UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PROJETO E SIMULAÇÃO DE CONTATORES CA

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

ANDRÉ DE BARROS ALBUQUERQUE

Florianópolis, Março de 1998

PROJETO E SIMULAÇÃO DE CONTATORES CA

André de Barros Albuquerque

*Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.'

Dr. João Pedro Assumpção Bastos Orientador

D.Sc. Ildemar Cassana Decker Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

Dr. João Pedro Assumpção Bastos Presidente

Dr.(Nelsøn Sadowski

Dr. João Carlos dos Santos Fagundes

Eng. Reinaldo Stuar Júnior

Dedico esta obra: à Deus; à meu filho; à minha esposa; à meus pai e mãe; à meus sogro e sogra

AGRADECIMENTOS

À WEG Acionamentos, a qual tornou possível esta obra

Ao meu professor orientador, prof João Pedro Assumpção Bastos, pela motivação e condução do trabalho

Ao professor Nelson Sadowki pelas decisões sábias e conselhos para desenvolvimento desta obra

Ao colega Antônio Carlos Pinho, pela convivência descontraída e apoio emocional

Aos colegas do GRUCAD, pelo ótimo ambiente de trabalho proporcionado

À todos os professores do GRUCAD pelo apoio e conselhos

À minha esposa pela paciência e compreensão durante a elaboração desta dissertação.

À todos que colaboraram, direta e indiretamente, para a criação desta obra.

Ao Governo Brasileiro, pelo apoio financeiro através do CNPq

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

PROJETO E SIMULAÇÃO DE CONTATORES CA

André de Barros Albuquerque

Março/1998

Orientador: João Pedro Assumpção Bastos Área de concentração: Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos Palavras-chave: Contator CA; Simulação Número de Páginas: 97

O presente trabalho apresenta uma metodologia para projetar e analisar contator CA. O enfoque é voltado para o dimensionamento da parte magnética, considerando os contatos e sua influência quanto ao funcionamento do mesmo. O contator é basicamente uma chave liga/desliga. Entretanto, sob condições anormais de alimentação pode funcionar de forma inadequada, ou seja, o mesmo fica oscilando num estágio entre liga e desliga indefinidamente. Para se detectar e avaliar este, dentre outros aspectos de seu funcionamento, desenvolveu-se um programa de simulação dinâmica do contator, bem como uma seqüência de projeto e pré análise de contator. A comparação entre valores simulados e experimentais apresentou bons resultados, o que comprova a validade do método desenvolvido. Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

DESIGN AND SIMULATION OF AC CONTACTOR

André de Barros Albuquerque

March/1998

Advisor: João Pedro Assumpção Bastos Area of Concentration: Electromagnetism and Electromagnetic Devices. Keyword: Contactor; Simulation Number of Pages: 97

The object of this work is to establish a methodology for design and analyzing of AC contactors, with a particular scope in the project of the magnetic device, taking in consideration the contacts and its influence on operation. A contactor can be defined basically as an on/off switch, but under abnormal feeding conditions it may work badly, which means that it keeps oscillating between the on and off position for an indefinite time. For detect and analyzing this problem also other aspects regarding the contactor operation, a software for simulation and a pre-analysis methodology for contactors have been developed. The difference between simulated and measured values has been quite small, which validate the methodology.

Introdução

A motivação inicial, para o desenvolvimento deste trabalho sobre contatores CA, veio da necessidade da empresa WEG Acionamentos Ltda. de melhorar este produto por eles fabricados. A necessidade de analisar e detectar a causa de problemas anormais de funcionamento deste equipamento foram os pontos crucias para o desenvolvimento deste trabalho. O software desenvolvido neste trabalho servirá como ferramenta para auxiliar na melhoria de produtos existentes e, futuramente, auxiliar no desenvolvimento de novos contatores.

O presente trabalho vem apresentar uma metodologia de como proceder no desenvolvimento da parte eletromagnética de um contator, partindo-se das especificações das forças de molas necessárias para que os contatos do mesmo suportem a corrente nominal para a qual eles foram dimensionados.

As etapas necessárias para o desenvolvimento consistem basicamente de três, que são a definição de um projeto inicial, a simulação para verificação de desempenho elétrico e mecânico e, por último, a construção de protótipos para ensaios.

A primeira etapa consiste em definir especificações básicas do contator como as correntes que devem suportar os contatos, especificar o curso e a força de contatação para cada conjunto de contatos, definir as dimensões do núcleo e anel de curto circuito. Nesta primeira etapa é importante ter uma pré-análise do desempenho do mesmo, obtendo-se curva de força magnética e mecânica do conjunto projetado.

Após se ter uma estrutura aparentemente satisfatória o passo seguinte consiste em fazer simulações do contator projetado, sob diversas situações de funcionamento, como, por exemplo, em diferentes ângulos em que a tensão é ligada, funcionamento com tensão abaixo da nominal e/ou variável. Com estas simulações pode-se obter os níveis de consumo do contator, tempo de fechamento, ter uma idéia do nível de ricochete dos contatos e do núcleo, aquecimento, bem como outros pontos importantes para avaliar o desempenho do contator. Com estes resultados pode-se fazer alterações na estrutura, se necessário, para melhorar o projeto do contator.

vii

A etapa final do desenvolvimento de um novo produto consiste na construção de um protótipo para a verificação dos valores obtidos por simulação, bem como outros valores importantes, os quais não são possíveis de se obter por simulação, como vida elétrica e mecânica do contator, não sendo estas duas últimas objetivos deste trabalho.

Esta última etapa não foi realizada, devido a necessidade apenas de validar a métodologia desenvolvida. Entretanto, utilizou-se de um artifício de se analisar um projeto de um contator existente, servindo para validar o trabalho desenvolvido e verificar o desempenho do mesmo. Este foi escolhido propositadamente com um problema de funcionamento não desejado, quando alimentado com tensão abaixo da nominal. Utiliza-se os módulos de pré-análise e simulação dinâmica para se verificar possíveis modificações, que foram testadas, para um melhor funcionamento de um contator quando ocorrem condições adversas de funcionamento.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - CONCEITOS ELÉTRICOS E ELETROMAGNÉTICOS	1
1.1 - Introducão	
1.2 - Equações de Maxwell para a magnetodinâmica	1
1.3 - Resistência Elétrica	2
1.4 - Relutância Magnética	
1.5 - Indutância	4
1.6 - Alimentação Senoidal Permanente	7
1.7 - Curva de Magnetização de Materiais Ferromagnéticos	
1.8 - Perdas por Histerese	
1.9 - Perdas por Correntes de Foucault	
1.10 - Corrente de Magnetização	
1.11 - Modelo do Transformador de Tensão	
1.12 - Força Eletromagnética	
1.13 – Conclusão	
CAPÍTULO 2 - CONCEITOS MECÂNICOS E TÉRMICOS	
2.1 - Introdução	
2.2 - MOLA	
2.3 - MASSA	
2.4 - Amortecedor	
2.5 - TRABALHO MECÂNICO E MOMENTO DE UM CORPO	
2.6 - SISTEMA TRANSLACIONAL	
2.7 - RICOCHETE	
2.8 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR	
2.9 - Condução	
2.10 - Convecção	
2.11 - Radiação	
2.12 - CONSERVAÇÃO DA ENERGIA TÉRMICA NUM VOLUME DE CONTROLE	
2.13 - TEMPO DE AQUECIMENTO	
2.14 - Conclusão	
CAPÍTULO 3 - MODELAGEM DINÂMICA	
3.1 - Introdução	
3.2 - CIRCUITO EQUIVALENTE DO CONTATOR CA	
3.3 - Obtenção dos parâmetros do modelo	
3.4 - Formulação das Equações de Estado Elétricas do Contator CA	
3.5 - DESLIGAMENTO DO CONTATOR	
3.6 - CÁLCULO DA FORÇA ELETROMAGNÉTICA	
3.7 - Simulação semi-estática	
3.8 - MOLAS DO CONTATOR	
3.9 - EQUAÇÕES DE ESTADO MECÂNICAS DO CONTATOR CA	53
3.10 - RICOCHETE DOS CONTATOS E DO NÚCLEO	53
3.11 – Conclusão	
CAPÍTULO 4 - PROJETO E PRÉ-ANÁLISE	
4.1 - Introdução:	56
4.2 - METODOLOGIA PARA DESENVOLVIMENTO DO PROJETO	56
4.3 - Definição das Molas	
4.4 - MODELO DO CAMPO PARA ENTREFERROS	
4.5 - Alimentação	
4.6 - BOBINA	
4.6.1 - Aquecimento na bobina	

4.7 - Espira de Sombra	
4.8 - Pré-Análise	
4.8.1 - Resolução de circuitos magnéticos saturáveis	
4.9 - Conclusão	73
CAPÍTULO 5 - ANÁLISE DO PROGRAMA	74
5.1 - Introdução	74
5.2 - APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA DESENVOLVIDO	74
5.3 - Projeto	75
5.4 - Pré-análise	77
5.5 - SIMULAÇÃO	
5.6 - Exploração dos resultados	79
5.7 - Conclusão	
CAPÍTULO 6 - APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	
6.1 - Introdução	
6.2 - Obtenção do Ábaco de Fluxos	
6.3 - COMPARAÇÃO DE RESULTADO NUMÉRICO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS	
6.4 - Funcionamento sob tensão reduzida	
6.5 - SIMULAÇÃO COM O EFCAD	
6.6 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS POR DIVERSOS MÉTODOS	
6.7 - Conclusão	91
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES GERAIS	
7.1 – Conclusões	
7.2 - SUGESTÕES PARA DESENVOLVIMENTO FUTURO	
APÊNDICE A - VETORES OBTIDOS DA UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE	
BIBLIOGRAFIA	

CAPÍTULO 1

CONCEITOS ELÉTRICOS E ELETROMAGNÉTICOS

1.1 - Introdução

Neste capítulo serão apresentados os conceitos elétricos e eletromagnéticos básicos necessários para o entendimento deste trabalho sobre contator CA.

Será apresentada a teoria de funcionamento do mesmo a partir das Equações de Maxwell para a magnetodinâmica. Será visto os princípios do funcionamento de um circuito magnético saturável, a teoria básica dos componentes elétricos discretos e como pode-se modelar o contator, utilizando-se estes conceitos e o modelo teórico de transformadores. Será apresentada a formulação para obtenção da força magnética, que é o fator principal de interação com o sistema mecânico.

1.2 - Equações de Maxwell para a magnetodinâmica

O funcionamento do transformador é regido pelas equações da magnetodinâmica, para baixas freqüências. A indução de uma corrente no secundário pode ser explicada pelas equações de Maxwell [2] para a magnetodinâmica, em baixas freqüência, descritas a seguir:

$$rot \ \vec{H} = \vec{J}_F \tag{1.1.a}$$

$$div \ \vec{B} = 0 \tag{1.1.b}$$

$$rot \ \vec{E} = -\frac{\partial \ \vec{B}}{\partial \ t} \tag{1.1.c}$$

com as relações constitutivas:

$$\vec{J}_i = \sigma \, \vec{E} \tag{1.2.a}$$

$$\vec{B} = \mu \,\vec{H} \tag{1.2.b}$$

sendo que:

 $J_F \notin a \text{ densidade de corrente que cria } H$ $H \notin o \text{ campo magnético}$ $B \notin a \text{ densidade de fluxo ou indução magnética}$ $E \notin o \text{ campo elétrico criado pela variação temporal de } B$ $J_i \notin a \text{ corrente induzida em um meio condutor}$ $\sigma \notin a \text{ condutividade elétrica do material condutor}$ $\mu \notin a \text{ permeabilidade magnética do meio.}$

Descrevendo simplificadamente o acoplamento existente entre estas equações, pode-se dizer que a densidade de corrente J_F que passa em um meio condutor gera um campo

magnético H em volta de si próprio, ou seja, é rotacional (1.1.a). Este campo procura sempre o caminho de menor relutância magnética, que está inversamente ligado a permeabilidade magnética μ , ou seja, quanto maior o μ de um material que compõe um determinado caminho, maior a tendência do campo magnético circular por este caminho.

O campo magnético, ao passar por um meio qualquer com permeabilidade μ , determina o que se denomina por indução magnética **B** (1.2.b). Esta indução **B**, bem como o campo **H** (se $J_F = 0$), são conservativos (1.1.b), ou seja, o fluxo ϕ que sai de uma região fechada retorna a ela, conforme será descrito na função (1.3).

Esta indução magnética, sendo variável no tempo, gera um campo elétrico E rotacional em relação a direção de B que o gerou (1.1.c).

Se este campo elétrico gerado estiver em um meio condutor, com condutividade σ , será induzido correntes (1.2.a) com sentido contrário a corrente que geraria este campo magnético H (1.1.c), de modo a se opor a variação de campo, o que caracteriza a Lei de Lenz.

Outra equação de suma importância para o entendimento dos dispositivos eletromagnéticos é a equação do fluxo:

$$\phi = \oint_{S} \vec{B} \cdot \partial \vec{S} = 0 \tag{1.3}$$

Esta equação descreve que o fluxo que entra através de uma superfície fechada *S* é idêntico ao que sai desta superfície, ou seja, o fluxo é conservativo.

1.3 - Resistência Elétrica

A resistência elétrica de um corpo é a propriedade que expressa a maior ou menor capacidade deste se opor à circulação de corrente elétrica através dele. Os fatores que determinam a resistência são basicamente as dimensões físicas e o material de que é constituído o corpo. Considerando-se um corpo com secção transversal constante, a resistência pode ser expressa pela seguinte equação:

$$R = \frac{\ell}{\sigma.A} \tag{1.4}$$

onde: *R* é a resistência do corpo em questão,

 σ é a condutividade elétrica do material de que é feito o corpo,

 ℓ e *A* são respectivamente o comprimento e a secção transversal do corpo.

Para o cobre, bem como outros condutores usualmente utilizados, a sua condutividade é inversamente proporcional a temperatura em que se encontra o condutor. Com isso a resistência de um corpo condutor pode ser obtida aplicando-se a relação:

$$R_T = R_{20} \frac{(T+234)}{254}$$
(1.6)
onde: R_T é a resistência calculada na temperatura T
 R_{20} é a resistência em 20°C

1.4 - Relutância Magnética

O conceito de relutância, em um circuito magnético, pode ser melhor entendido se fizermos uma analogia com a resistência em um circuito elétrico alimentado por uma bateria, sendo aqui representada por uma força magnetomotriz *fmm* gerada por uma bobina, que faz circular um fluxo ϕ análogo à corrente do circuito elétrico, conforme a fig. 1.1. Como o ferro possui uma permeabilidade magnética muito superior a do ar, sua relutância será desprezada para efeito de simplificação, como se despreza a resistência de um fio.



Fig 1.1 - Analogia entre circuito elétrico e magnéti-

A analogia do circuito elétrico e magnético é vista pelas equações:

Elétrica:
$$I = \frac{V}{R} \implies \text{Magnética: } \Phi = \frac{nI}{\Re}$$
 (1.7)

Partindo da equação (1.1.a), integrando na superfície total formada pelo circuito magnético, em ambos os lados e, posteriormente, aplicando o teorema de Stokes ao lado esquerdo da expressão, obtemos a lei de Ampère.

$$\iint_{A} rot \ \vec{H}.d\vec{a} = \iint_{A} \vec{J}.d\vec{a}$$
$$\oint_{La} H.d\vec{l} = n I$$

onde A é a área total de integração, La é o comprimento médio do circuito magnético, sendo considerado apenas a relutância devido ao comprimento ℓ do entreferro por motivos já descritos. A corrente total envolvida por La é I multiplicada pelas n espiras, sendo normalmente conhecida por força magnetomotriz (fmm = nI). Admitindo que H é constante em ℓ tem-se:

$$H = \frac{nI}{\ell} \tag{1.8}$$

Pela analogia dos circuitos pode-se dizer que a relutância à passagem de fluxo é o entreferro, e que pode-se definir a relutância magnética, desprezando o espraiamento do fluxo, conforme a fórmula:

$$\Re = \frac{nI}{\Phi} = \frac{H \ \ell}{B \ S} = \frac{H \ \ell}{\mu_0 \ H \ S}$$

simplificando:

$$\Re = \frac{\ell}{\mu_0 S} \tag{1.9}$$

onde μ_o é a permeabilidade do ar, ℓ e *S* são o comprimento e a secção do entreferro respectivamente. Pode-se observar que esta fórmula é análoga à da resistência, onde σ assume o papel de μ_o .

A fórmula da relutância, calculada aqui para o entreferro, pode ser estendida para qualquer parte do circuito magnético, considerando o μ do intervalo. Aplicando ao ferro, que possui $\mu \gg \mu_o$, na ordem de 1000 vezes, ter-se-á uma relutância desprezível, se comparada com a do entreferro, o que justifica a aproximação feita anteriormente.

Devido à analogia com os circuitos magnéticos, a teoria de circuitos elétricos pode ser utilizada para resolução aproximada de circuitos magnéticos, valendo a noção de cálculo de relutância série e paralela.

1.5 - Indutância

Para descrever a indutância vamos considerar o circuito da fig. 1.2, onde existem dois enrolamentos envolvendo um meio com material ferromagnético, e que este material possui característica de linearidade, ou seja, ele não é saturável. O primeiro circuito elétrico C_1 é alimentado por uma corrente I_1 , onde despreza-se as perdas. O efeito do fluxo gerado pelo circuito C_2 será desconsiderado para facilitar o entendimento.

A corrente I_1 cria um fluxo magnético Φ_{11} em C_1 . Uma parte deste fluxo será enlaçado pelo circuito C_2 e será denominado fluxo mútuo Φm_{12} , onde o primeiro índice indica que o fluxo foi gerado pelo circuito 1 e o segundo indica que o circuito 2 é quem está enlaçando este fluxo, ou seja, o fluxo criado por C_1 em C_2 . Supõe-se que o circuito C_2 possua N_2 espiras, define-se o enlace de fluxo λ_{12} como sendo o número de vezes que o circuito C_2 enlaçará o fluxo Φm_{12} , ou seja:

$$\lambda_{12} = N_2 \, \varPhi m_{12}. \tag{1.10}$$

Sem a saturação, existirá um fator de proporcionalidade K entre o enlace de fluxo e a corrente I_1 , tal que $K=N_2 \Phi m_{12}/I_1$. Este fator será denominado de Indutância Mútua entre C_1 e C_2 e será designado por M_{12} , tal que:

$$M_{12} = \frac{\lambda_{12}}{I_1} = N_2 \frac{\Phi m_{12}}{I_1}$$
(1.11.a)

Pode-se observar que existe um fluxo Φ_{11} gerado pelo circuito 1 que é enlaçado pelas suas N_1 espiras. A razão entre este enlace de fluxo e a corrente neste circuito caracteriza a indutância própria ou simplesmente indutância de C_1 :

$$L_1 = \frac{\lambda_{11}}{I_1} = N_1 \frac{\Phi_{11}}{I_1}$$
(1.11.b)

Pode-se observar pela fig 1.2 que o fluxo total Φ_{11} , concatenado com o enrolamento primário, pode ser dividido em três componentes: o fluxo mútuo Φm_{12} resultante, confinado essencialmente aos dois enrolamentos e produzido pelo efeito combinado das correntes do primário e secundário; o fluxo magnetizante disperso Φmd_1 , confinado ao núcleo de ferro e que não se concatena com o outro enrolamento; e o fluxo disperso Φd_1 , que se concatena apenas com o enrolamento que o gerou, porém ele não está confinado totalmente no circuito magnético de menor relutância. Convém ressaltar que estes fluxos podem ser "interpretados" por indutâncias em um circuito elétrico, conforme descrito pelas equações (1.11).



Fig 1.2 - Fluxos em um circuito magnético.

Por analogia ao descrito anteriormente pode-se deduzir a indutância mútua M_{21} e, como o acoplamento mútuo é bilateral, pode-se provar que [2]:

$$M_{12} = M_{21} = N_1 \frac{\Phi m_{21}}{I_2} = M \tag{1.12}$$

Tratando-se da relação entre as indutâncias acopladas dos circuitos, existe um coeficiente de acoplamento κ definido como a razão entre o fluxo mútuo e o fluxo total [11], tal que:

$$\kappa \simeq \frac{\phi m_{12}}{\phi_{11}} = \frac{\phi m_{21}}{\phi_{22}} \tag{1.13}$$

onde $0 \le \kappa \le 1$.

Considerando as duas indutâncias mútuas obtidas, pode-se verificar que:

$$M^{2} = \left(N_{2} \frac{\Phi m_{12}}{I_{1}}\right) \cdot \left(N_{1} \frac{\Phi m_{21}}{I_{2}}\right) = \kappa \left(N_{2} \frac{\Phi_{11}}{I_{1}}\right) \cdot \kappa \left(N_{1} \frac{\Phi_{22}}{I_{2}}\right) = \kappa^{2} L_{1} L_{2}$$

ou seja:

$$M = \kappa \sqrt{L_1 L_2} \tag{1.14}$$

Quando há saturação dos materiais magnéticos, a proporcionalidade entre $\Phi m_{12} e I_1$ ou $\Phi_{11} e I_1$ deixará de ser constânte, porém as definições de indutância descritas acima permanecerão idênticas. Não havendo mais linearidade, com o aumento da corrente o fluxo não aumenta na mesma proporção, então, as indutâncias $M_{12} e L_1$ serão funções de I_1 .

Pode-se obter o valor da indutância de uma parte do circuito magnético a partir de sua relutância à passagem do fluxo. Aplicando-se a equação do fluxo (1.7) nas equações de indutância (1.11) tem-se:

$$M_{12} = \frac{N_2}{I_1} \frac{N_1 I_1}{\Re m_{12}} = \frac{N_2 N_1}{\Re m_{12}}$$
(1.15.a)

$$L_{1} = \frac{N_{1}}{I_{1}} \frac{N_{1}I_{1}}{\Re_{11}} = \frac{N_{1}^{2}}{\Re_{11}}$$
(1.15.b)

Um fator importante da indutância é que sua influência no circuito elétrico só é sentida quando há variação da corrente ou do fluxo que circula por ela [3]. Desta forma, embora um elemento do circuito possa ter indutância, em virtude de suas propriedades geométricas e magnéticas, sua presença no circuito elétrico não é sentida a menos que haja uma variação desta indutância ou da corrente no tempo. Isolando-se o enlace de fluxo na equação (1.11) e derivando em função do tempo, considerando constantes as indutâncias obtidas, tem-se:

$$M_{12}\frac{\partial i_1}{\partial t} = \frac{\partial \lambda_{12}}{\partial t} = U_{12}$$
(1.16.a)

$$L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} = \frac{\partial \lambda_{11}}{\partial t} = U_1$$
(1.16.b)

as quais são caracterizadas pelas tensões induzidas U_{12} e U_1 nos terminais de cada indutância. Estas tensões são denominadas de força contra eletromotriz (fcem) e força eletromotriz (fem), respectivamente.

Se considerar agora uma corrente constante e fizer variar a indutância tem-se o que se denomina de tensão de velocidade [3], a qual pode ser deduzida pela regra de cadeia após derivar as equações (1.11), conforme a seguir:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = i \frac{\partial L}{\partial t} = i \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial x} = i \text{ vel } \frac{\partial L}{\partial x}$$
(1.16.c)

onde

vel é a velocidade de variação da dimensão 1 que caracteriza a relutância ∂x é a variação da dimensão que caracteriza a relutância e, consequentemente, a indutância.

1.6 - Alimentação Senoidal Permanente

Inicialmente será definido um circuito passivo como sendo um circuito elétrico composto unicamente por resistores, indutores e capacitores. Considerando este circuito sendo alimentado por fontes senoidais, todas com uma mesma freqüência constante e que não sofra variações das amplitudes destas, pode-se dizer que o circuito está em regime contínuo de funcionamento se as amplitudes dos parâmetros obtidos como resposta do circuito não sofrem variação. Este estado de funcionamento do circuito é também denominado, pela literatura, de regime permanente ou resposta forçada [11][12] e pode ser tratado utilizando a teoria de transformada de fasores.

Esta transformada é caracterizada pela representação de uma função excitação senoidal, ou uma resposta senoidal, por simbolismo de números complexos. Um fasor é uma representação no domínio da freqüência, através de uma magnitude e um ângulo de fase de uma senóide que a caracteriza completamente como se fosse expresso por uma função do tempo. Com isto pode-se definir uma fonte de tensão senoidal como [12]:

 $\operatorname{Vm.cos}(\omega t + \theta) \quad \Rightarrow \quad \operatorname{Vm.e}^{j(\omega t + \theta)} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{Vm.e}^{j\theta} \quad \Rightarrow \quad \operatorname{Vm}/\theta \,.$

A última forma de representar a alimentação, indicando apenas a amplitude e a fase da alimentação, sob a forma polar de número complexo, é a mais utilizada na resolução de circuitos passivos. O termo da freqüência a, por simplicidade é omitido, pois todas as correntes e tensões de um circuito passivo, operando em regime permanente senoidal com uma única freqüência, possuirão o fator $e^{j.\omega t}$.

