

UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A
APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA – CONTRIBUIÇÕES
DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-graduação em
Engenharia de Produção

UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A
APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA – CONTRIBUIÇÕES
DA ENGENHARIA DIDÁTICA

Amaury Ubiratan Borges Hey

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de produção da
Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito parcial para obtenção
do título de Mestre em
Engenharia de Produção



04202371

Florianópolis
2001

Amaury Ubiratan Borges Hey

**UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA
A APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA –
CONTRIBUIÇÕES DA ENGENHARIA DIDÁTICA**

Esta dissertação foi julgada e aprovada para a
Obtenção do título de **Mestre em Engenharia de
Produção no Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Produção** da
Universidade Federal de Santa Catarina.

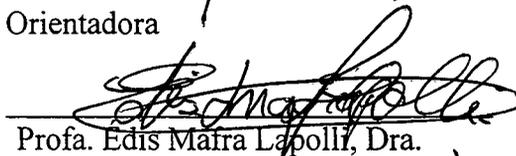
Florianópolis, 31 de agosto de 2001.

Prof. Ricardo Miranda Barcia, PhD
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA



Prof. Silvana Bernardes Rosa, Dra.
Orientadora



Prof. Edis Máfra Lapolli, Dra.



Prof. Carlos Cziulik, Dr.

A meus pais,
Urbano (in memoria) e Adelaide.

A minha esposa,
Rosane.

A minhas filhas,
Juliane e Thayana
com todo o meu carinho.

Agradecimentos

À Universidade Federal de Santa Catarina.

Em especial, à Profa. Silvana Bernardes Rosa,
pela sua dedicação, amizade e acompanhamento competente.

Aos professores do Curso de Pós-graduação,
por todos os ensinamentos.

À minha sobrinha Denise Elisabeth David,
pela motivação.

Ao meu amigo Antônio de Souza Machado,
pela intimação.

A todos da minha família,
pelo apoio e carinho.

Ao meu amigo Carlos Czliulik,
pelos primeiros passos na iniciação científica.

A todos que direta ou indiretamente
contribuíram para a realização
desta pesquisa.

SUMÁRIO

Lista de Quadros	vi
Lista de Tabelas	vii
Lista de Reduções	viii
Resumo	ix
Abstract	x
1 INTRODUÇÃO	p.01
1.1 Contexto	p.01
1.2 Objetivos do trabalho	p.06
1.3 Metodologia	p.07
1.4 Estrutura do trabalho	p.09
2 QUADRO TEÓRICO DIDÁTICO GERAL	p.11
2.1 A estatística.....	p.11
2.2 A tecnologia.....	p.14
2.3 A educação tecnológica.....	p.16
2.3.1 Os conteúdos.....	p.17
2.3.2 Os métodos e técnicas de ensino.....	p.18
2.3.3 As relações com os segmentos produtivos.....	p.19
2.3.4 A formação do docente.....	p.19
2.4 O ensino atual.....	p.20
2.5 A estatística no Curso Superior de Tecnologia em Mecânica.....	p.22
2.6 O ementário.....	p.23
3 PRINCIPAIS CONHECIMENTOS DIDÁTICOS	p.26
3.1 A ótica do conhecimento.....	p.26
3.1.1 Conhecimento: teorias, aquisição e aprendizagem.....	p.28
3.1.2 A aprendizagem colaborativa.....	p.32
3.1.3 A aprendizagem na estatística.....	p.34
3.2 A ótica da didática.....	p.35
3.2.1 O micro – ensino.....	p.35
3.2.2 O contrato didático: a relação entre mestre e o aluno.....	p.37
3.2.3 A engenharia didática.....	p.39

3.2.4	Mediação pedagógica.....	p.44
3.2.5	Mediação pedagógica em técnicas convencionais.....	p.45
3.3	A ótica da tecnologia.....	p.50
3.3.1	As novas tecnologias.....	p.50
3.3.2	Meios complementares.....	p.51
4	A PROPOSTA DE UMA METODOLOGIA.....	p.53
4.1	Considerações básicas.....	p.53
4.2	Procedimentos adotados.....	p.54
5	APLICAÇÃO.....	p.60
5.1	O contexto.....	p.60
5.2	O campo de pesquisa.....	p.61
5.3	A aplicação em um caso real.....	p.62
5.3.1	Análises preliminares.....	p.62
5.3.2	Concepção e análise a priori.....	p.63
5.3.3	Experimentação.....	p.70
5.3.3.1	Explicitação dos objetivos.....	p.70
5.3.3.2	Contrato Didático.....	p.71
5.3.3.3	Aplicação e registro do primeiro instrumento de pesquisa.....	p.71
5.3.3.4	Aplicação e registro do segundo instrumento de pesquisa.....	p.73
5.3.3.5	Aplicação e registro do terceiro instrumento de pesquisa.....	p.81
5.3.4	Análise a posteriori e da validação.....	p.84
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	p.89
6.1	Conclusões.....	p.89
6.2	Limitações.....	p.91
6.3	Recomendações para futuros trabalhos	p.92
7	BIBLIOGRAFIA	p.93

8 ANEXOS	p.97
Anexo 1 - Questionário de entrevista com professores	p.97
Anexo 2 - Jogo do Kay – Xero Viajante	p.99
Anexo 3 - Tabuleiro do jogo.....	p.100
Anexo 4 - Algumas descobertas	p.101
Anexo 4 A - Algumas descobertas (registros de um grupo).....	p.102
Anexo 5 - A árvore das possibilidades.....	p.103
Anexo 5 A - A árvore das possibilidades (registros de um grupo).....	p.104
Anexo 6 – Uma fórmula muito importante.....	p.105
Anexo 7 – Questionário com alunos.....	p.106
Anexo 8 – Material didático denominado “Pinceladas Estatísticas”	p.107

Lista de Quadros

Quadro 1: Ementa e carga horária de Estatística.....	p. 24
--	-------

Lista de Tabelas

Tabela 1: Categorização dos métodos.....	p.46
Tabela 2: Orientações da unidade.....	p.53
Tabela 3: Orientações gerais das sessões.....	p.54
Tabela 4: Orientações da sessão.....	p.58
Tabela 2.1: Orientações da unidade (Distribuição Binomial).....	p.61
Tabela 4.1: Orientações da sessão 1 - Vivencial.....	p.65
Tabela 4.2: Orientações da sessão 2 - Compreensão.....	p.66
Tabela 4.3: Orientações da sessão 3 – Aplicação.....	p.68

Lista de Reduções

Abreviaturas

Art. = artigo

p. = página

s/n = sem número

Siglas

CEFET-PR - Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná

CFE - Conselho Federal de Educação

Resumo

Hey, Amaury Ubiratan Borges. **Uma proposta metodológica para a aprendizagem de estatística – contribuições da engenharia didática.** Florianópolis, 2001. 107 folhas. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção. UFSC.2001.

O trabalho apresenta uma metodologia de ensino para a disciplina de Gestão da Produção, ramo Estatística, do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica do Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná (CEFET-PR) e foi norteado por princípios epistemológicos, didáticos e tecnológicos necessários ao processo de condução da aprendizagem. Para testar o funcionamento da metodologia, escolheu-se a fórmula da Distribuição Binomial e a aplicação ocorreu numa turma da disciplina de Gestão da Produção do CEFET-PR. A pesquisa foi analisada pela metodologia da engenharia didática, em três sessões que compõem a metodologia e é caracterizada pelo registro dos estudos feitos sobre o entendimento da fórmula da Distribuição Binomial e pela validação. Esta validação da pesquisa é feita sobretudo internamente, prescindindo assim de análises comparativas utilizadas em outras metodologias, pois se baseia numa confrontação entre uma análise a priori e a posteriori.

Palavras-chave: Metodologia de Ensino, Fórmula da Distribuição Binomial, Engenharia Didática, Curso Superior de Tecnologia em Mecânica, Disciplina de Gestão da Produção, ramo Estatística.

Abstract

Hey, Amaury Ubiratan Borges. **Uma proposta metodológica para a aprendizagem de estatística – contribuições da engenharia didática.** Florianópolis, 2001. 107 folhas. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós – Graduação, UFSC, 2001.

This work presents a teaching methodology for the Production Management subject, part of Statistics which is included in the Superior Course of Technology in Mechanics of Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná (CEFET-PR), and it was guided by the didactics and technological principles required to the learning process. For the methodology testing , it has been chosen the Binomial Distribution formula and its application occurred in a Production Managing class at CEFET-PR .The research has been analyzed by the methodology of the didactics engineering in three sections which make up the methodology and one of its characteristics is to register the studies about the understanding of the Binomial Distribution formula and also its validation. This research validation is accomplished mainly within the method itself , therefore , not requiring any kind of comparison used in other methodologies, because it is based on a prior and post analysis confrontation.

Key-words: Teaching Methodology, The Binomial Distribution Formula, Didactics Engineering, Superior Course of Technology in Mechanics, Production Management Subject, part of Statistics.

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contexto

A qualidade dos produtos e serviços, com a globalização da economia e o estabelecimento de mercados altamente competitivos, ao invés de ser considerada fator de diferenciação, passou a ser visualizada como pré – requisito para a sobrevivência e o sucesso das empresas. Neste cenário, a “Estatística tem desempenhado papel fundamental, providenciando ferramentas estatísticas que agilizam e garantem a eficiência do controle de qualidade inserido no sistema de qualidade organizacional” (Dreyer, 1996).

A importância da Estatística na formação profissional cresce a cada dia devido à grande quantidade de informações e conhecimentos disponíveis na mídia, que estão mudando o perfil dos novos profissionais (Cazorla et al.,1999).

Para Ruberg e Mason (1988), neste mundo sobrecarregado com informações, as vantagens nos negócios e no campo pessoal estarão com os indivíduos capazes de separar a informação mais importante da trivial, e eles relatam ainda que, habilidades em reduzir dados, interpretá-los, colocá-los em documentos efetivos, documentando decisões, explicando complexas matérias em termos simples e persuasivos, já são altamente apreciadas em negócios, na educação e no campo militar, e serão mais apreciadas à medida do aumento vertiginoso das informações.

O atual modelo educacional já não comporta mais a dinâmica e a velocidade com que as informações têm chegado à sociedade. Para Drucker (1997), a economia da Nova Era do Conhecimento estabelece, por premissa, que as novas fontes de riqueza são o conhecimento e a comunicação, e não mais os recursos naturais ou o trabalho físico. O principal recurso na sociedade pós-capitalista será o conhecimento, e os grupos sociais mais importantes serão constituídos pelos “trabalhadores do conhecimento”.

Para estar preparado para conviver neste novo paradigma, o advento da sociedade do conhecimento, durante os anos de 1997 e 1998, o Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, Sistema CEFET-PR esteve envolvido em várias discussões (locais e regionais), objetivando dar formato à proposta de implementação dos Cursos Superiores de Tecnologia do Sistema CEFET-PR, em várias modalidades, sendo uma delas o Curso Superior de Tecnologia em Mecânica. O conjunto final do projeto [Romano, C. A . , Projeto da Organização Didático - Pedagógica dos Cursos Superiores de Tecnologia do Sistema CEFET-PR, 1998] foi aprovado pela Deliberação N °. 15/698, de 19 de outubro de 1998, do Conselho Diretor que autorizou o seu início para o mês de abril de 1999.

No capítulo II , Art.5º. e Art.6º. , do Regulamento da Organização Didático - Pedagógica dos Cursos Superiores de Tecnologia do Sistema CEFET-PR, definem que:

“a estrutura dos Cursos Superiores de Tecnologia é formada por dois ciclos, distintos e verticalizados, com carga horária global de 3.000 (três mil) horas – aula de disciplinas curriculares. O primeiro ciclo, denominado ciclo profissional geral, de formação generalista, distribuído em quatro semestres letivos, é composto por disciplinas de base científica, base de gestão e base tecnológica profissional. Sua duração mínima é de 1.600 (mil e seiscentas) horas-aula, já incluído o estágio supervisionado. O segundo ciclo, denominado ciclo modal, de caráter especialista, distribuído em quatro semestres letivos, é composto por disciplinas dirigidas para a formação específica na modalidade do curso. Sua duração mínima é de 1.400 (mil e quatrocentas) horas-aula, incluído o desenvolvimento do trabalho de diplomação. Os currículos, compostos por dois ciclos, são compostos por disciplinas, organizadas em regime semestral, podendo ser compostas por mais de um ramo de conhecimento. Essas disciplinas devem ser articuladas de forma a privilegiar a interdisciplinaridade e contextualização.”

No Curso Superior de Mecânica, uma das disciplinas do primeiro ciclo é Gestão da Produção, com carga horária de 48 (quarenta e oito) horas-aula, composta em três ramos de conhecimento: **Estatística**, **Planejamento / Controle da Produção** e **Manutenção**. Para o ramo da Estatística foi destinada uma carga horária de 21 horas-aula, que são desenvolvidas em sete semanas.

No II Seminário de Planejamento do Ensino Tecnológico do Sistema CEFET-PR, nos dias 27 e 28 de julho de 1999, os Professores relacionados para ministrarem o ramo de Estatística no segundo semestre de 1999 para as turmas de Tecnologia em Mecânica consideraram o ementário de Estatística proposto muito extenso para a carga horária proposta.

Com o intuito de caracterizar a situação escolar atual do ensino de estatística, no início do mês de outubro de 2000, realizou-se uma pesquisa, anexo 1, em forma de questionário, com todos os professores do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica do CEFET-PR, que ministraram a disciplina de Gestão de Produção, ramo da Estatística, nos anos de 1999 e 2000. O questionário, composto com treze perguntas abertas, foi respondido por sete professores, dos quais dois da Unidade de Curitiba, dois da Unidade de Ponta Grossa e três da Unidade de Cornélio Procopio. Os dados obtidos na pesquisa, extraídas das perguntas de 1, 2, 3, 4 e 8, mostraram que todos os professores são Habilitados em Matemática e, entre eles, há três mestres e três especialistas. O tempo de atuação deles no magistério se situa no intervalo de seis a vinte e sete anos. Um professor ministrou a disciplina apenas uma vez, quatro, duas vezes e dois, três vezes. A opinião sobre o ementário proposto para o ramo da Estatística, por unanimidade, foi de que ele é um pouco extenso para vinte e uma aulas semestrais. Apenas um professor conseguiu finalizar todo programa proposto para o ramo de Estatística. Quanto à compatibilidade entre o ementário proposto e a carga horária destinada a ele, somente um professor achou que era compatível, desde que fosse desenvolvido de forma bem teórica. Pode-se perceber, nestes dados obtidos, que o grupo de Professores pesquisados é qualificado, é experiente e tem dificuldades de tornar o ementário proposto compatível com a carga horária destinada ao mesmo.

Investigar a incompatibilidade entre carga horária e ementário, bem como propor novas metodologias e estratégias para o ensino de Estatística nas condições expostas é o objeto deste trabalho científico.

Como pressuposto básico, foi proposto que “o desenvolvimento de metodologia diferenciada de ensino pode facilitar a assimilação, por parte dos alunos do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica, dos conceitos estatísticos num espaço de tempo menor”.

A investigação e o desenvolvimento de uma metodologia diferenciada de ensino, que utiliza técnicas variadas de ensino e que faz uso dos recursos oferecidos pelas novas tecnologias para o ensino da Estatística nos Cursos Superiores de Tecnologia em Mecânica do CEFET-PR se justificam pela necessidade de:

- a) Verificar em que condições o uso de novas tecnologias pode contribuir para a otimização do tempo e da melhoria da qualidade do ensino de estatística.
- b) Ministrando extenso conteúdo programático em curto espaço de tempo, neste caso, vinte e uma aulas.
- c) Adequar conteúdos estatísticos mínimos que assegurem o desempenho eficaz dos alunos no Curso Superior de Tecnologia em Mecânica.
- d) Preparar estes alunos, futuros profissionais, para viver num mundo em constantes mudanças, no qual aprender a aprender é primordial.

1.2 Objetivos do trabalho

Considerando a problemática geral que foi apresentada, o objetivo geral deste trabalho pode ser assim formulado:

- Desenvolver uma metodologia de ensino para o ramo da Estatística, da disciplina de Gestão da Produção do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica, que propicie a assimilação dos conceitos estatísticos básicos aos futuros profissionais deste curso, considerando o ementário e a carga horária propostos para este ramo.

Considerando a situação do uso de modos possíveis de otimização do processo de condução da aprendizagem de estatística, os objetivos específicos são os seguintes:

- Apontar conteúdos mínimos para o desenvolvimento das habilidades necessárias às peculiaridades do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica.
- Elaborar material didático, denominado “pinceladas estatísticas”, no qual os alunos de Tecnologia em Mecânica encontrarão a teoria estatística referente ao ementário proposto de forma sucinta, problemas com dados reais, bibliografia para pesquisa e sites relacionados com a estatística.
- Analisar que métodos e técnicas convencionais podem contribuir como fonte mediadora eficaz no processo ensino-aprendizagem de estatística e probabilidade.

- Estabelecer uma relação entre o conceito da distribuição binomial, permitido pela técnica de jogos, e o conhecimento no domínio teórico a ser considerado dentro da condução da aprendizagem.
- Avaliar se a utilização de um software estatístico pode auxiliar na transmissão de conhecimentos específicos de Estatística num tempo menor do que o de recursos convencionais.

1.3 Metodologia

Para alcançar os objetivos propostos foram percorridas várias etapas.

Na primeira, desenvolveu-se uma revisão bibliográfica, consistindo no levantamento de subsídios teóricos de aspectos concernentes ao quadro didático geral e dos principais conhecimentos didáticos.

Na segunda, elaborou-se um modelo de metodologia diferenciada da convencional, direcionado aos alunos de estatística do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica.

Na terceira, aplicou-se o modelo de metodologia proposto a um caso real. Os dados obtidos, a partir destes experimentos, nos permitem avaliar o modelo proposto e responder aos objetivos e hipótese que foram levantados neste capítulo inicial.

Estas etapas metodológicas se enquadram no processo da engenharia didática, surgida na década de oitenta. Artigue (1988) caracteriza a engenharia didática “como um esquema experimental baseado sobre realizações didáticas em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de seqüências de ensino”. Ela se caracteriza, também, pelo estudo de casos onde a validação é essencialmente interna, prescindindo, assim, de análises comparativas utilizadas em outras metodologias, utilizando, como fundamento básico, uma confrontação entre uma análise a priori e a posteriori. A engenharia didática consiste em questionar, através de realizações efetivas em classe, as relações supostas pela teoria entre o ensino e a aprendizagem: o pesquisador organiza e estrutura um processo de ensino de modo a introduzir certas condutas nos alunos (Rosa, 1999). A natureza e a amplitude da defasagem entre as condutas esperadas e aquelas obtidas servem como instrumentos plausíveis para a hipótese que serviu para construir o processo de ensino (Vergnaud, 1994).

Paralelamente ao desenvolvimento deste trabalho, se concebeu um material didático, denominado “Pinceladas Estatísticas”, no qual foi incorporado o jogo do Kay-Xero Viajante, utilizado na aplicação da metodologia. Este material segue os pressupostos básicos apresentados nesta dissertação.

1.4 Estrutura do trabalho

A estrutura da presente dissertação é composta de 6 capítulos.

No capítulo I , aborda-se a contextualização, os objetivos, a metodologia e a estrutura do trabalho.

No capítulo II, são apresentados os conceitos referentes ao quadro teórico didático geral, ou seja, conceitos relacionados à tecnologia, à educação tecnológica, ao ensino atual, à estatística, ao ensino da estatística e probabilidade e ao ementário proposto para o ramo da Estatística, da disciplina de Gestão da Produção.

No capítulo III, o tema abordado contempla os principais conhecimentos didáticos e é focado em três dimensões: a ótica do conhecimento, a ótica da didática e a ótica da tecnologia.

No capítulo IV, apresenta-se o modelo genérico da metodologia com o detalhamento das partes que a compõem.

No capítulo V, que consiste da parte prática do trabalho, relata-se a experiência vivenciada na aplicação da metodologia proposta, analisada pelo processo experimental da engenharia didática.

No capítulo VI, apresentam-se as conclusões, limitações e recomendações para os futuros trabalhos.

2. QUADRO TEÓRICO DIDÁTICO ATUAL

Nesta época de rápidas mudanças, ocasionadas pela globalização da economia, pela sociedade do conhecimento, pela oferta dos novos Cursos Superiores de Tecnologia do CEFET-PR, novos desafios e tendências foram lançados ao processo ensino-aprendizagem, em especial, ao ensino da estatística.

A exposição do quadro teórico didático atual e dos novos desafios impostos ao ensino-aprendizagem será objeto no presente capítulo.

Desta maneira, podem-se situar a importância e o patamar em que se encontram a Estatística, a Tecnologia, a Educação Tecnológica, o Ensino em geral e o Ensino da Estatística diante desta variedade de recursos tecnológicos e da enorme quantidade de informações geradas por esta nova era do conhecimento.

2.1 A Estatística

A palavra *estatística*, encontrada no dicionário do Aurélio da Língua Portuguesa, vem do latim “status”, que significa “estado”.

Antigamente, a estatística envolvia compilações de dados e gráficos que descreviam vários aspectos qualitativos e quantitativos que eram de interesse do Estado, como nascimentos, mortes, rendas, reservas de alimentos, disponibilidade de armamentos, homens nos exércitos e outros.

Segundo Triola (1999), a estatística é “uma coleção de métodos para planejar experimentos, obter dados e organizá-los, resumi-los, analisá-los e deles extrair conclusões”.

Para Pereira (1997), a estatística, “além de ser uma técnica de coleta e apresentação de dados (análise exploratória e descrição, gráficos e tabelas), é também modelagem (probabilidade e processos estocásticos), análise indutiva (inferência: testes e estimação) e previsão e controle (verificação)”.

A Estatística é aplicável a qualquer ramo do conhecimento em que se manipulem dados experimentais. Assim, a Física, a Química, a Engenharia, a Economia, a Medicina, a Biologia, as Ciências Sociais, as Ciências Administrativas, entre outros, tendem cada vez mais a servir-se dos métodos estatísticos como ferramenta de trabalho, daí a sua grande e crescente importância (Las Casas, 1998).

A palavra *probabilidade*, encontrada no dicionário do Aurélio da Língua Portuguesa, vem do latim “*probabilitas, probabilitatis*”, que significa “qualidade de provável”, “possibilidade de um fato”.

A teoria do cálculo da probabilidade começou com uma correspondência entre dois matemáticos franceses, Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre Fermat (1601-1665), em 1654, a respeito de dois problemas formulados por um jogador compulsivo. A partir daquele momento, realizam-se estudos de modelos matemáticos com exemplos essencialmente de jogos de azar. Nos dias de hoje, tal visão associativa não é mais válida, sobretudo pela variedade de aplicações (não apenas em jogos de azar), mas pela necessidade das pessoas entenderem como utilizar os conceitos estatísticos na vida diária. O estudo do relacionamento entre dados, por meio de modelos probabilísticos, denomina-se Estatística Matemática (Lopes, 1999).

O profissional deste novo milênio terá a necessidade de saber como: apresentar e descrever informações de forma adequada; tirar conclusões a partir de grandes populações com base somente na informação obtida de amostras; melhorar os processos empresariais e obter previsões confiáveis de variáveis de interesse (Levine, Berenson&Stephan, 2000).

Na Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino de Estatística: Desafios para o século XXI, realizado de 20 a 22 de setembro de 1999, em Florianópolis, vários pesquisadores demonstraram suas preocupações com a Educação Estatística e com a implantação da Probabilidade e Estatística no currículo de matemática do ensino fundamental brasileiro. A inclusão desses temas no currículo faz-se necessária, pois “A Estatística e a Probabilidade têm um papel essencial na formação do cidadão,

uma vez que possibilitam lidar com a aleatoriedade e o acaso, permitindo uma análise dos fatos complexos que, sob uma visão determinista, tornam-se impossíveis de serem tratados” (Lopes, 1999, p165).

2.2 A tecnologia

Na atualidade, a sociedade tem se deparado com uma quantidade incalculável de informações e com uma variedade de recursos tecnológicos, as quais têm colocado em cheque os velhos métodos convencionais, as chamadas novas tecnologias em educação, que Masetto (2000, p.152), entende como o:

“uso do computador, da Internet, do CD-ROM, da hipermídia, da multimídia, de ferramentas para a educação a distância, como chats, grupos ou listas de discussão, correio eletrônico, etc., e de outros recursos e linguagens digitais de que atualmente dispomos pode colaborar significativamente para tornar o processo de educação mais eficiente e mais eficaz”.

