

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE  
COMPONENTES MAGNÉTICOS UTILIZADOS EM  
CONVERSORES ESTÁTICOS DE ALTA FREQUÊNCIA**

Tese submetida à Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para obtenção do  
grau de Doutor em Engenharia Elétrica

**Adalberto José Batista**

Florianópolis, fevereiro de 1998

# MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE COMPONENTES MAGNÉTICOS UTILIZADOS EM CONVERSORES ESTÁTICOS DE ALTA FREQUÊNCIA

por **Adalberto José Batista**

Esta tese foi aprovada pelo Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Elétrica, na área de Sistemas de Energia.



---

Prof. Adroaldo Raizer, Dr.

Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica




---

Prof. João Carlos dos Santos Fagundes, Dr.


Orientador

## MEMBROS DA COMISSÃO EXAMINADORA :



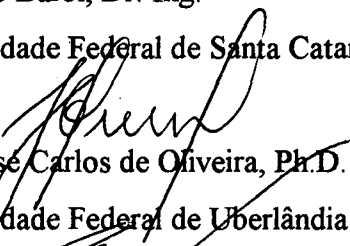
Prof. Gilberto Costa Drumont Sousa, Dr.

Universidade Federal do Espírito Santo



Prof. Ivo Barbi, Dr. Ing.

Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. José Carlos de Oliveira, Ph.D.

Universidade Federal de Uberlândia



Prof. Nelson Sadowski, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina

Aos meus pais, Vitalina e José Antônio,  
à minha esposa, Telma, e ao meu filho,  
Bruno

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado no Instituto de Eletrônica de Potência (INEP) da Universidade Federal de Santa Catarina e no Laboratoire d'Electrotechnique, d'Electronique de Puissance et de Commande Industrielle (LEEPCI) da Université Laval (Quebec-Canadá).

Eu gostaria de expressar meu agradecimento e minha gratidão :

-Ao Sr. João Carlos dos Santos Fagundes, Professor no INEP e orientador desta tese, por sua valiosa orientação, por sua amizade e por seu incentivo durante a realização deste trabalho.

-Ao Sr. Gilberto Costa Drumont Sousa, Professor no Depto. de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Espírito Santo, ao Sr. Ivo Barbi, Professor no INEP, ao Sr. José Carlos de Oliveira, Professor no Depto. de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia, e ao Sr. Nelson Sadowski, Professor no GRUCAD do Depto. de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina, pela honra que nos concederam em aceitando serem membros da comissão examinadora.

-Aos Professores do INEP pela excelência de seu trabalho em ensino e pesquisa e, em especial, ao Prof. Ivo Barbi por ter-me conduzido à tão importante área de pesquisa.

-Ao Sr. Philippe Viarouge, Professor no LEEPCI, por ter-me acolhido na Université Laval e por sua valiosa supervisão durante o estágio de pesquisa que lá realizei e ao Sr. Jérôme Cros, também Professor no LEEPCI, pelas profícuas discussões.

-Aos técnicos e funcionários do INEP e do LEEPCI pelo seu profissionalismo e, em especial, ao Sr. Gaetan Bernier por seu apoio e amizade durante meu estágio de pesquisa na Université Laval.

-Ao Governo Brasileiro que, através da CAPES, forneceu o necessário suporte financeiro e à Thornton pelo fornecimento de amostras de ferrite.

Finalmente, eu desejo agradecer infinitamente aos meus queridos pais, Vitalina e José Antônio, à minha querida esposa, Telma, e ao meu querido filho, Bruno, por tudo o que representam em minha vida.

# RESUMO

Este trabalho visa contribuir para o desenvolvimento da modelagem das perdas no núcleo e nos enrolamentos e de técnicas para a otimização do projeto de componentes magnéticos utilizados em conversores estáticos de alta frequência.

Neste contexto, um sistema para medição e caracterização da perda em materiais magnéticos, particularmente em ferrites, é, inicialmente, apresentado. Este sistema inclui programas computacionais específicos que permitem realizar, de forma automatizada, a medição e a caracterização da perda magnética e determinar o laço de histerese, sob excitação senoidal ou de onda quadrada, em faixas de frequência e de indução magnética e em temperaturas predefinidas. A fim de minimizar os erros de medição, utiliza-se de algoritmos da transformada de Fourier e de parâmetros de circuito equivalente de componentes do sistema para o cálculo das formas de onda de interesse. Resultados experimentais ilustram a caracterização da perda em dois tipos de ferrite.

Em seguida, apresenta-se, através de uma abordagem generalizada, porém inteligível, a modelagem e a otimização da perda em enrolamentos. Esta generalização, obtida com a solução exata do problema em coordenadas cilíndricas, permite introduzir uma série de soluções aproximadas. Estas soluções são estudadas em detalhes com o objetivo de estabelecer as condições sob as quais são válidas. As análises, inicialmente realizadas para excitação senoidal, são então estendidas para excitação periódica não-senoidal. A modelagem da perda em enrolamentos multicamadas constituídos de condutores laminares, circulares (simples ou em feixe torcido) ou de fio litz, realizada com base no conceito de ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade, e um sistema para medição da perda em enrolamentos e validação de modelos são também descritos. Resultados experimentais ilustram a validade dos modelos desenvolvidos.

Aspectos relacionados à modelagem e estabilidade térmica dos componentes magnéticos em estudo são também ressaltados e a modelagem térmica de componentes com núcleo pote é apresentada. Resultados experimentais destacam as dificuldades envolvidas nessa modelagem.

Finalmente, novos procedimentos para a otimização do projeto de transformadores multienrolamentos, de indutores e de indutores acoplados, incluindo-se a otimização da perda por correntes circulantes nos enrolamentos, são propostos.

# ABSTRACT

The aim of this study is to contribute to the development of the core loss and winding loss modelling and design optimization techniques of the magnetic components used in high frequency static converters.

In this context, an automated system for loss measurement and characterization in magnetic materials, particularly in ferrites, is, initially, presented. This system includes a specific software package that allows the accomplishment of these aims and the determination of the hysteresis loop, under sine wave or square wave excitation, within frequency and magnetic induction ranges and at different temperatures, as specified by the user. In order to minimize the measurement errors, Fourier transform algorithms and equivalent circuit parameters of some components of the system are used to compute the waveforms of interest. Experimental results illustrate the magnetic loss characterization in two ferrite grades.

Next, the winding loss modelling and optimization is presented. A generalized approach, obtained through the exact solution of the problem in the cylindrical coordinate system, makes it possible to introduce some approximate solutions. Each of these solutions is studied in detail in order to establish the conditions under which it is valid. These analyses, initially carried out for sinusoidal excitation, are then extended to arbitrary periodic excitation. The winding loss modelling in multilayer windings with foil or round (single or bunched) conductors or litz wire, based on the orthogonality concept between skin and proximity effects, and an automated system for winding loss measurement and models validation are also described. Experimental results illustrate the validity of the models developed.

Some aspects concerning thermal modelling and thermal stability of the magnetic components under research are emphasized and the thermal modelling of pot core magnetic components is presented. Experimental results make evident the difficulties in carrying out such modelling.

Finally, new procedures are proposed for the design optimization of multiwinding transformers, energy storage inductors and coupled inductors, which take into account the optimization of the eddy-current losses in the windings.

# SUMÁRIO

<b>RESUMO</b>	i
<b>ABSTRACT</b>	ii
<b>NOMENCLATURA</b>	viii
<b>INTRODUÇÃO</b>	1
<b>CAPÍTULO I</b>	14
<b>SISTEMA DE MEDIÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DA PERDA MAGNÉTICA</b>	
1.1 - Introdução	14
1.2 - Características magnéticas fundamentais	15
1.3 - Caracterização de ferrites sob excitação de baixa amplitude	18
1.3.1 - Sobre o erro na medição da perda devido ao erro de defasagem	25
1.3.2 - Caracterização através de um analisador de impedância	28
1.3.3 - O método de compensação do ângulo de defasagem entre tensão e corrente	31
1.4 - Caracterização de ferrites sob excitação de alta amplitude	33
1.4.1 - Métodos para obtenção do laço de histerese	34
1.4.1.1 - O método convencional (analógico)	34
1.4.1.2 - O método digital	35
1.4.2 - Métodos para medição da perda magnética	36
1.4.2.1 - Wattímetro	36
1.4.2.2 - O método de medição da perda em CC	37
1.4.2.3 - O método ressonante	38
1.4.2.4 - Caracterização com polarização CC	39
1.5 - Caracterização da perda por correntes circulantes	40
1.6 - Influência da temperatura sobre a perda magnética	43
1.7 - Fator de desempenho do material	44
1.8 - Princípios do sistema implementado para medição e caracterização da perda magnética	45

1.8.1 - Caracterização dos componentes do sistema	47
1.8.2 - Características gerais do programa principal	51
1.8.2.1 - Dados de entrada	53
1.8.2.2 - Subprogramas	58
1.8.2.3 - Dados de saída	59
1.8.2.4 - Subprograma para cálculo da densidade de perda magnética	60
1.8.2.5 - Subprograma para determinação do ciclo de histerese	65
1.9 - Resultados Experimentais	66
1.9.1 - Validação do sistema de medição a partir de dados disponíveis na literatura	66
1.9.2 - Aplicação do sistema de medição à caracterização de materiais de origem brasileira	74
1.10 - Conclusão	82
<b>CAPÍTULO II</b>	<b>84</b>
<b>MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DA PERDA POR CORRENTES CIRCULANTES EM ENROLAMENTOS SOB EXCITAÇÃO SENOIDAL</b>	
2.1 - Introdução	84
2.2 - Aspectos geométricos	85
2.3 - Propriedades eletromagnéticas dos materiais utilizados	87
2.4 - Equações de difusão para H e J	87
2.5 - O Problema bidimensional	90
2.6 - O Problema unidimensional	92
2.7 - Teorema de Poynting	95
2.8 - Soluções particulares para uma camada condutora qualquer	96
2.8.1 - Condições de contorno	96
2.8.2 - Soluções particulares	98
2.8.3 - Normalização de variáveis	99
2.9 - Aproximação assintótica	107
2.10 - Aproximação de camada fina	110
2.11 - Comportamento das soluções em CC e em frequências elevadas	112
2.12 - Potência dissipada na n-ésima camada	113
2.13 - Energia magnética média armazenada na n-ésima camada condutora	119
2.14 - Otimização da potência dissipada na n-ésima camada	124
2.15 - Aproximação por expansão em série	126



2.16 - Enrolamentos multicamadas	129
2.16.1 - Suposições práticas sobre o enrolamento	129
2.16.2 - Potência dissipada no enrolamento	130
2.16.3 - Energia magnética média armazenada no enrolamento	133
2.16.4 - Otimização da potência dissipada no enrolamento	137
2.16.5 - Otimização da potência dissipada nas camadas individuais	139
2.16.6 - Seccionalização de enrolamentos	141
2.17 - Conclusão	144
<b>CAPÍTULO III</b>	<b>145</b>
<b>GENERALIZAÇÃO PARA EXCITAÇÃO PERIÓDICA NÃO-SENOIDAL</b>	
3.1 - Introdução	145
3.2 - Potência dissipada no enrolamento	145
3.3 - Energia magnética média armazenada no enrolamento	150
3.4 - Otimização da potência dissipada no enrolamento	153
3.5 - Resistência e indutância de dispersão efetivas do enrolamento	153
3.6 - Conclusão	155
<b>CAPÍTULO IV</b>	<b>156</b>
<b>MODELAGEM UNIDIMENSIONAL APLICADA À OUTRAS FORMAS     GEOMÉTRICAS DE CONDUTOR</b>	
4.1 - Introdução	156
4.2 - Representação de uma camada de condutores circulares simples ou em feixe planar através de uma camada de condutor laminar equivalente	157
4.3 - Representação de uma camada de fio litz através de camadas de condutores laminares equivalentes	159
4.4 - Aplicação da modelagem desenvolvida a enrolamentos com condutores circulares ou fio litz	161
4.5 - Ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade	163
4.5.1 - Enrolamentos com condutores laminares	164
4.5.2 - Enrolamentos com condutores circulares simples	168
4.5.3 - Enrolamentos com fio litz ou feixe torcido de condutores circulares	171
4.6 - Conclusão	177

<b>CAPÍTULO V</b>	<b>178</b>
<b>DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA RESISTÊNCIA E DA INDUTÂNCIA DE DISPERSÃO EFETIVAS DE ENROLAMENTOS</b>	
5.1 - Introdução	178
5.2 - Princípios do sistema implementado para medição da perda em enrolamentos e determinação experimental da resistência e da indutância de dispersão efetivas	178
5.2.1 - Características gerais do programa principal	180
5.2.1.1 - Dados de entrada	180
5.2.1.2 - Subprogramas	182
5.2.1.3 - Dados de saída	182
5.3 - Resultados experimentais	184
5.3.1 - Enrolamentos com condutores laminares	186
5.3.2 - Enrolamentos com condutores circulares	191
5.4 - Conclusão	202
 <b>CAPÍTULO VI</b>	 <b>203</b>
<b>MODELAGEM TÉRMICA DE COMPONENTES MAGNÉTICOS</b>	
6.1 - Introdução	203
6.2 - Modelagem através da resistência térmica	204
6.3 - Modelagem térmica de componentes magnéticos com núcleo de ferrite do tipo pote	208
6.3.1 - Modelagem da transferência de calor por condução	209
6.3.1.1 - Modelagem de camadas sem geração interna de calor	209
6.3.1.2 - Modelagem de camadas com geração interna de calor	211
6.3.1.3 - Modelagem da coluna central do núcleo e dos cilindros Inferior e superior do núcleo	213
6.3.2 - Modelagem da transferência de calor por convecção e por radiação	213
6.3.3 - Circuito térmico equivalente do componente magnético	215
6.3.4 - Resultados experimentais	218
6.4 - Estabilidade térmica	220
6.5 - Conclusão	221

<b>CAPÍTULO VII</b>	222
<b>OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE COMPONENTES MAGNÉTICOS UTILIZADOS EM CONVERSORES ESTÁTICOS DE ALTA FREQUÊNCIA</b>	
7.1 - Introdução	222
7.2 - O problema de otimização	224
7.3 - Otimização de transformadores multienrolamentos	224
7.3.1 - Procedimento de otimização do projeto de transformadores multi- enrolamentos	233
7.3.1.1 - Banco de dados permanente	233
7.3.1.2 - Dados fornecidos pelo projetista	234
7.3.1.3 - Processo de otimização	236
7.4 - Otimização de indutores e de indutores acoplados	246
7.4.1 - Procedimento de otimização do projeto de indutores	252
7.4.1.1 - Banco de dados permanente	252
7.4.1.2 - Dados fornecidos pelo projetista	253
7.4.1.3 - Processo de otimização	254
7.4.1.4 - Extensão dos procedimentos de otimização do projeto de transformadores multienrolamentos e de indutores a indu- tores acoplados	261
7.5 - Conclusão	262
<b>CAPÍTULO VIII</b>	264
<b>CONCLUSÕES GERAIS</b>	
<b>ANEXO A</b>	268
<b>FUNÇÕES DE BESSEL</b>	
<b>ANEXO B</b>	270
<b>CAPACITÂNCIAS PARASITAS EM COMPONENTES MAGNÉTICOS</b>	
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	283

# NOMENCLATURA

- a** - dimensão da aresta de um grão de ferrite cúbico (m)
- A** - área da superfície do componente magnético ( $m^2$ )
- A<sub>c</sub>** - área de condução da seção transversal do condutor ( $m^2$ )
- A<sub>e</sub>** - área efetiva da seção transversal do núcleo ( $m^2$ )
- A<sub>g</sub>** - área efetiva da seção transversal do entreferro ( $m^2$ )
- A<sub>J</sub>** - área da janela do núcleo ( $m^2$ )
- A<sub>0</sub>, A<sub>1</sub>** - constantes arbitrárias
- A<sub>0n</sub>, A<sub>1n</sub>** - constantes arbitrárias para a n-ésima camada
- A<sub>0n</sub>, A<sub>1n</sub>** - constantes arbitrárias normalizadas para a n-ésima camada
- b** - altura da janela do núcleo (m)
- b<sub>c</sub>** - distância de segurança (m)
- bei<sub>n</sub>** - parte imaginária da função de Bessel do primeiro tipo de ordem n
- ber<sub>n</sub>** - parte real da função de Bessel do primeiro tipo de ordem n
- B** - vetor indução magnética (T)
- $\overline{B}$**  - fasor vetorial indução magnética (T)
- B** - magnitude da indução magnética (T)
- B<sub>J</sub>** - altura disponível para os enrolamentos na janela do núcleo (m)
- B<sub>max</sub>** - magnitude máxima da indução magnética (T)
- B<sub>0</sub>** - magnitude ótima da indução magnética (T)
- B<sub>r</sub>** - magnitude da indução magnética remanente (T)
- B<sub>s</sub>** - magnitude da indução magnética de saturação (T)
- B(t)** - indução magnética instantânea (T)
- B<sub>0</sub>, B<sub>1</sub>** - constantes arbitrárias

- $B_{0n}, B_{1n}$  - constantes arbitrárias para a n-ésima camada
- $\underline{B}_{0n}, \underline{B}_{1n}$  - constantes arbitrárias normalizadas para a n-ésima camada
- $c$  - constante para cálculo do número de Nusselt
- $C$  - capacitância (F)
- $C_c$  - capacitância do cabo coaxial (F)
- $C_d$  - capacitância do divisor de tensão (F)
- $C_e$  - coeficiente de perda por correntes circulantes (s)
- $C_h$  - coeficiente de perda por histerese ( $T^{-1}$ )
- $C_m$  - coeficiente de densidade volumétrica de perda magnética
- $C_o$  - capacitância de entrada do osciloscópio (F)
- $C_p$  - calor específico (J/kgK)
- $C_r$  - coeficiente de perda residual
- CST - componente magnético sob teste
- $C_0, C_1, C_2$  - parâmetros que caracterizam a influência da temperatura sobre a perda magnética
- $C_{0n}$  - constante arbitrária para a n-ésima camada
- [C] - vetor de constantes do sistema
- $d$  - diâmetro do condutor circular nu (m)
- $\underline{d}$  - diâmetro normalizado do condutor circular nu
- $d_i$  - diâmetro do condutor circular isolado (m)
- $d_f$  - diâmetro de cada condutor circular nu em um feixe de condutores ou em um fio litz (m)
- $\underline{d}_f$  - diâmetro normalizado de cada condutor circular nu em um feixe de condutores ou em um fio litz
- $d_{qf}$  - diâmetro de cada condutor circular nu no feixe de condutores ou no fio litz do q-ésimo enrolamento (m)
- $d_{qfo}$  - diâmetro ótimo de cada condutor circular nu no feixe de condutores ou no fio litz

- do q-ésimo enrolamento (m)
- $dt$  - período de amostragem (s)
- $D$  - vetor indução elétrica ( $C/m^2$ )
- $D$  - razão cíclica
- $D_f$  - diâmetro externo do fio litz ou do feixe de condutores circulares (m)
- $D_{qf}$  - diâmetro externo do fio litz ou do feixe de condutores do q-ésimo enrolamento (m)
- $D_r$  - razão cíclica do tempo de subida
- $E$  - vetor campo elétrico (V/m)
- $f$  - frequência (Hz)
- $f_a$  - frequência de amostragem (Hz)
- $f_e$  - frequência de transição (Hz)
- $f_{Nyq}$  - frequência de Nyquist (Hz)
- $f_r$  - frequência real de teste (Hz)
- $F$  - transformada de Fourier
- $F^{-1}$  - transformada inversa de Fourier
- $F\{[X],[C]\}$  - função objetivo
- $F_f$  - número de condutores num feixe planar de condutores circulares
- $F_{qf}$  - número de condutores no feixe de condutores circulares ou no fio litz do q-ésimo enrolamento
- $F_{ql}$  - número de condutores no feixe de condutores laminares do q-ésimo enrolamento
- $F_{rq}$  - relação entre as resistências efetiva e em CC do q-ésimo enrolamento
- $F_{rqf}$  - relação entre as resistências efetiva e em CC do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
- $F_{rql}$  - relação entre as resistências efetiva e em CC do q-ésimo enrolamento com condutores laminares
- $g$  - aceleração da gravidade ( $m/s^2$ )

$G_i\{[X],[C]\}$  - i-ésima função de igualdade

$h$  - espessura das camadas condutoras num enrolamento de  $M$  camadas (m)

$\underline{h}$  - espessura normalizada das camadas condutoras num enrolamento de  $M$  camadas

$h_b$  - espessura total das blindagens eletrostáticas (m)

$h_{cv}$  - coeficiente de transferência convectiva ( $W/m^2 K$ )

$h_d$  - espessura total dos enrolamentos de desmagnetização e de controle (m)

$h_i$  - espessura do isolamento entre camadas (m)

$\underline{h}_{ij}$  - espessura do isolamento entre camadas normalizada para  $\delta_j$

$\underline{h}'_{ij}$  - espessura do isolamento entre camadas normalizada para  $\delta'_j$

$\underline{h}_{in}$  - espessura normalizada da n-ésima camada isolante

$h_{iq}$  - espessura do isolamento entre camadas do q-ésimo enrolamento (m)

$\underline{h}_j$  - espessura das camadas condutoras num enrolamento de  $M$  camadas normalizada para  $\delta_j$

$\underline{h}'_j$  - espessura das camadas condutoras num enrolamento de  $M$  camadas normalizada para  $\delta'_j$

$h_l$  - espessura de um condutor laminar nu (m)

$h_{li}$  - espessura de um condutor laminar isolado (m)

$h_n$  - espessura da n-ésima camada condutora (m)

$\underline{h}_n$  - espessura normalizada da n-ésima camada condutora

$\underline{h}_{no}$  - espessura normalizada ótima da n-ésima camada condutora

$h_o$  - espessura ótima das camadas condutoras num enrolamento de  $M$  camadas (m)

$\underline{h}_o$  - espessura normalizada ótima das camadas condutoras num enrolamento de  $M$  camadas

$h_{ql}$  - espessura das camadas do q-ésimo enrolamento com condutores laminares (m)

- $h_{qlo}$  - espessura ótima das camadas do q-ésimo enrolamento com condutores laminares (m)
- $h_{qle}$  - espessura das camadas de condutores laminares equivalentes do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz (m)
- $h_{qleo}$  - espessura ótima das camadas de condutores laminares equivalentes do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz (m)
- $h_r$  - coeficiente de transferência radiativa ( $W/m^2 K$ )
- $\underline{h}_{10}$  - espessura ótima das camadas condutoras num enrolamento de M camadas normalizada para  $\delta_1$
- $\mathbf{H}$  - vetor campo magnético (A/m)
- $\bar{H}$  - fasor vetorial campo magnético (A/m)
- $H$  - magnitude do campo magnético (A/m)
- $H_c$  - magnitude do campo magnético coercitivo (A/m)
- $H_{cc}$  - magnitude do campo magnético de polarização CC (A/m)
- $\bar{H}_e$  - fasor campo magnético externo (A/m)
- $\bar{H}_f$  - fasor campo magnético no núcleo de ferrite (A/m)
- $H_i$  - espessura total do isolamento entre enrolamentos (m)
- $\bar{H}_i$  - fasor campo magnético interno (A/m)
- $H_j\{[X],[C]\}$  - j-ésima função de desigualdade
- $H_J$  - largura da janela do núcleo disponível para os enrolamentos (m)
- $\bar{H}_n$  - fasor campo magnético na n-ésima camada isolante (A/m)
- $\bar{H}_{nm}$  - fasor campo magnético médio na n-ésima camada condutora (A/m)
- $\bar{H}_r, \bar{H}_\phi, \bar{H}_z$  - componentes radial, tangencial e axial do fasor vetorial campo magnético (A/m)
- $H_t$  - largura total dos enrolamentos de potência, de desmagnetização e de controle, de blindagens e de isolamentos (m)
- $H(t)$  - campo magnético instantâneo (A/m)



- $\bar{H}_{zn}$  - fasor campo magnético normalizado na n-ésima camada isolante
- $\angle \bar{H}_{zn}$  - ângulo do fasor campo magnético normalizado na n-ésima camada isolante (graus)
- $|\bar{H}_{zn}|$  - módulo do fasor campo magnético normalizado na n-ésima camada isolante
- $i(t)$  - corrente instantânea (A)
- $i_p(t)$  - corrente instantânea no enrolamento primário (A)
- $[i_p(t)]$  - vetor corrente no enrolamento primário (A)
- $\bar{i}$  - fasor corrente (A)
- $\bar{i}_c$  - fasor corrente no capacitor (A)
- $I_{cc}$  - componente contínua da corrente (A)
- $I_{ccq}$  - componente contínua da corrente no q-ésimo enrolamento (A)
- $I_{ef}$  - corrente eficaz (A)
- $I_{efj}$  - valor eficaz da j-ésima componente harmônica da corrente (A)
- $I_{efq}$  - corrente eficaz no q-ésimo enrolamento (A)
- $I_{efqj}$  - valor eficaz da j-ésima componente harmônica da corrente no q-ésimo enrolamento (A)
- $I_{ef1}, I_{eff}$  - valor eficaz da componente fundamental da corrente (A)
- $\bar{I}_n$  - fasor corrente na n-ésima camada condutora (A)
- $\bar{I}_n$  - fasor corrente na n-ésima camada condutora por unidade de comprimento axial da camada (A/m)
- $I_p$  - corrente de pico no indutor (A)
- $I(\vartheta)$  - índice do  $\vartheta$ -ésimo valor de pico da tensão adquirida
- IV - instrumento virtual
- $\bar{I}_1$  - fasor corrente no enrolamento primário (A)
- $j_{max}$  - número máximo de componentes harmônicas da corrente
- $\mathbf{J}$  - vetor densidade de corrente ( $A/m^2$ )

- $\bar{J}$  - fasor vetorial densidade de corrente ( $A/m^2$ )
- $J_{ef}$  - densidade de corrente eficaz ( $A/m^2$ )
- $J_{efo}$  - valor ótimo da densidade de corrente eficaz ( $A/m^2$ )
- $J_{efq}$  - densidade de corrente eficaz no q-ésimo enrolamento ( $A/m^2$ )
- $J_n(x)$  - função de Bessel do primeiro tipo e de ordem n
- $\bar{J}_{pe}$  - fasor vetorial densidade de corrente devido ao efeito pelicular ( $A/m^2$ )
- $\bar{J}_{pr}$  - fasor vetorial densidade de corrente devido ao efeito de proximidade ( $A/m^2$ )
- $\bar{J}_r, \bar{J}_\phi, \bar{J}_z$  - componentes radial, tangencial e axial do fasor vetorial densidade de corrente ( $A/m^2$ )
- $\bar{J}_{\phi n}$  - fasor densidade de corrente na n-ésima camada condutora ( $A/m^2$ )
- $\underline{\bar{J}}_{\phi n}$  - fasor densidade de corrente normalizada na n-ésima camada condutora
- $\angle \underline{\bar{J}}_{\phi n}$  - ângulo do fasor densidade de corrente normalizada na n-ésima camada condutora (graus)
- $|\underline{\bar{J}}_{\phi n}|$  - módulo do fasor densidade de corrente normalizada na n-ésima camada condutora
- $\bar{k}$  - número de onda complexo ( $m^{-1}$ )
- $ke_{in}$  - parte imaginária da função de Bessel do segundo tipo e de ordem n
- $ke_{rn}$  - parte real da função de Bessel do segundo tipo e de ordem n
- $\bar{K}$  - fasor corrente por unidade de comprimento axial da camada num enrolamento de M camadas (A/m)
- $K_{cc}$  - amplitude da componente contínua da corrente por unidade de comprimento axial da camada (A/m)
- $K_e$  - coeficiente de perdas por correntes circulantes
- $K_{ef}$  - corrente eficaz por unidade de comprimento axial da camada (A/m)

- $K_{efj}$  - valor eficaz da  $j$ -ésima componente harmônica da corrente por unidade de comprimento axial da camada (A/m)
- $\bullet$   
 $K_{ef}$  - valor eficaz da derivada da corrente por unidade de comprimento axial da camada (A/ms)
- $K_h$  - coeficiente de perdas por histerese
- $K_j$  - amplitude da  $j$ -ésima componente harmônica da corrente por unidade de comprimento axial da camada (A/m)
- $K_q$  - fator de utilização da janela pelo  $q$ -ésimo enrolamento
- $K_{ql}$  - fator de utilização da janela pelo  $q$ -ésimo enrolamento com condutores laminares
- $K_{qf}$  - fator de utilização da janela pelo  $q$ -ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
- $K_u$  - fator de utilização da janela
- $K_v$  - fator de forma de onda
- $l_e$  - comprimento efetivo do caminho magnético médio (m)
- $l_g$  - comprimento total do entreferro (m)
- $l_q$  - comprimento médio das espiras do  $q$ -ésimo enrolamento (m)
- $l_t$  - comprimento médio das espiras (m)
- $L$  - comprimento axial (m) ou indutância do indutor (H)
- $L_c$  - indutância do cabo coaxial (H)
- $L_{ce}$  - indutância série no circuito de polarização CC (H)
- $L_e$  - indutância de dispersão efetiva de um enrolamento de  $M$  camadas (H)
- $L_{min}$  - indutância mínima do indutor (H)
- $L_o$  - indutância de um enrolamento de  $N$  espiras com núcleo de ar (H)
- $L_p$  - indutância paralela equivalente (H)
- $L_{pe}$  - indutância paralela equivalente efetiva (H)

- $L_s$  - indutância série equivalente (H)
- $L_1$  - indutância de dispersão do enrolamento primário (H)
- $m$  - número de condutores circulares simples ou de fio litz por camada
- $M$  - número de camadas
- $M$  - vetor magnetização (A/m)
- $M_f$  - número de camadas de um enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
- $M_{qf}$  - número de camadas do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
- $M_{ql}$  - número de camadas do q-ésimo enrolamento com condutores laminares
- $M_{qle}$  - número de camadas de condutores laminares equivalentes do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
- $n$  - índice que denota "n-ésima camada"
- $n_p$  - número de períodos a serem aquisitados
- $N$  - número de espiras
- $N_o$  - número ótimo de espiras do indutor
- $N_b$  - número de espiras por camada num enrolamento com condutores circulares simples ou em feixe planar
- $N_{bf}$  - número de espiras por camada num enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
- $N_{ce}$  - número de espiras do enrolamento de polarização CC
- $N_f$  - número de condutores circulares no feixe torcido ou no fio litz
- $N_p$  - número de espiras do enrolamento primário
- $N_q$  - número de espiras do q-ésimo enrolamento
- $N_{qf}$  - número de espiras do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
- $N_{ql}$  - número de espiras do q-ésimo enrolamento com condutores laminares

- $N_s$  - número de espiras do enrolamento secundário
- $N_u$  - número de Nusselt
- $p$  - fator de utilização do fio litz
- $\bar{p}$  - taxa de transferência de calor (W)
- $\bar{p}_{cv}$  - taxa de transferência de calor por convecção (W)
- $\bar{p}_r$  - taxa de transferência de calor por radiação (W)
- $p_v$  - densidade volumétrica de perdas ( $W/m^3$ )
- $P$  - potência dissipada num enrolamento de  $M$  camadas (W)
- $\underline{P}$  - potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de  $M$  camadas
- $\bar{P}$  - vetor complexo de Poynting ( $VA/m^2$ )
- $P_b$  - potência de base (W)
- $P_c$  - perda total por correntes circulantes nos enrolamentos de um componente magnético (W)
- $P_{cc}$  - perda total num enrolamento de  $M$  camadas devida à componente contínua da corrente (W)
- $P_{cn}$  - potência dissipada na  $n$ -ésima camada condutora (W)
- $\underline{P}_{cn}$  - potência normalizada dissipada na  $n$ -ésima camada condutora
- $\underline{P}_{cnj}$  - potência normalizada dissipada na  $n$ -ésima camada condutora devido à  $j$ -ésima componente harmônica da corrente
- $\underline{P}_{cno}$  - potência normalizada mínima dissipada na  $n$ -ésima camada condutora
- $P_{co\eta}$  - perda total nos enrolamentos de um transformador para a qual sua eficiência é máxima (W)
- $P_j$  - potência dissipada num enrolamento de  $M$  camadas devido à  $j$ -ésima componente harmônica da corrente (W)
- $\underline{P}_j$  - potência normalizada dissipada num enrolamento de  $M$  camadas devido à  $j$ -ésima componente harmônica da corrente
- $P_l$  - perda numa camada cilíndrica ou sólida (W)

- $P_m$  - perda magnética (W)
- $P_{mon\eta}$  - perda magnética num transformador para a qual sua eficiência é máxima (W)
- $\underline{P}_0$  - potência normalizada mínima dissipada por camada num enrolamento de M camadas
- $\underline{P}_{oc}$  - potência normalizada mínima dissipada por camada num enrolamento de M camadas de espessuras diferentes
- $\underline{P}_{os}$  - potência normalizada mínima dissipada por camada de uma seção de enrolamento com M/s camadas
- $P_{pe}$  - potência dissipada devida ao efeito pelicular (W/m)
- $P_{pr}$  - potência dissipada devida ao efeito de proximidade (W/m)
- $P_v$  - densidade volumétrica de perda magnética (W/m<sup>3</sup>)
- $P_{ve}$  - densidade volumétrica de perda magnética por correntes circulantes (W/m<sup>3</sup>)
- $P_{vh}$  - densidade volumétrica de perda magnética por histerese (W/m<sup>3</sup>)
- $P_t$  - perda total num componente magnético (W)
- $P_{tmax}$  - perda total máxima num componente magnético (W)
- $q$  - variável radial transformada
- $Q$  - fator de qualidade
- $r$  - variável radial do sistema de coordenadas cilíndricas (m)
- $\underline{r}$  - variável radial normalizada
- $\underline{r}'$  - variável radial normalizada transformada
- $\underline{r}_e$  - raio médio normalizado do enrolamento
- $\underline{r}_n$  - raio médio normalizado da n-ésima camada
- $\underline{r}_{ej}$  - raio médio do enrolamento normalizado para  $\delta_j$
- $\underline{r}_{nj}$  - raio médio da n-ésima camada normalizado para  $\delta_j$
- $\underline{r}_n^i$  - raio interno da n-ésima camada (m)
- $\underline{r}_n^e$  - raio externo da n-ésima camada (m)

- $r_n^i$  - raio interno normalizado da n-ésima camada
- $r_n^e$  - raio externo normalizado da n-ésima camada
- $r_p$  - resistência paralela ( $\Omega$ )
- $r_{pe}$  - resistência paralela "efetiva" ( $\Omega$ )
- $r_s$  - resistência série ( $\Omega$ )
- $r_1$  - resistência do enrolamento primário ( $\Omega$ )
- $R_a$  - número de Rayleigh
- $R_c$  - resistência do cabo coaxial ( $\Omega$ )
- $R_{cc}$  - resistência em CC de um enrolamento de M camadas ( $\Omega$ )
- $R_{ccC}$  - resistência em CC de um enrolamento de M camadas de condutores circulares ( $\Omega$ )
- $R_{ce}$  - resistência série no circuito de polarização CC ( $\Omega$ )
- $R_{ccf}$  - resistência em CC de um enrolamento de M camadas de condutores circulares em feixe torcido ou de fio litz ( $\Omega$ )
- $R_{ccq}$  - resistência em CC do q-ésimo enrolamento ( $\Omega$ )
- $R_{ccql}$  - resistência em CC do q-ésimo enrolamento com condutores laminares ( $\Omega$ )
- $R_{ccqf}$  - resistência em CC do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz ( $\Omega$ )
- $R_{cr}$  - resistência térmica equivalente (convecção/radiação) (K/W)
- $R_d$  - resistência do divisor de tensão ( $\Omega$ )
- $R_e$  - resistência efetiva de um enrolamento de M camadas ( $\Omega$ )
- $R_{eC}$  - resistência efetiva de um enrolamento de M camadas de condutores circulares ( $\Omega$ )

- R<sub>ef</sub>** - resistência efetiva de um enrolamento de M camadas de condutores circulares em feixe torcido ou de fio litz ( $\Omega$ )
- R<sub>el</sub>** - resistência efetiva de um enrolamento de M camadas de condutores laminares ( $\Omega$ )
- R<sub>eqf</sub>** - resistência efetiva do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz ( $\Omega$ )
- R<sub>eql</sub>** - resistência efetiva do q-ésimo enrolamento com condutores laminares ( $\Omega$ )
- R<sub>o</sub>** - resistência de entrada do osciloscópio ( $\Omega$ )
- R<sub>p</sub>** - resistência paralela normalizada ( $\Omega/m$ )
- R<sub>sc</sub>** - resistência série equivalente do capacitor ( $\Omega$ )
- R<sub>s</sub>** - resistência do sensor de corrente ( $\Omega$ )
- R<sub>t</sub>** - resistência térmica de uma camada cilíndrica (K/W)
- R<sub>ts</sub>** - resistência térmica de um cilindro sólido (K/W)
- R<sub>T</sub>** - resistência térmica do componente magnético (K/W)
- S** - potência aparente de dimensionamento (VA)
- S** - potência complexa (VA)
- S<sub>o</sub>** - capacidade de transferência de potência maximizada (VA)
- S<sub>q</sub>** - potência aparente do q-ésimo enrolamento (VA)
- tg $\gamma$**  - tangente de perdas do material magnético
- t** - tempo (s)
- t<sub>c</sub>** - tempo de condução (s)
- t<sub>r</sub>** - tempo de subida (s)
- T** - temperatura ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- T<sub>a</sub>** - temperatura ambiente ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- T<sub>cr</sub>** - temperatura crítica ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- T<sub>f</sub>** - valor médio entre as temperaturas da superfície e ambiente ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)



- $T_m$  - temperatura média em camadas com geração interna de calor ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $T_{me}$  - temperatura no meio do enrolamento ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $T_o$  - temperatura de operação ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $T_o'$  - temperatura de operação durante transitório ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $T_p$  - temperatura do ponto mais quente ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $T_s$  - temperatura da superfície ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $T_{sn}$  - temperatura da superfície do núcleo ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $T_{se}$  - temperatura da superfície do enrolamento ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $T_{soe}$  - temperatura sob o enrolamento ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $T_1$  - temperatura na superfície externa de uma camada cilíndrica ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $T_2$  - temperatura na superfície interna de uma camada cilíndrica ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $\mathbf{U}$  - quantidade vetorial variante no tempo
- $\bar{\mathbf{U}}$  - vetor fasorial
- $\bar{U}_r, \bar{U}_\phi, \bar{U}_z$  - componentes radial, tangencial e axial do fasor vetorial  $\bar{\mathbf{U}}$
- $\langle v^2(t) \rangle$  - valor médio do quadrado da tensão ( $\text{V}^2$ )
- $\bar{V}$  - fasor tensão (V)
- $\bar{V}_c$  - fasor tensão no capacitor (V)
- $\bar{V}_a$  - fasor tensão aplicada (V)
- $v_{ch1}$  - tensão adquirida através do canal 1 do osciloscópio (V)
- $[v_{ch2}(t)]$  - vetor tensão adquirida através do canal 2 do osciloscópio (V)
- $V_e$  - volume efetivo do núcleo magnético ( $\text{m}^3$ )
- $v_s(t)$  - tensão instantânea no enrolamento secundário (V)
- $\bar{V}_s$  - fasor tensão no enrolamento secundário (V)
- $V_{eff}$  - valor eficaz da componente fundamental de tensão (V)

- $V_{efq}$  - tensão eficaz no q-ésimo enrolamento (V)
- $w$  - número de enrolamentos no transformador
- $wf$  - número de enrolamentos com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz no transformador
- $wl$  - número de enrolamentos com condutores laminares no transformador
- $W$  - energia magnética média armazenada no enrolamento de  $M$  camadas (J) ou capacidade de armazenamento de energia do indutor requerida pela aplicação (J)
- $W_0$  - capacidade máxima de armazenamento de energia do indutor (J)
- $\underline{W}$  - energia magnética média normalizada armazenada por camada condutora e por camada isolante num enrolamento de  $M$  camadas
- $W_b$  - energia magnética de base (J)
- $W_{cc}$  - energia magnética média armazenada nas camadas condutoras de um enrolamento de  $M$  camadas devida à componente contínua da corrente (J)
- $W_{icc}$  - energia magnética média armazenada nas camadas isolantes de um enrolamento de  $M$  camadas devida à componente contínua da corrente (J)
- $W_{ij}$  - energia magnética média armazenada nas camadas isolantes de um enrolamento de  $M$  camadas devida à  $j$ -ésima componente harmônica da corrente (J)
- $W_{inj}$  - energia magnética média armazenada na  $n$ -ésima camada isolante de um enrolamento de  $M$  camadas devida à  $j$ -ésima componente harmônica da corrente (J)
- $W_{in}$  - energia magnética média armazenada na  $n$ -ésima camada isolante (J)
- $\underline{W}_{in}$  - energia magnética média normalizada armazenada na  $n$ -ésima camada isolante
- $W_j$  - energia magnética média armazenada nas camadas condutoras de um enrolamento de  $M$  camadas devida à  $j$ -ésima componente harmônica da corrente (J)
- $W_m$  - energia magnética média armazenada no volume  $v$  (J)
- $W_{mnj}$  - energia magnética média armazenada na  $n$ -ésima camada condutora de um enrolamento de  $M$  camadas devida à  $j$ -ésima componente harmônica da corrente (J)

- $W_{mn}$  - energia magnética média armazenada na n-ésima camada condutora (J)
- $\underline{W}_{mn}$  - energia magnética média normalizada armazenada na n-ésima camada condutora
- $\underline{W}_s$  - energia magnética média normalizada armazenada por camada condutora e por camada isolante numa seção de enrolamento com  $M/s$  camadas
- $x, x', x''$  - parâmetros de caracterização do material magnético
- [X] - vetor de variáveis
- X - espessura normalizada transformada
- $X_0$  - espessura normalizada transformada ótima
- $X_{qf}$  - espessura normalizada transformada para o q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
- $X_{qfo}$  - espessura normalizada transformada ótima para o q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
- $y, y', y''$  - parâmetros de caracterização do material magnético
- Y - admitância de transferência (S)
- $Y_k$  - admitância equivalente calculada para a k-ésima frequência harmônica (S)
- [Y( $\omega$ )] - vetor admitância equivalente
- $Y_n(x)$  - função de Bessel do segundo tipo e de ordem n
- z - variável axial do sistema de coordenadas cilíndricas (m)
- Z - impedância do componente sob teste corrigida (verdadeira) ( $\Omega$ )
- $Z'$  - impedância do componente sob teste medida ( $\Omega$ )
- $Z_{ca}$  - impedância medida em circuito aberto ( $\Omega$ )
- $Z_{cc}$  - impedância medida em curto-circuito ( $\Omega$ )
- $Z_{50\Omega}$  - impedância padrão de  $50\Omega$  (verdadeira) ( $\Omega$ )
- $Z'_{50\Omega}$  - impedância padrão de  $50\Omega$  medida ( $\Omega$ )
- $\alpha$  - difusividade térmica do ar em  $T_f$  ( $m^2/s$ )
- $\alpha_n$  - parte real da razão entre as condições de contorno da n-ésima camada
- $\beta$  - parâmetro relacionado ao conteúdo harmônico da corrente
- $\beta_n$  - parte imaginária da razão entre as condições de contorno da n-ésima camada

- $\gamma$  - ângulo de defasagem entre os fasores  $\bar{H}$  e  $\bar{B}$  (graus)
- $\delta$  - profundidade de penetração (m)
- $\delta_1$  - profundidade de penetração na freqüência fundamental (m)
- $\delta_j$  - profundidade de penetração na j-ésima componente harmônica da freqüência (m)
- $\delta_1'$  - profundidade de penetração na freqüência fundamental num condutor laminar equivalente (m)
- $\delta_j'$  - profundidade de penetração na j-ésima componente harmônica da freqüência num condutor laminar equivalente (m)
- $\epsilon$  - permissividade elétrica (F/m)
- $\epsilon_0$  - permissividade elétrica do ar (F/m)
- $\zeta$  - emissividade da superfície
- $\eta$  - fator de utilização da camada por condutores circulares simples ou em feixe planar
- $\eta_{qf}$  - fator de utilização da camada por condutores circulares em feixe torcido ou por fio litz
- $\theta$  - ângulo de defasagem entre os fasores  $\bar{V}$  e  $\bar{I}$
- $\theta_f$  - ângulo de defasagem entre as componentes fundamentais de tensão e de corrente
- $\lambda$  - coeficiente de expansão térmica ( $K^{-1}$ )
- $\mu$  - permeabilidade magnética normal (H/m)
- $\bar{\mu}$  - permeabilidade complexa relativa
- $\hat{\mu}$  - módulo da permeabilidade complexa relativa
- $\mu_i$  - permeabilidade inicial (H/m)
- $\mu_d$  - permeabilidade diferencial (H/m)
- $\mu_e$  - permeabilidade efetiva (H/m)
- 
- $\mu_{eo}$  - permeabilidade efetiva ótima (H/m)
- $\bar{\mu}_p$  - permeabilidade complexa relativa no modelo paralelo

- $\mu_p'$  - parte real da permeabilidade complexa relativa no modelo paralelo
- $\mu_p''$  - parte imaginária da permeabilidade complexa relativa no modelo paralelo
- $\mu_{pe}'$  - parte real da permeabilidade complexa relativa efetiva no modelo paralelo
- $\bar{\mu}_s$  - permeabilidade complexa relativa no modelo série
- $\mu_s'$  - parte real da permeabilidade complexa relativa no modelo série
- $\mu_s''$  - parte imaginária da permeabilidade complexa relativa no modelo série
- $\mu_0$  - permeabilidade do vácuo (H/m)
- $\mu_\Delta$  - permeabilidade incremental (H/m)
- $\nu$  - viscosidade cinemática do ar em  $T_f$  ( $m^2/s$ )
- $\rho$  - densidade volumétrica de carga ( $C/m^3$ )
- $\rho_f$  - resistividade elétrica do ferrite ( $\Omega m$ )
- $\rho_m$  - densidade de massa ( $kg/m^3$ )
- $\sigma$  - condutividade elétrica ( $\Omega m$ )<sup>-1</sup>
- $\sigma'$  - condutividade elétrica de condutor laminar equivalente ( $\Omega m$ )<sup>-1</sup>
- $\sigma_c$  - condutividade elétrica do cobre ( $\Omega m$ )<sup>-1</sup>
- $\tau$  - constante de Euler
- $u$  - constante de Stefan-Boltzmann
- $\phi$  - variável tangencial no sistema de coordenadas cilíndricas (graus, rd)
- $\chi$  - constante para cálculo do número de Nusselt
- $\psi_1(\underline{h}), \psi_2(\underline{h})$  - funções relacionadas aos efeitos pelicular e de proximidade em condutores laminares
- $\omega$  - frequência angular elétrica (rd/s)
- $\Gamma$  - número médio de aquisições por período
- $\Delta B$  - excursão da indução magnética no laço de histerese menor (T)
- $\Delta B_0$  - excursão ótima da indução magnética no laço de histerese menor (T)
- $\Delta I$  - erro absoluto na medição de corrente ou ondulação de corrente no indutor (A)

- $\Delta H$  - excursão do campo magnético no laço de histerese menor (A/m)
- $\Delta V$  - erro absoluto na medição de tensão (V)
- $\Delta P$  - erro absoluto na medição de perda magnética (W)
- $\Delta \theta$  - erro absoluto na medição do ângulo de defasagem entre tensão e corrente (rd)
- $\Delta T$  - elevação de temperatura do ponto mais quente ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $\Delta T_t$  - máxima elevação de temperatura permitida durante transitórios ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $\Delta T_a$  - acréscimo na temperatura ambiente ( $^{\circ}\text{C}$  ou K)
- $\Psi_1(d), \Psi_2(d)$  - funções relacionadas aos efeitos pelicular e de proximidade em condutores circulares
- $\bar{\phi}$  - razão entre as condições de contorno para um enrolamento de M camadas
- $\phi_{cc}$  - razão entre as condições de contorno em CC para um enrolamento de M camadas
- $\bar{\phi}_n$  - razão entre as condições de contorno para a n-ésima camada
- $\phi_{ncc}$  - razão entre as condições de contorno em CC para a n-ésima camada
- $\bar{\phi}_j$  - razão entre as condições de contorno para um enrolamento de M camadas calculada para a j-ésima componente harmônica dos fasores campo magnético nas fronteiras do enrolamento

# INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos do projeto de sistemas de processamento e/ou de conversão de energia, dentre os quais incluem-se os conversores estáticos, é a maximização de sua eficiência. Este objetivo deve usualmente ser almejado em conjunção com outros fatores, definidos por exigências e restrições do sistema em particular. Portanto, é comum o procedimento de projeto envolver soluções de compromisso entre a maximização da eficiência e estes fatores. Qualquer aumento na eficiência destes sistemas que não traga repercussões negativas a sua qualidade, confiabilidade e segurança, pode representar um grande benefício para a sociedade, tanto ao nível econômico quanto ao ambiental.

Inicialmente estimulada pelo setor aeroespacial e depois por setores tais como o militar, o de informática e o de telecomunicações, a crescente necessidade de maximização da eficiência e da densidade de potência de conversores estáticos tem resultado num grande esforço de pesquisa. Isto tem levado ao desenvolvimento de componentes e de topologias de conversores os quais, em conjunção com técnicas de chaveamento adequadas, têm permitido sua operação em níveis de eficiência e em frequências de chaveamento cada vez mais elevados.

O aumento da frequência de chaveamento em conversores estáticos permite a redução do volume e peso de seus componentes reativos e transformadores e, conseqüentemente, a elevação de suas densidades de potência. Além disso, pode resultar em respostas dinâmicas mais rápidas. Por outro lado, existem fatores que limitam este aumento. Dentre estes, pode-se inicialmente destacar aqueles relacionados a efeitos parasitas capacitivos e indutivos, os quais podem resultar em elevadas perdas de comutação, em transitórios indesejáveis de tensão e/ou de corrente e em problemas de controle. Outra limitação fundamental a este aumento está relacionada a aspectos térmicos. De fato, a redução do volume e, portanto, da área de dissipação de calor, exige que a perda total seja minimizada a fim de limitar as temperaturas de operação. Isto significa que existe um compromisso entre a maximização da densidade de potência e aquela da eficiência.

Apesar de que os avanços em outras áreas de pesquisa têm permitido a operação de conversores estáticos em níveis de eficiência e em frequências de chaveamento cada vez mais elevados, aqueles na área de componentes magnéticos para esta aplicação (indutores e transformadores de potência) não têm ocorrido na mesma proporção. Estudos recentes têm mostrado que a otimização do projeto destes componentes,

visando a minimização de sua perda total e a maximização de sua densidade de potência ou de energia, é uma tarefa complexa. Alguns autores classificam este problema como um dos maiores obstáculos ao desenvolvimento de conversores estáticos de alta frequência e alta densidade de potência. De fato poucas técnicas de otimização do projeto destes componentes têm sido desenvolvidas e constituem, em sua maioria, técnicas simplificadas, empíricas ou ininteligíveis. Por outro lado, aquelas mais elaboradas, devido a sua breve descrição tão somente ao nível de algoritmos computacionais, não estão, de fato, disponíveis.

Tendo em vista as limitações físicas dos materiais empregados em tais componentes e as exigências de confiabilidade e de estabilidade térmica, as temperaturas máximas de operação tornam-se restrições essenciais ao procedimento de otimização de seu projeto. Portanto, este procedimento requer a modelagem precisa dos mecanismos de perdas e de transferência de calor.

Neste sentido, o propósito deste trabalho envolve :

- A caracterização de materiais magnéticos, em particular da perda magnética em ferrites;
- A modelagem e a otimização da perda por correntes circulantes em enrolamentos;
- A modelagem térmica e;
- A otimização do projeto de componentes magnéticos.

O detalhamento deste propósito segue-se a um breve histórico sobre as principais contribuições anteriores a estes temas.

### **Caracterização de Materiais Magnéticos**

Nos componentes magnéticos em estudo, têm sido comumente utilizados núcleos de materiais ferrimagnéticos ou simplesmente ferrites. Os ferrites disponíveis para esta aplicação apresentam características desejáveis, tais como :

- Elevada indução magnética de saturação sob altas temperaturas (tipicamente na faixa de 0,18T a 0,42T à temperatura de 100°C, dependendo da proporção de zinco, para ferrites de MnZn);
- Perda reduzida e com valor mínimo na faixa de temperatura de operação (tipicamente entre 40°C e 100°C) e;



- Resistividade elevada (tipicamente entre  $0,01 \Omega\text{m}$  e  $10 \Omega\text{m}$ , para ferrites de MnZn, e maiores que  $10^3 \Omega\text{m}$ , para ferrites de NiZn, em CC e à temperatura ambiente de  $25^\circ\text{C}$ ).