Pode-se também representar derivadas e integrais no tempo sob a forma de fasores, simplificando a análise de um circuito sob regime contínuo. Para os indutores, as equações (11.a) e (11.b) do mesmo ficam transformadas para:

$$L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} \Rightarrow j.L_1.\omega.I_1 = j.X_L.I_1 = Z_L.I_1$$
(1.17)

Este termo caracteriza a impedância indutiva e é representado pelo símbolo Z_L . A impedância é uma grandeza complexa que, no caso está representada apenas pela parte imaginária com o valor da reatância magnética X_L , com dimensão em Ω , porém não possui o termo e^{j. ω t} e portanto não pode ser transformado para o domínio do tempo como acontece com a tensão e a corrente. Desta forma deve-se analisar o indutor no domínio do tempo como uma indutância e no domínio de freqüência como uma reatância.

A principal vantagem em trabalhar no domínio da freqüência, com fasores, é que as impedâncias podem ser facilmente equacionadas como se fossem "resistências" e, como exemplo, um circuito básico de uma bobina que, no domínio do tempo é representado por uma resistência e uma indutância:

$$V = R.i + L\frac{\partial i}{\partial t} \tag{1.18}$$

pode ser simplificado por:

$$V = R.I + j.L.\omega.I = (R + j.X_L).I = (R + Z_L).I = Z.I$$
(1.19)

Em circuitos mais complexos, pode-se resolvê-los utilizando a mesma técnica de obter uma impedância equivalente para reatâncias e resistências associadas em série e em paralelo.

Com o modelo de fasores pode-se obter a corrente ou tensão em qualquer componente ou nó do sistema, bastando para isto transformar o respectivo valor utilizando a equação de tensão anteriormente mencionada.

1.7 - Curva de Magnetização de Materiais Ferromagnéticos

Todo material ferromagnético utilizado para máquinas é caracterizado por uma alta permeabilidade relativa ($\mu_r = \mu / \mu_0$) e também por uma relação não linear entre *B* e *H*. O estágio de desenvolvimento da teoria do magnetismo não está tão avançado a ponto de permitir a previsão destas propriedades magnéticas de um material, partindo de bases puramente teóricas [3]. O que se faz é a obtenção destes valores através de medidas feitas em laboratório para uma amostra representativa do material. Estas medidas são normalmente feitas pelo fabricante do material e fornecidas aos usuários juntamente com dados específicos do ensaio (espessura da chapa, freqüência de alimentação) [6]. A magnetização de um material é multivalente, ou seja, dependerá da magnetização precedente. A fim de se entender esta multivalência é preciso transcrever os resultados de um ensaio experimental sobre um diagrama. Este ensaio, conforme a fig 1.3, é feito magnetizando-se progressivamente, por meio de um solenóide de N espiras, uma peça de prova (preparada na forma de um toróide) do qual se conhece o comprimento médio do toróide ℓm e sua secção transversal S.

Assumindo que o solenóide pode ser energizado por uma fonte de tensão variável capaz de fornecer corrente nas duas direções da bobina, e que a peça não possui magnetização nenhuma no início da experiência (B = 0 e H =0), estar-se-á na origem O dos eixos coordenados, conforme mostra a fig 1.4. Quando



Fig 1.3 - Esquema p/ obter gráfico BxH

a corrente *I* aumenta a partir do zero, no sentido positivo, um fluxo magnético ϕ crescente aparece no corpo do toróide e pode ser medido por um gaussímetro. Para cada valor de *I*, existe um valor específico de fluxo. Então, pela equação (1.3), a densidade de fluxo pode ser determinada, visto que a secção transversal é conhecida. Além disto, a fmm *N.I* pode ser substituída por *H.lm*, de acordo com a lei de Ampère (equações (1.1.a) e (1.8)). Tendo assim como obter as duas grandezas fundamentais envolvidas neste arranjo, que são *B*, em Tesla, e *H*, em Ampère-espiras por metro.

Aumentando-se a intensidade do campo até um certo valor H_a , observa-se o ponto *a* da fig 1.4, e subseqüentemente reduzindo este campo, observamos que o material se opõe à desmagnetização e, conseqüentemente, não retorna sobre a curva *Oa*. Notamos que, quando a intensidade de campo *H* volta a zero, a densidade de fluxo *B* não é mais zero, como foi o caso da amostra totalmente desmagnetizada. Este valor de *B* é denominado de *indução residual* ou *densidade de fluxo remanente*. Este valor varia com o ponto H_a até onde o material foi magnetizado e seu valor máximo possível é chamado de *retentividade* e ocorre independentemente do valor *H* usado para causar a saturação.

Freqüentemente, em aplicações de materiais ferromagnéticos, o aço é submetido a valores de *H* variáveis ciclicamente, tendo os mesmos limites positivo e negativo. O que se observa é que o gráfico B_xH se aproxima gradualmente de uma curva fixa fechada. Esta curva *abcdea* é denominada de ciclo de histerese, e sempre percorre na direção indicada pelas setas

da fig 1.4. Como o tempo é uma variável implícita, pode-se observar que B está sempre atrasada em relação a H e, este atraso da densidade de fluxo é denominada de histerese. Quando a indução magnética é zero, em um destes ciclos, é necessário uma intensidade de campo para se obter esta condição, a qual é denominada de *força coercitiva*. O valor máximo da força coercitiva é chamado de *coercividade*.



Fig 1.4 - Ciclos de histerese típicos e curva de magnetização normal

O exame dos ciclos de histerese da fig 1.4 torna evidente que a densidade de fluxo correspondente a uma intensidade de campo em particular não tem um único valor. Seu valor se situa entre certos limites, dependendo da história prévia do material ferromagnético. Como não é possível saber esta história prévia, utiliza-se uma curva de valores únicos, chamada de *curva de magnetização normal* [3]. Esta curva é traçada passando-se uma linha pelas extremidades de um grupo de ciclos de histerese obtidos, podendo ser observado à curva *Oafg* na fig 1.4.

Os materiais magnéticos, se vistos sob uma escala microscópica, possuem pequenas regiões, na ordem de 1 à 10^{-3} mm, chamadas de domínios de Weiss [2], formados por várias moléculas, e se apresentam de forma cristalina de tamanhos e formas variadas, as quais possuem um campo magnético em uma direção específica, como representado na fig 1.5. Inicialmente, a direção dos campos dos diversos domínios são aleatórios, e o somatório dos campos deste material será aproximadamente nulo. Se aplicarmos um forte campo externo *H*, os domínios tendem a se alinhar com este campo. Ao se retirar o campo externo, os campos

dos domínios tenderão a se manter na mesma situação de alinhamento. A ação conjunta dos domínios de Weiss formará a indução residual descrita anteriormente.

Ao se aplicar um campo H muito forte, capaz de alinhar todos os domínios de Weiss, o

material estará saturado. Ao se aplicar um aumento deste campo H, o acréscimo da densidade de fluxo será correspondente ao que ocorre no ar, o que pode ser visto na fig 1.4, a partir do ponto g para a direita na curva de magnetização normal.



Fig 1.5 - Domínios de Weiss

1.8 - Perdas por Histerese

Conforme descrito no item anterior, sobre a curva de materiais, quando um campo magnético H variável a uma freqüência *freq* atravessa um material ferromagnético, ele percorrerá o ciclo de histerese deste material. Com isto uma parcela da energia que um dispositivo eletromagnético consome é utilizada para percorrer este ciclo. A conseqüência deste acontecimento é um aquecimento deste material.

Sabe-se que a energia por unidade de volume, armazenada numa região de campo magnético de intensidade H e indução B é dado pela integral:

$$Wh = \int_{B1}^{B2} B.dH$$
 (1.20)

Material	η
ferro doce	2,5
aço doce	2,7
aço doce para máquinas	10,0
aço fundido	15,0
aço doce, 2% de silício	1,5
aço doce, 3% de silício	1,25
aço doce, 4% de silício	1,0
laminação doce	3,1
laminação delgada	3,8

Tab 1.1 - valores de η para alguns materiais

Esta energia, quando efetuado em ciclo completo, é equivalente a área interna a um cíclo de histerese *abcda* qualquer da fig 1.4 e, pode ser calculada graficamente ou, quando a indução máxima estiver entre 1,2 e 1,5 Tesla, utilizando-se uma aproximação conhecida por equação de Steinmetz [1][2]. Esta energia é expressa em J/m³ e equacionada, para materiais magnéticos, por:

$$Wh = \eta. Bmax^{1,6} \tag{1.21}$$

onde η é uma constante que depende do material e alguns valores típicos são mostrados na tabela 1.1.

Apesar da área do ciclo de histerese poder ser calculada pela equação deduzida por Steinmetz, o valor de η pode ser muito impreciso para um material. Para uma correta utilização desta equação, deve-se obter η através de ensaio ou obtê-lo do fabricante.

Após obter a energia do ciclo de histerese, aplica-se na equação das perdas histeréticas:

 $P_H = Wh . Volume . freq . fatEmp$ (1.22)

onde: *fatEmp* é o fator de empilhamento referente a espessura real do ferro.

1.9 - Perdas por Correntes de Foucault

Como descrito inicialmente pela equação de Maxwell (1.1.c) e pela relação (1.2.a), um campo magnético variável em um material ferromagnético (condutor) gera anéis de correntes induzidas conforme mostra fig 1.6. Esta corrente induzida será tão maior quanto maior for a condutividade do material onde circula este campo.

Quando esta corrente induzida não é desejada, a literatura denomina-a de correntes de Foucault ou parasitas [2][4]. Uma forma de amenizá-la é fazendo com que o corpo onde circula este campo magnético seja laminado e tenha um isolamento elétrico entre estas chapas.



Fig 1.6 - Corrente induzida em uma chapa

A perda média em uma chapa, quando excitada por uma fonte senoidal, pode ser expressa por [2]:

$$P_F = \frac{1}{24}\sigma.w^2.e^2.Bm^2.Vol$$
(1.23)

onde: w freqüência angular da alimentação senoidal $2.\pi$.freq σ condutividade elétrica do material da chapa e espessura da chapa, considerando-a muito menor que suas outras dimensões Bm Indução máxima da chapa Vol Volume total da chapa em questão Area.e, Area a superfície da chapa no sentido longitudinal a variação de B

Considerando-se um bloco de chapas com espessura total *E* tem-se como perdas totais:

 $Ptot_{F} = \frac{E.\,fatEmp}{e}.P_{F} = \frac{1}{24}\sigma.w^{2}.e^{2}.Bm^{2}.VOLUME.\,fatEmp \qquad (1.24)$ onde: VOLUME é referente ao volume total do ferro E.Área.

Pode-se observar que as perdas dependem diretamente da condutividade σ e quadraticamente da espessura da chapa, da indução máxima, bem como da freqüência angular. Como somente o valor da espessura *e* pode ser escolhido para ser alterado em uma certa estrutura dimensionada, quanto menor este valor menor será a perda por correntes induzidas no dispositivo.

Uma consideração importante a ser observada é que as perdas de Foucault são, na maioria dos casos, maiores que as perdas por histerese, o que pode se levar a considerar apenas as perdas de Foucault como uma simplificação ou obter do fabricante curvas de perdas magnéticas totais para as freqüências de interesse.

1.10 - Corrente de Magnetização

Considerando-se o circuito magnético mostrado na fig 1.7, alimentado por uma tensão senoidal V_1 , e com o secundário em aberto. Circulará uma corrente I_1 , necessária para estabelecer o fluxo alternado no circuito magnético. Este fluxo induz uma fem conforme



Fig 1.7 - circuito magnético p/ obtenção de i_{ϕ}

descrito pela equação (1.16.b) e o enlace de fluxo λ_{11} é o fluxo ϕ concatenado pelo enrolamento. Considerando a resistência deste circuito desprezível, poderemos considerar $V_1 = U_1$.

Para uma alimentação com tensão senoidal o fluxo será também senoidal com boa aproximação, o que simplifica em muito a análise. Descrevendo o fluxo instantâneo por:

$$\varphi = \phi_{max} \operatorname{sen}(\omega.t) \tag{1.25}$$

Obtem-se uma tensão induzida instantânea descrita por:

$$u_1 = N \frac{d\varphi}{dt} = \omega . N . \phi_{max} \cos(\omega . t)$$
(1.26)

Pode-se observar que a fem induzida u_1 está adiantada de 90° em relação ao fluxo e o valor eficaz de u_1 será:

$$U_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} . freq. N. \phi_{\text{max}} = 4,44. freq. N. \phi_{\text{max}}$$
 (1.27)

Devido as considerações anteriormente mencionadas, o fluxo máximo ϕ_{max} poderá ser obtido utilizando a expressão anterior:

$$\phi_{\max} = \frac{V_1}{4,44.freq.N}$$
(1.28)

Esta expressão para o fluxo máximo só é válida quando é desprezível a resistência do enrolamento e não ocorre dispersão de fluxo. As propriedades magnéticas do núcleo determinam a corrente de excitação que, por sua vez, deve ajustar-se para produzir a fmm exigida para criar o fluxo requerido pela equação (1.28).

Devido às propriedades magnéticas não lineares do ferro, a forma de onda da corrente magnetizante difere da forma de onda do fluxo. Esta corrente de magnetização em função do tempo pode ser determinada graficamente a partir da curva de magnetização normal *Oafg* de um material conforme mostra a fig 1.4.



Fig 1.8 - construção da forma de onda da corrente de magnetização p/ um Fig 1.9 material saturável Defasagem

das correntes

Para construção do formato da corrente de magnetização adota-se o seguinte procedimento [1]:

- a) Para um determinado instante de tempo t, determina-se o valor de φ .
- b) Para este valor de φ (crescente ou decrescente), verifica-se na curva de magnetização o valor de i_o .
- c) Transporta-se para o eixo dos tempos t, o valor de i_0 correspondente e, assim, obtém-se um ponto da curva da corrente.
- d) Repetir o processo para todos os instantes de tempo t desejados, obtendo-se assim o formato da onda de corrente de magnetização.

Se a corrente de magnetização for analisada por série de Fourrier, verificar-se-á que ela se compõe de uma fundamental e, devido aos ciclos serem simétricos, existirá diversas outras harmônicas ímpares, cuja terceira se destaca das outras.

O fato de existir entreferro em uma estrutura eletromagnética faz com que a 3^a harmônica da corrente de magnetização seja reduzida [1], pois, aumenta-se a fmm necessária para manter o fluxo constante e portanto, a corrente. O acréscimo da corrente será na fundamental pois estará fornecendo uma fmm necessária para magnetizar o entreferro, que é linear.

Considerando-se a estrutura da fig 1.7 para obtenção da corrente de magnetização nota-se que somado a ela teremos uma componente em fase com a fcem U_1 devido as perdas por histerese e por correntes de Foucault. A corrente obtida por um osciloscópio será então a corrente de excitação i_{φ} . Esta corrente será o somatória da corrente de magnetização, defasada de 90° em relação a U_1 , e das correntes responsáveis pela geração das perdas por correntes de Foucault e pelas perdas histeréticas, ambas em fase com U_1 , conforme mostra a fig 1.9 considerando apenas a fundamental de i_m .

1.11 - Modelo do Transformador de Tensão

O modelo básico do contator CA parte da similaridade com o transformador, pois, ao se aplicar uma tensão na bobina (enrolamento primário) faz circular uma corrente por esta, gerando-se um fluxo que induz uma fem no secundário. Como o secundário é uma espira em curto-circuito, haverá circulação de corrente e conseqüentemente geração de fluxo neste enrolamento.

O fluxo total gerado é responsável pela força eletromecânica que faz a parte móvel do núcleo atracar com a fixa, sendo que a espira do secundário, mais conhecida como espira de sombra, gera um fluxo defasado do gerado pelo primário, fazendo a força magnética mínima ser maior que zero. Sendo o fluxo variável, a força eletromecânica também o será. Esta força deve vencer a força mecânica das molas, e portanto, deve ser em média maior que a força das mesmas e possuir um mínimo maior que zero para amenizar as vibrações mecânicas quando estiver com o núcleo atracado.

Para um melhor entendimento, a descrição do circuito equivalente do suposto transformador de tensão será aqui baseada em raciocínio físico, construindo uma teoria quantitativa a partir dos conceitos físicos aplicados a sua teoria [4]. Em capítulo posterior, será feita uma abordagem matemática baseada na teoria de circuitos acoplados magneticamente.

Por simplicidade, a combinação dos fluxos Φmd_1 e Φd_1 , que são gerados pelo circuito elétrico 1 e que não se concatena com C_2 , serão aqui denominados de fluxo disperso Φd .

Este fluxo disperso Φd produz uma fem, e seu efeito no circuito primário é o mesmo de fluxos concatenados em qualquer trecho do circuito elétrico anterior ao primário do transformador, podendo ser representado por uma indutância de dispersão Ld_1 . Além disto, há a queda de tensão na resistência efetiva do primário r_1 .

Conforme a fig 1.10.a, a tensão V_1 , aplicada ao primário, opõe-se a três tensões: a queda r_1I_1 na resistência do primário, a queda $\frac{\partial (Ld_1 I_1)}{\partial t}$ originada pelo fluxo disperso no primário, e a fcem U_1 induzida no primário pelo fluxo mútuo resultante.



Fig 1.10 - Passos para o desenvolvimento do circuito equivalente do transformador

O fluxo mútuo resultante é concatenado com ambos os enrolamentos, primário e secundário, sendo criado pelas fmm's combinadas que devem ser capazes de contrabalançar o efeito desmagnetizante do secundário, podendo também produzir fmm suficiente para criar o fluxo mútuo resultante. Deste modo, devemos separar a corrente do primário em duas componentes, uma de carga e uma de excitação. A componente de carga I_2 ' é definida como a componente de corrente do primário que irá contrabalançar a fmm da corrente de secundário I_2 , a qual pode ser calculada aplicando a relação de transformação de corrente:

$$I_2' = \frac{N_2}{N_1} I_2.$$
(1.29)

A componente de excitação i_{ϕ} é definida como a corrente de primário adicional necessária para produzir o fluxo mútuo resultante. Esta corrente é responsável pela magnetização do núcleo e para suprir as suas perdas devido a correntes de Foucault e a histerese do material magnético.

A corrente de excitação, por simplicidade, terá uma forma senoidal equivalente e pode ser separada em uma componente de perdas no núcleo i_p em fase com a fcem U_1 , e uma componente de magnetização i_m que estará atrasada de 90° em relação a U_1 , e será responsável apenas pela magnetização do núcleo. No circuito equivalente mostrado na fig. 1.10.b, a corrente i_{ϕ} é levada em conta por um ramo ligado em paralelo a U_1 , compreendendo uma indutância *Lm* sem perdas ôhmicas, em paralelo com uma resistência de perdas *Rp*.

O fluxo mútuo resultante induz uma fcem U_2 no secundário, e desde que este fluxo seja concatenado com ambos os enrolamentos, a relação entre tensões será:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$
(1.30)

Esta transformação de tensão, bem como a de corrente, podem ser representadas por um transformador ideal. Este é idealizado, conforme fig 1.11, sem resistência nos enrolamentos, com o fluxo confinado ao núcleo e se concatenando com ambos os enrolamentos, as perdas no núcleo são desprezíveis, e a permeabilidade do núcleo é tão alta que apenas uma corrente de excitação desprezível é necessária para estabelecer o fluxo.

No transformador, os pontos são empregados para indicar quais dos lados das bobinas possuem, instantaneamente, a mesma polaridade, e pode ser entendido a partir das equações (1.1) e (1.2), conforme descrito sobre corrente induzida naquela secção.

A fcem U_2 , no transformador real, não é igual a tensão V_2 nos terminais do secundário devido à resistência r_2 e ao fluxo disperso do secundário que é representado pela indutância Ld_2 , como pode ser visto na fig. 1.10.c. Portanto a tensão



Fig 1.11 - Transformador ideal com carga

do secundário V_2 terá a queda de tensão produzida pela passagem da corrente I_2 por r_2 e por Lm_2 .

O transformador real é equivalente a um transformador ideal acrescido de impedâncias externas. Para podermos trabalhar com um modelo mais simplificado, sem transformador

ideal, devemos referir todas as quantidades para o primário. A resistência do enrolamento do secundário deve permanecer com a mesma perda de potência, ou seja:

$$r_2' \left(I_2' \right)^2 = r_2 I_2^2.$$
 (1.31)

Esta equação, juntamente com a (1.29) estabelece o valor da resistência do secundário referida ao primário:

$$r_{2}' = r_{2} \left(\frac{I_{2}}{I_{2}'}\right)^{2} = r_{2} \left(\frac{N_{1}}{N_{2}}\right)^{2}$$
 (1.32.a)

Pode-se, de modo semelhante, referir a indutância do secundário:

$$L_2' = L_2 \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$
 (1.32.b)

Com estas transformações, deslocamos o transformador ideal da fig 1.10.c para a direita, para fora do circuito, desprezando-o do modelo equivalente, como mostra a fig 1.10.d. Obtem-se assim o modelo equivalente conhecido por *circuito T* do transformador, com todas as tensões, correntes, resistências e indutâncias referidas ao primário.

1.12 - Força Eletromagnética

Será utilizado a noção do "Tensor de Maxwell" [2] para o cálculo da força de atração da parte móvel do contator, quando este estiver energizado. Esta força depende da indução magnética existente no entreferro e, também, da superfície de contato entre as partes fixa e móvel do núcleo.



Fig 1.12 - Campo H em uma superfície

Para se aplicar o Tensor de Maxwell em uma peça é necessário que esta esteja no ar ou em um meio onde $\mu = \mu_0$. É preciso que se conheça, também, o campo magnético que atravessa uma superfície fechada (envolvente à peça) que esteja na fronteira entre a peça e o meio com $\mu = \mu_0$. Na prática, pode-se considerar a força em uma superfície qualquer onde exista um campo magnético intenso, desconsiderando as superfícies onde o fluxo é desprezível.

A expressão diferencial da força magnética a partir do Tensor de Maxwell é:

$$\partial \vec{F} = \left[\mu_0 \ Hx \ Hy \ \vec{i} + \frac{\mu_0}{2} \left(Hy^2 - Hx^2 \right) \vec{j} \right] \partial s \tag{1.33}$$

onde, conforme a fig 1.12:

 ∂s = parcela de superfície, representado por um vetor perpendicular a superfície, onde conhecemos o campo magnético *H*

 $\partial \mathbf{F}$ = valor da força em ∂s

Hx = componente do campo H no eixo x

Hy =componente do campo H no eixo y

 $\vec{i} \in \vec{j}$ = vetores unitários no eixo x e no eixo y, respectivamente

 μ_0 = permeabilidade absoluta do ar

Pode-se reescrever a equação anterior em suas parcelas relativas a cada eixo coordenado:

$$\partial Fx = \mu_0 \ Hx \ Hy \ \partial s \tag{1.34.a}$$

$$\partial Fy = \frac{\mu_0}{2} \left(Hy^2 - Hx^2 \right) \, \partial s \tag{1.34.b}$$

Com as expressões anteriores pode-se notar os casos particulares:

- Hx = 0; $Hy \neq 0 \implies$ tem-se dFx = 0 e $dFy \neq 0$ e, portanto, somente uma força normal de tração, conforme mostra fig 1.13.a
- $Hx = Hy \neq 0 \implies$ obtem-se $dFx \neq 0$ e dFy = 0, pode-se notar que haverá apenas uma força tangencial, conforme fig 1.13.b
- $Hx \neq 0$; $Hy = 0 \implies$ tem-se dFx = 0 e dFy < 0, haverá força normal de compressão, conforme fig 1.13.c

A observação da figura 1.13 mostra que a força terá sempre um ângulo que é o dobro do ângulo θ que o campo *H* forma com o vetor normal à superfície.

