

MAURO FACCIÓNI FILHO

**ESTUDOS DE MODELAGEM
ELETROMAGNÉTICA COM O MÉTODO DAS
LINHAS DE TRANSMISSÃO (TLM)**

FLORIANÓPOLIS

2001



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA

ESTUDOS DE MODELAGEM
ELETROMAGNÉTICA COM O MÉTODO DAS
LINHAS DE TRANSMISSÃO (TLM)

Tese submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica.**

MAURO FACCIÓNI FILHO

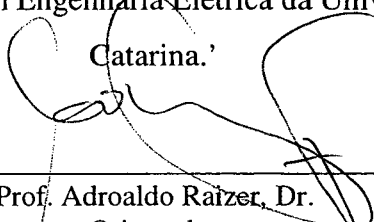
Florianópolis, Março de 2001.

ESTUDOS DE MODELAGEM ELETROMAGNÉTICA COM O MÉTODO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO (TLM)

Mauro Faccioni Filho

'Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de **Doutor em Engenharia Elétrica**, Área de Concentração em *Eletromagnetismo*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa

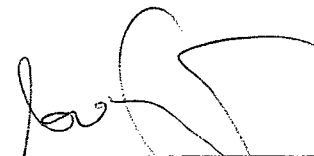
Catarina.'



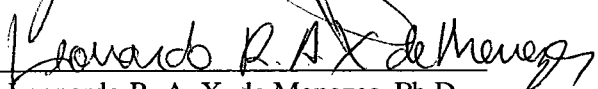
Prof. Adroaldo Raizer, Dr.
Orientador

Prof. Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

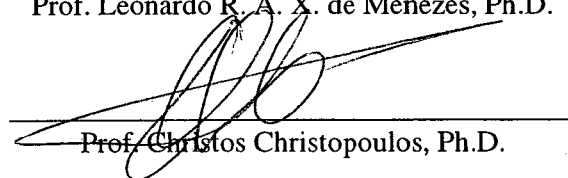
Banca Examinadora:




Prof. Adroaldo Raizer, Dr.
Presidente



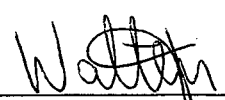
Prof. Leonardo R. A. X. de Menezes, Ph.D.



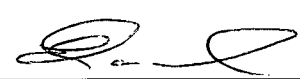
Prof. Christos Christopoulos, Ph.D.



Prof. Golberi de Salvador Ferreira, Dr.



Prof. Walter Pereira Carpes Jr., Dr.



Prof. Enio Valmor Kassick, Dr.

Dedicatória

Aos meus pais, Mauro e Wilma, que me ensinaram os caminhos da linguagem, essa face fugidia e fascinante do relacionamento dos homens.

Ao meu filho, Guilherme, que novamente veio me ensinar esse caminho, mostrando essa mesma face que a cada dia retorna num gesto de amor.

Agradecimentos

Não há como evitar uma grande lista de agradecimentos num trabalho como este. Devido ao tempo que tomou, aos esforços múltiplos, aos sacrifícios de alguns e ao apoio incondicional de muitos, os quais gostaria de listar aqui (numa lista que certamente será incompleta).

Inicialmente quero agradecer ao meu amigo Adroaldo Raizer, que muito mais que orientar todo o escopo desta tese, sempre soube olhar e entender todo o contexto que a envolveu, fazendo-a crescer e desenvolver-se num esforço mútuo.

Aos colegas de todo o Grupad e outros laboratórios da UFSC, onde todos esses anos partilhamos alguns ótimos momentos de convívio e discussões. Especialmente aos professores que participaram dos exames anteriores de mestrado e de qualificação, colocando excelentes sugestões, muitas delas nesta tese utilizadas: Nelson Sadowski, Patrick Kuo-Peng, Enio Kassick, Hans Zürn, Marcelo Vanti, Leonardo Menezes e meu amigo João Pedro Assumpção Bastos.

Na Universidade de Nottingham gostaria de agradecer ao Prof. Christos Christopoulos e à Ana Vukovic.

Aos amigos, que alguns mesmo não partilhando os problemas matemáticos que me tomaram, souberam sempre prestar algum tipo especial de ajuda ou atenção: Golberi Ferreira, Marcos Vallim, Ênio Padilha, Aldo Mano, Walter Clausen, Fernando Silva, Marco Aurélio Cremasco, Ademir Demarchi.....

E acima de tudo agradeço à minha família e aquele a quem dedico este trabalho: Guilherme.

Resumo da **Tese** apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica**.

ESTUDOS DE MODELAGEM ELETROMAGNÉTICA COM O MÉTODO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO (TLM)

Mauro Faccioni Filho

Março / 2001

Orientador: Adroaldo Raizer, Dr.

Área de Concentração: Eletromagnetismo

Palavras-chave: Eletromagnetismo, Modelagem Numérica, Compatibilidade Eletromagnética, Método das Linhas de Transmissão (TLM).

Número de Páginas: 192.

RESUMO: Este trabalho está voltado ao estudo de fenômenos eletromagnéticos através de modelos numéricos de discretização no domínio do tempo. Nesta tese os estudos estão baseados no Método das Linhas de Transmissão – TLM. O texto apresentado descreve o método detalhadamente em sua versão unidimensional, bidimensional e tridimensional, uma análise de erros no método, e propõe ainda um novo modelo de célula em três dimensões. Com a versão unidimensional é feita uma aplicação original para o caso de elemento não-linear usado em sistemas de compatibilidade eletromagnética, possibilitando prever o comportamento do componente frente a interferências e ruídos conduzidos, o que anteriormente era feito apenas de forma estatística ou experimental. Para a nova célula tridimensional é desenvolvido todo o equacionamento matemático para sua fundamentação, bem como código computacional para aplicações em microondas utilizando cavidades ressonantes e guias de ondas. Os resultados alcançados validam a nova célula, através de comparações com resultados analíticos e numéricos. Finalmente são apresentados integralmente os códigos computacionais desenvolvidos para o trabalho.

Abstract of **Thesis** presented to UFSC as a partial fulfilment of the requirements for the degree of **Doctor in Electrical Engineering**.

ELECTROMAGNETIC MODELLING RESEARCHES WITH THE TRANSMISSION LINE METHOD (TLM)

Mauro Faccioni Filho

March / 2001

Advisor: Adroaldo Raizer, Dr.

Area of Concentration: Electromagnetics.

Keywords: Electromagnetics, Numerical Modelling, Electromagnetic Compatibility, Transmission Line Method (TLM)

Number of Pages: 192.

ABSTRACT: This work is about electromagnetic phenomena researches through discrete numerical modelling in the time domain. These researches are based on Transmission Line Modelling Method – TLM. The whole method is described in its one, two and three-dimensional versions. A new three-dimensional cell is proposed and error analysis is presented. An original application with non-linear element is made using the one-dimensional version. This component is used on electromagnetic compatibility for conducted transient suppression, and this application can substitute statistical and experimental methods prediction. For the new three-dimensional cell was developed the mathematical foundations as well as its computational code for waveguides and resonators applications. The results validate the proposition by comparisons with analytical and other numerical results. Finally all codes developed for this work are presented.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA.....	iii
AGRADECIMENTOS.....	iv
RESUMO.....	v
ABSTRACT.....	vi
SUMÁRIO.....	vii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	ix
LISTA DE FIGURAS.....	xiii
1. APRESENTAÇÃO E CONCEITOS.....	01
1.1 INTRODUÇÃO E ROTEIRO.....	01
1.2 ALGUMA BIBLIOGRAFIA.....	04
1.3 DISCUSSÕES SOBRE COMPATIBILIDADE ELETROMAGNÉTICA.....	06
1.4 REFLEXÕES SOBRE MODELOS E MODELAGEM.....	11
2. MÉTODO TLM UNIDIMENSIONAL.....	14
2.1 INTRODUÇÃO.....	14
2.2 CONCEITOS GERAIS DO TLM UNIDIMENSIONAL.....	15
2.3 COMPORTAMENTO NÃO LINEAR - O VARISTOR.....	26
2.4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	32
2.5 CONCLUSÃO.....	36
3. MÉTODO TLM BIDIMENSIONAL.....	37
3.1 INTRODUÇÃO.....	37
3.2 NÓ PARALELO.....	38
3.3 NÓ SÉRIE.....	51
3.4 CONCLUSÕES.....	71
4. MÉTODO TLM TRIDIMENSIONAL.....	72
4.1 INTRODUÇÃO.....	72
4.2 NÓS TRIDIMENSIONAIS.....	73
4.3 NÓ SIMÉTRICO CONDENSADO.....	81
4.4 CONCLUSÕES.....	92

5. NOVA CÉLULA TRIDIMENSIONAL.....	94
5.1 INTRODUÇÃO.....	94
5.2 DESCRIÇÃO DO MODELO.....	95
5.3 RESULTADOS PRELIMINARES E DISCUSSÕES.....	109
5.4 CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS.....	122
5.5 EXCITAÇÃO.....	130
5.6 RESULTADOS E TESTES.....	136
5.7 CONCLUSÕES.....	142
6. DISPERSÃO E ERROS EM TLM.....	145
6.1 INTRODUÇÃO.....	145
6.2 DISPERSÃO E ERROS EM TLM BIDIMENSIONAL.....	146
6.3 CÉLULA TRIDIMENSIONAL TCC.....	156
6.4 CONCLUSÃO.....	158
7. CONCLUSÕES.....	160
7.1 INTRODUÇÃO.....	160
7.2 REVISÃO E CONTRIBUIÇÕES.....	160
7.3 DIFICULDADES, NOVAS PROPOSIÇÕES, CONCLUSÃO.....	163
ANEXO 1 – CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA O VARISTOR.....	166
ANEXO 2 – CÓDIGO COMPUTACIONAL COM A CÉLULA TCC.....	176
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	187

LISTA DE SÍMBOLOS

<i>B</i>	indução magnética
<i>c</i>	velocidade da luz
<i>C</i>	capacitância
<i>D</i>	indução elétrica
<i>E</i>	campo elétrico
<i>f</i>	frequência
<i>G</i>	condutância elétrica
<i>H</i>	campo magnético
<i>I</i>	corrente elétrica
[<i>I</i>]	matriz identidade
<i>J</i>	densidade de corrente
<i>k</i>	número da iteração no processo de cálculo
<i>K</i>	constante do varistor
<i>l</i>	comprimento total da linha
<i>L</i>	indutância
<i>R</i>	resistência elétrica
[<i>S</i>]	matriz de espalhamento
[<i>S</i>]⁻¹	inversa da matriz de espalhamento
[<i>S</i>]^T	transposta da matriz de espalhamento
<i>t</i>	tempo
<i>T</i>	coeficiente de transmissão
<i>v</i>	velocidade de propagação da onda
<i>v_w</i>	velocidade de propagação em um meio qualquer
<i>V</i>	potencial elétrico
<i>VE</i>	potencial elétrico do lado esquerdo do nó 1D
<i>VD</i>	potencial elétrico do lado direito do nó 1D
<i>x</i>	variável de posição no eixo x

y	variável de posição no eixo y
z	variável de posição no eixo z
Y	admitância
Z	impedância
Z_0	impedância característica
Z_L	impedância equivalente do indutor modelado
Z_C	impedância equivalente do capacitor modelado
Z_l	impedância da carga
α	expoente na equação não linear do varistor
β	constante de fase
Δx	espaço discretizado no eixo x
Δy	espaço discretizado no eixo y
Δz	espaço discretizado no eixo z
Δl	comprimento discretizado genérico
Δt	tempo discretizado (passo de tempo)
Δq	quantidade de carga elétrica discretizada
$\Delta \phi$	quantidade de fluxo elétrico discretizado
ε	permissividade elétrica
ε_r	permissividade elétrica relativa
ε_0	permissividade elétrica do espaço livre
ϕ	fluxo elétrico
Γ	coeficiente de reflexão
λ	comprimento de onda
μ	permeabilidade magnética
μ_0	permeabilidade magnética do espaço livre
μ_r	permeabilidade magnética relativa
σ	condutividade elétrica
ω	freqüência angular

Prefixo subscripto

k indica o número da iteração

Sufixo subscripto

d distribuído por unidade de comprimento

s relativo à fonte

e relativo a erro

x grandeza no eixo x

y grandeza no eixo y

z grandeza no eixo z

n número do nó (qualquer)

L relativo à carga

Sufixo sobrescrito

i incidente sobre o nó

r refletido do nó

Abreviaturas

TLM	<i>Transmission Line Modelling</i>
FDTD	<i>Finite Difference - Time Domain</i>
DF	Domínio da Frequência
DT	Domínio do Tempo
FD	<i>Frequency Domain</i>
TD	<i>Time Domain</i>
1D	Unidimensional
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
EMC	<i>Electromagnetic Compatibility</i>
EMI	<i>Electromagnetic Interference</i>

FEM	<i>Finite Element Method</i>
TCC	<i>Three-dimensional Current Cell</i>
SCN	<i>Symmetrical Condensed Node</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>

LISTA DE FIGURAS E TABELAS

- Figura 1.1 - Diagrama com os principais termos utilizados em compatibilidade eletromagnética.
- Figura 1.2 - Múltiplos caminhos de interferência.
-
- Figura 2.1 - Linha de transmissão com parâmetros distribuídos.
- Figura 2.2 - Trecho de linha de transmissão e equivalente com impedância.
- Figura 2.3 - Linha de transmissão com fonte e carga.
- Figura 2.4 - Tensões incidentes e refletidas sobre o nó n .
- Figura 2.5 - Equivalente para o nó n de uma linha com perdas.
- Figura 2.6 - Equivalente para o primeiro nó, junto à fonte.
- Figura 2.7 - Último nó da linha, junto à carga.
- Figura 2.8 - Equivalente de Thévenin do último nó, junto à carga.
- Figura 2.9 - Capacitor junto à carga (nó m) e seu modelo *stub*.
- Figura 2.10 - Equivalente do último nó com capacitor.
- Figura 2.11 - Curva característica do varistor.
- Figura 2.12 - Seção transversal de varistor.
- Figura 2.13 - Sistema de 4 terminais com fonte externa e elemento não linear.
- Figura 2.14 - Medição e simulação da tensão sobre a carga em função do tempo.
- Figura 2.15 - Onda padronizada de surto de tensão.
- Figura 2.16 - Varistor de 11 volts com surto $1,2 \times 50 \mu\text{s}$ de 50 volts de tensão máxima.
- Figura 2.17 - Varistor de 11 volts com surto $1,2 \times 50 \mu\text{s}$ de 100 volts de tensão máxima.
- Figura 2.18 - Varistor de 11 volts com surto $1,2 \times 50 \mu\text{s}$ de 200 volts de tensão máxima.

- Figura 3.1 - Nó Paralelo.
- Figura 3.2 - Tensões incidentes em um nó Paralelo.
- Figura 3.3 - Tensão incidente unitária (a), reflexão e transmissões (b).
- Figura 3.4 - Interligação dos nós e suas posições relativas ao nó central.
- Figura 3.5 - Célula básica do nó Paralelo.
- Figura 3.6 - Equivalente de Thévenin para o nó paralelo.
- Figura 3.7 - Célula do nó Paralelo com *stubs* capacitivo e condutivo.
- Figura 3.8 - Equivalente de Thévenin para o nó Paralelo.
- Figura 3.9 - Nó Série.
- Figura 3.10 - Associação de nós Série.
- Figura 3.11 - Nó Série com impedâncias características e tensões incidentes e refletidas.
- Figura 3.12 - Equivalente de Thévenin do nó Série.
- Figura 3.13 - Nó Série com *stub* indutivo.
- Figura 3.14 - Equivalente de Thévenin do nó Série com *stub*.
- Figura 3.15 - Equivalente de Thévenin do nó Série com *stub* e perdas.
- Figura 3.16 - Contorno condutivo na porta 4 para o nó Série.
- Figura 3.17 - Contorno isolante na porta 4 para o nó Série
- Figura 3.18 - Contorno de impedância Z na porta 4 para o nó Série.
-
- Figura 4.1 - Composição com dois nós Série e um nó Paralelo.
- Figura 4.2 - Composição com dois nós Paralelo e um nó Série.
- Figura 4.3 - Nó Expandido tridimensional.
- Figura 4.4 - Malha tridimensional com Nó Expandido.
- Figura 4.5 - Nó tridimensional Escalar.
- Figura 4.6 - Nó Condensado Assimétrico.
- Figura 4.7 - Nó Simétrico Condensado (SCN).
- Figura 4.8 - Separação dos três nós Série que constituem o SCN.
- Figura 4.9 - Pulso de tensão incidente e reflexões resultantes no SCN.
- Figura 4.10 - Região do espaço com o nó SCN.
- Figura 4.11 - Desenho esquemático de malha com o nó SCN.

- Figura 5.1 - Distribuição de capacitâncias e indutâncias em uma região do espaço.
- Figura 5.2 - Modelo T de linha de transmissão com perdas.
- Figura 5.3 - Linhas em composição tridimensional: (a) com perdas; (b) sem perdas e com representação das correntes refletidas e incidentes.
- Figura 5.4 - Célula TCC sem perdas e com correntes incidentes e refletidas.
- Figura 5.5 - Representação esquemática da linha da direção x .
- Figura 5.6 - Representação esquemática da linha da direção y .
- Figura 5.7 - Representação esquemática da linha da direção z .
- Figura 5.8 - Incidência de pulso unitário e reflexão decorrente.
- Figura 5.9 - Malha tridimensional e as conexões entre portas.
- Figura 5.10 - Evolução da cavidade ressonante a partir de um circuito LC .
- Figura 5.11 - Circuito LC e cavidade ressonante com paredes condutoras sem perdas.
- Figura 5.12 - Diagrama esquemático do programa computacional.
- Figura 5.13 - Cavidade $1x1x1$ metro, excitação $(1:10, 1:10, 8)$, saída $(2,2,2)$. Resultado analisado no domínio do tempo. Células: $10x10x10$.
- Figura 5.14 - Cavidade $1x1x1$ metro, excitação $(1:10, 1:10, 8)$, saída $(2,2,2)$. Resultado analisado no domínio da frequência (DFT). Células: $10x10x10$.
- Figura 5.15 - Cavidade $0,5x1x1$ metro, excitação $(1:5, 8, 8)$, saída $(2,2,2)$. Células: $5x10x10$.
- Figura 5.16 - Cavidade $4x1x1$ metro, excitação $(1:40, 1:10, 8)$, saída $(8,2,2)$. Células: $40x10x10$.
- Figura 5.17 - Cavidade $1x1x1$ metro, saída $(2,2,2)$, células: $10x10x10$. Excitação: (a) $1:10, 1:10, 8$; (b) $1:10, 8, 8$; (c) $8, 8, 8$.
- Figura 5.18 - Cavidade $1x1x1$ metro, células $10x10x10$, excitação $(1:10, 1:10, 8)$. Saída (a) $1,1,1$; (b) $3,3,3$; (c) $4,4,4$; (d) $5,5,5$.
- Figura 5.19 - Cavidade $1x1x1$ metro, células $10x10x10$, excitação $(1:10, 1:10, 8)$. Saída (a) $6,6,6$; (b) $3,2,2$; (c) $4,2,2$; (d) $5,2,2$

- Figura 5.20 - Cavidade $1x1x1$ metro, células $20x20x20$, saída 2,2,2,. Excitação: (a) $1:10, 1:10, 8$; (b) $1:10, 8, 8$; (c) $8, 8, 8$.
- Figura 5.21 - Cavidade $1x1x1$ metro, células $20x20x20$, excitação ($1:10, 1:10, 8$). Saída (a) 3,3,3; (b) 4,4,4; (c) 5,5,5; (d) 7,7,7 com excitação ($1:20, 1:20, 15$).
- Figura 5.22 - Componentes de campo: (a) Magnético; (b) Elétrico.
- Figura 5.23 - Grafo do circuito definido pela Célula Tridimensional TCC.
- Figura 5.24 - Campo elétrico E_x obtido no ponto (2,2,2), com excitação no plano ($1:10, 1:10, 8$). Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.
- Figura 5.25 - Campo elétrico E_x obtido no ponto (5,5,5), com excitação no plano ($1:10, 1:10, 8$). Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.
- Figura 5.26 - Campo magnético H_y obtido no ponto (2,2,2), com excitação numa linha ($1:10, 8, 8$). Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.
- Figura 5.27 - Campo magnético H_y obtido no ponto (4,4,4), com excitação numa linha ($1:10, 8, 8$). Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.
- Figura 5.28 - Campo magnético H_z obtido no ponto (5,5,5), com excitação no plano ($1:10, 1:10, 8$). Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.
- Figura 5.29 - Campo magnético H_z obtido no ponto (2,2,2), com excitação numa linha ($1:10, 8, 8$). Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.
- Figura 5.30 - Guia de ondas.
- Figura 5.31 - Guia de ondas $10x10$ cm, resultado em E_y , com plano de excitação ($1, 3:7, 3:7$). Ponto de saída: (a) $180,5,5$; (b) $180,3,3$; (c) $180,5,2$.
- Figura 5.32 - Guia de ondas $5x5$ cm, resultado em E_y , com plano de excitação ($1, 3:7, 3:7$). Ponto de saída: (a) $180,5,5$; (b) $180,3,3$; (c) $180,5,2$.

- Figura 6.1 - Frente de onda incidente a 45° .
Figura 6.2 - Pulso incidente na porta 2 e reflexões resultantes.
Figura 6.3 - Nó paralelo com portas 1 e 3 condensadas e em aberto.
Figura 6.4 - Circuito de 4 terminais, passivo e linear.
Figura 6.5 - Gráfico de dispersão em malha 2D.
Figura 6.6 - Resposta em frequência para células TCC de diferentes dimensões.
Figura 6.7 - Resposta em frequência – modo 310 .

- Figura A1.1 - Diagrama esquemático do programa 1D.
Figura A2.1 - Diagrama esquemático do programa 3D com a célula TCC.

TABELAS

- Tabela 5.1 - Quadro de frequências de ressonância.
Tabela 6.1 - Experiência com cavidade ressonante e diferentes células.
Tabela 6.2 - Resultados numéricos do teste de dispersão.

CAPÍTULO 1

APRESENTAÇÃO E CONCEITOS

1.1 – INTRODUÇÃO E ROTEIRO

Este é o texto de um trabalho voltado ao estudo de fenômenos eletromagnéticos através de modelos numéricos de discretização no domínio do tempo.

O tratamento de problemas eletromagnéticos básicos, como por exemplo as forças e os campos em torno de um condutor, linhas de transmissão a dois condutores, campo entre duas placas, entre vários outros, pode ser feito de maneira simples e eficaz analiticamente. Porém os campos próximos de uma antena de microondas, forças em interação nos motores e chaves seccionadoras, guias de onda não homogêneos ou de formato irregular, ou mesmo linhas de transmissão a multicondutores e trançadas, são de solução muito difícil e exigem técnicas especiais. Vários modelos numéricos foram e vêm sendo desenvolvidos com este objetivo, amparados no poder de cálculo dos modernos computadores.

No caso ainda mais específico de problemas eletromagnéticos com microondas, ondas milimétricas ou com fenômenos transitórios, os métodos numéricos resolvidos no domínio do tempo (métodos diferenciais, conhecidos por *TD – Time Domain Methods*) apresentam-se com maior eficiência do que aqueles no domínio da frequência (métodos integrais, conhecidos por *FD – Frequency Domain Methods*).

Entre os principais métodos de modelagem encontram-se o das Diferenças Finitas (*FD – Finite Difference*), o dos Elementos Finitos (*FEM – Finite Element Method*), o Método dos Momentos (*MoM – Moments Method*), e o da Modelagem por Linhas de Transmissão (*TLM – Transmission Line Modelling Method*), além de muitos outros com aplicações mais específicas.

O método TLM baseia-se nas equações diferenciais das linhas de transmissão,

obtendo então tensões e correntes para cada nó propagando-se pela malha de acordo com o Princípio de Huygens [1,6]. Os campos Elétrico e Magnético são obtidos das tensões e correntes respectivamente. Uma enorme vantagem deste método é a simplicidade e facilidade para o entendimento de seus fundamentos, pois a teoria de linhas de transmissão é condição básica nos conhecimentos da engenharia elétrica e eletrônica.

O método TLM teve origem em artigo no início dos anos 70 [11], onde o método foi elaborado em sua versão bidimensional. Logo depois, ainda nos anos 70, foi desenvolvido um modelo tridimensional [12,13]. Devido especialmente à ainda pequena capacidade computacional das máquinas naquela época, o progresso inicial do método foi lento. Em 1987 Peter Johns apresentou a proposta de um novo modelo tridimensional [14], ocasionando a partir de então seu rápido progresso, acompanhado da disseminação dos computadores pessoais e de sua crescente capacidade de processamento e memória.

Nesta tese os estudos de modelagem de fenômenos eletromagnéticos estão baseados no Método das Linhas de Transmissão – TLM. O texto aqui apresentado descreve o método detalhadamente, de forma inaugural em língua portuguesa, desde a versão unidimensional até a tridimensional, propondo ainda um novo modelo de célula em três dimensões, uma aplicação original para o caso de elemento não linear usado em sistemas de compatibilidade eletromagnética, além de várias aplicações e estudos comparativos.

Um **roteiro de leitura** pode ser proposto para este texto, considerando os diferentes níveis de conhecimento do leitor com referência ao método e ao modelo utilizados, permitindo assim que determinadas seções ou capítulos inteiros possam ser simplesmente saltados, ou, ao contrário, detidos para uma análise em detalhe.

O **Capítulo 1**, além de fazer a apresentação geral do trabalho, apresenta uma bibliografia genérica para os interessados em estudos de modelagem numérica e especificamente o método TLM, assim como diversas outras fontes consultadas para esta pesquisa. Abre também algumas seções para a discussão de temas que serão recorrentes na tese. Um resumo bastante genérico sobre problemas de compatibilidade eletromagnética é colocado, e como tais problemas estão presentes no dia a dia tanto da engenharia, como na própria ordem de preocupações da população em geral. A seguir, considerando os problemas com que os engenheiros devem tratar e as ferramentas que dispõem para isso, e também as próprias facilidades (e novas dificuldades!) que o desenvolvimento

computacional dispuseram, é feita uma discussão sobre modelos e modelagem, argumentando sobre a superposição de percepções e formas de analisar o real com que se é obrigado a lidar.

A partir do **Capítulo 2** é feita uma descrição detalhada do método TLM, iniciando com o estudo do caso unidimensional (1D). O equacionamento matemático completo é apresentado, tendo como perspectiva a compreensão do processo fundamental do método, que é a discretização da linha de transmissão, a aplicação da teoria da transmissão e reflexão, e como esse processo pode ser implementado computacionalmente através de “passos de tempo”. É feita a análise de um elemento de comportamento não linear chamado Varistor (*Variable Resistor*), e um modelo computacional específico é desenvolvido, com a finalidade de prever o comportamento do componente em casos de supressão de transientes eletromagnéticos em linhas de alimentação elétrica ou de telecomunicações.

No **Capítulo 3** é apresentado o modelo bidimensional (2D) do método, como uma extensão natural da teoria do modelo 1D. Dois tipos de nós bidimensionais são apresentados, dependendo da forma de ligação das linhas de transmissão: Nó Paralelo, onde as linhas estão conectadas em paralelo; Nó Série, onde duas linhas são ligadas em série formando um circuito com topologia bidimensional.

O modelo tridimensional (3D) é apresentado no **Capítulo 4**, que descreve o desenvolvimento das principais células tridimensionais e suas topologias, e como os modelos 2D influenciaram na sua formação. A célula Simétrica Condensada (SCN) é apresentada genericamente, bem como suas principais equações matemáticas, pois várias analogias serão tecidas em relação a esse modelo quando for proposta a nova célula.

A nova célula é colocada no **Capítulo 5**, onde é feita a descrição do modelo e desenvolvidas suas expressões matemáticas fundamentais. Tal célula é então denominada de TCC por ter topologia tridimensional e estar relacionada às correntes elétricas circulantes no interior do circuito (*Three-dimensional Current Cell*). São realizados os primeiros testes para verificar a capacidade da matriz de espalhamento da célula, e seu comportamento quando em análise de circuitos ressonantes. A seguir é feita a proposta de um mapeamento de correntes no interior da célula com respeito aos campos elétricos e magnéticos, possibilitando assim o estudo de propagação de ondas e formas de excitação.

Testes utilizando tal mapeamento são realizados e os resultados comparados a resultados obtidos com o próprio método TLM (SCN) ou com resultados analíticos.

O **Capítulo 6** descreve alguns estudos relativos a erros ocasionados pela dispersão, e alguns testes com a célula TCC onde os resultados demonstram a incidência da dispersão nos valores obtidos. Tais valores vêm para concordar com as regras genéricas de modelagem com relação a dimensionamento de malhas, e como tal dimensionamento intervém no resultado procurado.

Finalmente o **Capítulo 7** apresenta as conclusões gerais do trabalho, os resultados obtidos e discussões, bem como as expectativas de trabalhos futuros e os caminhos de pesquisa abertos pela modelagem proposta na tese.

Em **Anexo** são transcritos dois códigos computacionais escritos para realizar os testes propostos no corpo da tese. O primeiro código é referente ao modelo do Varistor e a forma de aplicação do comportamento não linear dentro do cálculo com TLM. O segundo é referente à aplicação da célula TCC para análise de cavidades ressonantes. Tais códigos são apresentados com a intenção de fornecer subsídios adicionais ao estudioso de métodos numéricos e sua implementação computacional, ou como simples exercícios.

Apesar da razoável extensão obtida pelo conjunto da tese, espera-se que o texto seja claro e de leitura fluente, afastando-se de passagens obscuras ou insuficientemente explicadas. Esta motivação determinou a divisão em capítulos e seu sequenciamento num desenvolvimento progressivo. Isto permite também, para aqueles que já conhecem o tema, concentrarem-se apenas nas proposições originais do trabalho.

A próxima seção apresenta algumas palavras sobre a bibliografia consultada e recomendada para os interessados no tema da modelagem e do eletromagnetismo, e depois, concluindo este capítulo, são discutidos alguns conceitos básicos sobre compatibilidade numérica e problemas relativos à modelagem de fenômenos da natureza, que serão retomados em várias partes da tese como temas recorrentes.

1.2 – ALGUMA BIBLIOGRAFIA

Além dos textos, artigos e livros sobre métodos numéricos pesquisados e lidos para

compor a base teórica deste trabalho, uma série de outros, muitas vezes de temas até díspares entre si, foram surgindo quase que de forma aleatória, ao sabor dos interesses originados em um ou outro ponto de destaque das leituras, ou numa inusitada conexão entre temas. Algumas dessas referências, inicialmente, culminaram em dissertação de mestrado, onde estavam muitas das sementes dos trabalhos posteriores [1].

As pesquisas teóricas, aplicações computacionais e testes realizados, deram origem a vários artigos apresentados em congressos nacionais e internacionais [2,3,4,32,46], bem como publicados em importantes revistas internacionais da área [47,48]. Nesses artigos estão colocados resumidamente muitos dos temas que nesta tese estão descritos em detalhe.

Ao lado do estudo do método TLM, vários outros métodos podem ser vistos, com a perspectiva de entender as diversas soluções de modelagem adotadas e perceber quando é importante aplicar tal ou qual método, e quando é preciso adotar mais de um numa solução híbrida [5,8,9,10,21].

O método TLM, por sua vez, tem vasta quantidade de artigos publicados, tanto sobre seu desenvolvimento enquanto modelo como quanto a aplicações tecnológicas com seu emprego. Os artigos iniciais do método, que deram origem e fundamentação teórica e matemática, são praticamente recentes e muito importantes devido à qualidade do texto e pela originalidade das proposições [11,12,13,14,24,44,49].

Apesar da razoável (e dispersa) quantidade de artigos publicados sobre o tema, há um livro exclusivamente dedicado ao tema [6], onde praticamente toda a teoria sobre o método está colocada, servindo como referência fundamental para esta tese bem como para qualquer estudo que venha a ser realizado na área da modelagem eletromagnética. Acompanhando essa intenção de descrição genérica do método, pode-se encontrar na referência [7] um interessante estudo realizado antes do surgimento do modelo tridimensional adotado em TLM atualmente. E denotando a importância que o método veio a tomar no final dos anos 80 e especialmente durante os anos 90, alguns laboratórios de pesquisa fora do Brasil vieram a se dedicar quase que exclusivamente ao seu desenvolvimento, gerando uma série de teses [15,16,17,18,19], o que ocorreu também no Brasil posteriormente [1,25,28]. Ao lado das teses uma série de dezenas artigos, dos quais são citados aqui unicamente os relevantes para a matéria em estudo [20,26,29,33,34].

Ao lado dos estudos do método TLM, vários importantes livros e artigos sobre

eletromagnetismo naturalmente foram utilizados, procurando sempre comparar as soluções analíticas e expressões matemáticas com aquelas oriundas da discretização e do modelamento, além de procurar entender as variações, mesmo que mínimas, do entendimento dos autores quanto ao fenômeno real. Entre esses trabalhos estão aqueles voltados ao eletromagnetismo em geral [9,31], às linhas de transmissão e propagação [22,23,27,39], circuitos elétricos [30] e antenas [35].

Considerando a compatibilidade eletromagnética como fonte de interesse permeando todo o contexto do trabalho, desde a partida para as pesquisas de teoria básica até as aplicações práticas (ou pelo menos o direcionamento delas), vários trabalhos podem ser citados, especificamente os livros [36,37,38,42], as dissertações e teses [15,28,45], os catálogos de fabricantes de produtos [40,43] e as normas técnicas e os artigos [2,3,4,41].

Finalmente, considerando a dificuldade inerente ao processo de modelagem de fenômenos de eletromagnetismo, e não apenas estes, mas toda perspectiva de leitura do real e sua transcrição para figuras e relacionamento dinâmico de tais figuras, um importante artigo de defesa dos métodos de modelagem [49] levou a leituras em campos bem mais distantes, mas não menos instigantes [50,51,52].

As próximas seções discutirão sobre os conceitos básicos de compatibilidade eletromagnética e sobre os processos de modelagem, sem dúvida sob um ângulo pessoal e, desde então, necessariamente marcados por uma reflexão parcial e passíveis de contra-argumentação (como deve ser o raciocínio científico).

1.3 – DISCUSSÕES SOBRE COMPATIBILIDADE ELETROMAGNÉTICA

Não é o intuito desta seção descrever técnicas de supressão de interferências eletromagnéticas. Nem discutir como as interferências podem afetar o funcionamento de equipamentos ou mesmo serem responsáveis por danos biológicos. Será apenas o de apresentar alguns conceitos básicos sobre o tema, e como, de posse desses conceitos, os trabalhos de engenharia podem ser direcionados visando o fortalecimento matemático e de ferramentas para o tratamento deste campo recente da ciência. Mesmo que se considere a

preocupação com interferências de rádio-transmissão já vir do início do século, apenas há algumas décadas o tema da interferência e da compatibilidade eletromagnéticas veio a ser tratado isoladamente. Porém, como se pode ver em vários congressos e em revistas, alguns casos são tratados como polêmicas, onde uma boa dose de “crença” está envolvida nos debates (vide os casos dos telefones celulares, e ainda a questão das descargas atmosféricas).

De modo muito genérico, um sistema de compatibilidade eletromagnética é dividido em três partes: a **fonte** emissora de interferências, o **receptor** sujeito às interferências, e o **meio** por onde transitam as interferências, conectando fonte e receptor. Compatibilidade é definida como a capacidade de todas as partes do sistema funcionarem satisfatoriamente, isto é, dentro de suas características e especificações, a despeito das interferências eletromagnéticas existentes.

Ainda de modo genérico, são consideradas **fontes de interferência**: dispositivos eletro-eletrônicos criados pelo homem; pulsos oriundos de reações nucleares; descargas atmosféricas e eletricidade estática; ruídos cósmicos.

Como **receptores de interferências** estão basicamente os sistemas e sub-sistemas elétricos desenvolvidos pelo homem, desde linhas de transmissão até micro-equipamentos eletrônicos. Justamente tais equipamentos eletrônicos, fortemente susceptíveis às interferências, é que vieram demandar maiores estudos na área da compatibilidade.

Como **meios de propagação** pode-se dividir naqueles que guiam as interferências diretamente entre a fonte e o receptor (chamam-se interferências conduzidas), e aqueles que propagam as interferências pelo espaço (chamam-se interferências irradiadas).

Além disso as interferências podem se originar em um determinado sistema para afetar um outro, distante, mas também pode afetar o próprio sistema onde se origina. Na figura 1.1 são apresentados os termos utilizados na área de compatibilidade eletromagnética, e também um diagrama demonstrando as relações intra-sistema e inter-sistemas. Os principais termos utilizados são as abreviaturas EMC (*Electromagnetic Compatibility*), EMI (*Electromagnetic Interference*), e EMS (*Electromagnetic Susceptibility*).

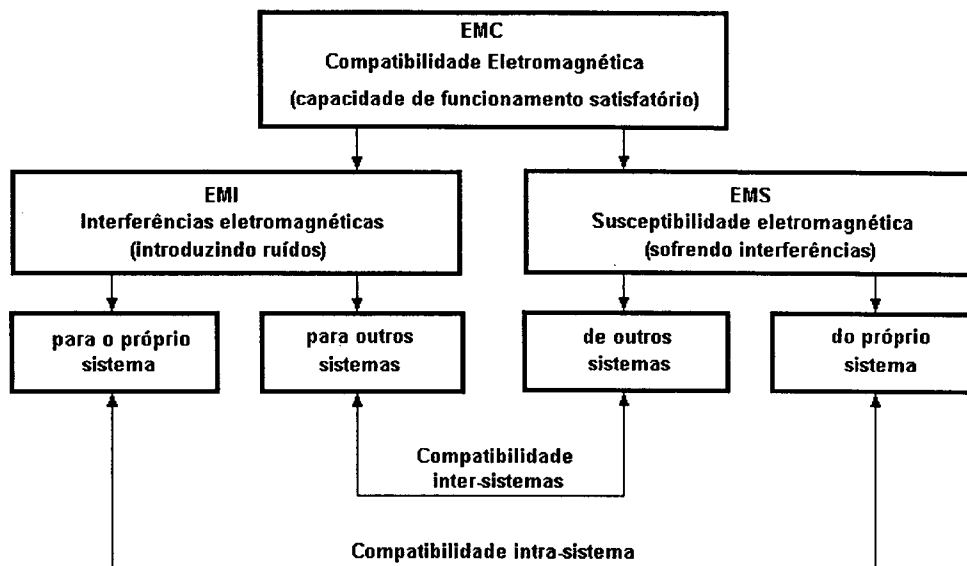


Figura 1.1 – Diagrama com os principais termos utilizados em compatibilidade eletromagnética

A susceptibilidade eletromagnética define o quanto um sistema é susceptível às interferências eletromagnéticas existentes no meio. A expectativa, então, é que no desenvolvimento do sistema, menor seja a sua susceptibilidade. E a outra expectativa é que menor seja o grau de interferências lançadas para o meio, e para si próprio.

Controlar o meio é uma dificuldade muito maior, pois muitos dos fatores que o determinam não são passíveis de controle. A figura 1.2 apresenta um diagrama onde são mostrados os diversos caminhos por onde transitam as interferências [38]. Do lado esquerdo estão os sinais que necessariamente deverão ser transmitidos para o funcionamento do sistema, e do lado direito as diversas possibilidades de sinais espúrios e ruídos. Note-se que junto ao próprio sinal desejado se juntam interferências intra-sistema, difíceis de compatibilizar. Além disso há uma interação entre os dois lados, fazendo com que se tenha múltiplos caminhos de cruzamento.

A primeira medida num projeto de engenharia é eliminar o quanto possível os ruídos originados na fonte, pois ali estão num campo restrito, portanto com um grau menor de dificuldade. Mas como essa fonte hipotética pode também se comportar como um receptor, o segundo passo será justamente prepará-lo diminuindo sua susceptibilidade. Por último, tentar trabalhar no próprio ambiente eletromagnético tentando reduzir as possibilidades de caminho.

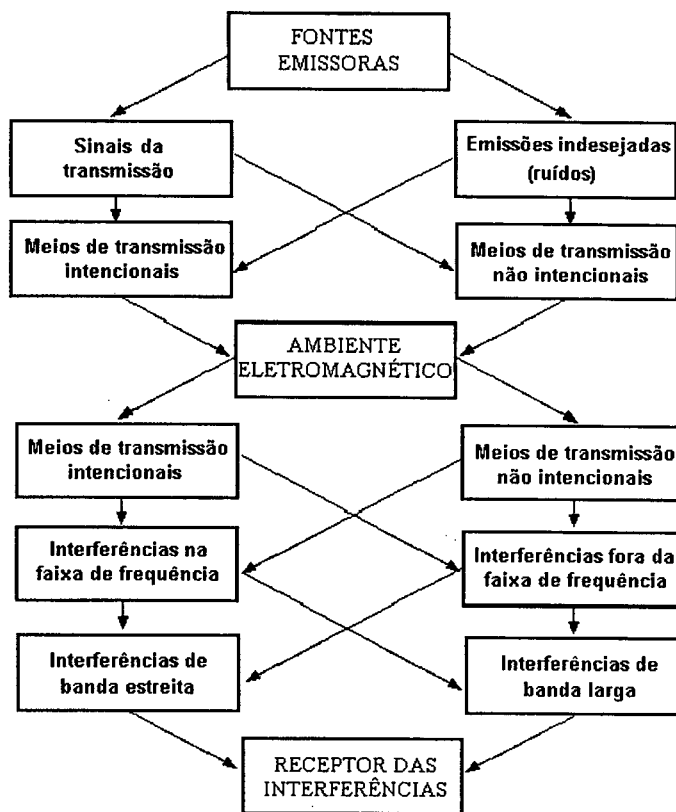


Figura 1.2 – Múltiplos caminhos de interferência.

Tome-se como exemplo uma linha de transmissão de energia, ligando dois equipamentos em edificações diferentes. No caso da incidência de descarga atmosférica sobre a linha ou próximo dela, um surto se propagará para os equipamentos. A linha nesse caso está se comportando como o meio conduzido para o surto, mas também como o receptor com relação à descarga atmosférica. Não é possível eliminar a fonte, então um estudo junto ao receptor (a linha) indicaria as possibilidades de transferi-la para tubulações subterrâneas ou sob cabos pára-raios como medida de protegê-la de incidência direta. A atitude a tomar dependerá dos custos envolvidos. Após o surgimento do surto conduzido na linha, passa-se ao estudo das formas de proteger os equipamentos alimentados por ela. Para isso devem ser colocados filtros e “desviadores” do surto (no Capítulo 2 será apresentada a modelagem de um componente não linear com essa função). Novamente os custos envolvidos vão determinar as aplicações a serem feitas. É surpreendente como para um caso tão simples como este o número de variáveis é grande, e quanto mais se aproximar do

problema real, maior a complexidade do sistema. Na verdade os problemas envolvendo compatibilidade eletromagnética são crescentes (qualitativa e quantitativamente), e os trabalhos técnicos e científicos vêm, em muitos casos, rebocados por essa demanda.

Sem dúvida os problemas de compatibilidade tocam, a todo momento, outros campos de estudo do eletromagnetismo, tais como microondas, antenas, linhas de transmissão, redes de energia e de telecomunicações, mas o enfoque é bastante diverso. Além disso, alguns casos são bem específicos, como por exemplo sistemas de aterramento, proteção às descargas atmosféricas (para-raios), sistemas de blindagem, supressores de transientes, etc.

Ao lado de todo esse trabalho científico há um sistemático movimento de normatização para produtos e sistemas, considerando a compatibilidade eletromagnética e níveis admitidos de interferência. Atualmente as mais conhecidas comissões de normatização estão na CISPR (*Comite International Special des Perturbations Radioelectriques*), na Europa, e nos Estados Unidos na FCC (*Federal Communications Commission*) [37,38]. As normas publicadas por essas comissões, apesar das disparidades existentes entre elas, são as referências hoje para os níveis de aceitação dos produtos colocados nos mercados. A complexidade crescente dos sistemas eletromagnéticos, e dos estudos necessários para sua compreensão, apontam no entanto para modificações constantes nos níveis definidos pelas normas e, quem sabe, sua uniformização.

Os trabalhos de modelagem numérica parecem se adequar com naturalidade aos problemas de compatibilidade eletromagnética, justamente por sua capacidade de analisar problemas complexos, o que não é possível na forma analítica. Além disso, como se irá discutir na próxima seção, a forma analítica das equações é apenas um método de modelagem dos fenômenos reais, e não o fenômeno em si, e desta forma a modelagem numérica está ao seu lado como uma nova alternativa de modelagem dos fenômenos da natureza, decorrente da disposição dos sistemas computacionais como novos instrumentos de trabalho do cientista.

Justamente neste aspecto se enquadra o modelo da célula tridimensional proposta no Capítulo 5, como uma ferramenta auxiliar para estudos de problemas eletromagnéticos complexos e de difícil geometria. A aplicação em compatibilidade eletromagnética foi um dos motivos básicos no seu desenvolvimento, na expectativa de um modelo onde a

excitação também pudesse ser feita em corrente (pensando por exemplo em sistemas de aterramento, captadores de descargas atmosféricas, paradiafonia, etc.), ou simplesmente sistemas de interferências irradiadas (volumes com diferentes frequências de transmissão coexistentes, etc.).

1.4 – REFLEXÕES SOBRE MODELOS E MODELAGEM

A proposição de modelos para representar a realidade não é uma novidade, de forma alguma. Representar a realidade é um exercício constante de modelagem. Aos objetos são dados nomes, e para expressar um fato é necessário criar uma linguagem que possa mostrar dinamicamente esse fato. Tal linguagem é um modelo do fato. “Na figuração e no afigurado deve haver algo de idêntico, a fim de que um possa ser, de modo geral, uma figuração do outro. O que a figuração deve ter em comum com a realidade para que possa afigurá-la à sua maneira – correta ou falsamente – é sua forma de afiguração.” [50] Com isso está colocado que deve haver uma semelhança da maneira de ser daquilo que deve ser representado, o figurado, com aquilo que o representa, a figuração. Essa forma de afiguração, no entanto, não é a forma em si do figurado, mas uma representação, assim como a linguagem tenta mostrar, através de um conjunto de palavras e de nomes, determinado fato. A linguagem computacional é um modelo de expressão, tentando criar uma comunicação com uma máquina para que se possa introduzir determinados parâmetros e obter outros. O mesmo para a linguagem matemática com suas expressões.

Mas algumas vezes o modelo se confunde com a própria realidade que quer figurar. Não que isso seja possível *a priori*, mas porque o criador do modelo o aceita como tal, valorizando-o como o próprio real. Defendendo uma visão diferente e contrapondo-se à idéia de que os modelos matemáticos analíticos seriam os determinantes do certo e do errado dos fenômenos físicos, em 1979 Peter Johns chamou a atenção para este importante detalhe dizendo que “chegou o tempo onde devemos abrir nossas mentes para o fato de que a matemática contínua é apenas uma técnica de modelagem, e que os modelos discretos devem também ser considerados” [49]. Sobre essa confusão entre o modelo e o real, que justamente criava um ambiente conservador às iniciativas de avanço das pesquisas de

modelos discretos envolvendo os novos recursos computacionais, escreveu que, “em algumas situações, um modelo de um processo físico parece predominar, e não apenas os modelos alternativos tendem a ser negligenciados, mas pior, o modelo começa a tomar o lugar da própria realidade. Eu acredito que isto tem acontecido expressivamente em nosso uso do cálculo.” E mais: “o ponto interessante é que tendemos a pensar no componente físico como não-ideal e o modelo matemático como ideal. (...) O fato é que o capacitor e o indutor são a coisa real e o modelo de cálculo é uma aproximação não-ideal.” [49]

No método TLM as linhas de transmissão são utilizadas como base para criação das topologias de representação discreta dos fenômenos de eletromagnetismo. Ao declarar que as equações matemáticas que relacionam o componente às tensões e correntes são uma aproximação não-ideal, quis chamar a atenção justamente ao fato de que a idealidade é um contra-senso, onde o real, ou seja, o objeto e suas relações dinâmicas, são o que interessa de fato, e o que se chama de ideal nada mais é do que uma aproximação. Com isto inverte a relação de forças e aceita o comportamento real como o fato em si. Sendo assim, permite a entrada de novas possibilidades de modelagem, novos pontos de vista de tentativa de explicar, ou mostrar, o fenômeno. E ainda, observando que um modelo deve partir do fenômeno físico diretamente, e não da tentativa de modelar o modelo matemático, declara que, “mesmo que o modelo discreto não seja mais acurado, provavelmente ele possa dar um melhor entendimento dos erros numéricos do que o modelo de um modelo” [49], referindo-se aqui à tentativa de se usar as técnicas matemáticas antigas para criar, sobre elas, os novos modelos, ou seja, “modelo de um modelo”.

O modelo pressupõe o erro, é claro, pois é uma figuração não-ideal. Por ideal entenda-se a capacidade de o modelo se aproximar do real que pretende figurar. E o grau de erro dependerá dessa aproximação, mas tal aproximação terá seu preço. “Podemos tornar nosso modelo mais complexo e mais fiel à realidade, ou podemos torná-lo mais simples e de uso mais fácil. Só o cientista muito ingênuo acredita que o modelo perfeito é aquele que representa perfeitamente a realidade. Este modelo teria os mesmos defeitos de um mapa tão grande e detalhado quanto a cidade que representa, um mapa retratando todos os parques, todas as ruas, todos os edifícios, todas as árvores, todos os buracos, todos os habitantes e todos os mapas. Se tal mapa fosse possível, sua especificidade destruiria seu propósito: generalizar e abstrair. (...) Qualquer que seja o seu objetivo, mapas e modelos devem

simplificar tanto quanto reproduzem o mundo.”[51]

A última frase do parágrafo anterior já propõe um critério para a perspectiva da modelagem: simplificar para reproduzir. E por simplificação se entenderá a capacidade de admitir uma certa porção de erros mas ainda assim reproduzindo, ou figurando, o real (o mundo). Uma outra perspectiva, que tem acompanhado as propostas de modelagem e que se manifestam na clareza, na simetria, na concisão, é a estética. “Os padrões matemáticos, como os dos pintores ou dos poetas, devem ser bonitos. As idéias, como cores ou palavras, devem se encaixar de maneira harmônica. A beleza é o primeiro teste. Não existe lugar permanente para uma matemática feia.” Essa frase, do matemático G.H. Hardy, citada na referência [52], demonstra uma expectativa de visão global de cada modelo, ou seja, uma característica inerente ao ser humano de procurar a clareza da expressão, mesmo onde um fenômeno complexo esteja presente. Não parece ser esse o caso do modelo do Nó Simétrico Condensado (SCN) no método TLM tridimensional, com sua matriz simétrica e composta por zeros e uns?

