

LUIZ ANTÔNIO RIGHI

**MODELAGEM DAS PERDAS EM
DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS**

**Florianópolis
2000**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**Modelagem das Perdas em Dispositivos
Eletromagnéticos**

TESE SUBMETIDA À
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA

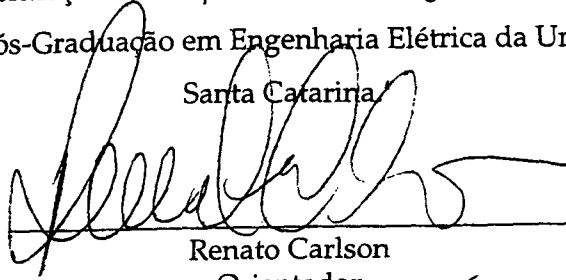
LUIZ ANTÔNIO RIGHI

FLORIANÓPOLIS, MARÇO DE 2000.


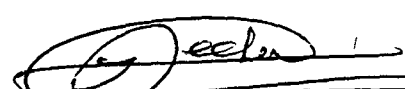
Luiz Antônio Righi

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Dispositivos Eletromagnéticos*, e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de

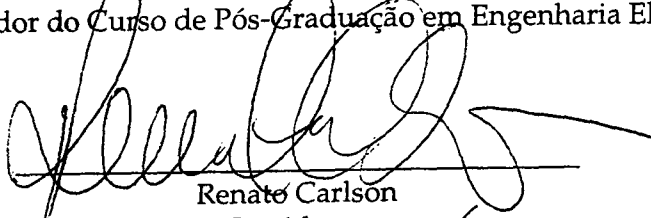


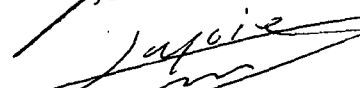
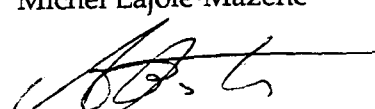
Santa Catarina



Renato Carlson
Orientador


Nelson Sadowski
Co-Orientador
Ildemar Cassana Decker
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:


Renato Carlson
Presidente
Nelson Sadowski
José Roberto Cardoso
Michel Lajoie-Mazenc
João Pedro Assumpção Bastos
Patrick Kuo Peng

Para os que estudam e trabalham, e acreditam
que assim podem transformar o mundo.

AGRADECIMENTOS

Com a colaboração de muitas pessoas, eis-nos a divulgar este trabalho. Agradecemos a todos que de uma forma ou de outra contribuíram para esta tese.

Agradecimentos aos professores e colegas do GRUCAD\CTC\UFSC, e especialmente aos orientadores, Prof. Renato Carlson e Prof. Nelson Sadowski.

Ao suporte financeiro da CAPES, que foi muito importante para o desenvolvimento dos estudos.

Não se pode esquecer aos colegas do DESP\CT\UFSCM que assumiram os compromissos didáticos, e consentiram na liberação para a realização do curso.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

MODELAGEM DAS PERDAS EM DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS

Luiz Antônio Righi

Março/2000

Orientador: Renato Carlson.

Área de Concentração: Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos.

Palavras-chave: Perdas no Ferro, Histerese Magnética, Elementos Finitos.

Número de Páginas: 122.

O presente trabalho propõe uma nova abordagem para o cálculo das perdas passo a passo no tempo, usando o método de Elementos Finitos em duas dimensões. A técnica apresentada permite calcular perdas em dispositivos com geometrias especiais alimentadas em tensão com uma forma de onda não senoidal. O software desenvolvido calcula as perdas no domínio do tempo, e dispensa a convencional decomposição em componentes harmônicos. Modelou-se o material magnético em quatro partes distintas: (a) curva de magnetização sem histerese; (b) histerese estática; (c) perda clássica por correntes de Foucault induzidas nas lâminas; e (d) perda anômala ou excedente. Uma das mais importantes contribuições deste trabalho é o modelo de histerese vetorial. Desenvolveu-se uma metodologia para determinar os parâmetros do modelo, ajustando-se as curvas simuladas e experimentais com mínimo erro quadrático médio. Os resultados mostram que esta técnica de simulação pode ser uma importante ferramenta para a análise e síntese de dispositivos eletromagnéticos considerando as perdas no ferro e nos condutores.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements
for the degree of Doctor in Electrical Engineering

LOSSES MODELLING IN ELECTROMAGNETIC DEVICES

Luiz Antônio Righi

March /2000

Advisor: Renato Carlson

Area of Concentration: Electromagnetic Devices.

Keywords: Finite Elements, Magnetic Hysteresis, Iron Losses, Magnetic Circuits.

Number of Pages: 122.

This work presents a new approach to numerical analysis of losses, step by step in the time, using the two dimensional Finite Elements method. This presented approach allows calculation of losses in devices with special geometry and feed by non-sinusoidal voltages. The developed software calculates the losses in the time domain, and eliminates the conventional decomposition into harmonics components. The magnetic material is modelled in four independent parts: (a) anhysteretic magnetization curve; (b) static hysteresis; (c) classical losses by Foucault currents in the sheets; and (d) excess or anomalous losses. One of the most important contributions of this work is the vector hysteresis model. A methodology was developed to determine the parameters of the model based on experimental data, adjusting calculated and experimental curves with minimal mean square error. Results show that such simulation approach can be an important tool in analysis and synthesis of electromagnetic devices taking into account the iron and copper losses.

SUMÁRIO

Agradecimentos	iv
Resumo	v
Abstract.....	vi
Sumário	vii
Lista de tabelas	x
Lista de figuras	xi
Lista de siglas, abreviaturas e símbolos	xiv
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Características do cálculo de campo com perdas	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Metodologia e organização do trabalho	3
2 MODELAGEM DAS PERDAS NOS CONDUTORES	6
2.1 Efeito pelicular nos condutores	6
2.2 Função discreta no tempo	8
2.3 Coeficientes dos condutores	9
2.3.1 Equação da tensão para a componente contínua	9
2.3.2 Impedância para a fundamental	10
2.3.3 Equação da componente harmônica de ordem ' m '	11
2.3.4 Sistema linear para obter a_1, a_2, a_3, \dots	12
2.4 Resultados de simulação	13
2.4.1 Corrente senoidal	13
2.4.2 Com forma de onda não senoidal	14
3 MODELAGEM DO MATERIAL MAGNÉTICO	17
3.1 O processo de magnetização	17
3.1.1 Rotação dos domínios – equação de Langevin	19
3.1.2 Campo molecular de Weiss	21
3.1.3 Deslocamento das paredes dos domínios	22
3.2 Curva de magnetização sem histerese	24
3.2.1 Modelagem da função de Langevin	25
3.2.2 Parâmetros da função de Langevin	27
3.3 Modelagem da histerese	29

3.3.1	O deslocamento irreversível	30
3.3.2	O deslocamento reversível	31
3.3.3	A equação diferencial da histerese	32
3.3.4	Simulação da histerese	33
3.3.5	Parâmetros da histerese	38
3.3.6	Laços menores de histerese	41
3.4	Perdas dinâmicas	43
3.4.1	Perda clássica por correntes de Foucault	43
3.4.2	Medição das perdas no ferro	47
3.4.3	Perdas excedentes ou anômalas.....	48
4	CÁLCULO DE CAMPO COM RELUTIVIDADE DIFERENCIAL	52
4.1	Equação vetorial do campo magnético	54
4.1.1	Curva de magnetização sem histerese	54
4.1.2	A histerese em duas dimensões	57
4.1.3	Perdas dinâmicas	58
4.1.4	O tensor de relutividade diferencial	58
4.2	Discretização de elementos finitos	60
4.2.1	O incremento do potencial vetor magnético	60
4.2.2	Aplicação dos métodos de Galerkin e Elementos Finitos.....	61
4.2.3	Solução com Newton-Raphson	64
4.3	Demonstrações do modelo	67
4.3.1	Somente com saturação	67
4.3.2	Com saturação e histerese estática	72
4.3.3	Com magnetização e perdas dinâmicas	73
4.3.4	Com magnetização, histerese e perdas dinâmicas	74
5	PARÂMETROS DO MATERIAL MAGNÉTICO	78
5.1	Método clássico para determinação dos parâmetros	78
5.1.1	Separação das perdas	78
5.1.2	Compatibilidade dos parâmetros	79
5.2	Determinação dos parâmetros através do balanço de energia	81
5.2.1	Energia medida experimentalmente	81
5.2.2	Energia calculada	82
5.2.3	Algoritmo para cálculo dos parâmetros	83
5.3	Combinação dos parâmetros	84
5.4	Algoritmo de Lawson-Hanson associado com Elementos Finitos	87

5.4.1	Descrição do algoritmo.....	87
5.4.2	Montagem das matrizes	87
5.5	Resultados do cálculo dos parâmetros	88
5.5.1	Ajuste da curva de Langevin com pontos $B-H$ de pico	88
5.5.2	Parâmetros das chapas de aço ao silício	89
5.5.3	Separação das curvas H_{AN} e H_H	91
6	COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL	93
6.1	Estrutura axi-simétrica	93
6.2	Análise do aço E-170 com o quadro de Epstein	97
6.2.1	Determinação dos parâmetros com alimentação pela rede de 60 Hz	97
6.2.2	Efeitos de saturação e histerese	99
6.2.3	Com histerese e perdas dinâmicas	101
6.2.4	Circuito RLC com perdas no ferro	107
6.3	Laços menores de histerese	109
7	CONCLUSÃO	112
7.1	Modelagem dos condutores	112
7.2	Modelo escalar de magnetização, histerese e perdas dinâmicas	113
7.3	Tensor de relutividade diferencial	115
7.4	Método numérico para determinação dos parâmetros	116
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	119

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Perda nos condutores no domínio do tempo	13
Tabela 2.2 – Cálculo dos coeficientes dos condutores e simulação	15
Tabela 3.1 - Limites para o campo H_H	38
Tabela 4.1 – Erro do método de Newton-Raphson	77
Tabela 5.1 – Cálculo das constantes de perdas dinâmicas	80
Tabela 5.2 – Características dos principais aços de grão não orientado	90
Tabela 5.3 – Ajuste dos parâmetros da curva de Langevin	91
Tabela 6.1 – Parâmetros do material magnético	99

Lista de Figuras

Fig. 2.1 – Curvas de resistência e indutância calculadas em função da frequência	7
Fig. 2.2 – Sistema linear discreto no tempo	8
Fig. 2.3 – Diagrama fasorial de um circuito RL	11
Fig. 2.4 – Curva de tensão-corrente do circuito RL série	14
Fig. 3.1 – Configuração de um domínio devido a um campo magnético	18
Fig. 3.2 – Regiões de deslocamento das paredes e rotação dos domínios	19
Fig. 3.3 – Deslocamento reversível e irreversível nas paredes dos domínios: laço de histerese elementar	23
Fig. 3.4 – Curva de magnetização sem histerese	24
Fig. 3.5 – Regiões da curva de Langevin	26
Fig. 3.6 – Curva $M-H$ característica	28
Fig. 3.7 – Taxa de curvatura da função de Langevin	29
Fig. 3.8 – A curva de saturação para o campo H_{HW}	31
Fig. 3.9 – Significado físico da constante γ_H	32
Fig. 3.10 – Algoritmo para cálculo da histerese	34
Fig. 3.11 – Curva $B-H$ mostrando os seus componentes ($B-H_{AN}$ e $B-H_H$)	35
Fig. 3.12 – Trecho de histerese simulado com seus componentes.....	36
Fig. 3.13 – Curvas de energia levando em conta a histerese.....	37
Fig. 3.14 – Limites do laço de histerese.....	38
Fig. 3.15 – Efeito dos parâmetros sobre o laço de histerese.....	40
Fig. 3.16 – Aproximação da histerese quando H_H está próximo da sua saturação.....	41
Fig. 3.17 – Curva $B-H$ com laços menores.....	42
Fig. 3.18 – Trecho simulado da curva $B-H$ com um laço menor.....	42
Fig. 3.19 – Laços menores característicos. (a) Jiles-Atherton; (b) Preisach; (c) ideal.....	42
Fig. 3.20 – Curvas de histerese do permalloy em função da frequência.....	43
Fig. 3.21 – Resistividade das lâminas de aço-silício.....	45
Fig. 3.22 – Curvas de saturação (H_{AN}) e de histerese com perda clássica por correntes de Foucault (H_C+H_{AN}).....	47
Fig. 3.23 – Separação das perdas no ferro.....	48
Fig. 3.24 – Distribuição de correntes induzidas em uma chapa magnética.....	49
Fig. 3.25 – Laço de histerese com perdas excedentes.....	51
Fig. 4.1 – Laço de histerese característico e relutividade (H/B) calculada.....	52
Fig. 4.2 – Relutividade diferencial, calculada para o laço da figura anterior.....	53

Fig. 4.3 – Vetores de B e H em dois instantes de tempo.....	55
Fig. 4.4 – Vetores de campo e indução referentes à histerese.....	57
Fig. 4.5 – Segundo quadrante do quadrado de Epstein.....	67
Fig. 4.6 – Exemplos de corrente simulada com relutividade convencional (superior) e diferencial (inferior).....	68
Fig. 4.7 – Curva de fluxo-corrente com função de Langevin.....	69
Fig. 4.8 – Corrente calculada com relutividade diferencial (linha cheia) e convencional (linha pontilhada).....	70
Fig. 4.9 – Simulando com passo de tempo 0.5 ms.....	70
Fig. 4.10 – Detalhe da falsa histerese com passo de tempo 0.01 ms.....	71
Fig. 4.11 - Corrente simulada somente com saturação (linha cheia) e com histerese (linha pontilhada).....	72
Fig. 4.12 – Convergência do laço de histerese na curva fluxo-corrente.....	72
Fig. 4.13 – Curva de corrente com saturação (linha cheia) e com perda clássica por correntes de Foucault (linha pontilhada).....	73
Fig. 4.14 – Trecho do laço de histerese formado pelas perdas dinâmicas.....	73
Fig. 4.15 – Com saturação (linha cheia) e perdas excedentes (linha pontilhada).....	74
Fig. 4.16 – Tensão de alimentação da estrutura bidimensional.....	74
Fig. 4.17 – Curva de corrente típica com histerese e perdas dinâmicas.....	75
Fig. 4.18 – Laço de histerese característico, observado na curva fluxo-corrente.....	75
Fig. 4.19 – Linhas de fluxo com perdas no ferro.....	76
Fig. 4.20 – Curvas de perdas no ferro em função do tempo.....	77
Fig. 5.1 – Método clássico para separação das perdas no ferro.....	79
Fig. 5.2 – Algoritmo geral para obter os parâmetros do ferro.....	83
Fig. 5.3 – Algoritmo para combinação dos parâmetros.....	85
Fig. 5.4 – Curvas de campo magnético formadas durante a combinação dos parâmetros.....	86
Fig. 5.5 – Ajuste da curva $B-H$ de pico com a equação de Langevin.....	89
Fig. 5.6 – Comprovação do algoritmo que determina os parâmetros.....	92
Fig. 6.1 – Corte da estrutura simulada com linhas de fluxo.....	93
Fig. 6.2 – Tensão e corrente medidas ($V = 3,22$ V).....	94
Fig. 6.3 – Curva $B-H$ do ferrite ($V = 2,22$ V).....	94
Fig. 6.4 – Aproximação da curva $B-H$ da estrutura axi-simétrica.....	95
Fig. 6.5 – Corrente medida e simulada para $V_{\text{pico}} = 2,88$ V.....	96
Fig. 6.6 – Corrente medida e simulada para $V_{\text{pico}} = 3,34$ V.....	96
Fig. 6.7 – Tensão e corrente medidas com E-170 a 60 Hz ($P = 3,04$ W).....	97
Fig. 6.8 – Laço de histerese para E-170 em 60 Hz.....	98

Fig. 6.9 – Curvas de corrente com alimentação pela rede.....	98
Fig. 6.10 – Curva $B-i$ de pico para o aço E170 a 1 Hz.....	99
Fig. 6.11 – Curva de histerese do aço E-170 a 1 Hz.....	100
Fig. 6.12 – Perdas do aço E-170 a 1 Hz em função da indução de pico.....	101
Fig. 6.13 – Perdas do aço E-170 a 50 Hz.....	103
Fig. 6.14 – Perdas do aço E-170 a 60 Hz.....	104
Fig. 6.15 – Histerese para tensão senoidal a 10 Hz e a 0,8 T de indução máxima.....	105
Fig. 6.16 – Histerese para tensão senoidal a 100 Hz e a 0,8 T de indução máxima.....	106
Fig. 6.17 – Circuito ressonante série com o quadro de Epstein.....	107
Fig. 6.18 – Tensão e corrente medidas, com $V_{C0} = 26,5$ V.....	108
Fig. 6.19 – Correntes de descarga do capacitor.....	108
Fig. 6.20 – Recortador de onda senoidal, para obter dois laços menores por período.....	109
Fig. 6.21 – Curvas de tensão e corrente nos terminais do Epstein com recortador.....	110
Fig. 6.22 – Laços menores de histerese obtidos com o recortador.....	111

Lista de Siglas, Abreviaturas e Símbolos

- A** – vetor potencial magnético (Wb/m)
B - indução magnética (Wb/m²) ou (T)
B – indução magnética unidirecional
B_m – indução magnética de pico
D - indução elétrica (C/m²)
H - campo magnético (A/m)
H – campo magnético unidirecional
J - densidade de corrente elétrica (A/m²)
M - magnetização (A/m)
x, y, z – sistema de coordenadas cartesianas
p₁, p₂, p₃, q₁, q₂, q₃, r₁, r₂, r₃ - fatores de forma de um triângulo (m)
χ - suscetibilidade
μ₀ - permeabilidade absoluta no vácuo ($4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ H/m)
 $\|v\|$ - matriz ou tensor de relutividade diferencial (m/H)
d – espessura das lâminas (m)
ρ - resistividade elétrica (Ω.m)
σ - condutividade elétrica (Ω.m)⁻¹
V - tensão elétrica (V)
I - corrente elétrica (A)
N - número de espiras ou condutores
φ - fluxo magnético instantâneo (Wb)
R - resistência elétrica (Ω)
L - indutância elétrica (H)
C - capacitância (F)
m – ordem da harmônica
M_S, a, α - parâmetros da função de Langevin.
C_H e *γ_H* – parâmetros da histerese.
K_C, K_E e *K_{EXC}* – parâmetros relativos às perdas dinâmicas.
*H** - limite do laço de histerese.
L(λ) - função de Langevin da variável *λ*.
K_S e *β* - coeficientes da equação de Steinmetz.
ω - velocidade angular (rad/s).
f - frequência (Hz).

T - período de tempo (s).

t_{pas} ou Δt - passo de cálculo (s)

θ, ϕ - ângulos

W - energia (J)

P - potência (W)

$a_1, a_2, a_3, \dots a_n$ - coeficientes de impedância dos condutores elétricos.

η, ξ - componentes da matriz de relutividade diferencial.

Subscritos:

ac – corrente alternada.

dc – corrente contínua.

AN - curva de magnetização sem histerese, do inglês ‘anhysteresis’.

H - referente ao laço de histerese estática.

C - perdas no ferro tipo clássica por correntes de Foucault.

EXC - perdas no ferro tipo excedentes ou anômalas.

HW - referente à parcela irreversível da histerese.

HR - referente à parcela reversível da histerese.

1 INTRODUÇÃO

A grande quantidade e qualidade de trabalhos científicos na área de dispositivos eletromagnéticos, ao longo dos últimos anos, demonstram que os pesquisadores não têm medido esforços para modelá-los adequadamente. Como resultado, ocorreram grandes avanços nos métodos de cálculo numérico dos campos envolvidos. Pretende-se, neste trabalho, estudar e apresentar contribuições para a modelagem das perdas no ferro e nos condutores usando-se o método de Elementos Finitos em duas dimensões.

1.1 Características do cálculo de campo com perdas.

Por volta dos anos 70 difundiu-se a técnica de elementos finitos, que vem ganhando espaço a cada dia na área de Engenharia Elétrica. Nesta concepção de um dispositivo eletromagnético, forneceu-se as dimensões da estrutura, e a curva **B-H** do material. A condição idealizada, classicamente, consiste em considerar o dispositivo magnético 'ideal', ou seja, não levar em consideração as suas perdas.

Com o advento dos computadores modernos, tornou-se possível resolver as equações do circuito e de campo simultaneamente, passo a passo no tempo (VASSENT et al, 1991). O dispositivo eletromagnético pode ser alimentado em tensão, ou fazer parte de um circuito elétrico (PIROU & RAZEK, 1988), (KUO PENG et al, 1997).

ARKKIO & NIEMENMAA (1992), aplicaram o método clássico para o cálculo das perdas, em um motor de indução alimentado por conversor estático, usando Elementos Finitos. Os resultados simulados - a convencional curva de conjugado-velocidade e as perdas a vazio, ficaram muito próximos dos experimentais. Mas, muitas simplificações limitavam-no para a análise de rendimento. Os autores sugeriram a implementação de um modelo para as perdas no ferro.

NAKATA, ISHIHARA & NAKANO (1970), realizaram um importante estudo sobre as perdas por histerese sob condições de fluxo não senoidal. Eles observaram a influência dos harmônicos sobre a perda de energia dos laços menores de histerese.

LAVERS, BIRINGER & HOLLITSCHER (1978), apresentaram um método para calcular as perdas por histerese usando a equação de Steinmetz com laços menores. É um algoritmo muito simples, que utiliza uma constante auxiliar para definir o seu

comportamento. Esta abordagem é utilizada com muito sucesso por ATALLAH et al (1992) e MUELLER et al (1995). Observa-se que se precisa realizar o cálculo de campo em um período, e depois retornar para calcular a perda por histerese.

Nos anos oitenta, desenvolveram-se muito os inversores tipo PWM (Pulse Width Modulation) ou modulação por largura de pulsos, que utilizam transistores para o chaveamento. Atualmente, a frequência de modulação (que são os harmônicos da alimentação) pode ultrapassar os 50 kHz. A diferença entre as perdas medidas e calculadas, para um dispositivo alimentado com esta técnica, pode chegar a 120% (CESTER, KEDOUS-LEBOUCK & CORNUT, 1997).

Observa-se que, até então, o sobreaquecimento das máquinas elétricas, observado experimentalmente, não era explicado matematicamente. Como, ainda não se tinha um modelo teórico que representasse solidamente os diversos fenômenos físicos envolvidos, a alternativa passou a ser o cálculo numérico das perdas no ferro.

NAKATA, TAKAHASHI & KAWASE (1985), realizaram o cálculo de campo com histerese usando elementos finitos. Para evitar o problema da divisão por zero na relutividade, utilizaram o método de Newton-Raphson com a derivada da magnetização em relação à indução. Verificaram que a distribuição de campo magnético altera-se muito, quando se consideram as perdas.

RIGHI et al (1998) apresentaram um algoritmo que permite calcular as perdas com as seguintes características: (a) utiliza a equação de Steinmetz para uma forma de onda qualquer na indução; (b) dispensa qualquer constante auxiliar; e, (c) fornece a perda junto com o cálculo de campo, isto é, não precisa retornar no tempo, e ao final da simulação já se tem a distribuição de perdas no tempo e no espaço.

A histerese estática pode ser representada matematicamente pelo modelo de Jiles-Atherton (JILES, 1992), que resume-se em uma equação para a susceptibilidade diferencial (derivada da magnetização em relação ao campo magnético). Como este modelo é unidirecional, ele não se aplica diretamente para o cálculo de campo em duas ou três dimensões. Além disso, ele usa o campo magnético como variável de entrada, da mesma forma que o modelo escalar de Preisach (DELLA TORRE, 1992).

Os pesquisadores observaram que a inserção das perdas no cálculo de campo, é uma questão de modelagem do fenômeno físico da histerese (IVÁNYI, 1997):

1.2 Objetivos.

O objetivo geral desta tese é realizar o cálculo de campo usando o método de elementos finitos em duas dimensões, considerando as suas perdas. Este objetivo compreende particularmente:

- equacionar os condutores para o cálculo passo a passo no tempo;
- estudar e modelar a histerese e as perdas do material magnético;
- solucionar o problema da distribuição de campo magnético considerando as perdas;
- calcular os parâmetros do material com máxima exatidão.

1.3 Metodologia e organização do trabalho.

Desenvolve-se, no segundo capítulo desta tese, um modelo passo a passo no tempo, que leva em conta o efeito pelicular nos condutores. Assim, pretende-se obter as perdas Joule e o fluxo de dispersão, discretizados no tempo, à medida que a simulação for evoluindo.

Neste trabalho, calcula-se a distribuição de campo com o vetor potencial magnético \mathbf{A} , resolvendo-se um sistema não linear de equações para os valores dos potenciais nos nós da malha. Após a solução do problema, a indução magnética \mathbf{B} pode ser obtida em cada elemento finito pela equação:

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (1.1)$$

onde rot é o operador rotacional. Tendo-se as induções, calculam-se os fluxos, as correntes, e as demais variáveis que caracterizam o estado do sistema eletromagnético.

Pode-se definir que um elemento qualquer da malha possui induções \mathbf{B}_1 e \mathbf{B}_2 , nos passos de tempo anterior e atual, respectivamente. Sabe-se que a densidade de energia magnética, que flui por um dispositivo eletromagnético, pode ser escrita pela equação (MUELLER et al, 1985), (JILES, 1994):

$$W = W_{AN} + W_H + W_C + W_{EXC} \quad (1.2)$$

ou, em função dos campos e induções:

$$\int_{B_1}^{B_2} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} = \int_{B_1}^{B_2} \mathbf{H}_{AN} \cdot d\mathbf{B} + \int_{B_1}^{B_2} \mathbf{H}_H \cdot d\mathbf{B} + \int_{B_1}^{B_2} \mathbf{H}_C \cdot d\mathbf{B} + \int_{B_1}^{B_2} \mathbf{H}_{EXC} \cdot d\mathbf{B} \quad (1.3)$$

onde:

W – densidade volumétrica de energia magnética associada ao campo \mathbf{H} , necessária para uma variação de indução de \mathbf{B}_1 até \mathbf{B}_2 ; (HAMMOND, 1971)

W_{AN} – energia necessária para a variação da magnetização sem histerese do material, quando a indução varia de \mathbf{B}_1 a \mathbf{B}_2 ; (CULLITY, 1972)

W_H - energia dissipada por histerese, durante uma variação de indução de \mathbf{B}_1 até \mathbf{B}_2 ;

W_C – perda clássica por correntes de Foucault, na variação de indução de \mathbf{B}_1 até \mathbf{B}_2 ;

W_{EXC} – perda excedente ou anômala, devido ao movimento das paredes dos domínios, durante uma variação de indução de \mathbf{B}_1 até \mathbf{B}_2 ; (BERTOTTI, 1988)

\mathbf{H}_{AN} , \mathbf{H}_H , \mathbf{H}_C e \mathbf{H}_{EXC} - campos magnéticos associados a cada uma das parcelas de energia.

Derivando-se a equação (1.3) em relação à variável comum \mathbf{B} , chega-se à equação do campo magnético \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{AN} + \mathbf{H}_H + \mathbf{H}_C + \mathbf{H}_{EXC} \quad (1.4)$$

Esta é a hipótese básica do modelo unidirecional para as perdas no ferro, que se apresenta no terceiro capítulo desta tese.

O objetivo do quarto capítulo deste trabalho é desenvolver um modelo de histerese vetorial, a partir dos componentes de indução magnética \mathbf{B} e campo magnético \mathbf{H} em cada direção. Pode-se observar na literatura, que não existe até então, uma forma simples e direta para utilizar os modelos de histerese e/ou perdas unidirecional para duas ou três dimensões. Esta passagem é imprescindível para o cálculo de campo com elementos finitos. Para resolver este problema, pretende-se desenvolver a formulação e a solução, considerando que o campo magnético seja dado pela equação:

$$\mathbf{H}_2 = \|\nu\| \Delta \mathbf{B} + \mathbf{H}_1 \quad (1.5)$$

onde:

\mathbf{H}_2 - campo magnético do passo de tempo atual;

\mathbf{H}_1 - campo magnético do passo de tempo anterior;

$\Delta \mathbf{B}$ - vetor de variação de \mathbf{B} entre os dois instantes de tempo;

$\|v\|$ - matriz de relutividade diferencial, que é obtida a partir do modelo unidirecional do material magnético.

Partindo-se desta hipótese, desenvolve-se um modelo de histerese para cálculo de campo com os métodos iterativos de aproximações sucessivas e Newton-Raphson.

Na seqüência do trabalho, as curvas de correntes experimentais e simuladas poderão ser ajustadas para minimizar o erro quadrático médio. Com esta abordagem, apresenta-se no quinto capítulo, uma metodologia para calcular os parâmetros do modelo dos materiais.

No sexto capítulo, descrever-se-ão algumas aplicações e experiências desenvolvidas para melhor comprovação das hipóteses apresentadas nesta seção.

2 MODELAGEM DAS PERDAS NOS CONDUTORES

Sabe-se que a corrente elétrica de um dispositivo eletromagnético, alimentado com tensão senoidal apresenta geralmente forma de onda não senoidal, devido à saturação e às perdas do material magnético. A maneira clássica para calcular as perdas nos enrolamentos, com forma de onda não senoidal, é a decomposição em harmônicos, no domínio da frequência. Mas, deste modo, não se pode considerar as perdas no cálculo de campo passo a passo no tempo.

Para poder realizar o cálculo de campo com perdas nos condutores desenvolveu-se, nesta tese, um modelo para o efeito pelicular no domínio do tempo. Ele caracteriza-se pela discretização da corrente e da tensão em intervalos de tempo iguais, que se relacionam por uma combinação linear. Demonstrar-se-á que este novo e simples modelo fornece a mesma resposta que o cálculo convencional no domínio da frequência.

O efeito de alta frequência ocorre tanto nos condutores, como nas chapas de aço. Considera-se, neste capítulo, a não linearidade dos condutores com a frequência, que é o principal fator de distorção e perda nos condutores.

2.1 – Efeito pelicular nos condutores.

Como as perdas no ferro, as perdas no cobre também são inevitáveis. A perda nos condutores acontece essencialmente por efeito Joule, mas as correntes estão sujeitas aos efeitos: a) pelicular; b) de proximidade; c) de final de enrolamento; d) de entreferro; e, e) de interferência, por campos externos ao condutor.

A concentração de corrente na periferia dos condutores é chamada de efeito pelicular. Ele altera a indutância e a resistência dos condutores. Este efeito é função da frequência fundamental e dos harmônicos da corrente. Os efeitos pelicular e de proximidade são estudados em vários campos da eletricidade. A sua representação usual é feita usando funções trigonométricas e hiperbólicas.

Pode-se deduzir, a partir das equações de Maxwell, o valor da resistência e indutância magnética (DOWELL, 1966). Encontra-se na literatura, estas equações clássicas, aplicadas para os condutores de máquinas elétricas, como por exemplo LEVI

(1984). Apresenta-se na Fig. 2.1, as curvas de resistência e indutância em função da frequência. A abscissa deste gráfico corresponde à relação entre a frequência especificada f_{ac} pela frequência de referência f_0 .

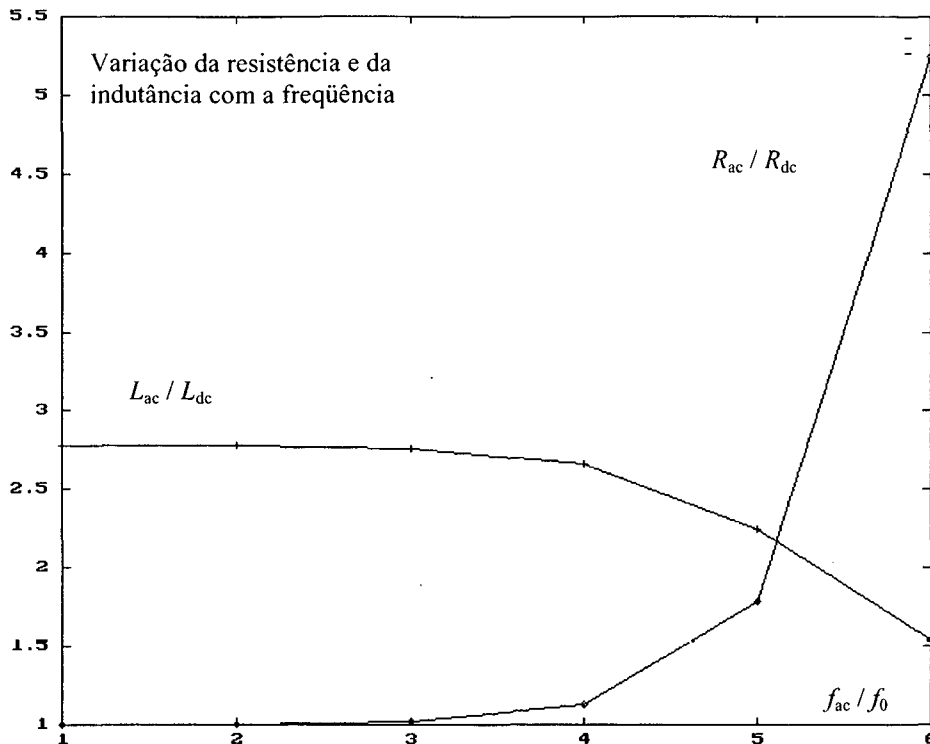


Fig. 2. 1 – Curvas de resistência e indutância calculadas em função da frequência.

A resistência c.a. média é encontrada dividindo-se esta perda total pela soma dos quadrados dos componentes harmônicos. Quando se utiliza chaveamento eletrônico, o cálculo dos componentes harmônicos da resistência e da indutância de dispersão torna-se indispensável. Acrescenta-se ainda o surgimento de capacitâncias parasitas ou de dispersão nas altas frequências (STOUT, 1960).

Na prática, as curvas da Fig. 2.1 são obtidas experimentalmente, e elas podem ser bem diferentes das calculadas analiticamente (DOWELL, 1966). O efeito das altas frequências nos condutores é definido pela curva medida de impedância em função da frequência. As curvas experimentais de resistência e indutância em função da frequência são os pontos de partida para o modelo que apresentar-se-á nesta seção. Mas como não é objetivo deste trabalho o estudo das origens deste efeito, considera-se estas curvas como dados de entrada para o software de cálculo de campo com perdas nos condutores.

2.2 - Função discreta no tempo.

Apresenta-se, nesta seção, um resumo da teoria matemática que permite considerar a não linearidade com altas frequências. Fundamenta-se na transformada z , que é uma função de transferência no domínio do tempo.

Considere o sistema da Fig. 2.2. A entrada e a saída de um sistema linear discreto no tempo são dadas por uma série, com valores igualmente espaçados, e descritos pela seguinte equação:

$$y_n = \sum_{k=0}^M a_k x_{n-k} - \sum_{k=1}^N b_k y_{n-k} \quad (2.1)$$

onde:

$\{x_n\}$ - sinal de entrada;

$\{y_n\}$ - sinal de saída;

M e N – ordem dos vetores de entrada e saída respectivamente.

$a_0, a_1, \dots, a_M, b_1, b_2, \dots, b_N$ - constantes, ou coeficientes do material.

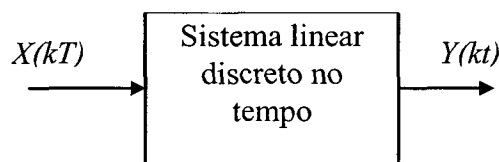


Fig. 2. 2 – Sistema linear discreto no tempo.

A função de transferência deste sistema, usando a transformada z , é dada por:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M a_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N b_k z^{-k}} \quad (2.2)$$

Quando $N = 0$, o sistema não possui realimentação, e consiste de um sistema com resposta impulsiva de duração finita. A amostragem da resposta em frequência, nos pontos $\omega = k.2\pi/K$, com $k=0,1,2,\dots,K-1$, com $K \geq M + 1$, resulta na transformada de Fourier discreta de $h(n)$ tomada sobre K pontos. Neste caso, os sistemas serão descritos por operações de

atraso, adições, e multiplicações por coeficientes fixos, aplicados sobre a entrada e outras variáveis resultantes dessas mesmas operações sobre a entrada.

Assim, a tensão nos terminais de um circuito *RLC* qualquer, com efeito pelicular, no instante de tempo n pode ser dada pela equação

$$v_n = a_1 i_n + a_2 i_{n-1} + a_3 i_{n-2} + \dots + a_n i_1 \quad (2.3)$$

Demonstrar-se-á, nos exemplos, que esta simples equação pode representar os condutores com efeito pelicular. Mas antes, é preciso desenvolver o procedimento básico, para cálculo de seus coeficientes.

2.3 - Coeficientes dos condutores.

Apresenta-se, neste item, uma metodologia para calcular os coeficientes a_1, a_2, \dots, a_n do modelo discreto no tempo, dado pela equação anterior.

Pode-se executar o seguinte procedimento:

- (a) Toma-se o enrolamento sem núcleo magnético. Pode-se utilizar um molde feito de madeira, isopor, ou outro material não ferromagnético.
- (b) Alimenta-se o mesmo com uma forma de onda não senoidal, adquirindo-se os valores de tensão e corrente.
- (c) Decompõe-se os sinais em componentes harmônicos para obter a amplitude e a fase.
- (d) Estes valores são os dados do algoritmo que se explica a seguir.

2.3.1 - Para a componente contínua.

Considere-se, inicialmente, a componente contínua da corrente, isto é, constante em todos pontos passados, e se mantém no intervalo n . Logo, a tensão nos seus terminais, no ponto atual n deve ser igual ao produto da resistência em CC vezes o valor da corrente.

$$V_n = a_1 I_n + a_2 I_{n-1} + a_3 I_{n-2} + \dots + a_n I_1 = V_{cc} \quad (2.4)$$

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n) I_{cc} = R_{cc} I_{cc} \quad (2.5)$$

onde:

R_{cc} - resistência em corrente contínua.

$$R_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} \quad (2.6)$$

$I_n = I_{n-1} = I_{n-2} = \dots = I_{cc}$ - componentes contínuas no tempo

Então, simplificando-se a corrente na equação (2.5) resulta

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = R_{cc} \quad (2.7)$$

Esta será uma equação de um sistema linear, para determinar-se a_1, a_2, a_3, \dots . A equação seguinte vem da componente fundamental.

2.3.2 - Para a fundamental.

Agora, considere-se a componente fundamental na frequência angular ω . Se a amplitude da corrente é I_p , pode-se escrever a sua equação como:

$$i(t) = I_p \text{sen}(\omega t) \quad (2.8)$$

O ângulo de atraso é calculado em função do passo de tempo t_{pas} e do período da fundamental T . Este tempo deve ser o mesmo do programa de elementos finitos, que vai fazer a simulação dos condutores juntamente com todo o sistema eletromagnético. Calcula-se ele simplesmente pela equação:

$$\phi_1 = 2\pi \frac{t_{pas}}{T} \quad (2.9)$$

Assim, calcula-se as correntes para cada instante de tempo anterior,

$$\begin{aligned} I_n &= I_p \text{sen}(\omega t) \\ I_{n-1} &= I_p \text{sen}(\omega t - \phi_1) \\ I_{n-2} &= I_p \text{sen}(\omega t - 2\phi_1) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Considerando-se que a componente fundamental da tensão tenha equação:

$$v(t) = V_p \text{sen}(\omega t + \theta) \quad (2.11)$$

onde:

V_p - tensão de pico na frequência fundamental

θ - ângulo entre tensão e corrente, ou ângulo do fator de potência.

Conforme mostra-se na Fig. 2.3, a tensão possui duas componentes ortogonais.

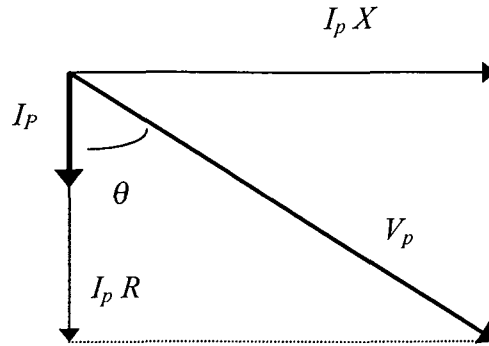


Fig. 2. 3 – Diagrama fasorial de um circuito RL .

Substituindo-se as equações (2.10) e (2.11) na equação (2.3), encontra-se:

$$I_p [a_1 \text{sen}(\omega t) + a_2 \text{sen}(\omega t - \phi_1) + \dots] = V_p \text{sen}(\omega t + \theta) \quad (2.12)$$

Desenvolvendo esta equação, chega-se a duas parcelas em ambos os lados da igualdade: (a) um termo em $\text{sen}\omega t$; e, (b) um termo em $\text{cos}\omega t$. Pelo princípio da ortogonalidade destas funções, pode-se separar em duas equações. Isto equivale a dizer que as seguintes igualdades devem ser satisfeitas para qualquer instante de tempo:

$$I_p \text{sen}\omega t [a_{11} + a_2 \text{cos}\phi_1 + a_3 \text{cos}2\phi_1 + \dots] = V_p \text{sen}\omega t \text{cos}\theta \quad (2.13)$$

$$I_p \text{cos}\omega t [-a_2 \text{sen}\phi_1 - a_3 \text{sen}2\phi_1 + \dots] = V_p \text{cos}\omega t \text{sen}\theta \quad (2.14)$$

Assim, simplificando-se os termos em função do tempo, e substituindo os valores de R e X para a fundamental, têm-se mais duas equações em termos das constantes a_1, a_2, a_3, \dots

2.3.3 - Para a componente harmônica de ordem ' m '.