O módulo da força pode ser obtido por:

$$\partial F = \sqrt{\partial F x^2 + \partial F y^2}$$

que, após algumas operações algébricas resulta:

$$\partial F = \frac{\mu_0}{2} \left(H x^2 + H y^2 \right) \partial s \tag{1.35}$$

ou seja:
$$\partial F = \frac{\mu_0}{2} H^2 \partial s$$
 ou $F = \frac{\mu_0}{2} H^2 S$ (1.36)

Esta força pode ainda ser dada em função da indução B, ou do fluxo ϕ :

$$F = \frac{B^2 S}{2\mu_0}$$
 ou $F = \frac{\phi^2}{2\mu_0 S}$ (1.37.a;b)



Em circuitos magnéticos CA, as expressões acima fornecem o valor da força eletromagnética instantânea, para todo o intervalo de tempo considerado, onde o fluxo ϕ , a indução *B* ou o campo *H* são aproximados por uma senóide. Aplicando-se, por exemplo, o fluxo senoidal à equação (1.37.b) da força teremos:

$$F = \frac{\left(\phi_{pico} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \theta)\right)^2}{2\,\mu_0 \,S} \tag{1.38}$$

Onde aplicando uma identidade trigonométrica para o sen^2 e reorganizando teremos:

$$F = \frac{\phi_{pico}^2}{4\mu_0 S} - \frac{\phi_{pico}^2 \cdot \cos(2.\omega t + 2.\theta)}{4\mu_0 S}$$
(1.39)

Podemos notar também que esta força oscilará de um valor mínimo zero até um valor máximo $\frac{\phi_{pico}^2}{2\mu_0 S}$ e, poderá ser caracterizada por duas partes distintas:

- A primeira referente a força média, também chamada de força útil, está relacionada a força que, em regime permanente, pode ser medido por um dinamômetro.
- A segunda parte está relacionada a componente pulsante da força que será o dobro da freqüência da fonte excitadora e, seu defasamento θ em relação a um referencial de tempo também será o dobro.



fig 1.14 - Forma da onda da força eletromagnética comparada com o fluxo que o gerou

Se utilizarmos o fluxo eficaz $\phi_{ef} = \phi_{pico}/\sqrt{2}$ teremos a força útil definida por:

$$F_{util} = \frac{\phi_{ef}^2}{2\mu_0 S} \tag{1.40}$$

onde pode-se notar que é exatamente a equação obtida da definição da força (1.37.b).

1.13 - Conclusão

Neste capítulo viu-se a base teórica elétrica e eletromagnética para o entendimento deste trabalho, descreveu-se o princípio do funcionamento do contator a partir das equações de Maxwell. Foram vistos os componentes discretos e o circuito equivalente do contator. Descreveu-se detalhes sobre material ferromagnético e as conseqüência de seu funcionamento em corrente alternada. Outro destaque importante é a geração de uma força em sistemas eletromagnéticos, e que esta força é pulsante com o dobro da freqüência da tensão de alimentação.

CAPÍTULO 2

CONCEITOS MECÂNICOS E TÉRMICOS

2.1 - Introdução

Neste capítulo serão apresentados os conceitos mecânicos e térmicos básicos para o entendimento do projeto, análise e simulação do contator CA, ressaltando que em algumas partes foi apresentado o conteúdo principal neste capítulo, pois em uma apresentação posterior quebraria a seqüência das explicações descritas no presente capítulo.

Os tópicos mecânicos apresentados serão referentes aos conceitos básicos de mola, massa e amortecedor, para sistemas translacionais. Será descrito também o conceito de ricochete e um método de como representá-lo.

Uma metodologia simplificada de tratamento do fenômeno térmico é apresentada neste capítulo, com o objetivo de estudar o aquecimento que vem a ocorrer na bobina do contator.

2.2 - Mola

Uma mola pode sofrer uma tração e/ou uma compressão de suas extremidades, dependendo de como for caracterizada sua montagem em um equipamento. Se esta deformação for linear, a equação seguinte indica a deformação X na mola quando aplicada uma força F:

$$F = k X, \tag{2.1}$$

onde:

F é a força, ou pressão, que a mola exerce sobre suas extremidades,

k é a constante de elasticidade da mola,

X é a deformação que a mola sofreu, a partir de seu comprimento de repouso.

Observar-se que, fazendo uma deformação *X* na mola, tem-se uma força em sua extremidade que tende a colocá-la na sua condição de deformação nula.

A mola utilizada em um contator trabalhará linearmente em compressão [1]. Com isto, será descrito apenas esta região de trabalho. Os diversos pontos característicos para os estados de compressão serão:

- Repouso = a pressão exercida pela mola é nula (P_0). Ela terá o comprimento L.
- Altura de bloqueio = todas as espiras ficam em contato e seu comprimento será Ab.
 Nesta condição, a pressão da mola é máxima (P_m).

- Pré-compressão = Quando a mola está em seu alojamento (quando montada), tem um comprimento L-Cp, sendo Cp o comprimento de pré-compressão, no qual se dispõe uma pressão prévia P_p que a mantém fixa no alojamento.
- Deslocamento de trabalho = caracterizado por uma compressão Ct que se incrementa a partir de Cp. Quando estamos com esta compressão (Ct+Cp) obtemos a pressão final de trabalho denominada de P_F.
- Deslocamento de segurança = deslocamento Cs reservado, sempre, entre Ct e Ab, com o objetivo de garantir que a mola não fuja da linearidade e que não atinja o seu limite elástico, que a deformaria permanentemente.

A variação linear da pressão, do valor mínimo P_0 até o máximo P_m , nos fornece o gráfico característico do trabalho da mola, conforme mostra a fig 2.1.



Fig 2.1 - Características de compressão de uma mola

Será adiantado aqui que, conforme o exposto, a região de trabalho das molas de um contator estará compreendida entre os valores de pré-compressão P_p e a pressão final P_F onde podemos observar que a região de trabalho Ct, conforme o nome indica, será a região de influência da mola no sistema.

2.3 - Massa

Um corpo possui uma massa M, que é um elemento passivo inercial. Uma força f(t) aplicada nesta massa causa a aceleração a(t) da mesma na direção da força aplicada e, esta aceleração é tomada como sendo proporcional à força.

Pela 2^a Lei de Movimento de Newton, temos:

$$f(t) = M . a(t) = M \frac{d^2 X}{d t^2}$$
(2.2)

lembrando que Velocidade = $\frac{d X}{d t}$

As considerações utilizadas neste trabalho são que a massa das molas estará presente durante todo o período da simulação (para efeito da massa móvel) e o sistema de coordenadas no qual é medido o deslocamento, velocidade e aceleração é considerado fixo. Uma consideração importante é que a massa dos contatos será adicionada ao sistema móvel quando o contato estiver aberto e, consequentemente, sua massa não será considerada, juntamente a massa móvel, quando o contato estiver fechado.

2.4 - Amortecedor

Todo corpo terá uma resistência ao seu próprio movimento através de fricção. Esta força de fricção é linearmente variável com a velocidade relativa do corpo em movimento. Embora nem sempre seja possível reconhecer fisicamente um elemento causando força de fricção, é usual representar a existência desta força por um amortecedor. Em sua forma mais simples, um amortecedor pode ser representado por um cilindro contendo fluido viscoso e um êmbolo, conforme mostra a fig 2.2, e pode ser equacionado por:

$$fa(t) = B \frac{dX}{dt}$$
(2.3)

onde: fa é a força amortecedora (N) B é o coeficiente de amortecimento $\frac{dX}{dt}$ é a velocidade do corpo (m/s)



2.5 - Trabalho Mecânico e Momento de um Corpo simplificado

O trabalho realizado por uma força sobre uma partícula, ao deslocá-la de uma distância *X*, pode ser descrita por:

$$W = \int_{\mathcal{X}} F \, dX \tag{2.4}$$

pela segunda lei de Newton, F = m a, e a aceleração pode ser escrita como:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dX}\frac{dX}{dt} = \frac{dV}{dX}V$$

portanto:

$$W = \int_{X_o}^{X} m \frac{dV}{dX} V \, dX = \int_{V_o}^{V} m V \, dV = \frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 \,. \tag{2.5}$$

A quantidade de movimento de um corpo isolado é um vetor \vec{p} definido como o produto de sua massa, *m*, pela sua velocidade, \vec{v} :

$$\vec{p} = m \,\vec{v} \tag{2.6}$$

Deste modo, define-se a 2^a Lei de Newton [8] como: *a taxa de variação da quantidade de movimento linear de um corpo é proporcional à resultante das forças que atuam no corpo e tem direção desta força*, ou seja:

$$F = \frac{dp}{dt} \tag{2.7}$$

Se considerarmos a massa do sistema constante, temos:

$$F = \frac{d}{dt}(mv) = m\frac{dv}{dt} = ma$$
(2.8)

Se o sistema é composto por *n* corpos, sua quantidade de movimento linear será:

$$P = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n \tag{2.9}$$

Como estas massas não variam:

$$M = m_1 + m_2 + \dots + m_n \tag{2.10}$$

, pode-se verificar que:

$$P = M v_{CM} \tag{2.11}$$

onde: v_{CM} é a velocidade do centro de massa do sistema.

Aplicando a 2^a Lei de Newton a este sistema teremos:

$$F_{ext} = \frac{\partial P}{\partial t} = M \frac{\partial v_{CM}}{\partial t} = M a_{CM}$$
(2.12)

onde: a_{CM} é a velocidade do centro de massa do sistema.

 F_{ext} é a resultante de todas as forças externas ao sistema.

Quando a resultante das forças externas atuantes em um sistema for nula, o vetor que representa o momento linear do sistema permanece constante:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 0. \tag{2.13}$$

Esta consideração, aplicável em casos gerais, é o princípio da conservação da quantidade de movimento linear.

Um sistema translacional mecânico pode ser descrito como a combinação de molas, massas e amortecedores. Qualquer massa M deste sistema estará sujeita a diversas forças agindo sobre ela.

A segunda Lei de Newton pode ser estabelecida como segue [5][1]: Se várias forças agem em um corpo rígido de massa M, o corpo é acelerado na direção da resultante destas forças, sendo a magnitude da aceleração proporcional à resultante dessas forças. A constante de proporcionalidade será a massa do corpo.

Se o corpo tiver apenas um grau de liberdade, ou seja, para um corpo que possa se deslocar apenas em uma direção (representada por uma única variável no sistema), descrevemos então a dinâmica do corpo por:

$$M\frac{d^{2}X}{dt^{2}} = \sum_{i=1}^{N} f_{i}(t)$$
(2.14)

onde: *X* é o deslocamento do corpo (m)

M é a massa do corpo (kg)

 f_i representam as forças que agem sobre o corpo (N)

N é o número de forças f_i



fig 2.3 - Diagrama de corpo livre, simplificado, do contator CA

Para o nosso sistema, a princípio, considerar-se-á um corpo rígido com massa M, caracterizado pela parte móvel do núcleo, o cabeçote e todas as peças a ele fixadas. Com esta consideração, faz-se a montagem da equação que descreve o conjunto de forças mecânicas que agem na parte móvel do contator [5][1]:

- fixa-se a referência do sistema na posição onde a parte móvel do núcleo fica em repouso (aberto),
- 2) associa-se a variável X para o deslocamento da parte móvel,
- 3) monta-se o diagrama de corpo livre conforme fig 2.3,
- a 2^a Lei de Newton é aplicada usando a convenção segundo a qual qualquer força agindo na direção do deslocamento é positiva.

Pela 2^a Lei de Newton tem-se:
$$M\frac{d^2X}{dt^2} = fe(t) - k \cdot \chi - B\frac{dX}{dt}$$
(2.15)

onde: fe(t) é a força eletromagnética (N)

 $k.\chi$ é a força mecânica exercida por uma das molas do sistema (N) B é o coeficiente de amortecimento $\frac{dX}{dt}$ é a velocidade do corpo (m/s) X é o deslocamento da massa M (m)

 χ é a deformação sofrida pela mola (m).

2.7 - Ricochete

O ricochete entre corpos é conhecido na literatura por colisão e pode ser definido como uma interação que ocorre em um intervalo de tempo Δt , desprezível comparado com o tempo durante o qual se observa o sistema [8]. Pode-se caracterizá-lo como um acontecimento no qual as forças externas que eventualmente atuem no sistema sejam desprezíveis, comparadas com as forças impulsivas da colisão no intervalo Δt .

Esta força mecânica existe por um intervalo Δt muito pequeno e dificilmente pode ser determinado. Mas o seu efeito nos corpos, durante a colisão, caracterizam as forças anteriores e posteriores ao ricochete.

Do exposto acima, aplica-se o princípio da conservação do momento:

 $m_1 v_{1a} + m_2 v_{2a} = m_1 v_{1p} + m_2 v_{2p}$ (2.16) onde os índices *a* e *p* das velocidades indicam anterior e posterior a colisão.

Considerando o choque inelástico, a energia cinética dos corpos se conserva:

$$\frac{1}{2}m_{1}v_{1a}^{2} + \frac{1}{2}m_{2}v_{2a}^{2} = \frac{1}{2}m_{1}v_{1p}^{2} + \frac{1}{2}m_{2}v_{2p}^{2}$$
(2.17)

Reescrevendo estas duas equações:

$$m_1(v_{1a} - v_{1p}) = m_2(v_{2p} - v_{2a})$$
(2.18)

$$m_1 \left(v_{1a}^2 - v_{1p}^2 \right) = m_2 \left(v_{2p}^2 - v_{2a}^2 \right)$$
(2.19)

Dividindo uma pela outra e fazendo algumas operações matemáticas tem-se:

$$v_{1a} + v_{1p} = v_{2a} + v_{2p} \tag{2.20}$$

Isolando v_{2p} e aplicando em (2.18) obtem-se:

$$v_{1p} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1a} + \frac{2m_2}{(m_1 + m_2)} v_{2a}$$
(2.21)

Para o nosso sistema, a massa m_1 seria a massa móvel do núcleo, e a massa m_2 a massa onde o contator está fixado. Como esta massa m_2 está em repouso e é muito maior que a massa móvel, podendo simplificar a expressão (2.21) para o caso:

$$v_{1p} = -v_{1a} \tag{2.22}$$

Como a colisão não é perfeitamente elástica, esta velocidade de retorno estará relacionada a um fator CR < 1, denominado de coeficiente de restituição, com o qual reescreve-se a equação (2.22) da seguinte forma:

$$v_{1p} = -CR v_{1a} \tag{2.23}$$

O coeficiente *CR* dependerá da velocidade relativa do impacto dos corpos e, também, do material e da forma das regiões em contato durante a colisão [9][10]. Este coeficiente caracterizará a quantidade de energia perdida durante o impacto entre os corpos [10].

O coeficiente de restituição poderá ser definido por expressão de 1° grau, onde os parâmetros devem ser ajustados por tentativa e erro, comparando os valores simulados com os obtidos experimentalmente para os tempos entre os ricochetes [9]:

$$CR = \delta + \alpha \frac{\partial X(t^{-})}{\partial t}$$
(2.24)

onde t^{-} é o instante de tempo antes da colisão.

Os valores $\delta e \alpha$ serão os parâmetros que deverão ser ajustados, comparando os resultados experimentais com os simulados. Após obtidos estes parâmetros, eles poderão ser utilizados para qualquer estrutura que possua características e materiais similares, pois a variação destes coeficientes para estruturas equivalentes é mínima, portanto não gerará grande erro na simulação de uma estrutura pouco diferente da que foi utilizada para obtenção dos parâmetros.

O tempo será medido considerando a montagem vista na fig 2.4, onde o canal 1 do osciloscópio é ligado a tensão senoidal da rede e, o canal 2, ligado a uma fonte de tensão contínua. O resistor R é colocado na montagem para não curto-circuitar a fonte de tensão contínua.



Fig 2.4 - Esquema para medir o tempo de ricochete (a) dos contatos e (b) do núcleo fixo com o móvel

A curva obtida neste esquema, para o canal 2, terá o valor da tensão contínua quando não estiver encostada as partes consideradas (contatos ou partes do núcleo) e terá valor nulo quando estiverem encostada, gerando um curto entre as ponteiras do canal 2. Os intervalos de tempo em que ocorre o encostamento das partes em questão fornecem o intervalo do ricochete, enquanto que o tempo para ocorrer a primeira colisão será referenciado ao instante de ligamento da tensão da rede.

2.8 - Transferência de Calor

A transferência de calor, ou simplesmente calor, é a transferência de energia provocado pela diferença de temperatura entre dois pontos em um corpo ou em diferentes corpos.



fig 2.5 - Formas de transferência de calor: (a) condução, (b) convecção e (c) radiação

A transferência de calor pode ser formada de três formas, dependendo do meio onde ocorre esta transferência, se for num material sólido ou num fluido estacionário será por condução, se for num fluido em movimento passando sobre um sólido ocorrerá convecção entre estes dois meios. A terceira forma de transferência de calor é por radiação, pois todas as superfícies numa temperatura finita emitem energia na forma de onda eletromagnética.

2.9 - Condução

Quando um gradiente de temperatura existir em um corpo, existirá uma transmissão de energia da região mais quente para a região mais fria. Esta forma de transmissão, conforme já dito, é feita por condução. A razão entre a transferência de calor q pela área A é proporcional ao gradiente de temperatura normal dT/dx [17], onde esta proporcionalidade pode ser igualada utilizando uma constante k chamada de condutividade térmica do material. Podemos então definir a taxa de condução de calor:

$$q^{\prime\prime} = \frac{q}{A} = -k\frac{dT}{dx}$$
(2.25)

Esta equação é conhecida como Lei de Fourier da transferência de calor, e o sinal negativo é uma conseqüência de o calor se transferir na direção da temperatura decrescente.

A condutividade térmica é uma propriedade do material, que para efeito de entendimento, é análoga a condutividade elétrica, ou seja, materiais bons condutores térmicos

possuem alto valor de k, enquanto que materiais isolantes possuem este valor baixo. Na tabela 2.1 abaixo são mostrados alguns valores típicos de condutividade térmica, os quais tem-se interesse neste trabalho.

	Condutividade Térmica	
Material	k (W / m.K)	
cobre	385	
baquelite	1,4	
poliamida	0,22	
aço silício	51,9	
ar	0,0263	

Tabela 2.1 - condutividade térmica a 20°C

Podemos obter uma analogia com circuitos elétricos, pois um material, de condutividade k, estando sobre uma diferença de potencial térmico, terá sobre ele uma transferência de calor q conforme descrito pela equação (2.25), podemos então obter, para um circuito térmico unidimensional, o equivalente a resistência térmica:

$$R = \frac{L}{k.A} \tag{2.26}$$

onde: L é o comprimento do corpo, no sentido da transferência de calor A é a área perpendicular ao sentido de L

Como esta definição de resistência é equivalente a de circuitos elétricos, podemos aplicar a teoria de resistência elétrica série e paralelo para tratarmos, simplificadamente, um sistema térmico onde o fluxo de calor se dá apenas em uma direção (unidirecional).

2.10 - Convecção

A convecção é a transmissão de calor que se realiza entre uma superfície sólida e um fluido que está em contato com esta superfície. Existem dois tipos característicos de convecção:

- a forçada, onde correntes de fluido são formados por agentes externos;
- a natural ou livre, onde forças de volume atuam sobre o fluido no qual existem gradientes de densidade, o que ocasiona a geração de empuxo que é o fator causador da convecção natural.

A segunda forma de convecção será a de nosso interesse, pois na estrutura a ser estudada não há ventilação forçada sobre as partes onde haverá troca de calor por convecção. Portanto o gradiente de densidade se deve a um gradiente de temperatura, e a força de volume decorre do campo gravitacional.

Nome	Definição	Interpretação
Número de Prandtl (Pr)	$\frac{c_p \cdot \mu}{k_m} = \frac{v}{\alpha}$	Razão entre a difusidade de momento e a difusidade térmica
Número de Grashoff (Gr)	$\frac{g.\beta.(T_S-T_\infty).L^3}{v}$	Razão entre empuxo e forças viscosas
Número de Rayleigh (Ra)	Gr.Pr	Constante que determina o limite da convecção laminar para a turbulenta
Número de Nusselt (Nu)	$\frac{h.L}{k_m}$	Gradiente de temperatura adimensional em uma superfície

Tabela 2.2 - Constantes adimensionais para a transferência de calor convectiva [16]

A taxa de transferência de calor por convecção, independentemente da natureza ser forçada ou natural, pode ser expressa pela seguinte forma:

$$q^{\prime\prime} = \frac{q}{A} = h(T_S - T_\infty) \tag{2.27}$$

Esta equação é conhecida como Lei de Newton do resfriamento e a constante de proporcionalidade h é o coeficiente de transferência convectiva de calor, que também pode ser chamado de condutância da película. Para o nosso estudo de convecção livre, o h será obtido utilizando algumas equações empíricas [17], obtidas através de ensaios em determinadas formas de estrutura.

Para utilizar estas equações empíricas é necessário definir algumas constantes para o meio onde ocorrerá a convecção, que podem ser vistas na tabela 2.2, onde g é referente a aceleração da gravidade e as outras constantes utilizadas serão definidas posteriormente, pois dependem do formato da superfície ou do fluido onde ocorre a convecção.

Т	ρ	c _p	μ	ν	k	α
(K)	(kg/m^3)	(kJ/kg.K)	(kg/m.s)	(m^2/s)	(W/m.K)	(m^2/s)
250	1,4128	1,0053	1,5990e-5	1,31e-6	0,02227	0,15675e-4
300	1,1774	1,0057	1,8462e-5	15,69e-6	0,02624	0,2216e-4
350	0,9980	1,0090	2,075e-5	20,76e-6	0,03003	0,2983e-4
400	0,8826	1,0140	2,296e-5	25,90e-6	0,03365	0,3760e-4
450	0,7833	1,0207	2,484e-5	31,71e-6	0,03707	0,4222e-4

Tab 2.3 - Propriedades do ar à pressão atmosférica [17]

Para qualquer formato de estrutura os valores de β , ν , α e k_f serão obtidos a partir da temperatura média T_m da película de fluido onde ocorre a convecção, que por sua vez depende do formato da superfície onde ocorre a mesma. O valor de β pode ser calculado pelo inverso de T_m e, os outros valores podem ser obtidos da tabela 2.3 para o fluido utilizado no contator,

que é o ar, onde deverão ser interpolados para serem obtidos os valores na temperatura média da película na qual se deseja calcular o *h*.

Geometria	Ra	С	N	L	T_m
cubo	$10^4 - 10^9$	0,52	1/4	altura + largura	T - (T + T)
Placa vertical	$10^4 - 10^9$	0,59	1/4	altura da placa	$I_m = (I_S + I_\infty)$
	$10^9 - 10^{13}$	0,021	2/5		2
superfície superior a	$10^4 - 10^7$	0,54	1/4		
placa horizontal quente	$10^7 - 10^{11}$	0,15	1/3		
e inferior a placa fria				área / perímetro	$T_m = T_S - 0.25(T_S - T_\infty)$
superfície inferior a	$10^5 - 10^{11}$	0,27	1/4		
placa horizontal quente					
e inferior a placa fria					

Tab 2.4 - os parâmetros L e T_m para diferentes formatos de superfícies isotérmicas e as constantes utilizadas na equação (2.28), onde o termo quente ou frio é referente a temperatura da placa em relação a T_S [16][17].

A relação do número de Nusselt está relacionado ao número Rayleigh pela correlação empírica:

$$Nu = C.Ra^{N} \tag{2.28}$$

onde os valores de $C \in N$ irão depender do formato e da posição da superfície e pode ser obtido na tabela 2.4.

Após a definição destas equações empíricas, pode-se obter o coeficiente de transferência de calor h através da obtenção de Nu pela fórmula (2.28); aplicando-se na equação de Nu que se encontra na tabela 2.2, fica então:

$$h = \frac{Nu.k_m}{L} \tag{2.29}$$

onde: k_m é a condutividade térmica da película de fluido, onde ocorre a convecção

L é o comprimento característico da forma geométrica e é definido na Tab 2.4.

Uma equivalência a resistência térmica pode ser obtida para a convecção e pode ser verificada pela equação (2.27):

$$R_c = \frac{1}{h.A} \tag{2.30}$$

onde: A é a área da superfície em contato com o fluido.

2.11 - Radiação

A radiação térmica é a energia emitida pela matéria que estiver numa temperatura acima do zero absoluto. A energia radiada da matéria é transportada por ondas eletromagnéticas (fótons) e não precisa de nenhum meio para ocorrer. Na realidade a maior eficiência da transmissão por radiação se observa no vácuo.

O fluxo máximo que pode ser emitido por uma superfície é dado pela lei se Stefan-Boltzmann, e só ocorre em radiador ideal denominado de corpo negro:

$$q'' = \sigma T_s^4$$
 (2.31)
onde: T_s é a temperatura absoluta da superfície em (K)
 σ é a constante de Stefan-Boltzmann (σ = 5,67e-8 W/m².K)

Para um corpo real o fluxo de calor emitido por sua superfície é bem menor que a de um corpo negro e é expresso por:

$$q^{\prime\prime} = \varepsilon. \sigma. T_s^4 \tag{2.32}$$

A propriedade radioativa ε da superfície, denominada emissividade, cujo valor está no intervalo $0 \le \varepsilon \le 1$, indica a eficiência da emissão da superfície, em comparação com o radiador ideal. Para os materiais bons condutores térmicos, o valor da emissividade é bem baixo, e para materiais isolantes tem-se valores altos de emissividade [16]. Por exemplo, para o aço polido ε varia de 0,14 à 0,38; para o cobre com oxidação estável $\varepsilon = 0,3$ e para materiais isolantes térmicos a emissividade estará em torno de 0,8.

