

SIEGFRIED KREUTZFELD

**CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO
EQUIVALENTE DA MÁQUINA DE INDUÇÃO PELO
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

**FLORIANÓPOLIS
2001**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO
EQUIVALENTE DA MÁQUINA DE INDUÇÃO PELO
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.**

**Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
Como parte dos requisitos para a
Obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.**

SIEGFRIED KREUTZFELD

Florianópolis, fevereiro de 2001


CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE DA MÁQUINA ASSÍNCRONA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

SIEGFRIED KREUTZFELD

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos*, e gravada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’




Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr.
Orientador




Prof. Márcio Cherem Schneider, D.Sc.
Coordenador em exercício do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr.
Presidente



Prof. Nelson Saçowski, Dr.
Co-orientador



Prof. Renato Carlson, Dr.

DEDICATÓRIA.

Este trabalho é dedicado especialmente aos meus pais e à minha esposa Anelyse que sempre me incentivaram na busca do aperfeiçoamento como ser humano, bem como no aprimoramento intelectual e profissional.

Também aos meus filhos,

Neto e Shirley

pela compreensão e paciência nos muitos momentos que dediquei ao estudo e elaboração deste trabalho.

AGRADECIMENTOS.

Ao meu orientador, professor João Pedro Assumpção Bastos, pela Orientação e críticas construtivas.

Ao professor Nelson Sadowski, pela orientação no uso do Software EFCAD.

Aos colegas na WEG, Fernanda Inês Maestri, Célia Siguimoto, Solon Brum Silveira e Eduardo Duarte, que valiosamente me auxiliaram na construção desse trabalho.

À Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e ao GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos) por terem me proporcionado o curso.

À WEG pela oportunidade e apoio.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

CÁLCULO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE DA MÁQUINA DE INDUÇÃO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.

Siegfried Kreutzfeld

Fevereiro 2001

ORIENTADOR: Prof. Dr. João P. Assumpção Bastos

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos

PALAVRAS-CHAVE: Parâmetros do Circuito equivalente, Máquina Trifásica, Método dos Elementos Finitos.

NÚMERO DE PÁGINAS: 63

Desde sua invenção por Tesla, no século XIX, a máquina de indução tem sido largamente utilizada na indústria devido a sua robustez, simplicidade e baixo custo. Com isso, uma grande variedade de estudos e publicações técnicas tem sido feita ao longo desse tempo objetivando entender o seu funcionamento bem como determinar seus parâmetros.

Há principalmente duas diferentes formas de estudar a máquina de indução: através do circuito equivalente e através de métodos numéricos.

Os métodos clássicos de determinação dos parâmetros do circuito equivalente, carecem de acuracidade porque estão baseados nos modelos simplificados dos campos magnéticos da máquina. O método dos elementos finitos é mais preciso porque pode levar em consideração não linearidades e outros fenômenos como correntes induzidas, porém é mais trabalhoso por exigir mais capacidade computacional. Combinando os dois métodos

nesta tese, a identificação dos parâmetros do circuito equivalente é feito pelo método dos elementos finitos.

Buscando este objetivos, vários métodos são apresentados, entre eles podemos mencionar:

- 1) Método dos dois ensaios ou clássico. Este método é simples e apresenta os parâmetros do circuito em apenas dois pontos de escorregamento da máquina.
- 2) Método da impedância total. Este método já é mais refinado, uma vez que apresenta os parâmetros do circuito variando com o escorregamento; entretanto requer uma complexidade maior de cálculo.
- 3) O método do diagrama vetorial. Este método é o mais refinado porque permite calcular todos os parâmetros da máquina a partir dos dados calculados por elementos finitos, bem como verificar a variação dos parâmetros com o escorregamento.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

EQUIVALENT CIRCUIT PARAMETERS CALCULATION OF AN INDUCTION MACHINE BY “FINITE ELEMENTS METHOD”

Siegfried Kreutzfeld

February/2001

ADVISOR: João P. Assumpção Bastos, Dr. D'Etat

ÁREA OF CONCENTRATION: Conception and Analysis of Electromagnetic Devices.

KEYWORDS: Equivalent Circuit Parameters, Asynchron Machine, Finite Elements Method.

NUMBER OF PAGES: 63

Since the invention of Tesla, in the last century the induction machine has been widely used in industry because of its robustness, simplicity and low cost. Besides this, a variety of studies and technical papers have been done during this time researching for better understanding of its behavior and obtaining its parameters.

There are mainly two different ways to study the induction machine: by equivalent circuits and by numerical methods.

The classical ways of determining the equivalent circuit parameters lack in accuracy because are based on simplified models of the magnetic field. The finite elements method is more accurate because it takes in account non linearities and others phenomena as induced currents, but it requires more sophisticated programming. Combining both methods in this thesis, the identification of the equivalent circuit parameters is obtained by the finite elements method.

Looking for these goals, several techniques are presented and among them we point out:

- 1) Method of the two tests or classical. This method is very simple and calculates the parameters at only two slips of the machine.
- 2) Total impedance method. This method is more refined because it determines the variation of the parameters against slip, but it is more complicated.
- 3) Vectorial diagram method. This is the most refined method because allows to calculate all the machine parameters by finite elements, as well as observe to see the parameters variation as function of slip.

SUMÁRIO

| | |
|---|----------|
| CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO GERAL..... | 1 |
| CAPÍTULO II – CIRCUITO EQUIVALENTE DA MÁQUINA ASSÍNCRONA..... | 4 |
| 2.1– Introdução..... | 4 |
| 2.2 - Estabelecimento de um circuito equivalente de uma máquina assíncrona de gaiola de esquilo..... | 5 |
| 2.2.1– Introdução..... | 5 |
| 2.2.2– Grandezas principais da máquina..... | 6 |
| 2.2.2.1 – Grandezas geométricas..... | 6 |
| 2.2.2.2 – Grandezas eletromagnéticas do estator..... | 6 |
| 2.2.2.3 – Grandezas eletromagnéticas do rotor..... | 7 |
| 2.2.3 – Indutância mútua entre estator e o rotor..... | 10 |
| 2.2.4 – Equações de funcionamento da máquina em regime permanente senoidal..... | 12 |
| 2.2.4.1 – Equação do estator..... | 12 |
| 2.2.4.2 – Equações do rotor..... | 12 |
| 2.2.5 – Circuito equivalente clássico da máquina assíncrona..... | 17 |
| 2.3 – Relações entre as grandezas da máquina e as do circuito equivalente..... | 18 |
| 2.4 – Determinação das grandezas do circuito equivalente a partir dos resultados de cálculo por elemento finitos..... | 20 |
| 2.5 – Determinação de um circuito equivalente genérico e suas variantes..... | 22 |
| 2.5.1– Circuito equivalente referido ao primário..... | 24 |
| 2.5.2– Circuito equivalente referido ao secundário..... | 25 |
| 2.5.3– Conclusão..... | 25 |
| 2.6 – Métodos de identificação do circuito equivalente da máquina assíncrona..... | 26 |
| 2.6.1 – Introdução..... | 26 |
| 2.6.2 – Ensaio clássico para identificação do circuito equivalente..... | 26 |
| 2.6.2.1 – Ensaio a vazio..... | 26 |
| 2.6.2.2 – Ensaio de rotor bloqueado..... | 26 |
| 2.7 – Conclusão..... | 27 |

CAPÍTULO III – CÁLCULO POR ELEMENTOS FINITOS DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE DA MÁQUINA ASSÍNCRONA.....28

| | |
|---|----|
| 3.1 – Introdução..... | 28 |
| 3.2 – Cálculo da máquina assíncrona por elementos finitos..... | 28 |
| 3.2.1 – A magnetostática..... | 29 |
| 3.2.2 – A magnetodinâmica..... | 29 |
| 3.2.2.1 – Vantagens e limitações da magnetodinâmica complexa..... | 29 |
| 3.2.3 – O método de passo a passo no tempo..... | 30 |
| 3.2.4 - Conclusão..... | 30 |
| 3.3 – Cálculo dos parâmetros do circuito equivalente da máquina assíncrona através da magnetodinâmica complexa..... | 30 |
| 3.3.1 – Introdução..... | 30 |
| 3.3.2 – Método dos dois ensaios..... | 31 |
| a) Ensaio a vazio..... | 31 |
| b) Ensaio em curto circuito..... | 31 |
| 3.3.3 – Método da impedância total..... | 32 |
| 3.3.4 – Método do diagrama vetorial..... | 34 |
| 3.3.5 – Conclusão..... | 36 |

CAPÍTULO IV – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO EM 2D E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL.....37

| | |
|---|----|
| 4.1 – Descrição da máquina estudada e da bancada de medidas..... | 37 |
| 4.1.1– Descrição da máquina estudada..... | 37 |
| 4.1.2– Descrição da bancada de medidas..... | 37 |
| 4.2 – Resultados da Simulação..... | 38 |
| 4.2.1 – Resultados da simulação pela Magnetostática..... | 39 |
| 4.2.2 – Resultados da simulação pela magnetodinâmica complexa..... | 41 |
| 4.2.2.1 – Resultados da simulação pelo método dos dois ensaios..... | 41 |

| | |
|--|----|
| 4.2.2.2 – Resultados da simulação pelo método da impedância total..... | 42 |
| 4.2.2.3 – Resultado da simulação pelo método do diagrama vetorial – alimentação em corrente..... | 43 |
| 4.3– Conclusão..... | 45 |
| Conclusão Geral..... | 47 |
| Referências Bibliográficas..... | 49 |

ANEXOS

ANEXO A – CÁLCULO ANALÍTICO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO

| | |
|---|----|
| EQUIVALENTE..... | 51 |
| 1 – Dados do motor..... | 51 |
| 2– Cálculo analítico dos parâmetros..... | 52 |
| 2.1 – Cálculo da resistência primária | 52 |
| 2.2 – Cálculo da resistência rotórica..... | 53 |
| 2.3 – Cálculo das reatâncias de dispersão do estator..... | 55 |
| 2.3.1 – Reatância de dispersão da cabeça de bobina x_{c1} | 55 |
| 2.3.2 – Reatâncias de dispersão das ranhuras do estator..... | 56 |
| 2.3.3 Reatância de dispersão zig-zag do estator..... | 57 |
| 2.4 – Cálculo da reatância de magnetização não saturada..... | 57 |
| 2.5 – Cálculo das reatâncias de dispersão do rotor..... | 58 |
| 2.5.1 – Reatância zig-zag do rotor..... | 58 |
| 2.5.2 – Reatância de dispersão da inclinação das ranhuras do rotor..... | 58 |
| 2.5.3 – Reatância de dispersão da ranhura do rotor..... | 59 |
| 3 – Referências bibliográficas..... | 60 |
| 4 – Anexo B – Desenho da chapa utilizada..... | 61 |
| 5 – Anexo C – Diagrama de bobinagem do motor..... | 62 |
| 6 – Anexo D – Características do aço magnético..... | 63 |

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 – Circuito equivalente de uma máquina assíncrona
- Figura 2 – As tensões e as correntes primárias da máquina assíncrona
- Figura 3 – Exemplo de fmm da máquina assíncrona
- Figura 4 – Descrição do rotor através de malhas
- Figura 5 – Descrição da malha K do rotor
- Figura 6 – Esquema de uma máquina assíncrona de gaiola
- Figura 7 – Circuito equivalente genérico da máquina assíncrona
- Figura 8 – Circuito equivalente referido ao primário
- Figura 9 – Circuito equivalente referido ao secundário
- Figura 10 – Circuito equivalente da máquina assíncrona levando em conta as perdas no ferro e o circuito da impedância total equivalente
- Figura 11 – Diagrama vetorial da máquina assíncrona
- Figura 12 – Descrição da bancada de medidas
- Figura 13 – Condições limites impostas à geometria utilizada
- Figura 14 – Variação da reatância magnetizante com a corrente
- Figura 15 – Variação da tensão induzida com a corrente
- Figura 16 – Distribuição das linhas de fluxo à vazio
- Figura 17 – Distribuição das linhas de fluxo em rotor bloqueado
- Figura 18 – Variação da resistência R_2 com a rotação
- Variação da reatância x_2 com a rotação
- Figura 19 – Variação da reatância magnetizante com a rotação e da corrente primária
- Figura 20 – Variação da reatância x_1 com a rotação e da corrente primária
- Variação da reatância x_2 em função da rotação e da corrente primária
- Figura A1 – Configuração geométrica das cabeças de bobinas.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Equipamentos utilizados nas medidas e seus respectivos erros

Tabela 2 – Parâmetros do circuito equivalente obtidos pelo método dos dois ensaios

SIMBOLOGIA

| Símbolo | Denominação | Unidade |
|------------------------|---|------------|
| A, B, C, \dots, I, J | Coeficientes | |
| A_a | Área transversal do anel | $[m^2]$ |
| A_{n2} | Área da ranhura do rotor | $[m^2]$ |
| b | Larguras das ranhuras | $[m]$ |
| B_i | Amplitude das harmônicas de indução de ordem i | $[Wb/m^2]$ |
| B_{UA} | Indução devido a uma corrente de 1A na fase A | $[Wb/m^2]$ |
| $C_{\alpha i}$ | Fator de inclinação | |
| C_{qi} | Fator das barras | |
| D_1 | Diâmetro interno do estator | $[m]$ |
| D_{c1} | Diâmetro ao centro da cabeça de bobina do estator | $[m]$ |
| D_{c2} | Diâmetro ao centro da cabeça de bobina do rotor | $[m]$ |
| D_K | Domínio da malha K | |
| D_m | Diâmetro médio do anel | $[m]$ |
| dp_1 | Passo pleno da bobina do estator | |
| dS | Elemento de área | $[m^2]$ |
| ds_1 | Passo da bobina do estator | |
| dt | Elemento de tempo | $[s]$ |
| dy | Elemento de comprimento | $[m]$ |
| $d\theta$ | Elemento de ângulo | $[graus]$ |
| $\overline{E_2}$ | Fasor da força eletromotriz induzida | $[V]$ |
| fb_1 | Fator de bobinagem do estator | |
| fb_2 | Fator de bobinagem do rotor | |
| f_r | Frequência da corrente rotórica | $[Hz]$ |

| | | |
|--------------|---|-----|
| h | Alturas das ranhuras | [m] |
| h_b | Altura da barra | |
| h_{c1} | Altura da cabeça de bobina do estator | [m] |
| h_{c2} | Altura da cabeça de bobina do rotor | [m] |
| I_1 | Corrente de fase do estator | [A] |
| I_{2K} | Corrente fictícia que leva em consideração os efeitos de todas as malhas sobre a fase A | [A] |
| I_A | Corrente na fase A | [A] |
| I_B | Corrente na fase B | [A] |
| I_C | Corrente na fase C | [A] |
| I_{cc} | Corrente de curto circuito por fase | [A] |
| I_K | Corrente da malha | [A] |
| I_{K+1} | Corrente da malha K+1 | [A] |
| I_{K-1} | Corrente da malha K-1 | [A] |
| I_m | Amplitude máxima das correntes de fase | [A] |
| I_{ma} | Amplitude máxima da corrente no anel | [A] |
| I_{mb} | Amplitude máxima da corrente na barra | [A] |
| I_{mK} | Amplitude máxima das correntes nas malhas | [A] |
| I_K' | Corrente que circula nas outras malhas exceto a malha K | [A] |
| I_2' | Corrente equivalente do rotor que tem a mesma frequência da corrente do estator | [A] |
| I_2'' | Corrente equivalente de fase do rotor para o circuito equivalente genérico | [A] |
| \bar{I}_1 | Fasor da corrente de fase do estator | [A] |
| \bar{I}_2' | Fasor da corrente de fase do rotor | [A] |
| K | Fator de transformação de impedâncias | |
| K_{c1} | Fator de Carter do estator | |
| K_{c2} | Fator de Carter do rotor | |
| K_{n1} | Fator de encobrimento | |
| K_R | Fator do efeito pelicular na resistência | |

| | | |
|----------|---|---------|
| L | Comprimento útil do pacote de chapas | [m] |
| L_A | Indutância da porção do anel entre duas barras | [H] |
| L_B | Indutância de uma barra | [H] |
| L_b | Comprimento da barra | [m] |
| L_g | Indutância principal devido ao campo no entreferro | [H] |
| L_p | Indutância total de uma fase | [H] |
| L_R | Indutância da malha | [H] |
| L_S | Indutância cíclica do estator | [H] |
| L_{zs} | Comprimento médio de uma espira | [m] |
| ℓ_1 | Indutância de dispersão das ranhuras e das cabeças de bobinas | [H] |
| ℓ_m | Indutância própria de uma malha | [H] |
| M_1 | Indutância mútua ligada ao fluxo de dispersão das ranhuras e da cabeça de bobina | [H] |
| M_I | Amplitude da fundamental da indutância mútua entre enrolamentos do estator e as malhas do rotor | [H] |
| m_1 | Número de fases do estator | |
| M_{AK} | Indutância mútua entre a fase A do estator e a malha K | [H] |
| M_{BK} | Indutância mútua entre a fase B do estator e a malha K | [H] |
| M_{CK} | Indutância mútua entre a fase C do estator e a malha K | [H] |
| M_g | Indutância mútua devido ao campo do entreferro | [H] |
| M_i | Amplitude das harmônicas de ordem i da indutância mútua | [H] |
| M_m | Indutância mútua entre duas malhas | [H] |
| M_p | Indutância mútua total entre suas fases estatóricas | [H] |
| N_1 | Número de ranhuras do estator | |
| N_2 | Número de Barras do rotor | |
| p | Número de pares de pólos da máquina | |
| P_{cc} | Potência ativa de curto circuito por fase | [W] |
| P_K | Permeância do domínio K | [H] |
| P_o | Permeância de cada domínio K | [H] |

| | | |
|-------------|--|-------------------|
| P_t | Permeância total no entreferro | [H] |
| Q | Potência reativa a vazio | [VA] |
| Q_{cc} | Potência reativa de curto circuito por fase | [VA] |
| R | Resistência de fase do enrolamento | [ohm] |
| r | Distância entre centros de cabeças de bobinas | [m] |
| R_1 | Resistência de fase do estator | [ohm] |
| R_2 | Resistência equivalente do rotor | [ohm] |
| R_A | Resistência da porção do anel entre duas barras | [ohm] |
| R_B | Resistência de uma barra | [ohm] |
| R_{bAC} | Resistência da barra com adensamento de corrente | [ohm] |
| R_{bDC} | Resistência da barra sem adensamento de corrente | [ohm] |
| R_{eq} | Resistência equivalente de fase | [ohm] |
| R_{eqo} | Resistência equivalente a vazio | [ohm] |
| R_m | Resistência de perdas no ferro | [ohm] |
| R_{me} | Raio médio do entreferro | [m] |
| R_R | Resistência da malha | [ohm] |
| R'_b | Resistência da barra referida ao primário | [ohm] |
| R'_a | Resistência do anel referida ao primário | [ohm] |
| s | Escorregamento | |
| S | Superfície do domínio D_K | [m ²] |
| t | Tempo | [s] |
| V_A | Tensão na fase A | [V] |
| \bar{V}_1 | Fasor da tensão de fase do estator | [V] |
| X_1 | Reatância da fase do estator | [ohm] |
| X_2 | Reatância equivalente do rotor | [ohm] |
| X_{eq} | Reatância equivalente de fase | [ohm] |
| X_{eqo} | Reatância equivalente a vazio | [ohm] |
| X_m | Reatância magnetizante da máquina | [ohm] |

| | | |
|---------------|---|---------|
| X_S | Reatância cíclica por fase | [ohm] |
| x_1 | Reatância de dispersão do estator | [ohm] |
| x_2 | Reatância de dispersão do rotor | [ohm] |
| x'_1 | Reatância total referida ao primário | [ohm] |
| x''_2 | Reatância total referida ao secundário | [ohm] |
| x'_m | Reatância magnetizante referida ao primário | [ohm] |
| x''_m | Reatância magnetizante referida ao secundário | [ohm] |
| x_{c1} | Reatância de cabeça de bobina | [ohm] |
| x_{n1} | Reatância de ranhura do estator | [ohm] |
| x_{z1} | Reatância zig-zag do estator | [ohm] |
| x_{ca} | Reatância da cabeça de bobina devido ao fluxo axial | [ohm] |
| x_{cr} | Reatância da cabeça de bobina devido ao fluxo radial | [ohm] |
| x_i | Reatância da inclinação | [ohm] |
| x_{N2} | Reatância da ranhura do rotor | [ohm] |
| x'_{n2AC} | Reatância de ranhura do rotor com adensamento de corrente | [ohm] |
| y | Variável auxiliar de comprimento | [m] |
| Z | Impedância de fase da máquina | [ohm] |
| Z_{lcc} | Impedância de curto circuito por fase | [ohm] |
| Z_r | Número de espiras em série por fase do rotor | |
| Z_s | Número de espiras em série por fase do estator | |
| ζ | Ângulo de defasagem em relação a tensão de fase | [graus] |
| ζ_r | Ângulo de defasagem da corrente na malha K com relação a tensão | [graus] |
| ζ_{KK} | Fluxo próprio da malha K | [Wb] |
| ζ_{KK}' | Fluxo de acoplamento da malha K a uma outra malha K' | [Wb] |
| α'' | Inclinação das barras em número de ranhuras | |
| α' | Relação de transformação | |
| α | Constante de transformação de corrente | |

| | | |
|----------------|---|-----------------|
| α_p | Coeficiente de penetração | $[m^{-1}]$ |
| α_l | Ângulo da bobina do estator | $[graus]$ |
| λ_{ca} | Coeficiente de permeância da cabeça de bobina devido ao fluxo axial | |
| λ_{cr} | Coeficiente de permeância da cabeça de bobina devido ao fluxo radial | |
| λ_{n1} | Coeficiente de permeância da ranhura do estator | |
| λ_{z1} | Coeficiente de permeância do caminho do fluxo zig-zag do estator | |
| λ_{z2} | Coeficiente de permeância do caminho do fluxo zig-zag do rotor | |
| λ_{n2} | Coeficiente de permeância da ranhura do rotor | |
| δ' | Defasagem entre a corrente do estator e do rotor | $[graus]$ |
| δ | Espessura do entreferro | $[m]$ |
| θ | Coordenada espacial | $[graus]$ |
| ω | Rotação elétrica do rotor | $[rd/s]$ |
| θ | Variável espacial θ | $[graus]$ |
| β | Constante de transformação | |
| δ | Ângulo de defasagem entre a força eletromotriz induzida e a corrente de fase do rotor | $[graus]$ |
| ϕ_A | Fluxo que atravessa a fase A | $[Wb]$ |
| τ_a | Passo da ranhura do rotor na região do anel | $[m]$ |
| ρ_{Al} | Resistividade do alumínio | $[ohm \cdot m]$ |
| ρ_{Cu} | Resistividade do cobre | $[ohm \cdot m]$ |
| θ_k | Posição do centro da malha K no instante t | $[graus]$ |
| θ_0 | Posição do centro da 1ª malha no instante t = 0 | $[graus]$ |
| μ_0 | Permeabilidade do ar | $[H/m]$ |