Considere-se agora, a componente harmônica na frequência $m\omega$. A equação da corrente pode ser considerada como:

$$i(t) = I_m \text{sen}(m\omega t) \quad (2.15)$$

Os ângulos de atraso são calculados pela equação:

$$\varphi_m = m 2\pi \frac{t_{\text{pas}}}{T} \quad (2.16)$$

Assim, calcula-se as correntes para cada instante de tempo anterior,

$$\begin{aligned}
I_n &= I_m \text{sen}(m\omega t) \\
I_{n-1} &= I_m \text{sen}(m\omega t - \phi_m) \\
I_{n-2} &= I_m \text{sen}(m\omega t - 2\phi_m)
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Considerando-se que a componente m da tensão tenha equação:

$$v(t) = V_m \text{sen}(m\omega t + \theta_m) \tag{2.18}$$

onde:

V_m - tensão de pico na frequência m .

θ_m - ângulo entre tensão e corrente, da harmônica m .

Substituindo-se as equações (2.17) e (2.18) na equação (2.3), encontra-se:

$$I_m [a_1 \text{sen}(m\omega t) + a_2 \text{sen}(m\omega t - \phi_m) + \dots] = V_m \text{sen}(m\omega t + \theta_m) \tag{2.19}$$

Desenvolvendo esta equação chega-se a duas parcelas em ambos os lados da igualdade: (a) um termo em $\text{sen}(m\omega t)$; e, (b) um termo em $\text{cos}(m\omega t)$. Pelo princípio da ortogonalidade destas funções, pode-se dizer que

$$I_m \text{sen } m\omega t [a_1 + a_2 \text{cos } \phi_m + a_3 \text{cos } 2\phi_m + \dots] = V_m \text{sen } m\omega t \text{cos } \theta_m \tag{2.20}$$

$$I_m \text{cos } m\omega t [-a_2 \text{sen } \phi_m - a_3 \text{sen } 2\phi_m + \dots] = V_m \text{cos } m\omega t \text{sen } \theta_m \tag{2.21}$$

Assim, simplificando-se os termos em função do tempo e substituindo os valores de R_m e X_m para cada harmônica, tem-se duas equações em termos das constantes a_1, a_2, a_3, \dots

2.3.4 - Sistema linear para obter a_1, a_2, a_3, \dots

Juntando-se as equações anteriores, pode-se formar um sistema linear de n equações e n incógnitas, como pode ser visto na seguinte equação:

$$\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\
1 & + \text{cos } \phi_1 & + \text{cos } 2\phi_1 & \dots & + \text{cos}(n-2)\phi_1 & + \text{cos}(n-1)\phi_1 \\
0 & - \text{sen } \phi_1 & - \text{sen } 2\phi_1 & \dots & - \text{sen}(n-2)\phi_1 & - \text{sen}(n-1)\phi_1 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
1 & + \text{cos } \phi_m & + \text{cos } 2\phi_m & \dots & + \text{cos}(n-2)\phi_m & + \text{cos}(n-1)\phi_m \\
0 & - \text{sen } \phi_m & - \text{sen } 2\phi_m & \dots & - \text{sen}(n-2)\phi_m & - \text{sen}(n-1)\phi_m
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
a_1 \\
a_2 \\
a_3 \\
\dots \\
a_{n-1} \\
a_n
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
R_{cc} \\
R \\
X \\
\dots \\
R_m \\
X_m
\end{bmatrix} \tag{2.22}$$

Resolveu-se este sistema pelo método de eliminação de Gauss, para simular-se os exemplos seguintes.

2.4 - Resultados de simulação

O propósito deste item é demonstrar uma metodologia para inserir o efeito das altas frequências na formulação de elementos finitos.

2.4.1 - Corrente senoidal.

Considere-se como exemplo uma corrente dada por:

$$i(t) = 10 \text{ sen } \omega t \quad (2.23)$$

passando por uma resistência de 1,1 Ohm nesta frequência.

Calculou-se os coeficientes, conforme a metodologia vista anteriormente. Seus valores são: $a_1=1,27 \Omega$, $a_2=-0,3 \Omega$, e $a_3=0,0333 \Omega$. Assim, pode-se montar a tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Perda nos condutores no domínio do tempo.

Ângulo (Graus)	$i(t)$ (A)	$v(t)$ (V)	$P(t)$ (W)
210	-5	-7,5	37,5
150	5	3,5	17,5
90	10	11,0	110,0
30	5	7,5	37,5
-30	-5	-3,5	17,5
-90	-10	-11	110,0

Também pode-se traçar o gráfico de $i(t)$ x $v(t)$, conforme mostra-se na Fig. 2.4. A potência média, calculada pelo somatório de $v(t).i(t)$ é 55 W. A potência calculada pela lei de Ohm é:

$$P = \frac{1}{2} R I_p^2 = \frac{1}{2} 1,1 (10^2) = 55 W \quad (2.24)$$

que é exatamente o valor esperado.

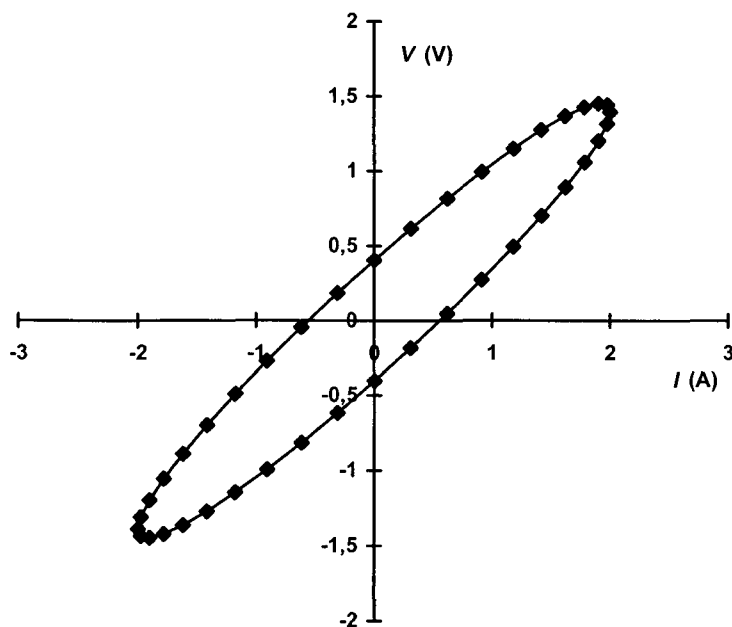


Fig. 2. 4 – Curva de tensão-corrente do circuito *RL* série.

2.4.2 - Com forma-de-onda não senoidal.

Considere-se as medições experimentais e os valores simulados na Tabela 2.2. Os dados são a amplitude e a fase da tensão e da corrente medidas, para cada uma das harmônicas, incluindo a componente contínua. Lembra-se que a resistência CC não pode ser nula. Na seqüência, o algoritmo determina o vetor do lado direito do sistema linear, e resolve-o para obter os coeficientes do enrolamento.

Para demonstrar o método, e confirmar a eficiência da rotina, calculou-se as perdas com outra forma de onda de corrente, onde os seus componentes são dados na Tabela 2.2. Pode-se comparar as tensões dadas (V_{freq}) com as calculadas pelo algoritmo no domínio do tempo (V_{time}). Como os valores de tensão e corrente são exatamente iguais, a potência também será igual, como pode-se comprovar, calculando a potência média pelo algoritmo ou pela fórmula clássica.

Tabela 2.2 – Cálculo dos coeficientes dos condutores e simulação.

```

***** Dados *****
04 (número de harmônicas)
0.050 0.00 0.09 0.00 (ampl. e fase da corr. e tensao contínua)
2.30 -71.0 2.0 0.00 (ampl. e fase da corr. e tensao fundamental)
0.30 -80.0 0.8 -20.0 (ampl. e fase da corr. e tensao 3a. harmon.)
0.20 -60.0 0.45 10.0 (ampl. e fase da corr. e tensao 5a. harmon.)

```

```

***** Vetor do lado direito (calculado) *****
Vdr( 1 ) = 1.800
Vdr( 2 ) = .283
Vdr( 3 ) = .822
Vdr( 4 ) = 1.333
Vdr( 5 ) = 2.309
Vdr( 6 ) = .770
Vdr( 7 ) = 2.114

```

```

***** Coeficientes *****
A( 1 ) = -.348E+00
A( 2 ) = .227E+01
A( 3 ) = -.149E+01
A( 4 ) = .983E+00
A( 5 ) = -.103E+01
A( 6 ) = .125E+01
A( 7 ) = .168E+00

```

```

***** Resultados para a 1a. harmônica *****
i = 2.3000000 sen ( w1 t + -71.0000000 )
-----
ANG. I (A) Vfreq(V) Vtime(V) P(W)
-----
-71.00 -2.1747 -.123E+01 -.123E+01 2.6778
-96.71 -2.2842 -.426E+00 -.426E+00 .9721
-122.43 -1.9413 .464E+00 .464E+00 -.9017
-148.14 -1.2139 .126E+01 .126E+01 -1.5326
-173.86 -.2461 .181E+01 .181E+01 -.4456
-199.57 .7705 .200E+01 .200E+01 1.5408
-225.29 1.6344 .179E+01 .179E+01 2.9309
-251.00 2.1747 .123E+01 .123E+01 2.6778
-276.71 2.2842 .426E+00 .426E+00 .9721
-302.43 1.9413 -.464E+00 -.464E+00 -.9017
-328.14 1.2139 -.126E+01 -.126E+01 -1.5326
-353.86 .2461 -.181E+01 -.181E+01 -.4456
-379.57 -.7705 -.200E+01 -.200E+01 1.5408
-405.29 -1.6344 -.179E+01 -.179E+01 2.9309

```

Potência média = 7.488081E-001 Watts

Perda R.I**2 = 7.488070E-001 Watts

***** Resultados para a 3a. harmônica *****
 $i = 3.000000E-001 \text{ sen } (3 \omega_1 t + -80.000000)$

ANG.	I (A)	Vfreq (V)	Vtime (V)	P (W)
-80.00	-.2954	-.514E+00	-.514E+00	.1519
-157.14	-.1165	.483E+00	.483E+00	-.0563
-234.29	.2436	.729E+00	.729E+00	.1776
-311.43	.2249	-.159E+00	-.159E+00	-.0357
-388.57	-.1435	-.800E+00	-.800E+00	.1147
-465.71	-.2888	-.197E+00	-.197E+00	.0570
-542.86	.0150	.712E+00	.712E+00	.0106
-620.00	.2954	.514E+00	.514E+00	.1519
-697.14	.1165	-.483E+00	-.483E+00	-.0563
-774.29	-.2436	-.729E+00	-.729E+00	.1776
-851.43	-.2249	.159E+00	.159E+00	-.0357
-928.57	.1435	.800E+00	.800E+00	.1147
-1005.71	.2888	.197E+00	.197E+00	.0570
-1082.86	-.0150	-.712E+00	-.712E+00	.0106

Potência média = 6.000004E-002 Watts

Perda R.I**2 = 6.000000E-002 Watts

***** Resultados para a 5a. harmônica *****
 $i = 2.000000E-001 \text{ sen } (5 \omega_1 t + -60.000000)$

ANG.	I (A)	Vfreq (V)	Vtime (V)	P (W)
-60.00	-.1732	-.345E+00	-.345E+00	.0597
-188.57	.0298	.441E+00	.441E+00	.0131
-317.14	.1360	-.205E+00	-.205E+00	-.0279
-445.71	-.1994	-.185E+00	-.185E+00	.0369
-574.29	.1127	.436E+00	.436E+00	.0491
-702.86	.0590	-.359E+00	-.359E+00	-.0211
-831.43	-.1862	.112E-01	.112E-01	-.0021
-960.00	.1732	.345E+00	.345E+00	.0597
-1088.57	-.0298	-.441E+00	-.441E+00	.0131
-1217.14	-.1360	.205E+00	.205E+00	-.0279
-1345.71	.1994	.185E+00	.185E+00	.0369
-1474.29	-.1127	-.436E+00	-.436E+00	.0491
-1602.86	-.0590	.359E+00	.359E+00	-.0211
-1731.43	.1862	-.112E-01	-.112E-01	-.0021

Potência média = 1.539095E-002 Watts

Perda R.I**2 = 1.539091E-002 Watts

Considerando os bons resultados obtidos, inseriu-se o modelo discreto no tempo, apresentado neste capítulo, na matriz de impedância dos enrolamentos (ver capítulo 4), da formulação de elementos finitos com alimentação em tensão (SADOWSKI, 1993).

3 MODELAGEM DO MATERIAL MAGNÉTICO

Este capítulo tem como objetivo desenvolver o modelo do material magnético, que se apresentou no primeiro capítulo desta tese, na forma de uma equação para o campo magnético, e que se reescreve na forma unidirecional:

$$H = H_{AN} + H_H + H_C + H_{EXC} \quad (3.1)$$

Quando se calcula a distribuição de campos com fontes de corrente pode-se usar o vetor potencial magnético, que resulta diretamente na indução. Logo, pode-se considerá-la como variável independente. Assim, os principais objetivos associados ao modelo resumido pela equação (3.1) são:

- (a) Modelar a curva de magnetização sem histerese pela função de Langevin, e desenvolver um algoritmo que tenha a indução como variável independente;
- (b) Obter uma equação analítica que represente a histerese, e que também tenha a indução como variável independente; e
- (c) Modelar as perdas dinâmicas, voltado para o cálculo de campo passo a passo no tempo.

3.1 – O processo de magnetização

A interpretação moderna para a existência da histerese está baseada na existência, dentro da amostra, de domínios, isto é, de pequenas regiões onde existe um alinhamento local dos dipolos praticamente perfeito. Cada domínio é constituído de dipolos atômicos perfeitamente alinhados. Esse alinhamento, entretanto, varia conforme o valor de H , sendo bem diferenciado com valores baixos, de maneira a produzir um efeito externo muito pequeno.

Em 1907 P. Weiss (REITZ, MILFORD & CHRISTY, 1960) introduziu a teoria de magnetização dos domínios. O momento magnético resultante é determinado pelo volume e pelo sentido de orientação dos domínios, como ilustra-se na Fig. 3.1. Tanto a variação de volume como de sentido podem ser reversíveis ou irreversíveis.

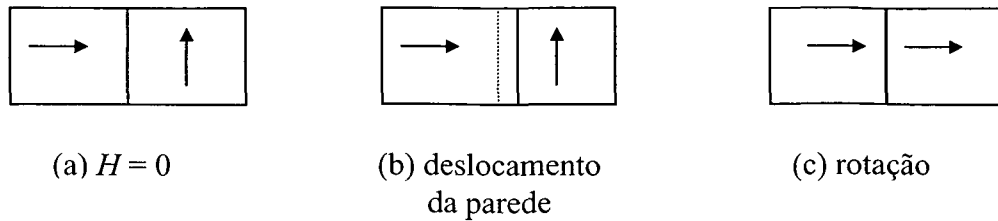


Fig. 3. 1 – Configuração de um domínio devido a um campo magnético.

O aparecimento da histerese é motivado pelo fato das fronteiras dos domínios não retornarem completamente à sua configuração original quando o campo externo é removido.

Nas paredes dos domínios, que são regiões de espessura muito reduzida, onde o alinhamento dos dipolos elementares muda rapidamente de direção quando se passa de um domínio para outro, existem campos magnéticos não uniformes muito intensos e localizados.

Quando se magnetiza um pedaço de ferro, colocando-o num campo magnético externo, dois fenômenos acontecem:

(a) o primeiro é o aumento de tamanho dos domínios cuja orientação se aproxima do campo externo, às custas da diminuição daqueles cuja orientação é diferente. Denomina-se deslocamento das paredes; e

(b) o segundo é a variação conjunta da orientação de todos dipolos de um mesmo domínio, passando para um alinhamento com o campo externo. Denomina-se rotação dos domínios.

Assim, tem-se a seguinte questão: em um material policristalino típico, que proporção de M , ou de B é devido à rotação e ao deslocamento das paredes? Não existe uma resposta precisa, porque os fenômenos têm uma região de maior incidência como mostra-se na Fig. 3.2. Entre os vários modelos existentes na literatura, cada um pode representar melhor determinada região.

O deslocamento das paredes dos processos de magnetização em geral fica abaixo do joelho da curva. Na região de saturação predomina a rotação, e uma grande variação de H é necessária para produzir uma pequena variação em M , ou B . Neste trabalho, divide-se o processo de magnetização em partes independentes em H (equação 3.1). Esta divisão do campo magnético é justificável, porque rotação e deslocamento das paredes são processos

que podem ocorrer ao mesmo tempo em uma determinada porção do material, de forma bem distinta e quantificável.

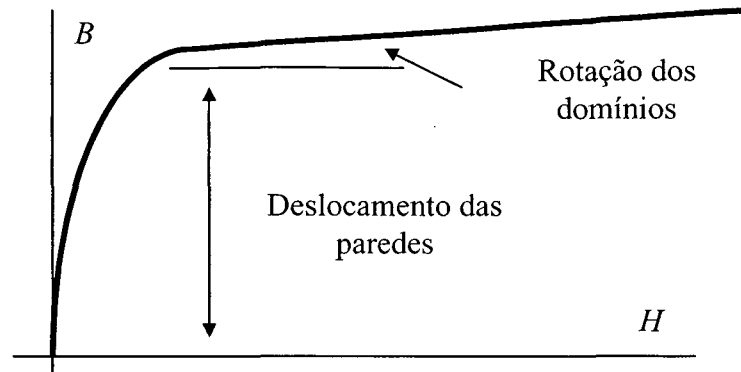


Fig. 3.2 - Regiões de deslocamento das paredes e rotação dos domínios.

Para esta abordagem, faz-se a divisão do campo magnético da seguinte maneira:

- (a) Curva de magnetização sem histerese corresponde à rotação dos domínios. É um procedimento viável para os materiais isotrópicos, pois a rotação dos domínios é irreversível quando existe anisotropia. Este problema é tratado pelo modelo de Stoner e Wohlfarth (CULLITY, 1972); e
- (b) A histerese simula o deslocamento das paredes dos domínios, com duas parcelas: reversível e irreversível.

Somar-se-á ao campo magnético, uma parcela referente à perda por correntes induzidas nas chapas.

3.1.1 Rotação dos domínios - equação de Langevin.

Demonstra-se, neste item que a curva de magnetização sem histerese é o resultado da parcela reversível da rotação dos domínios.

Como mencionou-se na seção precedente, um domínio magnético tem um momento magnético permanente. Na ausência do campo magnético os momentos atômicos estão orientados aleatoriamente. Se o material estiver sujeito a um campo magnético, os momentos individuais experimentarão conjugados que tenderão a alinhá-los com o campo. E, se o campo for suficientemente intenso, os momentos poderão ser completamente alinhados, e a magnetização alcança o valor de saturação

$$\mathbf{M}_s = Nm \quad (3.2)$$

onde N é o número de átomos por unidade de volume; e \mathbf{m} é o momento atômico com duas componentes:

- a) momento de spin;
- b) momento de deslocamento orbital.

Nas intensidades de campo normais, a magnetização é bem menor que o seu valor de saturação e, se a temperatura é aumentada, a magnetização total da peça torna-se ainda menor. A ausência de um alinhamento completo se deve à energia térmica dos átomos, que tende a produzir orientações magnéticas aleatórias. O momento magnético efetivo médio pode ser calculado por meio do princípio da mecânica estatística que estabelece que a probabilidade de se encontrar uma energia particular E , a uma temperatura T , é dada pela equação

$$p(E) = \exp(-E/k_B T) \quad (3.3)$$

onde k_B é a constante de Boltzmann, T é a temperatura absoluta; e E é a energia do momento magnético de um átomo em um campo magnético \mathbf{H} , cuja equação é

$$E = -\mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{H} = -\mu_0 m H \cos \theta \quad (3.4)$$

onde θ é o ângulo entre \mathbf{H} e \mathbf{m} .

O momento magnético efetivo é a sua componente ao longo da direção do campo. Então, a magnetização é a integral sobre o número total de momentos por unidade de volume N :

$$\mathbf{M} = \int_0^N \mathbf{m} \cos \theta \, dn \quad (3.5)$$

o desenvolvimento desta integral torna-se (REITZ, MILFORD & CHRISTY, 1960):

$$\mathbf{M} = \frac{Nm \int_0^\pi \cos \theta \sin \theta \exp\left(\frac{\mu_0 m H \cos \theta}{k_B T}\right) d\theta}{\int_0^\pi \sin \theta \exp\left(\frac{\mu_0 m H \cos \theta}{k_B T}\right) d\theta} \quad (3.6)$$

que, após integração, resulta:

$$M = Nm L\left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T}\right) \quad (3.7)$$

onde $L(\lambda) = \coth \lambda - 1/\lambda$, que é a conhecida equação de Langevin.

3.1.2 Campo molecular de Weiss.

Em materiais ferromagnéticos, os momentos magnéticos estão quase alinhados, mesmo na ausência de um campo aplicado externamente. A causa desse alinhamento é o campo molecular H_m que, não se anula quando $H = 0$, a não ser que M se anule simultaneamente. Assim, escreve-se a equação para o campo molecular

$$H_m = H + \alpha M \quad (3.8)$$

onde α é uma constante característica do material. Weiss apreciou o papel essencial desempenhado pelo campo molecular, mas ele não pôde explicar o grande valor de α . Porém, aceitou-o como um fato e prosseguiu no desenvolvimento de sua teoria a partir deste ponto. Mais tarde, descobriu-se que as previsões de sua teoria concordam bastante com as experiências (REITZ, MILFORD & CHRISTY, 1960). Por esta razão, o campo molecular H_m denomina-se campo molecular de Weiss.

Tendo-se resumido o conceito de campo molecular, pode-se descrever a nova equação de Langevin para a magnetização em função do campo aplicado externamente. Neste caso, a energia de um momento magnético elementar precisa ser alterada para

$$E = -\mu_0 \mathbf{m} \cdot (\mathbf{H} + \alpha \mathbf{M}) \quad (3.9)$$

e substituindo H por $(H + \alpha M)$, na equação de Langevin, resulta:

$$M = M_s \left[\coth \lambda - \frac{1}{\lambda} \right] \quad (3.10)$$

onde

$$\lambda = \frac{H + \alpha M}{a} \quad (3.11)$$

e

$$a = \frac{k_B T}{\mu_0 m} \quad (3.12)$$

Para os materiais ferromagnéticos o valor de $\alpha M_S \gg H$ (para o ferro, como exemplo, $M_S = 1.7 \times 10^6$ A/m, e αM_S pode ser superior a 6.8×10^8 A/m, enquanto H raramente excederá 2×10^6 A/m). Conseqüentemente, em uma substância com domínios magnéticos, a ação do campo H é quase insignificante, quando comparada com a do campo de interação. Isto prova que a maior parcela do balanço de energia no domínio magnético ocorre nas suas paredes (JILES, D., 1991).

3.1.3 Deslocamento das paredes dos domínios

Neste item considera-se o deslocamento das paredes dos domínios, que se movem em resposta a um campo aplicado. Este fenômeno, conhecido como efeito Barkhausen, foi descoberto em 1912. Em 1949, Williams e Shockley publicaram um artigo provando que este efeito é devido ao deslocamento das paredes dos domínios. Esta foi a primeira demonstração da evidência do deslocamento das paredes no processo de magnetização (CULLITY, 1972).

A - A histerese elementar.

Inicialmente pode-se explicar intuitivamente que:

- a) a posição da parede é proporcional à magnetização M , porque não se considera a parcela de rotação; e
- b) a derivada da energia em relação ao deslocamento é o gradiente da energia dW/dx ou uma força, que é proporcional ao campo magnético H , conforme o seu conceito.

Pode-se resumir o processo de deslocamento das paredes dos domínios, descrito detalhadamente por CULLITY (1972), com o auxílio da Fig. 3.3. Para $H = 0$, a parede está na posição 1, que corresponde ao ponto de equilíbrio, com mínima energia do sistema. Quando H aumenta desde zero, a parede move-se reversivelmente para o ponto 2. Se o campo for removido neste ponto, a parede pode retornar novamente para o ponto 1. Mas o ponto 2 é um ponto de máxima energia, e se a parede chegou em 2, ela poderá mover-se irreversivelmente para o ponto 3. Este salto corresponde ao efeito Barkhausen. Se o campo é novamente zerado, a parede retorna não mais para o ponto 1, mas para o ponto 4, que é o ponto de mínimo mais próximo. Um campo reverso fecha o laço de histerese elementar.

Mesmo ignorando a forma exata da curva $W-x$, o diagrama mostrado na Fig. 3.3 é uma importante contribuição para sintetizar um modelo para a histerese magnética visando o cálculo de campo com o vetor potencial magnético.

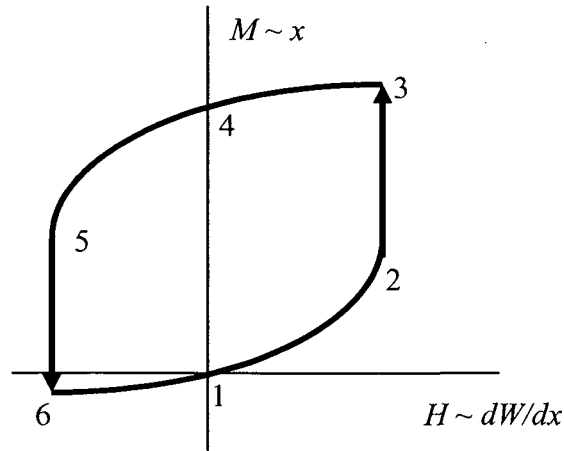


Fig. 3. 3 – Deslocamento reversível e irreversível nas paredes dos domínios: laço de histerese elementar. Fonte: CULLITY (1972).

B - A histerese rotacional.

Sabe-se que os domínios magnéticos podem ter rotação ou deslocamento das paredes. Quando acontece rotação irreversível, surge um laço de histerese, que precisa ser representado convenientemente. Este problema foi examinado em grandes detalhes por Stoner e Wohlfarth, e explicado em CULLITY (1972). Este modelo permite representar materiais anisotrópicos, como ímãs permanentes, e chapas de grão orientado.

Neste trabalho, considera-se que a rotação seja reversível, ou seja, a perda por histerese rotacional é nula. Assumindo este pressuposto, não se pode considerar a anisotropia (RAMESCH et al, 1996).

Sabe-se que, quando o campo magnético é girante no espaço, surge uma perda por histerese devido à rotação do campo (ATALLAH & HOWE, 1993). Neste trabalho, considerar-se-á esta perda.

3.2 - Curva de magnetização sem histerese

É importante conceituar a curva de magnetização ideal ou sem histerese ('anhysteretic'). Obtém-se um ponto desta curva aplicando-se um campo direcional H_1 a

uma espécime sob ensaio, juntamente com um campo alternado com amplitude suficiente para saturar o material. A seguir, a amplitude deste campo alternado é reduzida lentamente até zero. A indução B_1 resultante deste procedimento é medida. A Fig. 3.4 mostra como chega-se ao estado final. Este processo é repetido várias vezes para vários valores de H_1 . O resultado é um conjunto de pares de pontos, que formam a linha pontilhada.

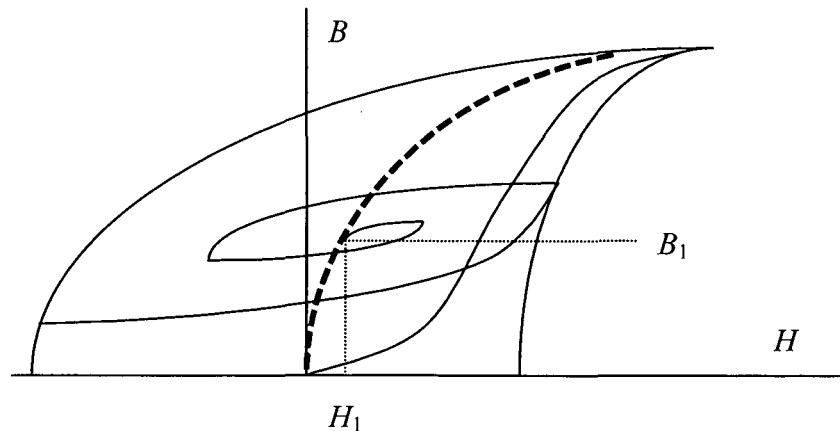


Fig. 3. 4 – Curva de magnetização sem histerese.

Analisando-se esta curva, observa-se:

- (a) No primeiro quadrante, sua concavidade é sempre voltada para baixo. Existe apenas um ponto de inflexão: na origem;
- (b) A curva de magnetização sem histerese não passa exatamente pelo centro do laço maior de histerese. Denomina-se esta diferença de campo referente à histerese H_H ;
- (c) Os pontos B_1 - H_1 da curva não dependem da história do material. Por isto ela pode ser definida por uma simples equação entre B , M e/ou H . Utiliza-se neste trabalho a função de Langevin, visto anteriormente;
- (d) Muitos autores definem a curva de magnetização inicial como *curva de magnetização*. É uma questão de terminologia, que se precisa esclarecer muito bem para o entendimento do modelo que se apresenta neste capítulo; e
- (e) O procedimento prático para determinar a curva sem histerese não é muito difundido na literatura. Talvez seja pelas dificuldades práticas inerentes ao ensaio. Inclusive normas para ensaios de rotina recomendam um método alternativo para levantamento desta curva.

3.2.1 – Modelagem da função de Langevin.

Observa-se que a curva de magnetização sem histerese é uma função de B anti-simétrica em relação a H . Esta curva de magnetização é dita reversível, e pode ser modelada pela equação de Langevin. Para usa-la no cálculo de campo com o potencial vetor magnético, precisa-se reescreve-la em termos da indução magnética B . Usando-se o subíndice AN (do inglês ‘anhysteresis’), tem-se:

$$\begin{aligned} B &= \mu_0(H_{AN} + M_{AN}) \\ M_{AN} &= M_S L(\lambda) \end{aligned} \quad (3.13)$$

A equação do campo magnético reversível H_{AN} , é:

$$H_{AN} = \frac{B}{\mu_0} - M_S L(\lambda) \quad (3.14)$$

onde $L(\lambda)$ é a função de Langevin

$$L(\lambda) = \coth(\lambda) - 1/\lambda \quad (3.15)$$

e

$$\lambda = \frac{H_{AN} + \alpha M_{AN}}{a} \quad (3.16)$$

escrito sem a magnetização torna-se

$$\lambda = \frac{H_{AN} (1 - \alpha) + B (\alpha / \mu_0)}{a} \quad (3.17)$$

Dividiu-se a curva da função de Langevin em quatro regiões (ver Fig. 3.5):

(a) linear, para o caso de B e H terem sinais contrários;

$$\begin{aligned} L(\lambda) &= \frac{1}{3} \lambda \\ L'(\lambda) &= \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (3.18)$$

(b) série para valores de λ próximos de zero

$$L(\lambda) = \frac{\lambda}{3} - \frac{\lambda^3}{45} + \frac{2\lambda^5}{945} + \dots$$

$$L'(\lambda) = \frac{1}{3} - \frac{3\lambda^2}{45} + \frac{10\lambda^4}{945} + \dots$$
(3. 19)

(c) função analítica, tipo exponencial

$$L(\lambda) = \frac{e^\lambda + e^{-\lambda}}{e^\lambda - e^{-\lambda}} - \frac{1}{\lambda}$$

$$L'(\lambda) = -\left(\frac{e^\lambda + e^{-\lambda}}{e^\lambda - e^{-\lambda}}\right)^2 + \frac{1}{\lambda^2}$$
(3. 20)

(d) a cotangente hiperbólica igualada à unidade na região da saturação

$$L(\lambda) = I_D \left(1 - \frac{1}{|\lambda|}\right)$$

$$L'(\lambda) = I_D \left(\frac{1}{|\lambda|^2}\right)$$
(3. 21)

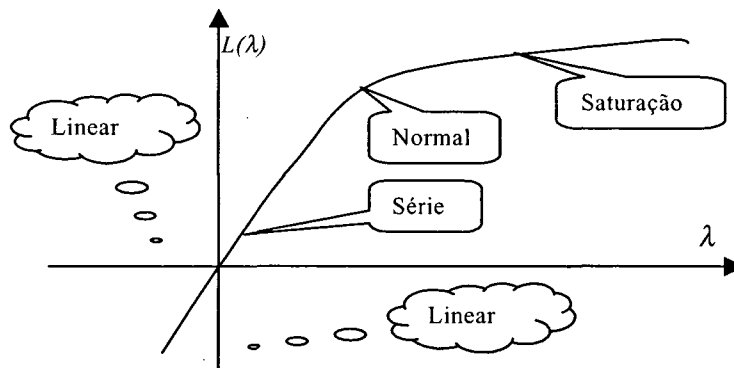


Fig. 3.5 – Regiões da curva de Langevin.

Escolheu-se os valores de transição entre cada região do algoritmo resumido pelas equações (3.14) a (3.21) para otimizar a solução com um compilador FORTRAN 77 específico. Para outros compiladores ou linguagens, pode-se escolher novos limites que permitem reduzir o tempo de processamento. Implementou-se estas equações na forma de uma subrotina, utilizando-se o método de Newton. Entretanto, métodos mais simples poderão ser empregados para solucioná-la (HORNBECK, 1975).

Com os valores de B e H_{AN} calcula-se a relatividade, para cálculo da distribuição de campo pelo método de Elementos Finitos.

$$v_{AN} = \frac{H_{AN}}{B} \quad (3.22)$$

Mas, quando B for próximo de zero, a relutividade tende para um valor mínimo. Neste caso, a relutividade pode ser aproximada pela própria derivada no ponto. Derivando H_{AN} em relação a B :

$$\frac{d}{dB} H_{AN} = \frac{1}{\mu_0} - M_S L'(\lambda) \frac{d\lambda}{dB} \quad (3.23)$$

e derivando λ em relação a B :

$$\frac{d\lambda}{dB} = \frac{dH_{AN}}{dB} \frac{(1-\alpha)}{a} + \frac{\alpha/\mu_0}{a} \quad (3.24)$$

e substituindo $L'(\lambda) = 1/3$, e isolando dH_{AN}/dB na equação (3.23) a relutividade mínima da curva sem histerese vale:

$$v_{AN}^{\min} = \frac{dH_{AN}}{dB} = \frac{1}{\mu_0} \frac{3a - \alpha M_S}{3a + (1-\alpha)M_S} \quad (3.25)$$

3.2.2 – Parâmetros da função de Langevin.

A curva de saturação sem histerese possui três parâmetros: M_S , a e α , que precisam ser ajustados com a curva $B-H$ sem histerese experimental. Tomando-se os valores máximos de B , na saturação, calcula-se M , pela equação:

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H \quad (3.26)$$

Apresenta-se na Fig. 3.6 o significado de cada parâmetro da equação de Langevin na curva $M-H$ característica: o parâmetro M_S é a saturação da magnetização; χ_0 é a susceptibilidade máxima, que ocorre na origem; e, a é a diferença representada no gráfico.

A estimativa inicial dos parâmetros M_S , a e α a partir da curva experimental $M = f(H)$ pode ser feita através da seqüência explicada a seguir:

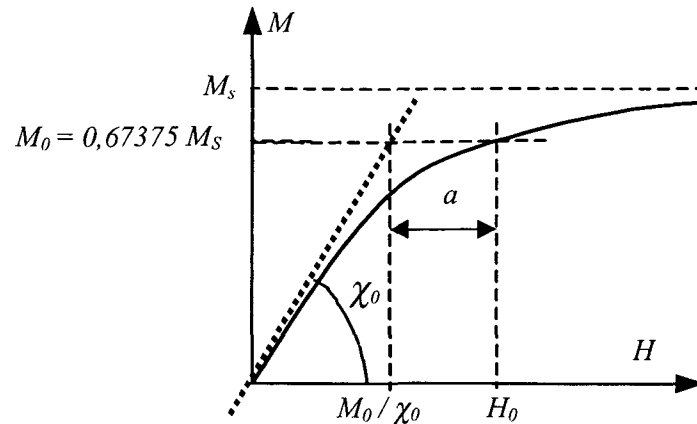


Fig. 3. 6 - Curva M - H característica.

A – Magnetização de saturação M_S .

Este é um dos parâmetros mais fáceis de ser obtido, e ao mesmo tempo um dos que mais influem na curva. Por exemplo, uma variação de 1,5 A/m para 1,51 A/m em M_S pode significar uma diferença de 100 kA/m para o campo magnético H , quando o meio tiver permeabilidade relativa muito próxima de 1,0.

Toma-se uma média dos maiores valores de M como o valor inicial para M_S .

B – O parâmetro a .

A susceptibilidade inicial χ_0 pode ser facilmente obtida da curva M - H experimental. Depois toma-se um ponto (M_0, H_0) da curva tal como, por exemplo, $M_0 = 0,67375 M_S$, e calcula-se o parâmetro a pela equação:

$$a = H_0 - \frac{M_0}{\chi_0} \quad (3. 27)$$

C – O parâmetro α .

A susceptibilidade da função de Langevin na origem é:

$$\chi_0 = \frac{M_S}{3a - \alpha M_S} \quad (3. 28)$$

e, isolando-se o parâmetro α resulta:

$$\alpha = \frac{3a}{M_S} - \frac{1}{\chi_0} \quad (3.29)$$

A Fig.3.7 mostra dois exemplos de combinação destes parâmetros para traçar a curva de Langevin, mantendo fixo M_S e a permeabilidade na origem. A curva superior possui $\alpha = 0$, enquanto que a inferior $\alpha = 0.001$.

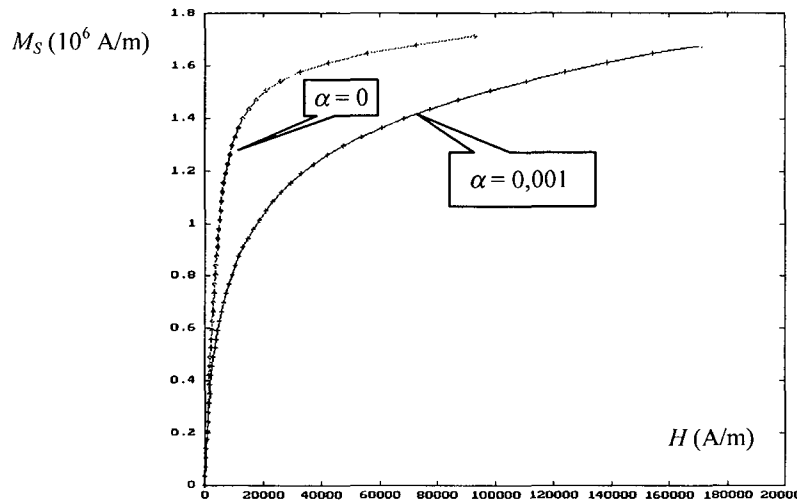


Fig. 3. 7 - Taxa de curvatura da função de Langevin.

Observa-se que os três parâmetros da curva de Langevin devem satisfazer à seguinte inequação ou restrição:

$$M_S < \frac{3a}{\alpha} \quad (3.30)$$

3.3 - Modelagem da histerese.

Como se trata, neste trabalho, de materiais isotrópicos, considera-se que a histerese é devida unicamente ao deslocamento das paredes dos domínios. Representou-se, na seção anterior, a rotação dos domínios pela componente H_{AN} do campo. O objetivo desta seção é obter o campo magnético referente à histerese H_H em função da indução, definido na equação (3.1).

Pela teoria da histerese dos materiais ferromagnéticos, sabe-se que existem dois modos básicos para o deslocamento das paredes dos domínios, que são causados pelos respectivos campos:

- a) H_{HW} - irreversível: os estados inicial e final dos domínios são diferentes para o mesmo valor de H .
- b) H_{HR} - reversível: quando, após a aplicação e retirada do campo magnético, o material retorna para o seu estado original.

Uma maneira simples para calcular a distribuição destes fenômenos é considerar o balanço energético referente à histerese H_H . Para isto, modelar-se-ão as energias destes dois casos.

3.3.1 - O deslocamento irreversível.

É necessário inicialmente detalhar a natureza desta parcela de energia. Quando se aplica um campo H_H acontecem duas coisas: deslocamento reversível ou irreversível das paredes dos domínios. Embora, fisicamente, os dois fenômenos nunca ocorram juntos no mesmo ponto da substância, em termos de núcleo, considera-se que eles ocorrem probabilisticamente no modelo.

Pode-se observar o seguinte:

- a) O movimento das paredes dá um salto irreversível, pelo efeito Barkhausen, quando o campo atinge determinado valor crítico. Isto significa que existe uma saturação para o campo magnético referente à histerese; e
- b) A lei de Rayleigh (CULLITY, 1972) descreve o movimento das paredes dos domínios em campos fracos. O laço de histerese é composto de duas parábolas: ascendente e descendente. Ambas possuem inflexão para o interior.

Considerando estas duas observações, pode-se utilizar a função de Langevin para representar o campo H_{HW} . Sua equação final tem a forma

$$H_{HW} = C_H L(\lambda_H) \quad (3.31)$$

que resulta na máxima energia que seria necessária para o deslocamento das paredes, sem considerar a interação energética entre os domínios.

A variável independente λ_H , é definida por

$$\lambda_H = \frac{H_H + I_D C_H}{a_H} \quad (3.32)$$

onde a_H e C_H são parâmetros característicos do material magnético, e I_D é um indicador de direção que vale

$$I_D = \begin{cases} +1, & \text{se } \Delta B > 0 \\ -1, & \text{se } \Delta B < 0 \end{cases} \quad (3.33)$$

Da mesma forma que a curva sem histerese, o laço de histerese possui um valor limite para a magnetização, denominado de C_H , conforme explica-se na Fig. 3.8. Desta forma, quando a indução ou o campo estão aumentando, tem-se a curva (a); e a curva (b) em caso contrário.