Embora novos materiais magnéticos têm sido desenvolvidos, nem sempre é possível, quando consultando o catálogo de um fabricante, ter acesso a informações que se tornaram fundamentais com os avanços na área de conversores estáticos. No que se refere a perdas, a maioria dos fabricantes fornecem dados obtidos apenas sob excitação senoidal e em faixas de frequência e de indução limitadas. Dados obtidos com nível CC de indução raramente estão disponíveis. Por outro lado, tais informações nem sempre são plenamente confiáveis quando, por exemplo, não se tem certeza das condições sob as quais foram obtidas. Estes aspectos constituem um grave problema, particularmente em áreas de pesquisa e desenvolvimento. Neste caso, o acesso a um sistema de caracterização de materiais magnéticos pode ser considerado uma questão estratégica.

A modelagem das características de ferrites e, mais especificamente, de seus mecanismos de perdas é uma tarefa complexa. Os fenômenos que determinam seu comportamento ainda não foram completamente entendidos e nenhum modelo genérico foi ainda desenvolvido. Cabe ressaltar que, diferentemente da perda por correntes circulantes em enrolamentos, a perda em materiais magnéticos não pode, de fato, ser modelada teoricamente. Dados experimentais são sempre necessários para o cálculo desta perda. Não faz parte dos objetivos deste trabalho o estudo de fenômenos relacionados à microestrutura destes materiais, mas sim sua adequada caracterização para a aplicação em questão. Entretanto, em algumas situações, pode ser necessário recorrer a aspectos ligados a sua microestrutura para a explicação de algumas de suas características macroscópicas.

Tipicamente, os materiais magnéticos, de um modo geral, têm sido caracterizados pelo laço de histerese fundamental, obtido em CC ou em baixas frequências, pela permeabilidade (normal, inicial e incremental) e pela perda magnética, separada por Jordan [1] em perdas por histerese, por correntes circulantes e em perda residual.

Vários métodos têm sido propostos para modelar o laço de histerese em programas para a simulação de circuitos. Takach & Lauritzen [2] apresentaram uma interessante classificação destes métodos e uma comparação entre os principais modelos obtidos. Embora sejam interessantes sob o aspecto de simulação, estes modelos requerem uma grande quantidade de dados, inclusive experimentais, que freqüentemente não

estão disponíveis e não são adequados aos objetivos deste trabalho.

As técnicas experimentais empregadas para caracterização de materiais magnéticos, podem ser agrupadas em duas categorias :indireta e direta.

A técnica calorimétrica [3,4], pertencente à primeira categoria, pode fornecer resultados com alta precisão. Um calorímetro baseia-se na relação entre a potência dissipada e a elevação de temperatura. Além disso, é possível realizar a medição com o componente sob condições reais de operação. Todavia, exige procedimentos e condições de ensaio elaborados. Dentre as inconveniências desta técnica destacam-se :a confecção da câmara calorimétrica, o ajuste do sistema de medição, o tempo gasto para a estabilização térmica do fluido e o fato de que na medição de perda inclui-se não somente a perda magnética, mas também a perda no cobre e quaisquer outras presentes no dispositivo sob teste. Obviamente, o laço de histerese e dados sobre a permeabilidade não podem ser obtidos.

As técnicas diretas envolvem as medições de tensão e de corrente, a partir das quais o laço de histerese, a perda magnética e a permeabilidade serão, de alguma forma, obtidas. Admitindo-se que a tensão e a corrente sejam senoidais e que o ângulo de defasagem entre elas seja  $\theta$ , a relação entre o erro relativo de potência,  $\Delta P/P$ , e o erro de defasagem,  $\Delta\theta$ , resulta : $\Delta P/P = -(\Delta\theta). \text{tg}\theta$ . Assim, sendo  $\theta$  muito próximo de  $90^\circ$ , o erro relativo de potência resulta extremamente sensível ao erro de defasagem. Portanto, cuidados especiais devem ser tomados e ajustes criteriosos devem ser feitos, a fim de que não seja introduzida uma defasagem adicional que possa comprometer os resultados de medição. A medição de tensão (f.e.m. induzida) é feita, em geral, nos terminais de um enrolamento secundário, fortemente acoplado ao primário. Isto apresenta a vantagem de que não se incluem na medição a queda de tensão no enrolamento primário e a perda nos enrolamentos. Todavia, se for utilizado um enrolamento bifilar numa relação 1:1, o qual evita uma tensão sobre a capacitância interenrolamentos, pode surgir a necessidade de se utilizar atenuadores, a fim de se adequar a tensão ao nível permitido pelo equipamento de medição. Também, o efeito de capacitâncias parasitas sobre o ângulo  $\theta$  pode tornar-se significativo. A medição de corrente é realizada, em geral, através de uma sonda de corrente ou de um sensor resistivo introduzido no circuito primário. Com uma alta impedância no circuito secundário, a f.m.m. total é praticamente aquela devida ao primário e a corrente de magnetização é praticamente igual à corrente de excitação. A fim de que não seja introduzido um erro de defasagem, a sonda de corrente ou o sensor resistivo deve apresentar uma resposta em frequência adequada. Pequenas diferenças no comprimento dos cabos utilizados nas medições de corrente e de tensão podem introduzir

erros de defasagem consideráveis, principalmente em frequências elevadas. Por exemplo, uma diferença de 30cm com um sinal de 1MHz, introduz um atraso relativo de aproximadamente 1ns nos sinais amostrados, o que corresponde a um erro de defasagem de  $\pm 0,36^\circ$ . Assim, se a defasagem real é de  $89,43^\circ$ , isto significará um erro relativo na potência de  $\mp 63\%$ . Idealmente, os componentes do sistema de medição devem ser caracterizados e seus parâmetros de circuito equivalente utilizados para a correção da amplitude e do ângulo de fase dos sinais envolvidos.

Acrescenta-se às dificuldades de caracterização de materiais magnéticos supra citadas, a necessidade de equipamentos especiais. A necessidade básica refere-se ao sinal de excitação, cuja amplitude e frequência possam ser variadas numa ampla faixa sem comprometer sua qualidade. Quanto maior for a frequência na qual se deseja a caracterização, maior será a dificuldade de se encontrar tais requisitos em um equipamento. A referida caracterização, requer a geração de uma grande quantidade de dados em função das faixas de frequência, de indução magnética e de temperatura nas quais estes materiais são utilizados. Além disso, o controle destas variáveis durante os ensaios é essencial. Portanto, o interfaceamento do sistema de medição com o computador digital e o desenvolvimento de programas computacionais específicos, para controle e tratamento de dados, tornam-se necessários.

Dentre os vários métodos para caracterização de materiais magnéticos que têm sido descritos na literatura, muitos [5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20] não podem ser direta ou imediatamente aplicados no contexto deste trabalho. Isto se justifica em face às suas limitações ou ao fato de que a instrumentação empregada, às vezes exótica, não se encontra disponível. Dentre os demais, incluem-se aqueles que apresentam desde técnicas avançadas de aquisição e tratamento de dados [21,22,23], a métodos que buscam minimizar ou eliminar a sensibilidade do erro relativo de potência ao ângulo de defasagem. Os métodos que têm esta finalidade compreendem, dentre outros, os métodos de redução do ângulo  $\theta$  [23], através da introdução de capacitores de baixas perdas, e aqueles em que a medição é realizada em CC [24]. A introdução de tais capacitores pode ser feita com vistas à ressonância, caso em que  $\theta$  seria teoricamente nulo [25]. Thottuvelil, Wilson & Owen [26] apresentaram uma revisão das técnicas básicas empregadas para obtenção do laço de histerese e da perda magnética, destacando as principais fontes de erro envolvidas. Gradzki & Lee [27] analisaram os efeitos sobre a perda magnética e a permeabilidade, da superposição de um nível CC à excitação senoidal. Mulder [28] incluiu a influência da temperatura sobre a perda magnética.

Cabe ressaltar que, sendo a perda por correntes circulantes no núcleo de-

pendente de seus parâmetros geométricos, esta parcela de perda deve ser excluída da caracterização das demais, a fim de que esta seja descritiva do material. Portanto, para esta caracterização são utilizados, em geral, núcleos toroidais médios com diâmetro externo tipicamente entre 20 e 30mm. Vários autores [29,30,31] têm investigado a perda por correntes circulantes no núcleo.

### **Modelagem e Otimização da Perda por Correntes Circulantes em Enrolamentos**

Se a densidade de corrente distribui-se uniformemente na seção transversal de um condutor, então a potência dissipada pelo mesmo pode ser facilmente calculada em função de sua resistência em CC. Entretanto, se isto não ocorre, o cálculo desta potência tende a se tornar complexo. A não-uniformidade na distribuição da densidade de corrente ocorre quando campos magnéticos variantes no tempo induzem correntes (circulantes) no condutor. Estes campos podem ser gerados pela corrente, variante no tempo, do próprio condutor ou de condutores vizinhos. No primeiro caso, o fenômeno de distribuição não uniforme da corrente é denominado efeito pelicular, enquanto que, no segundo, é denominado efeito de proximidade. Estes efeitos, os quais fundamentalmente dependem da frequência daqueles campos magnéticos, ocorrem simultaneamente num condutor percorrido por uma corrente variante no tempo e imerso num campo magnético externo. Este é exatamente o caso dos condutores de um enrolamento. Neste trabalho, utiliza-se o termo perda por correntes circulantes para designar, de forma geral, a perda total, devida aos efeitos pelicular e de proximidade, em tais condutores.

Embora não tenha conseguido localizar as primeiras referências ao assunto, o autor identificou Maxwell [57] como o primeiro a considerar os efeitos de quantidades variantes no tempo sobre a densidade de corrente e a intensidade de campo magnético. Ele mostrou que a densidade de corrente e a intensidade de campo magnético no interior de um condutor cilíndrico longo são funções da distância radial ao centro do condutor. Utilizando-se de séries de potência das quantidades envolvidas, ele obteve expressões para a resistência e a indutância efetivas do condutor. O trabalho de Maxwell impeliu vários cientistas proeminentes, tais como Rayleigh, Hughes e Kelvin, a continuar as pesquisas neste campo nos anos seguintes. Rayleigh [58] considerou quantidades variáveis senoidalmente no tempo e verificou o efeito da frequência sobre a densidade de corrente num condutor cilíndrico longo. Apesar de que suas soluções, em termos de séries de potência, convergiam somente para baixas frequências, Rayleigh concluiu que, com a elevação da frequência, a resistência aumenta e a indutância diminui e que a corrente tende

a se concentrar próxima à superfície do condutor. Hughes [59] demonstrou experimentalmente as conclusões de Rayleigh e sugeriu a utilização de um feixe de condutores em substituição a um condutor sólido para reduzir a perda por correntes circulantes. Kelvin [60] expandiu teoricamente o trabalho de Rayleigh e discutiu as implicações da dependência da densidade de corrente com a frequência. Wien [61] e Sommerfeld [62] analisaram a resistência e a indutância efetivas de um solenóide longo com núcleo de ar e com camada única conduzindo corrente senoidal. Diferentemente das soluções anteriormente obtidas, aquela de Sommerfeld não se restringe às baixas frequências. Vários trabalhos sobre este assunto foram desenvolvidos na área de máquinas elétricas e transmissão de energia. A.B.Field [63] estudou os efeitos de correntes circulantes em condutores localizados em ranhuras de máquinas. M.B.Field [64] deu continuidade ao trabalho de A.B.Field e descobriu que existe uma dimensão ótima do condutor, ao longo da profundidade da ranhura, para a qual a perda resulta mínima. Lyon [65] introduziu funções hiperbólicas com argumentos complexos, simplificando consideravelmente a análise matemática desses efeitos. Cohen [66] estendeu a análise unidimensional de Wien e de Sommerfeld para bidimensional, permitindo uma variação longitudinal na densidade de corrente e na intensidade de campo magnético. Alguns anos mais tarde, Butterworth apresentou uma análise envolvendo enrolamentos curtos de camada única [67] e, posteriormente, a estendeu a enrolamentos de quaisquer comprimento e número de espiras [68,69]. Seu equacionamento envolve complicadas funções, as quais ele tabulou. Entre 1909 e 1940 vários trabalhos foram conduzidos sobre os efeitos de correntes circulantes, em várias formas e configurações de condutores e em condutores localizados em ranhuras de máquinas elétricas. Dentre os trabalhos realizados neste período estão, por exemplo, aqueles de Arnold [70,71]. Apesar de que a natureza dos resultados dessas contribuições sejam úteis ao entendimento dos fenômenos envolvidos, a maioria delas não é diretamente aplicável ou adaptável ao estudo a ser desenvolvido aqui.

Em 1940 Bennet & Larson [72] utilizaram-se do sistema de coordenadas retangulares para a modelagem de enrolamentos multicamadas percorridos por correntes senoidais. Eles analisaram a densidade de corrente, a intensidade de campo magnético e a potência dissipada e descobriram a existência de uma espessura ótima do condutor para a qual a perda resulta mínima numa dada frequência. Seus resultados são equivalentes àqueles obtidos neste trabalho para a denominada aproximação de camada fina. Long [73] publicou um trabalho similar ao anterior, todavia menos inteligível. Ele obteve uma aproximação para incluir os denominados efeitos terminais, relacionados ao espalhamento do fluxo no topo e na base das camadas.

Após o trabalho de Long, nenhum outro de significância apareceu até 1966, quando Dowell [74] apresentou, pela primeira vez, a modelagem dos efeitos de correntes circulantes sobre a resistência e a indutância de dispersão em enrolamentos de transformadores. Também, pela primeira vez, foi ele quem expandiu as análises anteriores para enrolamentos seccionalizados. Todavia, a modelagem de Dowell se restringe a transformadores de dois enrolamentos excitados senoidalmente e, além disso, não permite calcular a perda em enrolamentos em circuito aberto. Dowell não discute técnicas de otimização da perda. Sua modelagem dos efeitos de correntes circulantes sobre a resistência foi estendida para excitações não-senoidais por vários autores [75,76,77,78], os quais fizeram uso da análise de Fourier. No que se refere à área de interesse nesta pesquisa, o trabalho relevante que se seguiu ao de Dowell foi aquele de Perry [79,80]. Ele apresentou uma modelagem da perda por correntes circulantes, num solenóide longo multicamadas submetido à excitação senoidal, e estudos sobre sua otimização. Enquanto a modelagem de Dowell é realizada para o que ele denomina de porções do enrolamento, aquela de Perry é realizada para camadas do enrolamento. Perry sugeriu a utilização do sistema de coordenadas cilíndricas e uma aproximação assintótica para as funções de Bessel a fim de verificar a influência da curvatura das camadas sobre as análises em questão. Todavia, ele não apresentou o respectivo equacionamento e a análise de suas limitações. Venkatraman [75], Carsten [76] e Severns [77] foram pioneiros na aplicação da modelagem de Dowell para transformadores utilizados em conversores estáticos, estendendo sua modelagem para formas de onda não-senoidais. Além das restrições implícitas à modelagem de Dowell, esta extensão baseia-se na hipótese de que os campos magnéticos entre as camadas têm o mesmo conteúdo harmônico, o que não ocorre, por exemplo, com o conversor flyback operando no modo descontínuo. Os resultados apresentados por Venkatraman e por Severns se restringem à formas de onda de corrente tipo pulsos unipolares (retangulares e trapezoidais). Por outro lado, os resultados apresentados por Carsten englobam, além destas formas de onda, aquela do tipo triangular sobreposta a um nível CC. Estes trabalhos evidenciaram a influência da forma de onda da corrente sobre a perda num enrolamento. Dentre estes, apenas Venkatraman não apresenta estudos de otimização da perda. Jongsma [78] desenvolveu um extenso e complexo algoritmo para o projeto otimizado de transformadores usando uma aproximação baseada no trabalho de Dowell.

Em 1987 Vandelac [81] estendeu a análise de Perry, realizada em coordenadas retangulares, a transformadores multienrolamentos submetidos a excitação não-senoidal. Ele percebeu que a formulação de Perry poderia ser feita em termos das inten-

sidades de campo magnético nas fronteiras da camada. Como resultado, sua modelagem baseia-se na análise harmônica da intensidade de campo magnético e não está submetida às restrições daquela de Dowell. Através desta modelagem pode-se calcular a perda em enrolamentos em circuito aberto. Niemela et al. [82] estenderam a modelagem de Vandellac a fim de permitir o cálculo da impedância de curto-circuito de transformadores multienrolamentos.

Em 1990 Ferreira [83] mostrou que o cálculo da perda devida ao efeito pelicular pode ser desacoplado daquele da perda devida ao efeito de proximidade sob a condição de ortogonalidade entre estes efeitos. Entretanto, ele não estendeu suas análises a enrolamentos multicamadas. O desenvolvimento desta modelagem e a verificação prática de sua validade constitui-se em campo aberto à pesquisa.

Destaca-se que, dentre os trabalhos publicados após aquele de Long, e aqui referenciados, apenas naqueles de Venkatraman e de Niemela et al. encontra-se resultados experimentais.

### **Modelagem Térmica de Componentes Magnéticos**

Como anteriormente destacado, a modelagem térmica de componentes magnéticos excitados em altas frequências, tem uma importância fundamental para a otimização de seu projeto. Esta modelagem poderia ser simples, mas suficientemente precisa, para permitir o cálculo, durante o procedimento de otimização, das temperaturas máximas no núcleo e nos enrolamentos do componente. Infelizmente, a obtenção de tal modelo não parece ser uma tarefa elementar. Isto se torna evidente pelo fato de que, do conhecimento do autor, não existem publicações neste sentido. Por outro lado, as análises introdutórias em livros texto [40,98] não formulam, de fato, o problema, nem mesmo para componentes com núcleo pote, que parece ser o caso mais simples.

Tanto em projetos não otimizados quanto em procedimentos de otimização as propriedades térmicas de componentes magnéticos têm sido representadas por suas resistências térmicas [38,40,99,100,101,102,103,104]. Particularmente, esta resistência tem sido caracterizada em função do volume efetivo do núcleo [99,104] ou tem sido tabelada para cada um [40,105]. Em ambos os casos, seu cálculo admite que o ponto mais quente do componente encontra-se ao centro da coluna central de seu núcleo. Apesar de suas limitações, a modelagem através da resistência térmica pode ser satisfatória, desde que seja utilizada com critério.

## Otimização do Projeto de Componentes Magnéticos

Poucas técnicas de otimização do projeto de componentes magnéticos envolvendo a minimização de sua perda total e a maximização de sua densidade de potência ou de energia, têm sido desenvolvidas. Coonrod [103] propôs uma técnica para a otimização do projeto de transformadores com núcleos toroidais. Sua técnica, envolvendo relações geométricas empíricas, ignora o efeito de proximidade e a perda por correntes circulantes no núcleo. Portanto, o projeto dos enrolamentos não resulta otimizado. Apesar destas limitações, Coonrod introduz duas importantes contribuições. Ele estabelece a relação ótima entre a perda nos enrolamentos e aquela no núcleo para que a perda total seja mínima. Além disso, ele mostra como selecionar o núcleo de menor volume com capacidade suficiente para fornecer a potência requerida pela carga sob elevação de temperatura predefinida. Cabe ressaltar que, no processo de seleção deste núcleo não se utiliza valores reais para a perda em cada enrolamento e para o respectivo fator de utilização da janela de cada um. Jongasma [78] propôs um procedimento de otimização com elevado grau de empirismo, tornando-o de difícil compreensão. Viarouge [101] estendeu o procedimento de Coonrod para transformadores com geometrias de núcleo mais comumente empregadas. Todavia, ele não considerou as perdas por correntes circulantes nos enrolamentos e no núcleo e, como no caso anterior, o projeto dos enrolamentos não resulta otimizado. Também, não incluiu, no processo de seleção do núcleo, um critério para verificar se os enrolamentos poderiam ser acomodados em sua janela. Gradzki & Lee [91] propuseram uma técnica mais elaborada para a otimização do projeto de transformadores. Esta técnica, descrita tão somente ao nível de algoritmos computacionais, baseia-se na minimização do número de espiras e não inclui a otimização do projeto dos enrolamentos exigindo, como dados de entrada, as dimensões geométricas de seus condutores. A técnica apresentada por Gu & Liu [102], baseada no trabalho de Coonrod, além de possuir esta mesma limitação, é aplicável apenas a transformadores de dois enrolamentos. Outra técnica baseada no trabalho de Coonrod e também limitada a transformadores de dois enrolamentos, foi recentemente apresentada por Petkov [111]. Para a otimização dos enrolamentos, Petkov adota um modelo térmico simplificado e considera que as razões entre as resistências efetiva e em CC de cada enrolamento, calculadas com base no modelo de Dowell, sejam iguais.

No que se refere a indutores e a indutores acoplados (transformador “flyback”), componentes estes cuja principal função é o armazenamento (e recuperação) de energia, uma das primeiras técnicas de otimização descritas na literatura foi aquela



proposta por Hanna [119]. Esta técnica, restrita ao projeto de indutores com pequenas oscilações de corrente, requer o uso de curvas, denominadas curvas de Hanna, obtidas para um particular material magnético e uma particular série de núcleos e temperatura. Se tais curvas estão disponíveis, então pode-se selecionar o núcleo de menor volume e obter os respectivos valores do entreferro e do número de espiras que satisfaçam às especificações de projeto. Neste caso, a perda no núcleo é considerada desprezível. Além disso, as curvas de Hanna não estão facilmente disponíveis para os materiais magnéticos utilizados em conversores estáticos de alta frequência. Nas técnicas apresentadas por Ohri et al. [120] e por Szuba [121], uma família de curvas de permeabilidade incremental e a curva de magnetização inicial do material são incluídas em procedimentos computacionais. Estes procedimentos, aplicáveis ao projeto de indutores com largas oscilações de corrente, permitem escolher o núcleo de menor volume e determinar o número mínimo de espiras que satisfaça às especificações de projeto. Em ambos os casos o procedimento de otimização não inclui a minimização da perda total. Uma interessante abordagem ao problema de otimização da perda total em indutores foi recentemente apresentada por Dishman et al. [122]. Entretanto, como em todos os casos anteriores, a otimização da perda nos enrolamentos e as limitações térmicas do componente não são consideradas.

### **Formulação dos Objetivos de Pesquisa**

O propósito deste trabalho é de contribuir para o desenvolvimento da modelagem das perdas no núcleo e nos enrolamentos e de técnicas para a otimização do projeto de componentes magnéticos utilizados em conversores estáticos de alta frequência. Tendo em vista os temas envolvidos neste propósito, destacam-se como objetivos de pesquisa :

- Desenvolver uma metodologia para a caracterização da perda magnética em ferrites e implementar e validar um sistema automático para a medição e a caracterização da perda;
- Desenvolver de forma seqüencial, detalhada e abrangente, a modelagem e a otimização da perda por correntes circulantes em enrolamentos e implementar um sistema automático para a medição da perda e validação de modelos e;
- Desenvolver procedimentos para a otimização do projeto de transformadores multienrolamentos, de indutores e de indutores acoplados, incluindo-se a otimização da perda por correntes circulantes nos enrolamentos.

É importante salientar que, não faz parte dos objetivos deste trabalho o projeto de componentes magnéticos para a otimização global de conversores estáticos de alta frequência. Seu enfoque é tão somente sobre a otimização do componente, visando a minimização de sua perda total e a maximização de sua densidade de potência ou de energia, de acordo com restrições específicas impostas pelo conversor e pelo projetista e sem considerar os efeitos interativos de suas características e parâmetros sobre o desempenho global destes conversores.

### **Resumo do Trabalho**

No Capítulo I, apresenta-se o sistema desenvolvido para a medição e caracterização da perda magnética e determinação do laço de histerese em materiais magnéticos para a aplicação em questão e, particularmente, em ferrites. Este sistema inclui programas computacionais específicos, os quais foram concebidos para a aquisição e análise de dados de medição, o cálculo e a apresentação de resultados e o controle de equipamentos. Estes programas permitem realizar, de forma automatizada, a medição e a caracterização da perda magnética e determinar o laço de histerese sob excitação senoidal ou de onda quadrada, em faixas de frequência e de indução magnética e em temperaturas definidas pelo usuário. A fim de minimizar o erro de defasagem, a técnica de medição implementada utiliza-se da transformada de Fourier e dos parâmetros de circuito equivalente dos componentes do sistema para a correção da amplitude e do ângulo de fase dos sinais envolvidos. Resultados experimentais ilustram o desempenho do sistema, a metodologia adotada para sua operação e a modelagem da perda em dois tipos de material ferrite, sendo um deles de origem nacional.

No Capítulo II, desenvolve-se a modelagem e a otimização da perda por correntes circulantes em enrolamentos multicamadas sob excitação senoidal. As principais contribuições anteriores são englobadas num tratamento único e generalizado. Esta generalização, obtida com a solução exata do problema em coordenadas cilíndricas, permite introduzir uma série de soluções aproximadas. Estas soluções são estudadas em detalhes com o objetivo de estabelecer as condições sob as quais são válidas. As análises, inicialmente realizadas para a  $n$ -ésima camada de um enrolamento, são estendidas para enrolamentos multicamadas.

No Capítulo III, generaliza-se a modelagem e a otimização da perda por correntes circulantes em enrolamentos multicamadas, até então desenvolvidas para excitação senoidal, para excitação periódica não-senoidal. Esta generalização, realizada com

base na análise de Fourier, permite analisar o comportamento da perda e da energia magnética média armazenada em enrolamentos multicamadas de transformadores multi-enrolamentos e de indutores utilizados em conversores estáticos de alta frequência.

No Capítulo IV, descreve-se a aplicação da modelagem e da técnica de otimização da perda por correntes circulantes, até então restritas a enrolamentos constituídos de condutores laminares, a enrolamentos com outras formas geométricas de condutor. Em seguida, desenvolve-se, com base no conceito de ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade, a modelagem da perda por correntes circulantes em enrolamentos multicamadas constituídos de condutores laminares, circulares, simples ou em feixe torcido, ou de fio litz.

No Capítulo V, apresenta-se o sistema desenvolvido para a medição da perda em enrolamentos e determinação dos valores teóricos e experimentais de sua resistência e indutância de dispersão efetivas. Este sistema utiliza-se de alguns dos programas computacionais desenvolvidos para o sistema de medição da perda magnética e inclui novos programas, os quais permitem comparar resultados teóricos e de medição para o caso de excitação senoidal. Esta comparação pode ser realizada para enrolamentos constituídos de condutores laminares, circulares ou de fio litz. Resultados experimentais ilustram o desempenho do sistema e a validade dos modelos desenvolvidos.

No Capítulo VI, discute-se aspectos relacionados à modelagem e estabilidade térmica dos componentes magnéticos em estudo. Algumas das limitações do modelo térmico mais simples, onde se utiliza a resistência térmica do componente, são levantadas. Com a finalidade de se iniciar uma investigação sobre a modelagem térmica destes componentes, desenvolve-se a modelagem de componentes com núcleo pote. Resultados experimentais, obtidos em ambos os casos, destacam as dificuldades envolvidas nesta modelagem.

No Capítulo VII, novos procedimentos para a otimização do projeto de transformadores multienrolamentos, de indutores e de indutores acoplados, incluindo-se a perda por correntes circulantes nos enrolamentos, são propostos. Estes procedimentos permitem "selecionar o núcleo de menor volume com capacidade suficiente para transferir a potência ou armazenar a energia requerida, sob as condições de máxima eficiência e de elevação de temperatura menor ou igual a um valor predefinido, e para acomodar os itens a serem inseridos em sua janela".

Finalmente, no Capítulo VIII, são traçadas as conclusões gerais desta tese e identificados vários tópicos para trabalhos futuros na área de pesquisa em questão.

# CAPÍTULO I

## SISTEMA DE MEDIÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DA PERDA MAGNÉTICA

### 1.1 - Introdução

O projeto de componentes magnéticos para aplicação em conversores estáticos operando em altas frequências de chaveamento, exige o conhecimento de características básicas dos materiais magnéticos empregados. Dentre estas, destacam-se os comportamentos do laço de histerese, da perda magnética e da permeabilidade, em função de parâmetros tais como: frequência, indução magnética, temperatura e polarização CC. A partir do laço de histerese pode-se obter, além da perda por histerese, informações adicionais sobre indução magnética de saturação e residual, campo coercitivo, etc.

Este Capítulo tem por objetivo apresentar o sistema desenvolvido para a medição e caracterização da perda magnética e determinação do laço de histerese nestes materiais magnéticos e, particularmente, em ferrites. Este sistema inclui programas computacionais específicos, os quais foram concebidos para a aquisição e análise de dados de medição, o cálculo e a apresentação de resultados e o controle de equipamentos. Estes programas permitem realizar, de forma automatizada, a medição e a caracterização da perda magnética e determinar o laço de histerese sob excitação senoidal ou de onda quadrada, em faixas de frequência e de indução magnética e em temperaturas definidas pelo usuário.

Inicialmente, é feita uma revisão dos principais métodos que têm sido atualmente empregados para a determinação do laço de histerese e para a caracterização da permeabilidade e da perda em ferrites. As fontes de erro de medição envolvidas e as limitações destes métodos são então evidenciadas.

Para a caracterização de ferrites utiliza-se, em geral, núcleos toroidais cujas dimensões são suficientemente pequenas para que a perda por correntes circulantes seja desprezível e a indução magnética seja uniforme em sua seção transversal. Tipicamente, os núcleos utilizados têm diâmetro externo entre 20 e 30 mm. O processo de fabricação de um núcleo toroidal tende a ser mais uniforme no que se refere, por exemplo, a densi-

dade do material que, por sua vez, tem influência marcante sobre suas características. Supõe-se também que tais características sejam idênticas àsquelas de núcleos não-toroidais de material ferrite da mesma classe. A não-uniformidade da seção transversal destes núcleos ao longo de seus caminhos magnéticos e do processo de fabricação de seu material, são alguns dos fatores que podem levar a diferenças entre estas características. Diferenças de 20% [32] e de até 30% [23] entre amostras de um mesmo material e sob a forma de núcleos toroidais de mesmo tamanho têm sido relatadas.

## 1.2 – Características Magnéticas Fundamentais

As características fundamentais de um material magnético podem ser obtidas através de seu ciclo ou laço de histerese. A figura 1.1 ilustra um laço de histerese maior, ou principal, juntamente com a curva de magnetização inicial e um laço de histerese menor com polarização CC. Nesta figura, estão definidas as magnitudes da indução magnética de saturação,  $B_S$ , e remanente,  $B_R$ , e a excursão da magnitude da indução com polarização CC,  $\Delta B$ . Estão definidas ainda, as magnitudes do campo magnético coercitivo,  $H_C$ , e do campo magnético de polarização CC,  $H_{CC}$ , e a excursão da magnitude de campo com polarização CC,  $\Delta H$ . As permeabilidades relacionadas à inclinação das curvas tracejadas, as quais são definidas a seguir, estão também indicadas. O laço de histerese representa a resposta do material magnético ao campo magnético aplicado. Os vetores indução magnética e campo magnético estão relacionados através da seguinte equação :

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (1.1)$$

Sendo :

$\mathbf{M}$  - vetor magnetização (A/m)

A permeabilidade do material magnético, definida sobre a curva de magnetização inicial, por vezes denominada permeabilidade normal, é expressa por :

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (1.2)$$

Cabe ressaltar, que a curva de magnetização inicial passa pelas extremidades dos laços de histerese menores obtidos sem polarização CC.

A permeabilidade inicial é definida por :

$$\mu_i = \lim_{H \rightarrow 0} \mu \quad (1.3)$$

A permeabilidade incremental é definida por :

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta B}{\Delta H} \quad (1.4)$$

A permeabilidade diferencial, definida num dado ponto do laço de histerese ou da curva inicial de magnetização, é expressa por :

$$\mu_d = \frac{dB}{dH} \quad (1.5)$$

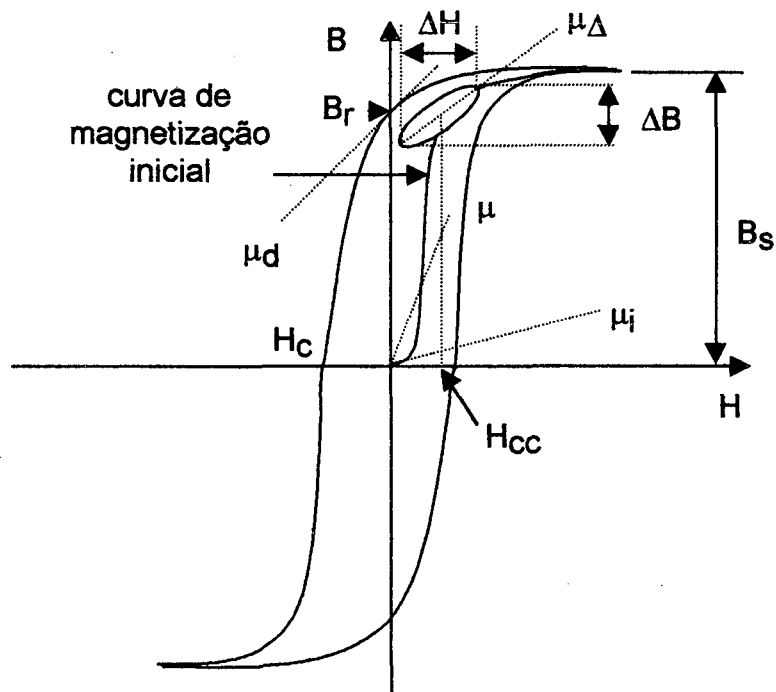


Figura 1.1 – Laço de histerese e curva de magnetização inicial.

A primeira teoria do ferromagnetismo foi estabelecida por Weiss [33]. Se-

gundo a mesma, na ausência de um campo magnético externo o ferrite é estruturado em domínios separados por paredes, com cada domínio possuindo uma magnetização uniforme e tal que ele esteja saturado. De acordo com os fundamentos modernos do ferromagnetismo, estabelecidos por Landau & Lifshitz [34], o número e o arranjo destes domínios é tal que, do ponto de vista macroscópico, o cristal esteja num estado de energia total mínima e possivelmente tenha magnetização nula. A parede de um domínio tende a passar através das imperfeições do material, tais como vazios e impurezas não-magnéticas. Um grão de ferrite pode conter ou não domínios. Kittel [35] e Néel [36] mostraram que grãos menores que um certo tamanho crítico não podem conter paredes de domínios. Rankis [37] mostrou que este tamanho crítico é em torno de  $98 \mu\text{m}$ , para ferrites de MnZn, e de  $54 \mu\text{m}$ , para ferrites de NiZn. O tamanho dos grãos em ferrites atuais é da ordem de  $1 \mu\text{m}$  a  $1 \text{mm}$  [38]. A figura 1.2 mostra a seção transversal de um grão com dois domínios separados por uma parede, de modo que a magnetização resultante seja nula (1). Quando um campo magnético externo de pequena magnitude é aplicado, as paredes dos domínios tendem inicialmente a se curvar (2) e ainda pode-se retornar ao estado inicial. Com o aumento do campo externo, as paredes tendem a se deslocar, de modo que resulte uma componente de magnetização na direção do campo externo (3). Quando o campo externo é maior que o campo coercitivo, ocorre o efetivo deslocamento da parede (4) e o excesso de energia da parede é dissipado (perda por histerese). Este deslocamento ocorre em saltos através das imperfeições e é irreversível, ou seja, não se pode retornar às magnetizações anteriores. Logo, para o material, à medida em que este campo aumenta, os domínios cuja magnetização possua uma componente na direção do campo externo aumentam, alguns domínios se extinguem e a magnetização dos domínios restantes tende a aumentar e a efetivamente se alinhar com o mesmo (5). Neste estado, o material é dito estar saturado. O processo descrito nas etapas de (1) a (5) é denominado de magnetização inicial. Se o campo externo, após atingir um valor máximo, alternar ciclicamente em torno de zero com a mesma amplitude máxima, então, devido aos movimentos irreversíveis das paredes dos domínios, a magnetização instantânea estará sempre atrasada em relação a este campo. A relação entre estas variáveis configura o laço de histerese e, portanto, a respectiva perda.

Apesar da existência de uma variedade de teorias sobre o processo de magnetização em ferrites, nenhuma teoria quantitativa é plenamente aceita.

Os fenômenos ligados à perda por correntes circulantes no núcleo e nos enrolamentos são análogos em sua essência. Entretanto, no primeiro caso, a modelagem

destes fenômenos é ainda mais complexa, pois envolve a microestrutura do material. A teoria de Bertotti [39], baseada no tratamento estatístico do processo de magnetização e originalmente desenvolvida para lâminas magnéticas, foi aplicada a ferrites por Gradzki [38]. Da mesma forma, os fenômenos que levam à perda residual são variados e complexos [38]. Esta perda pode ser obtida com a extrapolação da perda magnética para  $B \rightarrow 0$  e sob a condição de que a perda por correntes circulantes seja desprezível [40].

A caracterização da perda por correntes circulantes, na qual pode-se incluir a perda residual, é enfocada mais adiante.

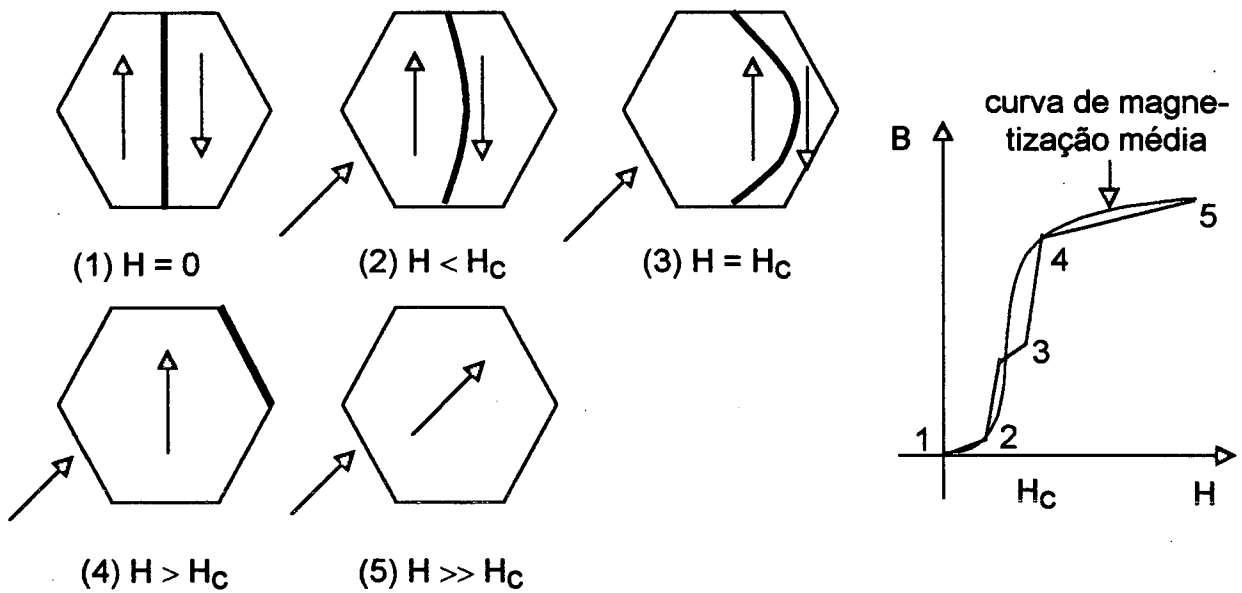


Figura 1.2 – Processo de magnetização inicial de um grão de ferrite com dois domínios.

Existem duas situações distintas para a caracterização de ferrites em alta frequência, dependendo da magnitude da indução magnética (densidade de fluxo) no núcleo, quais sejam: sob excitação de baixa amplitude e sob excitação de alta amplitude.

### 1.3 - Caracterização de Ferrites Sob Excitação de Baixa Amplitude

Núcleos de ferrite são freqüentemente excitados em magnitudes de indução magnética muito menores que o respectivo valor de saturação. Isto ocorre, como descrito no Capítulo 7, em componentes magnéticos excitados em frequências elevadas e cuja principal restrição de projeto seja a perda e não a saturação magnética. Com a finalidade de caracterizar a perda e a permeabilidade deste material sob tal condição, comumente



despreza-se a distorção verificada nas formas de onda do campo magnético e da indução magnética. Em tal condição, diz-se que o material encontra-se sob excitação de baixa amplitude. Particularmente, Snelling [40] considera que quando a magnitude da indução magnética é menor ou igual a 1% de seu valor de saturação, então o material encontra-se sob excitação de baixa amplitude. Goldberg [32], entretanto, mostrou que a distorção é desprezível para magnitudes de até 10% do valor de saturação, tipicamente inferior a 500 mT.

Considere-se um componente magnético com um enrolamento de  $N$  espiras e excitado por uma fonte senoidal. Admitindo-se que as quedas de tensão na resistência e indutância de dispersão de seu enrolamento sejam desprezíveis e que as formas de onda de tensão e de corrente sejam senoidais, os fasores tensão e corrente no mesmo estão relacionados aos fasores indução magnética e campo magnético no núcleo, por :

$$\bar{V} = j\omega N A_e \bar{B} = - \frac{d\phi}{dt} \quad (1.6)$$

$$\bar{I} = \frac{l_e}{N} \bar{H} \quad (1.7)$$

Sendo :

$A_e$  - área efetiva da seção transversal do núcleo ( $m^2$ )

$l_e$  - comprimento efetivo do caminho magnético (m)

Tendo em vista que a defasagem entre os fasores tensão e corrente é inferior a  $90^\circ$ , já que existe a perda magnética, então os fasores indução magnética e campo magnético não estão em fase, como ilustra a figura 1.3. Isto permite definir uma permeabilidade complexa relativa,  $\bar{\mu}_r$ , tal que [40] :

$$\bar{\mu}_r = \frac{\bar{B}}{\mu_0 \bar{H}} \quad (1.8)$$

O enrolamento pode ser modelado por uma resistência  $r_s$  em série com uma indutância  $L_s$  ou por uma resistência  $r_p$  em paralelo com uma indutância  $L_p$  e, para cada um destes modelos, pode ser definida uma permeabilidade complexa relativa. Estas permeabilidades, de valores idênticos, são dadas por :

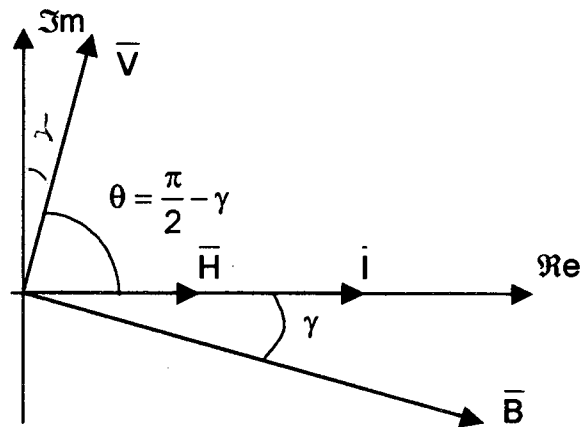


Figura 1.3 – Diagrama fasorial destacando os ângulos de defasagem entre os fasores elétricos e magnéticos.

$$\bar{\mu}_s = \bar{\mu}_p = \mu_s' - j\mu_s'' = \hat{\mu}e^{-j\gamma} \quad (1.9)$$

e

$$\frac{1}{\bar{\mu}_p} = \frac{1}{\mu_p'} + j\frac{1}{\mu_p''} \quad (1.10)$$

Sendo :

$\bar{\mu}_s$  - permeabilidade complexa relativa no modelo série

$\bar{\mu}_p$  - permeabilidade complexa relativa no modelo paralelo

E sendo a relação entre a impedância, Z, e a admitância, Y, nestes modelos dada por :

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = r_s + j\omega L_s = \left( \frac{1}{r_p} - j\frac{1}{\omega L_p} \right)^{-1} \quad (1.11)$$

Resultam as seguintes expressões para as partes real e imaginária das permeabilidades anteriormente definidas :

$$\mu_s' = \frac{L_s}{L_0} \quad (1.12)$$

$$\mu_s'' = \frac{r_s}{\omega L_0} \quad (1.13)$$

$$\mu_p' = \frac{L_p}{L_0} \quad (1.14)$$

$$\mu_p'' = \frac{r_p}{\omega L_0} \quad (1.15)$$

com

$$L_0 = \mu_0 \frac{A_e}{l_e} N^2 \quad (1.16)$$

Sendo :

$L_0$  - indutância do componente sem o núcleo magnético (H)

O laço de histerese representado pela permeabilidade complexa é uma elipse, tendo em vista que as harmônicas de campo e/ou de indução, as quais provocam a diferença entre o laço de histerese real e a elipse, não são consideradas. Das equações anteriores, observa-se que a parte real da permeabilidade complexa está associada à magnetização do material e é, portanto, igual à inclinação do eixo maior desta elipse. Por sua vez, a parte imaginária está associada à perda magnética no material. Entretanto, no que se refere à caracterização do material, em termos de perda e de permeabilidade, o modelo série apresenta desvantagens. De fato, neste modelo o controle da tensão de alimentação para uma determinada magnitude da indução magnética exigiria previamente o cálculo da impedância do componente. Por outro lado, no modelo paralelo a tensão de alimentação é aplicada diretamente ao indutor de indutância  $L_p$  e seu valor, para uma determinada magnitude da indução magnética, pode ser obtido diretamente através da eq. (1.6).

A potência complexa fornecida ao componente é dada por :

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \overline{\mathbf{V}} \mathbf{I}^* = j2\omega \frac{1}{4} \overline{\mathbf{B}} \mathbf{H}^* V_e \quad (1.17)$$

Portanto, no modelo paralelo, a perda magnética é dada por :

$$P_m = \frac{\pi f B^2}{\mu_0 \mu_p} V_e \quad (1.18)$$

ou ainda

$$P_m = \frac{V^2}{2r_p} \quad (1.19)$$

E as seguintes relações podem ser estabelecidas :

$$\mu_p' = \mu_s'(1 + \text{tg}^2 \gamma) \quad (1.20)$$

$$\mu_p'' = \mu_s''(1 + \frac{1}{\text{tg}^2 \gamma}) \quad (1.21)$$

com

$$V_e = A_e l_e \quad (1.22)$$

$$\text{tg} \gamma = \frac{1}{\text{tg} \theta} = \frac{r_s}{\omega L_s} = \frac{1}{Q} = \frac{\omega L_p}{r_p} = \frac{\mu_p'}{\mu_p''} = \frac{\mu_s''}{\mu_s'} \quad (1.23)$$

Sendo :

$V_e$  - volume efetivo do núcleo ( $\text{m}^3$ )

$\theta$  - ângulo de defasagem entre os fasores  $\bar{V}$  e  $\bar{I}$

$\gamma$  - ângulo de defasagem entre os fasores  $\bar{H}$  e  $\bar{B}$

$\text{tg} \gamma$  - tangente de perda magnética

$Q$  - fator de qualidade do material magnético

Considerando-se as eqs. (1.6) e (1.19), resulta a seguinte expressão para a densidade volumétrica de perda magnética :

$$P_v = \frac{2\pi^2 f^2 B^2}{R_p} \quad (1.24)$$

com

$$R_p = \frac{l_e}{A_e N^2} r_p = \omega \mu_0 \mu_p'' \quad (1.25)$$

Sendo :

$R_p$  - resistência paralela normalizada ( $\Omega/\text{m}$ )

Da eq. (1.25), observa-se que a resistência paralela normalizada é função apenas das características intrínsecas ao material magnético, ali representadas por  $\mu_p''$ , se a perda magnética por correntes circulantes, a qual depende da geometria do núcleo, for desprezível. Por outro lado, considerando-se [28] :

$$P_V = C_m f^x B^y \quad (1.26)$$

Resulta :

$$R_p = \frac{2\pi^2}{C_m} f^{(2-x)} B^{(2-y)} \quad (1.27)$$

Onde os parâmetros  $C_m$ ,  $x$  e  $y$  são característicos do material magnético, podendo variar em largas faixas de freqüência. Esta última expressão mostra que a resistência paralela normalizada é muito menos sensível à freqüência e à indução magnética do que a densidade volumétrica de perda. Isto permite visualizar a predominância de um dado mecanismo de perda em função da freqüência. Assim, por exemplo, quando  $R_p$  tende a um valor constante, a perda por correntes circulantes passa a predominar, tendo em vista que esta é teoricamente proporcional ao quadrado do produto  $f \cdot B$ . Portanto,  $R_p$  apresenta-se como um excelente parâmetro para a caracterização de materiais magnéticos sob excitação de baixa amplitude.

Das eqs. (1.18), (1.23) e (1.25), obtém-se :

$$\frac{tg\gamma}{\mu_p'} = \frac{\omega\mu_0}{R_p} = \frac{\mu_0 P_V}{\pi f B^2} \quad (1.28)$$

Esta equação mostra que a perda magnética pode ser representada ainda por  $tg\gamma/\mu_p'$ , denominado fator de perda, além de  $R_p$  e  $P_V$ . Para que estas representações sejam descritivas do material, a perda por correntes circulantes deve ser desprezível. Cabe ressaltar, que se um entreferro for introduzido no núcleo e se forem mantidas a freqüência e a indução magnética, então a densidade volumétrica de perda magnética, a resistência paralela normalizada e o fator de perda não sofrem, teoricamente, qualquer alteração.

Entretanto, a perda magnética sofre uma redução proporcional à redução do volume efetivo do núcleo e a tangente de perda magnética sofre uma redução proporcional à redução da permeabilidade efetiva. De fato, com a introdução do entreferro a permeabilidade (efetiva) do núcleo diminui e é dada por :

$$\mu_{pe}' = \frac{l_e}{A_e} \frac{1}{\frac{l_g}{A_g} + \frac{l_e - l_g}{\mu_p A_e}} \quad (1.29)$$

Sendo :

$l_g$  - comprimento do entreferro (m)

$A_g$  - área da seção transversal do entreferro (m<sup>2</sup>)

Donde, considerando-se  $A_g = A_e$ , obtém-se :

$$1 - \frac{l_g}{l_e} = \frac{\mu_p}{\mu_{pe}} \frac{\mu_{pe}' - 1}{\mu_p - 1} \quad (1.30)$$

Portanto, considerando-se as eqs. (1.14) e (1.19), os parâmetros do modelo paralelo para o núcleo com entreferro são dados por :

$$r_{pe} = \frac{v^2}{2P_{me}} = \frac{v^2}{2P_m} \frac{1}{1 - \frac{l_g}{l_e}} = r_p \frac{1}{1 - \frac{l_g}{l_e}} \quad (1.31)$$

$$L_{pe} = \frac{\mu_{pe}'}{\mu_p} L_p \quad (1.32)$$

Então, de acordo com a eq. (1.23), tem-se :

$$(tg\gamma)_e = \frac{\omega L_{pe}}{r_{pe}} = tg\gamma \frac{\mu_{pe}' - 1}{\mu_p - 1} \quad (1.33)$$

Finalmente, sob a condição de que  $\mu_p$  e  $\mu_{pe}$  sejam muito maiores que 1, obtém-se :

$$\frac{(\text{tgy})_e}{\mu_{pe}} = \frac{\text{tgy}}{\mu_p} \quad (1.34)$$

Certamente outras representações de perda existem como, por exemplo, aquela introduzida por Legg [41] para caracterizar a perda em chapas magnéticas. Nesta representação, expressa pela eq. (1.35), pode-se identificar os termos relativos às perdas por histerese, por correntes circulantes e residual. Todavia, nela estão incluídos apenas os termos de baixa ordem. Em geral, termos de mais alta ordem são necessários para expressar este comportamento e, neste caso, a distinção entre os mecanismos de perdas torna-se obscura [40]. Também, o coeficiente de perdas por correntes circulantes depende, no caso de ferrites, da geometria e do tamanho do núcleo e, portanto, não é uma característica apenas do material.

$$\frac{r_s}{\mu_s f L_s} = c_r + c_e \cdot f + c_h \cdot B \quad (1.35)$$

Sendo :

$c_r$  - coeficiente de perda residual

$c_e$  - coeficiente de perda por correntes circulantes (s)

$c_h$  - coeficiente de perda por histerese ( $T^{-1}$ )

### 1.3.1 - Sobre o Erro na Medição da Perda Devido ao Erro de Defasagem

Considerando-se que as formas de onda da tensão e da corrente utilizadas no cálculo da perda magnética sejam senoidais, então o erro neste cálculo é dado por :

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial V} \Delta V + \frac{\partial P}{\partial I} \Delta I + \frac{\partial P}{\partial \theta} \Delta \theta \quad (1.36)$$

Donde, considerando-se que os erros de amplitude na medição das referidas formas de onda, dados por  $\Delta V$  e  $\Delta I$ , sejam desprezíveis, resulta a seguinte expressão para o erro

Considerando-se as eqs. (1.26) e (1.38), obtém-se :

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\pi}{\mu_0 \mu_p C_m} \frac{1}{f^{x-1} B^{y-2}} \quad (1.39)$$

Donde, considerando-se  $x > 1$  e  $y > 2$ , verifica-se que  $\theta$  aumenta à medida em que  $f$  e/ou  $B$  diminuem, já que  $\mu_p$  diminui com  $B$  e mantém-se praticamente constante numa larga faixa de freqüência [42]. Isto significa que o erro relativo no cálculo da perda pode ser mais elevado em baixas freqüências e baixas densidades de fluxo, dependendo do comportamento do erro de defasagem com estas variáveis.