A cada dia que passa está mais difícil prender a atenção dos alunos nas aulas. Será que estas tecnologias de informação poderão desempenhar um papel relevante neste processo de ensino-aprendizagem? Como continuar utilizando os antigos métodos de ensino com tantas inovações? Segundo Moran (2000, p.12), sobre as perspectivas de soluções rápidas para o ensino, ele afirma que:

“sem dúvida as tecnologias nos permitem ampliar o conceito de aula, de espaço e tempo, de comunicação audiovisual, e estabelecer pontes novas entre o presencial e o virtual, entre o estar juntos e o estarmos

conectados a distância . Mas se ensinar dependesse só de tecnologias já teríamos achado melhores soluções há muito tempo. Elas são importantes, mas não resolvem as questões de fundo. Ensinar e aprender são os desafios maiores que enfrentamos em todas as épocas e particularmente agora em que estamos pressionados pela transição do modelo de gestão industrial para o da informação e do conhecimento”.

Por sua vez, a sociedade do conhecimento tem proporcionado um desafio à Universidade face aos novos rumos que se exigem da educação. Este desafio é instrumentalizar os alunos para um processo de educação continuada que deverá acompanhá-lo em toda a sua vida. Nesta perspectiva, o professor precisa repensar a sua prática pedagógica, conscientizando-se de que não pode absorver todo o universo de informações para seus alunos, e que, com um volume de informações cada dia maior, o eixo da ação docente deverá passar do ensinar para o focar o aprender e, principalmente, para o aprender a aprender (Behrens, 2000).

Esta nova visão que passa a ser exigida dos novos profissionais, aprender a aprender, sob a ótica de Moraes (1998, p.7), traduz a capacidade de “refletir, analisar e tomar consciência do que se sabe, dispor-se a mudar os próprios conceitos, buscar novas informações, substituir velhas verdades por teorias transitórias, adquirir novos conhecimentos resultantes da rápida evolução da tecnologia”.

2.3 A Educação Tecnológica

As novas tecnologias e a constituição de um mercado mundializado têm determinado alterações na organização e execução do trabalho. O acesso rápido e fácil à informação, proveniente destas novas tecnologias, exige a formação de um novo profissional.

O perfil deste profissional é de um gerente que sabe equacionar problemas do ponto de vista técnico, social, político e ético e tomar decisões com segurança e pertinência. Para essa tomada de decisão é preciso que o gerente esteja preparado para buscar os dados pertinentes e estabelecer relações significativas entre eles (Moretto, 2000).

Neste contexto, espera-se que a educação tecnológica esteja preparada para formar este novo profissional. Na visão de Bastos (1998, p.35):

“A educação tecnológica está orientada também para o mundo do trabalho no que ele possui de determinante ao saber, ao fazer, ao como fazer e ao fazer saber, especialmente no que se refere às transformações que estão ocorrendo na organização dos processos de trabalho, na fabricação de produtos e na gestão das relações de produção.”

Ainda, em relação à formação deste novo profissional, não basta que seja preparado apenas para exercitar procedimentos mecanicistas com vistas ao mercado de trabalho, mas, sim, que ele possa ser um novo gerente de informações (Moretto, 2000).

A educação tecnológica pode e deve ajudar cada cidadão a conscientizar-se de que seu papel neste momento exige, cada vez mais, um pensar globalizado e uma ação sócio-técnica em contexto local (Pereira, 1997).

Para esta formação, no entender de Bastos (1998, p.38), a educação tecnológica terá que passar pela “análise de quatro grandes eixos: os conteúdos programáticos, os métodos e técnicas de ensino, as relações com os segmentos produtivos e a formação de docentes”.

2.3.1 Os conteúdos

Para Bastos (1998), os conteúdos são parte de uma produção social e histórica. São interdisciplinares. Não devem ser apreendidos visando exclusivamente à manipulação do fazer, mas à compreensão da tecnologia como um todo e das suas tendências, como elementos de realização flexível com vistas a preparar o imprevisível e o adaptável a ser concretizado no mundo do trabalho.

Segundo Oliveira e Gracio (1999), a proposta para os cursos introdutórios de estatística, em geral, é constituída por um modelo já pronto, cabendo ao professor apenas executá-lo, o que tem causado desinteresse dos alunos e, muitas vezes, os mesmos não conseguem visualizar como a metodologia estatística será aplicada na sua futura prática profissional.

Assim como Bastos (1998), Oliveira e Gracio (1999), complemento a necessidade de criar cursos introdutórios que priorizem o ferramental estatístico adequado a cada área do conhecimento, de forma que os conteúdos estatísticos sejam melhor articulados às áreas de atuação dos diferentes cursos .

2.3.2 Os métodos e técnicas de ensino

São instrumentos que devem expressar comportamentos face às explicações técnicas, à compreensão do ambiente tecnológico como um todo. Os métodos e técnicas de ensino **são meios que conduzem** o discente à reflexão sobre os conteúdos das técnicas e suas aplicações (Bastos, 1998).

O professor deve cultivar a atitude de observação e pesquisa permanente, selecionando partes de métodos e técnicas conhecidas, bem como selecionar novas formas de ensino mais ajustadas à realidade pedagógica que tenha de enfrentar, para, dinâmica e objetivamente, tornar o ensino mais conseqüente (Nérici, 1989).

Toda técnica é tecida e envolvida por determinados ideais educativos. Não é a técnica que define o ideal educativo, mas o contrário. Assim é possível usar o retroprojeto sem ser tecnicista. É possível a aula expositiva sem ser tradicional (Araújo, 1996).

2.3.3 As relações com os segmentos produtivos

Trata-se de uma aprendizagem mútua, pois a escola, nesta sociedade do conhecimento, não detém o monopólio do saber. O relacionamento está na base da interação de saberes, construídos nos laboratórios da escola e na vivência do trabalhador inserido no contexto produtivo. No relacionamento escola/empresa, o trabalhador será preparado para enfrentar os novos desafios, sabendo que os segmentos produtivos estão em transformação, regidos por novas tendências e baseados em novos paradigmas (Bastos, 1998).

2.3.4 A formação do docente

O docente não deve ser apenas um transmissor de conhecimentos através de receitas prontas para manipular técnicas. Deve ser o incentivador de novos conhecimentos, porém não sozinho, recluso nas suas leituras e reflexões, mas em parceria com os alunos. Ele fará a grande experiência da geração e da transferência do saber tecnológico a partir da interação com o aluno (Bastos, 1998).

A técnica do Microensino, que será descrita no capítulo seguinte, visa a possibilidade de formação de um docente que seja capaz de organizar e orientar as condições de aprendizagem de modo que esta se efetive com o máximo de eficiência e com a maior economia de tempo e de complementar-se

tecnologicamente, para alcançar melhores e mais rápidos resultados no ensino (Wouk, 1979).

Para Perrenoud (2000), os dez domínios de competências reconhecidas como prioritárias na formação contínua dos professores do ensino fundamental, que podem ser análise de uma reflexão em outros níveis de ensino, são:

1. Organizar e dirigir situações de aprendizagem.
2. Administrar a progressão das aprendizagens.
3. Conceber e fazer evoluir os dispositivos de diferenciação.
4. Envolver os alunos em sua aprendizagem e em seu trabalho.
5. Trabalhar em equipe.
6. Participar da administração da escola.
7. Informar e envolver os pais.
8. Utilizar as novas tecnologias.
9. Enfrentar os deveres e os dilemas éticos da profissão.
10. Administrar sua própria formação contínua.

2.4 O ensino atual

O sistema educacional dominante tem consistido, com raras exceções, essencialmente em transmitir conteúdos em vez de ensinar aos alunos a maneira de aprender. Para Bazzo (1999, s/n),

“Dessa forma, não é raro que as aulas num curso de engenharia se tornem seqüências monótonas de explicações intermináveis de

funcionamento de equipamentos, de planos de manutenção, de interpretações de fenômenos físicos, de apresentação de conceitos e definições, de dedução de fórmulas, de leituras de gráficos, de dicas práticas, etc. , sempre compreendendo um agente ativo – o professor, e um agente predominante passivo – o aluno. Resumindo: nesse entendimento, o professor profere palestras assépticas e o aluno ouve preleções”.

Até hoje não se valorizou adequadamente o uso da tecnologia visando a tornar o processo ensino - aprendizagem mais eficiente e mais eficaz. A principal causa é a política da escola atual, na qual o professor é formado para valorizar conteúdos e ensinamentos acima de tudo, a privilegiar a técnica de aula expositiva (Moretto, 2000).

Nos próprios cursos do ensino superior, o uso de tecnologia adequada ao processo de aprendizagem e variada para motivar o aluno não é tão comum. A desvalorização de tecnologia em educação tem a ver com experiências vividas nas décadas de 1950 e 1960, quando se procurou impor o uso de técnicas nas escolas, baseadas em teorias comportamentalistas (Masetto, 2000, p.133-135). O ensino de Estatística, principalmente para usuários, enfrenta sérios problemas. Alguns desses são inerentes à natureza da própria Estatística, que trabalha com conceitos abstratos; usa notações e terminologias complexas, muitas vezes ambíguas e confusas; porque tem a matemática como linguagem e, principalmente, porque lida com problemas do mundo real, tendo que tomar decisões em condições de incerteza (Watts, 1991).

O desinteresse dos alunos, as dificuldades dos mesmos no trato com o conteúdo e mais as dificuldades na vinculação do conhecimento estatístico, oferecido nas aulas, com a realidade dos diferentes campos do conhecimento têm se tornado questões emergentes de nossa docência. Muitas vezes, os alunos não conseguem visualizar como a metodologia estatística será aplicada na sua futura prática profissional e terminam o curso de graduação sem a instrumentalização necessária para a utilização da Estatística na solução de problemas em sua área de atuação. (Oliveira e Gracio, 1999, p.68).

2.5 A Estatística no Curso Superior de Tecnologia em Mecânica

A Estatística, no Curso Superior de Tecnologia em Mecânica, faz parte da disciplina de Gestão de Produção e é tratada como ferramenta para o desenvolvimento das outras disciplinas de mecânica.

Na pesquisa realizada com os Professores da Disciplina de Gestão da Produção, ramo Estatística, anexo 1, coletaram-se os dados referentes às técnicas, recursos didáticos e avaliações utilizadas em sala de aula. Dos sete professores pesquisados, todos utilizaram a aula teórica, e apenas um acrescentou o trabalho em grupo.

Quanto aos recursos didáticos, todos utilizam o quadro de giz, e quatro deles ainda fizeram uso de impressos (apostila, textos) e transparências. A forma de avaliação foi 100% em forma de prova escrita e trabalho em grupo.

Quanto à utilização da calculadora eletrônica ou de algum software estatístico como meio de auxílio no processo da condução da aprendizagem, a calculadora foi liberada para uso em sala de aula por todos os professores, e somente um não permitiu o uso na prova escrita. Não foi utilizado um software estatístico e as causas foram : desconhecimento, pouco tempo (carga horária) e falta de lugar adequado (laboratório).

Nesta última parte da pesquisa, observou-se que o processo de ensino – aprendizagem de estatística no Curso Superior de Tecnologia em Mecânica do CEFET-PR também é **privilegiado pela técnica das aulas expositivas e pela falta do uso de tecnologia variada.**

2.6 O ementário

O quadro 1, tem o propósito de comparar os ementários e cargas horárias das disciplinas de Gestão de Produção, ramo Estatística, do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica, extraída da proposta da Organização Didático-Pedagógica dos Cursos Superiores de Tecnologia do CEFET-PR e Probabilidade e Estatística 1, do Curso Superior de Engenharia Industrial

Mecânica, extraída do Currículo Pleno de acordo com a resolução 48/76 CFE, de 27/04/76, e 4/77 CFE, de 09/03/77.

Quadro 1: Ementa e carga horária de Estatística .

Ementa da Tecnologia	Ementa da Engenharia
<ul style="list-style-type: none"> • Elementos de Probabilidade • Variáveis Aleatórias • Distribuição de Probabilidade • Tratamento de Dados e Amostragem • Medidas de Posição e Dispersão 	<ul style="list-style-type: none"> • Elementos de Probabilidade • Variáveis Aleatórias • Distribuição de Probabilidade • Tratamento de Dados • Amostras e Distribuições Amostrais • Estimação • Testes de Hipótese
Carga horária: 21 horas/aula	Carga horária: 60 horas/aula

Analisando os ementários, percebe-se que Distribuições Amostrais, Estimação e Testes de Hipóteses são os únicos assuntos que não compõem o ementário da disciplina de Gestão da Produção, ramo Estatística, e Medidas de Posição e Dispersão não fazem parte do ementário de estatística do Curso Superior de Engenharia Mecânica. Supondo existir uma igualdade de tratamento nos assuntos comuns aos dois ementários, teremos uma diferença significativa de horas/aula para os não comuns.

Portanto conclui-se que, para que o professor de estatística dos Cursos Superiores de Tecnologia consiga vencer os conteúdos propostos no ementário, sem prejudicar um ensino-aprendizagem eficiente e eficaz, ele deverá programar-se para otimizar o tempo de aula, mudar o seu comportamento em sala de aula e ter uma nova postura epistemológica e uma dinâmica diferente que propicie mais motivação nos estudantes, ou seja, o professor deve estar preparado para um novo desafio de ensinar e aprender.

Após a análise da situação didática atual, na qual ficou evidenciado a predominância da técnica da aula expositiva em detrimento de uma metodologia de ensino variada e adequada para esta nova era, parte-se para o próximo capítulo, apresentado por um quadro teórico que busca subsídios e alternativas metodológicas que possam compor uma proposta metodológica diferenciada da convencional, que permitam facilitar o entendimento da estatística, otimizar o tempo de aprendizagem da estatística e probabilidade na disciplina de Gestão da Produção e preparar os alunos desta disciplina para que possam aprender a aprender.

3. PRINCIPAIS CONHECIMENTOS DIDÁTICOS

Este capítulo consiste da apresentação de um quadro teórico, desenvolvido em três óticas, que permita uma análise dos principais conhecimentos epistemológicos, didáticos e tecnológicos necessários a uma situação de ensino-aprendizagem eficiente e eficaz, e que farão parte de um dos passos da engenharia didática que será abordada nos próximos itens.

3.1 A ótica do conhecimento

Todo o conhecimento é uma produção social e, portanto, um conjunto de verdades relativas que se modificam em função do desenvolvimento das sociedades e dos recursos tecnológicos disponíveis (Moretto, 2000).

Para Piaget (1996, p.306), existe uma diferença entre três formas de conhecimento:

“Em primeiro lugar, há uma imensa categoria dos conhecimentos adquiridos graças à experiência física em todas as suas formas, isto é, a experiência dos objetos e de suas relações, mas com abstração a partir dos objetos como tais. Vê-se imediatamente que se trata neste caso, da extensão indefinida das condutas de aprendizagem ou de inteligência prática, porém com todos os tipos de novidades que devem ser explicadas. Em segundo lugar, há a categoria, notavelmente estreita, e mesmo de extensão real muito discutível, dos conhecimentos estruturados por uma programação hereditária, como é talvez o caso de certas estruturas perceptivas (visão das cores, duas

ou três dimensões do espaço, etc). O caráter restrito dessa segunda categoria levanta imediatamente um grande problema biológico pelo contraste com a riqueza dos instintos dos animais. Em terceiro lugar, há a categoria, pelo menos tão extensa quanto a primeira, dos conhecimentos lógico-matemáticos, que se tornam rapidamente independentes da experiência e que, se no início procedem dela, não parecem tirados dos objetos como tais, mas das coordenações gerais das ações exercidas pelo sujeito sobre objetos”.

A representação de objetos matemáticos em contextos complementares, como os contextos gráficos, algébrico e numérico, permitida por alguns programas computacionais, pode favorecer o processo de construção do conhecimento (Palis, 1994).

O conhecimento se torna mais sólido quando construído e aplicado em mais de um ambiente conceitual apropriado (Douady, 1986).

Pode ser incluída neste grupo a experiência, ou seja, o conhecimento tácito, que é o conhecimento estruturado através da observação e da prática cotidiana, resultante de processos organizados de aprendizagem, que também são importantes na modificação do comportamento das pessoas.

3.1.1 Conhecimento: teorias, aquisição e aprendizagem

A origem da aquisição do conhecimento, segundo as teorias construtivistas, está no equilíbrio do sistema cognitivo do sujeito. Quando um estímulo provoca a ruptura deste equilíbrio, o sujeito se vê obrigado a reagir em um esforço para reestabelecê-lo. Neste esforço, ele vai fazer uma busca em seus esquemas, no sentido de encontrar um esquema que seja capaz de assimilar o novo estímulo ou, caso a assimilação não seja possível, um esquema deverá se acomodar à nova informação. (Rosa, 1999, p.79).

Na concepção de Meirieu (1987), o conhecimento é construído a partir de uma interação entre uma fase de identificação (existe uma serra na marcenaria), seguida da construção de sua significação (para que serve uma serra) para terminar em sua utilização (uso da ferramenta). A fase de utilização é enfim aquela que valida o conhecimento adquirido e que o integra ao sistema do indivíduo, evoluindo de sua forma local para uma aplicabilidade mais geral.

Para Piaget, as crianças constroem o conhecimento a partir de suas ações sobre o meio ambiente. O conhecimento físico é construído através das ações sobre os objetos. Já o conhecimento lógico-matemático é construído a partir das ações sobre os objetos, sendo que o componente mais importante é a ação do indivíduo e não o objeto em si (Wadsworth, 1993).

Para o presente estudo, com relação à aquisição do conhecimento estatístico, é importante esclarecer que as pessoas não aprendem da mesma maneira, visto que os fatores fisiológicos, bem como os sociais, podem interferir no estilo de aprendizagem individual destas pessoas.

No caso desta pesquisa está se supondo que o aluno aprenda os mesmos conceitos estatísticos ou probabilísticos em menos tempo, tomando cuidado para que a aquisição destes conceitos não fique prejudicada. Portanto é pertinente tecer alguns comentários breves, a seguir, sobre algumas das principais teorias pedagógicas que influenciaram a formação do processo ensino-aprendizagem até hoje e que contribuirão com o presente trabalho.

Só há aprendizagem (aumento de conhecimento) quando o esquema de assimilação sofre acomodação. A mente aumenta sua organização e sua adaptação ao meio a fim de funcionar em equilíbrio. Quando este equilíbrio é rompido por experiências não assimiláveis, a mente se reestrutura (acomodação) a fim de construir novos esquemas de assimilação e novo equilíbrio. Este processo reequilibrador (equilibração majorante) é o fator preponderante na evolução, no desenvolvimento mental e na aprendizagem (Piaget, 1996).

Já Vygotsky (1995) afirma que a “interação social é a origem e o motor da aprendizagem e do desenvolvimento intelectual”. Ele considera que a aprendizagem ocorre numa zona de desenvolvimento proximal, que é

explicada como sendo a distância entre o nível de desempenho de uma criança e aquilo em que ela não consegue fazer sozinha, mas que pode realizar com a ajuda de um colega ou um adulto. Ele ainda afirma que “o único bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento do aluno”.

O conceito mais importante na teoria de Ausubel (1978) é o da aprendizagem significativa. Para ele, aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. Neste processo a nova informação interage com uma nova estrutura de conhecimento específica, na qual ele define como subsunçores, existentes na estrutura cognitiva do indivíduo. O princípio fundamental de Ausubel assim se define “o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Determine isso e ensine-o de acordo”, ou seja, no estudo do processo da aprendizagem é imprescindível considerar o mundo onde o aluno se situa; ponto de partida para uma aprendizagem significativa.

Entre as inúmeras teorias pedagógicas existentes, deu-se prioridade, neste breve comentário, às teorias propostas por Piaget, Vygotsky e Ausubel, pois são as que embasarão o presente trabalho.

O final do século XX consagrou o caminho da aprendizagem como o “aprender a aprender” e consolidou as conquistas que explicitam as condições

fundamentais de ensino, comprometido com a concepção de aprendizagem humana como processo de construção.

Para Becker (1999), são três as condições necessárias para ocorrer o aprendizado. Sem elas esses avanços serão comprometidos: (a) todo ensino deve partir do quadro atual do aluno; (b) deve incluir a fala do aluno e outras formas equivalentes de expressão, em sua metodologia; e, finalmente, (c) deve considerar o erro como componente do processo de construção do conhecimento e da aprendizagem.

Para Perrenoud (2000), a competência de organizar e dirigir situações de aprendizagem é uma competência global, que requer a mobilização das competências mais específicas seguintes, salientando que todas contribuem para a concepção, organização e animação de situações de aprendizagem:

- Conhecer, para determinada disciplina, os conteúdos a serem ensinados e sua tradução em objetivos de aprendizagem.
- Trabalhar a partir das representações dos alunos.
- Trabalhar a partir dos erros e dos obstáculos à aprendizagem.
- Construir e planejar dispositivos e seqüências didáticas.
- Envolver os alunos em atividades de pesquisa, em projetos de conhecimento.

3.1.2 A aprendizagem colaborativa

Em 1998, Jacques Delors coordenou o “Relatório para a Unesco da Comissão Internacional sobre a Educação para o Século XXI”. Neste relatório, ele aponta, como principal conseqüência da sociedade do conhecimento, a necessidade de uma educação continuada. A aprendizagem, ao longo de toda a vida, foi assentada em quatro pilares, os pilares do conhecimento: **aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver juntos e aprender a ser.**

O primeiro pilar: aprender a conhecer, combinando uma cultura geral, suficientemente vasta, com a possibilidade de trabalhar em profundidade um pequeno número de matérias. O que também significa: **aprender a aprender**, para beneficiar-se das oportunidades oferecidas pela educação ao longo de toda a vida. A pesquisa como princípio educativo (Demo, 1999) torna-se relevante, pois o aprender a aprender supera os conteúdos, fórmulas decoradas e exercícios repetitivos aplicados no ensino da estatística, bem como coloca o aluno frente a situações reais de pesquisas estatísticas, que fazem parte da sua história. Também aprender um volume infindável de informações tornou-se tarefa de questionável valor, em virtude da velocidade que os conhecimentos são apresentados e renovados. Logo, para Behrens (2000, p.79) a visão ingênua do professor que “julga ensinar tudo aos alunos sobre a sua disciplina passou a ser impraticável, pois o universo das informações se estendeu e se ampliou. Portanto, mais que apresentar e

decorar conteúdos, os alunos precisam aprender a acessá-los, a pensar e refletir sobre eles”.

O segundo pilar: aprender a fazer, a fim de adquirir não somente uma qualificação profissional, mas de uma maneira mais ampla, competências que tornem a pessoa apta a enfrentar numerosas situações e a trabalhar em equipe. Mas também aprender a fazer, no âmbito das diversas experiências sociais ou de trabalho que se oferecem aos jovens e adolescentes, quer espontaneamente, fruto do contexto local ou nacional, quer formalmente, graças ao desenvolvimento do ensino alternado com o trabalho. Cabe ao docente de estatística criar problematizações (estudos de casos) que levem o aluno a acessar os conhecimentos estatísticos e aplicá-los assim como um profissional atua.

O terceiro pilar: aprender a viver juntos, desenvolvendo a compreensão do outro e a percepção das interdependências – realizar projetos comuns e preparar-se para gerir conflitos – no respeito pelos valores do pluralismo, da compreensão mútua e da paz. Mesmo com os avanços tecnológicos, científicos e eletrônicos, não conseguimos preservar os recursos naturais e animais do nosso planeta. É uma questão de sobrevivência humana. Desta forma, as escolas precisam rever seus projetos pedagógicos, para mudar o ensino individualista, competitivo e mecanicista.

O quarto pilar: aprender a ser, para melhor desenvolver a sua personalidade e estar à altura de agir com cada vez maior capacidade de autonomia, de discernimento e de responsabilidade pessoal. Para que isso aconteça, não negligenciar na educação nenhuma das potencialidades de cada indivíduo: memória, raciocínio, sentido estético, capacidades físicas, aptidão para comunicar-se.

3.1.3 A aprendizagem na estatística

Para Garfield e Ahlgren (1988), a habilidade matemática para o trato com o cálculo das probabilidades, que tem como pré-requisito **os conceitos de números racionais, análise combinatória e a teoria dos conjuntos; a falta de preparo para o raciocínio diante da incerteza**, pois o ser humano não está preparado para trabalhar com a incerteza e sim, com fatos determinísticos; **a preponderância da manipulação de cálculos sem o desenvolvimento de conceitos**, fato este que impossibilita aos alunos a solução de novos problemas; são questões chaves que contribuem nas dificuldades do aprendizado de conceitos básicos em probabilidade e estatística. Para contornar estas dificuldades, eles recomendam, ao professores:

1. Introduzir tópicos através de atividades e simulações, não abstrações.
2. Tentar desenvolver, no estudante, o sentimento que a matemática está relacionada com a realidade e que ela não é somente símbolos, regras e convenções.

3. Usar instrução visual e enfatizar métodos exploratórios de dados.
4. Ensinar Estatística Descritiva sem relacioná-la à probabilidade pela simples manipulação de cálculos.
5. Mostrar a má utilização da estatística, como a exposição de gráficos de dupla interpretação e pesquisas mal elaboradas.
6. Utilizar estratégias para melhorar conceitos numéricos racionais antes de focar o raciocínio proporcional.
7. Reconhecer e confrontar erros comuns no pensamento probabilístico do estudante.
8. Criar situações que requeiram o raciocínio probabilístico e que correspondem ao ponto de vista do estudante para o mundo.
9. Utilizar adequadamente ferramentas computacionais de fácil acesso.