Se houver incidência de radiação em uma superfície, uma parcela será absorvida por esta e a parcela da radiação poderá ser calculada pela propriedade radioativa denominada de absortividade ($0 \le \alpha \le 1$), que para a maioria dos corpos pode ser aproximada a emissividade ($\alpha \approx \varepsilon$), ou seja, trata-se do que a literatura chama de superfície cinzenta.

Quando trata-se de superfícies cinzentas, o equacionamento da taxa líquida da troca de radiação térmica entre a superfície e a sua vizinhança é expressa por:

$$q^{\prime\prime} = \varepsilon. \, \sigma. \left(T_S^4 - T_{\infty}^4 \right) \tag{2.33}$$

Por simplicidade esta expressão será colocada em um formato semelhante a (2.27), tendo porém que definir um coeficiente de transferência radioativa h_R expresso por:

$$h_R = \varepsilon. \sigma. (T_S + T_\infty) (T_S^2 + T_\infty^2)$$
(2.34)

$$q^{\prime\prime} = h_R \cdot \left(T_S - T_\infty \right) \tag{2.35}$$

Com isto podemos também definir uma resistência térmica à radiação, utilizando-se da equação (2.35) linearizada:

$$R_R = \frac{1}{h_R \cdot A} \tag{2.36}$$

2.12 - Conservação da energia térmica num volume de controle

Num volume de controle, definido em torno de um material ou em uma superfície, deverá haver um equilíbrio térmico entre todos os tipos de energia que estão relacionadas a este volume, para todo instante de tempo *t*, podendo ser definido que [16]:

a taxa na qual a energia térmica e a mecânica entram num volume de controle Eaf, mais a taxa na qual a energia térmica for gerada no interior do deste volume Eg, menos a taxa na qual a energia térmica e mecânica saem do volume Eef, é igual à taxa de aumento da energia armazenada Δ Eac no interior do volume de controle.

Essa definição pode ser expressa por:

$$Eaf + Eg - Eef = \Delta Eac \tag{2.37}$$

Os termos da taxa de energia afluente *Eaf* e efluente *Eef* estão relacionados a fenômenos de superfície, ou seja, ocorrem exclusivamente na superfície de controle e tratam quase sempre pela transferência convectiva, condutiva ou radioativa.

O termo referente a taxa de geração de energia térmica Eg está associado a conversão de uma forma de energia em térmica, ocasionando o crescimento da energia térmica dentro do volume. A fonte de energia térmica característica de um contator é devida à



Fig 2.6 - Conservação de energia num volume de controle

conversão de energia elétrica que ocorre no aquecimento resistivo de um condutor percorrido por uma corrente elétrica e é quantizado pela potência elétrica ativa no mesmo R.I², que corresponde a taxa na qual a energia térmica é gerada (liberada) no interior do volume.

A energia acumulada no volume de controle está associado ao aumento ($\Delta Eac > 0$), ou a diminuição ($\Delta Eac < 0$) da energia da matéria que ocupa o volume de controle e, para o caso estudado, está diretamente ligado à energia gerada no volume de controle.

Pode-se considerar que o sistema estará em condição de regime permanente quando não houver modificação na energia acumulada no volume de controle ($\Delta Eac=0$). Esta condição será utilizada neste trabalho para calcular a temperatura máxima que a bobina pode chegar, tendo decorrido um período de tempo necessário para chegar a condição de equilíbrio térmico.

Para um volume de controle, com temperatura estabilizada, com geração de energia por corrente em uma resistência tem-se energia saindo através de um material sólido encostado (condução) e também pelo ar (convecção e radiação). Assim tem-se o seguinte balanço de energia:

$$Eaf + R.I^{2} - \left(h.A.(T - T_{\infty}) + \varepsilon.\sigma.A.(T^{4} - T_{\infty}^{4}) + Eef\right) = 0$$

$$(2.38)$$

Reescrevendo esta equação em termos de resistência térmica teremos:

$$Eaf + R.I^{2} - \left[\frac{1}{R_{c}}(T - T_{\infty}) + \frac{1}{R_{R}}(T - T_{\infty}) + \frac{1}{R_{ef}}(T - T_{\infty})\right] = 0$$
(2.39)

Como os termos R_C , R_R e R_{ef} são dependentes da temperatura T, a obtenção da temperatura deverá ser feita recursivamente, buscando um erro mínimo para esta expressão. Outro detalhe a considerar é que a resistência elétrica é variável com a temperatura, conforme a fórmula 1.6, e portanto deve-se calcular o sistema considerando a resistência da bobina na temperatura obtida para o regime térmico.

2.13 - Tempo de aquecimento

Após ligar o contator, o tempo exato para que ele aqueça até o regime térmico contínuo não é um ponto crucial para o dimensionamento do mesmo. Por este motivo serão utilizadas algumas simplificações para o cálculo do tempo decorrente do transitório térmico.

Considerando o balanço de energia, expresso pela equação (2.37), o termo referente a ΔEac será relacionado à taxa de modificação da energia interna do corpo envolto pelo volume de controle e será equacionado por:

$$\Delta Eac = \rho. Vol. c_p. \frac{dT}{dt}$$
(2.40)

onde: ρ é a densidade do material interno à superfície de controle *Vol* é o volume deste material c_p é o calor específico do mesmo.

A expressão obtida para o sistema como um todo pode ser expressa considerando o termo (2.40) na expressão (2.38), obtendo-se:

$$Eaf + R.I^{2} - \left(h.A.(T - T_{\infty}) + \varepsilon.\sigma.A.(T^{4} - T_{\infty}^{4}) + Eef\right) = \rho.Vol.c_{p}.\frac{dT}{dt}$$
(2.41)

ou da forma similar a equação (2.39):

$$Eaf + R.I^{2} - \left(\frac{1}{R_{c}}(T - T_{\infty}) + \frac{1}{R_{R}}(T - T_{\infty}) + \frac{1}{Ref}(T - T_{\infty})\right) = \rho.Vol.c_{p}.\frac{dT}{dt}$$
(2.42)

Esta expressão, apesar da aparência linear, é não linear e de difícil resolução. Por este motivo optou-se utilizar algumas simplificações necessárias para a linearização do mesmo, considerando R_R , R_C e *Ref* constantes:

$$Eaf + Eg - \left(\frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_R} + \frac{1}{Ref}\right)(T - T_{\infty}) = \rho.Vol.c_p.\frac{dT}{dt}$$
(2.43)

Definindo um termo $\theta = T \cdot T_{\infty}$, e chamando de $1/R_{CR}$ o termo que possui as resistências, podemos reescrever a equação anterior como:

$$\frac{d\theta}{dt} + a.\theta - b = 0 \tag{2.44}$$

onde:

$$a = \frac{1}{\rho.Vol.c_p.R_{CR}}, \qquad b = \frac{Eaf + Eg}{\rho.Vol.c_p}$$
(2.45.a;b)

Redefinindo:

$$\Theta = \theta - \frac{b}{a} \qquad \therefore \qquad \frac{d\Theta}{dt} = \frac{d\theta}{dt}$$
(2.46)

Podemos reescrever a expressão (2.44) por:

$$\frac{d\Theta}{dt} + a.\Theta = 0 \tag{2.47}$$

Resolvendo esta equação, considerando que para $t = 0 \Rightarrow \Theta = \Theta i$:

$$\ln\!\left(\frac{\Theta}{\Theta i}\right) = -a.t \tag{2.48}$$

Substituído Θ e θ pela variável em T, obtém-se:

$$\ln\left(\frac{T-T_{\infty}-b_{a}}{T_{i}-T_{\infty}-b_{a}}\right) = -a.t$$

$$(2.49)$$

Com esta equação podemos obter o tempo aproximado para aquecer a bobina de *Ti* a *T*, sendo *T* a temperatura de regime, entretanto, quando se tem $0.95(T-T_{\infty})$, poderemos considerar o sistema com a temperatura de regime. Para calcular o tempo de resfriamento, utilizamos Eg=0 e, se o termo *Eaf* não existir, teremos b = 0. Para obtermos o tempo de resfriamento utiliza-se $T-T_{\infty} = 0.05(Ti-T_{\infty})$, sendo *Ti* a temperatura obtida no cálculo da temperatura de regime térmico.

2.14 - Conclusão

Foram apresentados os conceitos básicos necessários para o entendimento do sistema mecânico, destacando o modelo utilizado para representar o ricochete nos contatos e nas partes do núcleo.

A segunda parte deste capítulo descreveu os princípios físicos que interagem no contator devido ao aquecimento do mesmo.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM DINÂMICA

3.1 - Introdução

Este capítulo tem como objetivo geral apresentar uma metodologia para analisar o funcionamento de contatores CA sob diversas condições de funcionamento, utilizando para isto a técnica de variáveis de estado.

As equações que descrevem o funcionamento do contator foram reescritas a partir de trabalho anteriormente desenvolvido [1]. O objetivo foi de se desenvolver uma estrutura para se implementar em um software que possa:

- Possibilitar a variação da tensão de alimentação gradativamente;
- Considerar o ricochete dos contatos e do núcleo;
- Verificar o tempo de abertura após desenergizado;
- Considerar saturação no meio magnético durante o transitório;
- Avaliar o desempenho a partir de medidas de força eletromagnética útil.

A motivação principal para se obter um modelo preciso vem do fato da necessidade de se prever a existência de um segundo estágio no atracamento quando se alimenta com tensão reduzida. Este poderá aparecer em modelos de contatores no qual a combinação das molas estejam superdimensionadas. Devido a necessidade de se detectar este fato, é preciso um modelo dinâmico robusto para a simulação do contator.

3.2 - Circuito Equivalente do Contator CA

Conforme foi descrito em capítulo anterior, o contator CA tem uma equivalência com um transformador e, por este motivo, seu funcionamento pode ser baseado em circuitos elétricos acoplados magneticamente.

Neste tópico será obtido o circuito equivalente do contator CA a partir de seu equivalente como um transformador. Aqui veremos um outro método para se obter o circuito equivalente que é a teoria de circuitos magneticamente acoplados. Este tópico será importante



Fig 3.1 - distribuição do fluxo no contator

para se entender o acoplamento fraco entre as equações de estado e o cálculo de campos.

A nomenclatura dos fluxos será considerada conhecida e poderá ser vista na fig 3.1, utilizando meia estrutura do contator, a qual pode ser comparada a da figura 1.2.

Para inicializar o desenvolvimento do equacionamento do contator, iremos analisar todos os fluxos que circulam pelo meio magnético do mesmo. O equacionamento pode ser inicializado considerando-se o fluxo concatenado que passa por cada enrolamento:

$$\Phi_{11} = \Phi d_1 + \Phi m d_1 + \Phi m_{12} + \Phi m_{21} \tag{3.1.a}$$

$$\Phi_{22} = \Phi d_2 + \Phi m d_2 + \Phi m_{21} + \Phi m_{12} \tag{3.1.b}$$

A equação de cada fluxo em função de sua relutância \Re será descrita por:

$$\Phi d_1 = \frac{N_1 i_1}{\Re d_1} \qquad \Phi m d_1 = \frac{N_1 i_1}{\Re m d_1} \qquad \Phi m_{12} = \frac{N_1 i_1}{\Re m_1} \qquad (3.2.a;b;c)$$

$$\Phi d_2 = \frac{N_2 i_2}{\Re d_2} \qquad \Phi m d_2 = \frac{N_2 i_2}{\Re m d_2} \qquad \Phi m_{21} = \frac{N_2 i_2}{\Re m_2}$$
(3.3.a;b;c)

Aplicando as equações (3.2) e (3.3) em (3.1.a) e em (3.1.b) temos:

$$\Phi_{11} = \frac{N_1 i_1}{\Re d_1} + \frac{N_1 i_1}{\Re m_1} + \frac{N_1 i_1}{\Re m_1} + \frac{N_2 i_2}{\Re m_2}$$
(3.4.a)

$$\Phi_{22} = \frac{N_2 i_2}{\Re d_2} + \frac{N_2 i_2}{\Re m d_2} + \frac{N_2 i_2}{\Re m_2} + \frac{N_1 i_1}{\Re m_1}$$
(3.4.b)

Vamos considerar os enlaces de fluxo a partir das equações (3.4)

$$\lambda_{1} = N_{1} \Phi_{11} = \frac{N_{1}^{2} i_{1}}{\Re d_{1}} + \frac{N_{1}^{2} i_{1}}{\Re m d_{1}} + \frac{N_{1}^{2} i_{1}}{\Re m_{1}} + \frac{N_{2} N_{1} i_{2}}{\Re m_{2}}$$
(3.5.a)

$$\lambda_{2} = N_{2} \Phi_{22} = \frac{N_{2}^{2} i_{2}}{\Re d_{2}} + \frac{N_{2}^{2} i_{2}}{\Re m d_{2}} + \frac{N_{2}^{2} i_{2}}{\Re m_{2}} + \frac{N_{1} N_{2} i_{1}}{\Re m_{1}}$$
(3.5.b)

Considerando a definição de fmm e indutância:

$$fmm = \Re \ \phi = NI \implies \phi = NI / \Re$$
$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{N \Phi}{I} = \frac{N}{I} \frac{NI}{\Re} = \frac{N^2}{\Re} \qquad \qquad M_{12} = N_2 \frac{\Phi_{12}}{I_1} = \frac{N_2}{I_1} \frac{N_1 I_1}{\Re_1} = \frac{N_2 N_1}{\Re_1}$$

Obtemos as indutâncias a partir da equação (3.5.a)

$$L_{11} = \frac{N_1^2}{\Re d_1} + \frac{N_1^2}{\Re m d_1} + \frac{N_1^2}{\Re m_1} = Ld_1 + Lm_1$$
(3.6.a)

onde: $Ld_1 = \frac{N_1^2}{\Re d_1} + \frac{N_1^2}{\Re m d_1}$ e $Lm_1 = \frac{N_1^2}{\Re m_1}$ (3.6.b;c)

A mesma operação, agora a partir de (3.5.b)

$$L_{22} = \frac{N_2^2}{\Re d_2} + \frac{N_2^2}{\Re m d_2} + \frac{N_2^2}{\Re m_2} = Ld_2 + Lm_2$$
(3.7.a)

onde:
$$Ld_2 = \frac{N_2^2}{\Re d_2} + \frac{N_2^2}{\Re m d_2}$$
 e $Lm_2 = \frac{N_2^2}{\Re m_2}$ (3.7.b;c)

Considerando as equações (3.6.c) e (3.7.c), temos:

$$\frac{Lm_1 = \frac{N_1^2}{\Re m_1}}{Lm_2 = \frac{N_2^2}{\Re m_2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{Lm_1}{Lm_2} = \frac{N_1^2}{\Re m_1} \frac{\Re m_2}{N_2^2} ,$$

como $\Re m_2 = \Re m_1$: $\frac{Lm_1}{Lm_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2}$ (3.8)

$$Lm_1 = Lm_2 \frac{N_1^2}{N_2^2} = Lm_2 a^2$$
 e $Lm_2 = \frac{Lm_1}{a^2}$

onde: $a = N_1 / N_2$

Obtendo a **indutância mútua** a partir da equação (3.5.a), desconsiderando a indutância L_{11} em (3.6.a):

$$L_{12} = N_2 \frac{\Phi m_{12}}{i_1} = \frac{N_2}{i_1} \frac{N_1 i_1}{\Re m_1} = \frac{N_1 N_2}{\Re m_1}$$
(3.9)

da relutância (3.6.c): $\Re m_1 = \frac{N_1^2}{Lm_1}$

$$L_{12} = \frac{N_1 N_2}{\frac{N_1^2}{Lm_1}} = \frac{N_2}{N_1} Lm_1$$
(3.10)

Partindo agora da equação (3.5.b), desconsiderando a indutância L_{22} em (3.7.a)

$$L_{21} = N_1 \frac{\Phi_{21}}{i_2} = \frac{N_2 N_1}{\Re m_2} = \frac{N_1}{N_2} Lm_2$$
(3.11)

Pela relação (3.8) temos a igualdade entre (3.10) e (3.11):

$$\frac{Lm_1}{Lm_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2} \implies \frac{N_2}{N_1} Lm_1 = \frac{N_1}{N_2} Lm_2 \quad \text{ou seja: } L_{12} = L_{21} \quad (3.12)$$

Agrupando as indutâncias temos:

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ld_1 + Lm_1 & \frac{N_2}{N_1} Lm_1 \\ \frac{N_1}{N_2} Lm_2 & Ld_2 + Lm_2 \end{bmatrix}$$
(3.13)

Obtendo o fluxo concatenado temos: $\lambda = L.i$.

$$\begin{bmatrix} \lambda_{1} \\ \lambda_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{1} \\ i_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ld_{1} + Lm_{1} & \frac{N_{2}}{N_{1}}Lm_{1} \\ \frac{N_{1}}{N_{2}}Lm_{2} & Ld_{2} + Lm_{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{1} \\ i_{2} \end{bmatrix}$$
(3.14)

Fazendo a multiplicação de matrizes temos os enlaces de fluxo:

$$\lambda_1 = Ld_1 i_1 + Lm_1 i_1 + \frac{N_2}{N_1} Lm_1 i_2$$
(3.15.a)

$$\lambda_2 = \frac{N_1}{N_2} Lm_2 i_1 + Ld_2 i_2 + Lm_2 i_2$$
(3.15.b)

Parâmetros referidos ao primário, utilizamos as relações:

$$i_2' = i_2/a$$
 $V_2' = a V_2$ $a = N_1/N_2$

Obtemos portanto da equação (3.15.a):

$$\lambda_{1} = Ld_{1}i_{1} + Lm_{1}\left(i_{1} + i_{2}'\right)$$
(3.16)

Multiplicando a equação (3.15.b) por N_1/N_2 e fazendo algumas operações, temos:

$$\frac{N_1}{N_2}\lambda_2 = Ld_2\frac{N_1}{N_2}i_2 + Lm_2\left(\frac{N_1}{N_2}i_2 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2i_1\right)$$
$$\lambda_2' = Ld_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2i_2\frac{N_2}{N_1} + Lm_2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\left(\frac{N_2}{N_1}i_2 + i_1\right)$$

Observando que as indutâncias são referidas ao primário quando multiplicadas por $(N_1/N_2)^2$, obtemos:

$$\lambda_{2}' = Ld_{2}'i_{2}' + Lm_{2}'(i_{2}' + i_{1})$$
(3.17)

Escrevendo as equações de tensão deste transformador, considerando as resistências, temos:

$$V_1 = r_1 i_1 + \frac{\partial}{\partial t} \lambda_1 \tag{3.18.a}$$

$$V_2' = r_2' i_2' + \frac{\partial}{\partial t} \lambda_2'$$
(3.18.b)

reescrevendo as equações (3.18) considerando os enlaces de fluxo (3.16) e (3.17):

$$V_{1} = r_{1}i_{1} + \frac{\partial}{\partial t} \left[Ld_{1}i_{1} + Lm_{1}\left(i_{1} + i_{2}'\right) \right]$$

$$V_{1} = r_{1}i_{1} + \frac{\partial}{\partial t}Ld_{1}i_{1} + \frac{\partial}{\partial t}Lm_{1}i_{1} + \frac{\partial}{\partial t}Lm_{1}i_{2}$$

$$V_{2}' = r_{2}'i_{2}' + \frac{\partial}{\partial t}\left[Ld_{2}'i_{2}' + Lm_{2}'\left(i_{2}'+i_{1}\right)\right]$$

$$V_{2}' = r_{2}'i_{2}' + \frac{\partial}{\partial t}Ld_{2}'i_{2}' + \frac{\partial}{\partial t}Lm_{2}'i_{2}' + \frac{\partial}{\partial t}Lm_{2}'i_{1}$$
(3.19.a)

como: $Lm_2' = \frac{N_1^2}{N_2^2}Lm_2 = Lm_1$

$$V_{2}' = r_{2}'i_{2}' + \frac{\partial}{\partial t}Ld_{2}'i_{2}' + \frac{\partial}{\partial t}Lm_{1}i_{2}' + \frac{\partial}{\partial t}Lm_{1}i_{1}$$
(3.19.b)

Obtemos para tal sistema o modelo do transformador, conforme a figura 3.2.



Fig 3.2 - Modelo do transformador

Onde os parâmetros podem ser descritos por:

r₁ e Ld₁ ⇒ resistência e indutância de dispersão do primário r₂' e Ld₂' ⇒ resistência e indutância de dispersão do secundário, referidos ao primário Lm₁ ⇒ Indutância mútua de magnetização V₁ e i₁ ⇒ Tensão e corrente primária V₂' e i₂' ⇒ Tensão e corrente secundária, referidas ao primário $i_{\phi} = i_1 + i_2' \Rightarrow$ Corrente de magnetização

Neste modelo foram desconsideradas as perdas devido às correntes de Foucault e as perdas histeréticas pois a corrente solicitada para suprir estas perdas é muito pequena. Conforme descrito em capítulo precedente, estas perdas deveriam ser representadas por uma alta resistência em paralelo a Lm₁, porém a sua omissão não acarretará prejuízo aos resultados obtidos em simulação.

3.3 - Obtenção dos parâmetros do modelo

A obtenção do fluxo na estrutura do contator será feita através de cálculo de campos eletromagnéticos, devido a precisão que este método nos proporciona ao considerar o espraiamento de campo, bem como as não linearidades magnéticas do material. Para fazermos

uso dos valores de fluxo obtidos utilizaremos a técnica conhecida por acoplamento fraco entre cálculo de campos e equações de estado.

Esta técnica, aplicada ao nosso caso, consiste em duas etapas distintas:

- Primeiramente, para um determinado núcleo, constrói-se curvas de fluxo em função da abertura do entreferro para as diversas partes de interesse na estrutura que serão descritas a seguir;
- Num segundo estágio, durante a simulação por equações de estado, os valores instantâneos de fluxo são obtidos nestas curvas para os valores de abertura do entreferro.

As estruturas eletromagnéticas reais são não lineares e estão sujeitas a saturação de suas partes magnéticas, ou seja, em uma determinada posição, o fluxo não será diretamente proporcional a fmm aplicada. Por este motivo trabalharemos com ábacos de fluxo em função da corrente.

Estes ábacos correspondem a várias curvas de fluxo em função da posição, geradas para diversas alimentações de fmm, conforme fig 3.3, onde podemos ver a saturação mais detalhadamente para pequenos entreferros na fig 3.3.b.



Fig 3.3 - Curvas de fluxo em função da posição. (a) ábaco criado p/ diversas correntes;
(b) comparação de uma curva obtida por cálculo linear com as obtidas considerando a saturação do núcleo

Como estas curvas não são facilmente equacionáveis, optamos por obter vários pontos de fluxo para várias aberturas e aproximar os valores intermediários por uma reta, ou seja, uma aproximação linear entre pontos de uma curva. Outra aproximação considerada foi que entre as curvas os valores também serão lineares.

Para a obtenção destes ábacos de fluxo, utiliza-se um programa de cálculo de campos por elementos finitos para resolução de sistemas magnetostáticos, como o EFCS do EFCAD [14], onde o mesmo utiliza-se basicamente da resolução da equação (1.1.a) modificada para utilização neste método:

$$rot \ v \ rot \ \vec{A} = \vec{J}$$
(3.20)
onde: A é o potencial vetor incógnito, sendo $B = rot A$
 J é a densidade de corrente imposta
 v é relutividade magnética do meio: $v = 1/\mu$

Após a resolução do sistema, um programa de exploração gráfica e numérica (EFGN) é utilizado para obtenção dos valores desejados no contator.

Os valores de fluxo medidos foram obtidos da seguinte forma:

• Constrói-se meia estrutura da parte eletromagnética do contator, conforme mostra a fig 3.4,



com a bobina principal, o anel de curto circuito e uma espira auxiliar.

• Faz-se o cálculo estático (com o EFCS), excitando apenas a bobina principal ou o anel de curto circuito com a devida densidade de corrente J solicitada pelo programa e calculada previamente.

