

SERGIO MAURICIO VILLAMIZAR RUEDA

**SOLUÇÕES DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO SOB CARGA
VARIÁVEL: MODELAGEM DE CUSTO DE POTÊNCIA REATIVA**

FLORIANÓPOLIS

2000

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**SOLUÇÕES DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO SOB CARGA
VARIÁVEL: MODELAGEM DE CUSTO DE POTÊNCIA REATIVA**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como parte dos requisitos para a
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

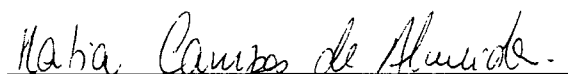
SERGIO MAURICIO VILLAMIZAR RUEDA

Florianópolis, Junho de 2000.

**SOLUÇÕES DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO SOB CARGA
VARIÁVEL: MODELAGEM DE CUSTO DE POTÊNCIA REATIVA**

Sergio Mauricio Villamizar Rueda

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Sistemas de Potência*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’

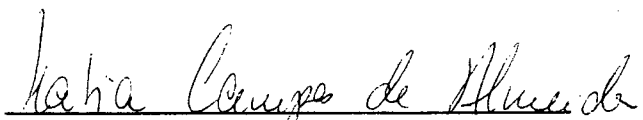


Prof. Katia Campos de Almeida, Ph.D.
Orientador



Prof. Ildemar Cassana Decker, D.Sc.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



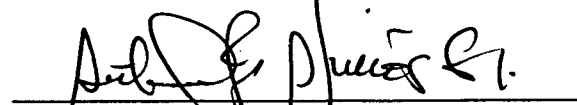
Prof. Katia Campos de Almeida, Ph.D.
Presidente



Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.



Prof. Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.



Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.

*A mi padre, "Gandhi", en honor a su gran inciativa,
no todo fue en vano!
A "mi madre", que dió la fuerza necesaria para forjarme.
A mi abuela, "La Mingüe", que nunca sabrá
lo que logró del Mauro...*

A Angela, por su vehemencia, perseverancia y apoyo.

A "Mané", con amor ...

Agradecimentos

Agradeço à Professora Katia Campos de Almeida pela orientação e interesse durante o período de execução deste trabalho.

Ao professor Hans Helmut Zürn pelo grande crescimento pessoal e profissional que adquiri com a sua amizade.

Ao professor Roberto de Souza Salgado pelas suas acertadas sugestões.

A Elizete Maria Lorenço pela grande amizade, colaboração e companherismo na grande jornada deste mestrado.

A Amanda Montañez, pela amizade, apoio e colaboração na etapa final do trabalho.

Ao Cesar Torrico, em particular pela amizade e colaboração na edição deste trabalho.

Aos colegas de pós-graduação pelo companherismo e amizade ao longo do desenvolvimento deste trabalho, em especial aos amigos, Antonio Pedraza Lozano, Nolasco Orrego, Antonio Sertich, Wadaed Uturbey da Costa, Edgardo Castrouvo, André della Roca, Carlos Moyano, Nicole Sharon Orfali, Paulo Cícero Fritzen, Ivair João Santos Lourinho, Luciano Colzani, Fabio Viera com quem compartilhei agradáveis momentos.

Aos colegas de iniciação científica pela amizade e pelo interessante intercâmbio cultural, em especial aos amigos, Aleandro Amauri Spindula, Ulisses Roberto Registro Massaro, Gleisi Souza Leite, Pablo Cupani Carena, Eduardo Artur Cunha e Joni Coser.

Ao Daniel Dotta e Alexandre Della Rosa, por facilitar nosso trabalho no Labspot.

Aos funcionários e amigos Denise Lopes Meireles, Wilson da Silva Costa e Marcos Luiz de Assis em reconhecimento do seu grande trabalho.

À CAPES e FEESC pelo suporte financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

SOLUÇÕES DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO SOB CARGA VARIÁVEL: MODELAGEM DE CUSTO DE POTÊNCIA REATIVA

Sergio Mauricio Villamizar Rueda

Junho/2000

Orientador: Katia Campos de Almeida, Ph.D.

Área de Concentração: Sistemas de Potência

Palavras-chave: Ambiente Desregulamentado, Custo de Potência Reativa, Método da Continuação, Método de Pontos Interiores, Máquina Síncrona.

Número de Páginas: 89

Com o processo de desregulamentação do setor elétrico de vários países, abre-se um amplo leque de serviços que podem ser oferecidos por qualquer participante do mercado de energia. Entre estes serviços se encontra o serviço de suporte de reativos, necessário para que o sistema opere sob um perfil de tensão aceitável. O fornecimento de potência reativa é considerado um *Serviço Ancilar* dentro do mercado de energia. Atualmente existe um mercado bem estruturado para a comercialização de potência ativa. Entretanto, mecanismos de comércio e tarifação de potência reativa são ainda incipientes. Este trabalho busca contribuir com o desenvolvimento de metodologias de definição dos custos associados ao suporte de potência reativa. Para tanto, propõe uma função custo de geração de potência reativa que relaciona aspectos econômicos e técnicos existentes dentro do sistema de potência a partir das características das máquinas síncronas. Tal função custo se baseia em dois fatos: (i) um gerador tem sua capacidade de geração de potência ativa limitada pelos reativos que fornece e, (ii) nas condições atuais do mercado, o lucro obtido pelo gerador depende dos ativos que fornece ao sistema. Assim, em primeiro lugar, este trabalho representa a capacidade de geração de potência ativa de uma máquina síncrona, em função da potência reativa sendo gerada, a partir da curva de capacidade da máquina. Posteriormente, associa o custo de oportunidade perdida de gerar potência ativa ao custo de geração de reativos. Esta função custo de reativos é modelada num problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo parametrizado nas cargas ativas e reativas. A solução deste problema é acompanhada, usando o método da continuação, para incrementos no parâmetro das cargas, até o limite de máximo carregamento do sistema de potência. Desta forma, um estudo pode ser feito sobre a influência do custo de reativos no máximo carregamento. Além disso, pode ser feita uma análise sobre a influência dos vários geradores na manutenção do perfil de tensão do sistema sob diferentes carregamentos; isto é, pode-se analisar o poder de mercado dos geradores presentes num sistema. São apresentados resultados de testes com diferentes sistemas de geração/transmissão.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

**OPTIMAL POWER FLOW SOLUTIONS UNDER VARIABLE LOAD
CONDITIONS: REACTIVE POWER COST MODELLING**

Sergio Mauricio Villamizar Rueda

June/2000

Advisor: Katia Campos de Almeida, Ph.D.

Area of Concentration: Power Systems

Keywords: Deregulated Energy Systems, Reactive Power Cost, Continuation Method, Interior Point Method, Synchronous Machines

Number of Pages: 89

The deregulation of the power industry in many countries has created the so called *Ancillary Services* which can be provided by any participant in the power market. The reactive power support, which is responsible for maintaining a good voltage profile throughout the system, is one of the ancillary services. Although there exist presently well structured markets for active power, so far there is no consensus on how to commercialize and charge the reactive power support. This work aims to contribute to the development of methodologies to define the costs associated to the reactive power generation. For that, it proposes a function which represent the cost of generating reactive power based on the characteristics of the synchronous machines. Such cost function is based on two facts: (i) a generator's active power output is limited by its reactive power output and, (ii) the profit of a generation unit depends on the amount of active power it sells to the market. Thus, first of all, this work represents, using the capability curve, the active power generating capacity of a synchronous machine in terms of its reactive power output. After this, it associates the cost of lost opportunity of active power generation to the cost of reactive power generation. This reactive cost function is introduced in a Reactive Optimal Power Flow model which is parameterized in its active and reactive loads. The solution to this problem is tracked, via a continuation method, for increases in the load parameter, until the maximum loadability limit of the power system is reached. In this way, an analysis can be made of the influence of the reactive power costs on the maximum loadability limit. In addition, the influence of any machine on the voltage profile of the system can be studied for different load levels; that is, the market power of any machine of the system can be analyzed. Results are presented for different test systems.

Resumen de la Disertación presentada a la UFSC como parte de los requisitos necesarios para obtener el título de Maestro en Ingeniería Eléctrica.

SOLUCIONES DE FLUJO DE POTENCIA OPTIMO CON CARGA VARIABLE: MODELO PARA COSTO DE POTENCIA REACTIVA

Sergio Mauricio Villamizar Rueda

Junio/2000

Orientador: Katia Campos de Almeida, Ph.D.

Área de Concentración: Sistemas de Potencia

Palabras-clave: Ambiente desregulamentado, Costo de Potencia Reactiva, Método de la Continuación, Método de puntos interiores, Máquina Síncrona.

Número de Páginas: 89

Con el proceso de desregulamentación del sector eléctrico de muchos países, se abre un amplio panorama de servicios que pueden ser ofrecidos por cualquier participante del mercado de energía. Entre estos servicios se encuentra el soporte de reactivos, necesario para que el sistema opere bajo un perfil de tensión aceptable. El suministro de potencia reactiva es considerado un *Servicio Auxiliar* dentro del mercado de energía. Actualmente existe un mercado bien estructurado para la comercialización de potencia activa, sin embargo, los mecanismos de comercio y tarifación de potencia reactiva no están muy claros. Este trabajo busca contribuir con el desenvolvimiento de metodologías de definición de los costos asociados al soporte de potencia reactiva. Para esto, se propone una función costo de generación de potencia reactiva que relaciona aspectos económicos e técnicos, existentes dentro del sistema de potencia a partir de las características de las máquinas síncronas. Tal función costo se basa en: (i) un generador tiene su capacidad de generación de potencia activa limitada por los reactivos que suministra y, (ii) en las actuales condiciones del mercado, el lucro obtenido por el generador depende de los activos que suministra al sistema. En primer lugar, este trabajo representa la capacidad de generación de potencia activa de la máquina síncrona, en función de la potencia reactiva que esta siendo generada, a partir de su curva de capacidad. Posteriormente, se asocia el costo de oportunidad perdida de generar potencia activa al costo de generación de reactivos. La función costo de reactivos es modelada en un problema de Flujo de Potencia optimo Reactivo parametrizado en las cargas activa y reactiva. La solución de este problema es acompañada empleando el método de la continuación, para incrementos en el parámetro de la carga hasta el límite de máximo cargamento para el sistema. De esta forma, se analiza la influencia del costo de reactivos en el máximo cargamento, y también, la influencia de los generadores en el mantenimiento del perfil de tensión del sistema bajo diferentes cargamentos, es decir, el poder de mercado de los generadores presentes en el sistema. Son presentados algunos resultados para diferentes sistemas.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS	xiii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiv
1 Introdução	1
1.1 Metodologias Propostas para a Tarifação de Reativos	5
1.2 O Trabalho de Dissertação	8
2 O Problema do Máximo Carregamento de Sistemas de Potência e a Compensação de Reativos	11
2.1 Introdução	11
2.2 O Problema do Máximo Carregamento de Sistemas	14
2.3 Reativos no Sistema de Potência	18
2.4 Curva de Capabilidade da Máquina Síncrona [1]	22
2.4.1 Determinação dos Pontos da Curva de Capabilidade	28
2.4.2 Determinação das Expressões Matemáticas que Definem as Faixas na Curva de Capabilidade	30
2.5 Custo de Geração de Potência Reativa	32
2.6 Proposta para Modelagem de um FPO	34
2.7 Considerações Finais	37
3 Método de Solução do FPO Reativo	38
3.1 Introdução	38
3.2 Fluxo de Potência Ótimo Reativo Parametrizado (FPORP)	39
3.3 Método da Continuação	42
3.3.1 Preditor	45
3.3.2 Corretor	49
3.4 Processo de Inicialização	54
3.5 O Parâmetro da Continuação	55
3.6 Critério de Parada do Método da Continuação	56
3.7 O Algoritmo Preditor-Corretor	57
3.8 Considerações Finais	57

4	Resultados Numéricos	58
4.1	Introdução	58
4.2	Aspectos Computacionais	60
4.2.1	Método Primal-Dual de Pontos Interiores	60
4.2.2	Método da Continuação	63
4.3	Análise do Máximo Carregamento	65
4.3.1	Máximo Carregamento	65
4.3.2	Influência da Curva de Capabilidade no Máximo Carregamento	69
4.4	Análise de Custos	69
4.4.1	Mercado de Reativos	69
4.4.2	Estudo Comparativo de Custos	76
5	Conclusões e Sugestões para Futuros Trabalhos	80
5.1	Aspectos Gerais	80
5.2	Conclusões	81
5.3	Futuros Trabalhos	82
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	84
A	Dados dos Sistemas Teste	89

LISTA DE FIGURAS

2.1	Modelo didático de transmissão de potência ativa e reativa	18
2.2	Sistema de transmissão com barra compensada	20
2.3	Comportamento do carregamento considerando incremento na compensação da barra	21
2.4	Sistema gerador-barra infinita	23
2.5	Diagrama equivalente gerador-barra infinita / Diagrama fasorial correspondente	23
2.6	Comportamento do gerador síncrono para diferentes fatores de potência . .	25
2.7	Limites na curva de capacidade	27
2.8	Curva da capacidade	28
2.9	Curva de Capacidade / Função Custo	34
3.1	Método Preditor-Corretor	45
4.1	Sensibilidade do parâmetro de barreira	63
4.2	Comportamento dos multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade (red6)	67
4.3	Comportamento dos multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade (red118)	68
4.4	Comportamento das tensões e dos multiplicadores de Lagrange no máximo carregamento (red118)	68
4.5	Sistema de 6 barras: red6	70
4.6	Geração de reativos e tensões das barras para o caso base	71
4.7	Geração de reativos e tensões das barras para o caso em que o gerador três e o mais barato do sistema	73
4.8	Custos incrementais - caso gerador três mais barato do sistema	73
4.9	Geração de reativos e tensões das barras para o caso em que o gerador três e o mais caro do sistema	74
4.10	Custos incrementais - caso gerador três mais caro do sistema	75
4.11	Comportamento das tensões para às diferentes funções custo (red6)	77
4.12	Comportamento das tensões para às diferentes funções custo (red14)	78
4.13	Comportamento das tensões para às diferentes funções custo (red30)	78
4.14	Comportamento das tensões para às diferentes funções custo (red118)	79

LISTA DE TABELAS

4.1	PI com curva de capacidade real	61
4.2	PI com curva de capacidade aproximada	61
4.3	Sensibilidade do parâmetro de barreira	62
4.4	Método da continuação considerando curva de capacidade aproximada	64
4.5	Método da continuação considerando curva de capacidade real	65
4.6	Avaliação do Máximo Carregamento	66
4.7	Comparação de algoritmos	69
4.8	Caso base	70
4.9	Caso em que o gerador três e o mais barato do sistema	72
4.10	Caso em que o gerador três e o mais caro do sistema	74
4.11	Avaliação de funções custo	76

LISTA DE SÍMBOLOS

a_k	coeficiente de custo quadrático associado ao gerador térmico k
b_k	coeficiente de custo lineal associado ao gerador térmico k
c_k	coeficiente de custo independente associado ao gerador térmico k
\mathbf{e}	vetor unitario ($\mathbf{e} \in \mathbb{R}^p$)
\mathbf{e}^c	vetor unitario do método da continuação
E	excitação da máquina síncrona
$f(\mathbf{x})$	função objetivo ($f : \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}$)
$\mathbf{g}(\mathbf{x})$	conjunto de restrições de igualdade do FPO($g : \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}^m$)
$\mathbf{h}(\mathbf{x})$	conjunto de restrições de desigualdade do FPO($h : \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}^p$)
I	corrente de armadura da máquina síncrona
I_n	matriz identidade
\mathcal{L}	função Lagrangeana
m	número de restrições de igualdade ($m \in \mathbb{R}$)
\max	sobrescrito - limite máximo
\min	sobrescrito - limite mínimo
nb	número de barras do sistema de energia elétrica ($nb \in \mathbb{R}$)

- ng número de geradores do sistema ($ng \in \mathfrak{R}$)
- $^\circ$ sobrescrito - indica valor de variável inicial
- p número de restrições de desigualdade ($p \in \mathfrak{R}$)
- \mathbf{P} vetor de injeções de potência ativa nas barras do sistema ($\mathbf{P} \in \mathfrak{R}^{nb}$)
- \mathbf{Pd} vetor de cargas ativas ($\mathbf{Pd} \in \mathfrak{R}^{nb}$)
- \mathbf{Pg} vetor das potências ativas geradas ($\mathbf{Pg} \in \mathfrak{R}^{ng}$)
- P_n potência ativa nominal da máquina síncrona
- q número de variáveis de decisão ($q \in \mathfrak{R}$)
- \mathbf{Q} vetor de injeções de potência reativa nas barras do sistema ($\mathbf{Q} \in \mathfrak{R}^{nb}$)
- \mathbf{Qd} vetor de cargas ativas ($\mathbf{Qd} \in \mathfrak{R}^{nb}$)
- \mathbf{Qg} vetor das potências reativas geradas ($\mathbf{Qg} \in \mathfrak{R}^{nb}$)
- Q_n potência reativa nominal da máquina síncrona
- R resistência
- \mathbf{s} vetor das variáveis de folga associado as restrições de desigualdade ($\mathbf{s} \in \mathfrak{R}^p$)
- \bar{S} potência complexa
- S matriz diagonal ($\mathfrak{R}^{p \times p}$)
- \mathbf{S} vetor de potência aparente ($\mathbf{S} \in \mathfrak{R}^{nb}$)
- S_n potência aparente nominal da máquina síncrona
- T sobrescrito - indica transposta
- \mathbf{V} vetor das tensões em cada barra do sistema ($\mathbf{V} \in \mathfrak{R}^{nb}$)
- \mathbf{x} vetor das variáveis de decisão ($\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^q$)
- X reatância
- X_s reatância equivalente da máquina síncrona

α_d	comprimento do passo no espaço dual
α_p	comprimento do passo no espaço primal
δ	ângulo do eixo do rotor da máquina síncrona
ε	parâmetro da carga ($\varepsilon \in \mathbb{R}$)
η	parâmetro do método da continuação ($\eta \in \mathbb{R}$)
λ	vetor dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade ($\lambda \in \mathbb{R}^m$)
μ	parâmetro de barreira do método Primal-Dual de Pontos Interiores
π	vetor dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade ($\pi \in \mathbb{R}^p$)
Π	matriz diagonal ($\mathbb{R}^{p \times p}$)
θ	vetor de ângulos correspondentes às tensões das barras do sistema ($\theta \in \mathbb{R}^{nb}$)
$\rho(\mathbf{z})$	vetor gradiente da função Lagrangeana modificado
σ	constante arbitrada
ν^{min}	derivada parcial da função Lagrangeana em relação às variáveis de folga associadas aos limites mínimos das restrições de desigualdade ($\nu^{min} \in \mathbb{R}^p$)
ν^{max}	derivada parcial da função Lagrangeana em relação às variáveis de folga associadas aos limites máximos das restrições de desigualdade ($\nu^{max} \in \mathbb{R}^p$)
ϕ	ângulo do fator de potência
ζ	derivada primeira da função Lagrangeana em relação as variáveis de decisão ($\zeta \in \mathbb{R}^q$)
ϱ^{min}	derivada parcial da função Lagrangeana em relação aos multiplicadores de Lagrange associados aos limites mínimos das restrições de desigualdade ($\varrho^{min} \in \mathbb{R}^p$)

- ϱ^{max} derivada parcial da função Lagrangeana em relação aos multiplicadores de Lagrange associados aos limites máximos das restrições de desigualdade ($\varrho^{max} \in \mathbb{R}^p$)
- Δ incremento em uma variável ou em um vetor
- ∇ função gradiente
- *
- sobrescrito - valor da variável no ponto ótimo
- *
- sobrescrito - complexo conjugado
- $|_ |$ valor absoluto
- $\| _ \|_{\infty}$ norma infinita

CAPÍTULO 1

Introdução

Muitos países estão experimentando atualmente uma série de mudanças nas suas estruturas políticas, econômicas e sociais. Novos paradigmas tais como: globalização e privatização de setores tradicionalmente pertencentes ao estado trazem como consequência modificações na forma como são feitos os produtos finais nos diferentes setores da economia. O setor elétrico também é influenciado por estas inovações e, como consequência, vem sofrendo um processo de reestruturação em vários países. Assim, expressões como: desregulamentação, privatização, livre acesso à transmissão, serviços ancilares e contratos de transferência de potência, entre outros, são cada vez mais usadas na linguagem do dia a dia no fornecimento da energia elétrica.

A filosofia da reestruturação do setor elétrico tem como princípio geral a discriminação das funções de geração, transmissão e distribuição da energia elétrica, que passam a ser feitas por entidades independentes [2].

O objetivo fundamental de desregulamentação do setor elétrico é *o fornecimento de*

energia elétrica com qualidade e a preços competitivos. Para se garantir a *qualidade* existem os chamados *Serviços Ancilares*. Tais serviços englobam todas as atividades no sistema interconetado necessárias para viabilizar a transmissão de potência elétrica, mantendo a operação confiável do sistema de transmissão. Alguns dos Serviços Ancilares básicos são [2]:

- Regulação de Frequência;
- Suporte Reativo (perfil de tensão);
- Reserva Girante;
- Segurança do Sistema (violação de restrições).

O serviço ancilar analisado neste trabalho é o suporte de reativos. Tal suporte é imprescindível para a operação do sistema de potência. De forma genérica, pode-se estipular o nível de suporte de potência reativa necessário para uma operação aceitável de um sistema através de duas metodologias [3]: (i) com base nos valores considerados ótimos para as tensões nominais do sistema; e (ii) com base na manutenção de um padrão técnico estipulando que cada usuário deve manter o consumo líquido de potência reativa em sua barra igual zero ou equipar esta barra com um controlador que permita manter sua tensão em 1.0 pu. No primeiro caso, a entidade responsável pela transmissão fica encarregada de comprar o suporte de reativos necessário e os consumidores, por sua vez, ficam obrigados a pagar pela qualidade técnica da transmissão. No segundo caso, os usuários ficam responsáveis por obter o suporte de reativos que necessitam. Nos dois casos, abre-se espaço para a criação de um mercado de potência reativa/controlado de tensão. Dois mecanismos podem ser propostos para este mercado: (i) um mercado para controle

de tensão/potência reativa no qual o provedor da transmissão cobra uma taxa dos usuários todas as vezes que eles se desviarem dos valores nominais pré-estabelecidos, e usa esta tarifa para aumentar a compensação de reativos do sistema ou comprar reativos de geradores e, (ii) um mercado que estabeleça que os usuários em todas as barras devem manter a tensão em 1.0 pu ou compensar pelos reativos requeridos e que dê liberdade a estes usuários para obter a compensação de reativos ou o controle de tensão necessários da forma menos custosa possível. Independentemente do critério exigido para a compensação ou de como esta é feita, o suporte de reativos é importante por questões de segurança e tem também impacto na eficiência do mercado pois possibilita que um dado gerador forneça a demanda contratada.

Além das questões que envolvem o critério adotado para o suporte de reativos e o tipo de mercado criado para comercializar este suporte, o “serviço prestado” pela potência reativa tem sido objeto de discussões. Verifica-se uma tendência em dividir este serviço em dois tipos [2]: (i) suporte do perfil de tensão do sistema e (ii) suporte de cargas de consumidores. O primeiro item diz respeito à manutenção da integridade do sistema, compondo uma parte do serviço de transmissão. Devido a esta característica, o suporte do perfil de tensão do sistema vem sendo considerado um serviço ancilar. O item (ii) se deve à existência de cargas com fator de potência baixo (em especial, motores de indução). Esta compensação é necessária devido à natureza das cargas e não pode ser eficientemente fornecida pelos geradores devido à distância em que usualmente se encontram das cargas. Esta potência reativa deve ser fornecida por um equipamento do próprio consumidor ou por algum provedor local. Devido a isto, a tendência é não considerá-lo um serviço ancilar para o sistema.

O custo de geração de reativos não é facilmente modelado devido a fatores inerentemente associados [2]: (i) à própria geração de reativos; (ii) ao comportamento da potência reativa nos sistemas de geração/transmissão e (iii) ao papel desempenhado pela potência reativa no bom funcionamento destes sistemas. O item (i) é uma consequência dos diversos tipos de geradores de potência reativa existentes e dos seus custos de geração; por exemplo, num gerador síncrono, o custo de operação está associado à potência ativa entregue ao sistema, sendo a potência reativa dependente da corrente de excitação da máquina, que por sua vez depende do sistema de controle; em compensadores estáticos, por outro lado, a geração de reativos depende basicamente da quantidade de capacitores instalada. O item (ii), por sua vez, está associado às grandes perdas ativas e reativas existentes nas linhas de transmissão, que tornam muito pouco eficiente a compensação de reativos feita a grandes distâncias. Por fim, o item (iii) se deve ao acoplamento existente entre potência reativa e magnitude de tensão nas barras do sistema. Cada empresa determina, de acordo com os próprios critérios, qual é o seu perfil “ótimo” de tensão (ou seja, determina a compensação de reativos necessária). Tal perfil ótimo de tensão pode ser definido como aquele que proporcione mínimas perdas ativas de transmissão ou, de outra forma, que proporcione mínimo custo de geração de ativos. Além dos limites impostos ao fator de potência das cargas, não existem critérios uniformes para se determinar o que seja um nível necessário de compensação (ou seja, um perfil aceitável de tensão). Devido à estes três fatores, possíveis formas da função custo e também metodologias de tarifação de reativos vêm sendo discutidas em inúmeros trabalhos ([3] - [8]).

1.1 Metodologias Propostas para a Tarifação de Reativos

Diferentes metodologias estão sendo propostas para tratar o problema de tarifação de reativos, algumas delas serão discutidas a seguir.

Os autores de [9] propõem um método de tarifação de reativos baseado nos custos incrementais das barras obtidos através de um algoritmo de *fluxo de potência ótimo* (FPO) cuja função objetivo é a minimização do custo de potência ativa. Tais custos incrementais são feitos iguais aos multiplicadores de Lagrange das equações de balanço de potência reativa, que representam, na realidade, a variação do custo de geração em MW para incrementos nas cargas reativas. No modelo são consideradas as elasticidades das cargas ativas e reativas. O artigo mostra que os custos incrementais de reativos obtidos desta forma são muito pequenos quando comparados aos custos incrementais de potência ativa. Além disso, defende a tarifação em tempo real da potência reativa como forma de se obter um mercado de energia eficiente.

