos que o conjugado resistente estimado é constituído pela soma de três termos: um termo constante, um termo linear com a velocidade e um terceiro termo quadrático com a velocidade. Deste modo, escrevemos:

$$\hat{C}_r = h^T(\omega_r)\hat{\theta} \quad (2.94)$$

onde, nesta parte do estudo, consideramos que  $h(\omega_r)$  é a função vetorial

$$h(\omega_r) = \begin{bmatrix} \text{sign}(\omega_r) \\ \omega_r \\ \omega_r^2 \text{sign}(\omega_r) \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

e  $\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3]^T$  é um vetor de parâmetros estimados. A estimação do vetor  $\hat{\theta}$  é feita através do algoritmo adaptativo do gradiente normalizado, como mostramos a seguir:

$$\dot{\hat{\theta}} = Gh(\omega_r)\kappa(\omega_r)(\omega_r - \hat{\omega}_r) \quad (2.96)$$

onde  $\kappa(\omega_r) = \frac{1}{1+\gamma_n(1+\omega_r^2+\omega_r^4)}$  é um ganho variável com a velocidade e  $G$  é a seguinte matriz de ganhos:

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

Portanto, a consideração do conjugado resistente na equação (2.93) leva o observador a ser reescrito como o seguinte sistema de sexta ordem:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{\phi s} &= A_{21}x_i + u + K_v(\omega_r - \hat{\omega}_r) \\ \dot{\hat{\omega}}_r &= \frac{p}{j}x_i^T \mathcal{J} \hat{x}_{\phi s} - \frac{1}{j}h^T(\omega_r)\hat{\theta} + k_3(\omega_r - \hat{\omega}_r) \\ \dot{\hat{\theta}} &= Gh(\omega_r)\kappa(\omega_r)(\omega_r - \hat{\omega}_r) \end{aligned} \quad (2.98)$$

### 2.4.3 Análise da estabilidade do observador

Nesta subsecção, mostramos que uma escolha adequada dos ganhos leva à dinâmica dos erros de observação a tornar-se assintoticamente estável, no senso de Lyapunov, em relação à origem. Levando-se em consideração a adaptação do conjugado resistente, a seguinte equação de erros é obtida:

$$\dot{e} = Me \quad (2.99)$$

onde

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ \tilde{\theta}_1 \\ \tilde{\theta}_2 \\ \tilde{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} - \hat{\phi}_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} - \hat{\phi}_{s\beta} \\ \omega_r - \hat{\omega}_r \\ \theta_1 - \hat{\theta}_1 \\ \theta_2 - \hat{\theta}_2 \\ \theta_3 - \hat{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

$$M = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & -K_v & 0_{2 \times 3} \\ \frac{p}{J} x_i^T \mathcal{J} & -k_3 & -\frac{1}{J} h^T(\omega_r) \\ 0_{3 \times 2} & Gh(\omega_r)\kappa & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

A prova da convergência assintótica dos erros para a origem, é feita com o uso da seguinte função de Lyapunov:

$$V(t) = \frac{1}{2} e^T e \quad (2.102)$$

A derivada temporal de  $V(t)$  ao longo das trajetórias do sistema é dada por

$$\dot{V}(t) = e^T M e \quad (2.103)$$

ou seja:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \left(\frac{p}{J} i_\beta - k_1\right) e_1 e_3 - \left(\frac{p}{J} i_\alpha + k_2\right) e_2 e_3 - k_3 e_3^2 \\ & - \left(g_1 \text{sign}(\omega_r)\kappa + \frac{\text{sign}(\omega_r)}{J}\right) \tilde{\theta}_1 e_3 - \left(g_2 \omega_r \kappa + \frac{\omega_r}{J}\right) \tilde{\theta}_2 e_3 \\ & - \left(g_3 \omega_r^2 \text{sign}(\omega_r)\kappa + \frac{\omega_r^2 \text{sign}(\omega_r)}{J}\right) \tilde{\theta}_3 e_3 \end{aligned} \quad (2.104)$$

Uma maneira de assegurar que  $\dot{V}(t)$  satisfaz a condição de estabilidade de Lyapunov ( $\dot{V}(t) \leq 0$ ) é tornar nulos os termos cruzados e garantir que os coeficientes dos termos quadráticos sejam negativos. Isto pode ser conseguido pela seguinte escolha dos ganhos:

$$k_1 = \frac{p}{J} i_\beta \quad (2.105)$$

$$k_2 = -\frac{p}{J} i_\alpha \quad (2.106)$$

$$k_3 > 0 \quad (2.107)$$

$$g_1 = g_2 = g_3 = -\frac{1}{\kappa J} \quad (2.108)$$

Desta forma, a equação (2.104) pode ser reescrita como:

$$\dot{V}(t) = -k_3 e_3^2 \quad (2.109)$$

Esta escolha garante, a princípio, que  $\dot{V}(t)$  seja uma função semi-definida negativa. Assim, de acordo com a teoria de Lyapunov, fica assegurada a estabilidade do sistema. Este resultado, entretanto, não é satisfatório uma vez que não garante a convergência dos erros de observação para zero. Entretanto, mostra-se a seguir que  $\dot{V}(t)$  só será nula quando todos os erros forem nulos o que a caracteriza como uma função definida negativa garantindo, assim, a estabilidade assintótica dos erros de observação para zero.

Da equação (2.109), verifica-se que quando  $\dot{V}(t)$  é zero o erro  $e_3$  também é zero. Assim, da análise de (2.99) conclui-se:

$$e_3 = 0 \implies \begin{cases} \dot{e}_1 = 0 \implies e_1 = k_{01} \\ \dot{e}_2 = 0 \implies e_2 = k_{02} \\ \dot{\tilde{\theta}}_1 = 0 \implies \tilde{\theta}_1 = k_{03} \\ \dot{\tilde{\theta}}_2 = 0 \implies \tilde{\theta}_2 = k_{04} \\ \dot{\tilde{\theta}}_3 = 0 \implies \tilde{\theta}_3 = k_{05} \end{cases} \quad (2.110)$$

onde  $k_{01}$ ,  $k_{02}$ ,  $k_{03}$ ,  $k_{04}$  e  $k_{05}$  são valores constantes e

$$\frac{p}{J} i_\beta k_{01} - \frac{3}{4J} i_\alpha k_{02} + \frac{\text{sign}(\omega_r)}{J} k_{03} + \frac{\omega_r}{J} k_{04} + \frac{\omega_r^2 \text{sign}(\omega_r)}{J} k_{05} = 0 \quad (2.111)$$

Portanto, a única solução para (2.111) válida para todo o tempo  $t$  é  $k_{01} = k_{02} = k_{03} = k_{04} = k_{05} = 0$  uma vez que seus termos são linearmente independentes. Isto significa que a função  $\dot{V}(t)$  só será nula na origem dos erros e, conseqüentemente, que a dinâmica dos erros de observação é assintoticamente estável em relação à sua origem.

Nesta análise excluímos a situação de correntes estatóricas nulas o que corresponde a uma condição de conjugado e fluxo nulos e excluímos, também, a situação de velocidade zero correspondente a condição da máquina em repouso.



2.4.4 Resultados de simulação

Apresentamos, a seguir, alguns resultados obtidos com a simulação do observador de ordem reduzida. Consideramos dois casos: a) um caso nominal onde admitimos o conhecimento exato de todos os parâmetros do modelo do motor e b) um caso onde admitimos erros no conhecimento de alguns parâmetros elétricos do motor com o objetivo de testar a robustez do observador.

Utilizamos nas simulações um motor de rotor bobinado que apresenta os seguinte valores de placa:

Potência: 1,5 kW	Pares de pólos: 2
Velocidade: 1430 rpm	Tensão: 220/380 V
Frequência: 50 Hz	Corrente: 7,5/4,3 A
$\cos \phi = 0,76$	

Os valores nominais dos parâmetros na representação em coordenadas ortogonais são:

$R_s = 1,633 \Omega$	$R_r = 0,93 \Omega$	$J = 0,029 \text{ kgm}$	$b = 0,0038 \text{ kgm}$
$L_s = 0,142 \text{ H}$	$L_r = 0,076 \text{ H}$	$M = 0,142 \text{ H}$	

Nos dois casos simulados, a velocidade do motor varia de acordo com a referência mostrada na Figura 2.9. Isto corresponde a um período de aceleração constante do repouso até a velocidade nominal, com duração de 1,5 s; um período de velocidade constante no valor nominal entre 1,5 s e 4,5 s; uma reversão na velocidade com aceleração constante entre 4,5 s e 7,5 s; um período de velocidade constante no valor  $-1430 \text{ rpm}$  entre 7,5 s e 10,5 s e finalmente uma desaceleração constante até o repouso entre 10,5 s e 12 s. A velocidade do motor foi controlada utilizando-se uma estratégia escalar baseada na manutenção da relação tensão/frequência ( $V/Hz$ ) no valor do fluxo nominal da máquina. O conjugado de carga considerado foi modelado pela equação

$$C_l = (0,5 + 0,00038\omega_r^2) \text{sign}(\omega_r) + 0,007\omega_r \tag{2.112}$$

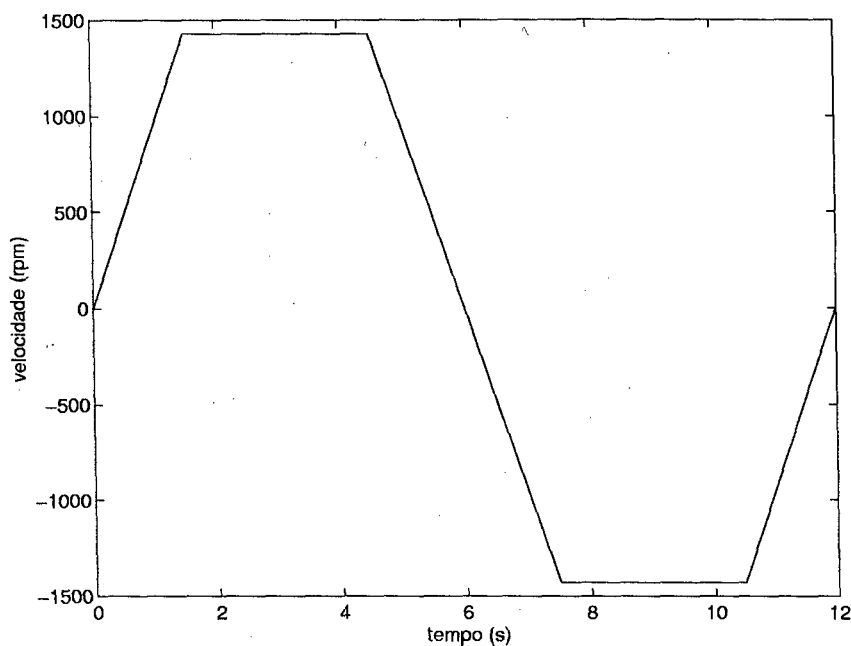


Figura 2.9: Referência para a velocidade

com os valores da velocidade em  $rad/s$  para resultar o conjugado em  $N.m$ .

#### 2.4.5 Primeiro caso: sistema nominal

A Figura 2.10 mostra o erro de observação da componente de eixo direto do fluxo de estator. Os valores são expressos em p.u. tendo como base o valor do fluxo nominal de estator que é de  $0,532 \text{ Wb}$ . Verificamos um erro máximo de aproximadamente 9% no transitório de partida. A passagem pela velocidade zero (no instante de tempo de 6 s) provoca um novo transitório com um erro máximo da ordem de 4%. O tempo de amortecimento é de aproximadamente 4,5 s.

O erro de observação da componente de eixo em quadratura do fluxo de estator,  $e_2$ , está mostrado na figura 2.11. Conforme pode ser visto, o comportamento apresentado é semelhante aquele obtido para a componente de eixo direto. Na partida, o erro máximo fica limitado em 6% e na passagem pela velocidade zero o erro não passa de 5% do valor do fluxo nominal. A Figura 2.12 mostra o erro de observação da velocidade mecânica,  $e_3$ , em valores p.u. O valor adotado como base é o da velocidade nominal, ou seja,  $1430 \text{ rpm}$ . Observamos

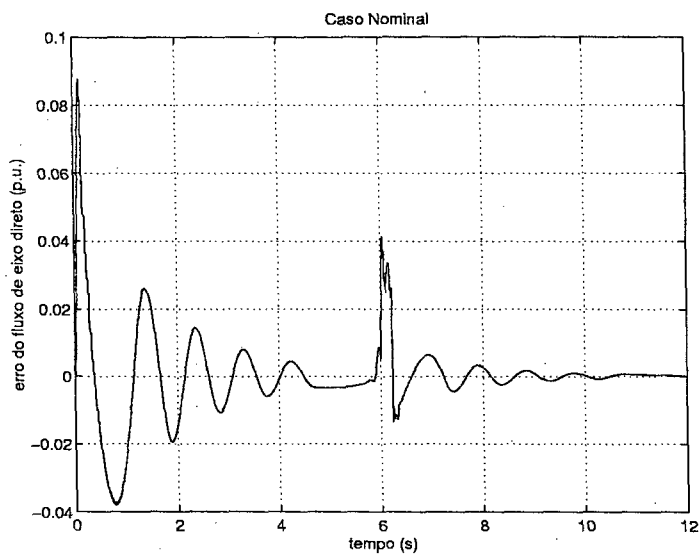


Figura 2.10: Erro de observação do fluxo de eixo direto - caso nominal

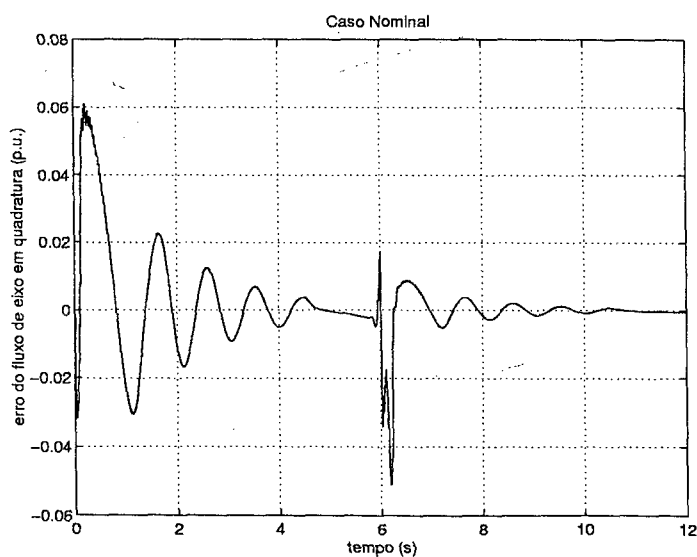


Figura 2.11: Erro de observação do fluxo de eixo em quadratura - caso nominal

que os erros máximos nos transitórios de partida e na passagem por velocidade zero são muito pequenos. Na partida o erro máximo não passa de 0,001% do valor da velocidade nominal e na passagem por zero existe um pico de aproximadamente 0,0025%.

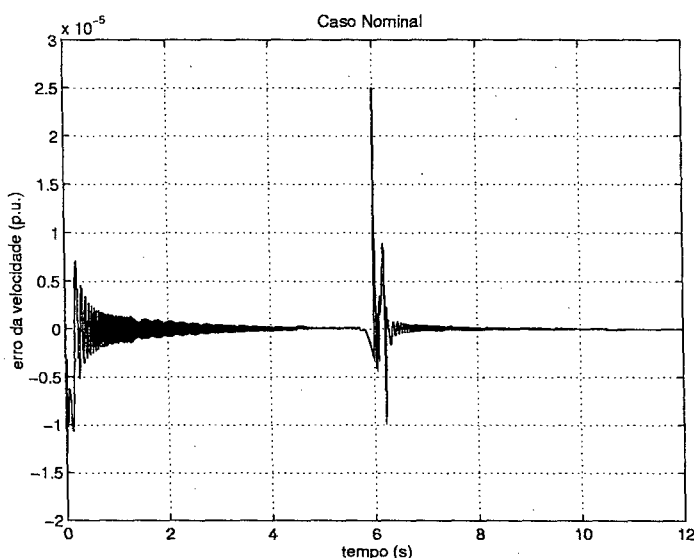


Figura 2.12: Erro de observação da velocidade - caso nominal

A figura 2.13 mostra o conjugado de carga aplicado ao motor,  $\tau_L$ . Na figura 2.14, apresentamos o conjugado de carga estimado, obtido a partir dos estados estimados, sobreposto ao conjugado de carga. Podemos verificar que a estimação é adequada. Durante o transitório de partida existe um comportamento oscilatório amortecido semelhante àqueles registrados nos erros de observação de fluxos e velocidade.

#### 2.4.6 Segundo caso: teste de robustez

O objetivo desta simulação é comprovar a robustez do observador com relação às indutâncias e à resistência de rotor. Para tal, usamos os seguintes valores para estes parâmetros no modelo do motor:

$$R_r = 1,395\Omega \quad L_s = 0,1136H \quad L_r = 0,0608H \quad M = 0,1136H$$

Isto corresponde a uma variação de +50% no valor da resistência de rotor e uma variação

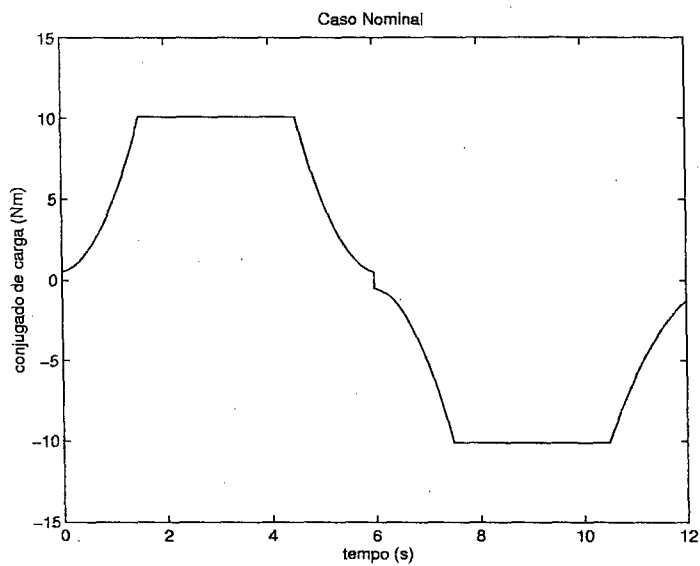


Figura 2.13: Conjugado de carga aplicado

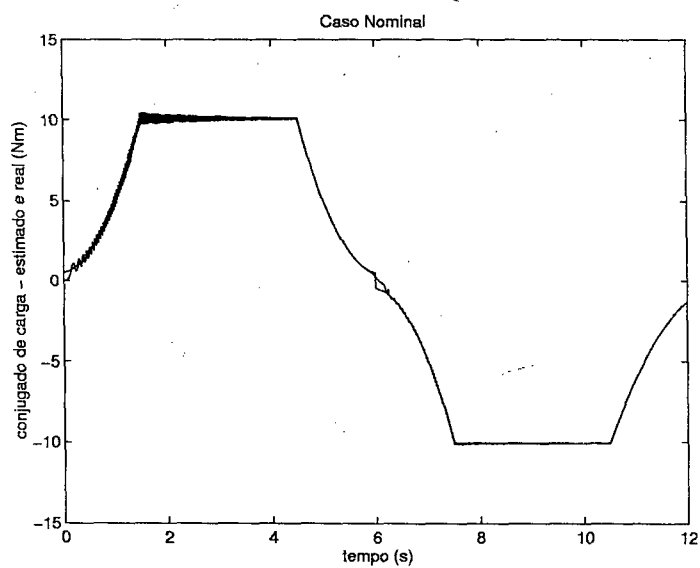


Figura 2.14: Conjugados de carga: valor estimado e valor real - caso nominal

de  $-20\%$  nas indutâncias, com relação aos valores nominais. Os demais parâmetros, ou seja, resistência de estator e parâmetros mecânicos foram mantidos nos valores nominais.

A análise da Figura 2.15 mostra que o comportamento do erro de observação da componente de eixo direto do fluxo de estator é muito próximo daquele obtido no caso nominal (Figura 2.10). Notamos que no transitório de partida o erro máximo fica limitado em  $9\%$  do

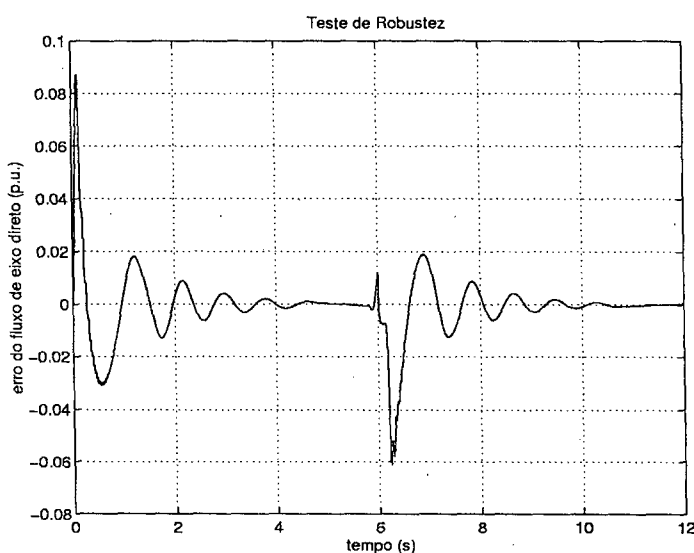


Figura 2.15: Erro de observação do fluxo de eixo direto - teste de robustez

valor nominal do fluxo de estator e que na passagem pela velocidade zero o erro máximo não passa dos  $6\%$ . A resposta do erro da componente de eixo em quadratura está apresentada na figura 2.16. Observamos um erro máximo em torno dos  $6\%$  na partida e de aproximadamente  $7\%$  na passagem pela velocidade zero.

O erro de observação da velocidade,  $e_3$ , mostrado na figura 2.17, apresenta o mesmo comportamento daquele obtido no caso nominal (Figura 2.12), ou seja, um erro máximo de  $0,001\%$  da velocidade nominal na partida e um erro máximo de  $0,0025\%$  na passagem pela velocidade zero.

Como era de se esperar a partir da formulação teórica do observador, os erros de observação apresentaram comportamentos semelhantes aos obtidos para o caso nominal. Isto comprova que o observador proposto é robusto com relação à perturbações nas indutâncias e na resistência do rotor.

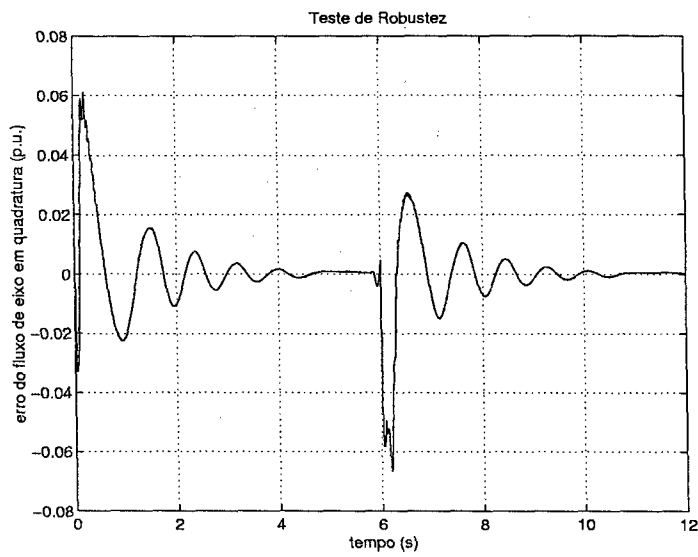


Figura 2.16: Erro de observação do fluxo de eixo em quadratura - teste de robustez

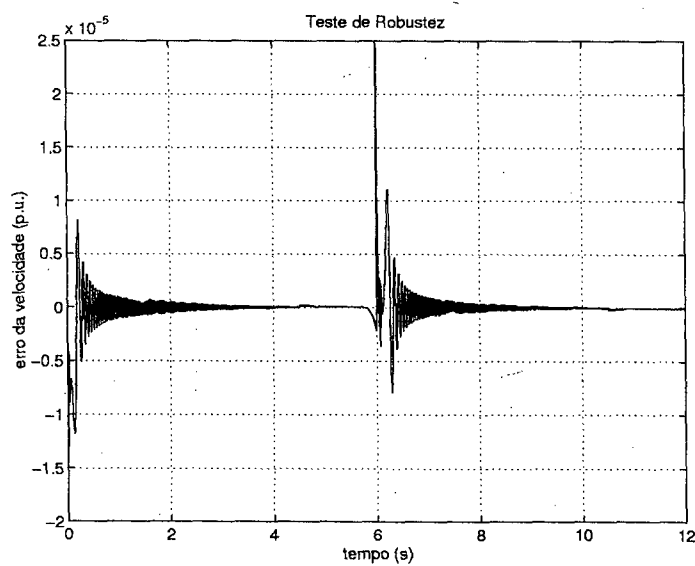


Figura 2.17: Erro de observação da velocidade - teste de robustez

## 2.5 Conclusões

Neste capítulo, apresentamos um estudo sobre a síntese de observadores robustos para o motor de indução. Dois observadores são propostos: um observador para o estado completo e outro de ordem reduzida para o fluxo e a velocidade. O observador de ordem completa foi apresentado em duas versões uma discreta e outra contínua. Todos os observadores baseiam-se nas equações estatóricas e utilizam as medidas da corrente de estator e da velocidade.

A abordagem empregada para a síntese do observador de ordem completa baseia-se na imposição de uma restrição com o objetivo de obter a robustez em relação às perturbações consideradas. Entretanto, a abordagem apresenta como aspecto restritivo a necessidade da dimensão do vetor de perturbações ser menor ou igual a dimensão do vetor de medidas. Do contrário, não é possível obtermos a robustez face às perturbações. Daí a importância da escolha apropriada do modelo de representação do motor de indução. Com a escolha do modelo estatórico, cinco dos quatro parâmetros elétricos, ou seja, as três indutâncias e a resistência do rotor ficam confinados num subespaço de ordem dois. Assim foi possível utilizarmos duas medidas, no caso as correntes estatóricas, para eliminar a influência das perturbações sobre estes parâmetros nas dinâmicas e ainda empregarmos uma terceira medida, no caso a velocidade, para impor uma convergência mais rápida ao observador. Um aspecto que pode ser considerado negativo neste observador é o uso de uma realimentação em velocidade. Isto obriga à estimação da velocidade e, por via de consequência, ao conhecimento do conjugado de carga que intervém na equação mecânica. Porém, este aspecto foi sobrepujado no observador de ordem reduzida pelo emprego de um procedimento adaptativo para estimar o conjugado resistente.

O observador de ordem reduzida tem uma estrutura clássica constituída da reescrita das dinâmicas do fluxo e da dinâmica da velocidade e um termo de realimentação baseado no erro da velocidade. Os ganhos da malha de realimentação são projetados para garantir a convergência da dinâmica do erro para zero no senso de Lyapunov. A robustez deste observador face às perturbações nas indutâncias e na resistência do rotor é obtida pelo emprego das equações estatóricas realimentadas em velocidade. Como já citamos nesta seção de conclusões, a necessidade da medição do conjugado de carga foi sobrepujada pelo emprego de um estimador para o conjugado resistente que utiliza um procedimento adaptativo.



Alguns resultados de simulação ilustram os desempenhos dos observadores propostos e confirmam a sua robustez relativamente às indutâncias e à resistência de rotor.

## Capítulo 3

# Controle em modos deslizantes de primeira ordem

### 3.1 Introdução

A abordagem de controle baseada nos modos deslizantes vem despertando grande interesse nestas últimas duas décadas em razão principalmente da sua robustez frente às perturbações internas e externas. Além deste fato relevante, também mostra-se como uma técnica de fácil implementação. Entretanto, como já comentamos na introdução geral deste trabalho, seu ponto mais negativo, que ainda é visto como um entrave à sua aplicação, é o fenômeno do “chattering”. Apesar deste fato, os trabalhos [73] e [72] mostram alguns resultados experimentais no contexto da aplicação ao motor de indução que incentivam um estudo mais detalhado sobre o assunto. Posto isto, destacamos que os fatores preponderantes que motivaram a nossa escolha por esta técnica neste trabalho foram as características de robustez e simplicidade que a abordagem apresenta e a existência de resultados preliminares incentivando ao aprofundamento do estudo da sua aplicação no âmbito do controle das máquinas elétricas girantes.

Neste capítulo, estudamos uma lei de controle descontínua baseada nos modos deslizantes de primeira ordem. Nosso objetivo é o estudo da sua aplicação ao controle do movimento e do fluxo do motor de indução. Dois modelos de estado estabelecidos em coordenadas cartesianas estacionárias são empregados: um deles utiliza como estados elétricos as componentes

ortogonais da corrente estatórica e as componentes ortogonais do fluxo rotórico [17]; o outro modelo considerado, emprega como estados elétricos as componentes ortogonais da corrente estatórica e as componentes ortogonais do fluxo de estator. O primeiro dos dois modelos citados tem sido largamente empregado no controle moderno do motor de indução, com diferentes abordagens de controle. Este fato justificou a nossa decisão de incluí-lo neste estudo. A utilização do segundo modelo, ou seja, o modelo que emprega as componentes do fluxo estatórico no vetor de estados, visa investigar o desempenho do controlador descontínuo em modos deslizantes associado em malha com o observador de estados proposto em [78].

Quanto a sua organização, o capítulo apresenta-se dividido em quatro seções principais, conforme descrito a seguir: a primeira seção trata da formulação teórica do problema de controle e da síntese de um controlador descontínuo baseado nos modos deslizantes de primeira ordem; a segunda trata da aplicação do controlador estudado no âmbito do controle da velocidade e do fluxo do motor de indução; na terceira seção estudamos sua aplicação ao controle da posição e do fluxo do motor de indução e na última apresentamos um estudo de simulação relacionado aos controladores propostos.

### 3.2 Formulação teórica do problema de controle

Seja o seguinte sistema não linear, multi-variável:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + G(x)u + \xi(x, t) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  é o vetor das entradas de controle,  $y \in \mathbb{R}^m$  é o vetor das saídas a serem controladas e  $f(x)$ ,  $G(x)$  e  $h(x)$  são funções vetoriais conhecidas e continuamente diferenciáveis. O vetor  $\xi \in \mathbb{R}^n$  representa uma perturbação limitada em norma e continuamente diferenciável em relação a todos os seus argumentos.

O problema aqui considerado pode ser formulado do modo seguinte: deseja-se realizar o projeto de um controlador robusto relativamente à perturbação  $\xi$ , baseado na abordagem do controle descontínuo em modos deslizantes de primeira ordem, que leve o sistema (3.1) a realizar o seguimento das referências para as saídas a serem controladas.

Conforme citado na literatura [37], [20], [90], o procedimento de projeto de um controlador

descontínuo em modos deslizantes é dividido em duas etapas: a) projeto da superfície de deslizamento que atenda os objetivos estabelecidos para o projeto e b) projeto da lei de controle que leve o sistema ao deslizamento sobre a superfície considerada. Detalhamos, a seguir, cada uma dessas duas etapas.

### 3.2.1 Projeto da superfície de deslizamento

Considere-se uma superfície de deslizamento da forma

$$S(x, \xi, t) = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \dots & s_m \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^m \quad (3.2)$$

que seja continuamente diferenciável em relação a todos os seus argumentos. Projetamos cada um dos elementos que constituem a superfície a partir da seguinte função:

$$s_j = \sum_{i=0}^{r_j-1} l_{ji} (y_{j,ref} - y_j)^i \quad j = 1, \dots, m \quad (3.3)$$

sendo que  $r_j$  representa o grau relativo da saída  $y_j$ <sup>1</sup>,  $y_{j,ref}$  é a referência para saída  $y_j$  e  $l_{ji}$  representa um ganho. Assim, quando o sistema estiver na condição de deslizamento com  $s_j = 0$  a equação (3.3) representa uma dinâmica linear do erro de seguimento de saída, desde que o grau relativo da saída seja maior ou igual a dois. Portanto, pelo ajuste adequado dos ganhos  $l_{ji}$  podemos regular livremente a velocidade da convergência exponencial do erro de saída para zero. Se a saída apresentar grau relativo igual a um, a equação (3.3) não apresenta dinâmica tornando a convergência do erro de saída, no deslizamento, não assintótica.

### 3.2.2 Projeto do controle

Nesta etapa, sintetizamos uma lei de controle que torna a origem da superfície  $S$  atrativa levando-se, assim, o sistema (3.1) ao deslizamento sobre  $S = 0$ .

---

<sup>1</sup>Defini-se “grau relativo” de uma saída de controle como o número de vezes que é necessário derivar esta saída para que a entrada de controle apareça explicitamente [38]

Podemos escrever a dinâmica da superfície  $S(x, \xi, t)$  do modo seguinte:

$$\begin{aligned}\dot{S} &= \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} \dot{x} \\ &= \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} [f(x) + G(x)u + \xi(x, t)] \\ &= a(x, t) + \eta(x, t) + H(x)u(t)\end{aligned}\quad (3.4)$$

onde

$$a(x, t) = \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} f(x) \quad (3.5)$$

é um termo independente do controle que pode ser determinado a partir do conhecimento das referências de saída e do modelo nominal do sistema,

$$\eta(x, t) = \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial S}{\partial x} \xi \quad (3.6)$$

é uma função da perturbação e de sua derivada sendo, portanto, um termo desconhecido e também independente do controle e

$$H(x) = \frac{\partial S}{\partial x} G(x) \quad (3.7)$$

é a matriz de acoplamento do controle que pode ser determinada a partir do conhecimento do modelo nominal do sistema.

A simplificação e o desacoplamento de (3.4) com relação ao controle podem ser obtidos com o uso da seguinte lei de controle:

$$u(t) = [H(x)]^{-1}[-a(x, t) + u_n] \quad (3.8)$$

onde consideramos que a matriz  $H(x)$  é não singular para todo e qualquer tempo.

