Universidade Federal de Santa Catarina

Programa de Pós-graduação em

Engenharia de Produção

A CONTEXTUALIZAÇÃO NA MATEMÁTICA-

-UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO.

Luiz Roberto Calliari

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Produção da
Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito parcial para obtenção
do título de Mestre em
Engenharia de Produção

Florianópolis
2001

LUIZ ROBERTO CALLIARI

A CONTEXTUALIZAÇÃO NA MATEMÁTICA-

-UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO

Esta dissertação foi julgada e aprovada para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia de Produção** no **Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção** da Universidade Federal de Santa Catarina

Florianópolis, 29 de outubro de 2001.

Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph. D
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Profa. Silvana Bernardes Rosa, Dra.
Orientadora

Prof. Alejandro Martins Rodrigues, Dr.
Membro

Profa. Édis Mafra Lapolli, Dra.
Membro

À minha esposa Regina
e à minha filha Ana Luisa
pelo incentivo recebido
durante a realização
desta dissertação.

Agradecimentos

À Universidade Federal de Santa Catarina,
aos professores do Curso de Pós-graduação
em Engenharia de Produção e
à orientadora Profa. Dra. Silvana Bernardes Rosa,
cujos conselhos foram bastante úteis
na realização do presente trabalho.

Aos colegas, especialmente ao
Amaury Borges Hay e ao Luiz Fernando Lopes,
colegas de curso e também do DAMAT do CEFET-Curitiba-PR,
pela amizade demonstrada durante o curso.

Ao ex-colega do DAMAT,
Genésio Correia de Freitas Neto,
pelo empréstimo de livros, que muito me
ajudaram neste trabalho.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Quadros

Lista de Siglas

CEFET-PR: Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná
GEEM: Grupo de Estudos do Ensino da Matemática
MMM: Movimento da Matemática Moderna
NCSM: National Council of Supervisors of Mathematics of United States

Resumo

CALLIARI, Luiz Roberto. **A Contextualização na Matemática - uma alternativa para o ensino.** Florianópolis, 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)-Programa de Pós-Gradução em Engenharia de Produção, UFSC, 2001.

Com este trabalho, procurou-se contribuir para a melhoria do processo ensino-aprendizagem da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, mais especificamente com os conteúdos de Derivadas e Integrais. Os conteúdos foram Contextualizados, isto é, foram relacionados com assuntos que farão parte do cotidiano dos futuros profissionais do Curso de Tecnologia em Química Ambiental do Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET – PR. Este curso foi realizado nos meses de maio e junho de 2001 e o método de ensino utilizado foi o da Resolução de Problemas, procurando fundamentar-se na Teoria Construtivista, em que o aluno é sujeito ativo no processo. Tendo em vista os resultados satisfatórios obtidos, pretende-se ampliar o trabalho, usando-se estes e outros conteúdos de Matemática, relacionando-os com os diferentes cursos do CEFET-PR.

Palavras-chave:

Contextualização,
Resolução de Problemas,
Derivadas,
Integrais.

Abstract

CALLIARI, Luiz Roberto. **A Contextualização na Matemática – uma alternativa para o ensino.** Florianópolis, 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)-Programa de Pós-Gradução em Engenharia de Produção, UFSC, 2001.

This paper seeks to contribute to the improvement of the teaching/learning process of the subject called Integral and Differential Calculus, more specifically to the contents of Derivates and Integrals. The contents were contextualized, e.g., they were related to those subjects that will integrate the daily activities of prospective professionals or graduates from the Environmental Chemistry Technologic Course at Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET – PR. This curse was performed during May and June of 2001 and the teaching methodology that was utilized was Problems Solving, aiming at basing upon the constructivistic theory, where the student is the active subject in the process. Considering the satisfactory results that were obtained, it is intended to expand this work, using these and other Mathematical contents and relating them to diverse courses within CEFET-PR.

Key words:

Contextualization,
Problems Solving,
Derivates,
Integrals.

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação

A Matemática é uma ciência considerada de fundamental importância para o desenvolvimento das demais ciências e em conseqüência das várias Tecnologias que fazem o progresso da humanidade. Esta proposta de trabalho tem o intuito de melhorar o aprendizado de um ramo da Matemática, chamado de Cálculo Diferencial e Integral, para alunos de cursos de Tecnologia em Química Ambiental.

O assunto tratado é a Contextualização da Matemática, uma técnica de ensino que procura relacionar a Matemática com as outras disciplinas. De acordo com Tufano (2001, p.40):

> "Contextualizar: ato de colocar no contexto. Do latim *contextu*. Colocar alguém a par de algo, alguma coisa, uma ação premeditada para situar um indivíduo em um lugar no tempo e no espaço desejado, encadear idéias em um escrito, constituir o texto no seu todo, argumentar."

Através da Contextualização o aluno pode observar como fazer aplicações da Matemática, que é um dos pontos positivos desta técnica. Para o mesmo Tufano (2001, p.41):

> "A Contextualização é um ato muito particular e delicado. Cada autor, escritor, pesquisador ou professor contextualiza de acordo com suas origens, com suas raízes, com o seu modo de ver e enxergar as coisas com muita prudência, sem exagerar."

No caso desta dissertação, a Contextualização foi feita com Derivadas e Integrais, observando suas aplicações, sendo Cálculo ministrado no primeiro período. Trabalhou-se com duas turmas existentes, uma no turno matutino com 20 alunos e outra no noturno com 17 alunos. A faixa etária da maioria dos alunos é de 18 a 20 anos. O trabalho foi feito nos meses de maio e junho de 2001, no curso de Tecnologia em Química Ambiental do Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET – PR.

1.2 Problema

Os professores de Matemática sempre ouvem em sala de aula: Para que serve ou onde é usado o assunto que estamos estudando? Como nem sempre o professor está atento, ou preparado para responder a esta pergunta, geralmente é dada uma resposta que não satisfaz. Além disto, os altos índices de reprovação nesta disciplina indicam que esta é uma área carente de pesquisa para procurar soluções. Por isto, tem-se exigido dos professores de Matemática e dos pedagogos que procurem melhorar o ensino desta disciplina. É necessário, portanto, um novo enfoque do professor de Matemática em suas aulas.

É consenso entre os educadores que a Matemática tem sido ensinada de forma enfadonha. Não basta conhecer Matemática para ensinar. É necessário criar uma metodologia que desperte o interesse dos alunos. Atualmente, existem muitas instituições de ensino que se preocupam com o desenvolvimento de novas metodologias para o ensino de Matemática, buscando torná-la mais divertida e interessante, trabalhando suas aplicações práticas.

Desde a criação dos cursos de Tecnologia, em 1998, é preocupação da Direção do CEFET-PR que o ensino da Matemática esteja relacionado com o curso onde ela é lecionada, isto é, que a mesma esteja voltada à suas aplicações.

1.3 Justificativa

Um dos problemas enfrentados pela maioria dos alunos, quando estudam Matemática, é o elevado grau de antipatia por ela causada, antipatia que se manifesta já no início do Ensino Fundamental, principalmente devido à abstração da disciplina e, também, à ausência de problemas(exercícios) que a relacionem com o mundo real.

O Professor responsável deve sempre se empenhar na instrução e educação de seus alunos. Para isto, deve ele sempre buscar soluções simples e não custosas, isto é, econômicas para melhorar as técnicas de ensinar. O trabalho aqui apresentado consiste em analisar a relação entre a Contextualização e o aprendizado de Derivadas e Integrais da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no Curso de Tecnologia em Química Ambiental do CEFET-PR. A razão desta escolha, deve-se ao fato do autor deste trabalho lecionar esta disciplina em turmas deste curso.

1.4 Objetivos

Para desenvolver este trabalho, propõe-se como objetivo geral analisar a relação da Contextualização com o aprendizado.

E como objetivos específicos:

- Selecionar assuntos para fazer a Contextualização;
- Comparar o aprendizado antes e depois da Contextualização; e
- Descrever como foi feita a Contextualização.

1.5 Metodologia

Muito se tem discutido sobre a melhor maneira de se ensinar Matemática. Segundo Fiorentini (apud Moron, 1999, p.93) existem seis tendências de concepções de ensino e de aprendizagem de Matemática no Brasil, que são as seguintes:

- *Tendência formalista clássica* - caracteriza-se pela ênfase nas idéias e nas formas da Matemática Clássica (*modelo euclidiano e ligado a concepção platônica de Matemática*). O aluno tem uma atitude passiva em relação à aprendizagem, memorizando e reproduzindo os ensinamentos do professor, que é considerado o centro do ensino
- *Tendência empírico-ativista* - que surgiu em oposição à escola clássica. O professor é o facilitador de aprendizagem e o aluno o centro ativo da aprendizagem.
- *Tendência formalista moderna* - liga-se ao Movimento da Matemática Moderna (MMM), que promoveu um retorno ao formalismo matemático, mas

ligado às estruturas algébricas e à linguagem formal da Matemática Contemporânea.

- *Tendência tecnicista e suas variações* - foi considerada a pedagogia "oficial" do regime militar Pós-64. Apoiava-se no behaviorismo e pretendia tornar a escola eficiente centrando-se nos objetivos instrucionais e nas técnicas de ensino.
- *Tendência construtivista* - prioriza mais o processo que o produto do conhecimento. Esta tendência começou a influenciar as inovações do ensino da Matemática a partir da década de 70.
- *Tendência socio-cultural* - *seu* ponto de partida do processo ensino/aprendizagem são os problemas da realidade, ligados ao cotidiano e à cultura e o método preferido por essa tendência é a problematização.

O mesmo Moron (1999, p.94) diz que um documento do National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM) dos Estados Unidos da América recomendam o que consideram essencial para o ensino da Matemática para o século XXI, chamando de competências que o indivíduo deverá possuir para ter uma vida produtiva e responsável. São elas:

> "**solução de problemas**, comunicação de idéias matemáticas, raciocínio matemático, **aplicação da matemática em situações do dia-a-dia**, verificação da possibilidade dos resultados, estimativa, competência em cálculo, pensamento algébrico, medida, geometria, estatística e probabilidade."

Observa-se que a solução de problemas e a aplicação da Matemática, em situações do dia-a-dia, são preocupações atuais da educação matemática.

Este é o enfoque dado pela tendência socio-cultural, pois a mesma quer tornar o aluno apto a resolver problemas do mundo real.

E a proposta do trabalho se aproxima desta tendência, pois o assunto tratado é a Contextualização do Cálculo Diferencial e Integral no Curso de Tecnologia em Química Ambiental. Isto será feito, resolvendo problemas de Matemática com aplicações, que poderão ser vivenciadas pelo profissional futuramente.

Outra tendência que será aplicada neste trabalho é a construtivista, que deixa de ver o aluno como um receptor passivo, mas sim como um agente que constrói o próprio conhecimento.

Também D'ambrósio (1986, p.63) diz que a questão fundamental para melhor ensinar Matemática:

> "deve ser encontrada num contexto socio-cultural, procurando situar o aluno no ambiente de que ele é parte, dando-lhe instrumentos para ser um indivíduo atuante e guiado pelo movimento socio-cultural que está vivendo."

1.6 Estrutura

O trabalho compõe-se de 5 capítulos, a saber: Introdução, Referencial Teórico, Proposta de Ensino Contextualizado, Desenvolvimento da Contextualização e Considerações Finais.

No capítulo 1, Introdução, são desenvolvidos os problemas, a justificativa, os objetivos e a metodologia do trabalho, bem como sua estrutura.

No capítulo 2, Referencial Teórico, é apresentado o suporte científico, além do histórico da Matemática, teorias de aprendizagem e alguns métodos de ensino.

No capítulo 3, Proposta de Ensino Contextualizado, é apresentado o processo de Contextualização.

No capítulo 4, Desenvolvimento da Contextualização, é mostrada a aplicação da Contextualização.

No capítulo 5, Considerações Finais, são feitos alguns comentários sobre o trabalho, bem como as conclusões e algumas recomendações.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Introdução

A humanidade sempre se tem preocupado em descobrir maneiras de ensinar. Conforme Bigge (1977, p.3) "desde o século XVII, surgiram periodicamente teorias da aprendizagem mais ou menos sistemáticas, desafiando teorias já existentes." Essa busca contínua possibilitou o desenvolvimento de muitas teorias tentando explicar a aprendizagem.

O conhecimento da história da educação e das diferentes teorias da aprendizagem leva a identificar e a escolher as melhores formas de ensinar. E como o professor é um dos responsáveis por este processo, este capítulo apresenta um pouco da história do ensino da Matemática, algumas teorias mais modernas de aprendizagem, e também alguns métodos usados para ensinar.

2.2 História do Ensino da Matemática

Para estudar a evolução do homem, a Pré-história é dividida em cinco períodos: Eolítico, Paleolítico Inferior, Paleolítico Superior, Mesolítico e Neolítico. No estágio conhecido como Paleolítico Superior, apareceram as primeiras representações de números. Eram usados riscos em pedaços de pau, ossos ou coleções de pedras. As crianças aprendiam naturalmente, no contato com os adultos. Este aprendizado pode ser entendido como forma de educação, embora não fosse uma educação planejada.

Segundo Miorim (1998, p.7) :

> "Todos os adultos responsabilizavam-se igualmente pela educação de todas as crianças, e a tribo era o local reservado a essa educação. As crianças aprendiam vendo, ouvindo e praticando, ou seja, participando da vida da comunidade."

Todos aprendiam espontaneamente. Não existia a separação entre o trabalho manual e o intelectual. Com o crescimento da população, a relação entre os indivíduos modificou-se. Houve necessidade de separar o trabalho manual do intelectual e, com isto, a possibilidade do ócio para algumas pessoas, dando oportunidade para que elas pensassem e produzissem novos conhecimentos, os quais eram apropriados por um grupo privilegiado. Começou a educação intencional e sistemática e ela passou a ser privilégio de poucos, que iriam formar as classes dirigentes.

No Neolítico houve grande evolução dos instrumentos e técnicas de trabalho. Deste período, as pinturas rupestres mostram representações esquemáticas em que se utilizavam simetrias e congruências, surgindo as primeiras percepções de conceitos e propriedades geométricas.

No final do Neolítico começaram a surgir as cidades. Elas se desenvolveram nos vales dos grandes rios, tais como o Eufrates e o Tigre na Mesopotâmia, o Nilo no Egito e o Indo na Índia, pois as inundações destes rios traziam fertilidade ao solo. Nestas cidades ocorreram dois tipos de educação: uma baseada na escrita destinada à classe dirigente, e para as demais classes uma educação transmitida oralmente por meio da prática.

O ensino da Matemática nas antigas civilizações egípcias e mesopotâmicas era feito usando-se situações-problema que eram resolvidas sem apresentar justificativa. Estas situações-problema apresentavam, algumas vezes, elementos irreais. Já naquela época, colocavam-se problemas absurdos, com a intenção provável de treinar os "algoritmos" e desenvolver o raciocínio do aluno. Era um ensino mecânico, feito pela repetição dos mesmos procedimentos.

As antigas civilizações já haviam desenvolvido os rudimentos da Matemática; mas Miorim (1998, p.13) diz que:

> "a preocupação com as regras gerais, com a exatidão dos resultados e com os princípios lógicos, ou seja, com uma Matemática teórica, seria levantada e, em parte, resolvida pelos matemáticos de uma nova civilização, que viria a ser o novo centro da cultura: a civilização grega."

No início da civilização grega, em meados do segundo milênio a.C., não era dado valor ao conhecimento da escrita ou da Matemática. Esta situação só começou a mudar apenas no século VI a.C., quando começaram a valorizar o ensino da leitura e da escrita para os filhos dos nobres; todavia somente um século depois é que o ensino da Matemática começou a se tornar importante para esta formação.

Não se sabe precisar quando e como aconteceu o processo que fez surgir a Matemática abstrata na Grécia. Sabe-se que Tales de Mileto (626-545 a.C.) foi o primeiro a dar passos importantes nesta direção; contudo foi Pitágoras de Samos (580-500 a.C.) que exerceu grande influência na Matemática e no ensino. Pitágoras fundou uma escola filosófica chamada pitagórica, onde os números eram os elementos essenciais para haver ordem na sociedade e na natureza. Esta escola foi a responsável pela concepção, até hoje aceita, de que as pessoas que trabalham com os conceitos matemáticos são superiores aos demais. Foi esta escola que introduziu a Matemática na educação grega, mas limitando este estudo à escola filosófica e aos filósofos.

