

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Modelagem Tridimensional da Dispersão Turbulenta de Poluentes em Corpos D'água de Geometria Irregular

TESE SUBMETIDA A
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA

PAULO CÉSAR DA SILVA JUCÁ

Florianópolis, Janeiro de 1998

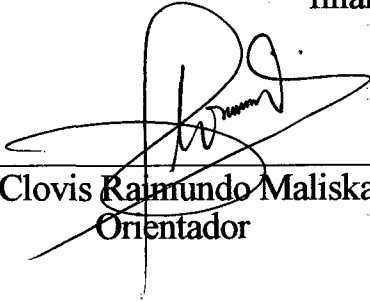
Modelagem Tridimensional da Dispersão Turbulenta de Poluentes em Corpos D'água de Geometria Irregular

PAULO CÉSAR DA SILVA JUCÁ

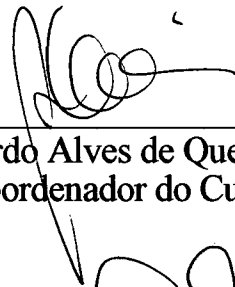
Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de

DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA

na área de concentração de Engenharia e Ciências Térmicas, e aprovada em sua forma final pelo curso de Pós-Graduação

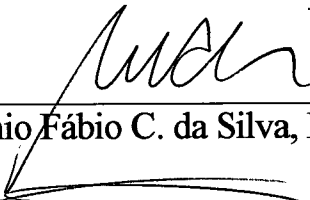


Prof. Clovis Raimundo Maliska, Ph.D
Orientador

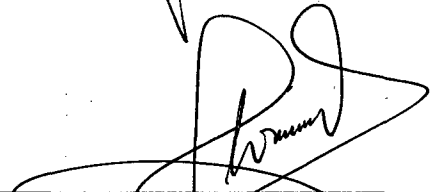


Prof. Abelardo Alves de Queiróz, Ph.D.
Coordenador do Curso

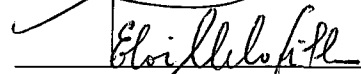
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Antonio Fábio C. da Silva, Dr. Eng. Mec.



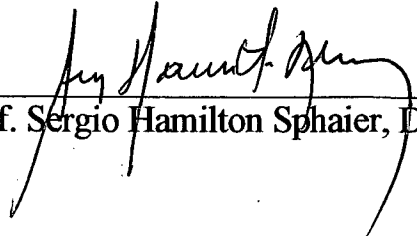
Prof. Clovis Raimundo Maliska, Ph.D.



Prof. Eloi Melo Filho, Ph.D.



Prof. Aristeu da Silveira Neto, Dr. Ing.



Prof. Sergio Hamilton Sphaier, Dr. Ing.

Agradecimentos

Ao Prof. Clóvis R. Maliska, que muito antes do curso de doutoramento vem me orientando, muitas vezes pacientemente, na área de Mecânica dos Fluidos Computacional.

A equipe do Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor (SINMEC), de cuja amizade pude, e espero continuar podendo, desfrutar.

A Ana e ao Axel, amigos de todas as horas

Ao amigo Fábio, sempre disposto a todas discussões e explicações

Ao Coi (Clovis Maliska Junior), cuja habilidade, criatividade, conhecimento computacional e extrema dedicação ao SINMEC todos nós devemos reconhecer e agradecer. Seu trabalho incansável e dedicado desenvolveu, entre outros softwares, o ISO3D, sem o qual as visualizações de escoamentos 3D deste trabalho seriam praticamente impossíveis.

A todos que, por falta de espaço mas não por esquecimento, não cito aqui nominalmente e que me apoiaram das mais diversas formas, contribuindo assim para que este trabalho pudesse ser completado a contento

Finalmente, mas não menos importante, a minha família: esposa, filho e filha, que durante muito tempo tiveram que suportar, estoicamente, inúmeras divergências numéricas, sem saber exatamente do isto se tratava. Reconhecimento à sua paciência, tolerância e apoio.

A todos meu sincero muito obrigado

Índice

Resumo	vii
Abstract	viii
Simbologia	ix
Lista de Figuras	xi

Capítulo 1 - Introdução

1.1 - Preliminares	1
1.2 - Estratégias para estudo e previsão de descargas de poluentes	4
1.3 - Abordagens para a previsão de dispersão de resíduos em corpos d'água	6
1.3.1 - Modelos hidráulicos	6
1.3.2 - Modelos matemáticos	8
1.3.2.1 - Modelo fenomenológico	9
1.3.2.2 - Modelos de Análise Integral	9
1.3.2.3 - Modelos de balanceamento de sub-canais	10
1.3.2.4 - Modelo estocástico	10
1.3.2.5 - Modelo diferenciais	11
1.3.3 - Estudos de campo	12
1.4 - Objetivos da dissertação	12
1.5 - Contribuição	13

Capítulo 2 - Análise do problema

2.1 - Descargas de poluentes	16
2.2 - Domínios físicos de interesse	16
2.3 - Domínio próximo X Domínio completo	19
2.4 - Processos físicos básicos na dispersão de jatos flutuantes	22
2.4.1 - Intrusão no jato	23
2.4.2 - Turbulência	27
2.4.3 - Dispersão devido às forças de empuxo	28
2.4.4 - Escoamentos no corpo d'água e efeitos de vento	28
2.4.5 - Trocas de calor superficiais	30
2.4.6 - A interferência do fundo do corpo d'água	31
2.4.7 - Estratificação densimétrica do corpo d'água receptor	32

Capítulo 3 - Modelagem Matemática

3.1- O modelo matemático.....	34
3.2 - Modelos de Turbulência.....	39
3.3 - Conceitos básicos: A hipótese de Boussinesq e a difusão turbulenta.....	41
3.4 - Modelos de turbulência aplicáveis à descargas de poluentes.....	42
3.4.1 - Modelos à ZERO equação.....	43
3.4.1.1 - Modelos com viscosidade e difusividade constantes.....	43
3.4.1.2 - Modelos de comprimento de mistura.....	45
3.4.1.3 - Modelo de Prandtl para escoamentos livres.....	46
3.4.2 - Aplicação dos modelos à Zero Equação.....	46
3.4.3 - Modelos à Uma Equação.....	47
3.4.4 - Aplicação dos modelos à Uma Equação.....	48
3.4.5 - Modelos à Duas Equações.....	49
3.4.6 - Aplicação de modelos à Duas Equações.....	50
3.5 - O Modelo $\kappa-\varepsilon$ de Turbulência.....	51
3.5.1 - O modelo $\kappa-\varepsilon$ completo de Rodi.....	52
3.5.2 - O modelo $\kappa-\varepsilon$ de Raithby-Schneider.....	54
3.5.3 - As constantes para o modelo $\kappa-\varepsilon$	55
3.5.4 - Comentários e comparação prévia dos modelos $\kappa-\varepsilon$	57
3.5.4.1 - A equação da energia cinética turbulenta.....	58
3.5.4.2 - A equação de transporte para a taxa de dissipação ε	60
3.5.5 - O número de Richardson.....	62
3.5.6 - A modificação proposta por Raithby-Schneider.....	63
3.6 - As forças de campo na equação de Navier-Stokes.....	65
3.7 - Resumo do Modelo Matemático.....	66

Capítulo 4 - Metodologia

4.1 - Metodologia de solução.....	69
4.2 - As equações governantes no espaço transformado.....	72
4.3 - O termo fonte P^ϕ	73
4.4 - O termo fonte S^ϕ	73
4.5 - A discretização das equações governantes.....	75

Capítulo 5 - Validação hidrodinâmica

5.1 - A validação do modelo matemático.....	76
5.2 - Canais Fechados.....	80
5.2.1 - Escoamentos em Canais <i>Fechados</i> sob a Ação do Vento: Análise Teórica.....	80
5.2.2 - Experimentos Seleccionados.....	85
5.2.2.1 - O experimento de Tsanis.....	85

5.3.1 - Experimentos Seleccionados.....	101
5.3.1.1 - O experimento de Yu.....	101
5.3.1.2 - O experimento de Parthasarathy e Muste.....	102
5.3.2 - escoamentos em Canais <i>Abertos</i> : Resultados.....	104
5.3.2.1 - Simulação do experimento de Yu.....	104
5.3.2.2 - Simulação do experimento de Parthasarathy e Muste.....	111

Capítulo 6 - Exemplo de Aplicação

6.1 - Introdução.....	117
6.2 - escoamento sob a Ação do Vento em Corpos D'água fechados: o efeito da Batimetria Variável.....	117
6.2.1 - As Condições de Contorno.....	119
6.2.2 - Resultados.....	123
6.2.3 - O escoamento para Planos z/D constante.....	123
6.2.4 - O escoamento para cortes de $y =$ constante.....	131
6.3 - A Influência da Direção do Vento sobre o escoamento.....	137

Capítulo 7 - Validação Térmica

7.1 - Introdução.....	144
7.2 - O Experimento de Wiuff, R. (1978).....	144
7.3 - Simulação do Experimento de Wiuff.....	146
7.4 - Resultados.....	151
7.4.1 - Simulação do jato flutuante: comparação com dados experimentais.....	151
7.4.2 - Simulação do jato flutuante: extensão de dados disponíveis e comparação com um jato não flutuante.....	155

Capítulo 8 - Conclusões

8.1 - Introdução.....	166
8.2 - Conclusões.....	166

Referências Bibliográficas.....

Apêndice 1: A transformação de coordenadas da equação de Navier-Stokes para escoamentos Turbulentos.....	182
Apêndice 2: A transformação de coordenadas para as equações do modelo de turbulência.....	192
Apêndice 3: A transformação de coordenadas da Equação da Energia e Concentração do Poluente.....	198
Apêndice 4: As Métricas de Transformação de Coordenadas e as Velocidades Contra-variantes.....	201
Apêndice 5: O Perfil de Lançamento do Jato para o Experimento de Wiuff.....	205
Apêndice 6: Visualização do escoamento em corpo d'água fechado.....	207

Resumo

Consciente da agressão progressiva ao meio ambiente devido ao crescimento populacional e à industrialização e preocupada com a manutenção do equilíbrio ecológico em níveis convenientes, torna-se cada vez maior a atenção dedicada pela humanidade com a qualidade do meio ambiente. Crescentes são os investimentos em técnicas de controle, tratamento, previsão e administração de resíduos. Dentre a enorme gama de problemas decorrentes da agressão ao meio ambiente, o problema de dispersão de poluentes na hidrosfera é um ramo relevante tendo em vista a importância dos recursos hídricos. Este problema pode assumir os mais variados aspectos e situações físicas, tendo em vista o método empregado para o lançamento dos resíduos no meio hídrico, do tipo e características deste meio e da grande diversidade de classes de poluentes.

Neste trabalho desenvolve-se uma metodologia para a simulação numérica dos fenômenos de dispersão e mistura de poluentes em corpos d'água, oriundos de descargas localizadas. O modelo numérico desenvolvido, dadas as condições de contorno, prevê os campos de velocidade no corpo d'água e os níveis de dispersão do poluente (temperatura no caso de calor e concentrações no caso de produtos químicos) no domínio, determinando a extensão da área de mistura e assim permitindo o estudo do impacto ambiental sobre as espécies locais. É empregada uma discretização do domínio ajustada as fronteiras, com uma malha estruturada e as equações governantes são tratadas pela técnica de volumes finitos. O modelo matemático compreende as equações de Navier-Stokes, a equação da conservação da massa e da energia, além da equação de transporte de um poluente. Estas equações, em sua forma tridimensional para regime permanente, são resolvidas em sua forma elíptica. O poluente considerado poderá ser inerte ou não. Para o caso de lançamento de um poluente não inerte, quando forças de empuxo estão presentes e influenciam o regime hidrodinâmico da descarga a equação de transporte do poluente é resolvida acoplada a solução do escoamento. O fenômeno da turbulência, sempre presente em escoamentos ambientais, é tratado segundo o conceito de viscosidade turbulenta introduzido por Boussinesq, tanto através de um modelo algébrico quanto pelo modelo k- ϵ de duas equações.

O modelo é validado contra experimentos controlados em laboratório, disponíveis na literatura, e exemplos de aplicação são apresentados.

Abstract

Conscious of the damages to the environment, mainly due to the population growth and the industrialization progress, the humanity becomes more and more worried about the maintenance of the ecological equilibrium in bearable levels and more attention is dedicate to keep the quality of the environment at acceptable levels.

The investments are growing dedicate to improve the control, treatment, impact previsions and administrations tools in managing the pollutant disposal. Among the problems in the environmental area, the pollutant dispersion in the hydrosphere is a relevant one if we point out the importance of the hydrosphere to the sustain of all life forms in the planet. This problem can assume a variety of aspects and physical situations if we focus the way the pollutants are disposed in the water body, the kind and the intrinsic characteristics of the water body by itself and the great diversity of potential pollutants resultant from industrial processes.

The present work presents a methodology to simulate the dispersion and mixing phenomena of pollutants in water bodies, due the presence of localized discharge points. The numerical model developed, with the boundary conditions given, can predict the resulting water body velocity fields and pollutant dispersion levels (temperature levels in case of waste heat disposal and/or concentrations levels in case of chemical pollutants). Also the code can determinate the extension and the location of the mixing area allowing further biological impact studies.

A boundary fitted coordinate system and a structured mesh is employed to reproduce the domain in a proper way. The mathematical model comprises the Navier-Stokes equations, the mass conservation equation, the energy equation and a transport equations for the pollutant. These are solved by the finite volume technique, in the their tridimensional form for steady state elliptic problems.

Floating forces in the flow can appear due the presence of pollutant, then the pollutant conservation equation is solved coupled with the Navier-Stokes equations. The turbulence phenomena, always present in environmental flows, is treated by the Boussinesq turbulent viscosity concept, using an algebraic turbulence model or the two equation k-e model.

The mathematical model and solution method proposed is tested against laboratorial experiments reported in the literature and applications examples are presented.

Simbologia

c	concentração
c_p	calor específico à pressão constante
C	constante para modelos de turbulência
$C_{1\varepsilon}, C_{1\varepsilon}, C_{1\varepsilon}$	constantes para o modelo de turbulência $k-\varepsilon$
C_f	coeficiente de atrito
f	função
F	número de Froude
F_c	forças de campo
g	aceleração da gravidade
G	termo de geração de energia cinética turbulenta
h	diferença de cota na direção da profundidade do corpo d'água
k	energia cinética turbulenta
k_t	condutibilidade térmica
K_s	coeficiente para troca de calor pela superfície
l_m	comprimento de mistura
L	escala de comprimento para vórtices turbulentos
p	pressão
q	fluxo de calor
R_f	número de fluxo de Richardson
R_i	número de Richardson
S	termo fonte de equação
t	tempo
T	temperatura
u_i	componente de velocidade na i -ésima direção coordenada
u	componente cartesiana da velocidade na direção coordenada x
v	componente cartesiana da velocidade na direção coordenada y
w	componente cartesiana da velocidade na direção coordenada z
x, y, z	direções dos eixos do sistema cartesiano de coordenadas

Letras Gregas

α	difusividade térmica
β	coeficiente de expansão volumétrica
Γ	coeficiente de difusão genérico
γ	espessura
ε	taxa de dissipação da energia cinética turbulenta
μ	viscosidade
σ	número de Prandtl
$\sigma_\varepsilon, \sigma_k$	constantes para o modelo de turbulência $\kappa-\varepsilon$
ϕ	variável genérica
ρ	densidade
τ	tensão
ν	viscosidade cinemática
δ	delta de Kroenecker

Subscritos

i, j, k	direções coordenadas cartesianas
-----------	----------------------------------

$\kappa, \varepsilon, \gamma$	direções coordenadas sistema natural (BFC)
a	ambiente
ar	ar
e	equilíbrio
CL	linha de centro
o	local de estratificação nula
s	superfície
t	turbulento
*	velocidade de fricção
out	ponto de lançamento de efluentes

Superescritos

-	valor médio no tempo de uma propriedade
'	valor da flutuação instantânea de uma propriedade

Lista de Figuras

Capítulo 2

Figura 2.1 - Desenvolvimento esquemático do jato puro.....	24
Figura 2.2 - Processos físicos em uma descarga de poluentes.....	26

Capítulo 5

Figura 5.1 - Túnel ar-água característico, Baines, W.D., Knapp D.,(1965).....	77
Figura 5.2 - Alternativa experimental para modelagem física de escoamentos cisalhantes.....	78
Figura 5.3 - Composição de sub-modelos.....	79
Figura 5.4 - Escoamento bidimensional em um canal fechado.....	80
Figura 5.5 - Dispositivo experimental de Tsanis, (1989).....	85
Figura 5.6 - Escoamento laminar em um canal fechado. Soluções analítica e numérica.....	88
Figura 5.7 - Perfil de velocidades para um canal fechado (condição de contorno A: normalizada contra $u_*s = 0,8893$; condição de contorno B: normalizada contra $u_*s = 0,6233$).	91
Figura 5.8 - Influencia da discretização do domínio sobre os perfis junto a fronteira.....	93
Figura 5.9 - Perfis de velocidade normalizados: comparação do modelo numérico com os dados experimentais de Baines-Knapp (1965).....	94
Figura 5.10 - Resultados do modelo numérico para $Re_s = 32700$. (A: perfil de m para $u_*s = 0,636$ cm/s ; B: perfil de m para $u_*s = 0,6233$ cm/s Eq.(5.14)).....	96
Figura 5.11 - Resultados do modelo numérico para $Re_s = 46500$. (A: perfil de m para $u_*s = 0,8835$ cm/s ; B: perfil de m para $u_*s = 0,9416$ cm/s Eq.(5.14)).....	97
Figura 5.12 - Resultados do modelo numérico para $Re_s = 3000$. (A: perfil de m para $u_*s = 0,7657 \times 10^{-1}$ cm/s ; Eq.(5.14)).....	98
Figura 5.13 - Resultados do modelo numérico para $Re_s = 5000$. (A: perfil de m para $u_*s = 0,1185$ cm/s ; Eq.(5.14)).....	98
Figura 5.14 - Resultados do modelo numérico para $Re_s = 8000$. (A: perfil de m para $u_*s = 0,1783$ cm/s ; Eq.(5.14)).....	99
Figura 5.15 - Resultados da simulação empregando a lei de parede junto ao fundo do canal.....	100
Figura 5.16 - Relação entre as tensões de fundo e superfície (A: u_{*b} pelo perfil de velocidade; B: u_{*b} pela lei de parede).....	100
Figura 5.17 - Esquema do túnel ar-água empregado Yu, (1987).....	102
Figura 5.18 - Esquema de tensões em uma fronteira sólida.....	106
Figura 5.19 - Perfis verticais de velocidade.....	108
Figura 5.20 - Perfis de viscosidade μ_{ef}	109
Figura 5.21 - Perfis de velocidade para o canal com parede sul.....	109
Figura 5.22 - Perfis de μ_{ef} para o canal com paredes.....	110
Figura 5.23 - Esquemática de escoamento assimétricos.....	112
Figura 5.24 - Comparação dos perfis de velocidade: casos R0 e R1.....	113
Figura 5.25 - Comparação dos perfis de velocidade: casos R2 e R3.....	114
Figura 5.26 - Tensões de Reynolds.....	114
Figura 5.27 - Valores de produção de energia cinética turbulenta, casos R0 e R1.....	115
Figura 5.28 - Valores de produção de energia cinética turbulenta, casos R2 e R3.....	115
Figura 5.29 - Perfis de μ	116

Capítulo 6

Figura 6.1 - Corpo d'água com batimetria variável.....	118
Figura 6.2 - Banco de areia 1: definição de posição e cortes de visualização do escoamento..	120
Figura 6.3 - Banco de areia 2: definição de posição e cortes de visualização do escoamento..	121
Figura 6.4 - Banco de areia 3: definição de posição e cortes de visualização do escoamento..	122
Figura 6.5 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,121$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 1.....	125
Figura 6.6 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,879$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 1.....	126
Figura 6.7 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,121$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 2.....	127
Figura 6.8 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,879$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 2.....	128
Figura 6.9 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,121$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 3.....	129
Figura 6.10 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,879$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 3.....	130
Figura 6.11 - Escoamento em planos de $y = \text{cte}$, trecho A, sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 1.....	132
Figura 6.12 - Escoamento em planos de $y = \text{cte}$, trecho B, sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 1.....	133
Figura 6.13 - Escoamento em planos de $y = \text{cte}$, trecho C, sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 1.....	134
Figura 6.14 - Escoamento em planos de $y = \text{ctes}$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 2.....	135
Figura 6.15 - Escoamento em planos de $y = \text{ctes}$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 3.....	136
Figura 6.16 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 1. Vento à 0°	138
Figura 6.17 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 1. Vento à 60°	139
Figura 6.18 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 2. Vento à 0°	140
Figura 6.19 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 2. Vento à 60°	141
Figura 6.20 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 3. Vento à 0°	142
Figura 6.21 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco de areia 3. Vento à 60°	143

Capítulo 7

Figura 7.1 - Esquema da bancada de testes, vista superior, Wiuff (1978).....	145
Figura 7.2 - Corte da malha de discretização junto a região de lançamento do jato.....	147
Figura 7.3 - Corte de um plano "xz" da malha de discretização junto a região de lançamento do jato.....	148
Figura 7.4 - Corte de um plano "yz" da malha de discretização empregada junto ao jato.....	149
Figura 7.5 - Verificação da equação (3.75) contra a densidade de tabela termodinâmica para a faixa de temperaturas de interesse do problema.....	152
Figura 7.6 - Perfis transversais de velocidade e déficit de densidade para $x/\sqrt{h_0 b_0} = 6,78$	152

Figura 7.7 - Perfis transversais de velocidade e déficit de densidade para $x/\sqrt{h_0 b_0} = 9,66$	153
Figura 7.8 - Perfis transversais de velocidade e déficit de densidade para $x/\sqrt{h_0 b_0} = 12,56$..	153
Figura 7.9 - Perfis transversais da componente de velocidade “v”	154
Figura 7.10 - Perfis transversais da componente de velocidade “v”	154
Figura 7.11 - Perfis verticais do jato flutuante para a componente de velocidade u, ao longo do eixo de lançamento do jato.....	156
Figura 7.12 - Perfis verticais do jato imergente para a componente de velocidade u, ao longo do de lançamento eixo do jato.....	156
Figura 7.13 - Perfis verticais de densidade para os jatos imergente e flutuante, ao longo do eixo de lançamento do jato.....	157
Figura 7.14 - Perfis horizontais do jato flutuante para a componente de velocidade u, ao longo do eixo de lançamento do jato.....	158
Figura 7.15 - Perfis horizontais do jato imergente para a componente de velocidade u, ao longo do eixo de lançamento do jato.	158
Figura 7.16 - Perfis horizontais do jato imergente para a componente de velocidade u, ao longo do eixo de lançamento do jato.....	159
Figura 7.17 - Visualização 3D do campo de velocidades para o jato flutuante: o efeito da incorporação do fluido ambiente.....	160
Figura 7.18 - Visualização 3D do campo de temperaturas para o jato flutuante.....	161
Figura 7.19 - Visualização 3D do campo de densidades para o jato flutuante.....	162
Figura 7.20 - Visualização 3D do campo de velocidades para o jato imergente: o efeito da submersão do jato.....	163
Figura 7.21 - Visualização 3D do campo de temperaturas para o jato imergente.....	164
Figura 7.22 - Visualização 3D do campo de densidades para o jato imergente.....	165

CAPÍTULO 1- Introdução

1.1 - Preliminares

O ciclo hidrológico da Terra sempre foi responsável por retirar os resíduos das massas continentais e, em última etapa, carregá-los para os oceanos e promover sua diluição. De forma semelhante os processos atmosféricos se encarregaram de eliminar ou dispersar os gases gerados por processos geológicos naturais, e tóxicos em sua maioria, tipo gás carbônico ou gases sulfúreos eliminados, por exemplo, em queimadas naturais ou erupções vulcânicas. Assim, os ciclos hidrológicos e atmosféricos administravam convenientemente os resíduos gerados mantendo o equilíbrio ecológico necessário à sobrevivência e manutenção das espécies.

Com a evolução tecnológica foram adicionados ao sistema hidrológico e atmosférico, novos pontos de geração de resíduos (tóxicos ou não) e em primeira etapa, a sua eliminação foi deixada ao encargo destes sistemas, sem prejuízo mensurável ao equilíbrio ecológico ou à qualidade do meio ambiente. Alguns destes pontos são evidentes como, por exemplo, as chaminés e esgotos não tratados de unidades industriais. Outras formas de poluição dos corpos d'água em particular, não são tão evidentes. Como exemplo considere os agrotóxicos aplicados a plantações os quais são mais tarde carregados pelas chuvas aos córregos locais poluindo bacias hidrográficas locais. O óleo e resíduos lançados pelos veículos sobre rodovias são também mais tarde carregados pelas chuvas para os córregos, constituindo uma fonte poluidora considerável.

Devido ao ritmo acelerado de adição de novas fontes geradoras de resíduos, a capacidade dos ciclos naturais de absorvê-los e dispersá-los tornou-se insuficiente e, em decorrência, o meio ambiente começou a ser alterado, em geral de forma danosa às espécies e em especial à própria espécie humana.

Consciente desta agressão e preocupada com a manutenção do equilíbrio ecológico em níveis convenientes, torna-se cada vez maior a atenção dedicada pela humanidade com a qualidade do meio ambiente e cada vez são maiores os investimentos em técnicas de controle, tratamento, previsão e administração de resíduos derivados de atividades humanas. O crescimento populacional, não controlado a nível mundial, aliado à natureza gregária do ser humano, propiciou o surgimento de grandes núcleos populacionais, que representam pontos de geração de resíduos em grande escala e de forma concentrada.

Em particular, a hidrosfera recebe uma grande quantidade de resíduos (ou águas residuais) contendo uma grande variedade de materiais que variam em sua periculosidade ao meio ambiente, desde

potenciais poluentes à poluentes extremamente danosos ao meio ambiente em função de fatores como quantidade, concentração, presença de outros compostos sinérgicos, periodicidade de despejo e principalmente de sua própria natureza. Em relação à natureza dos resíduos pode-se classificá-los como a seguir, segundo Fisher et al. (1979):

a. Sais inorgânicos naturais e sedimentos que são materiais não tóxicos e apenas se constituem poluentes em doses excessivas, na medida em que aumentam a turbidez das águas receptoras, como por exemplo os sedimentos gerados em atividades de mineração ribeirinhas.

b. Calor proveniente, em geral, de sistemas de refrigeração de usinas termelétricas as quais o rejeitam em grandes quantidades, à baixa temperatura. Quando o corpo d'água receptor é suficientemente grande ele funciona como reservatório frio para o ciclo termodinâmico da usina.

c. Resíduos orgânicos provenientes de esgotos domésticos contendo materiais como carbono, nitrogênio e fósforo. Estes podem causar mal cheiro e desconforto, mas se adequadamente tratados e dispersos desde que comuns ao ecossistema natural, podem ser assimilados de forma segura em corpos d'água grandes. A demanda bioquímica de oxigênio pode ser suficientemente reduzida por diluição dos resíduos, de tal forma que o nível de oxigênio no corpo d'água é mantido em níveis suficientes.

d. Metais residuais, como por exemplo o chumbo, mercúrio e cádmio em concentrações muito maiores que as encontradas normalmente no ambiente constituem componentes de alta toxicidade.

e. Compostos orgânicos sintéticos que são substâncias em geral lentamente biodegradáveis e passíveis de bioacumulação nas cadeias alimentares. Mesmo que as águas servidas sejam submetidas à uma alta diluição inicial, a cadeia alimentar, em degraus sucessivos, é capaz de multiplicar esta concentração por um fator de 10^5 (Fisher et al., 1979).

f. Materiais radioativos são uma classe de resíduos que deve ser estocada por longo tempo, devendo-se assegurar a sua impossibilidade de vazamento e contaminação, principalmente para cursos ou corpos d'água, tendo em vista sua extrema toxicidade.

Em vista da variedade da natureza dos potenciais poluentes, desde a comum e aparentemente inócua rejeição de calor, até resíduos químicos mortais, as estratégias ambientais para administração e tratamento são específicas para cada resíduo. A legislação ambiental trata cada resíduo de forma diferente e os padrões estabelecidos variam de país a país, sem que se observe um consenso global para os padrões permissíveis. Isto decorre do fato de que os efeitos (danosos ou não) causados no meio ambiente pela descarga de um poluente, são, na maioria dos casos, extremamente dependente da biota existente no local de lançamento e seu conhecimento ainda é geralmente qualitativo e bastante fragmentado. As agências de proteção ao meio ambiente de muitos países tem fomentado sobremaneira estudos nesta área, entretanto, devido à imensa variedade de ambientes existentes estes estudos ainda são de abrangência limitada e pouca esperança se tem de que destes possam emergir conceitos globais de

padrões para a proteção do meio ambiente.

Qualquer um dos resíduos considerados apenas se torna poluente quando presente em concentração tal que algum efeito danoso sobre o meio ambiente pode ser detectado. Assim é amplamente empregada a estratégia de dispersão em larga escala ("diluição = solução para poluição") a qual, entretanto, apenas é conveniente para poluentes que são naturalmente de novo assimilados no âmbito do ecossistema global, como calor e materiais orgânicos. Metais residuais e compostos atóxicos podem ser dispersos em grandes corpos d'água se o aumento das concentrações no ambiente receptor forem mínimas, mas como estes resíduos não são reassimilados este procedimento não pode perdurar indefinidamente. Neste caso, deve-se assegurar que acumulações progressivas dos metais através das cadeias alimentares não ocorrerão ou serão desprezáveis. Para compostos orgânicos sintéticos e metais residuais a estratégia de retenção e/ou reciclagem é certamente a melhor e, certamente, a única admissível para resíduos radioativos.

Se o poluente injetado no corpo d'água possui uma densidade diferente do meio receptor, forças de empuxo irão influir no processo de mistura (e diluição) do poluente. Esta diluição sofre ainda influência do corpo d'água receptor principalmente se este se encontra estratificado e/ou possui correntes próprias. O fenômeno de estratificação em densidade em um corpo d'água é comum em lagos e reservatórios devido à variação de temperatura ou mesmo devido à variação de salinidade em estuários enquanto que descargas realizadas em pontos da costa estarão submetidas às correntes marítimas locais e aos efeitos das marés astronômica e meteorológica.

A estratégia de dispersão (diluição) de resíduos promove o lançamento dos potenciais poluentes na atmosfera ou na hidrosfera, seja nesta última em cursos d'água, estuários ou outros corpos d'água. Estes lançamentos empregam diferentes tipos de estruturas que variam conforme o volume do lançamento, tipo do resíduo envolvido, posição geográfica, etc, mas principalmente em função da legislação ambiental imposta. Em decorrência o comportamento dinâmico dos efluentes na região próxima ao lançamento está intimamente relacionado ao fluxo da quantidade de movimento e as forças de empuxo presentes no efluente além da geometria da descarga (Jirka e Doneker, 1991a ; 1991b).

Em relação ao tipo de estrutura empregada para o lançamento dos resíduos em corpos d'água, estas se classificam em superficiais e submersas. As descargas de superfície se caracterizam pela baixa velocidade de escoamento e são constituídas por canais de seção transversal simples. Este tipo de estrutura e modalidade de lançamento é empregado por exemplo para eliminação (em baixas vazões) de águas pluviais ou servidas e efluentes industriais previamente tratados.

As descargas submersas tem sido mais empregadas nos últimos anos porque devido às características dinâmicas que impõem ao lançamento reduzem a área atingida pelo poluente ao propiciar uma diluição inicial mais rápida. As descargas submersas são construídas em dois modelos básicos:

- descargas de porta única (single port discharge)
- descargas de múltiplas portas (multi-port discharges)

Uma descarga submersa de múltiplas portas¹ consiste de uma estrutura linear que possui orifícios (portas) igualmente espaçados através dos quais os efluentes são lançados em alta velocidade no corpo d'água receptor. Este tipo de descarga promove uma alta diluição inicial do poluente, a qual pode ser controlada pela escolha da geometria das portas. Este tipo de estrutura tem sido tipicamente empregada para o lançamento de águas servidas oriundas de estações municipais de tratamento nos oceanos ou grandes lagos. As vazões envolvidas nestes casos são em geral grandes (com picos da ordem de 50 m³/s) e envolvendo distâncias de lançamento da costa da ordem de 15 km. Os custos associados ao projeto e construção da descarga, seu tubo de alimentação (ou túnel) e o sistema de controle de fluxo (gravitacional ou de bombeamento) atingem a casa de centenas de milhões de dólares.

Esta modalidade de estrutura tem sido também largamente empregada na última década para o lançamento da água empregada na refrigeração de usinas termelétricas, além de outros poluentes que apresentam grande volume de descarga.

Como os critérios de qualidade de água tem se tornado cada vez mais restritivos e exigentes em todo o mundo, principalmente no que diz respeito ao lançamento de efeitos tóxicos, as estruturas de descarga atualmente empregadas devem promover uma grande diluição inicial do poluente. Desta forma, o emprego de estruturas submersas tem se tornado uma prática comum.

As considerações que devem ser feitas para determinar o tipo mais indicado de estrutura de lançamento no caso de rejeitos térmicos são analisadas por Jirka et al. (1975), Adams et al. (1981), Andricq e Nicollet (1979) e Jirka e Doneker (1991a e 1991b), entre outros.

1.2 - Estratégias para estudo e previsão de descargas de poluentes.

O problema de dispersão de poluentes na hidrosfera pode assumir os mais variados aspectos e situações físicas, tendo em vista não apenas o método empregado para seu lançamento no meio hídrico, do tipo e características deste meio (lagoas, lagos, estuários, reservatórios etc.) mas também a grande diversidade de classes de poluentes e a possível presença de mais de uma classe na mesma descarga. Além disto há que se considerar exatamente qual efeito se pretende determinar: se efeitos de curto, médio ou longo prazo. Por exemplo, é diferente determinar as concentrações máximas de um dado

¹ também referenciadas como difusores (multi-port difusers)

poluente em áreas próximas à região de lançamento ou determinar as concentrações médias que deverão ser observadas ao longo de meses do ano, em áreas mais afastadas. A primeira análise seria adequada para determinar os efeitos imediatos sobre espécies locais, enquanto a segunda seria mais conveniente para estudos de efeitos ecológicos de longo prazo e previsão de danos cumulativos às espécies (bioacumulação). Para cada caso a abordagem do fenômeno deverá ser diferente em vista das escalas de tempo e comprimento envolvidas, pois os processos físicos dominantes em cada uma são diferentes.

Os potenciais poluentes presentes em uma descarga possuem importância em função da escala de tempo considerada: por exemplo, a amônia é tóxica em escalas de tempo inferiores à 10^4 segundos e a influência de poluentes sobre a demanda bioquímica de oxigênio é importante em escalas de tempo menores que 10^6 segundos. Por outro lado, a toxicidade crônica produzida por metais pesados costuma se verificar em escalas de tempo superiores à 10^8 segundos (Fischer et al. 1979).

Até o momento não se visualiza a possibilidade de desenvolver um modelo que possa responder a todas as possíveis situações (de curto, médio e longo prazo) envolvidas no lançamento e dispersão de resíduos no meio ambiente. Em geral o problema é separado para as diversas escalas de tempo e comprimento (distâncias) envolvidas, de forma que os processos dominantes possam ser identificados com maior precisão e, em decorrência, hipóteses simplificadoras sejam introduzidas de forma correta e conveniente aos modelos e aos objetivos pretendidos.

Hipóteses simplificadoras são em geral inevitáveis, qualquer que seja a abordagem adotada e são decorrentes da necessidade de eliminar a influência ou permitir o tratamento teórico dos processos físicos envolvidos. Note-se entretanto que certos efeitos, eventualmente descartados em hipóteses simplificadoras, tanto podem realmente ser de importância secundária, como pode ocorrer que a eles foi atribuída importância secundária por falta de conhecimento ou mesmo falta de habilidade em modelá-los convenientemente, tendo sido assim necessário eliminá-los do modelo.

Em alguns casos a modelagem dos fenômenos de mistura e dispersão de poluentes não pode ser feita com base em parâmetros fixos, pois devem modelar sistemas ao longo de períodos representativos de tempo incluindo assim uma variação temporal de parâmetros. Entre estes, por exemplo, estão a quantidade e qualidade do lançamento, que em geral obedece um ciclo diuturno, correntes ambientais presentes no corpo d'água receptor (variações diárias e sazonais), as marés, presentes em estuários e regiões da costa e a estratificação de densidade do corpo receptor (que sofre variações sazonais) (Fisher et al., 1979, Smith e Takhar, 1979, Marjanovic e Orlob, 1987).

Deve-se considerar ainda que o destino final de muitos poluentes está sujeito além dos processos físicos presentes na dispersão e mistura, à processos químicos e biológicos inerentes a natureza dos resíduos envolvidos e ao ecossistema local. Entretanto, e felizmente, para a maioria dos casos existe uma separação considerável nas escalas de tempo envolvidas. Por exemplo, a mistura hidrodinâmica que ocorre na descarga de um poluente por um jato é da ordem de poucos minutos enquanto a maioria das

reações bioquímicas possui uma escala de tempo característica da ordem de horas ou mesmo de dias.

1.3 - Abordagens para previsão de dispersão de resíduos em corpos d'água

Existem várias formas disponíveis para abordagem do problema de dispersão e mistura de poluentes em um corpo d'água receptor. As mais empregadas são a modelagem hidráulica e a modelagem matemática, ambas sempre que possível auxiliadas por estudos de campo.

1.3.1 - Modelos hidráulicos

Muitos estuários, bacias ribeirinhas e áreas próximas a costas tem sido modeladas através de sua representação em escala reduzida, conhecida como modelagem hidráulica ou ainda modelagem física.

Esta modelagem tem como objetivo reproduzir em escala reduzida as características dominantes do problema físico sob análise. Na maioria dos casos, características secundárias não serão corretamente simuladas e esta deficiência irá resultar em diferenças entre o modelo e o protótipo, as quais são referidas na literatura como "efeitos de escala" do modelo. O modelador deve então identificar as fenômenos físicos dominantes no problema a ser simulado e escalá-los corretamente. Além disto deve demonstrar que estes efeitos residuais de escala são desprezáveis ou, caso contrário, considerá-los quando interpretando os resultados obtidos. A grande fonte de erros em modelos físicos é a impossibilidade de, em muitas situações físicas, não ser possível a similaridade completa dos fenômenos.

Os princípios físicos envolvidos na semelhança entre dois sistemas foi discutido primeiramente por Lord Rayleigh em 1915. A análise detalhada do modelamento hidráulico, que abrange uma variadíssima gama de problemas de engenharia, pode ser encontrada em vários livros texto, sendo entretanto recomendada a publicação editada por Kobus (1980) a qual reúne de maneira lógica e ordenada o conhecimento e a experiência de vários modeladores no tratamento e simulação em diferentes áreas da hidráulica, inclusive a descarga de poluentes em corpos d'água.

As similaridades geométrica, cinemática e dinâmica são em geral os requisitos mínimos para a modelagem de problemas hidráulicos. A similaridade geométrica pode envolver diferentes escalas geométricas em cada uma das direções coordenadas do modelo; a similaridade cinemática implica que as velocidades em pontos homólogos no modelo e protótipo mantenham entre si uma relação constante e a similaridade dinâmica se refere a relação entre as forças atuantes no modelo e no protótipo. As similaridades são interligadas e em muitas situações a similaridade cinemática é dependente e uma

consequência da similaridade geométrica e dinâmica. Para garantir a precisão da simulação, durante a escolha das escalas características do modelo, o modelador deve identificar com precisão as forças dominantes no fenômeno físico sob estudo e ser capaz de reproduzi-las convenientemente em seu modelo.

Segundo Ackers (1987) o modelamento físico depende basicamente da similaridade dinâmica. Para os casos mais simples, onde o número de variáveis envolvidas no problema é pequeno e perfeitamente definidas, a análise dimensional por si fornece a base necessária para escalonamento do fenômeno e operação do modelo. Entretanto, quando problemas mais complexos são considerados, como por exemplo o transporte de sedimentos, a análise dimensional por si só não fornece os elementos necessários à modelagem que deve ser suportada por conhecimentos empíricos do fenômeno.

Assim, as leis de semelhança, obtidas pela análise dimensional das equações que governam os fenômenos físicos envolvidos, são a base para a construção e operação dos modelos hidráulicos. Entretanto, como citado, na maioria dos casos nem sempre todos os requisitos de similaridade podem ser satisfeitos no mesmo modelo. Deve-se decidir então quais requisitos devem ser atendidos de forma que os fenômenos dominantes estejam bem representados. De certa forma estas decisões são semelhantes às simplificações introduzidas nas equações governantes dos modelos matemáticos.

Como resultado, o modelo hidráulico não é (ou se comporta) necessariamente, como uma réplica exata do protótipo. Por exemplo, para que o modelo seja colocado em uma sala de tamanho razoável a escala horizontal deve ser muito pequena, tipicamente 1 no modelo para 1000 no protótipo. A escala vertical entretanto não pode ser a mesma. Uma profundidade típica de um estuário, 5 - 30 m., seria neste caso representada por uma profundidade de 5 - 30 mm., e em decorrência o escoamento seria dominado pelas forças viscosas e de tensão superficial. Assim as escalas verticais empregadas são de 5 a 20 vezes a escala horizontal e com isto a seção transversal do corpo d'água é distorcida. Esta distorção atende a necessidade de tornar o escoamento turbulento no modelo, mas afeta as taxas de mistura transversal e vertical do corpo d'água. Para superar este problema tiras verticais de metal são fixadas ao fundo do modelo com o objetivo de melhorar estas taxas de misturas. O procedimento entretanto é puramente empírico e necessita de calibragem através de estudos de campo.

Construir e manter tais modelos é caro, mas eles são de uso e operação relativamente simples. Uma das principais vantagens usualmente creditadas a estes modelos é a facilidade de deslocar entre vários locais uma descarga de poluentes e se obter a distribuição de concentrações, ou então a facilidade de se alterar a batimetria local e verificar seus efeitos, embora para tal, parte do modelo deva ser reconstruído. Estas facilidades atualmente também são disponíveis em modelos matemáticos (numéricos) que empregam discretização do domínio ajustada à fronteira. Entretanto é indiscutível que pela operação de um modelo hidráulico o analista adquire uma melhor compreensão (visão) dos

fenômenos físicos envolvidos no processo.

O emprego de modelos hidráulicos é uma ciência bem estabelecida e tem resolvido inúmeros problemas pela simulação dos mais diversos tipos de escoamentos na área de hidráulica e, em particular, pela simulação de descarga de poluentes. Este fato é atestado pelo grande número de publicações na área. Pinheiro (1993) apresenta um estudo do estado da arte da modelação física de jatos e plumas térmicas em corpos d'água, oferecendo uma revisão crítica e um excelente subsídio para o desenvolvimento de estudos segundo esta técnica. Ohlmeyer (1977) mostra o emprego com sucesso de modelos com escala distorcida para a solução de problemas de dispersão de poluentes em estuários. A comparação dos modelos hidráulicos e medições de campo o levam a propor uma condição de distorção de escala, que valida os processos de dispersão turbulenta no domínio distante do ponto de lançamento. Hayashi (1979) apresenta um estudo de descargas superficiais de efluentes térmicos com baixos números de Froude realizados com sucesso em modelos hidráulicos. Markofsky (1979) apresenta um interessante trabalho desenvolvido com o uso de modelos hidráulicos para a fase de projeto de uma nova estrutura de descarga de efluentes térmicos de uma usina nuclear de 890 MW. Originalmente a usina lançava superficialmente a água de refrigeração de seu circuito secundário ($23 \text{ m}^3/\text{s}$; $15,3 \text{ }^\circ\text{C}$) diretamente no estuário onde está situada. Na década de 70, novas leis de proteção ambiental foram impostas e o impacto ambiental causado pela estrutura de descarga original tornou-se inaceitável, sendo necessário o projeto de uma nova estrutura de lançamento que atendesse a nova legislação imposta. A nova estrutura escolhida foi uma descarga submersa com um difusor de múltiplos bocais e sua orientação e posicionamento adequado foi previsto com sucesso através de um modelo hidráulico. Markofsky relata entretanto os problemas e custos envolvidos com a calibragem e dificuldades com as medições de campo imprescindíveis à confiabilidade do modelo. Mateos (1989) apresenta um trabalho semelhante para projeto e posicionamento das descargas térmicas de dois grupos termogeradores de 930 MW no rio Ebro (Espanha), onde no caso a modelagem física foi fundamental para o posicionamento das descargas, embora suportada por uma modelagem numérica simples do problema. Na mesma linha de estudos a usina térmica a carvão de Ao Phai, (Tailândia) com potência nominal de geração de 2,4 Mw também empregou um modelo físico para determinar o tipo de descarga mais conveniente para sua situação física. O modelo construído empregou escalas distorcidas para a direção horizontal (1/50) e vertical (1/75) do modelo e este foi empregado para simular vários projetos de estruturas submersas e superficiais de descarga. Baseado no comportamento observado no modelo o projeto da usina optou pelo emprego de uma descarga submersa com um difusor de múltiplos bocais (Vongvisessonjai, 1989).

1.3.2 - Modelos Matemáticos

Basicamente encontram-se desenvolvidas ou em fase de desenvolvimento, cinco tipos de abordagens matemática para a solução do problema. Entretanto, um modelo matemático pode fazer uso de mais de uma única abordagem, em particular quando descrevendo mais de um regime de escoamento.

1.3.2.1 - Modelo fenomenológico

Esta técnica de previsão é baseada em correlações derivadas do maior número disponível de estudos realizados em campo e/ou modelos hidráulicos. As correlações inferidas descrevem as características gerais da descarga, tais como o decréscimo de temperatura ao longo da linha de centro do lançamento e perfis de temperatura e/ou concentração.

Tais correlações são baseadas na análise dimensional do problema e em geral empregam coeficientes determinados experimentalmente ou obtidos de soluções prévias de equações diferenciais que governem o(s) fenômeno(s) físico(s) envolvido(s).

Estes modelos permitem apenas uma previsão a grosso modo do comportamento da descarga e exigem muita vivência, habilidade e conhecimento dos fenômenos envolvidos por parte do analista. Entretanto permitem determinar a dependência correta entre os parâmetros mais importantes do problema e avaliações preliminares podem ser obtidas em questão de horas.

Uma vantagem deste método é que os resultados apresentados, ainda que aproximados, podem ser um interessante estudo prévio à uma abordagem teórica mais detalhada, permitindo formular corretamente futuras hipóteses simplificadoras ou permitindo um planejamento mais adequado para estudos de campo. Uma grande desvantagem é a dificuldade de determinar a variedade de situações físicas e geométricas para as quais estas relações são válidas.

1.3.2.2 - Modelos de Análise Integral

Este método de previsão se baseia em observações obtidas em experimentos com modelos hidráulicos e/ou estudos de campo para assumir, a priori, perfis para as variáveis envolvidas (velocidades, temperatura, pressão, concentração). Usando estes perfis em determinadas direções, o conjunto das EDP de transporte são transformadas em equações diferenciais ordinárias (EDO) que são resolvidas analítica ou numericamente. Neste processo vários termos de advecção e difusão das equações de transporte são eliminados, buscando a visualização de um comportamento macroscópico do fenômeno e assumindo-se um comportamento de uma forma geral fixa para as variáveis dependentes.

A principal dificuldade deste modelo é que os processos envolvidos no fenômeno físico, tais como a convecção natural, interação com o escoamento ambiente, perdas de calor na superfície etc., devem ser simulados em laboratório de forma independente para fornecer os dados necessários para se estabelecer padrões genéricos de comportamento. Assim este tipo de modelo necessita de uma grande quantidade de dados para que possa ser creditada alguma confiabilidade nos resultados apresentados e sua extensão à outros locais é questionável. Vários modelos que empregam este tipo de abordagem podem ser encontrados em detalhe em Fischer et al. (1979), Jirka et al. (1975), Adams et al. (1981), Dunn et al. (1975) e Schatzmann (1979).

1.3.2.3 - Modelo de balanceamento de sub-canais.

Este modelo é uma mistura da abordagem integral e diferencial e pode ser aplicado eficientemente em problemas nos quais o escoamento é estritamente unidimensional. Nesta técnica o domínio do escoamento é separado em diversos sub-canais alinhados com a direção principal do escoamento. As equações de conservação são obtidas pelo balanceamento longitudinal, lateral e vertical dos fluxos de massa, quantidade de movimento, calor e concentração de poluente(s) em cada sub-canal. Assim é obtido um conjunto (algumas centenas) de equações diferenciais ordinárias que resolvidas fornecem a previsão do modelo. O método é extremamente conveniente quando o escoamento é basicamente unidimensional, pois o tempo computacional exigido é muito inferior ao exigido pelos modelos numéricos que resolvem formas multidimensionais das equações de transporte. Porém a aplicação do método não é adequada para situações onde forças de empuxo estão presentes ou o meio receptor encontra-se estratificado. Complicações adicionais são introduzidas quando a geometria do curso ou corpo d'água apresenta grande variação. Observa-se que este tipo de abordagem, embora referenciada em alguns textos, foi abandonada em favor das demais.

1.3.2.4 - Modelo estocástico.

Os modelos estocásticos empregam a teoria da probabilidade para prever as características gerais de dispersão e mistura de poluentes em corpos d'água. Estes modelos são totalmente empíricos e requerem uma grande quantidade de dados locais para sua aplicação, sendo assim específicos para cada local. Desta forma pouco se prestam para a *previsão* dos efeitos causados por uma descarga em fase de projeto.

1.3.2.5 - Modelos diferenciais

Estes modelos se baseiam na solução numérica das equações diferenciais parciais (EDP) que comandam os mecanismos de transporte de quantidade de movimento, energia e concentração envolvidos no problema, determinando as distribuições de velocidade, temperatura e/ou concentração no domínio considerado. Os esquemas numéricos mais empregados são o de diferenças finitas, volumes finitos ou elementos finitos.

As soluções para as equações de transporte podem ser obtidas uma vez estabelecidos requisitos fundamentais tais como a geometria local, condições iniciais e de contorno, além de parâmetros em geral inerentes ao método de solução das equações diferenciais. A descrição matemática e o tratamento numérico conveniente destas condições e parâmetros é que diferenciarão os problemas de dispersão e mistura para os diversos locais, permanecendo inalteradas as equações de transporte.

Estas equações, até o momento, não são passíveis de uma solução analítica se contiverem todos os seus termos de transporte. Em particular, as soluções analíticas disponíveis para os problemas de dispersão e mistura de poluentes foram obtidas com simplificações extremas nas equações de transporte, comprometendo seu relacionamento com o fenômeno físico que pretendiam representar. Alguns exemplos podem ser vistos em Adams et al. (1981) ou em Dunn et al. (1975).

No início do desenvolvimento dos métodos numéricos e com o vertiginoso crescimento da capacidade de processamento dos computadores, a modelagem numérica surgiu como uma oponente aos métodos de modelagem hidráulica e supunha-se então que os modelos numéricos poderiam eventualmente fazer desaparecer os modelos hidráulicos. Atualmente sabe-se que na verdade as duas técnicas são complementares, e os modelos hidráulicos dominam ainda a simulação de fenômenos onde a modelagem numérica não desenvolveu, ainda, ferramentas adequadas. Este ainda é o caso de escoamentos aerados e movimentações de fundo e sedimentos em corpos d'água. Cunge (1987) é de opinião que estas duas técnicas deverão se tornar cada vez mais próximas e complementares.

Os modelos numéricos possuem a vantagem de que a maioria das complexidades associadas ao fenômeno físico não precisam ser ignoradas, como em geral é necessário nos outros métodos matemáticos de solução. Poucas hipóteses sobre a natureza do fenômeno devem ser assumidas. Porém ainda existem dúvidas na forma correta de representar os coeficientes turbulentos de difusão², em geral variáveis, e a forma mais indicada de impor condições de contorno para grandezas tais como velocidade e pressão. Outros fatores limitantes são problemas de instabilidade numérica que podem surgir, em geral função de um método numérico particular empregado na solução das EDP e, no caso de modelos mais

² ou como modelar o fenômeno da turbulência

complexos, os grandes tempos computacionais associados.

1.3.3 - Estudos de campo

Estudos de campo do comportamento de descargas de efluentes em corpos d'água são fundamentais sob vários aspectos. Em primeira análise fornecem os dados indispensáveis para o uso, elaboração ou verificação de qualquer uma das técnicas de abordagem discutidas anteriormente. Além disto permitem o estudo e melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos e dos efeitos ecológicos de curto, médio e longo prazo, o que nem sempre é possível através das técnicas anteriores. Os estudos de campo de uma determinada descarga permitem corrigir, se possível, erros técnicos na implantação do projeto.

Os estudos de campo usualmente são baseados em medições em pontos fixos do domínio, tendo em vista que este tipo de medição fornecer uma grande quantidade de dados à um custo razoável. As medições que consistem em seguir a trajetória de uma sonda ou a amostra de um composto químico (traçador³), são em geral bem mais dispendiosas e fornecem menos informações que as anteriores. Estas medições (lagrangeanas) são entretanto indispensáveis para determinação, por exemplo, dos efeitos de vento no domínio, correntes e as propriedades difusivas em áreas costeiras e de estuários. As sondas empregadas para este tipo de medições bem como a maneira e problemas envolvidos com a manipulação dos dados auferidos são examinados por Goransson (1977). Basicamente, estas sondas são projetadas para medir o movimento Lagrangeano da água à uma profundidade pré-determinada e fixa. Elas são compostas por um elemento submerso, que ocasiona o arraste da sonda, ligado através de um fino cabo à um flutuador superficial que tem a função de sinalizar a posição da sonda. Em seu trabalho Goransson (1977) orienta quando este dispositivo pode convenientemente ser empregado e de que maneiras ele pode ser monitorado, sendo os custos inerentes aos diversos tipos de monitoração comparados.

No caso de descargas de efluentes térmicos os campos de temperatura no domínio de interesse podem ser obtidas por aerofotogrametria infravermelha ou com o emprego de sondas equipadas com termistores (Andricq e Nicollet ; 1979).

Finalmente, os estudos de campo são fundamentais pelo simples fato de fornecerem os dados indispensáveis para a verificação e calibragem dos modelos matemáticos qualquer que seja sua abordagem.

1.4 - Objetivo da dissertação

³ em geral rodamina ou isótopos radioativos

Este trabalho tem como objetivo desenvolver uma metodologia para a simulação numérica dos fenômenos de dispersão e mistura de poluentes em corpos d'água, oriundos de descargas localizadas. Em particular serão consideradas as descargas efetuadas por meio de estruturas que produzem um jato no corpo d'água, e nas quais o poluente possui uma densidade (ou temperatura) diferente do meio receptor, dando origem à forças de empuxo. O corpo d'água receptor poderá ser um lago (meio estagnado e/ou estratificado em relação à densidade) ou uma linha da costa, onde existem correntes cruzadas.

Sendo o calor o poluente considerado, na maioria das análises deste trabalho, o modelo pretendido simula a descarga de jatos quentes que podem ser provenientes do sistema de refrigeração de usinas termelétricas ou de outras indústrias que rejeitem calor para corpos d'água. Do ponto de vista da engenharia de construção da usina, este modelo poderá prever também a ocorrência de zonas de recirculação e será fundamental para determinar o posicionamento da(s) estrutura(s) de tomada e descarga da água de refrigeração da usina de maneira a evitar que o sistema de refrigeração recicle água quente, o que reduz a eficiência de seu ciclo termodinâmico.

Ainda no caso das usinas termelétricas, periodicamente é feita uma operação de manutenção nos trocadores de calor a qual envolve o uso de produtos químicos de limpeza (desincrustantes). Estes produtos químicos são eliminados pela(s) estrutura(s) de descarga sendo assim despejados no corpo d'água empregado como reservatório frio da usina.

Em ambos os casos o modelo deverá prever os níveis de dispersão do poluente (temperatura no caso de calor e concentrações no caso de produtos químicos) no domínio, determinando a extensão da área de mistura e com isto permitindo o estudo do impacto ambiental sobre as espécies locais de interesse.

O modelo poderá também tratar as descargas de esgotos domésticos e descargas químicas provenientes de usinas de tratamento e industriais. Também neste caso é fundamental dispor de uma ferramenta que possa prever a ocorrência de zonas de recirculação que irão impedir a mistura e diluição convenientes dos resíduos, resultando em uma possível acumulação em zonas próximas à estrutura de lançamento e, em decorrência, gerando efeitos ecológicos indesejáveis.

1.5 - Contribuição

A possibilidade de resolver o problema de descargas de resíduos em corpos d'água contribui de maneira inequívoca com os estudos prévios de impacto ambiental, tanto no caso de descargas de estações de tratamento de esgotos industriais ou municipais, como no caso de construção de usinas termelétricas. Tais estudos tem sido exigidos cada vez com maior frequência e rigor pelas autoridades. No caso de

usinas termelétricas, um modelo que permita a simulação do fenômeno é uma ferramenta indispensável para posicionamento das estruturas de tomada e descarga da água de refrigeração da usina, pois ao mesmo tempo que pode indicar com maior precisão como evitar a recirculação de água quente no ciclo térmico da usina e permite estudos buscando minimizar o impacto sobre o meio ambiente local.

Como apresentado, já existem várias abordagens disponíveis para o estudo da dispersão de resíduos em corpos d'água. Em particular, e como já era apontado por Dun et al. (1975), a modelagem numérica sempre pareceu a mais promissora em função da possibilidade de englobar a maioria dos fenômenos físicos envolvidos no processo e, assim, esta abordagem tende a reproduzir cada vez com maior fidelidade o fenômeno físico.

Apesar de várias modelagens por métodos numéricos serem encontradas na literatura especializada⁴, observa-se que o problema é tradicionalmente tratado por métodos de análise integral ou empregando técnicas de similaridade. Observa-se, também, que estes modelos tem sido em sua maioria propostos por pesquisadores da área de engenharia civil, em particular da área de hidráulica, o que pode ser constatado por uma inspeção da origem da bibliografia apresentada neste trabalho.

A modelagem numérica, particularmente por volumes finitos, deve seu desenvolvimento principalmente devido a pesquisadores ligados à área de engenharia mecânica e em decorrência tem sido aplicada a solução de problemas tipicamente encontrados nesta área. Talvez por isto este método numérico de solução, em particular, ainda não tenha sido explorado em sua total capacidade para a abordagem desta classe de problemas, apesar de se ajustar perfeitamente ao tratamento dos fenômenos físicos envolvidos.

Procurando contribuir no sentido de preencher, ao menos parcialmente, esta lacuna esta dissertação apresenta um modelo para a *simulação numérica* de descargas de poluentes em corpos d'água estratificados ou não. Diversos aspectos serão considerados ao construir a metodologia.

É empregada uma discretização do domínio ajustada às fronteiras⁵, através do emprego de uma malha estruturada e as equações governantes são tratadas pela técnica de volumes finitos. A discretização por coordenadas ajustadas à fronteira embora exija um tratamento mais laborioso das equações governantes, principalmente no caso tridimensional, apresenta vantagens bem conhecidas do ponto de vista da aplicação das condições de contorno e, em particular, se aplica a este tipo de problema por

⁴ estas serão revistas oportunamente no decorrer do trabalho durante a formulação do modelo matemático e discussão do método de solução.

⁵boundary fitted coordinates (BFC)

permitir a correta descrição de geometrias (e batimetrias) encontradas em costas marítimas ou lagos e lagoas, locais tradicionais de lançamento de resíduos.

O modelo matemático compreende as equações de Navier-Stokes, a equação da conservação da massa, a equação de transporte de um poluente e a equação da energia.

As equações governantes são consideradas em sua forma tridimensional completa, para regime permanente, e resolvidas em sua forma elíptica, não sendo empregado o processo de solução de marcha (parabólico) na direção principal de descarga, como empregado em muitos trabalhos. Desta forma a metodologia empregada permite captar a influência dos domínios intermediário e distante sobre o domínio próximo⁶.

O poluente considerado poderá ser inerte ou não. No caso de poluentes inertes, caracteristicamente o lançamento de resíduos químicos ou traços de metais pesados, a solução hidrodinâmica não é afetada por sua presença e a solução do escoamento é desacoplada da solução da equação de transporte do poluente. Para o caso de lançamento de um poluente não inerte, em geral o rejeito de resíduos térmicos, forças de empuxo estarão presente e influenciam, como discutido, o regime hidrodinâmico da descarga. Neste caso a equação de transporte do poluente (nominalmente a equação da energia) deve ser resolvida acoplada a solução do escoamento (equações de Navier-Stokes). O detalhamento do modelo matemático e da metodologia de solução são apresentados nos Capítulos 3 e 4 desta dissertação

O fenômeno de turbulência será evidenciado nas equações governantes admitindo-se que o valor instantâneo de uma propriedade do escoamento (velocidade, concentração, temperatura) pode ser descrita através da soma de um valor médio da propriedade considerada e uma flutuação em torno desta média. Os termos que envolvem as tensões de Reynolds e o transporte turbulento de poluente (ou calor) que surgem nas equações governantes serão tratados segundo o conceito de viscosidade turbulenta introduzido por Boussinesq. O(s) modelo(s) a ser(em) empregado(s) para simular a viscosidade turbulenta são discutidos em detalhe no decorrer desta dissertação.

⁶ ver discussão sobre domínios no Capítulo 2

CAPÍTULO 2 - Análise do problema

2.1- Descargas de Poluentes

O método mais comum de descarga de poluentes em um corpo d'água é através de tubulação submersa ou um canal de superfície, como apresentado no Capítulo 1. Os canais superficiais são de baixo custo e de fácil manutenção sendo característicos de instalações mais antigas. Neste caso a baixa velocidade de descarga produz pouca incorporação do fluido ambiente ao jato (intrusão) reduzindo a diluição em regiões próximas ao ponto de descarga. No caso de descargas térmicas elas são eficientes pois tais estruturas promovem uma maior troca de calor pela superfície devido ao maior diferencial de temperatura entre o ar e a superfície.

As tubulações submersas são estruturas de descarga que promovem um jato que ocasionando assim uma diluição inicial maior do poluente e no caso de efluentes térmicos, uma redução correspondente na temperatura média da pluma, reduzindo as perdas de calor superficiais no domínio de interesse.

Qualquer que seja o tipo de descarga, jato ou canal superficial, existe uma grande variedade no projeto destas estruturas. Cada projeto deve, por exemplo, se adequar às características do corpo d'água, a potência de geração projetada para a usina termelétrica ou capacidade de tratamento da estação de esgotos, além de atender as normas legais¹ de construção impostas para este tipo de estrutura.

2.2 - Domínios físicos de interesse

Os efluentes passam por vários regimes de escoamento durante sua dispersão no corpo d'água receptor. Quando um efluente é lançado através de um orifício em um meio cujo fluido circundante possui uma densidade igual ao fluido do efluente, tem-se caracterizado um escoamento denominado de *jato simples*. Este tipo de escoamento é dominado por parâmetros da própria descarga (perfil de velocidade e fluxos de massa e das forças de inércia no orifício), parâmetros ambientais (turbulência e escoamentos locais) e fatores geométricos (forma do orifício e existência de fronteiras sólidas ou

¹ Municipais, estaduais e/ou federais

fronteiras livres próximas).

O escoamento denominado *pluma simples* é oriundo unicamente de forças de empuxo presentes no escoamento e causadas por diferenças de densidade entre a descarga e o ambiente. No caso de descargas de efluentes, estas diferenças de densidade são causadas pela presença de um poluente. Sendo uma descarga térmica, a diferença de temperatura entre o efluente e o meio afeta a distribuição de densidade no corpo d'água receptor gerando forças de campo, nominalmente forças de empuxo. Entretanto, o poluente pode ser um fluido que possui uma densidade diferente do fluido do meio receptor e também neste caso as forças de empuxo estarão presentes. Neste caso a temperatura pode não ser mais o fator determinante da magnitude destas forças, mas sim a concentração do poluente considerado e suas características físicas.

A descarga de efluentes quentes é denominada na literatura de *jato flutuante* por possuir características em comum tanto de um jato puro como de uma pluma simples. Por conveniência de análise, e mesmo por fatores históricos no tratamento deste tipo de problema, costuma-se dividir o domínio de interesse em duas regiões: domínio próximo e o domínio distante ("near and far field"). Basicamente estes domínios são caracterizados pelo regime de escoamento dominante na região: o domínio próximo é aquele onde pode ser caracterizado um regime de jato puro, sendo as forças de inércia dominantes sobre as forças de empuxo existentes. Inversamente, o domínio distante é aquele onde a quantidade de movimento inicial (próximo a descarga) já se encontra suficientemente diluída no corpo d'água receptor e as forças de empuxo são então claramente dominantes.

As definições acima são qualitativas não existindo parâmetros físicos definidos (numéricos) que determinem uma separação clara entre os dois domínios. Muitos analistas estabelecem ainda, e a realidade física do fenômeno assim exige, uma zona de transição conhecida como domínio intermediário, onde a magnitude das forças de inércia e empuxo são comparáveis, permanecendo entretanto a indefinição das fronteiras de cada domínio. Esta região tem sido em geral evitada na modelagem matemática devido às dificuldades inerentes à consideração de ambas forças simultaneamente em um único modelo.

De acordo com Dunn et al. (1975) as características a seguir são atribuídas à cada um dos domínios, sendo estas aceitas na maioria das abordagens matemáticas do problema:

Domínio próximo:

- a. os valores médios das velocidades e temperaturas são maiores que 20% de seus respectivos valores ambientais médios no ponto de descarga;
- b. a hidrodinâmica da descarga é fundamental. Em particular a geometria da estrutura de descarga deve ser considerada e parâmetros como o seu diâmetro hidráulico, número de Froude

inicial, relação entre as velocidades ambiente e da descarga e inclinação do fundo do corpo d'água são fundamentais;

c. a perda de calor superficial é pequena sendo em geral desprezada na modelagem.

Domínio distante:

a. Os valores médios de temperatura e velocidade na pluma são pouco maiores que os valores médios encontrados no meio ambiente circundante;

b. As condições ambientais são predominantes em determinar as taxas de diluição, sendo que estas são virtualmente independentes do ponto de descarga. A difusão por turbulência do meio é considerado o mecanismo preponderante para esta diluição;

c. A perda de calor superficial é significativa devido à grande área superficial envolvida.

Os modelos matemáticos existentes foram desenvolvidos, em sua grande maioria, para tratar cada um destes domínios individualmente (Fischer et al., 1979; Jirka et al., 1975 ; Adams et al., 1981; Dunn et al., 1975). O domínio completo tem sido tratado tanto pela elaboração de um modelo matemático único (Raithby e Schneider, 1980; Maliska et al. 1987; Raithby e Elliott, 1981; Wada, 1979; Sini e Dekeyser, I., 1989), sendo relativamente poucos e bem mais recentes os modelos que tem estes alcance, como pelo acoplamento de dois modelos: um dedicado ao domínio próximo e outro dedicado ao domínio distante, não necessariamente baseados na mesma abordagem matemática. O segundo tipo de tratamento é bem mais frequente na literatura especializada.

Os modelos desenvolvidos para tratar apenas o domínio distante não apresentam bons resultados por várias razões. Uma das principais é desconsiderarem a diluição do poluente ocorrida no domínio próximo, não podendo assim prever de modo confiável a extensão geográfica e as características da pluma no domínio distante. Por exemplo, se a descarga do efluente é feita através de um jato de alta velocidade e faz uso de vários bocais para maximizar a diluição inicial, as características da pluma no domínio distante serão completamente diferentes de uma descarga realizada por um canal superficial com baixa velocidade onde a diluição inicial é pequena. Além disto as fronteiras entre os domínios não são suficientemente definidas o que, em última análise, impede que condições de contorno corretas sejam aplicadas.

De acordo com Dunn et al. (1975) os modelos de domínio distante são de pouca ou nenhuma utilidade para previsões confiáveis de impacto sobre o meio ambiente. Estes podem ser usados em conjunto com modelos para domínio próximo, formando um modelo de domínio completo. Entretanto surgem grandes dificuldades em determinar técnicas convenientes para o acoplamento entre os dois modelos.

2.3 - Domínio Próximo X Domínio Completo

Os modelos inicialmente desenvolvidos foram modelos de domínio próximo. Esta tendência foi devida, principalmente, aos seguintes fatores:

a. as diferenças de temperatura e velocidade em relação às do meio receptor são maiores neste domínio e portanto esta região apresenta evidente interesse para o estudo dos impactos possíveis no meio ambiente,

b. acreditava-se que os processos de dispersão e mistura que ocorriam neste domínio praticamente determinavam o comportamento da pluma resultante, sendo este praticamente independente das condições ambientais do resto do domínio.

c. os processos que ocorrem neste domínio podem ser simulados em escala reduzida (modelos hidráulicos) com relativa facilidade, enquanto os processos de difusão turbulenta e perda de calor superficial não são facilmente reproduzíveis em modelos hidráulicos.

Além das razões acima, e talvez a razão principal para que os modelos de domínio próximo fossem os primeiros a serem desenvolvidos, é que a teoria que descreve o comportamento de um jato puro estava bem desenvolvida e comprovada experimentalmente (Schlichting, 1968) quando os problemas ambientais se tornaram evidentes, sendo relativamente fácil e direta sua aplicação ao problema.

Outro fator que também foi (é) de fundamental importância para que este tipo diferenciado de tratamento do problema seja empregado, é a diferença nas escalas características de tempo e comprimento dos fenômenos em cada domínio. O domínio próximo é caracterizado por escalas pequenas²: as escalas de tempo e comprimento associadas à fenômenos tais como a turbulência do jato, intrusão e advecção. No domínio distante as escalas de tempo e comprimentos são maiores, pois estão associadas com os fenômenos de perda de calor pela superfície, dispersão lateral da pluma devida às forças de empuxo e correntes existentes no corpo d'água receptor. Logicamente o tratamento individual das escalas facilita a modelação do fenômeno, o que seria justificativa para a modelação por domínio.

Se a ferramenta empregada para previsão é um modelo matemático integral ou fenomenológico, é necessário estabelecer tratamentos distintos para o domínio próximo e distante em função das hipóteses simplificativas empregadas por estes modelos matemáticos (Fischer et al., 1979; Adams et al., 1981; Dunn et al., 1975). Note-se que assim estes modelos sempre estarão comprometidos em certo grau, pois não se pode garantir que os dados obtidos em campo ou em modelos hidráulicos e empregados para o desenvolvimento de um modelo integral (ou fenomenológico) para domínio próximo estão isentos de

² curtas

influência de comportamentos e condições observadas no domínio distante (e vice-versa). Dunn et al. (1975) apontam que medições de campo realizadas em protótipos, aparentemente sob as mesmas condições no domínio próximo, frequentemente apresentam diferenças de uma ordem de magnitude nas características da pluma no domínio distante.

Existem certas hipóteses simplificativas que são empregadas na maioria dos modelos de domínio próximo, Jirka et al. (1981), as quais são discutíveis. Uma delas é que o calor (poluente) é removido do domínio (próximo) na mesma taxa com que é inserido e portanto a descarga atingirá um regime permanente. Além disto o poluente além de ser carregado para o domínio distante, *jamais retorna*. O que se imagina é que o poluente é mecanicamente diluído pela intrusão de fluido ambiente e turbulência e conduzido para o domínio distante por advecção onde é dissipado por eventuais correntes ambientes e, no caso de calor, também para a atmosfera.

Medições efetuadas em protótipos (Dunn et al. 1975) depõem contra este quadro e apontam estas hipóteses como principais responsáveis pelos erros de previsão fornecidos por estes modelos quando comparados com medições de campo. Se a geometria das fronteiras físicas da descarga impõem um confinamento do escoamento, ou se a descarga é feita contra um corpo d'água densimetricamente estratificado, estes fatores podem reduzir a capacidade de diluição do poluente no domínio distante, tendendo a confiná-lo no domínio próximo. Assim o poluente retorna (ou nem abandona) o domínio próximo, seja por espalhamento devido às forças de empuxo e/ou devido à recirculações causadas pela interação entre a geometria e correntes ambientais.

Em especial, se recirculações ocorrem junto a descarga isto irá reduzir significativamente a diluição do poluente pois a intrusão de fluido no jato será feita com fluido que possui poluente e não com o fluido ambiente puro.

Uma segunda hipótese fundamental destes modelos é que as características da pluma resultante são determinadas unicamente por parâmetros do ponto de descarga tais como número de Richardson (ou o número de Froude) inicial e/ou correntes ambientais uniformes em regime permanente. Estas hipóteses são violadas com frequência em situações reais.

Além dos aspectos físicos considerados acima, há que se notar que os modelos de domínio próximo impõem uma mudança na característica matemática das equações que comandam os fenômenos físicos envolvidos. Estes fenômenos tem características elípticas. Os modelos de domínio próximo, em especial a formulação integral, através de suas hipótese simplificativas, tornam o problema parabólico, ou seja um problema de valor inicial, cuja solução marcha a partir do ponto de descarga para dentro do corpo d'água receptor. Obviamente é um problema de solução mais fácil, mas esta simplificação compromete a física do problema. Na forma parabólica as equações não podem considerar as condições ambientais do domínio distante e sua influência sobre as condições junto à descarga. A solução

parabólica determina a condição do escoamento à jusante a partir unicamente das condições à montante, não podendo desta forma tratar por exemplo a existência de recirculações.

Um modelo de domínio completo torna desnecessária a distinção entre domínio próximo e domínio distante e assim evita que se aplique o modelo a domínios onde suas hipóteses simplificativas não são mais válidas, além de poder tratar convenientemente os fenômenos discutidos acima. Outro fator, de fundamental importância, que tem incentivado a pesquisa em modelos matemáticos para domínio completo é que, com a evolução dos estudos relativos ao meio ambiente, verificou-se que os efeitos ecológicos importantes se pronunciam não apenas na região do lançamento mas em toda região atingida pela pluma.

Os modelos de domínio completo foram inicialmente desenvolvidos promovendo-se o acoplamento entre dois modelos, um para domínio distante e outro para domínio próximo (Dunn et al. 1975; Jirka, et al. 1975), os quais já se encontravam disponíveis. A solução era iniciada aplicando-se o modelo para domínio próximo³, assumindo um ambiente não perturbado. A seguir, era aplicado o modelo para o domínio distante que fazia uso dos resultados obtidos para o domínio próximo como um termo fonte para a advecção e difusão na equação da energia. O modelo de domínio distante fornecia então uma estimativa da temperatura (concentração de poluente) da água no domínio próximo, a qual era empregada na próxima solução do modelo para este domínio. Este procedimento prosseguia até que a convergência fosse obtida, embora Dunn et al. (1975) informem que na realidade apenas uma ou duas iterações fossem realizadas. A razão apontada é que a precisão no processo iterativo era relaxada em vista da precisão nas previsões dos modelos de domínio próximo e distante disponíveis e na dificuldade inerentes ao acoplamento dos dois modelos.

Esta técnica para a solução do domínio completo alcançou inicialmente resultados significativos com o modelo desenvolvido por Koh e Fan (1970). Koh e Fan acoplaram seu modelo integral para domínio próximo à uma solução analítica para o domínio distante, considerando apenas a direção longitudinal e transversal da descarga, não fornecendo assim uma previsão da área superficial afetada. O modelo para domínio completo de Chen et al. (1989) tratava o domínio próximo através da formulação integral, enquanto o modelo para o domínio distante empregava uma formulação bidimensional integrada na direção vertical. O acoplamento entre os dois domínios era feita através de modificações inseridas nas equações do domínio próximos, de forma a incorporarem os efeitos do domínio distante pela recirculação do fluido ambiente.