A aplicação de (3.8) em (3.4) conduz a reescrita da dinâmica de  $S$  como:

$$\dot{S}(x, u, \xi, t) = u_n(t) + \eta(\xi) \quad (3.9)$$

que, com o intuito de facilitar a compreensão, reescrevemos a seguir do seguinte modo:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \vdots \\ \dot{s}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{n_1} \\ \vdots \\ u_{n_m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \vdots \\ \eta_m \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

A partir deste ponto, como (3.9) é desacoplado do ponto de vista do controle, o problema da estabilização para a origem pode ser tratado separadamente para cada uma das  $m$  dinâmicas mono-variáveis. O projeto de cada elemento do vetor de controle  $u_n \in \mathbb{R}^m$  é feito com o uso da seguinte função de Lyapunov:

$$V_j(s_j) = \frac{1}{2} s_j^2 \quad j = 1, \dots, m \quad (3.11)$$

Sua derivada temporal ao longo da trajetória de  $s_j$  fica:

$$\dot{V}_j(s_j) = s_j \dot{s}_j = s_j(u_{n_j} + \eta_j) \quad (3.12)$$

A negatividade de  $\dot{V}_j(s_j)$  é garantida com o uso da seguinte lei de controle descontínua:

$$u_{n_j} = -k_j \text{sign}(s_j) \quad (3.13)$$

com  $k_j > |\eta_j|$  e  $\text{sign}(\cdot)$  representando a função sinal do argumento.

Assim, mesmo com a existência da perturbação  $\xi(t)$ , garante-se a atratividade da origem da superfície  $S(x, \xi, t)$  fazendo-se que ocorra o deslizamento em direção a origem do erro de seguimento de saída, que é o objetivo de controle buscado. Contudo, deve-se ter em conta que o deslizamento sobre  $S(x, \xi, t) = 0$  só ocorre no caso ideal, admitindo-se uma frequência de chaveamento infinita. Na realidade, em função dos atrasos no tempos de chaveamento e limitações na frequência de chaveamento passível de realização, o sistema desliza numa vizinhança de  $S(x, \xi, t) = 0$  com oscilações de alta frequência em torno desta região. Este fenômeno que é inerente ao controle descontínuo em modos deslizantes é conhecido na literatura de língua inglesa pela denominação de “chattering”. Este fenômeno restringe a aplicação do controle descontínuo em modos deslizantes podendo, inclusive, levar o sistema à instabilidade pela excitação de dinâmicas não modeladas. Tradicionalmente, a forma que tem sido utilizada para

contornar este problema baseia-se na substituição do controle descontínuo, numa vizinhança da função de chaveamento, por um controle contínuo ou mesmo por uma “zona morta”. Isto introduz o conceito de camada limite e acarreta, via de regra, uma perda na robustez e na precisão do controle. Portanto, a delimitação da espessura da camada limite é, sempre, um compromisso entre a precisão e a redução do “chattering”.

### 3.3 Aplicação ao controle da velocidade e do fluxo do motor de indução

Nesta seção, estudamos a aplicação da estratégia de controle apresentada na seção anterior ao motor de indução. Consideramos como perturbações o erro no conhecimento da resistência de estator e o conjugado de carga. Dois controladores são estudados: um onde as variáveis de controle são a velocidade mecânica e o fluxo rotórico e outro que tem como variáveis de controle a velocidade e o fluxo de estator.

Utilizamos para a representação do motor de indução o seguinte modelo de estado:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [A(\omega_r) + \Delta A]x + Bu \\ \dot{\omega}_r &= f(x, \omega_r) + \xi(t) \\ y &= \begin{bmatrix} C & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \omega_r \end{bmatrix} \\ y' &= h(x, \omega_r) \end{aligned} \tag{3.14}$$

onde  $x \in \mathbb{R}^4$  é o estado do sub-sistema elétrico,  $u \in \mathbb{R}^2$  é a entrada de controle,  $\omega_r$  é a velocidade mecânica, estado do sub-sistema mecânico,  $y \in \mathbb{R}^3$  é a saída medida e  $y' \in \mathbb{R}^2$  representa o vetor de variáveis de controle. As matrizes  $A(\omega_r)$ ,  $B$  e  $C$  são conhecidas e as funções  $f(x, \omega_r)$  e  $h(x, \omega_r)$  são não lineares e igualmente conhecidas. A matriz  $\Delta A$  representa uma perturbação atuando na matriz de estados do sistema, limitada em norma, e o termo  $\xi(t)$  é uma perturbação externa, limitada, atuando no sub-sistema mecânico.

### 3.3.1 Projeto do controle para o modelo de fluxo rotórico

Utilizamos o modelo de estados de corrente estatórica e fluxo rotórico no referencial estacionário. Neste modelo, o vetor de estados do sub-sistema elétrico é:

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}]^T \quad (3.15)$$

A entrada de controle é o vetor de tensão estatórica,  $u = [V_\alpha, V_\beta]^T$ , e a parte nominal do sistema fica definida por:

$$A(\omega_r) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}(\omega_r) \\ A_{21} & A_{22}(\omega_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma I & \frac{K}{T_r} I - K p \omega_r \mathcal{J} \\ \frac{L_{sr}}{T_r} I & -\frac{1}{T_r} I + p \omega_r \mathcal{J} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_r} I \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$C = \begin{bmatrix} I & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$f(x, \omega_r) = \frac{p L_{sr}}{J L_r} (x_2 x_3 - x_1 x_4) - \frac{b}{J} \omega_r \quad (3.19)$$

$$h(x, \omega_r) = \begin{bmatrix} \omega_r \\ x_3^2 + x_4^2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$I$  representa a matriz identidade de dimensão dois,  $0_{2 \times 2}$  é a matriz nula de dimensão dois e

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

é uma matriz anti-simétrica.

Os termos de perturbação são dados por:

$$\Delta A = \begin{bmatrix} -\Delta \gamma I & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$



com

$$\Delta\gamma = \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s} \quad (3.23)$$

e

$$\xi(t) = -\frac{C_l}{J} \quad (3.24)$$

onde  $C_l$  é o conjugado de carga e  $J$  é a inércia das partes girantes (sistema mecânico motor-carga).

De acordo com (3.3), o projeto da superfície fica:

$$\begin{aligned} s_1 &= \dot{\omega}_{ref}(t) - \dot{\omega}_r + l_1(\omega_{ref}(t) - \omega_r) \\ &= \dot{\omega}_{ref}(t) + l_1\omega_{ref}(t) - \frac{pL_{sr}}{JL_r}(x_2x_3 - x_1x_4) + \left(\frac{b}{J} - l_1\right)\omega_r - \xi(t) \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} s_2 &= \dot{\phi}_{ref}(t) - 2(\dot{x}_3x_3 + \dot{x}_4x_4) + l_2(\phi_{ref}(t) - (x_3^2 + x_4^2)) \\ &= \dot{\phi}_{ref}(t) + l_2\phi_{ref}(t) - 2\frac{L_{sr}}{I_r}(x_1x_3 + x_2x_4) + \left(\frac{2}{I_r} - l_2\right)(x_3^2 + x_4^2) \end{aligned} \quad (3.26)$$

onde  $\omega_{ref}(t)$  é a referência para a velocidade mecânica e  $\phi_{ref}(t)$  é a referência para o quadrado da norma do fluxo de rotor.

Quando o sistema estiver deslizando sobre  $S = 0$ , temos:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -l_1e_1 \\ \dot{e}_2 &= -l_2e_2 \end{aligned} \quad (3.27)$$

com  $e_1 = \omega_{ref} - \omega_r$  representando o erro em velocidade e  $e_2 = \phi_{ref} - (x_3^2 + x_4^2)$  representando o erro do quadrado da norma do fluxo do rotor. Assim, a equação (3.27) representa uma dinâmica de erro de seguimento que converge exponencialmente para a origem desde que  $l_1$  e  $l_2$  sejam positivos. A velocidade de convergência pode ser ajustada livremente através dos ganhos  $l_1$  e  $l_2$ .

Uma vez projetada a superfície que leve ao seguimento de referência sempre que o sistema encontre-se no modo de deslizamento, o passo seguinte é o projeto de uma lei de controle que garanta a convergência da dinâmica de  $S$  para a origem. Inicialmente, determinamos a

dinâmica de  $S$  por:

$$\begin{aligned}
 \dot{S} &= \frac{\partial S}{\partial \omega_r} \dot{\omega}_r + \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} \dot{x} \\
 &= \frac{\partial S}{\partial \omega_r} [f(x, \omega_r) + \xi] + \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} \{ [A(\omega_r) + \Delta A]x + Bu \} \\
 &= a + \eta + Hu
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

com

$$a = [a_1, a_2]^T = \frac{\partial S}{\partial \omega_r} f(x, \omega_r) + \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} A(\omega_r)x \tag{3.29}$$

representando um termo independente do controle e das perturbações,

$$\begin{aligned}
 \eta &= [\eta_1, \eta_2]^T = \frac{\partial S}{\partial \omega_r} \xi + \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial S}{\partial x} \Delta Ax \\
 &= \begin{bmatrix} (\frac{b}{J} - l_1)\xi(t) - \dot{\xi}(t) + \frac{pL_{sr}}{JL_r}(x_2x_3 - x_1x_4)\Delta\gamma \\ 2\frac{L_{sr}}{T_r}(x_1x_3 + x_2x_4)\Delta\gamma \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

representando um termo de perturbação, independente do controle, e

$$H = \frac{\partial S}{\partial x} B = \begin{bmatrix} \kappa_1 x_4 & -\kappa_1 x_3 \\ \kappa_2 x_3 & \kappa_2 x_4 \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

com

$$\kappa_1 = \frac{pL_{sr}}{J\sigma L_s L_r} \tag{3.32}$$

$$\kappa_2 = -2\frac{L_{sr}}{T_r\sigma L_s}$$

é a matriz de acoplamento do controle.

O uso da lei de controle

$$u = H^{-1} \begin{bmatrix} -a_1 + u_{d1} \\ -a_2 + u_{d2} \end{bmatrix} \tag{3.33}$$

simplifica e desacopla a dinâmica de  $S$ , levando (3.28) a ser reescrita como:

$$\begin{aligned}\dot{s}_1 &= u_{d1} + \eta_1 \\ \dot{s}_2 &= u_{d2} + \eta_2\end{aligned}\tag{3.34}$$

Note-se que o controle considerado exige a não singularidade da matriz  $H$ , o que fica garantido por  $\det H \neq 0$ . A partir de (3.31), obtemos:

$$\det H = -2 \frac{pM_{sr}^2 R_r}{J(\sigma L_s L_r)^2} (x_3^2 + x_4^2)\tag{3.35}$$

Assim, verificamos uma singularidade em  $H$  quando

$$x_3^2 + x_4^2 = \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2 = 0\tag{3.36}$$

ou seja, quando a norma do fluxo do rotor for nula. Esta singularidade é bem conhecida no controle do motor de indução podendo facilmente ser superada. Para tal, basta garantirmos no controle do fluxo do rotor que a norma não seja nula.

O problema da atratividade da origem da superfície  $S$  pode ser tratado separadamente para  $s_1$  e  $s_2$  haja vista que estas dinâmicas são desacopladas do ponto de vista do controle. A atratividade da origem de  $s_1$  pode ser obtida com

$$u_{d1} = -k_1 \operatorname{sign}(s_1)\tag{3.37}$$

com  $k_1 > |\eta_1|$ . Do mesmo modo,

$$u_{d2} = -k_2 \operatorname{sign}(s_2)\tag{3.38}$$

garante a atratividade da origem de  $s_2$  desde que  $k_2 > |\eta_2|$ .

*Prova:*

Sejam as seguintes funções de Lyapunov:

$$V_1(s_1) = 0.5s_1^2 \quad (3.39)$$

$$V_2(s_2) = 0.5s_2^2 \quad (3.40)$$

As derivadas temporais sobre as trajetórias de  $s_1$  e  $s_2$  ficam:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(s_1) &= s_1 \dot{s}_1 \\ &= s_1[\eta_1 - k_1 \operatorname{sign}(s_1)] \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\dot{V}_2(s_2) = s_2[\eta_2 - k_2 \operatorname{sign}(s_2)] \quad (3.42)$$

Portanto, fazendo-se  $k_1 > |\eta_1|$  e  $k_2 > |\eta_2|$  garante-se, respectivamente, que as funções  $\dot{V}_1$  e  $\dot{V}_2$  sejam definidas negativas o que prova a atratividade da origem de  $s_1$  e  $s_2$ .

A implementação do controle proposto exige o conhecimento de todos os estados do sistema, incluindo-se as componentes do fluxo do rotor,  $\phi_{r\alpha}$  e  $\phi_{r\beta}$ , além do conhecimento da aceleração  $\dot{\omega}_r$ . Consideramos que a velocidade e a corrente estatórica são obtidas por medição. Tendo-se em consideração uma implementação digital, com um passo de amostragem suficientemente pequeno para minimizar os erros do modelo contínuo considerado, é admissível pensarmos em sobrepujar a necessidade de medição da aceleração utilizando-se uma derivada discreta obtida a partir da velocidade medida. Relativamente à obtenção do fluxo rotórico, a solução que empregada normalmente é a utilização de um observador de estados de convergência assintótica.

### **Análise da estabilidade do controlador baseado em informações de um observador de fluxo**

Consideremos o seguinte observador de fluxo rotórico:

$$\dot{\hat{x}}_\phi = A_{21}x_i + A_{22}(\omega_r)\hat{x}_\phi \quad (3.43)$$

onde  $\hat{x}_\phi = [\hat{x}_3, \hat{x}_4]^T = [\hat{\phi}_{r\alpha}, \hat{\phi}_{r\beta}]^T$  é o estado observado e  $x_i = [x_1, x_2]^T = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}]^T$  é a corrente estatórica medida. Definindo-se o erro de observação de fluxo como  $e_\phi = \hat{x}_\phi - x_\phi$ , com  $x_\phi = [x_3, x_4]^T = [\phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}]^T$ , escrevemos a dinâmica do erro de observação como:

$$\begin{aligned} \dot{e}_\phi &= A_{22}(\omega_r)e_\phi \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & -p\omega_r \\ p\omega_r & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{\phi 1} \\ e_{\phi 2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.44)$$

com  $e_{\phi 1} = \hat{x}_3 - x_3$  e  $e_{\phi 2} = \hat{x}_4 - x_4$ .

A prova da convergência do erro de observação de fluxo para origem é feita com o uso da seguinte função de Lyapunov:

$$V(e_\phi) = \frac{1}{2}e_\phi^T e_\phi = \frac{1}{2}(e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2) \quad (3.45)$$

A derivada de  $V(e_\phi)$  ao longo da trajetória de  $e_\phi$ , dada por (3.44), é:

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_\phi) &= e_{\phi 1}\dot{e}_{\phi 1} + e_{\phi 2}\dot{e}_{\phi 2} \\ &= -\frac{1}{T_r}(e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2) \end{aligned} \quad (3.46)$$

que é definida negativa. Assim, está provada a estabilidade exponencial do erro de observação para zero.

A implementação da superfície de deslizamento baseada nas informações do observador conduz à:

$$\begin{aligned} s_1 &= \dot{\omega}_{ref}(t) - \dot{\omega}_r + l_1(\omega_{ref}(t) - \omega_r) \\ &= \dot{\omega}_{ref}(t) + l_1\omega_{ref}(t) - \frac{pL_{sr}}{JL_r}(x_2x_3 - x_1x_4) + \left(\frac{b}{J} - l_1\right)\omega_r - \xi(t) \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \hat{s}_2 &= \dot{\phi}_{ref}(t) - 2(\hat{x}_3\hat{x}_3 + \hat{x}_4\hat{x}_4) + l_2(\phi_{ref}(t) - (\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2)) \\ &= \dot{\phi}_{ref}(t) + l_2\phi_{ref}(t) - 2\frac{L_{sr}}{T_r}(x_1\hat{x}_3 + x_2\hat{x}_4) + \left(\frac{2}{T_r} - l_2\right)(\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Portanto, podemos escrever:

$$\hat{S}(\hat{x}_\phi, x_i, \omega_r, \xi, t) = [s_1, \hat{s}_2]^T \quad (3.49)$$

A componente  $\hat{s}_2$  pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
 \hat{s}_2 &= s_2 - 2\frac{L_{sr}}{T_r}[x_1(\hat{x}_3 - x_3) + x_2(\hat{x}_4 - x_4)] + \\
 &\quad + \left(\frac{2}{T_r} + l_2\right)[(\hat{x}_3^2 - x_3^2) + (\hat{x}_4^2 - x_4^2)] \\
 &= s_2 - 2\frac{L_{sr}}{T_r}[x_1 e_{\phi 1} + x_2 e_{\phi 2}] + \\
 &\quad + \left(\frac{2}{T_r} + l_2\right)[e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2 + 2(x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2})]
 \end{aligned} \tag{3.50}$$

Verificamos, portanto, que  $\hat{S} \mapsto S$  quando  $t \mapsto \infty$  uma vez que o observador (3.43) apresenta convergência exponencial do erro de observação para a origem. De forma semelhante ao que foi apresentado em (3.28), a dinâmica de  $\hat{S}$  pode ser escrita como

$$\dot{\hat{S}} = \hat{a} + \eta + \hat{H}u \tag{3.51}$$

onde

$$\hat{a} = [a_1, \hat{a}_2]^T \tag{3.52}$$

com

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \ddot{\omega}_{ref} + l_1 \dot{\omega}_{ref} + \frac{pL_{sr}}{JL_r} \left(\gamma + \frac{1}{T_r} + \frac{b}{J} - l_1\right)(x_2 x_3 - x_1 x_4) + \\
 &\quad + \frac{p^2 L_{sr} K}{JL_r} (x_3^2 + x_4^2) \omega_r + \frac{p^2 L_{sr}}{JL_r} (x_1 x_3 + x_2 x_4) \omega_r + \\
 &\quad + \frac{b}{J} (l_1 - \frac{b}{J}) \omega_r
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{a}_2 &= \ddot{\phi}_{ref} + l_2 \dot{\phi}_{ref} + \frac{2}{T_r} [L_{sr} \left(\frac{3}{T_r} + \gamma - l_2\right)] (x_1 \hat{x}_3 + x_2 \hat{x}_4) - \\
 &\quad - pL_{sr} (x_2 \hat{x}_3 - x_1 \hat{x}_4) \omega_r - \frac{L_{sr} K}{T_r} (x_3 \hat{x}_3 + x_4 \hat{x}_4) + \\
 &\quad + pL_{sr} K (x_3 \hat{x}_4 - \hat{x}_3 x_4) - \frac{M_{sr}^2}{T_r} (x_1^2 + x_2^2) + (l_2 - \frac{2}{T_r}) (\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2)
 \end{aligned} \tag{3.54}$$

e

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \kappa_1 x_4 & -\kappa_1 x_3 \\ \kappa_2 \hat{x}_3 & \kappa_2 \hat{x}_4 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

A implementação do controle (3.33), baseado nas informações do observador de fluxo, leva à:

$$u = \hat{H}_i^{-1} \begin{bmatrix} -\hat{a}'_1 + u_{d1} \\ -\hat{a}'_2 + u_{d2} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

onde

$$\begin{aligned} \hat{a}'_1 &= a_1 + \delta_{a1}(x, e_\phi) \\ &= a_1 + \frac{pL_{sr}}{JL_r} \left[ \left( \gamma + \frac{1}{T_r} + \frac{b}{J} - l_1 \right) (x_2 e_{\phi 1} - x_1 e_{\phi 2}) + pK[2(x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2}) \right. \\ &\quad \left. + e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2] \omega_r + p(x_1 e_{\phi 1} + x_2 e_{\phi 2}) \omega_r \right] \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} \hat{a}'_2 &= \hat{a}_2 + \delta_{a2}(x_\phi, e_\phi) \\ &= \hat{a}_2 + \frac{2L_{sr}K}{T_r} \left[ p(x_3 e_{\phi 2} - x_4 e_{\phi 1}) - \frac{1}{T_r} (x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2}) \right] \end{aligned} \quad (3.58)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_i^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa_1} \frac{\hat{x}_4}{\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2} & \frac{1}{\kappa_2} \frac{\hat{x}_3}{\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2} \\ -\frac{1}{\kappa_1} \frac{\hat{x}_3}{\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2} & \frac{1}{\kappa_2} \frac{\hat{x}_4}{\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2} \end{bmatrix} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa_1} \frac{\hat{x}_4}{x_3 \hat{x}_3 + x_4 \hat{x}_4} & \frac{1}{\kappa_2} \frac{x_3}{x_3 \hat{x}_3 + x_4 \hat{x}_4} \\ -\frac{1}{\kappa_1} \frac{\hat{x}_3}{x_3 \hat{x}_3 + x_4 \hat{x}_4} & \frac{1}{\kappa_2} \frac{x_4}{x_3 \hat{x}_3 + x_4 \hat{x}_4} \end{bmatrix}}_{\hat{H}^{-1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{\kappa_1} \hat{x}_4 \delta_{H1} & -\frac{1}{\kappa_2} \hat{x}_4 \delta_{H2} \\ \frac{1}{\kappa_1} \hat{x}_3 \delta_{H2} & -\frac{1}{\kappa_2} \hat{x}_3 \delta_{H1} \end{bmatrix}}_{\Delta H^{-1}} \\ &= \hat{H}^{-1} + \Delta H^{-1} \end{aligned} \quad (3.59)$$

com

$$\delta_{H1} = \frac{x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2} + e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2}{(x_3^2 + x_4^2 + x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2})[x_3^2 + x_4^2 + 2(x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2}) + e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2]} \quad (3.60)$$

$$\delta_{H2} = \frac{x_3 e_{\phi 2} - x_4 e_{\phi 1}}{(x_3^2 + x_4^2 + x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2})[x_3^2 + x_4^2 + 2(x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2}) + e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2]}$$

Note-se que a singularidade presente no controle (3.56) é de mesma natureza daquela presente em (3.33), ou seja, está associada à norma nula do fluxo rotórico estimado. Assim, considerando-se a existência de convergência exponencial do fluxo estimado para o valor real do fluxo rotórico, que é diferente de zero, tal singularidade não se manifestará.

A aplicação do controle (3.56) à dinâmica de  $\hat{S}$  faz a equação (3.51) tornar-se:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{S}} &= \hat{a} + \eta + \hat{H}(\hat{H}^{-1} + \Delta H^{-1})[-(\hat{a} + \delta_a) + u_d] \\ &= \eta - \delta_a - \hat{H}\Delta H^{-1}(\hat{a} + \delta_a) + (I + \hat{H}\Delta H^{-1})u_d \end{aligned} \quad (3.61)$$

onde  $I$  é a matriz identidade de dimensão dois,  $\delta_a = [\delta_{a1}, \delta_{a2}]^T$ ,  $u_d = [u_{d1}, u_{d2}]^T$  e

$$\hat{H}\Delta H^{-1} = \begin{bmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 \\ 0 & \Delta_3 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

com

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -\delta_{H1}(x_3 \hat{x}_3 + x_4 \hat{x}_4) \\ &= \frac{x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2} + e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2}{x_3^2 + x_4^2 + 2(x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2}) + e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2} \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \delta_{H2}(x_4 \hat{x}_4 - x_3 \hat{x}_3) \\ &= \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \frac{(x_4 e_{\phi 1} - x_3 e_{\phi 2})(x_3^2 - x_4^2) - (x_3^2 + x_4^2)e_{\phi 1} e_{\phi 2} + x_3 x_4 (e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2)}{(x_3^2 + x_4^2 + x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2})[x_3^2 + x_4^2 + 2(x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2}) + e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2]} \end{aligned} \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= 2\delta_{H2} \hat{x}_3 \hat{x}_4 \\ &= 2 \frac{x_3 x_4 (x_3 e_{\phi 2} - x_4 e_{\phi 1}) + x_3 (x_3 + e_{\phi 1}) e_{\phi 2}^2 - x_4 (x_4 + e_{\phi 2}) e_{\phi 1}^2}{(x_3^2 + x_4^2 + x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2})[x_3^2 + x_4^2 + 2(x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2}) + e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2]} \end{aligned} \quad (3.65)$$

De (3.62) percebemos que a dinâmica de  $s_2$  é desacoplada da dinâmica de  $s_1$ . A equação



(3.61) reescrita para cada uma das componentes do vetor  $\hat{S}$  fica, portanto:

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 = & \eta_1 - \delta_{a1} - \Delta_1(\hat{a}_1 + \delta_{a1}) - \Delta_2(\hat{a}_2 + \delta_{a2}) + \\ & +(1 + \Delta_1)u_{d1} + \Delta_2u_{d2} \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$\dot{s}_2 = \eta_2 - \delta_{a2} - \Delta_3(\hat{a}_2 + \delta_{a2}) + (1 + \Delta_2)u_{d2} \quad (3.67)$$

Considerando-se que são limitados os valores da perturbação de carga e sua derivada,  $\xi$  e  $\dot{\xi}$ , a variação do parâmetro  $\gamma$ , os estados do sistema,  $x$  e  $\omega_r$ , e os valores do erro de estimação do fluxo,  $e_\phi$ , o que leva os valores de  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  e  $\Delta_3$  a serem limitados, e ainda certas restrições em  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  associadas à magnitude do erro de estimação do fluxo, buscamos demonstrar que um controle do tipo

$$u_d = \begin{bmatrix} u_{d1} \\ u_{d2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 \text{sign}(s_1) \\ -k_2 \text{sign}(\hat{s}_2) \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

pode garantir a atratividade da origem da superfície  $\hat{S}$ .

*Análise da estabilidade:*

Sejam as seguintes funções de Lyapunov:

$$V_1(s_1) = 0.5s_1^2 \quad (3.69)$$

$$V_2(s_2) = 0.5s_2^2 \quad (3.70)$$

As derivadas temporais sobre as trajetórias de  $s_1$  e  $\hat{s}_2$  ficam:

$$\begin{aligned}\dot{V}_1(s_1) &= s_1 \dot{s}_1 \\ &= s_1[\eta_1 - \delta_{a1} - \Delta_1(\hat{a}_1 + \delta_{a1}) - \Delta_2(\hat{a}_2 + \delta_{a2})] - \\ &\quad -(1 + \Delta_1)k_1 s_1 \operatorname{sign}(s_1) - \Delta_2 k_2 s_1 \operatorname{sign}(\hat{s}_2)\end{aligned}\quad (3.71)$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_2(\hat{s}_2) &= \hat{s}_2 \dot{\hat{s}}_2 \\ &= \hat{s}_2[\eta_2 - \delta_{a2} - \Delta_3(\hat{a}_2 + \delta_{a2})] - (1 + \Delta_3)k_2 \hat{s}_2 \operatorname{sign}(\hat{s}_2)\end{aligned}\quad (3.72)$$

Assim,  $\dot{V}_2$  será definida negativa se:

$$k_2 > \frac{\eta_2 |-\delta_{a2} - \Delta_3(\hat{a}_2 + \delta_{a2})|}{1 + \Delta_3}\quad (3.73)$$

com

$$\Delta_3 > -1\quad (3.74)$$

A negatividade de  $\dot{V}_1$  pode ser garantida por:

$$k_1 > \frac{|\eta_1 - \delta_{a1} - \Delta_1(\hat{a}_1 + \delta_{a1}) - \Delta_2(\hat{a}_2 + \delta_{a2}) - \Delta_2 k_2 \operatorname{sign}(\hat{s}_2)|}{1 + \Delta_1}\quad (3.75)$$

com

$$\Delta_1 > -1\quad (3.76)$$

Sempre é possível encontrarmos valores suficientemente grandes para os ganhos  $k_1$  e  $k_2$  de forma que atendam as restrições (3.73) e (3.75) haja vista que todos os termos são limitados. Entretanto, o atendimento às restrições (3.74) e (3.76) não é de simples demonstração. Podemos observar de (3.63) e (3.65) que quando o erro de observação do fluxo tende para zero  $\Delta_1$  e  $\Delta_3$  tendem igualmente para zero. Embora não sejam evidentes os limites, podemos imaginar que o atendimento dessas restrições esteja associado a um comportamento mínimo aceitável para o observador durante o transitório de convergência, ou seja, esteja associado ao fato dos erros de observação ficarem confinados dentro de uma certa região em torno da origem.

Assim, sob estas condições o controle apresentado garante a atratividade da origem de  $\hat{S}$ . Como o erro de observação,  $e_\phi$  converge exponencialmente para zero, tem-se a convergência exponencial da origem de  $\hat{S}$  para a origem de  $S$  o que leva ao erro nulo no seguimento das saídas de controle.

### 3.3.2 Projeto do controle para o modelo de fluxo estático

O projeto deste controlador baseia-se no modelo que tem como estados associados ao sistema elétrico a corrente de estator e o fluxo de estator. Portanto, o vetor de estados do sub-sistema elétrico fica definido do seguinte modo:

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \phi_{s\alpha}, \phi_{s\beta}]^T \quad (3.77)$$

A entrada de controle é o vetor de tensões estáticas,  $u = [V_\alpha, V_\beta]^T$ . As matrizes  $A(\omega_r)$ ,  $\Delta A$ ,  $B$  e  $C$  e a função escalar  $f(x, \omega_r)$  são definidas como segue:

$$A(\omega_r) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}(\omega_r) \\ A_{21} & A_{22}(\omega_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\alpha + \beta)I + p\omega_r \mathcal{J} & \frac{\beta}{L_s}I - \frac{p}{\sigma L_s} \mathcal{J} \\ -R_s I & 0 \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} -\Delta\beta I & \frac{\Delta\beta}{L_s} I \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

onde  $\Delta\beta = \frac{\Delta R_r}{\sigma L_s}$ ,

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} I \\ I \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

$$C = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

e

$$f(x, \omega_r) = \frac{p}{J}(x_2 x_3 - x_1 x_4) - \frac{b}{J}\omega_r \quad (3.82)$$

A perturbação sobre a sistema mecânico, como no caso anterior, continua a ser definida por  $\xi = -\frac{C_l}{J}$ . Devemos, entretanto, observar que a perturbação que atua sobre o sistema elétrico,  $\Delta A$ , é neste caso função apenas da variação na resistência rotórica.

O projeto da superfície visa obter o seguimento para a velocidade mecânica (como no caso anterior) e o seguimento para o fluxo de estator. Assim, a superfície  $S$  resultante é dada por:

$$\begin{aligned} s_1 &= \dot{\omega}_{ref}(t) - \dot{\omega}_r + l_1(\omega_{ref}(t) - \omega_r) \\ &= \dot{\omega}_{ref}(t) + l_1\omega_{ref}(t) - \frac{p}{J}(x_2x_3 - x_1x_4) + \left(\frac{b}{J} - l_1\right)\omega_r - \xi(t) \end{aligned} \quad (3.83)$$

$$s_2 = l_2(\phi_{ref}(t) - (x_3^2 + x_4^2)) \quad (3.84)$$

onde  $\phi_{ref}(t)$  é a referência para o quadrado da norma do fluxo de estator.

A dinâmica de  $S$  continua a ser representada pela equação (3.28) com valores particularizados para  $a$ ,  $\eta$  e  $H$ . O vetor de perturbações  $\eta$  fica definido como:

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{b}{J} - l_1\right)\xi(t) - \dot{\xi}(t) + \frac{p\Delta R_r}{J\sigma L_r}(x_2x_3 - x_1x_4) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.85)$$

A matriz  $H$ , neste caso, apresenta a seguinte estrutura:

$$H = \frac{\partial w}{\partial x} B = \begin{bmatrix} \kappa_1 x_4 - \kappa_2 x_2 & -\kappa_1 x_3 + \kappa_2 x_1 \\ \kappa_3 x_3 & \kappa_3 x_4 \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

onde

$$\kappa_1 = \frac{p}{J\sigma L_s} \quad (3.87)$$

$$\kappa_2 = \frac{p}{J} \quad (3.88)$$

$$\kappa_3 = -2l_2 \quad (3.89)$$

O determinante de  $H$  fica determinado por  $\det H = \kappa_1 \kappa_3 (x_3^2 + x_4^2) - \kappa_2 \kappa_3 (x_1 x_3 + x_2 x_4)$ . Assim, podemos verificar que uma condição de singularidade ocorre quando o fluxo de estator é nulo, ou seja, quando  $x_3 = 0$  e  $x_4 = 0$ . Outra singularidade ocorreria quando  $\kappa_1 (x_3^2 + x_4^2) = \kappa_2 (x_1 x_3 + x_2 x_4)$ . A primeira singularidade foi comentada na subseção 3.3.1 e esta ligada

a condição física da máquina não poder operar sem fluxo. A segunda condição não deixa evidente alguma relação com a física da máquina. Entretanto, é necessário se evitar a sua ocorrência em termos do controle.

A lei de controle continua a ser aquela apresentada em (3.33) com  $k_1 > |\eta_1|$  e  $k_2 > 0$  para garantir a atratividade da origem da superfície.

### Análise da estabilidade do controlador baseado em informações de um observador de fluxo

Considere o observador de ordem reduzida apresentado no Capítulo 2 (equação 2.93), que reescrevemos a seguir:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{\phi s} &= A_{21}x_i + u + K_v(\omega_r - \hat{\omega}_r) \\ \dot{\hat{\omega}}_r &= \frac{p}{j}x_i^T J \hat{x}_{\phi s} - \frac{\hat{C}_r}{j} + k_3(\omega_r - \hat{\omega}_r) \\ y &= \begin{bmatrix} C & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{\omega}_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.90)$$

Neste parte do estudo, não há necessidade de entrarmos em maiores detalhes sobre este observador. O que é relevante no momento é a sua característica de convergência assintótica do fluxo estimado para o valor real do fluxo, que foi demonstrada no capítulo 2.