Contudo, os responsáveis pelas inovações pedagógicas seriam os "sofistas". Surgiram na segunda metade do século V a.C., sendo apenas profissionais do ensino, e não formando uma escola filosófica. Eles propunham substituir a educação tradicional, destinada a formar guerreiros e atletas, por uma nova pedagogia, preocupada em formar o cidadão, e para isto propunham uma nova arte, chamada de oratória, que habilitava as pessoas a persuadir seus interlocutores.

Porém, para ser um bom orador, era importante conhecer todos os assuntos, ter uma cultura geral, o que levaria a um conhecimento muito superficial, diziam os críticos. Os conhecimentos mais importantes e a profundidade necessária a estes estudos dependiam de cada sofista. Por exemplo, Hípias de Élis (460-399 a.C.) dizia que os jovens deveriam estudar, com profundidade, as Matemáticas, ou seja, aritmética, geometria, música e astronomia, que eram as quatro disciplinas propostas pela escola pitagórica. Outros sofistas, também, preocuparam-se com o estudo e ensino das Matemáticas .

O primeiro a se opor aos pitagóricos foi Sócrates (469-399 a.C.) que dizia ser mais importante a perfeição espiritual, tendo como princípio a noção de verdade. Sócrates e os sofistas revolucionaram a educação grega, distanciando-a de suas origens guerreiras. Mas no século IV a.C., com Platão e Isócrates, é que a nova pedagogia tomaria forma definitiva. Para Platão, a Matemática não era importante pelo seu valor prático, mas sim pela capacidade de despertar o pensamento do Homem. Ele defendia a idéia de que a Matemática deveria ser estudada desde o nível elementar, e não apenas no ensino superior, como acontecia até então.

Durante a época helenística, que começou com a morte de Alexandre em 323 a. C., a educação adquiriu sua forma clássica. O ensino tornou-se mais livresco e a escola começou a firmar-se como instituição. Para a educação integral previa-se um tempo de estudo prolongado, que começava aos sete anos e seguia-se até depois dos vinte. Iniciava-se com o grau elementar, passava-se pelo intermediário e depois chegava-se ao grau superior.

A Matemática, no ensino elementar, resumia-se apenas a aprender os números inteiros, cardinais e ordinais, e era baseado na memória e na repetição. Nos cursos intermediários, a Matemática foi preterida a favor dos estudos literários. A partir dos séculos II e III d. C. começaram a ser estudadas as frações das unidades de medidas usadas na época: arure, dracma e pé. Depois, a partir dos séculos IV e V d. C., surgiram tabuadas simples de adição (Miorim, 1998).

No Ocidente, num período que começou no século V e terminou dez séculos depois, a principal fonte do saber passou a ser a Bíblia, e o ensino das matemáticas ocupou um lugar secundário.

Segundo Boyer (1992, p. 8):

"Nos séculos XII e XIII a Europa latina tornou-se receptiva à cultura clássica, transmitida através do grego, árabe, hebreu, sírio e outras línguas, mas o nível da Matemática na Europa medieval permaneceu muito abaixo daquele do mundo grego antigo."

Enquanto no Ocidente ocorreu a estagnação, no Oriente a Matemática floresceu. Neste período foram muitos os matemáticos que apareceram nesta região e deram importantes contribuições a essa ciência. Pode-se destacar Al-Khowarizmi (780 – 850), Omar Khayyam (1050 – 1130) e Bhaskara (1114 – 1185) e, segundo Benner (1992), foi provavelmente em alguma época entre o século IV d.C. e o século VII que o sistema indo-arábico de numeração teve o final de seu desenvolvimento.

Com as grandes navegações dos séculos XIV, XV e XVI e, como conseqüência, o incremento das atividades comerciais e industriais e, também, a invenção da imprensa em 1440, fez com que o estudo e o ensino das Matemáticas começasse a se desenvolver na Europa. Escolas práticas começaram a ministrar cursos de Aritmética prática, Álgebra, Contabilidade, Navegação e Trigonometria. Era um estudo individualizado que ocorria no próprio local de trabalho do mestre. Mas esta evolução não influenciou as instituições escolares tradicionais.

Segundo Miorim (1998, p. 37), foi Leonardo da Vinci (1452 – 1519) que percebendo o descompasso entre o desenvolvimento das novas ciências e o ensino ministrado nas escolas e universidades, "levantou-se em defesa de uma educação voltada para a realidade, mais ligada à experiência e à observação, preconizando que as Matemáticas deveriam desempenhar papel fundamental".

Outro ardoroso defensor dos estudos matemáticos foi Pierre de la Ramée (1515-1572), cuja obra, publicada em 1580, preocupava-se com as aplicações práticas da Matemática.

O século XVII viu nascer a ciência moderna, pela combinação dos métodos experimental e indutivo com a dedução Matemática. Nesta época surgiram os conceitos de função e do Cálculo Infinitesimal, e, se fosse necessário apontar o primeiro inventor do Cálculo, esse seria Isaac Newton (1642 –1727), embora Gottfried W. Leibniz (1646 – 1716), um pouco depois mas independente do primeiro, tenha chegado ao mesmo conceito (Boyer, 1992).

Mas não foi só a Matemática que sofreu transformações. Houve também avanços na maneira de ensinar e para isto quem mais contribuiu foi Jan Amos Comenius (1592 – 1671), considerado o "pai da didática", devido à obra cujo título é *Didactica Magna*. Nela o autor forneceu os fundamentos para o desenvolvimento educacional dos séculos seguintes.

O século XVIII foi árido para o desenvolvimento da Matemática, mais foi o século de muitas conquistas para a humanidade. Ocorreram as Revoluções Francesa, Americana, Industrial e da Educação, sendo esta última provocada, principalmente, pelas idéias de Jean-Jacques Rousseau (1712 – 1778) e complementadas por Johann Heinrich Pestalozzi (1746 – 1778). Esse, seguidor das idéias de Rosseau, propôs um ensino não repressivo, que acompanhasse o desenvolvimento da criança, que começasse com o concreto e fosse para o abstrato. Essas idéias tiveram grande influencia no ensino da Matemática. Rousseau pregava que na formulação dos problemas pedagógicos fossem considerados os aspectos psicológicos e funcionais da criança. Ele propôs que o ensino das Matemáticas ocorresse somente quando fosse necessário ao desenvolvimento de outras atividades

Devido à revolução industrial, houve um grande deslocamento de pessoas para as cidades no século XIX. Com o desenvolvimento tecnológico, a máquina passou a ocupar o lugar do homem, a produção artesanal junto com o aprendizado prático, que era passado de geração a geração, desapareceu. Mas estas máquinas necessitavam de pessoal mais capacitado para poder operá-las, e foi necessário introduzir novos elementos de escrita e matemática na nova educação.

Apareceram novos tipos de escolas para as diversas camadas da população. O acesso à educação universalizou-se com a ampliação do ensino às classes trabalhadoras. Na França, na Inglaterra e na Alemanha criaram-se escolas elementares, que se destinavam a tornar os trabalhadores mais eficientes, e que permitiam depois cursar escolas de ensino profissional, mas não davam acesso aos cursos superiores.

Para as classes sociais mais elevadas reservou-se outro tipo de formação, que privilegiava a cultura geral. No nível elementar, os alunos freqüentavam classes preparatórias e depois continuavam seus estudos em escolas do tipo secundário, que tinham como base as humanidades clássicas.

Com o desenvolvimento das ciências, houve pressões para modernizar o currículo das escolas secundárias; mas a introdução das ciências modernas aconteceu de forma lenta, contudo fez repensar a importância do ensino da Matemática.

No final do século XIX começaram, em diferentes países, movimentos de renovação no ensino da Matemática. Segundo Miorim (1998), esta renovação começou no final do século XIX e começo do século XX, inicialmente na Inglaterra com John Perry (1850 –1920), engenheiro e professor de Física, que sentiu a dificuldade dos alunos pela falta de conhecimento da moderna Matemática. Esse professor apresentou uma proposta de Matemática prática para engenheiros onde apareciam estudos das fórmulas algébricas, o estudo de funções e gráficos, uma introdução às idéias do cálculo, trigonometria numérica, trabalhos com geometria em três dimensões e vetores.

Na França foi apresentada uma proposta com os seguintes pontos:

- tornar o ensino mais simples e intuitivo;
- introduzir temas que pertenciam ao ensino superior, como por exemplo o conceito de função, a representação gráfica e noções de cálculo infinitesimal; e
- fazer uma articulação entre temas geométricos e aritméticos.

Também na Itália e na Alemanha surgiram movimentos de modernização da Matemática. Esses movimentos aconteceram em cada país de forma independente.

Em 1897 aconteceu o 1º. Congresso Internacional de Matemática, em Zurique, e, a partir daí, aumentou o contato entre matemáticos-professores de diversos países. No 4º. Congresso realizado em Roma, em 1908, foi criada uma Comissão Internacional para estudar questões relativas à Educação Matemática. No início foi recomendado que esse estudo fosse feito somente em escolas secundárias; mas, durante a primeira reunião, decidiu-se estudar o ensino em todos os níveis e tipos de escolas (Miorim, 1998).

Essa Comissão foi a responsável pelo Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática que orientou novas propostas para o ensino dessa disciplina, particularmente no nível secundário. Elas podem ser assim resumidas:

importante utilizar

- flexibilizar os conteúdos escolares;
- dar mais importância à intuição das crianças;
- introduzir os conceitos de função e do cálculo diferencial e integral;
- valorizar as aplicações de Matemática para os estudantes de escolas de nível médio; e
- perceber a importância da "fusão" dos conteúdos escolares.

2.3 Ensino da Matemática no Brasil

No Brasil e por mais de duzentos anos após o descobrimento, o ensino foi dominado pelos padres da Companhia de Jesus. Para o nível de ensino equivalente ao médio, a educação era baseada nas humanidades clássicas. As ciências, nas quais se destacavam as Matemáticas, eram reservadas aos cursos superiores. Mas, em 1759, os jesuítas foram expulsos e o ensino no Brasil quase desapareceu.

Com a reforma pombalina de 1772, foram criadas as chamadas "aulas régias", com aulas de disciplinas isoladas, destinadas a preencher o espaço deixado pelos jesuítas. A partir dessas aulas régias começaram a ser introduzidas no ensino médio novas disciplinas, entre elas a Aritmética, a

Álgebra, e a Geometria. No início, estas aulas não existiam em grande número e quando existiam eram pouco freqüentadas.

A partir de 1837, com a criação do Colégio Pedro II, na cidade do Rio de Janeiro, avançou-se na reformulação do ensino secundário. Foi a primeira escola pública na cidade e inspirou-se na organização dos colégios franceses. Nele os alunos eram promovidos por série e não mais por disciplinas e no final do curso era garantida a matrícula em qualquer escola superior, sem prestar concursos. Havia predominância das disciplinas clássico-humanistas, mas as Matemáticas, as línguas modernas e as ciências também eram estudas.

Depois da Proclamação da República, o sistema educacional passou por grandes transformações, que começaram com o Decreto nº. 891 de novembro de 1890, que ficou conhecido como Reforma Benjamin Constant, fundamentada na Teoria Positivista de Augusto Comte que considerava a Matemática ciência fundamental, embora não eliminando as disciplinas tradicionais como o Latim e o Grego.

Benjamin Constant, em sua proposta, reservava sete anos para o ensino secundário onde aparecia, além da Matemática, número excessivo de disciplinas, tornando impraticável o ensino de todas elas. Até 1930, houve outras reformas, mas nenhuma produziu mudanças significativas.

A criação da Associação Brasileira de Educação, em 1924, desencadeou um movimento de renovação na educação brasileira e, após 1930, as idéias do Movimento Internacional para a Modernização da Matemática começaram a influenciar o ensino desta disciplina, surgindo uma nova proposta, no Brasil, através do Movimento da Escola Nova. Esse movimento englobava uma variedade de correntes pedagógicas, algumas até divergentes, mas algumas idéias básicas eram aceitas por todos. A principal delas era introduzir situações da vida real, principalmente no ensino da Matemática. No início as idéias do Movimento da Escola Nova não eram aplicadas nas escolas secundárias, mas depois as influenciaram, principalmente no ensino de Matemática.

A introdução, porém, do ensino moderno na escola secundária só aconteceu com a reforma apresentada por Francisco Campos, em 1931. Estabeleceu-se o currículo seriado, que havia desaparecido com as aulas régias; a freqüência tornou-se obrigatória, e foram criados dois ciclos, o fundamental e outro complementar, obrigatórios para quem quisesse ingressar no ensino superior.

Com relação ao ensino da Matemática, a reforma de Francisco Campos, além do desenvolvimento do raciocínio, preconizava também o desenvolvimento de outras faculdades intelectuais, ligadas à utilidade e aplicações da disciplina. Mas surgiram algumas críticas, devido à eliminação da sua apresentação lógica e por considerarem os programas com excesso de assuntos. Elas vinham principalmente de professores que defendiam a Matemática clássica com suas demonstrações e com seus rigores.

Com a realização dos primeiros Congressos Nacionais de Ensino da Matemática na década de 50, houve maior interação entre os professores e os problemas do ensino de Matemática começaram a ser discutidos com maior intensidade (Miorim, 1998).

Nestes Congressos foram defendidas algumas idéias do Movimento Internacional da Matemática Moderna, mas elas não desencadearam o

Movimento da Matemática Moderna no Brasil. Isto foi conseguido através das atividades desenvolvidas pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática – GEEM, fundado em 1961 por professores do Estado de São Paulo.

Contudo, os estudos sobre Matemática Moderna não ficaram restritos ao GEEM, e outros grupos surgiram em Curitiba, Porto Alegre, Rio de Janeiro e Salvador e o ensino da Matemática nunca foi tão discutido e divulgado como nessa época.

A teoria dos conjuntos, as propriedades estruturais dos conjuntos, as relações e funções, foram os conceitos básicos para o desenvolvimento da Matemática moderna; contudo ela não conseguiu resolver o problema do ensino desta disciplina, problema este que continua desafiando os professores até os dias atuais.

2.4 Teorias de Aprendizagem

Segundo Moreira (1999, p.20) "Embora atualmente se fale em teorias humanistas, é comum encontrar-se na literatura as teorias de aprendizagem divididas apenas entre conexionistas e cognitivistas."

As teorias conexionistas são também chamadas de teorias de condicionamento E-R (estímulo-resposta ou S-R em inglês) e são da família behaviorista. Os estímulos são as causas da aprendizagem e as respostas são os efeitos existindo uma conexão entre o estímulo e a resposta. Para os behavioristas ou teóricos do condicionamento, Bigge (1977, p.12) diz que "a aprendizagem é uma mudança no comportamento. Ela ocorre através de estímulos e respostas, que se relacionam obedecendo a princípios mecanicistas." Estas teorias são, também, chamadas de comportamentalistas, exercendo grande influência nos procedimentos e materiais usados em sala de aula nas décadas de 60 e 70.

Já as teorias cognitivistas são da família da teoria de campo-Gestalt. Elas enfatizam o que é ignorado pelos behavioristas: a cognição, que é como o indivíduo processa, compreende e dá significados à informação. Para o cognitvismo, a aprendizagem significa organização e integração da informação na estrutura cognitiva. As mais conhecidas, e de grande influência no processo instrucional, são as de Bruner (1969), Piaget (1976, 1990), Vygotsky (1988) e Ausubel (1980), sendo os três últimos, também, construtivistas. (Moreira, 1999)

2.4.1 A Teoria do Desenvolvimento Cognitivo de Piaget

As propostas de Piaget para o desenvolvimento cognitivo do homem fazem parte da teoria construtivista. O construtivismo é uma posição filosófica em que o conhecimento humano é construído pelo próprio homem. De acordo com Rosa (1998, p.43) "o construtivismo representou um avanço com relação as teorias comportamentalistas, mas ele conserva a idéia de uma relação entre dois pólos, o indivíduo e o mundo."