 Fig 3.4 - disposição dos enrolamentos
 Obtém-se os valores de fluxo em cada um dos enrolamentos através do programa EFGN, considerando as seguintes excitações:

1) excitando o enrolamento principal:

 $\phi t_1 =$ fluxo total gerado pela bobina principal

 ϕm_{12} = fluxo mútuo entre o enrolamento principal e o anel de curto circuito

 $\phi md_1 = fluxo$ que passa pela bobina auxiliar

2) excitando o anel de curto circuito:

 $\phi t_2 =$ fluxo total gerado pelo anel de curto circuito

 ϕm_{21} = fluxo mútuo entre o enrolamento principal e o anel de curto circuito

 ϕ md₂ = fluxo que passa pela bobina auxiliar

Dos fluxos obtidos nos ábacos, descritos nas equações (3.2) e (3.3), faltam serem obtidos fluxos dispersos, para a meia estrutura, os quais podem ser calculados através das seguintes equações:

$$\phi d_1 = \phi t_1 - (\phi m d_1 + \phi m_{12}) \tag{3.21.a}$$

$$\phi d_2 = \phi t_2 - (\phi m d_2 + \phi m_{21}) \tag{3.21.b}$$

Com todos os fluxos definidos podemos obter as respectivas indutâncias do modelo:

$$Ld_{1} = \frac{N_{1}^{2}}{\frac{N_{1}i_{1}}{\Phi d_{1}}} + \frac{N_{1}^{2}}{\frac{N_{1}i_{1}}{\Phi m d_{1}}} = \frac{N_{1}}{i_{1}} \Phi d_{1} + \frac{N_{1}}{i_{1}} \Phi m d_{1}$$
(3.22.a)

$$Lm_{1} = \frac{N_{1}^{2}}{\frac{N_{1}i_{1}}{\Phi m_{12}}} = \frac{N_{1}}{i_{1}} \Phi m_{12}$$
(3.22.b)

$$Ld_{2} = \frac{N_{2}}{i_{2}} \Phi d_{2} + \frac{N_{2}}{i_{2}} \Phi m d_{2}$$
(3.22.c)

$$Lm_2 = \frac{N_2}{i_2} \Phi m_{21} \tag{3.22.d}$$

Como o modelo de circuito utilizado é o de um transformador monofásico com um primário e um secundário, e no seu modelo real teria um terciário idêntico ao secundário, o cálculo será feito a partir dos parâmetros reduzidos a meia estrutura. Como podemos ver na fig 3.5, a transformação ocorrida para se fazer a utilização deste método implica que as indutâncias e resistências do enrolamento principal será dividido em dois ramos paralelos.



Fig 3.5 - Transformação necessária para a utilização de meia estrutura magnética

Pela equivalência de circuitos paralelos, partindo de um único ramo, os valores de resistência e indutância devem ser dobrados para que a fonte de tensão não sinta a alteração do circuito. Observa-se, comparando a fig 3.2 com a fig 3.5, que este conceito somente se aplica às indutâncias de dispersão e resistência do primário. Utilizando a teoria de circuitos clássica podemos provar que a resistência utilizada no caminho paralelo deverá ser o dobro da resistência deste enrolamento:

$$\frac{(2.R_1).(2.R_1)}{(2.R_1)+(2.R_1)} = \frac{4.R_1^2}{4.R_1} = R_1$$

o qual podemos estender para a indutância Ld_1 .

O valor da indutância mútua, para o modelo, pode ser calculado considerando o conceito de coeficiente de acoplamento, onde para uma estrutura completa temos:

$$M = \kappa \sqrt{L_1 L_2}$$

Como o valor de κ é constante, teremos para o nosso modelo, de meia estrutura, a seguinte formulação considerando as indutâncias próprias:

$$n.M = \kappa \sqrt{2.L_1 L_2}$$

Para que esta relação seja verdadeira, *n* deve ser $\sqrt{2}$ e portanto a nossa indutância mútua deve ser multiplicada por este valor.

3.4 - Formulação das Equações de Estado Elétricas do Contator CA

Do exposto no item anterior e das equações elétricas (3.19) obtém-se as equações de estado das correntes, considerando a seguinte notação para o caso do contator CA:

 $V_2' = 0$ pois temos a espira de sombra, representada por um curto circuito

$$Ld_a = Ld_2' \qquad R_a = r_2' \qquad i_a = i_2'$$

$$Ld = 2 Ld_1 \qquad R_1 = 2 r_1 \qquad Lm = \sqrt{2} Lm_1$$

então:

$$V_1 - R_1 i_1 - \frac{\partial}{\partial t} L d i_1 = \frac{\partial}{\partial t} L m i_1 + \frac{\partial}{\partial t} L m i_a = E m$$
(3.23.a)

$$-R_a i_a - \frac{\partial}{\partial t} L d_a i_a = \frac{\partial}{\partial t} L m i_a + \frac{\partial}{\partial t} L m i_1 = E m$$
(3.23.b)

Fazendo derivação por partes, temos:

$$V_{1} - R_{1}i_{1} - \left(Ld\frac{\partial}{\partial t}i_{1} + i_{1}\frac{\partial}{\partial t}Ld\right) = \left(Lm\frac{\partial}{\partial t}i_{1} + i_{1}\frac{\partial}{\partial t}Lm\right) + \left(Lm\frac{\partial}{\partial t}i_{a} + i_{a}\frac{\partial}{\partial t}Lm\right)$$
$$-R_{a}i_{a} - \left(Ld_{a}\frac{\partial}{\partial t}i_{a} + i_{a}\frac{\partial}{\partial t}Ld_{a}\right) = \left(Lm\frac{\partial}{\partial t}i_{a} + i_{a}\frac{\partial}{\partial t}Lm\right) + \left(Lm\frac{\partial}{\partial t}i_{1} + i_{1}\frac{\partial}{\partial t}Lm\right)$$

Reagrupando por derivadas temos:

$$V_1 - R_1 i_1 - (i_1 + i_a) \frac{\partial}{\partial t} Lm - i_1 \frac{\partial}{\partial t} Ld = (Lm + Ld) \frac{\partial}{\partial t} i_1 + Lm \frac{\partial}{\partial t} i_a$$
(3.24.a)

$$-R_{a}i_{a} - (i_{1} + i_{a})\frac{\partial}{\partial t}Lm - i_{a}\frac{\partial}{\partial t}Ld_{a} = Lm\frac{\partial}{\partial t}i_{1} + (Lm + Ld_{a})\frac{\partial}{\partial t}i_{a}$$
(3.24.b)

$$+ \underbrace{V_{1}}_{i_{1}} \underbrace{Ld}_{i_{1}} \underbrace{Ld}_{i_{0}} \underbrace{Ld_{a}}_{i_{a}} \underbrace{R_{a}}_{i_{a}} \underbrace{Lm}_{i_{a}} \underbrace{L$$

Fig 3.6 - Modelo elétrico do contator CA

Como a indutância varia com a posição x, utiliza-se a regra da cadeia para reestruturar as equações:

$$V_1 - R_1 i_1 - (i_1 + i_a) \left(\frac{\partial}{\partial t} x \frac{\partial}{\partial x} Lm \right) - i_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} x \frac{\partial}{\partial x} Ld \right) = (Lm + Ld) \frac{\partial}{\partial t} i_1 + Lm \frac{\partial}{\partial t} i_a$$
(3.25.a)

$$-R_a i_a - (i_1 + i_a) \left(\frac{\partial}{\partial t} x \frac{\partial}{\partial x} Lm \right) - i_a \left(\frac{\partial}{\partial t} x \frac{\partial}{\partial x} Ld_a \right) = Lm \frac{\partial}{\partial t} i_1 + (Lm + Ld_a) \frac{\partial}{\partial t} i_a \qquad (3.25.b)$$

Chamando de impedância de velocidade os seguintes termos:

$$ZVel1 = \frac{\partial}{\partial t} x \frac{\partial}{\partial x} Ld$$
(3.26.a)

$$ZVel2 = \frac{\partial}{\partial t} x \frac{\partial}{\partial x} Ld_a$$
(3.26.b)

$$ZVelM = \frac{\partial}{\partial t} x \frac{\partial}{\partial x} Lm$$
(3.26.c)

Reescreve-se as equações (3.25):

$$V_1 - (R_1 + ZVelM + ZVel1)i_1 - i_a ZVelM = (Lm + Ld)\frac{\partial}{\partial t}i_1 + Lm\frac{\partial}{\partial t}i_a$$
(3.27.a)

$$-(R_a + ZVelM + ZVel2)i_a - i_1 ZVelM = Lm\frac{\partial}{\partial t}i_1 + (Lm + Ld_a)\frac{\partial}{\partial t}i_a$$
(3.27b)

Considerando os seguintes termos:

$$ZMR1 = R_1 + (ZVelM + ZVel1)$$
(3.28.a)

$$ZMR2 = R_a + (ZVelM + ZVel2)$$
(3.28.b)

escreve-se a equação (3.27) em forma de matrizes:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ZMR1 & ZVelM \\ ZVelM & ZMR2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Lm+Ld) & Lm \\ Lm & (Lm+Ld_a) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t}i_1 \\ \frac{\partial}{\partial t}i_a \end{bmatrix}$$
(3.29)

Coloca-se então o sistema em forma de equações de estado, o qual representará, indiretamente, a parte eletromagnética do modelo que descreve o contator CA:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} i_1 \\ \frac{\partial}{\partial t} i_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Lm + Ld) & Lm \\ Lm & (Lm + Ld_a) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ZMR1 & ZVelM \\ ZVelM & ZMR2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_a \end{bmatrix}$$
(3.30)

Chamando o determinante da matriz de indutâncias de:

$$Det = (Lm + Ld) (Lm + Ld_a) - Lm^2$$
(3.31)

temos:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} i_1 \\ \frac{\partial}{\partial t} i_a \end{bmatrix} = \frac{1}{Det} \begin{bmatrix} (Lm + Ld_a) & -Lm \\ -Lm & (Lm + Ld) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_a \end{bmatrix}$$
(3.32)

Onde a matriz A é obtida por:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Lm + Ld_a) & -Lm \\ -Lm & (Lm + Ld) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ZMR1 & ZVelM \\ ZVelM & ZMR2 \end{bmatrix}$$
(3.33)

e seus termos são:

$$A_{11} = (Lm + Ld_a).ZMR1 - LmZVelM$$
(3.34.a)

$$A_{12} = (Lm + Ld_a).ZVelM - LmZMR2$$
(3.34.b)

$$A_{21} = -LmZMR1 + (Lm + Ld).ZVelM$$
(3.34.c)

$$A_{22} = -LmZVelM + (Lm + Ld).ZMR2$$
 (3.34.d)

Cálculo da tensão magnetizante Em a partir das variáveis de estado i_1 e i_a . Partindo-se da equação (3.23.a) e posteriormente considerando as equações (3.26.c) e (3.32):

$$Lm\left(\frac{\partial}{\partial t}i_{1}+\frac{\partial}{\partial t}i_{a}\right)+\left(i_{1}+i_{a}\right)\frac{\partial}{\partial t}Lm=Em$$

onde:
$$\frac{\partial}{\partial t} Lm = \frac{\partial}{\partial t} x \frac{\partial}{\partial x} Lm = ZVelM$$

 $\left(\frac{\partial}{\partial t}i_1 + \frac{\partial}{\partial t}i_a\right) = \frac{1}{Det} \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t}i_1 \\ \frac{\partial}{\partial t}i_a \end{bmatrix} = \frac{V_1 Ld_a - (A_{11}i_1 + A_{12}i_a + A_{21}i_1 + A_{22}i_a)}{Det}$

então:

$$Em = \frac{Lm}{Det} \left[V_1 Ld_a - (A_{11} + A_{21})i_1 - (A_{12} + A_{22})i_a \right] + (i_1 + i_a)ZVelM$$
(3.35)

3.5 - Desligamento do contator

Para se simular a abertura do contator, retirando-se a alimentação da bobina principal, é feito um artifício de se substituir o circuito do enrolamento primário por uma resistência alta, conforme a figura 3.7. Esta resistência poderia ser considerada como a resistência de perdas do núcleo que para o modelo com alimentação foi



desprezada e com a retirada da alimentação passa a ter um efeito importante no funcionamento devido ao desligamento.

O erro cometido por eliminar a indutância Ld_1 não será considerado e, os valores obtidos para este tipo de artifício serão de interesse qualitativo, obtendo-se uma idéia da resposta do contator para a falta de alimentação.

Esta resitência representará as perdas no núcleo devido a correntes induzidas e as perdas histeréticas logo após ao desligamento da tensão de alimentação. Para efeito de cálculo de circuitos, servirá para suprir a diferença de corrente entre i_a e i_{φ} devido a retirada do circuito da bobina principal. Como a indutância tende a manter a corrente constante em si própria (não permite variação brusca de corrente), a corrente i_{φ} no instante t, anterior ao desligamento, não poderá ser muito diferente da corrente do instante t^+ , após ao desligamento da tensão.

3.6 - Cálculo da força eletromagnética

Considerando a simetria da estrutura magnética, conforme a fig 3.8, temos a distribuição de fluxo que é idêntica em ambas as partes e, portanto, a força pode ser descrita pelo dobro da força obtida em uma das partes simétricas. A força eletromagnética é obtida do fluxo que passa do ferro para o ar, e vice versa, conforme visto na definição do Tensor de Maxwell e, a força obtida por cada pequena parcela de área da parte simétrica do núcleo pode ser obtida utilizando a fórmula já conhecida:

$$F = \frac{\phi^2}{2\mu_0 S} \tag{3.36}$$

Para o cálculo das forças eletromagnéticas, no regime transitório, é determinado o fluxo em cada uma das superfícies S_1 , S_{2e} e S_{2i} , designando-os de ϕ_1 , ϕ_{2e} e ϕ_{2i} , conforme mostra a fig 3.8. A obtenção destes fluxos é feita a partir das equações das indutâncias.



Fig 3.8 - Simetria do contator CA

Utilizando o fluxo instantâneo para o cálculo da força, analisando a fig 3.1 e a fig 3.8, temos:

$$\phi_{2i} = Lm.i_{\varphi} + Lmd_2.i_a \tag{3.37.a}$$

$$\phi_{2e} = Lmd_1 \cdot i_1 - Lmd_2 \cdot i_a \tag{3.37.b}$$

$$\phi_l = \phi_{2i} + \phi_{2e} \tag{3.37.c}$$

Obtemos a força eletromagnética a partir das equações (3.36) e (3.37):

$$F_{e} = 2\left(\frac{\phi_{2i}^{2}}{2\mu_{0}S_{2i}} + \frac{\phi_{2e}^{2}}{2\mu_{0}S_{2e}} + \frac{\phi_{1}^{2}}{2\mu_{0}S_{i}}\right)$$
(3.38)

3.7 - Simulação semi-estática

Um tipo de avaliação do desempenho de um contator é verificar se a força magnética útil do contator, para tensões reduzidas da nominal, é satisfatória para vencer a força do conjunto de molas. A força magnética útil, descrita em capítulo precedente, deve ser obtida em diversas posições de abertura do entreferro, ou seja, estáticamente, obtendo-se assim uma curva de força eletromagnética útil em função da posição.



Fig 3.9 - Confrontamento da froça das molas e a força eletromagnética útil para uma tensão crítica Vx

Conforme será descrito no item seguinte, a força das molas não é linear e sofre variações abruptas na mudança de estado dos contatos. Devido a estas variações abruptas, a força eletromagnética útil do conjunto deve satisfazer uma condição crítica para não ocorrer problema no funcionamento quando a tensão de alimentação for abaixo da nominal.

Supomos uma tensão Vx, menor que a nominal, capaz de gerar uma força eletromagnética útil, para o contator aberto, idêntica a força mecânica total do conjunto das molas. A curva da força eletromagnética deve ser maior ou igual a da força mecânica das molas para todas as posições de abertura do entreferro, conforme mostra a fig 3.9.

Como este tipo de curva é traçada obtendo-se a força média em condições estáticas, pode ocorrer que a força magnética, para a tensão Vx, seja menor que a força mecânica em alguma abertura do entreferro e, mesmo assim, em regime de funcionamento dinâmico não acarretar em problema no fechamento do contator. Isto pode ocorrer devido a inércia do conjunto gerar uma força que, juntamente com a força eletromagnética, venha a vencer a força do conjunto das molas.

3.8 - Molas do Contator

As molas em um contator são destinadas a provocar a abertura brusca do contator quando a bobina é desenergizada através das molas de curso, assim como regular a pressão dos contatos móveis sobre os contatos fixos, tanto dos contatos principais como para os auxiliares NF e NA [1].

Os contatos auxiliares e principais podem ser caracterizados pelos seguintes tipos de molas, segundo a função que exercem no conjunto:

- As que atuam sobre os contatos de trabalho, ou seja, normalmente abertos NA.
- As que atuam sobre os contatos de repouso, ou seja, normalmente fechados NF.

Nos contatos NA e principais da fig 3.10, também denominados de fechadores, a mola é montada previamente comprimida (*L*-*Cp*) em seu alojamento. Quando o contator é energizado, se inicia o movimento e se estabelece a conexão entre os contatos móveis e os contatos fixos e a mola sofre uma compressão até alcançar o comprimento *L*-(*Cp*+*Ct*). Este deslocamento vem determinado, até certo ponto, por sua pressão *P*, que deve ser adequada para o correto funcionamento do contato correspondente. Por conseguinte, a força magnética gerada no contator deve vencer o incremento de pressão *Pf-Pp*, partindo da pressão *Pp*, quando os contatos se encontram, pois a mola já possuía esta pré-compressão no seu alojamento.

Nos contatos NF da fig 3.11, também a mola se comprime até *L-Cp*, para ser introduzida em seu alojamento. A diferença está na sua ação, que é de sentido contrário à anteriormente descrita e, quando o contator está em repouso, o comprimento desta mola será L-(*Cp*+*Ct*).



Fig 3.10 - Ação de uma mola utilizada em contatos NA e em contatos principais

Na primeira (contatos NA), a ação era oposta ao da força eletromagnética, e se somava as molas de curso. No caso dos contatos NF, também conhecido como abridores, a ação das molas dos contatos se soma à ação da força magnética.

No caso das molas de curso, seu objetivo é levar a parte móvel (cabeçote) e seus acessórios, juntamente com os contatos, à sua posição de repouso em um tempo mínimo. A ação destas molas se opõem totalmente ao esforço do sistema magnético, juntamente com as molas dos contatos NA quando seus contatos estão conectados.



Fig 3.11 - Ação de uma mola utilizada em contatos NF

Com o exposto acima podemos definir a ação da força de cada mola no sistema:



- Fig 3.12 Força mecânica das molas em função deslocamento do núcleo, Onde (a) corresponde a posição de repouso, (b) é a posição onde o contato NF abre, (c) é a posição onde os contatos NA e principal fecham, (d) é a posição correspondente ao conjunto fechado e (e) corresponde a força do conjunto de molas durante todo o trajeto de deslocamento da parte móvel.
- 4) Força da mola do contato principal (*Fp*):

Se $X \ge Xmax$ - XcP então os contatos estão encostados

Fp = Kp (XpP + XcP - Xmax + X)(3.39.d) Senão os contatos ainda estão abertos Fp = 0onde: XcP = curso da mola Kp = coeficiente de elasticidade da mola XpP = pré-compressão da mola

5) Força total das molas (Fm) para os modelos utilizados na WEG temos:

$$Fm = 2 \cdot Fc - Nnf \cdot Fnf + Nna \cdot Fna + 3 \cdot Fp \qquad (3.39.e)$$

onde Nnf e Nna são as quantidades de contatos auxiliares do tipo NF e NA.

Como pode ser notado, quando há uma abertura ou fechamento de algum contato a força total gerada pelo conjunto de molas sofre uma variação abrupta; esta variação faz com que a curva total da força da molas seja não linear, conforme a fig 3.12, apesar da equação da força de cada mola ser linear.

3.9 - Equações de estado mecânicas do contator CA

Conforme o exposto em capítulo anterior, o sistema mecânico é regido pela segunda Lei de Newton, o qual aplicado ao sistema do contator pode ser descrito como:

$$M\frac{d^2X}{dt^2} = Fe - Fm - B\frac{dX}{dt}$$
(3.40)

onde:

Fe é a força eletromagnética (N)
Fm é a força mecânica exercida pelas molas do sistema (N)
B é o coeficiente de atrito ou amortecimento

$$\frac{dX}{dt}$$
 é a velocidade da parte móvel do núcleo (m/s)
X é o deslocamento da massa *M* (m)

Para se resolver esta equação, deve-se colocá-la em forma de equações de estado, com os termos da derivada sendo de 1^a ordem e nenhuma derivada do lado direito da equação, ou seja, da forma:

$$\frac{\partial vel}{\partial t} = \frac{Fe - Fm - Bvel}{M}$$
(3.41.a)
$$\frac{\partial X}{\partial t} = vel$$
(3.41.b)

onde *vel* é a velocidade da parte móvel do núcleo.

3.10 - Ricochete dos Contatos e do Núcleo

O ricochete entre uma peça fixa e uma móvel pode ser modelada, no instante de encontro desta, através da teoria de colisão descrita no capítulo anterior, onde a posição no

instante de impacto será a posição limitada pela parte fixa e, a velocidade no instante após a colisão será considerada contrária a velocidade anterior a mesma, porém com um amortecimento devido ao fato de não ser uma colisão perfeitamente elástica:

$$Vel_{\text{posterior}} = -CR \ Vel_{\text{anterior}} \tag{3.42}$$

A equação que rege o núcleo continuará a mesma (3.41), a qual responderá ao sistema fazendo com que este force sempre para o fechamento completo. A cada colisão o retorno será menor até que seu retorno seja ínfimo.

O movimento dos contatos normalmente abertos, antes do fechamento dos mesmos, seguem o núcleo e, seu movimento é regido pela equação do mesmo (3.41) e pelas limitações explicitadas no item sobre as molas do contator. Quando ocorre o fechamento do contato, encostando a peça do contato fixo com a do móvel, ocorre a colisão entre estas partes. Após o impacto entre estas partes o movimento do contato móvel responderá a seguinte equação:

$$\frac{\partial vel}{\partial t} = \frac{Fm - Bvel}{M} \tag{3.43.a}$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = vel \tag{3.43.b}$$

onde: *vel* é a velocidade do contato

Fm é a força da mola sobre o contato

B é o coeficiente de atrito do contato com as paredes do seu alojamento.



Fig 3.13 - Fases do sistema translacional para a colisão do contato NA e principal. (a) No instante antes da colisão, a velocidade do contato é igual a do núcleo; (b) Na colisão convenciona-se que a velocidade será inversa à anterior e a posição será igual a do contato fixo correspondente; (c) após a colisão a velocidade e a posição do contato irão agir conforme as equações (3.43) relativas a este.

Como há um retorno do contato, há uma compressão extra na mola deste, o que acarreta numa força extra que ajuda ao retorno do contato para próximo do contato fixo. Esta compressão é também acentuada devido ao movimento do núcleo pois, esta compressão será devido a diferença de posição absoluta do contato e a do núcleo, conforme mostra a fig 3.13.

As expressões (3.41), referenciadas à contatos NA (fechadores), pode ser estendida aos contatos NF (abridores), levando em consideração que a referência de posição é a mesma e que a velocidade no seu fechamento será negativa. Com estas considerações podemos escrever estas equações da seguinte forma para os contatos NF:

$$\frac{\partial vel}{\partial t} = \frac{-Fm - B vel}{M}$$
(3.44.a)

3.11 - Conclusão

Descreveu-se o equacionamento da dinâmica do contator, tanto da parte elétrica quanto mecânica, sendo que este equacionamento serve para a energização (ligamento) e desenergização (desligamento) do contator, bem como para diversas situações de alimentação, pois é um equacionamento genérico.

Foi ressaltada a obtenção da curva de força magnética média para as posições do núcleo servindo como referência para comparar com a mecânica e ressaltou-se o problema quanto ao funcionamento do contator se alguns cuidados no conjunto não forem considerados.

CAPÍTULO 4 PROJETO E PRÉ-ANÁLISE

4.1 - Introdução:

Alguns conceitos básicos necessários para o entendimento do contator foram apresentados nos capítulos 1 e 2, assim como a formulação para modelagem dinâmica de seu funcionamento eletromagnético no capítulo 3.

Com o conhecimento dos principais fenômenos que regem o contator, bem como o conhecimento das variáveis que interferem no seu funcionamento, pode-se prescrever uma metodologia de projeto e pré-análise, capaz de obter um modelo. O mesmo, após analisado dinamicamente e com alguns refinamentos, é capaz de conduzir à construção de um protótipo cujo desempenho já é conhecido por simulação.

Neste capítulo serão apresentados um método de cálculo e mais alguns conceitos necessários para o desenvolvimento de um projeto do circuito magnético de contator CA.

4.2 - Metodologia para Desenvolvimento do Projeto

A primeira etapa de um projeto de contator é definir a corrente a ser conduzida pelos contatos principais e, a partir deste valor, definir empiricamente o tamanho dos contatos para conduzir esta corrente, bem como a pressão mínima para um bom desempenho do mesmo.

A metodologia utilizada para o desenvolvimento do projeto da parte eletromagnética foi a de fazer várias etapas de cálculo, seguindo uma ordem de construção:

- Definição do conjunto de molas e consequentemente da pressão dos contatos a partir da corrente de condução dos mesmos;
- Alimentação, secção do núcleo e prever o nível de saturação;
- Definição da bobina de alimentação;
- Definição das dimensões da espira de sombra.