Por facilidade, estamos empregando a seguinte notação para o vetor do fluxo estimado:

$$\hat{x}_\phi = [\hat{x}_3, \hat{x}_4]^T = [\hat{\phi}_{s\alpha}, \hat{\phi}_{s\beta}]^T \quad (3.91)$$

Para os erros de observação, a notação utilizada é:

$$e_{\phi 1} = \hat{x}_3 - x_3 \quad (3.92)$$

$$e_{\phi 2} = \hat{x}_4 - x_4 \quad (3.93)$$

A implementação da superfície de deslizamento baseada nas informações do observador

conduz a:

$$\begin{aligned} s_1 &= \dot{\omega}_{ref}(t) - \dot{\omega}_r + l_1(\omega_{ref}(t) - \omega_r) \\ &= \dot{\omega}_{ref}(t) + l_1\omega_{ref}(t) - \frac{p}{J}(x_2x_3 - x_1x_4) + \left(\frac{b}{J} - l_1\right)\omega_r - \xi(t) \end{aligned} \quad (3.94)$$

$$\hat{s}_2 = l_2(\phi_{ref}(t) - (\hat{x}_3^2 + \hat{x}_4^2)) \quad (3.95)$$

A componente  $\hat{s}_2$  pode ser reescrita do seguinte modo:

$$\hat{s}_2 = s_2 - l_2[2(x_3e_{\phi 1} + x_4e_{\phi 2}) + e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2] \quad (3.96)$$

Verificamos, assim, que  $\hat{S} \mapsto S$  quando  $t \mapsto \infty$  uma vez que o observador (3.90) apresenta convergência assintótica do erro de observação para a origem. De forma semelhante ao que foi apresentado em (3.28), a dinâmica de  $\hat{S}$  pode ser escrita como

$$\dot{\hat{S}} = \hat{a} + \eta + \hat{H}u \quad (3.97)$$

onde

$$\hat{a} = [a_1, \hat{a}_2]^T \quad (3.98)$$

com

$$\begin{aligned} a_1 &= \ddot{\omega}_{ref} + l_1\dot{\omega}_{ref} + \frac{p}{J}(\alpha + \beta + \frac{b}{J} - l_1)(x_2x_3 - x_1x_4) + \\ &\quad + \frac{p^2}{J\sigma L_s}(x_3^2 + x_4^2)\omega_r - \frac{p^2}{J}(x_1x_3 + x_2x_4)\omega_r + \\ &\quad + \frac{b}{J}(l_1 - \frac{b}{J})\omega_r \end{aligned} \quad (3.99)$$

$$\hat{a}_2 = l_2[\dot{\phi}_{ref} + (k_1\hat{x}_3 + k_2\hat{x}_4)(\hat{\omega}_r - \omega - r) - R_s(x_1\hat{x}_3 + x_2\hat{x}_4)] \quad (3.100)$$

e

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \kappa_1x_4 & -\kappa_1x_3 \\ \kappa_2\hat{x}_3 & \kappa_2\hat{x}_4 \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

A implementação do controle baseado nas informações do observador de fluxo, conduz à:

$$u = \hat{H}_i^{-1} \begin{bmatrix} -\hat{a}_1 + u_{d1} \\ -\hat{a}_2 + u_{d2} \end{bmatrix} \quad (3.102)$$

onde

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 &= a_1 + \delta_{a1}(x, e_\phi) \\ &= a_1 + \frac{p}{J}(\alpha + \beta + \frac{b}{J} - l_1)(x_2 e_{\phi 1} - x_1 e_{\phi 2}) + \frac{p^2}{J\sigma L_s} [2(x_3 e_{\phi 1} + x_4 e_{\phi 2}) \\ &\quad + e_{\phi 1}^2 + e_{\phi 2}^2] \omega_r + \frac{p^2}{J} (x_1 e_{\phi 1} + x_2 e_{\phi 2}) \omega_r \end{aligned} \quad (3.103)$$

e  $\hat{H}_i^{-1}$  é a mesma matriz representada por (3.59) e (3.60).

A partir deste ponto, a análise da estabilidade do controle baseado nas informações do observador de fluxo estatórico apresentado em (3.90) é exatamente a mesma desenvolvida para o controlador de fluxo rotórico baseado nas informações do estimador representado por (3.43), realizada na subseção 3.3.1.

### 3.4 Controle da posição mecânica e do fluxo

O problema do controle da posição e do fluxo difere do problema do controle da velocidade e do fluxo apenas na coordenada mecânica a ser controlada. Em termos do controle do fluxo, não introduz nenhuma alteração. Posto isto, percebemos a necessidade de um novo projeto para a superfície associada à coordenada mecânica e, conseqüentemente, um novo projeto para os termos do controle associados a esta saída de controle. Os projetos da superfície e do controle associados ao fluxo são os mesmos apresentados nos controladores da velocidade e do fluxo (seções 3.3.1 e 3.3.2).

A consideração da posição mecânica como variável de controle exige a sua inclusão no modelo de estados do motor. Com tal propósito, incluímos a posição mecânica na equação (3.14) o

que leva ao seguinte modelo:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= [A(\omega_r) + \Delta A]x + Bu \\
 \dot{\theta} &= \omega_r \\
 \dot{\omega}_r &= f(x, \omega_r) + \xi(t) \\
 y &= \begin{bmatrix} C & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 4} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta_r \\ \omega_r \end{bmatrix} \\
 y' &= h(x, \theta_r)
 \end{aligned} \tag{3.104}$$

### 3.4.1 Projeto do controle para o modelo de fluxo rotórico

Para este modelo, o vetor de estados do sub-sistema elétrico é dado por:

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}]^T \tag{3.105}$$

Os estados do subsistema mecânico são a posição,  $\theta_r$ , e a velocidade,  $\omega_r$ . As matrizes  $A(\omega_r)$ ,  $\Delta A$ ,  $B$  e  $C$  e a função  $f(x, \omega_r)$  são as mesmas apresentadas na subseção 3.3.1. A função vetorial  $h(x, \theta_r)$  fica definida por:

$$h(x, \theta_r) = \begin{bmatrix} \theta_r \\ x_3^2 + x_4^2 \end{bmatrix} \tag{3.106}$$

A saída  $y_1 = \theta_r$  é de grau relativo três. Assim, a superfície  $s_1$  associada ao controle da posição fica:

$$\begin{aligned}
 s_1 &= (\ddot{\theta}_{ref} - \ddot{\theta}_r) + l_{11}(\dot{\theta}_{ref} - \dot{\theta}_r) + l_{12}(\theta_{ref} - \theta_r) \\
 &= \ddot{\theta}_{ref} + l_{11}\dot{\theta}_{ref} + l_{12}\theta_{ref} + \left(\frac{b}{J} - l_{11}\right)\omega_r - l_{12}\theta_r - \frac{pL_{sr}}{JL_r}(x_2x_3 - x_1x_4) - \xi(t)
 \end{aligned} \tag{3.107}$$

A superfície associada ao controle do fluxo de rotor é a mesma apresentada na subseção 3.3.1 que reescrevemos a seguir:

$$\begin{aligned}
 s_2 &= \dot{\phi}_{ref}(t) - 2(\dot{x}_3x_3 + \dot{x}_4x_4) + l_2(\phi_{ref}(t) - (x_3^2 + x_4^2)) \\
 &= \dot{\phi}_{ref}(t) + l_2\phi_{ref}(t) - 2\frac{L_{sr}}{L_r}(x_1x_3 + x_2x_4) + \left(\frac{2}{L_r} - l_2\right)(x_3^2 + x_4^2)
 \end{aligned} \tag{3.108}$$



Determinamos a dinâmica de  $S$  como segue:

$$\begin{aligned}
 \dot{S} &= \frac{\partial S}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial S}{\partial \omega_r} \dot{\omega}_r + \frac{\partial S}{\partial \theta_r} \dot{\theta}_r + \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial S}{\partial t} \\
 &= \frac{\partial S}{\partial x} \{ [A(\omega_r) + \Delta A]x + Bu \} + \frac{\partial S}{\partial \omega_r} [f(x, \omega_r) + \xi] + \frac{\partial S}{\partial \theta_r} \omega_r + \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial S}{\partial t} \\
 &= a + \eta + Hu
 \end{aligned} \tag{3.109}$$

onde

$$a = [a_1, a_2]^T = \frac{\partial S}{\partial x} A(\omega_r)x + \frac{\partial S}{\partial \omega_r} f(x, \omega_r) + \frac{\partial S}{\partial \theta_r} \omega_r + \frac{\partial S}{\partial t} \tag{3.110}$$

é o termo independente do controle e conhecido,

$$\begin{aligned}
 \eta &= [\eta_1, \eta_2]^T = \frac{\partial S}{\partial x} \Delta Ax + \frac{\partial S}{\partial \omega_r} \xi + \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} \\
 &= \begin{bmatrix} (\frac{b}{J} - l_1)\xi(t) - \dot{\xi}(t) + \frac{pL_{sr}}{JL_r}(x_2x_3 - x_1x_4)\Delta\gamma \\ 2\frac{L_{sr}}{T_r}(x_1x_3 + x_2x_4)\Delta\gamma \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.111}$$

é o termo derivado das perturbações e

$$H = \frac{\partial S}{\partial x} B = \begin{bmatrix} \kappa_1 x_4 & -\kappa_1 x_3 \\ \kappa_2 x_3 & \kappa_2 x_4 \end{bmatrix} \tag{3.112}$$

é a matriz de acoplamento do controle onde

$$\kappa_1 = \frac{pL_{sr}}{J\sigma L_s L_r} \tag{3.113}$$

$$\kappa_2 = -2\frac{L_{sr}}{T_r\sigma L_s} \tag{3.114}$$

Assim, a lei de controle resultante fica:

$$u = H^{-1} \begin{bmatrix} -a_1 - k_1 \text{sign}(s_1) \\ -a_2 - k_2 \text{sign}(s_2) \end{bmatrix} \tag{3.115}$$

com  $k_1 > |\eta_1|$  e  $k_2 > |\eta_2|$  para garantir a atratividade da origem da superfície  $S$ . A não singularidade da matriz  $H$  fica garantida por  $x_3^2 + x_4^2 = \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2 = 0$  que corresponde a condição de fluxo nulo.

### 3.4.2 Projeto do controle para o modelo de fluxo estático

O motor continua a ser representado pelo conjunto de equações (3.104) com o vetor de estados do subsistema elétrico, neste caso, sendo constituído por:

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}, \phi_{s\alpha}, \phi_{s\beta}]^T \quad (3.116)$$

As matrizes  $A(\omega_r)$ ,  $\Delta A$ ,  $B$  e  $C$  e a função  $f(x, \omega_r)$  são as mesmas estabelecidas no estudo do controle de velocidade e fluxo estático (subseção 3.3.2). As saídas de controle são a posição mecânica,  $\theta$ , e o quadrado da norma do fluxo de estator. Portanto, a função vetorial  $h(x, \theta)$  é a mesma apresentada na subseção 3.4.1 notando-se, entretanto, que os estados elétricos são definidos de acordo com o vetor de estados apresentado em (3.116).

O projeto da superfície de deslizamento fica:

$$\begin{aligned} s_1 &= (\ddot{\theta}_{ref} - \ddot{\theta}_r) + l_{11}(\dot{\theta}_{ref} - \dot{\theta}_r) + l_{12}(\theta_{ref} - \theta_r) \\ &= \ddot{\theta}_{ref} + l_{11}\dot{\theta}_{ref} + l_{12}\theta_{ref} + \left(\frac{b}{J} - l_{11}\right)\omega_r - l_{12}\dot{\theta}_r - \frac{p}{J}(x_2x_3 - x_1x_4) - \xi(t) \end{aligned} \quad (3.117)$$

$$s_2 = l_2(\phi_{ref}(t) - (x_3^2 + x_4^2)) \quad (3.118)$$

Seguindo-se o mesmo procedimento adotado na subseção anterior (subseção 3.4.1), ou seja, a determinação dos termos  $a$ ,  $\eta$  e da matriz  $H$  a partir da dinâmica da superfície  $S$ , obtemos:

$$a = [a_1, a_2]^T = \frac{\partial S}{\partial x} A(\omega_r)x + \frac{\partial S}{\partial \omega_r} f(x, \omega_r) + \frac{\partial S}{\partial \theta_r} \omega_r + \frac{\partial S}{\partial t} \quad (3.119)$$

$$\begin{aligned} \eta &= [\eta_1, \eta_2]^T = \frac{\partial S}{\partial x} \Delta Ax + \frac{\partial S}{\partial \omega_r} \xi + \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} \\ &= \begin{bmatrix} \left(\frac{b}{J} - l_{11}\right)\xi(t) - \dot{\xi}(t) + \frac{p}{J}(x_2x_3 - x_1x_4)\Delta\beta \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.120)$$

e

$$H = \frac{\partial S}{\partial x} B = \begin{bmatrix} \kappa_1 x_4 - \kappa_2 x_2 & -\kappa_1 x_3 + \kappa_2 x_1 \\ \kappa_3 x_3 & \kappa_3 x_4 \end{bmatrix} \quad (3.121)$$

com

$$\kappa_1 = \frac{p}{J\sigma L_s} \quad (3.122)$$

$$\kappa_2 = \frac{p}{J} \quad (3.123)$$

$$\kappa_3 = -2l_2 \quad (3.124)$$

Assim, a lei de controle resultante fica:

$$u = H^{-1} \begin{bmatrix} -a_1 - k_1 \text{sign}(s_1) \\ -a_2 - k_2 \text{sign}(s_2) \end{bmatrix} \quad (3.125)$$

com  $k_1 > |\eta_1|$  e  $k_2 > |\eta_2|$  para garantir a atratividade da origem da superfície  $S$ . A não singularidade da matriz  $H$  fica garantida por  $x_3^2 + x_4^2 = \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2 = 0$  e  $\kappa_1(x_3^2 + x_4^2) \neq \kappa_2(x_1 x_3 + x_2 x_4)$  conforme comentado na subseção 3.3.2.

### 3.5 Estudo de simulação

Nesta seção, apresentamos resultados de simulação obtidos com o uso das leis de controle estudadas neste capítulo e aplicadas ao controle do movimento e do fluxo do motor de indução. Os seguintes casos são considerados: 1) controle da velocidade e do fluxo de rotor; 2) controle da velocidade e do fluxo de estator e 3) controle da posição e do fluxo de estator.

O objetivo da seção é apresentar resultados de simulação que permitam uma análise do desempenho dos controladores desenvolvidos.

Consideramos o mesmo problema de controle tratado nas seções 3.3.1, 3.3.2 e 3.4.2, ou seja, o controle de uma coordenada mecânica, posição ou velocidade, e o controle do fluxo magnético admitindo-se a carga mecânica como uma perturbação e também perturbações nas resistências elétricas.

O motor utilizado em todas as simulações corresponde aquele existente na bancada de ensaios do Institut de Recherche en Communication et Cybernetique de Nantes - IRCCyN, França, que apresenta os seguintes dados nominais:

Potência nominal - 1.5 kW

Número de pares de pólos - 2

Velocidade nominal - 1430 rpm

Tensão nominal - 220 V

Corrente nominal - 6.1 A

Resistência de estator -  $R_s = 1.47 \Omega$

Resistência de rotor -  $R_r = 0.79 \Omega$

Indutância de estator -  $L_s = 0.105 \text{ H}$

Indutância de rotor -  $L_r = 0.094 \text{ H}$

Indutância mútua estator-rotor -  $L_{sr} = 0.094 \text{ H}$

Inércia total (motor e carga) -  $J = 25.6 \times 10^{-3} \text{ N.m.s}^2/\text{rad}$

Coefficiente de atrito viscoso -  $b = 2.9 \times 10^{-3} \text{ N.m.s/rad}$

### 3.5.1 Controle da velocidade e do fluxo

Realizamos, nesta subseção, um estudo de simulação das leis de controle apresentadas nas subseções 3.3.1 e 3.3.2.

Utilizamos a referência para a velocidade, a referência para os fluxos de estator e rotor e o conjugado de carga estabelecidos para a bancada de ensaios do IRCCyN. A principal justificativa para esta escolha é permitir uma análise comparativa com os resultados experimentais obtidos na bancada em questão que encontram-se apresentados no capítulo seguinte.

As figuras 3.1 e 3.2 mostram, respectivamente, a referência para a velocidade e o conjugado de carga. Em todas as simulações apresentadas nesta subseção, emprega-se um filtro de segunda ordem para a referência de velocidade com o objetivo de torná-la continuamente diferenciável até a sua segunda derivada total, um requisito indispensável para a implementação das leis de controle em questão.

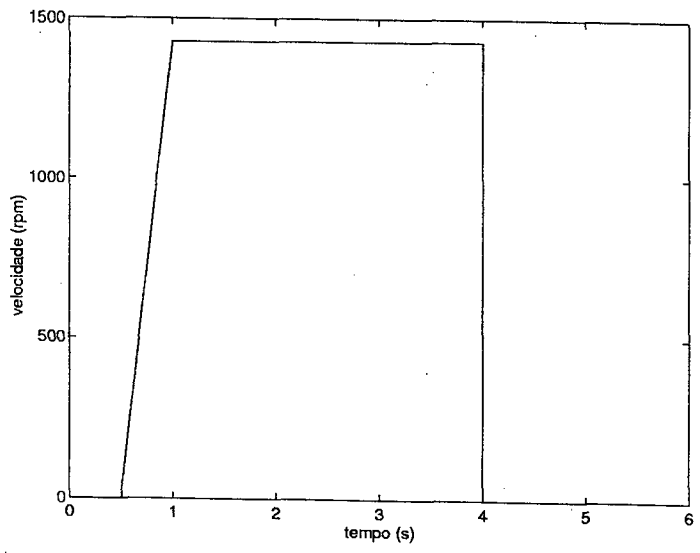


Figura 3.1: Referência para a velocidade

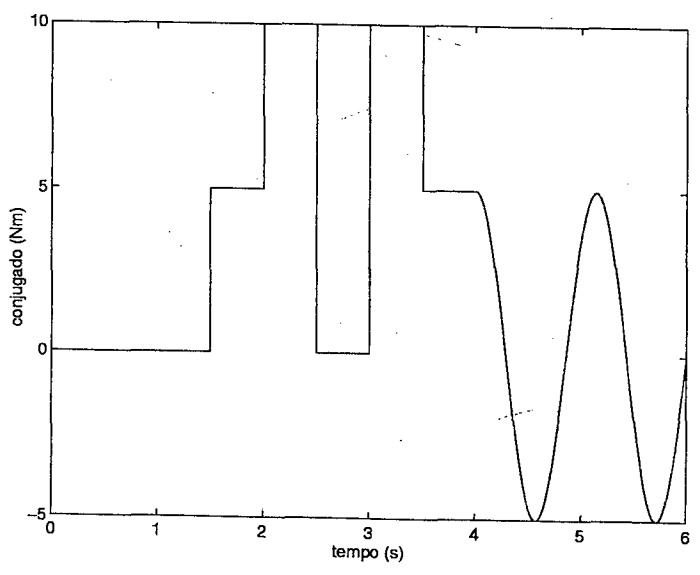


Figura 3.2: Conjugado de carga

### Controlador baseado no modelo de fluxo rotórico

Três casos de simulação são considerados para este controlador. Um caso nominal e dois outros cujo objetivo é avaliar a robustez do controle proposto em relação à resistência de estator. Num deles considera-se um erro de +50% no valor da resistência empregada nas equações do controlador e no outro considera-se um erro de -50% no valor desta resistência. Em todos os três casos simulados, a obtenção do fluxo rotórico é feita com o uso do estimador apresentado em (3.43).

A referência para a norma do fluxo rotórico tem o valor de 0.595 *Wb*.

#### Caso Nominal

A figura 3.3 mostra a resposta da velocidade. A análise desta figura mostra uma boa performance do controle da velocidade mesmo considerando-se uma forte perturbação de carga atuando no sistema mecânico. Os atrasos presentes nos períodos de aceleração e desaceleração são causados pela filtragem da referência de velocidade. Verificamos, também, que o “chattering” ficou num patamar aceitável em função de termos empregado uma função de comutação contínua na vizinhança da superfície de deslizamento.

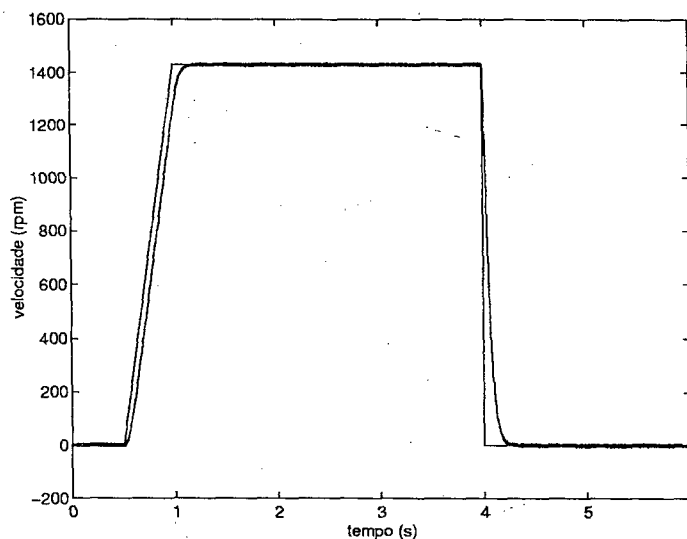


Figura 3.3: Resposta ao controle da velocidade - caso nominal (controlador 1)

A figura 3.4 mostra a resposta do controle do fluxo de rotor. O desempenho encontra-se dentro do esperado com a saída de controle seguindo adequadamente a sua referência. Podemos observar na região de velocidade nominal que o fluxo apresenta um nível maior de “chatter-

ring” quando comparamos com os períodos de aceleração e de repouso. Isto nos faz concluir que o controle do fluxo apresenta uma sensibilidade em relação à velocidade. **Primeiro teste**

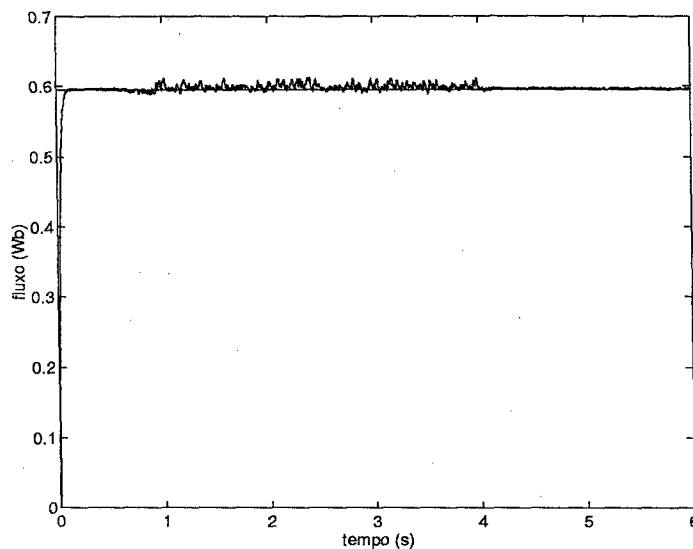


Figura 3.4: Resposta ao controle do fluxo de rotor - caso nominal

**de robustez -  $\Delta R_s = +50\%$**  As respostas da velocidade e do fluxo de rotor são apresentadas nas figuras 3.5 e 3.6, respectivamente. Verificamos que as saídas seguem adequadamente as referências de controle atestando a robustez do controle frente às perturbações na carga e a erros na resistência do estator. Entretanto, o “chattering” fica muito mais pronunciado quando comparamos ao caso nominal. Este fato não chega a surpreender. Simplesmente demonstra que o controle sofre uma exigência maior para garantir o deslizamento sobre a superfície. Acreditamos que uma regulação mais apropriada nos parâmetros da função de chaveamento empregada e os ganhos do controle descontínuo pudesse limitar consideravelmente este fenômeno.

**Segundo teste de robustez -  $\Delta R_s = -50\%$**

As respostas ao controle da velocidade e do fluxo de rotor são apresentadas, respectivamente, nas figuras 3.7 e 3.8. Neste caso, podemos perceber que o desempenho do controle fica muito parecido com o obtido para o caso nominal. O fenômeno do “chattering” é bem menos pronunciado quando comparamos ao caso anterior (variação de  $+50\%$  no valor de  $R_s$ ). Isto nos faz concluir que o controle não foi afetado por um erro para menos no valor da resistência do estator.

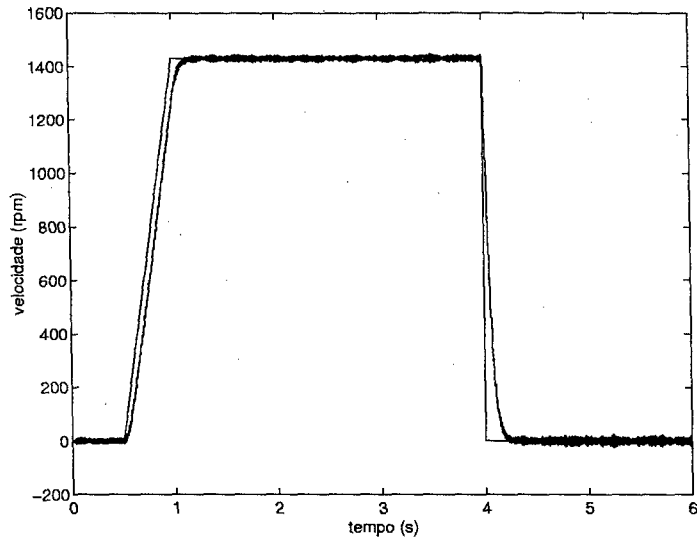


Figura 3.5: Resposta ao controle da velocidade - caso 1 (controlador 1)

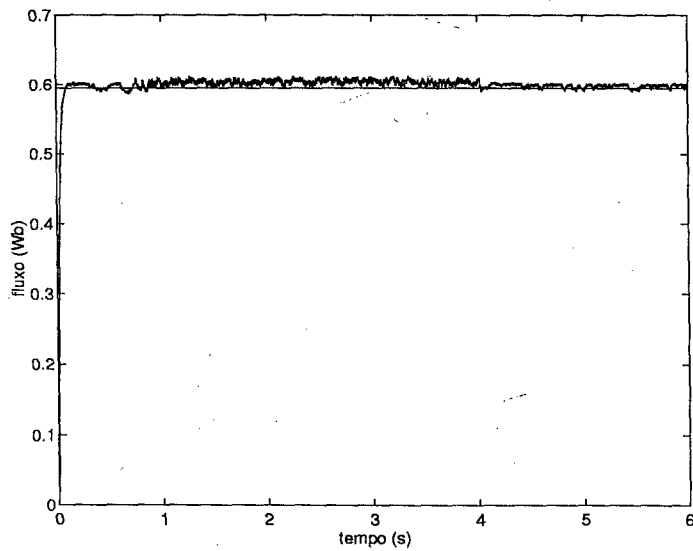


Figura 3.6: Resposta ao controle do fluxo de rotor - caso 1



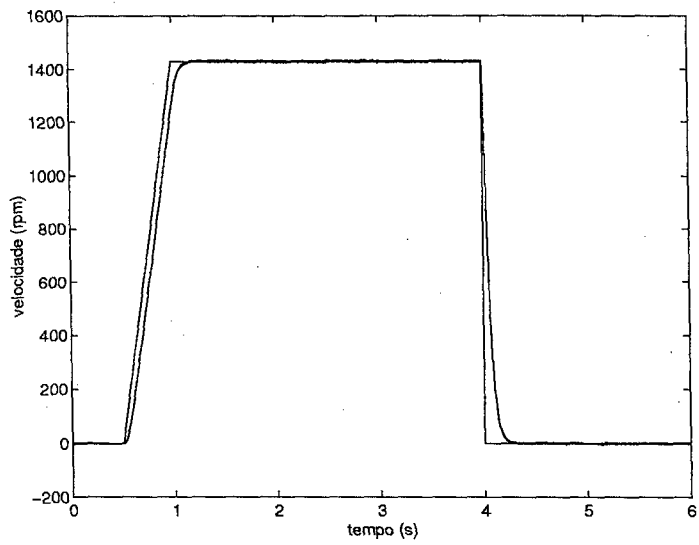


Figura 3.7: Resposta ao controle da velocidade - caso 2 (controlador 1)

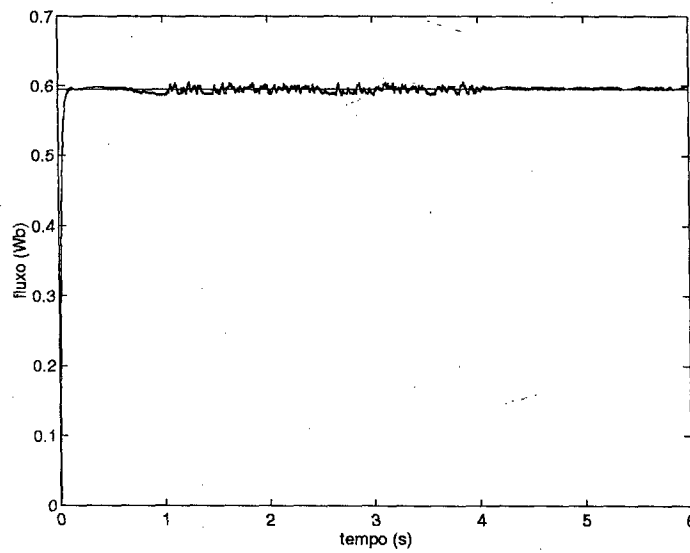


Figura 3.8: Resposta ao controle do fluxo de rotor - caso 2

### Controle baseado no modelo de fluxo de estator

Neste caso, o controlador simulado é o proposto na subseção 3.3.2. Os casos considerados neste estudo são os seguintes: um caso correspondente à situação nominal, onde analisamos o desempenho do controle com relação às perturbações na carga mecânica, e outros dois casos onde queremos avaliar também a robustez do controle em relação à resistência do rotor. Num dos testes de robustez consideramos um erro de +50% no valor da resistência do rotor e no outro consideramos um erro de -50% no valor deste parâmetro.

As informações relativas ao fluxo de estator são obtidas do observador de estados de ordem reduzida estudado no capítulo 2.

A referência empregada para a norma do fluxo estatórico tem o valor de  $0.645 \text{ Wb}$ .

#### Caso nominal

Pela análise da figura 3.9, verificamos que o controle da velocidade apresenta um desempenho adequado, seguindo perfeitamente a sua referência. Evidentemente que não estamos considerando os períodos de aceleração e frenagem onde a filtragem na referência acarreta em atrasos, conforme comentamos na subseção anterior. Quanto ao desempenho do controle do

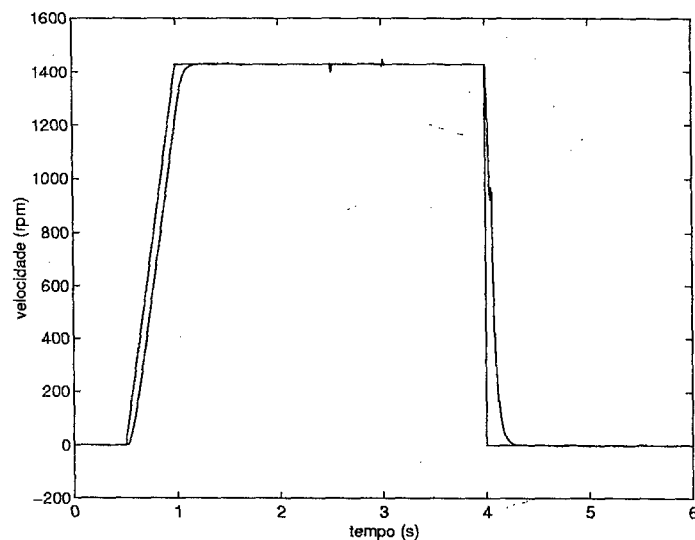


Figura 3.9: Resposta ao controle da velocidade - caso nominal (controlador 2)

fluxo de estator, mostrado na figura 3.10, pode-se dizer que o mesmo é satisfatório. Pode ser verificado que quando da ocorrência da parada de emergência, no instante correspondente a 4 s, o fluxo apresenta transitoriamente um erro significativo. Entretanto a ação do controle

leva rapidamente o seu valor para o valor da referência mostrando uma ação de grande força. Quanto ao “chattering”, podemos verificar sua presença no controle do fluxo, embora num nível que consideramos aceitável. Acreditamos que um trabalho mais minucioso de ajuste de ganhos e parâmetros da função de comutação permitiriam uma maior redução no “chattering”.

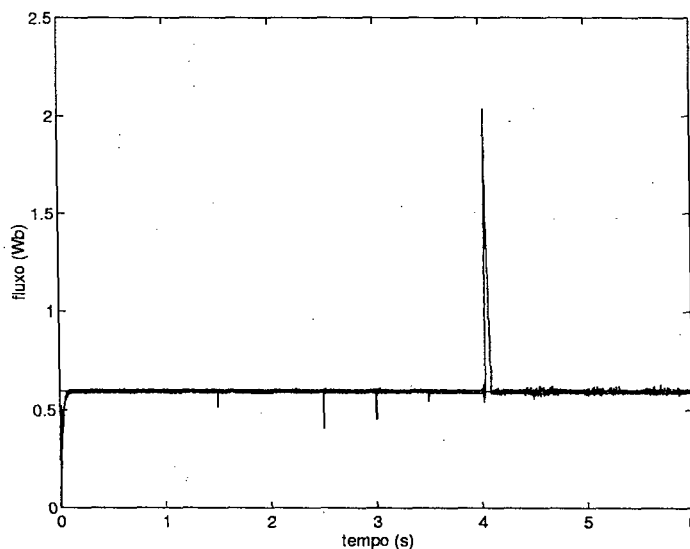


Figura 3.10: Resposta ao controle do fluxo de estator - caso nominal

#### Primeiro teste de robustez - $\Delta R_r = +50\%$

As figuras 3.11 e 3.12 mostram, respectivamente, as respostas ao controle da velocidade e do fluxo de estator. Podemos notar que o desempenho fica bastante próximo daquele obtido com o caso nominal. A diferença mais evidente é o nível de “chattering” presente na resposta do fluxo que é maior quando comparado ao caso nominal.

#### Segundo teste de robustez - $\Delta R_r = -50\%$

As figuras 3.13 e 3.14 mostram o desempenho do controle da velocidade e do fluxo, respectivamente. Verificamos que o desempenho do controlador fica praticamente inalterado em relação ao caso anterior. Diferentemente do controlador baseado no modelo do fluxo do rotor (simulado na subseção anterior), neste caso não verificamos uma diferença visível entre uma variação para mais ou para menos no valor da resistência do estator (com relação ao seu valor nominal).