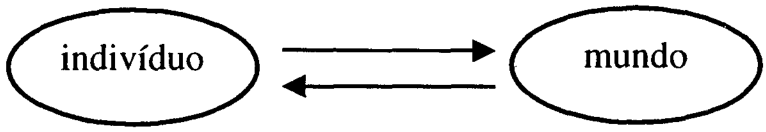


Figura 1 – Relação entre o Indivíduo e o Mundo.

Este trabalho utiliza-se da Teoria Construtivista, pois faz o aluno aprender através de questionamentos da disciplina. São feitas perguntas aos alunos e a resposta deve ser dada pelos próprios alunos. O professor faz o possível para não dar a resposta. O aluno é que deve dar a resposta, e depois que algum aluno deu a resposta correta é que será feita nova pergunta.

2.4.1.1 Os Períodos de Desenvolvimento Cognitivo

Os períodos de desenvolvimento cognitivo para Piaget (1990) são: sensório motor, pré-operacional, operacional-concreto e operacional-formal. No período sensório-motor (*0 a 2 anos*), a criança não sabe diferenciar o seu eu dos objetos que estão em sua volta. Ela é o centro e tudo em volta existe em função dela. No estágio seguinte que é o pré-operacional (*2 a 7 anos*), ela começa a perceber que seu corpo é como um objeto entre os demais. Ela é capaz de representar mentalmente pessoas e situações. A criança ainda é egocêntrica e não tem noção de abstração. Já no estágio operacional – concreto (*7 a 12 anos*) começam a se efetuar as trocas intelectuais. O pensamento da criança é mais organizado e coerente. Aparece a reversibilidade, que é a capacidade de pensar simultaneamente o estado inicial e o estado final de uma transformação efetuada sobre objetos. A criança ainda não consegue trabalhar com hipóteses, conseguindo apenas efetuar operações com objetos reais, isto é, as operações são de fato concretas. A criança alcança o que Piaget (1973) denomina de "Personalidade", que constitui um produto da socialização: ela é uma coordenação da individualidade com o universal.

O quarto e último estágio, que é o das operações formais, começa por volta dos onze ou doze anos, passa pela adolescência e segue até a idade adulta. A partir desde período, a criança consegue raciocinar com hipóteses e não apenas com objetos concretos. A dedução lógica passa a fazer parte de seu pensamento. A pesquisa foi feita com alunos que se encontram neste estágio de desenvolvimento, pois a maioria deles têm idades que variam de 18 a 20 anos.

2.4.1.2 A Construção do Conhecimento

Segundo Moreira (1999), a construção do conhecimento na teoria construtivista acontece por ações físicas ou mentais sobre objetos. Estas ações provocam o desequilibrio, resultando então a "assimilação" ou a "acomodação" destas ações. Piaget (1976) diz que a "assimilação" e a "acomodação" são os dois pólos de uma interação entre o organismo e o meio, a qual é a condição de todo funcionamento biológico e intelectual. O indivíduo constrói esquemas de "assimilação" para abordar a realidade. Estes esquemas são estruturas que existem em nossa mente e que evoluem conforme o desenvolvimento do indivíduo. Se a mente assimila, ela incorpora a realidade a seus esquemas de ação, mas ela não se modifica.

Se não existem dificuldades, a atividade da mente é de "assimilação". Quando os esquemas de ação não conseguem assimilar determinada situação, a mente desiste ou se modifica. Se há modificação, então ocorre uma "acomodação", que é o que leva ao desenvolvimento cognitivo. Novas experiências, não assimiláveis levam a novas acomodações, que por sua vez conduzem a novas assimilações e a novos equilíbrios cognitivos. É o processo de “equilibração”, que se dá até o período das operações formais, e continua, quando adulto, em algumas áreas de experiência do indivíduo.

Portanto, ensinar é provocar o desequilíbrio na mente da criança para que ela procure o reequilíbrio, se reestruture cognitivamente e aprenda. Para Piaget (1976), este processo é chamado de equilibração majorante. Mas a ativação deste processo deve levar em conta o período de desenvolvimento mental do aluno.

2.4.2 A Teoria da Mediação de Vygotsky

O conceito principal para entender as concepções de Vygotsky (1988) sobre o funcionamento psicológico é o conceito de mediação. Esta acontece quando, numa relação, aparece a intervenção de um elemento intermediário. A relação deixa de ser direta e passa a ser mediada por este elemento. Se um indivíduo aproximar sua mão da chama de uma vela e retirá-la rapidamente ao sentir dor, tem-se uma relação direta entre o calor da chama e a retirada da mão. Mas, se ao aproximar a mão da chama, sentir calor e lembrar de uma ação semelhante passada, terá uma relação mediada pela lembrança. Ter-se-á também, uma relação mediada, se o indivíduo retirar a mão, quando alguém lhe disser que, ao aproximá-la da chama, poderá se queimar (Oliveira, 1977).

Vygotsky (1988) viu a relação do homem com o mundo como uma relação mediada e ele considerou dois tipos de elementos mediadores: os “instrumentos” e os “signos”. Para Rego (1995, p.50) “os instrumentos têm a função de regular as ações sobre os objetos, e o signo regula as ações sobre o psiquismo das pessoas.”

A relação entre o indivíduo e o meio da teoria construtivista é agora mediada por um elemento intermediário.

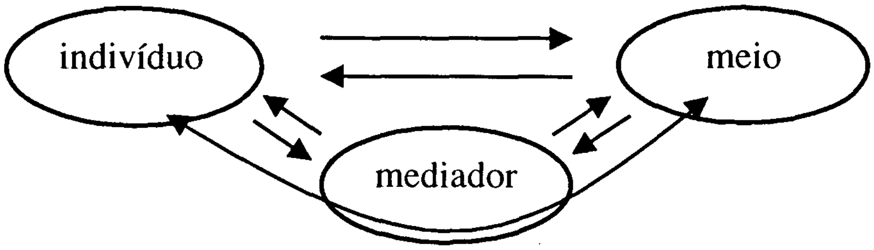


Figura 2 – Relação entre o Indivíduo e o Meio
Mediada por um Elemento.

2.4.2.1 O Uso de Instrumentos e Signos

Um instrumento é um objeto utilizado para se fazer alguma coisa, e auxilia o trabalhador a realizar seu trabalho, sendo, portanto, um elemento externo ao indivíduo. O instrumento é feito para determinado objetivo, sendo, por isto, um objeto social que faz a mediação entre o homem e o ambiente. (Oliveira, 1997).

Os signos funcionam como um instrumento da atividade psicológica e foram chamados por Vygotsky (1988) de "instrumentos psicológicos". Segundo Rosa (1998, p. 45), "no estatuto do instrumento psicológico ele inclui a linguagem, as diversas formas de contar e de calcular, os símbolos algébricos, as obras de arte, os esquemas, os diagramas, enfim todos os signos possíveis." São direcionados para dentro do indivíduo e auxiliam nos processos psicológicos.

Segundo Moreira (1999, p.111), existem três tipos de signos:

- Indicadores, os que têm uma relação de causa e efeito com aquilo que significam (fumaça indica fogo);
- Icônicos, imagens ou desenhos do que significam;

- Simbólicos, os que têm uma relação abstrata com o que significam. As palavras são signos lingüísticos e os números são signos matemáticos.

Quanto mais são utilizados os signos pelo indivíduo, mais se modificam as operações psicológicas. Também quanto mais se aprende a usar instrumentos, mais se amplia o número de atividades nas quais ele pode aplicar suas novas funções psicológicas.

2.4.2.2 O Conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal

Vygotsky (1988) define zona de desenvolvimento proximal "como a distância entre o nível de desenvolvimento cognitivo real do indivíduo e o seu nível de desenvolvimento potencial." O nível de desenvolvimento real é aquele em que o indivíduo é capaz de realizar tarefas de forma independente, isto é, sem o auxílio de outra pessoa. No nível de desenvolvimento potencial, o indivíduo só consegue realizar tarefas com a ajuda de outra pessoa. E a aprendizagem deve ocorrer dentro da zona de desenvolvimento proximal

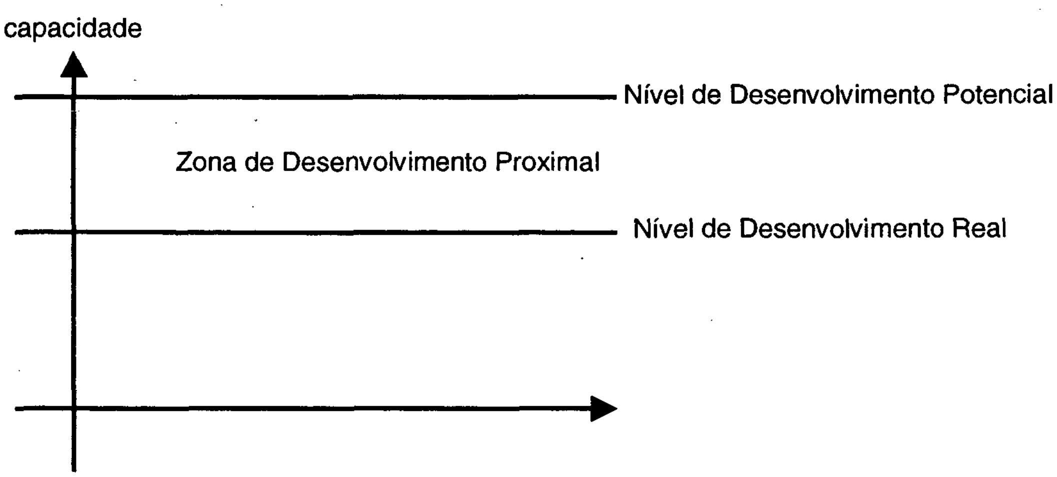


Figura 3 – Zona de Desenvolvimento Proximal.

Para Sutherland (1996, p.72) "uma criança que tem uma zona de desenvolvimento proximal mais desenvolvida, terá maior capacidade de ser ajudada pelos professores do que uma criança com uma zona menos desenvolvida, mas o professor tem o dever de ajudar a segunda criança."

2.4.2.3 O Ensino e a Aprendizagem

O processo de ensino-aprendizagem deve ser construído, tendo como ponto de partida o nível de desenvolvimento real do aluno, e como ponto de chegada os objetivos estabelecidos pela escola (Oliveira, 1997). Como foi dito anteriormente, a aprendizagem deve ocorrer dentro da zona de desenvolvimento proximal e o professor deve interferir para que isto aconteça, pois o aluno não pode sozinho conseguir o aprendizado. A mediação de outras pessoas é fundamental no desenvolvimento do aluno e no caso da escola o principal papel cabe ao professor.

2.4.3 O Cognitivismo de David Ausubel

Ausubel (1980) é um representante do cognitivismo que se preocupa com a aprendizagem na sala de aula. Segundo ele o fator mais importante da aprendizagem é o que o aluno já sabe. O professor deve identificar isto, para poder ensinar de acordo. A aprendizagem só ocorre quando conceitos relevantes e inclusivos estão claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo. Estes conceitos interagem com o novo material, funcionando como ancoradouro, abrangendo-o e integrando-o e modificando-se em função desta ancoragem (Moreira, 1999).

Para Ausubel (1980), o conceito central de sua teoria é o de aprendizagem significativa. Para a aprendizagem ser significativa, o assunto a ser aprendido precisa fazer algum sentido para o aluno e isto ocorre quando a nova informação estiver relacionada com conceitos relevantes existentes em sua estrutura cognitiva.

Ausubel (1980, p. 34) diz que:

> "a essência do processo de aprendizagem significativa é que as idéias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva. Uma relação não arbitrária e substantiva significa que as idéias são relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição."

Quando a aprendizagem não tem associação a conceitos existentes em sua estrutura cognitiva, Ausubel (1980) então define a aprendizagem como mecânica ou automática. Neste caso não existe interação entre a nova informação e a já existente na memória. O conhecimento adquirido é incorporado a estrutura cognitiva através de uma relação arbitrária e não substantiva.

Para exemplificar a diferença entre aprendizagem significativa e mecânica, Ausubel (1980) dá como exemplo a lei de Ohm, que diz que a corrente elétrica em um circuito é diretamente proporcional à voltagem. Se o aluno souber o significado dos conceitos de corrente elétrica, voltagem, resistência, grandezas diretamente e inversamente proporcionais, sua aprendizagem será significativa, caso contrário, será uma aprendizagem mecânica ou automática.

2.5 Métodos de Ensino

O ensino baseado nos métodos tradicionais se apóia na repetição. O professor resolve um exercício, o aluno repete o mesmo em sala de aula e depois torna a resolver exercícios semelhantes em casa. O aluno age passivamente no processo ensino-aprendizagem. Esta realidade precisa ser alterada, pois Lima (1980, p.37) diz que:

> "Ninguém informa ninguém, o indivíduo informa-se cada vez mais, a psicologia social mostra que o processo de compreender, persuadir, ensinar, não depende das habilidades do *agente,* mas na atividade do paciente: quem se informa não é, pois, um paciente mas um agente."

Existem vários métodos de ensino que propiciam um trabalho mais ativo por parte do aluno. No caso da Matemática, pode-se citar, entre outros, a Aprendizagem por Descoberta, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas.

2.5.1 Aprendizagem por Descoberta

A Aprendizagem por Descoberta é um método de ensino que se fundamenta na Teoria Construtivista onde o aluno é que constrói seu conhecimento. O ensino expositivo é considerado autoritário e sem significado.

Somente a aprendizagem pela descoberta é que tem significação para os alunos. O aluno deve aprender pela experiência direta, com situações reais, e os assuntos abordados devem estar centrados no interesse do mesmo.

Existem métodos de ensino que têm como fundamento, o método da Aprendizagem por Descoberta. Pode-se citar, como exemplos, a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas.

2.5.2 Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é um método de ensino que possibilita a aprendizagem de Matemática através da criação de um modelo que a relaciona com outras ciências. Para desenvolver o conteúdo escolhe-se o tema, que deverá ser transformado em modelo matemático. A escolha do tema pode ser feita pelo professor ou pelos alunos.

Meyer (1998) diz que o trabalho educacional com Modelagem Matemática leva a uma prática de Matemática atual, contextual, subjetiva e aproximada, de um saber que leva a conclusões que se expressam de modo objetivo, crítico, confiável e extremamente útil.

Já, Biembengut (1999, p.20) diz que "modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real."

Na elaboração de um modelo (Biembengut, 1999, p.21), os procedimentos necessários podem ser agrupados em três etapas, a saber: interação, matematização, e modelo matemático,

a) Interação

Na interação, deve-se fazer o reconhecimento da situação-problema e depois familiarizar-se com o assunto a ser modelado; para isto, deve-se pesquisar sobre o tema.

b) Matematização

Aqui deve-se formular o problema e depois resolvê-lo, a fim de se obter o modelo.

c) Modelo matemático

Depois de obtido o modelo, deve-se fazer a sua avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada e seu grau de confiabilidade na sua utilização.

2.5.3 Resolução de Problemas

Este método foi proposto por George Polya no seu livro *How to Solve it,* editado em 1945 pela Universidade de Princeton.

Neste livro, Polya (1997) começa com um esquema de Como Resolver um Problema. Nele, existem quatro passos:

- Compreensão do problema,
- Estabelecimento de um plano,
- Execução do plano, e
- Retrospecto ou verificação.

No primeiro passo é preciso **compreender** o problema. É necessário reconhecer a incógnita, quais são os dados e qual é a condicionante. Deve-se, caso possível, fazer uma figura e adotar uma notação adequada.

No passo seguinte é preciso **estabelecer um plano**, fazer a conexão entre os dados e a incógnita, verificar se conhece um problema correlato que já tenha sido resolvido e se é possível utilizá-lo, e, ainda, é necessário chegar a um plano para a resolução.

Depois de estabelecer um plano, deve-se **executá-lo** e, ao fazê-lo, verificar cada passo, para ver se o mesmo está correto.

No quarto e último passo deve-se **verificar** o resultado e, se possível, chegar a este resultado por um caminho diferente. Verificar também se é possível utilizar o resultado ou método, em algum outro problema.

2.6 Conclusão

Na primeira parte deste capítulo discorreu-se sobre a história da educação matemática. Depois foram apresentadas algumas teorias de aprendizagem de autores cognitivistas/construtivistas (Moreira, 1999). Estas teorias são as mais aceitas atualmente e servem para embasar o estudo desta dissertação. Na terceira parte são estudados alguns métodos de ensino que podem ser usados na Contextualização, fundamentados na teoria construtivista. Foi escolhido o método da Resolução de Problemas por ser de mais rápida e fácil aplicação.