A referência [4] propõe a tarifação da transmissão de potência ativa e reativa com base nos custos incrementais das barras de um sistema obtidos através de um problema FPO cuja função objetivo é o mínimo custo de geração de potência ativa. O trabalho mostra que, embora os custos marginais de produção de potência reativa sejam muito menores que os custos marginais de potência ativa, a diferença entre os custos marginais de reativos de duas barras é comparável com a diferença observada entre os custos marginais de potência ativa. Baseados nesta propriedade, os autores propõem que a tarifação da transmissão de potência ativa e reativa seja feita com base nas diferenças entre os custos marginais das barras.

A referência [10] relata a utilização de um algoritmo FPO baseado em linearizações sucessivas no cálculo do custo de suporte de reativos no sistema do Reino Unido (National Grid Company - NGC). A metodologia de tarifação de reativos da NGC é baseada em uma componente de “Utilização” e outra de “Capacidade”. A componente de utilização é avaliada com base nos custos marginais obtidos pelo programa FPO. A metodologia de tarifação da NGC é baseada numa curva de custo de geração de reativos que varia linearmente ou de forma quadrática com a potência reativa gerada. Nas horas de demanda muito alta ou muito baixa, a tarifação de reativos é baseada nos resultados do programa FPO com restrições de segurança e com função objetivo definida em termos do mínimo custo de reativos. Nos períodos com demanda média, o cálculo do custo de reativos é feito utilizando como função objetivo as mínimas ações de controle.

A referência [8] faz um estudo do mercado de potência reativa do Reino Unido utilizando um problema FPO que possui uma componente de custo de reativos relacionada com capacidade e outra componente relacionada com utilização. O problema FPO é formulado considerando restrições de segurança. Análises são feitas sobre o poder de cada gerador atuar no mercado de capacidade de reativos e no mercado de utilização de reativos.

A referência [5] explora assuntos técnicos e econômicos para determinar uma estrutura de preços de compensação de reativos num ambiente de livre acesso à transmissão. Os autores destacam que o serviço de potência reativa é um serviço ancilar necessário para garantir a provisão de energia elétrica. Os autores argumentam que o suporte de reativos deverá ser de responsabilidade do operador do sistema, que vai coordenar a geração e transmissão do suporte de potência reativa. Desta forma, o operador do sistema precisará

determinar os requerimentos de potência reativa e coordenar a operação para que os requisitos sejam satisfeitos. O artigo defende a tese de que os encargos sobre potência reativa deverão ser por localização e disponibilidade.

A referência [3] analisa as regras técnicas e econômicas que deverão ser implementadas para que seja possível a criação de um mercado de controle de de tensão e de potência reativa. Tecnicamente, quando o suporte de tensão não está sendo fornecido, cria-se um maior obstáculo para a implementação de transações de energia; isto traz conseqüências na eficiência do mercado de energia. Os autores argumentam que as diferentes companhias geradoras estão começando a entrar no debate da reestruturação declarando por exemplo, que certas unidades deveriam trabalhar como unidades de suporte de tensão. A conclusão é que, se estas unidades devem fornecer reativos, elas não podem vender toda a potência ativa que seriam capazes de gerar, tendo sua participação no mercado de potência ativa restringido por causa da geração de reativos. Assim, a máxima potência ativa gerada vai depender da potência reativa sendo fornecida. Portanto, os autores propõem que a tarifação de reativos seja feita com base no custo de oportunidade perdida de gerar potência ativa.

O trabalho apresentado em [6] é baseado em alguns dos pontos discutidos na referência [3]. Os autores propõem um modelo de despacho de potência que visa a minimização dos custos de geração de reativos. Estes custos são modelados de forma diferente para cada fonte de reativos existente num sistema de energia. Assim, o custo dos reativos fornecidos pelos geradores é modelado com base no custo de oportunidade, enquanto que os custos dos reativos fornecidos por capacitores e transformadores com comutação sob carga são

baseados no desgaste do equipamento (isto é, no número de chaveamentos por ano). Os autores argumentam que os custos de reativos cobrados com base nesta metodologia serão totalmente cobertos pelos usuários do sistema.

1.2 O Trabalho de Dissertação

A metodologia apresentada neste trabalho é aplicável ao suporte de reativos para manutenção do perfil de tensão do sistema.

A questão do suporte de perfil de tensão é premente devido a situação de carregamento que se encontram os sistemas elétricos. Sob tais condições, um gerador em posição estratégica passa a ter uma influência muito grande (ou ainda, um “poder de mercado” muito grande) pois se torna vital para a operação do sistema. Uma análise cuidadosa do poder de mercado dos potenciais fornecedores de suporte de reativos é então necessária para qualquer sistema. Esta análise deve ser feita considerando todo o sistema e sob condições de demanda variável, em especial sob condições de alto carregamento. Uma vez que o estudo deve englobar todo o sistema, algoritmos de FPO adotando como critério de otimização o custo associado à geração de potência reativa podem ser usados. O uso de algoritmos de FPO depende de dois fatores: a definição de uma função de custo de potência reativa e o uso de uma metodologia de resolução robusta o suficiente para ser usada em condições de carregamento elevado.

As entidades de geração que participam do mercado de potência ativa são provedoras potenciais de reativos. Com a desregulamentação do setor elétrico, o custo de geração de ativos é definido pelo mercado. Entretanto, a capacidade máxima de geração de ativos

de uma máquina síncrona depende fisicamente de quanto reativo está produzindo no momento. Para os geradores, portanto, só será interessante ofertar potência reativa caso sejam compensados pela oportunidade perdida de vender no mercado de potência ativa. O custo de geração de reativos nas máquinas síncronas pode ser baseado nesta observação. Assim, o valor da potência reativa, Q , pode ser associado ao *Custo de Oportunidade Perdida* de gerar potência ativa, P . Portanto, o custo de Q é igual ao lucro associado a P que um gerador está deixando de receber por produzir Q .

Este trabalho modela o custo de geração de potência reativa para geradores síncronos e busca analisar o poder de mercado destes geradores na operação em regime permanente de um sistema de geração/transmissão sob condições críticas de carregamento. Para tanto, um programa de fluxo de potência ótimo é formulado adotando-se como critério de otimização o custo de reativos, derivado com base no custo de oportunidade perdida de gerar potência ativa. O acoplamento entre a geração de ativos e de reativos nos geradores é derivado com base na curva de capacidade da máquina síncrona e modelado dentro de um problema FPO. Uma vez que a análise proposta deve ser feita sob condições críticas de carregamento, o problema FPO é parametrizado nas demandas ativa e reativa e adota-se um método da continuação para fazer o acompanhamento da trajetória criada pela solução para incrementos na demanda sendo atendida. Este acompanhamento é feito através do método da continuação baseado no esquema *Preditor-Corretor* que adota, como corretor, um algoritmo de Pontos Interiores do tipo Primal-Dual. Esta metodologia permite verificar a influência dos diversos geradores de reativos em diferentes condições de carregamento.

O trabalho está estruturado em 5 capítulos. No Capítulo 2 se analisa o problema

do máximo carregamento e a sua relação com o suporte de reativos. Além disto, é desenvolvida a formulação básica do problema FPO adotado, definindo uma função objetivo onde a potência ativa gerada é representada em função da potência reativa com base na curva de capacidade da máquina síncrona.

No Capítulo 3 é definido o problema do *Fluxo de Potência Ótimo Reativo Parametrizado* (FPORP) e é descrita a abordagem adotada na sua resolução. Tal abordagem é baseada no Método da Continuação Preditor-Corretor e no método Primal-Dual de Pontos Interiores.

No Capítulo 4 são apresentados alguns resultados numéricos para diferentes sistemas. São analisados os aspectos computacionais, os aspectos referentes ao máximo carregamento alcançado para os sistemas-teste e a influência do custo de potência reativa na operação. Esta última parte é a mais importante do capítulo, já que se analisam os custos incrementais de potência reativa e o poder de mercado dos geradores considerados como *estratégicos* no suporte de reativos para o sistema.

Finalmente, no Capítulo 5 são apresentadas algumas conclusões gerais sobre o trabalho e propostos possíveis encaminhamentos para futuras pesquisas dentro da área.

CAPÍTULO 2

O Problema do Máximo

Carregamento de Sistemas de Potência e a Compensação de Reativos

2.1 Introdução

Os sistemas elétricos estão sendo operados em níveis de carregamento que aumentam continuamente, isto devido tanto ao crescimento natural da demanda como à impossibilidade das empresas de investir na geração e transmissão de energia. A operação sob estas condições pode levar à queda abrupta das tensões nas barras até níveis inaceitáveis. Este problema foi observado em diferentes países [7] e gerou, como consequência, uma série de

estudos sobre a capacidade máxima de carregamento de sistemas elétricos e sobre o comportamento destes sistemas sob carga elevada. As ferramentas de análise estática do problema de máximo carregamento são baseadas nas equações de balanço de potência nas barras do sistema, considerando ou não os limites físicos e operacionais do mesmo (isto é, capacidade de geração, limites de transmissão, limites de tensão nas barras, etc.). Muitos dos estudos desenvolvidos são baseados no modelo usado para o problema de *Fluxo de Carga* (FC), ou seja, através de classificação de barras e especificação de algumas variáveis presentes nas equações de balanço de potência ([11] - [18]). Entretanto, alguns dos métodos estáticos foram desenvolvidos a partir de modelos matemáticos de otimização da operação de sistemas de potência; mais especificamente, a partir do modelo de FPO. Embora a adoção de modelos de otimização leve a uma maior dificuldade de resolução do problema, esta estratégia permite a representação de limites operacionais no estudo sobre máximo carregamento, fornecendo, assim, resultados mais realistas do que o obtido através de modelos derivados do FC [19] - [22].

O problema de FPO pode ser definido como “uma ferramenta matemática genérica usada para se obter a operação ótima instantânea de um sistema de potência sob restrições representando a factibilidade e, operacionalmente, a segurança da operação” [23]. O uso do FPO para estudos sobre o máximo carregamento de potência é feito através de duas estratégias distintas. A primeira adota como função objetivo a demanda a ser maximizada [19],[20]. A segunda estratégia formula o problema FPO com uma função objetivo arbitrária e representa suas restrições em função de um parâmetro (ε) que modifica a demanda sendo atendida. Esta estratégia consiste em acompanhar, usando o método da continuação, a

trajetória criada pela solução do FPO quando ocorre um aumento na demanda devida à variação do parâmetro ε presente no modelo [21],[22]. Dois algoritmos usando o método da continuação foram propostos para obter o limite de factibilidade do FPO. Ambos são baseados na resolução das condições de otimalidade do problema, definidas para cada valor de ε , pelo método de Newton. O primeiro destes algoritmos [24] trabalha com este esquema e usa estratégia de conjunto ativo. O segundo modifica o problema FPO através de variáveis de folga nas restrições de desigualdade e uma barreira logarítmica na função objetivo. O problema modificado é então resolvido para cada ε , pelo método de Pontos Interiores. A segunda estratégia é adotada neste trabalho.

A máxima demanda que um sistema pode atender depende dos limites impostos às magnitudes das tensões nas barras e no fornecimento de potência reativa. Com a reestruturação do setor elétrico e a separação de serviços de geração e transmissão, o suporte de reativos para manutenção de um perfil de tensão passou a ser um serviço independente (ancilar), criando-se um Mercado de Compra e Venda de Potência Reativa [2],[25]. A minimização do custo de geração de reativos torna-se então um critério a ser adotado na operação de sistemas, especialmente para condições de elevado carregamento. A operação visando o mínimo custo de produção de potência reativa pode ser obtida através de um programa de FPO uma vez que uma *função custo de reativos* seja definida. Para geradores, esta função custo pode ser derivada a partir da *curva de capacidade da máquina síncrona*, que depende basicamente da construção da máquina [1],[3]. Este trabalho apresenta uma ferramenta para o acompanhamento das trajetórias criadas pela solução de um problema FPO quando ocorre aumento nas cargas ativas e reativas do sistema. O critério de min-

imização adotado no FPO é o custo de reativos derivado a partir das características das máquinas síncronas. Esta função custo é adotada com o objetivo de se estudar a influência do custo de reativos no máximo carregamento de sistemas.

Este capítulo, em primeiro lugar, analisa o problema de máximo carregamento de sistemas, discutindo a influência da potência reativa na definição deste limite. Em seguida, deriva a relação existente entre a geração de potência ativa e reativa numa máquina síncrona com base no modelo máquina-barras infinita. Esta relação - expressa através da curva de capacidade da máquina síncrona - é então usada para a derivação de uma função custo de geração de potência reativa que será usada num modelo FPO parametrizado nas cargas ativa e reativa.

2.2 O Problema do Máximo Carregamento de Sistemas

O limite máximo de carregamento de um sistema pode ser definido como a demanda máxima que tal sistema pode atender sob condições “razoáveis” de operação. De forma bastante genérica, um ponto de operação pode ser considerado “razoável” se respeita um conjunto de restrições operacionais e se não se altera consideravelmente caso ocorra uma variação incremental em algum parâmetro do sistema. Na operação em regime permanente, um ponto razoável de operação se traduz por regiões de operação onde se verifica a estabilidade das tensões nas barras de carga entre outras condições. Além do limite de máximo carregamento, um incremento na demanda do sistema acarreta um progressivo e descontrolado declínio das tensões nestas barras, configurando a *Instabilidade de Tensão*. Caso, durante o processo, as tensões atinjam níveis inaceitavelmente baixos configura-se

então o *Colapso de Tensão*.

Os primeiros trabalhos publicados sobre o limite máximo de carregamento de sistemas operando em regime permanente foram baseados na equação de balanço de potência no sistema. Tais estudos buscaram definir o valor máximo de demanda para o qual as equações do FC possuem solução:

$$\begin{aligned}Pg_i - Pd_i - P_i(V, \delta) &= 0 \\ Qg_i - Qd_i - Q_i(V, \delta) &= 0\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$i = 1, \dots, nb$$

onde,

Pg_i, Qg_i	são as potências ativa e reativa gerada em cada barra;
Pd_i, Qd_i	são as demandas de potência ativa e reativa em cada barra;
$P_i(V, \delta), Q_i(V, \delta)$	são as injeções de potência ativa e reativa em cada barra.
nb	é o número de barras no sistema

Pode-se demonstrar que este limite é definido pelo ponto onde o Jacobiano do sistema (2.1) é singular [21]. Usando esta propriedade, várias metodologias foram propostas para a determinação do limite de máximo carregamento de sistemas. Entre elas, podem ser citadas [14] - [16].

Embora os estudos baseados nas equações de FC sejam capazes de explicar alguns dos fenômenos de colapso de tensão observados, eles não consideram a influência dos limites operacionais e de equipamentos de um sistema na sua capacidade máxima de carregamento. Para eliminar esta limitação, foram propostas, mais recentemente, metodologias para estudo do problema de máximo carregamento baseados em modelos de otimização. Assim, o objetivo destas metodologias é determinar o máximo incremento que pode ser adicionado à carga de um sistema satisfazendo-se as restrições de balanço de potência e limites operacionais.

Duas estratégias diferentes são adotadas. A primeira busca maximizar o parâmetro carga ε sujeita às restrições de balanço de potência e limites operacionais:

$$\begin{aligned} & \text{maximizar} && \varepsilon \\ & \text{sujeito a :} && \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) = 0 \\ & && \mathbf{h}^{\min} \leq \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{h}^{\max} \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde,

- ε é o parâmetro de incremento da carga;
- \mathbf{x} são as variáveis de decisão;
- $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)$ é o conjunto de equações de balanço de potência;
- $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ são os limites impostos às variáveis e restrições funcionais.

Algoritmos baseados nos métodos de Pontos Interiores Primal-Dual [19],[20] e Preditor-Corretor [20] foram adotados com sucesso na resolução do problema (2.2). Deve-se observar que, devido aos limites considerados, a carga máxima permitida tende a ser bastante inferior à encontrada a partir da resolução de (2.1) [20]. Além disso, o ponto ótimo de operação é mais realista pois respeita os limites operacionais do sistema.

A segunda estratégia obtém o limite de máximo carregamento de um sistema e, ao mesmo tempo, encontra um ponto de operação ótimo, segundo um critério econômico ou técnico, neste limite. Isto é efetuado adotando-se um problema FPO com uma função objetivo $f(x)$ genérica e com as cargas ativa e reativa expressas em função de um parâmetro ε . O modelo usado pode ser escrito:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} && f(x) \\ & \text{sujeito a :} && \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) = 0 \\ & && \mathbf{h}^{\min} \leq \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) \leq \mathbf{h}^{\max} \end{aligned} \quad (2.3)$$

A estratégia consiste em acompanhar a solução de (2.3) para valores crescentes de ε até o limite de factibilidade problema. Tal limite de factibilidade é indicado pela presença

de um *ponto crítico* $(\mathbf{x}^*, \varepsilon^*)$ na trajetória de solução de (2.3) [26]. Demonstra-se que, em $(\mathbf{x}^*, \varepsilon^*)$, o Jacobiano das restrições ativas de (2.3) possui posto incompleto. Portanto, tal situação corresponde a uma generalização do ponto de máximo carregamento obtido pelo FC, onde o Jacobiano do sistema (2.1) se torna singular. O comportamento das variáveis do problema também é semelhante. Nas vizinhanças do ponto crítico, as variáveis do problema podem ser expressas como funções quadráticas do parâmetro do modelo, apresentando assim uma grande variação quando ocorre um incremento neste parâmetro [15],[26].

Como consequência de se ter um Jacobiano com posto incompleto no limite de máximo carregamento, neste ponto, a matriz Jacobiana do Lagrangeano de (2.3) é singular e os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e desigualdade tendem a infinito. Dessa forma, a proximidade do limite de factibilidade de (2.3) (ou ainda, do limite de máximo carregamento) é indicada pelo mal condicionamento da matriz Jacobiana do Lagrangeano do problema associado ao crescimento abrupto de multiplicadores de Lagrange [26].

É importante salientar que os indicativos teóricos de máximo carregamento descritos acima são válidos apenas na vizinhança do ponto crítico. Como consequência, pode-se afirmar que um sistema possui um limite de máximo carregamento *local* na vizinhança do ponto crítico. Entretanto, não se pode fazer afirmações sobre o limite de máximo carregamento global do sistema. Esta particularidade ficará clara no capítulo de resultados.

2.3 Reativos no Sistema de Potência

A potência reativa é fundamental no sistema de potência para se garantir níveis de tensão aceitáveis nas barras do sistema. Para ver isto, consideremos um gerador conectado a uma barra de carga através de uma linha de transmissão:

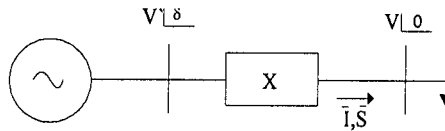


FIGURA 2.1: Modelo didático de transmissão de potência ativa e reativa

onde,

- V' é magnitude de tensão na barra de geração, em Volts;
- δ é o ângulo da barra de geração, em Radianos;
- X é a reatância equivalente da linha (modelo π), em Ohms;
- \bar{I} é a corrente demandada pela carga, em Ampères;
- V é a magnitude da tensão na barra de carga, em Volts;
- \bar{S} é a potência aparente injetada pelo gerador, em VA.

Com base no modelo anterior e na definição da potência aparente podem ser calculadas as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\bar{S} &= P + jQ = \bar{V} \cdot \bar{I}^* \\ \bar{S} &= V \left[\frac{V' \cos(\delta) + jV' \sin(\delta) - V}{jX} \right]^* \\ \bar{S} &= \frac{VV'}{X} \sin(\delta) + j \left[\frac{V'V \cos(\delta) - V^2}{X} \right]\end{aligned}\tag{2.4}$$

Considerando a parte real para a potência ativa e a parte imaginária para a potência reativa da equação (2.4) temos:

$$\begin{aligned}P &= \frac{VV'}{X} \sin(\delta) \\ Q &= \frac{VV'}{X} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X}\end{aligned}\tag{2.5}$$

Observando as expressões (2.5), pode-se ver que o fluxo da potência ativa vai depender do ângulo da carga. Para o caso em que $\delta = 90^\circ$, tem-se o valor máximo deste fluxo. Agora, se consideramos $\cos(\delta) \approx 1$, pode-se notar que a transmissão de potência reativa vai depender principalmente das magnitudes de tensão, sendo o sentido do fluxo definido da barra de maior magnitude de tensão para a barra de menor magnitude. Assim, P e δ se encontram acoplados e Q e V também [7].

Uma conclusão importante do desenvolvimento anterior é o fato que as tensões nas barras do sistema elétrico de potência dependem diretamente das injeções de potência reativa nestas barras.

Apesar da potência reativa ser tão importante no sistema elétrico, existem dificuldades e desvantagens para a sua transmissão, algumas delas são [7]:

- As perdas de potência reativa na transmissão são muito maiores do que as perdas de potência ativa. Isto pode ser facilmente observado através da equação que representa as perdas devido à transmissão em uma linha. Sendo R e X a resistência e a reatância série de uma linha e V a magnitude da tensão sobre o elemento série tem-se:

$$\begin{aligned}
 I^2 &= \bar{I} \cdot \bar{I}^* = \left[\frac{P-jQ}{\bar{V}^*} \right] \left[\frac{P+jQ}{\bar{V}} \right] = \frac{P^2+Q^2}{V^2} \\
 P_{perdas} &= I^2 R = \frac{P^2+Q^2}{V^2} R \\
 Q_{perdas} &= I^2 X = \frac{P^2+Q^2}{V^2} X
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

uma vez que $X > R$, $Q_{perdas} > P_{perdas}$. Deve-se observar que a minimização das perdas reativas induz a investimento em dispositivos de compensação.

- A transmissão de reativos em excesso pode produzir sobretensões em algumas barras do sistema. Esta situação não é desejável. No caso de se ter um disjuntor entre a

fonte (gerador) e uma barra de carga, o excesso de reativos na linha produzirá sobre-tensões ao se abrir o disjuntor, podendo ocasionar rejeição de carga.

A injeção de reativos aumenta a capacidade máxima de carregamento de um sistema. Esta propriedade pode ser melhor compreendida considerando o mesmo sistema analisado anteriormente com uma fonte de reativos inserida na barra de carga (Figura 2.2):

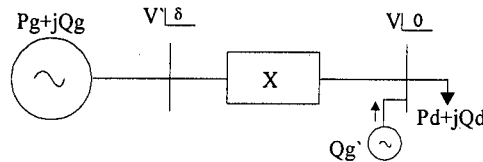


FIGURA 2.2: Sistema de transmissão com barra compensada

As equações de balanço de potência associadas a Figura 2.2 para a barra onde se encontra a carga são:

$$Pd = \frac{VV'}{X} \text{sen}(\delta) \quad (2.7)$$

$$Qg' - Qd = \frac{V^2}{X} - \frac{VV'}{X} \text{cos}(\delta) \quad (2.8)$$

Elevando as equações (2.7) e (2.8) ao quadrado e resolvendo para Pd tem-se

$$Pd = \sqrt{\frac{V^2V'^2}{X^2} - \left[\frac{V^2}{X} - (Qg' - Qd) \right]^2} \quad (2.9)$$

O limite de máximo carregamento é definido no ponto onde $\frac{dPd}{dV} = 0$ [12]. Tomando a derivada da função (2.9) em relação a V temos que o valor de (2.9) no ponto de máximo é

$$V^* = \sqrt{\frac{V'^2}{2} + X(Qg' - Qd)} \quad (2.10)$$

Substituindo a expressão (2.10) em (2.9) obtém-se o valor máximo de Pd como:

$$Pd^{max} = \frac{V'}{X} \left\{ \frac{V'^4}{4} + V'^2 \left[X(Qg' - Qd) - \frac{1}{4} \right] + X^2(Qg' - Qd)^2 \right\}^{1/2} \quad (2.11)$$

Pode-se observar, pelas expressões acima que V^* e Pd^{max} aumentam com o valor de Qg' . Se plotamos o valor da tensão V versus a carga Pd para valores crescentes Qg' ($Qg' > 0$) tem-se a situação experimentada na Figura 2.3.

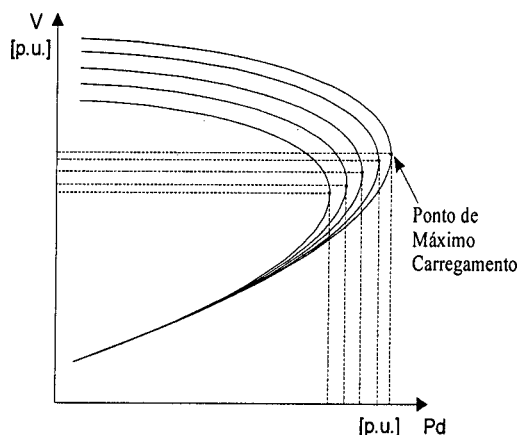


FIGURA 2.3: Comportamento do carregamento considerando incremento na compensação da barra

Compensadores de reativos têm, portanto, um papel primordial na operação de sistemas sob demanda elevada. A influência de um compensador entretanto, se faz sentir somente em regiões próximas da barra em que está situado já que existem dificuldades na transmissão de potência reativa. Como consequência, sua importância para a operação depende muito da sua localização.

Os compensadores de reativos podem ser classificados em dois grupos: um composto pelos equipamentos que permitem um controle contínuo de potência reativa fornecida e outro, composto pelos equipamentos que não permitem tal controle. No primeiro grupo estão os capacitores síncronos e os dispositivos FACTS, enquanto que no segundo grupo estão os bancos de capacitores/reatores e os transformadores com comutação sob carga. A capacidade de fornecimento de reativos é limitada por diferentes princípios dependendo

do equipamento. No caso das máquinas síncronas, esta capacidade está relacionada com a potência ativa sendo gerada. Esta características é analisada a seguir.

2.4 Curva de Capabilidade da Máquina Síncrona [1]

Toda máquina síncrona possui características próprias, resultantes dos critérios com que foi projetada. Estas características são expressas através de dados fornecidos pelo fabricante e constituem os chamados *Dados de Placa*. Usualmente os dados fornecidos são: potência aparente nominal (S_n em MVA), fator de potência nominal (ϕ_n), tensão nominal nos terminais do gerador (V em kV), Relação de Curto Circuito (SCR-Short Circuit Ratio)¹, frequência angular (w_r em rpm ou r/min), entre outros [27].