Entretanto deve-se notar que este tipo de tratamento para o domínio completo encontra-se ainda sujeito às limitações discutidas para os modelos para domínio próximo e ignora por completo o domínio

³em geral um modelo integral

intermediário. Ou tem-se um jato puro (domínio próximo) ou tem-se uma pluma simples (domínio distante). Já em 1975 Dunn et al. observam: "*a questão do domínio intermediário poderia ser mais convenientemente tratada por um modelo fenomenológico baseado em dados experimentais obtidos de um protótipo de domínio completo ou, melhor ainda, por um modelo numérico de domínio completo que tenha seus parâmetros de turbulência avaliados convenientemente no domínio*". Dunn vislumbra ainda que "*esquemas numéricos sofisticados oferecem o potencial necessário para um modelo único de campo completo evitando as dificuldades de acoplamento entre modelos de domínio próximo e distante*".

Em modelos para o domínio completo as diferentes escalas de tempo e comprimento observadas e as características elípticas do problema podem ser adequadamente tratadas com uma abordagem via modelos numéricos. Uma malha de discretização não uniforme pode solucionar o problema das escalas: uma malha mais refinada é empregada para o domínio próximo onde o detalhe é importante e uma malha mais espaçada é empregada no domínio distante onde uma área mais extensa deve ser estudada. Além disto o emprego de malhas adaptadas ao contorno do domínio, BFC (boundary fitted coordinates), permitem incluir com maior fidelidade na modelagem os efeitos no escoamento impostos pelas fronteiras físicas que limitam a descarga.

Este tem sido o tipo de modelagem que vem sendo desenvolvida pelo Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor (SINMEC) em sua linha de pesquisa referente ao meio ambiente. O primeiro modelo para a previsão de descarga de efluentes térmicos em corpos d'água foi proposto por Maliska et al. (1987). Prosseguindo nesta linha Dilmann et al. (1989) desenvolveram um estudo sobre a dispersão de plumas na atmosfera e Jucá et al (1989) iniciaram os estudos e a elaboração de modelos tridimensionais laminares. Os desenvolvimentos obtidos estão documentados em detalhe no trabalho de Perez (1991) e nos relatórios apresentados a ELETROSUL (Centrais Elétricas do Sul do Brasil) que encomendou ao SINMEC vários estudos nesta área (Maliska et al. 1986, Maliska et al., 1987)).

Os modelos numéricos entretanto não são uma solução mágica. Estes possuem dificuldades ainda não completamente superadas e que serão tratadas em detalhe nos próximos capítulos. A correta aplicação das condições de contorno e definição dos termos de difusividades turbulentas são exemplos de sérias dificuldades inerentes à sua elaboração e aplicação.

2.4 - Processos físicos básicos na dispersão de jatos flutuantes.

Pode-se enumerar sete fenômenos físicos importantes na dispersão da quantidade de movimento e energia em uma descarga térmica: incorporação de fluido ambiente ao jato (intrusão), interação com escoamentos cruzados existentes no corpo d'água receptor, dispersão turbulenta, espalhamento lateral devido a forças de empuxo, trocas superficiais, a interação do escoamento com o fundo do corpo d'água e sua estratificação. De todos os processos, apenas a perda de calor pela superfície não se encontra presente se o poluente considerado na descarga não for calor. Além disto no caso de descargas térmicas este é o único processo que retira calor (poluente) do corpo d'água⁴, os demais são apenas meios de dispersar e diluir o poluente injetado através do corpo d'água receptor.

2.4.1 - Intrusão no jato

A intrusão no jato é o nome empregado para a incorporação do fluido ambiente ao jato na região do escoamento dominada pelo fluxo de quantidade de movimento imposta pelo jato. A diferença de velocidade entre o jato e o fluido ambiente gera tensões cisalhantes que por sua vez criam instabilidades do tipo Kelvin-Helmholtz. Estas instabilidades caracterizam o processo de transição do jato à turbulência e são também responsáveis pelo transporte de matéria que gera a intrusão do meio ambiente para o interior do jato. Este mecanismo é tido como o principal mecanismo de mistura no domínio próximo, onde o fluxo de quantidade de movimento do jato é dominante.

Para jatos puros, a intrusão é o principal mecanismo responsável pela diluição do poluente no corpo d'água. Assim a teoria de jato simples, bem desenvolvida e testada experimentalmente, pode ser empregada. No caso de descargas de jatos flutuantes esta teoria serve como base de desenvolvimento da modelação, embora os outros processos físicos de dispersão e mistura presentes compliquem a análise e a modelagem do problema.

A Fig. 2.1 mostra o desenvolvimento médio esquemático de um jato. O perfil de velocidades na saída é assumido em geral como uniforme. Os gradientes de velocidade existentes na fronteira do jato dão origem a um intenso processo de mistura e em consequência uma suavização deste perfil a medida que o escoamento se distânciava da origem. A mistura resulta no transporte da quantidade de movimento do jato para o fluido ambiente.

Perto do ponto de descarga, a região central do jato não afetada pelo processo de mistura é denominada núcleo potencial. À medida em que se desloca ao longo da linha de centro do jato, a largura desta região, com perfil de velocidades uniforme (núcleo), diminui até zero onde o perfil de velocidades já se encontra completamente suavizado. Este ponto foi determinado experimentalmente como sendo de

⁴a menos que o poluente seja um produto químico biodegradável

comprimento entre quatro a seis vezes o diâmetro do orifício de descarga e determina o ponto final da existência do núcleo. Esta região inicial do jato é conhecida como zona de estabelecimento do escoamento (zone of flow establishment, "ZFE") (Schlichting, 1968). Note-se entretanto, que experimentos também demonstram que existe uma zona de transição após o desaparecimento do núcleo potencial, e o escoamento turbulento do jato não atinge novo equilíbrio até uma distância de dez diâmetros à jusante, onde a intensidade de turbulência passa a ter uma característica de queda estável (Li e Huai, 1989).

Os mesmos estudos experimentais demonstraram que o perfil de velocidade, na região além do núcleo (e após a zona de transição), pode ser descrito com precisão por uma distribuição gaussiana para as velocidades, e os perfis ao longo da linha de centro do jato se mantêm similares, alterando apenas sua altura e largura ao longo desta linha. A teoria do jato puro plano foi estendida para jatos flutuantes e dispersão de poluentes, assumindo que existem distribuições semelhantes para os perfis de temperatura e/ou concentração. Isto quando o jato emerge em um ambiente neutro.

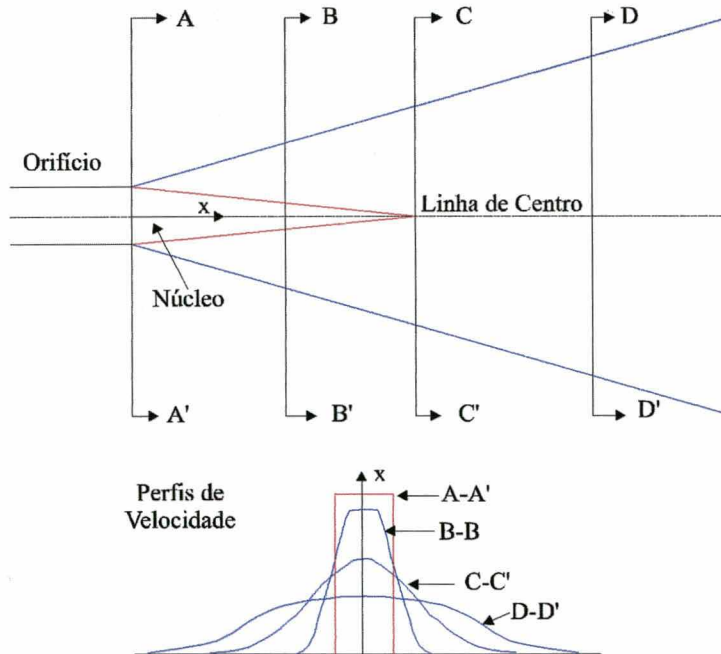


Figura 2.1 - Desenvolvimento esquemático de um jato puro

Estas distribuições podem ser descritas por uma equação na forma

$$\Phi = \Phi_{cl} \exp \left[-C_d \left(\frac{y}{x} \right)^2 \right] \quad (2.1)$$

onde Φ é uma propriedade qualquer (velocidade, temperatura ou concentração) e o subscrito "cl" refere-se ao seu valor na linha de centro do jato (direção x). O valor da constante C_d é função da taxa de dispersão de Φ e a coordenada "y" é medida na transversal ao jato, como mostra a Fig. 2.1.

A extensão da teoria de jato puro, baseada na similaridade dos perfis, para a dispersão de poluentes (não flutuantes) é encontrada em Fischer et al. (1979) e apresenta resultados interessantes em vista de sua simplicidade, embora de aplicação restrita, como discutido.

A presença de forças de empuxo em geral compromete a similaridade dos perfis e invalida o emprego da teoria do jato puro à descarga de poluentes que possuem esta característica. Ellison e Turner (1969) investigaram os efeitos das forças de empuxo na intrusão vertical assumindo que um parâmetro decisivo neste comportamento é o número de Richardson, definido por

$$R_i = \frac{\Delta \rho g h}{\rho u^2} \quad (2.2)$$

onde

u = velocidade local do jato

ρ = densidade do fluido ambiente

$\Delta \rho$ = diferença de densidade entre o fluido no jato e no meio ambiente

g = aceleração da gravidade

h = espessura local do jato

que representa a relação entre as forças de empuxo e os termos inerciais do escoamento. Outro número adimensional em geral empregado para caracterizar as forças de empuxo é o número de Froude definido como:

$$F = \sqrt{\frac{\rho u^2}{\Delta \rho g h}} = R_i^{-1/2} \quad (2.3)$$

De acordo com os experimentos de Ellison e Turner (1969) a intrusão vertical diminui à medida

em que as forças de empuxo se tornam dominantes, ou seja o número de Froude diminui. Os pesquisadores concluíram que para números de Richardson maior que 0,70 ($F \leq 1,20$) a intrusão vertical é desprezível.

Em função da dependência da intrusão vertical com o número de Richardson, esta deixará de existir em determinadas regiões da pluma. Um comportamento típico é esquematizado na Fig. 2.2. No ponto de descarga o número de Richardson é menor que 0,70 e a intrusão vertical irá ocorrer. A mistura com fluido ambiente e dispersão da quantidade de movimento inicial tende a aumentar o valor de R_i e a intrusão vertical tende a cessar ocorrendo apenas lateralmente ao jato (plano horizontal). Pode então suceder que o valor de R_i volte a aumentar até que ele seja suficiente para reiniciar o processo de intrusão vertical.

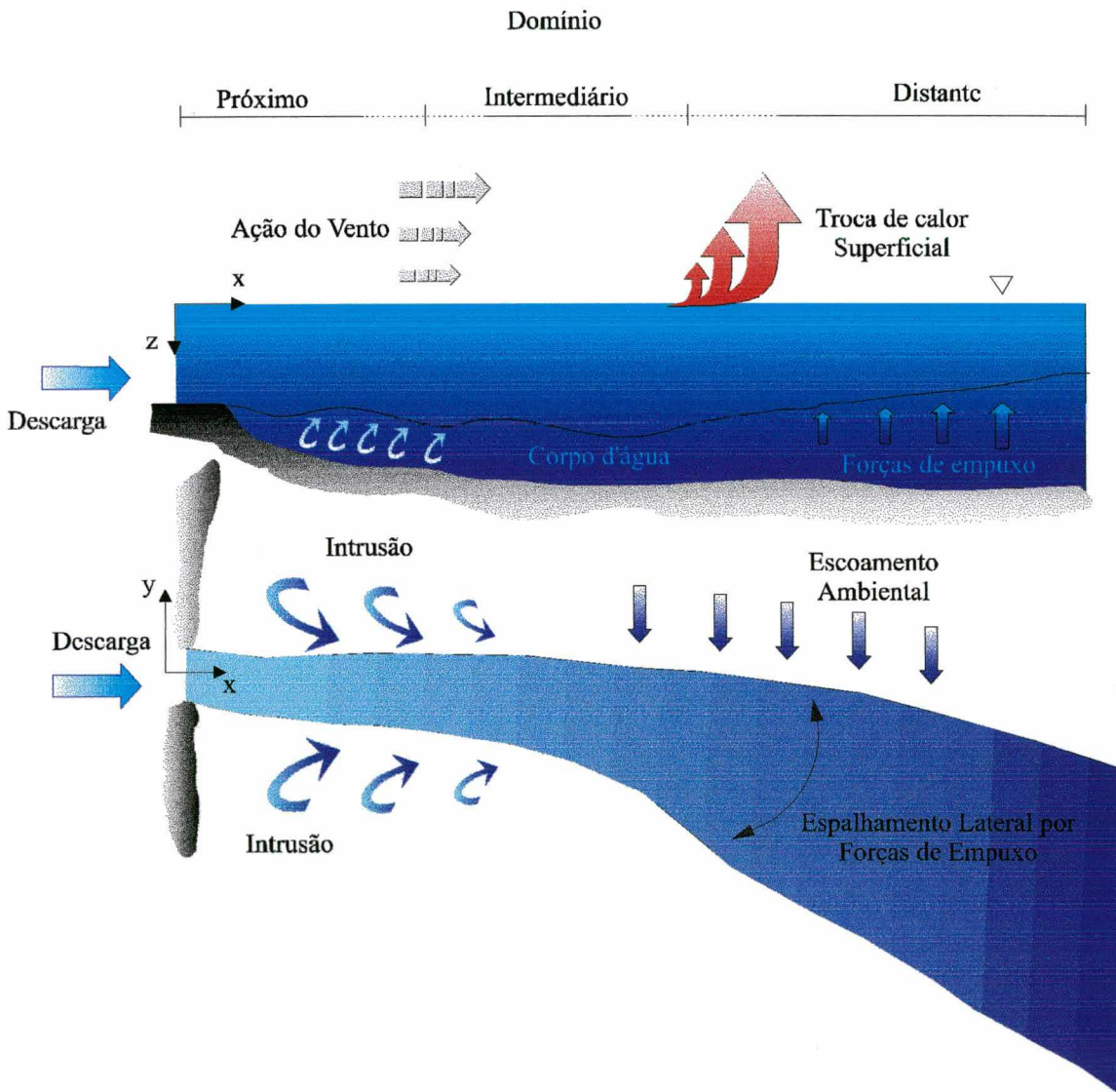


Figura 2.2 - Processos físicos em uma descarga de efluentes

Embora a discussão anterior tenha sido centrada no balanço local entre as forças de empuxo e de inércia, há que se considerar o efeito de proximidade do fundo do corpo d'água. O processo de intrusão vertical é inibido se o jato se mantém colado ao fundo do corpo d'água receptor.

2.4.2 - Turbulência

A turbulência, fenômeno presente em todos os corpos d'água, tem como origem, entre outras causas, as tensões na superfície causadas pelo vento, as condições da própria descarga e a eventual proximidade de fronteiras físicas. Os vórtices gerados promovem processos de dispersão e mistura muito mais intensos que a simples difusão molecular, sendo entretanto, processos similares em seu efeito final.

A escala dos vórtices presentes determina a intensidade de mistura decorrente. De forma análoga ao transporte molecular a dispersão turbulenta é tratada como um processo de difusão, sendo o coeficiente de difusão conhecido como difusividade turbulenta (eddy diffusivity).

Porém ao contrário da difusão molecular, a difusão turbulenta (no plano horizontal) é dependente do escoamento local. Por exemplo, para plumas em oceanos o coeficiente de difusividade turbulenta lateral é tido como proporcional a $R_i^{(4/3)}$. Em corpos d'água menores esta turbulência pode ser inibida (ou restringida) pela presença de fronteiras laterais e verticais (corpos d'água rasos), e coeficientes constantes podem ser eventualmente empregados para estes casos.

A difusão turbulenta na direção vertical pode ser inibida não apenas pela proximidade do fundo mas também pela presença das forças de empuxo. A estratificação em densidade no corpo d'água também inibe o processo de mistura devido às turbulências induzidas pelo vento, seja esta estratificação causada pela distribuição natural de calor no corpo d'água, ou induzida pela descarga de efluentes quentes. Em função disto, em geral as difusividades turbulentas na direção vertical são apresentadas como uma função do gradiente do número de Richardson, o que busca expressar a capacidade da estratificação em inibir o processo de mistura turbulento na direção vertical.

Em grandes lagos os valores encontrados para a dispersão na direção vertical em geral são de duas a três ordens de grandeza inferior à difusão lateral (horizontal) (Dunn et al. 1975).

O processo de mistura induzido pela turbulência ambiente é mascarado pelo processo de intrusão do fluido ambiente no domínio próximo, mas se torna cada vez mais significativo à medida que a quantidade de movimento inicial é diluída no corpo d'água.

2.4.3 - Dispersão devida às forças de empuxo

As forças de empuxo são devidas a diferenças de densidade entre o efluente e o fluido no corpo d'água receptor e/ou qualquer variação de densidade no próprio jato. Estas forças aumentam a dispersão horizontal e podem inibir, como discutido, o processo de intrusão vertical. A importância relativa das forças de empuxo é avaliada pelo número de Richardson (ou Froude) definido anteriormente.

Para baixos valores de R_i (Froude ≥ 1) a quantidade de movimento do jato domina o processo de difusão, enquanto que para maiores valores de R_i (Froude ≤ 1) as forças de empuxo são dominantes. Descargas com baixos valores de R_i produzem maior intrusão do fluido ambiente e produzem assim uma diluição rápida do poluente. A descarga é longa e estreita com expressiva penetração vertical.

As descargas com altos valores de R_i são tipicamente largas e formam uma estreita camada próxima à superfície. Assim as forças de empuxo inibem a intrusão de fluido ambiente e aumentam a difusão horizontal dos poluentes. Quando se deseja promover uma grande diluição à uma distância mais curta do ponto de lançamento ela deve ser projetada para alta velocidade de lançamento, com baixa profundidade e deve possuir uma pequena diferença de temperatura com o fluido receptor (se o poluente for calor).

Como discutido anteriormente, cada descarga possui um ponto à jusante onde a velocidade fica suficientemente reduzida para que as forças de empuxo se tornem dominantes. Neste ponto a intrusão vertical cessa e a pluma passa a ter uma espessura aproximadamente constante, e nesta região o espalhamento (difusão) horizontal devido às forças verticais de empuxo passa a ter papel fundamental na dispersão dos poluentes.

2.4.4 - Escoamentos no corpo d'água e efeitos de vento

Quando um corpo d'água receptor possui correntes próprias, a descarga se curva na direção destas correntes, até que eventualmente defina uma trajetória que será determinada pela interação entre características da descarga e intensidade destas correntes. A direção principal que a descarga de poluentes irá seguir é fundamental para que projetistas, seja no caso de descargas térmicas, possam determinar o correto posicionamento da descarga e tomada d'água de refrigeração. No caso de eliminação de águas poluídas é fundamental para evitar efeitos tais como mau cheiro em locais privilegiados e controlar o nível de oxigênio no corpo d'água receptor.

Para descargas em águas rasas esta curvatura é mais pronunciada pois a proximidade do fundo impede que a corrente ambiental se movimente por baixo do jato. Esta curvatura é também mais pronunciada (menor raio de curvatura) para baixos valores de R_i , onde as forças de inércia são

dominantes, pois neste caso é promovida uma maior intrusão do fluido ambiente e com isto uma maior área vertical é desenvolvida para interação com as correntes ambientais cruzadas. Descargas com maiores valores de R_i tipicamente se estratificam em camadas estreitas apresentando menor área vertical para interação com as correntes cruzadas ambientais.

As correntes no corpo d'água são devidas a fatores meteorológicos, hidrológicos e topográficos. Acredita-se que as correntes junto à costa e em lagos são induzidas basicamente pelos ventos locais, embora o histórico dos ventos também possam influir. Por exemplo o efeito de uma tempestade sobre as correntes locais pode se estender por um longo período após o seu fim. Uma relação muito empregada para determinar a tensão na superfície da água causada pelos ventos locais é (Fischer et al., 1979; Jirka et al., 1975 ; Dunn et al., 1975; Yu,1997; Jin, 1993)

$$\tau_s = \frac{1}{2} C_f \rho_{ar} V_{ar}^2 \quad (2.4)$$

onde τ_s , tensão cisalhante na superfície da água

C_f , coeficiente de atrito

ρ_{ar} , densidade do ar

V_{ar} , velocidade do ar a certa distância vertical da superfície da água⁵

O coeficiente de atrito é função do perfil de velocidades do vento (e sua alternância) acima da superfície da água, o que é influenciado pela topografia local e pela rugosidade da superfície da água, o que é influenciado pelo próprio vento.

A rugosidade da interface ar-água é definida pelo movimento de vários tipos de ondas que diferem em altura, forma e velocidade de fase. Além disto estas ondas estão submetidas à mudanças contínuas e irregulares. Ondas superficiais, de alta frequência estão superpostas à ondas profundas de baixa frequência, com alturas variáveis. Wu (1969) apresenta várias maneiras de calcular (estimar) o coeficiente de atrito C_f em função das condições de vento e estado da superfície do corpo d'água.

Alguns pesquisadores fazem analogia do processo com o escoamento uniforme sobre uma superfície plana e empregam o coeficiente de fricção de Blasius (Schlichting, 1968). Neste caso faz-se a hipótese de que a superfície do corpo d'água é suave e a velocidade do vento constante.

Em lagos as correntes em geral são paralelas às suas margens e influenciadas pela topografia do fundo, embora sejam verificadas variações espaciais e temporais em sua direção devidas à influência dos ventos locais.

⁵em geral medida à uma altura vertical de 10 m. acima da superfície

Em linhas da costa as correntes são devidas a dois fatores: correntes superficiais induzidas pela força do vento, batimetria da costa e pela variação das marés. A topografia do fundo (batimetria) é um fator determinante e em geral estas correntes apresentam significativas mudanças em sua direção e intensidade com o tempo.

No caso de rios as correntes são controladas pela declividade do leito e pelas vazões sazonais. Estas correntes são muito mais estáveis e intensas que as correntes observadas em lagos ou linhas da costa. Em rios o efeito do vento sobre as correntes é de pouca importância pois as forças gravitacionais são largamente dominantes (declividade do leito)

Assim, as correntes podem ser desde praticamente estáveis em intensidade e direção (rios) até extremamente variáveis em direção e intensidade encontradas em lagos, estuários e em linhas da costa. Cada uma se apresenta como um problema único para modelagem.

O efeito mais sensível das correntes locais sobre a descarga é a curvatura que esta sofre na direção da corrente. Em modelos numéricos esta curvatura é obtida como parte da solução do campo de escoamento desde que impostas as corretas condições de contorno nas fronteiras livres do domínio. Em modelos integrais considerações especiais devem ser introduzidas no modelo para tratar convenientemente estes fatores (Dunn et al., 1975).

Além da curvatura causada pelas correntes do corpo d'água, os ventos e correntes locais podem causar a deformação da seção transversal da pluma (correntes e ventos em direções diferentes) ou fazer com que a pluma permaneça colada às margens do corpo d'água.

Em relação aos ventos e correntes locais uma questão, entretanto, permanece: quando os ventos realmente modificam a estrutura da pluma e quando seus efeitos se manifestam indiretamente através das correntes ambientes que ele induz? Esta questão dificulta a aplicação das condições de contorno em modelos numéricos, nominalmente as de superfície livre do corpo d'água. Acredita-se que as correntes ambientes são o efeito combinado dos ventos, marés locais (caso existam) e fricção com o fundo do corpo d'água.

Os ventos podem modificar ainda o comportamento da pluma modificando a estrutura da turbulência ambiente e gerando ondas superficiais. Existem várias relações empíricas para relacionar a difusividade turbulenta com a velocidade do vento. Em sua maioria esta difusividade é proporcional à enésima potência da velocidade do vento. Finalmente os ventos também são um fator que controlam a perda de calor para a atmosfera afetando o valor da temperatura de equilíbrio, discutida a seguir.

2.4.5 - Trocas de calor superficiais

A superfície do corpo d'água troca calor continuamente com a atmosfera por processos de

condução, convecção e radiação. Pode-se definir uma temperatura de equilíbrio, T_e , na qual não existe troca líquida de calor do corpo d'água com o ambiente. Esta temperatura depende de fatores ambientais como velocidade do vento, umidade relativa do ar, cobertura de nuvens, hora, mês do ano (estação) e local. A temperatura de um corpo d'água tende continuamente para esta temperatura de equilíbrio mas raramente a atinge devido aos longos tempos necessários para efetivar as trocas de calor necessárias com o ambiente. Consequentemente, durante a primavera, quando começa o aquecimento do corpo d'água, a sua temperatura durante o dia é menor que a temperatura de equilíbrio. Durante o outono, quando o corpo d'água inicia seu processo de resfriamento, sua temperatura é maior que a temperatura de equilíbrio

Em geral a temperatura das descargas de poluentes, nominalmente calor, possuem temperaturas superiores à temperatura de equilíbrio resultando em uma troca líquida de calor com a atmosfera, o que pode ser expresso por:

$$q_s = h(T - T_e) \quad (2.9)$$

onde q_s , perda de calor para a atmosfera, por unidade de área
 h , coeficiente de troca de calor pela superfície (empírico)
 T , temperatura da superfície
 T_e , temperatura de equilíbrio

Note-se que os processos responsáveis pela troca de calor entre a descarga de poluentes e o meio ambiente são os mesmos que promovem a troca de calor entre o corpo d'água e a atmosfera, mesmo na ausência da descarga térmica. Assim, a descarga de um efluente térmico pode ser entendida como uma perturbação da variação normal da temperatura do corpo d'água. É comum usar a temperatura ambiente do ar em lugar de T_e , embora estas possam ser bastante diferentes em certas épocas do ano. Maneiras de se estimar o valor de h de acordo com as condições ambientais e presentes no corpo d'água são apresentadas por Adams et al. (1990).

Para valores típicos de "h" a troca de calor pela superfície é pequena no domínio próximo, a menos que a área superficial envolvida seja grande, e assim o efeito destas perdas sobre a temperatura da descarga são mínimos. Entretanto esta troca de calor é que limita, em última análise, a extensão da área atingida pela pluma. Sem a dissipação de calor pela superfície a pluma não atingiria jamais um regime permanente.

2.4.6 - A interferência do fundo do corpo d'água

A interação da descarga de efluentes com as fronteiras físicas próximas, e não apenas com o fundo, é fundamental para determinar seu comportamento hidrodinâmico correto ao longo do corpo d'água. Mesmo em modelos numéricos onde as fronteiras são tratadas naturalmente na modelagem, esta interação pode ser prejudicada devido por exemplo ao uso de uma malha não refinada ou simplificações das equações governantes na direção vertical.

Partindo do princípio que no domínio próximo o escoamento se assemelha ao comportamento do jato puro, o principal efeito causado pela proximidade do fundo⁶ é a eliminação da intrusão vertical de fluido ambiente. Isto reduz a diluição do poluente e pode eventualmente fomentar uma maior dispersão horizontal, alterando o comportamento da pluma no domínio distante.

Se a batimetria é irregular ou sofre variações abruptas, ela pode causar ainda a distorção do perfil transversal do jato, afetando a similaridade dos perfis de velocidade e temperatura e/ou concentração, invalidando a analogia pressuposta com um jato puro e formulação empregada nos modelos integrais. Em muitos casos a influência desta batimetria na formação de ondas no corpo d'água torna-se então um fator determinante do comportamento do escoamento.

Apesar da importância da interação da descarga com suas fronteiras físicas, principalmente o fundo do corpo d'água, as ferramentas analíticas para seu tratamento são poucas. Em geral o fundo é considerado suave com declividade constante e a fricção desconsiderada, ou como suficientemente longe do ponto de descarga de modo a desprezar seu efeito.

2.4.7 - Estratificação densimétrica do corpo d'água receptor

O fenômeno de estratificação densimétrica ocorre tanto na hidrosfera como na atmosfera. Na atmosfera ela é causada principalmente pelas variações de temperatura e umidade do ar, enquanto que em corpos d'água é associada à salinidade (estuários e oceanos) ou aos ciclos climáticos anuais (lagos e reservatórios) que são responsáveis pelas trocas de calor pela superfície. Por exemplo, durante o verão uma camada de água aquecida (epilimnion) flutua sobre camadas mais frias (hipolimnion) em lagos e reservatórios.

Esta estratificação determinará, em conjunto com as características da descarga de efluentes, a magnitude das forças de empuxo presentes na pluma. Entretanto, as características de estratificação densimétrica em um particular reservatório (ou lago) é decorrente não apenas de trocas de calor

⁶corpos d'água rasos

superficiais mas de uma série de complexos fatores interdependentes que determinam em última análise os processos de mistura no reservatório, mesmo com a inexistência da descarga de efluentes (Cha e Jaluria, 1985).

Os reservatórios em geral alimentam uma usina hidroelétrica e/ou fornecem água para sistemas de irrigação e consumo humano. Entre os fatores (ou fenômenos) que influenciam diretamente a estratificação densimétrica, pode-se citar como preponderantes (Marjanovic e Orlob, 1987):

a. o tempo de permanência da água no reservatório. Este é em geral definido pela relação entre o volume total do reservatório e a vazão afluente. Se o tempo de permanência é curto a estratificação será menos pronunciada e vice-versa;

b. alguns reservatórios possuem pontos de extração de água localizados à várias profundidades. Isto permite que o operador faça uma extração seletiva, por exemplo fornecendo água mais quente quando destinada à irrigação ou mais fria quando destinada a manutenção de espécies locais. Isto permite, em algum grau, o controle sobre a qualidade da água residente e sua estratificação no reservatório;

c. a turbidez da água no reservatório e nas vazões afluentes afeta a estratificação. A turbidez irá determinar a profundidade de penetração da luz ambiente e assim a espessura da camada que irá reter a maior parte do calor oriundo das trocas pela superfície;

d. as características (vazões, turbidez, temperaturas, localização, etc.) das vazões afluentes ao reservatório, e

e. os ventos locais podem alterar tanto a distribuição superficial da camada superior (epilimnion), mais aquecida, como influenciam decisivamente nos processos de mistura verticais entre as camadas à diferentes densidades.

Pelos fatores resumidamente considerados acima, pode-se depreender que a previsão da estratificação densimétrica em um reservatório é em si um problema de modelagem bastante complexo. Uma análise detalhada dos processos de mistura e estratificação em reservatórios é apresentada por Fisher et al. (1979).

CAPÍTULO 3 - Modelagem Matemática

3.1 - O modelo matemático

Os fenômenos físicos envolvidos na descarga de efluentes em corpos d'água são governados pelas equações de conservação da massa, da quantidade de movimento, da energia e de espécies químicas. Para um fluido com condutividade térmica, k_t ¹, viscosidade, μ , e calor específico, c_p , constantes estas equações podem ser escritas na forma (Silva; 1991)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = - P^\phi + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S^\phi + F_c^\phi \quad (3.1)$$

onde as identidades de ϕ , P^ϕ , S^ϕ , Γ^ϕ e F_c^ϕ que recuperam cada uma das equações de conservação são dadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Parâmetros para as equações de conservação

Conservação	ϕ	Γ^ϕ	P^ϕ	S^ϕ	F_c^ϕ
Massa	1	0	0	0	0
Quant. de Movimento	u_i	μ	$\frac{\partial p}{\partial x_i}$	$\frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x_j} (\nabla \cdot \mathbf{V})$	$- g_i \rho$
Energia	T	k_t/c_p	0	0	0

Para a equação da conservação da energia a dissipação viscosa, que representa a conversão irreversível de energia mecânica em térmica foi desprezada. Além disto para os escoamentos sob consideração a variação de pressão ao longo do domínio pode ser desprezada e a derivada convectiva do termo de pressão se anula.

¹ emprega-se aqui k_t com símbolo para a condutividade térmica, reservando-se k para a energia cinética turbulenta.

As equações anteriores descrevem escoamentos laminares ou turbulentos. Entretanto, os métodos numéricos disponíveis não conseguem ainda captar os efeitos turbulentos em vista das velocidades de processamento e capacidade de armazenamento dos atuais computadores. Em decorrência, para o tratamento adequado de escoamentos turbulentos são empregados artifícios que permitem evidenciar a presença da turbulência nas equações de conservação. Uma vez evidenciados, estes termos devem ser adequadamente descritos e modelados de forma que o escoamento possa ser calculado com suficiente precisão. Estes modelos são conhecidos como modelos de turbulência e serão discutidos a seguir.

É amplamente conhecida a complexidade inerente ao fenômeno da turbulência e da dificuldade de descrevê-la convenientemente e de forma ampla. O assunto tem sido explorado em inúmeras publicações e é ainda objeto de intensos estudos e aperfeiçoamentos em sua descrição e modelagem. Uma das primeiras definições de turbulência, atribuída à Von Karman e Taylor diz que

"turbulência é uma movimentação irregular que se apresenta em geral em fluidos, líquidos ou gasosos, quando o escoamento passa junto a paredes ou mesmo quando correntes vizinhas do mesmo fluido passam uma pelas outras ou uma junto às outras."

Hinze (1975) por sua vez descreve a movimentação turbulenta de um fluido como uma condição de irregularidade do escoamento na qual várias quantidades apresentam uma variação aleatória com o tempo e com o espaço, mas de tal forma que valores médios distintos destas quantidades podem ser percebidos. A existência destes valores médios das quantidades do escoamento é uma das bases para evidenciar a turbulência nas equações que regem os princípios de conservação em um escoamento. Hinze aponta ainda que a simples observação de escoamentos turbulentos demonstra a existência destes valores médios pois:

- em um dado ponto no domínio um padrão distinto se repete, mais ou menos regularmente, no tempo
- em um dado instante, um padrão distinto se repete, mais ou menos regularmente, no espaço do domínio o que demonstra que a turbulência possui a mesma estrutura ao longo de todo domínio.

Com base nestes conceitos decorrentes da observação do comportamento do escoamento turbulento, o valor instantâneo de uma propriedade do escoamento pode ser descrita como

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.2)$$

onde a barra superior indica um valor médio da propriedade e a linha o valor de sua flutuação em torno da média. Pode-se definir de várias maneiras o valor médio de uma quantidade², o que dá origem à várias maneiras distintas de evidenciar o fenômeno da turbulência. A mais usual é definir o valor médio de uma quantidade como

$$\bar{\phi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \phi \, dt \quad (3.3)$$

onde o intervalo de tempo $(t_2 - t_1)$ deve ser suficientemente grande comparado com a escala de tempo da turbulência (flutuação ϕ') é suficientemente pequeno se comparado com o período de qualquer variação no domínio do escoamento, a qual não se deseja incluir (ou não pertence) ao fenômeno da turbulência em si. Observa-se finalmente que o valor da média deve ser independente da origem do tempo considerada. Para evidenciar a turbulência nas equações de conservação as quantidades do escoamento devem ser substituídas pela soma de suas médias e flutuações e em seguida feita a média das equações obtidas. Considere o exemplo da equação da conservação da massa:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (3.4)$$

onde os valores instantâneos da densidade e velocidade são substituídos por

$$u_j = \bar{u}_j + u'_j \quad \rho = \bar{\rho} + \rho' \quad (3.5)$$

obtendo-se

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho + \rho'}) + \frac{\partial}{\partial x_j}[\overline{(\rho + \rho')(u_j + u'_j)}] = 0 \quad (3.6)$$

onde a barra indica o procedimento de média. De acordo com as propriedades inerentes à média (Hinze,

² ver por exemplo a média ponderada pela massa (Netjuchajie et all, 1979)

1975) obtém-se

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}) + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\bar{\rho} \bar{u}_j) + \overline{(\rho' u'_j)}] = 0 \quad (3.7)$$

O fenômeno da turbulência no escoamento surge na forma da média do produto da flutuações da velocidade e da densidade. A menos deste último termo do lado esquerdo, a equação escrita para os valores médios das quantidades do escoamento é exatamente igual à equação da conservação da massa para seus valores instantâneos e igualmente contém as mesmas informações.

Para os escoamentos sob estudo, a densidade não é constante ao longo do domínio, mas uma função da temperatura, no caso das descargas térmicas ou do poluente considerado, genericamente falando. Entretanto as magnitudes de flutuação da densidade, para o intervalo de tempo considerado na Eq. (3.3), são desprezáveis (ou mesmo nulas) se comparadas com as magnitudes das flutuações relativas à velocidade u_i . Assim os termos que envolvem o produto com a variação da densidade em torno de sua média podem ser desprezados e a equação assume a forma

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{u}_j) = 0 \quad (3.8)$$

idêntica, em sua forma, à equação para as quantidades instantâneas.

Osborne Reynolds foi o primeiro a mostrar que as equações da conservação da quantidade de movimento escritas para as quantidades médias do escoamento podem ser obtidas, por procedimento análogo ao empregado acima, à partir das equações de Navier-Stokes. Recuperando estas equações ($\phi = u_i$) tem-se

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x_j} (\Delta \cdot V) + F_{ci} \quad (3.9)$$

Para a equação (3.9) pode-se executar um procedimento análogo ao efetuado para a equação da conservação da massa, ou seja, substitui-se a densidade e componentes de velocidade pela soma de suas médias com as flutuações e, a seguir, faz-se a média da equação obtida. Desta forma obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_i} + \overline{\rho' u_i'}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i u_j} + \overline{u_i \rho' u_j'}) = \\ -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\tau_{ij}} - \overline{\rho' u_j u_i'} - \overline{\rho' u_i' u_j'} - \overline{\rho u_i' u_j'}) + F_{ci} \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde F_{ci} representa a componente das forças de campo atuante na i -ésima direção coordenada e

$$\overline{\tau_{ij}} = \mu \left[\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \right] \quad (3.11)$$

A equação apresenta, ao lado dos termos bem conhecidos que envolvem as quantidades médias do escoamento, cinco termos que envolvem as médias de produtos de flutuações. Quatro destes termos envolvem a flutuação de densidade e podem então serem desprezados em função do tipo de escoamento estudado. O termo restante então evidencia o caráter turbulento do escoamento e a equação assume a forma

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i u_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\tau_{ij}} - \overline{\rho u_i' u_j'}) + \overline{F_{ci}} \quad (3.12)$$

onde

$$\overline{\tau_{ij}} = \mu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (3.13)$$

considerando o caráter incompressível do escoamento.

O termo restante, envolvendo a média de um produto de flutuações, representa fisicamente o transporte de momento na i -ésima direção devido às flutuações de velocidade. Este termo age como uma tensão no fluido e em consequência é conhecido como tensão turbulenta ou tensão de Reynolds em homenagem a Osborne Reynolds.

Se o mesmo procedimento é empregado para a equação da conservação de energia (Hinze, 1975; Rodi, 1980) resulta

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \bar{T}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \overline{u_j T}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k_t}{c_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \bar{\rho} \overline{T' u_j'} \right) \quad (3.14)$$

onde a última parcela do lado direito entre parênteses, envolve o produto entre a flutuação de uma velocidade e a flutuação de um escalar, no caso a temperatura. A parcela representa o transporte de T na j-ésima direção e é portanto o fluxo turbulento de calor.

Uma forma idêntica de (3.14) também pode representar o transporte de uma concentração de um poluente (espécie) no escoamento, caso onde os valores médios da temperatura devem ser substituídos pela concentração (c)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \bar{c}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho} \overline{u_j c}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_p \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} - \bar{\rho} \overline{c' u_j'} \right) \quad (3.15)$$

e onde Γ_p é a difusão molecular do poluente.

As equações para as quantidades médias do escoamento, (3.12) e (3.15), apenas podem ser resolvidas se os termos que envolvem as suas flutuações forem conhecidos ou relacionados de alguma forma com as quantidades médias do escoamento. Os modelos turbulentos são uma tentativa de descrever e permitir o cálculo destes termos em um escoamento.

3.2 - Modelos de Turbulência

A descrição e modelagem da turbulência é ainda uma assunto em aberto como atesta a quantidade de publicações específicas sobre o assunto. Esta seção faz uma breve revisão dos modelos de turbulência com ênfase naqueles aplicáveis à simulação de descargas de efluentes.

A turbulência em descargas de poluentes pode ser gerada basicamente de duas formas. Na região próxima ao ponto de lançamento a turbulência é devida ao escoamento do fluido efluente no corpo d'água receptor. A natureza e os níveis de turbulência nesta região são função de fatores como a geometria do dispositivo de lançamento e fronteiras físicas, além das velocidades envolvidas. Após a dispersão do momento inicial do jato no ambiente, as forças de flutuação, quando presentes, tornam-se preponderantes e estas passam a impor a característica da movimentação turbulenta do escoamento. Além dos dois fatores citados anteriormente, há que se considerar que a turbulência também pode ser gerada por fatores ambientes tais como as tensões induzidas pelos ventos na superfície do corpo d'água,

ondas e/ou fricção com a linha da costa e o fundo, ou seja as condições de contorno impostas à descarga. Um fator que dificulta sua descrição e modelagem é que a turbulência induzida pela descarga interage de forma não linear com a turbulência induzida pelos fatores ambientais (Fischer et al., 1979; Jirka, et al., 1975; Dunn et al., 1975; Adams et al., 1990).

Porém pode-se esperar que a turbulência induzida pela descarga seja predominante até que o quantidade de movimento do jato seja disperso suficientemente no corpo d'água receptor (domínio próximo). A contribuição do ambiente passa então a ser importante. Assim, próximo ao ponto de lançamento apenas a turbulência devida à descarga pode ser considerada, sendo feita exceção a raros casos onde a turbulência ambiente é notavelmente alta como no caso de cursos d'água rápidos.

Rodi (1980) fornece uma visão esclarecedora do fenômeno da turbulência, a qual passamos a citar, em tradução livre:

A turbulência consiste de uma movimentação de redemoinhos que, a altos valores de Reynolds, possui um largo espectro de tamanhos e um correspondente espectro de frequência de flutuações. Sua movimentação é sempre rotacional e pode ser imaginada como um entrelaçado de vórtices elementares cujos vetores de vorticidade podem ser alinhados em todas as direções e são altamente instáveis.

Os vórtices maiores, associados às baixas frequências de flutuação são determinados pelas condições de contorno do escoamento e seu tamanho é da mesma ordem de grandeza do domínio do escoamento. Os redemoinhos menores, associados com as altas frequências de oscilação, são controlados pelas forças viscosas do escoamento. A largura do espectro, ou seja, a razão entre o maior e o menor dos vórtices aumenta com o número de Reynolds. O transporte de quantidade de movimento e energia é principalmente devido a turbulência (redemoinhos) de larga escala sendo estes que contribuem para as parcelas que envolvem as flutuações nas equações (3.12) e (3.13). Assim a movimentação de larga escala é que deve ser descrita por um modelo de turbulência e as escalas de velocidade e comprimento introduzidas no modelo devem ser parâmetros que caracterizem esta movimentação.

Os redemoinhos maiores interagem com o escoamento médio extraindo energia cinética e alimentando a movimentação turbulenta de larga escala. Estes redemoinhos podem ser considerados elementos vorticais que se alongam uns aos outros. Devido a este alongamento, característica essencial da movimentação turbulenta, energia é transferida à redemoinhos cada vez menores até que as forças viscosas se tornam preponderantes e dissipam

a energia no escoamento.

3.3 - Conceitos básicos: A hipótese de Boussinesq e a difusão turbulenta

Boussinesq foi o responsável pela introdução do conceito de viscosidade turbulenta ao propor que as tensões de Reynolds, de forma análoga às tensões presentes em um escoamento laminar, fossem relacionadas com os gradientes das velocidades médias presentes no escoamento ou seja

$$-\overline{u_i' u_j'} = \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3.16)$$

onde

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2}) \quad (3.17)$$

e μ_t é conhecida como viscosidade turbulenta, e não é uma propriedade física do fluido mas sim uma característica do estado do escoamento.

O termo em (3.16) que envolve o delta de Kroenecker é necessário para tornar a expressão aplicável à tensões normais ($i = j$). Estas tensões normais agem como forças de pressão, normais às faces do volume de controle, e assim k é um escalar como a própria pressão. Quando a equação (3.16) é empregada para modelar as tensões de Reynolds nas equação (3.12) esta parte pode ser englobada pelo termo do gradiente da pressão ou seja o efeito da pressão estática é substituído (como incógnita) pelo termo $p + 2/3 \rho k$. Assim não é necessária a determinação explícita de k , no domínio do escoamento. Apenas a distribuição de μ_t é que deve ser determinada no escoamento.

Embora o conceito de viscosidade turbulenta, baseado na analogia com a viscosidade laminar, seja popular e tenha dado origem à inúmeros modelos de turbulência que tem simulado à contento determinados escoamentos, deve-se lembrar que a viscosidade cinemática é na verdade um tensor de quarta ordem em um escoamento tridimensional, com 64 componentes escalares independentes e não um escalar simples (tensor de ordem zero). Além disto a analogia não pode ser em princípio correta pois os redemoinhos (vórtices) turbulentos responsáveis pelo transporte da quantidade de movimento não são "corpos rígidos" que retêm sua identidade e seus "caminhos livres" não são pequenos comparados com a dimensão característica do domínio como exige a teoria cinética dos gases (Rodi, 1980) que serviu de inspiração para a hipótese.

Apesar das objeções conceituais, como oportunamente coloca Rodi, o conceito de viscosidade turbulenta em geral apresenta bons resultados na prática, sendo assim uma boa aproximação das tensões turbulentas, como *definido* pela expressão (3.16)

Deve-se notar ainda que a expressão (3.16) implica que as escalas de tempo e comprimento da turbulência são da mesma ordem de grandeza do escoamento médio. No caso de descargas de poluentes esta pode ser uma boa hipótese no domínio próximo onde as tensões cisalhantes dominam o escoamento, mas pode falhar na região da pluma (domínio distante) onde as forças de flutuação tornam-se preponderantes e possuem suas próprias escalas de comprimento e tempo.

Em uma analogia direta com o transporte turbulento da quantidade de movimento, o transporte turbulento de calor (ou massa) é relacionado com o gradiente do escalar transportado

$$-\overline{u_j' T'} = \alpha_t \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \quad (3.18)$$

onde α_t é a difusividade turbulenta de calor ou massa. Como a viscosidade turbulenta, a difusividade turbulenta não é uma propriedade do fluido mas depende também do estado de turbulência do escoamento. A analogia de Reynolds entre o transporte de calor (ou massa) e quantidade de movimento sugere que estes estejam relacionados segundo

$$\sigma_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} \quad (3.19)$$

onde σ_t é chamado de número de Prandtl turbulento ou número de Schmidt. A experimentação mostra que σ_t varia pouco ao longo de um escoamento e mesmo de escoamento para escoamento. Assim muitos modelos de turbulência empregam σ_t como uma constante. Entretanto vários autores (Anderson et al 1984, Minaie e Pletcher, 1982) apontam que a presença de forças de flutuação podem alterar este comportamento de maneira sensível.

Finalmente observa-se que as expressões (3.16) e (3.17) não constituem, por si próprias, um modelo de turbulência mas apenas fornecem uma base para a construção deste modelo. Com elas a atenção se volta para a determinação de μ_t e α_t (ou σ_t).

3.4 - Modelos de turbulência aplicáveis à descargas de poluentes

Os métodos empregados para o cálculo das parcelas que envolvem as médias das flutuações evidenciadas nas equações de transporte basicamente seguem duas orientações:

- empregam a hipótese de Boussinesq, ou similares³, e através de uma ou mais equações propõem uma forma de determinar a viscosidade e o coeficiente de difusão turbulenta. Estes modelos de turbulência são conhecidos como modelos à zero, uma ou duas equações (Rodi, 1980)
- desenvolvem equações de transporte para o tensor de Reynolds e equações de transporte para a difusão turbulenta de calor (ou massa). Estas equações podem ser obtidas de forma exata, a partir de exaustiva manipulação algébrica das equações de Navier-Stokes, mas necessitam ainda de hipóteses simplificativas de fechamento do modelo, para que sua solução seja possível.

Como apontam vários autores (Hinze, 1975; Rodi, 1980 e Launder e Spalding, 1972) um maior número de equações ou mesmo equações mais complexas não garantem necessariamente que o modelo de turbulência descreverá o escoamento de modo mais preciso.

Uma revisão sobre o assunto, voltada à modelos de turbulência empregados para resolver escoamentos na área de hidráulica, é apresentada por Rodi (1980) e alguns dos modelos discutidos são aplicados em modelagens mais simples do problema sob consideração.

Os trabalhos de Dunn, et al. (1975) e Jirka et al. (1975) apresentam também uma revisão dos modelos disponíveis e aplicáveis ao problema de descarga de poluentes. O primeiro apresenta uma revisão mais ampla, enquanto o segundo trabalho é voltado a modelos de turbulência empregados quando a abordagem do problema é feita por métodos integrais. Ao lado destes trabalhos de revisão, outros trabalhos encontrados apresentam modelos específicos e serão discutidos a seguir, de acordo com a classificação sugerida por Hinze (1975) e Rodi (1980) e aparentemente aceita pelos demais autores consultados.

Merece referência também o trabalho de revisão de Nallasamy (1987), que embora dedicado à escoamentos internos coloca de forma esclarecedora a estrutura em que estes modelos se assentam e contém discussões esclarecedoras da natureza do fenômeno em si.

3.4.1 - Modelos à ZERO equação

³ Kolmogorov-Prandtl, por exemplo

3.4.1.1 - Modelos com viscosidade e difusividade constantes

Estes modelos empregam na verdade valores de viscosidade e difusividade turbulentas constantes para todo o domínio de cálculo, que segundo Rodi não constitui na verdade um modelo de turbulência. Este procedimento, em geral aplicado a cálculos de escoamento em grandes corpos d'água, obtém os valores de viscosidade e difusividade através do ajuste do modelo matemático ao fenômeno físico observado. Por tentativa e erro estes valores vão sendo alterados até que o modelo reproduza, com erro aceitável, o escoamento e a dispersão de poluente observados em campo. Outra forma de se obter estes valores é proceder à experimentação com a dispersão de amostras em modelos reduzidos ou em campo e a partir destes resultados proceder ao ajuste do modelo matemático.

Este tipo de aproximação, que na verdade é uma extrema simplificação do fenômeno físico observado, produz em consequência resultados aproximados e é justamente aplicável apenas para o domínio distante de grandes corpos d'água, longe da influência de pontos de descarga. Nestas regiões apenas fatores ambientais determinam o nível de turbulência e de forma praticamente homogênea.

Em alguns modelos esta homogeneidade é relaxada, tomando-se valores diferentes para as direções horizontal (paralela à superfície) e vertical (profundidade) do corpo d'água. Este procedimento é particularmente desejável quando o poluente não é inerte, gerando forças de flutuação no escoamento (McGuirk e Spalding 1975).

Estes modelos introduzem este efeito com o uso de relações empíricas atribuídas à Munk-Anderson (Rodi, 1980)

$$v_{tz} = (v_{tz})_0 (1.0 + 10 Ri)^{-0,50} \quad \alpha_{tz} = (\alpha_{tz})_0 (1.0 + 3,33 Ri)^{-1,50} \quad (3.20)$$

onde

$$Ri = -\frac{g}{\rho} \left[\frac{\partial \rho / \partial z}{(\partial u / \partial z)^2} \right] \quad (3.21)$$

é o número de Richardson. O sub-índice "z" indica valores na direções perpendicular ao fundo do corpo d'água e o sub-índice "0" indica o valor da propriedade para estratificação nula ($Ri = 0$). As constantes das equações (3.20) são obtidas à partir dos dados experimentais considerados nos trabalho de Munk-Anderson e foram empregadas na forma acima inclusive em modelos tridimensionais (Raythby e Schneider, 1980).

3.4.1.2 - Modelos de comprimento de mistura

Sugerido por Prandtl em 1925 pode ser considerado como o primeiro dos modelos de turbulência. Estimulado pela teoria cinética dos gases Prandtl propôs que a viscosidade turbulenta fosse proporcional ao produto de um comprimento (de mistura)⁴ e um gradiente de velocidade. Para um escoamento bi-dimensional pode-se escrever

$$\mu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \quad (3.22)$$

onde u é a velocidade na direção horizontal (u_1) e z a coordenada vertical (x_3). A hipótese do comprimento de mistura foi e tem sido aplicada com sucesso a escoamentos simples (dutos, camada limite e jatos planos e circulares). Nestes escoamentos l_m é descrito por alguma relação algébrica simples, como por exemplo para escoamentos de camada livre l_m é tido como proporcional à espessura local da camada (δ). O fator de proporcionalidade é uma constante ou uma relação algébrica simples, função do tipo de escoamento estudado. Por exemplo para jatos planos tem-se

$$\frac{l_m}{\delta} = 0,70 \quad (3.23)$$

sendo δ definido para jatos planos simétricos como a distância da linha de simetria do jato, medida na perpendicular a esta linha, até o ponto onde a velocidade é 1% de seu valor na linha de simetria⁵. A presença de forças de flutuação no escoamento altera a distribuição do comprimento de mistura no domínio. Este efeito é levado em conta através de relações empíricas como por exemplo as relações de Monin-Obukhov originada de estudos relativos à camadas limites atmosféricas (Adams e Coesler, 1990)

$$\frac{l_m}{l_{m0}} = (1 - C_1 R_i) \quad (3.24)$$

onde $C_1 \approx [5,7]$ e l_{m0} é o comprimento de mistura para estratificação nula ($R_i = 0$).

Quando o escoamento envolve também trocas de calor a hipótese do comprimento de mistura

⁴análogo ao caminho livre existente entre as moléculas de um gás.

⁵a definição deste ponto pode variar de acordo com o autor ou experimentalista.

também é empregada, sendo que a difusividade turbulenta α_t é obtida da viscosidade turbulenta pela relação estabelecida pelo número de Prandtl turbulento, equação (3.19). Este valor é tomado como uma constante, por exemplo para jatos planos $\sigma_t \approx 0.50$. No caso em que forças de flutuação estão presentes (poluente não inerte), sua influência pode ser levada em conta pelas relações de Munk-Anderson.

3.4.1.3 - Modelo de Prandtl para escoamentos livres

Este modelo, desenvolvido originalmente por Prandtl em 1943 é aplicável somente a escoamentos livres e assume que a viscosidade turbulenta é constante em qualquer seção transversal do escoamento e que a escala de comprimento da turbulência (vórtices) é proporcional à espessura da camada nesta seção transversal (δ).

Em escoamentos desta natureza, assume-se que $l_m \approx \delta$ e que o gradiente de velocidade é descrito por

$$\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| = \frac{(u_{CL} - u)}{\delta} \quad (3.25)$$

onde u_{CL} é a velocidade na linha do escoamento e u a velocidade do escoamento livre. Assim a hipótese do comprimento de mistura (3.23) fica na forma

$$\mu_t = C (u_{CL} - u) \delta \quad (3.26)$$

onde C é uma constante que depende do tipo de escoamento. Seus valores mais usuais podem ser encontrados em Rodi (1980). Para descargas térmicas, em particular, a hipótese apenas pode ser estendida se a temperatura se comporta como um poluente passivo (não gerando forças de flutuação) e ainda segundo Dunn et al. (1975) a difusividade turbulenta deve ser considerada como

$$\alpha_t = 2 \mu_t$$

3.4.2 - Aplicação dos modelos a Zero Equação

Os modelos discutidos, baseados no comprimento de mistura ou não, apesar de sua simplicidade de aplicação, apresentam sérias restrições ao modelar o fenômeno da turbulência:

- os modelos de viscosidade (e difusividade) constante na verdade são "calibrados" contra medições de campo (Simonin et al, 1989) ou de modelos hidráulicos, mesmo quando prevêem o relaxamento desta condição nas direções horizontais e verticais.
- os modelos baseados no comprimento de mistura são aplicáveis a jatos e descargas simétricas, não submetidos a escoamentos cruzados o que dificulta uma definição (ou seleção) geral da espessura local da camada (δ).
- todos os modelos apresentam na verdade constantes que são fortemente dependentes do tipo de escoamento.

Associado a estes pontos, e em particular para os modelos de comprimento de mistura, estes prevêem que μ_t e α_t desaparecem quando o gradiente de velocidade é nulo. A experimentação mostra que isto não ocorre e os valores de μ_t e α_t são, ao contrário do que prescreve o modelo, significativos nestas regiões. Além disto, e em particular para o presente estudo, o modelo de comprimento de mistura embora possa ser formulado para escoamentos tridimensionais torna muito mais complexa a especificação de l_m .

Embora os limites de aplicações dos modelos de comprimento de mistura a descargas térmicas bidimensionais não sejam exatamente claros, (Launder e Spalding , 1972 e 1974, Launder 1975) apontam que esta pode ser empregada com relativo sucesso onde os gradientes de velocidade tem uma magnitude "razoável" e onde o comprimento de mistura pode ser bem definido (domínio próximo). Entretanto ela falha completamente quando estes gradientes são pequenos e a definição do comprimento de mistura passa a ser "duvidosa", ou seja nas regiões de domínio intermediário e distante, cujos limites não se encontram bem definidos como discutido anteriormente.

Por outro lado a teoria do comprimento de mistura assume que o fenômeno de turbulência se encontra sempre em equilíbrio local: a produção e dissipação turbulentas são iguais para todos os pontos do domínio. Assim não existe convecção e a difusão do fenômeno no domínio é desprezada.

3.4.3 - Modelos a Uma Equação

Os modelos a uma equação surgiram para vencer as limitações impostas pelos modelos de comprimento de mistura, introduzindo o conceito de transporte das quantidades turbulentas. A escala física que caracteriza de maneira mais simples as flutuações das velocidades é dada por $k^{1/2}$, onde k é a energia cinética turbulenta (por unidade de massa) e definida como em (3.17). Assim k é a medida direta da intensidade das flutuações nas 3 direções coordenadas. Quando esta escala é empregada a viscosidade

turbulenta resulta em

$$v_t = C_\mu \sqrt{k} L \quad (3.27)$$

onde C_μ é uma constante empírica e a escala de comprimento L representa a dimensão dos vórtices turbulentos. A distribuição de k no escoamento é determinada resolvendo-se uma equação de transporte para esta quantidade a qual pode ser obtida em sua forma exata a partir das equações de Navier-Stokes Rodi (1980).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{u'_j k}) &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\overline{u'_i} \left(\frac{\overline{u'_i u'_j}}{2} + \frac{\overline{p}}{\rho} \right) \right] - \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \\ &- \nu \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} - \beta g_i \overline{u'_j T} \end{aligned} \quad (3.28)$$

O lado esquerdo da equação (3.28) representa a taxa de mudança da energia cinética turbulenta, e seu transporte advectivo no escoamento. Os termos do lado direito do escoamento representam, respectivamente, o transporte difusivo devido às flutuações de pressão e velocidade, à produção de k (interação entre as tensões de Reynolds e os gradientes das velocidades médias) e a dissipação (na forma de calor) de k por ação das forças viscosas. O último termo do lado direito representa uma produção/destruição da energia cinética turbulenta devida às forças de flutuação.

Em si, a equação exata para a dissipação viscosa (3.28), não é útil como um modelo de turbulência pois introduz correlações de flutuações desconhecidas nos termos de produção e difusão. Portanto para se obter um modelo que possa ser resolvido hipóteses devem ser feitas sobre estes termos de modo a simplificá-los.

Rodi (1980) apresenta as maneiras clássicas de modelar a equação (3.28), entretanto aponta que estes modelos são de aplicação restrita pois é difícil especificar empiricamente a distribuição de L , equação (3.27), em escoamentos mais complexos. Embora algumas fórmulas para calcular a escala de comprimento para escoamentos genéricos tenham sido propostas por Manoha (1989), estas foram insuficientemente testadas e a tendência que se observou foi empregar os modelos de duas equações, os quais determinam este comprimento através de uma equação de transporte.

3.4.4 - Aplicação dos modelos à Uma Equação

Embora apresentados de forma sucinta, principalmente objetivando uma evolução lógica do presente estudo, os modelos à uma equação foram relativamente pouco empregados para modelar a turbulência, principalmente no que diz respeito à descarga de efluentes. A literatura consultada mostra que ou se emprega modelos de viscosidade (e difusividade) constante⁶, ou modelos a duas equações os quais reproduzem com maior fidelidade os fenômenos físicos envolvidos. Os modelos a uma equação não gerarão resultados suficientemente melhores o que os modelos à zero equação que justificasse o esforço computacional adicional.

3.4.5 - Modelos à Duas Equações

Ao longo do escoamento o tamanho dos vórtices turbulentos varia e é função de seu tamanho original (no local de geração) e da taxa com que estes são dissipados ao longo da corrente. Desta forma L também está sujeito a processos de convecção, geração e destruição, de forma semelhante à energia cinética turbulenta (k). Modelos a duas equações propõem então que de forma semelhante à energia cinética turbulenta, seja empregada uma equação de transporte para L que permita determinar sua distribuição ao longo do escoamento de forma mais correta.

Rodi (1980) aponta que as dificuldades envolvidas em prescrever uma equação de emprego geral que permita o cálculo da distribuição de L levou ao emprego de equações para a escala de comprimento que apresentam a forma geral

$$Z = k^m L^n \quad (3.29)$$

onde a energia cinética turbulenta (k) é obtida da solução de sua equação de transporte. A forma mais empregada na literatura para a equação (3.29), baseada na expressão de Kolmogorov-Prandtl, para modelação da turbulência em descarga de poluentes e outros tipos de escoamento, é

$$Z = \varepsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{L} \quad (3.30)$$

onde ε representa a taxa de dissipação e a introdução da equação (3.30) é devida à Harlow e Nakayama (1967) e Jones e Launder (1972). O emprego da equação (3.30) tomando-se ε como variável

⁶em geral objetivando-se uma redução do esforço computacional necessário à solução do modelo

independente para representar os processos de convecção, geração e dissipação sobre a escala de comprimento L dos vórtices turbulentos, origina o conhecido e largamente empregado *modelo k-ε* de turbulência. Existem entretanto outras propostas para a equação (3.29) as quais dão origem a outros modelos de turbulência (Rodi, 1980; Jones e Launder, 1972).

3.4.6 Aplicação de modelos à Duas Equações

Modelos a duas equações e principalmente o modelo $k-\epsilon$ tem sido empregados para a simulação dos mais diversos tipos de escoamento e em particular aqueles que envolvem descarga de poluentes em corpos d'água em seus vários graus de complexidade⁷. Ver por exemplo os trabalhos de McGuirk e Rodi (1979); Sini e Dekeyser, (1987) e Manoha (1989).

A revisão apresentada por Rodi (1980) mostra a superioridade do modelo $k-\epsilon$ sobre os modelos à zero ou uma equação para a modelagem de jatos submersos descarregados em ambientes estagnados e de fluxo concorrente. Entretanto observa-se que modelos à zero equação foram e ainda são empregados, por sua simplicidade e principalmente pela redução do esforço computacional associado ao cálculo da tensões de Reynolds.

Rodi também apresenta a comparação, contra resultados experimentais, de previsões obtidas com modelos matemáticos de jatos e plumas submersos⁸ ou superficiais, planos, descarregados em ambiente estagnado, demonstrando a adequação do modelo para a solução deste tipo de escoamento.

Sini e Dekeyser (1987) desenvolveram uma extensão do modelo $k-\epsilon$, inicialmente para o cálculo do escoamento e campo de temperaturas em plumas e jatos planos descarregados em um ambiente estagnado e propuseram uma nova função (empírica) para uma das constantes do modelo, C_{μ} , tornando-a função do número de Froude, com o objetivo de melhor captar o efeito da flutuação sobre a turbulência. Em trabalho posterior Sini e Dekeyser (1989) estenderam sua modelagem para a simulação de descargas submersas de efluentes em ambientes estratificados (oceanos e grandes lagos) e a validaram contra resultados experimentais disponíveis.

Li e Huai (1989) aplicaram uma variação do modelo $k-\epsilon$, à descarga de jatos flutuantes em um ambiente não estratificado objetivando o estudo da zona de estabelecimento do escoamento (zone of flow establishment, ZFE). A solução por elementos finitos mostrou resultados que concordam bem com os dados experimentais disponíveis e mostrou, como esperado, que as forças de flutuação podem ser desprezadas neste domínio.

⁷ poluente inerte ou não, presença de escoamento cruzado, efeitos de paredes próximas, etc

⁸ ou jatos flutuantes

McGuirk e Rodi (1979) apresentam um dos primeiros modelos tridimensionais para o cálculo de descargas superficiais de jatos flutuantes que inclui um modelo de turbulência. O modelo $k-\epsilon$ empregado apresentava uma extensão em relação a um modelo empregado anteriormente por McGuirk e Spalding (1975), incluindo nas equações do modelo $k-\epsilon$ efeitos devidos às forças de flutuação presentes na descarga. Seus resultados e modelagem proposta para a turbulência podem ser vistos também em Rodi (1980) com comentários adicionais.

Simonin et al. (1989) relatam parte de um experimento de longo prazo para a validação do modelo $k-\epsilon$ contra medições de laboratório. O trabalho foi desenvolvido pelo laboratório da Delf Hydraulics, em convênio com o Ministério de Transportes e Obras Públicas da Holanda e de acordo com os resultados apresentados o modelo padrão reproduz bem os mecanismos de transporte turbulento de momento e massa. Os resultados apontam entretanto que a influência da flutuação sobre o transporte da taxa de dissipação (ϵ) aparenta ser muito grande (no modelo padrão) quando comparada com os valores obtidos experimentalmente.

Demurem e Rodi (1987) aplicaram o modelo a um problema bastante semelhante que é a determinação do escoamento e campo de temperaturas resultante da descarga de vapor na atmosfera, oriunda de torres de refrigeração de usinas termelétricas. O modelo tridimensional foi resolvido através de um procedimento que tratava apenas as regiões de recirculação como totalmente elípticas. O restante do domínio sendo tratado como parcialmente parabólico (apenas a pressão elíptica), com o objetivo de minimizar os cálculos envolvidos na solução, além de memória computacional exigida. Os autores apontam que os resultados numéricos concordavam apenas parcialmente com os resultados experimentais de laboratório. Entretanto os mesmos autores creditam a falha mais ao procedimento empregado para a solução numérica que ao modelo de turbulência empregado.

Booij (1989) relata a aplicação do modelo em uma forma simplificada (depth-average $k-\epsilon$ model \Rightarrow feita uma média na direção da profundidade), sendo que em sua proposta uma modificação é introduzida no modelo padrão, a qual permite simular com maior precisão a influência do fundo do corpo d'água em escoamentos de águas rasas.

3.5 - O Modelo $k-\epsilon$ de Turbulência

O modelo $k-\epsilon$ envolve a solução de duas equações de transporte: uma para a energia cinética turbulenta k e outra para sua taxa de dissipação ϵ . Em particular para o presente estudo, o escoamento considerado envolve forças de flutuação as quais devem ser consideradas no modelo turbulento tendo em vista a interação existente entre os fenômenos.

Uma maneira de considerar o efeito das forças de flutuação sobre a turbulência é empregar o

modelo algébrico para as tensões de Reynolds⁹ (Rodi,1980; Launder, 1975; Gibson e Launder, 1976). Neste tipo de modelo de turbulência equações exatas para o transporte das tensões de Reynolds são obtidas à partir das equações de Navier-Stokes e de forma semelhante uma equação para transporte do fluxos turbulentos de calor à partir da equação da energia. Como estas equações, embora exatas, introduzem mais incógnitas ao problema, requerem simplificações para sua solução. Estas simplificações levam ao modelo conhecido como das tensões algébricas. Como termos que envolvem as forças de flutuação aparecem nestas relações, as viscosidade e difusividades turbulentas serão função do número de Froude local.

A influência das forças de flutuação também pode ser retida na simplificação sobre a equação exata derivada para a taxa de dissipação ϵ como apresentada por Rodi, que em conjunto com a equação para a energia cinética turbulenta k compõem o modelo $k-\epsilon$ dito completo.

3.5.1 - O modelo $k-\epsilon$ completo de Rodi

Segundo Rodi a equação de transporte para a taxa de dissipação ϵ é:

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\rho \sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (P + G) (1 + C_{3\epsilon} R_f) - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3.31)$$

O lado esquerdo da equação é a derivada total da energia cinética turbulenta, contento a sua taxa de variação no tempo e transporte convectivo (advectivo). Os termos do lado direito representam, da esquerda para a direita, a difusão, geração e destruição. R_f é o número de fluxo de Richardson discutido a seguir. Para a energia cinética turbulenta k tem-se

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\rho \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + (P + G) - \epsilon \quad (3.32)$$

sendo o lado esquerdo da equação a derivada total da energia cinética turbulenta. Os termos P e G são dados por

$$P = -\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \quad (3.33)$$

⁹algebraic stress model (ASM)

$$G = -\beta g_i \overline{u_i' T'} \quad (3.34)$$

Para completar o modelo, a viscosidade turbulenta relaciona-se com a taxa de dissipação e a energia cinética turbulenta pela relação de Kolmogorov-Prandtl

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.35)$$

Para a equação da energia (ou de conservação de uma espécie), a difusão turbulenta da propriedade pode ser relacionada com seu gradiente e com a viscosidade turbulenta através de σ_t , conhecido como número de Prandtl (transferência de calor) ou número de Schmidt (transferência de massa) turbulento.

$$-\overline{u_i' T'} = \left(\frac{\mu_t}{\rho \sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (3.36)$$

O número de Prandtl turbulento pode ser determinado experimentalmente à partir de medições no escoamento das tensões cisalhantes e o fluxo de calor turbulento e dos perfis de temperatura e velocidade. Baseado em uma revisão de dados experimentais, Chen e Rodi (1980) sugerem que $\sigma_t = 0,50$ para jatos planos e $\sigma_t = 0,70$ para jatos axissimétricos. Entretanto deve-se notar que os valores acima são baseados em experimentação com jatos *descarregados verticalmente em ambientes não estratificados*. Sini e Dekeyser, (1987), (1989) que modelaram matematicamente a descarga de jatos flutuantes em ambientes estratificados e sujeitos à correntes cruzadas apontam que após calibragem do modelo contra os mesmos resultados experimentais coletados por Chen e Rodi (1980), chegaram à um valor ideal de $\sigma_t = 0,40$.

3.5.2 - O modelo k-ε de Raithby-Schneider

Raithby e Schneider (1980) propõem um modelo numérico para a descrição do comportamento térmico e hidrodinâmico de um jato quente turbulento lançado superficialmente em um corpo d'água, o

qual contém um modelo de turbulência k-ε.

As equações para o transporte da energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação deste modelo são dadas por:

Equação de transporte da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta

$$\frac{D}{Dt}(\overline{\rho u_j \epsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + \rho C_{1\epsilon} P^* \frac{\epsilon}{k} - \rho C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3.37)$$

Equação de transporte da energia cinética turbulenta

$$\frac{D}{Dt}(\overline{\rho u_j k}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + \left\{ \rho P^* \left(1 - \frac{Ri}{\sigma} \right) \right\} - \rho k \quad (3.38)$$

sendo o termo P^* dado por

$$P^* = -\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = \left[\frac{2}{3} k \delta_{ij} - \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right] \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \quad (3.39)$$

e o número de Richardson definido por

$$Ri = -g\sigma \frac{\overline{\rho' u_3'}}{\rho P^*} \approx g\mu \frac{\left(\frac{\partial \rho}{\partial x_3} \right)}{P^*} \quad (3.40)$$

onde x_3 é a direção da profundidade do corpo d'água.

Raithby e Schneider propõem ainda que o efeito do amortecimento do transporte vertical do momento e calor sejam representados com uma modificação do modelo k-ε padrão feita de tal modo que o modelo convencional seja recuperado quando efeitos de flutuação não estão presentes. Para tal a viscosidade turbulenta é dada por:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{1}{f_1} \quad (3.41)$$

e o número de Prandtl turbulento por

$$\sigma_t = \sigma_{(t0)} f_2 \quad \sigma_{(t0)} = 0,70 \quad (3.42)$$

com f_1 e f_2 dados por

$$f_1 = (1 + 10 R_i)^{\frac{1}{2}} \quad (3.43)$$

e

$$f_2 = (1 + 3,33 R_i)^{\frac{3}{2}} \quad (3.44)$$

3.5.3 - As constantes para o modelo k-ε

O modelo envolve a definição de 6 constantes: C_μ , $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, $C_{3\varepsilon}$, σ_ε , σ_k . O valor destas constantes deve ser obtido à partir de observações e medições em escoamentos turbulentos e como vários autores fazem questão de expressar, sua universalidade não pode ser esperada (Sini e Dekeyser, 1987; Sini e Dekeyser, 1989; Rodi, 1980; Launder e Spaulding, 1974). Entretanto deve-se notar também que à exceção da constante C_μ , e em raros casos, a constante $C_{2\varepsilon}$, os trabalhos consultados empregam praticamente os mesmos valores para a solução de escoamentos diversos, obtendo entretanto resultados satisfatórios.

Tabela 3.2 – Constantes para o modelo k - ε de turbulência

$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	$C_{3\varepsilon}$	σ_ε	σ_k
1,44	1,92	0,80	1,30	1,00

A constante C_μ exerce influência maior, principalmente no caso de escoamentos de jatos puros e flutuantes e embora seu valor seja empregado como uma constante ($C_\mu = 0,09$) em várias soluções de escoamento, autores como Rodi e Sini propõem que esta constante seja substituída por uma função das propriedades médias do escoamento sob estudo.

Rodi verificou que para *jatos puros axissimétricos* o emprego de $C_\mu = 0,09 = \text{cte}$, e de $C_{2\varepsilon} = \text{cte}$ implica em superestimar a taxa de espalhamento do jato em torno de 30%, e propôs que estas fossem estimadas de acordo com as relações

$$C_\mu = 0,09 - 0,04 f \quad (3.45)$$

e

$$C_{2\varepsilon} = 1,92 - 0,0667 f \quad (3.46)$$

onde o valor de f é dado por

$$f = \left| \frac{\delta}{\Delta u_m} \left(\frac{\partial \overline{u_{CL}}}{\partial x} - \left| \frac{\partial \overline{u_{CL}}}{\partial x} \right| \right) \right|^{0,20} \quad (3.47)$$

onde : u_{CL} é a velocidade ao longo do eixo do jato (direção x)
 δ é a espessura do jato medida na transversal à direção x
 Δu_m é a diferença máxima de velocidade na transversal do jato

Em seus trabalhos Sini e Dekayser simularam o escoamento de jatos flutuantes planos, sujeitos à correntes cruzadas e descarregados em ambientes estratificados, empregando o valor de $C_{2\varepsilon} = 1,92$ (cte.) e propuseram que o valor de C_μ fosse determinado através da relação:

$$C_\mu = 0,09 + 0,04 [1 + \tanh (2 \log F^{-1} + 3)] \quad (3.48)$$

sendo que a função foi determinada "*em base totalmente empírica, sem interpretação ou justificativa*"

física"¹⁰. Para a função (3.48) o número de Froude é definido por

$$F = \frac{\overline{u_{out}}^2}{\beta g D_{out} (\overline{T_{out}} - \overline{T_a})} \quad (3.49)$$

onde o sub-índice "out" refere-se às propriedades e dimensões no ponto de lançamento e o sub-índice "a" refere-se ao valor presente no ambiente receptor (corpo d'água). Embora a função acima tenha sido imposta em base empírica os resultados obtidos por Sini e Dekayser concordam bem com os resultados experimentais disponíveis, sendo aparentemente uma melhoria no modelo turbulento k-ε quando empregado para previsão de descargas de efluentes.

3.5.4 - Comentários e comparação prévia dos modelos k-ε

Foram apresentados acima dois modelos de turbulência k-ε, sendo que ambos procuram incluir os efeitos das forças de flutuação sobre a turbulência. Esta é uma característica importante para uma modelagem que pretende simular a descarga de jatos flutuantes turbulentos.