Foi, também abordada a idéia de Piaget (1976), afirmando que a aprendizagem é a equilibração entre a assimilação e a acomodação. Neste trabalho são dados problemas de Cálculo Diferencial e Integral para o aluno resolver. Se estes problemas forem de fácil solução haverá uma assimilação. Se não o forem, provocarão um desequilíbrio na estrutura cognitiva do aluno, que resultará em novos esquemas de assimilação, acontecendo então a acomodação. É com a acomodação que ocorre a aprendizagem.

Enquanto Piaget (1976) minimizava a mediação do professor, Vygotsky (1988) considerava fundamental. Para ele toda relação entre o indivíduo e o mundo deve ser mediada por um instrumento ou um signo. Nas aulas de Contextualização o professor é muito importante, pois ele conduz o processo.

Para Vygotsky (1988), a aprendizagem deve ocorrer dentro da zona de desenvolvimento proximal, na estrutura cognitiva do indvíduo. A zona de desenvolvimento proximal é a distância entre o nível cognitivo real (*nível onde o indivíduo é capaz de realizar tarefas sozinho)* e o seu nível de desenvolvimento potencial (*nível onde o indivíduo não consegue realizar tarefas independentemente*). Para que isto ocorra, o professor auxiliará os alunos, tentando fazê-los lembrar de conteúdos passados de Cálculo que estejam relacionados com os problemas usados na Contextualização.

Já para Ausubel (1980), o terceiro autor estudado, o conceito central de sua teoria é o de aprendizagem significativa. Nesta teoria o professor deve procurar ensinar a partir do que o aluno já sabe, pois a aprendizagem precisa ter um significado para o aluno. A aprendizagem significativa só ocorre quando conceitos relevantes e inclusivos estão claros e disponíveis na memória do aluno. Nas aulas de Contextualização, Derivadas e Integrais serão conceitos já conhecidos em aulas anteriores. A Contextualização será a aplicação destes conceitos em assuntos do curso de Tecnologia em Química Ambiental.

Aula unisul etapas

3 PROPOSTA DE ENSINO CONTEXTUALIZADO

Agora, será abordada a forma de como fazer a Contextualização da Matemática. Ela será feita através do método de ensino chamado de **Resolução de Problemas**, usando Derivadas e Integral, que é assunto ministrado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, no primeiro período do Curso de Tecnologia em Química Ambiental do CEFET-PR, unidade de Curitiba. Para isto resolver-se-ão problemas que se relacionem com o curso, nas duas turmas dividindo-as em grupos de até 4 alunos.

Para o desenvolvimento da Contextualização é necessário somente uma sala de aula comum e uma lista de problemas que tenha aplicações de Derivadas e Integrais. Não há necessidade do uso de equipamentos especiais, portanto pode ser aplicado em qualquer sala de aula das escolas brasileiras. Os problemas devem ser providenciados pelo professor e neste trabalho eles foram obtidos em livros de Cálculo Diferencial e Integral e escolhidos aqueles que tivessem aplicação no Curso de Tecnologia em Química Ambiental.

Saber as definições de Derivadas e Integrais, conhecer as interpretações geométrica e cinemática de Derivadas, saber calcular pontos de máximos e mínimos de funções, saber resolver equações diferenciais de primeira ordem e saber usar as fórmulas de Derivação e das Primitivas Imediatas são condições para resolver esses problemas. Claro que esses conteúdos devem ser estudados antes do desenvolvimento da Contextualização para que a aprendizagem seja significativa como quer a teoria de aprendizagem de Ausubel (1980).

De acordo com Vygotsky (1988), a aprendizagem deve ocorrer dentro da zona de desenvolvimento proximal e o professor, sendo o mediador, levará o aluno para esta região, pois, se este conhecer os conteúdos listados no parágrafo anterior, poderá resolver os problemas sem a ajuda do professor. Para provocar o desequilíbrio na estrutura cognitiva do aluno, que é um dos responsáveis pela aprendizagem segundo Piaget (1976), será conseguido pelos questionamentos do método da Resolução de Problemas.

Resolver Problemas sempre foi usado para ensinar Matemática desde a antigüidade. Problemas matemáticos são encontrados em registros da história antiga egípcia, chinesa e grega, e também são encontrados problemas em livros-texto de Matemática dos séculos XIX e XX. Já a importância dada à Resolução de Problemas é recente (Onuchic, 1999).

Segundo Thomas Butts (apud Dante, 2000, p.43),

> "Estudar Matemática é resolver problemas. Portanto a incumbência dos professores de Matemática, em todos os níveis, é ensinar a arte de resolver problemas. O primeiro passo nesse processo é colocar o problema adequadamente."

Já para Hatfield (apud Dante, 2000, p.8),

> "Aprender a resolver problemas matemáticos deve ser o maior objetivo da instrução Matemática. Certamente outros objetivos da matemática devem ser procurados, mesmo para atingir o objetivo da competência em Resolução de Problemas. Desenvolver conceitos matemáticos, princípios e algoritmos através de um conhecimento significativo e habilidoso é importante. Mas o

significado principal de aprender tais conteúdos matemáticos é ser capaz de usá-los na construção das soluções das situações-problema."

Para Polya (1985, p.13) "a resolução de problemas tem sido a espinha dorsal do ensino de Matemática desde a época do papirus Rhind".

É preciso saber a diferença entre exercício e problema, de acordo com (Dante, 2000, p.43):

> "Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Problema, ou problema--processo, é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. A solução de um problema-processo exige uma certa dose de iniciativa, e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias".

Veja-se alguns exemplos do método, lembrando que os diálogos usados nestes exemplos são imaginários. No próximo capítulo, em que será feita a aplicação do método, serão abordados os diálogos reais. Todos os problemas aplicados encontram-se nos anexos 7.1 e 7.2.

Problema 1 (Swokowski, 1983, p. 189)

Um cientista acha que, se determinada substância for aquecida, a temperatura em graus Celsius após t minutos, 0 < t < 5, será dada por $f(t) = 30t + 6\sqrt{t} + 8$. Qual a taxa instantânea da função aos 4 minutos ?

Desenvolvimento do método

O método fundamenta-se na idéia de que o professor deve fazer o aluno pensar e tomar a iniciativa e que o mesmo conheça a teoria necessária para resolver o problema. Neste problema o aluno deve conhecer as regras mais simples de diferenciação e a noção de taxa de variação.

Primeiro Passo: No 1°. passo do método deve-se compreender o problema. Para isso, é necessário ler atentamente o enunciado, a fim de conhecer a incógnita, os dados do problema e verificar a condicionante. Se possível fazer uma figura.

Professor: O que o problema está pedindo?

Aluno: A taxa instantânea de variação da temperatura de uma substância no tempo t = 4 min.

Professor: Quais são os dados ?

Aluno: A equação da temperatura em função do tempo ?

Professor: Qual o significado da taxa instantânea de variação ?

Aluno: Esta taxa dá a variação da temperatura em relação ao tempo no instante t = 4 min.

Professor: Está certo, mas alguém poderia repetir esta pergunta em outras palavras ?

Aluno: De quanto estará variando a temperatura em relação ao tempo depois de 4 min.

Segundo Passo: No passo seguinte deve-se estabelecer um plano, para fazer a conexão entre os dados e a incógnita. Precisa-se verificar se é possível utilizar um problema correlato conhecido.

Professor: Como se pode calcular a taxa de variação ? É preciso dar uma olhada na definições.

Aluno: Para calcular a taxa de variação devemos calcular a derivada no tempo t = 4 min.

Terceiro Passo: Agora deve-se executar o plano e depois verificar se o mesmo está correto.

Professor: Muito bem, então calculem! Qual a resposta ?

Aluno: A taxa de variação da temperatura no instante t = 4 min é 31,5° C/min.

Professor: Agora é necessário refazer o problema para verificar se o mesmo está correto.

Aluno: Foi feita a verificação, não achei nenhum erro, acho que está correto.

Quarto Passo: No último passo devemos verificar o resultado, e se possível, chegar ao mesmo usando um outro caminho.

Professor: Exato, está correto. É possível resolver o problema usando outro caminho ?

Aluno: Não, só é possível resolver o problema através das Derivadas.

<u>Problema 2</u> (Simmons, 1987, p. 189)

Num certo instante, uma amostra de gás, que obedece à Lei de Boyle, ocupa um volume de 1.000 cm^3 a uma pressão de 10 Pa/cm^2. Se esse gás está sendo comprimido isotermicamente à taxa de 12 cm^3/min, calcule a taxa com que a pressão está crescendo no instante em que o volume é 600 cm^3.

Desenvolvimento do método

Também neste problema o aluno precisa conhecer as regras mais simples de diferenciação e noção de taxa de variação.

Professor: O que o problema está perguntando ?

Aluno: A taxa com que a pressão do gás está crescendo no instante em que o volume é 600 cm^3.

Professor: Observem que o gás obedece à Lei de Boyle! Alguém lembra o que diz essa lei ?

Aluno: Quando um gás é mantido à temperatura constante, sua pressão p e seu volume V se relacionam segundo a equação $pV = c$, sendo c, uma constante.

Professor: Quais são os dados ?

Aluno: Volume no instante t_1 ($V_1 = 1000$ cm^3),

Pressão no instante t_1 ($p_1 = 10$ Pa/cm^2), e

Volume no instante t_2 ($V_2 = 600$ cm^3).

Professor: Serão só estes ? Vejam que o gás está sendo comprimido à taxa de 12 cm^3/min. Aí está mais um dado.

Aluno: Professor, o que está variando ?

Professor: Observem as unidades, cm^3 e min! Representam quais grandezas ?

Aluno: Representam volume e tempo.

Professor: Portanto, como se pode representar este dado ?

Aluno: Razão entre o volume e temperatura.

Professor: Observem que há uma taxa de variação num determinado instante!

Aluno: Então é dV/dt.

Professor: Qual seu valor ?

Aluno: dV/dt = 12 cm^3/min.

Professor: Quase certo! Porém, como o volume está decrescendo, deve-se considerar a variação com sinal negativo. Portanto dV/dt = = -12 cm^3/min. E como representar a taxa com que a pressão está variando ?

Aluno: Como é taxa de variação num determinado instante, então é dp/dt.

Professor: É preciso, pois, armar a equação. Tem-se que usar qual lei mesmo?

Aluno: Lei de Boyle, onde pV = c.

Professor: Qual a interpretação de dV/dt e dp/dt ?

Aluno: dV/dt é a derivada de V em relação a t e dp/dt é a derivada de p em relação a t.

Professor: Como então se pode usar a Lei de Boyle: pV = c.

Aluno: É necessário derivar a equação em função de t.

Professor: Mas antes de derivar, deve-se calcular o valor de c.

Aluno: Como pV = c => $p_1.V_1$ = c => 10 x 1000 = c => c = 10.000 Pa.cm.

Professor: É necessário derivar então a equação: pV = c.

Aluno: p.V = c => p = c/V => dp/dt = -c.dV/dt/V^2 => dp/dt = -10.000 x (-12)/600^2

dp/dt = 12.000/360.000 => dp/dt = 1/3 Pa/cm^2 por min.

Professor: Observem que foi considerado dV/dt, um valor negativo e a resposta do problema deu dp/dt positiva. Como se pode interpretar o fato ?

Aluno: Isso indica que a pressão está crescendo.

Professor: Está correto!

<u>Problema 3</u> (Simmons, 1987, p.211)

Num dia calmo, a medida da poluição atmosférica, num ponto decorrente da existência de uma cidade próxima, é diretamente proporcional a população da cidade e inversamente proporcional à distância do ponto até a cidade. Um guarda florestal deseja fazer um reflorestamento em algum lugar numa rodovia entre duas cidades que distam entre si 60 km. A primeira cidade tem 80 mil e a segunda 20 mil habitantes. Onde deve o guarda florestal localizar seu viveiro para minimizar o efeito da poluição sobre suas árvores ?

<u>Desenvolvimento do método</u>

Este problema é uma aplicação de máximos e mínimos de funções, assunto que é estudado quando se estuda derivadas.

Professor: O que o problema quer saber ?

Aluno: Localizar um ponto entre duas cidades onde o efeito da poluição seja mínimo.

Professor: Quais são os dados ?

Aluno: Cidade A 20.000 habitantes,

Cidade B 80.000 habitantes, e

Distância entre as cidades A e B = 60 km.

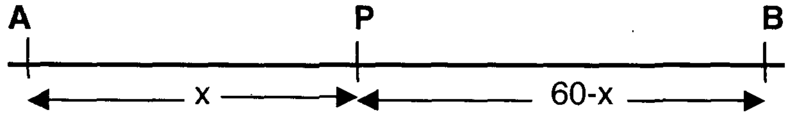
Poluição num ponto é proporcional ao tamanho da população cidade e inversamente proporcional à distância até a cidade.

Professor: Como se pode representar matematicamente este último dado ?

Aluno: Poluição = População/Distância

Professor: Agora é preciso traçar uma figura para entender melhor o problema.

Aluno:



Professor: Como se pode resolver este problema usando derivadas ?

Aluno: É um problema de máximos e mínimos.

Professor: Primeiramente o que se precisa obter ?

Aluno: Uma lei Matemática que relacione os dados do problema.

Professor: Então, achem esta lei! Observem o que influencia a poluição no ponto P.

Aluno: Ela depende das populações das duas cidades A e B e das distâncias entre as duas cidades.

Professor: Escrevam a equação Matemática que representa a lei! Observem o dado que fala sobre proporcional e inversamente proporcional!

Aluno: $y = \dfrac{80}{60-x} + \dfrac{20}{x}$

Professor: E agora, o que se deve fazer ?

Aluno: Deve-se achar o ponto de mínimo da função definida pela equação.

Professor: Como encontrar este ponto ?

Aluno: A derivada primeira da função no ponto deve ser nula e a derivada segunda neste ponto deve ser positiva.

Professor: Então calculem! Primeiramente calculem a derivada primeira!

Aluno: $y=\dfrac{80}{60-x}+\dfrac{20}{x} \Rightarrow y=\dfrac{80x+20(60-x)}{(60-x)x} \Rightarrow y=\dfrac{80x+1200-20x}{60x-x^2}$

$$y=\frac{60x+1200}{60x-x^2} \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{60(60x-x^2)-(60-2x)(60x+1200)}{(60x-x^2)^2}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{3600x-60x^2-3600x-72000+120x^2+2400x}{(60x-x^2)^2}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{60x^2+2400x-72000}{(60x-x^2)^2}=0 \Rightarrow 60x^2+2400x-72000=0$$

$$x^2+40x-1200=0 \Rightarrow x=\frac{-40\pm\sqrt{1600-4(-1200)}}{2}$$

$$x=\frac{-40\pm\sqrt{1600+4800}}{2} \Rightarrow x=\frac{-40\pm\sqrt{6400}}{2} \Rightarrow x=\frac{-40\pm 80}{2}$$

$x_1=\dfrac{-40-80}{2} \Rightarrow x_1=\dfrac{-120}{2} \Rightarrow x_1=-60\ km$ (Impossível) ou

$$x_2=\frac{-40+80}{2} \Rightarrow x_2=\frac{40}{2} \Rightarrow x_2=20\,km$$

Professor: Por que a primeira raiz, que é negativa, não serve ?

Aluno: Porque a distância não pode ser negativa.

Professor: Exato! Agora achem a derivada segunda da função.

Aluno:

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{(120x+2400)(60x-x^2)^2-2(60x-x^2)(60-2x)(60x^2+2400x-72000)}{(60x-x^2)^4}$$

$$\left[\frac{d^2y}{dx^2}\right]_{x=20}=\frac{(2400+2400)(1200-400)^2-2(1200-400)(60-40)(48000+24000-72000)}{(800)^4}$$

$$\left[\frac{d^2y}{dx^2}\right]_{x=20}=\frac{(4800)(800)^2-2(800)(20)(0)}{640000}$$

$$\left[\frac{d^2y}{dx^2}\right]_{x=20} = \frac{3072000000}{640000} = 4800 > 0 \Rightarrow \textit{Ponto de mínimo}$$

Professor: Então qual é a resposta ?