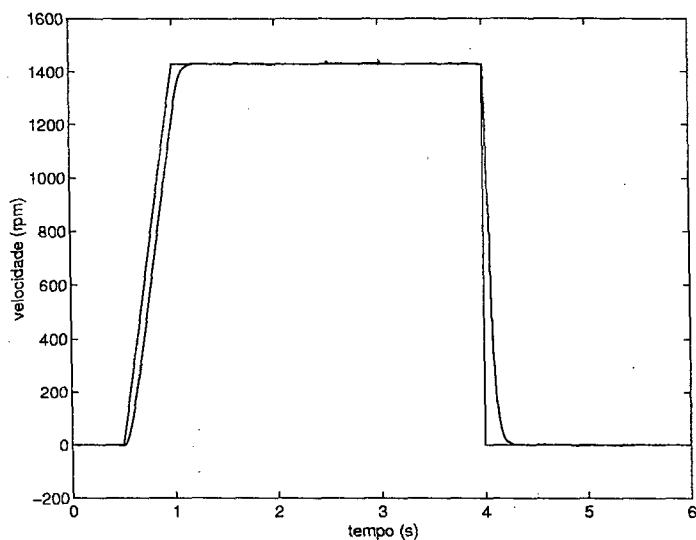


Figura 3.11: Resposta ao controle da velocidade - caso 1 (controlador 2)

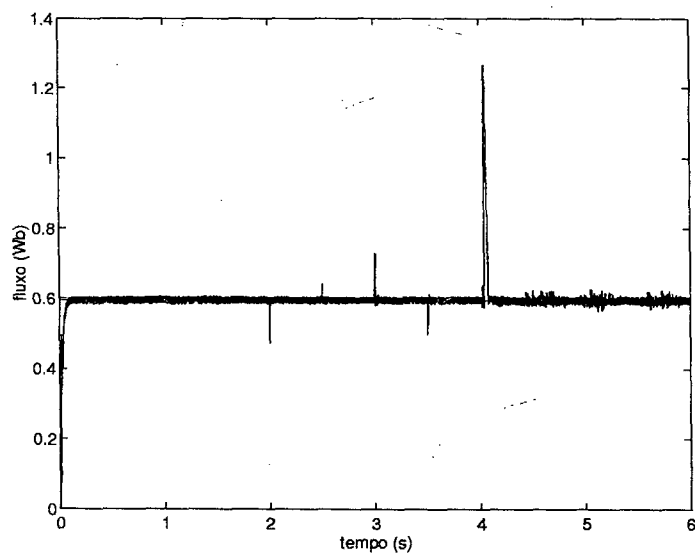


Figura 3.12: Resposta ao controle do fluxo de estator - caso 1

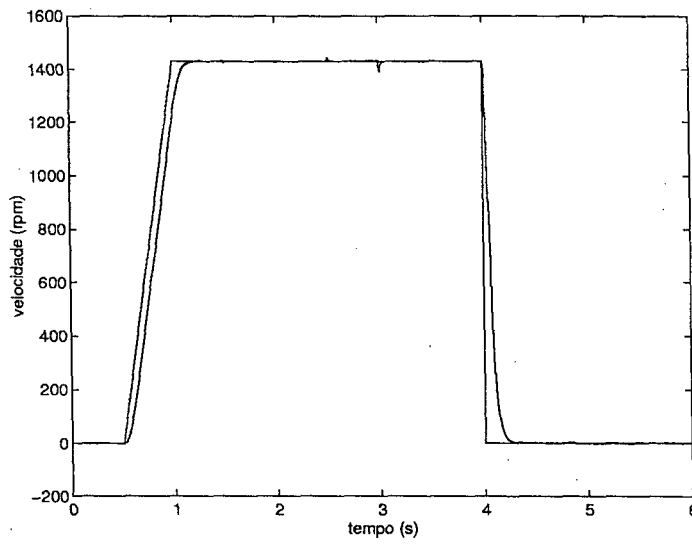


Figura 3.13: Resposta ao controle da velocidade - caso 2 (controlador 2)

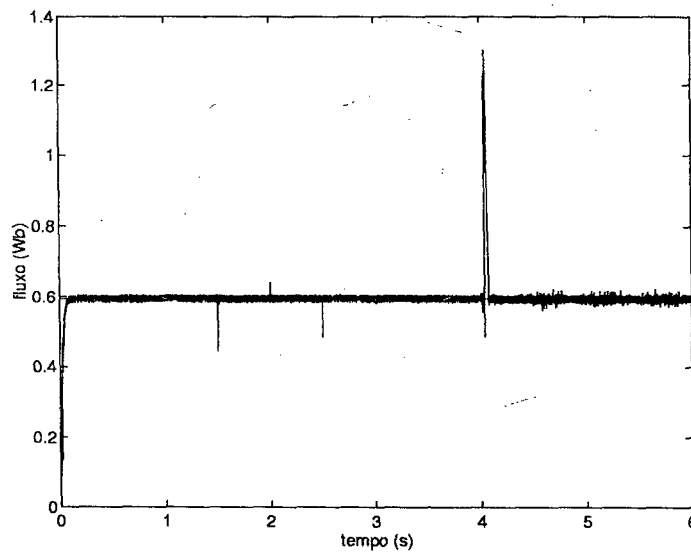


Figura 3.14: Resposta ao controle do fluxo de estator - caso 2

### 3.5.2 Controle da posição mecânica e do fluxo de estator

O objetivo desta subseção é avaliar o desempenho do controle proposto na subseção 3.4.2 para o acionamento de um braço rígido com um grau de liberdade. Consideramos três casos de estudo: um caso nominal e dois testes de robustez relativamente à resistência do rotor. Um dos testes de robustez considerando um erro de +50% e outro considerando um erro de -50% com relação ao valor nominal da resistência rotórica.

As informações sobre o fluxo estatórico são obtidas do observador de ordem reduzida apresentado no capítulo 2.

A referência para a norma do fluxo estatórico tem o valor de 0.645 *Wb*.

#### Trajatória de referência para a posição

A referência para a posição é mostrada na figura 3.15. Ela corresponde a um ciclo de serviço onde o braço rígido se desloca entre quatro posições. Todos os deslocamentos ocorrem com velocidade aproximadamente constante. Inicialmente, o braço vai da posição inicial  $\theta_r = 0$  até a posição  $\theta_r = 5\pi/4$  rad. Na seqüência, o deslocamento é entre as posições  $\theta_r = 5\pi/4$  rad e  $\theta_r = \pi/2$  rad. Posteriormente, ocorre uma rotação entre  $\theta_r = \pi/2$  rad e  $\theta_r = 3\pi/2$  rad. Por fim, o braço retorna a posição inicial  $\theta_r = 0$  rad. Um fato a ser notado é que esta trajetória apresenta derivadas contínuas. Para o controle da posição mecânica isto é necessário no mínimo até a terceira derivada (lembre-se que o grau relativo desta variável de controle é três).

#### Conjugado de carga

Consideramos como carga uma massa constante situada na extremidade do braço mecânico. Admite-se que na situação extrema, quando o braço está na posição horizontal, o conjugado resistente total é igual ao conjugado nominal do motor de valor 10 Nm. Assim, o conjugado resistente total fica modelado por

$$T_l = 10 \sin \theta_r \quad Nm \quad (3.126)$$

com  $\theta_r = 0$  correspondendo à posição em que o braço mecânico está na posição inferior.

**Caso nominal** As figuras 3.16 e 3.17 mostram, respectivamente, as respostas ao controle

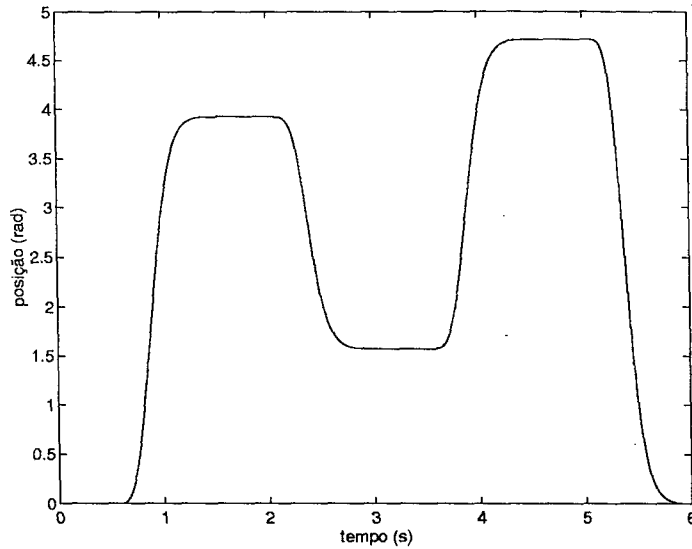


Figura 3.15: Trajetória de referência para a posição

da posição mecânica e do fluxo de estator. Pode ser verificado que, em relação ao seguimento das referências, tanto o controle da velocidade quanto o controle do fluxo apresentam bom desempenho. Entretanto, o fenômeno do “chattering” apresenta-se bem pronunciado sobre a resposta do fluxo. Acreditamos que isto se deva ao ajuste inadequado dos parâmetros associados a função de chaveamento. **Primeiro teste de robustez -  $\Delta R_r = +50\%$**

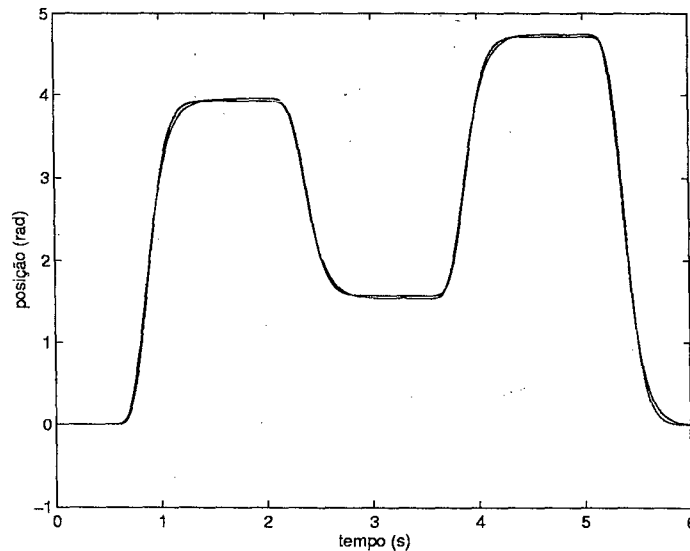


Figura 3.16: Resposta ao controle da posição mecânica - caso nominal

A figura 3.18 mostra o desempenho do controle da posição do braço mecânico. Verificamos

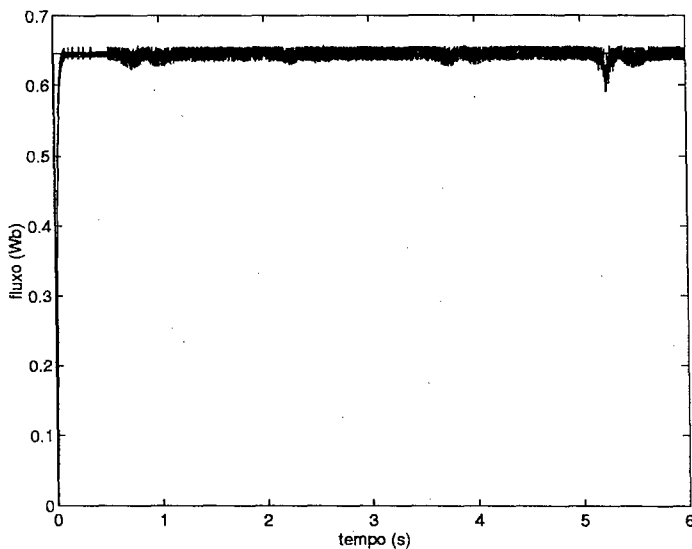


Figura 3.17: Resposta ao controle do fluxo de estator - caso nominal

que o desempenho é praticamente igual ao obtido no caso nominal. O mesmo pode ser verificado com relação controle do fluxo que é apresentado na figura 3.19.

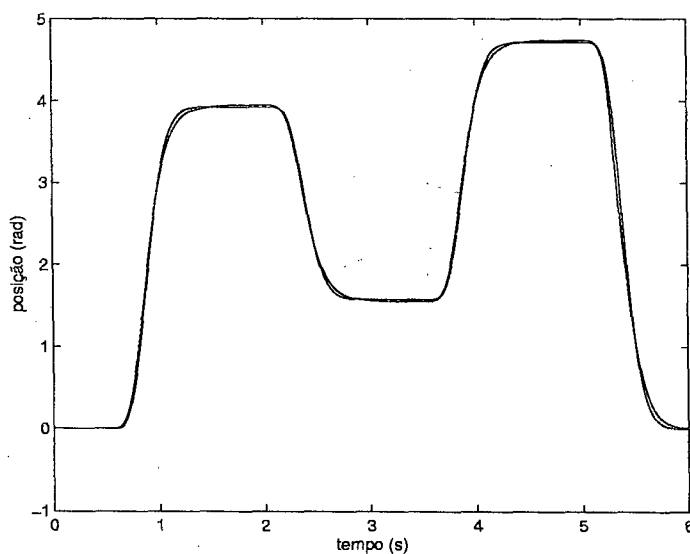


Figura 3.18: Resposta ao controle da posição mecânica - caso 1

**Segundo teste de robustez -  $\Delta R_s = \Delta R_r = -50\%$**  Os resultados relacionados a este caso de simulação estão apresentados nas figuras 3.20 e 3.21. Com relação a resposta obtida para o controle da posição mecânica, que está apresentada na figura 3.20, podemos observar a presença de pequenos erros de regime, porém maiores do que aqueles obtidos com a simulação



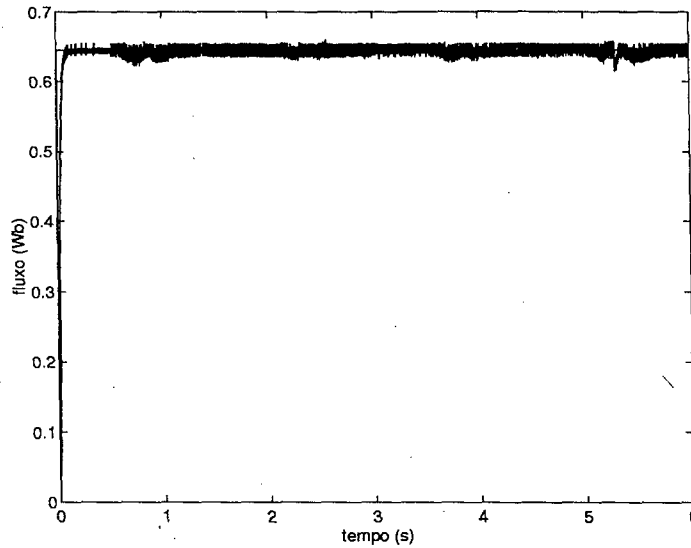


Figura 3.19: Resposta ao controle do fluxo de estator - caso 1

do caso nominal e do primeiro teste de robustez. Não encontramos uma justificativa teórica para a ocorrência deste fato. Quanto ao controle do fluxo, apresentado na figura 3.21, mostra uma performance parecida com a dos casos anteriores. Verifica-se que os resultados são

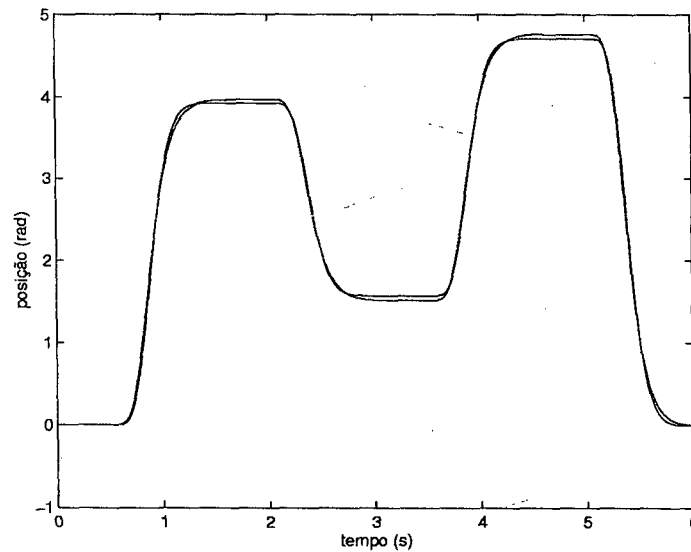


Figura 3.20: Resposta ao controle da posição mecânica - caso 2

semelhantes aos obtidos para o caso nominal.

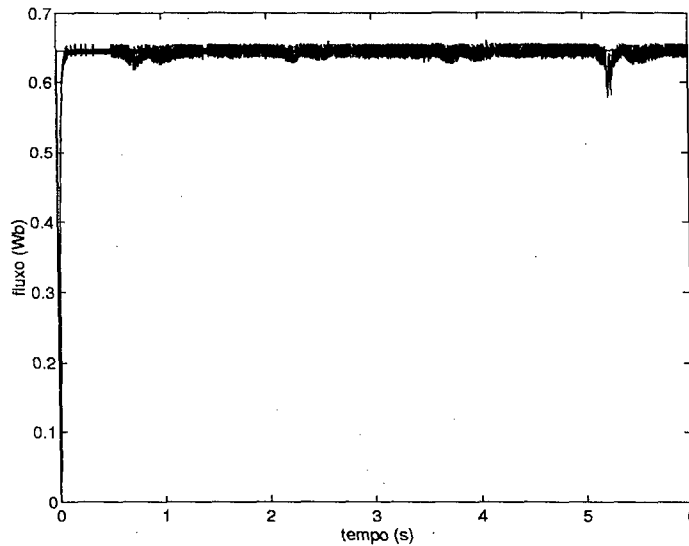


Figura 3.21: Resposta ao controle do fluxo de estator - caso 2

### 3.6 Conclusões

Neste capítulo, apresentamos um estudo de aplicação do controle em modos deslizantes de primeira ordem ao controle do movimento do motor de indução. Inicialmente, desenvolvemos um estudo teórico sobre a síntese de um controlador para uma classe de sistemas não linear e multivariável. Ele baseia-se num termo de realimentação que desacopla o sistema em termos do controle. Desta forma, a demonstração da atratividade da origem da superfície de deslizamento é tratada separadamente para cada saída de controle. A prova formal da estabilidade, baseada na teoria de Lyapunov, garante a robustez da lei em relação às perturbações que não incidam na matriz de desacoplamento do controle. Quando da aplicação desta lei de controle ao motor de indução este problema limita significativamente o conjunto dos parâmetros em relação aos quais o controlador é robusto haja vista que praticamente todos eles incidem na matriz de desacoplamento. A matriz de desacoplamento também é fortemente dependente dos fluxos. Portanto, os erros de estimação do fluxo também afetam o desacoplamento em relação ao controle podendo levar a uma degradação do desempenho do controlador. Assim, é bastante importante a utilização de observadores de bom desempenho, com dinâmica rápida.

Dois modelos de estados diferentes foram empregados na síntese dos controladores para o motor de indução. Um baseado nas equações do fluxo rotórico e outro baseado nas equações do fluxo de estator. O projeto da superfície associada ao controle da saída mecânica é igual

para os dois modelos utilizados. Entretanto, com relação à superfície associada ao controle do fluxo, os projetos são diferentes para cada modelo considerado. No modelo baseado nas equações do fluxo do rotor, uma vez que o sistema esteja em deslizamento, a convergência para a origem do erro de seguimento de saída se dá de forma exponencial. Para o modelo baseado nas equações do fluxo de estator, uma vez o sistema estando em deslizamento, a convergência do erro de seguimento não apresenta dinâmica sendo, portanto, não assintótica. Do ponto de vista teórico, provamos a robustez do controlador baseado nas equações de rotor com relação ao conjugado de carga e à resistência do estator. Para o controlador baseado nas equações do estator ficou provada sua robustez em relação ao conjugado de carga e perturbações incidindo na resistência do rotor. Este é um ponto favorável a este controlador haja vista que é conhecido o fato da resistência rotórica sofrer maiores variações em função do rotor estar submetidos a variações mais importantes na sua temperatura quando comparamos ao estator.

Estudamos o controle da velocidade e também da posição mecânica. Todos os resultados obtidos nos estudos de simulação comprovaram os resultados teóricos desenvolvidos no que diz respeito à robustez dos controladores. O desempenho dinâmico demonstrado nos resultados de simulação foram muito bons.

## Capítulo 4

# Estudo experimental

### 4.1 Introdução

Neste capítulo apresentamos uma síntese dos principais resultados experimentais obtidos na bancada de ensaios de máquinas elétricas do Institut de Recherche en Communication et Cybernetique de Nantes (IRCCyN), situado na cidade de Nantes na França. Os objetivos principais deste estudo foram, por um lado, realizar a implementação em bancada experimental de um algoritmo de controle para o motor de indução baseado nos modos deslizantes de primeira ordem e, por outro lado, validar os resultados teóricos de um dos controladores estudados no capítulo 3. O controlador escolhido para implementação foi aquele apresentado na subseção 3.3.1, ou seja, o controlador baseado nas equações do rotor. A justificativa para a escolha foi de ordem prática: à época dos experimentos, não havíamos implementado na bancada nenhum dos observadores robustos para o fluxo do estator propostos no âmbito desta tese. O único observador que encontrava-se implementado e validado na bancada era o observador de fluxo rotórico proposto por Verghese e Sanders [91].

Organizamos este capítulo do seguinte modo: numa primeira parte descrevemos a bancada de ensaios existente no IRCCyN, na qual realizamos os ensaios; na segunda e principal parte do capítulo apresentamos os resultados experimentais obtidos com o algoritmo de controle implementada e, por fim, apresentamos algumas conclusões relacionadas ao estudo realizado.

## 4.2 Descrição da bancada de ensaios

A bancada de máquinas elétricas do IRCCyN foi fruto de um projeto voltado à pesquisa aplicada na área dos acionamentos avançados com motores C.A.. Sua concepção teve por objetivo permitir a realização de estudos experimentais ligados controle do motor de indução e dos servomotores C.A.. Atualmente, encontram-se operacionais duas plataformas sendo que ambas relacionadas ao acionamento do motor de indução. Uma delas destina-se ao estudo geral de estratégias de controle e a outra é específica para o estudo de problemas ligados à observação de estados do motor de indução.

A definição das referências e perturbações adotadas em ambas as plataformas visa contemplar situações típicas presentes no contexto do acionamento de pontes rolantes e esteiras rolantes horizontais.

### 4.2.1 Montagem mecânica

A parte mecânica da bancada constitui-se de uma base em ferro sobre a qual são afixados dois motores elétricos, um motor de corrente contínua utilizado como carga mecânica e um motor C.A., objeto do estudo de controle. O projeto mecânico é tal que permite a troca entre os motores C.A. disponíveis de forma bastante rápida e eficiente. Todas as máquinas possuem bases projetadas de forma a tornar imediato o alinhamento entre eixos acoplados. Entre as duas máquinas acopladas existe um arranjo mecânico que permite a inserção de um transdutor de conjugado.

A figura 4.1 mostra de uma forma geral a plataforma de ensaios de máquinas do IRCCyN onde destaca-se, a direita na fotografia, a montagem mecânica descrita.

### 4.2.2 Carga mecânica

A bancada utiliza como carga mecânica para os motores C.A. um motor de corrente contínua de 3,7 kW de potência acionado por um conversor estático CA/CC realimentado em velocidade. O controle do conjugado do motor C.C., via programação do conversor, permite a imposição do conjugado resistente desejado ao motor C.A. acoplado na bancada.



Figura 4.1: Bancada de ensaios de máquinas elétricas do IRCCyN

#### Características da máquina C.C.

A máquina C.C. possui ventilação independente para permitir ensaios em velocidades reduzidas. Seus valores nominais são:

potência	velocidade	conjugado	armadura		campo	
3,7 kW	1500 rpm	24 N.m	400 V	10,3 A	190 V	0,77 A

#### 4.2.3 Características do Conversor C.A./C.C.

O conversor utilizado é um produto da linha comercial do fabricante Leroy Somer, modelo DMV 2342 . Constitui-se de um módulo de potência e de um módulo de controle. O módulo de potência consiste de um circuito em ponte retificadora trifásica a tiristores, totalmente controlada, para a alimentação da armadura do motor C.C.. O módulo de controle consiste de um circuito de comando destinado a controlar o disparo dos tiristores. Uma ponte retificadora monofásica alimenta o campo da máquina. O módulo de controle é baseado num microprocessador de 8 bits funcionando em 12 MHz. O módulo de potência é alimentado por uma rede trifásica de 380 V eficazes. A alimentação do módulo de controle é feita por uma rede monofásica de 220 V eficazes.

#### 4.2.4 Instrumentação para medições

A bancada é equipada com instrumentos para a medição da posição, do conjugado e de correntes elétricas.

##### Medição da posição

A posição é obtida por meio de um encoder incremental de 1024 pontos por volta montado na máquina C.C.. A partir da posição, por um processo numérico, a velocidade pode ser obtida. A alimentação do encoder é feita em 12 V.

##### Medição do conjugado

A medição do conjugado é realizada com o uso de um transdutor da marca HBM, modelo T5/50, montado entre as duas máquinas acopladas, ou seja, entre o motor C.C. e o motor C.A.. As informações do dispositivo transdutor são fornecidas a um amplificador da marca MGC que opera com uma portadora de 4,8 kHz. O sinal de saída do amplificador tem a opção de ser filtrado por um filtro do tipo “butterworth” ou por um filtro do tipo “bessel”, com uma frequência de corte ajustável.

As características do transdutor são:

conjugado máximo	50 N.m
classe de precisão	0,1%
banda passante máxima	1500 Hz
resolução	0,005 N.m
saída	2 mV/V

##### Medição de correntes elétricas

A medição das correntes de linha das máquinas C.A. é realizada através de transdutores baseados no efeito Hall. Existem quatro destes transdutores para viabilizar a medição simultânea das correntes estáticas e rotóricas quando da utilização de um motor de indução de rotor bobinado (a plataforma de observadores de estados utiliza um motor deste tipo).

As características dos transdutores são:

corrente nominal	20 A
escala de medida	0 a $\pm 30$ A
precisão	$\pm 1\%$
resolução	$\pm 1$ mA
faixa de frequências	C.C. a 100 kHz
saída	100 mV/A

#### 4.2.5 Inversor de potência

As máquinas C.A. são alimentadas por um inversor PWM constituído, no seu módulo de potência, por uma ponte de seis transistores MOS de potência e diodos em roda livre.

As características elétricas do inversor são:

máxima tensão	300 V
máxima corrente de saída	10 A
tempo mínimo de condução dos transistores	1 $\mu$ s
frequência de comando	20 kHz

#### 4.2.6 Sistema de aquisição e controle

A aquisição, o processamento dos dados medidos, a supervisão e o desenvolvimento dos algoritmos de controle e/ou observação de estados são realizados por um sistema constituído de um micro-computador da linha PC e de uma placa dSPACE DS1102 (depois de janeiro de 2000 o sistema foi atualizado por uma nova placa dSPACE DS1103).

##### Características técnicas da placa dSPACE

Na época da realização dos ensaios cujos resultados apresentamos neste trabalho, entre os meses de fevereiro e julho de 1999, a plataforma utilizava a placa dSPACE DS1102. Por esta razão descreveremos as características básicas deste sistema embora atualmente a bancada do IRCCyN opere com uma placa dSPACE DS1103 mais moderna e apresentando maiores recursos. O sistema dSPACE DS1102 foi concebido para realizar o processamento digital de algoritmos de controle em tempo real. Graças ao seu processador DSP TMS320C31 (período de 50 ns), permite a aquisição e o tratamento de diferentes sinais provenientes das medições,



a elaboração e a transmissão dos sinais de controle para o inversor.

A placa dSPACE DS1102 tem a seguinte constituição e características:

- Processador DSP TMS320C31, Texas Instrument
- Processador escravo DSP TMS320P14 Texas Instrument
- Conversor analógico / digital (A/D)
  - 2 vias de 16 bits, tempo de conversão de 10  $\mu$ s/ via
  - 2 vias de 12 bits, tempo de conversão de 3  $\mu$ s/ via
  - amplitude da entrada:  $\pm 10$  V
- Conversor digital / analógico (D/A)
  - 4 vias de 12 bits, tempo de conversão de 4  $\mu$ s/ via
  - amplitude da saída:  $\pm 10$  V.
- Interface para encoder
  - duas vias
  - 6 entradas diferenciais (Phi 0, Phi 90, Index, /Phi 0, /Phi 90, /Index)
  - filtro digital para as linhas Phi 0 e Phi 90.
  - contador frequencial máximo de 8,3 MHz.
- Interface dSPACE/PC
  - porta bi-direcional
  - sequência de endereços para transferir os blocos de dados
  - 16 endereços consecutivos disponíveis no espaço entrada / saída
- Interface JTAG
  - Porta de emulação para testar passo a passo um programa.

#### 4.2.7 Características das máquinas C.A.

O conjunto das máquinas C.A. é constituído por duas máquinas assíncronas, uma de rotor em gaiola e a outra de rotor bobinado, e um servomotor de ímãs permanentes.

A máquina assíncrona de rotor bobinado apresenta os seguintes valores nominais:

Máquina Leroy Somer AL3

tensão de estator	corrente de estator	kW	Hz	rpm	Nm	Cos $\phi$	tensão de rotor	corrente de rotor
$\Delta$ - 380 V	4,4 A	1,5	50	1500	11	0,76	140 V	6,5 A
Y - 220 V	7,5 A							

Esta máquina, em função de possuir o rotor bobinado, permite o acesso aos enrolamentos rotóricos para a realização das medições das correntes. É utilizada nos estudos de observadores para o motor de indução.

A máquina assíncrona de rotor em gaiola é utilizada nos estudos do controle do movimento do motor de indução. Os dados nominais para esta máquina são:

Máquina Leroy Somer LSFMV3 90L4

tensão	corrente	potência	frequência	velocidade	conjugado	Cos $\phi$
$\Delta$ - 380 V	3,5 A	1,5 kW	50 Hz	1430 rpm	10 Nm	0,82
Y - 220 V	6,1 A					

A terceira máquina C.A. que compõe o conjunto de motores da bancada de ensaios é um servomotor síncrono de ímãs permanentes. Suas características nominais são:

Máquina Leroy Somer 95 DSC 060 30

potência	corrente	frequência	velocidade	conjugado
1,7 kW	3,8 A	50 Hz	3000 rpm	5,4 Nm

### 4.3 Plataforma controle de máquinas

Esta plataforma foi concebida para o estudo de estratégias de controle da velocidade do motor de indução no contexto do acionamento de pontes rolantes e esteiras rolantes horizontais.

### 4.3.1 Motor C.A.

O motor C.A. utilizado é o do tipo assíncrono com o rotor em gaiola cujos valores nominais foram apresentados quando da descrição da bancada, na subseção 4.2.7. Os parâmetros nominais do modelo de estados em coordenadas ortogonais desta máquina são os seguintes:

Parâmetros nominais do motor em gaiola

resistência de estator	$R_s = 1.47 \Omega$
resistência de rotor	$R_r = 0.79 \Omega$
indutância de estator	$L_s = 0.105 \text{ H}$
indutância de rotor	$L_r = 0.094 \text{ H}$
indutância mútua estator-rotor	$L_{sr} = 0.094 \text{ H}$
inércia total (motor e carga)	$J = 25.6 \times 10^{-3} \text{ N.m.s}^2/\text{rad}$
coeficiente de atrito viscoso	$b = 2.9 \times 10^{-3} \text{ N.m.s/rad}$

### 4.3.2 Referência para o fluxo

A plataforma prevê uma referência constante para a norma do fluxo de rotor de  $0.595 \text{ Wb}$ . Este valor foi definido a partir dos dados nominais do motor de indução. Usando-se a relação

$$\Phi_s = \frac{L_s}{M_{sr}} \sqrt{1 + (\sigma T_r \omega_{rn})^2} \Phi_r \quad (4.1)$$

existente entre a norma do fluxo de estator e a norma do fluxo de rotor, chega-se ao valor de  $0.645 \text{ Wb}$  para a referência do fluxo de estator.

### 4.3.3 Referência para a velocidade

A referência para a velocidade é mostrada na figura 4.2. Ela corresponde a um período de aceleração constante desde o repouso até a velocidade nominal, seguido de um período de velocidade constante no valor nominal finalizando com uma parada abrupta.

### 4.3.4 Conjugado de carga

Na figura 4.3 apresentamos o conjugado resistente de carga empregado na plataforma. Ele corresponde, numa primeira parte, a uma sequência de variações abruptas entre os valores

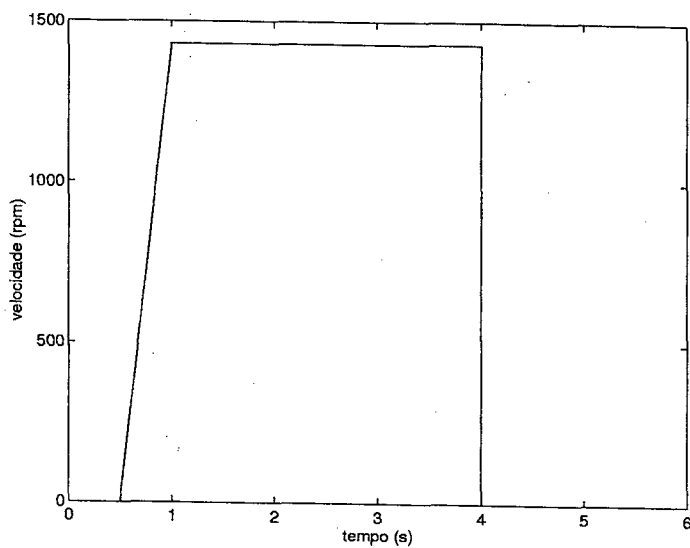


Figura 4.2: Referência para a velocidade

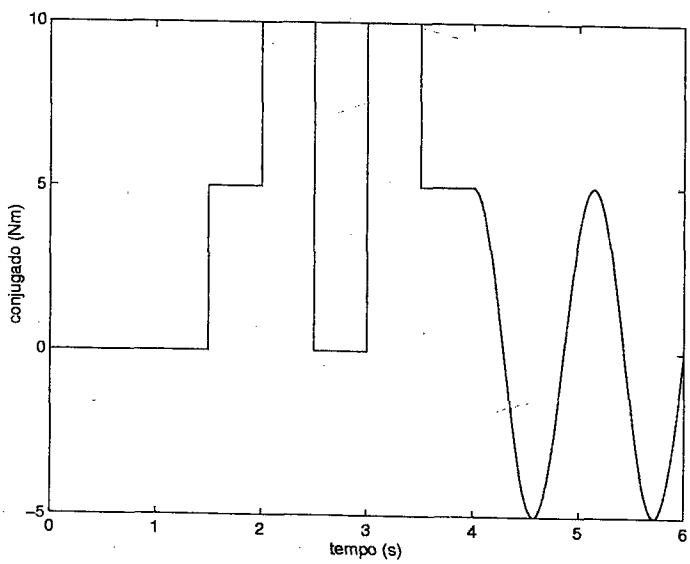


Figura 4.3: Conjugado de carga

zero, meia carga (5 Nm) e carga nominal (10 Nm) e, numa segunda parte à uma variação cossenoidal tendo por valor máximo o conjugado correspondente a meia carga do motor.