E sendo um modelo nada mais que a representação da realidade, evidentemente tomada a partir de um específico ponto de vista e das disponíveis ferramentas de análise, será sempre um modelo provisório. Sob o signo da provisoriedade é que o prêmio Nobel da Física de 1979 vai atacar as teorias mecanicistas, que formaram a base de muitos conceitos que ainda se utilizam: “as teorias dos campos elétrico e magnético, desenvolvidas no século XIX por Michael Faraday e James Clerk Maxwell, apoiavam-se sobre uma base mecânica, em termos de tensões de um meio físico permeável, geralmente chamado de éter. Os físicos do século XIX não estavam agindo como tolos – todos eles precisam de algum tipo de visão de mundo hipotética para obter progressos, e a visão mecanicista parecia um caminho tão bom quanto qualquer outro. Mas ela viveu demais.” [52]

Com essa idéia de provisoriedade e de erro inerentes aos processos de representação, mas também da necessidade de criação de modelos claros para continuar a análise da realidade e de seus fenômenos, ou seja, uma crença na capacidade de expressão e de desenvolvimento, fez-se a base para os estudos e pesquisas do trabalho apresentado nesta tese.

CAPÍTULO 2

MÉTODO TLM UNIDIMENSIONAL

2.1 – INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta uma breve introdução ao método TLM em uma dimensão. A referência [1] apresenta um estudo detalhado e vários resultados deste método quando aplicado em estudos unidimensionais, e pode ser consultado pelos interessados.

O estudo do método em sua versão unidimensional, no entanto, é fundamental para o entendimento do modelo, pois ali se apresentam os conceitos da discretização da linha de transmissão, que então levarão aos modelos mais complexos em duas e três dimensões.

Como o nome do método já antecipa, o modelo se baseia em Linhas de Transmissão. Especificamente em linhas de transmissão a dois condutores. Este detalhe é importante ressaltar, pois, como se verá no capítulo 5, onde é apresentado um novo modelo de célula tridimensional, tal analogia com dois condutores é perdida, mas não a base conceitual da discretização das linhas.

Além disso é importante frisar que a Linha de Transmissão, tal qual a estudamos, é em si mesma um modelo, onde os conceitos de resistência, capacitância, condutância e indutância são aplicados de forma a permitir nossa visão do objeto e seu uso do ponto de vista da engenharia da transmissão.

Este capítulo inicialmente, então, apresenta brevemente o modelo TLM unidimensional (TLM-1D), e como ele é derivado do modelo das Linhas de Transmissão. A partir de então é feito um aprofundamento do modelo TLM-1D e é desenvolvida uma nova aplicação não-linear através da modelagem do comportamento do varistor (resistor variável). É proposto um modelo para o estudo desse elemento, e resultados são apresentados para sua validação. Finalmente, nas conclusões, são discutidos os vários

resultados obtidos, e é colocada a importância do modelo em sua versão unidimensional, que ultrapassa o mero interesse didático e tem aplicações em diversos campos, especialmente nos estudos e tecnologias dedicadas à compatibilidade eletromagnética.

2.2 – CONCEITOS GERAIS DO TLM UNIDIMENSIONAL

Uma linha de transmissão em uma dimensão pode ser caracterizada por um conjunto de componentes (R , G , L e C) interligadas da forma apresentada na figura 2.1 abaixo [1,6].

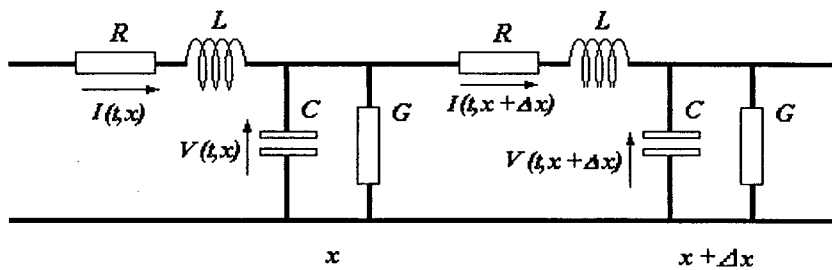


Figura 2.1 - Linha de transmissão com parâmetros distribuídos.

Neste modelo os parâmetros estão distribuídos por trecho da linha, cuja dimensão (comprimento) equivale a Δx . Os parâmetros da linha são então distribuídos para cada seção da linha, o que permite seu estudo para cada seção separadamente. As perdas da linha são representadas pela condutância G e pela resistência R . Os outros dois parâmetros são a indutância L e a capacitância C .

As equações de tensão V e corrente I , para uma determinada seção Δx da linha, num determinado instante t , podem ser obtidas através das leis de Kirchhoff e escritas como:

$$V(t, x) - V(t, x + \Delta x) = RI(t, x + \Delta x) + L \frac{d}{dt} I(t, x + \Delta x) \quad (2.1)$$

$$I(t, x) - I(t, x + \Delta x) = GV(t, x) + C \frac{d}{dt} V(t, x) \quad (2.2)$$

que podem ser manipuladas e desenvolvidas [1] até encontrar :

$$\frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial x^2} = \frac{GR}{\Delta x^2} V(t, x) + \left(\frac{LG + CR}{\Delta x^2} \right) \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} + \frac{LC}{\Delta x^2} \frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial x^2} = \frac{GR}{\Delta x^2} I(t, x) + \left(\frac{LG + CR}{\Delta x^2} \right) \frac{\partial I(t, x)}{\partial t} + \frac{LC}{\Delta x^2} \frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

As equações 2.3 e 2.4 podem ser descritas como equações de ondas, e permitirão fazer as analogias necessárias para a modelagem da propagação de ondas utilizando os parâmetros das linhas de transmissão [6]. A impedância característica da linha está ilustrada na figura 2.2 e é dada por:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.5)$$

onde L_d e C_d são a indutância e a capacitância por unidade de comprimento.

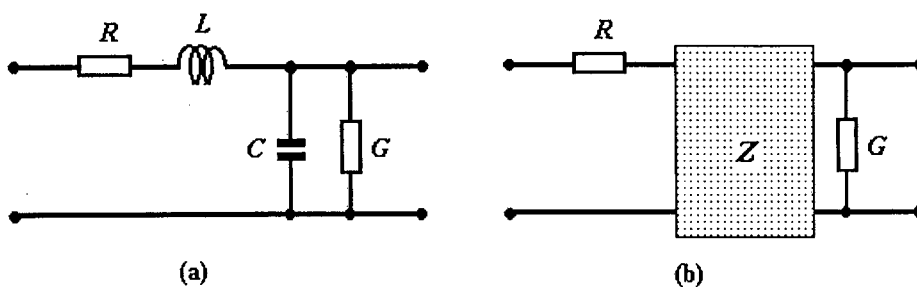


Figura 2.2 - Trecho de linha de transmissão e equivalente com impedância.

A velocidade de propagação na linha, que é a velocidade de propagação em cada segmento desde que as características da linha não se alterem, é dada por

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} \quad (2.6)$$

O tempo de propagação da onda em cada trecho Δx será obtido então por:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{\Delta x} \frac{C}{\Delta x}}} \quad (2.7)$$

$$\Delta t = \sqrt{LC} \quad (2.8)$$

O modelo da linha pode assim ser entendido como um conjunto de trechos de linha, onde cada trecho se comporta como uma linha independente, e de forma independente pode ser tratado e analisado. Este é um princípio do modelo TLM.

Considere-se uma linha qualquer, onde em uma extremidade está colocada uma carga e na outra um fonte de tensão. Divide-se a linha em trechos iguais, conforme a figura 2.3, onde V_s é a tensão da fonte, R_s é a resistência da fonte, R_L a resistência da carga e L a indutância da carga. O encontro entre dois trechos de linha adjacentes é chamado de “nó”. É possível conhecer em cada nó desta linha, em qualquer instante de tempo, os níveis de tensão e de corrente

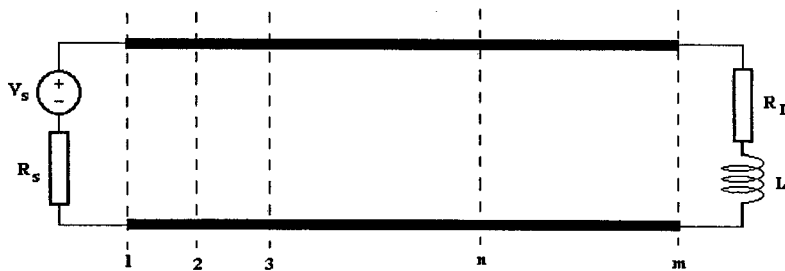


Figura 2.3 - Linha de transmissão com fonte e carga.

A onda é propagada entre um nó e o seguinte com um intervalo de tempo Δt . A partir daí é novamente propagada para o nó seguinte, seguindo o princípio de Huygens [1,6,7]. Cada trecho tem o comportamento de uma linha independente, que é interligada às linhas adjacentes.

O nó é visto como o encontro de duas linhas, e a conexão entre elas é feita de acordo com a incidência e a reflexão das ondas. A incidência da onda é representada pela incidência de uma tensão, e de acordo com as características dos parâmetros do nó, há uma reflexão da tensão.

Na figura 2.4 é apresentado o nó “n” como o encontro de dois trechos de comprimento Δx , sendo que neste nó há tensões incidentes pelo lado esquerdo (VE^i) e pelo lado direito (VD^i), bem como tensões refletidas para a esquerda (VE^r) e para a direita (VD^r), para um determinado tempo definido por k , onde k é o número de iterações e $k\Delta t$ é o tempo transcorrido.

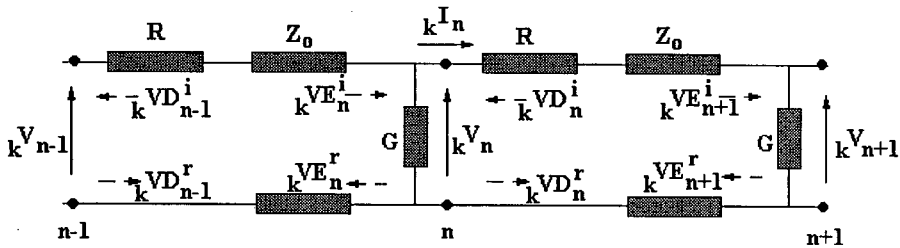


Figura 2.4 - Tensões incidentes e refletidas sobre o nó n.

O equivalente de Thévenin pode ser aplicado para cada lado do nó “n”, considerando as tensões incidentes pela esquerda e pela direita. A figura 2.5 ilustra o equivalente deste nó.

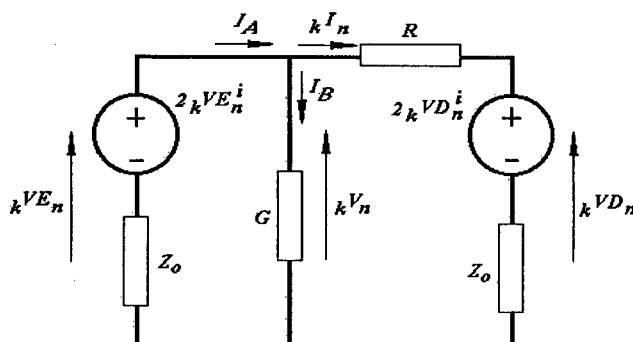


Figura 2.5 - Equivalente para o nó n de uma linha com perdas.

Deve-se perceber que as perdas ocasionadas pela resistência da linha e pela sua

condutância fazem parte do nó. Neste caso chama-se de tensão à esquerda do nó n de VE e de tensão à direita de VD , colocando a condutância à esquerda e a resistência à direita. O mesmo desenvolvimento poderia ser feito alterando suas posições.

Para este nó pode-se desenvolver as seguintes equações:

$${}_kV_n = {}_kVE_n \quad (2.9)$$

$${}_kVD_n = 2{}_kVD_n^i + {}_kI_n Z_0 \quad (2.10)$$

$${}_kI_n = \frac{{}_kV_n - 2{}_kVD_n^i}{(R + Z_0)} \quad (2.11)$$

Fazendo as devidas substituições em $I_A = {}_kI_n + I_B$ pode-se obter a seguinte equação para o equivalente da figura 2.5:

$${}_kV_n = \frac{\frac{2{}_kVE_n^i}{Z_0} + \frac{2{}_kVD_n^i}{R + Z_0}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R + Z_0} + G} \quad (2.12)$$

A relação entre tensões incidentes e refletidas pode ser obtida através da soma de suas parcelas, que é o que determina a tensão total à esquerda e à direita, ou seja:

$${}_kVE_n = {}_kVE_n^i + {}_kVE_n^r \quad (2.13)$$

$${}_kVD_n = {}_kVD_n^i + {}_kVD_n^r \quad (2.14)$$

e, isolando as respectivas tensões refletidas, obtém-se:

$${}_kVE_n^r = {}_kVE_n - {}_kVE_n^i \quad (2.15)$$

$${}_kVD_n^r = {}_kVD_{n-k} - {}_kVD_n^i \tag{2.16}$$

A tensão que reflete em um determinado nó, após o intervalo de tempo Δt , irá chegar no nó adjacente, conforme pode se perceber pela seqüência de nós definida na figura 2.3 acima. Desta forma define-se para o momento $k+1$ as seguintes relações:

$${}_{k+1}VE_n^i = {}_kVD_{n-1}^r \tag{2.17}$$

$${}_{k+1}VD_n^i = {}_kVE_{n+1}^r \tag{2.18}$$

e as perdas para cada trecho estarão computadas no cálculo de ${}_kV_n$.

Na figura 2.3, além da linha, há a necessidade do equacionamento relativo à fonte de tensão e à carga. A fonte é conectada ao primeiro segmento da linha, constituindo aí o primeiro nó. Este primeiro nó, portanto, tem em seu lado direito o equivalente relativo à linha, e em seu lado esquerdo o equivalente da fonte com sua resistência interna. A figura 2.6 apresentou o equivalente de Thévenin para a composição da fonte e o primeiro segmento da linha.

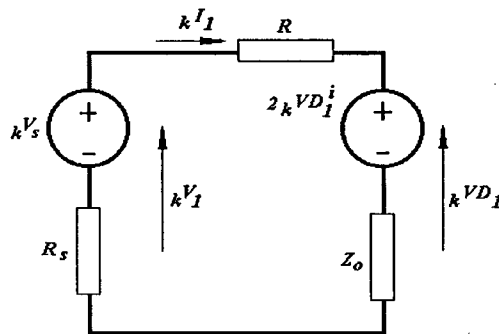


Figura 2.6 - Equivalente para o primeiro nó, junto à fonte.

O procedimento para desenvolver as equações para este primeiro nó segue os mesmos passos utilizados para o nó genérico n .

Considerando V_s com sendo a tensão interna da fonte, as expressões para tensão e

corrente do primeiro nó, bem como tensões refletidas e tensões incidentes, são dadas por:

$${}_k V_1 = \frac{\frac{V_s}{R_s} + \frac{2{}_k VD_1^i}{R + Z_0}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R + Z_0}} \quad (2.19)$$

$${}_k I_1 = \frac{{}_k V_1 - 2{}_k VD_1^i}{(R + Z_0)} \quad (2.20)$$

$${}_k VD_1 = 2{}_k VD_1^i + {}_k I_1 Z_0 \quad (2.21)$$

$${}_k VD_1^r = {}_k VD_1 - {}_k VD_1^i \quad (2.22)$$

e finalmente a conexão com o momento seguinte $k+1$ é dada por:

$${}_{k+1} VD_1^i = {}_k VE_2^r \quad (2.23)$$

Quanto à carga, o mesmo procedimento de cálculo será repetido. Porém um tratamento especial deve ser dado à indutância presente na carga, conforme apresentado no exemplo da figura 2.3.

As indutâncias e capacitâncias presentes na linha devem ser modeladas para que possam participar do equacionamento do método, ou seja, tais elementos são substituídos por modelos de “linhas de transmissão”. A modelagem deste elementos pode ser feita de duas maneiras: através do seu equivalente tipo *stub* ou através do seu equivalente tipo *link*. Tais modelos foram amplamente estudados em trabalhos anteriores e podem ser consultados na bibliografia de referência [1,4,6].

O ponto de encontro entre a linha e a carga é o último nó. Na figura 2.7.a pode-se ver ligação da linha à carga, e na figura 2.7.b o modelo tipo *stub* para a indutância presente na carga. O modelo *stub* em TLM é uma derivação da linha de transmissão, sendo que a onda deve penetrar e retornar do *stub* num tempo total igual a Δt [1].

Note-se então que a indutância representará um intervalo de tempo para resposta do indutor à onda incidente, devido à existência de uma tensão refletida do nó m para o interior do *stub*, e uma tensão incidente sobre o nó m que vem do *stub*.

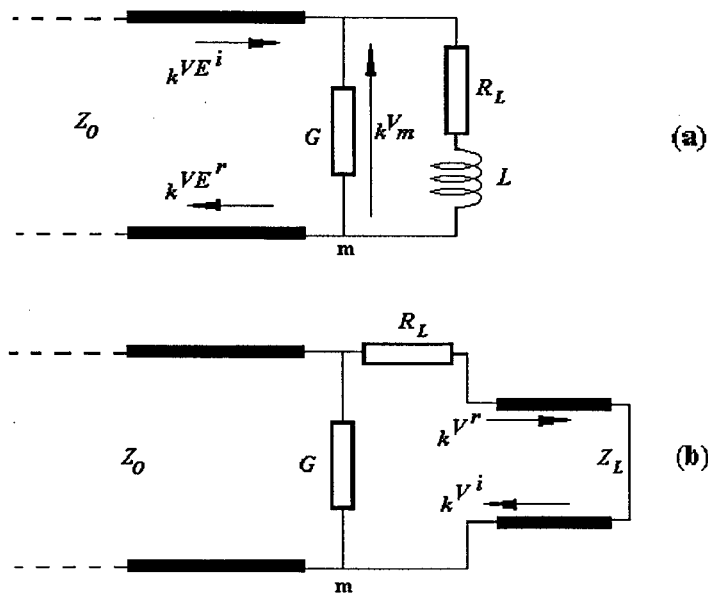


Figura 2.7 - Último nó da linha, junto à carga.

O equivalente de Thévenin para o último nó é apresentado na figura 2.8, onde Z_L representa a impedância do *stub* que modela o indutor.

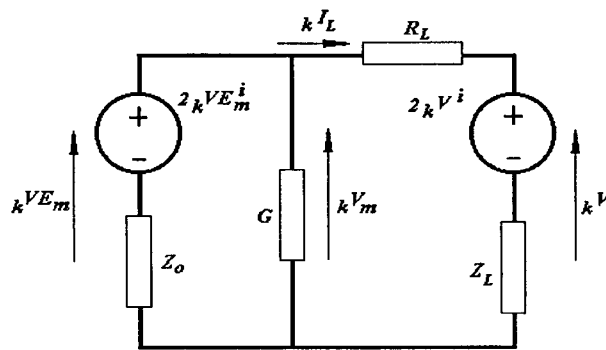


Figura 2.8 - Equivalente de Thévenin do último nó, junto a carga.

As expressões para tensão e corrente do nó m (último nó) bem como tensões refletidas e incidentes, onde V^i é a tensão incidente vinda da indutância da carga, são:

$${}_k V_m = \frac{\frac{2_k V E_m^i}{Z_0} + \frac{2_k V^i}{R_L + Z_L}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R_L + Z_L} + G} \quad (2.24)$$

$${}_k I_L = \frac{{}_k V_m - 2_k V^i}{R_L + Z_L} \quad (2.25)$$

$${}_k V E_m^r = {}_k V E_m - {}_k V E_m^i \quad (2.26)$$

e conexão com o momento seguinte $k+1$ é dada por:

$${}_{k+1} V E_m^i = {}_k V D_{m-1}^r \quad (2.27)$$

Porém ainda é necessário definir as tensões que atuam diretamente sobre a indutância da carga. As expressões são:

$${}_k V = 2_k V^i + {}_k I_L Z_L \quad (2.28)$$

$${}_k V^r = {}_k V - {}_k V^i \quad (2.29)$$

e a conexão com o momento seguinte é dada por:

$${}_{k+1} V^i = -{}_k V^r \quad (2.30)$$

onde o sinal negativo junto à tensão refletida demonstra a existência de um curto-circuito na extremidade do *stub*.

Uma outra possibilidade de carga seria aquela do tipo capacitiva. Apesar de, na prática, ser menos comum do que a carga com predominância indutiva, tal modelo será

fundamental para a modelagem de um filtro de comportamento não-linear, como se verá adiante. Os modelos de carga com indutores foram amplamente discutidos anteriormente [1], e são bem comuns no uso prático de motores, iluminação, etc.

Primeiramente será apresentado o estudo do modelo capacitivo, e então como se deriva o modelo do elemento não-linear.

Na figura 2.9 pode-se ver a carga representada por uma resistência de carga R_L e uma capacitância C , bem como o modelo *stub* do capacitor, onde Z_C representa a impedância do *stub* que modela o capacitor.

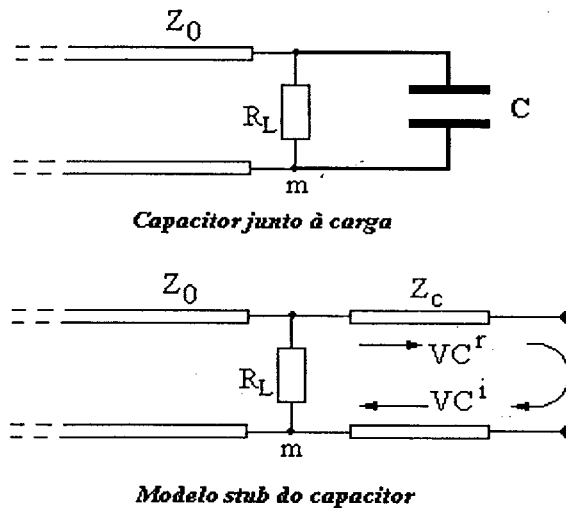


Figura 2.9 – Capacitor junto à carga (nó m) e seu modelo *stub*.

O capacitor é modelado como uma pequena extensão de linha que é uma derivação da linha de transmissão principal. Essa derivação, no caso do modelo do capacitor, tem os terminais em aberto, o que faz com que o coeficiente de reflexão na extremidade direita do *stub* seja positivo e igual a 1, ao contrário do que ocorre com o *stub* do indutor comentado anteriormente.

A tensão que reflete para o interior do capacitor utiliza um tempo igual a $\Delta t/2$, sendo que outro tempo igual a $\Delta t/2$ é utilizado pela tensão que retorna do capacitor para incidir sobre o nó m [4,6].

O equivalente de Thévenin para o último nó é dado na figura 2.10. Nesta figura VC^i representa a tensão incidente sobre o nó m vinda do capacitor, e VC^r representa a tensão refletida do nó para o capacitor.

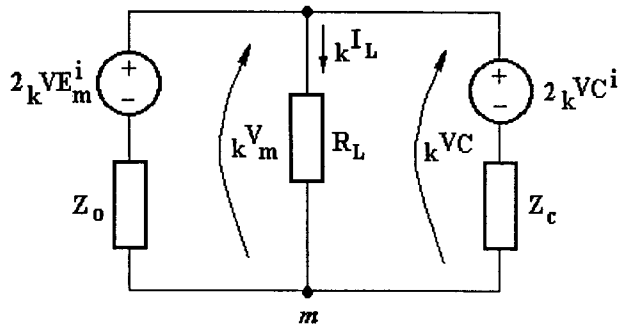


Figura 2.10 – Equivalente do último nó com capacitor .

A impedância característica para a linha *stub* definida pelo capacitor é dada por:

$$Z_c = \frac{\Delta t}{2C} \tag{2.31}$$

A equação de tensão do nó *m* é:

$${}_k V_m = \frac{\frac{2_k VE_m^i}{Z_0} + \frac{2_k VC^i}{Z_c}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{R_L} + \frac{1}{Z_c}} \tag{2.32}$$

A reflexão para o capacitor e a conexão com o próximo passo de tempo (*k+1*) serão respectivamente dadas por:

$${}_k VC^r = {}_k VC - {}_k VC^i \tag{2.33}$$

$${}_{k+1} VC^i = {}_k VC^r \tag{2.34}$$

Com esse equacionamento pode-se resolver problemas para comportamentos lineares, seja com cargas indutivas ou capacitivas, ou mesmo onde houvesse indutores e

capacitores em conjunto, bastando para isso desenhar o equivalente de Thévenin com os respectivos *stubs*, e a partir daí reescrever as equações. No entanto interessa nesse trabalho um aprofundamento do estudo referente a elementos não-lineares. As equações desenvolvidas para o modelo com o capacitor junto à carga se prestarão a esse desenvolvimento de um modelo para o Varistor, o qual terá sua finalidade e modelo computacional descritos na próxima seção.

2.3 – COMPORTAMENTO NÃO LINEAR – O VARISTOR

Um dos problemas mais comuns em edificações comerciais e industriais é a propagação de transientes através dos cabos condutores das linhas elétricas e telefônicas. Esses transientes têm diversas origens, porém os mais importantes são os picos de tensão e corrente causados por descargas atmosféricas próximas das edificações e das linhas de transmissão [28,36-38]. Em alguns casos é possível causar o rompimento de isoladores de 15 KV devido a uma descarga atmosférica ocorrida a até 275 metros de uma linha [36]. Este fenômeno é muito comum em áreas onde as linhas de transmissão (elétricas ou de telecomunicações) são aéreas e o nível isoceráunico da região é alto [41]. O nível isoceráunico é a medida estatística que representa a quantidade de dias de tempestade com descargas atmosféricas em uma determinada região, por ano, em média.

Transientes de tensão e corrente induzidos em linhas devido a descargas atmosféricas apresentam curvas de “subida” muito rápidas, e as frequências que compõem o sinal são muito altas. Transientes de alta frequência se propagam com facilidade através dos componentes das linhas, tais como transformadores, chaves, seccionadoras e outros componentes, devido aos parâmetros de capacitância de tais elementos. Os dispositivos protetores convencionais não são capazes de reter tais transientes, que desta forma vêm afetar equipamentos eletrônicos sensíveis e dispositivos de telefonia e computação. Por exemplo, impulsos entre 40 e 100 volts podem causar falhas em circuitos RS232, e impulsos entre 17 a 30 volts podem danificar chips CMOS [42].

A proteção de tais linhas e condutores contra transientes deve ser feita considerando dois fatores básicos: velocidade da resposta e energia associada ao processo. Picos de

transientes gerados por descargas atmosféricas são caracterizados por níveis muito altos de tensão e corrente, e tempos de subida e descida muito curtos, o que faz com que o dispositivo de proteção deva ter uma capacidade de dissipação de energia alta. Atualmente o varistor é um dos mais importantes elementos usados para tal tipo de proteção, pois alia a capacidade de absorção de energia à rapidez de resposta.

No entanto seu comportamento é o de um resistor variável de óxido de metal, variando de forma não linear conforme a tensão aplicada em seus terminais. Atualmente o método de seleção de tais produtos em casos práticos de projeto de proteção é baseado em tabelas, estatísticas e métodos empíricos, geralmente fornecidos pelos próprios fabricantes [40,43]. Tais métodos empíricos são baseados nas tensões de alimentação normal do equipamento a proteger, níveis de corrente e energia estimados no varistor, número de repetições do impulso, níveis de tolerância e aplicações com gráficos. Esse procedimento acaba por fornecer resultados bastante imprecisos e questionáveis, devidos às aproximações feitas.

Por outro lado o varistor pode ser modelado como um componente não linear no interior do processo do TLM, o que permitirá um resultado de aplicação mais eficaz para o projetista de sistemas de proteção. Para preparar tal modelo, então, é importante conhecer o comportamento real do elemento, como é construído e quais seus parâmetros e características.

O **varistor** é constituído de grãos microscópicos de óxido de zinco (ZnO) e outros óxidos metálicos. Esses grãos, quando próximos uns dos outros, definem pequenos pontos chamados de micro-varistores, que são muito sensíveis às variações de tensão. Tais pontos podem ser comparados a diodos Zener simétricos, conduzindo a tensões baixas, da ordem de 3,5 V. A dimensão desses micro-varistores é de aproximadamente 100 μm e é possível conectá-los em série ou paralelo. A associação em série de vários micro-varistores é feita para se chegar à tensão nominal desejada para o elemento. A associação em paralelo é feita para permitir um acréscimo dos “canais” de condução da corrente, permitindo uma maior absorção de energia pelo componente assim composto. A energia é distribuída por todos os micro-varistores, então a dissipação ocorre em todo o corpo do varistor, o que é uma grande vantagem em relação aos semicondutores, onde a dissipação ocorre apenas na junção PN.

Quando a tensão incidente sobre os terminais do varistor é menor que sua tensão nominal, sua resistência é muito alta (aproximadamente 10^6 ohms), que pode ser caracterizado praticamente como um circuito aberto, sem influência no circuito. Se a tensão incidente crescer, chegando ao valor da sua tensão nominal, o varistor começa então a conduzir e sua resistência decresce rapidamente, de tal forma que a tensão nos seus terminais permanece praticamente constante. Neste caso o fluxo de corrente aumenta consideravelmente, o que pode inclusive danificar o elemento, caso a energia exceda o limite nominal. A expressão que define esse comportamento não linear é:

$$I = KV^\alpha \quad (2.35)$$

onde I é a corrente do varistor, V é a tensão nos seus terminais, K é uma constante definida pela sua construção física e α é um expoente não linear obtido das características da curva de cada varistor, entre dois diferentes pontos de sua região de condução. A figura 2.11 mostra a curva característica $I \times V$ do varistor, onde A é a região de alta resistência (fase linear), B a região de resistência variável e de condução (fase não-linear), e C a região de baixa resistência (fase linear).

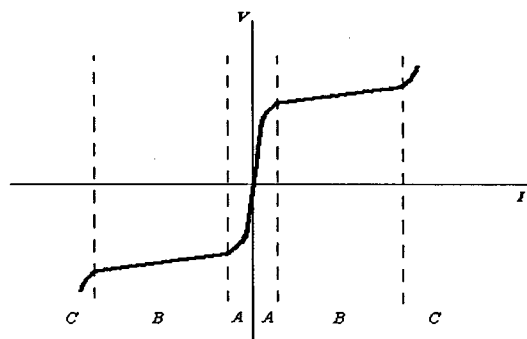


Figura 2.11 – Equivalente do último nó com capacitor .

Analisando de outra forma, por exemplo quando o varistor está ligado em paralelo a uma carga que deve ser protegida contra um surto, se uma frente de onda de tensão chega aos seus terminais e o nível de tensão é inferior à sua tensão nominal, o varistor se comporta praticamente com um circuito aberto e toda a corrente circula pela carga. Se

ocorrer uma sobre-tensão, o varistor reduz sua resistência e a corrente passa a circular entre seus terminais. Ou seja, ele se comporta como se fosse uma fonte de tensão de polaridade invertida àquela tensão que chega aos terminais da carga, contribuindo com uma tensão refletida para os terminais da carga para controlar a tensão resultante no equipamento a ser protegido.

Uma importante característica do varistor é o seu formato construtivo. Para permitir seu uso prático, o óxido de zinco é colocado entre duas placas de metal (eletrodos) onde são ligados os terminais. A largura das placas determina a energia do produto, e a distância entre as placas sua tensão nominal. A figura 2.12 mostra o corte lateral de um varistor.

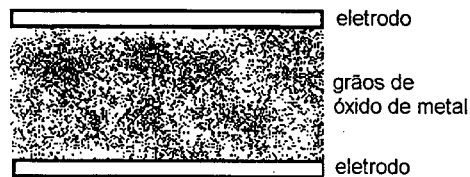


Figura 2.12 – Corte de varistor.

As placas de metal determinam uma capacitância praticamente constante para o produto. O tempo de resposta é muito pequeno (da ordem de 10^{-9} segundos) e é determinado pela sua indutância própria (praticamente definida pelos seus terminais).

A modelagem de um elemento não-linear, como o varistor, pode ocasionar alguns problemas no método TLM. A introdução de um elemento não-linear diretamente nos nós não é recomendada, pois o método TLM é baseado em um processo iterativo, e o comportamento não linear de um componente pode gerar oscilações indesejadas. Isto ocorre porque a resposta do varistor num determinado passo de tempo de cálculo pode originar uma grande variação de tensão para a próxima iteração, que por sua vez não permite encontrar uma tensão adequada no próximo cálculo, levando o processo a não convergir como esperado.

A solução para este problema é resolver a equação não-linear fora do processo iterativo, ou seja, a cada iteração o processo de cálculo do TLM é interrompido e o novo valor de tensão é calculado para o varistor, que então retorna para a iteração seguinte e o processo iterativo pode ser continuado [44].

Essa forma de solução pode ser representada pelo esquema da figura 2.13, onde o elemento não linear é colocado fora do sistema a ser resolvido.

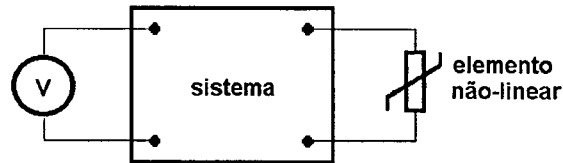


Figura 2.13 – Sistema de 4 terminais com fonte externa e elemento não-linear.

Para criar o modelo do varistor em TLM, o componente será dividido em duas partes: um capacitor de comportamento linear (já definido anteriormente neste capítulo) e um resistor com equação não-linear a ser resolvida por um processo de cálculo específico. O capacitor é então modelado como um *stub*, para onde a tensão é refletida a cada iteração e de onde **uma nova tensão incidente** retorna para o circuito na iteração seguinte. O cálculo do comportamento não linear é feito neste intervalo, o que implica no fato de que a nova tensão incidente é diferente da tensão refletida anterior, ou seja, ${}_{k+1}VC^i$ é diferente de ${}_kVC^r$, ao contrário do que havia estabelecido a equação (2.34). As novas equações serão então definidas considerando essa diferença.

Admitindo que na figura 2.9 tem-se um varistor no lugar do capacitor, e levando em conta as diferenças de tensão refletida e incidente, a corrente I que circula pelo varistor será dada pela equação

$$I = \frac{{}_kVC^r - {}_{k+1}VC^i}{Z_C} \quad (2.36)$$

onde Z_C é a impedância característica da linha que modela o varistor, dada pela equação (2.31) onde C é a capacitância do varistor, ${}_kVC^r$ é a tensão refletida para o varistor no momento k e ${}_{k+1}VC^i$ é a tensão incidente no nó da carga no momento $k+1$, vinda dos terminais do varistor [1] (observe-se que as notações mantêm, aqui, o emprego da letra “C”). A tensão no varistor é dada por

$$V = {}_kVC^r + {}_{k+1}VC^i \quad (2.37)$$

Substituindo as expressões (2.36) e (2.37) na equação (2.35), pode-se finalmente obter

$$\frac{{}_kVC^r - {}_{k+1}VC^i}{Z_C} = k({}_kVC^r + {}_{k+1}VC^i)^\alpha \quad (2.38)$$

A resolução desta equação deve ser feita **a cada iteração** para fornecer a nova tensão incidente ${}_{k+1}VC^i$, permitindo assim a conexão e a continuidade do processo de cálculo. Devido à condição não-linear e não quadrática da equação (2.38), um método específico de cálculo foi desenvolvido e está descrito abaixo [2].

Fazendo alguns arranjos com a equação (2.38) e aplicando logaritmo de base 10 em ambos os lados, pode-se obter:

$$A = \log({}_kVC^r - {}_{k+1}VC^i) \quad (2.39)$$

$$B = J + \alpha \log({}_kVC^r + {}_{k+1}VC^i) \quad (2.40)$$

onde

$$J = \log(KZ_C) \quad (2.41)$$

sendo que J é uma constante pois K e Z_C são constantes resultantes dos parâmetros construtivos do varistor. Um processo iterativo de cálculo será então necessário para resolver a equação (2.38), sendo que o valor de ${}_kVC^r$ é sabido. Um valor para ${}_{k+1}VC^i$ é atribuído para iniciar o processo de cálculo, sendo que tal valor será menor que o da tensão refletida. Além disso, um valor mínimo de erro deve ser atribuído para permitir a convergência do cálculo. Esse erro será dado por:

$$ERR = ABS(A - B) \quad (2.42)$$

Quando o cálculo alcança o valor de erro admitido, o valor da nova tensão incidente é obtido e estará dada a conexão com o momento seguinte. Os valores de K e α serão obtidos dos catálogos e tabelas dos fabricantes, podendo apresentar então algumas distorções.

No Anexo 1 deste trabalho está apresentado, na íntegra, o código computacional desenvolvido para resolução de problemas não lineares envolvendo varistores. Na próxima seção estão apresentados alguns resultados obtidos com esse código computacional, e tais resultados são comparados com resultados de laboratório e discutidos.

2.4 – RESULTADOS E DISCUSSÕES

O modelo desenvolvido para o varistor foi primeiramente aplicado a um caso simples, e comparado então com o resultado obtido em experiência de laboratório. Depois disso um modelo comercial de varistor, encontrado no mercado, foi analisado e seus resultados comparados com aqueles esperados segundo as recomendações de fabricantes.

A primeira experiência foi realizada utilizando varistor de tensão nominal 11 volts, diâmetro 5 mm, cuja capacitância é de 1,6 nF, em paralelo com uma carga resistiva de 50 ohms. Para esse varistor a tensão de “clamping” (a tensão onde o varistor começa a conduzir corrente e a tensão permanece praticamente constante nos seus terminais) esperada é de aproximadamente 30 volts.

A carga foi submetida a uma onda quadrada de 6 μ s de duração, com amplitude de 50 volts. A figura 2.14 mostra o resultado obtido em laboratório (linha contínua) onde o varistor faz o corte da tensão em 30 volts, e o resultado obtido com o código computacional (linha tracejada), que demonstra concordância com aquele obtido em laboratório. Essa tensão de corte também é chamada de tensão de “clamping” ou de “grampeamento”. A abrupta queda da tensão da onda quadrada não é percebida corretamente pelo modelo computacional, porém a variação é muito pequena em relação ao caso do laboratório e não é importante nos casos práticos de proteção ao surto.

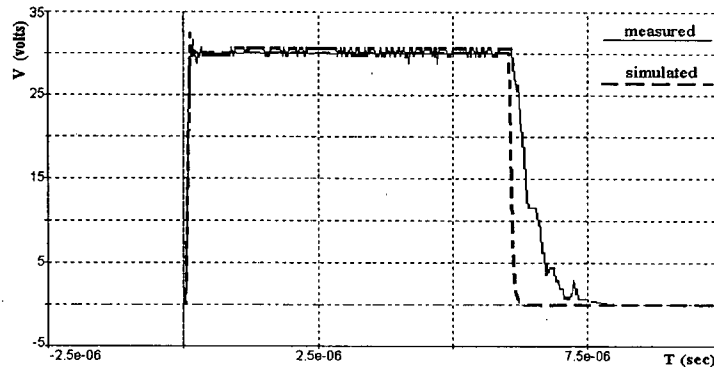


Figura 2.14 – Medição e simulação da tensão sobre a carga em função do tempo.

Um caso real de surto, no entanto, normalmente não se dá na forma de uma onda quadrada, e sim numa curva com rampa íngreme de subida e rampa de descida um pouco mais lenta. A curva padrão de tensão de um impulso gerado por descarga atmosférica tem o formato $1,2 \times 50 \mu\text{s}$, que significa que a subida entre 10% da tensão até 90% do valor máximo se dá em $1,2 \mu\text{s}$, e que o tempo até 50% da tensão máxima se dá em $50 \mu\text{s}$ [40]. Esta onda padronizada pode ser vista na figura 2.15.

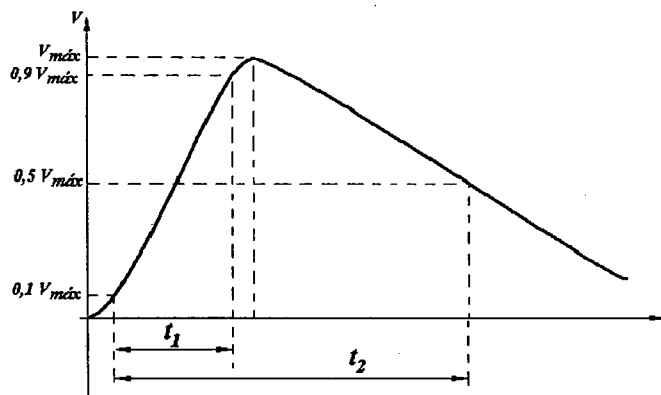


Figura 2.15 – Onda padronizada de surto de tensão.

Aplicando-se esta onda de tensão padrão sobre uma carga de 50 ohms, utilizando em paralelo à carga um varistor para proteção, cuja tensão nominal é 11 volts, diâmetro 5 mm, com capacitância de 1,6 nF, pode-se obter diferentes resultados para demonstrar a aplicação do método desenvolvido. Nos resultados seguintes são apresentadas curvas de resposta considerando diferentes amplitudes de tensão máxima.

A figura 2.16 apresenta o resultado quando o varistor de 11 volts é submetido à frente de onda com tensão máxima de 50 volts. O resultado computacional está dentro do esperado, pois a tensão de corte ocorre aproximadamente em 30 volts, que é a região onde inicia o fluxo de corrente pelo varistor e a tensão permanece constante entre seus terminais.

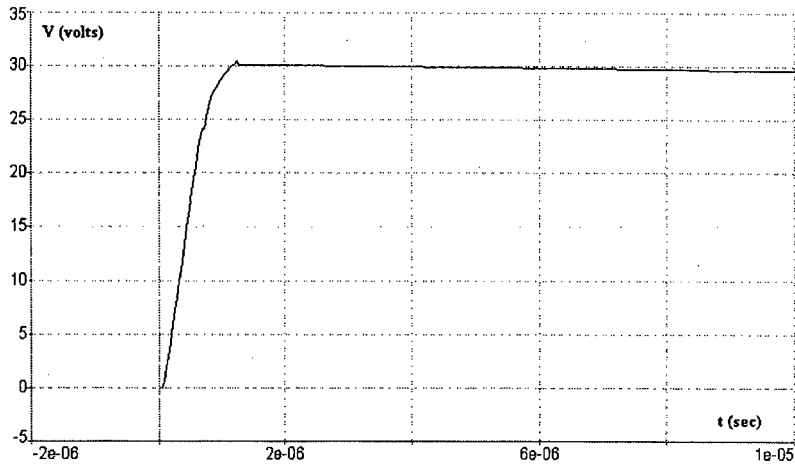


Figura 2.16 – Varistor de 11 volts com surto $1,2 \times 50 \mu\text{s}$ de 50 volts de tensão máxima.

A figura 2.17 apresenta o resultado quando o varistor é submetido à frente de onda com tensão máxima de 100 volts. Percebe-se aí que a tensão de corte é aproximadamente 34 V.

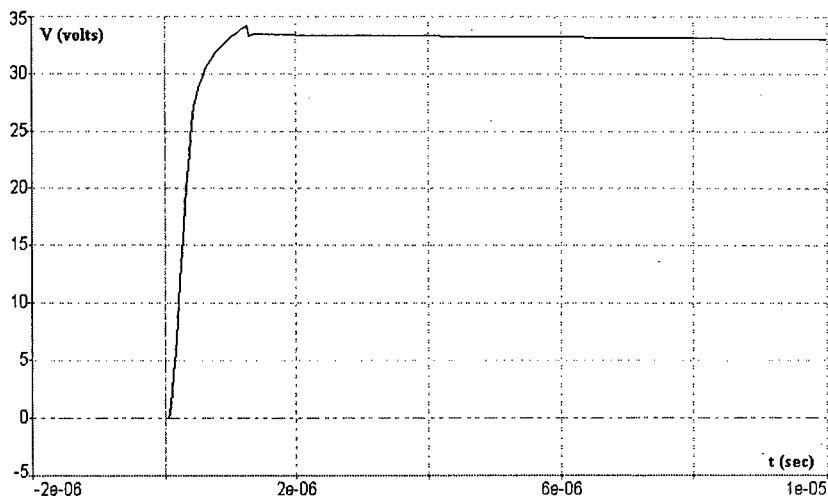


Figura 2.17 – Varistor de 11 volts com surto $1,2 \times 50 \mu\text{s}$ de 100 volts de tensão máxima.

A figura 2.18 apresenta o resultado quando o varistor é submetido à frente de onda com tensão máxima de 200 volts. Neste caso a tensão de corte é de aproximadamente 37 V. Deduz-se daí que a tensão de corte é ligeiramente maior quando a tensão máxima do surto aumenta. Isto está de acordo com a própria curva característica $I \times V$ do varistor (ver figura 2.11), onde tem-se uma reta levemente ascendente na região B (região da resistência variável). Isto também está de acordo com as curvas apresentada por catálogos de fabricantes [40,43], onde se pode constatar que para um mesmo varistor, submetido a diferentes tensões máximas, haverá diferentes tensões de corte.

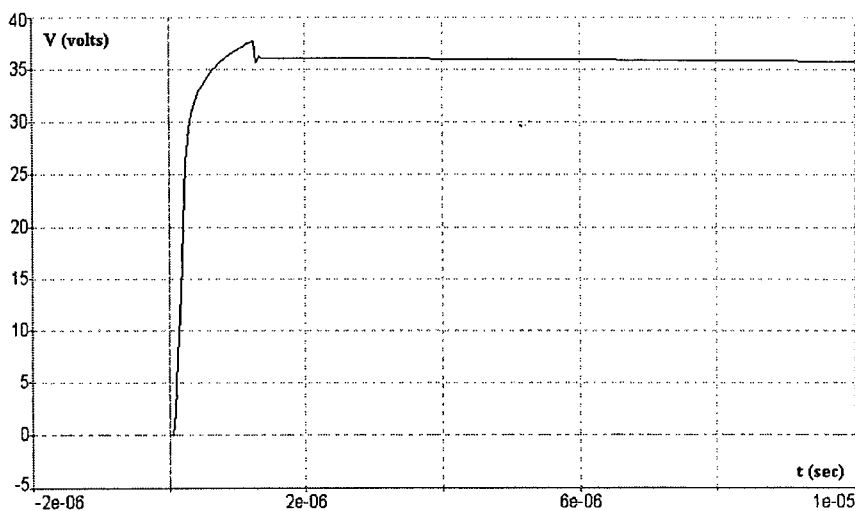


Figura 2.18 – Varistor de 11 volts com surto $1,2 \times 50 \mu\text{s}$ de 200 volts de tensão máxima.

Os resultados acima demonstram a utilidade da modelagem de um elemento não-linear pelo método TLM. No entanto deve-se observar que o cálculo da equação não-linear é feito num processo iterativo fora do processo de cálculo convencional do método. No caso do varistor, tal cálculo é feito justamente no intervalo onde é feita a “conexão” entre o momento k e o $k+1$.

Neste capítulo foi proposto um método numérico para se fazer a predição do uso do varistor, considerando-se ondas padronizadas de tensão, com amplitudes diversas. Assim, a partir das características de cada varistor, é possível definir com maior exatidão seu comportamento e aplicabilidade, favorecendo os trabalhos de projeto de sistemas de proteção.

A aplicação de varistores para supressão de transientes é atualmente uma prática comum, especialmente devido ao desenvolvimento dos óxidos metálicos a partir do zinco. Porém a **alta capacitância** destes elementos dificulta sua utilização em circuitos digitais ou de alta frequência. Em sistemas de baixa frequência ele é útil, mas os fabricantes e instaladores carecem de um método apropriado para sua escolha e aplicação, baseando-se muitas vezes em tabelas estatísticas e suposições.

Quando se faz necessária a aplicação de sistemas de proteção mais complexos, geralmente são desenvolvidos filtros híbridos, conjugando elementos com características diferentes tais como o centelhador a gás (lento mas com alta capacidade de absorção de energia), o diodo Zener (muito rápido, porém aplicável em baixas tensões) e o varistor. O filtro híbrido é feito através da “cascata” dos elementos: primeiro o centelhador, depois o varistor e finalmente o diodo. Tais estudos podem ser encontrados em profundidade na literatura de referência [40,43,45].

2.5 – CONCLUSÃO

Neste capítulo um novo método de análise de elemento não-linear foi apresentado, com aplicações específicas na supressão de surtos conduzidos de origem em descargas atmosféricas. Os resultados apresentados foram comparados a resultados de experiência em laboratório, bem como curvas e tabelas de fabricantes do produto, demonstrando sua validade e campo de aplicação.

No próximo capítulo será apresentado o método TLM bidimensional, através dos dois tipos de células usadas em duas dimensões, e assim fornecer as bases teóricas para o desenvolvimento das células tridimensionais apresentadas nos capítulos posteriores.

CAPÍTULO 3

MÉTODO TLM BIDIMENSIONAL

3.1 – INTRODUÇÃO

O capítulo anterior apresentou o desenvolvimento de um modelo unidimensional para o método TLM, assim como um novo tratamento para a solução computacional de um elemento de comportamento não-linear, específico para a proteção de linhas de transmissão de energia e telecomunicações. Além desta aplicação, várias outras podem ser desenvolvidas com o método em sua variante unidimensional. Tal teoria de modelagem em uma dimensão, porém, é também a base para o desenvolvimento de modelos mais complexos em duas e em três dimensões.

Como pôde ser visto, para o desenvolvimento do método é indispensável o conhecimento da teoria geral das Linhas de Transmissão, teoria esta já explorada suficientemente em extensa e conhecida literatura, da qual citamos algumas referências [22,23]. A partir do desenvolvimento do modelo unidimensional, torna-se possível propor uma célula **bidimensional** que irá tratar os problemas eletromagnéticos no plano, ou mesmo problemas em três dimensões que possam ser ajustados satisfatoriamente em análises de duas dimensões. Estas análises podem ser vistas nos artigos precursores de Peter Johns [11,24] e em diversos textos posteriores [6,10,19], onde os modelos bidimensionais são utilizados em casos práticos diversos e em exercícios didáticos.

A modelagem em duas dimensões utilizando o método TLM considera o encontro de linhas de transmissão formando uma malha de nós. Como se verá nas seções seguintes, esse encontro pode se dar de duas maneiras distintas: com as linhas interligando-se em **paralelo** ou interligando-se em **série**.

É interessante observar que estes dois modelos básicos e distintos (**paralelo e série**)

podem ser combinados para constituir um modelo tridimensional, como se deu na original proposta do nó conhecido por *Expanded Node*, quando se fez a combinação de três nós *série* e três nós *paralelo* [12]. A posterior evolução dos desenhos resultou em arranjos mais condensados e que conduziram ao desenvolvimento do conhecido nó SCN (*Symmetrical Condensed Node*) [14]. Nos capítulos seguintes esses modelos serão apresentados.