Aluno: O ponto entre as duas cidades que apresenta menor poluição, está a 20 km da cidade A, que é a cidade com menor população.

Professor: Está correto! Podemos resolver o problema de outra maneira.

Aluno: Não! Só é possível resolver por Derivadas.

4 DESENVOLVIMENTO DA CONTEXTUALIZAÇÃO

Os conteúdos do programa da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral para o desenvolvimento da Contextualização foram os de Derivadas e de Integrais. Para ambos foi dado o mesmo tratamento. No início foram lecionados em aulas expositivas tradicionais e, ao término dos mesmos, foi feita uma prova para cada um deles.

Depois destas provas foram dadas aulas de Contextualização. Nestas aulas, formaram-se grupos de até 4 alunos e foi distribuído material para os mesmos, contendo os problemas que deveriam ser resolvidos. Para resolver cada problema, pedia-se aos alunos que o lessem e depois solicitava-se que um aluno o lesse novamente em voz alta. A seguir iniciava-se o diálogo conforme foi mostrado no capítulo anterior, usando o método de ensino da Resolução de Problemas. Foram utilizadas 3 horas/aula para Contextualização em cada um dos conteúdos.

Na etapa seguinte foram aplicadas **novas** provas para ambos os conteúdos e, após as mesmas, foi feita uma pesquisa com os alunos para obter a opinião deles sobre a metodologia utilizada.

No capítulo 3 os diálogos eram imaginários; a seguir, no desenvolvimento da Contextualização, os diálogos apresentados são reais e aconteceram na turma do período da manhã. Deixou-se de apresentar os diálogos da turma da noite, pois são semelhantes.

4.1 Ensino de Derivadas

<u>Problema 1</u> (Swokowski, 1983, p. 189)

Um cientista acha que, se determinada substância for aquecida, a temperatura em graus Celsius após t minutos, 0 < t < 5, será dada por $f(t) = 30t + 6\sqrt{t} + 8$. Qual a taxa instantânea da função aos 4 minutos ?

Após a leitura do problema, foi iniciado o diálogo:

Professor: O que o problema está pedindo ?

Aluno: Está pedindo a taxa instantânea da função aos 4 minutos.

Professor: Mas o que é taxa instantânea ?

Aluno:...

Professor: Procurem em seus apontamentos.

Aluno:...

Professor: Esta taxa dá a variação da temperatura em relação ao tempo no instante t = 4 min. Quais são os dados ?

Aluno: A equação da temperatura em função do tempo.

Professor: Como se calcula a taxa de variação ?

Aluno: Derivar a função em relação ao tempo.

Professor: Então calculem!

(Depois de 10 minutos um aluno deu a resposta.)

Aluno: A taxa de variação é igual a 31,5.

Professor: Qual a unidade ?

Aluno:...

Professor: Observem que a função dá a temperatura em relação ao tempo!

Aluno:...

Professor: Como a temperatura é dada em ºC e o tempo em minutos, sua unidade será ºC/min. Portanto, a taxa de variação será 31,5 ºC/min. Qual o significado da resposta ?

Aluno:...

Professor: A resposta significa que, no instante t = 4 min, a temperatura está variando a uma taxa de 31,5 ºC/min.

Agora retorne-se ao início e verifique-se novamente, todos os passos de resolução do problema!

<u>Comentário</u>

Como foi o primeiro problema aplicando o método, os alunos sentiram um pouco de dificuldade. Num primeiro momento não lembraram o significado da taxa de variação. Procuraram em seus apontamentos e não conseguiram responder. Depois não souberam dizer qual a unidade para a resposta, mesmo falando para eles o que a função representava e no final não souberam o significado da mesma. Penso que o motivo principal para as perguntas ficarem sem resposta, foi porque não conseguiram associar os conceitos estudados em Derivadas com suas aplicações nos Problemas.

Isso é explicado por Ausubel (1980), na sua teoria da aprendizagem significativa que diz que uma nova informação só terá significado se ela ancorar-se em conceitos relevantes, existentes na estrutura cognitiva do aluno. Como o aluno não havia relacionado o conceito de taxa de variação com problemas práticos, este conceito para ele não era relevante. Isso mostra que é importante contextualizar e ajudar o aluno a fazer ligação entre a teoria e a prática. Mostra também que é preciso rever a forma de apresentação do problema, visto que a mesma não teve significado para os alunos.

Problema 2 (Simmons, 1987, p. 189)

Num certo instante, uma amostra de gás que obedece à Lei de Boyle ocupa um volume de 1.000 cm^3 a uma pressão de 10 Pa/cm^2. Se esse gás está sendo comprimido isotermicamente à taxa de $12cm^3/min$, calcule a taxa com que a pressão está crescendo no instante em que o volume é 600 cm^3.

Foi dado tempo para que os alunos lessem o problema e depois aconteceram os seguintes diálogos.

Professor: O que o problema está perguntando ?

Aluno: A taxa com que a pressão do gás está crescendo em relação ao volume.

Professor: Errado! Não é em relação ao volume.

Aluno: A taxa com que a pressão do gás está crescendo no instante em que o volume do gás é 600 cm^3.

Professor: Correto! Observe-se que o gás obedece à Lei de Boyle. Alguém lembra o que diz essa lei ?

Aluno: $p_1V_1 = p_2V_2$.

Professor: Quando acontece isto ?

Aluno: Somente acontece quando a temperatura do gás é mantida constante.

Professor: Correto! Mas qual o significado da igualdade $p_1V_1 = p_2V_2$.

Aluno:...

Professor: Se num instante t_1 tem-se p_1V_1 e num instante t_2 tem-se p_2V_2, significa que este produto é constante, portanto pV = c.

Agora digam quais são os dados ?

Aluno: $V_1 = 1000$ cm^3,

$p_1 = 10$ Pa/cm^2, e

$V_2 = 600$ cm^3.

Professor: Serão só estes dados ?

Aluno: A taxa de variação do volume no instante em que o mesmo é igual a 1000 cm^2.

Professor: E qual é esta taxa de variação ?

Aluno: 12 cm^3/min.

Professor: Como representar este dado ?

Aluno: Por $\frac{dV}{dt} = 12\,cm^3/\min$.

Professor: Como o volume está decrescendo, deve-se considerar negativa a taxa de variação, portanto $\frac{dV}{dt} = -12\,cm^3/\min$.

Como agora são conhecidos todos os dados, o que se deve achar primeiro ?

Aluno:..

Professor: Se pV = c e tem-se p_1 e V_1, deve-se achar primeiro o c.

Como $pV = c \Rightarrow c = 10.1000 \Rightarrow c = 10000\,pa.cm.$

O que se deve encontrar ?

Aluno: A taxa com que a pressão do gás está crescendo no instante em que o volume do gás é 600 cm^2.

Professor: Então calculem!

Aluno:...

Professor: Se $pV = c \Rightarrow p = \dfrac{c}{V} \Rightarrow \dfrac{dp}{dt} = \dfrac{-c\dfrac{dV}{dt}}{V^2}$

$$\left[\frac{dp}{dt}\right]_{V=600} = \frac{-10.000.(-12)}{600^2} \Rightarrow \left[\frac{dp}{dt}\right]_{V=600} = \frac{120.000}{360.000} = \frac{1}{3}\, Pa/cm^2 \ por \min.$$

Agora interpretem o resultado!

Aluno: No instante em que o volume é 600 cm^3, a pressão está crescendo a uma taxa de $\frac{1}{3}$ Pa/cm^2 por min.

Comentário

Novamente a abstração dos dados foi um obstáculo para os alunos. Também aqui não conseguiram associar os conceitos estudados com suas aplicações, embora tivessem sido feitos muitos exercícios de derivadas antes desta aula; além disso não conseguiram derivar a função, pois eles estavam acostumados a derivar a variável y em relação a variável x, e neste problema tiveram que derivar as variáveis p e V em relação a variável t. Os alunos não fizeram ligação entre as variáveis x e y com as variáveis p, V e t.

Eles também não conseguiram responder qual a incógnita do problema. Mostraram que não haviam entendido o significado da taxa de variação, pois a mesma indica a variação de uma determinada grandeza em relação ao tempo. No caso, o professor deveria ter perguntado o que estava variando e o que é uma variável. Outro fato, que chamou a atenção, é que faltou aos mesmos a noção de tempo na expressão “no instante que”.

Problema 3 (Simmons, 1987, p. 211)

Num dia calmo, a medida da poluição atmosférica, num ponto decorrente da existência de uma cidade próxima, é diretamente proporcional à população da cidade e inversamente proporcional à distância do ponto até cidade. Um guarda florestal deseja fazer um reflorestamento em algum lugar numa rodovia entre duas cidades que distam entre si 60 km. A primeira cidade tem 80 mil e a segunda 20 mil habitantes. Onde deve o guarda florestal localizar seu viveiro para minimizar o efeito da poluição sobre suas árvores ?

Os alunos primeiramente leram o enunciado do problema, depois ocorreram os seguintes diálogos:

Professor: O que o problema quer saber ?

Aluno: Onde localizar o viveiro entre as duas cidades.

Professor: Qual a condicionante ?

Aluno: Este local deve ter poluição mínima.

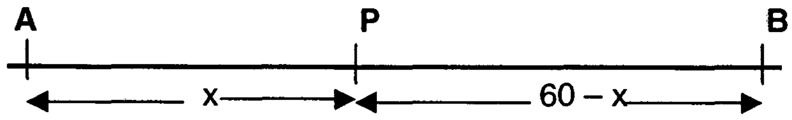
Professor: Quais são os dados ?

Aluno: A poluição num ponto é proporcional ao tamanho da população das cidades e inversamente proporcional à distância do ponto até as cidades.

Professor: Só estes ? Existem mais dados.

Aluno: A distância entre as cidades é de 60 km; uma cidade tem 20 mil e a outra 80 mil habitantes.

Professor: Agora é necessário fazer uma figura, para melhor entender o problema.



Observe-se que há duas cidades que serão indicadas por A e B, e existe um ponto entre elas que será indicado por P.

Que tipo de problemas há ?

Aluno: É um problema de máximos e mínimos.

Professor: Primeiramente o que é preciso obter ?

Aluno: Precisa-se montar um sistema.

Professor: Não! Não se deve montar um sistema.

Aluno: Precisa-se escrever uma função.

Professor: Correto! Então escrevam a função!

Aluno:..

Professor: Observem que o problema diz que a poluição é diretamente proporcional à população e inversamente proporcional à distância.

Aluno:..

Professor: Represente-se a poluição por y. A população da cidade A é igual 20 mil habitantes, e a população da cidade B é igual a 80 mil habitantes. A distância do ponto P até a cidade A, será representada por x, e a distância de P até B será representada por 60 – x, porque a distância entre A e B é de 60 km. Qual a função que se deve usar ?

Aluno:..

Professor: Escreve-se a função

$$y = \frac{80}{60 - x} + \frac{20}{x} \ .$$

Aluno: Por que se deve somar e não igualar ?

Professor: Alguém sabe responder ?

Aluno:...

Professor: Porque a poluição, no ponto P, é causada pela população de A e a população de B. Se o problema quisesse o ponto onde a poluição de A fosse igual a poluição de B, daí ter-se-ia de igualar as frações. O que se deve fazer com a função ?

Aluno: Encontrar o ponto de mínimo.

Professor: Como se faz isto ?

Aluno: A derivada primeira da função no ponto P deve ser nula e a derivada segunda da função neste ponto, deve ser positiva.

Professor: Então calculem!

(Depois de algum tempo...)

Aluno: A equação obtida da derivada primeira tem os coeficientes muito grandes.

Professor: Vejam se é possível simplificar!

Aluno: Sim, é possível.

Professor: Então, simplifiquem e resolvam!

Aluno: Existem dois resultados: $x_1 = -60$ e $x_2 = 20$.

Professor: Se x é a distância entre a cidade A e o ponto P e P está entre as cidades A e B, qual resposta que interessa ?

Aluno: Somente x = 20. A distância negativa não interessa.

Professor: Agora, deve-se observar a derivada segunda, pois, como foi visto, ela tem que ser negativa para o ponto ser de mínimo.

Calculem!

Aluno: O valor da derivada segunda da função no ponto onde x = 20 é igual a 4.800.

Professor: Este valor é maior ou menor que zero ?

Aluno: É um valor maior que zero; portanto é um ponto de mínimo.

Professor: Qual é a resposta ?

Aluno: O ponto entre as cidades A e B que apresenta menor poluição está a 20 km da cidade A, que é a cidade com menor população.

Comentário

O problema fez com que a representação gráfica encontrasse espaço. A primeira materialização de dados do problema é feita através do modelo gráfico. Os alunos tiveram dificuldade em escrever a equação matemática que representava o problema. Acreditavam que deveriam montar um sistema de equações. Depois tiveram dificuldades em resolver a equação do 2º. grau, que resolveria a derivada primeira, pois a mesma apresentava coeficientes bem maiores daqueles com quais os alunos estão acostumados a trabalhar. Neste caso, seus esquemas mentais demoraram um pouco para assimilar a realidade.

Aqui cabe críticas ao professor por se adiantar no processo. Ele deveria ser o mediador, não ter pressa e apenas conduzi-lo. Quando os alunos demoraram para responder, o correto era esperar que os mesmos dessem a resposta. Pode-se citar, também, o momento em que um deles respondeu que era necessário montar um sistema. O professor respondeu negativamente.

Pedagogicamente não se deve dar este tipo de resposta, e sim fazer com que o aluno aprenda com o erro que cometeu. Neste caso deveria ser perguntado como seria montado este sistema e o mesmo observasse o erro cometido e inferisse a necessidade de ter uma função.

Outro exemplo que poderia ser explorado foi quando o aluno perguntou por que era para somar os termos que formam a função e não igualá-los. O professor, antes de responder, deveria fazer perguntas para que levasse os próprios alunos a encontrar a resposta. Somente depois de verificar que os mesmos não conseguiriam, é que a pergunta deveria ser respondida.

Problema 4 (Simmons, 1987, p. 162)

Um jardim retangular de 50 m^2 de área deve ser protegido contra animais. Se um lado do jardim já está protegido pela parede de um celeiro, quais as dimensões da cerca para que ela tenha menor comprimento ?

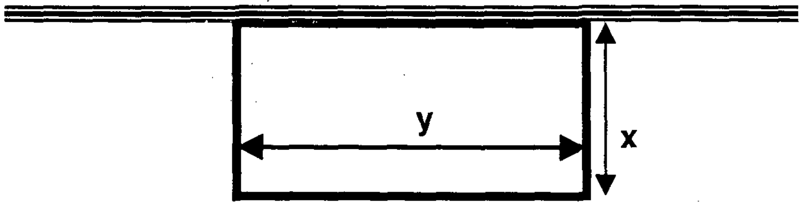
Professor: Qual a incógnita do problema ?

Aluno: O menor comprimento da cerca.

Professor: Que tipo de problema existe ?

Aluno: Problema de máximos e mínimos.

Professor: Deve-se, então, achar a função, para resolver o problema. Para ficar mais fácil, é preciso fazer uma figura.



Para saber o comprimento da cerca, o que se deve calcular ?

Aluno: Calcular os lados do retângulo.

Professor: Montar, então, as equações com os dados do problema.

Aluno: $x.y = 50 \quad e \quad L = 2x + y$

Professor: Correto! Para calcular o comprimento da cerca deve-se usar qual equação ?

Aluno: A equação: $L = 2x + y$

Professor: Deve-se usar uma equação que tenha somente uma variável livre. Como ?

Aluno: É preciso isolar o y na equação da área e substituí-lo na equação do comprimento.

Professor: Muito bem! Então façam isto e digam como ficou a equação!

Aluno: $L = 2x + \dfrac{50}{x}$.

Professor: Relembrando: O que o problema está pedindo ?

Aluno: O comprimento mínimo da cerca.

Professor: Correto! Podem resolver o problema!

(Após alguns minutos...)

Professor: Qual é a resposta ?

Aluno: $x = 5 \quad e \quad y = 10$

Professor: Qual o comprimento mínimo da cerca ? Observem que no lado do retângulo onde está o celeiro não há cerca!

Aluno: O comprimento da cerca é 20 m.