3.2 A ótica da didática

3.2.1 O micro-ensino

O micro-ensino é uma técnica de treinamento de professores, que foi, pela primeira vez, apresentado durante a 1ª. Conferência Nacional de Tecnologia em 1971. Esta técnica deixa de perguntar o que é um bom professor, para tratar de descrever como se comporta o professor capaz em sala de aula. Tem como finalidade proporcionar uma micro-experiência de ensino, simplificada e

desenvolvida numa programação graduada, flexível e contínua, onde o professor realiza um treinamento em habilidades técnicas de ensino.

A finalidade básica do micro-ensino é favorecer a aquisição de competências para ensinar, em termos de desenvolvimento de habilidades técnicas. As habilidades (significa fazer bem uma coisa, com diminuição de tempo de execução e menor esforço) que devem ser treinadas são:

- 1) **Habilidade de organizar o contexto:** refere-se àqueles comportamentos de ensino que estabelecem um elo cognitivo entre as atividades do professor e as do aluno. Ou seja, desempenhos do professor que oportuniza condições para que o aluno desenvolva uma atitude de aprendizagem.
- 2) **Habilidade de ilustrar com exemplos:** são os modos de ação do professor, pelos quais ele melhora a qualidade de seu ensino e facilita a compreensão dos conceitos.
- 3) **Habilidade de formular perguntas:** esta é um dos grandes desafios do professor. O comportamento do professor deve estar estruturado com o objetivo de envolver ativamente o aluno na aula, estimulando os seus processos mentais. Fazer perguntas é uma estratégia utilizada pelo professor para ampliar a interação e criar condições para que o aluno analise, estabeleça relações, elabore respostas e raciocine.
- 4) **Habilidade de conduzir ao fechamento e de atingi-lo:** ela é realizada quando o aluno é capaz de reorganizar os conteúdos já desenvolvidos, de relacioná-los a experiências anteriores e de expressá-los. Cabe ao

professor orientar o aluno para que faça um resumo do que aprendeu e conduzir sua atividade ao relacionamento dos conhecimentos anteriores com os novos.

- 5) **Habilidade de feedback:** é o circuito de realimentação, estruturado pelo comportamento de indagação do professor (oralmente ou por escrito) e respostas dos alunos .
- 6) **Habilidade de empregar reforços:** sua atuação mais eficaz se revela quando o professor reforça uma mudança sensível no comportamento do aluno (situação nova) no momento em que ela se produz por meio de um ato ou atitude.
- 7) **Habilidade de variar a situação-estímulo:** se baseia em princípios relacionados com os efeitos da mudança e do ambiente sobre a atenção do aluno. Além de considerar as características individuais dos alunos e seus interesses, o professor deve ter o cuidado de organizar o conteúdo de forma a facilitar a aprendizagem.

3.2.2 O contrato didático: a relação entre mestre e o aluno

A relação mestre-aluno está subordinada a muitas regras e convenções que funcionam como se fossem cláusulas de um contrato. O conjunto das cláusulas, que estabelecem as bases das relações que os mestres e os alunos mantêm com o saber, estabelece aquilo que Brousseau (1986) chamou de contrato didático, o qual ele define como uma relação que determina,

explicitamente, uma pequena parte, mas, determina principalmente implicitamente, que cada participante, o mestre e o aluno, tem a responsabilidade de gerenciar a sua parte, e assim ele será responsável, de uma maneira ou de outra, perante o outro. A condição implícita do contrato pode ser justificada, na medida que as intenções do mestre não podem ser definidas a priori, sob pena de não serem atingidas. O processo de aprendizagem é individual e específico do aluno, e ao mestre cabe a condução do mesmo. Esta condição de condutor implica na seleção de ações que poderão estimular, no aluno, a necessidade de aprender. Se o objetivo for explicitado antes, e mesmo depois da ação, ela irá interferir de forma a reduzir as possibilidades de que o mesmo venha a ser atingido (Rosa, 1999). Para Silva (1999), o contrato didático depende da estratégia de ensino adotada, adaptando-se a diferentes contextos, tais como: as escolhas pedagógicas, o tipo de trabalho proposto aos alunos, os objetivos de formação, a história do professor, as condições de avaliação e outros.

Para Freitas (1999), o aluno deve estar sempre sendo estimulado a tentar superar, por seu próprio esforço, certas passagens que conduzem o raciocínio na direção de sua aprendizagem. São essas inferências dedutivas, indutivas e as informações que o aluno mobiliza, realizadas sem controle pedagógico explícito do professor, que caracterizam as chamadas situações a-didáticas.

Uma situação a-didática fica caracterizada nos momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de forma independente, ou seja, não

sofre nenhum tipo de controle direto por parte do professor. Para o estudo deste trabalho, este conceito da situação a-didática terá um papel de destaque na primeira sessão da metodologia que será proposta.

Para Brousseau (1986), a situação a-didática pode ser definida:

“Quando o aluno se torna capaz de pôr em funcionamento e utilizar por si mesmo o saber que está construindo, em situação não prevista em qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que pode ser chamado de situação a-didática”

3.2.3 A engenharia didática

O termo **engenharia didática** é empregado nas pesquisas da Didática da Matemática que incluem uma parte experimental, desde o início dos anos oitenta. Para Artigue (1990):

“este termo foi “cunhado” para o trabalho didático que é aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta”.

O termo engenharia didática pode ser entendido tanto como uma metodologia de pesquisa, quanto o que Douady (1986) explicitou como:

“uma seqüência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma coerente, por um professor – engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor”

Existem dois níveis de engenharia didática: o da microengenharia e o da macroengenharia. As pesquisas de microengenharia são aquelas que têm por objeto o estudo de um determinado assunto; elas são localizadas e levam em conta principalmente a complexidade dos fenômenos de sala de aula. Enquanto que as pesquisas de macroengenharia são aquelas que permitem compor a complexidade das pesquisas de microengenharia como fenômenos ligados à duração nas relações ensino-aprendizagem. Neste trabalho será adotada a microengenharia.

A engenharia didática se caracteriza pelo registro dos estudos feitos sobre o caso em questão e pela validação. Essa validação da pesquisa é feita sobretudo internamente, pois ela se baseia na confrontação entre a análise a priori, que por sua vez se apóia no quadro teórico, e a análise a posteriori. Na engenharia didática, a validação é interna, enquanto que as que se baseiam nos métodos estatísticos é externa, ou seja, utilizam métodos comparativos para validar seus resultados.

O processo experimental da engenharia didática se compõe de quatro fases:

- primeira fase: **análises preliminares;**

- segunda fase: **concepção e análise a priori das situações didáticas;**
- terceira fase: **experimentação;**
- quarta fase: **análise a posteriori e validação.**

As **análises preliminares** para a concepção da engenharia são feitas através de considerações sobre o quadro teórico didático geral e sobre o assunto em questão, bem como sobre:

- a análise epistemológica dos conteúdos contemplados pelo ensino;
- a análise do ensino atual e de seus efeitos;
- a análise da concepção dos alunos, das dificuldades e obstáculos que determinam sua evolução;
- a análise do campo dos entraves no qual vai se situar a efetiva realização didática.

Tudo isso levado em consideração os objetivos específicos da pesquisa. As análises preliminares são feitas principalmente para embasar a concepção da engenharia, porém elas são retomadas e aprofundadas durante todo o transcorrer do trabalho. É evidente que cada uma delas acontecerá ou não dependendo do objetivo da pesquisa, e esse objetivo também que determinará o grau dessas análises.

Na fase da **concepção e da análise a priori**, o pesquisador orientado pelas análises preliminares delimita um certo número de variáveis pertinentes ao

sistema sobre as quais o ensino pode atuar, e estas são chamadas de variáveis de comando.

Visando facilitar a análise da engenharia, Artigue (1988) distingue as variáveis de comando como:

- **variáveis macro-didáticas ou globais** à organização global da engenharia,
- **variáveis micro-didáticas ou locais** concernentes à organização local da engenharia, isto é, à organização de uma sessão ou de uma fase.

Essas variáveis podem ser tanto de ordem geral, como específica, isto é, depende do conteúdo didático a ser ensinado. Por exemplo, caso a variável seja do tipo micro-didático, têm-se as variáveis intrínsecas ao problema, que são de ordem geral, e as variáveis que dependem da situação, ligadas à organização e à gestão do meio, que são específicas.

As escolhas de ordem geral, globais, precedem a descrição de cada fase da engenharia, quando influem as escolhas locais.

A análise a priori comporta uma parte descritiva e outra de previsão e está centrada nas características de uma situação a-didática que se quis criar e que se quer aplicar aos alunos visados pela experimentação. Na análise a priori deve-se:

- descrever cada escolha local feita (eventualmente relacionando-as às escolhas globais) e as características da situação a-didática decorrentes de cada escolha;
- analisar qual o desafio da situação para o aluno decorrente das possibilidades de ação, de escolha, de decisão, de controle e de validação de que ele disporá durante a experimentação;
- prever os comportamentos possíveis e mostrar no que a análise efetuada permite controlar o sentido desses comportamentos; além disso, deve-se assegurar que, se tais comportamentos ocorrerem, resultarão do desenvolvimento do conhecimento de aprendizagem.

A fase da **experimentação** é clássica. É a fase da realização da engenharia com uma certa população de alunos. Ela se inicia no momento em que se dá o contato pesquisador/professor/observador(es) com a população de alunos-objeto da investigação.

A experimentação supõe:

- a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa à população de alunos que participará da experimentação;
- o estabelecimento do contrato didático;
- a aplicação dos instrumentos de pesquisa;
- o registro das observações feitas durante a experimentação (observação cuidadosa descrita em relatório, transcrição dos registros audiovisuais, etc.).

A última fase é **análise a posteriori e da validação**. Esta fase se apóia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação constantes das observações realizadas durante cada sessão de ensino, bem como das produções dos alunos em classe ou fora dela.

É nesta fase que se dá o tratamento dos dados que constam da seleção dos dados pertinentes à análise a posteriori.

Muitas vezes, para uma melhor compreensão do ocorrido, tornam-se necessários dados complementares como: questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizadas tanto durante a experimentação, quanto no final dela. Isto é, as fases 3 e 4 não são excludentes, mas complementares.

Finalmente é da confrontação entre as análises a priori e a posteriori que se validam ou se refutam as hipóteses levantadas no início da engenharia.

3.2.4 Mediação Pedagógica

Na visão de Masetto (2000, p144,145), a mediação pedagógica é entendida como:

“atitude, o comportamento do professor que se coloca facilitador, incentivador ou motivador da aprendizagem, que se apresenta com a disposição de ser uma ponte entre o aprendiz e a sua aprendizagem – não uma ponte-estática, mas uma ponte “rolante”, que ativamente

colabora para que o aprendiz chegue aos seus objetivos. É a forma de se apresentar e tratar um conteúdo ou tema que ajuda o aprendiz a coletar informações, relacioná-las, manipulá-las, discuti-las e debatê-las com os seus colegas, com o professor e com outras pessoas (interaprendizagem), até chegar a produzir um conhecimento que seja significativo para ele, conhecimento que se incorpore ao seu mundo intelectual e vivencial, e que o ajude a compreender sua realidade humana e social, e mesmo a interferir nela.”

Neste sentido, segundo Perez e Castillo (1999, p.10), “ a mediação pedagógica busca abrir um caminho a novas relações do estudante: com os materiais, com o próprio contexto, com outros textos, com seus companheiros de aprendizagem, incluído o professor, consigo mesmo e com seu futuro”. Neste sentido, a mediação pedagógica oportuniza o aluno e o professor, dentro de um processo de aprendizagem crítico e criativo, estabelecer conexões entre os conceitos adquiridos e novos conceitos.

3.2.5 Mediação pedagógica em técnicas convencionais

As técnicas convencionais são identificadas como aquelas que já existem há algum tempo. A tabela seguinte utiliza uma classificação citada por Biscaro (1994), que está embasada nos estudos desenvolvidos por Uris, na década de 60.

Tabela 1: Categorização dos métodos

MÉTODOS	ESTRATÉGIAS	TÉCNICAS
Prático	Aprender fazendo	<ul style="list-style-type: none"> • Estágios • Entrevistas • Excursões • Aulas práticas • Visita a locais das atividades profissionais
Conceitual	Aprender pela teoria	<ul style="list-style-type: none"> • Debates • Explicação do professor • Explicação dos alunos • Apresentações em geral • Material impresso
Simulado	Aprender imitando a realidade	<ul style="list-style-type: none"> • Jogos e exercícios • Dramatizações • Jogos de empresas • Estudo de casos • Desempenho de papéis
Comportamental	Desenvolvimento psicológico	<ul style="list-style-type: none"> • Dinâmicas de Grupo • Vivências • Auto-análise
Estimulador	Motivar início de cursos	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentações simples • Apresentações em duplas • Complementação de frases • Tempestade cerebral
Independente	Aprender a aprender	<ul style="list-style-type: none"> • Pesquisa • Projeto

Fonte: Adaptada a partir de conceitos apresentados por Bísaro, 1994.

A tabela 1, foi adaptada a partir dos conceitos apresentados por Bísaro (1994), o qual categoriza os principais métodos existentes, relacionando com as estratégias e técnicas.

A utilização de um dos métodos ou uma combinação adequada entre eles, dependerá do objetivo proposto em cada sessão da metodologia que será proposta no capítulo 4 deste trabalho.

No Método Prático são reunidas as técnicas que colocam o aluno em contato com situações reais. A realidade, neste método, apresenta-se como uma excelente mediadora de aprendizagem, pois o aluno tem a oportunidade de interagir com profissionais da área, o que pode ser muito motivador para eles. A globalização da economia contribuiu para que as organizações buscassem, por inúmeras razões, uma certificação de qualidade. Nas normas da ISO 9000, o requisito 20, descreve a obrigatoriedade destas organizações utilizarem técnicas estatísticas. Um intercâmbio entre estes segmentos produtivos e os alunos, via escola, pode trazer muitos benefícios para ambos.

O Método Conceitual tem como base a aprendizagem através da aquisição de novos conceitos. Algumas técnicas, como a exposição dialogada, os recursos audiovisuais e leituras críticas, podem ser uma fonte mediadora pedagógica importante para a aprendizagem, desde que a exposição dialogada seja usada para motivar o estudo, provocar a curiosidade, a participação do aluno; os recursos audiovisuais sejam usados para enriquecer a aula com demonstrações, síntese de estudo feito, e a leitura seja usada de forma crítica, exigindo do aluno, não somente o que está exposto no texto e sim, uma análise, transferência e questionamento do conhecimento estudado.

No Método Simulado são colocadas as técnicas que permitem que os alunos experimentem situações simuladas. Elas facilitam a compreensão conceitual, reforçam a aplicação da teoria na prática e proporcionam um feedback imediato da atuação do aluno.

O jogo é uma técnica de ensino que faz parte do método simulado, cuja estratégia é aprender imitando a realidade. Esta técnica é uma ferramenta destinada a tornar o aprendizado mais atraente e menos desgastante, pois possibilita a participação dos alunos de forma lúdica. A utilização desta técnica requer cautela no sentido de não aplicar o jogo pelo jogo. Deve-se considerar todo o processo e não apenas os resultados. Para o estudo deste trabalho, o jogo terá uma aplicação importante numa das sessões da metodologia a ser proposta no próximo capítulo.

Para Gramigna (1995), as brincadeiras, o jogo e o divertimento têm um papel fundamental no processo educacional. A experiência demonstra que as crianças, quando brincam, aprendem. Tal fato deve-se à espontaneidade de seus atos e à oportunidade de demonstrar o que sabem e o que não sabem, sem medo de errar. Quando adultos, nossas ações são racionalizadas para que não haja falhas. Mas, quando jogamos, colocamos em funcionamento nosso hemisfério direito e percebemos habilidades que desconhecíamos. É sempre a criança presente em nós que aprende.

Uma proposta interessante consiste em organizar jogos que, adequadamente trabalhados em pequenos grupos em sala de aula, favorecem ao desenvolvimento do raciocínio científico, construindo, intuitiva e prazerosamente, os principais conceitos de Probabilidade e Estatística (Fernandez e Fernandez, 1999).

O Método Comportamental alinha as técnicas que visam uma mudança comportamental. Estas técnicas funcionam como mediadoras excelentes da aprendizagem, pois desenvolvem a interaprendizagem, a capacidade de estudar um problema em equipe e encontrar a melhor solução.

No Método Estimulador são reunidas as técnicas utilizadas para iniciar um curso, com o intuito de familiarizar e motivar um grupo de alunos que irão trabalhar juntos. Tem como objetivo criar ambientes que favoreçam a aprendizagem.

O Método Independente se fundamenta no ensino com pesquisa ou por meio de projetos. É uma das técnicas mais poderosas da aprendizagem e mais complexa, exigindo do aluno um tempo maior para buscar dados, informações e conhecimentos que possam favorecer sua aprendizagem.

Em caso de assimilação de conhecimentos, há preferência pelo método conceitual. Em caso de desenvolvimento de habilidades, preferência pela simulação no primeiro momento e, em seguida, aprendizagem direta no trabalho. Em caso de desenvolvimento de atitudes pessoais, preferência pelo método de desenvolvimento psicológico (Bíscaro, 1994, p.233).

É a partir dos objetivos da capacitação que se definem os métodos e estratégias a serem utilizadas e, para que os objetivos sejam alcançados, o ideal é fazer uma combinação destas estratégias. Uma das estratégias

escolhidas que estará dentro da Engenharia Didática, fazendo parte da futura metodologia proposta, é a do Jogo, pois foi com o jogo que se iniciou o estudo das probabilidades.

3.3 A ótica da tecnologia

3.3.1 As novas tecnologias

O objeto de estudo deste trabalho visa a uma análise da introdução de tecnologias na dinâmica de um processo de ensino e aprendizagem, com o intuito de otimizar o tempo disponível de aula em classe e ser mais um componente motivador dos alunos, dentro e fora da escola.

As novas tecnologias, ou seja, aquelas que estão vinculadas ao uso do computador, à informática, à telemática e à educação a distância podem ser utilizadas de duas formas no processo de aprendizagem: (i) para o desenvolvimento da educação em sua realidade presencial e (ii) como forma de facilitar a aprendizagem a distância.

Para Masetto (2000, p.153,154), estas novas tecnologias:

“deverão ser utilizadas para valorizar a auto-aprendizagem, incentivar a formação permanente, a pesquisa de informações básicas e das novas informações, o debate, a discussão, o diálogo, o registro de

documentos, a elaboração de trabalhos, a construção de artigos e textos. Elas deverão ser utilizadas também para desenvolver a interaprendizagem: a aprendizagem como produto das inter-relações entre as pessoas”.

As técnicas de teleconferência, bate papo, listas de discussão, correio eletrônico, uso da Internet, CD-ROM, power point podem ser usadas como mediadoras para colaborar com o processo de aprendizagem.

3.3.2 Meios complementares

As calculadoras eletrônicas, planilhas eletrônicas, software estatístico e programas de computadores têm se constituído numa ferramenta computacional muito poderosa para simplificar cálculos complexos e desenho de gráficos realizados a mão, pois podem produzir, em pouquíssimo tempo, esboços de gráficos estatísticos trabalhosos e fornecer rapidamente o resultado de medidas estatísticas tediosas e demoradas.

Para muitos pesquisadores, Douady (1986), Palis (1994) e Rosa (1998), a representação de objetos matemáticos em situações didáticas, como os quadros algébrico, gráfico e numérico, auxiliados por alguns programas computacionais, facilitam o processo de construção do conhecimento desses objetos.

Nesse sentido, é preciso destacar que “a qualidade do aprendizado depende, em grande parte, da qualidade das tarefas propostas aos alunos e não da disponibilidade ou emprego de tecnologias computacionais” (Palis, 1994).

Alguns autores salientam a importância de priorizar o ensino através de conceitos de estatística ao invés dos procedimentos de cálculos, bem como a inserção de pacotes estatísticos (Watts, 1991; Velleman e Moore, 1996; More, 1996).

Este capítulo contou com uma breve revisão dos principais conhecimentos epistemológicos, didáticos e tecnológicos necessários a uma situação de ensino-aprendizagem eficiente e eficaz, que se julgou pertinente para a evolução deste trabalho. As três óticas abordadas, do conhecimento, da didática e da tecnologia, se complementam de maneira a formar a base necessária para a proposta de uma metodologia específica para o ensino da estatística, na disciplina de Gestão da Produção, cuja formulação será objeto no capítulo 4. Desta forma, percorreram-se os primeiros passos da engenharia didática em busca de uma situação didática de ensino-aprendizagem que atendesse o objetivo inicial do presente trabalho.

4. A PROPOSTA DE UMA METODOLOGIA

Este capítulo apresenta a proposta de uma metodologia de ensino com o objetivo de atender a problemática apresentada no início deste trabalho e procura integrar as teorias levantadas no capítulo do referencial teórico.

4.1 Considerações básicas

Foi feita uma opção por estrutura de unidades de ensino, considerando uma unidade como uma situação de ensino, a qual será representada por um determinado conteúdo de cada item do ementário proposto.

A tabela 2, abaixo, serve como uma primeira orientação para cada uma das unidades de ensino e como base para planejar os componentes que integram a metodologia proposta.

Tabela 2 – Orientações da Unidade

Conteúdo:
Pré-requisito:
Aplicações:
Objetivo da unidade:
Bibliografia:

A elaboração e redação de cada item da tabela 2 (o conteúdo estatístico proposto, os pré-requisitos necessários ao mesmo, exemplos de aplicações deste conteúdo na sociedade, os objetivos e a bibliografia recomendada),

cabem ao professor da disciplina, o qual se norteará no ementário proposto à disciplina de Gestão da Produção e no desempenho adequado destes futuros profissionais.

As orientações de cada unidade de ensino, as considerações iniciais e as referências bibliográficas nortearão a proposta metodológica proposta, que será apresentada a seguir.

4.2 Procedimentos adotados

Para cada conteúdo estatístico proposto, a metodologia proposta prevê a superação de três sessões, conectadas entre si, que podem ser visualizadas, com alguns exemplos, na tabela 3:

Tabela 3 – Orientações da Sessão

Sessão 1 Vivencial (Concreto)	Sessão 2 Compreensão (Abstrato)	Sessão 3 Aplicação (Tecnologia)
<ul style="list-style-type: none"> • Vídeo • Estudo de caso • Jogos • Visitas Técnicas • Pesquisa • Outros 	<ul style="list-style-type: none"> • Exposição Dialogada • Material Impresso • Situação a-didática • Outros 	<ul style="list-style-type: none"> • Exercícios • Problemas Reais • Calculadora • Software Estatístico • Verificação eficaz da aprendizagem

A primeira sessão (a fase vivencial) é a fase na qual os alunos têm a oportunidade de vivenciar situações-problemas-reais e resolvê-las com os recursos que possuem, analisando os resultados obtidos em suas decisões.

Esta vivência motiva o gosto por aprender e facilita o caminho para a generalização e abstração do conteúdo proposto neste momento.

O aluno tem a oportunidade de trabalhar concretamente com o conceito dado, tanto individualmente, como em grupo.

Nesta sessão, o professor dá a introdução do assunto, utilizando-se de algum método, estratégia e/ou técnica citadas na referência bibliográfica, de acordo com o conteúdo a ser explorado, fazendo a escolha de um caminho que melhor se adapte a uma nova relação no ensino, que leve a uma aprendizagem significativa, observando que os conhecimentos que o aluno já tem são fundamentais para a aprendizagem dos novos.

O método simulado, neste momento, é o mais indicado, pois tem como estratégia o aprendizado do aluno na imitação da realidade, e a escolha da técnica pode recair em jogos, dramatizações, estudos de casos ou jogos de empresas.

Para Vygotsky (1995), a análise da realidade com a ajuda de conceitos precede a análise dos próprios conceitos, o que permite a recomendação da utilização de material motivador como prática docente, como o jogo, desenvolvendo capacidades que permitem, a partir da experiência em uma situação particular, transpor-se mais facilmente a uma generalização.

A segunda sessão (a fase da compreensão) visa o entendimento de uma nova situação de aprendizagem, na qual o professor proporciona condições aos alunos, para que os mesmos façam analogias do conteúdo vivenciado na primeira sessão e desta nova situação.

A conexão das duas primeiras sessões pode ser efetuada através de uma das técnicas extraídas de um dos métodos apresentados no referencial bibliográfico que melhor se adapte a uma situação didática ou a-didática, com base no conteúdo a ser explorado. Para Bísvaro (1994), a escolha do método nesta sessão deve recair no conceitual, pois a estratégia indicada é aprender pela teoria.

Para Ausubel (1978), é neste momento, em que o ensino-aprendizagem está sendo processado com a generalização de um conteúdo, que se faz uso dos organizadores prévios que servem de âncora para a nova aprendizagem e que levem ao desenvolvimento de conceitos subsunçores que facilitam a aprendizagem subsequente.