As condições de operação de um gerador síncrono (ver Figura 2.4) podem ser visualizadas através de um diagrama representando a capacidade de geração de potência ativa da máquina versus a geração de potência reativa. Este diagrama geralmente é chamado de *Curva de Capabilidade*. A curva de capabilidade é construída para um caso particular supondo que a tensão nos terminais do gerador seja constante. Esta aproximação existe porque, na realidade, dependendo do ponto de operação do gerador síncrono, pode-se definir uma família de curvas de capabilidade. Esta curva é importante para o operador de uma unidade de geração pois ela define os limites de geração de potência ativa e reativa nos diferentes modos de operação da máquina síncrona.

Para a construção da curva de capabilidade considere o sistema da Figura 2.4.

O circuito equivalente associado à Figura 2.4 é mostrado na Figura 2.5 para o

¹SCR é dada em p.u. e é equivalente a $1/X_s$, sendo X_s a reatância síncrona da máquina.

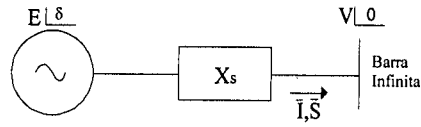


FIGURA 2.4: Sistema gerador-barra infinita

circuito e o diagrama:

- E é a tensão de armadura proporcional à corrente de campo, em Volts;
 δ é o ângulo de carga entre o eixo do rotor (eixo de quadratura) e a referência da rede (eixo real), em Radianos;
 X_s é a reatância síncrona da máquina, em Ohms;
 \bar{I} é a corrente de armadura da máquina, em Ampères;
 V é a tensão nos terminais do gerador, em Volts;
 \bar{S} é a potência aparente gerada pelo gerador, em VA.
 ϕ é o ângulo do fator de potência

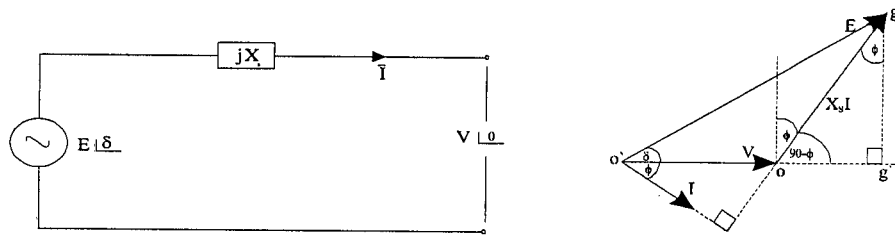


FIGURA 2.5: Diagrama equivalente gerador-barra infinita / Diagrama fasorial correspondente

Do diagrama fasorial da Figura 2.5 pode-se obter a seguinte expressão:

$$\bar{E} = \bar{V} + jX_s\bar{I} \quad (2.12)$$

e as seguintes relações matemáticas obtidas por semelhança de triângulos:

$$\frac{E}{\text{sen}(90^\circ + \phi)} = \frac{E}{\text{cos}(\phi)} = \frac{IX_s}{\text{sen}(\delta)} \quad (2.13)$$

$$E \text{cos}(\delta) = V + IX_s \text{sen}(\phi)$$

A potência complexa injetada pela máquina é:

$$\begin{aligned}\bar{S} &= \bar{V} \cdot \bar{I}^* = \bar{V} \left[\frac{\bar{E} - \bar{V}}{jX_s} \right]^* \\ \bar{S} &= \frac{VE}{X_s} \text{sen}(\delta) + j \left[\frac{VE \cos(\delta) - V^2}{X_s} \right]\end{aligned}\quad (2.14)$$

Então, as potências ativa e reativa injetadas pela máquina síncrona são:

$$\begin{aligned}P &= \frac{VE}{X_s} \text{sen}(\delta) \\ Q &= \frac{VE}{X_s} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X_s}\end{aligned}\quad (2.15)$$

Note que no diagrama fasorial da Figura 2.5 o triângulo $\Delta ogg'$ corresponde ao triângulo de potências onde, o segmento $\overline{gg'}$ é proporcional à potência ativa P , o segmento $\overline{g'o}$ é proporcional à potência reativa Q e o segmento \overline{go} é proporcional à potência aparente S , considerando os valores em *p.u.*.

O fator de potência com o qual o gerador síncrono funciona e, portanto, a corrente de armadura, pode ser controlado por ajuste da excitação de campo.

A Figura 2.6 mostra o comportamento do gerador síncrono perante fatores de potência unitário, indutivos e capacitivos. Note que a tensão nos terminais do gerador em todos os casos é a mesma.

Considerando que a potência é mantida constante

$$P = \frac{VE}{X_s} \text{sen}(\delta) = VI \cos(\phi) = \text{cte.} \quad (2.16)$$

já que P, V e X_s são fixos, $I \cos(\phi)$ e $E \text{sen}(\delta)$ são também constantes. Nesta situação, para um fator de potência unitário (\bar{I} em fase com \bar{V}), a corrente de armadura assume valor mínimo. Diz-se, nesta condição, que a máquina está normalmente excitada (Figura 2.6-a). Qualquer excitação diferente produzirá tensões de excitação maiores ou menores de que o valor observado para $\cos(\phi) = 1$. Além disso, a corrente de armadura será sempre maior.

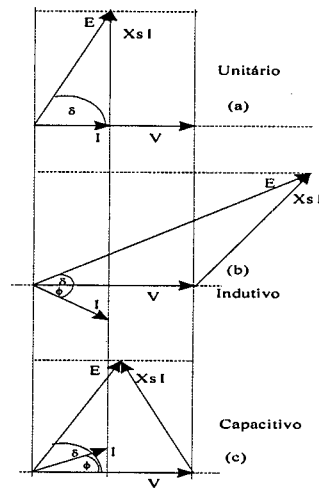


FIGURA 2.6: Comportamento do gerador síncrono para diferentes fatores de potência

Caso a corrente de armadura esteja atrasada em relação à tensão nos terminais da máquina, a tensão E terá módulo maior do que a observada para operação com fator de potência unitário. Diz-se, neste caso, que o gerador está sobre-excitado ou trabalhando com fator de potência indutivo (Figura 2.6-b). Pode-se verificar, considerando $\cos(\delta) \approx 1$ na equação (2.15), que um gerador sobre-excitado injeta potência reativa no sistema ($Q > 0$).

O segundo modo de operação do gerador ocorre quando a corrente de armadura está adiantada em relação a \bar{V} . Neste caso, a tensão de excitação (E) é terá módulo menor do que a tensão observada para fator de potência unitário. Diz-se então que o gerador está sub-excitado ou trabalhando sobre fator de potência capacitivo (Figura 2.6-c). Pela equação (2.15) considerando $\cos(\delta) \approx 1$, tem-se que $Q < 0$, ou seja o gerador absorve potência reativa do sistema.

A geração de potência ativa e reativa é limitada pelo aquecimento devido às perdas que acontecem nas diversas partes da máquina. Tais perdas ocorrem tanto no ferro como

no cobre presente no enrolamento de campo (rotor) e de armadura (estator).

As perdas no cobre presente na armadura dependem do valor da corrente de armadura. Como consequência, existe um valor máximo de corrente permissível, além do qual a operação não é conveniente. Normalmente, esta limitação é estabelecida indiretamente pela potência aparente (VA) permissível, obtida pelo produto da tensão nominal com a corrente máxima admissível. *A corrente de armadura limita os VA da máquina.*

Por outro lado, existe também um limite máximo permitido para as perdas que ocorrem nos enrolamentos de campo. Este limite é definido pelas características do material com que é feito o enrolamento (cobre) e estipula um limite máximo para a corrente de campo. Esta corrente cria a *força eletromotriz de excitação* que, portanto, estará limitada a um máximo admissível em função do limite de aquecimento do enrolamento de campo. *A corrente de campo determina o limite de excitação da máquina.*

Finalmente, a região de operação permitida para uma máquina sub-excitada é definida por um dos seguintes limites: (i) o *limite teórico de estabilidade*, definido para regiões de operação com fatores de potência fortemente capacitivos e pequenas excitações, e (ii) um limite máximo de aquecimento dos terminais do enrolamento de armadura, sendo este aquecimento produzido pelas correntes de *Eddy*. A região de operação será restrita pelo primeiro destes limites a ser atingido. Neste trabalho, estes limites foram representados por uma linha reta.

A Figura 2.7 mostra claramente os diferentes limites que se apresentam na curva de capacidade para a máquina síncrona. A curva de capacidade é construída supondo que a tensão nos terminais do gerador seja fixa, a resistência do enrolamento de armadura

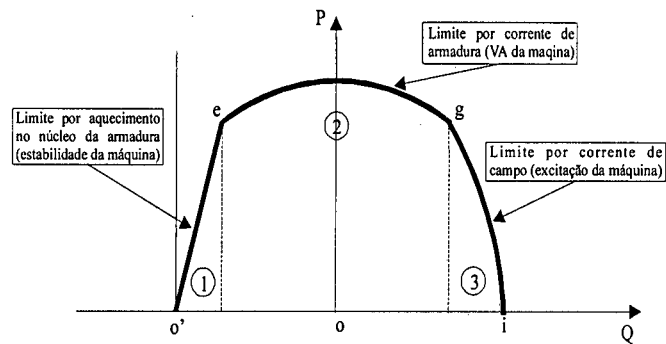


FIGURA 2.7: Limites na curva de capacidade

da máquina seja desprezível e os valores são considerados em *p.u.*. Pelo diagrama da Figura 2.5, a tensão nos terminais do gerador é V . A construção da curva de capacidade é baseada no diagrama fasorial da Figura 2.5, como é mostrado na Figura 2.8. A construção se faz da seguinte forma: o círculo de excitação constante tem o ponto o' como centro e raio de tamanho $\overline{o'g}$ proporcional à magnitude da tensão E . Este círculo define, no eixo horizontal, o ponto i , correspondente ao limite máximo de geração de reativos. Além disso, este círculo cruza o círculo definido para corrente de armadura constante no ponto g que corresponde aos valores normais de potência ativa e reativa da máquina (respectivamente, segmentos $\overline{gg'}$ e \overline{gf}). O círculo para corrente de armadura constante tem o ponto o como centro e um raio de tamanho \overline{og} proporcional a um valor fixo de corrente de armadura I . A potência ativa nominal da máquina, considerando I constante, é definida pelo segmento \overline{gf} . Se o segmento \overline{gf} for estendido até encontrar o círculo definido para corrente de armadura constante, obtém-se o ponto e , sendo $|\overline{ef}| = |\overline{gf}|$. Finalmente, o lugar geométrico formado entre o ponto o' e o ponto e , corresponde ao limite prático de estabilidade que foi aproximado por uma reta. Assim, a curva de capacidade é formada pela reta $\overline{o'e}$, seguida do arco \widehat{eg} ,

e logo depois, pelo arco \widehat{gi} .

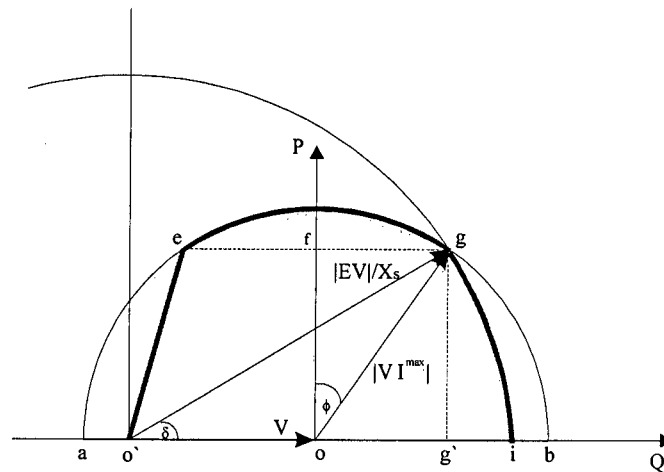


FIGURA 2.8: Curva da capacidade

Os diferentes pontos que delimitam cada uma das regiões ou faixas representadas na Figura 2.8 são determinados a seguir.

2.4.1 Determinação dos Pontos da Curva de Capacidade

A determinação dos pontos é feita com base na Figura 2.8.

- Ponto o' : determinado para fator de potência puramente capacitivo (máquina sub-excitada). Considerando-se $\delta = 90^\circ$ na equação (2.15) obtém-se:

$$o' = Q_{o'} = -\frac{V^2}{X_s} \quad (2.17)$$

O valor de $Q_{o'}$ corresponde ao limite mínimo de potência reativa da máquina.

- Ponto e : corresponde ao limite de geração da máquina síncrona, definido pela potência

nominal, para fatores de potência predominantemente capacitivos:

$$\begin{aligned}
 e &= (P_e, Q_e) \\
 P_e &= P_n \\
 Q_e &= -\sqrt{S_n^2 - P_n^2} = -Q_n
 \end{aligned}
 \tag{2.18}$$

onde P_n é a potência ativa nominal da máquina, obtida a partir da potência aparente nominal (S_n) e do fator de potência nominal (ϕ_n), e Q_n é a potência reativa nominal da máquina.

- Ponto g : corresponde ao limite de geração da máquina síncrona, definido pela potência nominal, para fatores de potência predominantemente indutivos:

$$\begin{aligned}
 g &= (P_g, Q_g) \\
 P_g &= P_n \\
 Q_g &= \sqrt{S_n^2 - P_n^2} = Q_n
 \end{aligned}
 \tag{2.19}$$

- Ponto i : para definir o ponto i é preciso antes determinar a máxima excitação da máquina. Com a informação dada pelo ponto g para a potência ativa e reativa, e considerando que o ponto g é a intercepção das duas curvas, as coordenadas deste ponto podem ser substituídas na equação (2.15), obtendo-se

$$\begin{aligned}
 P_n &= \frac{VE^{max}}{X_s} \text{sen}(\delta) \\
 Q_n &= \frac{VE^{max}}{X_s} \text{cos}(\delta) - \frac{V^2}{X_s}
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

onde, E^{max} é a máxima excitação da maquina. Elevando as duas equações ao quadrado e considerando a identidade trigonométrica

$$\text{sen}^2(\delta) + \text{cos}^2(\delta) = 1
 \tag{2.21}$$

é possível chegar a:

$$E^{max} = \sqrt{\frac{(X_s P_n)^2 + (X_s Q_n + V^2)^2}{V^2}} \quad (2.22)$$

Finalmente fazendo $P = 0$, $\delta = 0$ e $E = E^{max}$ na equação (2.15), pode-se obter o ponto i para fator de potência puramente indutivo como:

$$i = Q_i = \frac{V E^{max}}{X_s} - \frac{V^2}{X_s}$$

O valor de Q_i corresponde ao limite máximo de potência reativa da máquina.

Tendo determinado os pontos que definem as diferentes regiões da curva de capacidade, o próximo passo é determinar as expressões matemáticas que definem as diferentes faixas.

2.4.2 Determinação das Expressões Matemáticas que Definem as Faixas na Curva de Capabilidade

A Figura 2.7 mostra três regiões delimitadas na curva de capacidade, as funções matemáticas que representam o limite máximo de geração de potência ativa, P^{max} , nestas regiões serão determinadas a seguir.

- Faixa 1

É definida pelo segmento de reta \overline{oe} . Este segmento define o limite prático de estabilidade. Baseados nos pontos o' (equação 2.17) e e (equação 2.18), pode-se determinar a equação da reta correspondente:

$$P^{max} = \left(\frac{P_e}{Q_e - Q_{o'}} \right) (Q - Q_{o'}) \quad (2.23)$$

- Faixa 2

Está definida pelo arco \widehat{eg} . Esta faixa é determinada pela potência aparente nominal e o fator de potência para o qual foi projetado a máquina. A expressão é a seguinte:

$$P^{max} = \sqrt{S_n^2 - Q^2} \quad (2.24)$$

- Faixa 3

Está definida pelo arco \widehat{gi} . Esta faixa é determinada pela máxima tensão de excitação definida em (2.22). Tomando os termos para a potência ativa e reativa da equação (2.15) com $E = E^{max}$, de maneira que:

$$\begin{aligned} PX_s &= VE^{max} \text{sen}(\delta) \\ X_s Q + V^2 &= VE^{max} \text{cos}(\delta) \end{aligned} \quad (2.25)$$

e considerando a identidade (2.21), pode-se obter a expressão para a potência como:

$$P^{max} = \frac{1}{X_s} \sqrt{V^2 (E^{max})^2 - (QX_s + V^2)^2} \quad (2.26)$$

Reunindo as diferentes expressões para a potência ativa máxima em função da potência reativa e seus limites, temos que o comportamento da potência ativa em qualquer ponto da curva de capacidade é dado por:

$$Pg^{max}(Qg) = \begin{cases} \left(\frac{P_e}{Q_e - Q_{o'}} \right) (Qg - Q_{o'}), & -\frac{V^2}{X_s} \leq Qg < -\sqrt{S_n^2 - P_n^2} \\ \sqrt{S_n^2 - Qg^2}, & -\sqrt{S_n^2 - P_n^2} \leq Qg < \sqrt{S_n^2 - P_n^2} \\ \frac{1}{X_s} \sqrt{V^2 (E^{max})^2 - (Qg X_s + V^2)^2}, & \sqrt{S_n^2 - P_n^2} \leq Qg \leq \frac{VE^{max}}{X_s} - \frac{V^2}{X_s} \end{cases} \quad (2.27)$$

2.5 Custo de Geração de Potência Reativa

Diferentemente do custo de potência ativa, facilmente obtido para uma usina térmica a partir da sua característica consumo de combustível versus potência ativa gerada, ou ainda, para uma usina hidráulica, com base no valor da água de seu reservatório, o valor da potência reativa fornecida por geradores não é facilmente quantificável, seja de forma direta (como é o caso da geração térmica) ou mesmo por analogia (como é o caso do “valor da água” de uma hidrelétrica). Entretanto, por construção, a capacidade de geração de ativos de uma máquina síncrona depende fortemente da quantidade de reativos que esta máquina gera. Este acoplamento pode ser usado para quantificar o valor desta potência reativa. Esta quantificação parte do princípio que um gerador qualquer possui uma função custo de geração de potência ativa e que seu lucro é limitado pelos reativos que gera. Com base nesta observação, é possível propor uma função custo de geração de reativos a partir do custo de geração de potência ativa.

Suponha que uma unidade geradora k possua uma função custo de geração de potência ativa dada por $C_k(Pg_k)$ e que possa gerar no máximo Pg_k^M . O valor que o gerador k pode receber pela geração de potência ativa pode ser menor do que Pg_k^M devido aos reativos que gera. Portanto, o custo de Qg_k , $C_k(Qg_k)$, pode ser considerado igual ao lucro perdido pela entidade geradora k que não pôde gerar Pg_k^M por causa da geração de Qg_k , ou ainda, $C_k(Qg_k)$ pode ser feito igual ao *custo de oportunidade perdida* de geração de potência ativa.

Reescrevendo a expressão (2.27) como:

$$Pg_k^{max} = Pg_k^{max}(Qg_k), \quad Qg_k^{min} \leq Qg_k \leq Qg_k^{max} \quad (2.28)$$

se gerador k está produzindo apenas $Pg_k^{max}(Qg_k)$, então o lucro perdido é:

$$Lp_k = C_k(Pg_k^M) - C_k[Pg_k^{max}(Qg_k)] = C_k(Qg_k) \quad (2.29)$$

Supondo que a potência seja gerada numa unidade térmica, o custo de geração de potência ativa pode ser expresso por

$$C_k(Pg_k) = \frac{1}{2}a_k(Pg_k)^2 + b_kPg_k + c_k \quad (2.30)$$

sendo a_k , b_k e c_k coeficientes de custo que dependem das características da unidade. Portanto, o custo de geração de potência reativa na unidade k será:

$$C_k(Qg_k) = \frac{1}{2}a_k(Pg_k^M)^2 + b_kPg_k^M + c_k - \left\{ \frac{1}{2}a_k[Pg_k^{max}(Qg_k)]^2 + bPg_k^{max}(Qg_k) + c_k \right\} \quad (2.31)$$

Deve-se notar que, em algumas situações, Pg_k^M pode ser igual à máxima potência ativa que a máquina k pode fornecer (definida para $Qg_k = 0$). Em geral, entretanto, Pg_k^M será definida pelas condições de operação do sistema e pode ser obtida com o auxílio de um FPO que considere o limite máximo de geração de potência ativa independente da geração de reativos. Neste trabalho, Pg_k^M foi considerada igual à máxima potência que a máquina k pode gerar.

A curva de capacidade para uma máquina síncrona segundo a equação (2.27) é mostrada na Figura 2.9-a, na Figura 2.9-b, tem-se a função custo correspondente, obtida a partir da equação (2.31).

Os dados para a construção destas curvas são os seguintes [27]:

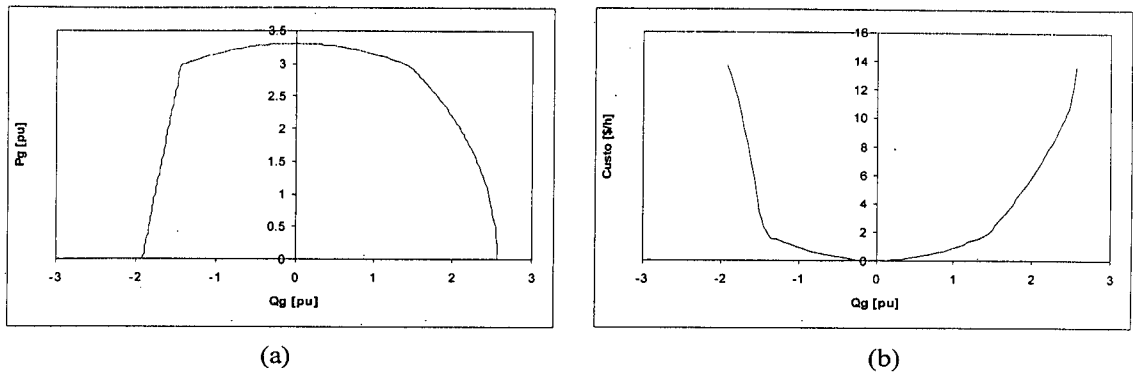


FIGURA 2.9: Curva de Capabilidade / Função Custo

$S =$	330 MVA=3.3 pu
$V =$	20 kV=1.0 pu
$SCR =$	0.58 pu
$X_s =$	0.5224 pu
$pf =$	0.9

$a =$	1.0 \$/(pu ² .h)
$b =$	2.5 \$/(pu.h)
$c =$	0

$$S_{base} = 100MVA$$

A potência ativa máxima Pg^M que este gerador pode gerar foi suposta igual a $3.3pu$, supondo que não geraria nenhuma potência reativa.

2.6 Proposta para Modelagem de um FPO

A função custo de geração de potência reativa pode ser adotada como critério de minimização de um problema FPO. Esta formulação do problema permite a análise da influência da curva de capacidade dos geradores na operação ótima do sistema de potência. Além disso, torna possível estudos econômicos relacionados com potência reativa tais como definição de custos incrementais de geração de potência reativa ou análise do “poder” que cada gerador possui no mercado de reativos. Uma vez que a importância da potência reativa é sentida principalmente em condições de elevado carregamento, o FPO reativo proposto

aqui é definido em termos de um parâmetro ε que modifica as cargas ativas e reativas do sistema. Desta forma o estudo pode ser feito em diferentes condições de carregamento. O FPO reativo parametrizado se escreve:

Minimizar:

$$C_i(Qg_i) = \sum_{i=1}^{ng} \left\{ \frac{1}{2} a_i (Pg_i^M)^2 + b_i Pg_i^M + c_i - \left[\frac{1}{2} a_i [Pg_i^{max}(Qg_i)]^2 + b Pg_i^{max}(Qg_i) + c_i \right] \right\} \quad (2.32)$$

sujeito a:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd}(\varepsilon) - \mathbf{P}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) = 0$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd}(\varepsilon) - \mathbf{Q}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) = 0$$

$$\mathbf{Pg}^{min} \leq \mathbf{Pg} \leq \mathbf{Pg}^{max}(\mathbf{Qg}) \quad (2.33)$$

$$\mathbf{Qg}^{min} \leq \mathbf{Qg} \leq \mathbf{Qg}^{max}$$

$$\mathbf{V}^{min} \leq \mathbf{V} \leq \mathbf{V}^{max}$$

onde,

- ng é o número de geradores do sistema;
- a_i, b_i, c_i são os coeficientes de custo quadrático, linear e independente associado ao gerador térmico k ;
- Pg_i^M é a potência ativa máxima que o gerador k pode gerar (dado de placa);
- \mathbf{Pg} é o vetor das potências ativas geradas;
- \mathbf{Pg}^{min} é o vetor dos limites mínimos das potências ativas geradas;
- $\mathbf{Pg}^{max}(\cdot)$ é a função vetorial dos limites máximos das potências ativas geradas;
- \mathbf{Qg} é o vetor das potências reativas geradas;
- \mathbf{Qg}^{min} é o vetor dos limites mínimos das potências reativas geradas;
- \mathbf{Qg}^{max} é o vetor dos limites máximos das potências reativas geradas;
- $\mathbf{Pd}(\varepsilon)$ é o vetor das potências ativas demandadas (parametrizada em ε);
- $\mathbf{Qd}(\varepsilon)$ é o vetor das potências reativas demandadas (parametrizada em ε);
- $\mathbf{P}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$ é o vetor das potências ativas injetadas nas barras do sistema;
- $\mathbf{Q}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$ é o vetor das potências reativas injetadas nas barras do sistema;
- \mathbf{V}^{min} é o vetor do limite mínimo das tensões em cada barra do sistema;
- \mathbf{V}^{max} é o vetor do limite máximo das tensões em cada barra do sistema.

As expressões $\mathbf{P}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$, $\mathbf{Q}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$ correspondem à forma polar das potências ativa

e reativa injetadas nas barras do sistema. Estas expressões são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) &= \sum_i^{nb} \sum_j^{nb} V_i Y_{ij} V_j \cos(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \\ \mathbf{Q}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) &= \sum_i^{nb} \sum_j^{nb} V_i Y_{ij} V_j \sin(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \end{aligned} \quad (2.34)$$

onde,

- V_i é a magnitude de tensão da barra i
- Y_{ij} é a magnitude da admitância entre a barra i e j
- θ_i é o ângulo correspondente à tensão V_i
- ψ_{ij} é o ângulo correspondente a admitância Y_{ij}

Note que a função custo (2.32) está minimizando a potência reativa que está sendo fornecida pelos geradores. Além disso, o limite superior de geração de potência ativa é descrito como uma função da potência reativa gerada com base na curva de capacidade da máquina síncrona.