Comentário

Neste problema, os alunos não tiveram tanta dificuldade para resolvê-lo. O professor atuou pouco, os alunos resolveram o problema quase sozinhos.

Problema 5 (Swokowski, 1983, p. 200)

De um balão esférico escapa gás à razão de 10 m^3 por hora. Qual a taxa de variação do raio quando o volume é de 400 m^3.

Professor: O que o problema quer ?

Aluno: A taxa de variação do raio em relação ao tempo.

Professor: Como se representa esta taxa ?

Aluno: $\frac{dR}{dt}$.

Professor: E que instante isto acontece ?

Aluno: No instante em que o volume for igual a 400 m^3.

Professor: Qual o dado do problema?

Aluno: O problema dá a taxa de variação do volume do balão em relação ao tempo.

Professor: Como é representada esta taxa e qual seu valor ?

Aluno: $\frac{dV}{dt} = 10\, m^3 / h$.

Professor: Precisa-se da fórmula do volume da esfera. Alguém lembra ?

Aluno: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Professor: Qual o próximo passo ?

Aluno: Derivar a fórmula.

Professor: Ótimo! Então resolvam!

(Depois de alguns minutos...)

Professor: Qual a resposta ?

Aluno: $\frac{dR}{dt} = 0{,}038\ m/h$.

Professor: Qual o significado da resposta ?

Aluno: A taxa de variação do raio, no instante em que o volume é 400 m^3, é igual a 0,038 m/h.

Comentário

Este problema os alunos não tiveram dificuldades para resolvê-lo. Foram propostos mais três problemas e eles foram resolvidos sem a intervenção do professor.

4.2 Ensino de Integrais.

Problema 1 (Konguetsof, 1974, p. 410)

A temperatura de um líqüido é 75 graus. Coloca-se o mesmo em ambiente cuja temperatura é mantida constante a 25 graus. Depois de 5 minutos, a temperatura do líqüido é 50 graus. Sabendo-se que a velocidade de resfriamento do líqüido é proporcional à diferença que existe entre a temperatura do líqüido e a do ambiente, pergunta-se qual a temperatura do líqüido após 15 minutos.

Neste problema aconteceram os seguintes diálogos.

Professor: Qual é a incógnita ?

Aluno: Determinar a temperatura do líqüido.

Professor: Não é somente isso! Tem-se que completar.

Aluno: Determinar a temperatura de um líqüido após 15 minutos dentro de um ambiente cuja temperatura é 15 graus.

Professor: Correto! Quais são os dados ?

Aluno: Temperatura inicial do líqüido igual a 75 graus.

Professor: Está faltando um dado.

Aluno: A temperatura do líqüido após 5 minutos que é igual a 50 graus.

Professor: Qual a condicionante ?

Aluno: A velocidade de esfriamento do líqüido é proporcional à diferença entre a temperatura do líqüido e a do ambiente.

Professor: É preciso, pois, usar a simbologia matemática para representar esta condicionante e os dados do problema.

Aluno: Como é variação de velocidade, tem-se $\frac{dv}{dt}$.

Professor: Não! Observe-se que há uma velocidade de resfriamento do líqüido; portanto deve-se ter diferença de temperatura num determinado intervalo de tempo.

Aluno: Então é $\frac{dT}{dt}$, que é a variação de temperatura sobre a variação de tempo.

Professor: Mas esta razão é igual a alguma coisa.

Aluno: Ela é proporcional.

Professor: É proporcional ao quê ?

Aluno: É proporcional à diferença entre a temperatura do líqüido e a do ambiente.

Professor: Como se pode representar este fato ?

Aluno:..

Professor: Se é proporcional, tem que haver um fator de proporcionalidade, a ser representado por k. Como a temperatura do líqüido é variável, será representada por T, e como a temperatura do ambiente é constante e igual a 25 graus, tem-se:

$\frac{dT}{dt} = k(T-25)$; agora é só resolver esta equação.

Aluno:..

Professor: Observe-se que é uma equação diferencial de variáveis separáveis.

Aluno:..

Professor: Deve-se passar T – 25 para o primeiro membro e dt para o segundo, e depois fazer a integração de ambos. Tem-se então:

$$\frac{dT}{T-25} = k\ dt \Rightarrow \int \frac{dT}{T-25} = k \int dt \Rightarrow \ln(T-25) = k\,t + C\,.$$

Agora deve-se calcular k e C. E como fazer isto ?

Aluno:..

Professor: Para o tempo t = 0 e a temperatura T = 75, calcular C, e para o tempo t = 5 e a temperatura T = 50, calcula-se k.

Aluno: C = 3,9120 e k = - 0,1386.

Professor: Escrevam a equação diferencial resolvida!

Aluno: $\ln(T-25) = -0{,}1386t + 3{,}9120$.

Professor: Correto! Calculem a resposta do problema!

Aluno: T = 31,25 graus.

Professor: Então, qual a resposta ?

Aluno: Depois de 15 minutos dentro do ambiente, o líqüido terá uma temperatura de 31,25 graus.

Comentário

Os alunos sentiram dificuldades em montar e resolver a equação diferencial, pois eles não estavam acostumados a montar este tipo de equação e também não estavam acostumados a resolver equações onde as variáveis não são x e y. Ocorre aí novamente um problema clássico em Matemática, já encontrado em problemas anteriores, que é sua abstração e a dificuldade em torná-la concreta.

Problema 2 (Simmons, 1987, p.383)

As bactérias de uma cultura crescem de acordo com a lei $\frac{dN}{dt} = kN.$ Se N = 2.000 no início e N = 4.000 quando t = 3, determine o valor de N quando t = 1 e o valor de t quando N = 48.000.

Professor: Qual a incógnita ?

Aluno:...

Professor: Na realidade há duas incógnitas. Quais são elas ?

Aluno: O número N de bactérias no instante t = 1 e o tempo t, quando o número de bactérias é de 48.000.

Professor: Quais são os dados ?

Aluno: t = 0 e N = 2.000, e t = 3 e N = 4.000.

Professor: Há mais um dado.

Aluno: A equação diferencial.

Professor: Observem que é uma equação diferencial semelhante à anterior! Então podem resolver!

(Depois de um certo tempo...)

Professor: Qual a resposta ?

Aluno: Quando $t = 1$, existem 2520 bactérias e haverá $N = 48.000$ bactérias quando $t = 13,75$.

Comentário

O problema não apresentou dificuldades de resolução e os diálogos imaginados no capítulo anterior se realizaram.

Foram propostos mais 6 problemas e não houve mais a intervenção do professor e os alunos resolveram todos os problemas dados.

4.3 Comentários

Fazendo uso das Teorias de Aprendizagem estudadas anteriormente, portanto seguindo a teoria construtivista, procurou-se fazer do aluno um agente ativo no processo de ensino-aprendizagem. Claro que para isto acontecer, o professor não deve sonegar informações, mas fornecer apenas as suficientes para a inferência do educando.

Para justificar a Contextualização, pode-se apoiar na Teoria de Ausubel (1980), que diz que o assunto a ser aprendido precisa fazer algum sentido para o aluno, isto é, a aprendizagem precisa ser significativa e que o mesmo esteja relacionado com conceitos relevantes existentes em sua estrutura cognitiva. Procurou-se então relacionar problemas que poderão fazer parte do dia-a-dia do futuro profissional de Química Ambiental, com conceitos do Cálculo Diferencial e Integral.

Por exemplo, para resolver o problema 3, sobre Derivadas, em que se deve determinar o local entre duas cidades onde a poluição seja mínima, há um assunto que faz sentido para um profissional que atuará no ramo da Química Ambiental. E para encontrar este local, o aluno deve conhecer o conceito de função, deve obter a equação matemática que representa esta função e obter seu ponto de mínimo que é calculado usando-se Derivadas. Funções, pontos de máximos e mínimos e Derivadas são conceitos relevantes que devem existir na estrutura cognitiva do aluno, para que ele possa resolver o problema.

A aprendizagem, para Piaget (1976), acontece quando se provoca o desequilíbrio na estrutura cognitiva do aluno. Este procurará voltar ao equilíbrio, através da assimilação ou da acomodação, ocorrendo então a aprendizagem.

Como exemplo pode-se analisar o problema 1, sobre Integrais. Quando se perguntou qual era a incógnita, um dos alunos respondeu acertadamente que se devia determinar a temperatura de um líqüido. Para esse aluno houve uma assimilação, pois em sua estrutura cognitiva havia um esquema que conseguiu assimilar esta situação.

Mas quando foi perguntado como se podia representar matematicamente a condicionante e os dados do problema, os alunos só conseguiram responder com a ajuda do professor. Neste caso não houve assimilação, pois não havia um esquema para assimilar a nova situação. O que ocorreu foi uma acomodação e, conseqüentemente, a aprendizagem com a formação de um novo esquema na mente do aluno.

No caso apresentado anteriormente, um aluno acreditou ser necessário um sistema. Assim ele buscou uma estrutura, que ele já possuía, e a do sistema foi a que ele associou ao problema. O professor poderia deixar o aluno avançar na sua hipótese para ele observar o seu erro e descobrir, através deste erro, que era necessário uma outra estrutura já existente que assimilasse ou uma nova estrutura que acomodasse o conceito de função.

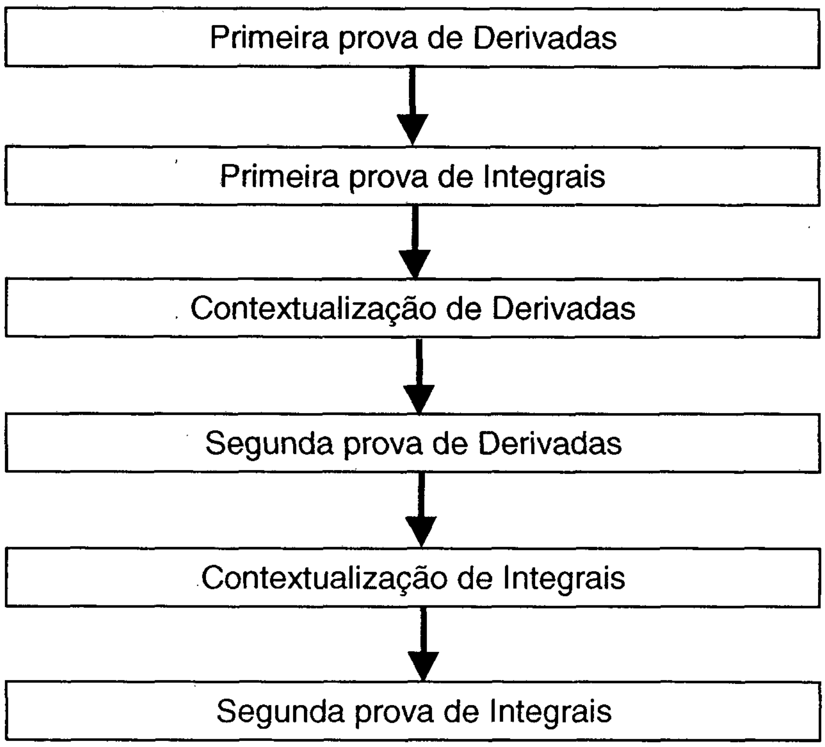
Na zona de desenvolvimento proximal, que é a distância entre o nível de desenvolvimento cognitivo real e o seu nível de desenvolvimento potencial é onde, segundo Vygotsky (1988), ocorre a aprendizagem, sendo mediada por um elemento que pode ser um instrumento ou um signo.

Na resolução dos problemas, quando a pergunta foi respondida imediatamente, sem o auxílio do professor, considera-se que o aluno está no nível de desenvolvimento real; caso contrário, se a pergunta necessita da ajuda do professor, tem-se o nível de desenvolvimento potencial. No desenvolvimento do problema 3, sobre Derivadas, em duas ocasiões o professor corrigiu o raciocínio dos alunos por meio de uma negação pura, sem justificativa. Ao explicar a situação, nova para o aluno, o professor estará permitindo acesso à zona de desenvolvimento proximal que representa aquilo que o aluno já pode fazer mas que não tem consciência disso.

Portanto, para que ocorra a aprendizagem, deve-se provocar o desequilíbrio na estrutura cognitiva do educando e o assunto a ser aprendido deverá estar relacionado com conceitos relevantes em sua mente. Cabe ao professor, um dos mediadores do processo, fazer isto acontecer.

4.4 Análise dos Resultados

O trabalho foi realizado nos meses de maio e junho de 2.001. Os dados para análise de resultados foram provas e questionários. Outros dados obtidos foram os diálogos que já foram analisados quando de sua apresentação. Foram aplicadas provas antes e depois da Contextualização, conforme o cronograma abaixo.



Quadro 1 – Cronograma da Contextualização.

4.4.1 Resultados das Provas

Foram 37 os alunos que participaram de todas as provas, sendo 20 do período da manhã e 17 do período noturno. Eis os resultados:

Nr	Aluno	1ª PD	2ª PD		1ª PI	2ª PI		ME-1	ME-2
1	Adr	6,3	8		7,7	7,6		7	7,8
2	Ale	8,7	6,9		4,7	4,5		6,7	5,7
3	Ali	6,5	8,2		7,7	8,9		7,1	8,6
4	Ali	4,6	8,2		8,9	7,3		6,8	7,8
5	And	7,1	7,7		8,5	8,2		7,8	8
6	Bia	5,5	7,3		5,7	5,3		5,6	6,3
7	Bru	7,4	7,9		9,2	8,2		8,3	8,1
8	Cam	6,8	9,5		9	8,7		7,9	9,1
9	Cam	4,4	7,5		7,3	5,9		5,9	6,7
10	Car	4,9	7,5		7,5	7,3		6,2	7,4
11	Car	6,2	8,5		7	8		6,6	8,3
12	Car	10	8,5		9	8,8		9,5	8,7
13	Dan	6	6,7		8,3	5,8		7,2	6,3
14	Dan	6,4	9		4,8	6,1		5,6	7,6
15	Dio	9,1	8,2		7,3	7		8,2	7,6
16	Eri	9,4	8,3		8,2	9,8		8,8	9,1
17	Fab	2,2	3,1		2,8	3,4		2,5	3,3
18	Fer	7,7	9,2		9,4	9,3		8,6	9,3
19	Fer	5,5	8		5,7	4,4		5,6	6,2
20	Gab	8,5	7,7		7,5	7,4		8	7,6
21	Geo	8,3	8,5		8	8,3		8,2	8,4
22	Gil	4,8	6,2		7,5	5		6,2	5,6
23	Gis	4,6	7,8		7,5	6,8		6,1	7,3
24	Gra	8,5	8,5		5,7	7,5		7,1	8
25	Igo	9,3	9,5		9,2	9		9,3	9,3
26	Jos	10	8,8		10	8,6		10	8,7
27	Jul	10	10		8	7,9		9	9
28	Lid	4,6	6,3		6,1	6,2		5,4	6,3
29	Luc	6,9	7		9,1	8,8		8	7,9
30	Mar	6,1	9,5		8	7,5		7,1	8,5
31	Raf	8,2	8		8	7,2		8,1	7,6
32	Rob	10	7,2		6,2	8		8,1	7,6
33	Rod	8,3	8,6		6,4	5,7		7,4	7,2
34	Sam	5,2	7,3		8,2	7,1		6,7	7,2
35	Tha	7	8,3		4	7,3		5,5	7,8
36	Thi	7,5	8,9		7,7	5,9		7,6	7,4
37	Wal	3,2	3		5,2	3,4		4,2	3,2

Quadro 2 – Resultados das Provas.

Onde: 1ª PD => Primeira prova de Derivadas,

2ª PD => Segunda prova de Derivadas,

1ª PI => Primeira prova de Integrais,

2ª PI => Segunda prova de Integrais,

ME-1 => Média das primeiras provas, e

ME-2 => Média das segundas provas.

As questões das provas eram semelhantes e com o mesmo nível de dificuldade, daquelas encontradas nos livros de Cálculo utilizados como referência para as aulas. Havia dois tipos de questões. Num deles, elas verificavam somente habilidades algorítmicas para resolver exercícios de Derivadas e Integrais. No outro, havia problemas com algumas aplicações desses assuntos.

4.4.2 Resultado da Pesquisa sobre a Contextualização

Depois da realização das provas, foi aplicado um questionário para saber a opinião dos alunos sobre o trabalho desenvolvido, sendo que este foi respondido por 33 alunos.