Assim como descrito para o modelo unidimensional, também para o modelo bidimensional o objetivo é encontrar em cada nó as tensões refletidas após a incidência de tensões em suas portas. Esse procedimento é realizado para cada um dos nós que constitui a malha, a cada iteração (passo de tempo) do processo. Desta forma o método é caracterizado como sendo no domínio do tempo, e os resultados são obtidos a cada iteração e os resultados podem ser visualizados em gráficos do tipo *variável x tempo*. A propagação das ondas é feita através da “conexão” entre os diferentes nós, passando-se então para o passo de tempo seguinte. Facilmente assim pode-se fazer a análise de resultados no domínio do tempo, acompanhando resultados “passo a passo”.

Uma descrição detalhada do método em sua versão bidimensional será apresentada nas seções seguintes, e nos próximos capítulos será visto como os diferentes tipos de nós bidimensionais são aplicados (interligados) para compor topologias tridimensionais. Também aqui serão apresentadas as expressões que relacionam tensões a correntes aos campos E e H (elétrico e magnético) respectivamente.

Conforme o tipo da ligação feita entre duas linhas de transmissão, pode-se então obter dois diferentes tipos de nós bidimensionais: **série** e **paralelo**. Cada tipo de nó apresenta uma formulação própria, e isto poderá caracterizar diferentes tipos de aplicações para os diferentes tipos de nó. O primeiro nó bidimensional a ser apresentado é o **paralelo**, que se caracteriza justamente pela conexão em paralelo de duas linhas de transmissão.

3.2 – NÓ PARALELO

Duas linhas de transmissão sem perdas, modelo “T”, cada uma em um eixo do sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, curto-circuitadas no centro, constituem o desenho do nó paralelo no método TLM. Este desenho está apresentado na figura 3.1. As

linhas, de dimensões iguais a Δl , estão no plano xy , com a numeração das portas contadas no sentido horário.

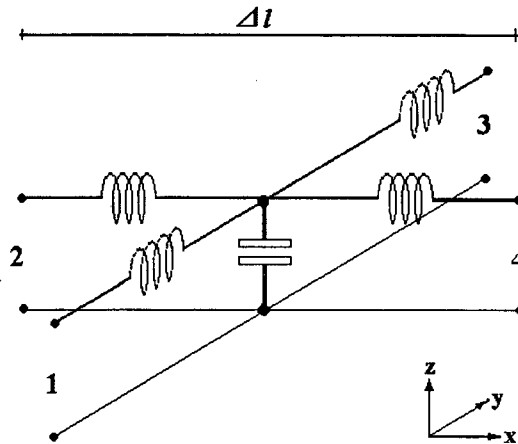


Figura 3.1 - Nó paralelo

Considere-se que diversos nós estão interligados formando uma malha de nós em um meio isotrópico e homogêneo, conforme desenho da figura 3.2. As linhas de transmissão têm impedâncias características iguais e quatro tensões incidem simultaneamente sobre as portas 1, 2, 3 e 4. As tensões chegarão ao ponto central (ponto 0) e daí irão refletir e retornar para as portas 1, 2, 3 e 4, conforme os coeficientes de reflexão e transmissão definidos pela impedância do ponto central.

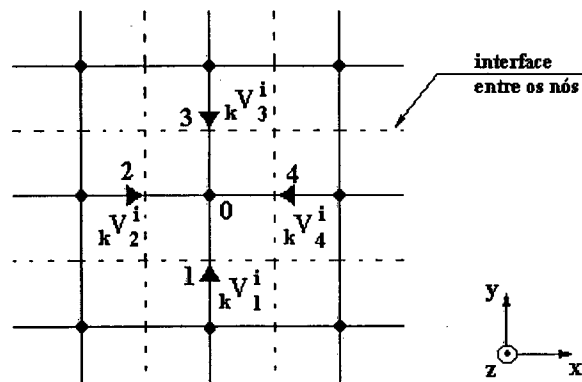


Figura 3.2 - Tensões incidentes em um nó paralelo

Esses coeficientes de reflexão e transmissão definem um “espalhamento” do nó.

Essa condição de espalhamento pode ser exemplificada através da figura 3.3. Ali se vê um pulso unitário incidindo sobre a junção de três linhas de impedâncias características iguais, e este pulso incide em apenas uma porta do nó. Para a linha de incidência o coeficiente de reflexão no centro será igual a $-1/2$, enquanto o coeficiente de transmissão para as outras linhas será $1/2$.

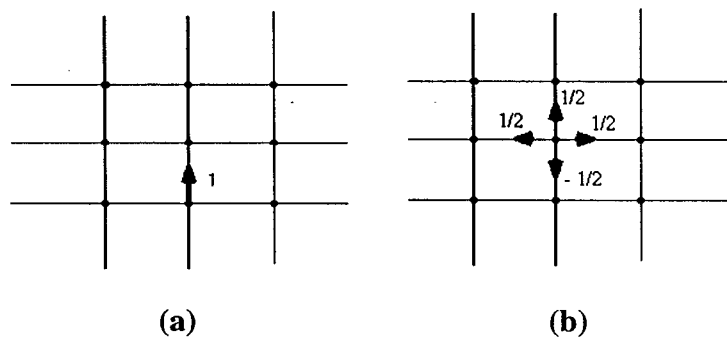


Figura 3.3 - Tensão incidente unitária (a), reflexão e transmissões (b).

A partir dessa condição de espalhamento, as tensões refletidas/transmitidas pelo ponto central da figura 3.2 devido **apenas** à tensão unitária incidente ${}_k V_1^i$, serão respectivamente $-1/2 {}_k V_1^r$, $+1/2 {}_k V_2^r$, $+1/2 {}_k V_3^r$ e $+1/2 {}_k V_4^r$ (com o intuito de simplificar a representação utiliza-se aqui o sufixo r mesmo para as tensões transmitidas).

Repetindo-se o procedimento considerando separadamente as outras três tensões incidentes, pode-se facilmente concluir que a tensão total refletida para a porta 1 será dada pela superposição das diferentes tensões, resultando na expressão:

$${}_k V_1^r = \frac{1}{2} (-{}_k V_1^i + {}_k V_2^i + {}_k V_3^i + {}_k V_4^i) \quad (3.1)$$

onde

${}_k V_n^r$ = tensão refletida para a porta n no instante k

${}_k V_n^i$ = tensão incidente na porta n no instante k

n = porta do nó, variando de 1 a 4

k = número da iteração

O mesmo procedimento deve ser feito para as outras portas. Assim a relação entre as tensões refletidas e incidentes sobre o nó pode ser escrita na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \end{bmatrix}_k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \end{bmatrix}_k \quad (3.2)$$

A forma matricial acima pode ser apresentada também na forma da equação:

$${}_k V_n^r = \frac{1}{2} \left(\sum_{m=1}^4 {}_k V_m^i \right) - {}_k V_n^i \quad (3.3)$$

Para definir as tensões no momento seguinte ($k+1$), é necessário perceber que o tempo de propagação da onda desde um nó até o seguinte é Δt , ou seja, a onda incidente em um determinado nó é a onda que foi refletida pelo nó adjacente no passo de tempo anterior, pois Δt é o tempo necessário para percorrer Δl . Com esta consideração podem ser escritas as seguintes equações, que expressam a relação entre diferentes tensões em diferentes passos de tempo:

$${}_k V_1^r(x, y) = {}_{k+1} V_3^i(x, y-1) \quad (3.4)$$

$${}_k V_2^r(x, y) = {}_{k+1} V_4^i(x-1, y) \quad (3.5)$$

$${}_k V_3^r(x, y) = {}_{k+1} V_1^i(x, y+1) \quad (3.6)$$

$${}_k V_4^r(x, y) = {}_{k+1} V_2^i(x+1, y) \quad (3.7)$$

Tais expressões são denominadas de “equações de conexão”, pois permitirão fazer a conexão entre os momentos k e $k+1$, definindo um processo iterativo facilmente aplicável

num sistema computacional.

A figura 3.4 mostra as interligações entre os diversos nós na formação de uma malha e suas posições relativas, auxiliando na definição da conexão entre tensões incidentes e refletidas em momentos diferentes (k e $k+1$).

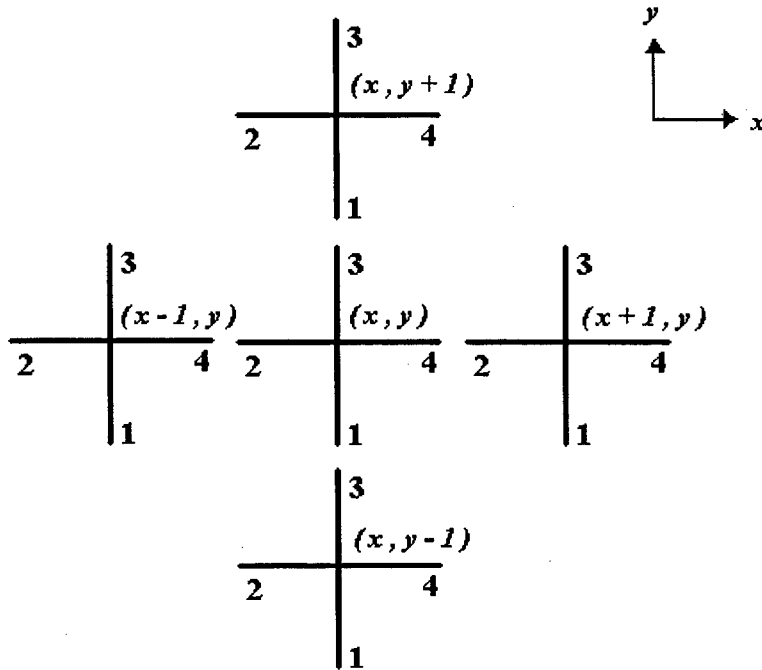


Figura 3.4 - Interligação dos nós e suas posições relativas ao nó central.

A figura 3.1 mostrou a ligação de duas linhas de transmissão para compor um nó paralelo. Na figura 3.5 pode ser visto o mesmo nó porém agora apresentados seus parâmetros constituintes e a tensão no centro.

As indutâncias nas direções x e y (L_x e L_y) são definidas por $L_d \Delta l$, enquanto a capacitância na direção z (C_z) é definida por $C_d \Delta l$, sendo L_d a indutância por unidade de comprimento e C_d a capacitância por unidade de comprimento (linha sem perdas).

Considerando a tensão V_z aplicada sobre o capacitor, pode-se definir aí o campo elétrico na direção z (E_z), e o campo magnético, devido às indutâncias, será definido nas direções x e y (H_x e H_y).

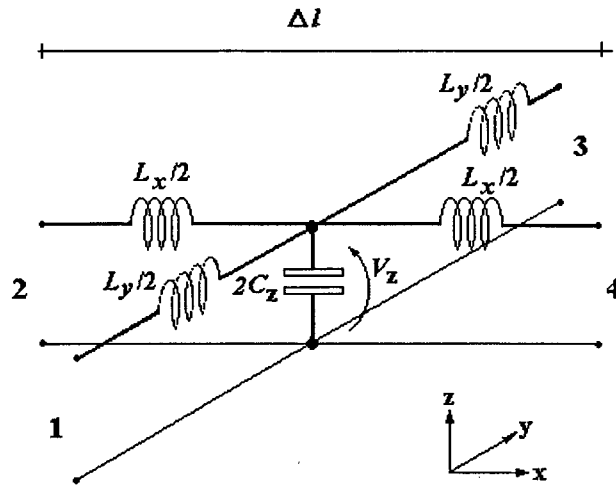


Figura 3.5 - Célula básica do nó paralelo.

Considerando o desenho acima será possível escrever o equacionamento para o nó paralelo. As equações de Maxwell podem ser escritas na forma:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (3.10)$$

Pela lei de Kirchhoff para as correntes pode-se determinar, no ponto central do nó, considerando correntes entrando pelas portas 1 e 2:

$$I_y \left(y - \frac{\Delta l}{2} \right) - 2C_d \Delta l \frac{\partial V_z}{\partial t} + I_x \left(x - \frac{\Delta l}{2} \right) = I_y \left(y + \frac{\Delta l}{2} \right) + I_x \left(x + \frac{\Delta l}{2} \right) \quad (3.11)$$

que pode ser arranjada na forma:

$$\frac{I_y\left(y+\frac{\Delta l}{2}\right)-I_y\left(y-\frac{\Delta l}{2}\right)}{\Delta l} + \frac{I_x\left(x+\frac{\Delta l}{2}\right)-I_x\left(x-\frac{\Delta l}{2}\right)}{\Delta l} = -2C_d \frac{\partial V_z}{\partial t} \quad (3.12)$$

onde

$$C_d = \frac{C_z}{\Delta z} \quad (3.13)$$

$$\Delta l = \Delta x = \Delta y = \Delta z \quad (3.14)$$

No limite, quando $\Delta l \rightarrow 0$, a equação (3.12) pode ser expressa na forma:

$$\frac{\partial I_y}{\partial y} + \frac{\partial I_x}{\partial x} = -2C_d \frac{\partial V_z}{\partial t} \quad (3.15)$$

Aplicando agora a lei de Kirchhoff para as tensões no eixo y do circuito da figura 3.4, obtém-se:

$$V_z\left(y-\frac{\Delta l}{2}\right) - L_d \frac{\Delta l}{2} \frac{\partial I_y\left(y-\frac{\Delta l}{2}\right)}{\partial t} - L_d \frac{\Delta l}{2} \frac{\partial I_y\left(y+\frac{\Delta l}{2}\right)}{\partial t} - V_z\left(y+\frac{\Delta l}{2}\right) = 0 \quad (3.16)$$

que pode ser arranjada na forma:

$$-\frac{V_z\left(y+\frac{\Delta l}{2}\right)-V_z\left(y-\frac{\Delta l}{2}\right)}{\Delta l} = \frac{L_d}{2} \frac{\partial I_y\left(y+\frac{\Delta l}{2}\right)}{\partial t} + \frac{L_d}{2} \frac{\partial I_y\left(y-\frac{\Delta l}{2}\right)}{\partial t} \quad (3.17)$$

onde

$$L_d = \frac{L_x}{\Delta x} = \frac{L_y}{\Delta y} \quad (3.18)$$

No limite, quando $\Delta l \rightarrow 0$, a equação (3.17) pode ser expressa na forma:

$$-\frac{\partial V_z}{\partial y} = L_d \frac{\partial I_y}{\partial t} \quad (3.19)$$

e da mesma forma pode-se desenvolver para o eixo x a expressão:

$$-\frac{\partial V_z}{\partial x} = L_d \frac{\partial I_x}{\partial t} \quad (3.20)$$

Finalmente diferenciando as equações (3.15), (3.19) e (3.20) com relação a t , y e x respectivamente, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 I_y}{\partial t \partial y} + \frac{\partial^2 I_x}{\partial t \partial x} = -2C_d \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2} \quad (3.21)$$

$$-\frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} = L_d \frac{\partial^2 I_y}{\partial t \partial y} \quad (3.22)$$

$$-\frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} = L_d \frac{\partial^2 I_x}{\partial t \partial x} \quad (3.23)$$

Substituindo as expressões (3.22) e (3.23) na expressão anterior (3.21), chega-se na forma da equação de Helmholtz:

$$\frac{1}{L_d} \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{1}{L_d} \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} = 2C_d \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2} \quad (3.24)$$

Substituindo então (3.13) e (3.18) na equação acima, obtém-se

$$\frac{\Delta x}{L_x} \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\Delta y}{L_y} \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} = 2 \frac{C_z}{\Delta z} \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2} \quad (3.25)$$

Os parâmetros L_x , L_y e C_z , cuja dedução detalhada está apresentada na próxima seção, são dados por:

$$L_x = \mu \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} \quad (3.26)$$

$$L_y = \mu \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} \quad (3.27)$$

$$C_z = \varepsilon \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \quad (3.28)$$

que podem ser substituídos em (3.24) para obter

$$\frac{\Delta y}{\mu \Delta z} \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\Delta x}{\mu \Delta z} \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} = 2 \varepsilon \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z \Delta z} \frac{\partial^2 V_z}{\partial t^2} \quad (3.29)$$

Mas como se considera um nó regular de dimensões $\Delta x = \Delta y = \Delta z$, então

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{V_z}{\Delta z} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{V_z}{\Delta z} \right) = (2\varepsilon) \mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{V_z}{\Delta z} \right) \quad (3.30)$$

Comparando a equação (3.30) com

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \quad (3.31)$$

pode-se estabelecer a equivalência

$$E_z \equiv -\frac{V_z}{\Delta z} \quad (3.32)$$

Seguindo passos semelhantes no desenvolvimento das equações, pode-se estabelecer também as equivalências:

$$H_y \equiv \frac{I_x}{\Delta y} \quad (3.33)$$

$$H_x \equiv -\frac{I_y}{\Delta x} \quad (3.34)$$

É importante observar que para o nó paralelo os parâmetros para permissividade e permeabilidade são respectivamente 2ϵ e μ , pois as capacitâncias das duas linhas (x e y) se superpõem, o que leva ao dobro da permissividade.

O nó paralelo sem perdas apresentado na figura 3.5 pode também ser demonstrado através do seu equivalente de Thévenin, apresentado na figura 3.6.

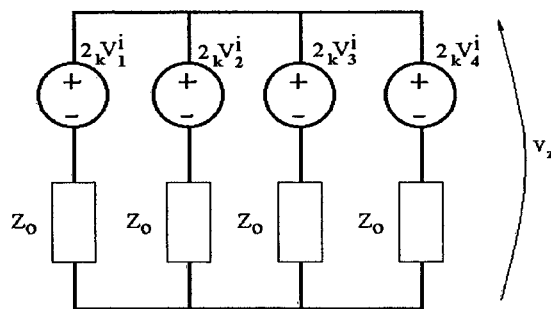


Figura 3.6 - Equivalente de Thévenin para o nó paralelo.

Neste caso o encontro se dá entre linhas em paralelo com as mesmas características, onde a fonte de tensão de cada ramo é definida como sendo duas vezes a tensão incidente sobre a porta respectiva, em série com a sua impedância característica Z_0 . O capítulo anterior descreveu este equivalente para o modelo unidimensional. Maior detalhamento

sobre o desenvolvimento deste equivalente pode ser visto nas referências [1,6].

O desenvolvimento para o nó paralelo até este ponto foi tratado para meios sem perdas, homogêneos e lineares. As perdas e as não-homogeneidades podem ser colocadas no modelo, de maneira a possibilitar o estudo de casos reais, como se verá adiante. Tratamento de sistemas não-lineares podem ser feitos de forma semelhante àquele desenvolvido no capítulo anterior, onde o processo não linear era tratado à parte em cada iteração.

A introdução de perdas e não-homogeneidades no nó paralelo é feita com a introdução de *stubs* (que aqui poderia-se traduzir por “tocos”), que nada mais são do que novas linhas (com características especiais) colocadas em paralelo ao nó. Esses *stubs*, que podem ser puramente capacitivos ou puramente indutivos (ver no capítulo anterior e na referência [1] experiências e resultados do uso de *stubs* diversos) permitem que se faça neles a colocação dos excedentes de capacitância, indutância ou condutância, permitindo assim que o nó convencional mantenha seu equilíbrio. Ou seja, algumas novas equações são implementadas junto às equações já desenvolvidas para permitir tratar “a nova linha” (*stub*), e com isso novas portas são colocadas além das quatro portas.

Na figura 3.7 abaixo é apresentado um exemplo de nó paralelo onde estão acrescentados um *stub* capacitivo (cuja admitância é Y_s) e um *stub* condutivo (cuja condutância é G_s). Duas novas portas (5 e 6) são criadas. O *stub* condutivo é colocado para dar conta das perdas resistivas do meio. O *stub* capacitivo para permitir uma permissividade diferente do meio.

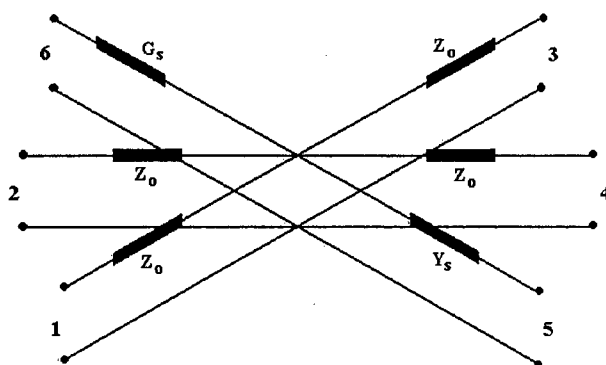


Figura 3.7 - Célula do nó paralelo com *stubs* capacitivo e condutivo.

A figura 3.8 apresenta o equivalente de Thévenin para esse nó com *stubs*. Nessa figura e nas equações resultantes todos os elementos estão normalizados em relação à impedância característica Z_0 .

Os elementos estão normalizados em relação à impedância característica Z_0 conforme as expressões:

$$1 = \frac{Z_0}{Z_0} \quad (3.35)$$

$$\hat{Y}_s = \frac{Y_s}{Z_0^{-1}} \quad (3.36)$$

$$\hat{G}_s = \frac{G_s}{Z_0^{-1}} \quad (3.37)$$

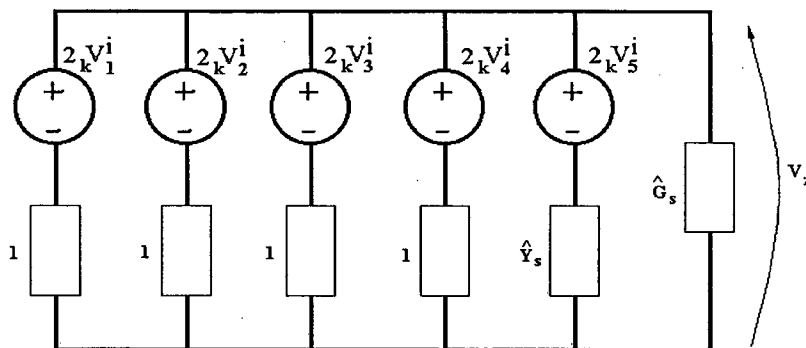


Figura 3.8 - Equivalente de Thévenin para o nó paralelo.

A partir do equivalente de Thévenin pode-se deduzir a expressão da tensão V_z aplicando-se as Leis de Kirchhoff sobre o nó, obtendo-se então:

$$V_z = \frac{2(V_1^i + V_2^i + V_3^i + V_4^i) + 2V_5^i \hat{Y}_s}{4 + \hat{Y}_s + \hat{G}_s} \quad (3.38)$$

No entanto, para a constituição de um processo iterativo, deve-se ainda encontrar a relação entre as tensões incidentes e refletidas para cada porta.

A tensão total em cada porta, num dado momento k , é dada pela soma das tensões incidente e refletida presentes naquele ponto e naquele instante [1], cuja expressão é:

$${}_k V_n = {}_k V_n^i + {}_k V_n^r \quad (3.39)$$

Para cada porta, utilizando a expressão (3.38) associada à (3.39), pode-se construir as relações de todas as portas, até constituir um conjunto de relações que poderá ser descrito através da expressão

$${}_k V^r = [S]_k V^i \quad (3.40)$$

onde $[S]$ é a matriz de espalhamento, neste caso definida por

$$[S] = \frac{1}{\hat{Y}} \begin{bmatrix} 2 - \hat{Y} & 2 & 2 & 2 & 2\hat{Y}_s \\ 2 & 2 - \hat{Y} & 2 & 2 & 2\hat{Y}_s \\ 2 & 2 & 2 - \hat{Y} & 2 & 2\hat{Y}_s \\ 2 & 2 & 2 & 2 - \hat{Y} & 2\hat{Y}_s \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2\hat{Y}_s - \hat{Y} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

onde

$$\hat{Y} = 4 + \hat{Y}_s + \hat{G}_s \quad (3.42)$$

Cabe ressaltar que os *stubs* colocados no nó não definem algum tipo de ligação direta entre linhas com outros nós próximos. No caso, as tensões refletidas para o interior dos *stubs* vão até suas extremidades e retornam para o próprio nó de que participam, com novas tensões incidentes na iteração seguinte. Essa “realimentação” é que permite modificar o comportamento do nó quanto a perdas, permissividade ou permeabilidade.

Este conjunto de fundamentos teóricos e equações define o nó **paralelo**, que tem

tido utilizado em muitas simulações bidimensionais com sucesso, além de ser parte importante na fundamentação de esquemas tridimensionais.

A seguir serão estudados os conceitos do nó *série*, cuja topologia das ligações difere totalmente daquela definida para o nó paralelo. No entanto ambos os nós chegam a resultados em tudo semelhantes, tanto na composição dos códigos computacionais quanto nas aplicações.

3.3 - NÓ SÉRIE

O nó série bidimensional tem importância especial no método TLM, porque dele deriva o nó tridimensional condensado simétrico (SCN), que será visto e discutido detalhadamente no capítulo 4.

Enquanto o nó paralelo era assim chamado devido ao encontro de duas linhas de transmissão em paralelo, onde no ponto de encontro havia a somatória das capacitâncias, neste caso as linhas estarão em série, havendo a somatória de suas indutâncias. A figura 3.9 apresenta o desenho da célula básica do nó série.

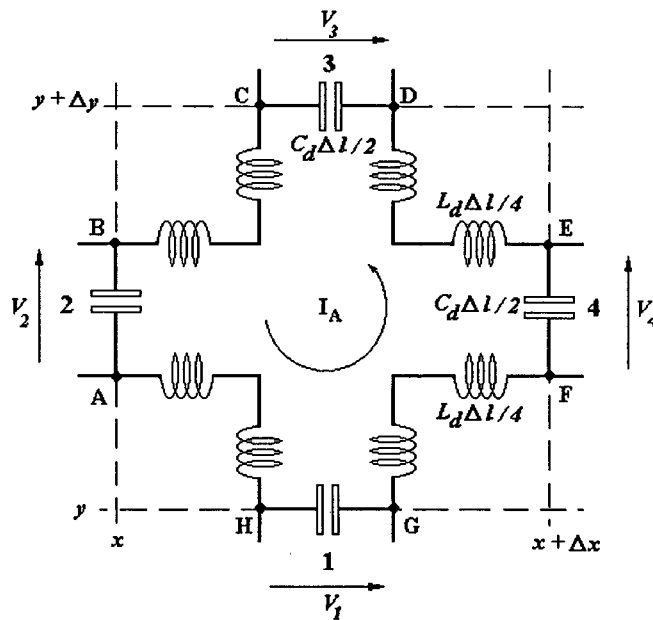


Figura 3.9 - Nó série.

Duas linhas de transmissão estão no plano xy , com capacitâncias e indutâncias divididas e colocadas nas suas extremidades. As linhas então são cortadas e ligadas de forma a criar um circuito em série. Assim como para o nó paralelo, as portas estão numeradas de 1 a 4 no sentido horário, e as tensões incidirão nessas portas.

O campo elétrico está nas direções x e y , devido às tensões nas capacitância existentes nas extremidades 1, 2, 3 e 4. O campo magnético está na direção z , devido à corrente I_A que circula pelo circuito em série. Assim pode-se definir as componentes de campo E_x , E_y e H_z .

Também como no caso do nó paralelo, as equações de Maxwell podem ser escritas de forma reduzida, porém agora como:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (3.43)$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (3.45)$$

Diferenciando-se a equação (3.43) em relação a y , a equação (3.44) em relação a x , e a equação (3.45) em relação a t , pode-se através de substituições chegar à forma da equação de ondas (equação de Helmholtz), conforme apresentada abaixo:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \quad (3.46)$$

Porém, para que este circuito seja válido na modelagem da propagação de ondas, será necessário definir para o modelo proposto as equivalências entre corrente e campo magnético ($I \rightarrow H_z$), assim como entre tensões e campo elétrico (V_1 e $V_3 \rightarrow E_x$, V_2 e $V_4 \rightarrow E_y$).

Em cada direção a indutância está dividida para as duas regiões opostas do nó, assim como a capacitância. A indutância é ainda dividida para os dois condutores para evidenciar a sua distribuição e simetria.

É necessário ainda recordar que, no caso homogêneo e sem perdas onde $\Delta x = \Delta y = \Delta l$, as indutâncias das linhas são iguais ($L = L_x = L_y = L_d \Delta l$) assim como as capacitâncias ($C = C_x = C_y = C_d \Delta l$).

Aplicando-se no circuito definido pela figura 3.9 as Leis de Kirchhoff para as tensões, pode-se desenvolver a expressão:

$$V_{AB} + V_{CD} + V_{EF} + V_{GH} = 8 \frac{L_d}{4} \Delta l \frac{\partial I_A}{\partial t} \quad (3.47)$$

ou

$$V_{AB} + V_{CD} - V_{FE} - V_{HG} = 2L_d \Delta l \frac{\partial I_A}{\partial t} \quad (3.48)$$

que pode ser escrita na forma

$$-(V_{FE} - V_{AB}) + (V_{CD} - V_{HG}) = 2L_d \Delta l \frac{\partial I_A}{\partial t} \quad (3.49)$$

onde V_{AB} significa a tensão no ponto A em relação ao ponto B, e da mesma forma para as demais tensões indicadas.

Considerando que o campo elétrico é dado pela relação entre a variação da tensão pela distância, e no sentido inverso daquela, pode-se rescrever a equação (3.49) em termos de campo na forma:

$$-(E_y(x + \Delta x) - E_y(x))\Delta y + (E_x(y + \Delta y) - E_x(y))\Delta x = 2L_d \Delta l \frac{\partial I_A}{\partial t} \quad (3.50)$$

Dividindo ambos os lados de (3.50) por $\Delta x \Delta y$ obtém-se :

$$-\frac{E_y(x+\Delta x) - E_y(x)}{\Delta x} + \frac{E_x(y+\Delta y) - E_x(y)}{\Delta y} = 2 \frac{L_d \Delta l}{\Delta x \Delta y} \frac{\partial I_A}{\partial t} \quad (3.51)$$

ou ainda:

$$-\frac{\Delta E_y}{\Delta x} + \frac{\Delta E_x}{\Delta y} = 2 \frac{L_d}{\Delta l} \frac{\partial I_A}{\partial t} \quad (3.52)$$

pois $\Delta x = \Delta y = \Delta l$.

Da mesma forma, sabendo-se que o campo magnético é dado pela relação entre a corrente pela comprimento percorrido, obtém-se então a expressão:

$$-\frac{\Delta E_y}{\Delta x} + \frac{\Delta E_x}{\Delta y} = 2L_d \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (3.53)$$

onde se percebe que a indutância distribuída L_d é multiplicada por dois, pois a corrente deve atravessá-la por duas vezes para completar a volta do circuito definido pelo nó.

Ainda no circuito da figura 3.9, pode-se também desenvolver as expressões para a corrente:

$$I_A - I_B = 2 \frac{C_d}{2} \Delta l \frac{\partial V_{FE}}{\partial t} \quad (3.54)$$

sendo que I_B é a corrente que circula no nó série à direita do nó considerado, como apresentado esquematicamente na figura 3.10. Neste caso a capacitância deve ser duplicada devido ao acréscimo da capacitância do outro nó.

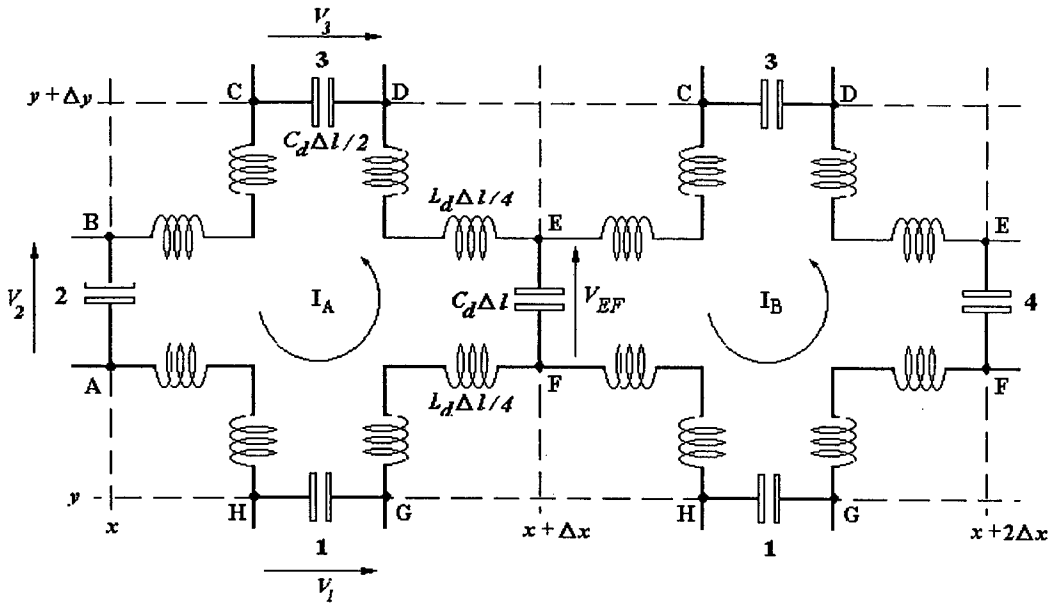


Figura 3.10 – Associação de nós série.

A equação (3.54) pode também ser expressa convenientemente na forma abaixo:

$$I_B - I_A = C_d \Delta l \frac{\partial V_{EF}}{\partial t} \tag{3.55}$$

Introduzindo adequadamente as relações para corrente e tensão com as correspondências em campo magnético e campo elétrico respectivamente, obtém-se:

$$(H_z(x + \Delta x) - H_z(x)) \Delta z = -C_d \Delta l \Delta y \frac{\partial E_y}{\partial t} \tag{3.56}$$

Dividindo ambos os lados da expressão por Δx :

$$\frac{(H_z(x + \Delta x) - H_z(x)) \Delta z}{\Delta x} = -\frac{C_d \Delta l \Delta y}{\Delta x} \frac{\partial E_y}{\partial t} \tag{3.57}$$

para obter

$$\frac{\Delta H_z}{\Delta x} = -C_d \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (3.58)$$

De mesma forma pode-se desenvolver uma equação relacionando H_z e E_x . Para isto procede-se da mesma maneira que acima, porém considerando, por exemplo, um nó abaixo do que está sob análise (ver figuras 3.9 e 3.10), e nesse nó existe uma corrente I_C . Com isto obtém-se:

$$\frac{\Delta H_z}{\Delta y} = C_d \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (3.59)$$

Da equação (3.57) é fácil verificar que :

$$\varepsilon = \frac{C_d \Delta I \Delta y}{\Delta x \Delta z} \quad (3.60)$$

ou seja

$$C_y = \varepsilon \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} \quad (3.61)$$

$$C_x = \varepsilon \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} \quad (3.62)$$

A indutância do nó pode também ser comparada à permeabilidade μ através da relação

$$L_x = L_y = \frac{\phi}{I_A} \quad (3.63)$$

onde

$$\phi = B_z \Delta x \Delta y = \mu H_z \Delta x \Delta y = \mu \frac{I_A}{\Delta z} \Delta x \Delta y \quad (3.64)$$

Então a equação (3.63) pode ser escrita como:

$$L_x = L_y = \mu \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z} \quad (3.65)$$

O nó série visto na figura 3.9 pode ser apresentado através de suas impedâncias características, como na figura 3.11.

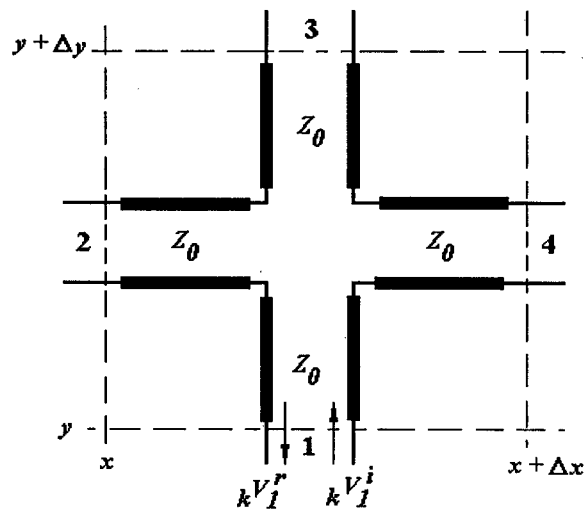


Figura 3.11 – Nó série com impedâncias características e tensões incidentes e refletidas.

Havendo propagação de ondas, sobre cada uma das portas haverá uma tensão incidente, vinda dos nós adjacentes, e uma tensão refletida, que é a tensão vinda do núcleo do nó em direção à extremidade.

Na figura 3.11 pode-se observar a tensão incidente na porta 1 e a tensão refletida para esta mesma porta a partir do núcleo do nó.

O equivalente de Thévenin para o nó da figura 3.11 está apresentado na figura 3.12, onde as fontes de tensão de cada lateral estão baseadas nas tensões incidentes sobre as portas respectivas. Repete-se aqui o procedimento feito para o nó paralelo quanto ao equivalente de cada porta e sua relação com a tensão incidente.

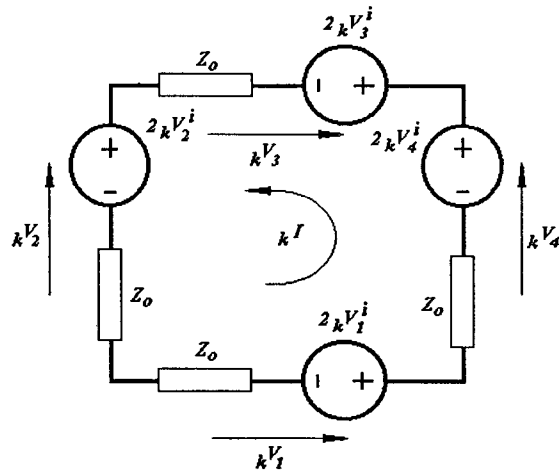


Figura 3.12 - Equivalente de Thévenin do nó série.

A partir do equivalente de Thévenin pode-se desenvolver a expressão:

$$-2_k V_1^i + 2_k V_2^i + 2_k V_3^i - 2_k V_4^i + k I 4 Z_0 = 0 \tag{3.66}$$

Com a equação (3.66) pode-se escrever a expressão para a corrente:

$$_k I = \frac{{}_k V_1^i - {}_k V_2^i - {}_k V_3^i + {}_k V_4^i}{2Z_0} \tag{3.67}$$

O campo magnético resultante na direção z é então definido por:

$$H_z = \frac{{}_k I}{\Delta l} = \frac{{}_k V_1^i - {}_k V_2^i - {}_k V_3^i + {}_k V_4^i}{2\Delta l Z_0} \tag{3.68}$$

O campo elétrico resultante para as direções x e y será definido no centro do nó, a partir das contribuições das tensões existentes nos capacitores das portas que estão na mesma direção, como se pode ver nas equações seguintes:

$$E_x = - \left(\frac{{}_k V_1^i + {}_k V_3^i}{\Delta l} \right) \tag{3.69}$$

$$E_y = - \left(\frac{{}_k V_2^i + {}_k V_4^i}{\Delta l} \right) \quad (3.70)$$

Para permitir o cálculo dos campos no decorrer do tempo, será necessário definir uma relação entre as tensões incidentes e refletidas. É importante perceber que a tensão incidente em um nó em um determinado momento é a tensão refletida pelo nó imediatamente anterior, no momento anterior. Ou seja, a tensão que reflete em um nó “viaja” até o próximo nó gastando para isto um tempo Δt .

A tensão total em cada porta do nó é a soma das componentes das tensões incidente e refletida sobre aquela porta em um dado momento k :

$${}_k V = {}_k V^i + {}_k V^r \quad (3.71)$$

ou seja, a tensão refletida será definida por:

$${}_k V^r = {}_k V - {}_k V^i \quad (3.72)$$

Assim, para o conjunto de portas do nó da figura 3.11 pode-se estabelecer as relações entre tensões:

$$\begin{aligned} {}_k V_1^r &= {}_k V_{1-k} V_1^i \\ {}_k V_2^r &= {}_k V_{2-k} V_2^i \\ {}_k V_3^r &= {}_k V_{3-k} V_3^i \\ {}_k V_4^r &= {}_k V_{4-k} V_4^i \end{aligned} \quad (3.73)$$

A partir do equivalente da figura 3.12, a tensão total na porta 1 é também dada pela equação:

$${}_k V_1^r = 2 {}_k V_1^i - {}_k I Z_0 \quad (3.74)$$

que pode ser substituída na equação (3.73) para obter

$${}_k V_1^r = {}_k V_1^i - {}_k I Z_0 \quad (3.75)$$

Substituindo a expressão da corrente (3.67) obtém-se:

$${}_k V_1^r = {}_k V_1^i - \frac{1}{2} ({}_k V_1^i - {}_k V_2^i - {}_k V_3^i + {}_k V_4^i) \quad (3.76)$$

e então

$${}_k V_1^r = \frac{1}{2} ({}_k V_1^i + {}_k V_2^i + {}_k V_3^i - {}_k V_4^i) \quad (3.77)$$

Seguindo os mesmos passos pode-se desenvolver as expressões para as tensões refletidas sobre as outras três portas do nó, e assim estabelecer uma expressão matricial para relacionar as tensões refletidas de cada porta em relação às tensões incidentes em todas as portas do nó:

$$\begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

Novamente a expressão matricial pode ser resumida na equação (3.40) apresentada anteriormente,

$${}_k V^r = [S]_k V^i$$

onde $[S]$ é a matriz de espalhamento, que no caso do nó série é definida por:

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Assim como para o nó paralelo, para definir as tensões no momento seguinte ($k+1$), o tempo de propagação da onda desde um nó até o seguinte é Δt , ou seja, a onda incidente em um determinado nó é a onda que foi refletida pelo nó adjacente no passo de tempo anterior, pois Δt é o tempo necessário para percorrer Δl .

Também para o nó série é válida a figura 3.4, apresentada para demonstrar a conexão de diferentes nós, onde as posições relativas eram colocadas. Considerando essa interação entre nós adjacentes, para cada porta a conexão entre a tensão refletida num determinado momento, e a tensão incidente no momento seguinte, pode ser escrita na forma das seguintes equações, que expressam a relação entre diferentes tensões em diferentes passos de tempo:

$$\begin{aligned} {}_{(k+1)}V_1^i(x, y) &= {}_kV_3^r(x, y-1) \\ {}_{(k+1)}V_2^i(x, y) &= {}_kV_4^r(x-1, y) \\ {}_{(k+1)}V_3^i(x, y) &= {}_kV_1^r(x, y+1) \\ {}_{(k+1)}V_4^i(x, y) &= {}_kV_2^r(x+1, y) \end{aligned} \quad (3.80)$$

Com este conjunto de equações pode-se escrever um programa computacional para análise de problemas que podem ser reduzidos a uma análise bidimensional. A referência [25] apresenta alguns estudos com o nó paralelo e o nó série, bem como códigos computacionais desenvolvidos para aplicações considerando meios homogêneos e sem

perdas.

Assim como para o nó paralelo, a introdução de perdas, anisotropia e de materiais não homogêneos no modelo bidimensional do nó série será feita com *stubs*.

Uma alternativa à introdução dos *stubs* seria provocar dentro do modelo uma modificação na velocidade de propagação da onda, ou seja, modelar a própria modificação dos parâmetros de permeabilidade e permissividade (que alteram a velocidade de propagação) quando houvesse uma alteração de meios. Essa alteração de velocidade poderia ser feita diretamente na modelagem de duas maneiras:

- mantendo o passo de tempo Δt e variando a dimensão Δl ;
- mantendo a dimensão Δl e variando o passo de tempo Δt .

No entanto a variação destes parâmetros dificulta a modelagem numérica para uso computacional. Desta forma a introdução das não-homogeneidades pode ser feita com a simples inclusão de *stubs* no interior do nó, e assim caracterizar suas alterações constitutivas.

Na figura 3.13.a é apresentado um nó que apresenta uma variação da permeabilidade μ no eixo x , caracterizando uma anisotropia. Nesta figura esta variação da permeabilidade é representada pela inclusão de uma indutância L_s no eixo x . Esta indutância pode ser modelada como um *stub* de impedância Z_s , como se vê na figura 3.13.b, onde o nó está representado pelas impedâncias das linhas que constituem o modelo.

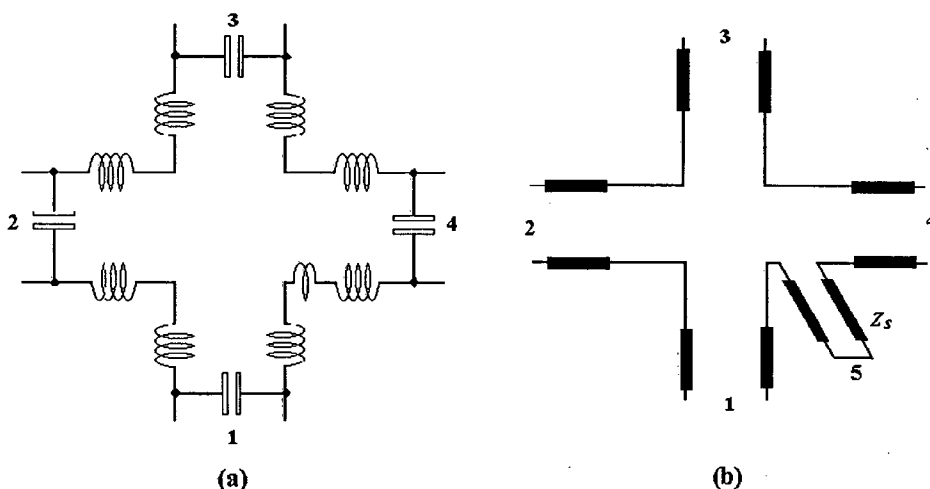


Figura 3.13 - Nó série com *stub* indutivo.

Neste caso o *stub* indutivo deverá aparecer como uma quinta fonte de tensão, em série com as quatro fontes naturais do nó, como pode ser visto no seu equivalente de Thévenin, apresentado na figura 3.14.

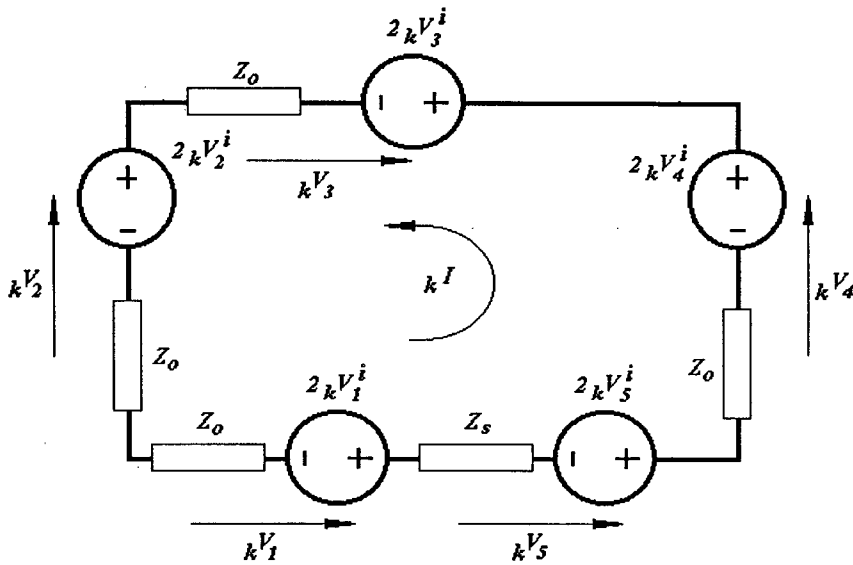


Figura 3.14 - Equivalente de Thévenin do nó série com *stub*.

A partir do equivalente pode-se desenvolver as seguintes equações para este nó de um material anisotrópico:

$$-2_k V_1^i + 2_k V_2^i + 2_k V_3^i - 2_k V_4^i - 2_k V_5^i + k I (4Z_0 + Z_s) = 0 \quad (3.81)$$

$$k I = \frac{2_k V_1^i - 2_k V_2^i - 2_k V_3^i + 2_k V_4^i + 2_k V_5^i}{4Z_0 + Z_s} \quad (3.82)$$

Aplicando a equação (3.82) na equação (3.75) obtém-se:

$$k V_1^r = k V_1^i - \left(\frac{Z_0}{4Z_0 + Z_s} \right) (2_k V_1^i - 2_k V_2^i - 2_k V_3^i + 2_k V_4^i + 2_k V_5^i) \quad (3.83)$$

que pode ser desenvolvida até

$${}_k V_1^r = \left(\frac{2 + \frac{Z_s}{Z_0}}{4 + \frac{Z_s}{Z_0}} \right) {}_k V_1^i + \frac{1}{\left(4 + \frac{Z_s}{Z_0} \right)} (2 {}_k V_2^i + 2 {}_k V_3^i - 2 {}_k V_4^i - 2 {}_k V_5^i) \quad (3.84)$$

Fazendo a seguinte correspondência:

$$Z = 4 + \frac{Z_s}{Z_0} \quad (3.85)$$

a equação (3.84) pode então ser escrita como:

$${}_k V_1^r = \left(\frac{Z-2}{Z} \right) {}_k V_1^i + \frac{1}{Z} (2 {}_k V_2^i + 2 {}_k V_3^i - 2 {}_k V_4^i - 2 {}_k V_5^i) \quad (3.86)$$

Resolvendo da mesma maneira para as tensões refletidas das portas 2, 3, 4 e 5, pode-se obter a seguinte expressão matricial que relaciona a tensão refletida para cada porta a todas as tensões incidentes nas 5 portas:

$$\begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \\ V_5^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Z-2 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & Z-2 & -2 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & Z-2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & Z-2 & -2 \\ -2 \frac{Z_s}{Z_0} & 2 \frac{Z_s}{Z_0} & 2 \frac{Z_s}{Z_0} & -2 \frac{Z_s}{Z_0} & 4 - \frac{Z_s}{Z_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \\ V_5^i \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

A introdução de perdas nesse nó é feita com a colocação de uma resistência R_s em série com a indutância L_s .

Desta forma obtém-se o equivalente de Thévenin da figura 3.15:

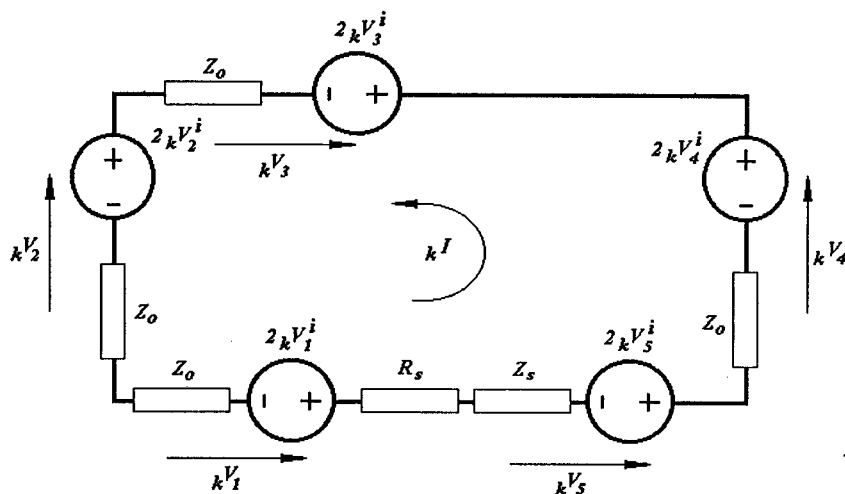


Figura 3.15 - Equivalente de Thévenin do nó série com stub e perdas.