I – INTRODUÇÃO

O descobrimento da máquina de indução trifásica em 1887 por Tesla ocorreu numa época em que tivemos rápidas e drásticas mudanças na história da Indústria. A relativa facilidade de geração e distribuição de energia em corrente alternada aliada a simplicidade e robustez da máquina de indução, tornou possível a enorme expansão da indústria no século XX.

A máquina de indução tem apresentado grandes melhorias desde 1887 e ainda mais ocorrerão neste século, tal que seus principais atributos “simplicidade” e “robustez” as tornarão ainda a principal força motriz da indústria atual.

Atualmente, duas novas tendências estão evidenciando ainda mais o domínio da máquina de indução: primeiro, o seu bom rendimento a um baixo custo e a grande facilidade que se tem para modificá-lo, ou seja, aumentá-lo. Segundo, o avanço da eletrônica de potência tem permitido no atual estado da arte, transformar a máquina de Indução em um servo, permitindo seu uso em aplicações com variações de velocidade e controle de posição com relativa precisão e menores custos que os métodos convencionais.

Atualmente, praticamente todas as normas de especificações do mundo, sejam IEC 34, NEMA MG-1 ou NBR7094, já definiram valores mínimos de rendimento por potência para uma linha de máquinas industriais, tornando esse parâmetro mandatório nos projetos.

Desde os primórdios do seu descobrimento, o processo de análise e síntese da máquina de indução tem se baseado no circuito equivalente desenvolvido por Steinmetz[1].

Este modelo reduzido traduz os fenômenos físicos que ocorrem na máquina em características de desempenho fáceis de serem analisadas. Por outro lado este modelo tem como base seus parâmetros, resistências e reatâncias, que a princípio eram considerados constantes para toda a faixa de rotação. Entretanto, muito estudos foram realizados [2] [5] para levar em consideração os fenômenos como saturação e adensamento no cálculo dos parâmetros.

Levando-se em consideração as novas tendências, os engenheiros de projeto de máquinas elétricas necessitam de maior acuracidade nos seus cálculos a fim de predizer com relativa segurança o seu desempenho.

Assim, o cálculo analítico dos parâmetros do circuito equivalente, apesar de atualmente já considerarem vários fatores de não linearidade ainda têm muitos fatores empíricos baseados nas experiências dos projetistas.

Uma técnica recente e alternativa de cálculo e análise de máquinas elétricas é através do método de elementos finitos[19]. Já é reconhecido que o método de elementos finitos tem grandes vantagens na análise de máquinas elétricas porque pode considerar as assimetrias geométricas bem como as não linearidades dos materiais utilizados. A principal desvantagem no uso do método de elementos finitos é a necessidade de boa capacidade de memória do computador. Por outro lado, a escolha do modelo adequado às necessidades do problema em estudo, também influencia no tempo de processamento e na necessidade de memória. Assim, um modelo desenvolvido para o cálculo do desempenho da máquina em regime permanente, pode não ser o mesmo a ser utilizado para uma análise em regime transitório.

Normalmente, a magnetostática e a magnetodinâmica complexa são utilizadas para o cálculo e análise da máquina de indução em regime permanente e a magnetodinâmica com solução passo a passo no tempo é utilizada pra cálculo e análise em regimes transitórios [24].

Na última década inúmeras propostas de análise de máquinas de indução têm sido realizadas. A maioria dos métodos propostos se classificam em duas categorias distintas, dependendo de como se trata a corrente rotórica. Ela pode ser imposta ou calculada como corrente induzida.

Quando utilizada como corrente imposta, um método iterativo deve ser utilizado, pois as correntes devem inicialmente serem calculadas pelo método iterativo deve ser utilizado, pois as correntes devem inicialmente serem calculadas pelo método analítico e a partir destes iniciar o cálculo por elementos finitos, obtendo-se os parâmetros do circuito equivalente. Recalcula-se as correntes novamente e reinicia-se o processo[22].

O segundo método, utilizando o cálculo da corrente induzida, pode ser utilizado com a magnetodinâmica complexa ou a solução passo a passo no tempo.

Ambos os métodos tem algo em comum, ou seja o uso de modelos 2D, uma vez que 3D tornaria o cálculo muito lento e requeria muita memória do computador.

Assim, os parâmetros das extremidades (cabeça de bobina e anel de curto circuito), assim como o efeito da inclinação das barras deverão ser incorporados ao sistema de outra forma aproximada.

Diante do exposto, esta dissertação tem como objetivos:

- Apresentar a teoria do estabelecimento do circuito equivalente de uma máquina assíncrona de gaiola de esquilo;
- Apresentar as relações entre as grandezas da máquina e do circuito equivalente;
- Determinar um circuito equivalente genérico e suas variações;
- Estabelecer métodos para a determinação dos parâmetros do circuito equivalente de uma máquina assíncrona trifásica, através de ensaios;
- Apresentar três métodos de cálculo dos parâmetros do circuito equivalente através da magnetodinâmica complexa, ou seja, dos dois ensaios, método da impedância total e método do diagrama vetorial;
- Validar os cálculos obtidos por elementos finitos através das medições obtidas em um motor.

É um objetivo também desta dissertação, elaborar um texto teórico para uso da magnetodinâmica complexa no cálculo dos parâmetros do circuito equivalente, de modo a estimular os engenheiros projetistas de máquinas elétricas a utilizarem esta técnica na síntese das mesmas.

CAPÍTULO II – CIRCUITO EQUIVALENTES DA MÁQUINA ASSÍNCRONA

2.1 – Introdução

O circuito equivalente de uma máquina assíncrona foi primeiramente estabelecido por Steinmetz em 1897 [1]. Após sua concepção ele se transformou num modelo clássico de estudo e concepção da máquina assíncrona.

O circuito equivalente é um circuito elétrico que representa a máquina assíncrona em regime permanente e é constituído de resistências e indutâncias que levam em conta os diferentes fenômenos que aparecem na máquina durante o seu funcionamento. A figura 1 mostra este circuito correntemente utilizado (simplificado, por não levar em consideração as perdas no ferro), onde os parâmetros são calculados analiticamente [2] ou experimentalmente através dos diferentes métodos existentes.

O estabelecimento de um circuito equivalente a partir das equações eletromagnéticas da máquina pode ser feita de diversas maneiras [3], [4]. Será apresentado um método que relaciona as grandezas físicas da máquina e as do circuito equivalente. Em particular, será mostrado como calcular as correntes primárias e secundárias do circuito equivalente a partir do cálculo por elementos finitos das correntes estatóricas e rotóricas. Isto permitirá extrair os parâmetros do circuito equivalente a partir do cálculo por elementos finitos.

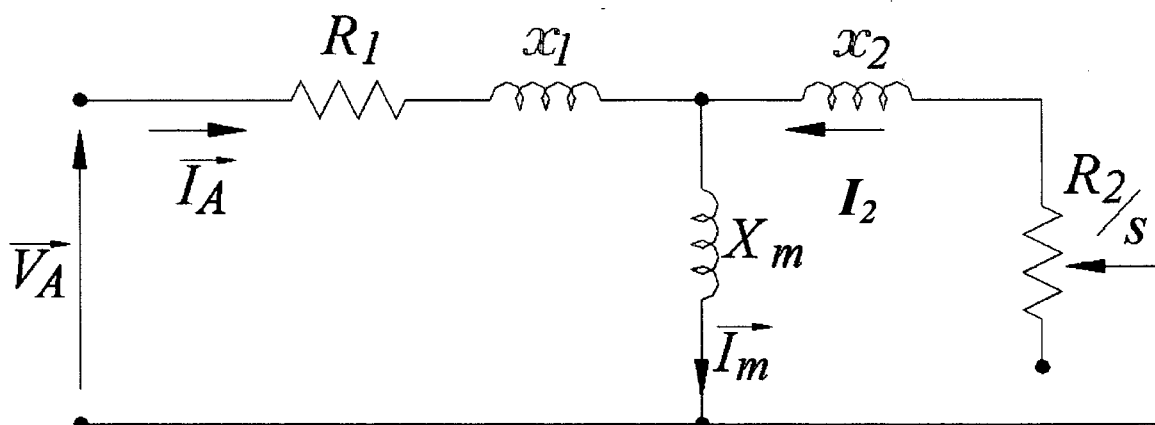


Figura 1 – Circuito equivalente de uma máquina assíncrona

2.2 – Estabelecimento de um circuito equivalente de uma máquina assíncrona de gaiola de esquilo.

2.2.1 – Introdução

A máquina assíncrona de gaiola de esquilo pode ser considerada, do ponto de vista da teoria dos circuitos elétricos, constituída de dois circuitos elétricos lineares acoplados: o primário (trifásico ou monofásico) e o secundário (a gaiola) formada por malhas elétricas formadas pelas barras e os anéis de curto circuito do rotor.

Consideramos as seguintes hipóteses:

- A alimentação primária é feita por um sistema trifásico equilibrado, como mostra a figura 2. As bobinas de uma fase são supostas todas em série,, entretanto, a extrapolação para outros tipos de bobinagens não apresenta dificuldades.
- As tensões consideradas são as de fase.
- A rotação é constante.

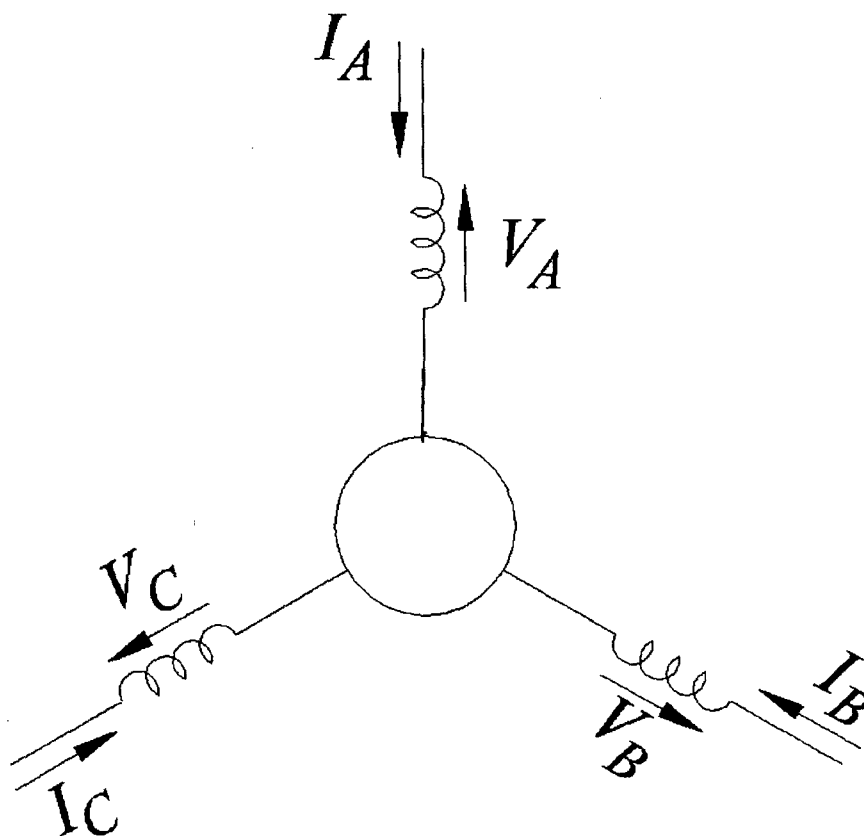


Figura 2 – As tensões e as correntes primárias da máquina assíncrona

2.2.2 – Grandezas principais da máquina.

A máquina será definida por certas grandezas geométricas e eletromagnéticas a seguir descritas.

2.2.2.1 – Grandezas geométricas.

As principais grandezas geométricas que aparecem nas equações da máquina são:

R_{me} – raio médio do entreferro,

δ - a espessura do entreferro,

L – o comprimento útil do pacote de chapas,

h, b – as dimensões das ranhuras,

θ - coordenada espacial.

A origem das coordenadas será sempre o eixo da fase A .

2.2.2.2 – Grandezas eletromagnéticas do estator

A força magnetomotriz (f_{mm}) criada pelas bobinas do estator (Z_S espiras em série por fase) no entreferro (suposto constante), é uma função periódica do ângulo elétrico $p\theta$ onde p é o número de pares de pólos da máquina. A figura 3 mostra um exemplo de f_{mm} criada por uma bobinagem trifásica. Desprezando a saturação (permeabilidade do ferro infinita), a indução magnética $B(\theta)$ no entreferro é proporcional à f_{mm} , logo tendo a mesma forma.

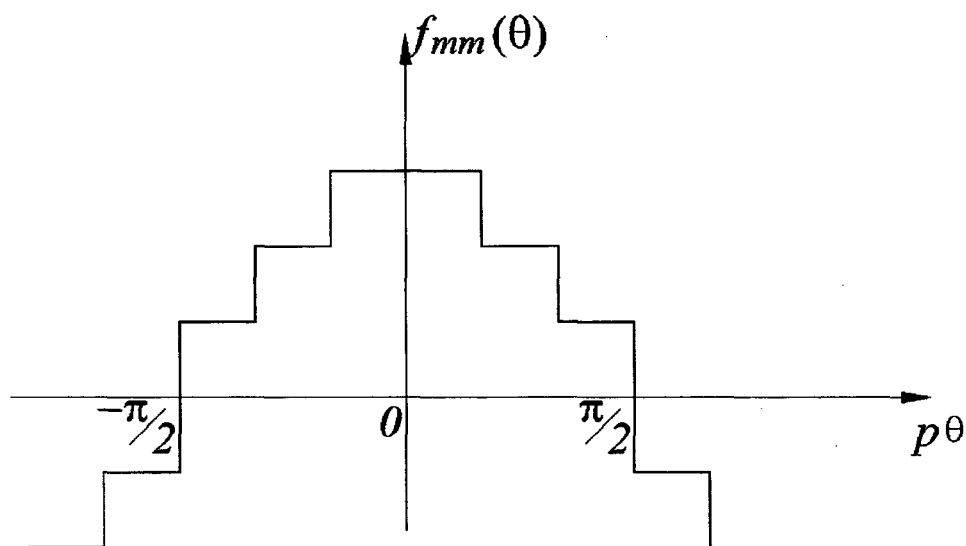


Figura 3 – Exemplo de f_{mm} da máquina assíncrona

Na seqüência, designaremos por $B_{UA}(\theta)$, $B_{UB}(\theta)$ e $B_{UC}(\theta)$ as induções devido a uma corrente de IA circulando respectivamente nas fases A, B e C .

A indutância total de cada fase e a indutância mútua entre duas fases do estator pode ser considerada como a soma de um termo ligado ao campo no entreferro e um termo devido ao fluxo de dispersão das ranhuras e das cabeças de bobinas [5].

Assim, pode-se escrever:

$$L_p = L_g + l_l \quad (1)$$

$$M_p = M_g + M_l$$

Onde:

L_p é a indutância total de uma fase

l_l é a indutância de dispersão das ranhuras e das cabeças de bobinas,

L_g é a indutância principal devido ao campo no entreferro,

M_p é a indutância mútua total entre duas fases estatóricas,

M_g é a indutância mútua devido ao campo do entreferro,

M_l é a indutância mútua ligada ao fluxo de dispersão das ranhuras e da cabeça de bobina.

2.2.2.3 – Grandezas eletromagnéticas do rotor

Consideremos um rotor formado de N_2 barras inclinadas de um ângulo α' . A partir das dimensões geométricas das ranhuras, pode-se facilmente calcular a resistência R_B e a indutância L_B de uma barra bem como a resistência R_A e a indutância L_A de uma porção do anel de curto circuito entre duas barras [2] [6].

Consideramos agora um rotor formado por N_2 malhas, cada uma delas constituída por duas barras e duas porções de anel. As malhas são numeradas da seguinte forma:

$1, 2, \dots, K-1, K, K+1, \dots, N_2$, como mostra a figura 4.

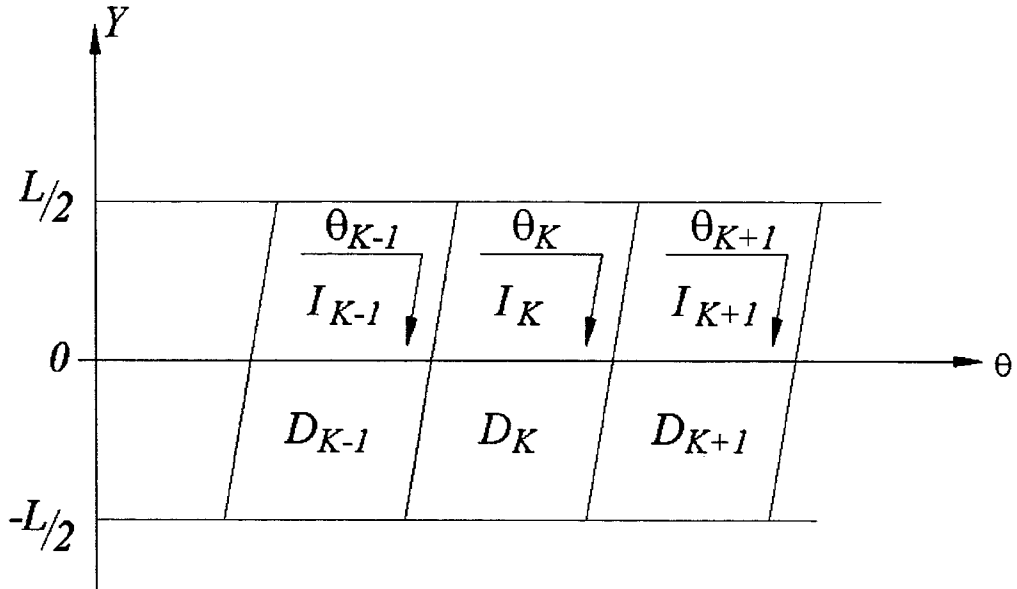


Figura 4 – Descrição do rotor através de malhas

Cada malha está referenciada ao estator pela coordenada angular do seu centro geométrico. Por exemplo, a posição da malha K em torno do domínio D_K no plano (θ, y) como indicado na figura 4, será definida por:

$$\theta_k = \theta_0 + (1-s) \left(\frac{w}{P} \right) \cdot t - \left(\frac{2\pi}{N_2} \right) (1-K) \quad (2)$$

Onde:

θ_k é a posição do centro da malha K no instante t ,

θ_0 é a posição do centro da 1ª malha no, instante $t = 0$,

s é o escorregamento,

w é a rotação elétrica do rotor.