As referências para a velocidade e para o conjugado de carga correspondem a uma aceleração em rampa do repouso até a velocidade nominal, a vazio, seguido por um período de velocidade constante onde perturbações são aplicadas ao eixo do motor simulando a situação de retiradas e depósitos de carga em uma esteira rolante e um período de repouso com a aplicação de uma perturbação de carga cossenoidal que busca simular uma parada de emergência de uma ponte rolante com uma carga em balanço.

### Testes de robustez a parâmetros elétricos

Sabe-se que os motores elétricos sofrem variações significativas nos valores das resistências em função da variação da temperatura dos enrolamentos. As indutâncias também podem sofrer variações importantes em função da saturação magnética. Existem estudos que mostram que as variações nas resistências dos enrolamentos podem chegar a casa dos 50% do valor nominal e que as variações nas indutâncias podem chegar a casa dos 20% dos seus valores nominais [46]. No caso da plataforma do IRCCyN, a avaliação da robustez do controle relativamente a esses parâmetros elétricos é feita pela consideração dos três seguintes casos de estudo:

1. Variação de +50% nas resistências de estator e rotor ( $\Delta R_s = \Delta R_r = +50\%$ )
2. Variação de -50% nas resistências de estator e rotor ( $\Delta R_s = \Delta R_r = -50\%$ )
3. Variação de +20% nas indutâncias próprias de estator e rotor e na indutância mútua entre estator e rotor ( $\Delta L_s = \Delta L_r = \Delta L_{sr} = +20\%$ )

O primeiro e o segundo casos consideram os efeitos da variação da temperatura interna do motor no controle. O primeiro caso visa simular os erros de parametrização em  $R_s$  e  $R_r$  que poderiam existir no caso do motor operar em um estado térmico frio com os valores nominais dos parâmetros determinados com a máquina num estado térmico nominal. O segundo caso simula a situação inversa, ou seja, os erros que poderiam haver em  $R_s$  e  $R_r$  no caso do motor operar em um estado térmico nominal com os parâmetros nominais identificados a frio. No terceiro caso considera-se os efeitos da saturação magnética sobre o controle. Simula-se os erros que poderiam ocorrer nas indutâncias  $L_s$ ,  $L_r$  e  $L_{sr}$  no caso do circuito ferro-magnético apresentar-se saturado e os parâmetros nominais terem sido identificados sem saturação.

#### 4.4 Resultados experimentais do controle em modos deslizantes

Nesta seção, apresentamos alguns resultados experimentais obtidos com o uso de uma lei de controle baseada nos modos deslizantes de primeira ordem. O controle implementado na bancada de ensaios é aquele apresentado na subseção 3.3.1, ou seja, um controle para a velocidade e para o fluxo do rotor baseado em informações de um estimador de fluxos rotóricos.

Na figura 4.4 mostramos o diagrama gerado em Matlab/Simulink representativo do controle efetivamente implementado na bancada de ensaios.

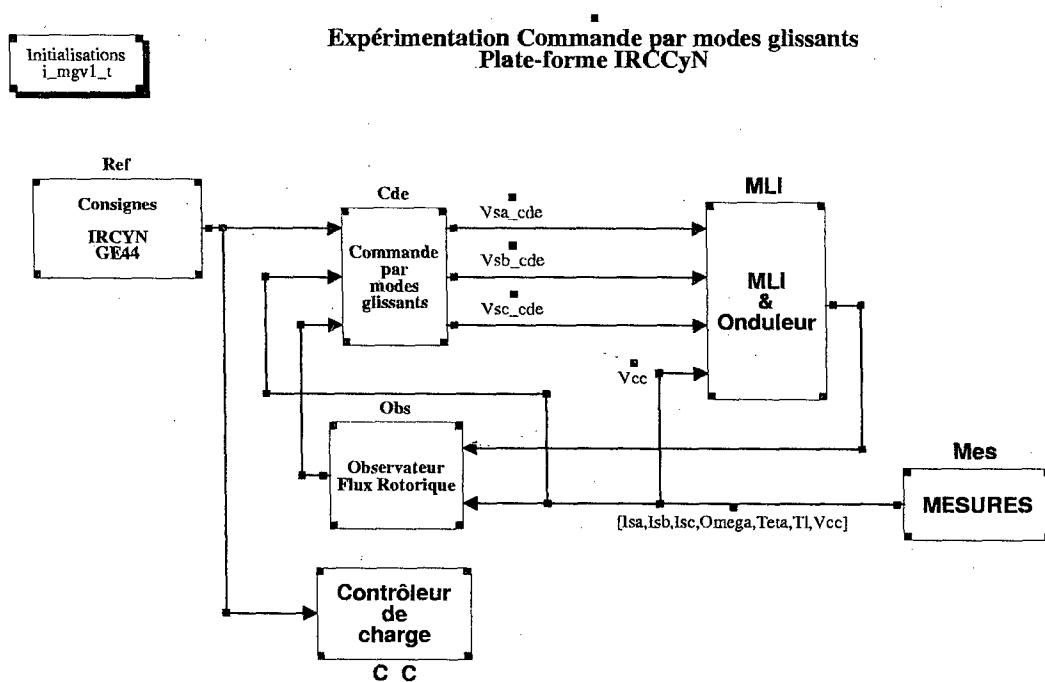


Figura 4.4: Diagrama do controle implementado experimentalmente

Em todos os casos ensaiados, utilizamos uma função de chaveamento do controle que emprega a noção de camada limite numa vizinhança da superfície de comutação. A função empregada esta representada na figura 4.5 sendo que os valores de  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  são ajustados para cada superfície pelo método da tentativa e erro.

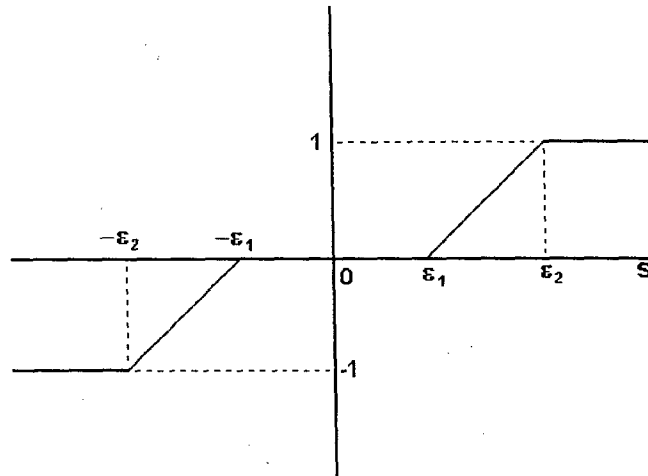


Figura 4.5: Função de comutação do controle

#### 4.4.1 Caso nominal

A figura 4.6 mostra o comportamento da velocidade. Observamos um comportamento bas-

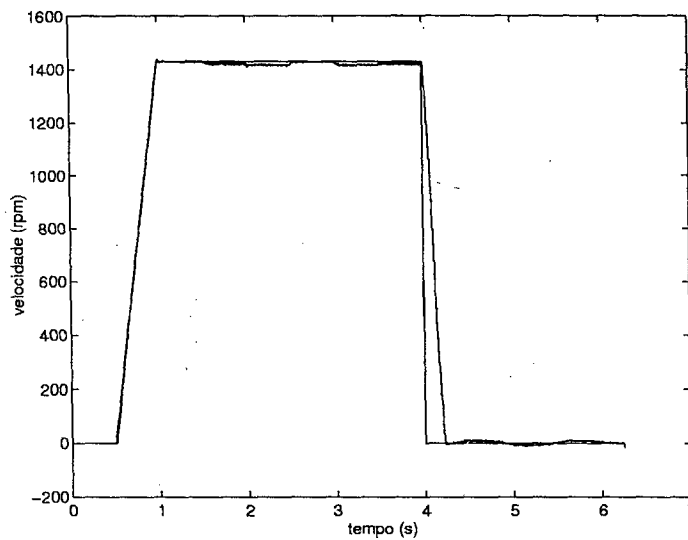


Figura 4.6: Resposta ao controle da velocidade - caso nominal

tante satisfatório no seguimento à referência da velocidade. Notamos um seguimento perfeito durante o período de aceleração. Quando da aplicação da perturbação de carga, no trecho de velocidade nominal, é possível percebermos que a velocidade cai levemente. Também no trecho correspondente à parada de emergência, quando a perturbação de carga tem variação

senoidal, percebemos que o eixo do motor oscila levemente em torno da posição de parada. Com o objetivo de permitir uma análise mais detalhada do comportamento da velocidade no período de velocidade nominal, apresenta-se a figura 4.7. Esta figura mostra uma ampliação do trecho compreendido entre 1 e 4 segundos, intervalo de tempo no qual o motor sofre uma sequência de perturbações de carga. Verificamos que quando da aplicação da carga nominal,

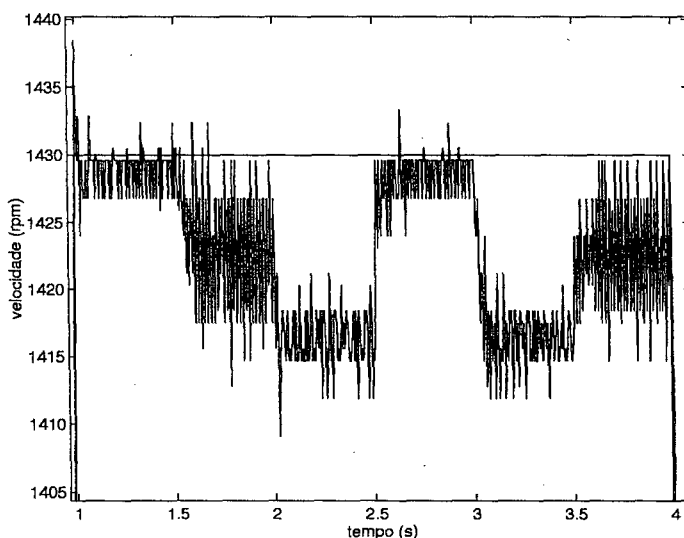


Figura 4.7: Ampliação da velocidade na região de valor nominal - caso nominal

entre os instantes 2 e 2.5 segundos e 3 e 3.5 segundos, a velocidade cai de aproximadamente 15 rpm relativamente ao valor de referência correspondendo a um erro em torno de 1%. No período em que a carga do motor é a metade da carga nominal, intervalo compreendido entre os instantes 1.5 e 2 segundos e 3.5 e 4 segundos, a velocidade cai para aproximadamente 1423 rpm correspondendo, neste caso, a um erro em torno de 0.5%.

A figura 4.8 apresenta uma ampliação do trecho compreendido entre 4 e 6 segundos. A velocidade apresenta um comportamento senoidal, indicando que a posição do eixo oscila em torno de uma posição média "arrastado" pela perturbação de carga aplicada. Verificamos que o erro máximo em valor absoluto é da ordem de 10 rpm.

A figura 4.9 mostra o comportamento do fluxo estimado do rotor haja vista que a bancada de ensaios não possibilita a sua medição. Percebemos a ocorrência de um erro máximo em torno de 0.008 Wb em valor absoluto correspondendo, aproximadamente, a 1,3% de erro relativamente ao valor de referência.

A figura 4.10 mostra a corrente trifásica em uma das fases do estator. Notamos que de um



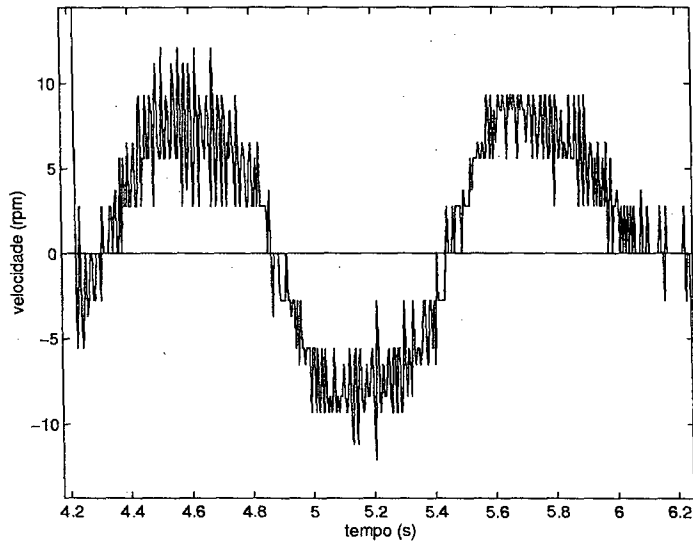


Figura 4.8: Ampliação da velocidade na região de parada de emergência - caso nominal

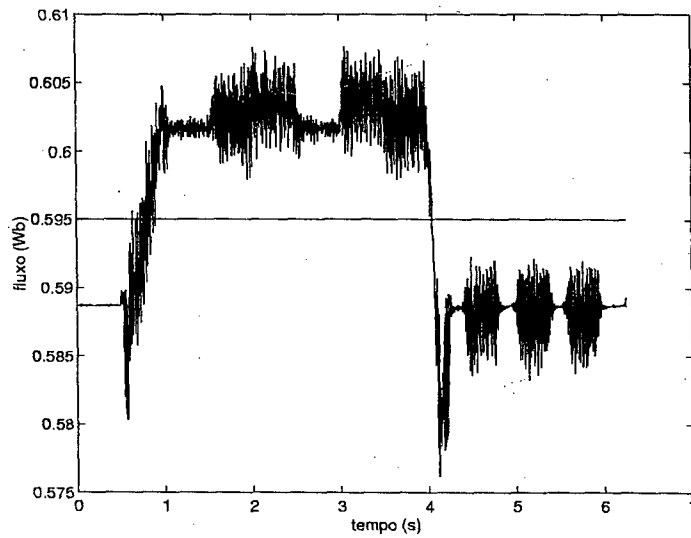


Figura 4.9: Resposta ao controle do fluxo do rotor - caso nominal

modo geral a corrente fica limitada no valor nominal (8,6 A no pico). Entretanto, existem alguns picos onde o valor nominal é superado. No início da aceleração existe um pico de aproximadamente 11.5 A (33% acima do nominal) e outros dois no início da parada de emergência de 13 A e 14 A (respectivamente 51% e 62%). A figura 4.11 mostra o conjugado efetivamente

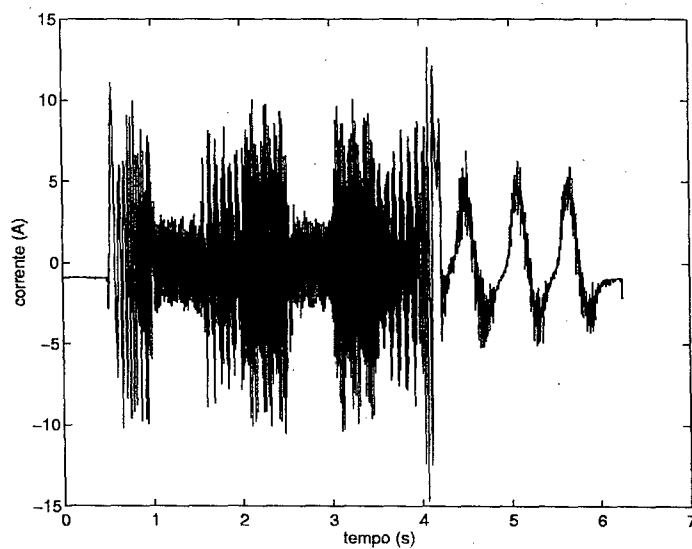


Figura 4.10: Corrente trifásica de estator - caso nominal

aplicado ao motor.

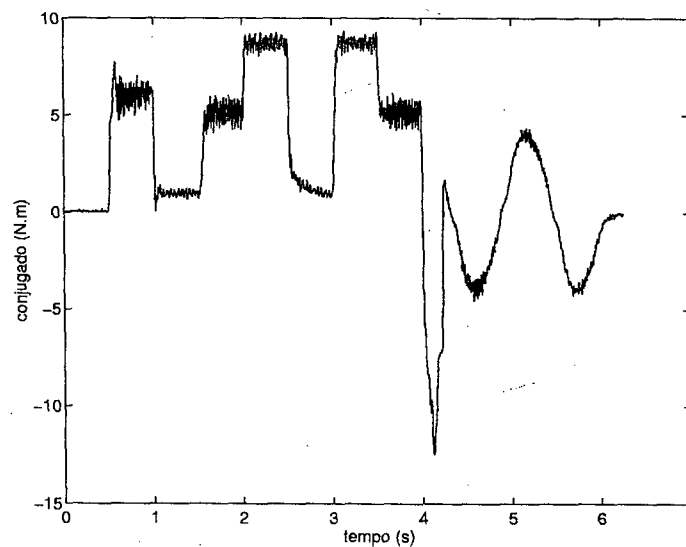


Figura 4.11: Conjugado resistente aplicado

#### 4.4.2 Primeiro teste de robustez - $\Delta R_s = \Delta R_r = +50\%$

O comportamento da velocidade está apresentado na figura 4.12.

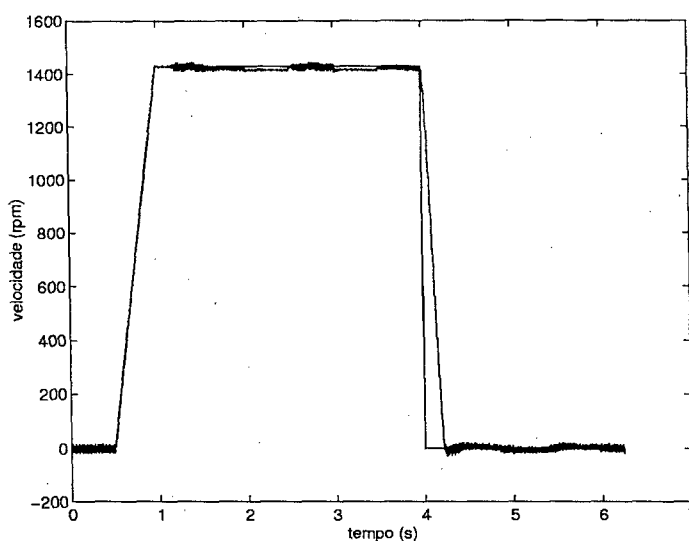


Figura 4.12: Resposta ao controle da velocidade - caso 1

Observamos que a resposta, em termos gerais, é semelhante àquela obtida para o caso nominal (figura 4.6) porém com um nível de “chattering” bastante superior.

As figuras 4.13 e 4.14 mostram ampliações dos trechos de velocidade nominal, correspondentes às figuras 4.7 e 4.8 apresentadas no estudo do caso nominal. Estas figuras confirmam que o comportamento da velocidade à nível dos erros ao seguimento da referência são correspondentes ao caso nominal entretanto com presença bem mais pronunciada do fenômeno do “chattering”.

Na figura 4.15 temos o fluxo estimado do rotor e sua referência. O comportamento apresentado também é bastante próximo daquele obtido no caso nominal (figura 4.9). A corrente trifásica em uma das fases do estator é mostrada na figura 4.16. Notamos, também, que o comportamento é parecido ao caso nominal (figura 4.10) a menos do maior nível de “chattering”.

#### 4.4.3 Segundo teste de robustez - $\Delta R_s = \Delta R_r = -50\%$

A velocidade do motor e sua referência estão apresentadas na figura 4.17.

Observamos um comportamento muito parecido ao obtido para o caso nominal (figura 4.6).

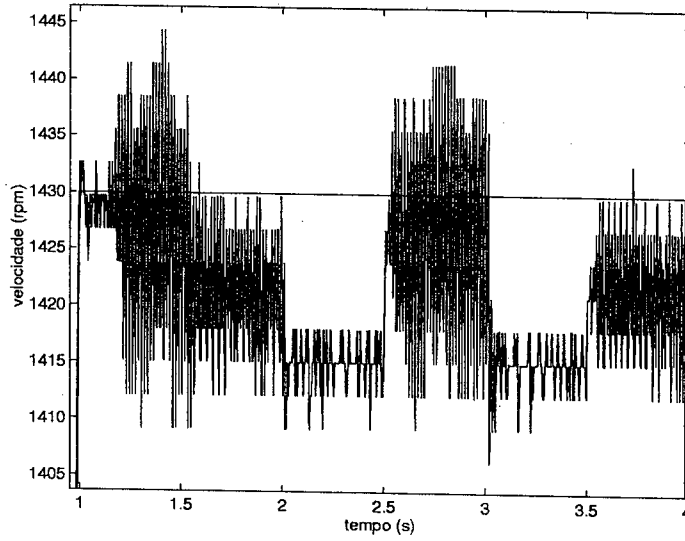


Figura 4.13: Ampliação da velocidade na região de valor nominal - caso 1

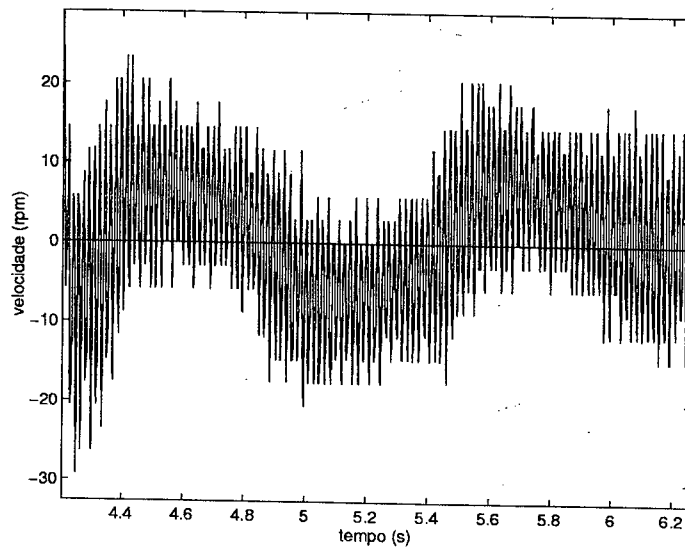


Figura 4.14: Ampliação da velocidade na região de parada de emergência - caso 1

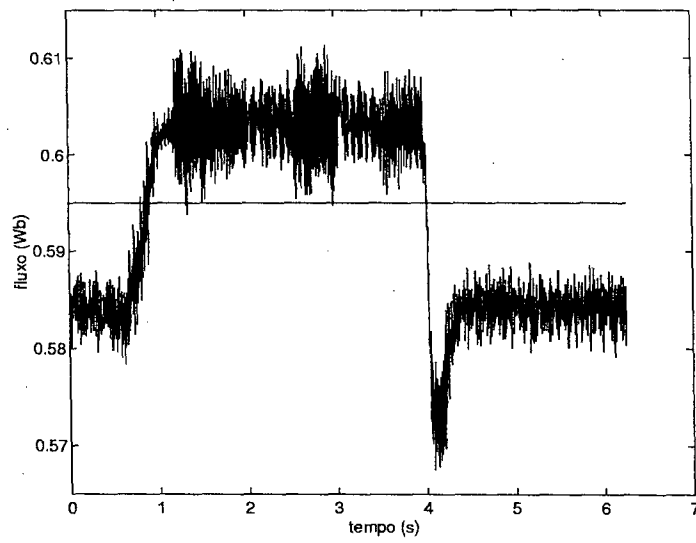


Figura 4.15: Resposta ao controle do fluxo do rotor - caso 1

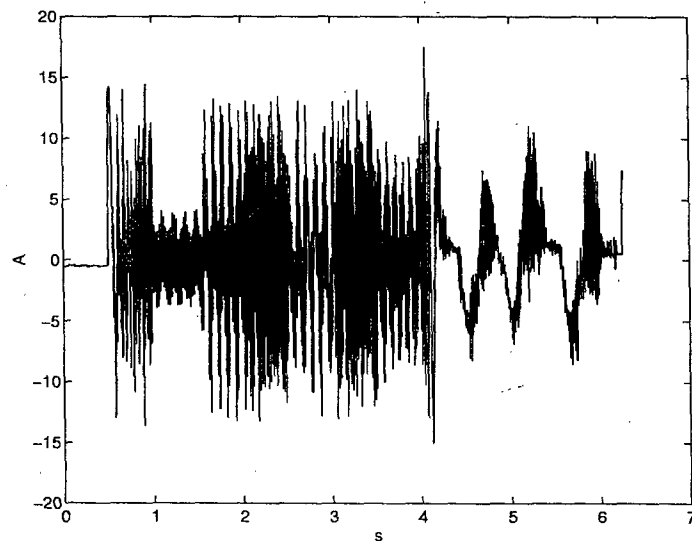


Figura 4.16: Corrente trifásica de estator - caso 1

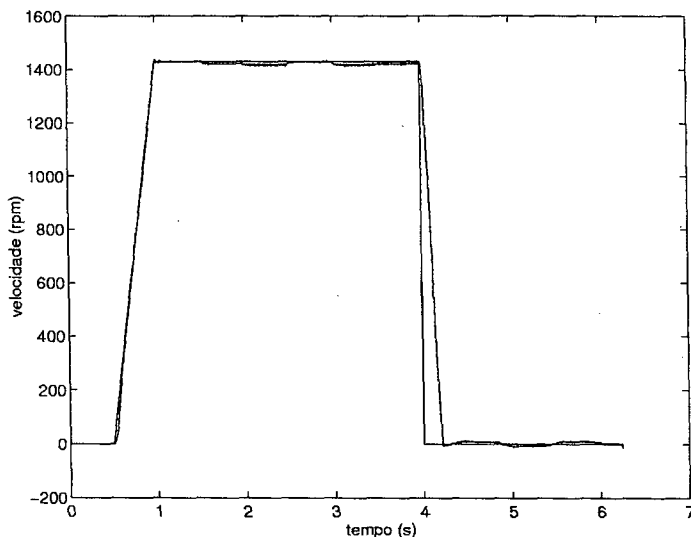


Figura 4.17: Resposta ao controle da velocidade - caso 2

As figuras 4.18 e 4.19 apresentam de forma ampliada os trechos de velocidade nominal e de parada de emergência, correspondentes as figuras 4.7 e 4.8 do caso nominal. Podemos, por meio delas, confirmar que o comportamento é praticamente o mesmo daquele obtido no caso nominal, mesmo a nível do “chattering” resultante.

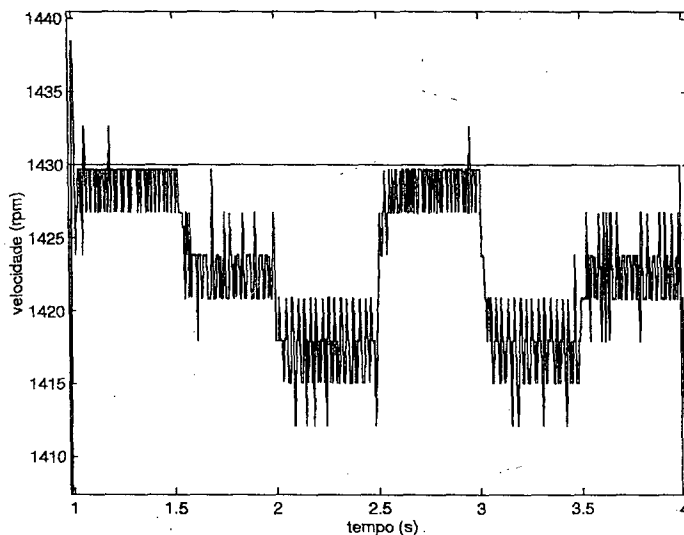


Figura 4.18: Ampliação da velocidade na região de valor nominal - caso 2

O fluxo rotórico estimado é mostrado na figura 4.20. Verificamos que na região de velocidade nominal, entre 1 e 4 segundos o seu comportamento é semelhante daquele obtido no caso nominal. Entretanto, no trecho onde o motor encontra-se em repouso, entre 0 e 0.5

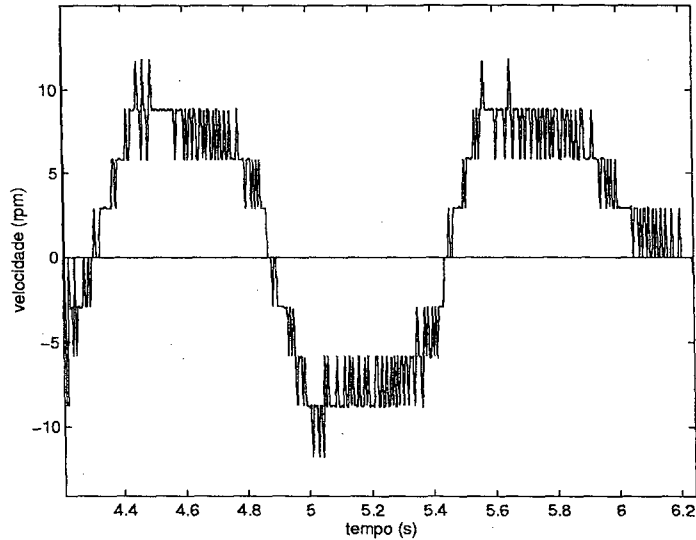


Figura 4.19: Ampliação da velocidade na região de parada de emergência - caso 2

segundos, e no trecho correspondente a parada de emergência, instantes compreendidos entre 4 e 6 segundos, o seu comportamento difere do obtido no caso nominal (figura 4.9). Neste caso, o valor do fluxo fica mais próximo da referência resultando num erro próximo de zero. O comportamento da corrente trifásica em uma das fases do estator é visto na figura 4.21.

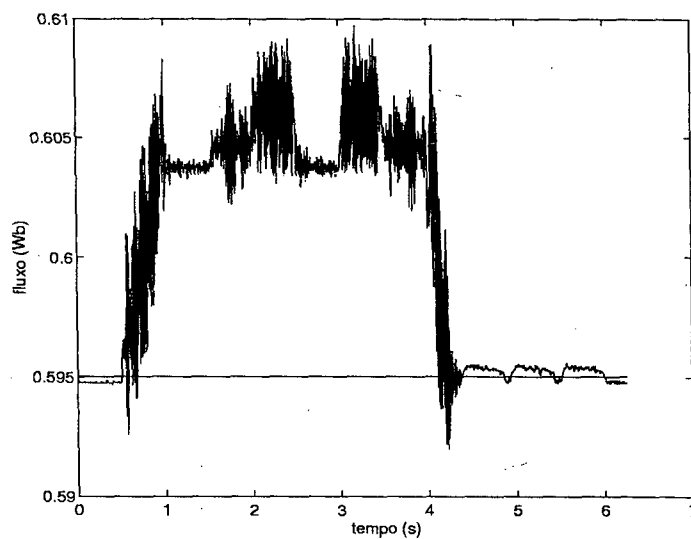


Figura 4.20: Resposta ao controle do fluxo do rotor - caso 2

Percebemos uma resposta parecida com àquela obtida no caso nominal (figura 4.10) porém, com o nível do “chattering” levemente inferior.

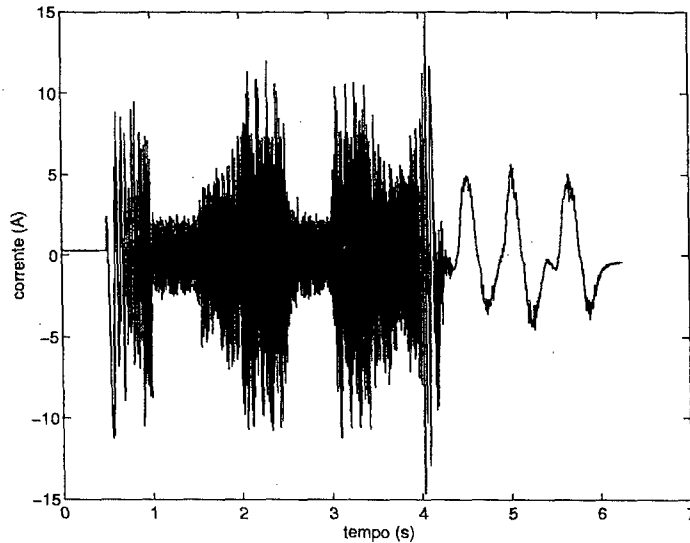


Figura 4.21: Corrente trifásica de estator - caso 2

#### 4.4.4 Terceiro teste de robustez - $\Delta L_s = \Delta L_r = \Delta L_{sr} = +20\%$

A figura 4.22 mostra a velocidade mecânica e sua referência.

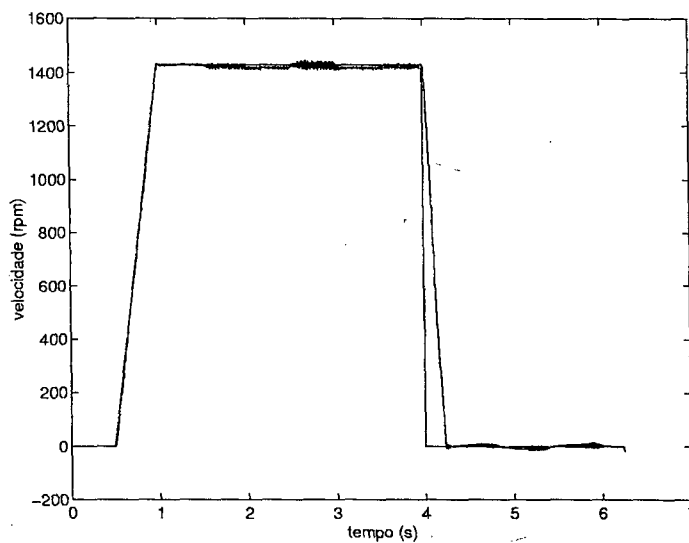


Figura 4.22: Resposta ao controle da velocidade - caso 3

O comportamento obtido é bom, semelhante ao obtido no caso nominal (figura 4.6), porém com um nível maior de “chattering”.