A demanda do sistema é representado por $Pd_i(\varepsilon)$ e $Qd_i(\varepsilon)$ para a parte ativa e reativa, respectivamente. Estas expressões se encontram em função de um parâmetro ε , chamado de *parâmetro da carga*. Neste trabalho, supõe-se que as cargas ativas e reativas do sistema são lineares com ε , ou seja:

$$\begin{aligned} \mathbf{Pd}(\varepsilon) &= \mathbf{Pd}^o + \varepsilon * \Delta \mathbf{Pd} \\ \mathbf{Qd}(\varepsilon) &= \mathbf{Qd}^o + \varepsilon * \Delta \mathbf{Qd} \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde,

- \mathbf{Pd}^o é o vetor de cargas ativas iniciais;
- \mathbf{Qd}^o é o vetor de cargas reativas iniciais;
- $\Delta \mathbf{Pd}$ é o incremento da carga ativa;
- $\Delta \mathbf{Qd}$ é o incremento da carga reativa.

A equação (2.35) pode ainda ser expressa:

$$\begin{aligned} \mathbf{Pd}(\varepsilon) &= \mathbf{Pd}^o + \varepsilon * (k_c * \mathbf{Pd}^o) \\ \mathbf{Qd}(\varepsilon) &= \mathbf{Qd}^o + \varepsilon * (k_c * \mathbf{Qd}^o) \end{aligned} \quad (2.36)$$

onde k_c é uma constante que representa a porcentagem no acréscimo da carga ou direção de acréscimo da carga, em p.u., com $\Delta \mathbf{Pd} = k_c * \mathbf{Pd}^o$ e $\Delta \mathbf{Qd} = k_c * \mathbf{Qd}^o$.

O fato de se considerar as cargas lineares em ε leva a uma simplificação do método de solução. Entretanto, pode-se ter $\mathbf{Pd}(\varepsilon)$ e $\mathbf{Qd}(\varepsilon)$ genéricos.

2.7 Considerações Finais

De forma mais rigorosa, o custo de oportunidade perdida é expresso como [3]:

$$C_k(Qg_k) = \int_0^{Qg} CI[Pg_k^{max}(Qg_k)] \cdot S[Pg_k^{max}(Qg_k)] dQg_k \quad (2.37)$$

sendo,

$CI(Pg)$ o custo incremental de geração de potência ativa;

$S(Pg)$ uma função obtida através de dados históricos que descreve a probabilidade de se vender um total de Pg megawatts.

A função adotada neste trabalho constitui uma simplificação da equação (2.37).

Nela, $S(Pg)$ é suposto constante e igual para todos os níveis de Pg .

CAPÍTULO 3

Método de Solução do FPO

Reativo

3.1 Introdução

Na determinação de um ponto de operação dos sistemas elétricos, as várias restrições impostas pelas características físicas de seu comportamento devem ser levadas em conta. Estas restrições são expressas em termos das variáveis de decisão (variáveis de controle ou dependentes) e quantidades que não podem ser usualmente controladas, chamadas de *parâmetros*, tais como: impedâncias de linhas e transformadores, carga do sistema, limites de operação, entre outros. Os parâmetros determinam o comportamento do sistema ou, dito de outra maneira, o comportamento das variáveis de decisão.

Em várias situações, é de grande interesse estudar o comportamento das variáveis de decisão de um sistema sob variações em um ou mais de seus parâmetros (por exemplo, o

comportamento das variáveis presentes no problema FPO sob variações na demanda sendo atendida). O estudo do comportamento de problemas de otimização para variações em seus parâmetros é feito através de Técnicas de Otimização Paramétrica [21].

A otimização paramétrica baseia-se na definição e propriedades da função Homotopia $HO(x, \varepsilon)$, e os métodos empregados para acompanhar esta função são chamados de *métodos da homotopia* (ou homeotópicos) ou ainda *métodos da continuação*[21]. Neste trabalho, um método da continuação será usado para analisar o comportamento da solução do FPO reativo para variações em um único parâmetro, ε .

O método da continuação adotado aqui consiste de duas etapas. A primeira etapa faz uma estimativa dos novos valores das variáveis do problema para um incremento em ε . Esta etapa é chamada de *Preditor*. A segunda etapa do método usa os valores estimados anteriormente para obter o ponto ótimo de operação do sistema, definido para um novo valor ε . Esta etapa é conhecida como *Corretor* e é feita neste trabalho através de um método de Pontos Interiores.

Neste capítulo é apresentado o problema FPO parametrizado e descrito o método adotado para sua solução.

3.2 Fluxo de Potência Ótimo Reativo Parametrizado (FPORP)

O problema de FPO formulado no capítulo anterior pode ser representado como:

$$\text{minimizar : } f(\mathbf{x}) \quad (3.1)$$

$$\text{sujeito a : } \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) = 0 \quad (3.2)$$

$$\mathbf{h}^{\min} \leq \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) \leq \mathbf{h}^{\max} \quad (3.3)$$

com \mathbf{x} sendo o vetor das variáveis de decisão, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^q$, $\mathbf{x} \triangleq [\boldsymbol{\theta}^T, \mathbf{v}^T, \mathbf{Pg}^T, \mathbf{Qg}]^T$ e onde,

- $\boldsymbol{\theta}$ é o vetor contendo o ângulo de cada barra, $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{nb}$;
- \mathbf{v} é o vetor contendo as tensões de cada barra, $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{nb}$;
- \mathbf{Pg} é o vetor contendo a potência ativa gerada para o sistema, $\mathbf{Pg} \in \mathbb{R}^{ng}$;
- \mathbf{Qg} é o vetor contendo a potência reativa gerada para o sistema, $\mathbf{Qg} \in \mathbb{R}^{ng}$;
- $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo, custo de oportunidade perdida, $f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$;
- ε é o parâmetro que define a carga ativa e reativa do sistema, $\varepsilon \in \mathbb{R}$.

A equação (3.2) é o conjunto das restrições de igualdade correspondente ao balanço de potência ativa e reativa para todas as barras do sistema, $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) \in \mathbb{R}^m$. A equação (3.3) é o conjunto restrições de desigualdade correspondente às restrições operacionais do sistema com seus limites mínimos e máximos $(\mathbf{h}^{min}, \mathbf{h}^{max})$, $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) \in \mathbb{R}^p$.

O problema anterior pode ser transformado em um problema com apenas restrições de igualdade através da introdução de um vetor de variáveis de folga $\mathbf{s} \geq 0$, nas restrições (3.3). No novo problema, a restrição de não-negatividade de \mathbf{s} é assegurada através da introdução de uma função barreira logarítmica em (3.1). O problema modificado pode então ser escrito:

$$\text{minimizar } f(\mathbf{x}) - \mu [\sum_i \ln(s_i^{min}) + \sum_i \ln(s_i^{max})] \quad (3.4)$$

$$\text{sujeito a : } \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) = 0 \quad (3.5)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) - \mathbf{s}^{min} - \mathbf{h}^{min} = 0 \quad (3.6)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) + \mathbf{s}^{max} - \mathbf{h}^{max} = 0 \quad (3.7)$$

onde,

μ é um parâmetro associado à barreira logarítmica, $\mu \in \mathbb{R}^+$;

\mathbf{s} é o vetor das variáveis de folga, $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^p$.

O problema (3.4)-(3.7), para um dado valor de ε , é resolvido neste trabalho através de um método Primal-Dual de Pontos Interiores [28]. No processo iterativo, μ assume

valor decrescente e tende a zero na solução final do problema, transformando o problema modificado no problema original.

A função Lagrangeana correspondente ao problema anterior é a seguinte:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{s}^{min}, \mathbf{s}^{max}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{min}, \boldsymbol{\pi}^{max}) = & f(\mathbf{x}) - \mu [\sum_i \ln(s_i^{min}) + \sum_i \ln(s_i^{max})] - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) \dots \\ & - (\boldsymbol{\pi}^{min})^T [\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) - \mathbf{s}^{min} - \mathbf{h}^{min}] - (\boldsymbol{\pi}^{max})^T [\mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) + \mathbf{s}^{max} - \mathbf{h}^{max}] \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde,

$\boldsymbol{\lambda}$ é o vetor dos multiplicadores de Lagrange associado as restrições de igualdade (3.5), $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^m$;

$\boldsymbol{\pi}^{min}$ é o vetor dos multiplicadores de Lagrange associado as restrições de desigualdade para o limite mínimo (3.6), $\boldsymbol{\pi}^{min} \in \mathbb{R}^p$;

$\boldsymbol{\pi}^{max}$ é o vetor dos multiplicadores de Lagrange associado as restrições de desigualdade para o limite máximo (3.7), $\boldsymbol{\pi}^{max} \in \mathbb{R}^p$.

A caracterização de uma solução ótima para o problema é feita pelas condições necessárias de primeira ordem e pelas condições de suficiência de segunda ordem. Sendo assim, \mathbf{x} é uma solução ótima local do problema para um dado ε [29],

- i) somente se as condições necessárias de otimalidade de primeira ordem, ou condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) do problema (3.4)-(3.7), são satisfeitas para $\forall \boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\pi}^{min} \geq \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\pi}^{max} \leq \mathbf{0}$, $\mathbf{s}^{min} \geq \mathbf{0}$ e $\mathbf{s}^{max} \geq \mathbf{0}$:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \left[\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \boldsymbol{\lambda} - \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \right]^T (\boldsymbol{\pi}^{min} + \boldsymbol{\pi}^{max}) = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{s}^{min}} = \mu (\mathbf{S}^{min})^{-1} \mathbf{e} - \boldsymbol{\pi}^{min} \Rightarrow \mu \mathbf{e} - \mathbf{S}^{min} \boldsymbol{\pi}^{min} = 0 \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{s}^{max}} = \mu (\mathbf{S}^{max})^{-1} \mathbf{e} + \boldsymbol{\pi}^{max} \Rightarrow \mu \mathbf{e} + \mathbf{S}^{max} \boldsymbol{\pi}^{max} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = -\mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\pi}^{min}} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) - \mathbf{s}^{min} - \mathbf{h}^{min} = 0 \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \boldsymbol{\pi}^{max}} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) + \mathbf{s}^{max} - \mathbf{h}^{max} = 0 \quad (3.14)$$

onde S^{min}, S^{max} são matrizes diagonais em $\mathbb{R}^{p \times p}$ compostas pelos elementos dos vetores s^{min} e s^{max} , respectivamente, e e , é um vetor unitário com $e \in \mathbb{R}^p$.

ii) se a derivada de segunda ordem do Lagrangeano em relação a x e s ou seja, a matriz

Hessiana

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 (\lambda^T g(x, \varepsilon))}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 [(\pi^{min})^T h(x, \varepsilon)]}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 [(\pi^{max})^T h(x, \varepsilon)]}{\partial x^2}, & 0 & 0 \\ 0, & \mu (S^{min})^{-2} & 0 \\ 0, & 0 & \mu (S^{max})^{-2} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

for definida positiva no espaço nulo do Jacobiano das restrições.

A resolução do problema FPORP será acompanhada para valores crescentes de ε através do acompanhamento das trajetórias criadas pelas soluções do sistema (3.9)-(3.14) definida para diferentes valores do parâmetro do modelo. Dessa forma, o sistema (3.9)-(3.14) constitui a função homotopia a ser acompanhada pelo método da continuação. A seguir, este método é descrito com maiores detalhes.

3.3 Método da Continuação

O *método da continuação* é uma ferramenta numérica útil para gerar conjuntos de soluções de equações algébricas não lineares parametrizadas. Várias implementações deste método têm sido relatadas na literatura, resultantes da sua aplicação com sucesso em uma variedade de problemas de engenharia [30]. Para gerar as soluções do sistema de equações não lineares, uma das possíveis implementações do *método da continuação* emprega um esquema de predição-correção. Isto é, numa primeira etapa uma solução é estimada com

base num modelo linearizado, e, posteriormente, resolve-se o referido sistema dentro de uma precisão estipulada a partir da solução estimada. Neste caso, os elementos básicos que constituem o *método da continuação* são: a parametrização, a predição, a correção e o controle da magnitude do passo. Uma explicação mais rigorosa do *método da continuação* é apresentada a seguir.

Consideremos o sistema de equações não-lineares (3.9)-(3.14) agrupado na seguinte expressão:

$$\rho(\mathbf{z}, \varepsilon) = 0 \quad (3.16)$$

onde \mathbf{z} é um vetor n -dimensional, $\mathbf{z} \triangleq [\mathbf{x}^T, (\mathbf{s}^{\min})^T, (\mathbf{s}^{\max})^T, \boldsymbol{\lambda}^T, (\boldsymbol{\pi}^{\min})^T, (\boldsymbol{\pi}^{\max})^T]^T$

Supõe-se que a equação (3.16) possui pelo menos uma solução para cada valor de ε . No caso mais geral, por causa da sua não linearidade, tem-se a existência de uma infinidade de soluções, algumas das quais utilizadas para compor as chamadas *curvas de solução* deste sistema, formadas pela variação de ε . Com relação a este aspecto, o teorema da Função Implícita [30] estabelece que a trajetória formada pela solução de (3.16) para diferentes valores de ε é contínua e diferenciável em \mathbf{z} e ε , se a condição

$$\text{posto} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{z}}, \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon} \right) = n \quad (3.17)$$

é satisfeita. Isto significa que a matriz $\left(\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{z}}, \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon} \right)$ deve possuir posto completo. Se a condição (3.17) é satisfeita em todo o intervalo de variação de ε , a existência de uma curva de soluções para o sistema não linear continua e diferenciável é garantida.

Para aplicar o Método da Continuação, considere-se que pelo menos uma solução da equação (3.16) possa ser obtida de forma trivial. Seja esta primeira solução da trajetória a ser determinada, denotada por $(\mathbf{z}^1, \varepsilon^1)$. O objetivo da “continuação” é rastrear a trajetória

$\mathbf{z}(\varepsilon)$ desde a solução inicial considerada até um ponto limite. Assim, de forma genérica, no j -ésimo passo deste método parte-se de uma solução $(\mathbf{z}^j, \varepsilon^j)$ da equação (3.16) e calcula-se a solução \mathbf{z}^{j+1} ou solução corrigida, para um novo valor de ε , denotado ε^{j+1}

$$(\mathbf{z}^j, \varepsilon^j) \rightarrow (\mathbf{z}^{j+1}, \varepsilon^{j+1})$$

O procedimento para a obtenção da nova solução, correspondente ao passo $j + 1$, a partir da solução relativa ao passo j , pode ser dividido em duas etapas básicas, chamadas *Predição e Correção*. Este procedimento é sintetizado como:

$$(\mathbf{z}^j, \varepsilon^j) \xrightarrow{\text{predição}} (\mathbf{z}^p, \varepsilon^p) \xrightarrow{\text{correção}} (\mathbf{z}^{j+1}, \varepsilon^{j+1})$$

A Figura 3.1 apresenta a ilustração gráfica do procedimento baseado nas etapas de predição e correção. No ponto $(\mathbf{z}^j, \varepsilon^j)$ é feita uma linearização de (3.16), a partir da qual é estimada a solução $(\mathbf{z}^p, \varepsilon^p)$. A forma de predição mostrada nesta figura é baseada no vetor tangente à curva no ponto onde é feita a linearização. O ponto estimado nesta direção, denominado “predito”, não é uma solução de $\rho(\mathbf{z}, \varepsilon) = 0$, constituindo apenas uma aproximação da solução. A distância entre as soluções exata inicial $(\mathbf{z}^j, \varepsilon^j)$ e estimada ou predita $(\mathbf{z}^p, \varepsilon^p)$ é chamada comprimento, magnitude ou tamanho do passo. A facilidade com que a nova solução exata é determinada depende desta distância. Ou seja, quanto maior for a magnitude do passo, mais distantes se situarão as soluções corrigida (exata) e predita (aproximada). A predição permite gerar um ponto inicial a ser utilizado na etapa subsequente, denominada etapa de correção, onde então é determinada a solução exata do conjunto de equações não lineares (3.16) dentro de uma tolerância pré-especificada. A obtenção da solução corrigida pode ser interpretada como a solução convencional das equações não lineares correspondente a um novo valor do parâmetro ε . Isto é, corrigir a solução aproximada

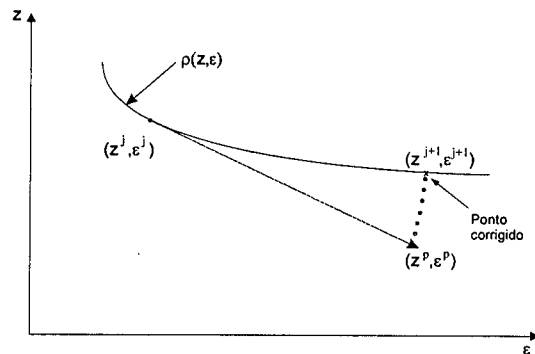


FIGURA 3.1: Método Preditor-Corretor

significa determinar um ponto no lugar geométrico das soluções exatas de $\rho(\mathbf{z}, \varepsilon)$, ou ainda, retornar à curva de soluções, partindo do ponto obtido na etapa de predição. A trajetória da solução predita à solução corrigida depende de como o sistema de equações não lineares é resolvido a partir de $(\mathbf{z}^p, \varepsilon^p)$. Como se trata de um sistema com um número de incógnitas maior do que o de equações (subdeterminado), tem-se a liberdade de arbitrar a direção da correção, através da inclusão de uma equação adicional relacionando \mathbf{z} e ε . A distância entre duas soluções consecutivas $(\mathbf{z}^j, \varepsilon^j)$ e $(\mathbf{z}^{j+1}, \varepsilon^{j+1})$, inicial e corrigida, é função da estratégia de resolução utilizada. A seleção desta influência consideravelmente tanto a eficiência como a confiabilidade do processo de determinação da solução corrigida.

3.3.1 Preditor

O preditor visa estimar uma solução aproximada que facilite a determinação da solução exata. Conforme mostrado na Figura 3.1, no j -ésimo passo do processo iterativo, ao qual corresponde a j -ésima solução da equação (3.16), $(\mathbf{z}^j, \varepsilon^j)$, o preditor estima um valor para a solução exata $(\mathbf{z}^{j+1}, \varepsilon^{j+1})$. A qualidade da precisão do ponto predito afeta

significativamente o processo iterativo da fase de correção para se obter uma solução exata. Uma solução aproximada de melhor qualidade requer poucas iterações na fase da correção para alcançar a solução exata. Existem diferentes métodos de preditores na literatura [30]. Neste trabalho foi utilizado o chamado *Preditor Tangente* que será descrito a seguir.

Seja:

$$\rho(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) = 0 \quad (3.18)$$

onde \mathbf{z}^k é a solução para o sistema (3.16) para $\varepsilon = \varepsilon^k$. Se ε^k é incrementado em $\Delta\varepsilon^k$, uma predição para a solução de $\rho(\mathbf{z}, \varepsilon^k + \Delta\varepsilon^k)$, $(\mathbf{z}^p, \varepsilon^p)$ pode ser obtida tomando-se um passo de tamanho apropriado na direção do vetor tangente. Fazendo-se uma aproximação linear de ρ em torno do ponto $(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k)$, a alteração em \mathbf{z}^k , $\Delta\mathbf{z}^k$, provocada por um incremento em $\varepsilon^k, \Delta\varepsilon^k$, deve ser tal que

$$\rho(\mathbf{z}^p, \varepsilon^p) = \rho(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) + \left[\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k), \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) \right] \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{z}^k \\ \Delta\varepsilon^k \end{bmatrix} = 0 \quad (3.19)$$

para que o novo ponto satisfaça $\rho(\cdot)$.

Em (3.19), a matriz $\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k)$ é

$$\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) = W_1(\mathbf{z}, \varepsilon) = \begin{bmatrix} H'(\mathbf{z}, \varepsilon) & J_1^T(\mathbf{x}, \mathbf{s}^{min}, \mathbf{s}^{max}, \varepsilon) \\ J(\mathbf{x}, \varepsilon) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

onde,

$$H'(\mathbf{z}, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2} - \frac{\partial^2(\lambda^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon))}{\partial \mathbf{x}^2} - \frac{\partial^2(\pi^T \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon))}{\partial \mathbf{x}^2}, & 0, & 0 \\ 0, & -\Pi^{min} & 0 \\ 0, & 0, & \Pi^{max} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$J_1^T(\mathbf{x}, \mathbf{s}^{min}, \mathbf{s}^{max}, \varepsilon) = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} & -\frac{\partial^T \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} & -\frac{\partial^T \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \\ 0 & -S^{min} & 0 \\ 0 & 0 & S^{max} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$J(\mathbf{x}, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} & 0 & 0 \\ \frac{\partial^T \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} & -1 & 0 \\ \frac{\partial^T \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

sendo, Π^{min} e Π^{max} matrizes diagonais em $\mathbb{R}^{p \times p}$ compostas pelos elementos dos vetores $\boldsymbol{\pi}^{min}$ e $\boldsymbol{\pi}^{max}$, respectivamente.

Por outro lado, $\frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k)$ é escrita (uma vez que tanto $\mathbf{g}(\cdot)$ como $\mathbf{h}(\cdot)$ são lineares em ε):

$$\frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) = \left[0, 0, 0, \frac{\partial^T \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \varepsilon}, \frac{\partial^T \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \varepsilon}, \frac{\partial^T \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right]^T \quad (3.24)$$

onde as derivadas de \mathbf{g} e \mathbf{h} em relação a ε são expressas por vetores constantes, iguais a $(k_c * \mathbf{P}\mathbf{d}^o)$ e $(k_c * \mathbf{Q}\mathbf{d}^o)$ multiplicados por $d\varepsilon$ (ver expressão (2.36)).

Já que em (3.19) $\rho(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) = 0$, vetor tangente $[(\Delta \mathbf{z}^k)^T, \Delta \varepsilon^k]^T$ é obtido resolvendo-se:

$$\left[\frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k), \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) \right] \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z}^k \\ \Delta \varepsilon^k \end{bmatrix} = 0 \quad (3.25)$$

O sistema acima possui mais incógnitas do que equações. Diferentes procedimentos podem ser adotados para a sua resolução [30], [18]. Neste trabalho, optou-se por resolver (3.25) impondo-se um valor diferente de zero para uma das componentes do vetor tangente.

Chamando de \mathbf{t}^k o vetor tangente, pode-se então arbitrar

$$\mathbf{t}^k = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{z}^k \\ \Delta \varepsilon^k \end{bmatrix}, \mathbf{t}_i^k = \eta \quad (3.26)$$

A escolha do η corresponderá a algum critério específico; este critério será visto mais adiante.

Desta forma, (3.25) se modifica para

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{z}}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) & , & \frac{\partial \rho}{\partial \varepsilon}(\mathbf{z}^k, \varepsilon^k) \\ & & \mathbf{e}_i^c \end{bmatrix} [\mathbf{t}^k] = \begin{bmatrix} 0 \\ \eta \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

onde \mathbf{e}_i^c é um vetor de dimensão $n + 1$ com todos os elementos nulos exceto o elemento da i -ésima posição que é igual a 1. A i -ésima posição do vetor \mathbf{e}^c corresponde àquela variável que terá um incremento pré-especificado e será fixada na etapa de correção. Desta forma, tal variável se torna, sob o ponto de vista matemático, um parâmetro que será definido neste trabalho como *parâmetro da continuação*.

O vetor \mathbf{t}^k é a direção de incremento de $\mathbf{y}^k \triangleq [(\mathbf{z}^k)^T, \varepsilon^k]^T$.

Uma vez que o sistema $\rho(\mathbf{z}, \varepsilon) = 0$ deve ser resolvido para $\mathbf{s}^{min} \geq 0$, $\mathbf{s}^{max} \geq 0$, $\pi^{min} \geq 0$ e $\pi^{max} \leq 0$, fatores de multiplicação devem ser associados a \mathbf{t}^k para se fazer a correção em \mathbf{y}^k . Tais fatores, α_p e α_d , são obtidos separadamente para as variáveis primais $(\mathbf{x}, \mathbf{s}^{min}, \mathbf{s}^{max})$ e duais (π^{min}, π^{max}) . Os fatores α_p e α_d determinam o comprimento dos passos nos espaços Primal e Dual, respectivamente, e são obtidos a partir das seguintes expressões:

$$\mathbf{s}^{min} = \mathbf{s}^{min} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{s}^{min} \geq 0 \quad (3.28)$$

$$\mathbf{s}^{max} = \mathbf{s}^{max} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{s}^{max} \geq 0$$

$$\pi^{min} = \pi^{min} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \pi^{min} \geq 0 \quad (3.29)$$

$$\pi^{max} = \pi^{max} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \pi^{max} \leq 0$$

onde σ é uma constante que garante a interioridade da nova solução. Neste trabalho σ foi fixado em 0.995.

Assim, a partir das expressões (3.28) e (3.29), pode-se obter [28]:

$$\alpha_p = \min \left[\min_{\Delta s^{min} < 0} \left(-\frac{s^{min}}{\Delta s^{min}} \right), \min_{\Delta s^{max} < 0} \left(-\frac{s^{max}}{\Delta s^{max}} \right), 1.0 \right] \quad (3.30)$$

$$\alpha_d = \min \left[\min_{\Delta \pi^{min} < 0} \left(-\frac{\pi^{min}}{\Delta \pi^{min}} \right), \min_{\Delta \pi^{max} > 0} \left(-\frac{\pi^{max}}{\Delta \pi^{max}} \right), 1.0 \right] \quad (3.31)$$

A nova aproximação para a solução ótima (o ponto predito y^p) pode então ser obtida como:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{x} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{x} \\ s^{min} &= s^{min} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta s^{min} \\ s^{max} &= s^{max} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta s^{max} \\ \lambda &= \lambda + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \lambda \\ \pi^{min} &= \pi^{min} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \pi^{min} \\ \pi^{max} &= \pi^{max} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \pi^{max} \\ \varepsilon &= \varepsilon + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \varepsilon \end{aligned} \quad (3.32)$$

3.3.2 Corretor

O valor incrementado de ε define um novo problema FPO que pode ser resolvido tomando, como estimativa inicial, o ponto predito. Uma vez que tal ponto foi obtido respeitando-se estritamente as restrições de desigualdade existentes nas condições de KKT (isto é, $s^{min} > 0, s^{max} > 0, \pi^{min} > 0, \pi^{max} < 0$), ele é um ponto interior ao conjunto ativo,

podendo ser usado como ponto de partida de um algoritmo de otimização baseado num método de Pontos Interiores.