Cada malha está acoplada às outras malhas através do fluxo no entreferro e duas malhas adjacentes estão acopladas pela indutância própria e a resistência da barra comum. A permeância do domínio D_K , limitada pela malha K , é dada por:

$$P_K = \frac{\mu_0 S}{\delta} \quad (3)$$

Onde: P_K é a permeância do domínio D_K ,

μ_0 é a permeabilidade do ar,

S é a superfície do domínio D_K

Considerando o entreferro constante, P_K é uma função periódica de θ_K . Devido a simetria da máquina, esta permeância é independente da malha considerada e como o entreferro é constante, podemos designá-la por P_0 .

A permeância total no entreferro é a soma das permeâncias de todas as malhas, assim:

$$Pt = \sum_{K=1}^{N_2} P_K = N_2 P_0 \quad (4)$$

A corrente I_K da malha K cria um fluxo próprio ζ_{KK} . Este fluxo atravessa o entreferro e se fecha pelas outras malhas. A relutância transversal para este fluxo é dada por:

$$\frac{l}{P_0} + \frac{l}{Pt - P_0} = \frac{N_2}{P_0(N_2 - 1)} \quad (5)$$

O fluxo ζ_{KK} é igual a corrente J_K dividida pela relutância, assim:

$$\zeta_{KK} = \frac{P_0(N_2 - 1)}{N_2} I_K = \frac{\mu_0 S (N_2 - 1)}{\delta N_2} I_K \quad (6)$$

Uma parte do fluxo ζ_{KK} está acoplado a uma outra malha K' ; seja $\zeta_{KK'}$ o fluxo de acoplamento que é proporcional a permeância $P_{K'} = P_0$ da malha K' e inversamente proporcional a permeância das outras malhas, $Pt - P_0$. Isto pode ser expresso por:

$$\zeta_{KK'} = \frac{\zeta_{KK} P_{K'}}{Pt - P_{K'}} = -\frac{\mu_0 S}{\delta N_2} I_K \quad (7)$$

Das relações (5) e (7) obtemos as indutâncias próprias ℓ_m de uma malha e a mútua M_m entre duas malhas.

$$\ell_m = \frac{\mu_0 S (N_2 - 1)}{\delta N_2} \quad (8)$$

$$M_m = -\frac{\mu_0 S}{\delta N_2} \quad (9)$$

2.2.3 – Indutância mútua entre o estator e o rotor

A indutância mútua M_{AK} entre a fase A do estator e a malha K do rotor, corresponde a um fluxo criado por uma indução $B_{UA}(\theta)$ devido a uma corrente de 1A circulando na fase A. Assim, podemos escrever:

$$M_{AK} = \int_{D_K} B_{UA}(\theta) \cdot \frac{dS}{1A}$$

Esta integral é feita no domínio D_K delimitada pela malha K. Este domínio é definido, como indicado na figura 4, por:

$$-\frac{L}{2} \leq y \leq \frac{L}{2}$$

$$\theta_K + \frac{\alpha'' y}{L} - \frac{\pi}{N_2} \leq \theta \leq \theta_K + \frac{\alpha'' y}{L} + \frac{\pi}{N_2}$$

Onde α'' é a inclinação das barras.

O elemento dS se exprime por:

$$dS = R_{me} \cdot dy \cdot d\theta$$

Assim, a expressão da indutância mútua é:

$$M_{AK} = \int_{D_K} B_{UA}(\theta) \cdot R_{me} \cdot dy \cdot d\theta \quad (10)$$

Para calcular M_{AK} , se faz necessário conhecer a indução $B_{UA}(\theta)$, que pode ser decomposta em série de Fourier dada por [7]:

$$M_{AK} = M_1 \cos(p\theta_K) + M_3 \cos(3p\theta_K) + \dots$$

Onde

$$M_i = S B_i C_{qi} C_{\alpha i}$$

Sendo

$$C_{qi} = \frac{\text{sen}\left(\frac{ip\pi}{N_2}\right)}{\frac{ip\pi}{N_2}}$$

O termo C_{qi} leva em conta um número finito de barras. (Fator de ranhuras)

E o termo $C_{\alpha i}$ leva em conta a inclinação ($C_{\alpha i} = 1$ quando o rotor não for inclinado)

B_i é a i -ésima harmônica da indução $B_{UA}(\theta)$ da série de Fourier.

$\frac{S = 2\pi R_{me} \cdot L}{N_2}$ é a superfície de uma malha do rotor

Considerando somente a fundamental, teremos

$$M_{AK} = M_1 \cos(p\theta_K) \quad (11)$$

Onde

$$M_1 = S \cdot B_1 \cdot C_{q1} \cdot C_{\alpha 1}$$

De forma análoga, obtemos as indutâncias mutuas da malha K devido às fase B e C e são iguais respectivamente à:

$$M_{BK} = M_1 \cos\left(p\theta_K - \frac{2\pi}{3}\right) \quad e \quad M_{CK} = M_1 \cos\left(p\theta_K + \frac{2\pi}{3}\right)$$

2.2.4 Equações de funcionamento da máquina em regime permanente senoidal

2.2.4.1 – Equação do estator

A equação elétrica da fase A é:

$$V_A = R \cdot I_A + \frac{d\phi_A}{dt} \quad (12)$$

Onde o fluxo ϕ_A que atravessa a fase A é igual em qualquer instante, a soma dos seguintes fluxos:

- o fluxo próprio da fase A criado pela corrente I_A
- o fluxo mútuo criado pelas outras fases do estator.
- o fluxo mútuo criado pelas malhas do rotor.

Assim:

$$\phi_A = LpI_A + Mp(I_B + I_C) + \sum_{K=1}^{N_2} M_{AK} \cdot I_K \quad (13)$$

A equação (12) fica:

$$V_A = RI_A + \frac{d(LpI_A + Mp(I_B + I_C))}{dt} + d \cdot \frac{\left(\sum_{K=1}^{N_2} M_{AK} \cdot I_K \right)}{dt} \quad (14)$$

2.2.4.2 – Equações do rotor

Para a malha K , como pode se ver na figura 5, que a tensão nula, se compõe dos seguintes termos:

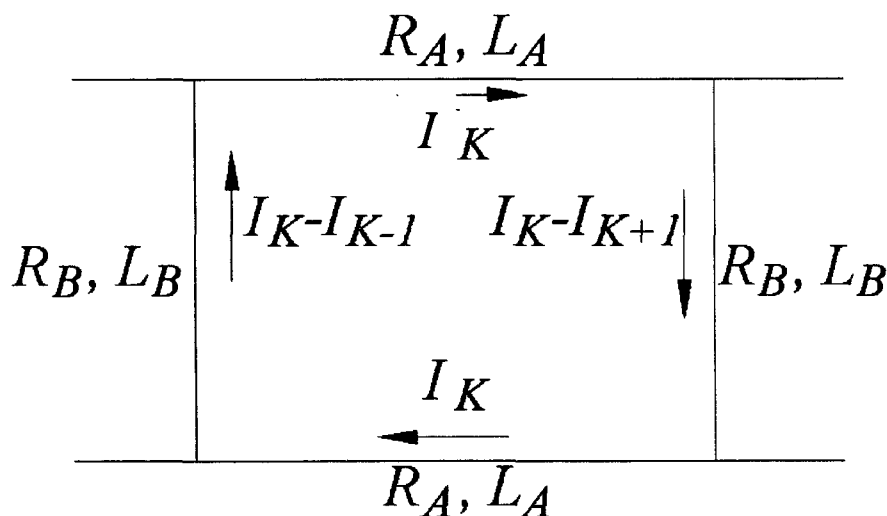


Figura 5 – Descrição da malha K do rotor

- A queda de tensão nas duas barras.
- A queda de tensão nas duas porções dos anéis de curto circuito.
- As forças eletromotrizes (*fem*) devido ao fluxo próprio da malha assim como ao fluxo mútuo das fases do estator e das outras malhas do rotor.

Assim, podemos escrever:

$$\begin{aligned}
 0 &= R_B(2 I_K - I_{K-1} - I_{K+1}) + L_B \frac{d}{dt}(2 I_K - I_{K-1} - I_{K+1}) + \\
 &2R_A I_K + 2L_A \frac{dI_K}{dt} + \frac{d}{dt}(M_{AK} I_A + M_{BK} I_B + M_{CK} I_C) + \\
 P_O \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{(N_2 - 1)}{N_2} I_K + \frac{\sum_{K'} I_{K'}}{N_2} \right) & \quad (15)
 \end{aligned}$$

Onde K' tem todos os valores de 1 à N_2 exceto o valor K .

As equações (14) e (15) formam um sistema de equações diferenciais lineares de $(N_2 + 3)$ incógnitas: as três correntes estatóricas e as N_2 correntes das malhas do rotor.

A solução em regime permanente senoidal é simples. Desprezando a saturação e considerando as correntes senoidais devido a alimentação das tensões serem senoidais, obtemos:

$$\begin{aligned}
I_A &= I_m \cos(\omega t - \zeta) \\
I_B &= I_m \cos(\omega t - \zeta - \frac{2\pi}{3}) \\
I_C &= I_m \cos(\omega t - \zeta + \frac{2\pi}{3})
\end{aligned} \tag{16}$$

Onde ζ é a defasagem com relação a tensão de fase.

O fluxo devido a estas correntes que atravessam a malha K é dado por:

$$\begin{aligned}
M_{AK} I_A + M_{BK} I_B + M_{CK} I_C &= M_I I_m [\cos(\omega t - \zeta) \cos p\theta_K + \\
&\quad \cos(\omega t - \zeta - \frac{2\pi}{3}) \cos(p\theta_K - \frac{2\pi}{3}) + \\
&\quad \cos(\omega t - \zeta + \frac{2\pi}{3}) \cos(p\theta_K + \frac{2\pi}{3})]
\end{aligned}$$

Simplificando, obtemos:

$$M_{AK} I_A + M_{BK} I_B + M_{CK} I_C = \frac{3}{2} M_I I_m \cos(\omega t - \zeta - p\theta_K) \tag{17}$$

Se admitirmos que as correntes nas malhas também são senoidais, podemos escrever:

$$I_K = I_{mK} \cos(\omega t - \zeta - p\theta_K)$$

e substituímos θ_K pela sua expressão dada em (3) obtemos:

$$I_K = I_{mK} \cos(\omega t - \zeta - p\theta_0 - \frac{2\pi(K-1)p}{N_2}) \tag{18}$$

onde podemos ver que a frequência da corrente na malha K é ω e sua fase depende de θ_0 , posição da primeira malha no instante $t = 0$ em relação a fase A do estator.

Assim, o rotor é um sistema de correntes com N_2 -fases equilibradas, cuja soma, pode-se escrever:

$$\sum_{K=1}^{N_2} I_K = 0$$

A defasagem entre as correntes de duas malhas sucessivas é dada por $\frac{2\pi p}{N_2}$. Assim,

$$I_{K-1} + I_{K+1} = 2I_K \cos\left(\frac{2\pi p}{N_2}\right)$$

Com esta expressão, pode ser simplificada o termo associado a indutância L_B da expressão (15), ficando:

$$\begin{aligned} 2I_K - I_{K-1} - I_{K+1} &= 2I_K \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi p}{N_2}\right)\right) \text{ ou} \\ 2I_K - I_{K-1} - I_{K+1} &= 4I_K \operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi p}{N_2}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

Substituindo as equações (17) e (19) em (15) obtemos:

$$R_R I_K + (L_R + P\sigma) \frac{dI_K}{dt} + \frac{3}{2} M_1 I_m \operatorname{sw} \cos\left(\omega t - p\theta_K - \zeta - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (20)$$

Onde

$R_R = 2R_A + 4 \operatorname{sen}^2\left(\frac{p\pi}{N_2}\right) R_B$ é a resistência da malha que leva em conta a resistência da barra e da parte do anel.

$L_R = 2L_A + 4 \operatorname{sen}^2\left(\frac{p\pi}{N_2}\right) L_B$ é a indutância da malha.

O coeficiente $4 \operatorname{sen}^2\left(\frac{p\pi}{N_2}\right)$ explica que a relação entre a corrente I_{mb} da barra e I_{ma} do anel

é dada por: $I_{mb} = 2I_{ma} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi p}{N_2}\right)$

A solução da equação(20) em relação a corrente I_K é dada por:

$$I_K = I_{mK} \cos\left(\omega t - p\theta_K - \zeta - \frac{\pi}{2} - \zeta_r\right) \quad (21)$$

Onde:

$$I_{mK} = \frac{3}{2} \frac{I_m \cdot M_1 \cdot s \cdot \omega}{\sqrt{R_R^2 + (L_R + P_0)^2 s^2 \omega^2}} \quad (22)$$

$$\zeta_r = \arctan\left(\frac{s\omega(L_R + P_0)}{R_R}\right)$$

Através da expressão (21) da corrente I_K e da reatância mútua M_{AK} tirada da expressão (11), calcula-se o fluxo concatenado pelo rotor através da fase A . Assim

$$\sum_{K=1}^{N_2} M_{AK} I_K = \sum_{K=1}^{N_2} M_1 I_m \cos(p\theta_K) \cos(\omega t - p\theta_K - \zeta - \frac{\pi}{2} - \zeta_r), \quad \text{a qual}$$

simplificando, dá

$$\sum_{K=1}^{N_2} M_{AK} I_K = \frac{N_2}{2} M_1 I_m \cos(\omega t - \zeta - \frac{\pi}{2} - \zeta_r) \quad (23)$$

Através da equação (24) define-se uma corrente fictícia que leva em consideração os efeitos de todas as malhas sobre a fase A pela relação:

$$I_{2K} = I_{mK} \cos(\omega t - \zeta - \frac{\pi}{2} - \zeta_r) \quad (24)$$

É importante salientar que a corrente I_{2K} têm a mesma amplitude da corrente de malha I_K mas, a fase e a frequência são diferentes.

- a frequência da corrente I_{2K} é ω que é a mesma do estator e a frequência da corrente da malha é $s\omega$.
- A fase de I_{2K} difere da de I_K do ângulo $p\theta_K$.

A transformação da corrente I_K na corrente I_{2K} pode ser chamada de “referir a frequência do rotor ao estator”, e tudo se passa, do ponto de vista magnético, como uma substituição simultânea das correntes de malhas de frequência $s\omega$ por uma corrente de fase de mesma amplitude e frequência igual a corrente do estator.

Designando por $L_s = L_p - M_p$ a indutância cíclica do estator que decorre do fato que a soma das correntes primárias é nula, obtemos o sistema de equações que descrevem o funcionamento da máquina:

$$\begin{cases} V_A = RI_A + Ls \frac{dI_A}{dt} + \frac{N_2}{2} M_1 \frac{dI_{2K}}{dt} \\ O = R_R I_{2K} + s(L_R + P_O) \frac{dI_{2K}}{dt} + \frac{3}{2} M_1 I_m s w \cos(wt - \zeta + \frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad (25)$$

Este sistema tem as grandezas com a mesma frequência. Se dividirmos a segunda expressão de (25) pelo escorregamento, e passando para notação complexa, obtemos:

$$\begin{cases} \bar{V}_A = (R + jwLs) \bar{I}_A + jw \frac{N_2}{2} M_1 \bar{I}_{2K} \\ O = \frac{3}{2} jw M_1 \bar{I}_A + (jw(L_R + P_O) + \frac{R_R}{s}) \bar{I}_{2K} \end{cases} \quad (26)$$

A solução de (26) fornece a corrente estatórica I_A e a rotórica I_{2K} , de onde se pode calcular a corrente I_K .

2.2.5 – Circuito equivalente clássico da máquina assíncrona

O sistema de equações (26) não gera uma matriz simétrica. Para obter a matriz simétrica, necessitamos definir uma nova corrente \bar{I}_2 , tal que:

$$\bar{I}_{2K} = \alpha \bar{I}_2 \text{ onde } \alpha \text{ é uma constante arbitrária não nula.}$$

Se multiplicarmos a segunda equação do sistema (26) por outra constante não nula β , obtêm-se um novo sistema de equações (27).

$$\begin{cases} \bar{V}_A = (R + jX_1) \bar{I}_A + jw \frac{N_2}{2} M_m \alpha \bar{I}_2 \\ O = \frac{3}{2} jw M_m \beta \bar{I}_A + \left(\frac{R_R}{s} + jw(L_R + P_O) \right) \alpha \beta \bar{I}_2 \end{cases} \quad (27)$$

A condição necessária e suficiente para que a matriz do sistema (27) se transforme em simétrica é que:

$$\frac{3}{2} \beta = \frac{N_2}{2} \alpha \quad \text{ou} \quad \beta = \frac{N_2}{3} \alpha \quad (28)$$

Se fizer-mos

$$\begin{cases} X_1 = \omega L_s \\ X_m = \alpha \frac{N_2}{2} M_1 \cdot \omega \\ \left[\frac{R_R}{s} + j\omega(L_R + P_0) \right] \alpha^2 \cdot \frac{N_2}{3} = \frac{R_2}{s} + jX_2 \\ x_1 = X_1 - X_m \\ x_2 = X_2 - X_m \end{cases} \quad (29)$$

$R_2=R_R$ é a resistência de fase do secundário que depende da resistência das barras e dos anéis.

Finalmente se obtém:

$$\begin{cases} \bar{V}_A = (R + jx_1)\bar{I}_A + jX_m(\bar{I}_A + \bar{I}_2) \\ 0 = jX_m(\bar{I}_A + \bar{I}_2) + \left(\frac{R_2}{s} + jx_2 \right) \bar{I}_2 \end{cases} \quad (30)$$

Estas equações representam o circuito equivalente clássico, dado na figura 1. Em consequência, a passagem das equações elétricas e magnéticas da máquina para as equações do circuito equivalente, passam por um certo número de mudanças de variáveis que permitem substituir as corrente rotóricas reais de frequência $s\omega$ por uma corrente fictícia, de mesma frequência da corrente estatórica e de amplitude proporcional a uma constante arbitrária não nula. Nos próximos parágrafos, vamos rever as relações entre as grandezas da máquina e as do circuito equivalente.

2.3 – Relações entre as grandezas da máquina e as do circuito equivalente

A obtenção do circuito equivalente clássico da máquina têm em consideração algumas hipóteses, conforme segue:

- a indutância mútua estator-rotor é uma função senoidal da variável espacial θ .
- o circuito magnético é linear.
- As correntes do primário e do secundário são senoidais no tempo.

A seguir evidenciaremos as relações entre certas grandezas reais da máquina e as do circuito equivalente.

a) Relação entre a corrente I_2 e a corrente real I_K .

A partir de I_K , foi definida uma corrente fictícia I_{2K} que tem a mesma amplitude e a mesma frequência de I_A , porém uma fase diferente:

- 1 – A frequência permanece a mesma da corrente do estator (ω).
- 2 – Sua fase é aumentada de $p\theta_K$ em relação a I_K .

Em seguida, foi feita uma transformação linear sobre I_{2K} para obter a corrente I_2 introduzindo uma constante arbitrária α não nula tal que $I_{2K} = \alpha I_2$. A transformação α entre as duas correntes é definida como sendo a relação de espiras efetivas entre estator e rotor.