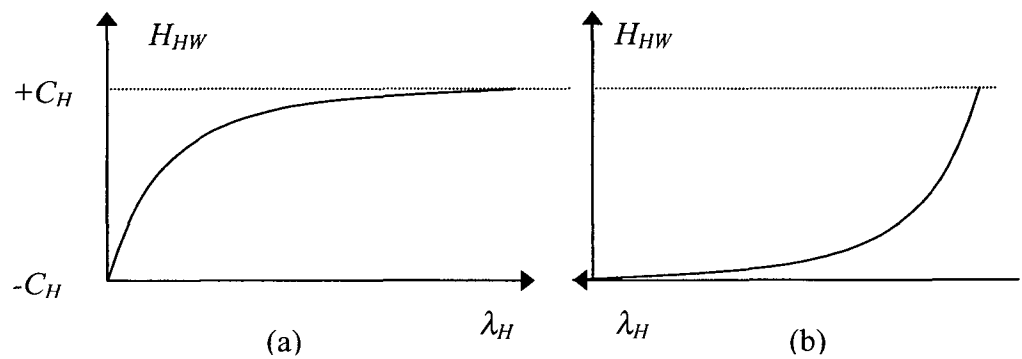


Fig. 3.8 - A curva de saturação para o campo H_{HW} .

Neste caso, a energia necessária para ir de um ponto a outro é

$$W_{HW} = \int_{\Delta B} C_H L(\lambda_H) dB \quad (3.34)$$

3.3.2 - O deslocamento reversível.

Por ocasião do deslocamento das paredes acontece uma troca de energia reversível, cuja resultante da substância denomina-se W_{HR} . Sabe-se que o gradiente de energia no deslocamento das paredes dW/dx é proporcional ao campo (CULLITY, 1972, pag 332). Assim, a uma variação qualquer de H_H corresponde uma variação proporcional na energia total dissipada. Se não acontecer variação de H_H então não ocorrerá deslocamento das paredes, e a energia potencial se manterá constante. Assim, a resultante da variação da energia recuperada W_{HR} pode ser dada pela equação

$$dW_{HR} = \gamma_H dH_H \quad (3.35)$$

onde γ_H é uma constante que depende das características físicas do material. A Fig. 3.9 mostra o significado físico da constante γ_H . O laço de histerese passa pelo ponto P, onde

$H_H = C_H$ e a indução inverte o seu sentido. Traçando-se uma tangente à curva por este ponto P, ela intercepta o eixo da indução B no ponto Q. Uma paralela ao eixo das abcissas passando por P, intercepta o eixo das ordenadas em R. O segmento de reta QR corresponde à constante γ_H .

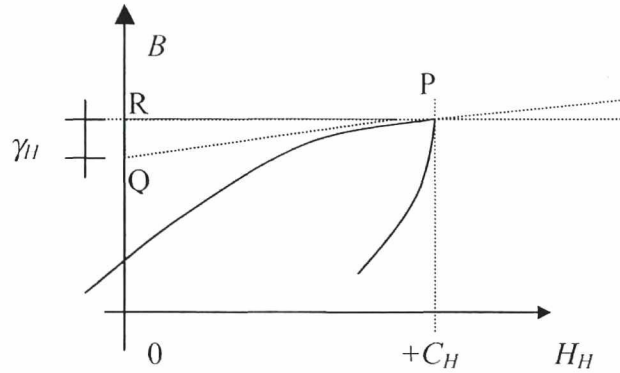


Fig. 3.9 - Significado físico da constante γ_H .

3.3.3 - A equação diferencial da histerese

A energia do campo eletromagnético é a diferença das parcelas reversível e irreversível,

$$dW_H = dW_{HW} - dW_{HR} \quad (3.36)$$

$$\int H_H dB = \int C_H L(\lambda_H) dB - \int I_D \gamma_H dH_H \quad (3.37)$$

Pode-se multiplicar e dividir o diferencial da última integral por dB , para deixar todas integrais com a mesma variável de integração.

$$\int H_H dB = \int C_H L(\lambda_H) dB - \int I_D \gamma_H \frac{dH_H}{dB} dB \quad (3.38)$$

Agora, pode-se retirar as integrais, e igualar os integrandos.

$$H_H = C_H L(\lambda_H) - I_D \gamma_H \frac{dH_H}{dB} \quad (3.39)$$

Resultando na equação diferencial que define a histerese:

$$\frac{dH_H}{dB} = \frac{C_H L(\lambda_H) - H_H}{I_D \gamma_H} \quad (3.40)$$

Resolvendo-se esta equação diferencial, o valor do campo magnético H_H pode ser calculado com os valores de indução B e B_0 , além do campo H_{H0} . Considerando que

$$\begin{aligned} dH_H &= \Delta H_H = H_H - H_{H0} \\ dB &= \Delta B = B - B_0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

e isolando-se H_H :

$$H_H = H_{H0} + v_H \Delta B \quad (3.42)$$

Pode-se utilizar esta equação diretamente para o cálculo do tensor de relutividade diferencial, como será visto no capítulo seguinte. Quando o incremento de B for nulo, os campos magnéticos nos dois passos são iguais.

Pode-se entender melhor este modelo, na forma de um algoritmo, que será visto a seguir.

3.3.4 – Simulação da histerese.

A equação diferencial da histerese associa a cada valor de H_H duas direções para os casos: B ascendente e B descendente. Obtém-se o campo H_H referente à histerese resolvendo numericamente a integral da equação (3.40):

$$H_H = H_{H,0} + \int_{B_0}^B \frac{C_H L(\lambda_H) - H_H}{I_D \gamma_H} dB \quad (3.43)$$

Define-se a função homogênea Y_0 como:

$$Y_0 = I_D \gamma_H (H_H - H_{H0}) - (B - B_0)(C_H L(\lambda_H) - H_H) \quad (3.44)$$

e sua derivada

$$\frac{d}{dH_H} Y_0 = I_D \gamma_H - (B - B_0)[C_H L'(\lambda_H) - 1] \quad (3.45)$$

A Fig. 3.10 mostra o algoritmo para o cálculo do campo H_H em cada passo de tempo, usando o método de Newton. Ele tem respondido muito bem, embora se possa usar outras formas de integração mais sofisticadas, como por exemplo Runge-Kutta (HORNBECK, 1975).

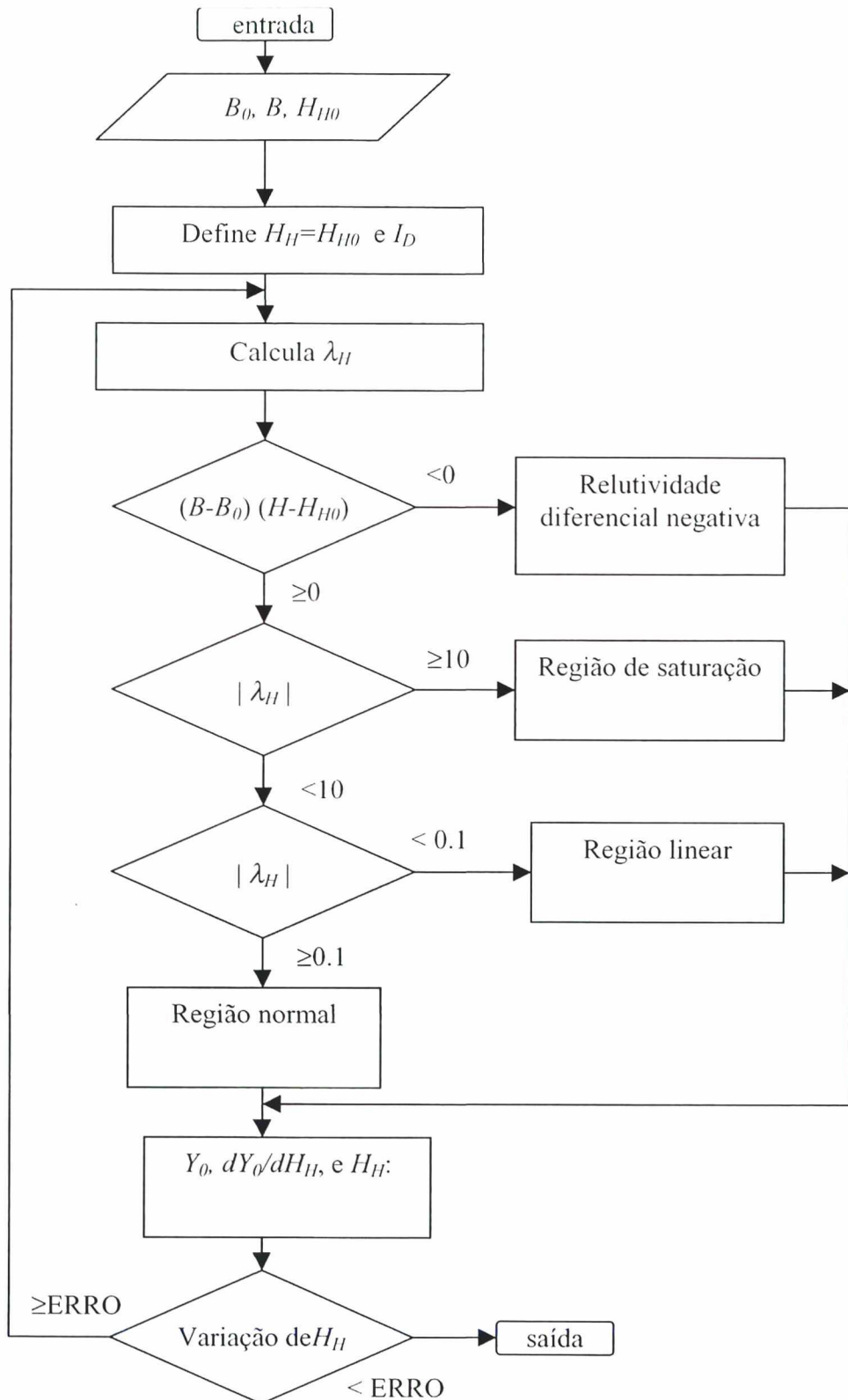


Fig. 3.10 – Algoritmo para cálculo da histerese.

A – Primeiro exemplo.

Como um primeiro exemplo explicativo do modelo, simulou-se a curva de saturação e a histerese com indução senoidal ($B_m = 1,5$ T), apresentando-se o laço maior de regime permanente na Fig. 3.11. Esta figura ilustra o conceito de H_H e H_{AN} . Observa-se que:

- os dois campos somam-se para resultar no laço de histerese;
- o pico do laço não é a curva de magnetização sem histerese, mas a sua soma com a histerese; e
- a inflexão para dentro do laço é dada pela histerese, e a contrária é dada pela magnetização sem histerese.

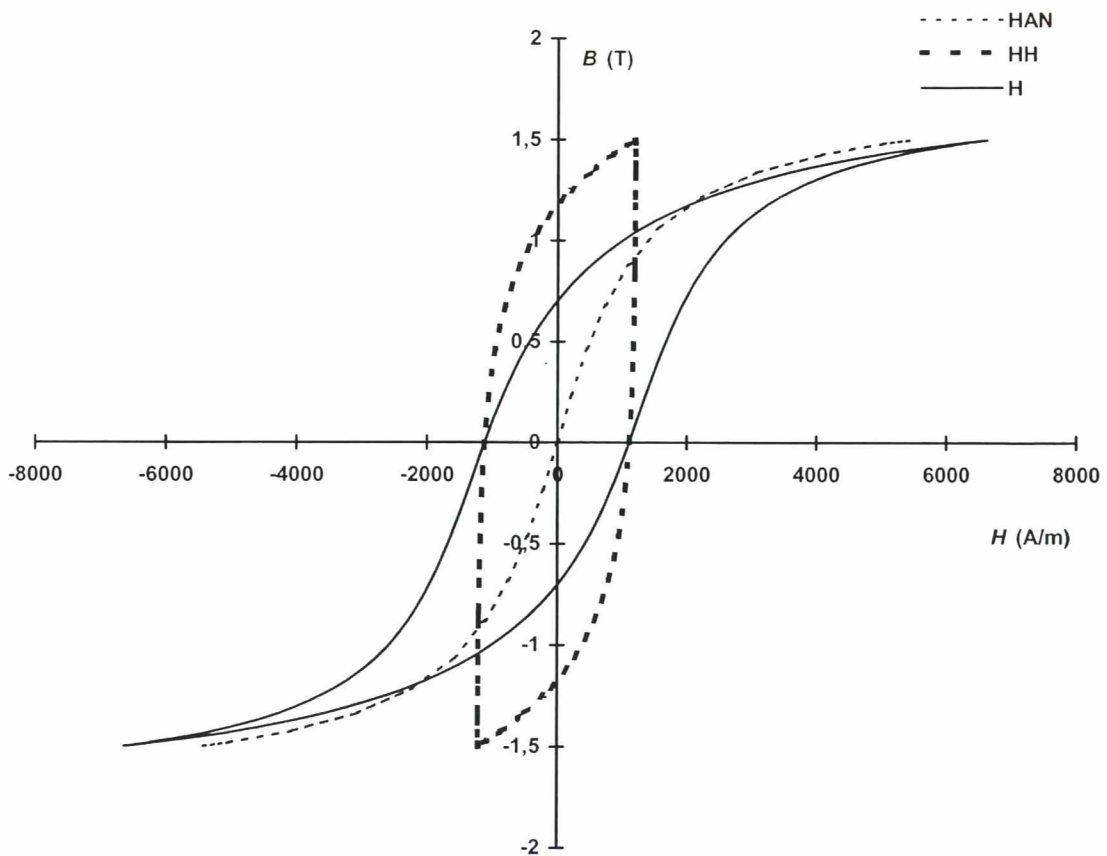


Fig. 3.11 – Curva $B \times H$ mostrando os seus componentes ($B \times H_{AN}$ e $B \times H_H$).

B – Segundo exemplo.

Simulou-se um trecho da curva de histerese, dado na Fig. 3.12. Utilizou-se os parâmetros: $M_S = 1,4 \times 10^6$ A/m, $a = 1000$ A/m, $\alpha = 0,001$, $C_H = 1800$ A/m e $\gamma_H = 0,3$ T.

Apresenta-se na Fig. 3.13 (a) e (b) as curvas de energia referentes à histerese, para os trechos ascendente e descendente respectivamente.

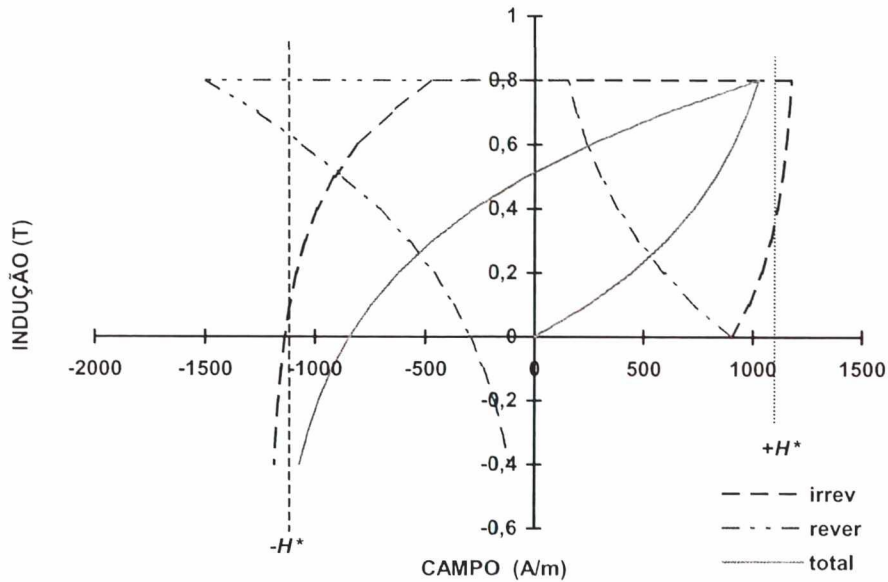


Fig. 3.12 – Trecho de histerese simulado, com seus componentes.

Observa-se na Fig. 3.12 o limite para o campo de histerese $H^* = 1210,93$ A/m, que será explicado a seguir. Entre os campos $-H^*$ e $+H^*$ existe um número infinito de laços no intervalo $-\infty < B < \infty$. Para a saturação no campo, a relutividade diferencial é nula. Calcula-se o valor do campo limite H^* resolvendo a seguinte equação homogênea:

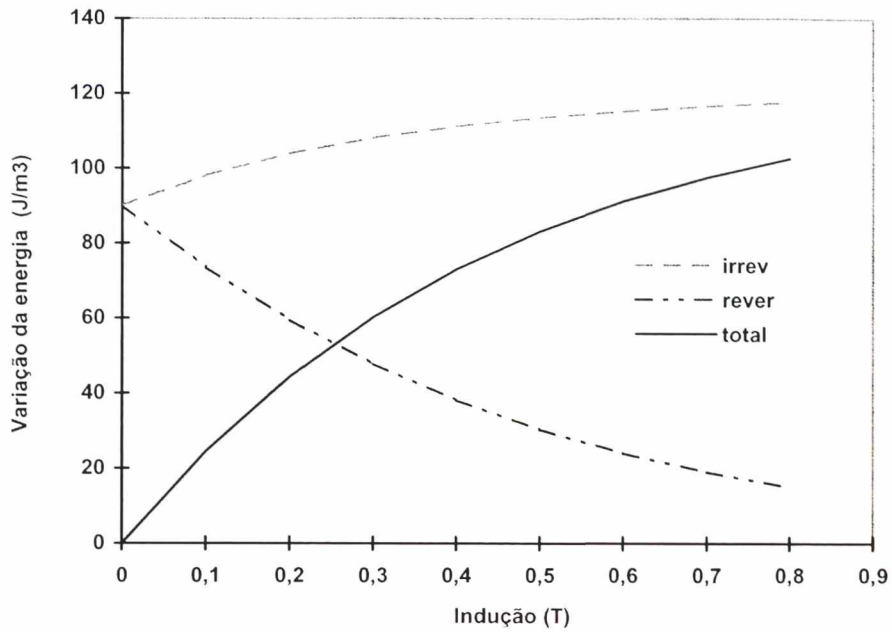
$$0 = H^* - C_H \left(\operatorname{ctgh} \lambda^* - \frac{1}{\lambda^*} \right) \quad (3.46)$$

com

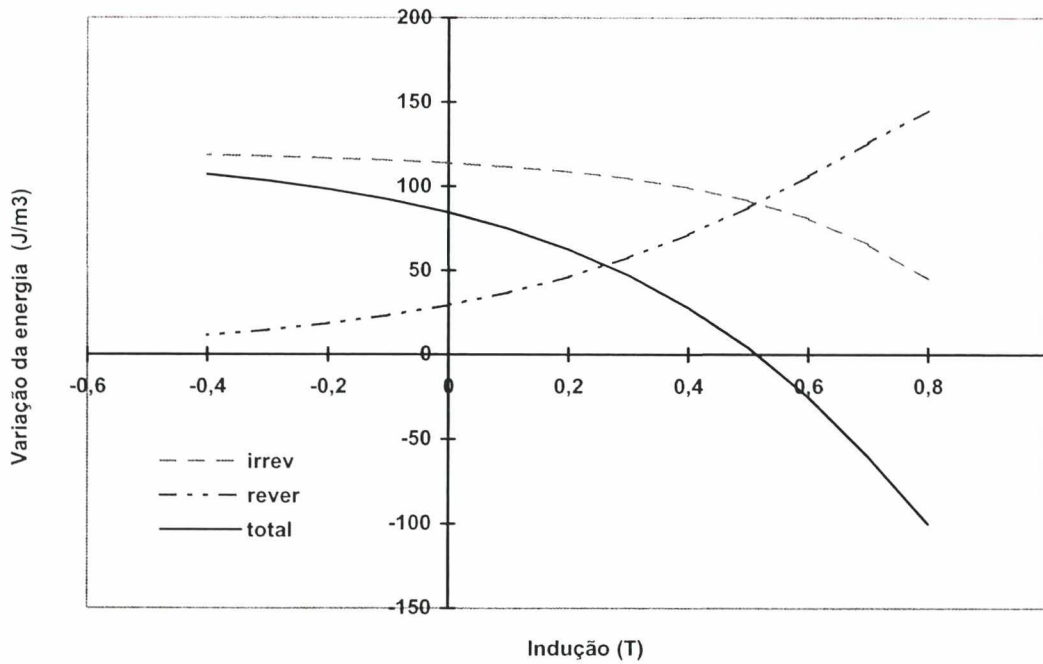
$$\lambda^* = \frac{H^* + C_H}{a_H} \quad (3.47)$$

A partir da equação diferencial da histerese, calcula-se a relutividade diferencial máxima v^* :

$$v^* = \left. \frac{dH_H}{dB} \right|_{\max} = \frac{C_H L(\lambda^*) + H^*}{\gamma_H} \quad (3.48)$$



(a) Trecho ascendente, de $B = 0$ T até $B = 0.8$ T.



(b) Trecho descendente, de $B = 0.8$ T até $B = -0.4$ T.

Fig. 3.13 – Curvas de energia levando em conta a histerese.

A Fig. 3.14 mostra o laço de histerese $B-H_H$ típico. Pode-se entender melhor esta figura com o auxílio da Tabela 3.1.

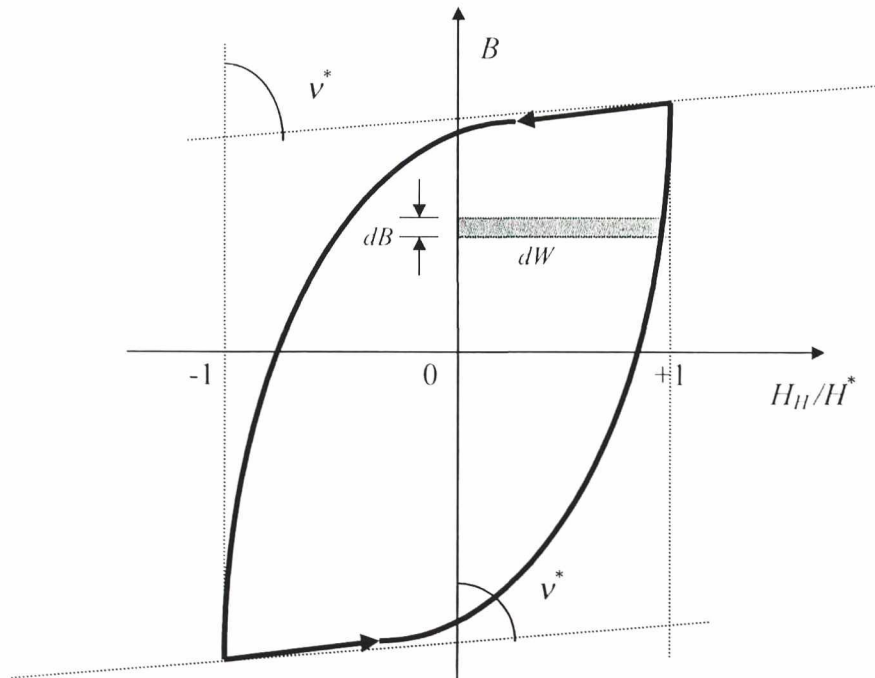


Fig. 3.14 - Limites do laço de histerese.

Tabela 3.1 - Limites para o campo H_{II} .

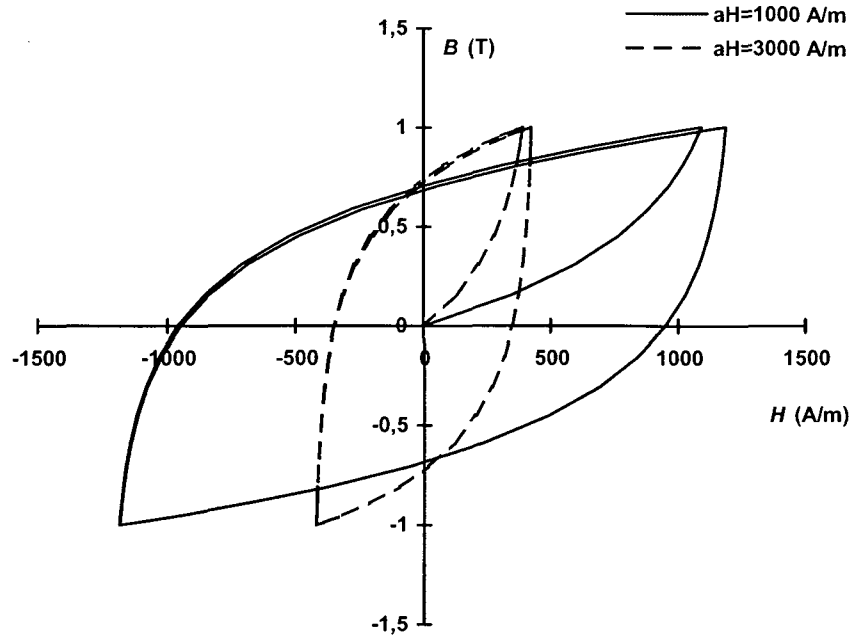
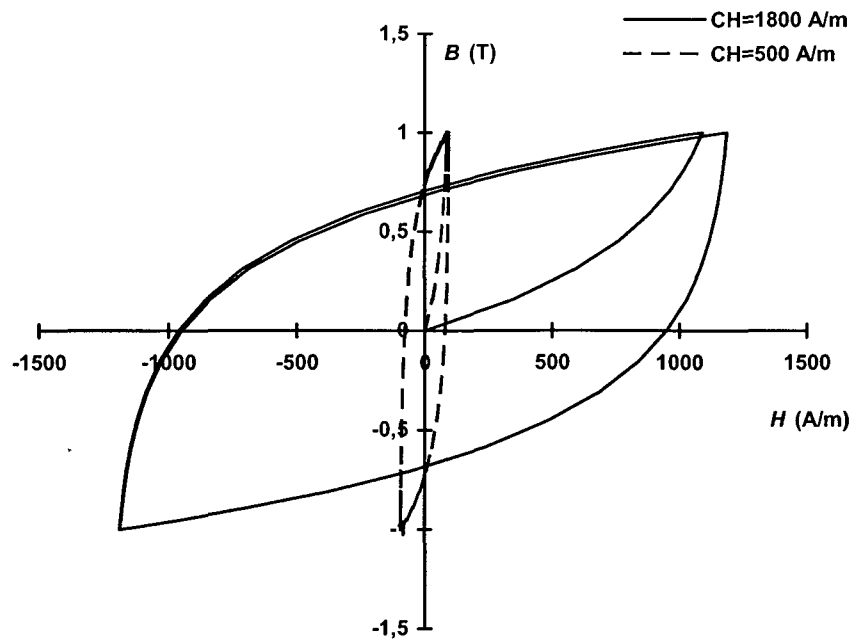
$H_{II} =$	$-H^*$		0		$+H^*$	
ΔB	Descendo	Subindo	descendo	subindo	Descendo	subindo
λ_{II}	$-\lambda^*$	0	$-C_{II}/a$	$+C_{II}/a$	0	$+\lambda^*$
dH_{II}/dB	0	v^*	$C_{II}/\gamma_{II} L(C_{II}/a)$		v^*	0

Esta tabela mostra a derivada para três pontos da curva. A relutividade máxima v^* ocorre para os pontos extremos, e é calculada pela equação

$$v^* = \frac{H^*}{\gamma_H} \quad (3.49)$$

3.3.5 – Parâmetros da histerese.

Pode-se analisar a influência dos parâmetros a_{II} , C_{II} e γ_{II} na curva de histerese. Parte-se do laço de histerese apresentado na Fig. 3.11 com os parâmetros $a_{II} = 1000$ A/m, $C_{II} = 1800$ A/m, e $\gamma_{II} = 0.3$ T, como padrão. As Fig. 3.15 (a) a (c) apresentam uma combinação dos parâmetros.

(a) Variando a_H (b) Variando C_H

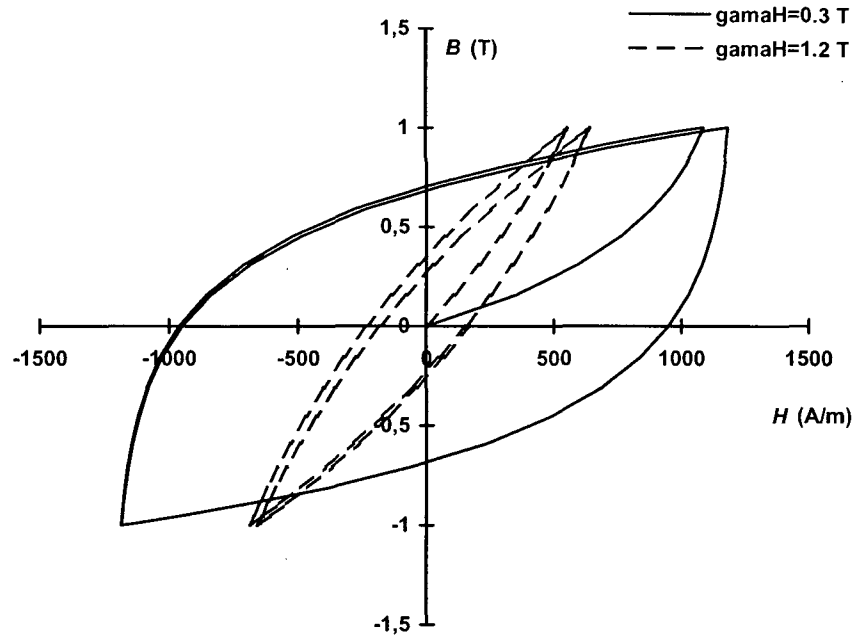
(c) Variando γ_H

Fig. 3.15 – Efeito dos parâmetros sobre o laço de histerese.

Pode-se observar que os parâmetros a_H e C_H afetam o valor da saturação para o campo da histerese, enquanto que apenas γ_H corresponde à taxa de variação da espessura do laço. Como os parâmetros a_H e C_H têm o mesmo efeito sobre o laço de histerese (ambos alteram somente o limite do laço de histerese denominado H^*), adotou-se neste trabalho $a_H = a$, que é um dos parâmetros da equação de Langevin.

Agora, considere-se o seguinte problema: com a curva $B-H$ experimental precisa-se isolar os campos H_{AN} e H_H dados na equação (3.1). Resolve-se da seguinte maneira:

- Inicialmente pode-se desconsiderar as perdas dinâmicas para uma baixa frequência, como é o caso de 1 Hz;
- Toma-se um laço de histerese bem saturado, ou seja, sem perdas dinâmicas;
- Separa-se uma série de pontos, desde $B = 0$ T até B de pico. Representa-se este trecho pelo campo H da Fig. 3.16. O campo medido é a soma do campo sem histerese H_{AN} com o campo de histerese H_H . Considerando-se inicialmente, que $H_H = H^*$, pode-se subtrair o valor do campo total por H^* para obter o campo de magnetização sem histerese;

$$H_{AN} = H - H^* \quad (3.50)$$

- d) O limite da curva de histerese H^* pode ser aproximado pela coercitividade. Com este limite, resolve-se a seguinte equação não linear para o parâmetro C_H ; e

$$0 = H^* - C_H L \left(\frac{H^* + C_H}{a} \right) \quad (3.51)$$

- e) Monta-se um gráfico de $H_H \times B$, e obtém-se graficamente a relutividade diferencial de H_H em relação a B para o ponto em que o laço de histerese corta o eixo da indução, que tem equação mostrada na tabela 3.1. Pode-se isolar a constante γ_H para este caso, e calculá-la diretamente, pois C_H e a já são conhecidos.

$$\gamma_H = \frac{C_H}{\left. \frac{dH_H}{dB} \right|_{H_H=0}} L \left(\frac{C_H}{a} \right) \quad (3.52)$$

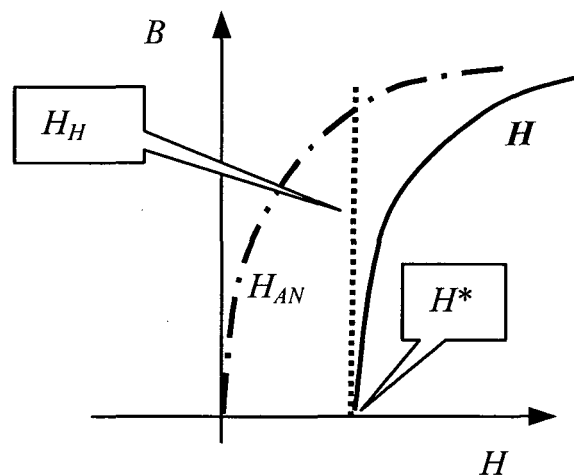


Fig. 3.16 - Aproximação da histerese quando H_H está próximo da sua saturação.

3.3.6 – Laços menores de histerese.

Os conversores tipo PWM são uma forma de alimentação muito empregada atualmente. A Fig. 3.17 apresenta uma curva B - H simulada para este tipo de alimentação. Dos componentes harmônicos no fluxo resultam os laços menores (NAKATA et al, 1970).

Pode-se observar na Fig. 3.18 o detalhe do fechamento dos laços menores com o modelo de histerese apresentado neste capítulo.

A Fig. 3.19, modificada a partir de VISINTIN (1994), apresenta o fechamento dos laços menores para três casos: (a) modelo de Jiles-Atherton ou Duhem; (b) modelo de Preisach; (c) real ou ideal.

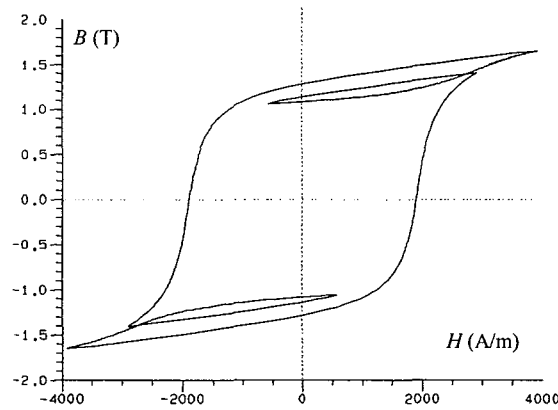


Fig. 3.17 - Curva B - H com laços menores.

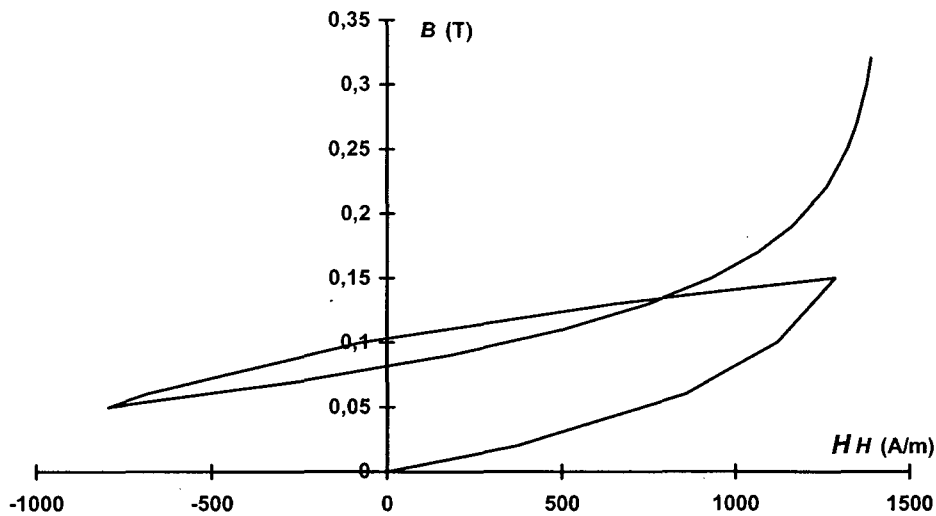


Fig. 3.18 - Trecho simulado da curva B - H , com um laço menor.

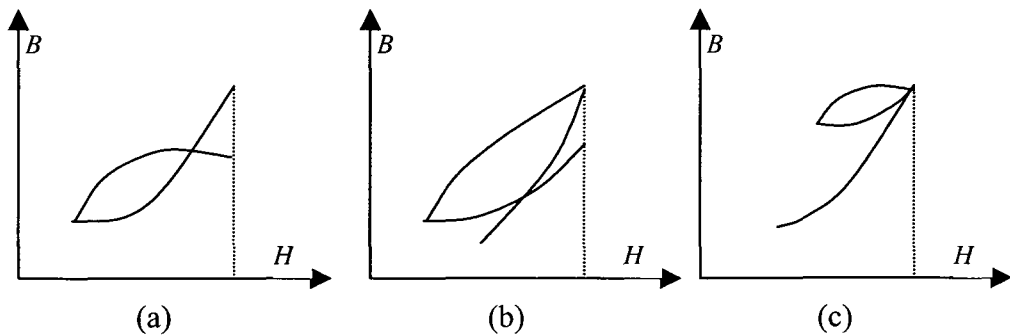


Fig. 3.19 - Laços menores característicos. (a) Jiles-Atherton; (b) Preisach; (c) ideal.

Analisando-se o fechamento dos laços menores do modelo proposto, pode-se dizer que: (a) é consistente com o modelo de Jiles-Atherton, pois a histerese é uma equação diferencial; e, (b) precisa-se trabalhar mais, para chegar ao fechamento ideal dos laços menores.

3.4 - Perdas dinâmicas.

Mostra-se na Fig. 3.20 um exemplo, com alguns laços de histerese, que foram observados experimentalmente para o permalloy. Comparando os laços de histerese estático (obtido com corrente contínua) e o dinâmico (observado em corrente alternada), observa-se que o laço de histerese é dependente da frequência. Denomina-se perdas dinâmicas este acréscimo de área no laço de histerese com o aumento da frequência.

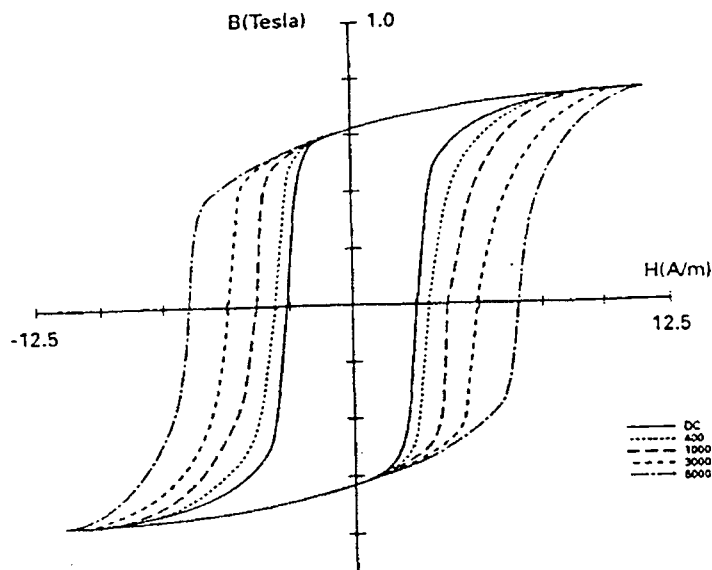


Fig. 3. 20 – Curvas de histerese do permalloy em função da frequência. (JILES, 1994).

3.4.1 Perda clássica por correntes de Foucault.

Em um núcleo de material ferromagnético submetido a um campo variável, haverá formação de correntes induzidas. Os núcleos são, por isso, laminados, com o objetivo de restringir a área dos anéis de corrente. Assim, reduzindo a área, diminui-se a tensão

induzida, e a corrente, que por sua vez, reduzem as perdas por efeito Joule. As perdas por correntes induzidas nas chapas de aço-silício também denominam-se perda clássica por correntes de Foucault, cuja energia dissipada por unidade de volume é dada pela conhecida equação (BASTOS, 1989):

$$W_C = \frac{\sigma d^2}{12} \int \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad (3.53)$$

onde

W_C - perda clássica por correntes de Foucault, por unidade de volume, e no intervalo de tempo Δt [J/m^3].

σ - condutividade elétrica do material [$\Omega.m$]⁻¹

d - espessura das lâminas [m].

Esta equação resultou da consideração de uma indução B uniforme na seção das lâminas. Em futuros trabalhos, com uma dedução mais exata, poder-se-á considerar o efeito da taxa de variação na distribuição de B nas lâminas.

Considerando que a indução seja senoidal no tempo, com amplitude B_m , e frequência f

$$B(t) = B_m \text{ sen } 2\pi f t \quad (3.54)$$

obtem-se a potência fazendo a integral da energia para um período, que é a conhecida equação da perda clássica por correntes de Foucault:

$$P_C = K_C f^2 B_m^2 \quad (3.55)$$

onde P_C é a perda clássica por correntes de Foucault, por unidade de volume [W/m^3], e K_C é a constante:

$$K_C = \frac{\sigma \pi^2 d^2}{6} \quad (3.56)$$

A – Determinação analítica da constante de perda clássica por correntes de Foucault.

Pode-se estimar facilmente o valor de K_C a partir da resistividade e da espessura da chapa. De acordo com CULLITY (1972), a resistividade das chapas dependem do teor de silício (%Si), representada na Fig. 3.21.

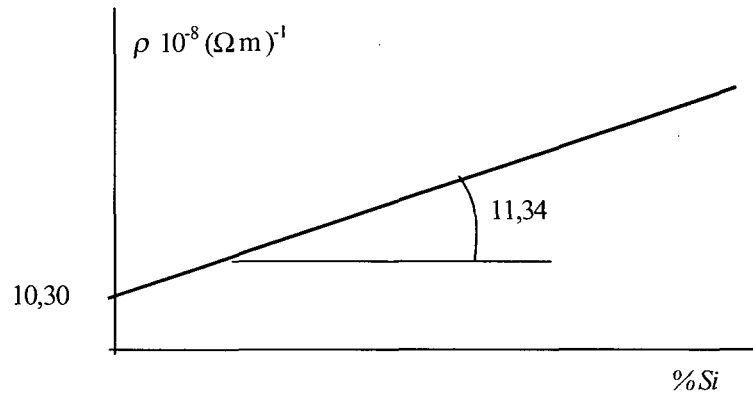


Fig. 3. 21 - Resistividade das lâminas de aço-silício (Cullity, Fig. 13.16).

Esta característica pode ser representada pela equação da condutividade (inverso da resistividade):

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{10^8}{11,34 (\%Si) + 10,3} [\Omega m] \quad (3.57)$$

Com um teor de silício de 3,2 % a resistividade vale $2,15 \cdot 10^6 (\Omega m)$. Para uma chapa com espessura de 0,5 mm, tem-se $K_C = 0,883 \text{ Js}^2 / \text{T}^2$.