A terceira sessão (a fase da aplicação), mais específica, enfoca a aplicação dos conhecimentos estatísticos ou probabilísticos vivenciados de maneira concreta e abstrata anteriormente em atividades orientadas para a resolução de problemas reais, utilizando os recursos fornecidos pela tecnologia.

Nesta fase, o aluno deve ser encorajado a utilizar um software estatístico ou a calculadora para otimizar o seu tempo em situações em que tanto a calculadora como o software estatístico são mais eficientes do que o homem e deixa ao aluno outras tarefas, que a tecnologia não pode fazer, que são: pensar, planejar, entender, expor, tomar decisões e resolver situações do meio (Hey, 1991).

Este pode ser um momento eficaz de verificação da aprendizagem, pois o aluno só pode usar a calculadora ou um software estatístico, se tiver domínio do conhecimento relativo às operações que ela executa (Hey, 1991), ou seja, a fórmula de um conceito estatístico ou probabilístico, a calculadora ou um software estatístico não terão serventia ao aluno na hora de resolver uma nova situação-problema, relacionada ao mesmo conceito, se ele não tiver domínio sobre o conceito estudado.

Essa sessão, portanto, está conectada com as duas anteriores, porque a resolução das situações – problemas – reais depende das analogias que os alunos conseguem fazer das fases anteriores, da incorporação conceitual e não só das incorporações dos trabalhos mecânicos, em que a máquina é mais eficiente do que o homem. O papel do professor nesta fase é o de facilitador.

O tempo de cada sessão pode ser maior ou menor do que o tempo de uma hora/aula tradicional (quarenta ou cinqüenta minutos) e deve ser previsto pelo

professor, tempo este previsto em treinamento de micro-ensino ou experiências anteriores, que podem contribuir para um ensino eficiente e eficaz .

A tabela 4, que será apresentada a seguir, mostra as orientações para cada uma das três sessões que compõem a metodologia proposta e, podem ser visualizadas no capítulo seguinte nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3.

Tabela 4 – Orientações da Sessão

Material:
Objetivo da fase:
Técnica:
Atividade:
Tempo previsto:

Este capítulo apresentou uma proposta metodológica para o ensino da estatística e da probabilidade, desenvolvida em três sessões, conectadas entre si, sendo que a primeira, denominada de vivencial, oportuniza aos alunos vivenciarem situações em que eles possam aprender imitando a realidade, bem como facilitar o caminho para a generalização e abstração de um conteúdo proposto da disciplina de Gestão da Produção, ramo estatística, explorando uma situação a-didática. A segunda sessão, denominada de compreensão, objetiva o entendimento e a generalização do conteúdo proposto e, para tanto, utiliza o método conceitual, tendo como ponto chave a analogia dos conhecimentos adquiridos na sessão anterior com os desta nova situação. A última sessão proposta, que se denominou de aplicação, objetiva o entendimento do conteúdo proposto em uma situação-problema-real, na qual os alunos utilizam os recursos fornecidos pelas novas tecnologias, o que

possibilita a validação deste conceito proposto pelos próprios alunos. As três sessões são analisadas pela metodologia da engenharia didática.

A próxima etapa deste trabalho será aplicar a metodologia proposta num caso real.

5. APLICAÇÃO

Este capítulo tem por objetivo testar o funcionamento da metodologia proposta anteriormente, mediante sua aplicação a um caso real.

5.1 O contexto

Atendendo a um dos objetivos específicos deste trabalho, inicialmente foi elaborado um material didático, denominado “Pinceladas Estatísticas”, construído com o objetivo de ser um guia auxiliar, rápido e flexível para os alunos da disciplina de Gestão da Produção utilizarem nas aulas de Estatística. Este material foi estruturado por uma teoria sucinta de probabilidade e estatística, baseada no ementário proposto pelo Departamento de Mecânica para a disciplina de Gestão de Produção, uma bibliografia complementar e dicas de sites estatísticos. Ele não tem a pretensão de substituir um livro de estatística, nem de ser uma apostila com apontamentos estatísticos, mas de ser um marco inicial para os alunos obterem outros novos conhecimentos, pesquisando outras fontes e aprendendo a aprender.

A teoria foi desenvolvida em quatro unidades com base no ementário proposto. Na primeira, são apresentados alguns conceitos básicos da estatística descritiva. Na segunda, estão os conceitos básicos de probabilidade. Na terceira, aparecem as definições de variável aleatória, função de probabilidade

e os conceitos de esperança e variância. Na última, as distribuições de probabilidade: Binomial, Poisson, Normal e Exponencial.

5.2 O campo de pesquisa

A aplicação da metodologia proposta neste trabalho ocorreu numa turma do período noturno da disciplina Gestão da Produção, ramo Estatística, do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica do CEFET- PR, no primeiro semestre de 2001. Esta turma era composta de quarenta e cinco alunos.

Para testar o funcionamento desta metodologia proposta num caso real foi escolhido do ementário proposto, da Distribuição de Probabilidade, a fórmula da **Distribuição Binomial**, cujas orientações podem ser visualizadas na tabela 2.1:

Tabela 2.1 : Orientações da Unidade

Conteúdo: Fórmula da Distribuição Binomial
Pré-requisito: Conceitos básicos de probabilidade
Aplicações: Indústria: Controle Estatístico do Processo (CEP)
Objetivo da unidade: Resolver problemas que envolvam a fórmula da distribuição binomial.
Bibliografia: Vide referências no guia “Pinceladas Estatísticas”

A pesquisa, proporcionada pela metodologia da engenharia didática, nas três sessões da metodologia proposta, foi caracterizada pelo registro dos estudos feitos sobre o entendimento da fórmula da Distribuição Binomial e pela

validação. Esta validação da pesquisa é feita, sobretudo, internamente, prescindindo assim de análises comparativas utilizadas em outras metodologias, pois se baseia na confrontação entre a análise a priori, constituída pelo referencial teórico deste trabalho e a análise a posteriori, que será, a seguir, objeto de detalhamento.

5.3 A aplicação em um caso real

A metodologia proposta, composta pelas três sessões, vivencial, compreensão e aplicação, analisada pelo processo experimental da engenharia didática, se baseia sobre “realizações didáticas” em classe, ou seja, sobre a concepção, a realização, a observação e análise das seqüências de ensino, descritas nas quatro fases seguintes.

5.3.1 Análises preliminares

A primeira fase da engenharia didática, já realizada no capítulo 2 e 3, refere-se às considerações sobre o quadro teórico didático geral, desenvolvidas sobre as três óticas abordadas, do conhecimento, da didática e da tecnologia, e, também, por um certo número de análises preliminares:

- a) A análise epistemológica dos conceitos visados para o ensino: a predominância da aula unicamente expositiva; associada aos conceitos básicos de probabilidade, sua gênese, seu lugar na diversidade dos

problemas; o nascimento e o desenvolvimento da teoria dos jogos como uma técnica de ensino desta metodologia de ensino.

- b) A análise do ensino atual e de seus efeitos: associada ao sistema de ensino vigente (carga horária pequena e ementário proposto) e a discussão do papel do professor em classe.
- c) A análise dos entraves: no quadro algébrico, a preferência pela resolução exaustiva de exercícios envolvendo formulários.
- d) A análise da concepção dos alunos: percebeu-se a dificuldade dos alunos de transferirem os conceitos básicos de probabilidade para problemas reais (vida profissional) e para a motivação quando surgiu a oportunidade para “jogar”.

5.3.2 Concepção e análise a priori

O conteúdo escolhido para demonstrar a metodologia, a Distribuição Binomial, foi selecionado entre os demais por não ser de domínio dos alunos e ter aplicações imediatas no Controle Estatístico do Processo, um assunto de importância ao futuro tecnólogo de mecânica.

A tabela 4.1, da fase vivencial, mostra o resumo das orientações para a primeira sessão.

Para o desenvolvimento desta sessão, utilizou-se o jogo denominado Kay-Xero Viajante, criado especialmente para este trabalho, e cuja descrição é a seguinte:

- **A história**

Um comerciante, chamado de Kay-Xero Viajante, que mora na cidade de Kaptóia, tem que vender seus produtos na cidade de Artóia, Boatóia, Cortóia, Dortóia e Extóia. Ele faz vinte viagens em cada mês. Para ir até a uma destas cidades, ele passa sempre por outras três cidades e há vários caminhos que podem ser escolhidos, mas sempre se deslocando para frente, optando para à sua esquerda ou para à sua direita. Quando ele visita a cidade de Artóia ou Extóia, ele tem um lucro em suas vendas de 60 (sessenta) moedas-tóia; Boatóia ou Dortóia, um lucro de 20 (vinte) moedas-tóia, e Cortóia, um prejuízo de 10 (dez) moedas -tóia.

- **A regra**

Para que se conheça o trajeto que o Kay-Xero Viajante fará, cada jogador deverá lançar uma moeda 4 vezes, registrando a seqüência de caras e/ou coroas que têm a face voltada para cima. Se der cara, o Kay-Xero Viajante se desloca para a direita e, se der coroa, ele se desloca para à esquerda do caminho que terá à sua frente, e assim por diante. A seqüência obtida representa o trajeto da viagem que o comerciante deverá fazer para chegar a

uma das cidades onde venderá o seu produto. Cada jogador deverá fazer vinte viagens. Ganha quem tiver mais moedas-tóia.

O anexo 3 apresenta o tabuleiro onde se processa o jogo do Kay-Xero Viajante.

Tabela 4.1 : Orientações da Sessão 1 - Vivencial

<p>Material:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mídia (computador acoplado com a televisão), calculadora e material com instruções. Retroprojeter.
<p>Objetivo da fase: Proporcionar aos educandos, a oportunidade de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vivenciar situações probabilísticas com auxílio de um jogo. • Analisar as situações probabilísticas permitidas no jogo do Kay-Xero Viajante.
<p>Técnica:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Jogo. • Explanação do aluno.
<p>Atividade:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comentário inicial sobre o objetivo da aula, da atividade e do contrato didático. • Situação a- didática: anexos 2, 3 e 4.
<p>Tempo previsto:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cinquenta minutos (50min)

A vivência estabelecida para esta fase tem o intuito de preparar o aluno para a análise e provocação de conjecturas dos conceitos de probabilidade através do jogo oferecido e desenvolver o espírito de trabalho em grupo, cooperação e liderança, com um máximo de quatro alunos.

Esta sessão está centrada nas características de uma situação a-didática, estabelecida por um contrato didático, onde o ator principal é o aluno. Através desta situação a- didática, o aluno tem a oportunidade de utilizar o jogo do Kay-Xero Viajante, experimentando, na prática, as diversas possibilidades do Kay-

Xero visitar as cidades de Artóia, Boatóia, Cortóia, Dortóia e Extóia, partindo da cidade de Kaptóia, segundo as regras aleatórias fornecidas pelo jogo. As probabilidades deste jogo, desconhecidas dos alunos, podem ser obtidas usando os conceitos iniciais de probabilidade ou utilizando a fórmula da Distribuição Binomial.

Os comportamentos possíveis, a priori, nesta sessão são:

- a motivação da aula fornecida pelo jogo;
- a troca de conhecimentos entre os participantes;
- a preparação dos organizadores prévios (os conceitos básicos de probabilidade) como caminho para o entendimento da fórmula da Distribuição Binomial.

A tabela 4.2, da fase de compreensão, tem o resumo das orientações da segunda sessão da metodologia.

Tabela 4.2 – Orientações da Sessão 2 – Compreensão

Material:
<ul style="list-style-type: none"> • Mídia, material impresso
Objetivo da fase:
<ul style="list-style-type: none"> • Descobrir uma fórmula (distribuição binomial) que generalize a probabilidade do Kay-Xero Viajante visitar uma das cidades citada no jogo.
Técnica:
<ul style="list-style-type: none"> • Complementação de frases. • exposição dialogada.
Atividade:
<ul style="list-style-type: none"> • Comentários • Processo de institucionalização (condução): anexos 5, 6 e 7.
Tempo previsto:
<ul style="list-style-type: none"> • Uma hora e dez minutos (1h10min)

Nesta sessão, utilizaram-se os conhecimentos adquiridos na primeira sessão, proporcionados pela vivência no jogo do Kay-Xero Viajante, ou seja, conhecimentos básicos de probabilidade e orientações fornecidas na ficha 6.

A fase da compreensão tem por objetivo a transferência da parte algorítmica por parte dos alunos e a descoberta de uma fórmula que generalize a probabilidade do Kay-Xero Viajante visitar uma das cidades citadas no jogo.

Num primeiro momento, o aluno é estimulado a completar um quadro, anexo 5, com auxílio da árvore das possibilidades, de modo que se tenha todas as possibilidades do Kay-Xero Viajante visitar as cidades descritas anteriormente, bem como a probabilidade de chegar até elas. Para que tal fato aconteça, é importante que o aluno consiga fazer uso dos organizadores prévios: a definição clássica de probabilidade e a regra da multiplicação, intuitivamente trabalhados na primeira sessão, para que sirvam de ponte para este desafio. No momento seguinte, o professor providencia a aprendizagem da fórmula da Distribuição Binomial, com auxílio do anexo 7, fazendo a conexão entre as sessões 1 e 2.

Assegura-se que, se os fatos acima ocorrerem, a aprendizagem será significativa, resultando no entendimento da fórmula da Distribuição Binomial por parte dos alunos, ou seja, o aluno conseguirá identificar numa situação – problema – real quando poderá utilizar a fórmula da distribuição binomial e quais são os elementos são necessários para substituir nesta fórmula.

A tabela 4.3, da fase da tecnologia, contém o resumo das orientações da terceira sessão.

Tabela 4.3 – Orientações da Sessão 3 - Aplicação

Material:
<ul style="list-style-type: none"> • Mídia, software estatístico e material com exercícios.
Objetivo da fase:
<ul style="list-style-type: none"> • Proporcionar um feedback do conceito estudado. • Verificar o entendimento da fórmula da Distribuição Binomial. • Vivenciar exemplos reais, com uso das novas tecnologias.
Técnica:
<ul style="list-style-type: none"> • Exposição dialogada.
Atividade:
<ul style="list-style-type: none"> • Resolução de exercícios com uso de um software estatístico.
Tempo previsto:
<ul style="list-style-type: none"> • Quarenta minutos (40min).

Esta última sessão foi preparada para a valorização da validação pelos próprios alunos deste novo conceito proporcionado pela fórmula da Distribuição Binomial.

Uma das prioridades desta sessão é proporcionar um feedback do conceito estudado, verificando se o aluno entendeu quando é possível aplicar a fórmula da Distribuição Binomial numa situação-problema-real e se consegue identificar quais elementos são necessários para substituir nesta fórmula. A outra é preparar o aluno para enfrentar os desafios impostos pela sua própria realidade, fazendo uso do computador e software estatísticos.

Utilizou-se um computador interligado a uma televisão de vinte e nove polegadas, para que fosse possível fazer uso do “power-point”, e os alunos

pudessem visualizar as atividades propostas nesta sessão. A preferência dada ao “power-point” foi pela otimização do tempo, pela facilidade de mostrar como funciona um software estatístico e de usá-lo em sala de aula. Outras vantagens também foram importantes, como dispor de qualquer arquivo para o ensino; a visualização rápida da teoria, de exemplos e de exercícios. Foi utilizado o software estatístico denominado Stdisk, entre vários disponíveis no mercado, escolhido pela simplicidade e facilidade com que o aluno pode interagir com o mesmo. Desta maneira, diante de alguns exercícios de reforço, que envolvem a aplicação da fórmula da Distribuição Binomial, utilizados em aulas tradicionais de anos anteriores, os alunos foram submetidos a um questionamento de quando e quais elementos seriam necessários para resolver os exercícios propostos, com a ajuda do pacote Stdisk.

Uma das situações possíveis é de que o aluno não consiga entender o que se pede na situação-problema por questões de interpretação de texto, ou não consiga relacionar o jogo do Kay-Xero Viajante com a situação-problema proposta. Pode-se assegurar, a priori, que, se o aluno fizer a analogia do contexto que está sendo submetido com o jogo do Kay-Xero, então ele resolverá a situação-problema que exige o uso da fórmula da distribuição Binomial. Neste caso, ele poderá utilizar um software para resolver esta situação-problema num período de tempo muito pequeno, de maneira eficiente e eficaz.

5.3.3 Experimentação

É a fase clássica da engenharia didática, na qual será explicitada a aplicação da metodologia para a turma do período noturno, com 45 alunos, da disciplina Gestão da Produção, ramo Estatística. As três sessões previstas na metodologia aparecem em três instrumentos de pesquisa, os itens 5.3.3.3, 5.3.3.4 e 5.3.3.5, que foram gravados, e o material utilizado pelos alunos foi recolhido para estruturar e embasar as conclusões da engenharia didática. As etapas desta fase serão descritas a seguir:

5.3.3.1 Explicitação dos objetivos

Esta fase iniciou-se com a explicação dos objetivos e condições de se empregar uma metodologia diferenciada ao grupo de alunos envolvidos. Foi esclarecido que, na forma tradicional, o professor explica um determinado conceito, resolve vários exercícios modelos e, depois, faz uma prova para verificar os conhecimentos que eles obtiveram. Muitas vezes, nesta situação, se na prova é proposta uma questão diferente, envolvendo o mesmo conceito, o aluno não sabe como resolvê-la, pois não entendeu este conceito de forma significativa. Também citaram-se as condições nas quais uma metodologia diferenciada, para tentar reverter este quadro, seria utilizada, ou seja, o objetivo era que eles entendessem e dominassem o conceito fornecido por uma fórmula e, para isto, teriam que superar alguns desafios, iniciando por um jogo, que foi

um dos fatores importantes para o surgimento do estudo das probabilidades no século XVI e outras atividades relacionadas com este jogo.

5.3.3.2 Contrato Didático

O contrato didático estabelecido foi no direcionamento de uma prática pedagógica diferente daquela que eles trabalhavam, proporcionada por uma situação a-didática: o jogo do Kay-Xero Viajante, na qual eles realizariam algumas atividades propostas, em que eles eram os atores principais de suas aprendizagens, sem interferência do professor e, no final, o professor e alunos, numa sessão coletiva, procurariam generalizar o conceito trabalhado e fixar este conceito.

Com auxílio do retroprojeter, explicitaram-se as instruções do jogo, anexo 2 e 3.

5.3.3.3 Aplicação e registro do primeiro instrumento de pesquisa

Reunidos em grupos de no máximo quatro alunos e sentados em quatro carteiras juntas, sendo duas de frente para as outras duas, os alunos começaram a vivenciar o jogo do Kay-Xero com muito entusiasmo. A motivação foi geral. Notou-se que, em cada equipe formada, existia muito diálogo e cooperação e surgia um líder natural. Durante o jogo, foi distribuída a

folha com o anexo 3 para cada equipe que tinha finalizado o jogo. Alguns alunos tentaram obter ajuda na atividade, mesmo depois de ser estipulado o contrato didático. Após trinta minutos da atividade ter iniciado, a sessão foi interrompida para uma avaliação coletiva desta primeira atividade.

Inicialmente perguntou-se qual o total de moedas-tóia obtido em cada equipe. A empolgação foi geral, pois todos tinham a expectativa de terem obtido a maior pontuação. Esclarecido que todos eram vencedores, passou-se para as perguntas do anexo 4.

No anexo 4A, pode-se visualizar as conclusões escritas de uma das equipes sobre as seqüências obtidas no jogo do Kay-Xero. Uma pergunta que comprova a vivência probabilística dos alunos é a terceira, que trata sobre quantas e quais as possibilidades do Kay-Xero Viajante visitar a cidade de Boatóia, respondida assim:

“4 possibilidades, KKKC, KKCK, KCKK, CKKK”.

Por sua vez, nas perguntas orais, direcionadas aleatoriamente às equipes formadas, ficou claro que os alunos entenderam que, para o Kay-Xero Viajante visitar a cidade de Artóia, era necessário obter quatro coroas em quatro lançamentos da moeda, ou seja, nenhuma cara poderia ser obtida. Para visitar Boatóia, era necessário obter uma cara em quatro lançamentos da moeda e, assim, sucessivamente.

Os dados colhidos nesta primeira experimentação estão descritos na fase seguinte.

A seguir, com o intuito de fazer a conexão entre as sessões 1 e 2 da metodologia proposta, cada equipe preencheu os quadros do anexo 5, de acordo com as conclusões que obtiveram na vivência do jogo do Kay-Xero Viajante, do quadro da árvore das possibilidades e com auxílio dos conhecimentos que deveriam ter de conceitos básicos de probabilidade. Uma das situações obtidas por uma equipe aparece no anexo 5A. Observou-se que, com raras exceções, as equipes preencheram o anexo 5 satisfatoriamente.

5.3.3.4 Aplicação e registro do segundo instrumento de pesquisa

Esta etapa, iniciou-se com o questionamento oral das conclusões a que os alunos chegaram nas situações solicitadas do anexo 5. Da gravação realizada, a reprodução de um trecho, sem as devidas correções, é:

Professor: – “Para o Kay-Xero visitar a cidade de Artóia, que seqüência foi obtida?”

Aluno: – “KKKK”.

Professor: – “Qual a probabilidade de dar cara no primeiro lançamento?”

Aluno: – “ $\frac{1}{2}$ (meio)”.

Professor: – “E no segundo?”

Aluno: – “ $\frac{1}{2}$ (meio)”.

Professor: – “E no terceiro e quarto?”

Aluno: – “ $\frac{1}{2}$ (meio)”.

Professor: – “Para chegarmos ao resultado da probabilidade, o que devemos fazer?”

Aluno: – “Multiplicar” (quase que geral).

Professor: – “E o resultado?”

Aluno: – “ $\frac{1}{16}$ ” (6,25%).

Professor: – “Para se chegar em Boatóia, quantos caminhos existiram?”

Aluno: – “Quatro caminhos”.

Professor: – “Qual a probabilidade de cada caminho?”

Aluno: – “Seis vírgula vinte e cinco por cento” (6,25%).

Professor: – “Qual a probabilidade de chegar em Boatóia?”

Aluno: – “Vinte e cinco por cento” (25%).

Evidenciou-se, nas respostas, que os alunos fizeram uso da regra da multiplicação, um dos conceitos de probabilidade estudados anteriormente e necessários a esta nova situação. Outra situação percebida é a facilidade da conclusão que se chegou no resultado das probabilidades 6,25%, que representa a probabilidade de cada caminho percorrido pelo Kay-Xero Viajante, e 25%, a probabilidade total de chegar a cidade de Boatóia.

Fazendo uso do retroprojetor para melhorar a visualização do material fornecido pelo anexo 6 e para facilitar o acompanhamento dos alunos durante a exposição dialogada e otimizar o tempo de aula, iniciou-se a última parte da

sessão 2 da metodologia proposta, a fase da compreensão, do entendimento de uma fórmula muito importante.

A primeira transparência, do anexo 6, apresentada foi:

“Ajude a completar:

- As seqüências **CCCK, CCKC, CKCC e KCCC** representam o mesmo evento: “obter **sucesso** três vezes em quatro tentativas” e

$$C_{4, 3} = \frac{4!}{(4-3)!3!} = 4$$

- As seqüências **CCKK, CKCK, CKKC, KKCC, KCKC e KCCK** representam o mesmo evento: “obter **sucesso**
- A seqüência **CCCC** representa o mesmo evento: “obter **sucesso** em.....” e $C_{4, 4} = \dots = 1$ ”.

Comentou-se que, na transparência onde apareceram as seqüências que tinham três caras e uma coroa, ela representava um caso de combinações simples, assunto de aulas anteriores, e o resultado numérico da mesma (quatro) são os quatro caminhos possíveis do Kay-Xero Viajante visitar a cidade de Dortóia.

O diálogo seguinte foi :

Professor: – “As seqüências cara,cara,coroa e coroa; cara,coroa,cara e coroa (CCKK, CKCK) ... nesta seqüência, aparecem quantas caras?”

Aluno: – “Duas”.

Professor: – “Quando apareciam duas caras, chegava em qual cidade?”

Aluno: – “Cortóia”.

Professor: – “Relembrando lá, Cortóia tinha quantos caminhos?”

Aluno: – “Seis”.

Professor: – “Então, o que ele diz ali ... a seqüência cara,cara,coroa e coroa (CCKK) ..., representa o mesmo evento, obter sucesso...., completando...”

Aluno: – “Duas vezes em quatro tentativas”.

Professor: – “É isto! É combinações...”

O aluno: – “Quatro, dois a dois, que é igual a seis.”

Professor: – “Quem ajuda a completar? A seqüência cara, cara, cara e cara (CCCC) representa...”

Aluno: – “Obter sucesso quatro vezes em quatro tentativas.”

Professor: – “Isto é combinações de ...?”

Aluno: – “De quatro em quatro tentativas.”

Professor: – “E..., o que é cara,cara,cara e cara (CCCC) ? Onde chegava isto aí ?”