Assim sendo os dois modelos pretendem descrever o *mesmo fenômeno físico* e a comparação das equações matemáticas que procuram representá-los pode evidenciar diferenças importantes na modelagem.

Em particular, o desenvolvimento apresentado nesta seção procura determinar a melhor (mais correta) maneira de tratar o chamado *número de Richardson*, o qual se apresenta como fundamental para determinar o amortecimento da turbulência devido às forças de flutuação presentes no escoamento. Sua definição varia ao longo da bibliografia consultada e nem sempre a maneira como ele é determinado aparece de modo claro e indubitável.

3.5.4.1 - A equação da energia cinética turbulenta

A equação apresentada por Rodi (1980) pode ser rescrita, para regime permanente, na forma

¹⁰ citação do autor em tradução livre

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u_j k}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\rho \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + \left[\rho P + g_i \beta \frac{\mu_t}{\sigma} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] - \rho \epsilon \quad (3.50)$$

Comparadas as equações propostas por Rodi (3.50) e Raithby-Schneider (3.38) estas não são idênticas, em sua forma, devido aos termos contidos entre as chaves nas duas expressões.

A primeira diferença que se apresenta são as definições dos termos P e P*. A diferença entre as duas definições, comparando-se as expressões (3.33) e (3.39), é a parcela (2/3) kδ_{ij}. Como comentado este termo representa tensões turbulentas normais às faces dos volumes e usualmente são incorporadas ao termo de pressão da equação de Navier-Stokes, gerando uma pressão aparente durante a solução. Este procedimento é empregado por Raithby-Schneider, mas o termo é aparentemente mantido na equação da energia cinética turbulenta, segundo a definição apresentada pelos autores.

Como visto na descrição do modelo de turbulência à uma equação, a equação de transporte exata para a energia cinética turbulenta pode ser obtida à partir da equação de Navier-Stokes, sendo esta entretanto de pouco uso direto por inserir correlações de flutuação que são desconhecidas. Como apresenta Rodi, a parcela descrita por (2/3) kδ_{ij} é incluída no termo de difusão na equação da energia cinética turbulenta, equação (3.28), sendo este termo modelado pelo gradiente de k durante a simplificação da equação exata da energia cinética turbulenta:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\overline{u_i \left(\frac{u_j' u_j'}{2} + \frac{p}{\rho} \right)} \right] = \frac{\mu_t}{\rho \sigma_t} \frac{\partial k}{\partial x_i} \quad (3.51)$$

Isto nos leva a induzir que os termos P e P*, *são na realidade os mesmos*, ou seja a parcela (2/3) kδ_{ij} não deveria estar presente na definição de P*.

Partindo desta premissa, a diferença entre as duas equações se resume na identidade dos termos

$$- g_i \beta \frac{\mu_t}{\sigma} \frac{\partial T}{\partial x_i} \equiv \frac{\rho P^*}{\sigma_t} R_i \quad (3.52)$$

Na identidade acima a parcela do lado esquerdo está presente na equação de Rodi e a parcela do lado direito na equação de Raithby-Schneider, os quais definem o *número de Richardson* como:

$$R_i = -g\sigma_t \frac{\overline{\rho'u'_3}}{\rho P^*} = g\mu_t \frac{\left(\frac{\partial\rho}{\partial x_3}\right)}{P^*} \quad (3.53)$$

que pode ser escrito na forma:

$$R_i = g\mu_t \frac{\left(\frac{\partial\rho}{\partial x_3}\right)}{P^*} = g\mu_t \frac{\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x_3}\right)}{P^*} \quad (3.54)$$

e considerando a definição do coeficiente de expansão volumétrico

$$\frac{\partial\rho}{\partial T} = -\rho\beta \quad (3.55)$$

este pode ser dado por

$$R_i = -\rho g\beta\mu_t \frac{\left(\frac{\partial T}{\partial x_3}\right)}{P^*} \quad (3.56)$$

reescrevendo a identidade (3.52)

$$-\left(g_i \beta \frac{\mu_t}{\sigma} \frac{\partial T}{\partial x_i}\right) \equiv -\rho^2 \left(g\beta \frac{\mu_t}{\sigma} \frac{\partial T}{\partial x_3}\right) \quad (3.57)$$

indicando aparentemente que os termos são proporcionais pelo quadrado da densidade. Entretanto faça-se uma análise das dimensões envolvidas no *número de Richardson* como definido em Raithby-Schneider. Considere: m⇒massa; l⇒comprimento; t⇒tempo e tome-se as dimensões envolvidas na definição, equação (3.57)

$$[R_i] = \left(\frac{1}{t^2}\right) \frac{\left(\frac{m}{l^3}\right) \left(\frac{1}{t}\right)}{\left(\frac{m}{l^3}\right) \left(\frac{l^2}{t^3}\right)} = \left(\frac{1}{t^2}\right) \left(\frac{m}{lt}\right) \frac{\left(\frac{m}{l^3}\right)}{\left(\frac{l^2}{t^2}\right)} \quad (3.58)$$

e a expressão se reduz a

$$[R_i] = [\text{adimensional}] = \left(\frac{m^2}{l^6}\right)$$

o que sugere que para tornar Richardson, como definido pelo lado direito extremo de (3.54), adimensional, a expressão deveria ser dividida pelo quadrado da densidade.

Se isto for feito, a identidade representada pela equação (3.57) torna-se verdadeira e em conseqüência as equações de transporte da energia cinética para os modelos sugeridos por Rodi e Raithby-Schneider são idênticas. Formalmente, se Richardson for definido por

$$R_i = -g\sigma \frac{\overline{\rho' u_3'}}{\rho P^*} = g\mu_t \frac{\left(\frac{\partial \rho}{\partial x_3}\right)}{\rho^2 P^*} \quad (3.59)$$

a identidade (3.57) é verificada.

3.5.4.2 - A equação de transporte para a taxa de dissipação ϵ

As equações propostas pelos autores são reproduzidas a seguir por conveniência.

Modelo Raithby-Schneider

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u_j \epsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + \rho C_{1\epsilon} P^* \frac{\epsilon}{k} - \rho C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3.60)$$

Modelo completo de Rodi

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \bar{\varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_i} \right] + \rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P + G) (1 + C_{3\varepsilon} R_f) - \rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.61)$$

Comparado-se as equações verifica-se que os termos que envolvem as forças de flutuação são expressos de forma diferente. Ou seja

$$\rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P + G) (1 + C_{3\varepsilon} R_f) \neq \rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P \quad (3.62)$$

que é mais conveniente escrever na forma

$$\rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P (1 + C_{3\varepsilon} R_f) + \rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G (1 + C_{3\varepsilon} R_f) \neq \rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P \quad (3.63)$$

A primeira inspeção permite supor que o modelo de Raithby-Schneider toma a constante $C_{3\varepsilon}$ com valor *zero*, ao contrário da recomendação de Rodi que para o caso de descargas de jatos flutuantes na horizontal, recomenda o valor de $C_{3\varepsilon} \approx 1,0$. Desta forma a identidade (3.63) se reduziria a

$$\rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P + \rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G \neq \rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P \quad (3.64)$$

e notando que em seu trabalhos Raithby-Schneider apontam que o termo de flutuação da equação de ε (G) foi desprezado, tendo em vista o arrazoado apresentado por Gibson e Launder (1976), as expressões acima assumem a forma de uma identidade

$$\rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P \equiv \rho C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P \quad (3.65)$$

Portanto, em decorrência, a equação do modelo Raithby-Schneider é uma *forma simplificada* do modelo completo de Rodi, onde o efeito das forças de flutuação foram desprezados para a equação de transporte da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta.

3.5.5 - O número de Richardson

A definição do número de Richardson se apresenta de forma variada ao longo da bibliografia consultada e nem sempre a forma de estima-lo é descrita com precisão nos trabalhos encontrados. Segundo Rodi (1980), o chamado *número de fluxo de Richardson* é dados por

$$R_f = - \frac{G}{P} = \left(\frac{\beta g_i \mu_t}{\rho \sigma_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \frac{1}{P} \quad (3.66)$$

e Raithby-Schneider definem o *número de Richardson* como

$$R_i = g \mu_t \frac{\left(\frac{\partial \rho}{\partial x_3} \right)}{\rho^2 P^*} \quad (3.67)$$

assumindo a forma proposta na equação (3.59) para torná-lo adimensional. Inserindo o coeficiente de expansão volumétrico na definição acima obtém-se

$$R_i = \frac{\left(-\rho \beta g \mu \frac{\partial T}{\partial x_3} \right)}{\rho^2 P^*} = - \left(\frac{\beta g \mu}{\rho} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) \frac{1}{P^*} \quad (3.68)$$

que a menos do número de Prandtl turbulento, σ_t , e o sinal invertido, coincide com a definição do *número de fluxo de Richardson* como empregado por Rodi, Bradshaw e outros. Notando ainda que na modelagem de turbulência o número de Prandtl turbulento é muitas vezes tomado como uma constante (adimensional) ambas as definições traduzem com a mesma fidelidade a importância do fenômeno físico de flutuação no escoamento estudado ou seja

$$R_f \approx - R_i \quad (3.69)$$

e na realidade Raithby-Schneider referenciam-se ao que os demais autores costumam chamar de *número de fluxo de Richardson*. Embora este parâmetro tenha sido eliminado da equação de transporte da taxa de dissipação, sua correta interpretação é fundamental para o exame que se segue sobre o emprego das funções de Munk-Anderson para o relaxamento da viscosidade (e difusividade) turbulenta na direção perpendicular à profundidade do corpo d'água.

3.5.6 - A modificação proposta por Raithby-Schneider

Como descrito este modelo propõem que a viscosidade e o número de Prandtl turbulentos sejam relaxados na direção perpendicular ao fundo do corpo d'água segundo funções propostas por Munk-Anderson e de acordo com as relações

$$\frac{\mu_t}{\rho} = C_\mu \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \right) \frac{1}{f_1} \quad (3.70)$$

e

$$\sigma = \sigma_0 f_2 \quad (3.71)$$

com f_1 e f_2 descritos pelas equações (3.43) e (3.44). A equação (3.70) é bastante semelhante a equação apresentada no trabalho experimental de Munk-Anderson, como relatado em Rodi (1980), reproduzida por conveniência

$$v_{tz} = (v_{tz})_0 (1.0 + 10 Ri)^{-0.50} = (v_{tz})_0 \frac{1}{f_1} \quad (3.72)$$

Deve-se observar entretanto que Munk-Anderson relaxam a viscosidade cinemática turbulenta com base na viscosidade cinemática observada para estratificação nula, ($R_i = 0$), enquanto o procedimento de solução empregado por Raith-Schneider determina o valor de k e ε em cada volume de controle e assim o valor de viscosidade cinemática ($C_\mu k^2/\varepsilon$) já considerava os efeitos de flutuação, uma vez que este está presente na equação da energia cinética turbulenta. Desta forma o emprego da equação (3.70) para considerar este efeito ($R_i \geq 0$), na forma acima proposta, é considerar duas vezes o mesmo efeito. Entretanto pode-se contra argumentar que esta seria uma forma válida de compensar a eliminação das forças de flutuação na equação de transporte da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta.

Verificando-se a forma da função f_2 nota-se que ela é idêntica à função proposta por Munk-Anderson para a relaxar a *difusividade turbulenta*, reproduzida a seguir

$$\alpha_{tz} = (\alpha_{tz})_0 (1.0 + 3,33 Ri)^{-1,50} = (\alpha_{tz})_0 \frac{1}{f_2} \quad (3.73)$$

enquanto o modelo Raithby-Schneider propõem que esta função seja aplicada para relaxar o número de Prandtl turbulento através de um produto direto. A proposta de Raithby-Schneider é equivalente a escrever

$$\sigma_t \approx \frac{V_{(t0)}}{\alpha_{(t0)} \frac{1}{f_2}} = \frac{V_{(t0)}}{\alpha_{(t0)}} f_2 = \sigma_{(t0)} f_2 \quad (3.74)$$

onde o valor do número de Prandtl turbulento para estratificação nula é tomado como uma constante igual a 0,70.

Embora a aproximação acima seja aceitável, o emprego das equações de Munk-Anderson de acordo com o proposto pelo autor em seu trabalho experimental, não acarretaria em um grande esforço adicional que justificasse a simplificação proposta. Além disto nenhuma justificativa do ponto de vista da física envolvida no problema é apresentada para sustentar tal aproximação.

Ao mesmo tempo há que se observar que as equações propostas por Munk-Anderson são oriundas de um *trabalho experimental* onde *um ajuste* de curvas foi realizado sobre os resultados para determinar o valor das constantes das equações (3.20). Para este ajuste de curvas o número adimensional empregado foi o número de Richardson definido como na equação (3.21). O modelo de Raithby-Schneider propõem que seja empregado nas mesmas equações o *número de fluxo de Richardson*, que embora de forma semelhante forneça a mesma informação do fenômeno da estratificação *não possui o mesmo valor numérico do número de Richardson* e assim não reproduz os resultados experimentais verificados por Munk-Anderson.

3.6 - As forças de campo na equação de Navier-Stokes

Na equação (3.1) o termo F_c representa as forças de campo atuantes no escoamento. No escoamento que se pretende simular estas forças são as forças de flutuação, decisivas para a dinâmica do escoamento no domínio intermediário e principalmente no domínio distante como discutido no Capítulo 2.

Estas forças podem ser tratadas de duas maneiras em função da metodologia de solução proposta.

Na formulação denominada CSDV ¹¹ a ser empregada na solução, tanto a massa específica como a velocidade são mantidas como incógnita na equação da conservação da massa e uma equação adicional, uma equação de estado, é necessária para determinar a densidade. Para o caso de escoamento em gases a equação para gases perfeitos é empregada pois a densidade é uma função da pressão e temperatura do escoamento. No presente caso a densidade é uma função principalmente da temperatura e a equação de estado empregada pode ser a função sugerida por Gebhart e Mollendorf (1977) e empregada por Raithby e Schneider (1980) em escoamentos do mesmo tipo

$$\rho = 999.9720 [1 - 9.297173 \times 10^{-6} (T - 4.029325)^{1.894816}] \quad (3.75)$$

para a densidade em kg/m^3 e a temperatura em $^{\circ}\text{C}$.

Desta forma, com o emprego da formulação CSDV, as forças de campo podem ser avaliadas em cada volume de controle da forma especificada pela equação de Navier-Stokes.

A segunda maneira de considerar as forças de campo presentes é impor um campo de densidades constante ao escoamento e considerar o efeito de flutuação através da hipótese de Boussinesq: assume-se que as variações de densidades devidas a variações de temperatura no escoamento são apreciáveis apenas nos termos que envolvem as forças de campo na equação de Navier-Stokes. Assim o termo das forças de flutuação é descrito como

$$\bar{F}_c = -g(\rho - \rho_{\infty}) \quad (3.76)$$

onde ρ_{∞} é a densidade tomada em um ponto do ambiente não perturbado pela descarga.

Considerando a definição do coeficiente de expansão volumétrico pode-se escrever

$$\bar{F}_c = \rho_{\infty} g \beta(T - T_{\infty}) \quad (3.77)$$

¹¹ Correção Simultânea da Densidade e Velocidade

onde de forma análoga T_∞ é a temperatura ambiente em um ponto não perturbado.

3.7 - Resumo do Modelo Matemático

O modelo matemático proposto para simular a descarga de efluentes em corpos d'água é composto pelas equações de conservação de momento e energia e pelas equações do modelo de turbulência $k - \epsilon$, discutidas ao longo do capítulo. Estas são apresentadas a seguir para facilitar a visualização completa do modelo proposto. A metodologia de solução proposta é apresentada no Capítulo 4.

•Equação da conservação da massa

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (3.78)$$

•Equações de Navier -Stokes

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} u_i u_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \bar{\rho} u_i' u_j') + \bar{F}_e \quad (3.79)$$

•Equação da Energia

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} T) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} u_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k_t}{c_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \bar{\rho} T' u_j' \right) \quad (3.80)$$

•*Hipótese de Boussinesq*

$$-\overline{u'_i u'_j} = \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3.81)$$

•*Analogia para transporte de calor (ou massa)*

$$-\overline{u'_j \Gamma'} = \alpha_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (3.82)$$

onde a difusividade é função do número de Prandtl (ou Schmidt)

$$\sigma_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} \quad (3.83)$$

•*Relação de Kolmogorov-Prandtl para viscosidade turbulenta*

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.84)$$

•*Equação de transporte da energia cinética turbulenta*

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\rho \sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P + G) (1 + C_{3\varepsilon} R_f) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.85)$$

•Equação de transporte da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\rho \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + (P + G) - \varepsilon \quad (3.86)$$

As equações (3.13) , (3.33) e (3.34) definem os termos τ_{ij} , P e G das equações acima. O valor a ser empregado para as constantes do modelo de turbulência são aquelas discutidas no decorrer do texto.

CAPÍTULO 4 - Metodologia

4.1 - Metodologia de Solução

Neste trabalho é realizada a simulação de descargas de poluentes no ambiente através da modelagem matemática empregando uma solução numérica. Em particular o modelo numérico a ser empregado segue a linha de pesquisa em desenvolvimento no SINMEC¹ desde 1986 a qual utiliza o método dos volumes finitos. As principais características e respectivos esquemas numéricos usados na implementação do modelo numérico são apresentados a seguir.

a. Sistema de coordenadas naturais

Permite resolver problemas sobre geometrias arbitrárias, uma vez que a malha estruturada empregada para discretização do domínio é construída à partir de suas fronteiras naturais, dando generalidade ao código computacional e facilitando a aplicação de condições de contorno.

b. Esquema WUDS

Se constitui na função de interpolação que é usada para relacionar as incógnitas de volumes de controle vizinhos. Uma versão otimizada do esquema WUDS original é empregada, conforme o trabalho de Raithby, (1976).

c. Volumes fictícios.

São usados para facilitar a aplicação das condições de contorno e facilitar a implementação do código.

d. Formulação dependente do tempo e implícita .

O tempo é usado nas equações para servir como parâmetro de controle do processo iterativo de solução dos sistemas lineares que resultam da discretização das equações diferenciais que governam o problema.

¹Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor; Dptº de Engenharia Mecânica; Univ. Fed. de Santa Catarina

e. Solução dos sistemas lineares

A solução dos sistemas lineares é feita pelo método GMRES (Marcondes et al., 1995)

f. Método de acoplamento SIMPLEC.

No método dos volumes finitos os sistemas lineares são resolvidos separadamente para cada incógnita, sendo assim chamados de esquemas segregados. Para um problema de escoamento à baixa velocidade, nos esquemas segregados, as equações de Navier-Stokes são usadas para calcular u , v e w , e a equação da energia para T , restando a equação de conservação da massa para obter a pressão. Mas, como a pressão não aparece explicitamente nesta equação, são empregados os chamados métodos de acoplamento pressão-velocidade que transformam a equação de conservação da massa numa equação para a pressão. Um dos primeiros métodos que surgiram foi o SIMPLE, de Patankar e Spalding (1972). Neste trabalho, uma versão otimizada desse método é usada, o SIMPLEC, de Van Doormaal e Raithby (1984).

g. Arranjo co-localizado de variáveis.

Uma das primeiras aplicações do método dos volumes finitos, que obteve grande repercussão, foi apresentada por Harlow e Welch (1965), utilizando um arranjo desencontrado de variáveis, ou seja, as componentes cartesianas da velocidade são armazenadas nas faces dos volumes de controle da pressão. Este recurso foi adotado para evitar o surgimento de oscilações no campo de pressões presentes quando variáveis co-localizadas são empregadas. Este problema das oscilações começou a ser superado com os trabalhos de Hsu (1982) e Rhie (1981). Na época da publicação do artigo de Peric et alii (1988), o uso do arranjo co-localizado de variáveis para problemas de escoamentos de fluidos incompressíveis e em coordenadas cartesianas, no âmbito dos volumes finitos, começou a ser bastante empregado.

Marchi et alii (1989) e Marchi e Maliska (1994) aplicaram o esquema de Peric et al. (1988) na solução de escoamentos supersônicos e efetuaram uma pequena alteração na proposta de Peric, resultando no esquema PVF-A, que apresentou melhor desempenho em escoamentos supersônicos. Em escoamentos de baixa velocidade, os dois esquemas apresentaram o mesmo comportamento. Posteriormente o esquema PVF-A foi estendido para resolver problemas sobre geometrias bidimensionais arbitrárias usando-se um sistema de coordenadas naturais. Esta extensão foi implementada no código computacional MACH2D que foi aplicado na solução de escoamentos sobre o foguete VLS (Marchi et al. 1988; Maliska et al., 1991). Posteriormente, Bortoli (1990) fez uso do código MACH2D para resolver outros problemas, como escoamentos sobre aerofólios e tomadas de ar de turbinas de aviões. O esquema PVF-A também foi empregado no trabalho de Ulson e Maliska (1990) e Ulson (1991) na solução de alguns problemas de escoamentos de fluidos incompressíveis. O arranjo co-localizado de variáveis adotado é descrito em Maliska et al. 1991 onde o esquema PVF-A foi

aplicado a problemas de escoamentos supersônicos tridimensionais sobre geometrias arbitrárias, resultando no código computacional MACH3D.

Tem-se verificado que o uso do arranjo co-localizado reduz significativamente a memória computacional necessária para se resolver um problema, e diminui, em muito, cálculos referentes à informações geométricas e coeficientes, tornando os códigos mais compactos e fáceis de implementar. Uma discussão sobre diversos arranjos de variáveis desencontradas pode ser visto nos trabalhos de Maliska e Raithby (1984) e Silva (1991).

h. Qualquer regime de velocidade.

Tradicionalmente, o método dos volumes finitos desenvolveu-se voltado às aplicações que envolviam escoamentos de fluidos incompressíveis, enquanto que o método das diferenças finitas era utilizado na solução de problemas relacionados a escoamentos transônicos e supersônicos. Mas, desde o fim da década de 60, pesquisadores que trabalhavam com estes dois métodos numéricos procuraram desenvolvê-los na busca de esquemas gerais capazes de resolver escoamentos em qualquer regime de velocidade. Van Doormaal (1985) desenvolveu um novo modelo numérico para resolver escoamentos em qualquer regime de velocidade usando o sistema de coordenadas cartesiano. O trabalho de Van Doormaal foi estendido por Silva e Maliska (1988) a sistemas de coordenadas naturais para geometrias bidimensionais ou tridimensionais axissimétricas. Detalhes sobre esta extensão podem ser vistos em Silva (1991). A metodologia para qualquer regime de velocidade foi denominada de CSDV (Correção Simultânea na Densidade e Velocidade).

O modelo numérico de Silva e Maliska (1988) foi estendido por Marchi et al. (1990) para resolver escoamentos em qualquer regime de velocidade sobre geometrias tridimensionais arbitrárias. Embora o escoamento a ser simulado seja tipicamente de baixa velocidade, o modelo numérico básico a ser empregado para a solução será o modelo desenvolvido por Silva e Maliska (1988) e estendido por Marchi et al. (1990), com o objetivo de garantir generalidade ao código desenvolvido.

i. Escoamento viscoso turbulento.

Como discutido, o fenômeno da turbulência é fundamental no comportamento hidrodinâmico e térmico² em uma descarga de poluentes. Verificou-se através da revisão bibliográfica realizada que não existe nenhum modelo numérico que permita resolver escoamentos tridimensionais viscosos turbulentos e que apresente as nove características acima relacionadas. Este fato revela a oportunidade do presente trabalho.

²ou no comportamento da distribuição de concentrações de uma espécie química

4.2 - As Equações Governantes no Espaço Transformado

O modelo matemático para a descarga de efluentes foi discutido no Capítulo 3 onde as equações foram escritas para o sistema cartesiano de coordenadas. Como se deseja trabalhar sobre geometrias arbitrárias é necessário que estas equações sejam transformadas para um sistema de coordenadas arbitrárias³. O uso deste sistema garante a generalidade ao método numérico no tocante às geometrias que poderão ser simuladas, além de facilitar a imposição de condições de contorno, sendo estas vantagens largamente conhecidas entre analistas numéricos.

O modelo matemático apresentado consta de 7 equações: as equações de Navier-Stokes para as 3 direções coordenadas, a equação da energia (ou concentração), a equação da conservação da massa além das equações de conservação da energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação. Estas equações são transformadas do sistema cartesiano (x,y,z) para o sistema de coordenadas arbitrárias (ξ,η,γ) basicamente através do emprego da regra da cadeia. As transformações de coordenadas são desenvolvidas em detalhe nos Apêndices de 1 a 3 .

O conjunto de equações que compõem o modelo matemático, escrito em um sistema natural de coordenadas (ξ,η,γ) pode se expresso por

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{J} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U\phi) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V\phi) + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\rho W\phi) = -\hat{P}^\phi + \hat{S}^\phi \\
 & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\alpha_{11} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{12} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{13} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} \right) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(\alpha_{21} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{22} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{23} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} \right) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\left(\alpha_{31} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{32} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{33} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

As expressões para os componentes do tensor métrico (α_{ij}), o jacobiano da transformação de coordenadas (J) e para as velocidades contra-variantes (U, V, W) podem ser vistas no Apêndice 4 .

Na equação (4.1) a variável ϕ é a variável dependente para cada uma das equações do modelo matemático. Assim as equações de Navier-Stokes, no espaço transformado, são obtidas para $\phi = u$, $\phi =$

³sistema natural de coordenadas

v e $\phi = w$. A equação da conservação da massa é obtida para $\phi = 1$ e a equação da energia (ou concentração) para $\phi = T$ (ou c). Finalmente, $\phi = k$ e $\phi = \varepsilon$ recuperam as equações de conservação para o modelo de turbulência adotado.

O coeficiente de transporte por difusão Γ^ϕ é nulo para a equação da conservação da massa. Para as equações do movimento $\Gamma^\phi = \mu_{ef}$ e para a equação da energia $\Gamma^\phi = \Gamma_{ef}^T$, como definido no Apêndice 3. Para as equações do modelo de turbulência

$$\Gamma^k = \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad ; \quad \Gamma^\varepsilon = \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \quad (4.2)$$

4.3 - O termos fonte P^ϕ

O termo fonte P^ϕ é nulo para todas as equações governantes com exceção às equações de Navier-Stokes onde este é dado por

$$\hat{P}^{u_i} = \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} \bar{\xi}_i + \frac{\partial \bar{p}}{\partial \eta} \bar{\eta}_i + \frac{\partial \bar{p}}{\partial \gamma} \bar{\gamma}_i \right] \quad (4.3)$$

4.4 - O termo fonte S^ϕ

Como desenvolvido nos Apêndices os termos fonte S^ϕ são dados pelas relações a seguir

Equações do movimento

$$\begin{aligned} \hat{S}^{u_i} = & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(J \mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_i + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_i + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_i \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(J \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_i + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_i + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_i \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\left(J \mu_{ef} \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_i + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial W}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_i + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial W}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_i \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

Equação da Energia Cinética Turbulenta

$$\hat{S}^k = \rho (\hat{P}_t + \hat{G}) - \frac{\rho \varepsilon}{J} \quad (4.5)$$

Equação da Taxa de Dissipação da Energia Cinética Turbulenta

$$\hat{S}^e = C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (\hat{P}_t + \hat{G}) (1 + C_{3\varepsilon} \hat{R}_f) - C_{2\varepsilon} \frac{\rho \varepsilon^2}{Jk} \quad (4.6)$$

sendo o termo de produção de energia cinética turbulenta dado por

$$\begin{aligned} \hat{P}_t = J \mu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_x + \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_x + \left(\frac{\partial u}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_x \right]^2 \right. \\ + 2 \left[\left(\frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_y + \left(\frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_y + \left(\frac{\partial v}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_y \right]^2 \\ + 2 \left[\left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_z + \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_z + \left(\frac{\partial w}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_z \right]^2 \\ + \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (u \bar{\xi}_y + v \bar{\xi}_x) + \frac{\partial}{\partial \eta} (u \bar{\eta}_y + v \bar{\eta}_x) + \frac{\partial}{\partial \gamma} (u \bar{\gamma}_y + v \bar{\gamma}_x) \right]^2 \\ + \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (u \bar{\xi}_z + w \bar{\xi}_x) + \frac{\partial}{\partial \eta} (u \bar{\eta}_z + w \bar{\eta}_x) + \frac{\partial}{\partial \gamma} (u \bar{\gamma}_z + w \bar{\gamma}_x) \right]^2 \\ \left. + \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (v \bar{\xi}_z + w \bar{\xi}_y) + \frac{\partial}{\partial \eta} (v \bar{\eta}_z + w \bar{\eta}_y) + \frac{\partial}{\partial \gamma} (v \bar{\gamma}_z + w \bar{\gamma}_y) \right]^2 \right\} \quad (4.7) \end{aligned}$$

e o termo fonte/sumidouro devido à flutuação por

$$\hat{G} = -g \beta \left(\frac{\mu_t}{\sigma_v} \right) \left[\frac{\partial T}{\partial \xi} \bar{\xi}_i + \frac{\partial T}{\partial \eta} \bar{\eta}_i + \frac{\partial T}{\partial \gamma} \bar{\gamma}_i \right] \quad (4.8)$$

sendo que a direção i na equação (4.8) representa a direção cartesiana segundo a qual o vetor gravidade está alinhado. Os termos fonte S^ϕ para a equação da energia (ou concentração) e para a equação da

conservação da massa são nulos.

4.5 - A discretização das equações governantes

O método dos volumes finitos se baseia na técnica de aplicar os princípios de conservação (massa, momento, energia, etc.), de forma discreta a pequenos subdomínios do domínio principal de cálculo. O domínio principal (ou simplesmente domínio) é entendido como a região do espaço na qual se deseja determinar o comportamento do escoamento.

O domínio deve ser então subdividido (discretizado) em um número suficiente⁴ de subdomínios elementares sobre os quais as equações de conservação serão integradas. Em particular este trabalho emprega a técnica de discretização estruturada de domínios. As técnicas disponíveis para discretização de domínios, suas vantagens, desvantagens e métodos de implementação podem ser vistos em Thompson e Warzi (1982), (1985) e Thompson (1984). Em particular, Marchi e Maliska (1988) apresentam a dedução e implementação das equações para geração de malhas estruturadas em domínios tridimensionais.

Um subdomínio elementar no espaço físico é um volume limitado por faces planas, não paralelas, formadas por quadriláteros irregulares. A integração das equações de conservação sobre tal volume de controle (subdomínio) seria dificultosa. A transformação de coordenadas mapeia todos os subdomínios do espaço físico (volumes irregulares) sobre subdomínios correspondentes no espaço transformado os quais são (por imposição da transformação) cubos regulares de arestas unitárias. Desta forma a integração das equações de conservação são realizadas no espaço transformado o que simplifica o procedimento. As informações concernentes às reais dimensões do volume de controle no espaço físico estarão contidas nas métricas e no jacobiano da transformação, presentes nas equações de conservação escritas para o sistema natural de coordenadas.

Neste trabalho também será empregado o mesmo algoritmo de solução sugerido por Marchi et al (1990), sendo que deverão ser solucionadas adicionalmente as equações para o modelo de turbulência proposto. Detalhes referentes à discretização das equações de conservação, avaliação dos fluxos convectivos e difusivos nas faces dos volumes de controle e implementação das condições de contorno ao escoamento são encontrados em Marchi, (1992).

⁴a suficiência do número de subdomínios deve ser entendida como um número suficiente para descrever o escoamento com a precisão desejada.

CAPÍTULO 5 - Validação hidrodinâmica

5.1 - A validação do modelo matemático

Rios e canais são cursos d'água que primariamente recebem descarga de poluentes os quais, por sua vez, deságuam em lagos ou reservatórios ou ainda em mar aberto. O estudo do comportamento do modelo matemático proposto ao simular escoamentos nestes tipos de corpos d'água é uma etapa importante no processo de validação.

Para lagos, reservatórios ou mesmo áreas de mar aberto, a ação do vento sobre a superfície é de particular importância. Em lagos e reservatórios o vento é a fonte primária de energia para a mistura turbulenta de suas águas e um dos fatores importantes na determinação de suas correntes. O vento, agindo na superfície do corpo d'água, origina uma corrente superficial de araste (drift) a qual dará origem a contra-correntes no fundo do reservatório. A direção e intensidade destas será dependente das dimensões e características topográficas do reservatório e das características da ação do vento (intensidade, direção e permanência). Esta corrente superficial será determinante no caso de dispersão de poluentes flutuantes, não miscíveis, como no caso de derramamento de derivados de petróleo ou similares

Assim, a dispersão de um poluente lançado em um corpo d'água que sofre a ação de ventos em sua superfície será dependente da interação desta ação com o escoamento no corpo d'água (rios) ou mesmo inteiramente determinada pela ação dos ventos, por ser esta fonte de energia primária para a determinação de suas correntes (reservatórios e lagos).

Tanto estudos de campo como estudos em laboratório tem sido desenvolvidos para determinação dos efeitos do vento sobre corpos d'água. Experimentos em laboratórios em geral são preferidos e possuem relatos mais freqüentes na literatura pois são mais baratos, menos complicados e, principalmente, porque as variáveis físicas envolvidas no fenômeno podem ser melhor controladas. Entretanto, Tsanis, (1989) ressalta o fato que mesmo os experimentos controlados em laboratório possuem dificuldade em reproduzir com fidelidade (em escala) detalhes topográficos dos corpos d'água, como as irregularidade do fundo e reproduzir convenientemente

outras variáveis físicas envolvidas no escoamento real. Do ponto de vista numérico, lembrando que o modelo matemático proposto trabalha com coordenadas generalizadas, a correta topografia do corpo d'água pode ser simulada, não sendo este fato um empecilho a previsões mais realistas do escoamento sob estudo. Os escoamentos desta classe que despertam maior interesse são os classificados como “escoamentos quase horizontais” (Tsanis,1989) por possuírem uma extensão horizontal grande quando comparados com a profundidade do corpo d'água.

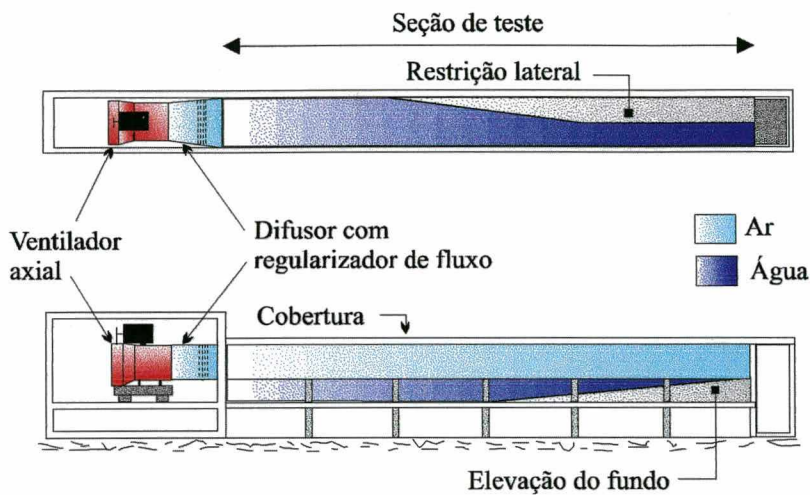


Figura 5.1 - Túnel ar-água característico, Baines,W.D., Knapp D.,(1965)

Experimentos relativos a estes escoamentos podem ser realizados em túneis ar-água como mostrado esquematicamente na Fig.5.1 (Baines e Knapp,1965). Estes túneis possuem um ventilador, em geral de velocidade variável, capaz de proporcionar uma corrente de ar sobre uma lâmina d'água. Se ambas extremidades do túnel são fechadas, a corrente de ar irá determinar um escoamento em contra corrente na lâmina d'água. Estes túneis permitem também que a topografia de fundo ou de margem seja modificada, como ilustrado na Fig. 5.1, onde uma restrição lateral e uma elevação do fundo são empregadas.

Outros tipos de túnel possuem a capacidade de recircular a água, estabelecendo um escoamento forçado, o qual estará sob a ação do escoamento de ar estabelecido sobre a lâmina d'água. Nestes túneis, ou os ventiladores são capazes de gerar corrente de ar tanto no sentido do escoamento da água como no sentido contrário ou a direção do fluxo d'água pode ser invertida.

Uma revisão dos estudos experimentais desenvolvidos neste tipo de dispositivo, suas vantagens, desvantagens e dificuldades pode ser encontrada em Tsanis, (1988).

Para o presente trabalho, seguindo a nomenclatura encontrada na maioria das publicações, entende-se um *canal fechado* como aquele que possui paredes laterais e fundo e uma superfície livre, à exemplo da Fig. 5.1, não permitindo assim um influxo de massa. A única causa do escoamento é o efeito do vento em sua superfície livre. Como *canal aberto* entende-se um canal que permite um fluxo de massa em suas fronteiras que não a superfície livre (túneis com recirculação), o qual pode sofrer a ação do vento nesta superfície.

Devido às dificuldades experimentais verificadas em se obter um escoamento perfeitamente bidimensional em túneis ar-água e manter a superfície isenta de ondulações, Tsanis, (1989) propôs um novo dispositivo experimental para a modelagem física de escoamentos induzidos por correntes de ar. Neste novo dispositivo o corpo d'água é representado pelo volume de ar contido numa caixa, sem fundo, a qual se apoia sobre uma superfície plana como mostrado na Fig. 5.2. Para simular a corrente de ar sobre o corpo d'água a caixa se desloca a velocidade constante sobre a superfície plana. O escoamento sob consideração é homogêneo, compreendendo um cisalhamento induzido sobre a superfície livre e um escoamento oposto junto ao topo da caixa, devido a um gradiente de pressão. A tensão cisalhante é aplicada diretamente sobre o volume de fluido (ar no caso) pelo deslocamento da caixa em relação a superfície plana estacionária, o que representa a ação do vento na interface ar-água em um corpo d'água real.

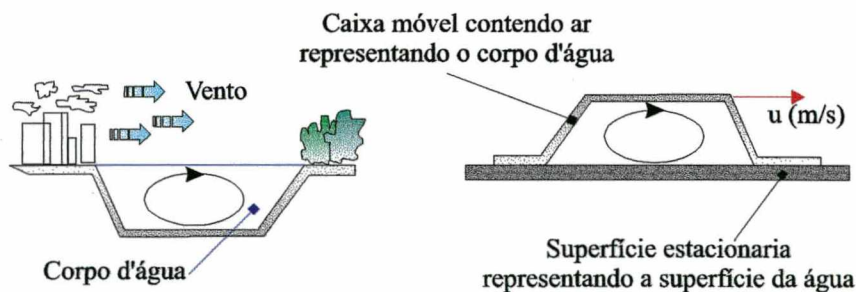


Figura 5.2 - Alternativa experimental para modelagem física de escoamentos cisalhantes

Tsanis apresenta como vantagem deste dispositivo a redução dos efeitos tridimensionais devido as paredes laterais, evitando correntes secundárias (desde que empregada uma relação profundidade / largura da ordem de 1:6 a 1:4) o que proporciona a simulação de um escoamento

bidimensional. Como vantagem adicional, facilitando os procedimentos de medição, a anemometria de fio quente poder ser empregada para determinação das velocidades uma vez que o fluido de trabalho é ar.

Experimentos disponíveis na literatura, realizados em dispositivos como acima descritos, serão empregados para a validação do modelo matemático proposto. O modelo pode ser entendido como possuindo três sub-modelos distintos. Um sub-modelo permite a solução conjunta das Equações de Navier-Stokes e da Equação da Continuidade. O emprego isolado deste sub-modelo permite a simulação de escoamentos laminares.

Um segundo sub-modelo é aquele que permite também a solução da Equação da Energia e o terceiro sub-modelo compreende o modelo de turbulência. A combinação e solução de dois ou três sub-modelos permite a solução de uma grande variedade de escoamentos em geometrias arbitrárias como mostra a Fig.5.3

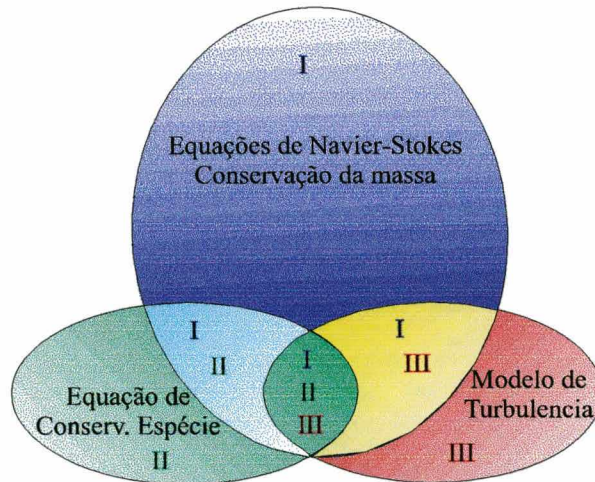


Figura 5.3 - Composição de sub-modelos

A validação do modelo matemático proposto neste trabalho pretende seguir um grau crescente de complexidade. Neste capítulo será inicialmente testado o sub-modelo I, ou seja, aquele que permite a solução de escoamentos laminares. A seguir o sub-modelo de turbulência III será combinado com I para validar a simulação de escoamentos turbulentos sem transferência de calor.

5.2 - Canais Fechados

5.2.1 - Escoamentos em Canais *Fechados* sob a Ação do Vento: Análise Teórica

O primeiro teste realizado com o modelo matemático consiste em comparar a solução que este apresenta contra as soluções analíticas disponíveis na literatura para o escoamento em canais fechados. O objetivo é validar o sub-modelo I, responsável pela solução da Equação de Navier-Stoke e da Equação da Continuidade. Este escoamento é esquematizado na Fig. 5.4. Para o caso mais simples, escoamento laminar, a Equação de Navier-Stokes se reduz a

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \tag{5.1}$$

sob as condições de contorno

$$\mu \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_s \quad \text{para } z = D \tag{5.2}$$

$$u(z) = 0 \quad \text{para } z = 0 \tag{5.3}$$

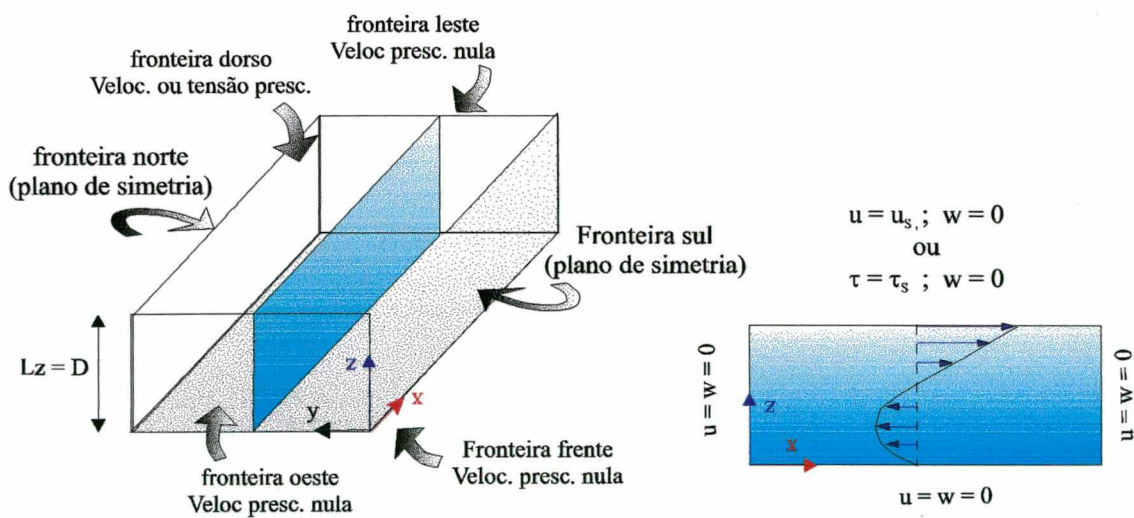


Figura 5.4 - Escoamento bidimensional em um canal fechado

se a tensão imposta pelo vento na superfície do corpo d'água é conhecida. Da equação da continuidade tem-se

$$\int_0^D u(z) dz = 0 \quad (5.4)$$

A solução das equações acima, submetidas às condições de contorno descritas e observada a equação da continuidade é

$$u(z) = \frac{\tau_s}{4\mu D} z(3z - 2D) \quad (5.5)$$

Quando a velocidade de superfície é conhecida, a condição de contorno (5.2) é alterada devendo ser escrita

$$u(z) = u_s \quad \text{para} \quad z = D \quad (5.6)$$

o que leva a solução alternativa de (5.1)

$$u(z) = \frac{u_s}{D^2} z(3z - 2D) \quad (5.7)$$

As duas soluções apresentadas acima evidenciam as opções que existem em relação às condições de contorno com escoamentos submetidos à ação do vento na superfície: ou a tensão ou a velocidade na superfície devem ser disponíveis.

Em referência aos experimentos de Yu, como será discutido em detalhes adiante, a tensão sobre a superfície foi empregada como condição de contorno, por ser este o dado disponível. Nos casos dos experimentos de Tsanis, ou a tensão (obtida de medições experimentais) ou a velocidade de superfície podem ser especificadas como condição de contorno.

Em geral, para dados de campo, conhecidas as condições de vento sobre o corpo d'água, a tensão resultante sobre a superfície é estimada através da relação (Jin, 1993)

$$\tau_s = c_d \rho_a |u_{10}| u_{10} \quad (5.8)$$

onde ρ_a é a densidade do ar; u_{10} é a velocidade do vento medida a 10 m acima do nível da superfície e c_d é o coeficiente de atrito. O valor de c_d , segundo Hicks (1972), deve ser ajustado a partir de medições locais na forma

$$c_d = c_1 + c_2 |u_{10}| \quad (5.9)$$

Valores característicos para c_d , c_1 e c_2 podem ser encontrados em Hicks (1972) e em Jin, (1993), para vários corpos d'água já monitorados no mundo. Outros autores (Adams et al. 1981) apontam valores de c_d independentes da velocidade do vento sobre a superfície, ou seja, constantes.

Em um escoamento laminar, como o estudado no momento, impor uma velocidade sobre a superfície livre irá gerar um escoamento em contra corrente. Existe uma determinada tensão que se aplicada a superfície livre irá gerar exatamente o mesmo escoamento. A relação entre a velocidade de superfície e a tensão de superfície que dão origem ao mesmo escoamento, pode ser determinada pelas equações anteriores (5.5) e (5.7). Como

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\tau_s}{\mu} \quad \text{para } z = D \quad (5.10)$$

e, da Eq.(5.7),

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_s}{D^2} (6z - 2D) \quad (5.11)$$

Da Eq.(5.10) e Eq. (5.11) com $z = D$, tem-se

$$\frac{\tau_s}{\mu} = 4 \frac{u_s}{D} \quad (5.12)$$

ou, tomando a definição da velocidade de fricção na superfície,

$$u_{*s} = \left(\frac{\tau_s}{\rho} \right)^{0,5} = \left(4 \frac{\mu u_s}{\rho D} \right)^{0,5} \quad (5.13)$$

A Eq. (5.12) permite determinar a tensão que deve ser imposta na superfície do corpo d'água para se obter o mesmo escoamento imposto por uma dada velocidade na superfície, para um escoamento laminar.

Em um dos seus estudos sobre escoamentos induzidos por ventos Tsanis, (1989) propõem um perfil parabólico de viscosidade turbulenta que, para este tipo de escoamento (2D), é capaz de produzir perfis verticais de velocidade muito próximos aqueles previstos por modelos de turbulência mais sofisticados. O emprego deste perfil parabólico de viscosidade turbulenta resulta em um perfil vertical de velocidades. Este perfil de viscosidade turbulenta, segundo Tsanis (1989) é dado por

$$v_t = \frac{\mu_t}{\rho} = \left(\frac{\lambda u_{*s}}{D} \right) (z + z_b) (D - z + z_s) \quad (5.14)$$

onde $u_{*s} = \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}}$ é velocidade de fricção na superfície e λ uma constante que caracteriza a intensidade da turbulência. O valor médio recomendado por Tsanis é de $\lambda = 0,35$ embora exista uma variação deste parâmetro em relação ao Rs , como indicado a seguir

$$10^3 \leq Rs = \frac{\rho u_s D}{\mu} \leq 10^5 \quad 0,20 \leq \lambda \leq 0,50$$

Os parâmetros z_b e z_s são comprimentos característicos determinados no fundo ($z = 0$) e na superfície do corpo d'água ($z = D$), respectivamente. Estes representam a medida relativa da espessura da sub-camada laminar. Estes parâmetros foram objeto de vários estudos. Van Dorn

(1953) determinou que o comprimento característico $z_{bh} = z_b/D$ é da ordem de 10^{-3} a 10^{-4} . Reid (1957) determinou que $z_{sh} = z_s/D$ possui um valor em torno de $1/3000$. De acordo com estes dados e após uma série de experimentos, Tsanis, (1989), determinou que estes valores podem ser tomados como

$$z_{sh} = 2,20 \times 10^{-4} \quad \text{e} \quad z_{bh} = 0,60 \times 10^{-4}$$

Para o perfil de velocidades, Wu e Tsanis (1995) propõem uma solução analítica que, normalizada pela velocidade de fricção na superfície, é dada por

$$\bar{u}(z) = \frac{u(z)}{u_{*s}} = A \ln\left[1 + \left(\frac{z}{z_s}\right)\right] + B \ln\left\{1 - \left[\frac{z}{(z_b + D)}\right]\right\} \quad (5.15)$$

onde

$$A = \frac{q_2}{(p_1 q_2 - p_2 q_1)} \quad (5.16)$$

$$B = \frac{-q_1}{(p_1 q_2 - p_2 q_1)} \quad (5.17)$$

sendo os termos p_1 , p_2 , q_1 e q_2 dados por

$$p_1 = \lambda z_{sh} \quad ; \quad p_2 = \lambda \frac{z_{sh}}{z_{bh}} \quad (5.18)$$

$$q_1 = (1 + z_{sh}) \ln\left(1 + \frac{1}{z_{sh}}\right) - 1 \quad (5.19)$$

$$q_2 = z_{sh} \ln\left(1 + \frac{1}{z_{bh}}\right) - 1 \quad (5.20)$$

5.2.2 - Experimentos Seleccionados

5.2.2.1 - O experimento de Tsanis

Um dos estudos empregados para validação do modelo em escoamentos em canais fechados sob a ação de vento na superfície é o estudo apresentado por Tsanis, (1989). Como descrito anteriormente, Tsanis propôs uma nova maneira de simular fisicamente escoamentos induzidos por correntes de ar e a empregou em seus trabalhos (Tsanis 1988, 1989). Esta é ilustrada esquematicamente na Fig. 5.5. Na presente simulação física, o corpo d'água é representado pelo volume de ar contido em uma caixa sem fundo a qual se desloca em relação a uma superfície estacionária. Esta superfície estacionária representa a interface ar-água.

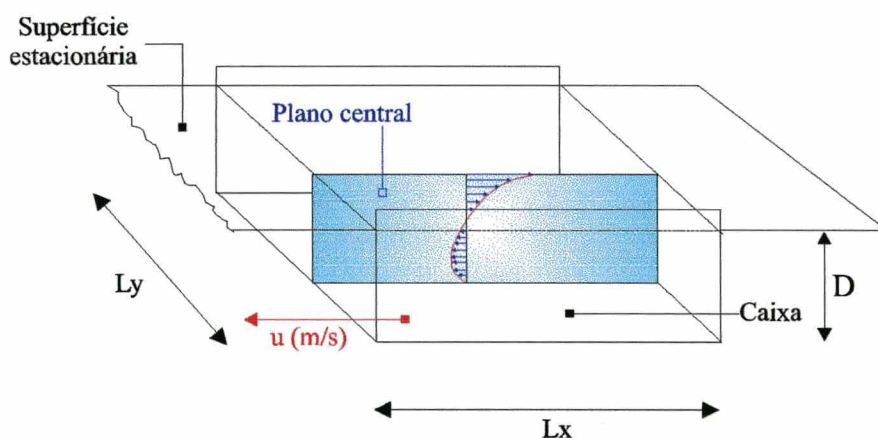


Figura 5.5 - Dispositivo experimental de Tsanis, (1989)

O dispositivo experimental empregado por Tsanis consistia de uma caixa móvel e uma placa fixa estacionária como mostrado na Fig.5.5. Na instalação a caixa era deslocada sobre a superfície estacionária a uma velocidade máxima de 3 m/s. A caixa, fechada em todos os lados, possuía suas paredes laterais de pexiglass, para permitir medições e a visualização do escoamento. As folgas entre as paredes da caixa e da superfície estacionária foram vedadas com o uso de selos flexíveis para evitar que o ar escapasse da caixa durante sua movimentação. A caixa possuía 2,40 m de

comprimento (L_x) e 0,95 m de largura (L_y) e sua distância em relação a superfície estacionária (profundidade) podia ser ajustada de 0,01 m a um máximo de 0,15 m. A superfície estacionária possuía um comprimento de 31 m. Para seus experimentos, os últimos 10 m do trajeto sobre a superfície estacionária eram usados para realizar as medições no escoamento, pois neste trecho do trajeto o escoamento no interior da caixa já se encontrava plenamente desenvolvido (Tsanis, 1989) e a caixa e o equipamento de medição se deslocavam a velocidade constante. Repetidas medições (até 5) foram empregadas em cada teste. As propriedades do escoamento foram medidas por anemometria de fio quente e a visualização do escoamento feita através da técnica de fumaça de fio quente¹. Detalhes esquemático dos dispositivos de controle e medição do experimento podem ser encontrados em Tsanis, (1988, 1989).

5.2.2.2 - O experimento de Baines-Knapp

Estes autores realizaram seus experimentos em um túnel ar-água convencional como mostrado na Fig 5.1. O túnel possuía 42 ft de comprimento total e uma seção transversal de 3 ft x 3 ft. A maior parte do comprimento do túnel achava-se recoberta (30 ft) proporcionando uma seção de testes o mais longa possível. O ventilador empregado para gerar as correntes de ar era do tipo axial, acionado por um motor de velocidade variável de 3 hp. A máxima velocidade capaz de ser imposta pelo ventilador ao ar dentro do túnel era de aproximadamente 20 ft/s, dada que a altura da lâmina d'água era de 1 ft, restando assim 2 ft de altura para a lâmina de ar. A jusante do ventilador foram montadas grelhas de ar para produzir uma distribuição uniforme da velocidade do escoamento de ar e eliminar a rotação induzida pelo ventilador. As velocidades do ar foram medidas ao longo de seções transversais na entrada e saída do túnel sendo verificada que a distribuição das velocidades do ar era simétrica tanto para as medições no plano horizontal como vertical.

Foram realizadas medições no escoamento de água para condições de escoamento de ar com velocidades médias de 12,80 ft/s e 20 ft/s. Para cada caso as distribuições de velocidade e queda de pressão na água ao longo do túnel foram medidas. Uma descrição detalhada do equipamento e

¹ "smoke wire technique"

técnicas experimentais empregadas e dos resultados experimentais obtidos pode ser encontrada em Knapp, (1962).

5.2.3 - Escoamentos em Canais *Fechados*: Resultados

Os testes realizados com o modelo numérico simulando escoamentos em canais fechados em suas extremidades compreende a comparação do comportamento do modelo quando simulando:

um escoamento laminar, $\mu = \text{cte}$.

um escoamento turbulento, perfil de μ_t conhecido, (Eq.(5.14))

um escoamento turbulento empregando o modelo $k-\epsilon$

5.2.3.1 - Escoamentos laminares

O primeiro teste consistiu em verificar as previsões do modelo em um escoamento laminar. Para tal foi considerado o escoamento em um canal fechado com 10,0 m de comprimento (L_x), 2,3 m de largura (L_y) e uma profundidade (D) de 0,50 m. Uma malha de discretização do domínio com 80 volumes na direção x , 7 volumes na direção y e 20 volumes na direção z , igualmente espaçada, foi empregada. Como o problema é bidimensional a dimensão L_y não é importante para a solução assim como o número de volumes empregados para discretização. Nesta direção a condição de contorno empregada foi de simetria (fronteiras sul e norte, Fig. 5.4). Para as fronteiras leste, oeste e frente a condição de contorno foi de velocidade prescrita nula. Para a fronteira dorso (superfície) a velocidade ou a tensão foi prescrita para a equação de Navier-Stokes. Para este teste o número de Reynolds de superfície empregado foi proposadamente baixo pois a intenção era verificar o comportamento do modelo para uma situação indiscutivelmente laminar. O valor de Re_s foi de 18,73 sendo este definido por

$$Re_s = \frac{\rho u_s D}{\mu} \quad (5.21)$$

Situações turbulentas, com maiores valores de Rs , são examinadas a seguir. A Fig. 5.6 apresenta o perfil de velocidades determinado numericamente comparado com o perfil de velocidades predito pela Eq.(5.15). Ambos os perfis foram adimensionalizados pela velocidade de superfície (u_s).

A Fig 5.6.A apresenta o perfil vertical de velocidades previsto no centro do canal quando imposta uma tensão na superfície, enquanto que a Fig. 5.6.B apresenta o perfil no mesmo local quando a condição de contorno imposta na superfície é a velocidade de superfície. A tensão e velocidade impostas estão relacionadas pela Eq. (5.12). Ambas as soluções são comparadas com a solução analítica prevista pelas Eq.(5.5) ou Eq. (5.7).

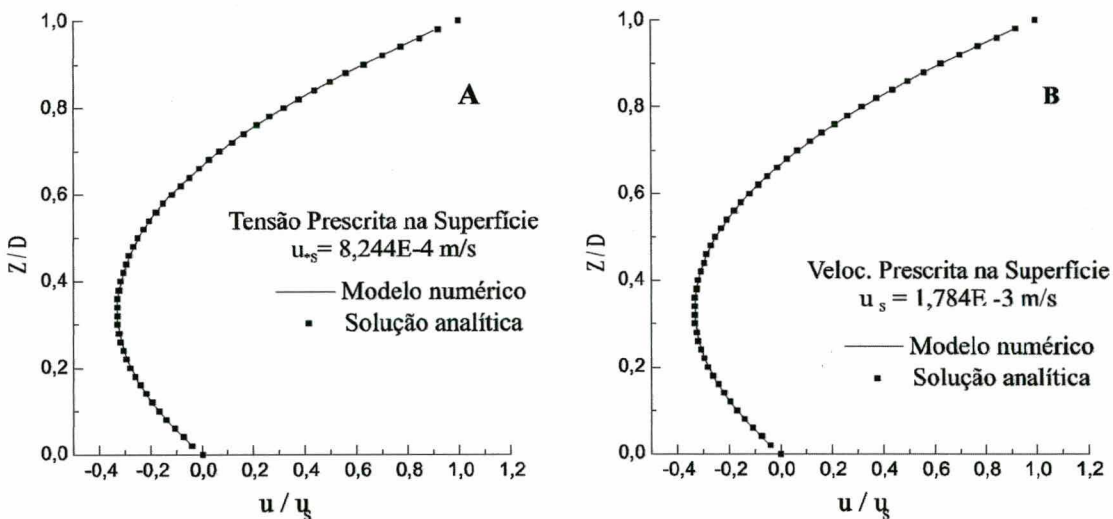


Figura 5.6 - Escoamento laminar em um canal fechado. Soluções analítica e numérica.

A boa concordância entre os perfis previstos numérica e analiticamente permite supor que a implementação computacional do sub-modelo I está correta e também que o método empregado se presta, com precisão, para a previsão deste tipo de escoamento. Deve-se deixar registrado também que foi testada a troca das direções coordenadas do código computacional, isto é, foi testado o comportamento da implementação computacional quando o escoamento ocorria em sua direção x , y ou z . Este teste teve como objetivo testar a correção da implementação computacional, e o resultado obtido para o perfil foi o mesmo com o emprego de qualquer uma das direções.

5.2.3.2 - Escoamentos turbulentos: modelo algébrico

O teste seguinte do modelo consistiu em empregar o perfil de viscosidade turbulento determinado pela Eq. (5.14) e comparar os resultados com aqueles previstos pela solução analítica proposta por Tsanis, Eq. (5.15).

Caso se admita que a Eq.(5.14) que propõem um perfil de viscosidade turbulenta, é na verdade um modelo algébrico de turbulência, de acordo com a divisão do modelo matemático em sub-modelos proposta anteriormente, estaria em teste o conjunto formado pelos sub-modelos I e II.

Entretanto o modelo de turbulência proposto neste trabalho é o modelo $k-\epsilon$, e admite-se apenas que esta fase de testes na verdade corrobora o comportamento apenas do modelo I onde a viscosidade é tratada como uma variável.

Para teste do modelo numérico, com um perfil de viscosidade turbulenta definido pela Eq. (5.14), foram empregados os dados referente aos experimentos realizado por Baines e Knapp, (1965) também relatados e empregados em Wu e Tsanis, (1995). A razão desta escolha foi por estarem disponíveis medições experimentais dos perfis verticais de velocidades para R_s de 32700 e 46500. Além disto as velocidades de fricção na superfície também eram dados disponíveis e resultantes da experimentação. A Tabela 5.1 resume os dados experimentais de Baines e Knapp, (1965)

Tabela 5.1 - Dados e resultados experimentais Baines e Knapp, (1965)

Grandeza	Símbolo	Unidade	Experimento 1	Experimento 2
Profundidade	D	m	0,3048	0,3048
Veloc. do vento	u_a	m/s	3,901	6,096
Veloc. de fricção na superfície	u_{*s}	cm/s	0,6233	0,9416
Veloc. na superfície	u_s	cm/s	10,72	15,25
Num. de Reynolds	R_s	#	32700	46500
Veloc. de superfície normalizada	u_s/u_{*s}	#	17,2	16,2
Rugosidade equivalente	z_{ob}	mm	0,3521	0,4795
Altura de velocidade zero	z_{v0}/D	#	0,69	0,68

Com os dados e resultados experimentais disponíveis o modelo numérico pode ser comparado tanto com a distribuição de velocidades proposta pela Eq.(5.15), como com os resultados experimentais obtidos por Baines e Knapp, (1965).

As condições de contorno impostas no modelo numérico para as fronteiras leste e oeste foram as mesmas empregadas no teste anterior (velocidade nula). Um perfil de viscosidade turbulenta foi fornecido às equações de Navier-Stokes, sendo este perfil gerado de acordo com a Eq.(5.14), dada a velocidade de fricção na superfície fornecida por Baines-Knapp em cada um de seus experimentos. O domínio físico simulado foi uma caixa, seguindo as dimensões experimentais de $L_x = 2,4 \text{ m}$, $L_y = 0,72$ e $L_z = D = 0,3048$.

A partir do comportamento do modelo com o teste anterior onde, fornecida uma velocidade de superfície ou a correspondente velocidade de fricção na superfície, o modelo foi capaz de reproduzir o mesmo escoamento no domínio, esperava-se o mesmo comportamento para o caso turbulento. Como não se dispõem de uma solução analítica exata que permita estabelecer facilmente esta correspondência análoga à Eq.(5.13), este efeito devia ser obtido através do emprego dos resultados experimentais relatados por Baines-Knapp onde a velocidade de fricção e a correspondente velocidade de superfície são disponíveis. Esta foi mais uma das razões pelas quais os experimentos de Baines-Knapp foram escolhidos para esta fase de testes.

Tabela 5.2 - Condições de contorno para o modelo numérico

Fronteira	Cond. de Contorno A	Cond. de Contorno B
Dorso (Superf.)	Veloc. prescr. $u = u_s$	Tensão prescrita $u_{*s} = u_{*s}$ (experim.)
Frente (Fundo)	Veloc. presc. $u = 0$	Tensão prescrita $u_{*b} = \text{Calculado}$

Os testes desenvolvidos mostraram resultados intermediários que merecem ser discutidos. Como se dispõem dos dados de velocidade de fricção na superfície, velocidade na superfície e Z_{ob} podemos impor ao modelo ao menos dois tipos de condições de contorno nas fronteiras dorso e frente (superfície e fundo respectivamente), como descritas na Tab.5. 2

A velocidade de fricção no fundo pode ser calculada através dos dados experimentais uma vez que a rugosidade equivalente é fornecida por Baines-Knapp. Assim a velocidade de fricção no fundo para este tipo de escoamento pode ser calculada pela lei de parede (Jin, 1993):

$$u_{*b} = \frac{k_v u_{nb}}{\ln\left(\frac{z_p}{z_{ob}}\right)} \tag{5.22}$$

onde $k_v = 0.40$ é a constante de Von Karman, u_{nb} é a velocidade no primeiro volume junto ao fundo, z_p é a distância do fundo ao centro deste volume e z_{ob} a rugosidade equivalente (ver Tab.5.1). O valor da tensão no fundo é atualizada enquanto o procedimento iterativo do problema avança, pois esta é função do campo de velocidades disponível no instante anterior do processo iterativo.

Baseado no bom resultado anteriormente obtido com uma discretização do domínio uma malha $80 \times 7 \times 20$ volumes (direções x,y,z) empregou-se a mesma discretização. O resultado apresentado pelo modelo pode ser visto, empregadas as duas condições de contorno, na Fig. 5.7.

Nesta, os resultados apresentados pelo modelo numérico são comparados ao perfil de velocidades previstos pela Eq.(5.15). Para esta os valores de λ , z_{sh} e z_{bh} considerados foram os recomendados por Wu e Tsanis, (1995) e iguais a $0,35$; $2,2 \times 10^{-4}$ e $1,4 \times 10^{-4}$ respectivamente.

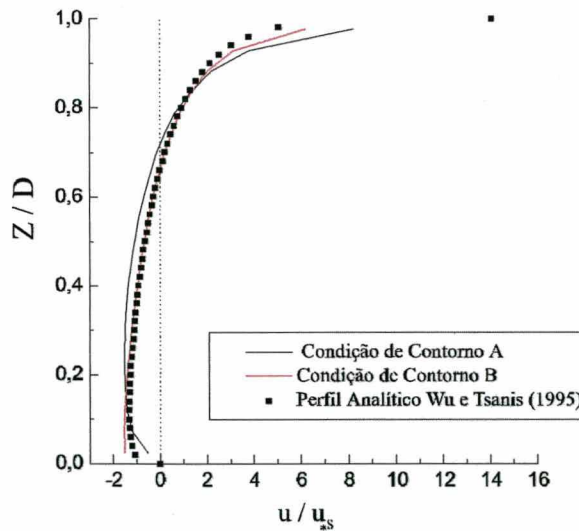


Figura 5.7 - Perfil de velocidades para um canal fechado, $Rs = 32700$ (condição de contorno A: normalizada contra $u_{*s} = 0,8893^2$; condição de contorno B: normalizada contra $u_{*s} = 0,6233$).

² este valor de u_{*s} foi obtido à partir do perfil de velocidades resultante, empregando-se a Eq.(5.22)

Observa-se que para o caso de condição de contorno B a concordância entre os perfis para a região central do canal é bastante boa. Entretanto junto ao fundo ou a superfície a concordância entre os perfis deixa a desejar. O caso A, melhora um pouco a previsão do modelo para o perfil junto a superfície (uma vez que a velocidade é imposta na superfície) mas apresenta maior erro na região central do canal (tomando a solução analítica de Tsanis como referência).

Tabela 5.3 - Resultados de u_s / u_{*s} , $Rs = 32700$.

Cond. Contorno	u_s / u_{*s}	Causa
A (Velocidade)	12,1	Tensão de superfície mal estimada pelo modelo numérico
B (tensão)	8,92	Perfil de velocidades junto a superfície mal estimado pelo modelo numérico
Experimental	17,2	#

Ainda sobre o caso que emprega a condição de contorno A, a velocidade de fricção prevista pelo campo de velocidades resultante é de $u_{*s} = 0,8893$ cm/s, bem longe do valor indicado por Baines-Knapp ($u_{*s} = 0,6233$ cm/s). Se comparada a relação u_s / u_{*s} , para as duas condições de contorno empregadas, com o indicado pelo experimento, o resultado é decepcionante, conforme pode ser visto na Tab.5.3.

Assim, pode-se concluir que embora o perfil de velocidades junto a região central do canal seja estimado com boa precisão, para uma condição de contorno de tensão prescrita, a velocidade de superfície e a velocidade junto ao fundo do corpo d'água (e respectivas tensões) são estimadas erroneamente. Se o interesse é apenas nas características médias do escoamento estes fatores podem ser desconsiderados, e a condição de contorno que apresentará melhores resultado é a de tensão imposta nas fronteiras. Note ainda que de acordo com o exposto anteriormente, para uma situação de campo, onde medições de velocidade do vento são disponíveis o dado de tensão na superfície será a condição de contorno disponível.

Entretanto as velocidades junto a superfície e junto ao fundo (e suas respectivas tensões) devem ser estimadas corretamente se o interesse está voltado para a dispersão de um poluente flutuante ou se estão sendo realizados estudos que envolvem a erosão e carregamento de partículas no fundo do corpo d'água. Assim sendo, deve-se melhorar a capacidade de resposta do modelo. A

solução para tal situação, bem conhecida dos analistas numéricos, consiste em refinar a discretização do domínio na região de interesse.

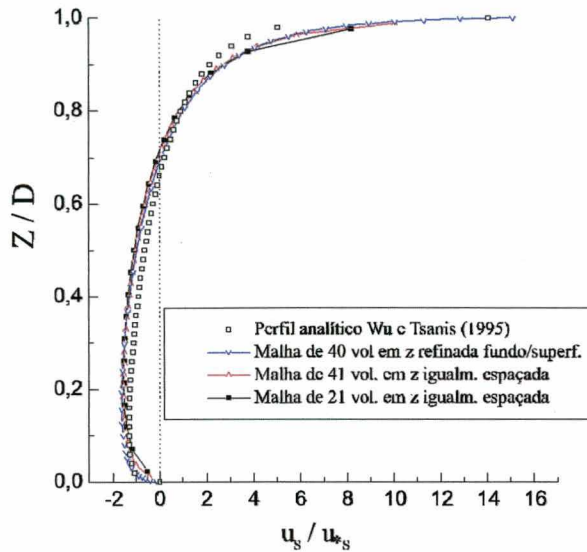


Figura 5.8 - Influencia da discretização do domínio sobre os perfis junto a fronteira ($Rs= 32700$)

A Fig. 5.8 mostra o perfil de velocidades previsto pelo modelo numérico para malhas de 21 e 41 volumes igualmente espaçadas em z e para uma malha com 40 volumes refinada igualmente junto à superfície e ao fundo do canal (condição de contorno A). Observa-se, como esperado, que a solução do escoamento principal não é praticamente alterada, entretanto a solução dos perfis junto ao fundo e a superfície é bastante melhorada

A Tab. 5.4 mostra a previsão da relação u_s / u_{*s} obtida para cada caso, e observa-se uma melhora sensível e bastante significativa para a confiabilidade do modelo numérico, quando a malha é concentrada junto ao fundo e a superfície do corpo d'água.

Tabela 5.4 - Resultados de u_s / u_{*s} para várias malhas

Malha	u_s / u_{*s}
21 volumes igualmente espaçada	12,01
41 volumes igualmente. espaçada	13,33
40 volumes, concentração: fundo, superfície	16,18
Experimental	17,2

Em relação à solução analítica apresentada pela Eq.(5.15), e apresentadas nas figuras 5.7 e 5.8, como referência para as soluções, deve-se ressaltar que os valores empregados para as constantes λ , z_{sh} e z_{bh} foram sempre os mesmos e os sugeridos por Wu e Tsanis, (1995) exatamente para este escoamento. É obvio, e foi verificado, que o conveniente manuseio destas constantes, ainda que nas faixas recomendadas, aproxima bastante o perfil apresentado pela Eq.(5.15) do perfil obtido pelo presente método. Este procedimento não foi adotado.

Deve-se notar ainda que é imperativo que a velocidade de fricção obtida na superfície deva concordar com a velocidade de fricção previamente imposta para determinação do perfil de viscosidade turbulenta imposto pela Eq.(5.14). Isto só acontece quando a malha é refinada, como demonstrado.

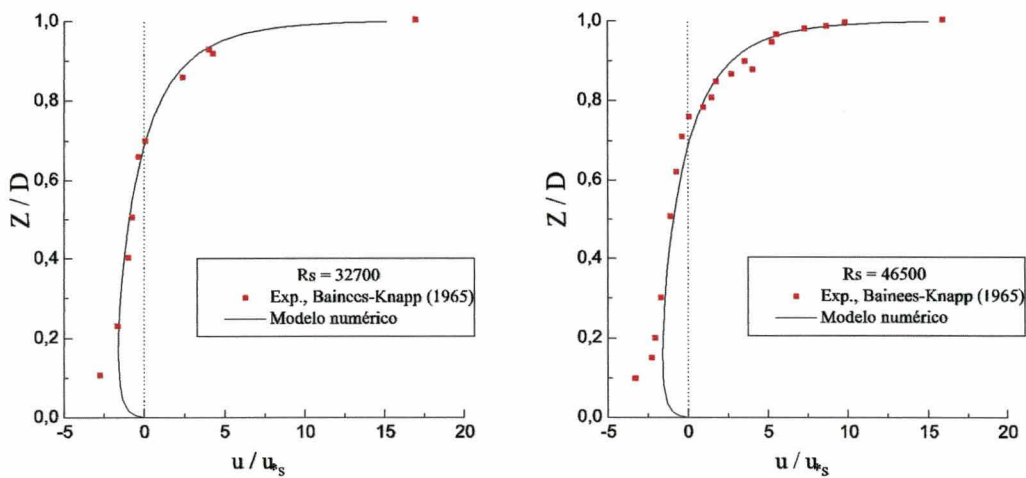


Figura 5.9 - Perfis de velocidade normalizados: comparação do modelo numérico com os dados experimentais de Baines-Knapp (1965)

A Fig. 5.9 apresenta a comparação dos perfis de velocidade determinados pelo modelo numérico, empregando a malha de 40 volumes concentrada junto a superfície e fundo e condição de contorno do tipo A, com os dados experimentais obtido por Baines-Knapp (1965). Pode-se concluir que o modelo apresenta uma boa concordância com os perfis obtidos experimentalmente, exceto na região de fundo do canal. Entretanto o pico que ocorre no perfil de velocidades experimental junto ao fundo do canal é atribuído, segundo os próprios experimentalistas, ao pouco comprimento do

canal empregado no experimento e devido a presença junto ao fim do canal de um banco (ver Fig. 5.1). Além disto não foram efetuadas medições junto ao fundo (abaixo de 10% da altura total) do canal que melhor permitissem precisar a forma do perfil. Levando estes fatos em conta pode-se concluir que o modelo numérico prevê com correção aceitável os perfis de velocidade em escoamentos em canais fechados.

5.2.3.3 - Escoamentos turbulentos : o modelo k-ε

Os resultados apresentados a seguir são relativos ao emprego conjunto dos sub-modelos I e III, ou seja o modelo que consiste da solução da Equação de Navier-Stokes e da Equação da Continuidade em conjunto com um modelo de turbulência de duas equações, nominalmente o modelo κ-ε.

O domínio físico e sua discretização foram mantidos como descritos anteriormente (malha com 40 volumes em Z, concentrada fundo/superfície). Para as equações de Navier-Stokes as condições de contorno nas fronteiras frente e dorso foram de velocidade prescrita. Para o modelo de turbulência empregado deve-se fornecer as condições de contorno para κ e ε. De acordo com Rodi, (1980), os valores de k e ε junto as fronteiras podem ser estimados, considerando que a produção e a dissipação de energia cinética turbulenta são iguais, o que fornece

$$\kappa_{b,s} = \frac{u_{*b,s}^2}{(C_\mu)^{0.5}} \quad ; \quad \varepsilon_{b,s} = \frac{u_{*b,s}^3}{k\Delta z} \quad (5.23)$$

onde Δz é a distância do centro do volume vizinho a fronteira. O problema se resume então em determinar as velocidades de fricção junto ao fundo e a superfície do canal. Um procedimento simples, tendo em vista os dados experimentais de Baines-Knapp onde u_{*s} e z_{0b} estão disponíveis, seria impor o valor de u_{*s} (e assim impor κ e ε na superfície) e empregando o perfil logarítmico de velocidades Eq.(5.22) determinar a velocidade de fricção junto ao fundo do canal (e assim k e ε).