O desenvolvimento de cada etapa fornece valores pré calculados para a etapa posterior, podendo alterar alguns valores obtidos na etapa anterior para se verificar o efeito na corrente etapa. Em uma corrente etapa os valores que são interdependentes serão calculados a partir da alteração de um destes.

Como um último passo no desenvolvimento do projeto, após definir toda a estrutura, vem uma etapa de pré-análise onde é possível se verificar o funcionamento do contator em condição semi-estática, conforme descrito no capítulo sobre análise dinâmica.

Após a estrutura definida deve-se fazer uma análise de desempenho, para se verificar as condições de funcionamento do contator, tanto dinamicamente, como estaticamente, a partir do modelo mais preciso descrito no capítulo anterior. Esta etapa final serve para avaliar se o contator desenvolvido está satisfatório para uma posterior confecção de um protótipo para certificação do desempenho do contator desenvolvido. A construção deste é necessária para se avaliar fatores de funcionamento que só podem ser avaliados por ensaios, tais como a vida elétrica e mecânica dos contatos.

4.3 - Definição das Molas

O comportamento das molas foi tratado em capítulo anterior cabendo aqui ressaltar que os valores de pressão total das molas dos contatos, juntamente com as molas de curso, são valores empíricos e, segundo a referência [13], as de contato podem ser obtidas da fórmula empírica obtida por ensaios feitos em laboratório pelo autor da referência:

$$Fcontato = 9,807(9I^{1,52}10^{-6}) \tag{4.1}$$

Esta fórmula fornece os valores mínimos de pressão, em Newtons, para um contato. Como os contatos utilizados no contator são duplos, o valor mínimo necessário para se obter uma boa pressão de contatação deve ser o dobro do valor obtido.

Esta expressão é representada na fig 4.1 pela linha tracejada e, os valores da linha contínua representam o limite obtido em ensaios feitos em laboratório para uma grande quantidade de chaves de partida [13]. O limite especificado pela linha tracejada nos fornece uma garantia de que os contatos não irão soldar-se entre si.



Fig 4.1 - Limite da força de contato em função da corrente eficaz do contato

A corrente *I* utilizada nesta fórmula deve ser maior que a corrente máxima (exigida por norma) que o contator deve suportar sem perigo de soldagem dos contatos. Estes valores máximos de corrente são fornecidos como múltiplos da corrente nominal para diversas condições de operações. A IEC 947 fornece estes valores para condições de ensaio de

funcionamento sob condições severas. Estas condições são mostradas na tabela abaixo e os valores utilizados para obtenção da força de contatação devem ser, no mínimo, 50% maiores para garantir que não ocorram problemas em funcionamento.

	C A T E G O R I A			
	AC3	AC4		
Corrente Nominal	manobra de motores com rotor	manobra de motores com rotor		
Contente rionnia	gaiola, desligamento em regime	gaiola, serviço intermitente,		
		pulsatório e reversão a plena carga		
$I_N \le 100 \text{ Amp}$	10 vezes I _N	12 vezes I _N		
I _N > 100 Amp	8 vezes I _N	10 vezes I _N		

Tabela 4.1 - Valores para ensaio de corrente de contato, estipulado por norma

Como exemplo desta metodologia, supondo um contato principal que tenha uma corrente nominal de 20 Ampères, sujeito a funcionar sob regime AC4 deverá suportar uma corrente de até 240 Ampères. Por segurança, a força deve ser calculada considerando 50% a mais desta corrente ou seja 360 Ampères. Com este valor de corrente deve-se ter uma pressão de contatação mínima de 0,678 Newton para um contato. Como temos dois pontos de contato (polo de entrada e de saída), o valor mínimo deverá ser de 1,356 Newtons.

Com a força definida para um contato, deve-se definir uma mola que, após alojada, estando com o contato completamente fechado, satisfaça esta força mínima.

4.4 - Modelo do Campo para Entreferros

Para se ter uma boa aproximação de um circuito magnético, quando existe a presença de entreferro pode-se utilizar uma aproximação da distribuição transversal da indução no entreferro [15]. Esta aproximação pode ser verificada por cálculo de campos [14], e pode-se deduzir uma equação aproximada da seguinte forma:

$$B(y) = B_o \qquad \Leftrightarrow \quad 0 \le y \le \frac{w}{2} \qquad (4.2.a)$$

$$B(y) = B_o \exp\left[\frac{-2(y - \frac{w}{2})}{entref}\right] \qquad \Leftrightarrow \quad y \ge \frac{w}{2} \qquad (4.2.b)$$

onde: w é a largura das faces dos polos conforme fig 4.2

y é uma distância considerada a partir do centro da face do polo conforme fig 4.2

Desta forma, a relutância magnética do núcleo pode ser considerada para o cálculo da densidade de fluxo *B* no entreferro, podendo ser obtida considerando toda a distribuição da densidade de fluxo em uma linha mediana ao entreferro:

$$B = B_o \left[1 + \frac{2}{w} \int_{w/2}^{\infty} \exp\left[\frac{-2\left(y - \frac{w}{2}\right)}{entref}\right] dy \right]$$
(4.3)

Após resolução obtém-se para metade do polo:

$$B = B_o \left[1 + \frac{entref}{w} \right]$$
(4.4)

Este valor pode ser interpretado como uma indução equivalente B_{eq} no entreferro para a secção igual a do ferro ou a indução máxima B_o para uma secção equivalente, o que nos proporciona obter o fluxo pela indução:



Fig 4.2 - Distribuição da indução magnética no entreferro de uma estrutura eletromagnética (a) obtida pelo método analítico e (b) por elementos finitos.

Desconsiderando, primeiramente, o efeito da variação da indução magnética na profundidade da estrutura poderemos fazer:

$$S_{eq} = \left(1 + \frac{entref}{w}\right) w. \, prof = \left(w + entref\right). \, prof \tag{4.6}$$

Devido a pouca profundidade existente em nossa estrutura do contator o efeito na profundidade deve também ser considerado estendendo a dedução feita para esta dimensão:

$$S_{eq} = (w + entref).(prof + entref)$$
(4.7)

4.5 - Alimentação

A primeira etapa na definição do circuito magnético consiste em se definir a fonte de tensão de alimentação da bobina (tensão e freqüência), e estimar-se a indução desejada para o entreferro quando o núcleo está aberto e fechado.

Os intervalos dos valores, para o núcleo aberto, podem ser verificados através de cálculo de campo [14] para contatores existentes e pode variar de 0,1 à 0,4 Tesla. O valor da indução para o núcleo fechado pode ser obtido da curva de saturação do material do núcleo

pois, pela relação custo-benefício, é interessante fazer um dispositivo eletromagnético trabalhar na região denominada de joelho da curva de saturação, onde o material sai da região denominada de linear para começar a trabalhar na saturada.

O circuito magnético quando energizado deve criar um fluxo específico para gerar a força magnética estipulada pelo projetista, baseada na força do conjunto de molas quando o contator está aberto. Para se obter este fluxo é necessário ter uma força magnetomotriz NI capaz de estabelecer o fluxo no ferro e no ar, obedecendo a:

 $NI = \int H.dl$

Esta equação deve ser dividida em partes representativas do ar e do ferro:

$$NI = \sum H_{Fe} L_{Fe} + \frac{Be}{\mu_o} x \tag{4.8}$$

onde:

 \underline{Be}_{x} representa a força magnetomotriz necessária para estabelecer uma densidade

de fluxo Be através do entreferro x.

 $\sum H_{Fe}L_{Fe}$ representa a força magnetomotriz necessária para estabelecer o fluxo nas partes do circuito do ferro.

(4.9)

Esta força magnetomotriz pode ser calculada também pela fórmula:

 $NI = \phi_{tot} \Re_{tot}$ \Re_{tot} é a relutância total do circuito magnético onde

 ϕ_{tot} é o fluxo total estabelecido no circuito magnético

A relutância equivalente do circuito pode ser calculada pela fórmula (1.9), tanto para o ferro quanto para o entreferro. Nesta etapa de desenvolvimento não se tem as dimensões do ferro. Como a parcela de NI necessária para magnetizar o núcleo é muito menor que a necessária para magnetizar o entreferro, pois a permeabilidade magnética do ar é bem menor que a do ferro, pode-se estimar como a fmm do ferro igual a 5% da total gerada pela fonte.

Poderemos obter uma relutância equivalente do ferro da estrutura magnética utilizada no contator, seguindo a modelagem conforme fig 4.3 e pode ser equacionada por:

$$\mathfrak{R} = \left(\frac{1}{\mathfrak{R}_2} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2}\right)^{-1} + \mathfrak{R}_1 = \frac{1}{2}\mathfrak{R}_2 + \mathfrak{R}_1$$
(4.10)

Com a consideração anterior, podemos escrever a equação (4.9) da seguinte forma:

$$0.95 NI = \phi_{tot}. \Re \tag{4.11}$$

Partindo do pressuposto que inicialmente não será considerado espraiamento do campo e, que as dimensões dos ramos laterais são a metade do ramo central, $a^2 = \frac{1}{2} a^2$, podemos equacionar a relutância total, desprezando a relutância do ferro, por:



Fig 4.3 - relutância simplificada de um primeiro circuito magnético, desconsiderando o anel de curto-circuito.

Considerando o espraiamento de campo através da secção equivalente do entreferro podemos reescrever a equação anterior por:

$$\Re = \frac{2.x}{\mu_o.(a1+x).(prof+x)}$$
(4.13)

Aplicando este valor de relutância na equação (4.11), agora considerando o espraiamento de campo através da secção equivalente obtida na expressão (4.7):

$$\phi_{tot} = 0.95 NI \frac{\mu_o.(a1+x).(prof+x)}{2.x}$$
(4.14)

Utilizando-se o Tensor de Maxwell para obter a força eletromagnética da estrutura:

$$Fmag = 2 \frac{(\frac{1}{2}\phi_{tot})^{2}}{2.\mu_{o}.\frac{1}{2}.al.\,prof} + \frac{\phi_{tot}^{2}}{2.\mu_{o}.al.\,prof}$$

$$Fmag = \frac{\phi_{tot}^{2}}{\mu_{o}.al.\,prof}$$
(4.15)

Aplicando a este valor de força o fluxo, sendo este eficaz, calculado em (4.14) teremos:

$$Fmag = \left[\frac{1}{\sqrt{2}}0.95 NI \frac{\mu_o.(a1+x).(prof+x)}{2.x}\right]^2 \frac{1}{\mu_o.a1.prof}$$

$$Fmag = 0.9025 NI^2 \frac{\mu_o.(a1+x)^2.(prof+x)^2}{8.x^2.a1.prof}$$
(4.16)

Conforme descrito em capítulo anterior, uma bobina pode ser representada por: $V = r.I + j. \omega L.I$ Aplicando a definição clássica de indutância (1.11) e relutância (1.7), obtém-se:

$$V = r.I + j.\omega.N.\phi = r.I + j.\omega.N\frac{NI}{\Re}$$
(4.17)

Como uma aproximação inicial, desconsideraremos a queda de tensão ocorrida na resistência da bobina e o valor eficaz da tensão será:

$$V_{ef} = j \cdot \frac{\omega}{\sqrt{2}} \frac{N^2 \cdot I}{\Re} = j \cdot \omega \frac{N^2 \cdot I_{ef}}{\Re}$$
(4.18)

Aplicando a equação de relutância (4.13) para este circuito:

$$V_{ef} = j.\omega.N^2.I_{ef} \frac{\mu_o.(a1+x).(prof+x)}{2.x}$$
(4.19)

Devido a simplificações, o fluxo obtido nesta estrutura, em regime permanente, é aproximadamente senoidal. Considerando as equações (1.16) para a força eletromotriz, (1.10) para o enlace de fluxo e a transformação de fasores referida no capítulo 1 podemos exprimir a força eletromotriz da bobina por:

$$U = N \frac{d\phi}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad U = j.\omega.N.\phi_{pico}$$
(4.20)

Esta fem U será igual a tensão V da fonte, por razões já descritas, e seu valor eficaz será:

$$V_{ef} = U_{ef} = j \frac{2.\pi}{\sqrt{2}} f . N. \phi_{pico} = j.4, 44. f . N. B. a. prof$$
(4.21)

Considerando a equação de conservação de campo (1.1.a), obtemos para o nosso circuito da fig 4.3, descontando a fmm necessária para magnetizar o ferro, conforme descrito anteriormente:

$$H_1 \, \mathbf{1}_1 + H_2 \, \mathbf{1}_2 = 0.95 \, NI \tag{4.22}$$

Como uma aproximação inicial, $l_1 = l_2 = x$, e podemos escrever:

$$(H_1 + H_2).x = 0.95 NI \tag{4.23}$$

Com a equação da conservação do fluxo tem-se que

$$\phi_{tot} = 2.\phi \tag{4.24}$$

$$\mu_{o}.H_{1}.S_{1} = 2.\mu_{o}.H_{2}.S_{2}$$

Devido aproximação anterior ($a2 = \frac{1}{2} a1$), teremos:

$$H_1 = H_2 = H \tag{4.25}$$

Aplicando esta última na equação (4.23) tem-se
$$NI = \frac{2.H}{0.95} x \cong 2.1 \frac{B}{\mu_o} x$$
(4.26)

No funcionamento do contator, quando energizado, ele deve gerar uma força capaz de vencer a força mecânica das molas. Esta força deverá ser obtida para uma abertura *Xmax* do núcleo, onde a indução do entreferro será, para efeito de valor inicial, o valor fornecido pelo usuário e descrito anteriormente. Com isto obteremos a área do núcleo necessária para obtenção desta força aplicando-se a equação (4.26) em (4.16):

$$Fmag = 0.9025. \left(\frac{2}{0.95} \frac{B}{\mu_o} x\right)^2 \frac{\mu_o.(a1+x)^2.(prof+x)^2}{8.x^2.a1.prof}$$
(4.27)

Considerando a princípio que *a*1=1,25.*prof* tem-se:

$$Fmag = B^{2} \frac{(1,25.prof + x)^{2}.(prof + x)^{2}}{2.\mu_{o}.1,25.prof.prof}$$
(4.28)

Esta equação pode ser resolvida iterativamente para obtenção da *prof*, considerando, para primeira iteração x=0 onde podemos simplifica-la para:

$$prof = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2.\mu_o.Fmag}{1,25}}$$
(4.29)

Isolando I em (4.26) e aplicando-se em (4.19)

$$V_{ef} = j.\omega.N.B \frac{(a1+x).(prof+x)}{0.95\sqrt{2}}$$
(4.30)

Considerando a condição de funcionamento, com o núcleo fechado, $x \approx 0$, podemos obter o número de espiras necessária para manter a indução B_{max} no entreferro, sendo esta indução definida previamente:

$$N = \frac{0.95\sqrt{2}.V_{ef}}{\omega.B.(a1.\,prof)} \tag{4.31}$$

Conforme verificado em simulações semi-estáticas, descritas anteriormente na simulação dinâmica, temos que a força eletromagnética é inversamente proporcional ao quadrado da relação entre as tensões. Esta relação pode ser utilizada para definir a força magnética para a tensão reduzida, definida por norma, estipulando a faixa de tensão em que o contator deve funcionar satisfatoriamente:

$$F_{mag} = F_{MAG} \left(\frac{V_{mag}}{V_{MAG}} \right)^2 = F_{MAG}.FatV^2$$
(4.32)

Observando a equação (4.28) da força magnética e do número de espiras (4.31), podemos observar que a indução *B* presente na equação (4.28) está relacionada com o quadrado, enquanto que a mesma é inversamente proporcional a *N*. Observando que o *FatV* da equação (4.32), relativo a razão da tensão reduzida pela tensão nominal, está na condição de inversamente ao quadrado em relação à força obtida para a tensão nominal; podemos reescrever a equação (4.31) considerando uma tensão reduzida para obter o número de espiras:

$$N = \frac{0.95\sqrt{2}.V_{ef}.FatV}{\omega.B.(a1.prof)}$$
(4.33)

A utilização do fator da tensão reduzida *FatV* se faz necessário para que, em tensão reduzida, o contator tenha condições de atracar. Entretanto, o número de espiras será menor, gerando, a princípio, uma força maior para a tensão nominal, que de um certo modo é benéfico ao desempenho do contator.

Com a definição dos parâmetros iniciais, pode-se obter um valor prévio da corrente da bobina, tanto na partida quanto em regime contínuo, bastando para isto isolar a I_{ef} em (4.19):

$$I_{ef} = \frac{2.x}{\mu_o.(a1+x).(prof+x)} \cdot \frac{V_{ef}}{j.\omega.N^2}$$
(4.34)

4.6 - Bobina

Bobinas utilizadas em contatores são compostas de espiras colocadas em um suporte isolante denominado carretel, que na maioria das vezes possui secção retangular; as espiras são compostas de fio de secção circular com uma fina camada de esmalte isolante. Estas espiras são colocadas em camadas e, as vezes, pode-se isolar estas camadas com papel isolante.

O material normalmente utilizado como condutor nas bobinas é o cobre e, em alguns casos especiais o alumínio é utilizado [1]; ambos são moles, dúcteis e são fabricados em diâmetros variados.

Potência Aparente (VA)	Densidade J Máxima (A/mm ²)
0 a 50	4,0
50 a 100	3,5
100 a 200	3,0
200 a 500	2,5

Tabela 4.2 - Densidade de corrente máxima para potência solicitada

A primeira etapa para definir o diâmetro do fio a ser utilizado consiste em definir a densidade de corrente J utilizada para o mesmo, ou seja, a quantidade de ampères por milímetro quadrado. Este valor não deve provocar, em regime contínuo, um aquecimento perigoso que venha a danificar o isolamento dos condutores ou venha a provocar uma queda de tensão acentuada, devido ao aumento da resistência. Para manter estas condições satisfatórias em regime contínuo, deve-se estipular densidades de corrente menor que um certo valor, dependendo da potência consumida pela bobina, conforme tabela 4.2. Outra maneira de se amenizar o aquecimento é aumentar a área de arrefecimento da bobina que é determinado pela experiência ou, aproximadamente, pela teoria do item seguinte.

A secção do fio será dada em função da corrente calculada e da densidade estipulada:

$$S = \frac{I}{J} \tag{4.35}$$

$$D = \sqrt{\frac{4.S}{\pi}} \tag{4.36}$$

onde: *S* é a secção do fio (mm²) *D* é o diâmetro do fio (mm) *I* é a corrente nominal, em regime contínuo (A)

J é a densidade de corrente estimada para circular no fio da bobina (A/mm²)

O diâmetro do fio será calculado pela relação (4.36). Entretanto o fio utilizado no projeto deve ser o de uma bitola existente, o qual deva estar o mais próximo possível do calculado. Se utilizarmos uma dimensão maior, estaremos diminuindo a resistência e, provavelmente as perdas por efeito Joule na bobina e, consequentemente menor será o aquecimento causado pela bobina.



Os valores da dimensão do carretel serão feitas aleatoriamente pelo projetista, considerando que uma maior área de contato entre bobina e ar propiciará um melhor refrigeração da bobina e, consequentemente um menor aquecimento. Entretanto deve-se estabelecer um compromisso entre altura do carretel e sua largura do flange, para que esta relação não fique muito diferente da unidade, pois poderá acarretar um formato de bobina e núcleo impraticável, ou seja a secção referente a bobina deverá ser um retângulo com a altura não muito diferente da largura. Estando com uma razão Altura/Flange entre 1 e 2 estará numa

faixa satisfatória. Um ponto óbvio é que as dimensões da janela do núcleo devem ser maiores que as do carretel da bobina para facilitar a montagem e, também, facilitar a transferência de calor da bobina durante o funcionamento.

Os fios por camada podem ser calculados por:

$$fios = \frac{HCarr}{Diametro}$$
(4.37)

onde: *fios* é o número de fios por camada. *Hcarr* é a altura do carretel *Diametro* é o diâmeto do fio utilizado na bobina.

O número de camadas será:

$$Cam = \frac{N}{fios} + 1$$
 : Cam sendo inteiro (4.38)

O cálculo da resistência da bobina será feito utilizando o comprimento médio da mesma onde o comprimento total do fio será dado por *N* vezes este valor:

$$Lmed = 4.(Cam.Diametro) + 2.a1 + 2.prof + 8.ek$$
 (4.39)

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{Lmed.N}{S} \tag{4.40}$$

onde: *a*1 e *prof* são as dimensões da secção da perna central do núcleo;

ek é a espessura do carretel;

 σ é a condutividade do material condutor utilizado no fio.

4.6.1 - Aquecimento na bobina

Pelas equações descritas sobre transferência de calor em regime permanente, vistas em capítulo anterior, e utilizando as considerações obtidas utilizando o cálculo térmico através de elementos finitos, conforme fig 4.5, podemos fazer algumas simplificações para verificarmos a temperatura da bobina.



Fig 4.5 - Distribuição de temperatura em uma bobina com Q=360kW/m³. Podemos verificar a (a) distribuição das equipotenciais de temperatura, (b) temperatura na linha A-A' e (c) na linha B-B'

Conforme verificado na distribuição de temperatura, nas laterais do carretel tem-se uma diferença de temperatura de aproximadamente 0,2K/mm na espessura do carretel (linha B-B'), onde se comprova pelas laterais de espessuras diferentes utilizadas na interface com o ar, com 2 mm na superior e 1 mm na inferior. Na região onde tem-se o contato do carretel com o ferro (linha A-A') tem-se uma diferença de temperatura de aproximadamente 1,25K/mm. Com isto constata-se que o fluxo de calor é maior da bobina para o ar, logo em seguida, da bobina para o ferro e, o menor fluxo se dá da bobina para o ar através do carretel.



Fig 4.6 - Modelo utilizado para verificar aquecimento da bobina.

Como o ΔT nas laterais do carretel é muito pequeno e a condutividade do material deste também é baixa tem-se um fluxo de calor muito pequeno do carretel para o ar e, conseqüentemente da bobina para esta região do carretel. Devido a este fato, o estudo do fluxo de calor será tratado como unidimensional na região da bobina.

Devido a possibilidade de se considerar resistências térmicas para regiões onde não se tem fontes de calor, podemos utilizar uma simplificação para estudar o fluxo de calor da bobina para o ferro através de condução conforme o esquema da fig 4.6. Neste esquema a resistência térmica pode ser obtida a partir da equação (4.41), onde a diferença de temperatura forçará a circulação de energia, limitada por esta resistência térmica definida em capítulo precedente. A energia transferida do ferro para o ar, bem como da bobina para o ar será tratada por resistência equivalente, tanto para convecção quanto para radiação, conforme foi descrito na teoria sobre transferência de calor.

As resistências térmicas equivalentes obtidas para efluir a energia térmica gerada na bobina serão:

$$Req_{Fe} = R_k + \frac{1}{2} R_{Fe} + \left(\frac{1}{\frac{1}{2}R_C} + \frac{1}{\frac{1}{2}R_R}\right)^{-1}$$
(4.41)

$$Req_{bob} = \left(\frac{1}{R_{c1}} + \frac{1}{R_{R1}}\right)^{-1}$$
(4.42)

onde:

 R_k : resistência térmica do carretel R_{Fe} : resistência térmica para uma das partes, superior ou inferior, do núcleo R_C e R_R : resistência equivalente a convecção e a radiação no ar, a partir do ferro R_{CI} e R_{RI} : idem a R_C e R_R , porém sendo a partir do cobre da bobina.

Fazendo-se um balanço de energia na bobina podemos ver que:

$$Eg = Eef_{bob \to ar} + Eef_{bob \to k \to Fe \to ar}$$

$$(4.43)$$

onde: Eg: taxa de geração de energia térmica devido a potência elétrica da bobina R.Ief² $Eef_{bob \rightarrow k \rightarrow Fe \rightarrow ar}$: taxa de energia (efluente) transferida ao ferro do núcleo e dispersa pelo mesmo

 $Eef_{bob \rightarrow ar}$: taxa de energia dispersa da bobina pela superfície exposta ao ar

Os outros valores de taxa de energia, devido a potência da bobina, são calculados considerando a resistência térmica equivalente para o caminho onde é conduzida esta energia térmica:

$$Eef_{bob \to Fe \to ar} = \frac{Tb - T\infty}{Req_{Fe}}$$

$$(4.44)$$

$$Eef_{bob \to ar} = \frac{Tb - T\infty}{Req_{Ar}}$$
(4.45)

 $Eef_{bob \rightarrow ar}$: taxa de energia dispersa da bobina pela superfície exposta ao ar

Conforme visto na teoria sobre transferência de calor, a resistência equivalente a radiação, bem como a convecção são dependentes da temperatura e, por este fato, a temperatura da bobina será calculada iterativamente, até que a taxa de energia efluente seja igual a taxa de geração de energia térmica, conforme visto na equação (4.43).

