

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS DO FLUXO DE ENERGIA
VIBRATÓRIA ENTRE PLACAS PLANAS APOIADAS EM VIGAS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA
MECÂNICA

ALEXANDRE AUGUSTO PESCADOR SARDÁ

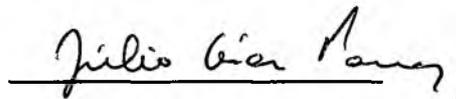
Florianópolis, maio de 1999

**ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS DO FLUXO DE ENERGIA
VIBRATÓRIA ENTRE PLACAS PLANAS APOIADAS EM VIGAS**

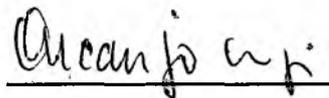
ALEXANDRE AUGUSTO PESCADOR SARDÁ

**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA**

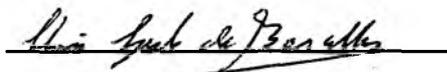
**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO
VIBRAÇÕES E ACÚSTICA, E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO**



Prof. Júlio César Passos, Dr.
Coordenador

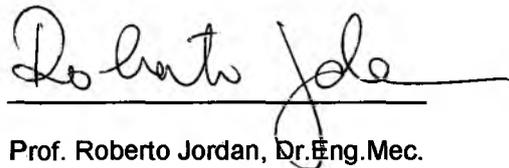


Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.
Orientador

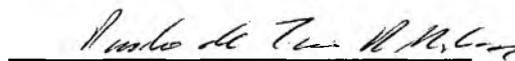


Prof. Clóvis Sperb de Barcellos, Ph.D.
Co-Orientador

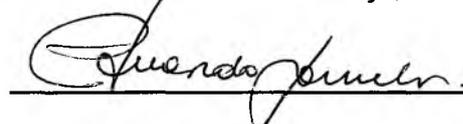
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Roberto Jordan, Dr. Eng. Mec.



Prof. Paulo de Tarso Mendonça, Ph.D



Prof. Eduardo Alberto Fancello, D. Sc.

AGRADECIMENTOS

Ao Arcanjo, pela orientação e amizade.

Ao Professor Barcellos, pela valiosa ajuda e revisão do trabalho.

À minha mãe pela dedicação e a toda minha família.

À Heloisa, pelo apoio e por tudo.

Aos amigos e colegas do LVA Vitor, Luciano, João, Paulo, Marcão, William, Fábio, Marcelo, Vinícius, Caletti, Yoneda, Osni, Carlos, Paiotti.

À Capes, pelo apoio financeiro.

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS.....	v
LISTA DE FIGURAS E TABELAS.....	viii
RESUMO.....	xvii
ABSTRACT.....	xviii

CAPÍTULO 1

Introdução.....	1
-----------------	---

CAPÍTULO 2

Método de Elementos Finitos.....	6
2.1 - Aplicação do Método de Elementos Finitos.....	6
2.2 - Vigas unidas em L.....	11
2.3 - Placas simplesmente apoiadas unidas em L.....	17

CAPÍTULO 3

Equações e Parâmetros de SEA.....	23
3.1 - Introdução à Análise Estatística Energética – SEA.....	23
3.2 - Parâmetros de Análise Estatística Energética.....	24
3.2.1 - Energia Vibratória.....	24
3.2.2 - Amortecimento Estrutural.....	25
3.2.3 - Fator de Perda por Acoplamento.....	26
3.2.4 - Densidade Modal.....	28
3.2.5 - Relação entre Fator de Perda por Acoplamento e Coeficiente de Transmissão de Energia.....	30

CAPÍTULO 4

Análises Realizadas – Fator de Acoplamento.....	33
4.1 - Descrição dos casos.....	33
4.2 - Placas com vigas rígidas na união.....	37
4.3 - Placas com viga T invertida na união modelada por elementos de viga e por elementos de placa.....	52

4.4 - Placas com viga I na união modeladas por elementos de viga e por elementos de placa.....	53
4.5 - Vigas T invertida nas bordas e na união de duas placas, modeladas por elementos de viga e por elementos de placa.....	54
4.6 - Comparação entre vigas T invertidas nas bordas e na união de duas placas, modeladas por elemento de viga ou elemento de placa, com excitação na viga.....	56
4.7 - Densidade modal para uma placa apoiada em vigas.....	57
4.8 - Conclusões finais do Capítulo 4.....	92
CAPÍTULO 5	
Fluxo de Energia em Placas Apoiadas em Vigas.....	95
5.1 - Placas apoiadas em vigas rígidas – seção I.....	95
5.2 - Placas apoiadas em vigas rígidas – seção retangular.....	104
5.3 - Placas apoiadas em vigas rígidas – seção T invertida.....	112
5.4 - Placas apoiadas em vigas de seção T invertida modeladas com Elementos de Casca.....	120
CAPÍTULO 6	
Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.....	129
APÊNDICE A	
Malha de elementos finitos para placas apoiadas em vigas.....	131
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	133

LISTA DE SÍMBOLOS

Abaixo estão relacionados os símbolos utilizados neste trabalho, sendo que os mais específicos se encontram adequadamente descritos ao longo do trabalho.

A	Área da placa
c_b	Velocidade da onda de flexão
c_1	Velocidade de propagação da onda longitudinal
E	Energia vibratória do subsistema
\bar{E}	Módulo de elasticidade
$E_{\text{diss/radiano}}$	Energia dissipada por radiano de oscilação
F	Força cortante na viga
f	Frequência [Hz]
f_c	Frequência central de uma banda
f_{mn}^*	Frequência natural de ordem m,n
F_m	Força generalizada ao longo do eixo x
F_n	Força generalizada ao longo do eixo y
F_{mn}	Força generalizada
G	Módulo de rigidez ao cisalhamento
h	Espessura da placa
h_v	Espessura da aba da viga
h_p	Espessura da placa
I	Momento de inércia à flexão
K	Coefficiente de cisalhamento de Timoshenko
M	Momento fletor na viga
M_c	Massa do componente
M_{1mn}	Mobilidade pontual de entrada
M_{21m}	Mobilidade de transferência
M_{2m}	Mobilidade de saída no componente 1

M_{3m}	Mobilidade de entrada no componente 2
$N_{\Delta f}$	Número de modos presentes em uma banda
n	Densidade modal
$\overline{p_{RMS}^2}$	Pressão média quadrática do subsistema
$P_{t_{Fj}}$	Potência transmitida pela força no eixo j
$P_{t_{Mj}}$	Potência transmitida pelo momento no eixo j
t	tempo
u, v, w	Funções de interpolação de deformação nos eixos x, y e z, respectivamente
v	deslocamento transversal da viga
$\overline{v_{RMS}^2}$	Velocidade média quadrática do subsistema
W^d	Potência dissipada por um subsistema
W_{ij}	Potência transmitida do subsistema i ao j
W_i^e	Potência de entrada no subsistema i
W_{in}	Potência de entrada em um subsistema
W_{tr}	Potência transmitida de um subsistema a outro
X	Relação entre espessuras de duas placas
x, y, z	Eixos de coordenadas cartesianos
Y_{11}	Mobilidade de entrada no componente 1
Y_{12}	Mobilidade de transferência
Y_{22}	Mobilidade de saída no componente 1
Y_{33}	Mobilidade de entrada no componente 2
Δf	Largura da banda de frequência
λ_b	Comprimento de onda de flexão
η_{ij}	Fator de perda por acoplamento do subsistema i para o j
η	Fator de perda estrutural
θ_x	Função de interpolação de deformação angular no eixo x
$\dot{\theta}$	Velocidade angular
$\overline{\tau}_{12}$	Coefficiente de transmissão médio de energia
ω	freqüência angular

ω_i	i-ésima frequência natural
[C]	Matriz de amortecimento
{F}	Vetor força
{F ₁ }	Parte real do vetor força
{F ₂ }	Parte imaginária do vetor força
[K]	Matriz de rigidez
[M]	Matriz de massa
{u}	Vetor de deslocamentos
{u ₁ }	Parte real do vetor deslocamento
{u ₂ }	Parte imaginária do vetor deslocamento
{ ϕ }_i	Autovetor que representa o modo da i-ésima frequência natural
{0}	Vetor nulo

CONVENÇÕES

O símbolo * ao lado da variável indica complexo conjugado

O símbolo Re{ } indica a parte real do termo entre chaves

O símbolo $\dot{}$ sobre a variável indica derivada temporal

LISTA DE FIGURAS E TABELAS

Figura 1.1 - Placa reforçada por vigas típica de plataforma de exploração de petróleo.....	2
Figura 1.2 - Velocidade média quadrática prevista pelo “software” SEA – LVA.....	2
Figura 2.1 – Placas apoiadas unidas no plano.....	6
Figura 2.2 – Esquema de funções de interpolação para elemento de placa.....	7
Figura 2.3 – Esquema de funções de interpolação para elemento de viga.....	8
Figura 2.4 - Esquema de duas vigas unidas em L.....	12
Figura 2.5 - Esforços em uma viga Timoshenko.....	12
Figura 2.6– Esquema das vigas e dimensões.....	15
Figura 2.7 - Comparação entre as potências de entrada para vigas Timoshenko, Euler – Bernoulli e Método de Elementos Finitos, $h_1 = h_2 = 0,02$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m.....	15
Figura 2.8 - Comparação entre as potências transferidas para vigas Timoshenko, Euler – Bernoulli e Método de Elementos Finitos, $h_1 = h_2 = 0,02$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m.....	16
Figura 2.9 - Comparação entre potência de entrada para vigas Timoshenko, Euler - Bernoulli e Método de Elementos Finitos, $h_1 = h_2 = 0,1$ m, $b_1 = b_2 = 0,1$ m.....	16
Figura 2.10 - Comparação entre potência transferida para vigas Timoshenko, Euler - Bernoulli e Método de Elementos Finitos, $h_1 = h_2 = 0,1$ m, $b_1 = b_2 = 0,1$ m.....	17
Figura 2.11 - Placas acopladas em forma de L excitada por uma força em x_0, y_0	18
Figura 2.12 - Comparação entre as potências de entrada calculadas pelo Método da Mobilidade e por Elementos Finitos.....	21
Figura 2.13 - Comparação entre as potências transferidas calculadas pelo Método da Mobilidade e por Elementos Finitos.....	21
Figura 2.14 - Comparação entre as razões de potência calculadas pelo Método da Mobilidade e por Elementos Finitos.....	22
Figura 3.1 – Balanço de energia para dois subsistemas acoplados.....	27
Figura 3.2 – Esquema de ondas de flexão transmitida na união entre duas placas.....	31
Figura 4.1 – Esquema de vigas utilizadas. (a) viga I, (b) viga retangular e (c) viga T invertida..	34
Figura 4.2 – Utilização de elemento rígido de ligação na união da placa com a aba da viga....	35
Figura 4.3 – Exemplo de “offset” do elemento de viga.....	37
Figura 4.4 – Condição de contorno utilizada para a placa.....	38
Figura 4.5 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga I na união– $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	40
Figura 4.6 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga I na união– $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.	40
Figura 4.7 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga I na união– $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	41
Figura 4.8 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga I na união– $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	41

Figura 4.9 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga I na união– h = 20 cm; b = 10 cm; t = 1,0 cm.....	42
Figura 4.10 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga I na união– h = 20 cm; b = 10 cm; t = 1,0 cm.....	42
Figura 4.11 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga retangular na união– h = 5 cm; b = 2,5 cm; t = 0,25 cm.....	43
Figura 4.12 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga retangular na união– h = 5 cm; b = 2,5 cm; t = 0,25 cm.....	43
Figura 4.13 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga retangular na união– h = 10 cm; b = 5 cm; t = 0,5 cm.....	44
Figura 4.14 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga retangular na união– h = 10 cm; b = 5 cm; t = 0,5 cm.....	44
Figura 4.15 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga retangular na união– h = 20 cm; b = 10 cm; t = 1,0 cm.....	45
Figura 4.16 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga retangular na união– h = 20 cm; b = 10 cm; t = 1,0 cm.....	45
Figura 4.17 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga T invertida na união– h = 5 cm; b = 2,5 cm; t = 0,25 cm.....	46
Figura 4.18 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga T invertida na união– h = 5 cm; b = 2,5 cm; t = 0,25 cm.....	46
Figura 4.19 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga T invertida na união– h = 10 cm; b = 5 cm; t = 0,5 cm.....	47
Figura 4.20 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga T invertida na união– h = 10 cm; b = 5 cm; t = 0,5 cm.....	47
Figura 4.21 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga T invertida na união– h = 20 cm; b = 10 cm; t = 1,0 cm.....	48
Figura 4.22 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga T invertida na união– h = 20 cm; b = 10 cm; t = 1,0 cm.....	48
Figura 4.23 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal I, retangular e T invertida: h = 5 cm; b = 2,5 cm; t = 0,25 cm.....	49
Figura 4.24 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal I, retangular e T invertida: h = 10 cm; b = 5 cm; t = 0,5 cm.....	49
Figura 4.25 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal I, retangular e T invertida: h = 20 cm; b = 10 cm; t = 1,0 cm.....	50
Figura 4.26 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal I de altura h = 5 cm, h = 10 cm e h = 20 cm.....	50
Figura 4.27 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal retangular de altura h = 5 cm, h = 10 cm e h = 20 cm.....	51
Figura 4.28 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal T invertida de altura h = 5 cm, h = 10 cm e h = 20 cm.....	51

Figura 4.29 – Condição de contorno utilizada – engaste nos dois nós indicados.....	55
Figura 4.30 – Esquema de excitação e condições de contorno.....	56
Figura 4.31 – Potência transmitida do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	59
Figura 4.32 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	59
Figura 4.33 – Potência transmitida do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	60
Figura 4.34 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	60
Figura 4.35 – Potência transmitida do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	61
Figura 4.36 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	61
Figura 4.37 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	62
Figura 4.38 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	62
Figura 4.39 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	63
Figura 4.40 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	64
Figura 4.41 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	64
Figura 4.42 – Potência transmitida do subsistema 1 para o 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	65
Figura 4.43 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	65
Figura 4.44 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	66
Figura 4.45 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	66
Figura 4.46 – Potência transmitida do subsistema 1 para o 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	67
Figura 4.47 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	67

Figura 4.48 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	68
Figura 4.49 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	68
Figura 4.50 – Potência transmitida do subsistema 1 para o 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	69
Figura 4.51 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	69
Figura 4.52 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	70
Figura 4.53 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	70
Figura 4.54 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	71
Figura 4.55 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	72
Figura 4.56 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	72
Figura 4.57 – Potência transmitida para o subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	73
Figura 4.58 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	73
Figura 4.59 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	74
Figura 4.60 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	74
Figura 4.61 – Potência transmitida no subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	75

Figura 4.62 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	75
Figura 4.63 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	76
Figura 4.64 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	76
Figura 4.65 – Potência transmitida para o subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	77
Figura 4.66 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	77
Figura 4.67 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	78
Figura 4.68 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	78
Figura 4.69 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	79
Figura 4.70 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	80
Figura 4.71 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	80
Figura 4.72 – Potência transmitida para o subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	81
Figura 4.73 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	81
Figura 4.74 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação nas viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	82

Figura 4.75 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	82
Figura 4.76 – Potência transmitida para o subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	83
Figura 4.77 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	83
Figura 4.78 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação nas viga, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	84
Figura 4.79 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação nas viga, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	84
Figura 4.80 – Potência transmitida para o subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	85
Figura 4.81 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	85
Figura 4.82 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	86
Figura 4.83 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	86
Figura 4.84 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	87
Figura 4.85 – Comparação entre densidade modal para placa apoiada em vigas. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida nas bordas.....	88
Figura 4.86 – Comparação entre densidade modal para placa lisa sem reforço. Fórmula de Clarkson e analítico.....	88
Figura 4.87 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de casca, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	89
Figura 4.88 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de casca, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	89
Figura 4.89 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de casca, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.....	90

Figura 4.90 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida apoiada em vigas nas bordas e na união modeladas por elemento de casca.....	90
Figura 4.91 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.....	91
Figura 4.92 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	91
Figura 4.93 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.....	92
Figura 5.1 – Condição de contorno utilizada – engaste nos dois nós indicados.....	95
Figura 5.2 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga I de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	98
Figura 5.3 – Potência transmitida pela viga 4. Viga I de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	98
Figura 5.4 – Potência transmitida pela viga 5. Viga I de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	99
Figura 5.5 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga I de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	99
Figura 5.6 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga I de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	100
Figura 5.7 – Potência transmitida pela viga 4. Viga I de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	100
Figura 5.8 – Potência transmitida pela viga 5. Viga I de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	101
Figura 5.9 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga I de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	101
Figura 5.10 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga I de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	102
Figura 5.11 – Potência transmitida pela viga 4. Viga I de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	102
Figura 5.12 – Potência transmitida pela viga 5. Viga I de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	103
Figura 5.13 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga I de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 0,5 cm.....	103
Figura 5.14 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga retangular de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	106
Figura 5.15 – Potência transmitida pela viga 4. Viga retangular de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	106
Figura 5.16 – Potência transmitida pela viga 5. Viga retangular de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	107

Figura 5.17 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga retangular de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	107
Figura 5.18 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga retangular de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	108
Figura 5.19 – Potência transmitida pela viga 4. Viga retangular de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	108
Figura 5.20 – Potência transmitida pela viga 5. Viga retangular de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	109
Figura 5.21 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga retangular de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	109
Figura 5.22 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga retangular de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	110
Figura 5.23 – Potência transmitida pela viga 4. Viga retangular de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	110
Figura 5.24 – Potência transmitida pela viga 5. Viga retangular de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	111
Figura 5.25 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga retangular de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	111
Figura 5.26 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	114
Figura 5.27 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	114
Figura 5.28 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	115
Figura 5.29 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga T invertida de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	115
Figura 5.30 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	116
Figura 5.31 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	116
Figura 5.32 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	117
Figura 5.33 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga T invertida de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	117
Figura 5.34 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	118
Figura 5.35 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	118
Figura 5.36 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	119

Figura 5.37 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga T invertida de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.....	119
Figura 5.38 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	122
Figura 5.39 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	122
Figura 5.40 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	123
Figura 5.41 – Potência total transmitida do subsistema 1 ao 2. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.....	123
Figura 5.42 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	124
Figura 5.43 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	124
Figura 5.44 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	125
Figura 5.45 – Potência total transmitida do subsistema 1 ao 2. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.....	125
Figura 5.46 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm.....	126
Figura 5.47 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm.....	126
Figura 5.48 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm.....	127
Figura 5.49 – Potência total transmitida do subsistema 1 ao 2. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm.....	127
Figura A.1 – Vista em corte do modelo de elementos finitos com elementos de placa.....	131
Figura A.2 – Vista em corte do modelo de elementos finitos, com detalhes da placa e de uma viga.....	131
Figura A.3 – Detalhe de elementos finitos de ligação "rigid link" entre a placa e as vigas.....	132

RESUMO

Placas reforçadas por vigas são estruturas largamente utilizadas em estruturas navais e aeroespaciais. Um exemplo típico são as plataformas “offshore” usadas na prospecção e produção de petróleo. As vibrações que se propagam nestes tipos de estruturas geram ruído nas áreas dos alojamentos, causando “stress” e desconforto aos seus ocupantes.

O objetivo desse trabalho consiste em conhecer os caminhos de propagação de energia de um vão de uma placa apoiada a outro, avaliando a contribuição das vigas e das chapas nessa transmissão. Deseja-se conhecer quais os esforços responsáveis pela transmissão da maior parte da energia nas vigas e na chapa.

Busca-se conhecer o comportamento do fator de acoplamento entre chapas apoiadas em vigas de acordo com o tipo de seção transversal utilizada para as vigas, I, T invertida ou retangular, e com as dimensões das vigas utilizadas como apoio. Calculam-se os fatores de acoplamento para placas com viga na união e placas com vigas nas bordas e união.

Analisam-se as diferenças obtidas para os fatores de acoplamento, energia vibratória e potência transmitida, quando as vigas são modeladas por elemento de viga ou elemento de casca. Este último modelo leva em conta as ressonâncias próprias das abas e da alma das vigas, representando um modelo mais próximo do real.

Todas as análises são realizadas utilizando-se o Método de Elementos Finitos, através do programa comercial ANSYS, versão 5.3. Através da discretização utilizada, garante-se uma perfeita aplicabilidade até a frequência de 1000 Hz, para placas de área 2 m².

ABSTRACT

Reinforced plates are structures widely used in naval and aerospace structures. A typical example is offshore platform used in oil prospect and production. Vibrations that propagate in this type of structures originate noise at accommodation areas, causing stress and discomfort to the workers.

This dissertation consists of understanding the energy propagation path in reinforced plates, evaluating the beams and plate contribution to the energy transmission.

The behavior of the coupling factor between reinforced plates is studied, according to the type of section used in the beams.: I, inverted T, or rectangular, and according to the dimensions of the beams used as support. From that, calculate the coupling factor for reinforced plates.

The differences obtained from the coupling factors, vibratory energy and the power flow, are analysed when the beams are modelled by beams or shell elements. This last model considers the edge and web resonances, representing a better model.

All the analyses are done using the Finite Element Method through the software ANSYS, version 5.3. Through the used discretization, a perfect applicability up to the frequency of 1000 Hz, for plates of 2 m², can be garanted.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Estruturas tipo placas reforçadas por vigas são largamente utilizadas em estruturas navais e aeroespaciais. As vigas são utilizadas como apoio para a instalação de máquinas e equipamentos pesados. Um exemplo típico dessas estruturas são as plataformas “offshore” usadas na prospecção e na produção de petróleo. As vibrações que se propagam nestes tipos de estruturas, geram ruído nas áreas dos alojamentos que causam grande desconforto e “stress” aos seus ocupantes.

Os métodos mais comumente usados nestas aplicações são Método de Elementos Finitos (MEF) e a Análise Estatística Energética (SEA). Os métodos numéricos (MEF) limitam-se às primeiras freqüências de ressonância. Em altas freqüências, devido à necessidade de grande discretização imposta pelo Método de Elementos Finitos, que necessita no mínimo de 6 elementos por meio comprimento de onda, torna-se inviável a aplicação desse método para grandes estruturas.

O SEA (Análise Estatística Energética) é utilizado somente em altas freqüências, para as quais a densidade modal é normalmente elevada. Ozelame [1] mostrou que para placas reforçadas com área de aproximadamente 24 m^2 com 5 mm de espessura, típicas das plataformas “offshore”, têm-se mais de 10 modos por banda de $1/3$ de oitava a partir da de 50 Hz. Assim, para estes tipos de estruturas, pode-se utilizar SEA com segurança. Clarkson [2] recomenda uma densidade modal da estrutura de pelo menos 10 modos por banda de freqüência, para resultados considerados bons. Pelo menos 6 modos por faixa de $1/3$ de oitava devem existir em cada subsistema.

A Figura 1.1 ilustra uma configuração típica de chapa reforçada por vigas, em uma plataforma de exploração de petróleo. Neste caso, a chapa tem dimensões 5 m de comprimento, 1 m de largura e espessura 5 a 10 mm.

As vigas são T invertida e I, com altura 0,5 m, base 20 cm e espessura da alma 2 cm. As vigas menores têm altura 10 cm.



Figura 1.1 - Placa reforçada por vigas típica de plataforma de exploração de petróleo

Para a predição dos níveis de vibração e ruído em plataformas offshore, foi desenvolvido por Lenzi [19] e seus colaboradores do Laboratório de Vibrações e Acústica da UFSC, em parceria com a PETROBRÁS, o programa SEA – LVA baseado na Análise Estatística Energética. Este programa, através do conhecimento das potências de entrada no sistema, fatores de perda e fatores de acoplamento, permite o cálculo da energia vibratória dos subsistemas. Assim, consegue-se prever a velocidade média quadrática $\overline{v_{RMS}^2}$ das estruturas e a pressão média quadrática $\overline{p_{RMS}^2}$ para cavidades, podendo-se determinar os níveis de vibração e ruído nesses subsistemas. A Figura 1.2 mostra um gráfico referente a predições de velocidades feitas pelo programa, comparadas com medições realizadas em

uma plataforma de exploração de petróleo em operação na Bacia de Campos, RJ.

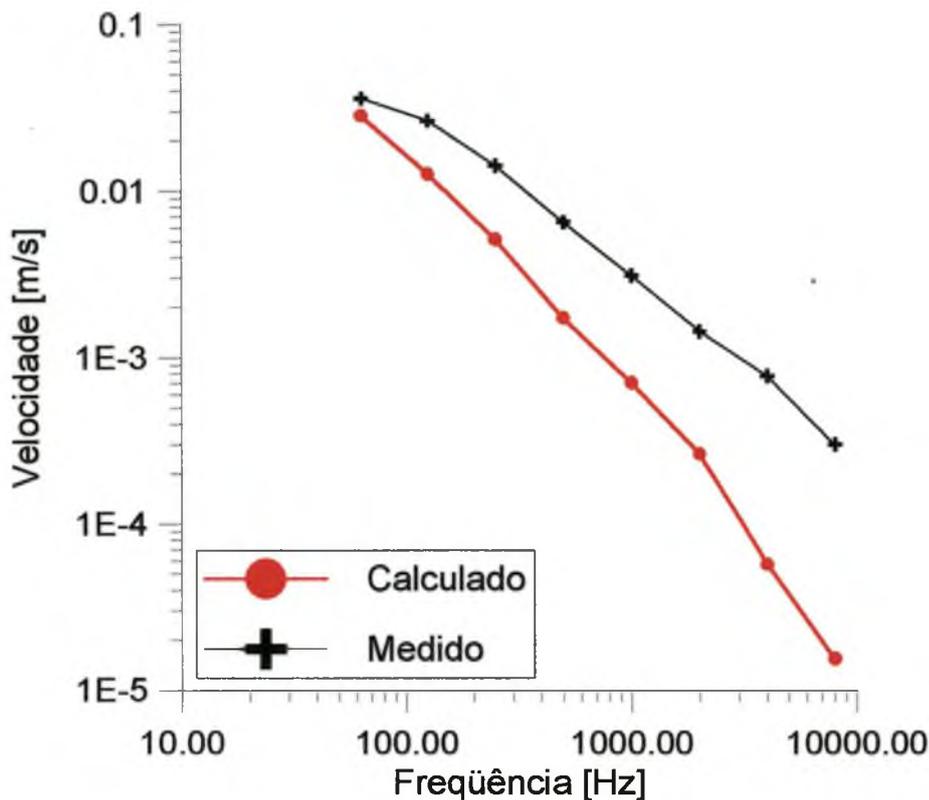


Figura 1.2 - Velocidade média quadrática prevista pelo "software" SEA - LVA

Esses resultados ilustram a necessidade de se determinarem os fatores de acoplamento e densidade modal com uma boa precisão para a correta predição dos níveis de vibração e ruído dos subsistemas. Além desses, outros parâmetros são importantes, como o amortecimento estrutural e a eficiência de irradiação.

Ozelame [1] em análise numérica e experimental concluiu que a densidade modal de chapas reforçadas é bastante próxima daquela obtida para placas lisas, exceto em algumas frequências para as quais ocorrem problemas de "filtragem" da energia que se propaga em estruturas periódicas, ou quase periódicas.

Os fatores de acoplamento deixaram dúvidas principalmente sobre o caminho do fluxo de energia vibratória entre vãos de placas reforçadas.

Os trabalhos publicados por Clarkson [2], [3], [4], abordam a determinação experimental dos fatores de acoplamento, densidade modal e fator de perda estrutural em placas planas horizontais.

Cuschieri [5] utilizou funções de mobilidade para determinar o fluxo de potência em placas finas acopladas em L. Esses resultados serviram para comparação da potência transferida de um subsistema a outro e da potência de entrada, obtidos pelo Método de Elementos Finitos.

Fiates [6], usando o Método da Mobilidade, analisou vigas acopladas em diversas configurações utilizando as teorias de Euler-Bernoulli e de Timoshenko. Esses resultados foram comparados com resultados obtidos pelo MEF, para diversas formas e geometrias de seção transversal da viga, onde se observou a diferença entre a teoria de Euler-Bernoulli e Timoshenko para as vigas utilizadas pelo autor e a necessidade do uso do coeficiente de correção de Timoshenko para vigas curtas.

Em Heckl [7] encontra-se a obtenção dos coeficientes de transmissão para incidência normal e para incidência aleatória em placas semi-infinitas acopladas em L. Esse trabalho serve como referência para comparação entre os fatores de acoplamento obtidos para placas apoiadas e para placas lisas.

Cuschieri [8] fez uma análise paramétrica, do fluxo de potência entre placas finas acopladas em L, variando parâmetros como espessura, área, materiais, amortecimento estrutural e localização das excitações, obtendo a resposta estrutural. Comparou o Método do Fluxo de Potência (MFP) com SEA, obtendo boa concordância.

O objetivo principal do presente trabalho consiste em conhecer o caminho de propagação da energia de um vão de uma chapa a outro vão, procurando quantificar os fluxos de energia transmitida entre vãos através das vigas e pela chapa, além do tipo de esforço que transmite maior quantidade de energia.

Outra importante análise a ser apresentada refere-se ao efeito da flexibilidade das vigas quando modeladas por elemento de placa. Essas vigas, possuem modos próprios, além dos efeitos da ressonância de flexão e de torção das vigas quando se deformam como um todo. As mobilidades são

diferentes quando modeladas por elementos de placa, sendo esperada uma variação em altas frequências.

Estuda-se, também, a influência da viga na união entre as duas placas. Deseja-se saber quanto a viga contribui para o bloqueio da energia transmitida entre as placas 1 e 2, diretamente de uma placa a outra.

A influência da forma da seção transversal da viga de reforço também é um dos objetivos do trabalho. Deseja-se saber o efeito da inércia e rigidez, utilizando-se vigas de seção quadrada, I e T invertida. Avalia-se qual tipo de esforço é mais relevante na propagação da energia, o momento fletor, momento torçor ou esforço cortante.

O método de análise e cálculo desses parâmetros foi o MEF. Esse método é vantajoso para placas pequenas, onde ainda se têm condições de fazer uma análise até cerca de 1000 Hz, com boa precisão.

No Capítulo 2, descrevem-se os procedimentos realizados para a validação do MEF, comparando as soluções obtidas para a potência transferida e potência de entrada com soluções analíticas de mobilidade para placas e vigas acopladas. Descrevem-se os tipos de elementos utilizados da biblioteca do ANSYS, as funções de interpolação para cada elemento e os tipos de soluções usadas para as análises modal e harmônica.

Descrevem-se no Capítulo 3 os principais parâmetros de SEA bem como algumas relações utilizadas em Análise Estatística Energética.

No capítulo 4, calculam-se o fator de perda por acoplamento para diversas configurações de placas apoiadas em vigas. Analisam-se a diferença entre vigas modeladas por elementos de vigas e por elementos de placa.

No Capítulo 5, determinam-se os caminhos de transmissão de energia de um subsistema a outro e quais os esforços contribuem para a transmissão de potência.

No Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões obtidas deste trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2 - MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Este capítulo descreve o procedimento utilizado nas análises numéricas realizadas. Foram determinados o fator de acoplamento, a energia vibratória e a potência transferida de um subsistema a outro.

Todas as análises numéricas foram realizadas utilizando-se o programa comercial ANSYS, versão 5.3 universitário.

2.1 Aplicação do Método de Elementos Finitos

O MEF é utilizado nesse trabalho para a determinação do fluxo de potência W_m de um subsistema a outro em uma estrutura. Além disso, é determinada a energia vibratória média de cada componente através de sua velocidade média quadrática, $\langle v_{RMS}^2 \rangle$. Com esses parâmetros, conhecidos o fator de perda estrutural η de cada subsistema e a densidade modal n (modos/Hz) de cada componente, determina-se o fator de perda por acoplamento η_{ij} , descrito no Item 3.2.3.

Analisa-se o fluxo de potência em vãos adjacentes de placas reforçadas por vigas, buscando-se entender o efeito proporcionado pelas vigas.

São usadas placas no mesmo plano (Figura 2.1) com área total de 2 m², sendo a largura de 1 m; o primeiro vão com 1,1 m e o segundo com 0,9 m de comprimento, objetivando-se conhecer a influência da dimensão da viga nos caminhos de propagação de energia. Assim, tem-se diferentes frequências de ressonância para os dois vãos. As placas possuem espessuras iguais a 5 mm e são de aço com módulo de elasticidade $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ N/m², coeficiente de Poisson $\nu = 0,29$ e fator de perda estrutural $\eta = 0,01$.

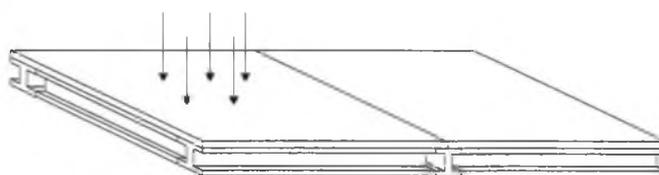


Figura 2.1 – Placas apoiadas unidas no plano.

Para o modelo de elementos finitos foram utilizados o elemento de placa SHELL 63 e o elemento de viga BEAM 44, ambos da biblioteca do programa ANSYS.

O elemento de placa SHELL 63 tem capacidade de flexão e movimentos de membrana e possui quatro nós por elemento. São permitidos carregamentos normais e no plano. O elemento possui seis graus de liberdade por nó: translações nas direções x, y e z e rotações sobre os eixos x, y e z [9].

As funções de interpolação u e v nas direções de membrana e w transversal à placa, para o elemento de placa SHELL 63 são dadas, de acordo com a Figura 2.2, por :

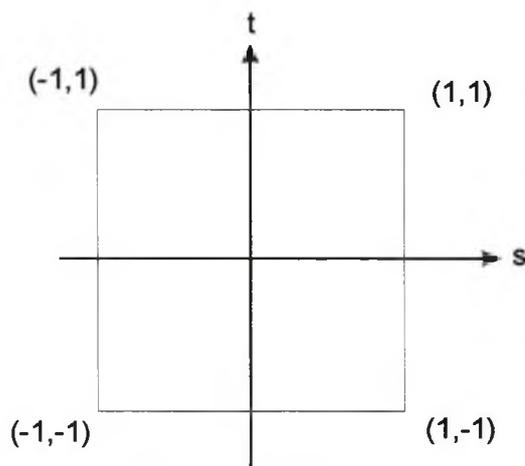


Figura 2.2 – Esquema de funções de interpolação para elemento de placa.

$$u = \frac{1}{4} [u_I(1-s)(1-t) + u_J(1+s)(1-t) + u_K(1+s)(1+t) + u_L(1-s)(1+t)] \quad (2.1)$$

$$v = \frac{1}{4} [v_I(1-s)(1-t) + v_J(1+s)(1-t) + v_K(1+s)(1+t) + v_L(1-s)(1+t)] \quad (2.2)$$

onde w é definido por quatro triângulos superpostos [10]. Os índices I, J, K e L referem-se aos valores nodais de cada função.

O elemento de viga BEAM 44 é um elemento uniaxial de dois nós com capacidade de tração, compressão, torção e flexão. Possui seis graus de liberdade por nó: translações nas direções x, y e z e rotações sobre os eixos

nodais x, y e z. Permite uma geometria não-simétrica em cada terminação e permite que os nós fiquem deslocados do centro de gravidade da viga [11].

Para o elemento de viga BEAM 44, são usadas as seguintes funções de interpolação, de acordo com a Figura 2.3:

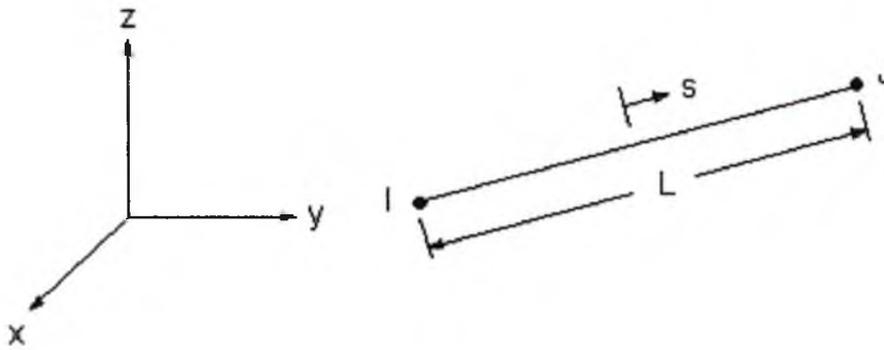


Figura 2.3 – Esquema de funções de interpolação para elemento de viga.

$$u = \frac{1}{2} [u_I(1-s) + u_J(1+s)] \quad (2.3)$$

$$v = \frac{1}{2} \left[v_I \left(1 - \frac{s}{2}(3-s^2)\right) + v_J \left(1 + \frac{s}{2}(3-s^2)\right) \right] + \frac{L}{8} [\theta_{z,I}(1-s^2)(1-s) - \theta_{z,J}(1-s^2)(1+s)] \quad (2.4)$$

$$w = \frac{1}{2} \left[w_I \left(1 - \frac{s}{2}(3-s^2)\right) + w_J \left(1 + \frac{s}{2}(3-s^2)\right) \right] - \frac{L}{8} [\theta_{y,I}(1-s^2)(1-s) - \theta_{y,J}(1-s^2)(1+s)] \quad (2.5)$$

$$\theta_x = \frac{1}{2} [\theta_{x,I}(1-s) + \theta_{x,J}(1+s)] \quad (2.6)$$

A aplicação do MEF para a estrutura a ser analisada consiste em:

- geração da malha utilizando-se elementos de placa e viga;
- análise modal ou resolução do problema de auto valores não amortecido;
- análise harmônica, utilizando-se os auto valores e auto vetores do problema anterior;

- pós processamento dos resultados.

Para facilitar o cálculo da energia vibratória média de cada subsistema, foram usados elementos de placa retangulares com dimensões constantes ao longo da placa. Assim, obtém-se elementos de mesma massa, facilitando o cálculo da média espacial da resposta ao longo da superfície.

A análise modal consiste da resolução da equação diferencial

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (2.7)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa, $[K]$ é a matriz de rigidez, $\{u\}$ é o vetor de deslocamento, $\{\ddot{u}\}$ o vetor de aceleração e $\{0\}$ é o vetor nulo.

São realizadas as hipóteses de que: a estrutura tem propriedades constantes de massa e rigidez, não há amortecimento e não existem forças aplicadas, ou seja, trata-se inicialmente de vibrações livres.

Considerando-se o sistema linear, as vibrações livres são expressas na forma:

$$\{u\} = \{\phi\}_i \cos \omega_i t \quad (2.8)$$

sendo $\{\phi\}_i$ o autovetor que representa o modo da i -ésima frequência natural, ω_i é a i -ésima frequência natural e t o tempo.

Assim, a Equação 2.7 pode ser escrita na forma

$$(-\omega_i^2[M] + [K])\{\phi\}_i = \{0\} \quad (2.9)$$

e como deseja-se a solução não trivial, então o determinante:

$$|[K] - \omega_i^2[M]| = 0 \quad (2.10)$$

Este é um problema de autovalores que deve ser solucionado para n valores de ω^2 e n autovetores que satisfaçam a Equação (2.10).

A obtenção dos autovetores e autovalores do problema pode ser feita utilizando-se os seguintes métodos:

- solução reduzida;
- método não simétrico;
- método amortecido;
- método dos subespaços;
- Bloco de Lanczos.

No método reduzido, o sistema de equações é condensado para aqueles graus de liberdade associados com os graus de liberdade “masters”, através da redução de Guyan. O conjunto de n graus de liberdade caracteriza as freqüências naturais de interesse do sistema. O manual do programa utilizado recomenda que o número de graus de liberdade “masters” selecionado seja pelo menos duas vezes o número de freqüências naturais de interesse. Este método deve ser utilizado com cuidado, pois a seleção automática dos graus de liberdade é feita em regiões de maior concentração de massa, no caso de placas reforçadas, as vigas.

O método não-simétrico é utilizado para matrizes não-simétricas, como é o caso da interação fluido-estrutura.

O método amortecido é usado somente quando a matriz de amortecimento precisa ser incluída na Equação 2.7.

Para matrizes completas e simétricas, utiliza-se o Método do Subespaço. Esse método é o mais preciso, porém tem o maior custo computacional.

O Bloco de Lanczos é utilizado em problemas grandes de autovalores simétricos. Tipicamente, é utilizado para problemas solucionados também pelo método de subespaço, porém com maior taxa de convergência.

Desses métodos, o mais eficiente na extração dos autovalores foi o Bloco de Lanczos, possuindo uma velocidade de processamento maior que o método de Subespaço e com os mesmos resultados.

Para a análise harmônica, a equação é dada por

$$([K] - \omega^2 [M] + i\omega [C]) (\{u_1\} + i\{u_2\}) = \{F_1\} + i\{F_2\} \quad (2.11)$$

sendo ω a frequência angular, $[C]$ a matriz de amortecimento, $\{u\}$ o vetor deslocamento composto da parte real $\{u_1\}$ e imaginária $\{u_2\}$ e $\{F\}$ é o vetor força composto da parte real $\{F_1\}$ e imaginária $\{F_2\}$, respectivamente.

Tem-se os seguintes métodos disponíveis:

- “full”;
- reduzido;
- superposição modal.

No método “full”, essa equação é resolvida diretamente, dispendendo grande esforço computacional (tempo de processamento e memória).

O método reduzido utiliza uma matriz reduzida para a estrutura. São permitidas forças aplicadas diretamente nos graus de liberdade ou aceleração agindo na matriz de massa reduzida. Além disso, pode-se aplicar deslocamentos diferentes de zero somente nesses nós.

O método da superposição modal usa os autovalores e autovetores para determinar a resposta a uma excitação harmônica. Permite uma velocidade de processamento bem maior que o método “full” e melhor precisão que o método reduzido.

2.2 Vigas unidas em L

Para duas vigas unidas em L, compararam-se as respostas analíticas e numéricas, de modo a avaliar a possibilidade de aplicar o método de elementos finitos para estes tipos de vigas, como mostradas na Figura 2.4.

A resposta analítica de vigas pelo método da mobilidade encontra-se desenvolvida no trabalho de Fiates [6]. As expressões de potência de entrada e transferida são dadas, tanto para vigas Euler - Bernoulli como para vigas Timoshenko.

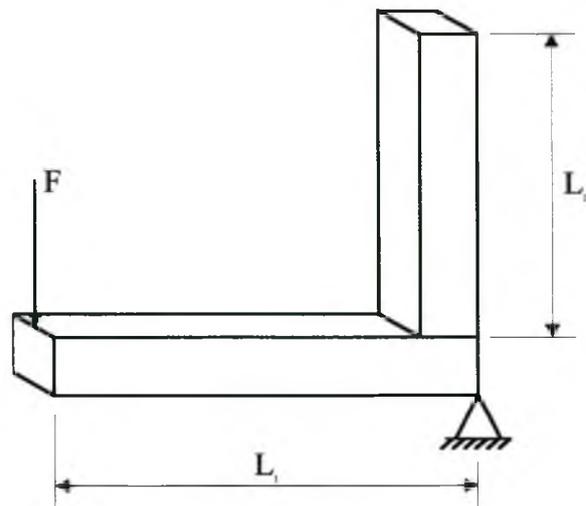


Figura 2.4 - Esquema de duas vigas unidas em L

Quando as dimensões da seção transversal não são pequenas, quando comparadas com o comprimento da viga, devem-se considerar os efeitos de inércia rotatória e deformações cisalhantes. Esta teoria é conhecida como teoria de viga semi-espessa ou teoria de viga de Timoshenko [12]. Devido à deformação cisalhante, a tangente à linha deformada OT não será mais perpendicular à face QR, conforme visto na Figura 2.5.

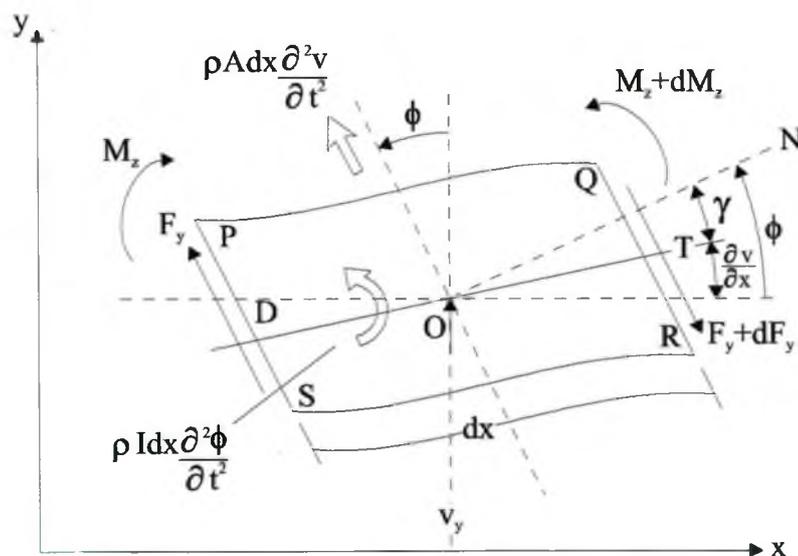


Figura 2.5 - Esforços em uma viga Timoshenko

Assim, considerando-se o esforço cortante positivo quando orientado para baixo, tem-se:

$$\gamma = \phi - \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.12)$$

onde γ é a deformação cisalhante, ϕ é o deslocamento angular e v o deslocamento transversal.

O momento fletor M e a força cortante V são dadas por:

$$M = \bar{E}I \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2.13)$$

$$V = K A G \gamma = K A G \left(\phi - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.14)$$

onde $\bar{E}I$ é o módulo de rigidez à flexão da viga, G é o módulo de rigidez ao cisalhamento do material e K é uma constante, também conhecida como coeficiente de cisalhamento de Timoshenko, que depende da forma da seção transversal da viga [13].

A equação da onda para vigas [12] é dada por:

$$\bar{E}I \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} - \rho I \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} \left(1 + \frac{\bar{E}}{KG} \right) + \frac{\rho^2 I}{KG} \frac{\partial^4 v}{\partial t^4} = 0 \quad (2.15)$$

Os dois primeiros termos da equação são os termos da Equação de Euler - Bernoulli. O terceiro termo está relacionado com a inércia rotatória e o quarto termo com o cisalhamento. O último, envolve os dois efeitos.

De acordo com Fiates [6], para duas vigas acopladas em L conforme Figura 2.2, a potência de entrada W_{in} e o fluxo de potência do subsistema 1 para o 2, W_{tr} , é dado, respectivamente, por:

$$W_{in} = \frac{1}{2} |F|^2 \operatorname{Re} \left\{ Y_{11}(f) - \frac{Y_{12}(f)^2}{Y_{22}(f) + Y_{33}(f)} \right\} \quad (2.16)$$

$$W_{tr} = \frac{1}{2} |F|^2 \left\{ \left| \frac{Y_{12}(f)}{Y_{22}(f) + Y_{33}(f)} \right| \right\}^2 \operatorname{Re} \{ Y_{33}(f) \} \quad (2.17)$$

onde

$Y_{11}(f)$ é a mobilidade de entrada no componente 1;

$Y_{12}(f)$ é a mobilidade de transferência;

$Y_{22}(f)$ é a mobilidade de saída no componente 1;

$Y_{33}(f)$ é a mobilidade de entrada no componente 2,

$\operatorname{Re}\{ \}$ é a parte real de $\{ \}$.

A potência de entrada W_{in} em uma viga e a potência transferida W_{tr} de uma viga a outra, dispostas conforme a Figura 2.4, podem ser calculadas utilizando-se as Equações 2.16 e 2.17.

Na Figura 2.6 utilizaram-se duas vigas acopladas em L, com dimensões $h_1 = h_2 = 0,02$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m, e comprimento $L_1 = 2$ m e $L_2 = 1$ m. O material utilizado é aço, com módulo de elasticidade $\bar{E} = 2,1 \times 10^{11}$ N/m², fator de perda $\eta = 0,01$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,29$.

A malha de elementos finitos utilizada para discretização das vigas é composta de 300 elementos de viga, cada um com 1 cm de comprimento, garantindo mais de 6 elementos por meio comprimento de onda na frequência de 1000 Hz.

A discretização de frequência utilizada para o cálculo das respostas, como fluxo de energia vibratória entre a união das vigas, é de 1 Hz na faixa de 0 a 200 Hz, 2 Hz na faixa de 200 Hz a 500 Hz e 5 Hz na faixa de 500 Hz a 1000 Hz.

As Figuras 2.7 e 2.8 mostram uma boa concordância entre vigas modeladas analiticamente pelas teorias de Timoshenko e de Euler - Bernoulli quando as dimensões da seção transversal são bem menores que o comprimento da viga. Vê-se também uma comparação com o MEF.

Nas Figuras 2.9 e 2.10, observa-se que há uma diferença considerável entre as duas teorias, bem como quando comparadas com Elementos Finitos. Nesse caso, foram utilizadas vigas com mesmo comprimento e material que a anterior, porém com dimensões da seção transversal dadas por $h_1 = h_2 = 0,1$ m e $b_1 = b_2 = 0,1$ m.

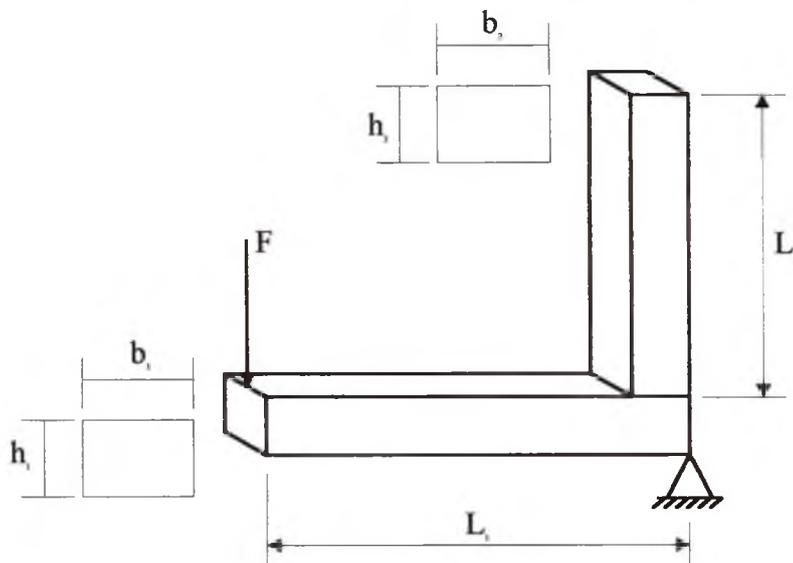


Figura 2.6– Esquema das vigas e dimensões

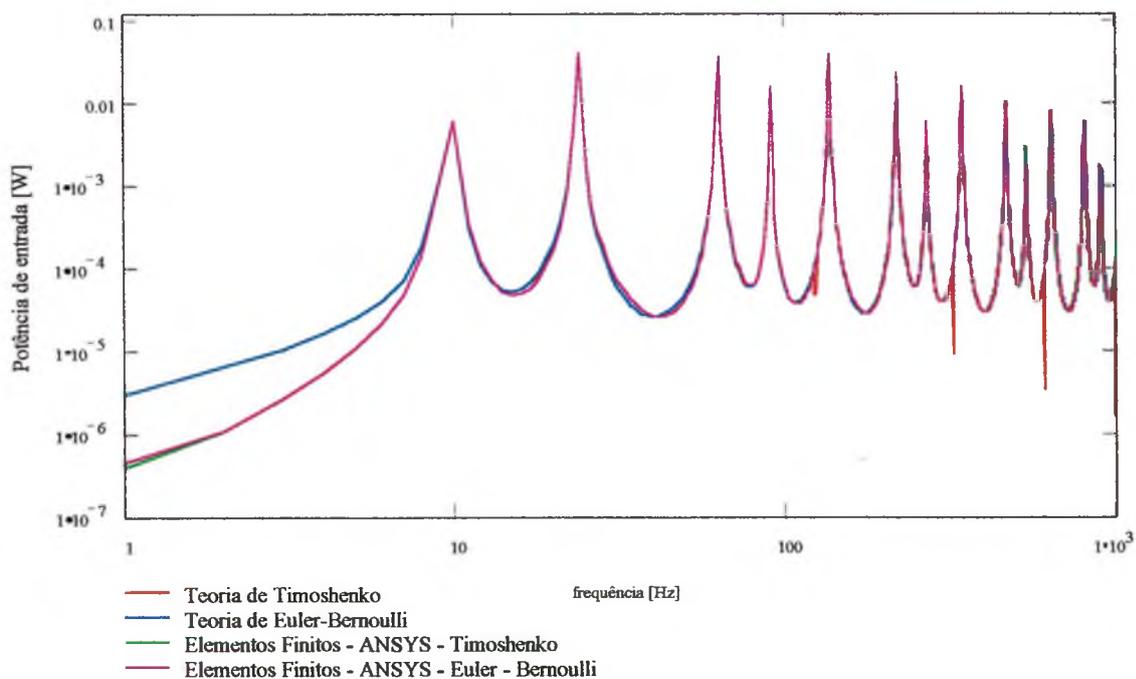


Figura 2.7 - Comparação entre as potências de entrada para vigas Timoshenko, Euler – Bernoulli e Método de Elementos Finitos, $h_1 = h_2 = 0,02$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m.

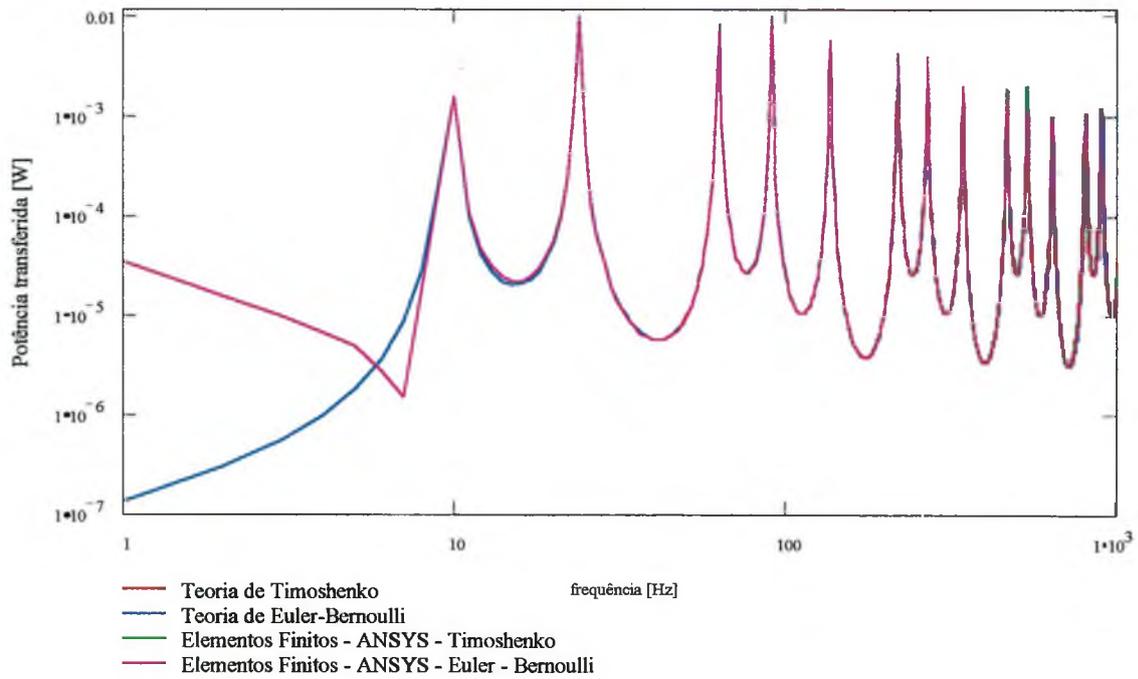


Figura 2.8 - Comparação entre as potências transferidas para vigas Timoshenko, Euler – Bernoulli e Método de Elementos Finitos, $h_1 = h_2 = 0,02$ m, $b_1 = b_2 = 0,02$ m.

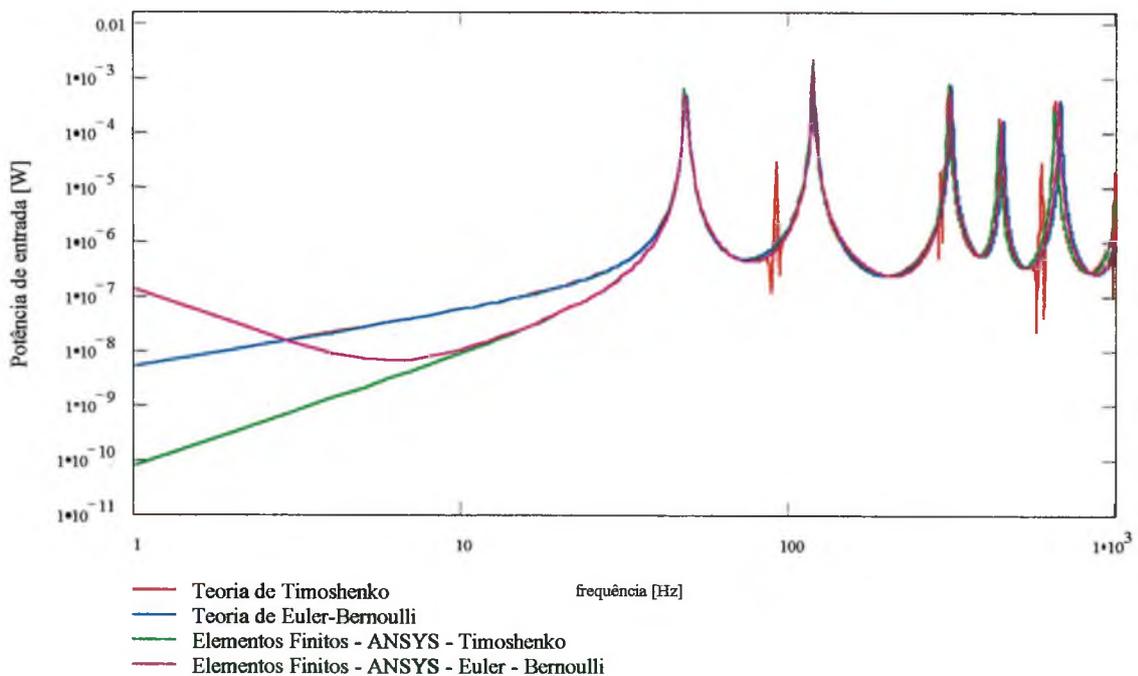


Figura 2.9 - Comparação entre potência de entrada para vigas Timoshenko, Euler - Bernoulli e Método de Elementos Finitos, $h_1 = h_2 = 0,1$ m, $b_1 = b_2 = 0,1$ m.

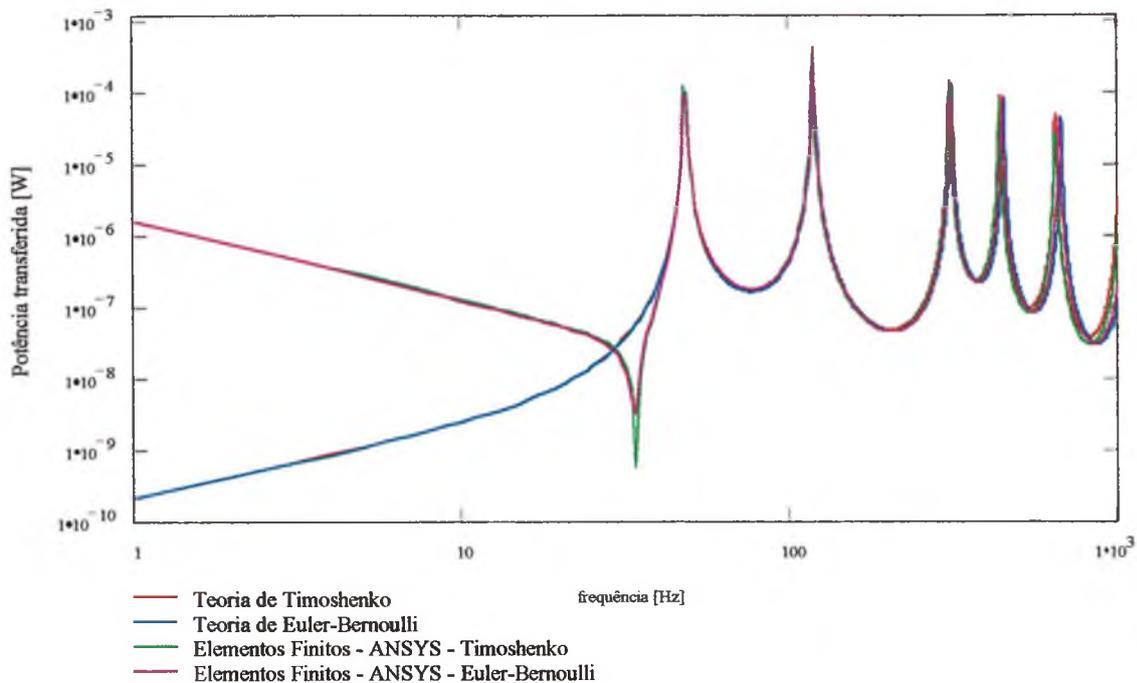


Figura 2.10 - Comparação entre potência transferida para vigas Timoshenko, Euler – Bernoulli e Método de Elementos Finitos, $h_1 = h_2 = 0,1$ m, $b_1 = b_2 = 0,1$ m.

Diante desses resultados, resolveu-se modelar as vigas por elementos de placa e comparar os resultados com os obtidos por elemento de viga. Os resultados e as comparações são apresentadas no Capítulo 4.

2.3 Placas simplesmente apoiadas unidas em L

Fazendo-se uma análise semelhante à que foi realizada com vigas, utilizou-se o Método da Mobilidade para comparação dos resultados com os obtidos por Elementos Finitos para efeitos de validação do procedimento e da escolha dos elementos. Assim, partindo-se de uma solução conhecida para uma placa, pode-se analisar o erro cometido utilizando-se o MEF.

Para placas acopladas, conforme Figura 2.11, com dimensões a e b idênticas e simplesmente apoiadas em três bordas e rotuladas no apoio da união, tem-se que as mobilidades pontuais M_{11} e de transferência M_{21} são dadas por Cuschieri [8]:

$$M_{1mm} = \frac{\ddot{u}_{mm}}{F_{mm}} = \frac{jf}{2\pi\rho h} \frac{1}{(f_{mm}^*)^2 - f^2} \quad (2.18)$$

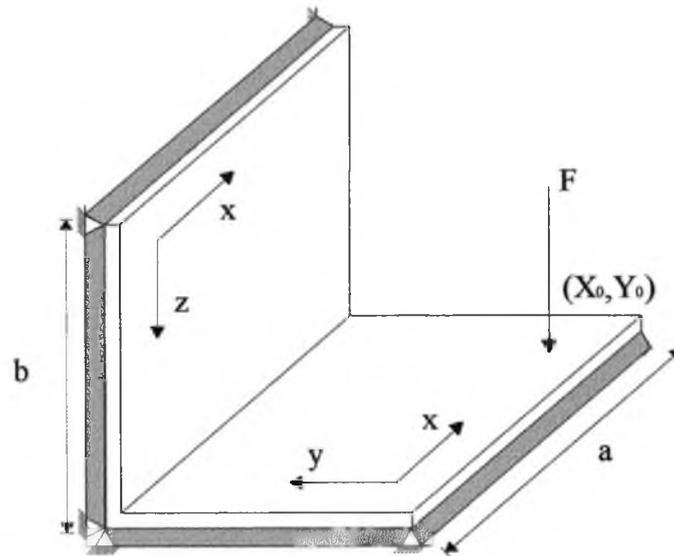


Figura 2.11 - Placas acopladas em forma de L excitada por uma força em x_0, y_0 .

e

$$M_{21m} = \frac{\dot{\theta}_m}{F_m} = \frac{j f}{2 \pi \rho h} \sum_n \frac{(-1)^n n F_n}{(f_{mm}^*)^2 - f^2} \quad (2.19)$$

onde

$$f_{mm}^* = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{D^*}{\rho h} \left[\left(\frac{m \pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b} \right)^2 \right]} \quad (2.20)$$

$$F_m = \frac{2}{a} F_0 \operatorname{sen} \left(\frac{m \pi x_0}{a} \right) \quad (2.21)$$

$$F_n = \frac{2}{b} \operatorname{sen} \left(\frac{n \pi y_0}{b} \right) \quad (2.22)$$

$$F_{mm} = F_m F_n \quad (2.23)$$

onde x_0 e y_0 são as coordenadas do ponto de aplicação do carregamento, u_{mm} é o deslocamento da superfície da placa para o modo (m,n) , θ_m é o

componente de número m do deslocamento angular na borda da placa, D^* e ρ são a rigidez à flexão e a densidade superficial, respectivamente.