Entretanto, os efeitos de um volume de material finito, a baixa resistência das lâminas, e a presença de entreferro nos núcleos faz com que a determinação experimental de K_C seja muito mais precisa do que o cálculo com a equação analítica (Magnetic Circuits and Transformers, por membros do MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY - MIT, 1943), que justifica o método experimental do capítulo 5.

B – Modelagem da perda clássica por correntes de Foucault para o cálculo passo a passo no tempo.

Pode-se escrever a equação (3.53) de outra forma

$$W_C = \int_{\Delta t} \frac{\sigma d^2}{12} \left(\frac{dB}{dt} \right) \left(\frac{dB}{dt} \right) dt \quad (3.58)$$

Comparando-se com a equação da energia total de um campo eletromagnético unidimensional.

$$W = \int_{\Delta t} H \left(\frac{dB}{dt} \right) dt \quad (3.59)$$

e tendo em vista o modelo apresentado na Equação (3.1):

$$W_C = \int_{\Delta t} H_C \left(\frac{dB}{dt} \right) dt \quad (3.60)$$

Pode-se igualar as duas equações anteriores, e obter o campo magnético referente à perda clássica por correntes de Foucault

$$H_C = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{dB}{dt} \quad (3.61)$$

e, para o cálculo passo-a-passo no tempo escreve-se a equação anterior como:

$$H_C = v_C \Delta B \quad (3.62)$$

onde

$$v_C = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{1}{\Delta t} \quad (3.63)$$

Esta equação indica que:

(a) para um passo de tempo constante, a perda clássica por correntes por Foucault é simplesmente o produto de uma constante pela variação da indução. Se a indução B não variar no tempo, não acontece esta perda.

(b) pode-se calcular a relutividade a partir da constante de perda clássica por correntes de Foucault para regime senoidal:

$$v_C = \frac{K_C}{2\pi^2 \Delta t} \quad (3.64)$$

Pode-se demonstrar este simples modelo com um exemplo. As perdas dinâmicas dependem da variação da indução ou do campo magnético no tempo. Tomando o intervalo de tempo fixo, obtém-se o laço de histerese da Fig. 3.22. Calculando-se a área do laço verifica-se facilmente que ele possui área proporcional ao quadrado da indução de pico.

Observa-se também que a curva de saturação (ou magnetização sem histerese) passa exatamente pelo centro do laço de histerese.

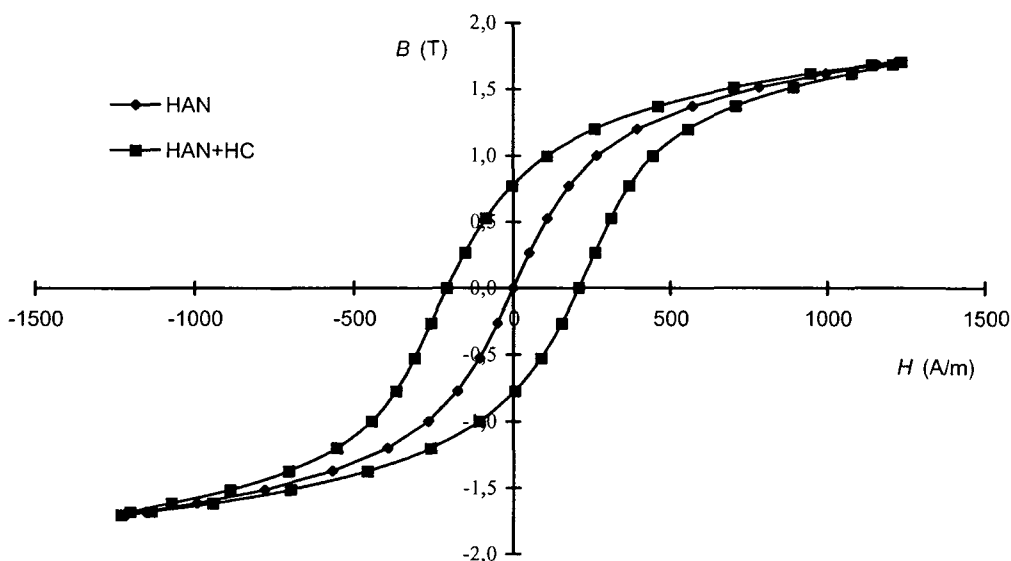


Fig. 3.22 – Curvas de saturação (H_{AN}) e de histerese com perda clássica por correntes de Foucault (H_C+H_{AN}).

3.4.1 Medição das perdas no ferro.

O aço laminado é um componente essencial de muitas espécies de equipamento elétrico: motores, geradores, transformadores, e outros. O conhecimento das perdas é um assunto de grande importância tanto para o fabricante como para o usuário do material. As medições de perdas na faixa de frequência comercial são normalmente feitas pelo método de Epstein (STOUT, 1960).

Convencionalmente, a perda total medida divide-se em duas partes: perda por histerese e perdas dinâmicas. A perda por histerese é obtida pela área da chamada curva estática, ou laço de histerese estático. Este laço pode ser determinado com um galvanômetro balístico, um fluxímetro, ou um 'hysteresigraph'. Esta perda é considerada independente da frequência.

A adição da perda por histerese e da perda dinâmica, calculada pela equação clássica por correntes de Foucault, é menor do que a perda total medida. Na Fig. 3.23 observa-se a curva convencional de perdas no ferro.

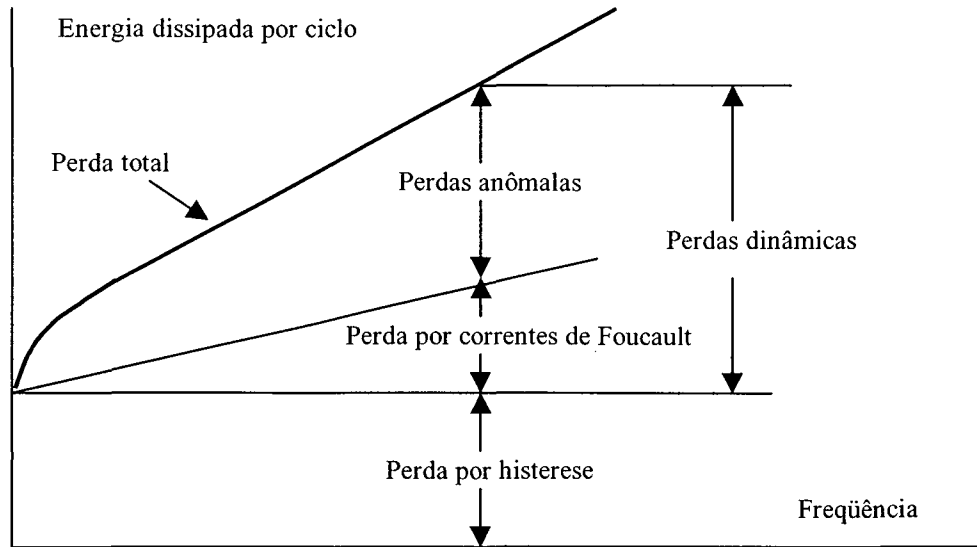


Fig. 3. 23 – Separação das perdas no ferro.

Denomina-se fator de perdas anômalas à relação entre a perda dinâmica total e a clássica por correntes de Foucault, que pode ser dada pela equação:

$$\eta = \text{fator de perdas anômalas} = \frac{\text{perda dinâmica total}}{\text{perda por Foucault}} \quad (3. 65)$$

O valor de η varia normalmente entre 1.5 a 2.5. Excepcionalmente ele pode chegar até 8.0.

3.4.3 Perdas excedentes ou anômalas

As “perdas anômalas” são anômalas somente no nome. A perda clássica por correntes de Foucault não se aplica para materiais contendo domínios. As perdas excedentes surgem devido o movimento das paredes dos domínios.

A Fig. 3.24 apresenta o modelo utilizado por BRAILSFORD & FOGG apud Lee (1964), no qual a chapa é subdividida em domínios onde as suas paredes cortam a chapa. Aplicando-se um campo magnético alternado, as paredes dos domínios oscilam em torno de sua posição média.

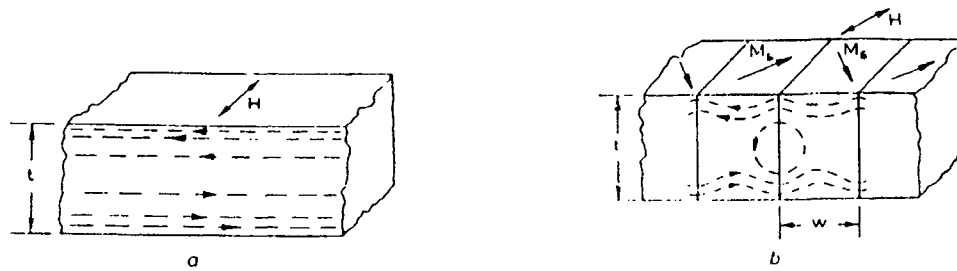


Fig. 3. 24 - Distribuição de correntes induzidas em uma chapa magnética. (a) caso clássico;
(b) Com movimento das paredes dos domínios.

A equação da energia dissipada num intervalo de tempo Δt é:

$$W_{EXC} = K_E \int_{\Delta t} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{1.5} dt \quad (3.66)$$

onde W_{EXC} é a energia dissipada por correntes induzidas, no intervalo de tempo Δt [J/kg], e K_E é a constante de perdas anômalas ou excedentes, ajustada por BERTOTTI (1988):

$$K_E = \sqrt{\sigma G V_0 S} \quad (3.67)$$

onde:

G - coeficiente adimensional;

V_0 - parâmetro caracterizando a distribuição estatística de campos locais;

S - seção transversal dos domínios das lâminas ($w \times t$ na Fig. 3.24).

Pode-se substituir o valor de B por uma senóide, e integrar para um período, e a potência consumida é

$$P_{EXC} = K_{EXC} f^{1.5} B^{1.5} \quad (3.68)$$

onde

$$K_{EXC} = 8,67 K_E \quad (3.69)$$

Observa-se que a constante K_{EXC} depende das características estruturais dos materiais, que se alteram com esforços mecânicos, como os causados para corte das lâminas (CULLITY, 1972).

A equação (3.66), das perdas excedentes, pode ser escrita sob a forma:

$$W_{EXC} = \int_{\Delta t} K_E \left| \frac{dB}{dt} \right|^{-0,5} \left(\frac{dB}{dt} \right) \left(\frac{dB}{dt} \right) dt \quad (3.70)$$

que, considerando o objetivo definido pela equação (3.1), define-se o campo magnético H_{EXC} para estas perdas passo a passo no tempo.

$$H_{EXC} = K_E \left| \frac{dB}{dt} \right|^{-0,5} \left(\frac{dB}{dt} \right) \quad (3.71)$$

Desenvolvendo em série de Taylor de primeira ordem, substitui-se as derivadas pelos gradientes. O campo de perdas excedentes torna-se:

$$H_{EXC} = \frac{K_E \sqrt{\Delta t}}{\sqrt{|(B_K - B_{K-1})|}} \frac{\Delta B}{\Delta t} \quad (3.72)$$

A relutividade de perda excedente é:

$$v_{EXC} = \frac{1}{\sqrt{|(B_K - B_{K-1})|}} \frac{K_E}{\sqrt{\Delta t}} \quad (3.73)$$

No cálculo numérico passo-a-passo no tempo, aproxima-se esta relutividade por:

$$v_{EXC} = \frac{1}{\sqrt{|\Delta B|} + K_{AUX}} \frac{K_E}{\sqrt{\Delta t}} \quad (3.74)$$

onde $K_{AUX} = 10^{-6}$ T é uma variável auxiliar, para evitar divisão por zero.

Apresenta-se na Fig. 3.25 um laço de histerese obtido com indução senoidal.

Pode-se comprovar que a área do laço de histerese da Fig. 3.25 é proporcional à indução de pico elevada ao expoente 1,5. A curva de magnetização, como na perda clássica por correntes de Foucault, passa exatamente no centro do laço.

Observa-se nas Fig. 3.22 e Fig. 3.25 que as perdas dinâmicas não influem no campo ou na corrente de pico, que por sua vez é função apenas da curva de magnetização com histerese.

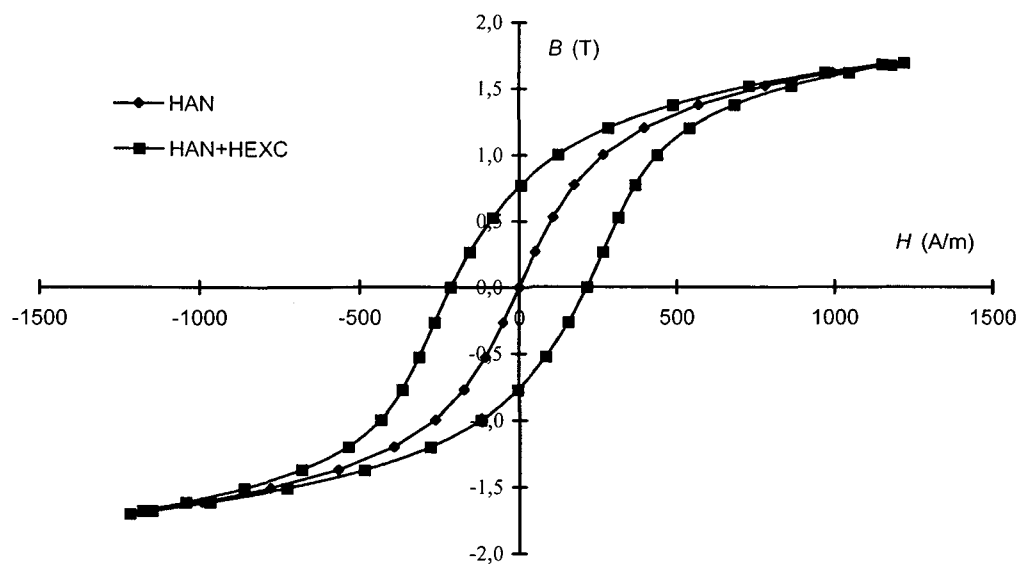


Fig. 3.25 – Laço de histerese com perdas excedentes.

Considerando-se os resultados apresentados nesta seção, pode-se concluir que o modelo de perdas dinâmicas está bem adaptado para o domínio do tempo, pois quando aplicado para indução senoidal, apresenta a mesma resposta do cálculo convencional. Entretanto, ressalta-se que ele foi desenvolvido apenas para materiais laminados. Para aplicá-lo no cálculo de campo de materiais não laminados, tais como blocos de ferro, ou ímãs, pode-se introduzir estas perdas na matriz de correntes induzidas (SADOWSKI, 1993), (IDA & BASTOS, 1997).

Na seqüência do trabalho aplicar-se-á o modelo unidirecional apresentado neste capítulo, na formulação de elementos finitos passo a passo no tempo em duas dimensões, para depois determinar os seus parâmetros, comparando-se os resultados do cálculo de campo com medições experimentais.

4 CÁLCULO DE CAMPO COM RELUTIVIDADE DIFERENCIAL

No cálculo de campo com Elementos Finitos resolve-se a equação de Poisson tendo os potenciais vetores e a relutividade (H/B) como incógnita (BASTOS, 1989). A Fig. 4.1.a apresenta o laço de histerese e a Fig. 4.1.b a respectiva curva de relutividade calculada com este princípio. Pode-se observar que, quando há histerese, e o laço passa pelo ponto $B = 0$, a relutividade tende ao infinito. Isto causa divisão por zero durante a simulação, e deve ser evitado.

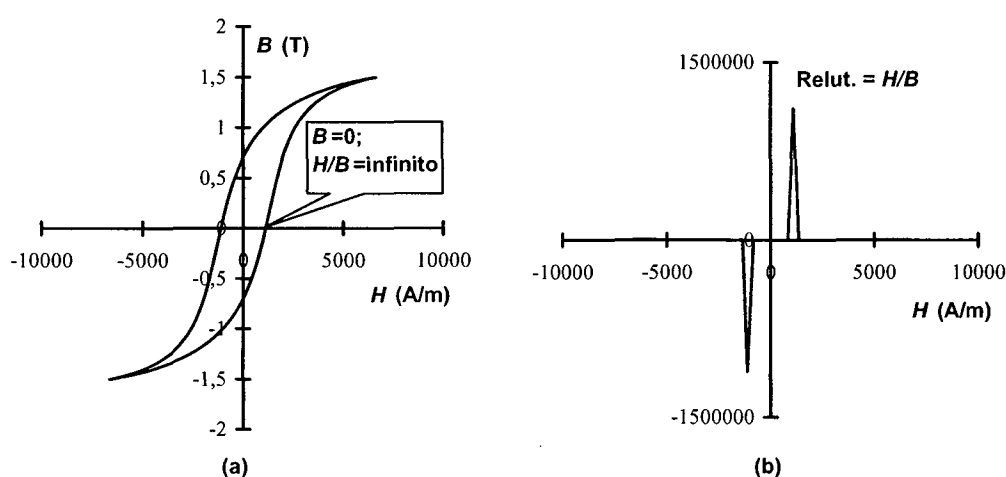


Fig. 4. 1 - Laço de histerese característico e relutividade (H/B) calculada.

NAKATA, TAKAHASHI & KAWASE (1985) representaram a histerese magnética pela curva da magnetização M em função de B , pois ela é contínua em qualquer valor de B (variável independente). Os autores usam o método de Newton-Raphson para resolver o problema. Para cada elemento calcula-se M e suas derivadas parciais em relação à indução. Não se adotou este princípio porque: (a) em alguns testes preliminares, não se conseguiu uma boa convergência do processo iterativo, enquanto a apresentada neste capítulo (com \mathbf{B} e \mathbf{H}) estava convergindo satisfatoriamente; e, (b) o modelo do material magnético não usa M diretamente.

No capítulo anterior desenvolveu-se o modelo unidirecional do material magnético para o cálculo passo a passo no tempo. Uma de suas características principais é a expressão

do campo magnético com uma relutividade diferencial ou incremental, que por sua vez, é função da indução.

A Fig. 4.2 mostra que a relutividade diferencial, calculada com o modelo proposto no capítulo anterior, é sempre positiva. Apresenta uma descontinuidade quando a indução e o campo invertem o seu sentido de variação (linha pontilhada), passando de um valor pequeno (da ordem de 10 m/H) para um valor grande (da ordem de 5000 m/H).

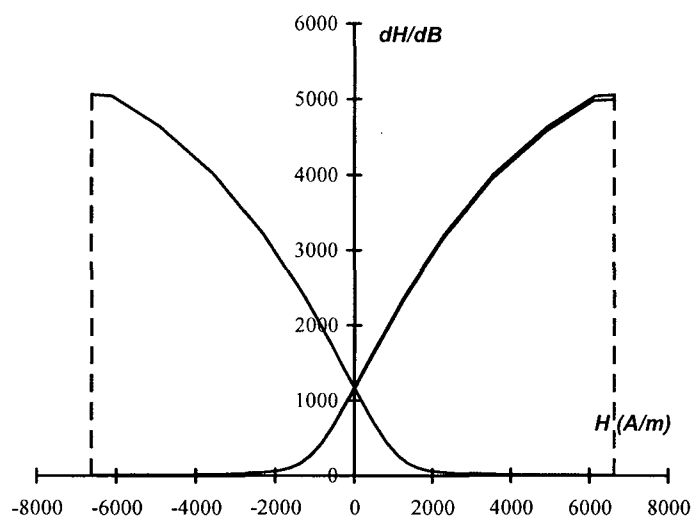


Fig. 4. 2 – Relutividade diferencial, calculada para o laço da figura anterior.

Tendo-se a indução e o campo magnético calculado para cada instante de tempo, e a relutividade diferencial segundo cada direção do sistema de coordenadas cartesianas (x e y), passou-se para a sua implantação no software EFCAD (BASTOS, 1989), (SADOWSKI, 1993), que utiliza a relutividade, com aproximações sucessivas e Newton-Raphson. Deste procedimento, observou-se:

- (a) A convergência do processo iterativo com a curva $B-H$ dada pela relutividade escalar, para material isotrópico, e sem histerese, normalmente é muito lenta, e exige uma curva para ajuste dos pontos. A curva de Langevin demonstrou ser muito eficiente em todos os aspectos;
- (b) A consideração da perda clássica por correntes de Foucault também pode ser facilmente implantada. Calcula-se a matriz de rigidez $[M]$ com a relutividade desta perda, que é uma constante. Explicar-se-á este procedimento, com maiores detalhes, no desenvolvimento deste capítulo; e,

(c) Quando se consideram somente as perdas clássicas por correntes de Foucault, acontece uma boa convergência, mas com as perdas excedentes e histerese, não se consegue convergência imediata. Tentou-se várias alternativas empíricas para calcular o tensor de relutividade considerando a histerese e as perdas. Mas, inicialmente, não se obteve sucesso na convergência do programa. Pensou-se por muito tempo, que seria devido à descontinuidade da relutividade diferencial na saturação. Este foi um dos principais motivos para o desenvolvimento do modelo vetorial que se descreve neste capítulo.

Na seqüência, apresenta-se esta formulação, com o potencial vetor magnético A , e alguns resultados de simulações.

4.1 - Equação vetorial do campo magnético.

No capítulo anterior deduziu-se a equação do campo magnético para uma dimensão. Esta *formulação unidimensional* conduz à seguinte questão:

A relutividade convencional é calculada em função do módulo da indução. O que utilizar quando se consideram as perdas, e precisa-se usar as suas componentes B_X e B_Y ?

Por isto, desenvolveu-se o equacionamento para o tensor de relutividade diferencial, como demonstrar-se-á a seguir.

4.1.1 - Curva de magnetização sem histerese.

A curva de magnetização sem histerese é indispensável para qualquer simulação. Em princípio, supõe-se que se pode simulá-la com dois tipos de relutividade:

- (a) com a relutividade clássica ou convencional.
- (b) com a relutividade diferencial ou incremental; como descreve-se neste capítulo.

Os objetivos deste trabalho levaram a considerar apenas materiais isotrópicos. Não é abordado o caso de materiais anisotrópicos. Nos primeiros materiais, a indução \mathbf{B} e o campo magnético \mathbf{H}_{AN} para a magnetização sem histerese estão sempre em paralelo. A Fig. 4.3 apresenta os vetores em duas situações distintas:

- (a) Os vetores de campo e indução mantêm a mesma direção em todos os instantes de tempo (ver Fig. 4.3.a). Representou-se segundo o eixo dos y . Neste caso a relatividade diferencial é um escalar, escrevendo-se:

$$\Delta H_y = v_{AN} \Delta B_y \quad (4.1)$$

- (b) Os vetores de campo e indução estão sempre alinhados (material isotrópico), mas mudam de orientação de um instante de tempo para outro, como acontece em cantos de estruturas ou por mudança de direção da indução (ver Fig. 4.3.b).

A Fig. 4.3.b mostra que pode existir um ângulo de defasagem entre os vetores de incremento de campo $\Delta \mathbf{H}$ e incremento de indução $\Delta \mathbf{B}$ entre dois passos de cálculo. Esta situação ocorre normalmente em todas as estruturas não uniformes, com dobras ou cantos.

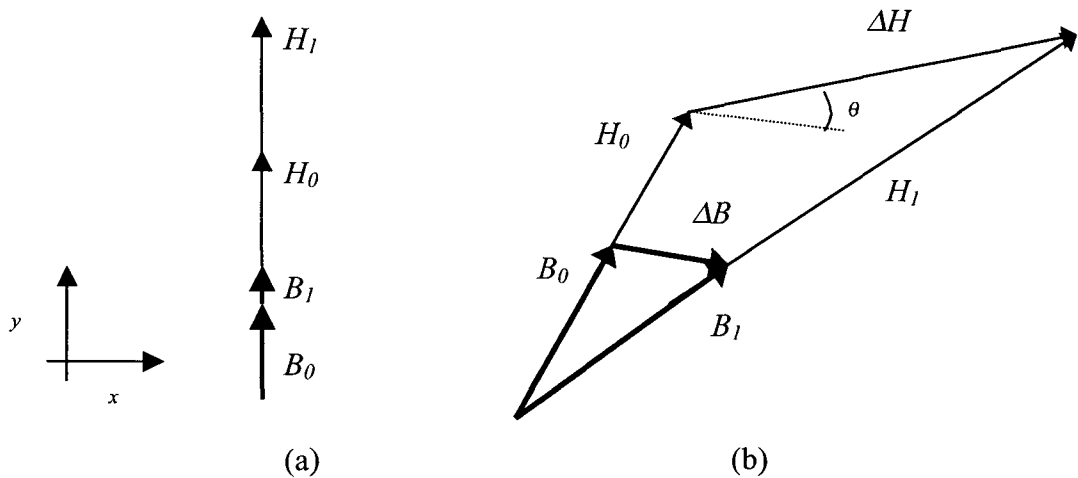


Fig. 4. 3 – Vetores \mathbf{B} e \mathbf{H} em dois instantes de tempo. (a) unidirecional; (b) bidirecional.

Tanto para materiais isotrópicos como anisotrópicos, é necessário calcular o campo segundo os eixos x e y . No cálculo de campo clássico, com o potencial vetor magnético, calcula-se as induções B_x e B_y em cada passo, e o seu módulo $|\mathbf{B}|$ pela equação:

$$|\mathbf{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (4.2)$$

e, com este valor, calcula-se o módulo do campo magnético sem histerese $|\mathbf{H}|$, e a relatividade convencional. Assim, tem-se a conhecida equação vetorial

$$\mathbf{H}_{AN} = \text{relatividade} (|\mathbf{B}|) \mathbf{B} \quad (4.3)$$

Considerando que os módulos de B_0 e B_1 sejam diferentes, devido à não linearidade decorrente da saturação, os módulos de H_0 e H_1 não são proporcionais, de forma que, se estes vetores mudam de direção, surge um ângulo de defasagem entre o incremento do campo $\Delta\mathbf{H}$ e o incremento da indução $\Delta\mathbf{B}$. Denominou-se θ , a este ângulo.

Da álgebra linear, sabe-se que a relação entre dois vetores é dada por:

a) relação entre os módulos, ou ganho linear;

b) matriz de rotação, escrita em termos de senos e cossenos do ângulo de giro.

Assim, a equação matricial de transformação entre $\Delta\mathbf{B}$ e $\Delta\mathbf{H}$ é

$$\begin{bmatrix} \Delta H_x \\ \Delta H_y \end{bmatrix} = \frac{|\Delta\mathbf{H}|}{|\Delta\mathbf{B}|} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta B_x \\ \Delta B_y \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Para que esta equação possa ser utilizada no método de elementos finitos, é preciso calcular a razão entre os módulos e o ângulo de defasagem.

Sabe-se que

$$\Delta\mathbf{H} \cdot \Delta\mathbf{B} = |\Delta\mathbf{H}| |\Delta\mathbf{B}| \cos \theta \quad (4.5)$$

$$|\Delta\mathbf{H} \times \Delta\mathbf{B}| = |\Delta\mathbf{H}| |\Delta\mathbf{B}| \sin \theta \quad (4.6)$$

então o valor do campo magnético no passo de tempo atual resulta

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{x0} \\ H_{y0} \end{bmatrix} + \frac{1}{|\Delta\mathbf{B}|^2} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{H} \cdot \Delta\mathbf{B} & -|\Delta\mathbf{B} \times \Delta\mathbf{H}| \\ |\Delta\mathbf{H} \times \Delta\mathbf{B}| & \Delta\mathbf{B} \cdot \Delta\mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta B_x \\ \Delta B_y \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

ou, em forma vetorial, a equação do campo de magnetização sem histerese resulta:

$$\mathbf{H}_{AN} = \mathbf{H}_{AN}^0 + \|\mathbf{v}_{AN}\| \Delta\mathbf{B} \quad (4.8)$$

Observa-se que esta equação apresenta a forma vetorial desejada. No capítulo anterior tinha-se apenas a forma unidirecional. No desenvolvimento do trabalho, analisar-se-á o seu comportamento nos programas de elementos finitos em duas dimensões. Por enquanto, pode-se estendê-la para a histerese e as perdas dinâmicas.

4.1.2 - A histerese em duas dimensões

Considerando a equação da energia dissipada pelo campo de histerese H_H :

$$W_H = \int_{\Delta B} \mathbf{H}_H \cdot d\mathbf{B} \quad (4.9)$$

em coordenadas cartesianas resulta

$$W_H = \int_{\Delta B_x} H_{HX} dB_x + \int_{\Delta B_y} H_{HY} dB_y \quad (4.10)$$

indicando que se pode fazer o cálculo dos campos referente à histerese segundo cada direção, como se fosse um problema unidimensional. Assim, com o modelo de histerese unidimensional calcula-se as relatividades segundo cada direção, e os respectivos campos

$$\begin{aligned} H_{HX} &= H_{HX}^0 + v_{HX} \Delta B_x \\ H_{HY} &= H_{HY}^0 + v_{HY} \Delta B_y \end{aligned} \quad (4.11)$$

Apresenta-se na Fig. 4.4 os vetores de indução \mathbf{B} e campo referente à histerese \mathbf{H}_H , em dois instantes de tempo consecutivos, com sub-índice 0 e 1 respectivamente. Supõe-se que, no instante inicial '0' o campo \mathbf{H}_{H0} e a indução \mathbf{B}_0 estejam alinhados. Se a variação da indução ocorre em outra direção qualquer, o campo \mathbf{H}_{H1} e a indução \mathbf{B}_1 estarão defasados de um ângulo τ . Isto acontece porque os gradientes de campo ΔH_{HX} e ΔH_{HY} não são proporcionais aos seus respectivos gradientes de indução. Mas, pode-se representar este passo com um ângulo de defasagem entre os gradientes de campo e indução, que é denominado θ . Este ângulo θ intervêm nos termos do tensor de relatividade diferencial, conforme mostra-se a seguir.

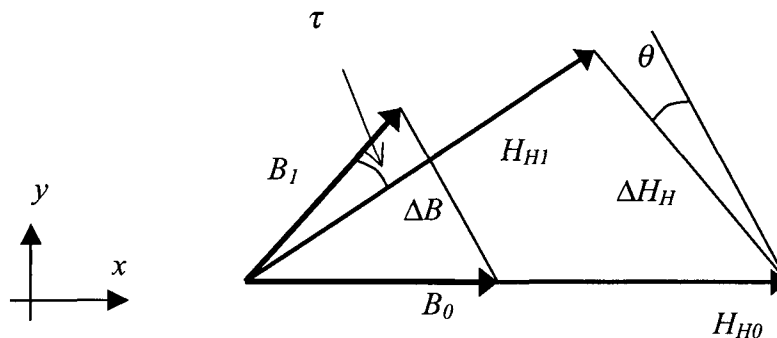


Fig. 4. 4 – Vetores de campo e indução referentes à histerese.

Com os valores dos campos de histerese e indução nos instantes de tempo anterior e atual, forma-se a equação fasorial:

$$\mathbf{H}_H = \mathbf{H}_H^0 + \|\mathbf{v}_H\| \Delta \mathbf{B} \quad (4.12)$$

4.1.3 - Perdas dinâmicas

Já se obteve a equação vetorial do campo para a curva de magnetização sem histerese, e para a histerese estática. Considerando o modelo unidimensional das perdas dinâmicas, pode-se obter o seu modelo vetorial.

Como a relutividade para a perda clássica por correntes de Foucault é sempre constante, calcula-se H_{CX} e H_{CY} usando uma relutividade escalar, ou seja, o ângulo de defasagem é sempre zero. O campo desta perda é simplesmente

$$\mathbf{H}_C = v_C \Delta \mathbf{B} \quad (4.13)$$

Como a relutividade v_C não muda de uma iteração ou de um passo de tempo para outro, um programa de elementos finitos com relutividade convencional pode ser facilmente adaptado para considerar a perda clássica por correntes de Foucault.

Já para as perdas excedentes, não se pode utilizar uma única relutividade para as duas direções (x e y), mas calcular o tensor como feito para a histerese.

$$\mathbf{H}_{EXC} = \|\mathbf{v}_{EXC}\| \Delta \mathbf{B} \quad (4.14)$$

4.1.4 - O tensor de relutividade diferencial.

Inicialmente, rescreve-se o modelo apresentado como hipótese no primeiro capítulo desta tese, e que se desenvolveu no capítulo anterior sob a forma unidirecional:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{AN} + \mathbf{H}_H + \mathbf{H}_C + \mathbf{H}_{EXC} \quad (4.15)$$

que, considerando a magnetização sem histerese com relutividade incremental, resulta

$$\mathbf{H} = \|\mathbf{v}\| \Delta \mathbf{B} + \mathbf{H}_0 \quad (4.16)$$

onde

$$\|\mathbf{v}\| = \|\mathbf{v}_{AN}\| + \|\mathbf{v}_H\| + \|\mathbf{v}_C\| + \|\mathbf{v}_{EXC}\| \quad (4.17)$$

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_{AN}^0 + \mathbf{H}_H^0 \quad (4.18)$$

Observações sobre esta equação:

- a) Quando não se consideram as perdas no ferro, resulta na formulação clássica; e
- b) Como todas as relutividades incrementais são do tipo 'rotação', o tensor de perdas também é do mesmo tipo, e sua forma para materiais isotrópicos é

$$\|\mathbf{v}\| = \begin{bmatrix} \eta & -\xi \\ \xi & \eta \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

A seguir detalhar-se-á como calcular os elementos do tensor de relutividade diferencial.

O primeiro passo consiste em calcular as induções em cada elemento. A seguir calculam-se os campos magnéticos usando o modelo unidirecional do capítulo anterior. Assim, tem-se os gradientes da indução e do campo magnético para os quatro componentes: saturação, histerese estática, perdas dinâmicas e perdas excedentes.

Agora, pode-se obter os termos η e ξ fazendo os produtos escalar e vetorial, respectivamente. Desenvolvendo-os em duas dimensões, tem-se

$$\eta = \frac{\Delta H_x \Delta B_x + \Delta H_y \Delta B_y}{\Delta B_x^2 + \Delta B_y^2} \quad (4.20)$$

$$\xi = \frac{\Delta H_x \Delta B_y - \Delta H_y \Delta B_x}{\Delta B_x^2 + \Delta B_y^2} \quad (4.21)$$

e, quando as variações de B_x e/ou B_y forem próximas de zero o termo η torna-se:

$$\eta = \left(\frac{\partial H_x}{\partial B_x} \right) \frac{\Delta B_x^2}{\Delta B_x^2 + \Delta B_y^2} + \left(\frac{\partial H_y}{\partial B_y} \right) \frac{\Delta B_y^2}{\Delta B_x^2 + \Delta B_y^2} \quad (4.22)$$

Estas equações podem ser montadas na forma de uma subrotina de cálculo. Entretanto, o sistema matricial resultante do método de Elementos Finitos clássico sofre uma alteração.

Apresenta-se a seguir a formulação que rege a estrutura eletromagnética com o modelo de tensor de relutividade diferencial, para realizar o cálculo de campo com o potencial vetor magnético em duas dimensões.

4.2 – Discretização de Elementos Finitos.

Agora que já se apresentou a equação vetorial do campo magnético, em função da indução, pode-se raciocinar em termos de cálculo de campo magnético considerando as perdas no ferro, e estimar o rendimento da estrutura eletromagnética.

4.2.1 - O incremento do potencial vetor magnético.

Retornando à literatura (BASTOS, 1989), encontra-se a definição do potencial vetor magnético \mathbf{A} . Tratando-se de cálculo bidimensional, este vetor tem apenas uma componente segundo a direção $0z$. Por isto, considera-se como um escalar.

Denomina-se, neste trabalho, o incremento dos potenciais dos nós como ΔA , que é simplesmente a diferença entre os potenciais para dois passos de cálculo consecutivos

$$\Delta A = A - A_0 \quad (4.23)$$

Como \mathbf{B} é o vetor rotacional do potencial vetor

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A} \quad (4.24)$$

e, considerando as propriedades distributiva e associativa de matrizes, resulta sempre

$$\Delta \mathbf{B} = \text{rot} \Delta \mathbf{A} \quad (4.25)$$

Na equação de Maxwell

$$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (4.26)$$

pode-se substituir o campo magnético que se deduziu na seção anterior.

$$\text{rot} \left[\|\mathbf{v}\| \Delta \mathbf{B} + \mathbf{H}_0 \right] = \mathbf{J} \quad (4.27)$$

e, substituindo o vetor de incremento da indução

$$\text{rot} \|\mathbf{v}\| \text{rot} \Delta \mathbf{A} + \text{rot} \mathbf{H}_0 = \mathbf{J} \quad (4.28)$$

No caso de um sistema bidimensional, a indução magnética pertence ao plano $0xy$ e que, por conseqüência, \mathbf{A} e \mathbf{J} tem apenas um componente segundo o eixo $0z$.

Agora, partindo do conceito de rotacional:

$$\text{rot } \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (4.29)$$

Pode-se desenvolver os rotacionais da equação anterior (BASTOS, 1989). Igualando os seus componentes na direção $0z$ escreve-se:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \eta \frac{\partial \Delta A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \xi \frac{\partial \Delta A}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \xi \frac{\partial \Delta A}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \eta \frac{\partial \Delta A}{\partial y} + \frac{\partial H_{y0}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x0}}{\partial y} = J \quad (4.30)$$

E da mesma forma, partindo dos conceitos de divergente e gradiente (BASTOS, 1989), pode-se escrever o primeiro termo desta expressão como:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \eta \frac{\partial \Delta A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \xi \frac{\partial \Delta A}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \xi \frac{\partial \Delta A}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \eta \frac{\partial \Delta A}{\partial y} = -\text{div} \|\mathbf{v}\| \text{grad } \Delta A \quad (4.31)$$

obtendo-se

$$\text{div} \|\mathbf{v}\| \text{grad } \Delta A - \frac{\partial H_{0y}}{\partial x} + \frac{\partial H_{0x}}{\partial y} + J = 0 \quad (4.32)$$

4.2.2 – Aplicação dos métodos de Galerkin e Elementos Finitos.

Utiliza-se, neste trabalho, uma base de funções de ponderação, que é conhecido como método de Galerkin ou método dos resíduos ponderados. Este método é deduzido pelo produto interno:

$$\langle F, \mathfrak{R} \rangle = \iint_{\Omega_i} F \mathfrak{R} d\Omega \quad (4.33)$$

onde F é uma função de ponderação, que pode ser a própria função de forma N_e do elemento Ω_i ; e o resíduo \mathfrak{R} é a equação diferencial da estrutura eletromagnética (equação 4.32). Com este resíduo a equação anterior torna-se:

$$\langle F, \mathfrak{R} \rangle = \iint_{\Omega_i} F \left(\text{div} \|\mathbf{v}\| \text{grad } \Delta A - \frac{\partial}{\partial x} H_{0y} + \frac{\partial}{\partial y} H_{0x} + J \right) d\Omega \quad (4.34)$$

Pode-se desenvolver cada termo da equação anterior, até obter-se a equação final. Isolando-se o termo com o tensor de relutividade, denominado T_1 , define-se a equação:

$$T_1 = \iint_{\Omega} F \text{div} \|\mathbf{v}\| \text{grad } \Delta A d\Omega \quad (4.35)$$

e, aplicando a identidade vetorial:

$$\text{div}(UV) = V \cdot \text{grad } U + U \text{div } V \quad (4.36)$$

a equação (4.35) resulta

$$T_1 = \iint_{\Omega} \text{div}(F \|v\| \text{grad } \Delta A) d\Omega - \iint_{\Omega} \text{grad } F \cdot \|v\| \text{grad } \Delta A d\Omega \quad (4.37)$$

Pelo teorema da divergência, desenvolve-se a primeira parcela substituindo F pela função de forma N_e , dos triângulos (BASTOS, 1989), onde o gradiente de F é a derivada de N_e :

$$\begin{aligned} \text{grad } F &= \frac{\partial F}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial F}{\partial y} \mathbf{j} = \frac{\partial N_e}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial N_e}{\partial y} \mathbf{j} \\ \text{grad } F &= [\mathbf{D}_x \quad \mathbf{D}_y] \end{aligned} \quad (4.38)$$

Também pode-se desenvolver o gradiente dos potenciais da equação (4.37), usando o tensor de relatividade diferencial:

$$\begin{aligned} \|v\| \text{grad } \Delta A &= \begin{bmatrix} \eta & -\xi \\ \xi & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial \Delta A / \partial x \\ \partial \Delta A / \partial y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta \partial \Delta A / \partial x - \xi \partial \Delta A / \partial y \\ \xi \partial \Delta A / \partial x + \eta \partial \Delta A / \partial y \end{bmatrix} \\ \|v\| \text{grad } \Delta A &= [(\eta \mathbf{D}'_x - \xi \mathbf{D}'_y) + (\xi \mathbf{D}'_x + \eta \mathbf{D}'_y)] [\Delta A] \end{aligned} \quad (4.39)$$

E, substituindo as equações (4.38) e (4.39) no primeiro termo da equação (4.37), e fazendo o produto escalar, ele resulta:

$$T_1 = \iint_{\Omega} (\eta \mathbf{D}_x \mathbf{D}'_x - \xi \mathbf{D}_x \mathbf{D}'_y + \xi \mathbf{D}_y \mathbf{D}'_x + \eta \mathbf{D}_y \mathbf{D}'_y) d\Omega \Delta A \quad (4.40)$$

e, como o produto matricial:

$$\mathbf{D}_x \mathbf{D}'_y = \mathbf{D}_y \mathbf{D}'_x \quad (4.41)$$

é um escalar, resulta na eliminação do termo ξ , que fica fora da diagonal da matriz de relatividade diferencial. Assim, a equação (4.40) torna-se:

$$T_1 = \eta \iint_{\Omega} (\mathbf{D}_x \mathbf{D}'_x + \mathbf{D}_y \mathbf{D}'_y) d\Omega \Delta A \quad (4.42)$$

onde a integração desta equação resulta na matriz de contribuição elementar:

$$m_e = \frac{\eta}{2D} \begin{bmatrix} q_1 q_1 & q_2 q_1 & q_3 q_1 \\ q_1 q_2 & q_2 q_2 & q_3 q_2 \\ q_1 q_3 & q_2 q_3 & q_3 q_3 \end{bmatrix} + \frac{\eta}{2D} \begin{bmatrix} r_1 r_1 & r_2 r_1 & r_3 r_1 \\ r_1 r_2 & r_2 r_2 & r_3 r_2 \\ r_1 r_3 & r_2 r_3 & r_3 r_3 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

As matrizes de contribuição dos outros termos da equação (4.34) já são bem conhecidas (BASTOS, 1989). Após a montagem do sistema global de equações obtém-se:

$$[M][A] = [P][I] + [FH] + [M][A_0] \quad (4.44)$$

onde:

$[M]$ - matriz global de contribuições, usando a componente η do tensor de relutividade incremental. A componente ξ simplifica-se pois os sinais são opostos. Desta maneira, pode-se utilizar um programa de elementos finitos com permeabilidade escalar, que simplifica muito o trabalho de implantação de perdas no ferro em um sistema que já usa a relutividade escalar (H/B). Pela conveniência de utilizar o programa de elementos finitos existente, também resolveu-se o sistema linear de equações para o potencial vetor $[A]$ como incógnita, somando-se o produto $[M][A_0]$ no lado direito.