As figuras 4.23 e 4.24 correspondem as figuras 4.7 e 4.8 obtidas da simulação do caso nominal e e permitem confirmarmos que a performance obtida equivale àquela obtida para o caso



nominal a menos do “chattering” que é um pouco mais pronunciado.

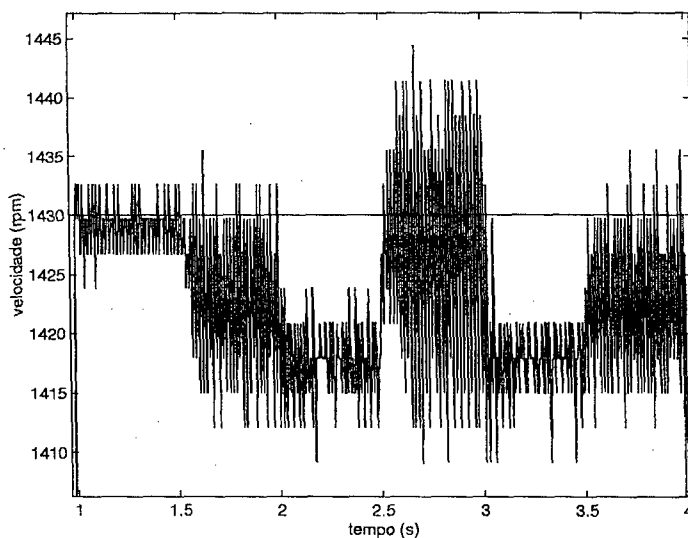


Figura 4.23: Ampliação da velocidade na região de valor nominal - caso 3

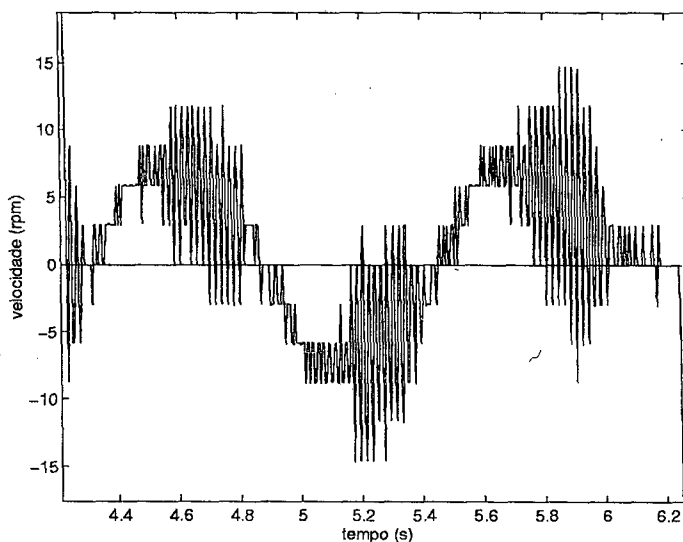


Figura 4.24: Ampliação da velocidade na região de parada de emergência - caso 3

A figura 4.25 é semelhante à figura 4.9 do caso nominal mostrando o fluxo estimado do rotor. Verificamos que na região de velocidade nominal, entre 1 e 4 segundos o erro de seguimento da referência do fluxo do rotor fica em torno de 2% o que é levemente superior ao caso nominal. Entretanto, no trecho onde o motor encontra-se em repouso, entre 0 e 0,5 segundos, e no trecho correspondente a parada de emergência, instantes compreendidos entre 4 e 6 segundos, o erro é menor do que o obtido no caso nominal (figura 4.9) ficando da ordem

de 0,2%. A corrente trifásica em uma das fases do estator é mostrada na figura 4.26. O seu

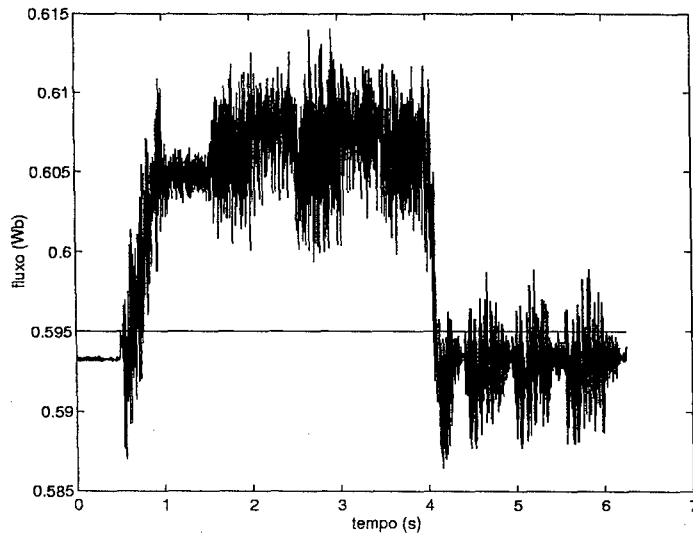


Figura 4.25: Resposta ao controle do fluxo do rotor - caso 3

comportamento é semelhante ao obtido no caso nominal (figura 4.10) porém, com um pouco mais de “chattering”.

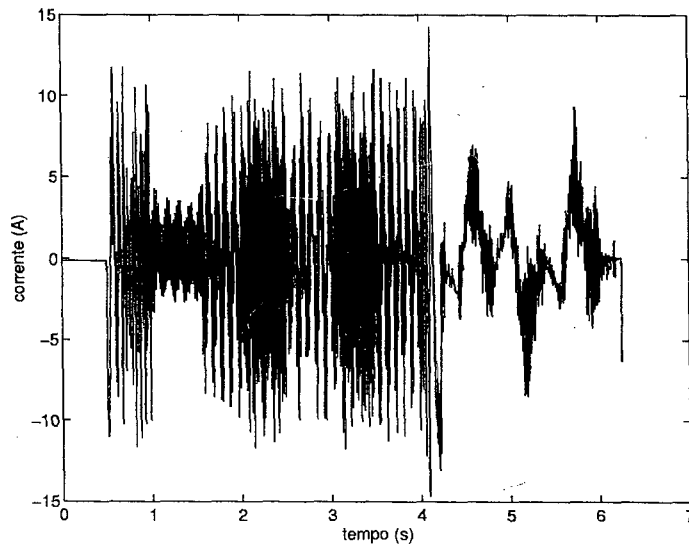


Figura 4.26: Corrente trifásica de estator - caso 3

## 4.5 Conclusão

Neste capítulo, apresentamos um estudo experimental realizado na bancada de ensaios de máquinas elétricas do Institut de Rechère en Communication et Cybernetique de Nantes - IRCCyN. Os resultados apresentados foram obtidos com um algoritmo de controle baseado nos modos deslizantes de primeira ordem aplicado ao controle da velocidade e do fluxo do rotor de um motor de indução. Do ponto de vista teórico, desprezando-se os erros de estimação do fluxo, os resultados que temos garantem a robustez do algoritmo implementado com relação às perturbações de carga mecânica e às perturbações na resistência do estator. Não temos nenhum resultado teórico que prove a robustez do controlador implementado com relação à resistência do rotor e às indutâncias. Entretanto, a plataforma de ensaios utilizada prevê testes de robustez sobre todos os parâmetros elétricos, incluindo as indutâncias e a resistência do rotor. Apesar deste fato, observamos que o desempenho obtido nos testes de robustez foi muito bom. Assim, se pode concluir que mesmo sem resultados teóricos a robustez do controlador estudado foi comprovada experimentalmente para os casos considerados. Em todos os casos estudados, ou seja, no caso nominal e nos três testes de robustez, as respostas foram muito boas e semelhantes no que diz respeito ao seguimento de saída. A diferença entre os casos ensaiados ficou por conta do “chattering” que foi mais pronunciado em alguns casos do que em outros. No caso nominal e no segundo teste de robustez, ou seja, no teste que considera erros de  $-50\%$  nas resistências, o nível do “chattering” presente foi menor. O pior caso no que diz respeito ao “chattering”, foi o teste que considera uma variação de  $+50\%$  nas resistências. O terceiro teste de robustez, ou seja, quando são consideradas variações nas indutâncias, produziu resultados intermediários entre o caso nominal e o pior caso no que relaciona-se ao “chattering” presente.

Ao compararmos os resultados obtidos na simulação do caso nominal, apresentados no capítulo 3, com os resultados experimentais correspondentes, podemos verificar um comportamento próximo. Entretanto, em simulação os resultados são um pouco melhores. No caso experimental, quando o motor encontra-se na velocidade nominal e sofre perturbações de carga a velocidade cai levemente chegando a uma redução de 15 rpm no caso da aplicação da carga nominal. Um fato semelhante ocorre na parada de emergência. Sob a ação do conjugado senoidal o eixo do motor oscila levemente em torno da posição de parada. Em simulação

isto não acontece, havendo um seguimento perfeito da referência. Podemos justificar este fato porque em simulação os ganhos empregados foram muito maiores do que aqueles empregados na experimentação. Na bancada experimental, como era de se esperar, os problemas relacionados ao “chattering” ficaram muito mais evidentes do que em simulação obrigando, para reduzi-los a um nível aceitável, trabalharmos com ganhos muito menores. Embora os demais casos simulados não correspondam aos casos estudados em experimentação, um comportamento comum pôde ser verificado, ou seja, nos piores casos tanto em simulação quanto em experimentação o efeito que foi sentido foi o aumento no nível do “chattering” presente. Com relação à performance do seguimento de saída, podemos dizer que não houve degradação em nenhum dos testes de robustez.

Quando aos aspectos relacionados à implementação do algoritmo, não encontramos maiores dificuldade considerando os recursos tecnológicos que a bancada oferecia. O maior problema que encontramos foi o acerto da regulagem dos diferentes ganhos para conciliar os compromissos entre o atendimento do seguimento das referências e o nível do “chattering” considerado aceitável. Cabe citar que não há uma metodologia estabelecida para o projeto dos valores dos diferentes ganhos, o que torna a tarefa de encontrar os valores adequados bastante trabalhosa.

Por fim, a partir da experiência ganha com este estudo, temos a colocar que a solução para os problemas do “chattering” ainda estão por merecer uma solução mais efetiva.

## Capítulo 5

# Controle em modos deslizantes de segunda ordem

### 5.1 Introdução

A técnica de controle em modos deslizantes têm se mostrado uma alternativa interessante para o controle de sistemas sujeitos a fortes perturbações ou incertezas. Diferentemente de outras técnicas de controle robusto, o controle em modos deslizantes utiliza a idéia de que a maneira mais simples e natural de tratar o problema do controle de sistemas incertos é impor algum tipo de restrição por meio de uma ação de controle de alto ganho [25]. Assim, qualquer desvio da restrição imposta sofreria uma reação imediata de grande força restauradora. Vários trabalhos demonstram a eficácia da técnica. Porém, conforme descrito na maioria das publicações sobre o assunto [85], [89], o grande problema que o controle descontínuo em modos deslizantes apresenta é o fenômeno do “chattering”, ou seja, o fenômeno caracterizado por oscilações de alta frequência do sistema em torno da superfície de deslizamento. Tal fenômeno é uma característica intrínseca da estratégia de controle em modos deslizantes e está relacionado à reação imediata e de grande força do controle a todo e qualquer desvio do sistema em relação à restrição imposta e aos atrasos nos tempos de chaveamento do controle descontínuo. A solução inicialmente encontrada para contornar os problemas relacionados ao “chattering” foi a substituição da lei de controle descontínuo de alto ganho por algum tipo de controle contínuo numa vizinhança da restrição. Entretanto, esta forma de abordar o pro-

blema sempre conduz a alguma perda na precisão e na robustez. Mais recentemente, como forma de superar os efeitos indesejáveis do “chattering”, sem contudo penalizar a robustez e a precisão da ação de controle, foi proposto o controle em modos deslizantes de ordem superior [52]. A idéia generaliza a forma de funcionamento do modo de deslizamento padrão (primeira ordem) para dinâmicas de ordem superior da função de restrição, levando a descontinuidade introduzida pelo controle a aparecer numa dinâmica de mais alta ordem ao invés da dinâmica de primeira ordem como ocorre no caso padrão. Desta forma, é possível eliminar o fenômeno do “chattering” com a manutenção das características de robustez e precisão relacionadas à técnica original.

No tocante ao motor de indução, vários trabalhos atestam a viabilidade de implementação e a robustez do controle por modos deslizantes padrão. O trabalho [29], por exemplo, apresenta resultados experimentais sobre um “benchmark” significativo do ponto de vista industrial. Citamos ainda os trabalhos [73] e [72].

Neste capítulo, temos o objetivo de desenvolver uma lei de controle baseada nos modos deslizantes de segunda ordem e demonstrar a sua viabilidade de aplicação ao motor de indução. Para tal, numa primeira parte, propõe-se um procedimento de síntese de um controlador baseado nos modos deslizantes de segunda ordem para uma classe de sistemas não lineares sujeitos à perturbações. Após, realizamos um estudo da aplicação do controlador proposto para o controle da velocidade e do fluxo do motor de indução. Finalizamos o capítulo com uma seção de conclusões.

## 5.2 Formulação do problema do controle

Seja o seguinte sistema não linear, multi-variável:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + G(x)u + \xi(x, t) \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{5.1}$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  é o vetor de entradas,  $y \in \mathbb{R}^m$  é o vetor das saídas de controle e  $f(x)$ ,  $G(x)$  e  $h(x)$  são funções vetoriais de dimensões apropriadas, conhecidas e continuamente diferenciáveis no mínimo até a primeira derivada total. O vetor  $\xi \in \mathbb{R}^n$  representa uma perturbação limitada em norma e diferenciável em relação a todos os seus

argumentos no mínimo até a primeira derivada total. O problema que pretendemos tratar aqui consiste em levar o sistema (5.1) ao seguimento de referências de saída através de um controle em modos deslizantes de segunda ordem. Com tal propósito, divide-se o problema em duas etapas: a) projeto da superfície de deslizamento e b) projeto da lei de controle que leve o sistema (5.1) ao deslizamento de segunda ordem.

### 5.2.1 Projeto da superfície de deslizamento

Considere-se uma superfície de deslizamento da forma

$$S(x, t) = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \dots & s_m \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^m \quad (5.2)$$

que seja continuamente diferenciável em relação a todos os seus argumentos. Projetamos cada um dos elementos que constituem a superfície a partir da seguinte função:

$$s_j = \sum_{i=0}^{r_j-1} l_{ji} (y_{jref} - y_j)^i \quad j = 1, \dots, m \quad (5.3)$$

onde  $r_j$  representa o grau relativo da saída  $y_j$ ,  $y_{jref}$  é a referência para saída  $y_j$  e  $l_{ji}$  são ganhos. Assim, quando o sistema estiver na condição de deslizamento com  $s_j = 0$  a equação (5.3) representa uma dinâmica linear do erro de segmento de saída, desde que  $r_j \geq 2$ . Portanto, pelo ajuste adequado dos ganhos  $l_{ji}$  podemos regular livremente a velocidade da convergência exponencial do erro de saída para zero. Se a saída apresentar grau relativo igual a um, a equação (5.3) não apresenta dinâmica tornando a convergência do erro de saída, no deslizamento, não assintótica.

### 5.2.2 Projeto do controle

Nesta etapa, desenvolvemos uma lei de controle que torna a origem  $S = \dot{S} = 0$  atrativa levando, assim, o sistema (5.1) ao deslizamento de segunda ordem. Inicialmente, introduzimos as novas variáveis:

$$z_1 = S(x, t) \quad (5.4)$$

$$z_2 = \dot{S}(x, u, t) \quad (5.5)$$

A adoção de  $z = [z_1, z_2]^T \in \mathbb{R}^{2m}$  como um novo vetor de estados, permite que se escreva o seguinte conjunto de equações diferenciais:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= \dot{S} = z_2 \\ \dot{z}_2 &= \ddot{S} = a(x, u, t) + H(x, t)\dot{u} + \zeta(x, t)\end{aligned}\tag{5.6}$$

onde  $a \in \mathbb{R}^m$  e  $b \in \mathbb{R}^{m \times m}$  representam funções vetoriais conhecidas e contínuas,  $\dot{u} \in \mathbb{R}^m$  é um termo descontínuo que representa a derivada do controle e  $\zeta \in \mathbb{R}^m$  é um termo de perturbação derivado de  $\xi$ . Assim, considerando-se  $u' = \dot{u}$  como uma nova entrada de controle, reescrevemos o sistema (5.6) como:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= a(x, u, t) + H(x)u' + \zeta(x, t)\end{aligned}\tag{5.7}$$

Com o objetivo de desacoplar a dinâmica (5.7) em nível do controle, utilizamos a seguinte transformação entre entradas de controle:

$$u' = H^{-1}(x)u_n\tag{5.8}$$

que pressupõe a não singularidade da matriz  $H(x)$ . Desta forma, o sistema (5.7), escrito em termos do controle  $u_n$ , fica:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= u_n + \zeta(x, t) + a(x, u, t)\end{aligned}\tag{5.9}$$

O problema, a partir deste ponto, passa a ser o de estabilizar o sistema (5.9) para a origem. Com isto obtido, tem-se o deslizamento de segunda ordem do sistema (5.1) sobre a superfície  $S = \dot{S} = 0$ . Como o sistema (5.9) é desacoplado do ponto de vista do controle, é possível dividirmos o problema da sua estabilização para a origem em  $m$  problemas mono-variável do tipo:

$$\begin{aligned}\dot{z}_{1j} &= z_{2j} \\ \dot{z}_{2j} &= u_{nj} + \zeta_j(x, t) + a_j(x, u, t) \quad j = 1, \dots, m\end{aligned}\tag{5.10}$$



A estabilização de (5.10) para a origem é feita com o uso da seguinte realimentação de estados:

$$u_{n_j} = -c_1 z_{1_j} - c_2 z_{2_j} + u_{d_j} \quad (5.11)$$

onde  $u_{d_j}$  é um controle descontínuo que promove a convergência da trajetória do sistema para o deslizamento e também garante robustez em relação à perturbação  $\zeta_j$ . Os parâmetros  $c_1$  e  $c_2$  são constantes positivas. A consideração do controle (5.11) na dinâmica (5.10), traz como resultado:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{1_j} \\ \dot{z}_{2_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_1 & -c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1_j} \\ z_{2_j} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u_{d_j} + \zeta_j(x, t) + a_j(x, u, t)] \quad (5.12)$$

que caracteriza-se como um sistema linear perturbado. Na forma matricial compacta, reescrevemos (5.12) como:

$$\dot{z}_j = Az_j + B[u_{d_j} + \zeta_j(x, t) + a_j(x, u, t)] \quad (5.13)$$

com

$$z_j = \begin{bmatrix} z_{1_j} \\ z_{2_j} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_1 & -c_2 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

O controle  $u_{d_j}$  é projetado com base na seguinte função de Lyapunov:

$$V(z) = z^T P z \quad (5.17)$$

onde

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

é uma matriz constante, simétrica e positiva. A derivada temporal de  $V(z)$  ao longo das trajetórias do sistema fica:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{z}^T P z + z^T P \dot{z} \\ &= z^T (A^T P + P A) z + 2z^T P B (u_{d_j} + \zeta_j + a_j)\end{aligned}\quad (5.19)$$

Como a matriz  $A$  é estável existe uma matriz  $P = P^T > 0$  tal que dado  $Q = Q^T > 0$ , a solução de  $-Q = A^T P + P A$  é única. Portanto, a negatividade de  $\dot{V}$  fica dependendo do segundo termo do lado direito da igualdade em (5.19). Uma maneira de garantir que  $\dot{V}$  seja uma função negativa definida é fazendo-se

$$2z^T P B (u_{d_j} + \zeta_j + a_j) = 2(p_{12}z_{1_j} + p_{22}z_{2_j})(u_{d_j} + \zeta_j + a_j) \leq 0 \quad (5.20)$$

com zero apenas na origem (quando  $z = 0$ ). Isto pode ser obtido com um controle do tipo:

$$u_{d_j} = -K_j \text{sign}(\alpha_1 z_{1_j} + \alpha_2 z_{2_j}) \quad (5.21)$$

com  $K_j > |\zeta_j + a_j|$  e  $\alpha_1 = p_{12}$ ,  $\alpha_2 = p_{22}$ . Desta maneira, a existência do modo de deslizamento de segunda ordem fica garantido.

Assim, a lei de controle proposta é escrita como:

$$\dot{u}' = \dot{u} = H^{-1} [C_s z - K_s \text{sign}(g(z))] \quad (5.22)$$

com  $C_s = [-c_1 I_{m \times m}, -c_2 I_{m \times m}]$ , onde  $I_{m \times m}$  representa a matriz identidade de rank  $m$ ,  $K_s$  é a seguinte matriz diagonal de ganhos do controle descontínuo

$$K_s = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & K_m \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

e a função vetorial  $sign(g(z))$  é definida como

$$sign(g(z)) = \begin{bmatrix} sign(\alpha_1 z_{11} + \alpha_2 z_{21}) \\ \vdots \\ sign(\alpha_1 z_{1m} + \alpha_2 z_{2m}) \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

A entrada de controle do sistema (5.1) é determinada pela integração de  $u'$ .

### 5.3 Aplicação ao motor de indução

Consideramos o motor de indução representado no sistema de coordenadas estacionário ( $\alpha\beta$ ) e tendo como estados elétricos as componentes ortogonais da corrente de estator e do fluxo do rotor. Tratamos, nesta seção, o problema do controle do movimento do motor de indução considerando-se a carga mecânica e a variação na resistência do estator como perturbações.

Escrevendo-se o modelo do motor de indução na forma da equação (5.1), temos:

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\gamma I & \frac{K}{T_r} I - p x_5 K J & 0_{2 \times 1} \\ \frac{L_{sr}}{T_r} I & -\frac{1}{T_r} I + p x_5 J & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & \frac{p L_{sr}}{J L_r} x_i^T J & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ x_\phi \\ x_5 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} I \\ 0_{2 \times 2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

$$\xi = \begin{bmatrix} \Delta \gamma I & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ x_\phi \\ x_5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 0_{2 \times 1} \\ \frac{C_l}{J} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$h(x) = \begin{bmatrix} x_5 \\ x_3^2 + x_4^2 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

com

$$x_i = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} & i_{s\beta} \end{bmatrix}^T \quad (5.29)$$

$$x_\phi = \begin{bmatrix} x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \phi_{r\alpha} & \phi_{r\beta} \end{bmatrix}^T \quad (5.30)$$

$$x_5 = \omega_r \quad (5.31)$$

e

$$\Delta\gamma = \frac{\Delta R_s}{\sigma L_s} \quad (5.32)$$

Assim, temos que  $x = [x_i^T, x_\phi^T, x_5]^T \in \mathfrak{R}^5$ ,  $u = [V_\alpha, V_\beta]^T \in \mathfrak{R}^2$  e  $y = h(x) \in \mathfrak{R}^2$ . A variação na resistência do estator é representada por  $\Delta R_s$  e  $I$  representa a matriz identidade de dimensão 2. Como pode ser visto de  $h(x)$ , as saídas de controle são a velocidade mecânica e o quadrado da norma do fluxo de rotor.

De acordo com o desenvolvimento teórico apresentado na seção anterior deste capítulo, a lei de controle proposta é dada pela expressão (5.22). Desta expressão, podemos verificar que a implementação do controle exige o conhecimento do vetor  $z = [S^T, \dot{S}^T]^T$  ou seja, o conhecimento da função de chaveamento e de sua derivada, e o conhecimento da matriz  $H^{-1}$  que desacopla o controle. Como ponto de partida, vamos determinar o vetor  $z$ .

O projeto da superfície de deslizamento, de acordo com (5.3), é exatamente igual ao projeto utilizado no controle por modos deslizantes de primeira ordem. Por esta razão, vamos aproveitar o projeto desenvolvido no capítulo 3, subseção 3.3.1, que reescrevemos a seguir:

$$\begin{aligned} s_1(x, t) &= \dot{x}_{5_{ref}}(t) - \dot{x}_5 + l_1(x_{5_{ref}}(t) - x_5) \\ &= \dot{x}_{5_{ref}}(t) + l_1 x_{5_{ref}}(t) - \frac{pM_{sr}}{J_r}(x_2 x_3 - x_1 x_4) + \left(\frac{b}{J} - l_1\right)x_5 - \frac{C_l}{J} \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned} s_2(x, t) &= \dot{\phi}_{ref}(t) - 2(\dot{x}_3 x_3 + \dot{x}_4 x_4) + l_2(\phi_{ref}(t) - (x_3^2 + x_4^2)) \\ &= \dot{\phi}_{ref}(t) + l_2 \phi_{ref}(t) - 2\frac{M_{sr}}{T_r}(x_1 x_3 + x_2 x_4) + \left(\frac{2}{T_r} - l_2\right)(x_3^2 + x_4^2) \end{aligned} \quad (5.34)$$

Com as funções de chaveamento projetadas, a determinação das derivadas  $\dot{s}_1$  e  $\dot{s}_2$  é imediata. Assim, os passos seguintes são a determinação da matriz  $H$  e de sua inversa. A matriz  $H$  é determinada da segunda derivada da função de chaveamento. Como podemos verificar da equação (5.7), a matriz  $H$  é a matriz de acoplamento do controle  $u'$ . Para determiná-la,

adotamos o seguinte procedimento:

De (5.33) e (5.34), identificamos que as função de chaveamento  $S$  tem como argumentos o estado  $x$ , a perturbação  $\xi$  e o tempo  $t$ . Assim, sua derivada primeira fica determinada por:

$$\dot{S}(x, u, \eta, t) = \eta + \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x}[f(x) + Gu] \quad (5.35)$$

onde

$$\eta = \frac{\partial S}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial S}{\partial x} \xi \quad (5.36)$$

A segunda derivada total de  $S$  fica:

$$\begin{aligned} \ddot{S} &= \dot{\eta} + \frac{\partial \dot{S}}{\partial t} + \frac{\partial \dot{S}}{\partial x}[f(x) + Gu + \xi] + \frac{\partial \dot{S}}{\partial u} \dot{u} \\ &= H\dot{u} + a + \zeta \end{aligned} \quad (5.37)$$

com

$$a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \frac{\partial \dot{S}}{\partial t} + \frac{\partial \dot{S}}{\partial x}[f(x) + Gu] \quad (5.38)$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} = \dot{\eta} + \frac{\partial \dot{S}}{\partial x} \xi \quad (5.39)$$

e

$$H = \frac{\partial \dot{S}}{\partial u} = \frac{\partial S}{\partial x} G = \begin{bmatrix} \kappa_1 x_4 & -\kappa_1 x_3 \\ \kappa_2 x_3 & \kappa_2 x_4 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

com as constantes  $\kappa_1$  e  $\kappa_2$  dadas por

$$\kappa_1 = \frac{pL_{sr}}{J\sigma L_s L_r} \quad (5.41)$$

$$\kappa_2 = -2 \frac{L_{sr}}{T_r \sigma L_s} \quad (5.42)$$

O ultimo passo para a implementação do controle é a determinação da inversa da matriz  $H$

determinada por:

$$H^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \kappa_2 x_4 & \kappa_1 x_3 \\ -\kappa_2 x_3 & \kappa_1 x_4 \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

onde

$$\Delta = -2 \frac{pM_{sr}^2 R_r}{J(\sigma L_s L_r)^2} (x_3^2 + x_4^2) \quad (5.44)$$

é o determinante de  $H$ . Portanto, a não singularidade da matriz  $H$  é dada por  $\Delta \neq 0$  o que significa que a norma do fluxo do rotor deve ser diferente de zero

$$x_3^2 + x_4^2 = \phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2 \neq 0 \quad (5.45)$$

A singularidade associada à condição de fluxo nulo pode ser facilmente superada garantindo-se pelo controle do fluxo do rotor um valor sempre diferente de zero.

Assim, a lei de controle proposta em (5.22) fica particularizada para a aplicação no controle da velocidade e do fluxo do motor de indução como:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_\alpha \\ \dot{V}_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \kappa_2 x_4 & \kappa_1 x_3 \\ -\kappa_2 x_3 & \kappa_1 x_4 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} -c_1 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & -c_1 & 0 & -c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(\alpha_1 s_1 + \alpha_2 \dot{s}_1) \\ \text{sign}(\alpha_1 s_2 + \alpha_2 \dot{s}_2) \end{bmatrix} \right\} \quad (5.46)$$

A entrada de controle do motor corresponde a integral dos elementos da lei obtida. Não temos uma metodologia para a determinação dos ganhos. Porém, devemos levar em consideração que:

- $c_1$  e  $c_2$  que devem ser constantes positivas
- $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  que correspondem, respectivamente, aos elementos  $p_{12}$  e  $p_{22}$  da matriz  $P$  apresentada em (5.18) devem satisfazer a condição  $-Q = A^T P + P A$  para alguma matriz

$Q$

- a matriz de ganhos  $K_s = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}$  deve ter valores para  $K_1$  e  $K_2$  suficientemente grandes para garantirem robustez às perturbações
- os ganhos associados as funções de chaveamento  $l_1$  e  $l_2$  devem ser positivos.

## 5.4 Conclusões

Neste capítulo propusemos uma lei de controle para uma classe de sistemas não lineares que é baseada nos modos deslizantes de segunda ordem. A lei sintetizada é simples e busca, com o emprego da abordagem dos modos deslizantes de ordem superior, contribuir na solução do problema do “chattering”. O projeto da superfície de deslizamento é baseado na mesma função empregada no controle em modos deslizantes de primeira ordem. A diferença com relação ao algoritmo de primeira ordem é que a descontinuidade aparece na segunda derivada da função de comutação. Portanto, o controle que garante o deslizamento de segunda ordem é realizado pela derivada da entrada do sistema.

As características de robustez do algoritmo de segunda ordem proposto são as mesmas obtidas com o algoritmo de primeira ordem estudado no capítulo 3. Assim, a vantagem deste algoritmo com relação ao de primeira ordem é a obtenção da redução do “chattering” sem as perdas de robustez e precisão associados ao emprego da abordagem da “camada limite”. Entretanto, comparando-se com o algoritmo de primeira ordem, o de segunda requer um aumento nas informações pois necessita a implementação da função de chaveamento e de sua derivada primeira.

Fizemos a opção de apresentar um estudo de simulação do algoritmo de segunda no âmbito do controle do servomotor C.A., no capítulo seguinte. Deixamos como um trabalho futuro a simulação e a experimentação do controle em modos deslizantes de segunda ordem do motor de indução.

## Capítulo 6

# Controle em modos deslizantes do servomotor C.A.

### 6.1 Introdução

Neste capítulo, apresentamos um estudo de aplicação do controle em modos deslizantes de primeira e de segunda ordens ao servomotor C.A.. Os objetivos que motivaram este estudo foram:

a) fazer uma extensão da aplicação da abordagem dos modos deslizantes no âmbito de uma outra máquina C.A.. A escolha pelo servomotor C.A. foi algo natural haja vista que este tipo de máquina é, juntamente com o motor de indução, um importante meio de acionamento empregado no contexto da automação dos processos industriais.

b) realizar uma comparação entre as abordagens de controle em modos deslizantes de primeira ordem e de segunda ordem.

Optamos por simular o algoritmo de segunda ordem proposto no capítulo 5 para o servomotor C.A. no lugar do motor de indução. Justificamos esta escolha em função da maior facilidade de aplicação dos algoritmos a este tipo de máquina haja vista que não necessita observação de fluxo. Isto facilita a comparação entre as abordagens uma vez que exclui possíveis efeitos relacionados a observação do fluxo.

Relacionadas ao controle em modos deslizantes do servomotor C.A., encontramos algumas referências na literatura. Com relação a abordagem clássica, ou seja, a abordagem baseada



nos modos deslizantes de primeira citamos os trabalhos [27], [72]. Já o trabalho [60] trata do controle em modos deslizantes de segunda.

O capítulo está organizado da seguinte maneira: na seção 2 estudamos a aplicação do controle em modos deslizantes de primeira ordem, apresentado no capítulo 3, ao servomotor C.A.; na seção 3 estudamos a aplicação do controle em modos deslizantes de segunda ordem, cuja formulação teórica foi apresentada no capítulo 5; por fim, apresentamos uma seção de conclusões sobre os assuntos tratados no capítulo.

## 6.2 Aplicação do controle de primeira ordem

Seja o modelo de estados representado em coordenadas ortogonais de um referencial síncrono [44] escrito na forma da equação (3.1) que reescrevemos a seguir:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + Gu + \xi(x, t) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{6.1}$$

Considerando a carga mecânica,  $C_l$ , e as variações na resistência estatórica,  $\Delta R_s$ , como perturbações, temos:

$$x = [\theta_r, \omega_r, i_{sd}, i_{sq}]^T\tag{6.2}$$

$$u = [V_{sd}, V_{sq}]^T\tag{6.3}$$

$$h = [\omega_r, i_{sd}]\tag{6.4}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} \omega_r \\ (p/J)(L_{dq}i_{sd} + K_m)i_{sq} - (f_v/J)\omega_r \\ -(R_s/L_d)i_{sd} + (pL_q/L_d)i_{sq}\omega_r \\ (R_s/L_q)i_{sq} - (pL_d/L_q)i_{sd}\omega_r - (pK_m/L_q)\omega_r \end{bmatrix}\tag{6.5}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/L_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/L_q \end{bmatrix}^T\tag{6.6}$$

$$\xi = \left[ 0 \quad -C_l/J \quad -\frac{\Delta R_s}{L_d} i_{sd} \quad -\frac{\Delta R_s}{L_q} i_{sq} \right]^T \quad (6.7)$$

onde o estado do sistema,  $x$ , é constituído pela posição,  $\theta_r$ , pela velocidade,  $\omega_r$ , e pelas componentes ortogonais da corrente estatórica,  $i_{sd}$  e  $i_{sq}$ . A entrada de controle é constituída pelas componentes da tensão de estator,  $V_{sd}$  e  $V_{sq}$ . A saída de controle,  $h$ , é formada pela velocidade e pela corrente de eixo direto. Os parâmetros  $L_d$  e  $L_q$  são, respectivamente, as indutâncias de eixo direto e de eixo em quadratura do estator,  $K_m$  é o fluxo do rotor,  $J$  é a inércia do sistema (motor e carga) e  $p$  é o número de pares de pólos,  $b$  é o coeficiente de viscosidade. O parâmetro  $L_{dq}$  é definido por:

$$L_{dq} = (L_d - L_q) \quad (6.8)$$

A escolha da corrente de eixo direto como uma das saídas de controle teve o objetivo de possibilitar a anulação do conjugado de relutância.