Aluno: – “Chegava em Extóia.”

Professor: – “E só têm quantos caminhos ?”

Aluno: – “Só um”.

Constata-se, no diálogo, que os alunos conseguem projetar as concepções vivenciadas no jogo para a nova situação abstrata apresentada, embora respondam apenas o estritamente necessário.

A segunda transparência projetada e, logo em seguida, retirada foi:

“Logo, analisando o quando anterior (anexo 5), teremos:

- *A probabilidade de obter 4 sucessos nas 4 tentativas é:*
 $C_{4,4} \cdot p^4 \cdot q^{4-4}$
- *A probabilidade de obter 3 sucessos nas 4 tentativas é:*
 $C_{4,3} \cdot p^3 \cdot q^{4-3}$
- *A probabilidade de obter 2 sucessos nas 4 tentativas é:*

- $C_{4, \dots} \cdot p^{\dots} \cdot q^{\dots}$
- A probabilidade de obter 1 sucessos nas 4 tentativas é:
 $C_{4, \dots} \cdot p^{\dots} \cdot q^{\dots}$
 - A probabilidade de obter 0 sucessos nas 4 tentativas é:
 $C_{4, \dots} \cdot p^{\dots} \cdot q^{\dots}$

Para facilitar o entendimento da situação proporcionada pela transparência anterior, novamente projetou-se a transparência do anexo 5C, preenchida e com destaques na probabilidade do resultado de cada caminho

$(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16} = 6,25\%)$, onde as probabilidades de cada tentativa de sucesso

$(\frac{1}{2})$ estavam escritas em preto e as do fracasso $(\frac{1}{2})$ em azul. Analisando a

transparência, priorizou-se inicialmente, como exemplo, a cidade visitada Dortóia, que aparecia 4 vezes na transparência (combinações de quatro tentativas em três sucessos) e que, em todas elas, na probabilidade do resultado, sempre havia três meios escritos em preto, em lugares diferentes e um meio escrito em azul, também sempre em lugares diferentes, o que equivalia a meio, escrito em preto, elevado a terceira potência multiplicado por meio, escrito em azul, elevado ao expoente um. No exemplo da cidade de Cortóia, observou-se que a mesma aparecia seis vezes (combinações de quatro tentativas em dois sucessos) e que, em todas elas, na probabilidade do resultado, sempre havia dois meios escritos em pretos e dois meios escritos em azul, sempre em lugares diferentes, o que equivalia a meio, escrito em preto, elevado a potência dois e meio, escrito em azul, elevado ao expoente dois.

Dando-se ênfase a estas duas situações: probabilidade de sucesso (obter “cara”) e do seu complementar, probabilidade de fracasso (obter “coroa”), retornou-se a transparência anterior. A primeira situação analisada foi “a probabilidade de obter 4 sucessos nas 4 tentativas”. Foi explicitado o que representava combinações de quatro a quatro (um único caminho possível), o valor de p (a probabilidade de sucesso em cada repetição do evento) elevado ao expoente quatro (número de vezes que se obteve sucesso), que, no exemplo do jogo, era meio elevado ao expoente quatro e o valor de q (a probabilidade de fracasso em cada repetição do evento) elevado ao expoente zero (número de vezes que se obteve fracasso). Continuando, passou-se para a situação “a probabilidade de obter 3 sucessos nas 4 tentativas”, conforme diálogo seguinte:

Professor: – “Três caras iam dar aonde?”

Aluno: – “Em Dortóia”.

Professor: – “O que é combinações de quatro a três?”

Aluno: – “Quatro”.

Professor: – “Mas o que representa?”

Aluno: – “Quatro caminhos”.

Professor: – “Veja que, alguma coisa está relacionando com o p , que é probabilidade de dar cara. O que representa p elevado a terceira, o p que antes era meio?”

Aluno: – “O sucesso”.

Professor: – “Mas quantos sucessos?”

Aluno: – “Meio vezes meio e vezes meio”.

Professor: – “Agora, o segundo, o q, q elevado a quatro menos três. Quanto é quatro menos três? Então, só sobrou um q, que vale meio. Este meio era de quem?”

Aluno: – “Da coroa”.

Professor: – “Veja a probabilidade de obter dois sucessos nas quatro tentativas. Dois sucessos em quatro tentativas é combinação de quem?”

Aluno: – “Combinações de quatro a dois.”

Professor: – “O p está elevado a quem?”

Aluno: – “Dois”

Professor: – “E o q ?”

Aluno: – “Dois”

Finalizando, verificou-se neste último diálogo que os alunos não tiveram dificuldade em preencher os pontilhados deixados no anexo 6 e completaram rapidamente os espaços pontilhados referentes à probabilidade de obter 1 sucesso e 0 sucesso.

A última transparência do anexo 6, representada a seguir, continha parte da fórmula que generalizava este conceito. Os alunos não tiveram dificuldade de preencher os campos deixados pelos pontilhados, ou seja, na fórmula da distribuição binomial, o expoente de p é **x** e o do q é **n-x**.

“Generalizando, a probabilidade de ocorrer um evento X exatamente **x** vezes em **n tentativas**, sendo que a probabilidade de “sucesso” em cada repetição é **p** e a do “fracasso” é **q = 1 – p** é:

$$P(X=x) = p(x) = C_{n,x} \cdot p^{\dots\dots\dots} \cdot q^{\dots\dots\dots}$$

onde $x = 0, 1, 2, \dots, n$.

Observação: Para se aplicar esta fórmula (**distribuição binomial**), deve-se considerar um experimento aleatório dentro das seguintes condições: (1) são realizadas n repetições independentes e do mesmo tipo ; (2) cada repetição admite dois resultados: sucesso ou fracasso e (3) e a probabilidade de sucesso em cada repetição é p e fracasso é $q = 1 - p$.”

Completando, tivemos o diálogo:

Professor: – “Na fórmula obtida, o que significa combinações de n a x ?

Aluno: – “O número de caminhos possíveis para o Kay-Xero visitar uma cidade”

Professor: – “E o n ? “

Aluno: – “Tentativas”

Professor: – “ E o x ? “

Aluno: – “Sucessos”

Professor: – “ E o p ? “

Aluno: – “Probabilidade do sucesso”

Professor: – “E a fórmula, o que ela fornece? “

Aluno: – “A probabilidade de sucessos nas tentativas do Kay-Xero chegar até uma das cidades .”

Encerrando esta sessão, foi proposto o problema: “Sabe-se que 4% das peças produzidas por certa máquina são defeituosas. Num lote de 10 peças, calcular a probabilidade de exatamente duas serem defeituosas”, extraído do material “Pinceladas Estatísticas”, com o intuito de verificar o entendimento da fórmula da Distribuição Binomial numa nova situação. Assim, para se ter um feedback final, alguns questionamentos foram fundamentais. Inicialmente, foi importante analisar com os alunos o que o problema estava pedindo, e se eles conseguiam imaginar a situação proposta. Percebeu-se uma dificuldade em descobrir que no lote de 10 peças poderiam haver um intervalo natural de

peças defeituosas, ou seja, de zero até dez peças defeituosas. A seguir, questionou-se sobre a possibilidade de aplicar a fórmula, o que eram o n , o x , o p e o q .

Percebe-se nos diálogos extraídos da gravação que os alunos não tiveram dificuldades em generalizar a fórmula e conseguiram fazer analogias com as situações vivenciadas no jogo do Kay-Xero Viajante, o que indica que o estudo feito não foi automatizado.

5.3.3.5 Aplicação e registro do terceiro instrumento de pesquisa

A aplicação deste último instrumento de pesquisa foi realizado uma semana após aos dois primeiros. Nesta sessão, como estava previsto na ficha 7, utilizou-se um computador interligado a uma televisão de vinte e nove polegadas por meio de um vídeo link. Esta conexão entre os dois permite que a imagem do monitor do computador seja reproduzida na televisão.

Esta sessão foi iniciada com uma exposição dialogada, lembrando a fórmula da Distribuição Binomial, em que situações era possível aplicá-la e as analogias possíveis com o jogo do Kay-Xero Viajante.

Em seguida, foi apresentado o software estatístico Statdisk, no qual é possível obter o resultado e o gráfico de todas as probabilidades de uma situação que

necessite da fórmula da Distribuição Binomial, sendo necessário apenas que o usuário deste software dê, como entrada, o valor de n e de p . O software faz o processamento destes dados iniciais e apresenta como saída as probabilidades possíveis para x igual a zero sucessos até n sucessos, além de oferecer as probabilidades acumuladas. Para que os alunos entendessem o processo, perguntou-se qual o valor de n e p do exemplo do jogo do Kay-Xero Viajante e qual era a probabilidade de se chegar em Cortóia. A resposta foi certa e rápida.

Então, foi escrito no software os valores de n igual a 4 e p igual a 0,5, e, clicando o mouse no botão Evaluate, o programa projetou na televisão os seguintes dados:

Binomial Probabilities				
	x	$P(x)$	$P(x \leq)$	$P(x \geq)$
Num Trials, n :	4	0.06250	0.06250	1.00000
Success Prob, p :	0.5	0.25000	0.31250	0.93750
	2	0.37500	0.68750	0.68750
	3	0.25000	0.93750	0.31250
	4	0.06250	1.00000	0.06250

Buttons: Evaluate, Help, Plot

Observa-se nos dados obtidos acima que na coluna do x , onde x é igual a 2 e na coluna de $P(x)$, onde $P(x)$ é igual a 0,37500, a probabilidade obtida é $P(x=2)$, ou seja, 0,3750 que é igual a 37,50%, que representa a probabilidade do Kay-Xero Viajante visitar a cidade de Cortóia. De maneira análoga, $P(x=0) = 6,25\%$, $P(x=1) = 25\%$, $P(x=3) = 25\%$ e $P(x=4) = 6,25\%$ representam, sucessivamente, as probabilidades do Kay-Xero Viajante visitar as cidades de Artóia, Boatóia, Dortóia e Extóia.

Por sua vez, apresentou-se, na televisão, o problema:

*“Utilizando o software ESTATDISK, resolva:
Um casal planeja ter 4 filhos. Admitindo que sejam igualmente prováveis os resultados: filho do sexo masculino e filho do sexo feminino, qual a probabilidade do casal ter:
a) 4 filhos do sexo masculino?
b) 2 filhos do sexo masculino?
c) No máximo um filho do sexo masculino? “*

Da gravação realizada nesta sessão, obtemos:

Professor: – “É um exercício de Binomial?”

Aluno: – “É”.

Professor: – “Por quê?”

Aluno: – “Tem sucesso e fracasso”.

Professor: – “Vamos devagar...para nós não apanharmos depois, na saída.

Qual é o sucesso?”

Aluno: – “Menino”.

Professor: – “As moças concordam com o sucesso?”.

Após a descontração proporcionada pela última pergunta, chegou-se à conclusão que o sucesso era menino, porque o sucesso está sempre vinculado na pergunta do problema. Os alunos identificaram com facilidade o n , número de tentativas de filhos (quatro) e o p , a probabilidade de sucesso em cada tentativa (meio). Para utilizar o software, basta entrar com os valores de $n = 4$ e o de $p = 0,5$. Os alunos perceberam imediatamente que a situação era a mesma apresentada anteriormente. Outros problemas foram resolvidos, percebendo-se a facilidade dos alunos de descobrir quem era o sucesso, o fracasso, o valor de n e o valor de p .

Nesta última sessão, notou-se que os alunos entenderam quando a fórmula da Distribuição Binomial pode ser empregada, identificaram com facilidade os valores de n e p que compõem a fórmula e que são fundamentais para o software dar o resultado das probabilidades de se ter sucesso em n tentativas. Um fato negativo foi o número elevado de alunos em sala de aula, fato este que, além das dificuldades didáticas tradicionais, contribuiu para que alguns alunos não tivessem uma boa visibilidade da tela da televisão.

5.3.4 Análise a posteriori e da validação

Inicialmente, este item apresenta as conclusões colhidas durante a experimentação que foram frutos das observações realizadas durante cada sessão de ensino, das produções dos alunos em classe, ou seja, os dados pertinentes à análise a posteriori.

Na aplicação do primeiro instrumento de pesquisa referente à fase vivencial, constatou-se que o trabalho em grupo contribuiu para que aparecessem a liderança, a cooperação e a socialização no grupo, facilitando a conclusão de cada equipe; os alunos, ao se empolgarem com o jogo, predispuseram-se mais facilmente para a aprendizagem e, no preenchimento das atividades propostas no anexo 5, eles fizeram uso dos conceitos básicos de probabilidade. Apenas dois alunos solicitaram a ajuda tradicional do professor. O tempo destinado para esta sessão foi o previsto no planejamento.

Na aplicação do segundo instrumento de pesquisa, comprovou-se, no diálogo travado com os alunos, que eles conseguiram projetar as concepções vivenciadas no jogo para a nova situação abstrata apresentada. Na gravação realizada, fica muito evidente que os alunos entenderam o conceito que envolve a fórmula da Distribuição Binomial, pois, quando questionados sobre o que significava **combinações de n elementos tomados x a x**, o **n**, o **x**, o **p** e o **q** na fórmula, conseguiram explicar com muita facilidade. Notou-se, ainda, que a visualização do quadro fornecido pelo anexo 5C foi de grande valia para que o aluno chegasse ao entendimento da fórmula da Distribuição Binomial e que, mesmo numa situação motivante, alguns alunos ficam temerosos em responder os questionamentos do professor, talvez por receio da reação do grupo ou pela passividade já estabelecida pelas inúmeras aulas tradicionais. O tempo foi igual ao previsto no planejamento.

No último instrumento, evidenciou-se que os alunos entenderam quando a fórmula da Distribuição Binomial pode ser empregada. No feedback realizado, identificaram com facilidade os valores de **n** e **p** que compõem a fórmula e que são fundamentais para o software dar o resultado das probabilidades de se ter sucesso em **n** tentativas. O tempo destinado para esta fase foi suficiente, graças à utilização do software **Stadisk**, que permitiu a resolução de problemas num curto espaço de tempo.

Com o intuito de reforçar os dados experimentais, foi aplicado coletivamente um questionário, anexo 7, após a experimentação. Este questionário foi

composto de duas partes: a primeira referente às sessões um e dois, e a segunda da sessão três da metodologia proposta, tendo um total de oito itens, cada item com quatro possibilidades. Participaram desta pesquisa 37 alunos da turma de Gestão da produção, ramo Estatística, do período noturno, do Curso Superior de Tecnologia de Mecânica.

Nas respostas dadas à primeira parte sobre a aula que foi utilizado o jogo do Kay-Xero Viajante, foi verificado que: 51% consideraram a qualidade do material excelente, 49%, boa e 0%, para razoável e péssima; 48,6% participaram da dinâmica da aula em sua totalidade, 51,4%, em grande parte e 0%, em pequena parte e em nenhum momento; 43,2% diante do que esperavam, acharam a aula ótima, 54,1%, boa, 2,7%, razoável e 0%, péssima; 35,1% concordaram totalmente em que conseguiam relacionar as seqüências do jogo com a fórmula da Distribuição Binomial, 64,9% concordaram e 0% discordaram; 37,8% concordaram totalmente em que compreenderam a atividade através do jogo e em equipe de uma maneira mais rápida e significativa, 62,2% concordaram e 0% discordaram.

Evidencia-se nesta primeira parte da pesquisa que as porcentagens das respostas tenderam para “ótima” e “boa”, ou para “concordo totalmente” e “concordo”. Como a engenharia didática se caracteriza pela validação interna e não externa, através de uma análise estatística, conclui-se que a metodologia proposta e o entendimento da fórmula da distribuição binomial atenderam ao

objetivo proposto inicialmente e tiveram uma boa aprovação por parte dos educandos.

Na segunda parte, sobre a opinião dos educandos, quanto ao uso da mídia na aula, foi verificado que: para 24,3% a aula os motivou em sua totalidade, 64,9%, em grande parte, 10,8%, em pequena parte e 0%, em momento algum; para 27% a exploração dos conteúdos foi agilizada em sua totalidade, 48,7%, em grande parte, 24,3%, em pequena parte e 0%, em momento algum; 40,6% dos alunos concordaram totalmente em que compreenderam como se utiliza o software estatístico para calcular probabilidades em pouquíssimo tempo, 54,1% concordaram, 5,3% discordaram e 0% discordaram totalmente.

Também, nesta etapa da pesquisa, evidencia-se uma grande tendência para sua totalidade e grande parte, ou concordo totalmente e concordo, o que pode se concluir a validade da metodologia proposta, quanto ao uso da mídia. Um dos pontos negativos, observado tanto pelo professor, quanto pelos alunos, foi o número elevado de alunos em sala de aula.

Confrontando os dados obtidos nestes três momentos, proporcionados pelos três instrumentos de avaliação, reforçados pelo questionário aplicado à parte, analisados, a posteriori, com os que foram previstos nas análises efetuadas a priori, sobre os objetivos de cada sessão e comportamentos possíveis, percebe-se uma equivalência entre ambas, podendo desta forma se concluir que o conhecimento visado, ou seja, o entendimento da fórmula da distribuição

binomial, o que permite validar a hipótese levantada no início da engenharia. Desta forma, concluiu-se que a aplicação da metodologia foi bem sucedida.

Apresentar o funcionamento de uma metodologia de ensino, que utilizasse técnicas de ensino variadas, alguns recursos oferecidos pelas novas tecnologias, para o ramo Estatística, da disciplina de Gestão da Produção, do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica, que propiciasse a assimilação dos conceitos estatísticos aos alunos do referido curso, respeitando o ementário e a carga horária propostos foi o objetivo deste trabalho.

Neste capítulo, para verificar o objetivo inicial deste trabalho, testou-se o funcionamento da metodologia proposta no capítulo anterior, sendo escolhido do ementário proposto, da Distribuição de Probabilidade, a fórmula da Distribuição Binomial. A pesquisa foi analisada pela metodologia da engenharia didática, em três sessões que compõem a metodologia proposta, sendo caracterizada pelo registro dos estudos feitos sobre o entendimento da fórmula da distribuição binomial pelos alunos da disciplina de Gestão da Produção e a validação foi baseada na confrontação entre uma análise a priori e a posteriori.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo tem como finalidade apresentar as principais conclusões obtidas do estudo de uma metodologia de ensino para o ramo de Estatística, da disciplina de Gestão da Produção, do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica, as suas limitações e recomendações para a elaboração de trabalhos futuros.

6.1 Conclusões

Uma das possibilidades de otimização do processo de condução da aprendizagem de estatística foi a utilização do material denominado “Pinceladas Estatísticas” em sala de aula, anexo 8, que foi elaborado para que os alunos de Estatística, da disciplina de Gestão da Produção, tivessem um guia flexível e rápido, com uma teoria sucinta e conteúdos mínimos.

Como se escolheu do ementário proposto a fórmula da Distribuição Binomial, extraída da Distribuição de Probabilidade, para verificar a eficácia da metodologia proposta, apenas dois métodos foram utilizados, o simulado e o conceitual.

O simulado, representado pela técnica do jogo do Kay-Xero Viajante, na primeira sessão da metodologia, constitui-se no principal propulsor da

condução da aprendizagem. Isto se deve ao fato da motivação proporcionada pelo jogo que tomou conta dos alunos durante as três sessões desta metodologia, visto que o jogo contagiou e fez com que os alunos participassem das atividades de ensino e aprendizagem ativamente.

O conceitual, utilizado nas duas sessões seguintes da metodologia, foi representado pelas técnicas da exposição dialogada e complementação de frases, também teve a sua eficácia, porque permitiu uma interação entre professor e alunos, que possibilitou registrar, durante a experimentação, o debate realizado sobre o entendimento da fórmula da Distribuição Binomial que proporcionou a validação da metodologia, fornecendo importantes dados para uma análise a posteriori na engenharia didática.

Desta forma, os métodos e as técnicas utilizados contribuíram como fonte mediadora eficaz no processo de condução da aprendizagem de estatística e probabilidade.

Da primeira e segunda sessão da metodologia proposta, denominadas de vivencial e compreensão, foi possível estabelecer uma relação entre a fórmula da Distribuição Binomial e a técnica do jogo, representada pelo jogo do Kay-Xero Viajante, numa situação didática, dentro de uma condução de aprendizagem.

Da terceira sessão, denominada de aplicação, comprovou-se que:

- A utilização de um software estatístico de fácil utilização, pode servir como meio auxiliar na transmissão de um determinado conhecimento estatístico ou probabilístico, como no caso do entendimento da fórmula da Distribuição Binomial, num tempo menor do que o de outros recursos convencionais.
- Os recursos proporcionados pelo "power point", como textos, imagens, sons e movimentos, quando convenientemente combinados entre si, causam impressões favoráveis ao entendimento do que se quer transmitir, qualificando e otimizando o tempo de aula numa situação de ensino-aprendizagem.

A aplicação da metodologia proposta, analisada nas três sessões pela engenharia didática, propiciou a assimilação do entendimento da fórmula da Distribuição Binomial de forma significativa, além de apontar que o uso de um software estatístico é um modo possível de otimização do processo da condução da aprendizagem e de sua validação.

6.2 Limitações

A metodologia foi validada numa situação específica, ou seja, o entendimento da fórmula da Distribuição Binomial.

Não foram utilizadas outras técnicas de ensino em sala de aula e outros recursos fornecidos pelas novas tecnologias.

O método prático poderia ter sido utilizado na terceira sessão com mais eficácia se houvesse um computador para cada aluno.

O número elevado de alunos na turma pesquisada prejudicou a aplicação das técnicas e a visualização dos recursos oferecidos pela tecnologia utilizada.

6.3 Recomendações para futuros trabalhos

Alguns aspectos desta dissertação são merecedores de uma maior investigação, portanto são apresentados como sugestões para futuros trabalhos, como:

- Aplicar a metodologia em situações em que o conceito, as técnicas e o público alvo sejam diferentes.
- Desenvolver técnicas específicas para cada conceito do ementário.
- A aplicação da metodologia em outras disciplinas também constitui-se numa possibilidade para futuros trabalhos.
- Aplicar a metodologia no ensino a distância.

Enfim, espera-se deixar com este trabalho, uma contribuição e abertura para que novos caminhos sejam trilhados, visando sempre uma melhoria da qualidade no processo da condução da aprendizagem.

BIBLIOGRAFIA

Ausubel, D. P. **Psicologia Educativa: um ponto de vista cognoscitivo**. Mexico. Trillas, 769p., 1978.

Artigue, M. **Ingénierie didactique**, in: Recherches em Didactique des Mathématiques, vol9/3, La penseé sauvage, Grenoble,1988.

Araújo, J. C. S. **Para uma análise das representações sobre as técnicas de ensino**, in: Técnicas de ensino: por que não? 2 ed./ Veiga,I. P. A . (org.). Campinas,SP: Papirus, 1993

Bastos, J. A. S .L. A. et al. **Tecnologia & interação: coletânia “educação e tecnologia”**. Curitiba: CEFET-PR., 1998.

Bazzo, W.A. **A renovação pedagógica e a formação dos formadores de engenheiros**. Artigo apresentado na III Semana de Tecnologia do CEFET-PR. Curitiba, 1999.

Becker, F. **Aprendizagem e ensino: contribuições da epistemologia genética**, in: Formação do engenheiro:desafios da atuação docente, tendências curriculares e questões da educação tecnológica / Irlan von Linsingen...et al. Florianópolis: Editora da UFSC, 1999.

Behrens, M.A. **Projetos de aprendizagem colaborativa num paradigma emergente** in: Novas tecnologias e mediação pedagógica / José Manuel Moran, Marcos T. Masetto, Marilda Aparecida Behrens. Campinas, SP: Papirus, 2000.

Bíscaro, A . W. **Manual de treinamento e desenvolvimento**. São Paulo: Makron Books, 1994.

Brousseau, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques**.in: Recherches em Didactique des Mathématiques. Vol.7/2.Grenoble, 1986.

Cazorla,I.M. et al. **Adaptação e validação de uma escala de atitudes em relação á estatística**, in: Anais da Conferência Internacional de Ensino de Estatística. Florianópolis,1999.

Delors, J. et al.... **Educação: um tesouro a descobrir**. 3. ed. “Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre educação para o século XXI”. São Paulo: Cortez; Brasília, DF:MEC:UNESCO,1999.

Demo, P. **Profissional do futuro**, in: Formação do engenheiro:desafios da atuação docente, tendências curriculares e questões da educação tecnológica / Irlan von Linsingen...et al. Florianópolis: Editora da UFSC, 1999.

Deval, J. **Aprender a aprender**. Juan Deval; tradução Jonas Pereira dos Santos. Campinas, SP: Papyrus, 1998.

Douady, R. **Jeux de cadres et dialectique outi-objet**, in: Recherche des Mathématiques, vol7/2, La pensée sauvage, Grenoble. 1986.

Dreyer, H. et al.. **Métodos estatísticos para a tomada de decisão**. Frankfurt am Main : DGQ, 1996.

Drucker, P.F. **A sociedade pós-capitalista**. São Paulo: Pioneira, 7ª ed., 1997.