Entretanto, e tendo em vista os testes e resultados anteriores, onde a velocidade de fricção na superfície foi corretamente obtida a partir do campo de velocidades previsto pelo modelo

numérico, optou-se por determinar as velocidades de fricção a partir dos perfis de velocidades disponíveis no instante iterativo anterior e, com estas, impor as condições de contorno para a solução do sistema $\kappa-\epsilon$. Com a evolução do campo de velocidades durante o processo iterativo, as condições de contorno impostas ao sistema $\kappa-\epsilon$ também evoluem. Embora este não seja um procedimento numérico usual para imposição das condições de contorno para $\kappa-\epsilon$ (Huang e Spaulding 1995) ; (Rodi, 1980), optou-se por esta alternativa para que o comportamento do modelo e os resultados obtidos fossem avaliados. Em geral, aplica-se uma condição de contorno para $\kappa-\epsilon$ baseada no perfil logarítmico descrito pela Eq.(5.22) e na equação de Navier-Stokes aplica-se um condição de contorno de tensão (e não velocidade) prescrita. Este procedimento padrão e seus resultados também serão analisados neste trabalho quando escoamentos em canais aberto submetidos a vento em sua superfície são tratados.

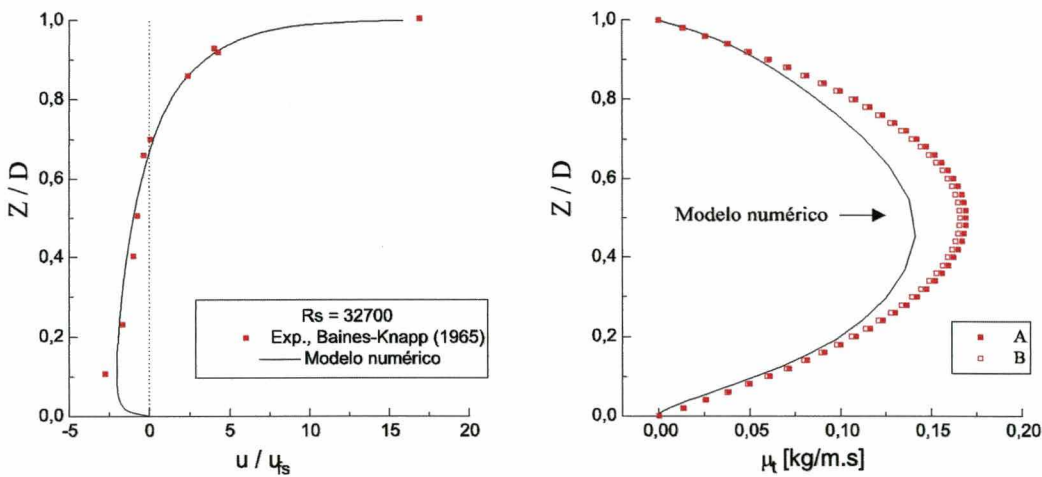


Figura 5.10 - Resultados do modelo numérico para $Rs = 32700$. (A: perfil de μ para $u_{*s} = 0,636$ cm/s ; B: perfil de μ para $u_{*s} = 0,6233$ cm/s Eq.(5.14))

As Figs. 5.10 e 5.11 mostram os perfis de velocidade obtidos com o modelo numérico comparados com os dados experimentais de Baines-Knapp (1965) e apresentam também os perfis de viscosidade turbulenta para a mesma seção do canal. Os gráficos de viscosidade apresentam ainda, para referência, os perfis de viscosidade previstos pela Eq.(5.14) para duas situações. A situação B é referente aos perfis de viscosidade previstos com a velocidade de fricção segundo os dados experimentais de Baines-Knapp. Na situação A são os perfis resultantes da mesma equação, empregando entretanto a velocidade de fricção obtida pelo modelo numérico.

A concordância dos perfis de velocidade com os dados experimentais é bastante boa, com exceção da região de fundo do canal, onde a divergência é devida às causas já comentadas. Os perfis de viscosidade turbulenta preditos pelo modelo $\kappa-\epsilon$ são um pouco diferentes, na região central do canal, daqueles previstos segundo a Eq.(5.14). Entretanto deve-se recordar que a equação não é a solução analítica exata para estes perfis, mas uma proposta para um perfis da viscosidade turbulenta, baseada em dados experimentais, que tem demonstrado permitir que modelos numéricos obtenham perfis de velocidade realistas para escoamentos 2D em canais fechados. Além disto, para os perfis apresentados nas figuras 5.11 e 5.12 o valor de λ empregado foi de 0,35, ou seja seu valor médio. Um pequeno ajuste neste valor, como verificado, levaria a uma excelente concordância também para os perfis de viscosidade apresentados.

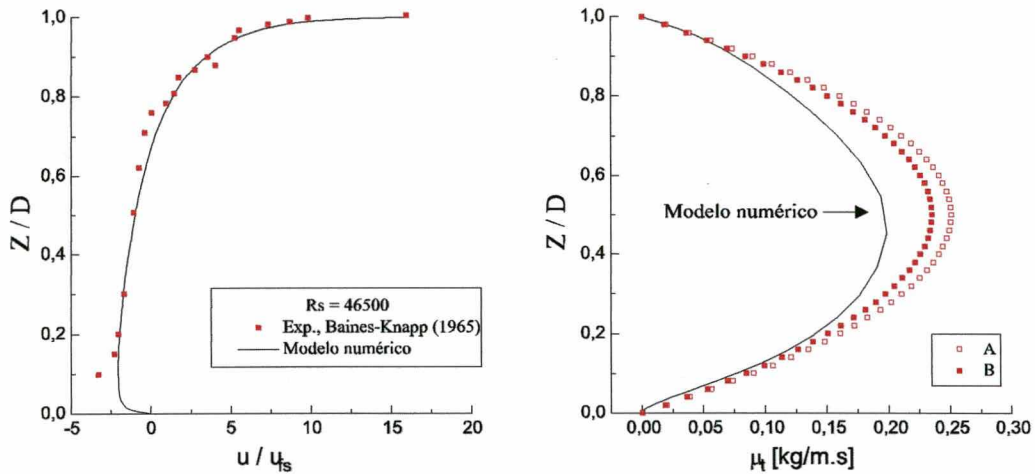


Figura 5.11 - Resultados do modelo numérico para $Rs = 46500$. (A: perfil de μ para $u_{*s} = 0,8835$ cm/s ; B: perfil de μ para $u_{*s} = 0,9416$ cm/s Eq.(5.14))

Este teste leva a concluir que as condições de contorno aplicadas ao modelo $k-\epsilon$, embora não convencionais, apresentam bons resultados para este tipo de escoamento. A aplicação deste tipo de condição de contorno é particularmente desejável quando procura-se simular um corpo d'água onde não se dispõem de informação do valor de z_{ob} para a condição de escoamento hidraulicamente suave. Embora existam faixas indicativas para estes valores (Huang e Spaulding, 1995) o analista numérico terá que proceder a uma série de simulações prévias para determinar o valor mais indicado para situação sob estudo. O emprego dos resultados experimentais de Baines-Knapp (1965) validou o modelo proposto para números de Reynold de superfície altos. Os estudos

experimentais de Tsanis (1988,1989) e de Wu e Tsanis, (1995) fornecem perfis experimentais para números de Reynolds de superfície mais baixos, tais como 3000, 5000 e 8000. Estes perfis são normalizados contra a velocidade de superfície e não como nos casos anteriores contra a velocidade de fricção na superfície. As Fig 5.12, 5.13 e 5.14 apresentam os resultados obtidos pelo modelo numérico em comparação com estes dados experimentais.

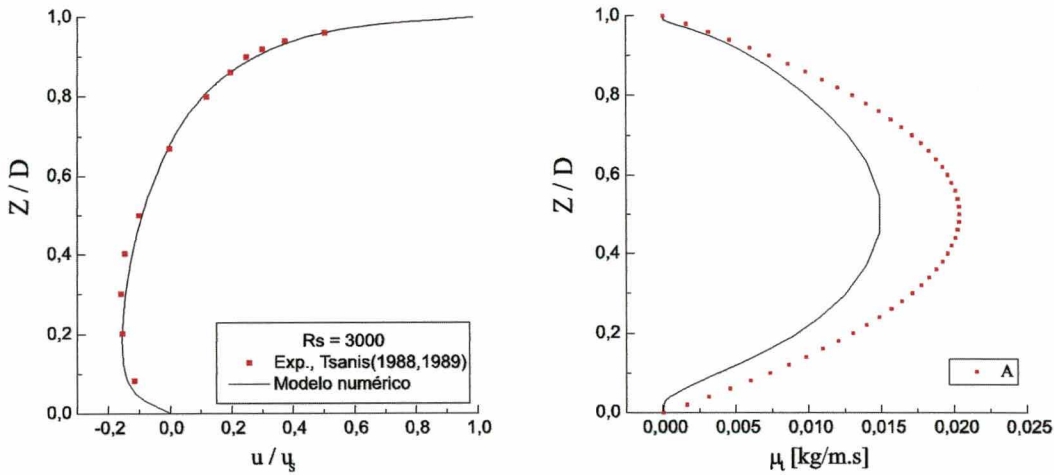


Figura 5.12 - Resultados do modelo numérico para $Rs = 3000$. (A: perfil de μ para $u_{*s} = 0,7657 \times 10^{-1}$ cm/s; Eq.(5.14))

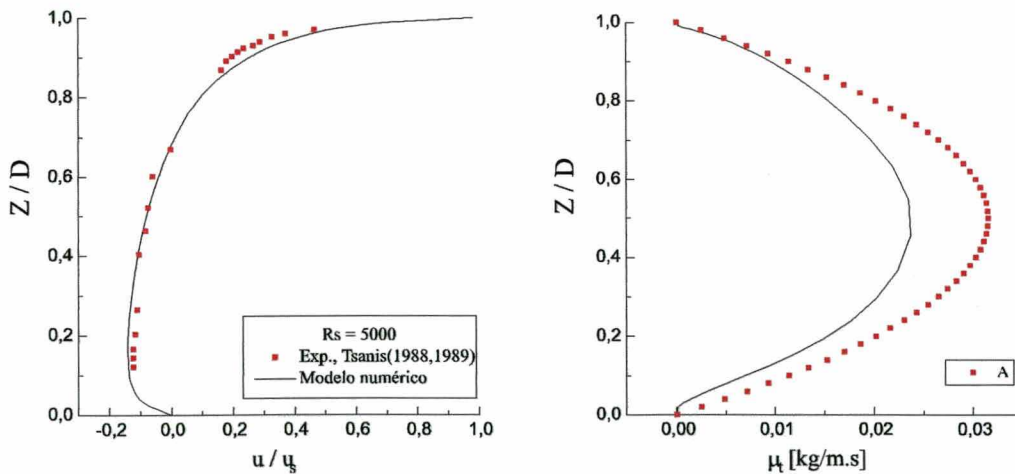


Figura 5.13 - Resultados do modelo numérico para $Rs = 5000$. (A: perfil de μ para $u_{*s} = 0,1185$ cm/s ; Eq.(5.14))

A mesmas observações feitas para os casos mostrados na Fig. 5.10 e 5.11 são válidas para as Fig. 5.12, 5.13 e 5.14. Como os experimentos empregados nestas últimas figuras, para fins de

comparação com os resultados do modelo numérico, foram realizados tanto por autores diferentes como em aparatos experimentais diferentes, simulando escoamentos iguais, indica a capacidade do modelo numérico em repetir os dados experimentais indica que o modelo se presta para a simulação deste tipo de escoamento e que a sua implementação computacional e as condições de contorno aplicadas são coerentes.

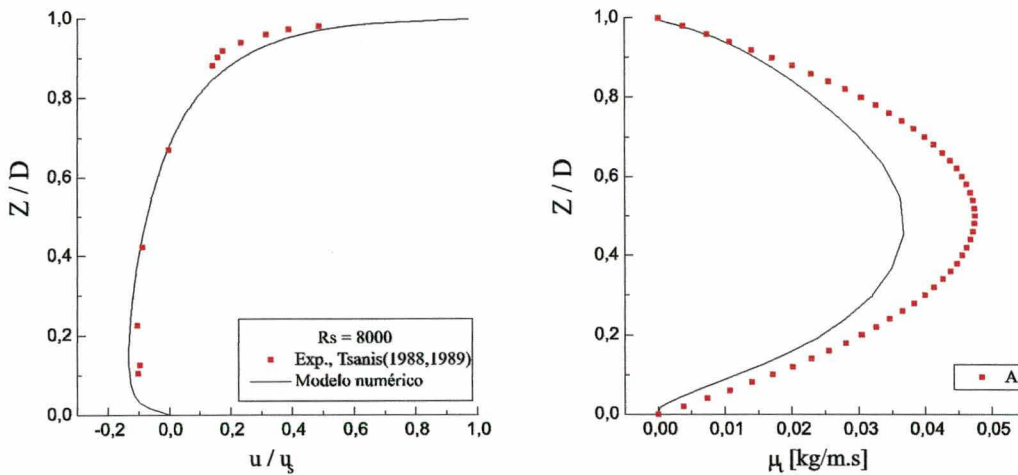


Figura 5.14 - Resultados do modelo numérico para $Re_s = 8000$. (A: perfil de μ para $u_{*s} = 0,1783$ cm/s ; Eq.(5.14))

Os testes realizados anteriormente empregaram, como comentado, os perfis de velocidade resultantes da solução da equação de Navier-Stokes para avaliar as velocidades de fricção junto a superfície e fundo do canal. Uma alternativa seria empregar a lei de parede Eq.(5.22) para determinar a velocidade de fricção junto ao fundo do canal e permanecer avaliando a velocidade de fricção na superfície pelo perfil de velocidades fornecido pela solução de Navier-Stokes.

Esta combinação de condições de contorno para k- ϵ foi testada para os experimentos de Tsanis (1988,1989) para vários valores de Re_s . Para tal simulação o valor z_{0b} de foi tomado como indicado pelo experimentalista como $z_{0b} = 1,4 \times 10^{-4}$. Os resultados obtidos desta simulação encontram-se na Fig. 5.15 e no que diz respeito ao ajuste ao perfil de velocidades experimental são tão bons quanto os resultados obtidos anteriormente.

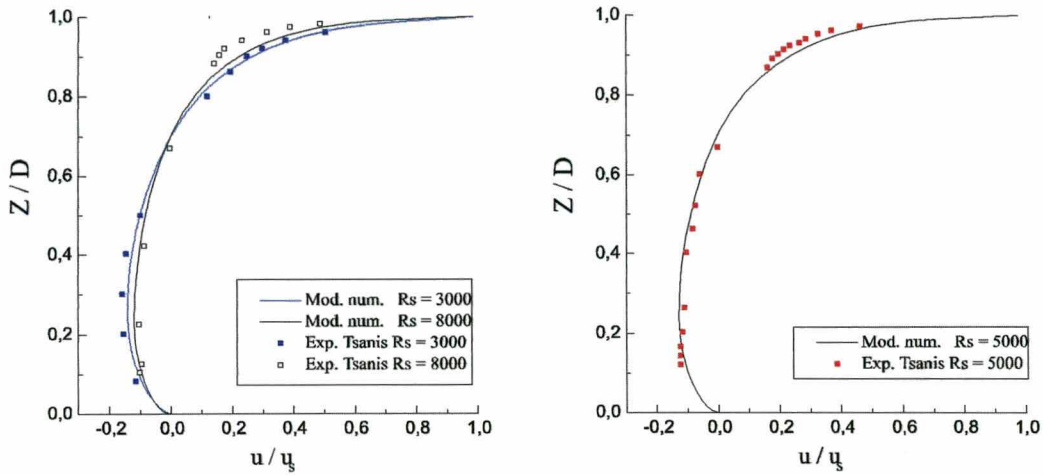


Figura 5.15 - Resultados da simulação empregando a lei de parede junto ao fundo do canal

De posse dos perfis de velocidade para o escoamento turbulento para diferentes Re_s e calculados com dois tipos de condição de contorno para o sistema $\kappa-\epsilon$, foram calculadas as tensões de fundo e de superfície previstas pelo modelo a partir destes perfis. A variação da relação entre estas tensões com o Re_s é mostrada na Fig. 5.16, onde encontra-se também as relações obtidas experimentalmente, e relatadas em Tsanis, (1988), tanto para seus experimentos como também para outros disponíveis na literatura.

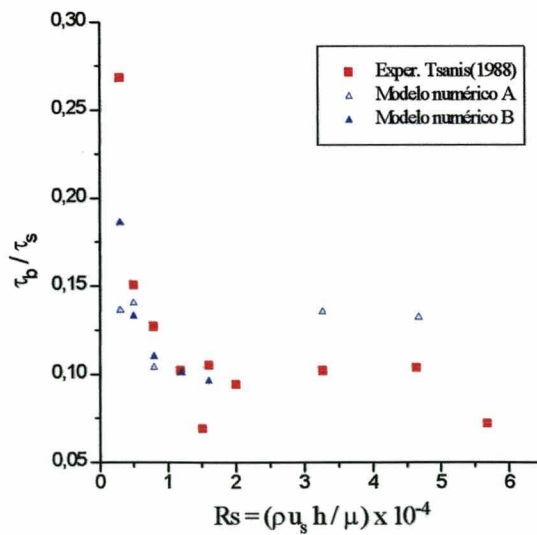


Figura 5.16 - Relação entre as tensões de fundo e superfície (A: u_{*b} pelo perfil de velocidade; B: u_{*b} pela lei de parede)

Este parâmetro pode também ser encarado como um indicador da confiabilidade do modelo de turbulência empregado e das condições de contorno imposta a este. Para cálculo das tensões, ajustou-se os 10 pontos de malha do perfil de velocidade mais próximos à fronteira em questão, pelo método dos mínimos quadrados a uma equação polinomial de 4º grau, observando-se que o desvio médio quadrático nunca fosse inferior a 0,99 para qualquer ajuste. A tensão foi então obtida tomando-se a derivada da equação ajustada.

Embora os dados experimentais não mostrem uma tendência inequívoca, observa-se que o modelo de turbulência comporta-se bem para qualquer uma das duas condições de contorno propostas. Entretanto nota-se uma tendência melhor ajustada aos dados experimentais quando empregada a condição de contorno que emprega a lei de parede para a determinação da velocidade de fricção no fundo do canal.

5.3 - Canais Abertos

5.3.1- Experimentos Selecionados

5.3.1.1 - O experimento de Yu

Para os testes referentes a escoamentos em canais abertos sob a ação de ventos foram selecionados os estudos realizados por Yu, (1987). Seu estudo experimental sistemático com escoamentos turbulentos sob ação de vento na superfície são parcialmente relatados por Jin, (1993). O experimento foi desenvolvido em um canal de 38 m de comprimento com uma seção transversal de 0,80 x 0,59 m como mostra a Fig. 5.17. O canal dispunha de um teto para o escoamento de ar succionado por um ventilador localizado em uma das extremidades do canal, com uma entrada de ar na extremidade oposta. A velocidade do fluxo de ar (u_a) foi medida 10 cm acima da superfície da água e variou de 3,7 m/s a 8,0 m/s durante os experimentos.

O nível livre da água (estável durante todos os experimentos) foi mantido 20 cm acima do fundo do canal. Um escoamento em regime permanente de água era estabelecido por uma bomba, sendo que a velocidade média da água (u_w) na seção transversal do canal variou de 4,75 cm/s a 21,4

cm/s. O escoamento da lâmina d'água podia ser tanto na direção concorrente ao fluxo de ar como contracorrente. O fundo do canal era construído em cimento e todos os escoamentos testados foram confirmados como sendo escoamentos de regime hidraulicamente suave (hydraulically smooth regime flows) (Schlichting, 1968).

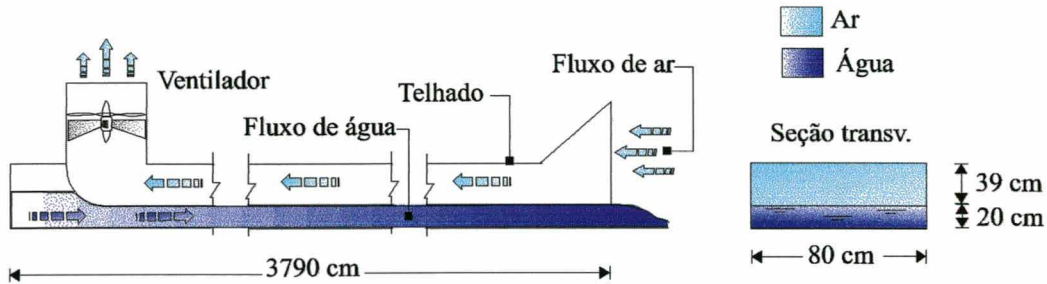


Figura 5.17 - Esquema do túnel ar-água empregado Yu, (1987)

A seção de teste era localizada no meio do canal onde a profundidade da água era menos afetada por uma eventual diferença de nível d'água causada pelo escoamento de ar³. Um anemômetro laser Doppler foi empregado para medir os perfis verticais das velocidades horizontais no ar e na água na seção de teste.

Yu testou 24 combinações de fluxo de ar e água. Com os resultados obtidos, Yu propôs um perfil vertical de velocidades composto de dois perfis logarítmicos: um para o escoamento próximo à superfície e outro para o escoamento junto ao fundo. Examinando estas formulações para os perfis de velocidade, Yu obteve os valores da velocidade de fricção na superfície da água (u_{*s}) e o valor da rugosidade equivalente⁴ (z_{0b}), pelo método do perfil (Jin, 1993).

5.3.1.2 - O experimento de Parthasarathy e Muste

O experimento de Parthasarathy e Muste (1994) foi orientado para o estudos de escoamentos assimétricos plenamente desenvolvidos em canais. Segundo os autores, estes são escoamentos

³ “wind set-up”.

⁴ “Equivalent bottom roughness height”

presentes em canais com coberturas de gelo ou ainda em dutos onde uma das paredes encontra-se mais erodida que outra. O que caracteriza estes escoamentos são as diferentes tensões cisalhantes presentes em cada uma das paredes opostas do canal. Desta forma escoamentos assimétricos em canais constituem uma classe geral de escoamentos, dentre os quais os escoamentos sem cobertura ou de superfície livre (sem tensões na superfície) e com paredes idênticas em ambos os lados do canal (tensões idênticas no fundo e superfície) são casos especiais.

Canais abertos com vento atuando em sua superfície livre comportam-se exatamente como escoamentos em canais assimétricos pois a tensão de superfície será determinada pela ação do vento e será diferente da tensão atuante no fundo do canal. Uma revisão sobre estudos anteriores pode ser vista em Parthasarathy e Muste (1994).

O dispositivo experimental empregado foi um túnel de água com 30 m de comprimento, 0,91 m de largura e 0,45 m de profundidade. As paredes laterais do túnel eram de vidro para permitir a visualização e medições das características do escoamento. A água era reciclada no túnel por duas moto-bombas (6,5 kw) de velocidade variável e retornava ao túnel através de dois tubos de 0,25 m de diâmetro. Cada um dos tubos possuía um medidor de vazão de orifício e a vazão destes foi ajustada durante os experimentos para serem iguais. O fundo do tanque foi recoberto com um sedimento formado de uma areia uniforme com um diâmetro médio de 1,3 μm , até uma altura de 150 mm.

A cobertura do tanque de testes foi feita com placas de madeira compensada de 1,22 m x 0,9 m x 13 mm de espessura com variados acabamentos superficiais, para diferenciar as tensões atuantes em cada lado do canal.

As medições de velocidade no escoamento foram realizadas com um medidor laser Doppler (15 mW, hélio-neon) de 3 feixes. A operação do Velocímetro Laser Doppler (LDV) media velocidades em um volume de 450 mm de diâmetro e 1,2 mm de comprimento. Outros detalhes do procedimento de medição podem ser vistos em Parthasarathy e Muste (1994).

As condições de escoamento foram tais que o fundo de areia do túnel permaneceu imóvel e portanto as características de rugosidade do fundo do canal permaneceram as mesmas para todos os ensaios. A seção central do canal foi escolhida como seção de testes. Foram realizadas medições das tensões de Reynolds e velocidades médias em duas posições a montante da seção de testes (0,9 m e 1,80 m) para um ensaio com superfície livre (tensão nula) e as medições indicaram diferenças dentro das faixas de incerteza das medições quando comparadas as medições da seção de testes. Isto

indicou que o escoamento estava plenamente desenvolvido na seção de testes. Outras medições, para as mesmas grandezas, realizadas a 0,04 m. e 0,08 m. a esquerda e direita da posição central da seção de testes também mostraram diferenças nas medições em relação as seção de testes de acordo com as faixas de incerteza das medições. O escoamento pode então ser considerado como bidimensional, nesta região.

Este estudo foi selecionado para comparação com o modelo numérico pois as medições efetuadas em laboratório apresentam valores para as tensões de Reynolds e para a produção de energia cinética turbulenta entre outras grandezas, o que permite avaliar a adequação e o comportamento do modelo de turbulência implementado (sub-modelo II)

5.3.2 - Escoamentos em Canais *Abertos*: Resultados

5.3.2.1 - Simulação do experimento de Yu

Com relatado anteriormente, Yu, (1987) conduziu uma série de experimentos em um túnel ar-água onde o escoamento forçado de água era submetido a uma corrente de ar em sua superfície. Parte dos experimentos de Yu estão relacionado na Tab. 5.5.

Tabela 5.5 - Dados experimentais de Yu (1987)

Experimento	\bar{u}_w	u_a	u_s	Z_{0b}
número	(cm/s)	(m/s)	(cm/s)	(mm)
1	5,00	-5,70	0,9290	0,2570
2	10,40	-5,70	0,8560	0,0553
3	14,10	-5,70	0,8520	0,0486
4	18,00	-5,70	0,8950	0,0491
5	10,40	8,00	1,0160	0,3790
6	14,10	8,00	0,9930	0,1340
7	18,00	8,00	1,0100	0,0187
8	21,40	8,00	1,0100	0,0268

Na Tab. 5.5 o sinal (-) na velocidade do ar (u_a) indica que a corrente de ar é contrária ao escoamento da água. É importante também observar que a velocidade média fornecida por Yu na tabela não é a vazão experimental imposta dividida pela área da seção transversal do canal, como a primeira leitura de seu trabalho leva a pensar. A velocidade média que consta na Tab. 5.5 é obtida pela integração do perfil vertical de velocidades ao longo de sua seção transversal. Ou seja esta é a velocidade média para o caso de um canal 2D, onde a vazão é dada pelo produto entre a velocidade média e profundidade (D) do canal. Este fato foi confirmado ajustando-se um polinômio de 4º grau aos pontos experimentais fornecidos pelo autor e efetuando-se a integral deste perfil de velocidades ao longo da profundidade do canal. Este procedimento nos leva aos valores de velocidade média constantes da Tab. 5.5

Com a finalidade de comparar as previsões do modelo numérico com os dados experimentais, o canal simulado foi inicialmente considerado como infinitamente largo (direção y) e assim as mesmas condições de contorno empregadas para o caso dos canais fechados também foi empregada nas fronteiras norte e sul (condição de simetria) e o escoamento é reduzido a um caso bidimensional. Para os testes efetuados as demais condições de contorno são definidas de acordo com o experimento listado na Tab. 5.5, para os quais resultados experimentais são disponíveis.

Uma segunda simulação considerou um canal de dimensão finita em sua largura ($L_y = 0,80$ m, para o canal real), para que o comportamento do modelo numérico pudesse ser observado quando mais de uma fronteira sólida está presente e um escoamento completamente 3D ocorre, e para que sua influência sobre os perfis de velocidade pudesse ser apreciada. Não estão disponíveis resultados experimentais para tais casos.

Para as fronteiras leste e oeste as mesmas condições de contorno se aplicam em todos os casos⁵. Para a fronteira oeste a condição de contorno é de velocidade prescrita. Como não estava disponível a informação sobre o perfil de velocidades na entrada do canal, um perfil uniforme de velocidades foi imposto ($u = \bar{u}_w$). Para a energia cinética turbulenta e sua dissipação as condições impostas, como sugerido por Demuren e Rodi (1983), foram

⁵ as fronteiras continuam definidas como na Fig. 5.4

$$\kappa = 0,004 u_m^2 \quad ; \quad \varepsilon = C_\mu^{0,75} \frac{\kappa^{1,75}}{0,09 Ly} \quad (5.24)$$

Para a fronteira leste a condição de contorno parabólica foi imposta para todas as variáveis

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = 0 \quad \text{para } \phi = u_i, \kappa, \varepsilon \quad (5.25)$$

No fundo e na superfície (fronteiras frente e dorso) e na fronteira sul (caso de simulação considerando a parede sul) as condições de contorno foram aplicadas considerando a tensão presente em cada fronteira. Como exemplo considere a Fig. 5.18. Se o plano xy é paralelo a superfície ou ao fundo do corpo d'água, e z é a direção do fundo do corpo d'água, a tensão no fundo pode ser aproximada por

$$\sigma_{bi} = \mu_{ef} \left(\frac{u_i - u_{ip}}{2Z_p} \right) \quad (5.26)$$

onde "i" representa a i-ésima direção cartesiana coordenada (i = 1,2)

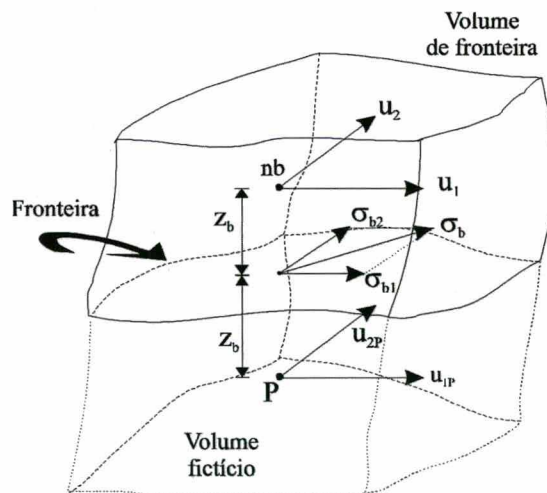


Figura 5.18 - Esquema de tensões em uma fronteira sólida

Rescrevendo, tem-se

$$u_{ip} = u_{bi} - \left(\frac{2Z_p \sigma_{bi}}{\mu_{ef}} \right) \quad (5.27)$$

que impõem a condição de contorno para a velocidade. A energia cinética turbulenta e sua dissipação nas fronteiras sólidas são determinadas, como recomenda Rodi (1980)

$$\kappa_b = \frac{v_*^2}{(C_\mu)^{0,5}} \quad ; \quad \varepsilon_b = \frac{v_*^3}{k \Delta z} \quad (5.28)$$

onde v_* é a velocidade de fricção resultante, dada por

$$v_* = \sqrt{\frac{(\sigma_{b1}^2 + \sigma_{b2}^2)^{0,5}}{\rho}} \quad (5.29)$$

Para a superfície os dados experimentais de Yu fornecem a condição de velocidade de fricção e assim tem-se para o sistema κ - ε uma condição de contorno de valor prescrito na fronteira. No fundo a velocidade de fricção é estimada de acordo com a lei de parede, Eq.(5.22), e evoluirá com o campo de velocidades.

Para a simulação do canal o domínio físico considerado foi $L_x = 15,0$ m, $L_y = 0,40$ m e $L_z = 0,20$ m. Quando simulando o caso do canal infinitamente largo, o domínio foi discretizada com uma malha cartesiana de $80 \times 5 \times 21$ volumes (direções x, y, z) Para o caso onde a parede lateral é considerada, a malha de discretização empregada foi de $80 \times 15 \times 21$ volumes (direções x, y, z). Note que em ambos os casos meia largura do canal foi empregada. Para o caso de canal infinito esta dimensão não tem importância e para o caso onde a parede sul está presente, supôs-se, como de

costume, que o escoamento é simétrico em relação a linha de centro do canal na direção principal de escoamento.

A Fig. 5.19 apresenta os perfis verticais obtidos para a linha de centro do canal para os casos de vento a favor e vento contra corrente comparados com os dados experimentais de Yu (1987).

Apesar do pequeno número de volumes (igualmente espaçados) empregados para discretizar a direção vertical os resultados numéricos já apresentam uma boa concordância com as medições experimentais. Isto é verificado tanto no caso de vento a favor como na condição de vento contrário.

Em particular, para o caso de vento contrário a corrente, é interessante notar que para a condição do experimento 1, a velocidade de superfície na seção transversal central do canal é oposta a direção de escoamento prescrito na entrada do canal. Para os demais casos de vento contrário, a corrente de ar age como se superfícies de diferentes rugosidades estivessem presentes na superfície da água, “retendo” mais ou menos o perfil de velocidades junto a esta fronteira.

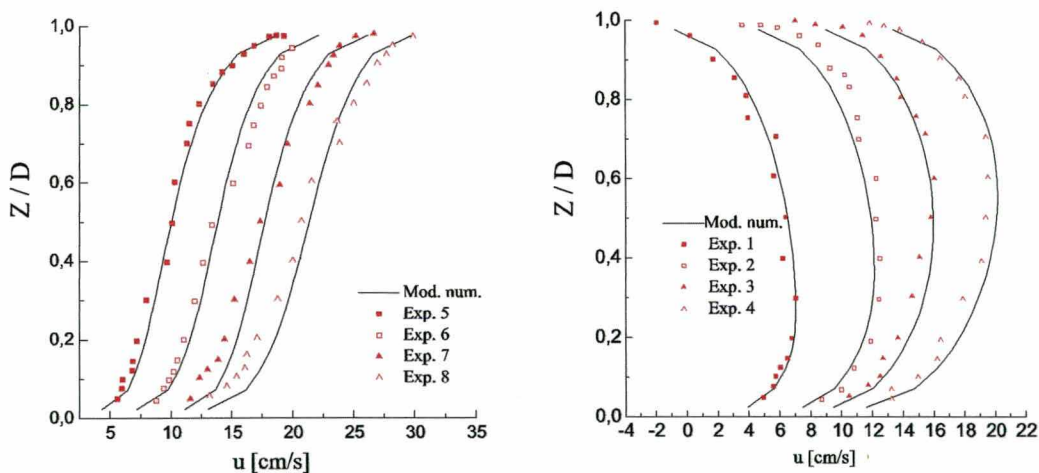


Figura 5.19 - Perfis verticais de velocidade

Jim (1993) empregou o modelo κ - ϵ para a modelagem de escoamentos em canais abertos sem paredes laterais (caso 2D). Para alguns dos experimentos listado na Tab. 5 os perfis de μ_{ef} obtidos estão disponíveis em sua publicação. A Fig. 5.20 compara os resultados relatados por Jim (1993) com os obtidos pela presente formulação

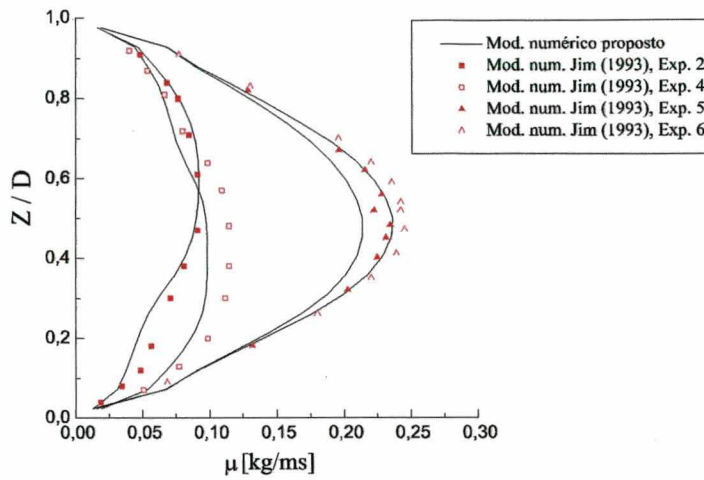


Figura 5.20 - Perfis de viscosidade μ_{ef}

Os perfis obtidos para viscosidade são bastante similares e mostram uma boa concordância com os perfis obtidos por Jim (1993), principalmente se considerado que o modelo $\kappa-\epsilon$ foi empregado sob diferentes hipóteses simplificativas para a equação de Navier-Stokes, assim como sob diferentes técnicas numéricas para aplicação das condições de contorno e métodos de solução.

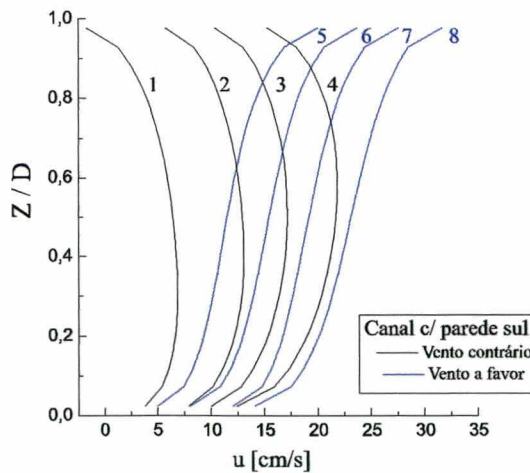


Figura 5.21 - Perfis de velocidade para o canal com parede sul.

A Fig. 5.21 apresenta os perfis verticais de velocidade na linha de centro obtidos quando a parede lateral (fronteira sul) está presente. Neste caso o escoamento no canal é melhor

simulado, pois leva em conta a existência (e influência) que esta parede exerce sobre os perfis de velocidade. Embora Yu empregasse um canal cuja razão de aspecto permitisse supor um escoamento predominantemente 2D na linha de centro do canal, isto não ocorre na maioria dos canais encontrados em obras de engenharia e cursos d'água naturais. O resultado mostra a capacidade do modelo numérico em tratar convenientemente estes casos. O aspecto dos perfis concorda com as simulações anteriores porém não existem dados experimentais que permitam uma comparação. Como no caso anterior, para as condições para o experimento 1, a velocidade na superfície é contrária a velocidade imposta na fronteira oeste, embora o fluxo reverso seja de menor intensidade. Isto ocorre devido a presença das paredes laterais que ocasionam maiores velocidades para o perfil na linha de centro do canal e assim reduzindo a intensidade do fluxo reverso causado pelo vento.

A Fig 5.22 apresenta perfis de μ_{ef} para os mesmo experimentos anteriores, mas para o caso do canal fechado em suas laterais. A comparação entre as Figs 5.20 e 5.22 mostra que, como esperado, os perfis são similares mas maiores valores de μ_{ef} são obtidos.

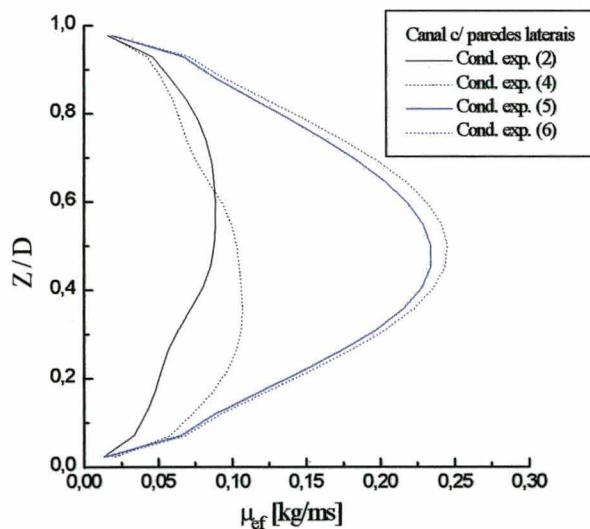


Figura 5.22 - Perfis de μ_{ef} para o canal com paredes.

Em função da concordância observada entre os resultados apresentados pelo modelo numérico com os dados experimentais e teóricos para caso de escoamentos sob a ação de vento em

canais abertos pode-se concluir que a formulação e o modelo numérico propostos neste trabalho são convenientes para este tipo de escoamento. Os resultados também permitem concluir que as condições de contorno empregadas são convenientes e foram implementadas corretamente.

5.3.2.2 - Simulação do experimento de Parthasarathy e Muste

Para este estudo o número de Reynolds, de acordo com Parthasarathy e Muste (1994) é definido por:

$$Re = \frac{\rho \bar{u}_{in} D}{\mu} \quad (5.30)$$

onde \bar{u}_{in} é a velocidade média na seção de entrada do canal. Quatro diferentes ensaios foram realizados pelos autores, sendo que em cada um deles a cobertura do tanque de testes foi modificada para alterar as tensões cisalhantes na superfície do canal de testes.

O caso designado “R0”, ver Tabela 5.6, consistia do escoamento com superfície livre, ou seja, sem placas de cobertura. O caso “R1” empregou placas de madeira pintadas. Para o caso “R2” uma malha de arame foi adicionada à superfície da placa. No caso “R3” tiras retangulares de madeira (12,5 mm x 8,5 mm x 0,9m de comprimento) foram fixadas à superfície das placas. Estas tiras foram coladas com intervalos de 50,8 mm na superfície inferior das placas e posicionadas de tal modo que as tiras ficassem perpendiculares ao escoamento. A Tabela 5.6 indica as condições de profundidade do tanque (D), velocidade média do escoamento e vazão para cada um dos ensaios.

Tabela 5.6 - Condições de teste

Caso	Profundidade	Vazão	\bar{u}_{in}
	(m)	(m ³ /s)	(m/s)
R0	0,191	0,0502	0,288
R1	0,218	0,0501	0,251
R2	0,245	0,0501	0,224
R3	0,290	0,0501	0,189

O domínio numérico considerado foram as dimensões físicas do canal como descritas anteriormente, estando a seção de testes no meio do canal. A malha de discretização empregada foi de 80x5x42 volumes (direções x,y,z) estando os eixos coordenados alinhados como na Fig. 5.23 . A malha foi concentrada na superfície e junto ao fundo do tanque (direção z) e em torno da seção de testes tanto à montante como à jusante.

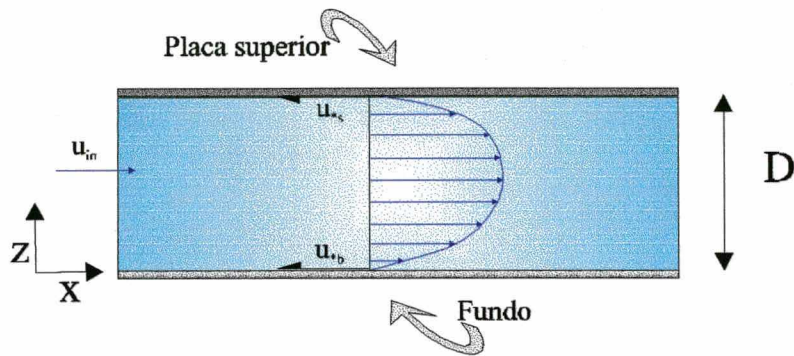


Figura 5.23 - Esquemática de escoamentos assimétricos.

As condições dos testes realizados por Parthasarathy e Muste (1994) encontram-se nas tabelas 5.6 e 5.7. A velocidade total de fricção (u_*) presente na Tabela 5.7, para escoamentos bidimensionais é definida por

$$u_* = (u_{*b} + u_{*s})^{1/2} \quad (5.31)$$

Tabela 5.7 - Propriedades do escoamento

Caso	Velocidades de fricção		h*/h	$\overline{(u' u')}^{1/2} / u_*$
	u_{*b}	u_{*s}		
R0	0,0158	0,0000	1,00	1,10
R1	0,0146	0,0121	0,59	0,66
R2	0,0136	0,0142	0,48	0,66
R3	0,0136	0,0165	0,40	0,62

A altura do canal onde as tensões de Reynolds são nulas (h_*) e o valor mínimo da média das flutuações de velocidade na direção principal de escoamento, $\overline{(u'u')}$, são resultados das medições experimentais também apresentados, de forma adimensional, na Tabela 5.7. De acordo com o modelo numérico de turbulência as tensões de Reynolds são dadas por

$$-\overline{u'w'} = \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (5.32)$$

A média das flutuações na direção principal de escoamento é descrita pelo modelo como

$$\overline{u'u'} = \left(-2 \frac{\mu_t}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{2}{3} \kappa \right) \quad (5.33)$$

As condições de contorno impostas foram as de tensão prescrita para as equações de Navier-Stokes. Para as condições de contorno do modelo turbulento, k e ϵ foram prescritos no fundo e na superfície a partir da condição de equilíbrio, Eq (5.23), dado que são conhecidas as velocidades de fricção no fundo e na superfície (ver Tabela 5.7). Para a fronteira este e leste, as condições de contorno tanto para as equações de Navier-Stokes como para o modelo de turbulência foram prescritas como no caso do experimento de Yu simulado anteriormente.

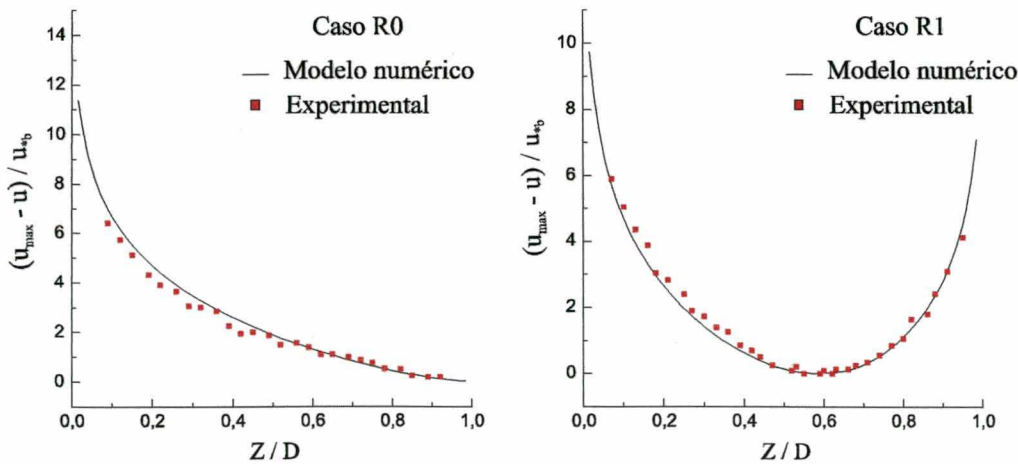


Figura 5.24 - Comparação dos perfis de velocidade: casos R0 e R1

As Figs 5.24 e 5.25 mostram o resultados obtidos pelo modelo numérico para os perfis de velocidade no centro do canal e como nos casos anteriores os perfis concordam bem.

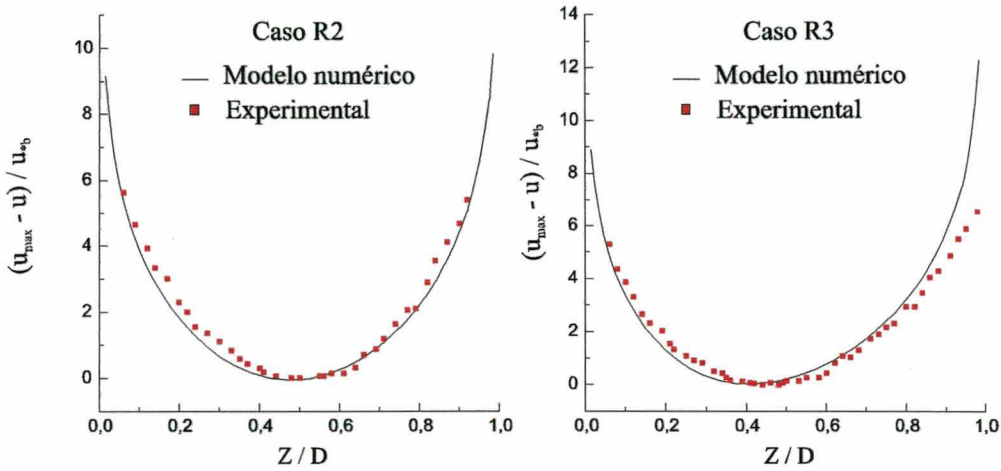


Figura 5.25 - Comparação dos perfis de velocidade: casos R2 e R3

A Fig. 5.26 apresenta o resultado obtido para as tensões de Reynolds, normalizadas pela velocidade de fricção no fundo do canal. A Fig. 5.26.B compara as medições e a previsão do modelo numérico. A Fig. 5.26.A apresenta o valor de h_* , altura do canal onde estas tensões são nulas. Os valores obtidos pela Fig. 5.26.A devem ser comparados com os valores experimentais indicados na Tabela 5.7.

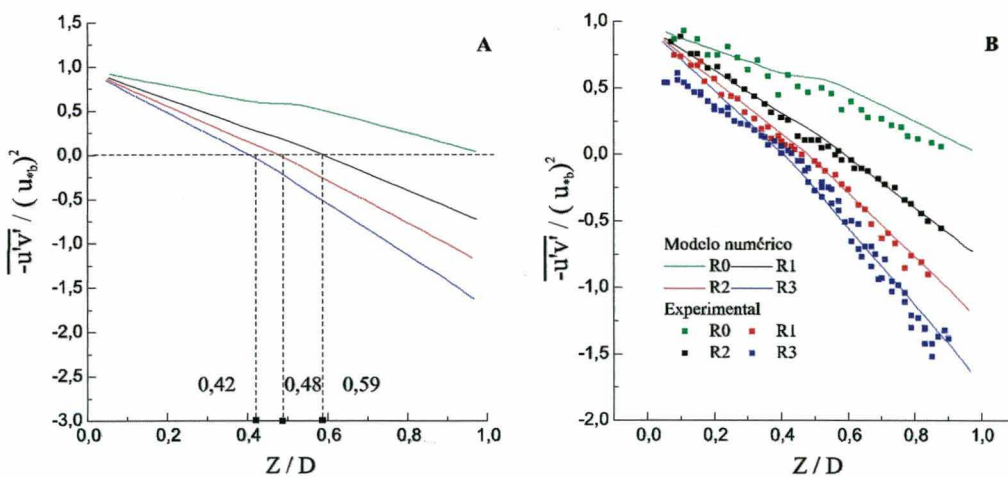


Figura 5.26 - Tensões de Reynolds

Parthasarathy e Muste apresentam também valores experimentais para a produção de energia cinética turbulenta. De acordo com o modelo numérico esta é dada por

$$-\overline{u'w'} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial z} \quad (5.34)$$

e os valores experimentais disponíveis encontram-se normalizados por h_* / u_{*b} . O resultado obtido pode ser apreciado nas Figs. 5.27 e 5.28 onde os valores obtidos experimentalmente são comparados com aqueles apresentados pelo modelo numérico.

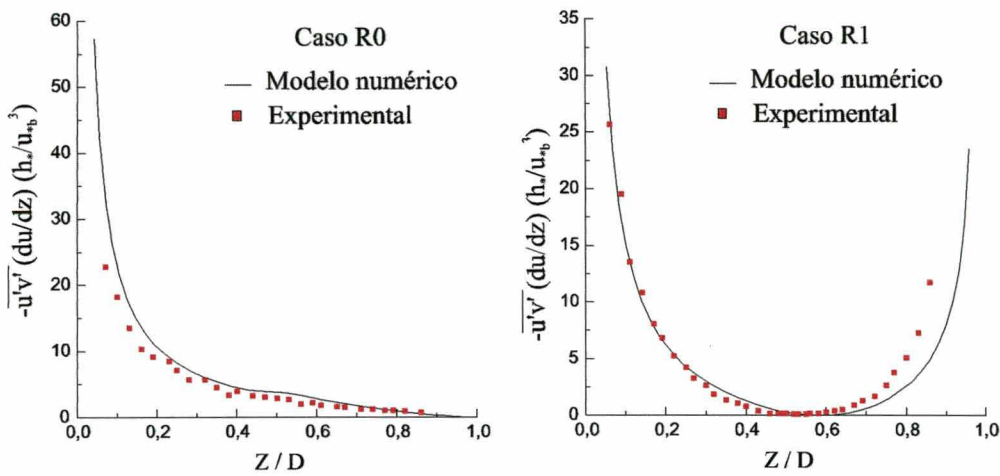


Figura 5.27 - Valores de produção de energia cinética turbulenta, casos R0 e R1.

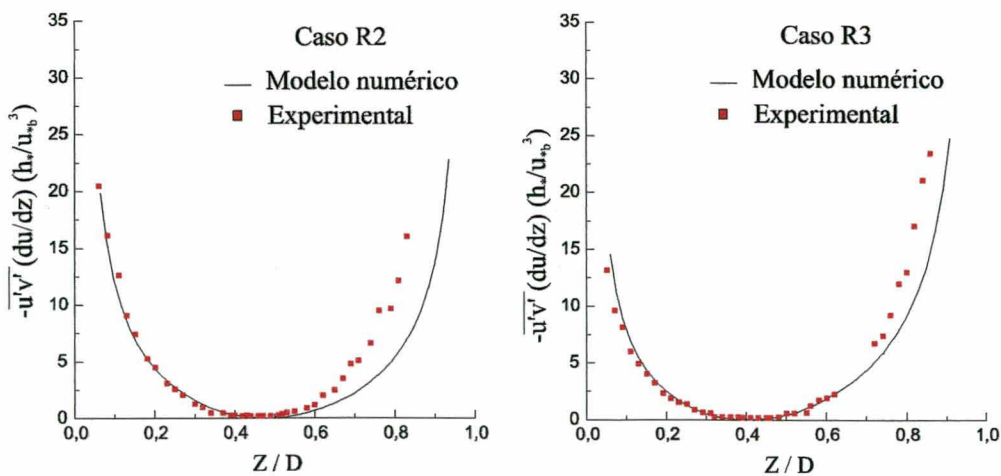


Figura 5.28 - Valores de produção de energia cinética turbulenta, casos R2 e R3.

Assim como os parâmetros apresentados anteriormente, os valores de produção de energia cinética turbulenta concordam bem com os valores obtidos experimentalmente para escoamentos em canais assimétricos. Os perfis de viscosidade turbulenta previstos pelo modelo numérico são apresentados na Fig. 5.29.

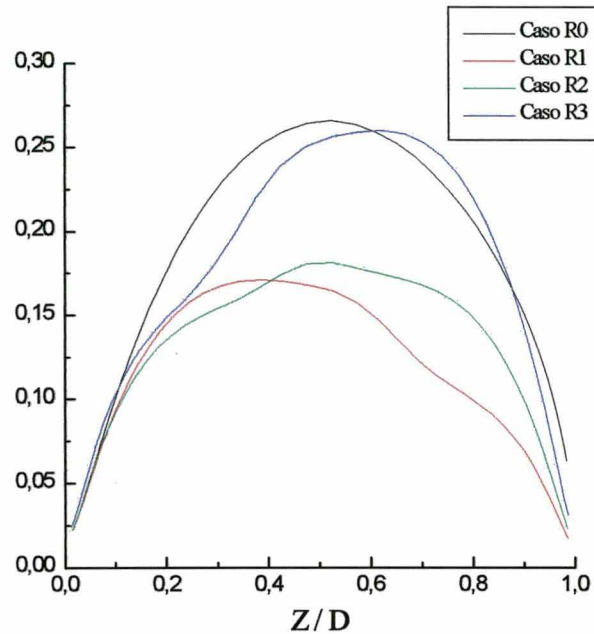


Figura 5.29 - Perfis de μ_t

A comparação de grandezas que caracterizam o fenômeno da turbulência, teve como objetivo validar especificamente o comportamento do modelo de turbulência para os escoamentos de interesse. De acordo com os resultados obtidos, pode-se creditar uma boa confiabilidade ao modelo e a sua presente implementação numérica e computacional.

CAPÍTULO 6 - Exemplo de Aplicação

6.1 - Introdução

Estabelecida a validade do modelo matemático para os escoamentos ambientais em corpos d'água e validado também o método de solução proposto e sua implementação computacional, dispõem-se agora de uma poderosa ferramenta para o tratamento de tais escoamentos. Sua flexibilidade frente a diferentes geometrias e condições de contorno decorre do fato do modelo matemático ter sido implementado em coordenadas generalizadas, o que permite o tratamento de corpos d'água de geometria complexa com relativa simplicidade na aplicação das condições de contorno. Em relação a estas últimas, durante as simulações de validação apresentadas e discutidas no Capítulo 5, pode-se afirmar que as condições de contorno fundamentais para a simulação de escoamentos em corpos d'água fechados foram examinadas, comprovando correção de sua formulação e implementação.

O presente Capítulo pretende explorar, ao menos parcialmente, a potencialidade do modelo matemático implementado tratando alguns casos exemplo. É obvio que o universo de casos que podem ser estudados não pode ser exaurido, frente a quase infinita diversidade de situações que podem ser encontradas na natureza e que venham ser de eventual interesse para este ou aquele estudo ambiental em particular. Para muitos destes casos, inclusive, o presente modelo poderá ainda apresentar necessidades de futuras implementações ou aperfeiçoamentos, seja em sua formulação ou em sua implementação.

6.2 - Escoamento sob a ação do vento em corpos d'água fechados: o efeito da batimetria variável

Durante um dos procedimentos de validação apresentados no Capítulo 5, foi estudado o caso dos escoamentos devidos a ação de ventos na superfície de canais fechados. Quando tal escoamento ocorre em um canal de geometria simples, como considerado no Capítulo 5, o padrão resultante de escoamento é intuitivo para estudiosos da Mecânica dos Fluidos e inclusive soluções analíticas são possíveis para casos mais simples, como mostrado.

Entretanto em corpos d'água onde a batimetria é variável ao longo do corpo d'água e as margens apresentam uma geometria genérica, a intuição sobre os padrões de escoamentos a serem gerados ao longo de sua profundidade pela ação de ventos na superfície não é mais óbvia, e torna-se uma difícil questão. Mesmo se a geometria de sua superfície for simplificada para formas cartesianas simples (retangular), a batimetria variável se encarregará de gerar padrões de circulação, ao longo da profundidade, bastante diversos. O caso exemplo a seguir pretende mostrar exatamente a influencia da batimetria de um corpo d'água sobre os padrões de circulação formados ao longo de sua profundidade, decorrentes da ação do vento em sua superfície, explorando a capacidade do modelo matemático em tratar corpos d'água de geometria variável.

Para tal foi considerado um corpo d'água, possuindo um comprimento de 200m, uma largura de 80m e uma profundidade máxima de 3m. A geometria de superfície, um retângulo, foi escolhida propositadamente, pois se o vento em sua superfície age no sentido do comprimento, o padrão de circulação intuído ao longo da profundidade para um corpo de batimetria constante é o mesmo discutido no Capítulo 5. Para uma batimetria variável a solução é bastante diferente como será visto. Neste corpo d'água foram dispostos 3 bancos¹ de acordo com as posições mostradas na Fig. 6.1. Os bancos denominados "1" e "2" são compostos de 3 plataformas com profundidades de 2,50m (amarela), 2,0m (azul) e 1,50m (cinza). O banco 3 é formado apenas pelas plataformas de 2,50 e 2,0m. como mostrado na Fig. 6.1. Fora dos bancos a profundidade do corpo d'água é constante e igual a 3m.

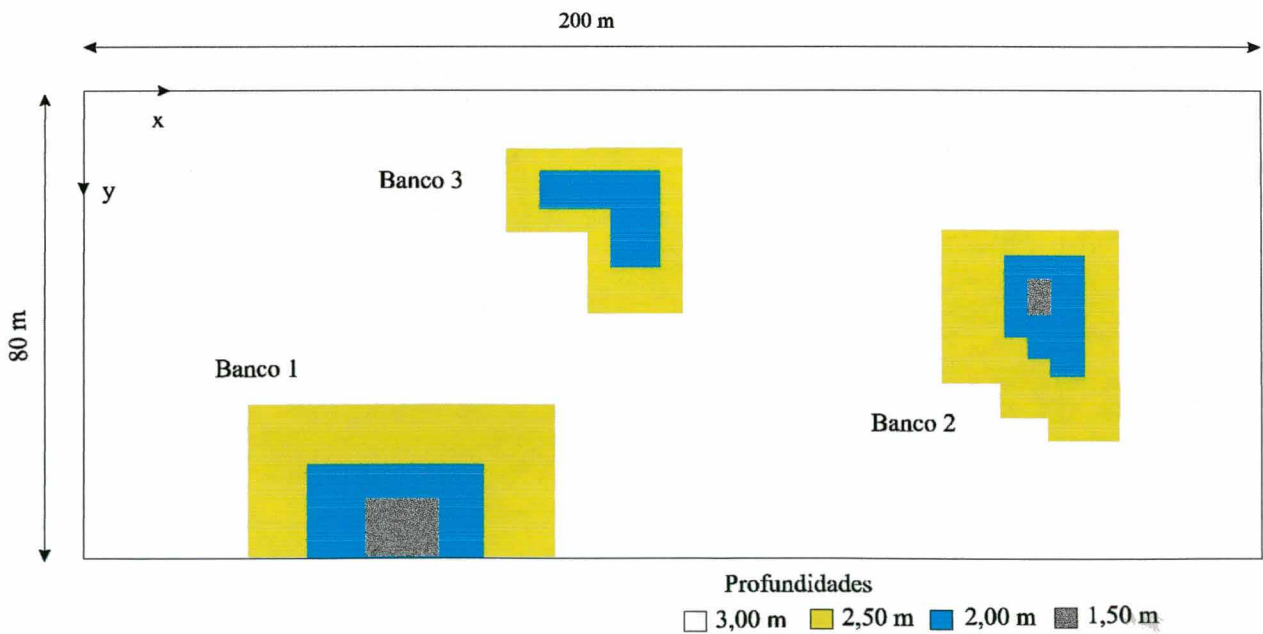


Figura 6.1 - Corpo d'água com batimetria variável

¹ os bancos são considerados fixos, i.é, não existe a possibilidade das correntes mudarem sua forma ou local.

O posicionamento de cada banco é descrito em detalhe nas figuras 6.2, 6.3 e 6.4, onde as coordenadas de posição de cada um dos bancos são especificadas em detalhe. Cada uma destas figuras representa um sub-domínio onde, em figuras a seguir, será visualizado o escoamento de acordo com detalhes a serem logo mais discutidos.

6.2.1 - As condições de contorno

Como o objetivo do presente estudo não visava nenhuma região em particular do domínio, foi usada uma malha igualmente espaçada na superfície. Na direção da profundidade (eixo “z”, perpendicular ao plano da fig. 6.1) a malha foi refinada junto a superfície e fundo do corpo d’água pelas razões apontadas no Capítulo 5. A malha de discretização empregada tem 100x40x20 volumes nas direções (x,y,z) respectivamente.

Para a condição de contorno na superfície, onde o vento impõem a tensão na superfície da água, foi empregada a relação empírica

$$\tau_s = C_d \rho_a u_w^2 \quad (6.1)$$

onde ρ_a é a densidade do ar, u_w a velocidade do vento medida 10m acima da superfície da água e C_d o coeficiente de atrito. O valor de C_d deve ser estimado, segundo Hicks (1972), de acordo com

$$C_d = C_1 + C_2 u_w \quad (6.2)$$

onde foram empregados os valores de $C_1 = 0,72 \times 10^{-3}$ e $C_2 = 0,061 \times 10^{-3}$ s/m, que são valores verificados experimentalmente para o lago Yssel², segundo Jin (1993). Em todos os casos discutidos a seguir a velocidade do vento considerada foi de 4 m/s. Para o fundo do corpo d’água a tensão foi determinada de acordo com a Eq.(5.22) considerado os valor de $z_{bh} = z_b/D = 0,60 \times 10^{-4}$ sugerido por Tsanis (1989). As condições de contorno empregadas para as demais fronteiras foram as mesmas descritas na seção 5.5.1.3 , Capítulo 5.

² o lago Yssel é um lago artificial localizado no norte da Holanda.

Banco 1

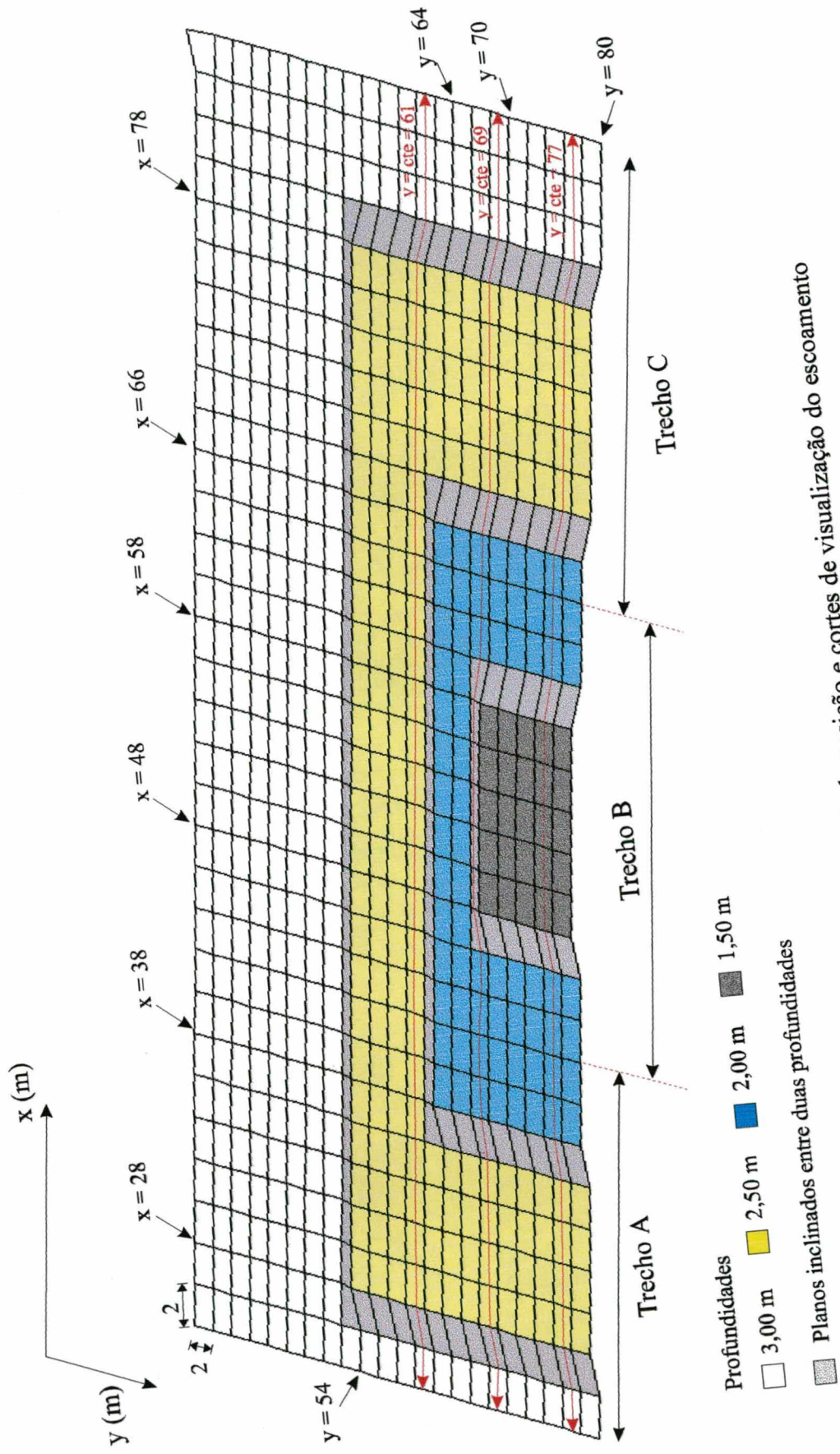


Figura 6.2 - Banco 1: definição de posição e cortes de visualização do escoamento

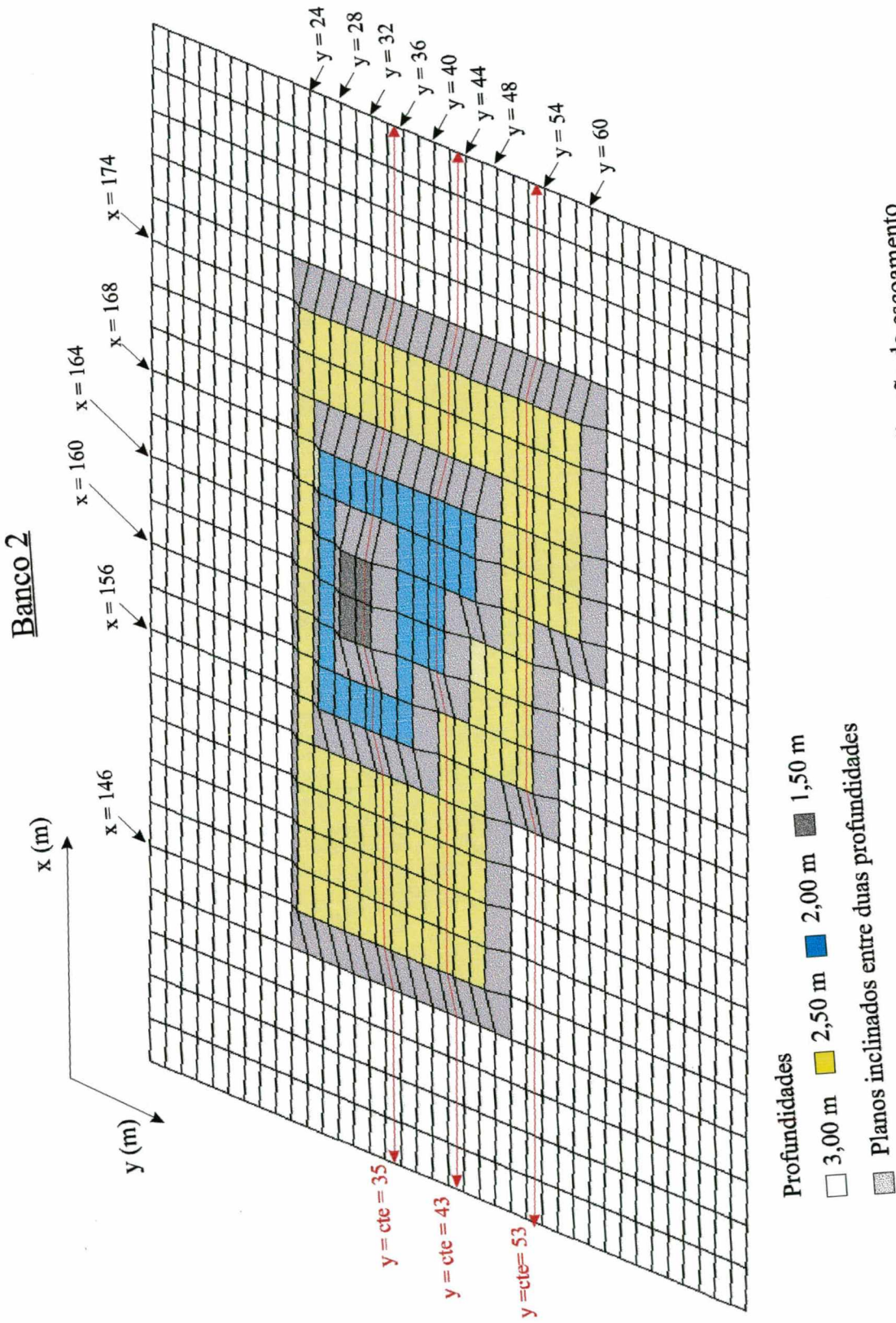
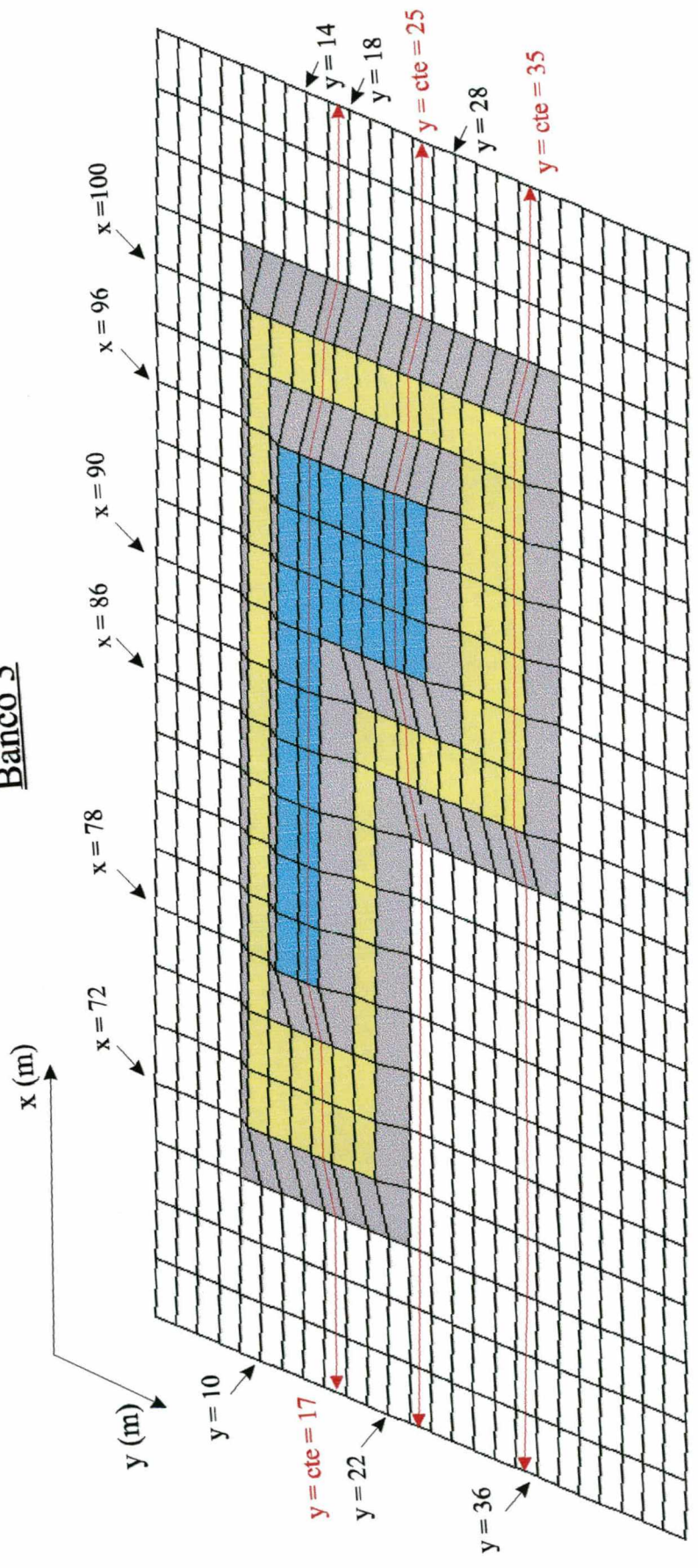


Figura 6.3 - Banco 2: definição de posição e cortes de visualização do escoamento

Banco 3



- Profundidades
- 3,00 m
 - 2,50 m
 - 2,00 m
 - 1,50 m
 - Planos inclinados entre duas profundidades

Figura 6.4 - Banco 3: definição de posição e cortes de visualização do escoamento

6.2.2 - Resultados

Como comentado, as Figs. 6.2 , 6.3 e 6.4 apresentam sub-domínios e os padrões de circulação resultantes serão visualizados sobre estes sub-domínios. Cada um dos sub-domínios foi escolhido por conter um dos bancos do corpo d'água e apresentar assim como o escoamento ocorre nestas regiões. Dois tipos de visualizações do escoamento foram realizadas com o objetivo de tornar o mais explícito possível a influência exercida por estes bancos sobre o padrão de circulação no corpo d'água.