Para determinar as mobilidades M_{2m} , M_{3m} e M_{12m} , usa-se a placa vertical com três bordas simplesmente apoiadas e uma rotulada, com momento distribuído na borda da união. As seguintes expressões de mobilidade são obtidas:

$$M_{2m} = M_{3m} = \frac{\dot{\theta}}{\gamma_m} = \frac{j}{2\sqrt{\rho h D^*}} \left(\frac{k_2}{\tan(k_2 b)} - \frac{k_1}{\tan(k_1 b)} \right) \quad (2.24)$$

$$M_{12m} = \frac{\dot{u}_m(y_0)}{\gamma_m} = \frac{j}{2\sqrt{\rho h D^*}} \left(\frac{\text{sen}(k_2 y_0)}{\text{sen}(k_2 b)} - \frac{\text{senh}(k_1 y_0)}{\text{senh}(k_1 b)} \right) \quad (2.25)$$

onde γ_m é a componente de modo m do momento e k_1 e k_2 definidos por:

$$k_1^2 = 2k_x^2 + k_y^2 \quad (2.26)$$

$$k_2 = k_y \quad (2.27)$$

$$k_x = \frac{m\pi}{a} \quad (2.28)$$

$$k_y^2 = \omega \sqrt{\frac{\rho h}{D^*}} - k_x^2 \quad (2.29)$$

No caso da Equação 2.19, $M_{2m} = M_{3m}$, pois as placas possuem mesmas dimensões e propriedades de material.

Pode-se determinar as potências de entrada e transmitida, respectivamente, por Cuschieri [8]:

$$W_{in} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m,n} \frac{a b}{4} |F_{mm}|^2 M_{1mm} - \frac{a}{2} \sum_m \frac{M_{21m}}{M_{2m} + M_{3m}} |F_m|^2 M_{12m} \right\} \quad (2.30)$$

$$W_{tr} = \frac{1}{2} \sum_m \left\{ \left| \frac{M_{21m} F_m}{M_{2m} + M_{3m}} \right|^2 \operatorname{Re} \{ M_{3m} \} \right\} \quad (2.31)$$

No MEF, determina-se a potência de entrada através da determinação da velocidade transversal conjugada \dot{v}^* , e, conhecendo-se a força de excitação, tem-se:

$$W_{in} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ F \dot{v}^* \} \quad (2.32)$$

A potência transferida da placa 1 para a 2 é calculada através da determinação do momento fletor na união e das respectivas velocidades angulares. Fazendo-se um somatório de potência transferida ao longo dos elementos localizados na união das placas, obtém-se:

$$W_{tr} = \sum_{i=1}^{n\text{ nós}} \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ M \dot{\theta}^* \} \quad (2.33)$$

As Figuras 2.12, 2.13 e 2.14 ilustram as comparações entre as potências de entrada W_{in} , potência transferida W_{tr} e razão de potências W_{in}/W_{tr} . Para esse caso, utilizaram-se placas de alumínio, com densidade $\rho = 2710 \text{ kg/m}^3$, módulo de elasticidade $E = 7,2 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ e fator de perda estrutural $\eta = 0,01$. As placas têm dimensões $a = 1 \text{ m}$, $b = 0,5 \text{ m}$ e espessura $h = 0,00635 \text{ m}$. Aplicou-se uma força de módulo 1 N no ponto $x_0 = 0,35 \text{ m}$ e $y_0 = 0,35 \text{ m}$.

As dimensões dos elementos de placa utilizados foi de $2,8 \text{ cm} \times 2,8 \text{ cm}$, totalizando aproximadamente 1200 elementos.

A discretização de frequência utilizada novamente é de 1 Hz na faixa de 0 a 200 Hz, 2 Hz na faixa de 200 Hz a 500 Hz e 5 Hz na faixa de 500 Hz a 1000 Hz.

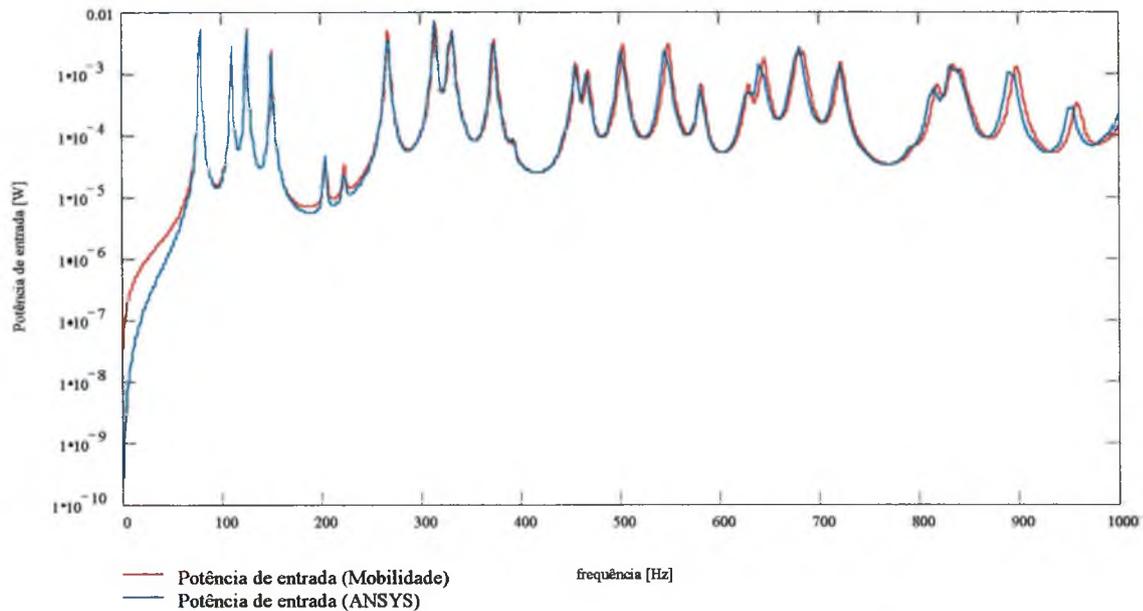


Figura 2.12 - Comparação entre as potências de entrada calculadas pelo Método da Mobilidade e por Elementos Finitos

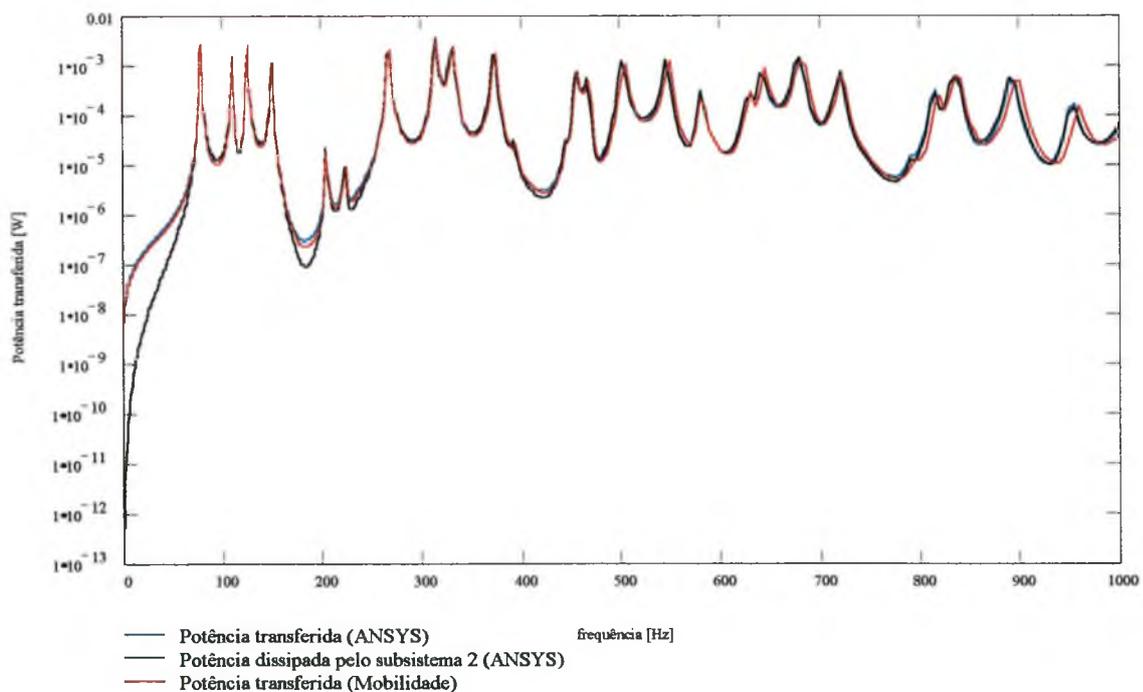


Figura 2.13 - Comparação entre as potências transferidas calculadas pelo Método da Mobilidade e por Elementos Finitos

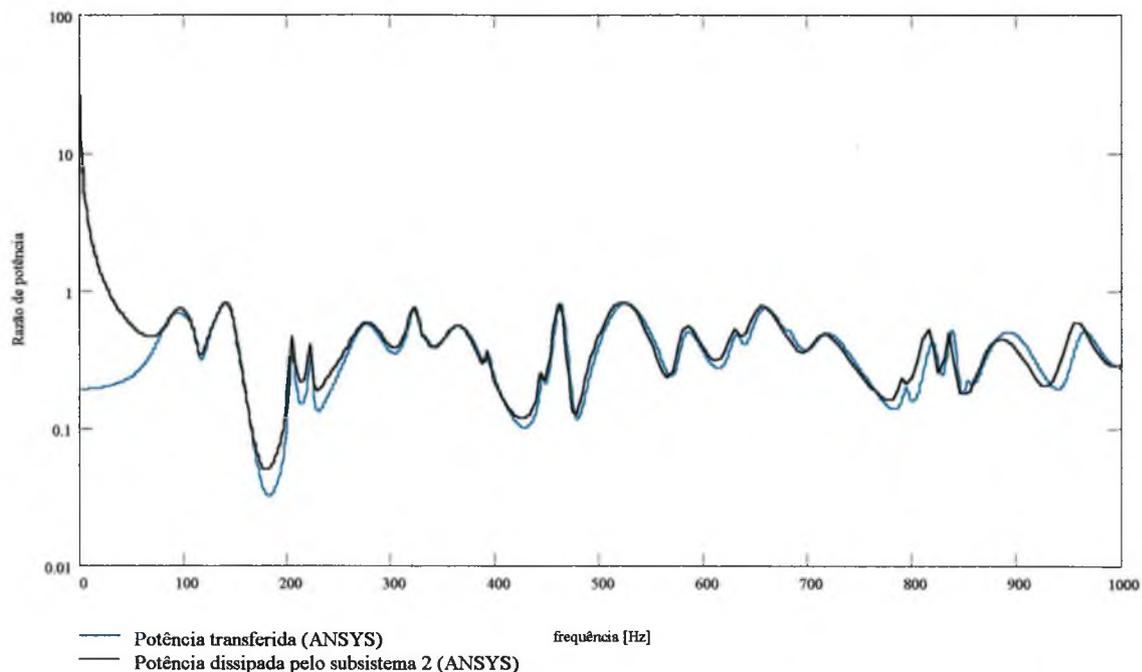


Figura 2.14 - Comparação entre as razões de potência calculadas pelo Método da Mobilidade e por Elementos Finitos.

A principal conclusão obtida desses resultados é que os elementos finitos selecionados para essa análise são adequados para o cálculo de respostas e de fluxo de energia até frequências de 1000 Hz, tanto para a modelação das vigas como para as placas.

Comparando-se os resultados obtidos pelo Método de Elementos Finitos e pelo Método da Mobilidade, obtém-se uma concordância muito boa entre os dois métodos para o cálculo da potência de entrada e da potência transferida.

CAPÍTULO 3 – EQUAÇÕES E PARÂMETROS DE SEA

Este capítulo trata da descrição dos parâmetros principais utilizados em modelos de sistemas estruturais por SEA – Análise Estatística Energética – e das equações básicas a serem utilizadas no decorrer do trabalho.

3.1 Introdução à Análise Estatística Energética – SEA

A Análise Estatística Energética é um método utilizado para prever níveis de vibrações e ruído em bandas de frequência para sistemas de alta densidade modal como por exemplo, estruturas que trocam energia com campos acústicos formados em recintos fechados. Ao contrário dos métodos tradicionais, SEA atinge resultados satisfatórios para sistemas com muitos modos de vibração. É utilizado para prever a resposta em altas frequências de estruturas excitadas aleatoriamente.

Em SEA, assume-se que a energia esteja contida nas ressonâncias e a energia total é a soma das energias dos modos. Por definição, subsistemas são entidades estruturais ou acústicas que têm modos similares em natureza e mesma energia modal [14].

Como a distribuição de energia no espaço é assumida uniforme, somente valores médios espaciais de vibrações e níveis de ruído em cada subsistema podem ser obtidos nas bandas de análise.

A vantagem de SEA sobre o MEF e a Análise Modal é a redução do custo computacional para estruturas com alta densidade modal, diminuindo o número de graus de liberdade. O SEA trata os modos estatisticamente, dividindo-os em pequenos grupos de modos semelhantes. Deve-se ressaltar que muitos problemas, que envolvem excitações de altas frequências necessitam ser modelados por SEA devido à total inviabilidade de serem abordados pelos métodos baseados na análise modal.

O número de subsistemas determina o número de graus de liberdade no modelo de SEA e o número de equações a serem resolvidas. Cada subsistema consiste de um grupo de modos de vibração. Cada grau de liberdade é a energia modal média por modo do grupo.

Os conceitos básicos utilizados em SEA são:

- O fluxo de potência entre os subsistemas é proporcional à diferença na energia modal dos subsistemas acoplados.
- A potência de excitação ou transferida ao subsistema é dissipada no subsistema ou transmitida para subsistemas adjacentes pelas junções das estruturas ou interfaces entre estruturas e cavidades acústicas.
- A energia permanece somente nos modos ressonantes, de forma que quanto mais modos um subsistema tem na banda de análise, maior a capacidade do subsistema em armazenar energia. Dentro de cada banda de análise, a energia em um subsistema é uniformemente dividida entre os modos. O fluxo líquido de potência é proporcional à diferença na energia modal e somente passa do subsistema com maior energia modal para o de menor energia modal.
- O amortecimento de todos os modos contidos em uma banda de frequência de análise é considerado constante e médio na banda.

3.2 Parâmetros de Análise Estatística Energética

A energia vibratória é a variável de interesse em SEA. Os parâmetros básicos utilizados em SEA são o amortecimento estrutural, o fator de acoplamento, a densidade modal e a eficiência de irradiação.

3.2.1 Energia Vibratória

Para um componente estrutural, a energia vibratória E é determinada utilizando-se a equação

$$E = M_c \langle \overline{v_{RMS}^2} \rangle \quad (3.1)$$

onde $\langle \overline{v_{RMS}^2} \rangle$ é a média quadrática temporal e simples espacial da velocidade e M_c , a massa do componente.

No caso de placas planas lisas, a média da velocidade normal é feita em alguns pontos da placa. Bonilha [15] recomenda 10 pontos para placas lisas, enquanto que para placas reforçadas Ozelame [1] recomenda 15 pontos aleatoriamente distribuídos para a média da velocidade. Isso porque a presença da viga altera significativamente a rigidez da placa, fazendo-se necessário um maior número de pontos para garantir uma média confiável.

A energia vibratória dos subsistemas é de extrema importância, pois junto com o fator de perda estrutural η e da densidade modal, permite determinar os fatores de acoplamento η_{ij} , a potência transmitida de um subsistema a outro e a potência dissipada pelo subsistema.

3.2.2 Amortecimento Estrutural

O amortecimento estrutural é o principal responsável pela dissipação da energia vibratória do subsistema. É um parâmetro de difícil predição, pois varia com o tipo de material e a geometria do subsistema, devendo por isso ser determinado experimentalmente.

É definido como a razão entre a energia dissipada por radiano de oscilação e a máxima energia vibratória, $E = M_c \langle v_{RMS}^2 \rangle$, do componente de estrutura, ou seja:

$$\eta = \frac{E_{\text{diss/radiano}}}{M_c \langle v_{RMS}^2 \rangle} = \frac{W_{\text{diss}}}{2 \pi f M_c \langle v_{RMS}^2 \rangle} = \frac{W_{\text{diss}}}{\omega M_c \langle v_{RMS}^2 \rangle} \quad (3.2)$$

onde $E_{\text{diss/radiano}}$ é a energia média dissipada em uma banda de frequência centrada na frequência f_c ; $\langle v_{RMS}^2 \rangle$, a velocidade média quadrática e espacial; W_{diss} , a potência média dissipada pelo subsistema na mesma faixa de frequência e M , a massa do subsistema.

Existem vários métodos experimentais de determinação do amortecimento estrutural, como o método do decaimento, o método da potência de entrada e o método da largura de banda de meia potência [16].

3.2.3 Fator de Perda por Acoplamento

O fator de acoplamento η_{ij} é definido de forma análoga ao fator de perda estrutural η , como sendo a fração de energia vibratória que é transmitida de um subsistema a outro. Assim, a potência dissipada W^d pelos modos de um subsistema qualquer de energia total E é dado por:

$$W^d = \omega \eta E \quad (3.3)$$

e a potência transmitida do subsistema i ao subsistema j por:

$$W_{ij} = \omega \eta_{ij} E_i \quad (3.4)$$

Torna-se importante conhecer os caminhos de propagação de energia vibratória de cada componente, pois, assim, determinam-se os fatores de acoplamento para os subsistemas acoplados.

Para dois subsistemas acoplados, conforme Figura 3.1, podem-se obter os fatores de acoplamento η_{12} (de 1 para 2) e η_{21} (de 2 para 1) através do balanço de potência para os subsistemas.

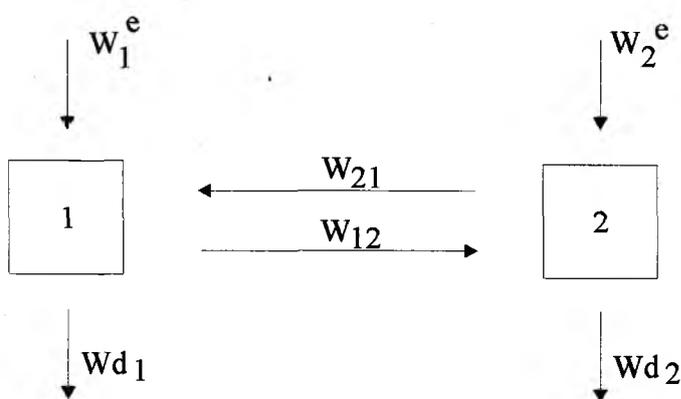


Figura 3.1 – Balanço de energia para dois subsistemas acoplados

As equações de balanço de potência ficam:

$$W_1^e = \omega \eta_1 E_1 + \omega \eta_{12} E_1 - \omega \eta_{21} E_2 \quad (3.5)$$

$$W_2^e = \omega \eta_2 E_2 + \omega \eta_{21} E_2 - \omega \eta_{12} E_1 \quad (3.6)$$

Quando apenas o subsistema 1 é excitado, $W_2^e = 0$, e a Equação 3.6 pode ser reescrita na forma:

$$\omega \eta_2 E_2 + \omega \eta_{21} E_2 - \omega \eta_{12} E_1 = 0 \quad (3.7)$$

ou

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\eta_{12}}{\eta_2 + \eta_{21}} \quad (3.8)$$

sendo E_1 e E_2 , respectivamente, as energias totais dos subsistemas 1 e 2.

Utilizando-se a relação entre as energias totais e a densidade modal

$$\eta_{21} = \frac{n_1}{n_2} \eta_{12} \quad (3.9)$$

e substituindo na Equação 3.8, chega-se a:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2 \eta_{12}}{n_2 \eta_2 + n_1 \eta_{21}} \quad (3.10)$$

e dessa equação tira-se o valor do fator de acoplamento 1 para 2, η_{12} , através de:

$$\eta_{12} = \frac{n_2 \eta_2 E_2}{n_2 E_1 - n_1 E_2} \quad (3.11)$$

Pode-se calcular o fator de acoplamento de 1 para 2 utilizando-se a potência transmitida líquida de 1 para 2, através da equação:

$$\eta_{12} = \frac{n_2 W_{12}^{liq}}{\omega (n_2 E_1 - n_1 E_2)} \quad (3.12)$$

onde W_{12}^{liq} é a potência líquida transmitida do subsistema 1 para o 2.

As Equações 3.5 e 3.6 podem ser escritas em forma matricial, como segue:

$$\begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_{12} & -\eta_{21} \\ -\eta_{12} & \eta_2 + \eta_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{bmatrix} W_1^e \\ W_2^e \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Observa-se que no caso de forte acoplamento, ou seja, $\eta_{ij} \gg \eta_i$ e η_j , o determinante da matriz fica bem próximo de zero. Isto significa que o sistema é mal condicionado e SEA não é aplicável, pois neste caso, todos os subsistemas tendem a possuir mesma energia modal.

A alta densidade modal obtida em altas frequências proporciona melhores resultados, pois as hipóteses assumidas na modelagem do fluxo de energia tornam-se mais reais. Além disso, são considerados valores médios para os parâmetros modais como fator de perda, fator de acoplamento e a energia modal. Por isso, a alta densidade modal minimiza os erros atribuídos às aproximações feitas.

3.2.4 Densidade Modal

O fluxo de potência entre subsistemas ocorre do subsistema de maior energia modal para o de menor energia modal [17]. A densidade modal de um subsistema é definida como a razão entre o número de modos em uma banda de frequência e a largura desta banda. Assim, tem-se:

$$n(f_c) = \frac{N_{\Delta f}}{\Delta f} \quad [\text{modos / Hz}] \quad (3.14)$$

sendo f_c a frequência central da banda de interesse; $N_{\Delta f}$, o número de modos presentes nesta banda; $\Delta f = f_2 - f_1$, sendo f_1 e f_2 as frequências de corte inferior e superior da banda de interesse.

Para placas planas apoiadas nas bordas e sem nenhum tipo de reforço, com área A , espessura h e velocidade de propagação da onda longitudinal c_1 , Heckl [7] desenvolveu a seguinte expressão para a densidade modal:

$$n = \frac{A\sqrt{3}}{h c_1} \quad (3.15)$$

onde c_1 é dada por:

$$c_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (3.16)$$

sendo E é o módulo de elasticidade do material, ρ a densidade e ν o coeficiente de Poisson.

Para uma viga vibrando em flexão, a densidade modal é expressa em função da velocidade da onda de flexão e do comprimento L da viga por:

$$n(f) = \frac{L}{c_b} \quad (3.17)$$

sendo c_b a velocidade da onda de flexão obtida da seguinte expressão:

$$c_b = \sqrt[4]{\omega^2 \frac{EI}{m}} \quad (3.18)$$

onde I é o momento de inércia da viga e m a massa por unidade de comprimento.

Quando se trabalha em altas freqüências, fica difícil identificar os modos separadamente. Clarkson [2] desenvolveu uma expressão que relaciona a densidade modal com a massa M_c do componente e com a média espacial da mobilidade $\langle Y(f) \rangle$, na forma:

$$n(f) = 4M_c \operatorname{Re}\{\langle Y(f) \rangle\} \quad (3.19)$$

Esta expressão é muito útil para a determinação da densidade modal em estruturas de geometrias complexas que não possuem expressões analíticas, bastando conhecer a mobilidade pontual em alguns pontos.

A mobilidade pontual é uma resposta em freqüência obtida por:

$$Y(f) = \frac{v(f)}{F(f)} \quad (3.20)$$

onde $v(f)$ é a velocidade medida no mesmo ponto onde a força $F(f)$ é aplicada. Para a utilização da Equação 3.19, Bonilha [15], baseado nos resultados dos experimentos realizados em chapas finas e lisas de aço, recomenda um mínimo de 10 ressonâncias na faixa de freqüência de interesse.

3.2.5 Relação entre Fator de Perda por Acoplamento e Coeficiente de Transmissão de Energia

O coeficiente de transmissão de energia representa a razão entre a energia transmitida e a incidente em um subsistema.

Para duas placas acopladas semi-infinitas de mesmo material, Heckl [7] apresenta uma relação entre o fator de acoplamento η_{12} e o coeficiente de transmissão médio de energia $\bar{\tau}_{12}$, dado respectivamente por:

$$\eta_{12} = \frac{2c_{b1} L}{\pi \omega A_1} \bar{\tau}_{12} \quad (3.21)$$

$$\bar{\tau}_{12} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \tau_{12}(\phi) \cos(\phi) d\phi \quad (3.22)$$

onde L é o comprimento da união; c_{b1} , a velocidade de onda de flexão para a placa 1 calculada pela Equação 3.18; A_1 , a área da placa 1 e ϕ o ângulo de incidência das ondas de flexão. Um elemento L da união intercepta somente a projeção $L \cos \phi$ da onda incidente de flexão (Figura 3.2).

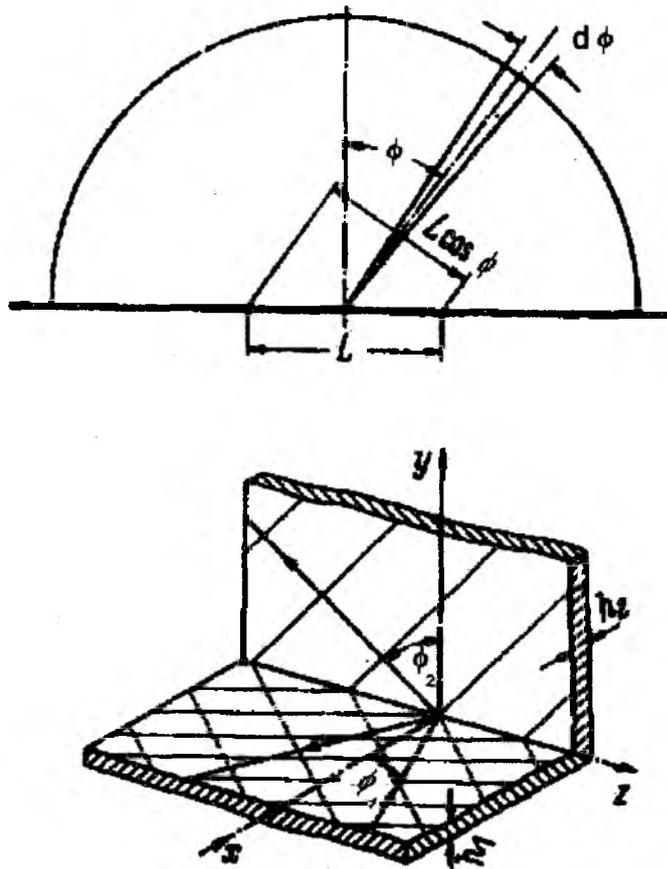


Figura 3.2 – Esquema de ondas de flexão transmitida na união entre duas placas

O coeficiente de transmissão para incidência normal $\tau_{12}(0)$ para duas placas acopladas em L , é dado por Bies [18] como:

$$\tau_{12}(0) = 2[X^{-\frac{5}{4}} + X^{\frac{5}{4}}] \quad (3.23)$$

em que $X = h_1 / h_2$ é a relação entre as espessuras das placas.

A expressão para o coeficiente de transmissão médio em ondas de flexão é apresentada por Bies [18], supondo igual probabilidade dos ângulos de incidência da onda. Assim, obtém-se:

$$\bar{\tau}_{12} = \tau_{12}(0) \frac{2,754 X}{1 + 3,24 X} \quad (3.24)$$

Utilizando-se a Equação (3.21), calcula-se o fator de acoplamento para uma placa semi-infinita através do seu coeficiente médio de transmissão de energia.

CAPÍTULO 4

ANÁLISES REALIZADAS – FATOR DE ACOPLAMENTO

Neste capítulo deseja-se conhecer a influência da geometria das vigas utilizadas como apoio em placas e, também, das dimensões destas sobre o fluxo de energia vibratória.

O objetivo principal é determinar os fatores de perda por acoplamento entre placas apoiadas em vigas e analisar o comportamento deste parâmetro de acordo com o tipo de viga utilizada na união ou nas bordas das placas.

Pretende-se conhecer as diferenças que são obtidas quando as vigas são modeladas por elementos de viga, utilizando-se a teoria de Timoshenko e quando são modeladas por elementos de placa.

4.1 Descrição dos casos

Foram analisadas diversas configurações de placas apoiadas em vigas rígidas e flexíveis, todas dispostas em um plano horizontal. Os termos viga rígida e viga flexível referem-se, respectivamente, à viga modelada por elemento de viga e de placa.

Conforme descrito no Capítulo 2, as placas foram modeladas por elementos finitos, utilizando-se para isso o elemento de placa SHELL 63 da biblioteca do ANSYS. As vigas que serviram de apoio para a placa foram modeladas através do elemento de viga BEAM 44 e do elemento de placa SHELL 63, sendo comparados os resultados de ambos os casos.

Algumas análises foram feitas para modelagem da placa utilizando-se o elemento de placa SHELL 93. Esse elemento possui 8 nós, com seis graus de liberdade por nó e funções quadráticas. Nestes casos, os resultados obtidos foram muito próximos do SHELL 63. Optou-se, então, pelo uso do elemento SHELL 63 na modelagem da placa, por proporcionar maior velocidade de processamento e, também, devido às limitações em termos de memória disponível para utilização do SHELL 93.

Os primeiros casos analisados foram de placas com viga na união. Utilizaram-se duas placas acopladas, sendo a primeira com dimensões 1,1 m

de comprimento, 1 m de largura e 5 mm de espessura e a segunda com comprimento de 0,9 m, 1 m de largura e 5 mm de espessura. Na união entre as duas placas foi introduzida uma viga rígida de comprimento 1 m, correspondente à largura das placas. Foram analisadas vigas com seção I, quadrada e T invertida e foram variadas as dimensões das mesmas. A Figura 4.1 ilustra as vigas utilizadas.

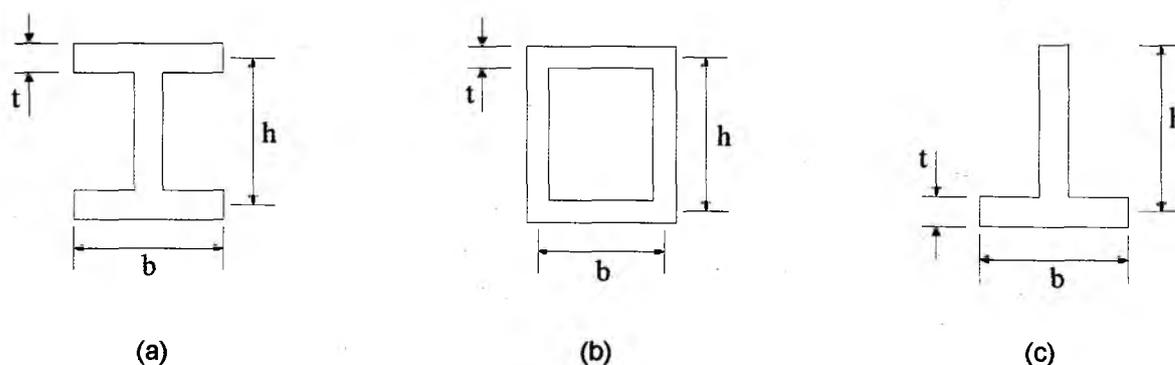


Figura 4.1 – Esquema de vigas utilizadas. (a) viga I, (b) viga retangular e (c) viga T invertida.

onde h é a altura da viga; b é o comprimento da base; t a espessura da viga.

Cada configuração foi analisada variando-se os parâmetros conforme a Tabela 4.1.

Configuração	h [cm]	b [cm]	t [cm]
1	5	2,5	0,25
2	10	5	0,5
3	20	10	1,0

Tabela 4.1 – Dimensões de vigas utilizadas

A próxima etapa consistiu em modelar novamente as placas com vigas T invertidas, porém utilizando-se elemento de placa ao invés do elemento de viga 3D. Desse modo, tem-se uma idéia da diferença obtida utilizando-se um elemento mais flexível, o que deverá permitir um maior fluxo de energia ao outro subsistema. É esperado, portanto, um aumento no fator de acoplamento entre as placas ao serem as vigas modeladas com elementos de placa.

Uma análise dos efeitos de uma viga I na união também foi feita. Porém, o elemento de placa foi gerado a partir de uma área especificada. Isso faz com que a área onde a placa é gerada e onde a aba da viga é gerada fiquem deslocadas do valor $(h_v+h_p)/2$, onde h_v e h_p são, respectivamente, as espessuras da aba da viga e da placa, conforme Figura 4.2. Utilizaram-se elementos rígidos de ligação ou “rigid links” para união dos nós da aba e placa, fazendo com que haja continuidade entre os nós. Para vigas retangulares na união, procedeu-se do mesmo modo para união dos nós da viga e placa.



Figura 4.2 – Utilização de elemento rígido de ligação na união da placa com a aba da viga

Em outra análise realizada, as placas foram consideradas apoiadas em vigas rígidas nas bordas e na união, com os três tipos de vigas em questão, variando-se as dimensões da viga conforme a Tabela 4.1.

Posteriormente, foram consideradas as placas apoiadas em vigas tendo geometria tipo T invertida, porém utilizando-se elementos de placa para representar as vigas. Os resultados foram comparados com os obtidos para viga rígida. Essa análise foi feita também para a viga I de altura $h=20$ cm.

A excitação aplicada ao subsistema 1 é dada através de 15 forças pontuais aplicadas em nós aleatoriamente distribuídos nesse subsistema. Esse número resultou do trabalho de Ozelame[1], que recomenda pelo menos 15 pontos de excitação para se obterem valores suficientemente precisos da média espacial da mobilidade de placas reforçadas. Cada força aplicada possuía módulo de 1 N, porém defasadas aleatoriamente entre si. A Tabela 4.2 mostra as coordenadas onde essas forças foram aplicadas, bem como os valores da parte real e imaginária da força.

Para verificar a influência da excitação nas vigas, fez-se uma análise comparativa dos fatores de acoplamento para vigas T invertidas nas bordas e união das placas.

A discretização de frequência utilizada para todas as análises harmônicas realizadas neste capítulo é de 2 Hz na faixa de 0 a 200 Hz, 5 Hz na faixa de 200 Hz a 500 Hz e 10 Hz na faixa de 500 Hz a 1000 Hz.

Excitação	x [m]	y [m]	Re{F}	Im{F}	F [N]
1	0,113	0,314	1	0	1
2	0,226	0,486	0,866	0,5	1
3	0,028	0,714	0,5	0,866	1
4	0,367	0,743	0,707	0,707	1
5	0,705	0,714	0	1	1
6	0,874	0,428	-0,5	0,866	1
7	0,902	0,828	-0,707	0,707	1
8	0,592	0,228	-0,866	0,5	1
9	0,282	0,114	-1	0	1
10	0,507	0,571	-0,866	-0,5	1
11	0,930	0,600	-0,707	-0,707	1
12	0,790	0,114	-0,5	-0,866	1
13	0,592	0,885	0	-1	1
14	0,394	0,371	0,866	-0,5	1
15	0,987	0,286	0,5	-0,866	1

Tabela 4.2 – Coordenadas e valores das Forças de excitação no subsistema 1.

Vários testes foram realizados para determinar as dimensões máximas do elemento utilizado, comparando-se o tempo de processamento e a precisão desejada. No caso da placa de 2 m² e 5 mm de espessura, optou-se por utilizar um tamanho de elemento de 2,9 cm. Isso proporcionou um número de, aproximadamente, 2500 elementos e 2600 nós. Exemplos de malhas de Elementos Finitos utilizadas ao longo do trabalho encontram-se no apêndice A (Figuras A.1, A.2 e A.3). O tempo de processamento para o cálculo de todos os parâmetros, como potência transmitida, energia vibratória e potência de entrada oscilou entre 12 h e 20 h. Dessa forma, conseguiu-se analisar pelo

menos um caso por dia de trabalho, usando um micro computador Pentium Pró 200 MHz, 2,1 Gb de Winchester e 64 Mb de memória RAM.

Para uma placa de espessura h e velocidade de ondas longitudinais no material c_l , a velocidade das ondas de flexão c_b é dada pela seguinte expressão:

$$c_b \cong \sqrt{1.8 c_l h f} \quad (4.1)$$

onde c_l é dado pela Equação 3.16, f é a frequência, h a espessura da placa e E o módulo de elasticidade do material.

O comprimento de onda de flexão λ_b é determinado por:

$$\lambda_b = \frac{c_b}{f} \quad (4.2)$$

4.2 Placas com vigas rígidas na união

As placas com vigas na união, conforme descrito no Item 4.1, foram inicialmente modeladas com elementos de viga BEAM 44 para as vigas. Esse elemento permite simular o "offset", ou seja, o deslocamento do centro de gravidade da viga em relação ao nó situado na placa, conforme Figura 4.3, pois para placas apoiadas em vigas a mesma encontra-se embaixo da placa.

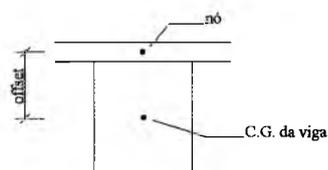


Figura 4.3 – Exemplo de "offset" do elemento de viga

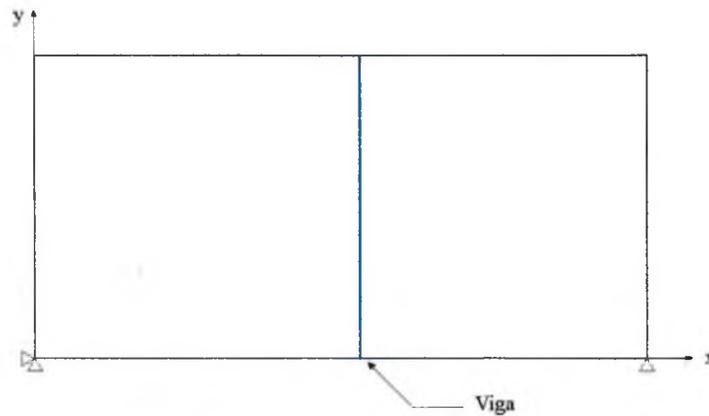


Figura 4.4 – Condição de contorno utilizada para a placa

Utiliza-se como condição de contorno, deslocamento transversal nulo nas bordas da placa e restringem-se os dois nós indicados: o primeiro nas direções x e y e o segundo na direção y, evitando-se os modos de corpo rígido (Figura 4.4) que aparecem numericamente como frequências naturais nulas.

O objetivo principal dessas análises é determinar o fator de perda por acoplamento entre esses subsistemas, comparando-os com o fator de acoplamento para placas lisas semi-infinitas.

As Figuras 4.5 a 4.22 mostram a comparação entre a potência dissipada pelo segundo subsistema e transmitida para esse mesmo subsistema para placas com vigas rígidas I, quadradas e T invertidas na união, além da potência de entrada comparada com a dissipada pelas duas placas. Fazendo-se um balanço de energia, sabe-se que esses valores devem obedecer às equações:

$$W_{tr}^{12} = W_d^2 \quad (4.3)$$

$$W_1^e = W_d^1 + W_d^2 \quad (4.4)$$

ou seja:

$$W_{tr}^{12} = \omega \eta_2 E_2 \quad (4.5)$$

$$W_1^e = \omega \eta_1 E_1 + \omega \eta_2 E_2 \quad (4.6)$$

nas quais W_{12}^l é a potência líquida transmitida do Subsistema 1 para o 2; W_d^1 é a potência dissipada pelo Subsistema 1; W_d^2 é a potência dissipada pelo Subsistema 2; W_1^e é a potência de entrada no Subsistema 1; ω é a frequência angular; η_1 e η_2 são, respectivamente, o amortecimento estrutural dos Subsistemas 1 e 2; E_1 e E_2 são, respectivamente, as energias vibratórias dos subsistemas 1 e 2.

Em todas essas figuras, observa-se uma boa concordância para os valores comparativos de potência transmitida e dissipada pela placa 2 e também para potência de entrada e dissipada pelas duas placas, validando o método de cálculo desses parâmetros.

Nas Figuras 4.23 a 4.28, estão mostrados os fatores de acoplamento para esses mesmos casos. Para o cálculo dos fatores de acoplamento, utilizou-se a Equação 3.11. Fez-se uma média aritmética em cada banda de frequência de 1/3 de oitava da energia modal de cada subsistema considerado. Observa-se que a viga retangular, por possuir maior momento de inércia à torção, transmite menos energia ao subsistema 2, quando comparado com vigas I e T invertidas. Vê-se, também, um decréscimo do fator de acoplamento com a frequência e a tendência de se tornarem constantes com a frequência.

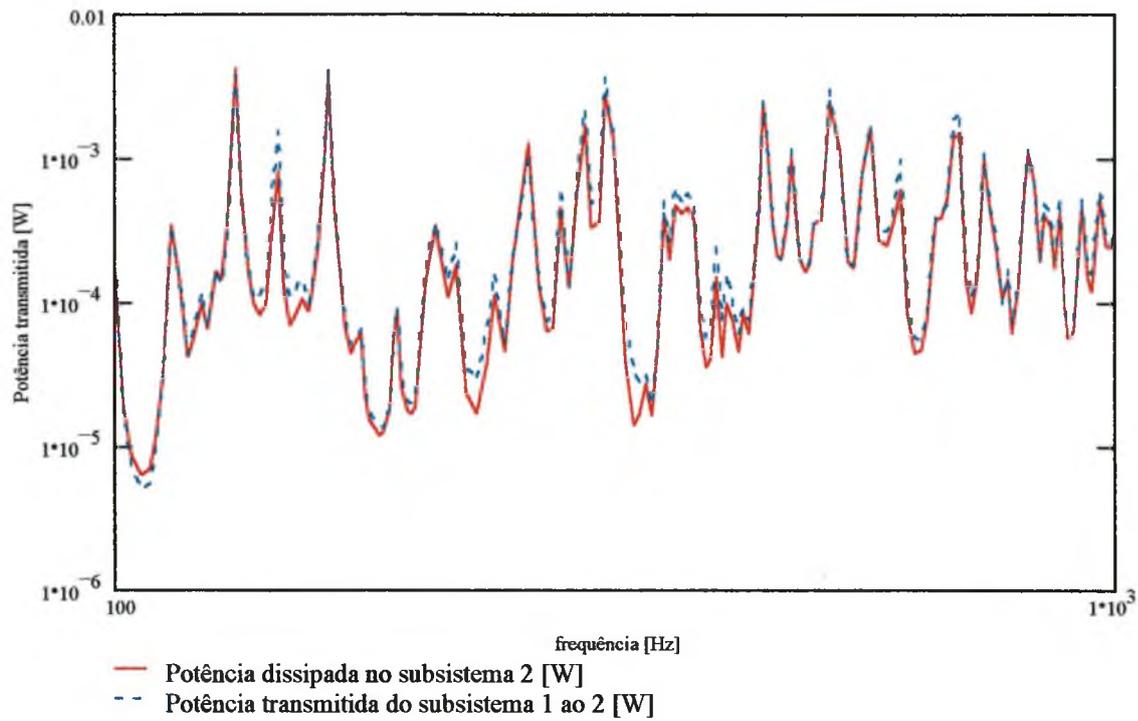


Figura 4.5 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga I na união—
h = 5 cm; b = 2,5 cm; t = 0,25 cm.

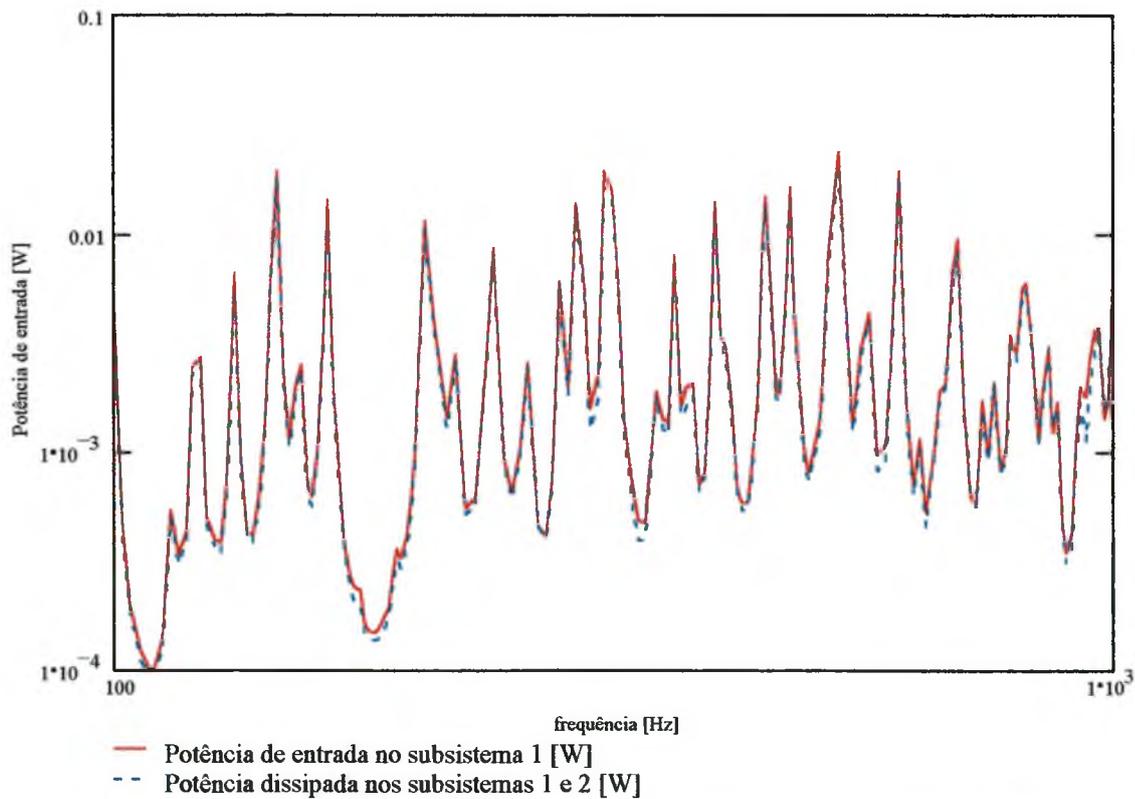


Figura 4.6 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga I na
união— h = 5 cm; b = 2,5 cm; t = 0,25 cm.

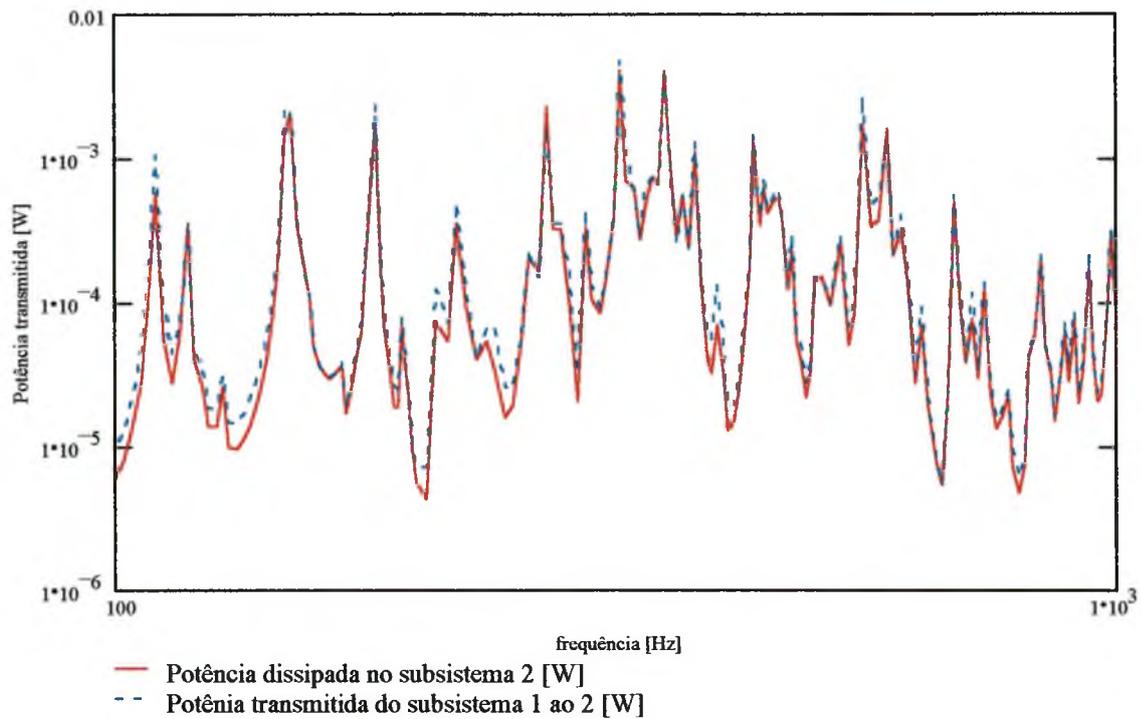


Figura 4.7 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga I na união–
 $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

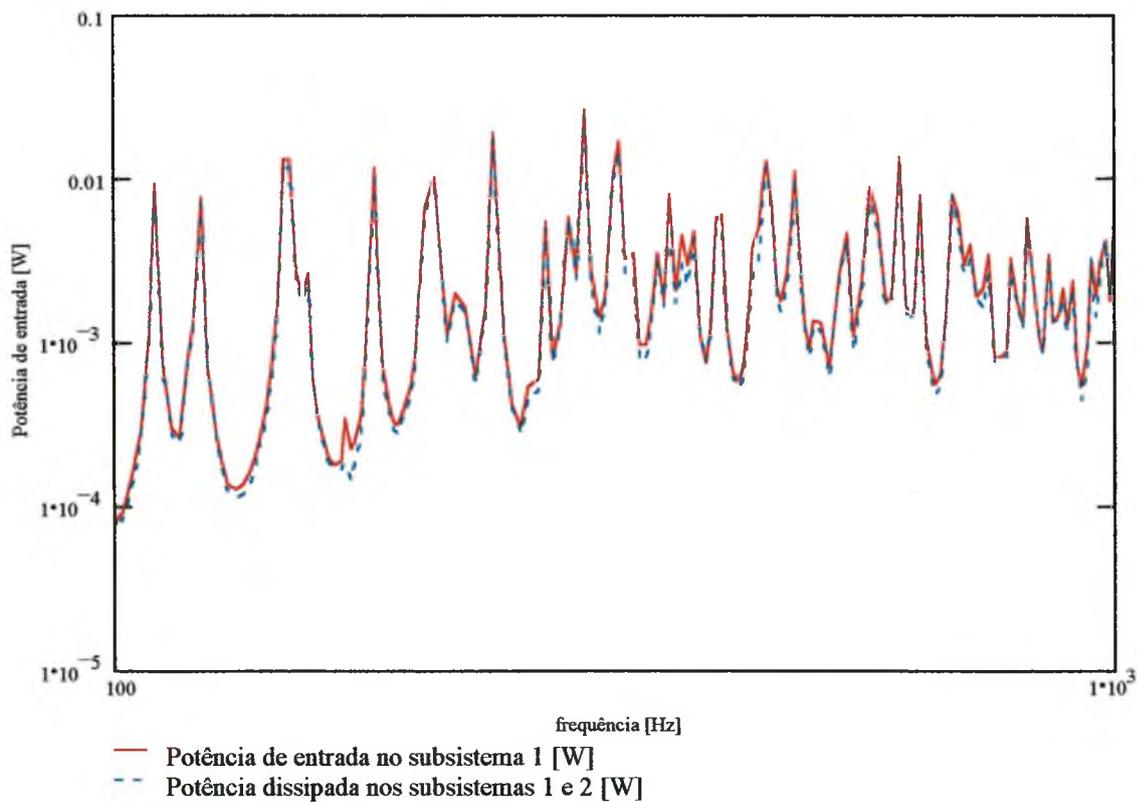


Figura 4.8 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga I na
 união– $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

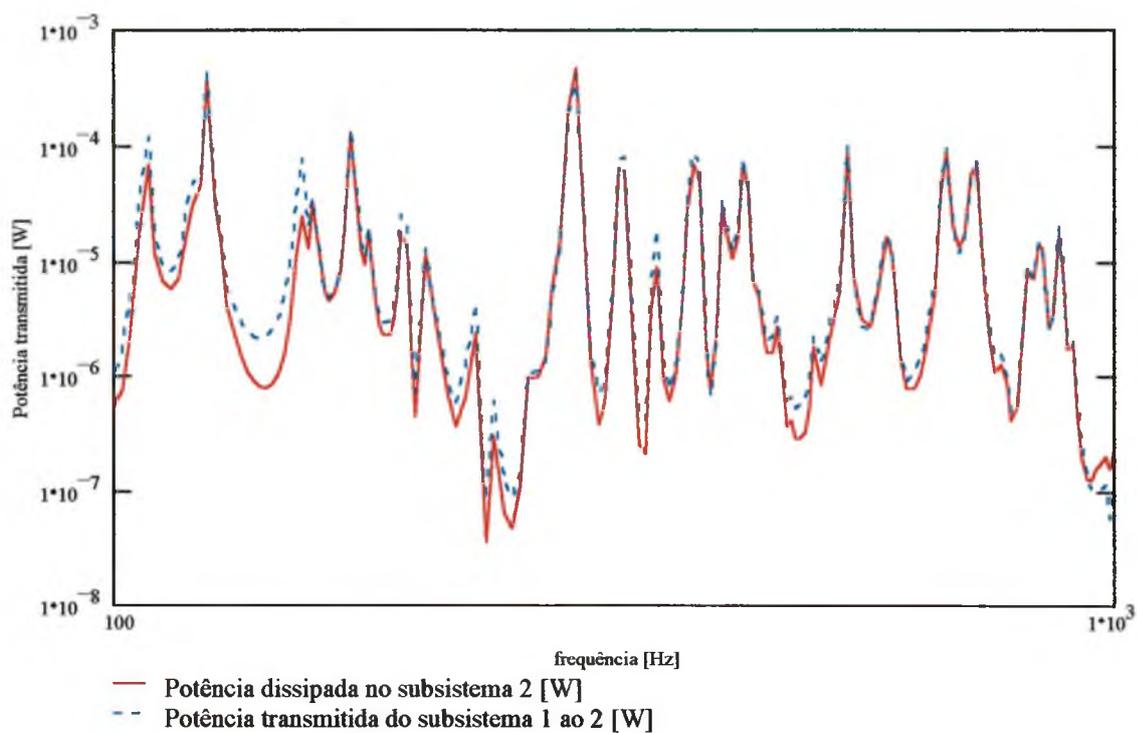


Figura 4.9 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga I na união–
h = 20 cm; b = 10 cm; t = 1,0 cm.

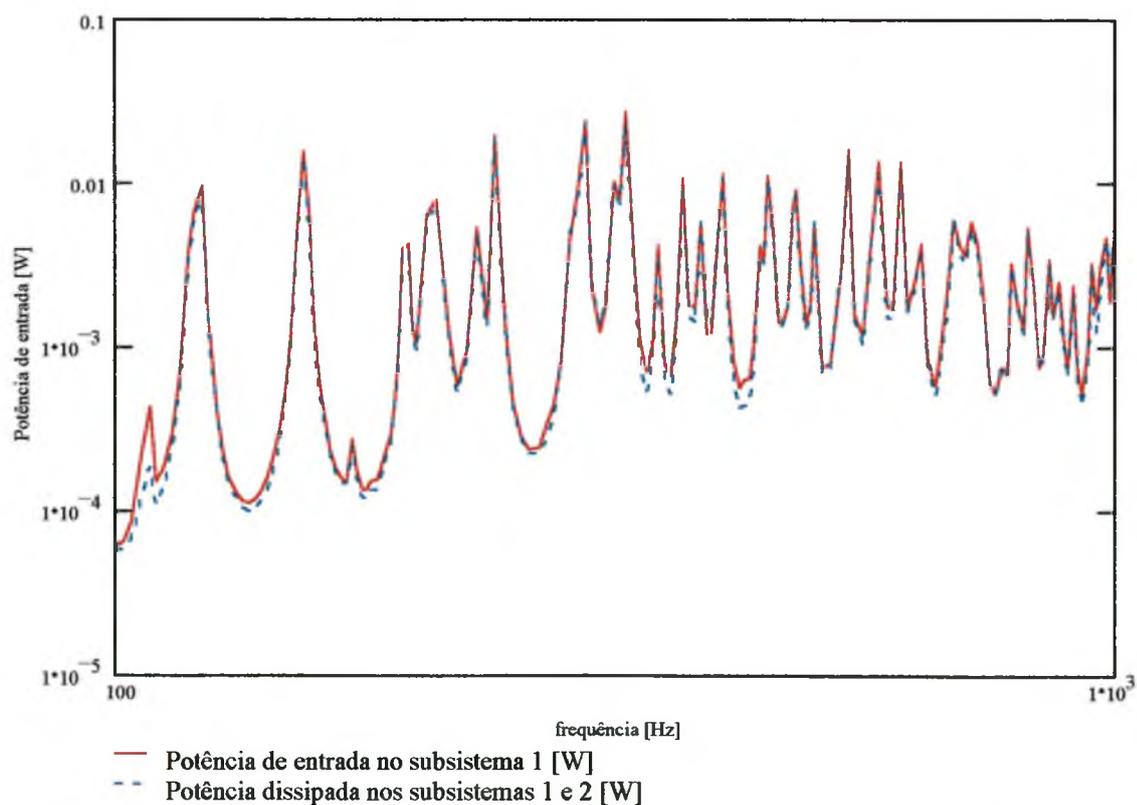


Figura 4.10 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga I na
união– h = 20 cm; b = 10 cm; t = 1,0 cm.