Além disso, há vários outros estudos de correntes rotóricas [5]. Por exemplo, utilizando as correntes das barras, ao invés das correntes das malhas. Como o módulo de corrente I_{mb} da barra está relacionado com o módulo I_{mK} da malha pela seguinte expressão:

$$I_{mb} = 2 I_{mK} \operatorname{sen} \left(\frac{p\pi}{N_2} \right),$$

e para obter o mesmo circuito equivalente, é necessário uma nova relação, de transformação α' tal que

$$\alpha' = \alpha \cdot 2 \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{p\pi}{N_2} \right)$$

Assim, para passar da corrente de malha I_K para a corrente I_2 do circuito equivalente, múltiplas transformações são necessárias para se levar em consideração que:

- a diferença entre frequências estatóricas e rotóricas (devido ao escorregamento)
- a diferença de amplitude das correntes primárias e secundárias (relação de transformação de correntes)
- a defasagem entre as referências do estator e rotor (θ_0)

Estas observações servirão para deduzir a corrente secundária do circuito equivalente a partir das correntes induzidas nas barras, calculadas por elementos finitos. Observa-se que o ângulo θ_0 de defasagem do eixo da fase A do primário e do eixo da primeira malha no instante $t = 0$ deve-se ter em conta para o cálculo da fase da corrente secundária do circuito equivalente, a partir das fases das correntes das barras calculadas por elementos finitos.

2.4 – Determinação das grandezas do circuito equivalente a partir dos resultados de cálculo por elementos finitos

Ao estabelecer-se um circuito equivalente, supomos que as correntes estatóricas e rotóricas sejam senoidais. Na realidade, devido a saturação e as ranhuras, ocorrem harmônicas espaciais no entreferro que geram um pequeno desequilíbrio de correntes estatóricas e rotóricas.

Ao utilizar-se a magnetodinâmica complexa, que consiste na solução das equações de Maxwell supondo todas as grandezas senoidais em função do tempo, vamos encontrar os mesmos desequilíbrios de correntes pois que, certo conteúdo de harmônicas são levados em consideração na simulação, quando calculado para diferentes posições do rotor em relação ao estator.

Assim, a partir das correntes estatóricas e rotóricas calculadas pela magnetodinâmica complexa, podemos obter as correntes primária e secundária do circuito equivalente, com suas respectivas defasagens. Com isto, poderemos identificar os parâmetros do circuito equivalente.

Os enrolamentos estatóricos são divididos e alimentados por um sistema direto de tensões senoidais e as barras do rotor são idênticas. As notações utilizadas e as explicações se referem à figura 6. A numeração das fases e das barras são feitas no mesmo sentido. $\{a,b,c\}$ para as fases e $\{1,2,\dots\}$ para as barras.

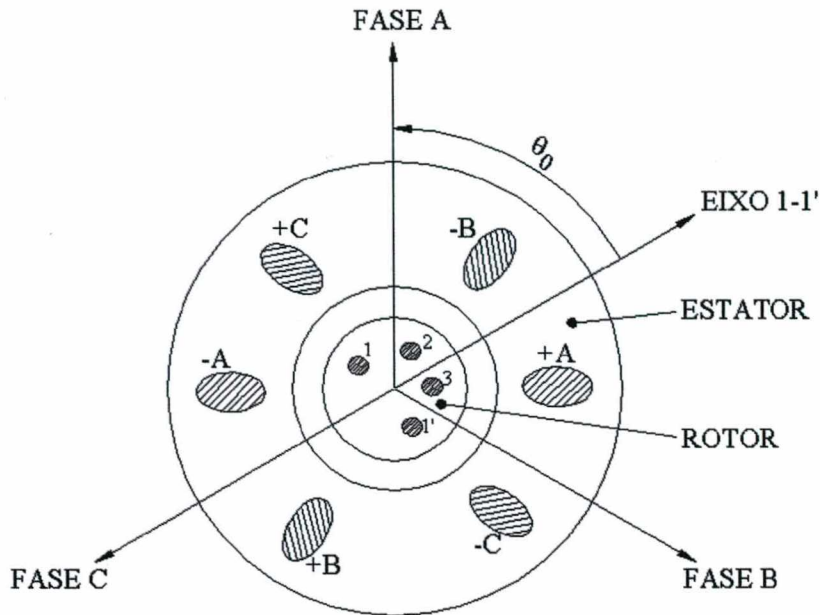


Figura 6 – Esquema de uma máquina assíncrona de gaiola

As correntes primárias e secundárias do circuito equivalente se deduzem das correntes das fases e das barras da máquina, calculadas por elementos finitos, conforme segue:

- a) a partir das correntes de fase estáticas, calculadas em módulo e em fase pela magnetodinâmica complexa, pode-se calcular a componente direta de ordem p do sistema de correntes onde p é o número de pares de pólos da máquina. Se por razões de simetria do problema, pode-se fazer o cálculo para um par de pólos somente, pode-se agora calcular a componente direta de ordem 1 do sistema de correntes estáticas. Esta componente é independente da posição do rotor em relação ao estator.
- b) A partir das correntes das barras, calculadas em módulo e em fase pela magnetodinâmica complexa, pode-se calcular a componente simétrica de ordem p do sistema de correntes. A corrente assim obtida deve ser referida ao primário, utilizando a seguinte transformação de corrente em módulo.

$$\alpha = \frac{m_1 \cdot Z_s \cdot f b_1}{N_2 Z_r f b_2} \quad \text{onde}$$

m_1 é o número de fases estáticas,

Z_s é o número de espiras em série por fase do estator,

fb_1 é o fator de bobinagem que leva em consideração a distribuição do enrolamento, a inclinação e o encurtamento do passo.

fb_2 é o fator de bobinagem rotórico, similar ao estator. Para rotor de gaiola é 1.

Z_r é o número de espiras em série por fase do enrolamento do rotor. Para rotor de gaiola é igual a $\frac{1}{2}$.

Em fase, deve-se acrescentar à fase da componente simétrico de ordem p das correntes rotóricas, um ângulo elétrico $p \cdot \theta_0$ correspondente a defasagem espacial entre o eixo da fase estática A e o eixo (1-1') da barra 1 e 1' que está avançada de uma distância polar da barra 1. Deve-se lembrar que a numeração das barras é feita arbitrária, porém uma vez estabelecida, deve ser seguida para toda a simulação.

Após a definição das correntes primária e secundária do circuito equivalente, determinadas em módulo e fase, a identificação dos parâmetros do circuito equivalente, a partir dos resultados da magnetodinâmica complexa se fará pelos métodos desenvolvidos no capítulo II.

2.5 – Determinação de um circuito equivalente genérico e suas variantes

Vamos agora estabelecer um circuito equivalente que depende de um parâmetro α não nulo, cujo valor fornecerá uma infinidade de circuitos equivalentes, os quais poderão ser utilizados para cálculo dos parâmetros com apenas duas medidas em frequências diferentes [27]

Através de simples transformações [8], pode-se deduzir um circuito equivalente genérico, conforme mostrado na figura 7.

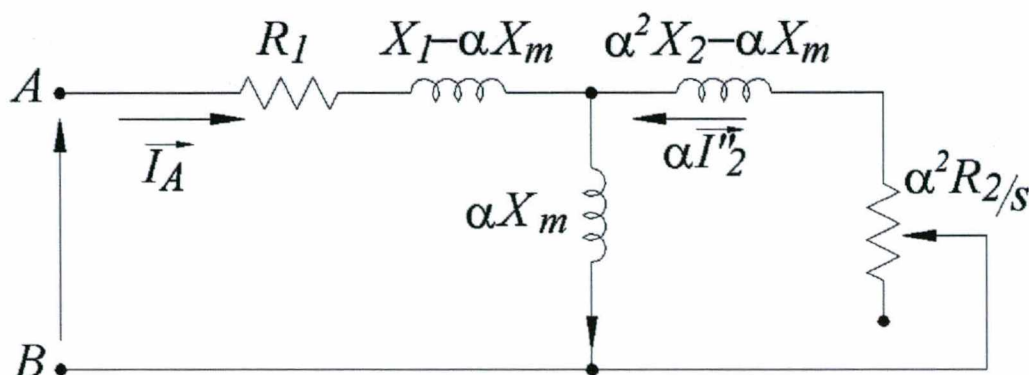


Figura 7 – Circuito equivalente genérico da máquina assíncrona

O sistema de equações (30) pode ser escrito da seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_A \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j(x_1 + X_m) & jX_m \\ jX_m & \frac{R_2}{s} + j(x_2 + X_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad (30 \text{ bis})$$

Onde $R_1 = R$

Se, no lugar da corrente \bar{I}_2 , colocarmos outra corrente \bar{I}_2'' obtida através da relação

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_2'' \end{bmatrix} \quad (31)$$

Onde α designa uma constante não nula, real ou complexa substituindo (31) em (30 bis), obtemos:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_A \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + j(x_1 + X_m) & j\alpha X_m \\ j\alpha X_m & \alpha^2 \left(\frac{R_2}{s} + j(x_2 + X_m) \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_2'' \end{bmatrix} \quad (32)$$

O circuito equivalente correspondente a estas equações é um circuito equivalente genérico. É importante notar que a impedância total do circuito equivalente genérico vista dos terminais do circuito não depende de α . Assim:

$$Z = R_1 + j(x_1 + X_m - \alpha X_m) + \frac{I}{\frac{I}{j\alpha X_m} + \frac{I}{\alpha^2 \frac{R_2}{s} + j(\alpha^2 x_2 + \alpha^2 X_m - \alpha X_m)}}$$

Que dá:

$$Z = R_1 + jx_1 + \frac{X_m^2}{R_2/s + jx_2} \text{ que é independente de } \alpha.$$

ou

$$Z = R_1 + jx_1 + \frac{jX_m \left(\frac{R_2}{s} + jx_2 \right)}{\frac{R_2}{s} + j(x_2 + X_m)}$$

A escolha de α determina vários tipos de circuitos equivalentes, os quais podem ser adaptados para a obtenção dos parâmetros, bem como facilitar o cálculo da performance da máquina ou também para levar em consideração a saturação e as perdas no ferro [9]. Seguem alguns exemplos.

2.5.1 – Circuito equivalente referido ao primário.

Fazendo

$$\alpha = \frac{X_m}{X_2} = \frac{X_m}{X_m + x_2} \quad (33)$$

Lembrando que $X_2 = X_m + x_2$

Obtêm-se o circuito da figura 8, a partir do circuito da figura 7.

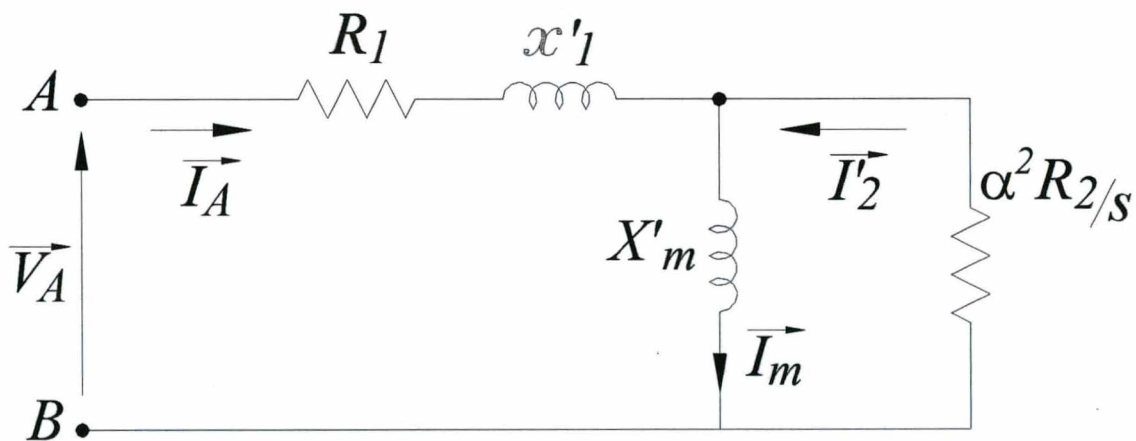


Figura 8 – Circuito equivalente referido ao primário

A reatância total referida primária x'_1 e a reatância magnetizante X'_m são:

$$x'_1 = X_1 - \alpha X_m = X_1 - \frac{X_m^2}{x_2 + X_m} \quad (34)$$

$$X'_m = \alpha X_m = \frac{X_m^2}{x_2 + X_m}$$

2.5.2 – Circuito equivalente referido ao secundário.

Fazendo

$$\alpha = \frac{X_1}{X_m} = \frac{X_m + x_1}{X_m} \quad (35)$$

Lembrando que $X_2 = X_m + x_1$

Obtém-se o circuito equivalente da figura 9.

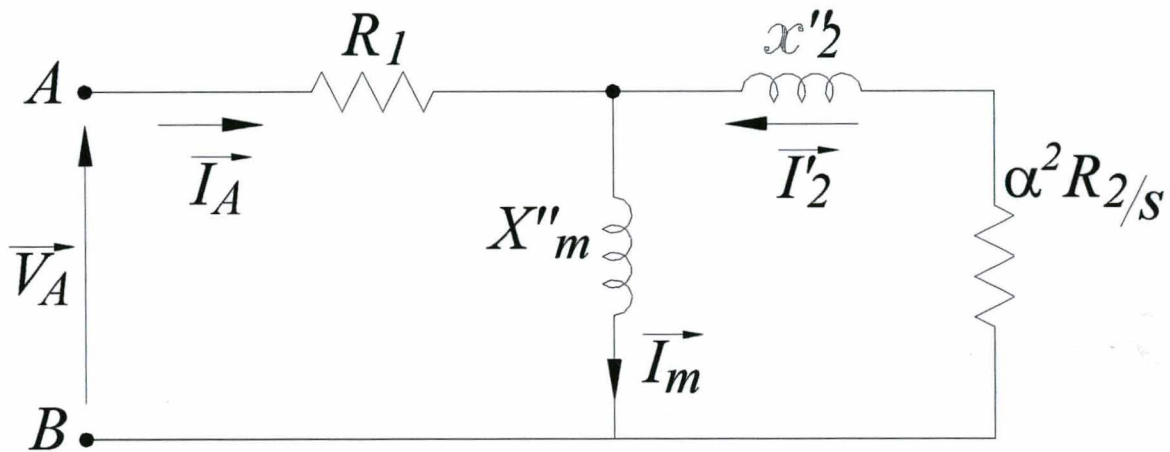


Figura 9 – Circuito equivalente referido ao secundário

A reatância total referida ao secundário x''_2 e a reatância magnetizante X''_m são:

$$x''_2 = \alpha^2 X_2 - \alpha X_m = \left(1 + \frac{x_1}{X_m}\right)^2 (X_m + x_2) - (X_m + X_1) \quad (36)$$

$$X''_m = X_m + x_1$$

2.5.3 – Conclusão

O circuito equivalente genérico depende de um parâmetro arbitrário que permite obter vários circuitos equivalentes, como por exemplo, referido ao primário ou ao secundário. A escolha de um tipo de circuito depende da aplicação que se deseja.

É importante salientar que os circuitos equivalentes apresentam a mesma impedância total e a mesma corrente quando alimentados por tensão imposta, porém pode conduzir a características diferentes quando alimentados por corrente imposta.

2.6 – Método de identificação do circuito equivalente da máquina assíncrona.

2.6.1 – Introdução

Para poder-se utilizar o circuito equivalente da máquina assíncrona, é preciso identificar seis parâmetros. Classicamente, se utilizam dois ensaios em regime permanente: a vazio e a rotor bloqueado, ou seja, em potência útil nula.

2.6.2 – Ensaios clássicos para identificação do circuito equivalente

2.6.2.1 – Ensaio a vazio

Nesta condição, a máquina está em sincronismo ($s=0$) com alimentação senoidal. As correntes rotóricas são nulas e o fluxo no entreferro é criado pelo estator. No circuito equivalente da figura 1, o ramo correspondente ao rotor é nulo ($R_2/s \rightarrow \infty$), ficando somente o ramo constituído por R_1 , x_1 e X_m . A medida da impedância da máquina permite conhecer a reatância cíclica por fase ($X_s = X_m + x_1$) se a resistência R_1 é conhecida através de medida.

2.6.2.2 – Ensaio a rotor bloqueado.

Neste caso, é importante alimentar a máquina em tensão reduzida, a fim de se obter a corrente a rotor bloqueado aproximadamente igual a corrente nominal, com o objetivo de se evitar os efeitos das saturações das dispersões. Sendo o escorregamento igual a 1, a impedância total em curto circuito, considerando que haja efeito desprezível no ramo magnetizante, fica:

$$Z_{1cc} = (R_1 + R_2) + j(x_1 + x_2) \quad (37)$$

Conhecendo-se R_1 , pode-se determinar R_2 a partir da potência ativa P_{cc} :

$$R_2 = \frac{P_{cc}}{3I_{cc}^2} - R_1 \quad (38)$$

A soma das reatâncias de dispersão x_1 e x_2 pode ser calculadas a partir da potência reativa Q_{cc} :

$$(x_1 + x_2) = \frac{Q_{cc}}{3I_{cc}^2} \quad (39)$$

Para poder calcular x_1 e x_2 separadamente bem como determinar o valor de X_m , uma hipótese suplementar é necessária. Podemos fazer $x_1 = x_2$ ou outras escolhas conforme a categoria do motor [2].

É importante salientar que no teste de curto circuito, a resistência R_2 e a reatância x_2 vem afetado do efeito pelicular devido a frequência da corrente rotórica ser a mesma da alimentação. Para evitar isto, deve-se proceder um ensaio em rotor bloqueado com várias frequências e extrapolando-se os valores R_2 e x_2 para a frequência zero, obtêm-se estes parâmetros livres do efeito pelicular [10].

2.7 – Conclusão

O circuito equivalente é um modelo simples eficaz que permite o estudo da máquina assíncrona, principalmente em regime permanente. Em tensão imposta, a única variável é o escorregamento e o cálculo do desempenho da máquina é extremamente prático.

No capítulo seguinte, vamos calcular os parâmetros do circuito equivalente clássico da máquina assíncrona pelo método dos elementos finitos.

CAPÍTULO III – CÁLCULO POR ELEMENTOS FINITOS DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE DA MÁQUINA ASSÍNCRONA.

3.1 – Introdução

A identificação dos parâmetros elétricos e mecânicos das máquinas elétricas são de extrema importância principalmente nas aplicações com inversores de frequência.

Classicamente, os parâmetros do circuito equivalente da máquina assíncrona são calculados analiticamente (anexo) ou estimados a partir dos ensaios a vazio e rotor bloqueado, os quais surgiram a mais de um século. Atualmente, novas técnicas de cálculo dos parâmetros [11], [12], [13] surgiram com base nos ensaios tradicionais.

Com o desenvolvimento das técnicas modernas de cálculos e medidas, duas tendências diferentes dominam a identificação dos parâmetros das máquinas de indução:

- a) Os métodos baseados nas respostas em frequência medidas com a máquina parada ou em funcionamento [14] [15] [16] [17].
- b) Os métodos baseados nos cálculos por elementos finitos [18] [19] [20] [21] [22] [23] [24].

3.2- Cálculo da máquina assíncrona por elementos finitos.

Para poder simular a máquina assíncrona por elementos finitos, certas características deverão ser fornecidas ao programa de cálculo:

- a) As características geométricas e magnéticas da máquina, tais como as dimensões das ranhuras e dos dentes, a curva de magnetização ($B \times H$) bem como as propriedades físicas dos materiais utilizados (permeabilidade, resistividade) que podem ser constantes ou variáveis, isotrópicos ou anisotrópicos.
- b) As fontes de alimentação (fontes de campo) que podem ser fontes de correntes ou fontes de tensão quando existirem as equações do circuito acoplados às equações de campo.

As grandezas que caracterizam os efeitos das extremidades do pacote, tais como, resistência e a reatância das cabeças de bobinas e dos anéis de curto circuito, deverão ser levadas em consideração no esquema elétrico da máquina.

Para o cálculo por elementos finitos da máquina assíncrona, diferentes métodos de resolução podem ser utilizados: magnetostática, a magnetodinâmica complexa e a resolução passo a passo no tempo. Passaremos agora a examinar cada método.

3.2.1 – A magnetostática

A magnetostática pressupõe que o campo magnético é produzido por uma fonte estática (sem variação no tempo), logo exclui o cálculo das correntes induzidas nas barras da máquina assíncrona. Através da magnetostática pode-se analisar a máquina de indução funcionando a vazio, permitindo o cálculo da reatância de magnetização.