- foram visualizados escoamentos para planos³ com $z/D = \text{cte}$, sobre cada um dos sub-domínios apresentados. Duas visualizações são apresentadas para cada um dos domínios, sendo que os planos de z/D escolhidos tem os valores de 0,121 e 0,879. Desta forma, visualiza-se o escoamento em um plano próximo a superfície e outro próximo ao fundo local. (Figuras de 6.5 a 6.10)
- em cada um dos sub-domínios definidos (ver Figs 6.2, 6.3 e 6.4) encontram-se definidas linhas de $y = \text{cte}$ ao longo do sub-domínio, linhas estas que atravessam os bancos nas posições definidas de $y = \text{cte}$. Ao longo de cada uma destas linhas foram visualizados os vetores velocidade do escoamento para valores de z/D que vão desde o fundo local ($z/D = 1$) até próximo a superfície ($z/D \approx 0,10$). Os vetores mais próximos a superfície foram omitidos em benefício de uma melhor visualização das correntes de retorno próximas ao fundo local (Figuras de 6.11 a 6.15).
- foram visualizados escoamentos para planos com $z/D = 0,436$, sobre cada um dos sub-domínios apresentados, para duas condições de vento na superfície: vento alinhado com a direção do eixo coordenado "x" e vento soprando à 60° (sentido anti-horário) com a direção do eixo coordenado "x" (Figuras de 6.16 a 6.21).

6.2.3 - O escoamentos para planos z/D constante

As figuras de 6.5 a 6.10 apresentam o padrão de escoamento para planos de profundidade relativa (z/D) constante sobre cada um dos sub-domínios apresentados.

Para todos os sub-domínios, observa-se que nos planos próximos a superfície ($z/D = 0,121$) o escoamento possui maiores velocidades nas regiões de menor profundidade e a direção principal do escoamento obedece, de um modo geral, a direção da corrente de vento imposta. Como exemplo

³ Planos no espaço transformado . No espaço cartesiano são, a rigor, superfícies de z/D constante

verifique-se o Banco 1 para a posição $x \approx 70$ m e $y \approx 76$ m. Nota-se que o escoamento aumenta sua velocidade ao atingir os bancos de profundidade de 2,0m e 1,50 m e volta a reduzi-la ao abandonar estes bancos. O mesmo efeito se verifica no Banco 2 próximo a posição $x \approx 162$ m e $y \approx 34$ m e com menor intensidade no Banco 3 próximo a posição $x \approx 86$ m e $y \approx 18$ m, pois este último banco possui maiores profundidades e o efeito assim é amenizado em relação aos bancos anteriores.

Para os planos mais próximos ao fundo do corpo d'água ($z/D = 0,879$) o padrão de escoamento não possui, de maneira tão marcante quanto próximo a superfície, uma direção preferencial de escoamento. Observa-se que sobre as regiões mais rasas dos bancos 1 e 2⁴, as velocidades são relativamente altas e possuem *o mesmo sentido (aproximadamente) da direção do vento*. Isto significa (como será verificado em figuras seguintes) que sobre estas regiões não existe uma corrente de retorno, sendo o fluido então carregado unicamente na direção do vento. Nota-se que este efeito não ocorre sobre o banco 3, pois este banco tem uma profundidade mínima maior que a profundidade mínima dos bancos 1 e 2.

Em consequência do efeito citado, próximo a estas regiões rasas e em locais onde o banco torna-se mais profundo, observam-se regiões de recirculação, onde, correntes de retorno terminam ou são formadas dependendo da posição no banco e da direção imposta ao vento

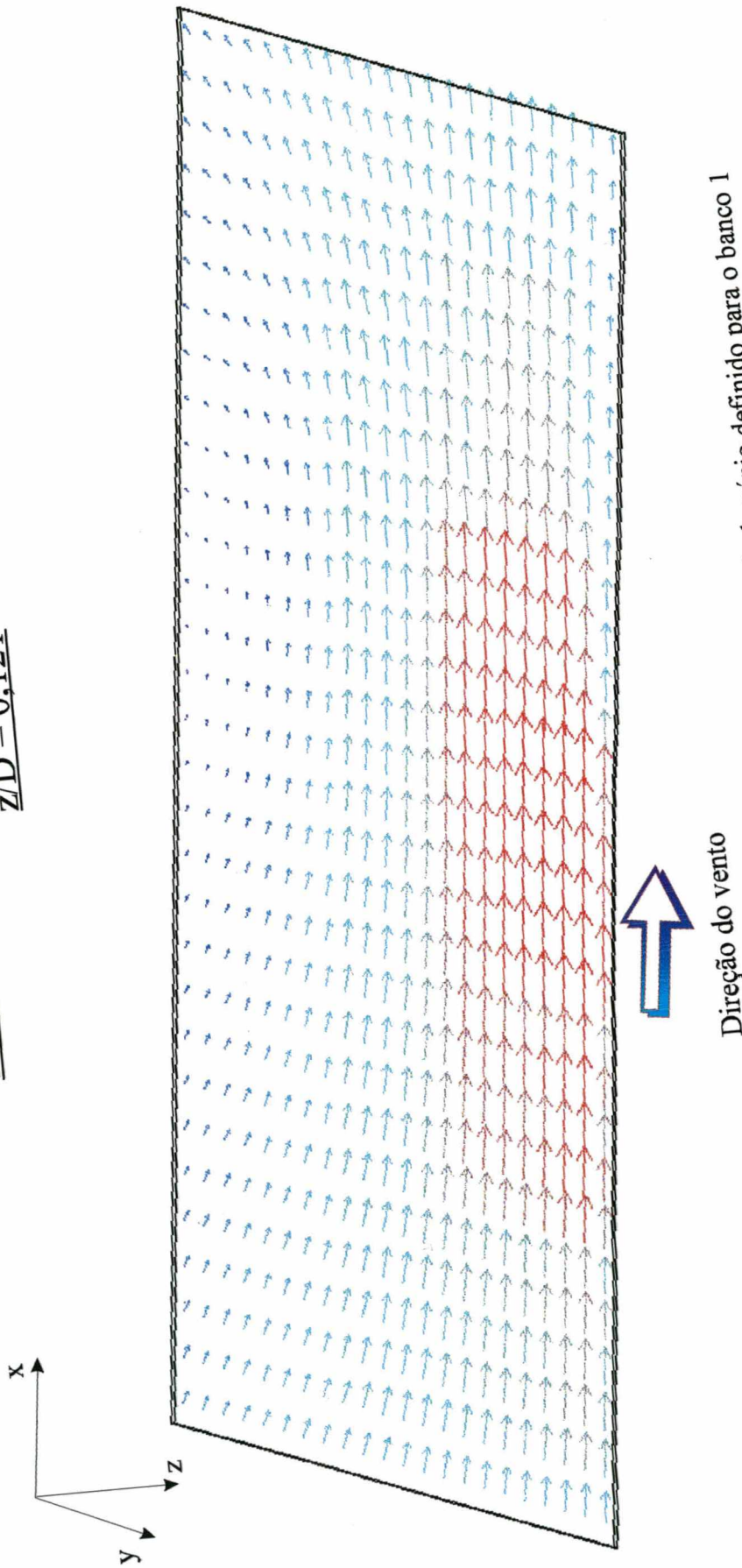
Inspecionando-se ainda as figuras para os planos mais próximos ao fundo do corpo d'água ($z/D = 0,879$) verifica-se, como esperado, que a presença dos bancos forma canais preferenciais de escoamento para as correntes de retorno no corpo d'água.

Finalmente, nota-se que padrões de recirculação relativamente complexos são observados principalmente próximos aos bancos 1 e 2, (planos mais profundos) decorrentes da possibilidade ou não de correntes de retorno poderem ser localmente estabelecidas.

O Apêndice 6 apresenta outras visualizações deste escoamento para cortes de profundidade (“z”) constante.

⁴ as mesmas coordenadas aproximadas citadas acima.

Vetores velocidade no Banco 1
Plano de profundidade relativa (z/D) constante
 $z/D = 0,121$



Direção do vento

Figura 6.5 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,121$ sobre o sub-domínio definido para o banco 1

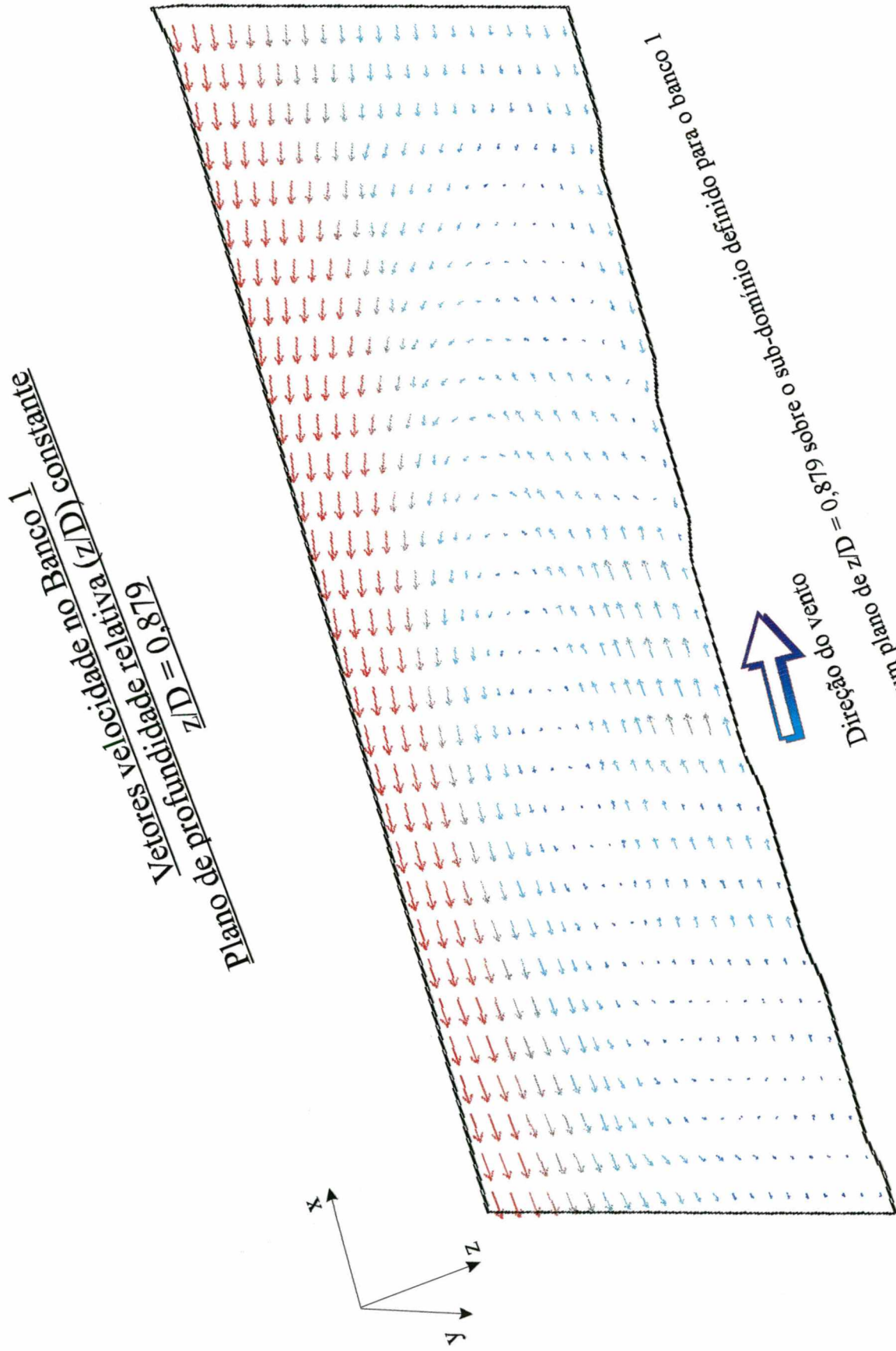
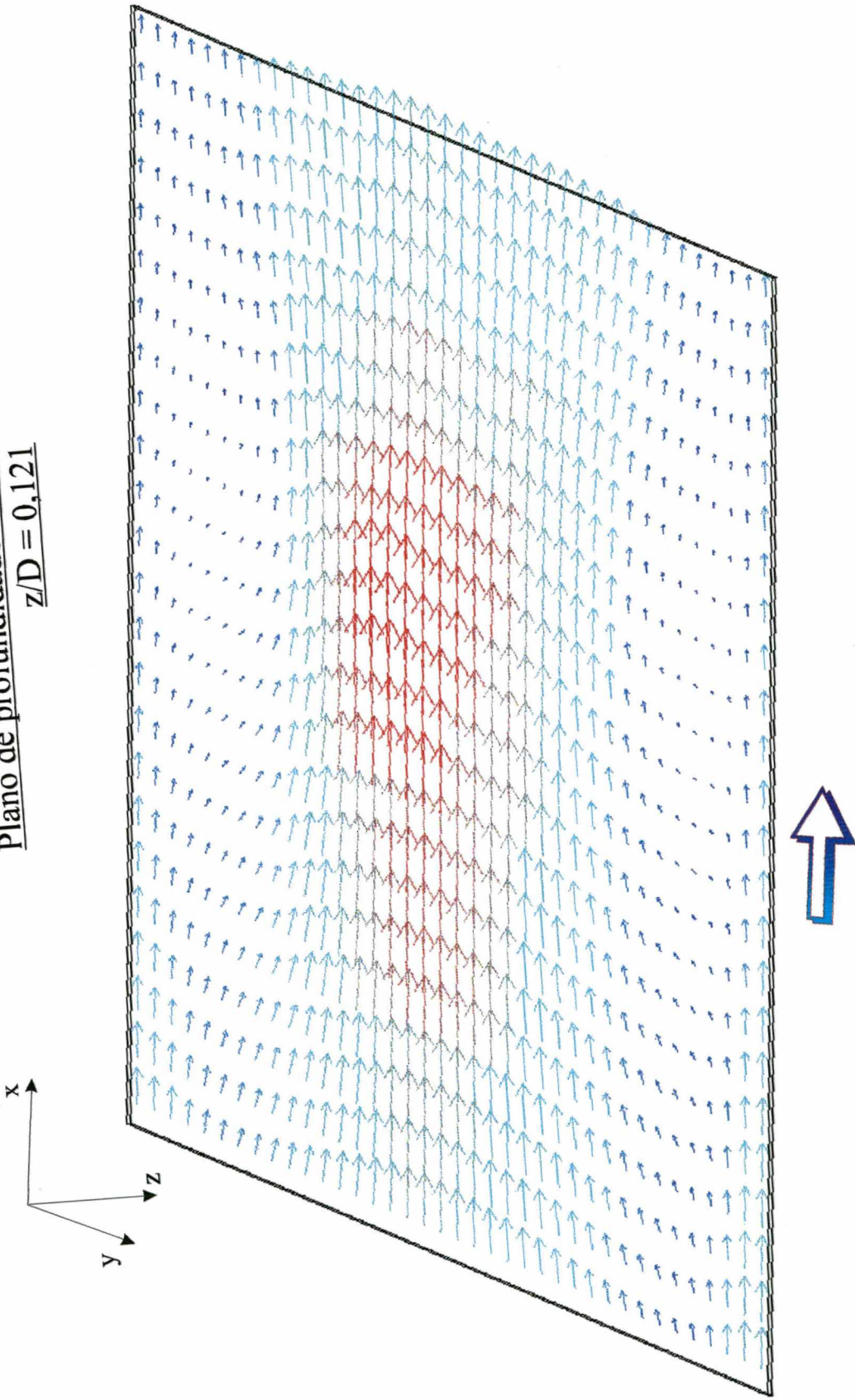


Figura 6.6 - Escoramento em um plano de $z/D = 0.879$ sobre o sub-domínio definido para o banco 1

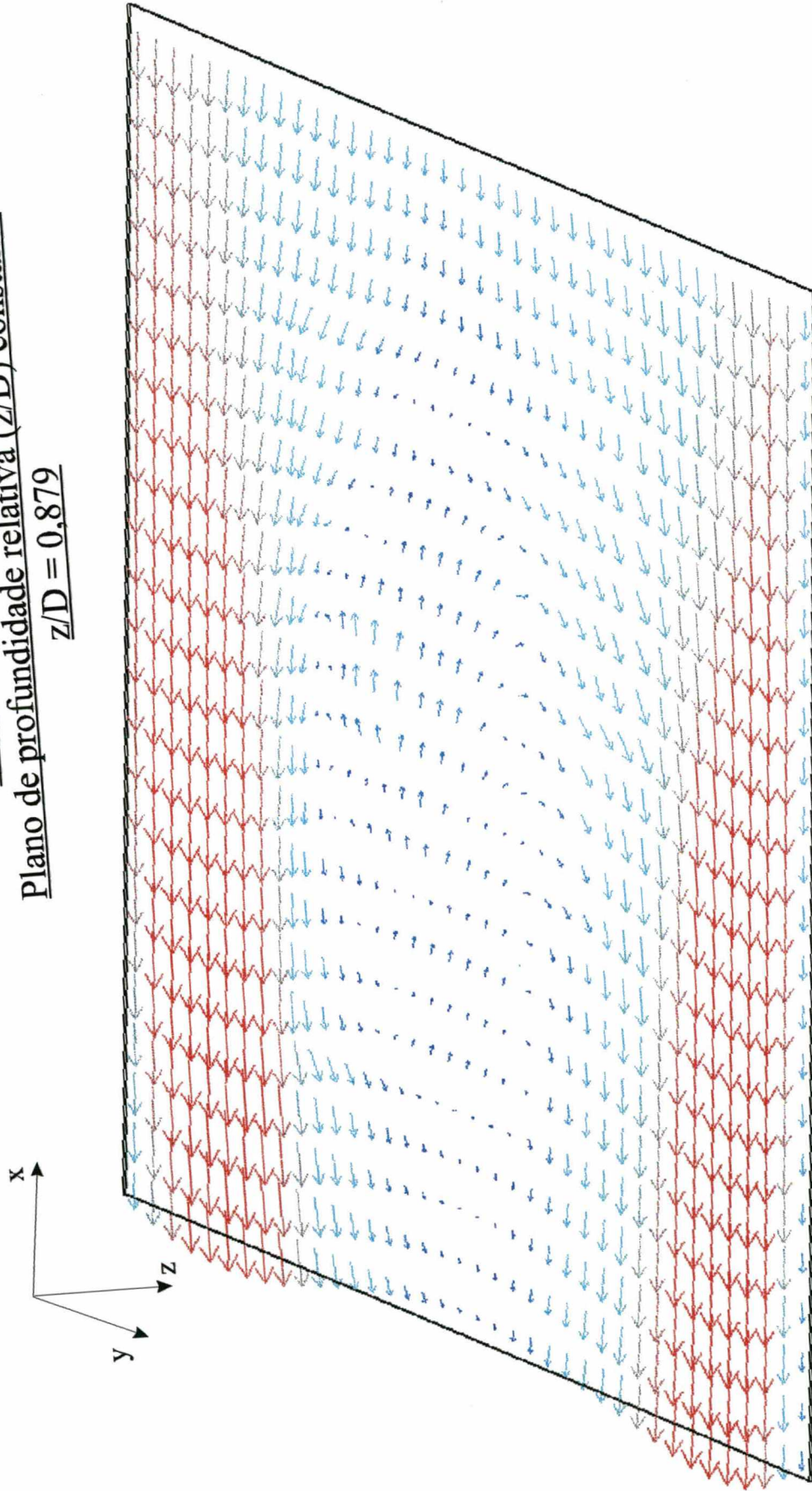
Vetores velocidade no Banco 2
Plano de profundidade relativa (z/D) constante
 $z/D = 0,121$



Direção do vento

Figura 6.7 - escoamento em um plano de $z/D = 0,121$ sobre o sub-domínio definido para o banco 2

Vetores velocidade no Banco 2
Plano de profundidade relativa (z/D) constante
 $z/D = 0,879$



Direção do vento

Figura 6.8 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,879$ sobre o sub-domínio definido para o banco 2

Vetores velocidade no Banco 3
Plano de profundidade relativa (z/D) constante
 $z/D = 0,121$

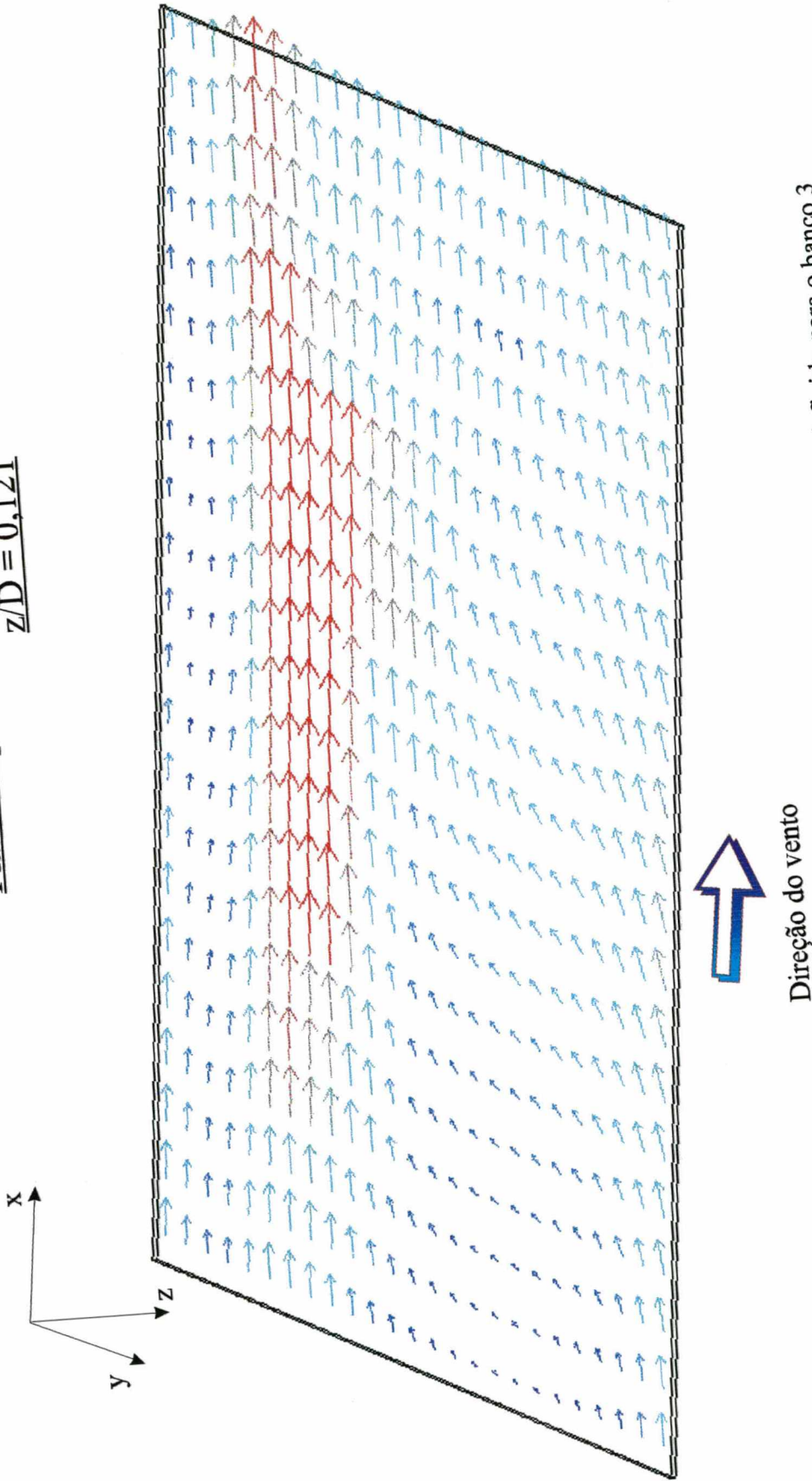


Figura 6.9 - Escocamento em um plano de $z/D = 0,121$ sobre o sub-domínio definido para o banco 3

Vetores velocidade no Banco 3
Plano de profundidade relativa (z/D) constante
 $z/D = 0,879$

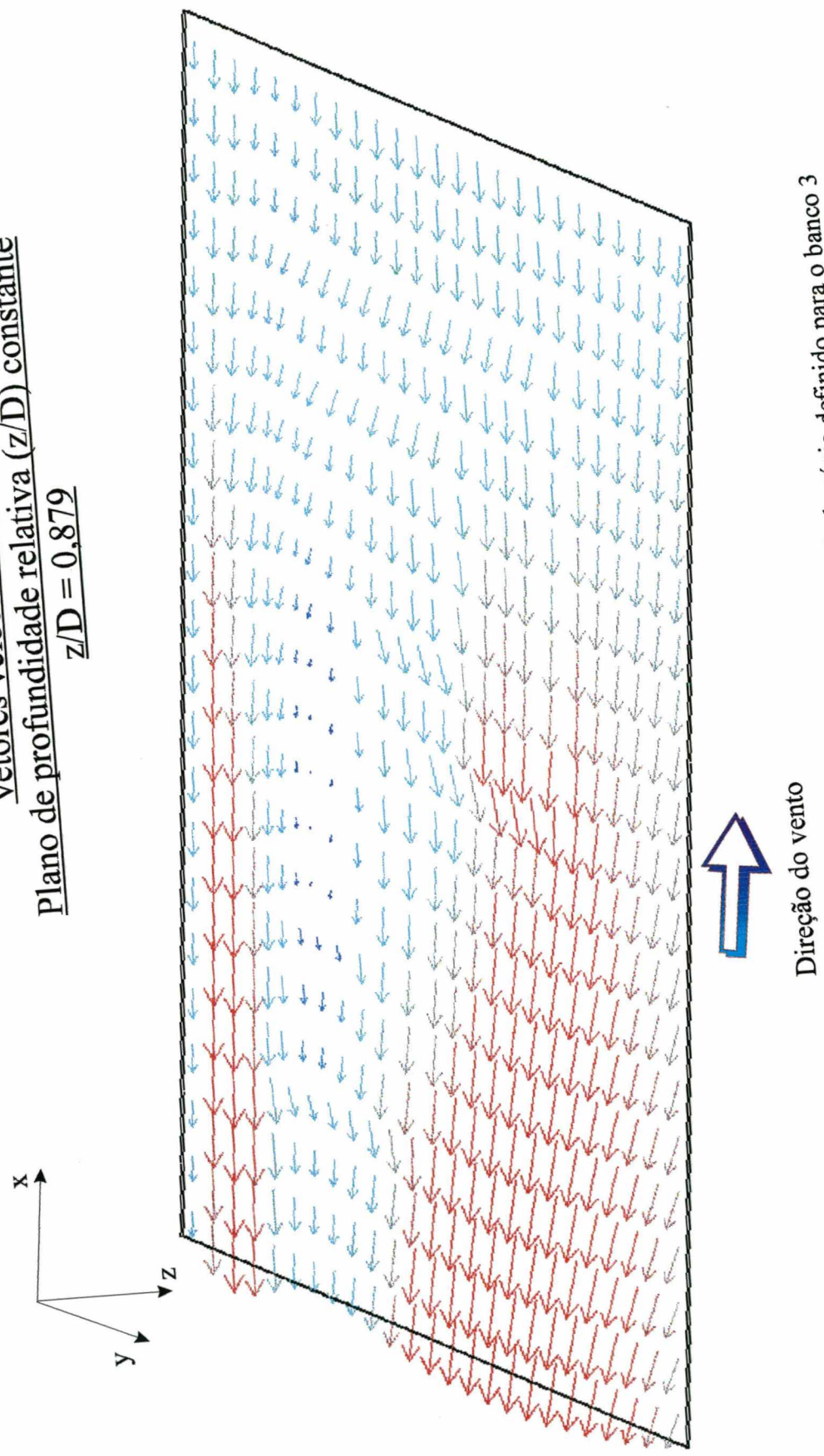


Figura 6.10 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,879$ sobre o sub-domínio definido para o banco 3

6.2.4 - O escoamento para cortes de $y = \text{constante}$

A seguir são apresentadas as visualizações do escoamento ao longo de valores constantes da coordenada y , de acordo com as posições definidas nas Figs 6.2, 6.3 e 6.4. Com o objetivo de apresentar uma boa visualização do escoamento⁵, em particular para o banco 1, o corte proposto teve de ser dividido em 3 trechos (A, B, e C) como evidenciado na Fig 6.2

As Figs 6.11, 6.12 e 6.13 apresentam os referidos trechos para o banco 1. Neste tipo de visualização é interessante notar os pontos em que as correntes de retorno são impedidas pela presença de um banco, como apontado anteriormente. Nota-se que apenas à jusante e a montante do banco 1 (Trechos A e C) para coordenada $y = 77$ (cte), existem correntes de retorno. Na região onde o banco é mais raso (Trecho B) a corrente de retorno é inibida e o fluido se desloca principalmente na mesma direção imposta pelo vento na superfície. O mesmo já não ocorre para a posição $y = 61$ m. que corta o banco 1 ao longo de seu trecho de profundidade $z = 2,50$ m (cte). Nesta região o escoamento é levemente afetado pela elevação que o banco na região próxima (para $z = 2,00$ m), mas as correntes de retorno não são mais inibidas.

O mesmo efeito pode ser observado no banco 2, Fig 6.14. O corte de $y = 35$ (cte) atravessa a parte mais rasa do banco e exatamente nesta região as correntes de retorno desaparecem. Já isto não ocorre para os cortes de $y = 43$ e $y = 55$ (ctes) os quais atravessam o banco em regiões mais profundas.

O banco 3, Fig 6.15, por não apresentar profundidades de 1,50m não chega a impedir que as correntes de retorno ocorram sobre si.

As figuras discutidas permitem também avaliar a diferença no gradiente na direção da profundidade para diferentes posições do domínio. Grandes gradientes são observados em regiões rasas contra gradientes sensivelmente menores (e que se invertem) para regiões mais profundas.

É interessante também comparar as figuras que apresentam visualizações do escoamento para $z/D = \text{cte}$ contra as figuras aqui discutidas pois esta comparação conjunta permite melhor perceber os padrões de recirculação imposto no corpo d'água pela presença dos bancos. Uma descrição detalhada destes efeitos seria extremamente complexa e entende-se como dispensável uma vez que se dispõem de visualizações convenientes dos vetores velocidade do escoamento.

⁵ basicamente por problema de escala dos vetores e a limitação de tamanho da figura imposta pelo papel tamanho A4

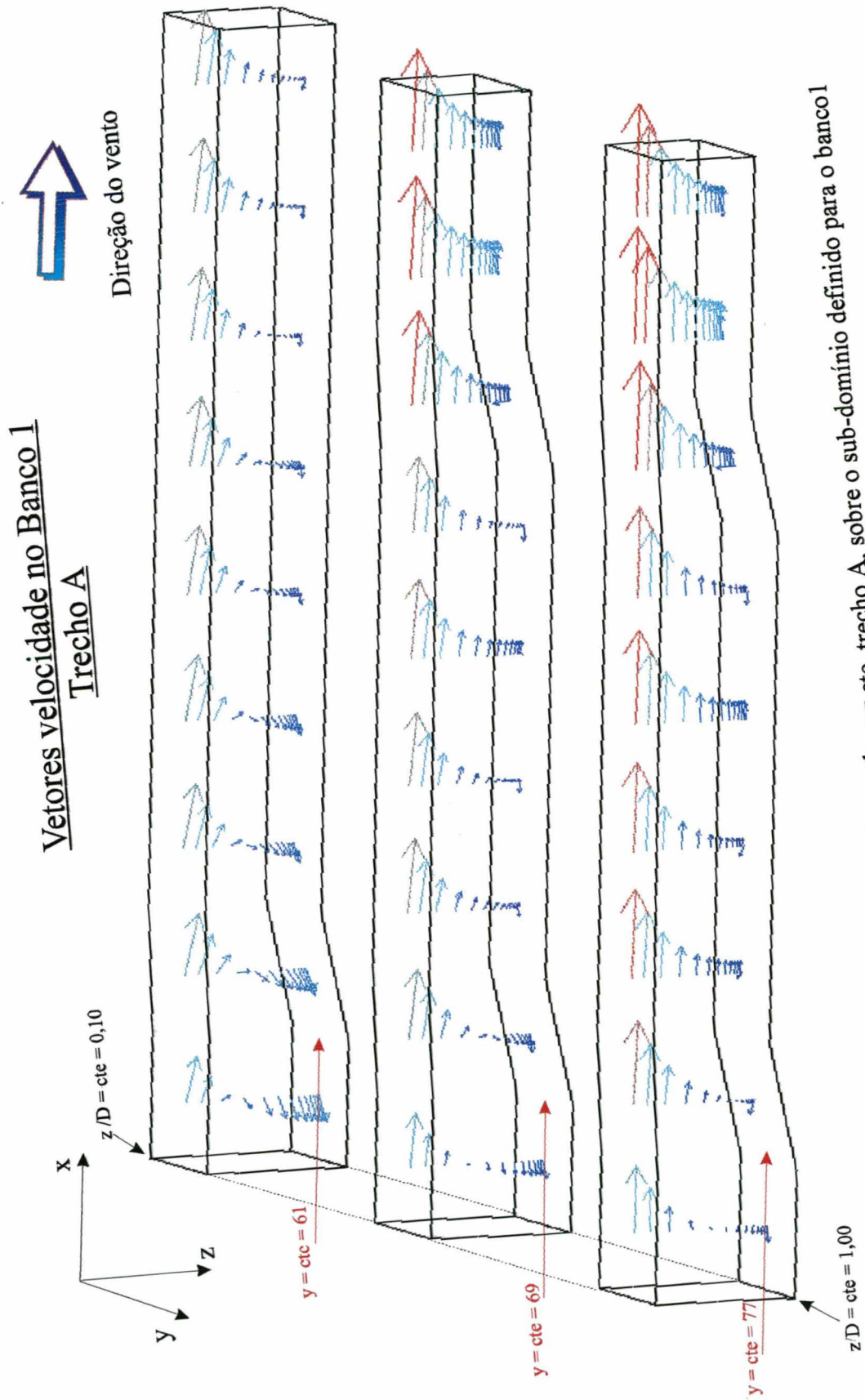


Figura 6.11 - escoamento em planos de $y = \text{cte}$, trecho A, sobre o sub-domínio definido para o banco 1

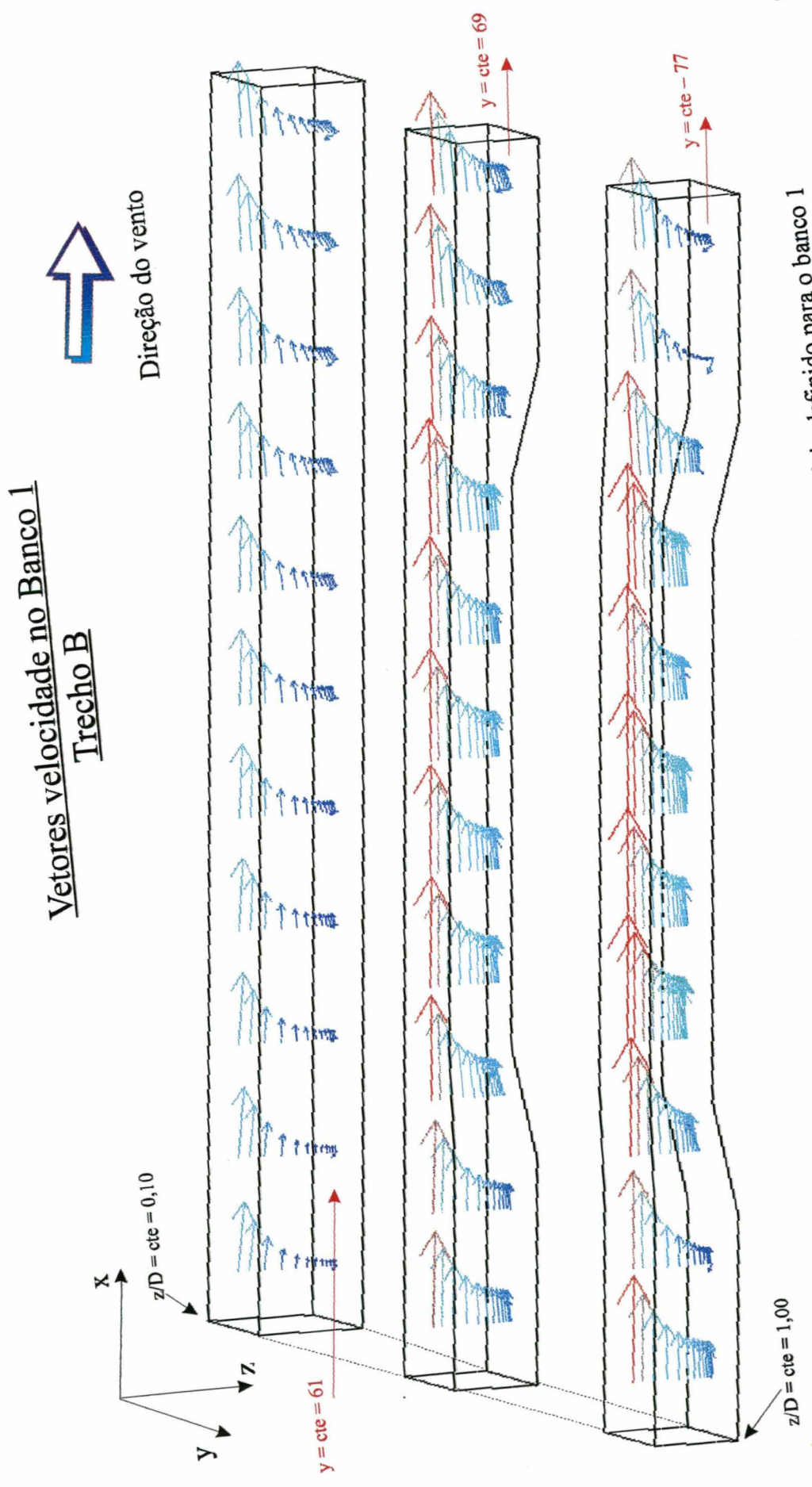


Figura 6.12 - escoamento em planos de $y = cte$, trecho B, sobre o sub-domínio definido para o banco 1

Vetores velocidade no Banco 1
Trecho C



Direção do vento

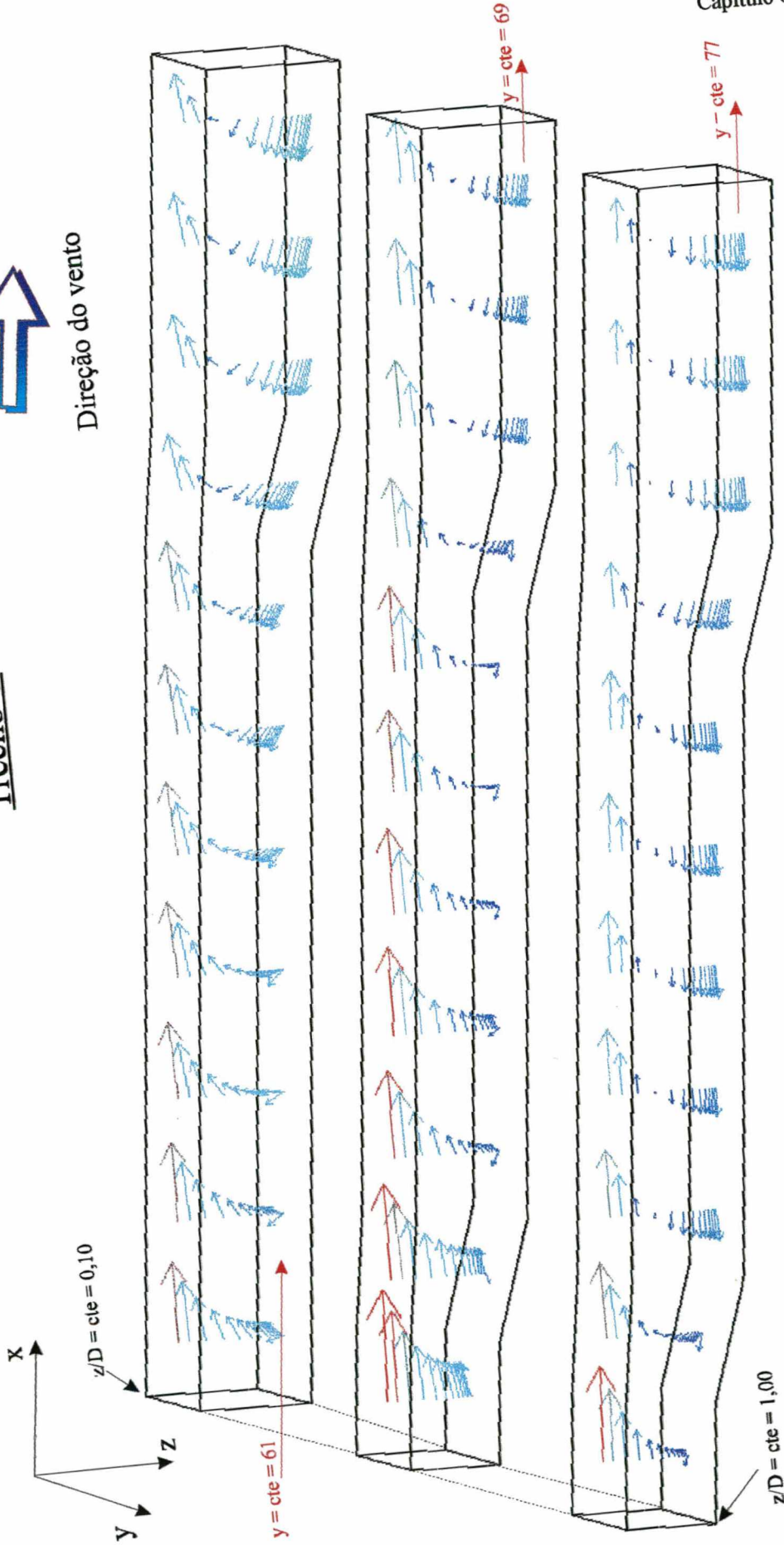


Figura 6.13 - Escoamento em planos de $y = cte$, trecho C, sobre o sub-domínio definido para o banco 1

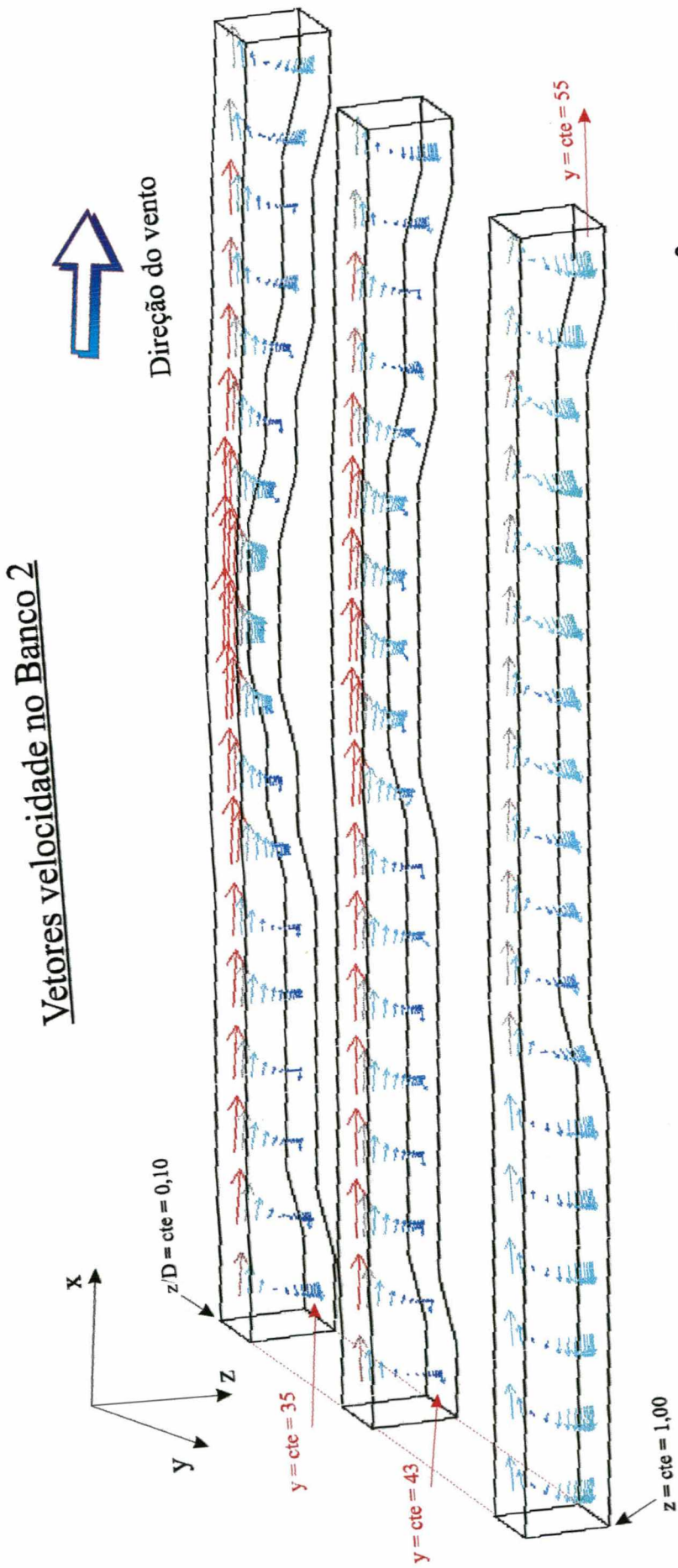


Figura 6.14 - Escoamento em planos de $y = \text{ctes}$ sobre o sub-domínio definido para o banco 2

Vetores velocidade no Banco 3

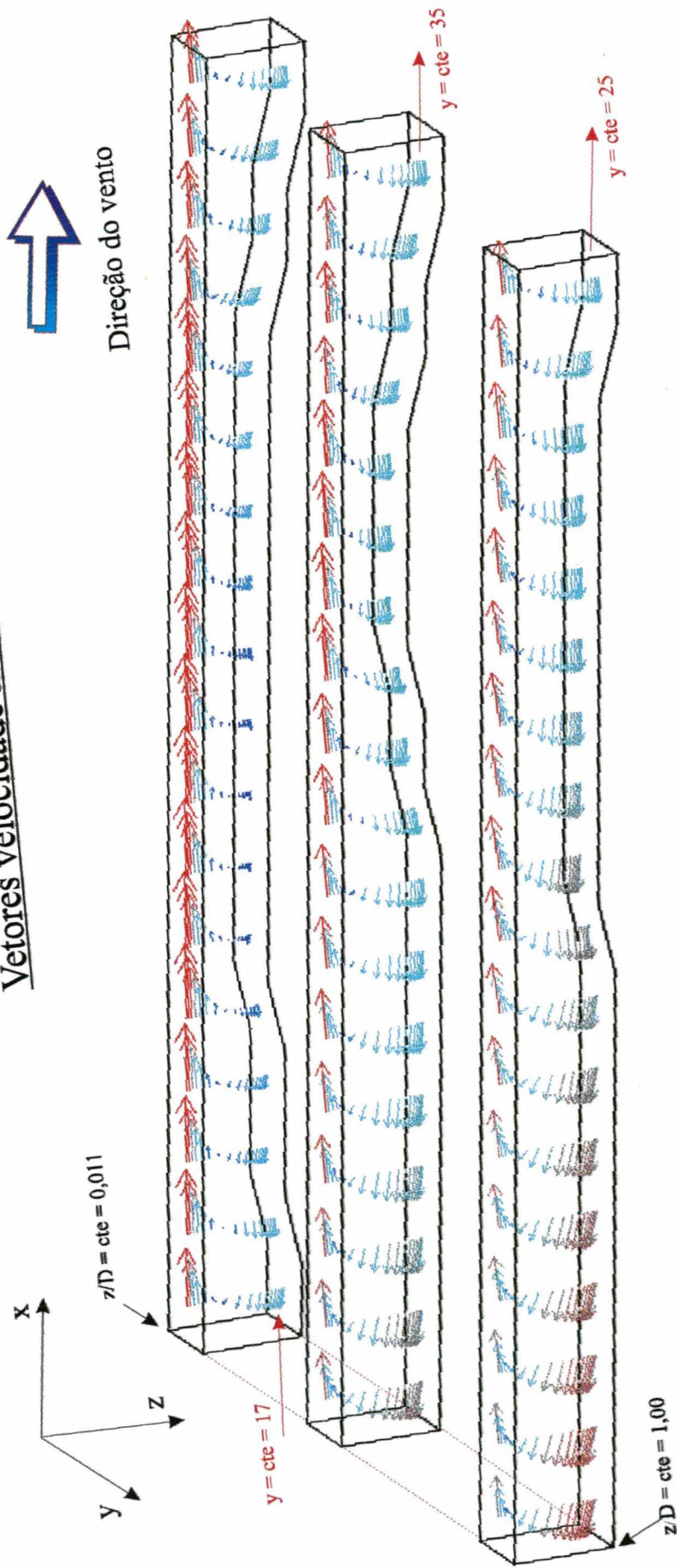


Figura 6.15 - Escoamento em planos de $y = ctes$ sobre o sub-domínio definido para o banco 3

6.3 - A Influência da Direção do Vento sobre o Escoamento

As figuras de 6.16 a 6.21 evidenciam a influência da direção do vento sobre as correntes geradas no corpo d'água. Para tal foi simulado um escoamento onde a direção do vento na superfície do corpo d'água fazia um ângulo de 60° com a direção "x". Todas as demais condições de contorno e parâmetros do escoamento foram mantidos idênticos ao caso anteriormente discutido.

Para efeito de comparação as figuras de 6.16 à 6.21 apresentam os padrões de escoamentos resultantes, nos 3 sub-domínios definidos, para um plano de profundidade relativa $(z/D) = 0,436$.

As Figs. 6.16 e 6.17 mostram o padrão de escoamento sobre o sub-domínio que contém o banco 1, onde se nota claramente a redução da intensidade do escoamento nas correntes de retorno, próximo a região de y

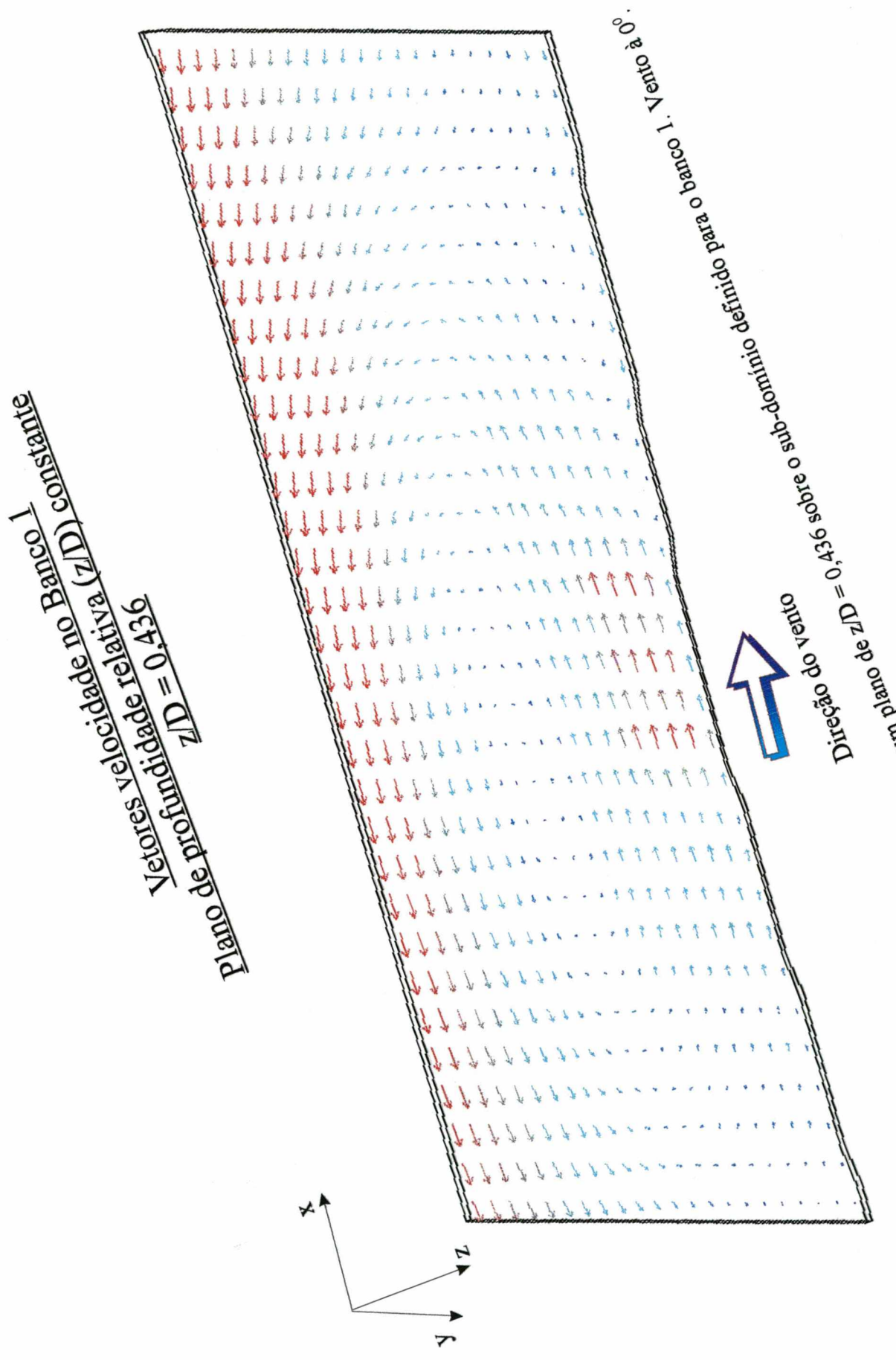


Figura 6.16 - Escoramento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco 1. Vento à 0°

Vetores velocidade no Banco 1
Plano de profundidade relativa (z/D) constante
 $z/D = 0,436$

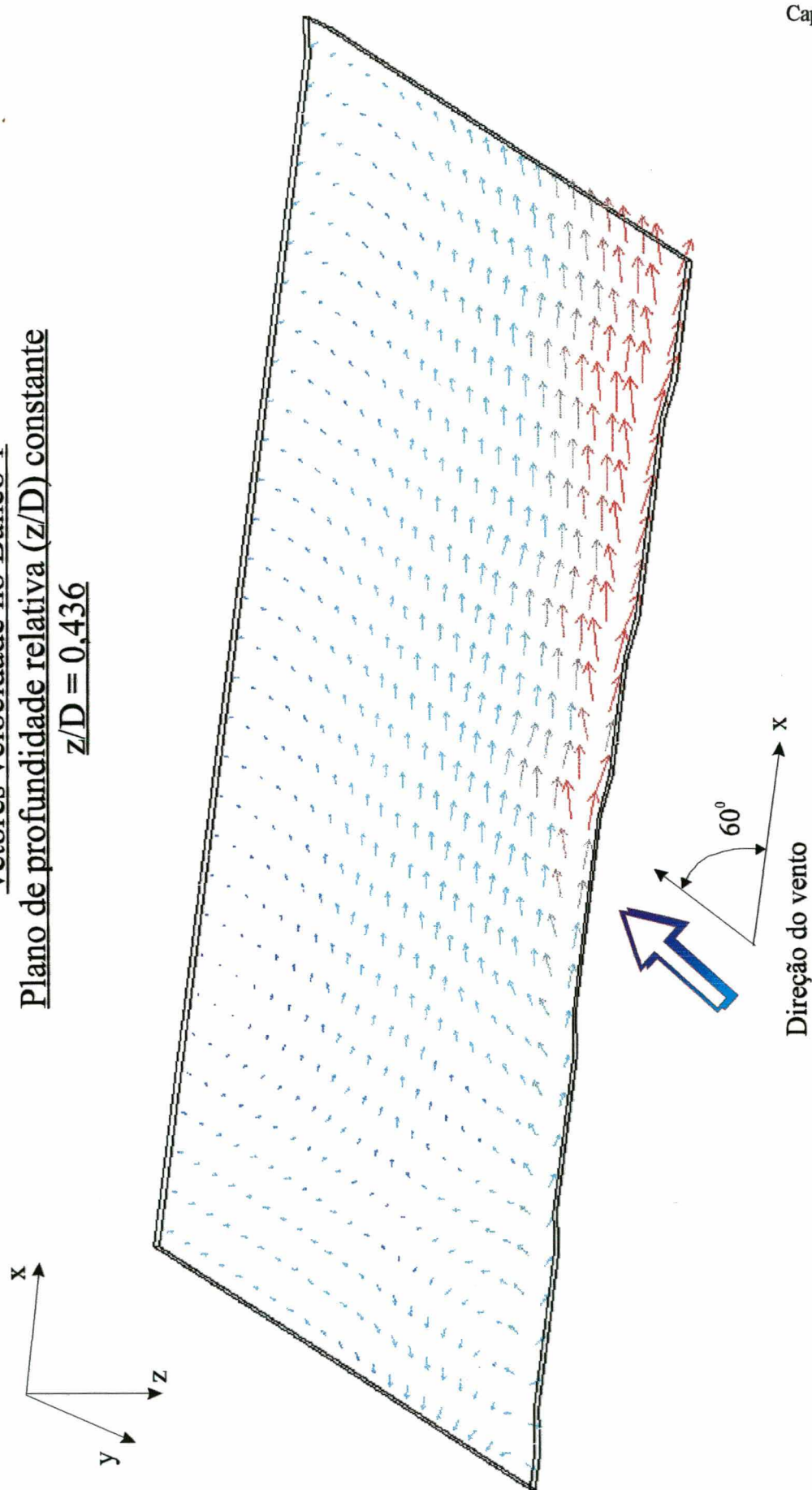
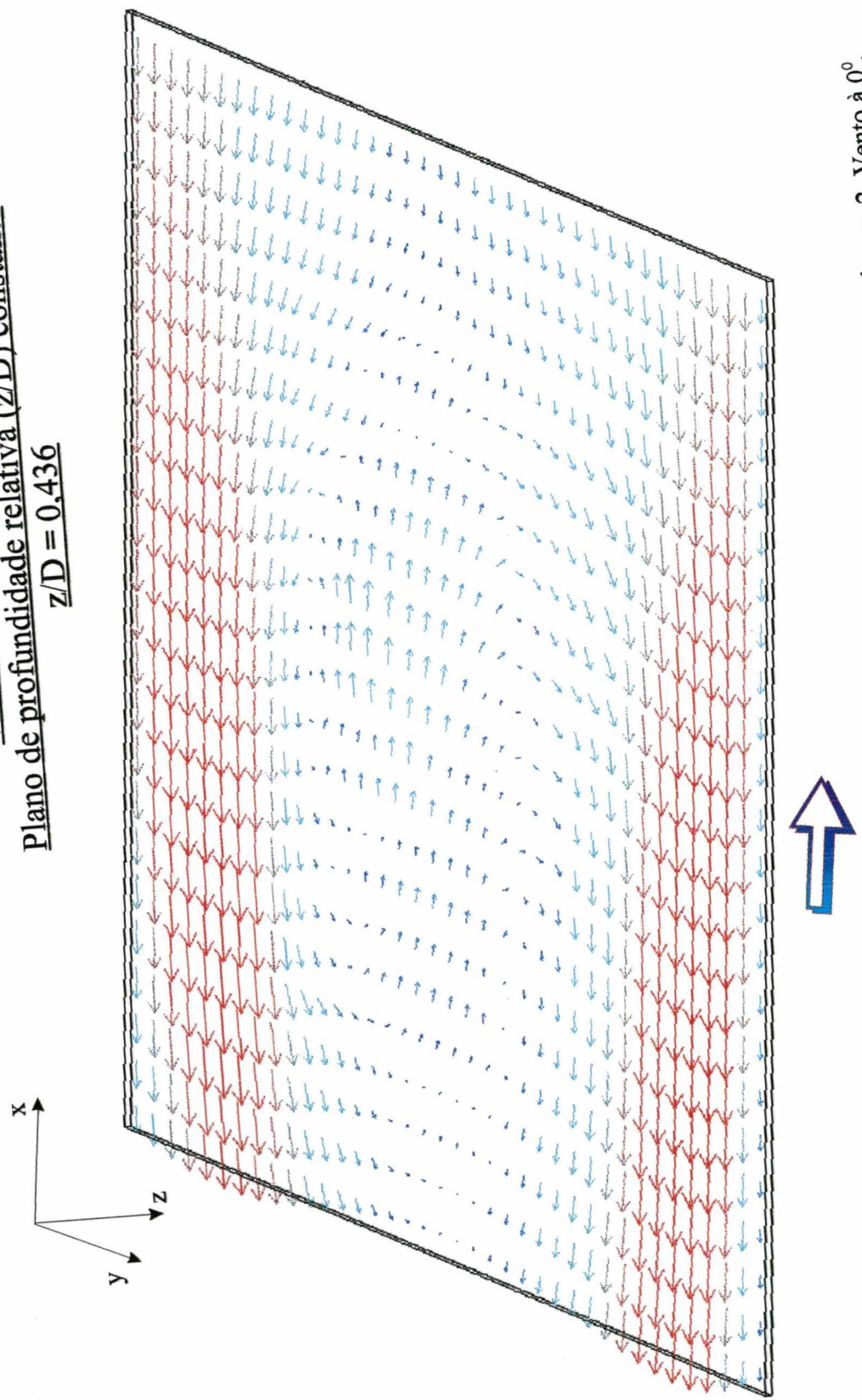


Figura 6.17 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco 1. Vento à 60° .

Vetores velocidade no Banco 2
Plano de profundidade relativa (z/D) constante
 $z/D = 0,436$



Direção do vento
Direção do vento
Direção do vento definido para o banco 2. Vento à 0° .

Figura 6.18 - escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco 2. Vento à 0° .

Vetores velocidade no Banco 2
Plano de profundidade relativa $z/D = 0,436$

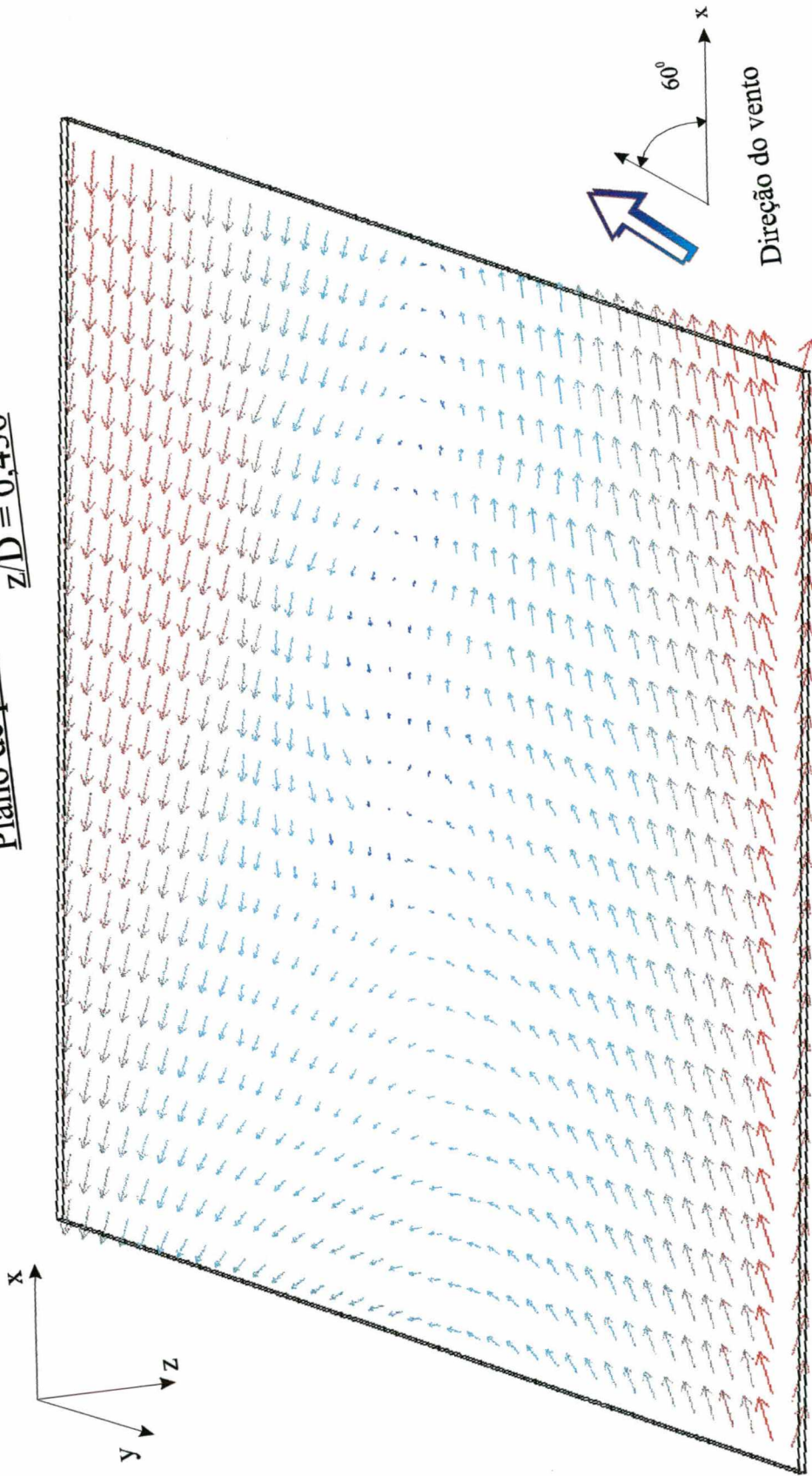
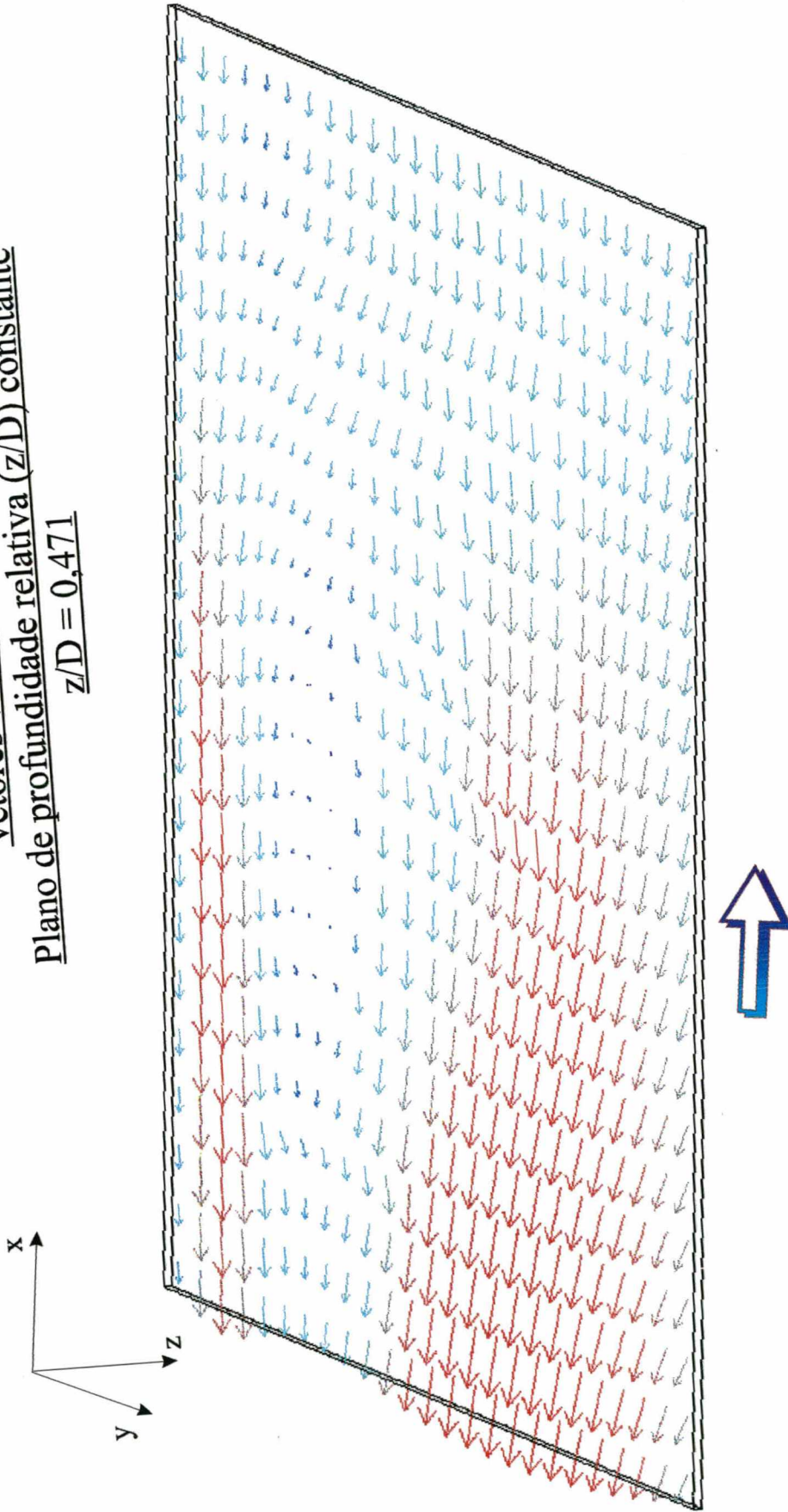


Figura 6.19 - escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco 2. Vento à 60° .

Vetores velocidade no Banco 3
Plano de profundidade relativa (z/D) constante
 $z/D = 0,471$



Direção do vento

Figura 6.20 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco 3. Vento à 0° .

Vetores velocidade no Banco 3
Plano de profundidade relativa (z/D) constante
 $z/D = 0,436$

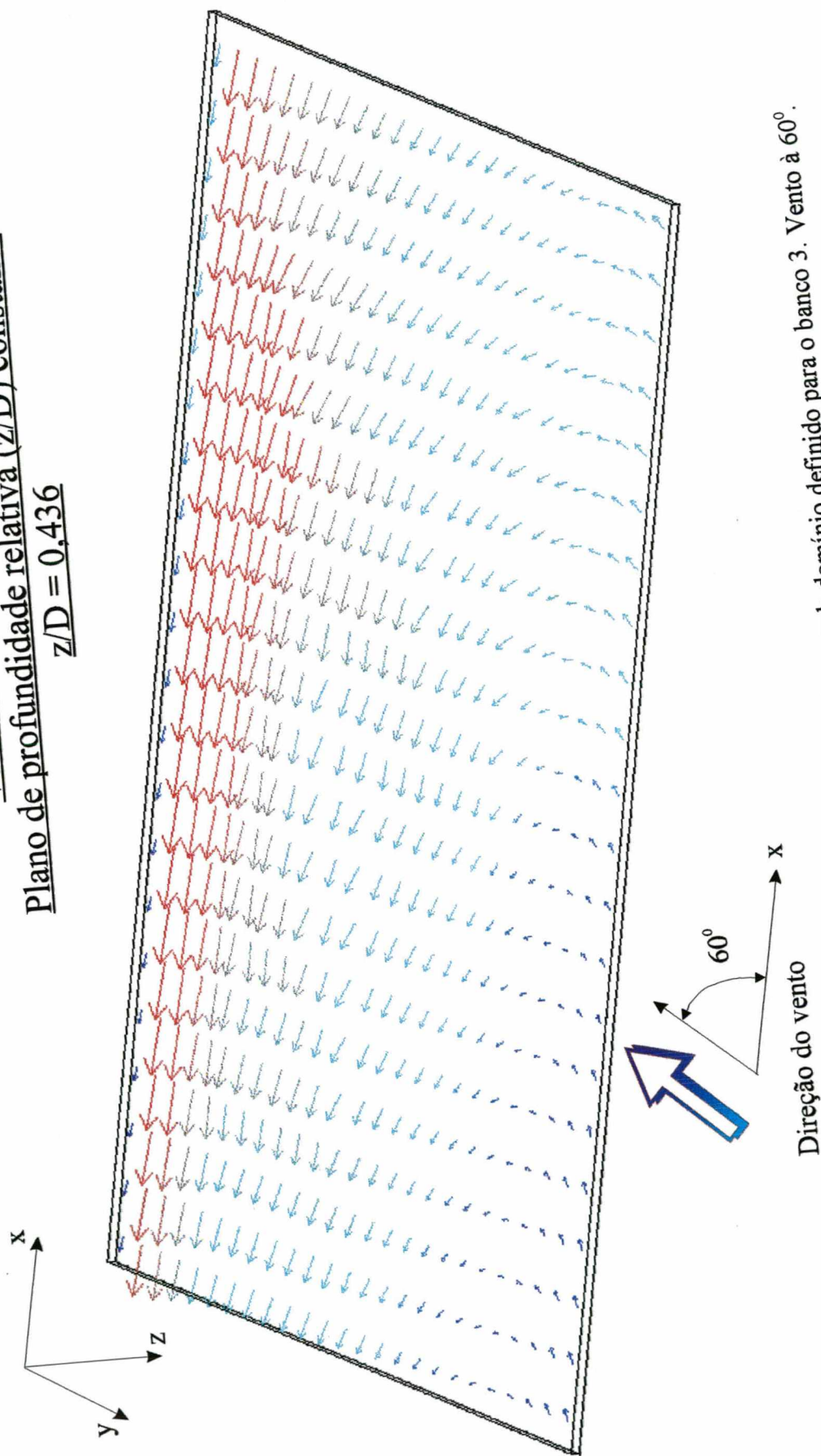


Figura 6.21 - Escoamento em um plano de $z/D = 0,436$ sobre o sub-domínio definido para o banco 3. Vento à 60° .

CAPÍTULO 7 - Validação térmica

7.1 - Introdução

De acordo com a divisão do modelo matemático em três sub-modelos distintos, porém interdependentes, apresentada no capítulo 5, o sub-modelo referente a equação da energia (ou concentração de um poluente) será acoplado aos sub-modelos testados e discutidos no Capítulo 5 com o objetivo de complementar a validação do modelo global proposto.

A equação da energia, Eq. (3.80), pode também descrever o transporte de um poluente, como discutido anteriormente¹. Caso o poluente em questão seja calor, este influencia o escoamento de uma forma conhecida, tendo em vista a presença de forças de empuxo devido as diferenças de densidade ocasionadas no escoamento pelo campo não uniforme de temperaturas. Neste caso a solução das equações de Navier-Stokes, do modelo de turbulência e da Energia deve ser conjunta, pois o campo de temperaturas influencia as densidades no escoamento o que afeta a solução hidrodinâmica. Caso o poluente não seja calor e seja inerte (não flutuante), a solução hidrodinâmica é independente da solução para a equação de transporte do poluente e esta última pode ser obtida após a determinação da solução hidrodinâmica.

Como visto, um problema que envolva calor como poluente é um problema mais complexo do ponto de vista de solução numérica do modelo, assim como mais exigente do ponto de vista de uma correta formulação matemática e, assim, mais indicado para validação do modelo matemático proposto.

Tendo em vista o exposto, foi selecionado para complementar a validação do modelo matemático um experimento que descreve as características do lançamento de um jato flutuante.

7.2 - O Experimento de Wiuff, R. (1978)

O lançamento de um jato flutuante é exatamente a situação física que ocorre em usinas térmicas, quando a água de refrigeração da usina é lançada em um corpo d'água, sendo assim um

¹ ver Capítulo 3 e Apêndice 3

problema importante de engenharia, como comentado no Capítulo 1.

O experimento de Wiuff foi realizado em um tanque como mostra a figura 7.1. O lançamento do jato no tanque é realizado através de um canal de 2,5 m de comprimento o qual possui uma seção transversal de 13,4 cm (d_0) de largura por 8 cm (h_0) de profundidade. O fundo do canal é de concreto e as paredes laterais de madeira compensada.