$[A]$ - vetor incógnito dos potenciais dos nós

$[A_0]$ - vetor dos potenciais dos nós no passo anterior, ou no instante t_0 .

$[FH]$ - vetor relativo aos campos magnéticos no passo anterior.

$[I]$ - vetor de correntes nos enrolamentos.

$[P]$ - vetor relativo às fontes de correntes nos nós.

Se o dispositivo eletromagnético for alimentado em tensão, inclui-se uma segunda equação:

$$\begin{aligned} [M][A] &= [P][I] + [FH] + [M][A_0] \\ [Q] \frac{d}{dt} [A] + [R][I] &= [V] \end{aligned} \quad (4.45)$$

onde:

$[R]$ - matriz diagonal com resistência dos enrolamentos. Insere-se nesta matriz a equação dos condutores, desenvolvida no capítulo 2 desta tese.

$[V]$ - vetor coluna com tensão aplicada nos enrolamentos.

$[Q]$ – matriz que relaciona os potenciais vetores com os fluxos dos enrolamentos.

Inclui-se a não linearidade da saturação, da histerese e das perdas resolvendo esta equação iterativamente, usando o método de aproximações sucessivas ou Newton-Raphson, que se apresenta a seguir.

4.2.3 – Solução com Newton-Raphson.

O método de Newton-Raphson caracteriza-se pela solução iterativa do sistema matricial, isto é, encontra-se as raízes \mathbf{u} de \mathbf{F} :

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}) = 0 \quad (4.46)$$

onde:

\mathbf{F} – função vetorial não linear qualquer;

\mathbf{u} - vetor de raízes da função vetorial \mathbf{F} .

Expandindo \mathbf{F} por série de Taylor, e tomando somente a derivada de primeira ordem:

$$[\mathbf{J}]\delta \mathbf{u} = -\mathbf{F} \quad (4.47)$$

onde

$[\mathbf{J}]$ – matriz Jacobiana, com as derivadas parciais das linhas de \mathbf{F} em relação às raízes de \mathbf{u} .

$\delta \mathbf{u}$ - desvio do vetor \mathbf{u} , entre iterações. Observa-se que este incremento é distinto de Δ , que é o desvio entre passos de cálculo.

A – Equação de Ampère.

Normalmente, aplica-se o método de Newton-Raphson após a discretização do sistema matricial por Galerkin e Elementos Finitos. Neste trabalho, aplica-se o método de Newton-Raphson a priori, para formar a equação diferencial, que por sua vez, será discretizada com Elementos Finitos.

Inicialmente, lembra-se que a derivada do rotacional de qualquer vetor é o rotacional da derivada deste vetor. Então:

$$d \operatorname{rot} \mathbf{B} = \operatorname{rot} d\mathbf{B} \quad (4.48)$$

$$d \operatorname{rot} \mathbf{H} = \operatorname{rot} d\mathbf{H} \quad (4.49)$$

Considera-se que a função vetorial de Newton seja a equação de Ampère:

$$\mathbf{F} = \operatorname{rot} \mathbf{H} - \mathbf{J} \quad (4.50)$$

Pode-se obter inicialmente o gradiente de \mathbf{F} como:

$$\delta\mathbf{F} = \delta\operatorname{rot}\mathbf{H} - \delta\mathbf{J} \quad (4.51)$$

e, considerando que:

- a) a variação da densidade de corrente \mathbf{J} não depende das raízes de \mathbf{u} , então o termo em \mathbf{J} da equação (4.51) se anula;
- b) a propriedade da derivada do rotacional (equação 4.49);

tem-se a seguinte igualdade vetorial

$$\operatorname{rot} \delta \mathbf{H} = -\operatorname{rot}\mathbf{H} + \mathbf{J} \quad (4.52)$$

E, substituindo o termo $\delta\mathbf{H}$, calculado na seção 4.1 com a relutividade diferencial, escreve-se a equação anterior como:

$$\operatorname{rot} \|\mathbf{v}\| \delta\mathbf{B} = -\operatorname{rot}\mathbf{H} + \mathbf{J} \quad (4.53)$$

e, substituindo o vetor incremento de indução, da equação (4.48), obtém-se:

$$\operatorname{rot} \|\mathbf{v}\| \operatorname{rot} \delta \mathbf{A} = -\operatorname{rot} \mathbf{H} + \mathbf{J} \quad (4.54)$$

Observações:

- a) Utiliza-se o tensor de relutividade diferencial sem precisar de nenhuma variável do passo anterior. Esta equação aplica-se inclusive para sistemas estáticos. Mas, para calcular o vetor de campo \mathbf{H} com histerese precisa-se conhecer o valor inicial, que nada mais é do que a constante de integração (HORNBECK, 1975).
- b) Os gradientes dos potenciais ficam apenas no lado esquerdo do sistema de equações. Isto garante uma boa convergência do sistema.
- c) O tensor de relutividade diferencial permite considerar as perdas no ferro.
- c) O desenvolvimento desta equação também simplifica os termos fora da diagonal.

B – Equação dos condutores com Newton-Raphson.

A equação vetorial dos condutores é

$$\mathbf{F} = \frac{\mathbf{Q}}{\Delta t} \Delta \mathbf{A} + \mathbf{R} \mathbf{I} + \frac{\mathbf{L}}{\Delta t} \Delta \mathbf{I} - \mathbf{V} = 0 \quad (4.55)$$

onde:

$\Delta \mathbf{A}$ = variação do potencial ou corrente entre dois passos consecutivos,

\mathbf{I} = vetor das correntes instantâneas dos enrolamentos,

$\Delta \mathbf{I}$ = variação das correntes entre dois passos consecutivos,

\mathbf{V} = vetor das tensões instantâneas dos enrolamentos.

Então, para formar a matriz Jacobiana, deriva-se a equação anterior em relação a cada potencial e corrente

$$\frac{\partial F_i}{\partial A_k} = \frac{Q}{\Delta t} \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial I_j} = R + \frac{L}{\Delta t} \quad (4.57)$$

onde

i, j = número do enrolamento; e k = número do nó.

C – Sistema matricial de Newton – Raphson.

Juntando-se as equações (4.54) e (4.55) monta-se um sistema não linear, a ser resolvido para os potenciais e para as correntes:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & -\mathbf{P} \\ \mathbf{Q}/\Delta t & \mathbf{R} + \mathbf{L}/\Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{A} \\ \delta \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -rot\mathbf{H} + \mathbf{P}\mathbf{I} \\ -\mathbf{Q}\Delta\mathbf{A}/\Delta t - \mathbf{R}\mathbf{I} - \mathbf{L}\Delta\mathbf{I}/\Delta t + \mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

Resolve-se este sistema para os gradientes, e ao final de cada iteração atualiza-se \mathbf{A} e \mathbf{I} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \mathbf{A} + \delta \mathbf{A} \\ \mathbf{I} &= \mathbf{I} + \delta \mathbf{I} \end{aligned} \quad (4.59)$$

Assim, realiza-se o cálculo de campo com perdas usando aproximações sucessivas ou Newton-Raphson.

4.3 – Demonstrações do modelo.

Antes de continuar o trabalho, é importante fazer-se algumas demonstrações e deduções que comprovam a eficácia da abordagem sugerida. Nos capítulos seguintes, após ajuste dos parâmetros, estes resultados poderão ser confrontados com valores experimentais.

A Fig. 4.5 apresenta o segundo quadrante do circuito simulado. Seus principais dados são: a) número de condutores = 350; b) profundidade = 0,01 m; c) fator de simetria = 4.

Para fins de demonstração e análise, montou-se o programa geral que permite escolher o que se deseja simular: somente curva de saturação (convencional ou diferencial), com ou sem histerese, e opção por perdas dinâmicas.

O núcleo é excitado por uma tensão senoidal, com amplitude de 100 V, frequência de 50 Hz, e defasagem inicial de 88° .

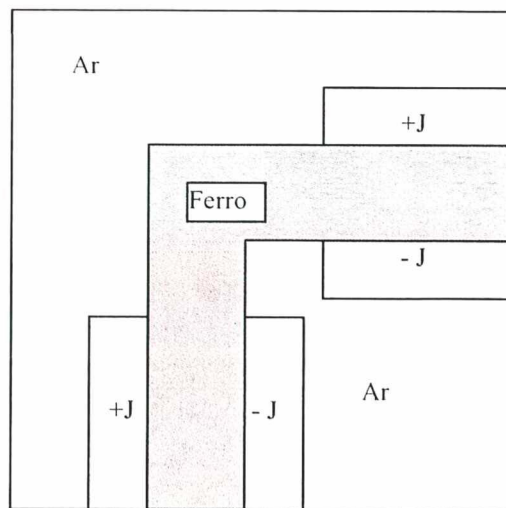


Fig. 4. 5 – Segundo quadrante do quadrado de Epstein.

4.3.1 – Somente com saturação

Este item tem por objetivo comparar as formulações convencional (H/B) com a relutividade diferencial, apresentada neste capítulo. Por isto não se pode ter histerese.

A – Comparação entre a função de Langevin e a curva B-H formada com série de pontos .

Como primeiro passo, demonstra-se que a curva de Langevin (sem o tensor de relutividade) apresenta o mesmo resultado que a interpolação na curva $B-H$ a partir de uma série de pontos dados. Tomando-se os parâmetros da curva de Langevin: $M_S = 1,4 \cdot 10^6$ A/m, $a = 1000$ A/m, e $\alpha = 0,001$; gerou-se uma série de 50 pontos da curva $B-H$, para o programa de elementos finitos convencional. Depois, simulou-se a estrutura bidimensional usando relutividade convencional, calculada diretamente na função de Langevin.

Na Fig. 4.6 observa-se as curvas de corrente para dois casos. Não só as curvas de corrente, mas todas as variáveis são iguais. O erro é menor que 10^{-6} , em qualquer caso. Comprova-se, assim, que a curva de magnetização com a curva de Langevin apresenta o mesmo resultado que a interpolação por uma série de pontos.

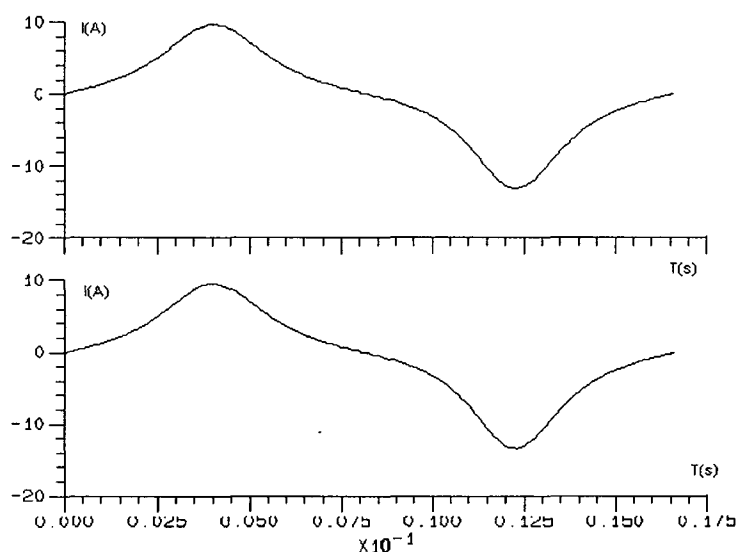


Fig. 4. 6 – Exemplos de corrente simulada com relutividade convencional (superior) e diferencial (inferior).

Como a série de pontos deriva de uma função, seus pontos não apresentam erro. Por isto, estas duas formas de representação da curva sem histerese apresentam a mesma convergência.

Considerando que se consiga aproximar a função de Langevin por uma série de pontos experimentais, já se tem uma importante ferramenta.

É oportuno lembrar que pode-se utilizar outra função ou modelo qualquer. Escolheu-se a função de Langevin porque apresenta um melhor significado físico.

B – O tensor de relutividade para a curva de saturação.

A Fig. 4.7 apresenta a curva de fluxo-corrente com relutividade convencional, aproximada pela função de Langevin, usando um passo de tempo de 0,5 ms, com 40 iterações de aproximações sucessivas, e erro 10^{-5} .

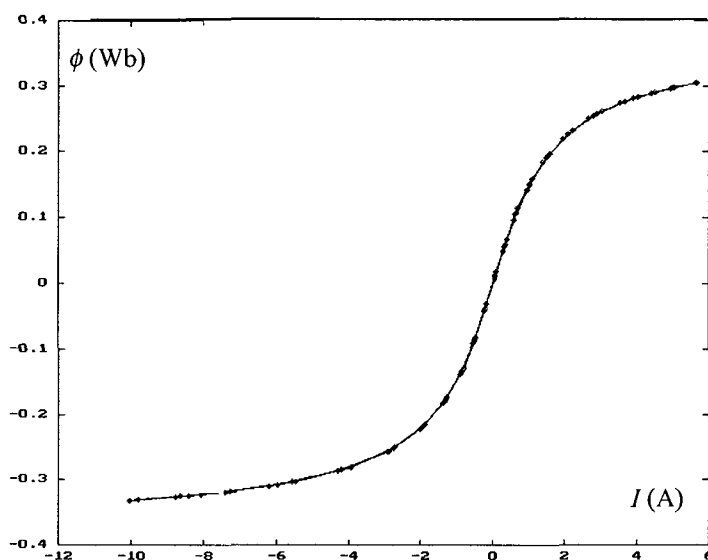


Fig. 4. 7 – Curva de fluxo-corrente com função de Langevin.

Pode-se observar:

- a) a curva não apresenta histerese;
- b) para alguns passos, o programa não convergiu. Observa-se que não alterou o resultado, porque a corrente ficou próxima do valor correto. Para estas mesmas condições, usando a relutividade diferencial, o programa converge com até 23 iterações.

Pode-se comparar a curva de corrente no tempo, com permeabilidade convencional (linha pontilhada) e relutividade diferencial (linha cheia). A Fig. 4.8 é um exemplo típico. Observa-se que existe uma pequena diferença, que explicar-se-á com o auxílio das figuras seguintes.

Na Fig. 4.9 apresenta-se a curva de fluxo-corrente, obtida com relutividade diferencial, que teve passo de tempo 0,5 ms. Diminuindo-se o passo de tempo, aumenta a diferença entre os valores de subida e descida do fluxo.

Então, para comprovar o fato, diminuiu-se mais o passo de tempo; até 0,01 ms, e resultou na Fig. 4.10. E o erro continuou a aumentar.

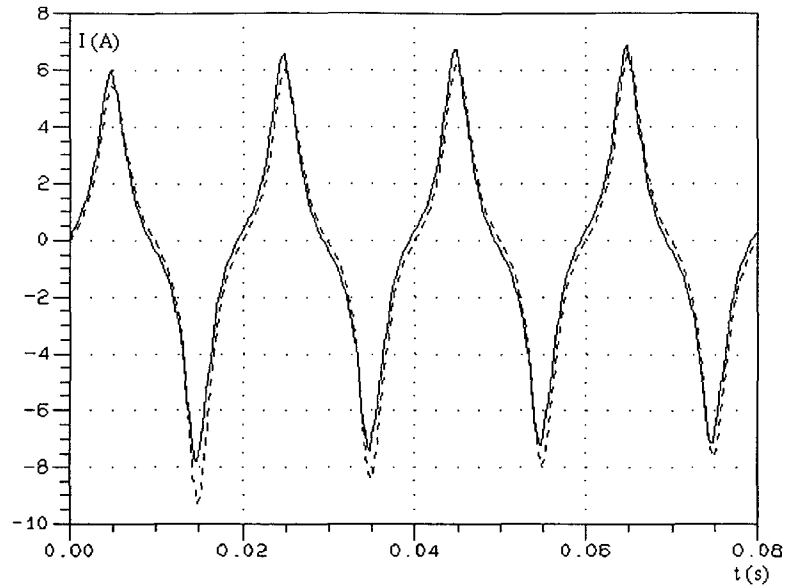


Fig. 4. 8 – Corrente calculada com relatividade diferencial (linha cheia) e convencional (linha pontilhada).

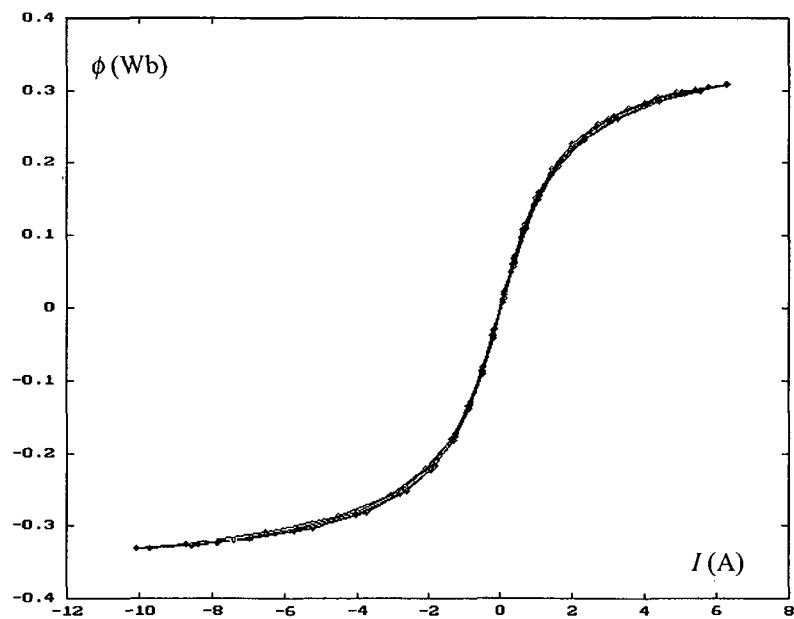


Fig. 4. 9 – Simulando com passo de tempo 0.5 ms.

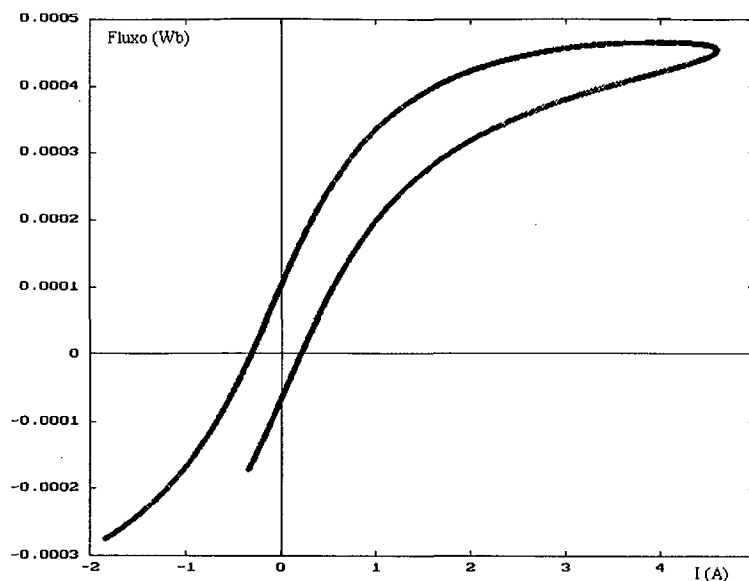


Fig. 4. 10 – Detalhe da falsa histerese com passo de tempo 0.01 ms.

Observa-se que:

- a) O resultado normal seria o contrário do esperado;
- b) Entretanto, analisando-se bem as curvas, pode-se observar um estreitamento próximo da origem. É uma ‘histerese falsa’, que será explicada a seguir.

Observa-se que aumenta o erro (histerese falsa) quando se diminui o passo de tempo. Quando se calcula os campos nos elementos finitos, considera-se o valor do campo anterior H_0 e sua derivada em relação à indução. Quanto menor o passo de tempo, maior é o número de passos por período, e maior é o erro acumulado. Este pequeno erro vai resultar na ‘falsa histerese’ do laço de fluxo-corrente.

Assim conclui-se:

- a) A permeabilidade convencional é mais exata, mas tem convergência inversamente proporcional ao passo de tempo;
- b) A relutividade diferencial tem menor exatidão e melhor convergência, para um mesmo passo de tempo;
- c) As duas formas completam-se em um programa de elementos finitos passo a passo no tempo. Quando o passo de tempo é menor, utiliza-se a permeabilidade convencional. Quando o passo de tempo é maior, utiliza-se a relutividade diferencial. Quando um método não converge pode-se passar para o outro. Assim, concilia-se exatidão e convergência.

4.3.2 – Com saturação e histerese estática.

Simulou-se a estrutura bidimensional com curva de saturação isolada e com histerese. Pode-se comparar as curvas de corrente na Fig. 4.11. Observa-se que o pico está deslocado para a direita, caracterizando bem a presença da histerese. Pode-se comprovar este fenômeno no laço formado na curva de fluxo-corrente da Fig. 4.12.

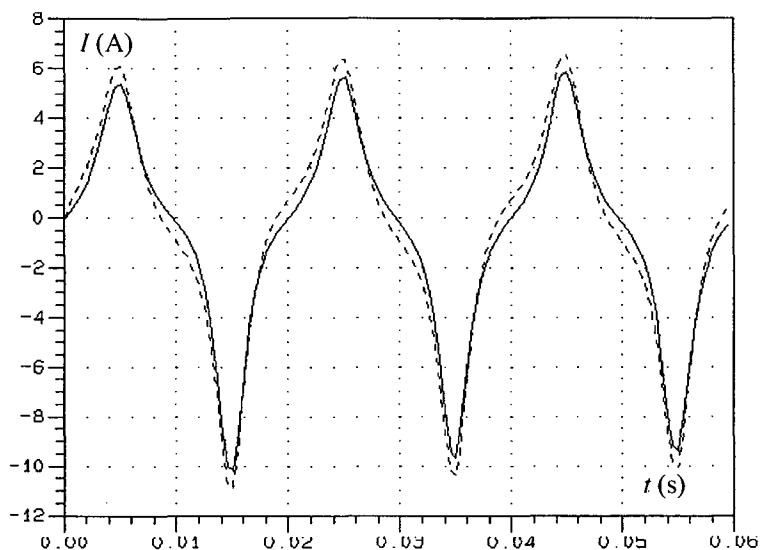


Fig. 4. 11 – Corrente simulada somente com saturação (linha cheia) e com histerese (linha pontilhada).

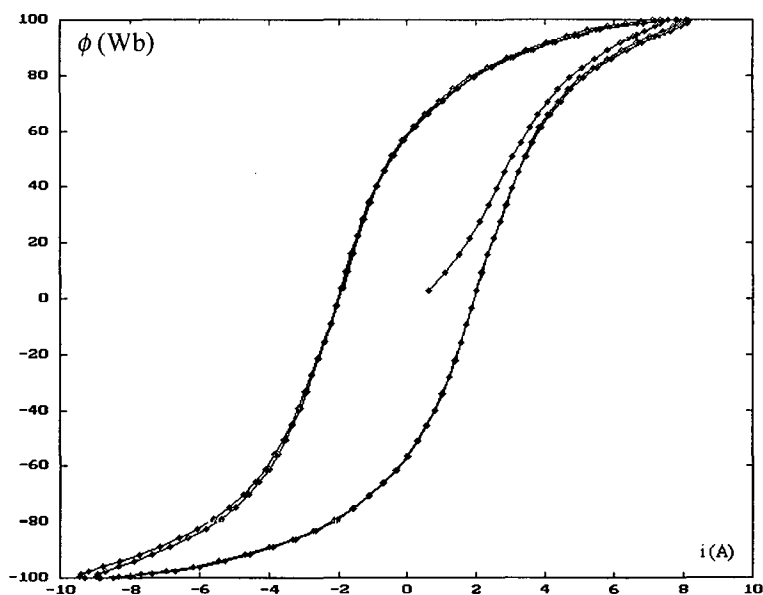


Fig. 4. 12 – Convergência do laço de histerese na curva fluxo-corrente.

4.3.3 - Com magnetização e perdas dinâmicas.

Simulou-se a estrutura considerando a saturação e as perdas dinâmicas. A Fig. 4.13 mostra a curva de corrente no tempo e a Fig. 4.14 um trecho da curva de fluxo-corrente. Observa-se que, em qualquer simulação, a convergência e a exatidão independem das perdas clássicas por correntes de Foucault, pois a sua relutância é sempre constante. Já para a perda excedente, vale a mesma regra que as anteriores.

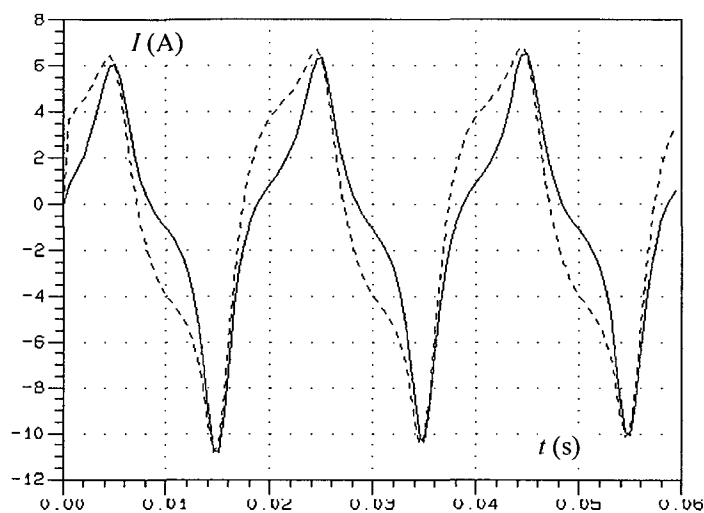


Fig. 4. 13 – Curva de corrente com saturação (linha cheia) e com perda clássica por correntes de Foucault (linha pontilhada).

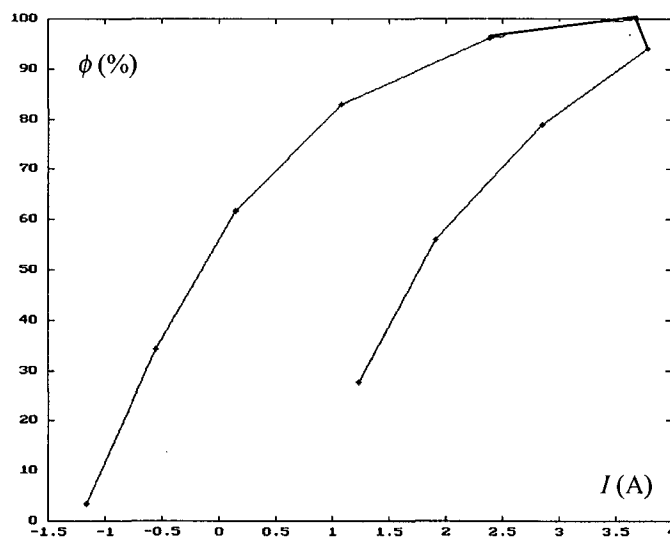


Fig. 4. 14 – Trecho do laço de histerese formado pelas perdas dinâmicas.

Pode-se também simular o dispositivo eletromagnético com saturação e perdas excedentes. Sem considerar a ordem de grandeza do parâmetro referente a estas perdas, calculou-se a corrente para a estrutura. Observa-se o resultado na Fig. 4.15.

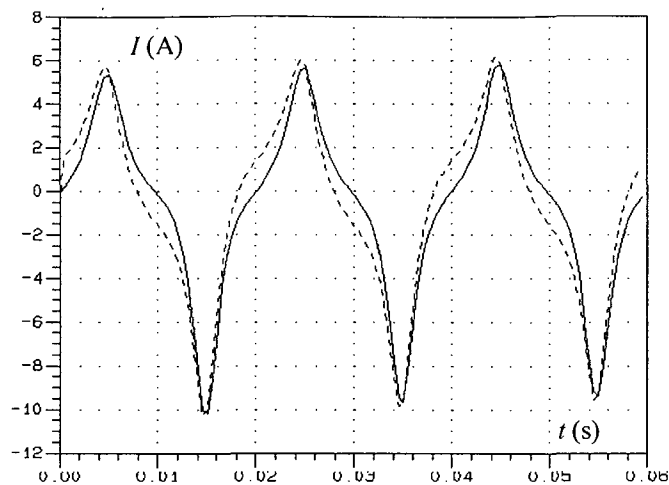


Fig. 4. 15 - Com saturação (linha cheia) e perdas excedentes (linha pontilhada).

4.3.4 - Com magnetização, histerese e perdas dinâmicas.

É o somatório dos efeitos de saturação, histerese e perdas dinâmicas. Para uma melhor visualização dos resultados apresentados neste item apresenta-se na Fig. 4.16 a curva da tensão de alimentação.

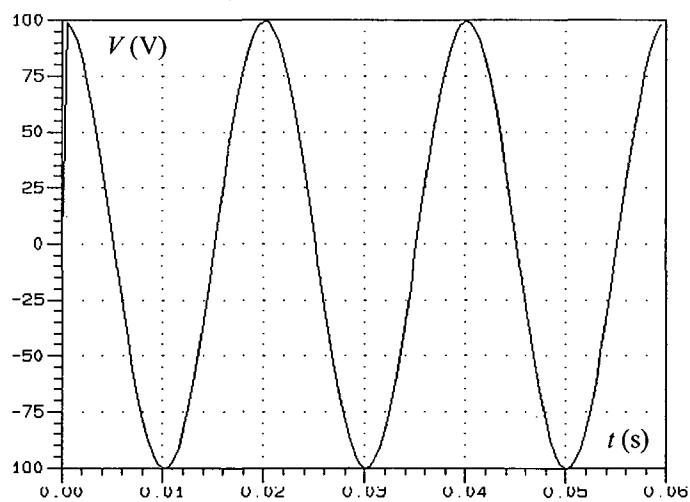


Fig. 4. 16 – Tensão de alimentação da estrutura bidimensional.

A Fig. 4.17 mostra a curva de corrente no tempo, e a Fig. 4.18 o respectivo laço de histerese na curva de fluxo-corrente.

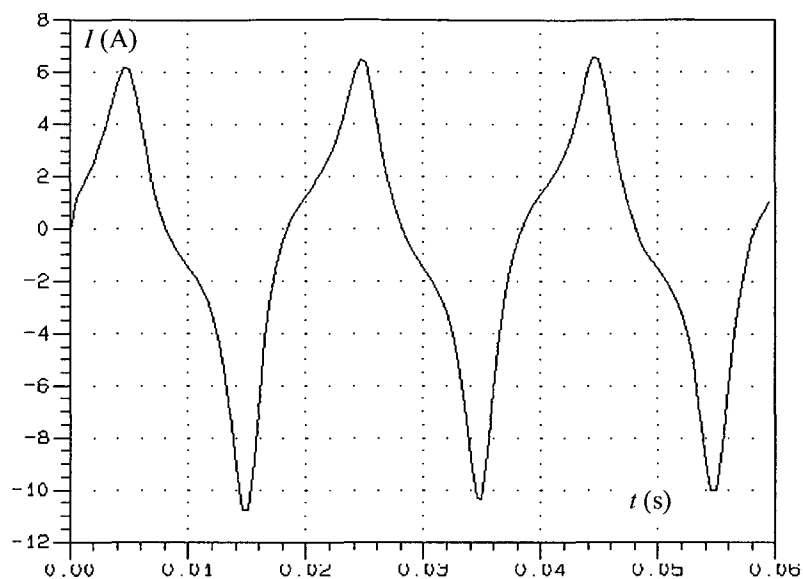


Fig. 4. 17 – Curva de corrente típica com histerese e perdas dinâmicas.

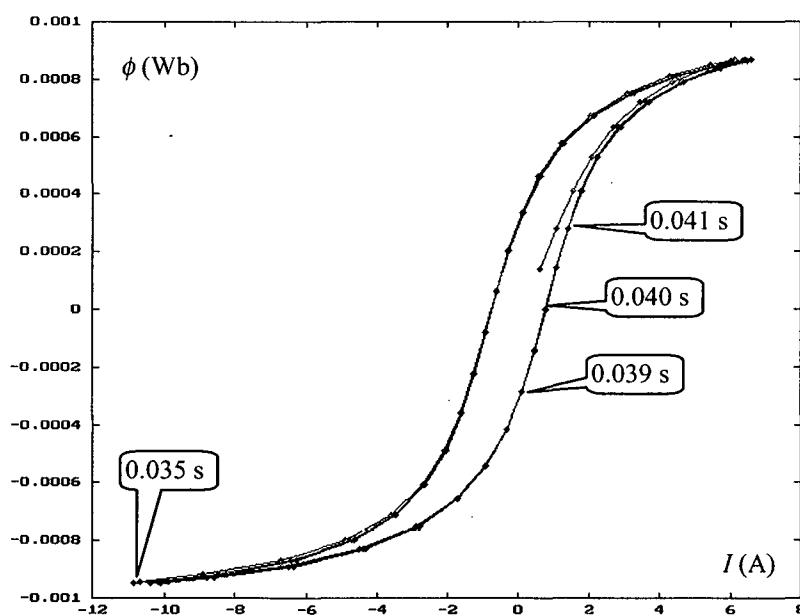


Fig. 4. 18 – Laço de histerese característico, observado na curva fluxo-corrente.

Na continuidade do trabalho, estes valores serão comparados com grandezas obtidas experimentalmente. Por enquanto, é importante visualizar a distribuição de fluxo, em alguns pontos da curva de histerese.

A Fig. 4.19 mostra a distribuição dos fluxos calculada usando o tensor de relutividade diferencial, onde os instantes de tempo podem ser vistos na Fig. 4.18. A histerese destaca-se no instante de tempo em que o fluxo total é praticamente nulo ($t = 0,040$ s), e existem linhas de fluxos circulantes nos cantos da estrutura. Este resultado é bem característico, e já observado experimentalmente por NAKATA, TAKAHASHI & KAWASE (1985).

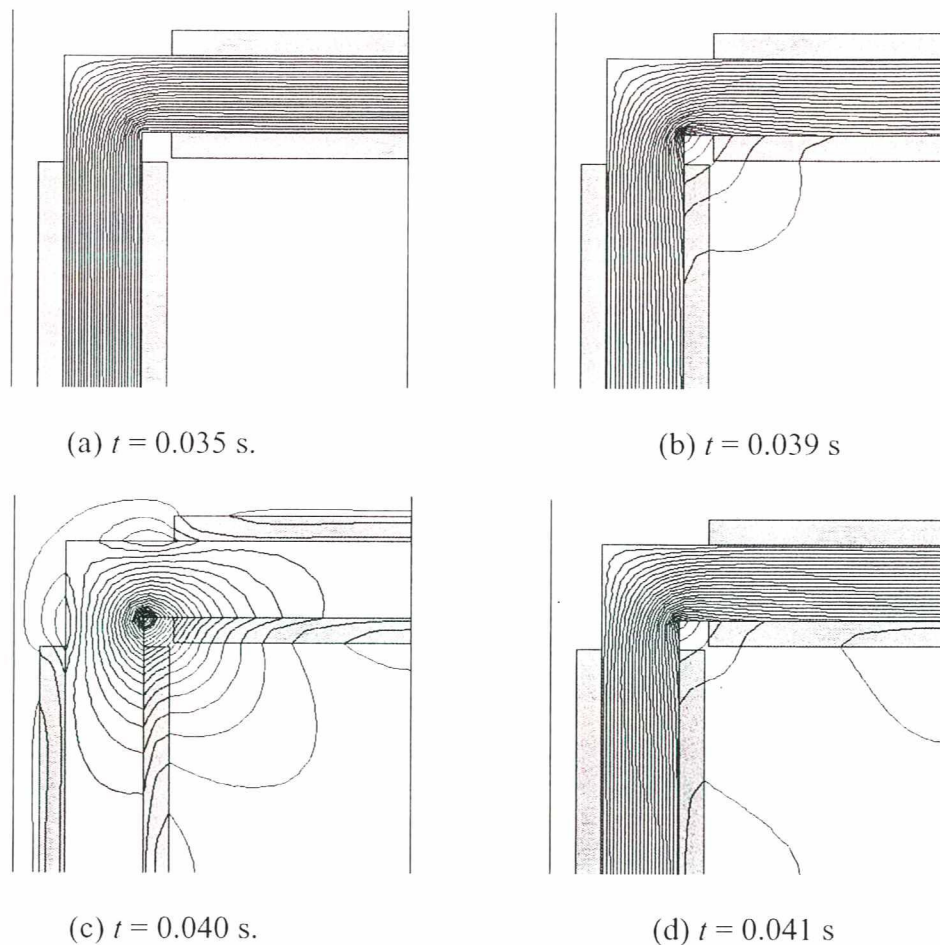


Fig. 4. 19 –Linhas de fluxo com perdas no ferro.

Após a simulação, obtém-se também as curvas de perdas no tempo, como pode-se ver na Fig. 4.20. Observa-se as três parcelas: perdas por histerese, clássicas por correntes de Foucault, e excedentes.

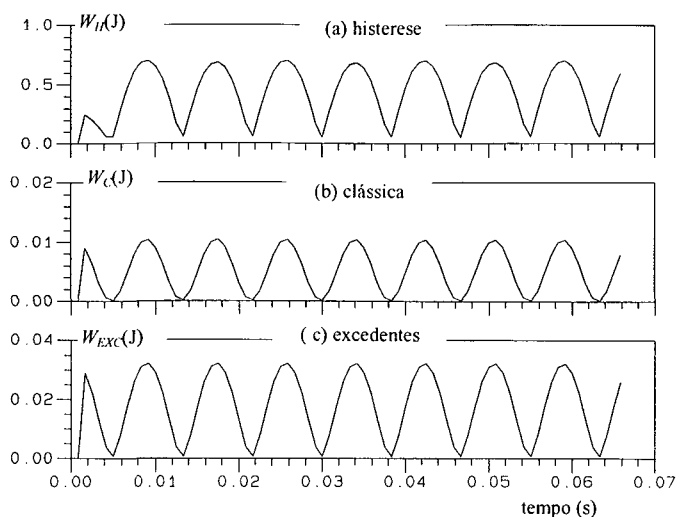


Fig. 4.20 – Curvas de perdas no ferro em função do tempo.

Apresenta-se na tabela 4.1 um exemplo da evolução do erro de cada iteração durante um passo de cálculo com o método de Newton-Raphson proposto neste capítulo. Observa-se que o seu valor percentual diminui muito nas primeiras iterações, e depois mais lentamente, até atingir o número máximo de iterações especificado pelo usuário.

Tabela 4.1 – Convergência do método de Newton-Raphson

Iter.	Erro	% de redução
1	0.2E+001	
2	6.660000E-001	66.70
3	2.850000E-001	57.20
4	1.330000E-001	53.33
5	6.460000E-002	51.42
6	3.180000E-002	50.77
7	1.580000E-002	50.31
8	7.920000E-003	49.87
9	3.990000E-003	49.62
10	2.060000E-003	48.37
11	1.120000E-003	45.63
12	6.880000E-004	38.57
13	5.140000E-004	25.29
14	4.290000E-004	16.53
15	4.210000E-004	1.864
16	4.150000E-004	1.425
17	4.130000E-004	0.481
18	4.111000E-004	0.460
19	4.102000E-004	0.218

Nos capítulos seguintes encontram-se outros resultados usando-se o método de aproximações sucessivas com a relatividade diferencial.

5 PARÂMETROS DO MATERIAL MAGNÉTICO

O modelo do material magnético desenvolvido nesta tese possui sete constantes ou parâmetros, que são: (a) M_S ; a , e α - Saturação ou curva de magnetização sem histerese; (b) C_H , e γ_H - Histerese estática; (c) K_C - Perda clássica por correntes de Foucault; e, (d) K_E - Perdas excedentes. É preciso fornecer estes parâmetros como dados para o programa de elementos finitos. Pode-se determina-los de duas formas básicas:

- a) Comparando grandezas características de vários pontos de operação do dispositivo em regime permanente. Cita-se como exemplos os valores de pico, eficazes, ou médios. Destaca-se como exemplo deste método, a conhecida separação de perdas.
- b) Um único período de aquisição com vários valores discretos no tempo.

Explicar-se-á a seguir estas duas formas de cálculo, mostrando-se os inconvenientes do método clássico, para depois apresentar-se o procedimento adotado neste trabalho.

5.1 – Método clássico para determinação dos parâmetros.

A determinação dos parâmetros dos materiais é um tema muito antigo, e de grande importância para o cálculo de campo eletromagnético. O método clássico utiliza o modelo de histerese de Steinmetz. Ele divide-se em duas partes distintas: saturação e perdas (histerese e perda clássica por correntes de Foucault), e não considera as perdas excedentes. Para modelar a saturação, obtém-se experimentalmente a corrente e a indução de pico, para fazer o ajuste da curva com uma equação do tipo polinomial.