Neste caso a equação para a corrente é:

$${}_k I = \frac{2{}_k V_1^i - 2{}_k V_2^i - 2{}_k V_3^i + 2{}_k V_4^i + 2{}_k V_5^i}{4Z_0 + Z_s + R_s} \quad (3.88)$$

Se, como exemplo, for considerada a equação para a tensão refletida para a porta 5 do nó série, tem-se:

$${}_k V_5^r = {}_k V_5 - {}_k V_5^i \quad (3.89)$$

onde

$${}_k V_5 = 2{}_k V_1^i - {}_k I (R_s + Z_s) \quad (3.90)$$

Fazendo a substituição da corrente ${}_k I$, bem como o desenvolvimento necessário das equações, obtém-se para a tensão refletida na porta 5, no momento k , a seguinte expressão:

$${}_k V_5^r = \frac{1}{Z_0 \left(4 + \frac{Z_s + R_s}{Z_0} \right)} \left(- (R_s + Z_s) (2{}_k V_1^i - 2{}_k V_2^i - 2{}_k V_3^i + 2{}_k V_4^i) + (4Z_0 - R_s + Z_s) 2{}_k V_5^i \right) \quad (3.91)$$

Fazendo então a normalização de alguns parâmetros, como definidos a seguir:

$$\hat{R}_s = \frac{R_s}{Z_0}$$

$$\hat{Z}_s = \frac{Z_s}{Z_0} \quad (3.92)$$

$$Z = 4 + \hat{Z}_s + \hat{R}_s$$

pode-se obter para ${}_k V_5^r$ a expressão

$${}_k V_5^r = \frac{1}{Z} \left[-2\hat{Z}_{sk} V_1^i + 2\hat{Z}_{sk} V_2^i + 2\hat{Z}_{sk} V_3^i - 2\hat{Z}_{sk} V_4^i + (Z - 2\hat{Z}_s) V_5^i \right] \quad (3.93)$$

De forma semelhante desenvolve-se as expressões para as tensões refletidas nas outras portas, até obter a seguinte matriz de espalhamento $[S]$, aplicável na equação ${}_k V^r = [S]_k V^i$, considerando este nó com perdas e anisotrópico:

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Z-2 & 2 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & Z-2 & -2 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & Z-2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & Z-2 & -2 \\ -2\hat{Z}_s & 2\hat{Z}_s & 2\hat{Z}_s & -2\hat{Z}_s & Z-2\hat{Z}_s \end{bmatrix} \quad (3.94)$$

A impedância característica na direção de cada um dos eixos é dada por:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3.95)$$

sendo que a indutância e a capacitância podem ser expressas respectivamente por

$$L = L_d \Delta l \quad (3.96)$$

$$C = C_d \Delta l$$

A velocidade de propagação em cada direção em cada nó é definida pela expressão:

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_d C_d}} = \frac{\Delta l}{\sqrt{LC}} \quad (3.97)$$

No entanto a velocidade também pode ser expressa como:

$$v = \frac{\Delta l}{\Delta t} \quad (3.98)$$

Substituindo (3.97) em (3.98), obtém-se

$$\Delta t = \sqrt{LC} \quad (3.99)$$

Fazendo-se as devidas comparações entre as equações (3.99) e (3.94), pode-se obter os valores de C e L como:

$$C = \frac{\Delta t}{Z_0} \quad (3.100)$$

$$L = \Delta t Z_0 \quad (3.101)$$

Além dos parâmetros, é necessário definir no método TLM o contorno do espaço físico que está sendo modelado. Este contorno está presente junto às portas dos nós que fazem contato com o espaço limítrofe do modelo. Estas portas, que na verdade representam o circuito de uma linha de transmissão, estão em contato com superfícies, ou volumes, que podem ser de três tipos: condutores ideais (impedância nula), isolantes ideais (impedância

infinitamente grande), ou aqueles com uma impedância qualquer.

No caso do contorno ser uma superfície condutora, pode-se representar o limite do nó como um curto-circuito entre os terminais da linha da porta respectiva, como representado na figura 3.16. Este tipo de contorno é chamado de “parede elétrica” [7]. Neste caso a impedância do contorno é nula ($Z = 0$) e o coeficiente de reflexão (Γ) será dado por:

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = -1 \quad (3.102)$$

Assim, para a porta 4 do exemplo da figura 3.16, a conexão com o momento seguinte no processo de cálculo será dada pela própria tensão refletida no momento anterior, porém com o sinal invertido, como está definido pela equação:

$${}_{(k+1)}V_4^i = - {}_k V_4^r \quad (3.103)$$

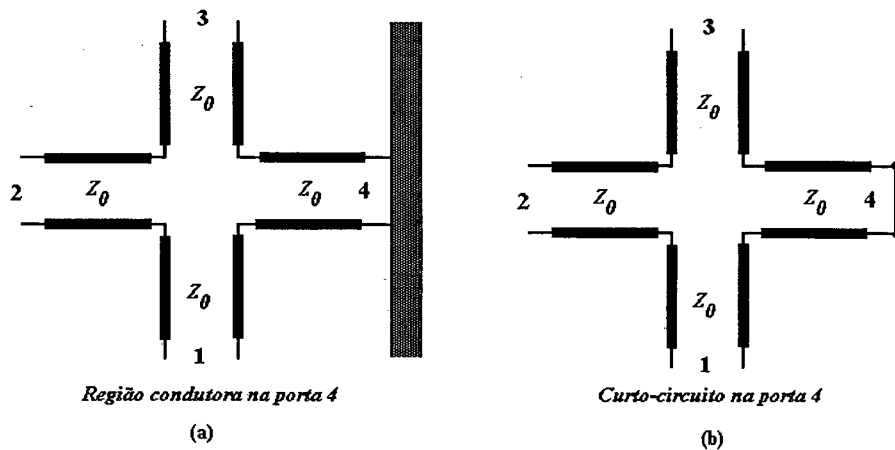


Figura 3.16 - Contorno condutivo na porta 4 para o nó série.

No caso de uma superfície isolante ideal, pode-se representar o limite do nó como um circuito aberto entre os terminais da linha da porta respectiva, como representado na figura 3.17. Este tipo de contorno é chamado de “parede magnética” [7]. Neste caso a impedância do contorno é infinita ($Z \rightarrow \infty$) e o coeficiente de reflexão será então dado por:

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = 1 \tag{3.104}$$

o que determina uma conexão com o momento seguinte na forma da expressão

$${}_{(k+1)}V_4^i = {}_k V_4^r \tag{3.105}$$

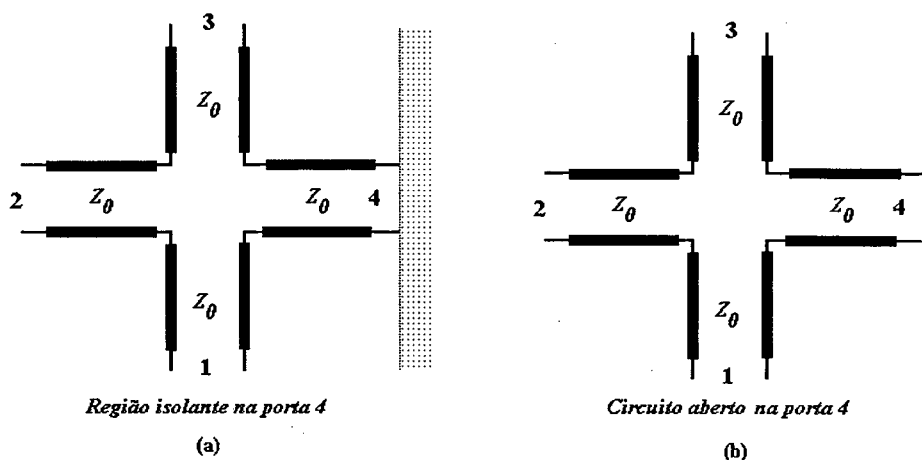


Figura 3.17 - Contorno isolante na porta 4 para o nó série

Por fim, se o contorno é o espaço aberto ou uma região com uma impedância característica qualquer, pode-se representar o limite do nó como uma impedância Z junto aos terminais da linha da porta respectiva. O coeficiente de reflexão será então dado por:

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \tag{3.106}$$

determinando uma conexão com o momento seguinte da forma

$${}_{(k+1)}V_4^i = \Gamma_k V_4^r \tag{3.107}$$

A figura 3.18 ilustra o exemplo de um contorno qualquer, onde uma impedância é

conectada à porta 4 para representar o contorno respectivo e assim permitir a continuidade do processo de cálculo, através da conexão dos passos de tempo e fazendo a atualização do valor da nova tensão incidente na porta do contorno.

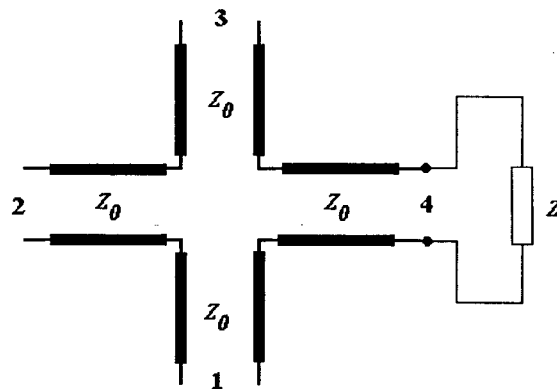


Figura 3.18 - Contorno de impedância Z na porta 4 para o nó série.

Não se discute aqui os erros que tais tipos de contorno podem trazer para os valores obtidos no processo de cálculo, e nem como podem ser diminuídos ou eliminados. Assim como em outros métodos, a região de contorno é um dos problemas fundamentais na modelagem, pois é a definição da região limítrofe onde o processo de cálculo deverá trabalhar, sem afetar ou acrescentar um custo computacional elevado. Vários trabalhos foram e estão sendo feitos neste sentido [6,15,19].

Finalmente cabe acrescentar algumas palavras sobre testes práticos com os nós bidimensionais. Realizar tais testes não foi objeto deste trabalho, mas há extensa bibliografia a respeito, especialmente na referência [10], onde diversos exercícios práticos são colocados, incluindo os códigos computacionais utilizados. Também na dissertação [25] são feitas algumas aplicações interessantes. Por curiosidade, o interessado pode ainda obter cópia de demonstração do programa *2D-TLM Simulator* na página da internet do laboratório *Computational Electromagnetics Research Laboratory - University of Victoria*, do Canadá, obtendo com ele alguns resultados simples com o método TLM bidimensional (o programa está disponível no endereço www.wjrh.ece.uvic.ca na data da escrita desta tese).

3.4 – CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou a teoria geral do método TLM em duas dimensões, com a caracterização das topologias dos nós **série** e **paralelo**. Tais modelos são capazes de analisar muitos casos práticos, e têm grande aplicação industrial. Muitos trabalhos são realizados com tais nós, e várias aplicações estão colocadas na bibliografia de referência [6,10,11,18,19,25]. A partir do estudo dos nós bidimensionais será possível desenvolver os modelos tridimensionais apresentados na literatura até este momento.

Alguns conceitos importantes devem ser considerados, especialmente a representação dos campos elétricos relacionados às capacitâncias, assim como os campos magnéticos relacionados às indutâncias. Isto é válido tanto para o desenho do nó série como do nó paralelo.

O posicionamento dos campos, em cada tipo de nó bidimensional, irá permitir novas composições onde se poderá representá-los em modelos de três dimensões. Este é o assunto do próximo capítulo.

CAPÍTULO 4

MÉTODO TLM TRIDIMENSIONAL

4.1 – INTRODUÇÃO

No capítulo anterior foi descrito detalhadamente o modelo do nó bidimensional, com todo seu equacionamento básico e conceituação. Neste capítulo serão apresentados alguns fundamentos dos principais nós tridimensionais. Neste caso a apresentação será feita obedecendo uma escala cronológica (da proposição modelo) desde o surgimento e desenvolvimento de cada nó, porém sem um aprofundamento no desenvolvimento e dedução das suas equações matemáticas. Através deste embasamento conceitual será possível estabelecer as relações de semelhança com o novo modelo proposto neste trabalho, cujos elementos constitutivos estão diretamente apoiados na teoria geral de linhas de transmissão.

O desenvolvimento dos modelos tridimensionais foi fundamental para que o método TLM se estabelecesse como uma importante ferramenta para a análise de fenômenos de eletromagnetismo. Ao contrário do método FDTD, cujo princípio de aplicações em eletromagnetismo já se deu baseado em células tridimensionais [21], o método TLM teve início com uma proposição bidimensional [11], sendo que várias proposições de células tridimensionais foram colocadas até o surgimento de uma célula condensada em 1987 [14], sobre a qual estão baseados os desenvolvimentos posteriores e boa parte dos códigos computacionais hoje em uso.

Para o estudo do eletromagnetismo, um modelo tridimensional deve ser capaz de apresentar seis componentes de campos, quais sejam:

E_x – campo elétrico na direção x

E_y – campo elétrico na direção y

E_z – campo elétrico na direção z

H_x – campo magnético na direção x

H_y – campo magnético na direção y

H_z – campo magnético na direção z

Os nós bidimensionais do método TLM vistos no capítulo anterior podiam apresentar três componentes de campo cada um. Considerando um plano xy , o nó Série pode representar E_x , E_y , e H_z , enquanto o nó Paralelo pode representar H_x , H_y , e E_z . Como as componentes apresentadas pelos dois tipos de nós eram diferentes e complementares, sua junção podia supor justamente a composição de um modelo tridimensional onde as seis componentes estivessem contempladas.

Partindo dessa suposição, foi desenvolvido o primeiro modelo em três dimensões, apresentado por Akhtarzad e Johns em 1975 [12]. Este modelo foi denominado “Nó Expandido” (*Expanded Node*) devido aos pontos de colocação dos campos dentro do nó. A partir da idéia deste nó alguns outros foram desenvolvidos na procura de um eficiente modelo tridimensional. A próxima seção fará uma apresentação geral dessas proposições, e a seguir será apresentado o Nó Simétrico Condensado (*SCN – Symmetrical Condensed Node*).

4.2 – NÓS TRIDIMENSIONAIS

O primeiro modelo foi denominado de “Nó Expandido” por ter colocado as componentes de campo nas extremidades de um volume cúbico, o qual é formado pela interligação de três nós Série e três nós Paralelo [12].

O primeiro passo para construir esse modelo está representado na figura 4.1. Partindo-se da junção de **um** nó Paralelo com **dois** nós Série, pode-se obter três das seis equações de Maxwell.

Primeiramente toma-se o plano xz onde está o nó Paralelo, ao qual está associado o campo elétrico E_y (representado pela tensão na sua capacitância central), bem como os campos magnéticos H_x e H_z associados às indutâncias existentes nas linhas das direções x e y respectivamente, conforme visto no capítulo anterior. Observe-se ainda na figura 4.1 que

a dimensão total entre as extremidades do nó será Δl , e a distância entre o centro de dois nós bidimensionais será a metade da distância total, ou seja, $\Delta l/2$.

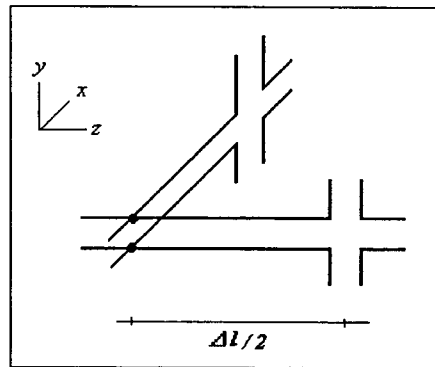


Figura 4.1 – Composição com dois nós Série e um nó Paralelo.

A partir dessas considerações quanto ao nó Paralelo pode-se escrever a equação:

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (4.1)$$

No plano yz está um dos nós Série, ao qual estão associados os campos elétricos E_y e E_z (representados pelas tensões nas capacitâncias das extremidades do nó), bem como o campo magnético H_x , existente no centro do nó (representado pela corrente). Assim pode-se escrever a equação:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (4.2)$$

No plano yx está o outro nó Série, ao qual estão associados os campos elétricos E_y e E_x (representados pelas tensões nas capacitâncias), bem como o campo magnético H_z no centro do nó (representado pela corrente), que estão relacionados pela equação:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (4.3)$$

A segunda possibilidade de composição de nós é colocar **um** nó Série no plano xz e conectar a ele **dois** nós Paralelo, como mostrado na figura 4.2.

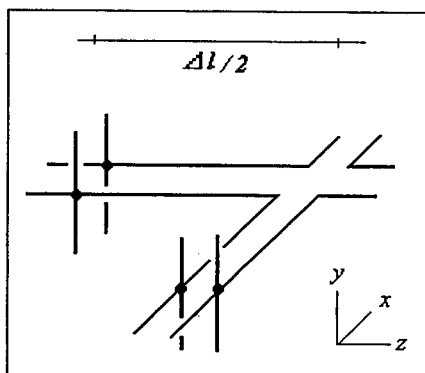


Figura 3.2 – Composição com dois nós Paralelo e um nó Série.

Neste caso, para o nó Série (plano xz) será possível associar um campo magnético H_y (representado pela corrente circulando pelo centro do nó) com os campos elétricos E_z e E_x (representados pelas tensões nas capacitâncias das extremidades do nó). Isto está descrito pela equação:

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (4.4)$$

Para o nó Paralelo do plano yx será possível associar um campo elétrico E_z (representado pela tensão na capacitância) com os campos magnéticos H_x e H_y . Isto está descrito pela equação:

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (4.5)$$

Finalmente para o nó Paralelo do plano yz será possível associar um campo elétrico

E_x (representado pela tensão na capacitância) com os campos magnéticos H_z e H_y , que está descrito pela seguinte expressão (que encerra o grupo de equações):

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (4.6)$$

Para se ter todas as seis equações descritas por um único modelo, deve-se então unir os dois conjuntos, formando um nó tridimensional como está apresentado na figura 4.3 (o desenho representa esquematicamente o volume de um cubo, onde dois vértices não estão preenchidos). Neste caso os campos magnéticos estão representados nos nós Série, devido às correntes que circulam por eles, assim como os campos elétricos estão representados nos nós Paralelo, devido às tensões resultantes no centro deles. Pode-se perceber que os campos estão desta forma colocados nas extremidades do nó tridimensional, de forma semelhante ao que ocorre na célula tridimensional do modelo FDTD (*Finite Difference – Time Domain Method*). Porém no caso do FDTD as componentes de campo elétrico estão nas laterais do cubo e as componentes de campo magnético estão nas faces do cubo [21], enquanto aqui as componentes estão nos vértices. De qualquer modo, em ambos os casos, as componentes em x , y e z do campo elétrico estão afastadas entre si, e o mesmo ocorre para as componentes de campo magnético.

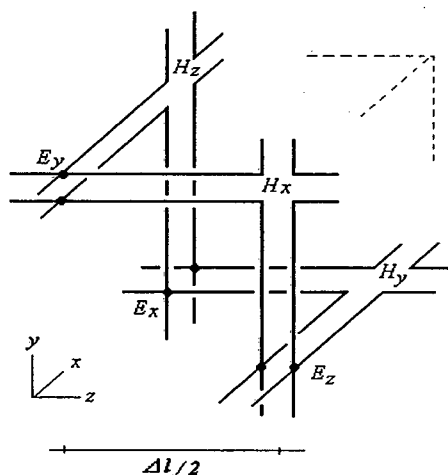


Figura 4.3 - Nó Expandido tridimensional.

Unindo-se vários destes nós pode-se modelar regiões tridimensionais, porém com um desenho complexo, onde o fato de dois vértices do cubo não apresentarem componentes de campo torna-o deficiente nesta região. A figura 4.4 apresenta uma malha de Nós Expandidos.

Esse tipo de estrutura pode representar a propagação de ondas planas, definindo para cada instante k um determinado valor constante de tensão e corrente para representar respectivamente o campo elétrico e o magnético. A dimensão Δl será importante pois vai definir as características de erro e dispersão do nó. Neste caso a dimensão total de cada nó bidimensional que compõe o nó Expandido mede $\Delta l/2$, o que resulta numa dimensão total igual a Δl para cada lado do nó Expandido tridimensional, conforme já se havia observado na figura 4.1. A inclusão de perdas e diferentes permissividades e permeabilidades pode ser feita com a inclusão de *stubs*, como foi discutido anteriormente na apresentação sobre nós bidimensionais. A inclusão dos *stubs* será feita nos próprios nós bidimensionais.

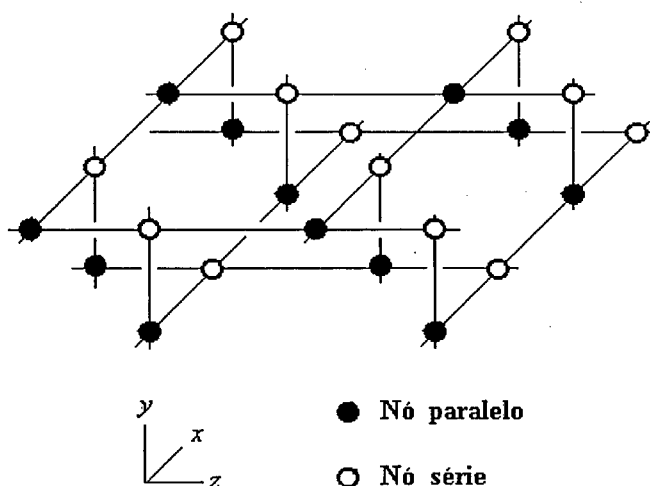


Figura 4.4 – Malha tridimensional com Nós Expandidos.

A velocidade de propagação das ondas através da malha de nós apresentada na figura 4.4, definida por v_n , é dada pela equação (4.7), onde c é a velocidade da luz [12].

$$v_n = \frac{c}{2} \quad (4.7)$$

A velocidade de propagação na malha composta por nós Expandidos é a metade da velocidade da luz, ou seja, ainda menor que a velocidade de propagação numa malha de nós bidimensionais. Isto se deve ao fato de que a onda, ao passar pelo nó, encontra o dobro da capacitância no interior do nó Paralelo (2C) e o dobro da indutância no interior do nó Série (2L). A velocidade da luz no espaço livre é dada por:

$$c = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4.8)$$

A complicada topologia deste nó é sua principal desvantagem [16], pois a matriz de espalhamento para os diferentes nós bidimensionais que o compõem estão separadas espacialmente, fazendo com que os cálculos de atualização não sejam feitos ao mesmo tempo, possibilitando erros e trazendo complicações no tratamento de contornos e interfaces com diferentes materiais.

No entanto este primeiro nó tridimensional em TLM representou um importante passo no desenvolvimento do método, pois quando comparado a outros métodos para engenharia que necessitam primeiramente estabelecer o conjunto de equações envolvidas, para depois, utilizando técnicas matemáticas, resolvê-las aproximadamente, o método TLM apresenta um novo conceito pois relaciona o problema de engenharia a uma rede de linhas de transmissão, cujos parâmetros correspondem diretamente àqueles do problema real [12].

A partir do nó Expandido e tomando por base suas dificuldades, os pesquisadores passaram a propor várias modificações, melhorias e novas topologias. A preocupação maior naquele momento (anos 70) era desenvolver esquemas que resultassem em menor tempo de cálculo computacional. Da mesma maneira que se acelerava o desenvolvimento dos microprocessadores, duplicando de capacidade computacional a cada cinco anos (processo que ainda se mantém 30 anos depois), também os pesquisadores em TLM trabalharam no desenvolvimento da eficiência computacional do método, o que acabou por originar uma importante análise de fundo em suas bases conceituais.

Uma descrição detalhada dessa evolução encontra-se na referência [7], da qual aqui se colocam apenas algumas notas. Os primeiros problemas atacados foram relativos aos erros que ocorrem em regiões de interface entre diferentes meios, ou onde há locais com

pontos muito pequenos a estudar dentro de regiões muito grandes, como por exemplo reentrâncias em guias de onda ou microfitas em placas de circuito impresso.

Algumas modificações objetivaram a criação de malhas de diferentes dimensões (não uniformes), de forma semelhante ao que ocorre com o Método dos Elementos Finitos (*FEM – Finite Element Method*), entretanto com os nós sendo sempre múltiplos inteiros do menor nó da malha TLM. Outra proposta foi a de reduzir pela metade o número de indutâncias dentro do nó Paralelo que compõe o Nó Expandido. Tais experiências possibilitaram manter as margens de erro, ou mesmo reduzi-las, e obter um ganho considerável no tempo de processamento.

Um modelo importante, chamado Nó Escalar, foi proposto em 1984 por Choi e Hofer [5][7][26] que pode ser descrito como sendo um nó Paralelo com mais uma linha ortogonalmente acoplada, como mostrado na figura 4.5.

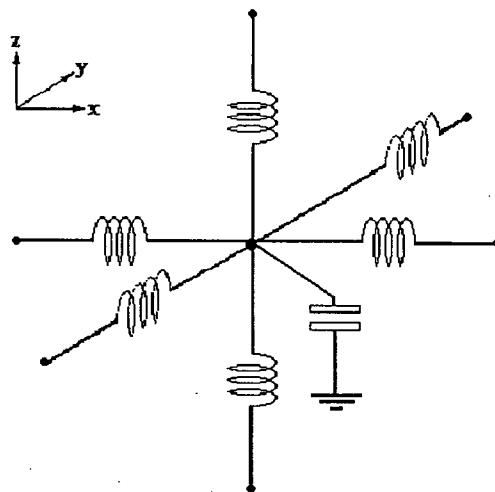


Figura 4.5 – Nó tridimensional escalar.

O maior problema dessa célula é ter as capacitâncias sem uma referência de eixos, o que permite obter valores de tensão mas não definir suas direções. No entanto, para alguns problemas que exigem apenas um resultado escalar, ele é de grande utilidade e permite resoluções computacionais muito mais rápidas do que o nó Expandido ou as suas derivações. Mas diferentemente do nó Expandido, neste caso a velocidade na malha é definida por c/\sqrt{L} , o que pode ser verificado na própria topologia, pois na propagação a onda encontra uma indutância L , mas três capacitâncias C reunidas no centro.

A matriz de espalhamento para o nó escalar é um desenvolvimento tridimensional direto daquele caso estudado no capítulo 3 (TLM bidimensional), apenas introduzindo uma terceira linha ortogonal (ver figuras 3.2 e 3.3). É importante observar esta matriz pois terá algumas semelhanças com a que será obtida na proposição da nova célula no próximo capítulo. A matriz de espalhamento do nó Escalar é dada por:

$$[S] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Abandonando o modelo do nó escalar, e considerando ainda as dificuldades de tratamento das assimetrias do nó Expandido, especialmente pelo fato das componentes de campos estarem afastadas entre si, um nó condensado foi desenvolvido, partindo do mesmo desenho e aproximando os três nós Série.

A proximidade dos nós Série, que são interligados entre si por nós Paralelo, trouxe para o centro da célula as componentes de campo, porém a assimetria do nó ainda se manteve, como se pode ver no desenho da figura 4.6.

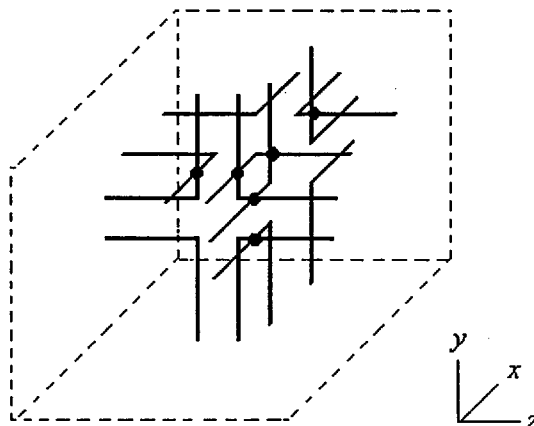


Figura 4.6 – Nó Condensado Assimétrico.

Com o nó condensado assimétrico houve novamente um ganho em velocidade de

processamento, com todas as componentes de campo sendo calculadas em um ponto único no espaço, facilitando também a aplicação de condições de contorno.

A permanência de assimetria, apesar de não tão expressiva como ocorria no nó Expandido, trouxe ainda problemas quanto a propagação de ondas, dependendo sobre qual das faces se fazia a aproximação. Devido à sua assimetria, para cada face há uma diferente maneira de se ver o nó.

Para superar esta barreira foi desenvolvido então o Nó Simétrico Condensado (SCN), que possibilitou a versão atualmente mais utilizada do modelo do método TLM tridimensional, o qual será discutido na seção seguinte.

4.3 – NÓ SIMÉTRICO CONDENSADO

Em 1987 Peter Johns propôs um novo nó tridimensional, chamado Nó Simétrico Condensado (*SCN - Symmetrical Condensed Node*) em um brilhante artigo onde este novo modelo é descrito com clareza e elegância [14].

O nó simétrico condensado (SCN) é constituído de três nós Série não interligados definindo 12 portas, como se vê na figura 4.7.

Nessa figura pode-se observar a evolução do seu desenvolvimento desde o nó Expandido. Naquele nó (veja-se a figura 4.3) os nós Série estão em planos ortogonais entre si, porém são ligados uns aos outros através de nós Paralelo em suas extremidades.

O nó Condensado Assimétrico fez com que as ligações entre os três nós Série se deslocassem para junto do centro, porém ainda uma conexão física permaneceu entre eles (veja-se a figura 4.6). Agora, para o nó Simétrico Condensado, os três nós Série estão desacoplados, e já não é possível estabelecer um circuito elétrico que os envolva.

Assim definido, o nó tridimensional delimita um volume hexaédrico, estando presentes em cada uma das seis faces duas portas de nós Série diferentes. Desta forma são apresentadas 12 portas, constituindo duas componentes de tensão (campo elétrico) por face.

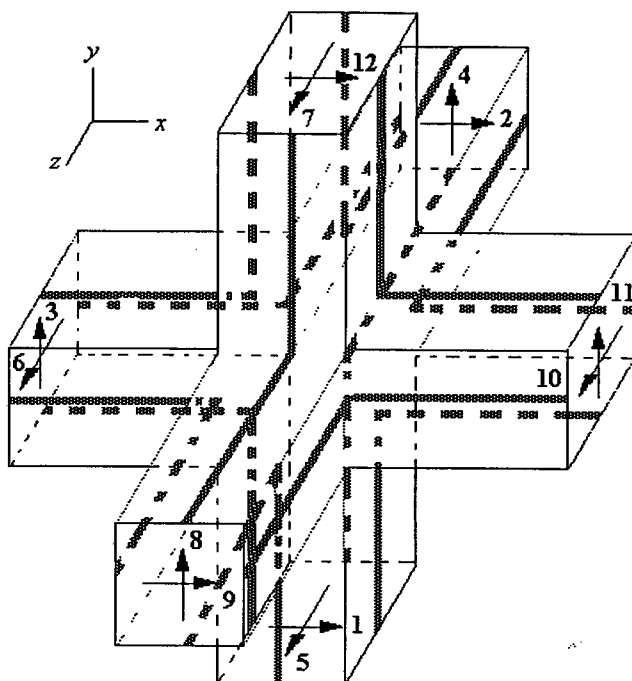


Figura 4.7 - Nó simétrico condensado (SCN).

No centro do nó aparecem as componentes de campo magnético. A numeração de portas apresentada na figura 4.7 foi aquela definida originalmente [14], sendo que outra nomenclatura para as portas foi apresentada na referência [15], como forma de melhor estruturar o código computacional para resolução do sistema. Nesse caso cada porta recebeu um nome ao invés de um número, tomando por base o sistema de coordenadas. A origem do sistema de coordenadas foi colocado no centro do nó, e a tensão de cada porta definida pelo eixo em que estava e a direção do campo elétrico. Assim, por exemplo, a porta 1 era definida por V_{ynx} , significando uma porta colocada no eixo y , no seu lado negativo (n), com o campo na direção do eixo x . Da mesma forma, por exemplo, a porta 7 seria definida por V_{ypz} , significando uma porta colocada no eixo y , no seu lado positivo (p), com o campo na direção do eixo z . A explanação detalhada deste procedimento e o desenvolvimento das equações, bem como um exemplo do código computacional para o TLM tridimensional usando o nó SCN estão na referência [15]. Neste trabalho se usará a nomenclatura original com o intuito de apenas descrever genericamente o modelo SCN.

Para permitir melhor visualização dos nós Série que constituem o SCN, pode-se separá-los, como apresentados na figura 4.8. Estão aí colocados separadamente no plano

xy , no plano xz e no plano yz , com os números das portas respectivas e com as correntes circulando em cada centro.

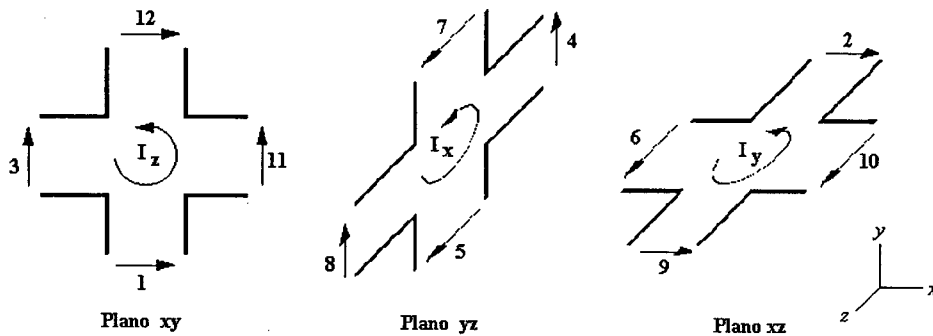


Figura 4.8 - Separação dos três nós Série que constituem o SCN.

Como os nós Série não estão interligados, não é possível montar o circuito elétrico e o equivalente de Thévenin do SCN. A alternativa então para o estudo do comportamento do nó será fazer incidir um pulso em uma das portas e analisar quanto deste pulso irá refletir para todas as portas [14].

Tomando a figura 4.8, considerando a hipótese da incidência de um pulso de tensão unitário na porta 1 do nó que está no plano xy , percebe-se que este pulso está associado a um campo elétrico E_x , e, como contribui com a corrente I_z , está também associado a um campo H_z e a um campo E_y . Pelas equações de Maxwell vê-se que todas estão relacionadas (E_x , E_y e H_z – ver equação 4.3). As diversas componentes estão presentes e espalhadas pelas diversas equações, o que demonstra que a incidência de um pulso em uma única porta estará associada a respostas em diversas portas, tanto do seu próprio nó Série como dos outros dois.

Sem o uso direto das equações de Maxwell pode-se fazer essa associação entre as diversas portas de um modo mais intuitivo e com o auxílio da figura 4.9.

Considere-se que existe a incidência de um pulso unitário de tensão sobre a porta 1 do nó da figura 4.9. Tal incidência ocasionará tensões refletidas em diversas portas. Pela simetria do nó existirão reflexões de tensão nas portas 1, 3, 12 e 11 (para o nó Série do plano xy), bem como nas portas 2 e 9 (para o nó Série do plano xz), pois todas estas portas estão em paralelo com a porta 1. Neste caso o nó é regular, onde as dimensões dos lados

são iguais ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta l$).

Devido à incidência do pulso de tensão unitária na porta 1, haverá uma tensão refletida na porta 1, cujo valor é desconhecido e que será chamada de a . Nas portas 2 e 9, pela simetria e polaridade, de b . Na porta 12 a reflexão será chamada de c . Na porta 3 será d e na porta 11, pela simetria com a porta 3 mas com sinal invertido, será chamada de $-d$.

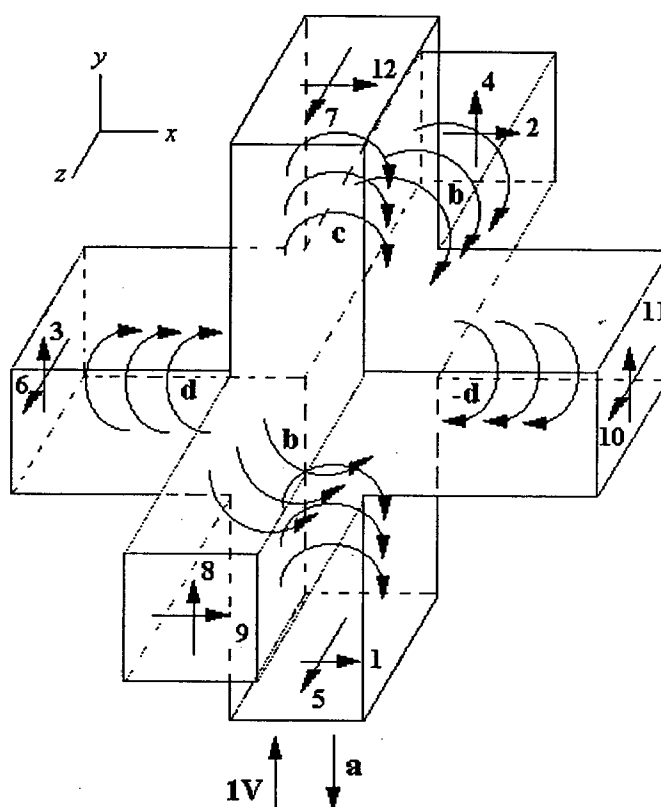


Figura 4.9 - Pulso de tensão incidente e reflexões resultantes no SCN.

Este procedimento pode ser repetido para cada uma das portas, individualmente, sempre buscando as tensões refletidas em todas as portas com relação ao pulso de tensão unitária incidente na porta escolhida. Com este conjunto de correspondências pode-se escrever uma equação do tipo:

$${}_k V^r = [S]_k V^i \quad (4.10)$$

onde ${}_k V^r$ representa o vetor das tensões refletidas para as diversas portas no instante k , e

${}_kV^i$ representa o vetor das tensões incidentes nas diversas portas no instante k , sendo $[S]$ a matriz de espalhamento. A tensão refletida em cada porta será uma somatória das contribuições das reflexões originadas por todas as incidências.

A partir do raciocínio descrito acima pode-se escrever a matriz de espalhamento $[S]$ com 12 linhas e 12 colunas (doze tensões refletidas para doze incidentes), utilizando os símbolos a , b , c e d . A matriz está apresentada na expressão (4.11). Para encontrar a solução desta matriz com os valores de a até d , algumas considerações matemáticas deverão ser feitas e estão descritas a seguir.

$$[S] = \begin{bmatrix} a & b & d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & -d & c \\ b & a & 0 & 0 & 0 & d & 0 & 0 & c & -d & 0 & b \\ d & 0 & a & b & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & c & -d \\ 0 & 0 & b & a & d & 0 & -d & c & 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & a & b & c & -d & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 & b & a & b & 0 & -d & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -d & c & b & a & d & 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & c & -d & 0 & d & a & 0 & 0 & b & 0 \\ b & c & 0 & 0 & 0 & -d & 0 & 0 & a & d & 0 & b \\ 0 & -d & 0 & 0 & b & c & b & 0 & d & a & 0 & 0 \\ -d & 0 & c & b & 0 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & a & d \\ c & b & -d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b & 0 & d & a \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Em estudos de propagação de ondas planas a matriz de espalhamento relaciona as amplitudes das ondas refletidas com as amplitudes das ondas incidentes. Se nas interfaces onde ocorrerão as incidências e reflexões os meios são iguais (ou seja, coeficientes de reflexão e transmissão sempre iguais) e não há perdas (ou seja, haverá conservação de energia), conforme Collin [27] a seguinte equação é válida:

$$[S]^T [S] = [I] \quad (4.12)$$

onde $[S]^T$ é a matriz transposta de $[S]$ e $[I]$ a matriz identidade. Resolvendo-se a equação matricial (4.12) pode-se obter então o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned}
 a^2 + 2b^2 + c^2 + 2d^2 &= 1 \\
 2b(a + c) &= 0 \\
 2d(a - c) &= 0 \\
 2ac + 2b^2 - 2d^2 &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

Com quatro equações e quatro variáveis a seguinte solução pode ser obtida:

$$\begin{aligned}
 a &= 0 \\
 b &= 0,5 \\
 c &= 0 \\
 d &= 0,5
 \end{aligned}
 \tag{4.14}$$

Substituindo-se em (4.11) a equação (4.10) será então escrita como:

$$\begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \\ V_5^r \\ V_6^r \\ V_7^r \\ V_8^r \\ V_9^r \\ V_{10}^r \\ V_{11}^r \\ V_{12}^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \\ V_5^i \\ V_6^i \\ V_7^i \\ V_8^i \\ V_9^i \\ V_{10}^i \\ V_{11}^i \\ V_{12}^i \end{bmatrix}
 \tag{4.15}$$

Observe-se como a matriz de espalhamento é notavelmente simples e fácil de implementar computacionalmente, devido ao grande número de zeros, o que acaba por “diluir” o corpo da matriz.

Tal matriz é denominada por matriz de espalhamento, e permite calcular as reflexões para tensões incidentes, em cada iteração. A conexão com o próximo passo de

tempo é feita diretamente, da mesma forma como ocorre no método bidimensional.

Para possibilitar os cálculos de propagação é preciso definir as correspondências entre capacitância e indutância com a permissividade e permeabilidade do meio, pois será necessário relacionar os campos elétricos e magnéticos às tensões e correntes. Para isto considere-se novamente a figura 4.7 com o nó SCN, assim como a figura 4.10 onde o nó determina uma região espacial qualquer de dimensões u , v e w [14].

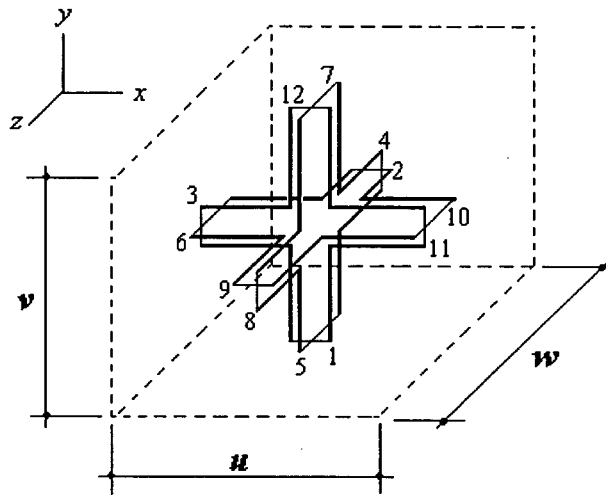


Figura 4.10 – Região do espaço com o nó SCN.

A capacitância total na direção x está relacionada às portas 1, 2, 9 e 12, bem como à permissividade do meio dada por ϵ , que para o espaço livre vale $8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m. A capacitância será definida pela permissividade distribuída em todo o plano com relação ao comprimento x do bloco espacial dado pelo nó SCN, ou seja:

$$C_x = \epsilon \frac{wv}{u} \quad (4.16)$$

Da mesma forma para as capacitâncias nas direções y e z têm-se:

$$C_y = \epsilon \frac{uw}{v} \quad (4.17)$$

$$C_z = \varepsilon \frac{uv}{w} \quad (4.18)$$

Considerando agora o nó Série definido pelo plano xy , a indutância total está relacionada às portas 1, 3, 11 e 12, bem como à permeabilidade do meio dada por μ , que para o espaço livre vale $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m. Esta indutância é relacionada ao eixo z , pois o nó Série respectivo irá definir um campo H_z (devido à corrente I_z). A indutância será dada então pela permeabilidade distribuída em todo o plano xy com relação ao comprimento z do bloco espacial do nó SCN, ou seja:

$$L_z = \mu \frac{uv}{w} \quad (4.19)$$

Da mesma forma para as indutâncias nas direções y e x

$$L_y = \mu \frac{uw}{v} \quad (4.20)$$

$$L_x = \mu \frac{wv}{u} \quad (4.21)$$

Para modificar as características dos parâmetros do meio, pode-se fazer a introdução de *stubs* no interior do nó, sem modificar o núcleo da matriz de espalhamento principal. Sendo assim, um conjunto de linhas e colunas será acrescido à matriz básica. Deverão ser introduzidos 6 *stubs* para corresponder às seis componentes de campo, onde para cada componente de campo elétrico deve ser introduzido um *stub* capacitivo com a extremidade em circuito aberto, e para cada componente de campo magnético deve ser introduzido um *stub* indutivo com extremidade em curto-circuito. A matriz será acrescida de 6 linhas e 6 colunas, passando a ter a dimensão 18×18 . A descrição detalhada deste desenvolvimento não faz parte do escopo ou dos objetivos deste texto, podendo ser encontrada na referência [14].

Assim como para os nós bidimensionais, o campo elétrico estará definido numa

equivalência direta com as tensões, assim como o campo magnético com as correntes. Essas equivalências estão expressas por:

$$E_x = -\frac{V_x}{\Delta l} \quad (4.22)$$

$$E_y = -\frac{V_y}{\Delta l} \quad (4.23)$$

$$E_z = -\frac{V_z}{\Delta l} \quad (4.24)$$

$$H_x = \frac{I_x}{\Delta l} \quad (4.25)$$

$$H_y = \frac{I_y}{\Delta l} \quad (4.26)$$

$$H_z = \frac{I_z}{\Delta l} \quad (4.27)$$

Considera-se aqui que as dimensões das faces são iguais, ou seja, $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta l$.

Para o nó SCN a tensão V_x será obtida da média das tensões nas portas 1, 2, 9 e 12 (ver figura 4.7). Assim:

$$V_x = \frac{1}{4} \left[(V_1^i + V_1^r) + (V_2^i + V_2^r) + (V_9^i + V_9^r) + (V_{12}^i + V_{12}^r) \right] \quad (4.28)$$

Considerando a conservação das cargas, pode-se mostrar que a soma das tensões refletidas é igual à soma das tensões incidentes. Desta forma a equação (4.28) pode ser simplificada para:

$$V_x = \frac{1}{2} [V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i] \quad (4.29)$$

Substituindo então (4.29) em (4.22), obtém-se:

$$E_x = -\frac{1}{2\Delta l} [V_1^i + V_2^i + V_9^i + V_{12}^i] \quad (4.30)$$

O mesmo procedimento pode ser feito para as outras direções e obter-se:

$$E_y = -\frac{1}{2\Delta l} [V_3^i + V_4^i + V_{11}^i + V_8^i] \quad (4.31)$$

$$E_z = -\frac{1}{2\Delta l} [V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_{10}^i] \quad (4.32)$$

Para o cálculo das correntes, pode-se utilizar como base o desenho da figura 4.8, onde a corrente está diretamente relacionada às tensões das portas 4, 5, 7 e 8. Fazendo-se o equivalente de Thévenin para esse nó Série (plano yz) a corrente pode ser determinada:

$$I_x = \frac{V_4^i + V_7^i - V_8^i - V_5^i}{2Z} \quad (4.33)$$

Substituindo (4.33) em (4.25) chega-se a:

$$H_x = \frac{V_4^i + V_7^i - V_8^i - V_5^i}{2Z\Delta l} \quad (4.34)$$

O mesmo procedimento pode ser feito para as outras direções e então:

$$H_y = \frac{V_6^i + V_9^i - V_2^i - V_{10}^i}{2Z\Delta l} \quad (4.35)$$

$$H_z = \frac{V_1^i + V_{11}^i - V_3^i - V_{12}^i}{2Z\Delta l} \quad (4.36)$$

Quanto aos contornos, o procedimento é o mesmo definido com relação ao nó bidimensional, apresentado anteriormente, utilizando paredes elétricas, paredes magnéticas, ou impedâncias diferentes quando há outro meio na interface.

Para concluir esta explanação sobre o nó SCN, a figura 4.11 apresenta um desenho esquemático de malha formada de nós. A propagação de ondas de um nó para o seguinte segue o mesmo tratamento feito para nós bidimensionais, quando a tensão refletida em uma porta será no momento seguinte a tensão incidente na porta correspondente do nó adjacente.

Na figura 4.11 percebe-se também que a simetria do nó corresponde à simetria da malha, simplificando seu tratamento, ao contrário do que ocorre com o nó Expandido (comparar com figura 4.4 acima).

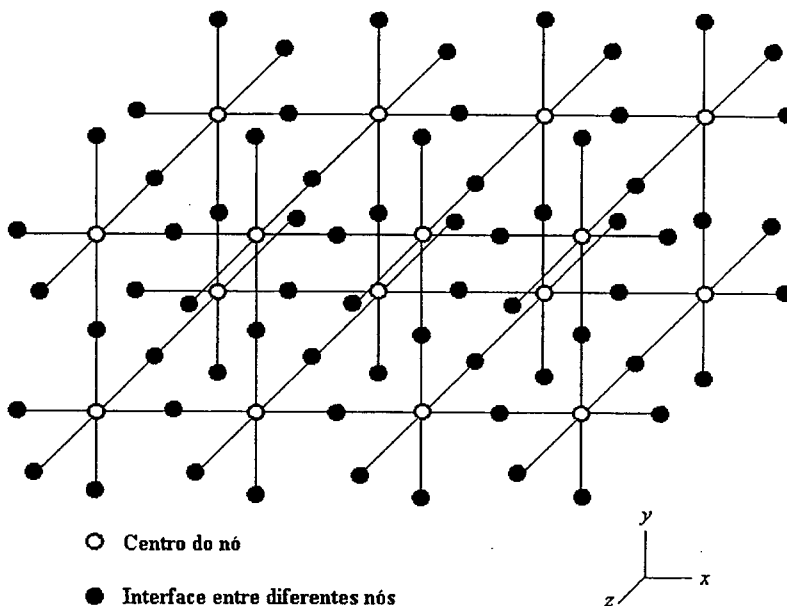


Figura 4.11 – Desenho esquemático de malha com o nó SCN.

A malha cheia representada na figura 4.11 demonstra a cobertura que o nó SCN é capaz de fazer para uma determinada região do espaço, mas cabe lembrar que as tensões dadas nas faces do nó é que definirão os campos elétricos. Assim, o campo elétrico será obtido por quatro tensões, separadas umas das outras, o que poderia supor um erro maior quanto maior da dimensão do volume. A questão do erro será tratado em capítulo especial neste trabalho.

4.4 – CONCLUSÕES

Neste capítulo alguns dos principais nós tridimensionais foram apresentados, com suas características e topologias. O principal deles é o nó Simétrico Condensado (SCN), que constitui a base de desenvolvimento do método em sua versão tridimensional, e praticamente todos os esquemas computacionais existentes e em desenvolvimento estão nele apoiados.

Quanto às aplicações tecnológicas o nó SCN permitiu um grande avanço para o método TLM, especialmente em problemas de microondas, antenas e transientes, e atualmente com interesse especial na área de compatibilidade eletromagnética [15,28].