Fernandez, D.W.X. ; Fernadez, D.X. **O prazer de aprender probabilidade através de jogos: descobrindo a distribuição binomial**, in: Anais da Conferência Internacional de Ensino de Estatística. Florianópolis, 1999.

Freitas, J.L.M. **Situações didáticas**, , in: Educação matemática: uma introdução / Sílvia D. A. Machado...et al. São Paulo: EDUC, p.64-88, 1999.

Garfield, J. ; Ahlgren, A. **Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: implications for research**, in: Journal for Rsearch in Mathematics Education, vol.19,n.1,p.44-63, 1988.

Gramigna, M.R.M. **Jogos de empresas e técnicas vivenciais**. São Paulo: Makron Books, 1995

Hey, A.U.B. **A calculadora eletrônica como instrumento didático**. Curitiba, 1991. Monografia apresentada em dezembro/1991 no CPGEP/Universidade Tuiuti.

Las Casas, M.P. **Ensino de estatística no primeiro grau**. Revista Universidade de Guarulhos – Pós-Graduação, São Paulo, III (1): p.71-76, fevereiro 1998 .

Linsingen, I. et al... **Formação do engenheiro: desafios da atuação docente, tendências curriculares e questões da educação tecnológica**. Florianópolis: Editora da UFSC, 1999.

Levine, D. M., Berenson, M. L., Stephan, D. **Estatística: teoria e aplicações**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2000.

Lopes, P.A. **Probabilidade&Estatística**. Rio de Janeiro: Reichmann&Affonso Editores, 1999.

Machado, Sílvia D.A...et al. **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 1999.

Masetto, T.M. **Mediação pedagógica e o uso da tecnologia** in: Novas tecnologias e mediação pedagógica / José Manuel Moran, Marcos T. Masetto, Marilda Aparecida Behrens. Campinas, SP: Papirus, 2000.

Meirieu, P. **Apprendre...oui, mais comment?** Paris: ESF editeur, 1987.

Mizukami, M.G.N. **Ensino: as abordagens do processo.** São Paulo: EPU, 1986.

Moore, S.D. **Statistics among the liberal arts**, in: Journal of the American Statistical Association. Vol.93.n.444, Theory and Methods. 1988.

Moraes, M. C. , **Novas tendências para o uso das tecnologias da informação na educação**, Brasília, 1998. Disponível em < <http://www.edutecnet.com.br/edmcand2.htm> > Acesso em:05 abr.2000.

Moran, J. M. **Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas** in: Novas tecnologias e mediação pedagógica / José Manuel Moran, Marcos T. Masetto, Marilda Aparecida Behrens. Campinas, SP: Papirus, 2000.

Moreira, M.A., Salzano, E.F. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.** São Paulo: Moraes, 112p.,1982.

Moretto, V. P. **Construtivismo: a produção do conhecimento em aula.** Rio de Janeiro: DP&A, 2000. 124p.

Morin, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro.** Edgar Morin; tradução de Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaya. 2. ed. São Paulo: Cortez; Brasília, DF: UNESCO,2000.

Nérici, I.G. **Metodologia do ensino: uma introdução.** 3 ed. São Paulo: Atlas,1989.

Oliveira, E.F.T. e Gracio, M.C.C. , **O ensino da estatística na graduação: ensaios para a sua reformulação.** In: Anais da Conferência Internacional de Ensino de Estatística. Florianópolis, 1999.

Oliveira, M.K. de. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico.** 4. ed. São Paulo: Scipione, 1999.

Oliveira, M. L. **Sistemática de ensino e funcionamento dos cursos superiores de tecnologia do sistema CEFET-PR.** CEFET-PR. Curitiba, 1999.

Palis, G.L.R. **Tecnologia, gráficos e equações**, in: Revista do Professor de Matemática, SBM, n.26, São Paulo, 1994. p.30-38

Pereira, B.B. **Estatística: a tecnologia da ciência**, in: Boletim da Associação Brasileira de Estatística, ano XIII,n.37. São Paulo, 1997.

Perrenoud, P. **Dez novas competências para ensinar**. Philippe Perrenoud; trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

Perez, F.G. ; Castillo, D.P. **La mediación pedagógica**. Buenos Aires: Ciccus, 1999.

Piaget, J. **Biologia e conhecimento**. Rio de Janeiro: Vozes, 1996.

Rego, T.C. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. Petrópolis,RJ:Vozes,1995.

Rosa, S.B. **A integração do instrumento ao campo da Engenharia Didática – o caso do perspectógrafo**. Florianópolis,1999.Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Programa de Pós –Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, Florianópolis.

Romano, C.A . , **Projeto da organização didático-pedagógico dos Cursos Superiores de Tecnologia do Sistema**. Curitiba : CEFET-PR, 1998.

Ruberg, S.J. e Mason, R.L. **Increasing public awareness of statistics as a science and profession starting in high school**. The American Statistician,42/3, 167-170.

Sant'Anna, F. M. , **Microensino e habilidades técnicas do professor**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1979.

Silva, B. A. **Contrato Didático**, in: Educação matemática:uma introdução / Sílvia D. A. Machado...et al. São Paulo: EDUC, p.43-64,1999.

Triola, M.F. **Introdução à estatística**. Rio de Janeiro:LTC, 1999.

Vergnaud, G. **Théorie et concepts fondamentaux**, in: Apprentissages et didactiques, où em est-on? Hachette,Paris,1994.

Wadsworth, B. J. **Inteligência e afetividade da criança: na teoria de Piaget**. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1993.

Watts, D.G. **Why is introductory statistics difficult to learn? And what can we do to make it easier?** The American Statistician, 45/4, p.250-291, 1991.

Wouk, M..D. **Treinamento em micro-ensino**. 2 ed. Curitiba, PR : Centro de Recursos Audiovisuais da Universidade Federal do Paraná, 1979.

Anexo 1

Pesquisa com Professores da Disciplina de Gestão da Produção (Ramo Estatística).

1. Qual o seu tempo efetivo de experiência no Ensino da Estatística?

Resp.: _____

2. Quantas vezes você ministrou a Disciplina de Gestão da Produção, ramo Estatística?

Resp.: _____

3. Qual a tua opinião sobre o ementário proposto para o ramo Estatística? Como você pode assegurar que ele atende ao objetivo geral desta disciplina?

Resp.: _____

4. Analisando o Ementário do ramo Estatística e Carga Horária (21 aulas) destinada a este ementário, como você pode assegurar a compatibilidade ou a incompatibilidade entre eles?

Resp.: _____

5. Que técnicas de ensino foram utilizadas em suas aulas?

Resp. : _____

6. Que recursos didáticos foram utilizados em suas aulas ?

Resp. : _____

7. Que formas de avaliação foram utilizadas ?

Resp. : _____

8. Conseguiu terminar todo o conteúdo proposto para o ramo Estatística? Teve dificuldades para administrar o tempo? Quais?

Resp. : _____

9. Qual é a tua avaliação sobre o desempenho de teus alunos de Gestão da Produção nesta 21 aulas dadas?

Resp. : _____

10. Quais os conteúdos mínimos que poderiam ser propostos para o ramo Estatística a fim de garantir um ensino de qualidade?

Resp. : _____

11. Você permitiu o uso da calculadora eletrônica em suas aulas ? Alguma restrição ?

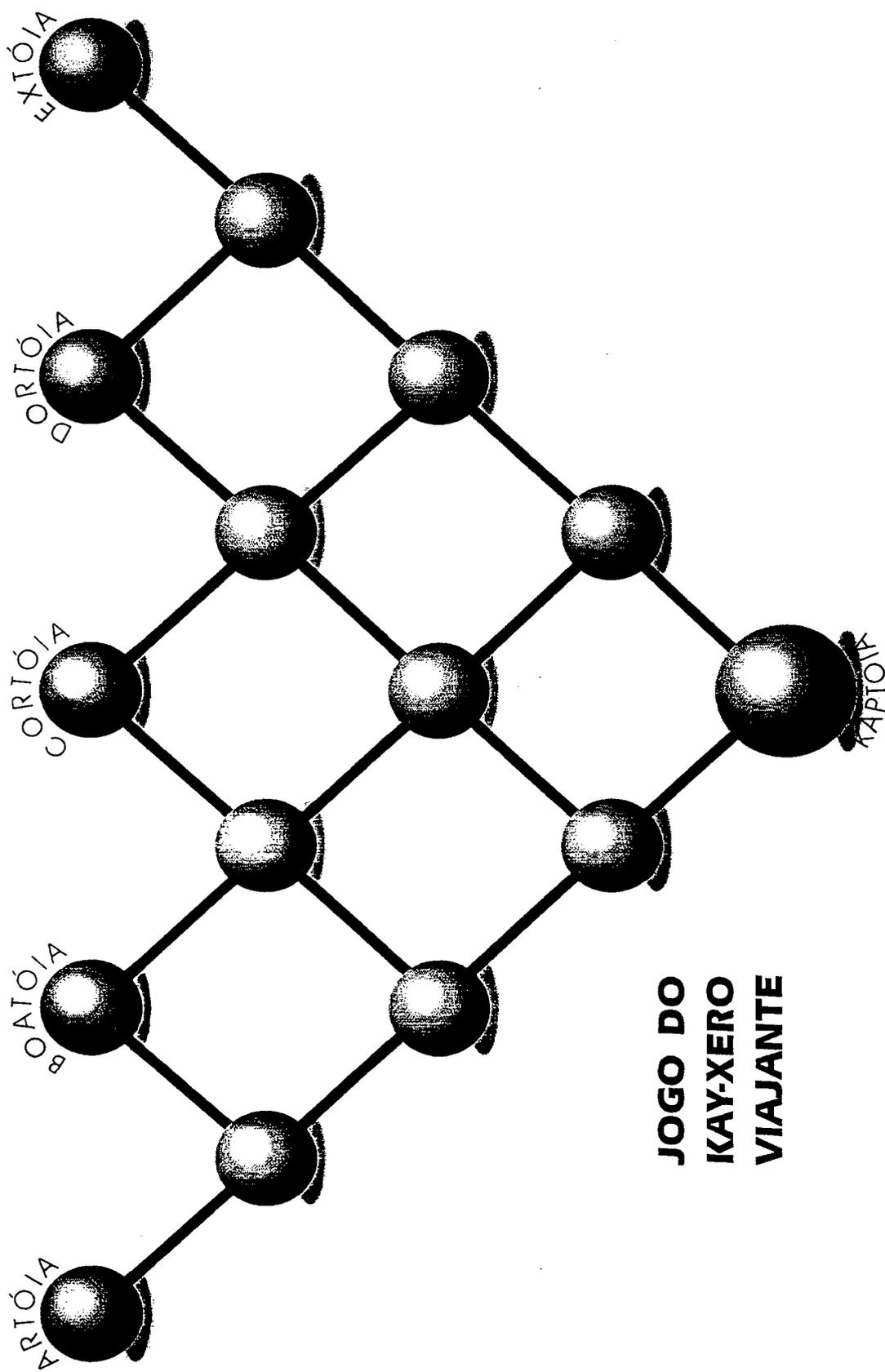
Resp. : _____

12. Você utilizou algum software estatístico, aplicativo estatístico ou programa de computador como auxílio às suas aulas de Estatística ? Caso afirmativo , quais foram utilizados ? Em caso negativo, por que não utilizou?

Resp. : _____

13. O que mais você gostaria de relatar sobre este assunto? Escreva no verso desta folha. Agradeço a gentileza.

Anexo 3



**JOGO DO
KAY-XERO
VIAJANTE**

Anexo 4

ALGUMAS DESCOBERTAS

Observando as seqüências obtidas no jogo do Kay-Xero Viajante, responda:

1. Qual a cidade é pouco provável que o Kay-Xero Viajante visite?

2. Em qual cidade a visita é mais provável: Artóia ou Cortóia?

3. De quantas e quais possibilidades o Kay-Xero Viajante pode ir até a cidade:

a) Artóia:

b) Boatóia:

c) Cortóia:

d) Dortóia:

e) Extóia:

4. Quantos caminhos existem ao todo ? _____

5. Supondo que obter “Cara” em um lançamento da moeda é um “Sucesso”, quantos sucessos o Kay-Xero Viajante terá para que (em quatro lançamentos da moeda) ele chegue na cidade:

a) Artóia? _____ b) Boatóia? _____ c) Cortóia? _____ d) Dortóia? _____

e) Extóia? _____

Na próxima folha, com auxílio da árvore das possibilidades, complete o quadro seguinte, de tal forma que se tenha todas as possibilidades do Kay-Xero Viajante chegar as cidades de Artóia, Boatóia, Cortóia, Dortóia e Extóia.

Anexo 4 A

ALGUMAS DESCOBERTAS

Observando as seqüências obtidas no jogo do Kay-Xero Viajante, responda:

1. Qual a cidade é pouco provável que o Kay-Xero Viajante visite?

Extóia e Artóia

2. Em qual cidade a visita é mais provável: Artóia ou Cortóia?

Artóia

3. De quantas e quais possibilidades o Kay-Xero Viajante pode ir até a cidade:

a) Artóia:

1 possibilidade: KK

b) Boatóia:

4 possibilidades: KK, CK, KK, CK

c) Cortóia:

5 possibilidades: KK, CK, CK, CK, CK

d) Dortóia:

4 possibilidades: KK, CK, CK, CK

e) Extóia:

1 possibilidade: CC

4. Quantos caminhos existem ao todo? 1 caminho

5. Supondo que obter "Cara" em um lançamento da moeda é um "Sucesso", quantos sucessos o Kay-Xero Viajante terá para que (em quatro lançamentos da moeda) ele chegue na cidade:

a) Artóia? 0 b) Boatóia? 1 c) Cortóia? 2 d) Dortóia? 3
e) Extóia? 4

Na próxima folha, com auxílio da árvore das possibilidades, complete o quadro seguinte, de tal forma que se tenha todas as possibilidades do Kay-Xero Viajante chegar as cidades de Artóia, Boatóia, Cortóia, Dortóia e Extóia.

Anexo 6

UMA FÓRMULA MUITO IMPORTANTE

Tentaremos agora chegar a uma fórmula que generalize a relação entre os caminhos possíveis que o Kay-Xero Viajante pode fazer.

Dados importantes:

- a) X = número de “caras” ou sucessos em n lançamentos da moeda.
- b) p = probabilidade em obter “cara” em um único lançamento.
- c) $q = 1 - p$ é o complementar de p .

Ajude a completar:

- As seqüências **C C C K**, **C C K C**, **C K C C** e **K C C C** representam o mesmo evento: “obter **sucesso** três vezes em quatro tentativas” e $C_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = 4$
- As seqüências **C C K K**, **C K C K**, **C K K C**, **K K C C**, **K C K C** e **K C C K** representam o mesmo evento: “obter **sucesso**” e $C_{4,2} = \dots = 6$
- A seqüência **C C C C** representa o mesmo evento: “obter **sucesso** em.....” e $C_{4,4} = \dots = 1$

Logo, analisando o quando anterior (anexo 5), teremos:

- A probabilidade de obter 4 sucessos nas 4 tentativas é: $C_{4,4} \cdot p^4 \cdot q^{4-4}$
- A probabilidade de obter 3 sucessos nas 4 tentativas é: $C_{4,3} \cdot p^3 \cdot q^{4-3}$
- A probabilidade de obter 2 sucessos nas 4 tentativas é: $C_{4,\dots} \cdot p^{\dots} \cdot q^{\dots}$
- A probabilidade de obter 1 sucessos nas 4 tentativas é: $C_{4,\dots} \cdot p^{\dots} \cdot q^{\dots}$
- A probabilidade de obter 0 sucessos nas 4 tentativas é: $C_{4,\dots} \cdot p^{\dots} \cdot q^{\dots}$

Generalizando, a probabilidade de ocorrer um evento X exatamente x vezes em n tentativas, sendo que a probabilidade de “sucesso” em cada repetição é p e a do “fracasso” é $q = 1 - p$ é:

$$P(X=x) = p(x) = C_{n,x} \cdot p^{\dots} \cdot q^{\dots}$$

onde $x = 0, 1, 2, \dots, n$.

Observação: Para se aplicar esta fórmula (**distribuição binomial**), deve-se considerar um experimento aleatório dentro das seguintes condições: (1) são realizadas n repetições independentes e do mesmo tipo; (2) cada repetição admite dois resultados: sucesso ou fracasso e (3) a probabilidade de sucesso em cada repetição é p e fracasso é $q = 1 - p$.

Anexo 7

Questionário aplicado à turma de Gestão de Produção, ramo Estatística em 07/05/01.

1. Na aula que foi utilizado o jogo do Kay-Xero Viajante,

a) Considerei a qualidade do material didático:

ótima boa razoável péssima

b) A dinâmica da aula me permitiu participar em:

sua totalidade grande parte pequena parte momento algum

c) Diante do que eu esperava, achei a aula:

ótima boa razoável péssima

d) Consegui relacionar as seqüências do jogo, com a fórmula da Distribuição Binomial :

concordo totalmente concordo discordo discordo totalmente

e) A atividade através do jogo e em equipe, compreendi os conteúdos dados de maneira mais rápida e significativa.

concordo totalmente concordo discordo discordo totalmente

2. Na aula que foi utilizada a mídia (televisão X computador X power-point),

a) A aula me motivou em:

sua totalidade grande parte pequena parte momento algum

b) Agilizou a exploração dos conteúdos :

sua totalidade grande parte pequena parte momento algum

c) Consegui compreender como se utiliza o software estatístico apresentado para calcular probabilidades em pouquíssimo tempo, dispensando os cálculos cansativos e demorados da fórmula da Distribuição Binomial:

concordo totalmente concordo discordo discordo totalmente

3. Caso queira dar sugestões sobre o assunto abordado, utilize o verso desta folha . Obrigado pela contribuição dada. Amaury Hey.

Anexo 8

Material didático denominado “Pinceladas Estatísticas”.

Anexado após esta página.



Ministério da Educação
Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná
Diretoria de Ensino
Departamento Acadêmico de Matemática

PINCELADAS ESTATÍSTICA

GESTÃO DA PRODUÇÃO
Código: ME42C/M51

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná

• Pinceladas Estatísticas

**Unidade de Curitiba
Agosto/2001**

Índice

Apresentação

Unidade 1: Pinceladas de Estatística Descritiva

1. Conceitos Iniciais: página 1
2. População e Amostra: página 2
3. Variáveis: página 2
4. Distribuição de frequência: página 3
5. Distribuição de frequência por intervalos: página 4
6. Medidas de Tendência Central e Dispersão: página 5
7. Amplitude: página 6
8. A variância: página 6
9. Coeficiente de Variação: página 8
10. Bibliografia: página 9
11. Sites: página 10
12. Gráficos: páginas 11, 12 e 13.

Unidade 2: Pinceladas de Probabilidade

1. Experimento Aleatório: página 1
2. Probabilidade de ocorrer um evento: página 1
3. Operações com eventos: página 2
4. Enfoque Axiomático da Probabilidade: página 2
5. Regra da Adição: página 2
6. Complementar: página 2
7. Eventos Independentes: página 2
8. Exercícios: página 3
9. Revisão: páginas 4 e 5.

Unidade 3: Pinceladas de Variáveis Aleatórias e Função de Probabilidade

1. Variáveis Aleatórias: página 1
2. Função de Probabilidade: página 2
3. Função Densidade de Probabilidade: página 3
4. Esperança Matemática de uma Variável Aleatória: página 4
5. Variância e Desvio Padrão: página 5

Unidade 4: Pinceladas de Algumas Distribuições de Probabilidade

1. Distribuição Binomial: página 1
2. Distribuição de Poisson: página 3
3. Distribuição Normal: página 4
4. Distribuição Exponencial: página 7

Apresentação

Os novos modelos de gestão, as novas tecnologias e a globalização econômica estão produzindo muitos reflexos e oportunidades de mudanças em todos os setores da nossa sociedade. Estamos vivendo um novo paradigma, o advento da chamada Sociedade do Conhecimento. Esta sociedade tem proporcionado um desafio às Escolas face aos novos rumos que se exigem da educação, o desafio de preparar os alunos para um processo de educação continuada que deverá acompanhá-lo em toda a sua vida.

Neste cenário, o Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná criou os Novos Cursos Superiores de Tecnologia, do sistema CEFET-PR, para atender a estas necessidades impostas por esta nova era. O regulamento da Organização Didático – Pedagógica destes Novos Cursos prevê que, no primeiro ciclo, denominado ciclo profissional geral, de formação generalista, as disciplinas devem ser articuladas de forma a privilegiar a interdisciplinaridade e contextualização.

Este material, “Pinceladas Estatísticas”, foi construído com o objetivo de ser um guia auxiliar, rápido e flexível para os alunos do Curso Superior de Tecnologia em Mecânica para utilizarem na disciplina de Gestão da Produção, ramo Estatística. Ele não tem a pretensão de substituir um livro de estatística e nem uma apostila com apontamentos estatísticos. A sua estrutura é composta por uma teoria sucinta de probabilidade e estatística baseada no ementário proposto pelo Departamento Acadêmico de Mecânica; indicação de uma bibliografia complementar e dicas de sites estatísticos.

A teoria foi desenvolvida em quatro unidades. A primeira (pinceladas de estatística descritiva), apresenta alguns conceitos básicos da estatística descritiva. Na segunda (pinceladas de probabilidade), estão os conceitos básicos de probabilidade. Na terceira (pinceladas de variáveis aleatórias e distribuição de probabilidade), aparecem as definições de variável aleatória, função de probabilidade e os conceitos de esperança e variância, e, na última (pinceladas de distribuições discretas e contínuas de probabilidade), as distribuições de probabilidade: Binomial, Poisson, Normal e Exponencial.

O profissional deste novo milênio terá a necessidade de saber como apresentar e descrever informações de forma adequada, tirar conclusões a partir de grandes populações com base somente na informação obtida de amostras, melhorar os processos empresariais e obter previsões confiáveis de variáveis de interesse de sua empresa.

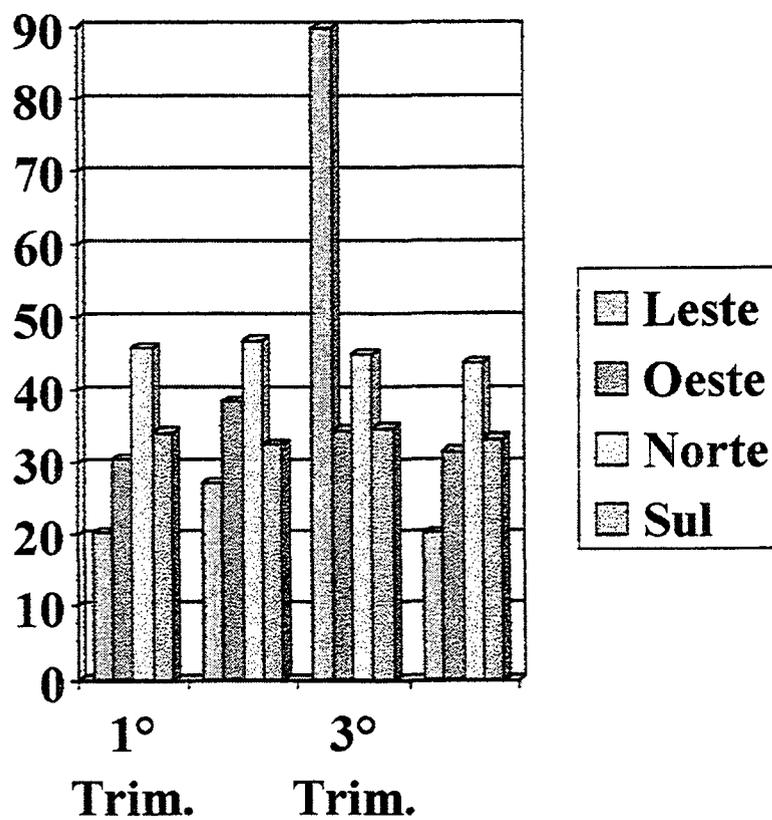
Neste contexto, cabe ao Professor utilizar as novas tecnologias em seu trabalho diário, preparar os estudantes de Tecnologia para aprender a aprender, para que possam beneficiar-se das oportunidades oferecidas pela educação ao longo de toda a vida e não corram o risco de serem formados fora do seu tempo real.

Amaury Ubiratan Borges Hey

Pinceladas Estatísticas

Unidade 1

• Pinceladas de Estatística Descritiva



1. Conceitos Iniciais.

1.1 Estatística:

É uma parte da Matemática Aplicada que fornece métodos para a coleta, organização, descrição, análise e interpretação de dados quantitativos e para a utilização dos mesmos na tomada de decisões acertadas.

1.2 Estatística Descritiva:

É a parte da estatística que se preocupa com a coleta, organização e descrição dos dados observados, porém sem tirar conclusões mais genéricas.

Exemplos: Tabelas e vários tipos de gráficos.