Inicialmente, realizamos o projeto das superfícies associadas as saídas de controle. Da equação de estados (6.1), particularizada por (6.2), (6.3), (6.4), (6.5), (6.6 e (6.7), observamos que a velocidade é uma saída que apresenta grau relativo dois, enquanto que a corrente de eixo direto tem grau relativo um. Com o emprego da equação (3.3), apresentada no capítulo 3, obtemos as seguintes funções de chaveamento associadas as duas saídas de controle consideradas:

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{y}_{1ref} - \dot{y}_1) + l_1(y_{1ref} - y_1) \\ l_2(y_{2ref} - y_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}_r + l_1(\omega_{ref} - \omega_r) \\ l_2(-i_{sd}) \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Note-se o fato da referência para a corrente de eixo direto ser considerada nula ( $y_{2ref} = 0$ ). Esta escolha tem o objetivo de neutralizar o conjugado de relutância.

Para a obtenção da lei de controle, os termos conhecidos da derivada da superfície  $S$ , ou seja, os termos que não dependem da perturbação, devem ser encontrados. Portanto, ao derivar-se (6.9) o resultado é:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\ddot{\omega}_{ref} - \ddot{\omega}_r) + l_1(\dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}_r) \\ l_2(-\dot{i}_{sd}) \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Para cada superfície, os termos que não dependem das entradas de controle e que são passíveis de implementação via realimentação de estados (denominados de forma genérica de  $a$  no desenvolvimento apresentado no capítulo 3) e os termos que estão relacionados com as entradas (elementos da matriz  $H$ , segundo notação utilizada no capítulo 3) devem ser identificados.

Assim, escrevemos:

$$\dot{s}_1(x, u, t) = a_1(x, t) + \eta_1(\xi) + h_{11}(x, t)v_{sd}(t) + h_{12}(x, t)v_{sq} \quad (6.11)$$

e:

$$\dot{s}_2(x, u, t) = a_2(x, t) + \eta_2(\xi) + h_{21}(x, t)v_{sd}(t) + h_{22}(x, t)v_{sq} \quad (6.12)$$

A determinação de  $a(x, t)$  e da matriz  $H(x, t)$ , é feita com o uso das relações (3.5) e (3.7), respectivamente. O termo  $a_1(x, t)$  associado à superfície da velocidade, fica:

$$a_1(x, \xi, t) = a_{\omega 1} + a_{\omega 2} + a_{\omega 3} + a_{\omega 4} \quad (6.13)$$

onde

$$a_{\omega 1} = \ddot{\omega}_{ref} + l_1 \dot{\omega}_{ref} \quad (6.14)$$

$$a_{\omega 2} = \left(\frac{p}{J}(L_{dq}i_{sd} + K_m)\right)\left(\frac{pL_d\omega_r i_{sd}}{L_q} + \frac{R_s i_{sq}}{L_q} + \frac{pK_m\omega_r}{L_d}\right) \quad (6.15)$$

$$a_{\omega 3} = \left(\frac{p}{J}(L_{dq}i_{sq})\right)\left(\frac{pL_q\omega_r i_{sq}}{L_d} - \frac{R_s i_{sq}}{L_d}\right) \quad (6.16)$$

$$a_{\omega 4} = \left(\frac{b}{J} - l_1\right)\left(\frac{p(L_{dq}i_{sd} + K_m)i_{sq}}{J}\right) \quad (6.17)$$

Os elementos da matriz  $H$  relacionados à dinâmica de  $s_1$ , ou seja  $h_{11}(x, t)$  e  $h_{12}(x, t)$ , são:

$$h_{11}(x, t) = -\frac{pL_{dq}i_{sq}}{JL_d} \quad (6.18)$$

$$h_{12}(x, t) = -\frac{p(L_{dq}i_{sd} + K_m)}{JL_q} \quad (6.19)$$

Para a superfície de corrente, o termo independente do controle  $a_2(x, t)$  é dado por:

$$a_2(x, t) = -l_2 \left( \frac{-R_s i_{sd}}{L_d} + \frac{pL_q \omega_r i_{sq}}{L_d} \right) \quad (6.20)$$

Com relação aos elementos da matriz  $H$ , o resultado obtido é:

$$h_{21}(x, t) = -\frac{l_2}{L_d} \quad (6.21)$$

$$h_{22}(x, t) = 0 \quad (6.22)$$

Portanto, com o emprego da lei de controle estabelecida pelas equações (3.8) e (3.13) escrevemos a lei de controle para o servomotor como:

$$u = \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_1 + K_\omega \text{sign}(s_1) \\ a_2 + K_i \text{sign}(s_2) \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

sendo que  $K_\omega$  e  $K_i$  devem ser positivos e suficiente mente grandes para garantir robustez com relação as perturbações consideradas.

Por fim, devemos garantir a não singularidade da matriz  $H(x, t)$  da equação (6.23). A condição a ser satisfeita, para tal, é que o determinante de  $H$  seja diferente de zero. O determinante da matriz é dado por:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -\frac{pL_{dq}i_{sq}}{JL_d} & -\frac{p(L_{dq}i_{sd}+K_m)}{JL_q} \\ -\frac{l_2}{L_d} & 0 \end{vmatrix} \quad (6.24)$$

de onde concluímos que é necessário atender a condição

$$i_{sd} \neq -\frac{K_m}{L_{dq}} \quad (6.25)$$

para que a matriz  $H$  seja não singular.

### 6.2.1 Estudo de simulação

Esta subseção mostra alguns resultados de simulação obtidos com a aplicação do controle em modos deslizantes de primeira ordem ao servomotor C.A. O objetivo básico do estudo é

analisar o desempenho do controlador no que se refere à resposta dinâmica e à robustez com relação às perturbações de carga e às variações na resistência de estator.

A referência para a velocidade e a perturbação de carga utilizadas nas simulações são mostradas na figura 6.1 e figura 6.2, respectivamente.

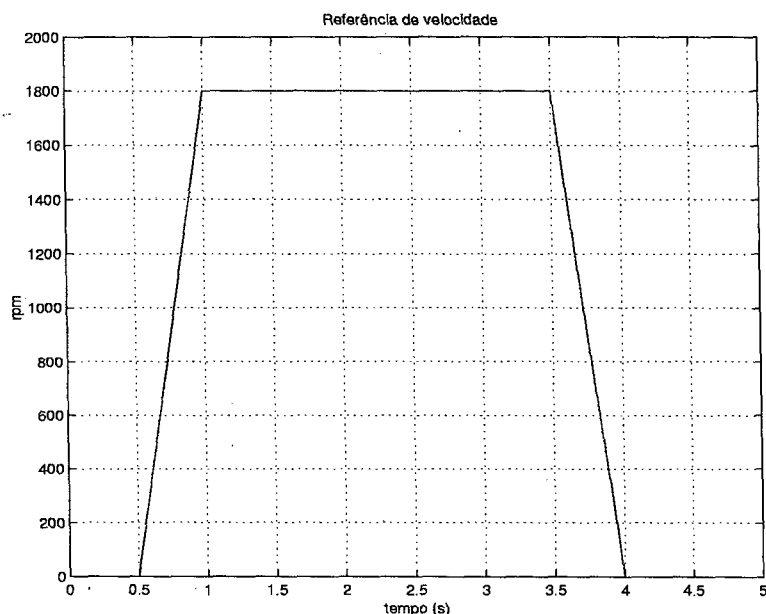


Figura 6.1: Referência de velocidade

As especificações para a referência da velocidade e para a perturbação de carga visam reproduzir características de sistemas industriais, tais como, pontes rolantes, guindastes e esteiras transportadoras. A análise das figuras 6.1 e 6.2 mostra que o motor parte com uma aceleração constante até atingir a velocidade nominal, quando então passa a sofrer perturbações de carga até a ocorrência de uma desaceleração e a parada total da máquina. Quanto à resistência estatórica, considera-se um erro de +50% do valor nominal.

O motor síncrono de ímã permanente utilizado apresenta os seguintes valores nominais:

Potência Nominal: 736 W

Número de pares de pólos: 2

Velocidade nominal: 1800 rpm

Tensão nominal: 208 V

Corrente nominal: 3,5 A

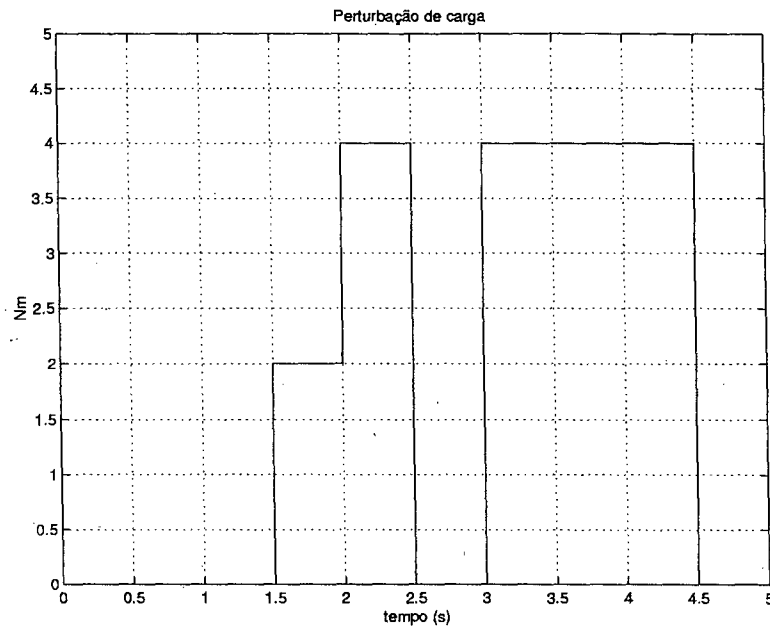


Figura 6.2: Perturbação de carga

Resistência estatórica:  $R_s = 1,5 \text{ Ohm}$

Indutância de eixo direto:  $L_d = 0,0424 \text{ H}$

Indutância de eixo em quadratura:  $L_q = 0,0795 \text{ H}$

Inércia (motor e carga):  $J = 0,003 \text{ Nm/rad/s}^2$

Coefficiente de atrito viscoso:  $f_v = 0,8 \times 10^{-3} \text{ Nm/rad/s}$

Constante de fluxo:  $K_m = 0,314 \text{ V/rad/s}$ .

Como forma de se reduzir o “chattering” empregamos a abordagem da “camada limite” à cada uma das saídas de controle. A sua implementação é realizada através da função mostrada na figura 6.3 em substituição a função sinal. Os valores de  $\epsilon$  são ajustados de forma a obter uma boa relação custo/benefício entre a redução do “chattering” e a precisão. Os valores de  $\epsilon$  são diferentes para cada uma das superfícies de controle e foram ajustados na base da tentativa/erro, resultando nos seguintes valores:

$$\epsilon_\omega = 60$$

$$\epsilon_i = 15$$

onde  $\epsilon_\omega$  define a camada limite para o controle da velocidade e  $\epsilon_i$  define a camada limite para

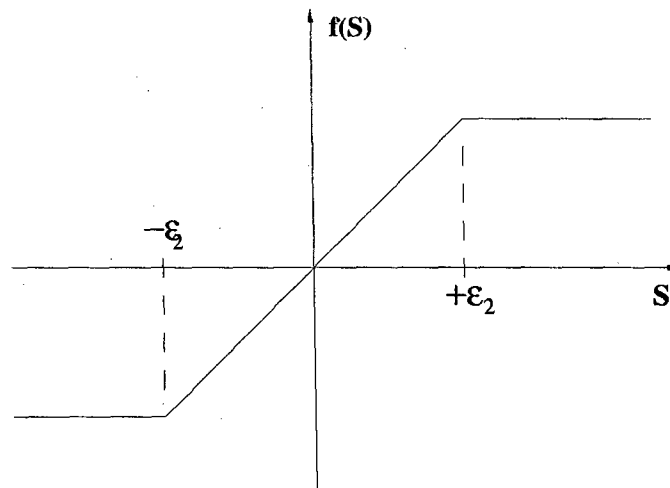


Figura 6.3: Função que implementa a camada limite

o controle da corrente de eixo direto.

A figura 6.4 apresenta a resposta da velocidade à referência imposta. Os valores dos ganhos das superfícies ( $l_1$  e  $l_2$ ) e do controle descontínuo ( $K_w$  e  $K_i$ ), para esta simulação, foram:  $l_1 = 350$   $K_w = 700.000$   $l_2 = 230$   $K_i = 80.000$ . Em termos gerais, observa-se uma resposta bastante satisfatória. Entretanto, para verificar-se de forma mais apurada o comportamento da resposta da velocidade, apresentamos na figura 6.5 uma ampliação da região onde a velocidade é constante no valor nominal e sofre perturbações de carga .

Podemos observar que a resposta transitória tem o seu valor de pico no pior caso igual a  $t = 3s$ , apresentando um erro em torno de  $-0,6\%$  do valor nominal e, em regime, não há um valor perceptível de erro.

A figura 6.6, mostra a resposta da corrente de eixo direto. Na figura 6.7, tem-se, em escala ampliada, o comportamento da corrente  $i_{sd}$ . Para completar o estudo, são apresentadas as Figuras 6.8, 6.9 e 6.10, que representam, respectivamente, a corrente  $i_{sq}$ , a tensão trifásica aplicada ao motor e a corrente trifásica de estator.

Na análise das três figuras supracitadas, podemos observar que o fenômeno do “chatter-

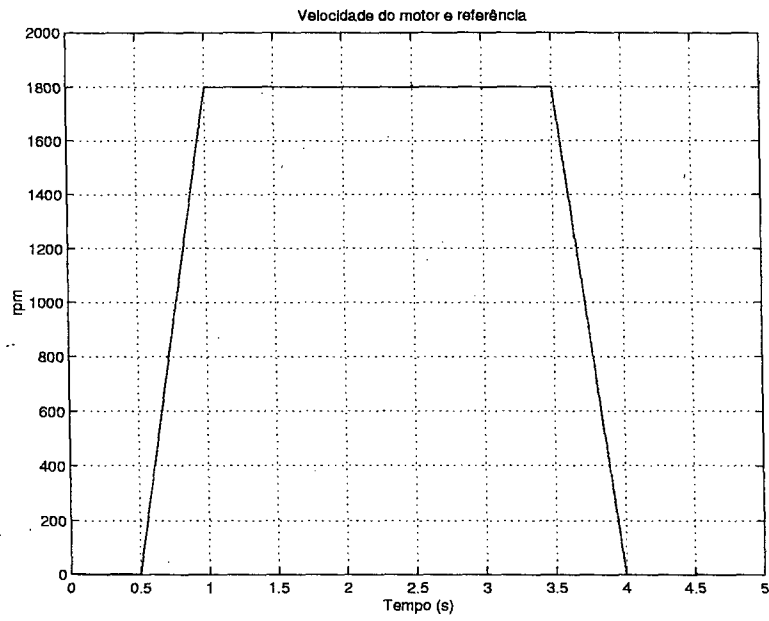


Figura 6.4: Velocidade do motor e referência - controle de primeira ordem

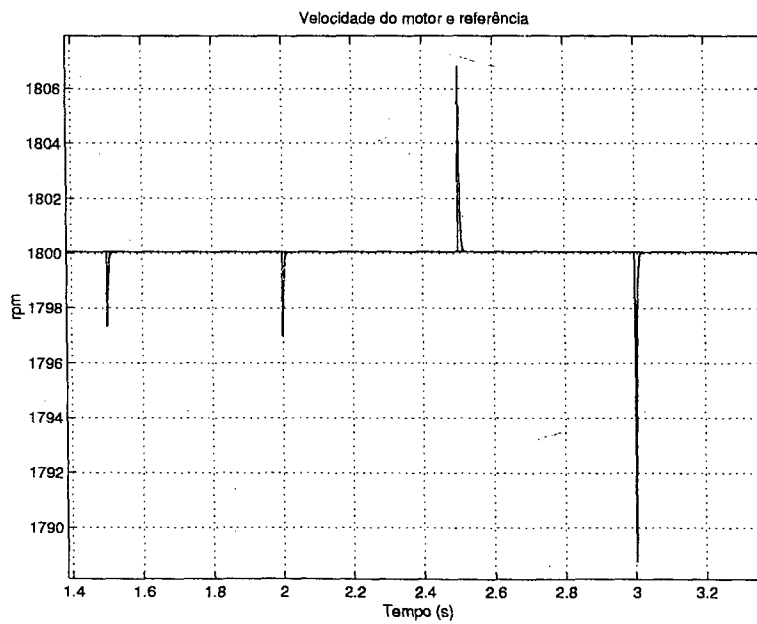


Figura 6.5: Velocidade do motor e referência (ampliação) - controle de primeira ordem



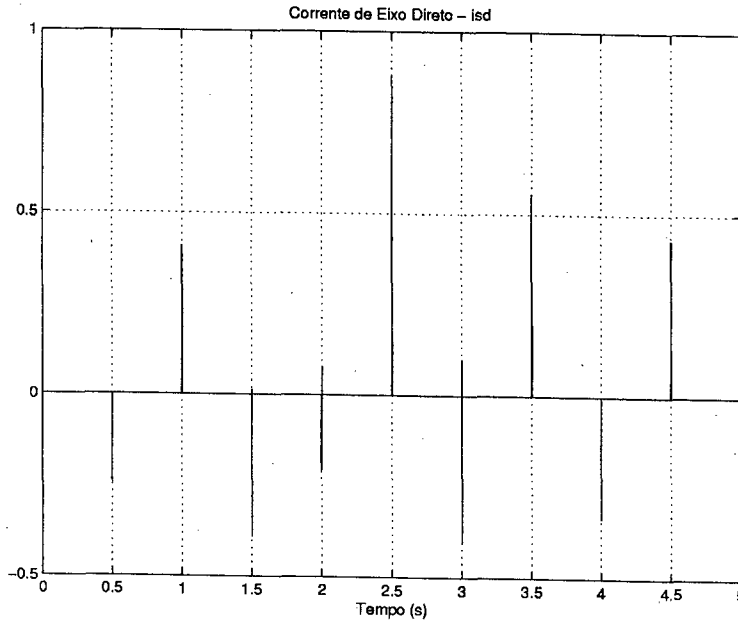


Figura 6.6: Corrente de eixo direto - controle de primeira ordem

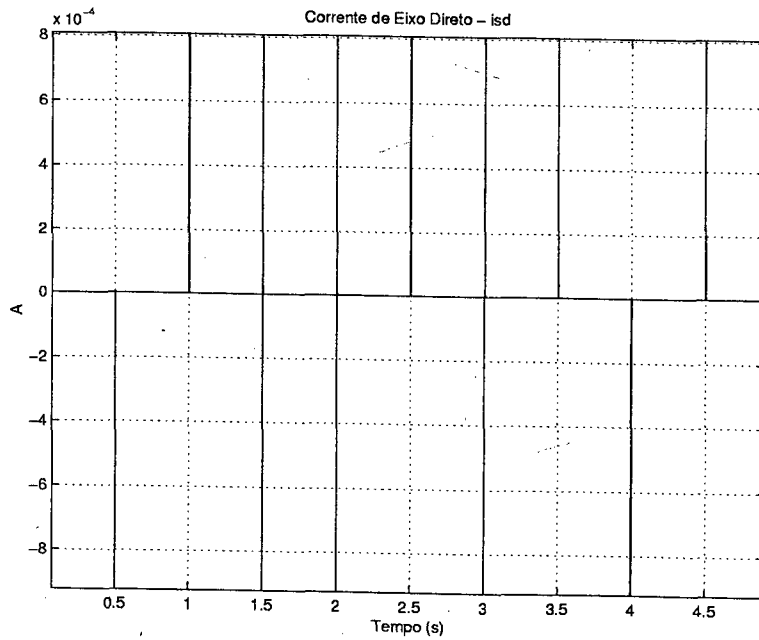


Figura 6.7: Corrente de eixo direto (ampliação) - controle de primeira ordem

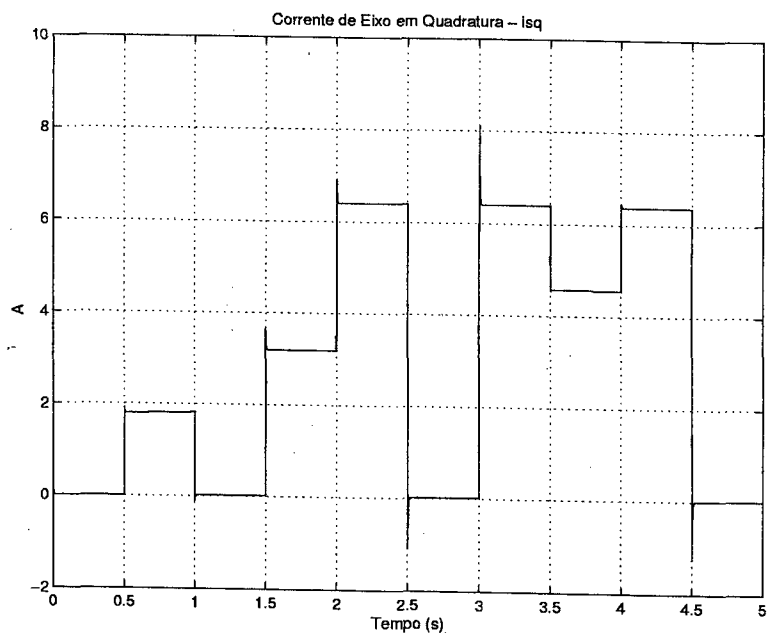


Figura 6.8: Corrente de eixo em quadratura - controle de primeira ordem

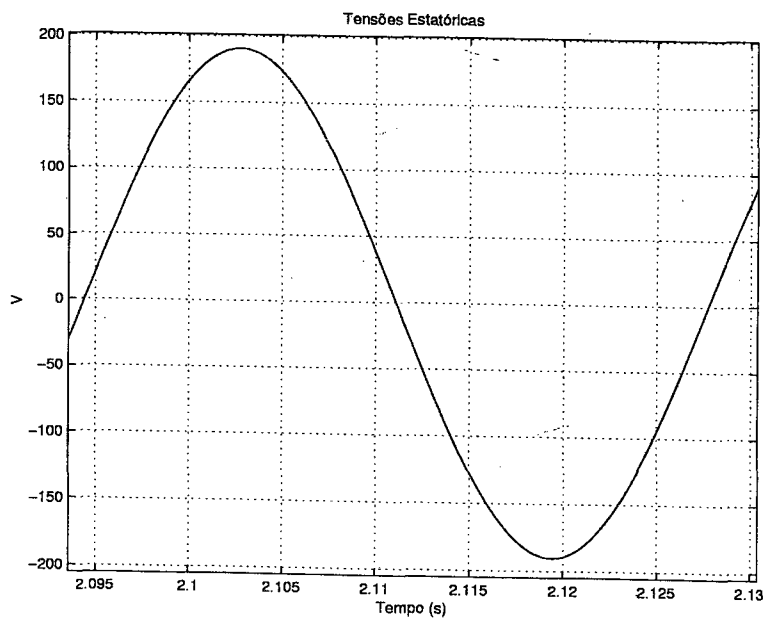


Figura 6.9: Tensão estática trifásica - controle de primeira ordem

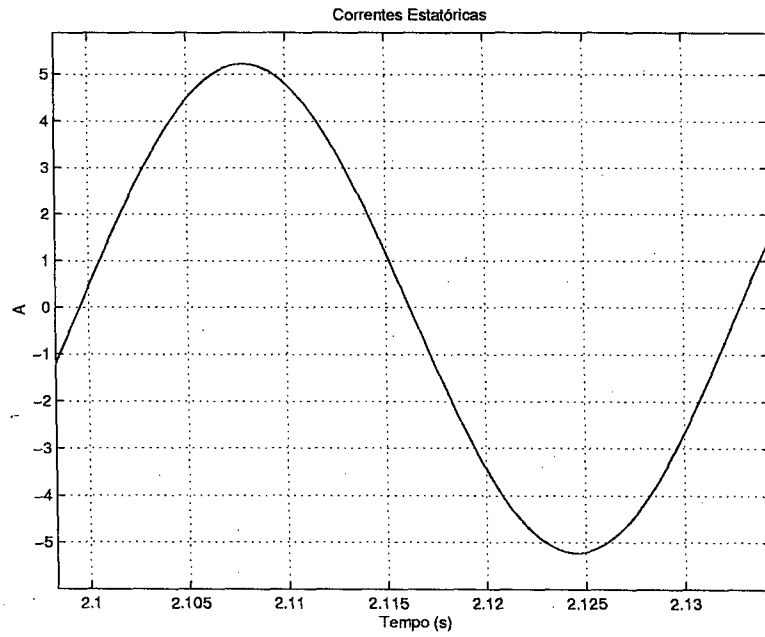


Figura 6.10: Corrente estatórica trifásica - controle de primeira ordem

ring" foi minimizado significativamente.

### 6.3 Aplicação do controle de segunda ordem

Nesta seção, estudamos a aplicação do controle em modos deslizantes de segunda ordem ao servomotor C.A. O problema de controle é o mesmo considerado na seção anterior, ou seja, controlar a velocidade e a corrente de eixo direto num contexto de segmento de referência sob a consideração de perturbações externas e internas. O modelo do motor é o mesmo empregado no estudo da seção anterior. A base teórica do controlador considerado está apresentada no capítulo 5. A lei de controle na qual o controlador se baseia está apresentada em (5.22). Assim, para a implementação do referido controle é necessário determinarmos o vetor  $z$ , constituído das superfícies e de suas derivadas, e determinarmos a matriz  $H$ . O projeto da cada superfície de deslizamento é feito de acordo com a equação (5.3), que reescrevemos a seguir:

$$s_j = \sum_{i=0}^{r_j-1} l_{ji}(y_{jref} - y_j)^i \quad j = 1, \dots, m \quad (6.26)$$

Considerando-se a referência para a corrente de eixo direto nula ( $i_{sdref} = 0$ ), para tornar o conjugado de relutância nulo, o projeto da superfície fica:

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{y}_{1ref} - \dot{y}_1) + l_1(y_{1ref} - y_1) \\ l_2(y_{2ref} - y_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}_r + l_1(\omega_{ref} - \omega_r) \\ l_2(-i_{sd}) \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Portanto, a derivada da superfície  $S$  é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}_r + l_1(\dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}_r) \\ l_2(-\dot{i}_{sd}) \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

Com isto, o vetor  $z$ , definido no capítulo 5, fica determinado por:

$$z = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \dot{s}_1 & \dot{s}_2 \end{bmatrix}^T \quad (6.29)$$

A determinação da matriz  $H$  é feita a partir da expressão

$$H = \frac{\partial S}{\partial x} G \quad (6.30)$$

que foi obtida no capítulo 5 onde  $S = [s_1, s_2]^T$  é a superfície de deslizamento e  $G$  é a matriz

do controle do sistema apresentada em (6.6). Assim, obtemos:

$$H = \begin{bmatrix} -\frac{pL_{dq}i_{sq}}{JL_d} & -\frac{p(L_{dq}i_{sd}+K_m)}{JL_q} \\ -\frac{l_2}{L_d} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

que é a mesma matriz  $H$  apresentada na seção anterior, para o caso do controle de primeira ordem. Portanto, os aspectos relacionados à sua singularidade já foram comentados naquela oportunidade. Com a determinação da inversa da matriz  $H$ , da superfície de deslizamento de primeira ordem e de sua derivada, podemos implementar a lei de controle como:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{sd} \\ \dot{V}_{sq} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 0 & \frac{p(L_{dq}i_{sd}+K_m)}{JL_q} \\ \frac{l_2}{L_d} & -\frac{pL_{dq}i_{sq}}{JL_d} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} -c_1 & 0 & -c_2 & 0 \\ 0 & -c_1 & 0 & -c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \dot{s}_1 \\ \dot{s}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(\alpha_1 s_1 + \alpha_2 \dot{s}_1) \\ \text{sign}(\alpha_1 s_2 + \alpha_2 \dot{s}_2) \end{bmatrix} \right\} \quad (6.32)$$

onde

$$\Delta = \frac{pl_2(L_{dq}i_{sd} + K_m)}{JL_d L_q} \quad (6.33)$$

Quanto aos ganhos do controlador, como já foi comentado no capítulo 5, não temos uma metodologia de projeto. São ajustados na base da tentativa/erro levando em consideração os seguintes aspectos:

- $c_1$  e  $c_2$  devem ser valores positivos.
- $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  que correspondem, respectivamente, ao elementos  $p_{12}$  e  $p_{22}$  da matriz  $P$  apresentada em (5.18) devem satisfazer a condição  $-Q = A^T P + P A$  para alguma matriz  $Q$ . Neste estudo, consideramos a matriz  $[Q]$  como sendo a matriz identidade, sendo que os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  foram obtidos pelas seguintes relações:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2c_1} \quad \alpha_2 = \frac{1 + c_1}{2c_1 c_2}$$

- os ganhos  $K_1$  e  $K_2$  associados, ao controle descontínuos das duas saídas, deve ser sufi-

cientemente grande para garantir robustez frente às perturbações

- os parâmetros  $l_1$  e  $l_2$  que aparecem no projeto das superfícies devem ser positivos e definem a velocidade de convergência do erro dinâmico quando o sistema se encontra em deslizamento

A implementação deste controlador para o motor síncrono exige a medição da velocidade e de suas derivadas primeira e segunda e, também, garantir-se que a referência desejada seja continuamente diferenciável até a sua derivada segunda. Na prática, usualmente considera-se a medição da velocidade, porém, a aceleração e sua derivada não o são medidas.

Um modo de se obter a aceleração é com o uso de observadores [90]. Outra possibilidade, qual é a adotada neste trabalho, é a aplicação de sucessivas derivadas discretas a partir da medição da velocidade, para obtermos a aceleração e sua derivada, respectivamente. Os resultados desta técnica têm se mostrado satisfatórios em simulações, conforme poderemos observar na próxima seção.

Para a corrente de estator temos a mesma situação encontrada para velocidade, e as técnicas de observador ou derivadas discretas têm suas aplicações. Neste trabalho também optamos pelo uso da derivada discreta a partir da medição da corrente.

### 6.3.1 Resultados da simulação

Nesta subseção, apresentamos alguns resultados de simulação do controle em modos deslizantes de segunda ordem aplicado ao servo motor C.A. O motor é o mesmo considerado nas simulações da seção anterior e, da mesma forma, a referência para a velocidade e a perturbação de carga são as mesmas definidas pelas figuras 6.1 e 6.2, respectivamente. Consideramos, também, uma variação de +50% do valor nominal da resistência de estator.

A Figura 6.11 mostra o comportamento da velocidade do motor. Os valores dos ganhos das superfícies ( $l_1$  e  $l_2$ ), do controle descontínuo ( $K_w$  e  $K_i$ ) e as constantes  $c_1$  e  $c_2$ , para esta simulação, foram:  $l_1 = 250$        $K_w = 210 \times 10^6$        $l_2 = 15$        $K_i = 90 \times 10^6$   
 $c_1 = 0,5$        $c_2 = 1.500$ . De uma forma geral, observamos uma resposta dinâmica bastante satisfatória. A figura 6.12 mostra em ampliação, a resposta da velocidade no trecho a velocidade é a nominal e onde uma perturbação de carga significativa é aplicada. Verificamos que, apesar das perturbações de carga, a resposta dinâmica é muito boa, apresentando transitórios

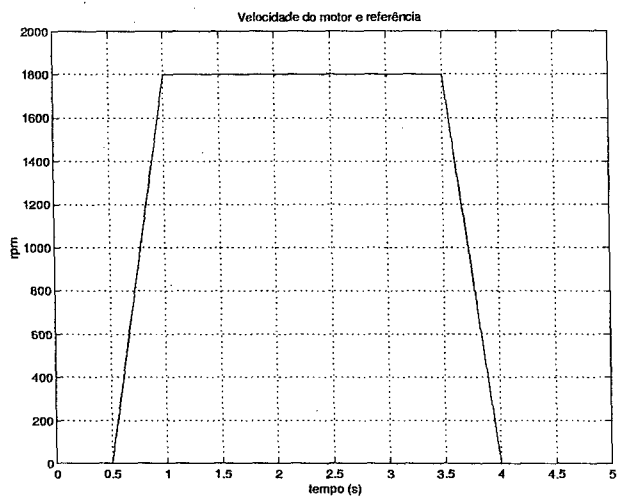


Figura 6.11: Velocidade do motor e referência - controle de segunda ordem

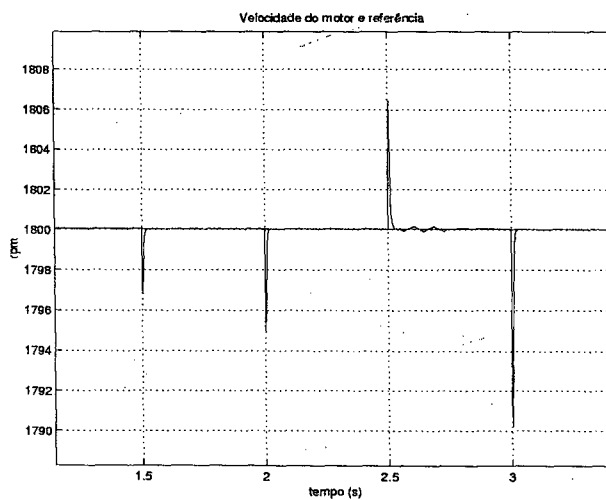


Figura 6.12: Velocidade do motor e referência (ampliação) - controle de segunda ordem

de curtíssima duração e amplitude e erros de seguimento de referência muito reduzidos. O máximo erro de velocidade está em torno de  $-0,5\%$  da velocidade nominal e acontece no tempo de  $3s$ .