Alguns estudos vêm sendo feitos para condensar ainda mais o SCN no intuito de diminuir a matriz de espalhamento quando materiais não-homogêneos e perdas são nele incluídos [16]. Outros estudos verificam a incidência de elementos que são dependentes da frequência [18], fazem a análise de células com dimensões variáveis e arbitrárias [19], apresentam soluções no domínio da frequência [29] ou proposições de modelos híbridos junto a outros métodos [17]. Tais estudos demonstram as constantes necessidades de refinamento e desenvolvimento do método.

Resultados numéricos com os modelos apresentados neste capítulo estão colocados detalhadamente na literatura de referência e hoje fazem parte de alguns pacotes de software comerciais. A referência [28] mostra aplicações especiais feitas em compatibilidade eletromagnética.

Para esta tese realizou-se alguns testes com a célula tridimensional do método TLM – SCN, que estão apresentados junto aos resultados da seção 5.6 do próximo capítulo.

Nesse caso foi desenvolvido código e aplicado na obtenção de resultados de comparação e validação.

O próximo capítulo mostra uma outra visão da composição das linhas de transmissão para a formação do nó tridimensional. Tal topologia é a proposta de uma nova célula tridimensional para o método TLM com dimensões compactas.

CAPÍTULO 5

NOVA CÉLULA TRIDIMENSIONAL

5.1 – INTRODUÇÃO

Apesar do grande desenvolvimento do método TLM, sua base modelar permanece aberta a novos estudos e propostas, como se pode continuamente perceber nos eventos e congressos que envolvem modelagem no Domínio do Tempo, e especialmente aqueles dedicados exclusivamente ao método. Isto demonstra justamente sua enorme vitalidade, que pode ser atribuída tanto aos grupos de pesquisadores que com ele se envolvem, quanto, principalmente, à sua característica de vinculação à teoria geral de Linhas de Transmissão e de Circuitos Elétricos [20]. Ou seja, é um método originado dentro do campo da Engenharia Elétrica.

Neste capítulo se apresenta o desenvolvimento de uma nova célula tridimensional. Denominou-se aqui esse modelo de Célula Tridimensional de Correntes, abreviada por TCC (*Three-dimensional Current Cell*). Com se verá, essa célula parte diretamente do modelo de linhas de transmissão, modelo esse descrito longamente na literatura sobre eletromagnetismo, linhas de transmissão e de circuitos elétricos [22,30,31].

Será demonstrado que essa célula, devido à sua topologia, pode diminuir o número de cálculos necessários no processamento computacional, além de guardar uma útil e clara semelhança com os modelos de linhas, o que facilita a simplificação do seu uso. Resguardadas as enormes diferenças de topologia, os procedimentos para o desenvolvimento matemático referentes à célula TCC basearam-se nos passos e procedimentos anteriormente definidos no desenvolvimento do nó SCN [14], conforme demonstrado no capítulo anterior.

À primeira vista é possível perceber algumas semelhanças de topologia da TCC com o nó Escalar citado no capítulo anterior. Claramente tal modelo [7,26] foi uma

inspiração inicial, porém não apresenta correspondências no desenvolvimento matemático aqui descrito para a célula TCC, justamente devido à forma de inserção das componentes de campo elétrico e acoplamento entre linhas de diferentes direções.

Apesar de um bom conjunto de resultados positivos, a célula TCC ainda é um modelo em desenvolvimento. Resultados numéricos preliminares de grande eficácia e acuidade foram obtidos e apresentados [32,46-48]. Os aspectos do modelo que estão por desenvolver serão discutidos no final do capítulo e nas conclusões deste trabalho.

O ponto de partida (não necessariamente de chegada!) para a proposição deste novo nó foi a intenção de simplificar a introdução das correntes circulantes numa malha tridimensional. Anteriormente pesquisadores realizaram algumas adaptações sobre o nó SCN para permitir a modelagem de condutores diretamente, porém isto significou praticamente a criação de novos nós [33,34].

As seções seguintes descrevem o desenvolvimento já alcançado, bem como resultados obtidos.

5.2 – DESCRIÇÃO DO MODELO

O modelo tridimensional deverá comportar todas as seis componentes de campo: E_x , E_y , E_z , H_x , H_y e H_z . Tome-se então o exemplo de um volume como o apresentado na figura 5.1. Em tal volume a permissividade e permeabilidade do meio deverão estar representadas por capacitâncias e indutâncias respectivamente. As perdas estão desconsideradas.

Para um observador colocado sobre o eixo z , pode-se supor toda a permissividade relativa à direção x concentrada em uma capacitância discreta C_x , assim como aquela relativa à direção y em uma capacitância discreta C_y . Para este observador a capacitância C_z não estaria visível, pois tal capacitância estaria “ao longo” do eixo z . Quanto à permeabilidade do meio, o mesmo se dá em relação às indutâncias L_x e L_y . Na figura 5.1.a essas capacitâncias e indutâncias estão representadas de modo concentrado e discretizado em um plano xy no centro do bloco.

A figura 5.1.b apresenta o que está visível para um observador colocado no eixo x ,

e a figura 5.1.c o que está visível para o observador colocado no eixo y . Com o desenho já se percebe que, se o volume fosse infinitamente pequeno, a relação entre a capacitância e a permissividade seria exata, e o mesmo para a indutância e permeabilidade. O aumento do volume representa o aumento do erro devido à discretização.

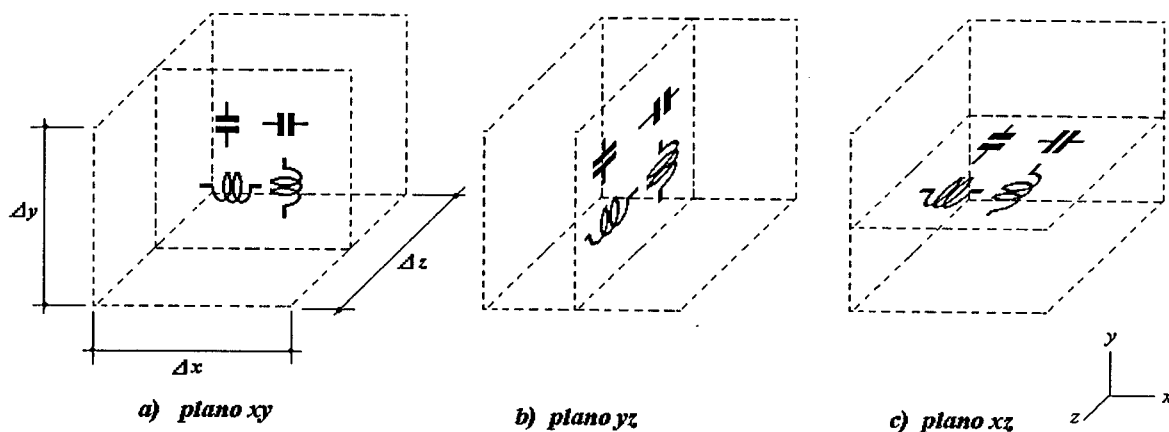


Figura 5.1 – Distribuição de capacitâncias e indutâncias em uma região do espaço.

Os três planos desenhados na figura 5.1 estão embutidos em um bloco com as dimensões Δx , Δy e Δz .

Para permitir a coerência da proposição do modelo, a capacitância visível na direção x da figura 5.1.a deverá ser a mesma que aquela da figura 5.1.c, e da mesma forma para todos os outros componentes que estão representados nas mesmas direções. Assim a capacitância C_x será dada pela permissividade distribuída em todo o plano yz com relação ao comprimento x do bloco, ou seja:

$$C_x = \epsilon \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} \quad (5.1)$$

e da mesma forma para as capacitâncias nas direções y e z :

$$C_y = \epsilon \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} \quad (5.2)$$

$$C_z = \epsilon \frac{\Delta y \Delta x}{\Delta z} \quad (5.3)$$

Para as indutâncias o mesmo procedimento é feito para obter:

$$L_x = \mu \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} \quad (5.4)$$

$$L_y = \mu \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} \quad (5.5)$$

$$L_z = \mu \frac{\Delta y \Delta x}{\Delta z} \quad (5.6)$$

Tais expressões de L e C são idênticas às aquelas apresentadas para o nó SCN (ver capítulo anterior).

O primeiro passo no desenho da topologia tridimensional será distribuir tais capacitâncias e indutâncias numa estrutura tal que possa representar a região do meio, e que possa permitir a propagação de ondas. Além disso, em certos casos, possa admitir a existência de perdas. O modelo de linhas de transmissão pode ser arranjado numa estrutura tridimensional para chegar a essa topologia. Tome-se, por exemplo, o modelo “T” de linhas de transmissão, como o representado na figura 5.2.

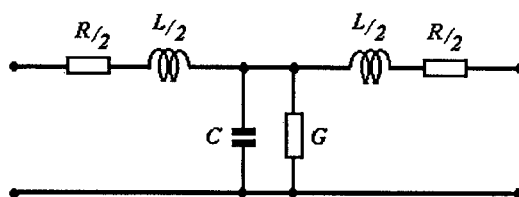


Figura 5.2 – Modelo T de linha de transmissão com perdas.

Este é o modelo utilizado na topologia TLM bidimensional, nó Paralelo. Integrando três linhas de transmissão de forma a colocar cada linha em um dos eixos de coordenadas, não permitindo que as capacitâncias percam sua referências cartesianas, levará a uma célula

como está mostrada na figura 5.3.a, onde as perdas são representadas na forma de resistências em série com as indutâncias e condutâncias em paralelo com as capacitâncias. A figura 5.3.b tem a mesma célula, porém sem perdas e com correntes incidentes e refletidas representadas.

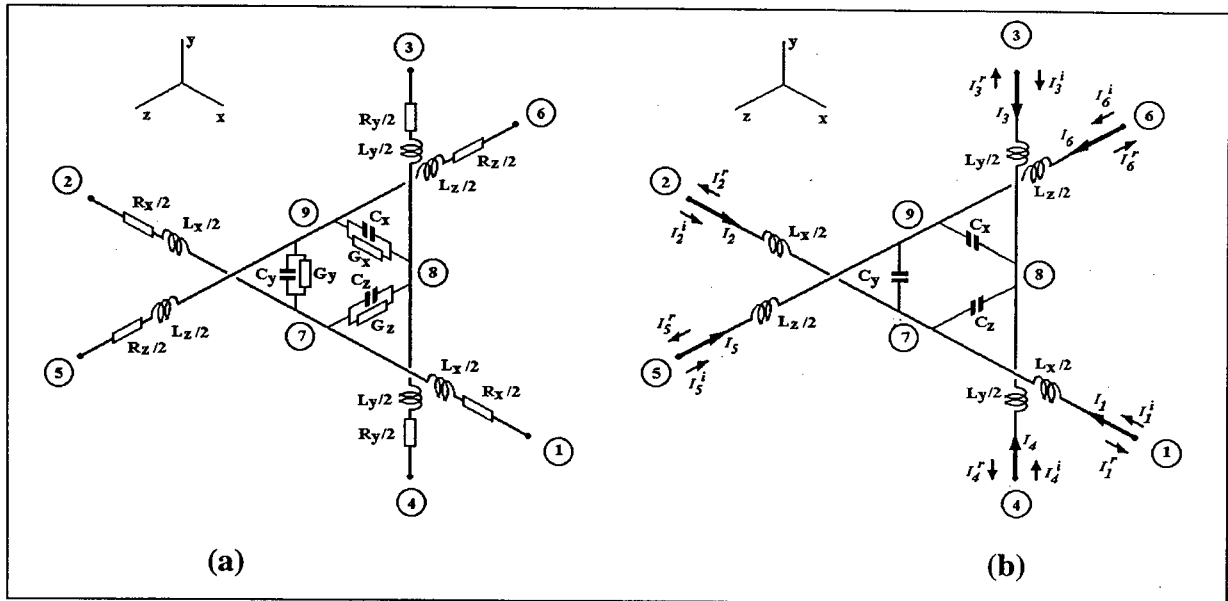


Figura 5.3 – Linhas em composição tridimensional; (a) com perdas; (b) sem perdas e com representação das correntes refletidas e incidentes.

Esta topologia de célula define seis portas, numeradas de acordo com o desenho da figura 5.3.a. Está definida por três linhas de transmissão tipo “T” que são ortogonais entre si, sendo que a ligação entre elas é feita através de capacitâncias e condutâncias formando um triângulo (ou delta) no centro da célula, cujos vértices estão numerados de 7 a 9. Comparando-se a célula da figura 5.3 com os desenhos da figura 5.1 percebe-se que estão satisfeitas as condições de colocação dos elementos, com a única diferença de aqui terem sido incluídas as perdas. Pode-se ainda supor que cada linha (cada porta) terá uma corrente incidente (I^i), e que uma corrente irá retornar do centro da célula para cada porta na forma de uma corrente refletida (I^r), totalizando um conjunto de 6 correntes incidentes e 6 refletidas.

Porém esta topologia, que é oriunda basicamente do nó bidimensional Paralelo (lembre-se também do nó tridimensional Escalar), pode ainda ser melhor definida se uma pequena alteração for incluída, e ao invés de se utilizar o modelo “T” das linhas de transmissão, utilizar-se o modelo “ π ”. Desta forma as indutâncias, que estavam colocadas

nas extremidades de cada linha, serão colocadas no centro. A topologia torna-se então ainda mais compacta, como se pode ver no desenho da figura 5.4.

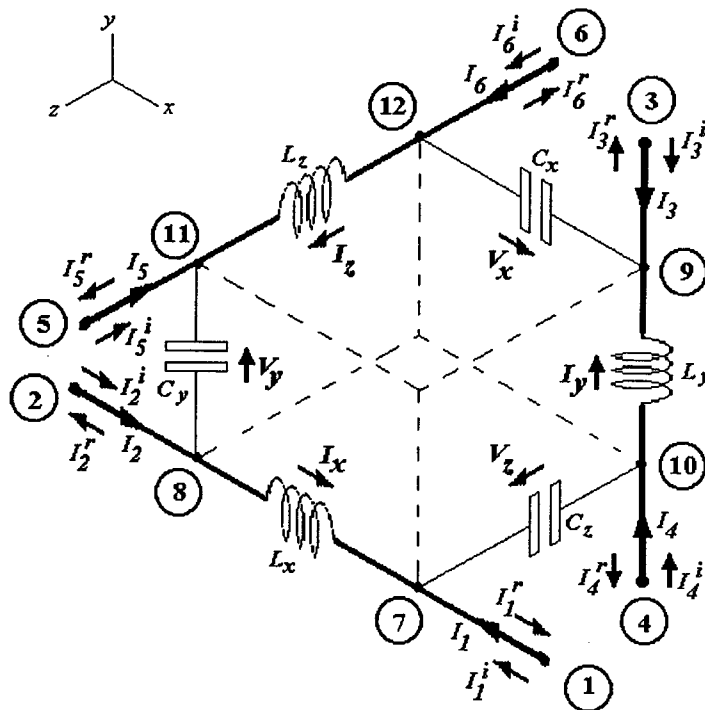


Figura 5.4 – Célula TCC sem perdas e com correntes incidentes e refletidas.

Para o desenho da figura 5.4 tem-se a seguinte simbologia:

- I_n – corrente total na porta n , com n variando de 1 a 6;
- I_n^i – corrente incidente na porta n ;
- I_n^r – corrente refletida do centro da célula para a porta n ;
- V_{710} – tensão do ponto 7 em relação ao ponto 10, que equivale a $+V_z$;
- V_{912} – tensão do ponto 9 em relação ao ponto 12, que equivale a $+V_x$;
- V_{118} – tensão do ponto 11 em relação ao ponto 8, que equivale a $+V_y$;
- Δx – dimensão total da linha na direção x ;
- Δy – dimensão total da linha na direção y ;
- Δz – dimensão total da linha na direção z ;
- L_x – indutância total na direção x , dada por $L_{dx} \cdot \Delta x$;
- L_y – indutância total na direção y , dada por $L_{dy} \cdot \Delta y$;

- L_z – indutância total na direção z , dada por $L_{dz} \Delta z$;
 L_{dx} – indutância distribuída por unidade de comprimento na direção x ;
 L_{dy} – indutância distribuída por unidade de comprimento na direção y ;
 L_{dz} – indutância distribuída por unidade de comprimento na direção z ;
 C_x – capacitância total na direção x , dada por $C_{dx} \Delta x$;
 C_y – capacitância total na direção y , dada por $C_{dy} \Delta y$;
 C_z – capacitância total na direção z , dada por $C_{dz} \Delta z$;
 C_{dx} – capacitância distribuída por unidade de comprimento na direção x ;
 C_{dy} – capacitância distribuída por unidade de comprimento na direção y ;
 C_{dz} – capacitância distribuída por unidade de comprimento na direção z .

Tome-se então apenas uma linha, como exemplificado na figura 5.5. Deve-se observar que a linha está na direção x , porém as capacitâncias estão nas direções y e z . A representação é feita de forma esquemática no plano apenas para simplificar o tratamento.

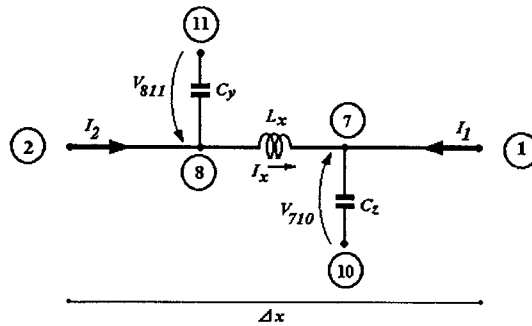


Figura 5.5 – Representação esquemática da linha da direção x .

Aplicando-se para esta linha a Lei de Kirchhoff para as correntes no ponto 8, obtém-se:

$$I_2 = C_y \frac{\partial V_{811}}{\partial t} + I_x \quad (5.7)$$

e aplicando no ponto 7, tem-se:

$$I_x = C_z \frac{\partial V_{710}}{\partial t} - I_1 \quad (5.8)$$

Substituindo a equação (5.8) na equação (5.7) chega-se a:

$$I_2 = C_y \frac{\partial V_{811}}{\partial t} + C_z \frac{\partial V_{710}}{\partial t} - I_1 \quad (5.9)$$

Tomando-se agora a linha que está na direção y , como representado na figura 5.6. Para este caso as capacitâncias estão nas direções x e z .

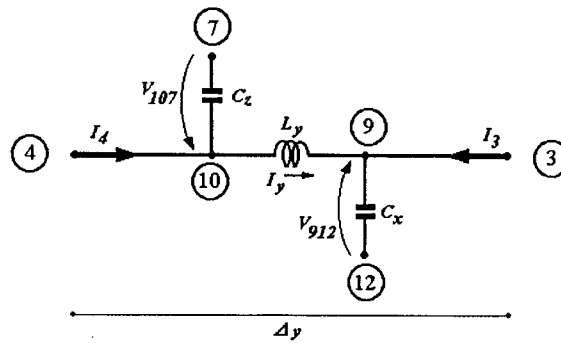


Figura 5.6 – Representação esquemática da linha da direção y .

Da mesma forma pode-se aplicar a Lei de Kirchof para as correntes, neste caso para os pontos 9 e 10, o que resultará na equação:

$$I_4 = C_z \frac{\partial V_{107}}{\partial t} + C_x \frac{\partial V_{912}}{\partial t} - I_3 \quad (5.10)$$

Finalmente para a linha que está na direção z , representada na figura 5.7, cujas capacitâncias estão nas direções x e y .

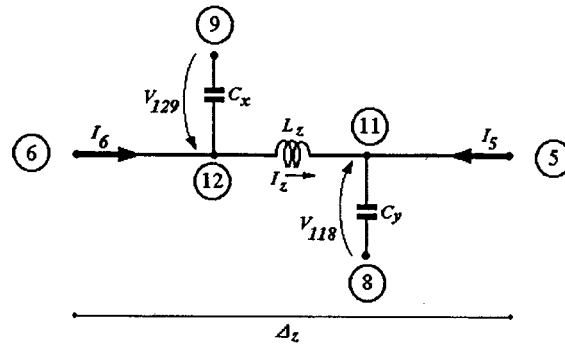


Figura 5.7 – Representação esquemática da linha da direção z.

Aplicando-se a Lei de Kirchhof para as correntes nos pontos 12 e 11 respectivamente, e fazendo a substituição como anteriormente, resultará na equação:

$$I_6 = C_x \frac{\partial V_{129}}{\partial t} + C_y \frac{\partial V_{118}}{\partial t} - I_5 \quad (5.11)$$

Somando-se as equações (5.9), (5.10) e (5.11), chega-se a:

$$I_2 + I_4 + I_6 = C_x \left(\frac{\partial V_{129}}{\partial t} + \frac{\partial V_{912}}{\partial t} \right) + C_y \left(\frac{\partial V_{118}}{\partial t} + \frac{\partial V_{811}}{\partial t} \right) + C_z \left(\frac{\partial V_{710}}{\partial t} + \frac{\partial V_{107}}{\partial t} \right) - I_1 - I_3 - I_5 \quad (5.12)$$

Considerando que

$$\begin{aligned} V_{811} &= -V_{118} \\ V_{710} &= -V_{107} \\ V_{912} &= -V_{129} \end{aligned} \quad (5.13)$$

então

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 = 0 \quad (5.14)$$

O resultado da equação (5.14) era de se esperar, pois no interior da célula a somatória das correntes deve ser igual a zero.

Considerando que a corrente total em cada porta deverá ser a diferença entre a corrente incidente e a corrente refletida, pois estão em sentidos inversos, pode-se expressar:

$$I_n = I_n^i - I_n^r \quad (5.15)$$

Para continuar o desenvolvimento das equações para a célula TCC e encontrar a matriz de espalhamento, que define o comportamento da célula quanto à reflexão de ondas, será feita a consideração mostrada no desenho da figura 5.8, onde um pulso unitário de corrente incide na porta 1, enquanto em todas as outras portas não há incidência. Considera-se ainda que o meio é isotrópico e sem perdas, com todas as dimensões iguais, ou seja $\Delta x = \Delta y = \Delta z$. Procedimento similar foi realizado no desenvolvimento da matriz de espalhamento do nó SCN [14].

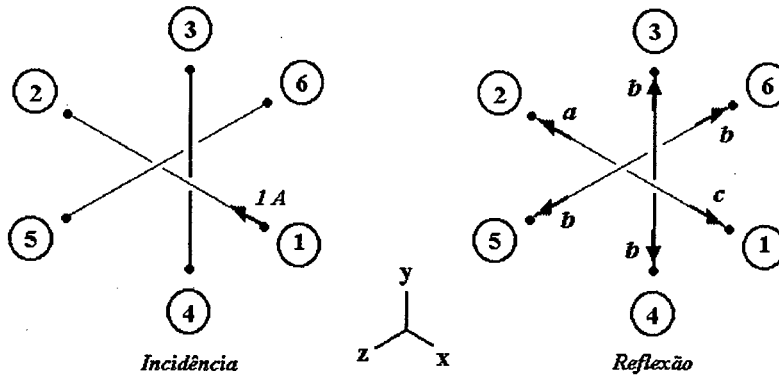


Figura 5.8 – Incidência de pulso unitário e reflexão decorrente.

Supõe-se que haverá reflexões para todas as portas, pois haverá o espalhamento ocasionado pela núcleo da célula. Como não se sabe os valores das reflexões, determina-se que para a porta 2 o valor da reflexão será a , para a porta 1 o valor será c , e para as demais portas, devido à simetria, dimensões e isotropia, será igual a b . O mesmo procedimento pode ser feito para correntes incidentes em todas as portas. Com essas variáveis é possível escrever uma equação relacionando as correntes refletidas às correntes incidentes nos diversos nós, na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}^r = \begin{bmatrix} c & a & b & b & b & b \\ a & c & b & b & b & b \\ b & b & c & a & b & b \\ b & b & a & c & b & b \\ b & b & b & b & c & a \\ b & b & b & b & a & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}^i \quad (5.16)$$

onde a matriz 6×6 é a matriz de espalhamento $[S]$.

Para um meio sem perdas [27] pode ser demonstrado que:

$$[S]^T \cdot [S] = [I] \quad (5.17)$$

onde $[S]^T$ é a matriz transposta de $[S]$ e $[I]$ é a matriz identidade. Resolvendo a equação (5.17) obtém-se então:

$$c^2 + a^2 + 4b^2 = 1 \quad (5.18)$$

$$2ca + 4b^2 = 0 \quad (5.19)$$

$$cb + ab + b^2 = 0 \quad (5.20)$$

Retornando à equação (5.14) e substituindo nela a expressão (5.15), porém admitindo-se apenas corrente incidente na porta 1 (e as demais não nulas), obtém-se:

$$(I_1^i - I_1^r) - I_2^r - I_3^r - I_4^r - I_5^r - I_6^r = 0 \quad (5.21)$$

Substituindo em (5.21) os mesmos valores utilizados no exemplo da figura 5.5, obtém-se:

$$c + a + 4b = 1 \quad (5.22)$$

Com as equações obtidas é possível determinar os valores de a , b e c , porém o teste da conservação da energia deve ser aplicado à célula para fazer sua verificação. Isto pode ser feito comparando a energia introduzida pela corrente incidente, concentrada na porta 1, com a energia devida às reflexões para todas as portas, ou seja:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{L_x}{2} \right) (I_1^i)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{L_x}{2} \right) (I_1^r + I_2^r)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{L_y}{2} \right) (I_3^r + I_4^r)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{L_z}{2} \right) (I_5^r + I_6^r)^2 \quad (5.23)$$

Considerando que $L_x = L_y = L_z$ e substituindo os valores adotados no exemplo da figura 5.5, chega-se à expressão:

$$c^2 + a^2 + 4b^2 = 1 \quad (5.24)$$

que é idêntica à equação (5.18) e já representa a sua validação.

Na expressão (5.20), admitindo-se que b é diferente de zero, pode-se obter:

$$b = -(c + a) \quad (5.25)$$

que substituída em (5.22) resulta em:

$$(c + a) = -\frac{1}{3} \quad (5.26)$$

Retornando à expressão (5.19) e substituindo-a em (5.18), chega-se a:

$$(c - a)^2 = 1 \quad (5.27)$$

que introduzida adequadamente na equação (5.26) dará:

$$9a^2 + 3a - 2 = 0 \quad (5.28)$$

A partir da equação (5.28) pode-se obter o valor de a , e daí conseqüentemente de b e c , dados por:

$$\begin{aligned} a &= -\frac{2}{3} \\ b &= \frac{1}{3} \\ c &= \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (5.29)$$

Um segundo conjunto de respostas pode ser obtido ($a = 1/3$, $b = 1/3$ e $c = -2/3$), porém será desprezado por representar apenas o caso de um conjunto de linhas curto-circuitadas no centro da célula, o que seria válido apenas no caso da modelagem de um meio condutor, onde as condutâncias representadas no centro teriam valor tendendo ao infinito. Justamente **este é o caso do nó Escalar**, visto no capítulo anterior e cuja matriz de espalhamento é definida por este segundo conjunto de respostas.

Substituindo os valores de (5.29) na matriz $[S]$ da expressão (5.16), obtém-se então a matriz de espalhamento como:

$$[S] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

A matriz $[S]$ da expressão (5.30) define o comportamento da célula para o caso sem perdas em um meio isotrópico, ou seja, permite obter as correntes refletidas a partir de um conjunto de correntes incidentes.

Para que seja feita a propagação das ondas através do meio, será necessário então

conectar cada célula às adjacentes. Isto é feito conectando as portas de cada célula à correspondente na célula vizinha, e a corrente que reflete do centro da célula para a extremidade em um determinado momento k , irá passar para a porta da célula vizinha como uma nova corrente incidente naquela célula, porém num instante $k+1$, como está expresso por:

$${}_{k+1}I_n^i = {}_k I_m^r \tag{5.31}$$

com n e m variando de 1 a 6, porém sempre $n \neq m$. Na figura 5.9 essas conexões estão apresentadas, considerando as dimensões de todas as células iguais ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta l$).

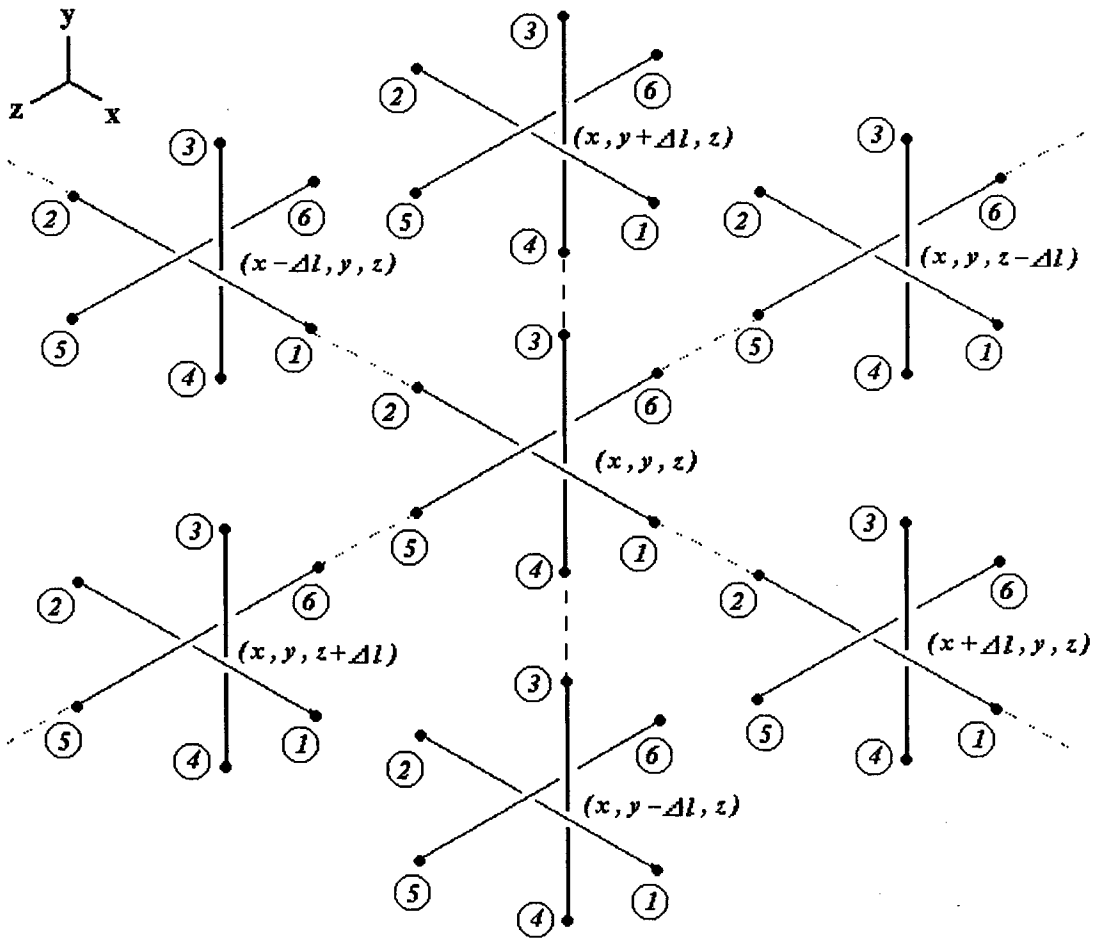


Figura 5.9 – Malha tridimensional e as conexões entre portas.

Desta forma a conexão entre portas e a passagem de uma iteração (k) para a seguinte ($k+1$), figurando um cálculo no domínio do tempo, será expressa pelas equações:

$${}_{k+1}I_1^i(x, y, z) = {}_kI_2^r(x + \Delta l, y, z) \quad (5.32)$$

$${}_{k+1}I_2^i(x, y, z) = {}_kI_1^r(x - \Delta l, y, z) \quad (5.33)$$

$${}_{k+1}I_3^i(x, y, z) = {}_kI_4^r(x, y + \Delta l, z) \quad (5.34)$$

$${}_{k+1}I_4^i(x, y, z) = {}_kI_3^r(x, y - \Delta l, z) \quad (5.35)$$

$${}_{k+1}I_5^i(x, y, z) = {}_kI_6^r(x, y, z + \Delta l) \quad (5.36)$$

$${}_{k+1}I_6^i(x, y, z) = {}_kI_5^r(x, y, z - \Delta l) \quad (5.37)$$

A velocidade da propagação da onda, diferente do que ocorre na célula do SCN, será dada por:

$$v = \frac{c}{\sqrt{2}} \quad (5.38)$$

É o mesmo que ocorre para o nó Paralelo do modelo bidimensional, pois durante a propagação no interior da célula apenas uma indutância L é encontrada, enquanto existem duas capacitâncias C .

Os efeitos da dispersão na célula para deslocamento no sentido do eixo, no sentido da diagonal do plano da célula, assim como na diagonal do cubo formado pela célula, deverão ser objeto de estudo à parte.

Antes de avançar no desenvolvimento da célula e considerar as componentes de campo elétrico e magnético, alguns testes preliminares foram realizados para verificar a

capacidade e eficácia da topologia proposta. Tais resultados computacionais são comparados às respostas obtidas analiticamente, sendo apresentados na seção seguinte.

5.3 – RESULTADOS PRELIMINARES E DISCUSSÕES

Para fazer análises preliminares e a validação do modelo, foi desenvolvido um código computacional baseado em Fortran 90. Devido à facilidade da solução analítica, foram escolhidas cavidades ressonantes para testes preliminares envolvendo a célula TCC.

Cavidades ressonantes são dispositivos largamente utilizados em microondas, com diversas aplicações em fontes, instrumentos de medição, circuitos que utilizam algum tipo de armazenamento de energia em altas frequências, e mesmo em eletrodomésticos.

Cavidades ressonantes são o equivalente direto, em eletromagnetismo de microondas, para os circuitos ressonantes tipo LC de circuitos elétricos em frequências baixas. Seu desenvolvimento matemático já está suficientemente apresentado na literatura [23,27,31,39]. A figura 5.10 mostra a evolução de uma cavidade ressonante a partir de um circuito com uma capacitância e uma indutância, até obter uma caixa completamente fechada onde não há radiação para o meio externo [23].

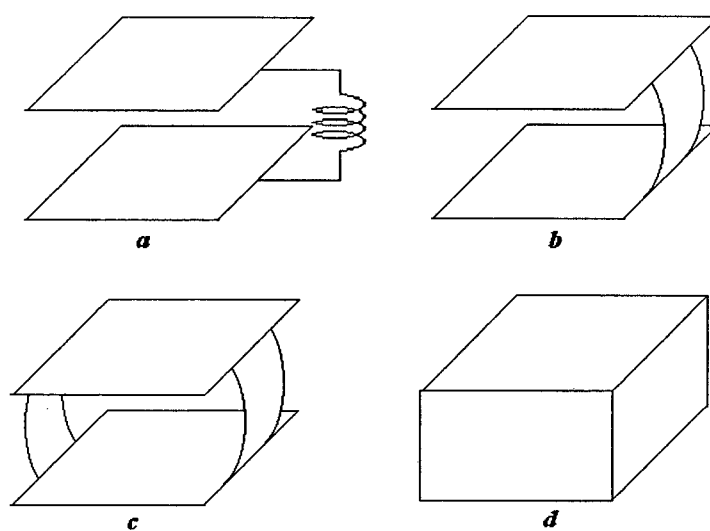


Figura 5.10 – Evolução da cavidade ressonante a partir de um circuito LC.

Na figura 5.11 é apresentada a cavidade de dimensões x , y e z , ao lado do circuito ressonante LC análogo. Esta cavidade tem o seu interior preenchido por ar e as paredes são condutoras e sem perdas.

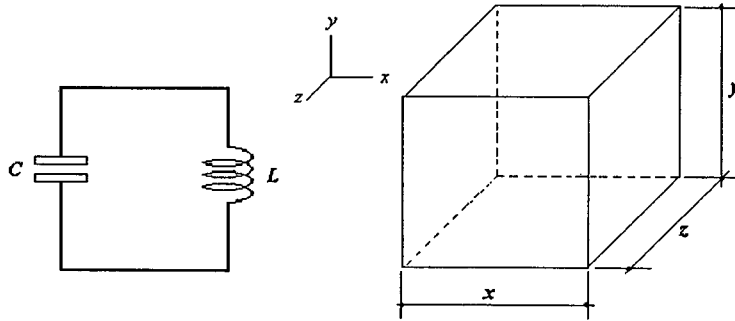


Figura 5.11 – Circuito LC e cavidade ressonante com paredes condutoras sem perdas.

As frequências exatas de ressonância para esta cavidade podem ser encontradas analiticamente através da equação seguinte [15]:

$$f_{nmp} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n}{x}\right)^2 + \left(\frac{m}{y}\right)^2 + \left(\frac{p}{z}\right)^2} \quad (5.39)$$

Na equação (5.39) c é a velocidade da luz, x , y e z as dimensões da cavidade, e n , m e p são os números de variações de meia-onda senoidal que ocorrem nos eixos x , y e z respectivamente. Os números dados por n , m e p definem o modo da onda estacionária para determinada frequência de ressonância.

No quadro da Tabela 5.1 estão mostradas diversas frequências de ressonância para diversos modos, calculadas analiticamente, considerando três cavidades de diferentes dimensões. Foram feitas variações da dimensão na direção x para poder analisar as variações das frequências e fazer comparações com os resultados obtidos usando a célula TCC.

Utilizando o desenvolvimento matemático para a célula TCC apresentado na seção anterior, foi desenvolvido programa para análise de cavidades ressonantes com o intuito de prever suas frequências de ressonância.

Tabela 5.1 – Quadro de freqüências de ressonância.

Cavidade (x,y,z)	Freqüência (MHz)						
	números	<i>n</i>	<i>m</i>	<i>p</i>			
	110	210	120	220	310	410	510
<i>1 x 1 x 1 metro</i>	212,13	335,41	335,41	424,26	474,34	618,46	-
<i>0,5 x 1 x 1 metro</i>	335,41	618,46	424,26	670,82	912,41	-	-
<i>4 x 1 x 1 metro</i>	154,62	167,7	302,33	309,23	187,5	212,13	240,11

Como o método TLM obtém resultados no domínio do tempo, será necessário utilizar técnicas como a transformada de Fourier para obter resultados finais no domínio da freqüência [30].

Estas técnicas podem ser adaptadas computacionalmente e hoje fazem parte de vários *softwares* comerciais e aplicativos [15,28], os quais foram utilizados para obter os resultados apresentados nos gráficos das figuras apresentadas abaixo.

O programa tridimensional baseado na célula TCC pode ser apresentado esquematicamente como no diagrama da figura 5.12, onde o processo iterativo ocorre quando é feito o cálculo do espalhamento para cada célula, e depois é feita a conexão com as células vizinhas ou, no caso do contorno, é feita a reflexão nas paredes da cavidade, retornando então ao novo espalhamento e repetindo o processo pelo número de iterações desejadas.

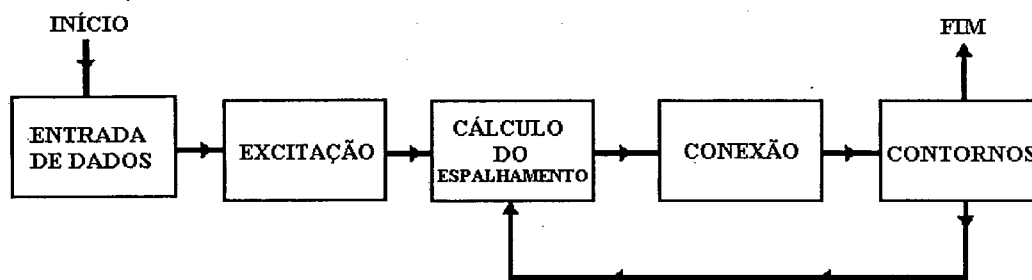


Figura 5.12 – Diagrama esquemático do programa computacional

O espalhamento é feito no programa utilizando uma rotina simples do tipo:

```

DO X=1, XMAX
  DO Y=1, YMAX
    DO Z=1, ZMAX
      Ir(1,X,Y,Z)=1/3*(Ii(1,X,Y,Z)-2*Ii(2,X,Y,Z)+Ii(3,X,Y,Z)+
        Ii(4,X,Y,Z)+Ii(5,X,Y,Z)+Ii(6,X,Y,Z))
      Ir(2,X,Y,Z)=1/3*(-2*Ii(1,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)+Ii(3,X,Y,Z)+
        Ii(4,X,Y,Z)+Ii(5,X,Y,Z)+Ii(6,X,Y,Z))
      Ir(3,X,Y,Z)=1/3*(Ii(1,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)+Ii(3,X,Y,Z)-
        2*Ii(4,X,Y,Z)+Ii(5,X,Y,Z)+Ii(6,X,Y,Z))
      Ir(4,X,Y,Z)=1/3*(Ii(1,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)-2*Ii(3,X,Y,Z)+
        Ii(4,X,Y,Z)+Ii(5,X,Y,Z)+Ii(6,X,Y,Z))
      Ir(5,X,Y,Z)=1/3*(Ii(1,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)+Ii(3,X,Y,Z)+
        Ii(4,X,Y,Z)+Ii(5,X,Y,Z)-2*Ii(6,X,Y,Z))
      Ir(6,X,Y,Z)=1/3*(Ii(1,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)+Ii(3,X,Y,Z)+
        Ii(4,X,Y,Z)-2*Ii(5,X,Y,Z)+Ii(6,X,Y,Z))
    ENDDO
  ENDDO
ENDDO

```

e a conexão é feita com uma rotina do tipo:

```

DO X=1, XMAX
  DO Y=1, YMAX
    DO Z=1, ZMAX
      Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
      Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
      Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
      Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
      Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
      Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
    ENDDO
  ENDDO
ENDDO

```

onde X_{MAX} , Y_{MAX} e Z_{MAX} correspondem ao número de células em cada direção, e I_i e I_r são as correntes incidente e refletida respectivamente para cada célula de coordenadas definidas por $(PORTA, X, Y, Z)$.

Para fazer o cálculo dos contornos basta introduzir no cálculo das conexões o coeficiente de reflexões correspondente.

No caso em estudo foi utilizado coeficiente de reflexão +1, baseado no conceito de paredes elétricas definido anteriormente, bem como na discussão sobre reflexões em paredes elétricas sem perdas, apresentada na referência [7], onde se define que o coeficiente será -1, seja para campo elétrico tangencial ou seja para campo magnético

normal à superfície, e será +1, seja para campo elétrico normal ou seja para campo magnético tangencial à superfície do contorno.

Aplicados estes conceitos ao processo de cálculo, nas figuras abaixo são apresentados resultados das diversas cavidades, bem como discussões sobre tais resultados.

A figura 5.13 apresenta o resultado no domínio do tempo para a cavidade cúbica com todas as dimensões iguais a 1 metro. Um cavidade desta dimensão não tem aplicações práticas normalmente, porém pode ser utilizada facilmente para estudos analíticos e comparações computacionais [15].

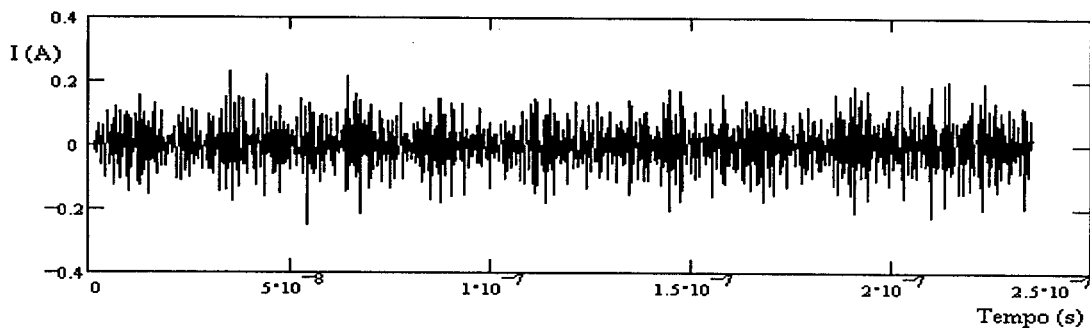


Figura 5.13 – Cavidade $1 \times 1 \times 1$ metro, excitação $(1:10, 1:10, 8)$, saída $(2,2,2)$.

Resultado analisado no domínio do tempo. Células: $10 \times 10 \times 10$

Foram utilizadas 10 células em cada direção, totalizando 1000 células no volume, cada uma medindo 10 cm ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = 10$ cm). A escolha desta dimensão para a célula deve-se a dois fatores:

- primeiro, devido à quantidade de cálculos computacionais necessários, pois a cada iteração a matriz de espalhamento e as conexões e condições de contorno deverão ser calculadas para todas as células, e considerando um total de 1000 iterações, tem-se 10^6 repetições no processamento;
- segundo, devido a uma relação comumente utilizada em modelagem numérica que considera que o comprimento de onda da frequência em estudo deve ser, no mínimo, dez vezes maior que a dimensão da célula ($\Delta l / \lambda < 0,1$).

A apresentação de resultados no domínio do tempo traz poucos dados para a análise do que ocorre na cavidade, porém na figura 5.13 já é possível perceber o fenômeno oscilatório, que após ser aplicada a Transformada de Fourier resulta no gráfico da figura

5.14, onde as frequências de ressonância podem ser notadas.

Note-se que aqui os resultados são dados com as amplitudes ainda em Ampère, pois não foram estabelecidas as equivalências entre correntes e tensões com os campos magnéticos e elétricos. Porém o objetivo dos testes apresentados é o de verificar a eficácia do modelo para obter as frequências desejadas, e não ainda as amplitudes da resposta.

A excitação da cavidade foi realizada com um pulso unitário em todas as portas de número 1 das células que formam um plano considerando z constante e igual a 8, com x e y variando de 1 a 10, ou seja, todas as células definidas pelas posições (1,1,8) até (10,10,8).

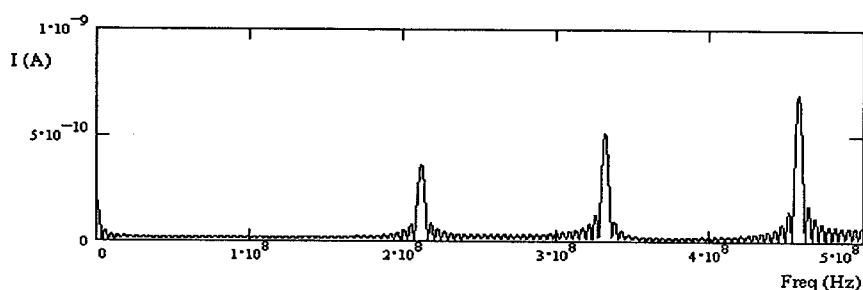


Figura 5.14 – Cavidade $1x1x1$ metro, excitação (1:10, 1:10, 8), saída (2,2,2).

Resultado analisado no domínio da frequência (DFT). Células: $10x10x10$

No gráfico percebe-se claramente os modos 110, 210 e 310 (comparar com quadro da tabela 5.1), podendo-se notar, no entanto, que para as frequências mais altas já aparece um erro devido à própria dimensão da célula. Foi escolhido para ponto de saída a célula de posição (2,2,2), considerando-se o valor da corrente na porta de número 1. Tanto na excitação como na saída foram utilizados os valores da corrente incidente.

Na figura 5.15 está o resultado (já no domínio da frequência) para uma cavidade menor que a anterior, onde as dimensões são: $x = 0,5$ m; $y = z = 1$ m. Manteve-se a dimensão das células em 10 cm, excitação em uma linha de células desde a posição (1,8,8) até (5,8,8), saída na célula de coordenadas (2,2,2). Observa-se claramente a primeira frequência de ressonância (modo 110) porém já com um certo erro devido à dimensão da célula utilizada. Para a frequência de 335 MHz o comprimento da onda é de 0,895 m, o que implicaria numa célula igual ou menor a 8,95 cm, enquanto que, no teste, foi utilizada célula de 10 cm..

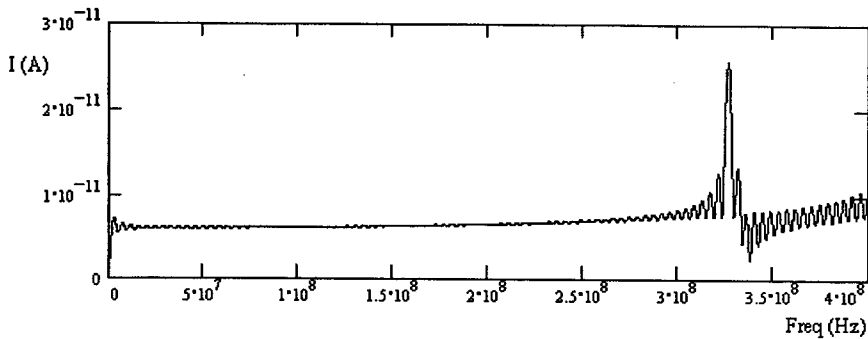


Figura 5.15 – Cavidade $0,5 \times 1 \times 1$ metro, excitação $(1:5, 8, 8)$, saída $(2,2,2)$.
Células: $5 \times 10 \times 10$

Na figura 5.16 está o resultado para uma cavidade maior, onde as dimensões são: $x = 4$ m; $y = z = 1$ m. Manteve-se a dimensão das células em 10 cm, excitação em um plano de células desde a posição $(1,1,8)$ até $(40,10,8)$, e saída na célula de coordenadas $(8,2,2)$. Observa-se agora quatro frequências de ressonância (modos 110, 220, 310 e 510) coincidindo com aquelas apresentadas no quadro da tabela 5.1 acima.

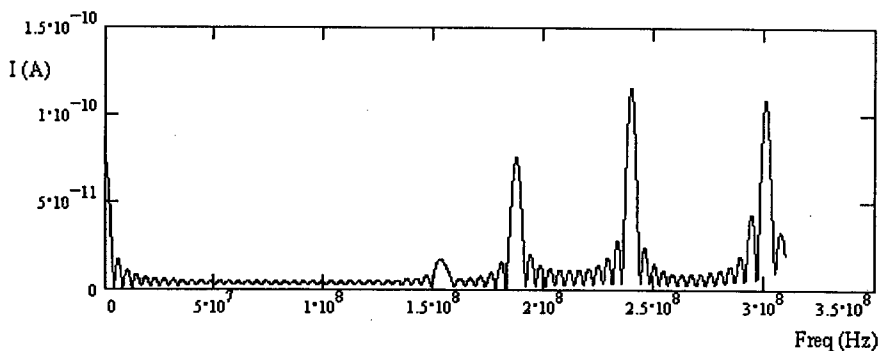


Figura 5.16 – Cavidade $4 \times 1 \times 1$ metro, excitação $(1:40, 1:10, 8)$, saída $(8,2,2)$.
Células: $40 \times 10 \times 10$

Na figura 5.17 são apresentados três gráficos diferentes para uma mesma cavidade de dimensões $x = y = z = 1$ m. Neste caso foram realizados testes considerando a excitação feita em diferentes regiões no interior da cavidade. Sabe-se que, numa modelagem, a forma de se realizar a excitação pode conduzir a resultados bastante diferentes, mesmo que se utilize um mesmo volume para análise e um mesmo ponto de saída. Assim, em modelagem numérica, a excitação torna-se um problema especial, que junto à questão dos contornos, necessidade que se faz para definir os limites do modelamento, pode conduzir um estudo

ao sucesso ou ao fracasso (entendendo-se por sucesso ou fracasso o índice de similaridade com o fato real).