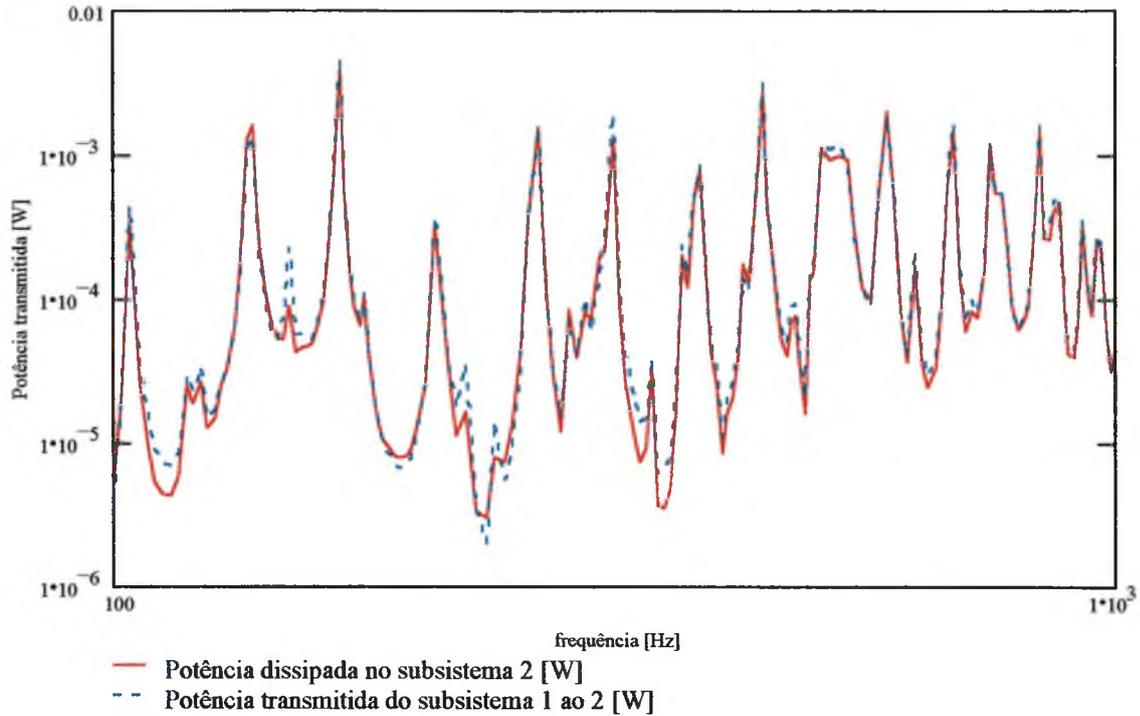


Figura 4.11 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga retangular na união– $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

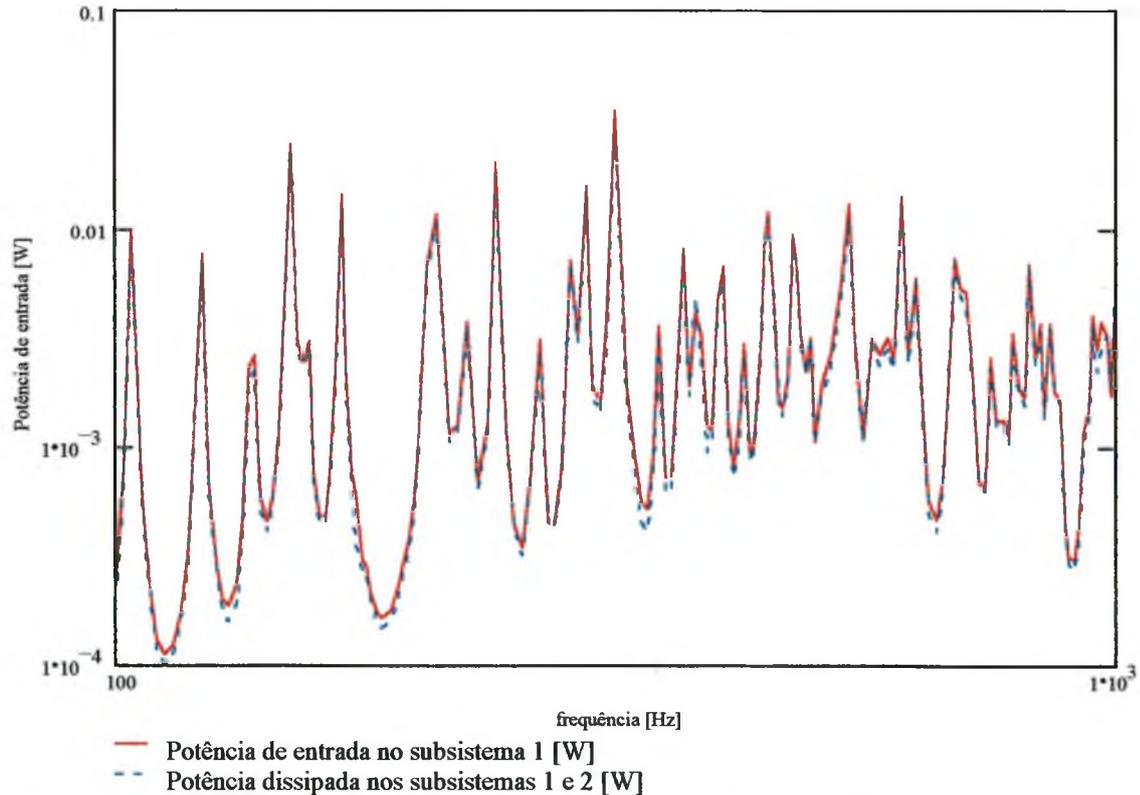


Figura 4.12 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga retangular na união– $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

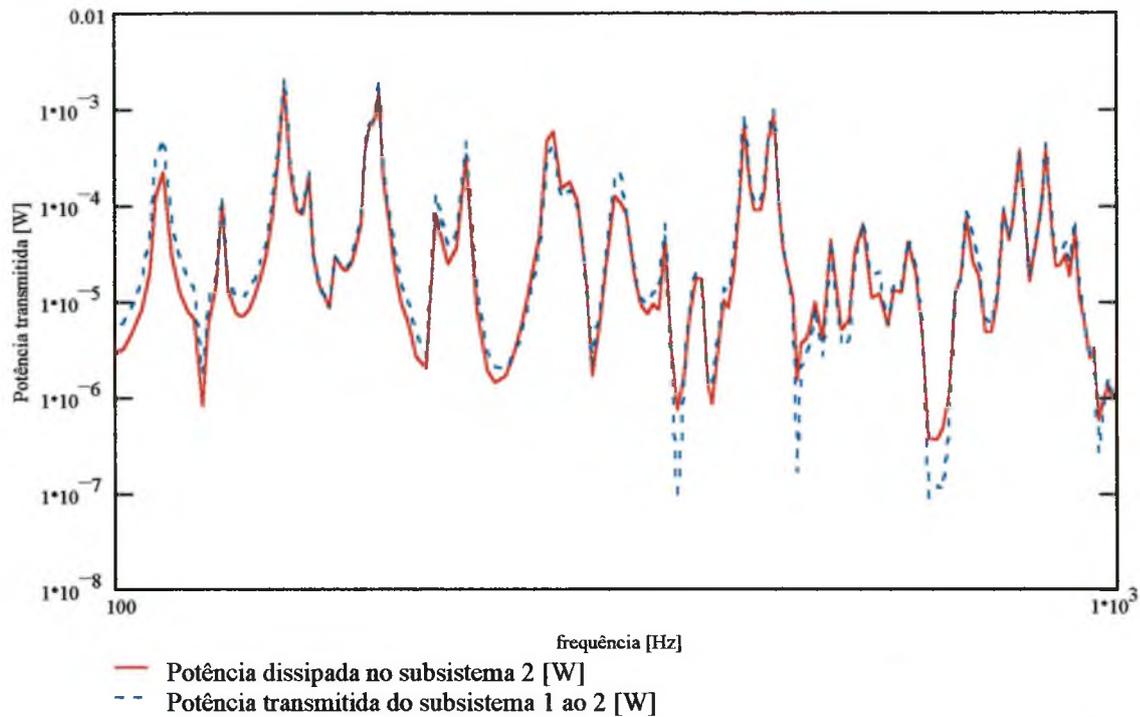


Figura 4.13 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga retangular na união– $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

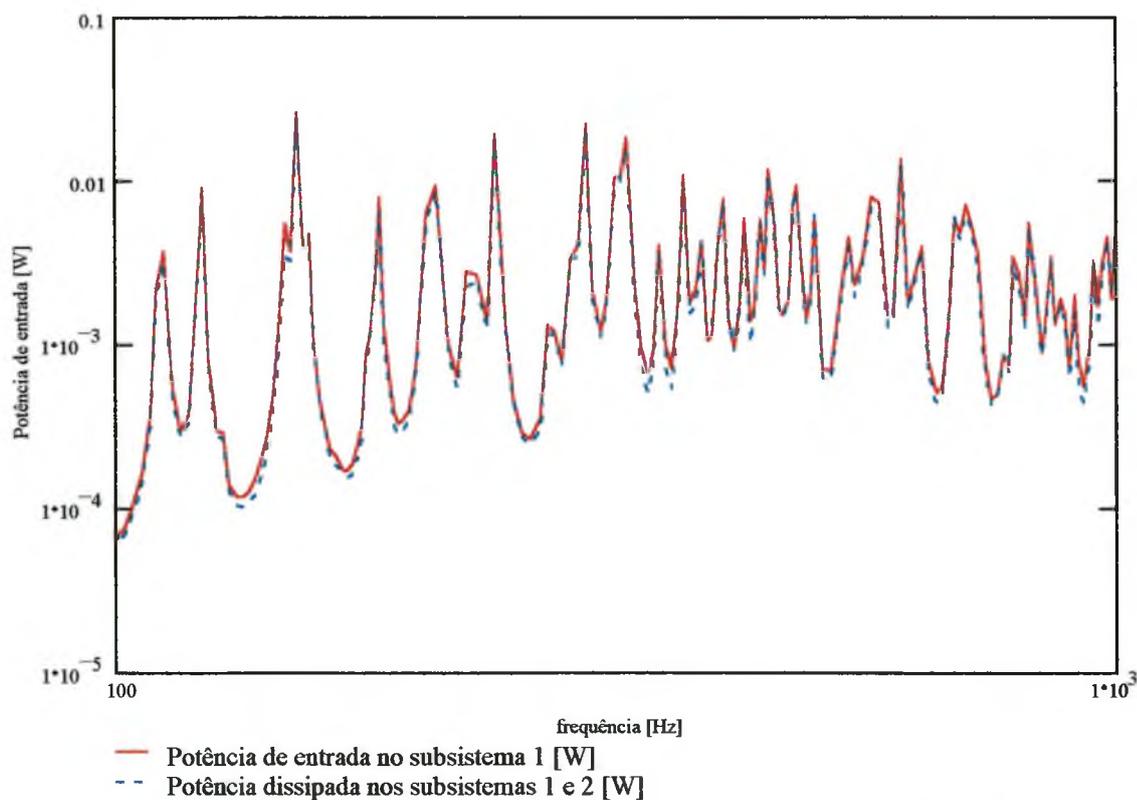


Figura 4.14 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga retangular na união– $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

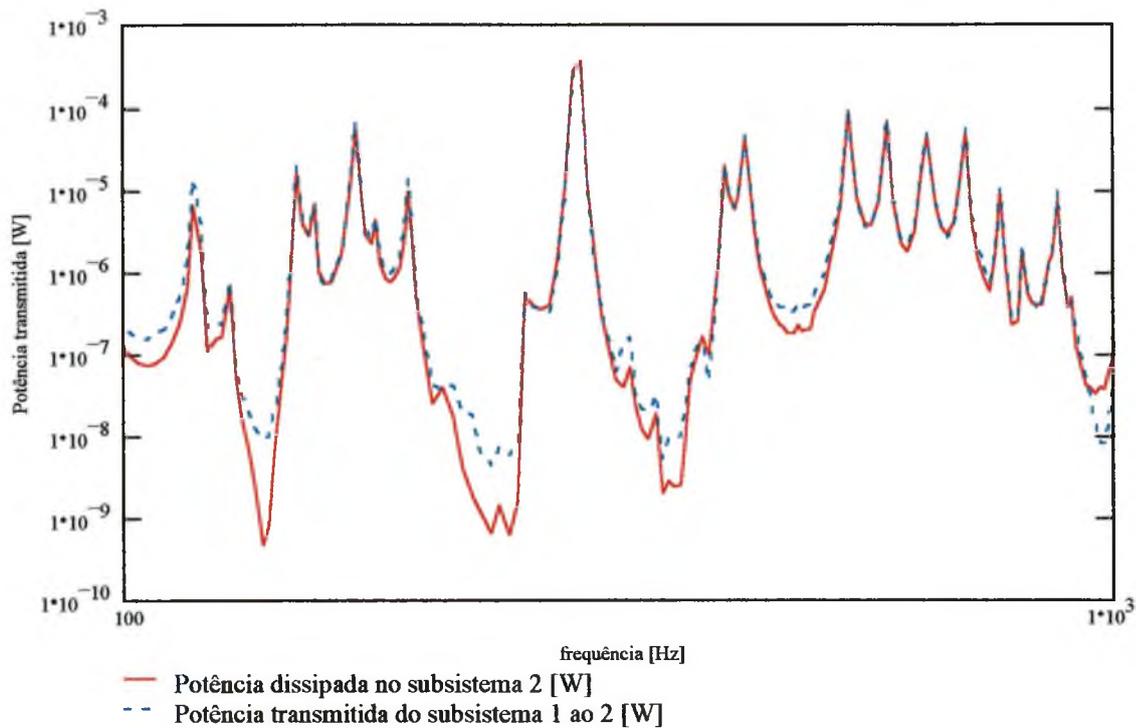


Figura 4.15 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga retangular na união– $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

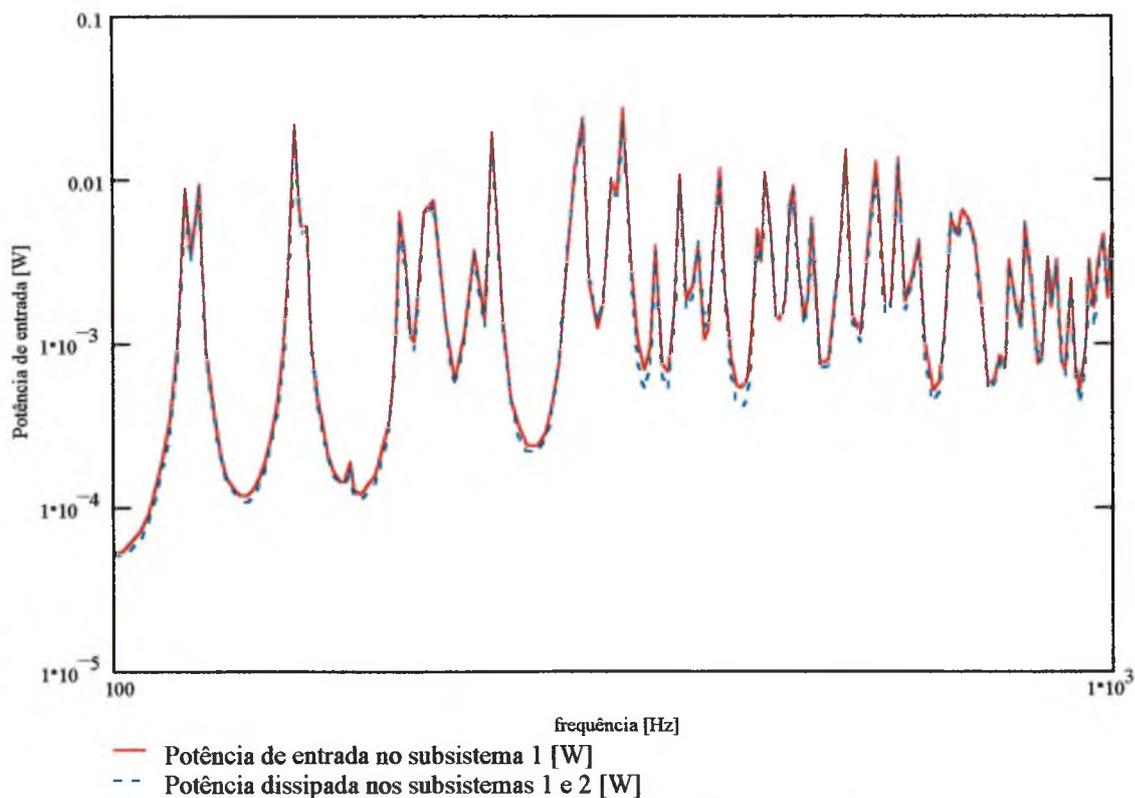


Figura 4.16 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga retangular na união– $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

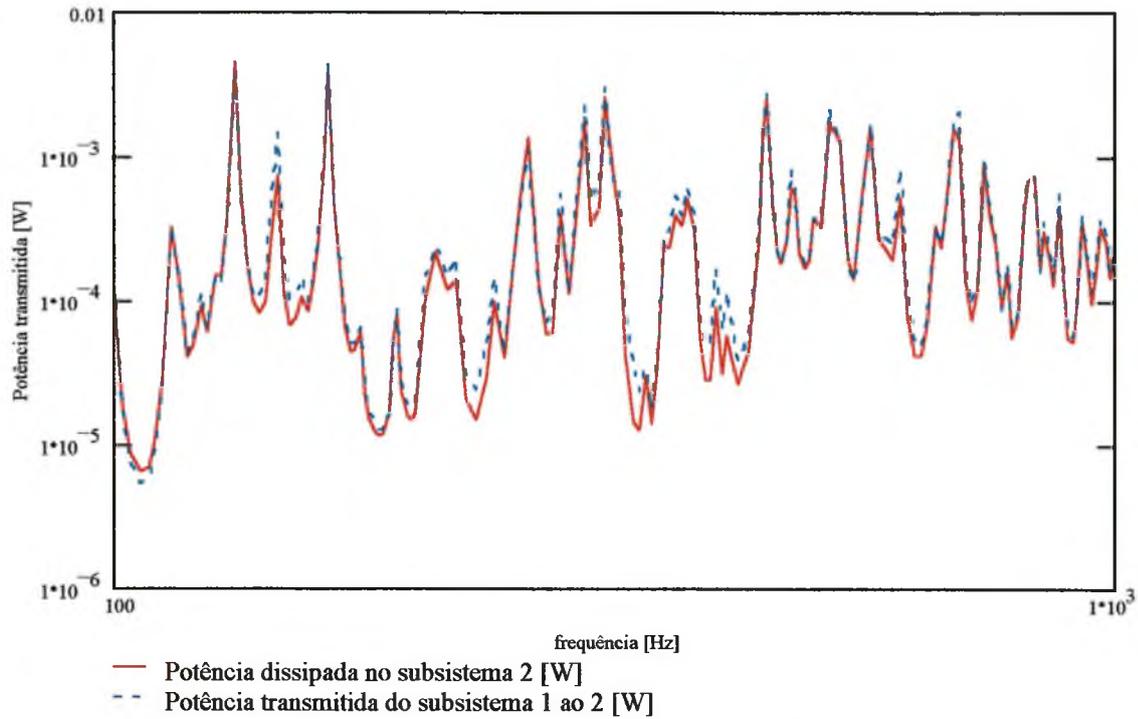


Figura 4.17 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga T invertida na união– $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

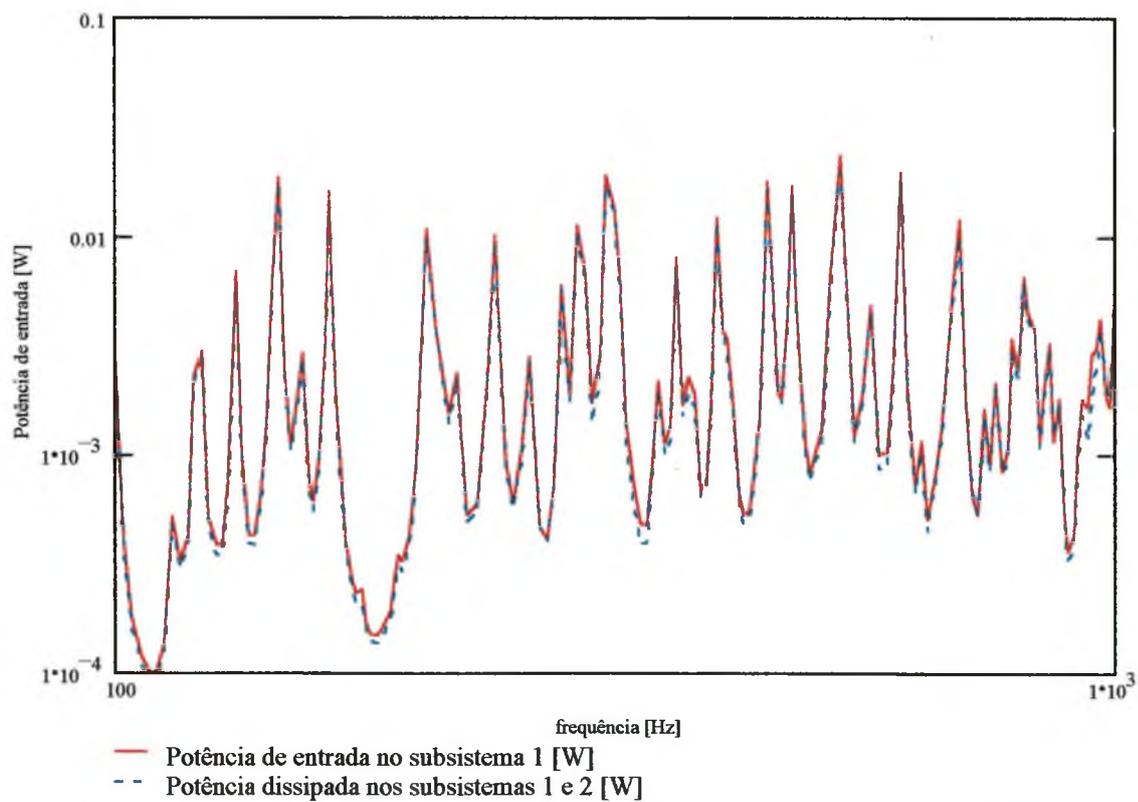


Figura 4.18 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga T invertida na união– $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

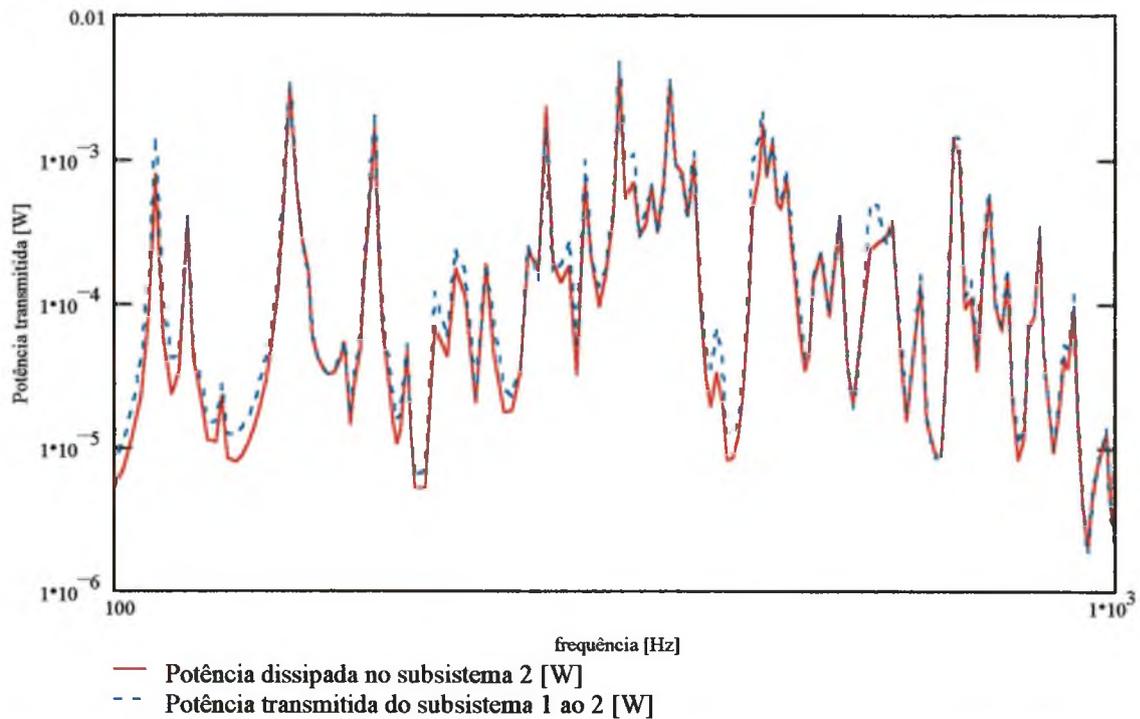


Figura 4.19 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga T invertida na união— $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

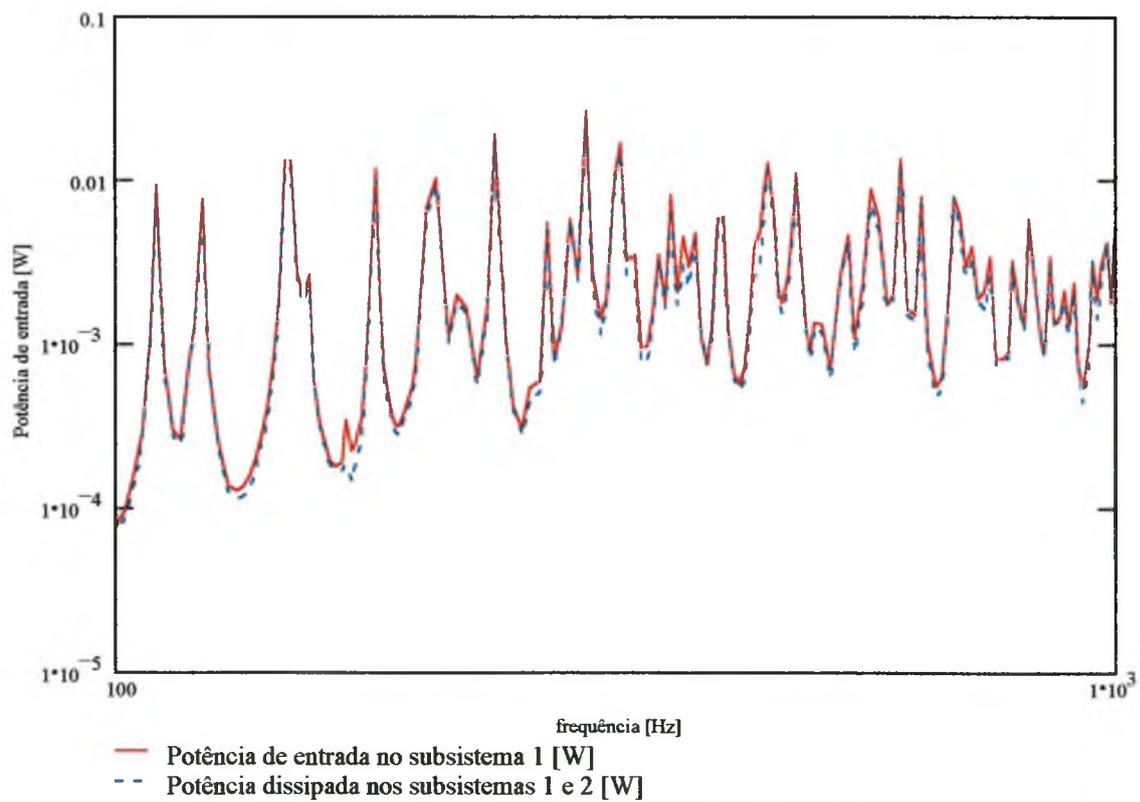


Figura 4.20 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga T invertida na união— $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

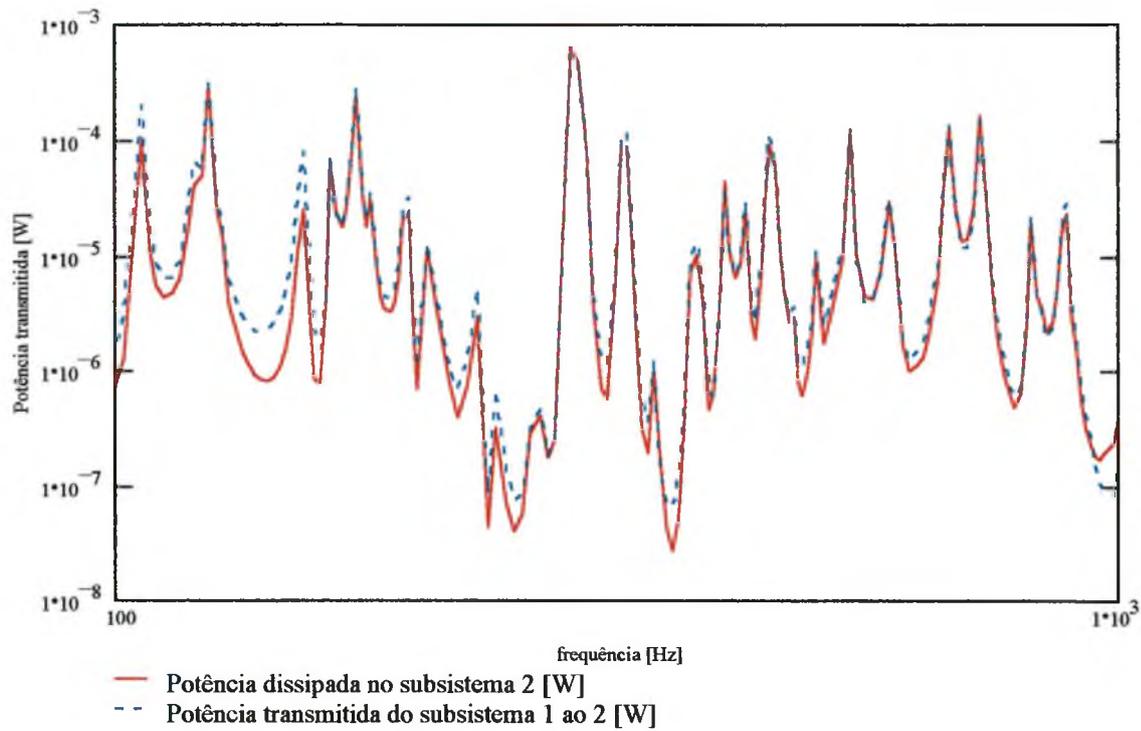


Figura 4.21 – Comparação entre potência transferida e dissipada pela placa 2 – viga T invertida na união– $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

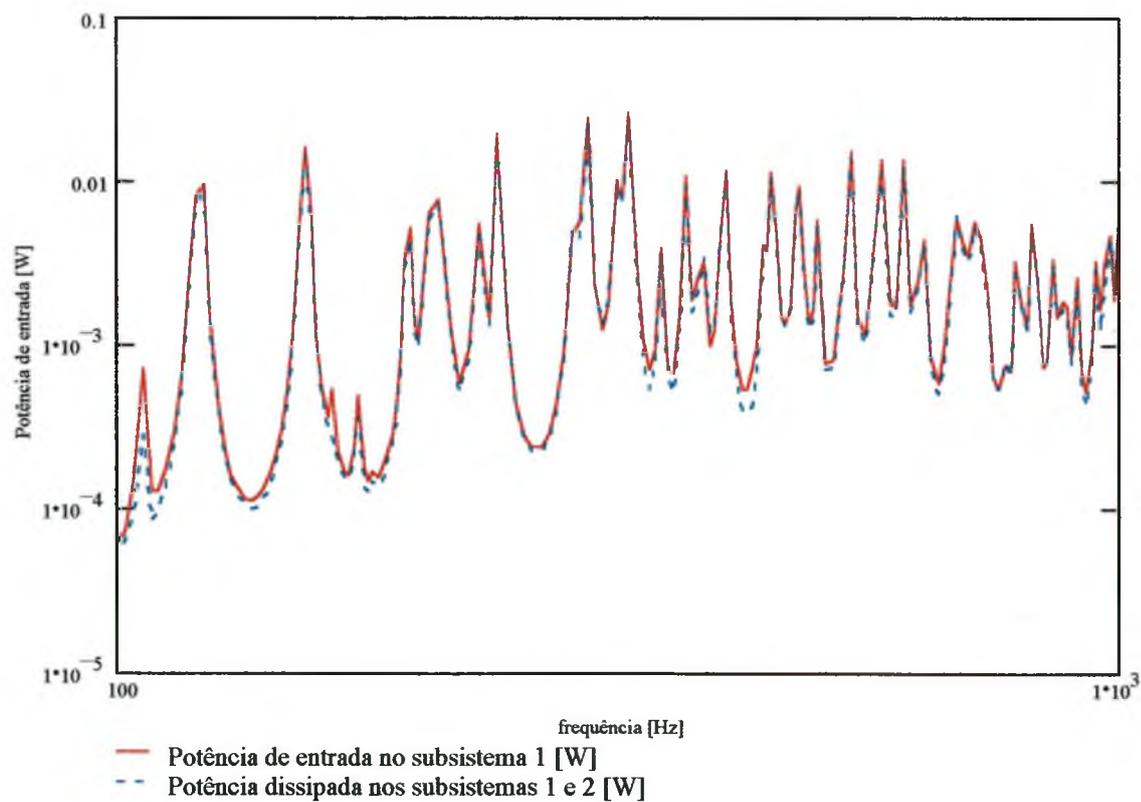


Figura 4.22 – Comparação entre potência de entrada e dissipada pelas duas placas – viga T invertida na união– $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

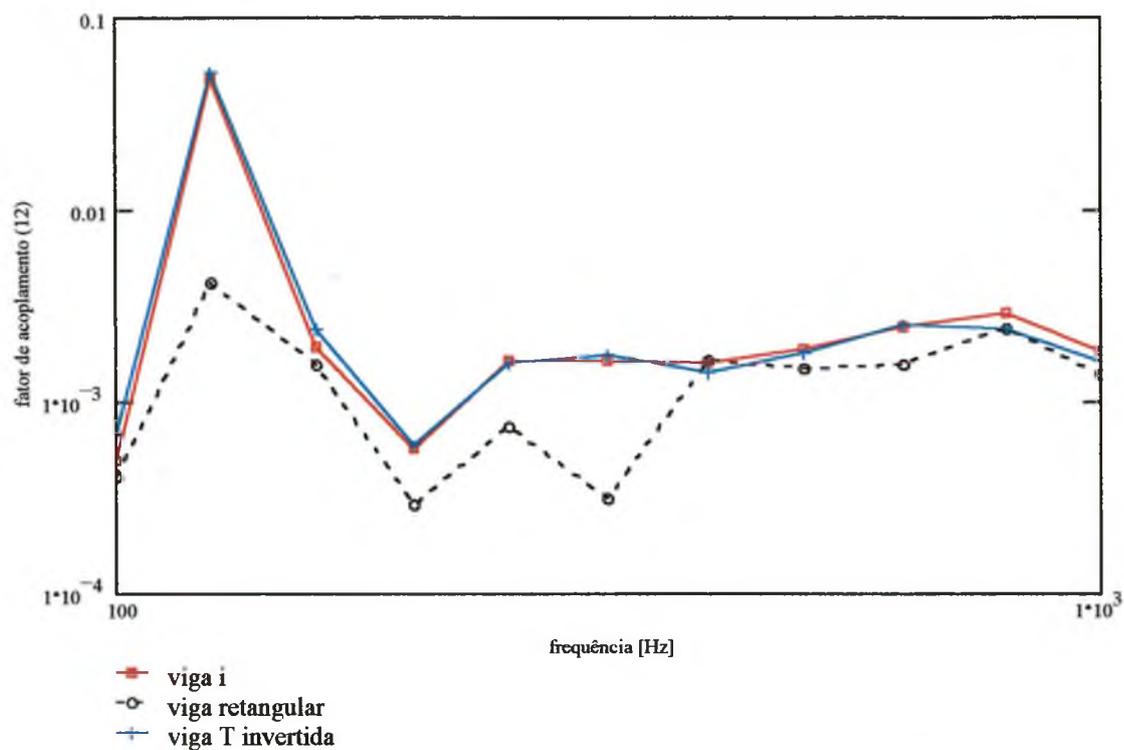


Figura 4.23 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal I, retangular e T invertida: $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

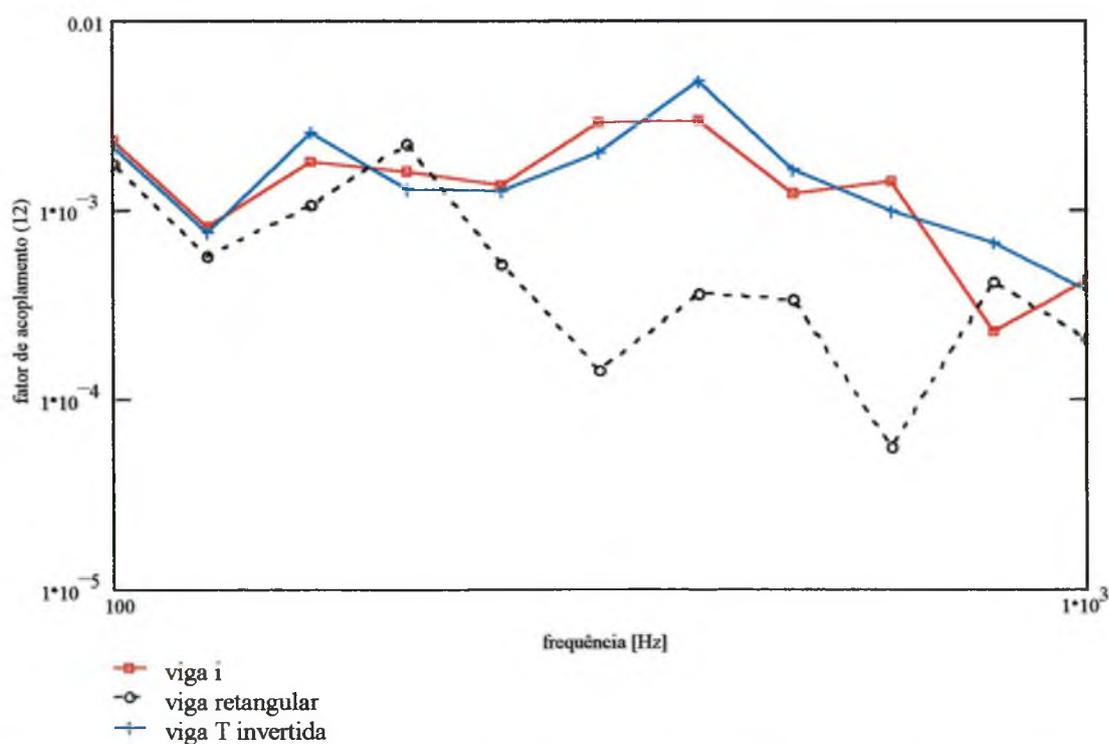


Figura 4.24 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal I, retangular e T invertida: $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

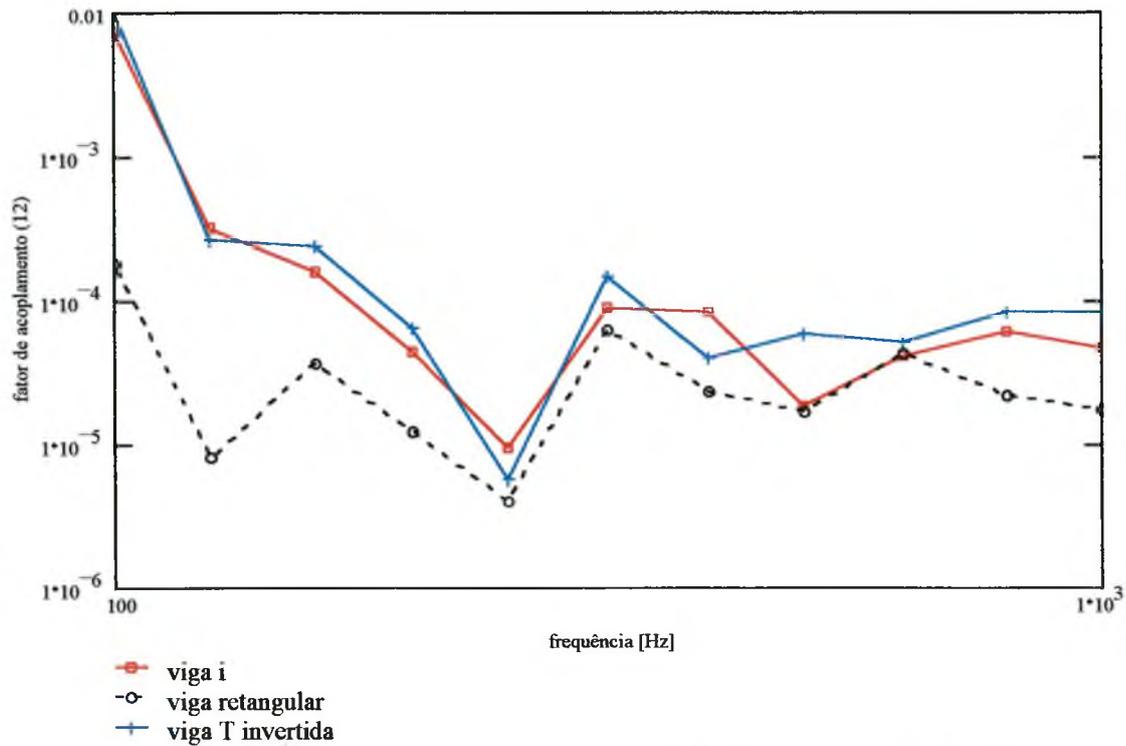


Figura 4.25 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal I, retangular e T invertida: $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

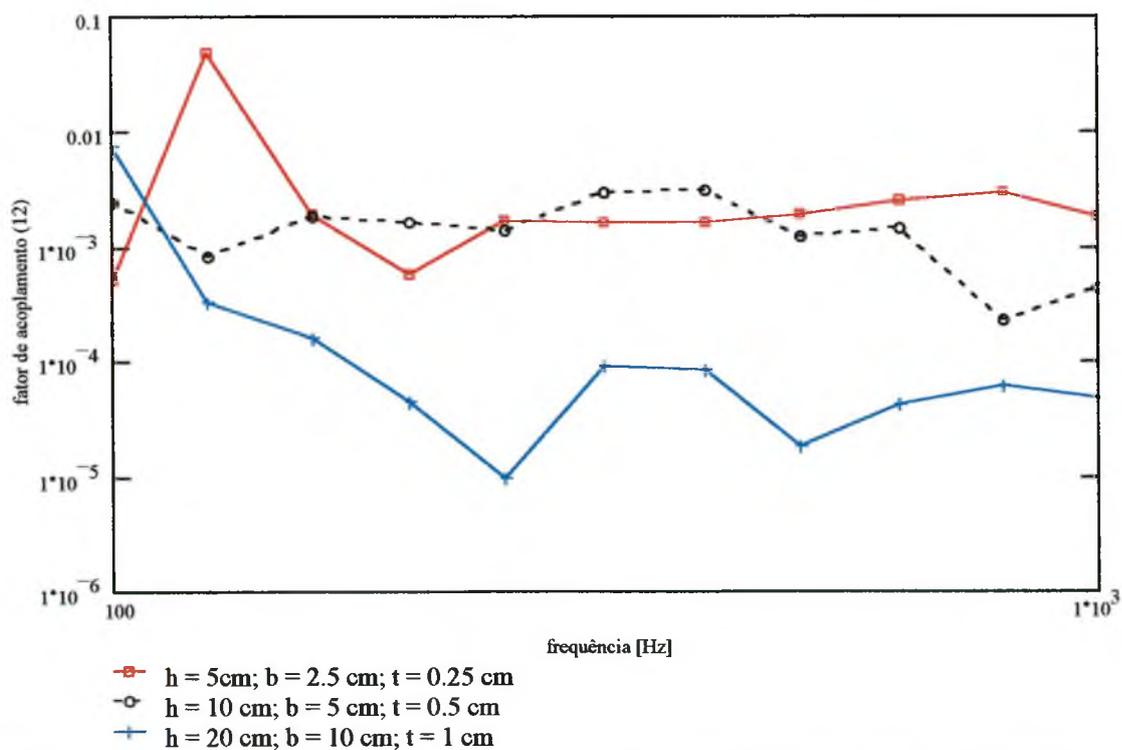


Figura 4.26 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal I de altura $h = 5$ cm, $h = 10$ cm e $h = 20$ cm.

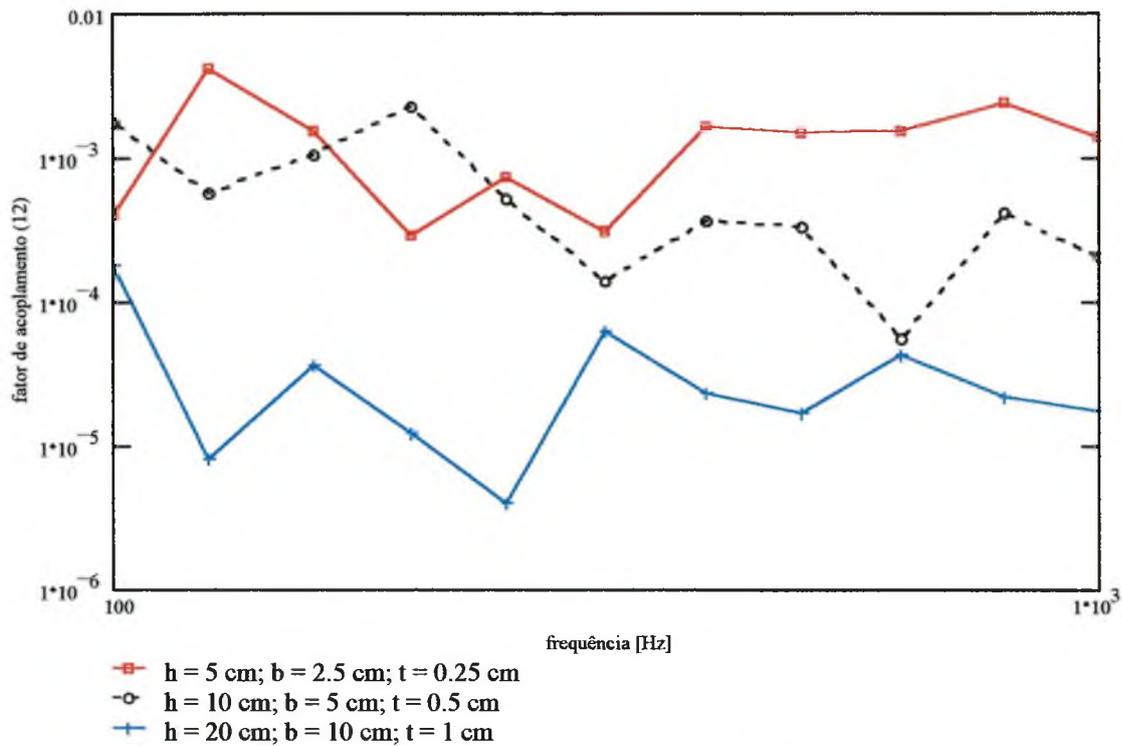


Figura 4.27 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal retangular de altura $h = 5$ cm, $h = 10$ cm e $h = 20$ cm.

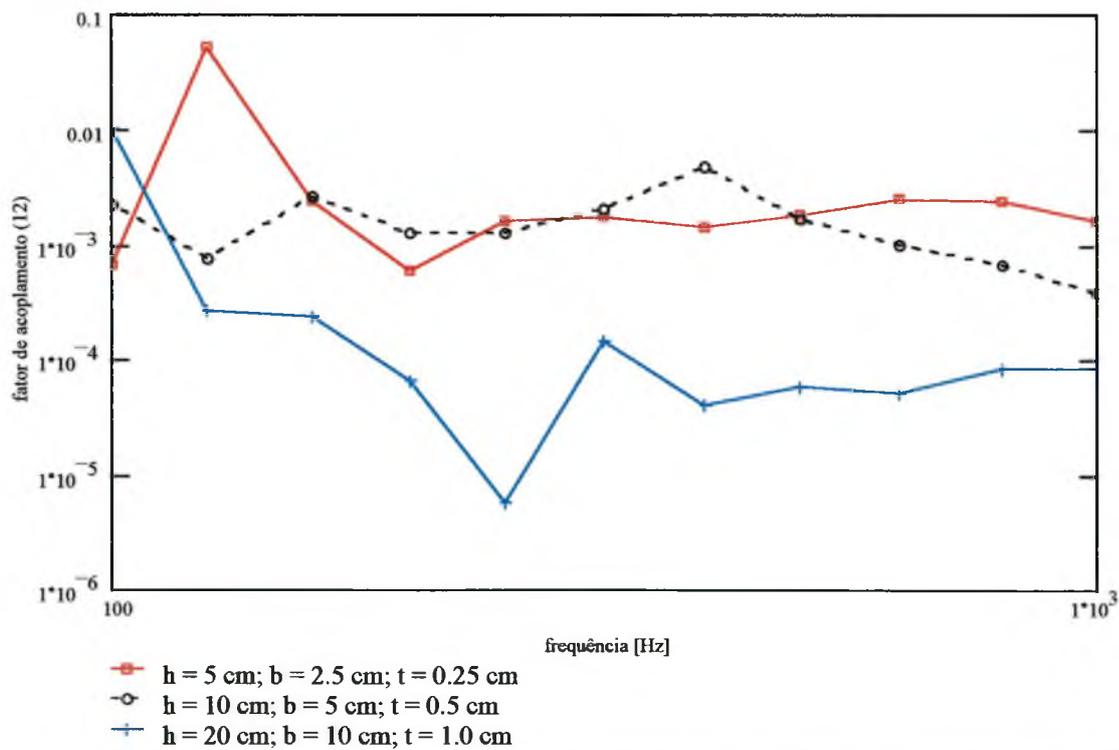


Figura 4.28 – Comparação entre os fatores de acoplamento para vigas de seção transversal T invertida de altura $h = 5$ cm, $h = 10$ cm e $h = 20$ cm.

4.3 Piacas com viga T invertida na união modelada por elementos de viga e por elementos de placa.

Neste item, desejam-se conhecer as diferenças entre os resultados dos fatores de acoplamento obtidos quando a viga da união é modelada por elementos finitos, utilizando-se o elemento de viga ou de placa. A configuração da placa, o tipo e locais da excitação e as condições de contorno são as mesmas usadas no Item 4.2.

Utilizaram-se vigas T invertidas para comparação. Espera-se uma diferença maior para vigas de maior seção transversal por terem maior esbeltez. Nesses casos é esperado que as vigas tenham comportamento análogo ao de placas.

As Figuras 4.31 a 4.36 mostram a potência transmitida de um subsistema a outro e a potência de entrada, nas frequências de 0 a 1000 Hz, para três geometrias de vigas diferentes.

Os fatores de acoplamento obtidos, tanto pelo cálculo da potência líquida transferida (Equação 3.12) como pela determinação da energia vibratória (Equação 3.11), são mostrados nas Figuras 4.37 a 4.39, para a viga modelada por elemento de placa e viga.

Para uma viga de altura 5 cm, os resultados obtidos para potência transferida e fator de acoplamento são considerados satisfatórios ao longo da faixa de frequência, como mostrado nas Figuras 4.31 e 4.37. Utilizando-se elemento de casca ou viga, obtém-se os mesmos resultados. Recomenda-se, nesse caso, a utilização do elemento de viga devido ao menor número de elementos resultantes.

Com uma viga de altura 10 cm, obtém-se resultados razoáveis para a potência transmitida (Figura 4.33). Observa-se que a viga modelada por elemento de placa tende a transmitir mais energia para a placa acoplada. Isso resulta da maior flexibilidade desse modelo, pois o elemento de viga considera a viga como um corpo rígido, não considerando as ressonâncias próprias da alma e da aba.

No caso da potência de entrada, não há diferença significativa nos dois modelos, conforme visto na Figura 4.34. Isso acontece devido à presença da

viga na união não afetar de forma tão significativa o comportamento do Subsistema 1.

Para o caso da viga de altura 20 cm, conclui-se, através das Figuras 4.35, 4.36 e 4.39, que a mesma deve ser modelada por elemento de placa, pois os valores obtidos para os dois tipos de elementos diferem significativamente, tanto para os cálculos da potência e do fator de acoplamento. Contudo, ocorre o esperado, ou seja, o modelo com elementos de casca proporciona um fluxo maior de energia ao segundo subsistema.

Observa-se, novamente que a potência de entrada não sofre alteração significativa utilizando-se um ou outro modelo.

No caso do fator de acoplamento para viga de altura 5 cm, observam-se através da Figura 4.37 resultados semelhantes pelos dois modelos.

Para a viga de altura 10 cm, ocorre uma diferença razoável entre os fatores de acoplamento dos dois modelos, sendo que acima de 300 Hz o fator de acoplamento para o elemento de placa é maior, como esperado

Por último, observa-se que os fatores de acoplamento para a viga de altura 20 cm diferem bastante, não sendo aconselhável a utilização do elemento de viga. Neste caso, a viga assemelha-se mais a duas placas acopladas, podendo ser tratada como dois subsistemas adicionais.

4.4 Placas com viga I na união sendo as vigas modeladas por elementos de viga e por elementos de placa.

O objetivo desse item é conhecer as diferenças entre os modelos de uma viga I localizada na união de duas placas, utilizando-se o elemento de placa SHELL 63 e o elemento de viga BEAM 44. Deseja-se fazer uma análise semelhante àquela realizada no item anterior. Os pontos de excitação e as condições de contorno continuam idênticas aos do item anterior.

Nesse caso, a ligação entre os nós da placa e os nós da aba superior da viga é feita utilizando-se elementos rígidos, conforme mostrado na Figura 4.2.

Observa-se através das Figuras 4.40 a 4.43, que para viga de altura 5 cm, obtém-se valores próximos entre si para as energias vibratórias do Subsistema 1, como do Subsistema 2. O mesmo acontece para a potência de entrada enquanto para a potência transmitida há uma variação considerável.

Os fatores de acoplamento obtidos pelos dois elementos produzem resultados também semelhantes, exceto na banda de 1/3 de oitava centrada em 125 Hz (Figura 4.52).

No caso de utilizar-se uma viga de altura 10 cm (Figuras 4.44 a 4.47) os resultados de potência de entrada e energia vibratória dos dois subsistemas são próximos, enquanto que para a potência transferida não há boa concordância, para comparação realizada em faixas estreitas (Figura 4.46). O fator de acoplamento tende a ser menor nas altas frequências para o modelo com vigas Timoshenko.

Para a viga de 20 cm de altura, continua-se a ter boa concordância para os parâmetros obtidos no subsistema 1, ou seja, energia vibratória e potência de entrada. Porém, a potência transferida para o subsistema 2 e a energia vibratória 2 diferem bastante de um modelo para outro, conforme Figuras 4.48 a 4.51. Os fatores de acoplamento diferem muito quando comparados entre si, ocorrendo maior transmissão quando a viga é modelada por elementos de placa (Figuras 4.53 e 4.54).

A viga modelada por elemento de placa tende a transmitir mais energia pelo fato de possuir maior flexibilidade. Porém, o elemento de placa impõem uma rigidez localizada maior na união para vigas mais largas, proporcionando uma menor transmissão por momento fletor na placa.

4.5 Vigas T invertida nas bordas e na união de duas placas, modeladas por elementos de viga e por elementos de placa.

Para conhecer a influência da dimensão da viga na união e nas bordas da placa e do tipo de elemento utilizado para modelar as vigas, fez-se uma análise com a mesma placa utilizada nos itens anteriores. Nesse caso, utilizaram-se vigas nas bordas das placas e na união entre elas. A condição de contorno empregada é de engaste em dois nós da placa, conforme Figura 4.29. Desse modo, as vigas podem transmitir energia livremente pelas bordas, incluindo os extremos da linha de união.

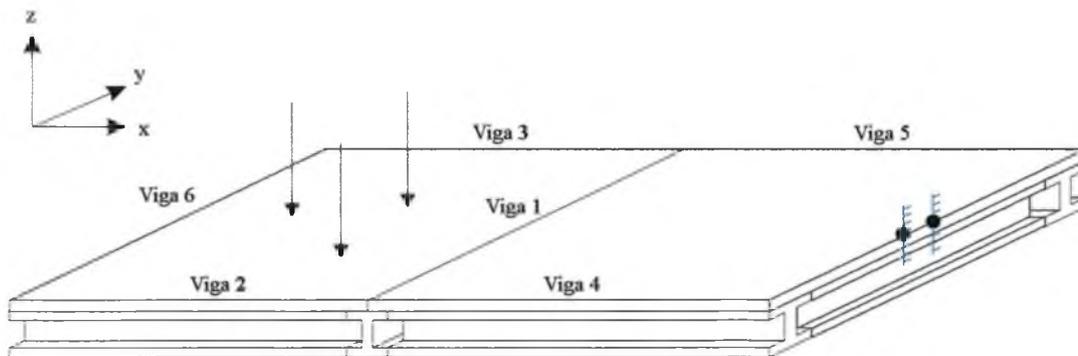


Figura 4.29 – Condição de contorno utilizada – engaste nos dois nós indicados.

Os carregamentos utilizados são os mesmos, listados na Tabela 4.1, bem como o material (aço).

As vigas nas bordas proporcionam maiores diferenças em relação à viga na união, apenas, quando comparada a modelagem das vigas por elemento de viga ou de placa. Vê-se, por exemplo, nas Figuras 4.55 e 4.58, que a energia vibratória do subsistema 1 e a potência de entrada, utilizando-se viga de altura 5 cm, apresentam diferenças razoáveis. A energia vibratória do subsistema 2 e a potência transmitida para esse subsistema, Figuras 4.56 e 4.57, diferem um pouco quando comparados elementos de viga e placa. Observa-se uma boa concordância em altas frequências.

Os fatores de acoplamento para os dois modelos apresentam uma tendência em ser constantes com a frequência, porém apresentando oscilações em torno do fator de acoplamento para placa plana semi-infinita (Figura 4.67).

Para a viga de altura 10 cm, há maior transmissão de energia para o subsistema 2 utilizando-se o elemento de placa na modelagem da viga, como visto na Figura 4.61. Observa-se, também, um deslocamento das frequências naturais da estrutura. O fator de acoplamento para elemento de placa é maior (Figura 4.68). As Figuras 4.59, 4.60 e 4.62 mostram, respectivamente, as energias vibratórias dos subsistemas 1 e 2 e a potência de entrada no subsistema 1.

No caso da viga de altura 20 cm, os valores de potência transmitida e a energia vibratória do Subsistema 2 são completamente diferentes em alta frequência (Figuras 4.64 e 4.65). Os fatores de acoplamento também diferem, sendo maior para a estrutura que possui vigas modeladas por elemento de

placa (Figura 4.69). A potência de entrada no subsistema 1 (Figura 4.66) e a energia vibratória do subsistema 1 (Figura 4.63) apresentam resultados comparativos entre os dois modelos.

Através da análise dos resultados deste item, conclui-se que a utilização de elemento de viga para modelagem de vigas com seção transversal grandes comparadas com o comprimento da mesma deve ser evitada. Nesse caso, pode-se tratar a viga como várias placas acopladas.

4.6 Comparação entre vigas T invertidas nas bordas e na união de duas placas, modeladas por elemento de viga ou elemento de placa, com excitação na viga.

Os procedimentos de cálculo deste item são idênticos aos do item 4.5, ao menos da potência de entrada que mudou da disposição aleatória para a viga indicada na Figura 4.30. Desse modo, consegue-se determinar os caminhos de transmissão de energia quando a excitação se dá somente nas vigas.

Na Tabela 4.3, encontram-se as coordenadas dos pontos de aplicação dos esforços e os valores respectivos.

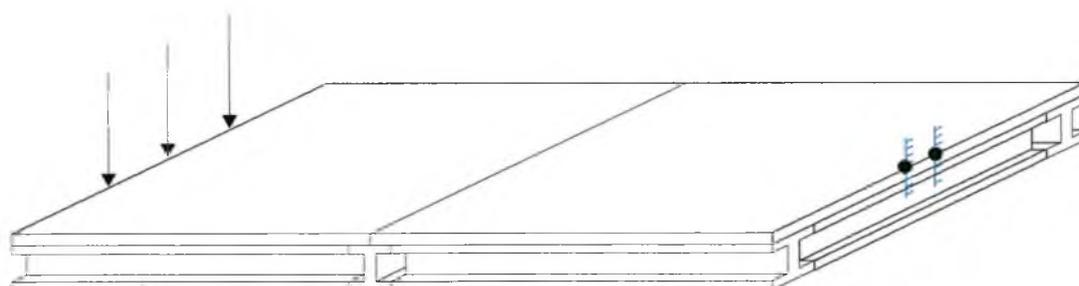


Figura 4.30 – Esquema de excitação e condições de contorno

Analisando-se as Figuras 4.70 a 4.72, observa-se que as energias vibratórias dos subsistemas 1 e 2 (placas) são semelhantes quando utilizados elementos de viga ou placa.

Já a potência de entrada (Figura 4.73), quando aplicada diretamente sobre uma das vigas, apresenta diferenças consideráveis entre os dois modelos de Elementos Finitos. Observa-se que a potência de entrada é maior quando utilizado elemento de placa. Isso acontece devido à maior flexibilidade

das vigas maciças, proporcionando maiores deslocamentos e rotações para a mesma força aplicada.

Nas Figuras 4.74 e 4.75, observam-se valores próximos para as energias vibratórias obtidos pelos dois modelos. A potência transmitida (Figura 4.76) apresenta maior transmissão por elemento de placa, como esperado, porém não há diferenças consideráveis entre os dois modelos. Na potência de entrada (Figura 4.77), observa-se maiores valores para o modelo que utiliza elemento de placa, como no caso da viga de 5 cm de altura.

Já quando se utiliza vigas de 20 cm de altura, observa-se valores distintos entre a energia vibratória para os dois modelos (Figuras 4.78 e 4.79). A potência transmitida é completamente diferente (Figura 4.80), sendo maior para o elemento de placa.

A potência de entrada apresenta valores completamente diferentes para os dois modelos (Figura 4.81), devido a maior flexibilidade da viga modelada por elemento de placa.

Analisando-se as Figuras 4.82 a 4.84, observa-se que no caso da viga de altura 5 cm, os fatores de acoplamento são maiores que os obtidos para duas placas planas acopladas. Isso indica que há uma forte transmissão pelas vigas ao subsistema 2, aumentando o fator de acoplamento de 1 para 2.

Observa-se que não há uma boa concordância entre os fatores de acoplamento de 1 para 2 quando a viga é modelada por elemento de viga ou placa e excitada na viga.

4.7 Densidade modal para uma placa apoiada em vigas.

Para uma placa lisa sem reforço, a expressão da densidade modal é dada por Heckl [7] conforme Equação 3.15.

Quando se trabalha com placas apoiadas em vigas ou reforçadas, não existe solução analítica fechada para a densidade modal. Porém, determina-se a densidade modal numericamente, por MEF, através da contagem dos autovalores encontrados.

Outra forma de se encontrar a densidade modal é através da fórmula de Clarkson, conhecendo-se a massa do sistema e calculando a média espacial da mobilidade pontual (Equação 3.19).

Na Figura 4.85, observa-se a comparação entre o número de modos obtidos para uma placa de comprimento 1,1 m, largura 1,0 m e 5 mm de espessura. No primeiro caso, a placa não tem reforços e para os demais casos as vigas de apoio possuem aumento gradual da seção transversal. Modela-se as vigas por elemento de viga, sendo que o último caso a viga é modelada por elemento de placa. Vê-se que o número de modos obtidos por contagem dos autovalores é bem próximo do teórico. Outra conclusão importante refere-se à densidade modal não variar expressivamente quando as vigas são introduzidas nas bordas da placa.

Observa-se através da Figura 4.86 que a densidade modal teórica obtida para placa lisa sem reforço, quando comparada com a obtida pela fórmula de Clarkson, através da Equação 3.19, apresenta uma boa concordância entre os resultados. Deve-se salientar que essa fórmula é de extrema importância para obtenção experimental da densidade modal, pois a contagem das ressonâncias torna-se inviável em altas-freqüências.

Excitação	x [m]	y [m]	Re{F}	Im{F}	F [N]
1	0	0,971	1	0	1
2	0	0,885	0,866	0,5	1
3	0	0,800	0,5	0,866	1
4	0	0,714	0,707	0,707	1
5	0	0,628	0	1	1
6	0	0,543	-0,5	0,866	1
7	0	0,457	-0,707	0,707	1
8	0	0,371	-0,866	0,5	1
9	0	0,285	-1	0	1
10	0	0,200	-0,866	-0,5	1
11	0	0,114	-0,707	-0,707	1
12	0	0,028	-0,5	-0,866	1

Tabela 4.3 – Coordenadas e valores das Forças de excitação na viga.