### 1.3.2 - Caracterização Através de um Analisador de Impedância

De acordo com as análises anteriores, a caracterização de ferrites sob excitação de baixa amplitude pode ser baseada no cálculo da impedância do componente sob teste. Este cálculo, por sua vez, pode ser realizado através de um analisador de impedância.

Gradzki & Lee [22] utilizaram-se de um analisador de impedância (Hewlett-Packard 4194A) para a caracterização de ferrites sob excitação de baixa amplitude. A figura 1.5 ilustra esquematicamente a bancada de ensaios utilizada. O sinal senoidal de alimentação, gerado pelo próprio analisador, é amplificado por um amplificador de alta freqüência (Amplifier Research 10A250) e aplicado ao componente sob teste (CST) através de uma sonda de impedância (Hewlett-Packard 41941A). Esta sonda permite ainda fornecer uma corrente CC de até 0,5 A ao CST e detectar os sinais de tensão e de corrente. A fim de adequar as amplitudes destes sinais aos valores máximos admitidos pelo analisador, utiliza-se atenuadores (PASTERNAK PE7010-30) com estrutura  $\pi$ . A perda magnética é caracterizada através da resistência paralela normalizada, em função da freqüência e parametrizada pela indução magnética. A máxima freqüência de teste numa dada magnitude da indução magnética é definida por uma densidade de perda magnética máxima igual  $1000 \text{ mW/cm}^3$ . Durante o processo de medição a magnitude da indução magnética é controlada. Este controle pode ser realizado com a finalidade de manter constante esta magnitude ou a densidade volumétrica de perda magnética. Programas computacionais específicos (em PASCAL) permitem realizar o cálculo e a apresentação



de resultados e também o controle do analisador através de uma interface GPIB (General Purpose Interface Bus, padrão IEEE 488).

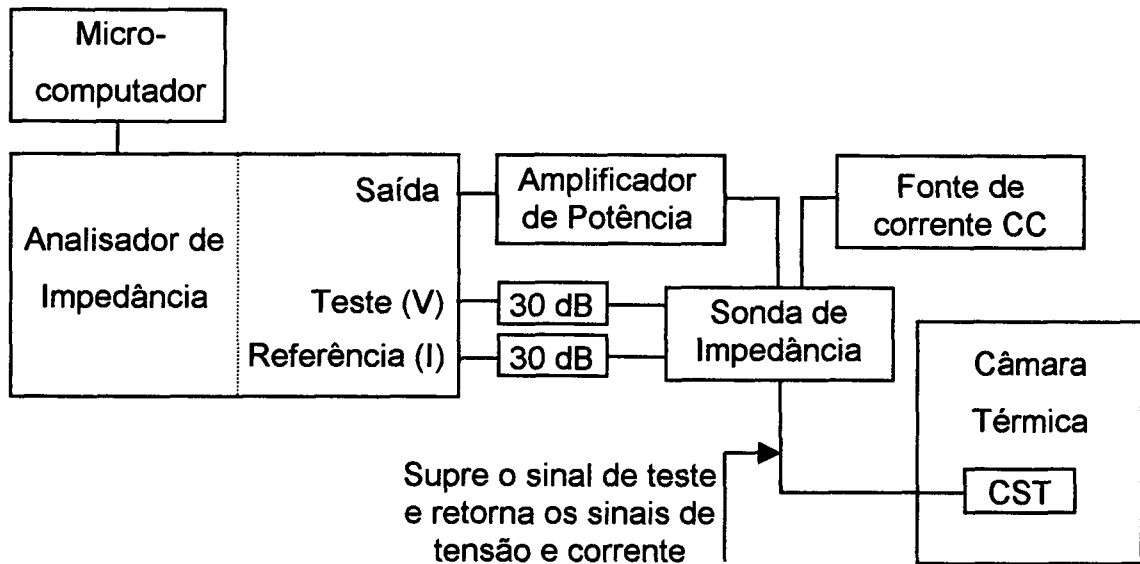


Figura 1.5 - Bancada de ensaios para caracterização de ferrites sob excitação de baixa amplitude e de alta frequência utilizando-se de um analisador de impedância.

Utilizando-se desta bancada de ensaios, Gradzki [38] obteve resultados expressivos para ferrites de MnZn, NiZn e de MnMg. Particularmente, para o ferrite de MnZn os resultados foram obtidos na faixa de frequência de 100 kHz a 10 MHz, na faixa de indução de 1 a 100 mT e em temperaturas de 25 e de 100°C. Neste caso, foi utilizado um núcleo toroidal com  $A_e$  e  $l_e$  iguais a 12,35 mm<sup>2</sup> e 31,32 mm e um enrolamento de 6 espiras de fio litz. Com isto, a magnitude máxima do campo magnético CC foi igual a 100 A/m. Da comparação entre os resultados obtidos para as resistências paralelas normalizadas sem polarização CC, a 100°C e sob uma densidade volumétrica de perda magnética constante de 200 mW/cm<sup>3</sup>, Gradzki concluiu que ferrites de MnZn apresentam maior resistência paralela normalizada e, portanto, menores perdas para frequências inferiores a 2,4 MHz. Cabe ressaltar, que Johnson [43] chegou à mesma conclusão, porém utilizando-se de uma outra técnica de caracterização.

Um analisador de impedância calcula a impedância do CST utilizando-se das componentes fundamentais da tensão e da corrente adquiridas. Tipicamente, o erro no cálculo do ângulo da impedância é inferior 0,75°. Isto significa que este equipamento

pode ser utilizado para a caracterização da perda mesmo quando um dos sinais for não-senoidal. De fato, neste caso, somente a componente fundamental do sinal não-senoidal contribui para a perda. Todavia, se ambos os sinais forem não-senoidais, então todas as suas componentes harmônicas devem ser consideradas e a caracterização da perda através deste equipamento não é válida. Em ambos os casos, a condição de excitação de baixa amplitude não é respeitada e a caracterização da permeabilidade não é válida. Outro problema com relação ao emprego do analisador em questão, está ligado a sua impedância e tensão máxima de entrada. Esta impedância, cujo valor máximo é igual a 1 M $\Omega$ , apresenta forte dependência da frequência. Portanto, para a detecção da tensão através de um enrolamento secundário, a relação de espiras deve ser elevada, de modo que a referida impedância não afete aquela do CST, e a máxima frequência de teste deve ser limitada, de modo que a máxima tensão de entrada do analisador seja respeitada. De fato para a especificação da máxima frequência de teste, deve-se considerar também a máxima tensão de saída do amplificador. Por outro lado, caso a tensão seja detectada no enrolamento primário, a perda no mesmo é incluída no cálculo da perda magnética e a queda de tensão em sua resistência e indutância de dispersão provoca erro no cálculo da indução magnética. Gradzki & Lee [22] utilizaram-se desta configuração e de atenuadores com estrutura  $\pi$  para a atenuação dos sinais de tensão e de corrente. Estes atenuadores, de baixa impedância, poderiam ser substituídos por outros com estrutura T, de maior impedância, caso a tensão fosse detectada no secundário. Entretanto, em tal situação a precisão da atenuação não pode ser garantida [44]. Os erros causados pela resistência e indutância de dispersão do enrolamento são compensados em cada frequência de medição. Para tal, estes parâmetros são previamente obtidos através do teste do mesmo enrolamento sem o núcleo nestas frequências. Este método pressupõe que o material magnético não tem influência sobre estes parâmetros e que a capacitância do enrolamento seja desprezível.

Neste e nos demais métodos de caracterização de perdas onde a tensão é detectada no enrolamento primário, a perda no enrolamento deve ser feita muito menor que aquela no núcleo, a fim de não comprometer a precisão do método. A corrente eficaz no enrolamento primário do componente sob teste é dada por :

$$I_{ef} = \frac{I_e B}{\sqrt{2} \mu_0 \hat{\mu} N} \quad (1.40)$$

Onde  $\hat{\mu}$  é, teoricamente, independente do número de espiras [42]. Logo, sendo a resistência do enrolamento proporcional ao seu número de espiras, a relação entre a perda no mesmo e aquela no núcleo é inversamente proporcional ao número de espiras. Portanto, o aumento do número de espiras reduz o erro relativo provocado pela perda no enrolamento. O emprego de fio litz pode também levar à redução da perda no enrolamento.

### 1.3.3 - O Método de Compensação do Ângulo de Defasagem entre Tensão e Corrente

Da eq. (1.37) observa-se que quando  $\theta$  tende a  $90^\circ$ ,  $\Delta\theta$  deve tender a zero a fim de que  $\Delta P/P$  tenha um valor finito. Por outro lado, observa-se também que, para um dado  $\Delta\theta$ , o ângulo  $\theta$  pode ser reduzido de modo que  $\Delta P/P$  tenha um valor aceitável. Assim, o valor de  $\theta$  deve ser tal que :

$$-\left| \frac{\Delta P/P}{\Delta\theta} \right| \leq \operatorname{tg}\theta \leq \left| \frac{\Delta P/P}{\Delta\theta} \right| \quad (1.41)$$

A redução do ângulo  $\theta$  pode ser realizada através da conexão de um capacitor em paralelo com o CST. Este método, denominado método de compensação do ângulo de defasagem, foi inicialmente sugerido por Chen [45] e implementado por Tan et al [23]. A bancada de ensaios, mostrada na figura 1.6, constitui-se basicamente de um sintetizador de frequência (HP3330B), de um amplificador de alta frequência (Amplifier Research 25A100), de um analisador de rede (HP3570A), e de um computador digital (HP9836). Utiliza-se um transformador com núcleo toroidal, com os enrolamentos primário e secundário na forma bifilar e com relação de 1:1. A medição de tensão é feita nos terminais do secundário e para a medição de corrente emprega-se um sensor resistivo. O analisador de redes calcula os valores eficazes das componentes fundamentais de tensão e de corrente e o ângulo de defasagem entre elas. Assim, a perda é calculada de acordo com a seguinte expressão :

$$P_m = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \theta_f \quad (1.42)$$

Da mesma forma que para o analisador de impedância, se ambos os sinais

forem não-senoidais, então todas as suas componentes harmônicas devem ser consideradas e a caracterização da perda através desta bancada de ensaios não é válida.

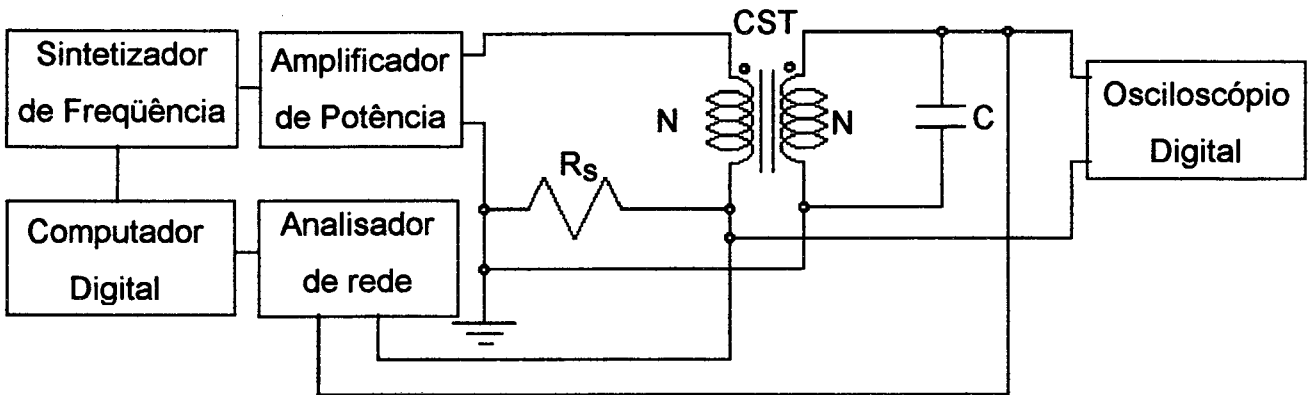


Figura 1.6 - Bancada de ensaios para caracterização de ferrites utilizando-se da compensação do ângulo de defasagem entre tensão e corrente.

Segundo os autores, uma menor tolerância para o erro relativo de potência pode compensar os erros que este capacitor introduz na medição. No comentário que se segue, considera-se que o capacitor seja introduzido em paralelo com os terminais do enrolamento primário, como mostra a figura 1.7. Neste circuito a corrente  $i(t)$  e a tensão  $v_s(t)$ , representadas pelos fasores  $\hat{I}$  e  $\bar{V}_s$ , serão adquiridas para o cálculo da perda magnética. A figura 1.8 mostra o diagrama fasorial das correntes e tensões envolvidas no circuito da figura 1.7. Portanto, se o capacitor for introduzido no circuito primário ocorre um erro na medição da perda magnética, já que a corrente no capacitor, a qual está incluída na corrente adquirida, apresenta uma componente em fase com a tensão no secundário. Por outro lado, se o capacitor for introduzido no circuito secundário, também ocorre aquele erro, já que a queda de tensão na impedância do enrolamento secundário está incluída na tensão adquirida. Neste caso, ocorre também um erro no cálculo da indução magnética no núcleo.

A eq. (1.39) mostra que o ângulo  $\theta$  depende da frequência, da magnitude da indução magnética e das características do material. Além disso, o erro de defasagem é também função da frequência. Portanto, a especificação do capacitor para a compensação do ângulo de defasagem não é uma tarefa simples e esta compensação não seria, de fato, efetiva para uma faixa de frequência [46]. Os autores não explicitam a técnica utilizada para esta especificação.

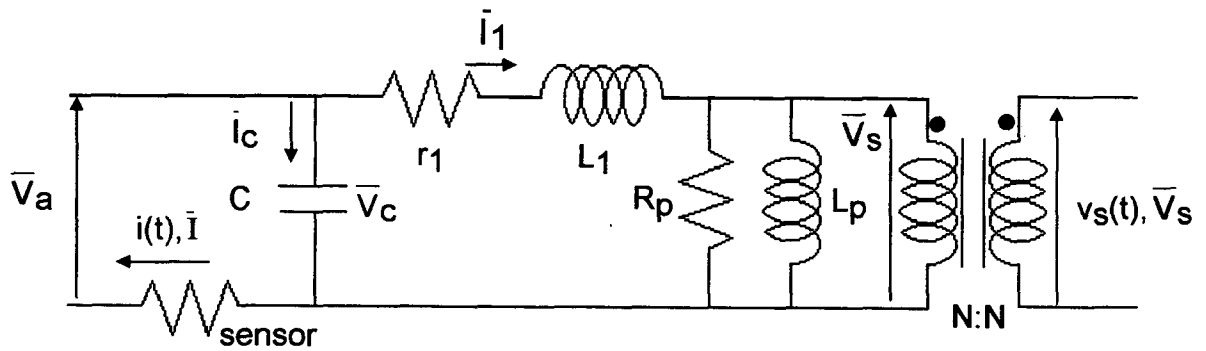


Figura 1.7 - Circuito equivalente do CST com um capacitor de compensação em paralelo com os terminais do enrolamento primário.

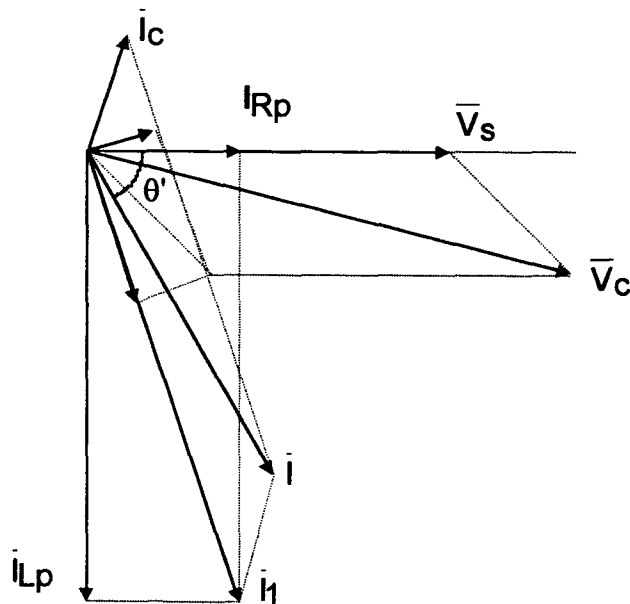


Figura 1.8 - Diagrama fasorial para o circuito da figura 1.7.

#### 1.4 - Caracterização de Ferrites Sob Excitação de Alta Amplitude

Com excitação através de uma fonte de corrente senoidal, pode ser obtida uma forma de onda senoidal de campo magnético. Por sua vez, com uma fonte de tensão senoidal, pode ser obtida uma forma de onda senoidal de indução magnética. Entretanto, devido à não-linearidade do material magnético, podem resultar distorções na forma de onda da indução magnética ou do campo magnético. Neste caso, devido à distorção na forma de onda da corrente, as formas de onda da tensão e, por consequência, da indu-

ção magnética, resultariam distorcidas. Esta distorção pode ser reduzida através do aumento do número de espiras do enrolamento, reduzindo-se assim a corrente de excitação e a queda de tensão em sua resistência e indutância de dispersão. Entretanto, para uma dada magnitude da indução magnética, uma maior tensão de entrada seria exigida.

Nem sempre a distorção presente na forma de onda do campo magnético e/ou naquela da indução magnética pode ser ignorada, como é o caso quando da excitação sob alta amplitude. Neste caso, é usual expressar a perda magnética em termos de sua densidade volumétrica, como expresso pela eq. (1.26). Esta perda é algumas vezes referenciada como perda por histerese. Todavia, a perda por histerese é, por definição, igual ao produto da área do laço de histerese principal pela frequência de excitação. Pelo fato de que em altas frequências a perda residual e aquela por correntes circulantes tendem a modificar a forma deste laço, ele é comumente obtido sob excitação de baixa frequência e de alta amplitude. Cabe ressaltar, que a forma deste laço depende da forma de onda de excitação [26].

Os métodos para obtenção do laço de histerese principal, doravante denominado laço de histerese, são descritos a seguir.

#### **1.4.1 - Métodos para Obtenção do Laço de Histerese**

##### **1.4.1.1 - O Método Convencional (Analogico)**

O método convencional para obtenção do laço de histerese, cuja configuração típica é mostrada na figura 1.9, consiste em obter a indução magnética a partir da integração analógica da tensão secundária e o campo magnético a partir da tensão num sensor de corrente resistivo. Em geral, utiliza-se de excitação senoidal com frequência de 10 kHz. Cabe ressaltar, que a impedância equivalente no enrolamento secundário deve ser suficientemente elevada de modo a não carregá-lo, caso contrário, a queda de tensão na resistência e indutância de dispersão deste enrolamento provocará erro no cálculo da indução magnética. Comumente, o integrador constitui-se de um circuito RC série. A fim de reduzir o erro de integração, recomenda-se, neste caso, que a constante de tempo deste circuito seja maior do que 35 vezes o período correspondente à frequência de excitação. Dessa forma, ignorando-se a queda de tensão no enrolamento secundário, a defasagem entre as formas de onda da tensão no mesmo e da indução, a qual deveria ser de  $90^\circ$ , será igual a  $89,74^\circ$ , no mínimo, e o erro na magnitude da indução será inferior

a 0,001%.

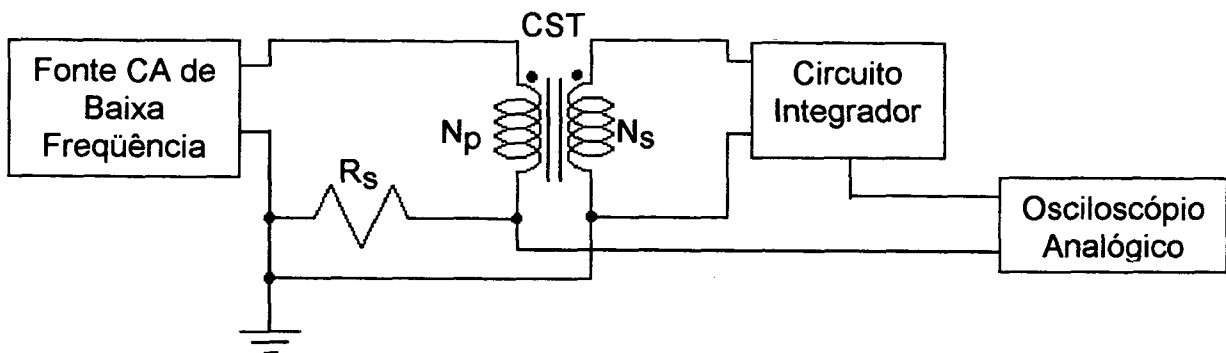


Figura 1.9 - Diagrama de circuito convencional para obtenção do laço de histerese.

Dentre as desvantagens deste método, pode-se incluir :

- o erro de integração (magnitude e ângulo);
- o erro de defasagem introduzido pelos cabos e pelo sensor de corrente;
- os erros de defasagem introduzidos pelos diferentes atrasos dos amplificadores horizontal e vertical e outros circuitos internos do osciloscópio;
- a dificuldade de ajuste de escalas a fim de obter B e H e;
- a dificuldade de interfaceamento com computador digital para cálculo e apresentação de resultados e também para o controle e automatização do método.

#### 1.4.1.2 - O Método Digital

Existem várias vantagens em utilizar um osciloscópio digital, como mostra a figura 1.10, para obter tanto o laço de histerese quanto a perda, destacando-se que :

- a integração e o escalonamento numérico da tensão secundária são realizados para obter  $B(t)$ , minimizando-se assim os respectivos erros;
- o escalonamento numérico da tensão no sensor de corrente resistivo é utilizado para obter  $H(t)$ ;
- os erros de defasagem introduzidos pelos canais praticamente inexistem nas faixas de frequência envolvidas e que;
- a possibilidade de interfaceamento com computador digital permite : corrigir erros de defasagem introduzidos pelos componentes do sistema,

desde que estes sejam caracterizados; adquirir e analisar os dados de medição; realizar cálculos; apresentar e armazenar resultados e automatizar o processo de medição.

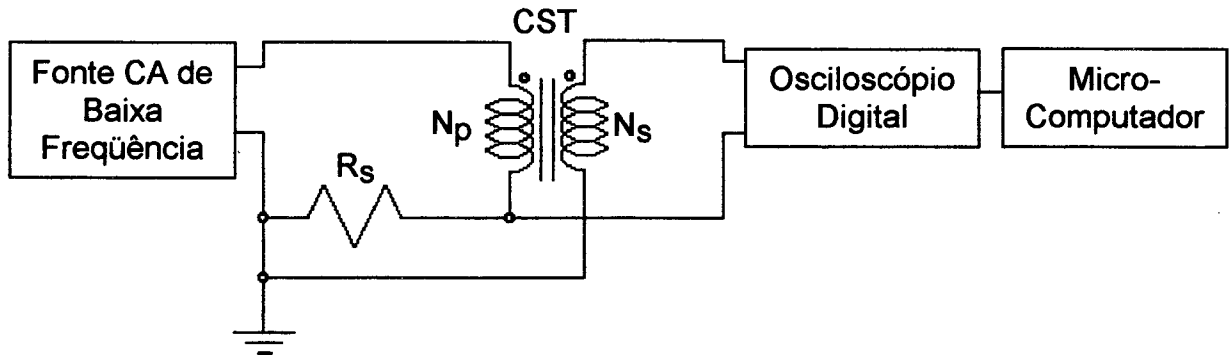


Figura 1.10 - Diagrama de circuito utilizando osciloscópio digital para obtenção do laço de histerese.

## 1.4.2 - Métodos para Medição da Perda Magnética

O método anteriormente descrito para a obtenção do laço de histerese pode ser também empregado para obter a perda magnética. Esta pode ser computada como sendo o valor médio num período do produto entre as formas de onda de tensão e de corrente adquiridas, independentemente de serem senoidais ou não. Todavia, neste caso, é necessário um circuito de excitação que permita a medição em largas faixas de indução magnética e de frequência. Portanto, um amplificador de potência de alta frequência ou um conversor estático adequado é indispensável.

A seguir destaca-se alguns dos principais métodos utilizados para a medição da perda magnética.

### 1.4.2.1 - Wattímetro

Dentre as técnicas diretas para a medição da perda magnética, inclui-se aquela em que se utiliza o wattímetro eletrônico. A figura 1.11 ilustra o diagrama de blocos típico deste wattímetro.

A largura de faixa de wattímetros eletrônicos comercialmente disponíveis pode ser tão alta quanto 1 MHz, dependendo das características do circuito multiplicador e da precisão exigida. A fim de manter uma dada precisão, quanto maior for o ângulo de



defasagem entre tensão e corrente ( $\theta$ ), menor deverá ser a faixa de frequência na qual é realizada a medição. Esta precisão é também afetada por efeitos parasitas capacitivos e indutivos. A presença de atenuadores na entrada de tensão permite a medição numa larga faixa de tensão. Em geral, as especificações de wattímetros eletrônicos para alta frequência incluem tão somente suas precisões sob excitação senoidal. Tipicamente, para fatores de potência tão baixos quanto 0,01 ( $\theta \cong 89,43^\circ$ ), a precisão é de 2% [47].

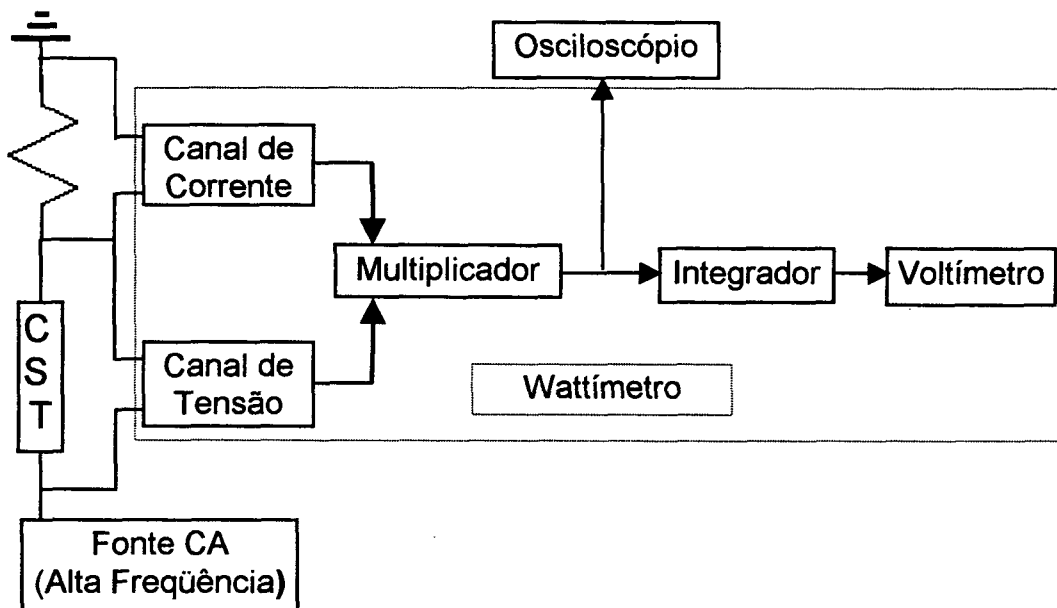


Figura 1.11 - Diagrama de blocos ilustrando a utilização do wattímetro eletrônico para a medição de perdas sob excitação de alta amplitude e de alta frequência.

#### 1.4.2.2 - O Método de Medição da Perda em CC

A figura 1.12 ilustra o diagrama de circuito do método de medição da perda em CC, primeiramente proposto por Carsten [24]. Neste método utiliza-se como fonte de excitação um inversor em ponte ou em meia-ponte, modulado em frequência e com comutação sob tensão nula. Neste caso, o CST é submetido a uma onda quadrada de tensão.

No circuito empregado por Carsten, um conversor em meia-ponte análogo àquele empregado por Chen [45], a frequência de chaveamento é estabelecida por um circuito independente e não é necessário trocar os capacitores ressonantes.

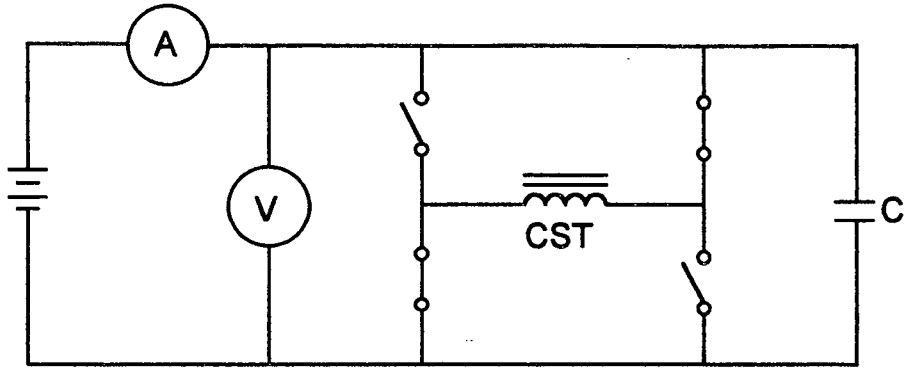


Figura 1.12 - Diagrama de circuito do método de medição da perda em CC.

Considerando-se que na medição da perda estão incluídas perdas adicionais, as maiores fontes de erro estão relacionadas :

- à perda no enrolamento;
- às perdas de comutação e de condução dos transistores de potência;
- à perda no capacitor e à outras perdas de condução no circuito e;
- à influência dos tempos de subida e de descida da forma de onda de tensão sobre as perdas, principalmente em frequências elevadas, onde estes tempos tornam-se uma parcela significativa de seu período.

#### 1.4.2.3 - O Método Ressonante

A figura 1.13 ilustra o diagrama de circuito empregado no método ressonante [25], onde um capacitor de baixas perdas está em série com o CST. Dentre as vantagens deste método, destacam-se :

- a pequena sensibilidade do erro de potência com relação ao erro de defasagem, já que o ângulo de defasagem é praticamente nulo e;
- o melhor casamento de impedância entre a fonte CA e o CST; portanto, a potência do amplificador pode ser muito menor do que a potência reativa no circuito.

Dentre as desvantagens deste método, destacam-se :

- a dificuldade em selecionar capacitores com pequena resistência série equivalente para a ressonância na frequência de teste;

- a necessidade de ajuste e controle da frequência ressonante a cada medição, já que a permeabilidade varia com a indução magnética e a temperatura;
- a inclusão, no cálculo da perda magnética, das perdas no enrolamento e no capacitor;
- o erro no cálculo da magnitude da indução magnética devido às quedas de tensão, a menos que o capacitor esteja em paralelo com o enrolamento primário e a medição da tensão seja realizada nos terminais do secundário;
- a dificuldade de se utilizar sensores de corrente resistivos, cujo erro de fase introduzido poderia ser corrigido, devido às intensidades de corrente envolvidas;
- sua restrição a excitação senoidal.

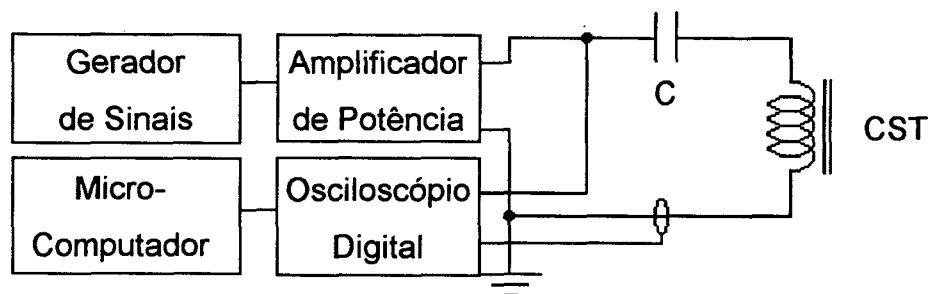


Figura 1.13 - Diagrama de circuito do método ressonante.

#### 1.4.2.4 - Caracterização com Polarização CC

A figura 1.14 mostra o circuito convencional utilizado para a caracterização da perda magnética e da permeabilidade com polarização CC. Esta polarização é realizada através da excitação em corrente de um terceiro enrolamento sobre o mesmo núcleo. O indutor de alisamento,  $L_{ce}$ , inserido no circuito de polarização deve ter valor suficientemente elevado para assegurar que a componente alternada da corrente no mesmo não contribua para a indução magnética no núcleo. Além disso, a impedância de entrada deste circuito não deve carregar o enrolamento primário. Portanto, o número de espiras do terceiro enrolamento,  $N_{ce}$ , é idealmente igual a 1. A magnitude do campo magnético de polarização é estabelecida pela intensidade da corrente CC referida ao primário e

pelos parâmetros geométricos do núcleo, podendo ser calculada através da eq. (1.7).

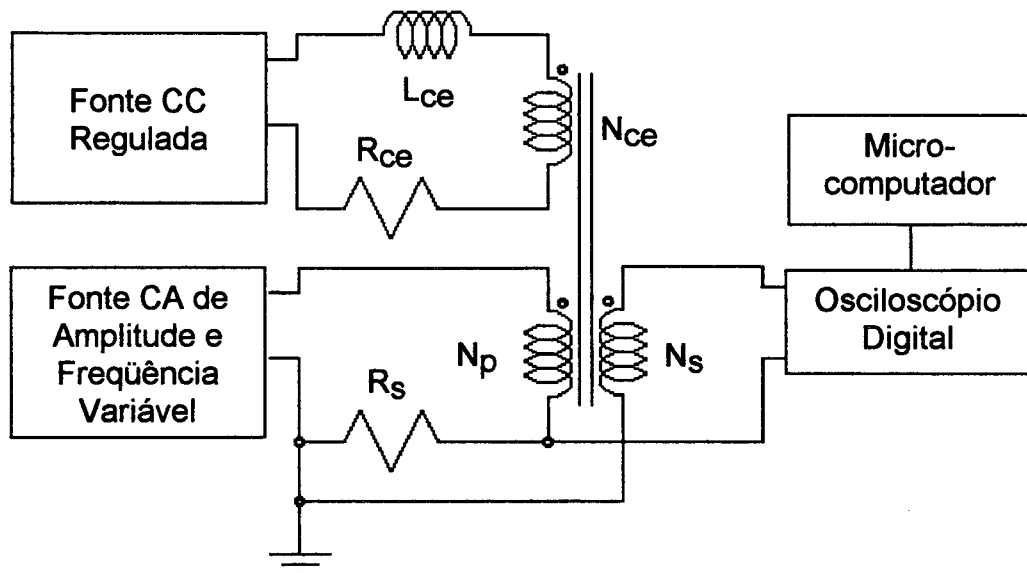


Figura 1.14 – Diagrama de circuito do método de caracterização com polarização CC.

## 1.5 - Caracterização da Perda por Correntes Circulantes

De acordo com Sano et al [30], as características do ferrite são definidas pela microestrutura do material sinterizado. A fim de se obter uma microestrutura ideal, os seguintes procedimentos são propostos :

- i - O tamanho do grão, tipicamente entre  $1 \mu\text{m}$  e  $1 \text{mm}$  [38], deve ser definido em função da frequência. Quanto maior for a frequência menor deve ser o tamanho do grão. Quanto menor for o tamanho do grão menor será a densidade volumétrica de perda do material;
- ii - A composição do grão deve ser uniforme e este deve ser livre de porosidades, a fim de reduzir a perda por histerese;
- iii - A superfície do grão deve ser revestida com um material de alta resistividade, a fim de reduzir a perda por correntes circulantes, e a espessura deste revestimento deve ser tão fina quanto possível, a fim reduzir o campo coercitivo, aumentar a permeabilidade e reduzir a perda por histerese [38];
- iv - A densidade do ferrite deve ser tão alta quanto possível, de modo a maximizar a indução magnética de saturação.

Sano et al caracterizaram as perdas por histerese e por correntes circulantes (incluindo-se nesta a perda residual), através das seguintes expressões :

$$P_{vh} = k_h \cdot f \cdot B^{y'} \quad (1.43)$$

$$P_{ve} = k_e \cdot f^{x'} \cdot B^{y''} \cdot (a^2 / \rho_f)^{x''} \quad (1.44)$$

Sendo :

- $k_h$  - coeficiente de perda por histerese
- $k_e$  - coeficiente de perda por correntes circulantes
- $a$  - aresta de um grão de ferrite (considerado cúbico) (m)
- $\rho_f$  - resistividade do ferrite ( $\Omega\text{m}$ )
- $x', x'', y', y''$  - parâmetros de caracterização

Esta caracterização foi realizada sob excitação senoidal na faixa 100 kHz a 1 MHz e com magnitudes de indução magnética iguais a 50, 75 e 100 mT, utilizando-se de núcleos toroidais com  $A_e = 0,25 \text{ cm}^2$  e  $l_e = 6,28 \text{ cm}$ . A estrutura da bancada de ensaios empregada é análoga àquela ilustrada na figura 1.13, exceto que não é utilizado o método ressonante.

A perda por histerese foi calculada a partir da área do laço de histerese do material, obtido através de um traçador B-H CC. Em geral, assume-se que a dependência da forma do laço de histerese com relação à frequência seja desprezível [29,30,31]. Dessa forma, a densidade volumétrica de perda por histerese resulta igual ao produto da área do laço pela frequência. Esta área, igual à perda de energia por ciclo e por unidade de volume, pode ser obtida através da extrapolação dos resultados obtidos para  $P_v/f$  com  $f \rightarrow 0$  [31]. A perda por correntes circulantes (incluindo-se nesta a perda residual) foi obtida medindo-se a perda total e subtraindo-se a perda por histerese.

Sano et al concluíram que quanto menor for o tamanho do grão, menor será a perda por correntes circulantes, menores serão os valores de  $k_e$  e de  $y''$  e maior será o valor de  $x'$  ( $x' \rightarrow 2$  e  $y'' \rightarrow 1,3$ ). Além disso, que a constante  $x''$  pode assumir valores negativos para materiais com grãos de maior tamanho. Curiosamente, a resistividade destes materiais apresenta um comportamento indutivo [31] com a frequência. Um comportamento capacitivo pode ser esperado com grãos de menor tamanho. Acrescenta-se que a

resistividade do ferrite diminui com a temperatura, como em materiais semicondutores.

Numa outra abordagem para a modelagem da perda por correntes circulantes, admite-se que não existem domínios magnéticos e utiliza-se a resistividade do material. Todavia, a perda calculada através de tal modelo pode resultar de duas a três vezes menor do que a perda real. O excesso de perda, provocado pela existência de correntes circulantes nos domínios, poderia ser considerado através de um ajuste (redução) na resistividade.

De acordo com Roshen [29] a densidade volumétrica de perda por correntes circulantes num núcleo cilíndrico de seção transversal  $A_e$  e resistividade  $\rho_f$ , pode ser expressa por :

$$P_{ve} = \frac{\langle v^2(t) \rangle}{8\pi\rho_f N^2 A_e} \quad (1.45)$$

Onde  $\langle v^2(t) \rangle$  representa o valor médio do quadrado da tensão aplicada sobre o enrolamento de  $N$  espiras, ou seja, o quadrado de seu valor eficaz.

Para uma forma de onda senoidal, obtém-se :

$$P_{ve} = \frac{\pi A_e}{4\rho_f} f^2 B^2 \quad (1.46)$$

E, para uma forma de onda quadrada, obtém-se :

$$P_{ve} = \frac{2A_e}{\pi\rho_f} f^2 B^2 \quad (1.47)$$

Das eqs. (1.46) e (1.47), pode-se concluir que, para a mesma frequência e mesma magnitude máxima da indução magnética, a perda por correntes circulantes com excitação senoidal é 23% maior do que aquela com excitação de onda quadrada. Isto pode ser explicado pelo fato de que, sob tais condições, a variação efetiva da indução magnética, proporcional à tensão eficaz, é maior no caso de excitação senoidal. Chen [45] observou experimentalmente este fato e atribuiu esta diferença à perda por correntes

circulantes. De fato poder-se-ia esperar o contrário, devido ao conteúdo harmônico de uma forma de onda quadrada. Das mesmas equações, observa-se também que a perda volumétrica por correntes circulantes depende da área da seção transversal do núcleo. Chen não cita as dimensões dos núcleos magnéticos utilizados e não descreve a banca da de ensaios utilizada no caso de excitação senoidal. No caso de excitação de onda quadrada, ele emprega um inversor em meia-ponte com comutação sob tensão nula. Neste caso, a medição de tensão não é realizada nos terminais de um enrolamento secundário e, para a medição de corrente, emprega-se uma sonda de corrente. Os respectivos erros de medição introduzidos por este esquema de medição foram anteriormente descritos e são seguramente diferentes daqueles com excitação senoidal. Além disso, a sensibilidade dos resultados obtidos com relação aos tempos de subida e de descida da forma de onda não foi descrita.

Das eqs. (1.26) e (1.46) ou (1.47) pode-se concluir que, sendo  $x < 2$ , então existe uma frequência de transição acima da qual a perda por correntes circulantes torna-se maior do que a soma das demais componentes de perda. Da mesma forma, conclui-se que, sendo  $y > 2$ , então esta frequência aumenta com a indução. No caso de uma tensão senoidal, esta frequência de transição é dada por :

$$f_e = \left[ \frac{4\rho f C_m}{\pi A_e B^{(2-y)}} \right]^{1/(2-x)} \quad (1.48)$$

## 1.6 - Influência da Temperatura Sobre a Perda Magnética

Mulder [28] apresentou os valores obtidos para os parâmetros  $C_m$ ,  $x$  e  $y$  para os principais ferrites da marca Philips. Estes valores foram obtidos através da técnica de regressão de mínimos quadráticos aplicada aos resultados de medição em 100°C. O autor não descreve o método de caracterização empregado.

Para a modelagem da influência da temperatura,  $T$ , do núcleo sobre a perda magnética, Mulder admitiu a seguinte relação :

$$\frac{P_v(T)}{P_v(100^\circ\text{C})} = C_2 T^2 - C_1 T + C_0 \quad (1.49)$$

com

$$P_V(100^\circ\text{C}) = C_m f^x B^y \quad (1.50)$$

A eq. (1.49) mostra que existe uma temperatura na qual a perda é mínima. Esta temperatura está tipicamente na faixa de 40 a 100°C.

## 1.7 - Fator de Desempenho do Material

De acordo com Büthker & Harper [48], na prática, uma densidade de perda magnética de 200 mW/cm<sup>3</sup> representa um nível aceitável em termos de elevação de temperatura. Então, a fim de comparar materiais, eles obtêm a curva B versus f para cada material utilizando-se daquele valor de densidade de perda. Por outro lado, Stijntjes [49] considera que sendo a potência de dimensionamento de um transformador proporcional ao produto f.B, este se torna mais interessante para efeito de comparação de materiais. Portanto, ele define o fator de desempenho do material como sendo o produto f.B calculado para uma densidade de perda de 200 mW/cm<sup>3</sup>. Para um dado material, a curva deste fator versus freqüência mostra claramente que existe uma freqüência na qual seu valor é máximo. Para freqüências inferiores ou superiores, o fator de desempenho do material diminui. Logo, este fator permite definir a faixa de freqüência onde o material apresenta melhor desempenho. De acordo com a eq. (1.26), para uma dada densidade de perda este fator é dado por :

$$f.B = \left[ \frac{P_V}{C_m} \right]^{1/y} f^{(1-x/y)} \quad (1.51)$$

Considerando-se o comportamento experimental do fator de desempenho e esta equação, fica evidente que x e y variam com a freqüência e que x torna-se maior que y a partir da freqüência na qual este fator é máximo. Cabe ressaltar, que a caracterização da perda através da eq. (1.26) pode envolver resultados de medição em largas faixas de freqüência. A freqüência superior de uma faixa pode ser estabelecida em função de um desvio padrão máximo admitido para a referida caracterização. Nesta faixa de freqüência admite-se que os valores obtidos para os parâmetros C<sub>m</sub>, x e y são constantes.



## 1.8 - Princípios do Sistema Implementado para a Medição e Caracterização da Perda Magnética

A figura 1.15 ilustra, esquematicamente, o sistema implementado para a medição e caracterização da perda em ferrites. Apesar de que nesta figura esteja mostrado apenas o caso de excitação senoidal, os programas computacionais desenvolvidos aplicam-se também ao caso de excitação de onda quadrada. Neste caso, um inversor, cuja tensão e frequência pudessem ser automaticamente controladas, por exemplo, através do gerador de funções, poderia ser utilizado como fonte de excitação.

O componente sob teste (CST) é um transformador de dois enrolamentos com núcleo de ferrite toroidal. As dimensões deste núcleo são suficientemente pequenas a fim de que a respectiva perda por correntes circulantes seja desprezível e a indução magnética em sua seção transversal seja uniforme. Tipicamente, os núcleos utilizados tem diâmetro externo entre 20 e 30 mm. Os enrolamentos têm igual número de espiras e estas são intercaladas, igualmente espaçadas e o mais próximo possível ao núcleo. Esta configuração permite uma avaliação mais precisa da indução, pois tende a evitar que o fluxo de dispersão do enrolamento primário concatene as espiras do secundário, como acontece na configuração bifilar, e que uma corrente de fuga percorra a capacitância parasita interenrolamentos.

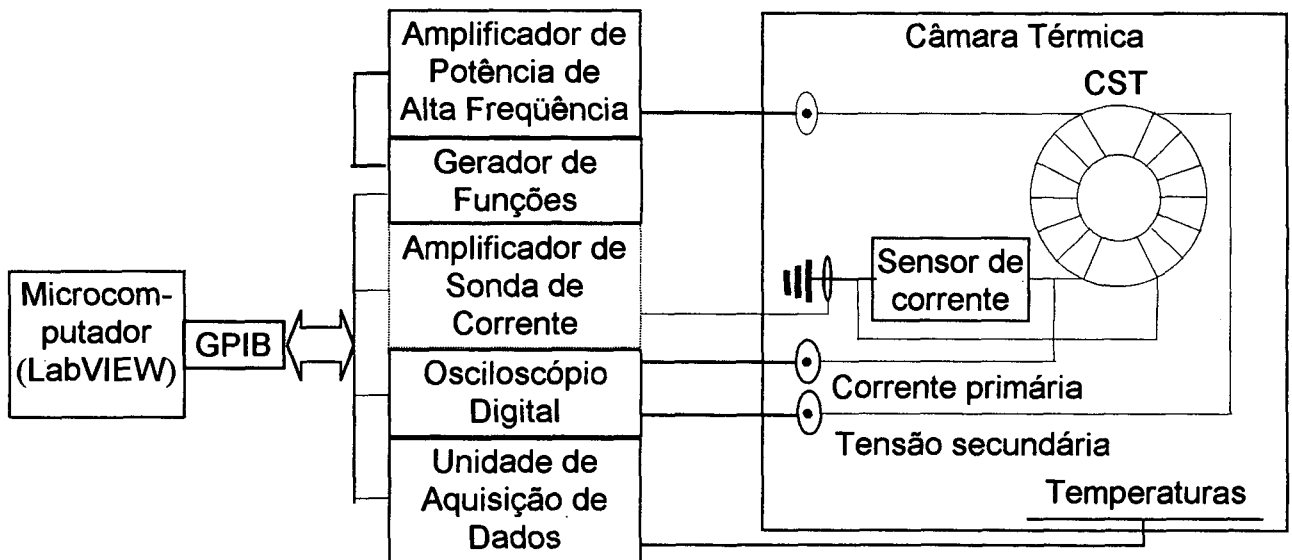


Figura 1.15 - Sistema de medição e de caracterização da perda em ferrites.

Durante a medição, a tensão no enrolamento secundário a circuito aberto, a corrente no enrolamento primário e as temperaturas de interesse são adquiridas. Com isto, pode-se calcular a perda magnética e determinar as formas de onda da indução e do campo magnético. Estas formas de onda são determinadas, respectivamente, a partir da tensão nos terminais do enrolamento secundário e da corrente no primário. Um circuito de medição foi realizado a fim de permitir a utilização de cabos coaxiais para a aquisição de tensão e de corrente e para a alimentação do CST. Para a detecção de temperatura utiliza-se termopares. A tensão no enrolamento secundário é detectada através de um divisor de tensão, a fim de evitar que este enrolamento seja carregado pelo cabo coaxial e pelo canal do osciloscópio conectados ao mesmo. A sonda constituída pelo divisor de tensão e pelo cabo coaxial é compensada em frequência para cada temperatura de medição. A corrente no circuito primário é detectada diretamente através de uma sonda de corrente ou calculada a partir da tensão num sensor de corrente resistivo. Neste caso, utiliza-se a transformada rápida ou discreta de Fourier. Os cabos coaxiais utilizados para a medição de tensão e de corrente têm praticamente o mesmo comprimento elétrico, a fim de evitar que uma defasagem adicional seja introduzida entre estes sinais. Estes cabos e aquele de alimentação do CST podem ser empregados em temperaturas de até 160°C.

Programas computacionais específicos foram desenvolvidos para aquisição e análise de dados de medição, para o cálculo e apresentação de resultados e também para o controle dos equipamentos envolvidos, quais sejam: o gerador de funções (Hewlett-Packard 8116A), o osciloscópio digital (LeCroy 9400A), a unidade de aquisição de dados (Fluke Hydra 2620A) e o amplificador de sonda de corrente (Tektronix AM5030). A comunicação entre o microcomputador e estes equipamentos se dá através de uma interface GPIB (General Purpose Interface Bus, padrão IEEE 488) tipo AT/TNT [50]. Para o desenvolvimento dos referidos programas, denominados instrumentos virtuais (IVs), foi utilizado o ambiente LabVIEW versão 4.0 (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench) [51] para Windows 95, o qual baseia-se numa linguagem de diagramas de blocos denominada G. Estes programas, os quais aplicam-se também ao caso de excitação de onda quadrada, incluem rotinas para o cálculo da tensão no enrolamento secundário e da corrente no enrolamento primário em função dos parâmetros do divisor de tensão, dos cabos coaxiais e do sensor de corrente. Todos os IVs implementados foram testados, alguns individualmente e outros como parte integrante do IV principal e, após as devidas correções, seu perfeito funcionamento foi verificado.

Um amplificador de potência de 120 V, 1,5 A e 320 kHz foi desenvolvido. Apesar de ter apresentado o comportamento esperado na faixa de 10 kHz a 250 kHz sob carga resistiva, os resultados obtidos sob carga indutiva foram insatisfatórios. Utilizando-se de um estudo teórico com base nos dados do material 3C8 [52], optou-se pela compra de um amplificador (Amplifier Research modelo 25A250A) de 35 W e com faixa de frequência de 10 kHz a 250 MHz. Infelizmente, o catálogo do fabricante [53] não especifica a tensão e a corrente nominais de saída. Por outro lado, verificou-se que este amplificador mantém a corrente no circuito primário praticamente senoidal. Portanto, para uma dada frequência, a forma de onda da tensão no circuito secundário apresenta-se distorcida a partir de uma dada amplitude, tendo em vista as características não-lineares do material magnético. Com isto, o valor máximo da indução magnética de teste torna-se limitado devido à conseqüente distorção em sua forma de onda.

A fim de obter as informações que permitissem calcular a tensão no enrolamento secundário e a corrente no enrolamento primário em função dos sinais de tensão e de corrente adquiridos e, portanto, realizar as devidas correções de erros de defasagem e de amplitude, foi feita a caracterização dos componentes do sistema e definidos seus parâmetros de circuito equivalente, como descreve-se a seguir.