Para cavidades ressonantes a excitação pode ser feita em uma grande variedade de formas, onde se pode destacar os seguintes modos: a) um plano no interior da cavidade; b) uma linha; c) um ponto.

Quando a excitação é feita por um plano de células (à semelhança de uma onda plana), a energia fica distribuída desde as frequências mais baixas até as mais altas, indistintamente. Excitando uma linha de células (à semelhança da proximidade de uma antena em forma de fio), passam a aparecer modos adicionais e a energia se desloca para as frequências mais altas. Excitando apenas um ponto (uma célula), todos os modos de frequência de ressonância estão presentes, com a energia principalmente distribuída nas frequências mais altas. Um excelente trabalho sobre o problema da excitação é apresentado na referência [15], onde uma cavidade de 1 m^3 é analisada. Além do problema da região espacial onde ocorre a excitação, também é feita a análise da forma de excitação (impulso, pulso Gaussiano), bem como o “janelamento” (windowing) dos resultados no domínio do tempo quando é feita a Transformada de Fourier Discreta - DFT (*Discrete Fourier Transform*). A DFT é feita quando se define uma certa largura de frequências de interesse, dividida por um conjunto de passos de frequência Δf . Tal estudo não é objeto do presente trabalho, que utilizou excitação na forma de impulso para realização dos testes computacionais.

A figura 5.17.a mostra o resultado para a excitação feita em um plano, e a primeira frequência de ressonância aparece bem definida (modo 110), ao lado de modos mais altos (210 e 310). O mesmo não acontece nos casos apresentados nas figuras 5.17.b (onde a excitação foi feita com uma linha de células) e 5.17.c (onde a excitação foi feita em um ponto). Nesses dois últimos casos é possível perceber ainda a primeira frequência de ressonância do modo 110, porém os resultados com maiores amplitudes aparecem nas frequências mais altas, assim como diversos outros modos intermediários surgem destacados. Deve-se ainda considerar a possibilidade de erros, pois a dimensão da célula passa a estar próxima da dimensão do comprimento de onda das frequências maiores.

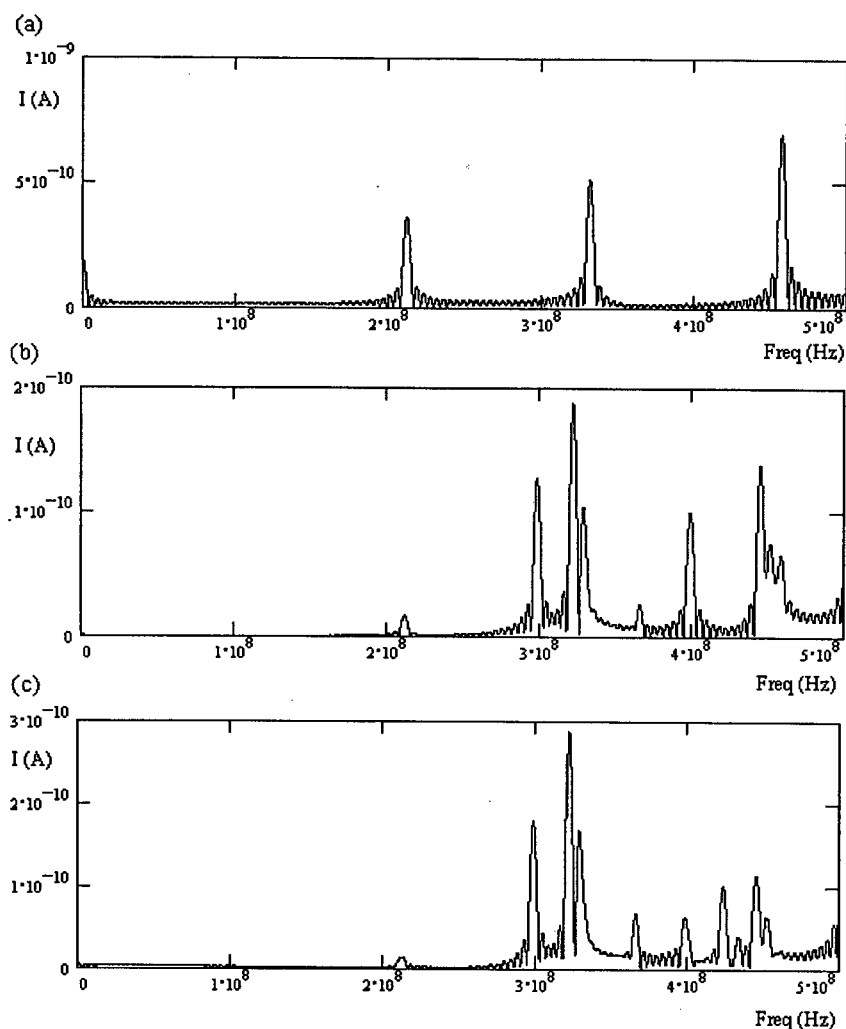


Figura 5.17 – Cavidade $1 \times 1 \times 1$ metro, saída (2,2,2), células $10 \times 10 \times 10$. Excitação: (a) $1:10, 1:10, 8$; (b) $1:10, 8, 8$; (c) $8, 8, 8$

Outro teste importante é relativo ao ponto de saída considerado. Devido à própria oscilação da onda no interior da cavidade, diferentes amplitudes para diferentes modos podem ser obtidas em diferentes pontos. Um teste realizado com a célula TCC foi manter a excitação fixa através de um plano de células, e então analisar diferentes pontos de saída, com está apresentado nos gráficos da figura 5.18 (ainda aqui mantendo uma cavidade de dimensões $x = y = z = 1$ m).

Na figura 5.18.a o resultado é obtido na célula de coordenadas (1,1,1), onde o modo 210 tem amplitude maior que a do modo 110. Esta relação irá se inverter quando o resultado é obtido próximo do centro da cavidade, na célula de coordenadas (5,5,5), como

se vê na figura 5.18.d. Como era esperado, isto ocorre pelo fato de no modo 210 existirem duas variações de meio-ciclo senoidal, ou seja, a senóide está completa para a onda estacionária desta frequência de ressonância, não havendo variações de amplitude no centro da célula, ao contrário do modo 110, onde há uma variação de meio-ciclo. Isto demonstra a adequação do modelo ao caso real.

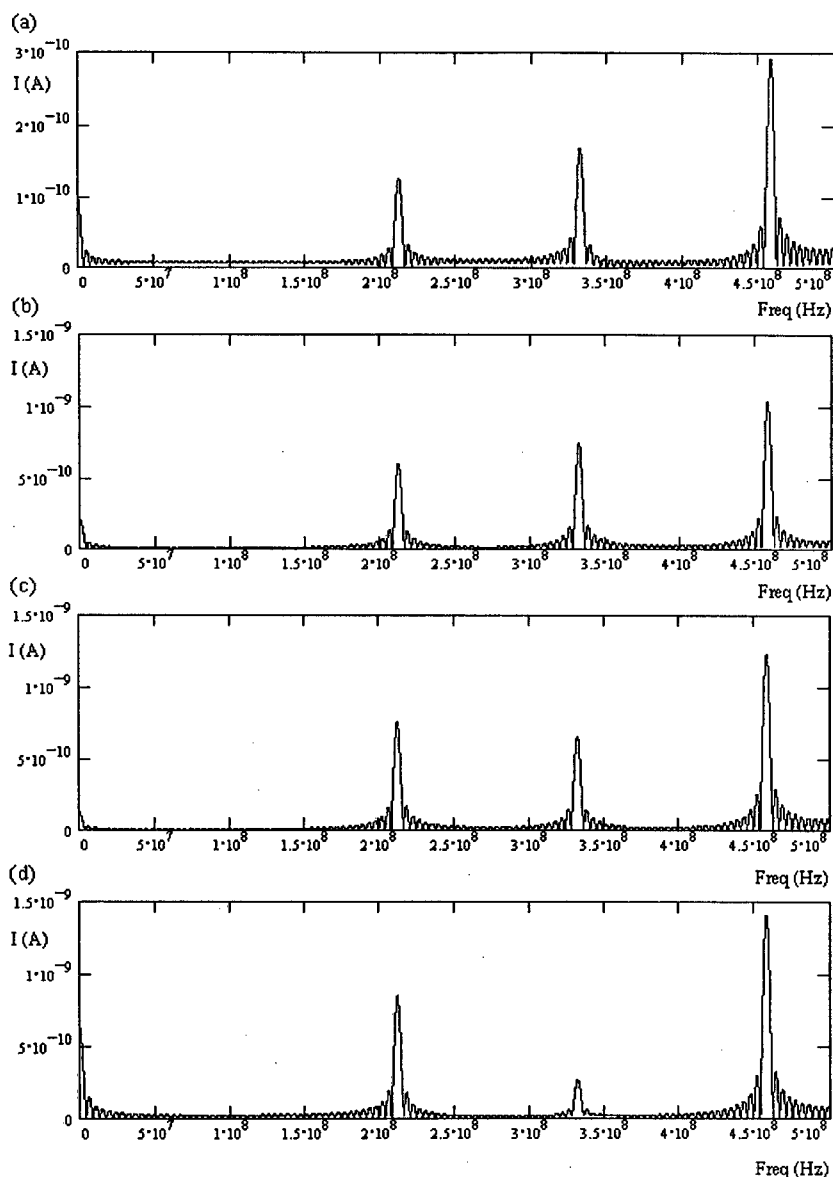


Figura 5.18 – Cavity $1 \times 1 \times 1$ metro, células $10 \times 10 \times 10$, excitação (1:10, 1:10, 8). Saída:

(a) 1, 1, 1 ; (b) 3, 3, 3 ; (c) 4, 4, 4 ; (d) 5, 5, 5.

Outros resultados são apresentados na figura 5.19, com variações do ponto de saída

e mantendo-se fixo o plano de excitação para a cavidade de dimensões $x = y = z = 1$ m.

Note-se ainda na figura 5.19, gráficos b, c e d, que as coordenadas da célula de saída permanecem constantes para y e z , variando apenas em x , quando o modo 310 diminui de amplitude até praticamente desaparecer, ou seja, chegando a determinado ponto do interior da cavidade para o qual a onda desta frequência não apresenta variação de amplitude.

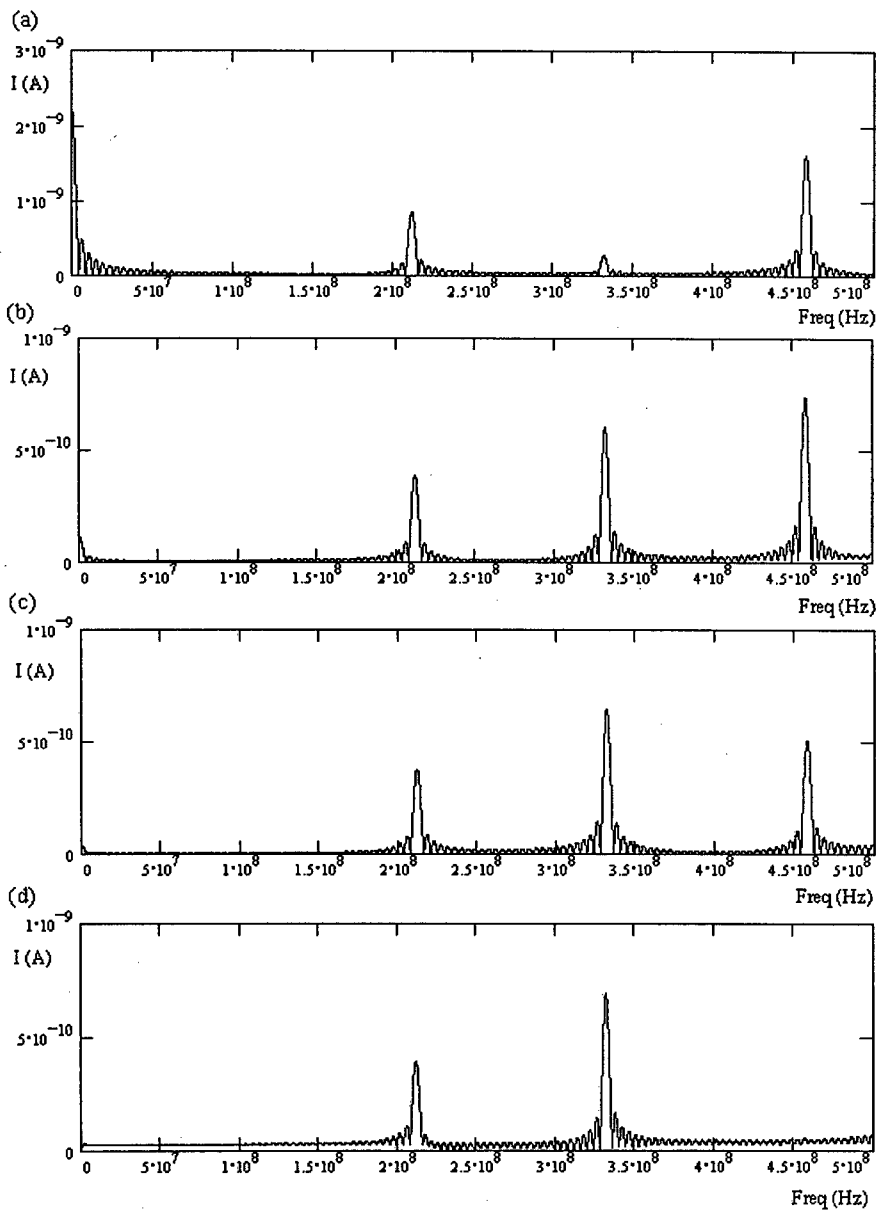


Figura 5.19 – Cavidade $1x1x1$ metro, células $10x10x10$, excitação $(1:10, 1:10, 8)$. Saída:

(a) 6, 6, 6 ; (b) 3, 2, 2 ; (c) 4, 2, 2 ; (d) 5, 2, 2 .

Outro teste foi realizado para a cavidade de dimensões $x = y = z = 1$ m, desta vez diminuindo a dimensão da célula para 0,05 m (número total de células igual a 8000). Com este refinamento da malha espera-se obter respostas mais precisas, e é justamente o que acontece, como se pode ver nos gráficos da figura 5.20. As diferenças entre os gráficos devem-se aos diferentes tipos de excitação, sendo que a saída é obtida sempre no mesmo ponto. A primeira observação é de que o modo 310 está em melhor concordância com o resultado analítico, ao contrário do que ocorreu nos testes de malha maior (menos células). Outra observação é o surgimento do modo 220 em 424,26 MHz (observe-se que o plano de excitação não ocupa todo um plano no interior da cavidade). Fazendo-se a excitação em uma linha e depois em um ponto vê-se o deslocamento progressivo da energia para as frequências mais altas e o surgimento de maior número de modos.

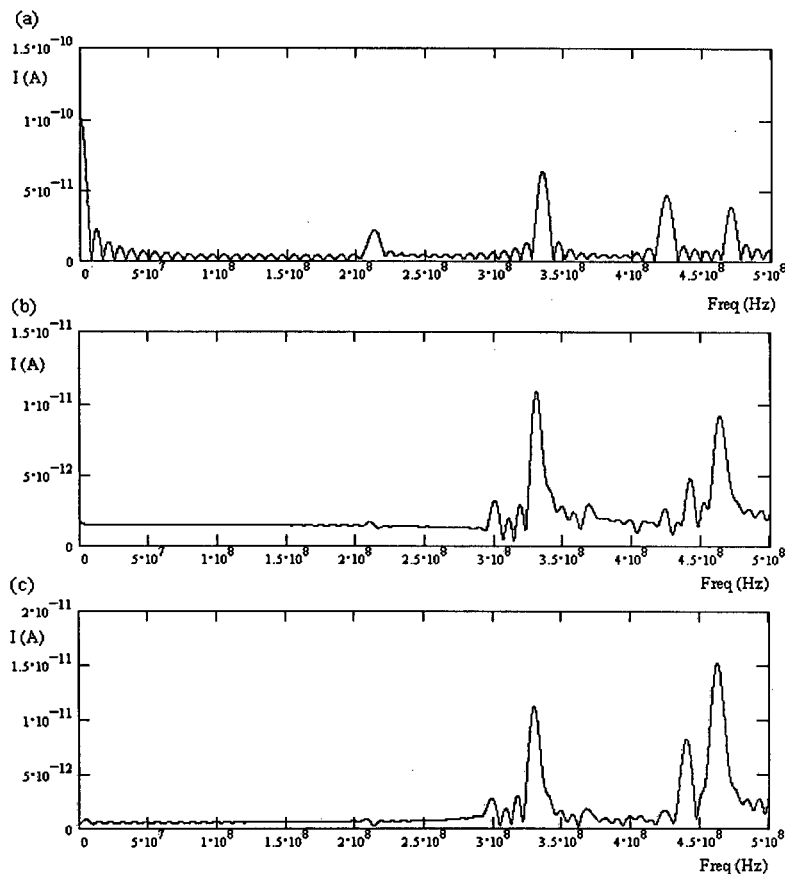


Figura 5.20 – Cavidade $1 \times 1 \times 1$ metro, células $20 \times 20 \times 20$, saída 2, 2, 2. Excitação: (a)

$1:10, 1:10, 8$; (b) $1:10, 8, 8$; (c) $8, 8, 8$.

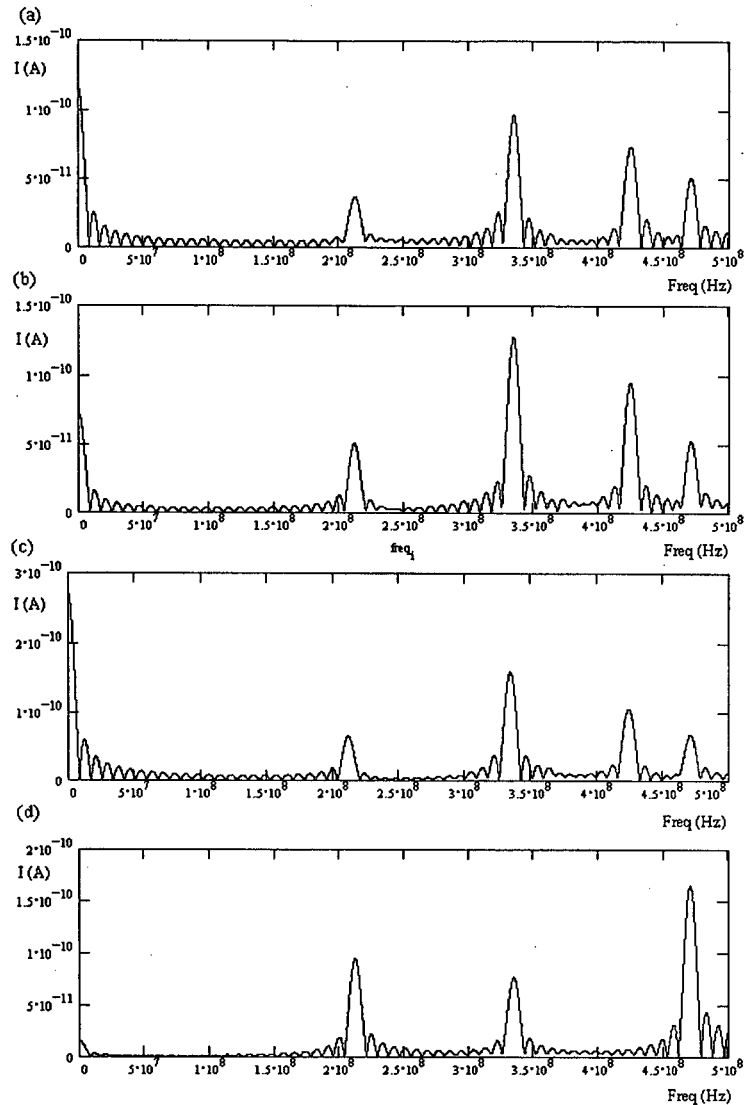


Figura 5.21 – Cavidade $1 \times 1 \times 1$ metro, células $20 \times 20 \times 20$, excitação $(1:10, 1:10, 8)$. Saída: (a) 3, 3, 3 ; (b) 4, 4, 4 ; (c) 5, 5, 5 ; (d) 7, 7, 7 com excitação $(1:20, 1:20, 15)$.

Conforme se vê na figura 5.21, foi realizado ainda outro teste envolvendo a cavidade de dimensões $x = y = z = 1$ m, mantendo-se a dimensão da célula em 0,05 m. Desta vez foi feita a excitação em um plano com um quarto da dimensão de uma das faces da cavidade, colocando este plano no centro da cavidade, obtendo-se resultados em diferentes pontos de saída. Diferentes amplitudes são obtidas. A frequência de ressonância para o modo 220 aparece nos três primeiros gráficos, devido ao tipo de excitação utilizada. Fazendo-se a excitação em um plano que envolve toda a cavidade, apenas as frequências de ressonância para os modos 110, 210 e 310 são visíveis. Note-se a concordância dos

resultados com aqueles obtidos analiticamente e apresentados no quadro da tabela 5.1.

Considerando a qualidade dos resultados obtidos, o comportamento da matriz de espalhamento da célula TCC permite uma análise de problemas em cavidades ressonantes que é concordante com resultados obtidos analiticamente. Obter resultados satisfatórios para os campos elétricos e magnéticos, escalar e vetorialmente, passa a ser o próximo passo no desenvolvimento da célula proposta. Esse é o assunto da próxima seção.

5.4 – CAMPOS ELETROMAGNÉTICOS

Como visto na seção anterior, todo o desenvolvimento considerado estava baseado num conjunto de correntes elétricas incidentes e refletidas nas seis portas da célula. Sabendo os valores das correntes totais nas portas, será necessário agora definir as componentes dos campos elétricos e magnéticos, de tal forma que este modelo possa ser uma ferramenta no estudo de eletromagnetismo e propagação de ondas. Para tanto o modelo deverá permitir a excitação com valores de campo elétrico e magnético, bem como ter a resposta também em valores de campos.

A figura 5.22 apresenta um desenho esquemático com as componentes de campo magnético e campo elétrico, relacionadas respectivamente à corrente que passa pelos condutores, os quais têm uma indutância intrínseca, e à tensão que surge nas capacitâncias.

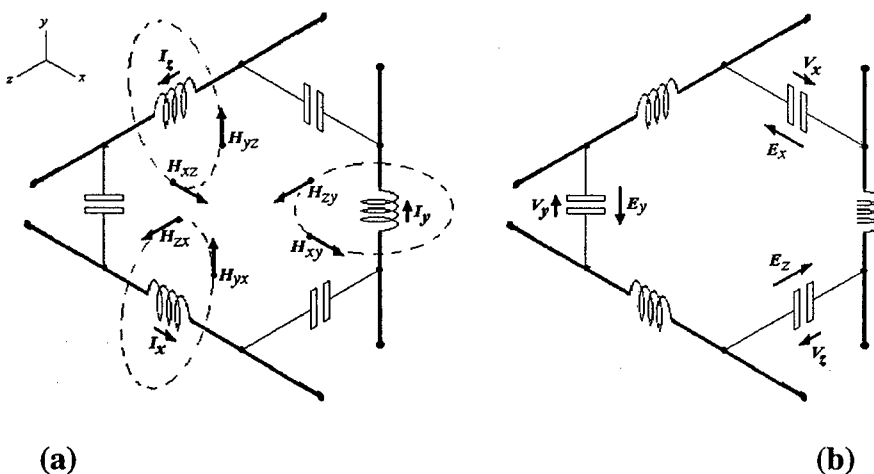


Figura 5.22 – Componentes de campo: (a) Magnético; (b) Elétrico.

Para o campo magnético em cada direção haverá a contribuição de duas componentes, devido às correntes existentes nas indutâncias dos eixos ortogonais à sua direção. Já o campo elétrico será definido diretamente pela tensão em cada capacitância.

Como se pode observar na figura 5.22.a, os campos magnéticos de cada direção serão definidos pela somatória de duas contribuições, originadas de duas diferentes correntes. Pode-se dizer então que:

$$H_x = H_{xz} + H_{xy} \quad (5.40)$$

$$H_y = H_{yz} + H_{yx} \quad (5.41)$$

$$H_z = H_{zx} + H_{zy} \quad (5.42)$$

E, usando as mesmas equivalências estabelecidas para o nó paralelo bidimensional, tem-se que:

$$H_{xz} \equiv \frac{I_z}{\Delta x} \quad (5.43)$$

$$H_{xy} \equiv \frac{I_y}{\Delta x} \quad (5.44)$$

$$H_{yx} \equiv \frac{I_x}{\Delta y} \quad (5.45)$$

$$H_{yz} \equiv \frac{I_z}{\Delta y} \quad (5.46)$$

$$H_{zx} \equiv \frac{I_x}{\Delta z} \quad (5.47)$$

$$H_{zy} \equiv \frac{I_y}{\Delta z} \quad (5.48)$$

onde:

H_{xz} indica o campo magnético na direção x devido à corrente I_z ;

H_{xy} indica o campo magnético na direção x devido à corrente I_y ;

H_{yz} indica o campo magnético na direção y devido à corrente I_z ;

H_{yx} indica o campo magnético na direção y devido à corrente I_x ;

H_{zx} indica o campo magnético na direção z devido à corrente I_x ;

H_{zy} indica o campo magnético na direção z devido à corrente I_y .

Os campos elétricos, por sua vez, são extraídos diretamente das tensões existentes nas capacitâncias, e da mesma forma que está definido para o nó paralelo bidimensional, tem-se:

$$E_x \equiv -\frac{V_x}{\Delta x} \quad (5.49)$$

$$E_y \equiv -\frac{V_y}{\Delta y} \quad (5.50)$$

$$E_z \equiv -\frac{V_z}{\Delta z} \quad (5.51)$$

Para obter os valores das componentes de campo será necessário conhecer os valores das correntes e tensões nas linhas dos eixos x , y e z . São conhecidas as correntes incidentes, refletidas e totais nas portas da célula, como foi estabelecido na seção anterior. A solução deste problema pode ser obtida através da análise do circuito elétrico definido pela própria célula tridimensional TCC, apresentada na figura 5.4.

O desenho em forma de Grafo da célula TCC está apresentado na figura 5.23. Aí estão representadas as correntes totais em cada porta, bem como a corrente e a tensão de cada ramo, em conformidade com a numeração dos diversos nós anteriormente definida.

As correntes I_1 até I_6 são conhecidas.

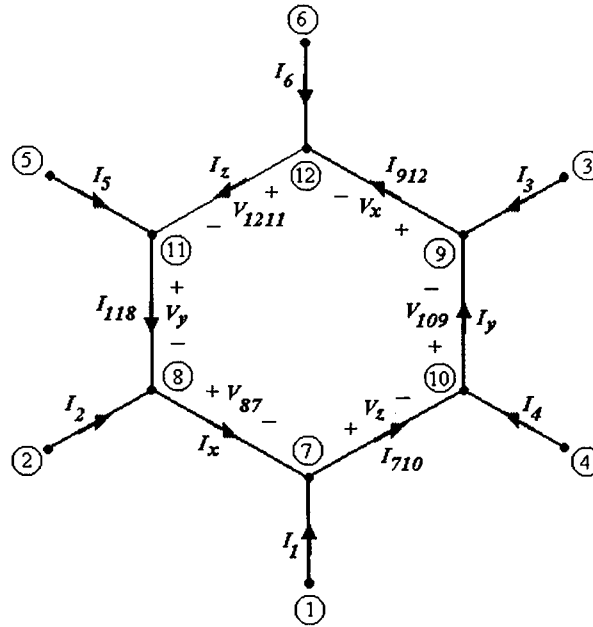


Figura 5.23 – Grafo do circuito definido pela Célula Tridimensional TCC.

Neste grafo pode ser construída uma árvore de 5 ramos $\{(11,8), (8,7), (7,10), (10,9), (9,12)\}$ e 6 nós $\{7,8,9,10,11,12\}$, partindo do nó 11 no sentido anti-horário até o nó 12 (ver definição em [30]). Pela Lei de Kirchoff para as correntes obtém-se em cada ramo:

$$I_{118} = I_5 + I_z \quad (5.52)$$

$$I_x = I_2 + I_5 + I_z \quad (5.53)$$

$$I_{710} = I_1 + I_2 + I_5 + I_z \quad (5.54)$$

$$I_y = I_4 + I_1 + I_2 + I_5 + I_z \quad (5.55)$$

$$I_{912} = I_3 + I_4 + I_1 + I_2 + I_5 + I_z \quad (5.56)$$

Para o laço central do grafo, pela Lei de Kirchof das tensões, obtém-se:

$$V_{1211} = -(V_x + V_{109} + V_z + V_{87} + V_y) \quad (5.57)$$

Como se observa do desenho, a tensão V_{1211} está em função da corrente I_z , assim como todas as correntes das equações (5.52) até (5.56). A solução para I_z está descrita a seguir, o que possibilitará obter as correntes I_x e I_y , bem como as tensões V_x , V_y e V_z , e desta forma as componentes de campo desejadas.

Na indutância existente entre os nós 11 e 12 a corrente é definida por

$$I_{z(t)} = I_{z(t_i)} + \frac{1}{L_z} \int_{t_i}^t V_{1211} dt \quad (5.58)$$

Para fazer uso desta equação no modelo proposto será necessário discretizá-la. Considerando que o tempo t ocorre na iteração k (sendo t o momento presente, ou seja, a iteração que está em processo), e o tempo inicial t_i ocorre na iteração $k-1$, tem-se que:

$$\Delta t = t - t_i \quad (5.59)$$

ou seja:

$$\Delta I_z = I_{z(t)} - I_{z(t_i)} = I_z - I_{z-k-1} \quad (5.60)$$

A integral da tensão V_{1211} entre os dois momentos, $k-1$ e k , pode ser definida com a área sob a curva descrita por ela. Do ponto de vista da discretização essa área pode ser aproximada como sendo a área do trapézio, ou seja:

$$\int_{t_i}^t V_{1211} dt = \frac{{}^k V_{1211} + {}^{k-1} V_{1211}}{2} \Delta t \quad (5.61)$$

onde ${}_k V_{1211}$ é o valor da tensão do ponto 12 em relação ao 11 no momento t , e ${}_{k-1} V_{1211}$ é o valor da tensão do ponto 12 em relação ao 11 no momento inicial t_i .

A equação (5.58) pode então ser reescrita como:

$$\Delta I_z = \frac{\Delta t}{2L_z} ({}_k V_{1211} + {}_{k-1} V_{1211}) \quad (5.62)$$

ou, de outra forma:

$$V_{1211} = \frac{2L_z}{\Delta t} \Delta I_z - {}_{k-1} V_{1211} \quad (5.63)$$

onde a variável sem o prefixo subscrito determina o momento da iteração k , ou seja, o momento presente ($V_{1211} = {}_k V_{1211}$).

Para os outros ramos pode-se desenvolver as equações como segue. Entre os nós 9 e 12 tem-se

$$V_{x(t)} = V_{x(t_i)} + \frac{1}{C_x} \int_{t_i}^t I_{912} dt \quad (5.64)$$

que na forma discretizada pode ser escrita como:

$$\Delta V_x = \frac{\Delta t}{2C_x} (I_{912} + {}_{k-1} I_{912}) \quad (5.65)$$

onde $I_{912} = {}_k I_{912}$.

Entre os nós 10 e 9 tem-se:

$$V_{109} = L_y \frac{dI_y}{dt} \quad (5.66)$$

que na forma discretizada pode ser escrita como:

$$V_{109} = L_y \frac{\Delta I_y}{\Delta t} \quad (5.67)$$

Entre os nós 7 e 10 tem-se:

$$V_{z(t)} = V_{z(t_i)} + \frac{1}{C_z} \int_{t_i}^t I_{710} dt \quad (5.68)$$

que na forma discretizada pode ser escrita como:

$$\Delta V_z = \frac{\Delta t}{2C_z} (I_{710} + I_{710}^{k-1}) \quad (5.69)$$

Entre os nós 8 e 7 tem-se:

$$V_{87} = L_x \frac{dI_x}{dt} \quad (5.70)$$

que na forma discretizada pode ser escrita como:

$$V_{87} = L_x \frac{\Delta I_x}{\Delta t} \quad (5.71)$$

E finalmente entre os nós 11 e 8 tem-se:

$$V_{y(t)} = V_{y(t_i)} + \frac{1}{C_y} \int_{t_i}^t I_{118} dt \quad (5.72)$$

que na forma discretizada pode ser escrita como:

$$\Delta V_y = \frac{\Delta t}{2C_y} (I_{118} + {}_{k-1}I_{118}) \quad (5.73)$$

Pode-se então substituir as equações (5.65), (5.67), (5.69), (5.71) e (5.73) na equação (5.57) para obter:

$$\begin{aligned} -V_{1211} = & {}_{k-1}V_x + \frac{\Delta t}{2C_x} (I_{912} + {}_{k-1}I_{912}) + \frac{L_y}{\Delta t} (I_y - {}_{k-1}I_y) + {}_{k-1}V_z + \frac{\Delta t}{2C_z} (I_{710} + {}_{k-1}I_{710}) \\ & + \frac{L_x}{\Delta t} (I_x - {}_{k-1}I_x) + {}_{k-1}V_y + \frac{\Delta t}{2C_y} (I_{118} + {}_{k-1}I_{118}) \end{aligned} \quad (5.74)$$

Substituindo-se então as equações (5.63) e (5.52) até (5.56) na equação (5.74), pode-se obter, após algumas manipulações, a seguinte expressão para I_z :

$$I_z = \frac{-AUX + \frac{2L_z}{\Delta t} ({}_{k-1}I_z) + {}_{k-1}V_{1211}}{\left(\frac{\Delta t}{2C_x} + \frac{\Delta t}{2C_y} + \frac{\Delta t}{2C_z} + \frac{L_x}{\Delta t} + \frac{L_y}{\Delta t} + \frac{2L_z}{\Delta t} \right)} \quad (5.75)$$

onde:

$$\begin{aligned} AUX = & {}_{k-1}V_x + {}_{k-1}V_y + {}_{k-1}V_z + \frac{\Delta t}{2C_x} (I_3 + I_4 + I_1 + I_2 + I_5 + {}_{k-1}I_{912}) \\ & + \frac{\Delta t}{2C_z} (I_1 + I_2 + I_5 + {}_{k-1}I_{710}) + \frac{\Delta t}{2C_y} (I_5 + {}_{k-1}I_{118}) \\ & + \frac{L_y}{\Delta t} (I_4 + I_1 + I_2 + I_5 - {}_{k-1}I_y) + \frac{L_x}{\Delta t} (I_2 + I_5 - {}_{k-1}I_x) \end{aligned} \quad (5.76)$$

Em um meio isotrópico, pode-se considerar que $C_x = C_y = C_z = C$ e que $L_x = L_y = L_z = L$, o que permitirá simplificar a expressão (5.75) para:

$$I_z = \frac{-\frac{\Delta t}{2C}(-{}_{k-1}V_x - {}_{k-1}V_y - {}_{k-1}V_z + {}_{k-1}V_{1211}) - \frac{L}{\Delta t}(I_4 + I_1 + 2I_2 + 2I_5 - {}_{k-1}I_y - {}_{k-1}I_x - 2{}_{k-1}I_z)}{\frac{3\Delta t}{2C} + \frac{4L}{\Delta t}} \quad (5.77)$$

Desta forma, conhecendo-se a corrente I_z no momento k , pode-se encontrar todas as correntes e tensões nos diversos ramos, e a partir daí as componentes de campo elétrico e de campo magnético no centro da célula.

Para o processo de cálculo, na primeira iteração (quando $k=1$) todos os valores relacionados a $k-1$ deverão ser nulos, e as correntes I_1 até I_6 serão conhecidas a partir da excitação aplicada, simplificando então a utilização inicial da equação (5.77).

A problema da excitação para a célula TCC será discutido e analisado na seção seguinte, onde um método para se aplicar os valores de campo será proposto, considerando os valores pretendidos de tensão e corrente para o circuito apresentado na figura 5.23.

5.5 – EXCITAÇÃO

A excitação é um problema especial em modelagem numérica, pois além de se considerar uma figuração do problema real através de um modelo de analogia, é preciso também considerar as relações inter-sistemas. As relações compreendem processos de ação e reação internas, que precisam, os processos, figurar também o processo real. No entanto uma ação externa ao sistema, às vezes apenas num momento inicial, algumas vezes agindo durante todo o processo, é necessária para “excitar” o processo.

Para o caso da célula TCC, na modelagem eletromagnética, será necessário poder fazer a excitação a partir de campos elétricos e/ou magnéticos dados *a priori*, ou seja, analisar o comportamento de um determinado sistema a partir da ação de campos “dados”. A excitação, assim, é uma imposição.

Como a célula utiliza correntes em seu circuito, será possível relacionar tais campos

às correntes que acionam a célula e desta forma supor que o processo estará figurando o processo real.

Considere-se então uma excitação que ocorre através de um campo elétrico no eixo x , e todas as outras componentes de campo elétrico e magnético são nulas (inexistentes no momento da excitação). A equação do campo será definida por:

$$E_x = -\frac{V_x}{\Delta x} \quad (5.78)$$

e então a tensão será

$$V_x = -E_x \Delta x \quad (5.79)$$

Retornando à equação (5.65), ela pode ser reescrita como:

$$V_x - {}_{k-1}V_x = \frac{\Delta t}{2C_x} (I_{912} + {}_{k-1}I_{912}) \quad (5.80)$$

No entanto, para que se utilize esta equação no desenvolvimento da excitação, todas as componentes do momento $k-1$ serão necessariamente nulas, pois a excitação é uma imposição externa ao sistema (ou seja, não há valores internos ao sistema no momento $k-1$). Desta forma a equação (5.80) pode ser reduzida a:

$$V_x = \frac{\Delta t}{2C_x} I_{912} \quad (5.81)$$

e a corrente I_{912} é dada por:

$$I_{912} = I_3 + I_4 + I_1 + I_2 + I_5 + I_z \quad (5.82)$$

Porém, se todas as componentes de campo são nulas, com a exceção de E_x ,

analisando o circuito da figura 5.23 pode-se fazer a seguinte suposição (considerando apenas a tensão V_x como contribuinte de E_x):

$$\begin{aligned} I_z &= 0 \\ I_x &= 0 \\ I_y &= 0 \\ I_{118} &= 0 \\ I_{710} &= 0 \end{aligned} \quad (5.83)$$

o que leva a:

$$\begin{aligned} I_5 &= 0 \\ I_2 &= 0 \\ I_1 &= 0 \\ I_4 &= 0 \end{aligned} \quad (5.84)$$

Então a equação (5.82) passa a valer:

$$I_{912} = I_3 \quad (5.85)$$

o que leva a escrever a equação (5.81) como:

$$V_x = \frac{\Delta t}{2C_x} I_3 \quad (5.86)$$

A corrente I_3 é a corrente total na porta 3 da célula, e é dada pela diferença entre a corrente incidente e a refletida nesta porta:

$$I_3 = I_3^i - I_3^r \quad (5.87)$$

Mas como a excitação será sempre uma imposição, a corrente refletida neste caso

pode ser desconsiderada (pelo método, a corrente refletida estaria relacionada a uma incidência do momento anterior, inexistente no caso), o que leva a:

$$I_3 = I_3^i \quad (5.88)$$

Desta forma tem-se:

$$V_x = \frac{\Delta t}{2C_x} I_3^i \quad (5.89)$$

que substituída na equação (5.79) levará a:

$$\frac{\Delta t}{2C_x} I_3^i = -E_x \Delta x \quad (5.90)$$

Assim, para uma determinada excitação onde se conhece o campo elétrico E_x , a célula TCC será excitada através da corrente dada por:

$$I_3^i = -\frac{2C_x E_x \Delta x}{\Delta t} \quad (5.91)$$

O mesmo desenvolvimento pode ser feito para as excitações de campo E_y e E_z , o que levará às equações:

$$I_5^i = -\frac{2C_y E_y \Delta y}{\Delta t} \quad (5.92)$$

e

$$I_1^i = -\frac{2C_z E_z \Delta z}{\Delta t} \quad (5.93)$$

O mesmo raciocínio pode ser desenvolvido para a excitação em campo magnético.

Seja então um excitação em H_x e todas as outras componentes nulas. A equação de H_x é dada por:

$$H_x = H_{xz} + H_{xy} \quad (5.94)$$

que em função da corrente pode ser escrita como:

$$H_x = \frac{I_z}{\Delta x} + \frac{I_y}{\Delta x} \quad (5.95)$$

o que leva a:

$$I_z + I_y = H_x \Delta x \quad (5.96)$$

Substituindo em (5.96) a equação (5.55), obtém-se:

$$2I_z + I_4 + I_1 + I_2 + I_5 = H_x \Delta x \quad (5.97)$$

Impondo-se que todas as componentes de campo elétrico serão nulas na excitação, e também que I_x será nula, pois não contribui para H_x , pode-se supor que:

$$\begin{aligned} I_{912} &= 0 \\ I_{118} &= 0 \\ I_{710} &= 0 \end{aligned} \quad (5.98)$$

Desta forma tem-se:

$$\begin{aligned} I_2 &= 0 \\ I_1 &= 0 \end{aligned} \quad (5.99)$$

Pela equação (5.52) chega-se a:

$$I_z = -I_5 \quad (5.100)$$

Substituindo os valores de (5.96) e (5.100) na equação (5.97), obtém-se:

$$I_4 - I_5 = H_x \Delta x \quad (5.101)$$

Fazendo a mesma consideração adotada na equação (5.88) quanto às correntes refletidas, finalmente obtém-se para a excitação em H_x a expressão:

$$I_4^i - I_5^i = H_x \Delta x \quad (5.102)$$

Fazendo desenvolvimento semelhante para a excitação em H_y , obtém-se a expressão:

$$I_6^i - I_1^i = H_y \Delta y \quad (5.103)$$

e para H_z a expressão:

$$I_2^i - I_3^i = H_z \Delta z \quad (5.104)$$

Através deste conjunto de equações que relaciona componentes de campo às correntes, para os casos exclusivos de excitação, faz-se necessário escrevê-las no código computacional. A partir daí analisar uma aplicação que possa validar sua eficácia e sua proximidade de resultados com aqueles obtidos por outros métodos, resultados analíticos ou mesmo experimentais.

A próxima seção descreverá aplicações, os resultados obtidos e comparações.

5.6 – RESULTADOS E TESTES

Utilizando o código anteriormente desenvolvido para as análises de validação do modelo da célula proposta, conforme seção 5.3 deste capítulo, foram agora introduzidas as expressões e cálculos para obtenção das componentes de campo, bem como a excitação diretamente em E e H (ver Anexo 2 onde o código computacional está transcrito na íntegra). Com esse código utilizando a célula TCC alguns resultados foram obtidos utilizando cavidades ressonantes e guias de onda. Resultados com cavidades ressonantes são apresentados aqui juntamente com resultados obtidos a partir do método TLM utilizando o nó SCN. O programa com o nó TLM-SCN utilizado é aquele desenvolvido e apresentado por J. Herring na tese da referência [15].

Os testes abaixo foram feitos para uma cavidade ressonante hipotética de dimensões $x = y = z = 1$ m, 10 células em cada direção, como aquela da figura 5.11, cujos resultados analíticos estão na Tabela 5.1. Foi realizada excitação através de valor unitário de campo elétrico na direção x ($E_x = 1$ V/m), compondo diversas formas de excitação (plano ou linha de células), e a saída obtida em pontos diversos no interior da cavidade.

Um plano é descrito na forma $(x_1:x_2, y_1:y_2, z)$, onde $x_1:x_2$ define o início e o fim de uma linha de células na direção x , e o mesmo é feito na direção y , para um determinado ponto z . Os resultados estão apresentados nas figuras seguintes e discutidos após.

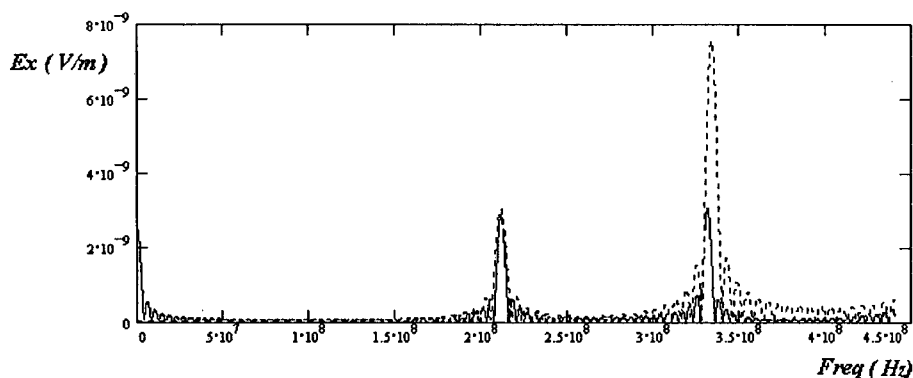


Figura 5.24 – Campo elétrico E_x obtido no ponto (2, 2, 2), com excitação no plano (1:10, 1:10, 8).

Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.

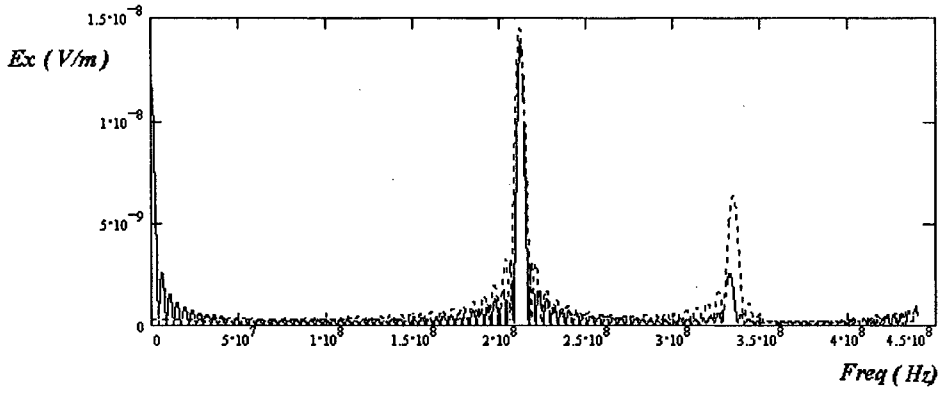


Figura 5.25 – Campo elétrico E_x obtido no ponto (5, 5, 5), com excitação no plano (1:10, 1:10, 8).
 Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.

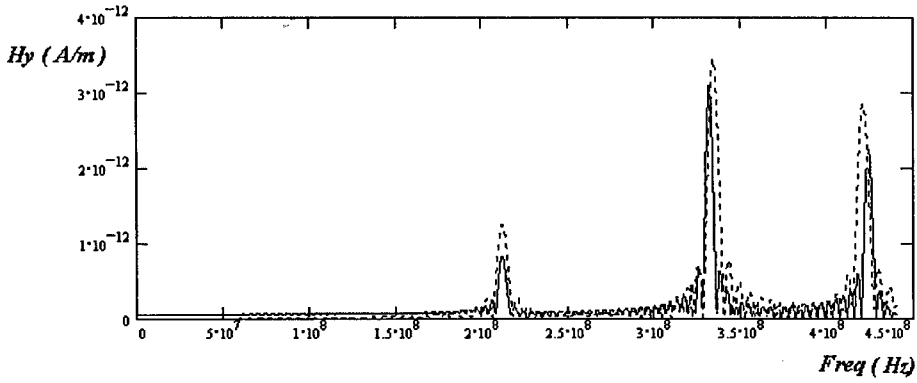


Figura 5.26 – Campo magnético H_y obtido no ponto (2, 2, 2), com excitação numa linha (1:10, 8, 8).
 Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.

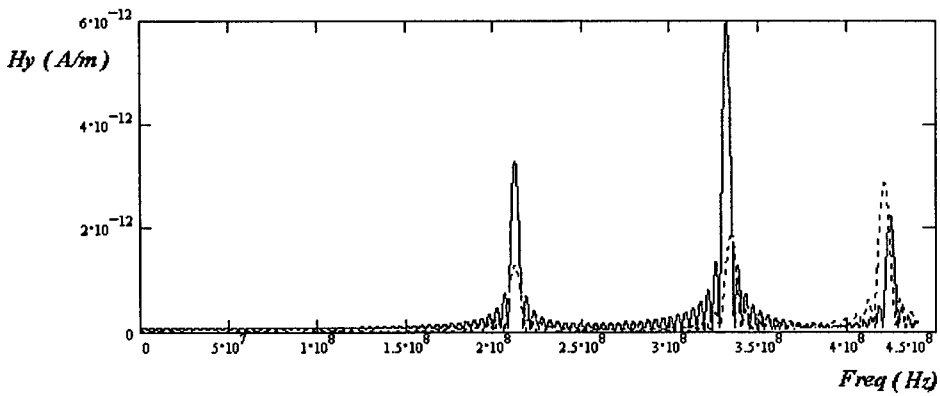


Figura 5.27 – Campo magnético H_y obtido no ponto (4, 4, 4), com excitação na linha (1:10, 8, 8).
 Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.

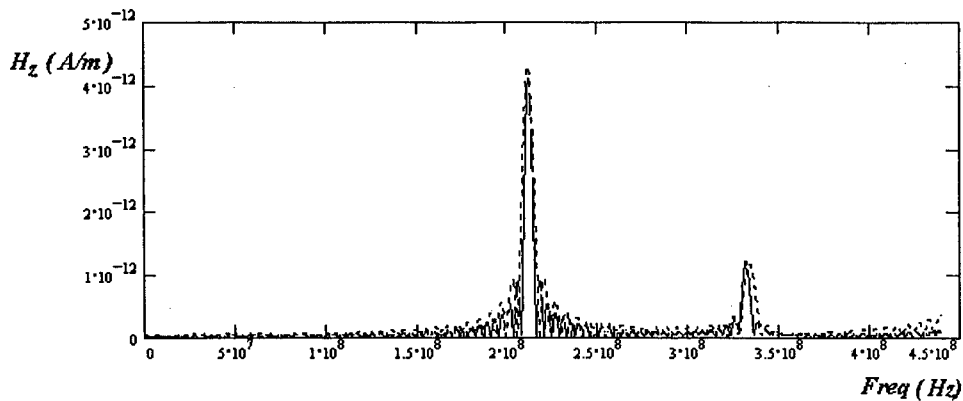


Figura 5.28 – Campo magnético H_z obtido no ponto (5, 5, 5), com excitação no plano (1:10, 1:10, 8).

Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.