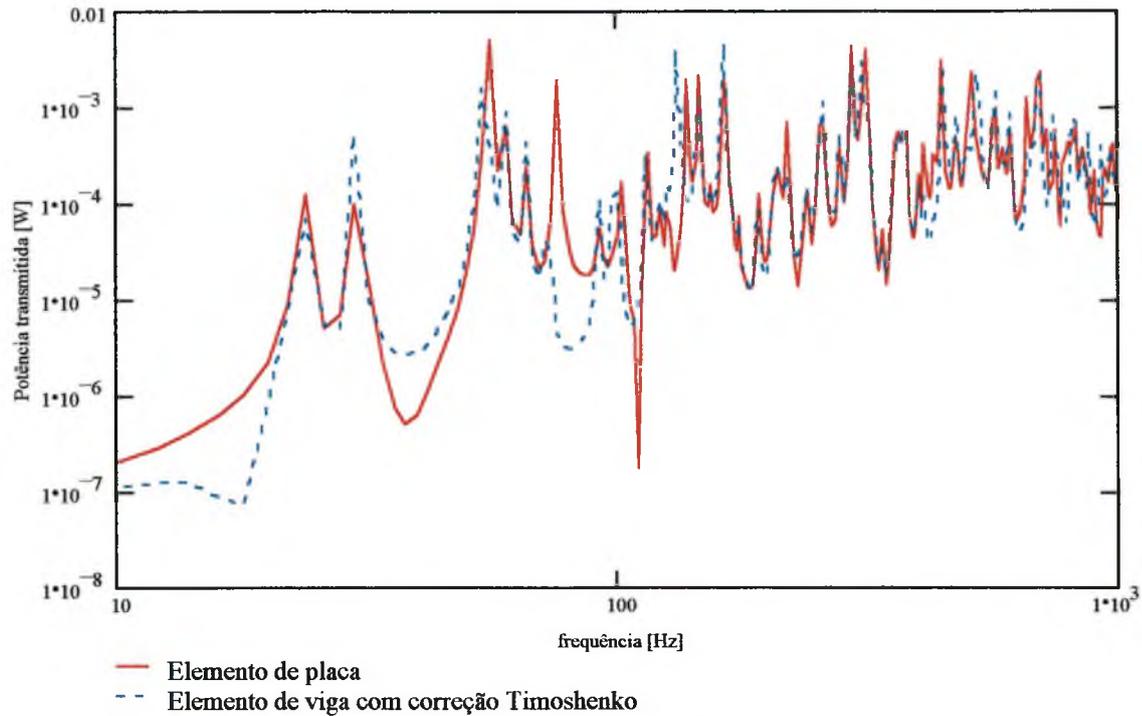


Figura 4.31 – Potência transmitida do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

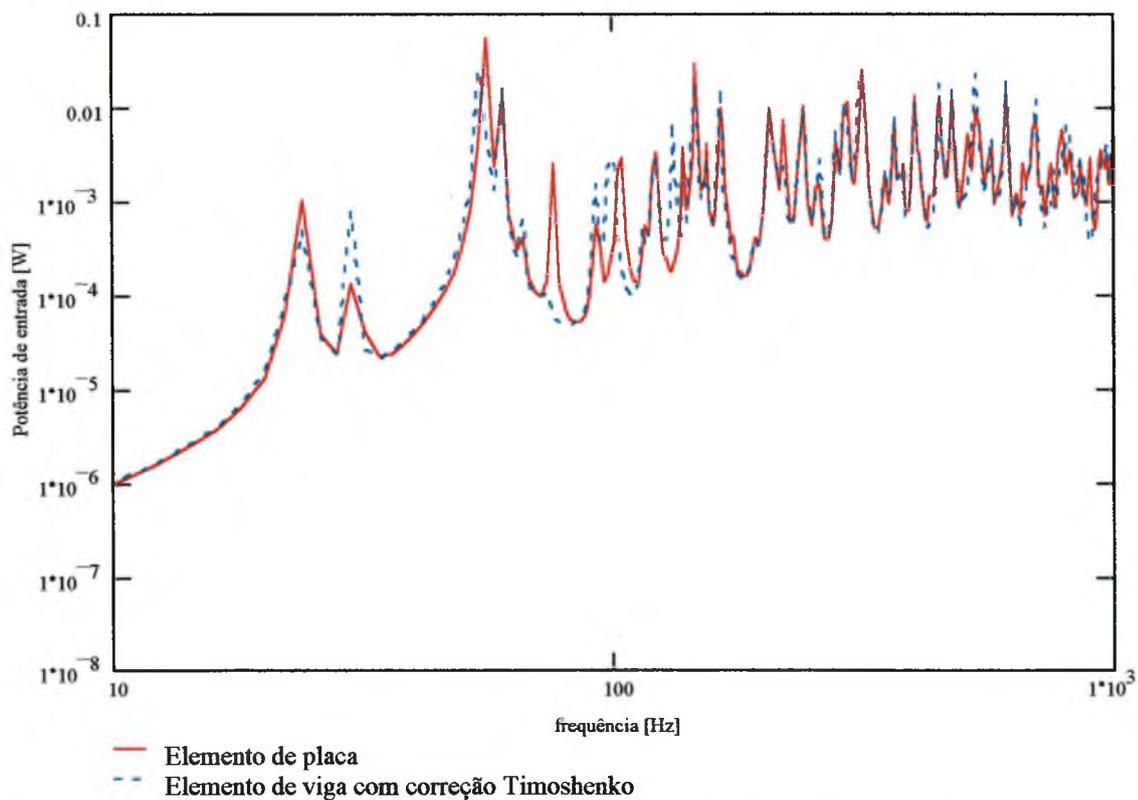


Figura 4.32 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

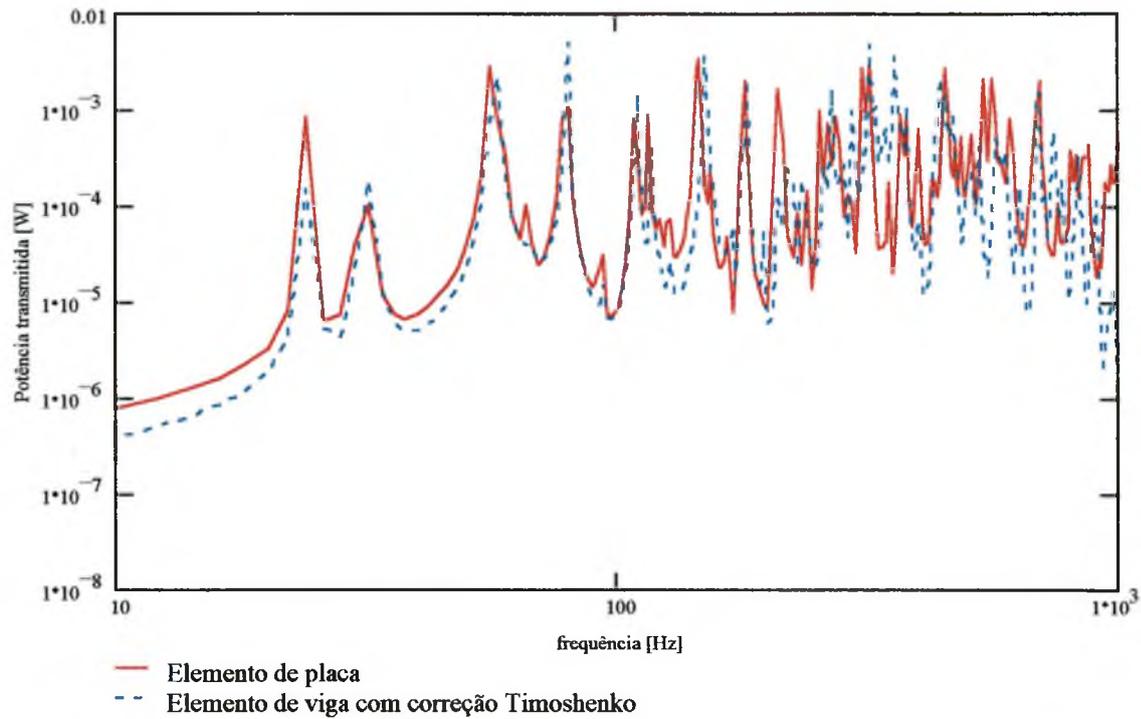


Figura 4.33 – Potência transmitida do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

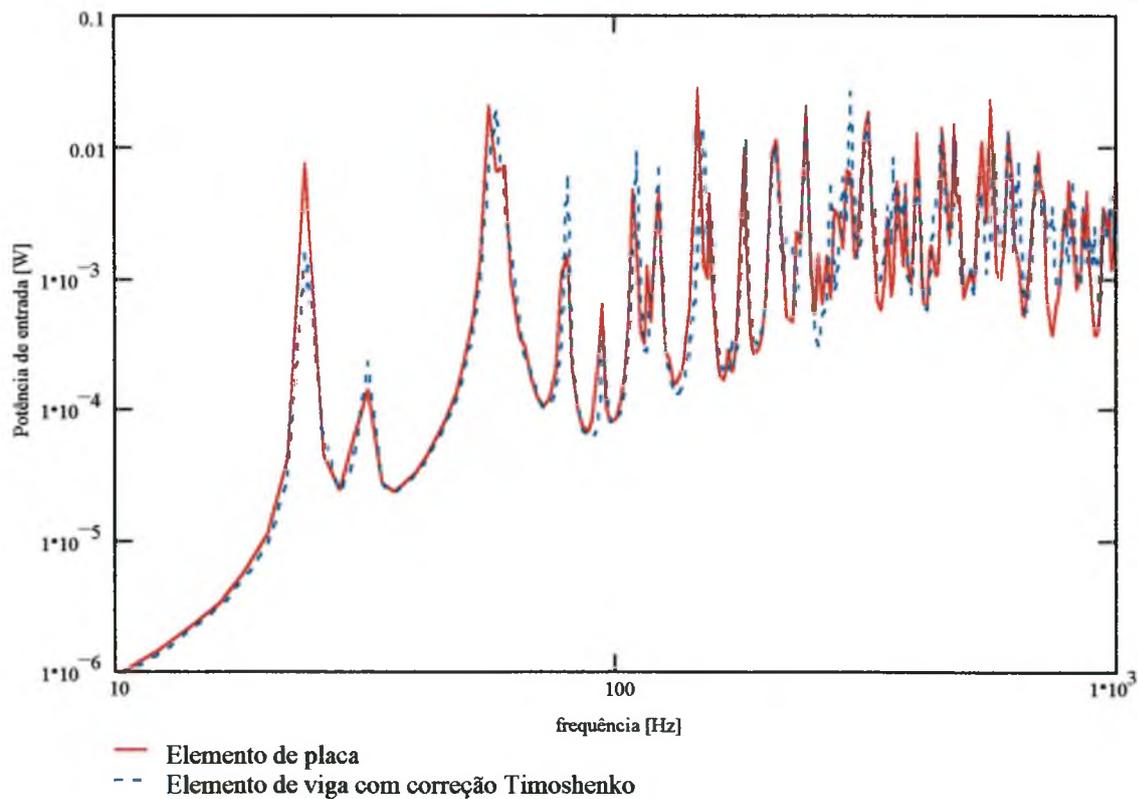


Figura 4.34 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

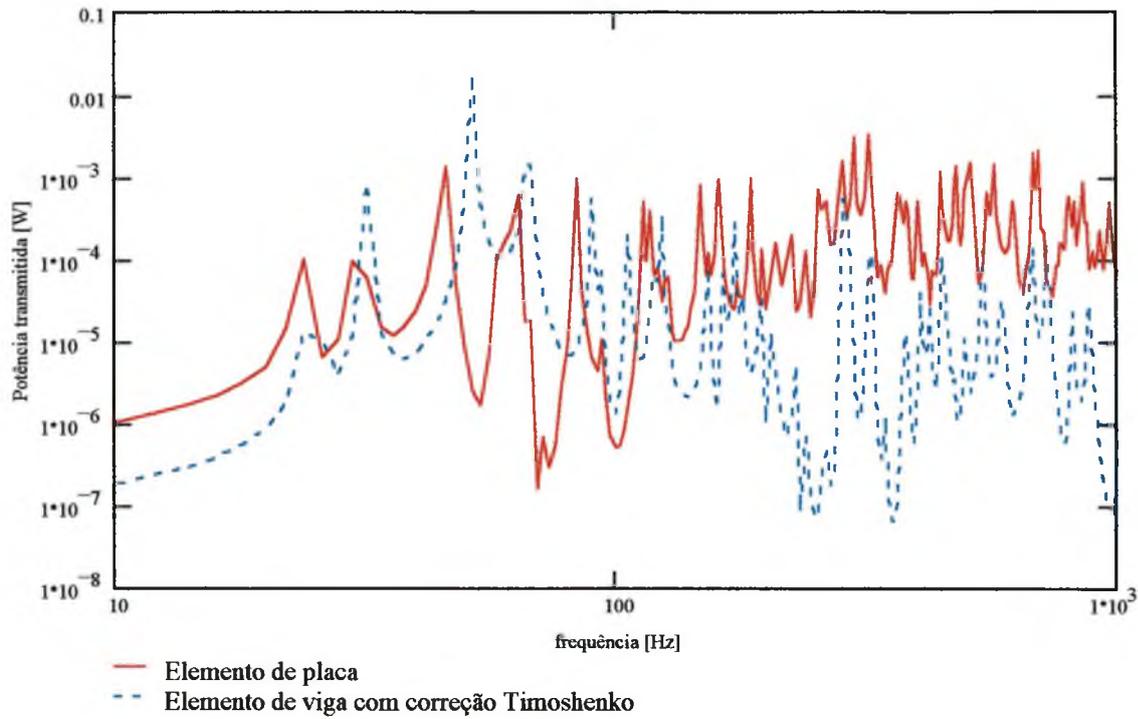


Figura 4.35 – Potência transmitida do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

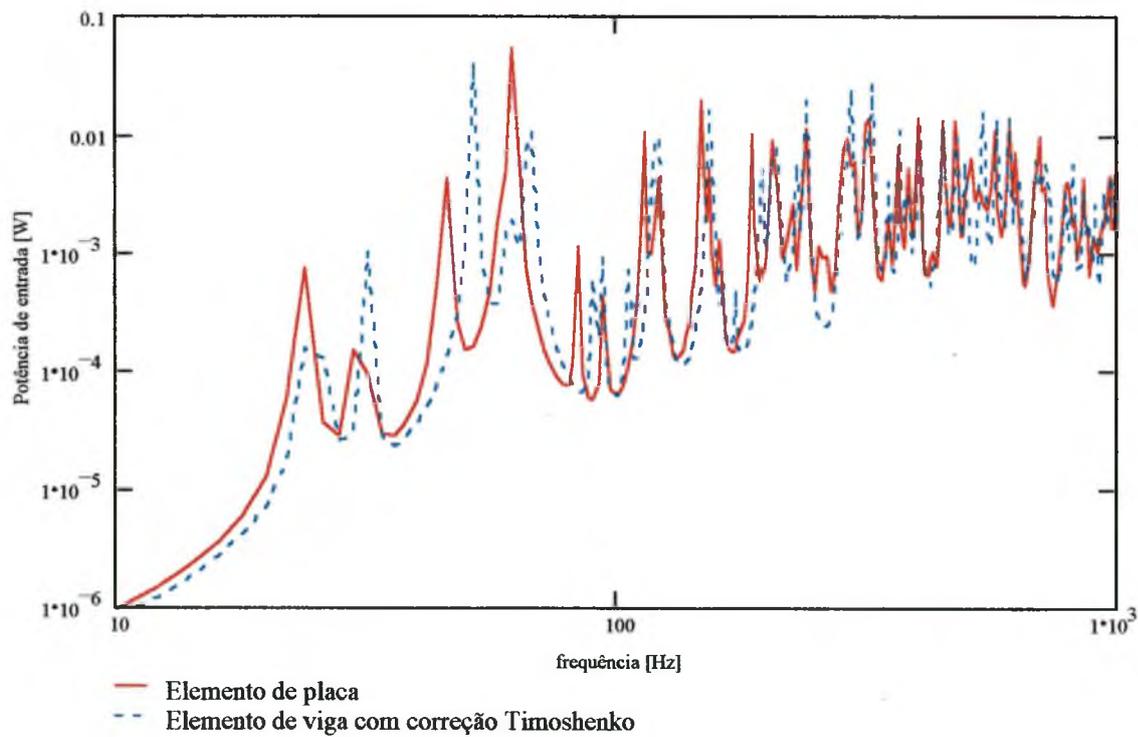


Figura 4.36 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

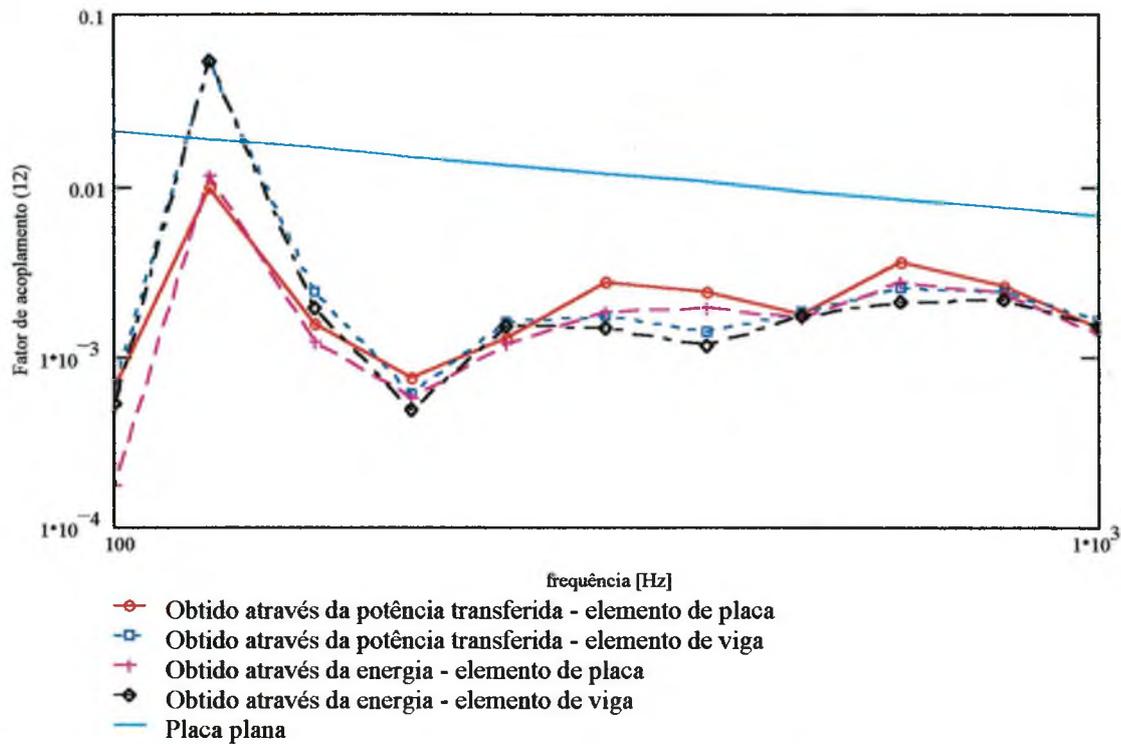


Figura 4.37 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

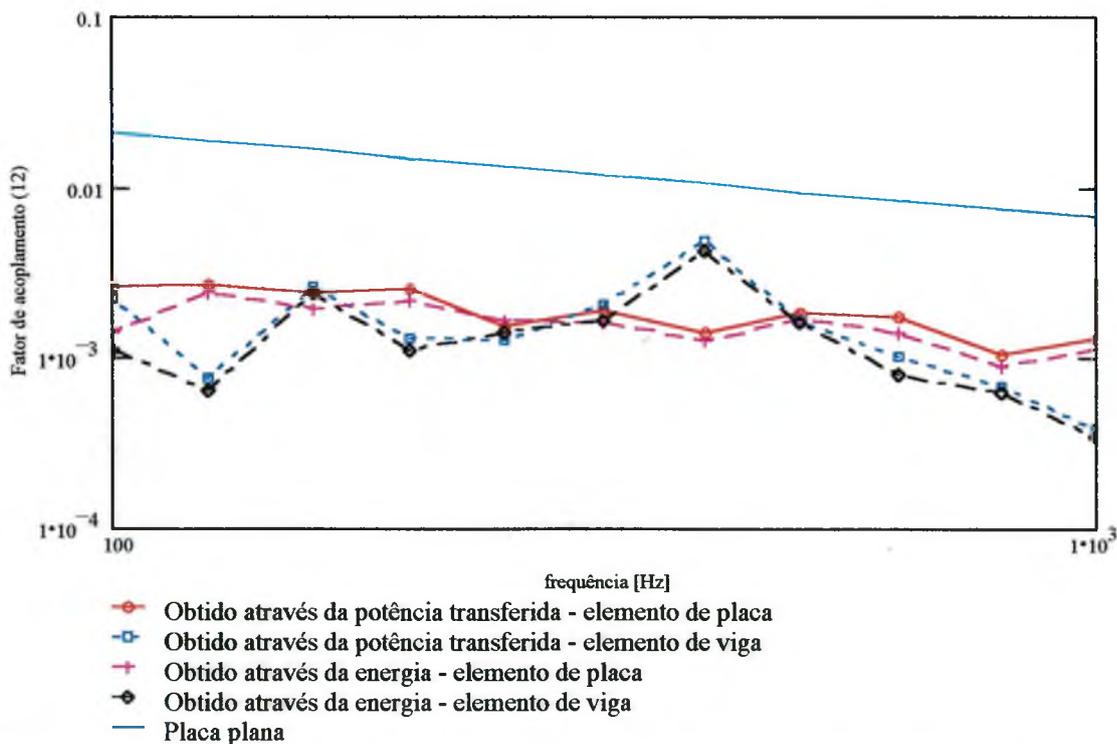


Figura 4.38 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

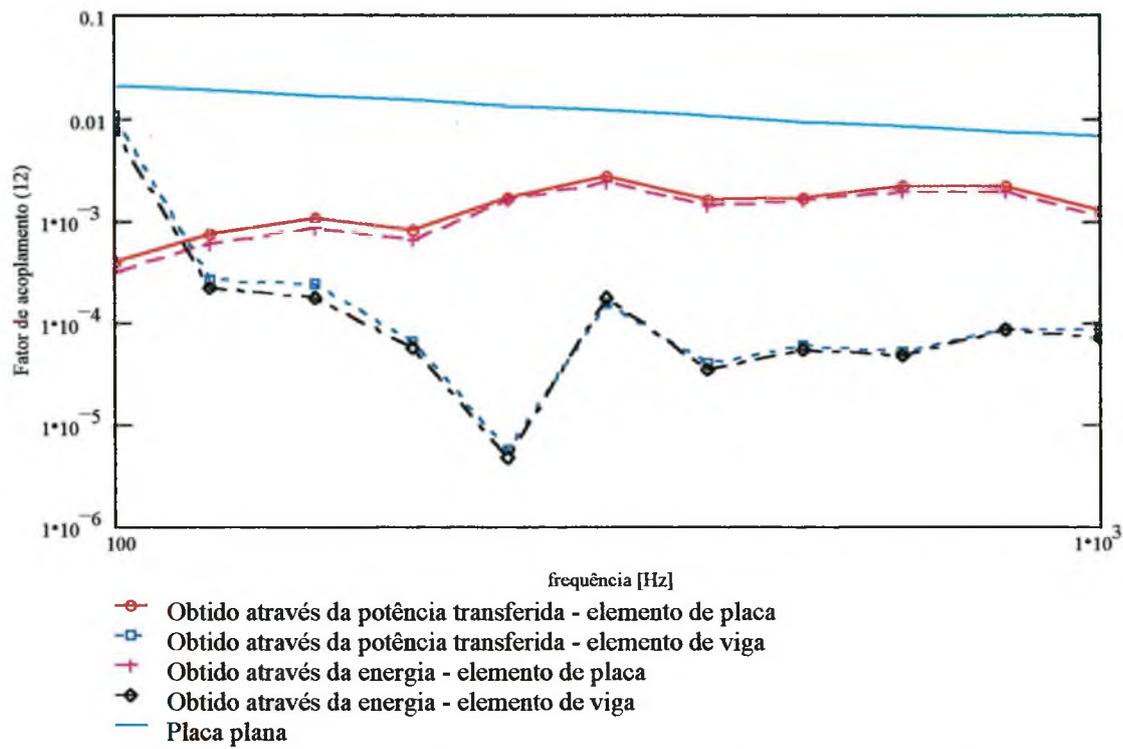


Figura 4.39 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

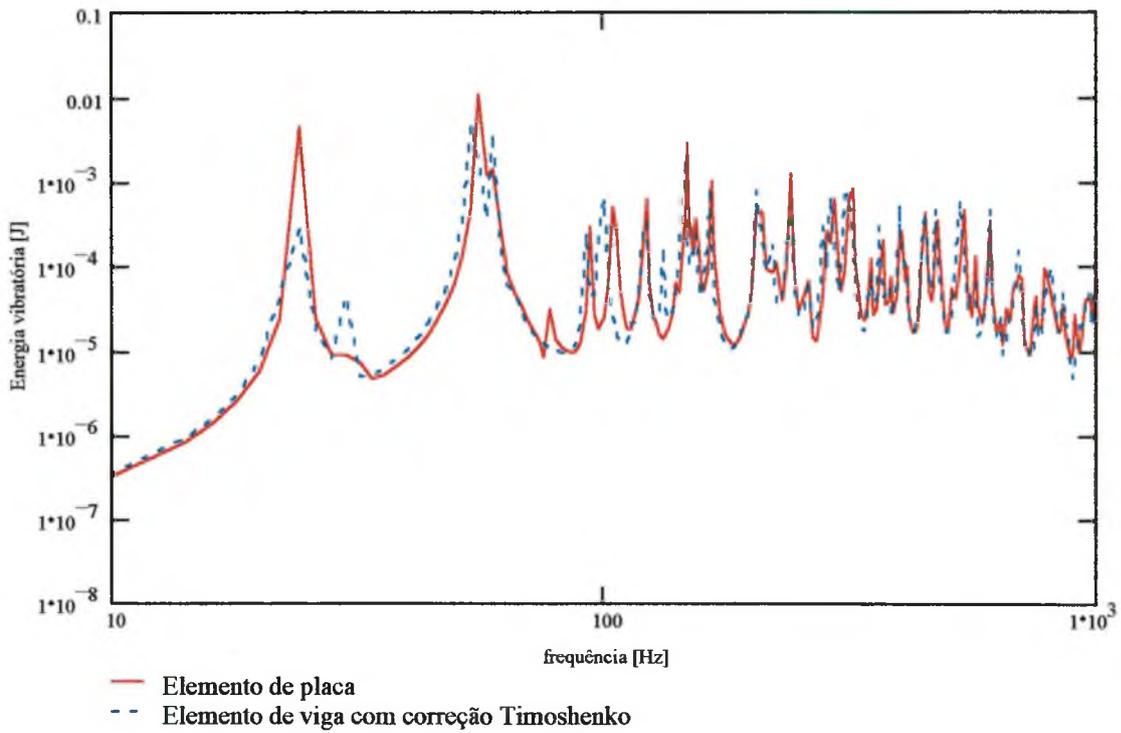


Figura 4.40 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

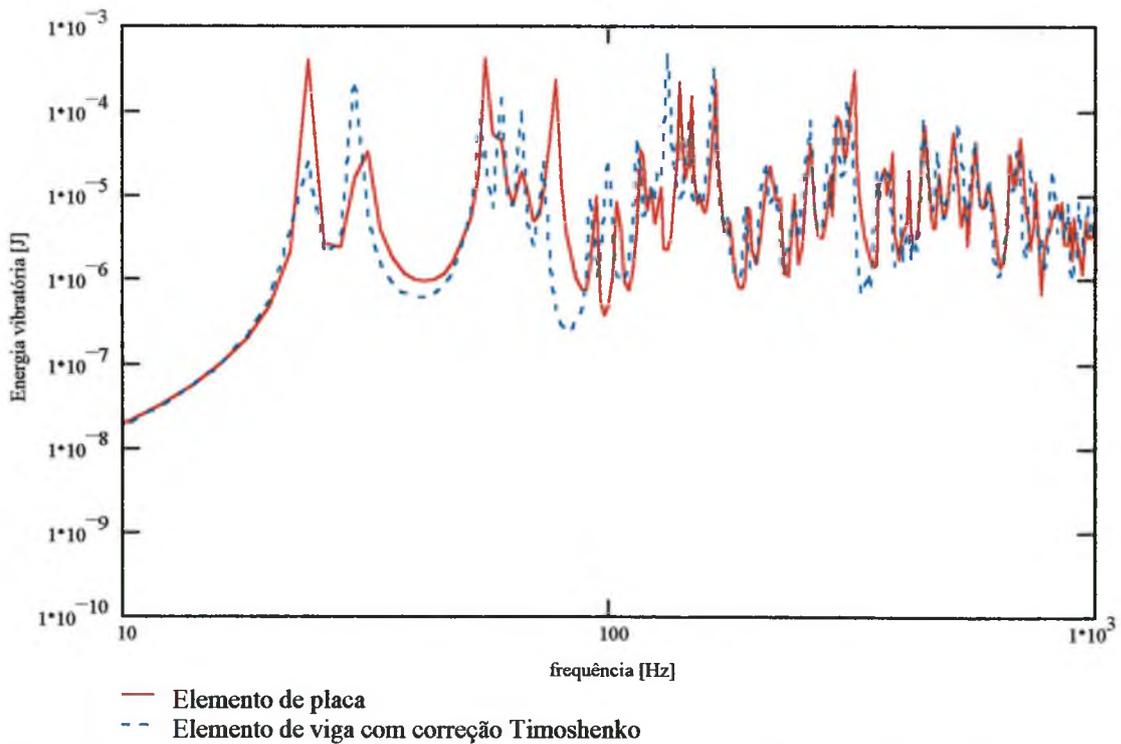


Figura 4.41 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

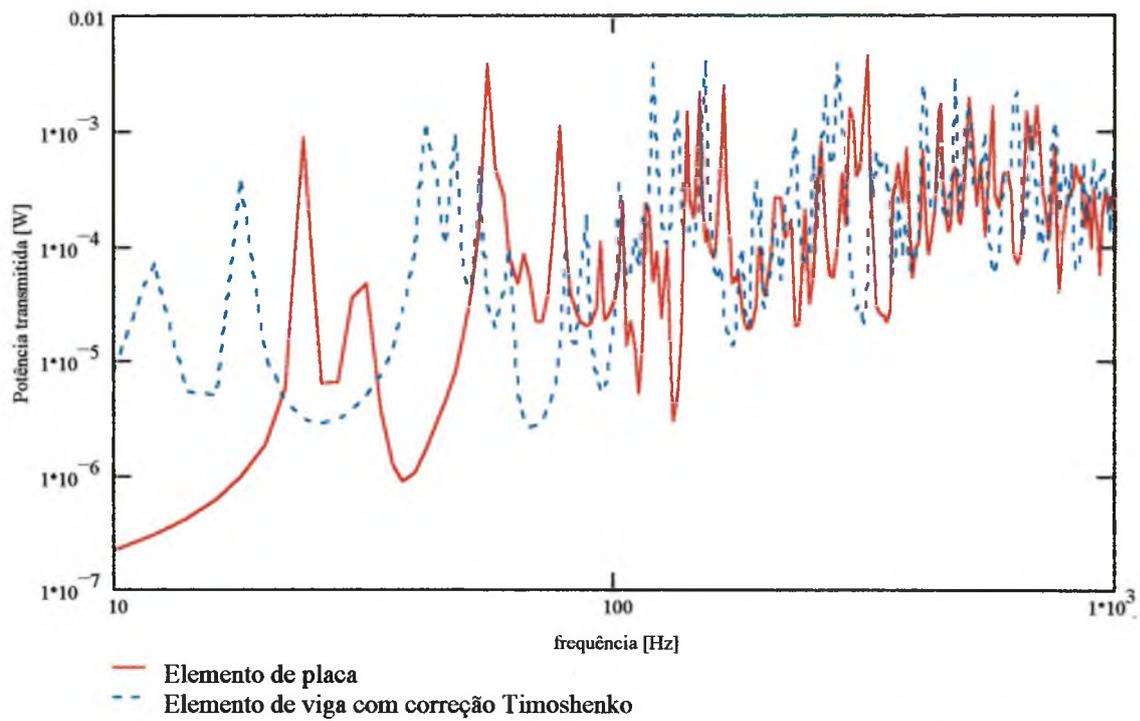


Figura 4.42 – Potência transmitida do subsistema 1 para o 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

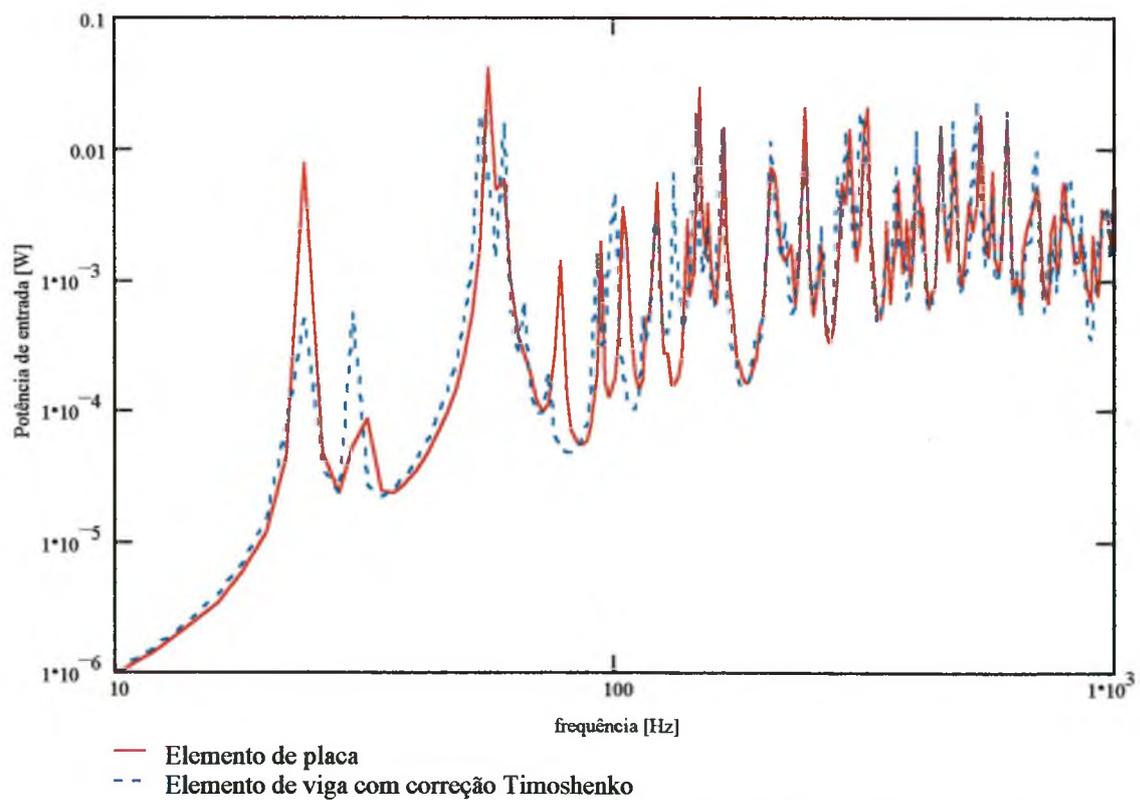


Figura 4.43 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

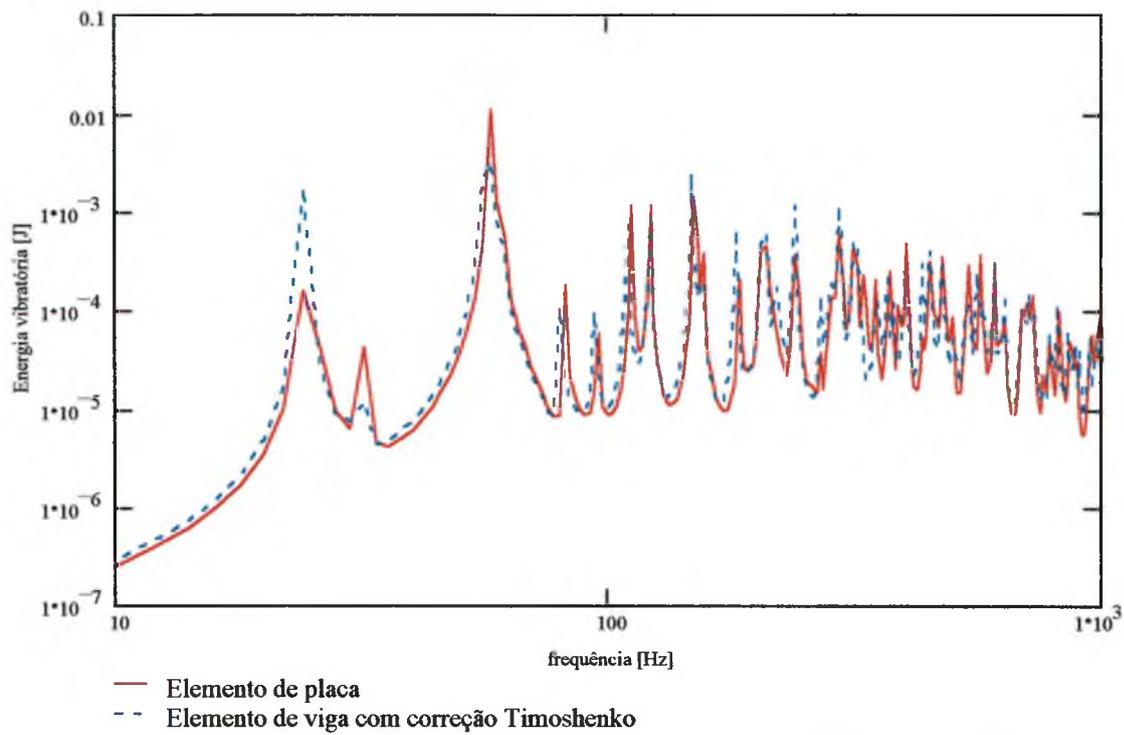


Figura 4.44 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

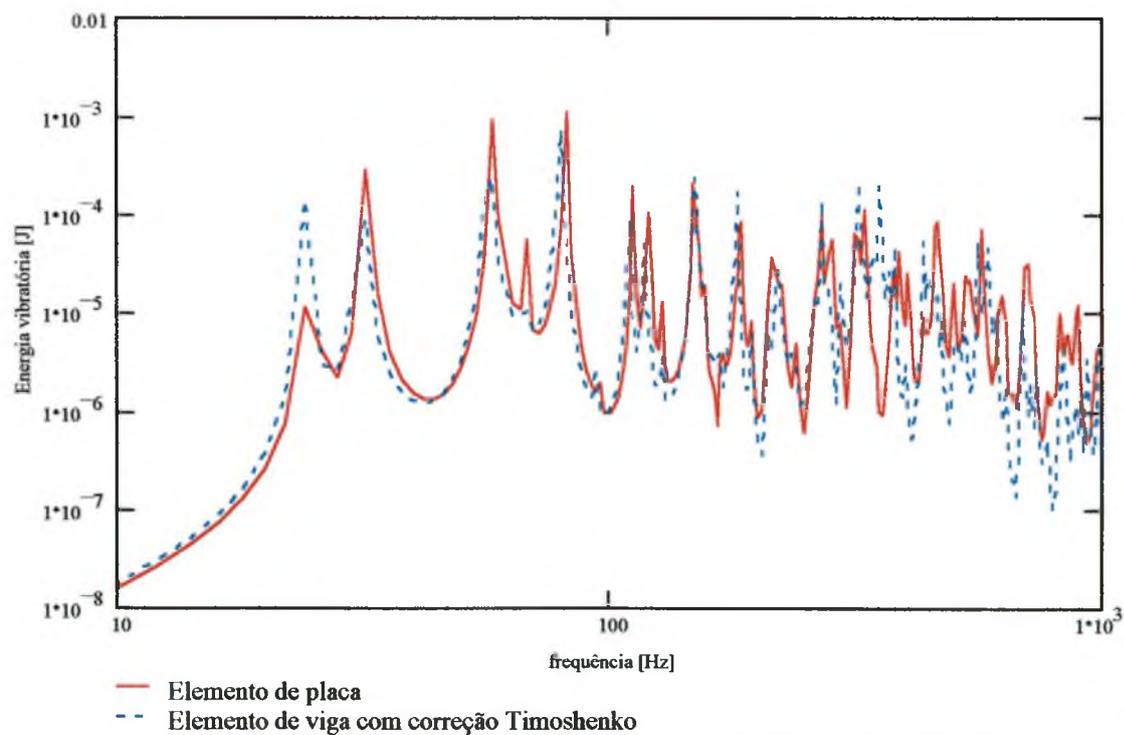


Figura 4.45 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

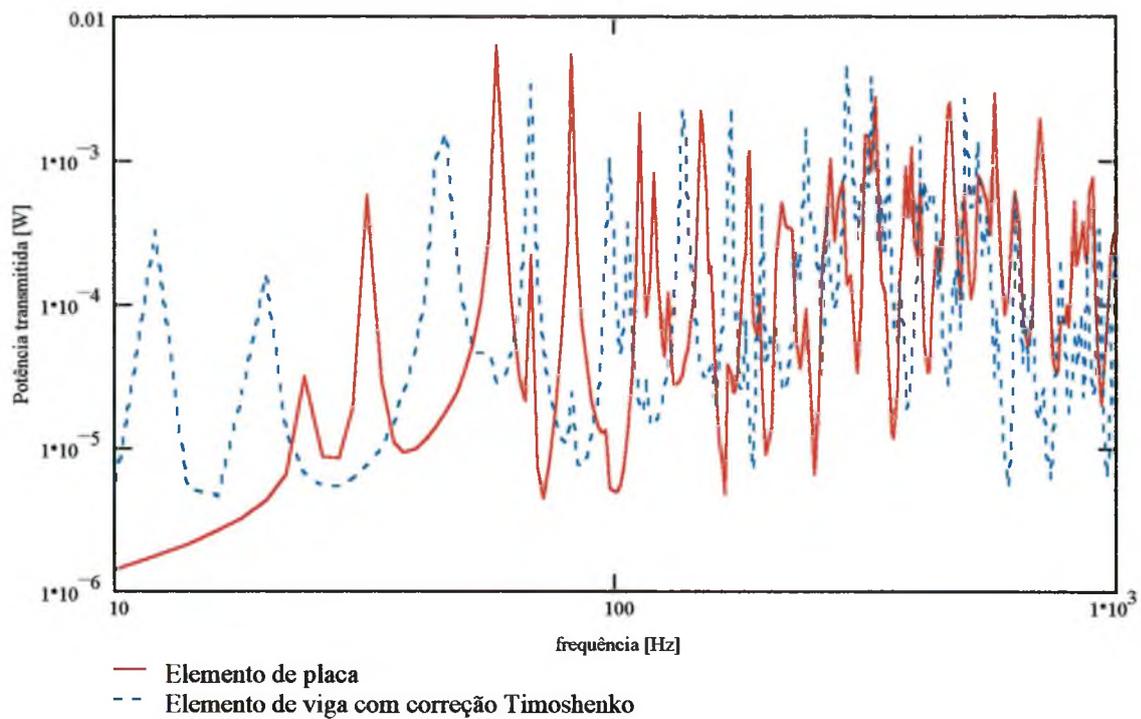


Figura 4.46 – Potência transmitida do subsistema 1 para o 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

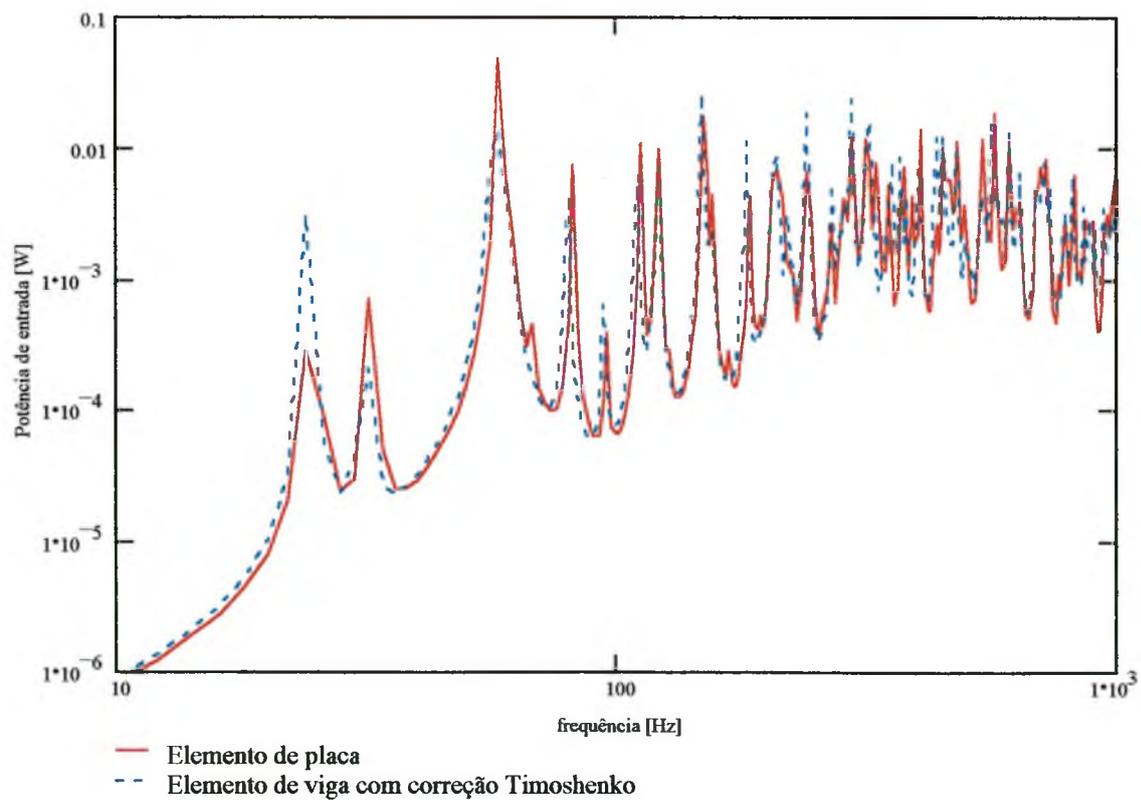


Figura 4.47 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

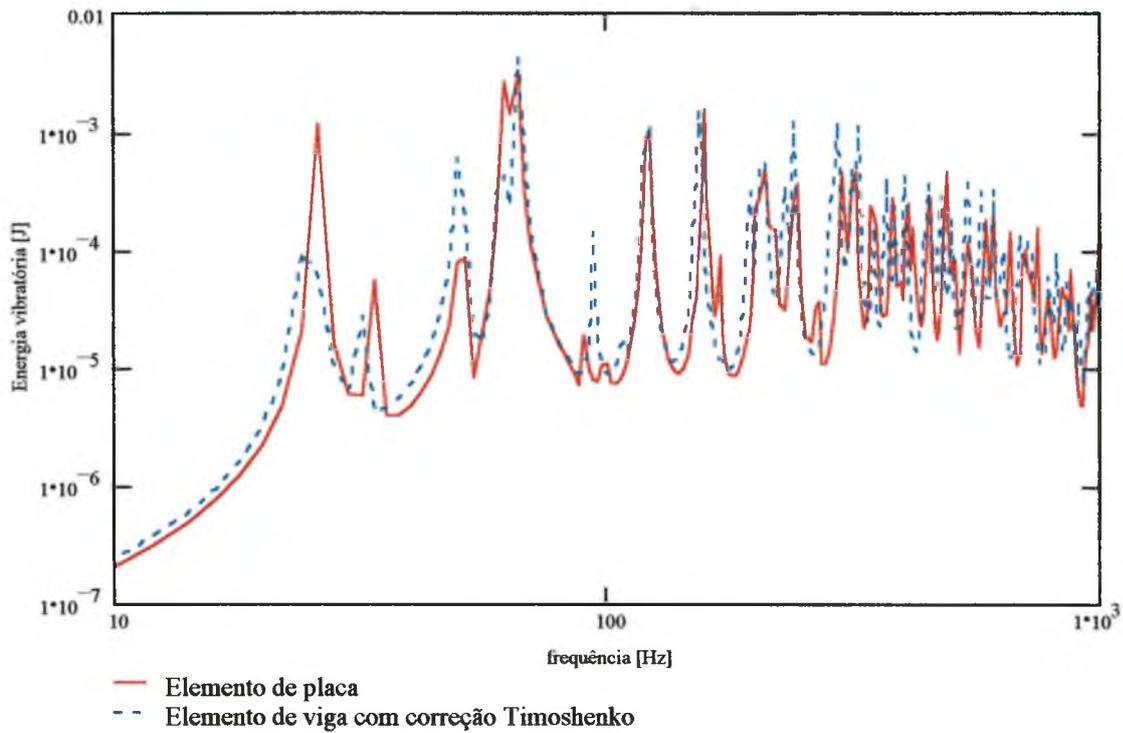


Figura 4.48 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

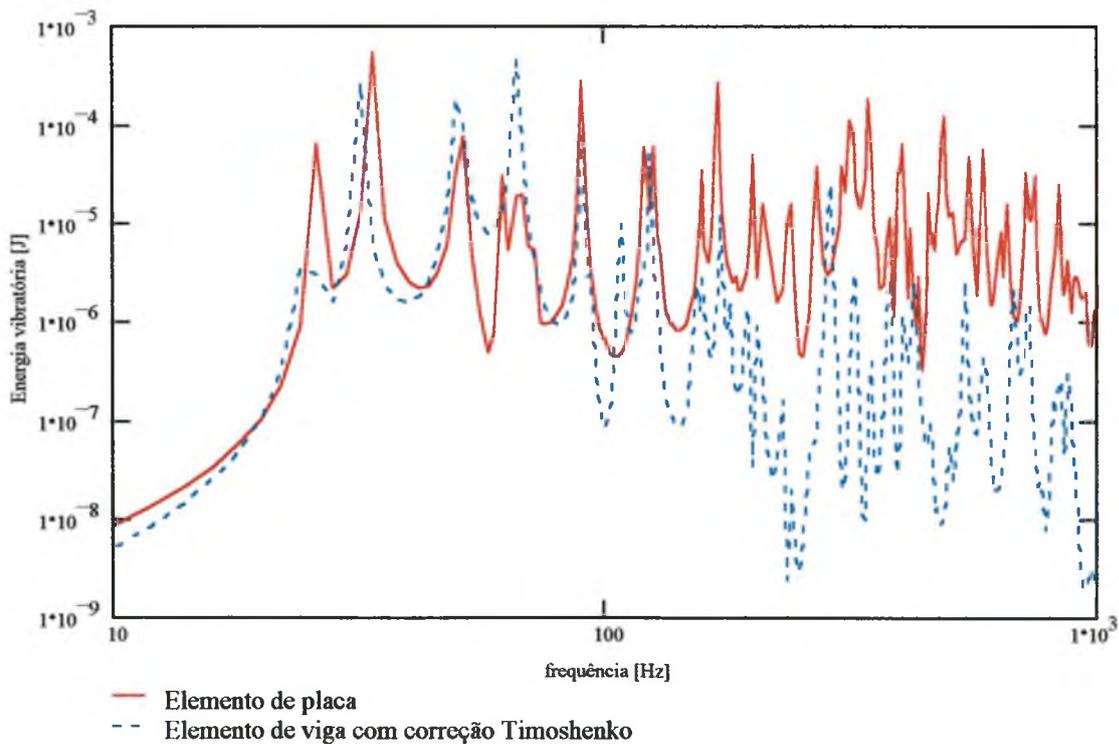


Figura 4.49 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

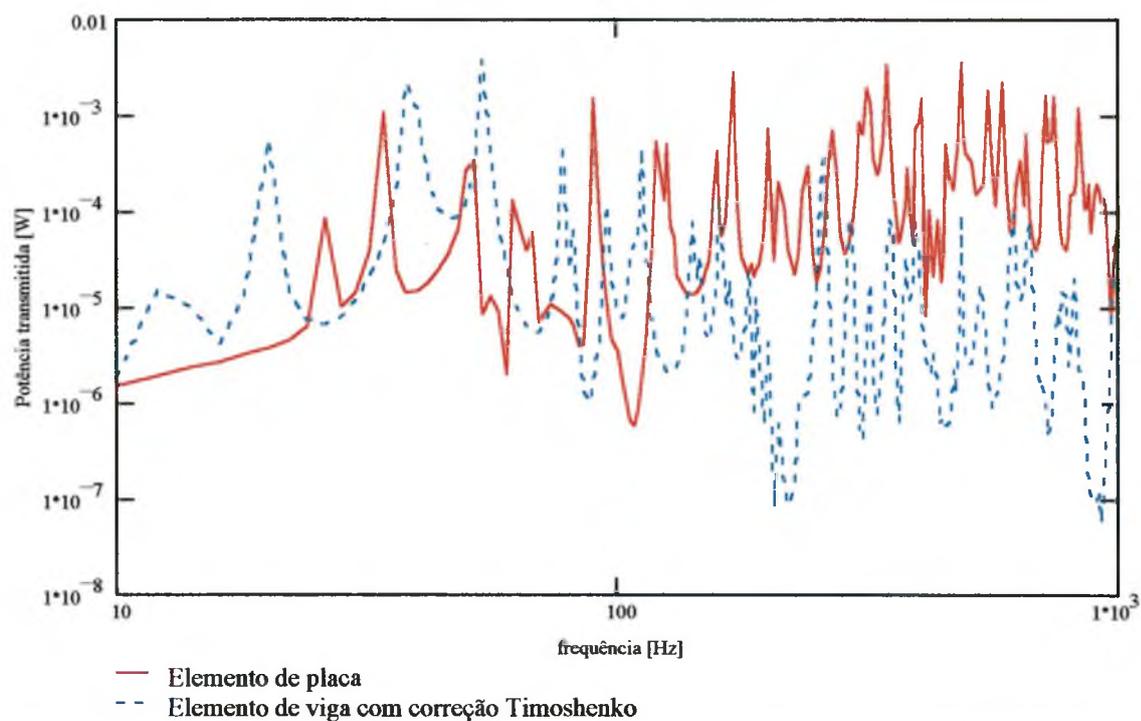


Figura 4.50 – Potência transmitida do subsistema 1 para o 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

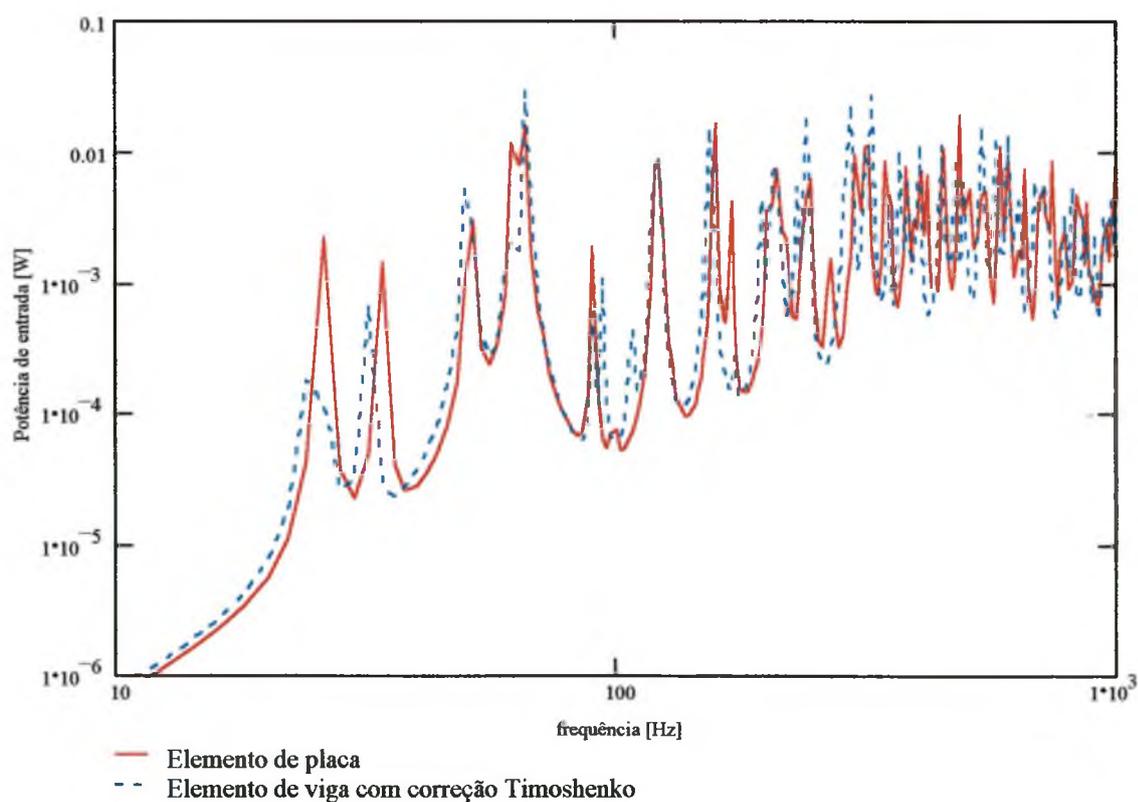


Figura 4.51 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

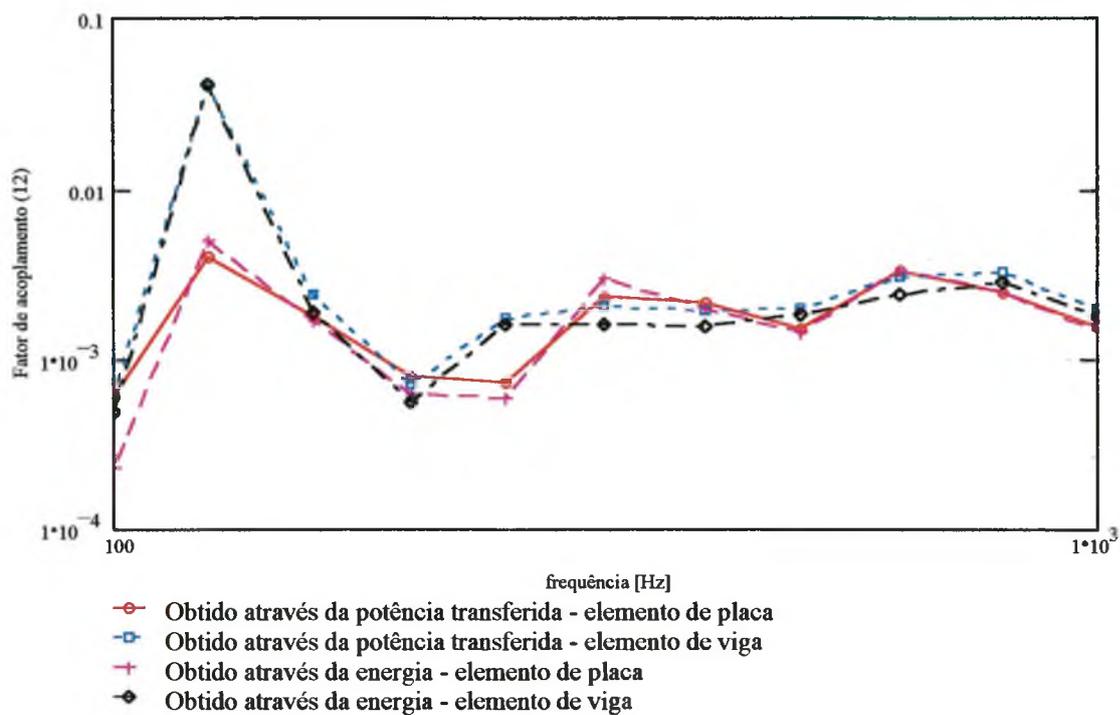


Figura 4.52 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga l , $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

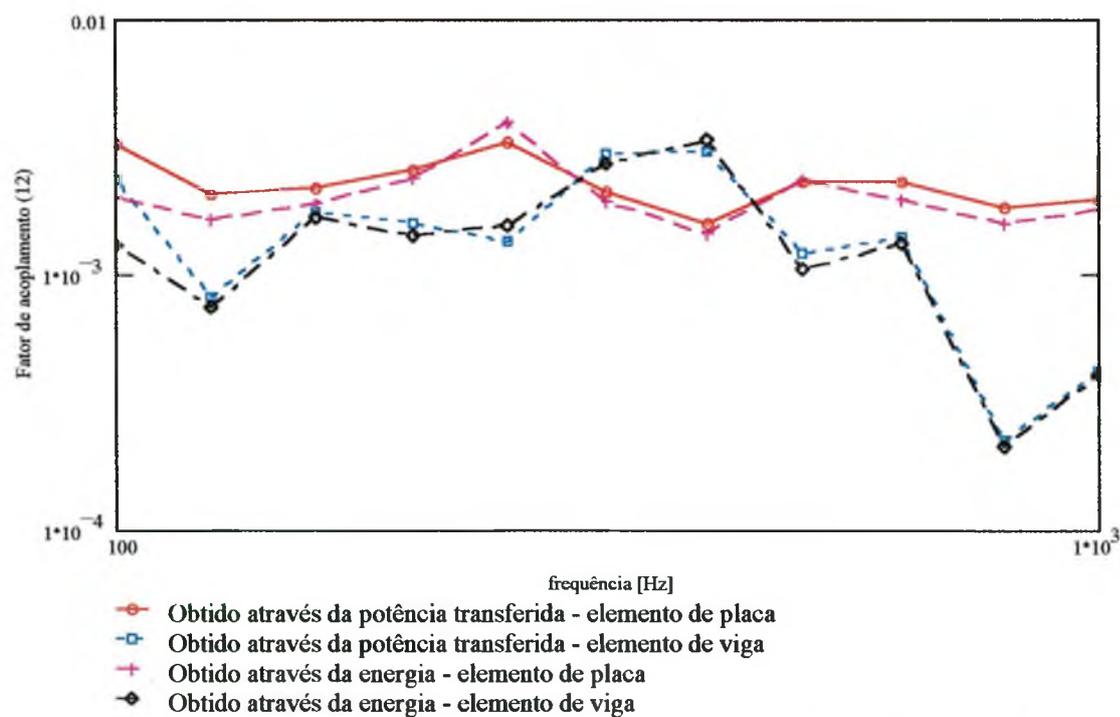


Figura 4.53 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga l , $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

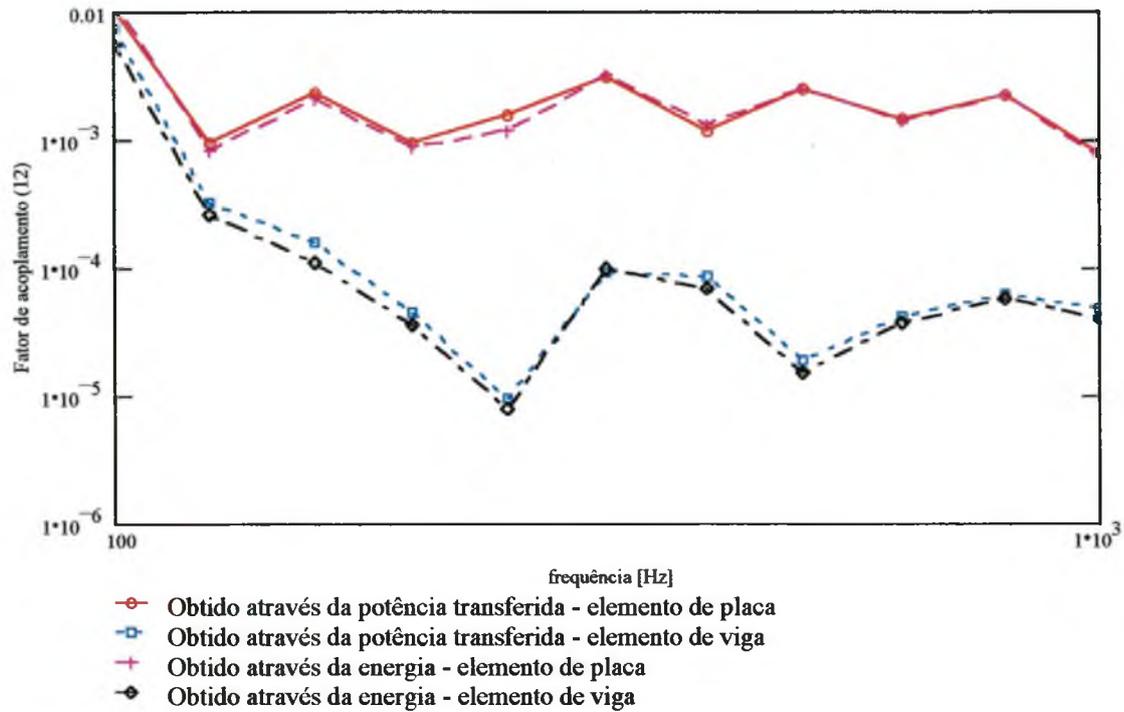


Figura 4.54 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga I, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

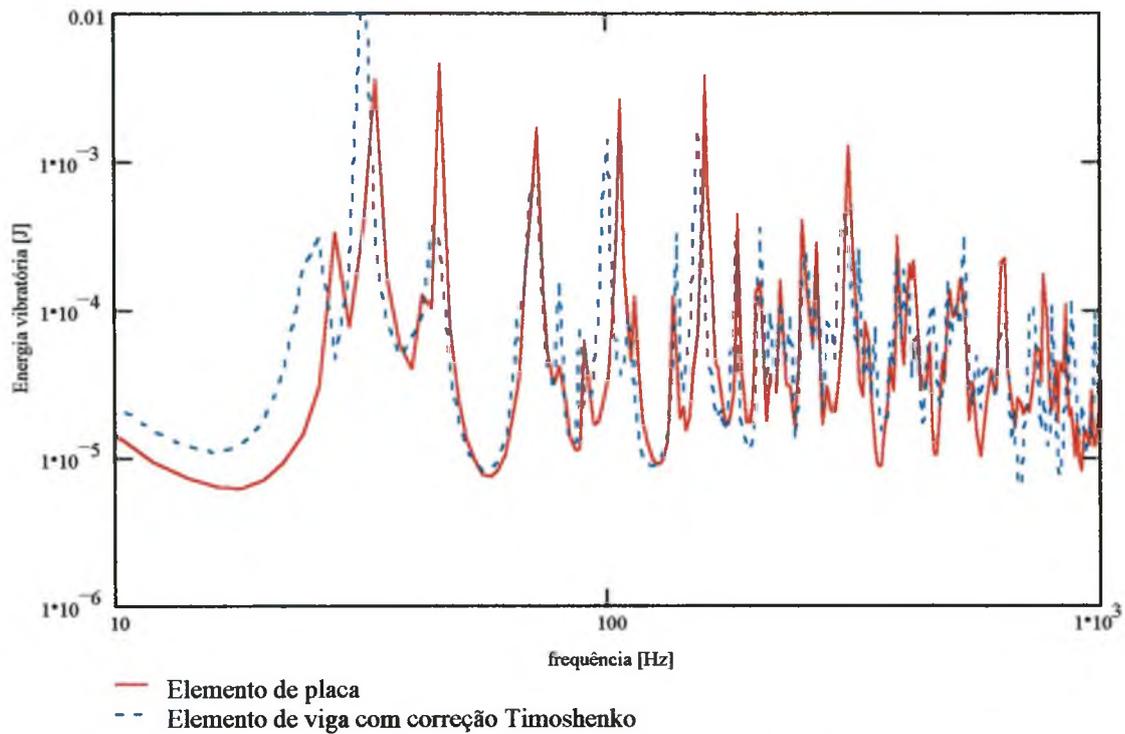


Figura 4.55 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

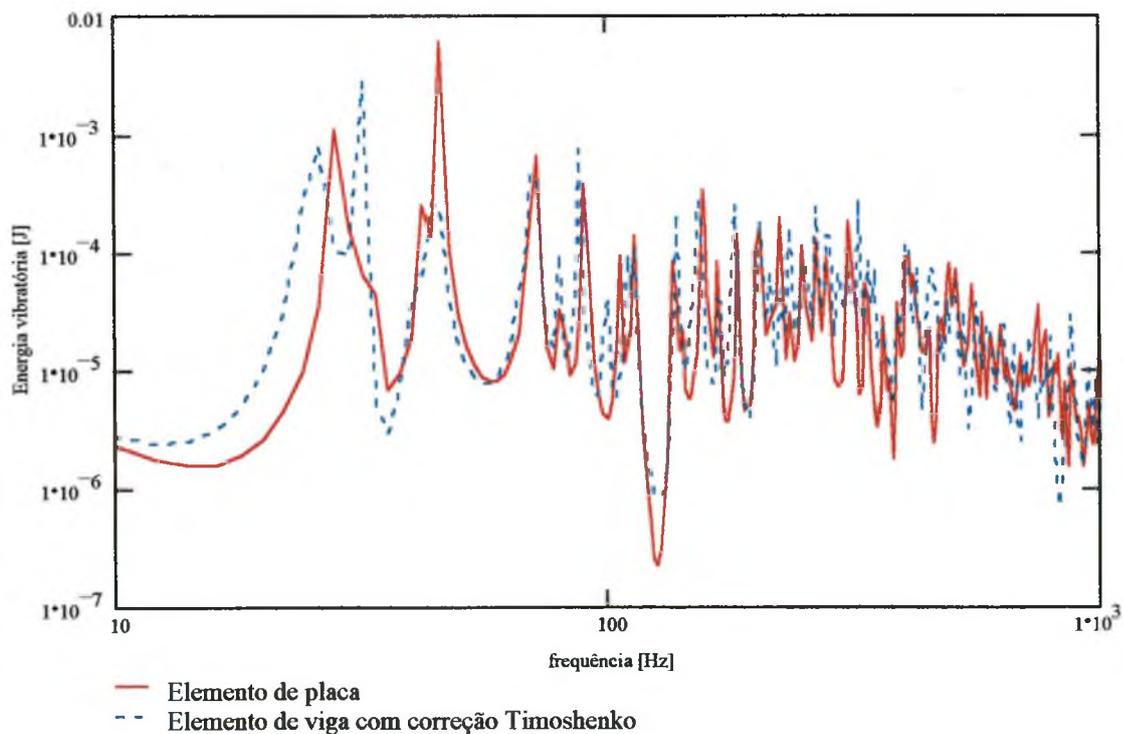


Figura 4.56 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

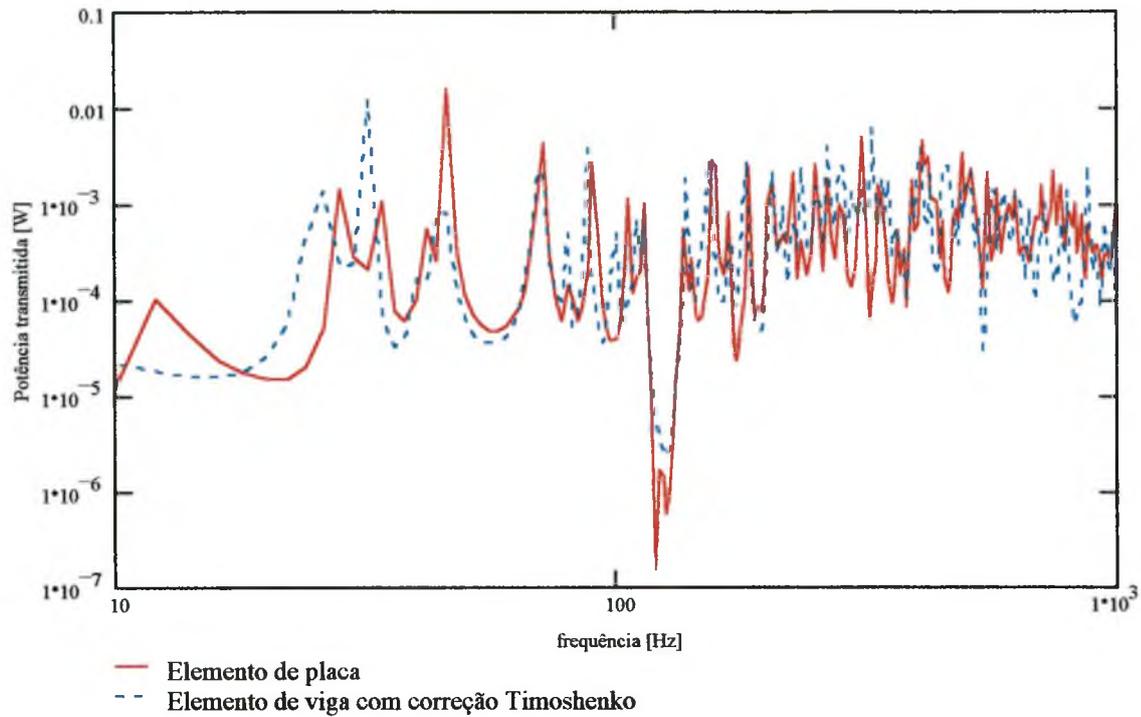


Figura 4.57 – Potência transmitida para o subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