A etapa de correção resolve as condições de otimalidade acrescidas de uma nova equação, tornando-se

$$\begin{bmatrix} \rho(\mathbf{y}) \\ \mathbf{y}_i - \eta \end{bmatrix} = 0 \quad (3.33)$$

onde, \mathbf{y}_i é a variável a ser especificada igual a η .

A solução do sistema (3.33) é feita pelo método de Newton. O desenvolvimento é mostrado a seguir.

O sistema (3.33) pode ser escrito de forma compacta como:

$$\rho_1(\mathbf{y}) = 0 \quad (3.34)$$

O método de Newton consiste em obter incremento nas variável \mathbf{y} a partir da aproximação linear de $\rho_1(\cdot)$. Dado um ponto inicial, \mathbf{y}^* , para o qual $\rho_1(\mathbf{y}^*) \neq 0$, um incremento em \mathbf{y}^* , $\Delta\mathbf{y}$, pode ser obtido resolvendo-se

$$\rho_1(\mathbf{y}^* + \Delta\mathbf{y}) = \rho_1(\mathbf{y}^*) + \left. \frac{\partial \rho_1}{\partial \mathbf{y}} \right|_{\mathbf{y}^*} \cdot \Delta\mathbf{y} = 0 \quad (3.35)$$

ou ainda:

$$\left[\left. \frac{\partial \rho_1}{\partial \mathbf{y}} \right|_{\mathbf{y}^*} \right] \cdot \Delta\mathbf{y} = -\rho_1(\mathbf{y}^*) \quad (3.36)$$

Uma vez que $\Delta\mathbf{y}$ é obtido por uma aproximação linear, o processo deve ser repetido até que $\|\rho_1(\mathbf{y})\|_\infty$ seja menor do que uma tolerância pré-especificada.

Em termos das variáveis $\mathbf{x}, \mathbf{s}^{min}, \mathbf{s}^{max}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{min}, \boldsymbol{\pi}^{max}$ e do parâmetro ε , a expressão (3.36) pode ser escrita como:

$$W(\cdot) \Delta \mathbf{x} - \left[\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \right]^T \Delta \boldsymbol{\lambda} - \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \right]^T (\Delta \boldsymbol{\pi}^{min} + \Delta \boldsymbol{\pi}^{max}) = -\zeta \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} = -\mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) \quad (3.38)$$

$$-S^{min} \Delta \boldsymbol{\pi}^{min} - \Pi^{min} \Delta \mathbf{s}^{min} = -\mathbf{v}^{min} \quad (3.39)$$

$$S^{max} \Delta \boldsymbol{\pi}^{max} + \Pi^{max} \Delta \mathbf{s}^{max} = -\mathbf{v}^{max} \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} - \Delta \mathbf{s}^{min} = -\boldsymbol{\rho}^{min} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{s}^{max} = -\boldsymbol{\rho}^{max} \quad (3.42)$$

$$\Delta \mathbf{y}_i = 0 \quad (3.43)$$

onde,

$$W(\cdot) = W(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{min}, \boldsymbol{\pi}^{max}, \varepsilon) \equiv \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2} - \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial^2 g_i(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}^2} - \sum_{j=1}^p (\pi_j^{min} + \pi_j^{max}) \frac{\partial^2 h_j(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}^2} \quad (3.44)$$

e $\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^2}$, $\frac{\partial^2 g_i(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}^2}$, $\frac{\partial^2 h_j(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}^2}$ são as matrizes Hessianas para $f(\mathbf{x})$, $g_i(\mathbf{x}, \varepsilon)$, $h_j(\mathbf{x}, \varepsilon)$, respectivamente. Além disso,

$$\zeta = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}} \quad (3.45)$$

$$\mathbf{v}^{min} = \boldsymbol{\mu} \mathbf{e} - S^{min} \boldsymbol{\pi}^{min} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{v}^{max} = \boldsymbol{\mu} \mathbf{e} + S^{max} \boldsymbol{\pi}^{max} \quad (3.47)$$

$$\boldsymbol{\rho}^{min} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) - \mathbf{s}^{min} - \mathbf{h}^{min} \quad (3.48)$$

$$\boldsymbol{\rho}^{max} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) + \mathbf{s}^{max} - \mathbf{h}^{max} \quad (3.49)$$

De forma compacta, o sistema (3.37)-(3.49) pode ser representado:

$$[W_sist] \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s^{min}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s^{max}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi^{min}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \pi^{max}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \zeta \\ \mu e - S^{min} \pi^{min} \\ \mu e + S^{max} \pi^{max} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) - s^{min} - \mathbf{h}^{min} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon) + s^{max} - \mathbf{h}^{max} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

onde,

$$[W_sist] = \begin{bmatrix} W & 0 & 0 & -\left[\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}}\right]^T & -\left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}}\right]^T & -\left[\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}}\right]^T & 0 \\ 0 & -\Pi^{min} & 0 & 0 & -S^{min} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Pi^{max} & 0 & 0 & S^{max} & 0 \\ \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} & -I_n & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \mathbf{x}} & 0 & I_n & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \\ & & & \mathbf{e}_i^c & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

com I sendo matriz identidade.

Resolvendo o sistema (3.50) obtém-se o incremento a ser dado em \mathbf{y} com base na linearização das equações presentes nas condições de KKT. Novamente deve-se garantir que a solução do sistema (3.50) respeite os limites impostos nas variáveis de folga e multiplicadores de Lagrange. Portanto, fatores de multiplicação α_p e α_d são calculados de acordo as expressões (3.30) e (3.31) a fim de atualizar as variáveis primais e duais e determinar o

ponto corrigido, \mathbf{y}^c .

O último passo dentro da iteração do corretor é atualizar o valor do parâmetro barreira μ . O cálculo deste parâmetro é baseado no decréscimo previsto no “gap” de dualidade de um problema linear [31].

Com os valores atualizados de \mathbf{s}^{min} , \mathbf{s}^{max} , $\boldsymbol{\pi}^{min}$, $\boldsymbol{\pi}^{max}$, o novo valor μ é calculado como:

$$\mu = \frac{(\mathbf{s}^{min})^T \cdot \boldsymbol{\pi}^{min} - (\mathbf{s}^{max})^T \cdot \boldsymbol{\pi}^{max}}{2n_d\beta} \quad (3.52)$$

onde, n_d é o número de variáveis de decisão que possuem limites, acrescido do número de restrições operacionais, e β é um fator que controla a rapidez com que o parâmetro barreira decresce.

O numerador da expressão (3.52) corresponde ao gap de complementaridade do problema (3.8).

O sistema (3.50) é resolvido iterativamente até que um critério de convergência seja satisfeito. Na solução, o valor das condições de otimalidade (3.9)-(3.14) e o gap de dualidade (3.52) devem tender a zero [28]. Portanto, os critérios de convergência mais usuais são:

- $\mu < tol$;
- A norma infinita do gradiente da função Lagrangeana:

$$\left\| \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{y}} \right\|_{\infty} < tol \quad (3.53)$$

sendo tol uma tolerância pré-especificada.

Adotou-se neste trabalho o critério de convergência expresso em (3.53).

O passo corretor, portanto, consiste basicamente na resolução de um problema

de otimização, cujas condições de otimalidade são expressas pelo método Primal-Dual de Pontos Interiores. O algoritmo básico deste procedimento é o seguinte:

- Passo 0* : Obter uma estimativa inicial da solução (ver seção 3.4)
Passo 1 : Cálculo das derivadas presentes no gradiente da função Lagrangeana e na matriz $W_{\text{ sist}}$
Passo 2 : Calcule o gradiente da função Lagrangeana estendida (3.8)
Passo 3 : Teste o critério de convergência (3.53):
- Caso o critério seja satisfeito, a solução ótima foi encontrada. Fim.
 - Caso contrario, vá para o *Passo 3*
- Passo 4* : Calcule a matriz $W_{\text{ sist}}$ (3.51)
Passo 5 : Resolva o sistema linear (3.50)
Passo 6 : Determine o comprimento do passo nos espaços primal e dual (3.30) e (3.31)
Passo 7 : Atualizar todas as variáveis (3.32)
Passo 8 : Calcule o novo valor do parametro barreira μ (3.52) e retorne ao *Passo 1*

Devido à forma da curva de capacidade, o *Passo 1* do algoritmo depende de testes que verificam em qual faixa se encontra a potência reativa que esta sendo gerada.

Este passo pode ser resumido pelas seguintes etapas:

- Passo 1.1* Verificar a qual faixa pertence o valor atual de Qg
Passo 1.2 De acordo com a faixa, calcula-se $Pg_i^{\text{max}}(Qg_i)$ (expressão (2.27)) e as derivadas desta função

3.4 Processo de Inicialização

O *Passo 0* é importante para inicializar o algoritmo FPO usado na obtenção do ponto ótimo de operação do sistema para a demanda inicial. Durante o acompanhamento da trajetória da solução ótima para variação em ϵ , a estimativa inicial para o algoritmo de Pontos Interiores é obtida pelo preditor.

O método de Pontos Interiores é geralmente um método bastante robusto com relação ao processo de inicialização; a única exigência que se faz é que as variáveis de decisão sejam inicializadas dentro de seus limites.

Neste trabalho, os valores iniciais das variáveis de decisão \mathbf{x} foram feitas iguais à média entre seus limites mínimos e máximos. Posteriormente, foram calculadas as variáveis s^{min} e s^{max} a partir das expressões (3.13) e (3.14). Por último, considerando um valor inicial positivo para o parâmetro de barreira μ , foram calculadas as variáveis π^{min} e π^{max} a partir das equações (3.10) e (3.11) [19].

3.5 O Parâmetro da Continuação

O ponto crucial no esquema Preditor-Corretor é a escolha da variável y_i que irá ser fixada durante a iteração corrente de predição/correção (ou seja, a variável que será tratada como parâmetro da continuação). Existem várias formas de se proceder à escolha do índice i [30], [18]. Neste trabalho, inicialmente o índice i corresponde ao parâmetro ε e o incremento em ε (η) é pré-especificado.

A medida que ε é incrementado, a escolha do parâmetro da continuação deve ser feita na etapa da predição de acordo com um critério pré-estabelecido. O vetor \mathbf{t}^k contém todos os incrementos das variáveis na etapa da predição, portanto o índice i da componente de \mathbf{y} a ser tratada como parâmetro pode ser determinado usando-se as informações contidas em \mathbf{t}^k . Uma forma de assegurar a boa convergência do método de Newton em regiões de elevado carregamento consiste em controlar as variações das componentes de \mathbf{y} devidas aos incrementos em ε . Este controle é desejável porque na vizinhança do limite de factibilidade do FPO ocorrem grandes alterações nas variáveis de decisão e multiplicadores de Lagrange associados ao FPO [22] que podem levar a um ponto predito muito distante da função $\rho_1(\cdot)$, dificultando a convergência do algoritmo de Pontos Interiores. Com base nesta observação,

o critério usado para a definição do parâmetro de continuação é definido pelo máximo valor absoluto normalizado dado por:

$$i : \max \left(\left| \frac{\Delta \mathbf{t}_j^k}{\mathbf{t}_j^k} \right|, j = 1, \dots, n + 1 \right) \quad (3.54)$$

Assim, o valor de η está associado ao índice i e é determinado pelo valor no vetor \mathbf{t}^k correspondente à posição do i .

3.6 Critério de Parada do Método da Continuação

A medida em que o parâmetro da carga, ε , se aproxima de seu valor máximo, ε^* (ponto de máximo carregamento), a matriz Jacobiana J da equação (3.20) passa a ter posto incompleto e, como consequência, a matriz W_1 se torna singular. Neste caso, pelo menos um dos multiplicadores de Lagrange tende a infinito. O conjunto factível se torna vazio localmente após o ponto crítico, caracterizando a *perda de factibilidade local*. Na vizinhança deste ponto, as trajetórias ótimas $\mathbf{z}(\varepsilon)$ podem ser aproximadas por parábolas [21]. Desta forma, a aproximação do limite de factibilidade do FPORP é indicada pela deterioração do condicionamento de W_1 e pelo crescimento abrupto dos multiplicadores de Lagrange do problema. Estas informações podem ser usadas pelo programa computacional implementado para indicar o ponto de máximo carregamento. Ou seja, o programa indica que o máximo carregamento local foi atingido caso o número de iterações do corretor for maior do que um número máximo permitido, e caso os valores absolutos das componentes do vetor \mathbf{t} dado pela expressão (3.26) associados aos multiplicadores de Lagrange assumam valores maiores do que um limite pré-especificado.

3.7 O Algoritmo Preditor-Corretor

O algoritmo para o método da Continuação pode ser resumido pelos seguintes passos:

- Passo 0* : Inicialize variáveis (ver seção 3.4).
- Passo 1* : Executar FPO para se achar o ponto ótimo inicial \mathbf{z}^* .
Etapa de Predição
- Passo 2* : Teste o critério de convergência 3.6:
- caso o critério seja satisfeito, a solução ótima foi encontrada. Fim.
 - caso contrario ir para o *Passo 3*.
- Passo 3* : Calcule o gradiente da função Lagrangeana estendida (3.8).
- Passo 4* : Calcule a matriz do sistema (3.27) baseado em (3.20) e (3.24).
- Passo 5* : Resolva o sistema linear(3.27).
- Passo 6* : Atualize variáveis de acordo com (3.32) para se determinar o ponto predito \mathbf{y}^p .
Etapa de Correção
- Passo 7* : Determine o ponto corrigido \mathbf{y}^c pelo método Primal-Dual de Pontos Interiores (ver algoritmo anterior) e retorne ao *Passo 2*.

3.8 Considerações Finais

É importante salientar que as modificações introduzidas na matriz W_1 , tanto na etapa do preditor como na etapa do corretor, melhoram o condicionamento desta matriz. Este fato torna o método da continuação bastante robusto na vizinhança do ponto de máximo carregamento

CAPÍTULO 4

Resultados Numéricos

4.1 Introdução

O desempenho da metodologia proposta neste trabalho foi avaliado com base nos resultados obtidos com diferentes sistemas teste. Os sistemas testes escolhidos foram: sistema de 6 barras (*red6*), IEEE de 14 barras (*red14*), IEEE de 30 barras (*red30*) e IEEE de 118 barras (*red118*). Os dados para estes sistemas são mostrados no Apêndice A. Neste apêndice estão incluídos também os dados necessários para a derivação das curva de capacidade dos geradores [27]. O *red6* é um sistema que tem três geradores e nenhuma barra compensada, o sistema *red14* tem dois geradores, três compensadores síncronos e um capacitor shunt, o sistema *red30* tem dois geradores, quatro compensadores síncronos e dois capacitores shunt. Finalmente, o sistema *red118* tem 49 geradores, dois reatores e doze capacitores shunt.

Os resultados apresentados neste capítulo são referentes a três aspectos da pesquisa:

i) Desempenho dos métodos de Pontos Interiores e da continuação na resolução

do problema FPO reativo.

ii) Influência da curva de capacidade dos geradores no máximo carregamento de sistemas de energia e o comportamento das variáveis do problema FPO nas proximidades do máximo carregamento.

iii) Análise do custo de geração de potência reativa e análise da importância de diferentes geradores no mercado de reativos.

A principal dificuldade encontrada pelo método proposto na solução do FPORP se deve à presença de pontos não diferenciáveis na curva de capacidade. Esta não-diferenciabilidade ocorre nos pontos de fronteira entre as diferentes faixas, descritas na seção 2.4.1 (pontos *e* e *g* da Figura 2.8). Quando os valores estimados para Qg determinam uma mudança de faixa da curva de capacidade, os valores das derivadas da equação $Pg^{max}(Qg)$, presentes no sistema linear (3.50), se alteram bruscamente. Isto pode levar à divergência do processo iterativo. Em algumas situações, portanto, a curva de capacidade foi aproximada pelo arco \widehat{ab} mostrado na Figura 2.8 para todo o intervalo $Qg^{min} \leq Qg \leq Qg^{max}$. Esta aproximação é chamada de *curva de capacidade aproximada*.

Na primeira etapa do item (*i*), analisa-se o desempenho do método Primal-Dual de Pontos Interiores através de simulações com diferentes estimativas iniciais de solução e valores do parâmetro barreira. Nestas simulações, são usadas as curvas de capacidade original e aproximada. Posteriormente, é analisado o desempenho do método da continuação nas suas etapas de predição e correção perante diferentes valores de η .

No item (*ii*), é analisado o comportamento das soluções do FPORP para condições de aumento de carga no ponto de máximo carregamento e posteriormente são comparados

os limites de máximo carregamento obtidos com o FPORP e um algoritmo de *Fluxo de Potência Ótimo Parametrizada* (FPOP) que não considera as curvas de capacidade da máquina síncrona [22].

Finalmente, no item (iii), analisam-se os custos fornecidos pelo FPORP frente a outras funções custo tais como minimização de perdas e mínimo desvio de tensões. Além disso, é analisado o “poder de mercado” de cada gerador no suporte de reativos entregados ao sistema elétrico de potência.

Na implementação dos algoritmos foi utilizado o software MATLAB versão 5.0. As simulações foram realizadas em um computador com as seguintes características: processador Pentium II, velocidade de 400MHz, 124Mbytes de RAM e 512 kbytes de memória cache.

A tolerância para convergência foi especificada em $1 * 10^{-6}$ para a norma infinita do vetor formado pelos erros nas condições de KKT.

4.2 Aspectos Computacionais

4.2.1 Método Primal-Dual de Pontos Interiores

Para avaliar o desempenho do Método Primal-Dual de Pontos Interiores (etapa de correção) foram simulados os casos *red6*, *red14*, *red30* e *red118*. Para a demanda original destes sistemas, as potências reativas geradas ótimas se encontram dentro da faixa central das curvas de capacidade das máquinas dos sistemas. Sendo assim, incrementou-se de maneira arbitrária a carga em algumas barras destes sistemas para obrigar aos geradores gerar mais potência reativa e conseguir que alguns mudem de faixa. A função custo avaliada

foi a função custo de potência reativa dada pela expressão (2.32). Os resultados referentes ao número de iterações, tempo computacional e função custo do suporte de reativos é mostrado na Tabela 4.1 para o caso da curva de capacidade real.

TABELA 4.1: PI com curva de capacidade real

Caso	μ^o	No. iterações	Tempo [s]	f_{custo}
<i>red6</i>	0.1	15	0.55	7.7488
<i>red14</i>	0.01	9	0.43	28.918
<i>red30</i>	0.01	-	-	-
<i>red118</i>	0.1	-	-	-

Os casos *red6* e *red14* convergiram com mudança de faixa em dois geradores, entretanto os casos *red30* e *red118* apresentaram divergência. Para o sistema de 30 barras, o programa apresentou divergência logo após a mudança de faixa de um dos geradores. O caso *red118* apresentou oscilação do método de Newton causada por sucessivas mudanças de faixa de diferentes geradores do sistema. Devido aos problemas de convergência, testes foram realizados com a curva de capacidade aproximada. A Tabela 4.2 mostra os resultados obtidos com esta aproximação.

TABELA 4.2: PI com curva de capacidade aproximada

Caso	μ^o	No. iterações	Tempo [s]	f_{custo}
<i>red6</i>	0.1	7	0.33	5.2465
<i>red14</i>	0.01	9	0.42	19.959
<i>red30</i>	0.01	11	0.83	11.080
<i>red118</i>	0.1	14	8.06	10.345

Os resultados da Tabela 4.2 mostram que todos os casos utilizando a curva de capacidade aproximada convergiram.

As Tabelas 4.1 e 4.2 indicam os valores iniciais do parâmetro barreira, o número de iterações, o tempo computacional do processo e o custo ótimo para cada sistema.

Observando as Tabelas 4.1 e 4.2 para o sistemas *red6*, nota-se que o número de iterações foi maior para o caso da curva de capacidade real. Isto é devido ao aumento que ocorre na norma infinita do vetor formado pelas condições necessárias de otimalidade quando ocorre mudança de faixa de Qg . Este aumento leva a um maior número de iterações e, como consequência, a um maior tempo computacional. O sistema *red14* não apresentou esta variação. O valor final da função custo foi menor para o caso da curva de capacidade aproximada já que esta curva permite uma maior geração de potência ativa e reativa, tornando o problema menos restrito.

Para os diferentes sistemas, foram feitas variações no valor inicial do parâmetro de barreira μ^o . A Tabela 4.3 mostra o número de iterações feito pelo algoritmo para diferentes valores de μ^o considerando a curva de capacidade real.

TABELA 4.3: Sensibilidade do parâmetro de barreira

Caso	$\mu^o=10$	$\mu^o=1$	$\mu^o=0.1$	$\mu^o=0.01$	$\mu^o=0.001$
<i>red6</i>	10	8	7	11	15
<i>red14</i>	9	8	9	11	14
<i>red30</i>	11	10	14	18	20
<i>red118</i>	17	15	12	15	-

A Figura 4.1 apresenta os resultados da Tabela 4.3. Os dados do eixo das abscissas estão em escala logarítmica.

O comportamento das curvas da Figura 4.1 mostram que o valor ótimo para o parâmetro de barreira é próprio de cada sistema.

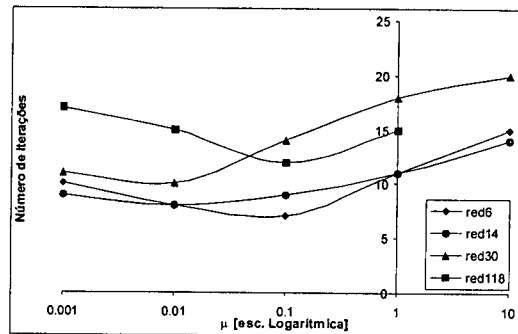


FIGURA 4.1: Sensibilidade do parâmetro de barreira

4.2.2 Método da Continuação

No método da continuação foram avaliados os mesmos casos do item anterior mas considerando a curva de capacidade aproximada. O uso da curva aproximada foi necessário porque o algoritmo apresentou divergência com as curvas de capacidade reais. Somente para o sistema *red14* e como função custo os mínimos desvios de tensão foi possível simular com a curva de capacidade real, nos outros casos (*red6*, *red30* e *red118*), o incremento da carga exigiu mudança de faixa em um ou mais geradores da *Região 2* para a *Região 3* (ver Figura 2.7). No ponto de fronteira entre estas regiões (ponto *g*, Figura 2.8) a curva de capacidade não é diferenciável. Como consequência, durante a etapa de correção na mudança de faixa, as derivadas de $Pg^{max}(Qg)$ que aparecem no sistema linear do método de Newton se alteram bruscamente. Caso, na iteração onde ocorre a mudança, o parâmetro da continuação seja a carga do sistema, o número de iterações do corretor aumenta mas ocorre a convergência. Entretanto, caso o parâmetro da continuação seja outra variável do problema, ocorrerá uma mudança da demanda do problema em cada iteração do corretor. Como consequência, poderá ocorrer mudanças sucessivas de faixa de Qg , levando

a alterações bruscas sucessivas nas derivadas presentes no sistema linear resolvido em cada iteração e produzindo divergência do método de Newton.

O critério de escolha do parâmetro da continuação é dado pela expressão (3.54).

Na Tabela 4.4 são apresentados os resultados considerando a curva de capacidade aproximada.

TABELA 4.4: Método da continuação considerando curva de capacidade aproximada

Caso	μ^o	$\mu_{corretor}$	η^o	k_c	$Iter_{FPO}$	$Iter_p$	$Iter_c$
<i>red6</i>	0.1	0.01	0.03	0.03	8	3	11
<i>red14</i>	0.1	0.1	0.025	0.05	7	4	10
<i>red30</i>	10	0.001	0.6	0.1	12	4	12
<i>red118</i>	0.1	0.01	0.4	0.6	13	14	13

Nesta Tabela,

- μ^o é o parâmetro de barreira do FPO;
- $\mu_{corretor}$ é o parâmetro de barreira com que se inicializa a etapa da correção;
- η^o é o parâmetro da continuação inicial;
- k_c é o percentual no acréscimo da carga;
- $Iter_{FPO}$ é o número de iterações do FPO;
- $Iter_p$ é o número de iterações na etapa da predição;
- $Iter_c$ é o número médio de iterações nas etapas de correção.

Todos os casos convergiram, embora a convergência do método da continuação dependa, em grande parte, da escolha ótima dos parâmetros η^o e k_c na etapa de predição e do parâmetro $\mu_{corretor}$ na etapa da correção. Os valores ótimos destes parâmetros são específicos para cada sistema. É importante salientar que o mal condicionamento de W_{sist} na vizinhança do máximo carregamento aumenta o número de iterações do corretor nesta região. Isto pode levar a um aumento do número médio de iterações.

A Tabela 4.5 mostra os resultados obtidos para o caso de curva de capacidade real e função custo de mínimos desvios de tensão, para o sistema *red14*.

TABELA 4.5: Método da continuação considerando curva de capacidade real

Caso	μ^o	$\mu_{corretor}$	η^o	k_c	$Iter_{FPO}$	$Iter_p$	$Iter_c$
<i>red14</i> (aprox.)	0.01	0.0001	0.025	0.025	10	5	11
<i>red14</i> (real)	0.01	0.0001	0.025	0.025	10	6	12

Pode-se observar que para o caso da curva de capacidade real o número de iterações foi maior devido a mudança de faixa de algum dos geradores, o que leva à alteração brusca das derivadas de $Pg^{max}(Qg)$ que aparecem no sistema linear do método de Newton.

4.3 Análise do Máximo Carregamento

4.3.1 Máximo Carregamento

O limite de máximo carregamento de um sistema como visto pelo FPORP constitui um ponto crítico das trajetórias das soluções do problema [26]. Neste ponto crítico, a matriz Jacobiana das restrições de igualdade (3.23) do problema (3.4)-(3.7) tem posto deficiente e, como consequência, a matriz W_{sist} dada pela expressão (3.51) é singular. Na vizinhança deste ponto portanto, a matriz W_{sist} se torna mal condicionada e o mínimo valor singular do Jacobiano das restrições de igualdade tende a zero.