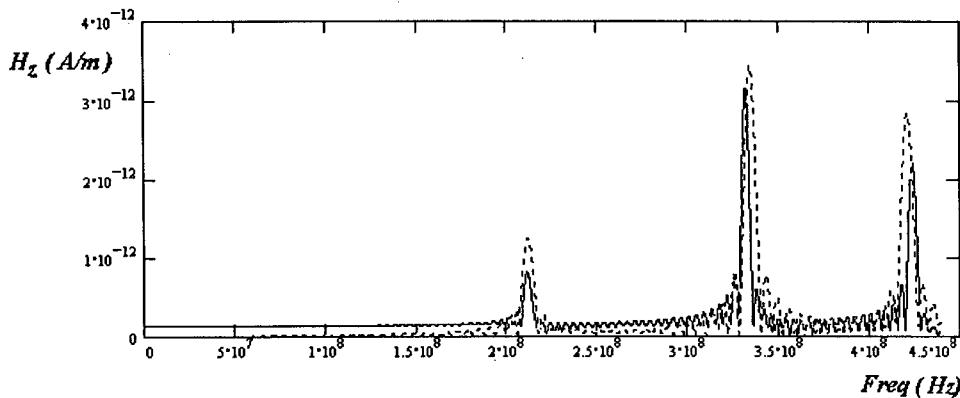


Figura 5.29 – Campo magnético H_z obtido no ponto (2, 2, 2), com excitação na linha (1:10, 8, 8).

Linha sólida – célula TCC; linha pontilhada – nó SCN.

Os resultados das figuras 5.24 e 5.25 mostram o comportamento do campo E_x quando obtido em diferentes pontos no interior da cavidade, para uma mesma excitação. A excitação foi feita usando um plano de células que ocupa toda uma seção transversal da cavidade. Como se esperava, os modos mais baixos aparecem com amplitudes maiores (ver discussão na seção 5.3 e referência [15]), porém o valor do campo próximo ao centro da cavidade (figura 5.25) é maior devido justamente à variação de meio ciclo do modo 110. A concordância de resultados entre a célula TCC e SCN é muito boa no modo 110 (212 MHz), e razoável no modo 210 (335 MHz). Porém é difícil afirmar o exato valor que deveria se obter. No caso, o modelo computacional pode aproximar-se dos resultados em amplitude e em frequência, o que o define como uma importante ferramenta de apoio à engenharia no desenvolvimento tecnológico. Mas não é o elemento que definirá

exatamente um resultado, tal é o número de variáveis de erro e aproximações presentes no teste e no modelo em si.

Os resultados das figuras 5.26 e 5.27 repetem o teste, porém agora com o comportamento do campo H_y quando obtido em diferentes pontos no interior da cavidade, para uma mesma excitação. Nesse caso a excitação foi feita usando uma linha de células. Nesse caso os modos mais altos passam a aparecer junto aos modos mais baixos. Novamente há uma boa concordância de resultados entre a célula TCC e SCN.

Nas figuras 5.28 e 5.29 são apresentados resultados com o comportamento do campo H_z , para diferentes pontos no interior da cavidade, com diferentes regiões de excitação. No caso da figura 5.28 a excitação foi feita usando um plano de células que ocupa toda uma seção transversal da cavidade, e o resultado obtido próximo ao centro da cavidade, onde o modo 110 aparece com maior evidência. Na figura 5.28 a excitação foi feita usando uma linha de células, e o resultado obtido distante do centro da cavidade, onde os modos mais altos dominam.

Uma segunda simulação foi feita utilizando um guia de ondas, como o que está desenhado na figura 5.30. Para a simulação computacional, a diferença básica do guia em relação à cavidade ressonante é que no guia as extremidades são consideradas como superfícies não refletoras, mas sim abertas. Ou seja, nessas extremidades foi considerado que não há reflexões nas células: a reflexão é nula no contorno aberto (*open boundary*).

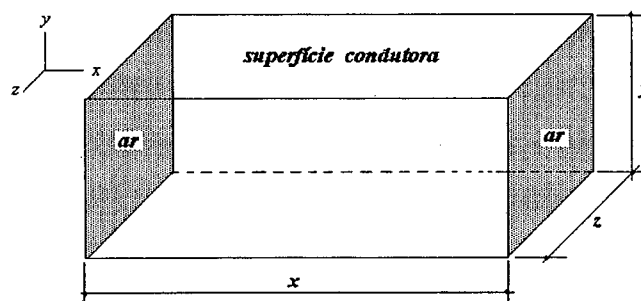


Figura 5.30 – Guia de ondas.

Os testes abaixo (figura 5.31) foram feitos para um guia de dimensões $x = 200$ cm, $y = z = 10$ cm, com células de dimensão igual a 1 cm. Foi realizada excitação através de valor unitário de campo elétrico na direção y ($E_y = 1$ V/m), compondo um plano de células

na seção definida pelo ponto x_1 (primeira célula na direção x).

Os resultados foram coletados em diferentes pontos de saída no domínio do tempo, e depois transformados para o domínio da frequência utilizando a Transformada de Fourier Discreta (DFT). O resultado foi obtido para o campo E_y , numa célula localizada na posição (x, y, z) , e a excitação definida pelo plano $(x, y_1: y_{10}, z_1: z_{10})$.

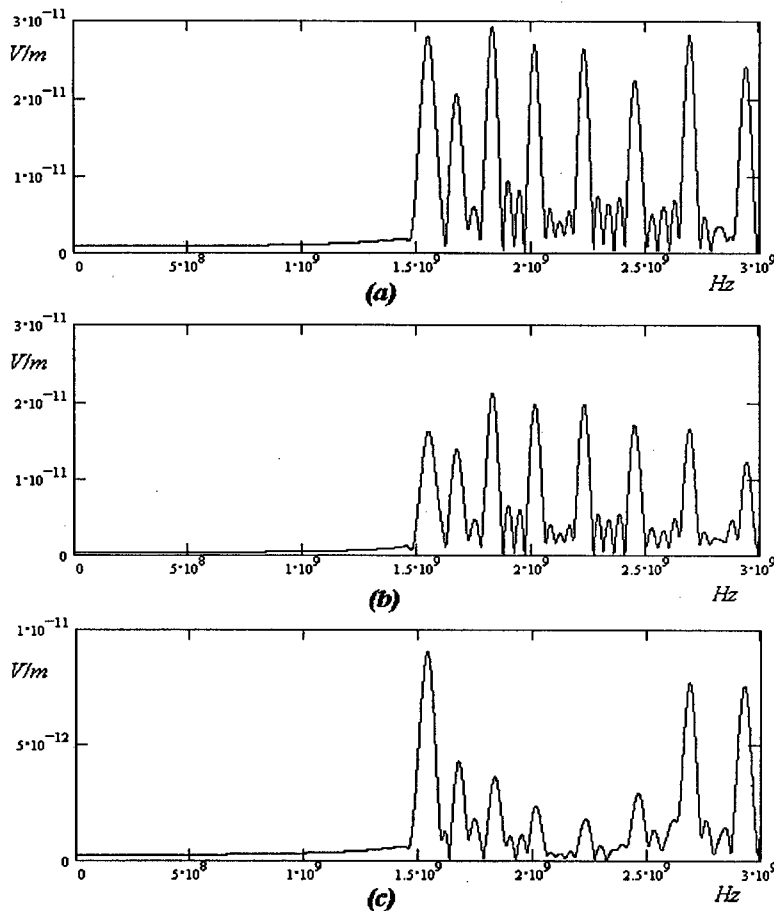


Figura 5.31 – Guia de onda 10×10 cm, resultado em E_y , com plano de excitação $(1, 3:7, 3:7)$.

Ponto de saída: (a) $180, 5, 5$; (b) $180, 3, 3$; (c) $180, 5, 2$.

A frequência de corte (modo 10) obtida analiticamente para o guia de dimensões $y = 10$ cm e $z = 10$ cm é de 1,5 GHz. O resultado obtido computacionalmente concorda com o analítico, e vários modos superiores aparecem na figura. Os três resultados diferentes demonstram a modificação de amplitude da saída, considerando diferentes pontos dentro do guia. Além disso o resultado foi tomado um pouco antes do final do guia, para evitar os efeitos da dispersão que poderiam ser ocasionados pela não reflexão da extremidade.

Para o teste da figura 5.31 foi utilizado código computacional semelhante àquele apresentado no Anexo 2, com um computador Pentium 100 MHz, memória de 32MB RAM. Neste caso o tempo de processamento foi de 400 segundos.

Na figura 5.32 são apresentados resultados para um guia de dimensões $x = 100$ cm, $y = z = 5$ cm, com células de dimensão igual a 0,5 cm. Da mesma forma que no teste anterior, foi realizada excitação através de valor unitário de campo elétrico na direção y ($E_y = 1$ V/m), compondo um plano de células na seção definida pelo ponto x_1 (primeira célula na direção x). O resultado foi obtido para o campo E_y numa célula localizada na posição (x, y, z) , e a excitação definida pelo plano $(x, y_1:y_{10}, z_1:z_{10})$.

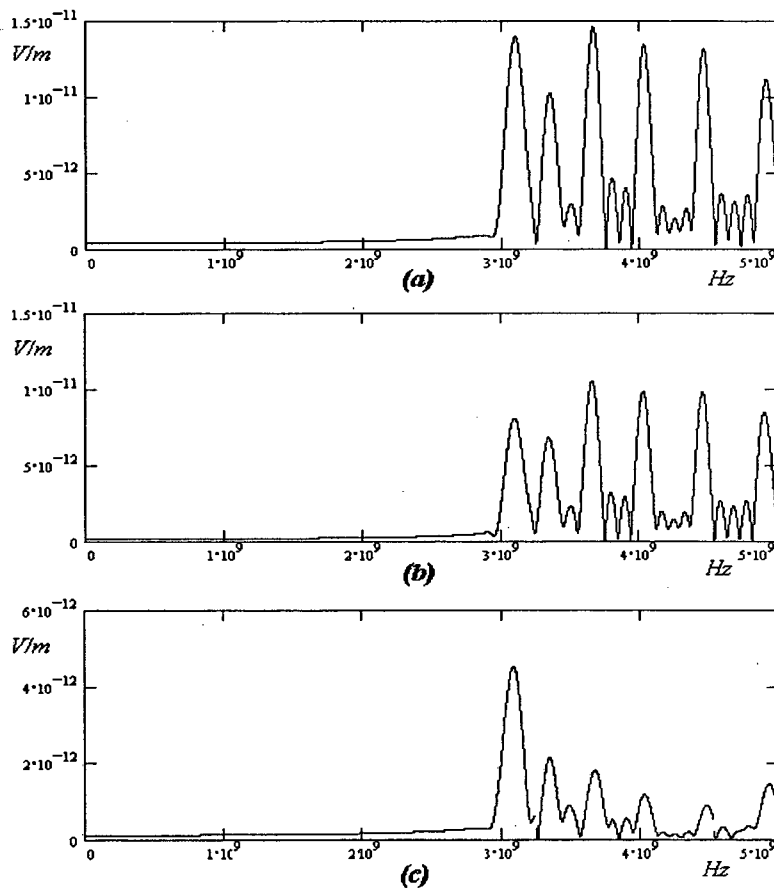


Figura 5.32 – Guia de onda 5x5 cm, resultado em E_y , com plano de excitação (1, 3:7, 3:7).

Ponto de saída: (a) 180, 5, 5 ; (b) 180, 3, 3 ; (c) 180, 5, 2.

A frequência de corte (modo 10) obtida analiticamente para o guia de dimensões $y = 5$ cm e $z = 5$ cm é de 3 GHz. Também aqui o resultado obtido computacionalmente

concorda com o analítico, e vários modos superiores aparecem nas figuras. Os três resultados diferentes demonstram a modificação de amplitude da saída, considerando diferentes pontos dentro do guia. O mesmo código computacional do teste anterior foi usado, num computador Pentium 100 MHz, memória de 32MB RAM. Devido à igual quantidade de células (20.000), o tempo de processamento foi de 400 segundos.

Os resultados apresentados nas figuras anteriores, tanto para o caso do guia como da cavidade ressonante, demonstram a concordância das frequências de ressonância dos volumes, obtido pela adequado comportamento da matriz de espalhamento da célula TCC. Na seção seguinte são realizadas algumas discussões sobre a capacidade da célula e seu estágio de desenvolvimento atual.

5.7 – CONCLUSÕES

Neste capítulo foi apresentado um novo modelo de célula para o método TLM, denominado Célula Tridimensional de Correntes – TCC (*Three-dimensional Current Cell*). Foi apresentada a topologia e desenvolvida a formulação matemática para o caso isotrópico e sem perdas. Casos não lineares, anisotropia e meios não homogêneos não foram tratados aqui e não fazem parte do escopo deste trabalho.

A partir dessa formulação matemática foi elaborado programa computacional na perspectiva de realizar testes e verificar a validade do modelo. Para essa verificação foram realizados testes envolvendo cavidades ressonantes e guias de onda de diferentes dimensões, com diferentes tipos de excitação e diferentes pontos de saída de resultado. Sendo o método no domínio do tempo, os resultados obtidos foram transformados para o domínio da frequência com o uso da Transformada de Fourier Discreta (DFT).

Os resultados concordam com aqueles obtidos analiticamente, e em outros casos com aqueles utilizando a célula Simétrica Condensada do método TLM. Isto demonstrou a qualidade do modelo proposto.

Devido à matriz de espalhamento compacta e ao reduzido número de portas da célula TCC, além da própria simplicidade estrutural do método TLM, um código computacional muito simples pôde ser obtido (ver Anexo 2), que pode ser implementado

em sistemas computacionais de recursos limitados. No caso dos testes realizados aqui, foi utilizado computador tipo PC Pentium de 100 MHz com 32 M de memória RAM. O processamento demonstrou ser rápido. A título de exemplo, um caso com 1000 células TCC, processando 1000 iterações, tem duração aproximada de 20 segundos, enquanto um caso com 8000 células, processando 1000 iterações ($8 \cdot 10^6$ repetições), dura aproximadamente 165 segundos. A relação de tempo entre os casos é direta, porém computadores mais potentes e modernos podem reduzi-la drasticamente.

A topologia da célula é bastante simples, baseando-se no modelo π de linhas de transmissão, com duas capacitâncias e uma indutância (no caso sem perdas). São utilizadas três linhas que assumem os eixos do sistema cartesiano. No caso, os retornos de correntes são feitos entre as linhas, causando uma relação intrínseca entre elas. Isso pode ser resolvido através da análise do circuito resultante. Assim todas as tensões e correntes estão inter-relacionadas, e o sistema de cálculo pode ser estabelecido.

O método é no domínio do tempo, o que implica na resolução do sistema a cada passo de tempo (iteração). Todas as células têm suas correntes incidentes e refletidas relacionadas através de uma matriz de espalhamento, e a passagem de um passo de tempo para o seguinte é feita através da conexão das diferentes células, onde o conjunto de correntes incidentes sobre determinada célula é definido pelas correntes refletidas pelas células adjacentes no momento anterior.

A matriz de espalhamento obtida é simétrica, com seis colunas e seis linhas. À primeira vista o desenho da célula define uma estrutura assimétrica. Na verdade essa sensação de assimetria deve-se apenas à esquematização do desenho, pois o que há é um núcleo onde a permissividade e a permeabilidade do meio estão concentradas num grupo de capacitâncias e indutâncias. O desenho existe apenas como forma de estabelecer um circuito, ou seja, uma figuração do processo real, figuração essa que pode-se operar dentro de moldes matemáticos utilizáveis.

Restam todavia diversos pontos dúbios no tratamento do modelo, além daqueles casos que devem ser estudados em trabalhos futuros. Um desses pontos é justamente a relação exata entre campos e correntes (em amplitude e localização), que define amplitudes de sinal de saída e forma de excitação. Neste trabalho foi proposta uma solução, que apresentou bons resultados em volumes fechados, tais como cavidades e guias, porém

novos estudos devem ser feitos neste sentido.

Outro ponto importante é o caso dos contornos. Basicamente foi utilizado o conceito de paredes elétricas e paredes magnéticas, já definido na literatura sobre TLM [6,7]. Mas esse problema precisa de análise específica. O problema dos contornos é especial porque, diferente da análise simples de reflexão e transmissão na teoria de linhas, neste caso há apenas um condutor de correntes entrando em cada face da célula, ao invés de dois. E a partir daí uma série de testes deve ser feita, como por exemplo: diferentes meios, a incidência inclinada de ondas sobre superfícies condutoras, etc.

É interessante ainda notar a semelhança com o nó Escalar [7], descrito no capítulo anterior, mas que pelo fato de não ter estabelecido referências cartesianas para as capacitâncias, pôde apenas analisar casos escalares. A célula TCC, caso tivesse condutâncias infinitas em paralelo com as capacitâncias, passaria a ter matriz de espalhamento igual à do nó Escalar. Talvez esteja aí o caminho para o tratamento de meios condutores.

No capítulo seguinte será feita breve discussão sobre os problemas relativos à dispersão e erros inerentes ao método TLM, bem como teste usando a célula TCC, onde se demonstra a influência da dimensão da célula no erro relativo do resultado. Através dessa análise será possível escolher como distribuir as células numa região de estudo qualquer.

CAPÍTULO 6

DISPERSÃO E ERROS EM TLM

6.1 - INTRODUÇÃO

Toda modelagem, devido à sua distância do real que pretende modelar, apresenta um erro intrínseco, que deriva dessa própria distância. Quando o modelo representa um processo dinâmico, esse erro tem ainda a capacidade de se propagar e acumular. Dependendo do número de iterações do processo de cálculo, pode haver uma acumulação quantitativa do erro, e dependendo da dimensão do objeto modelado, pode haver uma acumulação qualitativa.

Como é impossível afastar a incidência de erros de um modelo (pois a inexistência total de erros seria o mesmo que ter o processo real – o modelo se confundiria com o figurado), torna-se necessário conhecer sua origem, propriedades e dimensão. Com este conhecimento é possível criar ferramentas de controle sobre os resultados obtidos, diminuindo a importância do erro, ou simplesmente considerando-o como um dos dados do resultado.

A análise de erros e da dispersão em TLM tem sido um dos importantes campos de estudo nesta técnica numérica, onde continuamente são propostos novos enfoques e tratamentos do método. O fenômeno da **dispersão** ocorre em linhas de transmissão, pois a velocidade de fase pode variar com a frequência. Nesse caso, as frequências mais altas tendem a se deslocar mais rápido que as frequências mais baixas, e no ponto de saída do problema tais frequências podem somar-se compondo uma forma de onda diferente [23]. No caso do método TLM, baseado no modelo de linhas de transmissão, tal fenômeno vai ocorrer e está relacionado à dimensão da célula, devido à discretização feita.

As próximas seções irão apresentar esse fenômeno considerando o método TLM

bidimensional, descrito detalhadamente no livro [6] e em diversos outros artigos, e ao final serão apresentados alguns resultados com testes sobre a célula TCC.

6.2 - DISPERSÃO E ERROS EM TLM BIDIMENSIONAL

Para o estudo da dispersão, será analisado o caso dos nós bidimensionais. A teoria e conceituação dos nós bidimensionais (Paralelo e Série) estão descritos no capítulo 3 deste trabalho.

Na figura 6.1 pode-se ver uma malha de nós Paralelo, onde há a incidência de uma frente de onda com inclinação de 45° em relação à malha definida pelos nós. A frente de onda é caracterizada por um pulso de 1 V aplicado às portas 1 e 2 dos nós do canto inferior esquerdo, conforme indicado. Nestes nós tem-se então as tensões ${}_kV_1^i = {}_kV_2^i = 1$ e ${}_kV_3^i = {}_kV_4^i = 0$.

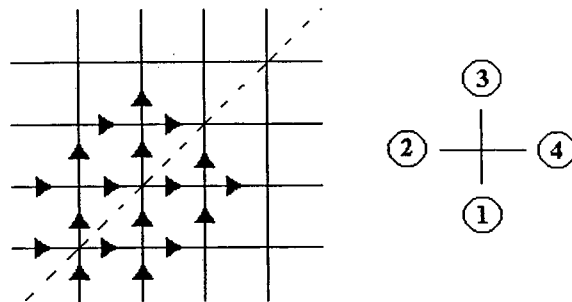


Figura 6.1 - Frente de onda incidente a 45° .

Considerando essa inclinação de 45° e as tensões da onda incidente, a relação entre tensões refletidas e incidentes será dada pela expressão:

$${}_k \begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Daí se obtém ${}_kV_1^r = {}_kV_2^r = 0$, e ${}_kV_3^r = {}_kV_4^r = 1$. Desta forma em $k+1$ o pulso continuará viajando sem variação do ângulo (não há reflexão para as portas 1 e 2), num trajeto a 45° dos eixos x e y .

No entanto a velocidade no modelo será menor do que ocorreria na realidade. Na malha a 45° a velocidade de propagação será dada pela relação entre o caminho total percorrido (a diagonal do quadrilátero formado pela malha), pelo tempo total (dado por duas vezes o passo de tempo Δt , pois cada lateral do quadrilátero corresponde a um ramo, ou linha). Assim:

$$v_{45^\circ} = \frac{\text{trajeto.percorrido}}{\text{tempo}} = \frac{\sqrt{2}.\Delta l}{2\Delta t} = \frac{\Delta l}{\sqrt{2}\Delta t} \quad (6.2)$$

A velocidade para a onda atravessar cada ramo do nó (a linha que está em cada direção) é dada por:

$$v_{\text{Linha}} = \frac{\Delta l}{\Delta t} \quad (6.3)$$

Daí se verifica que a velocidade de propagação a 45° na malha é menor que a velocidade na linha (pois esta está na mesma direção do eixo). A relação entre as velocidades é dada pela razão:

$$v_{45^\circ} = \frac{v_{\text{Linha}}}{\sqrt{2}} \quad (6.4)$$

Desta forma, por exemplo, em um meio qualquer com velocidade de propagação v_w , deve ser feita a correção para o modelo multiplicando esta velocidade pela raiz quadrada de dois ($v_{\text{Linha}} = \sqrt{2} v_w$) fazendo com que sua propagação bidimensional tenha a velocidade esperada no meio.

Se, por outro lado, a incidência da propagação da onda se der em apenas um eixo (x

por exemplo), como mostrado na figura 6.2, deve ser feita uma análise para verificar como a formação da malha pode afetar a velocidade de propagação.

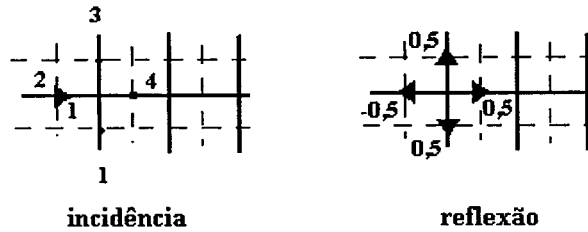


Figura 6.2 - Pulso unitário incidente na porta 2 e reflexões resultantes.

A reflexão, também mostrada na figura 6.2, pode ser deduzida a partir da matriz de espalhamento na seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6.5}$$

Daí são obtidas as tensões refletidas ${}_kV_1^r = {}_kV_3^r = {}_kV_4^r = 0,5$, e ${}_kV_2^r = -0,5$. Como não há propagação em outras direções a não ser a do eixo x, então as portas 1 e 3 do nó devem ser consideradas como linhas com circuito aberto. Sendo o nó do tipo paralelo, o circuito resultante é o da figura 6.3, com as portas 1 e 3 condensadas em uma linha de impedância equivalente.

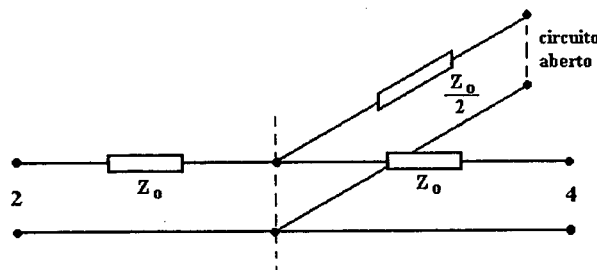


Figura 6.3 - Nó paralelo com portas 1 e 3 condensadas e em aberto.

Considerando a linha sem perdas, para cada trecho pode-se obter as tensões de saída na porta 4 (V_2 é a tensão de saída) em função das tensões de entrada na porta 2 (V_1 é a tensão de entrada), bem como as respectivas correntes, na seguinte forma:

$$\begin{aligned} V_2 &= V_1 e^{-j\beta\Delta l} \\ I_2 &= I_1 e^{-j\beta\Delta l} \end{aligned} \quad (6.6)$$

Ou, de outra forma, isolando as entradas:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_2 e^{j\beta\Delta l} \\ I_1 &= I_2 e^{j\beta\Delta l} \end{aligned} \quad (6.7)$$

As equações (6.7) podem ser escritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\beta\Delta l} & 0 \\ 0 & e^{j\beta\Delta l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

O símbolo β define a constante de fase da linha, dada por:

$$\beta = \frac{\omega}{v_{\text{Linha}}} \quad (6.9)$$

A expressão (6.8), de modo geral, pode ser escrita na forma:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Subtraindo (6.8) da expressão (6.10) obtém-se:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - e^{j\beta\Delta l} & B \\ C & D - e^{j\beta\Delta l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Igualando o determinante da matriz a zero

$$(A - e^{j\beta\Delta l})(D - e^{j\beta\Delta l}) - BC = 0 \quad (6.12)$$

$$AD - (A + D)e^{j\beta\Delta l} + e^{j2\beta\Delta l} - BC = 0 \quad (6.13)$$

Na figura 6.4 observa-se um circuito de quatro terminais linear e passivo. O circuito pode ter qualquer grau de complexidade, pois interessam aqui apenas as tensões e correntes em seus terminais.

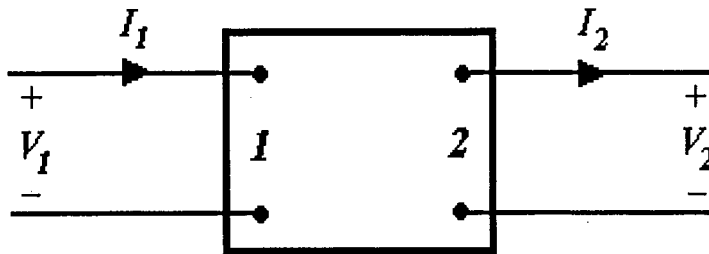


Figura 6.4 - Circuito de 4 terminais, passivo e linear.

Para este circuito pode-se deduzir [22] que:

$$AD - BC = 1 \quad (6.14)$$

assim como, sendo um circuito simétrico:

$$A = D \quad (6.15)$$

Substituindo (6.14) e (6.15) na equação (6.13) obtém-se:

$$1 - 2Ae^{j\beta\Delta l} + e^{j2\beta\Delta l} = 0 \quad (6.16)$$

$$A = \frac{1}{2}(e^{-j\beta\Delta l} + e^{j\beta\Delta l}) \quad (6.17)$$

Aplicando em (6.17) a seguinte identidade:

$$\cos\theta = \frac{1}{2}(e^{-j\theta} + e^{j\theta}) \quad (6.18)$$

chega-se a

$$A = \cos(\beta\Delta l) \quad (6.19)$$

Considerando a linha da Figura 6.3, percebe-se uma cascata de três estágios [6], sendo o primeiro estágio definido no início pela porta 2 do nó paralelo, o segundo estágio no centro pelas portas 1 e 3 condensadas, e o terceiro estágio na saída pela porta 4.

Para cada estágio há uma função de transferência no domínio da frequência, respectivamente as funções $[T_1]$, $[T_2]$ e $[T_3]$.

A função de transferência total da linha pode ser escrita como:

$$[T] = [T_1][T_2][T_3] \quad (6.20)$$

No domínio da frequência as funções de transferência dos estágio 1 e 3, que relacionam a tensão e corrente de saída à tensão e corrente de entrada da linha, na forma matricial, podem ser escritas na forma [1,6]:

$$[T_1] = [T_3] = \begin{bmatrix} \cos \beta x & jZ_0 \sin \beta x \\ j \frac{\sin \beta x}{Z_0} & \cos \beta x \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Para o estágio 2 a função de transferência é:

$$[T_2] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j \frac{\tan \beta x}{Z_0/2} & 1 \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

onde

$$\beta x = \frac{\omega}{v} \frac{\Delta l}{2} = \frac{\omega \Delta t}{2} \quad (6.23)$$

Substituindo as equações (6.21), (6.22) e (6.23) na expressão (6.20), pode-se desenvolver a função de transferência total do nó Paralelo da figura 6.3 como:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 - 4 \operatorname{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} & jZ_0 \left(\cos \frac{\omega \Delta t}{2} \operatorname{sen} \frac{\omega \Delta t}{2} - \frac{\operatorname{sen}^3 \frac{\omega \Delta t}{2}}{\cos \frac{\omega \Delta t}{2}} \right) \\ j \frac{4 \operatorname{sen} \frac{\omega \Delta t}{2} \cos \frac{\omega \Delta t}{2}}{Z_0} & \cos^3 \frac{\omega \Delta t}{2} + j3 \operatorname{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

Mas como A já havia sido definido em (6.19), pode aqui ser comparado para obter:

$$A = \cos(\beta \Delta l) = 1 - 4 \operatorname{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} \quad (6.25)$$

Considere-se então a identidade:

$$\cos x = 1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} \quad (6.26)$$

Com isso pode-se deduzir:

$$1 - 2 \operatorname{sen}^2 \frac{\beta \Delta l}{2} = 1 - 4 \operatorname{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} \quad (6.27)$$

e então:

$$\operatorname{sen} \frac{\beta \Delta l}{2} = \sqrt{2} \operatorname{sen} \frac{\omega \Delta t}{2} \quad (6.28)$$

O comprimento de onda num meio qualquer pode ser dado por:

$$\lambda = \frac{v_{\text{Linha}}}{f} \quad (6.29)$$

onde v_{Linha} é a velocidade de propagação da onda em cada trecho Δl da linha unidimensional. A velocidade de propagação no modelo TLM bidimensional será dada por:

$$v_{\text{Modelo}} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi}{\beta} \frac{v_{\text{Linha}}}{\lambda} \quad (6.30)$$

Desenvolvendo (6.30), a constante de fase será:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{v_{\text{Linha}}}{v_{\text{Modelo}}} \quad (6.31)$$

Pode-se também encontrar:

$$\frac{\omega\Delta t}{2} = \frac{2\pi f}{2} \frac{\Delta l}{v_{Linha}} = \frac{\pi\Delta l}{\lambda} \quad (6.32)$$

Substituindo (6.31) e (6.32) na equação (6.28), obtém-se:

$$\text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{v_{Linha}}{v_{Modelo}} \frac{\Delta l}{2}\right) = \sqrt{2} \text{sen}\left(\frac{\pi\Delta l}{\lambda}\right) \quad (6.33)$$

Pode-se finalmente encontrar a velocidade de propagação no modelo bidimensional com relação à velocidade em uma linha:

$$\frac{v_{Modelo}}{v_{Linha}} = \frac{\frac{\pi\Delta l}{\lambda}}{\arcsen\left[\sqrt{2} \text{sen}\left(\frac{\pi\Delta l}{\lambda}\right)\right]} \quad (6.34)$$

Essa relação entre velocidades define a dispersão ocasionada pela malha, que será tanto menor quanto menor a relação entre a dimensão do nó (Δl) e o comprimento da onda (λ).

Para um meio qualquer com velocidade de propagação v_w , fazendo-se a correção adequada como visto no início deste capítulo ($v_{Linha} = \sqrt{2} v_w$), pode-se determinar o erro no resultado do modelo a partir da relação $\Delta l/\lambda$.

A figura 6.5 mostra gráfico onde se pode ver uma área entre as curvas da propagação a 45° e a 0° , que determina a dispersão provocada pela malha.

No valor limite de 0,25 para a relação $\Delta l/\lambda$ chega-se a uma dispersão de $0,707v_w$ para o valor da velocidade do modelo a 0° .

Por outro lado não é possível diminuir a relação $\Delta l/\lambda$ a valores baixos demais, pois assim viria a inviabilizar o cálculo computacional devido ao aumento considerável de células na malha.

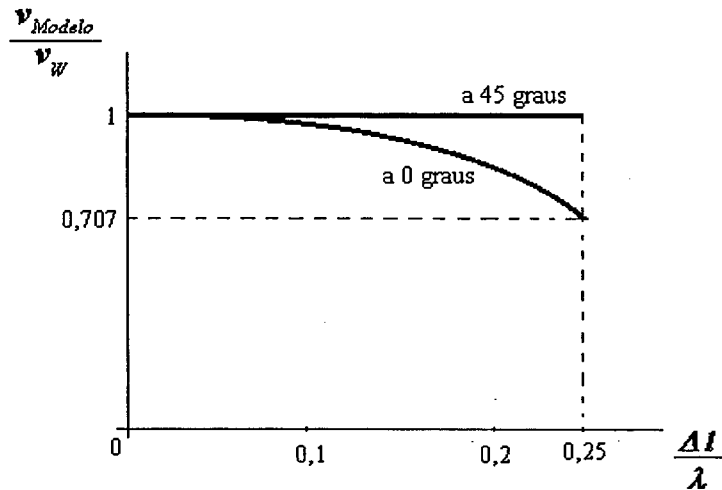


Figura 6.5 – Gráfico da dispersão em malha 2D.

Um valor aceitável e comumente recomendado é:

$$\frac{\Delta l}{\lambda} = \frac{1}{10} \quad (6.35)$$

Aplicando esse valor na equação (6.34) se obterá, na propagação a 0° , o valor:

$$\frac{v_{Modelo}}{v_W} = 0,982 \quad (6.36)$$

Com esta análise verifica-se a necessidade do conhecimento da frequência em que se pretende trabalhar com o método TLM em cada problema. A partir da frequência pode-se determinar o comprimento de onda e finalmente uma dimensão apropriada para o nó bidimensional.

Como a dimensão do nó define a malha, busca-se a maior frequência de interesse no estudo, e a partir dela, utilizando-se a relação $\Delta l/\lambda=1/10$, chega-se ao valor de Δl .

No entanto é sempre evidente a impossibilidade de se evitar o erro, que está agregado à distância do modelo em relação ao fenômeno real devido à necessidade da discretização. Erros maiores ou menores serão dependentes da capacidade de cálculo das

ferramentas disponíveis e da melhor e mais adequada modelagem do fenômeno.

6.3 – CÉLULA TRIDIMENSIONAL TCC

A formulação matemática para definição da dispersão e erros da célula TCC não foi desenvolvida, o que deve ser objeto de trabalhos futuros. Porém uma experiência computacional foi desenvolvida para verificar a influência da dimensão da célula no resultado esperado em frequência. O efeito da dispersão poderá ser percebido através da variação do resultado em frequência, com relação ao comprimento da onda e a dimensão da célula adotada.

Para o teste utilizou-se cavidade ressonante com as mesmas dimensões daquelas apresentadas na experiência do capítulo 5 ($1 \times 1 \times 1$ metro). A tabela 6.1 apresenta os principais dados do problema, e dimensiona as características computacionais do sistema utilizado. Foram realizados testes com células de 3 diferentes dimensões ($\Delta l=2$ cm, $\Delta l=5$ cm, $\Delta l=10$ cm), com excitação em um plano no interior da cavidade (definido pelas células $x1:x2; y1:y2; z$), e a saída em um ponto (definido pela célula de localização x,y,z).

Tabela 6.1 – Experiência com cavidade ressonante e diferentes células.

Cavidade $1 \times 1 \times 1$ metro				
Computador utilizado: Pentium 100 MHz, 32 MRAM				
Dimensão da célula	Número de células	Tempo de processamento	Excitação ($x1:x2;y1:y2;z$)	Saída (x,y,z)
2 cm	125.000	2.790 seg.	1:50;1:50;40	10,10,10
5 cm	8.000	166,1 seg.	1:20;1:20;16	4,4,4
10 cm	1.000	20,7 seg.	1:10;1:10;8	2,2,2

Tanto a excitação quanto a saída consideraram o valor de campo elétrico na direção x , sendo a excitação realizada com pulso unitário (1 V/m) em cada célula do plano de excitação. Na figura 6.6 estão apresentadas as curvas de resposta em frequência para as três diferentes células, onde aparecem os modos 110 , 210 e 310 . As amplitudes tiveram as escalas corrigidas para possibilitar a melhor visualização (escala 2:1 para a célula de 5 cm, e escala 5:1 para a célula de 2 cm).

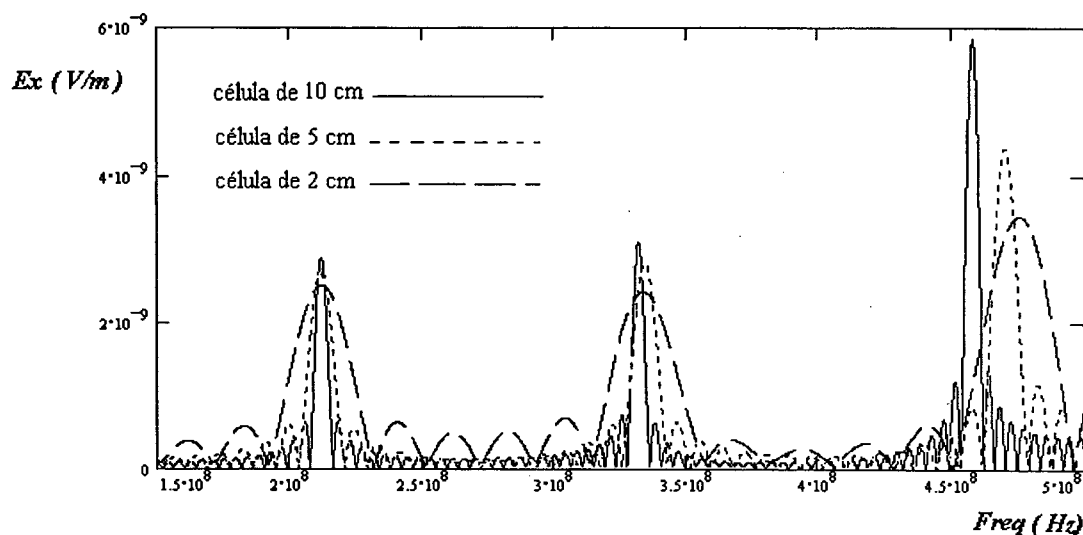


Figura 6.6 – Resposta em frequência para células TCC de diferentes dimensões.

A figura 6.7 apresenta a mesma curva, porém para a região de frequências onde aparece apenas o modo 310. Nesta região de frequências a variação dos resultados pode ser destacada, demonstrando o quanto a dimensão da célula influencia no erro. Quanto menor a dimensão Δl , menor o erro e mais próximo do resultado analítico.

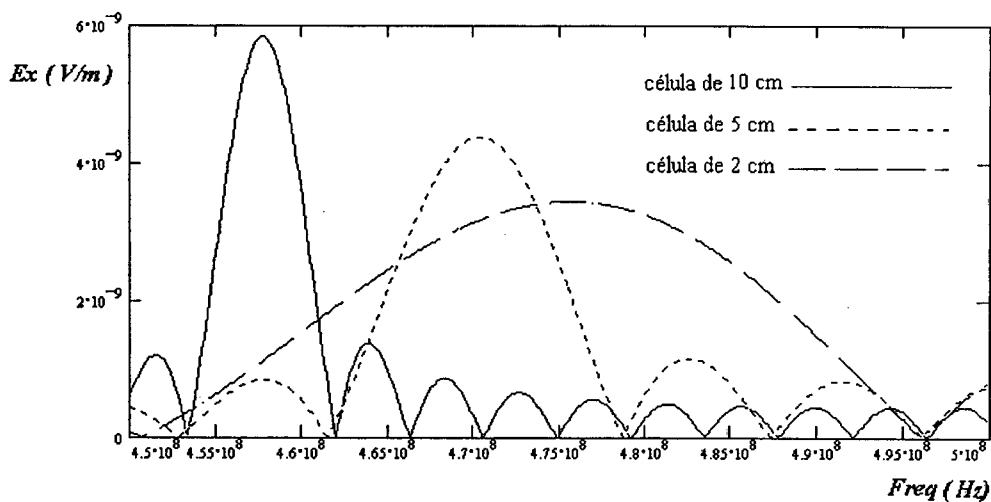


Figura 6.7 – Resposta em frequência – modo 310.

A tabela 6.2 apresenta os resultados numéricos da experiência, bem como o resultado analítico para os três modos. O erro relativo percentual de cada célula é

apresentado, ao lado do comprimento de onda (λ) da frequência de cada modo. Percebe-se claramente, para o caso onde a dimensão da célula é de 10 cm, que o erro aumenta na medida em que se afasta da relação $\Delta l/\lambda=1/10$, demonstrando aí o efeito da dispersão no erro. Se a intenção do estudo fosse resolver problemas que envolvessem frequências até 500 MHz, tais resultados demonstram que a melhor célula seria a de dimensão $\Delta l=5$ cm (aí considerando também os custos computacionais – ver tabela 6.1 acima).

Tabela 6.2 – Resultados numéricos do teste de dispersão.

descrição	Frequência Modo 110 (MHz)	Erro relativo (%)	Frequência Modo 210 (MHz)	Erro relativo (%)	Frequência Modo 310 (MHz)	Erro relativo (%)
célula de 2 cm	212,1	0,014	334,0	0,42	475,5	0,24
célula de 5 cm	211,9	0,108	334,5	0,27	470,5	0,81
célula de 10 cm	212,0	0,061	331,9	1,05	457,7	3,51
resultado analítico	212,13	-	335,41	-	474,34	-
comprimento de onda (cm)	141		89		63	

6.4 - CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentado o efeito da dispersão de ondas em linhas de transmissão, e como tal efeito é fundamental no método TLM, devido à modelagem de propagação com células usando topologias definidas por linhas.

O efeito tem ainda o custo da própria geometria das células, que compõem malhas quadradas ou retangulares. Nesse caso a propagação em ângulos diferentes de 0° exigem uma correção, que aplicada ao método conduz a erros, conforme o ângulo de incidência e propagação da onda.

Como regra geral, em modelagem numérica se utiliza a relação $\Delta l/\lambda=1/10$ para definir a dimensão de células durante uma discretização, ou menor, caso se queira resultado com menor margem de erro. Essa regra se confirma com a utilização da célula TCC, conforme demonstrado nos testes apresentados.

A relação $1/10$ parece, de qualquer forma, natural para a discretização da onda senoidal, pois a onda ficaria dividida em dez partes, e meia-onda em cinco partes. Com

cinco valores em meia-onda é possível definir razoavelmente a forma da parábola, o que não acontece se houver quatro ou três valores. Sem dúvida a acuricidade da discretização é melhor quanto maior o número de valores para definir a curva.

Este capítulo apresentou as últimas equações matemáticas e resultados numéricos deste trabalho. O próximo apresentará as conclusões gerais, bem como questões em aberto quanto ao modelo proposto e as perspectivas de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

7.1 – INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta as conclusões gerais do trabalho, partindo de um ponto de vista genérico, sendo que os capítulos precedentes apresentaram suas próprias conclusões específicas, tratando dos temas a que se dedicaram.

Aqui será feita uma revisão do conjunto do texto, delineando seu progresso e as aplicações técnicas e teóricas empregadas para analisar o modelo proposto. Ao lado dessa revisão serão analisados os resultados obtidos, comparando-os àqueles pretendidos no início do empreendimento e avaliando o grau de conquista obtido.

Estão expressas as dificuldades do estudo, especialmente considerando que a tese é fundamentalmente de pesquisa básica, e não de aplicação técnica (apesar das aplicações feitas).

E assim, por estar investigando novos paradigmas teóricos na arte da modelagem, mais se abrem os campos de pesquisa após cada resultado positivo alcançado – gerando daí necessariamente as perspectivas de trabalhos futuros e de novas proposições.

7.2 – REVISÃO E CONTRIBUIÇÕES

No decorrer do texto foram apresentados em detalhes os aspectos teóricos do método TLM em uma, duas e três dimensões, e como ele pode ser aplicado na modelagem de fenômenos eletromagnéticos. Tal apresentação sistemática e compreendendo os aspectos gerais do desenvolvimento do método TLM (1D, 2D e 3D), vem colaborar no

preenchimento de lacuna bibliográfica junto aos estudiosos de métodos numéricos em língua portuguesa.

Para introduzir a apresentação do método, o capítulo inicial tratou de dar alguns conceitos sobre modelagem numérica como forma preparatória e de discussão sobre a “arte da modelagem” [49]. Apesar de não ser esse um aspecto inerente ao desenvolvimento matemático, é, no entanto, a base de pensamento onde a intenção de se criar modelos para representar a realidade está situada. E apesar de alguns conceitos parecerem óbvios à primeira vista, ainda estão presentes em polêmicas sobre a correta relação entre o uso dos computadores como ferramentas de trabalho, e o aproveitamento dos antigos modelos matemáticos. Muitos estão presos a esses antigos modelos, e querem aproveitá-los diretamente criando “modelos sobre modelos”, enquanto outros pretendem partir diretamente do fenômeno físico criando novos modelos discretos para permitir melhor aproveitamento dos recursos computacionais [49]. Esta tese aderiu a essa segunda idéia, porém admitindo que tal modelo é sempre provisório e uma teoria final é uma intenção – não um caso encerrado [52].

Também os conceitos básicos de compatibilidade eletromagnética estão expressos naquela apresentação, colocando não as linhas de pesquisa hoje em desenvolvimento, sequer as bases matemáticas ou normas pertinentes, mas justamente as idéias que deram origem ao desenvolvimento deste ramo da engenharia, e como este é um problema que ganha em complexidade conforme ganha em complexidade o desenvolvimento tecnológico que o demandou.

A seguir um conjunto de capítulos descreve o método TLM em detalhes. O Capítulo 2 apresenta a versão unidimensional do método, o 3 a versão bidimensional e o 4 a tridimensional. No Capítulo 2 uma aplicação unidimensional especial em compatibilidade é desenvolvida originalmente, através da simulação computacional de um componente de comportamento não linear, utilizado na construção de supressores de transientes para linhas de baixa tensão e de telecomunicações. Trata-se do varistor, elemento com as características de semicondutor, e que tem resposta não linear a impulsos de tensão. Utilizado pela indústria, basicamente seu projeto para a confecção de circuitos se baseia em gráficos e tabelas estatísticas de fabricantes. O modelo proposto com TLM 1D intenciona permitir a realização de tal projeto através das ferramentas computacionais.

Após os capítulos onde os conceitos teóricos e o equacionamento matemático do método TLM são descritos, um capítulo especial é aberto para descrever a **proposta de uma nova célula tridimensional** para o método. A idéia de tal célula teve origens numa topologia tridimensional denominada Nó Escalar, proposta em 1984 [7,26] e posteriormente abandonada por não permitir a análise vetorial dos campos, bem como na possibilidade de reduzir o número de portas dos nós tridimensionais, e conseqüentemente simplificar sua matriz de espalhamento e as análises mais complexas (anisotropia, não linearidade, etc). Diretamente associada ao modelo das linhas de transmissão, a célula é composta de três linhas dispostas segundo os eixos do sistema cartesiano. A matriz de espalhamento tem formato simétrico 6×6 para o caso sem perdas. Análises com cavidades ressonantes e guias de onda demonstraram seu ótimo comportamento para a prospecção de frequências de corte e modos ressonantes de tais sistemas.

A seguir foi proposto um mapeamento dos campos no interior da célula, que é baseada em correntes incidentes e refletidas, segundo o modelo discreto do método TLM. Tal mapeamento permite obter os resultados de campos elétricos e magnéticos nas três dimensões do sistema cartesiano, assim como realizar a excitação da célula também através das componentes de campo. O mapeamento proposto teve resultados corretos quando em análise de sistemas fechados como cavidades, ou mesmo guias longos, porém seu comportamento em sistemas mais complexos é um campo de estudo em aberto. Isto será tema da próxima seção.

Após a apresentação do método TLM e da proposta original da nova célula, o estudo sobre erros e dispersão foi assunto do Capítulo 6. A dispersão, um problema inerente às linhas de transmissão conforme a largura do espectro de frequências transmitidas, afeta consideravelmente o erro em TLM, especialmente devido à composição discreta do modelo que induz a diferentes velocidades para diferentes ângulos. Um teste com a célula tridimensional proposta foi realizado, demonstrando a incidência da dispersão e a influência da dimensão da célula no resultado em frequência.

Muitas das teorias propostas, bem como os resultados obtidos em testes de validação e de análise de performance, conduziram à escritura de diversos artigos, os quais foram apresentados em congressos e publicados [1,2,3,4,32,46,47,48]. As discussões geradas aí foram importantes para estimular e corrigir quando necessário, e mais do que

qualquer coisa para mostrar as muitas frestas e horizontes de pesquisa inexplorados. Disso trata a próxima seção, que conclui o corpo desta tese.

7.3 – DIFICULDADES, NOVAS PROPOSIÇÕES, CONCLUSÃO

Salvo algumas exceções em indivíduos isolados e praticamente inexplorado dentro do meio de pesquisas em eletromagnetismo no Brasil, onde ainda há um predomínio de pesquisas com métodos integrais voltados aos problemas de baixa frequência, o método TLM apresentou-se (através de artigos e notas bibliográficas – depois um livro [6]) como uma excelente oportunidade de estudo e aplicações para modelagem em eletromagnetismo no domínio do tempo, especialmente aquelas voltados à compatibilidade eletromagnética. O ponto especial de atração e interesse do método é justamente a modelagem de propagação de ondas por uma analogia direta com a propagação em linhas de transmissão, cuja teoria é bem desenvolvida e bem conhecida em engenharia. Partindo do estudo dos modelos em uma, duas e três dimensões, criando inclusive aplicações com o modelo tradicional, a hipótese do risco foi levantada com a idéia de proposição de uma topologia tridimensional diferente da convencional. Sim, uma hipótese de risco, pois num campo pouco ou não explorado, a dúvida é a companheira de cada esforço. Mas o que são os modelos senão suposições de analogia? A aceitação da suposição, com base em comparações com respostas previamente aceitas, faz do modelo um fato consumado, e dependendo de circunstâncias, um cânone.

As dificuldades se encadearam nesta ordem: estudo de um método exclusivamente por bibliografia; proposição de aplicações técnicas com base no método; proposição de novos conceitos de topologia como alternativas complementares no interior do próprio método; testar e validar a topologia proposta, a partir de resultados básicos; prever os caminhos de pesquisa necessários à continuidade do desenvolvimento.