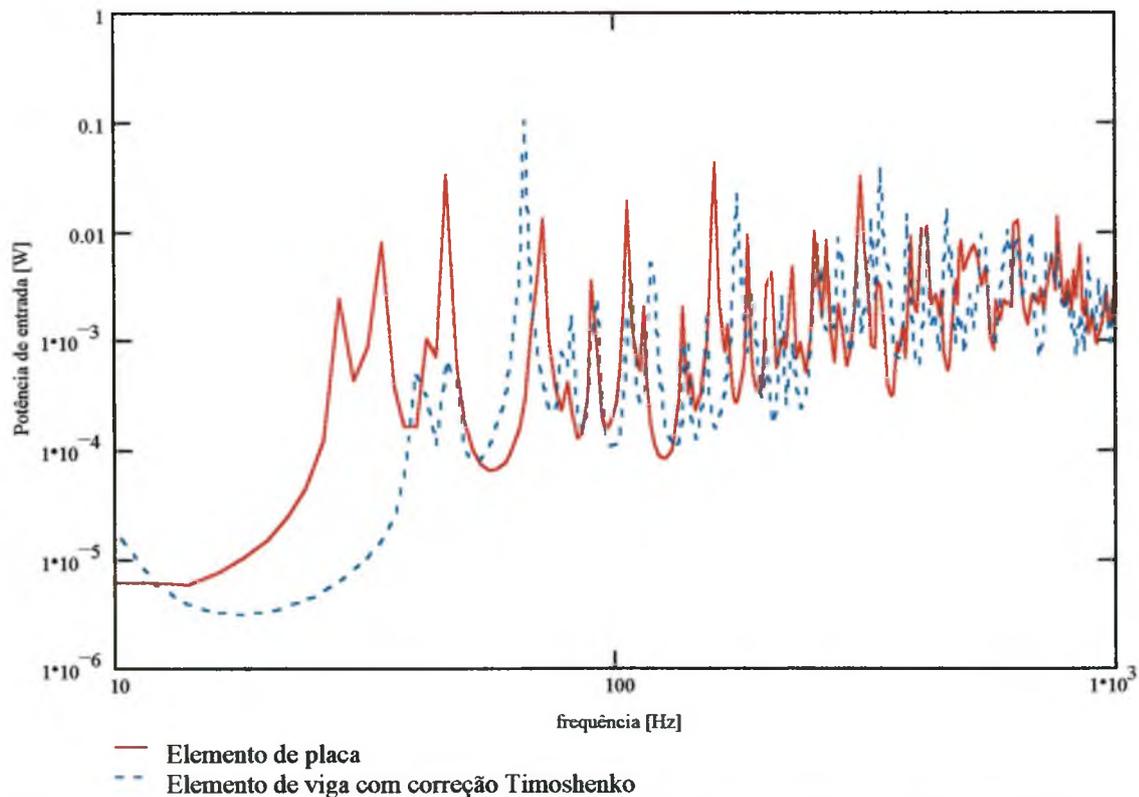


Figura 4.58 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

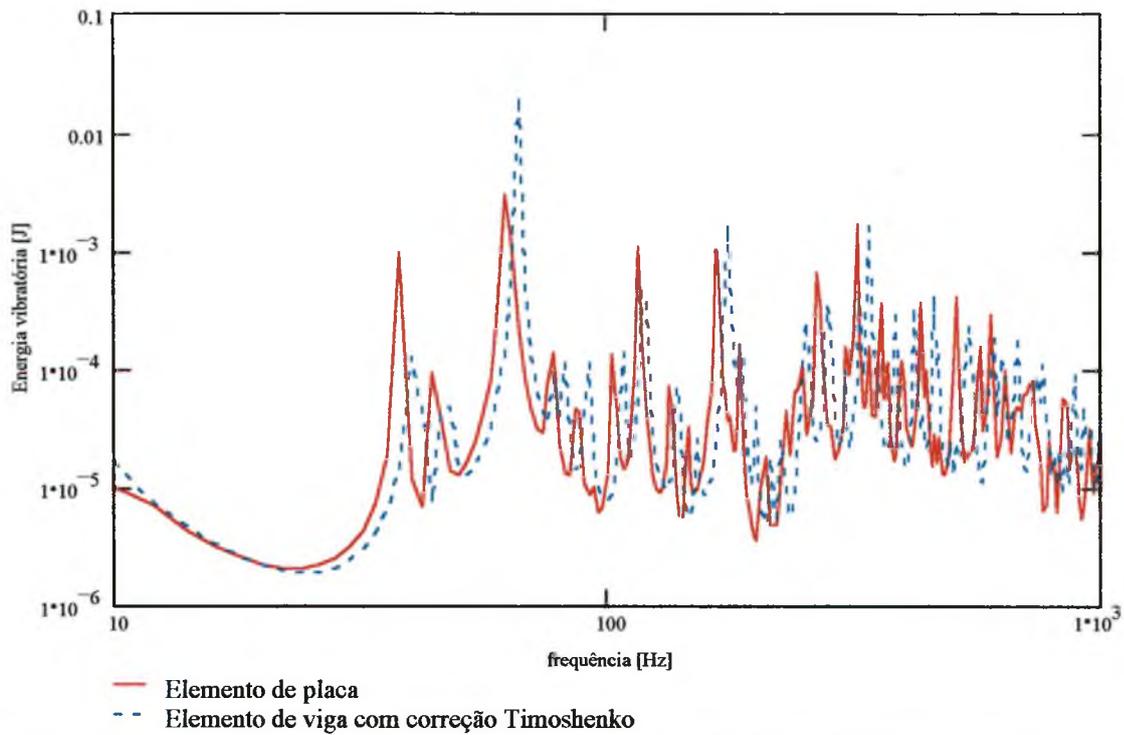


Figura 4.59 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

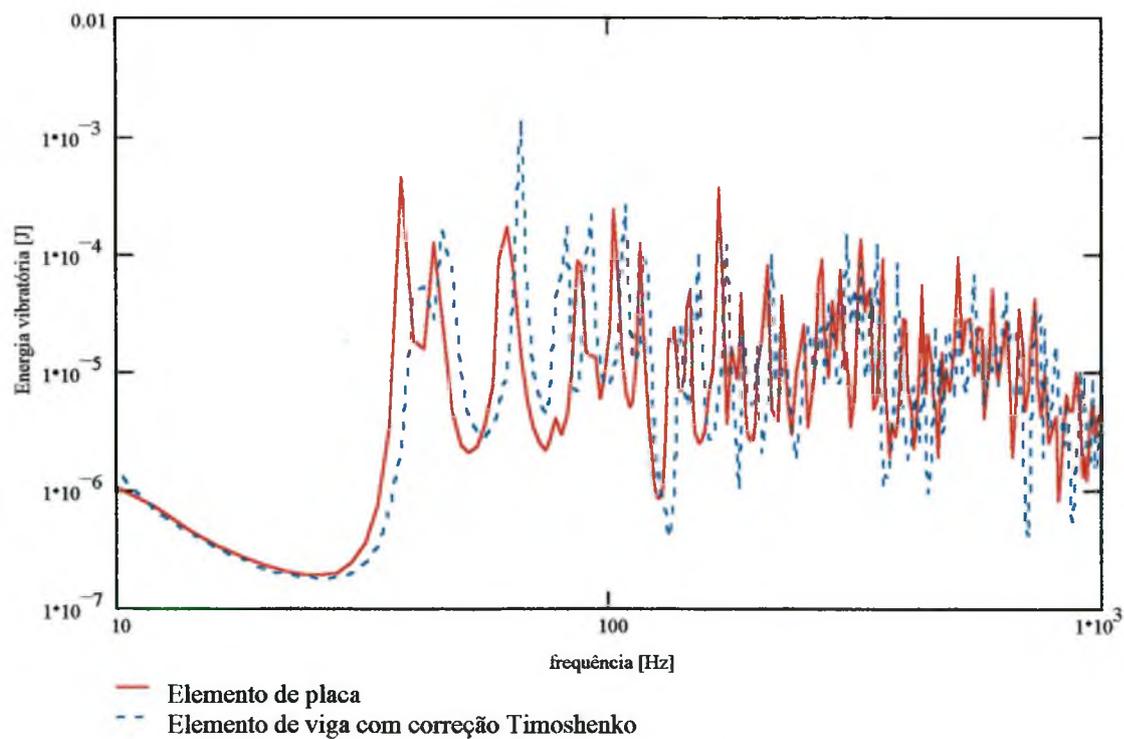


Figura 4.60 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

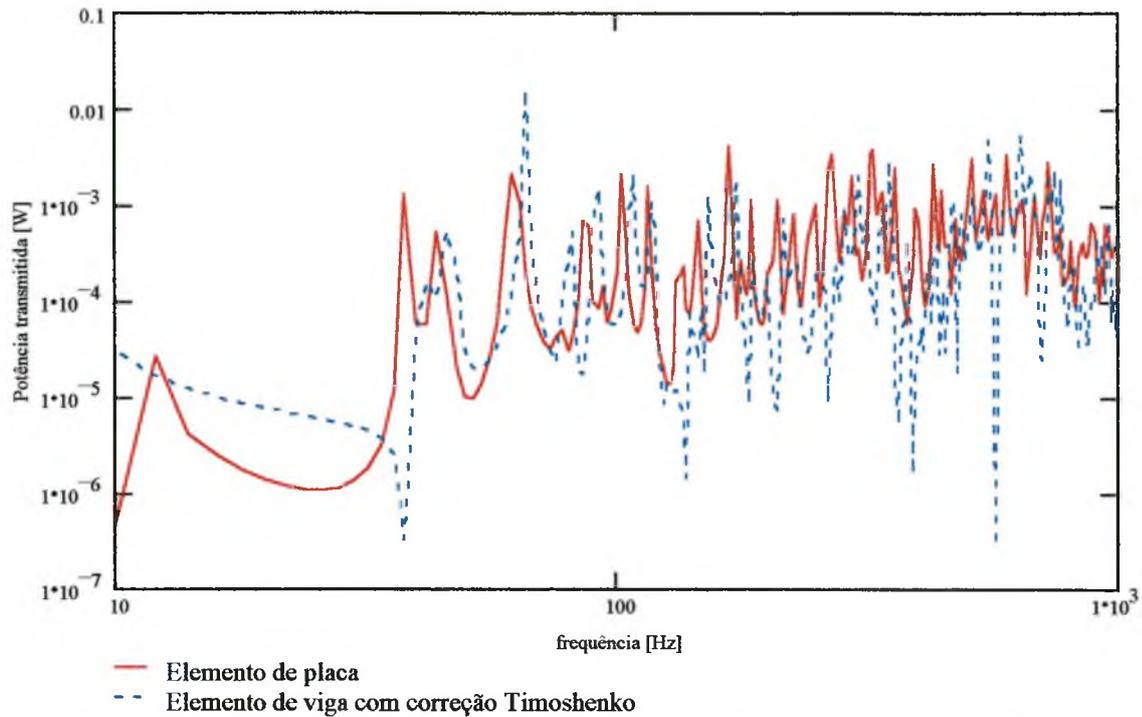


Figura 4.61 – Potência transmitida no subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

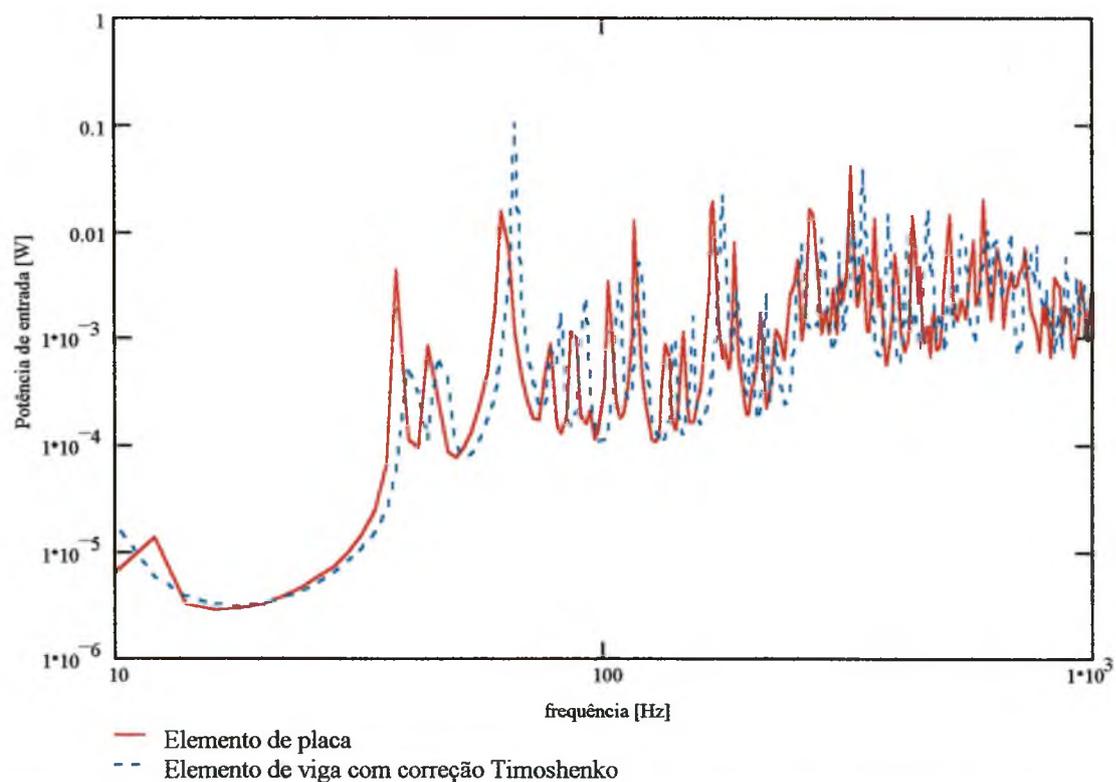


Figura 4.62 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

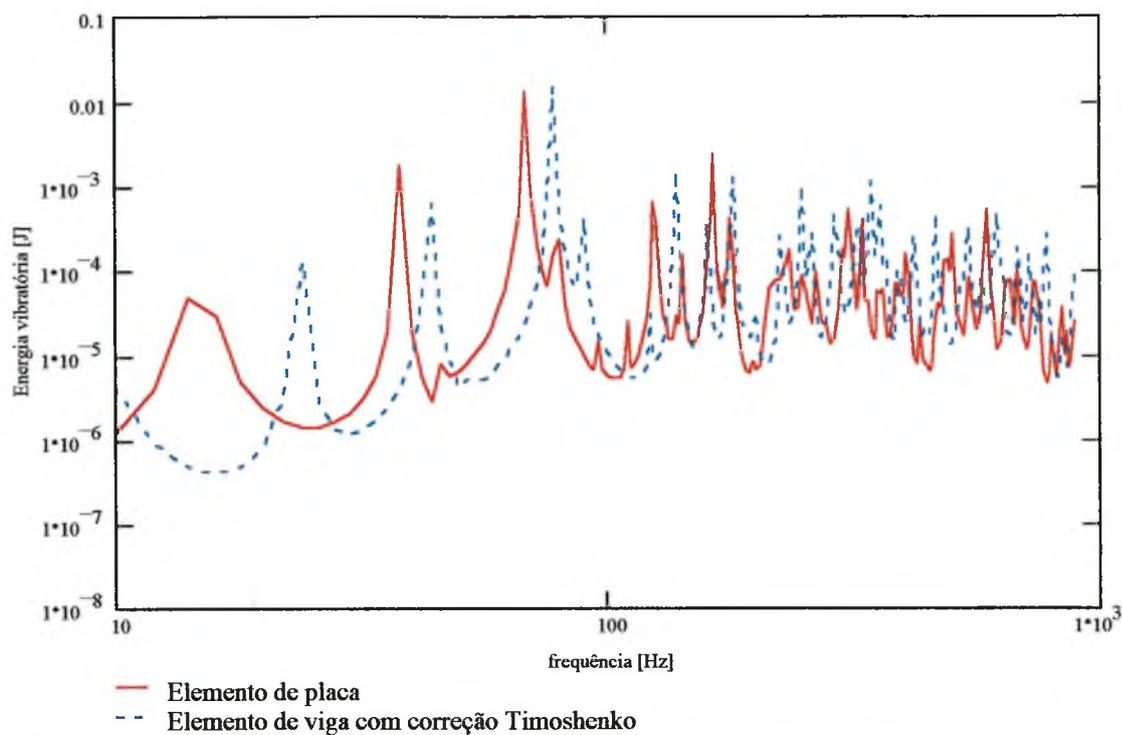


Figura 4.63 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

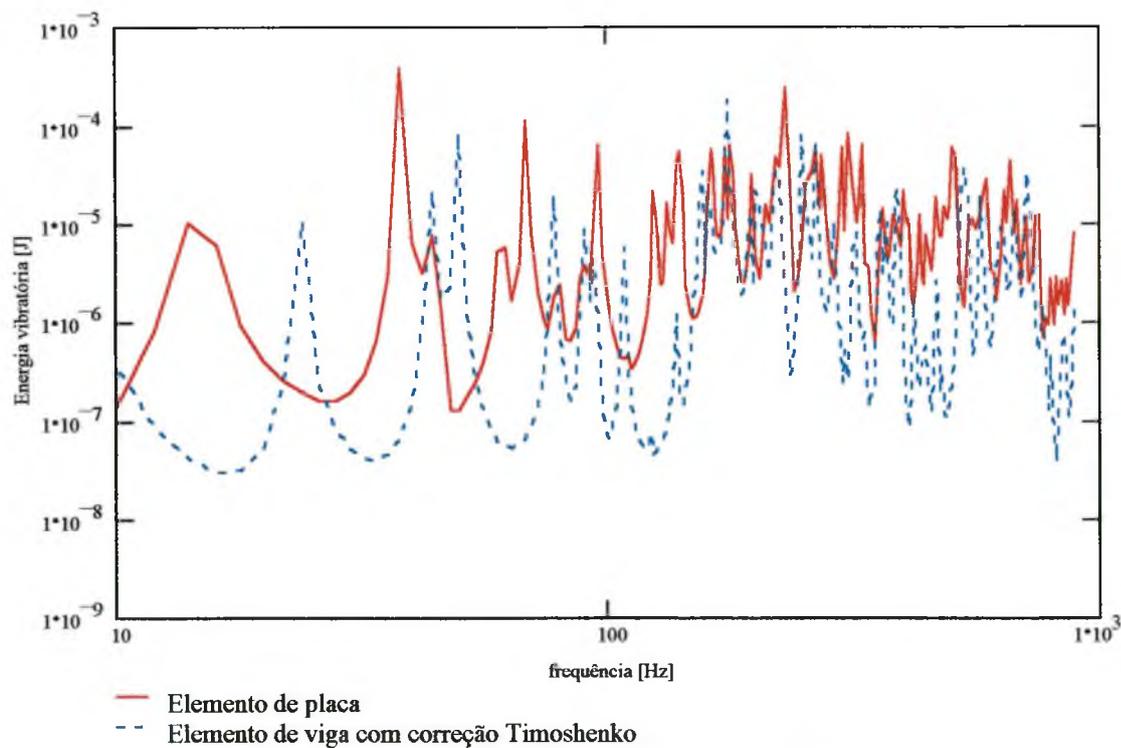


Figura 4.64 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

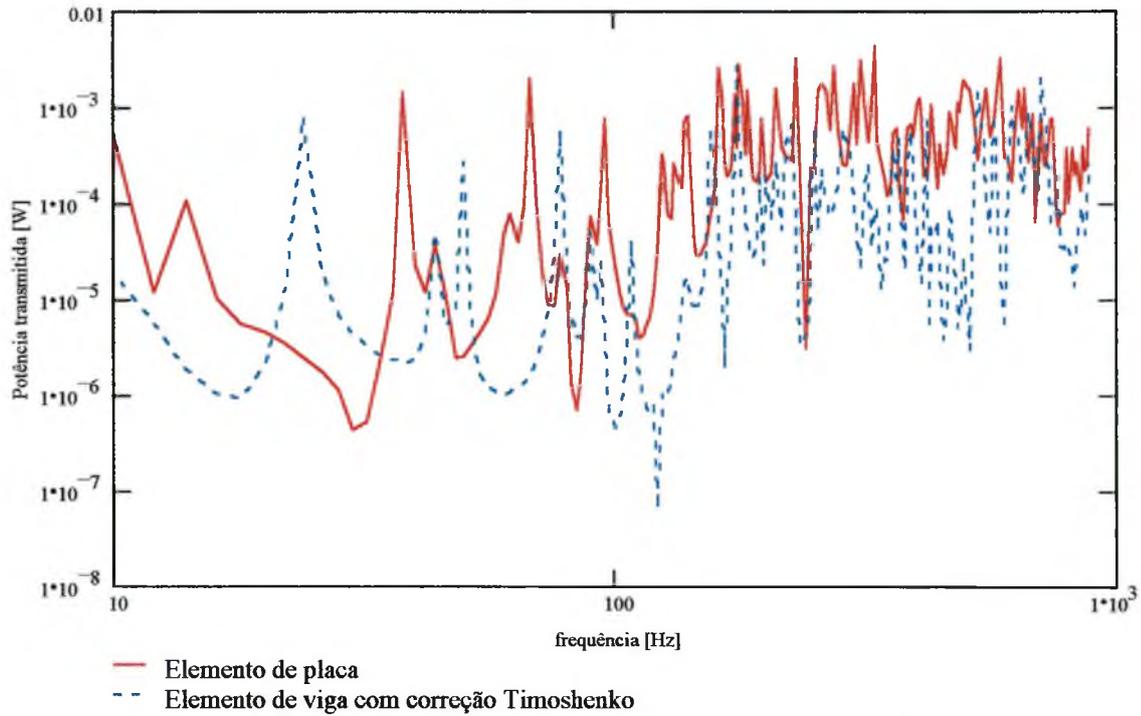


Figura 4.65 – Potência transmitida para o subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

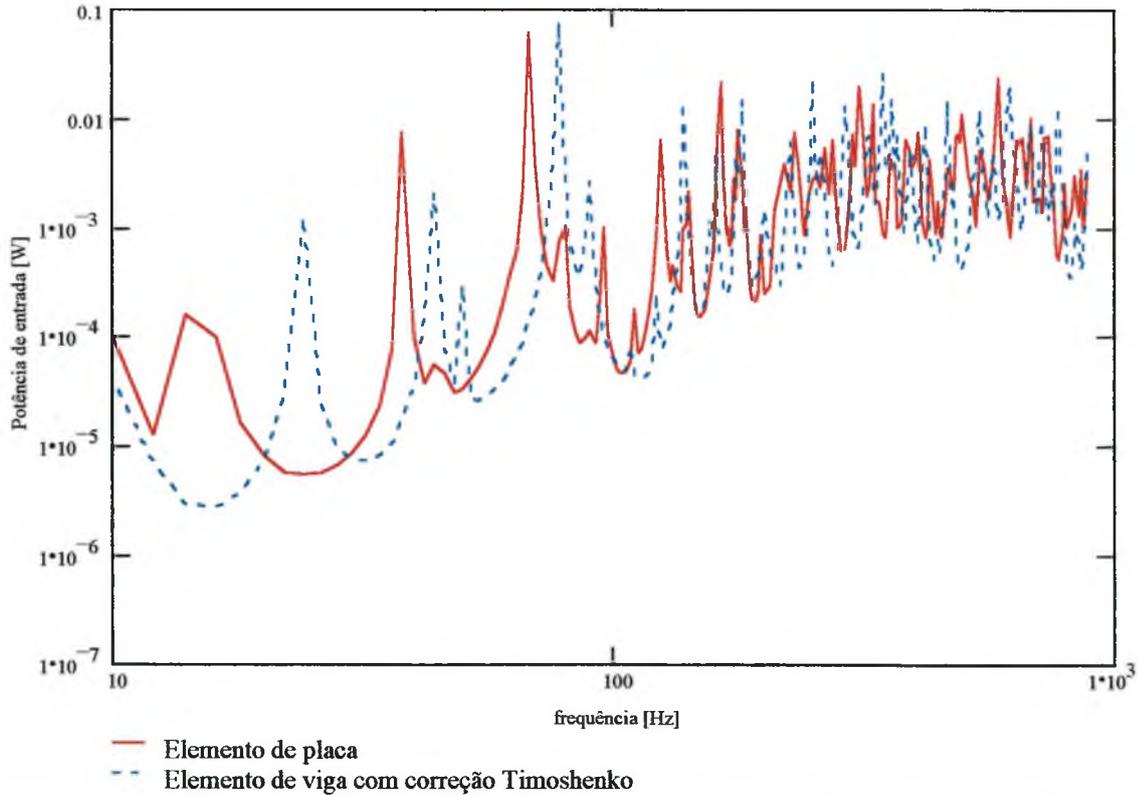


Figura 4.66 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

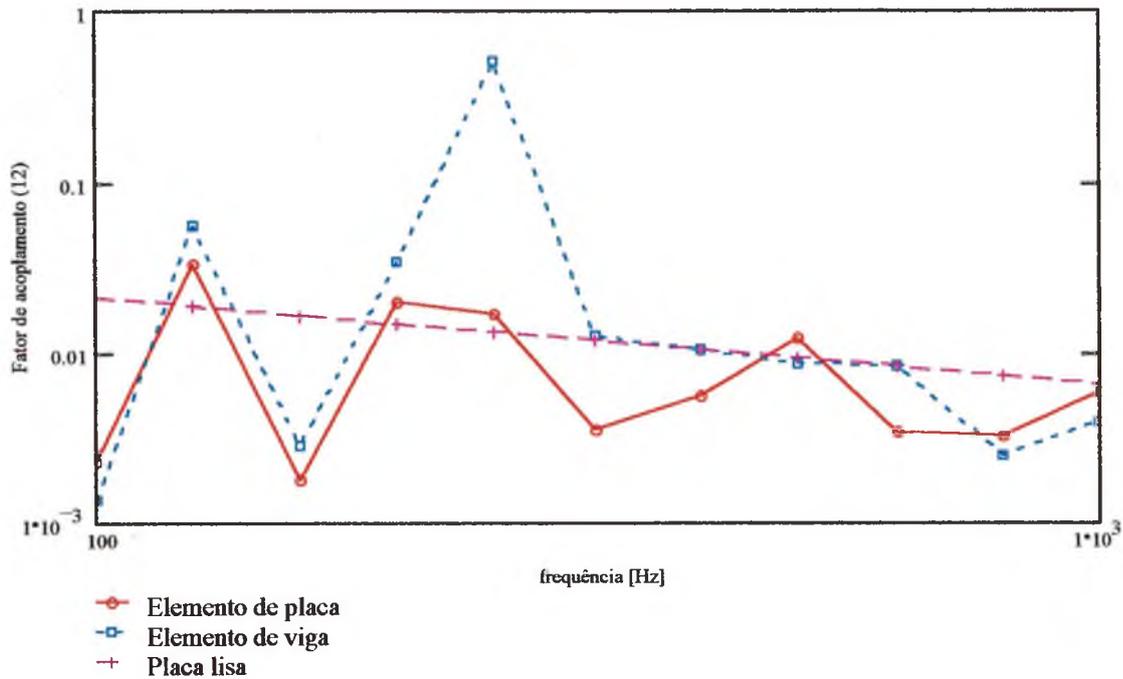


Figura 4.67 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

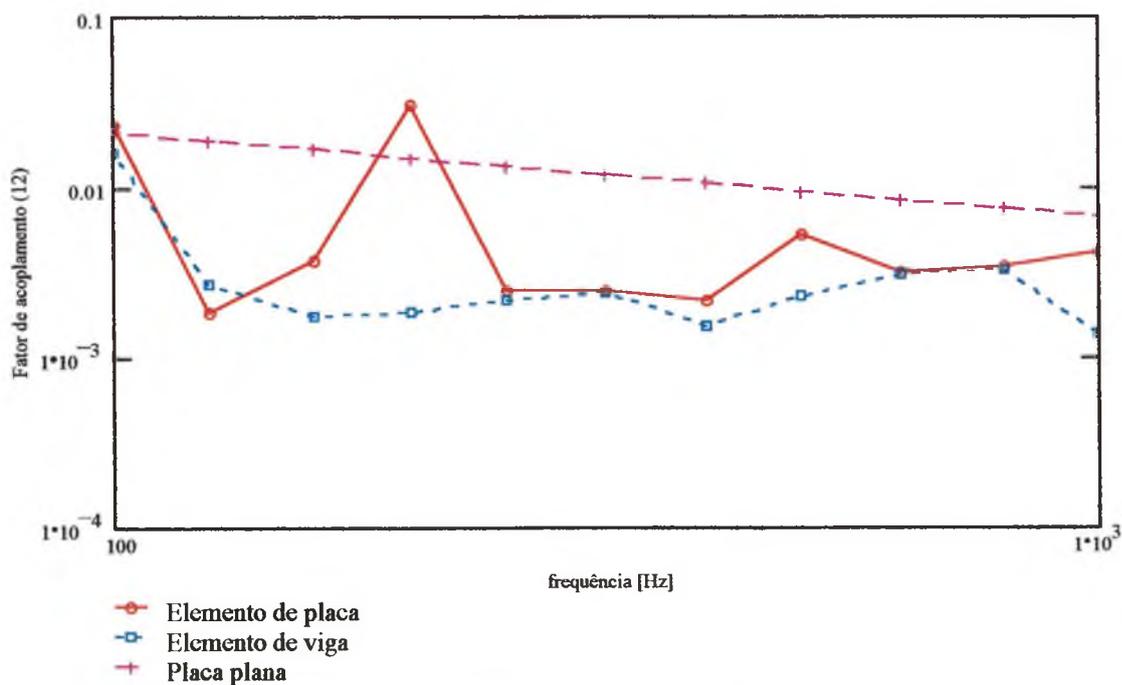


Figura 4.68 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

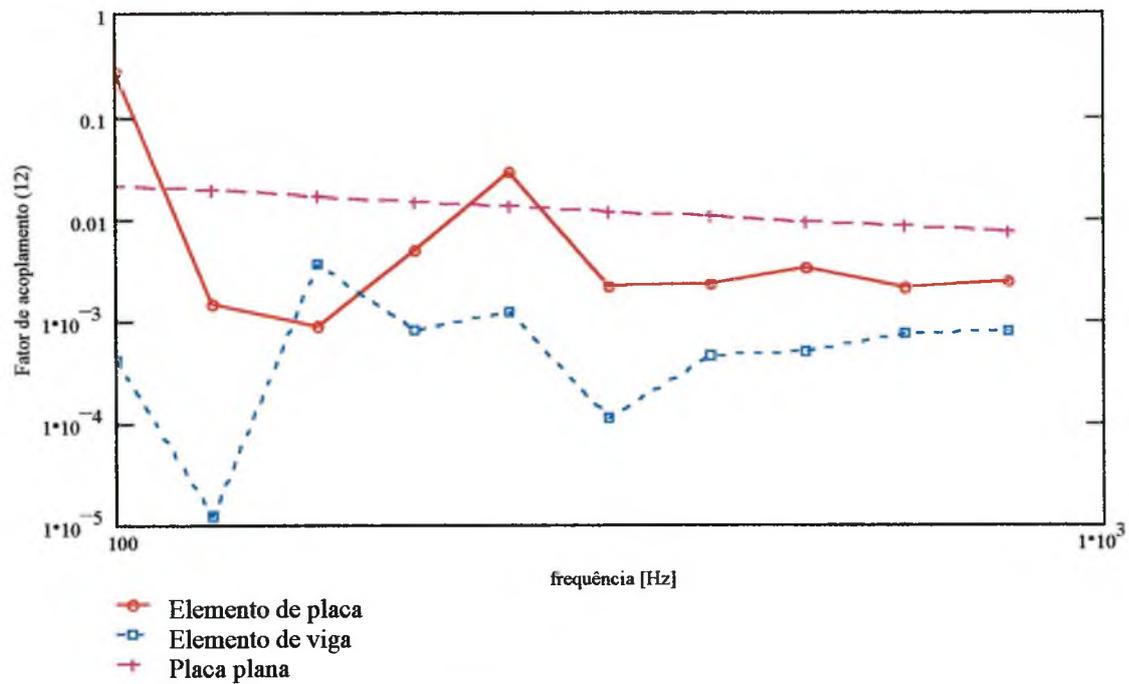


Figura 4.69 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

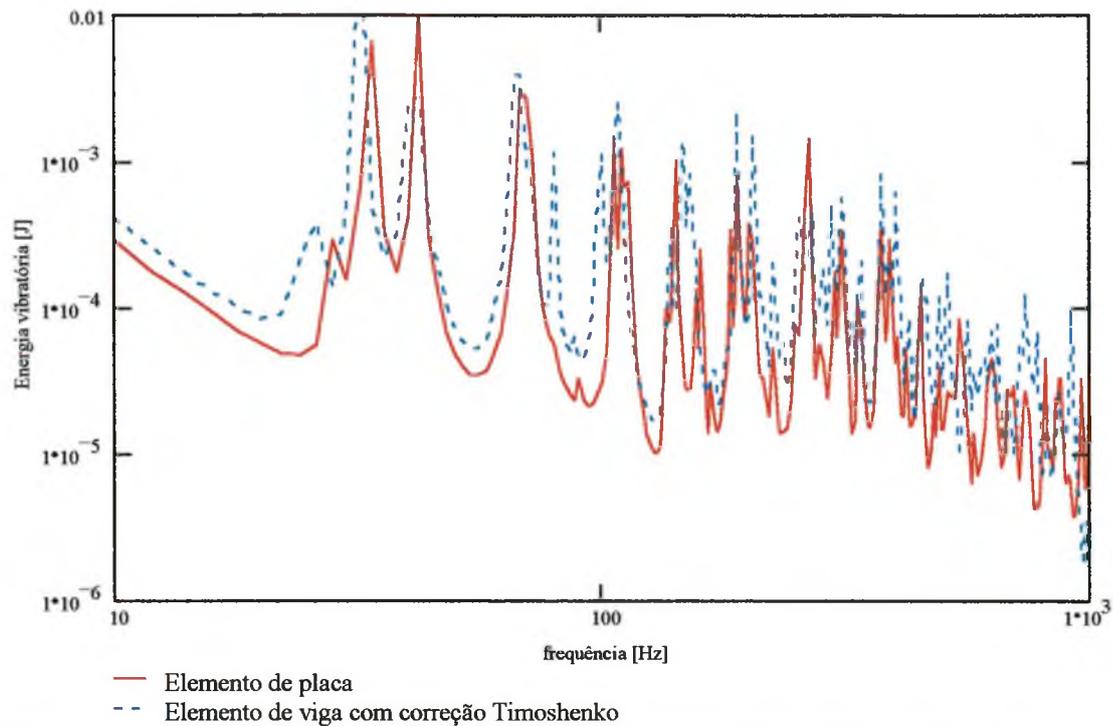


Figura 4.70 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

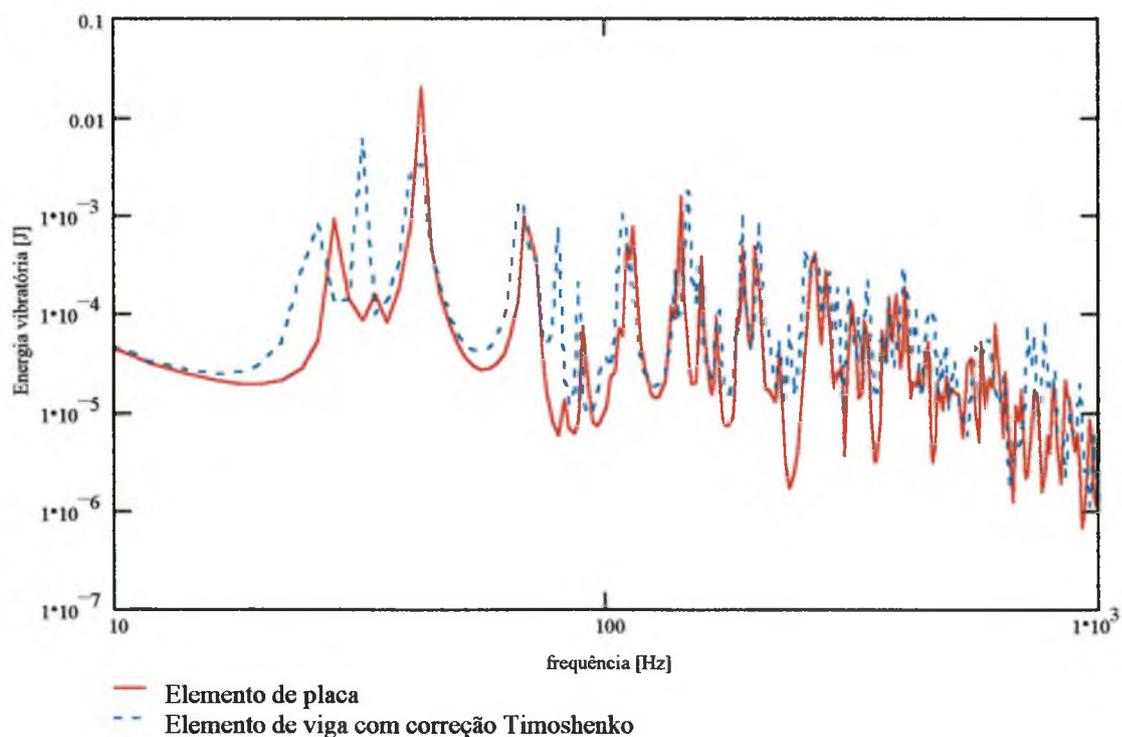


Figura 4.71 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

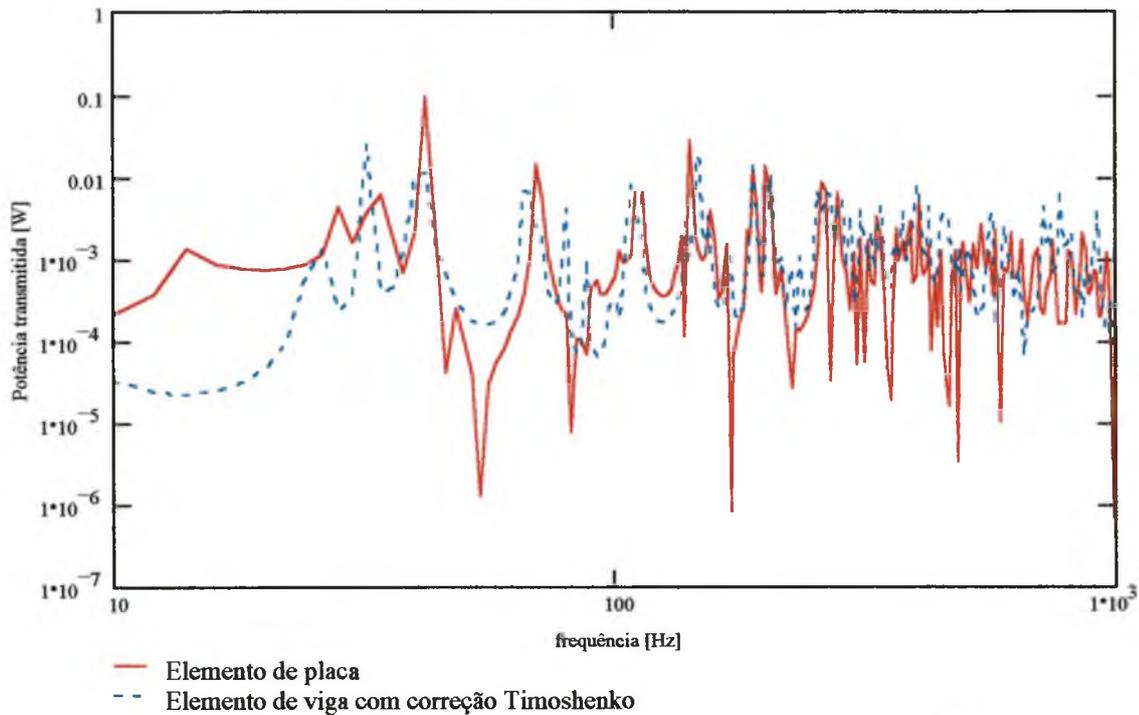


Figura 4.72 – Potência transmitida para o subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

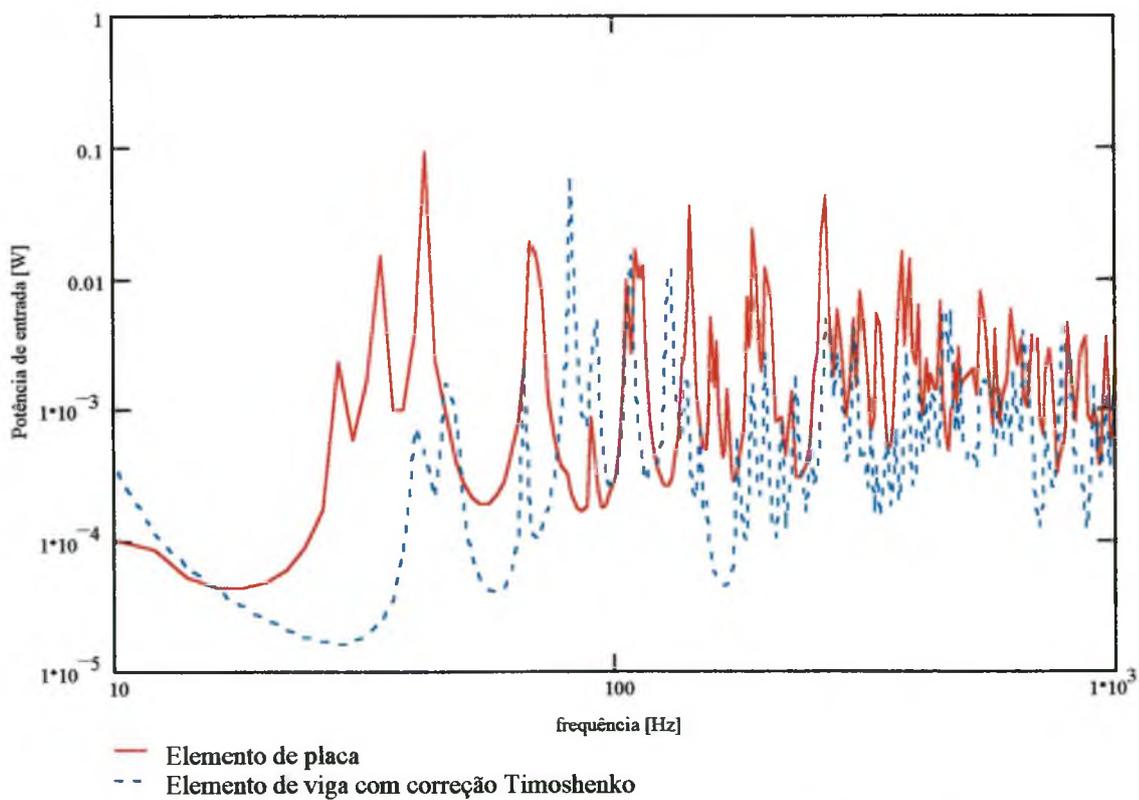


Figura 4.73 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

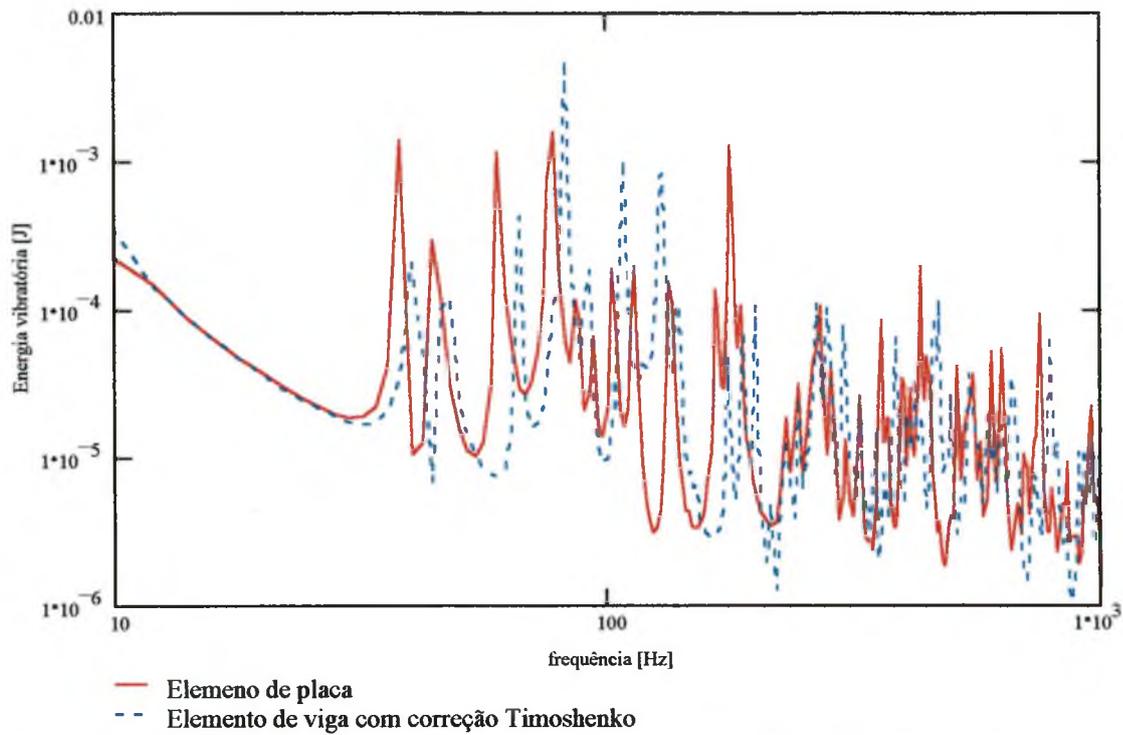


Figura 4.74 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação nas viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

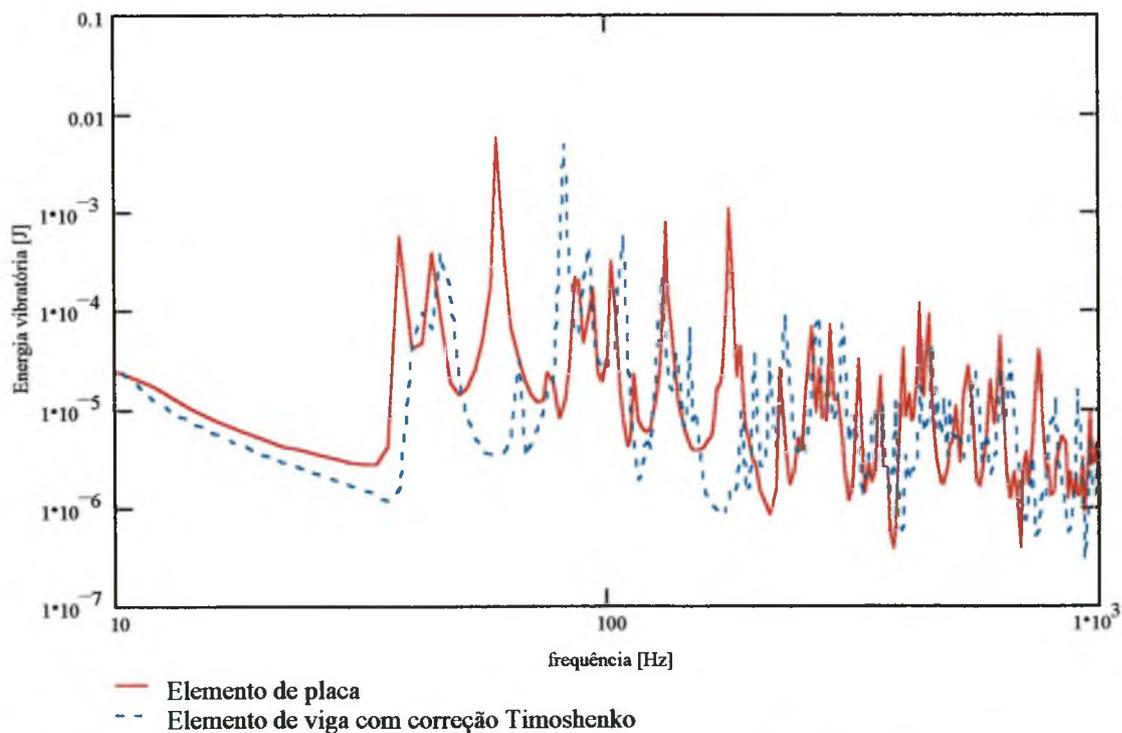


Figura 4.75 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

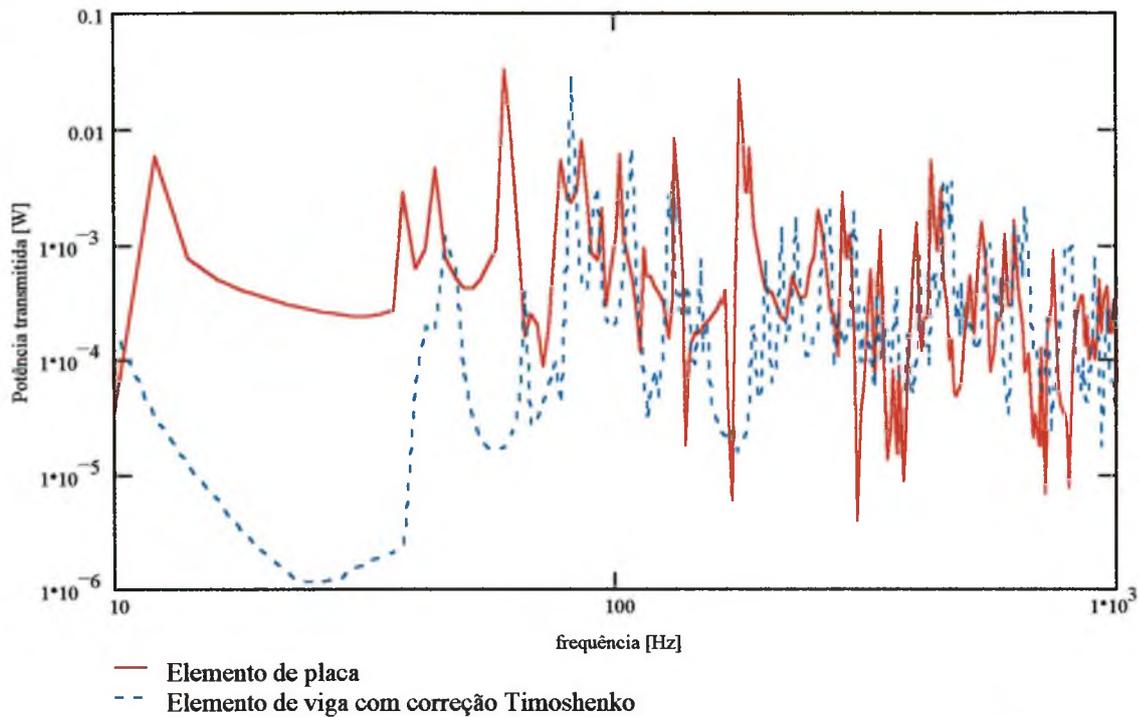


Figura 4.76 – Potência transmitida para o subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

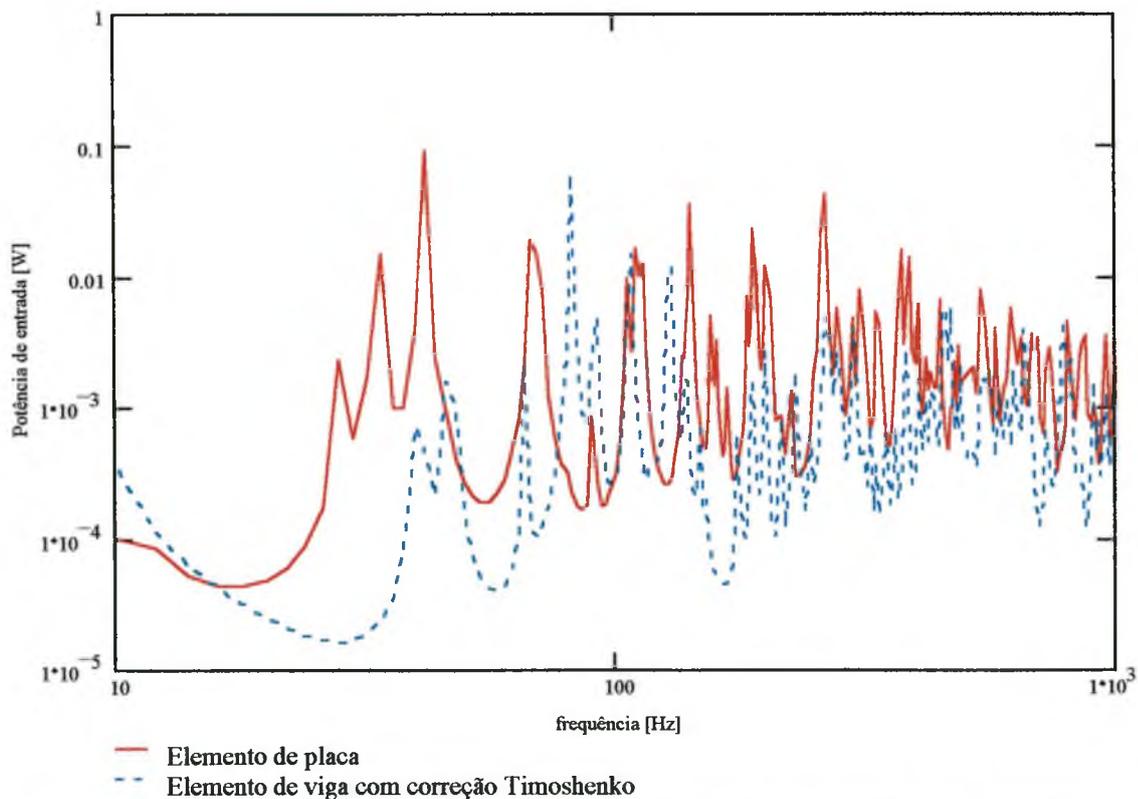


Figura 4.77 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

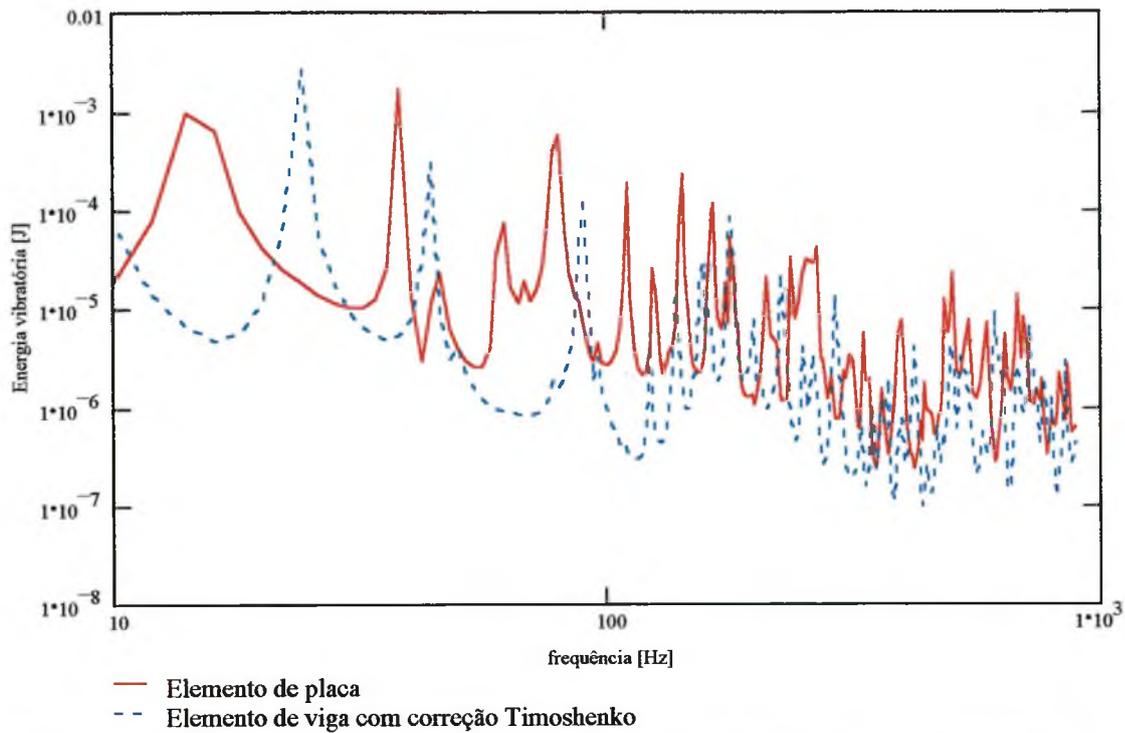


Figura 4.78 – Energia vibratória do subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação nas viga, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

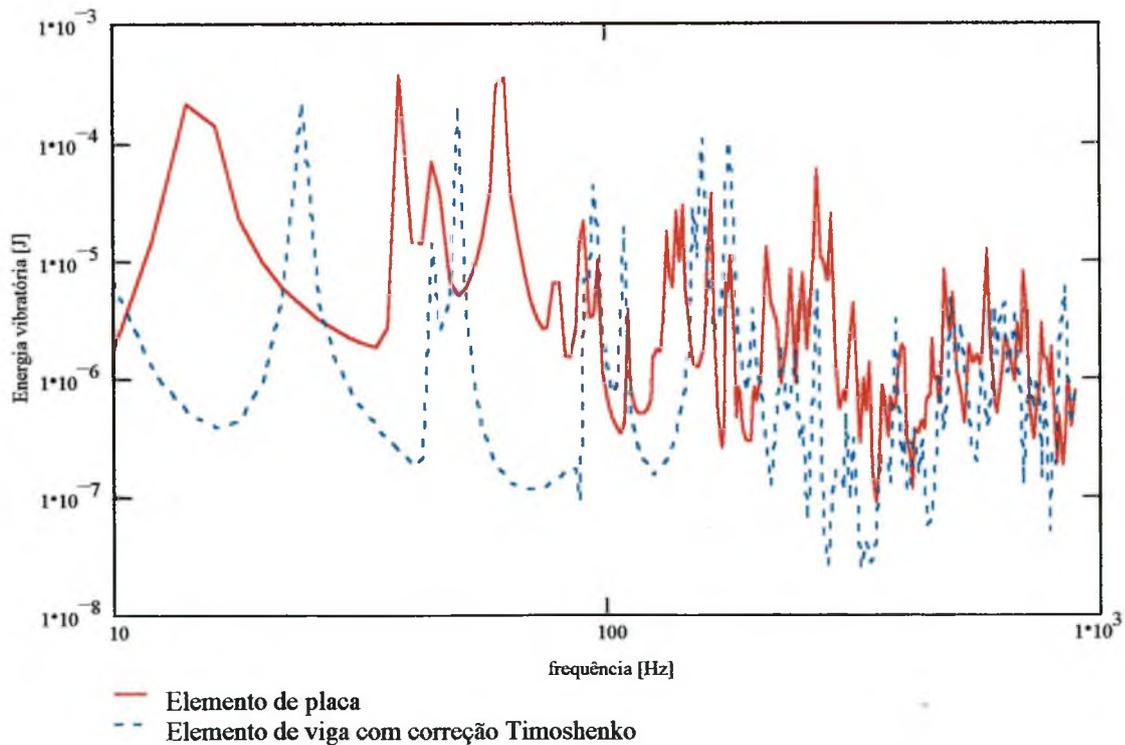


Figura 4.79 – Energia vibratória do subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação nas viga, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

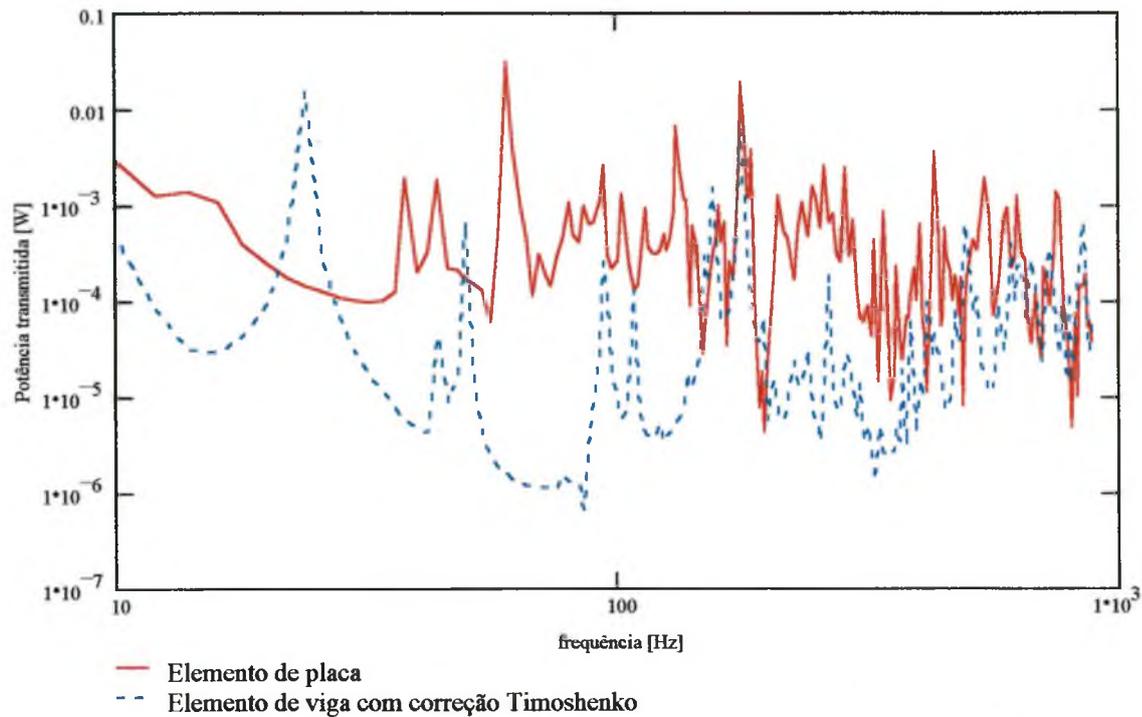


Figura 4.80 – Potência transmitida para o subsistema 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

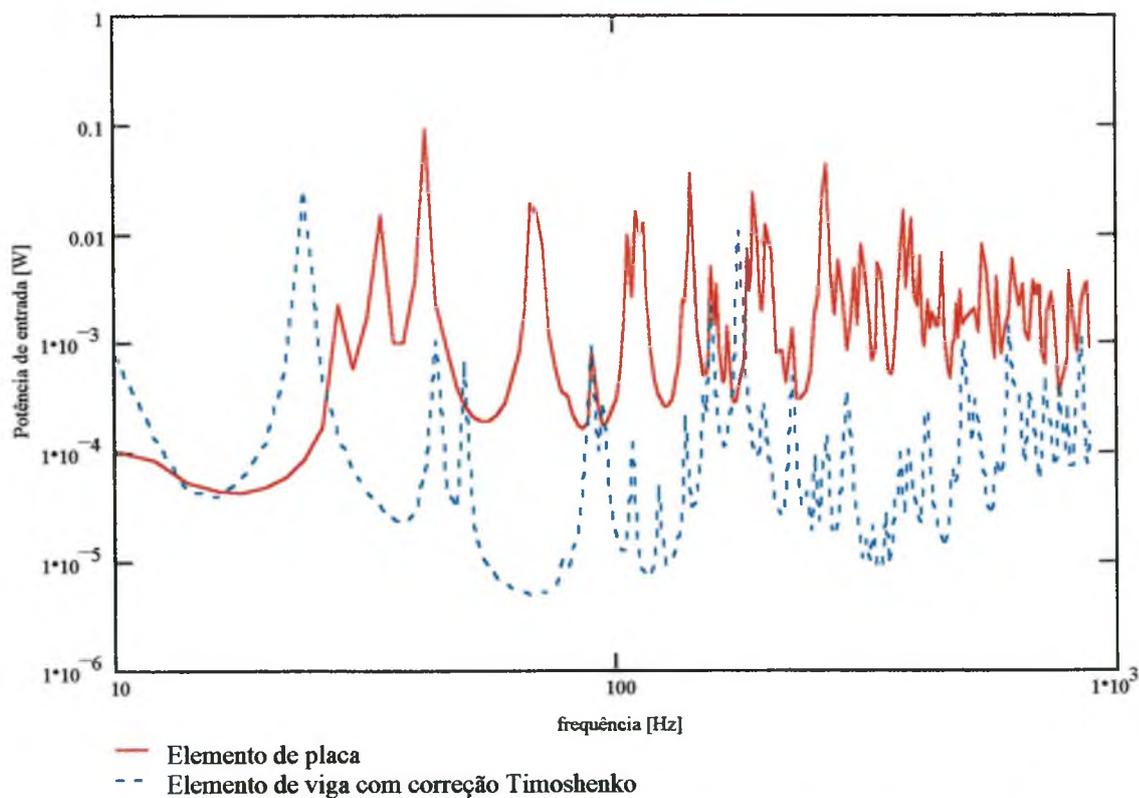


Figura 4.81 – Potência de entrada no subsistema 1. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

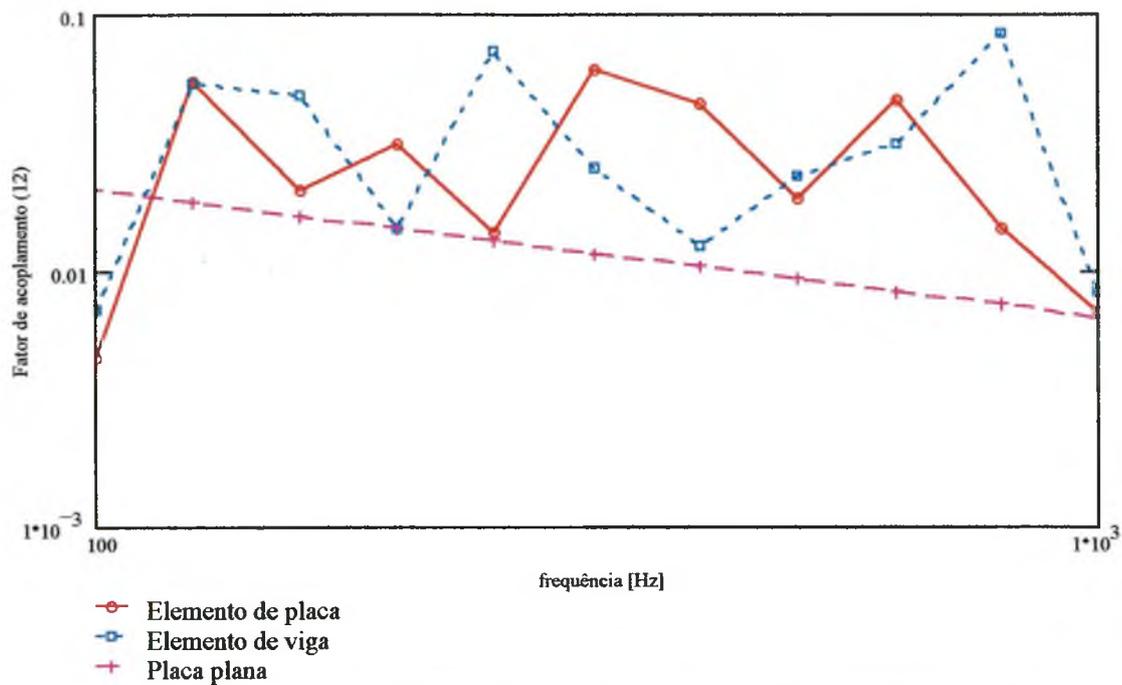


Figura 4.82 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

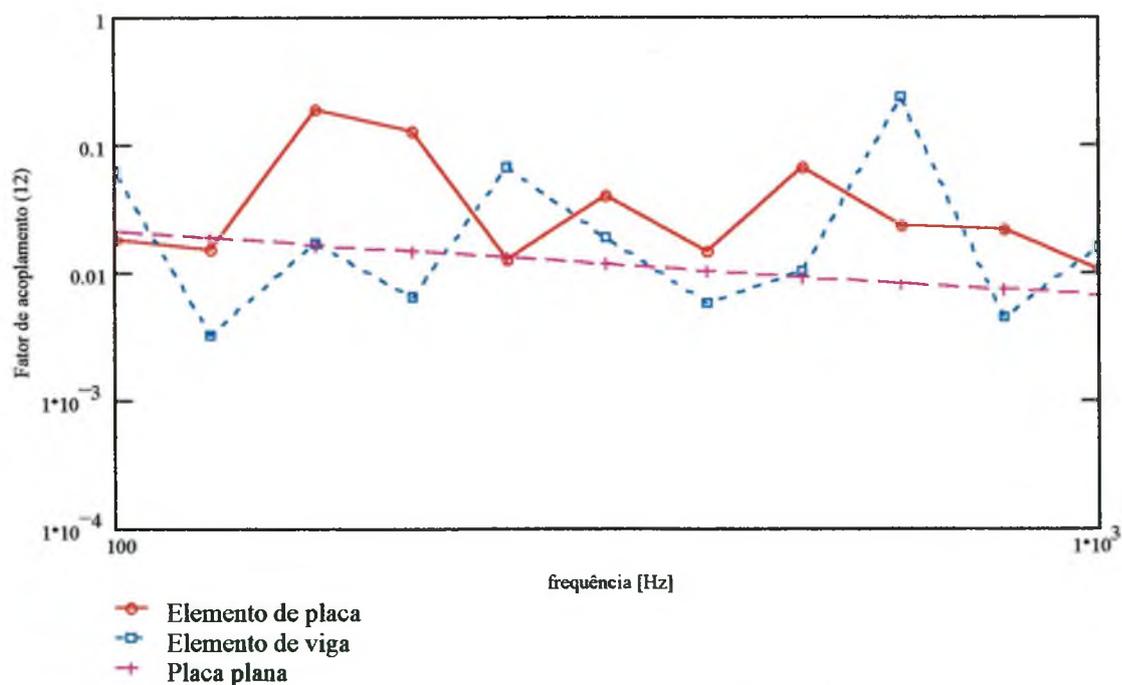


Figura 4.83 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

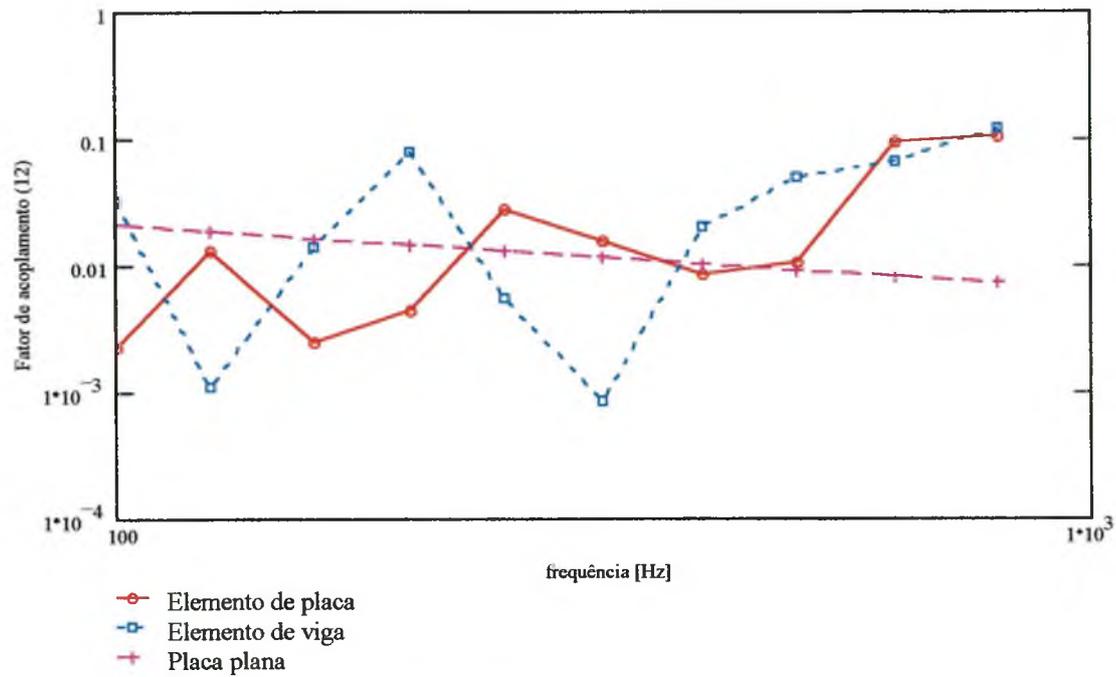


Figura 4.84 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida na união e nas bordas, excitação na viga, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

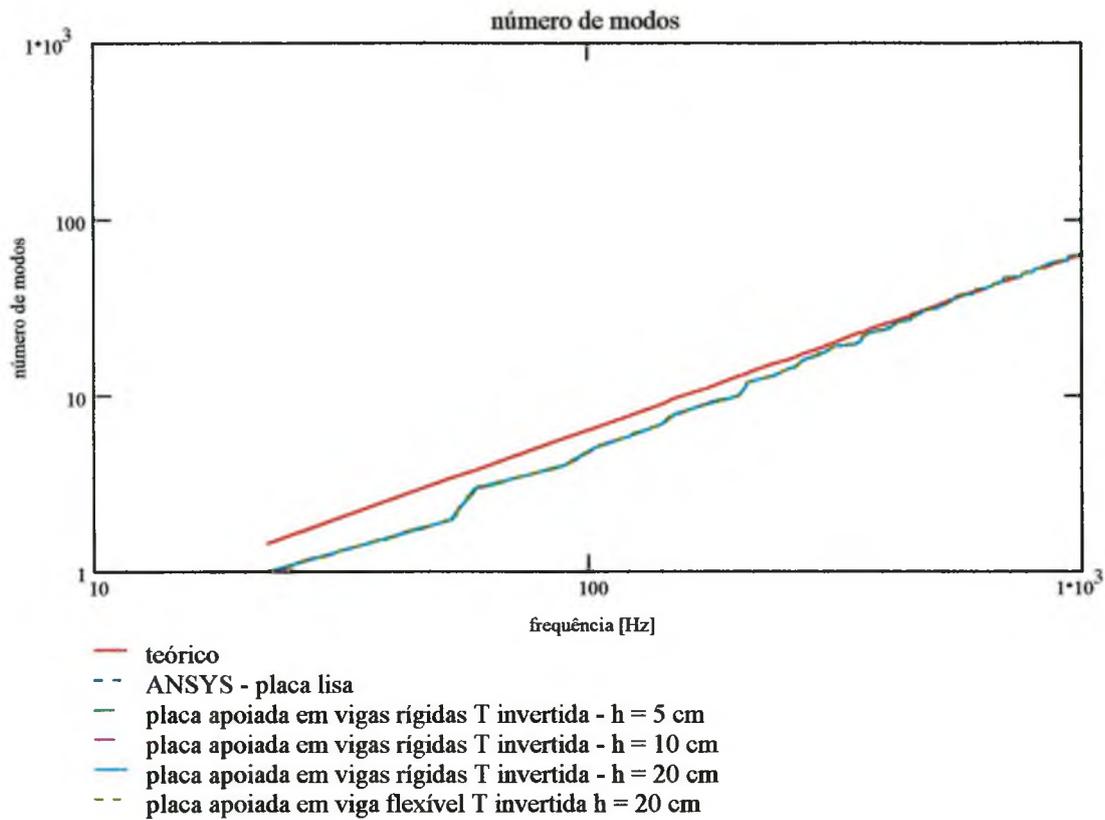


Figura 4.85 – Comparação entre densidade modal para placa apoiada em vigas. Comparação entre elemento de placa e elemento de viga, viga T invertida nas bordas.