Além da matriz W_{sist} se tornar mal condicionada, o máximo carregamento do sistema é indicado pelo crescimento abrupto de alguns multiplicadores de Lagrange do problema [26]. Este comportamento, juntamente com a análise do posto de (3.23) foram usados como indicativo do máximo carregamento dos sistemas estudados.

A Tabela 4.6 mostra os casos simulados e a sua condição de máximo carregamento considerando a curva de capacidade aproximada e função custo de reativos como obtido na Tabela 4.4.

TABELA 4.6: Avaliação do Máximo Carregamento

Caso	$\sum Pd^o [pu]$	$\sum Pd_f(\epsilon) [pu]$	$\Delta_{final} [\%]$	$tol. posto(J(\mathbf{x}, \epsilon))$	$Máx.Car. [\%]$
<i>red6</i>	4.200	5.300	26.1	0.32	0.1
<i>red14</i>	2.590	3.619	39.7	0.21	4.0
<i>red30</i>	2.834	3.243	14.4	0.13	4.0
<i>red118</i>	36.68	41.99	14.5	0.35	45

Nesta Tabela,

$\sum Pd^o$	é a demanda total da potência ativa inicial para o sistema;
$\sum Pd_f(\epsilon)$	é a demanda total da potência ativa final para o sistema;
Δ_{final}	é a porcentagem no incremento da carga ao final do processo;
$tol.posto(J(\mathbf{x}, \epsilon))$	é o valor da tolerância para a qual $J(\mathbf{x}, \epsilon)$ tem posto incompleto;
$Máx.Car.$	é o valor percentual do incremento que foi dado $Pd_f(\epsilon)$ para o qual existe solução do FPOPR.

Em todos os casos mostrados na Tabela 4.6 se conseguiu convergência.

Δ_{final} corresponde ao valor percentual do incremento de carga entre o carregamento alcançado no final do processo e o carregamento inicial. A coluna $Máx.Car$ da Tabela 4.6 indica o incremento de carga além do Δ_{final} para o qual foi obtida uma solução do problema FPOR. Então, para o sistema *red6*, o algoritmo indicou que o máximo carregamento se dá para uma carga 26.1% acima da carga original e o algoritmo do FPOR obteve convergência num nível de carga 26.2% acima da carga original. Note que para os sistemas *red6*, *red14* e *red30* $Máx.Car$ é pequeno, indicando que o carregamento obtido pelo método da continuação está muito perto do limite local de máximo carregamento dos sistemas. No caso do sistema *red118* o método da continuação indica um carregamento máximo local para $\Delta_{final} = 14.5\%$. Observa-se entretanto que $Máx.Car = 45\%$ indicando que foi obtido uma solução do FPOR num nível de carregamento acima do limite local. Devido à discrepância observada entre os dois resultados, foi usado o método apresentado em [22] para o cálculo do máximo carregamento. Este método obteve $\Delta_{final} = 44.4\%$. Desta forma, conclui-se

que o programa não foi capaz de indicar corretamente o limite máximo de carregamento do sistema *red118* devido a uma condição temporária de mal condicionamento de W_{sist} nas vizinhanças de $\Delta_{final} = 14.5\%$.

A coluna $tol.posto(J(x, \varepsilon))$ dá uma idéia do condicionamento de W_{sist} (3.51) no limite de máximo carregamento. Para cada sistema, todos os valores singulares de W_{sist} se encontram abaixo dos valores indicados nesta coluna. Para os sistemas *red6*, *red14* e *red30*, o valor de $tol.posto(J(x, \varepsilon))$ usado é suficientemente preciso para a indicação correta do limite de máximo carregamento; para o sistema *red118*, uma tolerância menor deveria ser usada.

O comportamento dos multiplicadores de Lagrange na última iteração do método da continuação para o sistema *red6* é mostrado na Figura 4.2.

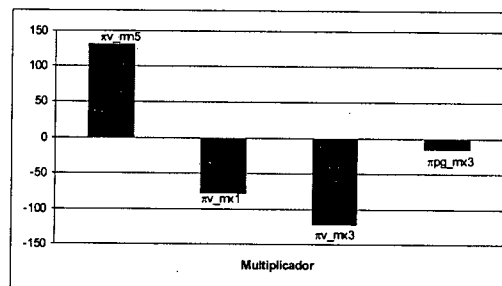


FIGURA 4.2: Comportamento dos multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade (*red6*)

A Figura 4.2 mostra claramente que para o sistema *red6* três multiplicadores de Lagrange de tensão e um de potência ativa apresentam um valor elevado, indicando a proximidade do máximo carregamento.

Os valores finais de alguns dos multiplicadores de Lagrange do sistema *red118* podem ser vistos na Figura 4.3. Pode-se observar que, embora os multiplicadores de La-

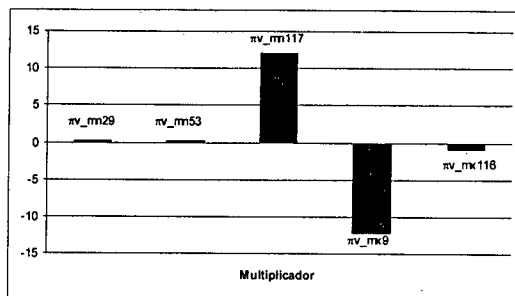


FIGURA 4.3: Comportamento dos multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade (red118)

grange correspondentes as tensões das barras 9 e 117 possuam valores bastante elevados, um crescimento abrupto dos multiplicadores não ocorre, indicando que o método não se aproxima do limite de máximo carregamento. A Figura 4.4 apresenta o comportamento de algumas tensões e de alguns multiplicadores de Lagrange para um aumento da demanda do sistema. Pode-se observar que as tensões apresentam comportamento quase linear para

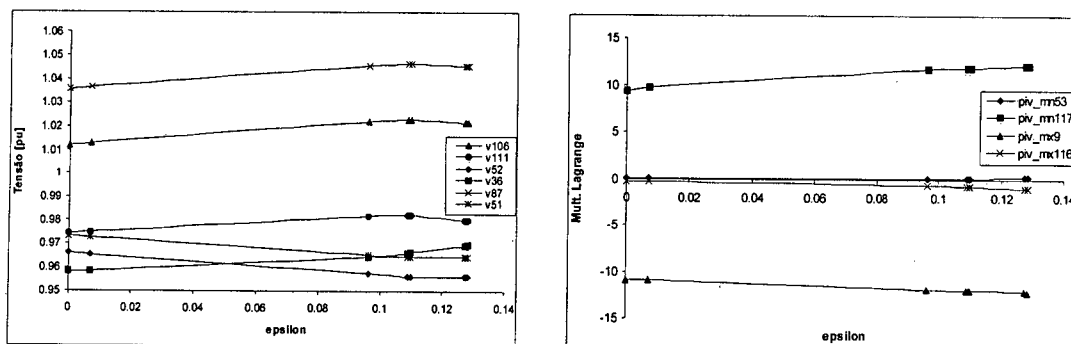


FIGURA 4.4: Comportamento das tensões e dos multiplicadores de Lagrange no máximo carregamento (red118)

valores pequenos de ϵ e que este se torna não linear para maiores valores de ϵ . Esta não linearidade tende a crescer na medida em que o carregamento do sistema se aproxima do limite máximo.

4.3.2 Influência da Curva de Capabilidade no Máximo Carregamento

Para se determinar a influência da curva de capabilidade no máximo carregamento foi simulado o caso *red14* com o FPORP e um outro FPOP desenvolvido em [22]. A função objetivo utilizada nas duas simulações foi o mínimo desvio de tensão. Os resultados são mostrados na Tabela 4.7.

TABELA 4.7: Comparação de algoritmos

Algoritmo	$Pd^o [pu]$	$Qd^o [pu]$	$Pd_{final} [pu]$	$Qd_{final} [pu]$	Δ_{carga}
FPORP	2.59	0.7350	3.7104	1.0529	43.3%
FPOP	2.59	0.7350	3.8850	1.1025	50%

Os resultados obtidos na Tabela 4.7 mostram que evidentemente o maior carregamento foi alcançado pelo FPOP. Apesar disto, a metodologia do FPORP é mais realista porque considera as características de construção dos geradores expressa pelas respectivas curvas de capabilidade.

4.4 Análise de Custos

4.4.1 Mercado de Reativos

Para estabelecer o *poder* que cada gerador tem no “mercado de reativos” foi feito um estudo com o sistema *red6* considerando a curva de capabilidade aproximada com os dados mostrados no Apêndice A. A Figura 4.5 mostra a configuração do sistema *red6*.

Três situações foram simuladas. Inicialmente, os coeficientes de custo de todos os geradores foram feitos iguais. Este caso é considerado um *caso base* para o estudo de custos. Numa segunda etapa, os coeficientes de custo do gerador da barra três foram aumentados

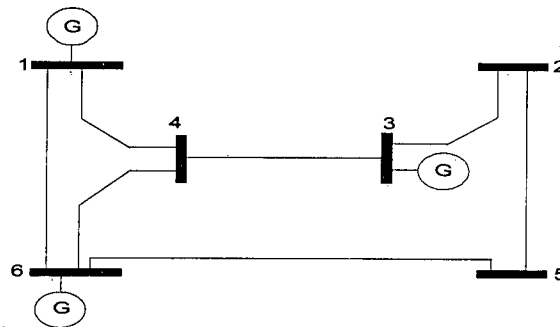


FIGURA 4.5: Sistema de 6 barras: red6

tornando a potência reativa gerada por esta máquina mais cara que as demais. Na terceira etapa, os coeficientes de custo do gerador da barra três foram feitos menores do que o *caso base*, tornando a potência reativa gerada por essa máquina comparativamente barata.

No *caso base* todos os coeficientes das funções custo têm o mesmo valor ($a_i = 1.2$, $b_i = 0.6$, $c_i = 0$). Os resultados para este caso são mostrados na Tabela 4.8.

TABELA 4.8: Caso base

$iter_{pc}$	0	1	2	3	4	5	6	7
ε	0	0.0198	0.6965	1.959	1.941	1.941	3.089	5.874
$Qg_{total}[pu]$	2.31	2.31	2.36	2.45	2.45	2.45	2.52	2.72
$Qg_1[\%]$	23.89	23.88	23.54	22.93	22.95	22.95	21.52	18.25
$Qg_3[\%]$	41.19	41.20	41.60	42.32	42.33	42.33	42.04	44.43
$Qg_6[\%]$	34.93	34.93	34.86	34.75	34.72	34.72	36.44	37.32

Na Tabela 4.8 $iter_{pc}$ se refere à etapa de predição seguida da sua correspondente etapa de correção.

A Tabela 4.8 mostra a porcentagem de participação de potência reativa de cada gerador em relação ao total de potência reativa gerada a cada incremento do parâmetro da carga. Neste caso, os custos não influem no suporte de reativos sendo fornecido por

cada gerador, sendo o valor total da potência gerada definido pelas condições de operação do sistema. Para complementar a informação da Tabela 4.8 é apresentada a Figura 4.6 onde são mostradas as potências reativas geradas e as magnitudes das tensões das barras do sistema para todo intervalo de variação do parâmetro da carga.

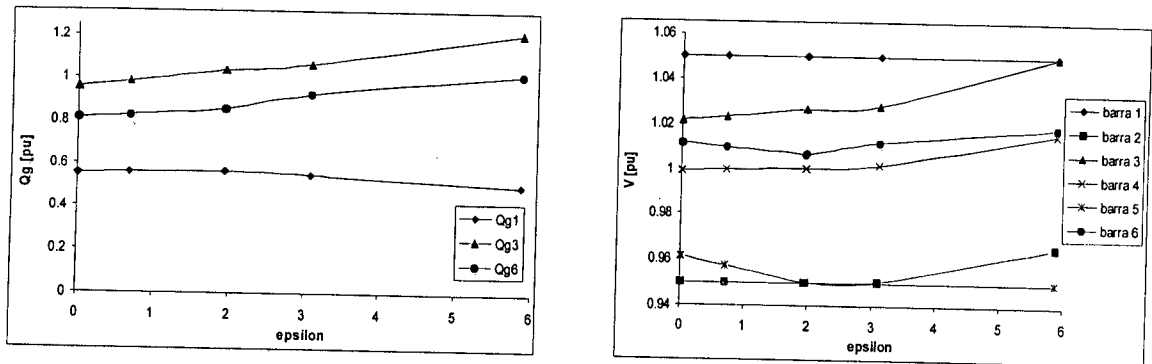


FIGURA 4.6: Geração de reativos e tensões das barras para o caso base

Pela Figura 4.6 para a potência reativa pode-se observar que não ocorrem mudanças bruscas nas quantidades de potência reativa injetadas pelos diferentes geradores. O valor da potência reativa injetada pelo gerador da barra 1 decresce com o aumento da carga. Por outro lado, os geradores das barras 3 e 6 aumentam quase que linearmente as potências reativas geradas. Na mesma figura para o caso das tensões, observa-se que, no máximo carregamento, as tensões das barras 1 e 3 estão no máximo enquanto que a tensão da barra 5 está no mínimo. O comportamento das magnitudes das tensões explica a variação observada na potência reativa fornecida por cada gerador. Uma vez que a tensão da barra 1 está no máximo não há necessidade de aumentar Q_{g1} . Por outro lado, para que a tensão da barra 5 se mantenha no limite mínimo com o aumento da carga, Q_{g6} aumenta percentualmente como indica a Tabela 4.8. Observa-se também que Q_{g3} forneceu a maior

parte da potência reativa sendo injetada no sistema.

Para verificar se o gerador da barra 3 mantém o seu percentual de participação na geração de potência reativa, o custo de geração de Qg_3 foi modificado para $a_3 = 0.6$, $b_3 = 0.3$ e $c_3 = 0$, tornando este gerador o mais barato do sistema. A Tabela 4.9 mostra a nova porcentagem de potência reativa injetada por cada gerador para o incremento do parâmetro da carga.

TABELA 4.9: Caso em que o gerador três é o mais barato do sistema

$iter.pc$	0	1	2	3	4	5
ϵ	0	0.0397	0.3584	2.0731	7.1868	9.0626
$Qg_{total}[pu]$	2.3230	2.3257	2.3475	2.4554	2.8285	3.0215
$Qg_1[\%]$	23.308	23.305	23.282	22.015	16.5158	14.374
$Qg_3[\%]$	48.810	48.805	48.774	47.675	43.733	42.019
$Qg_6[\%]$	27.882	27.888	27.944	30.310	39.752	43.607

Note que o percentual de participação do gerador 3 aumentou com a redução de seu custo de geração com respeito ao *caso base*. Apesar desta participação ser maior para as duas primeiras iterações de $iter.pc$, a partir da terceira iteração verifica-se uma diminuição contínua da participação de Qg_3 . Por outro lado, verifica-se um aumento expressivo da participação de Qg_6 a partir da terceira iteração. Este aumento da participação de Qg_6 se deve ao fato da tensão V_5 ter atingido o seu limite mínimo. O comportamento das tensões e da potência reativa para este caso pode ser visto na Figura 4.7. Para que a tensão V_5 possa ser mantida no mínimo para valores crescentes da demanda do sistema, Qg_6 deve aumentar sua participação na geração de reativos, apesar de ser mais cara do que o gerador da barra 3.

Da Figura 4.7 pode-se ver que próximo ao máximo carregamento, mesmo sendo mais caro do que o gerador Qg_3 , Qg_6 fornece mais potência reativa do que Qg_3 . O valor dos

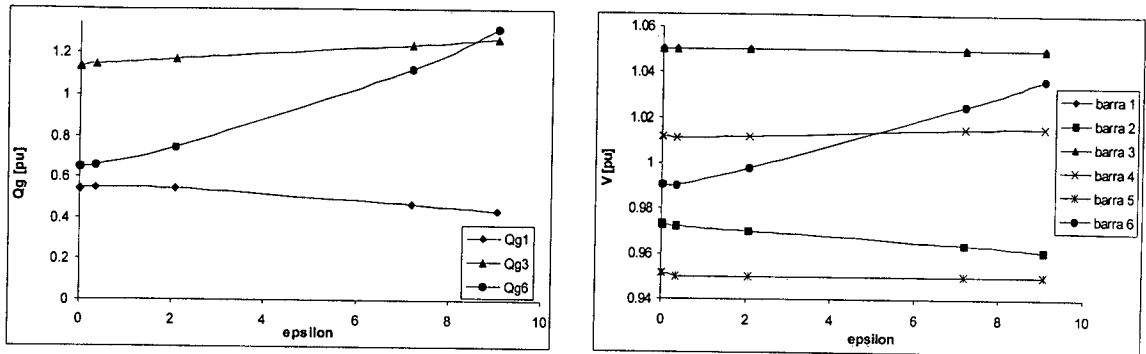


FIGURA 4.7: Geração de reativos e tensões das barras para o caso em que o gerador três é o mais barato do sistema

multiplicadores de Lagrange correspondentes às restrições de igualdade do problema, isto é, os custos incrementais de potência reativa e ativa das barras (λ_q e λ_p), são apresentados na Figura 4.8.

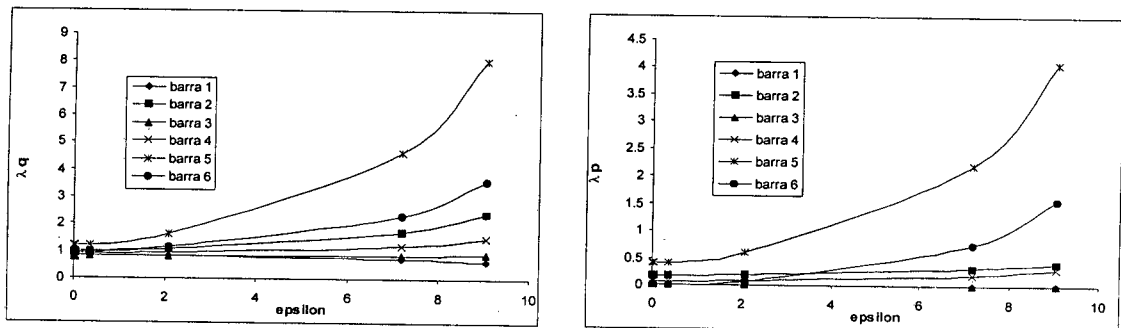


FIGURA 4.8: Custos incrementais - caso gerador três mais barato do sistema

Pelas Figuras 4.8 pode-se observar o aumento contínuo dos custos incrementais das barras, especialmente próximo ao máximo carregamento. Em particular, observa-se que os custos incrementais da barra 5 são os maiores do sistema, indicando que a restrição $V_5^{min} = 0.95$ é crucial na definição do limite de máximo carregamento, ou ainda, indicando que seria inviável atender a um aumento na demanda da barra 5.

Finalmente os coeficientes da função custo do gerador Qg_3 são aumentados, para que este gerador seja o mais caro. Os novos valores são $a_3 = 2.4$, $b_3 = 1.2$ e $c_3 = 0$. A Tabela 4.10 mostra a porcentagem de participação na geração de potência reativa de cada gerador para o incremento do parâmetro da carga.

TABELA 4.10: Caso em que o gerador três é o mais caro do sistema

$iter.pc$	0	1	2	3	4	5	6	7
ϵ	0.0000	0.0197	0.2142	0.3073	0.3078	0.3122	0.4005	0.4530
$Qg_{total}[pu]$	2.3103	2.3370	2.6173	2.7636	2.7643	2.7718	2.9345	3.0235
$Qg_1[\%]$	20.584	20.377	18.649	18.022	18.019	17.903	15.634	14.528
$Qg_3[\%]$	36.084	36.371	39.189	40.517	40.524	40.493	40.246	41.661
$Qg_6[\%]$	43.332	43.252	42.162	41.461	41.457	41.604	44.121	43.811

A tensão da barra 5 atinge o limite mínimo para $\epsilon \approx 0.3$, neste ponto, a geração de potência reativa na barra 6, que vinha diminuindo, sofre um aumento indicando a importância de Qg_6 na manutenção da tensão da barra 5.

A Figura 4.9 mostra o comportamento da potência reativa gerada e das magnitudes das tensões do sistema para um aumento de carga no caso de se ter coeficientes para as funções custo do gerador Qg_3 maiores.

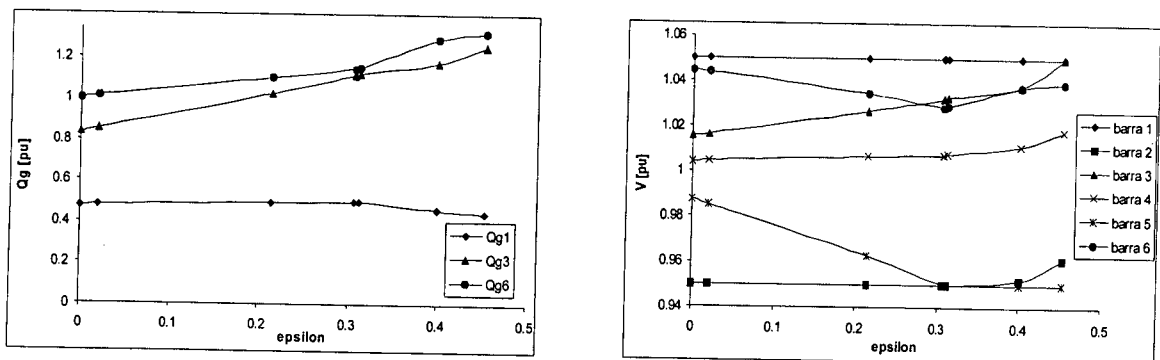


FIGURA 4.9: Geração de reativos e tensões das barras para o caso em que o gerador três é o mais caro do sistema

Mesmo que o gerador Qg_3 seja o mais caro do sistema, ele sempre é chamado a gerar. Com isto, pode-se dizer que o “Poder de Mercado” do gerador Qg_3 é alto, porém é limitado pela importância do gerador da barra 6.

O comportamento dos custos incrementais das barras para este caso é similar ao observado no caso anterior. A Figura 4.10 mostra este comportamento. Por esta Figura pode-se observar o expressivo aumento dos custos incrementais da barra 5 quando a tensão nesta barra atinge o limite mínimo.

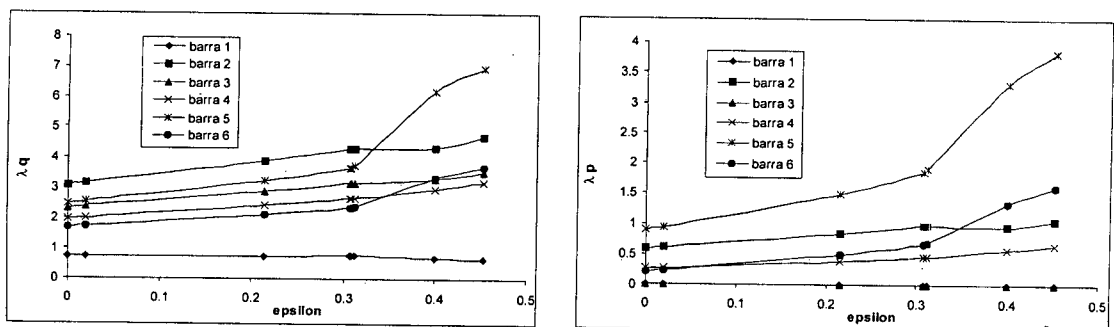


FIGURA 4.10: Custos incrementais - caso gerador três mais caro do sistema

Uma observação deve ser feita em relação aos casos analisados. No caso base, a carga máxima atingida foi igual a 482 MW, enquanto que nos outros dois casos, a carga máxima encontrada foi igual a 515 MW. Os custos de geração de reativos adotados, portanto, tiveram uma influência importante no limite de máximo carregamento do sistema, já que definiram um comportamento diferente para as potências reativas geradas e para as magnitudes das tensões nas barras. Esta influência dos custos de geração demonstra que a entidade encarregada da regulação do mercado de energia deve fazer uma análise cuidadosa dos preços a serem cobrados pela compensação de reativos, pois, caso uma operação

visando o mínimo custo de reativos seja adotada, tais custos podem influenciar a capacidade de atendimento da demanda do sistema.

Por último, cabe salientar que um dos principais problemas apontados na literatura para a tarifação de potência reativa com base nos custos incrementais das barras de um sistema é o valor desprezível que tais custos assumem quando obtidos via algoritmos de FPO que usam como critério de otimização o custo da potência ativa. A proposta apresentada aqui resolve este problema. Pode-se observar pelas Figuras 4.8 e 4.10 que os custos incrementais de potência reativa são comparáveis com os custos incrementais de potência ativa, indicando de forma correta o valor da potência reativa na operação do sistema.

4.4.2 Estudo Comparativo de Custos

Para a análise de custos, foram simulados os sistemas *red6*, *red14*, *red30* e *red118* com as seguintes funções custo: (i) função custo de reativos baseado no custo de oportunidade, $C(Qg)$; (ii) mínimos desvios de tensão, $|V - V^{esp}|^2$; e (iii) mínimas perdas, $\sum Pg$. As simulações foram feitas considerando a curva de capacidade aproximada. Os casos foram rodados para as diferentes funções custo até se obter o ponto ótimo. Neste ponto, foi avaliada a expressão (2.32) para se verificar o ganho obtido em se minimizar o custo de reativos. Os resultados das simulações são mostrados na Tabela 4.11.

TABELA 4.11: Avaliação de funções custo

Função Custo	<i>red6</i>	<i>red14</i>	<i>red30</i>	<i>red118</i>
$C(Qg)$	2.0637	0	0.0136	0.5276
$ V - V^{esp} ^2$	2.4893	5.4652	4.4731	18.080
$\sum Pg$	2.1688	0.0386	0.1059	6.1882

Os resultados apresentados na Tabela 4.11 permitem que se obtenha a diferença, em termos de custo de geração de reativos, de cada estratégia de operação ótima. A estratégia proposta fornece o mínimo custo de geração de reativos. A estratégia de mínimo desvio de tensão em torno de 1.0 p.u. é a mais cara em termos de custo de geração de reativos. Por fim, a estratégia de minimizar as perdas de transmissão possui um custo intermediário.

É interessante observar que, nos testes realizados, a estratégia de minimizar as perdas de transmissão é mais barata, em termos de custo de geração de potência reativa do que a estratégia de minimizar o desvio de tensão em torno da nominal. Apesar deste fato, pode-se verificar, pelas Figuras 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 que a minimização das perdas leva a um perfil de tensão mais elevado em todos os sistemas.