A Figura 6.13 mostra a resposta da corrente de eixo direto, a qual é a segunda variável de controle. Podemos observar que o objetivo de controle é plenamente alcançado, uma vez que

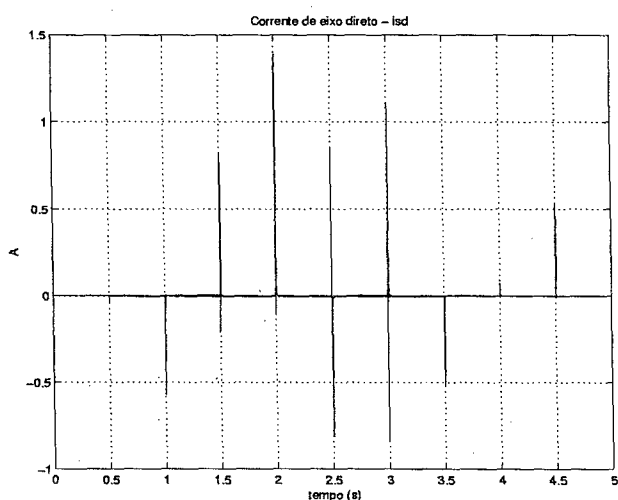


Figura 6.13: Corrente de eixo direto - controle de segunda ordem

a resposta mantém-se muito próxima de zero, que é a referência adotada. Verificamos, ainda, que o controlador reage fortemente buscando manter o erro de seguimento próximo a zero, quando da ocorrência dos transitórios devido à variação de carga. Porém, os transitórios são extremamente breves e sua amplitude não ultrapassa, no pior caso ( $t = 3s$ ), ao valor de  $1,5A$ , o que garante, para todo e qualquer instante, que a matriz  $b$  tenha inversa ( $i_{sd} \neq 8,46A$  para este motor, de acordo com a equação (6.25).

A Figura 6.14 mostra, em uma escala ampliada, o comportamento da corrente  $i_{sd}$ . Podemos verificar que o valor da corrente de regime fica praticamente limitado ao valor de  $\pm 4mA$ , o que é extremamente baixo quando comparado com a corrente nominal do motor que é de  $3,5A$ .

A redução do "chattering" é outra característica importante que observa-se nessa figura e, mais detalhadamente, nas Figuras 6.15 e 6.16, as quais mostram, em escala ampliada, o comportamento da tensão trifásica aplicada ao estator da máquina e a resposta da corrente



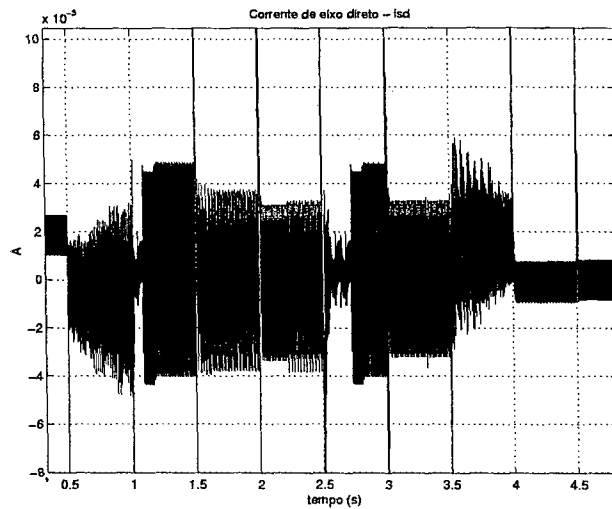


Figura 6.14: Corrente de eixo direto (ampliação) - controle de segunda ordem

trifásica de estator, respectivamente.

Estas figuras mostram que o “chattering” presente é muito pequeno comprovando a eficiência da abordagem do deslizamento de segunda ordem para atacar este problema.

Uma vez que a corrente  $i_{sd}$  é mantida em zero pela ação de controle, o conjugado motor é, basicamente, função da corrente de eixo em quadratura ( $i_{sq}$ ). Portanto, podemos observar na Figura 6.17, que a mesma é livre de “chattering” e, conseqüentemente, o conjugado mecânico não apresenta oscilações decorrentes da existência de “chattering”.

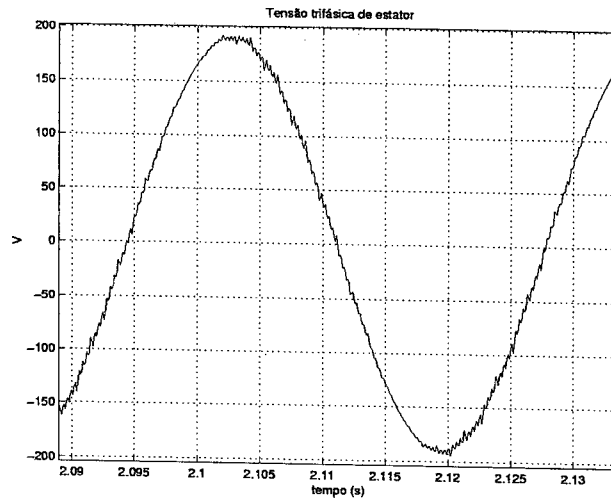


Figura 6.15: Tensão trifásica de estator (ampliação) - controle de segunda ordem

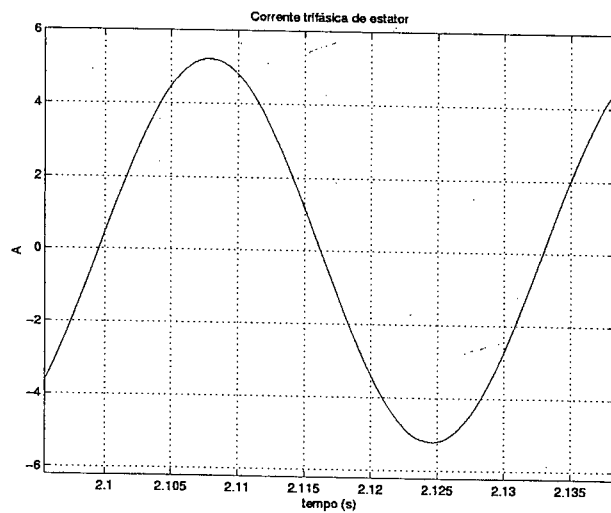


Figura 6.16: Corrente trifásica de estator (ampliação) - controle de segunda ordem

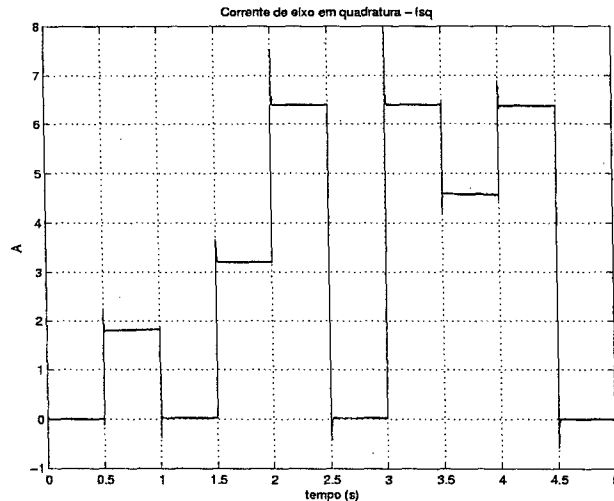


Figura 6.17: Corrente de eixo em quadratura - controle de segunda ordem

## 6.4 Conclusão

Neste capítulo, apresentamos um estudo da aplicação do controle em modos deslizantes de primeira ordem e de segunda ordem ao servomotor C.A.. Pudemos verificar que os dois algoritmos aplicam-se perfeitamente a este tipo de motor apresentando, em nível de simulação, resultados muito bons no controle das variáveis consideradas. O controle de primeira ordem utilizou uma função de chaveamento baseada na idéia de camada “limite”. Verificamos que os problemas relacionados ao “chattering” foram contornados de forma muito satisfatória com uma precisão no controle das saídas muito bom.

Quanto ao controle baseado no conceito de deslizamento de segunda ordem, pudemos validar o algoritmo proposto no capítulo 5 em nível de simulação. Os resultados obtidos com o emprego deste algoritmo também foram muito bons. Pudemos verificar a propriedade do deslizamento de segunda ordem de reduzir o “chattering”. A comparação entre os estudos da aplicação do controle em modos deslizantes de primeira ordem e de segunda ordem, no âmbito do controle do servomotor C.A., nos permite traçar algumas conclusões. Quanto à dificuldade de implementação dos controladores, no que diz respeito ao trabalho do desenvolvimento dos algoritmos e a necessidade de cálculos em tempo real, podemos dizer que o algoritmo de segunda ordem é mais simples e requer menos cálculos em tempo real. Entretanto, o algo-

ritmo de segunda ordem requer a informação da derivada da função de chaveamento. Neste estudo, a derivada da função de chaveamento foi obtida numericamente à partir da superfície de primeira ordem. Assim, o trabalho foi praticamente nenhum para obtê-la. Resta a questão da avaliação quando o método empregado, o que não foi feito neste estudo. Quanto aos resultados obtidos, o controle de primeira ordem com camada limite apresentou resultados um pouco melhores tanto em nível de precisão quanto em nível de redução do "chattering". Acreditamos que o controlador de segunda ordem não conseguiu realizar o deslizamento perfeito sobre a superfície de segunda ordem. Do contrário, acreditamos que o comportamento deveria ter sido superior ao do controlador de primeira ordem. Embora consideremos que o controle de segunda ordem apresentou um desempenho muito bom. Resta fazer, como um trabalho futuro, um estudo mais detalhado para o controlador de segunda ordem.

Um último ponto que queremos comparar entre os dois controladores é a dificuldade relacionada ao projeto dos ganhos. Para nenhum dos controladores estudados existe uma metodologia de projeto para os ganhos. Os valores, respeitando algumas restrições, são determinados por sucessivas tentativas. Como o controlador de segunda ordem apresenta um número maior de ganhos, este procedimento é muito mais complexo para este controlador do que para o de primeira ordem. Achar uma boa regulagem entre todos os ganhos em questão sempre exige um tempo de simulação bastante grande.

# Conclusão geral

Este trabalho tratou prioritariamente do controle robusto do motor de indução. Começamos pelo estudo da modelagem deste tipo de máquina. O objetivo que buscamos nesta etapa do trabalho foi, primeiramente, conhecer em detalhes os vários modelos possíveis para representar o motor de indução, considerando diferentes representações de estados, e após buscar uma representação entre as estudadas que propiciasse vantagens em relação à robustez frente às perturbações paramétricas. Como um resultado desta primeira etapa do estudo, concluímos que o modelo baseado nas equações estatóricas de correntes e fluxos é particularmente interessante para a estimação do fluxo em função de apresentar quatro dos cinco parâmetros elétricos restrito as dinâmicas das correntes. Na dinâmica do fluxo, o único parâmetro que intervém é a resistência do estator.

Dando continuidade, estudamos o problema da observação de estados robusta para o motor de indução. O objetivo que buscamos nesta etapa foi a síntese de um observador robusto com relação às perturbações nos parâmetros elétricos. Como resultado deste estudo, foram propostos dois observadores:

- a) um observador de ordem completa baseado nas equações de estator (correntes e fluxo de estator) representadas no sistema de coordenadas síncrono e com realimentação da velocidade;
- b) outro observador de ordem reduzida para a estimação do fluxo do estator e da velocidade e também realimentado em velocidade.

Para ambos os observadores, aproveitamos as conclusões da primeira etapa do trabalho, ou seja, de não utilizar as equações rotóricas e, igualmente, não realimentar em corrente para chegar a síntese de observadores insensíveis às perturbações atuando sobre as indutâncias e sobre a resistência do rotor. Um problema deste tipo de observador realimentado em velocidade é a estimação do conjugado de carga que intervém na dinâmica da velocidade. Com este

propósito, utilizamos um modelo onde os parâmetros são atualizados por meio de um procedimento adaptativo. Na realidade, neste tipo de observador trocamos as incertezas ligadas aos parâmetros elétricos por outras incertezas relacionadas ao sistema mecânico. Resultados em nível de simulação mostraram uma boa performance dos observadores propostos.

Na parte restante do trabalho, nos tratamos do controle em modos deslizantes aplicado as máquinas elétrica C.A.. O objetivo principal do estudo foi a aplicação desta abordagem ao controle do motor de indução. Como um objetivo complementar, estudamos a sua aplicação ao controle do servomotor C.A.. O estudo do controle do motor de indução foi dividido em três etapas:

- a) estudo teórico do controle em modos deslizantes de primeira ordem;
- b) estudo experimental do controle em modos deslizantes de primeira ordem;
- c) estudo teórico do controle em modos deslizantes de segunda ordem.

Com relação a primeira etapa, nos estudamos uma lei de controle que, num primeiro tempo, utiliza uma realimentação que desacopla o sistema em nível do controle e simplifica a sua dinâmica. Depois, num segundo momento, a lei de controle introduz um termo descontínuo que leva o sistema ao deslizamento. Dois controladores diferentes foram estudados: um baseado nas equações do fluxo do rotor e outro baseado nas equações do fluxo de estator. O primeiro deles é robusto frente às perturbações de carga e às perturbações da resistência de estator. O segundo é robusto com relação às perturbações de carga e às perturbações na resistência do rotor. Os resultados de simulação obtidos mostram um bom desempenho. Entretanto, consideramos que um problema relacionado aos dois controladores é a necessidade do desacoplamento em nível do controle. A transformação que desacopla o sistema, para o motor de indução, é dependente dos parâmetros e do fluxo portanto, se estes parâmetros são perturbados ou se o fluxo é mal estimado o desacoplamento fica afetado o que pode conduzir a uma degradação no desempenho do controle ou, até mesmo, a perda da convergência do sistema para a superfície de deslizamento. No estudo teórico, nos consideramos somente perturbações que não intervêm na matriz de desacoplamento. Na segunda etapa, ou seja na etapa relacionada ao estudo experimental, foi implementada a lei de controle baseada no modelo de fluxo do rotor numa plataforma de ensaios. Os objetivos buscados foram dois:

- a) verificação do desempenho do controle considerando perturbações no conjugado de carga e nos parâmetros elétricos;

b) estudo dos aspectos relacionados a implementação do algoritmo.

Quanto ao primeiro aspecto, verificamos um bom desempenho do controle mesmo quando foram consideradas perturbações em parâmetros que interferem na matriz de desacoplamento do controle. Foi possível manter o "chattering" dentro de limites aceitáveis pela utilização de uma função de saturação (camada limite). Entretanto, consideramos que é necessário melhorar o desempenho da técnica de redução do "chattering" se tivermos em conta a perspectiva de uma utilização em nível industrial. Quanto aos aspectos relacionados a implementação do algoritmo, não tivemos maiores problemas dentro dos recursos disponíveis na bancada. Com os recursos técnicos disponíveis atualmente, tanto ao nível de "software" quanto ao nível de "hardware", o algoritmo estudado é perfeitamente viável de ser implementado mesmo se os recursos necessários são maiores se comparamos com técnicas industriais como, por exemplo, o controle vetorial.

Com relação ao controle em modos deslizantes de segunda ordem, fizemos um estudo que resultou na síntese de um observador aplicado para uma classe de sistemas não lineares. O projeto da superfície de deslizamento é igual ao projeto utilizado para o controle em modos deslizantes de primeira ordem. A lei de controle que garante o deslizamento de segunda ordem utiliza uma realimentação preliminar que desacopla o sistema em nível do controle. A matriz de desacoplamento é a mesma obtida para o caso de primeira ordem. Portanto, todos os problemas comentados para o caso do controle de primeira ordem são pertinentes para o caso do controle de segunda ordem. Devemos levar em consideração que a implementação do controle de segunda exige um número maior de informações do que a implementação do controle de primeira ordem. Este fato é resultado da utilização da derivada da superfície de deslizamento no algoritmo.

O trabalho foi finalizado com um estudo de aplicação das leis de controle em modos deslizantes de primeira e segunda ordens para o servomotor C.A.. Focalizamos a atenção sobretudo no estudo do controle de segunda ordem. Verificamos que a lei de controle proposta no capítulo 5 apresentou bom desempenho quando aplicada ao servomotor C.A., solucionando de forma bastante satisfatória os problemas relacionados ao "chattering". Entretanto, no contexto do controle do servomotor C.A., o controle em modos deslizantes de primeira ordem com aplicação de "camada limite" apresentou resultados levemente superiores tanto em nível de precisão quanto em nível de redução do "chattering".

Julgamos que as principais contribuições relacionadas a este trabalho são:

- Síntese de dois observadores robustos para o motor de indução
- Contribuição ao formalismo teórico de dois controladores em modos deslizantes de primeira ordem aplicados ao motor de indução
- Estudo e implementação experimentais de um algoritmo baseado nos modos deslizantes de primeira ordem aplicado ao controle do motor de indução
- Síntese de um controlador baseado nos modos deslizantes de segunda ordem aplicado a uma classe de sistemas não lineares
- Estudo da aplicação de um algoritmo de controle baseado nos modos deslizantes de segunda ordem ao controle do servomotor C.A.

Consideramos que este trabalho deixa como perspectivas de continuidade os seguintes temas:

- Quanto aos observadores propostos:
  - a) estudo de uma abordagem de melhor desempenho dinâmico para a estimação do conjugado de carga;
  - b) implementação e avaliação experimental em bancada de ensaios.
- Quanto à teoria do controle em modos deslizantes:
  - a) estudo de uma lei de controle que não se baseie no desacoplamento do sistema em nível do controle;
  - b) aprofundamento sobre os estudos da estabilidade do controle baseado em informações de um observador de fluxo.
- Quanto a parte experimental do controle em modos deslizantes: implementação e validação em bancada de ensaios da lei de controle em modos deslizantes de segunda ordem tanto para o motor de indução quanto para o servomotor C.A.

Finalizamos deixando registrado que ao logo destes últimos anos nosso trabalho de pesquisa relacionado ao controle das máquinas elétricas produziu as seguintes publicações: [1], [29], [62], [63], [60], [80], [78], [84], [81], [83], [82].



# Referências Bibliográficas

- [1] A. Prado Jr., S. I. Seleme Jr., L. C. S. Marques, and E. De Pieri. Observador de estados em tempo contínuo para motor de indução com rejeição de perturbações paramétricas. In *Congresso Brasileiro de Automática*, volume 4, pages 1319–1324, 1998.
- [2] D. J. Atkinson, P. P. Acarnley, and J. W. Finch. Observers for induction motor state and parameter estimation. *IEEE Trans. on Industry Application*, 27(6):1119–1127, 1991.
- [3] I. Barbi. *Teoria Fundamental do Motor de Indução*. Editora da UFSC, 1985.
- [4] Nazareth S. Bedrossian. Linearizing coordinate transformations and riemann curvature. In *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, pages 80–85, 1992.
- [5] Nazareth S. Bedrossian. A new class of transformations preserving the hamilton's equations. In *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, pages 74–79, 1992.
- [6] A. Bellini, G. Figalli, and G. Ulivi. A microcomputer-based optimal control system to reduce the effects of the parametric variations and speed measurement errors in induction motor drives. *IEEE Trans. on Industry Application*, IA-22(1):42–50, 1986.
- [7] J. Birk and M. Zeitz. Extended luenberger observer for nonlinear multivariable systems. *Int. Journal of Control*, 47(6):1823–1836, 1988.
- [8] F. Blaschke. Principle of field orientation as applied to the new transvector closed-loop control system for rotating field machines. *Siemens Rev.*, page 271, 1971.
- [9] M. Bodson, J. Chiasson, and R. Novotnak. High-performance motion control of an induction motor by input-output linearization. In *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, volume 4, pages 3386–3390, 1993.

- [10] B. K. Bose. Power electronics and motion control-technology status and recent trends. *IEEE Trans. on Industry Application*, 29(5):902–909, 1993.
- [11] C. P. Bottura, J. L. Silvino, and P. Resende. A flux observer for induction machines based on a time variant discrete model. *IEEE Trans. on Industry Application*, 29(2):349–354, 1993.
- [12] W. M. Caminhas, R. H. C. Takahashi, P. L. D. Peres, and H. M. F. Tavares. Observadores de estados do motor de indução com rejeição de perturbações paramétricas. In *Congresso Brasileiro de Automática*, pages 1125–1130, 1996.
- [13] C. Canudas De Wit, R. Ortega, and S. I. Seleme Jr. Robot motion control using induction motor drives. In *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, volume 2, pages 533–538, 1993.
- [14] C. Canudas De Wit and S. I. Seleme Jr. Robust torque regulation for induction motors: The minimum energy approach. In *Proc. of the IFAC World Congress*, volume 4, pages 73–76, 1992.
- [15] J. Chatelain. *Machines Electriques*. Dunod, Paris, 1983.
- [16] J. Chiasson. Nonlinear controllers for induction motors. In *Proc. of the IFAC Conf. On System Structure and Control*, pages 572–583, 1995.
- [17] J. Chiasson, A. Chaudhari, and M. Bodson. Nonlinear controllers for the induction motor. In *Proc. of the IFAC Nonlinear Contr. Syst. Design Symp.*, pages 150–155, 1992.
- [18] C. Schauder. Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers. *IEEE Trans. on Industry Application*, 28(5):1054–1061, 1992.
- [19] R. W. De Doncker and D. W. Novotny. The universal field oriented controller. *IEEE Trans. on Industry Application*, 30(1):92–100, 1994.
- [20] R. A. DeCarlo, S. H. Zak, and G. P. Matthews. Variable structure control of nonlinear multivariable systems: A tutorial. *Proceedings IEEE*, 76(3):212–232, 1988.
- [21] M. Depenbrock. Direct self-control of inverter-fed induction machine. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 3(4):420–429, 1988.

- [22] S. Drakunov and V. Utkin. Sliding mode observers: tutorial. *CDC*, pages 3376–3378, 1995.
- [23] C. Edwards and S.K. Spurgeons. On the developement of discontinuous observers. *IJC*, 59(5):1211–1229, 1994.
- [24] G. Espinosa and R. Ortega. An output feedback globally stable controller for induction motors. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 40(1):138–143, 1995.
- [25] L. Fridman and A. Levant. Higher order sliding modes. *Proceedings of International School in Automatic Control: Sliding Mode in Automatic Control*, 1999.
- [26] L. Garces. Parameter adaptation for the speed controlled static ac with squirrel cage induction motor. In *Conf. Rec. of the IEEE-IAS Annual Meeting*, pages 843–850, 1979.
- [27] A. Glumineau, M. Hamy, C. Lanier, and C. H. Moog. Robust control of a brushless servo motor via sliding mode techniques. *Int. Journal of Control*, 58(5):979–990, 1993.
- [28] A. Glumineau, M. Hamy, C. Lanier, and C. H. Moog. New algebro-geometric condictiones for the linearization by input-output injection. *TAC*, 41(4), 1996.
- [29] A. Glumineau, L. C. S. Marques, and R. Boisliveau. Sliding modes control of the induction motors : a benchmark experimental test. In *Ecole Internationale d'Automatique de Lille - les Modes Glissants en Automatique*, 1999.
- [30] H. Goldstein. *Classical Mechanics*. Addison-Wesley Publishing Co., 1980. Second Edition.
- [31] T. G. Habetler and D. M. Divan. Control strategies for direct torque control using discrete pulse modulation. *TIA*, 27(5):893–901, 1991.
- [32] T. G. Habetler, F. Profumo, M. Pastorelli, and L. M. Tolbert. Direct torque control of induction machines using space vector modulation. *TIA*, 28(5):1045–1053, 1993.
- [33] K. Hasse. *Zur Dynamic Drezahlgergeltter Antriebe mit Stromrichtergespeisten Asynchronkurzschlußläufermaschinen, (On the Dynamics of Speed Control of Static AC Drives with Squirrel-Cage Induction Machines)*. PhD thesis, Technical University of Darmstadt, Darmstadt, Germany, 1969.

- [34] H. Hofmann, S.R. Sanders, and C.R. Sullivan. Stator-flux-based vector control of induction machines in magnetic saturation. *IEEE Trans. on Industry Application*, 33(4):935–942, 1997.
- [35] Y. Hori and T. Umeno. Robust flux observer based field orientation (fofo) controller. In *Proc. of the IFAC World Congress*, pages 197–202, 1989.
- [36] J. Hu and D. M. Dawson. Adaptive control of induction motor systems despite rotor resistance uncertainty. *Automatica*, 32(8):1127–1143, 1996.
- [37] J. Y. Hung, Weibing Gao, and J. C. Hung. Variable structure control: A survey. *TIE*, 40(1):2–22, 1993.
- [38] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, 1995. Third Edition.
- [39] P. L. Jansen and R. D. Lorenz. A physically insightful approach to the design and accuracy assessment of flux observers for field orientation induction machine drives. *TIA*, 30(1):101–110, 1994.
- [40] P.L. Jansen and R.Lorenz. Accuracy limitations of velocity and flux estimation in direct field oriented induction machines. In *Conference Record of the 5th European Conference on Power Control*, pages 312–318, 1993.
- [41] C. V. Jones. *The Unified Theory of Electrical Machines*. Butterworth.
- [42] I. Kanellakopoulos, P. T. Frein, and F. Disilvestro. Nonlinear flux-observer-based control of induction motors. In *Proc. of the American Control Conference*, volume 2, pages 1700–1704, 1992.
- [43] D. S. Kirschen, D. W. Novotny, and T. A. Lipo. On-line efficiency optimization of a variable frequency induction motor drive. *IEEE Trans. on Industry Application*, IA-21(4):610–616, 1985.
- [44] P. C. Krause. *Analysis of Electric Machinery*. Mc Graw Hill Inc., 1986.
- [45] R. Krishnan and F. C. Doran. A method of sensing line voltages for parameter adaptation of inverter-fed induction motor servo drives. *IEEE Trans. on Industry Application*, 23(4):617–622, 1987.

- [46] R. Krishnan and F. C. Doran. Study of parameter sensitivity in high performance inverter-fed induction motor drive systems. *IEEE Trans. on Industry Application*, 23(4):623–635, 1987.
- [47] Z. Krzeminski. Nonlinear control of induction motor. In *Proc. of the IFAC World Congress*, volume 3, pages 349–354, 1987.
- [48] H. Kubota and K. Matsuse. Speed sensorless field-oriented control of induction motor with rotor resistance adaptation. *IEEE Trans. on Industry Application*, 30(5):1219–1224, 1994.
- [49] W. Leonhard. 30 years space vectors, 20 years field orientation, 10 years digital signal processing with controlled ac-drives, a review (part 1). *EPE Journal*, 1(1):14–20, 1991.
- [50] W. Leonhard. 30 years space vectors, 20 years field orientation, 10 years digital signal processing with controlled ac-drives, a review (part 2). *EPE Journal*, 1(2):93–101, 1991.
- [51] W. Leonhard. Controlled ac drives, a successful transfer from ideas to industrial practice. In *Workshop on Control Education and Technology Transfer Issues*, pages 195–206, 1995.
- [52] A. Levant. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *IJC*, 58(6):1247–1263, 1993.
- [53] Chang-Ming Liaw, Kuei-Hsiang Chao, and Faa-Jeng Lin. A discrete adaptive field-oriented induction motor drive. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 7(2):411–419, 1992.
- [54] X. Z. Liu, George C. Verghese, J. H. Lang, and M. K. Önder. Generalizing the Blondel-park transformation of electrical machines : Necessary and sufficient conditions. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 36(8):1058–1067, 1989.
- [55] R. D. Lorenz and D. B. Lawson. A simplified approach to continuous on-line tuning of field-oriented induction machine drives. *IEEE Trans. on Industry Application*, 26(3):420–424, 1990.
- [56] R. D. Lorenz, T. A. Lipo, and D. W. Novotny. Motion control with induction motors. *Proceedings of IEEE*, 82(8):1215–1240, 1994.

- [57] R. D. Lorenz and Sheng-Ming Yang. Efficiency-optimized flux trajectories for closed-cycle operation of field-orientation induction machine drives. *IEEE Trans. on Industry Application*, 28(3):574–580, 1992.
- [58] R. Marino, S. Peresada, and P. Valigi. Adaptive partial feedback linearisation of induction motors. In *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1990.
- [59] R. Marino, S. Peresada, and P. Valigi. Adaptive input-output linearizing control of induction motors. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 38(2):208–221, 1993.
- [60] L. C. S. Marques, M. Fergütz, and E. R. De Pieri. Second order sliding modes control applied to pmac machine. In *World Multiconference in Systemics, Cybernetics and Informatics*, volume 15, pages 1113–1118, 2001.
- [61] L. C. S. Marques and S. I. Seleme Jr. Minimum energy torque tracking of induction motors with parameter uncertainty. *Proceedings of World Automation Congress*, 1996.
- [62] L. C. S. Marques and S. I. Seleme Jr. Minimum energy torque tracking of induction motors with parameter uncertainty. In *Sixth International Symposium on Robotics and Manufacturing*, 1996.
- [63] L.C. S. Marques and S. I. Seleme Jr. Controle do motor de indução em seguimento de torque com incertezas paramétricas - abordagem baseada na energia. In *Congresso Brasileiro de Automática*, pages 1113–1118, 1996.
- [64] S. A. Mir, M. E. Elbuluk, and D. S. Zinger. Fuzzy implementation of direct self control of induction machines. *IEEE Trans. on Industry Application*, 30(3):729–735, 1994.
- [65] F. A. S. Neves. *Acionamento de Alto Desempenho com Maquinas de Indução Alimentadas em Tensão: Desenvolvimentos de Novas Estratégias*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte - Brazil, 1999.
- [66] R. Ortega, C. Canudas de Wit, and S. I. Seleme Jr. Nonlinear control of induction motors: Torque tracking with unknown load disturbance. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 38(11):1675–1680, 1993.

- [67] R. Ortega and G. Espinosa. Torque regulation of induction motors. *Automatica*, 29(3):621–633, 1993.
- [68] R. Ortega and G. Espinosa. Output feedback tracking control of the general rotating machine. In *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1994.
- [69] R. Ortega, P. J. Nicklasson, and G. Espinosa-Perez. On speed control of induction motors. *AUT*, 32(3):455–460, 1996.
- [70] M. Pietrizak-David, B. De Fornel, A. M. N. Lima, and K. Jelassi. Digital control of an induction motor drive by a stochastic estimator and airgap magnetic flux feedback loop. *IEEE Trans. on Power Electronics*, 7(2):393–403, 1992.
- [71] F. Plestan and A. Glumineau. Linearization by generalized input-output injection and synthesis of observers. *IFAC*, 1996.
- [72] A. Sabonavic and L. Bilalovic. Sliding mode control of ac drives. *TIA*, 25(1):70–75, 1989.
- [73] A. Sabonavic and D. Izosimov. Application of sliding mode to induction motor control. *IEEE Trans. on Industry Application*, IA-17(1):41–49, 1981.
- [74] S. R. Sanders. State estimation in induction machines. Master's thesis, EECS Dept. M. I. T., Cambridge, USA, 1985.
- [75] S. I. Seleme Jr. Controle de sistemas mecânicos via motor de indução. In *CBA*, volume 2, pages 915–920, 1994.
- [76] S. I. Seleme Jr. Optimal energy reference observer-based torque tracking: A nonlinear feedback control in the  $\alpha\beta$  frame. In *Proc. of the IEEE/SMC'95 Conference*, volume 5, pages 4446–4451, 1995.
- [77] S. I. Seleme Jr. Optimal observer-based torque tracking of induction motors. In *38th Midwest Symposium on Circuits and Systems*, 1995.
- [78] S. I. Seleme Jr, L. C. S. Marques, A. R. Medeiros, and A. Prado Jr. Estudo de observadores robustos para motores de indução. *Anais do XIII Congresso Brasileiro de Automática*, 1:389–394, 2000.

- [79] S. I. Seleme Jr, M. Petersson, and C. Canudas de Wit. The torque tracking of induction motors via magnetic energy optimization. In *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, volume 2, pages 1838–1843, 1994.
- [80] S. I. Seleme Jr, A. Prado Jr., L. C. S. Marques, and E. De Pieri. Discrete time state observer and torque estimator of induction motors with parameter perturbation rejection. *4th IFAC Nonlinear Control Systems Design Symposium*, 3:720–725, July 1998.
- [81] S. I. Seleme Jr, A. Prado Jr., L. C. S. Marques, and E. De Pieri. Observador de fluxo e estimador de torque em tempo discreto para motor de indução com rejeição de perturbações paramétricas. In *Congresso Brasileiro de Automática*, 1998.
- [82] S. I. Seleme Jr, A. Prado Jr, D. J. Soncini, S. P. Fabris, and L. C. S. Marques. Speed control of induction motor with loss minimization. *Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência*, 2001.
- [83] S. I. Seleme Jr, J. R. Ruthes, J. R. Lorenzi, and L. C. S. Marques. Modelling and control of a synchronous transversal flux motor. *Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência*, 2001.
- [84] S. I. Seleme Jr, D. J. Soncini, and L. C. S. Marques. Uma estratégia simples para o controle de máquinas de indução com minimização de perdas. *Anais do XIII Congresso Brasileiro de Automática*, 1:383–388, 2000.
- [85] J.-J. E. Slotine. Sliding controller design for nonlinear systems. *IJC*, 57(5):1039–1061, 1984.
- [86] J.-J. E. Slotine and W. Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991.
- [87] I. Takahashi and T. Noguchi. A new quick-response and high-efficient control strategy of an induction motor. *IEEE Trans. on Industry Application*, IA-22(5):820–827, 1986.
- [88] R. H. C. Takahashi and P. L. D. Peres. Unknown input observers for uncertain systems: A unifying approach and enhancements. In *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1996.



- [89] V. J. Utkin. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 22(2):212–222, 1987.
- [90] V. J. Utkin. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 40(1):23–36, 1993.
- [91] G. C. Verghese and S. R. Sanders. Observers for flux estimation in induction machines. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 35(1):85–94, 1988.
- [92] M. Vidyasagar. *Nonlinear Systems Analysis*. Prentice Hall Inc., 1993.
- [93] S.-K. Sul Y.-R. Kim and M.-H. Park. Speed sensorless vector control of induction motor using extended kalman filter. *IEEE Trans. on Industry Application*, 30(5):1225–1233, 1994.
- [94] S. Yamamura. *Spiral Vector Theory of AC Circuits and Machines*. Clarendon Press, 1992.