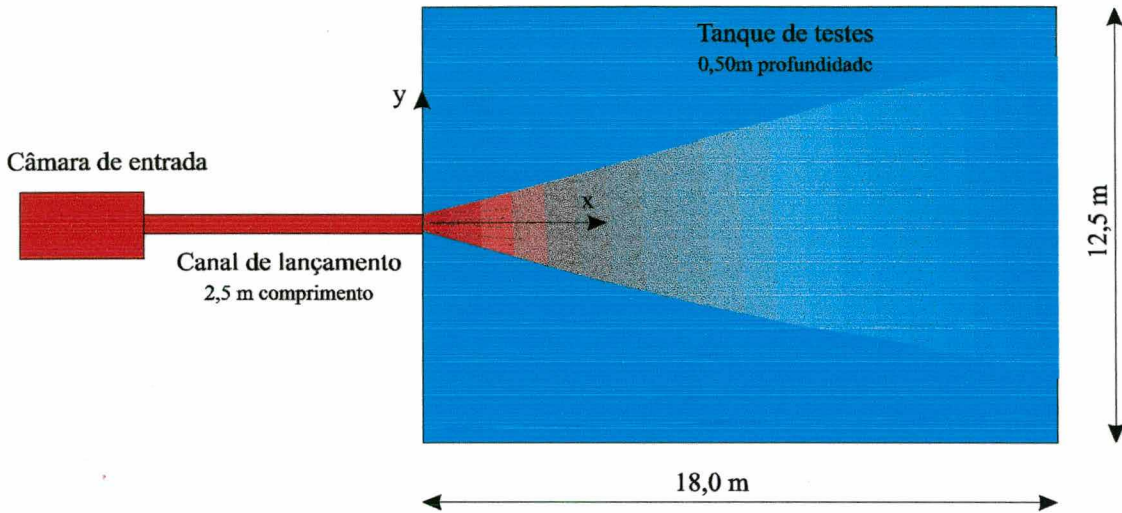


Figura 7.1 - Esquema da bancada de testes, vista superior, Wiuff (1978)

A água quente é fornecida pelo sistema central de aquecimento da edificação e misturada com água fria. A mistura é conduzida a um tanque de volume constante para todos os experimentos. A partir deste tanque a água é conduzida a uma placa de orifícios e daí para uma câmara de entrada que dá acesso ao canal de lançamento. Segundo Wiuff (1978), a vazão durante os experimentos foi mantida constante e igual a 2,90 l/s. A temperatura da mistura de água quente e fria é mantida de tal forma que a diferença de densidade para a água de lançamento, $\Delta\rho_0 = \rho_a - \rho_0$, é a mesma em todos os experimentos. Os valores de ρ_a e ρ_0 são as densidades da água a temperatura ambiente e à temperatura de lançamento, respectivamente. Assim o número densimétrico de Froude e o número de Reynolds para o lançamento em todos os ensaios são

$$F'_0 = \frac{Q_0}{h_0 d_0 \sqrt{\frac{d_0 g \Delta\rho_0}{\rho_a}}} = 3,60 \tag{7.1}$$

e

$$R_e = \frac{\rho Q_0}{h_0 \mu_{01}} = 33000,00 \quad (7.2)$$

onde μ_{01} é a viscosidade molecular da água na temperatura de lançamento, b_0 e h_0 são a largura do jato e sua profundidade, respectivamente.

O trabalho de Wiuff (1978) relata os dados referentes a superfície do escoamento. As temperaturas da superfície foram medidas com o emprego de um conjunto de seis termistores. Este conjunto podia se deslocar transversal e longitudinalmente ao eixo do jato no tanque de testes. Os termistores são conectados à um traçador gráfico de seis canais, e o conjunto garante uma precisão melhor que 0,20 °C quando medindo temperaturas constantes.

As velocidades do escoamento são medidas empregando-se tanto medidores de hélices (Armstrong) como esferas flutuantes. Os medidores de hélice medem apenas as velocidades longitudinais maiores que 4 cm/s, com uma precisão maior que 0,30 cm/s. Velocidades inferiores a 4 cm/s são medidas empregando-se um aprimoramento da técnica de fotografar esferas flutuantes em um campo de escoamento, o que garante uma precisão da mesma ordem da obtida com o emprego dos medidores de hélice. Detalhes sobre técnica empregada, e seus aprimoramentos, para as medições de velocidade, assim como maiores informações acerca da precisão das medidas obtidas podem ser encontrada em Wiuff (1978).

7.3 - Simulação do Experimento de Wiuff

Várias simulações prévias foram realizadas para este escoamento. Estas simulações tinham em vista determinar, basicamente, a malha a ser empregada para discretização do domínio. A malha foi concentrada junto a região de lançamento (origem dos eixos coordenados) tanto na direção do eixo “x” como na direção do eixo “y” como mostra a figura 7.2. Apenas da região de lançamento, nos planos “xy” e “xz” os volumes foram igualmente espaçados.

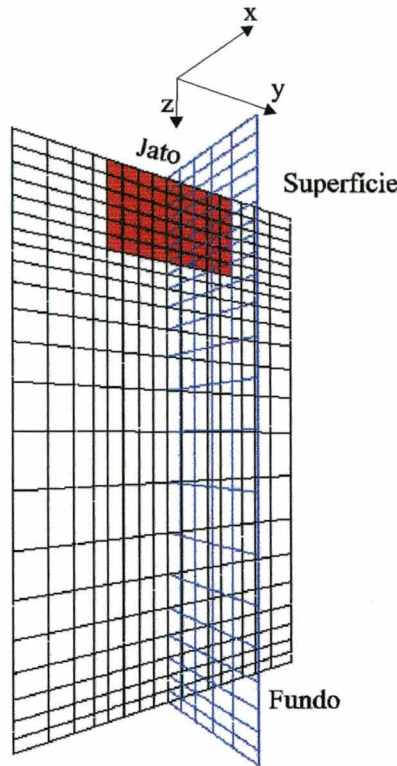


Figura 7.2 - Corte da malha de discretização junto a região de lançamento do jato

Para a direção vertical (“z”) construiu-se uma malha com:

- a. volumes igualmente espaçados na direção “z” até a profundidade máxima do canal de lançamento
- b. concentração dos volumes restantes na região imediatamente abaixo da profundidade do canal de lançamento e junto ao fundo do canal.

A concentração da malha nas regiões citadas tem como objetivo captar o escoamento com maior precisão nesta região, o que é uma necessidade pois é nestas regiões onde as condições de contorno são conhecidas e decisivas para a correta determinação do escoamento. Ao mesmo tempo, a concentração da malha junto ao fundo do corpo d’água e junto à profundidade do canal de lançamento tem como objetivo captar corretamente os gradientes de velocidade nestas regiões pois eles são importantes para o modelo de turbulência k-ε na determinação da viscosidade turbulenta. Um corte da malha para um plano “xz”, visualizando a malha descrita pode ser visto na Fig. 7.3.

Uma preocupação adicional diz respeito ao perfil de velocidades a ser imposto na região de lançamento. Como existe um canal aberto (2,5m) que antecede o lançamento em si, o perfil nesta região não é, obviamente, um perfil uniforme de velocidades. A dificuldade surge do fato de não podermos assumir que este perfil é laminar ($R_e = 30000$) ou mesmo que se encontra desenvolvido. O número de volumes empregado para discretizar a região de lançamento (nas 3 direções) irá desta

forma determinar a precisão da imposição da condição de contorno para esta região.

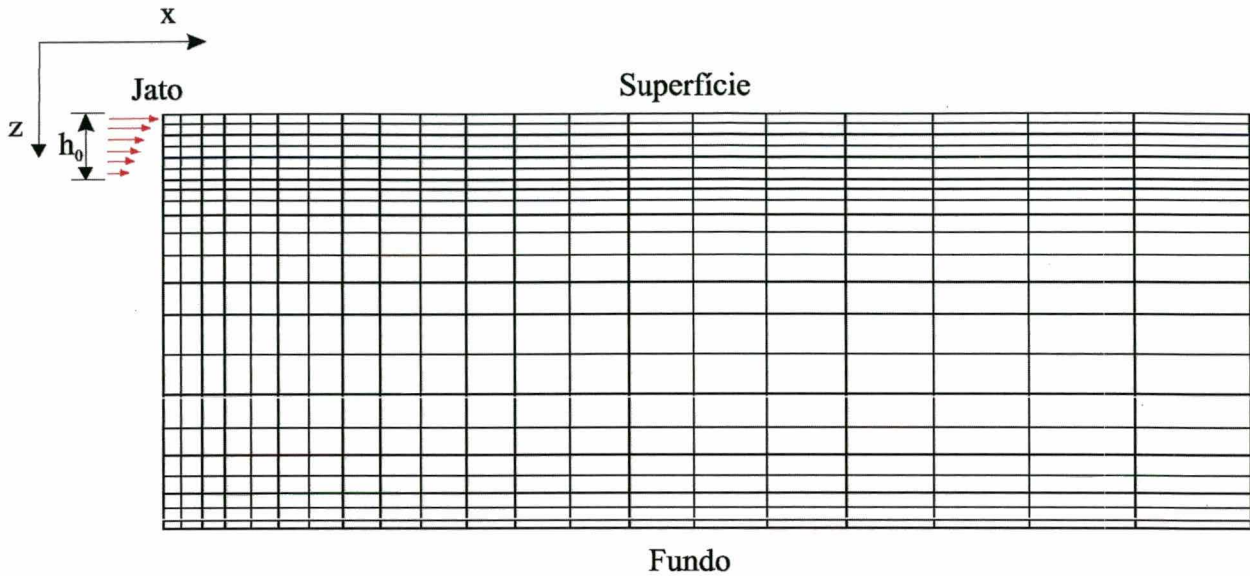


Figura 7.3 - Corte de um plano “xz” da malha mostrando a discretização junto a região de lançamento do jato

A solução adotada foi simular previamente o escoamento turbulento em um canal aberto com as dimensões indicadas por Wiuff. Para a região de entrada deste canal foi assumido um perfil uniforme de velocidades e obtido o perfil de velocidades na saída do canal, o que foi imposto como condição de contorno para o lançamento do jato. O canal simulado, na falta de informações mais detalhadas, foi simulado como tendo paredes laterais e fundo do mesmo material e foram considerados os dados Z_{ob} sugerido por Tsanis(1985) para as 3 paredes. Foram experimentadas várias discretizações para este canal: 50 x 3 x 3 volumes (direções de comprimento largura e altura do canal, respectivamente), 50 x 5 x 5 volumes e finalmente 50 x 9 x 6 volumes. Para cada uma destas discretizações a solução do jato flutuante no tanque era obtida (usando sempre uma malha com o mesmo número de volumes para discretização do tanque) e comparada com as outras soluções e com os dados experimentais fornecidos por Wiuff. Em decorrência da análise dos resultados obtidos optou-se por discretizar a boca de lançamento com 9 x 6 volumes (direções “y” e “z”). O perfil de velocidade empregado é descrito no Apêndice 5.

Após a determinação de uma discretização conveniente para a boca de lançamento e obtenção do perfil de velocidades para o lançamento, as simulações preliminares do escoamento no tanque indicaram que uma malha de 40 x 47 x 22 volumes (volumes nas direções “x”, “y” e “z” respectivamente) era suficiente para captar corretamente o escoamento. O tanque foi considerado como tendo 10m x 12,5 m 0,50m (comprimento x largura x profundidade) tendo em vista tanto as

simulações preliminares como a análise dos dados experimentais fornecidos por Wiuff. Um comprimento de 10m (direção “x”) ultrapassa em 50% a região onde dados experimentais estão disponíveis. Isto evita a necessidade de se aumentar o número de volumes nesta direção e aumentar consideravelmente a memória exigida do computador o tempo computacional necessário para a solução.

Para a direção “y”, na região da boca de lançamento, os volumes da malha são igualmente espaçados. A partir do término da boca de lançamento os volumes estão concentrados junto a esta segundo uma progressão geométrica de razão 1,30, sendo simétrica a distribuição dos volumes em relação ao eixo do jato. Para a direção “x” os volumes estão concentrados junto a região de lançamento segundo uma progressão geométrica de razão 1,10.

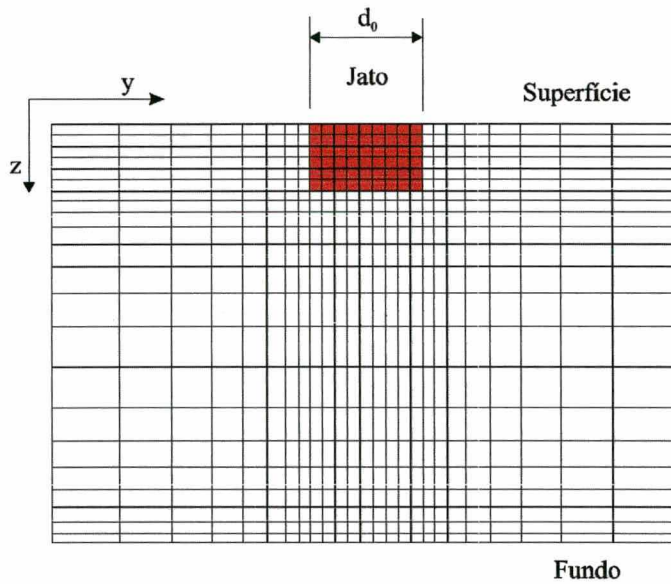


Figura 7.4 - Corte de um plano “yz” da malha de discretização empregada junto ao jato.

Na direção “z” os volumes são igualmente espaçados até a profundidade máxima de lançamento do jato, como descrito anteriormente. Após esta, os volumes restantes são concentrados simetricamente junto ao fundo e esta região segundo uma progressão geométrica de razão 1,229. Estas concentrações podem ser vistas em um corte da malha para o plano “yz” apresentado na Fig. 7.4

O escoamento em questão é semelhante a um escoamento em canal aberto, sendo que o escoamento é admitido em apenas uma região definida pela boca de lançamento. Assim sendo as condições de contorno e fronteiras são semelhantes as que foram empregadas para a simulação do experimento de Yu (1987)². Ou seja

² ver Capítulo 5 , item 5.5.2.1

a. Fronteira oeste: parede que contém a boca de lançamento.

Para os volumes na boca de lançamento

$$u = u_{\text{perfil}} ; T = T_0 ; k \text{ e } \varepsilon \text{ prescritos segundo equação (5.24)}$$

para os demais volumes da fronteira

$$u = v = w = 0 ; \frac{\partial T}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial k}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0$$

b. Fronteira este: saída do canal.

Para todos os volumes

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial T}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial k}{\partial x} = 0 ; \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0$$

c. Fronteira norte e sul: paredes laterais do canal.

Para todos os volumes

$$u = v = w = 0 ; \frac{\partial T}{\partial y} = 0 ; \frac{\partial k}{\partial y} = 0 ; \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0$$

d. Fronteira dorso: superfície do corpo d'água.

Para todos os volumes

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = w = 0 ; \frac{\partial T}{\partial z} = 0 ; \frac{\partial k}{\partial z} = 0 ; \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0$$

d. Fronteira frente: fundo do corpo d'água.

Para todos os volumes

$$\mu \frac{\partial u}{\partial z} = \sigma_x ; \mu \frac{\partial v}{\partial z} = \sigma_y ; w = 0 ; \frac{\partial T}{\partial z} = 0 ;$$

k e ε obtidos durante a solução do escoamento de acordo com a equação 5.22, considerado o valor Z_{ob} sugerido por Tsanis (1985)

7.4 - Resultados

O trabalho de Wiuff apresenta medições experimentais das grandezas do escoamento na superfície do tanque. Desta forma os resultados obtidos com a simulação são inicialmente apresentados, discutidos e comparados com os dados experimentais disponíveis com objetivo de validar o modelo. A seguir são apresentados valores das grandezas do escoamento, principalmente ao longo da direção da profundidade, não disponíveis experimentalmente. Finalmente também é simulado a descarga de um jato com uma temperatura inferior ao meio receptor com o objetivo de verificar o comportamento físico do modelo para esta situação.

7.4.1 - Simulação do jato flutuante: comparação com dados experimentais

As medições apresentadas por Wiuff em seu trabalho experimental são os perfis de velocidade e déficit de densidade transversais ao escoamento para várias distâncias ao longo da direção do eixo coordenado “x” da boca de lançamento e localizado na superfície do corpo d’água. Segundo Wiuff, o deficit de densidade é definido por

$$\Delta\rho = \rho_a - \rho_{x,y,z=0} \quad (7.3)$$

que pode ser tornado adimensional se dividido pela densidade na linha de centro do jato para dada posição “x” ao longo do eixo de simetria, ou seja

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_{x,y=0,z=0}} = \frac{\rho_a - \rho_{x,y,z=0}}{\rho_{x,y=0,z=0}} \quad (7.4)$$

As densidades empregadas no cálculos dos déficit acima definidos foram obtidas através de tabelas termodinâmicas padrão, como ressalta Wiuff. Como o modelo matemático emprega uma equação que relaciona a densidade à temperatura, tomou-se o cuidado de verificar se na faixa de temperaturas do ensaio esta equação relaciona corretamente as temperaturas e densidades da mesma forma que as tabelas termodinâmicas. Para tal foi empregada a tabela disponível em Incropera e DeWitt (1985). A figura 7.5 apresenta a comparação entre a densidade fornecida pela tabela

termodinâmica e pela equação (3.75) mostrando que na faixa de interesse a equação 3.75 é perfeitamente adequada para representa a variação da densidade com a temperatura.

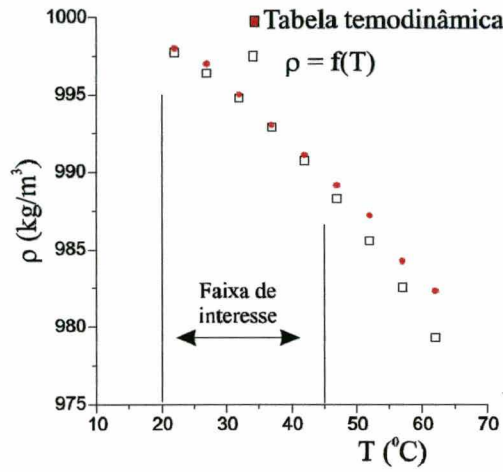


Figura 7.5 - Verificação da equação (3.75) contra a densidade de tabela termodinâmica para a faixa de temperaturas de interesse do problema.

Como é usual, a distância da boca de lançamento (“x”) foi tornada adimensional relacionando-a com o diâmetro equivalente da boca de lançamento definido por $\sqrt{h_0 b_0}$ (Adams et al, 1981). As velocidades foram, à semelhança dos défices de densidade, tornadas adimensionais, para cada posição “x” pelo seu valor na linha de centro.

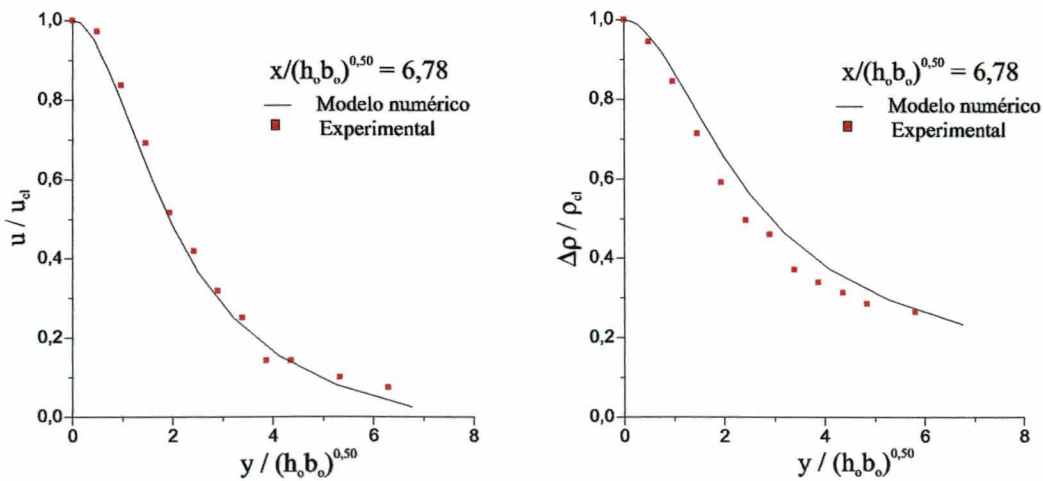


Figura 7.6 - Perfis transversais de velocidade e déficit de densidade para $x / \sqrt{h_0 b_0} = 6,78$.

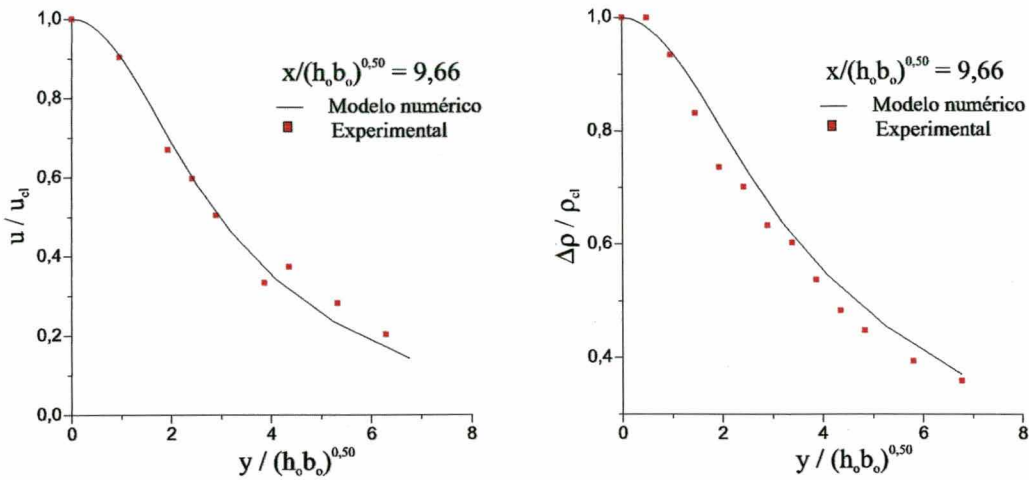


Figura 7.7 - Perfis transversais de velocidade e déficit de densidade para $x/\sqrt{h_0 b_0} = 9,66$

As Figuras de 7.6 a 7.8 apresentam a comparação entre os pontos experimentais e os resultados apresentados pelo modelo numérico para as componente de velocidade “u” (direção “x”) e o déficit de densidade. Cada uma das figuras apresenta um perfil na direção “y”, para várias posições ao longo do eixo principal de lançamento (“x”).

Considerando as dimensões empregadas para a boca de lançamento (h_0, b_0) as Figs 7.6, 7.7 e 7.8, apresentam os perfis para as distâncias ao longo do eixo principal de lançamento (“x”) de 70 cm, 100 cm e 160cm.

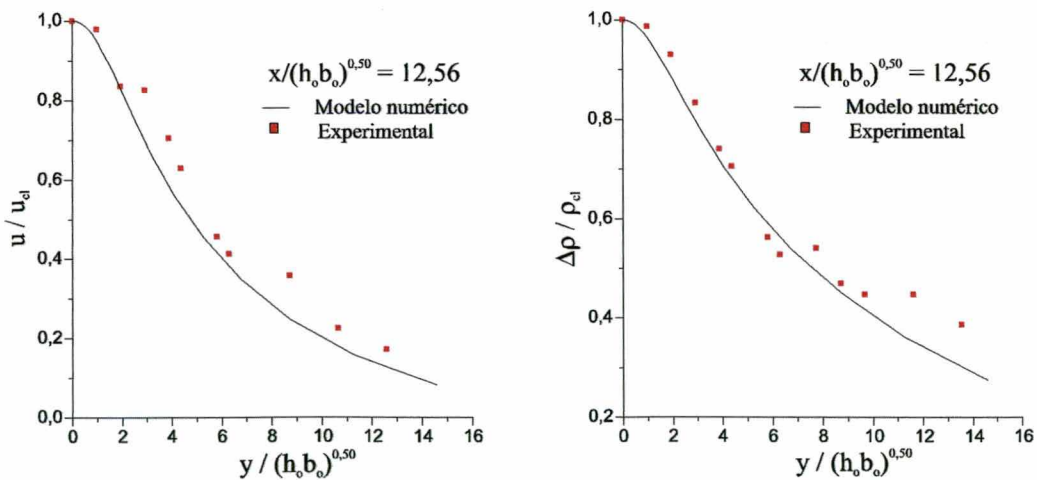


Figura 7.8 - Perfis transversais de velocidade e déficit de densidade para $x/\sqrt{h_0 b_0} = 12,56$

Para as figuras apresentadas observa-se uma boa concordância para os perfis da componente de velocidade “u” para todas as distâncias consideradas. Em relação ao perfis que apresentam os déficit de densidade, pode-se, de forma rigorosa, dizer que este déficit está um pouco superestimado pelo modelo para as distâncias de $x/\sqrt{h_0 b_0} = 6,78$ e $9,66$ ($x = 70$ cm e $x = 130$ cm) e apresenta uma boa concordância para a distância de $x/\sqrt{h_0 b_0} = 12,56$.

As figuras 7.9 e 7.10 apresentam a comparação entre os resultados do modelo numérico e os dados experimentais para perfis semelhantes da componente de velocidade na direção “y”, transversal à direção de lançamento. Observa-se que as velocidades nestas figuras foram tornadas adimensionais relacionando-as com a velocidade média de lançamento (u_{0m}) uma vez que o valor desta componente na linha de centro do jato é nula.

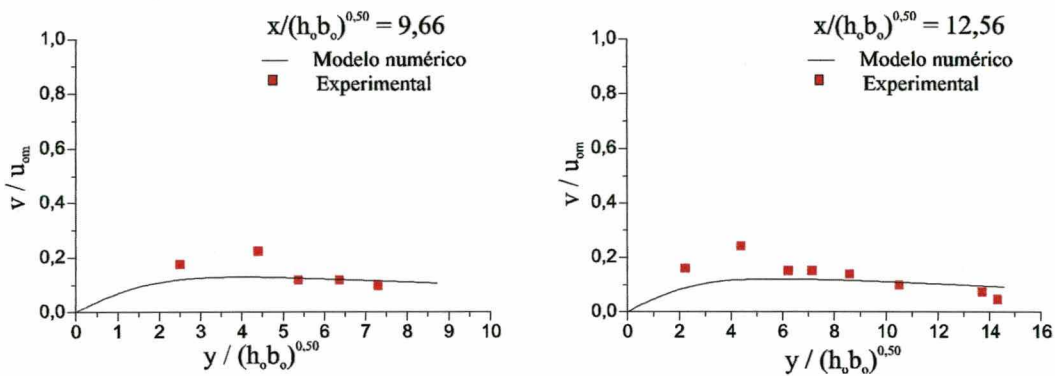


Figura 7.9 - Perfis transversais da componente de velocidade “v”

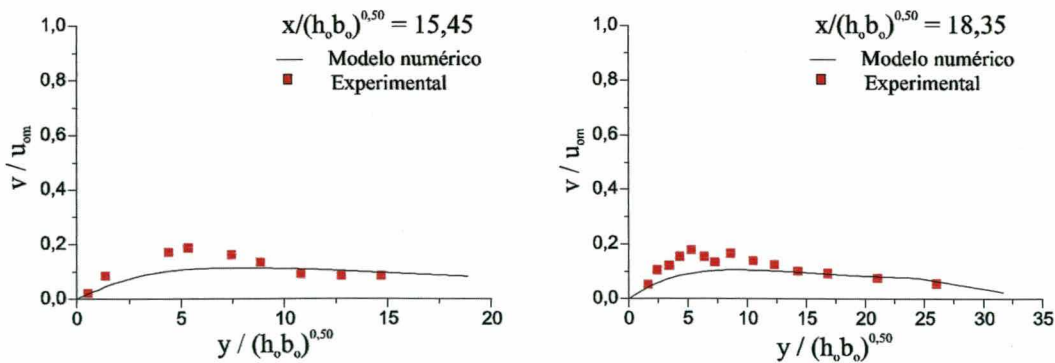


Figura 7.10 - Perfis transversais da componente de velocidade “v”

Também para estes perfis uma boa concordância é verificada, embora se possa observar que

as medições apresentam alguma incerteza, decorrente do baixo valor destas velocidades, o que sem dúvida dificulta o procedimento experimental.

De acordo com as comparações acima entre os resultados apresentados pelo modelo numérico e resultados experimentais podemos concluir que o modelo matemático proposto representa bem os fenômenos físicos pretendidos, seu método de solução é adequado e sua implementação computacional está correta.

7.4.2 - Simulação do jato flutuante: extensão de dados disponíveis e comparação com um jato não flutuante.

Em função dos bons resultados apresentados pelo modelo também na simulação de um jato flutuante, a apreciação de seu comportamento foi estendida, examinando-se os perfis verticais do escoamento (direção da profundidade) ao longo de várias posições ao longo da linha de centro do lançamento. Além disto estendeu-se também o estudo, comparando-se estes perfis aos perfis que são obtidos quando um jato imergente é lançado no corpo d'água. Assim foram mantidas todas as condições de contorno anteriormente definidas, porém, as temperaturas de lançamento e do meio receptor foram invertidas, e em decorrência suas densidades, sendo mantido o Froude de lançamento. Este estudo teve como finalidade não apenas dispor de mais dados que possam posteriormente ser verificados por outras formulações mas também para comprovar, no caso do jato imergente, o comportamento físico correto do modelo proposto. Observa-se que a discretização empregada também foi a mesma, embora esta possa não ser a mais adequada para o caso do jato imergente, uma vez que este tende a apresentar os maiores gradientes não na superfície como o caso anteriormente apresentado.

A Fig. 7.11 apresenta os perfis verticais adimensionais da componente de velocidade “u” para diversas posições ao longo do eixo principal de lançamento. De uma forma diferente do estudo anterior esta componente foi tornada adimensional relacionando-a à velocidade média de lançamento (u_{0m}). Isto foi feito com o objetivo de traçar todos os perfis em um único gráfico sem que estes ficassem superpostos prejudicando sua análise ou posterior recuperação de dados. Como no estudo anterior, a distância à boca de lançamento foi tornada adimensional relacionando-a com o diâmetro equivalente da boca de lançamento $\sqrt{h_0 b_0}$. Através destes perfis pode-se notar que o efeito do jato se concentra na região superior do canal, sem afetar significativamente a região do fundo para qualquer uma das distâncias examinadas.

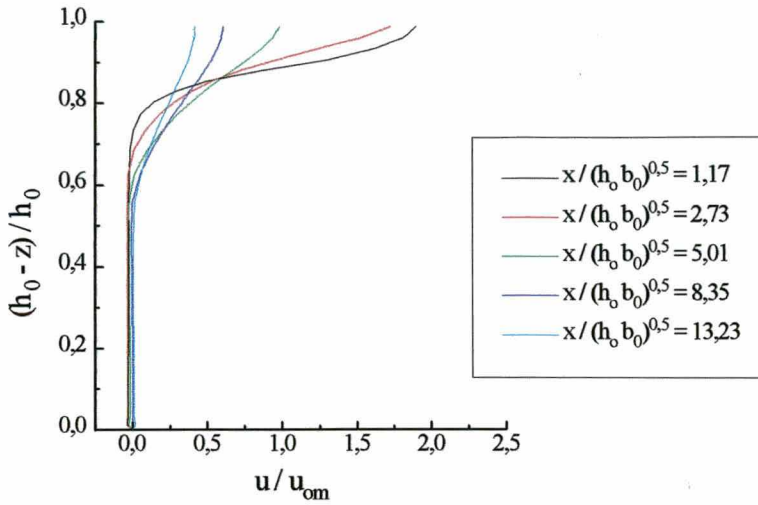


Figura 7.11 - Perfis verticais do jato flutuante para a componente de velocidade u , ao longo do eixo de lançamento do jato.

Para efeito de comparação a Fig. 7.12 apresenta os mesmos perfis para o caso do jato imergente. Neste caso pode-se notar que os perfis desta componente de velocidade são bastante diferentes logo a seguir a região de lançamento sendo fortemente afetados na região de centro do canal em função do efeito de imersão do jato.

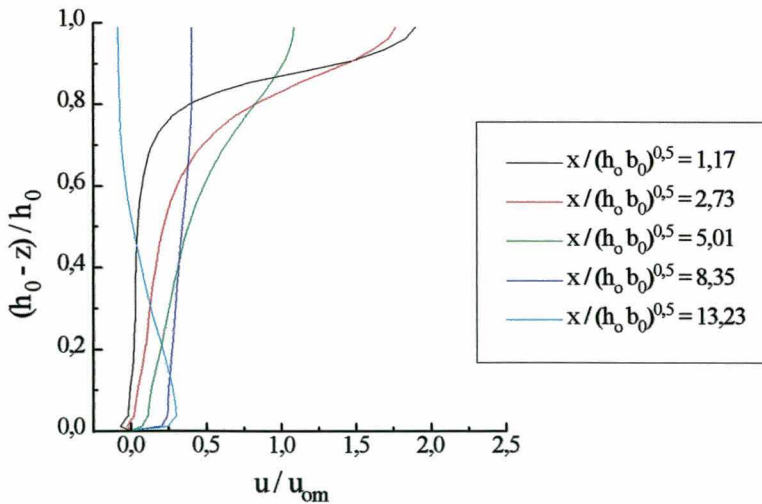


Figura 7.12 - Perfis verticais do jato imergente para a componente de velocidade u , ao longo do eixo de lançamento eixo do jato.

Verifica-se inclusive para o perfil mais distante do lançamento, que junto à superfície a componente “u” das velocidade apresenta um valor negativo (embora pequeno), indicando que o fluido junto à superfície está sendo incorporado³ ao jato pelo seu efeito de imersão.

As Fig. 7.13 apresenta os défices de densidade para os dois casos. Para o jato imergente, estes valores como definidos pela equação (6.3) são negativos.

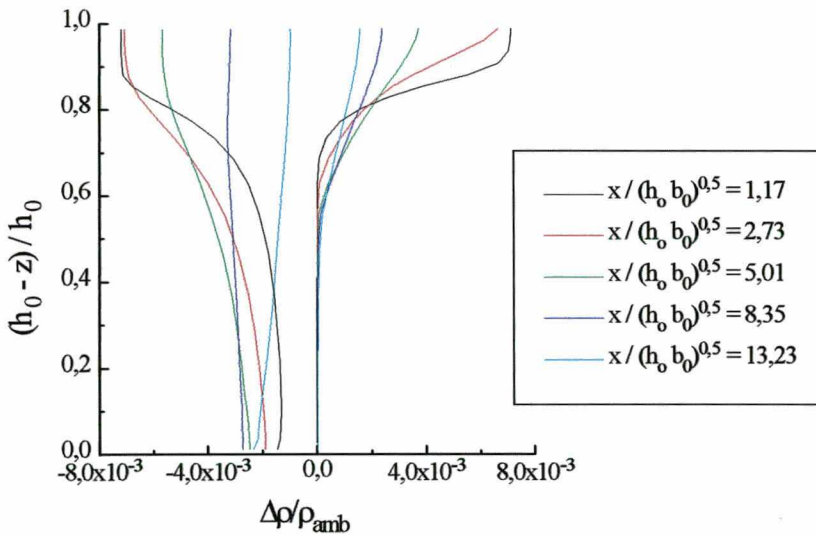


Figura 7.13 - Perfis verticais de densidade para os jatos imergente e flutuante, ao longo do eixo de lançamento do jato.

Observa-se, como esperado, que o jato imerge após seu lançamento causando maiores défices de densidade na metade superior do canal (abaixo da superfície) para as condições impostas ao escoamento. Pelos perfis pode-se dizer que o jato mergulha e “cola” ao fundo do corpo d’água após seu lançamento. À medida que o jato se distancia da boca de lançamento o perfil de densidade se suaviza pela difusão do calor pelo corpo d’água. Ao contrário, para o jato flutuante os perfis são mais acentuados para as mesmas distâncias da boca de lançamento, tendo em vista a ação das forças de empuxo positivas.

As figuras 7.14 e 7.15 apresentam os perfis horizontais (plano “xy”) adimensionais da componente de velocidade “u” para diversas posições ao longo do eixo principal de lançamento, na superfície do corpo d’água para ambos os casos de lançamento.

³ efeito de “entrainment”

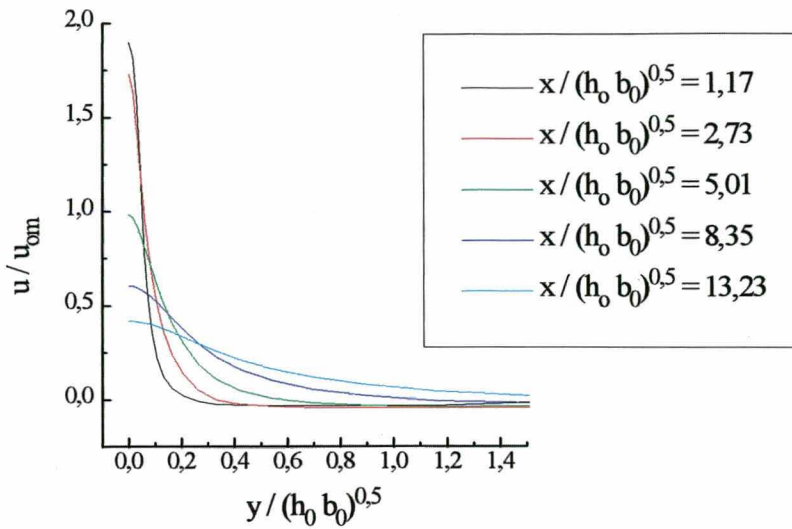


Figura 7.14 - Perfis horizontais do jato flutuante para a componente de velocidade u , ao longo do eixo de lançamento do jato.

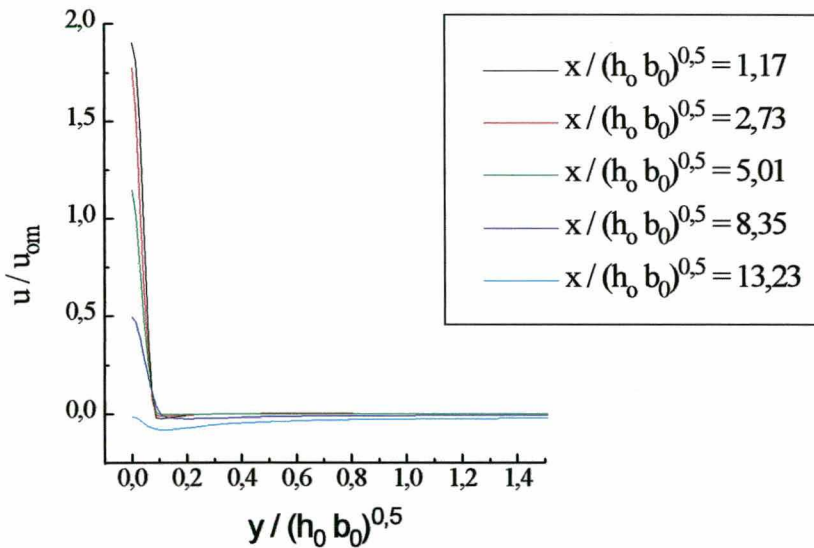


Figura 7.15 - Perfis horizontais do jato imergente para a componente de velocidade u , ao longo do eixo de lançamento do jato.

Sua comparação permite observar o pouco efeito que o jato imergente provoca junto a superfície. Observa-se também que para a posição mais distante da boca de lançamento o perfil de “ u ” já apresenta valores negativos (escoamento se dirigindo para a boca de lançamento) decorrente do efeito de imersão do jato com incorporação do fluido ambiente, efeito este já observado em parte na análise dos perfis verticais.

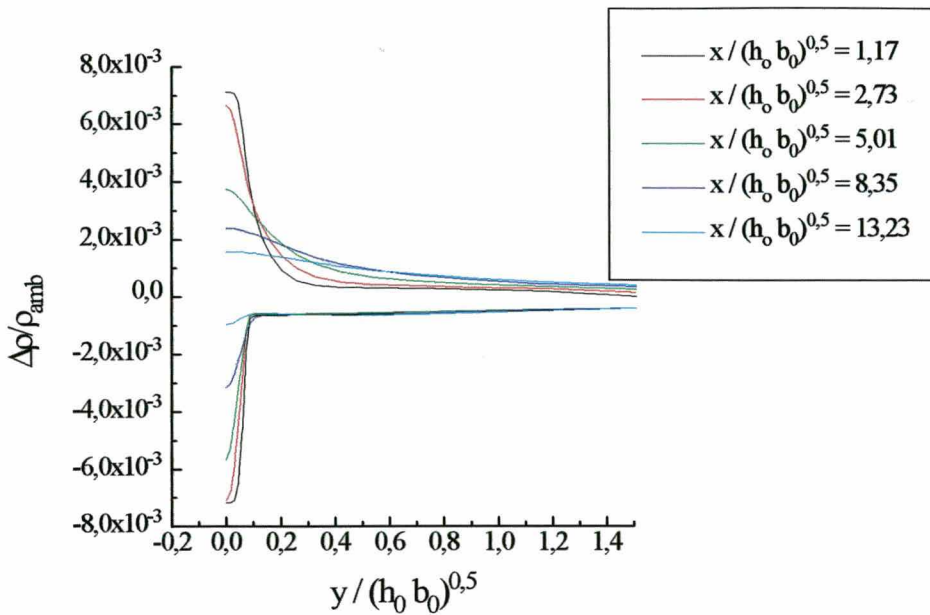


Figura 7.16 - Perfis horizontais do jato imergente para a componente de velocidade u, ao longo do eixo de lançamento do jato.

A figura 7.16 apresenta os défices de densidade na superfície apresentado para os dois casos. Neste caso também se observa que o jato imergente pouco afeta os perfis na superfície, permanecendo o efeito apenas restrito quase que praticamente à linha de lançamento do jato. Para o jato flutuante, devido as forças de empuxo como observado anteriormente, os perfis horizontais de défices de densidade evidenciam o efeito de espalhamento do calor junto a superfície do corpo d'água .

As figuras de 7.17 a 7.22 apresentam visualizações para os campos de velocidade, temperatura e densidade para ambos os jatos. Estas foram obtidas com o uso do software ISO3D, desenvolvido por Maliska e Dilmann (1992) e permitem observar os escoamentos em seus diversos.

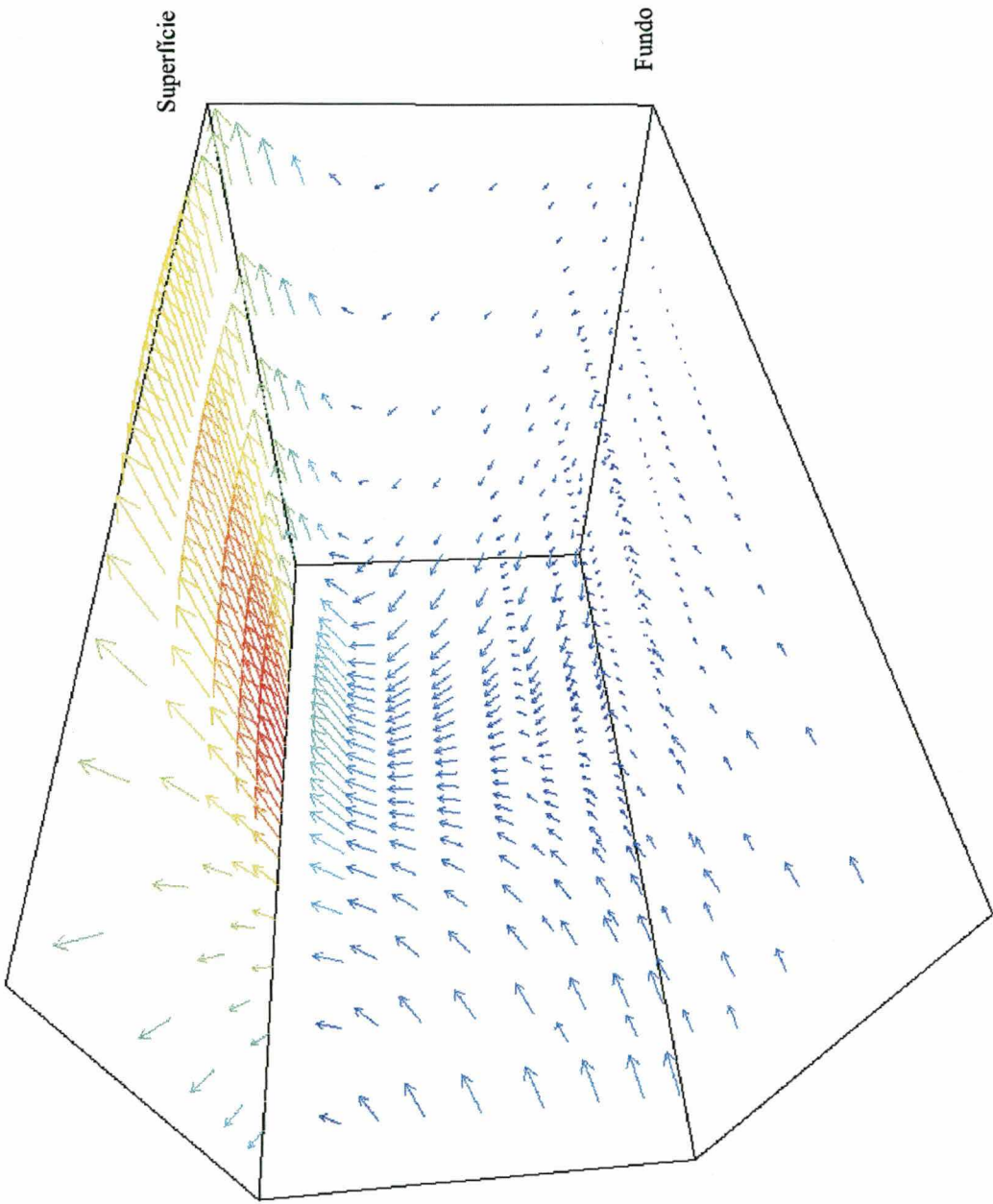


Figura 7.17 - Visualização 3D do campo de velocidades para o jato flutuante: o efeito da incorporação do fluido ambiente

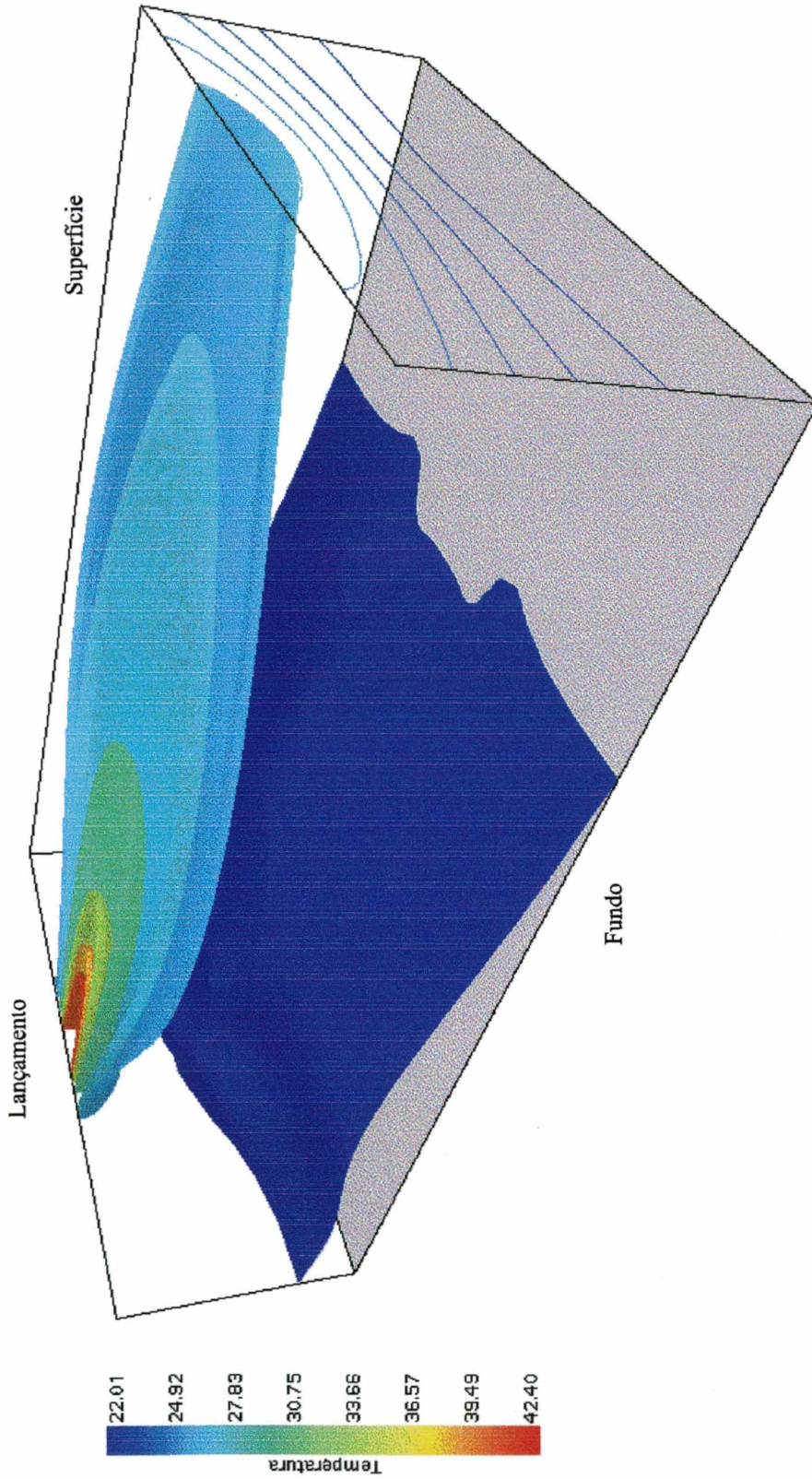


Figura 7.18 - Visualização 3D do campo de temperaturas para o jato flutuante (a escala de cores diz respeito as iso-linhas).

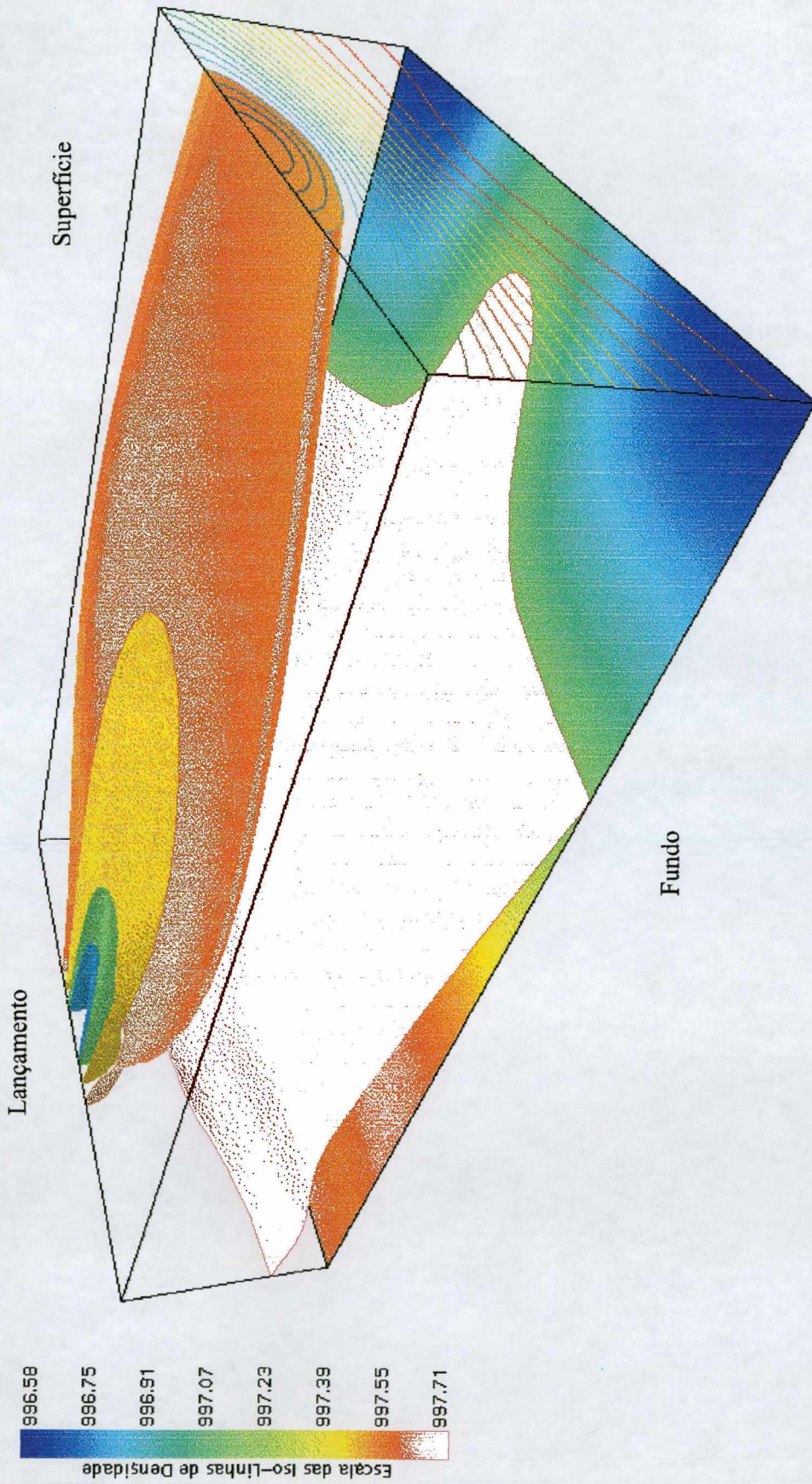


Figura 7.19 - Visualização 3D do campo de densidades para o jato flutuante (a escala de cores diz respeito as iso-linhas).

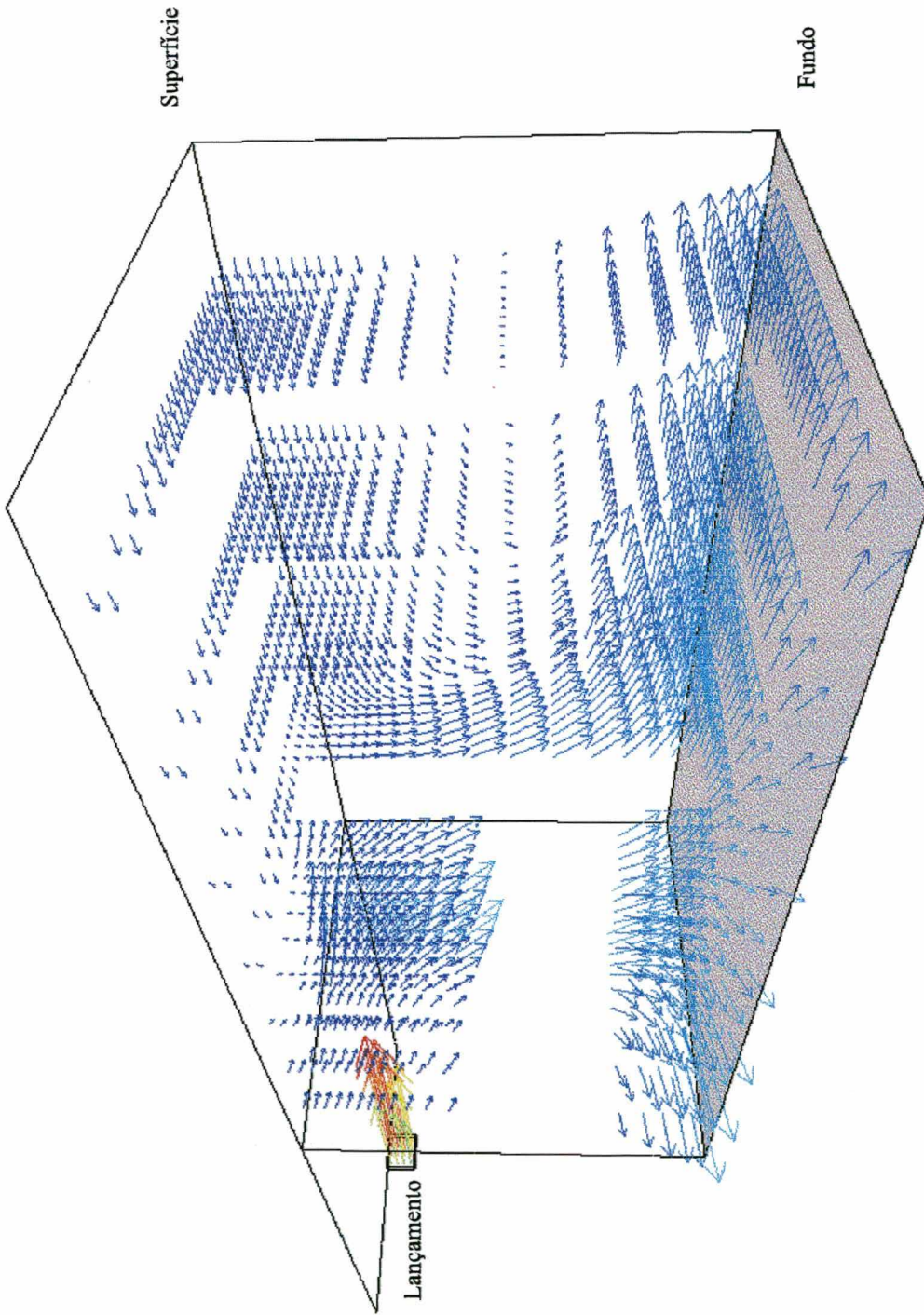


Figura 7.20 - Visualização 3D do campo de velocidades para o jato imergente: o efeito da submersão do jato

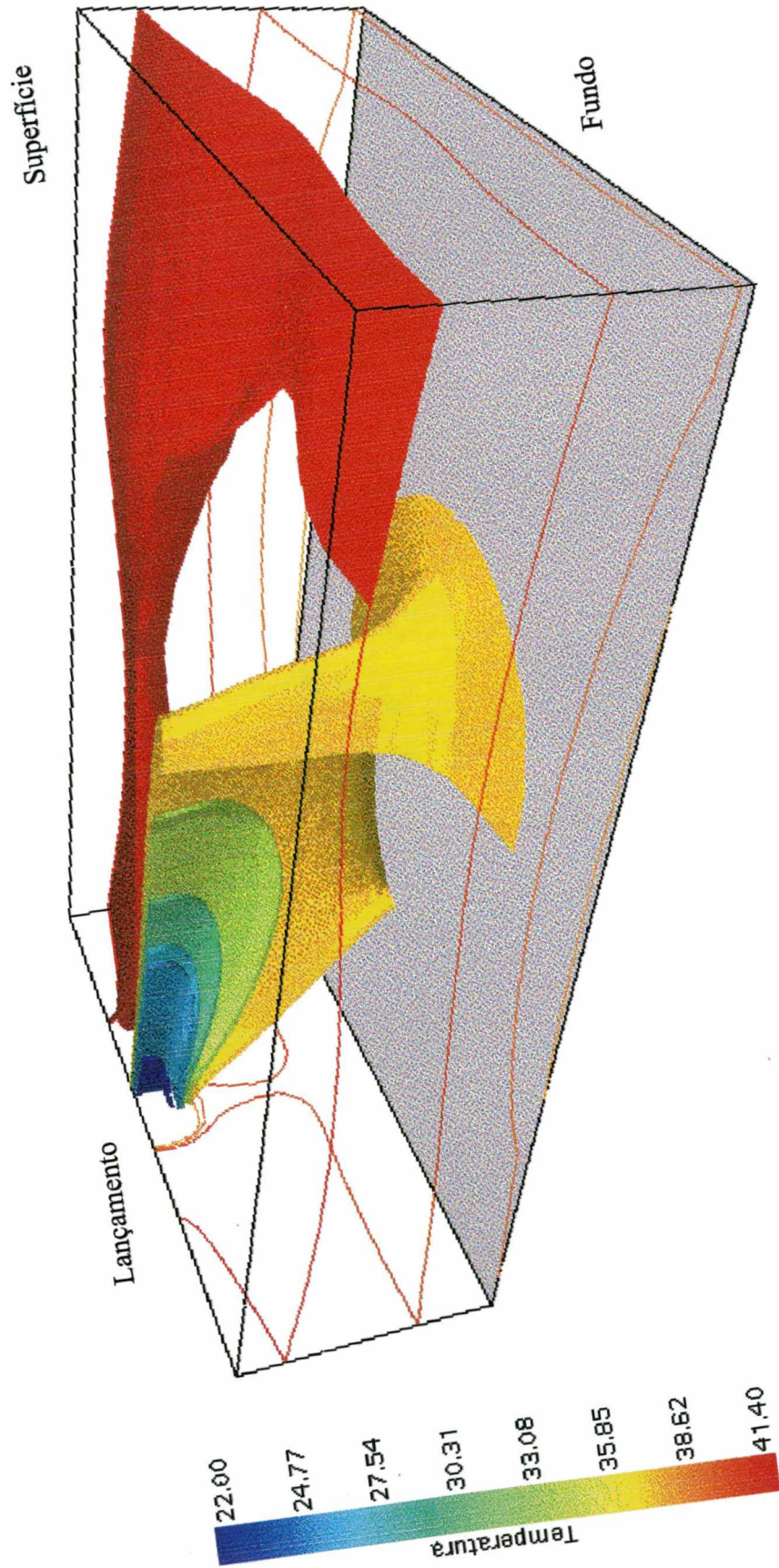


Figura 7.21 - Visualização 3D do campo de temperaturas para o jato imergente (a escala de cores diz respeito as iso-linhas).

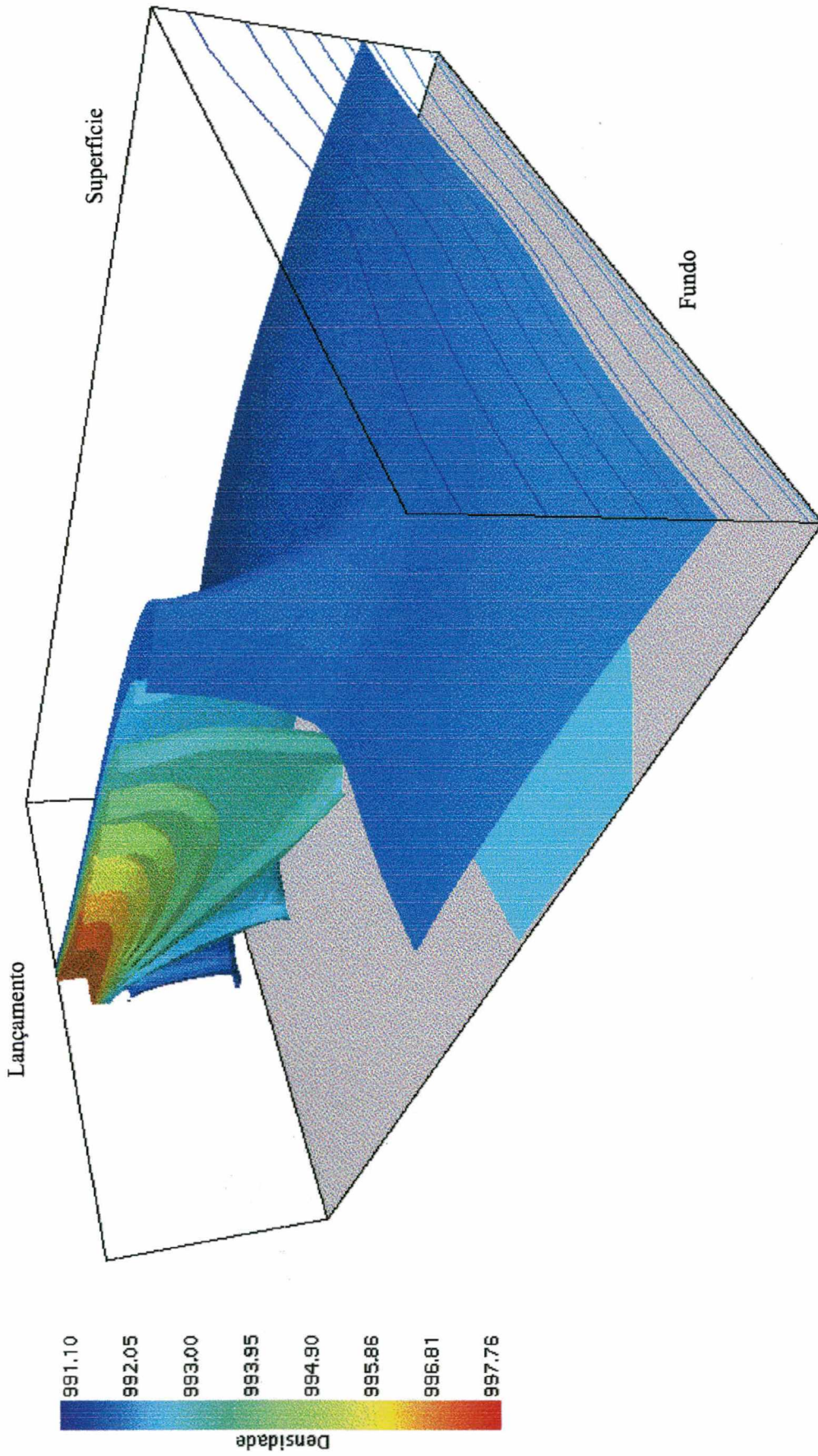


Figura 7.22 - Visualização 3D do campo de densidades para o jato imergente (a escala de cores diz respeito as iso-linhas).

CAPÍTULO 8 - Conclusões

8.1 - Introdução

Este Capítulo reúne os resultados obtidos deste trabalho assim como explicita conclusões que dele decorrem. Embora estes mesmos resultados e conclusões tenham sido discutidos nos tópicos concernentes, o objetivo aqui é sintetiza-los.

8.2 - Conclusões

Este trabalho teve como objetivo principal desenvolver e implementar um modelo numérico capaz de simular a descarga de poluentes em corpos d'água de geometria qualquer.

Na busca deste objetivo, as estratégias atualmente empregadas em estudos do impacto da dispersão de resíduos em corpos d'água foram analisadas, assim como foram revistos os modelos atualmente disponíveis para a análise e previsão de tais descargas. Deste estudo ficou evidenciada a potencialidade que os métodos numéricos possuem para a solução de tais classes de problemas, sendo, ao lado dos modelos hidráulicos, as ferramentas mais poderosas disponíveis para tais estudos, sendo estas complementares e não concorrentes.

Da análise preliminar desenvolvida dos fenômenos físicos básicos e relevantes que estão envolvidos na descargas de poluentes em corpos d'água, verificou-se que apenas um modelo matemático de campo completo seria capaz de, com relativa confiabilidade, descrever o fenômeno pretendido e que para o conveniente tratamento de um modelo desta natureza, apenas os métodos numéricos atualmente disponíveis são indicados e capazes. Isto porque estes, não apenas por permitirem descrever, através das equações governantes, convenientemente o fenômeno físico pretendido¹, mas também por permitirem a solução destas equações com um número significativamente menor de hipóteses simplificativas que os demais modelos disponíveis.

¹ incluídos *todos* os fenômenos físicos básicos relevantes

O modelo matemático proposto envolve a Equação de Navier-Stokes, a equação de conservação da massa, a equação da energia e a equação de conservação de uma espécie química. Devido à natureza dos escoamentos estudados serem tipicamente turbulentos, modelos de turbulência foram acoplados ao modelo matemático para a mais fiel descrição do fenômeno.

Tendo em vista a importância da turbulência na descarga de poluentes em corpos d'água, uma revisão dos modelos de turbulência disponíveis e sua adequação para o emprego no tratamento de tais problemas foi providenciada e verificou-se que o modelo de duas equações $k-\epsilon$, é um dos mais indicados para descrever o fenômeno em modelos matemáticos que pretendam uma abordagem tridimensional. Variações do modelo $k-\epsilon$, propostas por vários autores foram analisadas e comparadas, principalmente no que diz respeito a inclusão dos termos de empuxo em sua formulação, tendo em vista a importância deste fenômeno na descarga de efluentes térmicos. Demonstrou-se que os modelos de turbulência a duas equações ($k-\epsilon$) propostos por Rodi (1980) e Raithby e Scheneider (1980) para o tratamento deste tipo de problema, são na verdade, idênticos e que este modelo se presta, com boa confiabilidade para a modelagem tridimensional turbulenta da dispersão de poluentes em corpos d'água de geometria variável. A adequação do modelo de turbulência $k-\epsilon$ para simular escoamentos em corpos d'água fechados ou abertos, assim como problemas de descargas de poluentes, ficou comprovada pela comparação dos valores de produção de energia cinética turbulenta e as tensões de Reynolds, previstas pelo modelo contra valores obtidos experimentalmente. Para escoamentos ambientais, que por sua particularidade, podem ser bem representados por escoamentos 2D, foi também implementado um modelo algébrico de turbulência (Tsanis (1989)), que se mostrou adequado para o tratamento destes escoamento e demonstrou a habilidade do modelo desenvolvido em tratar escoamentos mais simples.

A formulação proposta para representar o fenômeno físico e a metodologia de solução empregada para tratamento do modelo matemático, mostraram-se adequadas permitindo reproduzir o fenômeno físico com boa precisão, considerado o universo de condições de contorno semelhantes às impostas durante a verificação do modelo. Adicionalmente mostrou-se que metodologia para qualquer regime de velocidade, denominada de CSDV (Correção Simultânea na Densidade e Velocidade), com arranjo colocalizado de variáveis é perfeitamente adequada para a solução de problemas incompressíveis, turbulentos, a baixos números de Reynolds em geometrias tridimensionais arbitrárias. Embora não fosse necessária a aplicação da CSDV no presente estudo, a verificação de sua eficiência para este tipo de escoamento é importante pois estabelece a viabilidade da futura elaboração de códigos numéricos mais genéricos, ou seja, que permitam o tratamento e a solução de uma gama mais larga de problemas de mecânica dos fluidos.

Quanto ao emprego de coordenadas coincidentes com a fronteira do domínio (BFC), não só verificou-se sua adequação ao problema, como também demonstrou-se que esta é imprescindível para descrever com precisão aceitável a batimetria variável de corpos d'água, facilitando não apenas o tratamento das condições de contorno em todas as fronteiras, como sendo de extrema importância quando se deseja determinar com alguma precisão o comportamento hidrodinâmico de corpos d'água fechados onde as condições de vento na superfície e sua batimetria são fatores determinantes. Ficou ainda demonstrado que o método empregado para sua imposição das condições de contorno foi adequado para descrição de escoamentos ambientais turbulentos em corpos d'água. Durante os testes de validação foram impostas ao modelo numérico condições de contorno de fluxo prescrito, valor prescrito, simetria e parabólica, para todas as variáveis envolvidas, em fronteiras diversas, sempre com resultados satisfatórios, mostrando a capacidade do método e do código computacional implementado em tratar as condições de contorno usualmente encontradas em problemas da natureza a qual o modelo se propõem.

Como verificado ao longo dos capítulos anteriores, o modelo matemático foi testado em situações de complexidade crescente e sob diversas condições de contorno e geometria, apresentando sempre resultados satisfatórios quando comparado aos correspondentes resultados experimentais. Entretanto é importante observar que durante o primeiro dos testes de validação, quando simulando um escoamento laminar em um canal fechado sob a ação do vento, o código computacional foi testado quanto a correção da implementação das equações transformadas, resolvendo-se o mesmo escoamento descrito com a direção coordenada cartesiana "x" alinhada, sucessivamente, com as direções ξ , η , γ do plano transformado e obtendo-se sempre o mesmo resultado para o escoamento. Estes testes garantem a correção da transformação das equações governantes para o plano transformado e ainda que suas correspondentes implementações computacionais são corretas.

Observa-se ainda que o modelo matemático proposto trata a densidade como uma variável ao longo do campo e com isto reproduz as forças de flutuação (quando existentes) no domínio. Este enfoque foi mantido com o objetivo de manter a generalidade do modelo e do código e isto não acarretou problemas seja do ponto de vista de convergência do sistema de equações, seja de precisão nos resultados verificados. Em contra partida uma maior memória computacional é exigida.

Finalmente, demonstrou-se que o modelo foi capaz de simular corretamente a descarga de um jato flutuante, tendo sido os resultados obtidos comparados favoravelmente com os resultados experimentais disponíveis. Para o caso de jatos imergentes o modelo demonstrou, qualitativamente, em vista de não serem disponíveis resultados experimentais conhecidos, sua capacidade em tratar tais situações. A estabilidade de convergência do método numérico de solução foi mantida neste último caso

e o modelo responde fisicamente de maneira correta.