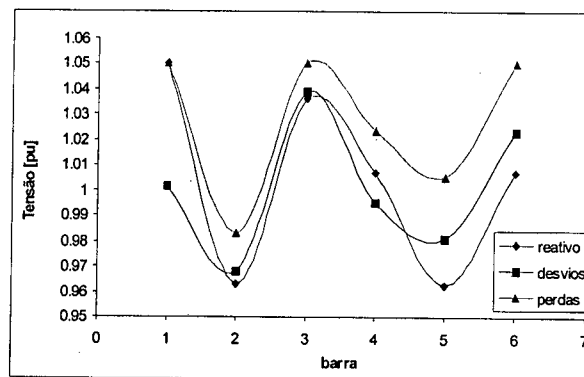


FIGURA 4.11: Comportamento das tensões para às diferentes funções custo (red6)

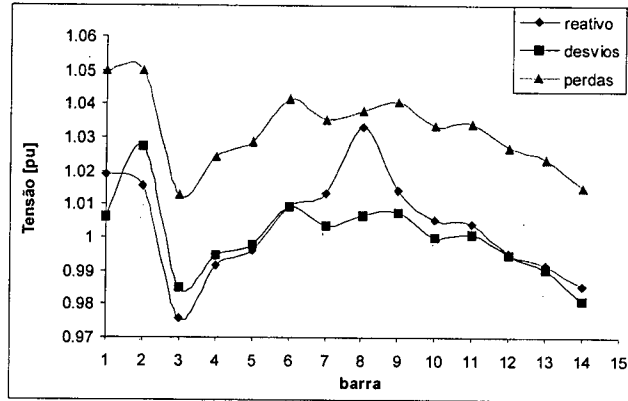


FIGURA 4.12: Comportamento das tensões para às diferentes funções custo (red14)

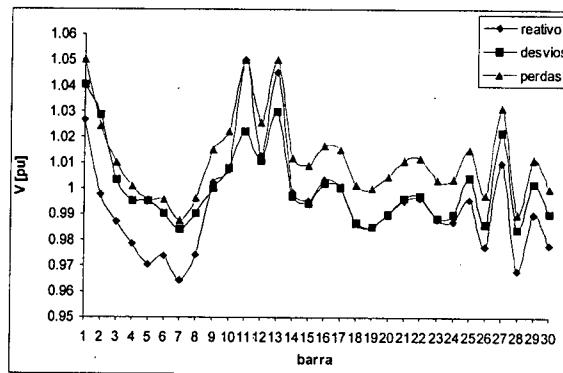


FIGURA 4.13: Comportamento das tensões para às diferentes funções custo (red30)

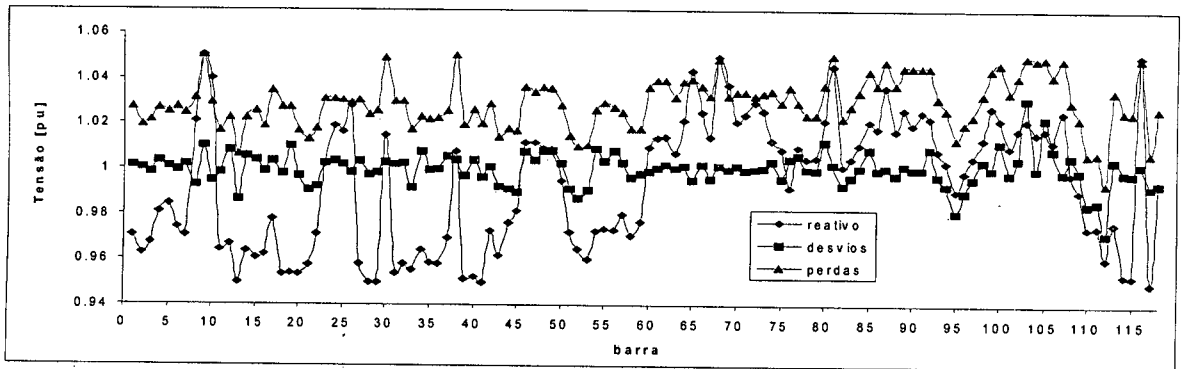


FIGURA 4.14: Comportamento das tensões para às diferentes funções custo (red118)

CAPÍTULO 5

Conclusões e Sugestões para Futuros Trabalhos

5.1 Aspectos Gerais

A pesquisa desenvolvida neste trabalho serve como ponto de partida no estabelecimento de ferramentas que possam ser usadas para o cálculo de tarifas de potência reativa. A definição destas tarifas é necessária para o funcionamento de um mercado de potência reativa. Estudos indicam que o mercado de reativos torna o mercado de energia mais eficiente.

Muitos dos problemas encontrados no desenvolvimento do trabalho precisam ainda ser resolvidos. Apesar disto, a metodologia proposta, além de fornecer os reativos ótimos que o sistema precisa, permite incluir custos implícitos (custo de oportunidade). Esta inclusão torna possível um estudo sobre o *poder de mercado* dos geradores devido à posição

estratégica que ocupam dentro do sistema. Pode ser feita também uma análise sobre a influência que o custo de reativos de um gerador pode ter na capacidade máxima de carregamento de um sistema.

5.2 Conclusões

As principais conclusões deste trabalho são:

- Foi possível definir uma função custo que relaciona um aspecto econômico da geração (custo de oportunidade) e aspectos físicos da máquina síncrona dados pela curva de capacidade.
- A definição da *função custo de reativos* permite estabelecer custos incrementais ativos e reativos associados a cada barra do sistema que são comparáveis entre si e que podem ser cobrados diretamente.
- A inclusão da curva de capacidade da máquina síncrona torna a modelagem do problema FPO mais realista, embora cause problemas de convergência no momento em que um gerador muda de faixa.
- Na maioria dos casos foi possível chegar perto do máximo carregamento dos sistemas testados. Neste ponto os multiplicadores de Lagrange tendem a infinito.
- Este trabalho demonstra que a localização dos geradores dentro do sistema elétrico tem um papel importante no suporte de reativos. O valor a ser pago pelo suporte de reativos fornecido deveria refletir este fato. Isto abre caminho para a criação de

um *mercado de reativos*. Com isto, os geradores deverão avaliar se para eles é mais conveniente gerar potência ativa ou reativa.

5.3 Futuros Trabalhos

Tendo em vista o trabalho realizado, alguns dos possíveis encaminhamentos da pesquisa são:

- Maiores estudos devem ser feitos para o desenvolvimento de métodos que permitam “suavizar” a brusca mudança que experimentam as derivadas existentes no sistema resolvido pelo método de Newton no momento em que um gerador muda de faixa.
- A convergência do método da continuação e o cálculo do ponto de máximo carregamento para o sistema são muito influenciados pela correta escolha dos parâmetros μ^o , η^o , k_c e $\mu_{corretor}$. É aconselhável o desenvolvimento de estratégias que possibilitem o cálculo dos valores ótimos para estes parâmetros.
- Estudar um outro critério na escolha do parâmetro da continuação que permita fazer incrementos de carga com passos mais curtos para se ter um melhor acompanhamento das variáveis do sistema durante a variação da carga.
- Incluir na função objetivo termos para se quantificar o custo do suporte de reativos fornecido pelos diferentes dispositivos de compensação existentes no mercado. Isto possibilitará a determinação da opção mais atraente, em termos de custo, para o suporte de reativos.

- Incluir a sensibilidade da tensão nos terminais do gerador com a tensão da sua respectiva barra.
- O algoritmo desenvolvido permite um estudo mais detalhado sobre a situação do sistema nas proximidades do máximo carregamento. As componentes do vetor tangente associadas às magnitudes das tensões indicam as barras críticas do sistema, onde existe uma variação abrupta da tensão para um incremento na demanda. Da mesma forma, as componentes do vetor tangente associadas aos multiplicadores de Lagrange referentes aos limites operacionais indicam quais destes limites são mais importantes na definição do ponto de máximo carregamento. Estes índices podem ser usados para definir a melhor localização de futuras fontes de compensação de reativos. Maiores estudos podem ser feitos neste sentido.

REFERÊNCIAS

BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GRAINGER J. J. e STEVENSON W. D. *Power System Analysis*. McGraw-Hill, 1994.
- [2] ILIC M., GALIANA F. e FINK L. *Power Systems Restructuring*. Kluwer Academic Publisher, 1998.
- [3] ILÍC M. D. e YU C-N. A Possible Framework for Market-Based Voltage/Reactive Power Control. *Proceedings of the IEEE PES Winter Meeting*, New York - NY, Jan. 1999.
- [4] LI Y. Z. e DAVID A. K. Pricing Reactive Power Conveyance. *IEE Proceedings-C*, 140(3): 174–180, May 1993.
- [5] HAO S. e PAPALEXOPOULOS A. Reactive Power Pricing and Management. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(1): 95–104, Feb. 1997.
- [6] LAMONT J. W. e FU J. Cost Analysis of Reactive Power Support. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(3): 890–898, Aug. 1999.

- [7] TAYLOR C. W. *Power System Voltage Stability*. McGraw-Hill, 1994.
- [8] SYED A. e GORAN S. A Method for Simulation and Analysis of Reactive Power Market in England and Wales. *The Power Industry Computer Applications Conference*, EUA, May 1999.
- [9] BAUGHMAN M. L. e SIDDIQI S. N. Real-Time Pricing of Reactive Power: Theory and Case Study Results. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(1): 23–29, Feb. 1991.
- [10] DANDACHI N. H., RAWLINS M.J., ALSAÇ O., PRAIS M. e Stott B. OPF for Reactive Pricing Studies on the NGC System. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(1): 11–17, Feb. 1995.
- [11] CAÑIZARES C. A. e ALVARADO F. L. Point of Collapse and Continuation Methods for Large AC/DC Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(1): 1–7, Feb. 1993.
- [12] AJJARAPU V. e CHRISTY C. The Continuation Power Flow: A Tool for Steady State Voltage Stability Analysis. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 7(1): 416–423, Feb. 1992.
- [13] SODRÉ E., ALMEIDA K. C. e SALGADO R. Avaliação Estática da Estabilidade de Tensão Via Método da Continuação. *XIV SNPTEE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*. Belém - PA. Brazil, Sep. 1998.
- [14] JARJIS J. e GALIANA F.D. Quantitative Analysis of the Steady-State Stability in Power Networks. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 100(1): 318–326, Jan. 1981.

- [15] GALIANA F.D. Power-Voltage Limitations Imposed by the Network Structure of a Power System. *Anais do Power Systems Computation Conference*, pages 356–363, May 1975.
- [16] BERIZZI A., BRESESTI P., MARANNINO P., GRANELLI G.P. e MONTAGNA M. System-Area Operating Margin Assessment and Security Enhancement Against Voltage Collapse. *IEEE/PES Summer Meeting Paper 95 SM 584-3 PWRS*, Portland - EUA, July 1995.
- [17] IBA K., SUZUKI H., EGAWA M. e WATANABLE T. Calculation of Critical Loading Condition with Nose Curve using Homotopy Continuation Method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 6(2): 582–591, May 1991.
- [18] PEREIRA C. C. *Um Estudo do Método da Continuação Aplicado a Análise do Máximo Carregamento dos Sistemas de Potência*. Dissertação de Mestrado, Florianópolis - SC. Brasil, 1998.
- [19] IRISARRI G. D., WANG X., TONG J. e MOKHTARI S. Maximum Loadability of Power Systems Using Interior Point Non-linear Optimization Method. *IEEE/PES Winter Meeting Paper 96 WM 207-1 PWRS*, Baltimore - EUA, Jan. 1996.
- [20] BARBOSA L. V. *Análise do Máximo Carregamento de Sistemas de Potência Via Métodos de Pontos Interiores*. Dissertação de Mestrado, Florianópolis - SC. Brasil, 1997.
- [21] ALMEIDA K. C. *Metodologia de Análise do Comportamento das Soluções do Fluxo de Potência Ótimo sob Carga Variável*. Monografia, Florianópolis - SC. Brasil, 1998.

- [22] ALMEIDA K. C. e SALGADO R. Optimal Power Flow Solutions Under Variable Load Conditions. *Aceito na IEEE Transactions on Power Systems. Paper PEC 09 PRS*, Apr. 2000.
- [23] CARPENTIER J. L. Towards a Secure and Optimal Automatic Operation of Power Systems. *Anais do Power Systems Computation Conference, Montreal, Canada*, 1987.
- [24] ALMEIDA K. C., GALIANA F.D. e SOARES S. A General Parametric Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1): 540–547, Feb. 1994.
- [25] ILÍC M. D. e BAÑALES S. On the Role and Value of Voltage Support in a Deregulated Power Industry. *North American Power Symposium '97*, Oct. 1997.
- [26] ALMEIDA K. C. e GALIANA F. Critical Cases in the Optimal Power Flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(3): 1509–1516, Aug. 1996.
- [27] ANDERSON P. M. e FOUAD A. A. *Power System Control and Stability*. The Iowa State University, 1986.
- [28] GRANVILLE S. Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1): 136–142, Feb. 1994.
- [29] LUENBERGER D. *Linear and Nonlinear Optimization*. Addison-Wesley, 1984.
- [30] SEYDEL R. *Practical Bifurcation and Stability Analysis-From Equilibrium to Chaos*. Springer-Verlag, 1988.
- [31] MCSHANE K. A., MONMA C. L. e SHANNO D. An Implementation of Primal-

Dual Interior Point Method for Linear Programming. *ORSA Journal on Computing*,
1(2): 70–83, 1989.

APÊNDICE A

Dados dos Sistemas Teste

SISTEMA DE 6 BARRAS

Dados das linhas de transmissão

<i>De</i>	<i>Para</i>	<i>R</i>	<i>X</i>	<i>b/2</i>	<i>tap</i>
6	5	0	0.3	0	1.05
6	4	0.097	0.407	0.0075	1.0
6	1	0.1231	0.5181	0.0105	1.0
5	2	0.2823	0.64	0	0.9256
4	3	0	0.133	0	1.0
4	1	0.0839	0.3682	0.0075	1.0
3	2	0.018	0.154	0	1.0

Dados das Barras

<i>barra</i>	<i>Pd.</i>	<i>Qd.</i>	<i>a_k</i>	<i>b_k</i>	<i>c_k</i>	<i>Y_{shunt}</i>	<i>V^{max}</i>	<i>V^{min}</i>	<i>Qc^{máx}</i>	<i>Qc^{mín}</i>
1	0.75	0.35	2.0	1.5	0	0	1.05	0.95	0	0
2	0.5	0.30	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
3	0.75	0.35	1.0	2.5	0	0	1.05	0.95	0	0
4	0.5	0.30	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
5	0.7	0.30	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
6	1	0.50	1.5	2.0	0	0	1.05	0.95	0	0

Dados de geradores

<i>barra</i>	<i>P_n</i>	<i>S_n</i>	<i>p.f.</i>	<i>V_{nom}</i>	<i>X_s</i>	<i>SCR</i>	<i>valores reais [MVA,kV]</i>
1	1.632	1.92	0.85	1.0	0.8138	0.64	Sb=192MVA, Vb=18kV
3	2.97	3.30	0.90	1.0	0.5224	0.58	Sb=330MVA, Vb=20kV
6	1.632	1.92	0.85	1.0	0.8138	0.64	Sb=192MVA, Vb=18kV

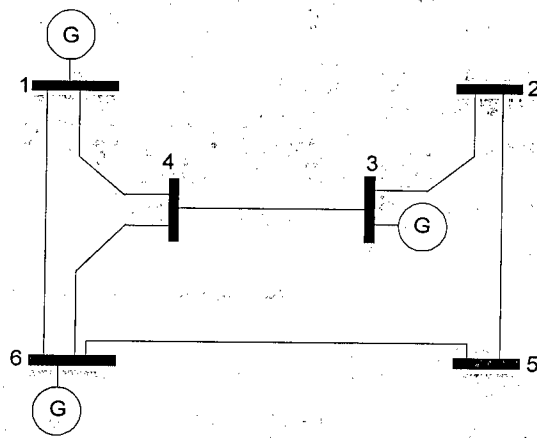


Diagrama Unifilar Sistema red6

SISTEMA DE 14 BARRAS

Dados das linhas de transmissão

<i>De</i>	<i>Para</i>	<i>R</i>	<i>X</i>	<i>b/2</i>	<i>tap</i>
1	2	0.01938	0.05917	0.0264	-
1	5	0.05403	0.22304	0.0246	-
2	3	0.04699	0.19797	0.0219	-
2	4	0.05811	0.17632	0.0187	-
2	5	0.05695	0.17388	0.0170	-
3	4	0.06701	0.17103	0.0173	-
5	4	0.01335	0.04211	0.0064	-
4	7	0	0.20912	0	1.0
4	9	0	0.55618	0	1.0
5	6	0	0.25202	0	1.0
6	11	0.09498	0.1989	0	-
6	12	0.12291	0.25581	0	-
6	13	0.06615	0.13027	0	-
7	8	0	0.17615	0	1.0
7	9	0	0.11001	0	1.0
9	10	0.03181	0.0845	0	-
9	14	0.12711	0.27038	0	-
10	11	0.08205	0.19207	0	-
12	13	0.22092	0.19988	0	-
13	14	0.17093	0.34802	0	-

Dados das Barras

<i>barra</i>	<i>Pd.</i>	<i>Qd.</i>	<i>a_k</i>	<i>b_k</i>	<i>c_k</i>	<i>Y_{shunt}</i>	<i>V^{max}</i>	<i>V^{min}</i>	<i>Q_c^{max}</i>	<i>Q_c^{min}</i>
1	0	0	8.0	8.6	0	0	1.05	0.95	0	0
2	0.217	0.127	4.0	10.5	0	0	1.05	0.95	0	0
3	0.942	0.19	0	0	0	0	1.05	0.95	0.2	0
4	0.478	-0.039	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
5	0.076	0.016	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
6	0.112	0.075	0	0	0	0	1.05	0.95	0.24	-0.05
7	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
8	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0.24	-0.05
9	0.295	0.166	0	0	0	0.35	1.05	0.95	0	0
10	0.09	0.058	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
11	0.035	0.018	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
12	0.061	0.016	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
13	0.135	0.058	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
14	0.149	0.05	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0

Dados de geradores

<i>barra</i>	<i>P_n</i>	<i>S_n</i>	<i>p.f.</i>	<i>V_{nom}</i>	<i>X_s</i>	<i>SCR</i>	<i>valores reais [MVA,kV]</i>
1	1.36	1.60	0.85	1.0	0.9765	0.64	S _b =160MVA, V _b =15kV
2	2.97	3.30	0.90	1.0	0.5224	0.58	S _b =330MVA, V _b =20kV

- ⓐ GENERATORS
- ⓐ SYNCHRONOUS CONDENSERS

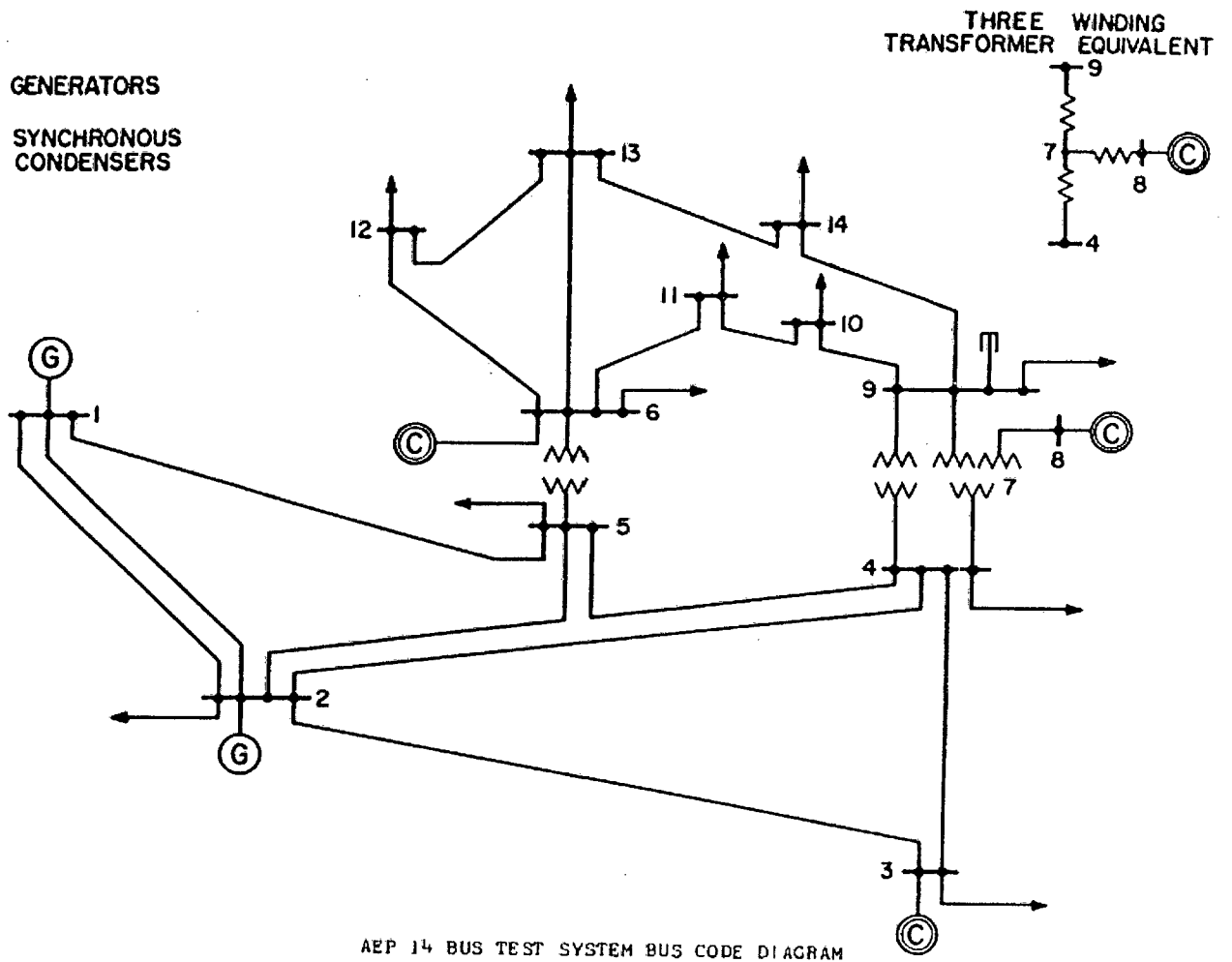


Diagrama Unifilar Sistema red14

SISTEMA DE 30 BARRAS

Dados das linhas de transmissão

<i>De</i>	<i>Para</i>	<i>R</i>	<i>X</i>	<i>b/2</i>	<i>tap</i>
1	2	0.0192	0.0575	0.0264	-
1	3	0.0452	0.1852	0.0204	-
2	4	0.057	0.1737	0.0184	-
3	4	0.0132	0.0379	0.0042	-
2	5	0.0472	0.1983	0.0209	-
2	6	0.0581	0.1763	0.0187	-
4	6	0.0119	0.0414	0.0045	-
5	7	0.046	0.116	0.0102	-
6	7	0.0267	0.082	0.0085	-
6	8	0.012	0.042	0.0045	-
6	9	0	0.208	0	0.9738
6	10	0	0.556	0	1.1000
9	11	0	0.208	0	-
9	10	0	0.11	0	-
4	12	0	0.256	0	1.0243
12	13	0	0.14	0	-
12	14	0.1231	0.2559	0	-
12	15	0.0662	0.1304	0	-
12	16	0.0945	0.1987	0	-
14	15	0.221	0.1997	0	-
16	17	0.0824	0.1923	0	-
15	18	0.107	0.2185	0	-
18	19	0.0639	0.1292	0	-
19	20	0.034	0.068	0	-
10	20	0.0936	0.209	0	-
10	17	0.0324	0.0845	0	-
10	21	0.0348	0.0749	0	-
10	22	0.0727	0.1499	0	-
21	22	0.0116	0.0236	0	-
15	23	0.1	0.202	0	-
22	24	0.115	0.179	0	-
23	24	0.132	0.27	0	-
24	25	0.1885	0.3292	0	-
25	26	0.2544	0.38	0	-
25	27	0.1093	0.2087	0	-
28	27	0	0.396	0	1.0737
27	29	0.2198	0.4153	0	-
27	30	0.3202	0.6027	0	-
29	30	0.2399	0.4533	0	-
8	28	0.0636	0.2	0.0214	-
6	28	0.0169	0.0599	0.0065	-

Dados das Barras

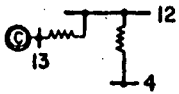
<i>barra</i>	<i>Pd.</i>	<i>Qd.</i>	<i>a_k</i>	<i>b_k</i>	<i>c_k</i>	<i>Y_{shunt}</i>	<i>V^{max}</i>	<i>V^{min}</i>	<i>Qc^{max}</i>	<i>Qc^{min}</i>
1	0	0	0.2	8.0	0	0	1.05	0.95	0	0
2	0.217	0.127	0.1	10.0	0	0	1.05	0.95	0	0
3	0.024	0.012	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
4	0.076	0.016	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
5	0.942	0.19	0	0	0	0	1.05	0.95	0.4	-0.4
6	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
7	0.228	0.109	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
8	0.3	0.3	0	0	0	0	1.05	0.95	0.4	-0.1
9	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
10	0.058	0.02	0	0	0	0.1900	1.05	0.95	0	0
11	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0.24	-0.06
12	0.112	0.075	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
13	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0.24	-0.06
14	0.062	0.016	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
15	0.082	0.025	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
16	0.035	0.018	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
17	0.09	0.058	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
18	0.032	0.009	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
19	0.095	0.034	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
20	0.022	0.007	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
21	0.175	0.112	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
22	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
23	0.032	0.016	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
24	0.087	0.067	0	0	0	0.0430	1.05	0.95	0	0
25	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
26	0.035	0.023	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
27	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
28	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
29	0.024	0.009	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
30	0.106	0.019	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0

Dados de geradores

<i>barra</i>	<i>P_n</i>	<i>S_n</i>	<i>p.f.</i>	<i>V_{nom}</i>	<i>X_s</i>	<i>SCR</i>	<i>valores reais [MVA,kV]</i>
1	4.9680	5.520	0.90	1	0.3123	0.58	Sb=552MVA, Vb=24kV
2	0.6000	0.75	0.80	1	1.4034	0.95	Sb=75MVA, Vb=13.8kV