Tomando-se o comprimento e a seção média do circuito magnético dado pelo fabricante, normalizados, ou estimados analiticamente, pode-se transformar valores de corrente para campo H e de fluxo para indução B . Obtém-se o fluxo magnético submetendo-se o material para um campo magnético alternado com uma determinada frequência, e fazendo-se a integral da tensão da bobina.

5.1.1 - Separação de perdas.

Considere-se o modelo de Steinmetz, onde a perda no ferro total é a soma de histerese e clássica por correntes de Foucault.

$$P = K_s B_m^\beta f + K_c B_m^2 f^2 \quad (5.1)$$

Inicialmente, mede-se as perdas no ferro, para vários valores de indução de pico B_m e frequência f . Depois, monta-se os gráficos mostrados na Fig. 5.1. Em ambos os gráficos pode-se utilizar o método dos mínimos quadrados para fazer o ajuste das retas.

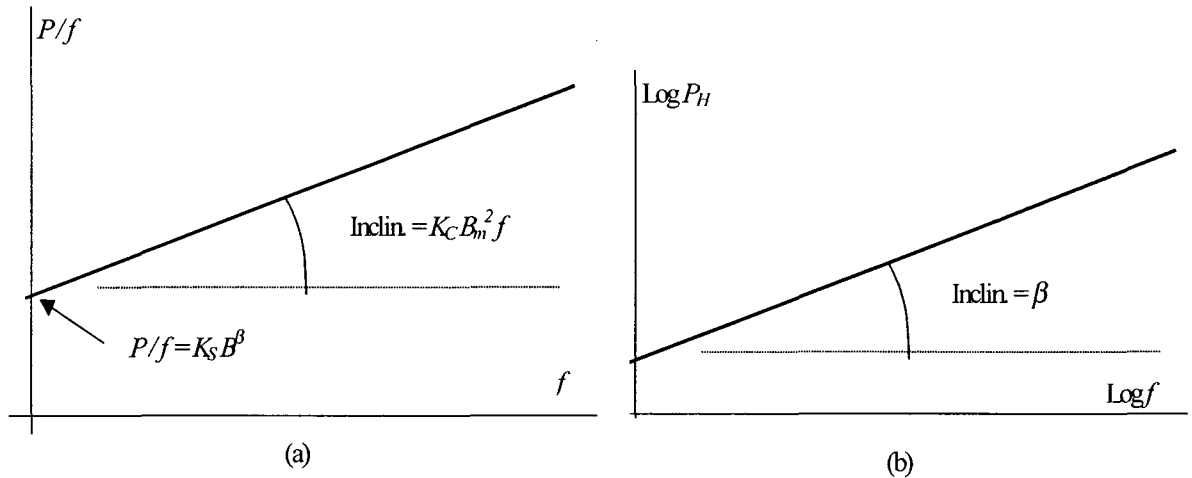


Fig. 5. 1 - Método clássico para separação das perdas no ferro.

Com estas figuras obtêm-se os coeficientes ou parâmetros da equação anterior:

$$K_s = \frac{P/f \Big|_{f \rightarrow 0}}{B_m^2} \quad (5.2)$$

$$\beta = \text{inclinação da Fig.5.1.b} \quad (5.3)$$

$$K_c = \frac{\text{inclinação da Fig.5.1.a}}{B_m^2 f} \quad (5.4)$$

Observa-se que estes parâmetros são obtidos por mínimos quadrados sobre valores de pico.

5.1.2 – Compatibilidade dos parâmetros.

Considera-se neste item o modelo de perdas no ferro reconhecido na literatura, e apresentado no capítulo 3 desta tese. Sabe-se que a perda total no ferro é a soma de histerese, clássica por correntes de Foucault, e excedentes. Adicionando a parcela de perdas excedentes à equação (5.1) tem-se:

$$P = P_H + P_C + P_{EXC} \quad (5.5)$$

Dividindo-se a potência pela frequência tem-se a energia, dada pela equação:

$$W = W_H + K_C f B_m^2 + K_{EXC} f^{0,5} B_m^{1,5} \quad (5.6)$$

Pelo conceito de histerese, sabe-se que esta perda não depende da frequência, e para uma mesma indução de pico B_m , ela se mantém constante quando a frequência varia de f_1 a f_2 . Por isto a diferença de energia para dois pontos com mesma indução é:

$$\Delta W = K_C (f_2 - f_1) B_m^2 + K_{EXC} (f_2^{0,5} - f_1^{0,5}) B_m^{1,5} \quad (5.7)$$

Pode-se formar uma equação de reta tal como:

$$\frac{\Delta W}{(f_2 - f_1) B_m^2} = K_C + K_{EXC} \frac{(f_2^{0,5} - f_1^{0,5})}{(f_2 - f_1)} B_m^{-0,5} \quad (5.8)$$

ou

$$y = K_{EXC} x + K_C \quad (5.9)$$

Os coeficientes desta reta podem ser obtidos pelo método dos mínimos quadrados. Resume-se este processo na Tabela 5.1, para uma amostra de aço GNO 1006 com tratamento. As constantes obtidas são $K_C = 2,3366 \text{ Js}^2/\text{T}^2$ e $K_{EXC} = -24,44 \text{ Js}^{0,5}/\text{T}^{1,5}$.

Tabela 5.1- Cálculo das constantes de perdas dinâmicas.

B (T)	$P_{50 \text{ Hz}}$ (W/kg)	$P_{60 \text{ Hz}}$ (W/kg)	x	y
0,8	2,052	2,695	0,07545	0,48125
1,0	3,176	4,270	0,06750	0,76400
1,2	4,827	6,446	0,06161	0,75625
1,5	8,280	11,187	0,05510	0,92666
1,7	11,342	15,591	0,05176	1,14359

Este resultado mostra que os pontos dados são incompatíveis com o modelo. Um dos dois não está certo. Sugere-se maiores pesquisas neste sentido, visto que se pode comprovar ou rejeitar um modelo.

Observa-se que não se pode otimizar os parâmetros pelo método clássico, que utiliza os valores de pico medidos, pois os dados experimentais podem conter um erro considerável, e sejam incompatíveis com o modelo utilizado, a tal ponto que algum coeficiente fique negativo, o que fisicamente é impossível.

Conclui-se que a maneira mais fácil é a metodologia que se apresenta a seguir.

5.2 – Determinação dos parâmetros através do balanço de energia.

O balanço energético passo a passo no tempo é uma maneira de *fugir* da incompatibilidade entre pontos teóricos e medidos. Conforme já se adiantou, realiza-se o ajuste dos parâmetros comparando os valores experimentais e calculados durante um determinado período pré estabelecido, que se caracteriza por:

- a) vários passos de cálculo discretos no tempo;
- b) aquisição de dados, tais como corrente, tensão, forças, velocidades, etc, nos terminais do dispositivo em análise durante um período de tempo.

Então, como hipótese, adota-se o mínimo erro entre a energia medida e calculada de cada passo de tempo, como critério para ajuste dos parâmetros.

$$\varepsilon = W_{EXP} - W_{CALC} \quad (5.10)$$

onde cada uma das parcelas é explicada a seguir.

Quando o erro da equação anterior for nulo, a energia fornecida ao dispositivo eletromagnético (elétrica e mecânica), transforma-se em: perdas nos condutores (incluindo fluxo de dispersão); energia magnetostática armazenada no circuito magnético (curva de magnetização); e, perdas no ferro (histerese estática e perdas dinâmicas).

Além disso pode-se observar:

- a) Não se precisa computar a energia térmica, pois ela é consequência das perdas.
- b) Esta equação dispensará o difícil e custoso ensaio de medição e separação de perdas (MUELLER et al, 1995), que é realizado normalmente para obter parâmetros de máquinas elétricas.

5.2.1 – Energia medida experimentalmente W_{EXP} .

É o fluxo energético medido experimentalmente, que entra ou sai pelos terminais do dispositivo em análise. Considera-se duas partes:

$$W_{EXP} = W_{ELET} + W_{MEC} \quad (5.11)$$

a) Elétrica - W_{ELET}

$$W_{ELET} = \sum_{j=1}^{ifon} \int_{t1}^{t2} v_i dt \quad (5.12)$$

onde $ifon$ é número de fontes ou enrolamentos do dispositivo.

b) Mecânica - W_{MEC}

$$W_{MEC} = \sum_{j=1}^{N_{MEC}} \int_{t1}^{t2} C \omega dt \quad (5.13)$$

onde:

N_{MEC} – número de acoplamentos mecânicos,

C – conjugado ou força,

ω - velocidade angular.

O cálculo da energia mecânica não será abordado neste trabalho.

5.2.2 – Energia calculada W_{CALC}

Como a energia é uma grandeza escalar, pode-se integrá-la no tempo e no espaço, isto é, fazer a soma da energia de todos os elementos NEL , com volume V_i , em cada passo de cálculo.

Considerando-se a equação do campo nas direções x e y , e, como se trata de \mathbf{H} e \mathbf{B} , que são grandezas vetoriais, tem-se :

$$W_{CALC} = \sum_{i=1}^{NEL} V_i \int_{t1}^{t2} \left(\mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) dt \quad (5.14)$$

A equação anterior é a base do método para cálculo dos parâmetros. Observa-se que:

- o somatório das energias calculadas em cada passo de tempo, durante um período, fornece a potência ativa, que é normalmente medida com wattímetros, e fica fácil de comparar; e
- como tem-se uma soma, pode-se derivar a variação da energia de cada elemento finito para obter a derivada da energia total.

5.2.3 – Algoritmo para cálculo dos parâmetros.

Utiliza-se a equação (5.10) para otimizar os parâmetros com o algoritmo apresentado na Fig. 5.2.

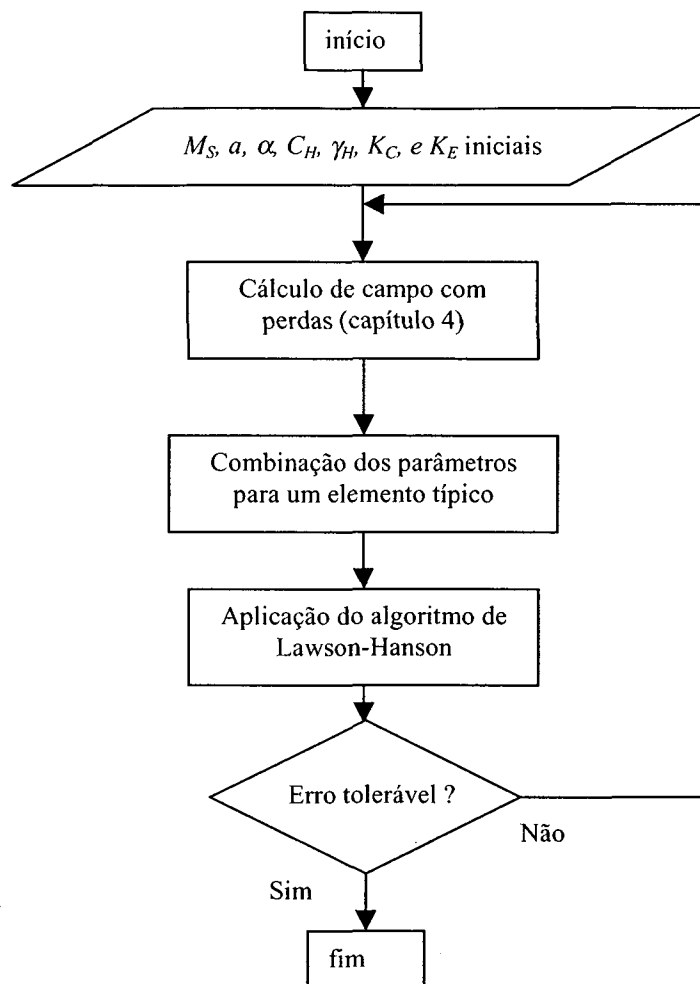


Fig. 5. 2 - Algoritmo geral para obter os parâmetros do ferro.

Pode-se destacar quatro blocos no algoritmo da Fig. 5.2:

- Cálculo preliminar, com a teoria dos fenômenos físicos envolvidos, conforme apresentou-se no terceiro capítulo desta tese. Nesta fase tem-se os valores iniciais para o cálculo de campo;
- Cálculo de campo usando o método de Elementos Finitos, até chegar ao regime permanente;
- Cálculo numérico pela combinação dos parâmetros, que apresenta como saída valores discretos para cada um dos sete parâmetros listados anteriormente; e
- algoritmo de Lawson-Hanson no intervalo do item c).

Na seqüência deste capítulo, desenvolver-se-ão os blocos c) e d) citados anteriormente.

5.3 – Combinação dos parâmetros.

Pode-se fazer uma combinação dos parâmetros como se mostra no algoritmo da Fig. 5.3, e resumi-lo da seguinte maneira:

- a) Os principais dados de entrada são os valores iniciais dos parâmetros, e as curvas de tensão e corrente (experimentais e simuladas);
- b) Como é inviável fazer a combinação dos parâmetros fazendo o cálculo de campo milhões de vezes, calcula-se inicialmente os fatores de escala para transformar corrente em campo e fluxo em indução. Para isto, calcula-se o comprimento e a seção do caminho magnético como na seção seguinte. Tem-se como resultado a curva $B-H$ para o ajuste dos parâmetros; e
- c) A seguir realiza-se a combinação dos parâmetros, armazenando-se aquela que apresentar menor erro. Depois pode-se reduzir o intervalo em torno do qual se procura o ponto de mínimo erro quadrático médio.

Tanto para combinar os parâmetros, como para outras finalidades práticas, precisa-se calcular o comprimento e a seção efetivos ou médios do caminho magnético. Este cálculo aplica-se para dispositivos com apenas um enrolamento ativo.

Existe uma maneira muito simples para fazer este cálculo: é pela energia dissipada na estrutura. Para isto simula-se a estrutura com os parâmetros fornecidos, e calcula-se a sua perda. Denomina-se este valor de perda simulada. Como o volume do ferro também é conhecido, calcula-se a área do laço de histerese:

$$\text{área do laço de histerese} = \frac{\text{perda simulada}}{\text{volume do ferro}} \quad (5.15)$$

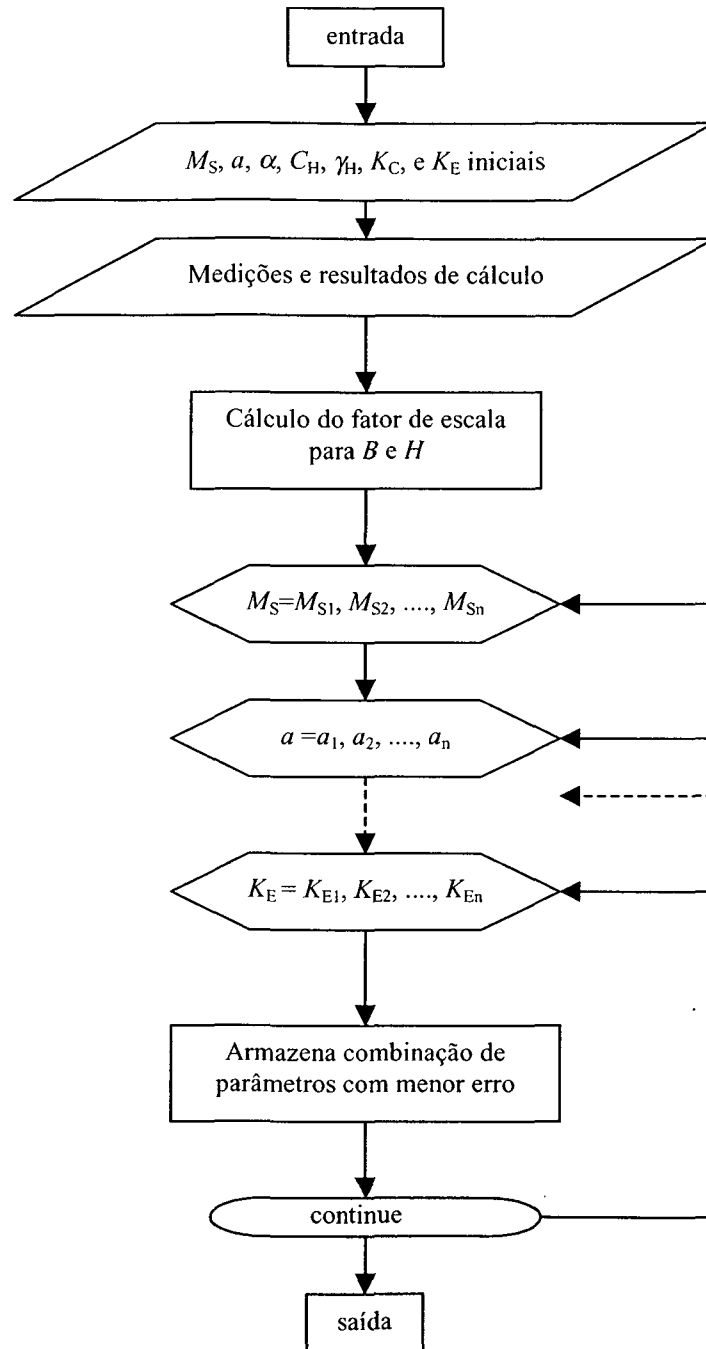


Fig. 5. 3 - Algoritmo para combinação dos parâmetros.

Da simulação de Elementos Finitos tem-se o fluxo concatenado no enrolamento $\psi(t)$ e a corrente do enrolamento $i(t)$. Com um pequeno cálculo iterativo determina-se a curva $B^\#-H^\#$ que tem a área do laço de histerese dada pela equação anterior.

$$\begin{aligned} B^\#(t) &= ESC_B \psi(t) \\ H^\#(t) &= ESC_H i(t) \end{aligned} \quad (5.16)$$

onde ESC_B e ESC_H são as escalas da indução e do campo respectivamente. Com estes valores, e o número de condutores N , calcula-se o comprimento efetivo do caminho magnético ℓ_{mag} e a seção efetiva do caminho magnético S_{mag} :

$$\ell_{mag} = \frac{N}{ESC_H} \quad (5.17)$$

$$S_{mag} = \frac{1}{ESC_B} \frac{1}{N} \quad (5.18)$$

Além desses valores, as curvas de $B^{\#}(t)$ e $H^{\#}(t)$ podem ser obtidas nesta seção. Elas permitem calcular a energia média dissipada em cada passo de tempo, a partir dos parâmetros dados.

Apresenta-se na Fig. 5.4 três curvas de campo magnético em função dos passos de cálculo (ou tempo), durante um período. Estas curvas são:

- P_{teor} – pontos teóricos, ou curva de $H^{\#}$ calculada com os parâmetros dados;
- P_{exp} – valores de campo magnético, iguais à corrente experimental multiplicada pelo fator de escala;
- P_{oti} – pontos ótimos, ou seja, calculados com os parâmetros otimizados por combinação, usando os algoritmos das Fig. 5.2 e 5.3.

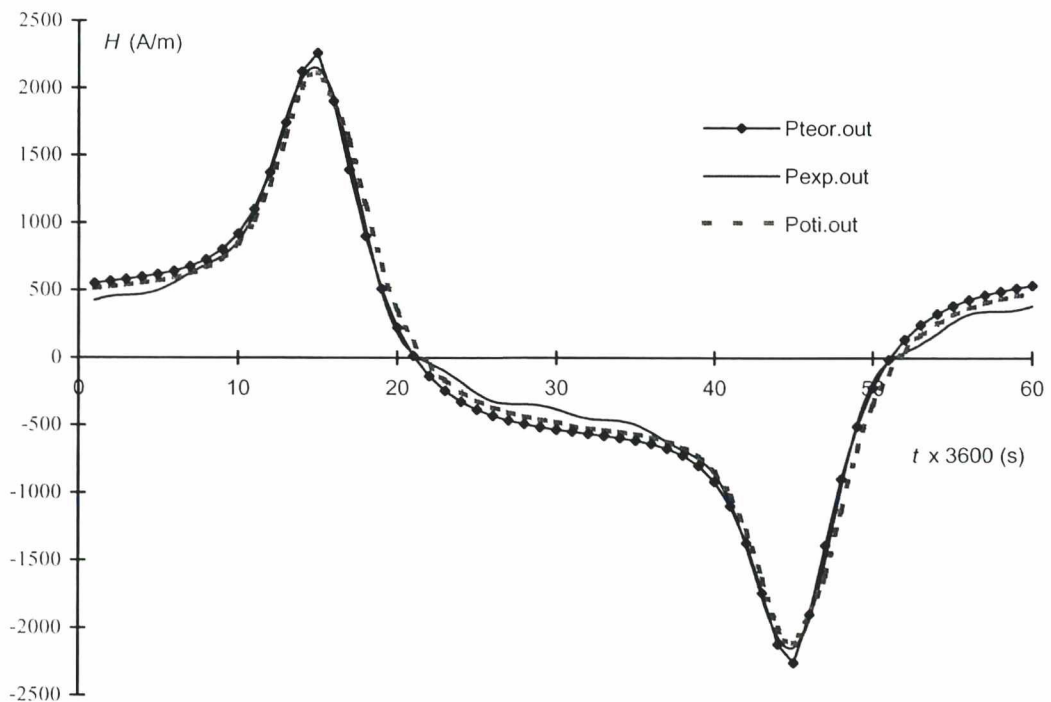


Fig. 5. 4 - Curvas de campo magnético formadas durante a combinação dos parâmetros.

5.4 – Algoritmo de Lawson-Hanson associado com Elementos Finitos.

Apresenta-se nesta seção uma nova forma de utilização do algoritmo de Lawson-Hanson para determinar os parâmetros do material magnético junto com o método de elementos finitos. Seus objetivos secundários são:

- Dispensar o cálculo do comprimento e da seção do caminho magnético. Os únicos dados são as dimensões do dispositivo e os pontos experimentais. Lembra-se que o ajuste da curva $B-H$ necessita dos valores efetivos do comprimento e da seção do caminho magnético, que não são exatos, pois dependem de cada instante de tempo;
- Maior rapidez para pequenos ajustes dos parâmetros, em dispositivos eletromagnéticos mais complexos, usando uma base de dados fundamentada em outras experiências passadas; e
- Determinar todos os parâmetros ao mesmo tempo.

5.4.1 – Descrição do algoritmo.

Este algoritmo permite encontrar os parâmetros de uma função linear, do tipo:

$$y = \sum_{i=1}^n a_i f_i(x) \quad (5.19)$$

Forma-se uma matriz real $[F_{(m \times n)}]$ e uma matriz-vetor real $[Y]$ de ordem m , para encontrar um vetor real $[X]$ de ordem n :

$$[X] = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n]^t \quad (5.20)$$

que minimiza a norma da equação vetorial:

$$\min \|F \cdot X - Y\| \quad (5.21)$$

Considera-se o problema sem restrição, pois pela combinação dos parâmetros já se sabe que todos os componentes do vetor $[X]$ são sempre maiores ou iguais a zero. Inicialmente, deve-se montar as matrizes $[F]$ e $[Y]$, conforme explica-se a seguir.

5.4.2 – Montagem das matrizes.

Do cálculo diferencial sabe-se que se pode expandir a equação (5.14) da *energia calculada* em derivadas parciais:

$$\delta W_{CALC} = \frac{\partial W_{CALC}}{\partial M_S} \delta M_S + \frac{\partial W_{CALC}}{\partial a} \delta a + \dots + \frac{\partial W_{CALC}}{\partial K_E} \delta K_E \quad (5.22)$$

e fazer a seguinte igualdade para cada passo de tempo:

$$\frac{\partial W_{CALC}}{\partial M_S} \delta M_S + \frac{\partial W_{CALC}}{\partial a} \delta a + \dots + \frac{\partial W_{CALC}}{\partial K_E} \delta K_E = W_{EXP} - W_{CALC} \quad (5.23)$$

Considerando que os vetores e matrizes do algoritmo de Lawson-Hanson são:

$$[X] = [\delta M_S \quad \delta a \quad \delta \alpha \quad \delta C_H \quad \delta \gamma_H \quad \delta K_C \quad \delta K_E]^T \quad (5.24)$$

$$[Y] = [W_{EXP} - W_{CALC}] \quad (5.25)$$

$$[F] = \begin{bmatrix} \frac{\partial W_{CALC}}{\partial M_S} & \frac{\partial W_{CALC}}{\partial a} & \dots & \dots & \frac{\partial W_{CALC}}{\partial K_E} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

onde δ indica o desvio dos parâmetros, $[Y]$ é um vetor coluna de ordem igual ao número de passos ($m = NPAS$), e $[F]$ é uma matriz de ordem $NPAS \times 7$. Calculou-se analiticamente as derivadas parciais da energia em relação a cada um dos sete parâmetros.

5.5 – Resultados do cálculo dos parâmetros.

Nesta seção, apresenta-se algumas demonstrações do método apresentado nas seções 5.4 e 5.5.

5.5.1 – Ajuste da curva de Langevin com pontos *B-H* de pico.

Apresenta-se na Fig. 5.5 o resultado da otimização dos parâmetros da equação de Langevin, para o aço GNO 1006, a partir de uma série de pontos *B-H* de pico, obtidos do ensaio de Epstein conforme a NBR 5161 (ABNT, 1977).

Observa-se que os pontos experimentais possuem a concavidade característica da curva de magnetização inicial que, segundo o modelo apresentado no terceiro capítulo deste trabalho, é a própria histerese. Como desconsiderou-se a histerese, o erro quadrático médio entre a curva experimental e de Langevin é muito grande (ordem de 10%), escolheu-se três pontos característicos da curva para otimizar os parâmetros.

Com o algoritmo de Lawson-Hanson os resultados são $M_S = 1,575 \cdot 10^6$ A/m, $a = 520,407$ A/m e $\alpha = 0,0008679$.

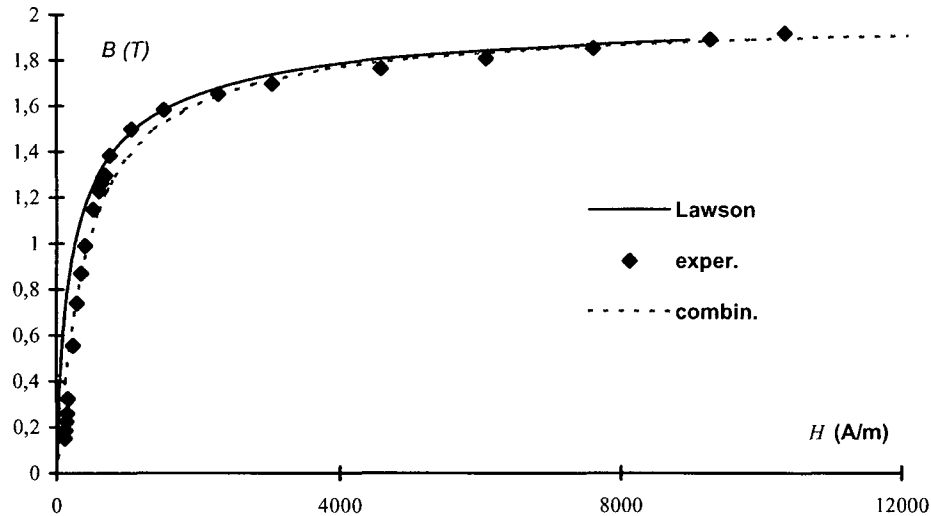


Fig. 5. 5 - Ajuste da curva $B-H$ de pico com a equação de Langevin.

Apesar da diferença entre as duas curvas ajustadas, conclui-se que não se pode ajustar diretamente a curva de curva de magnetização sem histerese com os valores de $B-H$ de pico. O exemplo seguinte apresenta um procedimento alternativo para usar os dados de uma forma mais elaborada.

5.5.2 – Parâmetros das chapas de aço ao silício.

Usando-se a metodologia apresentada neste capítulo, onde minimiza-se o erro quadrático médio, calculou-se os parâmetros para os principais aços ao silício de grão orientado. A Tabela 5.2 mostra: a) os valores típicos fornecidos pelo fabricante, e que são os dados disponíveis; b) valores simulados; e, c) os parâmetros otimizados.

Esta tabela caracteriza-se pelo seguinte:

- Ela foi obtida a partir de um reduzido número de pontos, que encontram-se normalmente em catálogos fornecidos por fabricantes de materiais magnéticos;
- Como os dados estão incompatíveis com o modelo, a constante de perdas excedentes ficou nula; e
- Os parâmetros apresentam uma faixa de tolerância de 5%.

Observa-se que, apesar da pequena resolução dos parâmetros, os pontos ficaram bem aproximados. Para melhorá-la pode-se reduzir o intervalo de variação dos parâmetros. Não se adotou este procedimento porque realiza-se o ajuste fino com o algoritmo de

Lawson-Hanson. Separou-se os fenômenos de histerese e magnetização conforme se explica a seguir.

Tabela 5.2 – Características dos principais aços de grão não orientado.

(a) Valores típicos, obtidos experimentalmente (dados para o algoritmo).

Aço	Perdas no ferro W/kg				Indução Magnética T			
	1T-50Hz	1T-60Hz	1.5T-50Hz	1.5T-60Hz	B800	B2500	B5000	B10000
M45	1.63	2.13	3.68	4.69	1.50	1.60	1.73	1.85
M43	1.58	1.99	3.58	4.57	1.49	1.62	1.72	1.84
M36	1.49	1.90	3.43	4.36	1.49	1.62	1.71	1.83
M27	1.34	1.71	3.19	4.04	1.49	1.62	1.71	1.83
M22	1.26	1.62	3.10	3.97	1.47	1.59	1.70	1.81
M19	1.19	1.52	2.96	3.77	1.46	1.59	1.68	1.80

(b) Parâmetros calculados com o método dos mínimos quadrados.

Aço	M_S (10^6 A/m)	a (A/m)	α (10^{-3})	C_H (A/m)	γ_H (T)	K_C	K_{EXC}
M45	1.4627	162.53	0.03	212.86	0.5439	1.869	0.0
M43	1.4627	243.78	0.35	257.81	0.5689	1.813	0.0
M36	1.4627	243.78	0.35	268.63	0.6232	1.731	0.0
M27	1.4627	325.05	0.60	301.34	0.6943	1.598	0.0
M22	1.4627	325.05	0.60	323.08	0.8917	1.846	0.0
M19	1.4627	325.05	0.60	329.74	0.9486	1.943	0.0

(c) Valores simulados.

Aço	Perdas no ferro W/kg				Indução Magnética T			
	1T-50Hz	1T-60Hz	1.5T-50Hz	1.5T-60Hz	B800	B2500	B5000	B10000
M45	1.63	2.10	3.68	4.74	1.48	1.72	1.78	1.82
M43	1.58	2.04	3.58	4.61	1.31	1.66	1.76	1.81
M36	1.51	1.95	3.51	4.52	1.31	1.66	1.76	1.81
M27	1.32	1.71	3.12	4.03	1.16	1.61	1.73	1.79
M22	1.23	1.62	3.03	3.96	1.16	1.61	1.73	1.79
M19	1.22	1.61	3.03	3.98	1.16	1.61	1.73	1.79

5.5.3 – Separação das curvas H_{AN} e H_H .

Uma das características principais do modelo do material magnético proposto nesta tese é a separação dos campos de magnetização sem histerese H_{AN} , de histerese H_H , de perda clássica por correntes de Foucault H_C , e perda excedente H_{EXC} . Quando a frequência da indução for menor que 1 Hz as perdas dinâmicas podem ser desprezadas. Para separar o campo H_{AN} experimentalmente pode-se utilizar o procedimento explicado na seção 3.2. No item 3.3.6 apresentou-se outra alternativa para isolar os fenômenos a partir de uma curva $B-H$ experimental. O objetivo desta seção é demonstrar a sensibilidade do segundo procedimento citado.

Pode-se verificar o erro da separação da curva de Langevin e da histerese com a seguinte seqüência:

- a) Tomou-se uns parâmetros típicos do material magnético, que estão listados na Tabela 5.3 como *valor esperado*.
- b) Simulou-se a curva de histerese e de magnetização com as equações apresentadas no capítulo 3 desta tese, com indução senoidal com amplitude 1.6 T, e somou-se os campos H_{AN} e H_H de cada passo, para obter uma curva $B-H$ que emula uma curva experimental.
- c) Usando-se combinação dos parâmetros determinou-se os *valores calculados* da Tabela 5.3.

A Fig 5.6 apresenta: a) a curva de magnetização sem histerese com os parâmetros dados; b) trecho da curva $B-H$; e, c) a curva de magnetização com os parâmetros calculados. Observa-se na Tabela 5.3 que o erro dos parâmetros é menor de 5 %.

Tabela 5.3 – Ajuste dos parâmetros da curva de Langevin.

Parâmetro	Valor esperado	Valor calculado
M_S	1,4 e+6 A/m	1405600 A/m
a	1000 A/m	1044,5 A/m
α	0,001	0,0011

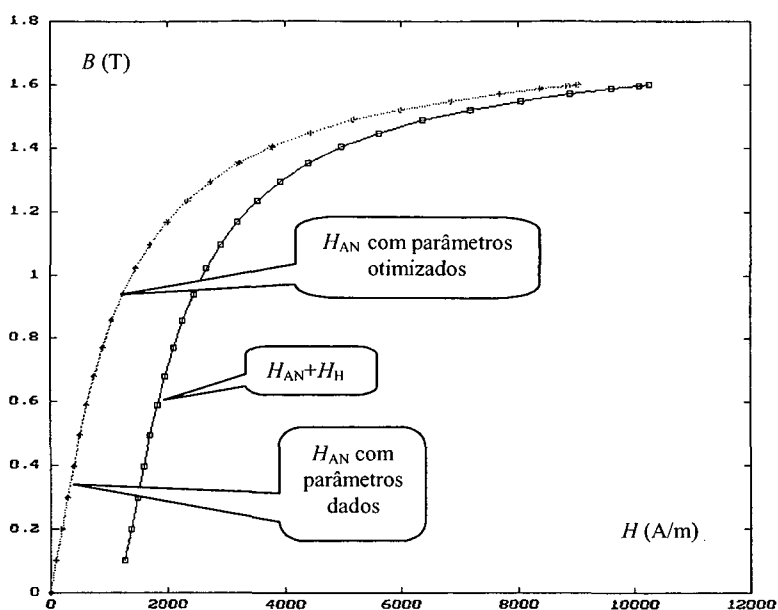


Fig. 5. 6 - Comprovação do algoritmo que determina os parâmetros.

No capítulo seguinte, analisar-se-á o método proposto para cálculo dos parâmetros com outras experiências.

6 COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL

Apresenta-se, neste capítulo, uma série de resultados que permitem validar as contribuições apresentadas nesta tese, para uma estrutura axi-simétrica e quadro de Epstein de 25 com várias formas de onda de alimentação.

6.1 – Estrutura axi-simétrica.

A Fig. 6. 1 apresenta as linhas de fluxo na estrutura analisada.

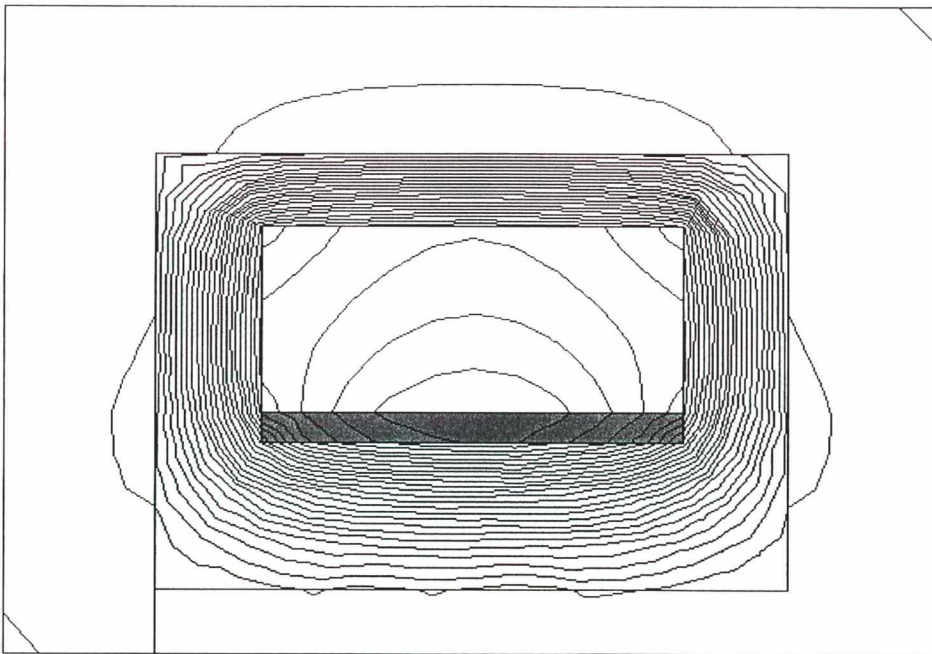


Fig. 6. 1 – Corte da estrutura simulada com linhas de fluxo.

A Fig. 6.2 mostra as curvas de tensão, com 3,33 V de pico (multiplicar valor lido por 10) e corrente observadas experimentalmente para 50 Hz.

Tomando-se a seção do circuito magnético, por integração numérica ou analítica da tensão, obtém-se a indução. E, pelo comprimento do caminho magnético e a corrente medida, determina-se o campo. Estes dados podem ser vistos na Fig 6.2.

Como o laço de histerese é muito estreito, aproveita-se para demonstrar, nesta seção, a aproximação da função de Langevin.

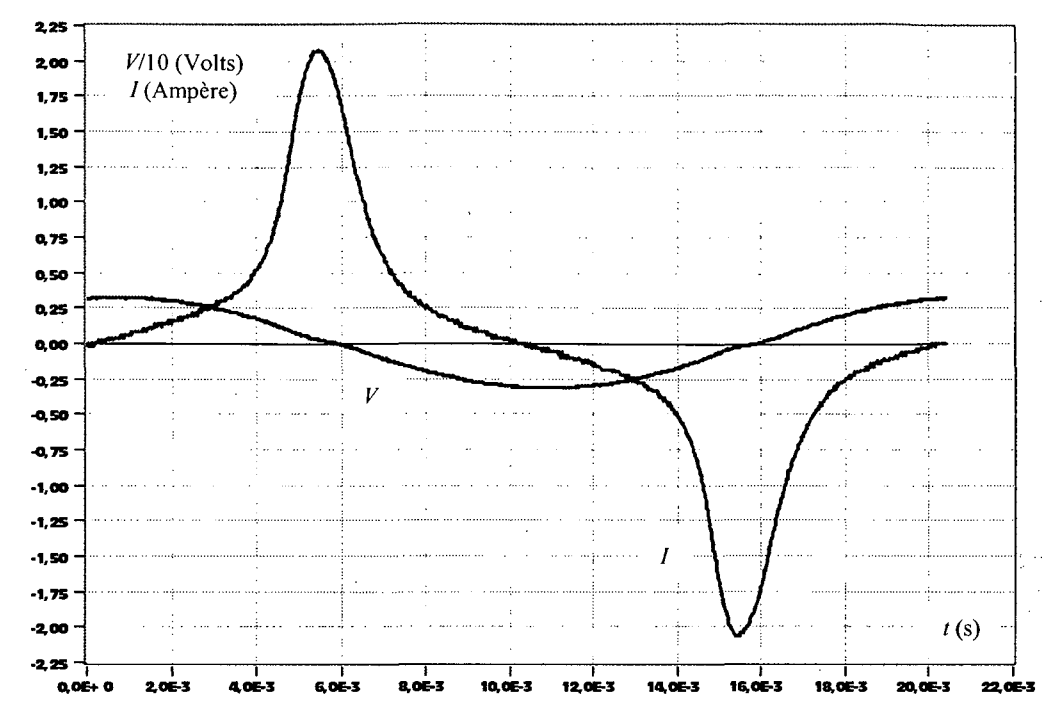


Fig. 6. 2 – Tensão e corrente medidas ($V = 3,22$ V).

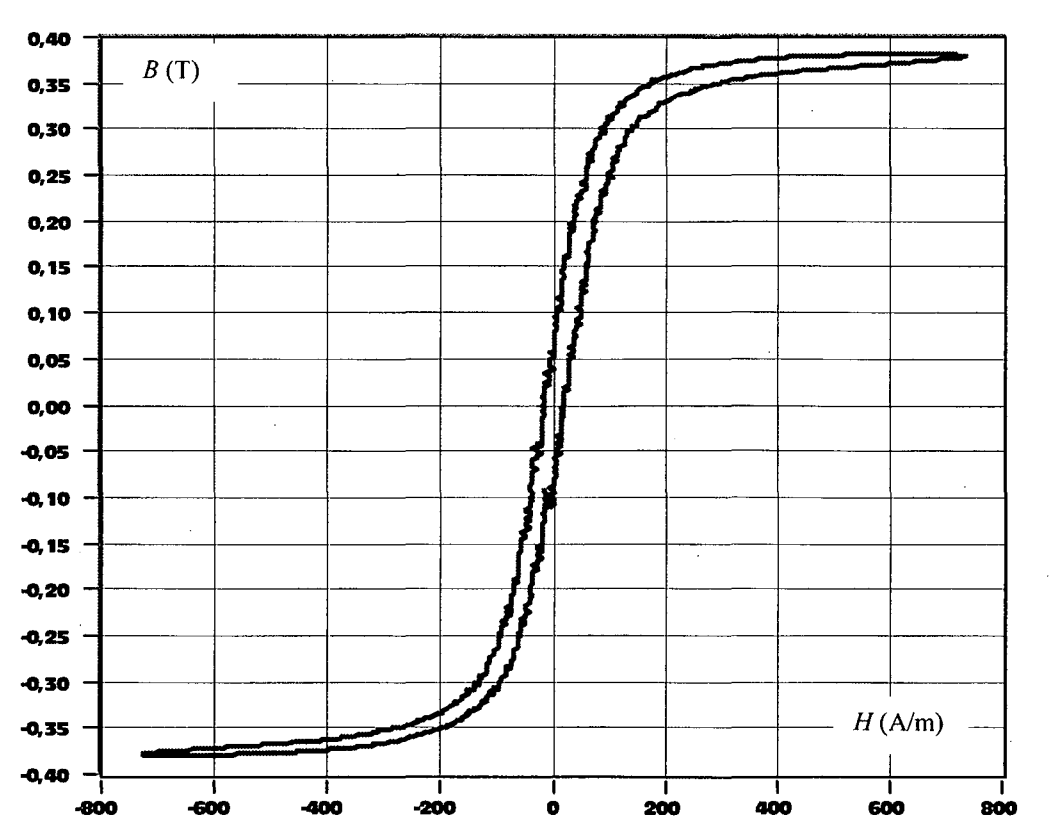


Fig. 6. 3 – Curva B - H do ferrite ($V = 2,22$ V).