Bibliografia

Ackers, P., 1987, "Scale Models: Examples of How, Why and When - With Some Ifs and Buts", XXII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session B: Hydraulic Modeling, pp 1-15, École Polytechnique Fédérale, Lausanne, Suíça

Adams, E.E., Harleman, D.R.F., Jirka, G.H., Stolzembach, K.D., 1981, "Heat Disposal in Water Environment", Ralph M. Parsons Laboratory for Water Resources and Hydrodynamics, Department of Civil Engineering, School of Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Massachusetts

Adams, E.E., Cosler, D.J., Helfrich, K.R., 1990, "Evaporation from Heated Water Bodies: Predicting Combined Forced Plus Free Convection", Water Resources Research, vole 26, nº 3, pp. 425-435

Anderson, D.A., Tannehill, J.C., Pletcher R.H., 1984, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", Mc Graw-Hill Book Company, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences

Andricq, B., Nicollet, G., 1979, "Problemes Posés par les Rejets Thermiques en Rivière", XVII Congress of International Association for Hydraulic Research, subject C: Cooling Ponds Problems of Power Stations, vol. 4, pp. 231-239, Italy

Baines, W.D., Knapp D., 1965, "Wind Driven Water Currents", Hydraulic Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 91, March, pp. 205-221

Booij, R., 1989, "Depth-Average $k-\epsilon$ Modeling", XXIII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session A: Turbulence in Hydraulics, pp. A199-A206, Ottawa, Canada

Bortoli, A. L., 1990, "O Uso de Variáveis Co-localizadas na Solução de Escoamentos Supersônicos Sobre Corpos de Geometrias Arbitrárias", Florianópolis, UFSC, Dissertação de Mestrado

Burmeister, L.C., 1983, "Convection and Heat Transfer", John Wiley and Sons, Wiley Interscience

Publication, USA

Cha, C.K., Jaluria, Y., 1985, "Heat Rejection to the Surface Layer of a Solar Pond", Journal of Heat Transfer, vol. 107, pp. 99-106

Chen, C.W., Rodi, W., 1980, "Vertical Turbulent Buoyant Jets, A Review of Experimental Data", Pergamon Press

Chen, H., Schroder, H., Malmgren-Hansen, A., 1989, "The Combination of Far and Near Field Mathematical Modeling of Waste Water Discharges into Receiving Water Bodies", XXIII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session D: Environmental Hydraulics, pp D423-D428, Ottawa, Canada

Cunge, J.A., 1987, "Numerical Hydraulics Modeling: Late 80's Context and Cross-Roads", XXII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session B: Hydraulic Modeling, pp. 17-30, École Polytechnique Fédérale, Lausanne, Suíça

Dekeyser, I., 1985, "Numerical Prediction of an Asymmetrical Heated Plane Jet with a Second Moment Turbulence Closure", Int. Journal of Heat Mass Transfer, vol. 28, nº 3, pp. 653-662

Demuren, A.O., Rodi, W., 1987, "Three-Dimensional Numerical Calculations of Flow and Plume Spreading Past Cooling Towers", Journal of Heat Transfer, vol. 109, pp. 113-119

Demuren, A. O., Rodi, W., 1983, "Side Discharges into Open Channels: Mathematical Models", J. Hydr. Eng., ASCE, 109(12), pp. 1707-1722

Dilmann, A., Maliska, C.R., Silva, A.F.C., 1989, "Solução Numérica de Descarga de Jatos Poluentes em um Meio Estratificados", X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp. 157-160, Rio de Janeiro, Brasil

Dunn, E.W., Policastro, A.J., Paddock, R.A., 1975, "Surface Thermal Plumes: Evaluation of Mathematical Models for Near and Complete Fields", Water Resources Research Program, Great Lakes Project, Energy and Environmental Systems Division, Argonne National Laboratory, Argonne Illinois, part two

- Ellison** T.H., Turner, J.S., 1969, "Turbulent Entrainment in Stratified Flows", *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 6 (3), October
- Fischer**, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberger, J., Brooks, N.H., 1979, "Mixing in Inland and Coastal Waters", Academic Press, San Diego, California
- Gibson**, M.M., Launder, B.E., 1976, "On the Calculations of Horizontal, Turbulent, Free Shear Flows under Gravitational Influence", *Journal of Heat Transfer*, pp. 82-87
- Gebhart**, B., Mollendorf, J.C., 1977, "A New Density Relation for Pure and Saline Water, Deep-Sea Research", vol. 244, pp. 831-848
- Goransson**, C.G., 1977, "Drogue Tracking: Measuring Principles and Data Handling", XVI Congress of International Association for Hydraulic Research, Hydraulic Engineering for Improved Water Management, vol. 3, Environmental Problems in Stuarine and Coastal Areas, pp. 243-250, Italy
- Harlow**, F.H., Nakayama, P.I., 1967, "Turbulent Transport Equations", *The Physics of Fluids*, 10, p2323
- Harlow**, F. H., Welch, J. E., 1965., "Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid With Free Surface", *Physics of Fluids*, 8:2182-9
- Hayashi**, T., 1979, "Spread and Planar Velocity Fields of Heated Surface Jets Having Small Densimetric Froude Numbers", XVII Congress of International Association for Hydraulic Research; subject B: Hydraulic Engineering in Water Resources Development and Managing, vol3, pp 95-102, Italy
- Hicks**, B.B. (1972), "Some Evaluations of Drag and Bulk Transfer Coefficients over Water Bodies of Different Sizes", *Boundary Layer Meteorology*, vol. 3 , pp. 201-213
- Hinze**, J.O., 1975, "Turbulence", Mc Graw-Hill Series in Mechanical Engineering, New York
- Huang**, W., Spaulding, M., 1995, "3D Model of Estuarine Circulation and Water Quality Induced

by Surface Discharges”, Journal of Hydraulic Eng., vol. 121, No 4, pp. 300-311

Hsu, C. A., 1981, “Curvilinear-coordinate Method for Momentum, Heat and Mass Transfer in Domains of Irregular Geometry”, Minnesota, University of Minnesota, Ph.D. Thesis

Incropera, F.P. , **DeWitt, D.P.**; 1985””Introduction to Heat Transfer”; John Wiley and Sons; second edition, New York

Jirka, G.H., **Abraham, G.**, **Harleman, D.R.F.**, 1975 , “An Assessment of Techniques for Hydrothermal Prediction”, Ralph M. Parsons Laboratory for Water Resources and Hydrodynamics, report n° 203, Department of Civil Engineering, School of Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Massachusetts

Jirka, G.H., **Adams, E.E.**, **Stolzenbach, K.D.** , 1981, “Buoyant Surface Jets”, Journal of Hydraulics Division, ASCE, vol. 107, n° HY11, Prec. paper 16660 ,pp 1467-1487, November

Jirka, G.H., **Doneker, R.L.**, 1991a, “Hydrodynamic Classification of Submerged Single-Port Discharges”, Journal of Hydraulic Engineering, vol. 17, n° 9, pp. 1095-1112

Jirka, G.H., **Doneker, R.L.**, 1991b, “Hydrodynamic Classification of Submerged Multiport Discharges”, Journal of Hydraulic Engineering, vol. 17, n° 9, pp. 1113-1128

Jin, X.Y. (1993), “Quasi-Tridimensional Numerical Modeling of Flow and Dispersion in Shallow Water”, Communication on Hydraulic and Geotechnical Engineering, Dpt of Civil Eng., Delft Univ. of Technology, Rep. 93-03, ISSN 0169-6548

Jones, W.P., **Launder, B.E.**, 1972, “The Prediction of Laminarization With a Two-Equation Model of Turbulence”, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, 15, 301

Jucá, P.C.S., **Silva, A.F.C.**, **Maliska, C.R.**, 1989, “Solução Numérica de Problemas Tridimensionais Elípticos de Convecção de Calor”, X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp 161-164, Rio de Janeiro, Brasil

Kobus, H. , 1980, Editor, “Hydraulic Modeling”, Bulletin n° 7, German Assn. for Water Resources and

Land Improvement, with IAHR English Translation

Knapp, D.J.(1962), "Wind Induced Currents", MsC thesis, Univ. Toronto, Toronto, Canada

Koh, R.C.Y., Fan, L.N., 1970, "Mathematical Models for the Prediction of the Temperature Distributions Resulting from the Discharge of Heated Water in Large Bodies of Water", EPA Water Pollution Control Research Series, 16130, DWO

Lauder, B.E., Spaulding, D.B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3, pp. 269 - 289

Lauder, B.E., 1975, "On the Effects of Gravitational Field on the Turbulent Transport of Heat and Momentum", Journal of Fluid Mechanics, vol. 67, part 3, pp. 569-581

Lauder, B.E., Spalding, D.B., 1972, "Lectures in Mathematical Models of Turbulence", Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science and Technology, Academic Press, London, England

Li, W., Huai, W.-X. , 1989, "On the Jet Core and Behavior of ZFE for Buoyant Jet in Static Environment", XXIII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session D: Environmental Hydraulics , pp. D247-D254, Ottawa, Canada

Liren, Y. , Shu-nong, Z. , A New Depth-Averaged Two Equation (k-w) Turbulent Closure Model and its Application, XXIII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session A: Turbulence in Hydraulics , pp. A171-A181, Ottawa , Canada, 1989

Maliska, C.R., Raithby, G.D., 1984, "A Method for Computing Three-Dimensional Flows Using Boundary Fitted Coordinates, Int. Journal for Numerical Methods in Fluids", pp. 519-537, Waterloo, Ontario, Canada

Maliska, C.R., Silva, A.F.C., Jucá, P.C.S., 1986, "Ataque Térmico em Rios e Lagos - Previsão Numérica e Análise da Normalização Correlata", Relatório preparado para a ELETROSUL, SINMEC/EMC/UFSC, Relatório RT-86-1, Florianópolis, SC, Brasil

Maliska, C.R., Silva, A.F.C., Jucá, P.C.S., 1987a, "Ataque Térmico em Rios e Lagos - Previsão Numérica e Análise da Normalização Correlata - Parte A", Relatório preparado para a ELETROSUL, SINMEC/EMC/UFSC, Relatório RT-87-1, Florianópolis, SC, Brasil

Maliska, C.R., Silva, A.F.C., Polina, S., Perez, J.A.O., 1987b, "Heat Transfer Predictions of Thermal Discharges in Water Bodies", IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp 45-48, Florianópolis, SC, Brasil

Maliska, C.R, Silva, A.F.C., Marchi, C.H., 1991a, "Formulação Euler e Navier-Stokes Tridimensional em Variáveis Co-localizadas para escoamentos em Qualquer Velocidade - Parte VII", relatório preparado para o IAE/CTA, SINMEC/EMC/UFSC, Relatório RT-91-2, Florianópolis, SC, Brasil

Maliska, C. R., Silva, A. F. C., Marchi, C. H., Valerim Jr., J., 1991b, "Validação dos Modelos Numéricos Bi e Tridimensionais - Equações de Euler", Relatório ao IAE/CTA, parte IX, Florianópolis, SINMEC/EMC/UFSC

Maliska Jr, C.R., Dihlmann, A., 1992, "Visualizador Tridimensional para Campos Escalares e Vetoriais", Anais XII CILANCE - Congresso Ibero Latino Americano sobre Métodos Computacionais para a Engenharia, pp. 354-363, Porto Alegre, Brasil

Manoha, B., 1989, "Three-Dimensional Numerical Modeling of Thermal Impact for Gravelines Nuclear Power Plant", XXIII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session D: Environmental Hydraulics, pp. D255-D262, Ottawa, Canada

Marchi, C.H., 1992, "Solução Numérica de Escoamentos Tridimensionais Viscosos em Qualquer Regime de Velocidade", Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina,

Marchi, C. H., Maliska, C. R., Bortoli, A. L., 1989, "The Use of Co-located Variables in the Solution of Supersonic Flows", Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, ABCM, pp. 157-60

Marchi, C. H., Maliska, C.R., 1994, "A Nonorthogonal Finite Volume Method for the Solution of All Flows Using Co-located Variables", Numerical Heat Transfer, part B, vol. 26, nº 3, pp. 293-311

Marchi, C. H., Maliska, C. R., Silva, A. F. C., 1990, "A Boundary-fitted Numerical Methods for the Solution of Three Dimensional All Speed Flows Using Co-located Variables", Anais do III Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Itapema, ABCM, pp. 351-356

Marchi, H.C., Maliska, C.R., 1988, "Dedução de Equações para Discretização de Domínios Tridimensionais Arbitrários", Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor - SINMEC, UFSC/CTC/EMC, Florianópolis, Santa Catarina

Marcondes, F. , Zambaldi, M.C., Maliska, C.R., 1995, "Comparação de Métodos Estacionários e GMRES em Simulação de Reservatórios de Petróleo utilizando Malhas Não Estruturadas de Voronoi", Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, vol. XII, no 4, pp. 360 - 372

Marjanovic, N., Orlob, G.T. , 1987, "Effect of Density Stratification on Water Quality", XXII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session C1: Lake and Reservoir Hydraulics, pp 179-186, École Polytechnique Fédérale, Lausanne, Suíça

Markatos, N.C., Malin, M.R., 1982, "Mathematical Modeling of Buoyancy-Induced Smoke Flow in Enclosures", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol 25, nº 1 , pp 63 -75

Markofsky, M., 1979, "Design of a Thermal Discharge in a Estuary: Physical Model and Field Studies", XVII Congress of International Association for Hydraulic Research, subject C: Cooling Ponds Problems of Power Stations, vol. 4, pp. 339-347, Italy

Mateos, C., 1989, "Fast Diffusion of Heat for a Discharge into a River By Transverse Jet", XXIII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session D: Environmental Hydraulics , p.p. D99-D103, Ottawa , Canada

McGuirk, J.J., Rodi W., 1979, "Mathematical Modeling of Three-dimensional Heated Surface Jets", Journal of Fluid Mechanics, vol 75, part 4, pp 609 -633

McGuirk, J.J., Spalding, D.B. , 1975, "Mathematical Modeling of Thermal Pollution in Rivers", Int. Conference of Mathematical Models for Environmental Problems, University of Southampton, England, Pub. Pentech Press

- Minaie, B.N.** , Pletcher, R.H. , 1982, "A Study of Turbulence Models for Predicting Round and Plane Heated Jets", Proceedings of Seventh Int. Heat Transfer Conference, Hemisphere Publishing, vol. 3, pp. 383-388
- Nakasuji, K.**, Huh, J.Y. , Kurita, H., "Three-Dimensional Computation of River Plumes", XXII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session B: Hydraulic Modeling , pp 391-398, École Polytechnique Fédérale, Lausanne, Suíça, 1987
- Nallasamy, M.**, 1987, "Turbulence Models and Their Applications to the Prediction of Internal Flows: A Review", Computers & Fluids, vol. 15, nº 2, pp. 151-194
- Netjuehaje, A.P.**, Sherenkov, I.A., Tertichny, O.L., 1979, "The Model of Turbulent Exchange in Stratified Flows", XVII Congress of International Association for Hydraulic Research, subject B: Hydraulic Engineering in Water Resources Development and Managing, vol. 3, pp. 109-116, Italy
- Ohlmeyer, F.**, 1977, "Scaling of Physical Models With Dispersion Problems", XVI Congress of International Association for Hydraulic Research, Hydraulic Engineering for Improved Water Management, vol. 3 ,Environmental Problems in Stuarine and Coastal Areas, p.p. 9-13, Italy
- Patankar, S. V.**, Spalding, D. B. A, 1972, "Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows", Int. J. Heat Mass Transfer, Great Britain, Pergamon Press, 15:1787-808
- Parthasarathy, R.N.**, Muste, M., 1994 , " Velocity Measurements in Asymmetric Turbulent Channel Flows", Journal of Hydraulic Engineering, vol. 120, No. 9, September, pp. 1000-1020
- Peric, M.**, Kessler, R., Scheuerer, G., 1988, "Comparison of Finite-volume Numerical Methods With Staggered and Collocated Grids", Computers and Fluids, 16(4):389-403
- Perez, J.O.**, 1991, "Simulação Numérica de Descargas Térmicas em Corpos D'água Rasos de Geometria e Profundidade Variáveis", Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil

- Pinheiro, A.C.F.B.**, 1993, "O Estado da Arte da Modelação Física de Jatos e Plumas Térmicas em Lagos e Grandes Reservatórios", Dissertação de Mestrado, Dpt. de Engenharia Hidráulica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil
- Raithby, G. D.**, 1976, "Prediction of Dispersion by Surface Discharge", report to Canada Center for Inland Waters. Burlington, Ontario
- Raithby, G.D.**, Schneider, G.E., 1980, "The Prediction of Surface Discharge Jets by a Three-Dimensional Finite-Difference Model", Journal of Heat Transfer, vol. 102, nº 1
- Raithby, G.D.**, Elliott, R.V., 1981, "A Three-Dimensional Finite Difference Model for the Prediction of Thermal Discharges", Third Conference on Waste Heat and Management and Utilization, Miami Beach, Florida
- Reichert, P.**, Warner, O., Simulation of a Severe Case Pollution of the Rhine River, XXII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session A: Fluvial Hydraulics, pp. 239-250, École Polytechnique Fédérale, Lausanne, Suíça, 1987
- Reid, R.O.**(1957), "Modification of the Quadratic Bottom-stress Law of Turbulent Channel Flow in the Presence of Wind-stress", Tech. Memo. 93, Beach Erosion, Board, US Department of Army, Washington, DC
- Rhie, C. M.**, 1981, "A Numerical Study of the Flow Past an Isolated Airfoil with Separation", Urbana-Champaign, University of Illinois, Ph.D. Thesis
- Rodi, W.**, 1980, "Turbulence Models And Their Application in Hydraulics", IAHR, Section on Fundamentals of Experimental and Mathematical Fluid Dynamics, Netherlands
- Schatzmann, M.**, 1979, "Calculation of a Submerged Thermal Plumes Discharged into Air and Water Flows", XVII Congress of International Association for Hydraulic Research, subject C: Cooling Ponds Problems of Power Stations, vol. 4, pp. 379-385, Italy
- Schlichting, H.**, 1968, "Boundary-Layer Theory", Mac Graw Hill Company, New York, 6th Ed.

- Silva, A.F.C.**, 1991, "Um Procedimento em Volumes Finitos para a Solução de escoamentos à Velocidade", Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC
- Silva, A. F. C. , Maliska, C. R.**, 1988, "Uma Formulação Segregada em Volumes Finitos para escoamentos Compressíveis e/ou Incompressíveis em Coordenadas Generalizadas", Anais do II Encontro Nacional de Ciências Térmicas, Águas de Lindóia, ABCM, pp. 11- 4
- Simonin, O. , Uittenbogaard, R.E. , Baron, F., Viollet, P.L.**, 1989, "Possibilities and Limitations of the $k-\epsilon$ Model to Simulate Turbulent Fluxes of Mass and Momentum, Measured in a Steady, Stratified Mixing Layer", XXIII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session A: Turbulence in Hydraulics , pp. A55-A62, Ottawa , Canada
- Sini, J.F., Dekeyser, I.**, 1989, "Numerical Prediction of Turbulent Plane Buoyant Jets Discharging in a Stratified Stagnant or Flowing Ocean", Numerical Heat Transfer part A, vol. 16, pp. 371-387
- Sini, J.F., Dekeyser, I.**, 1987, "Numerical Prediction of Turbulent Plane Jets and Forced Plumes by Use of $k-\epsilon$ Model of Turbulence", Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 30, nº 9, pp. 1787-1801
- Smith, T.J., Takhar, H.S.**, 1979, "The Effect of Stratification on the Turbulent Transport of Mass and Momentum", XVII Congress of International Association for Hydraulic Research, subject B: Hydraulic Engineering in Water Resources Development and Managing, vol. 3, pp. 79-86, Italy
- Steffler, P.M., Rajaratnam, N.**, 1985, "Deflection of a Circular Jet by a Weak Cross-Flow", Int. Journal of Heat Mass Transfer, vol. 28, nº 3, pp. 714-717
- Thompson, J.F., Warsi, Z.U.A., Mastin C.W.**, 1985, "Numerical Grid Generation - Foundations and Applications", Elsevier Science Publishing Co., New York
- Thompson, J.F.**, 1984, "Grid Generation Techniques in Computational Fluid Dynamics", AIAA Journal, vol. 22, nº 11, November
- Thompson, J.F., Warsi, Z.U.A., Mastin, C.W.**, 1982, "Boundary-Fitted Coordinate Systems for Numerical Solution of Partial Differential Equation - A Review.", Journal of Computational Physics,

vol. 47, pp. 1 - 108

Tsanis, I. K. , 1989, "Simulation of Wind-Induced Water Currents", Journal of Hydraulic Engineering, vol. 115, No. 8, August, pp 1113-1134

Tsanis, I. K. , 1988, "The Structure of Turbulent Shear-induced Countercurrent Flow", Journal of Fluid Mechanics, vol. 189, pp. 531-552

Ulson de Souza, S.M.A.G., Maliska C.R., 1990, "Arranjo de Variáveis Co-localizado no Método de Volumes Finitos", Anais do XI Congresso Íbero Latino Americano Sobre Métodos Computacionais em Engenharia, pp. 165-175, Rio de Janeiro, Brasil

Ulson de Souza, S.M.A.G., 1992, "Um Esquema Numérico Usando Variáveis Co-localizadas com Função de Interpolação Completa para a Solução de Problemas de escoamentos de Fluidos", Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC

Van Dorn, W.G., Inman, D.L., Harris, R.W., 1975, "The Evaluation of Sediment Management Procedures, phase I, final report", SIO Reference Serie, 75-32, Scripps Institution of Oceanography, La Jolla, California

Van Doormaal, J. P. , Raithby, G. D., 1984, "Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows", Numerical Heat Transfer, 7:147-63

Van Doormaal, J. P., 1985, "Numerical Methods for the Solution at Compressible and Incompressible Flows", Waterloo, University of Waterloo, Ph.D. Thesis

Vongvisessonjai, S., 1989, "Heat Diffusion of Ao Phai Thermal Power Plant", XXIII Congress of International Association for Hydraulic Research, Proceedings of Technical Session D: Environmental Hydraulics , pp. D181-D188, Ottawa , Canada

Yu, X., 1987, "Turbulent Channel Flow under the Action of Surface Wind Stress", Internal Report No 2-87, Lab. of Fluid Mechanics, Dpt. of Civil Engineering, Delft Univ. of Technology , Netherlands

Wada, A. , 1979, "Prediction of Diffusion of Discharged Water for Submerged Outfall System", XVII Congress of International Association for Hydraulic Research, subject C: Cooling Ponds Problems of Power Stations, vol. 4, pp. 403-411, Italy

Wiuff, R.; 1978 ; "Experiments on Surface Buoyant Jet"; Journal of Hydraulics Division, HY5; May, pp. 667-679

Wu, J., 1969, " Wind Stresses and Surface Roughness at Air-Sea Interface", Journal of Geophysical Research, vol. 74, n° 2

Wu, J, Tsanis, I.K., 1995, "Numerical Study of Wind-Induced Water Currents", Journal of Hydraulic Engineering, May, pp. 388-395

Apêndice 1

A Transformação de Coordenadas da Equação de Navier-Stokes para Escoamentos Turbulentos

1 - A equação de Navier-Stokes no sistema cartesiano¹

A Equação de Navier-Stokes para escoamentos turbulentos, escrita no sistema cartesiano de coordenadas, é dada por

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i u_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\tau_{ij}} - \overline{\rho u_i u_j}) + \overline{F_c} \quad (\text{A1.1})$$

onde

$$\overline{\tau_{ij}} = \mu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (\text{A1.2})$$

Substituindo as expressões para as tensões laminares e de Reynolds de acordo com a hipótese de Boussinesq obtêm-se

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad (\text{A1.3})$$

¹todas as velocidades tratadas neste Apêndice são **velocidades médias** do escoamento embora não apresentem a barra sobre elas, excessão as equações (A1.1) e (A1.2)

que pode ser escrita de forma mais concisa como

$$\frac{D(\rho u_i)}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(p + \frac{2}{3}k \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (A1.4)$$

onde $(p + 2/3k)$ representa uma pressão aparente no volume de controle. A equação (A1.4) pode ainda ser escrita na forma

$$\frac{D(\rho u_i)}{Dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (A1.5)$$

onde $\mu_{ef} = \mu + \mu_t$. Para a transformação para o sistema de coordenadas generalizadas é mais conveniente escrever a equação na forma

$$\frac{D(\rho u_i)}{Dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (A1.6)$$

Devido à extensão dos termos resultantes da transformação de coordenadas a equação acima será dividida em partes para efeito de transformação.

2 - A Derivada Convectiva

O transporte da propriedade por convecção e a variação no tempo no volume de controle é dado pela derivada convectiva

$$\frac{D(\rho u_i)}{Dt} = \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u u_i) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v u_i) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w u_i) \quad (A1.7)$$

que pode ser transformada para o espaço (ξ, η, γ) com o emprego da regra da cadeia

$$\begin{aligned}
 \frac{D(\rho u_i)}{Dt} &= \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho u_i) \xi_x + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho u_i) \eta_x + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\rho u_i) \gamma_x \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho v u_i) \xi_y + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho v u_i) \eta_y + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\rho v u_i) \gamma_y \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho w u_i) \xi_z + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho w u_i) \eta_z + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\rho w u_i) \gamma_z
 \end{aligned} \tag{A1.8}$$

que pode ser reordenado como

$$\begin{aligned}
 \frac{D(\rho u_i)}{Dt} &= \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho u_i) \xi_x + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho v u_i) \xi_y + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho w u_i) \xi_z \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho u_i) \eta_x + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho v u_i) \eta_y + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho w u_i) \eta_z \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma}(\rho u_i) \gamma_x + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\rho v u_i) \gamma_y + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\rho w u_i) \gamma_z
 \end{aligned} \tag{A1.9}$$

e substituindo as velocidades contra-variantes não normalizadas definidas por

$$\begin{aligned}
 U &= (u \xi_x + v \xi_y + w \xi_z) J^{-1} \\
 V &= (u \eta_x + v \eta_y + w \eta_z) J^{-1} \\
 W &= (u \gamma_x + v \gamma_y + w \gamma_z) J^{-1}
 \end{aligned} \tag{A1.10}$$

obtêm-se

$$\frac{D(\rho u_i)}{Dt} = \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U u_i) J + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V u_i) J + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\rho W u_i) J \tag{A1.11}$$

3 - O termo de pressão

O termo de pressão é transformado para o espaço (ξ, η, γ) de acordo com a relação

$$\frac{\partial(\bar{p})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial \xi}(\bar{p}) \xi_i + \frac{\partial}{\partial \eta}(\bar{p}) \eta_i + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\bar{p}) \gamma_i \quad (\text{A1.12})$$

com $i = x, y, z$ para cada uma das direções coordenadas no plano cartesiano, segundo a qual a equação de Navier-Stokes é considerada. Para efeito de concisão nas equações posteriores define-se

$$\hat{p}^{ui} = \frac{1}{J} \frac{\partial(\bar{p})}{\partial x_i} = \left[\frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi} \bar{\xi}_i + \frac{\partial \bar{p}}{\partial \eta} \bar{\eta}_i + \frac{\partial \bar{p}}{\partial \gamma} \bar{\gamma}_i \right] \quad (\text{A1.13})$$

que representa o termo de pressão dividido pelo jacobiano da transformação de coordenadas.

4 - O primeiro termo de difusão

Considere o primeiro termo de difusão como sendo a parcela

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial z} \right) \quad (\text{A1.14})$$

com $i = 1, 2, 3$ para cada direção do plano cartesiano. Transformando para o espaço (ξ, η, γ) tem-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_x + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_x + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_x \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_y + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_y + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_y \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_z + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_z + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_z \right) \end{aligned} \quad (\text{A1.15})$$

e transformando as derivadas parciais mais externas:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_x + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_x + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_x \right) \xi_x \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_x + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_x + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_x \right) \eta_x \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_x + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_x + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_x \right) \gamma_x \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_y + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_y + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_y \right) \xi_y \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_y + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_y + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_y \right) \eta_y \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_y + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_y + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_y \right) \gamma_y \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_z + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_z + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_z \right) \xi_z \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_z + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_z + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_z \right) \eta_z \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \xi_z + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \eta_z + \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \gamma_z \right) \gamma_z
 \end{aligned} \tag{A1.16}$$

que pode assumir na forma

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} (\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2) \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} (\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2) \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} (\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2) \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} (\xi_x \gamma_x + \xi_y \gamma_y + \xi_z \gamma_z) \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} (\gamma_x \eta_x + \gamma_y \eta_y + \gamma_z \eta_z) \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} (\xi_x \gamma_x + \xi_y \gamma_y + \xi_z \gamma_z) \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} (\eta_x \gamma_x + \eta_y \gamma_y + \eta_z \gamma_z) \right)
 \end{aligned} \tag{A1.17}$$

e as métricas de transformação podem ser substituídas e o termo ser escrito de forma concisa como

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_{11} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\alpha_{22} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\alpha_{33} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_{12} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_{13} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\alpha_{21} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\alpha_{23} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\alpha_{31} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\alpha_{32} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right)
 \end{aligned} \tag{A1.18}$$

ou ainda

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\alpha_{11} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{12} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{13} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \right) \right] \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(\alpha_{21} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{22} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{23} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \right) \right] \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\left(\alpha_{31} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{32} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{33} J^2 \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{A1.19}$$

5 - O segundo termo de difusão

Considere o segundo termo de difusão como sendo o termo dado por

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial x_i} \right) \tag{A1.20}$$

onde x_i representa a i -ésima coordenada do sistema cartesiano (x,y,z) ao longo da qual a equação de Navier-Stokes é considerada. Procedendo a transformação de coordenadas

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \gamma} \gamma_i \right)
 \end{aligned} \tag{A1.21}$$

e transformando as derivadas externas

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \xi_x \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \eta_x \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial u}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \gamma_x \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \xi_y \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \eta_y \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial v}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \gamma_y \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \xi_z \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \eta_z \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \xi} \xi_i + \mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \eta} \eta_i + \mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial \gamma} \gamma_i \right) \gamma_z
 \end{aligned} \tag{A1.22}$$

que pode ser escrito na forma

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial}{\partial \xi} (u \bar{\xi}_x + v \bar{\xi}_y + w \bar{\xi}_z) \right) J \bar{\xi}_i \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial}{\partial \xi} (u \bar{\eta}_x + v \bar{\eta}_y + w \bar{\eta}_z) \right) J \bar{\xi}_i \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial}{\partial \xi} (u \bar{\gamma}_x + v \bar{\gamma}_y + w \bar{\gamma}_z) \right) J \bar{\xi}_i \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial}{\partial \eta} (u \bar{\xi}_x + v \bar{\xi}_y + w \bar{\xi}_z) \right) J \bar{\eta}_i \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial}{\partial \eta} (u \bar{\eta}_x + v \bar{\eta}_y + w \bar{\eta}_z) \right) J \bar{\eta}_i \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial}{\partial \eta} (u \bar{\gamma}_x + v \bar{\gamma}_y + w \bar{\gamma}_z) \right) J \bar{\eta}_i \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial}{\partial \gamma} (u \bar{\xi}_x + v \bar{\xi}_y + w \bar{\xi}_z) \right) J \bar{\gamma}_i \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial}{\partial \gamma} (u \bar{\eta}_x + v \bar{\eta}_y + w \bar{\eta}_z) \right) J \bar{\gamma}_i \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial}{\partial \gamma} (u \bar{\gamma}_x + v \bar{\gamma}_y + w \bar{\gamma}_z) \right) J \bar{\gamma}_i
 \end{aligned} \tag{A1.23}$$

onde são reconhecidas as velocidades contra-variantes. Dividindo a equação anterior pelo jacobiano da transformação, pode-se então definir

$$\begin{aligned}
 \hat{S}^{ui} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_i + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_i + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_i \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_i + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_i + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial W}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_i \\
 &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_i + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_i + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(J \mu_{ef} \frac{\partial W}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_i
 \end{aligned} \tag{A1.24}$$

onde

$$\hat{S}^{ui} = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \tag{A1.25}$$

a equação (A1.22) pode ser rescrita na forma

$$\begin{aligned}
 \hat{S}^{u_i} = & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(J \mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_{\bar{\xi}_i} + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right)_{\bar{\eta}_i} + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial U}{\partial \gamma} \right)_{\bar{\gamma}_i} \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(J \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial \xi} \right)_{\bar{\xi}_i} + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial \eta} \right)_{\bar{\eta}_i} + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial V}{\partial \gamma} \right)_{\bar{\gamma}_i} \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\left(J \mu_{ef} \frac{\partial W}{\partial \xi} \right)_{\bar{\xi}_i} + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial W}{\partial \eta} \right)_{\bar{\eta}_i} + \left(J \mu_{ef} \frac{\partial W}{\partial \gamma} \right)_{\bar{\gamma}_i} \right]
 \end{aligned} \tag{A1.26}$$

mais conveniente para discretização sobre um volume de controle.

5 - A Equação de Navier-Stokes

Reunindo-se os termos anteriores, equações (A1.11), (A1.12), (A1.19) e (A1.26), e dividindo todos os termos pelo jacobiano da transformação de coordenadas, a equação de Navier-Stokes para o sistema de coordenadas generalizadas (ξ, η, γ) pode então ser escrita como

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{J} \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U u_i) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V u_i) + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\rho W u_i) = & -\hat{p}^{u_i} + \hat{S}^{u_i} \\
 + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\alpha_{11} J \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{12} J \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{13} J \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \right) \right] \\
 + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(\alpha_{21} J \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{22} J \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{23} J \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \right) \right] \\
 + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\left(\alpha_{31} J \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{32} J \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{33} J \mu_{ef} \frac{\partial u_i}{\partial \gamma} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{A1.27}$$

Apêndice 2

A Transformação de Coordenadas para as Equações do Modelo de Turbulência k-ε

1 - As equações para k e ε no sistema cartesiano

As equações para o modelo k-ε no sistema coordenado cartesiano são dadas por

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\rho \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + (P + G) - \varepsilon \quad (\text{A2.1})$$

para a energia cinética turbulenta, sendo que sua taxa de dissipação ao longo do escoamento se comporta de acordo com

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_t}{\rho \sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P + G) (1 + C_{3\varepsilon} R_f) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{A2.2})$$

sendo o termo P dado por

$$P_t = -\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \quad (\text{A2.3})$$

e o termo de empuxo dado por

$$G = -\beta g_i \overline{u_i' T'} \quad (\text{A2.4})$$

A partir deste ponto, será abandonada a barra sobre as velocidades para indicar a média da

velocidade. *As velocidades nas equações a seguir serão as médias no escoamento mesmo não apresentando a barra sobre elas.*

As equações para o modelo de turbulência apresentam uma parcela convectiva e uma parcela difusiva, como todas as equações de transporte. Pode-se então escreve-las de uma forma geral como

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) \right] + S^\phi \quad (\text{A2.5})$$

onde para $\phi = k$ e $\phi = \varepsilon$

$$\Gamma^k = \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad ; \quad \Gamma^\varepsilon = \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \quad (\text{A2.6})$$

e os termos fonte são dados por

$$S^k = \rho(P + G) - \rho\varepsilon \quad (\text{A2.7})$$

e

$$S^\varepsilon = C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (P + G) (1 + C_{3\varepsilon} R_f) - C_{2\varepsilon} \frac{\rho\varepsilon^2}{k} \quad (\text{A2.8})$$

A forma acima proposta é mais conveniente para proceder a transformação das equações do sistema de coordenadas cartesianas para o sistema de coordenadas generalizadas (ξ, η, γ) .

2 - Os termos de convecção e difusão

Observa-se que as parcelas de convecção e difusão das equações do modelos de turbulência são semelhantes as parcelas correspondentes nas equações de Navier-Stokes, diferenciado-se apenas pela propriedade transportada ou difundida. As transformações de coordenadas para estas parcelas são então análogas as executadas para estes termos nas equações de Navier-Stokes e apresentadas no Apêndice 1. Em decorrência pode-se escrever

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{J} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U\phi) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V\phi) + \frac{\partial}{\partial \gamma}(\rho W\phi) = \hat{S}^\phi \\
 & \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\alpha_{11} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{12} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{13} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} \right) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\left(\alpha_{21} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{22} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{23} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} \right) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial \gamma} \left[\left(\alpha_{31} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \left(\alpha_{32} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) + \left(\alpha_{33} J \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{A2.9}$$

onde toda a equação foi dividida pelo jacobiano da transformação de coordenadas. Resta então executar a transformação de coordenadas sobre os termos fonte.

3 - A transformação de coordenadas do termos fonte

Por inspeção dos termos fontes propostos, observa-se que a transformação de coordenadas para os termos fontes se reduz a transformação de coordenadas para os termos P e G .

3.1 - O termo de geração devido as forças de empuxo

Para o termo G pode-se escrever

$$G = -\beta g_i \overline{u_i T} = -\beta \left(\frac{\mu_i}{\rho \sigma_i} \right) g_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{A2.10}$$

Considerando que o vetor gravitacional encontra-se alinhado com a i-éssima direção coordenada cartesiana, e aplicando a regra da cadeia tem-se

$$-g \beta \left(\frac{\mu_i}{\rho \sigma_i} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} = -g \beta \left(\frac{\mu_i}{\rho \sigma_i} \right) \left[\frac{\partial T}{\partial \xi} \xi_i + \frac{\partial T}{\partial \eta} \eta_i + \frac{\partial T}{\partial \gamma} \gamma_i \right] \tag{A2.11}$$

e define-se

$$\hat{G} = -\frac{1}{J} g \beta \left(\frac{\mu_t}{\rho \sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} = -g \beta \left(\frac{\mu_t}{\rho \sigma_t} \right) \left[\frac{\partial T}{\partial \xi} \bar{\xi}_i + \frac{\partial T}{\partial \eta} \bar{\eta}_i + \frac{\partial T}{\partial \gamma} \bar{\gamma}_i \right] \quad (\text{A2.12})$$

3.2 - O termo de produção da energia cinética turbulenta

O termo de produção é dado por

$$P = \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (\text{A2.13})$$

e se seus somatórios forem desenvolvidos encontra-se

$$\begin{aligned} P_t = & \frac{\mu_t}{\rho} \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \\ & + \frac{\mu_t}{\rho} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \\ & + \frac{\mu_t}{\rho} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ & + \frac{\mu_t}{\rho} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{A2.14})$$

É interessante observar que o termo de produção de energia cinética turbulenta é análogo ao termo de dissipação viscosa da equação de energia a menos do divergente do vetor velocidade envolvendo entretanto a viscosidade turbulenta e não a viscosidade laminar (Marchi, 1992). Em particular para escoamentos incompressíveis este divergente é nulo e o termo acima é idêntico, em sua forma, ao termo de dissipação viscosa. Entretanto é usual desprezar o termo de dissipação viscosa na equação da energia para escoamentos incompressíveis à baixas velocidades. Empregando a regra da cadeia para cada uma das parcelas separadamente tem-se

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 = J^2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)_{\bar{\xi}_x} + \left(\frac{\partial u}{\partial \eta}\right)_{\bar{\eta}_x} + \left(\frac{\partial u}{\partial \gamma}\right)_{\bar{\gamma}_x} \right]^2 \quad (\text{A2.15})$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 = J^2 \left[\left(\frac{\partial v}{\partial \xi}\right)_{\bar{\xi}_y} + \left(\frac{\partial v}{\partial \eta}\right)_{\bar{\eta}_y} + \left(\frac{\partial v}{\partial \gamma}\right)_{\bar{\gamma}_y} \right]^2 \quad (\text{A2.16})$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 = J^2 \left[\left(\frac{\partial w}{\partial \xi}\right)_{\bar{\xi}_z} + \left(\frac{\partial w}{\partial \eta}\right)_{\bar{\eta}_z} + \left(\frac{\partial w}{\partial \gamma}\right)_{\bar{\gamma}_z} \right]^2 \quad (\text{A2.17})$$

e para os demais termos

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) \right]^2 &= J^2 \left\{ \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)_{\bar{\xi}_y} + \left(\frac{\partial u}{\partial \eta}\right)_{\bar{\eta}_y} + \left(\frac{\partial u}{\partial \gamma}\right)_{\bar{\gamma}_y} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[\left(\frac{\partial v}{\partial \xi}\right)_{\bar{\xi}_x} + \left(\frac{\partial v}{\partial \eta}\right)_{\bar{\eta}_x} + \left(\frac{\partial v}{\partial \gamma}\right)_{\bar{\gamma}_x} \right] \right\}^2 \end{aligned} \quad (\text{A2.18})$$

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) \right]^2 &= J^2 \left\{ \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)_{\bar{\xi}_z} + \left(\frac{\partial u}{\partial \eta}\right)_{\bar{\eta}_z} + \left(\frac{\partial u}{\partial \gamma}\right)_{\bar{\gamma}_z} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[\left(\frac{\partial w}{\partial \xi}\right)_{\bar{\xi}_x} + \left(\frac{\partial w}{\partial \eta}\right)_{\bar{\eta}_x} + \left(\frac{\partial w}{\partial \gamma}\right)_{\bar{\gamma}_x} \right] \right\}^2 \end{aligned} \quad (\text{A2.19})$$

$$\left[\left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]^2 = J^2 \left\{ \left[\left(\frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_z + \left(\frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_z + \left(\frac{\partial v}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_z \right] + \left[\left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_y + \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_y + \left(\frac{\partial w}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_y \right] \right\}^2 \quad (\text{A2.20})$$

Reunindo os termos anteriores e dividindo-se pelo jacobiano da transformação de coordenadas, obtêm-se

$$\begin{aligned} P_i = J \mu_t & \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_x + \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_x + \left(\frac{\partial u}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_x \right] \right. \\ & + 2 \left[\left(\frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_y + \left(\frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_y + \left(\frac{\partial v}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_y \right]^2 \\ & + 2 \left[\left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right) \bar{\xi}_z + \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \bar{\eta}_z + \left(\frac{\partial w}{\partial \gamma} \right) \bar{\gamma}_z \right]^2 \\ & + \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (u \bar{\xi}_y + v \bar{\xi}_x) + \frac{\partial}{\partial \eta} (u \bar{\eta}_y + v \bar{\eta}_x) + \frac{\partial}{\partial \gamma} (u \bar{\gamma}_y + v \bar{\gamma}_x) \right]^2 \\ & + \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (u \bar{\xi}_z + w \bar{\xi}_x) + \frac{\partial}{\partial \eta} (u \bar{\eta}_z + w \bar{\eta}_x) + \frac{\partial}{\partial \gamma} (u \bar{\gamma}_z + w \bar{\gamma}_x) \right]^2 \\ & \left. + \left[\frac{\partial}{\partial \xi} (v \bar{\xi}_z + w \bar{\xi}_y) + \frac{\partial}{\partial \eta} (v \bar{\eta}_z + w \bar{\eta}_y) + \frac{\partial}{\partial \gamma} (v \bar{\gamma}_z + w \bar{\gamma}_y) \right]^2 \right\} \quad (\text{A2.21}) \end{aligned}$$

que como comentado é análogo ao termo de dissipação viscosa da equação da energia a menos do divergente do vetor velocidade. Assim os termos fonte das equações de transporte para o modelo de turbulência k-ε no espaço transformado podem então ser escritos como

$$\hat{S}^k = \rho \left(\hat{P}_t + \hat{G} \right) - \frac{\rho \varepsilon}{J} \quad (\text{A2.22})$$

e

$$\hat{S}^\varepsilon = \rho \left[C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \left(\hat{P}_t + \hat{G} \right) (1 + C_{3\varepsilon} \hat{R}_f) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{Jk} \right] \quad (\text{A2.23})$$

Apêndice 3

A Transformação de Coordenadas para a Equação da Energia e Concentração do Poluente

1 - As equações no sistema cartesiano

A equação da conservação de energia no sistema coordenado cartesiano é dada por

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho T}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_j T}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k_t}{c_p} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} - \overline{\rho T' u_j'} \right) \quad (\text{A3.1})$$

e a equação que expressa a convecção e difusão de um poluente no escoamento é

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho c}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_j c}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_p \frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j} - \overline{\rho c' u_j'} \right) \quad (\text{A3.2})$$

Como as equações discutidas nos apêndices anteriores, estas também apresentam uma parcela convectiva e uma parcela difusiva, como todas as equações de transporte. Pode-se então escreve-las de uma forma geral como

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \right] + S^\phi \quad (\text{A3.3})$$

onde termo S^ϕ representa a difusão turbulenta de calor ou do poluente. Observa-se que a partir da equação (3) foram abandonadas as barras sobre as propriedades para indicar sua média. *As propriedades (temperatura ou concentrações) nas equações a seguir serão as médias no escoamento mesmo não apresentando a barra sobre elas.* Caso $\phi = T$

$$\Gamma^T = \frac{k_t}{c_p} \quad (A3.4)$$

e para $\phi = C$, $\Gamma^c = \Gamma_p$ representa a difusão molecular do poluente no meio. Os termos de difusão turbulenta são dados por

$$S^T = -\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j T'}) = \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_t \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] \quad (A3.5)$$

onde σ_t é o número de Prandtl turbulento e para o caso do poluente

$$S^c = -\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j c'}) = \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha_t \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_s} \right) \frac{\partial c}{\partial x_j} \right] \quad (A3.6)$$

sendo σ_s o número de Schmidt. Ambos os termos podem ser escritos de uma forma genérica como

$$S^\phi = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_t^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \quad (A3.7)$$

onde Γ_t representa a difusividade turbulenta de calor ($\phi = T$) ou massa ($\phi = c$). Substituindo a equação (A3.7) na equação (A3.3) tem-se

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_{ef}^\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \right] \quad (A3.8)$$

onde

$$\Gamma_{ef}^\phi = \Gamma^\phi + \Gamma_t^\phi \quad (A3.9)$$

Observa-se que as parcelas de convecção e difusão das equações são semelhantes as parcelas correspondentes nas equações de Navier-Stokes, diferenciado-se apenas pela propriedade transportada ou

difundida. As transformações de coordenadas para estas parcelas são então análogas as executadas para estes termos nas equações de Navier-Stokes e apresentadas no Apêndice 1. Em decorrência a equação da energia (ou concentração) no espaço transformado é dada por

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{J} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial\xi}(\rho U\phi) + \frac{\partial}{\partial\eta}(\rho V\phi) + \frac{\partial}{\partial\gamma}(\rho W\phi) = \\
 & \frac{\partial}{\partial\xi} \left[\left(\alpha_{11} J \Gamma_{ef}^{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial\xi} \right) + \left(\alpha_{12} J \Gamma_{ef}^{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right) + \left(\alpha_{13} J \Gamma_{ef}^{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial\gamma} \right) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial\eta} \left[\left(\alpha_{21} J \Gamma_{ef}^{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial\xi} \right) + \left(\alpha_{22} J \Gamma_{ef}^{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right) + \left(\alpha_{23} J \Gamma_{ef}^{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial\gamma} \right) \right] \\
 & + \frac{\partial}{\partial\gamma} \left[\left(\alpha_{31} J \Gamma_{ef}^{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial\xi} \right) + \left(\alpha_{32} J \Gamma_{ef}^{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \right) + \left(\alpha_{33} J \Gamma_{ef}^{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial\gamma} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{A3.10}$$

Apêndice 4

As Métricas da Transformação de Coordenadas e as Velocidades Contra-Variantes

1- Introdução

Com o objetivo de facilitar o acompanhamento das transformações de coordenadas apresentadas neste trabalho, este apêndice apresenta as métricas de transformação entre o sistema de coordenadas cartesianas e o sistema generalizado de coordenadas (ξ, η, γ) . Informações sobre o processo de transformação de equações entre dois sistemas de coordenadas e obtenção das métricas em si podem ser obtidas em Anderson et alii (1984). Além disto, com o mesmo objetivo se encontram as expressões para as velocidade contra-variantes.

2 - As métricas de transformação

As componentes do tensor métrico de transformação são dadas por

$$\alpha_{11} = (\bar{\xi}_x)^2 + (\bar{\xi}_y)^2 + (\bar{\xi}_z)^2 \quad (\text{A4.1})$$

$$\alpha_{22} = (\bar{\eta}_x)^2 + (\bar{\eta}_y)^2 + (\bar{\eta}_z)^2 \quad (\text{A4.2})$$

$$\alpha_{33} = (\bar{\gamma}_x)^2 + (\bar{\gamma}_y)^2 + (\bar{\gamma}_z)^2 \quad (\text{A4.3})$$

$$\alpha_{12} = \bar{\xi}_x \bar{\eta}_x + \bar{\xi}_y \bar{\eta}_y + \bar{\xi}_z \bar{\eta}_z \quad (\text{A4.4})$$

$$\alpha_{13} = \bar{\xi}_x \bar{\gamma}_x + \bar{\xi}_y \bar{\gamma}_y + \bar{\xi}_z \bar{\gamma}_z \quad (\text{A4.5})$$

$$\alpha_{23} = \bar{\eta}_x \bar{\gamma}_x + \bar{\eta}_y \bar{\gamma}_y + \bar{\eta}_z \bar{\gamma}_z \quad (\text{A4.6})$$

e as métricas de transformação são dadas por

$$\xi_x = J \bar{\xi}_x = J (z_\gamma y_\eta - z_\eta y_\gamma) \quad (\text{A4.7})$$

$$\xi_y = J \bar{\xi}_y = J (z_\eta x_\gamma - z_\gamma x_\eta) \quad (\text{A4.8})$$

$$\xi_z = J \bar{\xi}_z = J (y_\gamma x_\eta - y_\eta x_\gamma) \quad (\text{A4.9})$$

$$\eta_x = J \bar{\eta}_x = J (z_\xi y_\gamma - z_\gamma y_\xi) \quad (\text{A4.10})$$

$$\eta_y = J \bar{\eta}_y = J (z_\gamma x_\xi - z_\xi x_\gamma) \quad (\text{A4.11})$$

$$\eta_z = J \bar{\eta}_z = J (y_\xi x_\gamma - y_\gamma x_\xi) \quad (\text{A4.12})$$

$$\gamma_x = J \bar{\gamma}_x = J (z_\eta y_\xi - z_\xi y_\eta) \quad (\text{A4.13})$$

$$\gamma_y = J \bar{\gamma}_y = J (z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi) \quad (\text{A4.14})$$

$$\gamma_z = J \bar{\gamma}_z = J (y_\eta x_\xi - y_\xi x_\eta) \quad (\text{A4.15})$$

O jacobiano da transformação do sistema de coordenadas, que representa a relação entre o volume da célula no espaço físico e no no espaço transformado é dado por

$$J = (x_\xi y_\eta z_\gamma + x_\eta y_\gamma z_\xi + x_\gamma y_\xi z_\eta - x_\xi y_\gamma z_\eta - x_\eta y_\xi z_\gamma - x_\gamma y_\eta z_\xi)^{-1} \quad (\text{A4.16})$$

3 - As velocidades Contra-Variantes

As expressões para as componentes contravariantes¹ do vetor velocidade são

$$U = \bar{\xi}_x u + \bar{\xi}_y v + \bar{\xi}_z w \quad (\text{A4.17})$$

$$V = \bar{\eta}_x u + \bar{\eta}_y v + \bar{\eta}_z w \quad (\text{A4.18})$$

$$W = \bar{\gamma}_x u + \bar{\gamma}_y v + \bar{\gamma}_z w \quad (\text{A4.19})$$

que podem ser escritas

$$U = \frac{1}{J} (\xi_x u + \xi_y v + \xi_z w) \quad (\text{A4.20})$$

$$V = \frac{1}{J} (\eta_x u + \eta_y v + \eta_z w) \quad (\text{A4.21})$$

$$W = \frac{1}{J} (\gamma_x u + \gamma_y v + \gamma_z w) \quad (\text{A4.22})$$

ou se substituídas as métricas

$$U = u (z_\gamma y_\eta - z_\eta y_\gamma) + v (z_\eta x_\gamma - z_\gamma x_\eta) + w (y_\gamma x_\eta - y_\eta x_\gamma) \quad (\text{A4.23})$$

$$V = u (z_\xi y_\gamma - z_\gamma y_\xi) + v (z_\gamma x_\xi - z_\xi x_\gamma) + w (y_\xi x_\gamma - y_\gamma x_\xi) \quad (\text{A4.24})$$

¹não normalizadas

$$W = u(z_{\eta}y_{\xi} - z_{\xi}y_{\eta}) + v(z_{\xi}x_{\eta} - z_{\eta}x_{\xi}) + w(y_{\eta}x_{\xi} - y_{\xi}x_{\eta}) \quad (\text{A4.25})$$

Apêndice 5

O Perfil de Lançamento do Jato para o Experimento de Wiuff

1- Introdução

Como descrito no Capítulo 7 foi simulado o escoamento turbulento em um canal aberto para melhor caracterizar a condição de contorno na fronteira oeste no lançamento do jato. As condições de contorno para simulação deste canal foram descritas também no Capítulo 7 e o perfil de velocidades obtido na região de saída deste canal, a qual foi empregada como condição de contorno para o lançamento do jato é apresentado a seguir.

2- O perfil calculado para a componente de velocidade na direção “x”

As velocidades de lançamento são denominadas $uw_{(i,k)}$: componente de velocidade na direção do eixo “x” para condição de contorno na fronteira oeste (“uw”). A posição desta componente de velocidade na malha que discretiza na boca de lançamento o perfil do jato é definida em função dos volumes empregados para discretizar a região de lançamento do jato. O índice i indica a posição do volume na direção do eixo “y”, enquanto o índice “k” indica a posição na direção do eixo “z”. Para o presente estudo a boca de lançamento foi discretizada com 9 volumes na direção “y” e 7 volumes na direção “k”. Como dito a malha foi gerada de forma simétrica sendo que o volume $i = 5$ encontra-se na linha de centro do domínio, considerando-se o plano “xy”, direção de lançamento. Assim volumes com $i \leq 4$ encontram-se do lado sul e volumes com $i \geq 6$ do lado norte do domínio. Volumes com índice $k = 2$ são os volumes junto à superfície do corpo d’água. Valores de k maiores que 2 indicam a progressão dos volumes na direção do fundo do corpo d’água.

Valores da componente de velocidade para cada volume:

$$\begin{array}{lll} uw_{(1,2)} = 1.33055E-01 & uw_{(4,2)} = 5.05763E-01 & uw_{(7,2)} = 4.41715E-01 \\ uw_{(2,2)} = 3.2500E-01 & uw_{(5,2)} = 5.25442E-01 & uw_{(8,2)} = 3.21500E-01 \\ uw_{(3,2)} = 4.41715E-01 & uw_{(6,2)} = 5.05763E-01 & uw_{(9,2)} = 1.33055E-01 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} uw_{(1,3)} = 1.29181E-01 & uw_{(4,3)} = 4.88329E-01 & uw_{(7,3)} = 4.26565E-01 \\ uw_{(2,3)} = 3.10882E-01 & uw_{(5,3)} = 5.07362E-01 & uw_{(8,3)} = 3.10882E-01 \\ uw_{(3,3)} = 4.26565E-01 & uw_{(6,3)} = 4.88329E-01 & uw_{(9,3)} = 1.29181E-01 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} uw_{(1,4)} = 1.20562E-01 & uw_{(4,4)} = 4.48766E-01 & uw_{(7,4)} = 3.92469E-01 \\ uw_{(2,4)} = 2.87171E-01 & uw_{(5,4)} = 4.66181E-01 & uw_{(8,4)} = 2.87171E-01 \\ uw_{(3,4)} = 3.92469E-01 & uw_{(6,4)} = 4.48766E-01 & uw_{(9,4)} = 1.20562E-01 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} uw_{(1,5)} = 1.05395E-01 & uw_{(4,5)} = 3.79001E-01 & uw_{(7,5)} = 3.32665E-01 \\ uw_{(2,5)} = 2.45665E-01 & uw_{(5,5)} = 3.93366E-01 & uw_{(8,5)} = 2.45665E-01 \\ uw_{(3,5)} = 3.32665E-01 & uw_{(6,5)} = 3.79001E-01 & uw_{(9,5)} = 1.05395E-01 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} uw_{(1,6)} = 8.04461E-02 & uw_{(4,6)} = 2.69673E-01 & uw_{(7,6)} = 2.38583E-01 \\ uw_{(2,6)} = 1.79462E-01 & uw_{(5,6)} = 2.79297E-01 & uw_{(8,6)} = 1.79462E-01 \\ uw_{(3,6)} = 2.38583E-01 & uw_{(6,6)} = 2.69673E-01 & uw_{(9,6)} = 8.04461E-02 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} uw_{(1,7)} = 3.86704E-02 & uw_{(4,7)} = 1.10344E-01 & uw_{(7,7)} = 9.92281E-02 \\ uw_{(2,7)} = 7.76096E-02 & uw_{(5,7)} = 1.13769E-01 & uw_{(8,7)} = 7.76096E-02 \\ uw_{(3,7)} = 9.92281E-02 & uw_{(6,7)} = 1.10344E-01 & uw_{(9,7)} = 3.86704E-02 \end{array}$$

Apêndice 6

Visualizações do escoamento em corpo d'água fechado com batimetria variável

1- Introdução

Este Apêndice apresenta o resultado da visualização do escoamento em um corpo d'água devido às correntes de vento incidentes em sua superfície. O domínio físico e as condições de contorno do escoamento foram apresentados e discutidos em detalhe no Capítulo 6. As visualizações que se seguem foram efetuadas para profundidades constantes ($z = \text{cte}$) em todo o domínio, para duas condições de vento na superfície. Detalhes do escoamento sobre os bancos fixos também descritos no Capítulo 6 estão disponíveis. As visualizações foram realizadas com o emprego do software ISO3D desenvolvido pelo Laboratório de Simulação Numérica em Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor (SINMEC), EMC/UFSC.

Para facilitar a visualização dos bancos fixos no domínio a escala do eixo "z" encontra-se ampliada pelo fator 7,43.