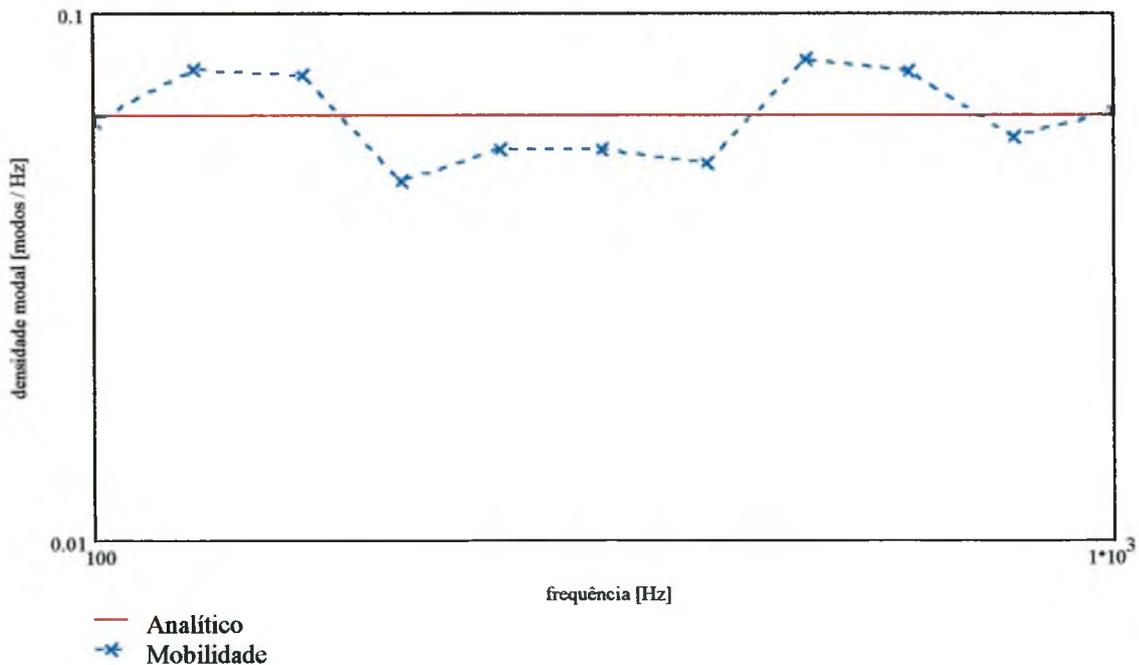


Figura 4.86 – Comparação entre densidade modal para placa lisa sem reforço. Fórmula de Clarkson (mobilidade) e analítico.

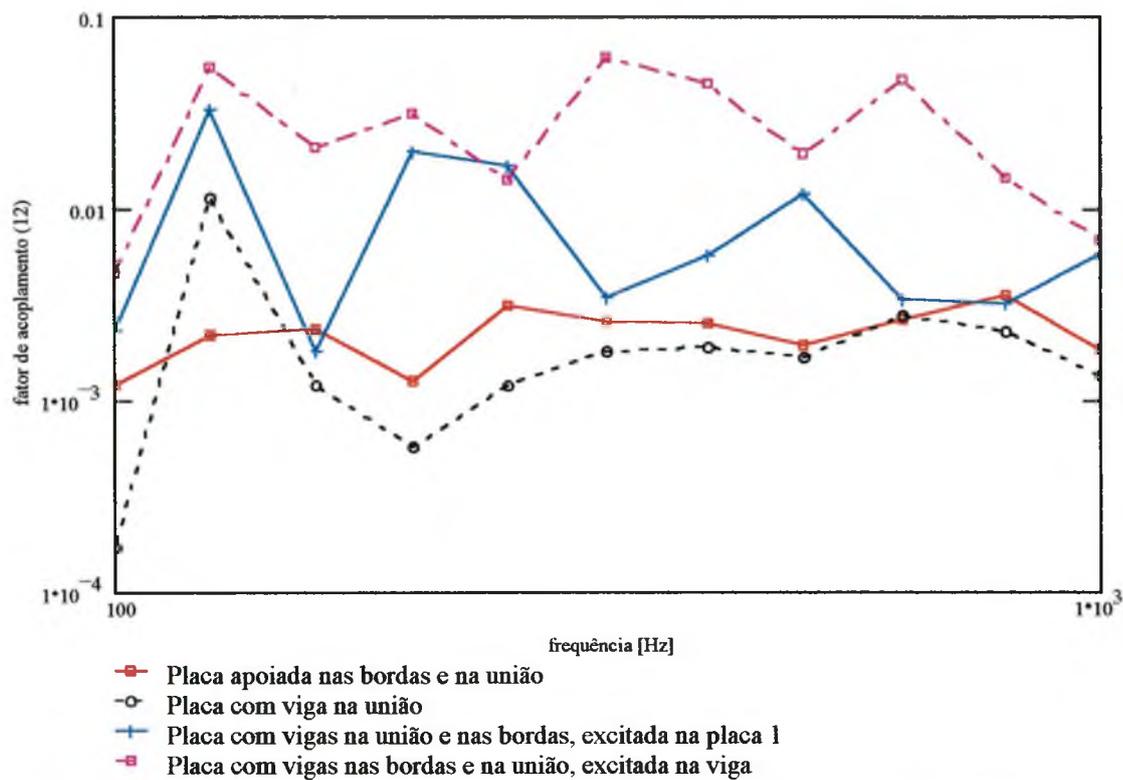


Figura 4.87 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de casca, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

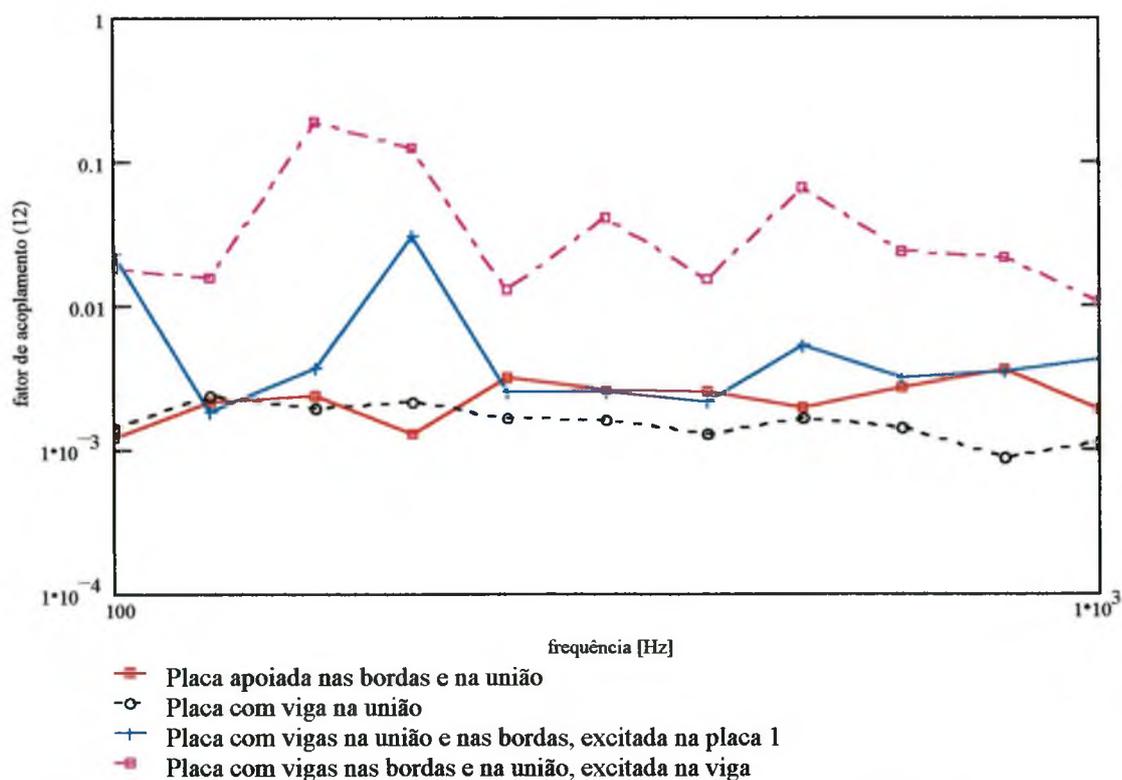


Figura 4.88 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de casca, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

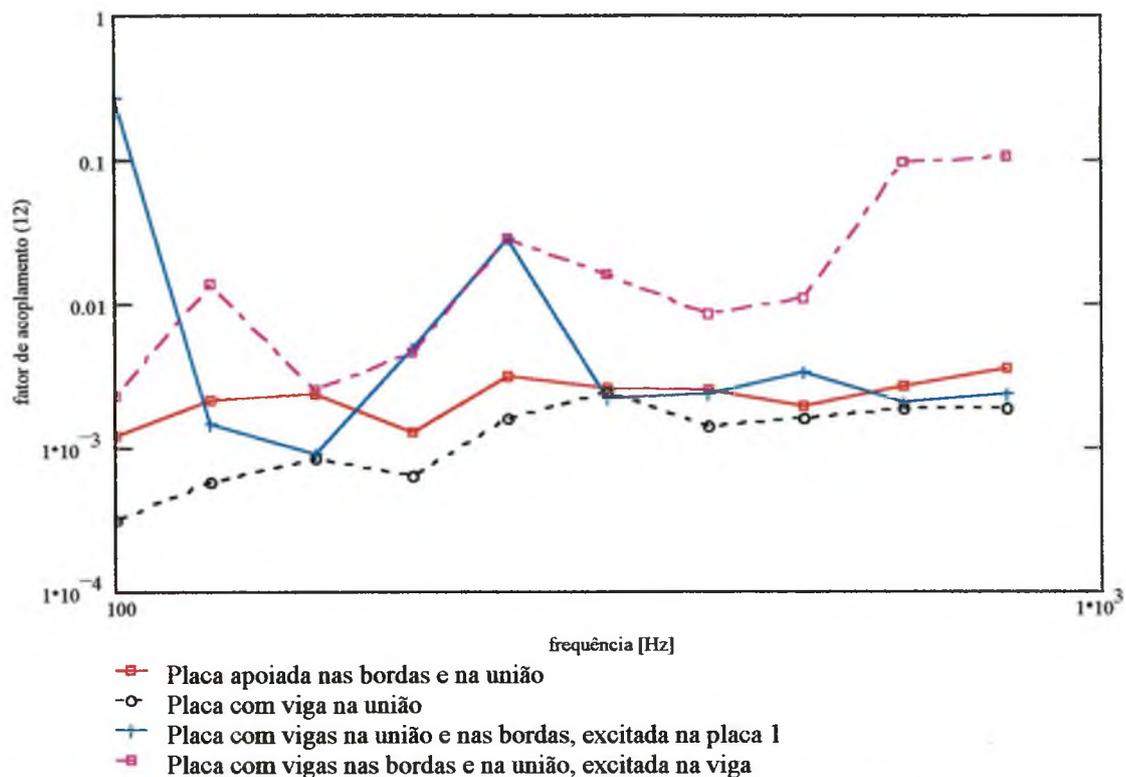


Figura 4.89 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de casca, $h = 20$ cm; $b = 10$ cm; $t = 1,0$ cm.

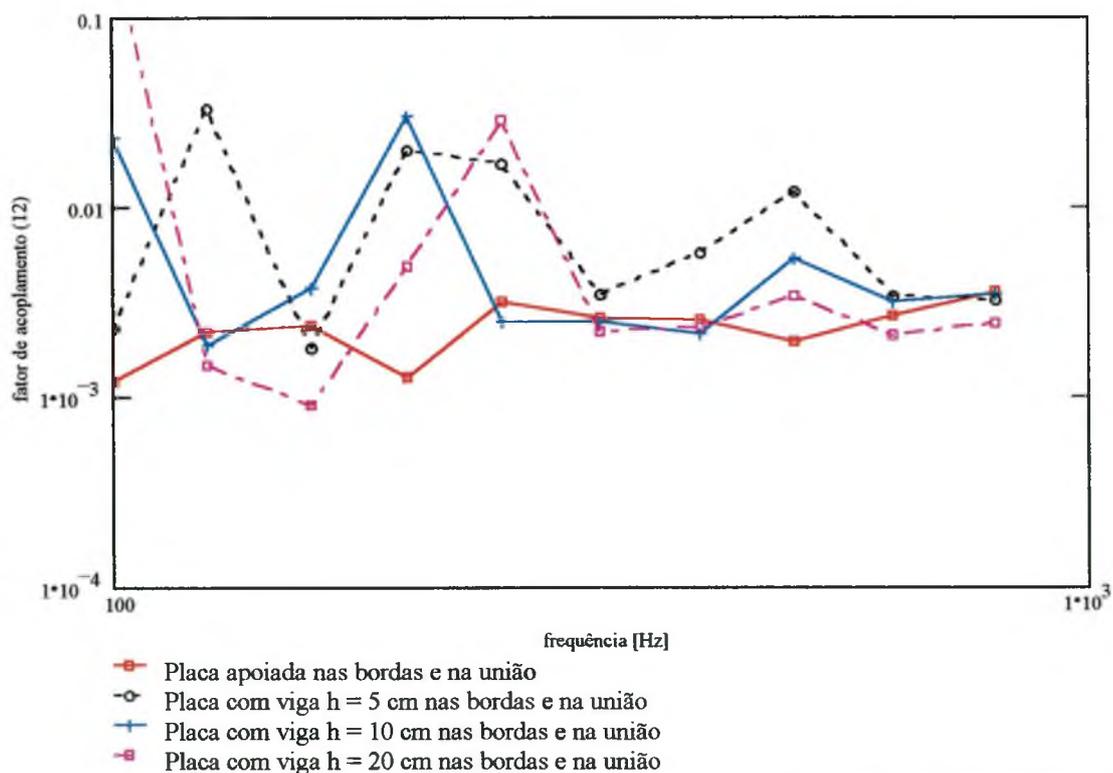


Figura 4.90 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida apoiada em vigas nas bordas e na união modeladas por elemento de casca.

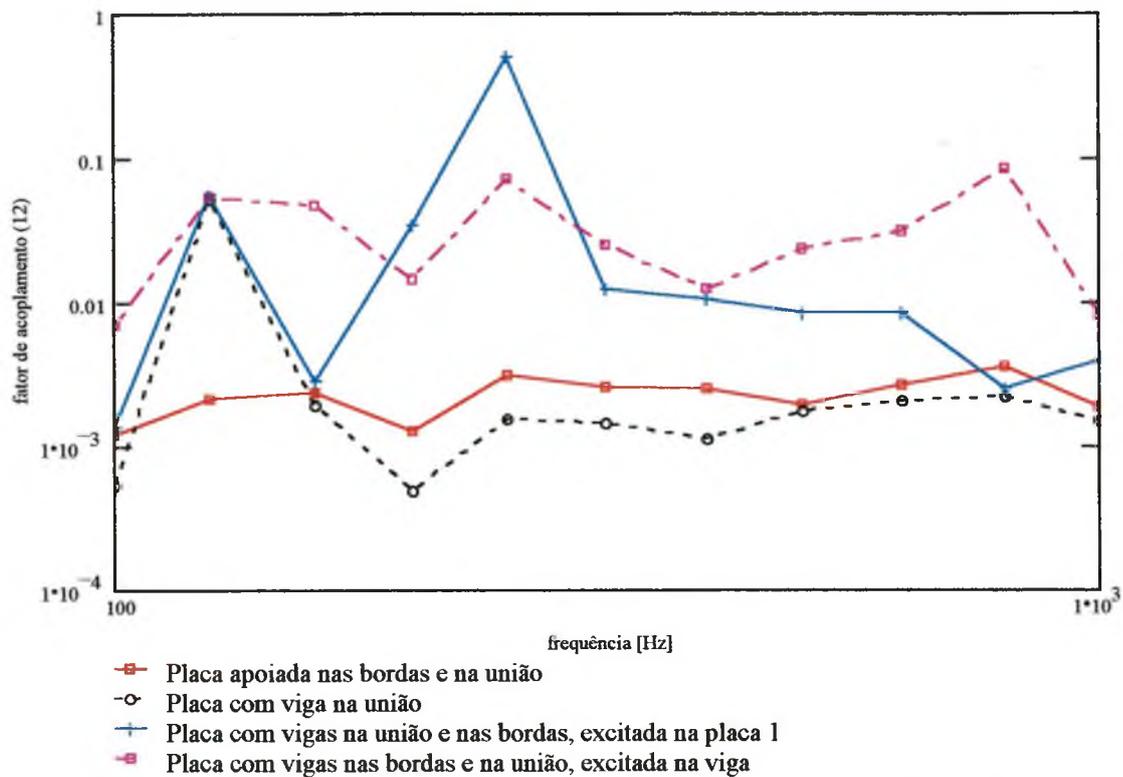


Figura 4.91 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de viga, $h = 5$ cm; $b = 2,5$ cm; $t = 0,25$ cm.

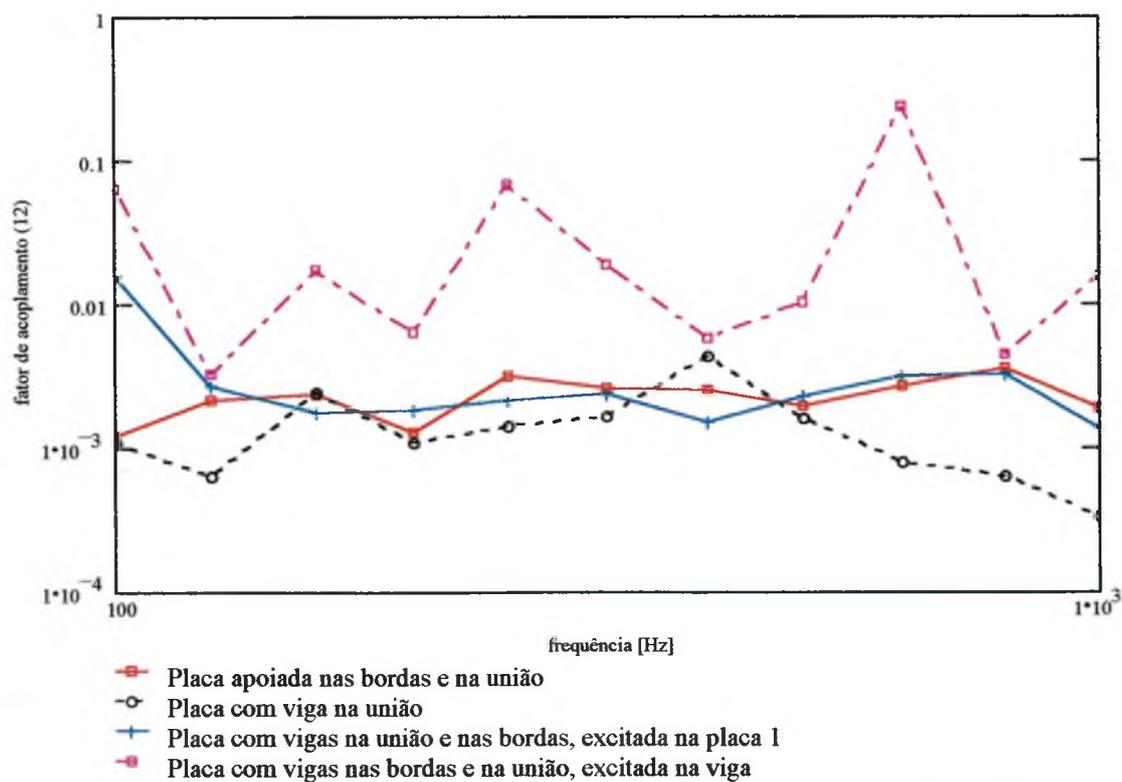


Figura 4.92 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

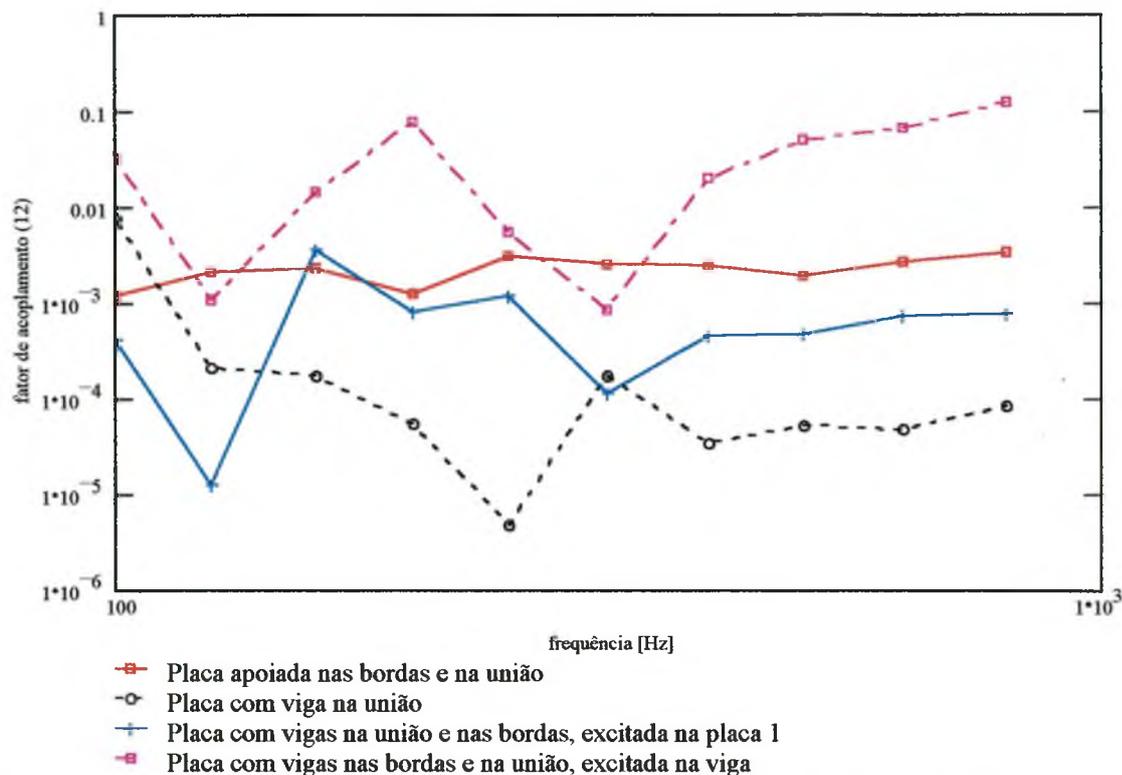


Figura 4.93 – Fator de perda por acoplamento do subsistema 1 para 2. Viga T invertida modelada por elemento de viga, $h = 10$ cm; $b = 5$ cm; $t = 0,5$ cm.

4.8 Conclusões finais do Capítulo 4.

Para viga de altura 5 cm modelada por elemento de placa, a menor transmissão é obtida quando há viga somente na união (Figura 4.87). Observam-se valores de fator de acoplamento de 1 para 2, próximos ao valor obtido para placa simplesmente suportada. Os maiores valores do fator de acoplamento de 1 para 2 são obtidos para placas apoiadas em vigas, com excitação na viga.

Utilizando-se vigas de 10 cm, observa-se (Figura 4.88), como no caso anterior, que o fator de acoplamento tende a ser constante em altas frequências. O fator de acoplamento para placa com viga na união é o menor, pois para placa com viga na união e nas bordas, há transmissão pelas vigas nas bordas. Novamente, a placa com viga nas bordas e excitada na viga é a que transmite mais energia para o subsistema 2.

Através da Figura 4.89, observa-se que para a viga de altura 20 cm, os fatores de acoplamento tendem a ser constantes com a frequência, tanto para uma viga na união, ou viga nas bordas e na união com excitação na placa 1.

Além disso, esses fatores de acoplamento tendem a ser os mesmos calculados para placa plana apoiada nas bordas e na união. Assim, pode-se utilizar o fator de acoplamento de uma placa apoiada quando as dimensões das vigas forem grandes comparadas com a placa.

Observa-se que para a placa apoiada em vigas e com excitações na viga, os fatores de acoplamento resultantes são bem maiores que os obtidos com excitação na placa. Isso evidencia que há uma grande transmissão de energia através das vigas, passando diretamente ao subsistema 2, ao invés de ser transmitida ao subsistema 1 e depois ao 2. Conclui-se nesse caso que as vigas são as maiores transmissoras de energia. Um fato relevante, é que máquinas pesadas, geradoras de vibrações altíssimas em plataformas de exploração de petróleo, encontram-se apoiadas nas vigas.

A Figura 4.90 mostra que, a partir de 600 Hz, os fatores de acoplamento tornam-se constantes com a frequência, para os 3 tamanhos de vigas utilizadas, tendendo ao fator de acoplamento obtido para placa plana simplesmente suportada.

Nas Figuras 4.91 e 4.92, mostram-se os valores dos fatores de acoplamento de 1 para 2, para placas apoiadas em vigas rígidas. Observa-se um comportamento semelhante aos obtidos para viga modelada por elemento de placa, onde o fator de acoplamento tende para o valor obtido para placa apoiada nas bordas e na união, em alta frequência. Observa-se que para placas apoiadas em vigas rígidas e excitações na viga, os fatores de acoplamento obtidos são bem maiores do que para placas apoiadas na união e nas bordas, semelhantemente ao que acontece para placas apoiadas em vigas flexíveis.

Para viga de altura 20 cm modelada por elemento de viga (Figura 4.93), os fatores de acoplamento também tendem a se tornar constantes com a frequência. Porém, para uma placa com viga na união, há um bloqueio grande de energia pela viga rígida. Da mesma forma, há um bloqueio menor para viga rígida na união e nas bordas. Quando excitada na viga, observa-se que há grande transmissão de energia pelas vigas laterais, da mesma forma que foi obtida para vigas modeladas por elementos de placa.

As vigas de seção transversal retangular, devido ao maior momento de inércia à torção, são as que transmitem menor quantidade de energia de um

subsistema a outro. Inversamente, por possuir menor momento de inércia à torção, a viga de seção transversal T invertida é a que menos bloqueia o fluxo de energia quando comparada à viga de seção I e a de seção retangular.

CAPÍTULO 5

FLUXO DE ENERGIA EM PLACAS APOIADAS EM VIGAS

Neste capítulo desejam-se conhecer os caminhos de transmissão de energia de um subsistema a outro e quais os esforços que mais contribuem para essa transmissão.

5.1 Placas apoiadas em vigas rígidas – seção I

Para determinar os caminhos de transmissão de energia e os esforços que mais contribuem para a transmissão de energia, procedeu-se de forma idêntica àquela do Capítulo 4, aplicando-se forças de módulo unitário em alguns nós da placa, porém defasadas aleatoriamente entre si. Utilizou-se como condição de contorno o engaste em dois nós da placa (Figura 5.1).

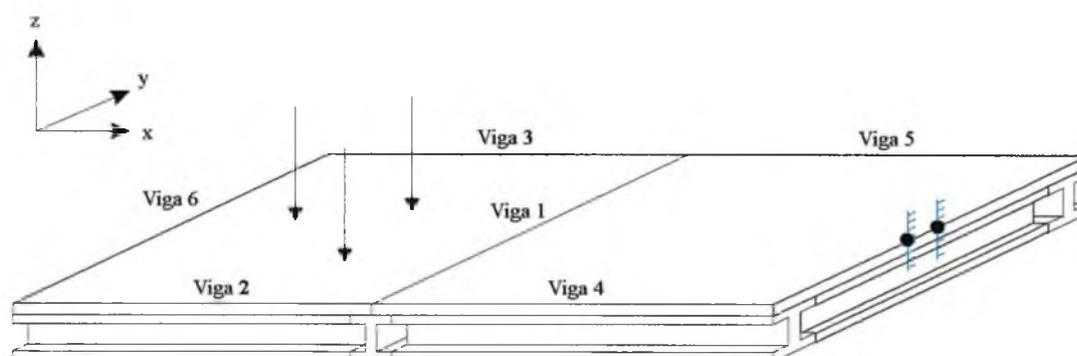


Figura 5.1 - Condição de contorno utilizada – engaste nos dois nós indicados

Conhecendo-se os esforços e velocidades nos nós da união, calcula-se a potência transmitida por cada esforço através das equações:

$$Pt_{F_j} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ F_j \dot{v}_j^* \} \quad Pt_{M_j} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ M_j \dot{\theta}_j^* \}$$

onde F_j e M_j são as forças e os momentos, respectivamente, na direção j , e \dot{v}_j^* e $\dot{\theta}_j^*$ representam os conjugados da velocidade e da velocidade angular, respectivamente. Assim, têm-se as potências transmitidas por cada tipo de esforço, calculadas como segue:

$$\begin{aligned}
 Pt_{F_x} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{F_x \dot{v}_x^*\} & Pt_{M_x} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{M_x \dot{\theta}_x^*\} \\
 Pt_{F_y} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{F_y \dot{v}_y^*\} & Pt_{M_y} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{M_y \dot{\theta}_y^*\} \\
 Pt_{F_z} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{F_z \dot{v}_z^*\} & Pt_{M_z} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{M_z \dot{\theta}_z^*\}
 \end{aligned}$$

Numa primeira análise, foram usadas placas apoiadas em vigas de seção transversal I, como mostrado na Figura 5.1. As dimensões das placas são as mesmas descritas no item 2.1. Foram analisadas vigas com dimensões:

	Altura - h [cm]	Base - b [cm]	Espessura t [cm]
a	5	2,5	0,25
b	10	5	0,50
c	20	10	1,0

Na Figura 5.2, observa-se o gráfico de transmissão de potência do subsistema 1 ao 2 através da união entre as placas, utilizando-se vigas do tipo (a) como apoio. Em baixas freqüências, observa-se maior transmissão pela força cortante. Já em freqüências superiores a 200 Hz, a maior contribuição é devida ao momento fletor.

Para as vigas laterais (4 e 5 conforme Figura 5.1), a maior transmissão de energia acontece pela força cortante. Porém, o momento fletor contribui com uma parcela significativa (Figuras 5.3 e 5.4).

Observa-se na Figura 5.5 que em alta freqüência há maior transmissão de energia pela placa do que pelas vigas laterais.

Na Figura 5.6, onde utiliza-se viga de altura 10 cm (tipo b), observa-se que a potência transmitida pela placa acima de 80 Hz é dada quase na totalidade pela contribuição do momento fletor. Porém, aparece uma contribuição da força na direção x, mais significativa em altas freqüências. Nesse caso, a transmissão de energia pelas vigas ocorre por momento fletor e força cortante em baixas freqüências e em altas freqüências por flexão nas direções x e y e uma parcela de força axial, conforme Figuras 5.7 e 5.8.

Vê-se na Figura 5.9 que para vigas de maior dimensão, as vigas têm maior participação na transmissão de energia em relação à placa.

Utilizando-se vigas de altura $h=20$ cm (tipo c), obtém-se para as placas maior transmissão de energia por força cortante e força de membrana x , principalmente em altas frequências, como visto na Figura 5.10.

Na transmissão pelas vigas (Figuras 5.11 e 5.12), a força cortante z e o momento fletor y são importantes, aparecendo, porém, em frequências isoladas, uma contribuição significativa do momento fletor z , da força cortante y e da força axial x .

O fluxo de energia pelas vigas é maior nesse caso do que através da placa (Figura 5.13). Conclui-se que para vigas de maior dimensão, a viga tem maior contribuição na transmissão de energia.

Observa-se que com o aumento das dimensões das vigas laterais e da união, a potência transmitida pela força na direção x torna-se mais significativa. O mesmo acontece para a transmissão por força axial na viga.

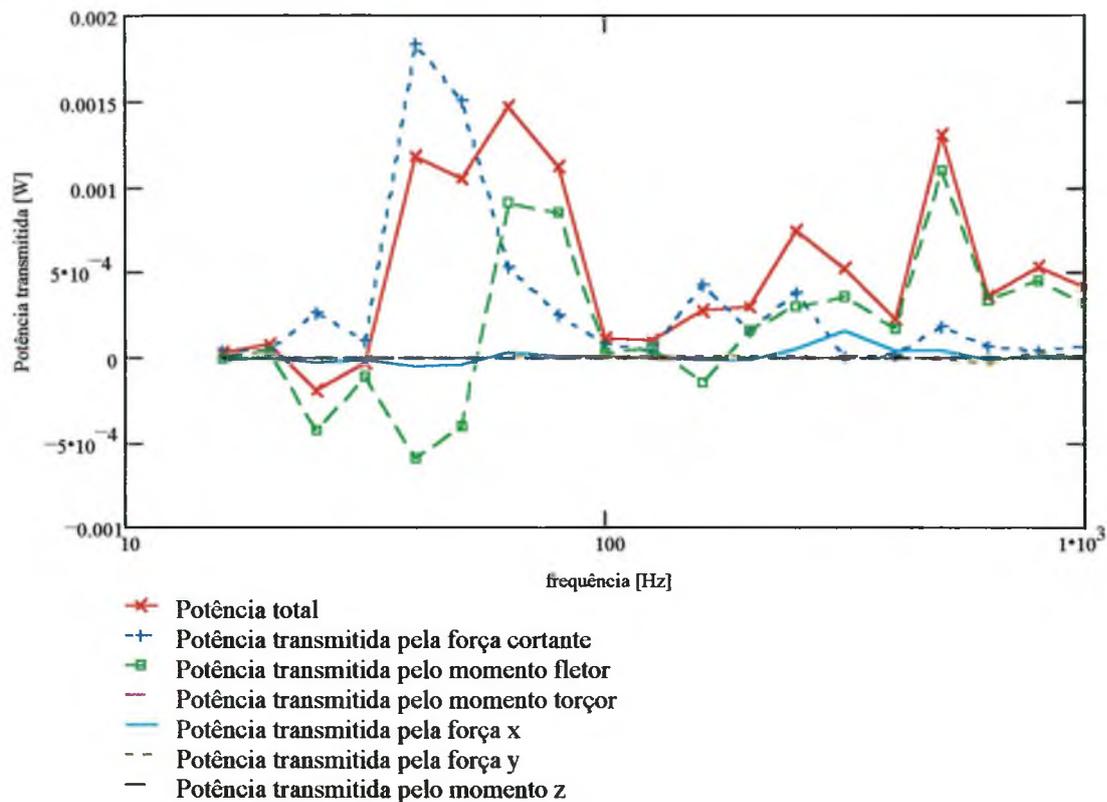


Figura 5.2 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga I de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

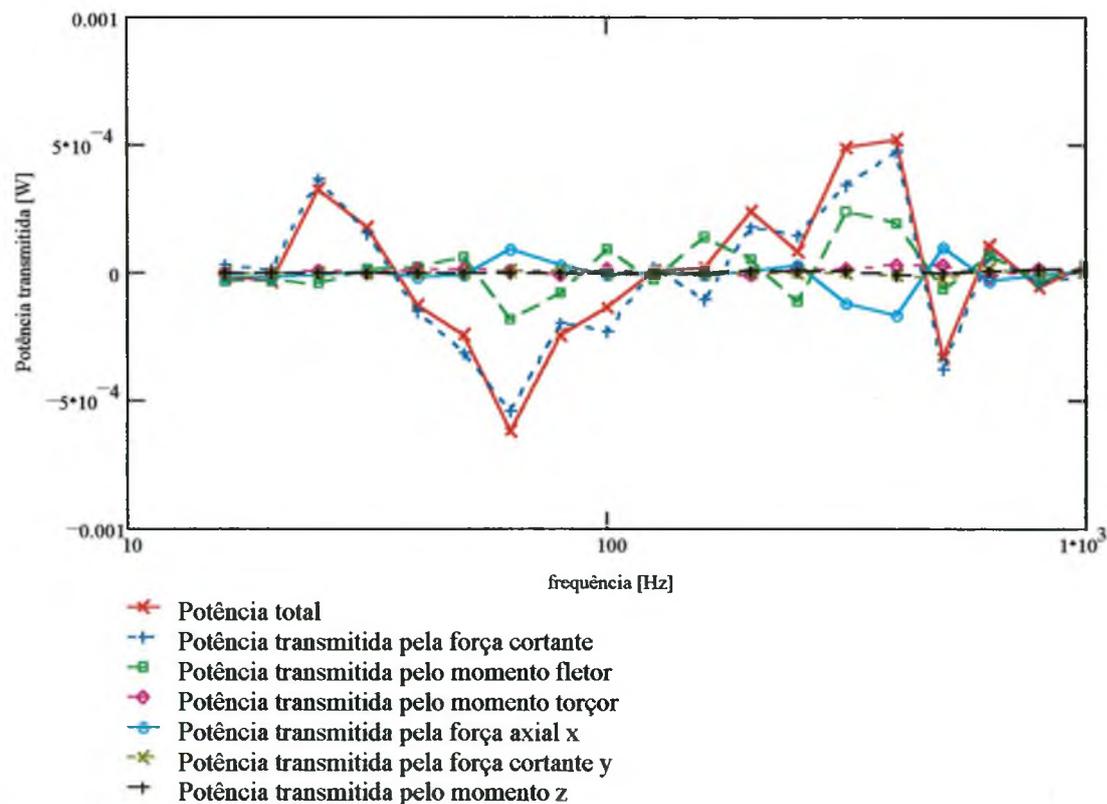


Figura 5.3 – Potência transmitida pela viga 4. Viga I de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

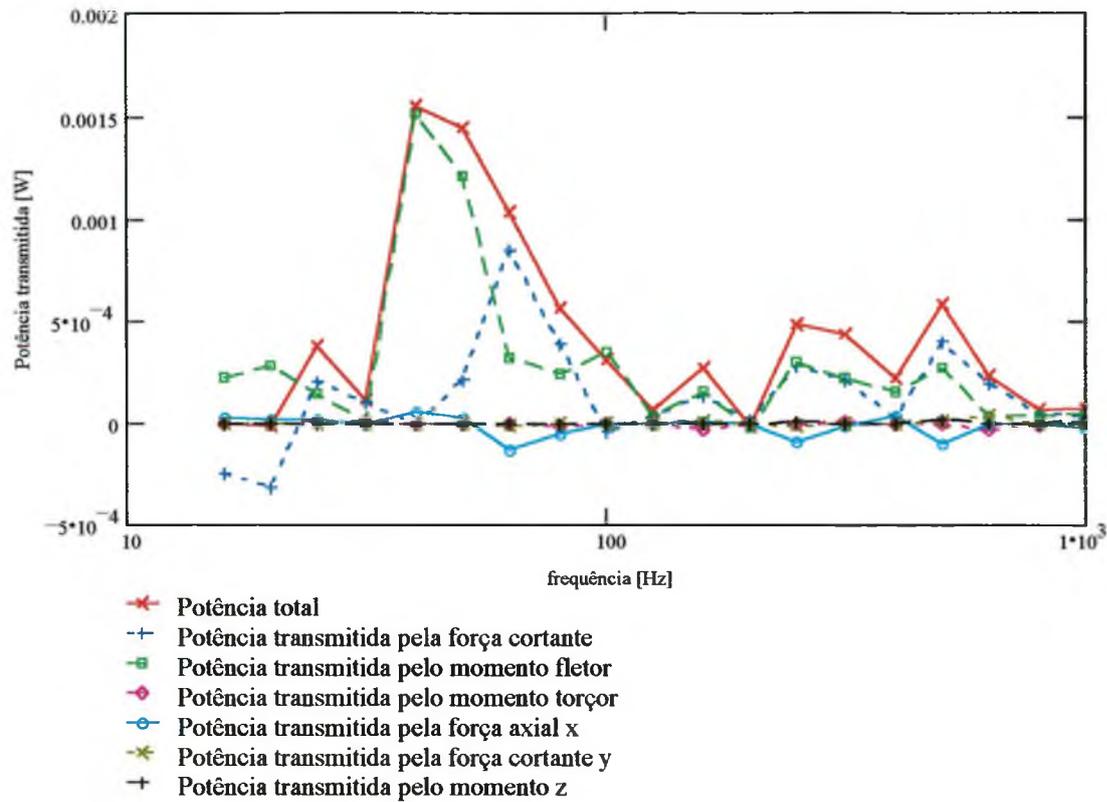


Figura 5.4 – Potência transmitida pela viga 5. Viga I de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

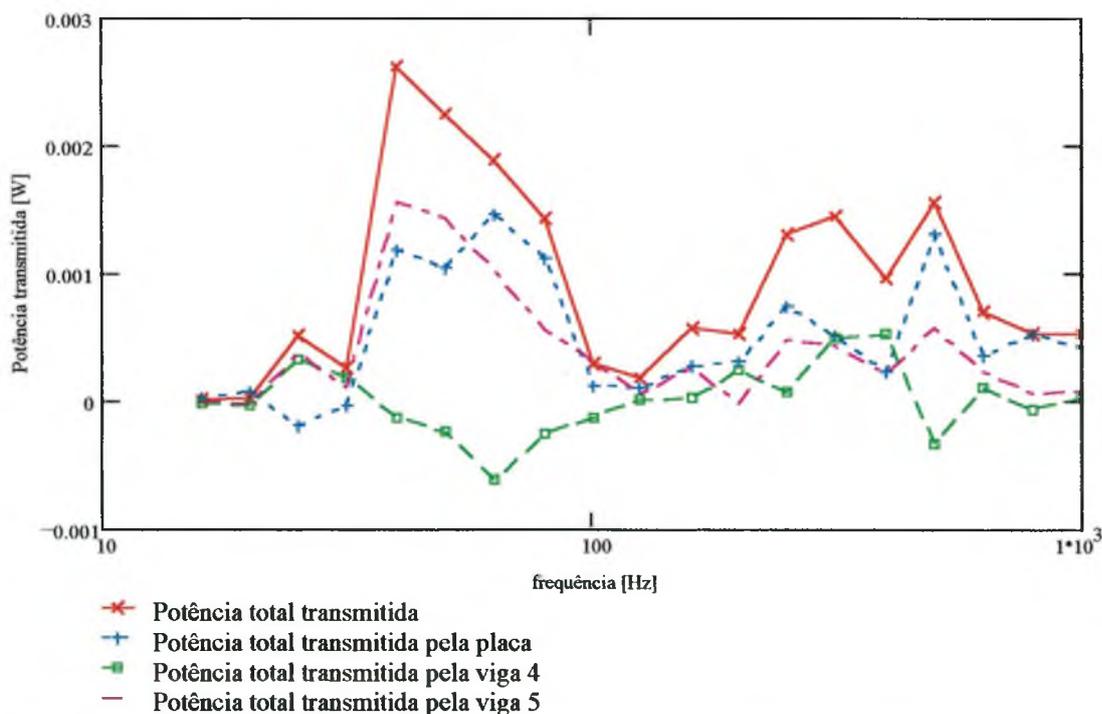


Figura 5.5 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga I de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

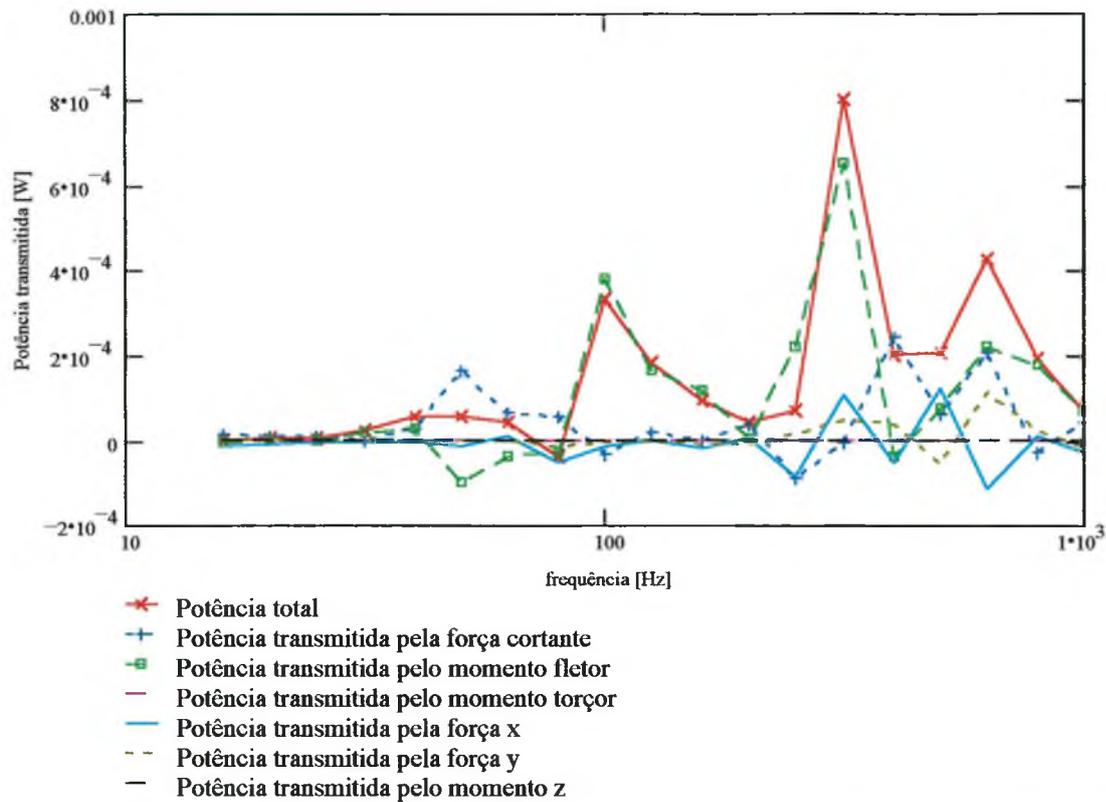


Figura 5.6 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga I de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

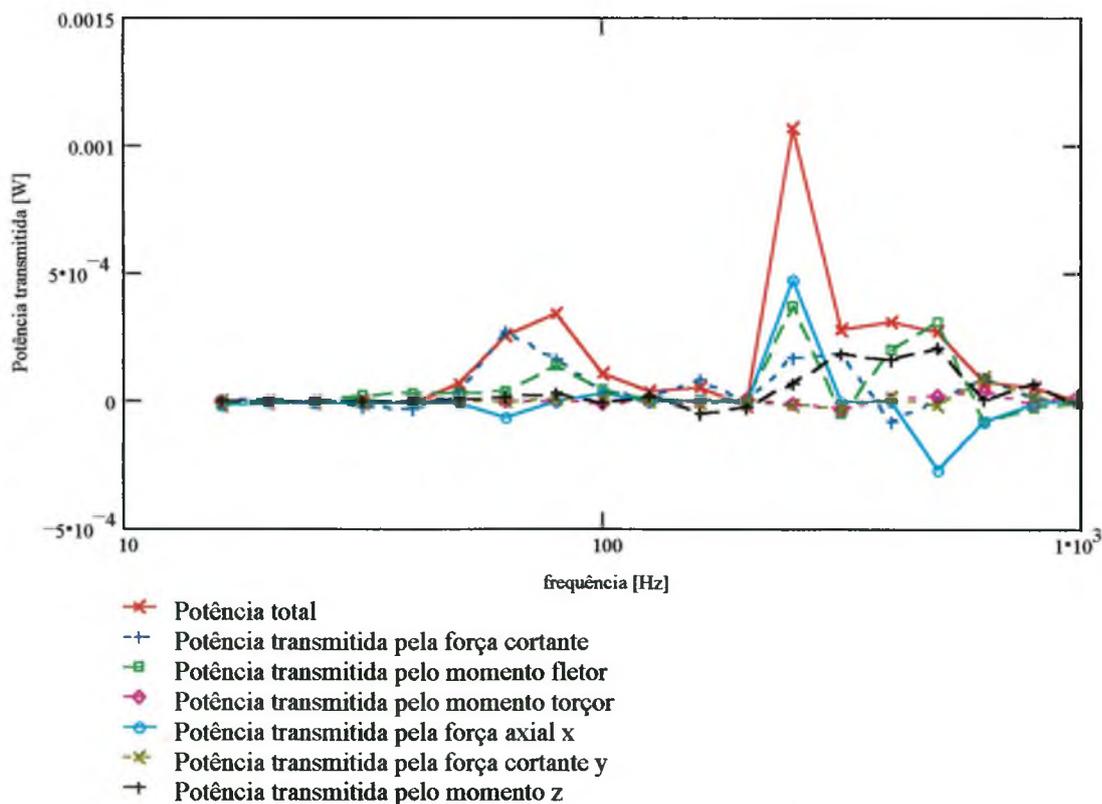


Figura 5.7 – Potência transmitida pela viga 4. Viga I de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

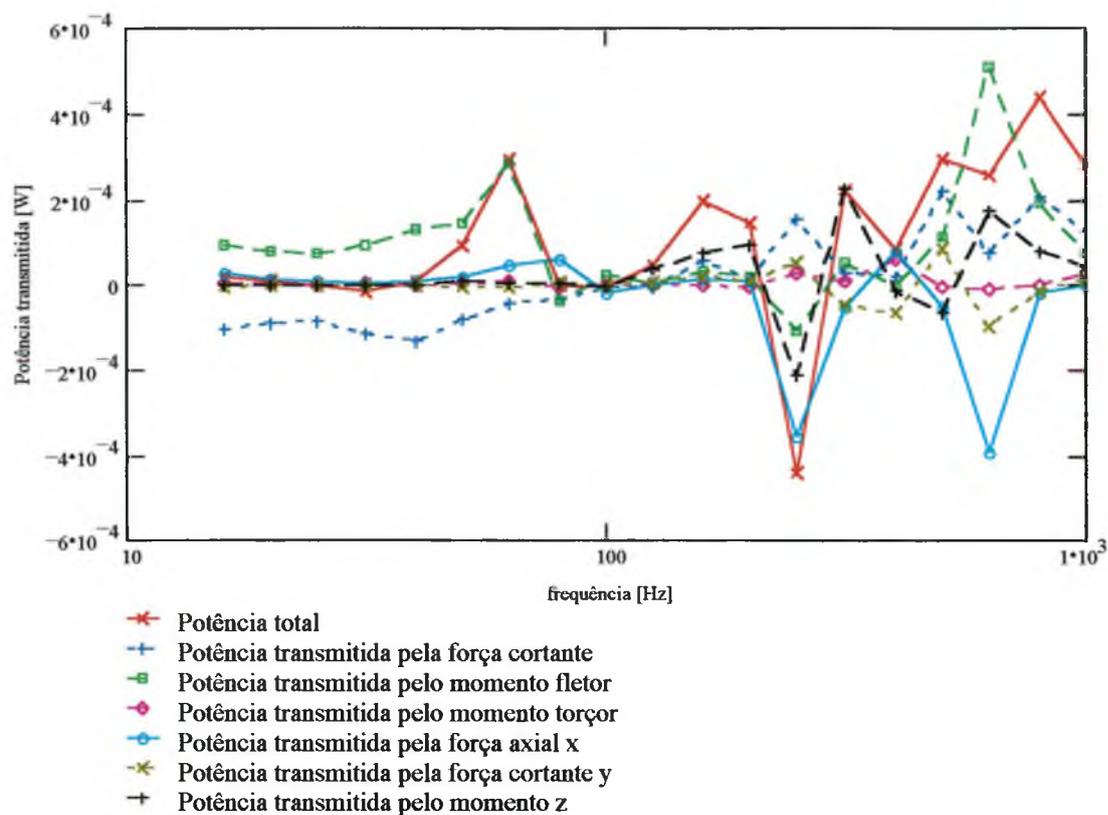


Figura 5.8 – Potência transmitida pela viga 5. Viga I de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

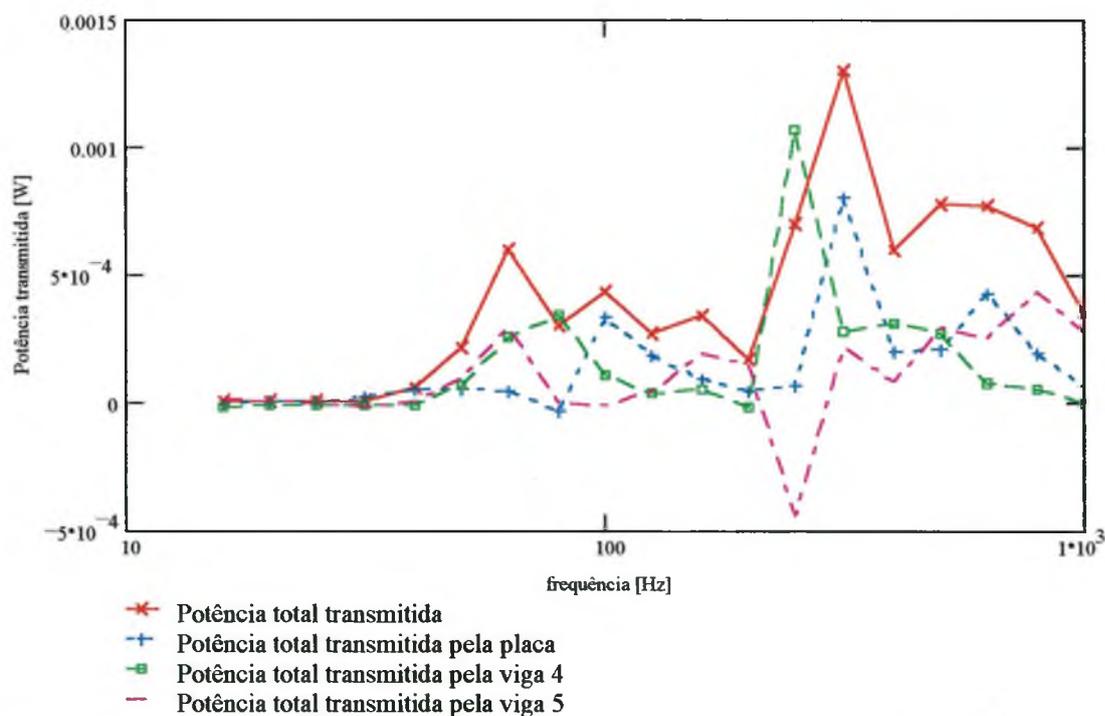


Figura 5.9 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga I de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

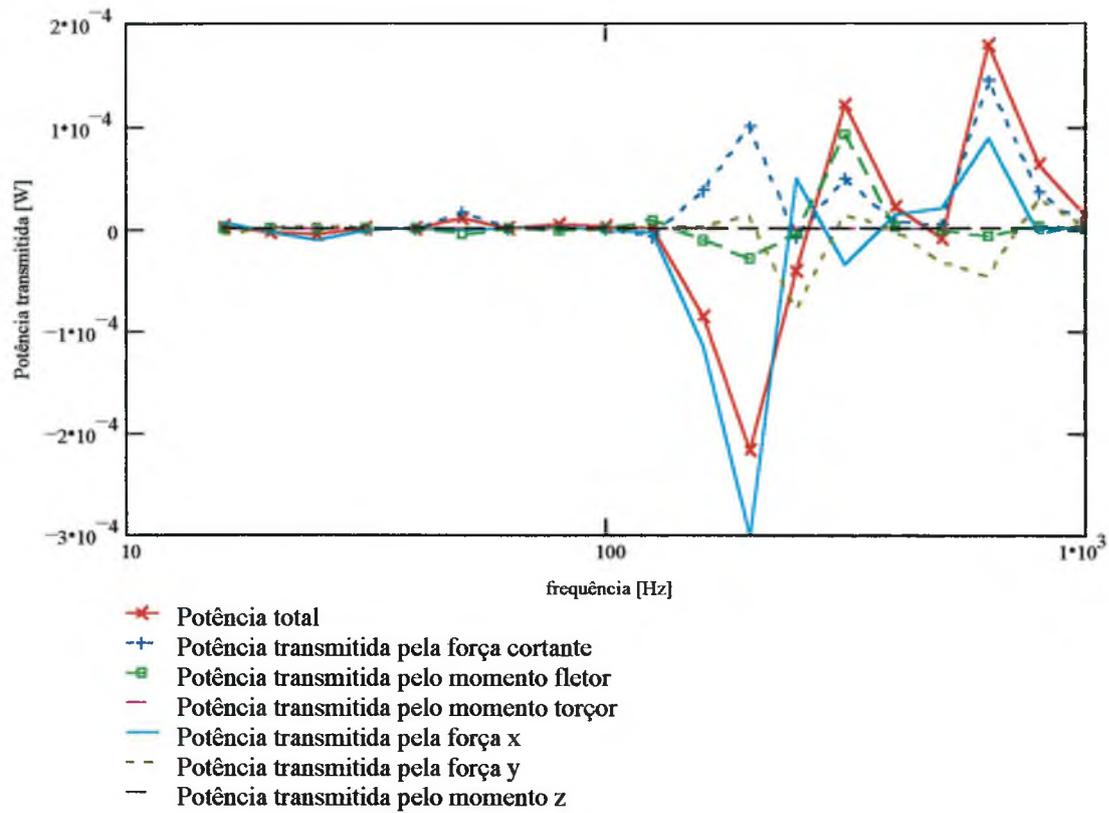


Figura 5.10 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga I de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.