Observou-se que 81,8 % dos alunos responderam que o interesse pelo Cálculo aumentou, 97 % afirmaram que gostaram das aulas de Contextualização e 94 % aprovaram o Método da Resolução de Problemas. Isto mostra que a grande maioria aprovou o trabalho de Contextualização.

As perguntas e as respectivas porcentagens de respostas estão no quadro a seguir:

Pergunta	Resposta	Porcentagem
O interesse pelo Cálculo com a Contextualização.	Aumentou => 27 Indiferente => 5 Diminuiu => 1	81,8 % 15,2 % 3,0 %
Gostaram das aulas de Contextualização.	Sim => 32 Indiferente => 0 Não => 1	97,0 % 0.0 % 3,0 %
Aprovaram o Método da Resolução de Problemas usados na Contextualização.	Sim => 31 Indiferente => 1 Não => 1	94,0 % 3,0 % 3,0 %
Prova de Derivadas que apresentou maior grau de dificuldade.	Primeira => 16 Indiferente => 5 Segunda => 12	48,5 % 15,1 % 36,4 %
Prova de Integrais que apresentou maior grau de dificuldade.	Primeira => 8 Indiferente => 13 Segunda => 12	24,2 % 39,4 % 36,4 %

Quadro 3 – Resultado do Questionário.

4.4.3 Hipóteses Estatísticas

No estudo da Contextualização, foram consideradas as seguintes hipóteses estatísticas:

a) Provas de Derivadas

Não existe diferença significativa no rendimento dos alunos no conteúdo de Derivadas entre os resultados da primeira e da segunda prova.

$\bar{x}_1$ => média da primeira prova

$\bar{x}_2$ => média da segunda prova

<u>Hipótese Nula</u>

$H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

<u>Hipótese Alternativa</u>

$H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

b) Provas de Integrais

Não existe diferença significativa no rendimento dos alunos, no conteúdo de Integrais entre os resultados da primeira e da segunda prova.

$\bar{x}_1$ => média da primeira prova

$\bar{x}_2$ => média da segunda prova

<u>Hipótese Nula</u>

$H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

<u>Hipótese Alternativa</u>

$H_1 : \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

c) Médias das duas provas

Não existe diferença significativa no rendimento dos alunos nos conteúdos de Derivadas e Integrais entre os resultados da primeira e da segunda prova.

$\bar{x}_1$ => média da primeira prova

$\bar{x}_2$ => média da segunda prova

<u>Hipótese Nula</u>

$H_0 : \bar{x}_1 = \bar{x}_2$

Hipótese Alternativa

$H_1: \bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$

d) Tratamento Estatístico

Com relação ao resultado das provas, devido à amostra ser pequena, foi feita a comparação entre as notas das provas, usando-se o teste "t" de Student. Para testar a hipótese nula e verificar se as diferenças entre as duas provas não seriam significativas, adotou-se 0,05 como nível de significância, para 72 graus de liberdade. De acordo com a tabela (Spiegel, 1970), "t" varia de – 2,0 a 2,0.

e) Quadro das Estatísticas

	Média $\bar{x}$	Desvio Padrão s	t	Nível de Significância	Intervalo de Significância
1ª PD	6,8	1,87			
2ª PD	7,9	1,36	3,05	0,05	-2,0 a 2,0
1ª PI	7,4	1,64			
2ª PI	7,2	1,67	0,46	0,05	-2,0 a 2,0
ME-1	7,1	1,47			
ME-2	7,6	1,36	4,35	0,05	-2,0 a 2,0

Quadro 4 – Estatística da Provas.

Onde: $1^{\underline{a}}$ PD => $1^{\underline{a}}$ Prova de Derivadas,

$2^{\underline{a}}$ PD => $2^{\underline{a}}$ Prova de Derivadas,

$1^{\underline{a}}$ PI => $1^{\underline{a}}$ Prova de Integrais,

$2^{\underline{a}}$ PI => $2^{\underline{a}}$ Prova de Integrais,

ME-1 => Média das primeiras provas, e

ME-2 => Média das segundas provas.

Para as provas de Derivadas, tem-se $\overline{x_1} = 6{,}8$, $s_1 = 1{,}87$, $\overline{x_2} = 7{,}9$, $s_2 = 1{,}36$ e $t = 3{,}05$, que é um valor exterior ao intervalo de significância; portanto rejeita-se a hipótese nula H_0, isto é, há diferença significativa entre as notas das duas provas.

Nas provas de Integrais tem-se $\overline{x_1} = 7{,}4$, $s_1=1{,}64$, $\overline{x_2} = 7{,}2$, $s_2=1{,}67$ e $t=0{,}46$, que é um valor interior ao intervalo de significância; então aceita-se a hipótese nula H_0, portanto não há diferença significativa entre as notas das duas provas.

Fazendo-se as médias entre as notas das primeiras e das segundas provas, encontra-se $\overline{x_1} = 7{,}2$, $s_1 = 1{,}47$, $\overline{x_2} = 7{,}6$, $s_2 = 1{,}36$ e $t = 4{,}35$, que é um valor exterior ao intervalo de significância. Neste caso rejeita-se a hipótese nula H_0, portanto há diferença significativa entre as duas médias.

Observando as estatísticas, vê-se que nas provas de Integrais não há diferença significativa entre as notas, inclusive houve um decréscimo nas médias entre a $1^{\underline{a}}$. e a $2^{\underline{a}}$. prova. Pode-se apresentar duas justificativas:

- A primeira é que a segunda prova foi realizada na última semana de aula do semestre. Todos sabem que, nesta semana, acumulam-se provas e trabalhos e os alunos ficam muito atarefados.

- A segunda justificativa é que muitos deles já tinham obtido aprovação em Cálculo, pois era a quarta prova da disciplina que seria realizada no bimestre, e eles conheciam os resultados das três provas anteriores, e a nota seria calculada pela média das quatro provas.

E para finalizar este estudo sobre o desenvolvimento da Contextualização, observou-se que alguns dos diálogos imaginados na proposta foram modificados ou não aconteceram, mas foram válidos, porque os alunos se pronunciaram favoravelmente ao processo. Os resultados das provas mostram que foi significativa a diferença entre as médias das duas provas, comprovando que houve melhora na aprendizagem dos conteúdos estudados.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 Conclusões

Esta dissertação teve como principal objetivo melhorar o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Para isso, Contextualizou-se partes do conteúdo da disciplina para os alunos do Curso de Química Ambiental, onde foi desenvolvido este trabalho e, seguindo a ótica construtivista, buscou-se fazer com que o aluno passasse a ser agente ativo no processo, através do método da Resolução de Problemas.

Com o conhecimento de novas formas, ampliou-se no professor a capacidade de ensinar, pois o conhecimento delas leva a escolher as melhores. Ficou-se sabendo que desde a antigüidade, nas civilizações egípcias e mesopotâmicas, eram usadas situações-problemas para ensinar Matemática.

Metade dos problemas propostos para a Contextualização foram resolvidos sem a ajuda do professor. O fato indica que ou eles aprenderam a buscar correlações entre a Matemática e a atividade real, ou eles já possuíam alguma representação com problemas anteriores.

Pelas notas das primeiras provas observou-se que o aprendizado antes da Contextualização pode ser considerado como aceitável, pois na prova de Derivadas a média da turma foi de 6,8 e na de Integrais esta média alcançou 7,4. Calculando a média das primeiras provas obteve-se 7,1.

Depois da Contextualização a média da turma na prova de Derivadas aumentou para 7,9 e, de acordo com a estatística aplicada, esta diferença é significativa. Já na prova de Integrais a média baixou para 7,2 e, usando a mesma estatística, observa-se que esta diferença não é significativa. Mas, considerando a média das duas provas, houve uma diferença significativa entre as primeiras e as segundas provas. Está aí uma evidência em que é significativo o aprendizado depois do desenvolvimento do processo.

Durante o desenvolvimento da Contextualização, observou-se que muitos dos diálogos imaginados pelo professor na proposta não se confirmaram. Um dos motivos para que isto ocorresse é o da abstração da Matemática. Os alunos com seus esquemas mentais não conseguiram assimilar a realidade da situação contida no problema. Eles não relacionaram os problemas com os conceitos de Derivadas e Integrais estudados anteriormente. Mas esta dificuldade sempre existiu no ensino de Matemática. Para vencê-la deve-se mudar a forma de apresentação do problema, procurar outras alternativas na condução dos diálogos, como por exemplo fazer o aluno lembrar situações análogas. Claro que tudo isto depende do preparo e, principalmente, da experiência do professor na aplicação do método, que é adquirida com o passar do tempo.

Houve necessidade de transformar alguns esquemas cognitivos dos alunos sobre alguns conteúdos. Por exemplo, num determinado problema perguntaram por que somar e não igualar ou por que usar função e não sistema de equações.

Sabe-se que, em todo método ativo de aprendizagem, há uma maior interação entre os alunos, fazendo eles conversarem mais, fugindo muitas vezes dos objetivos da aula. Se os alunos demorarem muito para responder determinada pergunta, o professor, para não perder o controle da situação, deve ele próprio dar a resposta.

Estes métodos necessitam também de tempo maior para sua aplicação, pois procuram fazer os alunos pensarem e torna o desenvolvimento dos conteúdos muito demorados. Claro que haverá melhor aproveitamento dos assuntos estudados; mas em troca um número menor deles será desenvolvido. Caberá ao professor saber dosar o trabalho de Contextualização para que se consiga desenvolver os problemas na maior quantidade possível.

O problema tempo, também, influiu na forma de conduzir as aulas pelo professor. Como o trabalho de Conextualização é mais demorado e, além disso, foram feitas quatro avaliações e no final foi aplicado mais um questionário, atrasando o desenvolvimento do programa de Cálculo, o professor ficou preocupado e ansioso, concluindo que não conseguiria completar o programa da disciplina. Isto fez com que muitas vezes o professor, para agilizar o processo, dissesse não a muitas respostas dos alunos. Sabe-se que didaticamente esta prática é condenável, devendo-se fazer novas perguntas, procurando fazer com que o mesmo dê a resposta certa. Mas, à medida em que o professor ficar mais familiarizado com o método, quando ele adquirir mais experiência, a tendência será não cometer mais tais erros.

Existiram também, alunos que se desviavam do objetivo da aula, mantendo conversas paralelas, estranhas ao conteúdo que estava sendo estudado. É um problema que sempre ocorre em sala, principalmente quando o estudo é em grupo. Claro que o professor deve ficar atento, para evitar que isto ocorra, e uma das maneiras é motivar o educando, mostrando-lhe a importância do assunto que está sendo estudado.

Pela pesquisa desenvolvida através do questionário aplicado e pelas observações feitas durante as aulas de Contextualização, pode-se concluir que:

- o interesse dos alunos pelo Cálculo aumentou significativamente, conforme mostra a alta porcentagem de alunos que opinaram favoravelmente à pergunta feita na pesquisa. Derivadas e Integrais com suas aplicações começaram a ter significado para o aluno, pois estes conteúdos tornaram-se menos abstratos. Um aluno afirmou que as aulas de Cálculo eram mais motivantes do que de outras disciplinas.
- a Contextualização recebeu total aprovação pela maioria dos alunos, pois, durante estas aulas, descobriram como fazer aplicações do Cálculo em assuntos do seu curso e em problemas que poderão surgir quando de sua vida profissional. A pergunta que sempre é feita pelos alunos sobre a aplicação de determinados assuntos, foi respondida. Além disso, ajudou também a diminuir o nível de abstração da disciplina. Um dos alunos disse que o professor não devia se prender muito à parte teórica e que o mesmo devia Contextualizar ao máximo os conteúdos. Outro aluno observou que a aula Contextualizada é uma técnica muito boa para aprender aplicações de Cálculo.

- o método da Resolução de Problemas teve, também, grande aprovação, pois o mesmo motiva mais os alunos, exige deles mais participação, iniciativa e criatividade.

Através da observação foi possível verificar também que:

- as aulas ficaram mais alegres, os alunos tornaram-se menos ansiosos e mais sorridentes, interagindo entre si e com o professor, procurando sempre responder as perguntas feitas durante a aplicação do processo.
- os alunos ficaram mais desinibidos, pois o trabalho em grupo favorece a socialização. Para resolver os problemas, eles conversavam mais, um tentando ajudar o outro. Quando isto acontece, além de ensinar, também é uma forma de aprender. Sabe-se que, quando se ensina, aprende-se mais.
- O método da Resolução de Problemas faz o aluno pensar, pois existe um encadeamento de raciocínios durante sua aplicação; neste caso, o professor que é o condutor do processo, procura fazer, através de perguntas, com que o aluno encontre sozinho a resposta.

5.2 Propostas

Tendo em vista os resultados alcançados e a fim de aperfeiçoar o processo, propõe-se que:

- sejam usados outros métodos de ensino para realizar a Contextualização, fazendo aplicações onde o aluno seja elemento ativo no processo; como exemplo, pode-se citar a Aprendizagem por Descoberta e a Modelagem Matemática.

- a Contextualização seja aplicada a todos os conteúdos da disciplina de Cálculo no Curso de Tecnologia em Química Ambiental, como também seja aplicada a turmas de outros cursos e de outras disciplinas do CEFET-PR. Para isto deve-se manter contato com os respectivos professores, tentando mostrar a vantagem do processo.
- seja feita a Contextualização com outras disciplinas do Departamento de Matemática, tais como Álgebra Linear, Cálculo Numérico, Estatística e Geometria Analítica.
- seja melhorado e ampliado o material utilizado, procurando problemas em livros de Cálculo de outros autores, além daqueles usados neste trabalho.
- se busque a aferição de instrumentos de avaliação e do efeito da Contextualização, conversando com os coordenadores, com os orientadores educacionais e com os professores de cada curso.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL, David P., NOVAK, Joseph D. and HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BENNER, Carl V. Sistema de numeração indo-arábico. In: GUNDLACH, Bernard H. **História dos números e numerais.** São Paulo: Atual, 1992.

BIGGE, Morris L. **Teorias da aprendizagem para professores.** São Paulo: EPU, 1977.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática.** Blumenau: Ed. da Furb, 1999.

BRUNER, J.S. **Uma nova teoria de aprendizagem.** Rio: Bloch, 1969.

BOYER, Carl B. **Cálculo/Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula.** São Paulo: Atual, 1992.

D'AMBRÓSIO, Ubiratã. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática.** São Paulo: Summus; Campinas: Ed. da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática.** São Paulo: Ática, 2000.

KONGUETSOF, Leonidas. **Cálculo Diferencial e Integral.** São Paulo: Mcgraw-Hill do Brasil Ltda, 1974.

LEITHOLD, Louis. **O Cálculo Com Geometria Analítica.** São Paulo: Harper & Row do Brasil Ltda, 1982.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Mutações em Educação Segundo McLuhan.** Petrópolis: Editora Vozes Ltda, 1980.

MEYER, J.F.C.A. **Modelagem Matemática: do fazer ao pensar.** Anais VI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. São Leopoldo RS, p.67-70, 1998.

MIORIM, M. A. **Introdução à História da Educação Matemática.** São Paulo: Atual, 1998.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem.** São Paulo: EPU, 1999.

MORON, Claudia Fonseca. **As atitudes e as concepções dos professores de educação infantil com relação à matemática.** Zetetiké/Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. Vol. 7, Nº 11, Janeiro/Junho de 1999.

OLIVEIRA, Martha Kholl de. **Vygotsky: Aprendizado e Desenvolvimento: Um processo sócio-histórico.** São Paulo: Scipione, 1997.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria A. V. **Pesquisa em Educação Matemática.** São Paulo: Editora Unesp, 1999. p. 199-218.

PIAGET, J. **Estudos Sociológicos.** Rio de Janeiro: Forense, 1973.

PIAGET, J. **A Equilibração das estruturas cognitivas.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

PIAGET, J. **Epistemologia Genética.** São Paulo: Martins Fontes, 1990.

POLYA, George. **O ensino por meio de problemas.** Revista do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática. São Paulo: N^{0}. 7, 2^{0}. Semestre de 1985. p. 11-16.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

ROSA, Silvana Bernardes. **A integração do instrumento ao campo da Engenharia Didática – o caso do perspectógrafo.** Florianópolis, 1998. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção). Programa de Pós-graduação, UFSC, Florianópolis.