1.3 Estatística Indutiva ou Inferencial:

É a parte da estatística que trabalha com a análise e interpretação de dados. Ela tem como base os resultados obtidos de uma amostra, procurando inferir ou tirar conclusões para o comportamento da população, dando a precisão dos resultados e com que probabilidade se pode confiar neles.

1.4 Uma idéia do papel da Estatística Descritiva:

“ Você é o supervisor do controle de qualidade de uma fábrica de furadeiras elétricas. Preocupado em melhorar a qualidade de seus produtos, quer conhecer o perfil dos seus clientes. Nesse intuito, enviará um questionário junto com os seus produtos. Quais são as perguntas que você acha importante colocar no questionário ? ”

<p>2. População e Amostra</p> <p>2.1 Definição:</p> <p>População é o conjunto de todos os elementos (indivíduos ou objetos) que têm pelo menos uma característica em comum e que está sob investigação ou estudo.</p> <p>Amostra é qualquer subconjunto de uma população.</p> <p>2.2 Exemplo:</p> <p>Suponha que você esteja interessado em estudar a altura dos alunos de uma sala de aula. Para conhecer esta característica, deverá medir a altura dos alunos (dados).</p> <p>Como o seu interesse atinge somente uma determinada sala de aula, todos os alunos desta sala formam a população da pesquisa e qualquer parte dessa população forma uma amostra.</p> <p>As medidas estatísticas obtidas com base na população são chamadas de parâmetros (representadas por letras gregas), e as medidas baseadas nas amostras são chamadas estatísticas (representadas por letras do alfabeto latino).</p> <p>2.3 Amostragem</p> <p>A análise estatística geralmente é realizada através de amostras, já que, em geral, a maior parte das populações é representada por um número muito grande de indivíduos ou objetos, o que ocasiona um número muito grande de dados, o que pode causar inúmeras desvantagens.</p> <p>Para que você possa fazer inferências estatísticas válidas sobre uma população a partir de uma amostra, alguns procedimentos são fundamentais, ou seja, deve-se definir cuidadosamente a população de interesse, selecionar a característica que irá pesquisar e cuidar para que a amostra seja representativa.</p> <p>O processo de obter estas amostras é denominado Amostragem. Existem várias técnicas de amostragem, entre elas: a Amostragem Aleatória</p>	<p>Simples ou Casual, a Sistemática e a Estratificada.</p> <ul style="list-style-type: none"> • A apresentação destas técnicas serão realizadas em equipes na próxima aula. As orientações serão fornecidas em sala de aula pelo Professor. <p>3. Variáveis</p> <p>3.1 Variável Qualitativa</p> <p><u>Não pode ser medida numericamente.</u></p> <p>Ex.: Cor dos olhos, marca de cigarros , etc.</p> <p>3.2 Variável Quantitativa</p> <p><u>Pode ser medida numericamente.</u></p> <p>Ex.: Altura , peso, número de irmãos, etc.</p> <p>3.3 Variável Discreta</p> <p>É a variável quantitativa que pode assumir um número finito de valores num intervalo finito, ou um número infinito enumerável de valores.</p> <p>Exemplos:</p> <p>a) Número de filhos de um casal: 0 , 1 , 2 , 3 , ...</p> <p>b) número de erros em um livro</p> <p>3.4 Variável Contínua</p> <p>É a variável quantitativa que pode assumir, teoricamente, quaisquer valores num certo intervalo finito.</p> <p>Exemplos:</p> <p>a) a altura das pessoas: 1,65m, ...</p> <p>b) o volume de gasolina vendida por hora.</p>
--	---

4. Distribuição de frequências

Suponha que você fez uma pesquisa com 25 alunos do CEFET, a respeito do time de futebol para o qual torciam no Estado do Paraná. O resultado foi:

Atlético, Coritiba, Paraná, Londrina, Coritiba, Coritiba, Londrina, Londrina, Coritiba, Paraná, Paraná, Atlético, Maringá, Atlético, Atlético, Atlético, Londrina, Paraná, Paraná, Atlético, Coritiba, Coritiba, Atlético, Atlético. R.Branco.

A tabela de distribuição de frequências é:

<u>Time</u>	<u>Frequência</u>
Atlético	
Coritiba	
Paraná	
Londrina	
Maringá	
Rio Branco	

Completando a tabela acima, podemos acrescentar duas colunas: uma para frequência relativa e outra para as percentagens.

<u>Time</u>	<u>Frequência</u>	<u>Freq. relativa</u>	<u>%</u>
Atlético			
Coritiba			
Paraná			
Londrina			
Maringá			
R.Branco			

$$Fr = \frac{\text{Frequência do dado}}{\text{Número total de dados}}$$

Fr = frequência relativa

4.1 Gráficos

Alguns tipos de gráficos:

4.1.1 Gráfico de linha ou em curva

- Este tipo de gráfico tem como base o sistema de coordenadas ortogonais.

4.1.2 Gráfico de barras ou colunas

- Este tipo de gráfico é representado por retângulos, dispostos verticalmente (em colunas) ou horizontalmente (em barras). Representa os dados qualitativos e quantitativos discretos.

4.1.3 Gráfico de setores

- Este tipo de gráfico é construído com base num círculo. Representa os dados qualitativos e quantitativos discretos.

4.1.4 Pictograma

- Este tipo de gráfico é representado por meio de desenhos ou figuras que dão a idéia criativa da variável em questão.

4.1.5 Utilizando um software

- Na página 11, você verá o gráfico de barra, coluna e setores, da preferência de time de futebol dos 25 alunos do CEFET.

5. Distribuição de freqüência por intervalos

Suponha que as alturas (em metros) de 25 alunos de uma sala de aula sejam as seguintes:

1,65 1,59 1,51 1,58 1,62
 1,50 1,63 1,53 1,68 1,51
 1,54 1,55 1,65 1,44 1,57
 1,60 1,48 1,61 1,52 1,63
 1,52 1,50 1,52 1,46 1,56

A tabela de distribuição de freqüência por intervalos, agrupando os intervalos de amplitudes Iguais é:

<u>k</u>	<u>classe</u>	<u>freqüência</u>
1		
2		
3		
4		
5		

Existem várias possibilidades para construir uma tabela de freqüência em classes. Uma das opções é determinar:

- **O número de classes:**
 $k = 1 + 3,32 \cdot \log n$ (Fórmula de Sturges)
 ou
 $k = 5$ para $n \leq 25$ e $k = \sqrt{n}$ para $n > 25$ sendo n o número de dados.
- **A amplitude total dos dados:** $A = x_{\max} - x_{\min}$
 onde x_{\max} é o valor máximo da amostra e x_{\min} é o valor mínimo da amostra.
- **O intervalo ou amplitude de classe:** $h = \frac{A}{k}$
- **O limite inferior e superior do intervalo de classe:** limite inferior \Rightarrow limite superior

5.1 Gráfico

5.1.1 Histograma

- É o tipo de gráfico que dá as classes ao longo do eixo horizontal e as freqüências (absolutas ou relativas) no eixo vertical. É formado por um conjunto de retângulos justapostos.
- É uma das ferramentas básicas na Estatística, pois revela a quantidade de variação que todo o processo traz dentro de si.
- Na página 12, você poderá visualizar o histograma e o polígono de freqüência da altura dos 25 alunos apresentados no primeiro parágrafo do item 5.
- Quer saber mais sobre histogramas? Consulte o livro da Sônia Vieira (vide bibliografia neste material).

5.1.2 Polígono de freqüência

- Este tipo de gráfico é representado pelos segmentos de retas obtidos pela ligação dos pontos médios dos intervalos de classe em um histograma de freqüência.

5.1.3 Observação: existem outros tipos de gráficos. Se tiver interesse, consulte bibliografia apresentada no final deste material de apoio

6. Medidas de Tendência Central e Dispersão

A apresentação de dados em tabelas e gráficos constituem uma base de toda a informação. Só que, às vezes, é necessário resumir essa informação, através de um único valor, que representa em termos “médio” todo o conjunto. As medidas de tendência central mais utilizadas são a : **média aritmética, média geométrica, mediana e moda.**

6.1 Moda: valor que ocorre com maior frequência

Exemplo:

- No conjunto ordenado 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5 a moda é igual a
- No conjunto ordenado 1,1,1,2,2,3,3,3,4,5,6,7 a moda é
- No conjunto ordenado 1,2,3,4,5,6 a moda é

6.2 Mediana: valor que ocupa a posição central de um conjunto de dados ordenados.

Exemplos:

- No conjunto ordenado 1, 3, 6, 8, 9 a mediana é
- No conjunto ordenado 1,2,3,4,5,6,7,8 a mediana é

6.3 Média Aritmética

6.3.1 Média Aritmética para dados brutos

“É a soma de todos os dados dividida pelo número de dados”

Fórmula: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ sendo n o número de amostras.

Ex.: No conjunto 2, 3, 3, 1, 5, 6, 2, 2 a média é.....

6.3.2 Média Aritmética para dados agrupados

Se $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ ocorrem com as frequências $f_1, f_2, f_3, \dots, f_k$, respectivamente, a média aritmética será dada por:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i = n}$$

Exemplo:

1,1,2,2,2,3,3,3,3,3

Caso os dados estejam distribuídos em classes, os valores $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ corresponderão aos pontos médios das k classes. O ponto médio x_i de certa classe é definido como a média aritmética entre os limites inferior (L_1) e superior (L_2) da classe considerada, ou seja:

$$\bar{X}_i = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

- **Façamos o exemplo:**

Considere a tabela:

i	classe	$f(x_i)$	\bar{x}_i	$\bar{x}_i \cdot f(x_i)$
1	0 — 20	3		
2	20 — 40	20		
3	40 — 60	10		
4	60 — 80	9		
5	80 — 100	8		
Soma				

7. Amplitude

Suponha que dois alunos fizeram, cada um, quatro provas e obtiveram as notas apresentadas na tabela:

Aluno	Notas			
Calouro Bó	4	6	4	6
Calouro Lô	9	1	5	5

Qual foi a média de cada aluno?.....

“A amplitude é uma das medidas de dispersão, que é calculada pela diferença entre o maior e o menor valor”

A amplitude do primeiro aluno é $R_1 = \dots\dots\dots$
e a do segundo é $R_2 = \dots\dots$

8. A variância

Para avaliarmos quantitativamente o grau de variabilidade ou dispersão de um conjunto de números em torno do valor médio, utilizamos as estatísticas denominadas de dispersão.

8.1 Variância da população para dados brutos

A variância populacional é dada por:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{N}$$

onde N é o número de dados da população e μ é a média populacional.

A variância amostral é dada por:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

onde n é o número de dados da amostra e \bar{x} é a média amostral.

Exemplos:

- Considere os dados amostrais:

10 , 15 , 12 , 12 , 14

Determine a variância.

8.2 Desvio Padrão: É a raiz quadrada positiva da variância.

Notação: σ (populacional) e s (amostral)

Exemplo: Considere os dados amostrais:
10 15 11 13 12

8.3 Exercícios:

a) A nota de dois alunos em quatro bimestres foram:

A : 9 1 5 5

B : 9 1 1 9

Determine a média, a amplitude e o desvio padrão das notas dos dois alunos. Análise os resultados obtidos.

b) Os dados abaixo referem-se ao consumo de água, em litros, em 7 casas, efetuadas pela SANEPAR. Calcule a média e o desvio padrão desses dados.

1020 1300 2300 900 3500 800

8.4 Variância para dados discretos em tabelas de freqüência

A variância populacional é dada por:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot f(x_i)}{N}$$

A variância amostral é dada por:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f(x_i)}{n-1}$$

Exemplo: Considere a tabela:

x_j	$f(x_j)$	$(x_j - \bar{x})^2$	$f(x_j) \cdot (x_j - \bar{x})^2$
2	1		
4	3		
5	4		
6	2		

Soma:

- Veja o gráfico da página 13.

8.5 Variância para dados contínuos em tabela de freqüência

A variância populacional é dada por:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \cdot f(x_i)}{N}$$

A variância amostral é dada por:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f(x_i)}{n - 1}$$

Exemplo: Considere a tabela:

Classe	$f(x_i)$	\bar{x}_i	$\bar{x}_i \cdot f(x_i)$	$(\bar{x}_i - \bar{x})^2$	$f(x_i) \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2$
1,5 ↦ 3,0					
3,0 ↦ 4,5					
4,5 ↦ 6,0					
6,0 ↦ 7,5					
Soma:					

Exemplo:

Numa pesquisa feita em 7 lojas de eletrodomésticos na cidade de Curitiba, o preço médio de uma televisão da marca A é $x = 815,48$ unidades de moeda e o desvio padrão é $s = 26,81$ unidades de moeda e de um rádio da marca B é $x = 48,16$ unidades de moeda e o desvio padrão é $s = 4,74$ unidades de moeda. Você pode afirmar que os preços da televisão têm maior variabilidade que os preços do rádio?

8.6 Exercícios: Serão entregues em sala de aula.

9. Coeficiente de Variação

Quando precisamos comparar duas ou mais distribuições, uma boa maneira é utilizar o coeficiente de variação (CV) que é uma medida adimensional (não possui unidade, pois é o coeficiente entre duas medidas de mesma unidade) dada por:

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \text{ (populacional)}$$

Ou

$$CV = \frac{s}{x} \text{ (amostral)}$$

10. Bibliografia

Akanime, C.T. , Yamamoto, R.K. **Estudo dirigido de estatística descritiva**. São Paulo: Érica, 1998.

Bunchaft, G., Kellner, S.P. **O Estatística sem mistério**. Petrópolis: Vozes, 1998.

Crespo, A. A. **Estatística fácil**. São Paulo: Saraiva, 1999.

Cochran, W. G. **Técnicas de amostragem**. Rio de Janeiro: Editora Fundo de Cultura, 1965.

Costa, S. F. **Introdução ilustrada à estatística**. São Paulo: Ed. Harbra, 1992.

Downing, D., Clark, J. **Estatística Aplicada**. São Paulo: Saraiva, 2000.

Fonseca, J. S. , Martins, G. A. **Curso de estatística**. São Paulo: Atlas, 1994.

Erbano, M. O. **Estatística**. Curitiba: CEFET-PR , 1996.

Giacobbo, E. M. , Maschio, J.. **Estatística**. Cornélio Procópio: CEFET-PR , 2000

Lapponi, J. C. **Estatística usando excel**. São Paulo: Lapponi Treinamento e Editora, 2000.

Levine, D. M. , Berenson, M.L., Stephan, D. **Estatística, teoria e aplicações**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2000.

Spiegel, H. R. **Probabilidade e estatística**. São Paulo: Mc Graw-Hill, 1978.

_____ . **Estatística**. São Paulo: Mc Graw-Hill, 1991

Triola, M. F. **Introdução à estatística**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2000.

11. Sites

[http:// www.amstat.org/education/index.html](http://www.amstat.org/education/index.html)

American Statistical Association, apresenta informações e artigos científicos sobre pesquisa em estatística e educação estatística.

[http:// www.archives.math.utk.edu/](http://www.archives.math.utk.edu/)

Arquivos de matemática, programas de computador, material para o ensino e indicações de outros sites.

[http:// www.cbs.nl/isi](http://www.cbs.nl/isi)

International Statistical Institute, fornece informações sobre pesquisas de opinião, estatísticas oficiais, educação estatística e publicações científicas.

[http:// www.cade.com.br](http://www.cade.com.br)

Site de procura (pesquisa).

[http:// www.altavista.com.br](http://www.altavista.com.br)

Site de procura.

[http:// www.biblioteca.pucpr.br](http://www.biblioteca.pucpr.br)

Consulta periódicos e livros.

[http:// www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br)

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

[http:// www.est.ufmg.br](http://www.est.ufmg.br)

Universidade Federal de Minas Gerais (Departamento de Estatística).

[http:// www.cefetpr.br](http://www.cefetpr.br)

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná.

12. Gráficos:

Gráfico de barras

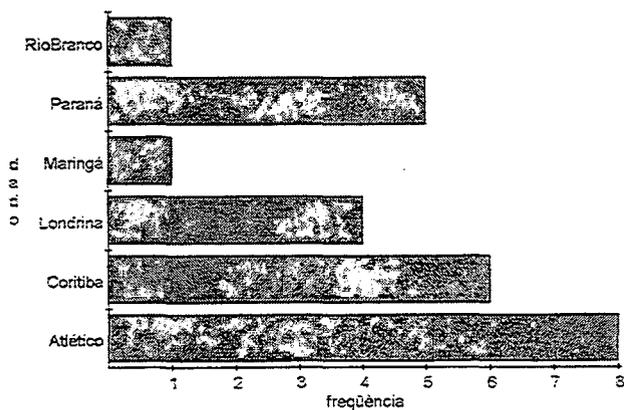


Gráfico de colunas

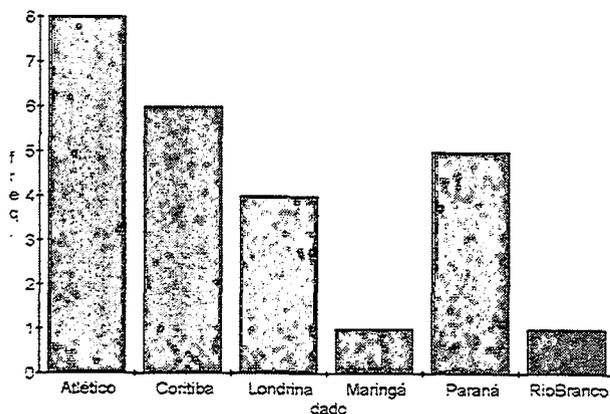
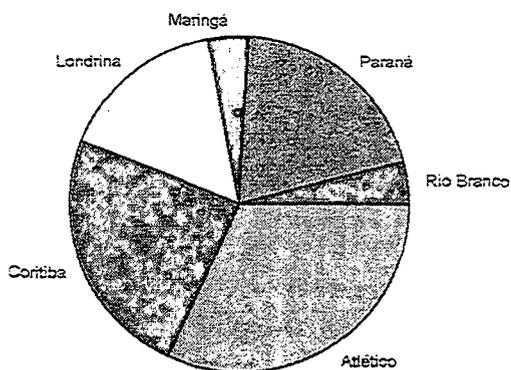
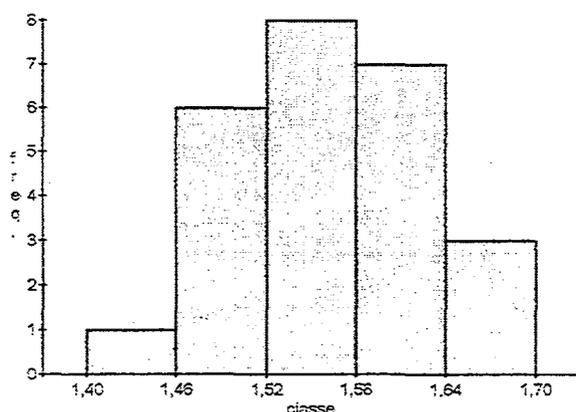


Gráfico de setores



Histograma



Polígono de frequência

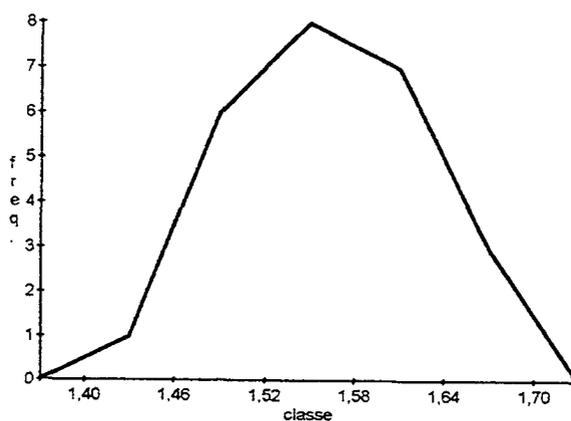


Tabela de frequência em classes:

k	classe	freq.	freq.rel	porc(%)
1	1,40 — 1,46	1	0,04	4
2	1,46 — 1,52	6	0,24	24
3	1,52 — 1,58	8	0,32	32
4	1,58 — 1,64	7	0,28	28
5	1,64 — 1,70	3	0,12	12

Gráfico de colunas

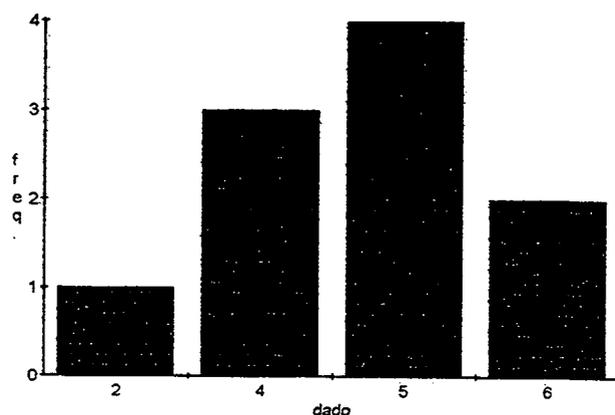


Tabela de frequência:

k	dado	freq.	freq.rel.	porc.(%)
1	2	1	0,10	10
2	4	3	0,30	30
3	5	4	0,40	40
4	6	2	0,20	20

Estatísticas:

Número de dados = 10
 Média = 4,6
 Mediana = 5,0
 Moda = 5
 Primeiro quartil = 4,0
 Terceiro quartil = 5,3
 Percentil (10) = 2,2
 Amplitude = 4
 Intervalo interquartil = 1,3
 Desvio médio absoluto = 0,9
 Variância populacional = 1,2
 Variância amostral = 1,4
 Desvio padrão populacional = 1,1
 Desvio padrão amostral = 1,2
 Coef. de variação popul.(%) = 24,2
 Coef. de variação amost.(%) = 25,5
 Assimetria = -0,3
 Curtose = 0,2

Pinceladas Estatísticas

Unidade 2

- **Pinceladas de Probabilidade**

1. Conceitos Básicos:

1.1 Experimento Aleatório.

- É um experimento que pode apresentar resultados diferentes, sempre que se repetir nas mesmas condições

Exemplos :

- Jogue um dado comum e observe o número que é obtido na face voltada para cima.
- Jogue uma moeda e observe a face voltada para cima.
- Jogue uma moeda duas vezes e observe o número de caras obtido.
- Uma lâmpada é fabricada e em seguida ensaiada. Observe a sua duração de vida.
- Peças são fabricadas até que 10 peças perfeitas sejam produzidas. O número total de peças é observado.

1.2 Espaço Amostral (S)

- É o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório.

Exemplos :

Considere os experimentos aleatórios descritos no exemplo do 1.1, na seqüência dada:

- S =
- S =
- S =
- S =
- S =

1.3 Evento

- É qualquer subconjunto de um espaço amostral

Exemplos :

Lança-se um dado e faz-se a leitura da face superior:

S =

- a) O evento “número par” é o conjunto:

E =

- b) O evento “número maior que 5” é :

E =

- c) O evento “múltiplo de 7” é :

E =

- d) O evento “número menor que 7” é:

E =

2. Probabilidade de ocorrer um evento:

Dado um experimento aleatório, no qual S é um espaço amostral equiprovável (todos os elementos de S têm a mesma chance de acontecer), a probabilidade de ocorrer o evento E é

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{n^\circ \text{ de possib. favoráveis}}{n^\circ \text{ total das possib.}}$$

n(E) o número de elementos de E
n(S) o número de elementos de S

3. Operações com Eventos

Lançando um dado comum, Teremos:

S =

- **Evento A:** “ocorre par” $\Rightarrow A =$
- **Evento B:** “ocorre múltiplo de 3” $\Rightarrow B =$
- **Evento C:** “ocorre ímpar” $\Rightarrow C =$

Então:

- **Evento $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$**
 $A \cup B =$
- **Evento $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$**
 $A \cap B =$
- **Evento $A - B = \{x \in S \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$**
 $A - B =$
- **Evento Complementar:**
- $A' = S - A = \{x \in S \mid x \notin A\}$
 $A' =$

4. Enfoque Axiomático da Probabilidade:

Seja ϵ um experimento aleatório e S um espaço associado a ϵ . A cada evento A e S associamos um número real P(A) denominado probabilidade de A, que obedeça aos seguintes

Axiomas:

- A1) $0 \leq P(A) \leq 1$, para todo A.
- A2) $P(S) = 1$
- A3) Se A e B são eventos mutuamente exclusivos, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- A4) Se $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ é uma seqüência de eventos mutuamente exclusivos, então

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

5. Regra da Adição

- Se A e B forem dois eventos quaisquer, então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Se os eventos forem mutuamente excludentes, então:

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$$

6. Complementar

Se A' é o complementar do evento A, então para todo $A \subset S$ temos:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

Exemplos:

- a) No lançamento de um dado, qual a probabilidade de se obter o número 3 ou um número ímpar?
- b) Sorteado um número natural de 1 a 20, qual a probabilidade de se obter um número de 1 algarismo ou um múltiplo de 10?
- c) No lançamento de um dado, qual a possibilidade de não se obter o número 6?