THREE WINDING TRANSFORMER EQUIVALENTS

HANCOCK



ROANOKE

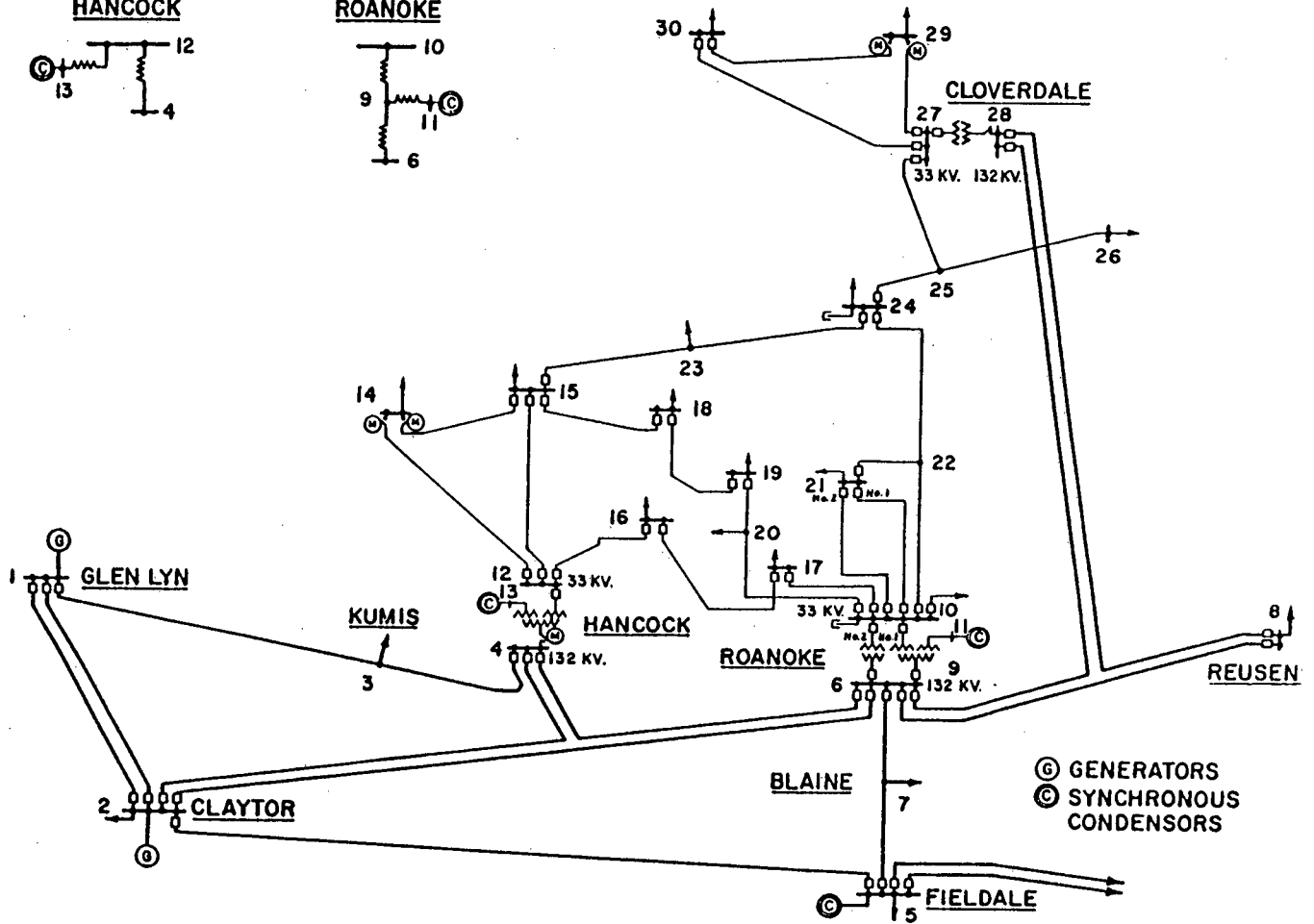
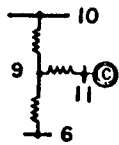


Diagrama Unifilar Sistema red30

SISTEMA DE 118 BARRAS

Dados das linhas de transmissão

<i>De</i>	<i>Para</i>	<i>R</i>	<i>X</i>	<i>b/2</i>	<i>tap</i>
1	2	0.0303	0.0999	0.0127	-
1	3	0.0129	0.0424	0.00541	-
4	5	0.00176	0.00798	0.00105	-
3	5	0.0241	0.108	0.0142	-
5	6	0.0119	0.054	0.00713	-
6	7	0.00459	0.0208	0.00275	-
8	9	0.00244	0.0305	0.581	-
8	5	0	0.0267	0	1.0
9	10	0.00258	0.0322	0.615	-
4	11	0.0209	0.0688	0.00874	-
5	11	0.0203	0.0682	0.00869	-
11	12	0.00595	0.0196	0.00251	-
2	12	0.0187	0.0616	0.00786	-
3	12	0.0484	0.16	0.0203	-
7	12	0.00862	0.034	0.00437	-
11	13	0.02225	0.0731	0.00938	-
12	14	0.0215	0.0707	0.00908	-
13	15	0.0744	0.2444	0.03134	-
14	15	0.0595	0.195	0.0251	-
12	16	0.0212	0.0834	0.0107	-
15	17	0.0132	0.0437	0.0222	-
16	17	0.0454	0.1801	0.0233	-
17	18	0.0123	0.0505	0.00649	-
18	19	0.01119	0.0493	0.00571	-
19	20	0.0252	0.117	0.0149	--
15	19	0.012	0.0394	0.00505	-
20	21	0.0183	0.0849	0.0108	-
21	22	0.0209	0.097	0.0123	-
22	23	0.0342	0.159	0.0202	-
23	24	0.0135	0.0492	0.0249	-
23	25	0.0156	0.08	0.0432	-
26	25	0	0.0382	0	1.0
25	27	0.0318	0.163	0.0882	-
27	28	0.01913	0.0855	0.0108	-
28	29	0.0237	0.0943	0.0119	-
30	17	0	0.0388	0	1.0
8	30	0.00431	0.0504	0.257	-
26	30	0.00799	0.086	0.454	-
17	31	0.0474	0.1563	0.01995	-
29	31	0.0108	0.0331	0.00415	-
23	32	0.0317	0.1153	0.05865	-
31	32	0.0298	0.0985	0.01255	-
27	32	0.0229	0.0755	0.00963	-
15	33	0.038	0.1244	0.01597	-
19	34	0.0752	0.247	0.0316	-
35	36	0.00224	0.0102	0.00134	-
35	37	0.011	0.0497	0.00659	-
33	37	0.0415	0.142	0.0183	-
34	36	0.00871	0.0268	0.00284	-
34	37	0.00256	0.0094	0.00492	-

<i>De</i>	<i>Para</i>	<i>R</i>	<i>X</i>	<i>b/2</i>	<i>Tap</i>
38	37	0	0.0375	0	1.0
37	39	0.0321	0.106	0.0135	-
37	40	0.0593	0.168	0.021	-
30	38	0.00464	0.054	0.211	-
39	40	0.0184	0.0605	0.00776	-
40	41	0.0145	0.0487	0.00611	-
40	42	0.0555	0.183	0.0233	-
41	42	0.041	0.135	0.0172	-
43	44	0.0608	0.2454	0.03034	-
34	43	0.0413	0.1681	0.02113	-
44	45	0.0224	0.0901	0.0112	-
45	46	0.04	0.1356	0.0166	-
46	47	0.038	0.127	0.0158	-
46	48	0.0601	0.189	0.0236	-
47	49	0.0191	0.0625	0.00802	-
42	49	0.0715	0.323	0.043	-
42	49	0.0715	0.323	0.043	-
45	49	0.0684	0.186	0.0222	-
48	49	0.0179	0.0505	0.00629	-
49	50	0.0267	0.0752	0.00937	-
49	51	0.0486	0.137	0.0171	-
51	52	0.0203	0.0588	0.00698	-
52	53	0.0405	0.1635	0.02029	-
53	54	0.0263	0.122	0.0155	-
49	54	0.073	0.289	0.0369	-
49	54	0.0869	0.291	0.0365	-
54	55	0.0169	0.0707	0.0101	-
54	56	0.00275	0.00955	0.00366	-
55	56	0.00488	0.0151	0.00187	-
56	57	0.0343	0.0966	0.0121	-
50	57	0.0474	0.134	0.0166	-
56	58	0.0343	0.0966	0.0121	-
51	58	0.0255	0.0719	0.00894	-
54	59	0.0503	0.2293	0.0299	-
56	59	0.0825	0.251	0.02845	-
56	59	0.0803	0.239	0.0268	-
55	59	0.04739	0.2158	0.02823	-
59	60	0.0317	0.145	0.0188	-
59	61	0.0328	0.15	0.0194	-
60	61	0.00264	0.0135	0.00728	-
60	62	0.0123	0.0561	0.00734	-
61	62	0.00824	0.0376	0.0049	-
63	59	0	0.0386	0	1.0
63	64	0.00172	0.02	0.108	-
64	61	0	0.0268	0	1.0
38	65	0.00901	0.0986	0.523	-
64	65	0.00269	0.0302	0.19	-
49	66	0.018	0.0919	0.0124	-
49	66	0.018	0.0919	0.0124	-
62	66	0.0482	0.218	0.0289	-
62	67	0.0258	0.117	0.0155	-
65	66	0	0.037	0	1.0
66	67	0.0224	0.1015	0.01341	-
65	68	0.00138	0.016	0.319	-
47	69	0.0844	0.2778	0.03546	-
49	69	0.0985	0.324	0.0414	-

<i>De</i>	<i>Para</i>	<i>R</i>	<i>X</i>	<i>b/2</i>	<i>Tap</i>
68	69	0	0.037	0	1.0
69	70	0.03	0.127	0.061	-
24	70	0.00221	0.4115	0.05099	-
70	71	0.00882	0.0355	0.00439	-
24	72	0.0488	0.196	0.0244	-
71	72	0.0446	0.18	0.02222	-
71	73	0.00866	0.0454	0.00589	-
70	74	0.0401	0.1323	0.01684	-
70	75	0.0428	0.141	0.018	-
69	75	0.0405	0.122	0.062	-
74	75	0.0123	0.0406	0.00517	-
76	77	0.0444	0.148	0.0184	-
69	77	0.0309	0.101	0.0519	-
75	77	0.0601	0.1999	0.02489	-
77	78	0.00376	0.0124	0.00632	-
78	79	0.00546	0.0244	0.00324	-
77	80	0.017	0.0485	0.0236	-
77	80	0.0294	0.105	0.0114	-
79	80	0.0156	0.0704	0.00935	-
68	81	0.00175	0.0202	0.404	-
81	80	0	0.037	0	1.0
77	82	0.0298	0.0853	0.04087	-
82	83	0.0112	0.03665	0.01898	-
83	84	0.0625	0.132	0.0129	-
83	85	0.043	0.148	0.0174	-
84	85	0.0302	0.0641	0.00617	-
85	86	0.035	0.123	0.0138	-
86	87	0.02828	0.2074	0.02225	1.0
85	88	0.02	0.102	0.0138	-
85	89	0.0239	0.173	0.0235	-
88	89	0.0139	0.0712	0.00967	-
89	90	0.0518	0.188	0.0264	-
89	90	0.0238	0.0997	0.053	-
90	91	0.0254	0.0836	0.0107	-
89	92	0.0099	0.0505	0.0274	-
89	92	0.0393	0.1581	0.0207	-
91	92	0.0387	0.1272	0.01634	-
92	93	0.0258	0.0848	0.0109	-
92	94	0.0481	0.158	0.0203	-
93	94	0.0223	0.0732	0.00938	-
94	95	0.0132	0.0434	0.00555	-
80	96	0.0356	0.182	0.0247	-
82	96	0.0162	0.053	0.0272	-
94	96	0.0269	0.0869	0.0115	-
80	97	0.0183	0.0934	0.0127	-
80	98	0.0238	0.108	0.0143	-
80	99	0.0454	0.206	0.0273	-
92	100	0.0648	0.295	0.0236	-
94	100	0.0178	0.058	0.0302	-
95	96	0.0171	0.0547	0.00737	-
96	97	0.0173	0.0885	0.012	-
98	100	0.0397	0.179	0.0238	-
99	100	0.018	0.0813	0.0108	-
100	101	0.0277	0.1262	0.0164	-
92	102	0.0123	0.0559	0.00732	-
101	102	0.0246	0.112	0.0147	-

<i>De</i>	<i>Para</i>	<i>R</i>	<i>X</i>	<i>b/2</i>	<i>Tap</i>
100	103	0.016	0.0525	0.0268	-
100	104	0.0451	0.204	0.02705	-
103	104	0.0466	0.1584	0.02035	-
103	105	0.0535	0.1625	0.0204	-
100	106	0.0605	0.229	0.031	-
104	105	0.00994	0.0378	0.00493	-
105	106	0.014	0.0547	0.00717	-
105	107	0.053	0.183	0.0236	-
105	108	0.0261	0.0703	0.00922	-
106	107	0.053	0.183	0.0236	-
108	109	0.0105	0.0288	0.0038	-
103	110	0.03906	0.1813	0.02305	-
109	110	0.0278	0.0762	0.0101	-
110	111	0.022	0.0755	0.01	-
110	112	0.0247	0.064	0.031	-
17	113	0.00913	0.0301	0.00384	-
32	113	0.0615	0.203	0.0259	-
32	114	0.0135	0.0612	0.00814	-
27	115	0.0164	0.0741	0.00986	-
114	115	0.0023	0.0104	0.00138	-
68	116	0.00034	0.00405	0.082	-
12	117	0.0329	0.14	0.0179	-
75	118	0.0145	0.0481	0.00599	-
76	118	0.0164	0.0544	0.00678	-

Dados das Barras

<i>barra</i>	<i>Pd.</i>	<i>Qd.</i>	<i>a_k</i>	<i>b_k</i>	<i>c_k</i>	<i>Y_{shunt}</i>	<i>V^{max}</i>	<i>V^{min}</i>	<i>Qc^{max}</i>	<i>Qc^{min}</i>
1	0.51	0.27	1.277	0.6073	0	0	1.05	0.95	0	0
2	0.2	0.09	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
3	0.39	0.1	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
4	0.3	0.12	0.786	0.489	0	0	1.05	0.95	0	0
5	0	0	0	0	0	-0.4	1.05	0.95	0	0
6	0.52	0.22	1.956	0.696	0	0	1.05	0.95	0	0
7	0.19	0.02	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
8	0	0	0.68	0.773	0	0	1.05	0.95	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
10	0	0	0.4597	0.5019	0	0	1.05	0.95	0	0
11	0.7	0.23	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
12	0.47	0.1	1.932	0.803	0	0	1.05	0.95	0	0
13	0.34	0.16	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
14	0.14	0.01	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
15	0.9	0.3	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
16	0.25	0.1	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
17	0.11	0.03	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
18	0.6	0.34	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
19	0.45	0.25	1.246	1.367	0	0	1.05	0.95	0	0
20	0.18	0.03	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
21	0.14	0.08	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
22	0.1	0.05	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
23	0.07	0.03	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
24	0	0	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
25	0	0	0.784	0.394	0	0	1.05	0.95	0	0
26	0	0	0.6999	0.6385	0	0	1.05	0.95	0	0
27	0.62	0.13	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
28	0.17	0.07	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0

<i>barra</i>	<i>Pd.</i>	<i>Qd.</i>	<i>a_k</i>	<i>b_k</i>	<i>c_k</i>	<i>Y_{shunt}</i>	<i>V^{max}</i>	<i>V^{min}</i>	<i>Q_c^{max}</i>	<i>Q_c^{min}</i>
29	0.24	0.04	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
30	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
31	0.43	0.27	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
32	0.59	0.23	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
33	0.23	0.09	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
34	0.59	0.26	1.246	1.367	0	0.14	1.05	0.95	0	0
35	0.33	0.09	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
36	0.31	0.17	2.066	0.675	0	0	1.05	0.95	0	0
37	0	0	0	0	0	-0.25	1.05	0.95	0	0
38	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
39	0.27	0.11	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
40	0.2	0.23	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
41	0.37	0.1	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
42	0.37	0.23	1.246	1.367	0	0	1.05	0.95	0	0
43	0.18	0.07	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
44	0.16	0.08	0	0	0	0.1	1.05	0.95	0	0
45	0.53	0.22	0	0	0	0.1	1.05	0.95	0	0
46	0.28	0.1	1.204	1.513	0	0.1	1.05	0.95	0	0
47	0.34	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
48	0.2	0.11	0	0	0	0.15	1.05	0.95	0	0
49	0.87	0.3	0.68	0.773	0	0	1.05	0.95	0	0
50	0.17	0.04	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
51	0.17	0.08	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
52	0.18	0.05	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
53	0.23	0.11	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
54	1.13	0.32	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
55	0.63	0.22	1.932	0.803	0	0	1.05	0.95	0	0
56	0.84	0.18	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
57	0.12	0.03	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
58	0.12	0.03	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
59	2.77	1.13	1.546	0.678	0	0	1.05	0.95	0	0
60	0.78	0.03	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
61	0	0	1.546	0.678	0	0	1.05	0.95	0	0
62	0.77	0.14	2.016	0.636	0	0	1.05	0.95	0	0
63	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
64	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
65	0	0	1.041	0.4633	0	0	1.05	0.95	0	0
66	0.39	0.18	0.7293	0.4213	0	0	1.05	0.95	0	0
67	0.28	0.07	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
68	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
69	0	0	0.3985	0.5997	0	0	1.05	0.95	0	0
70	0.66	0.2	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
71	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
72	0	0	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
73	0	0	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
74	0.68	0.27	1.932	0.803	0	0.12	1.05	0.95	0	0
75	0.47	0.11	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
76	0.68	0.36	1.932	0.803	0	0	1.05	0.95	0	0
77	0.61	0.28	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
78	0.71	0.26	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
79	0.39	0.32	0	0	0	0.2	1.05	0.95	0	0
80	1.3	0.26	0.7687	0.3149	0	0	1.05	0.95	0	0
81	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
82	0.54	0.27	0	0	0	0.2	1.05	0.95	0	0
83	0.2	0.1	0	0	0	0.1	1.05	0.95	0	0
84	0.11	0.07	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0

barra	P_d	Q_d	a_k	b_k	c_k	Y_{shunt}	V^{max}	V^{min}	Q_c^{max}	Q_c^{min}
85	0.24	0.15	1.546	0.678	0	0	1.05	0.95	0	0
86	0.21	0.1	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
87	0	0	1.932	0.803	0	0	1.05	0.95	0	0
88	0.48	0.1	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
89	0	0	0.7176	0.5813	0	0	1.05	0.95	0	0
90	0.78	0.42	0.786	0.489	0	0	1.05	0.95	0	0
91	0	0	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
92	0.65	0.1	1.246	1.367	0	0	1.05	0.95	0	0
93	0.12	0.07	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
94	0.3	0.16	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
95	0.42	0.31	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
96	0.38	0.15	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
97	0.15	0.09	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
98	0.34	0.08	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
99	0	0	1.204	1.513	0	0	1.05	0.95	0	0
100	0.37	0.18	0.462	0.282	0	0	1.05	0.95	0	0
101	0.22	0.15	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
102	0.05	0.03	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
103	0.23	0.16	0.4598	0.3682	0	0	1.05	0.95	0	0
104	0.38	0.25	1.246	1.367	0	0	1.05	0.95	0	0
105	0.31	0.26	1.246	1.367	0	0.2	1.05	0.95	0	0
106	0.43	0.16	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
107	0.28	0.12	1.546	0.678	0	0.06	1.05	0.95	0	0
108	0.02	0.01	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
109	0.08	0.03	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
110	0.39	0.3	0	0	0	0.06	1.05	0.95	0	0
111	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
112	0.25	0.13	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
113	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
114	0.08	0.03	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
115	0.22	0.07	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
116	0	0	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
117	0.2	0.08	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0
118	0.33	0.15	0	0	0	0	1.05	0.95	0	0

Dados de geradores

barra	P_n	S_n	$p.f.$	V_{nom}	X_s	SCR	valores reais [MVA,kV]
1	1.9805	2.33	0.85	1.0	0.6706	0.64	Sb=233,Vb=20
4	2.295	2.7	0.85	1.0	0.5404	0.6854	Sb=270,Vb=18
6	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
8	2.295	2.7	0.85	1.0	0.5404	0.6854	Sb=270,Vb=18
10	1.9805	2.33	0.85	1.0	0.6706	0.64	Sb=233,Vb=20
12	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
15	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
18	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
19	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
24	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
25	2.295	2.7	0.85	1.0	0.5404	0.6854	Sb=270,Vb=18
26	3.264	3.84	0.85	1.0	0.449	0.58	Sb=384,Vb=24
27	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
31	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
32	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
34	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5

<i>barra</i>	<i>Pn</i>	<i>Sn</i>	<i>p.f.</i>	<i>Vnom</i>	<i>Xs</i>	<i>SCR</i>	<i>valores reais [MVA,kV]</i>
36	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
40	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
42	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
46	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
49	2.295	2.7	0.85	1.0	0.5404	0.6854	Sb=270,Vb=18
54	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
55	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
56	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
59	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
61	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
62	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
65	2.295	2.7	0.85	1.0	0.5404	0.6854	Sb=270,Vb=18
66	3.264	3.84	0.85	1.0	0.449	0.58	Sb=384,Vb=24
69	4.608	5.12	0.9	1.0	0.3367	0.58	Sb=512,Vb=24
70	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
72	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
73	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
74	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
76	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
77	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
80	3.264	3.84	0.85	1.0	0.449	0.58	Sb=384,Vb=24
85	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
87	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
89	2.295	2.7	0.85	1.0	0.5404	0.6854	Sb=270,Vb=18
90	2.295	2.7	0.85	1.0	0.5404	0.6854	Sb=270,Vb=18
91	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
92	1.0625	1.25	0.85	1.0	0.8889	0.9	Sb=125,Vb=15.5
99	0.8	1	0.8	1.0	1.1111	0.9	Sb=100,Vb=13.8
100	4.608	5.12	0.9	1.0	0.3367	0.58	Sb=512,Vb=24
103	4.968	5.52	0.9	1.0	0.3123	0.58	Sb=552,Vb=24
104	2.295	2.7	0.85	1.0	0.5404	0.6854	Sb=270,Vb=18
105	2.295	2.7	0.85	1.0	0.5404	0.6854	Sb=270,Vb=18
107	2.295	2.7	0.85	1.0	0.5404	0.6854	Sb=270,Vb=18

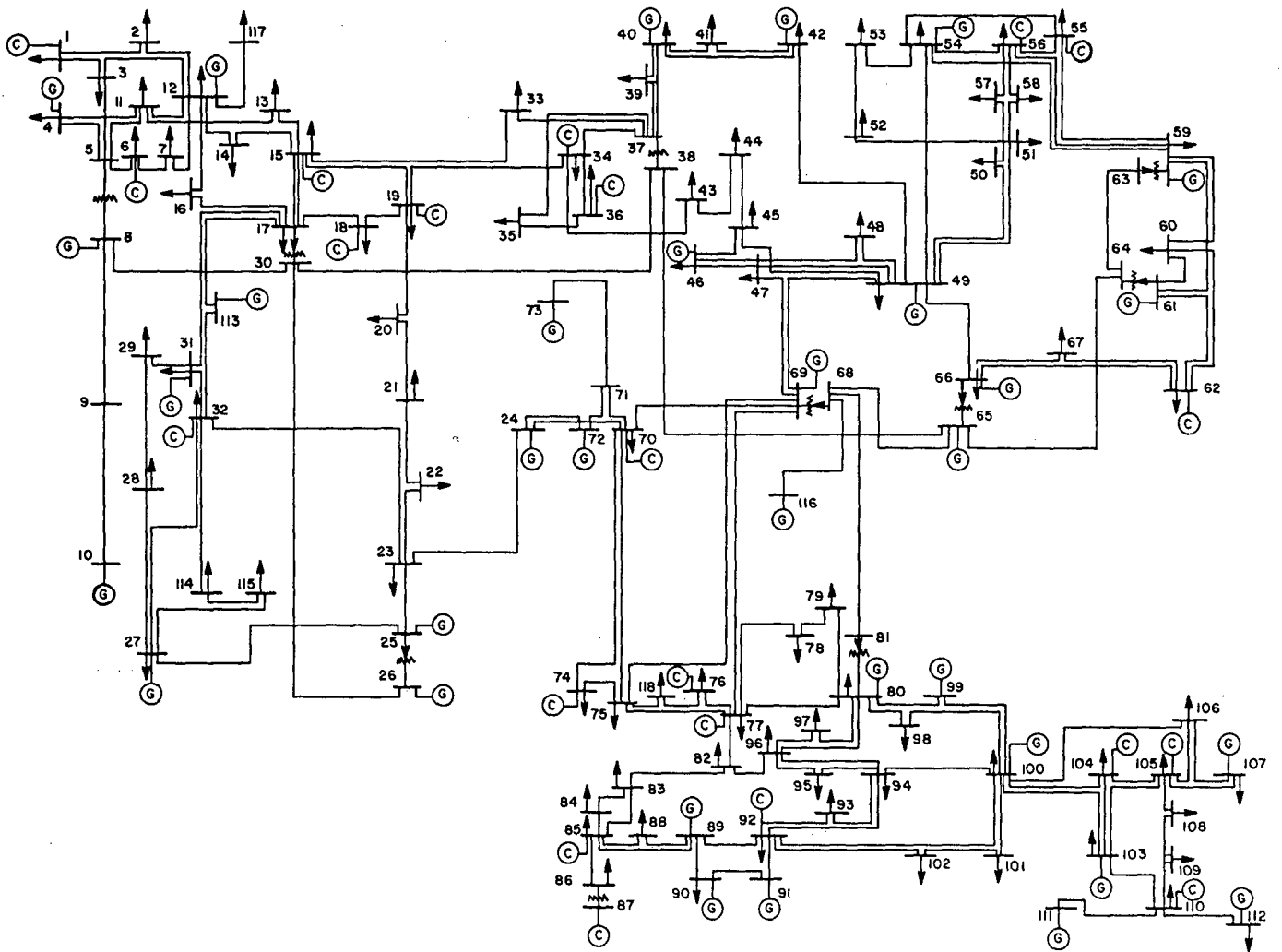


Diagrama Unifilar Sistema red118