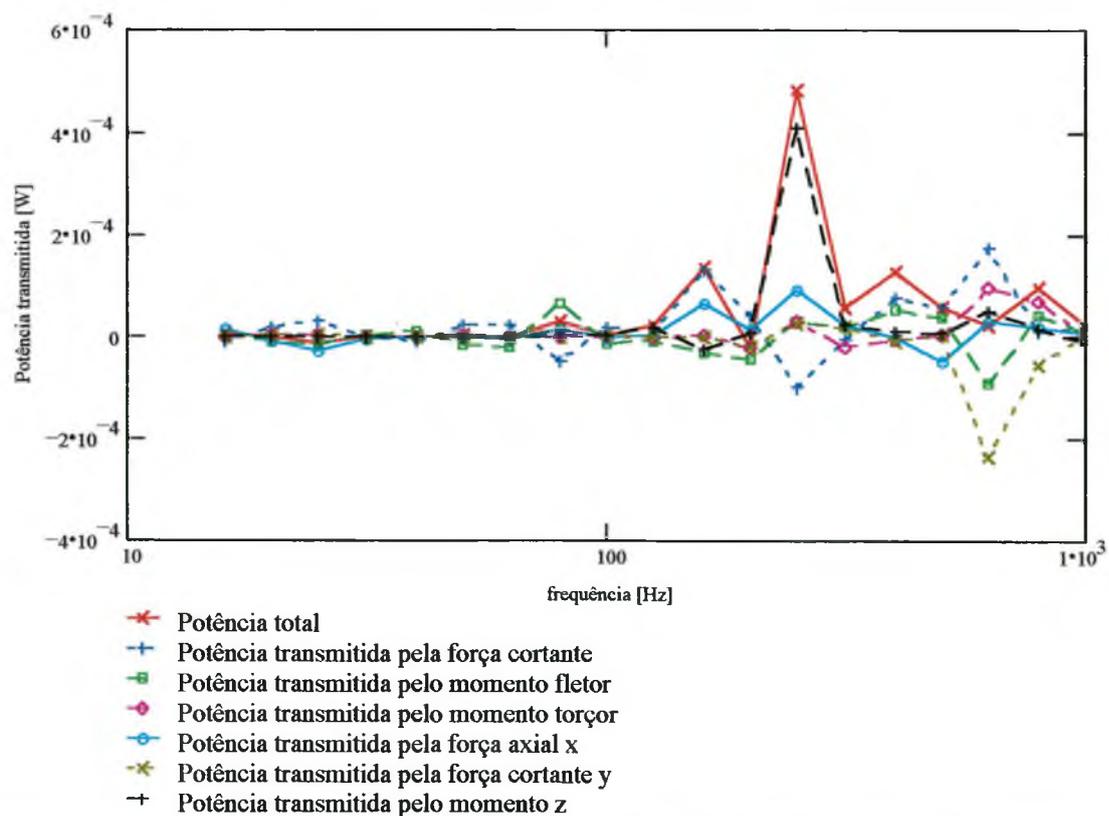


Figura 5.11 – Potência transmitida pela viga 4. Viga I de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0cm.

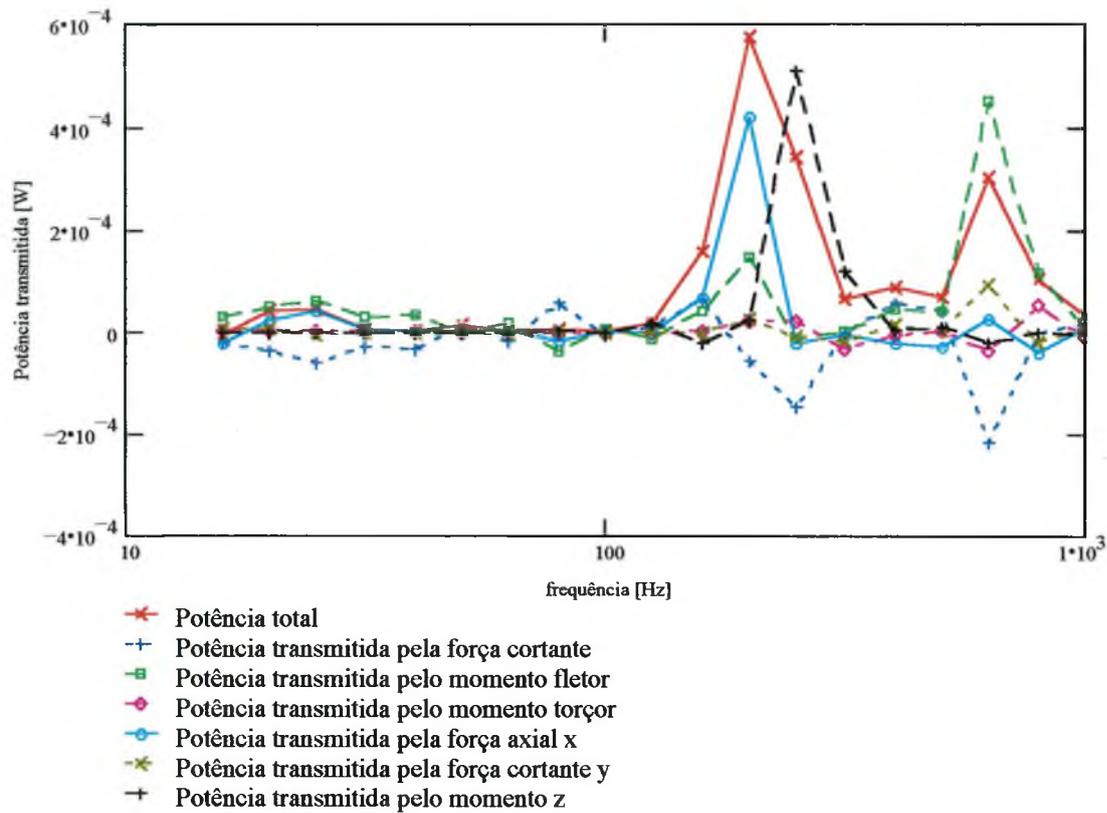


Figura 5.12 – Potência transmitida pela viga 5. Viga I de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.

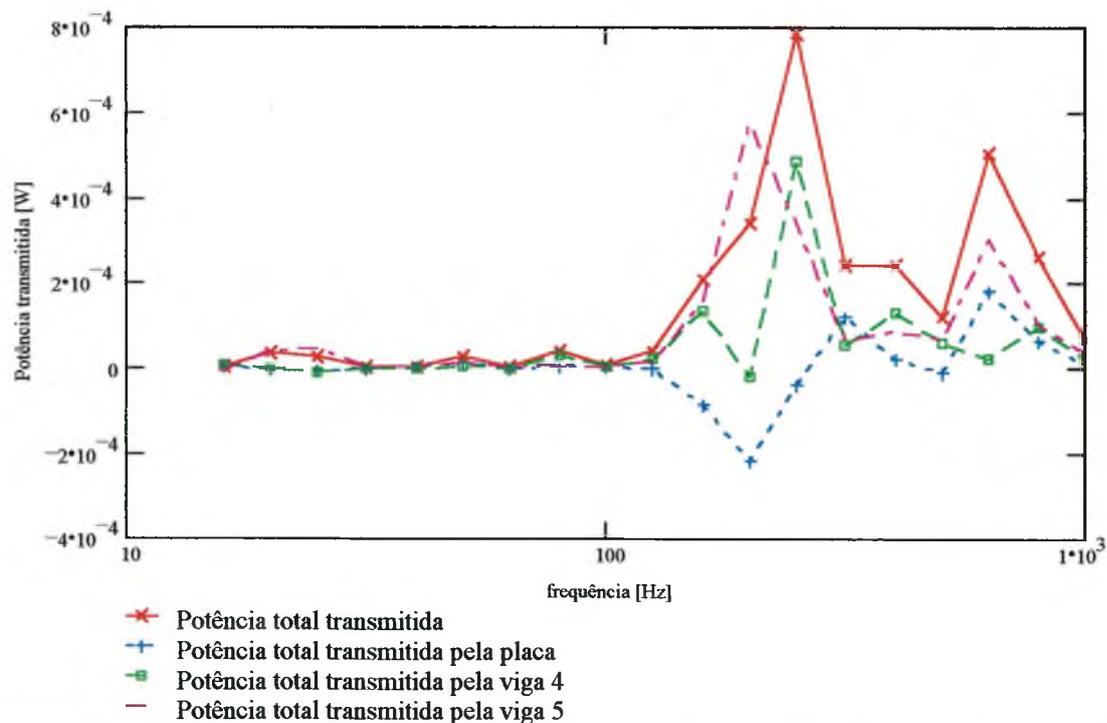


Figura 5.13 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga I de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 0,5 cm.

5.2 Placas apoiadas em vigas rígidas – seção retangular

Neste item, será analisada a influência das vigas nas bordas e união dos subsistemas. As vigas possuem seção retangular, com dimensões da base, espessura e altura iguais às do Item 5.1. O carregamento e o apoio utilizado foram iguais aos descritos no mesmo item.

Na Figura 5.14, observa-se que para vigas de altura 5 cm, a placa transmite grande parte da energia pela força cortante. Alguns valores são negativos, como é o caso da potência transmitida por momento fletor. Interpretou-se como energia que volta do subsistema 2, porém, a potência total líquida transmitida de 1 para 2 é positiva, como esperado.

Para as vigas laterais 4 e 5, os esforços predominantes na transmissão são a força cortante e o momento fletor, como visto nas Figuras 5.15 e 5.16.

Observa-se na Figura 5.17 que as vigas transmitem mais energia tanto em baixa como em alta frequência.

Utilizando-se vigas de altura 10 cm, observa-se que a placa transmite quase que totalmente pelos esforços de cisalhamento, como visto na Figura 5.18. A força axial na direção x também tem uma contribuição considerável em alta frequência.

Para as vigas laterais, o esforço de momento fletor transmite uma parcela considerável a partir de aproximadamente 50 Hz (Figuras 5.19 e 5.20), ocorrendo transmissão também por força axial e força cortante.

A potência transmitida do subsistema 1 para o 2 pela placa é consideravelmente menor do que a transmitida através das vigas laterais (Figura 5.21).

Para vigas de altura 20 cm, observa-se que a força cortante é responsável por grande parte da energia transmitida pelo elemento de placa (Figura 5.22). Os esforços de membrana na direção x e y também contribuem de forma expressiva na transmissão. Nas vigas laterais 4 e 5, tanto o momento fletor como a força cortante são responsáveis pela transmissão de energia (Figuras 5.23 e 5.24). Há, também, uma pequena contribuição da força axial.

Observa-se, como no Item 5.1, que as vigas laterais têm maior contribuição na transmissão total de energia do subsistema 1 ao 2 (Figura 5.25).

Pode-se concluir que para placas apoiadas em vigas de maiores dimensões, os principais esforços responsáveis pela transmissão de energia através das vigas são a força cortante, o momento fletor e a força axial.

No elemento de placa, a maior parte da transmissão ocorre pela força cisalhante e pelo momento fletor.

Observa-se, também, que a maior parte da energia é transmitida através das vigas.

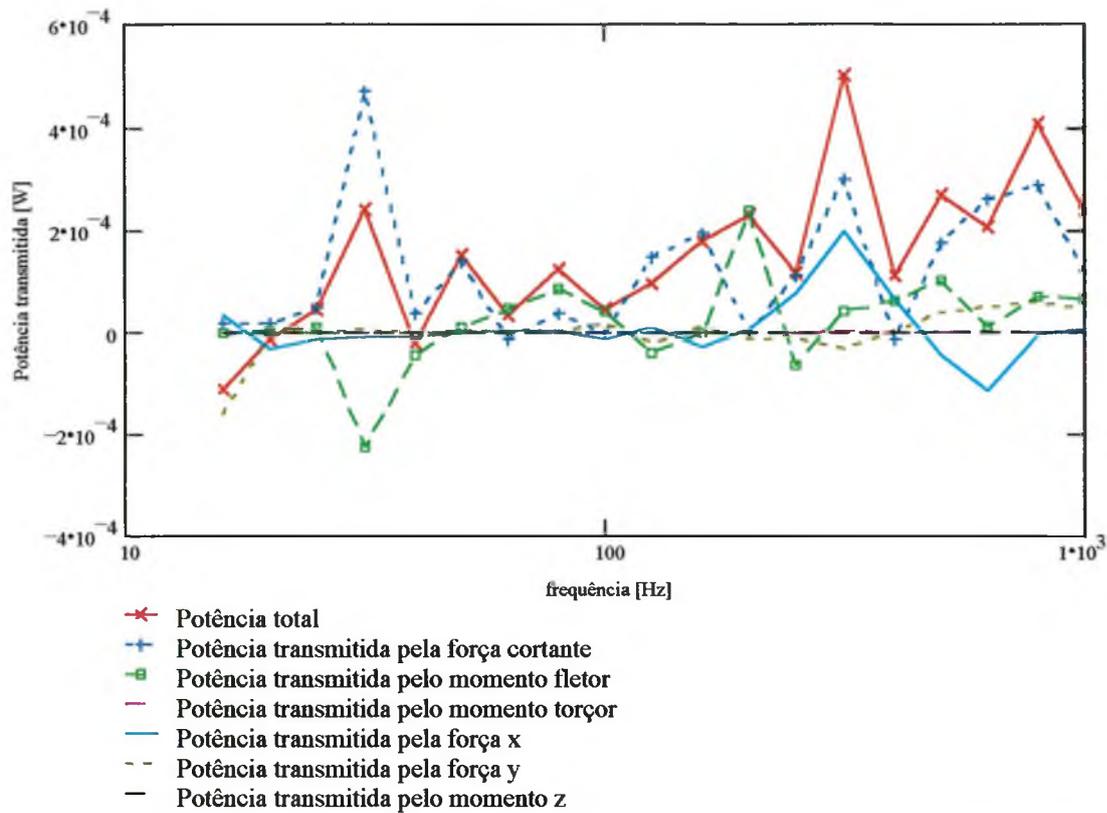


Figura 5.14 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga retangular de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

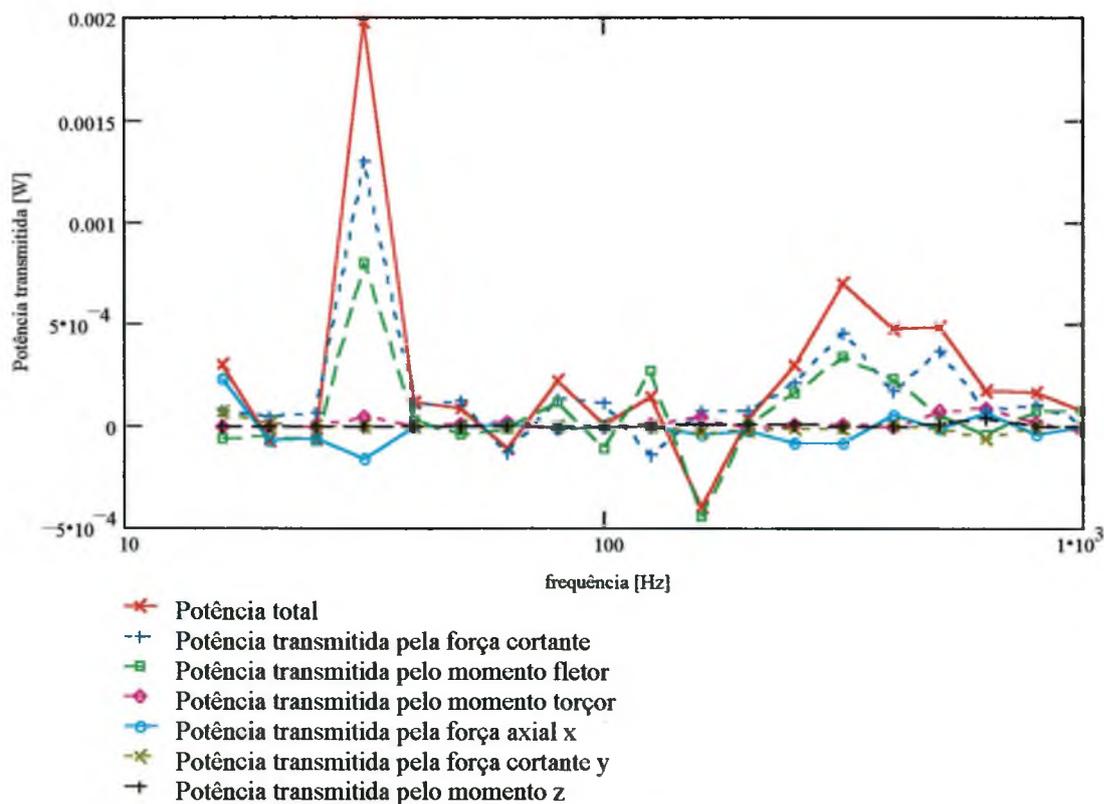


Figura 5.15 – Potência transmitida pela viga 4. Viga retangular de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

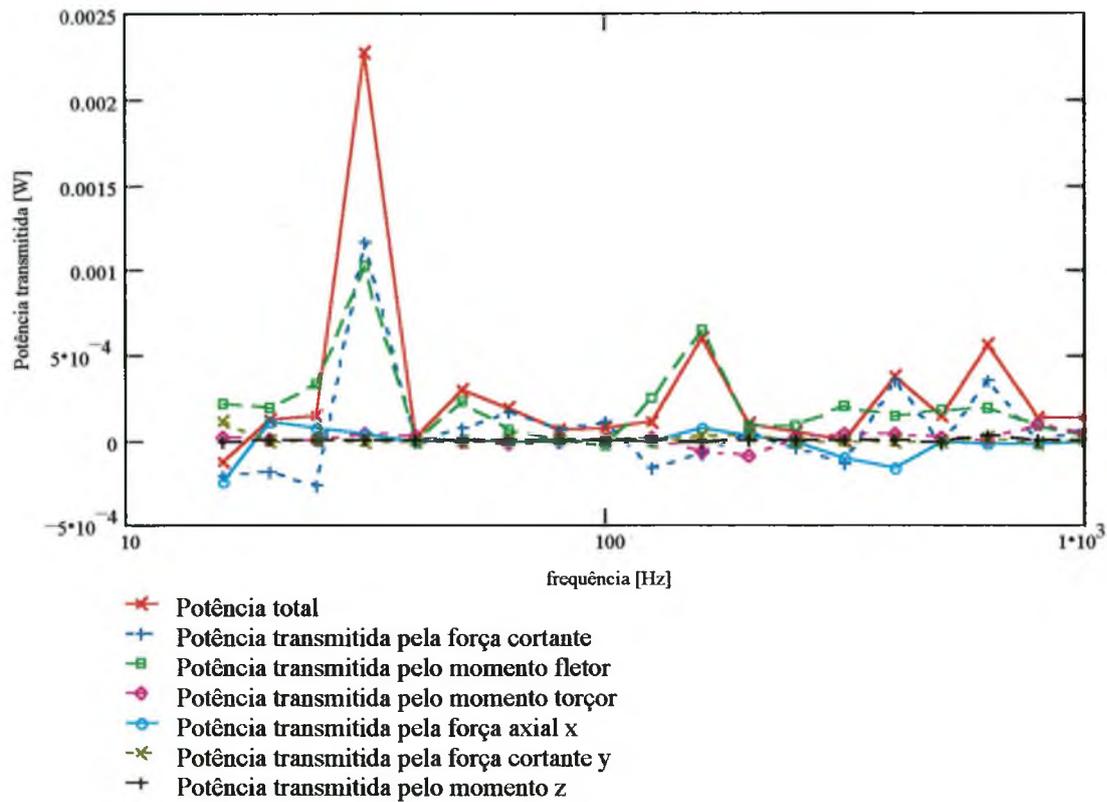


Figura 5.16 – Potência transmitida pela viga 5. Viga retangular de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

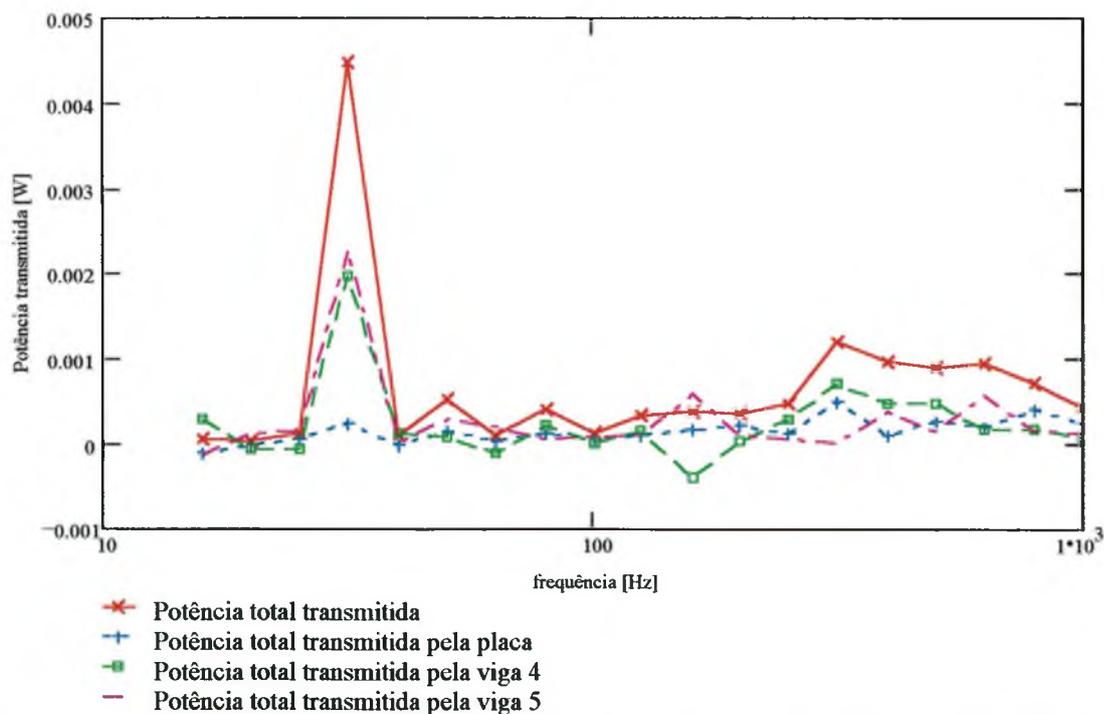


Figura 5.17 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga retangular de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

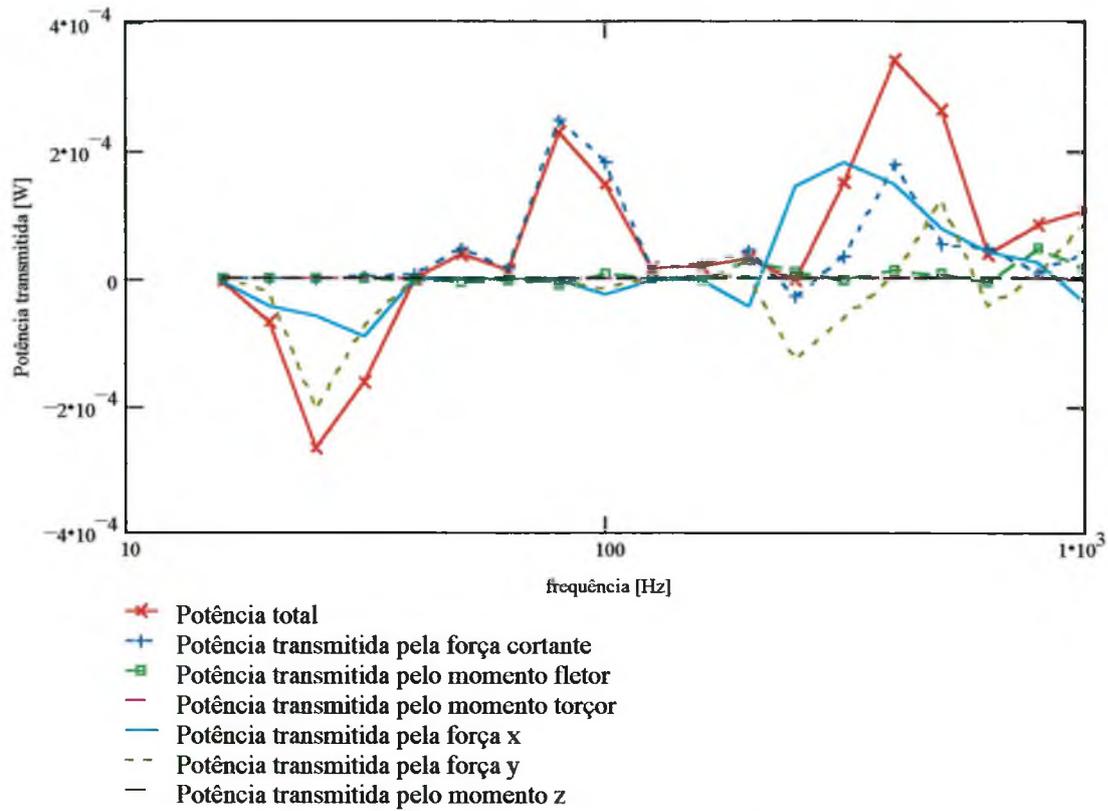


Figura 5.18 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga retangular de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

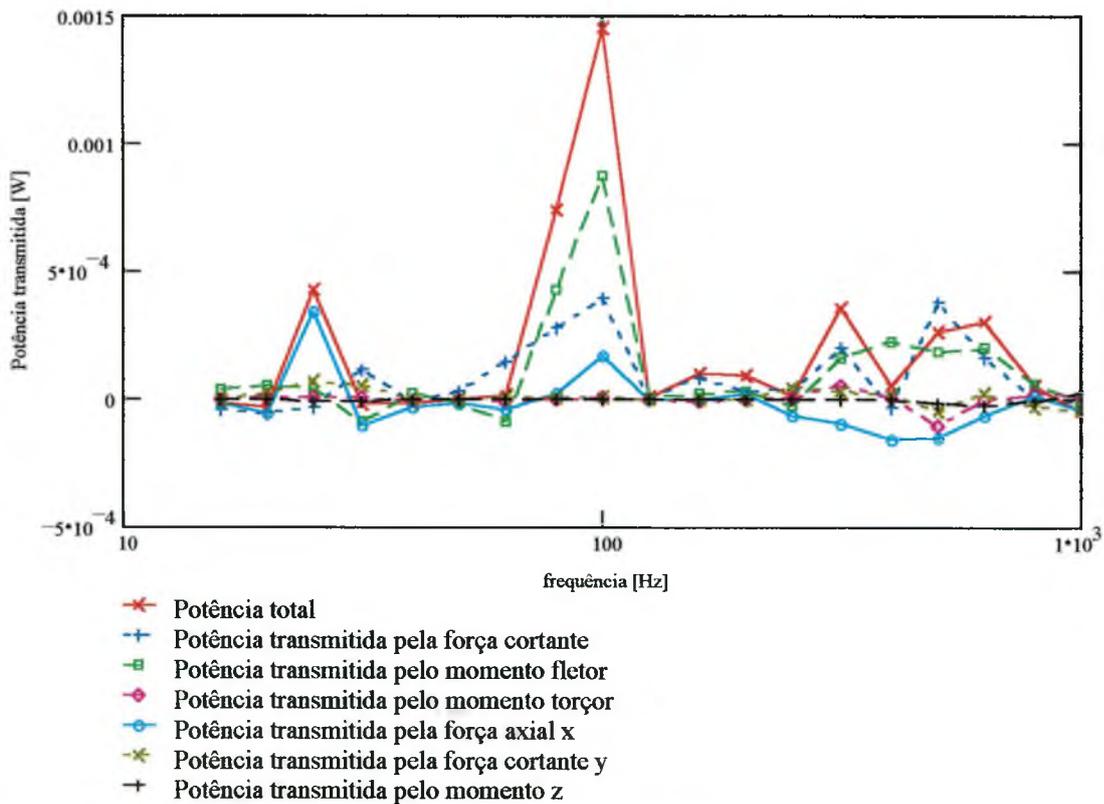


Figura 5.19 – Potência transmitida pela viga 4. Viga retangular de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

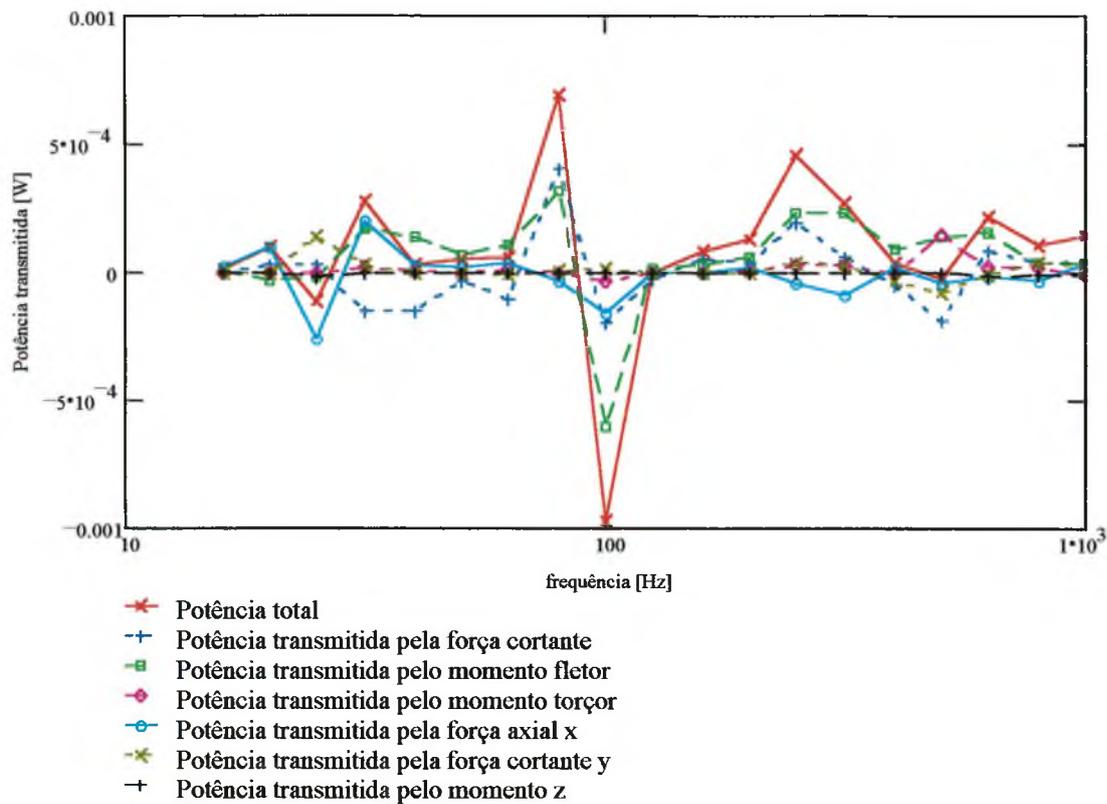


Figura 5.20 – Potência transmitida pela viga 5. Viga retangular de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

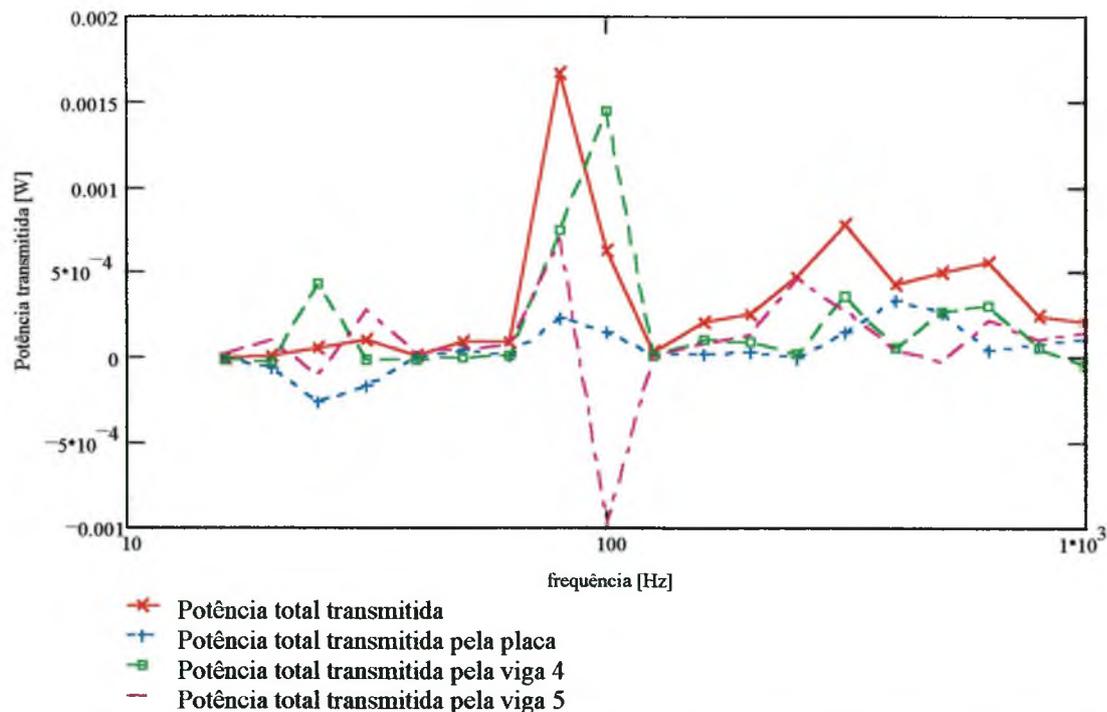


Figura 5.21 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga retangular de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

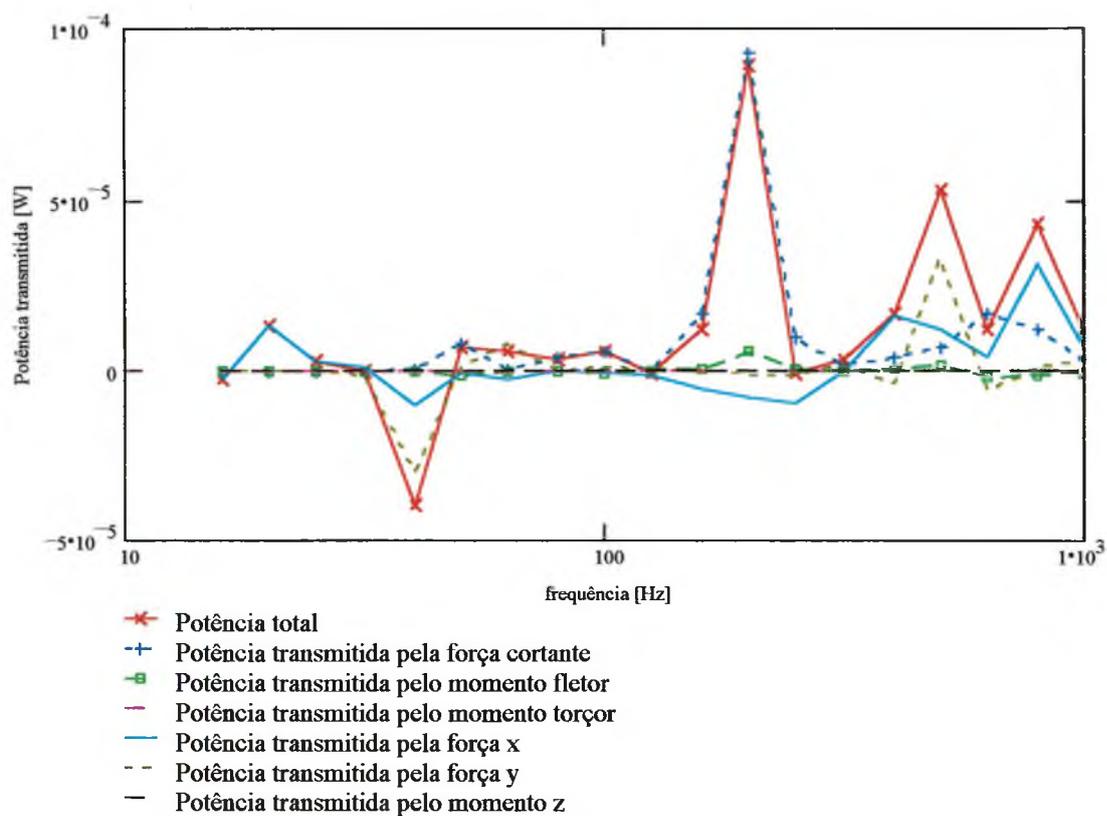


Figura 5.22 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga retangular de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.

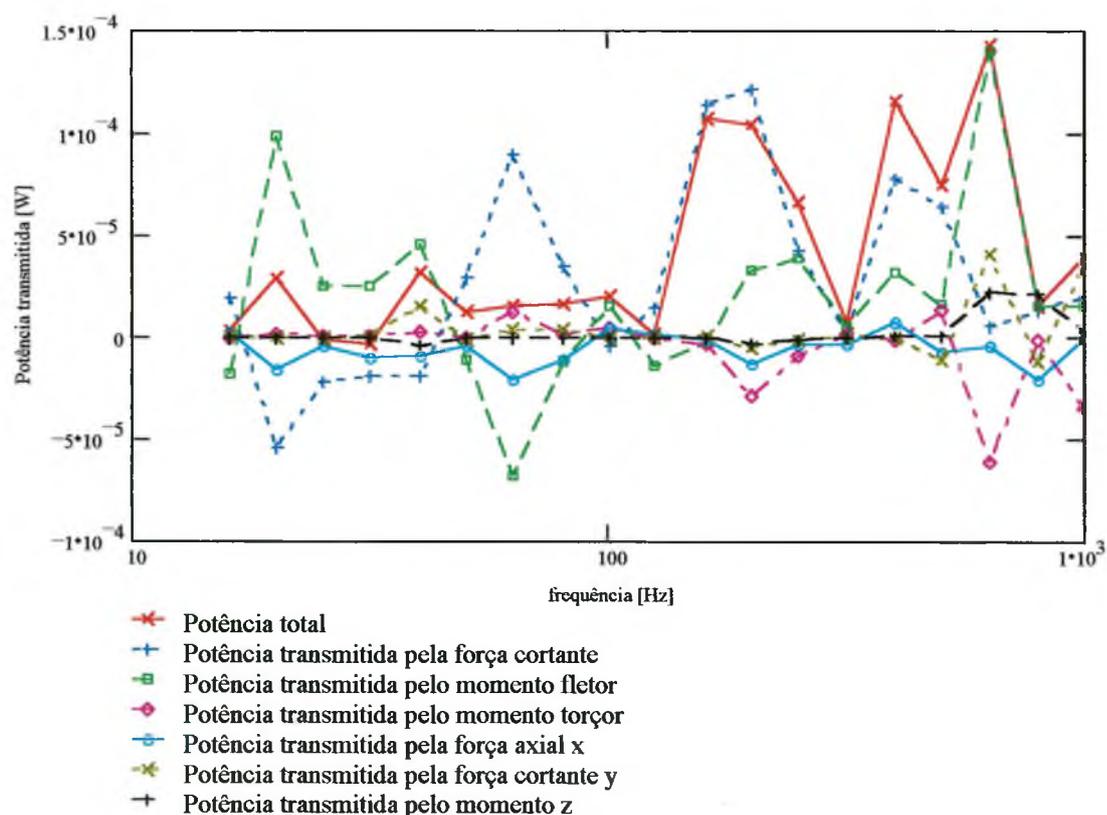


Figura 5.23 – Potência transmitida pela viga 4. Viga retangular de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.

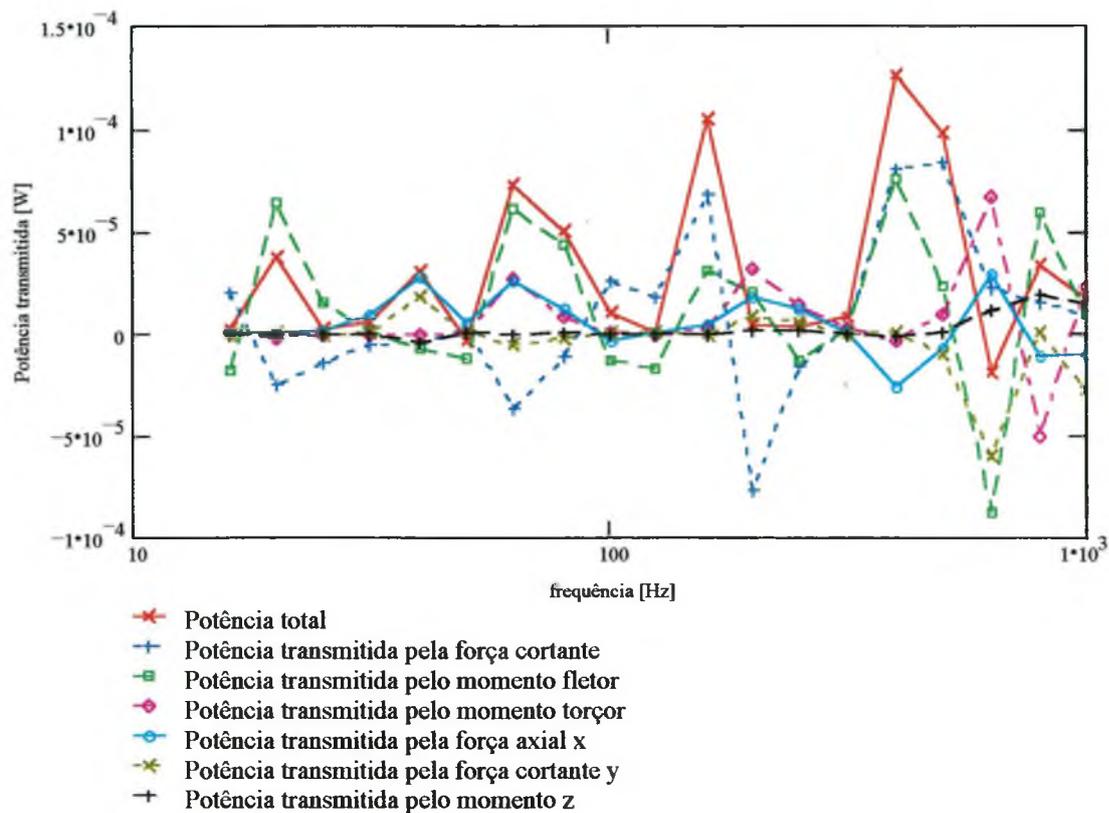


Figura 5.24 – Potência transmitida pela viga 5. Viga retangular de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.

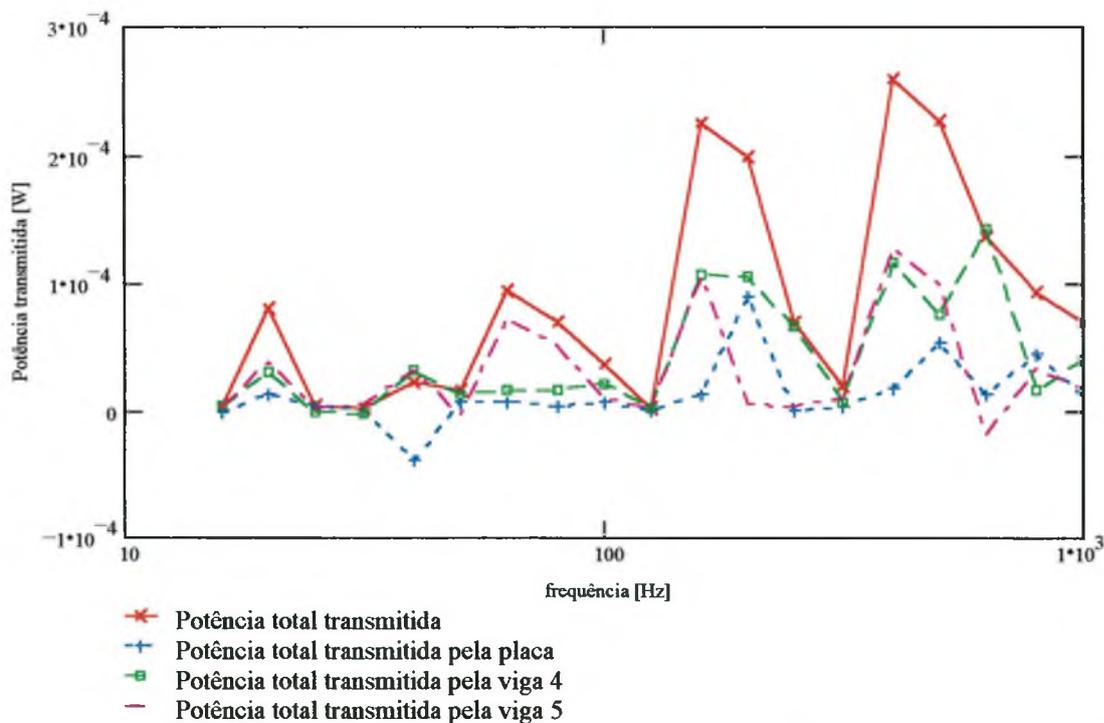


Figura 5.25 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga retangular de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.

5.3 Placas apoiadas em vigas rígidas – seção T invertida

Utilizando-se vigas Timoshenko de seção T invertida, na união e nas bordas das placas, obtiveram-se resultados semelhantes aos dos itens anteriores.

Na Figura 5.26, observa-se que para vigas de altura 5 cm, o momento fletor é o principal responsável pela potência transmitida do subsistema 1 ao 2, através da placa.

Para a viga lateral 4 (Figura 5.27) observa-se que em baixa frequência a força cortante tem maior participação na potência transmitida. Em frequências acima de 80 Hz, observa-se transmissão por força cortante e momento fletor. Em uma frequência isolada (400 Hz), tem-se uma maior contribuição da força axial transmitindo do subsistema 2 ao 1.

Na viga lateral 5 (Figura 5.28) observa-se que os dois esforços, força cortante e momento fletor, têm contribuição aproximadamente equivalentes na transmissão.

A potência transmitida do subsistema 1 ao 2, em frequências acima de 100 Hz acontece na maior parte pela placa, como se vê na Figura 5.29.

Utilizando-se vigas T invertidas de altura 10 cm, observa-se uma maior contribuição tanto do momento fletor como da força na direção x na transmissão em frequências acima de 100 Hz (Figura 5.30), além da força cortante na chapa.

Os esforços que mais contribuem na transmissão através da viga lateral 4 são a força cortante e o momento fletor, tanto em baixas frequências como em altas frequências (Figura 5.31). Vê-se uma transmissão significativa através, também, da força axial.

A transmissão de energia através da viga 5 ocorre principalmente pelo momento fletor e pela força cortante em baixas frequência (Figura 5.32). Em altas frequências, a força na direção x e a força cortante são as principais responsáveis pela transmissão.

A potência líquida transmitida do subsistema 1 ao 2, nesse caso, se dá tanto pelas vigas como pela placa, a partir de 100 Hz (Figura 5.33).

Para vigas T invertidas de altura 20 cm, observa-se transmissão por força cortante e forças nas direções y e x, sendo pequena a transmissão por momento fletor (Figura 5.34).

A potência transmitida pela viga lateral 4 é constituída na maior parte pelo momento fletor, força cortante e força axial, em baixa frequência. Já em altas frequências, o momento fletor e a força axial tem maior contribuição (Figura 5.35).

Na viga lateral 5, tanto o momento fletor como o esforço cortante e a força axial têm participação na potência transmitida (Figura 5.36).

A potência transmitida do subsistema 1 para 2, nesse caso, se dá na maior parte pelas vigas laterais (Figura 5.37).

Em todos estes casos pode-se concluir que o fluxo de energia ocorre principalmente através das vigas, conforme aumentam-se as suas dimensões. A parcela transmitida diretamente para a placa 2, através da linha de união, é cada vez menor quando aumenta-se o tamanho da viga.

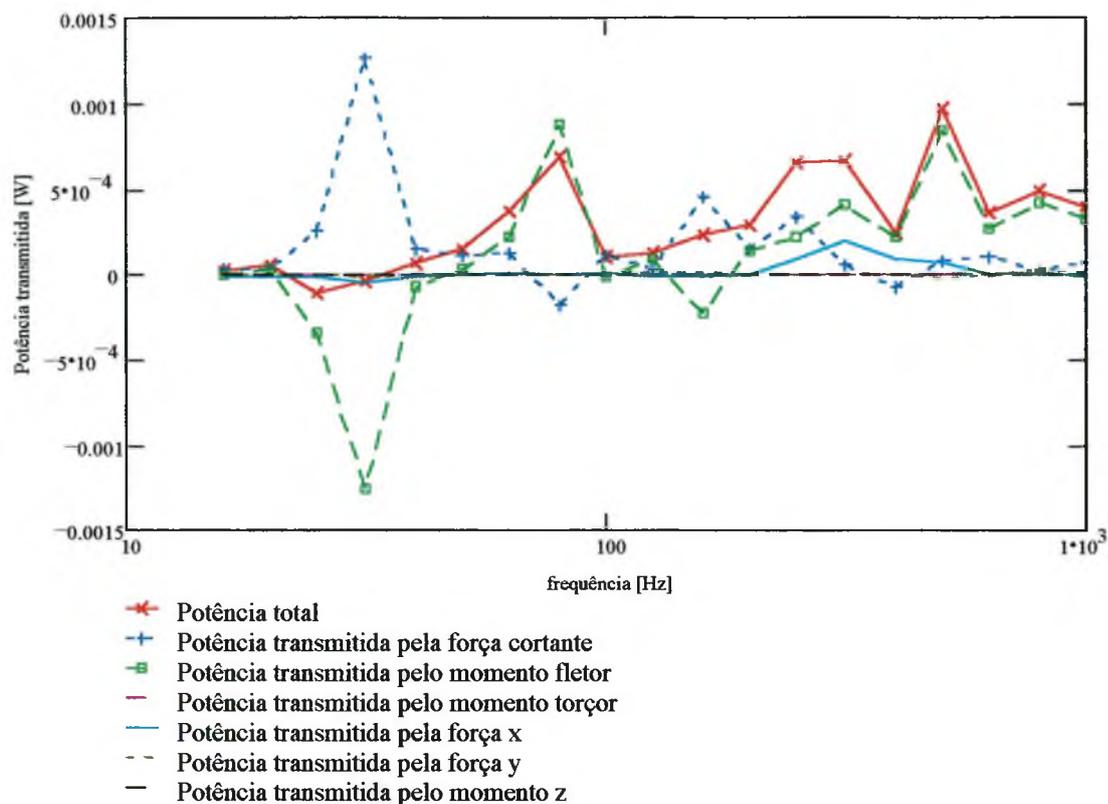


Figura 5.26 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

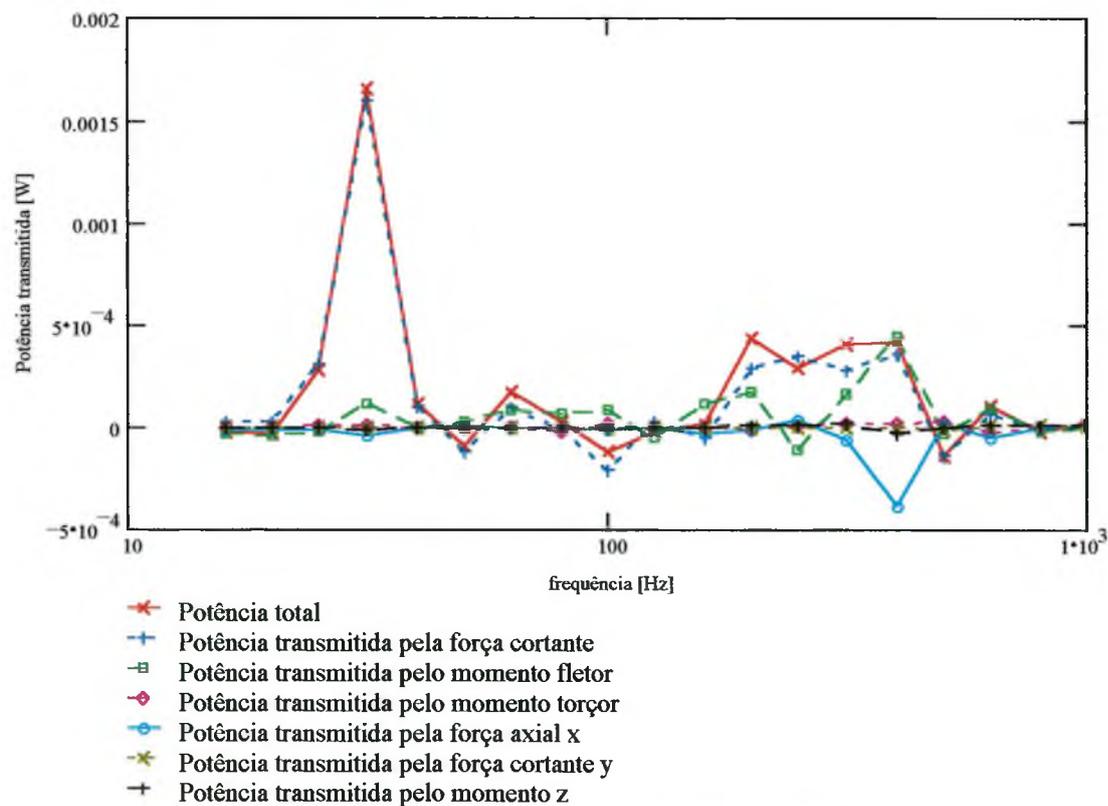


Figura 5.27 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

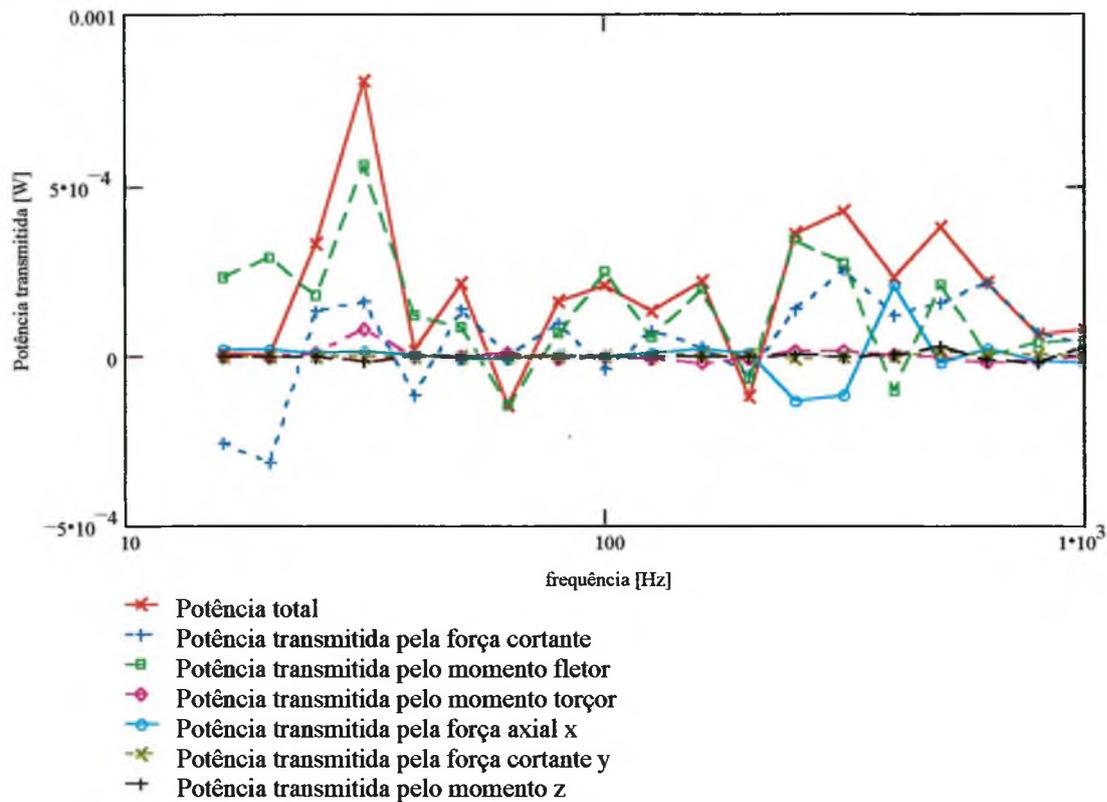


Figura 5.28 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

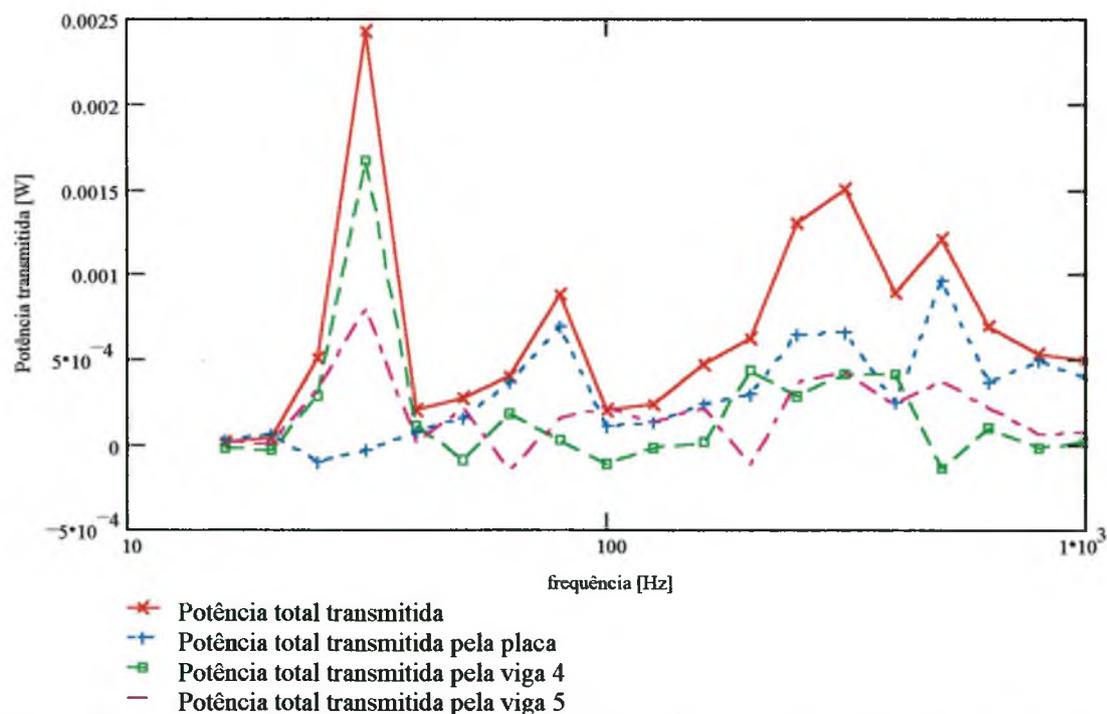


Figura 5.29 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga T invertida de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

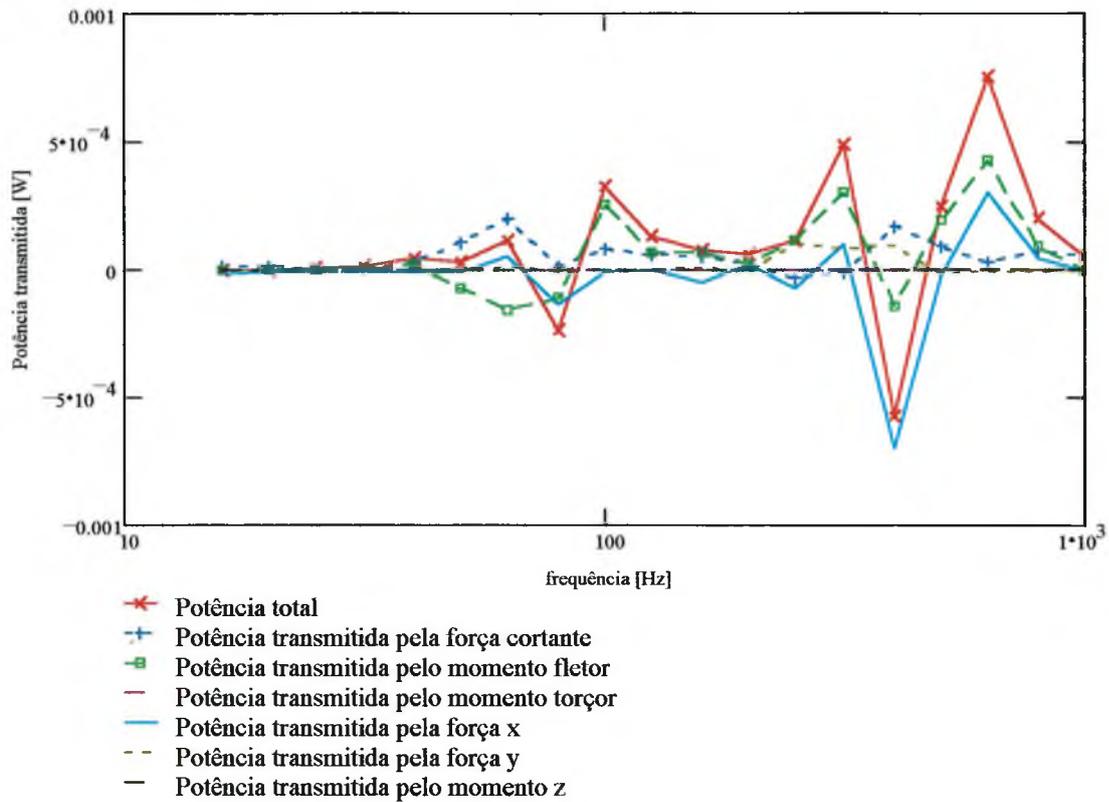


Figura 5.30 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

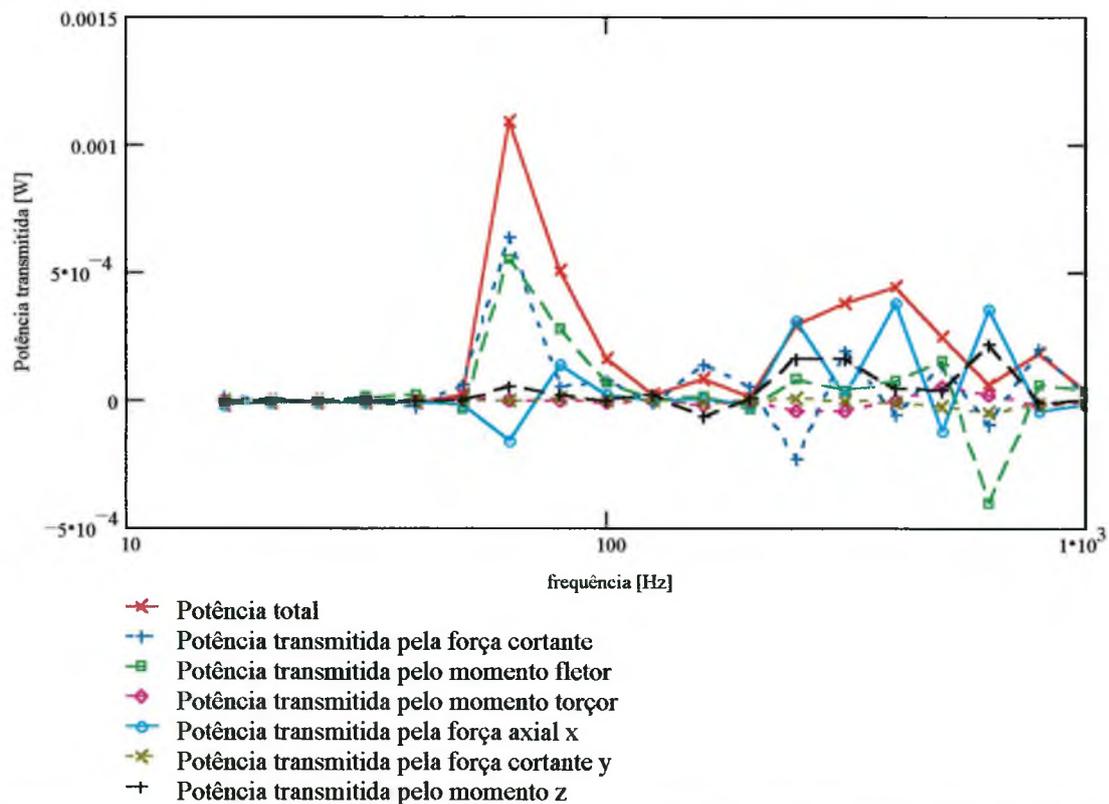


Figura 5.31 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

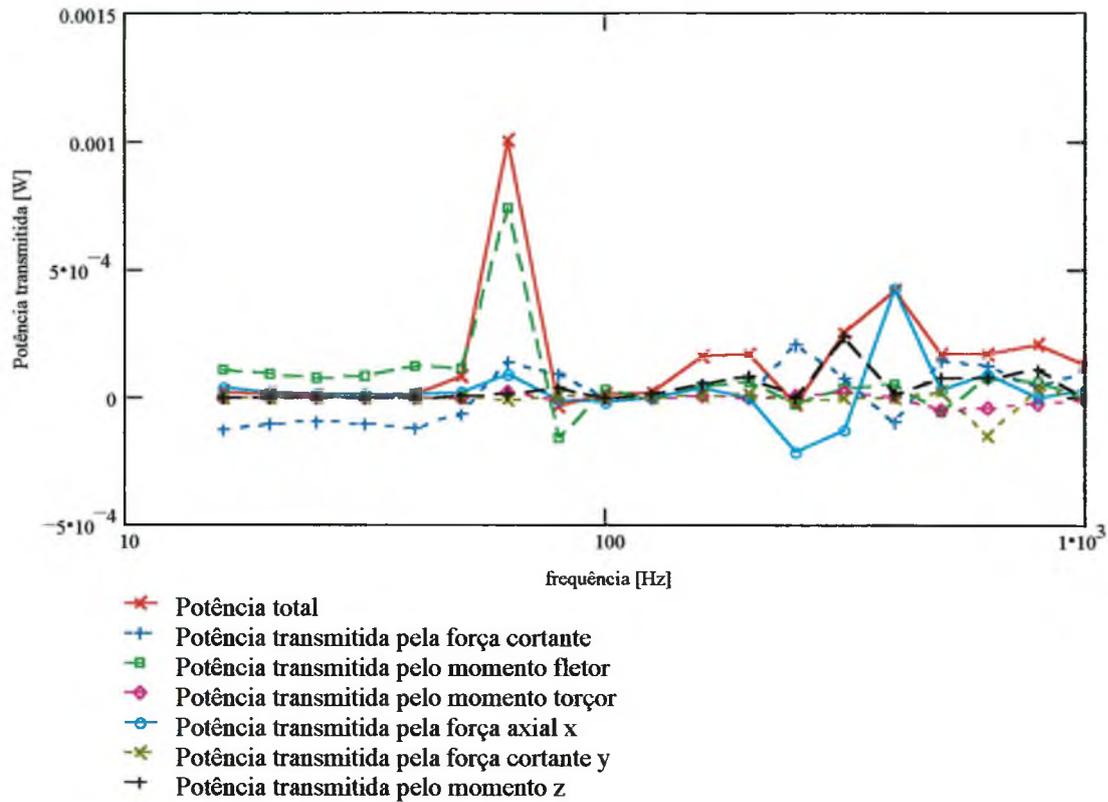


Figura 5.32 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

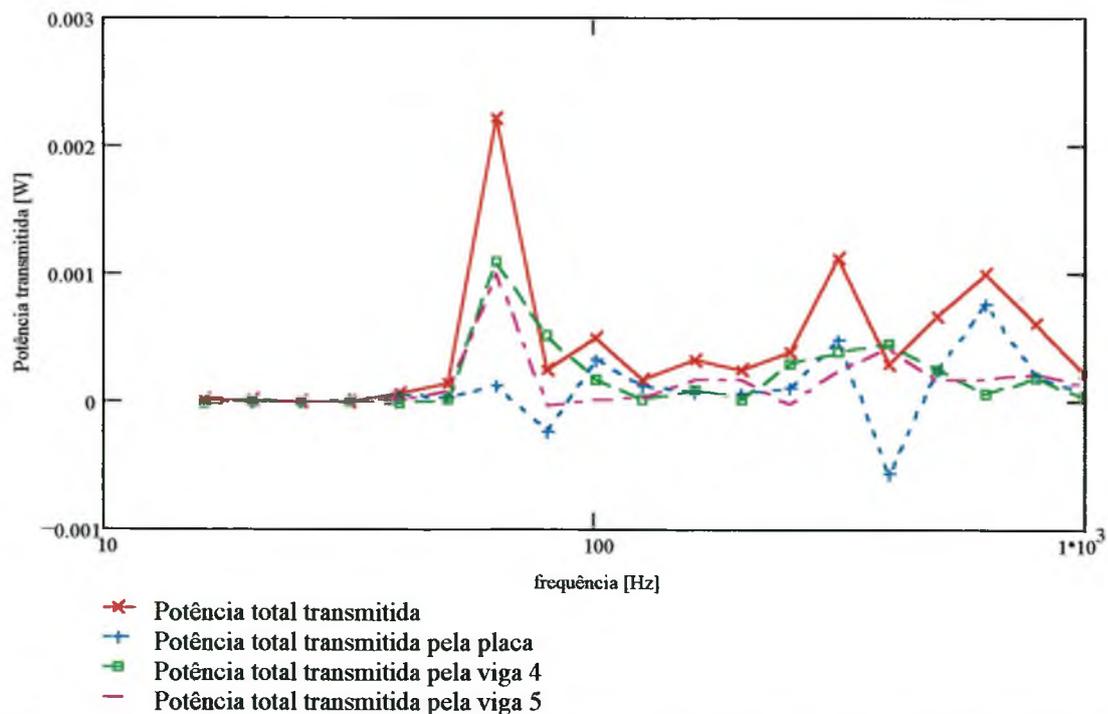


Figura 5.33 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga T invertida de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

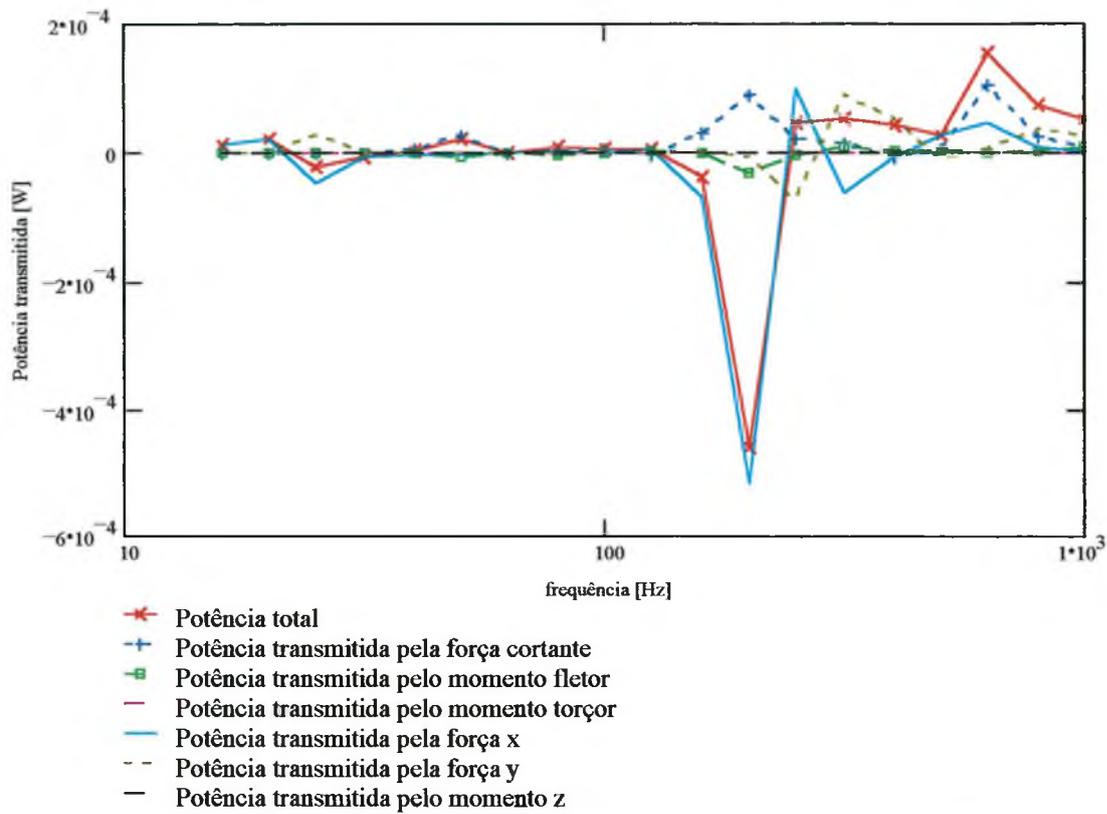


Figura 5.34 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.