Muitos são os campos de pesquisa necessários por explorar com base na célula proposta. Esses campos formam a expectativa de trabalhos futuros, dando continuidade ao trabalho iniciado nesta tese. Entre esses trabalhos cabe destacar:

- o mapeamento de campos apresenta boa perspectiva quando em malhas de volumes

fechados como cavidades ressonantes, ou mesmo guias de onda, mas necessita ser aprimorado em casos onde o espaço é aberto ou os contornos não são bem definidos; uma possível solução seria utilizar, no circuito que forma o núcleo da célula, contribuições múltiplas dos elementos (indutores e capacitores) para compor cada campo, elétrico ou magnético; nesse caso se sofisticariam as expressões matemáticas para determinar os termos, mas de maneira alguma a simplicidade e clareza do processo de discretização e de espalhamento que definem o modelo;

- nas aplicações realizadas, o problema dos contornos foi resolvido utilizando conceitos previamente definidos no método TLM, tais como “paredes elétricas e paredes magnéticas” [7], mas parece que tais hipóteses não representam um caso geral; basta perceber que as linhas que compõem o modelo não são a dois condutores, mas apenas uma em cada direção, dificultando a visualização da corrente de retorno, que viabilizaria a noção de coeficientes de reflexão e transmissão;
- da mesma forma caberá o estudo sobre a interface entre diferentes meios, considerando um problema não homogêneo, pois como a corrente, durante a conexão, “passa” diretamente de uma célula para outra, o efeito de reação parece ocorrer apenas no núcleo da célula seguinte; talvez a alternativa fosse posicionar o núcleo da célula justamente na interface, mas é algo que merece um estudo particular, viabilizando mesmo uma alternativa ao problema dos contornos;
- a inclusão de perdas, estudos de casos não lineares e de casos de anisotropia, por si sós, justificam trabalhos inteiros de dedicação e enriquecimento do método; a matriz de espalhamento é o local onde tais avanços podem ser colocados;
- assim como nas células convencionais do método TLM, caberá a dedução da formulação matemática para definir os efeitos da dispersão e dos erros do modelo da célula proposta;
- trabalho com condutores, aproveitando a característica própria do modelo quanto ao trânsito de correntes, pode ser uma perspectiva de aplicação, pensando por exemplo em sistemas de hastes e condutores de aterramento, ou dispositivos de captação de descargas atmosféricas e sua interação com o meio;
- ao lado de todas as necessidades de clareamento e alargamento das próprias bases teóricas, assim como das possibilidades de aplicação do modelo, estão as oportunidades

de composições híbridas ou de complemento com outros modelos e outros métodos numéricos, num momento em que a hibridização (ou coexistência) pode ser um caminho importante de aproveitamento das melhores características que cada método ou modelo dispõe.

Finalmente, depois de um considerável volume de textos, figuras, equações, testes, o encerramento deste trabalho se dá não apenas com vários pontos conclusivos, mas também com um conjunto de novas possibilidades de estudo e desenvolvimento, que podem aprimorar o existente, ou ainda redefini-lo.

Uma conclusão ao avesso, cabendo ao pesquisador manter pronta a procura pelo desvelar da realidade e de suas leis, mesmo suspeitando quanto há de provisório nisto.

ANEXO 1

CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA O VARISTOR

Neste Anexo está apresentado o código computacional para o Varistor, com o uso de Fortran 90, conforme foi definido no Capítulo 2 – Método TLM Unidimensional. Com ele foi obtido Programa Computacional com o qual se chegaram aos resultados apresentados naquele capítulo. Este código, no entanto, é apenas ilustrativo, não havendo responsabilidade do autor sobre os eventuais resultados obtidos em testes e exercícios que venham a ser feitos. Também não deve ser utilizado em aplicações industriais ou comerciais.

O diagrama esquemático do programa está apresentado na Figura A1.1 abaixo, onde o quadro “Cálculo do Espalhamento” significa o cálculo das incidências e reflexões em cada nó. A cada iteração deve haver uma interrupção, durante o processo de conexão, no último nó onde está o Varistor, para que se faça o cálculo da nova impedância, a qual tem comportamento não-linear.

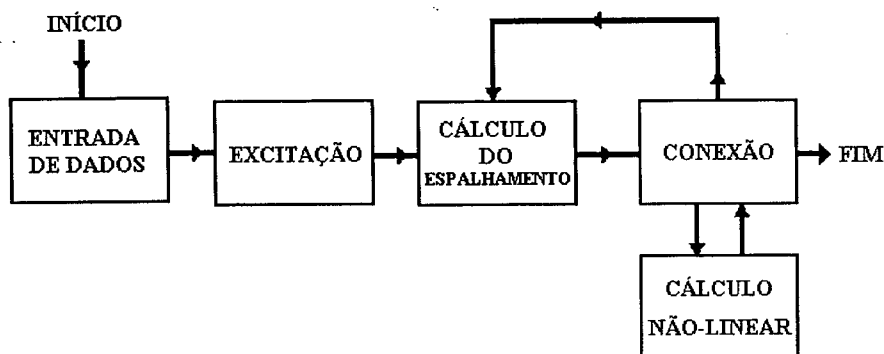


Figura A1.1 – Diagrama esquemático do programa 1D

Abaixo é reproduzido o código, com interrupções explanatórias para a identificação das equações utilizadas e outros comentários. Intencionalmente tais interrupções são feitas com letras de formato diferente, em itálico, para chamar atenção ao fato de não pertencerem ao código.

O código inicia com um conjunto de declarações de variáveis, assim como várias solicitações de entrada de dados. São dados necessários a priori, e devem ser conhecidos para que se possa resolver o problema determinado.

```

Program LTDT_var

```

```

!      Declaração das variáveis

```

```

INTEGER K,J,N, KT,OP,NO, OPCA0
REAL G,R,L,C,RL,RS,Z0,IL(1500),I(1500,1500),VE(1500,1500)
REAL VID(1500,1500),VIE(1500,1500),VRD(1500,1500),VRE(1500,1500)
REAL VD(1500,1500),V(1500,1500),VS(1500),TAUX
REAL VSO,W,FREQ,RD,CD,LD,GD,Deltax,Deltat,COMP,Tempo,ONDA
REAL ZCVAR,ROFF,RON
REAL VLIM,ILIM,LARG,IVAR(1500),VRES

```

```
REAL VIC(1500),VRC(1500), VCVAR(1500)
REAL CONST, ALFA, TI, TF, TT, VI
CHARACTER*12 Tensao, Corre
```

```
!      Apresentacao e Entrada de Dados
```

```
WRITE(*,*) 'Este é um programa para análise de Linhas de Transmissão a
dois condutores no Domínio do Tempo, com o uso de varistor de proteção junto a
carga (LTDT_var). É apropriado para a visualização de transitórios e pode ser
utilizado para a especificação de supressores de transientes, para proteção de
cargas eletrônicas sensíveis. Para isto deve-se conhecer os parâmetros
distribuídos da linha, bem como as características da fonte, da carga, do
varistor aplicado e nível máximo de tensão suportável pela carga.'
```

```
WRITE(*,*) 'Comprimento da linha (metro)?'
READ(5,*) COMP
```

```
WRITE(*,*) 'Número de nós ?'
READ(5,*) N
```

```
WRITE(*,*) 'Número de iterações ?'
READ(5,*) KT
```

```
WRITE(*,*) 'Resistência da linha por unidade de comprimento (ohm/m)?'
READ(5,*) RD
```

```
WRITE(*,*) 'Condutância da linha por unidade de comprimento (siemen/m)?'
READ(5,*) GD
```

```
WRITE(*,*) 'Capacitância da linha por unidade de comprimento (farad/m)?'
READ(5,*) CD
```

```
WRITE(*,*) 'Indutância da linha por unidade de comprimento (henry/m)?'
READ(5,*) LD
```

```
WRITE(*,*) 'Resistência da carga (ohm)?'
READ(5,*) RL
```

```
WRITE(*,*) 'Resistência da fonte (ohm)?'
READ(5,*) RS
```

```
!      Parâmetros do Varistor de proteção a ser analisado
```

```
WRITE(*,*) 'Valor da capacitância própria do Varistor(F)?'
READ(5,*) CVAR
```

```
WRITE(*,*) 'Valor da resistência fora de operação - ROFF (ohm)?'
READ(5,*) ROFF
```

```
WRITE(*,*) 'Valor do ALFA que relaciona tensão e corrente?'
READ(5,*) ALFA
```

```
WRITE(*,*) 'Valor da constante K do varistor ?'
READ(5,*) CONST
```

```
WRITE(*,*) 'Valor da resistência de condução RON (ohm)?'
READ(5,*) RON
```

```
WRITE(*,*) 'Valor da tensão de início de operação normal (V)?'
READ(5,*) VLIM
```

```
WRITE(*,*) 'Valor da corrente de fim de operação normal (A)?'
READ(5,*) ILIM
```

```
!      No instante K=1, todas as tensões incidentes são nulas
```

```

DO 44 J=1,N
  VID(J,1) = 0.0
  VIE(J,1) = 0.0
  VIC(1) = 0.0
44 CONTINUE

VRES=0.0

! Zera vetor excitacao

DO 46 K=1,KT
  VS(K) = 0.0
46 CONTINUE

```

A partir dos dados entregues ao programa, iniciam-se os cálculos a partir das equações do TLM ID. Com os parâmetros da linha dados por unidade de comprimento, são calculados os parâmetros para cada nó. Então, com a equação (2.5) é calculada a impedância da linha e então o tempo de propagação em cada trecho com a equação (2.8). A impedância do stub formado pelo varistor é calculada com a equação (2.31). A seguir é aplicada uma opção de excitação, considerando sua forma de onda.

```

! Calculo de parametros da linha e do varistor

Deltax=COMP/(N-1)
L=LD*Deltax
C=CD*Deltax
R=RD*Deltax
G=GD*Deltax
Z0=sqrt(L/C)
Deltat=sqrt(L*C)
ZCVAR=Deltat/(2*CVAR)

! Opcao da forma de excitacao

WRITE(*,*) ' Tipo de Excitação : 1. Impulso '
WRITE(*,*) ' 2. Pulso Quadrado '
WRITE(*,*) ' 3. Surto atmosférico (1,2 X 50 microsegundos) '
WRITE(*,*) ' 4. Surto de manobra (250 X 2500 microsegundos) '
WRITE(*,*) ' 5. Senóide '
Write(*,*) 'Qual a Opcao ? '
READ(5,*) OP

IF (OP.EQ.1) THEN
  WRITE(*,*) 'Tensão do impulso ? '
  READ(5,*) VSO
  VS(1) = VSO
END IF

IF (OP.EQ.2) THEN
  WRITE(*,*) 'Tensão máxima do pulso (V) ? '
  READ(5,*) VSO
  WRITE(*,*) 'Largura do pulso (seg) ? '
  READ(5,*) LARG
  DO 99 K=1,KT
    ONDA=K*Deltat
    IF (ONDA.LE.LARG) THEN
      VS(K)=VSO
    ELSE

```

```

          VS(K)=0
          END IF
99      CONTINUE
      END IF

      IF (OP.EQ.3) THEN
          WRITE(*,*) 'Tensão no ponto máximo do surto ?'
          READ(5,*) VSO
          DO 98 K=1,KT
              TAUX=K*Deltat
              IF(TAUX.LE.1.2E-6) THEN
                  VS(K)=(VSO/1.2E-6)*TAUX
              ELSE IF (TAUX.LE.100E-6) THEN
                  VS(K)=(VSO*((100E-6)-TAUX))/98.8E-6
              ELSE
                  VS(K)=0.0
              END IF
          END IF
98      CONTINUE
      END IF

      IF (OP.EQ.4) THEN
          WRITE(*,*) 'Tensão no ponto máximo do surto ?'
          READ(5,*) VSO
          DO 96 K=1,KT
              TAUX=K*Deltat
              IF(TAUX.LE.250E-6) THEN
                  VS(K)=(VSO/250E-6)*TAUX
              ELSE
                  IF (TAUX.LE.2500E-6) THEN
                      VS(K)=(VSO*((2500E-6)-TAUX))/2250E-6
                  ELSE
                      VS(K)=0.0
                  END IF
              END IF
96      CONTINUE
      END IF

      IF (OP.EQ.5) THEN
          WRITE(*,*) 'Tensão de pico da senóide ?'
          READ(5,*) VSO
          WRITE(*,*) 'Frequência da senoide ?'
          READ(5,*) FREQ
          W=2*3.141592*FREQ
          DO 97 K=1,KT
              VS(K)=VSO*SIN(W*K)
97      CONTINUE
      END IF

```

Neste momento um nó de análise deverá ser escolhido, podendo ser o nó onde está colocada a carga, ou outro nó qualquer da linha condutora, verificando aí a ação do varistor sobre a onda do surto. Deve ser definido os arquivos onde serão armazenados o dados obtidos para tensão e corrente.

Além disso, vários resultados já calculados pelo programa são mostrados ao usuário.

! Escolha do no para analise

WRITE(*,*) 'Número de segmentos =',N-1

```

WRITE(*,*)'Comprimento de cada segmento =',Deltax,' metro'
WRITE(*,*)'Impedância Característica =',Z0,' ohm'
WRITE(*,*)'Tempo de propagação em cada segto =',Deltat,' segundo'
WRITE(*,*)'Tempo de propagação total =',Deltat*(N-1),' segundo'
WRITE(*,*)'ZCVAR =', ZCVAR

WRITE(*,*)' '

WRITE(*,*)'Digite o número do nó para análise :'
READ(5,*) NO
WRITE(*,*)' '

WRITE(*,*)'Nome do Arquivo para armazenamento das tensões (*.GRF)='
READ(5,*) Tensao
WRITE(*,*)' '

WRITE(*,*)'Nome do Arquivo para armazenamento das correntes (*.GRF)='
READ(5,*) Corre

```

```
!           Abertura dos arquivos de resultados
```

```

OPEN (10,file=Tensao)
OPEN (20,file=Corre)
WRITE(10,*) 1,1500
WRITE(10,*) '"|x|y|"'
WRITE(20,*) 1,1500
WRITE(20,*) '"|x|y|"'

```

Após a abertura dos arquivos onde serão armazenados os dados do programa, inicia-se o processo iterativo, representado pelo cálculo das incidências e reflexões (espalhamento) e posterior conexão com o momento seguinte.

Para o cálculo das tensões e correntes do nó, e depois as tensões incidentes à sua esquerda e à sua direita, são utilizadas respectivamente as equações (2.12), (2.11), (2.9) e (2.10). Deve-se observar, no entanto, os contornos do problema, representados neste caso pelos nós das extremidades (primeiro e último nós).

Para o primeiro nó, por exemplo, a equação para a tensão será a (2.19), e para o último nó será a (2.32).

```
!           Início da iteracao no tempo
```

```
DO 10 K=1,KT
```

```
! *****
```

```
!           Cálculo das incidências
```

```
!           Primeiro nó junto à fonte [V(1,K),I(1,K),VD(1,K)]
```

```

J=1
IF (RS.EQ.0) then
  V(J,K)=VS(K)
ELSE
  V(J,K) = ((VS(K)/RS) + (2*VID(J,K)/(R+Z0)))/(1/RS + 1/(R+Z0))

```

```

END IF

I(J,K) = (V(J,K) - 2*VID(J,K))/(R+Z0)
VD(J,K) = 2*VID(J,K) + I(J,K)*Z0

! Segundo ao penúltimo nó (n-1) [V(J,K),I(J,K),VE(J,K),VD(J,K)]
DO 20 J=2,N-1

V(J,K) = (2*VIE(J,K)/Z0 + 2*VID(J,K)/(R+Z0))/(1/Z0 + 1/(R+Z0) + G)
I(J,K) = (V(J,K) - (2*VID(J,K)))/(R+Z0)

VE(J,K) = V(J,K)
VD(J,K) = 2*VID(J,K) + I(J,K)*Z0

20 CONTINUE

! Último nó

J=N

V(J,K) = (2*VIE(J,K)/Z0 + 2*VIC(K)/ZCVAR)/(1/Z0 + 1/RL + 1/ZCVAR)
IL(K) = V(J,K)/RL
VCVAR(K)=V(J,K)
IVAR(K)=(V(J,K)-2*VIC(K))/ZCVAR
OPCAO = 2

Tempo=K*Deltat

WRITE(10,*) Tempo,V(NO,K)

IF(NO.eq.N) THEN
  WRITE(20,*) Tempo,IL(K)
ELSE
  WRITE(20,*) Tempo,I(NO,K)
END IF

```

O cálculo das reflexões completa a fase de espalhamento. O cálculo é feito utilizando as equações (2.15) e (2.16). Da mesma forma deve-se respeitar as condições de contorno (os nós das extremidades).

```

! *****
! Cálculo das reflexões
! Para o primeiro nó

J=1

VRD(J,K) = VD(J,K) - VID(J,K)

! Segundo ao penúltimo nó (N-1)

DO 30 J=2,N-1
  VRD(J,K) = VD(J,K) - VID(J,K)
  VRE(J,K) = VE(J,K) - VIE(J,K)
30 CONTINUE

! Último nó

```

J=N

VRE(J,K) = V(J,K) - VIE(J,K)
 VRC(K) = VCVAR(K) - VIC(K)

! *****

A conexão permite a passagem para o próximo passo de tempo. Relaciona as novas tensões incidentes às tensões refletidas do momento anterior. As equações (2.17) e (2.18) estabelecem essas relações de conexão, com as devidas ressalvas para os nós das extremidades (contornos).

```
!      Conexão com o momento seguinte (K+1)
!      Para o primeiro nó
      J=1
      VID(J,K+1) = VRE(J+1,K)
!      Segundo ao penúltimo nó
      DO 40 J=2,N-1
          VIE(J,K+1) = VRD(J-1,K)
          VID(J,K+1) = VRE(J+1,K)
40     CONTINUE
```

A conexão do último nó terá uma particularidade, que é justamente o cálculo do parâmetro não-linear. Tal cálculo é feito através de uma outra rotina, que é chamada pelo programa a cada iteração.

Nessa subrotina é feito o cálculo da nova tensão incidente vinda do varistor, que é dependente de seu comportamento não-linear. Para isto são utilizadas as equações do varistor (2.35), que é redefinida como (2.38). O método de resolução vai então se basear nas equações (2.39), (2.40) e (2.41), tendo o erro definido por (2.42).

```
!      Último nó
      J=N
      VIE(J,K+1) = VRD(J-1,K)
      V1=VRC(K)
      CALL PROCURA (ZCVAR, CONST, ALFA,V1,VRES)
      VIC(K+1)= VRES
10     CONTINUE
1008          END
```

! *****
 ! *****

!*****

SUBROUTINE PROCURA (ZCVAR, CONST, ALFA,V1,VRES)

REAL V2(1500), SUP, INF, ERRO(1500), BAUX
 REAL A, B
 REAL, INTENT(IN):: ZCVAR, CONST, ALFA,V1
 REAL, INTENT(OUT):: VRES
 INTEGER J,OP

J=0
 BAUX= LOG10(ZCVAR*CONST)
 V2(1)= V1-1.
 OP=1
 ERRO(0)=1
 SUP=V1
 INF=V2(1)

IF (V1.EQ.0.0) THEN
 V2(0)=0.0
 GOTO 10
 END IF

IF (V1.LT.4.0) THEN
 V2(J)=V1
 GOTO 10
 END IF

DO WHILE (ERRO(J).GT.1E-5)

J=J+1

A=LOG10(V1-V2(J))
 B=BAUX + ALFA*LOG10(V1+V2(J))
 ERRO(J)=ABS(A - B)

IF ((ERRO(J).GT.ERRO(J-1)).AND.(J.EQ.2)) THEN
 OP=3
 END IF

IF (OP.EQ.1) THEN

IF (ABS(A).LT.ABS(B)) THEN
 V2(J+1)=V2(J) - 1.
 OP=1

ELSE
 SUP=V2(J-1)
 INF=V2(J)
 V2(J+1)=(SUP+INF)/2
 OP=2
 END IF

ELSE IF (OP.EQ.2) THEN

IF (ABS(A).LT.ABS(B)) THEN
 SUP=V2(J)
 INF=INF

ELSE
 SUP=SUP
 INF=V2(J)

END IF
 V2(J+1)=(SUP+INF)/2

ELSE IF (OP.EQ.3) THEN


```
      IF (ABS(A).LT.ABS(B)) THEN
        SUP=SUP
        INF=V2(J)
      ELSE
        SUP=V2(J)
        INF=V2(J-1)
      END IF
      V2(J+1)=(SUP+INF)/2

      END IF

      IF (V2(J).EQ.V2(J-1)) THEN
        GOTO 10
      END IF

      END DO

10.      VRES=V2(J)

      END SUBROUTINE PROCURA
```

ANEXO 2

CÓDIGO COMPUTACIONAL COM A CÉLULA TCC

Neste Anexo está apresentado o código computacional para uma Cavidade Ressonante, utilizando o modelo TLM da célula TCC, com o uso de Fortran 90, conforme foi desenvolvido no Capítulo 5 – Nova Célula Tridimensional.

Com ele foi obtido Programa Computacional com o qual se chegaram aos resultados apresentados naquele capítulo. Este código, no entanto, é apenas ilustrativo, não havendo responsabilidade do autor sobre os eventuais resultados obtidos em testes e exercícios que venham a ser feitos. Também não deve ser utilizado em aplicações industriais ou comerciais.

O diagrama esquemático do programa está apresentado na Figura A2.1 abaixo, onde o quadro “Cálculo do Espalhamento” significa o cálculo das incidências e reflexões em cada nó, aplicando a matriz de espalhamento (scattering). A figura abaixo é uma rerepresentação da figura 5.9.

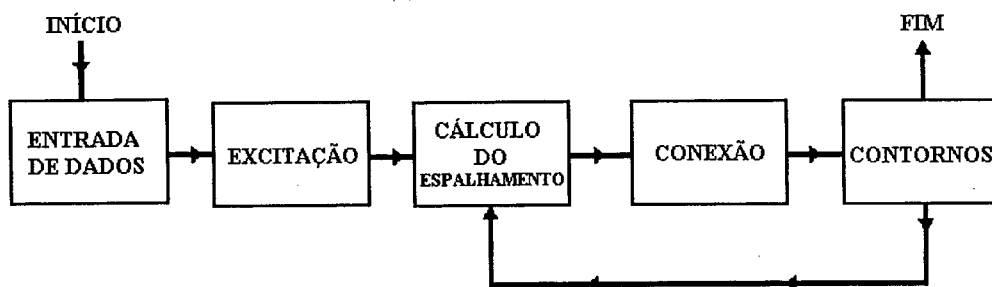


Figura A2.1 – Diagrama esquemático do programa 3D com a célula TCC.

Assim como foi feito no Anexo 1, o código é aqui reproduzido com interrupções explanatórias para a identificação das equações utilizadas e outros comentários. Intencionalmente tais interrupções são feitas com letras de formato diferente, em itálico, para chamar atenção ao fato de não pertencerem ao código.

O código inicia com um conjunto de declarações de variáveis, assim como várias solicitações de entrada de dados. São dados necessários a priori, e devem ser conhecidos para que se possa resolver o problema determinado.

Program TccCav

! Declaração das variáveis

```

INTEGER K,KT,X,Y,Z,XMAX,YMAX,ZMAX,PORTA
INTEGER Xiex,Xfex,Yiex,Yfex,Ziex,Zfex
INTEGER Xs,Ys,Zs
REAL*4 Z0,Ii(6,100,100,100),Ir(6,100,100,100),It(6,100,100,100)
REAL*4 Deltal,Deltat,RHO,M,vel
  
```

```

REAL*4 CompX, CompY, CompZ, AA, AB, AC
REAL*4 L, C, MiR, EpsR, Mi, Eps
REAL*4 I1, I2, I3, I4, I5, I6
CHARACTER*12 Eletx, Magny, Magnz

```

```

!   Entrada de Dados
!
!   Número de passos de tempo
      WRITE(*,*) 'Numero de iteracoes ?'
      READ(5,*) KT
!
!   Dimensao da cavidade
      WRITE(*,*) 'Dimensao do lado X da cavidade (metros) ?'
      READ(5,*) CompX
      WRITE(*,*) 'E do lado Y da cavidade (metros) ?'
      READ(5,*) CompY
      WRITE(*,*) 'E do lado Z da cavidade (metros) ?'
      READ(5,*) CompZ
!
!   Dimensões da malha
      WRITE(*,*) 'Quantos nos na direcao X ?'
      READ(5,*) XMAX
      WRITE(*,*) 'E na direcao Y ?'
      READ(5,*) YMAX
      WRITE(*,*) 'E na direcao Z ?'
      READ(5,*) ZMAX
      AA=CompX/XMAX
      AB=CompY/YMAX
      AC=CompZ/ZMAX
      IF (AA.NE.AB) STOP 'dimensoes incorretas'
      IF (AA.NE.AC) STOP 'dimensoes incorretas'
      IF (AB.NE.AC) STOP 'dimensoes incorretas'
      Deltal=AA
!
!   Definicao de parametros
      WRITE(*,*) 'Qual o coeficiente de reflexao do contorno ?'
      READ(5,*) RHO
      WRITE(*,*) 'Qual a permeabilidade relativa do meio ?'
      READ(5,*) MiR
      WRITE(*,*) 'Qual a permissividade relativa do meio ?'
      READ(5,*) EpsR
      M=1./3.
      Mi=12.56637E-7
      Eps=8.854E-12

```

Os parâmetros da célula são determinados pela sua dimensão. Para definição das capacitâncias e indutâncias são utilizadas as equações (5.1)-(5.3) e (5.4)-(5.6) respectivamente. A impedância característica é dada por (3.95) e o intervalo de tempo de cada célula é dado por uma composição das equações (3.100) e (5.38).

```

      L= MiR*Mi*Deltal
      C= EpsR*Eps*Deltal
      Z0=SQRT(L/C)

!      Velocidade de propagacao no meio

      vel= 1./SQRT(MiR*Mi*EpsR*Eps)

!      Tempo de propagacao em cada no

      Deltat=Deltal/vel/SQRT(2.)
      WRITE(*,*)`Deltat = ', Deltat

!      No instante K=1, todas as correntes incidentes são nulas

      DO X=1,XMAX
        DO Y=1,YMAX
          DO Z=1,ZMAX
            DO PORTA=1,6
              Ii(PORTA,X,Y,Z) = 0.0
            ENDDO
          ENDDO
        ENDDO
      ENDDO

!      E todas as correntes refletidas são nulas (incluindo celulas externas)

      DO X=1,XMAX+2
        DO Y=1,YMAX+2
          DO Z=1,ZMAX+2
            DO PORTA=1,6
              Ir(PORTA,X-1,Y-1,Z-1) = 0.0
            ENDDO
          ENDDO
        ENDDO
      ENDDO

!      Excitacao (corrente incidente unitaria na porta 1)

      WRITE(*,*)`A excitacao eh um impulso na porta 1 '
      WRITE(*,*)`Pode ser um volume, plano, linha ou ponto'

      WRITE(*,*)`X inicial da excitacao ? '
      READ(5,*) Xiex

      WRITE(*,*)`X final da excitacao ? '
      READ(5,*) Xfex

      WRITE(*,*)`Y inicial da excitacao ? '
      READ(5,*) Yiex

      WRITE(*,*)`Y final da excitacao ? '
      READ(5,*) Yfex

```

```

WRITE(*,*)'Z inicial da excitacao ? '
READ(5,*) Ziex

WRITE(*,*)'Z final da excitacao ? '
READ(5,*) Zfex

```

A excitação é feita com um pulso unitário ($E_x = 1$ V/m) e utiliza a equação (5.91), que relaciona o campo elétrico à corrente, pois os problemas são excitados com campos elétricos e magnéticos, e devem ser relacionados então ao excitador do modelo.

```

!           Excitacao (pulso unitario do campo eletrico Ex)

                DO X=Xiex,Xfex
                    DO Y=Yiex,Yfex
                        DO Z=Ziex,Zfex

                                Ii(3,X,Y,Z)= -(1.0*Deltal*2.*C)/Deltat

                                ENDDO
                        ENDDO
                    ENDDO

!           No para analise do resultado:

WRITE(*,*)'Analise dos resultados do noh de saida'

WRITE(*,*)'No de analise - Posicao X ='
READ(5,*) Xs

WRITE(*,*)'Posicao Y ='
READ(5,*) Ys

WRITE(*,*)'Posicao Z ='
READ(5,*) Zs

!           Abertura dos arquivos de resultados (neste exemplo para Ex, Hy e Hz)

WRITE(*,*)'Nome do Arquivo para armazenamento do campo Ex (*.prn)='
READ(5,*) Eletx
OPEN (20,file=Eletx)

WRITE(*,*)'Nome do Arquivo para armazenamento do campo Hy (*.prn)='
READ(5,*) Magny
OPEN (30,file=Magny)

WRITE(*,*)'Nome do Arquivo para armazenamento do campo Hz (*.prn)='
READ(5,*) Magnz
OPEN (40,file=Magnz)

```

O início do processo iterativo se dá com a aplicação da equação (5.30), que é a matriz de espalhamento, na equação que relaciona correntes incidentes e refletidas, (5.16). Após esse cálculo são encontradas as correntes da célula de saída, com o uso da equação (5.15). Através dessas correntes poderão ser encontradas as componentes de campo.

```

!           Inicio da iteracao no tempo           - Processo de calculo

```

```

DO K=1,KT
! *****
!   Espalhamento   (Onde a=-2/3 , b=1/3 , c=1/3)
DO X=1,XMAX
  DO Y=1,YMAX
    DO Z=1,ZMAX

      Ir(1,X,Y,Z)=M*(Ii(1,X,Y,Z)-2*Ii(2,X,Y,Z)+Ii(3,X,Y,Z)+&
        Ii(4,X,Y,Z)+Ii(5,X,Y,Z)+Ii(6,X,Y,Z))
      Ir(2,X,Y,Z)=M*(-2*Ii(1,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)+Ii(3,X,Y,Z)+&
        Ii(4,X,Y,Z)+Ii(5,X,Y,Z)+Ii(6,X,Y,Z))
      Ir(3,X,Y,Z)=M*(Ii(1,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)+Ii(3,X,Y,Z)-&
        2*Ii(4,X,Y,Z)+Ii(5,X,Y,Z)+Ii(6,X,Y,Z))
      Ir(4,X,Y,Z)=M*(Ii(1,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)-2*Ii(3,X,Y,Z)+&
        Ii(4,X,Y,Z)+Ii(5,X,Y,Z)+Ii(6,X,Y,Z))
      Ir(5,X,Y,Z)=M*(Ii(1,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)+Ii(3,X,Y,Z)+&
        Ii(4,X,Y,Z)+Ii(5,X,Y,Z)-2*Ii(6,X,Y,Z))
      Ir(6,X,Y,Z)=M*(Ii(1,X,Y,Z)+Ii(2,X,Y,Z)+Ii(3,X,Y,Z)+&
        Ii(4,X,Y,Z)-2*Ii(5,X,Y,Z)+Ii(6,X,Y,Z))

    ENDDO
  ENDDO
ENDDO

!   Calculo das correntes totais nas portas da celula de saida
DO PORTA=1,6
  It(PORTA,Xs,Ys,Zs)=Ii(PORTA,Xs,Ys,Zs)-Ir(PORTA,Xs,Ys,Zs)
ENDDO

I1=  It(1,Xs,Ys,Zs)
I2=  It(2,Xs,Ys,Zs)
I3=  It(3,Xs,Ys,Zs)
I4=  It(4,Xs,Ys,Zs)
I5=  It(5,Xs,Ys,Zs)
I6=  It(6,Xs,Ys,Zs)

!   Subrotina para calculo dos campos no no' de saida
CALL CAMPO (Deltal,L,C,Deltat,I1,I2,I3,I4,I5,K,Ex,Ey,Ez,Hx,Hy,Hz)

!   Escrevendo os arquivos de saida
      WRITE(20,*) Ex
      WRITE(30,*) Hy
      WRITE(40,*) Hz
! *****

```

A conexão com o próximo passo de tempo é feita utilizando as equações (5.32) até (5.37). Porém os contornos devem ser considerados. Na rotina abaixo os contornos forma inseridos diretamente no cálculo, através de um coeficiente de reflexão já estabelecido anteriormente no código (RHO=1.0).

```

!   Conexão com o momento seguinte (K+1) e condicoes de contorno

DO X=1,XMAX
  DO Y=1,YMAX

```

```

DO Z=1,ZMAX
IF (X.EQ.1) THEN
  IF (Y.EQ.1) THEN
    IF (Z.EQ.1) THEN
      Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
      Ii(2,X,Y,Z)=RHO*Ir(2,X,Y,Z)
      Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
      Ii(4,X,Y,Z)=RHO*Ir(4,X,Y,Z)
      Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
      Ii(6,X,Y,Z)=RHO*Ir(6,X,Y,Z)
    ELSE IF (Z.EQ.ZMAX) THEN
      Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
      Ii(2,X,Y,Z)=RHO*Ir(2,X,Y,Z)
      Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
      Ii(4,X,Y,Z)=RHO*Ir(4,X,Y,Z)
      Ii(5,X,Y,Z)=RHO*Ir(5,X,Y,Z)
      Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
    ELSE
      Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
      Ii(2,X,Y,Z)=RHO*Ir(2,X,Y,Z)
      Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
      Ii(4,X,Y,Z)=RHO*Ir(4,X,Y,Z)
      Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
      Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
    END IF
  ELSE IF (Y.EQ.YMAX) THEN
    IF (Z.EQ.1) THEN
      Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
      Ii(2,X,Y,Z)=RHO*Ir(2,X,Y,Z)
      Ii(3,X,Y,Z)=RHO*Ir(3,X,Y,Z)
      Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
      Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
      Ii(6,X,Y,Z)=RHO*Ir(6,X,Y,Z)
    ELSE IF (Z.EQ.ZMAX) THEN
      Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
      Ii(2,X,Y,Z)=RHO*Ir(2,X,Y,Z)
      Ii(3,X,Y,Z)=RHO*Ir(3,X,Y,Z)
      Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
      Ii(5,X,Y,Z)=RHO*Ir(5,X,Y,Z)
      Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
    ELSE
      Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
      Ii(2,X,Y,Z)=RHO*Ir(2,X,Y,Z)
      Ii(3,X,Y,Z)=RHO*Ir(3,X,Y,Z)
      Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
      Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
      Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
    END IF
  ELSE
    IF (Z.EQ.1) THEN
      Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
      Ii(2,X,Y,Z)=RHO*Ir(2,X,Y,Z)
      Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
      Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
      Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
      Ii(6,X,Y,Z)=RHO*Ir(6,X,Y,Z)
    ELSE IF (Z.EQ.ZMAX) THEN
      Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
      Ii(2,X,Y,Z)=RHO*Ir(2,X,Y,Z)
      Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
      Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
      Ii(5,X,Y,Z)=RHO*Ir(5,X,Y,Z)
      Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
    ELSE
      Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
      Ii(2,X,Y,Z)=RHO*Ir(2,X,Y,Z)
      Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
      Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
    END IF
  END IF
END IF

```



```

        Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
        Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
    END IF
END IF
ELSE IF (X.EQ.XMAX) THEN
    IF (Y.EQ.1) THEN
        IF (Z.EQ.1) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=RHO*Ir(1,X,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=RHO*Ir(4,X,Y,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
            Ii(6,X,Y,Z)=RHO*Ir(6,X,Y,Z)
        ELSE IF (Z.EQ.ZMAX) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=RHO*Ir(1,X,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=RHO*Ir(4,X,Y,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=RHO*Ir(5,X,Y,Z)
            Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
        ELSE
            Ii(1,X,Y,Z)=RHO*Ir(1,X,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=RHO*Ir(4,X,Y,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
            Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
        END IF
    ELSE IF (Y.EQ.YMAX) THEN
        IF (Z.EQ.1) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=RHO*Ir(1,X,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=RHO*Ir(3,X,Y,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
            Ii(6,X,Y,Z)=RHO*Ir(6,X,Y,Z)
        ELSE IF (Z.EQ.ZMAX) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=RHO*Ir(1,X,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=RHO*Ir(3,X,Y,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=RHO*Ir(5,X,Y,Z)
            Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
        ELSE
            Ii(1,X,Y,Z)=RHO*Ir(1,X,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=RHO*Ir(3,X,Y,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
            Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
        END IF
    ELSE
        IF (Z.EQ.1) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=RHO*Ir(1,X,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
            Ii(6,X,Y,Z)=RHO*Ir(6,X,Y,Z)
        ELSE IF (Z.EQ.ZMAX) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=RHO*Ir(1,X,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=RHO*Ir(5,X,Y,Z)
            Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
        ELSE
            Ii(1,X,Y,Z)=RHO*Ir(1,X,Y,Z)
        END IF
    END IF

```

```

        Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
        Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
        Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
        Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
        Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
    END IF
END IF
ELSE
    IF (Y.EQ.1) THEN
        IF (Z.EQ.1) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=RHO*Ir(4,X,Y,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
            Ii(6,X,Y,Z)=RHO*Ir(6,X,Y,Z)
        ELSE IF (Z.EQ.ZMAX) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=RHO*Ir(4,X,Y,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=RHO*Ir(5,X,Y,Z)
            Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
        ELSE
            Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=RHO*Ir(4,X,Y,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
            Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
        END IF
    ELSE IF (Y.EQ.YMAX) THEN
        IF (Z.EQ.1) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=RHO*Ir(3,X,Y,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
            Ii(6,X,Y,Z)=RHO*Ir(6,X,Y,Z)
        ELSE IF (Z.EQ.ZMAX) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=RHO*Ir(3,X,Y,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=RHO*Ir(5,X,Y,Z)
            Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
        ELSE
            Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=RHO*Ir(3,X,Y,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
            Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
        END IF
    ELSE
        IF (Z.EQ.1) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
            Ii(6,X,Y,Z)=RHO*Ir(6,X,Y,Z)
        ELSE IF (Z.EQ.ZMAX) THEN
            Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
            Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
            Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
            Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
            Ii(5,X,Y,Z)=RHO*Ir(5,X,Y,Z)
            Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
        END IF
    END IF

```

```

                                Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
                                ELSE
                                Ii(1,X,Y,Z)=Ir(2,X+1,Y,Z)
                                Ii(2,X,Y,Z)=Ir(1,X-1,Y,Z)
                                Ii(3,X,Y,Z)=Ir(4,X,Y+1,Z)
                                Ii(4,X,Y,Z)=Ir(3,X,Y-1,Z)
                                Ii(5,X,Y,Z)=Ir(6,X,Y,Z+1)
                                Ii(6,X,Y,Z)=Ir(5,X,Y,Z-1)
                                END IF
                                END IF
                                END IF
                                ENDDO
                                ENDDO
                                ENDDO
!                               Final do processo de calculo
                                ENDDO
!                               Final do programa
                                END

```

```

!*****
!*****
!*****

```

A subrotina abaixo relaciona as correntes obtidas no interior da célula às componentes de campo. Tal subrotina foi chamada durante o processo de espalhamento. O principal cálculo de corrente é feito com a equação (5.77). Depois disso são utilizadas as equações (5.52) até (5.56), para as correntes, e as equações (5.63), (5.65), (5.69) e (5.73). Finalmente, para os campos elétricos são aplicadas as equações (5.49), (5.50) e (5.51), e para os campos magnéticos as equações (5.40) até (5.48).

```

SUBROUTINE CAMPO (Deltal,L,C,Deltat,I1,I2,I3,I4,I5,K,Ex,Ey,Ez,Hx,Hy,Hz)

REAL Ix, Iy, Iz, Vx, Vy, Vz
REAL Ixa, Iya, Iza, Vxa, Vya, Vza
REAL I118, I710, I912, V1211
REAL I118a, I710a, I912a, V1211a
REAL aux1, aux2, aux3, aux4
REAL, INTENT(IN):: Deltal,L,C,Deltat,I1,I2,I3,I4,I5
INTEGER, INTENT(IN):: K
REAL, INTENT(OUT):: Ex, Ey, Ez, Hx, Hy, Hz

!   No instante K=1, todas as variaveis do tempo (k-1) sao nulas

      IF (K.eq.1) THEN
          Ixa=0.
          Iya=0.
          Iza=0.
          Vxa=0.
          Vya=0.
          Vza=0.
          I118a=0.
          I710a=0.
          I912a=0.
          V1211a=0.
      ELSE
          Ixa=Ix

```

```

      Iya=Iy
      Iza=Iz
      Vxa=Vx
      Vya=Vy
      Vza=Vz
      I118a=I118
      I710a=I710
      I912a=I912
      V1211a=V1211
    ENDIF

```

```
! Calculo da corrente Iz
```

```

      aux1= Vxa + Vya + Vza
      aux2= I3 + I4 + 2.*I1 + 2.*I2 + 3.*I5 + I912a + I710a + I118a
      aux3= I4 + I1 + 2.*I2 + 2.*I5 - Iya - Ixa - 2.*Iza
      aux4= (1.5*Deltat/C) + (4.*L/Deltat)
      Iz= (- aux1 - (aux2*0.5*Deltat/C) - (aux3*L/Deltat) + V1211a)/aux4

```

```
! Calculo das outras correntes e tensoes
```

```

      Ix= I2 + I5 + Iz
      Iy= I4 + I1 + I2 + I5 + Iz
      I118= I5 + Iz
      I710= I1 + I2 + I5 + Iz
      I912= I3 + I4 + I1 + I2 + I5 + Iz
      Vx= ((0.5*Deltat/C)*(I912 + I912a)) + Vxa
      Vy= ((0.5*Deltat/C)*(I118 + I118a)) + Vya
      Vz= ((0.5*Deltat/C)*(I710 + I710a)) + Vza
      V1211= ((2.*L/Deltat)*(Iz - Iza)) - V1211a

```

```
! Calculo das componentes de campo para o no' de saida
```

```

      Ex= -(Vx/Deltal)
      Ey= -(Vy/Deltal)
      Ez= -(Vz/Deltal)
      Hx= (Iz + Iy)/Deltal
      Hy= (Iz + Ix)/Deltal
      Hz= (Ix + Iy)/Deltal

```

```
END SUBROUTINE CAMPO
```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] FACCIONI F^o, Mauro, *O Método da Modelagem por Linhas de Transmissão (TLM) e Aplicações em Compatibilidade Eletromagnética (EMC)*. Florianópolis / SC, Junho 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.
- [2] FACCIONI F^o, Mauro, FERREIRA, Golberi S. e RAIZER, Adroaldo. *Non-Linear Device Modeling for Transient Supression*, IEEE CEFC'98 Conference Proceedings, pp. 150, Tucson, Arizona USA, June 1998.
- [3] FACCIONI F^o, Mauro, FERREIRA, Golberi S. e RAIZER, Adroaldo. *Simulation of Non-linear Protection Device Using TLM Method*, EMC'98 International Symposium on Electromagnetic Compatibility Proceedings, pp. 403-407, Rome, Italy, September 1998.
- [4] FACCIONI F^o, Mauro, FERREIRA, Golberi S. e RAIZER, Adroaldo. *Modelagem Numérica de Filtros Não-Lineares para Transientes Eletromagnéticos*, Anais do III Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo – CBMag'98, pp. 18-21, São Paulo / SP, Outubro 1998.
- [5] ITOH, T. *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures*. New York USA: John Wiley & Sons, 1989.
- [6] CHRISTOPOULOS, Christos. *The Transmission-Line Modeling Method TLM*. New York USA: IEEE Press, 1995.
- [7] HOEFER, W. J. R., *The Transmission Line Matrix Method, Theory and Techniques*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-33, n.º 10, pp. 882-893, Oct. 1985.

- [8] HUBING, T. H., *Survey of Numerical Electromagnetic Modeling Techniques*, University of Missouri-Rolla, Sep. 1991.
- [9] BASTOS, J. P. A. *Eletromagnetismo e Cálculo de Campos*. Florianópolis: Editora da UFSC, 1989.
- [10] SADIKU, M. N. O. *Numerical Techniques in Electromagnetics*. Boca Raton, Florida, USA: CRC Press, 1992.
- [11] JOHNS, P. B. e BEURLE, R. L., *Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix*, Proc. IEE, vol. 118, n.º 9, pp. 1203-1208, Sep. 1971.
- [12] AKHTARZAD, S. e JOHNS, P. B., *Solution of Maxwell's equations in three space dimensions and time by the t.l.m method of numerical analysis*, Proc. IEE, vol. 122, n.º 12, pp. 1344-1348, Dec. 1975.
- [13] AKHTARZAD, S. e JOHNS, P. B., *Generalized elements for t.l.m method of numerical analysis*, Proc. IEE, vol. 122, n.º 12, pp. 1349-1352, Dec. 1975
- [14] JOHNS, P. B., *A Symmetrical Condensed Node for the TLM Method*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-35, n.º 4, pp. 370-377, April 1987.
- [15] HERRING, J. L., *Developments in the Transmission-Line Modelling Method for Electromagnetic Compatibility Studies*, Ph.D. Thesis, University of Nottingham, England, May 1993.
- [16] TRENKIC, V., *The Development and Characterization of Advanced Nodes for the TLM Method*, Ph.D. Thesis, University of Nottingham, England, November 1995.
- [17] RIGHI, M., *Diakoptic Solution Techniques for Electromagnetic Fields in Time and Frequency Domain*, Ph.D. Thesis, University of Victoria, Canada, 1995.
- [18] MENEZES, L.R.A.X., *Modeling of General Medium Constitutive Relationships in*

- the Transmission Line Matrix Method (TLM)*, Ph.D. Thesis, University of Victoria, Canada, 1996.
- [19] ZHANG, Q., *Development and Characterization of Generalized TLM Networks for Electromagnetic Modeling*, Ph.D. Thesis, University of Victoria, Canada, 1996.
- [20] NIELSEN, J. et al., *Concluding Statements - First International Workshop on Transmission Line Matrix Modeling - Theory and Applications*, <http://www.charge.uvic.ca/workshop/>, Victoria, Canada, 1995.
- [21] YEE, K. S., *Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media*, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. AP-14, n.º 3, pp. 302-307, May 1966.
- [22] JOHNSON, W.C., *Transmission Lines and Networks*. Tokyo, Japan: McGraw-Hill, 1950.
- [23] RAMO, S., WHINNERY, J.R. e VANDUZER, T., *Campos e Ondas em Eletrônica das Comunicações*. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.
- [24] JOHNS, P. B., *Application of the transmission-line matrix method to homogeneous waveguides of arbitrary cross-section*, Proc. IEE, vol. 119, n.º 8, pp. 1086-1091, August 1972.
- [25] FERMINO, A. C., *Contribuição ao Estudo de Métodos Numéricos em Eletromagnetismo: O Método TLM em Duas Dimensões*, Dissertação de Mestrado - UFSC, Florianópolis / SC, Dezembro 1998.
- [26] CHOI, D. H. e HOEFER, W. J. R. , *The simulation of three-dimensional wave propagation by a scalar TLM model*, IEEE MTT International Microwave Symp. Dig., San Francisco USA, May 1984.
- [27] COLLIN, R.E., *Field Theory of Guided Waves*. New York USA: McGraw-Hill Book Company, 1960.

- [28] FERREIRA, G. S., *Modelamento Numérico de Problemas de Compatibilidade Eletromagnética Utilizando TLM (Transmission-Line Modelling Method)*, Tese de Doutorado - UFSC, Florianópolis / SC, Março 1999.
- [29] JIN, H. e VAHLIDIECK, R., *The Frequency-Domain Transmission Line Matrix Method – A New Concept*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-40, n.º 12, pp. 2207-2218, December 1992.
- [30] HAYT, W.H. e KEMMERLY, J.E., *Análise de Circuitos em Engenharia*. São Paulo: McGraw-Hill, 1973.
- [31] KRAUS, J. D. *Electromagnetics*. New York USA: McGraw-Hill, 1991.
- [32] FACCIONI Fº, Mauro, RAIZER, Adroaldo e KUO-PENG, Patrick. *Wave Propagation Analysis Using a New Three-Dimensional TLM Cell*, COMPUMAG'99 Sapporo - Japan, Outubro, 1999.
- [33] NAYLOR, P. and CHRISTOPOULOS, C., *A New Wire Modeling for Thin Wires in Electromagnetic Field Problems Solved by Transmission Line Modeling*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-38, n.º 3, pp. 328-330, March 1990.
- [34] DUFFY, A. P., HERRING, J. L., BENSON, T. M. e CHRISTOPOULOS, C., *Improved Wire Modeling in TLM*, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-42, n.º 10, pp. 1978-1983, October 1994.
- [35] KRAUS, J. D. *Antenas*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois, 1983.
- [36] GOMES, D.S.F., MACEDO, F. F., e GUILLIOD, S. M., *Aterramento e Proteção contra Sobretensões em Sistemas Aéreos de Distribuição*. Niterói/RJ: EDUFF, 1990.
- [37] PAUL, C. R. *Introduction to Electromagnetic Compatibility*. New York USA: John Wiley & Sons, 1992.

- [38] GOEDBLOED, J., *Electromagnetic Compatibility*. New York USA: Prentice Hall, 1992.
- [39] OLVER, A. D., *Microwave and Optical Transmission*. Chichester, England: John Wiley & Sons, 1992.
- [40] *SIOV Metalloxid-Varistoren*, Siemens Matsushita Components, Dusseldorf, 1997. pp. 15-50.
- [41] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRAS DE NORMAS TÉCNICAS. *Sistemas de Proteção às Descargas Atmosféricas*, NBR 5419. Rio de Janeiro, 1993.
- [42] LARMIER, F. *Mobile Radio Technology*. Overland Park – KS: Intertec Corporation., April 1997.
- [43] *Harris Varistor Basic Properties, Terminology and Theory*, Harris Semiconductor, pp. 3-13.
- [44] JOHNS, P. B. e O'BRIEN, M. *Use of the transmission-line modelling (tlm) method do solve non-linear lumped networks*, The Radio and Electronic Engineer, Vol. 50, nº 1/2, pp. 59-70, Janeiro/Fevereiro 1980.
- [45] MOREIRA, R. K., *Estudos de Protetores Híbridos Contra Transitórios Elétricos para Aplicação em Linhas de Telecomunicações*. Belo Horizonte / MG, 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Minas Gerais.
- [46] FACCIONI Fº, Mauro e RAIZER, Adroaldo, *A three-dimensional current cell (TCC) for the TLM Method*, Third International TLM Workshop Proceedings, Nice, October, 1999.
- [47] FACCIONI Fº, Mauro e RAIZER, Adroaldo, *A three-dimensional current cell (TCC) for the TLM Method*, artigo aceito em maio/2000 para publicação na revista IJNM – International Journal of Numerical Modelling – Special Issue dedicated to the Third International TLM Workshop 99.

- [48] FACCIONI F^o, Mauro, RAIZER, Adroaldo e KUO-PENG, Patrick. *Wave Propagation Analysis Using a New Three-Dimensional TLM Cell*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36, n.º 4, pp. 925-930, July 2000.
- [49] JOHNS, P. B. *The art of modelling*, Electronics & Power, pp. 565-569, August 1979.
- [50] WITTGENSTEIN, L. *Tractatus Logico-Philosophicus*. 2. ed. São Paulo: Editora da USP, 1994.
- [51] GLEICK, J. *Caos: a criação de uma nova ciência*, Rio de Janeiro: Editora Campus, 1990.
- [52] WEINBERG, S. *Sonhos de uma teoria final*. Rio de Janeiro: Editora Rocco, 1996.