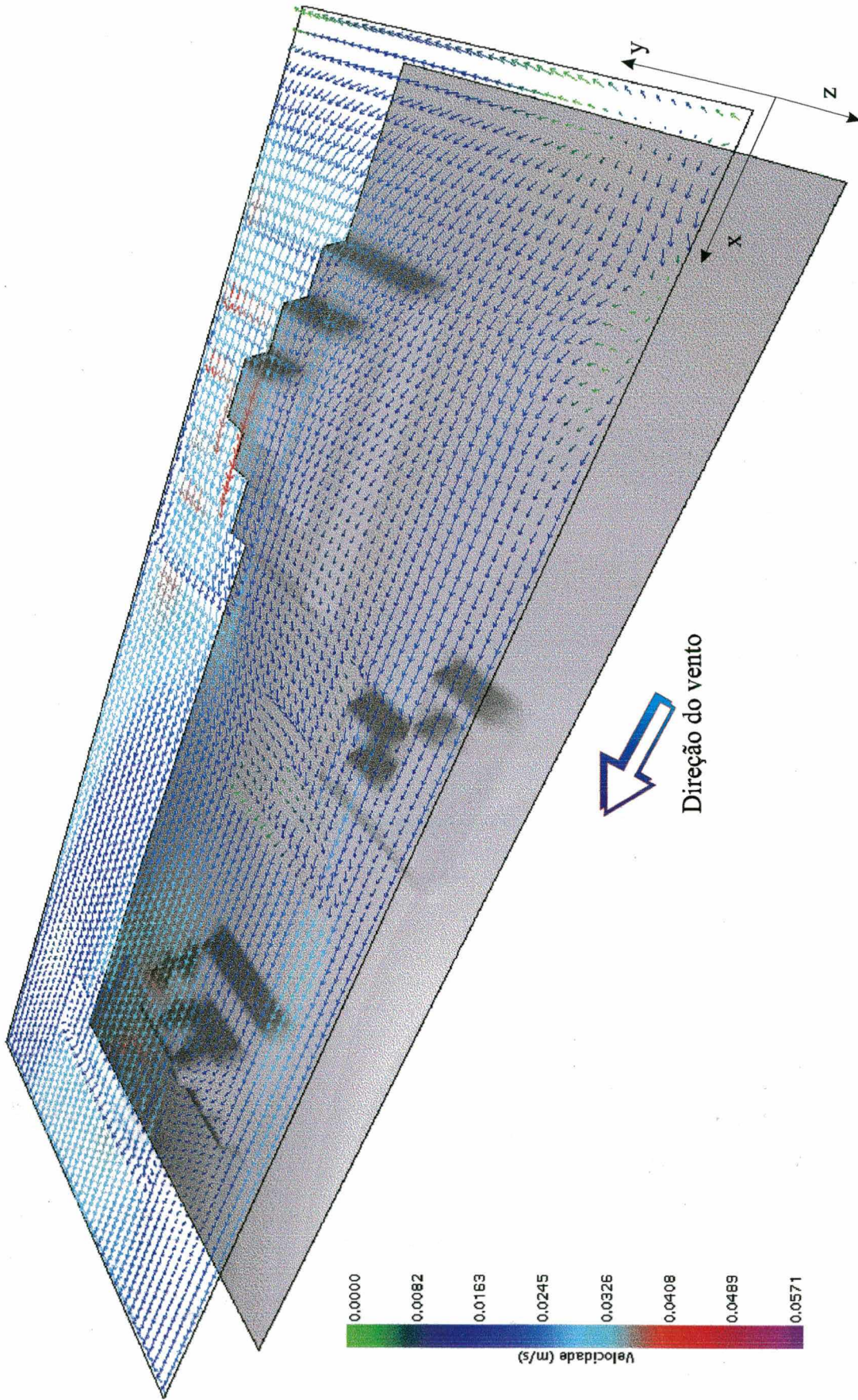


Figura A6.1 - Escoamento em um plano de $z = 0,50$ m; vento à 0°

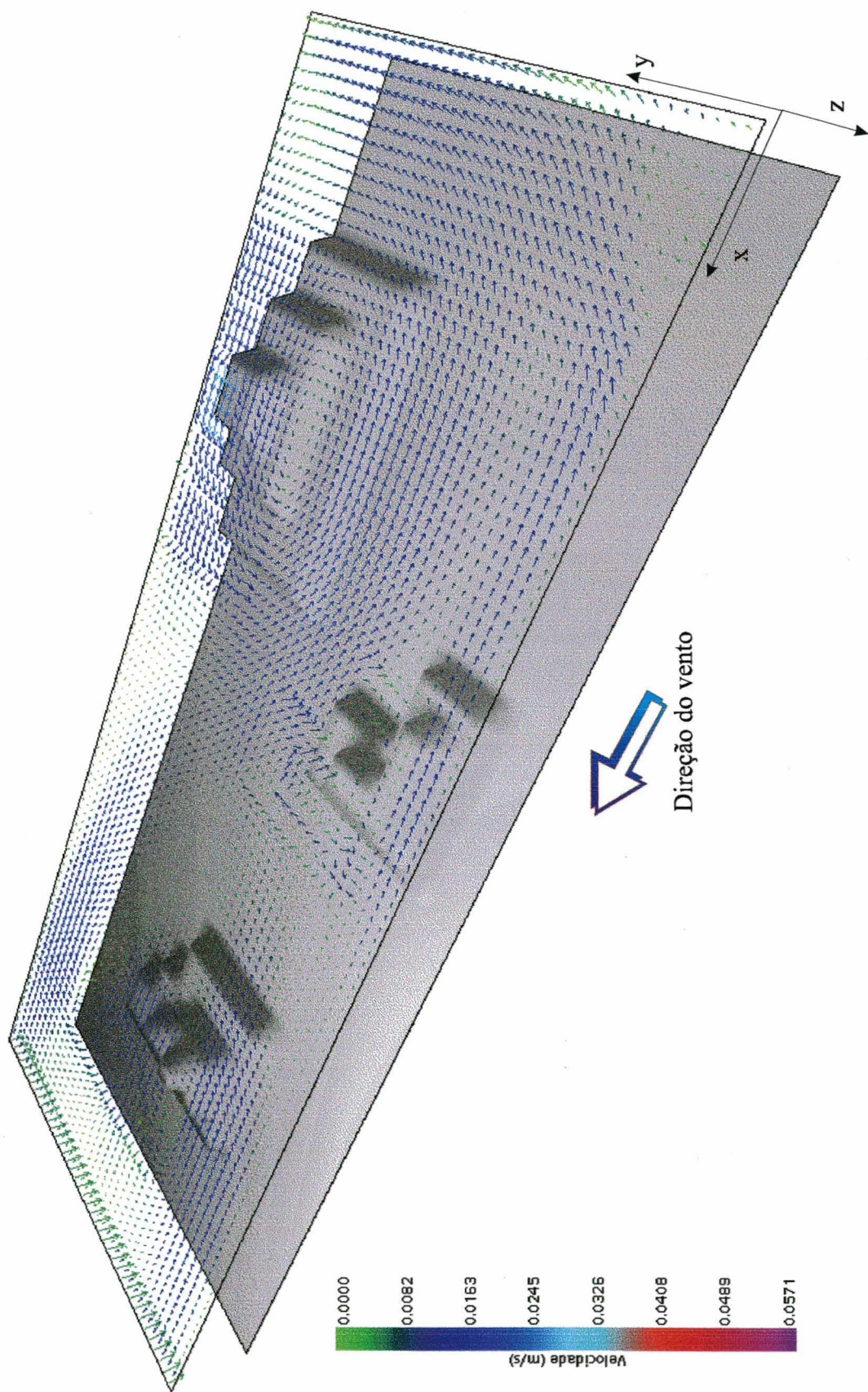


Figura A6.2 - Escoamento em um plano de $z = 1,00$ m; vento à 0°

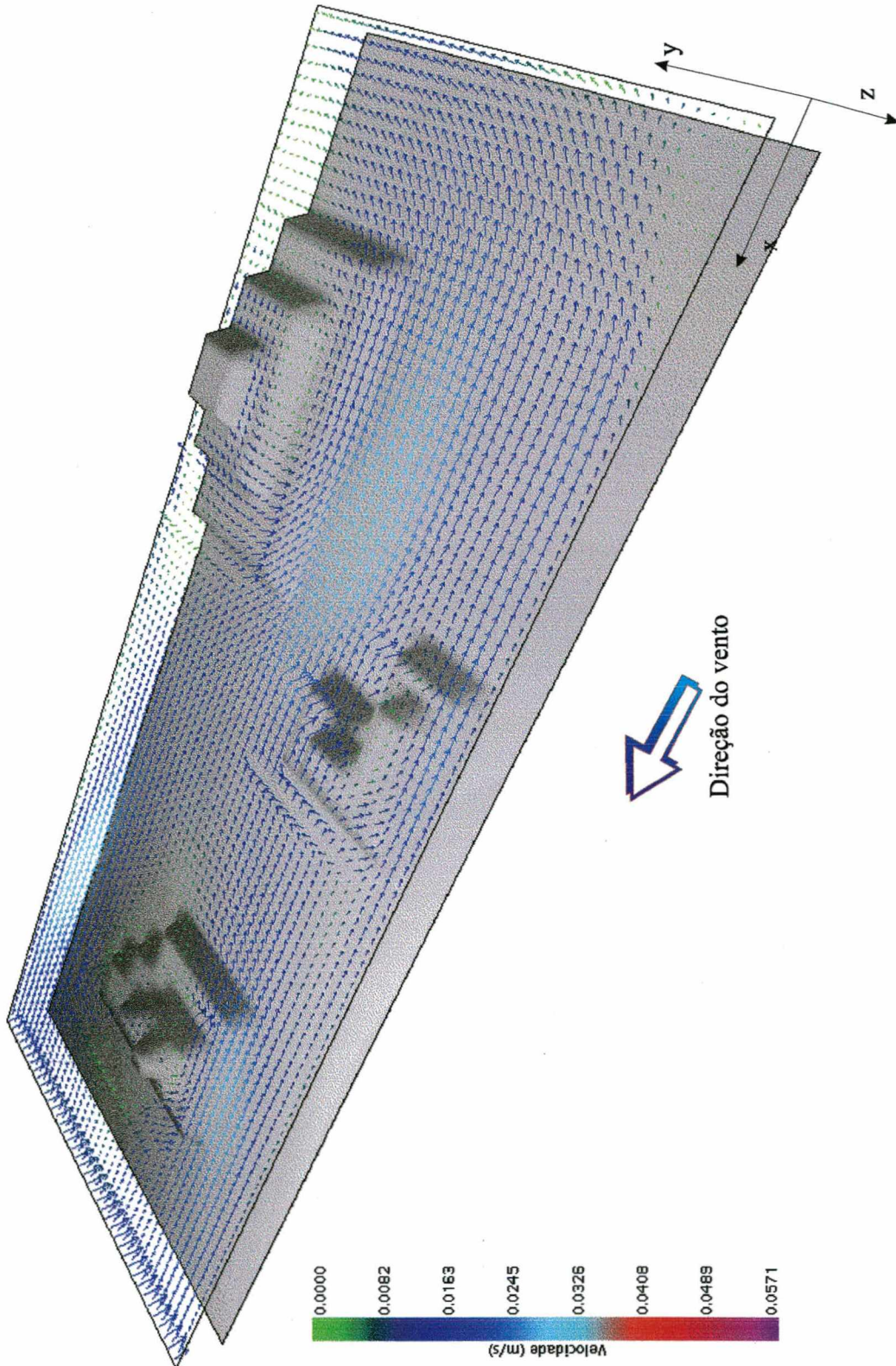


Figura A6.3 - Escoamento em um plano de $z = 1,75$ m; vento à 0°

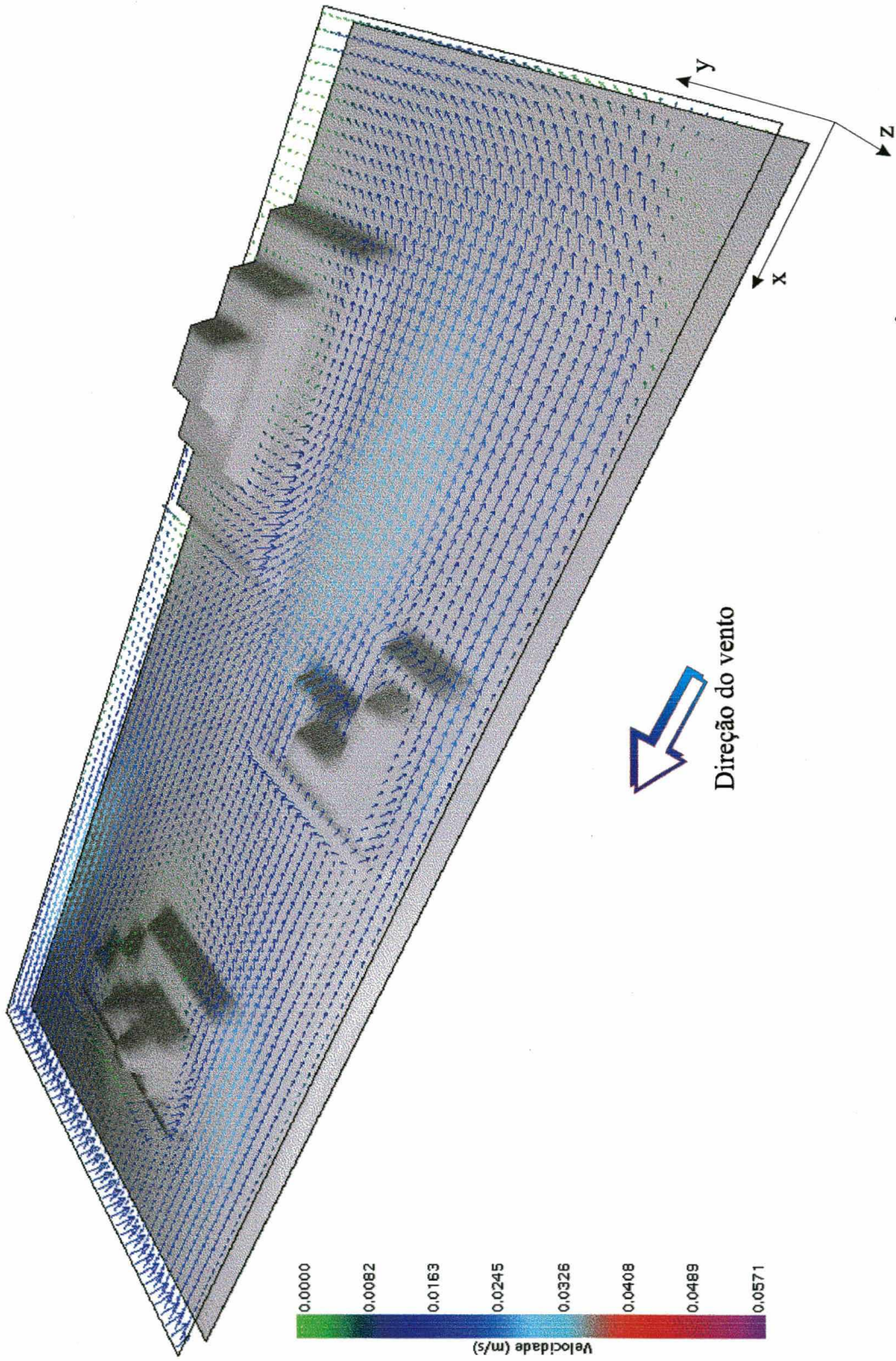


Figura A6.4 - Escoamento em um plano de $z = 2,25$ m; vento à 0°

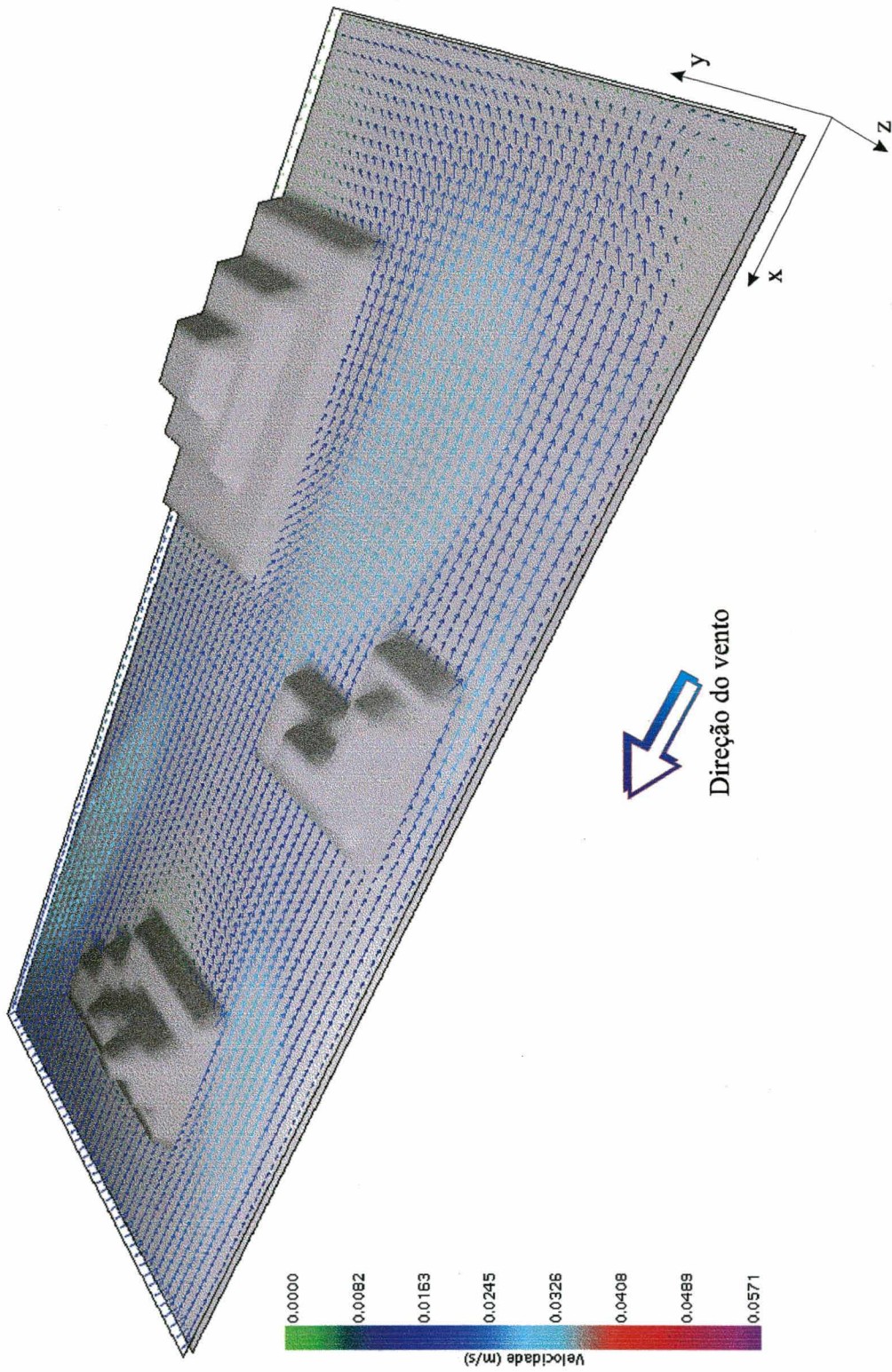


Figura A6.5 - Escoamento em um plano de $z = 2,75$ m; vento à 0°

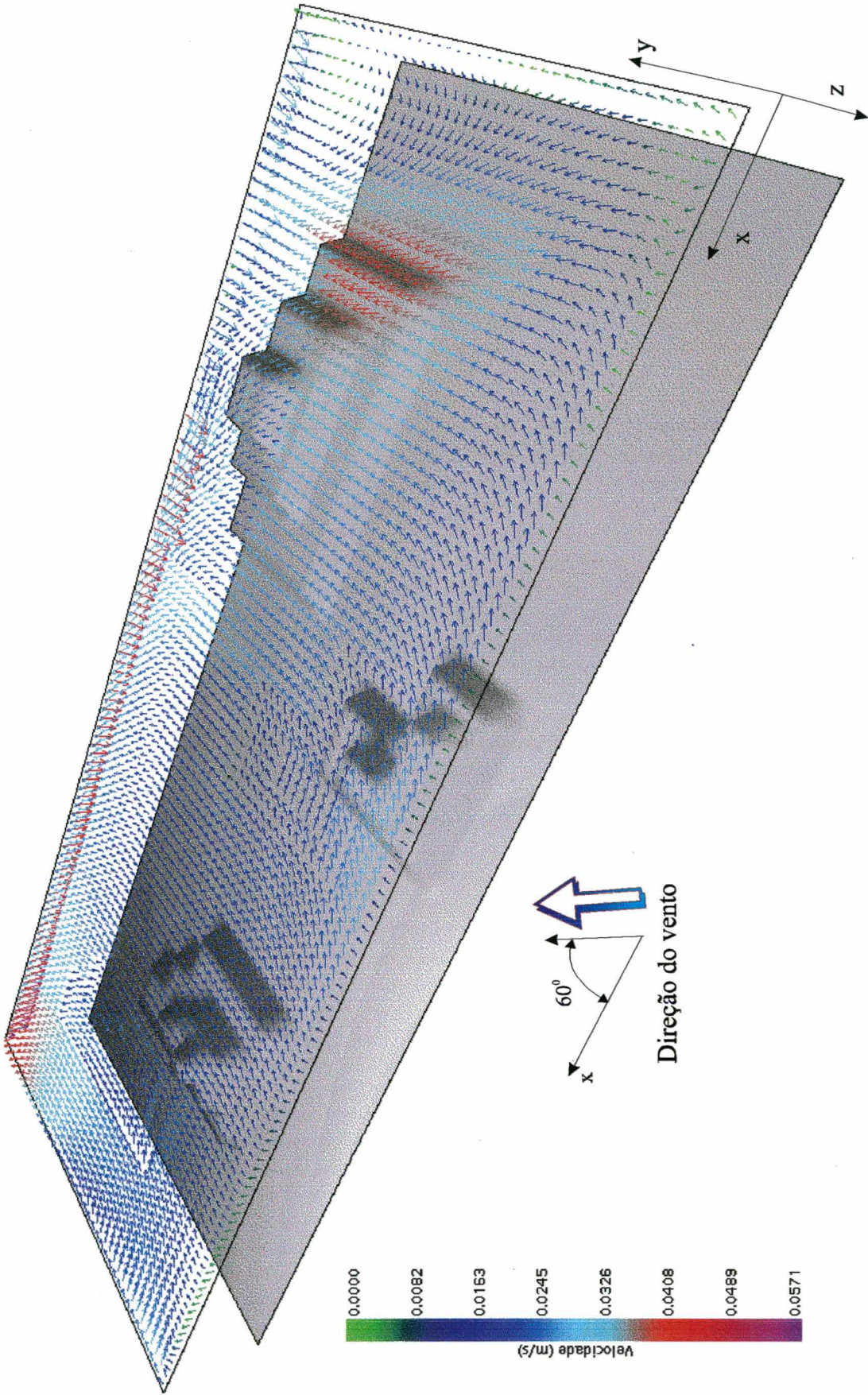


Figura A6.6 - Escoamento em um plano de $z = 0,50$ m; vento à 60°

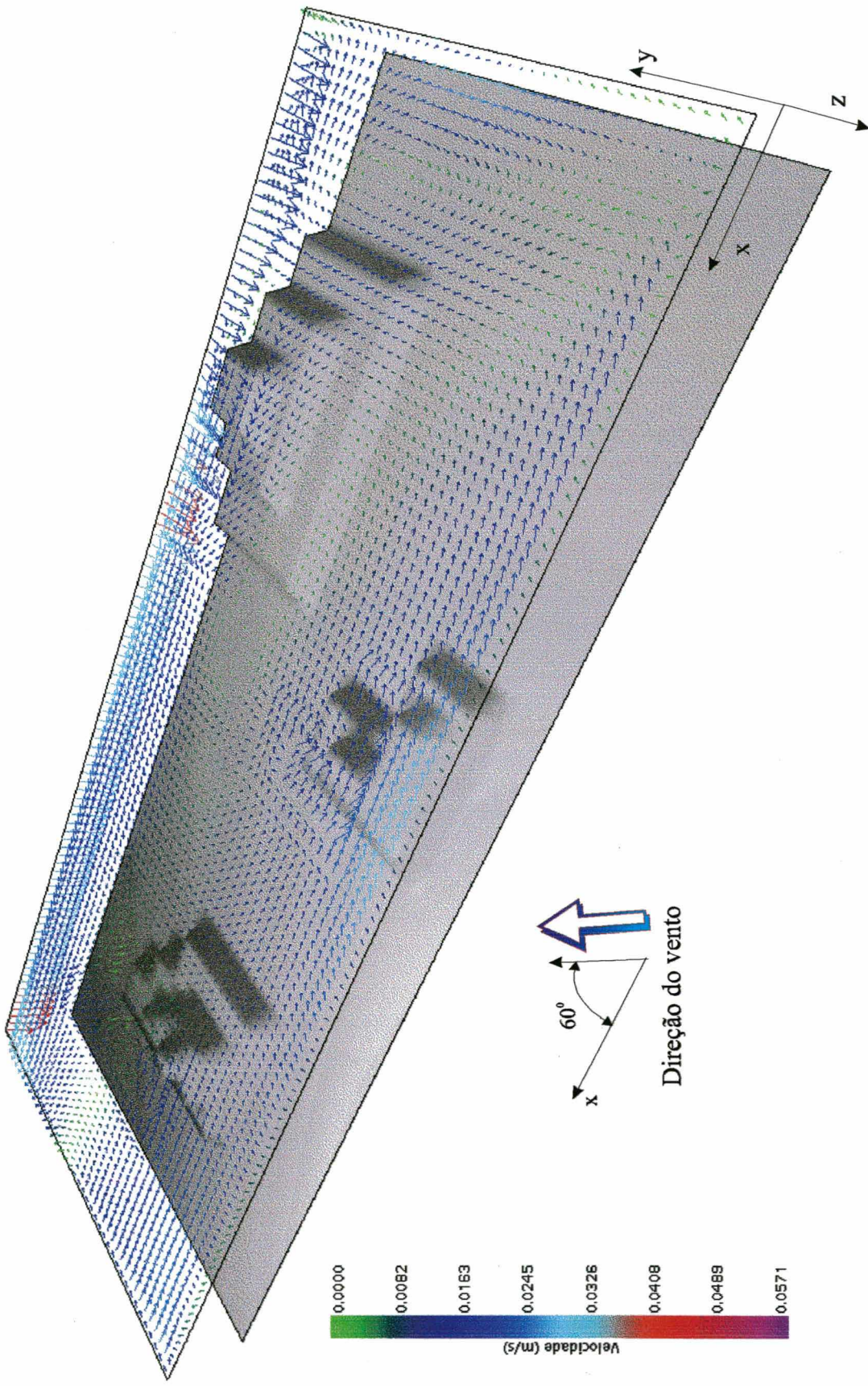


Figura A6.7 - Escoamento em um plano de $z = 1,00$ m; vento à 60°

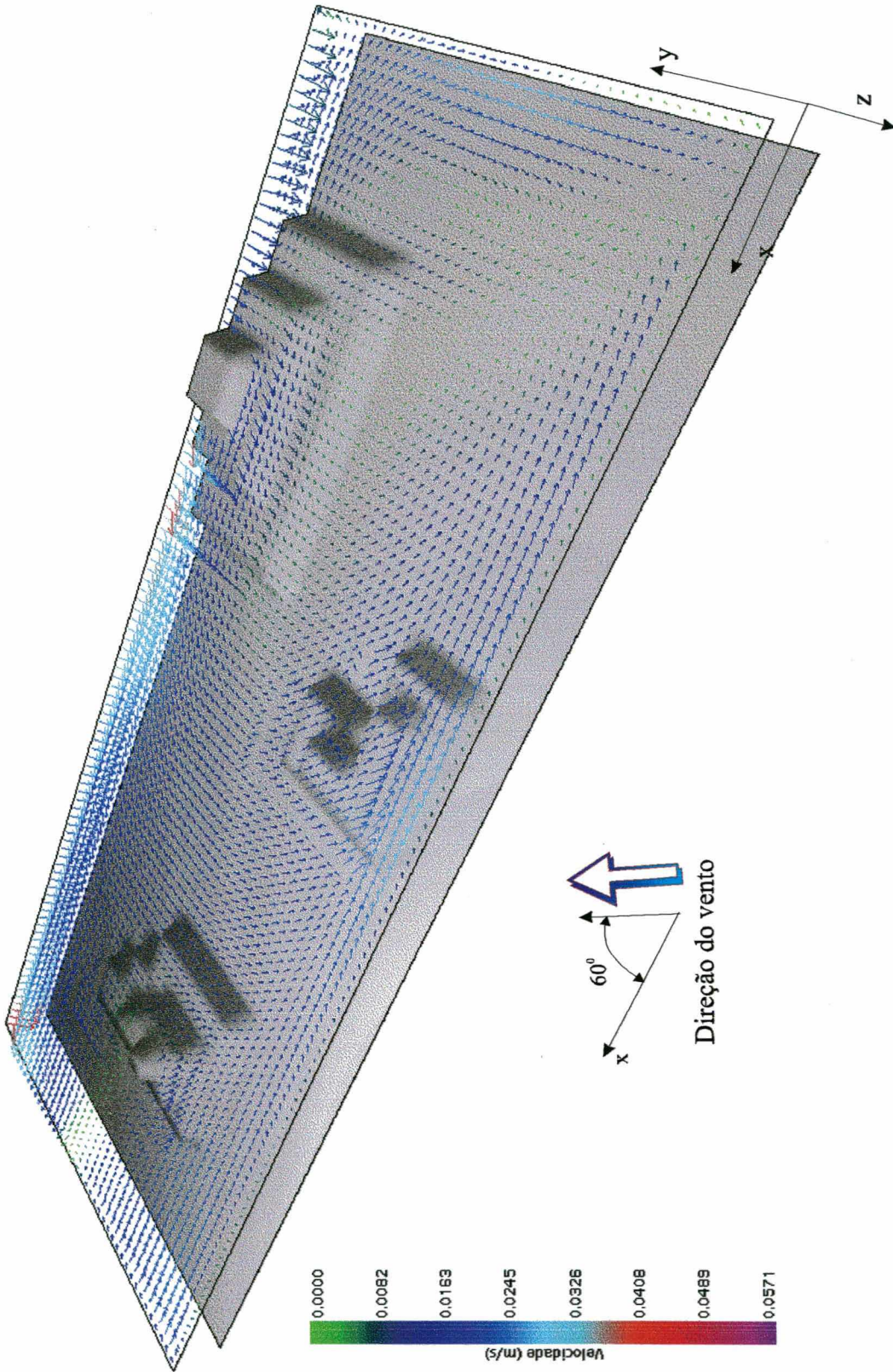


Figura A6.8 - Escoamento em um plano de $z = 1,75$ m; vento à 60°

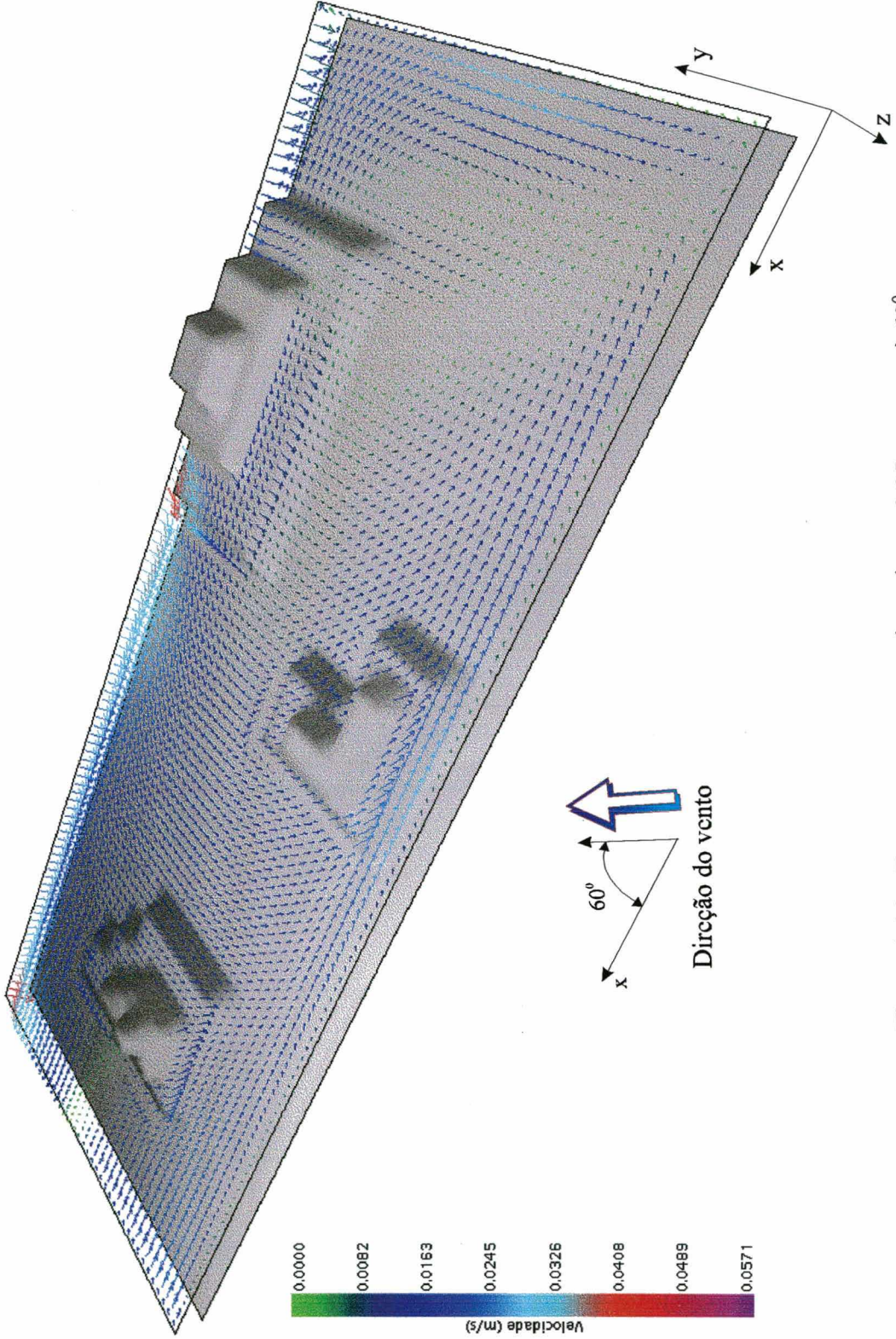


Figura A6.9 - Escoamento em um plano de $z = 2,25$ m; vento à 60°

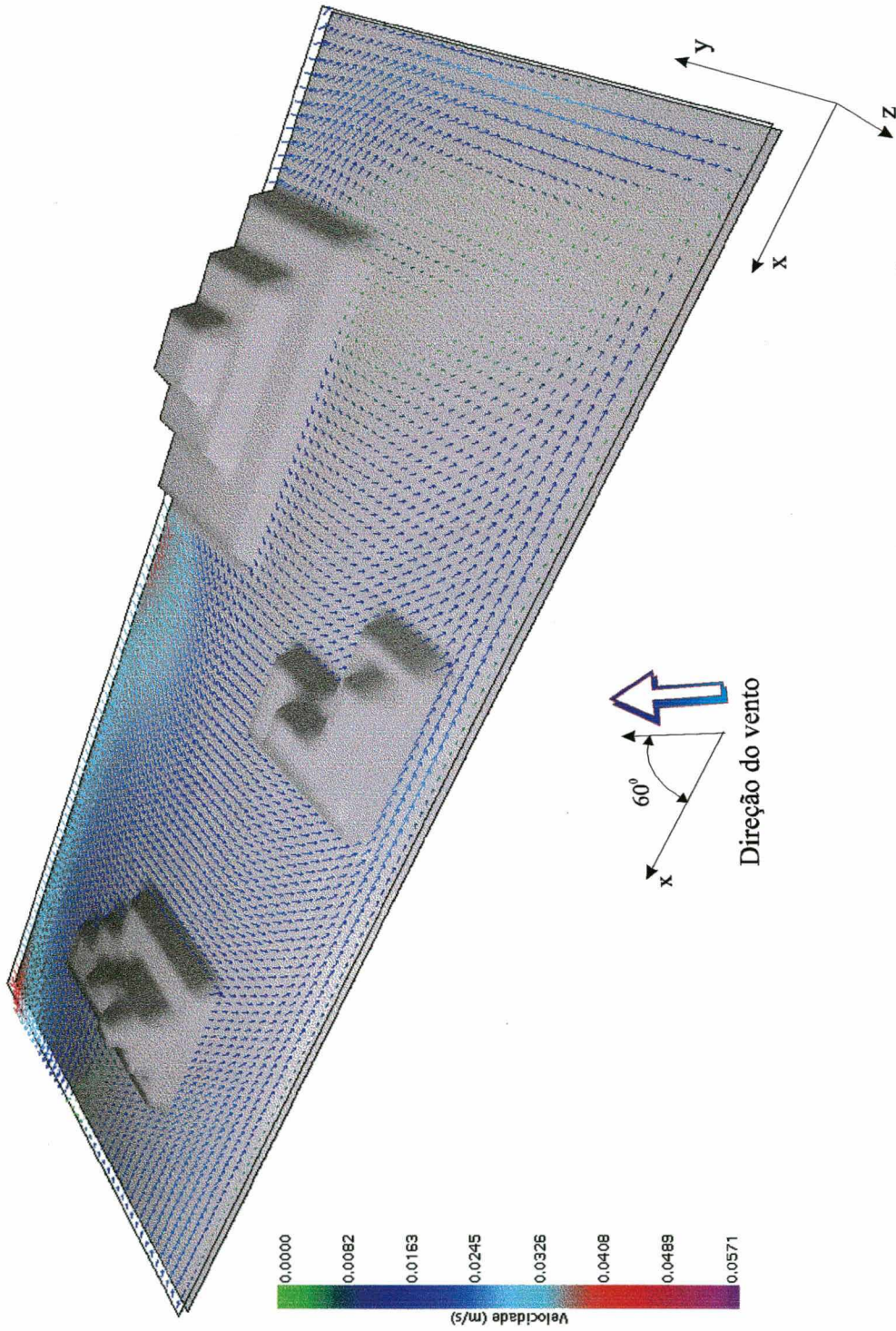


Figura A6.10 - Escoamento em um plano de $z = 0,275$; vento à 60°

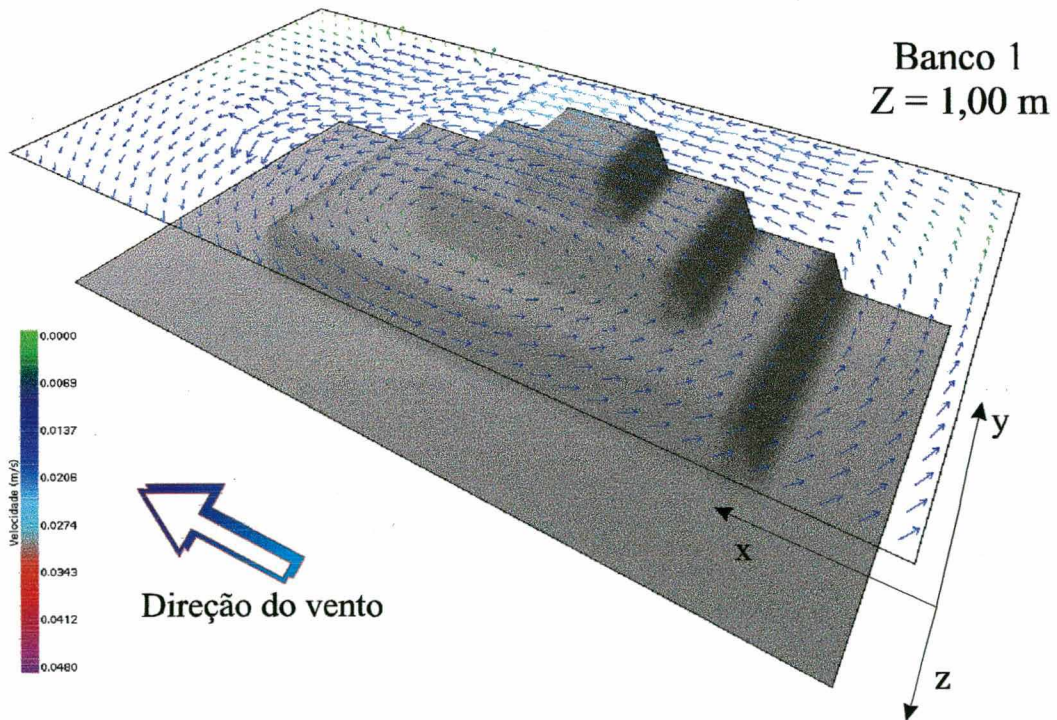
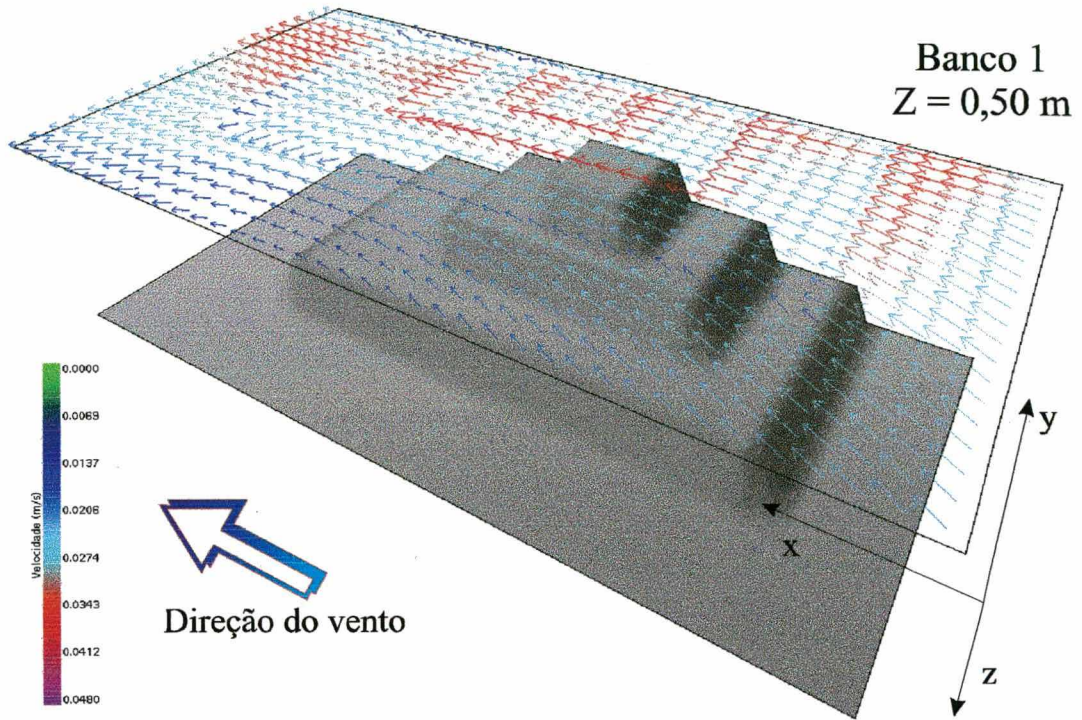


Figura A6.11 - Detalhe do escoamento sobre o banco 1, vento à 0°

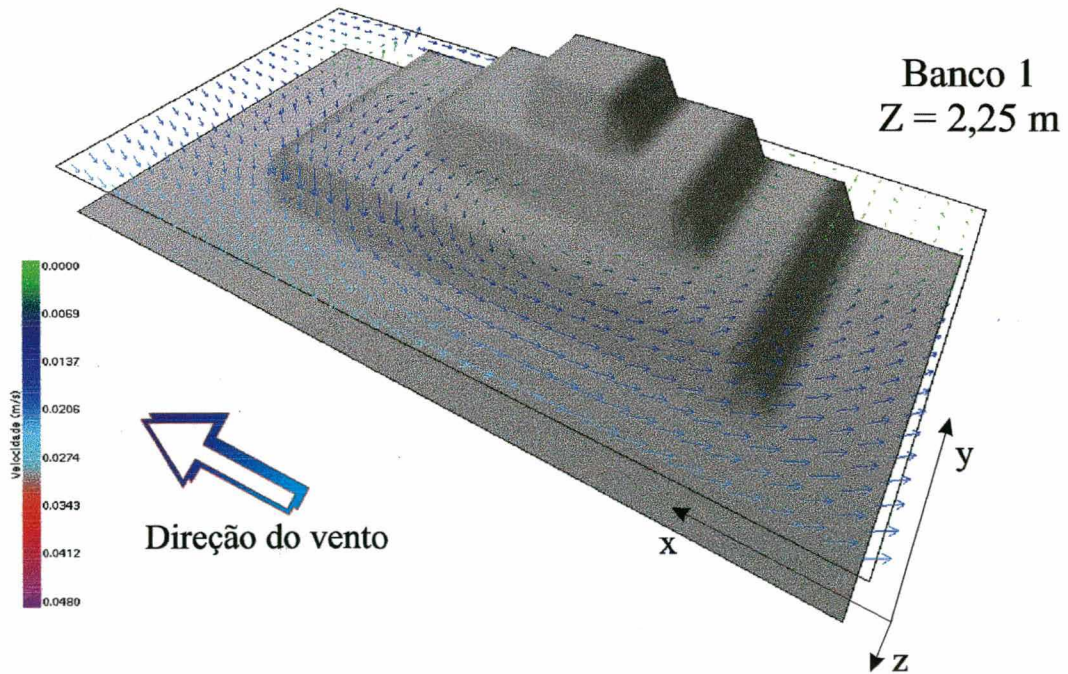
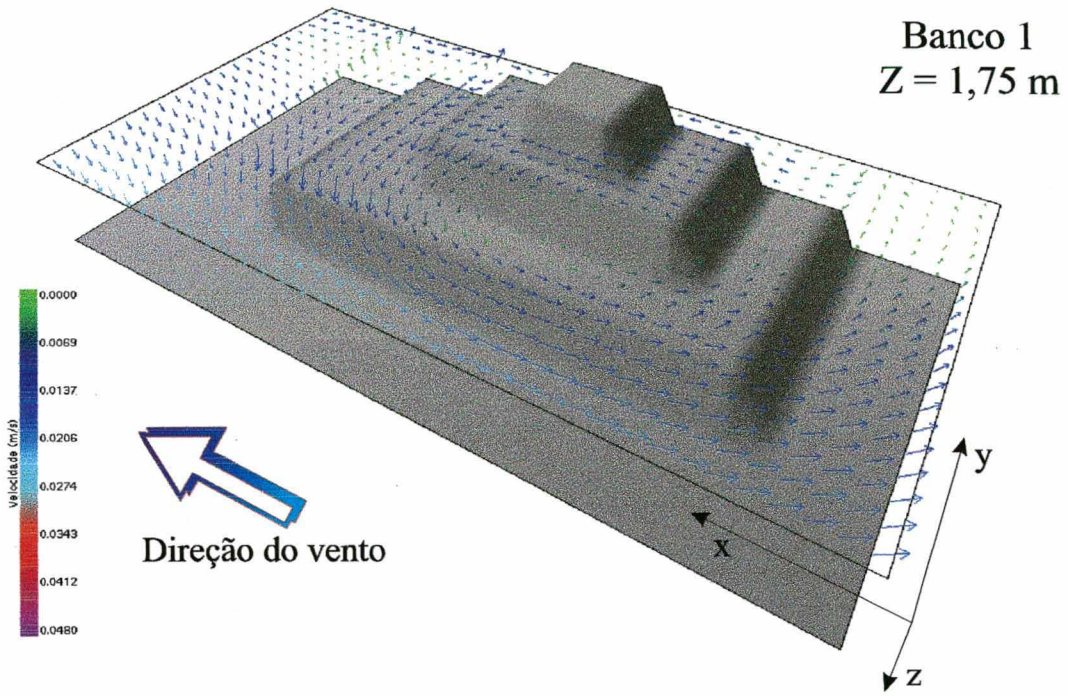


Figura A6.12 - Detalhe do escoamento sobre o banco 1, vento à 0°

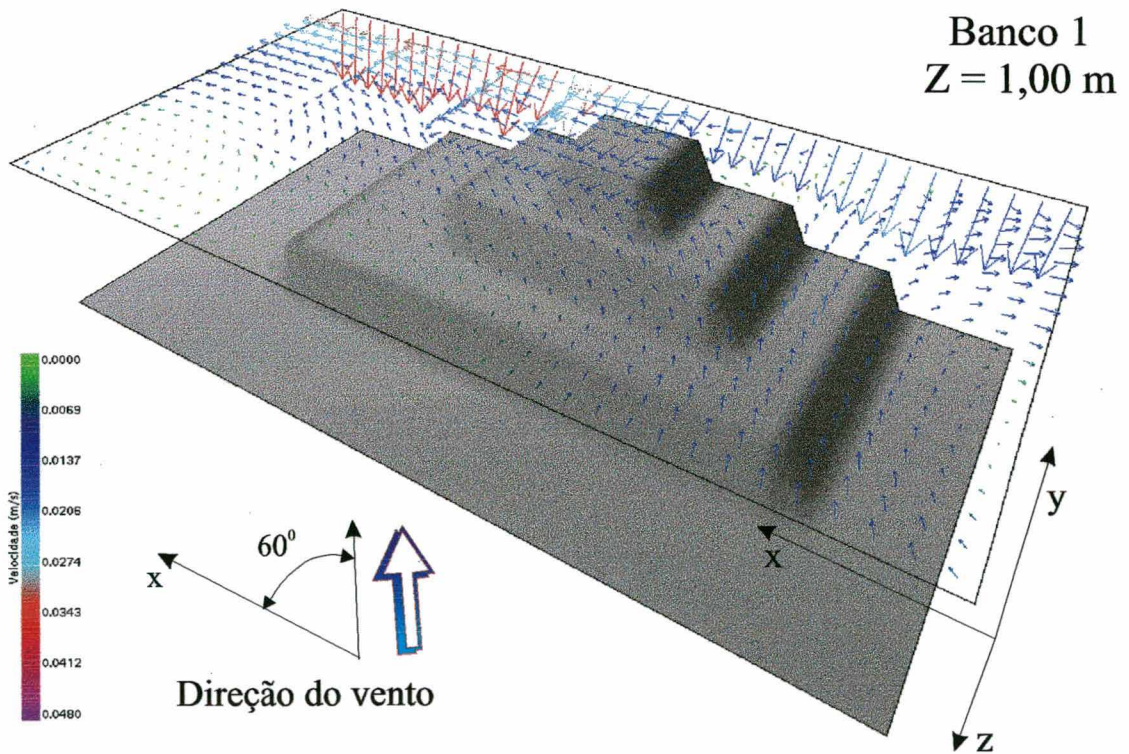
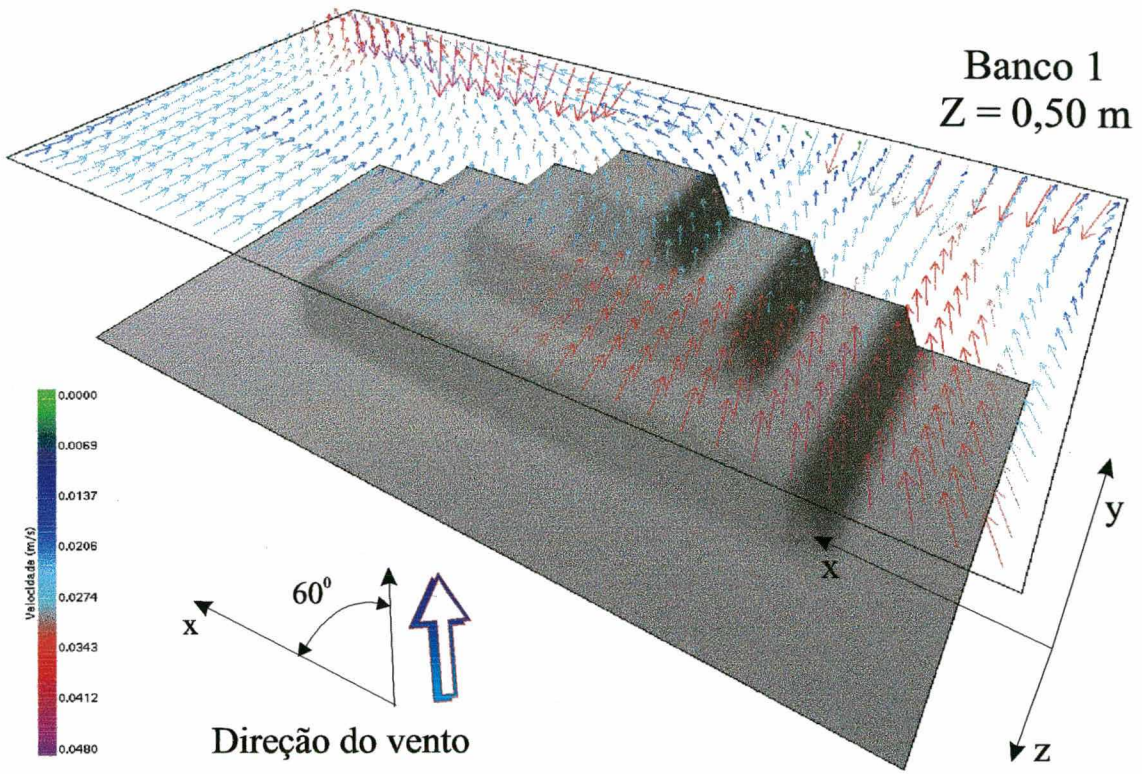


Figura A6.13 - Detalhe do escoamento sobre o banco 1, vento à 60°

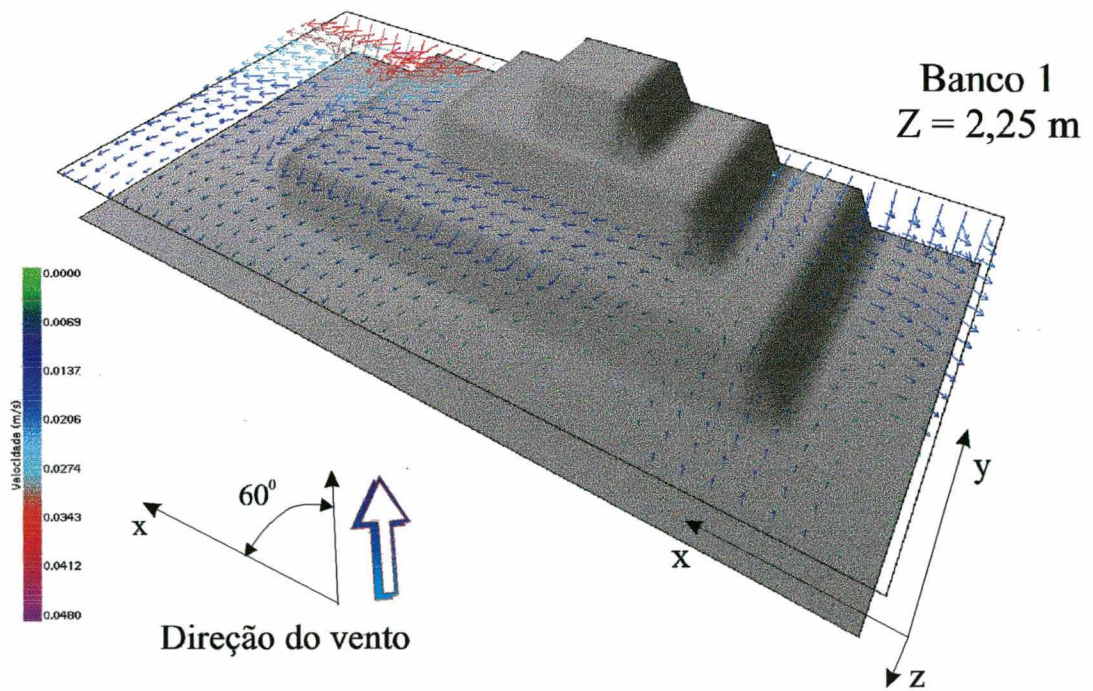
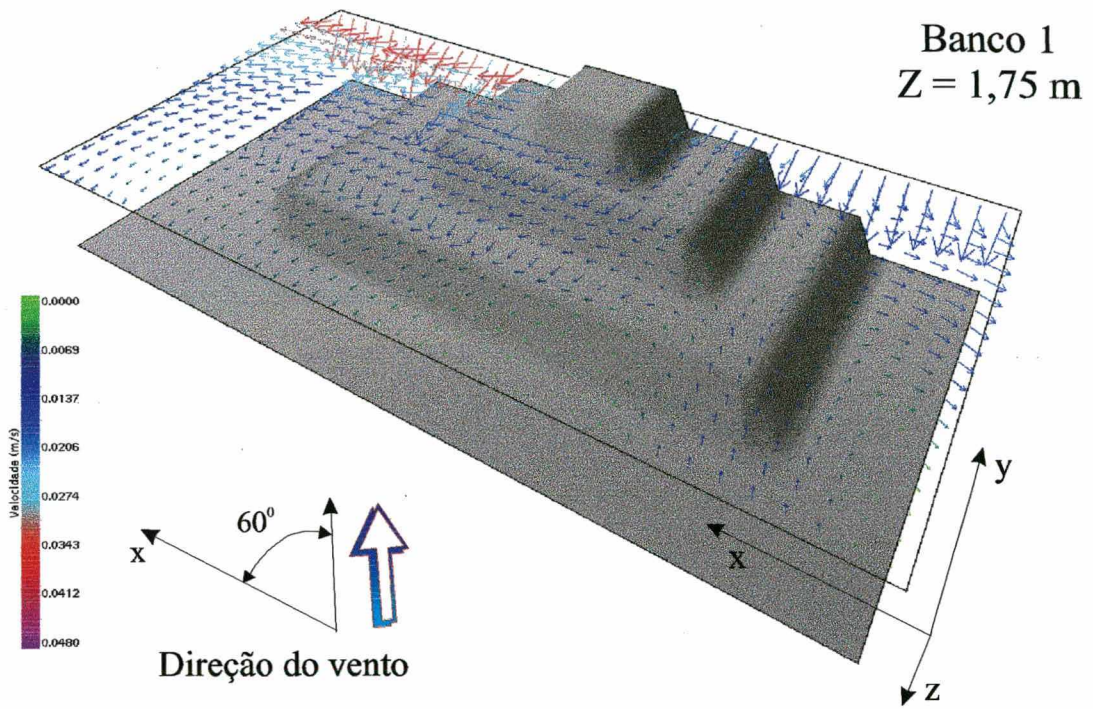


Figura A6.14 - Detalhe do escoamento sobre o banco 1, vento à 60°

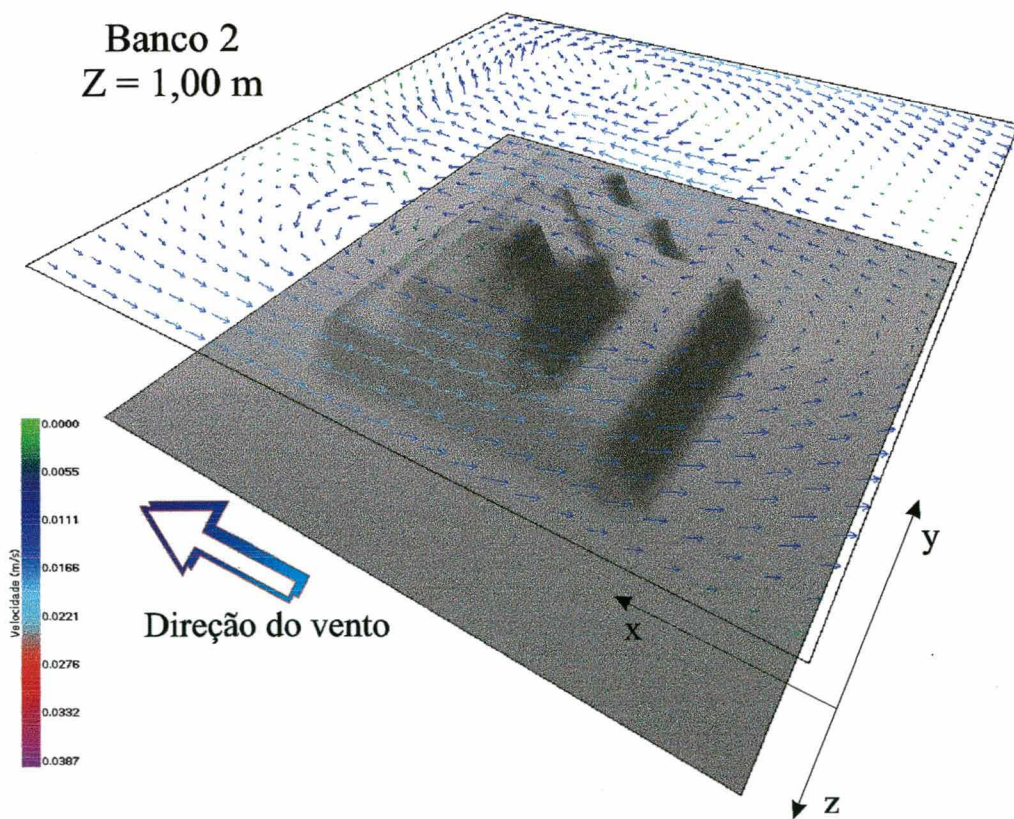
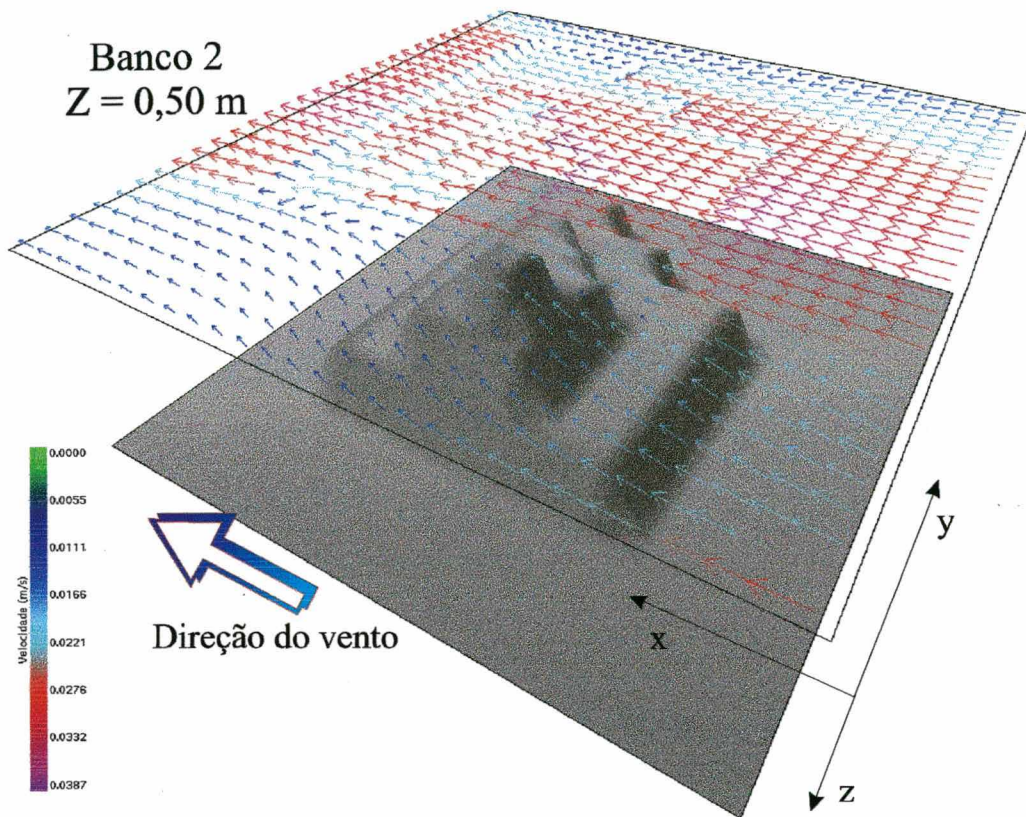


Figura A6.15 - Detalhe do escoamento sobre o banco 2, vento à 0°

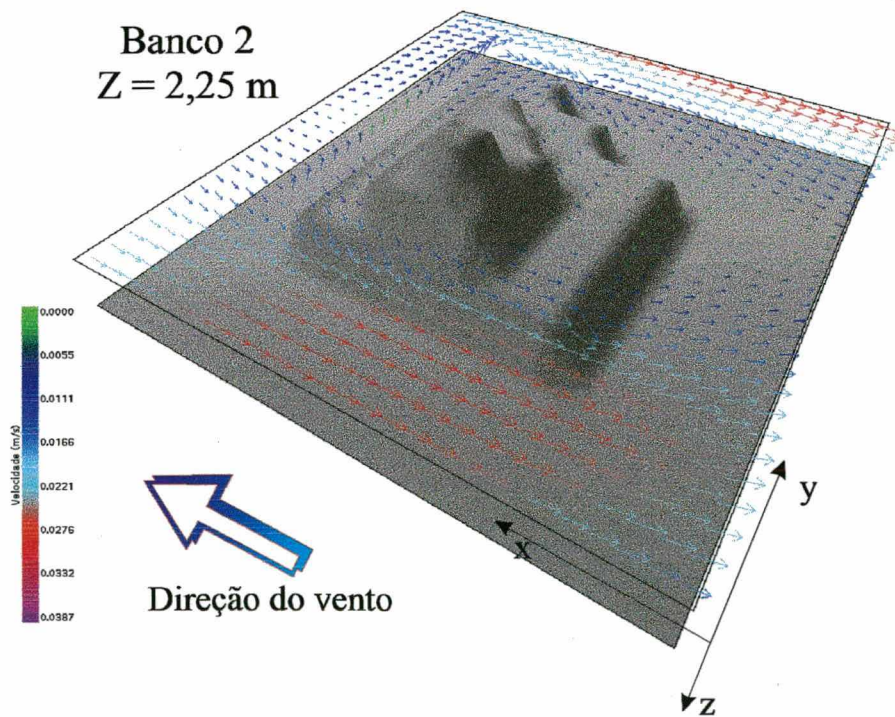
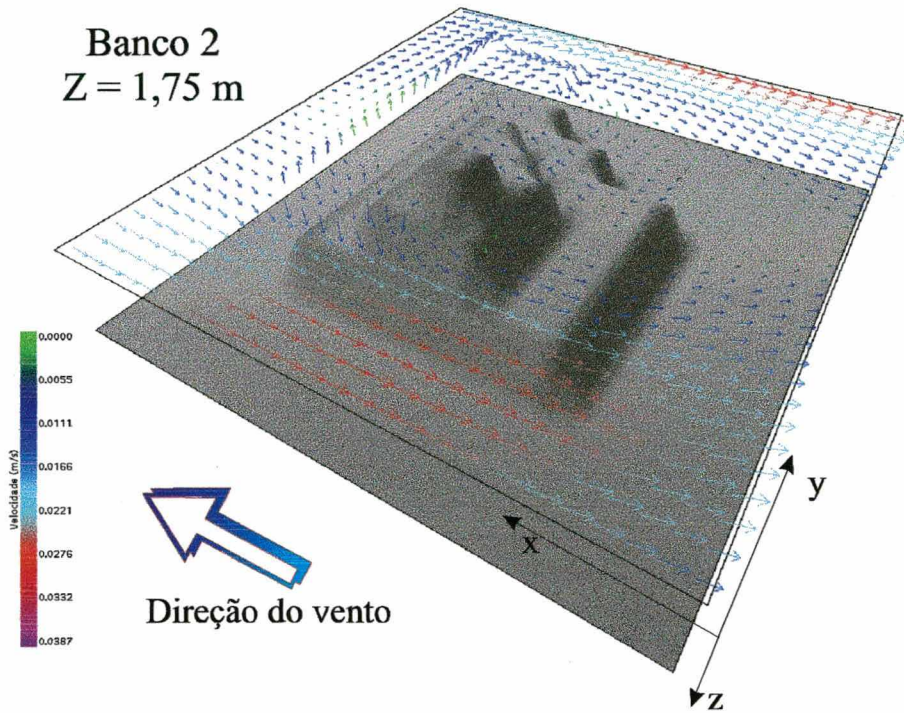


Figura A6.16 - Detalhe do escoamento sobre o banco 2, vento à 0°

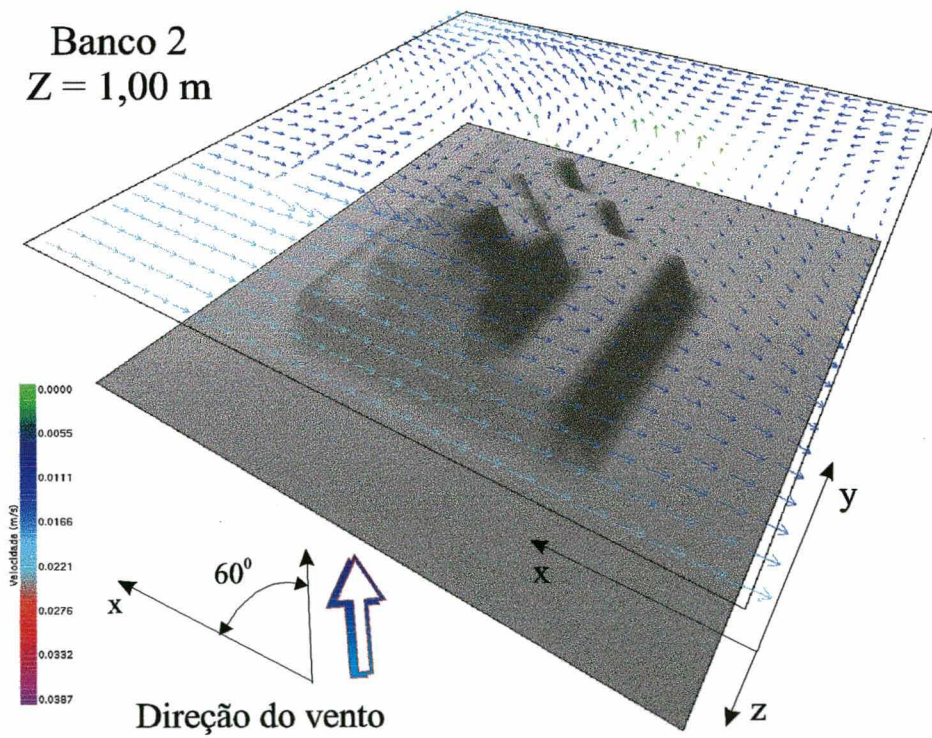
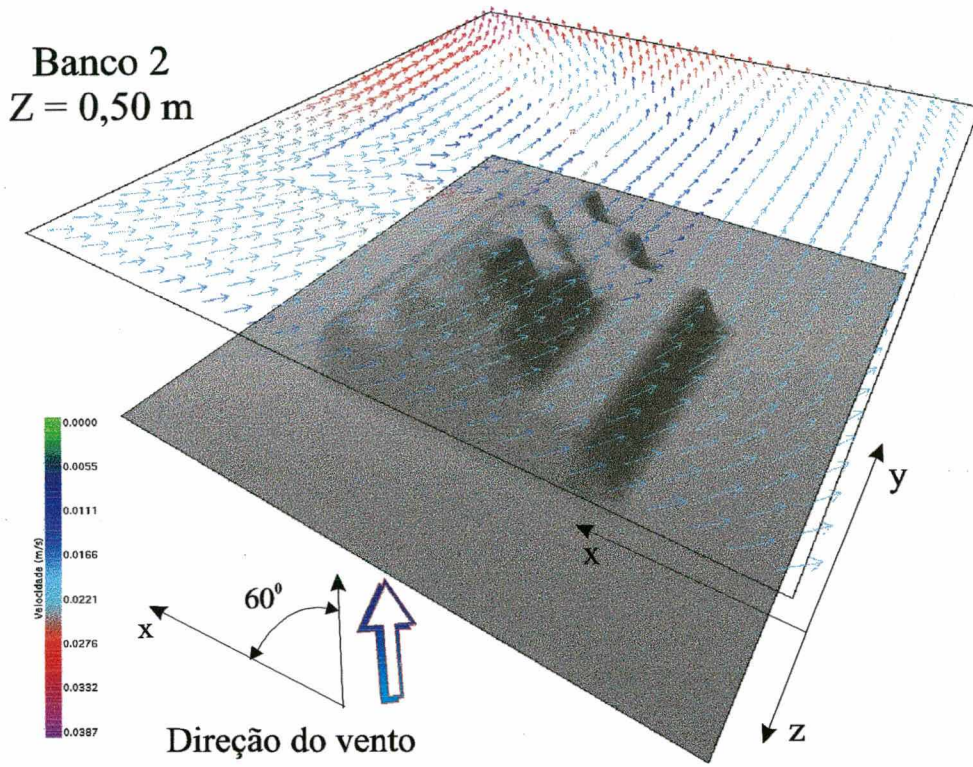


Figura A6.17 - Detalhe do escoamento sobre o banco 2, vento à 60°

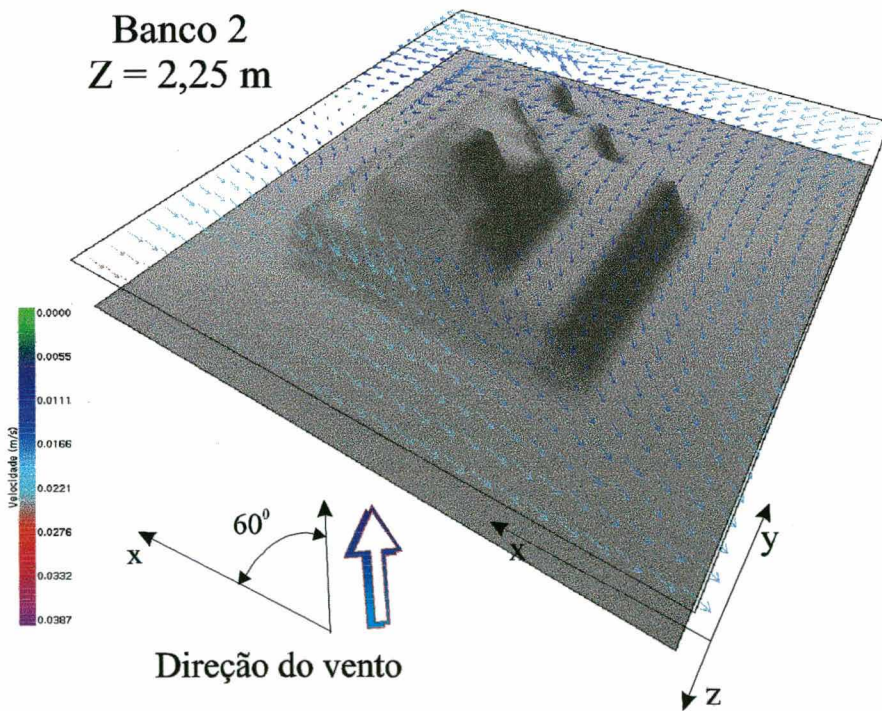
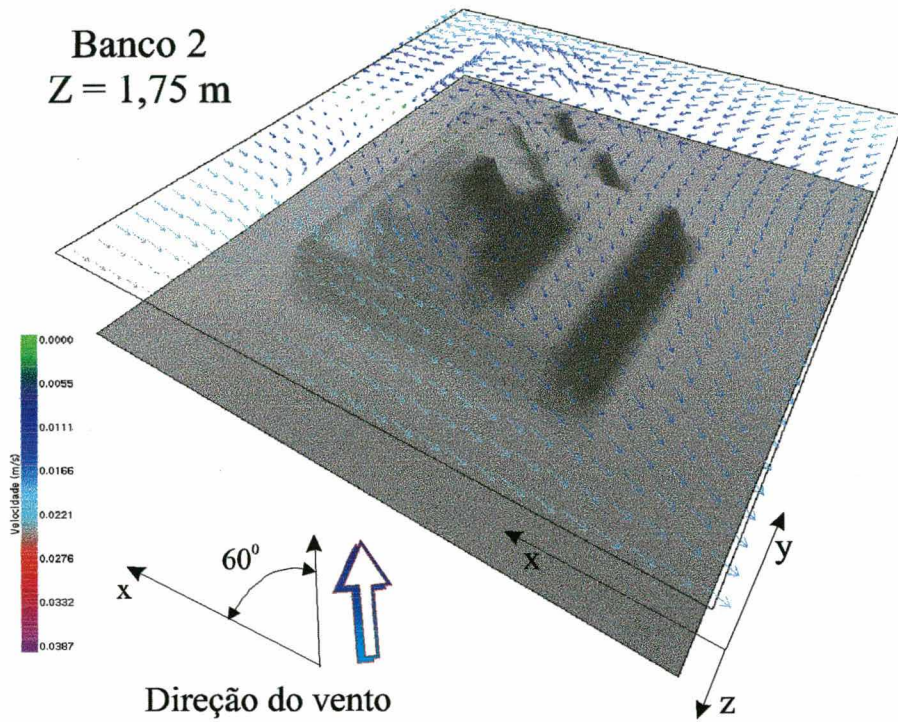
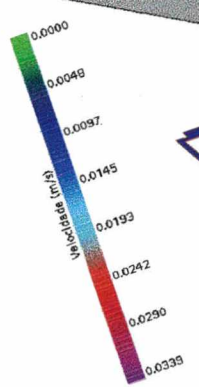
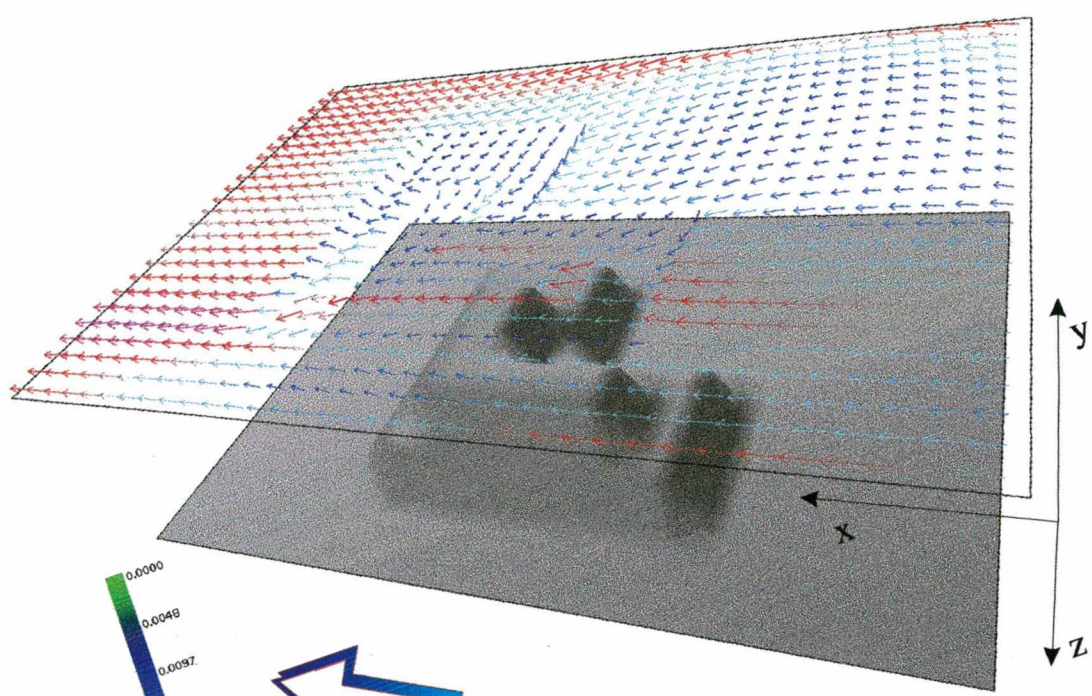


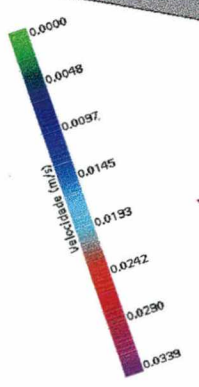
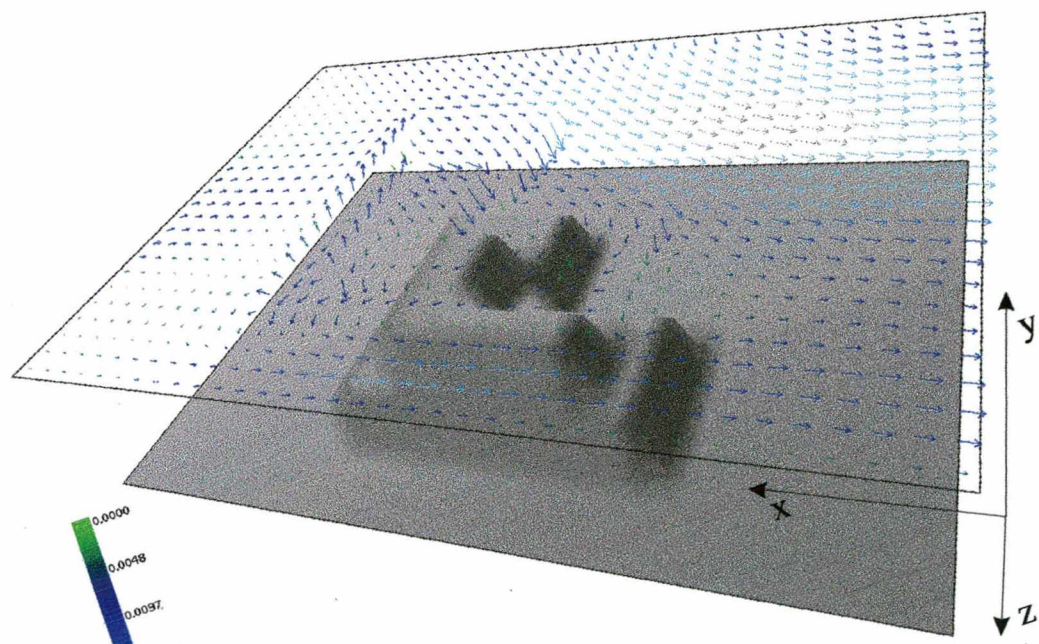
Figura A6.18 - Detalhe do escoamento sobre o banco 2, vento à 60°

Banco 3
Z = 0,50 m



Direção do vento

Banco 3
Z = 1,00 m



Direção do vento

Figura A6.19 - Detalhe do escoamento sobre o banco 3, vento à 0°

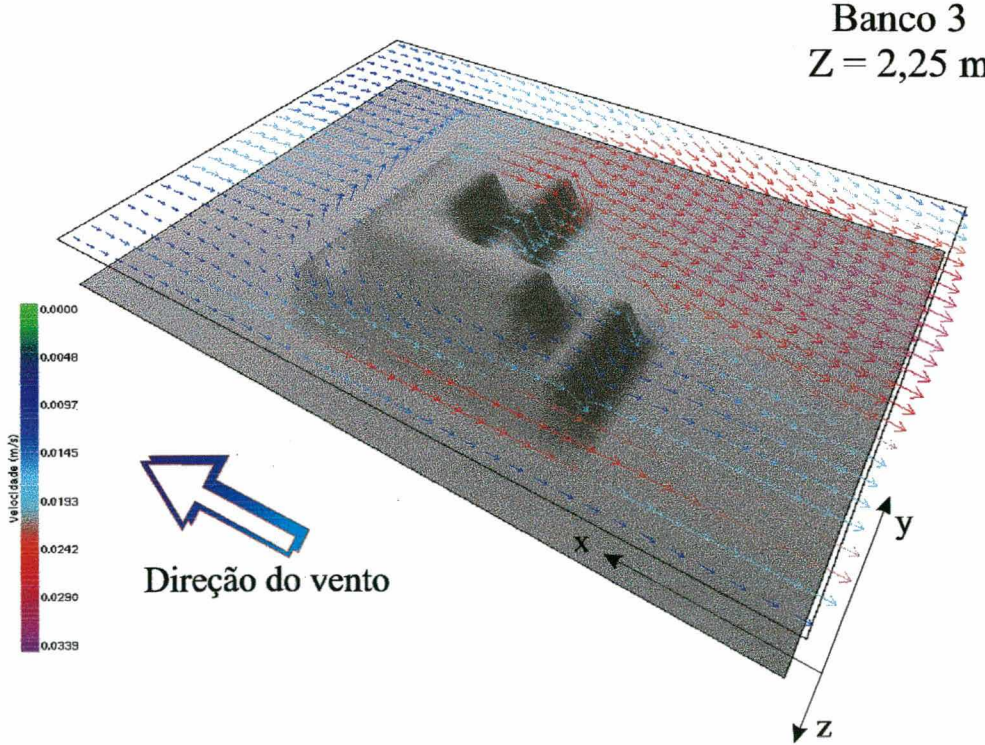
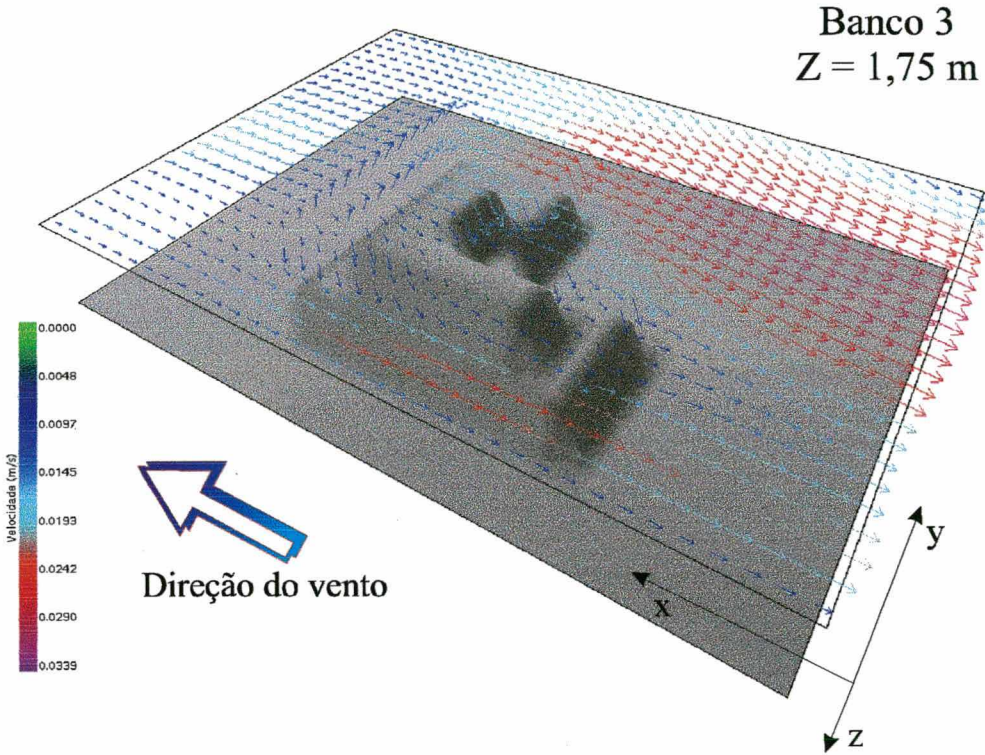


Figura A6.20 - Detalhe do escoamento sobre o banco 3, vento à 0°

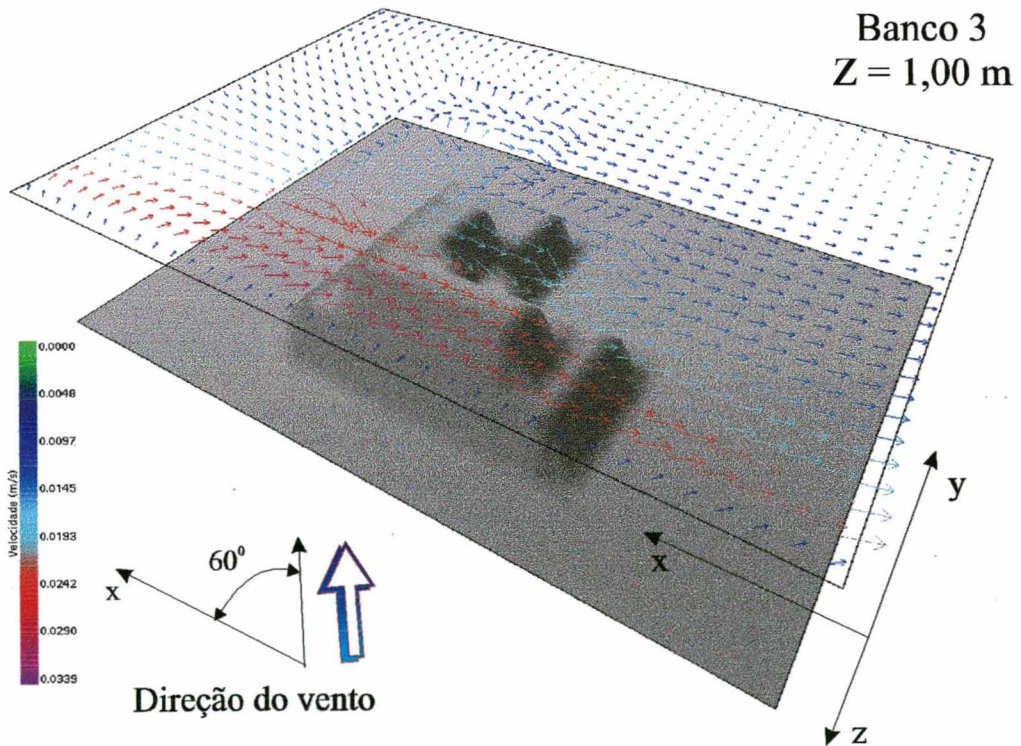
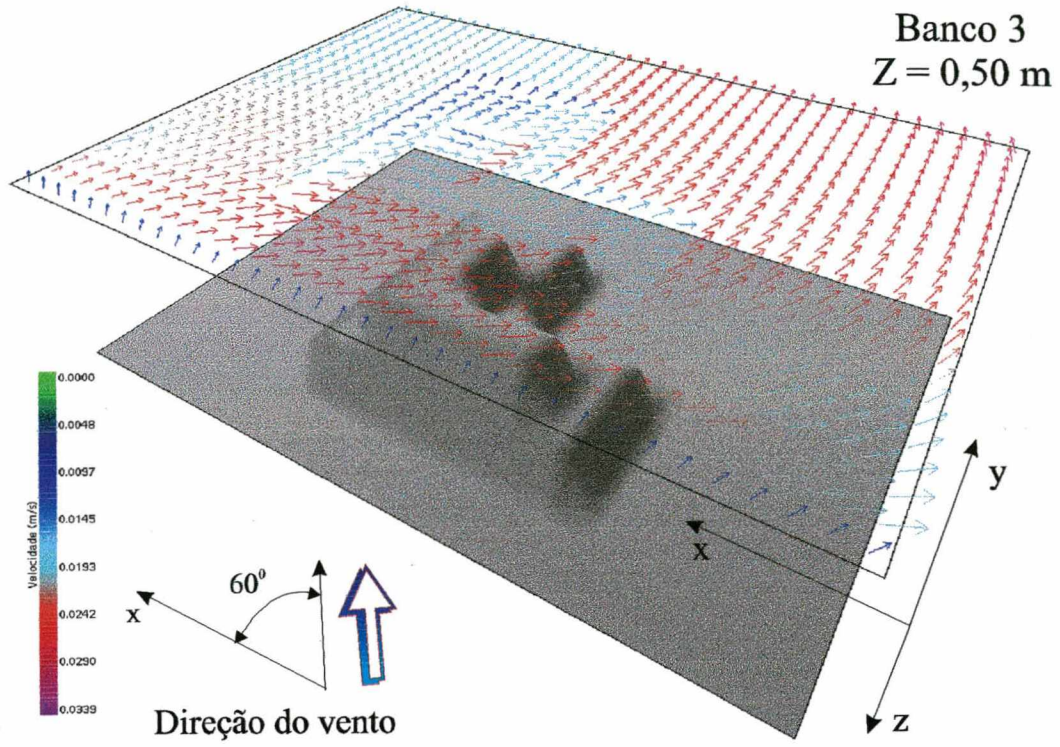
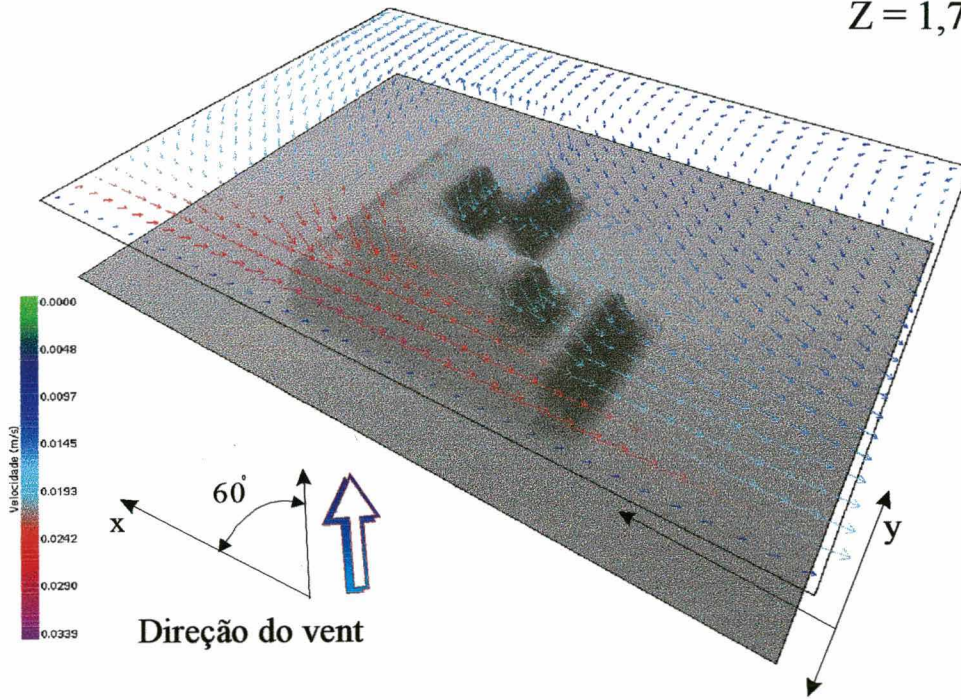


Figura A6.21 - Detalhe do escoamento sobre o banco 3, vento à 60°

Banco 3
Z = 1,75 m



Banco
Z = 2,25 m

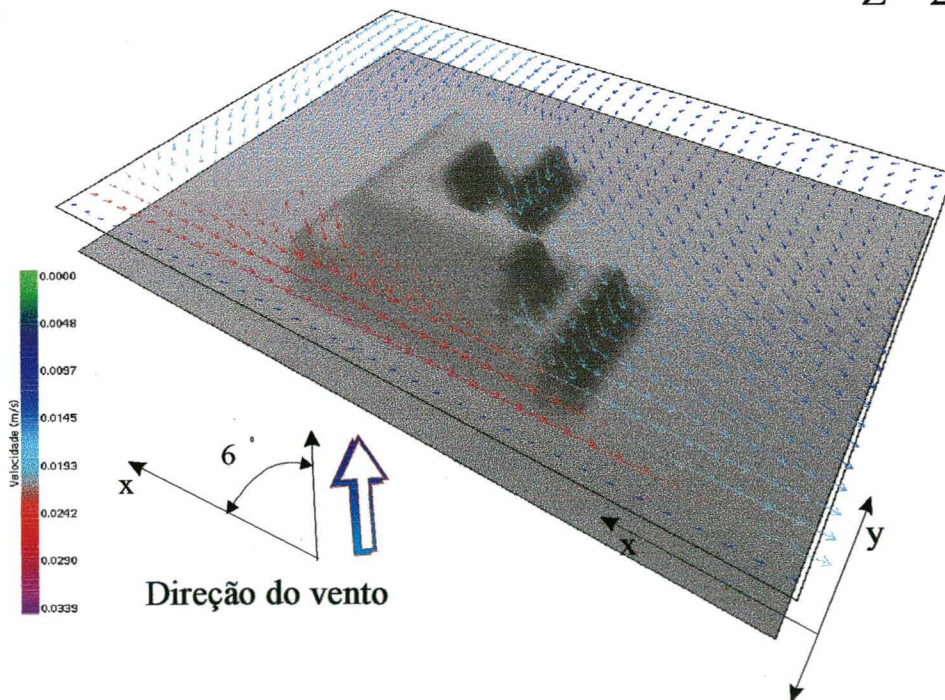


Figura A6.22 - Detalhe do escoamento sobre o banco 3, vento à 60°