### **1.8.1 – Caracterização dos Componentes do Sistema**

Utilizando-se de um analisador de redes (Hewlett-Packard 8753D), os cabos coaxiais, o divisor de tensão e os vários sensores de corrente resistivos disponíveis foram caracterizados e seus parâmetros de circuito equivalente definidos. Estes parâmetros, apresentados a seguir, representam a média de 50 aquisições a 1,3 MHz. Durante sua obtenção utilizou-se a correção para circuito aberto, curto-circuito e carga ( $50 \Omega$ ) do analisador de redes a fim de considerar o cabo coaxial inserido entre este e o componente sob teste [54]. O analisador, o qual é acompanhado de suas impedâncias de correção (circuito aberto, curto-circuito e carga de  $50 \Omega$ ), calcula a impedância do componente sob teste de acordo com a eq. (1.52). Os parâmetros obtidos para o sensor de corrente utilizado estão apresentados na tabela 1.1. Este sensor, de  $50 \Omega$ , foi escolhido tendo em vista que a relação sinal/ruído da tensão no mesmo é maior que aquela obtida com os demais sensores disponíveis de 0,25, 1, 10 e 20  $\Omega$ . O sensor, montado sobre dissipador, pode dissipar até 10 W e sua tolerância é de  $\pm 1\%$ .

$$Z = Z_{50\Omega} \frac{(Z_{ca} - Z'_{50\Omega})(Z' - Z_{cc})}{(Z'_{50\Omega} - Z_{cc})(Z_{ca} - Z')} \quad (1.52)$$

Sendo :

$Z$  - impedância do componente sob teste corrigida (verdadeira)

$Z'$  - impedância do componente sob teste medida

$Z_{ca}$  - impedância medida em circuito aberto

$Z_{cc}$  - impedância medida em curto-circuito

$Z_{50\Omega}$  - impedância padrão de  $50\Omega$  (verdadeira)

$Z'_{50\Omega}$  - impedância padrão de  $50\Omega$  medida

Tabela 1.1 - Parâmetros do sensor de corrente de  $50\Omega$  (Caddock Electronics, Inc. modelo MP930).

Resistência ( $\Omega$ )		Indutância série (nH)	
25°C	100°C	25°C	100°C
49,898	49,942	17,21	17,21

Para obtenção dos parâmetros dos cabos coaxiais foram realizados testes de curto-circuito e em circuito aberto. Os resultados, apresentados na tabela 1.2, foram obtidos como na montagem real, ou seja, com apenas parte dos cabos inseridos na câmara térmica. Utilizando-se das impedâncias de curto-circuito e de circuito aberto, obtêm-se os valores para as impedâncias características destes cabos, as quais são idênticas e de valores iguais a  $51\Omega$ , a  $25^\circ\text{C}$ , e a  $53\Omega$ , a  $100^\circ\text{C}$ . Estes cabos têm comprimentos mecânicos idênticos, iguais a 1m, enquanto que o cabo coaxial de alimentação tem comprimento mecânico de 1,5 m.

Tabela 1.2 - Parâmetros de circuito equivalente dos cabos coaxiais utilizados para a aquisição de corrente e de tensão.

Resistência série ( $\Omega$ )		Indutância série (nH)		Capacitância paralela (pF)	
25°C	100°C	25°C	100°C	25°C	100°C
0,145	0,200	256	264	96	93

Os testes para determinação do comprimento elétrico dos cabos, conduziram aos resultados apresentados na tabela 1.3, os quais representam a média de 50 aquisições a 1,5 GHz. Desta tabela, verifica-se que o atraso relativo dos sinais é de 18,6 ps. Portanto, a 2,5 MHz, por exemplo, o erro de defasagem devido a diferença no comprimento elétrico dos cabos é de  $0,01674^\circ$ , ou seja, desprezível.

Tabela 1.3 - Comprimento elétrico e atraso do sinal nos cabos coaxiais utilizados para a aquisição de tensão e de corrente.

Comprimento elétrico (m)		Atraso (ns)	
Cabo coaxial 1	Cabo coaxial 2	Cabo coaxial 1	Cabo coaxial 2
1,3897	1,3952	4,6354	4,6540

Um resistor em paralelo com um capacitor de capacitância variável foi conectado em série com o cabo coaxial no circuito secundário a fim de formar um divisor de tensão com a impedância de entrada do osciloscópio. A resistência deste resistor é dada na tabela 1.4. A sonda, constituída pelo divisor de tensão e cabo coaxial, é compensada em frequência para cada temperatura de medição. Isto é realizado através do ajuste da referida capacitância. O circuito equivalente à conexão do divisor de tensão, cabo coaxial e osciloscópio é mostrado na figura 1.16.

Tabela 1.4 – Resistência do resistor utilizado no divisor de tensão.

Resistência ( $M\Omega$ )	
25°C	100°C
9,796	10,270

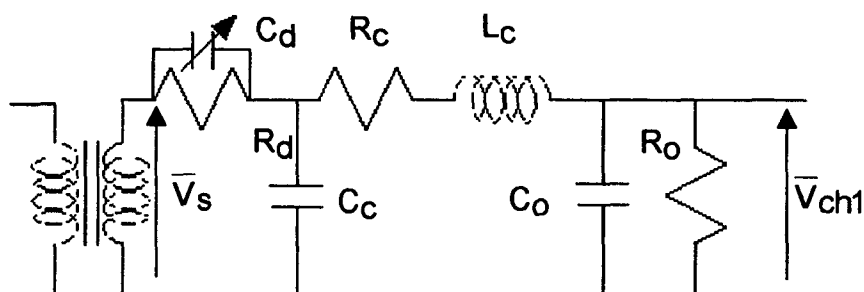


Figura 1.16 - Circuito equivalente à conexão do divisor de tensão, cabo coaxial e osciloscópio (canal 1).

Neste circuito, o efeito dos parâmetros série do cabo coaxial sobre a tensão no enrolamento secundário é desprezível. Portanto, esta tensão pode ser expressa por :

$$\bar{V}_s = \left(1 + \frac{R_d}{R_o} \frac{1 + j\omega R_o(C_o + C_c)}{1 + j\omega R_d C_d}\right) \bar{V}_{ch1} \quad (1.53)$$

com

$$\omega = 2\pi f \quad (1.54)$$

Sendo :

$f$  - freqüência (Hz)

$R_d$  - resistência do divisor de tensão ( $\Omega$ )

$C_d$  - capacitância do divisor de tensão (F)

$R_o$  - resistência de entrada do osciloscópio ( $\Omega$ )

$C_o$  - capacitância de entrada do osciloscópio (F)

$C_c$  - capacitância do cabo coaxial (F)

$\bar{V}_{ch1}$  - fasor tensão adquirida através do canal 1 do osciloscópio (V)

Com a compensação em freqüência da sonda de tensão, a eq. (1.53) pode ser simplificada e resulta :

$$\bar{V}_s = \left(1 + \frac{R_d}{R_o}\right) \bar{V}_{ch1} \quad (1.55)$$

A impedância de entrada de ambos os canais do osciloscópio constitui-se de um resistor de 1 M $\Omega$  em paralelo com um capacitor de 50 pF. Se a atenuação da sonda de tensão é especificada como sendo igual a 10, então o cálculo da tensão no enrolamento secundário envolve apenas a devida correção que, em função dos dados da tabela 1.4, será igual a 1,0796, para 25°C, e 1,1270, para 100°C. Por sua vez, o cálculo da corrente no enrolamento primário é descrito no item 1.8.2.4.

Os testes para verificação do atraso relativo de sinais introduzido pelos circuitos de ambos os canais do osciloscópio permitiram concluir que, se este atraso existe, ele é desprezível para a faixa de freqüências de interesse.

As características gerais do programa principal são apresentadas a seguir. A descrição detalhada deste programa e de seus subprogramas encontra-se relatada em [46].

### 1.8.2 – Características Gerais do Programa Principal

O programa principal (IV principal) constitui-se de duas estruturas análogas as quais são executadas em seqüência. A primeira delas, tem por objetivo :

- i. Construir conjuntos de dados que permitam automatizar, na segunda estrutura, o ajuste da tensão de saída do gerador de funções e das escalas do osciloscópio e do amplificador de sonda de corrente. Estes conjuntos de dados compreendem :
  - Valores para a tensão de saída do gerador de funções;
  - Valores de V/div do canal 1 do osciloscópio e;
  - Valores de pico da corrente no enrolamento primário do CST.
- ii. Ajustar a tensão de saída do gerador de funções a fim de adequar a indução magnética de teste ao valor desejado. A precisão adotada neste caso é de  $\pm 5\%$ . Este ajuste é necessário tendo em vista as variações do ganho do amplificador com a freqüência e com a tensão de entrada.
- iii. Verificar se os níveis de tensão, de corrente e de temperatura atendem às especificações dos aparelhos e componentes envolvidos e do usuário. Este é alertado pela respectiva mensagem e a execução do programa é interrompida caso seja ultrapassado o valor máximo relativo a :
  - Amplitude da tensão ou corrente de saída do amplificador;
  - Amplitude da tensão de saída do gerador de funções;
  - Potência do resistor sensor de corrente (caso este seja utilizado) ou ao
  - Ajuste de escalas do osciloscópio (V/div) ou caso a
  - Temperatura monitorada esteja fora da faixa predefinida.

Esta verificação é realizada durante o processo de ajuste da tensão de saída do gerador de funções.

Os conjuntos de dados referidos no item i são bidimensionais, já que com-

portam valores para cada freqüência e indução magnética de teste. Especificamente, o último destes conjuntos é empregado para ajustar, na segunda estrutura, as escalas do amplificador de corrente, caso este seja utilizado, ou do canal 2 do osciloscópio, caso seja utilizado um sensor de corrente resistivo. O ajuste de escalas tem por objetivo aumentar a precisão do processo de digitalização sobre a escala vertical do osciloscópio. Na primeira estrutura utiliza-se dos ajustes máximos de escala previstos em cada caso. Nesta estrutura, o valor de V/div do canal 1 e o valor inicial da tensão de saída do gerador de funções são calculados. Para cada freqüência de teste, a indução magnética é variada, a partir de seu valor inicial, até que seja atingida a máxima densidade de perda no núcleo ou seu valor final. Isto significa que o número de valores em cada linha destes conjuntos depende da freqüência de teste.

A segunda estrutura tem por objetivo realizar o ciclo definitivo de medições. Esta estrutura utiliza-se dos conjuntos de dados gerados na estrutura anterior para o ajuste automático da tensão de saída do gerador de funções e das escalas do osciloscópio e, se for o caso, do amplificador de corrente para cada valor de indução e de freqüência de teste. Cabe ressaltar que, devido ao ruído presente nas formas de onda, não é possível utilizar-se de escalagens ótimas, iguais a um quarto dos valores de pico das formas de onda. Estas escalagens foram fixadas de modo que estes valores de pico atinjam, no mínimo, 40% e 50% da plena escala para os canais 1 e 2, respectivamente. Com isto, os respectivos erros máximos na digitalização vertical, a qual é realizada em 16 "bits", são iguais a 0,0038% e 0,0031%. A freqüência de amostragem do osciloscópio utilizado é igual a 100 MHz para uma larga faixa de freqüência de excitação e são adquiridos 32000 pontos por canal. A fim de reduzir o efeito daquele ruído sobre o cálculo da perda, as formas de onda adquiridas são, de fato, iguais a média aritmética, em um número de recorrências predefinido, das respectivas formas de onda reais. O número de medições a ser realizado para cada freqüência de teste é definido pelo número de valores em cada linha destes conjuntos de dados. As condições apresentadas no item iii são também verificadas, exceto aquelas relativas as tensões de saída do gerador de funções e do amplificador, e as mesmas ações são tomadas.

Em ambas as estruturas as temperaturas de interesse são continuamente monitoradas. A fim de evitar uma excessiva elevação de temperatura, o gerador de funções é desabilitado após cada aquisição e um atraso ajustável entre aquisições é permitido. Em cada aquisição os valores reais da freqüência e da indução magnética de teste são determinados e a análise harmônica da tensão no enrolamento secundário é realiza-



da. Os valores instantâneos do campo magnético e da indução magnética são também calculados e pode-se traçar, além das formas de onda de tensão e de corrente adquiridas, o respectivo ciclo de histerese. Estes gráficos e aqueles relativos à temperatura monitorada e ao espectro harmônico da tensão no enrolamento secundário estão disponíveis apenas na segunda estrutura. Na primeira estrutura pode-se ainda, se desejado, verificar se a distorção harmônica da tensão no enrolamento secundário ultrapassa a um valor máximo preestabelecido.

Finalmente, após todo o ciclo de medição, o programa permite, a partir dos resultados de medição, realizar a caracterização da perda através da eq. (1.56) [28]. Para tal emprega-se o método de minimização do erro quadrático para o cálculo dos parâmetros  $C_m$ ,  $x$  e  $y$ . Este cálculo é realizado, inicialmente, para cada frequência em particular e depois para o conjunto de dados como um todo. O programa permite também traçar os gráficos da perda obtida através de medição e daquela obtida através da eq. (1.56). Estes gráficos são traçados em função da indução magnética e parametrizados pela frequência.

$$P_V = C_m f^x B^y \quad (1.56)$$

Sendo :

$P_V$  - densidade volumétrica de perda magnética ( $\text{mW/cm}^3$ )

$f$  - frequência (Hz)

$B$  - magnitude da indução magnética (T)

### 1.8.2.1 - Dados de Entrada

O programa principal, cuja interface com o usuário, ilustrada na figura 1.17, denomina-se painel frontal, exige os seguintes dados de entrada :

- Tipo do termopar utilizado (padrão :K);
- Número de pontos no componente cuja temperatura deve ser monitorada (padrão :1);
- Canal (ponto) a monitorar (padrão :1);
- Valores máximo e mínimo admissíveis para a temperatura;
- Nível de "trigger" do osciloscópio (padrão :0);

- Atenuação das sondas de corrente (canal 2) e de tensão (canal 1) (padrão :1 e 10, respectivamente);
- Forma de onda de excitação (padrão :senoidal);
- Compensação do ganho da sonda de corrente (padrão :1);
- Vetor ganho máximo do amplificador em cada frequência;
- Corrente e tensão de saída máximas do amplificador (padrão :50V e 1,5A);
- Número de períodos a serem adquiridos ( $\geq 3$ ) (padrão :4);
- Atraso entre aquisições em minutos;
- Número de espiras do enrolamento primário;
- Número de espiras do enrolamento secundário;
- Área efetiva da seção transversal do núcleo;
- Comprimento efetivo do circuito magnético;
- Resistência, indutância e potência do sensor de corrente resistivo;
- Número de harmônicas a serem incluídas no cálculo da distorção harmônica total da tensão no enrolamento secundário (padrão :5);
- Número de frequências de teste e seus valores inicial e final;
- Número máximo de induções de teste e seus valores inicial e final;
- Densidade máxima de perda no núcleo (padrão :1000 mW/cm<sup>3</sup>) e;

A dimensão do “vetor ganho máximo do amplificador em cada frequência” é igual ao número de frequências de teste. O  $i$ -ésimo elemento deste vetor é calculado para a tensão de saída, na  $i$ -ésima frequência de teste, correspondente à máxima indução magnética de teste.

Para a grande maioria dos dados de entrada dos IVs relativos aos equipamentos são utilizados valores predefinidos (padrões), apesar de que o usuário pode redefini-los quando julgar necessário. O usuário pode ainda especificar ou utilizar-se de valores predefinidos para :

- O método de integração a ser utilizado, por exemplo, no cálculo da indução magnética e da perda, estando disponíveis os métodos: Trapezoidal, de Simpson, de Simpson 3/8 e de Bode (Padrão :Simpson);
- A janela de alisamento (smoothing window) para realização da análise harmônica da tensão no enrolamento secundário, estando disponíveis

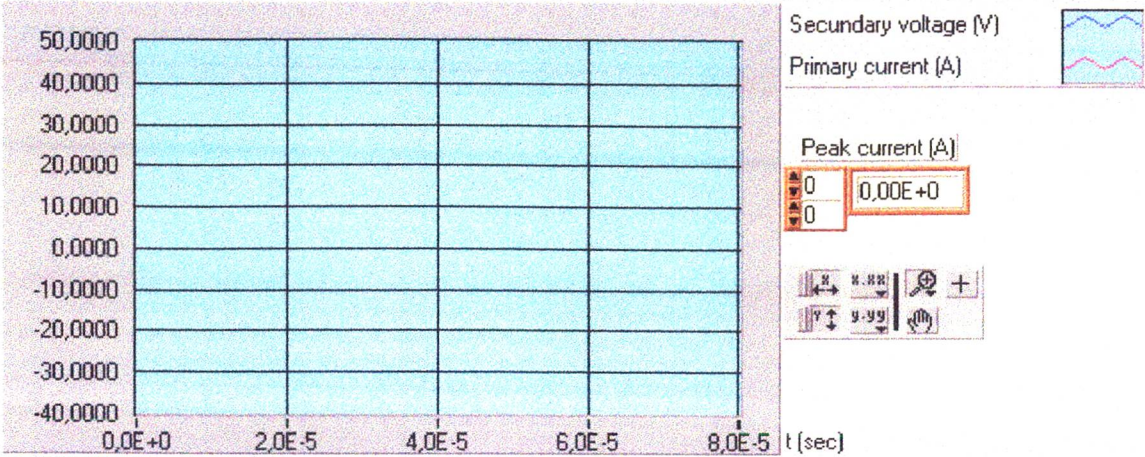
as janelas : Uniforme, de Hanning, de Hamming, de Blackman-Harris, de Blackman exata, de Blackman, flat top, four term Blackman-Harris e seven term Blackman-Harris (Padrão :Hanning) e;

- O algoritmo para solução das equações normais relativas a minimização do erro quadrático no processo de caracterização da perda, estando disponíveis os algoritmos :de Cholesky (SVD factorization), de Givens, de Givens 2 (fast Givens), de Householder e LU factorization (Padrão :Givens).

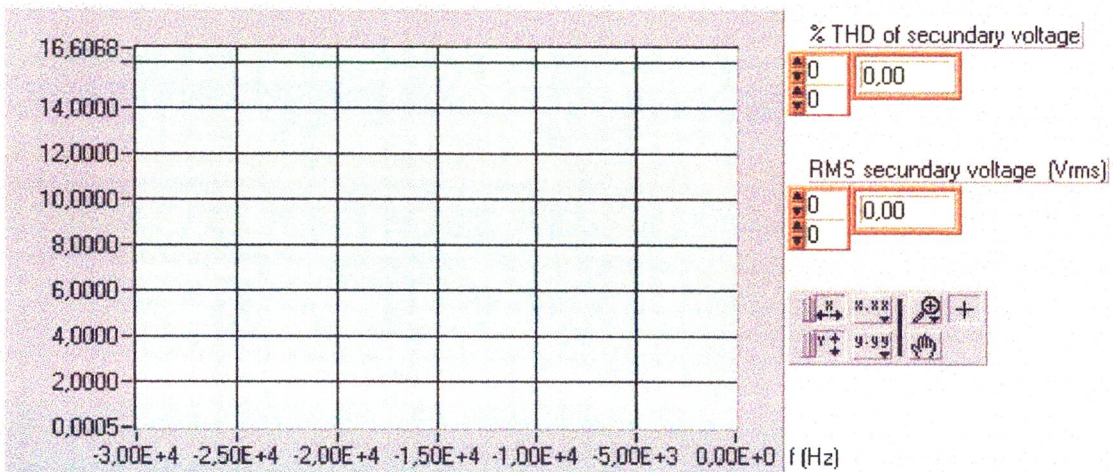
High Frequency Core Loss Measurement System				
INSTRUMENTS DATA				
Data Acquisition Unit Fluke Hydra 2620A				GPB 1
Thermocouple type	# of temperature measurement points		Channel to monitor	
K	1		1	
Temperature (deg C)	Standard Deviation	Temperature History	> Channel	Range
Present	Mean	(deg C)	1	High
125,0- 100,0- 75,0- 50,0- 25,0- 0,0-	125,0- 100,0- 75,0- 50,0- 25,0- 0,0-	10,0- 8,0- 6,0- 4,0- 2,0- 0,0-	125,0- 100,0- 75,0- 50,0- 25,0- 0,0-	100,0- (deg C)
0,00	0,00	0,00		Low
				80,0- (deg C)
Digital Oscilloscope LeCroy 9400A				GPB 2
Trigger level	CH1 attenuation	CH2 attenuation		
0,00 (div)	1000- 100- 10- 1-	1000- 100- 10- 1-		
Function Generator Hewlett-Packard 8116A				GPB 3
Excitation waveform				
sinusoidal				
Current Probe Amplifier Tektronix AM5030				GPB 4
Is a current probe used?	Is the AM 5030 amplifier used?	Trim adjustment		
NO	NO	1,00		
The current probe degaussing and autobalancing procedure must be carried out previously				

(a)

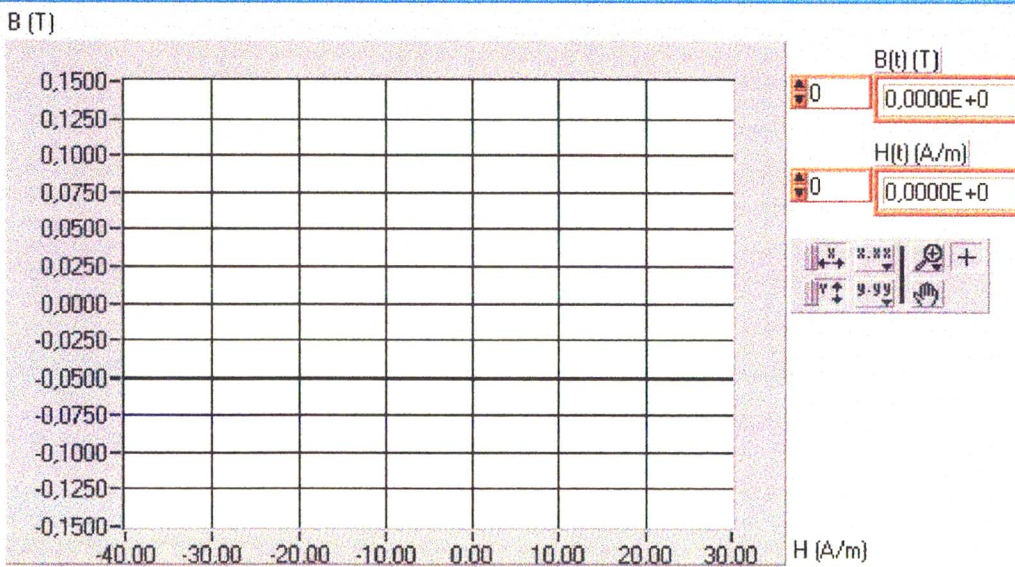
## VOLTAGE AND CURRENT



## HARMONIC ANALYSIS



## HYSTERESIS LOOP



(c)

- Configuração do osciloscópio digital, aquisição e apresentação gráfica das formas de onda de tensão e corrente e cálculo do período de amostragem;
- Cálculo da corrente no sensor resistivo, da frequência real de teste, da dimensão dos vetores tensão e corrente adquiridas (em função do número de períodos a serem considerados), da densidade de perda no núcleo e detecção do valor de pico da corrente no circuito primário e da tensão no sensor resistivo;
- Análise harmônica, cálculo da distorção harmônica total e apresentação gráfica do espectro de frequências da tensão no enrolamento secundário;
- Cálculo do valor de  $V/div$  do canal 1 do osciloscópio e do valor eficaz da tensão no enrolamento secundário;
- Cálculo dos valores instantâneos da indução magnética e do campo magnético, apresentação gráfica do ciclo de histerese e detecção do valor de pico da indução e;
- Caracterização da perda no núcleo e apresentação gráfica da perda obtida por medição e por caracterização em função da indução magnética e parametrizada pela frequência.

### 1.8.2.3 - Dados de Saída

O programa principal apresenta os seguintes dados de saída :

- Valor atual, valor médio, desvio padrão e gráfico da temperatura monitorada;
- Conjunto de valores da distorção harmônica total para todo o ciclo de medição e gráfico do espectro harmônico da tensão no enrolamento secundário a cada iteração do ciclo;
- Conjunto de valores eficazes da tensão no enrolamento secundário para todo o ciclo de medição;
- Conjunto de valores de pico da corrente no circuito primário para todo o ciclo de medição;
- Conjunto de valores instantâneos do campo magnético e da indução

$$P_V = \frac{10^3}{V_e} \frac{1}{n_p T} \int_0^{n_p T} \frac{N_p}{N_s} v_s(t) i_p(t) dt \quad (1.57)$$

com

$$V_e = A_e l_e \quad (1.58)$$

Sendo :

$P_V$  - densidade volumétrica de perda magnética (mW/cm<sup>3</sup>)

$n_p$  - número de períodos a serem adquiridos

$T$  - período (s)

$l_e$  - comprimento efetivo do circuito magnético (cm)

$A_e$  - área efetiva da seção transversal do núcleo (cm<sup>2</sup>)

$V_e$  - volume efetivo do núcleo (cm<sup>3</sup>)

$N_p$  - número de espiras do enrolamento primário

$N_s$  - número de espiras do enrolamento secundário

$v_s(t)$  - tensão no enrolamento secundário (V)

$i_p(t)$  - corrente no enrolamento primário (A)

$dt$  - período de amostragem (s)

O cálculo do período das formas de onda de excitação é realizado de acordo com a seguinte expressão :

$$T = \Gamma dt \quad (1.59)$$

Sendo :

$\Gamma$  - número médio de aquisições por período

O período de amostragem é calculado no subprograma relativo ao osciloscópio digital. Este período, tipicamente igual a 10 ns, depende do tempo de base que, por sua vez, é fixado em função da frequência. Para o cálculo do número médio de aquisições por período, os valores de pico da tensão no enrolamento secundário são detectados e já que os índices destes valores no vetor tensão são conhecidos, resulta :

$$Y_k = \frac{1}{R_0} + \frac{R_s}{R_s + (k\omega L_s)^2} + jk\omega(C_c + C_0 - \frac{L_s}{R_s + (k\omega L_s)^2}) \quad (1.63)$$

com

$$\omega = 2\pi f \quad (1.64)$$

Sendo :

$f$  - frequência (Hz)

$R_s$  - resistência do sensor de corrente ( $\Omega$ )

$L_s$  - indutância do sensor de corrente (H)

$R_0$  - resistência de entrada do osciloscópio ( $\Omega$ )

$C_0$  - capacitância de entrada do osciloscópio (F)

$C_c$  - capacitância do cabo coaxial (F)

Estes três últimos parâmetros são dados de entrada deste subprograma e seus valores estão definidos para o atual sistema como padrões.

A eq. (1.63) representa a admitância equivalente do sensor de corrente em paralelo com aquela da capacitância do cabo coaxial e com a admitância de entrada do canal 2 do osciloscópio. De acordo com o circuito mostrado na figura 1.18 (a), representado pelo seu equivalente na figura 1.18 (b), a admitância de transferência seria dada pela seguinte expressão :

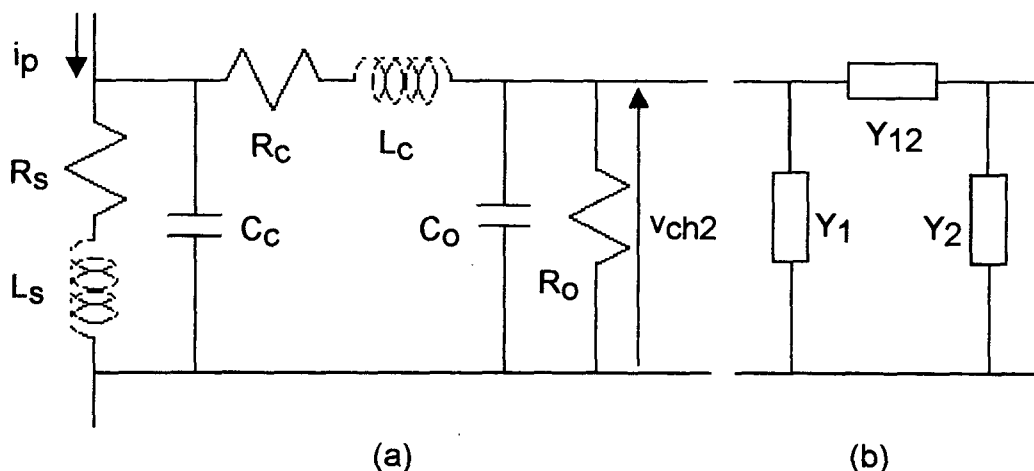


Figura 1.18 - Circuito equivalente a conexão do sensor de corrente, cabo coaxial e osciloscópio (canal 2).

Sendo :

$f_a$  - frequência de amostragem (Hz)

$$[Y(w)] = [Y_0 \ Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_{k-2} \ Y_{k-1} \ Y_k \ Y_{-(k-1)} \ Y_{-(k-2)} \ \dots \ Y_{-2} \ Y_{-1}] \quad (1.68)$$

$$[Y(w)] = [Y_0 \ Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_{k-1} \ Y_k \ Y_{-k} \ Y_{-(k-1)} \ \dots \ Y_{-2} \ Y_{-1}] \quad (1.69)$$

### 1.8.2.5 - Subprograma para Determinação do Ciclo de Histerese

O subprograma para determinação do ciclo de histerese calcula os valores instantâneos do campo magnético e da indução magnética no núcleo, detecta o valor de pico desta variável e apresenta graficamente o respectivo ciclo. Estes cálculos são realizados, respectivamente, de acordo com as seguintes expressões :

$$H(t) = \frac{N_p i_p(t)}{10^{-2} l_e} \quad (1.70)$$

$$B(t) = \frac{1}{10^{-4} A_e N_s} \left\{ \int v_s(t) dt - \frac{1}{nT} \int_0^{nT} \left[ \int v_s(t) dt \right] dt \right\} \quad (1.71)$$

Sendo :

$H(t)$  - campo magnético (A/m)

$B(t)$  - indução magnética (T)

Note-se que o cálculo da indução magnética através da eq. (1.71) exclui sua componente CC devida ao valor inicial de tensão. O valor de pico detectado representa o valor real da indução magnética de teste.



sistema de medição encontra-se relatada em [46].

Os ensaios do material 3C8 foram realizados na faixa de freqüências de 20 a 100 kHz e na faixa de induções de 20 a 200 mT e em temperaturas de 25 e de 100°C. O número de freqüências e de induções magnéticas de teste foi especificado como sendo igual a 8 e 9, respectivamente. Portanto, os incrementos de freqüência e de indução magnética foram iguais a 10 kHz e 20 mT. Foi utilizado um núcleo toroidal 846T250 cujas dimensões foram medidas e os seguintes parâmetros efetivos calculados :

$$A_e = 0,262 \text{ cm}^2$$

$$l_e = 5,66 \text{ cm}$$

Os enrolamentos primário e secundário foram ambos realizados com 5 espiras de condutor circular simples. Os parâmetros do sensor de corrente utilizado são dados na tabela 1.1 e para os demais dados de entrada do programa principal foram utilizados valores predefinidos.

As figuras 1.20 (a) e (b) mostram os resultados obtidos para o material 3C8. Nestas e nas demais figuras que se seguem, os valores reais de freqüência são aqueles apresentados na tabela 1.5. Os resultados a 100°C apresentam estreita concordância com aqueles fornecidos pelo fabricante, os quais são mostrados na figura 1.21 [52]. O fabricante não fornece resultados de medição a 25°C e não descreve o sistema de medição utilizado. Entretanto, apresenta a seguinte expressão para o cálculo da densidade volumétrica de perda magnética [28] :

$$P_V = 16,7 \times 10^{-3} f^{1,3} B^{2,5} (1,83 - 0,02T + 1,17 \times 10^{-4} T^2) \quad (1.72)$$

Sendo :

$P_V$  - densidade volumétrica de perda magnética ( $\text{mW}/\text{cm}^3$ )

$f$  - freqüência (Hz)

$B$  - valor de pico da indução magnética (T)

$T$  - temperatura (°C)

A eq. (1.72) foi obtida através do método de regressão de mínimos quadráticos para a mesma faixa de freqüências e de densidades de fluxo e sua precisão é em torno de  $\pm 25\%$ . A precisão do sistema de medição do fabricante foi definida em relação a

$$P_V = 23,43 \times 10^{-3} f^{1,3} B^{2,5} \quad (25^\circ\text{C}) \quad (1.73)$$

$$P_V = 16,7 \times 10^{-3} f^{1,3} B^{2,5} \quad (100^\circ\text{C}) \quad (1.74)$$

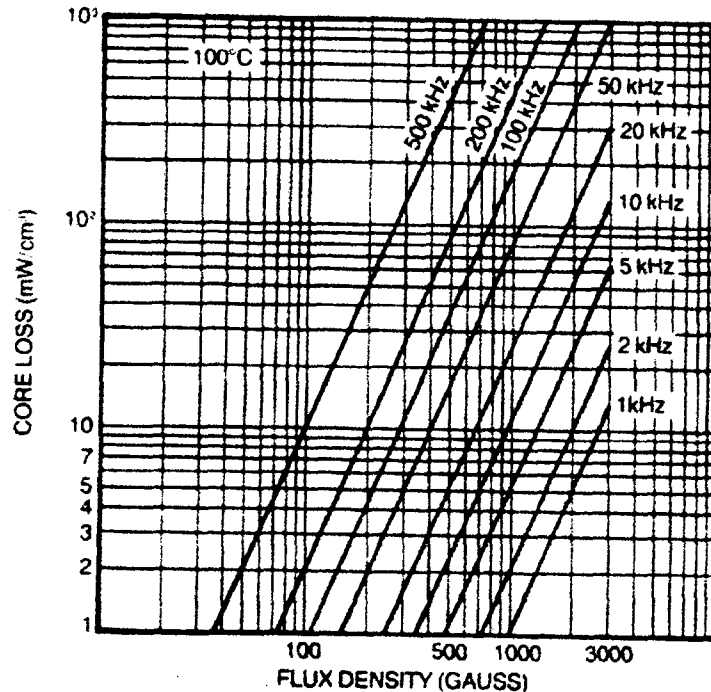


Figura 1.21 - Densidade volumétrica de perda magnética no material ferrite 3C8 de acordo com o catálogo do fabricante (1 mT = 10G).

O subprograma desenvolvido para realizar a caracterização da perda não permite adotar restrições para os parâmetros a determinar, quais sejam,  $C_m$ ,  $x$  e  $y$ . Na maioria dos casos, isto provoca a não convergência da solução ou leva a resultados fisicamente incoerentes já que deve-se ter  $x \geq 1$  e  $y \geq 2$ . Tendo em vista estes problemas, optou-se pela utilização do programa Excel [55], no qual a respectiva rotina de regressão não-linear, denominada "Solver", permite definir restrições para os referidos parâmetros. O objetivo a ser atingido por esta rotina foi definido como sendo o de minimização do erro quadrático médio, ou seja, o mesmo que aquele do referido subprograma. Para que os resultados de medição pudessem ser lidos diretamente pelo programa Excel, estes foram armazenados no formato ASCII.

As tabelas 1.6 e 1.7 mostram os resultados obtidos para os referidos parâmetros em algumas condições de restrição. Nestas tabelas, o erro refere-se ao erro quadrático médio. Destas tabelas, verifica-se que o menor erro quadrático médio ocorre com

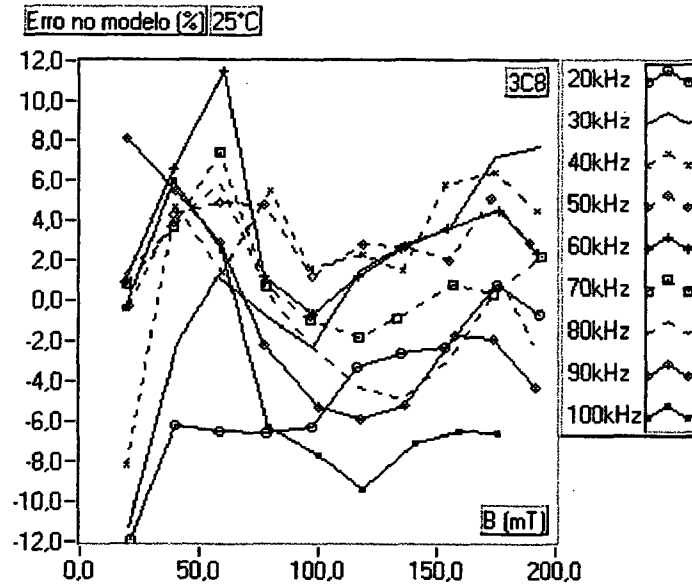


Figura 1.22 - Erro no modelo com  $C_m = 1,4739 \times 10^{-1}$ ,  $x = 1,1283$  e  $y = 2,5335$  com relação aos respectivos resultados experimentais a 25°C.

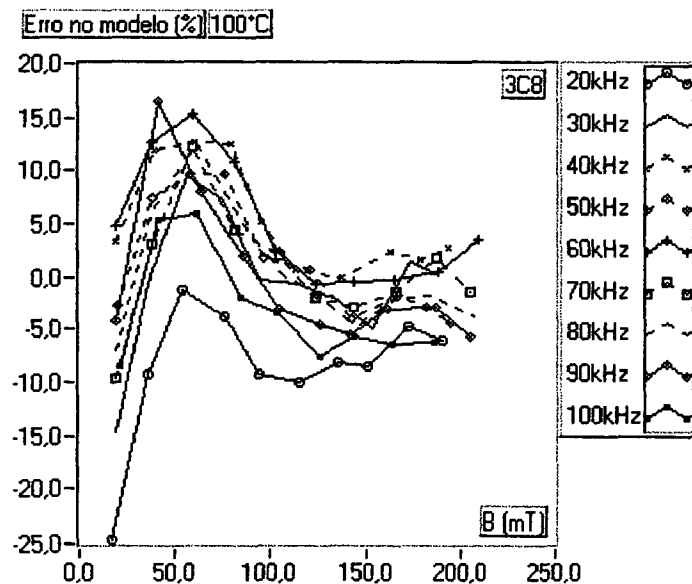


Figura 1.23 - Erro no modelo com  $C_m = 25,5584 \times 10^{-3}$ ,  $x = 1,3012$  e  $y = 2,6312$  com relação aos respectivos resultados experimentais a 100°C.

As figuras 1.24 (a) e (b) mostram os erros no cálculo da perda através das eqs. (1.75) e (1.76) com relação àquele realizado através das eqs. (1.73) e (1.74). Destas figuras, observa-se que o erro máximo é em torno de -25%, a 25°C, e de +25%, a 100°C. O erro para as demais frequências está, para cada temperatura, entre o erro para 20 e

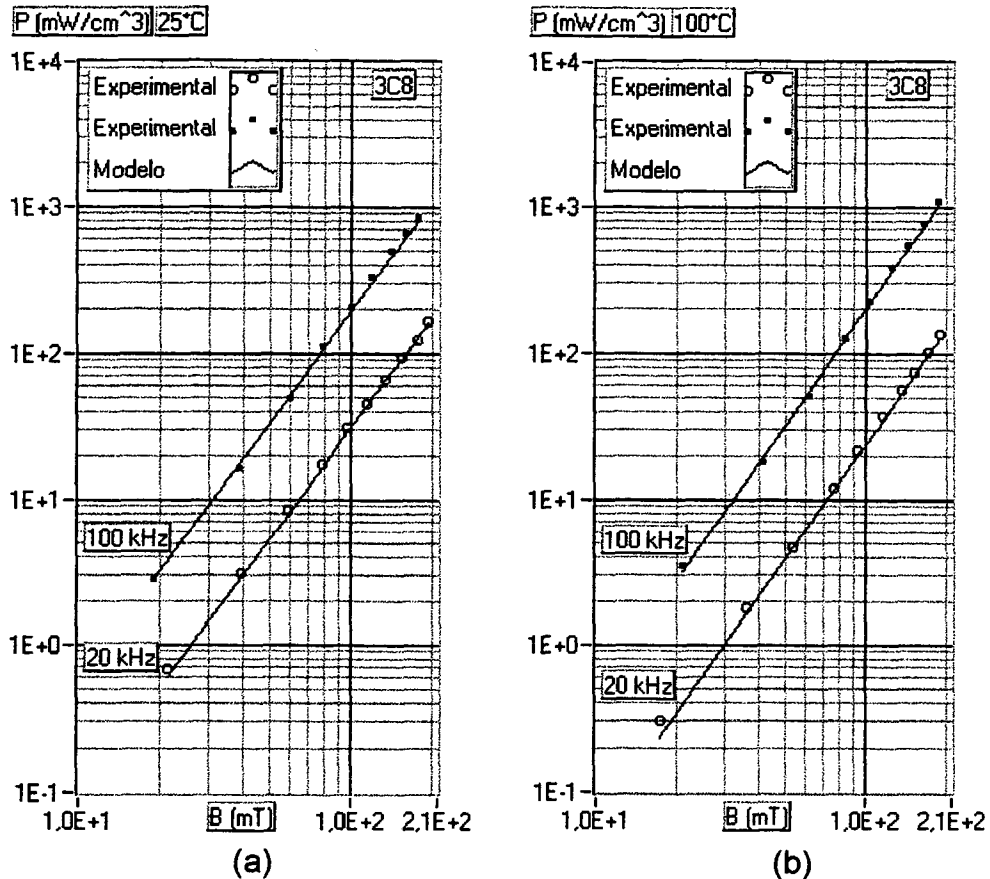


Figura 1.25 - Comparação entre os resultados obtidos experimentalmente com aqueles obtidos através dos modelos descritos pelas eqs. (1.75) e (1.76).

As figuras 1.26 e 1.27 mostram o erro no modelo fornecido pelo fabricante com relação aos respectivos resultados experimentais a 25°C e 100°C obtidos através do sistema de medição desenvolvido. Destas figuras, pode-se concluir que os resultados experimentais obtidos estão, quase que em sua totalidade, de acordo com a precisão do modelo fornecido pelo fabricante. Isto significa que se a precisão deste modelo é, de fato, em torno de  $\pm 25\%$ , então os resultados experimentais obtidos apresentam precisão aceitável. Isto, por sua vez, valida o sistema de medição desenvolvido. De fato esta validação deveria ser realizada com base em resultados obtidos sobre um conjunto de amostras, tendo em vista as variações entre amostras [23,32]. A fim de investigar apropriadamente tais variações, deveriam ser realizados ensaios com amostras de diferentes lotes de fabricação. Infelizmente, núcleos de ferrite não exibem qualquer informação a este respeito e, em certos casos, nem mesmo sobre a classe do material. Portanto, esta investigação exigiria a cooperação do fabricante.

al foram realizados na faixa de frequências de 20 a 100 kHz. Nos ensaios a 25°C a faixa de induções foi de 20 a 200 mT e nos ensaios a 80°C esta faixa foi de 20 a 160 mT. Os incrementos de frequência e de indução magnética foram iguais a 10 kHz e 20 mT. Foi utilizado um núcleo toroidal NT-23/14/8 cujas dimensões foram medidas e os seguintes parâmetros efetivos calculados :

$$A_e = 0,3727 \text{ cm}^2$$

$$l_e = 5,8606 \text{ cm}$$

Neste caso, a faixa de temperatura foi de  $\pm 5\%$  em torno do valor desejado e o valor do atraso entre aquisições foi de 3 minutos, nos ensaios a 25°C, e de 5 minutos, nos ensaios a 80°C. O número de recorrências feito às formas de onda para o cálculo de suas médias foi igual a 20 e 10, respectivamente, para os canais 1 e 2. Com isto, o tempo máximo de execução de uma seqüência de medições, composta de 90 pontos, foi em torno de 24 horas.

Os enrolamentos primário e secundário foram ambos realizados com 6 espiras de condutor circular simples. Os parâmetros do sensor de corrente utilizado são dados na tabela 1.1 e para os demais dados de entrada do programa principal foram utilizados valores predefinidos.

As figuras 1.28 (a) e (b) mostram os resultados obtidos para o material IP 12. Estes resultados apresentam larga discordância daqueles fornecidos pelo fabricante, os quais são mostrados na figura 1.29 [56]. A fim de realizar esta comparação deve-se considerar que a densidade do material IP 12 é igual a  $4,8\text{g/cm}^3$ . Assim, por exemplo, enquanto a perda a 100 mT, 20 kHz e 80°C, obtida pelo sistema de medição desenvolvido, é superior a  $40 \text{ mW/cm}^3$ , aquela fornecida pelo fabricante é inferior a  $15 \text{ mW/cm}^3$ . Em seu catálogo, o fabricante não descreve o sistema de medição utilizado.

As tabelas 1.8 e 1.9 mostram os resultados obtidos para os parâmetros  $C_m$ , x e y, em algumas condições de restrição, utilizando-se de todos os dados experimentais disponíveis. Na tentativa de melhorar a precisão do modelo para  $B \leq 100 \text{ mT}$ , gerou-se os resultados apresentados nas tabelas 1.10 e 1.11.

Tabela 1.8 - Parâmetros  $C_m$ ,  $x$  e  $y$  para o material IP 12 a 25°C.

Restrição	$C_m$	$x$	$y$	Erro
$x = 1,3$ e $y = 2,5$	$35,4627 \times 10^{-3}$	-	-	$8,3181 \times 10^{-3}$
$x = 1,3$ e $y \geq 2,0$	$24,1627 \times 10^{-3}$	-	2,3512	$6,5413 \times 10^{-3}$
$x \geq 1,0$ e $y = 2,5$	$1,6479 \times 10^{-3}$	1,5818	-	$4,3824 \times 10^{-3}$
$x \geq 1,0$ e $y \geq 2,0$	$1,1581 \times 10^{-3}$	1,5800	2,3556	$2,7055 \times 10^{-3}$

Tabela 1.9 - Parâmetros  $C_m$ ,  $x$  e  $y$  para o material IP 12 a 80°C.

Restrição	$C_m$	$x$	$y$	Erro
$x = 1,3$ e $y = 2,5$	$37,3960 \times 10^{-3}$	-	-	$4,2413 \times 10^{-3}$
$x = 1,3$ e $y \geq 2,0$	$24,1876 \times 10^{-3}$	-	2,3324	$1,9268 \times 10^{-3}$
$x \geq 1,0$ e $y = 2,5$	$13,6922 \times 10^{-3}$	1,3922	-	$3,8177 \times 10^{-3}$
$x \geq 1,0$ e $y \geq 2,0$	$7,9292 \times 10^{-3}$	1,4017	2,3294	$1,4197 \times 10^{-3}$

Tabela 1.10 - Parâmetros  $C_m$ ,  $x$  e  $y$  para o material IP 12 a 25°C e  $B \leq 100$  mT.

Restrição	$C_m$	$x$	$y$	Erro
$x = 1,3$ e $y = 2,5$	$38,3935 \times 10^{-3}$	-	-	$8,5588 \times 10^{-3}$
$x = 1,3$ e $y \geq 2,0$	$31,6274 \times 10^{-3}$	-	2,4341	$8,2949 \times 10^{-3}$
$x \geq 1,0$ e $y = 2,5$	$0,8836 \times 10^{-3}$	1,6464	-	$2,6924 \times 10^{-3}$
$x \geq 1,0$ e $y \geq 2,0$	$0,7814 \times 10^{-3}$	1,6437	2,4485	$2,5318 \times 10^{-3}$

Tabela 1.11 - Parâmetros  $C_m$ ,  $x$  e  $y$  para o material IP 12 a 80°C e  $B \leq 100$  mT.

Restrição	$C_m$	$x$	$y$	Erro
$x = 1,3$ e $y = 2,5$	$41,1542 \times 10^{-3}$	-	-	$1,4271 \times 10^{-3}$
$x = 1,3$ e $y \geq 2,0$	$34,5905 \times 10^{-3}$	-	2,4415	$1,2162 \times 10^{-3}$
$x \geq 1,0$ e $y = 2,5$	$13,8332 \times 10^{-3}$	1,4001	-	$9,3745 \times 10^{-4}$
$x \geq 1,0$ e $y \geq 2,0$	$13,8331 \times 10^{-3}$	1,3844	2,4423	$7,1662 \times 10^{-4}$

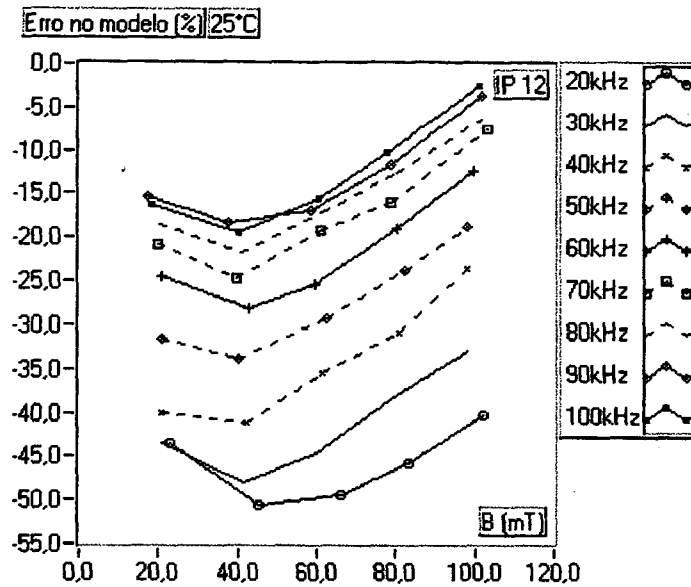


Figura 1.31 - Erro no modelo com  $C_m = 0,7814 \times 10^{-3}$ ,  $x = 1,6437$  e  $y = 2,4485$  com relação aos respectivos resultados experimentais a 25°C.

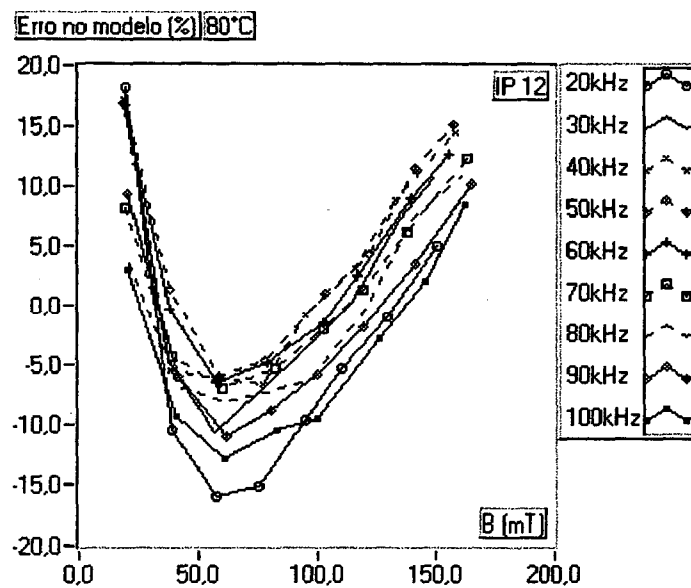


Figura 1.32 - Erro no modelo com  $C_m = 7,9292 \times 10^{-3}$ ,  $x = 1,4017$  e  $y = 2,3294$  com relação aos respectivos resultados experimentais a 80°C.

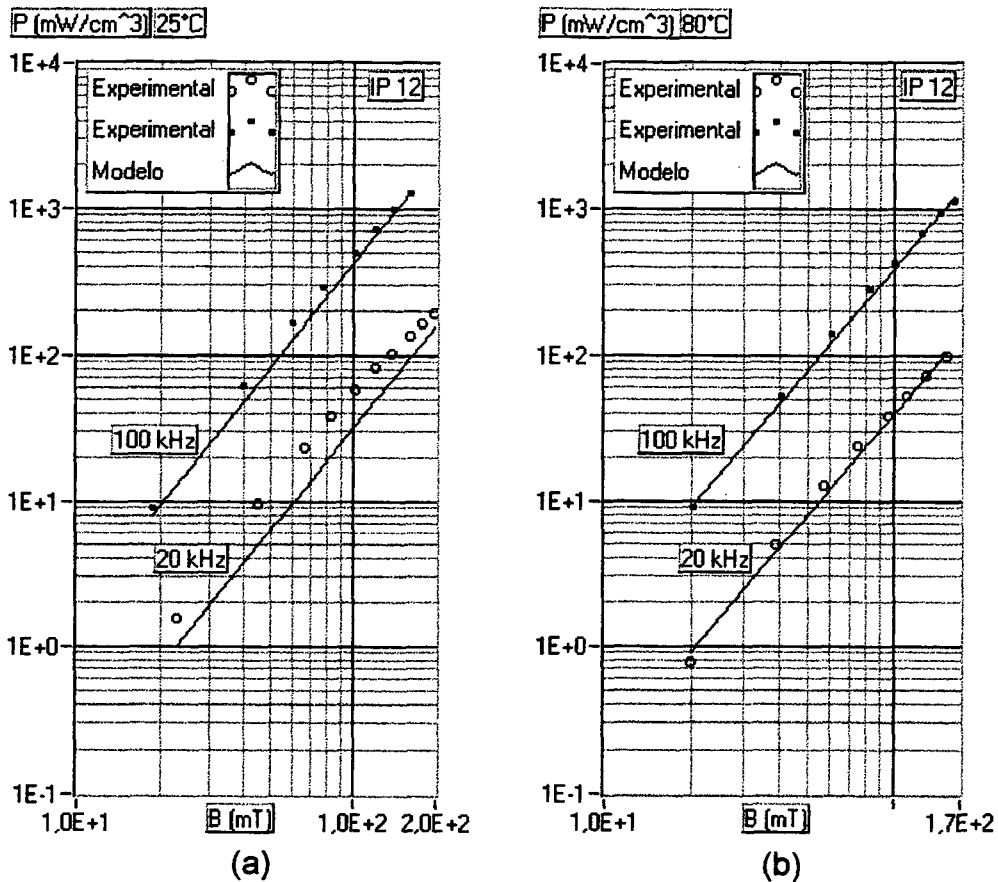


Figura 1.34 - Comparação entre os resultados obtidos experimentalmente com aqueles obtidos através dos modelos descritos pelas eqs. (1.77) e (1.78).