A Fig. 6.4 mostra a aproximação dos parâmetros da curva de Langevin do ferrite. Os parâmetros ajustados são: $M_S = 381000$ A/m, $a = 50.2$ A/m, e $\alpha = 0.0$. Observa-se que os pontos experimentais (marcadores) e os calculados (linha cheia) têm erro maior na região do joelho da curva.

Simulou-se a estrutura alimentada com a tensão medida nos seus terminais. Calculou-se o erro quadrático médio diretamente entre os valores das intensidade de corrente simuladas e medidas experimentalmente, para cada passo de cálculo. As Fig. 6.5 e Fig. 6.6 mostram como se ajustam as curvas de corrente simuladas e medidas para o dispositivo.

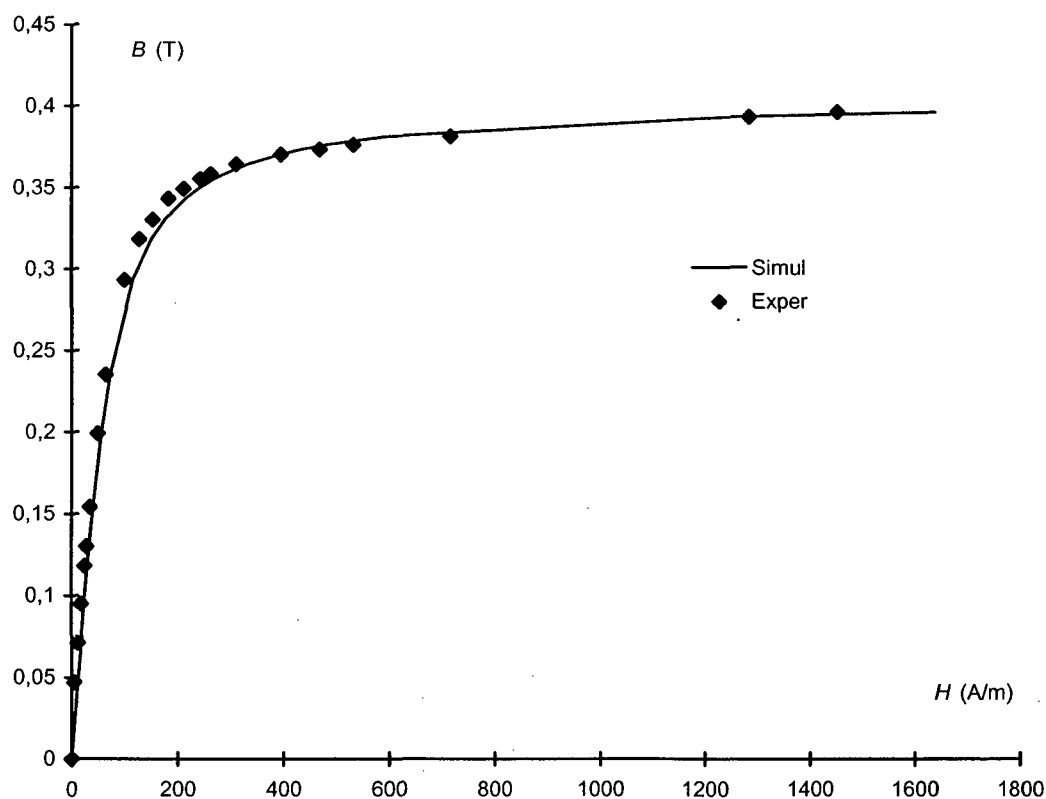


Fig. 6. 4– Aproximação da curva B - H da estrutura axi-simétrica.

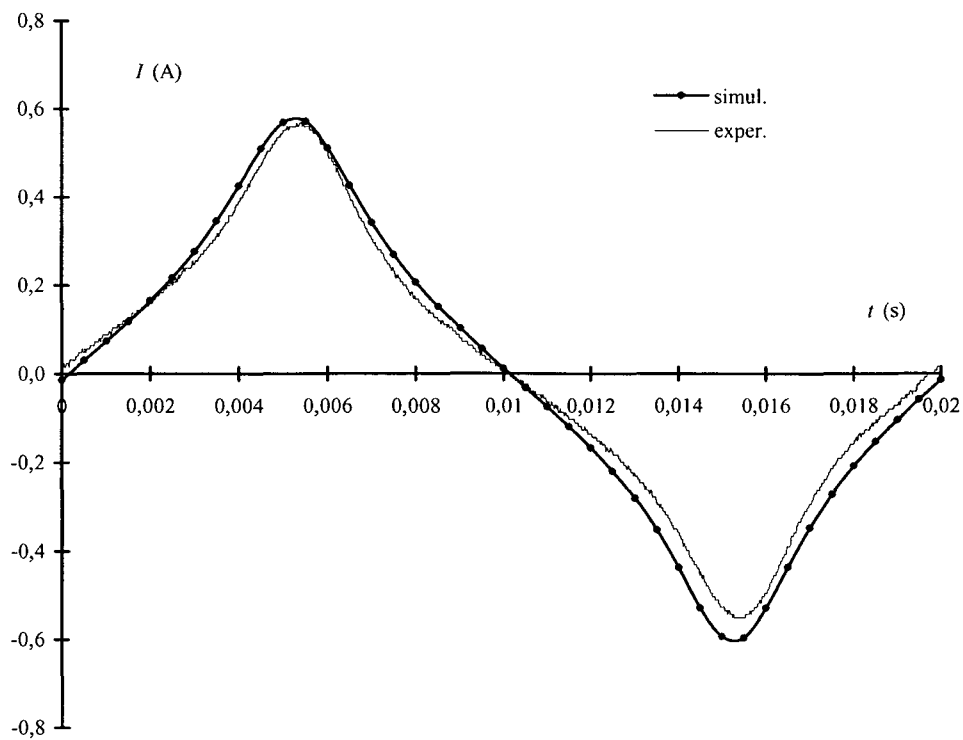


Fig. 6. 5 - Corrente medida e simulada para $V_{\text{pico}} = 2,88$ V.

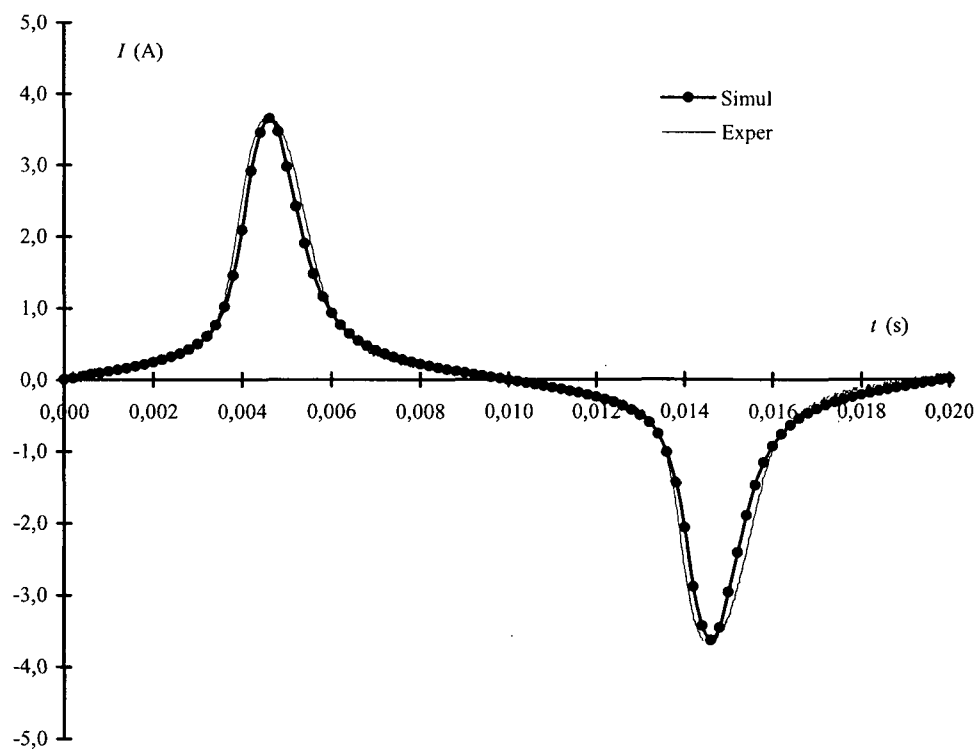


Fig. 6. 6 - Corrente medida e simulada para $V_{\text{pico}} = 3,34$ V.

6.2 – Análise do aço E-170 com o quadro de Epstein.

Analisou-se o modelo de perdas no ferro para o aço E-170, espessura 0,5 mm, com um quadro de Epstein 25 cm (ABNT, 1977). A massa da amostra é 904,39 g. Apresenta-se em cada item desta seção um resumo dos resultados com cada tipo de alimentação do dispositivo.

6.2.1 – Determinação dos parâmetros com alimentação pela rede de 60 Hz.

Aplicou-se o método apresentado no quinto capítulo desta tese para cálculo dos parâmetros do material magnético no ensaio de Epstein alimentado pela rede de 60 Hz. A seguir, com os parâmetros calculados neste item, analisa-se o aço E-170 para várias outras formas de onda na tensão.

A Fig. 6.7 apresenta os pontos de tensão e corrente medidos. Apresenta-se na Fig. 6.8 o respectivo laço de histerese, e na Fig. 6.9 as curvas de corrente medidas e calculadas.

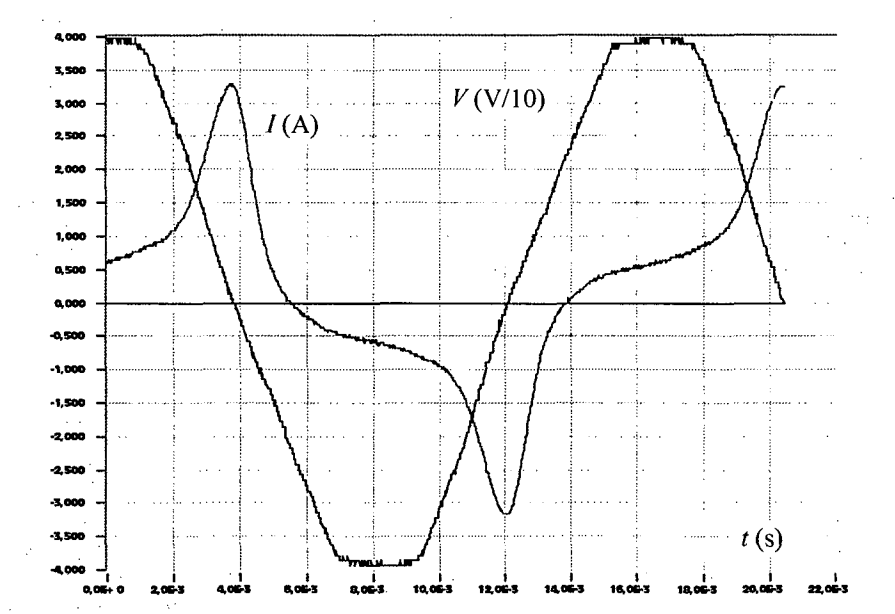


Fig. 6. 7 – Tensão e corrente medidas com E170 a 60 Hz ($P = 3,04$ W).

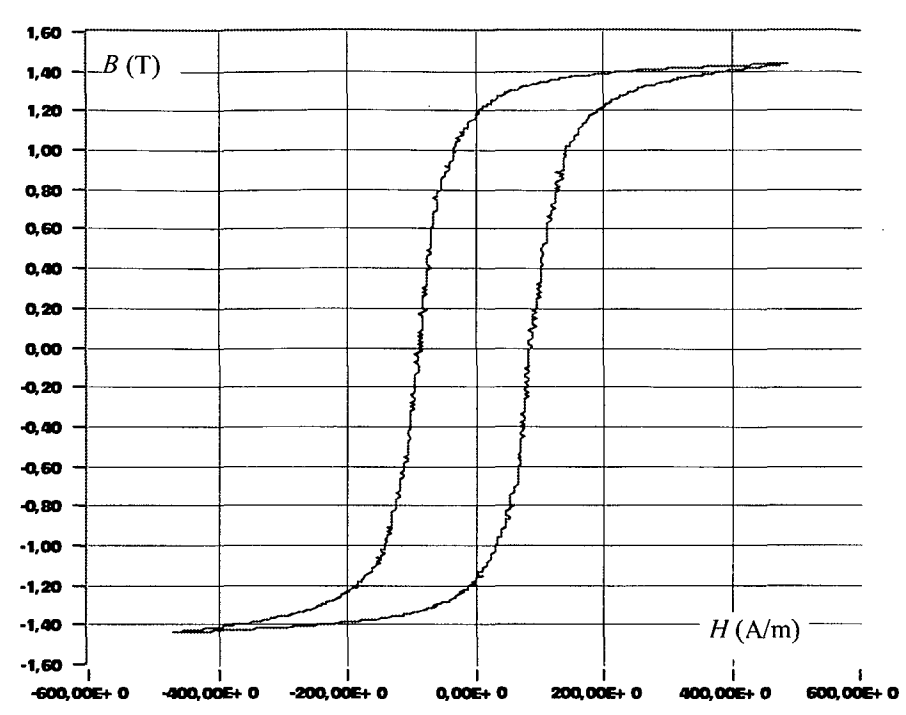


Fig. 6. 8 – Laço de histerese para o aço E170 em 60 Hz.

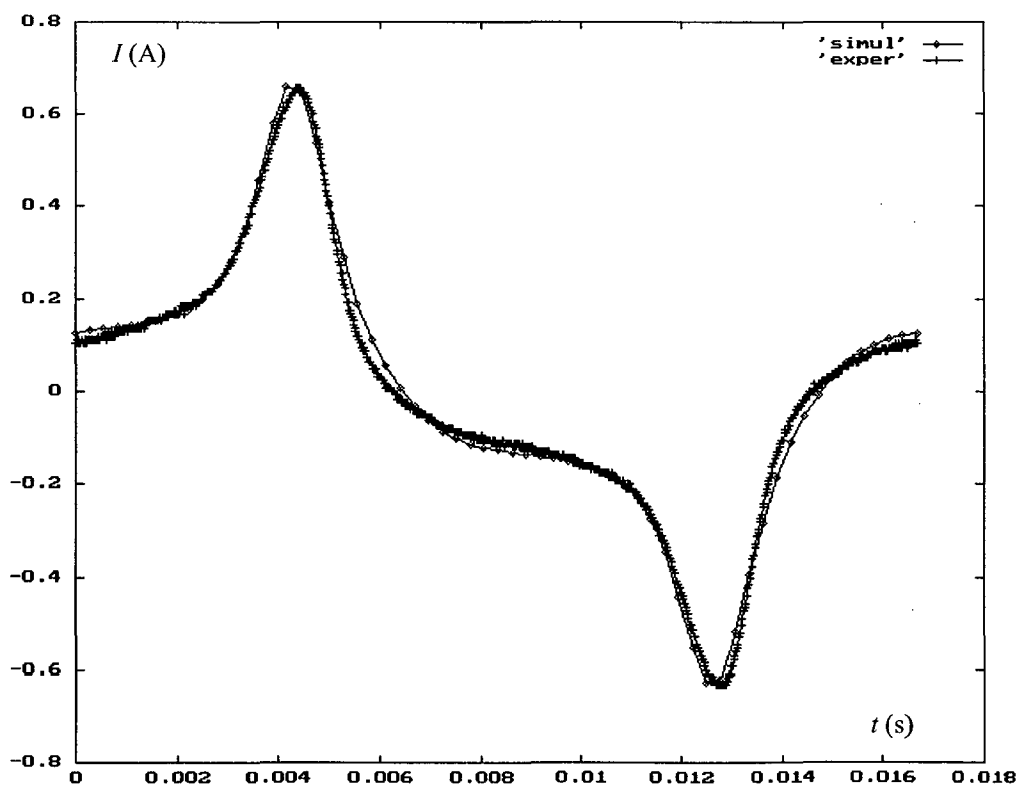


Fig. 6. 9 – Curvas de corrente com alimentação pela rede.

Pode-se ver na Tabela 6.1 os parâmetros resultantes da simulação.

Tabela 6.1 – Parâmetros do material magnético

Parâmetro	Valor otimizado
M_S	1238000,0 A/m
a	30,000 A/m
α	,00000675
C_H	80,00 A/m
γ_H	,30000 T
K_C	,7000 J s ² / T ²
K_E	1,000 J s ^{0,5} / T ^{1,5}

6.2.2 – Efeitos de saturação e histerese.

Tomando-se os parâmetros do material magnético, calculados no item anterior, analisou-se o aço E-170 com saturação e histerese.

O inversor desenvolvido no GRUCAD/UFSC (BATISTELA, 1999), permite variar a amplitude da tensão senoidal e manter a frequência fixa em 1Hz. A Fig. 6.10 apresenta a curva B - I formada com seus respectivos valores de pico, e a Fig. 6.11 os laços de histerese experimental (Fig.6.11.a) e simulado (Fig.6.11.b).

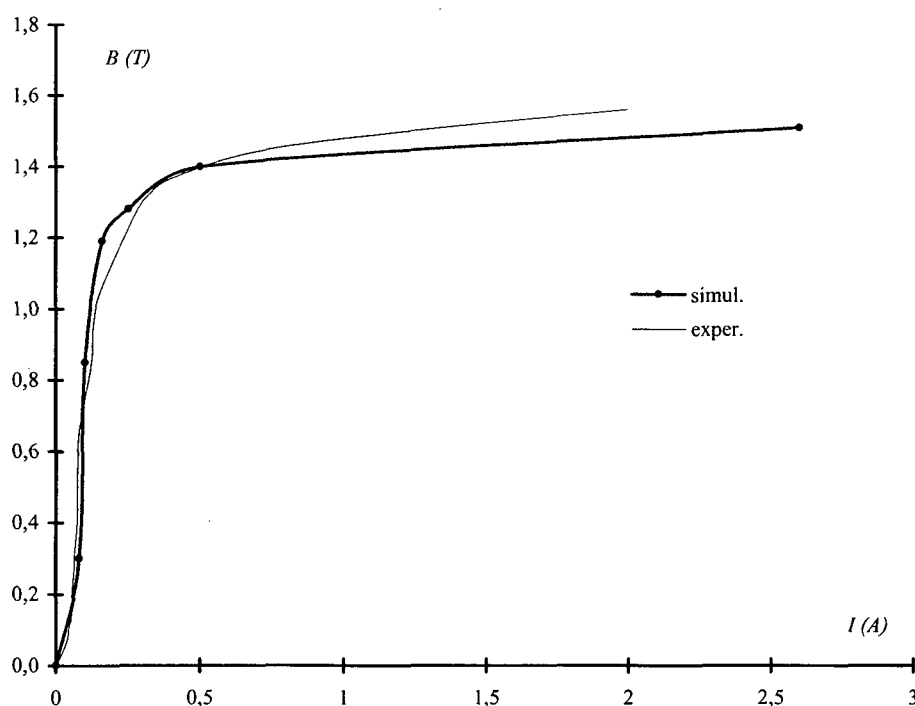
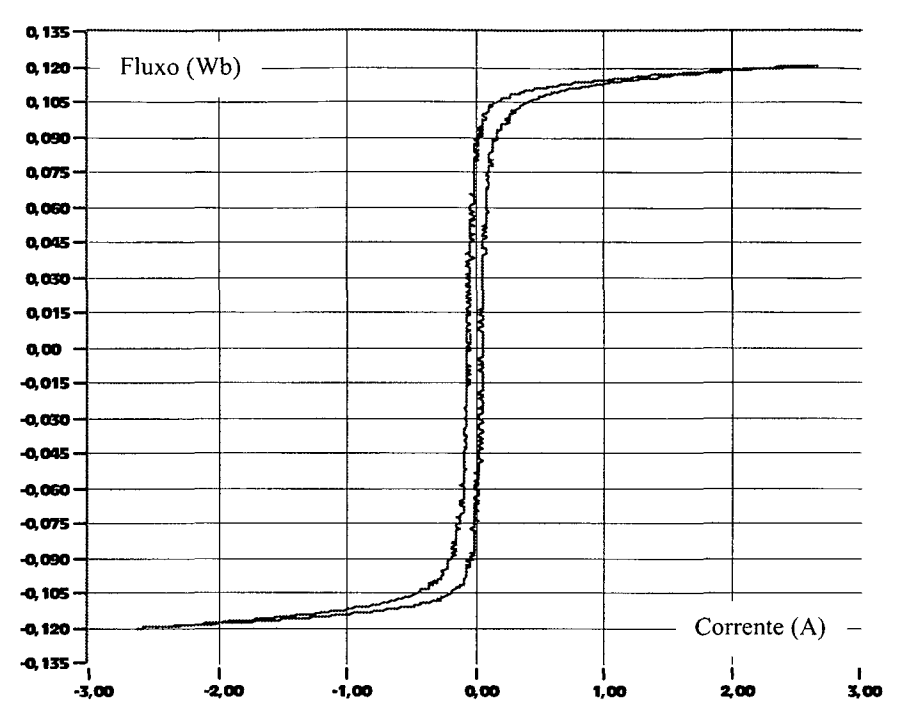
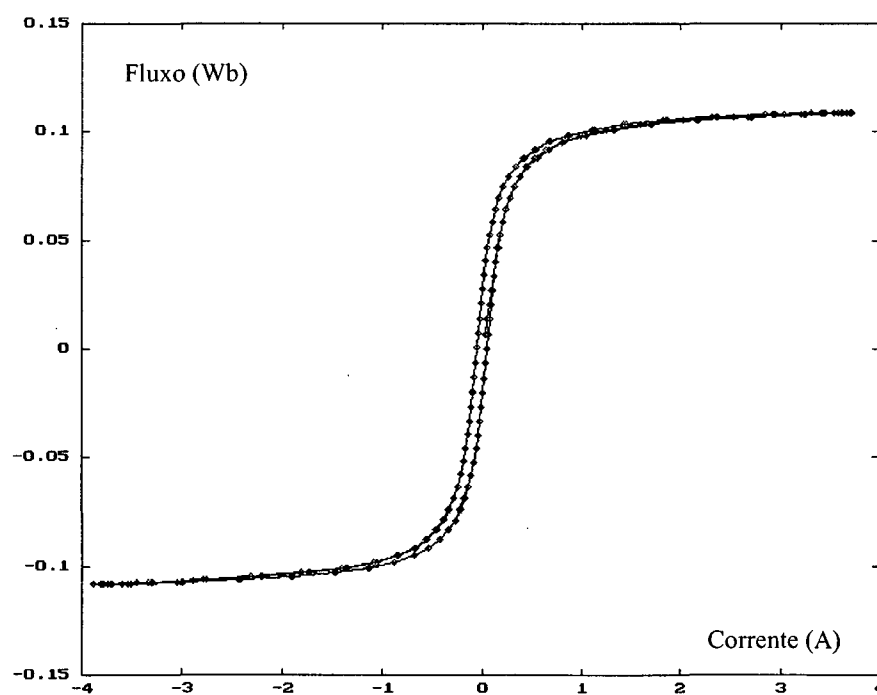


Fig. 6. 10 - Curva B - i de pico para o aço E170 a 1 Hz.

Apresenta-se, nas Fig. 6.10 e Fig. 6.11 as curvas de fluxo-corrente experimental e simulada respectivamente, para o caso em que o material está bem saturado. Evidencia-se a diferença nas correntes de pico entre as duas curvas.



(a) Experimental



(b) Simulada

Fig. 6. 11 – Curva de histerese do aço E-170 a 1 Hz.

Apresenta-se na Fig. 6.12 as perdas na frequência de 1 Hz. Observa-se um bom ajuste médio em toda a faixa de B , sendo a energia calculada ligeiramente maior até 1,4 T.

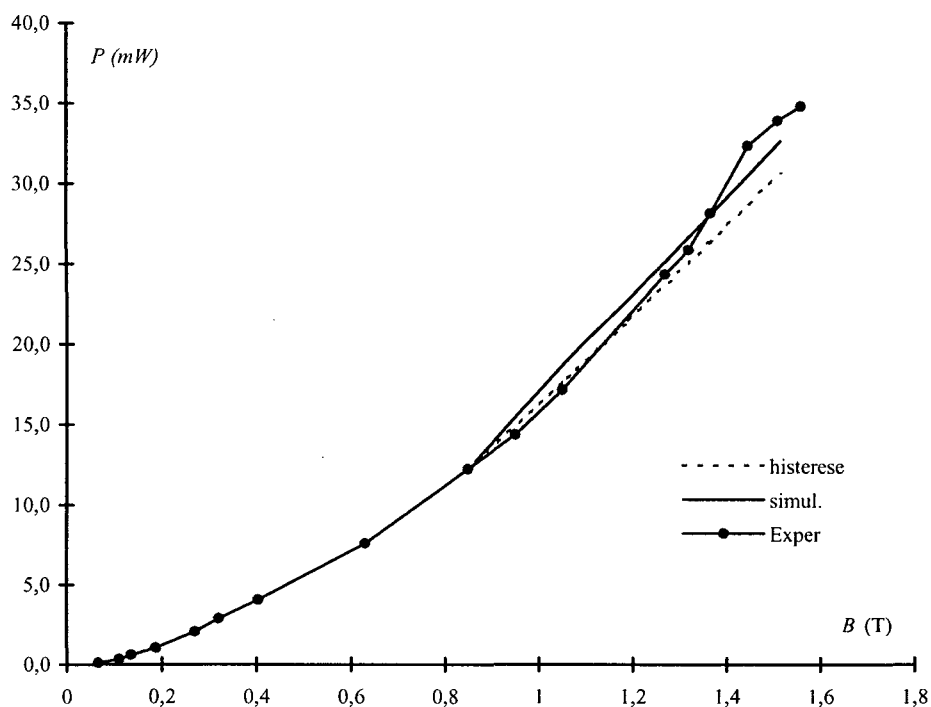


Fig. 6. 12 – Perdas do aço E-170 a 1 Hz em função da indução de pico.

6.2.3 - Com histerese e perdas dinâmicas.

Neste item, analisa-se o comportamento do modelo de perdas no ferro com a frequência.

Apresenta-se na Fig. 6.13 e Fig. 6.14 as curvas de perdas do aço E-170 para 50 Hz e 60 Hz respectivamente. Os nomes 'Exper 1' e 'Exper 2' referem-se ao aço E-170, espessura 0,5 mm, ensaiado com o inversor e com tensão e frequência controlada respectivamente (ABNT, NBR 5161, 1977).

Observa-se que:

- Existe uma diferença entre as duas experiências, 'Exper 1' e 'Exper 2' confirmando que seus dados não são exatos;

- b) Desde a origem até aproximadamente 1,4 T (indução de saturação) os pontos simulados estão muito bem situados entre as duas experiências. A partir deste ponto as curvas experimentais começam a aumentar mais que o modelo; e
- c) Esta diferença é proporcional com a frequência. Pode-se ver na Fig. 6.12 que a 1 Hz, tinha-se um ajuste bem melhor, e piorou de 50 Hz para 60 Hz.

Como esta diferença é dependente da frequência, pode-se concluir:

- a) Não compromete em nada o modelo da histerese estática, pois a mesma não depende da frequência;
- b) Poderia ser causada por imprecisão do modelo ou dos parâmetros de perdas dinâmicas, que dependem da frequência; e
- c) Poderia ser devido às perdas nos condutores.

Como que, na otimização dos parâmetros, considerou-se nula a resistência e a indutância dos condutores, os verdadeiros valores de B seriam menores do que os utilizados. Assim, pode-se pensar intuitivamente que adicionando a impedância do enrolamento tem-se uma variação dos parâmetros de perdas dinâmicas.

Portanto, conclui-se que:

- a) Não se pode determinar os parâmetros sem considerar a indutância do enrolamento;
- b) A indutância de dispersão (ou de cabeça de bobina) do enrolamento está relacionada com as perdas dinâmicas. Isto ocorre porque a derivada do fluxo de dispersão no tempo é proporcional à derivada do fluxo que passa pelo ferro. Como os dois se somam para formar o fluxo total da bobina, tem-se que calcula-los ao mesmo tempo; e
- c) A indutância de dispersão não influi muito nos parâmetros da histerese porque ela é dependente do valor de pico do fluxo, que por sua vez depende da integral da tensão, e não de sua forma de onda.

Então, apresenta-se como sugestão, para continuidade do trabalho:

- a) Estudo detalhado dos condutores, conforme já se adiantou no capítulo 2 desta tese. Consiste essencialmente de medições da queda de tensão, resistência, e indutância da bobina sem núcleo de ferro;

- b) Simulação da estrutura em três dimensões, para levar em conta a indutância de cabeça de bobina;
- c) Otimizar a resistência e indutância do enrolamento junto com os parâmetros do material magnético. Assim teria-se no mínimo nove parâmetros: os sete característicos do material magnético mais R e L dos condutores; e
- d) Aperfeiçoar o modelo dos condutores para levar em conta o efeito de proximidade ou indutância mútua em dois ou mais enrolamentos.

Por questão de prazo para apresentação deste trabalho, apenas corrigiu-se os parâmetros de perdas dinâmicas para o ajuste das curvas. Representou-se estes resultados nas Fig. 6.13 e Fig. 6.14 como 'corrigido'.

A seguir apresenta-se novos resultados com a correção do parâmetros de perdas dinâmicas.

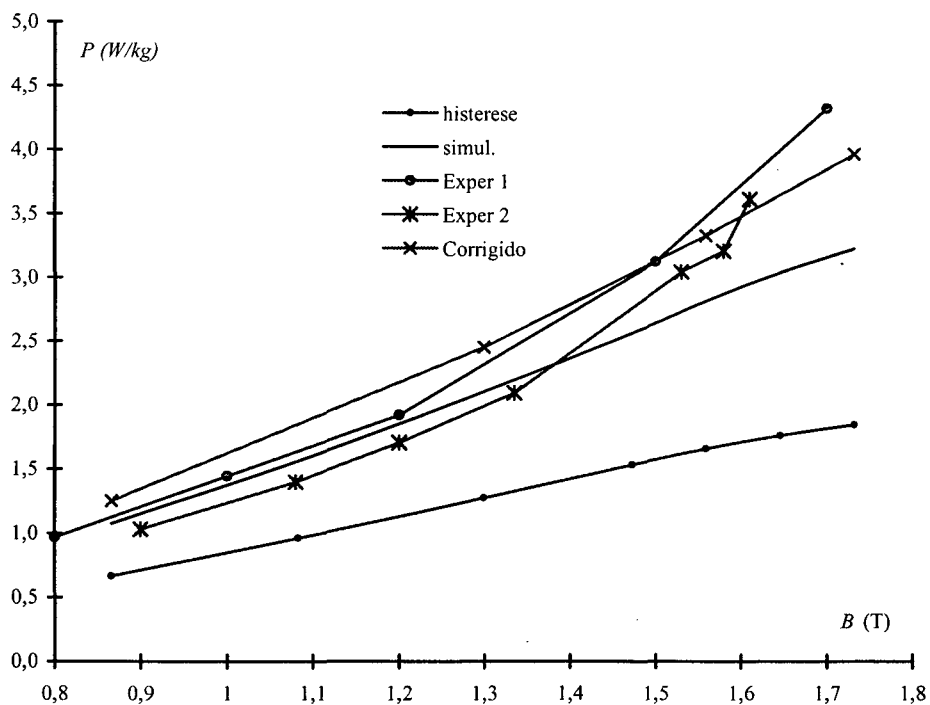


Fig. 6. 13 - Perdas do aço E-170 a 50 Hz.

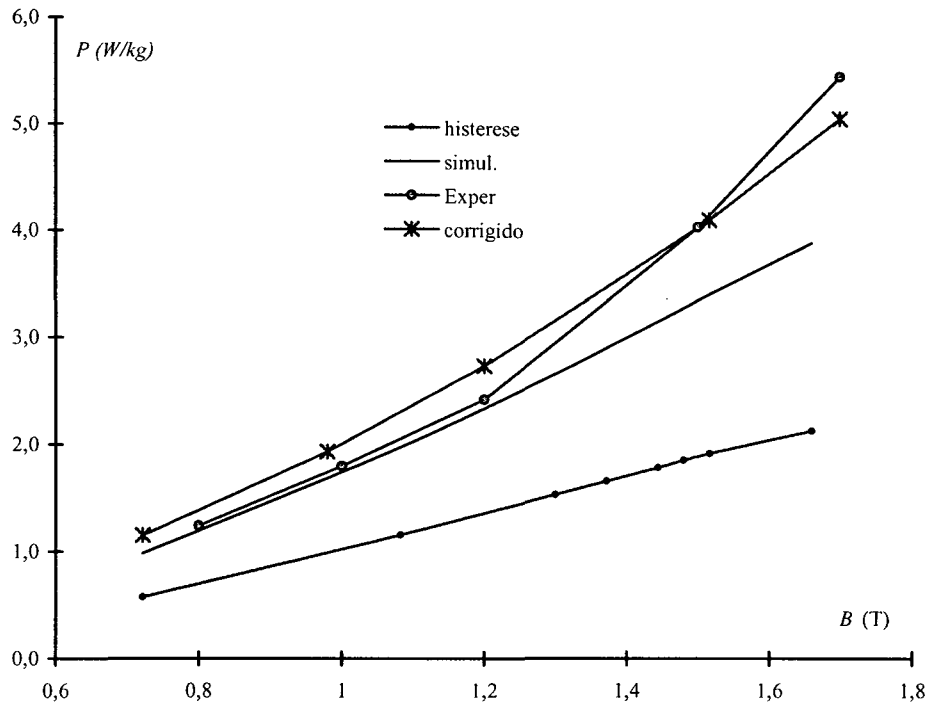


Fig. 6. 14 – Perdas do aço E-170 a 60 Hz.

Mantendo-se fixa a indução de pico e variando a frequência do inversor (BATISTELA, 1999), pode-se investigar as perdas dinâmicas.

A – Alimentado em 10 Hz.

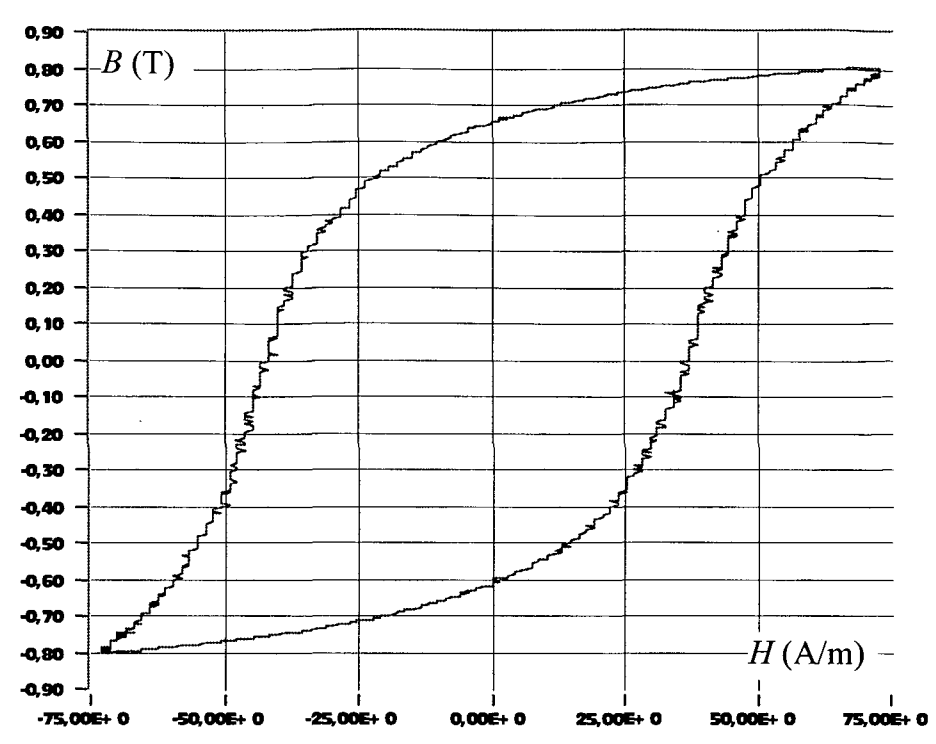
Resume-se os resultados nas curvas $B-H$ experimental e simulada da Fig. 6.15.

B – Alimentado em 100 Hz.

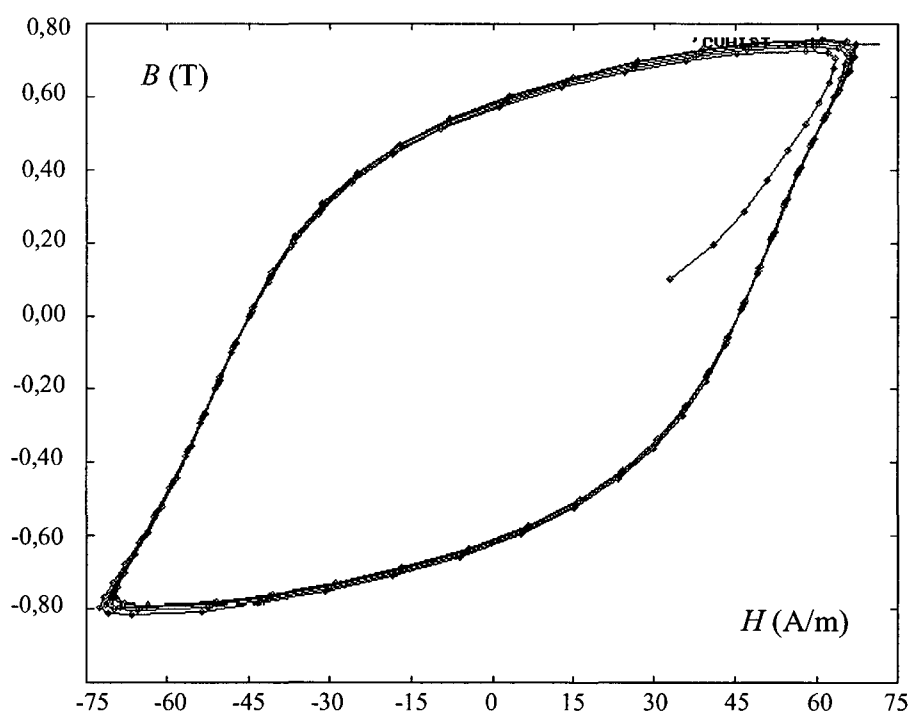
Apresenta-se na Fig. 6.16 a curva $B-H$ nesta frequência. Pode-se observar:

- tanto os resultados experimentais como simulados concordam com a Fig. 3.20.
- a corrente de pico praticamente não varia de uma frequência para outra, o que também concorda com o modelo.

Observando-se as Fig. 6.15 e 6.16 verifica-se que o modelo de perdas dinâmicas está correto. Por isto, comprova-se que a maior causa das diferenças das Fig. 6.13 e Fig. 6.14 é a desconsideração da indutância do enrolamento.

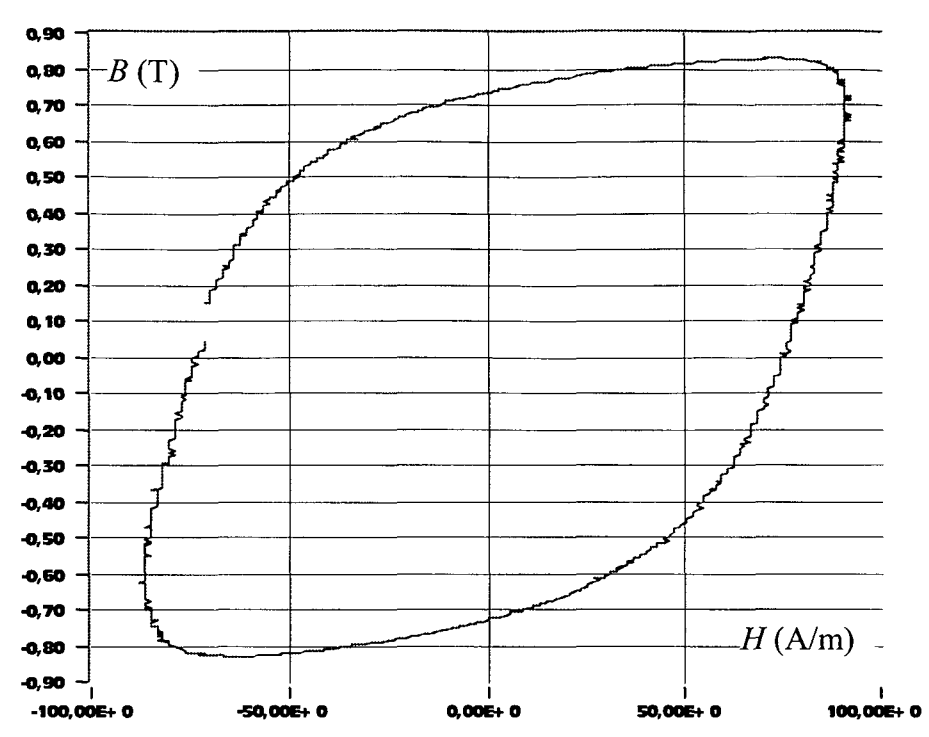


(a) Experimental

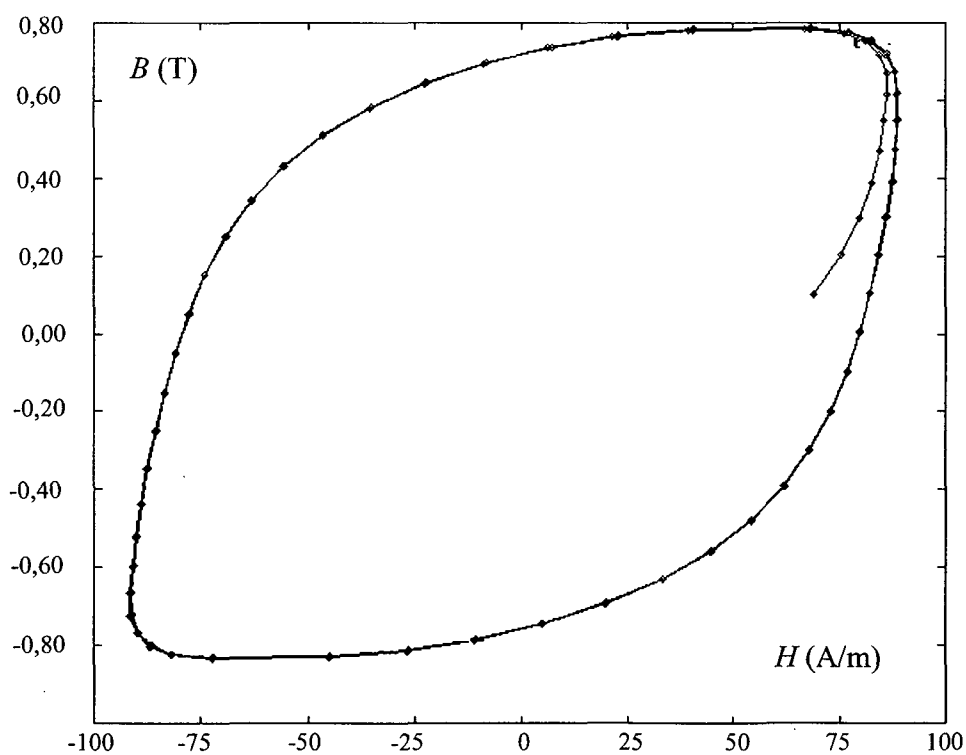


(b) Simulado

Fig. 6. 15 - Histerese para tensão senoidal a 10 Hz e a 0,8 T de indução máxima.