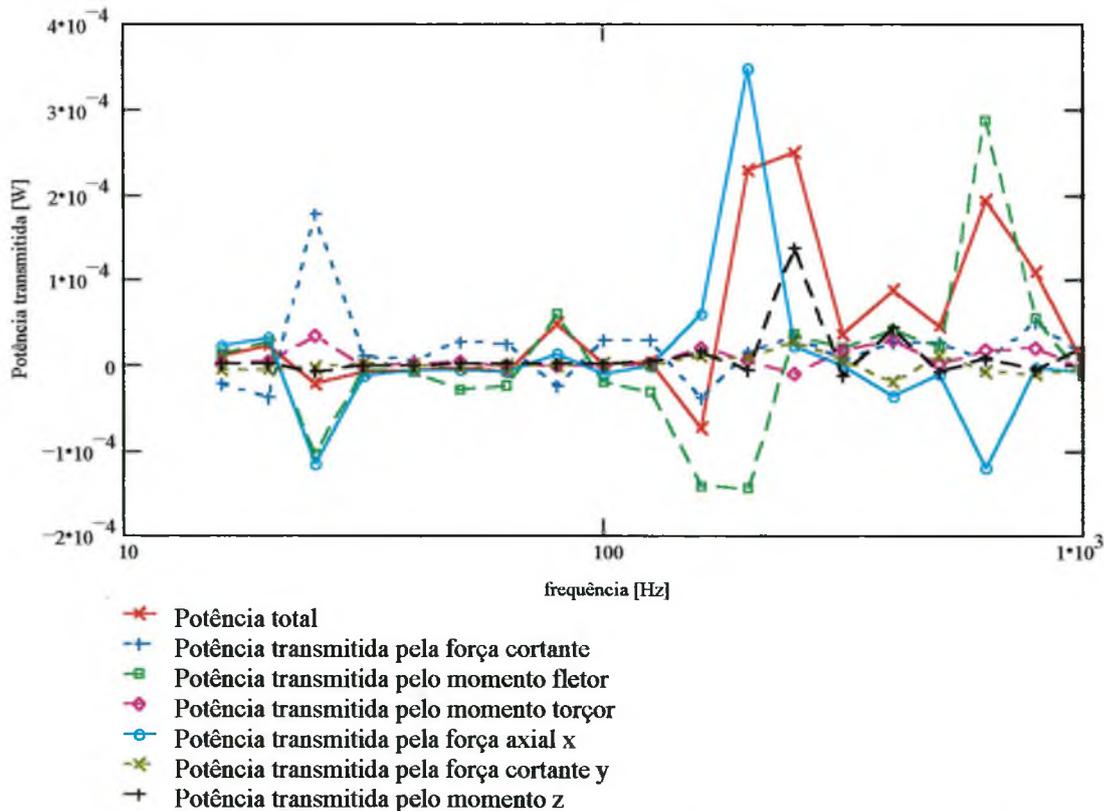


Figura 5.35 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.

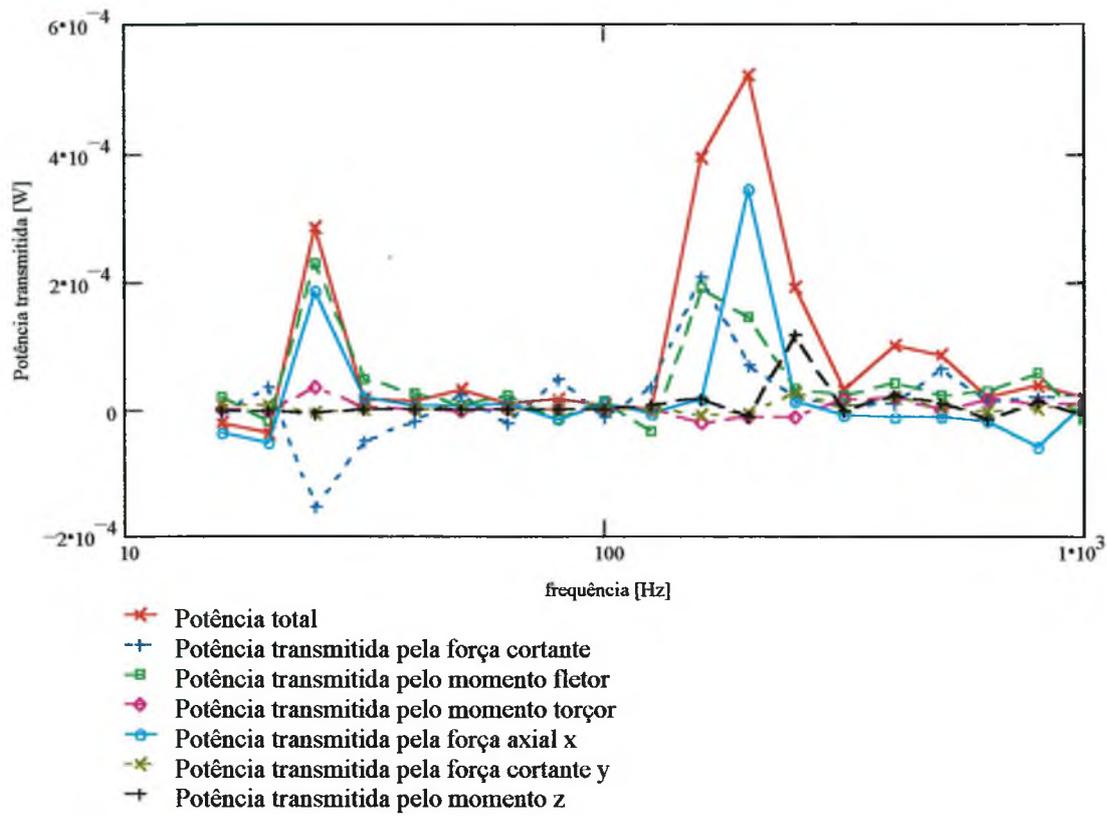


Figura 5.36 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.

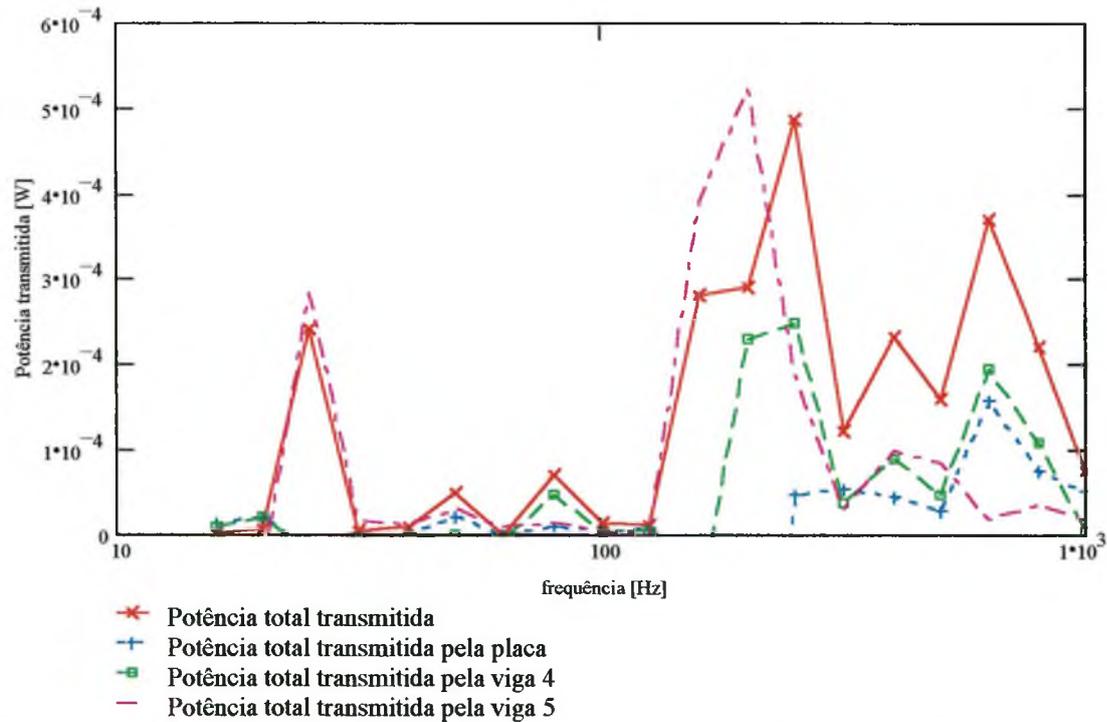


Figura 5.37 – Potência total transmitida do subsistema 1 para o 2. Viga T invertida de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1,0 cm.

5.4 Placas apoiadas em vigas de seção T invertida modeladas com Elementos de Casca

Neste item, serão usadas vigas modeladas por elementos de placa ao invés de vigas modeladas por elementos de vigas Timoshenko. Pretende-se conhecer as diferenças entre os dois modelos.

O procedimento utilizado foi o mesmo dos itens anteriores, aplicando-se dez forças unitárias em nós distintos do subsistema 1 e obtendo-se a potência transmitida pelas vigas e pela placa.

Na Figura 5.38, observa-se a potência transmitida através da placa, para a viga de altura 5 cm. Vê-se que a potência é transmitida principalmente por momento fletor, como obtido quando usadas vigas rígidas.

As potências transmitidas pelas vigas têm uma contribuição significativa da força axial F_x , que deve ser levada em consideração, de acordo com as Figuras 5.39 e 5.40. Isso só acontece para vigas modeladas por elementos de viga em algumas frequências isoladas. A potência transmitida pela força cortante também tem uma contribuição significativa.

A potência total transmitida do subsistema 1 ao 2, Figura 5.41, é na maior parte através da placa. Observa-se que em certas frequências, enquanto uma viga lateral transmite energia em um sentido, parte dessa energia retorna pela outra viga.

Para vigas de 10 cm de altura como apoio, obtém-se uma maior contribuição da força cortante F_z e do momento fletor na transmissão através da placa, e em algumas frequências a contribuição da força na direção x (Figura 5.42), como obtido utilizando-se elementos de viga na modelagem das vigas.

A potência transmitida pelas vigas é dada na maior parte pelas forças cortantes F_z e axial F_x , como visto nas Figuras 5.43 e 5.44.

A potência transmitida do subsistema 1 ao 2 é dada através das vigas e ao longo da placa, não havendo preponderância de uma sobre outra (Figura 5.45).

Utilizando-se uma viga de altura 20 cm, a potência transmitida pela placa é dada tanto pela força cortante como pelo momento fletor, de acordo com a

Figura 5.46. Observa-se uma tendência da força cortante em transmitir mais em alta frequência.

As vigas têm uma forte transmissão pela força axial F_x e uma contribuição menor de F_z (Figuras 5.47 e 5.48).

A potência transmitida em alta frequência é dada na maior parte pela placa, porém as vigas têm uma contribuição conjunta maior (Figura 5.49).

Por este modelo observa-se uma maior contribuição do fluxo de energia para a placa 2 através da união entre os dois subsistemas, isto é, diretamente à placa 2, pelos esforços do tipo flexão e cisalhamento, sendo a força na direção x também importante. Neste caso, as vigas comportam-se como placas e o fluxo ocorre na maior parte pela união entre as placas, ao contrário do que ocorre para vigas rígidas, onde o maior fluxo de energia acontece através das vigas.

Pode-se concluir nesse capítulo que para vigas de dimensões consideráveis em relação à placa e de área transversal grande em relação ao seu comprimento, deve-se modelá-la utilizando-se elementos de placa para resultados mais precisos.

Os principais esforços a serem considerados na transmissão de energia através da placa são o momento fletor, a força cortante e a força de membrana na direção x .

Para modelagem da viga, os principais esforços a serem considerados no fluxo de energia são o momento fletor, a força cortante e também a força na direção axial.

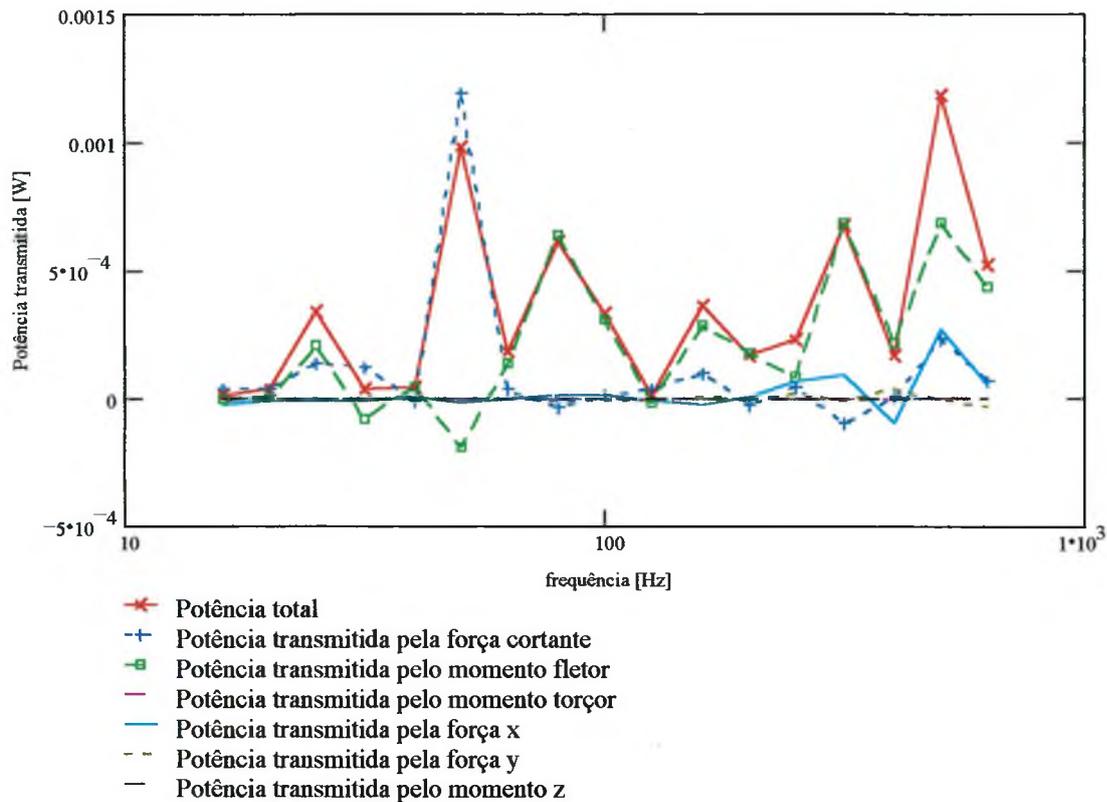


Figura 5.38 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

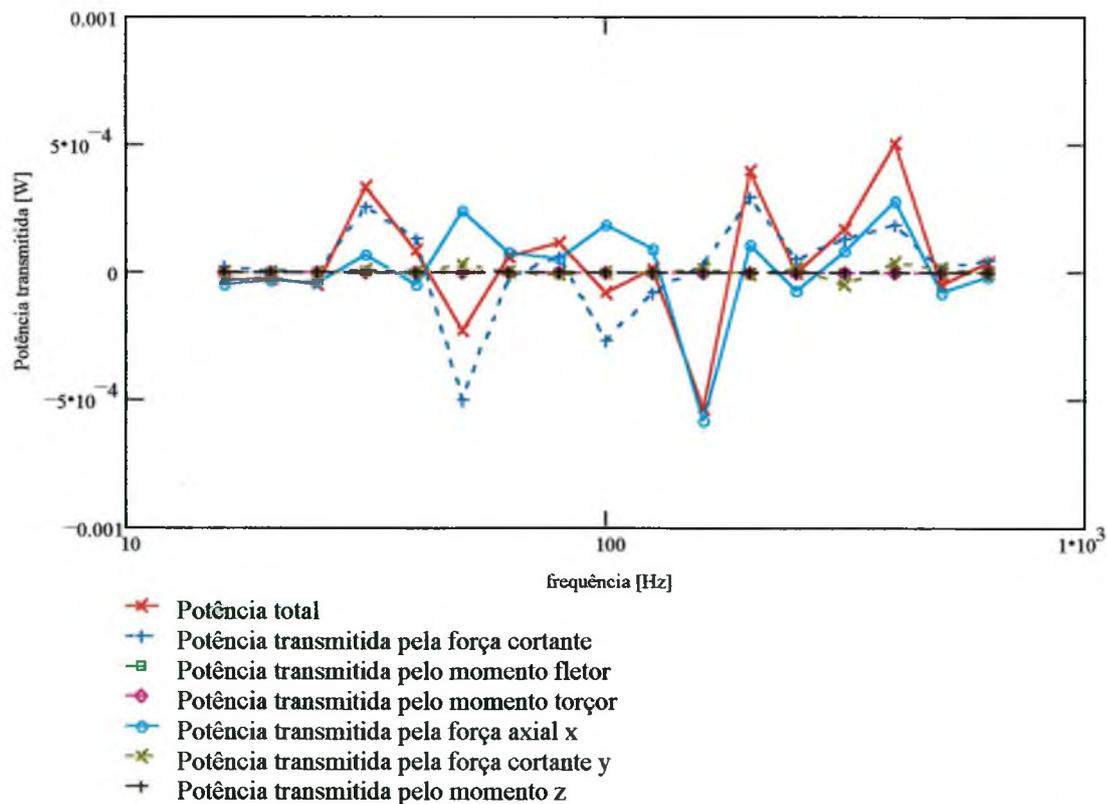


Figura 5.39 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

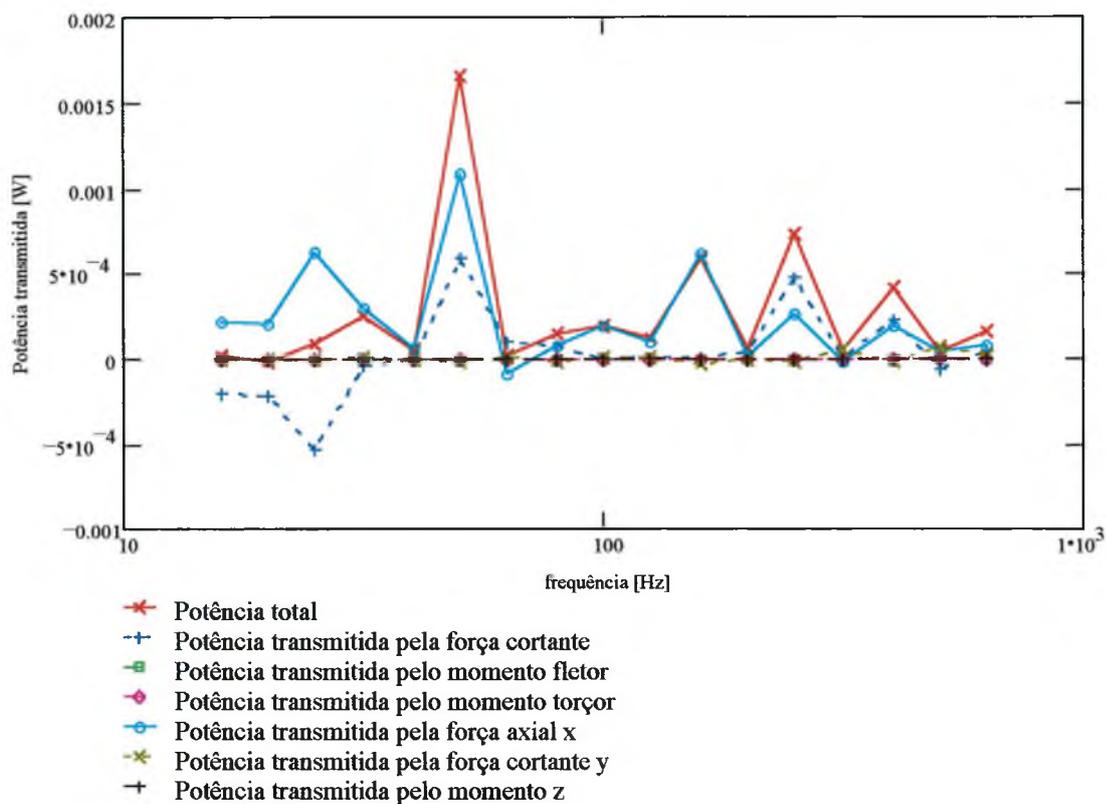


Figura 5.40 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

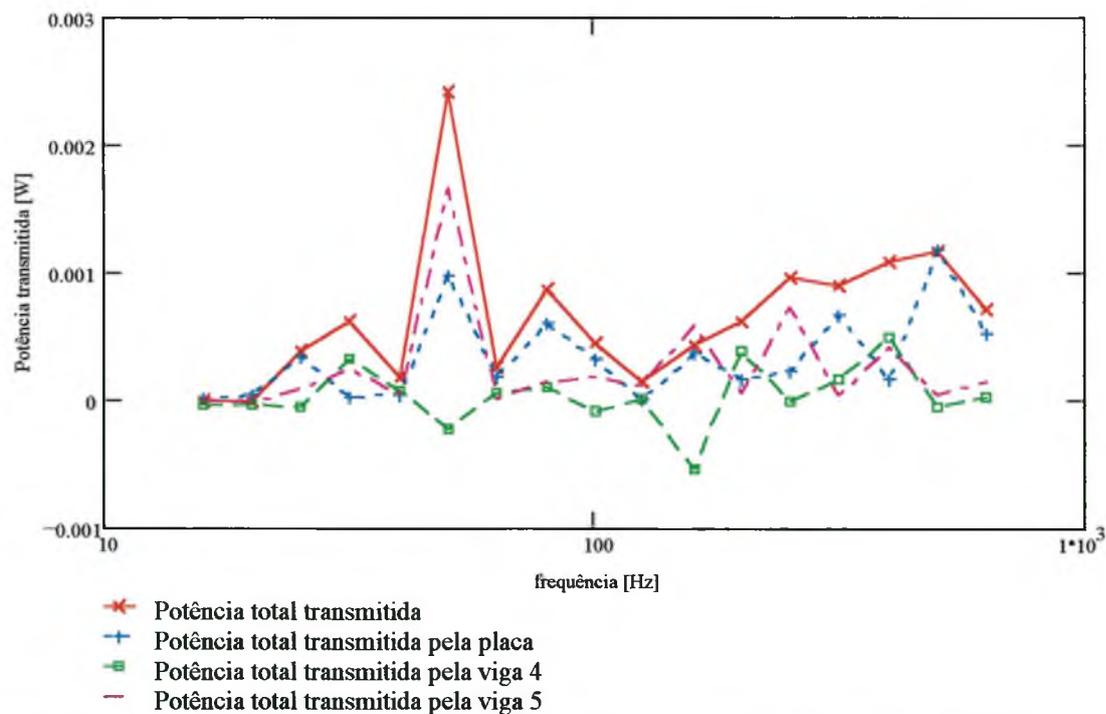


Figura 5.41 – Potência total transmitida do subsistema 1 ao 2. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 5 cm, base 2,5 cm e espessura 0,25 cm.

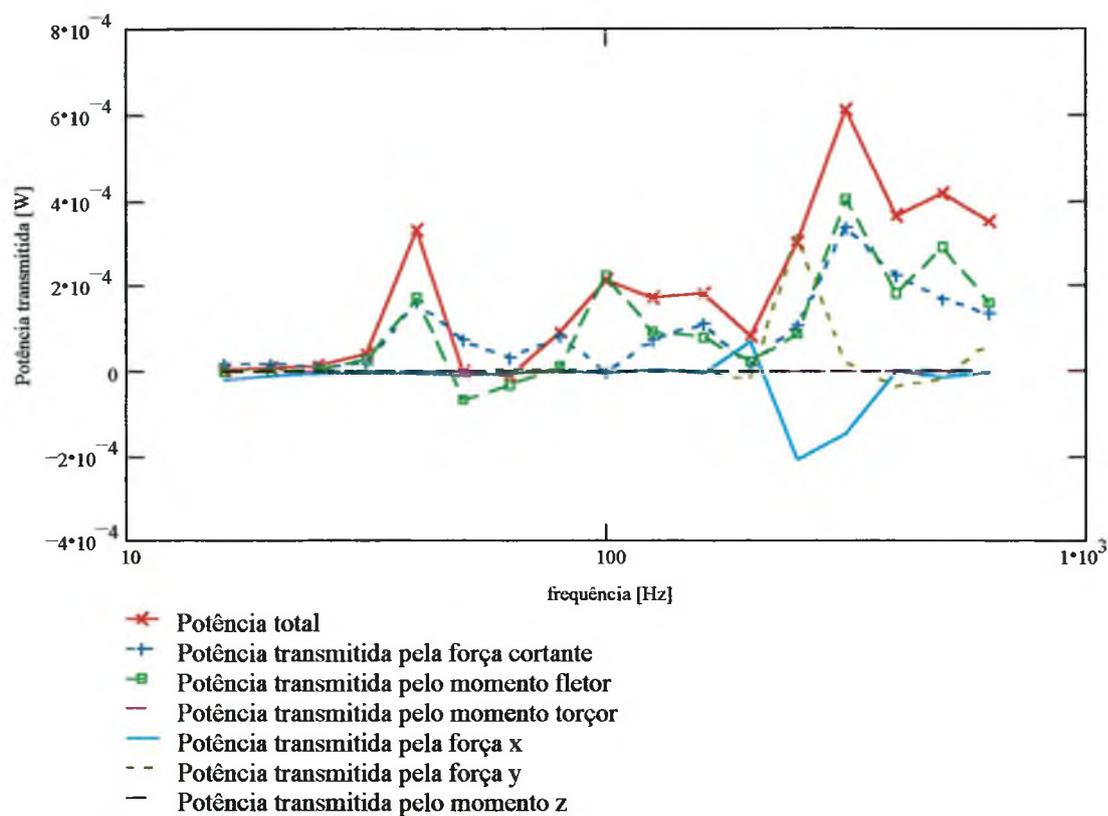


Figura 5.42 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

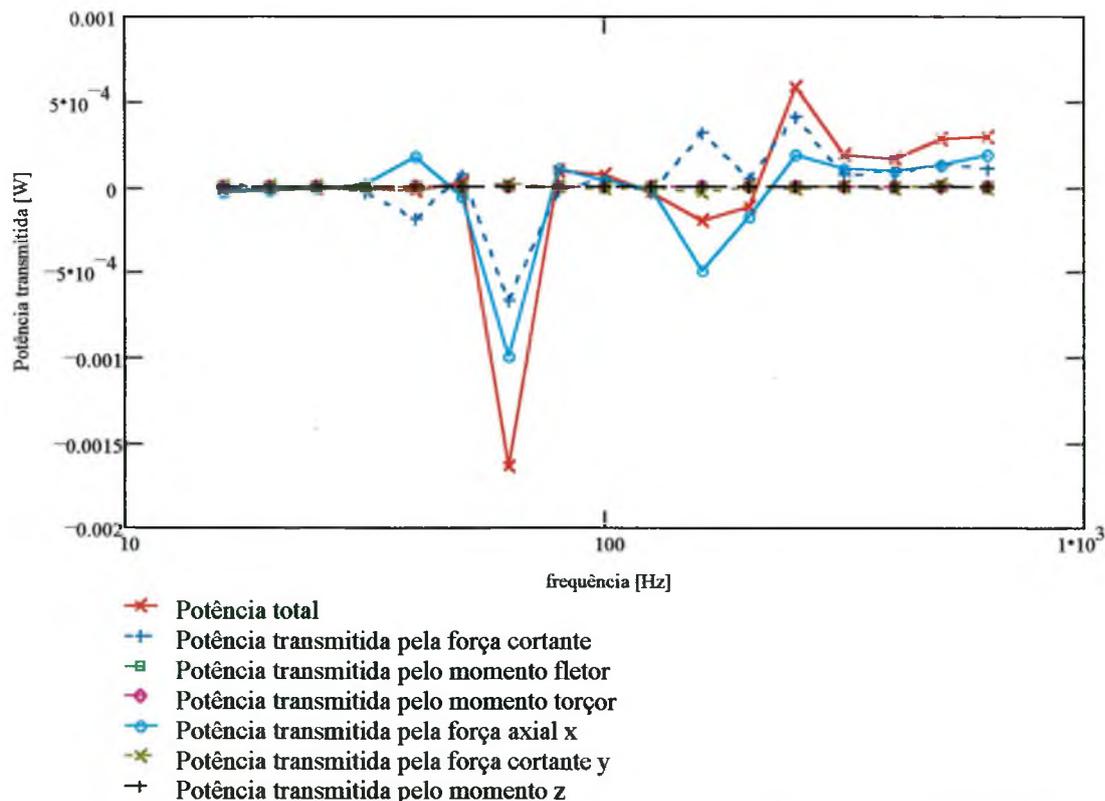


Figura 5.43 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

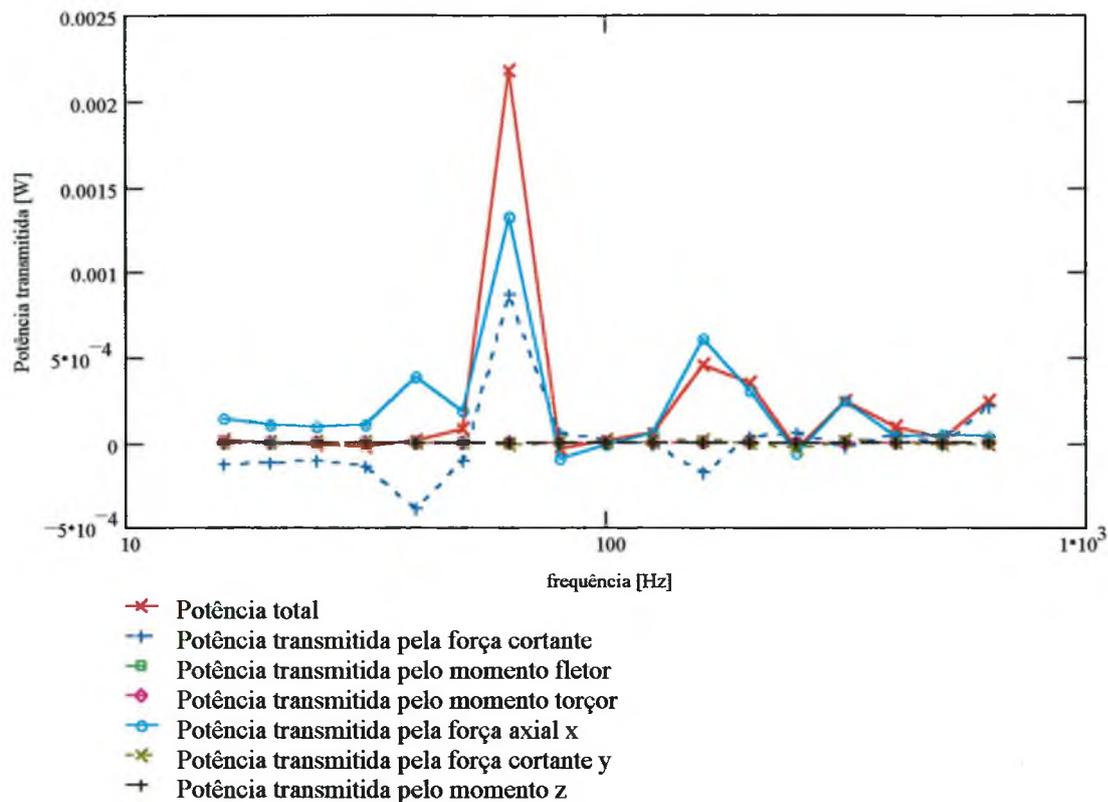


Figura 5.44 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

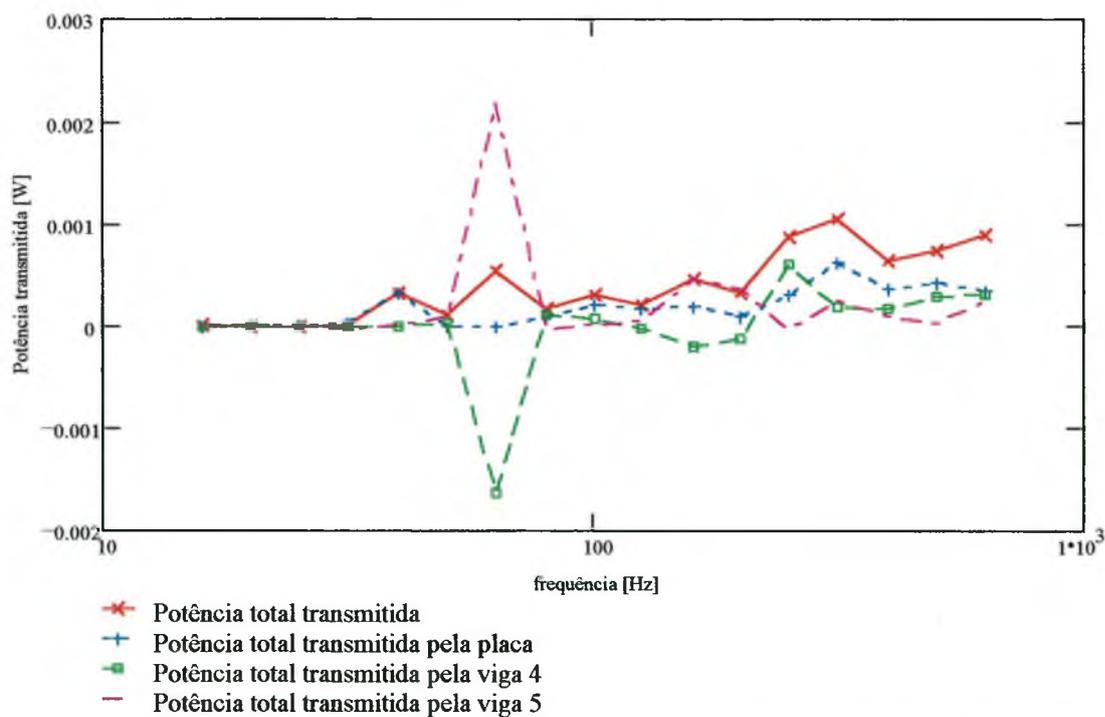


Figura 5.45 – Potência total transmitida do subsistema 1 ao 2. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 10 cm, base 5 cm e espessura 0,5 cm.

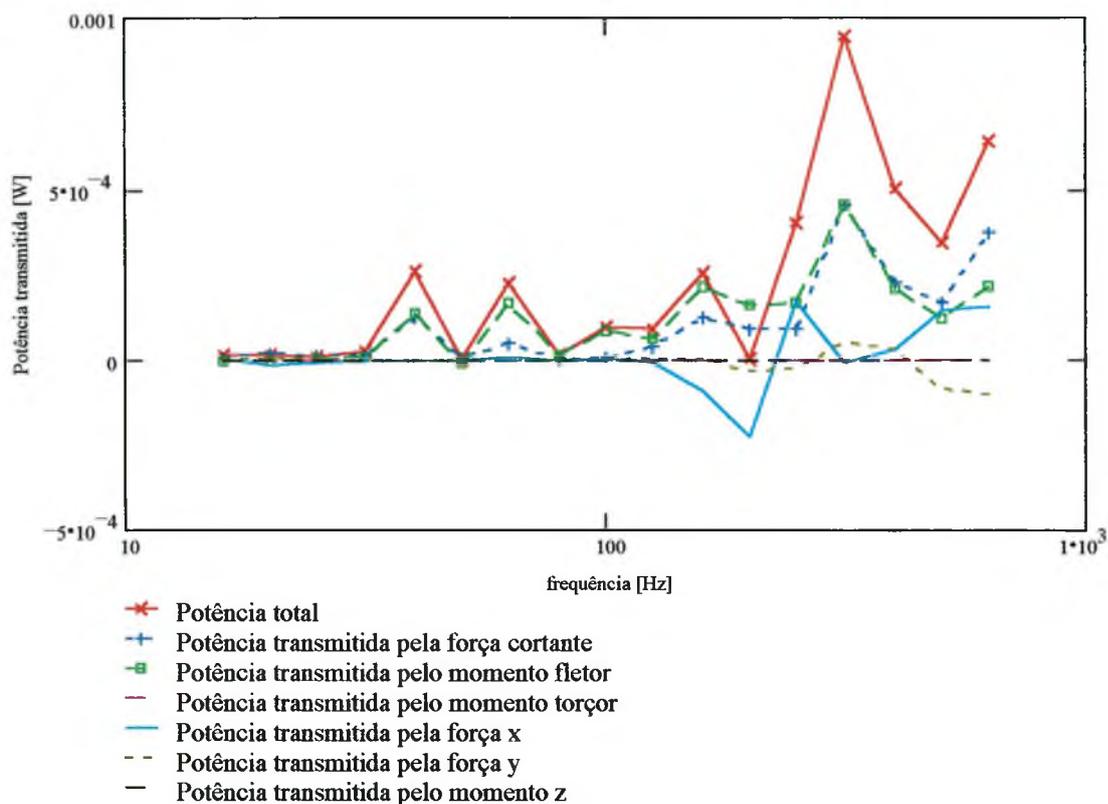


Figura 5.46 – Potência transmitida pela união entre as placas. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm.

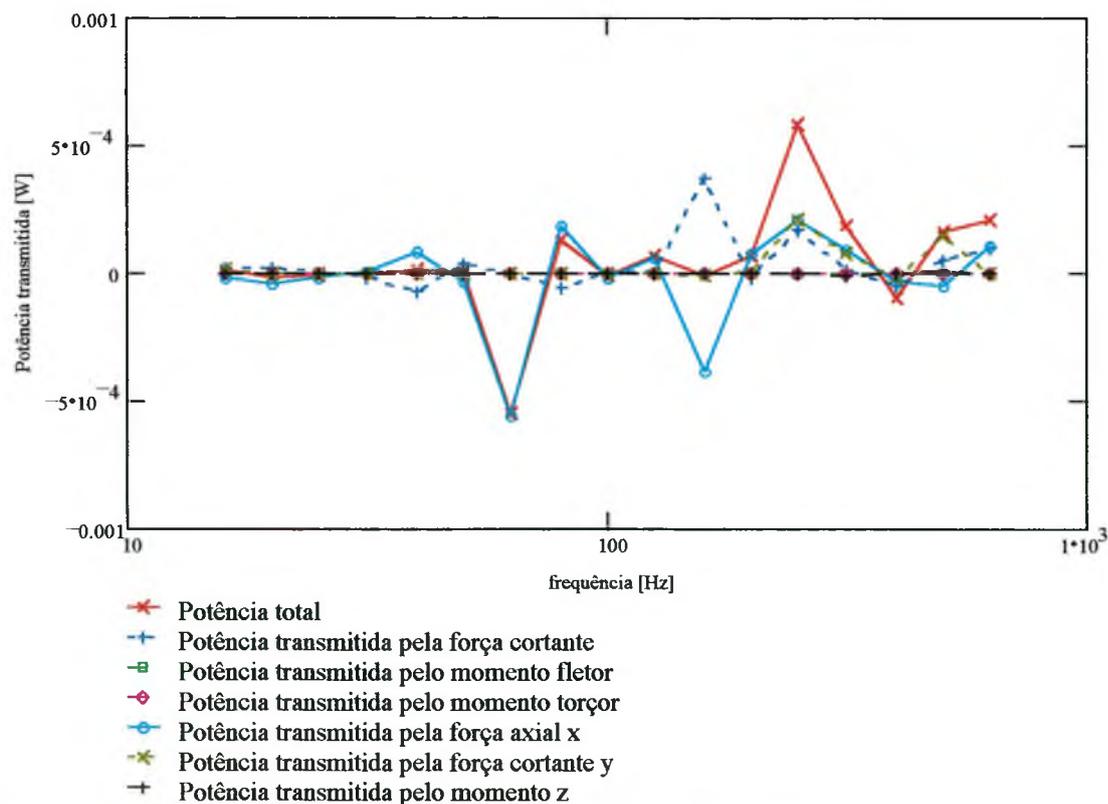


Figura 5.47 – Potência transmitida pela viga 4. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm.

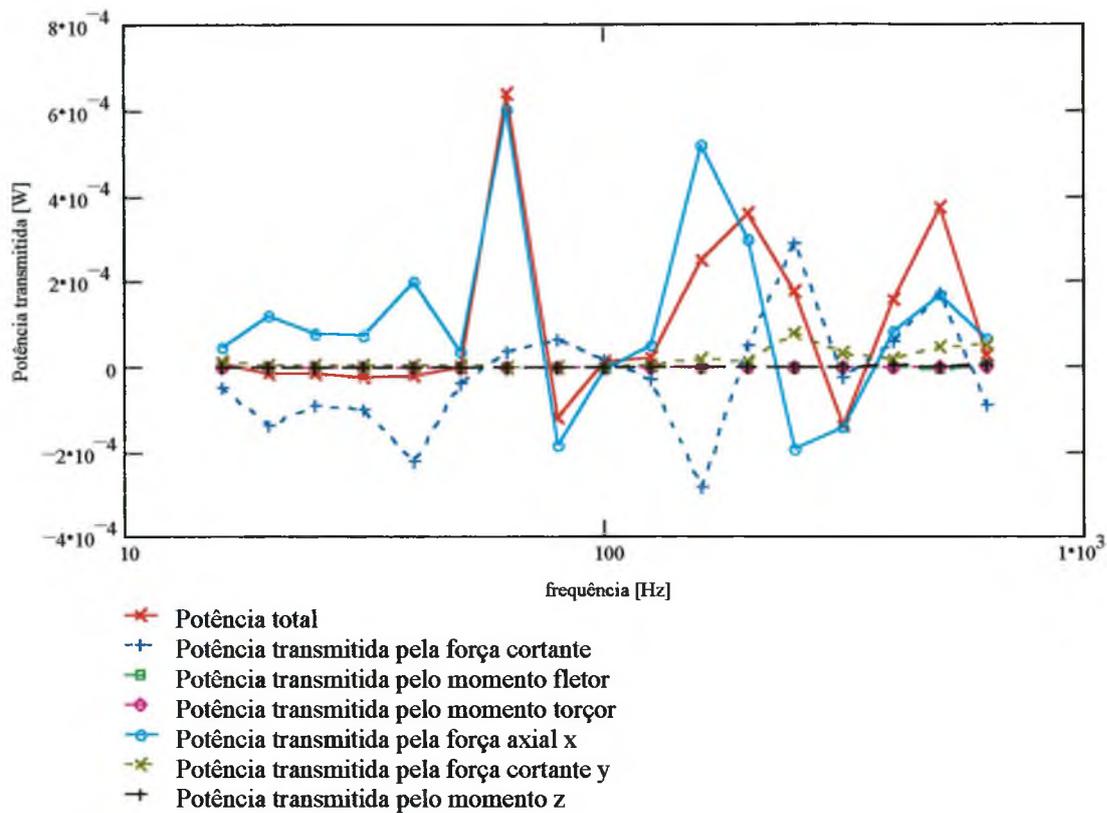


Figura 5.48 – Potência transmitida pela viga 5. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm.

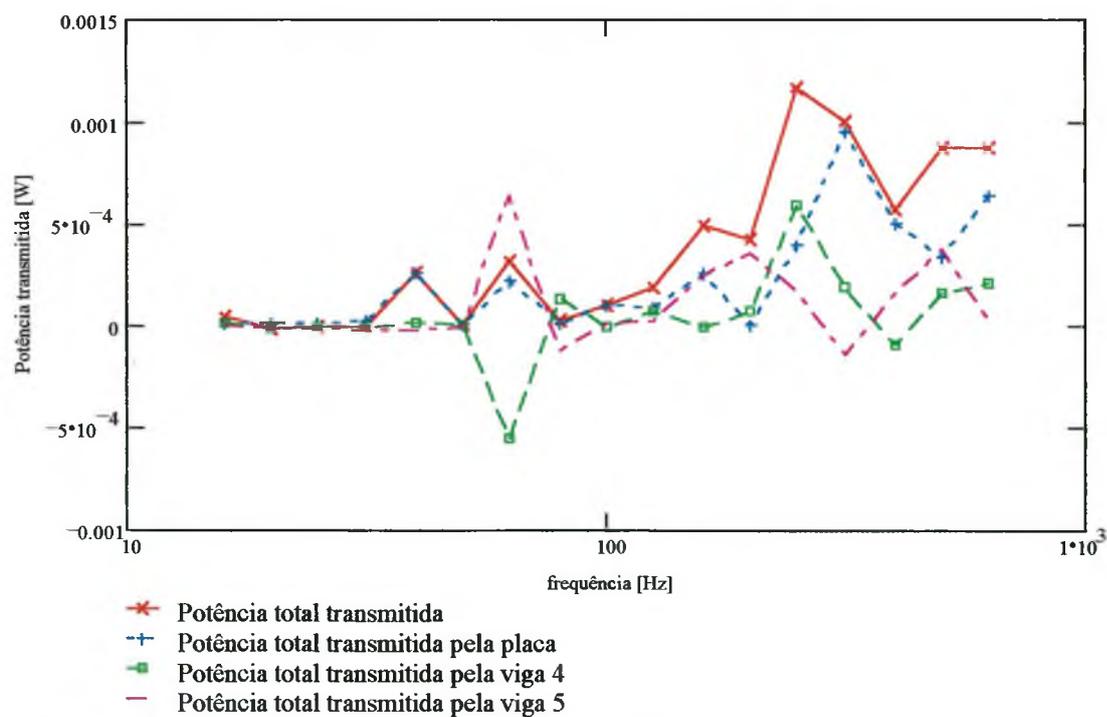


Figura 5.49 – Potência total transmitida do subsistema 1 ao 2. Viga T invertida modelada por elemento de placa de altura 20 cm, base 10 cm e espessura 1 cm.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Analisando-se os resultados ao longo deste trabalho, pode-se afirmar que os fatores de acoplamento utilizados em SEA para placas apoiadas em vigas podem ser calculados pelo Método de Elementos Finitos, desde que se faça uma criteriosa avaliação do tipo de malha a ser utilizada para modelagem das vigas e do tamanho do elemento. Assim, garante-se um cálculo preciso das potências transmitidas de um subsistema a outro e das energias vibratórias de cada subsistema.

O cálculo do fluxo de energia através das potências transferidas pelos vários elementos dispostos ao longo da linha de união é muito semelhante aos resultados de fluxo de potência calculado através das energias vibratórias, confirmando uma boa aproximação para a energia vibratória média de cada subsistema.

Os fatores de acoplamento calculados para placas apoiadas em vigas diferem bastante quando as vigas são modeladas por elemento de casca ou elemento de viga, principalmente quando a seção transversal da viga tem dimensões consideráveis em relação ao comprimento. As vigas modeladas por elemento de viga Timoshenko não produzem bons resultados, mesmo utilizando-se fator de correção de Timoshenko para vigas curtas. Como esperado, obtém-se valores maiores para os fatores de acoplamento para placas apoiadas em vigas flexíveis (elemento de casca), cujos modelos consideram as ressonâncias das abas e da alma. Nesses casos, deve-se modelar as vigas utilizando-se elemento de casca. Quanto maiores forem as dimensões da seção transversal das vigas, maior é a diferença entre os resultados obtidos pelos modelos de viga Timoshenko e pelas vigas modeladas por elemento de casca.

Analisando-se os fatores de acoplamento obtidos para placas apoiadas em vigas (Capítulo 4), conclui-se que a maior parte da energia é transferida de um subsistema a outro através das vigas e não diretamente da placa para a viga ou de uma placa a outra, quando excitadas diretamente na viga. Esforços externos aplicados diretamente sobre as vigas propiciam um maior fluxo de

energia vibratória em relação à situação de a excitação externa ser aplicada sobre uma placa. Isso é observado tanto utilizando-se elementos de viga como de casca na modelagem das vigas.

Os fatores de acoplamento obtidos para placas apoiadas em vigas modeladas com elementos de casca é muito semelhante aos obtidos considerando apoios simples das chapas nos locais das vigas, e quando a excitação é aplicada na placa, para vigas mais robustas. Pode-se, assim, estimar os fatores de acoplamento como o obtido por duas placas apoiadas na união e nas bordas, simplificando a modelagem desse tipo de estrutura para obtenção dos fatores de acoplamento. Resultados bastante distintos são obtidos quando a excitação é aplicada sobre uma das vigas.

As chapas apoiadas em vigas modeladas por elementos de viga Timoshenko proporcionam uma maior transmissão de energia através das vigas. Os esforços nas vigas que mais contribuem são axial e cisalhamento. O fluxo transferido para a chapa através da linha de união ocorre pelos esforços de flexão e de cisalhamento. Quando as vigas são modeladas por elemento de casca, o fluxo transmitido através da união entre as placas é comparável ao transmitido através das vigas, ou seja, as vigas tem o comportamento semelhante ao da placa na transmissão. Neste caso, na união entre as placas, os esforços que mais transmitem energia são flexão e cisalhamento, em igualdade de importância.

Como esperado, as vigas retangulares de seção transversal retangular são as que apresentam menor transmissão de energia ao outro subsistema, por possuírem maior momento de inércia à torção, seguida da viga I e, por último, a viga de seção T invertida.

Devido ao "software" de elementos finitos e o microcomputador disponíveis no momento permitirem análises de placas de aproximadamente 2 m² de área com boa precisão, sugere-se a análise de placas apoiadas de maior área, como utilizada em plataformas "offshore". Com o uso de estações de maior capacidade computacional e de armazenamento de dados, pode-se estender as análises para frequências mais altas, de maior interesse na predição de ruídos em plataformas.

Sugere-se o modelamento de estruturas de chapas reforçadas por vigas, acopladas em diferentes posições, como em T e em cruz, calculando-se os

fatores de acoplamento para essas estruturas, modelando-se as vigas com elementos de placa para resultados mais precisos. Esses fatores de acoplamento podem ser utilizados para uma análise mais precisa em SEA para predição de ruído e vibrações em estruturas navais, visto que não existem expressões analíticas para esse tipo de estrutura.

APÊNDICE A

MALHA DE ELEMENTOS FINITOS PARA PLACAS APOIADAS EM VIGAS

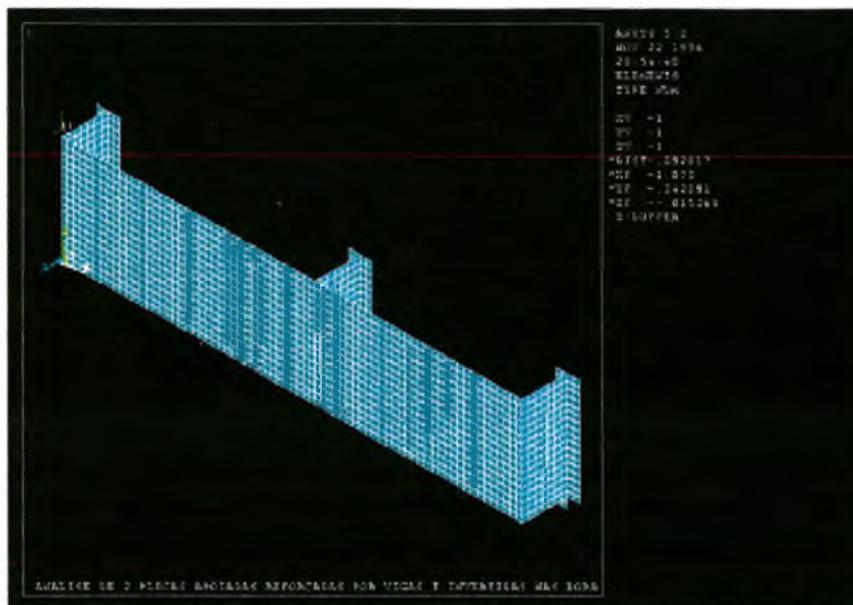


Figura A.1 – Vista em corte do modelo de elementos finitos com elementos de placa.

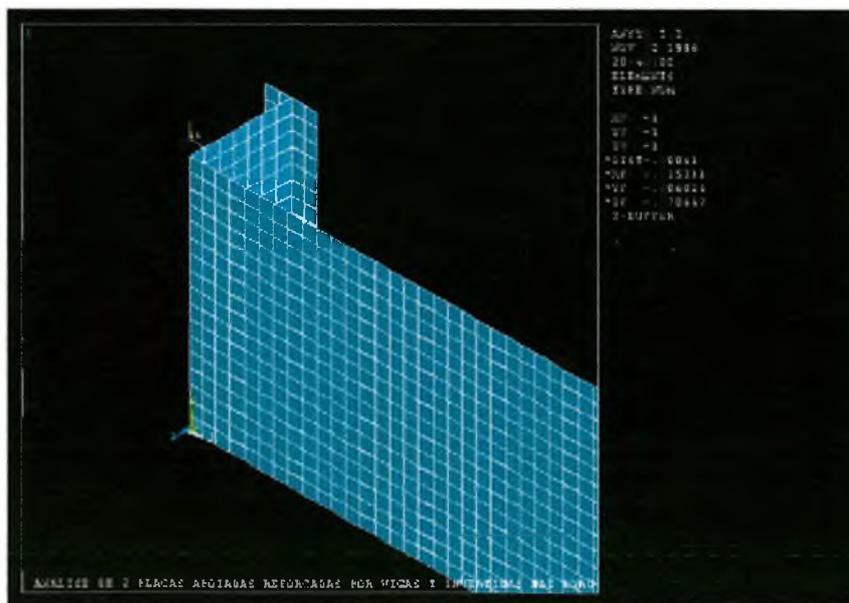


Figura A.2 – Vista em corte do modelo de elementos finitos, com detalhes da placa e de uma viga.

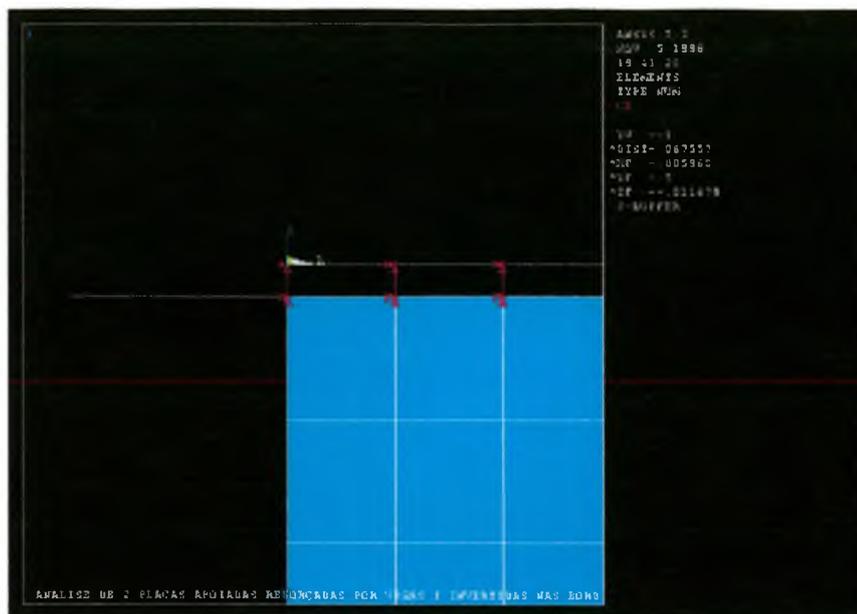


Figura A.3 – Detalhe de elementos finitos de ligação "rigid link" entre a placa e as vigas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] OZELAME, A. E. "Análise de densidade modal e de fatores de acoplamento para placas reforçadas por vigas", Dissertação de Mestrado, UFSC, 1997.
- [2] CLARKSON, B. L., POPE, R. J. "Experimental determination of modal densities and loss factors of flat plates and cylinders", *Journal of Sound and Vibration*, 77(4), pp. 535-549, 1981.
- [3] CLARKSON, B. L. "Estimation of the coupling loss factor of structural joints", *Journal of Mechanical Engineering Science*, 205, pp. 17-22, 1991.
- [4] CLARKSON, B.L., RANKY, M. F., "On the measurement of the coupling loss factors of structural connections", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 94, pp. 249-261, 1984.
- [5] CUSCHIERI, J. M. "Structural power flow analysis using a mobility approach of an L-shaped plate", *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 87(3), pp. 1159-1165, 1990.
- [6] FIATES, F. "Análise de vibrações de componentes estruturais tipo vigas acopladas pelo método da mobilidade", Dissertação de Mestrado, UFSC, Setembro 1996.
- [7] CREMER, L. AND HECKL, M. "Structure-Borne Sound", Springer-Verlag, Berlin, 1973.
- [8] CUSCHIERI, J. M. "Parametric analysis of the power flow on an L-shaped plate using a mobility power flow approach", *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 91(5), pp. 2686-2695, 1992.
- [9] ANSYS User's Manual for Revision 5.3 – Elements, Swanson Analysis, Inc. 1995, pp. 465-472.

- [10] ANSYS User's Manual for Revision 5.3 – Theory, Swanson Analysis, Inc. 1995, pp. 11-19.
- [11] ANSYS User's Manual for Revision 5.3 – Elements, Swanson Analysis, Inc. 1995, pp. 293-308.
- [12] RAO, S. S., "Mechanical Vibrations", Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1986.
- [13] COWPER, G. R., "The shear coefficient in Timoshenko's beam theory", *Journal of Applied Mechanics*, pp. 335-340, 1966.
- [14] BURROUGHS, C. B., FISCHER, R. W., KERN, F. R. "An Introduction to statistical energy analysis", *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 101(4), pp. 1779-1789.
- [15] BONILHA, M. W. "Estudo da resposta em altas frequências de uma estrutura tipo caixa à um campo acústico difuso por análise estatística energética", Dissertação de Mestrado, UFSC, 1991.
- [16] LENZI, A. Análise Estatística Energética – Notas de Aula do Curso de Pós-Graduação em Eng. Mecânica, UFSC, 1991.
- [17] LYON, R. H. "Statistical Energy Analyses of Dynamical Systems: Theory and Applications", MIT Press, 1975.
- [18] BIES, D. A., HAMID, S. "In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 70(2), pp. 187-204, 1980.
- [19] Software SEA UFSC/Petrobrás – Predição de níveis de ruído em plataformas offshore – 1996.