3.2.2 – A magnetodinâmica complexa

A magnetodinâmica complexa permite o cálculo das correntes induzidas e pode admitir fontes de alimentação variando senoidalmente no tempo. As principais vantagens e as limitações da magnetodinâmica complexa são resumidas a seguir.

3.2.2.1 – Vantagens e limitações da magnetodinâmica complexa.

As principais vantagens da magnetodinâmica complexa são:

- maior simplicidade de uso,
- maior ganho de tempo e de memória em relação ao método passo a passo no tempo,
- possibilidade de calcular as correntes induzidas.

As limitações deste método são:

- Só é válido para regime permanente
- Materiais não lineares, sob fortes campos, não serão corretamente considerados pois este tipo de cálculo não pode levar em conta a saturação

3.2.3 – O método passo a passo no tempo

Este método é o mais completo, porém exige mais esforço computacional. Pode ser usada uma aproximação por diferenças finitas para a solução das derivadas temporais. O modelo é rico em informações pela quantidade de dados que pode fornecer, seja em regime permanente ou em regime transitório.

3.2.4 – Conclusão

Analisando os três métodos, a magnetodinâmica complexa permite analisar uma grande parte dos fenômenos físicos que acompanham o funcionamento da máquina assíncrona em regime permanente. O tempo de cálculo e a quantidade de memória necessária são razoáveis.

Como nosso objetivo é a determinação dos parâmetros do circuito equivalente, o método da magnetodinâmica complexa é o mais conveniente.

A seguir será apresentado, o cálculo dos parâmetros do circuito equivalente através de uma solução pela magnetodinâmica complexa.

3.3 – Cálculo dos parâmetros do circuito equivalente da máquina assíncrona através da magnetodinâmica complexa.

3.3.1 – Introdução

O circuito equivalente clássico da máquina assíncrona é um circuito elétrico relativamente cômodo para o cálculo das principais características de funcionamento da máquina, como, o torque, a corrente, o fator de potência, etc. As principais hipóteses que permitem definir o circuito são:

- a) funcionamento em regime permanente.
- b) A saturação é desprezada a fim de definir as indutâncias próprias e mútuas.
- c) Os enrolamentos criam um fluxo senoidal que permitem obter as expressões senoidais das indutâncias mútuas em função do espaço.

A partir do circuito equivalente clássico, outros esquemas mais complexos podem ser desenvolvidos, como por exemplo, os que levam em consideração as harmônicas de ordem superior, a saturação, a inclinação, as perdas no ferro e as perdas suplementares da máquina.

Diferentes métodos para o cálculo dos parâmetros do circuito equivalente são apresentados na literatura [22], [23], [24].

Nós apresentaremos três métodos distintos, que são: o método dos dois ensaios, o método da impedância total e o método do diagrama vetorial.

3.3.2 – Método dos dois ensaios [25]

Este método se baseia no método experimental clássico, descrito anteriormente. Ele consiste em simular através da magnetodinâmica complexa dois funcionamentos particulares da máquina: o funcionamento a vazio e em rotor bloqueado.

a) Ensaio a vazio

Para simular este ensaio, alimenta-se a máquina com tensão nominal e impõe-se ao programa uma rotação constante igual a rotação síncrona da máquina.

A partir da potência reativa total armazenada em todas as regiões da máquina, a reatância magnetizante do circuito equivalente da figura 1 pode ser calculada:

$$X_m = \frac{Q_{cc}}{3I_1^2} \quad (40)$$

Onde I_1 pode ser imposta como fonte ou caso haja acoplamento entre as equações do circuito e de campo, será a corrente calculada.

b) Ensaio em rotor bloqueado (escorregamento igual a 1)

Admitindo-se que nesta condição a reatância magnetizante é relativamente grande em relação à impedância secundária, ou seja $X_m \gg |R'_2 + jx'_2|$. Assim, a partir das potências ativas e reativas absorvidas pela máquina, pode-se calcular R'_2 e x'_2 respectivamente.

$$R'_2 = \frac{P_{cc}}{3I_1^2} - R_1 \quad (41)$$

Usando a hipótese de $x_1 = x'_2$ obtemos:

$$x_1 = x'_2 = \frac{Q_{cc}}{6I_1^2} \quad (42)$$

De acordo com este método, os parâmetros do circuito equivalente são considerados constantes e independente do funcionamento da máquina, o que não é correto.

Para conhecer a variação dos parâmetros em função do escorregamento, apresentamos os seguintes dois métodos.

3.3.3 – Método da impedância total

A figura 10 mostra o circuito equivalente adotado que é equivalente a uma parte real R_{eq} e uma parte imaginária X_{eq} . As perdas no ferro são representadas por uma resistência R_m constante, em série com a reatância magnetizante, por comodidade de cálculo. As grandezas R'_2 e x'_2 são variáveis devido à saturação e ao efeito peculiar.

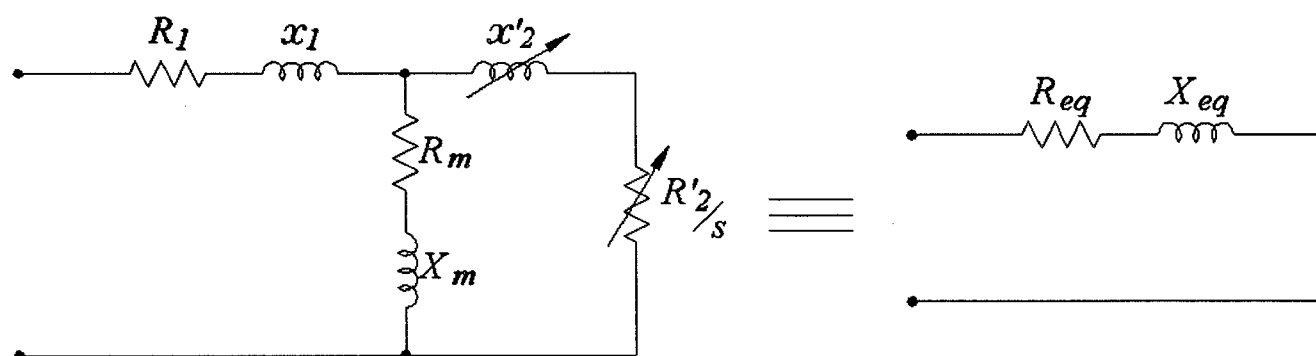


Figura 10 – Circuito equivalente da máquina assíncrona levando em conta as perdas no ferro e o circuito da impedância total equivalente

A hipótese simplificativa admitida é a igualdade das reatâncias de dispersão do estator e do rotor $x_1 = x'_2$ para o escorregamento igual a 1. Pode ser demonstrado [26] que R'_2 e x'_2 são soluções de um sistema de duas equações não lineares:

$$\begin{aligned} A(R'_2)^2 + B(R'_2) + C(x'_2)^2 + D(x'_2) + E &= 0 \\ F(R'_2)^2 + G(R'_2) + H(x'_2)^2 + I(x'_2) + J &= 0 \end{aligned} \quad (43)$$

Onde:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{Re q - R_m - R_l}{s^2} \\
 B &= \frac{2R_m (Re q - R_l) - R_m^2 - X_m^2}{s} \\
 C &= Re q - R_l - R_m \\
 D &= 2X_m (Re q - R_l) \\
 E &= (Re q - R_l) (X_m^2 + R_m^2)
 \end{aligned} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{Xeq - x_1 - X_m}{s^2} \\
 G &= \frac{2R_m (Xeq - x_1)}{s} \\
 H &= Xeq - x_1 - X_m \\
 I &= 2X_m (Xeq - x_1) - R_m^2 - X_m^2 \\
 J &= (Xeq - x_1) (R_m^2 + X_m^2)
 \end{aligned} \tag{45}$$

$Re q$ e Xeq são as partes reais e imaginárias da impedância total por fase e são determinadas a partir a solução da magnetodinâmica complexa, sendo a resistência R_l conhecida através de medidas.

O sistema de equações (43) é um sistema de duas equações não lineares com duas variáveis R_2 e x_2 onde os coeficientes A, B, \dots dependem de X_m e x_1 que são também desconhecidos. Entretanto, para um escorregamento próximo de zero, a impedância equivalente total é:

$$Re q_0 + Xeq_0 = (R_l + R_m) + j(X_m + x_1) \tag{46}$$

Ou seja

$$\begin{aligned}
 R_m &= Re q_0 - R_l \\
 X_m &= Xeq_0 - x_1
 \end{aligned} \tag{47}$$

Considerando o escorregamento $s=1$ e a hipótese de $x_1 = x_2$, X_m pode ser representada por $X_m = Xeq - x_2$. Assim os coeficiente A, B, \dots do sistema (43) só dependerão de duas incógnitas R_2 e x_2 e pode ser resolvida iterativamente pelo método Newton-Raphson por exemplo.

Os coeficientes A, B, \dots, J determinados para $s=1$ são constantes e a resolução do sistema (43) pelo mesmo método em relação a R_2 e x_2 pode ser obtida para outros valores de escorregamento.

3.3.4 – Método do diagrama vetorial

O diagrama vetorial correspondente ao circuito equivalente da figura 1 está representado na figura 11. De acordo com o diagrama, o vetor da corrente secundária \vec{I}_2 está defasado de um ângulo δ' em relação a corrente primária. Este ângulo é deduzido das correntes das barras calculadas por elementos finitos como será explicado a seguir. A força eletromotriz \vec{E}_2 , induzida pelo fluxo resultante no entreferro, está avançada de um ângulo γ em relação a corrente \vec{I}_2 . Tensão de alimentação \vec{V}_1 é obtida a partir desta fem somando-se a queda de tensão em R_1 e em x_1 .

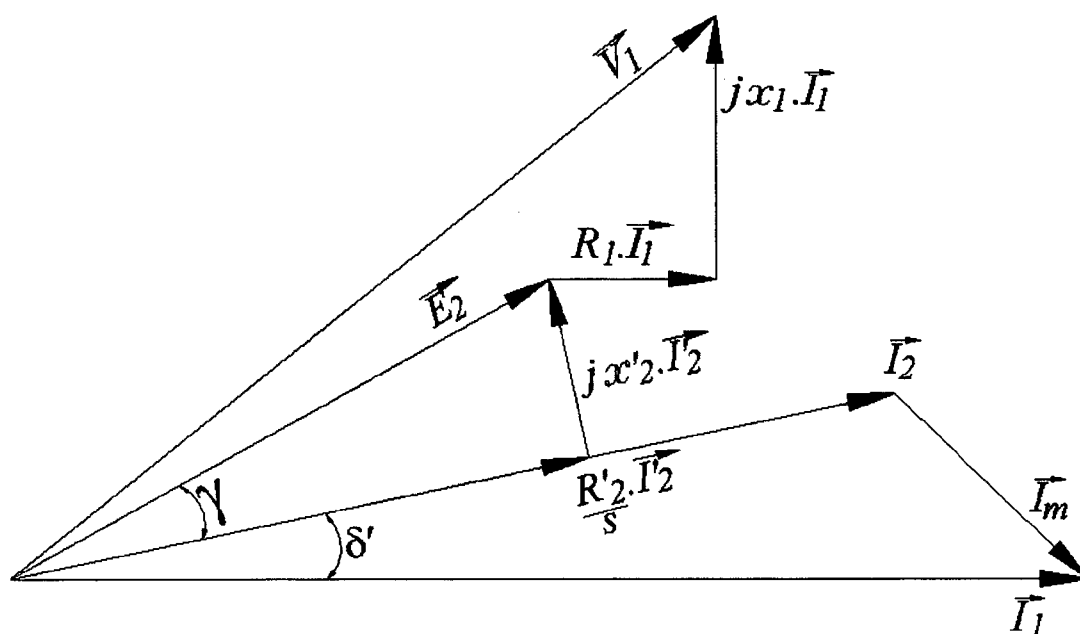


Figura 11 – Diagrama vetorial da máquina assíncrona

A partir do diagrama, obtêm-se as seguintes relações:

$$\vec{I}_2 = \vec{I}_1 \frac{jX_m}{\left(\frac{R_2}{s} + j(x'_2 + X_m) \right)} \quad (48)$$

Que em módulo e em fase dá:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{X_m}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s} \right)^2 + (x'_2 + X_m)^2}}$$

$$\delta' = \frac{\pi}{2} - \arctg \left(\frac{x'_2 + X_m}{R'_2/s} \right) \quad (49)$$

Onde δ' é o ângulo de defasagem entre \bar{I}_1 e \bar{I}'_2 , de (48) e (49) se deduz a seguinte expressão para X_m :

$$X_m = \frac{R'_2}{s} \cdot \frac{I}{\text{sen } \delta'} \left(\frac{I'_2}{I_1} \right) \quad (50)$$

E para x'_2 :

$$x'_2 = \frac{R'_2}{s} \left[\frac{I}{\text{tg } \delta'} - \frac{I}{\text{sen } \delta'} \cdot \frac{I'_2}{I_1} \right] \quad (51)$$

A partir da potência ativa e reativa consumida e com a ajuda do circuito equivalente, pode-se deduzir os valores de R_1 e x_1 :

$$R_1 + \frac{R'_2}{s} \left(\frac{I'_2}{I_1} \right)^2 = \text{Re}q \quad (52)$$

$$x_1 + \frac{R'_2}{s} \left(\frac{I'_2}{I_1} \right) \text{sen } \delta' + \frac{I'_2}{I_1} \text{cos } \delta' = \text{Xe}q \quad (53)$$

$\text{Re}q$ e $\text{Xe}q$ são respectivamente a parte real e a parte imaginária da impedância total deduzida a partir da potência ativa e reativa calculada por elementos finitos. Percebe-se que para determinar os parâmetros do circuito equivalente, é necessário conhecer R'_2 , I_1 , I'_2 e δ' .

O problema agora é determinar estas grandezas a partir de uma resolução em magnetodinâmica complexa.

A resistência R'_2 será obtida a partir da potência dissipada nas gaiolas (barras e anéis) e a corrente I'_2 é obtida através das correntes induzidas nas barras. Os outros parâmetros são calculados a partir das expressões (48) à (53). Então o problema consiste em determinar I_1 , I'_2 e δ' , cujos valores foram explicados como obter em capítulo anterior.

Para deduzir I'_2 das correntes das barras calculadas pela simulação em módulo em fase, deve-se pegar a componente direta p que tem uma fmm girando a w/p , e cria um torque eletromagnético. Para a fase da corrente I'_2 , leva-se em consideração a defasagem espacial entre o estator e o rotor. Enfim, para a amplitude, deve-se ter em conta a relação de transformação de corrente entre o estator e o rotor.

No que se refere a corrente I_1 , depende da natureza da fonte de alimentação:

- a) se a fonte de alimentação é uma fonte de corrente, I_1 é imposta;
- b) se a fonte de alimentação é uma fonte de tensão, a corrente I_1 é conhecida devido ao acoplamento das equações do circuito.

Em resumo, para calcular os parâmetros do circuito equivalente a partir de uma resolução pela magnetodinâmica complexa, as seguintes etapas devem ser seguidas:

- Para uma fonte de tensão, pega-se a componente direta de ordem p da corrente das bobinas estatóricas.
- Para a corrente I_2 , fazemos:
 - pega-se a componente simétrica de ordem p das correntes das barras,
 - aplicar o fator de transformação de corrente para referir ao primário.
- Para determinar o ângulo de defasagem entre as correntes I_1 e I_2 leva-se em conta a defasagem elétrica fornecida pela magnetodinâmica complexa e a defasagem espacial inicial $p\theta_0$, como já foi explicado anteriormente.
- Calcula-se a resitência secundária referida ao primário a partir da potência dissipada na gaiola (barras e anéis de curto circuito) e da corrente I_2 .
- Utiliza-se as relações (50) à (53) para determinar os parâmetros do circuito equivalente.

3.3.5 – Conclusão

Nos parágrafos anteriores, apresentamos três métodos para calcular os parâmetros do circuito equivalente a partir de uma resolução em magnetodinâmica complexa. O método dos ensaios é o mais simples, porém o de pior qualidade de estimação dos parâmetros.

O método da impedância total permite determinar variação dos parâmetros secundários com o escorregamento, mas os cálculos são mais complicados devido a resolução de um sistema não linear, além de que este método pressupõe que as reatâncias de dispersão do estator e rotor sejam iguais.

O método do diagrama vetorial permite, em conhecendo as correntes e potências da máquina em módulo e em fase, determinar de uma forma simples os parâmetros do circuito equivalente bem como sua variação com o escorregamento.

CAPÍTULO IV – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO EM 2D E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL.

4.1 – Descrição da máquina estudada e da bancada de medidas.

4.1.1– Descrição da máquina estudada

A máquina utilizada para a validação dos resultados da simulação é um motor assíncrono trifásico de gaiola com as seguintes características:

- Número de pólos: 4
- Tensão nominal: 440V
- Potência nominal: 1,1 kW
- Frequência: 60 Hz

O estator tem 36 ranhuras e o rotor 44 ranhuras.

O enrolamento é do tipo concêntrico, camada única (passo pleno), pólos consecuentes, tendo 104 espiras com um fio de $\phi 0,45\text{mm}$. As dimensões das ranhuras e os diâmetros estão no anexo.

4.1.2– Descrição da bancada de medidas

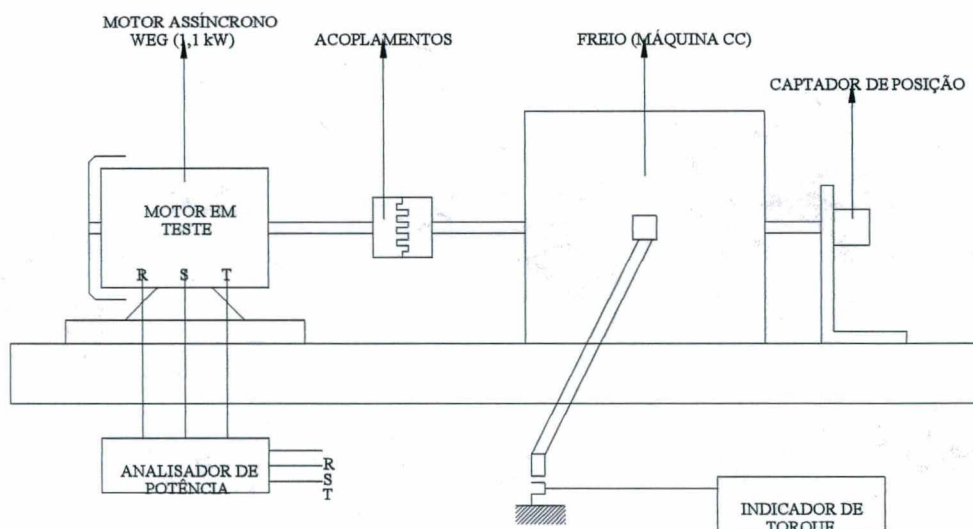


Figura 12 – Descrição da bancada de medidas

O motor assíncrono é acoplado a uma máquina de corrente contínua utilizada como freio acoplado a uma célula de carga de 12 Nm de torque nominal e 30 Nm de torque máximo.

Os ensaios realizados no motor compreenderam:

- Ensaio completo a vazio,
- Ensaio em rotor bloqueado,
- Ensaio em carga nos seguintes pontos (25%, 50%, 75%, 100%, 125%),
- Curva de torque e corrente x rotação.

A tabela a seguir mostra as grandezas medidas, o equipamento utilizado e a estimativa da precisão das medidas:

| Grandezas medidas | Equipamento utilizado | Estimativa do erro de medida |
|-------------------|---|------------------------------|
| Corrente | Analizador de potência | 0,20% |
| Tensão de linha | Analizador de potência | 0,025% |
| Potência Ativa | Analizador de potência | 0,20% |
| Rotação | Sensor magnético + indicador | 1rpm |
| Temperatura | PT 100 + indicador | 0,17°C |
| Torque | Célula de carga Kratos + identificador Alfa | 0,12% |
| Resistência | Ponte Kelvin Valhalla | 0,30% |

Tabela 1 – Equipamentos utilizados nas medidas e seus respectivos erros.

4.2- Resultados da simulação

As simulações foram realizadas em 2D com o Software de cálculos de campos por elementos finitos “EFCAD” nos seguintes módulos.