(a) Experimental



(b) Simulado

Fig. 6. 16 - Histerese para tensão senoidal a 100 Hz e 0,8 T de indução máxima.

6.2.4 - Circuito *RLC* com perdas no ferro.

O objetivo deste item é basicamente estudar as condições e os meios para medir a indutância e as perdas no ferro pelo método da ressonância, usando-se o circuito da Fig. 6.17.

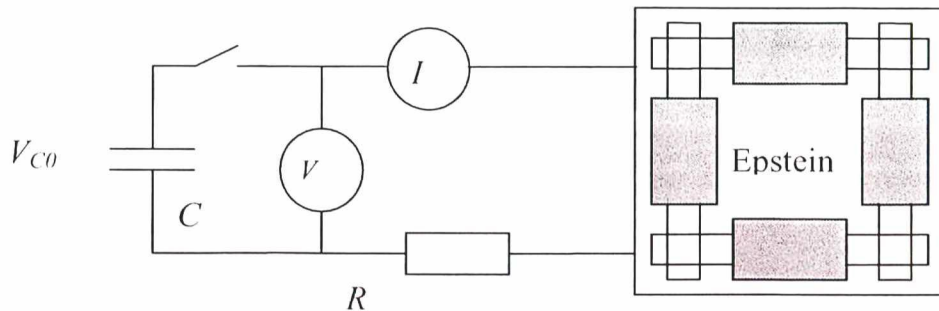


Fig. 6.17 – Circuito ressonante série com o quadro de Epstein.

Apresenta-se na Fig. 6.18 as curvas de tensão e corrente medidas em função do tempo ($C = 148,5 \mu\text{F}$, e $V_{C0} = 26,5 \text{ V}$), e na Fig. 6.19 as curvas de corrente adquirida e simulada. Observa-se que o ajuste da corrente, mostrado na Fig. 6.19, não é perfeito.

As possíveis causas da diferença observada na Fig. 6.19, e suas soluções são:

- O modelo de histerese poderia não estar certo. Mas, diante dos resultados anteriores, descarta-se esta possibilidade;
- Os parâmetros do ferro não são exatos. Tem-se muita evidência desta hipótese. Tem-se grande possibilidade de erro por este motivo, visto que se realizou o ajuste dos parâmetros apenas num ponto de operação (alimentação em 60 Hz pela rede), e não se conseguiu um bom ajuste das perdas e da curva $B-H$ para uma grande faixa de variação da indução e da frequência; e
- A não otimização dos coeficientes do enrolamento com o algoritmo da Fig. 5.2. Conclui-se que este ponto é essencial para maior qualidade dos resultados.

Pode-se concluir que:

- o modelo desenvolvido permite simular um circuito *RLC* com perdas no ferro; e
- a exata determinação dos parâmetros (ferro e condutores) é fundamental para uma boa aproximação dos resultados. Com a metodologia apresentada neste trabalho, eles podem ser melhorados ainda mais e estendidos para outras estruturas mais complexas.

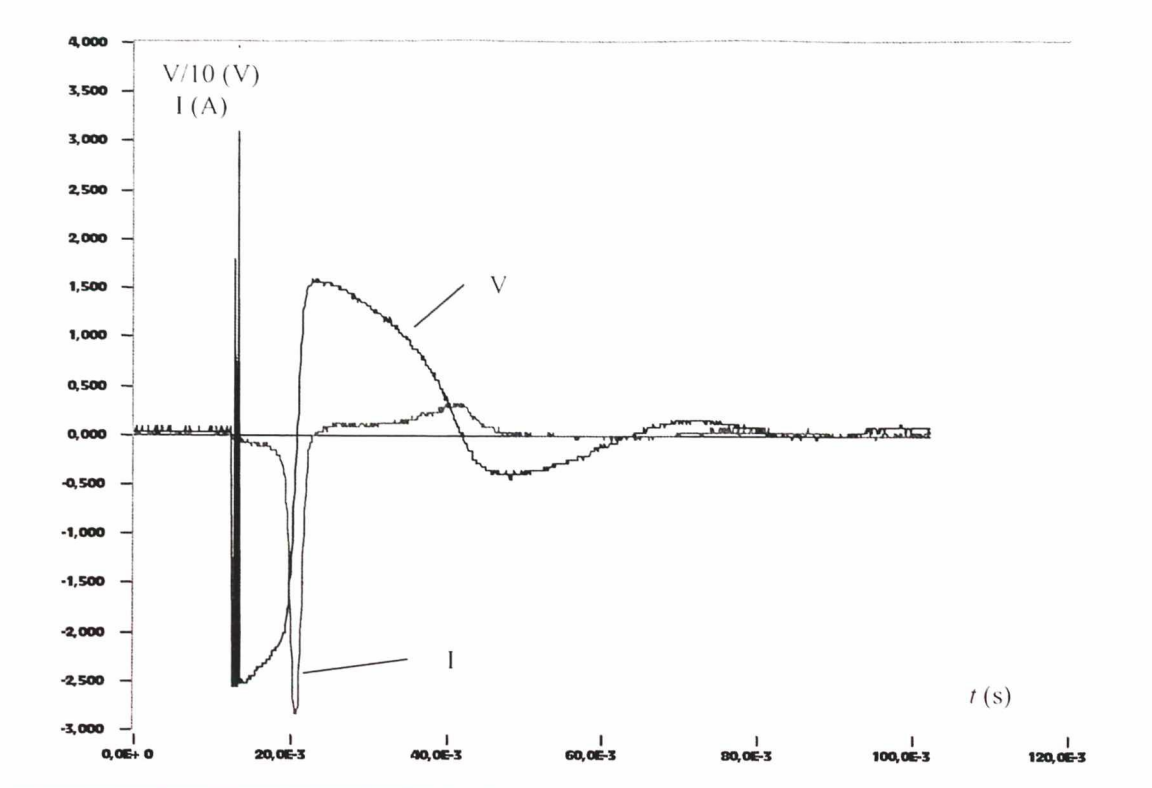


Fig. 6. 18 - Tensão (x 10) e corrente (1 A/div) medidas, com $V_{co}=26,5V$.

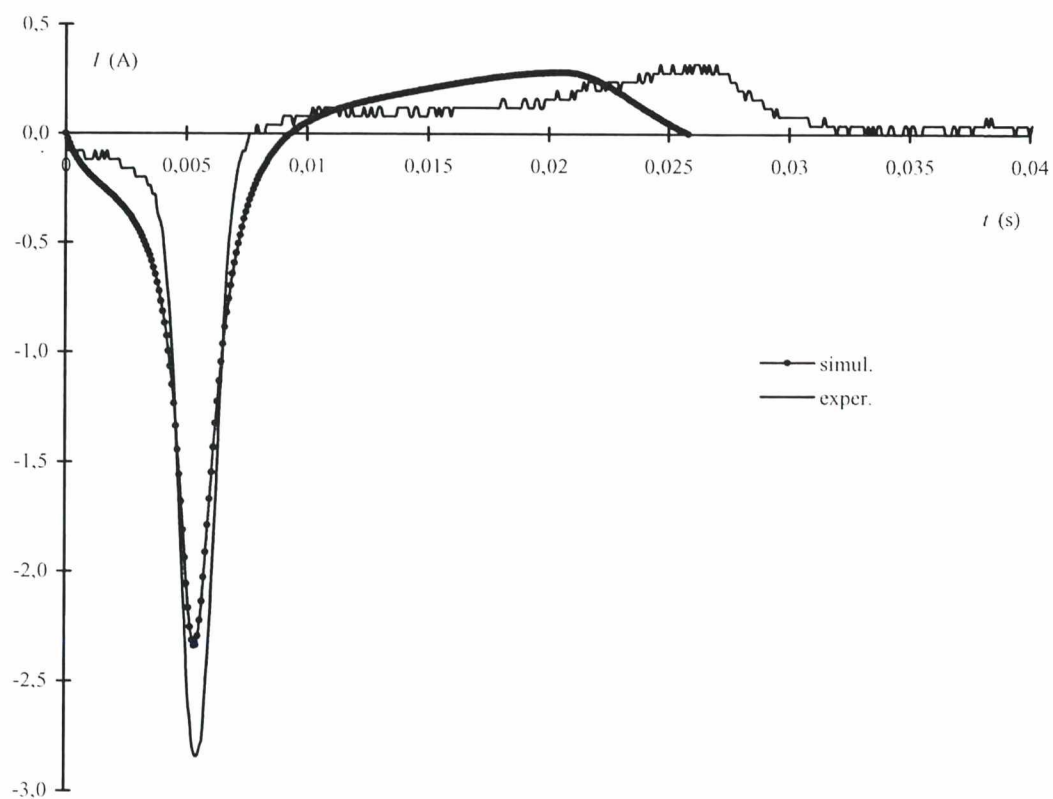


Fig. 6. 19 - Correntes de descarga do capacitor.

6.3 – Laços menores de histerese.

Nesta seção analisa-se uma amostra de aço com procedência desconhecida, no aparelho de Epstein alimentado por um equipamento desenvolvido no GRUCAD/CTC/UFSC.

Quando salientam-se os harmônicos da tensão, tem-se laços menores de histerese (NAKATA et al, 1970). Eles surgem em máquinas elétricas e na alimentação com dispositivos eletrônicos. Desenvolveu-se esta experiência com objetivo de demonstrar a aplicação do modelo de perdas desenvolvido nesta tese para dispositivos com laços menores de histerese.

A Fig. 6.20 apresenta o circuito para geração de uma onda de fluxo distorcido. Um capacitor é carregado por uma fonte auxiliar enquanto o Epstein é alimentado normalmente pela rede. No semi-ciclo em que a tensão está positiva, faz-se a descarga do capacitor C_1 sobre o Epstein, com polaridade invertida. No semi-ciclo negativo descarrega-se C_2 . Este pulso deve ser suficiente para mudar o sinal da tensão nos terminais. Neste instante, o fluxo, que estava aumentando, passa a diminuir. A mudança do sentido do fluxo causa o laço menor. A indutância série $L_{série}$ é necessária para evitar que a carga do capacitor não drene excessivamente para a fonte.

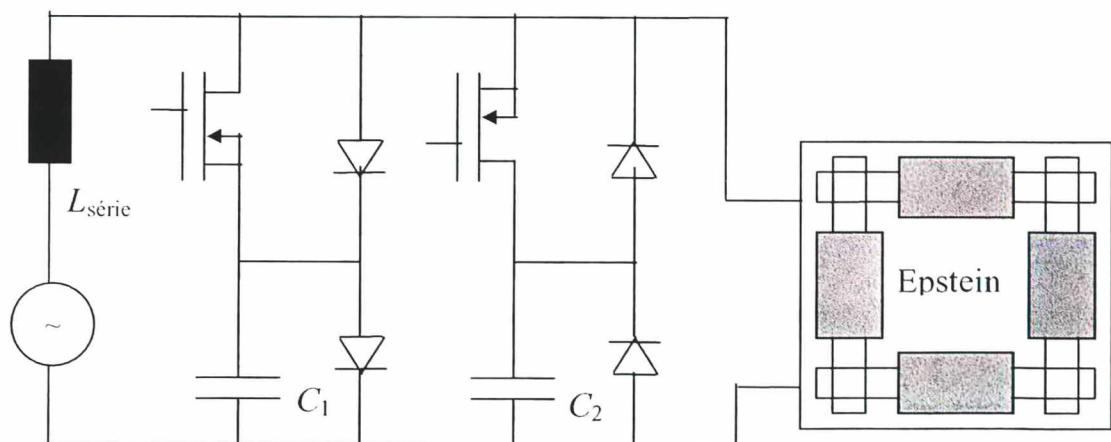


Fig. 6.20 - Recortador de onda senoidal, para obter dois laços menores por período.

A Fig. 6.21 apresenta as formas de onda da tensão e da corrente medidas na entrada do quadrado Epstein, para um caso particular. A Fig. 6.22.a apresenta a curva de histerese medida com o auxílio de um integrador tipo RC , para obter o fluxo concatenado.

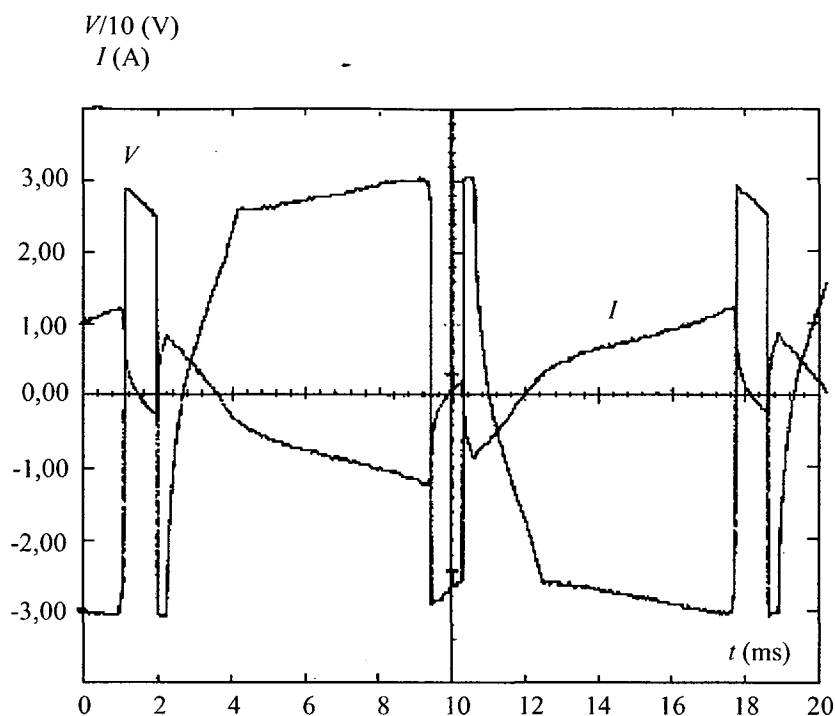
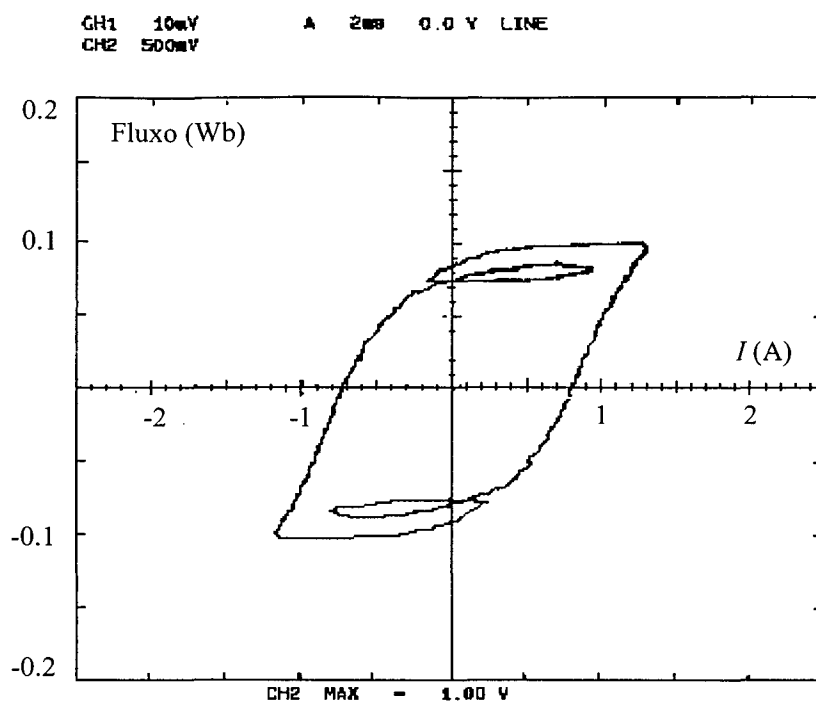


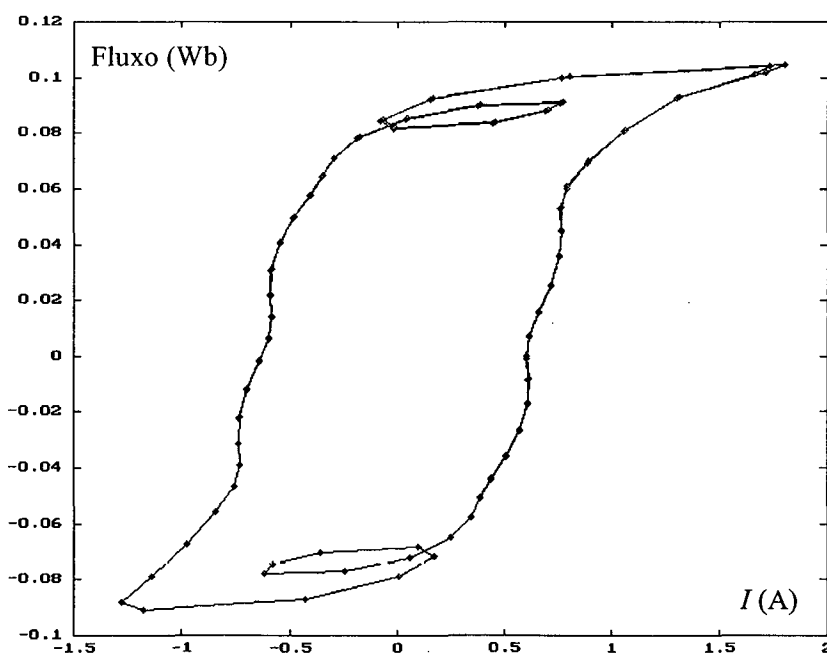
Fig. 6. 21 – Curvas de tensão e corrente nos terminais do Epstein com recortador.

Com esta experiência pode-se comparar a área dos laços maior e menor. No caso da Fig. 6.22.b, os dois laços menores têm 6 % da área do laço maior. Em futuros trabalhos, poder-se-ão realizar estudos para relacionar o conteúdo harmônico da tensão com a área dos laços menores, e comparar com os resultados experimentais próprios ou obtidos por outros pesquisadores, como por exemplo NAKATA, ISHIHARA & NAKANO (1970).

Analisando-se os resultados, pode-se vislumbrar muitas aplicações deste trabalho. Em princípio, qualquer dispositivo com perdas pode ser simulado com Elementos Finitos passo a passo no tempo, usando o potencial vetor. E com a metodologia apresentada para cálculo das perdas pode-se obter um ajuste muito bom nas suas variáveis de entrada e saída. Ao mesmo tempo, estas variáveis podem ser confrontadas com medições experimentais.



(a) Experimental



(b) Simulado

Fig. 6. 22 – Laços menores de histerese obtidos com o recortador.

7 CONCLUSÃO

A partir dos resultados das simulações de dispositivos eletromagnéticos, e observações deste trabalho, pode-se concluir que o modelo proposto para incluir as perdas no ferro e nos condutores aplica-se muito bem no método de Elementos Finitos para cálculo numérico passo a passo no tempo. A metodologia é robusta e de boa precisão, e em consequência, pode fazer parte dos softwares de análise e síntese auxiliado por computador. Chegou-se a esta conclusão através de quatro pontos relevantes desta tese:

- modelagem dos condutores usando uma função discreta no tempo;
- modelo escalar de magnetização, histerese e perdas dinâmicas;
- modelo de histerese vetorial com o tensor de relutividade diferencial;
- metodologia para cálculo numérico dos parâmetros.

Nas seções seguintes, apresenta-se as principais conclusões, contribuições e sugestões relativas a cada um destes itens.

7.1 - Modelagem dos condutores.

Desenvolveu-se um modelo para levar em conta o efeito de alta frequência na resistência e no fluxo de dispersão dos condutores, que é conhecido como efeito pelicular. Com esta metodologia, calculou-se a queda de tensão dos enrolamentos, fazendo a soma dos produtos da corrente por um coeficiente para cada respectivo passo de cálculo.

Desenvolveu-se um algoritmo para calcular os coeficientes dos condutores tendo como dados: (a) o passo de tempo da simulação de elementos finitos; e, (b) a curva de queda de tensão e corrente adquiridas experimentalmente durante um período de tempo. Demonstrou-se que estes coeficientes e o modelo proposto fornecem a mesma queda de tensão, e conseqüentemente a mesma perda, que o cálculo com a convencional série de Fourier. Mas, a diferença fundamental é que se conhece a perda nos condutores, à medida que a simulação vai avançando no tempo.

Como: (a) existe necessidade de muitas aquisições com equipamentos não disponíveis, que não se dispunha no momento; (b) para providenciá-los seria necessário

dispensar tempo e recursos; (c) as perdas nos condutores são geralmente menores; e, (d) o objetivo maior do trabalho é considerar as perdas no ferro; não se realizou medições com esta finalidade, apresentando-se como sugestão para um trabalho específico neste assunto.

Por isto, calculou-se os coeficientes dos condutores a partir das equações clássicas de efeito pelicular. Implementou-se no programa de elementos finitos alimentado em tensão, substituindo a convencional resistência e indutância do enrolamento pelo método proposto. Observou-se que este procedimento é muito simples e eficiente, e permite calcular as perdas em regimes transitórios no domínio do tempo. Entretanto, sugere-se para os enrolamentos:

- a) O algoritmo proposto utiliza passo de tempo fixo. Mas, na simulação de dispositivos eletromagnéticos, pode-se utilizar passo de tempo variável. Por isto, sugere-se o desenvolvimento de um método para cálculo dos coeficientes com esta particularidade;
- b) Modelagem de vários enrolamentos acoplados, usando o modelo no domínio do tempo;
- c) Otimização dos coeficientes do enrolamento junto com o material magnético, que é essencial para uma melhor aproximação das curvas de saturação e de perdas no ferro.

7.2 - Modelo escalar de magnetização, histerese e perdas dinâmicas.

Outra contribuição desta tese consiste no cálculo do campo magnético escalar em quatro partes independentes: curva de magnetização sem histerese; histerese estática; de perda clássica por correntes de Foucault; e de perda excedente. Observa-se, sobre cada parcela, as seguintes conclusões específicas:

- a) Representou-se a curva de magnetização sem histerese pela função de Langevin adaptada para calcular o campo e a relutividade diferencial em cada indução dada. Ela possui três parâmetros: M_s , a e α , que permitem representar um material isotrópico sem a convencional curva $B-H$ por série de pontos, e com um desvio máximo da ordem de 1%. A consideração da anisotropia fica como sugestão para futuros trabalhos.
- b) Verificou-se que a curva de histerese estática pode ser representada por uma simples equação diferencial do campo em função da indução. Integrou-se a mesma para cada passo de tempo, em todos os elementos finitos, utilizando-se apenas os valores de campo e indução do passo de tempo anterior. Verificou-se que a sua limitação, a exemplo de outros

modelos diferenciais, é o mau fechamento dos laços menores de histerese estática. Mas, como o objetivo deste trabalho não é 'apenas' modelar a histerese, apresenta-se como tema para outros trabalhos. Enquanto isto, o modelo desenvolvido, apresentado, e utilizado atende muito bem às expectativas. Ele utiliza dois novos parâmetros: C_H e γ_H , além do parâmetro 'a' da curva de magnetização sem histerese.

c) Representou-se a perda clássica por correntes de Foucault usando-se uma simples constante K_C , que foi muito utilizada no passado com indução senoidal. Este modelo mostrou-se muito eficiente para o cálculo das perdas com elementos finitos, pois, quando ele é inserido na formulação clássica, não acrescenta nenhuma iteração em todo o cálculo de campo original, não afetando em nada a convergência. A sua limitação é consequência apenas da equação da energia dissipada por correntes induzidas em lâminas. Sugere-se um estudo específico para aplicá-lo em materiais não laminados.

d) Desenvolveu-se o modelo de perdas excedentes para a formulação passo a passo no tempo utilizando o parâmetro K_E , que se encontra na literatura. Após a determinação dos parâmetros e o cálculo das perdas, verificou-se que esta parcela é da ordem de grandeza da histerese e da perda clássica por correntes de Foucault, na frequência de 60 Hz. Isto comprova que não se pode desconsiderá-la, mas pelo contrário, pesquisá-la e melhorá-la sempre mais.

Simulando-se a curva $B-H$ com perdas no ferro com este modelo formado pela soma de quatro parcelas (magnetização, histerese, perda clássica por correntes de Foucault e excedente), ajustou-se várias curvas de corrente com um erro quadrático médio muito pequeno, e da ordem de grandeza da imprecisão dos instrumentos de medição.

Como os resultados estão perfeitamente condizentes com os princípios físicos adotados e com os resultados experimentais, adotou-se este modelo dinâmico que se justificou inicialmente por cálculo do campo nos elementos finitos, usando a indução como variável independente. Ele também mostrou-se bastante eficiente para o cálculo da distribuição de fluxo com perdas passo a passo no tempo.

Como o modelo de histerese é diferencial, o cálculo de campo com perdas deve ser feito passo a passo no tempo.

7.3 – Modelo vetorial com relutividade diferencial.

Com o modelo escalar, calculou-se o campo e suas derivadas analíticas em relação à indução, que é a relutividade diferencial escalar. Tem-se estas variáveis em todos os elementos finitos da malha, e em cada iteração relativa aos passos de tempo. Mostrou-se que a relutividade diferencial (dH/dB) é sempre positiva, enquanto que a convencional (H/B) não permite considerar a histerese ou as perdas no ferro. Pesquisou-se, durante longo tempo, uma forma de passar a relutividade diferencial escalar (ou unidimensional) para bidimensional, pois, inicialmente, não se tinha convergência do processo iterativo.

O terceiro ponto, relevante da metodologia proposta, consiste no tensor de relutividade diferencial. Ele é um modelo de histerese vetorial muito simples, que resultou de uma transformação linear muito conhecida na álgebra: o vetor incremento de campo magnético é igual ao vetor incremento de indução submetido a uma rotação e a um ganho.

Para a solução da equação diferencial de Ampère desenvolveu-se duas opções básicas, com as respectivas características:

- a) Aproximações sucessivas - apresenta a melhor convergência, mas um erro inversamente proporcional ao passo de tempo. Se ele for muito pequeno, acumula-se o erro e forma-se uma falsa histerese. Se ele for muito grande, pode ocorrer erro numérico na integração da histerese de cada elemento finito. Portanto, é bom usar um passo de tempo médio (50 passos por período).
- b) Newton-Raphson - que necessita de um pequeno passo de tempo. Entretanto ele é tão exato quanto o cálculo clássico com a relutividade dada por série de pontos, pois utiliza a relutividade diferencial, apenas para o cálculo iterativo dos desvios entre sucessivas iterações. Observou-se que a sua convergência ainda precisa ser melhorada.

Conforme, observou-se durante os trabalhos, pode-se afirmar que a relutividade diferencial resulta em rotinas muito simples de serem implementadas junto aos programas de cálculo de campo com o método de Elementos Finitos. Observou-se também que o algoritmo convergiu em todos os cálculos e simulações realizadas com aproximações sucessivas. Ela é extremamente robusta, e poderá ser aplicada para outros programas de Elementos Finitos, como por exemplo:

- cálculo de campo tridimensional usando o potencial vetor, partindo da modelagem do tensor de relutividade diferencial com um ganho e dois ângulos de rotação;
- formulações com outros potenciais, como o escalar reduzido;
- associação com dispositivos eletrônicos;
- dispositivos eletromagnéticos em movimento.
- consideração da histerese e perdas de materiais isolantes.

Além da robustez, a metodologia apresenta resultados bem condizentes com a teoria. As curvas fluxo-corrente também apresentam a mesma forma das curvas experimentais.

7.4 - Método numérico para determinação dos parâmetros.

A quarta contribuição desta tese, é a metodologia numérica para o cálculo dos sete parâmetros do modelo que representa o material magnético. Pesquisou-se várias formas e métodos para o cálculo dos parâmetros, resumindo-se que:

- a) O método clássico utiliza vários pontos de operação do dispositivo, e de seus valores característicos tais como: perdas, corrente (ou campo de pico) e fluxo (ou indução magnética) de pico, frequência, etc. O método básico para cálculo dos parâmetros é a conhecida e difícil separação das perdas. Tomou-se os valores típicos fornecidos pelo fabricante, e demonstrou-se que os mesmos são incompatíveis com o modelo.
- b) Pode-se obter os parâmetros tomando apenas um laço de histerese. Mas, para obter a curva $B-H$ a partir da curva fluxo-corrente, precisa-se do comprimento e da seção do caminho magnético, que não são constantes. Por isto, desenvolveu-se um procedimento semelhante ao de JILES et al (1994), apenas para fazer uma estimativa inicial dos parâmetros.

Assim, tendo-se os parâmetros iniciais, chega-se aos valores mais exatos com a rotina que apresenta as seguintes partes e características:

- a) Cálculo de campo da estrutura alimentada em tensão - tomou-se a curva de tensão adquirida, experimentalmente, durante um período, e simulou-se a estrutura para obter as curvas de corrente e perdas calculadas em função do tempo;

b) Calculou-se o comprimento e a seção do caminho magnético (ou escalas de B e H) para cada forma de onda. Como estas escalas dependem do número de espiras, este bloco aplica-se somente em dispositivos com um enrolamento ativo. Quando esta restrição é satisfeita, combina-se os sete parâmetros do material magnético, em torno dos valores iniciais, e obtém-se um pequeno intervalo com mínimo erro quadrático médio entre as energias calculada e experimental.

c) Desenvolveu-se a equação do balanço de energia para aplicar o algoritmo de Lawson-Hanson. Deriva-se a equação da energia calculada no dispositivo eletromagnético, durante cada passo de tempo, em relação aos sete parâmetros que caracterizam o material magnético: M_S , a , α , C_H , γ_H , K_C , e K_E ; e formula-se uma função objetivo que consiste minimizar a norma do erro quadrático médio de todos os passos de cálculo, para obter o vetor com o gradiente da energia de cada passo de cálculo em relação a estes parâmetros. Os valores calculados neste bloco estão dentro do intervalo calculado pela combinação dos parâmetros.

Apresentou-se os resultados da aplicação desta técnica para dois dispositivos:

- a) Estrutura axi-simétrica com núcleo tipo pote, alimentado em 50 Hz, com tensão senoidal;
- b) Aparelho de Epstein de 25 cm, alimentado pela rede de 60 Hz.

Analisou-se a segunda estrutura com outras alimentações:

- a) Alimentação em 1 Hz para vários valores de tensão (ou indução de pico);
- b) Com acentuação das perdas dinâmicas para 10 Hz e 100 Hz;
- c) Circuito RLC série ressonante;
- d) Laços menores de histerese, obtidos com um equipamento desenvolvido para obter dois laços menores por período da frequência industrial.

Comparou-se os resultados simulados e experimentais destes casos, verificando-se que a imprecisão dos parâmetros é a principal causa das diferenças encontradas. Assim, do método de determinação dos parâmetros, pode-se concluir que ele é aplicável, em princípio, a qualquer dispositivo, necessitando para tanto apenas de um período de aquisição experimental. O resultado da simulação reflete muito bem este regime

permanente em todas as variáveis analisadas. Entretanto, a utilização dos parâmetros para outros pontos de operação, com outra série de aquisição, ainda precisa ser feita com certos cuidados, pois demanda otimização dos parâmetros com o enrolamento.

A precisão dos parâmetros pode ser melhorada com um trabalho de observação sistemática de vários dispositivos e materiais. Seus resultados podem ser lançados num banco de dados, que pode ser formado e acessado via Internet, por empresas e grupos de pesquisa previamente credenciados ou cadastrados. Seus objetivos seriam:

- a) divulgar novas técnicas de modelagem e simulação de dispositivos eletromagnéticos;
- b) dispor de um canal permanente para divulgar os resultados de ensaios e experiências que fazem parte do dia a dia da indústria e dos centros de pesquisa;
- c) ter um meio auxiliar e eficiente, para controle da qualidade dos produtos;
- d) difundir novos materiais com mais rapidez e facilidade;
- e) permitir utilização dos materiais com máxima eficiência e mínimo custo.

Pode-se prever uma grande aplicação da metodologia apresentada nesta tese para dispositivos com movimento, como máquinas elétricas girantes; pois: (a) o modelo de perdas aplica-se para formas de onda não senoidal no fluxo; (b) o tensor de relutividade permite o cálculo bidimensional; e, (c) o algoritmo para determinação dos parâmetros dispensa a separação de perdas e o cálculo do circuito equivalente.

Em conseqüência, muitas aplicações industriais poderão surgir nesta área, tais como otimização de projetos com métodos numéricos. Pode-se também pensar em novas formas de ensino, associando os resultados e os conhecidos circuitos equivalentes com as variáveis maxwellianas, que são facilmente armazenadas em matrizes resultantes do cálculo de campo.

Enfim, esta tese permite vislumbrar um novo horizonte para a modelagem e simulação de dispositivos eletromagnéticos, considerando as suas perdas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas, **MB-450 (NBR 5161) Produtos Laminados planos para fins elétricos**. Brasil. 1977.
- ACESITA – Cia de Aços Especiais Itabira, **Aços ao Silício de Grãos não Orientados**. Minas Gerais, 1998.
- ARKKIO, A., NIEMENMAA, A. Estimation of Losses in Cage Induction Motors Using Finite Element Techniques. **ICEM'92**. Manchester. p. 317-321.
- ATALLAH, K., ZHU,Z.Q., HOWE,D.. The Prediction of Iron Losses in Brushless Permanent Magnet DC Motors. **Proc. ICEM'92**. Manchester. p. 814-818.
- ATALLAH,K., HOWE,D.; Calculation of the Rotational Power Loss in Electrical Steel Laminations from Measured H and B. **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol. MAG-29, N0.6, november 1993, pp. 3547-3549.
- BASTOS,J.P.A. **Eletromagnetismo e Cálculo de Campos**. Florianópolis, Editora da UFSC, 1989.
- BATISTELA, N.J., Título provisório: **Determinação, Caracterização e Estimação de Perdas Eletromagnéticas em Núcleos Magnéticos Laminados de Ferro Silício com Alimentação não Senoidal por Conversores Estáticos**. Tese de Doutorado em andamento, UFSC, Florianópolis, Brasil. 1999.
- BERTOTTI, G., General Properties of Power Losses in Soft Ferromagnetic Materials. **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol.24, N0.1, January 1988, p. 621-630.
- BRAILSFORD, F., FOGG, R., Anomalous iron losses in cold-reduced grain-oriented transformer steel. **Proceedings IEE**. Vol.111, No.8, August 1964, p.1663-1467.
- CESTER, C., KEDOUS-LEBOUC, A., CORNUT, B. Iron Loss Under Practical Working Conditions of a PWM Powered Induction Motor. **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol.33, N0.5, September 1997, p. 3766-3768.

- CULLITY, B.D. **Introduction to Magnetic Materials**. Addison-Wesley Publishing Company, 1972.
- DELLA TORRE, E. Energy Considerations in Hysteresis Models, **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol.28, N0.5, September 1992, p. 2608-2610.
- DOWELL, P.L., Effects of Eddy Currents in Transformer Windings. **Proc. IEE**. Vol. 113, No. 8, December 1966, pp. 1387-1394.
- HORNBECK, R.W. **Numerical Methods**. Quantum Publishers, 1975.
- IDA, N., BASTOS, J.P.A., **Electromagnetics and Calculation of Fields**. 2nd Edition, New York, Springer-Verlag, 1997.
- IVÁNYI, Amália. **Hysteresis Models in Electromagnetic Computation**. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1997.
- JILES, D.C., THOELKE, J.B., Theory of Ferromagnetic Hysteresis: Determination of Model Parameters from Experimental Hysteresis Loops. **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol. 25, No. 5, Sept 1989, pp. 3928-3930.
- JILES, D. **Introduction to Magnetism and Magnetic Materials**. Chapman & Hall, 1991.
- JILES, D.C., THOELKE, J.B., DEVINE, M.K. Numerical Determination of Hysteresis Parameters for the Modeling of Magnetic Properties Using the Theory of Ferromagnetic Hysteresis. **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol. 28, No. 1, January 1992, pp. 27-35.
- JILES, D.C. A Self Consistent Generalized Model for the Calculation of Minor Loop Excursions in the Theory of Hysteresis. **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol. 28, No. 5, November 1992, pp. 2602-2604.
- JILES, D.C. Modelling the Effects of Eddy Current Losses on Frequency Dependent Hysteresis in Electrically Conducting Media. **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol. 30, No. 6, November 1994, pp. 4326-4328.
- KUO-PENG, P., SADOWSKI, N., BASTOS, J.P.A., CARLSON, R., BATISTELA, N.J., LALOIE-MAZENC, M., A general method for coupling static converters with electromagnetic structures. **IEEE Transactions on Magnetics**, Vol. 33. N. 2, pp. 2004-2009, March 1997.

- LAVERS, J.D., BIRINGER,P.P., HOLLITSCHER,H., A Simple Method of Estimating the Minor Loop Hysteresis Loss in Thin Laminations. **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol. 14, No. 5, Sept 1978, pp. 386-388.
- LAWSON, C.L., HANSON, R.C. **Solving Least Squares Problems**. Prentice-Hall, 1974.
- LEVI, E., **Polyphase Motors**. John Wiley & Sons, 1984.
- MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY (M.I.T.). **Magnetic Circuits and Transformers**. M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts. 1943.
- MUELLER, M.A., WILLIAMSON, S., FLACK, T.J., ATALLAH, K., BAHOLO, B., HOWE, D., MELLOR, P.H. Calculation of Iron Losses from time-stepped Finite-Element Models of Cage Induction Machines. **Electrical Machines and Drives**, September 1995, IEE 1995, p.88-92.
- NAKATA,T., ISHIHARA,Y., NAKANO,M., Iron Losses of Silicon Steel Core Produced by Distorted Flux. **Electrical Engineering in Japan**. Vol. 90, No. 1, 1970, pp. 10-20.
- NAKATA, T., TAKAHASHI, N., KAWASE, Y., Finite Element Analysis of Magnetic Fields Taking into Account Hysteresis Characteristics. **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol. 21, No. 5, Sept 1985, pp. 1856-1858.
- PIROU,F., RAZEK,A., Coupling of saturated electromagnetic systems to non-linear power electronic devices. **IEEE Transactions on Magnetics**, Vol. 24, N. 1, pp. 274-277, January 1988.
- RAMESCH, A., JILES,D.C., RODERICK,J.M.; A Model of Anisotropic Anhysteretic Magnetization. **IEEE Transactions on Magnetics**. Vol. MAG-32, N0.5, september 1996, pp. 4234-4236.
- REITZ, J.R., MILFORD, F.J., CHRISTY, R.W., **Fundamentos da Teoria Eletromagnética**. Tradução de Foudation of electromagnetic theory, 1960, por R.B.Sander. Editora Campus, 1982.
- RIGHI, L.A., KOLTERMANN, P.I., SADOWSKI, N., CARLSON, R. Estimativa das Perdas no Ferro em Dispositivos Magnéticos Alimentados com Forma de Onda não Senoidal. **III Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo**. São Paulo, 1998, p.116-119.

SADOWSKI, N. **Modélisation des Machines Électriques à Partir de la Résolution des Équations du Champ en Tenant Compte du Mouvement et du Circuit d’Alimentation (Logiciel EFCAD)**. Thèse de Doctorat de l’Institut National Polytechnique de Toulouse - 1993.

STOUT, M.B. **Basic Electrical Measurements**. Prentice-Hall, 1960.

VASSENT, E., MEUNIER, G., FOGGIA, A., REYNE, G., Simulation of induction machine operation using a step by step finite element method coupled with circuits and mechanical equations. **IEEE Transactions on Magnetics**, Vol. 27, N. 6, pp. 5232-5234, November 1991.

VISINTIN, A. **Differential Models of Hysteresis**. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. 1994.

WORKU, G.B., A. Binner, W. Kunze; Different Constitutive Formulations for Numerical Computations in a Hysteretic Medium, **Compumag 1997**. Rio de Janeiro, pp. 241-242.