SIMMONS, George. **Cálculo com geometria analítica.** São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1987.

SPIEGEL, Murray R. **Estatística.** Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S.A., 1970.

SUTHERLAND, Peter. **O Desenvolvimento Cognitivo Actual.** Instituto Piaget: Lisboa, 1996.

SWOKOWSKI, Earl William. **Cálculo com geometria analítica.** São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983.

REGO, Tereza Cristina. **VYGOTSKY: uma perspectiva histórico-cultural da educação.** Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

TUFANO, Wagner. Contextualização. In: FAZENDA, Ivani C. A.(Org.) **Dicionário em Construção: interdisciplinaridade.** São Paulo: Cortez, 2001.

VYGOTSKY, Lev S. **A formação social da mente.** São Paulo. Martins Fontes, 1988.

7 ANEXOS

7.1 Problemas Usando Derivadas

Problema 1 (Swokowski, 1983, p.189)

Um cientista acha que, se determinada substância for aquecida, a temperatura em graus Celsius após t minutos, $0 < t < 5$, será dada por $f(t) = 30t + 6\sqrt{t} + 8$. Qual a taxa instantânea da função aos 4 minutos ?

Problema 2 (Simmons, 1987, p. 189)

Num certo instante, uma amostra de gás que obedece à Lei de Boyle ocupa um volume de 1.000 cm^3 a uma pressão de 10 Pa/cm^2. Se esse gás está sendo comprimido isotermicamente à taxa de 12cm^3/min, calcule a taxa com que a pressão está crescendo no instante em que o volume é 600 cm^3.

Problema 3 (Simmons, 1987, p. 211)

Num dia calmo, a medida da poluição atmosférica, num ponto decorrente da existência de uma cidade próxima, é diretamente proporcional à população da cidade e inversamente proporcional à distância do ponto até cidade. Um guarda florestal deseja fazer um reflorestamento em algum lugar numa rodovia entre duas cidades que distam entre si 60 km. A primeira cidade tem 80 mil e a segunda 20 mil habitantes. Onde deve o guarda florestal localizar seu viveiro para minimizar o efeito da poluição sobre suas árvores ?

Problema 4 (Simmons, 1987, p. 162)

Um jardim retangular de 50 m^2 de área deve ser protegido contra animais. Se um lado do jardim já está protegido pela parede de um celeiro, quais as dimensões da cerca para que ela tenha menor comprimento ?

Problema 5 (Swokowski, 1983, p. 200)

De um balão esférico escapa gás à razão de 10 m^3 por hora. Qual a taxa de variação do raio quando o volume é de 400 m^3.

Problema 6 (Swokowski, 1983, p. 193)

A temperatura T(graus Celsius), no instante t(minutos), de uma solução é dada por $T(t) = 10 + 4t + \dfrac{3}{t+1}$, $1 \leq t \leq 10$. Determine a taxa de variação de T(t) em relação a t quando t = 2.

Problema 7 (Swokowski, 1983, p. 193)

Suponha que, t minutos após ter começado a correr, o pulso de um indivíduo tenha sua taxa dada por $P(t) = 56 + 2t^2 - t$ (em batidas por minuto) $0 \leq t \leq 7$. Determine a taxa de variação de P(t) em relação a t em t = 4.

Problema 8 (Swokowski, 1983, p. 194)

A Lei de Boyle afirma que pV = c. Suponhamos que no instante t(minutos) a pressão seja dada por $p(t) = 20 + 2t$ N/m^2, $0 \leq t \leq 10$. Se em t = 0, o volume é de 60 m^3 determine a taxa a qual o volume varia em relação a t, quando t = 5.

7.2 Problemas Usando Integrais

Problema 1 (Konguetsof, 1974, p. 410)

A temperatura de um líqüido é 75 graus. Coloca-se o mesmo em ambiente cuja temperatura é mantida constante a 25 graus. Depois de 5 minutos, a temperatura do líqüido é 50 graus. Sabendo-se que a velocidade de resfriamento do líqüido é proporcional à diferença que existe entre a temperatura do líqüido e a do ambiente, pergunta-se qual a temperatura do líqüido após 15 minutos.

Problema 2 (Simmons, 1987, p.383)

As bactérias de uma cultura crescem de acordo com a lei $\frac{dN}{dt} = kN.$ Se N = 2.000 no início e N = 4.000 quando t = 3, determine o valor de N quando t = 1 e o valor de t quando N = 48.000.

Problema 3 (Simmons, 1987, p.379)

A radiatividade depois de uma explosão nuclear varia segundo a lei do decaimento radiativo $\frac{dx}{dt} = kx,$ onde x é a quantidade de radiatividade no instante t e k é uma constante. Se depois de 3 dias, 50 % de radiatividade produzida por uma explosão nuclear desaparece. Quanto levará para que 99 % desapareça ?

Problema 4 (Leithold, 1982, p.345)

Se 60 mg de radium existem agora, e sua vida média é 1690 anos, quanto radium existirá daqui a 100 anos ?

Problema 5 (Simmons, 1987, p.383)

Em uma certa reação química um composto x decompõe-se a uma taxa proporcional à quantidade de x que permanece. Sabe-se por experiências que 8 g de x diminuem para 4 g em 2 horas. Em que instante restará somente 1 g ?

Problema 6 (Swokowski, 1983, p. 400)

Se a temperatura é constante, então a taxa de variação da pressão atmosférica p em relação à altura h é proporcional a p. Se p = 30 ao nível do mar e p = 29 quando h = 1.000 pés, determine a pressão à altura de 5.000 pés.

Problema 7 (Swokowski, 1983, p.398)

De acordo com a Lei do Resfriamento de Newton, a taxa à qual um objeto se resfria é diretamente proporcional à diferença de temperatura entre o objeto e o meio ambiente. Se determinado objeto se resfria de 125^0 a 100^0 em meia hora, quando circundado pelo ar a temperatura de 75^0, determine sua temperatura ao fim de mais meia hora.

Problema 8 (Swokowski, 1983, p. 400)

A população de certa cidade aumenta a taxa de 5 % ao ano. Se a população atual é de 500.000 habitantes qual será a população daqui a 10 anos ?

7.3 Primeira Prova de Derivadas

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET-PR
Curso de Tecnologia em Química Ambiental
Cálculo – 1ª. Prova de derivadas – 2º Bimestre
Prof. Calliari

ALUNO: **Nº** **Turma:** **Data: .**

1ª Questão (Valor 4,0) – Derivar cada uma das seguintes funções e simplificar o máximo possível.

a) $y = \dfrac{4x - x^4}{x^3 + 2}$

b) $f(x) = (3x^2 + 1)(x^3 + 6x)$

c) $y = \sqrt[4]{2x^2 - 1}$

d) $y = \ln(x^2 + 6)$

e) $y = \ln\sqrt{x+1}$

f) $y = e^{-2x}.\ln x$

g) $f(x) = \cos^2 3x$

h) $y = \operatorname{sen} x - x\cos x$

2ª Questão (Valor 1,5) – Se um retângulo tem perímetro igual a 16 m, quais as medidas de seus lados para que o mesmo tenha área máxima.

3ª Questão (Valor 1,5) – Uma partícula percorre uma curva segundo a lei $s(t) = 5 + 3t^2 - t^3$ (Unidades S.I.). Determinar:

a) o instante em que a velocidade é nula;

b) a aceleração neste instante;

d) o espaço percorrido até este instante.

4ª Questão (Valor 1,5) – Encontrar a equação da reta tangente à curva de equação $y = \dfrac{2x+1}{3x-4}$, no ponto de abscissa $x = -1$

5ª Questão (Valor 1,5) – Uma bola de sorvete de forma esférica está derretendo à taxa de $0{,}8\pi$ cm³/min. No instante que ela está com 2 cm de diâmetro, determine a velocidade com que o raio está variando. (Volume da esfera = $\dfrac{4}{3}\pi R^3$)

7.4 Segunda Prova de Derivadas

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET-PR
Curso de Tecnologia em Química Ambiental
Cálculo – 2ª. Prova de derivadas – 2º Bimestre
Prof. Calliari

ALUNO: Nº Turma: Data .

1ª Questão (Valor 4,0) – Derivar cada uma das seguintes funções e simplificar o máximo possível.

a) $y = \sqrt[3]{4x^2 - 2}$
b) $y = (3x^2 + 5x - 2)^2$
c) $y = \dfrac{2x}{\sqrt{4x - 3}}$
d) $y = e^{3x-4}$
e) $y = \ln(x+1)^2$
f) $y = \log_5(3x - 2)$
g) $f(x) = \text{sen}\, x^3$
h) $y = e^{2x}.\cos 3x$

2ª Questão (Valor 1,5) – Exprima o número 18 como soma de dois números positivos de tal modo que o produto do primeiro pelo quadrado do segundo seja o maior possível.

3ª Questão (Valor 1,5) – Uma partícula percorre uma curva segundo a lei $v(t) = 3t^2 - 12t + 12$ (Unidades S.I.). Determinar:
a) o instante em que a velocidade é nula;
b) a aceleração neste instante;
c) a aceleração no instante t = 3 s

4ª Questão (Valor 1,5) – Encontrar a equação da reta tangente à curva cuja equação é $y = \dfrac{x+1}{x}$, no ponto de abscissa x = 2.

5ª Questão (Valor 1,5) – A temperatura de um gás é mantida constante. Quando sua pressão é p = 50 kgf/cm^2 e seu volume é V = 100 cm^3 e estão relacionadas pela igualdade p.V = c, onde c é uma constante. Achar a taxa de variação do volume em relação a pressão quando esta vale 10 kgf/cm^2

7.5 Primeira Prova de Integrais

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET-PR
Curso de Tecnologia em Química Ambiental
Cálculo – 1ª. Prova de Integrais – 2º Bimestre
Prof. Calliari

ALUNO: Nº Turma: Data .

1ª Questão (Valor 4,0) – Calcular as integrais indefinidas.

a) $\int (2x^2 - 3)^2 dx$

b) $\int \frac{x^2 + 1}{x^2} dx$

c) $\int (3 - x^4)^3 dx$

d) $\int \sqrt[5]{x}\, dx$

e) $\int \frac{dx}{x + 2}$

f) $\int x^{-5} dx$

g) $\int \frac{5x^2}{(x^3 + 1)^3} dx$

h) $\int (x^3 + 5)^2 .3x^2 dx$

2ª Questão (Valor 1,5) – Determinar a área da região limitada pelos gráficos de $y = x^2 + 3$ e $y = -x + 3$

3ª Questão (Valor 1,5) – A região delimitada pelo eixo x, pelo gráfico da equação $y = x^2 + 2$ e pelas retas $x = 0$ e $x = 2$ gira em torno do eixo x. Determine o volume do sólido resultante.

4ª Questão (Valor 1,5) – Um elevador de 500 N de peso, acha-se suspenso por um cabo de 15 m de comprimento pesando 20 N por metro linear. Determine o trabalho necessário para elevá-lo 10 m, enrolando-se o cabo numa roldana.

5ª Questão (Valor 1,5) – Exige-se uma força de 400 N para comprimir uma mola de comprimento natural de 15 m até 10 m. Determine o trabalho realizado ao comprimir a mola de seu comprimento natural até 13 m.

7.6 Segunda Prova de Integrais

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET-PR
Curso de Tecnologia em Química Ambiental
Cálculo – 2ª. Prova de Integrais – 2º Bimestre
Prof. Calliari

ALUNO: Nº TURMA: DATA: .

1ª Questão (Valor 4,0) – Calcular as integrais indefinidas.

a) $\int (4x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}})dx$

b) $\int (3x^2 + 2)^5 x dx$

c) $\int \frac{x^3 + 2x + 2}{x} dx$

d) $\int (e^x - e^{-x})dx$

e) $\int \frac{5}{x-3} dx$

f) $\int \frac{dx}{x^3}$

g) $\int \frac{3x}{(x^2 - 5)^4} dx$

h) $\int (x^5 + 2)^2 .5x^2 dx$

2ª Questão (Valor 1,5) – Determinar a área da região limitada pelos gráficos de $y = x^2$ e $y = x + 2$

3ª Questão (Valor 1,5) – A região delimitada pelo eixo x, pelo gráfico da equação $y = x^3 - 2$ e pelas retas $x = 1$ e $x = 2$ gira em torno do eixo x. Determine o volume do sólido resultante.

4ª Questão (Valor 1,5) – Uma mola tem um comprimento natural de 1 m. Uma força de 5 N é exigida para que a mola fique esticada mais 1 m. Calcular o trabalho realizado para que a mola se estenda de seu comprimento natural até o comprimento de 6 m.

5ª Questão (Valor 1,5) – A temperatura de um líqüido é 80º C. Coloca-se o mesmo em ambiente cuja temperatura é mantida constante a 25º C e depois de 2 min, a temperatura do líqüido é de 60º C. Qual a temperatura do líqüido após 5 min, sabendo-se que a velocidade de resfriamento do líqüido é proporcional a diferença que existe entre a temperatura do líqüido e do ambiente.

7.7 Questionário

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná - CEFET-PR.
Curso de Tecnologia em Química Ambiental.
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral – junho/2001.

PESQUISA

1) As perguntas a seguir referem-se as provas de DERIVADAS.
   a) Marque com X a prova que apresentou maior grau de dificuldade:
      - ☐ A primeira foi muito mais difícil
      - ☐ A primeira foi pouco mais difícil
      - ☐ Ambas apresentaram o mesmo grau de dificuldade
      - ☐ A segunda foi muito mais difícil
      - ☐ A segunda foi pouco mais difícil
   b) Para qual prova você estudou mais
      - ☐ Muito mais para a primeira prova
      - ☐ Pouco mais para a primeira prova
      - ☐ Estudei o mesmo tempo para ambas
      - ☐ Muito mais para a segunda prova
      - ☐ Pouco mais para a segunda prova
   c) O tempo para fazer a prova foi:
      - ☐ Suficiente
      - ☐ Insuficiente
   d) Sua nota:
      - ☐ Melhorou muito
      - ☐ Piorou muito
      - ☐ Ficou igual
      - ☐ Melhorou pouco
      - ☐ Piorou pouco

2) As perguntas a seguir referem-se as provas de INTEGRAIS.
   a) Marque com X a prova que apresentou maior grau de dificuldade:
      - ☐ A primeira foi muito mais difícil
      - ☐ A primeira foi pouco mais difícil
      - ☐ Ambas apresentara mesmo grau de dificuldade
      - ☐ A segunda foi muito mais difícil
      - ☐ A segunda foi pouco mais difícil
   b) Para qual prova você estudou mais
      - ☐ Muito mais para a primeira prova
      - ☐ Pouco mais para a primeira prova
      - ☐ Estudei o mesmo tempo para ambas
      - ☐ Muito mais para a segunda prova
      - ☐ Pouco mais para a segunda prova
   c) O tempo para fazer a prova foi:
      - ☐ Suficiente
      - ☐ Insuficiente
   d) Sua nota:
      - ☐ Melhorou muito
      - ☐ Piorou muito
      - ☐ Ficou igual
      - ☐ Melhorou pouco
      - ☐ Piorou pouco

3) Com a Contextualização seu interesse pelo Cálculo Diferencial e Integral:

- [ ] Aumentou muito
- [ ] Aumentou pouco
- [ ] Permaneceu o mesmo
- [ ] Diminuiu muito
- [ ] Diminuiu pouco

4) O método usado (Resolução de Problemas) para a Contextualização você considera:

- [ ] Muito bom
- [ ] Bom
- [ ] Indiferente
- [ ] Muito ruim
- [ ] Ruim

5) As aulas com Contextualizacão você as considera:

- [ ] Muito boas
- [ ] Boas
- [ ] Indiferente
- [ ] Muito ruins
- [ ] Ruins

6) Você trabalha:

- [ ] Meio Expediente
- [ ] Expediente integral
- [ ] Não Trabalho

7) Sexo:

- [ ] Masc.
- [ ] Fem.

8) Você faz ou fez outro curso superior:

- [ ] Sim
- [ ] Não

Em caso afirmativo. Diga Qual ? ....

9) Sua idade é:................anos.

10) Se quiser fazer algum comentário, utilize o espaço abaixo.