EFCS – Solução magnetostática.

EFCC – Solução pela magnetodinâmica complexa.

Os módulos EFCS e EFCC permitem a alimentação com fontes de corrente.

Para todas as simulações realizadas foi utilizado um quarto da máquina, por razões de simetria evidentes, conforme representado na figura 13.

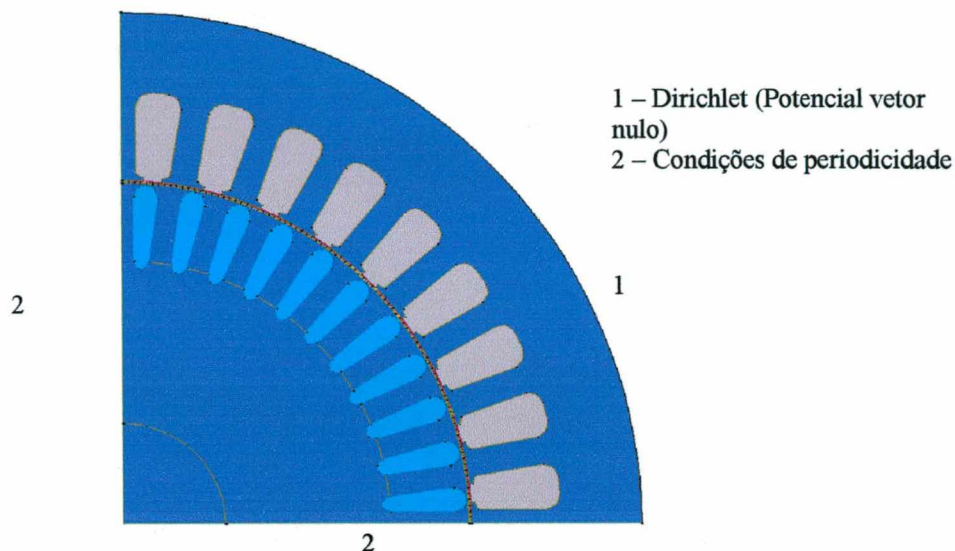


Figura 13 – Condições limites impostas à geometria utilizada.

As impedâncias características das extremidades, tais como as cabeças de bobinas e os anéis de curto circuito são levados em consideração na modelização. Para as simulações, consideramos estas impedâncias calculadas por métodos analíticos descritos no anexo, uma vez que obtê-las experimentalmente é extremamente difícil.

A seguir apresentaremos os resultados das simulações realizadas com esta máquina utilizando os diferentes métodos de determinação dos parâmetros do circuito equivalente descritos nos parágrafos precedentes.

Salvo indicação contrária, as simulações são feitas considerando fontes senoidais equilibradas.

4.2.1 – Resultados da simulação pela Magnetostática

Para esta simulação, as fontes serão correntes impostas nos enrolamentos do estator. As figuras 14 e 15 mostram respectivamente a variação da reatância magnetizante e da força eletromotriz induzida entre as fases do estator, considerando a máquina funcionando a vazio, em função da corrente, calculado pelo EFCAD (módulo EFCS), comparado com o cálculo analítico e o ensaio a vazio do motor. Neste caso, tanto no ensaio quanto no cálculo pelo Método dos elementos finitos, está incluída dentro do X_m a reatância de dispersão x_l .

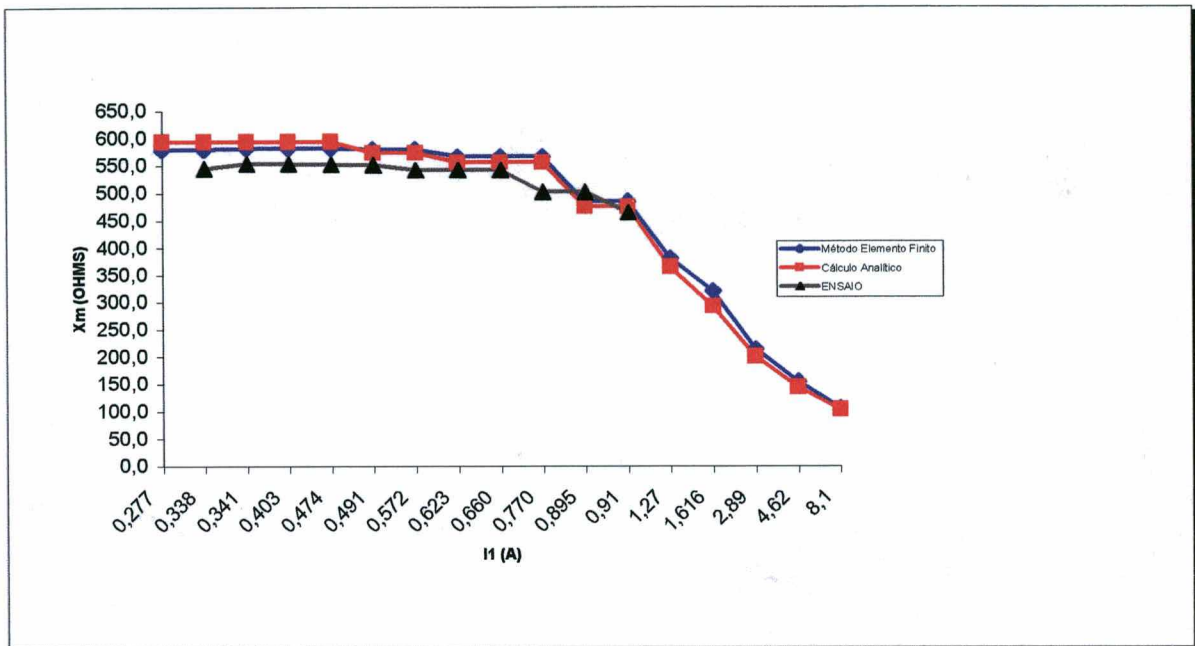


Figura 14 – Variação da reatância magnetizante com a corrente

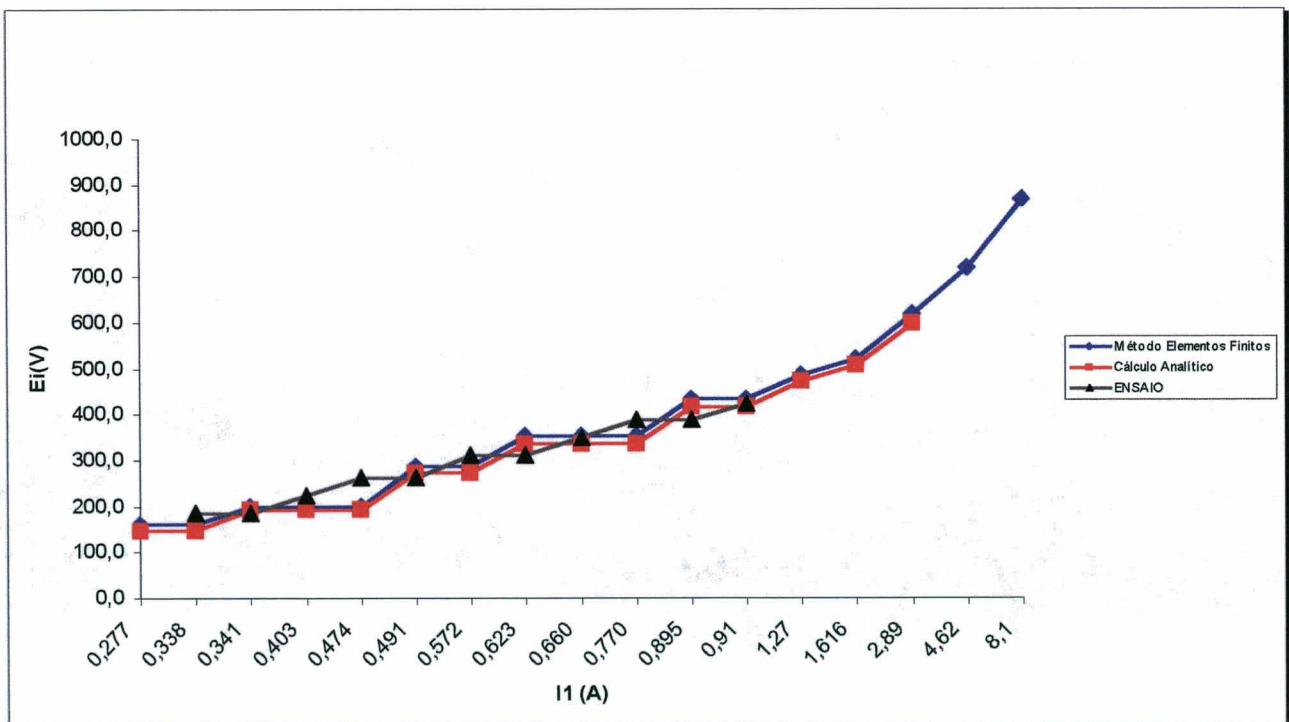


Figura 15 – Variação da tensão induzida com a corrente.

A tensão induzida foi obtida através do cálculo do fluxo luikage.

Pode-se dizer que a magnetostática permite modelar corretamente a máquina assíncrona à vazio. Em particular, ela evidencia a saturação da reatância magnetizante da máquina.

4.2.2 – Resultados da simulação pela magnetodinâmica complexa

A seguir apresentaremos sucessivamente os resultados dos três métodos descritos anteriormente quais sejam: o método dos dois ensaios, o método da impedância total e o método do diagrama vetorial.

4.2.2.1 – Resultados da simulação pelo método dos dois ensaios

As figuras 16 e 17 mostram a distribuição das linhas de fluxo da máquina à vazio e em rotor bloqueado, respectivamente.

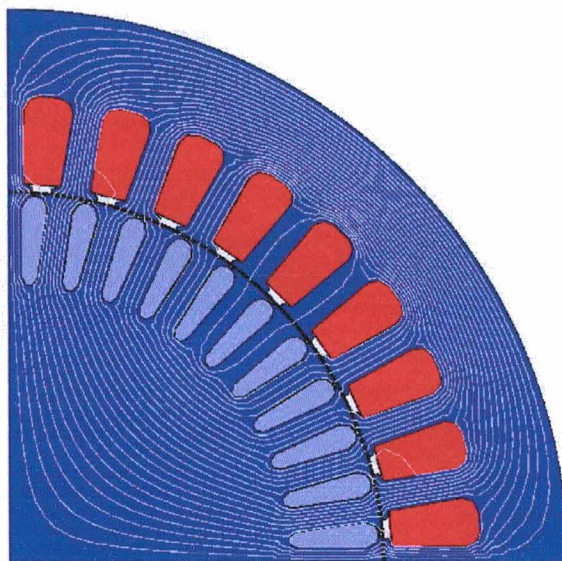


Fig. 16 – Distribuição das linhas de fluxo à vazio

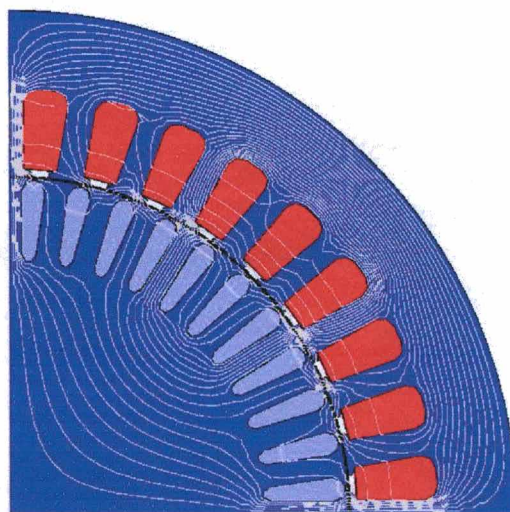


Fig. 17 – Distribuição das linhas de fluxo em rotor bloqueado.

Salientamos que, as linhas de fluxo penetram o rotor muito bem à vazio. Entretanto, em rotor bloqueado, devido as altas correntes induzidas nas gaiolas que criam uma barreira a penetração do fluxo; as linhas se curvam em grande parte sobre elas mesmas constituindo o fluxo de dispersão.

Utilizando as expressões (41) e (42), obtemos na tabela 2 os resultados da simulação comparados com os resultados dos ensaios à vazio e em rotor bloqueado.

| | ENSAIO | EFCAD | ERRO % |
|---------------|--------|-------|--------|
| X_m (Ohms) | 475 | 485 | 2,1 |
| R'_2 (Ohms) | 16,36 | 15,80 | 3,5 |
| x'_2 (Ohms) | 12,66 | 14,20 | 12,2 |

Tabela 2 – Parâmetros do circuito equivalente obtidos pelo método dos dois ensaios.

Pode-se constatar que o resultados da simulação são próximos aos valores medidos. O maior erro se observa na reatância de dispersão do rotor, uma vez que este parâmetro depende do valor da reatância de cabeça de bobina e da inclinação calculados analiticamente.

4.2.2.2 – Resultados da simulação pelo método da impedância total.

A figura 18 mostra a evolução dos parâmetros R'_2 e x'_2 em função da rotação. A resistência R'_2 é afetada pelo efeito pelicular assim como a reatância x'_2 .

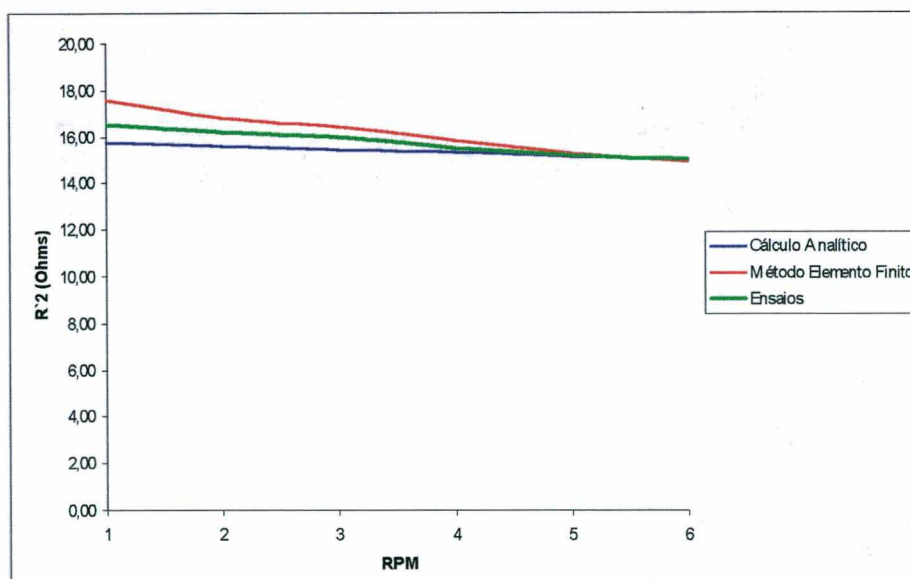


Figura 18 – Variação da resistência R'_2 com a rotação

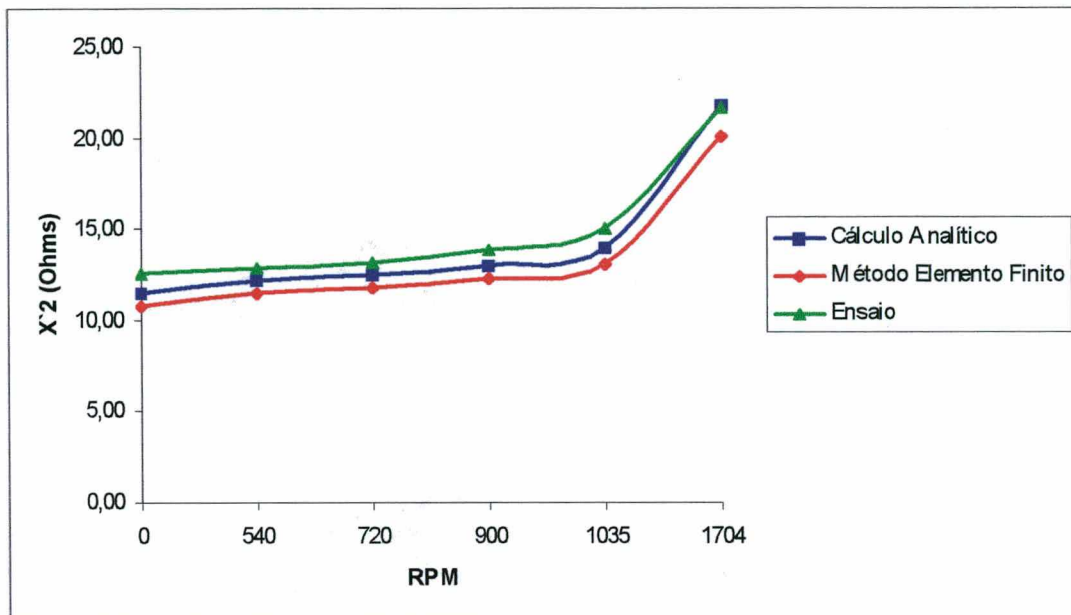


Figura 18 – Variação da resistência X'_2 com a rotação

As variações obtidas entre os valores calculados são devido a simulação ser bidimensional, o que necessita do cálculo analítico da resistência do anel, reatância do anel e reatância da inclinação, além de os valores obtidos nos ensaios também conterem erros das medidas e do método de separação dos parâmetros.

4.2.2.3 – Resultado da simulação pelo método do diagrama vetorial – alimentação em corrente

Neste caso utilizamos fontes de correntes equilibradas senoidais para estudar a variação dos parâmetros do circuito equivalente com a corrente imposta. A figura 19 mostra o comportamento em função da rotação, da reatância magnetizante da máquina calculada para dois valores de corrente primária:

$I_1 = 0,89A$ e $1,37A$, representando as correntes à vazio e em carga da máquina.

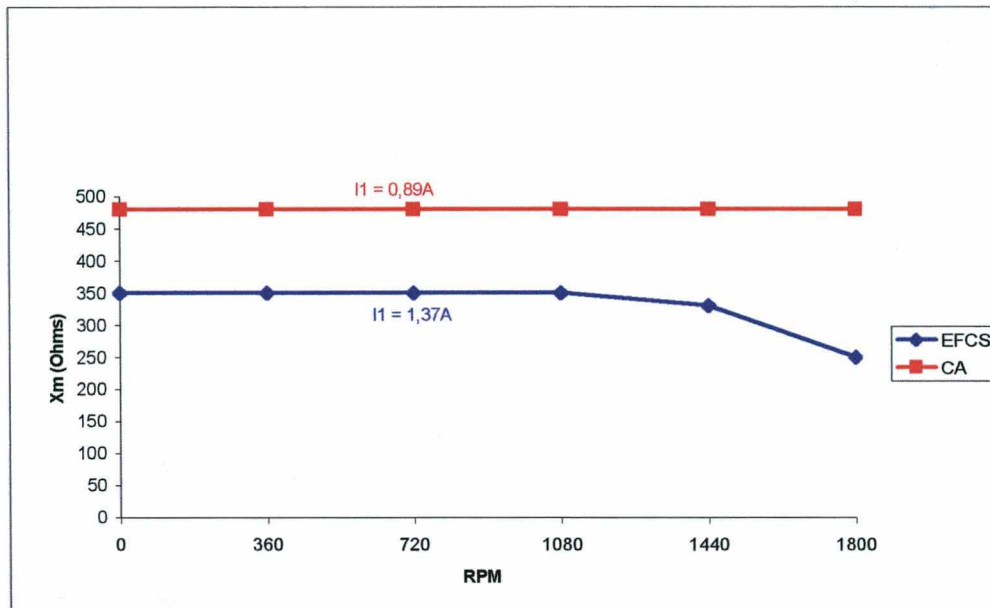


Figura 19 – Variação da reatância magnetizante com a rotação e da corrente primária.

Como pode se observar, a reatância magnetizante é praticamente constante para a corrente $0,89A$ (65% da corrente nominal) e varia consideravelmente devido a saturação na corrente nominal.

A figura 20 mostra a variação das reatâncias de dispersão do primário x_1 e do secundário x_2 em função da rotação para as correntes de $0,89A$ e $1,37A$ respectivamente.