## 1.10 - Conclusão

A caracterização de materiais magnéticos em alta frequência exige instrumentação e ajustes adequados. A definição da bancada de ensaios depende, dentre outros fatores, do método de caracterização a ser empregado, da faixa de frequência, da forma de onda de excitação e da precisão desejada. A geração de uma grande quantidade de dados que devem ser analisados e apresentados graficamente e a necessidade de controle durante sua obtenção, praticamente exige o interfaceamento do sistema de medição com computador digital. Neste caso, programas especiais devem ser desenvolvidos.

A definição da forma de onda de excitação, se senoidal ou não, merece ser analisada. Se por um lado a forma de onda de tensão imposta aos componentes magnéticos em conversores estáticos é, em geral, quadrada, por outro os fabricantes têm fornecido dados para excitação senoidal. Tem sido relatado que, para um mesmo valor de pico da indução magnética e para a mesma frequência, a perda volumétrica será maior com



para a faixa de indução magnética, deve-se salientar que estes são definidos em função do número de espiras dos enrolamentos primário e secundário, da tensão de saída mínima do gerador de funções, igual a 10 mV, da tensão de entrada máxima do amplificador de potência, em torno de 250 mV, a qual define um valor máximo para a respectiva tensão de saída, da faixa de frequência e da sensibilidade de tensão do osciloscópio, cujos valores mínimo e máximo são iguais a 5 mV/div e 12,5 V/div. Por outro lado, para uma dada frequência, o nível máximo da indução magnética é ainda limitado pela máxima distorção harmônica permitida para a tensão de saída do amplificador. Esta distorção ocorre devido a não-linearidade do material magnético, já que a forma de onda da corrente é mantida praticamente senoidal. Destaca-se ainda, que o sistema permite a caracterização com polarização CC, bastando ser adicionado o respectivo circuito.

A técnica de correção do ângulo de defasagem entre tensão e corrente mostrou-se inadequada, tendo em vista a dificuldade de se especificar um capacitor para uma dada faixa de frequências. Além disso, verificou-se que, com a inserção do capacitor, o nível do ruído sobre a forma de onda da corrente no circuito primário aumenta drasticamente.

## 2.2 - Aspectos Geométricos

A figura 2.1 apresenta um esboço em perspectiva de um núcleo do tipo RM, típico para aplicação em conversores estáticos de alta frequência. Nesta particular geometria de núcleo, a coluna central possui seção transversal circular e o enrolamento resulta praticamente solenoidal. Portanto, exceto pela porção exterior do núcleo e pelas imperfeições do enrolamento, a geometria do componente é axialmente simétrica. Apesar de que núcleos do tipo pote sejam aqueles que melhor exibem esta simetria, entende-se que o sistema de coordenadas cilíndricas é a escolha natural para a formulação matemática do problema aqui tratado, tanto para núcleos do tipo RM quanto para aqueles dos tipos EC, ETD, PM, PQ e EE. Neste último caso, mesmo não sendo circular a seção transversal da coluna central, as espiras do enrolamento vão tomando esta forma após umas poucas camadas. Em primeira análise, dentre os núcleos comumente empregados nos componentes magnéticos em questão, somente aqueles do tipo toroidal não seriam bem representados através do sistema de coordenadas cilíndricas.

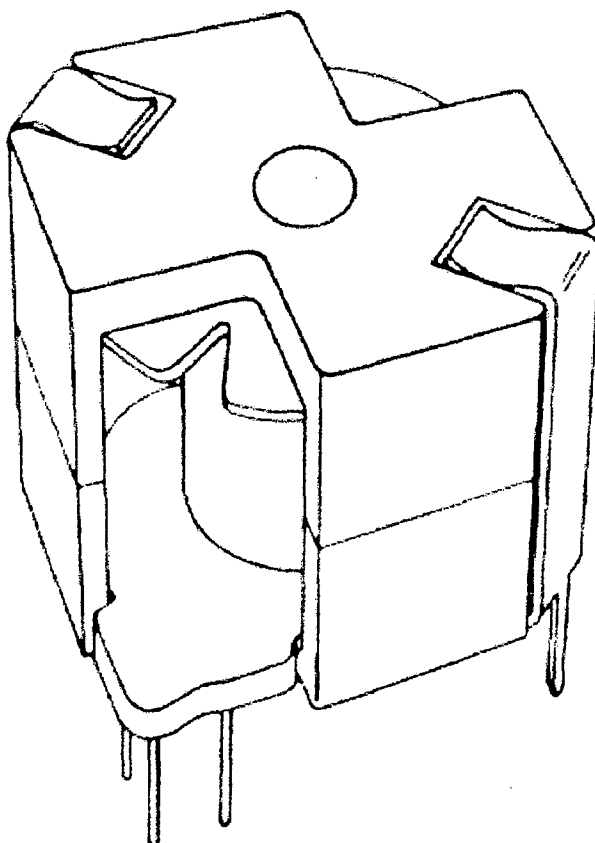


Figura 2.1 - Esboço em perspectiva de um núcleo de ferrite do tipo RM.

## 2.3 - Propriedades Eletromagnéticas dos Materiais Utilizados

Neste capítulo, as perdas no núcleo e nos materiais isolantes são ignoradas e, no que se refere às propriedades eletromagnéticas dos materiais empregados, supõe-se que :

- O material ferrite tem permeabilidade relativa muitas vezes maior do que 1 ( $\mu_{rf} \gg 1$ ), permissividade relativa igual a 1 ( $\epsilon_{rf} = 1$ ) e condutividade nula ( $\sigma_f = 0$ ).
- Os materiais isolantes têm permeabilidade relativa igual a 1 ( $\mu_{ri} = 1$ ), permissividade relativa  $\epsilon_{ri}$  e condutividade nula ( $\sigma_i = 0$ ).
- O material condutor utilizado no enrolamento tem permeabilidade relativa igual a 1 ( $\mu_{rc} = 1$ ), permissividade relativa igual a 1 ( $\epsilon_{rc} = 1$ ) e condutividade  $\sigma_c$ .

## 2.4 - Equações de Difusão para H e J

A modelagem da perda por correntes circulantes e da energia magnética armazenada num dado enrolamento e o conseqüente estabelecimento de uma metodologia de otimização de seu projeto, envolve, inicialmente, a determinação da distribuição do campo magnético e da densidade de corrente no mesmo. Por sua vez, a determinação destas quantidades envolve a solução das equações de Maxwell. Estas equações e suas relações complementares para um meio isotrópico qualquer, são dadas por :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.4)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.7)$$

$$\Delta \bar{\mathbf{H}} = j\omega\mu\sigma\bar{\mathbf{H}} - \omega^2\mu\epsilon\bar{\mathbf{H}} = \bar{k}^2\bar{\mathbf{H}} \quad (2.13)$$

e

$$\Delta \bar{\mathbf{J}} = j\omega\mu\sigma\bar{\mathbf{J}} - \omega^2\mu\epsilon\bar{\mathbf{J}} = \bar{k}^2\bar{\mathbf{J}} \quad (2.14)$$

com

$$\bar{k} = \sqrt{j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\epsilon} \quad (2.15)$$

De acordo com a suposição feita no item 2.3 para o material condutor empregado no enrolamento, tem-se para as regiões condutoras :

$$\epsilon = \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\rho = 0 \text{ C/m}^3$$

Atualmente a faixa de freqüência de chaveamento que tem sido utilizada em conversores estáticos de alta freqüência está entre o limite superior da faixa de áudio, em torno de 20 kHz, e alguns MHz. Dessa forma, desde que o enrolamento seja feito de um bom material condutor, como é o caso do cobre ( $\sigma = \sigma_c = 4,4517 \cdot 10^7 \text{ } (\Omega\text{m})^{-1}$  a  $100^\circ\text{C}$ ), tem-se, para qualquer freqüência de interesse neste estudo,

$$\sigma_c \gg \omega\epsilon_0 \quad (2.16)$$

o que permite que a seguinte aproximação seja feita :

$$\bar{k} \approx \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_c} \quad (2.17)$$

Esta aproximação corresponde a desprezar o termo  $\partial\mathbf{D}/\partial t$  no segundo membro da eq. (2.1), tendo em vista que a mesma pode ser reescrita como :

$$\nabla \times \bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{J}} + j \frac{\omega\epsilon_0}{\sigma_c} \bar{\mathbf{J}} \quad (2.18)$$

Portanto, com esta aproximação, as equações de Maxwell podem ser rees-

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{U}} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{U}_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\bar{U}_\phi}{\partial\phi} + \frac{\partial\bar{U}_z}{\partial z} \quad (2.27)$$

$$\nabla \times \bar{\mathbf{U}} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial\bar{U}_z}{\partial\phi} - \frac{\partial\bar{U}_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{r} + \left( \frac{\partial\bar{U}_r}{\partial z} - \frac{\partial\bar{U}_z}{\partial r} \right) \phi + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r\bar{U}_\phi)}{\partial r} - \frac{\partial\bar{U}_r}{\partial\phi} \right) \mathbf{z} \quad (2.28)$$

Tendo em vista a hipótese de simetria axial, os fasores vetoriais resultam independentes de  $\phi$ . Além disso, sendo cilíndricas as camadas do enrolamento, o fasor vetorial densidade de corrente possui apenas a componente em  $\phi$ . Então,

$$\bar{\mathbf{J}} = \bar{J}_\phi(r, z) \phi \quad (2.29)$$

Das eqs. (2.20), (2.28) e (2.29), resulta :

$$\nabla \times \bar{\mathbf{J}} = -\frac{\partial\bar{J}_\phi}{\partial z} \mathbf{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{J}_\phi)}{\partial r} \mathbf{z} = -j\omega\mu_0\sigma_c \bar{\mathbf{H}} \quad (2.30)$$

Este resultado implica que o fasor vetorial campo magnético possui componentes apenas em  $r$  e  $z$ . Logo,

$$\bar{\mathbf{H}} = \bar{H}_r(r, z) \mathbf{r} + \bar{H}_z(r, z) \mathbf{z} \quad (2.31)$$

Assim, a eq. (2.30) pode ser reescrita como :

$$\nabla \times \bar{\mathbf{J}} = -\frac{\partial\bar{J}_\phi}{\partial z} \mathbf{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{J}_\phi)}{\partial r} \mathbf{z} = -j \frac{2}{\delta^2} \bar{H}_r \mathbf{r} - j \frac{2}{\delta^2} \bar{H}_z \mathbf{z} \quad (2.32)$$

Das eqs. (2.19), (2.28) e (2.31), obtém-se :

$$\nabla \times \bar{\mathbf{H}} = \frac{\partial\bar{H}_r}{\partial z} \phi - \frac{\partial\bar{H}_z}{\partial r} \phi = \bar{J}_\phi \phi \quad (2.33)$$

Substituindo-se as eqs. (2.32) e (2.33) nas eqs. (2.26) e (2.25), respectivamente, resultam as seguintes equações de difusão :

dição estabelecida na eq. (2.37). A figura 2.3 ilustra este fato e mostra o efeito de refração do campo magnético na fronteira entre o material ferrite, de permeabilidade relativa elevada ( $\mu_{rf} \gg 1$ ), e um meio não-magnético ( $\mu_r = 1$ ). A eq. (2.38), estabelecida na teoria eletromagnética, permite verificar que com  $\alpha_1$  próximo de  $90^\circ$  pode-se ter  $\alpha_2$  próximo de  $0^\circ$ , dependendo de quão elevado seja o valor de  $\mu_{rf}$ .

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \mu_{rf}\operatorname{tg}\alpha_2 \quad (2.38)$$

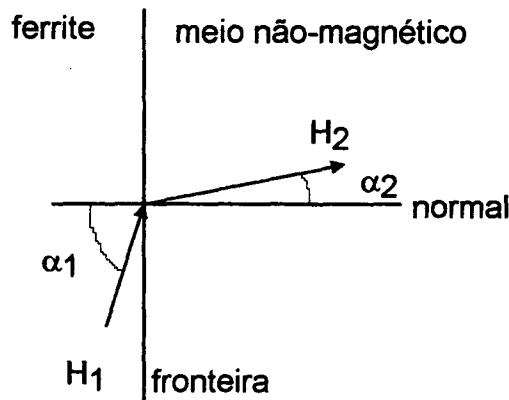


Figura 2.3 - Refração do campo magnético na fronteira entre meios de permeabilidades magnéticas diferentes.

Da eq. (2.32), pode-se verificar que não há variação na densidade de corrente na direção axial se não há um campo magnético na direção radial. Então,

$$\frac{\partial \bar{J}_\phi}{\partial z} = 0 \quad (2.39)$$

Por outro lado, da eq. (2.21), obtém-se :

$$\frac{\partial \bar{H}_z}{\partial z} = 0 \quad (2.40)$$

Portanto a dependência radial destas quantidades torna-se evidente. Logo, no problema unidimensional, tem-se :

Uma vez obtidas as expressões para os fasores campo magnético e densidade de corrente, a perda por correntes circulantes e a energia magnética armazenada num dado enrolamento podem ser determinadas, como estabelece o Teorema de Poynting.

## 2.7 - Teorema de Poynting

Fazendo-se o produto escalar da eq. (2.20) por  $\bar{\mathbf{H}}^*$  e o conjugado da eq. (2.19) por  $\bar{\mathbf{J}}$  e subtraindo-se os resultados, resulta :

$$(\nabla \times \bar{\mathbf{J}}) \cdot \bar{\mathbf{H}}^* - (\nabla \times \bar{\mathbf{H}})^* \cdot \bar{\mathbf{J}} = \nabla \cdot (\bar{\mathbf{J}} \times \bar{\mathbf{H}}^*) = -j\omega\mu_0\sigma_C \bar{\mathbf{H}} \cdot \bar{\mathbf{H}}^* - \bar{\mathbf{J}} \cdot \bar{\mathbf{J}}^* \quad (2.52)$$

Donde :

$$\nabla \cdot \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}^*) + j2\omega \frac{1}{4} \bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{H}}^* + \frac{1}{2\sigma_C} \bar{\mathbf{J}} \cdot \bar{\mathbf{J}}^* = 0 \quad (2.53)$$

O segundo termo nesta equação representa  $j2\omega$  vezes a energia magnética média volumétrica. O terceiro termo representa a perda média volumétrica. Por sua vez, o primeiro termo é o divergente do vetor complexo de Poynting

$$\bar{\mathbf{P}} = \frac{1}{2} (\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}^*) \quad (2.54)$$

e representa a potência complexa volumétrica fluindo para o exterior do volume.

Realizando-se a integração da eq. (2.53) sobre o volume  $v$ , envolvido pela superfície  $s$ , e utilizando-se do teorema da divergência, obtém-se :

$$\iint_s \bar{\mathbf{P}} \cdot d\mathbf{s} + j2\omega W_m + P_C = 0 \quad (2.55)$$

onde o primeiro termo representa a potência complexa fluindo para o exterior do volume  $v$ , o segundo termo,  $W_m$ , representa a energia magnética média armazenada no volume  $v$  e o terceiro termo,  $P_C$ , representa a perda dentro do volume  $v$ . A eq. (2.55) expressa o teorema de Poynting. Nela não está incluído o termo relativo à energia elétrica média ar-

$$\bar{\mathbf{H}} = \bar{H}_n \mathbf{z} \quad (n = 1, 2, \dots, M) \quad (2.58)$$

sendo que  $\bar{H}_0$  denota o fasor campo magnético na fronteira interna da primeira camada condutora ( $n = 1$ ).

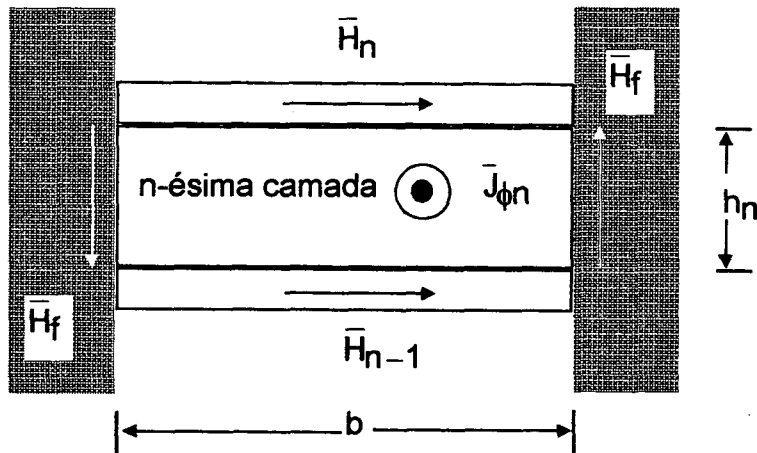


Figura 2.4 - Seção transversal do enrolamento destacando sua n-ésima camada e os fasores campo magnético em suas fronteiras.

A relação entre os fasores campo magnético nas regiões de fronteira da n-ésima camada condutora e o fasor corrente na mesma, pode ser obtida através da lei de Ampère. Assim, sendo  $\bar{I}_n$  o fasor corrente e  $\bar{I}_n$  o fasor corrente por unidade de comprimento axial na n-ésima camada, tem-se :

$$\oint \bar{\mathbf{H}} \cdot d\mathbf{l} = \bar{I}_n \quad (2.59)$$

com

$$\bar{I}_n = \iint_S \bar{\mathbf{J}} \cdot d\mathbf{s} = b \int_{r_n^i}^{r_n^e} \bar{J}_{\phi n}(r) dr = b \bar{I}_n \quad (2.60)$$

e

$$\oint \bar{\mathbf{H}} \cdot d\mathbf{l} = 2 \bar{H}_f \cdot h_n - b \cdot (\bar{H}_n - \bar{H}_{n-1}) \approx -b \cdot (\bar{H}_n - \bar{H}_{n-1}) \quad (2.61)$$

sendo  $h_n$ , a espessura da n-ésima camada condutora, dada por :

$$h_n = r_n^e - r_n^i \quad (2.62)$$



$$A_{on} = \frac{1}{C_{on}} [\bar{H}_n(\ker_0 q_n^i + j\text{kei}_0 q_n^i) - \bar{H}_{n-1}(\ker_0 q_n^e + j\text{kei}_0 q_n^e)] \quad (2.69)$$

$$B_{on} = \frac{1}{C_{on}} [\bar{H}_{n-1}(\text{ber}_0 q_n^e + j\text{bei}_0 q_n^e) - \bar{H}_n(\text{ber}_0 q_n^i + j\text{bei}_0 q_n^i)] \quad (2.70)$$

$$C_{on} = (\text{ber}_0 q_n^e + j\text{bei}_0 q_n^e)(\ker_0 q_n^i + j\text{kei}_0 q_n^i) - (\text{ber}_0 q_n^i + j\text{bei}_0 q_n^i)(\ker_0 q_n^e + j\text{kei}_0 q_n^e) \quad (2.71)$$

A solução particular para a densidade de corrente é, de acordo com as eqs. (2.49) a (2.51), dada por :

$$\bar{J}_{\phi n}(q) = A_{1n}(\text{ber}_1 q + j\text{bei}_1 q) + B_{1n}(\ker_1 q + j\text{kei}_1 q) \quad (2.72)$$

com

$$q_n^i \leq q \leq q_n^e \quad (n = 1, 2, \dots, M)$$

$$A_{1n} = -\frac{1-j}{\delta} A_{on} \quad (2.73)$$

$$B_{1n} = -\frac{1-j}{\delta} B_{on} \quad (2.74)$$

### 2.8.3 - Normalização de Variáveis

A fim de facilitar a representação gráfica geral de resultados procede-se à normalização de variáveis. Variáveis normalizadas, e portanto adimensionais, são denotadas com um hífen sob elas. Dimensões são normalizadas pela profundidade de penetração. Assim, a coordenada radial normalizada é dada por :

$$\underline{r} = \frac{r}{\delta} \quad (2.75)$$

Então,

$$q = \sqrt{2}\underline{r} \quad (2.76)$$

Note-se que dimensões normalizadas são diretamente proporcionais à raiz quadrada da frequência. Isto significa que estas dimensões podem ser variadas, variando-se as dimensões geométricas ou a frequência de excitação.

O fasor campo magnético é normalizado pelo fasor corrente por unidade de comprimento axial, de acordo com :

$$\underline{B}_{on} = \frac{1}{C_{on}} [\varphi_n (\text{ber}_0 q_n^e + j \text{bei}_0 q_n^e) - (\text{ber}_0 q_n^i + j \text{bei}_0 q_n^i)] \quad (2.83)$$

$$C_{on} = (\text{ber}_0 q_n^e + j \text{bei}_0 q_n^e)(\text{ker}_0 q_n^i + j \text{kei}_0 q_n^i) - (\text{ber}_0 q_n^i + j \text{bei}_0 q_n^i)(\text{ker}_0 q_n^e + j \text{kei}_0 q_n^e) \quad (2.84)$$

$$\underline{A}_{1n} = -(1-j)\underline{A}_{on} \quad (2.85)$$

$$\underline{B}_{1n} = -(1-j)\underline{B}_{on} \quad (2.86)$$

A espessura normalizada da n-ésima camada, é dada por :

$$\underline{h}_n = \underline{r}_n^e - \underline{r}_n^i \quad (2.87)$$

Assim, sendo o raio médio normalizado desta camada dado por :

$$\underline{r}_n = \frac{1}{2}(\underline{r}_n^i + \underline{r}_n^e) \quad (2.88)$$

Resulta :

$$\underline{r}_n^i = \underline{r}_n - \frac{1}{2}\underline{h}_n \quad (2.89)$$

$$\underline{r}_n^e = \underline{r}_n + \frac{1}{2}\underline{h}_n \quad (2.90)$$

$$\underline{r}_n - \frac{\underline{h}_n}{2} \leq \underline{r} \leq \underline{r}_n + \frac{\underline{h}_n}{2} \quad (n = 1, 2, \dots, M)$$

As figuras 2.6 a 2.11 ilustram o comportamento do módulo e do ângulo de fase da densidade de corrente e do campo magnético no interior de uma dada camada. As expressões utilizadas para as funções de Bessel são dadas no Anexo A. A fim de tornar o eixo das abcissas independente do raio médio das camadas, utiliza-se da seguinte mudança de variáveis :

$$\underline{r}' = \underline{r} - \underline{r}_n + \frac{\underline{h}_n}{2} \quad (2.91)$$

Isto resulta na seguinte faixa de variação para  $\underline{r}'$  :

$$0 \leq \underline{r}' \leq \underline{h}_n$$

fase do fasor campo magnético. Estes resultados estão de acordo com aqueles obtidos para a densidade de corrente. Em particular, para pequenos valores de  $\underline{h}_n$ , o módulo varia quase linearmente e o ângulo de fase é quase constante ao longo da espessura da camada.

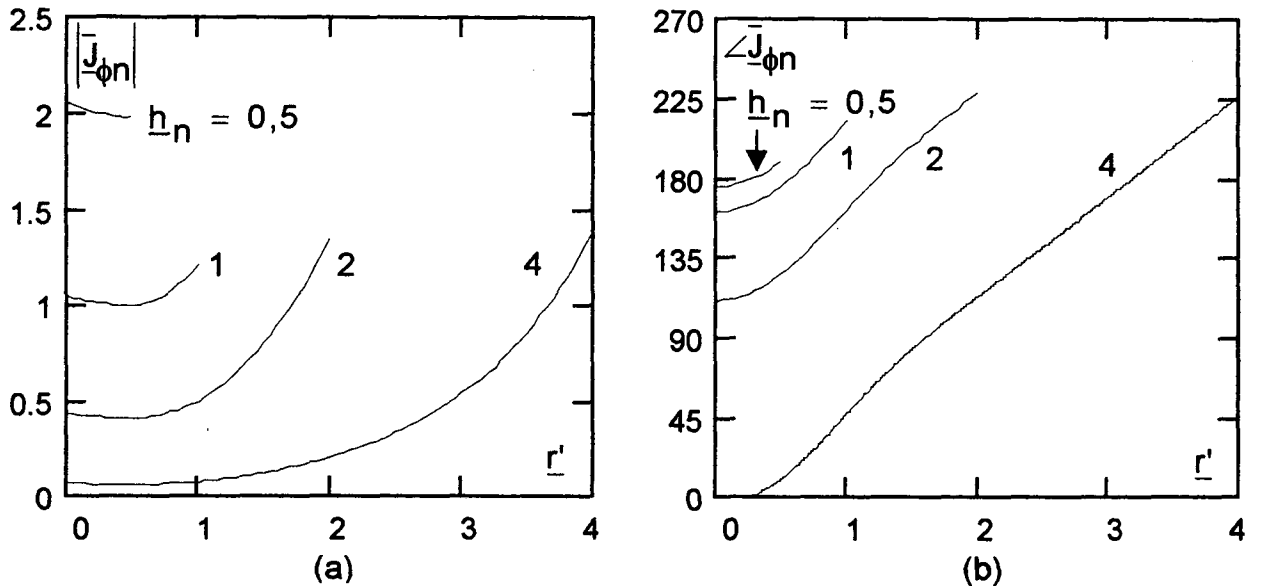


Figura 2.6 - (a) Módulo e (b) ângulo de fase do fasor densidade de corrente normalizada na  $n$ -ésima camada condutora vs. distância radial normalizada, tendo como parâmetro a espessura normalizada da camada ( $\underline{r}_n = 8$ ,  $\bar{\varphi}_n = 0$ ).

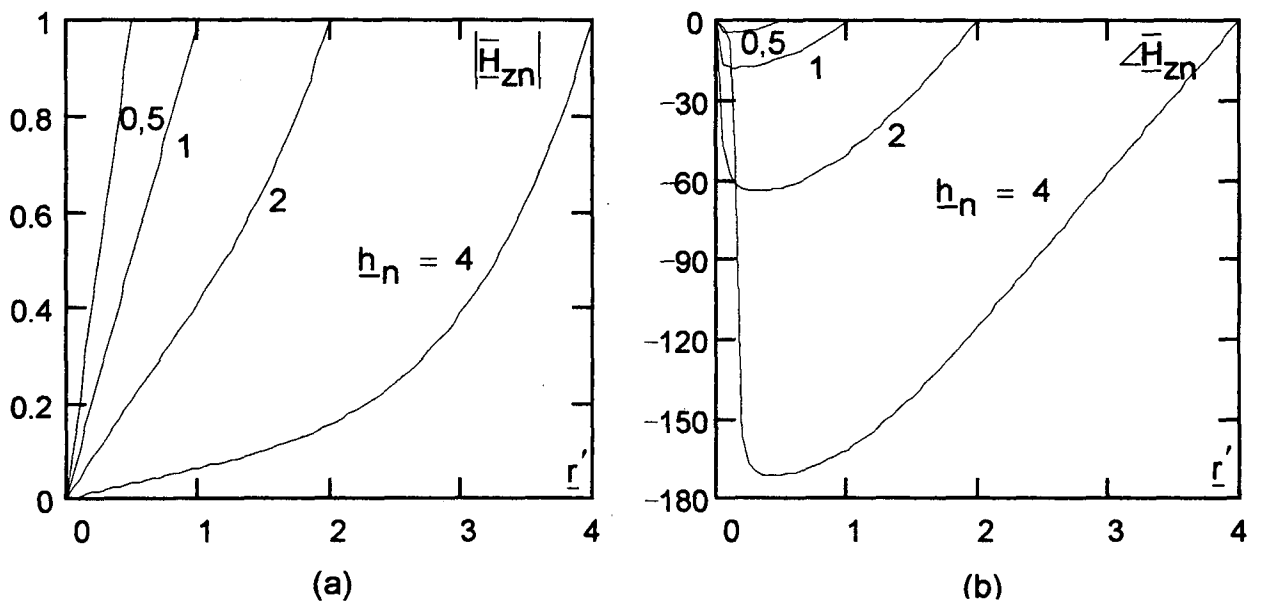


Figura 2.7 - (a) Módulo e (b) ângulo de fase do fasor campo magnético normalizado na  $n$ -ésima camada condutora vs. distância radial normalizada, tendo como parâmetro a espessura normalizada da camada ( $\underline{r}_n = 8$ ,  $\bar{\varphi}_n = 0$ ).

Os valores de  $\bar{\varphi}_n$  nas figuras 2.8 (c) e (d) são o inverso daqueles nas figuras 2.8 (a) e (b), exceto que para o inverso de  $\bar{\varphi}_n = 0$  foi escolhido  $\bar{\varphi}_n = 100$ . Note-se que, para um dado  $\bar{\varphi}_n$ , as curvas nestes dois conjuntos de figuras são aproximadamente simétricas em relação ao plano médio da camada. Esta simetria é tanto maior quanto maior for o raio médio da camada, ou seja, quanto menor for o efeito de curvatura.

As figuras 2.9 (a) e (b) apresentam os resultados para o módulo e o ângulo de fase do fasor campo magnético. Note-se que, quando  $\bar{\varphi}_n$  aumenta, as magnitudes de campo magnético nas superfícies interna e externa da camada também aumentam. Isto ocorre pelo fato de que a magnitude da corrente na camada é mantida constante. Nestas figuras destaca-se o efeito de proximidade, posto que a concentração da corrente e as correntes circulantes aumentam drasticamente quando a camada está localizada em regiões com elevadas magnitudes de campo magnético.

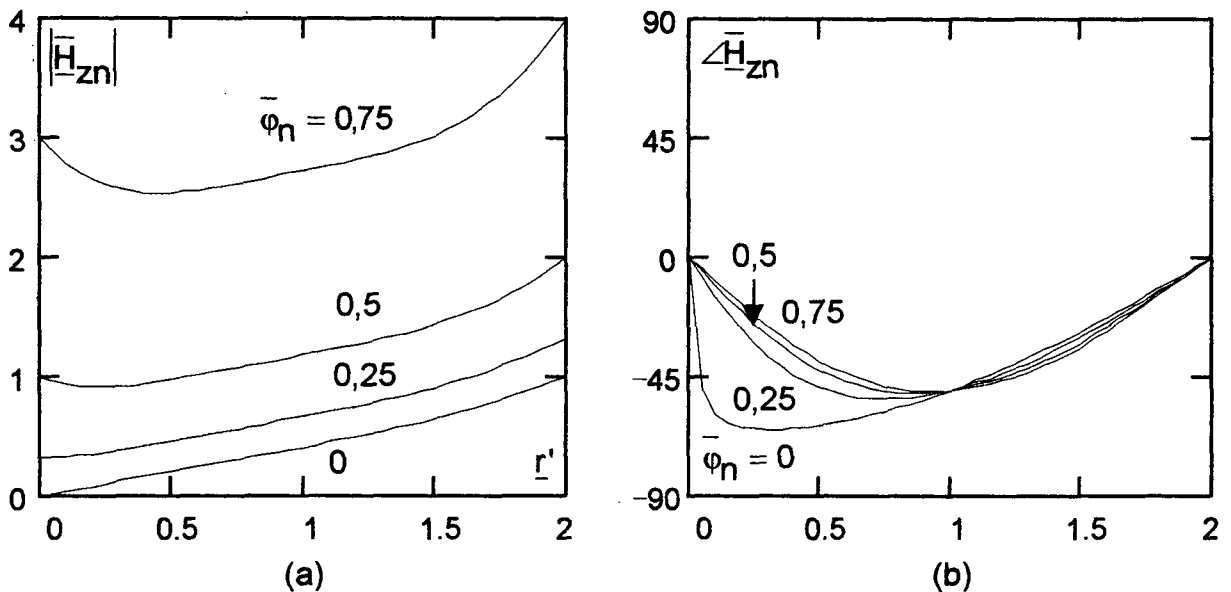


Figura 2.9 - (a) Módulo e (b) ângulo de fase do fasor campo magnético normalizado na  $n$ -ésima camada condutora vs. distância radial normalizada, tendo como parâmetro a razão entre as condições de contorno com valores menores que 1 ( $\underline{r}_n = 8$ ,  $\underline{h}_n = 2$ ).

Finalmente, considere-se as figuras 2.10 e 2.11. Destas, observa-se um comportamento assintótico entre os resultados para valores de  $\underline{r}_n$  superiores a determinado valor. Isto sugere uma possível simplificação das expressões obtidas, o que será

## 2.9 - Aproximação Assintótica

A solução exata obtida para o problema unidimensional, expressa pelas eqs. (2.80) e (2.81), envolve o cálculo das funções de Bessel do primeiro e segundo tipos, o qual pode demandar tempo computacional considerável. Estas funções tornam a solução exata bastante complicada para os objetivos de otimização em questão. Se o valor do argumento  $q$  das funções de Bessel for suficientemente elevado, então a referida solução pode ser simplificada utilizando-se de aproximações assintóticas para estas funções. As eqs. (2.92) a (2.95) apresentam uma destas aproximações, onde  $\nu$ , a ordem das funções, é igual a zero ou 1 no presente estudo. Embora Perry [79] tenha sugerido tal aproximação, ele não desenvolveu o respectivo equacionamento e não apresentou uma análise de suas limitações.

$$\text{ber}_\nu q \approx \sqrt{\frac{1}{2\pi q}} e^{q/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{q}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}\nu - \frac{\pi}{8}\right) \quad (2.92)$$

$$\text{bei}_\nu q \approx \sqrt{\frac{1}{2\pi q}} e^{q/\sqrt{2}} \text{sen}\left(\frac{q}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}\nu - \frac{\pi}{8}\right) \quad (2.93)$$

$$\text{ker}_\nu q \approx \sqrt{\frac{\pi}{2q}} e^{-q/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{q}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}\nu + \frac{\pi}{8}\right) \quad (2.94)$$

$$\text{kei}_\nu q \approx -\sqrt{\frac{\pi}{2q}} e^{-q/\sqrt{2}} \text{sen}\left(\frac{q}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}\nu + \frac{\pi}{8}\right) \quad (2.95)$$

A tabela 2.1 apresenta os valores mínimos do argumento  $q$  para as funções de Bessel de primeira e segunda ordens para se obter dadas precisões percentuais com estas aproximações. Desta tabela, pode-se concluir que os erros são menores do que 2% e 5% para as funções de ordens zero e 1, respectivamente, para um diâmetro da camada maior que 6,4mm ( $q = 11$ ,  $r_{\text{II}} \approx 8$ ), calculado para a profundidade de penetração em 20kHz. Considerando-se que na maioria das aplicações atuais tem-se  $q > 11$ , então o erro introduzido pela aproximação assintótica tende a ser pequeno. As expressões resultantes para os fasores campo magnético e densidade de corrente com a aproximação assintótica são dadas pelas eqs. (2.96) e (2.97).

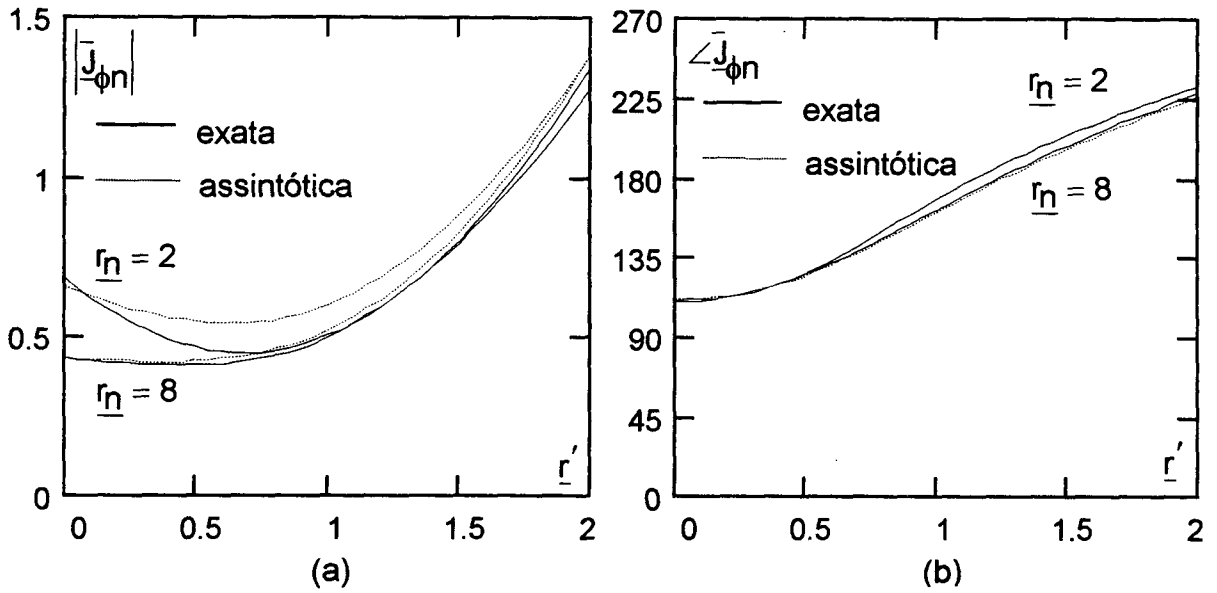


Figura 2.12 - (a) Módulo e (b) ângulo de fase do fasor densidade de corrente normalizada na  $n$ -ésima camada condutora vs. distância radial normalizada, tendo como parâmetro o raio médio normalizado da camada ( $\bar{h}_n = 2$  e  $\bar{\phi}_n = 0$ ).

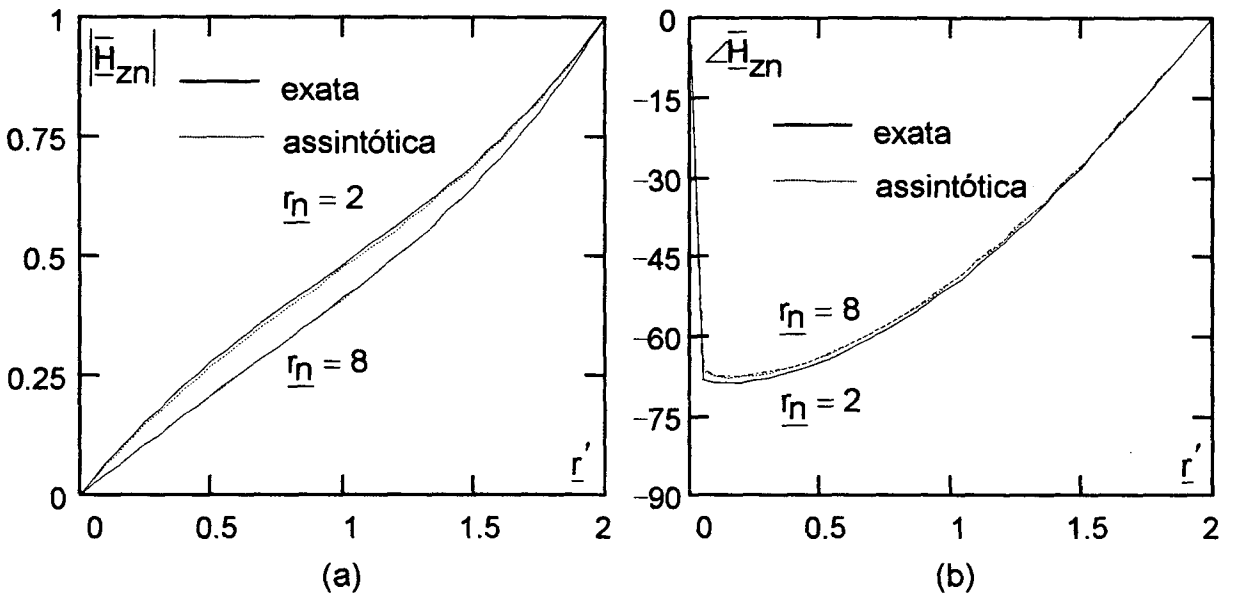


Figura 2.13 - (a) Módulo e (b) ângulo de fase do fasor campo magnético normalizado na  $n$ -ésima camada condutora vs. distância radial normalizada, tendo como parâmetro o raio médio normalizado da camada ( $\bar{h}_n = 2$  e  $\bar{\phi}_n = 0$ ).

otimizados, como será mostrado mais adiante.

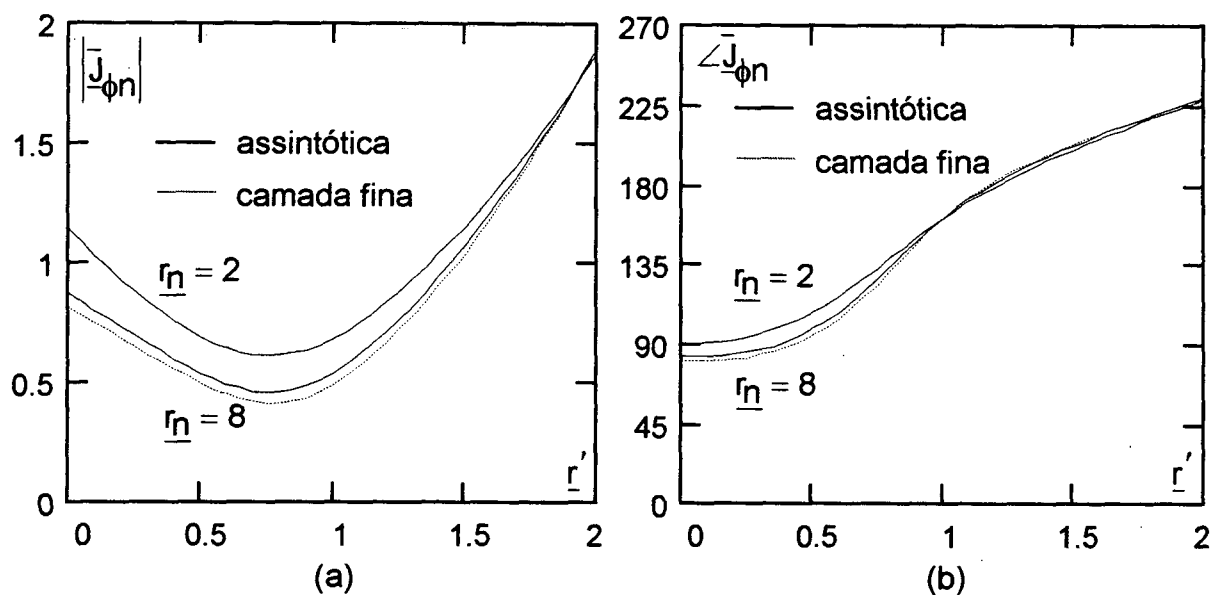


Figura 2.14 - (a) Módulo e (b) ângulo de fase do fasor densidade de corrente normalizada na  $n$ -ésima camada condutora vs. distância radial normalizada, tendo como parâmetro o raio médio normalizado da camada ( $\bar{h}_n = 2$  e  $\bar{\phi}_n = 0,25$ ).

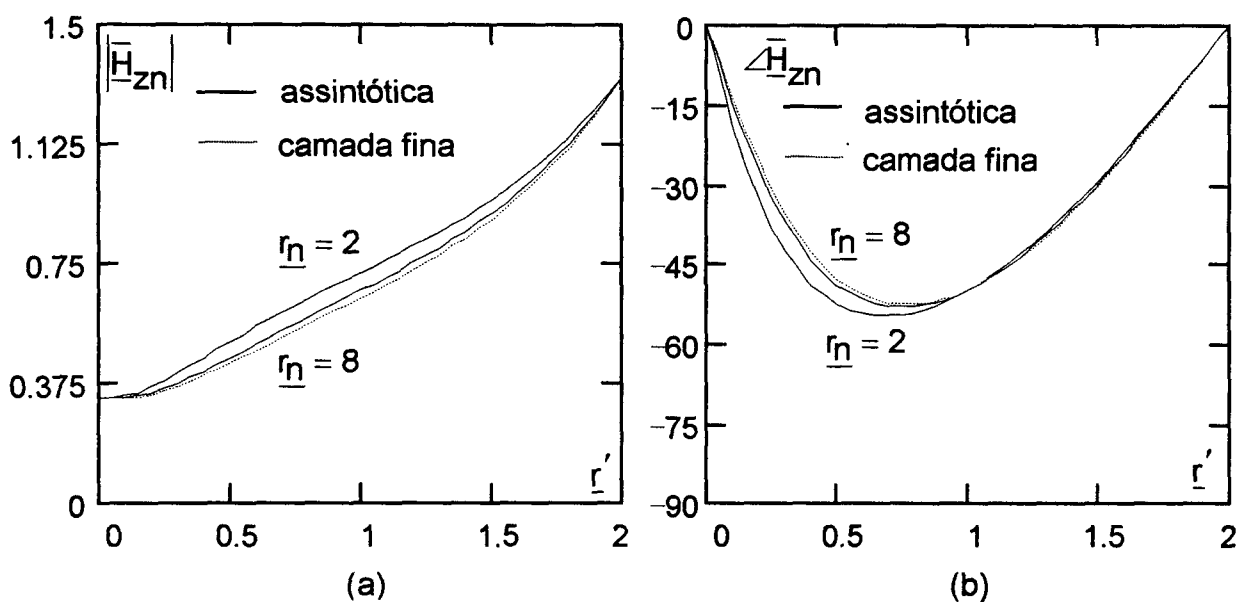


Figura 2.15 - (a) Módulo e (b) ângulo de fase do fasor campo magnético normalizado na  $n$ -ésima camada condutora vs. distância radial normalizada, tendo como parâmetro o raio médio normalizado da camada ( $\bar{h}_n = 2$  e  $\bar{\phi}_n = 0,25$ ).

ra da camada. Por outro lado, em frequências elevadas, pode-se observar que a densidade de corrente tende a se concentrar próximo às fronteiras da camada e que esta concentração é proporcional às intensidades de campo nestas fronteiras.

## 2.12 - Potência Dissipada na n-ésima Camada

A potência dissipada na n-ésima camada pode ser calculada através da eq. (2.57). Então,

$$P_{cn} = \frac{1}{2\sigma_c} \iiint_V |\underline{J}|^2 dv = \frac{1}{2\sigma_c} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-b/2}^{b/2} dz \int_{r_n^i}^{r_n^e} |\underline{J}_{\phi n}(r)|^2 r dr \quad (2.109)$$

donde, considerando-se as eqs. (2.75) e (2.79), resulta :

$$P_{cn} = \frac{\pi b}{\sigma_c} |\underline{h}|^2 \int_{r_n^i}^{r_n^e} |\underline{J}_{\phi n}(r)|^2 r dr \quad (2.110)$$

A fim de normalizar esta potência, considera-se como potência de base a potência dissipada numa camada conduzindo uma corrente uniformemente distribuída e cuja espessura é igual a uma profundidade de penetração. Portanto, esta potência de base é dada por :

$$P_b = \frac{\pi b}{\sigma_c} |\underline{h}|^2 \underline{r}_n \quad (2.111)$$

Logo :

$$\underline{P}_{cn} = \frac{1}{\underline{r}_n} \int_{r_n^i}^{r_n^e} |\underline{J}_{\phi n}(r)|^2 r dr \quad (2.112)$$

Considerando-se a eq. (2.76), obtém-se :



$$D_{3n} = [D_{3na} + D_{3nb} + D_{3nc} + D_{3nd}][D_{3ne} + D_{3nf} + D_{3ng} + D_{3nh}] \quad (2.117)$$

$$D_{3na} = \text{ber}_0 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i - \text{bei}_0 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i$$

$$D_{3nb} = -\Re(\bar{\varphi}_n) [\text{ber}_0 q_n^e \text{kei}_0 q_n^i - \text{bei}_0 q_n^e \text{ker}_0 q_n^i + \text{ber}_0 q_n^i \text{kei}_0 q_n^e - \text{bei}_0 q_n^i \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$D_{3nc} = -\Im(\bar{\varphi}_n) [-\text{ber}_0 q_n^e \text{ker}_0 q_n^i - \text{bei}_0 q_n^e \text{kei}_0 q_n^i + \text{bei}_0 q_n^i \text{kei}_0 q_n^e + \text{ber}_0 q_n^i \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$D_{3nd} = |\bar{\varphi}_n|^2 [\text{ber}_0 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e - \text{bei}_0 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$D_{3ne} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}} [\text{ker}_1 q_n^e \text{ber}_0 q_n^e + \text{ker}_1 q_n^e \text{bei}_0 q_n^e - \text{ber}_1 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e - \text{ber}_1 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e]$$

$$D_{3nf} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}} [\text{kei}_1 q_n^e \text{bei}_0 q_n^e - \text{kei}_1 q_n^e \text{ber}_0 q_n^e - \text{bei}_1 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e + \text{bei}_1 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$D_{3ng} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}} [\text{ker}_1 q_n^i \text{ber}_0 q_n^i + \text{ker}_1 q_n^i \text{bei}_0 q_n^i - \text{ber}_1 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i - \text{ber}_1 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i]$$

$$D_{3nh} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}} [\text{kei}_1 q_n^i \text{bei}_0 q_n^i - \text{kei}_1 q_n^i \text{ber}_0 q_n^i - \text{bei}_1 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i + \text{bei}_1 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i]$$

$$D_{4n} = [D_{4na} + D_{4nb}][D_{4nc} + D_{4nd}] \quad (2.118)$$

$$D_{4na} = [\text{ber}_0^2 q_n^i + \text{bei}_0^2 q_n^i] - 2\Re(\bar{\varphi}_n) [\text{ber}_0 q_n^i \text{ber}_0 q_n^e + \text{bei}_0 q_n^i \text{bei}_0 q_n^e]$$

$$D_{4nb} = -2\Im(\bar{\varphi}_n) [\text{bei}_0 q_n^i \text{ber}_0 q_n^e - \text{ber}_0 q_n^i \text{bei}_0 q_n^e] + |\bar{\varphi}_n|^2 [\text{ber}_0^2 q_n^e + \text{bei}_0^2 q_n^e]$$

$$D_{4nc} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}} [\text{ker}_1 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e - \text{ker}_1 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e + \text{kei}_1 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e + \text{kei}_1 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e]$$

$$D_{4nd} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}} [\text{ker}_1 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i - \text{ker}_1 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i + \text{kei}_1 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i + \text{kei}_1 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i]$$

A figura 2.16 ilustra o comportamento da potência normalizada dissipada na n-ésima camada condutora, em função da espessura normalizada, para alguns valores da razão entre as condições de contorno menores do que 1. Para valores recíprocos tem-se praticamente os mesmos resultados. Para pequenos valores da espessura normalizada as soluções exibem um comportamento de baixa frequência e a potência dissipada resulta inversamente proporcional à espessura da camada. Quando a espessura normalizada aumenta, para uma dada razão entre as condições de contorno, o efeito pelicular torna-se importante e a corrente tende a se concentrar nas superfícies da camada. Portanto, a potência dissipada, ao invés de tender assintoticamente a zero, passa através de um mínimo e começa a crescer novamente, quando o efeito de proximidade começa a pre-

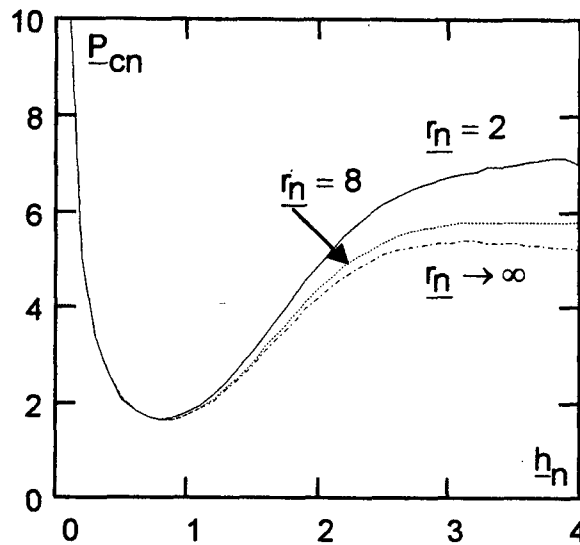


Figura 2.17 - Potência normalizada dissipada na  $n$ -ésima camada condutora vs. espessura normalizada tendo como parâmetro o raio médio normalizado ( $\bar{\varphi}_n = 0,5$ ).

$$P_{cn} = \left| \frac{1}{1 - \varphi_n} \right|^2 \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{h_n}{2r_n} \right) + \left( 1 - \frac{h_n}{2r_n} \right) |\bar{\varphi}_n|^2 \right] F_1(h_n) - 4\Re(\bar{\varphi}_n) \left[ 1 - \left( \frac{h_n}{2r_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} F_2(h_n) \right\} \quad (2.119)$$

com

$$F_1(h_n) = \frac{\sinh(2h_n) + \sin(2h_n)}{\cosh(2h_n) - \cos(2h_n)} \quad (2.120)$$

$$F_2(h_n) = \frac{\cosh(h_n) \sin(h_n) + \sinh(h_n) \cos(h_n)}{\cosh(2h_n) - \cos(2h_n)} \quad (2.121)$$

A figura 2.18 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos através da solução exata e daquela resultante da aproximação assintótica da densidade de corrente. A aproximação mostra-se razoável para  $r_n \geq 8$ . Especificamente, com  $r_n = 8$  o erro ainda é excessivo na região de potência mínima.