7. Eventos Independentes

Dizemos que A e B são eventos independentes quando a ocorrência do evento A não modifica a probabilidade de ocorrência do evento B. Portanto:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Exemplo: Uma urna contém 6 bolas brancas e 4 pretas. Retirando-se sucessivamente 2 bolas ao acaso, determine a probabilidade de ambas serem brancas, com reposição da primeira e sem reposição da primeira bola.

8. Exercícios:

Resolvidos por você :

- 8.1** Num lote de 12 peças , 4 são defeituosas. Sendo retirada uma peça , calcule a probabilidade desta peça ser:
- Defeituosa.
 - Não defeituosa.
- 8.2** Um lote de 20 peças contém 6 peças com defeito do tipo A, 5 peças, com defeito do tipo B e 3 peças, com ambos os tipos de defeitos. Uma peça é extraída ao acaso desse lote. Calcule a probabilidade de que:
- Tenha exatamente um defeito.
 - Tenha no máximo um defeito.
 - Não tenha defeito.
- 8.3** Um lote é formado de 10 artigos bons . Quatro com defeitos menores e 2 com defeitos graves. Um artigo é escolhido ao acaso. Ache a probabilidade de que:
- Não tenha defeitos.
 - Não tenha defeitos graves.
 - Seja perfeito ou tenha defeitos graves.
- 8.4** Na fabricação de garrafas de bebidas ocorrem dois tipos de defeitos independentes entre si:
- Inclusões de gás ocorrem em 5% das garrafas
 - Desvios de eixos ocorrem em 10% das garrafas
- Qual a porcentagem de garrafas defeituosas?
 - Qual a porcentagem de garrafas que apresentam os dois defeitos ?
- 8.5** Duas máquinas trabalham totalmente independentes entre si. Após a avaliação dos manuais de manutenção, verificou-se que a máquina mais nova (A) tem a probabilidade de falha de 5%, e a máquina mais antiga (B) tem a probabilidade de falha de 10%. A curto prazo é possível uma operação de emergência com somente uma máquina. a)Qual é o risco (a probabilidade) das duas máquinas falharem simultaneamente? b)Qual o risco da máquina A não falhar? c)Qual o risco da máquina B não falhar ? d)Qual o risco de falha de pelo menos uma delas ?

Resolvidos em sala:

- 8.1** No lançamento de uma moeda ao acaso, qual a probabilidade de ocorrer “cara” ?
- 8.2** Lançando-se um dado ao acaso, Qual a probabilidade de se obter:
- O número 2.
 - Um número maior que 2 ?
 - Um múltiplo de 3 ?
- 8.3** Uma urna contém 12 bolas , sendo 5 brancas numeradas de 1 a 5 , 4 vermelhas numeradas de 6 a 9 e 3 amarelas numeradas de 10 a 12. Retirando-se ao acaso uma das bolas, calcule a possibilidade de sair uma bola:
- Branca
 - Vermelha com número par
 - Amarela com número ímpar.
- 8.4** Um baralho tem 52 cartas, sendo que 4 delas são ases. Retirando-se uma carta ao acaso , qual é a probabilidade de se obter um ás ?
- 8.5** Um baralho tem 52 cartas, retira-se um ás. Retirando-se uma segunda carta ao acaso, qual é a probabilidade de obter outro ás ?
- 8.6** Lançando-se uma moeda duas vezes , qual a probabilidade de se obter “cara” nos dois lançamentos ?
- 8.7** Lançando-se dois dados diferentes , qual a probabilidade da soma dos pontos obtidos ser igual a 6 ?
- 8.8** Uma urna contém 5 bolas brancas e 6 pretas. Três bolas são retiradas desta urna. Qual a probabilidade de:
- todas serem pretas?
 - Exatamente uma ser branca?
 - No mínimo uma ser preta?

9. Revisão

9.1 Princípio Fundamental da Contagem

- Se um evento é realizado através de duas ou mais etapas sucessivas e independentes, então o número total de possibilidades de ocorrer tal evento é o produto do número de possibilidades de cada etapa.

Exemplo 1: Para um viajante ir da cidade A até a cidade B, existem dois caminhos diferentes. Para ir da cidade B até a cidade C, existem 3 caminhos diferentes, e da cidade C até a cidade D, existem 4 caminhos diferentes. De quantas maneiras diferentes é possível, para este viajante, ir da cidade A até a cidade D, passando pelas cidades B e C ?

Exemplo 2: Quantos números de dois algarismos distintos é possível obter com os algarismos 1, 2 e 3 ?

9.2 Fatorial

- Se $n \in \mathbb{N}$ e :
 $n > 1$ então $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$
 $n = 1$ então $n! = 1$
 $n = 0$ então $n! = 1$

Exemplos:

- $1! =$
- $2! =$
- $4! =$
- $5! =$

9.3 Arranjos Simples

- $A_{n,p} = A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$

Exercício: Quantos números de dois algarismos distintos é possível obter com os algarismos 1, 2 e 3 ?

9.4 Combinações Simples

- $C_{n,p} = C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!}$

Exercício:

a) Quantas comissões de 2 pessoas podem ser formadas num grupo de 3 pessoas ?

b) Uma caixa contém 5 bolas vermelhas e uma outra, 3 bolas amarelas. Calcular o número de modos diferentes de retirarmos, simultaneamente, 3 bolas vermelhas e 2 amarelas.

9.5 Permutações Simples

- $P_n = A_{n,n} = n!$

Exemplo:

Determine o número de anagramas da palavra MOLA.

Unidade 3

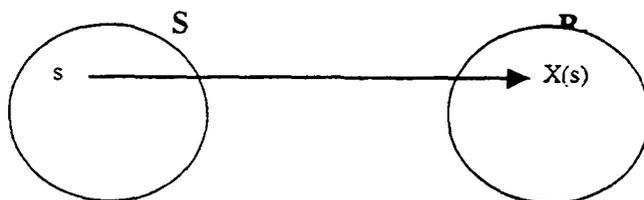
- **Pinceladas de Variáveis Aleatórias e Função de Probabilidade**

1. VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

1.1 Definição: Considere E um experimento e S o espaço amostral associado a este experimento.

Denomina-se **variável aleatória (v.a.)** uma função X que associa para cada elemento $s \in S$ um número real $X(s)$.

Em geral, representa-se a v.a. por uma letra latina maiúscula (X,Y,Z...).



1.2 Exemplo:

Considere o lançamento de duas moedas não viciadas.

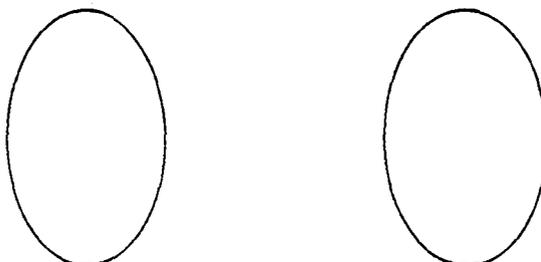
Seja o evento:

X = “número de caras obtidas”

S = { }

X = { ; ; }

Representação gráfica:



Note que X é uma função real definida em S. Em símbolos, temos: $X: S \rightarrow R$
 $s \rightarrow X(s)$

1.3 Observação:

Uma variável aleatória X será **discreta** se o número de valores possíveis de X (seu contradomínio) for finito ou infinito enumerável. Caso seu contradomínio seja um intervalo ou uma coleção de intervalos, ela será uma variável aleatória **contínua**.

2 FUNÇÃO DE PROBABILIDADE

2.1 Definição: A função $p(x)$ é uma função de probabilidade da v. a. X (variável aleatória) discreta se, para cada resultado possível x , temos:

- (1) $p(x) \geq 0$
- (2) $\sum_x p(x) = 1$
- (3) $p(x) = P(X=x)$

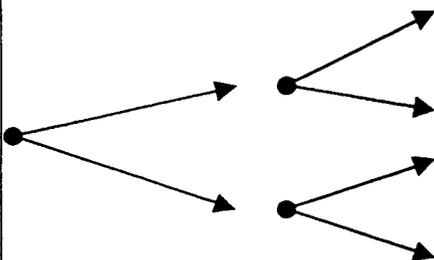
2.2 Observação: Aos pares $(x ; p(x))$ chamaremos de **Distribuição de Probabilidade**.

2.3 Exemplo: Para o mesmo exemplo visto na introdução, seja a v. a. X = lançamento de duas moedas não viciadas. Os valores possíveis para X são: 0 , 1 , 2. A função de probabilidade de X será então:

$$X=0 \text{ (nenhuma cara)} \Rightarrow P(X=0) = p(0) = P\{KK\} = \frac{1}{4}$$

$$X=1 \text{ (uma cara)} \Rightarrow P(X=1) = p(1) = P\{KC;CK\} = \frac{2}{4}$$

$$X=2 \text{ (duas caras)} \Rightarrow P(X=2) = p(2) = P\{CC\} = \frac{1}{4}$$



Em forma de tabela podemos escrever:

X	0	1	2
P(x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Representa-se graficamente uma função de probabilidade simplesmente por pontos no plano cartesiano ou através do que se chama histograma de probabilidade, que é um gráfico de barras.

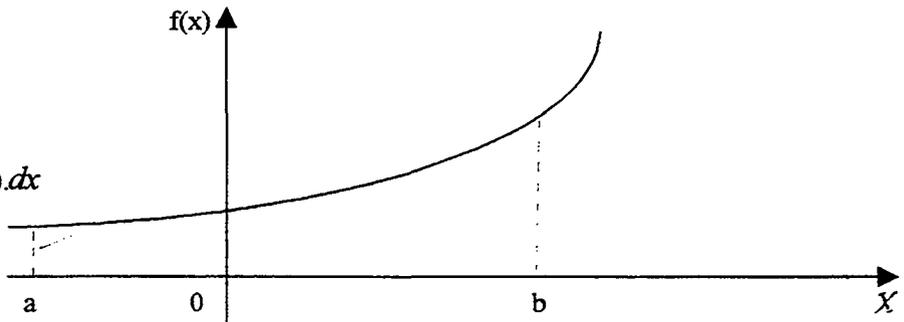
3. FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE (f.d.p.)

3.1 Definição: A função $f(x)$ é uma função densidade de probabilidade para a v. a . contínua , definida sobre o conjunto dos números reais \mathbb{R} , se:

(1) $f(x) \geq 0$

(2) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x).dx = 1$

(3) $P(a < x < b) = \int_a^b f(x).dx$



3.2 Observações:

1) $f(x) \geq 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$, significa que o gráfico da função f está todo acima do eixo x .

2) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x).dx = 1$, significa que a área total abaixo da curva $f(x)$ é igual a 1.

3) $P(a < x < b) = \int_a^b f(x).dx$ significa que probabilidades, agora, são iguais a áreas abaixo da curva $f(x)$.

4) $P(X=a) = \int_a^a f(x).dx = 0$, ou seja, probabilidades pontuais são nulas.

5) $P(a < x < b) = P(a \leq x < b) = P(a \leq x \leq b) = P(a < x \leq b)$ de acordo com a observação anterior.

2.3 Exemplo:

Seja a v. a . X contínua com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{3}x^2 & \text{se } -1 < x < 2 \\ 0 & \text{se } x \leq -1 \text{ ou } x \geq 2 \end{cases}$$

a) Calcule o valor da constante k , que faz com que $f(x)$ seja uma função densidade de probabilidade.

b) Calcule $P(0 < x < 2)$

4. ESPERANÇA MATEMÁTICA DE UMA V.A.

4.1 Definição: A esperança de uma v. a. X é uma medida que posiciona o centro de uma distribuição de probabilidade e é definida por:

$$\mu = E(X) = \begin{cases} \sum_x x \cdot p(x) & \text{se a v. a. } X \text{ for discreta} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx & \text{se a v. a. for contínua} \end{cases}$$

4.2 Observação:

1) Para a v. a. X discreta, $E(X)$ é a média ponderada dos possíveis valores de X , cada um ponderado por sua probabilidade.

2) No caso da v. a. X contínua, a esperança coincide com o cálculo do valor da abscissa do centro de gravidade da área definida pela função $f(x)$. É um ponto de equilíbrio que é calculado a partir da função densidade de probabilidade

4.3 Exemplos:

1) Se uma moeda for lançada duas vezes, qual a esperança do número de caras (ou em média, quantas caras teremos?).

2) Seja X uma v. a. contínua com função de densidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{para outros valores reais de } x \end{cases}$$

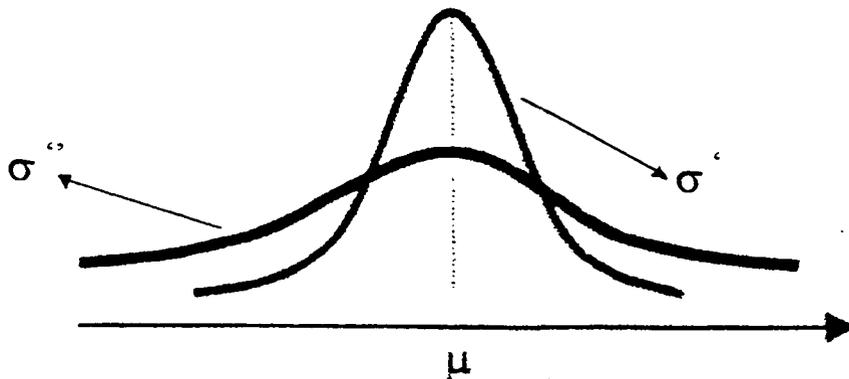
5. VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

5.1 Definição: A variância de uma v.a. é uma medida de sua dispersão ou variabilidade em torno de sua média. A variância de uma v. a. é definida por:

$$\sigma^2 = V(X) = E[(X - \mu)^2] = \begin{cases} \sum (x - \mu)^2 \cdot p(x) & \text{se } X \text{ for discreta} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) \cdot dx & \text{se } X \text{ for contínua} \end{cases}$$

5.2 Observação:

- 1) A raiz quadrada positiva da variância é uma medida de dispersão chamada de **Desvio Padrão**.
- 2) O gráfico seguinte apresenta um exemplo das distribuições de probabilidade de duas v. a. 's X ' e X' que possuem a mesma forma da distribuição e a mesma expectativa. A v. a. X' se apresenta mais dispersa (mais "espalhada") em torno da média do que a v. a. X e que a variância sempre será positiva e, quanto maior a variabilidade da v. a. , maior será sua variância.



5.3 Teorema:

$$\sigma^2 = V(X) = E(X^2) - \mu^2$$

5.4 Exemplos:

- 1) Consideremos o exemplo 1 da definição de esperança.
- 2) Considere o exemplo 2 da definição de esperança.

Pinceladas Estatísticas

Unidade 4

Pinceladas de Algumas Distribuições de Probabilidade

1. Distribuição Binomial

1.1 Conceitos iniciais

Considere-se um experimento aleatório dentro das seguintes condições:

- a) são realizadas **n** repetições **independentes** e do mesmo tipo;
- b) cada repetição admite dois resultados: **Sucesso** ou **Fracasso**;
- c) a probabilidade de sucesso em cada repetição é **p** e fracasso é **q = 1 - p**.

Define-se a v.a. **X** igual ao número de vezes em que ocorre sucesso nas **n** repetições. Para construir a função de probabilidade para esta variável, deve-se observar, de início, que esta variável pode assumir os valores 0, 1, 2, ..., n. Quando realiza-se **n** vezes um experimento, observa-se uma seqüência de sucessos (**S**) e fracassos (**F**), da forma:

$$\underbrace{\underbrace{SSS\dots S}_{X \text{ SUCESSOS}} \underbrace{FF\dots F}_{(N-X) \text{ FRACASSOS}}}_{N \text{ REALIZAÇÕES}}$$

Sendo que a probabilidade de sucesso é **p** e a de fracasso é **q**, obtém-se:

$$p \cdot p \dots p \cdot q \cdot q \dots q = p^x \cdot q^{n-x}$$

Como existem $C_{n,x}$ seqüências possíveis como esta e todas tem a mesma probabilidade $p^x \cdot q^{n-x}$ de ocorrer, obtém-se, a fórmula da **distribuição binomial**:

$$p(x) = P(X = x) = C_{n,x} \cdot p^x \cdot q^{n-x} \text{ onde } x = 0, 1, 2, \dots, n.$$

1.2 Parâmetros da Distribuição Binomial

Média: $\mu = E(X) = n \cdot p$

Variância: $V(X) = \sigma^2 = n \cdot p \cdot q$

1.3 Exemplos

1.3.1 Lance uma moeda 2 vezes e observe o número de caras. Qual a probabilidade de se obter:

- a) uma cara ?
- b) duas caras ?
- c) duas coroas ?

1.3.2 Sabe-se que 5% das peças produzidas por certa máquina são defeituosas. Em um lote de 8 peças , então:

1. Calcular a probabilidade de:
 - a) exatamente duas serem defeituosas.
 - b) menos de duas serem defeituosas.

2. Qual a média e o desvio padrão do número de peças defeituosas?

2. Distribuição de Poisson

2.1 Conceitos iniciais

Suponha que, na distribuição binomial, a probabilidade do evento de interesse, que se indicou por p , é muito baixa. Logo, para que seja possível observar pelo menos um evento de interesse, é necessário que n seja suficientemente grande. Assim, a distribuição binomial se aproxima de uma distribuição de Poisson, cuja função é:

$$P(X = x) = \frac{e^{-\alpha} \cdot \alpha^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \text{ e } \alpha > 0$$

A distribuição de Poisson é usada para descrever, em um dado intervalo de tempo, eventos tais como: o número de chamadas telefônicas erradas em um dado intervalo de tempo, o número de erros nas páginas de um livro, chegadas de carros num cruzamento, emissão de partículas radioativas, etc.

2.2 Parâmetros da distribuição de Poisson

Média: $\mu = E(X) = \alpha = n \cdot p$

Variância: $V(X) = \alpha$

Desvio Padrão: $\sigma(X) = \sqrt{\alpha}$

2.3 Exemplo: Na revisão tipográfica de um livro acharam-se em média 1,5 erros por página. Das 800 páginas do livro, estimar quantas não precisam ser modificadas por não apresentarem erros?

2.4 Exercícios:

2.4.1 Sabe-se que 1% dos parafusos produzidos por uma máquina são não-conformes. Qual a probabilidade de uma caixa com 200 parafusos não conter parafusos não-conformes? 13,53%

2.4.2 O número de chamadas telefônicas que chega a uma central segue uma distribuição de Poisson com média 6 por minuto. Qual a probabilidade:

- de nenhuma chamada chegar a central em um minuto? 0,25%
- de duas ou mais chamadas chegarem? 98,26%

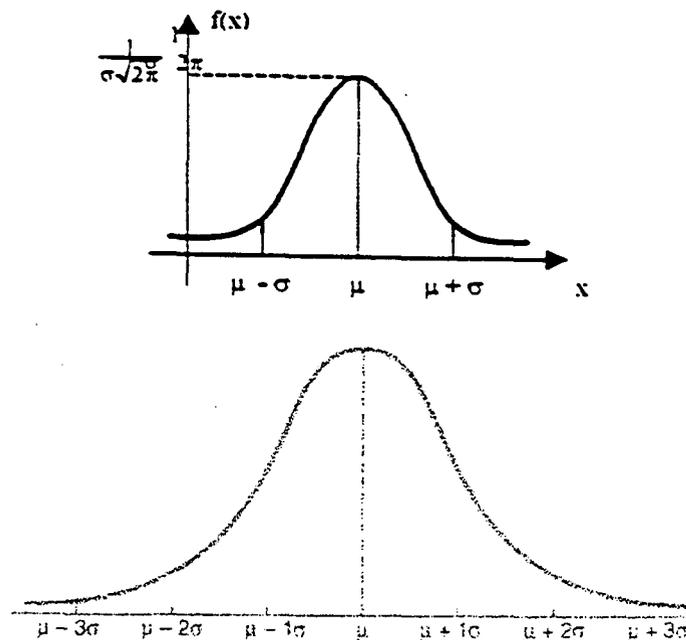
3. Distribuição Normal

3.1 Definição:

Diz-se que uma variável aleatória X tem distribuição normal (ou de Gauss) com parâmetros μ e σ^2 se a sua função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}, \text{ para todo } x \in \mathbb{R}$$

3.2 A representação gráfica:



3.3 Características:

- $\mu = E(X)$ e $\sigma^2 = V(X)$
- $f(x) \rightarrow 0$ quando $x \rightarrow \pm \infty$
- $f(x)$ tem dois pontos de inflexão : $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$
- $f(x)$ tem um ponto de máximo para $x = \mu$ e sua imagem máxima é : $\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}$
- $f(x)$ é simétrica em relação a $x = \mu$
- A área total abaixo da curva $f(x)$ é igual a 1.

3.4 Observação: Pode-se considerar que se X é uma variável aleatória com distribuição normal, então, entre:

- $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$ existem aproximadamente 68% da área total;
- $\mu - 2\sigma$ e $\mu + 2\sigma$ existem aproximadamente 95% da área total;
- $\mu - 3\sigma$ e $\mu + 3\sigma$ existem aproximadamente 99% da área total.

3.5 Notação: $X : N(\mu, \sigma^2)$, que significa que X é uma variável que tem distribuição normal com parâmetros μ (média da população) e σ (desvio padrão da população)

3.6 Variável Aleatória Reduzida (Padronizada Z)

Como os valores dos parâmetros da função de densidade de probabilidade mudam para cada combinação possível de μ (média) e σ^2 (variância), o cálculo da probabilidade que se deseja determinar fica muito difícil. Para contornar este problema, utiliza-se a distribuição reduzida, denotada por $Z : N(0;1)$, onde o primeiro parâmetro representa a média, o segundo, a variância, e

cujas áreas entre os dois limites são tabeladas. A função de densidade é: $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$ ($z \in \mathbb{R}$).

A distribuição $X: N(\mu, \sigma^2)$ pode ser colocada na forma $Z : N(0;1)$ mediante a transformação:

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

3.7 Tabela: Pode ser encontrada nos livros de probabilidade.

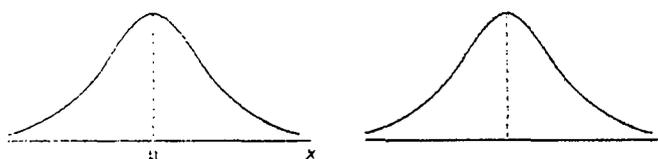
3.8 Exemplo:

Supondo que as alturas dos alunos de Tecnologia estão normalmente distribuídas com média $\mu = 1,70$ e desvio padrão $\sigma = 0,12$ m, podemos:

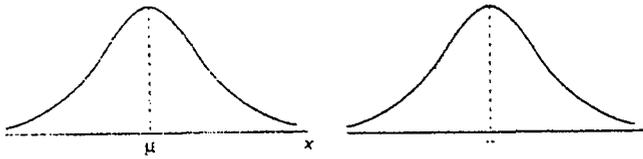
1. Determinar a probabilidade de um aluno medir:
 - a) entre 1,58 m e 1,82 m.
 - b) mais que 1,78 m
 - c) menos que 1,74 m
2. Conhecer a medida mínima para que tenhamos 10% dos alunos mais altos de Tecnologia?

Solução

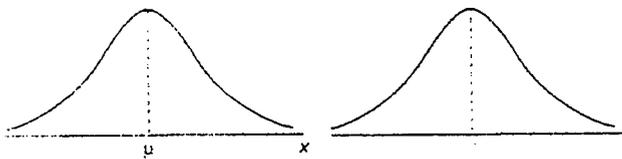
1.
 - a) $P(1,58 < X < 1,82) = P(z_1 < Z < z_2) = \dots\dots\dots$



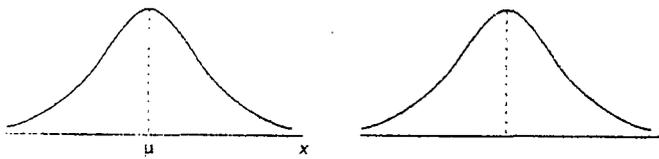
b) $P(X > 1,78) = P(Z > z_1) = \dots\dots\dots$



c) $P(X < 1,74) = P(Z < z_1) = \dots\dots\dots$



2. Neste caso, a situação é inversa. Temos a probabilidade e queremos a abscissa X.



7. Distribuição Exponencial

7.1 Conceitos iniciais

Na distribuição de Poisson, foi definida a variável aleatória como sendo o número de eventos em determinado período, no qual a média dos eventos neste período foi representada por α .

O período de tempo t entre dois sucessos consecutivos de um processo de Poisson com média $\alpha > 0$ é uma variável aleatória cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ \alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t} & \text{se } t \geq 0 \text{ e } \alpha > 0 \end{cases}$$

7.2 Parâmetros de distribuição Exponencial

$$\text{Média: } \mu = \frac{1}{\alpha}$$

$$\text{Desvio Padrão: } \sigma = \mu$$

7.3 Exemplo: A duração das baterias de uma indústria seguem a distribuição de Poisson com média de uma semana. Determine a probabilidade da bateria durar pelo menos 2 semanas.