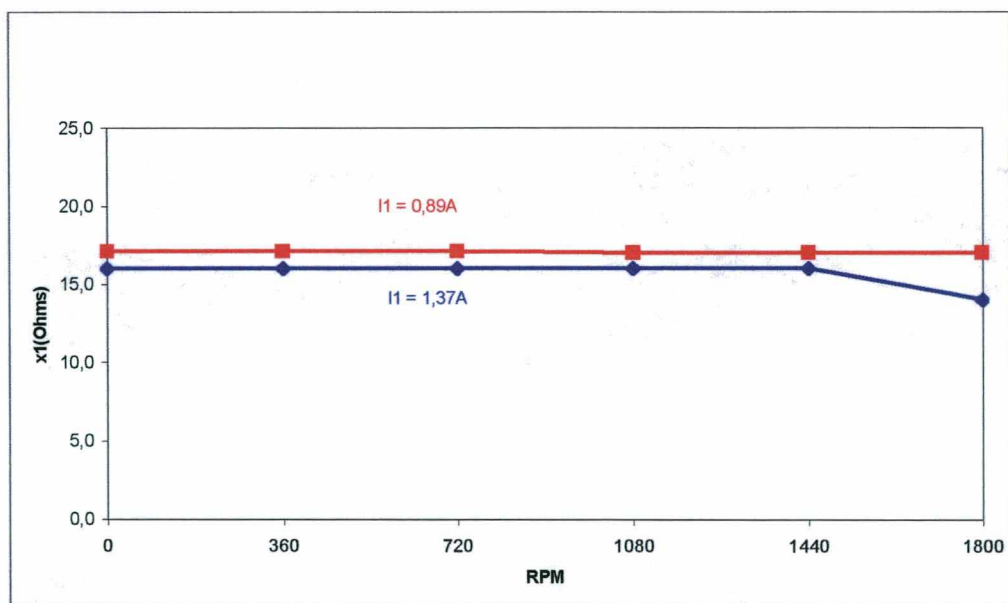


Figura 20– Variação da reatância x_1 com a rotação e da corrente primária

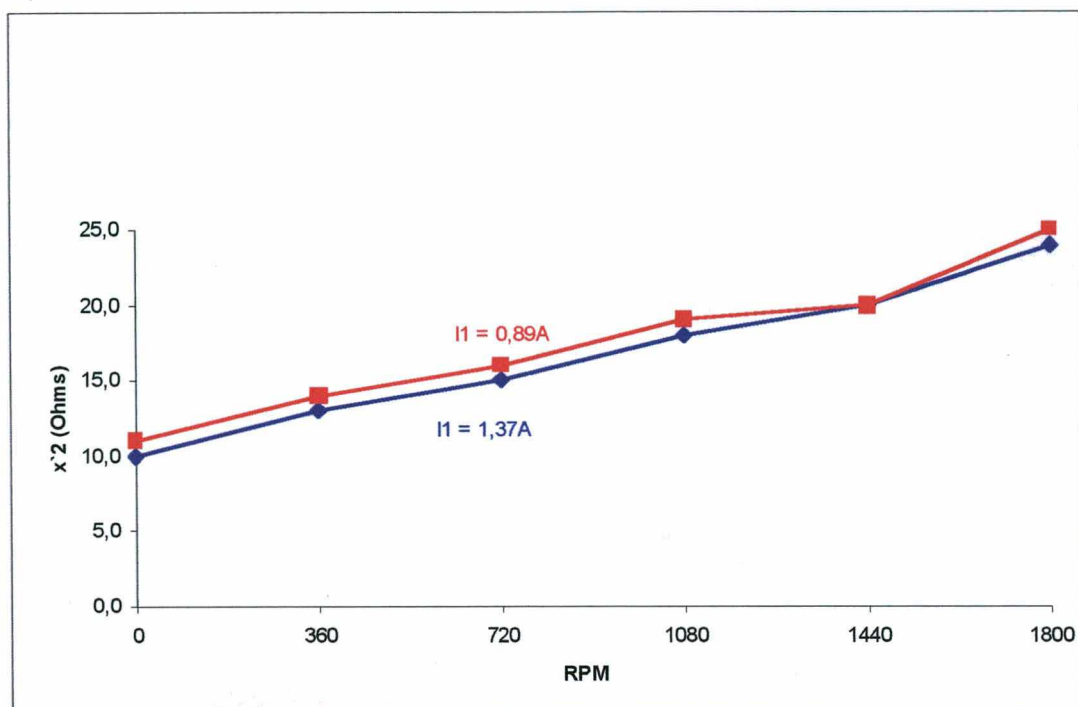


Figura 20– variação das reatâncias de dispersão em função da rotação e da corrente primária.

As reatâncias de dispersão diminuem com a corrente, indicando o efeito da saturação nas mesmas, entretanto, a reatância primária é pouco afetada pela rotação, enquanto que a reatância secundária é fortemente afetada pela rotação devido ao efeito pelicular.

4.3 – Conclusão

Foi desenvolvido um método com base no diagrama vetorial clássico da máquina assíncrona que permite a determinação dos parâmetros do circuito equivalente, a partir de uma solução em magnetodinâmica complexa.

Os parâmetros do circuito equivalente identificados não são constantes e variam conforme o regime de funcionamento da máquina devido ao efeito peculiar e à saturação.

Os resultados obtidos foram satisfatórios, levando-se em conta a solução linear com o uso de uma permeabilidade relativa equivalente.[22]

Para se levar em consideração o movimento do rotor e a saturação, a solução passo a passo no tempo é a mais adequada, porém a que exige muito maior tempo de processamento.

É importante salientar que a saturação em 2D leva a imprecisão dos cálculos analíticos dos parâmetros das extremidades (cabeça de bobina, anel de curto circuito) e da reatância da inclinação. Outro aspecto a considerar é que o circuito equivalente utilizado foi simplificado, não considerando a resistência de perdas no ferro.

CONCLUSÃO GERAL

Este trabalho abordou o problema da determinação dos parâmetros do circuito equivalente da máquina assíncrona pelo método de elementos finitos através da magnetodinâmica complexa.

Tais métodos clássicos de determinação desses parâmetros são baseados em modelos simplificados de campo.

Já não são mais suficientes para modelar a máquina quando esta está integrada em sistemas mais complexos ou quando as exigências de análise são mais severas.

A utilização do método de elementos finitos leva em consideração de forma mais precisa os fenômenos complexos que acompanham o funcionamento da máquina assíncrona. Uma característica importante deste método desenvolvido é o tempo necessário de processamento ser tão pequeno quanto ao utilizado para o cálculo analítico.

Assim os três métodos apresentados foram:

- 1) Método dos dois ensaios, cuja característica básica é verificar os parâmetros do circuito equivalente nas condições à vazio e em rotor bloqueado. Este método não permite verificar a variação dos parâmetros com a rotação.
- 2) O método da impedância total que permite calcular a variação dos parâmetros com a rotação, porém os cálculos são mais complicados devido a resolução de um sistema não linear, além do que, este método pressupõe que se conheça a relação entre as reatâncias do primário e do secundário.
- 3) O método do diagrama vetorial da máquina que utiliza as equações vetoriais da máquina e o ângulo de defasagem entre as correntes primárias e secundárias. Este método permite obter a variação dos parâmetros com a rotação, ou seja, as condições de funcionamento da máquina.

Os principais melhoramentos que poderão aprimorar os métodos propostos se referem a:

- a) Utilizar a técnica de elementos finitos para cálculo dos parâmetros das extremidades.
- b) Levar em consideração a variação da resistência com a temperatura.
- c) Levar em consideração as perdas no ferro, inclusive aquelas provocadas pelas harmônicas.
- d) Levar em consideração as harmônicas espaciais.

- e) Levar em consideração as perdas suplementares devido as harmônicas espaciais e as variações de fluxo nos dentes e coroas da máquina.
- f) Calcular as diversas reatâncias diretamente, utilizando a relação fluxo sobre corrente para uma determinada geometria.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] STEINMETZ, C. P, *The alternating current induction motor*, AIEE Trans. 1897, vol 14, p. 185-217.
- [2] ALGER, *The nature of induction motors: Analysis, Design and Applications*, Marcel Deckernic, N.Y. 1989.
- [3] M. POLOUJADOFF, *The theory of three phase induction squirrel cage motors*, Electric Machines and power systems, 1987.
- [4] N. ZORBAS, B.A. Neyland, *Derivation of induction motor equivalent circuit using space phases concepts*, IEEE Trans. On Education, vol. E-30, nº 2, May 1987.
- [5] M. POLOUJADOFF, M. Ivanes, *Comparaison des schémas équivalents an moteur asynchrone polyphasé*, Revue Générale Electricité, vol. 76, p. 1-6, 1967.
- [6] LIWSCHITZ, *Calcul des machines electriques*, Dunod, Paris 1967.
- [7] M. POLOUJADOFF, *General rotating mmf theory of squirrel cage induction machines with non uniform airgap and several non sinusoidally distributed windings*, IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, nº 3, March 1982.
- [8] YAMAMURA, *AC Motors for high performance applications: analysis and control*, Marcel Deckker, INC, 1986.
- [9] G.R. SLEMON, *Circuit models for polyphase induction machines*, Electric machines and Power systems, vol 8, p. 369-379, 1983.
- [10] IEEE Std – 112, IEEE Standard test procedure for, 1996.
- [11] K. IDIR, L. CHANG, H. DAI, *Improved neural network model for induction motor design*, IEEE Transactions on magnetics, vol. 34, nº 5, sept. 1998
- [12] S. ANSUJ, F. SHOKOOH, R. SCHINZINGER, “*Parameter Estimation for induction machines based on sensivity analysis*”, IEEE transactions on Industry applications, vol. 25, nº 6, nov. 1989.
- [13] P. NANGSUE, P. PILLAY, S.E. LOURY, “*Evolutionary algorithms for induction motor parameter determination*”, IEEE transactions on Energy conversion, vol. 14 nº 3, sept. 1999.
- [14] C.B. JACOBINA, J.E. CHAVES, A .M.N. LIMA, “*Estimating the parameters of induction machines at standstill*”, IEEE trans, sept 1999.
- [15] I. ZEIN, L. LUCRON, “*A second order model for the real time indentification of the induction motor*”, Electrimocs` 99, ISBN 972.

- [16] CONSOLI, "Parameters estimation of inverter fed induction motors", CONSUMEL, 1980, pp III.2.4-III-33.
- [17] MAGUREANU, L. KRIENDLER, "Off-line and on line squirrel cage induction motor parameter identification", ICEM, vol III, Pisa Italic, Spt 12-14, 1988, pp 309-314.
- [18] ROBINSON, "Finite element calculation of equivalent circuit parameters for induction motors", Thèse Imperial College of Science and Technologie, London, 1988.
- [19] BELMANS, R.D. FINDLAY, W. GEYSEN, "A circuit approach to finite element analysis of a double squirrel cage induction motor", IEEE Trans. On Energy Conv., vol. 5, n° 5, Dec 1990, pp 713 –724.
- [20] BELMANS, D. VERDYCK, T.B. JOHANSSON, W. GEYSEN, R.D. FINDLAY, "Calculation of the no-load and torque speed characteristic of induction motors using finite elements", Proc. Int. Electrical Machines, Boston, Aug. 1990, pp 724-729.
- [21] TANDON, "Finite element analysis of an induction machines", IEEE Trans. On Magnetics, vol. Mag-18, Nov. 1982, pp 1722-1724.
- [22] S. WILLIAMSON, M.J. ROBINSON, "Calculation of cage induction motor equivalent circuit parameters using finite elements", IEEE PROC. B, Vol. 138, n° 5, sept. 1991.
- [23] P. ZHON, J. GILMORE, Z. BODICS, Z.J. CENDES, "Finite element based on computing detailed Equivalent circuit Parameters", IEEE Trans. On Magnetics, vol. 34, n° 5, sept. 1998.
- [24] S. WILLIAMSON, L.H. LINI, M.J. ROBINSON, "Finite – element models for cage induction motor analysis", IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 26, n° 6, Nov./Dec. 1990.
- [25] TAIEB, "Contribution à la modélisation de la machine asynchrone à cage par logiciels d'éléments finis 2D et 3D", Thèse INPG, 1992.
- [26] SAHRAQUI, O. "Calcul des schemas equivalents de la machine asynchrone par la methode des elements finis", Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble 1994.
- [27] GASTLI, A. "Identification of Induction Motor Equivalent Circuit Parameters using the single-phase test", IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 14, n° 1, March 1999.

ANEXO A

CÁLCULO ANALÍTICO DOS PARÂMETROS DO CIRCUITO EQUIVALENTE.

Neste anexo, mostraremos o cálculo dos parâmetros do circuito equivalente através de fórmulas analíticas clássicas encontradas na literatura. Não serão desenvolvidas estas fórmulas, por outro lado, serão indicadas as referências bibliográficas.

Mostraremos o cálculo de um motor de indução de gaiola simples.

1 – Dados do motor.

a) Tipo de motor.

- 1 – Motor trifásico assíncrono de gaiola.
- 2 – Grau de proteção IP-55.
- 3 – Isolamento classe B.
- 4 – Carcaça 80.
- 5 – 60Hz
- 6 – 220/380/440V – 12 cabos
- 7 – Potência: 1.1 kW ou 1,5cv

b) Dados do projeto

- 1 – Comprimento do pacote = 85 mm
- 2 – Entreferro = 0,30mm
- 3 – Inclinação das barras do rotor = 7,2mm
- 4 – Dimensões do anel de curto circuito = 10 x 13,5mm

c) Dados geométricos das lâminas do estator e do rotor.

- Conforme anexo B.

d) Dados do enrolamento.

- 1 – Esquema do enrolamento, conforme Anexo C

2 – Número de espiras = 104

3 – Bitola do fio NU = $\phi 0,45\text{mm}$

Para efeitos de comparação, calcularemos os parâmetros na ligação triângulo série, logo:

4 – Ligação série

5 – Enrolamento camada única, passo pleno, por pólos consecuentes (fase de zona = 60°)

e) Dados dos materiais utilizados:

1 - Resistividade do cobre dos enrolamentos do estator à 20°C = $0,0170 \times 10^{-6}$ Ohm.m

2 – Resistividade do alumínio do rotor: como o rotor é injetado, consideramos esta como sendo 192% da resistividade do cobre à 20°C .

3 – Aço magnético utilizado: conforme Anexo D.

2 – Cálculo analítico dos parâmetros.

2.1 – Cálculo da resistência primária R_1

Utilizamos a fórmula clássica dada por:

$$R_1 = \rho_{cu} \cdot \frac{L_{zs} \cdot Z_s}{a_c} \quad (\text{A.1})$$

Onde ρ_{cu} é a resistividade do cobre.

L_{zs} é o comprimento médio de um condutor

Z_s é o número de condutores em série por fase.

O valor numérico obtido é:

$$R_1 = 24,34 \text{ Ohms}$$

2.2 – Cálculo da resistência rotórica.

De acordo com [3], a resistência rotórica de é definida por:

$$R_2 = \alpha \left(R_b + \frac{R_A}{2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi p}{N_2} \right)} \right) \quad (\text{A.2})$$

Onde α é o fator de transformação do secundário para o primário, e é definida por:

$$\alpha = \frac{m_1}{N_2} \left(\frac{Z_s \cdot f_{b1}}{Z_r \cdot f_{b2}} \right)^2 \quad (\text{A.3})$$

Onde: m_1 é o número de fases do estator.

N_2 é o número de ranhuras do rotor.

Z_s é o número de condutores em série por fase do estator.

f_{b1} é o fator de enrolamento do estator.

Z_r é o número de condutores em série por fase do rotor (rotor gaiola = 1)

f_{b2} é o fator de enrolamento do rotor (rotor gaiola = 1)

R_B é a resistência de uma barra e é definida por:

$$R_B = \rho_{Al} \cdot \frac{L_b}{A_{n2}} \quad (\text{A.4})$$

Onde: ρ_{Al} é a resistividade do alumínio

L_b é o comprimento da barra

A_{n2} é a área da ranhura do rotor

R_A é a resistência da porção do anel entre duas barras, e é definida como:

$$R_A = \rho_{Al} \cdot \frac{\tau_a}{A_a} \quad (\text{A.5})$$

Onde τ_a é o passo de ranhura do rotor, que é definida por:

$$\tau_a = \frac{\pi Dm}{N_2} \quad (\text{A.6})$$

Onde: Dm é o diâmetro médio do anel de curto circuito e A_a é a área do anel de curto circuito e p é o número de pares de pólos.

Assim, poderemos definir a resistência da barra referida ao primário como:

$$R_b' = \alpha \cdot R_b \quad (\text{A.7})$$

E a resistência do anel referida ao primário como:

$$R_a' = \frac{\alpha \cdot r_e}{2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\pi p}{N_2} \right)} \quad (\text{A.8})$$

O valor numérico dessas resistências é:

$$R_b' = 12,54 \text{ Ohms}$$

$$R_a' = 3,01 \text{ Ohms}$$

$$r_2' = 15,55 \text{ Ohms}$$

Para se obter a variação da resistência rotórica com a rotação, utilizamos a expressão clássica desenvolvida para uma barra retangular. Assim de [3] tiramos:

$$R_{bAC} = K_R \cdot R_{bDC} \quad (\text{A.9})$$

Onde K_R é o coeficiente de efeito pelicular na resistência e é definido por:

$$K_R = \alpha_p \cdot h_b \cdot \left[\frac{\operatorname{senh}(2\alpha_p h_b) - \operatorname{sen}(2\alpha_p h_b)}{\operatorname{cosh}(2\alpha_p h_b) - \operatorname{cos}(2\alpha_p h_b)} \right] \quad (\text{A.10})$$

$$\text{Onde } \alpha_p = \sqrt{\frac{2\pi f r \cdot \mu_o}{2\rho}} \quad (\text{A.11})$$

e h_b é a altura da barra,

f_r é a frequência da corrente rotórica,

$$\mu_o = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

ρ é a resistividade do material da barra.

Numéricamente, teremos para a partida um $K_R = 1,138$

2.3 – Cálculo das reatâncias de dispersão do estator.

Estas reatâncias se compõe principalmente dos seguintes componentes [2].

- 1 – Reatância da cabeça de bobina, x_{c1} ,
- 2 – Reatância das ranhuras do estator x_{n1} ,
- 3 – Reatância zig-zag do estator x_{z1}

2.3.1 – Reatância de dispersão da cabeça de bobina x_{c1} .

A figura A₁ mostra as principais dimensões consideradas no cálculo da reatância da cabeça de bobina.

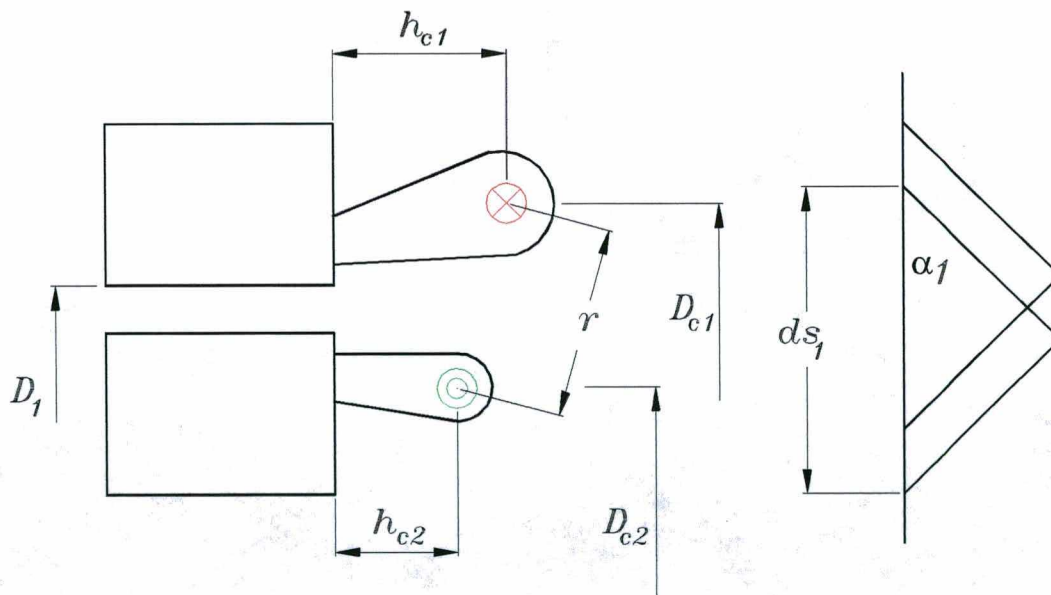


Figura A1 – Configuração geométrica das cabeças de bobinas.