Naturalmente, a segunda simplificação advém da aproximação de camada fina e resulta :

$$P_{cn} = \left| \frac{1}{1 - \varphi_n} \right|^2 \left\{ (1 + |\bar{\varphi}_n|^2) F_1(h_n) - 4\Re(\bar{\varphi}_n) F_2(h_n) \right\} \quad (2.122)$$

as quais, para  $\bar{\varphi}_n$  real, tornam-se :

$$\underline{P}_{cn}(f \rightarrow 0) = \frac{1}{\underline{h}_n} \quad (2.126)$$

$$\underline{P}_{cn}(f \rightarrow \infty) = \frac{1 + \varphi_n^2}{(1 - \varphi_n)^2} \quad (2.127)$$

### 2.13 - Energia Magnética Média Armazenada na n-ésima Camada Condutora

A energia magnética média armazenada na n-ésima camada condutora pode ser calculada através da eq. (2.56). Logo,

$$W_{mn} = \frac{\mu_0}{4} \iiint_V |\bar{H}|^2 dv = \frac{\mu_0}{4} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-b/2}^{b/2} dz \int_{r_n^i}^{r_n^e} |\bar{H}_{zn}(r)|^2 r dr \quad (2.128)$$

donde, considerando-se as eqs. (2.75) e (2.77), resulta :

$$W_{mn} = \frac{\pi b \mu_0 \delta^2}{2} |\underline{h}_n|^2 \int_{r_n^i}^{r_n^e} |\bar{H}_{zn}(r)|^2 r dr \quad (2.129)$$

Dessa forma, considerando-se a energia de base como sendo dada por :

$$W_b = \frac{2\pi r_n b \delta}{2} \frac{\mu_0 |\bar{H}_n - \bar{H}_{n-1}|^2}{4} = \frac{\pi b \mu_0 \delta^2}{4} |\underline{h}_n|^2 r_n \quad (2.130)$$

Resulta a seguinte expressão para a energia magnética média normalizada :

$$\underline{W}_{mn} = \frac{2}{r_n} \int_{r_n^i}^{r_n^e} |\bar{H}_{zn}(r)|^2 r dr \quad (2.131)$$

$$G_{2nh} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}} [\text{ber}_0 q_n^i \text{kei}_1 q_n^i - \text{ber}_0 q_n^i \text{ker}_1 q_n^i - \text{kei}_0 q_n^i \text{ber}_1 q_n^i - \text{kei}_0 q_n^i \text{bei}_1 q_n^i]$$

$$G_{3n} = [G_{3na} + G_{3nb} + G_{3nc} + G_{3nd}][G_{3ne} + G_{3nf} + G_{3ng} + G_{3nh}] \quad (2.136)$$

$$G_{3na} = \text{ber}_0 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i - \text{bei}_0 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i$$

$$G_{3nb} = -\Re(\bar{\varphi}_n) [\text{ber}_0 q_n^e \text{kei}_0 q_n^i - \text{bei}_0 q_n^e \text{ker}_0 q_n^i + \text{ber}_0 q_n^i \text{kei}_0 q_n^e - \text{bei}_0 q_n^i \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$G_{3nc} = -\Im(\bar{\varphi}_n) [-\text{ber}_0 q_n^e \text{ker}_0 q_n^i - \text{bei}_0 q_n^e \text{kei}_0 q_n^i + \text{bei}_0 q_n^i \text{kei}_0 q_n^e + \text{ber}_0 q_n^i \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$G_{3nd} = |\bar{\varphi}_n|^2 [\text{ber}_0 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e - \text{bei}_0 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$G_{3ne} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}} [-\text{ker}_0 q_n^e \text{ber}_1 q_n^e - \text{ker}_0 q_n^e \text{bei}_1 q_n^e + \text{ber}_0 q_n^e \text{ker}_1 q_n^e + \text{ber}_0 q_n^e \text{kei}_1 q_n^e]$$

$$G_{3nf} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}} [-\text{kei}_0 q_n^e \text{bei}_1 q_n^e + \text{kei}_0 q_n^e \text{ber}_1 q_n^e + \text{bei}_0 q_n^e \text{kei}_1 q_n^e - \text{bei}_0 q_n^e \text{ker}_1 q_n^e]$$

$$G_{3ng} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}} [-\text{ker}_0 q_n^i \text{ber}_1 q_n^i - \text{ker}_0 q_n^i \text{bei}_1 q_n^i + \text{ber}_0 q_n^i \text{ker}_1 q_n^i + \text{ber}_0 q_n^i \text{kei}_1 q_n^i]$$

$$G_{3nh} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}} [-\text{kei}_0 q_n^i \text{bei}_1 q_n^i + \text{kei}_0 q_n^i \text{ber}_1 q_n^i + \text{bei}_0 q_n^i \text{kei}_1 q_n^i - \text{bei}_0 q_n^i \text{ker}_1 q_n^i]$$

$$G_{4n} = [G_{4na} + G_{4nb}][G_{4nc} + G_{4nd}] \quad (2.137)$$

$$G_{4na} = [\text{ber}_0^2 q_n^i + \text{bei}_0^2 q_n^i] - 2\Re(\bar{\varphi}_n) [\text{ber}_0 q_n^i \text{ber}_0 q_n^e + \text{bei}_0 q_n^i \text{bei}_0 q_n^e]$$

$$G_{4nb} = -2\Im(\bar{\varphi}_n) [\text{bei}_0 q_n^i \text{ber}_0 q_n^e - \text{ber}_0 q_n^i \text{bei}_0 q_n^e] + |\bar{\varphi}_n|^2 [\text{ber}_0^2 q_n^e + \text{bei}_0^2 q_n^e]$$

$$G_{4nc} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}} [-\text{ker}_0 q_n^e \text{ker}_1 q_n^e + \text{ker}_0 q_n^e \text{kei}_1 q_n^e - \text{kei}_0 q_n^e \text{ker}_1 q_n^e - \text{kei}_0 q_n^e \text{kei}_1 q_n^e]$$

$$G_{4nd} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}} [-\text{ker}_0 q_n^i \text{ker}_1 q_n^i + \text{ker}_0 q_n^i \text{kei}_1 q_n^i - \text{kei}_0 q_n^i \text{ker}_1 q_n^i - \text{kei}_0 q_n^i \text{kei}_1 q_n^i]$$

A figura 2.19 mostra o comportamento da energia magnética média normalizada armazenada na  $n$ -ésima camada condutora, em função da espessura normalizada, para alguns valores de  $\bar{\varphi}_n$  menores do que 1. Pode-se verificar que esta energia é nula para espessura nula e cresce quase linearmente para pequenos valores de  $h_n$ . Após passar por um máximo em  $h_n \approx 2$  a energia tende a um valor constante. A forte dependência desta energia com relação a  $\bar{\varphi}_n$  pode ser explicada pelo fato de que o aumento de  $\bar{\varphi}_n$  im-

A figura 2.21 mostra que os resultados obtidos a partir da aproximação assintótica são muito próximos àqueles obtidos através da solução exata.

$$\underline{W}_{mn} = \left| \frac{1}{1 - \bar{\varphi}_n} \right|^2 \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{\underline{h}_n}{2\underline{r}_n} \right) + \left( 1 - \frac{\underline{h}_n}{2\underline{r}_n} \right) |\bar{\varphi}_n|^2 \right] F_3(\underline{h}_n) - 4\Re(\bar{\varphi}_n) \left[ 1 - \left( \frac{\underline{h}_n}{2\underline{r}_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} F_4(\underline{h}_n) \right\} \quad (2.138)$$

com

$$F_3(\underline{h}_n) = \frac{\sinh(2\underline{h}_n) - \sin(2\underline{h}_n)}{\cosh(2\underline{h}_n) - \cos(2\underline{h}_n)} \quad (2.139)$$

$$F_4(\underline{h}_n) = \frac{\sinh(\underline{h}_n) \cos(\underline{h}_n) - \cosh(\underline{h}_n) \sin(\underline{h}_n)}{\cosh(2\underline{h}_n) - \cos(2\underline{h}_n)} \quad (2.140)$$

$$\underline{W}_{mn} = \left| \frac{1}{1 - \bar{\varphi}_n} \right|^2 \left\{ (1 + |\bar{\varphi}_n|^2) F_3(\underline{h}_n) - 4\Re(\bar{\varphi}_n) F_4(\underline{h}_n) \right\} \quad (2.141)$$

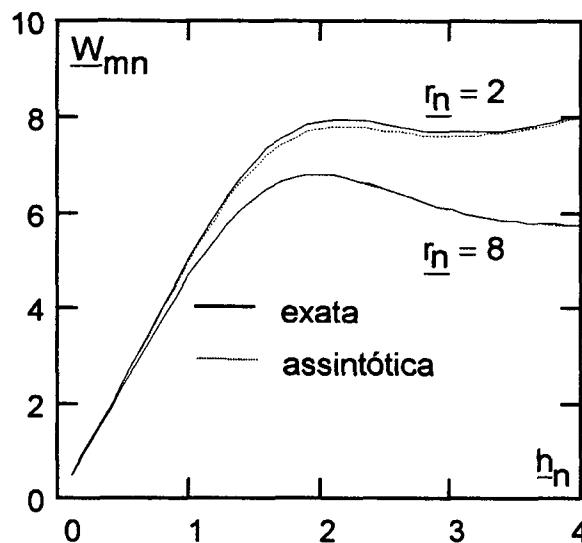


Figura 2.21 - Energia magnética média armazenada na  $n$ -ésima camada condutora vs. espessura normalizada tendo como parâmetro o raio médio normalizado ( $\bar{\varphi}_n = 0,5$ ).

Na figura 2.20 a curva para  $\underline{r}_n \rightarrow \infty$  foi obtida utilizando-se da aproximação de camada fina. Portanto, esta aproximação apresenta bons resultados para  $\underline{r}_n \geq 8$  e, neste caso em particular ( $\bar{\varphi}_n = 0,5$ ), para  $\underline{h}_n \leq 2$ .

Finalmente, sob condições limites de baixa e de alta frequência, tem-se, a

culo da espessura normalizada ótima. Estas equações são ambas funções dos parâmetros  $\bar{\varphi}_n$  e  $\underline{r}_n$  e são não-lineares. A figura 2.22 apresenta o comportamento da espessura ótima, em função da razão entre as condições de contorno, obtido a partir da solução destas equações. Note-se que esta espessura praticamente independe de  $\underline{r}_n$ , para  $\underline{r}_n \geq 8$ , e que seu valor máximo é aproximadamente 1,57. De fato, utilizando-se da equação para o cálculo da espessura normalizada ótima advinda da aproximação de camada fina, pode-se mostrar que o valor máximo desta espessura é igual a  $\pi/2$ .

A figura 2.23 (a) mostra que o mínimo da potência normalizada aumenta rapidamente quando  $\bar{\varphi}_n$  tende a 1. Comportamento similar, porém mais pronunciado, pode ser observado na figura 2.23 (b), a qual mostra o comportamento da energia magnética média normalizada armazenada numa camada de espessura ótima.

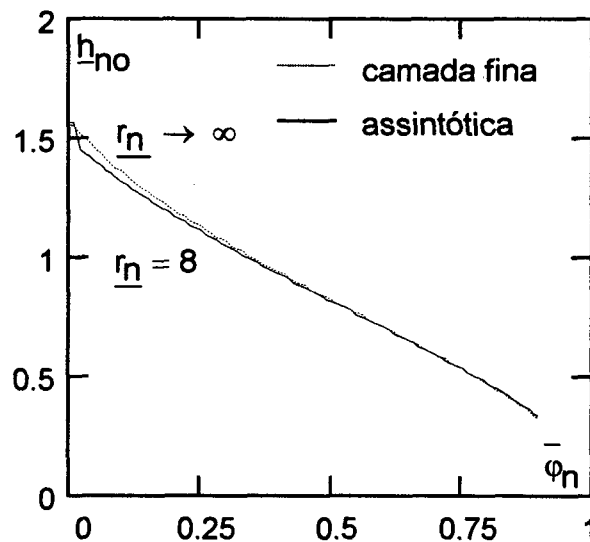


Figura 2.22 - Espessura ótima normalizada da n-ésima camada vs. razão entre as condições de contorno.

cias, dados pelas eqs. (2.126) e (2.142). A figura 2.24 (a) mostra uma comparação entre os resultados obtidos através desta aproximação e daquela de camada fina para a potência dissipada. Desta, pode-se observar que a concordância entre estes resultados é considerável até valores de  $\bar{h}_n$  pouco superiores àqueles correspondentes à potência mínima. A figura 2.24 (b) mostra a comparação anteriormente referida para a energia magnética.

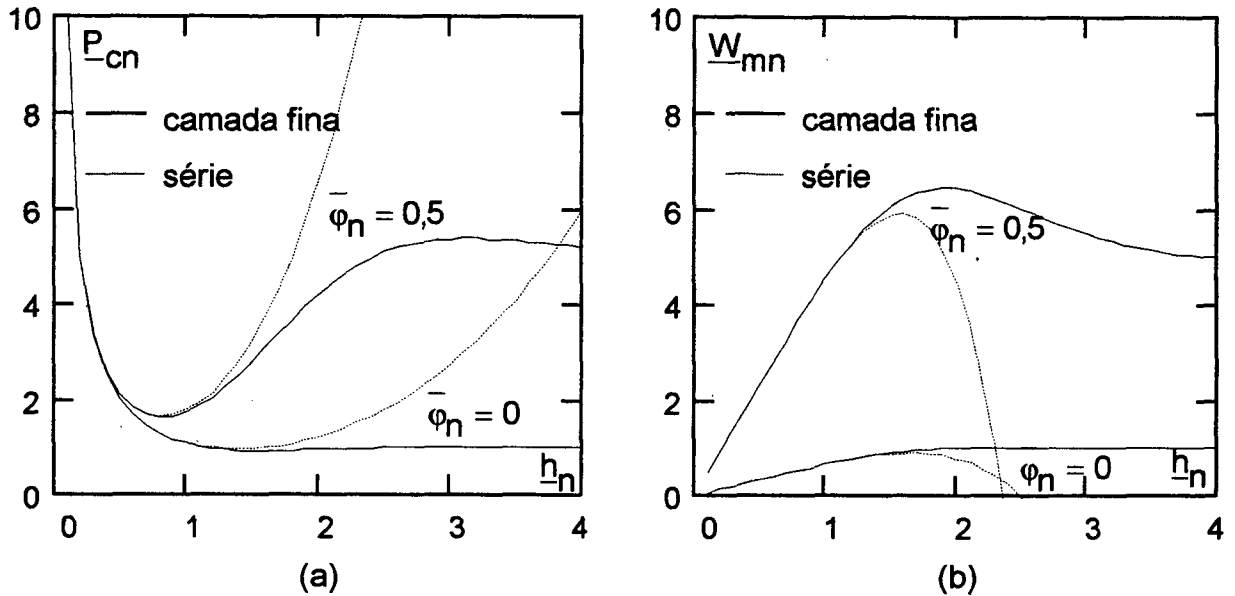


Figura 2.24 – (a) Potência normalizada dissipada e (b) Energia magnética média normalizada na  $n$ -ésima camada condutora vs. espessura normalizada.

Considerando-se as eqs. (2.144) e (2.145), resulta a seguinte expressão para o cálculo da espessura ótima normalizada :

$$\bar{h}_{no} = \left[ \frac{15|1 - \bar{\varphi}_n|^2}{4(1 + |\bar{\varphi}_n|^2) + 7\Re(\bar{\varphi}_n)} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.147)$$

A figura 2.25 mostra uma comparação entre os resultados obtidos para espessura ótima normalizada através desta aproximação e daquela de camada fina, em função da razão entre as condições de contorno. Observa-se que ocorre uma menor concordância entre os resultados para pequenos valores desta razão. O erro para  $\bar{\varphi}_n = 0$  é de aproximadamente 11,5%.

## 2.16 - Enrolamentos Multicamadas

A extensão das análises anteriores a enrolamentos multicamadas é descrita neste item. Para tal, inicialmente são introduzidas algumas suposições práticas sobre o enrolamento. Em seguida, são obtidas as expressões para a potência dissipada e para a energia armazenada. Finalmente, duas técnicas adicionais para reduzir a potência dissipada são apresentadas. Uma envolve a otimização da potência dissipada nas camadas individuais e a outra a seccionalização do enrolamento.

### 2.16.1 - Suposições Práticas Sobre o Enrolamento

Com relação a estrutura do enrolamento multicamada descrito na figura 2.2, acrescentam-se as seguintes suposições :

- A espessura das camadas condutoras são iguais, ou seja,

$$\underline{h}_n = \underline{h} \quad (2.148)$$

- A espessura das camadas isolantes são iguais, ou seja,

$$\underline{h}_{in} = \underline{r}_{n+1}^i - \underline{r}_n^e = \underline{h}_i \quad (2.149)$$

- Com a suposição feita anteriormente (item 2.8.1) de que as correntes instantâneas nas várias camadas são iguais, independentemente da frequência, resulta que os fasores corrente por unidade de comprimento das camadas são iguais, se estas têm igual comprimento, ou seja,

$$\underline{I}_n = \underline{K} \quad (2.150)$$

Com estas suposições, pode-se estabelecer as seguintes relações :

$$\underline{r}_n^i = \underline{r}_1^i + (n-1)\underline{h}_i + (n-1)\underline{h} \quad (2.151)$$

$$\underline{r}_n^e = \underline{r}_1 + (n-1)\underline{h}_i + n\underline{h} \quad (2.152)$$



Torna-se apropriado introduzir uma nova quantidade, qual seja o raio médio do enrolamento. Este é definido como a média dos raios médios das camadas individuais. Dessa forma, considerando-se a eq. (2.153), obtém-se :

$$\underline{r_e} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \underline{r_n} = \underline{r_1} + \frac{M-1}{2} \underline{h_i} + \frac{M}{2} \underline{h} \quad (2.158)$$

Assim, a seguinte relação pode ser estabelecida :

$$\underline{r_n} = \underline{r_e} + (n - \frac{M+1}{2})(\underline{h} + \underline{h_i}) \quad (2.159)$$

Com a finalidade de se obter resultados numéricos comparáveis àqueles obtidos para a análise da n-ésima camada, pode-se estabelecer a seguinte igualdade :

$$P = \frac{\pi b}{\sigma_c} |\bar{K}|^2 \sum_{n=1}^M \underline{r_n} P_{cn} = M \frac{\pi b}{\sigma_c} |\bar{K}|^2 \underline{r_e} P \quad (2.160)$$

com

$$\underline{P} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \frac{\underline{r_n}}{\underline{r_e}} P_{cn} \quad (2.161)$$

Na eq. (2.161)  $\underline{P}$  representa a potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de M camadas. Qualquer uma das quatro soluções obtidas para a potência normalizada dissipada na n-ésima camada pode agora ser estendida ao enrolamento de M camadas. Para tal, basta substituir a respectiva expressão na eq. (2.161). Considerando-se inicialmente a substituição da eq. (2.119), resultante da aproximação assintótica, na eq. (2.161), obtém-se :

$$\begin{aligned} \underline{P} = \frac{1}{M} \{ F_1(\underline{h}) \sum_{n=1}^M \frac{\underline{r_n}}{\underline{r_e}} [ \frac{1 + |\bar{\varphi}_n|^2}{|1 - \bar{\varphi}_n|^2} + \frac{\underline{h}}{2\underline{r_n}} \frac{1 - |\bar{\varphi}_n|^2}{|1 - \bar{\varphi}_n|^2} ] + \\ - 4F_2(\underline{h}) \sum_{n=1}^M \frac{\underline{r_n}}{\underline{r_e}} [ 1 - (\frac{\underline{h}}{2\underline{r_n}})^2 ]^{\frac{1}{2}} \frac{\Re(\bar{\varphi}_n)}{|1 - \bar{\varphi}_n|^2} \} \quad (2.162) \end{aligned}$$

ésima camada quando  $M = 1$ .

As figuras 2.27 (a) e (b) ilustram o comportamento da potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de  $M$  camadas em função da espessura normalizada destas. Observa-se que este comportamento é similar àquele obtido com a razão entre as condições de contorno variada como parâmetro e, como naquele caso, deve-se ao efeito de proximidade. Destas figuras, conclui-se que não é desejável, sob o aspecto de minimização da potência dissipada, que o enrolamento tenha um número elevado de camadas. O aumento no número de camadas pode exigir uma redução drástica da frequência e/ou da espessura das camadas a fim de minimizar a potência dissipada no enrolamento. Finalmente, observa-se uma estreita concordância entre os resultados obtidos através das aproximações de camada fina e por expansão em série para valores da espessura normalizada até aqueles correspondentes ao mínimo da potência.

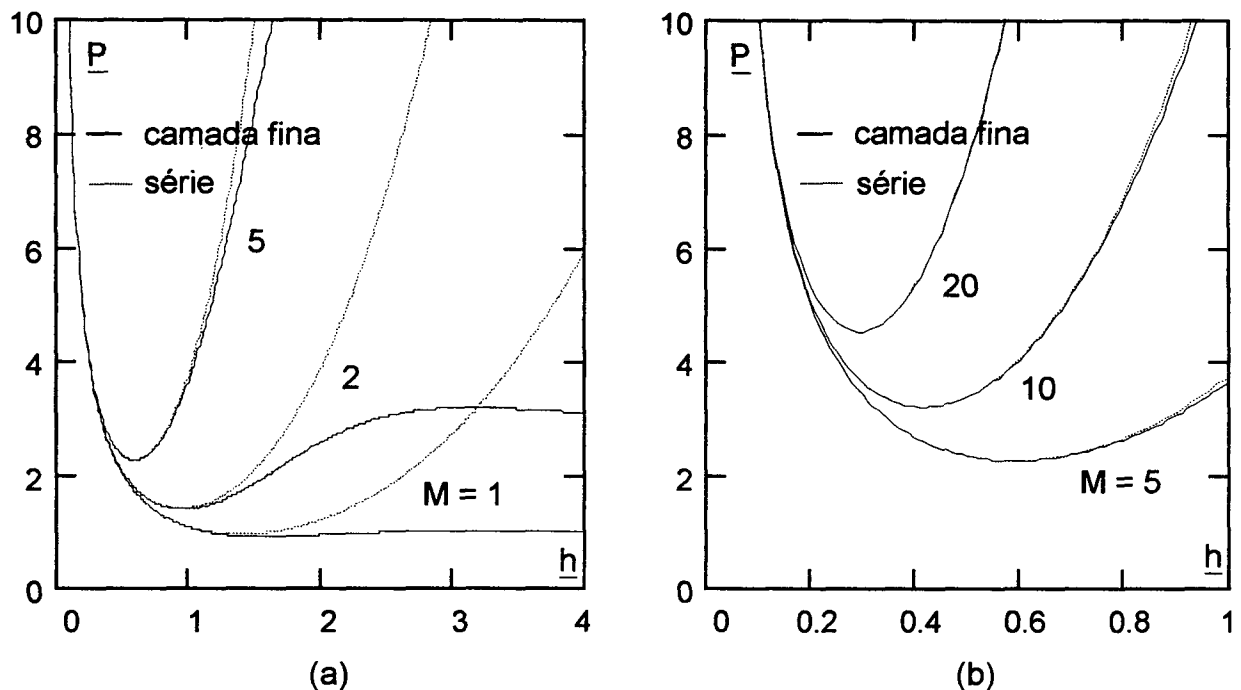


Figura 2.27 - Potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de  $M$  camadas vs. espessura normalizada das camadas, tendo o número de camadas como parâmetro ( $\bar{\varphi} = 0$ ).

### 2.16.3 - Energia Magnética Média Armazenada no Enrolamento

Diferentemente da potência dissipada, a energia magnética armazenada nas camadas isolantes não pode ser ignorada, posto que esta pode constituir-se em parcela importante da energia magnética total armazenada. O fasor campo magnético na  $n$ -ésima

ca média normalizada armazenada na n-ésima camada condutora, pode agora ser estendida ao enrolamento de M camadas. Para tal, basta substituir a respectiva expressão na eq. (2.171). Considerando-se inicialmente a substituição da eq. (2.138), resultante da aproximação assintótica, na eq. (2.171), obtém-se :

$$\begin{aligned} \underline{W} = & \frac{1}{M} \{F_3(\underline{h}) \sum_{n=1}^M \frac{\underline{r}_n}{\underline{r}_e} \left[ \frac{1+|\bar{\varphi}_n|^2}{|1-\bar{\varphi}_n|^2} + \frac{\underline{h}}{2\underline{r}_n} \frac{1-|\bar{\varphi}_n|^2}{|1-\bar{\varphi}_n|^2} \right] + \\ & -4F_4(\underline{h}) \sum_{n=1}^M \frac{\underline{r}_n}{\underline{r}_e} \left[ 1 - \left( \frac{\underline{h}}{2\underline{r}_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \frac{\Re(\bar{\varphi}_n)}{|1-\bar{\varphi}_n|^2} \} + \\ & \frac{1}{M} \{2\underline{d}_i \sum_{n=1}^M \frac{\underline{r}_n}{\underline{r}_e} \frac{1}{|1-\bar{\varphi}_n|^2} \left( 1 + \frac{\underline{h}+\underline{h}_i}{2\underline{r}_n} \right) \} \quad (2.172) \end{aligned}$$

Considerando-se a eq. (2.156) e a aproximação de camada fina, obtém-se:

$$\begin{aligned} \underline{W} = & \frac{1}{3} \frac{1}{|1-\bar{\varphi}|^2} \{F_3(\underline{h})[(2M^2+1)(1+|\bar{\varphi}|^2) + 2(M^2-1)\Re(\bar{\varphi})] + \\ & -4F_4(\underline{h})[(M^2-1)(1+|\bar{\varphi}|^2) + (M^2+2)\Re(\bar{\varphi})] + \\ & \underline{h}_i \{ (2M^2+1)(1+|\bar{\varphi}|^2) + 2(M^2-1)\Re(\bar{\varphi}) + 3M(1-|\bar{\varphi}|^2) \} \} \quad (2.173) \end{aligned}$$

Para a aproximação por expansão em série, tem-se :

$$\begin{aligned} \underline{W} = & \frac{1}{3} \frac{1}{|1-\bar{\varphi}|^2} \left[ 2\underline{h} \{ M^2(1+|\bar{\varphi}|^2) + \Re(\bar{\varphi}) \} + \right. \\ & \left. - \frac{\underline{h}^4}{630} \{ (21M^2-5)(1+|\bar{\varphi}|^2) + \Re(\bar{\varphi})(21M^2+10) \} \right] + \\ & \underline{h}_i \{ (2M^2+1)(1+|\bar{\varphi}|^2) + 2(M^2-1)\Re(\bar{\varphi}) + 3M(1-|\bar{\varphi}|^2) \} \quad (2.174) \end{aligned}$$

Note-se que as eqs. (2.173) e (2.174) se reduzem àquelas obtidas para a n-

### 2.16.4 - Otimização da Potência Dissipada no Enrolamento

O procedimento de otimização descrito anteriormente para a n-ésima camada pode ser igualmente aplicado à otimização da potência dissipada num enrolamento de M camadas. Assim, sendo iguais as espessuras normalizadas destas camadas e considerado-se a aproximação de camada fina, obtém-se a seguinte equação para o cálculo da espessura ótima normalizada :

$$\frac{\cosh(\underline{h}_o)}{\cos(\underline{h}_o)} + \frac{\cos(\underline{h}_o)}{\cosh(\underline{h}_o)} = \frac{(2M^2 + 1)(1 + |\bar{\varphi}|^2) + 2(M^2 - 1)\Re(\bar{\varphi})}{(M^2 - 1)(1 + |\bar{\varphi}|^2) + (M^2 + 2)\Re(\bar{\varphi})} \quad (2.175)$$

Por outro lado, considerando-se a aproximação por expansão em série, a espessura ótima é dada por :

$$\underline{h}_o = \left\{ \frac{15|1 - \bar{\varphi}|^2}{(5M^2 - 1)(1 + |\bar{\varphi}|^2) + (5M^2 + 2)\Re(\bar{\varphi})} \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (2.176)$$

A figura 2.29 ilustra o comportamento da espessura ótima em função da razão entre as condições de contorno obtido a partir das eqs. (2.175) e (2.176). Observa-se uma boa concordância entre os resultados. O maior erro ocorre para camada única e para aquela razão igual a zero. Neste caso, o erro na potência é em torno de 4,5%. As figuras 2.30 (a) e (b) mostram os respectivos resultados para a potência dissipada e para a energia magnética armazenada. Novamente, observa-se uma boa precisão da aproximação por expansão em série na região de potência mínima.

### 2.16.5 - Otimização da Potência Dissipada nas Camadas Individuais

Conforme ilustra a figura 2.16, a espessura ótima de uma dada camada depende fortemente de sua posição no enrolamento, ou seja, da razão entre suas condições de contorno. Isto significa que a otimização da potência dissipada nas camadas individuais, se se permite que suas espessuras possam ser diferentes, pode levar a uma redução na potência dissipada no enrolamento. Um estudo analítico desta redução pode ser realizado através da aproximação por expansão em série, a qual apresenta uma boa precisão na região de potência mínima. Uma expressão para a potência normalizada mínima, dissipada por camada num enrolamento de  $M$  camadas de espessuras iguais, pode ser obtida através da substituição da eq. (2.176) na eq. (2.166). Assim, obtém-se :

$$P_{-o} = \frac{4}{3} \left[ \frac{(5M^2 - 1)(1 + |\bar{\varphi}|^2) + (5M^2 + 2)\Re(\bar{\varphi})}{15|1 - \bar{\varphi}|^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.177)$$

Uma expressão para a potência normalizada mínima dissipada na  $n$ -ésima camada de um enrolamento de  $M$  camadas de espessuras diferentes, pode ser obtida diretamente da eq. (2.177). Para tanto, basta fazer  $M = 1$  e  $\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_n$ . Todavia, para que se possa comparar os resultados, uma expressão para a potência normalizada mínima, dissipada por camada num enrolamento de  $M$  camadas de espessuras diferentes, deve ser obtida. Para tanto, basta dividir por  $M$  a soma dos resultados obtidos para a  $n$ -ésima camada, o que é expresso pela eq. (2.178).

$$P_{-oc} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \frac{4}{3} \left[ \frac{4(1 + |\bar{\varphi}_n|^2) + 7\Re(\bar{\varphi}_n)}{15|1 - \bar{\varphi}_n|^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.178)$$

donde, considerando-se a eq. (2.156), obtém-se :

$$P_{-oc} = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \frac{4}{3} \left\{ \frac{1}{15} \left[ 4 + \frac{15[\bar{\varphi}(M-n+1) + (n-1)][\bar{\varphi}(M-n) + n]^*}{|1 - \bar{\varphi}|^2} \right] \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (2.179)$$

Tabela 2.3 - Razão entre a potência dissipada normalizada ótima resultante da otimização das espessuras individuais das camadas para aquela resultante da otimização para espessuras iguais, obtida para alguns valores de  $\bar{\phi}$  num enrolamento com 30 camadas.

$\bar{\phi}$	$\frac{P_{oc}}{P_o}$	M=30
0.0	0,878	
0.2	0,946	
0.4	0,978	
0.6	0,991	
0.8	0,997	
1.0	1,000	

### 2.16.6 - Seccionalização de Enrolamentos

Considere-se um transformador de dois enrolamentos cada qual com M camadas. A figura 2.31 mostra esboços de algumas formas de seccionalização radial destes enrolamentos, onde P e S indicam o primário e secundário, respectivamente, e s indica o número de seções. Note-se que o número de camadas em cada seção é igual a  $M/s$ . Supõe-se que não resultem camadas fracionadas. Nesta figura, mostra-se também os diagramas de magnitude do campo magnético de baixa frequência. Com as suposições anteriormente estabelecidas, o valor de pico desta magnitude é igual a  $M|K|/s$ . Em todos os esboços a razão entre as condições de contorno para uma dada seção é igual a zero. Portanto, a potência mínima normalizada dissipada por camada de uma dada seção é, de acordo com a eq. (2.177), dada por :

$$P_{os} = \frac{4}{3} \left[ \frac{5(M/s)^2 - 1}{15} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.180)$$

Neste caso, a energia magnética média armazenada por camada de uma dada seção otimizada é, de acordo com as eqs. (2.174) e (2.176), dada por :

implica um aumento da espessura ótima das camadas, como pode ser observado na tabela 2.6, e pode requerer isolamento extra. Isto, por sua vez, tende a aumentar a resistência térmica dos enrolamentos. Além disso, a seccionalização tem implicações sobre o acoplamento entre os enrolamentos e, portanto, sobre suas indutâncias de dispersão e capacitâncias parasitas. Uma pequena introdução à modelagem destas capacitâncias é apresentada no anexo B.

Tabela 2.4 - Razão entre a potência mínima normalizada dissipada por camada num enrolamento seccionalizado em  $s$  seções e aquela num enrolamento não-seccionalizado.

$\frac{P_{os}}{P_{o1}} \Big _{s,M}$	$M = 2$	$M = 4$	$M = 12$	$M \rightarrow \infty$
$s = 1$	1,000	1,000	1,000	1,000
$s = 2$	0,677	0,700	0,706	0,707
$s = 4$	—	0,474	0,497	0,500
$s = 12$	—	—	0,273	0,289

Tabela 2.5 - Razão entre a energia magnética média normalizada armazenada por camada num enrolamento otimizado seccionalizado em  $s$  seções e aquela num enrolamento não-seccionalizado ( $h_j = 0$ ).

$\frac{W_s}{W_1} \Big _{s,M}$	$M = 2$	$M = 4$	$M = 12$	$M \rightarrow \infty$
$s = 1$	1,000	1,000	1,000	1,000
$s = 2$	0,342	0,350	0,353	0,354
$s = 4$	—	0,120	0,124	0,125
$s = 12$	—	—	0,023	0,024

## CAPÍTULO III

# GENERALIZAÇÃO PARA EXCITAÇÃO PERIÓDICA NÃO-SENOIDAL

### 3.1 - Introdução

Os componentes magnéticos utilizados em conversores estáticos de alta frequência são, em geral, excitados por formas de onda de tensão e de corrente não-senoidais. Tais formas de onda variam largamente de uma topologia para outra e apresentam, tipicamente, elevado conteúdo harmônico.

As análises realizadas no Capítulo 2 para enrolamentos multicamadas submetidos a excitação senoidal, são agora estendidas para excitações periódicas não-senoidais. A escolha de uma técnica para esta extensão recai, naturalmente, sobre a análise de Fourier, devido à sua simplicidade e aplicabilidade à inúmeras formas de onda.

### 3.2 - Potência Dissipada no Enrolamento

A potência dissipada no enrolamento de  $M$  camadas descrito na figura 2.2, quando este é percorrido por uma corrente não-senoidal, pode ser obtida através da generalização da eq. (2.160). Esta potência será igual à soma daquela devida à componente CC com aquela devida às componentes harmônicas da corrente. Assim, utilizando-se o índice  $j$  para denotar a  $j$ -ésima componente harmônica da corrente, tem-se :

$$P = P_{CC} + \sum_{j=1}^{\infty} P_j \quad (3.1)$$

com

$$P_{CC} = M \frac{2\pi r_{e1} b}{h_1 \sigma_c} K_{CC}^2 \quad (3.2)$$

$$P_j = M \frac{\pi b}{\sigma_c} r_{e1} |K_j|^2 P_j \quad (3.3)$$



A expressão entre parênteses na eq. (3.11) pode ser avaliada, de acordo com a eq. (2.161), através da eq. (2.165), para a aproximação de camada fina, e da eq. (2.166), para a aproximação por expansão em série. Para tanto, basta substituir os termos dependentes da frequência nestas equações. Portanto, para a aproximação de camada fina, obtém-se :

$$\underline{P} = \frac{1}{\underline{h}_1} \frac{K_{cc}^2}{K_{ef}^2} + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{K_{efj}^2}{K_{ef}^2} \frac{\sqrt{j}}{|1-\bar{\varphi}_j|^2} \left\{ F_1(\underline{h}_j) [(2M^2 + 1)(1 + |\bar{\varphi}_j|^2) + 2(M^2 - 1)\Re(\bar{\varphi}_j)] + \right. \\ \left. -4F_2(\underline{h}_j) [(M^2 - 1)(1 + |\bar{\varphi}_j|^2) + (M^2 + 2)\Re(\bar{\varphi}_j)] \right\} \quad (3.12)$$

Antes de prosseguir com a aproximação por expansão em série, algumas observações fazem-se necessárias. Antes, na análise senoidal, verificou-se que a espessura ótima normalizada da camada estava na faixa  $[0, \pi/2]$ . Isto permitiu uma aproximação por expansão em série das funções  $F_1(\underline{h})$  e  $F_2(\underline{h})$ . Esta aproximação mostrou excelente precisão na região de otimização. Agora, porém, a espessura normalizada das camadas depende da ordem harmônica, como mostra a eq. (3.7). Como esta espessura aumenta com a ordem harmônica, a referida aproximação será menos precisa para as harmônicas de ordem mais elevada. A diminuição da amplitude harmônica com sua ordem pode, todavia, trazer um efeito compensador para tal perda de precisão, dependendo da forma de onda. Para esta aproximação, obtém-se :

$$\underline{P} = \frac{1}{\underline{h}_1} \left[ 1 + \frac{\underline{h}_1^4}{45} \beta^2 \frac{(5M^2 - 1)(1 + |\bar{\varphi}_j|^2) + (5M^2 + 2)\Re(\bar{\varphi}_j)}{|1-\bar{\varphi}_j|^2} \right] \quad (3.13)$$

com

$$\beta^2 = \frac{\sum_{j=1}^{\infty} j^2 K_{efj}^2}{K_{cc}^2 + \sum_{j=1}^{\infty} K_{efj}^2} = \frac{1}{(2\pi f_1)^2} \frac{K_{ef}^2}{K_{ef}^2} \quad (3.14)$$

Na última igualdade da eq. (3.14) utilizou-se da identidade de Parseval. O

$$j_{\max} = \frac{1}{2D_r} - 1 \quad (3.23)$$

A forma de onda resultante possui sobresinal e subsinal da ordem de 9%, juntamente com oscilações amortecidas, tipicamente o caso prático em conversores estáticos.

As figuras 3.2 (a) e (b) mostram os resultados obtidos para a potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de  $M$  camadas em função da espessura normalizada  $h_1$ . Note-se destas figuras, que a precisão da aproximação por expansão em série tornou-se restrita e é tanto pior quanto menor for o tempo de subida e a razão cíclica da forma de onda. Note-se também que a potência dissipada aumenta com a diminuição deste tempo e da razão cíclica. Finalmente, observa-se que a potência dissipada sob excitação de onda trapezoidal é consideravelmente diferente daquela sob excitação senoidal. Cabe ressaltar que o valor eficaz da corrente no enrolamento é mantido constante nestas curvas. Isto é uma consequência do processo de normalização das equações.

Este exemplo, mostra que, além da freqüência e do valor eficaz da forma de onda da corrente, os detalhes de sua natureza também têm efeito significativo sobre a potência dissipada no enrolamento.

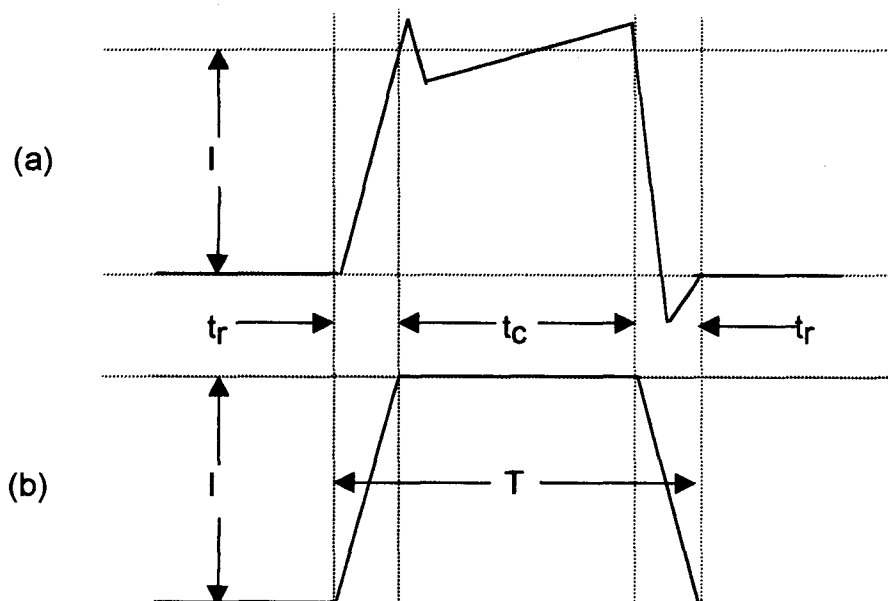


Figura 3.1 - (a) Forma de onda de corrente típica num conversor forward e (b) sua aproximação através de uma forma de onda trapezoidal.

$$W_{icc} = \frac{2\pi b \mu_o \delta_1^2}{4} K_{cc}^2 \sum_{n=1}^M \frac{r_{n1}}{r_{e1}} \frac{2h_{i1}}{|1 - \varphi_{ncc}|^2} \left(1 + \frac{h_1 + h_{i1}}{2r_{n1}}\right) \quad (3.25)$$

$$W_{cc} = \frac{2\pi b \mu_o \delta_1^2}{4} K_{cc}^2 \frac{2}{3} \sum_{n=1}^M \frac{r_{n1}}{r_{e1}} \frac{h_1}{|1 - \varphi_{ncc}|^2} \left[ 1 + \varphi_{ncc}^2 + \frac{h_1}{2r_{n1}} (1 - \varphi_{ncc}^2) + \left(1 - \left(\frac{h_1}{2r_{n1}}\right)^2\right) \frac{1}{2} \varphi_{ncc} \right] \quad (3.26)$$

$$W_{ij} = \sum_{n=1}^M W_{inj} = \frac{2\pi b \mu_o \delta_j^2}{4} K_{efj}^2 \sum_{n=1}^M \frac{r_{nj}}{r_{e1}} W_{inj} \quad (3.27)$$

$$W_j = \sum_{n=1}^M W_{mnj} = \frac{2\pi b \mu_o \delta_j^2}{4} K_{efj}^2 \sum_{n=1}^M \frac{r_{nj}}{r_{e1}} W_{mnj} \quad (3.28)$$

Então, considerando-se as eqs. (3.5) a (3.9), obtém-se :

$$\begin{aligned} \underline{W} &= \frac{K_{cc}^2}{K_{ef}^2} \left[ \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \frac{r_{n1}}{r_{e1}} \frac{2h_{i1}}{|1 - \varphi_{ncc}|^2} \left(1 + \frac{h_1 + h_{i1}}{2r_{n1}}\right) \right] + \\ &\frac{K_{cc}^2}{K_{ef}^2} \frac{2}{3} \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \frac{r_{n1}}{r_{e1}} \frac{h_1}{|1 - \varphi_{ncc}|^2} \left[ 1 + \varphi_{ncc}^2 + \frac{h_1}{2r_{n1}} (1 - \varphi_{ncc}^2) + \left(1 - \left(\frac{h_1}{2r_{n1}}\right)^2\right) \frac{1}{2} \varphi_{ncc} \right] + \\ &\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{j}} \frac{K_{efj}^2}{K_{ef}^2} \left[ \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \frac{r_{nj}}{r_{e1}} (W_{inj} + W_{mnj}) \right] \quad (3.29) \end{aligned}$$

O último termo desta equação pode ser avaliado, de acordo com a eq. (2.171), através da eq. (2.173), para a aproximação de camada fina, e da eq. (2.174), para a aproximação por expansão em série. Para tanto, basta substituir os termos dependentes da frequência nestas equações. Assim, para a aproximação de camada fina, obtém-se :

$$\begin{aligned} \underline{W} &= \frac{1}{3} \frac{K_{cc}^2}{K_{ef}^2} \frac{1}{|1 - \varphi_{cc}|^2} \left\{ h_{i1} [(2M^2 + 1)(1 + \varphi_{cc}^2) + 2(M^2 - 1)\varphi_{cc} + 3M(1 - \varphi_{cc}^2)] + \right. \\ &\left. 2h_1 M^2 [1 + \varphi_{cc} + \varphi_{cc}^2] \right\} + \end{aligned}$$

### 3.4 - Otimização da Potência Dissipada no Enrolamento

O procedimento de otimização da potência dissipada num enrolamento de  $M$  camadas sob excitação não-senoidal é o mesmo que para excitação senoidal. Entretanto, com excitação não-senoidal, a diferenciação da potência, dada na eq. (2.144), é realizada com relação à espessura do condutor normalizada para a profundidade de penetração à frequência fundamental,  $\underline{h}_1$ .

As figuras 3.4 (a) e (b) ilustram o comportamento da espessura ótima em função da razão entre as condições de contorno, obtido com a aproximação de camada fina para as excitações senoidal e trapezoidal unipolar. Note-se que a espessura ótima diminui com a redução da razão cíclica e da razão entre o tempo de subida e o período desta forma de onda. Dependendo destas razões, a espessura ótima para excitação não-senoidal pode divergir grandemente daquela para excitação senoidal. Esta divergência é tanto maior quanto menor forem estas razões.

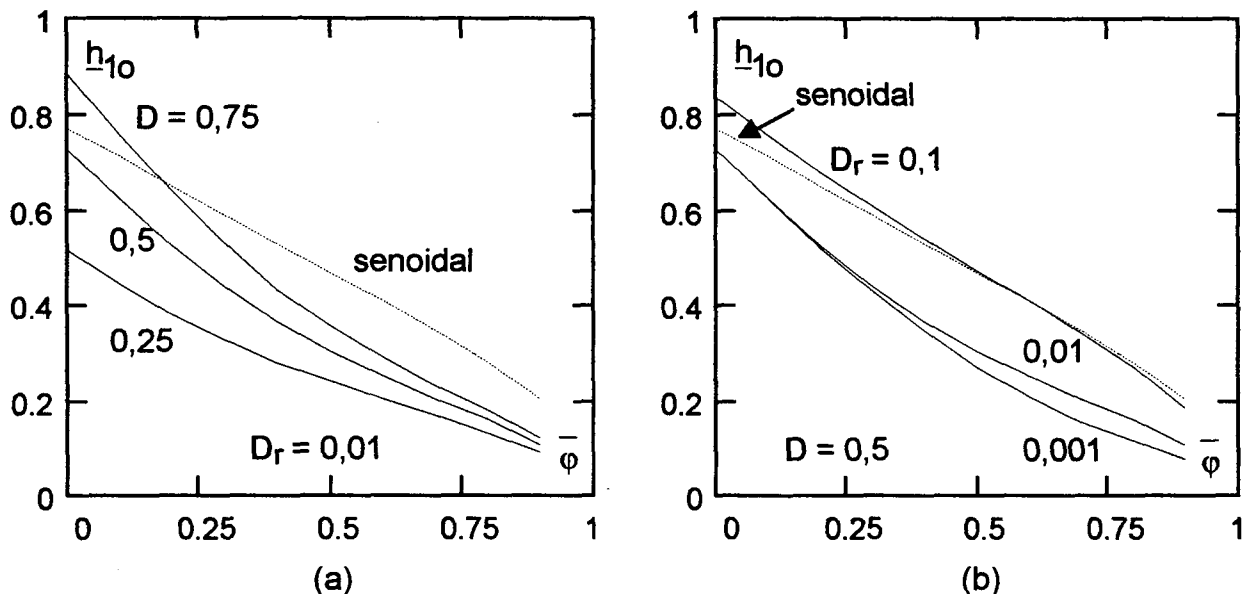


Figura 3.4 - Espessura ótima normalizada vs. razão entre as condições de contorno para excitações senoidal e trapezoidal unipolar, tendo como parâmetro em (a) a razão cíclica e em (b) a razão entre o tempo de subida e o período desta forma de onda ( $M = 3$ ).

### 3.5 - Resistência e Indutância de dispersão Efetivas do Enrolamento

A partir das eqs. (3.2), (3.10) e (3.24) pode-se estabelecer as seguintes

em CC pode ser obtida a partir de resultados obtidos com excitação senoidal, desde que o conteúdo harmônico da forma de onda da corrente seja conhecido. Neste caso, tem-se, de acordo com as eqs. (3.12) e (3.34),

$$\frac{R_e}{R_{cc}} = \left[ \frac{I_{cc}}{I_{ef}} \right]^2 + \sum_{j=1}^{j_{\max}} \left[ \frac{I_{efj}}{I_{ef}} \right]^2 \frac{R_{ej}}{R_{cc}} \quad (3.36)$$

com

$$\frac{R_{ej}}{R_{cc}} = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\sqrt{j}}{|1 - \bar{\varphi}_j|^2} \left\{ F_1(h_j) [(2M^2 + 1)(1 + |\bar{\varphi}_j|^2) + 2(M^2 - 1)\Re(\bar{\varphi}_j)] + \right. \\ \left. -4F_2(h_j) [(M^2 - 1)(1 + |\bar{\varphi}_j|^2) + (M^2 + 2)\Re(\bar{\varphi}_j)] \right\} \quad (3.37)$$

### 3.6 - Conclusão

A modelagem da perda por correntes circulantes e da energia magnética média armazenada em enrolamentos multicamadas submetidos a excitação senoidal, foi estendida para o caso de excitação periódica não-senoidal. Esta generalização, realizada com base na análise de Fourier, tem aplicação imediata na otimização do projeto de enrolamentos em componentes magnéticos utilizados em conversores estáticos de alta frequência. Em tal aplicação, os componentes magnéticos estão, tipicamente, submetidos a este tipo de excitação.

O equacionamento foi mantido suficientemente genérico, de modo a ser aplicável à maioria das situações práticas.

Os resultados obtidos com excitação do tipo pulso unipolar mostram que, além da frequência e do valor eficaz da forma de onda da corrente, os detalhes de sua natureza, tais como razão cíclica e tempo de subida, têm efeito significativo sobre a potência dissipada no enrolamento. Os efeitos sobre a energia magnética média armazenada, embora menores na região de otimização, podem ser de interesse com outras formas de onda.

A aproximação por expansão em série, embora revele claramente a influência do conteúdo harmônico da forma de onda sobre os resultados, mostrou-se inadequada para tais análises. A razão de sua imprecisão se deve ao aumento da espessura normalizada das camadas com a ordem harmônica.

potência dissipada e da energia magnética média armazenada no mesmo.

Por outro lado, é possível, com base no conceito de ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade, modelar a perda por correntes circulantes em enrolamentos constituídos de condutores circulares (simples ou em feixe torcido) ou fio litz sem tais exigências. Embora Ferreira [83] tenha desenvolvido a modelagem da perda por correntes circulantes em condutores laminares, circulares e em fio litz com base neste conceito, ele não a estendeu aos respectivos enrolamentos multicamadas. Por outro lado, considera-se que a forma que ele utiliza para a apresentação deste conceito e da respectiva modelagem é um tanto confusa. Particularmente, no que se refere ao cálculo da perda devida ao efeito de proximidade, a utilização de uma magnitude média do campo magnético no condutor não é, de fato, clara.

Este Capítulo tem como principal objetivo apresentar a modelagem da perda por correntes circulantes em enrolamentos com condutores laminares, circulares, em feixe torcido ou fio litz, com base no conceito de ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade. Neste sentido, este conceito é revisto e é feito um esforço no sentido de esclarecer os pontos obscuros anteriormente citados.