Os valores de temperatura obtidos neste equacionamento simplificado servem como referência ao possível aquecimento da bobina, servindo apenas como base para o dimensionamento desta.

4.7 - Espira de Sombra

Conforme descrito anteriormente, a espira de sombra (anel de curto circuito) é responsável por eliminar as vibrações do núcleo quando está atracado, pois gera uma força magnética defasada daquela gerada pela bobina principal devido ao defasamento do fluxo induzido nesta espira.

O equacionamento da espira de sombra não será feito em função de otimizá-la mas sim sob a consideração de obter os efeitos resultantes da mesma e, por isto, será tratada na parte de pré-análise para o núcleo fechado.

A secção do núcleo interna ao anel de curto circuito, normalmente é utilizado de 1 a 2 vezes a dimensão externa ao anel no referente polo [1], cabendo ao projetista analisar qual a melhor dimensão para se obter uma menor vibração do núcleo, ou seja, uma maior força eletromagnética mínima.

Nesta etapa do desenvolvimento, com as dimensões da espira de sombra fornecidas pelo projetista, serão utilizadas as equações de pré-análise para obter as informações de funcionamento da mesma.



Fig 4.7 - Posições possíveis para entreferro constante (a) no polo onde está colocado a bobina, (b) no polo onde está colocado a espira de sombra com x = x1 = x2 e (c) com x1 ≠ x2

Uma consideração a ser tomada é que a força sob o polo da espira de sombra se divide em duas, pois o fluxo neste polo estará dividido em dois, um passando internamente ao anel e o outro externamente ao mesmo. Estes fluxos não estarão em fase com o gerado pela bobina pois serão uma composição do fluxo gerado por ela e pela espira de sombra, conforme descrito em capítulo anterior. A presença da espira de sombra também afeta o fluxo gerado pela bobina, não sendo mais na mesma fase que teria se não existisse a espira de sombra.

Um detalhe importante a ser estipulado é o de onde deve ser colocado o entreferro: no polo onde fica a bobina ou nos pólos onde tem-se as espiras de sombra. Caso seja nesta última, pode-se ter as distâncias do entreferro diferentes, conforme fig 4.7.c. Apesar de ser desenvolvido o equacionamento considerando esta dimensão, não será tratado no programa desenvolvido, pois, por efeito construtivo, a diferença destes entreferros é de difícil execução, tratando-se da ordem de micrometros, o que não justifica uma precisão tão grande para executar esta diferença.

O entreferro colocado no polo da bobina acarreta uma maior defasagem entre os fluxos, entretanto, representa um curto-circuito magnético para o fluxo gerado pela espira de sombra, solicitando uma maior corrente da fonte, pois a região do ferro que circunda o anel estará saturada bem acima do joelho da curva de saturação.

O entreferro colocado na região do anel de curto-circuito acarreta uma diferença de fluxo não muito grande, entretanto o núcleo funcionará em condições de indução mais uniforme em todo o ferro do núcleo.

4.8 - Pré-Análise

Nesta etapa do projeto serão analisadas as condições de funcionamento do contator através de uma análise semi-estática, conforme descrito em capítulo anterior. Através da obtenção da curva de força eletromagnética útil é possível se analisar o desempenho do contator, pois pode-se verificar, para uma tensão de alimentação, se a força eletromagnética é suficiente para vencer a força mecânica das molas em qualquer posição do núcleo.

Devido a inexistência das condições para se analisar através do modelo dinâmico (etapa posterior em um projeto), pois não se tem as cartas de campo em função da posição, para o núcleo projetado, optou-se por desenvolver a análise do contator considerando a analogia de circuitos eletromagnéticos e elétricos [2], levando em consideração o acoplamento entre a bobina e a espira de sombra.

A força magnetomotriz de uma bobina pode ser escrita em função da tensão de alimentação a partir da equação (4.17), onde o fluxo pode ser escrito em função do campo magnético na bobina:

$$V = R.I + j.\omega.N.\phi_{ef} = R.I + fem$$

$$I = \frac{V - j.\omega.N.\mu_{Fe}.H_{Fe}.S_1}{R}$$
(4.46)

onde: S_1 é referente a área do ferro onde circula o fluxo que passa na bobina H_{Fe} é o campo magnético na bobina

 μ_{Fe} é a permeabilidade magnética do ferro referente a secção interna à bobina

Para a *fem* induzida no enrolamento da espira obtemos, das equações (1.1.c) e (1.2.a), e utilizando a teoria de fasores:

$$U_a = -\frac{d\phi_{ai}}{dt} \Longrightarrow U_a = -j.\omega.\phi_{ai}$$
(4.47)

Onde, para a espira de sombra, podemos fazer um paralelismo com a equação (4.46), considerando $V_{ef} = 0$, ou seja:

$$0 = r_a I_a - j \omega \phi_{ai}$$

$$I_a = \frac{j \omega \mu_o h_{ai} S_{aip}}{r_a}$$
(4.48)

onde: S_{aip} é referente a área equivalente do entreferro onde circula o fluxo do anel



h_{ai} é o campo magnético, no anel de curto circuito, que passa pelo entreferro

Fig 4.8- Dimensões representativas do contator e distribuição do fluxo

Considerando a equação de circulação de campo para a fig 4.8 temos as equações que descrevem o circuito magnético do contator:

$$H_{Fe} \cdot L_{Fe} + H_{Fae} \cdot L_{Fae} + h_{ae} \cdot \ell_{ae} + h_1 \cdot \ell_1 = N_1 \cdot I_1$$
(4.49)

$$H_{Fe} \cdot L_{Fe} + h_{ei} \cdot \ell_{ei} + h_1 \cdot \ell_1 = N_1 \cdot I_1 \tag{4.50}$$

 $\begin{aligned} H_{Fe} \cdot L_{Fe} + H_{Fai} \cdot L_{Fai} + h_{ai} \cdot \ell_{ai} + h_{1} \cdot \ell_{1} &= N_{1} \cdot I_{1} - N_{a} \cdot I_{a} \end{aligned} \tag{4.51} \\ \text{onde:} \quad H_{Fae} \in L_{Fae} \text{ são o campo e o comprimento do dente de ferro na região externa ao anel} \\ H_{Fae} \in L_{Fae} \text{ são o campo e o comprimento do dente de ferro na região interna ao anel} \\ H_{Fe} \in L_{Fe} \text{ são o campo e o comprimento médio relativos ao restante do ferro} \\ h_{1} \in \ell_{1} \text{ são o campo e o comprimento do entreferro na bobina} \\ h_{ei} \in \ell_{ei} \text{ são o campo e o comprimento do entreferro no chanfro onde se coloca o anel} \\ h_{ai} \in \ell_{ai} \text{ são o campo e o comprimento do entreferro ao anel} \end{aligned}$

 $h_{ae} \in \ell_{ae}$ são o campo e o comprimento do entreferro interno ao anel $N_1 \in N_a$ são o número de espiras do enrolamento primário e secundário (anel). Com a equação da conservação do fluxo, podemos escrever o fluxo no entreferro:

$$1/2 \phi_1 = \phi_{ae} + \phi_{ei} + \phi_{ai}$$

 $h_1 \cdot \frac{S_{1p}}{2} = h_{ae} \cdot S_{aep} + h_{ei} \cdot S_{eip} + h_{ai} \cdot S_{aip}$ (4.52)

Podemos também descrever o fluxo no entreferro sendo igual ao do ferro na região equivalente:

$$\mu_o.h_1.S_{1p} = \mu_{Fe}.H_{Fe}.S_1 \tag{4.53}$$

$$\mu_o.h_{ae}.S_{aep} = \mu_{Fae}.H_{Fae}.S_{ae} \tag{4.54}$$

$$\mu_o.h_{ai}.S_{aip} = \mu_{Fai}.H_{Fai}.S_{ai} \tag{4.55}$$

Onde podemos isolar as variáveis de campo magnético da equação (4.49) à (4.52):

$$h_{ae} = \frac{N_1 \cdot I_1 - \left(H_{Fe} \cdot L_{Fe} + H_{Fae} \cdot L_{Fae} + h_1 \cdot \ell_1\right)}{\ell_{ae}}$$
(4.56)

$$h_{ei} = \frac{N_1 \cdot I_1 - \left(H_{Fe} \cdot L_{Fe} + h_1 \cdot \ell_1\right)}{\ell_{ei}}$$
(4.57)

$$h_{ai} = \frac{N_1 \cdot I_1 - N_a \cdot I_a - \left(H_{Fe} \cdot L_{Fe} + H_{Fai} \cdot L_{Fai} + h_1 \cdot \ell_1\right)}{\ell_{ai}}$$
(4.58)

$$h_{1} = \frac{2}{S_{1p}} \left(h_{ae} \cdot S_{aep} + h_{ei} \cdot S_{eip} + h_{ai} \cdot S_{aip} \right)$$
(4.59)

Estas equações devem ser resolvidas juntamente com a (4.46) e (4.48) para a obtenção do campo magnético nos entreferros e, posteriormente, utilizando estes e a teoria de resolução de circuitos saturáveis [2], descrita no próximo sub-item, obtêm-se o campo magnético no ferro utilizando as equações (4.53) à (4.55).

Calculando os valores de campo magnético em toda a estrutura é possível obter a força útil para uma dada posição do núcleo e, portanto, traçar a curva de força magnética para todas as posições do núcleo durante o funcionamento do contator.

Este tipo de análise, denominada de simulação semi-estática, foi descrita no capítulo referente a simulação dinâmica e será utilizado aqui como o ponto chave para análise do desempenho do contator.

Para o cálculo da força útil em uma dada posição, onde se conhece os campos magnéticos no entreferro, utiliza-se as equaçães abaixo para obtenção da força útil em cada parte de interesse na estrutura, conforme a teoria do Tensor de Maxwell:

$$F_{1} = \frac{\mu_{o}}{2}h_{1}^{2}.S_{1}$$
(4.60)

$$F_{ai} = \frac{\mu_o}{2} h_{ai}^2 \cdot S_{ai}$$
(4.61)

$$F_{ae} = \frac{\mu_o}{2} h_{ae}^2 . S_{ae}$$
(4.62)

Levando em consideração que estamos tratando da estrutura inteira teremos a força eletromagnética útil total, para a posição onde foram obtidos os campos h, descrita por:

$$F_{\acute{u}til} = F_1 + 2.(F_{ai} + F_{ae})$$
(4.63)

A curva de força eletromagnética em função da posição do núcleo pode ser vista na fig 3.9, onde deve ser sobreposta pela força mecânica, conforme descrito naquele capítulo e verificado a condição satisfatória para uma tensão *Vx*, inferior a tensão nominal.

O objetivo desta pré-análise de projeto é de se obter uma verificação prévia do desempenho do contator, sem a necessidade de desenvolver um protótipo e nem desenvolver uma trabalhosa etapa de desenvolvimento de ábacos de fluxo para análise de uma estrutura dinamicamente.

4.8.1 - Resolução de circuitos magnéticos saturáveis

Na resolução de circuitos magnéticos onde existam pequenos entreferros, a relutância do ferro será considerável e, devido a não-linearidade do material deve-se utilizar um processo iterativo para se obter a solução do sistema pois não se sabe em que ponto da curva B(H) de magnetização do material o sistema irá trabalhar [2].

Considerando que o índice *i*-1 seja referente a iteração anterior e *i* a iteração atual e atribuindo-se um valor pequeno para os campos magnéticos H_{i-1} para a primeira iteração, resolvem-se as equações 4.52 e 4.48, obtendo-se os campos h_i nos entreferros. Com estes valores e os valores da permeabilidade magnética μ_{i-1} do ferro para os valores H_{i-1} , aplicados nas equações 4.51, obtém-se os valores de H_i . Partindo-se agora destes valores de campo no ferro, repete-se este processo até que ocorra a convergência de H. Isso ocorrerá quando a diferença entre campos H_i e H_{i-1} de duas iterações sucessivas for menor que um erro estipulado.

4.9 - Conclusão

Ao desenvolver-se um produto, mais especificamente um contator, deve-se passar por todas as etapas de desenvolvimento para obter-se um produto satisfatório. Após desenvolverse o projeto e uma pré-análise, utilizando o que foi descrito neste capítulo, tem-se as etapas posteriores, referentes a simulação dinâmica através de acoplamento fraco entre cálculo de campo (ábaco de fluxos) e equações diferenciais. A etapa final baseia-se na construção de um protótipo para análise de bancada, necessário para ensaios de desempenho e vida útil, tanto mecânica quanto elétrica, necessários para qualquer contator que venha a ser colocado para produção em série.

CAPÍTULO 5 ANÁLISE DO PROGRAMA

5.1 - Introdução

Este capítulo trata de uma breve visão do trabalho desenvolvido e descreve o programa gerado para facilitar o entendimento e a utilização dos que vierem a utilizar-se do mesmo.

Convém ressaltar que a formulação utilizada para o projeto, análise e simulação devem ser conhecidas para o entendimento dos valores que devem ser fornecidos ao programa, pois neste capítulo serão apresentados apenas as variáveis obtidas como resultados do programa.

5.2 - Apresentação do programa desenvolvido

O presente trabalho foi desenvolvido para funcionar no sistema operacional Windows, e foi desenvolvido com o compilador C++ 4.02 da Borland, utilizando-se da programação orientada a objetos para desenvolvimento do software.

A parte referente à simulação dinâmica foi baseada em um trabalho anteriormente desenvolvido [1] para a WEG Acionamentos. Este trabalho sofreu diversas modificações na estrutura geral para levar em consideração diversos fatores que foram simplificados no programa inicial, pois foi julgado necessário fazê-los.

A parte de projeto foi refeita e implementou-se uma metodologia de pré-análise para levar em conta fatores de desempenho que o trabalho anterior não considerava.

O conjunto do programa desenvolvido no presente trabalho baseia-se na estrutura de um programa de simulação e exploração gráfica de máquinas elétricas, denominado de DinMaq, desenvolvido anteriormente pelo autor, onde foram retiradas as funções julgadas desnecessárias para a análise do problema em questão. O software final apresenta como funcionalidades importantes:

- Simulação dinâmica de contator CA.
- Projeto seguido de pré-análise de contator CA.
- Pré-análise de contator CA.
- Análise Harmônica por Série de Fourrier.
- Diversas funções para configuração das saídas gráficas.

O equacionamento utilizado para a resolução da série de Fourrier foi tratado na forma clássica[11][12] e pode ser obtido em literatura básica sobre circuitos elétricos, não sendo

objetivo deste trabalho desenvolvê-la aqui. Cabe apenas ressaltar a necessidade de sua utilização para analisar a distorção ocorrida na corrente devido a saturação do ferro.

5.3 - Projeto

O projeto do contator é feito em vária etapas, a partir de quadros de diálogos nos quais o usuário vem a alterar os valores e verificar os resultados decorrentes dessa alteração.

➡ Projeto das Molas							
Molas —	_ qtd _	_K (N/m)	L total (mm)	∏Aloj. (mm)	Curso (mm)	_Pre (mm)]	Fmax (N) 7
de curso do núcleo	2	130	47	35	5.1	12	2.223
contatos principais	3	392	27.4	25	1.7 2.4	2.4	1.6072
contatos NA	2	91	30.5	25	1.7	5.5	0.6552
contatos NF	2	91	30.5	25	1.7	5.5	0.6552
Força quando Aberto : 1.81 N Força quando fechado: 10.58 N							
Próximo >>	Canc	el Help	o 🛛 🛛 k da	mola em SI	🗌 Aloj. contato	os iguais	

Fig 5.1 - quadro de definição do conjunto de molas do contator

O primeiro quadro diz respeito à definição do conjunto de molas, que poderá ser obtida de tabelas, verificando a validade da mesma a partir da equação 4.1. Este quadro pode ser visto na fig 5.1, onde o usuário ao definir a mola e a quantidade utilizada poderá observar a pressão exercida pela mesma quando estiver comprimindo o par de contatos, dando assim, a noção de que a mola seja satisfatória para a necessidade do contato.

🛥 Alin	nentação e Saturação				
Arquivo de Material c:\cmp\contator\e-137.bh					
Alimentação V linha _{rms} 220 v Mínima V 0.75 % Freqüência 60 Hz entreferro: 0.15 mm	Indução Média para o núcleo aberto 0.11 T Média para o núcleo fechado 1.2 T Força mínima quando aberto: Calculada pela Mecânica: 1.81 N Força mínima Estipulada: 2 N				
Area do Núcleo central Área: 154 mm Prof: 11 mm Largura: 14. mm	n ² N1: 5316 espiras Corrente de Partida: 0.2991 A Corrente Nominal: 0.01596 A				
Cancel Help					



O próximo passo na sequência do projeto é definir a fonte de alimentação, bem como alguns parâmetros básicos estimados para o funcionamento do contator, obtendo como valores inicialmente calculados, o número de espiras e as dimensões do polo central do contator, onde será colocado o carretel da bobina. Estes parâmetros são definidos no quadro da fig 5.2.

	el da Bobina					
⊤Dimensões da seção central do Núcleo	(pré-definidas)					
Prof: 11 mm Larg: 14	mm fat empilhamento: 0.97					
_ Definição do fio	⊤Definição do carretel					
Densidade J 0.804597 A/mm²	espessura: 1 mm					
Seção pré definida: 0.00776174 mm²	altura p/ bobina: 13 mm					
Seção tabelada: 0.0176715 mm²	* Largura do flange: 10.1 mm					
Diâmetro: 0.15 mm	* Profundidade: 12.92 mm					
_ Bobina	* Largura: 16.25 mm					
Fios/Camada: <mark>86</mark>						
N* Camadas: 64	* Ajusta valores arbitrários					
N1 anteriormente calculado: 5316.0	Janela do Núcleo					
N* de espiras: 5504	* Altura: 19 mm					
Resistência: 518.604 Ohm	* Largura: 13 mm					
Corrente de Partida: 0.2905 A Corrente Nominal: 0.01488 A Temperatura da bobina (regime): 26.1 *C						
Cancel Help						

Fig 5.3 - Quadro da definição da bobina e da janela do núcleo

A seguir é apresentado o quadro da fig 5.3, referente a definição do carretel da bobina e a janela no núcleo onde ele será colocado. As dimensões deste serão fornecidas pelo projetista, e deverão ser modificadas conforme a intenção de desempenho do contator em relação a bobina (corrente solicitada e aquecimento na bobina).

😑 Espira de Sombra	
Face onde é colocado a espira de sombra face interna+externa ao anel pré calc:mm	Entreferro abertura: 0.15 mm
Face do polo interna ao anel: 4.66667 mm	Central Lateral
Face do polo externa ao anel: 2.33333 mm	
Prof. do chanfro para o anel: 2 mm	
Especificação da espira de sombra	
espessura h do 1 mm	
grossura L do anel: 1.5 mm	
Largura do anel: 4.66667 mm	
Resistência da espira: 0.000413461 Ohm	
 _ Resultados	i / 1
lb: 0.02017 A -92.2*	/
Ø da bobina: 5.3171e-05 Wb -87.3*	
Ø interno ao anel: 2.3311e-05 Wb -38.0*	1
Ø externo ao anel: 4.0946e-05 Wb -112.2*	
FMag min (qualitativo) =	
Cancel	Help

5.4 - Definição da espira de sombra, com o detalhe das dimensões do polo do anel e o defasamento de fluxo.

O último quadro referente ao projeto eletromagnético do contator será o de definição da espira de sombra, neste o usuário terá noção do desempenho do contator quando o mesmo

estiver atracado. Os valores fornecidos serão basicamente os das dimensões do anel de curto circuito e das dimensões referentes ao polo onde ele é colocado.

Após a obtenção da estrutura definida pelo projeto deve-se verificar o desempenho do mesmo a partir da próxima etapa, referente a pré-análise desta estrutura.

5.4 - Pré-análise

Nesta etapa pode-se verificar o formato da estrutura eletromagnética e obter o desempenho desta para uma tensão de alimentação inferior a nominal, definida pelo projetista. Esta etapa pode ser acionada diretamente pelo usuário para verificação de facilitando uma estrutura existente. а verificação do desempenho a partir de alterações feitas na mesma.

É nesta etapa que o usuário fará os ajustes globais da estrutura eletromagnética, para que a mesma satisfaça a condição almejada, sendo possível alterar também o conjunto de molas para melhorar um possível mau funcionamento para uma tensão reduzida.



Fig 5.5 - Detalhe da definição da estrutura no quadro de pré-análise

Neste quadro o projetista pode ter uma visão da estrutura magnética dimensionada por ele, pois o programa se encarrega de redesenhá-la a cada nova alteração, conforme mostra a figura 5.5. Após a análise do contator, são traçadas curvas comparativas entre a força mecânica das molas e a força magnética, sendo esta traçada para duas tensões distintas. Estas curvas de força magnética são traçadas para o projetista avaliar o desempenho eletromecânico do contator nestas tensões de alimentação e podem ser vistas na fig 5.6.

Como resposta à pré-análise, o programa gera dois arquivos, sendo um referente aos dados estipulados para o projeto final e outro com detalhes referentes ao desempenho do contator projetado.

O programa se encarrega de gerar vetores que poderão ser analisados através das opções de visualização gráfica. Estes vetores são definidos na tabela A.1 do apêndice A.



Fig 5.6 - Quadro referente a pré-análise, onde pode-se ver o resultado de uma pré-análise 5.5 - Simulação

A simulação do contator parte do princípio que o usuário já tenha construído os ábacos de fluxo, através de um programa de cálculo de campos, como o EFCAD [14], conforme foi descrito no capítulo 3.

A estrutura do programa, desenvolvida para a simulação, possibilita diversas maneiras de se verificar o funcionamento de um contator. Dependendo da seleção do tipo de "Variação da tensão" ou da opção de simulação "Semi estático", conforme pode ser visto no diálogo mostrado na figura 5.7, a simulação do contator terá um dos seguintes objetivos:

- verificar o funcionamento com tensão fixa,
- verificar o funcionamento com tensão variável crescente ou decrescente,
- obter a força magnética útil em função da posição, semelhante à pré-análise.

Nas duas primeiras formas de simulação, o programa obterá valores em função do tempo para uma alimentação senoidal, conforme mostra a tabela A.2 no apêndice A. Para o

terceiro caso os valores obtidos serão em função do deslocamento do núcleo, conforme tabela A.3. No caso da tensão variável, existe uma constante, lida em arquivo, que indica qual o valor inicial do percentual da tensão de alimentação.

Tempo de simulação inicial 0.0 seg final .1 seg passo 0.007 mili seg Alimentação Variação da tensão Ângulo Ini. 280 Final .1 seg Tensão constante ★ Freqüência 60 Hz Cancel tempo off 2 seg V linha _{rms} 220 ¥ Help
Núcleo Largura da secção da bobina a1 12 mm Largura da secção externa ao anel c2e 1.87 mm ☐ Fluxo e Fmec. ☐ Semi estátic Largura da secção interna ao anel c2i 3 mm ☐ Abacos dos Fluxos ☑ Cálc. Térmic Profundidade 10 mm fat. empilh. 0.97 ☐ Bobina Espiras N1 4224 R 337 ohm Resistência de perdas: 844251 0hm ☐ Anel R .00033 ohm Profundidade 4 mm Quantidade: 1 ± ± 1 ±
Massa da Parte Movel 61.52 gramas coef. atrito 0.4 N.s/m Molas qtd K (N/m) Pré-comp (mm) Curso (mm) Contatos de curso do núcleo 2 130.4 11.7 5.1 1.0567 contatos principais 3 91.2 5.5 1.7 0.8825 contatos NF 2 91.2 5.5 1.7 0.8825
Arquivo: c:\cmp\contator\nucleo.ncl Núcleo: CW17-E137-0.5mm

Fig 5.7 - Quadro de entrada de dados para a simulação

Como resposta à simulação o programa gera um arquivo descrevendo detalhes da simulação, bem como a especificação dos dados do contator simulado. Como na pré-análise, são gerados vetores que poderão ser analisados conforme o tipo de simulação feita, conforme descrito anteriormente.

5.6 - Exploração dos resultados

O programa desenvolvido possui muitas funcionalidades herdados do DinMaq que devem ser mencionados, para que um usuário saiba da potencialidade do mesmo, destacando que as mesmas são, dentro do possível, de fácil acesso no software desenvolvido, pois foi construído baseado na filosofia de como deve ser um programa *for Windows*.

O programa é capaz de tornar disponível dois conjuntos de dados, podendo um deles ser decorrente de simulação e o outro lido em arquivo, no formato reconhecido pelo mesmo, com o objetivo de comparar valores por sobreposição de curvas em um mesmo gráfico.