Baseado na figura acima, de acordo com [2], a reatância da cabeça de bobina é definida em duas partes, sendo a primeira uma função da dispersão produzida pela componente da corrente na direção axial, definida por:

$$x_{ca} = \frac{m_1}{4} \cdot 2\pi f \cdot \frac{5\mu_0 (Z_s f_{b1})}{4\pi^2 p^2} \cdot \lambda_{ca} \quad (\text{A.12})$$

Onde λ_{ca} é o coeficiente de permeância definido por:

$$\lambda_{ca} = D_{c1} \cdot \text{tg } \alpha_1 \left[\frac{\left(\frac{d_{s1} - l}{d_{p1} - l} \right) \pi - \text{sen} \left(\frac{d_{s1} - l}{d_{p1} - l} \pi \right)}{\pi} \right] \cdot \left[1 - \left(0.8 \frac{D_{c2}}{D_{c1}} \right)^p \right] \quad (\text{A.13})$$

$$\text{Onde } d_{p1} = \frac{N_1}{2p}$$

A segunda parcela é uma função da corrente na direção radial e é definida por:

$$x_{cr} = \frac{m_1}{4} \cdot \frac{18\mu_0}{8\pi^2} \cdot 2\pi f \cdot \frac{(Z_s f_{b1})^2}{p^2} \cdot \lambda_{cr} \quad (\text{A.14})$$

Onde λ_{cr} é o coeficiente de permeância, definido por :

$$\lambda_{cr} = D_{c1} \cdot \log \left[\frac{1,4 \cdot D_{c1} - D_1 \log \left(\frac{0,54 D_1}{r} \right)}{h_{n1}} \right] \quad (\text{A.15})$$

Onde: h_{n1} é a altura da ranhura do estator e r é definido por:

$$r = \sqrt{\frac{1}{4} (D_{c1} - D_{c2})^2 + (h_{c1} - h_{c2})^2} \quad (\text{A.16})$$

Assim, numericamente teremos:

$$x_{c1} = 5,22 \text{ Ohms}$$

2.3.2 – *Reatâncias de dispersão das ranhuras do estator.*

Também de [2] tiramos a expressão para o cálculo da reatância da ranhura do estator, definida por:

$$x_{n1} = \mu_0 \cdot 2\pi f \cdot L \cdot \left(\frac{m_1}{N_1} \right) (Z_s f_{b1})^2 \cdot \lambda_{n1} \quad (\text{A.17})$$

Onde λ_{n1} é o coeficiente de permeância da ranhura do estator que depende da geometria da mesma.

Numericamente, temos

$$x_{n1} = 5,77 \text{ Ohms}$$

2.3.3 – Reatância de dispersão zig-zag do estator.

Novamente de [2] está definida a reatância de dispersão zig-zag do estator como:

$$x_{z1} = 2\pi \cdot f \cdot \mu_o L \cdot \left(\frac{m_1}{N_1} \right) (Z_s)^2 \cdot \lambda_{z1} \quad (\text{A.18})$$

Onde λ_{z1} é o coeficiente de permeância zig-zag dado por:

$$\lambda_{z1} = \frac{Kn_1}{12 \cdot \delta \cdot K_{c1} \cdot K_{c2}} \cdot \frac{\pi(D_1 - \delta)}{N_1} \cdot \left(\frac{1,2}{K_{c1}} - 0,2 \right) \quad (\text{A.19})$$

Onde Kn_1 é o fator de encobrimento que depende do tipo de enrolamento, $K_{c1,2}$ são os coeficientes de Carter (espraiamento de fluxo) do estator e do rotor, δ é o entreferro da máquina.

Numericamente, obtemos

$$x_{z1} = 5,83 \text{ Ohms}$$

Assim, a reatância de dispersão total do estator será numericamente.

$$x_1 = 16,83 \text{ Ohms}$$

2.4 – Cálculo da reatância de magnetização não saturada.

Novamente utilizamos [2] para definir a reatância de magnetização não saturada, que é:

$$X_m = 2\pi f \cdot \frac{m_1}{4} \cdot \frac{\mu_o}{\pi^2} \cdot \frac{\pi D}{2p} \cdot L \cdot \frac{(Z_s \cdot f_{b1})^2}{\delta \cdot K_{c1} \cdot K_{c2}} \cdot \frac{1}{p} \quad (\text{A.20})$$

Numericamente, temos:

$$Xm = 428,6 \text{ Ohms}$$

2.5 – Cálculo das reatâncias de dispersão do rotor.

Estas reatâncias se compõe dos seguintes componentes [2].

- 1 – Reatância zig-zag do rotor, x_{z2}
- 2 – Reatância da inclinação das ranhuras do rotor, x_i
- 3 – Reatância das ranhuras do rotor, x_{r2}

2.5.1 – Reatância zig-zag do rotor.

De [2] obtemos:

$$x_{z2} = 2\pi f \cdot \mu_o \cdot L \left(\frac{m_1}{N_1} \right) Z_s^2 \lambda_{z2} \quad (\text{A.21})$$

Onde λ_{z2} é o coeficiente de permeância zig-zag do rotor dado por:

$$X_{z2} = \frac{Kn_1}{12 \cdot \delta \cdot K_{c1} \cdot K_{c2}} \left[\frac{\pi(D_1 - \delta)}{N_2} \cdot \frac{N_1}{N_2} \left(\frac{1.2}{K_{c2}} - 0,2 \right) \right] \quad (\text{A.22})$$

Numericamente temos:

$$x_{z2} = 4,46 \text{ Ohms}$$

2.5.2 – Reatância de dispersão da inclinação das ranhuras do rotor.

De [2] obtemos:

$$x_i = Xm \frac{(1 - C\alpha_i^2)}{C\alpha_i} \quad (\text{A.23})$$

Onde $C\alpha_i$ é o fator de inclinação dado por:

$$C\alpha_i = \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi p}{N_1} \cdot i\right)}{\frac{\pi p}{N_1} \cdot i} \quad (\text{A.24})$$

e i é a inclinação da ranhura expressa em número de ranhuras do estator.

Numericamente, temos:

$$x_i = 4,36 \text{ Ohms}$$

2.5.3 – Reatância de dispersão da ranhura do rotor.

De [2] obtemos:

$$x_{N_2} = \mu_o 2\pi f \cdot L \cdot \left(\frac{m_1}{N_2}\right) (Z_s f_{b1})^2 \cdot \lambda_{n2} \quad (\text{A.25})$$

Onde λ_{n2} é o coeficiente de permeância da ranhura do rotor e depende de sua geometria.

Numericamente, temos:

$$x_{n2} = 6,91 \text{ Ohms}$$

Assim a reatância de dispersão total do rotor é numericamente:

$$x_2 = 15,73 \text{ Ohms}$$

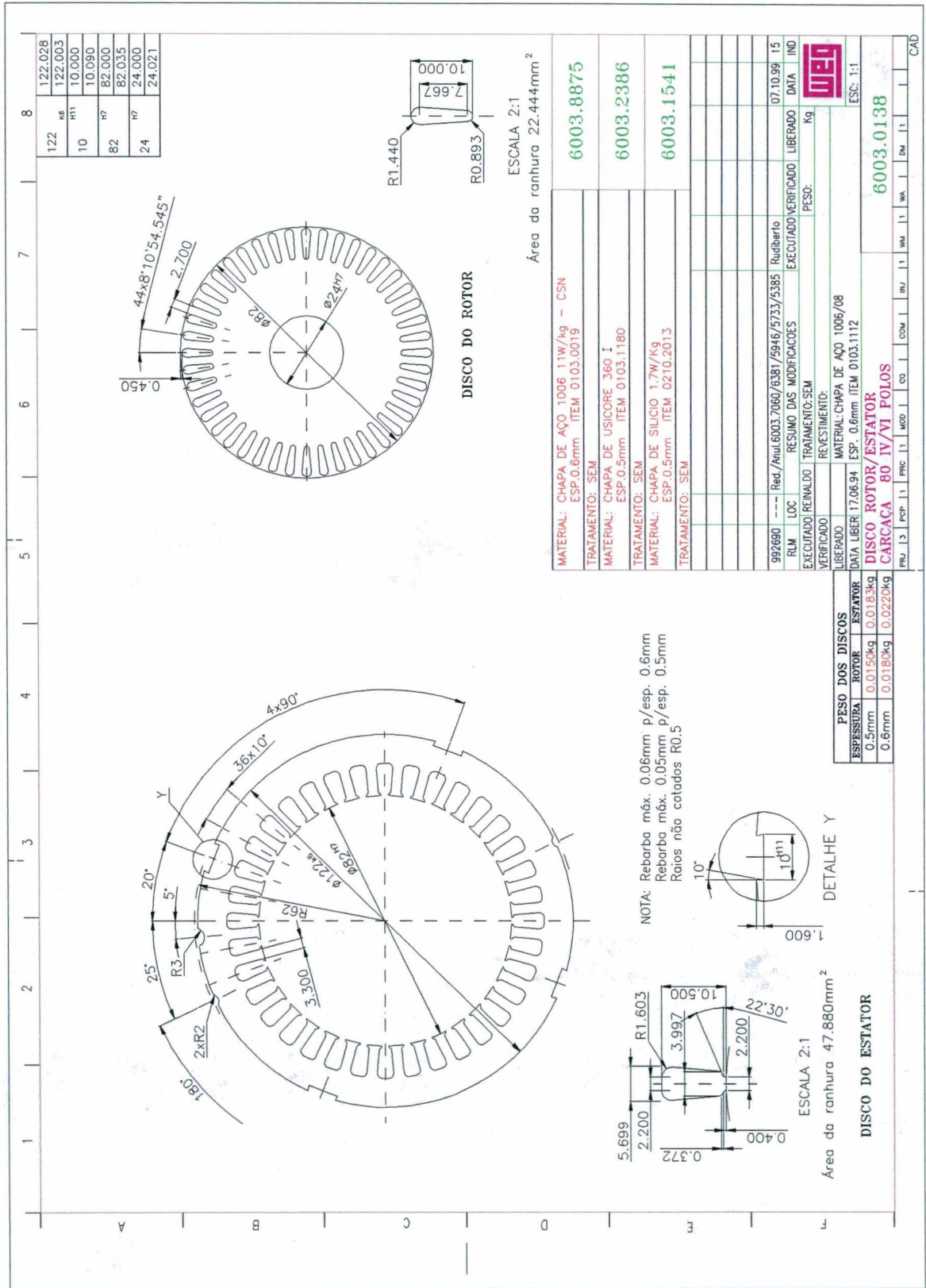
Para se obter a variação da reatância rotórica com a rotação utilizamos a expressão clássica desenvolvida para uma barra retangular. Assim de [3] tiramos.

$$x_{n2AC} = \alpha_p h_b R_{bDC} \left[\frac{\text{sen}h(2\alpha_p h_b) - \text{sen}(2\alpha_p h_b)}{\text{cos}h(2\alpha_p h_b) - \text{cos}(2\alpha_p h_b)} \right] \quad (\text{A.26})$$

BIBLIOGRAFIA DO ANEXO

- [1] IEEE Std – 112, IEEE Standard test procedure for, 1996.
- [2] ALGER, *The nature of induction motors: Analysis, Design and Applications*, Marcel Deckernic, N.Y. 1989.
- [3] LIPO, T.A, *Introduction to AC Machine Design*, Vol. 1, WISCONSIN, Power Electronics Research Center, University of Wisconsin, 1996.
- [4] COCHRAN, P.L, *Polyphase Induction Motors; Analysis, Design and Application*, Marcel Dekker, In, N.Y. 1989.

ANEXO B



| | |
|-----|---------|
| 122 | 122.028 |
| 10 | 10.000 |
| 82 | 82.000 |
| 24 | 24.021 |

| | |
|-------------|--------------------------------|
| MATERIAL: | CHAPA DE AÇO 1006 11W/kg - CSN |
| TRATAMENTO: | SEM |
| MATERIAL: | CHAPA DE USICORE 360 I |
| TRATAMENTO: | SEM |
| MATERIAL: | CHAPA DE SILICIO 17W/Kg |
| TRATAMENTO: | SEM |

| | | | | | |
|------------------------|----------------|--|-------------------------------|----------------|----------|
| 992690 | --- | Red/Anal.6003.7060/6381/5946/5733/5385 | Ruthberlo | 07.10.99 | 15 |
| RLM | LOC | RESUMO DAS MODIFICACOES | EXECUTADO | VERIFICADO | LIBERADO |
| VERIFICADO | TRATAMENTO:SEM | REVESTIMENTO: | MATERIAL:CHAPA DE AÇO 1006/08 | DATA LIBER | 17.06.94 |
| LIBERADO | ESP.0.6mm | ITEM 0103.0019 | ESP. 0.6mm | ITEM 0103.1112 | |
| DISCO ROTOR/ESTATOR | | | | | |
| CARCAÇA 80 IV/VI POLOS | | | | | |
| 6003.0138 | | | | | |

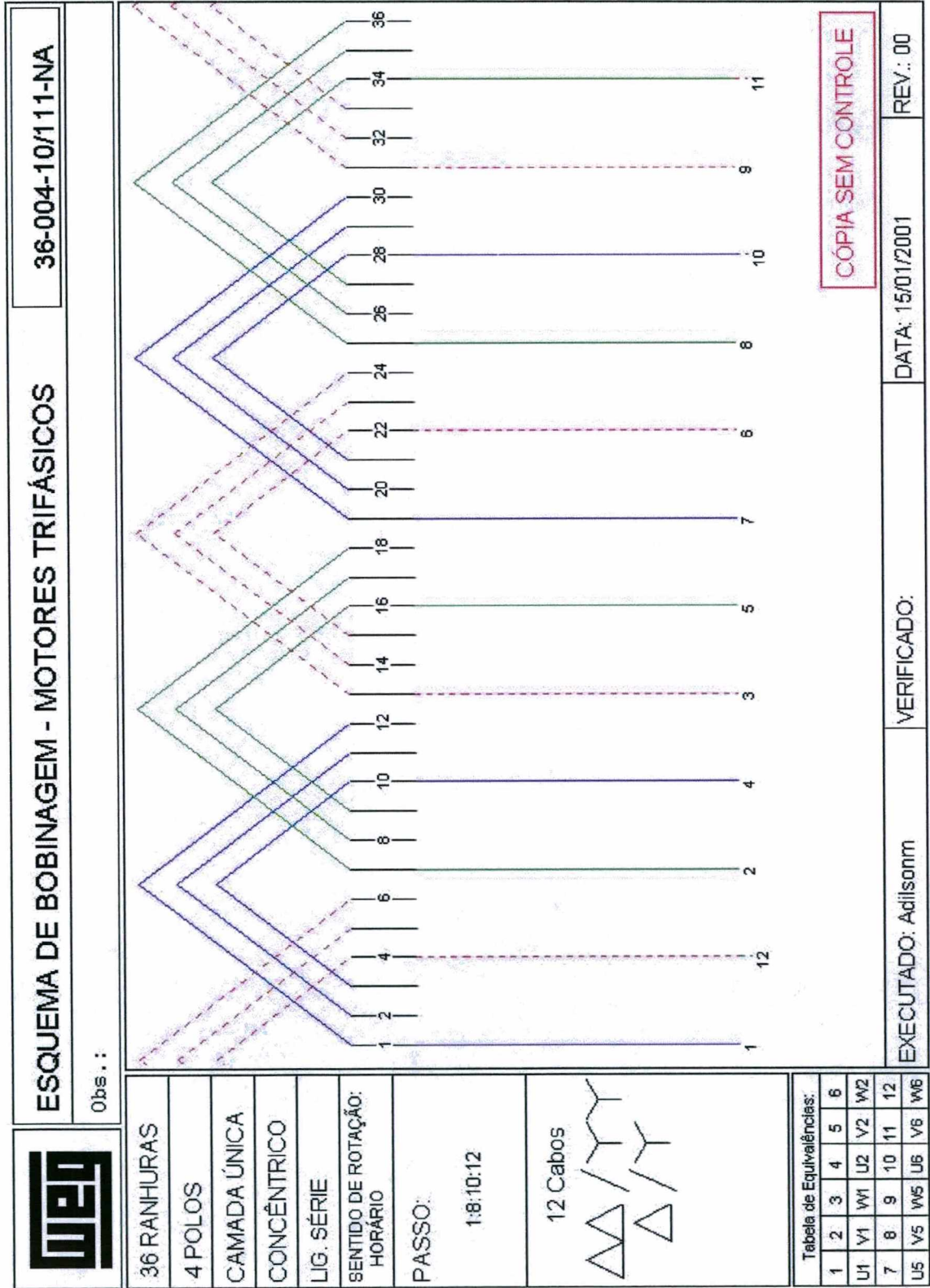
| PESO DOS DISCOS | |
|-----------------|----------|
| ESPESURA | ROTOR |
| 0.5mm | 0.0150kg |
| 0.6mm | 0.0180kg |
| 0.5mm | 0.0183kg |
| 0.6mm | 0.0220kg |

NOTA: Rebarba máx. 0.06mm p/esp. 0.6mm
 Rebarba máx. 0.05mm p/esp. 0.5mm
 Raios não cotados R0.5

Área da ranhura 47.880mm²

Área da ranhura 22.444mm²

ANEXO C



CÓPIA SEM CONTROLE

| | | |
|---------------------|-------------|------------------|
| EXECUTADO: Adilsonm | VERIFICADO: | REV.: 00 |
| | | DATA: 15/01/2001 |

ANEXO D



WEG MOTORES LTDA.
DEPARTAMENTO DE CONTROLE DA QUALIDADE
SEÇÃO DE INSPEÇÃO E ENSAIOS ELÉTRICOS I

RELATÓRIO DE CÁLCULO DA CURVA B x H
E PERMEABILIDADE MAGNÉTICA RELATIVA - 60 Hz

ESPECIFICAÇÃO DA CHAPA

| | | |
|----------------------|----------------------------|------------------------------|
| RI número: 2899 | Tipo de aço: GNO 1006 | Laminação: Paral. x Perpend. |
| Cliente: Katia | Espessura: 0.6 | Hora: 10:56:38 |
| Fornecedor: USIMINAS | Tratamento: Com Tratamento | Data: 25/03/1999 |
| Obs.: Segundo Ensaio | | |

RESULTADOS DO ENSAIO

| B (T) | H (A/m) | H (Oe) | Permeab. Relativa |
|-------|---------|--------|-------------------|
| 0.312 | 57 | 0.72 | 4338 |
| 0.454 | 69 | 0.86 | 5253 |
| 0.521 | 80 | 1.01 | 5164 |
| 0.629 | 92 | 1.15 | 5458 |
| 0.816 | 115 | 1.44 | 5668 |
| 0.983 | 138 | 1.73 | 5687 |
| 1.125 | 160 | 2.02 | 5577 |
| 1.208 | 183 | 2.30 | 5241 |
| 1.291 | 218 | 2.74 | 4718 |
| 1.329 | 252 | 3.17 | 4193 |
| 1.358 | 287 | 3.60 | 3771 |
| 1.387 | 321 | 4.03 | 3439 |
| 1.412 | 355 | 4.46 | 3162 |
| 1.424 | 390 | 4.90 | 2909 |
| 1.441 | 436 | 5.47 | 2633 |
| 1.458 | 481 | 6.05 | 2410 |
| 1.479 | 527 | 6.62 | 2232 |
| 1.487 | 573 | 7.20 | 2065 |
| 1.499 | 630 | 7.92 | 1893 |
| 1.508 | 688 | 8.64 | 1745 |
| 1.524 | 760 | 9.55 | 1596 |
| 1.541 | 912 | 11.46 | 1344 |
| 1.566 | 1216 | 15.28 | 1025 |
| 1.591 | 1520 | 19.10 | 833 |
| 1.637 | 2281 | 28.65 | 571 |
| 1.666 | 3041 | 38.20 | 436 |
| 1.728 | 4561 | 57.31 | 302 |
| 1.778 | 6082 | 76.41 | 233 |
| 1.824 | 7602 | 95.51 | 191 |
| 1.866 | 9122 | 114.61 | 163 |

OBS.: Ensaio realizado conforme normas TIM 246 e NBR-5161.

Executado

Verificado