Inicialmente, são descritas as adaptações geométricas que permitem a representação de camadas de condutores circulares, simples ou em feixe planar, ou de fio litz através de camadas de condutores laminares equivalentes. Em seguida, apresenta-se a adequação das equações relativas à potência dissipada e à energia magnética armazenada para que a modelagem unidimensional anteriormente desenvolvida possa ser aplicada. O referido conceito de ortogonalidade é revisto e, com base nele, a modelagem da perda por correntes circulantes em enrolamentos multicamadas é desenvolvida.

## **4.2 - Representação de Uma Camada de Condutores Circulares Simples ou em Feixe Planar Através de Uma Camada de Condutor Laminar Equivalente**

A figura 4.1 mostra os passos para a obtenção de uma camada de condutor laminar equivalente a uma camada de condutores circulares simples com  $N_b$  espiras [74]. Inicialmente os condutores circulares são substituídos por condutores quadrados de mesma seção transversal condutora, mantendo-se, portanto, a resistência CC por unidade de comprimento médio das espiras. A espessura da camada resultante é então dada por :

de uma camada de condutor laminar equivalente é idêntico àqueles mostrados para uma camada de condutores circulares simples. Assim, se  $I_{ef}$  é a corrente no enrolamento a expressão para  $K_{ef}$  é aquela dada pela eq. (4.4). Por outro lado, se o feixe contém  $F_f$  condutores, então a expressão para  $\eta$  torna-se :

$$\eta = \frac{N_b h}{b} F_f \quad (4.5)$$

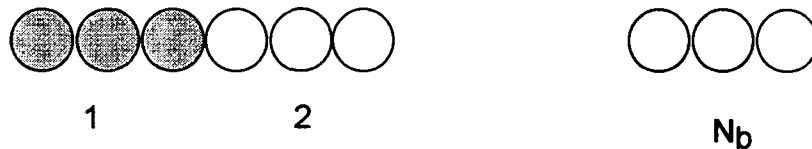


Figura 4.2 - Camada de condutor circular em feixe planar.

No estabelecimento do problema unidimensional, verificou-se que a corrente não pode ter variação na direção axial das camadas. Portanto, sob esta hipótese, a corrente total deve se dividir igualmente entre os condutores individuais do feixe. Dessa forma, a potência normalizada dissipada por camada não muda com relação ao caso em que se usa condutores circulares simples com o mesmo número de camadas. A diferença é que a resistência CC e, em consequência, a resistência efetiva do enrolamento diminuem. Isto significa que, sob condições de potência mínima, pode-se admitir uma maior corrente eficaz no enrolamento quando se utiliza condutores em feixe em substituição a condutores simples.

### 4.3 - Representação de Uma Camada de Fio Litz Através de Camadas de Condutores Laminares Equivalentes

A utilização de fio litz permite aumentar ainda mais a capacidade de corrente de um enrolamento. Fio litz (Litzendraht) é um feixe de condutores isolados que, ao longo de um mesmo comprimento, ocupam todas as posições em sua seção transversal. Idealmente, devido à esta transposição dos condutores individuais do feixe, os efeitos pelicular e de proximidade são inexistentes e cada condutor assume uma parcela idêntica da corrente total. O diâmetro dos condutores individuais é menor do que a profundidade de penetração na máxima frequência para a qual o fio litz é aplicável. Um feixe torcido de condutores não tem as mesmas características de um fio litz, posto que a transposição des-

destas camadas pode agora ser convertida numa camada de condutor laminar como anteriormente mostrado. Assim, se  $N_{bf}$  é o número de espiras por camada de fio litz e  $M_f$  o número de camadas, podem ser estabelecidas as seguintes relações :

$$h = \sqrt{\pi} \frac{d_s}{2} \quad (4.6)$$

$$M = \sqrt{N_f} M_f \quad (4.7)$$

$$\eta = \frac{h \sqrt{N_f} N_{bf}}{b} \quad (4.8)$$

$$K_{ef} = \frac{N_{bf} l_{ef}}{b} \quad (4.9)$$

Para a condutividade das camadas de condutores laminares vale a eq. (4.2), com  $\eta$  dado pela eq. (4.8).

#### 4.4 - Aplicação da Modelagem Desenvolvida a Enrolamentos com Condutores Circulares ou Fio Litz

Como anteriormente citado, a utilização da modelagem desenvolvida para a otimização do projeto de um enrolamento cujos condutores não são laminares, exige uma adequação das equações para cálculo da potência dissipada e da energia magnética média armazenada no mesmo. Isto ocorre tendo em vista que existe uma relação entre a condutividade do condutor laminar equivalente e aquela do condutor original. Para condutores laminares equivalentes a condutores circulares, esta adequação consiste em reavaliar as eqs. (3.7) a (3.9) para sua condutividade, dada pela eq. (4.2). Portanto, sendo  $N$  o número de espiras do enrolamento, tem-se :

$$\underline{h}'_j = \sqrt{j} \sqrt{\eta} \underline{h}_1 = \sqrt{j} X \quad (4.10)$$

$$\underline{h}'_{ij} = \sqrt{j} \sqrt{\eta} \underline{d}_{i1} = \sqrt{j} Y \quad (4.11)$$

$$\delta'_1 = \frac{\delta_1}{\sqrt{\eta}} \quad (4.12)$$

com



## 4.5 - Ortogonalidade entre os Efeitos Pelicular e de Proximidade

O fasor vetorial densidade de corrente,  $\bar{\mathbf{J}}$ , pode ser expresso como a soma daquele devido ao efeito pelicular,  $\bar{\mathbf{J}}_{pe}$ , e daquele devido ao efeito de proximidade,  $\bar{\mathbf{J}}_{pr}$ . Então,

$$\bar{\mathbf{J}} = \bar{\mathbf{J}}_{pe} + \bar{\mathbf{J}}_{pr} \quad (4.18)$$

Portanto, a potência dissipada num condutor, em W/m, pode ser expressa por :

$$P_c = \frac{1}{2\sigma_c} \iint_S (\bar{\mathbf{J}}_{pe} + \bar{\mathbf{J}}_{pr}) \cdot (\bar{\mathbf{J}}_{pe} + \bar{\mathbf{J}}_{pr})^* ds \quad (4.19)$$

ou

$$P_c = \frac{1}{2\sigma_c} \iint_S (|\bar{\mathbf{J}}_{\phi pe}|^2 + |\bar{\mathbf{J}}_{\phi pr}|^2) ds + \frac{1}{2\sigma_c} \iint_S 2\Re(\bar{\mathbf{J}}_{\phi pe} \bar{\mathbf{J}}_{\phi pr}^*) ds \quad (4.20)$$

Por definição, os fasores  $\bar{\mathbf{J}}_{\phi pe}$  e  $\bar{\mathbf{J}}_{\phi pr}$  são ortogonais se, e somente se,

$$\iint_S (\bar{\mathbf{J}}_{\phi pe} \bar{\mathbf{J}}_{\phi pr}^*) ds = \iint_S (\bar{\mathbf{J}}_{\phi pe}^* \bar{\mathbf{J}}_{\phi pr}) ds = 0 \quad (4.21)$$

e, neste caso, a potência dissipada pode ser expressa por :

$$P_c = P_{pe} + P_{pr} \quad (4.22)$$

com

$$P_{pe} = \frac{1}{2\sigma_c} \iint_S |\bar{\mathbf{J}}_{\phi pe}|^2 ds \quad (4.23)$$

$$P_{pr} = \frac{1}{2\sigma_c} \iint_S |\bar{\mathbf{J}}_{\phi pr}|^2 ds \quad (4.24)$$

Sendo :

$P_{pe}$  - potência dissipada devida ao efeito pelicular (W/m)

$P_{pr}$  - potência dissipada devida ao efeito de proximidade (W/m)

Logo,

$$\bar{J}_{\phi npe}(r') = -\frac{(1+j)}{2} \frac{1}{\sinh[(1+j)h_n]} \{ \cosh[(1+j)(r')] + \cosh[(1+j)(r' - h_n)] \} \quad (4.29)$$

$$\bar{J}_{\phi npr}(r') = -\frac{(1+j)}{2} \frac{1}{\sinh[(1+j)h_n]} \frac{1+\bar{\phi}_n}{1-\bar{\phi}_n} \{ \cosh[(1+j)(r')] - \cosh[(1+j)(r' - h_n)] \} \quad (4.30)$$

A figura 4.4 mostra o comportamento das partes real e imaginária de  $\bar{J}_{\phi npe} \bar{J}_{\phi npr}^*$  e ilustra a ocorrência de ortogonalidade entre  $\bar{J}_{\phi npe}$  e  $\bar{J}_{\phi npr}$ .

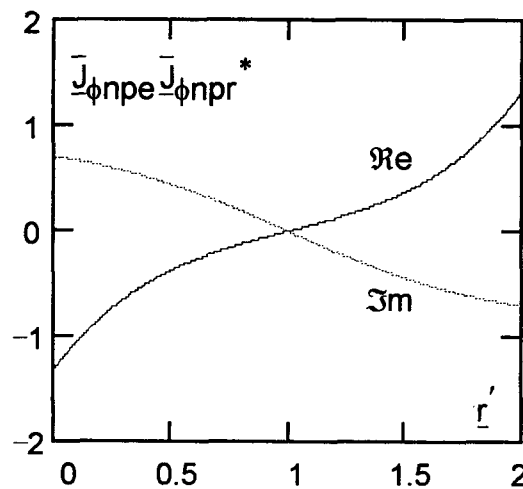


Figura 4.4 - Comportamento das partes real e imaginária de  $\bar{J}_{\phi npe} \bar{J}_{\phi npr}^*$  ilustrando a ocorrência de ortogonalidade entre  $\bar{J}_{\phi npe}$  e  $\bar{J}_{\phi npr}$  no caso da modelagem unidimensional de condutores laminares.

Das eqs. (4.29), (4.30), (2.63) e (2.79), obtém-se :

$$\bar{J}_{\phi npe}(r') = \frac{\bar{I}_n}{2b\delta} \frac{(1+j)}{\sinh[(1+j)h_n]} \{ \cosh[(1+j)(r')] + \cosh[(1+j)(r' - h_n)] \} \quad (4.31)$$

$$\bar{J}_{\phi npr}(r') = -\bar{H}_{nm} \frac{(1+j)}{\sinh[(1+j)h_n]} \{ \cosh[(1+j)(r')] - \cosh[(1+j)(r' - h_n)] \} \quad (4.32)$$

com

$$\bar{H}_{nm} = \frac{\bar{H}_n(1+\bar{\phi}_n)}{2} \quad (4.33)$$

$$\underline{P} = \frac{1}{2} \{ \psi_1(\underline{h}) + \psi_2(\underline{h}) \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \left| \frac{1 + \bar{\varphi}_n}{1 - \bar{\varphi}_n} \right|^2 \} \quad (4.41)$$

com

$$\psi_1(\underline{h}) = \frac{\sinh(\underline{h}) + \sin(\underline{h})}{\cosh(\underline{h}) - \cos(\underline{h})} = F_1(\underline{h}) + 2F_2(\underline{h}) \quad (4.42)$$

$$\psi_2(\underline{h}) = \frac{\sinh(\underline{h}) - \sin(\underline{h})}{\cosh(\underline{h}) + \cos(\underline{h})} = F_1(\underline{h}) - 2F_2(\underline{h}) \quad (4.43)$$

e, considerando-se a eq. (2.156), obtém-se :

$$\sum_{n=1}^M \left| \frac{1 + \bar{\varphi}_n}{1 - \bar{\varphi}_n} \right|^2 = \frac{M}{3} \left( 4M^2 \frac{1 + |\bar{\varphi}|^2 + \Re(\bar{\varphi})}{|1 - \bar{\varphi}|^2} - 1 \right) \quad (4.44)$$

Portanto :

$$\underline{P} = \frac{1}{2} \left[ \psi_1(\underline{h}) + \frac{1}{3} \left( 4M^2 \frac{1 + |\bar{\varphi}|^2 + \Re(\bar{\varphi})}{|1 - \bar{\varphi}|^2} - 1 \right) \psi_2(\underline{h}) \right] \quad (4.45)$$

A eq. (4.45) é, de fato, idêntica a eq. (2.165) e pode ser obtida diretamente a partir desta utilizando-se os conceitos introduzidos neste item.

Finalmente, considerando-se a eq. (3.34), obtém-se a relação entre as resistências efetiva e em corrente contínua para um enrolamento de condutores laminares senoidalmente excitado :

$$\frac{R_{el}}{R_{cc}} = \frac{h}{2} \left[ \psi_1(\underline{h}) + \frac{1}{3} \left( 4M^2 \frac{1 + |\bar{\varphi}|^2 + \Re(\bar{\varphi})}{|1 - \bar{\varphi}|^2} - 1 \right) \psi_2(\underline{h}) \right] \quad (4.46)$$

Observe-se que, no caso de um condutor laminar isolado, submetido apenas ao campo magnético próprio, tem-se  $M = 1$  e  $\bar{\varphi} = -1$ . Neste caso, o aumento na resistência efetiva em relação à resistência CC deve-se tão somente ao efeito pelicular. Para  $M > 1$  acrescenta-se, ao efeito pelicular, o efeito de proximidade, fazendo com que este aumento seja ainda maior.

As figuras 4.5 (a) e (b) mostram o comportamento das funções  $\psi_1(\underline{h})$  e

$$P_{cpr} = \frac{\sqrt{2}\pi d}{\delta\sigma_c} \Psi_2(\underline{d}) |\bar{H}_e|^2 \quad (4.48)$$

com

$$\underline{d} = \frac{d}{\sqrt{2}\delta} \quad (4.49)$$

$$\Psi_1(\underline{d}) = \frac{\text{ber}_0(\underline{d})\text{bei}'(\underline{d}) - \text{bei}_0(\underline{d})\text{ber}'(\underline{d})}{(\text{ber}'(\underline{d}))^2 + (\text{bei}'(\underline{d}))^2} \quad (4.50)$$

$$\Psi_2(\underline{d}) = -\frac{\text{ber}_2(\underline{d})\text{ber}'(\underline{d}) + \text{bei}_2(\underline{d})\text{bei}'(\underline{d})}{(\text{ber}(\underline{d}))^2 + (\text{bei}(\underline{d}))^2} \quad (4.51)$$

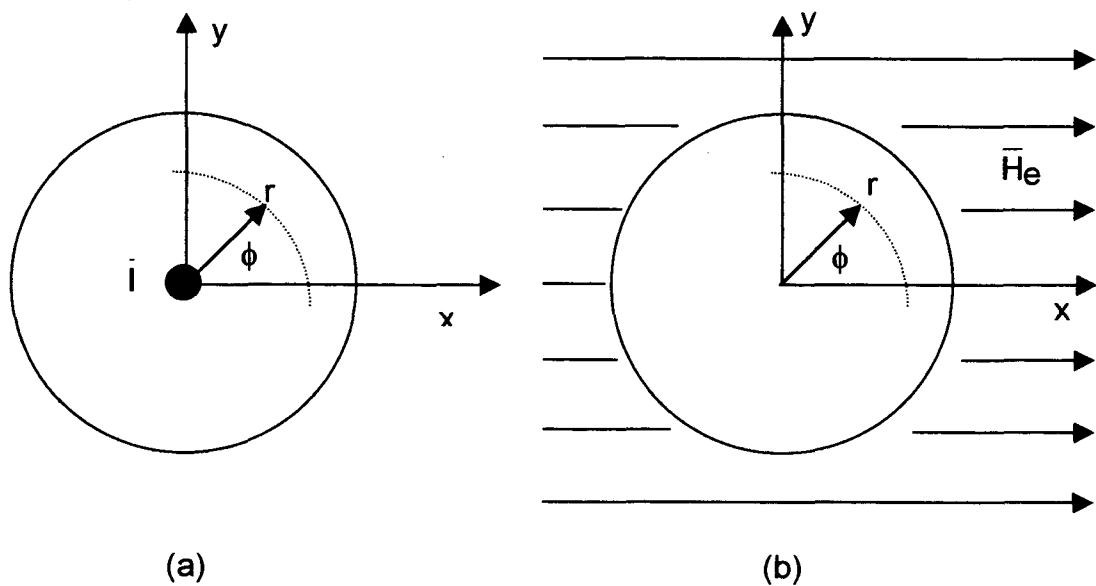


Figura 4.6 - (a) Condutor circular percorrido por uma corrente senoidal e não submetido a um campo magnético externo e (b) condutor circular submetido a um campo magnético externo e não percorrido por uma corrente.

Considerando-se um enrolamento de condutores circulares com 'm' condutores por camada e comparando-se as eqs. (4.47) e (4.48) às eqs. (4.36) e (4.37), tem-se :

$$F = m \frac{1}{\sqrt{2}\pi d \delta \sigma_c} \Psi_1(\underline{d}) \quad (4.52)$$

$$G = m \frac{\sqrt{2}\pi d}{\delta \sigma_c} \Psi_2(\underline{d}) \quad (4.53)$$

Portanto, a potência dissipada na n-ésima camada, em W/m, é dada por :

$$\frac{R_{eC}}{R_{ccC}} = \frac{d}{2} \left[ \Psi_1(\underline{d}) + \frac{\pi^2}{6} (4M^2 \frac{1+|\bar{\phi}|^2 + \Re(\bar{\phi})}{|1-\bar{\phi}|^2} - 1) \Psi_2(\underline{d}) \right] \quad (4.60)$$

As figuras 4.7 (a) e (b) mostram o comportamento das funções  $\Psi_1(\underline{d})$  e  $\Psi_2(\underline{d})$ , as quais estão diretamente ligadas aos efeitos pelicular e de proximidade em condutores circulares. As expressões utilizadas para as funções de Bessel são dadas no Anexo A. Estas figuras elucidam ainda mais o fato de que existe um valor de  $\underline{d}$  para o qual a relação dada pela eq. (4.60) é mínima.

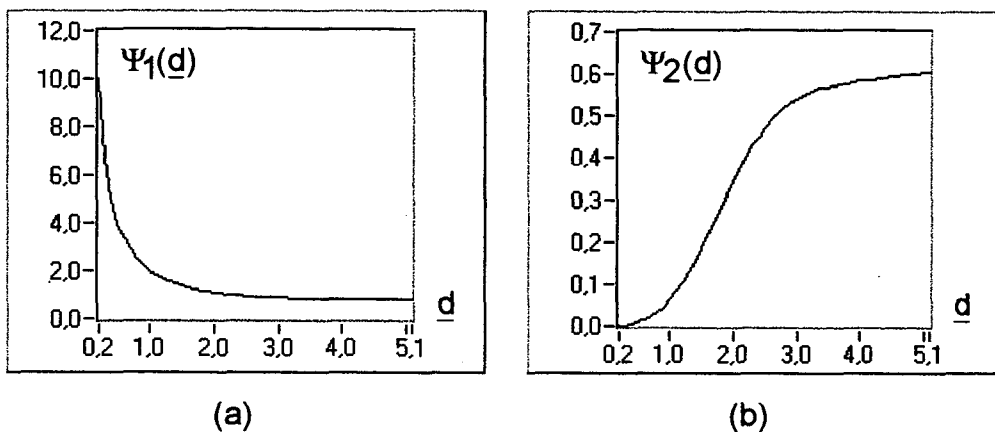


Figura 4.7 - Comportamento das funções  $\Psi_1(\underline{d})$  e  $\Psi_2(\underline{d})$ .

#### 4.5.3 - Enrolamentos com Fio Litz ou Feixe Torcido de Condutores Circulares

Considere-se, como mostra a figura 4.8, um fio litz ou um feixe torcido de condutores circulares de diâmetro externo  $D_f$  e composto de  $N_f$  condutores de diâmetro  $d_f$ . O fio é percorrido por uma corrente senoidal, cujo fasor denota-se por  $\bar{I}$ , e é submetido a um campo magnético externo, cujo fasor denota-se por  $\bar{H}_e$ , o qual é suposto uniforme em sua seção transversal. Apesar de que nesta seção utiliza-se apenas o termo fio litz, as análises aqui realizadas aplicam-se igualmente a um feixe torcido de condutores circulares.

Admitindo-se que a corrente total divide-se igualmente entre os vários condutores do fio, a potência total dissipada, em W/m, devida ao efeito pelicular pode, de acordo com a eq. (4.47), ser calculada através da seguinte expressão :

$$|\bar{H}|^2 = |\bar{H}_e|^2 + |\bar{H}_i|^2 + 2|\bar{H}_e||\bar{H}_i| \sin \phi \quad (4.65)$$

Admitindo-se que a magnitude do fasor campo magnético médio em cada condutor do fio seja igual a  $|\bar{H}|$ , então a potência dissipada devida ao efeito de proximidade em cada um dos condutores pode ser calculada. A potência dissipada total devida ao efeito de proximidade, por unidade de comprimento, pode ser obtida através da soma daquelas nos condutores individuais [95]. Um procedimento mais simples, entretanto, consiste em integrar a potência dissipada total devida ao efeito de proximidade, por unidade de volume, a fim de obter aquela por unidade de comprimento. A potência dissipada no fio devida ao efeito de proximidade pode ser expressa, em  $W/m^3$ , por :

$$P_{cv} = \frac{4}{\pi D_f^2} N_f \left[ \frac{\sqrt{2\pi d_f}}{\delta \sigma_c} \Psi_2(d_f) |\bar{H}|^2 \right] \quad (4.66)$$

Portanto, esta potência, em  $W/m$ , é dada por :

$$P_{cpe} = \iint_S P_{cv} ds = N_f \frac{\sqrt{2\pi d_f}}{\delta \sigma_c} \Psi_2(d_f) \left[ |\bar{H}_e|^2 + \frac{|i|^2}{2\pi^2 D_f^2} \right] \quad (4.67)$$

A eq. (4.67) indica que a potência dissipada devido ao campo magnético externo pode ser separada daquela causada pelo campo magnético interno.

Considerando-se um enrolamento com fio litz ou feixe torcido de condutores circulares com 'm' fios por camada, a potência dissipada na n-ésima camada, em  $W/m$ , é dada por :

$$P_{cn} = m N_f \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi d_f} \delta \sigma_c} \Psi_1(d_f) \left| \frac{i}{N_f} \right|^2 + \frac{\sqrt{2\pi d_f}}{\delta \sigma_c} \Psi_2(d_f) \left[ |\bar{H}_{nm}|^2 + \frac{|i|^2}{2\pi^2 D_f^2} \right] \right\} \quad (4.68)$$

Considerando-se que as camadas do enrolamento preenchem a altura da janela do núcleo, de modo que,

$$b \cong m D_f \quad (4.69)$$

A figura 4.9 mostra a relação entre as resistências efetivas de um fio litz e de um condutor circular de mesmo diâmetro, parametrizada pelo número de condutores do fio. A expressão utilizada para esta relação pode ser obtida a partir das eqs. (4.60), (4.74) e (4.75) para  $M = 1$  e  $\bar{\varphi} = -1$ , o que caracteriza um único condutor não submetido a um campo magnético externo, e é dada por :

$$\frac{R_{ef}}{R_{eC}} = p \frac{d_f}{d} \frac{\Psi_1(d_f) + pN_f \Psi_2(d_f)}{\Psi_1(d)} \quad (4.76)$$

com

$$d_f = \sqrt{\frac{p}{N_f}} d \quad (4.77)$$

Tendo em mente que dimensões normalizadas são proporcionais à raiz quadrada da frequência, observa-se, da figura 4.9, que um fio litz apresenta uma resistência efetiva inferior àquela de um condutor sólido de mesmo diâmetro somente até uma dada frequência, sendo esta frequência tanto maior quanto maior for o número de condutores do fio. Neste caso, a relação entre as resistências efetivas em baixas frequências é igual ao fator de utilização do fio litz,  $p$ . De fato, neste caso a relação entre as resistências CC do fio litz e do condutor sólido é igual a  $p$ .

A figura 4.10 mostra a relação entre as resistências efetivas de um fio litz e de um condutor circular de mesma resistência CC, parametrizada pelo número de condutores do fio. A expressão utilizada para esta relação pode ser obtida a partir das eqs. (4.60), (4.74) e (4.75) para  $M = 1$  e  $\bar{\varphi} = -1$ , e é dada por :

$$\frac{R_{ef}}{R_{eC}} = \frac{d_f}{d} \frac{\Psi_1(d_f) + pN_f \Psi_2(d_f)}{\Psi_1(d)} \quad (4.78)$$

com

$$d_f = \frac{1}{\sqrt{N_f}} d \quad (4.79)$$

Da mesma forma, observa-se, da figura 4.10, que um fio litz apresenta uma resistência efetiva inferior àquela de um condutor sólido de mesma resistência CC somente até uma dada frequência, sendo esta frequência tanto maior quanto maior for o número de condutores do fio. Neste caso, quando a frequência tende a zero, ou seja,

diâmetro destes condutores deve, de acordo com as eqs. (4.77) e (4.79), ser reduzido.

As limitações do fio litz em relação ao condutor sólido se devem ao efeito de proximidade entre os condutores do fio, expresso pelo termo  $pN_f\Psi_2(\underline{d}_f)$ . De fato, nas análises precedentes o fio litz e o condutor sólido não estão submetidos a um campo magnético externo; portanto, este último está submetido apenas ao efeito pelicular, expresso pelo termo  $\Psi_1(\underline{d})$ , enquanto que, os condutores do fio litz estão submetidos ao efeito pelicular e ao efeito de proximidade causado pelo campo magnético interno.

## 4.6 - Conclusão

As técnicas propostas na literatura para a representação de camadas de condutores circulares e de fio litz através de camadas de condutores laminares equivalentes foram revistas. Com esta representação, a modelagem unidimensional, originalmente desenvolvida para camadas constituídas de condutores laminares, pode ser aplicada. A necessária adaptação das equações para cálculo da potência média dissipada e da energia magnética média armazenada foi descrita.

Em seguida, o conceito de ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade foi revisto. Sua aplicação à modelagem de enrolamentos multicamadas constituídos de camadas de condutores laminares revela que, para o cálculo da perda devida ao efeito de proximidade, deve-se utilizar a magnitude do fasor campo magnético médio em cada camada e não a magnitude do fasor campo magnético numa de suas fronteiras. Em seguida, a técnica para cálculo das parcelas de perda devidas aos efeitos pelicular e de proximidade foi estabelecida. O autor acredita que este enfoque possa esclarecer os pontos obscuros existentes na literatura.

A aplicação desta técnica a enrolamentos multicamadas constituídos de camadas de condutores circulares, simples ou em feixe torcido, ou de fio litz foi descrita. A relação entre as resistências efetiva e em CC do enrolamento foi então obtida em cada caso. Isto permitiu verificar as limitações do fio litz ou de um feixe torcido de condutores circulares em relação a condutores circulares simples. Especificamente, verificou-se que estas limitações se devem ao efeito de proximidade entre os condutores do fio.

A análise da perda por correntes circulantes através do conceito de ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade torna-se especialmente interessante na medida em que ela propicia o estudo em separado destes efeitos. Todavia, sua validade prática merece atenção. Isto constitui objeto do capítulo que se segue.



enrolamentos sem a necessidade de curto-circuitar o enrolamento secundário. Isto apresenta a vantagem de que a impedância deste curto-circuito é excluída da medição.

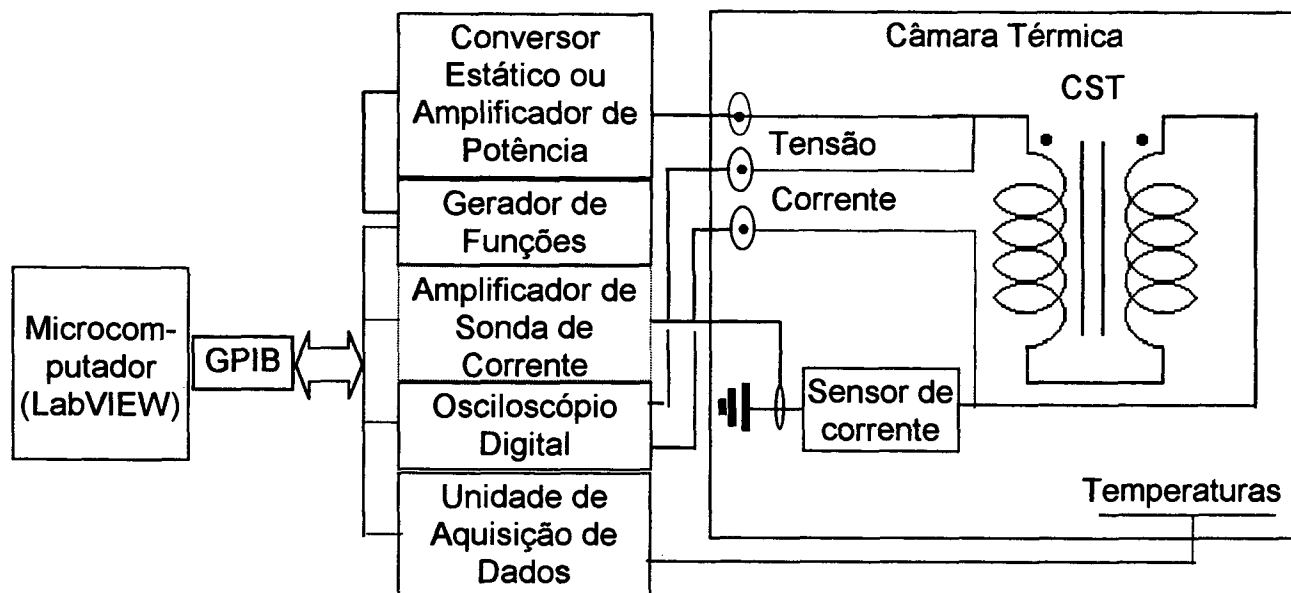


Figura 5.1 - Sistema de medição da perda em enrolamentos.

Durante a medição, a tensão e a corrente nos terminais do CST e as temperaturas de interesse são adquiridas. A corrente pode ser detectada diretamente através de uma sonda de corrente ou calculada a partir da tensão num sensor de corrente resistivo. Neste caso, utiliza-se a transformada rápida ou discreta de Fourier. Para aquisição e análise de dados, cálculo e apresentação de resultados e controle dos equipamentos envolvidos, foram utilizados os programas computacionais desenvolvidos para o sistema de caracterização da perda magnética em ferrites, o qual é descrito no Capítulo 1 deste trabalho. A comunicação entre o microcomputador e estes equipamentos se dá através de uma interface GPIB (General Purpose Interface Bus, padrão IEEE 488) tipo AT/TNT. O programa para cálculo da perda foi modificado a fim de incorporar o cálculo dos valores experimentais da resistência e indutância de dispersão efetivas do enrolamento para o caso de excitação senoidal. Este cálculo é realizado em função da perda nos enrolamentos e dos valores eficazes da tensão e da corrente adquiridas. Para tal utiliza-se equações básicas da teoria de circuitos elétricos.

As características gerais do programa principal são apresentadas a seguir. A descrição detalhada deste programa e de seus subprogramas encontra-se relatada em [46].

circular ou;

- Diâmetro de cada condutor do fio, número de condutores no fio e número de espiras total, caso utilize-se fio litz.

Para a grande maioria dos programas relativos aos equipamentos são utilizados valores predefinidos (padrão), mas o usuário pode redefiní-los quando julgar necessário.

Winding Loss Measurement System		
LeCroy 9400 and Tektronix AM5030 Data		
CH1 V/div	CH2 V/div	A/div
1,000E+0	1,000E-2	1,000E-1
HP 8116A and Fluke 2620A Data		
Measurement points (channels 1,2...20)	Channel to monitor	Output voltage (V)
1	1	4,40E-2
System and Calculation Data		
# of cycles to be used	Integration method	Is the AM 5030 amplifier used?
4	Simpson	YES
Initial frequency (kHz)	Final frequency (kHz)	# of frequency sweeps
1,00E+1	1,40E+2	14
Resistance of the current-sensing resistor (ohms)	Inductance of the current-sensing resistor (H)	
1,00E+0	5,00E-9	
Winding Data		
Conductor geometry	# of layers	
round	3	
Window breadth (m)	Insulation height (m)	Measured DC resistance (ohm)
1,7805E-2	0,0000E+0	5,6300E-1
Foil Conductor Data	Round Conductor Data	Litz Wire Data
Conductor height (m)	Conductor diameter (m)	Litz diameter (m) <sup>2</sup>
5,6500E-3	6,4260E-4	0,00E+0
	# of turns copy	Strand diameter (m)
	72	4,50E-2
		# of strands
		1
		# of turns
		1

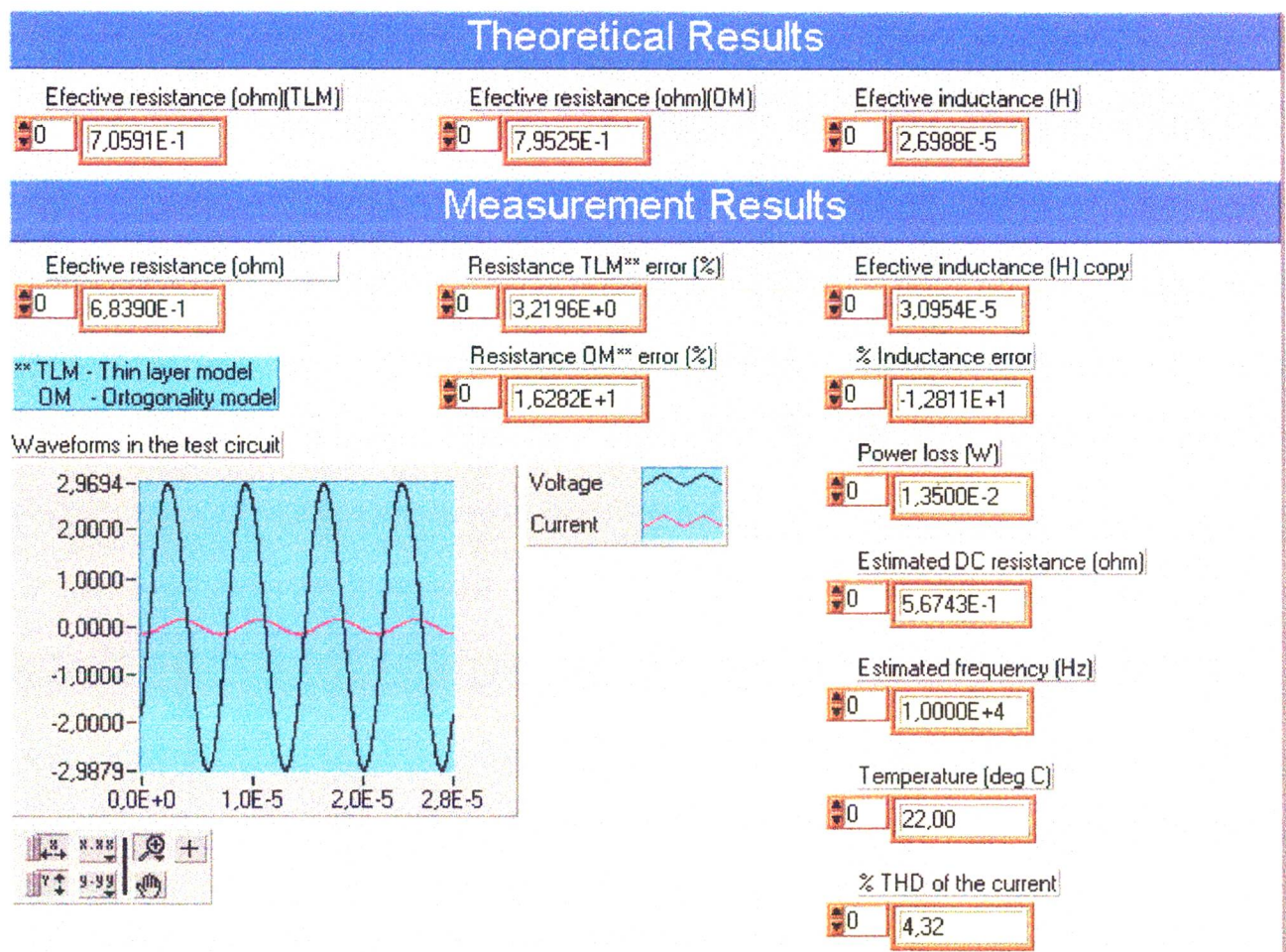
Figura 5.2 – Painel frontal do programa principal ilustrando os dados de entrada.

de camada fina (H);

- da resistência efetiva equivalente obtida experimentalmente ( $\Omega$ );
- da indutância de dispersão efetiva equivalente obtida experimentalmente (H);
- do erro na resistência efetiva equivalente para ambos os modelos (%);
- do erro na indutância de dispersão efetiva equivalente para o modelo de camada fina (%);

E gráficos :

- das formas de onda de tensão e de corrente adquiridas;
- dos valores teóricos e experimentais da relação entre as resistências efetiva e em CC e de seu erro em função da frequência e;
- dos valores teóricos e experimentais da indutância de dispersão efetiva equivalente e de seu erro em função da frequência.



(a)

nula. Devido a simetria axial e aos fatos de que o núcleo não possui entreferro e de que o ferrite possui elevada permeabilidade relativa, tais hipóteses tendem a ser mais realísticas quando se utiliza este tipo de núcleo. Todavia, se o valor da impedância efetiva equivalente é pequeno, a precisão dos resultados de medição pode ser comprometida. Por exemplo, para enrolamentos de condutores laminares, de camada única e de dimensões iguais e tais que preencham a janela do núcleo pote 4229 (Philips), a impedância efetiva prevista pelo modelo de camada fina para excitação senoidal a 1 kHz é aproximadamente igual a 0,1 m $\Omega$ . No caso do núcleo EE 65/66/27 (Philips), esta impedância resulta aproximadamente igual a 0,6 m $\Omega$ /m.

Fixada a forma de onda de excitação, os parâmetros que a caracterizam e a configuração do enrolamento, o aumento de sua impedância efetiva pode ser obtido através do aumento de sua resistência em CC, mais especificamente do comprimento médio das espiras e/ou do número total de camadas. Por outro lado, é suficiente que os efeitos pelicular e de proximidade sejam observados somente na região de otimização do projeto do enrolamento, onde a validade dos modelos torna-se, de fato, necessária. Portanto, é suficiente que a razão entre a espessura das camadas e a profundidade de penetração esteja na faixa entre zero e, por exemplo,  $\pi$ . Isto significa que, a fim de observar aqueles efeitos, quanto menor for a frequência de excitação mais espessas devem ser as camadas. Além disso, para que os resultados de medição não sejam mascarados por efeitos capacitivos, esta frequência deve ser limitada ou técnicas especiais devem ser empregadas a fim de eliminar estes efeitos para a faixa de frequências de interesse. Portanto, a fim de não comprometer a precisão e a natureza dos resultados de medição e de observar a influência dos efeitos pelicular e de proximidade sobre a resistência e indutância efetivas, uma solução de compromisso entre a frequência de excitação e os parâmetros geométricos dos enrolamentos deve ser obtida. Isto pode exigir o emprego de outros tipos de núcleos diferentes do núcleo pote, por exemplo, de núcleos EE. Neste caso, para que as hipóteses do método de elementos finitos sejam satisfeitas, é necessário empregar núcleos EE justapostos e em número suficiente para que haja repetibilidade do campo magnético na direção do eixo x, como mostra a figura 5.5. Além de satisfazer às hipóteses do método de elementos finitos, esta montagem satisfaz àquelas relativas aos modelos unidimensionais, em especial daqueles implementados nos programas computacionais desenvolvidos, e permite adequar o valor da impedância efetiva para uma melhor precisão. Destaca-se que, os modelos de camada fina e de ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade independem da curvatura do enrolamento.

dutores de filtragem adicionais foram inseridos, perfazendo uma indutância equivalente externa de 13 mH. O transformador de corrente, com relação 1:50, permite fornecer correntes com amplitudes de até 100 A. Para a medição desta corrente foi utilizada uma sonda Tektronix A6303 (100 A, 15 MHz). Os terminais para a medição de tensão foram inseridos (parafusados) próximo ao núcleo, de modo que o efeito da resistência e da indutância efetiva terminal seja desprezível quando comparada àquela do enrolamento no interior do núcleo.

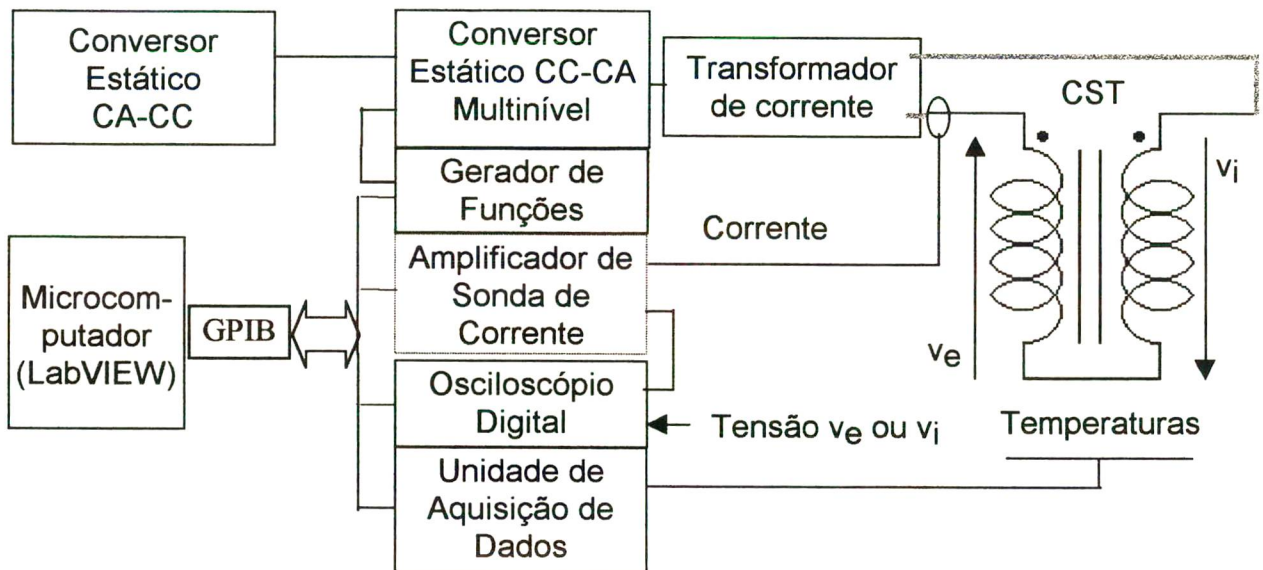


Figura 5.6 - Diagrama do sistema utilizado para medição da perda em condutores laminares.

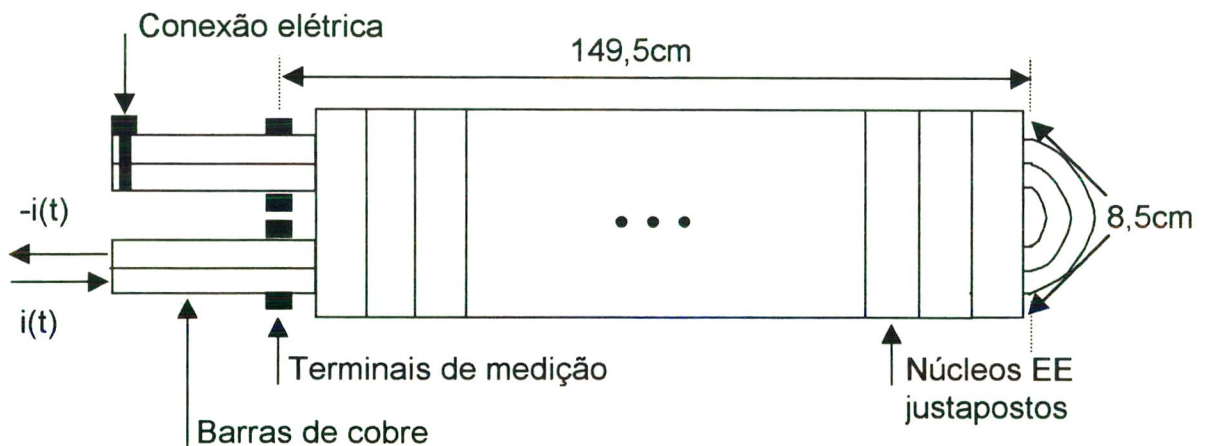


Figura 5.7 - Representação esquemática (vista superior) do componente sob teste utilizado na montagem da figura 5.6.

Tabela 5.2 - Valores experimentais obtidos para a resistência e indutância efetivas dos condutores interno e externo.

	Condutor		
	Interno		Externo
f(Hz)	Re (mΩ)	Le (nH)	Re(mΩ)
60	0,2063	167,12	0,2103
80	0,2082	165,41	0,2122
101	0,2149	164,23	0,2167
203	0,2346	157,69	0,2444
304	0,2723	149,59	0,2715
406	0,3138	141,30	0,3295
508	0,3526	131,64	0,3760
610	0,4034	123,12	0,4205
712	0,4290	115,81	0,4616
814	0,4696	109,44	0,4992
916	0,5082	105,55	0,5336
1009	0,5363	100,92	0,5623
1110	0,5870	100,83	0,5910
1210	0,6172	97,09	0,6195
1310	0,6418	93,12	0,6458
1410	0,6792	90,36	0,6803
1512	0,7026	87,64	0,7061

Tabela 5.3 - Resistência efetiva de um condutor obtida através do programa DIFIMEDI.

f(Hz)	Re(mΩ)
10	0,2165
100	0,2288
200	0,2570
300	0,2948
400	0,3386
500	0,3819
600	0,4257
700	0,4694
800	0,5079
900	0,5438
1000	0,5766
1100	0,6080
1200	0,6349
1300	0,6649
1400	0,6911
1500	0,7165

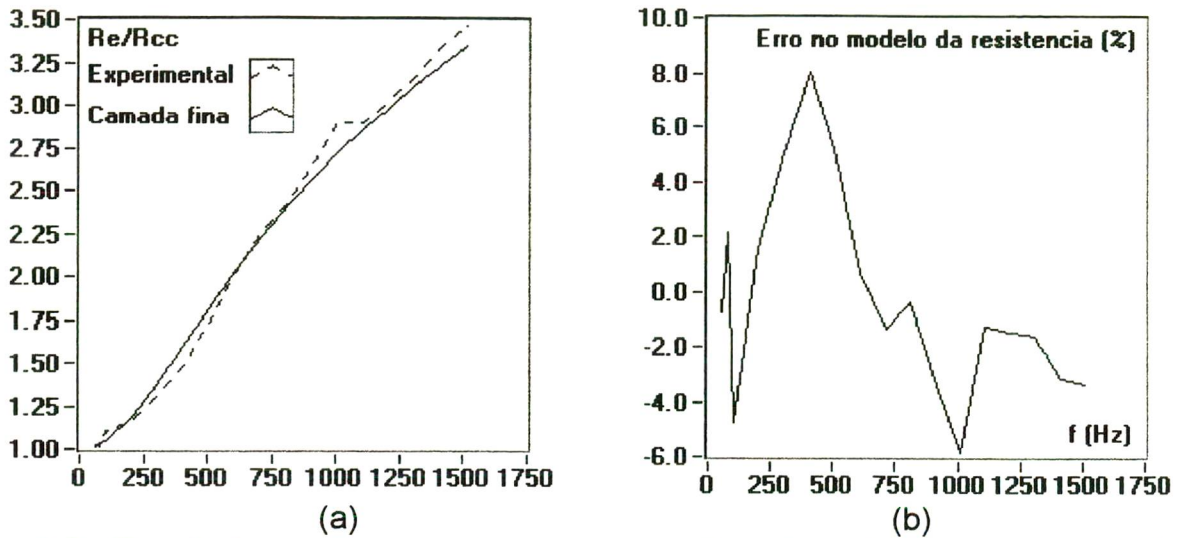


Figura 5.9 - Resultados para o condutor externo : (a) Relação entre as resistências efetiva e em corrente contínua e (b) erro no cálculo da resistência efetiva através do modelo de camada fina.

### 5.3.2 - Enrolamentos com Condutores Circulares

Com a finalidade de verificar a validade dos modelos de camada fina e de ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade no cálculo dos parâmetros efetivos de enrolamentos com condutores circulares, foram realizados 12 transformadores, como descrito na tabela 5.4. Seus enrolamentos foram confeccionados de maneira cuidadosa, de modo que resultassem camadas praticamente idênticas e a conexão entre os enrolamentos primário e secundário fosse direta, sem solda. Os terminais foram mantidos tão curtos quanto possível e foram utilizados conectores coaxiais. Nenhum isolamento extra foi utilizado. As dimensões principais da seção transversal dos núcleos EC 35 e pote 4229 são ilustradas nas figuras 5.10 (a) e (b).

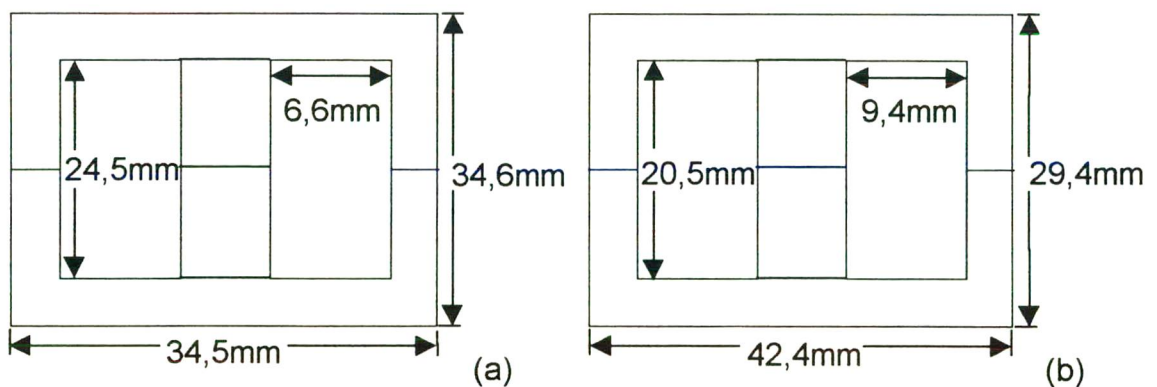


Figura 5.10 - Seções transversais dos núcleos (a) EC 35 e (b) pote 4229.

nula. A distorção harmônica total da forma de onda da corrente foi desprezível em todos os ensaios realizados.

Destas figuras, observa-se que o modelo baseado na ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade não é aceitável para o cálculo da resistência efetiva de enrolamentos com condutores circulares, já que o erro envolvido é excessivo e aumenta com a frequência. Isto significa que a avaliação da perda devida ao efeito de proximidade através deste modelo não é válida. Cabe ressaltar que, para enrolamentos com condutores laminares, este modelo é idêntico ao modelo de camada fina.

O erro no cálculo da resistência efetiva através do modelo de camada fina é inferior a  $\pm 10\%$  nos transformadores com núcleo EC, exceto naquele com uma só camada de condutor com diâmetro de 0,6426 mm, onde este erro atinge +15% e volta a diminuir com o aumento da frequência. Nos transformadores com núcleo pote, este erro é inferior a  $\pm 20\%$ . Considerando-se que, para efeito de otimização do projeto, o valor da relação entre o diâmetro do condutor e a profundidade de penetração deve ser menor ou igual a  $\sqrt{\pi}$ , os valores máximos de frequência para os condutores de 0,3200 e de 0,6426 mm serão, respectivamente, em torno de 133 e 33 kHz. Isto permite verificar que, em ambos os casos, o erro não ultrapassa a  $\pm 10\%$  na região de frequências onde encontram-se as mínimas perdas. Apesar de que a não uniformidade no comportamento destes erros impossibilite uma análise aprofundada dos fenômenos envolvidos, entende-se que o modelo de camada fina é aceitável para a otimização do projeto de enrolamentos com condutores circulares e para o cálculo da perda e da respectiva resistência efetiva.

Os resultados obtidos para a indutância devem ser analisados somente do ponto de vista qualitativo já que, devido a dificuldade de se especificar, a espessura do isolante foi considerada nula. Um valor não nulo desta espessura leva a um aumento no valor da indutância que, entretanto, depende do número de camadas. De fato a energia magnética média armazenada nas camadas isolantes é diretamente proporcional à espessura destas camadas. Portanto, para um dado número de camadas, o aumento da indutância é diretamente proporcional à esta espessura, independentemente da frequência. Sendo assim, a consideração desta espessura levaria a uma melhor concordância entre os resultados obtidos através do modelo de camada fina e os resultados experimentais.