O traçado de um gráfico pode ser feito utilizando as curvas dos dois conjuntos de dados, sendo que, para ambos, os valores das abcissas e ordenadas serão escolhidas pelo usuário, conforme mostra a fig 5.8.

As funções de exploração mais comuns em programa gráfico, tais como zoom, configuração do gráfico e cópia da imagem estão disponíveis. Em destaque, a cópia do gráfico poderá ser feita em forma de Bitmap ou arquivo HPGL conforme a conveniência do usuário.



Fig 5.8 - Seleção dos vetores que irão compor um gráfico

5.7 - Conclusão

O programa desenvolvido engloba a parte de projeto, pré-análise e simulação do contator, e foi desenvolvido no ambiente Windows com a intenção de tornar-se de fácil acesso, sem precisar de programas auxiliares para a exploração dos resultados.

CAPÍTULO 6

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1 - Introdução

Este capítulo visa comparar os valores obtidos de um contator existente com os resultados simulados, tendo o objetivo de validar a formulação desenvolvida. Tem-se também o objetivo de demonstrar a utilização do software para otimizar o contator, ajustando parâmetros através de pré-análise e, após obter uma configuração aparentemente satisfatória, vir a simular dinamicamente, sob diversas situações, para se obter o desempenho do mesmo.

Serão apresentados alguns detalhes de como obter um ábaco de fluxo, necessário à simulação, entretanto a utilização de um programa de cálculo de campos [14], como o EFCAD, não será detalhado, cabendo ao usuário estudar a literatura referente ao mesmo.

Serão feitas pequenas mudanças na estrutura tendo como enfoque a otimização de um contator existente com o objetivo de eliminar o segundo estágio de atracamento, que pode vir a ocorrer em alguns contatores de uma série e que, na maioria das vezes, vem a acontecer em condições adversas de funcionamento.

6.2 - Obtenção do Ábaco de Fluxos

Após definir a curva de magnetização do ferro do núcleo e construir a estrutura, utiliza-se o programa que faz a resolução do sistema magnetostático, onde as densidades de corrente nos referentes enrolamentos serão estipuladas pelo usuário.



Fig 6.1 - Curva de magnetização do ferro

Após resolvido o sistema, é utilizado um programa de exploração gráfica, com o objetivo de se obter o fluxo nas diversas partes de interesse, conforme descrito no capítulo 3. Nas figuras 6.2 a seguir serão mostrados os fluxos gerados pela bobina principal, para algumas posições de abertura do entreferro e também o fluxo gerado pela espira de sombra. Para ambos os casos, os fluxos serão obtidos através do enlaçamento do mesmo por uma espira ou bobina disposta no local de interesse, que para o caso serão a bobina principal a espira de sombra e um enrolamento auxiliar.





(e)

(f)

Fig 6.2 - Cartas de campo obtidos pelo EFCAD para resolução magnetostática. Pode-se observar nas figuras a posição do enrolamento auxiliar. Nas figuras (a), (b) e (c) a densidade de corrente J é imposta na bobina e nas outras figuras (d), (e) e (f) o J é imposto na espira de sombra.

Os valores de fluxo obtidos para este programa, por serem tratados em duas dimensões, serão obtidos em Weber/metro. Este fluxo está relacionado à profundidade do conjunto formador do núcleo e será multiplicado pela profundidade do mesmo, durante a simulação, com o objetivo de se obter o fluxo na respectiva região avaliada.

6.3 - Comparação de resultado numérico com resultados experimentais

A comparação dos resultados obtidos de uma simulação com um contator existente é necessária para validar o método e obter-se a garantia que uma simulação qualquer é confiável. Pode-se analisar situações diferentes da apresentada neste trabalho.

O contator utilizado para comparação com os valores simulados possui três contatos principais e quatro contatos auxiliares, sendo dois NA e dois NF. As especificações mecânicas e elétricas, necessárias para a pré-análise e a simulação, foram medidas em laboratório ou junto ao fabricante e são expressos a seguir.

Parâmetros elétricos:

Espiras da bobina: 4224 Diâmetro do fio: 0,15 mm Resistência da bobina: 337 Ω Resistência da espira de sombra: 0,00033 Ω

Parâmetros mecânicos:

Deslocamento do núcleo móvel : 5,1 mm k da mola de curso: 130,4 N/m = 0,0133 kgf/mm Comprimento da mola de curso: 27,3 mm Pré compressão da mola de curso: 11,7 mm k da mola do contato auxiliar: 91,2 N/m = 0,0093 kgf/mm Comprimento da mola do contato auxiliar: 14,3 mm Pré compressão da mola do contato auxiliar: 5,5 mm Massa do contato auxiliar: 0,8825 g k da mola do contato principal: 392,28 N/m = 0,04 kgf/mm Comprimento da mola do contato principal: 12,2 mm Pré compressão da mola do contato principal: 2,4 mm Massa do contato principal: 1,0567 g Coeficiente de atrito: 0,4 N.s/m Profundidade do núcleo: 10 mm



Fig 6.3 - Valores de (a) tensão aplicada e (b) corrente obtida para o contator ensaiado, comparados com os valores de (c) tensão e (d) corrente obtidos por simulação, com o detalhe do desligamento do contator.



Fig 6.4 - Valores simulados para uma mesma defasagem de tensão aplicada no ensaio da fig 6.3, com verificação do desligamento da tensão. (a) corrente da espira de sombra, (b) velocidade, (c) força magnética e mecânica, (d) deslocamento do núcleo, (e) detalhe do fechamento dos contatos principal e NA e (f) fechamento do contato NF

Após a simulação, o programa fornece diversas informações referentes a mesma, que poderão ser diretamente analisadas para verificar o funcionamento sob as condições estipuladas:

Tensão de alimentação da fonte: 220 Volts rms ângulo inicial da tensão: 60 ° Tempo de comutação dos contatos: fech. princ. varia entre 10,0564 e 11,7024 ms fech. NA varia entre 10,0564 e 12,2588 ms abertura NF = 6,6131 ms Atracamento do Núcleo: tempo = 11,3792 ms Velocidade = 2,16478 m/s



Os valores obtidos experimentalmente serão referentes a tensão de alimentação e a corrente da bobina. Estes valores serão comparados, na fig 6.3, com os valores simulados para verificação da validade, sendo mostrados também outros detalhes da simulação na fig 6.4.





Fig 6.5 - Comparação dos valores experimentais de (a) tensão e (b) corrente com os simulados (c) e (d). Sendo mostrados detalhes da simulação para a (e) corrente da espira de sombra referida ao primário, (f) velocidade do núcleo, (g) força magnética e mecânica com detalhe no instante do atracamento do núcleo, (h) deslocamento do núcleo.

Outra comparação da simulação com valores experimentais é mostrada na figura 6.5, observando que o instante em que é energizada a bobina de comando pode gerar um ricochete muito grande no núcleo, devido ao fato de, no instante da colisão do núcleo, a força magnética ser menor que a força mecânica, conforme pode ser verificado nos valores obtidos na simulação.

6.4 - Funcionamento sob tensão reduzida



Fig 6.6 - Curva de força magnética útil e mecânica para tensão reduzida (a) Vx = 114 v no contator ensaiado e (b) Vx = 118 v no contator modificado

Os valores obtidos por simulação para uma tensão abaixo da nominal, denominada anteriormente de Vx, serão verificados através da pré-análise e analisados pela simulação semi-estática para a estrutura definida, conforme a fig 6.6.a, que estará em torno de 114 volts rms. Nesta figura observa-se que a força magnética útil é inferior a mecânica na abertura do contato NF e também no fechamento dos contatos NA e principal, sendo a diferença da força magnética e mecânica mostradas na tabela 6.1.a, onde nota-se que a força mecânica é maior que a força magnética, em torno de 0,5 Newtons para a posição onde ocorre a abertura do contato NF. Essa força mecânica, sendo bem maior que a magnética útil, poderá causar o

Desloc		Força			Força	
(mm)		(N)			(N)	
	magnética		mecânica	magnética		mecânica
0,0	1,75	>	1,74	1,88	>	1,86
1,73	2,99	<	3,5	3,21	<	3,5
3,42	6,89	<	7,84	7,42	<	7,56
		(a)			(h)	

segundo estágio no atracamento do núcleo, que apesar do forte indício, só poderá ser verificado na simulação dinâmica conforme fig 6.7.

Tab 6.1 - Comparação da força magnética e mecânica para posições críticas na tensão (a) Vx =114 volts, para o contator ensaiado e (b) Vx = 118 volts rms para o contator modificado

Apesar de o contator funcionar satisfatoriamente para a faixa de tensão estipulada por norma, é desejável eliminar a possibilidade de ocorrer um eventual mau funcionamento do mesmo em condições não estabelecidas pela mesma. Para evitar este problema pode-se optar por modificações da estrutura magnética, redimensionamento do circuito elétrico ou dimensionamento das molas do contator. Optando-se pelo redimensionamento das molas que é solução mais direta e de mais fácil implantação, teremos:

k da mola do contato auxiliar: 90,24 N/m = 0,0092 kgf/mmComprimento da mola do contato auxiliar: 13,7 mmPré compressão da mola do contato auxiliar: 4,9 mmk da mola do contato principal: 279,5 N/m = 0,0285 kgf/mmComprimento da mola do contato principal: 12 mmPré compressão da mola do contato principal: 3,2 mm





Fig 6.7 - Gráficos que representam o desempenho do contator original para uma tensão variando de 109 a 120 Volts rms. (a) corrente na bobina, (b) força magnética e mecânica, (c) deslocamento do núcleo

Com estas alterações feitas, podemos observar pela fig 6.6.b e pela tabela 6.1.b que a diferença de força será menor nas posições críticas e, através de simulação dinâmica do contator verifica-se a não existência do segundo estágio no novo contator, conforme fig 6.8.





Fig 6.8 - Idem a figura 6.7 para o conjunto de molas alterado.

6.5 - Simulação com o EFCAD

Realizou-se a simulação com o módulo EFCT, o qual se analisa o regime transitório de dispositivos, porém sem deslocamento mecânico. Neste módulo do EFCAD a alimentação do dispositivo é feita por fonte de tensão, no caso senoidal; e pode-se verificar o efeito das correntes induzidas em regiões condutoras como o anel de curto circuito.



Fig 6.9 - Corrente na bobina para o núcleo considerado sempre fechado para as situações (a) de período transitório e (b) em regime permanente cujo valor eficaz é $I_{ef} = 0.0762 A$

Na figura 6.9.a é verificado a corrente para o dispositivo ao ligar, porém é bem diferente da corrente do dispositivo funcionando em condições normais pois, para esta simulação, o núcleo permanece fixo, não gerando uma variação da indutância devido ao deslocamento, o qual influencia grandemente no regime transitório.









Fig 6.10 - Força magnética em regime permanente para instântes onde (a) a força magnética é mínima e (b) a força magnética é máxima

O objetivo desta simulação é justamente verificar os valores da corrente em regime permanente e as forças obtidas para o contator com o núcleo fechado conforme a fig 6.10, obtendo-se uma força média = $\frac{1}{2}$ (Fy_{totMIN} + Fy_{totMAX}) = 128,1 N.

Nesta simulação foi necessário colocar um valor de indutância de 5 Henry em série com a fonte para compensar a indutância referente a *cabeça de bobina*, a qual conecta o lado direito com o lado esquerdo das partes simétricas do desenho da bobina na figura 6.10.

6.6 - Comparação dos resultados por diversos métodos

No presente tópico são apresentados a comparação dos valores obtidos por diversos métodos disponíveis para tal, conforme tabela 6.2, enfatizando que a dimensão do entreferro é responsável pela diferença dos valores de corrente para os diversos métodos mostrados. A comparação da força eletromagnética útil deve ter um maior destaque, pois é a partir dela que se pode analisar o perfeito funcionamento do contator, o ponto seguinte de maior importância é a corrente de regime do contator, sendo mostrado estes e outros valores obtidos na tab 6.2.

De maneira geral, os valores obtidos na simulação dinâmica concordam com os valores experimentais, pois a variação do valor do entreferro, bem como a imprecisão de como obtê-lo acarretam uma variação razoável no valor da corrente solicitada. A diferença dos valores de corrente transitória para o valor simulado, antes do fechamento do núcleo, pode ser decorrente da dificuldade de caracterizar o verdadeiro caminho dos fluxos quando o contator está com o núcleo aberto. Outro fator a ser considerado é que o alinhamento das faces dos polos não é perfeito [1], o que caracteriza uma maior relutância magnética, necessitando assim maior fmm para o entreferro, quando o núcleo está aberto.

	entreferro	I partida	I nominal	F mag _{média}	t _{fech.} núcleo	В	Temp _{bob}
método	(mm)	(A_{rms})	(A _{rms})	(N)	(mili seg)	(Tesla)	$(^{\circ}C)$
Ensaios	~ 0,16	0,353	0,0707	-	12,4	-	110,3
EFCAD	0,16	-	0,0762	128,1	-	~1,30	~62
simulação	0,16	0,276	0,0686	121,01	11,47	-	94.79
pré-análise	0,16	0,361	0,0519	162,20	-	1,160	66,7
	0,25	0,368	0,0681	161,13	-	1,158	98,6

Tab 6.2 - Valores de interesse obtidos através de diversos métodos

Os valores de pré-análise não tiveram resultados muito satisfatório quanto às correntes de regime solicitadas, entretanto, para entreferros permanentes pouco maiores que o do contator analisado (considerando aqui um entreferro equivalente devido ao chanfro existente no contator analisado) obteve-se valores razoáveis, que podem ser comparáveis ao obtido na simulação e aos valores medidos.

O valor de temperatura calculado é relativo ao mesmo sem corrente passando pelos contatos principais, enquanto que o medido considera este valor. Apesar do método utilizado para análise de temperatura servir como referência, obtivemos valores razoáveis e o valor da temperatura será tanto maior quanto maior for a corrente de regime do contator.

6.7 - Conclusão

Os valores obtidos pelo método denominado de pré-análise, no caso de um projeto de contator, servem para obter valores de âmbito qualitativo no desempenho do contator. Quando se tem a estrutura definitiva a partir deste método utiliza-se da simulação dinâmica para uma maior precisão de desempenho da estrutura, pois os valores simulados estão bem coerentes com os obtidos experimentalmente.

Quanto aos valores relativos ao aquecimento do contator, servirão apenas de forma qualitativa para auxílio no projeto, pois o equacionamento deste fenômeno é bem mais complexo que o desenvolvido no presente trabalho.

CAPÍTULO 7 CONCLUSÕES GERAIS

7.1 – Conclusões

Apresentou-se neste trabalho uma metodologia para projetar e analisar contatores CA de pequeno porte, com ênfase no dimensionamento do circuito do núcleo magnético em forma de E. Foi também necessário o estudo do sistema mecânico, pois o mesmo interage com o magnético durante o funcionamento do mesmo.

A filosofia adotada para o desenvolvimento de um contator fez com que o trabalho gerado tivesse duas etapas distintas. Uma etapa está relacionada com as especificações iniciais, tendo como resultado características de força estática; a outra está relacionada com o desempenho dinâmico do sistema magnético juntamente com o mecânico.

Para o dimensionamento prévio do contator utilizou-se a formulação por equações de circulação de campo, obtendo a força magnética média do contator, responsável pelo deslocamento do núcleo. O projetista deve observar que esta força, para uma tensão nominal, deve ser superior a força de mola em todas as posições de abertura do núcleo. Para uma tensão reduzida, na qual observa-se que a força magnética é igual a força mecânica quando o contator está aberto, deve-se garantir que o contator irá fechar sem haver um estágio intermediário entre as posições "ligado" e "desligado".

Na segunda etapa de um projeto, que consiste em verificar o desempenho dinâmico do contator, utilizou-se a resolução de equações de estado pelo método de integração de Runge-Kutta de 4^ª ordem com acoplamento fraco com elementos finitos para a obtenção dos valores de fluxo do sistema. No contexto da simulação dinâmica foi considerado o ricochete do núcleo móvel com o fixo e, também, entre os contatos através do conceito de coeficiente de reconstituição.

Um modelo simplificado para a transferência de calor do sistema foi elaborado para se verificar a temperatura de funcionamento da bobina, com o objetivo de obter-se uma estimação de temperatura em regime, ou seja, com a temperatura estabilizada do contator.

Para validação, os resultados simulados foram comparados por dois métodos, que foram o ensaio de um dispositivo existente e a simulação por um programa de cálculo de campos por elementos finitos. Os valores utilizados para comparação foram a corrente na

bobina e o tempo de fechamento do núcleo medidos em ensaios; a força magnética e a corrente na bobina obtidos por cálculo de campos. Os valores encontrados por simulação, para ambos os modelos desenvolvidos, se aproximaram satisfatoriamente dos valores obtidos em ensaio em condições de regime com erro inferior a 8% na corrente calculada e inferior a 4% no tempo de fechamento do núcleo. Entretanto, em condições transitórias o erro na corrente da bobina foi aproximadamente de 25%, aceitáveis devido as aproximações do método utilizado e as dificuldades de ensaio. Considerando que o fator mais importante, que é o tempo de fechamento, teve um erro bastante pequeno, podendo-se considerar que a simulação dinâmica está satisfatória.

Uma análise que leva a considerar o modelo satisfatório é a simulação com tensão reduzida, em regime transitório. Saliente-se que a existência de um estágio problemático entre a posição ON/OFF do contator, após as alterações sugeridas, foi eliminado.

Conseguiu-se neste trabalho desenvolver diversas ferramentas para o projeto de contatores, as quais foram implementadas num software. A concordância com os valores medidos e simulados foi satisfatória, podendo-se considerar que o conjunto de ferramentas implementadas será de grande valia para o desenvolvimento de novos produtos.

7.2 - Sugestões para desenvolvimento futuro

- Considerar o ricochete para contatores maiores, considerando o modelo de amortecimento e mola, pois o mesmo possui amortecimento do núcleo através de borrachas.
- Desenvolver simulação dinâmica eletromagnética por elementos finitos, considerando o ricochete do núcleo no fechamento, semelhante ao que foi implementado neste trabalho.
- Fazer um estudo aprofundado sobre contatos e extinção de arcos.

Apêndice A - Vetores obtidos da utilização do software

VETOR	DESCRIÇÃO	UNID
Х	Posições referentes ao deslocamento do núcleo	mm
Fmec	Força mecânica do conjunto das molas	Ν
Fmag_V	Força magnética útil para a tensão V	Ν
Ibob_V	Corrente eficaz na bobina para a tensão V	A _{RMS}
Ianel_V	Corrente eficaz na espira de sombra (referida p/ o primário)	A _{RMS}
Đib_V	Defasagem da corrente da bobina (referente a alimentação V)	graus
Đia_V	Defasagem da corrente da espira de sombra	graus
Bfe_V	Indução magnética no ferro da estrutura	Т
Bfae_V	Indução magnética no ferro da região externa ao anel	Т
Bfai_V	Indução magnética no ferro da região interna ao anel	Т
S1	Área equivalente do entreferro no ramo da bobina	mm^2
Sae	Área equivalente do entreferro na região externa ao anel	mm^2
Sai	Área equivalente do entreferro no ramo interno ao anel	mm^2
Saei	Área equivalente do entreferro no chanfro onde está o anel	mm^2
wt	Período da fonte	radianos
Øbob_wt	Fluxo total da bobina	Wb
Øanel_wt	fluxo total pelo anel	Wb
ØAext_wt	fluxo referente ao polo do anel, que é externo a espira de sombra	Wb
Vb_wt	tensão nominal aplicada na bobina para um período (wt)	V
Ibob_wt	Corrente na bobina para a tensão nominal	А
Ianel_wt	Corrente na espira de sombra, referida ao primário	А
Fmag_wt	Força magnética total	Ν
Fm1_wt	Força magnética no ramo onde é colocada a bobina	Ν
Fmai_wt	Força magnética no ramo interno ao anel	Ν
Fmae_wt	Força magnética no ramo externo ao anel	Ν
IMagFe_wt	Corrente média para magnetização do ferro do núcleo	А
IMagAr_wt	Corrente média para magnetização do entreferro	А
IMagTot_wt	Corrente média total para magnetização da estrutura	А
Bai_wt	indução magnética para o ferro na região interna ao anel	Т
Hai_wt	idem para o campo magnético	Ae/m
Bae_wt	indução magnética para o ferro na região externa ao anel	Т
Hae_wt	idem para o campo magnético	Ae/m
Bfe_wt	indução magnética para o restante do ferro	Т
Hfe_wt	idem para o campo magnético	Ae/m

Tab A.1 - Vetores obtidos da pré-análise, onde os primeiros estão relacionados com a posição X do núcleo e, após o vetor wt estarão relacionados a este, considerando o núcleo fechado.

VETOR	DESCRIÇÃO	UNID
t	tempo da simulação	seg
Ibob	corrente da bobina	А
Ianel	corrente da espira de sombra, referida ao primário	А
Imag	corrente de magnetização	А
Desloc	Deslocamento do núcleo	mm
Veloc	Velocidade de deslocamento do núcleo	m/seg
Emag	Tensão de magnetização	V
Fpolo1	Força no polo onde se encontra a bobina	Ν
FextA	Força na parte externa ao anel	Ν
FintA	Força na parte interna ao anel	Ν
Fmag	Força magnética total	Ν
Fmec	Força mecânica devido ao conjunto das molas	Ν
Ftot	Força resultante do conjunto magnético e mecânico	Ν
Vbob	Tensão da bobina instantânea	V
Vm_pico	Pico da tensão senoidal utilizada para gerar Vbob	V
CompPrinc	Compressão de uma mola de curso	mm
xPrinc	Deslocamento de um contato principal	mm
xNA	Deslocamento de um contato NA	mm
xNF	Deslocamento de um contato NF	mm
VelPrinc	Velocidade de um contato principal	m/seg
VelNA	Velocidade de um contato NA	m/seg
VelNF	Velocidade de um contato NF	m/seg

Tab A.2 - Vetores gerados em uma simulação com resultados obtidos em função do tempo

VETOR	DESCRIÇÃO	UNID
Desloc	Deslocamento do núcleo	mm
Fmec	Força mecânica do conjunto das molas	Ν
Fmag_V	Força magnética útil para a tensão V	Ν
Fres_V	Força resultante para a tensão V	Ν
Ib_V	Corrente eficaz na bobina para a tensão V	A _{RMS}
Ia_V	Corrente eficaz na espira de sombra (referida p/ o primário)	A _{RMS}
fCurso	Força de uma mola de curso	Ν
fPrinc	Força de uma mola de contato principal	Ν
fNA	Força de uma mola de contato NA	Ν
fNF	Força de uma mola de contato NF	Ν
Abert	Abertura do contator	mm

Tab A.3 Vetores gerados em uma simulação semi-estática

Bibliografia

- [1] Paulo Irineu Koltermann Uma modelagem para análise dinâmica de contatores CC e CA - Tese de Mestrado - Florianópolis - SC, 1990
- [2] João Pedro Assumpção Bastos Eletromagnetismo e Cálculo de Campos 2^a edição -Editora da UFSC
- [3] Vicent Del Toro Fundamentos de Máquinas Elétricas Prentice-Hall do Brasil
- [4] A. E. Fitzgerald Máquinas Elétricas McGraw-Hill
- [5] V GOURISHANKAR Conversión de Energia Electromecânica Representaciones y Servicios de Ingenieria S.A. - México, 1975
- [6] Alfonso Martignoni Eletrotécnica Editora Globo
- [7] Alfonso Martignoni Transformadores Editora Globo
- [8] R. Resnick; D. Halliday Fisica 1 Livros Técnicos e Científicos Editora
- [9] P. C. Tung; S. W. Shaw The Dynamics of an Impact Print Hammer Jornal of Acousts, Stress, and Reliability in Design - APRIL 1988, Vol 110
- [10] J.J. Moore; A. B. Palazzolo; R. Gadangi; T. A. Nale; S. A. Klusman; G. V. Brown; A. F. Kascak - A Forced Response Analysis and Application of Impact Dampers to Rotor Dynamic Vibration Supression in a Cryogenic Environment - Jornal of Vibration and Acoustics - JULY 1995, Vol 117
- [11] Joseph A. Ed Minister Circuitos Elétricos Coleção Shaum
- [12] William H. Hayt, Jr.; Jack E. Kemmerly Análise de Circuitos em Engenharia -McGraw-Hill
- [13] John L. Haydu Contact Design for Air Break AC Motor Starters IEEE Transactions on Industry Aplications, vol 1A-17 nº 4, July/August 1981
- [14] Manual do EFCAD (software de simulação de cálculo de campos eletromagnéticos) -GRUCAD - UFSC - Brasil
- [15] S. A. Nasar; I. Boldea Linear Motion Eletromagnetic Systems.
- [16] Frank P. Incropera; David P de Witt Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.
- [17] J. P. Holman Heat Transfer 7^a Edition McGraw-Hill.