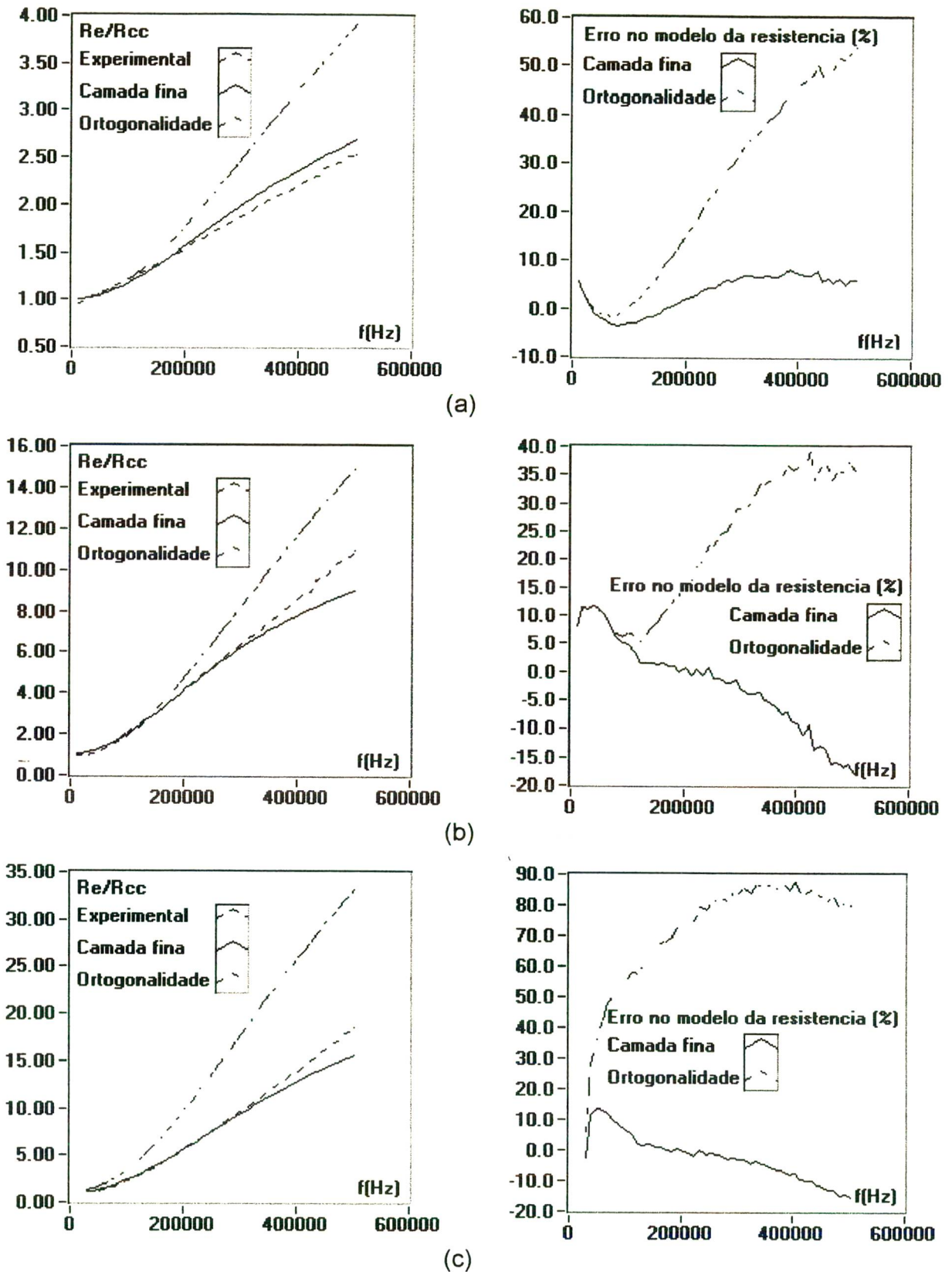


Figura 5.12 - Resultados obtidos para a relação entre as resistências efetiva e em corrente contínua nos transformadores (a) 4, (b) 5 e (c) 6 com núcleo POTE e com 1, 2 e 3 camadas de condutor de 0,3200 mm, respectivamente.

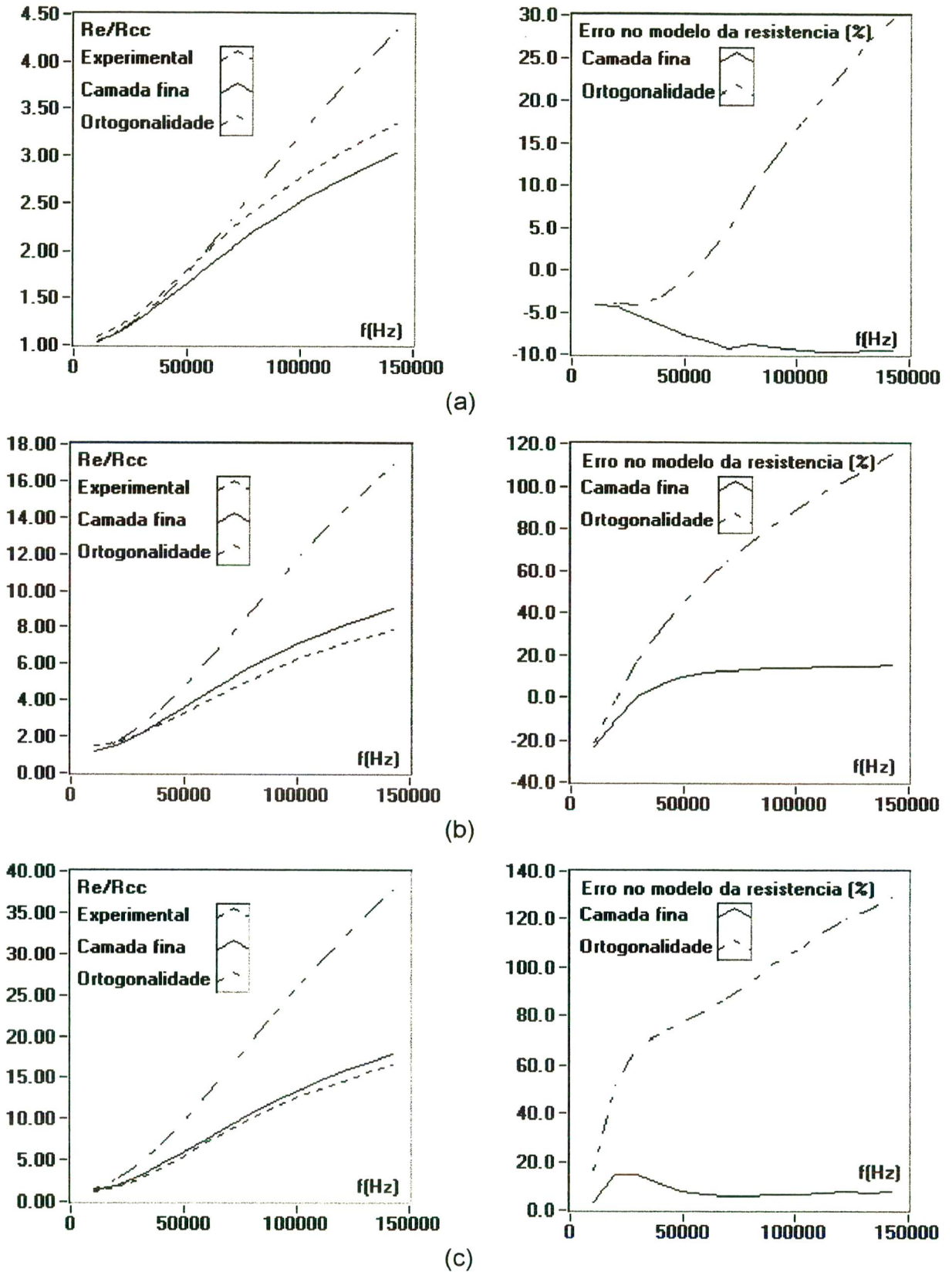
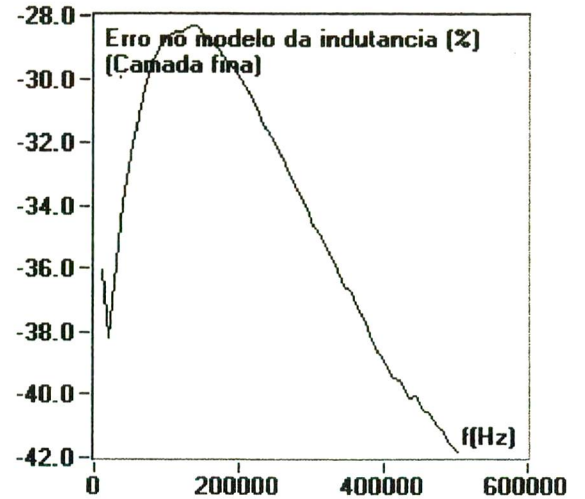
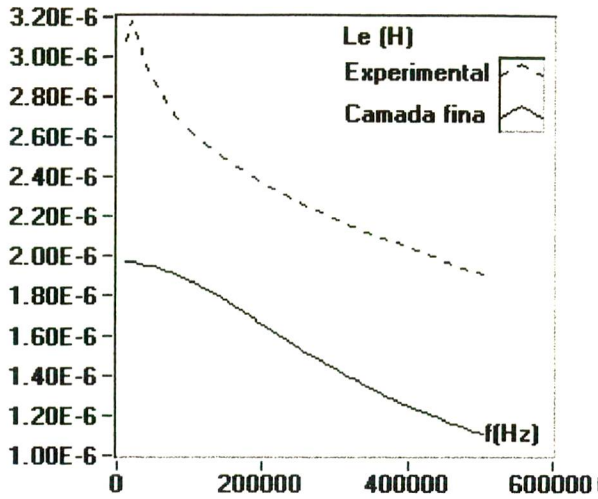
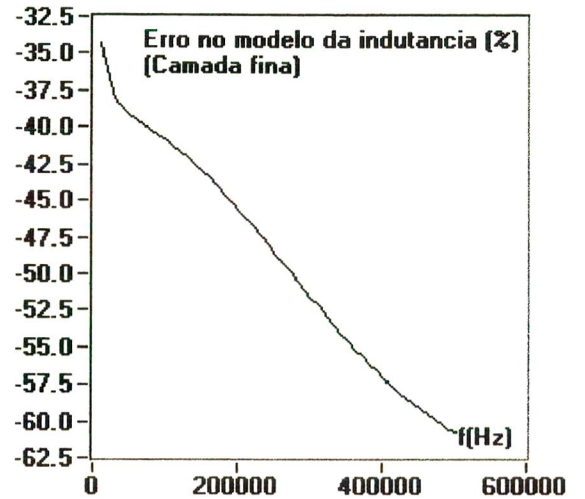
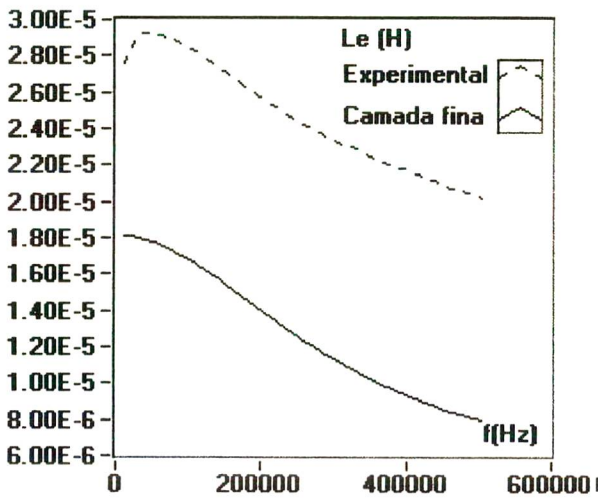


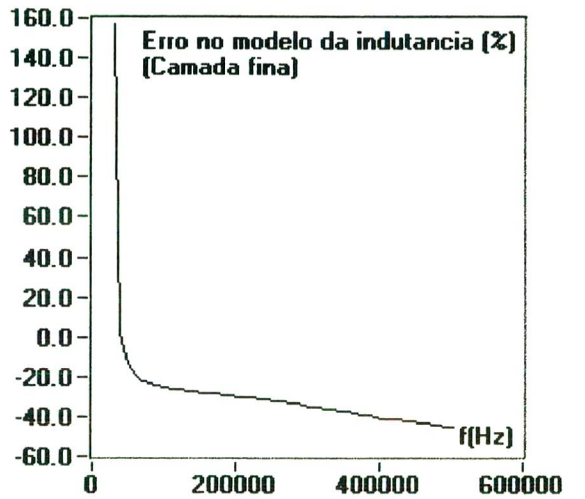
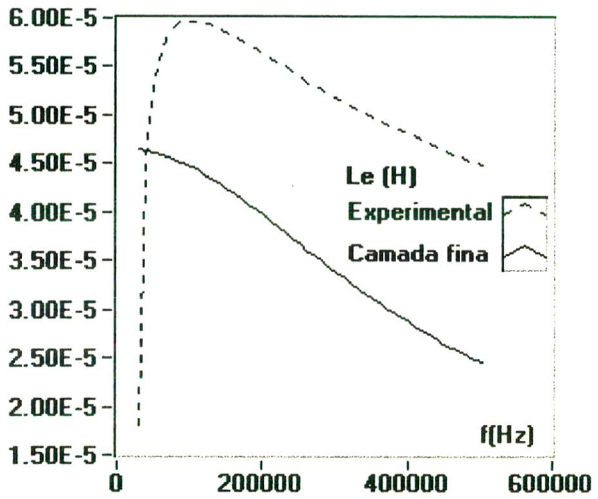
Figura 5.14 - Resultados obtidos para a relação entre as resistências efetiva e em corrente contínua nos transformadores (a) 10, (b) 11 e (c) 12 com núcleo POTE e com 1, 2 e 3 camadas de condutor de 0,6426 mm, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.16 - Resultados obtidos para a indutância de dispersão efetiva nos transformadores (a) 4, (b) 5 e (c) 6 com núcleo POTE e com 1, 2 e 3 camadas de condutor de 0,3200 mm, respectivamente.

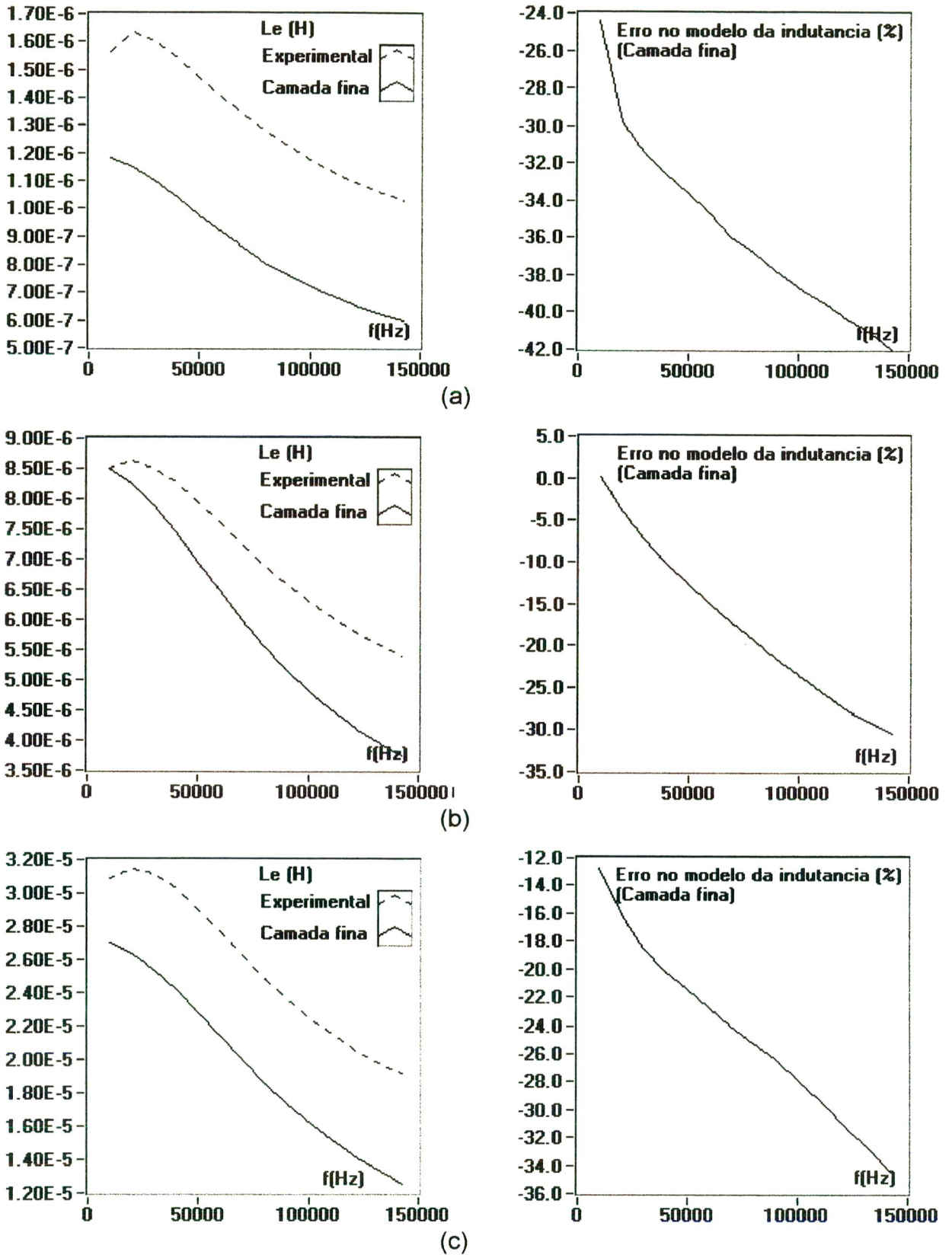


Figura 5.18 - Resultados obtidos para a indutância de dispersão efetiva nos transformadores (a) 10, (b) 11 e (c) 12 com núcleo POTE e com 1, 2 e 3 camadas de condutor de 0,6426 mm, respectivamente.

# CAPÍTULO VI

## MODELAGEM TÉRMICA DE COMPONENTES MAGNÉTICOS

### 6.1 - Introdução

Neste capítulo são discutidos aspectos relacionados à modelagem e estabilidade térmica dos componentes magnéticos em estudo [106]. Algumas das limitações do modelo térmico mais simples, onde se utiliza a resistência térmica do componente, são levantadas. Com a finalidade de se iniciar uma investigação sobre a modelagem térmica destes componentes através de circuitos térmicos equivalentes, a modelagem de componentes com núcleo pote é desenvolvida.

A máxima temperatura a que podem estar submetidos os materiais utilizados em componentes magnéticos é obviamente limitada. Além de seus efeitos sobre a isolamento dos condutores e, portanto, sobre a confiabilidade do componente, a temperatura tem também efeitos sobre as propriedades magnéticas do núcleo. Assim, por exemplo, quanto maior for a temperatura menor será a indução magnética de saturação. À temperatura Curie esta indução se anula e o material torna-se paramagnético. Portanto, num transformador, se durante um aumento na temperatura a indução magnética de saturação torna-se próxima àquela definida pela tensão, a corrente de magnetização pode atingir valores elevados, podendo levá-lo à saturação. O aumento desta corrente provocaria perdas adicionais de condução no transformador e em outros componentes ou até mesmo danos irreparáveis aos mesmos. Ressalte-se ainda, que devido às propriedades semicondutoras de ferrites, sua resistividade diminui e, em efeito, sua perda por correntes circulantes aumenta com a temperatura.

Pelo que foi anteriormente salientado, a otimização do projeto de componentes magnéticos requer modelos térmicos precisos a fim de prever as temperaturas de regime permanente em pontos importantes do mesmo. Entretanto, a modelagem precisa dos mecanismos de transferência de calor constitui-se numa tarefa complexa. Este é, particularmente, o caso com os componentes magnéticos aqui considerados. Existe uma série de fatores que justificam esta complexidade, dentre os quais destacam-se :

- A análise tridimensional da transferência de calor por condução. A dis-

perfície desta coluna pode ser ignorada. Assim, é usual medir a temperatura do “ponto mais quente” neste local. Modelos térmicos mais elaborados permitiriam verificar não somente onde está o ponto mais quente, mas também como a temperatura deste ponto é afetada por fatores tais como :geometria do núcleo, condutividade térmica do ferrite, bitola e geometria dos condutores, material do carretel, isolamentos, espaçamento de segurança (“creepage distance”, IEC 435), camadas ou interstícios de ar, posição de montagem e distribuição das fontes de calor. Bracke [107] mediu a resistência térmica com várias distribuições de perda e concluiu que as diferenças estavam dentro dos erros experimentais. Seus resultados foram, portanto, obtidos através de ensaios em CC. Mulder [99], também através de ensaios em CC, verificou que introduzindo-se o espaçamento de segurança, a resistência térmica aumenta em torno de 15%.

A diminuição da resistência térmica com a temperatura do ponto mais quente e com a temperatura ambiente [106], requer que sua especificação seja acompanhada pela especificação da elevação de temperatura do ponto mais quente e da temperatura ambiente, as quais definem a temperatura da coluna central. Por exemplo, Mulder especifica a resistência térmica para uma temperatura ambiente em torno de 25°C e para uma elevação de temperatura em torno de 40°C. A fim de verificar este fato, foram realizados ensaios com núcleos EC (ferrite 3C80 (Philips)). Nestes ensaios, o carretel foi preenchido por um enrolamento de condutor circular com diâmetro de 1,2220 mm (17 AWG), sem qualquer isolamento adicional. O enrolamento foi excitado em CC. A temperatura ambiente, apesar de não ter sido controlada, teve variação máxima de  $\pm 2,5\%$  durante os ensaios, os quais foram realizados em ambiente fechado com ventilação natural. Para a medição de temperaturas utilizou-se termopares do tipo K (alumel-chromel). Estes foram dispostos em cinco pontos do componente, quais sejam :na superfície da coluna central do núcleo ( $T_p$ ), na superfície do núcleo ( $T_{sn}$ ), sob a camada mais central do enrolamento ( $T_{me}$ ), na superfície do enrolamento ( $T_{se}$ ) e sob o enrolamento ( $T_{soe}$ ), junto ao carretel. As junções dos termopares foram situadas num plano à metade da altura da coluna central. Devido à dificuldades de inserção do termopar entre o carretel e a coluna central do núcleo, foi feita uma fenda nesta utilizando-se de uma serra de diamante. Os resultados obtidos com o núcleo EC70 (394 espiras) são apresentados na Tabela 6.1.

Este comportamento, permite concluir que a potência dissipada no componente não é, de fato, inversamente proporcional à sua resistência térmica. Também, que ensaios de componentes magnéticos realizados à temperatura ambiente de 25°C são

por Mulder, conclui-se que, para estes núcleos, os resultados obtidos através da eq. (6.1) apresentam uma grande divergência em relação àqueles obtidos experimentalmente. Observa-se também que, o valor da resistência térmica obtido para o núcleo EE65/33/13 é levemente inferior àquele obtido para o núcleo EE55/28/21, contrariando a relação estabelecida por Mulder. De acordo com esta relação, quanto maior for o volume do núcleo menor será a resistência térmica. Sendo pequena a diferença entre aqueles valores ( $\cong 5\%$ ), qualquer conclusão a respeito pode estar incorreta, levando-se em conta os fatores envolvidos. Todavia, uma das justificativas para isto pode estar no fato de que o núcleo EE65/33/13, apesar de possuir um volume 8% menor, possui uma área de dissipação (diretamente em contato com o ambiente) 6% maior do aquela do núcleo EE55/28/21 podendo ter, portanto, uma menor resistência térmica. Destes resultados, conclui-se que a utilização das eqs.(6.1) e (6.2) para o cálculo da resistência térmica, pode resultar em erro elevado.

Tabela 6.2 - Resultados experimentais para a resistência térmica de núcleos EE e Pote em material IP6 (Thornton) ( $\Delta T=65^{\circ}\text{C}-T_a(^{\circ}\text{C})$ ,  $T_a \approx 22,5^{\circ}\text{C} \pm 4\%$ ).

Tipo de Núcleo	N	I (A) (calc.)	I (A) (exp.)	V (V) (exp.)	$R_T(^{\circ}\text{C}/\text{W})$			
					[99]	[104]	[40]	Exp.
EE								
20/10/5	30	4,40	5,31	0,258	45,3	50,6	35,0	30,4
30/15/7	87	2,90	3,33	0,640	25,1	28,0	23,5	20,0
30/15/14	71	3,50	3,50	0,642	17,2	19,3		18,7
42/21/15	160	2,50	2,59	1,417	11,3	12,6	10,5	11,7
42/21/20	165	2,50	2,80	1,766	9,7	10,8	10,0	8,7
55/28/21	265	2,20	2,38	2,830	7,0	7,8	6,7	6,3
65/33/13	387	1,70	2,01	3,530	7,3	8,2		6,0
65/33/26	347	2,00	2,09	4,060	5,0	5,6	5,0	5,0
65/33/39	353	2,00	2,11	5,100	4,0	4,5		4,0
POTE								
2616	47	3,70	3,96	0,423	26,9	30,0	21,0	25,1
3019	70	3,20	3,50	0,660	19,9	22,3	16,5	18,8
4229	169	2,30	2,41	1,441	11,1	12,4	11,0	12,1

hipóteses foram adotadas :

- O componente está em regime permanente térmico;
- O gradiente de temperatura na direção tangencial ( $\phi$ ) é nulo;
- O gradiente de temperatura na direção axial ( $z$ ) pode ser ignorado;
- As resistências térmicas de contato podem ser ignoradas;
- Não existem interstícios de ar no enrolamento;
- Cada camada de enrolamento é constituída por um único condutor laminar, preenchendo a altura disponível do carretel;
- Um conjunto de camadas de um mesmo enrolamento podem ser tratadas como uma única camada com espessura de cobre igual à soma das espessuras individuais e espessura de isolante igual à metade da soma das espessuras individuais;
- Não ocorre transferência de calor por condução de componentes externos para o componente magnético e;
- A densidade de perdas no núcleo e nos enrolamentos são conhecidas e uniformes.

### 6.3.1 - Modelagem da Transferência de Calor por Condução

Para a modelagem da transferência de calor por condução o componente é dividido em camadas cilíndricas e em cilindros sólidos. Assim, camadas cilíndricas constituem :as camadas isolantes, as camadas condutoras e a camada externa do núcleo. Por sua vez, os cilindros sólidos constituem :a coluna central do núcleo e suas partes inferior e superior. Existem duas situações distintas na modelagem da transferência de calor por condução, conforme haja ou não dissipação interna de calor.

#### 6.3.1.1 - Modelagem de Camadas sem Geração Interna de Calor

A lei de Fourier para a condução de calor num meio isotrópico é dada, em coordenadas cilíndricas, por [109]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + p_v = \rho_m c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (6.4)$$

Sendo :



$$\bar{p} = -k(2\pi rL) \frac{\partial T}{\partial r} \quad (6.7)$$

Sendo :

$\bar{p}$  - taxa de transferência de calor (W)

Para uma camada cilíndrica sem geração interna de calor, resulta :

$$\bar{p} = \frac{2\pi Lk(T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (6.8)$$

Neste caso, a taxa de transferência de calor resulta independente da posição espacial através da camada e pode-se definir a resistência térmica da camada como :

$$R_t = \frac{T_1 - T_2}{\bar{p}} \quad (6.9)$$

Sendo :

$R_t$  - resistência térmica da camada (K/W)

Resulta :

$$R_t = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi Lk} \quad (6.10)$$

Portanto, uma camada cilíndrica sem geração interna de calor pode ser modelada por uma resistência térmica, de acordo com a eq. (6.10).

### 6.3.1.2 - Modelagem de Camadas com Geração Interna de Calor

Em camadas com geração interna de calor a taxa de transferência de calor resulta dependente da posição espacial e o conceito de resistência térmica não pode ser aplicado. Uma alternativa é a modelagem de tais camadas através de sua temperatura média [110], o que permite estabelecer um circuito térmico equivalente para cada uma.

O valor médio da temperatura em tal camada, pode ser calculado por :

### 6.3.1.3 - Modelagem da Coluna Central e dos Cilindros Inferior e Superior do Núcleo

A coluna central do núcleo é considerada um cilindro sólido. É razoável supor que, caso haja um canal, a transferência de calor por convecção no mesmo não é efetiva, devido ao seu pequeno diâmetro. Em algumas aplicações este canal é, de fato, completamente fechado por um parafuso de ajuste de entreferro. Então, a solução da eq. (6.5) para um cilindro sólido de raio  $r_2$  e temperatura superficial  $T_2$ , é dada por :

$$T(r) = \frac{P_V}{4k} (r_2^2 - r^2) + T_2 \quad (6.19)$$

Aplicando-se a modelagem por temperatura média, obtém-se :

$$T_m = \frac{P_I}{6\pi kL} + T_2 \quad (6.20)$$

Dessa forma, um cilindro sólido pode ser modelado por uma fonte de potência  $P_I$ , igual à perda no mesmo, em série com uma resistência térmica dada por :

$$R_{ts} = \frac{1}{6\pi kL} \quad (6.21)$$

### 6.3.2 - Modelagem da Transferência de Calor por Convecção e por Radiação

A taxa de transferência de calor por convecção é definida pela lei de Newton, dada por [109] :

$$\bar{p}_{cv} = h_{cv}A(T_s - T_a) \quad (6.22)$$

Sendo :

$h_{cv}$  - coeficiente de transferência convectiva ( $W/m^2K$ )

$T_s$  - temperatura da superfície (K)

$T_a$  - temperatura ambiente (K)

ricas [109] :

$$N_u = c(R_a)^\chi = \frac{h_{cv}L}{k_{ar}} \quad (6.27)$$

$$R_a = \frac{g\lambda(T_s - T_a)L^3}{\alpha\nu} \quad (6.28)$$

Onde, no caso de um cilindro vertical de altura L que não seja delgado, tem-se :

$$c = 0,59 \text{ e } \chi = 1/4 \text{ para } R_a < 10^9$$

$$c = 0,1 \text{ e } \chi = 1/3 \text{ para } R_a > 10^9$$

$$\lambda = \frac{1}{T_f} \quad (6.29)$$

$$T_f = \frac{T_s + T_a}{2} \quad (6.30)$$

Sendo :

$N_u$  - número de Nusselt

$R_a$  - número de Rayleigh

$\alpha$  - difusividade térmica do ar em  $T_f$  ( $m^2/s$ )

$\lambda$  - coeficiente de expansão térmica ( $K^{-1}$ )

$\nu$  - viscosidade cinemática do ar em  $T_f$  ( $m^2/s$ )

$g$  - aceleração da gravidade ( $9,8m/s^2$ )

$k_{ar}$  - condutividade térmica do ar em  $T_f$  (W/mK)

### 6.3.3 - Circuito Térmico Equivalente do Componente Magnético

O circuito térmico equivalente da estrutura mostrada na figura 6.4 é apresentado na figura 6.5. Nesta figura, os valores das fontes de corrente são iguais às perdas na respectiva região geométrica. Estas perdas podem ser facilmente calculadas, tendo em vista a hipótese de que a densidade de perdas no núcleo e nos enrolamentos são

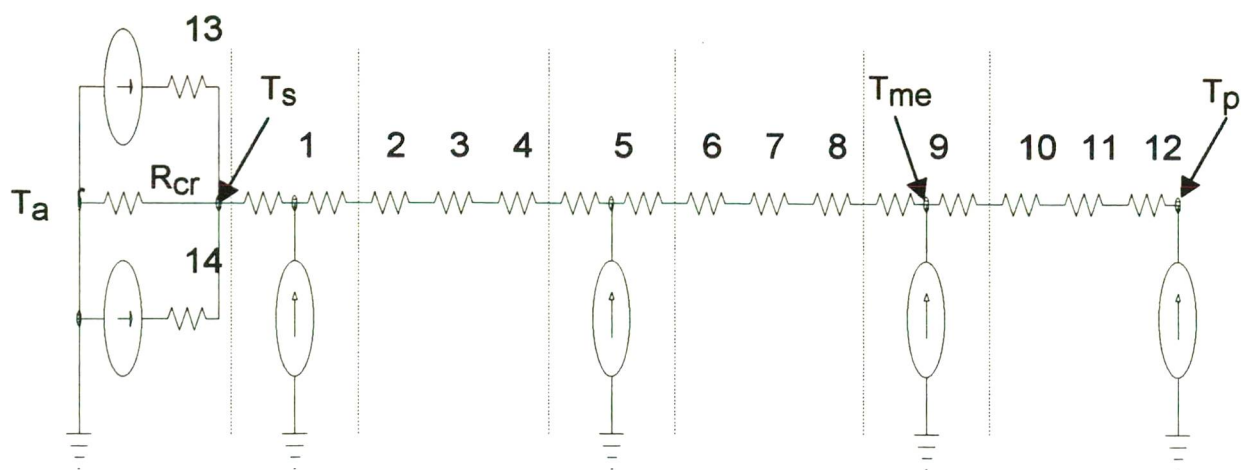


Figura 6.5 - Circuito térmico equivalente para a estrutura da figura 6.4.

A análise do circuito apresentado na figura 6.5 permite obter as temperaturas relativas (elevações de temperatura) em seus nós. Todavia, a temperatura da superfície não é inicialmente conhecida e é necessária para o cálculo dos parâmetros  $h_r$ ,  $h_{cv}$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$ ,  $\nu$ ,  $T_f$  e  $k_{ar}$ . Portanto, torna-se necessário um procedimento iterativo de cálculo envolvendo, além da inversão da matriz de condutância térmica (7x7 neste caso), o cálculo destes parâmetros. Supondo-se inicialmente que a temperatura da superfície seja igual à temperatura do ambiente, o valor inicial de  $T_f$  é igual a esta temperatura. Considerando-se que, em operação normal, a temperatura da superfície não ultrapassa àquela do ambiente por mais do que 50 K, pode-se linearizar as variações de  $\alpha$ ,  $\nu$  e  $k_{ar}$  com a temperatura. Assim, por exemplo, para  $T_a = 300$  K, tem-se (tabela A4 de [109]) :

$$\alpha = 22,5 \cdot 10^{-6} + 0,148 \cdot 10^{-6} (T_f - T_a) \quad (6.31)$$

$$\nu = 15,89 \cdot 10^{-6} + 0,110 \cdot 10^{-6} (T_f - T_a) \quad (6.32)$$

$$k_{ar} = 26,3 \cdot 10^{-3} + 0,074 \cdot 10^{-3} (T_f - T_a) \quad (6.33)$$

Neste sentido, desenvolveu-se um programa computacional para resolver circuitos térmicos equivalentes de componentes com núcleo pote. O programa, em linguagem FORTRAN, permite analisar estruturas com até 4 enrolamentos. Os dados de entrada requeridos do usuário, são os seguintes :

Tabela 6.4 - Resultados obtidos via modelo e experimentação.

Núcleo pote	N° esp.	P(W)	T <sub>me</sub> (°C) exp.	T <sub>a</sub> (°C)	T <sub>p</sub> (°C) mod	T <sub>p</sub> (°C) exp	T <sub>s</sub> (°C) mod	T <sub>s</sub> (°C) exp
2616	58	1,73	86,8	25,8	76,7	75,1	69,3	65,7
3019	81	2,34	94,8	26,1	77,3	78,8	69,8	64,3
4229	235	3,47	83,9	26,6	71,3	71,1	61,9	56,6

De acordo com o circuito mostrado na figura 6.5, em CC a temperatura média da coluna central torna-se igual à temperatura média do enrolamento. Observa-se da tabela 6.4, que o valor da temperatura média da coluna central obtido através do modelo é muito próximo daquele obtido experimentalmente. Entretanto, ele diverge do valor da temperatura do enrolamento obtido experimentalmente. Isto pode ser explicado pelo fato de que este valor não corresponde à temperatura média do enrolamento, mas sim àquela no local onde o termopar foi inserido. O método da curva de resfriamento (ABNT NBR-5380) poderia ser aplicado para obter esta temperatura média. Mesmo assim, ainda que menor, haveria divergência, tendo em vista que o modelo é unidimensional e o fluxo de calor na direção axial não está incluído. Também, é difícil medir a temperatura da superfície com precisão porque a medição é grandemente afetada pela pressão do termopar sobre a mesma.

É possível utilizar o modelo para calcular a resistência térmica do componente, tendo em vista os resultados anteriores. Isto se torna interessante à medida em que este cálculo poderia ser feito em função da estrutura real do componente e das temperaturas envolvidas. Cabe ressaltar, contudo, que a espessura da camada de ar exerce uma influência decisiva nos resultados, por causa do baixo valor de sua condutividade térmica. Os resultados apresentados na tabela 6.4 foram obtidos com esta espessura igual a 0,05 mm para os núcleos 2616 e 3019 e 0,1 mm para o núcleo 4229. Dentre os outros fatores, apenas a emissividade do ferrite tem um efeito mais significativo.

Destaca-se ainda, que resultados obtidos através do modelo mostraram que a temperatura da coluna central não se altera significativamente com a distribuição das perdas. Por outro lado, a alteração na temperatura média de um dado enrolamento pode ser significativa, dependendo de sua posição na janela do núcleo e de sua perda relativa.

A modelagem térmica de componentes magnéticos com outras formas geométricas de núcleos apresenta-se ainda mais complexa. A maioria destas exigiria uma

Com a resistência térmica constante, uma segunda instabilidade térmica pode surgir quando, em operação normal, a temperatura ambiente sofre um acréscimo,  $\Delta T_a$ . Neste caso, o deslocamento da reta de carga pode levar o transformador a operar numa temperatura crítica,  $T_{cr}$ . Com  $T_o = T_{cr}$ , qualquer aumento adicional de temperatura provocará a instabilidade térmica do componente. Contudo, a diminuição da resistência térmica do componente com a elevação de temperatura e com a temperatura ambiente, tende a contribuir para sua estabilidade térmica.

## 6.5 - Conclusão

Neste capítulo, foram identificadas algumas das dificuldades encontradas para a modelagem térmica apropriada dos componentes magnéticos em estudo.

As limitações da modelagem através da resistência térmica e os cuidados que se deve ter para a especificação desta resistência, da temperatura ambiente e da elevação de temperatura, foram ressaltados. Especificamente, os resultados experimentais obtidos mostram que o cálculo da resistência térmica através de algumas expressões encontradas na literatura, pode resultar em erro elevado. Neste caso, torna-se aconselhável, portanto, a utilização de valores tabelados, obtidos experimentalmente para cada núcleo em particular.

A modelagem térmica unidimensional de componentes com núcleo pote foi apresentada. Um programa computacional para resolver o respectivo circuito térmico equivalente foi desenvolvido. Entretanto, defrontou-se com algumas dificuldades para a comparação entre os resultados experimentais e aqueles advindos da modelagem. Mesmo assim, o modelo mostrou-se útil pois, além de permitir algumas análises e conclusões, pode ser empregado para cálculo da resistência térmica do componente. A possibilidade de extensão da modelagem desenvolvida para componentes com outras formas geométricas apresenta-se remota.

Alguns aspectos qualitativos relacionados à estabilidade térmica foram salientados. Sua análise permite concluir que existe um comprometimento entre os valores máximos da temperatura ambiente e da elevação de temperatura do componente durante sua operação. Portanto, no caso de perdas, uma análise de pior caso deveria, a rigor, ser conduzida. Em tal análise, o excesso de perdas durante condições transitórias de tensão e de corrente teriam papel fundamental.

- otimizar o projeto de enrolamentos constituídos por condutores laminares, obter o número de espiras, que neste caso coincide com o número de camadas, o número de condutores por camada e sua espessura ótima e o fator de utilização da janela pelo enrolamento;
- obter a respectiva magnitude ótima da densidade de corrente que maximiza a capacidade de transferência de potência e que, juntamente com a magnitude ótima da indução magnética, minimiza a perda total, considerando-se a otimização do projeto dos enrolamentos e seus fatores de utilização da janela;
- calcular a perda nos enrolamentos, incluindo-se os efeitos pelicular e de proximidade, para formas de onda de corrente periódicas;
- calcular a perda no núcleo, incluindo-se a perda por correntes circulantes;
- selecionar o núcleo de menor volume com capacidade suficiente para acomodar os itens a serem inseridos em sua janela e para transferir a potência requerida, sob as condições de máxima eficiência e elevação de temperatura menor ou igual ao valor predefinido e;
- Calcular a resistência e a indutância de dispersão efetivas de todos os enrolamentos.

2) No caso de indutores, particularmente aqueles de filtragem e ressonantes, e de indutores acoplados, particularmente os “transformadores flyback”, realizar todas as etapas anteriores, exceto que neste caso o critério de seleção do núcleo é sua capacidade de armazenamento de energia, já que esta é a principal função destes componentes. Para tal, os procedimentos de otimização baseiam-se na otimização da permeabilidade efetiva do núcleo, o que permite determinar os demais parâmetros de otimização.

Cabe ressaltar, que embora o termo “otimização” seja empregado, o projeto não resulta, de fato, ótimo. Isto se justifica por fatores tais como: as restrições à sua execução, as não-idealidades práticas e as limitações da modelagem utilizada. Neste sentido, o termo “otimização” pode ser interpretado como “otimização prática”.

A resistência em CC e a corrente eficaz do q-ésimo enrolamento podem ser expressas através das seguintes equações :

$$R_{ccq} = N_q^2 \frac{l_q}{\sigma_c A_J K_q} \quad (7.4)$$

$$I_{efq} = J_{efq} \frac{A_J K_q}{N_q} \quad (7.5)$$

com

$$K_q = \frac{N_q A_{cq}}{A_J} \quad (7.6)$$

Sendo :

$K_q$  - fator de utilização da janela do núcleo pelo q-ésimo enrolamento

$A_J$  - área da janela do núcleo ( $m^2$ )

$A_{cq}$  - área de condução da seção transversal do condutor ( $m^2$ )

$l_q$  - comprimento médio das espiras do q-ésimo enrolamento (m)

$J_{efq}$  - densidade de corrente eficaz do q-ésimo enrolamento ( $A/m^2$ )

O fator de utilização da janela,  $K_U$  [113], é, por definição, dado por :

$$K_U = \sum_{q=1}^w K_q \quad (7.7)$$

Admitindo-se densidades de corrente iguais em todos os enrolamentos e considerando-se as eqs. (7.5) e (7.7), pode-se estabelecer a seguinte relação :

$$K_q = \frac{N_q I_{efq} K_U}{m \sum_{p=1}^m N_p I_{efp}} \quad (7.8)$$

Considerando-se que o fluxo de magnetização seja comum a todos os en-



$$P_{ev} = \frac{A_e}{8\pi\rho f} K_V^2 f^2 B^2 \quad (7.14)$$

Substituindo-se as eqs. (7.3) e (7.13) na eq. (7.1), obtém-se :

$$P_t = [C_m f^x B^y + P_{ev}] V_e + \frac{A_J}{\sigma_c} J_{ef}^2 \sum_{q=1}^w l_q K_q F_{rq} \quad (7.15)$$

Considerando-se as eqs. (7.5), (7.7), (7.9) e (7.10), obtém-se :

$$S = K_V K_U A_e A_J J_{ef} B \quad (7.16)$$

O segundo membro desta equação expressa a capacidade de transferência de potência de um transformador cujo núcleo tenha produto de áreas igual a  $A_e A_J$  [113]. Para que o transformador possa atender à particular aplicação, a capacidade de transferência de potência de seu núcleo deve ser maior ou igual à potência aparente de dimensionamento, obtida através da soma das potências aparentes de todos os enrolamentos. Naturalmente, esta soma depende não somente da potência requerida pela carga, mas também da topologia do conversor.

As eqs. (7.15) e (7.16) permitem formular o problema de otimização do transformador. Como destacado anteriormente, no caso de transformadores multienrolamentos, esta otimização tem por objetivo selecionar o núcleo de menor volume com capacidade suficiente para acomodar os itens a serem inseridos em sua janela e para transferir a potência requerida sob as condições de máxima eficiência e de elevação de temperatura menor ou igual a um valor predefinido. Para que o núcleo de menor volume possa ser escolhido, a capacidade de transferência de potência, expressa pela eq. (7.16), deve ser maximizada. Assim, considerando-se as eqs. (7.15) e (7.16), obtém-se :

$$S = K_U K_V A_e A_J f B \sqrt{\frac{P_t - [C_m f^x B^y + P_{ev}] V_e}{\frac{A_J}{\sigma_c} \sum_{q=1}^w l_q F_{rq} K_q}} \quad (7.17)$$

$$B_o = \left\{ \frac{2}{y+2} \frac{\Delta T}{R_T} \frac{1}{C_m f^x V_e} \right\}^{\frac{1}{y}} \quad (7.20)$$

Substituindo-se as eqs. (7.18) e (7.19) na eq. (7.1), obtém-se a seguinte expressão para a perda total nos enrolamentos sob esta condição :

$$P_{co} = \frac{y}{y+2} \frac{\Delta T}{R_T} \quad (7.21)$$

Substituindo-se a eq. (7.21) na eq. (7.13), obtém-se o respectivo valor de  $J_{ef}$ , o qual é dado por :

$$J_{efo} = \left\{ \frac{y}{y+2} \frac{\Delta T}{R_T} \frac{\sigma_c}{A_J} \frac{1}{\sum_{q=1}^w l_q K_q F_{rq}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7.22)$$

Portanto, a capacidade de transferência de potência maximizada, é dada por :

$$S_o = K_v K_u A_e A_J J_{efo} B_o \quad (7.23)$$

O cálculo de  $S_o$  não pode, entretanto, ser realizado de imediato já que, de acordo com a eq. (7.22), o cálculo de  $J_{efo}$  envolve dados relativos ao enrolamento que não estão previamente disponíveis. No processo de otimização, o projeto do q-ésimo enrolamento, ou seja, a determinação de seu número de camadas, das dimensões geométricas de seu condutor, do número de condutores em paralelo, de seu fator de utilização da janela e da relação entre suas resistências efetiva e em CC, envolve um processo iterativo de cálculo. Idealmente, este processo deveria maximizar a densidade de corrente ótima. Entretanto, esta não é uma tarefa simples já que existe um compromisso entre  $F_{rq}$

$$P_{\text{con}\eta} = \frac{y}{y+2} P_t \quad (7.26)$$

e

$$P_{\text{mon}\eta} = \frac{2}{y+2} P_t \quad (7.27)$$

Destas equações, pode-se concluir que com  $P_t = P_{t \text{ max}}$ , o valor de  $B_{0\eta}$  e o correspondente valor de  $J_{\text{efo}\eta}$  coincidem com os valores de  $B_0$  e de  $J_{\text{efo}}$ , respectivamente. Portanto, estes valores satisfazem aos objetivos de otimização pois, além de maximizar a capacidade de transferência de potência de um dado núcleo, a respectiva distribuição da perda total entre o núcleo e os enrolamentos resulta em eficiência máxima.

Da eq. (7.20), pode-se concluir que existe uma frequência, denominada frequência de transição [99], na qual a indução magnética é igual àquela de saturação do material na temperatura correspondente. Para frequências inferiores a esta, o projeto do transformador estaria limitado pela saturação do núcleo. Por outro lado, para frequências superiores, o projeto estaria limitado pelas perdas no núcleo, exigindo-se para a indução valores inferiores àquela de saturação. Na prática, todavia, o valor máximo da indução é também limitado por fatores definidos pela aplicação e se o valor ótimo da indução resulta maior do que o valor máximo permitido, então o respectivo núcleo não pode ser utilizado. Neste aspecto, para um dado material, o volume do núcleo ideal é aquele para o qual o valor ótimo da indução resulta inferior e o mais próxima possível do valor máximo permitido pela particular aplicação. Cabe ressaltar, que as dimensões geométricas do núcleo ideal podem não ser suficientes para processar a potência aparente exigida e/ou sua janela pode não ser suficiente para acomodar o carretel juntamente com os vários enrolamentos, isolamentos e, se for o caso, blindagens eletrostáticas.

Dentre os fatores que limitam o valor da indução, pode-se destacar : os transitórios de linha e de carga, a configuração e a eficiência do sistema de controle e a topologia do conversor.

Nas topologias em que o transformador é simetricamente alimentado, de modo que o laço de histerese seja simétrico em relação à origem dos eixos B-H, o máximo valor da indução, limitado por saturação, é aquele definido para o material na máxima temperatura de operação. Em tais topologias, a desmagnetização do núcleo seria, portanto, natural. Todavia, pode ocorrer uma assimetria do laço de histerese devido, por exemplo, à diferença nos tempos de comutação dos transistores de potência. O conse-

Diferentemente da indução magnética, a única limitação sobre a densidade de corrente é a máxima elevação de temperatura dos enrolamentos, definida pela classe de isolamento de seus condutores e pela temperatura ambiente.

O procedimento de otimização do projeto de transformadores multienrolamentos pode agora ser estabelecido.

### **7.3.1 - Procedimento de Otimização do Projeto de Transformadores Multienrolamentos**

O procedimento de otimização do projeto de transformadores descrito a seguir baseia-se naquele apresentado na referência [101] e preenche as principais lacunas delineadas em sua conclusão.

#### **7.3.1.1 - Banco de Dados Permanente**

Este procedimento envolve um banco de dados permanente, constituído por:

- Parâmetros relativos a materiais magnéticos : ( $C_m$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $\rho_f$ );
- Parâmetros relativos às formas geométricas de núcleos (EE, EC, ETD, PM, PQ, RM, etc) : ( $R_T$ ,  $V_e$ ,  $A_e$ ,  $A_J$ ,  $l_t$  (comprimento médio das espiras),  $B_J$  e  $H_J$  (altura e largura da janela disponíveis para os enrolamentos));
- Dados geométricos de condutores laminares (espessuras do condutor  $nu$ ,  $h_j$ , e do condutor isolado,  $h_{ji}$ ), circulares (diâmetros do condutor  $nu$ ,  $d$ , e do condutor isolado,  $d_j$ ), circulares em feixe e fio litz (diâmetro de cada condutor ( $nu$ ),  $d_f$ , diâmetro externo,  $D_f$ , e número de condutores do fio,  $N_f$ );
- Informações relativas à formas de onda de tensão típicas em conversores estáticos de alta frequência e que permitam calcular : ( $K_v$ ,  $V_{efq}$ ) e;
- Informações relativas à formas de onda de corrente típicas em conversores estáticos de alta frequência e que permitam calcular : ( $I_{ccq}$ ,  $I_{efq}$ ,

A altura e a largura da janela disponíveis para os enrolamentos e a distância de segurança acima especificadas são mostrados na figura 7.1.

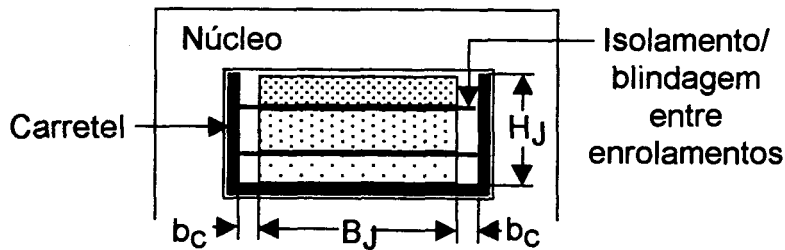


Figura 7.1 – Seção transversal de um transformador destacando as dimensões disponíveis na janela para os enrolamentos no caso em que se exige uma distância de segurança.

As informações relativas às formas de onda de tensão e de corrente poderiam ser obtidas diretamente a partir da simulação do conversor. Para tal, a implementação computacional desta técnica de otimização deveria permitir a leitura dos respectivos arquivos.

As informações contidas no banco de dados permanente e aquela fornecidas pelo projetista constituem o vetor de constantes,  $[C]$ . No procedimento de otimização descrito a seguir, o vetor  $[X]$  é constituído pelas seguintes variáveis :

- Magnitude da indução magnética no núcleo,  $B$ ;
- Magnitude da densidade de corrente nos enrolamentos,  $J$ ;
- Número de espiras,  $N_{ql}$ , número de camadas,  $M_{ql}$ , espessura das camadas,  $h_{ql}$ , número de condutores em paralelo,  $F_{ql}$ , fator de utilização da janela,  $K_{ql}$ , e razão entre as resistências efetiva e em CC,  $F_{rql}$ , do  $q$ -ésimo enrolamento com condutores laminares;
- Número de espiras,  $N_{qf}$ , número de camadas de condutores laminares equivalentes,  $M_{qle}$ , espessura das camadas de condutores laminares equivalentes,  $h_{qle}$ , número de condutores no feixe ou no fio litz,  $F_{qf}$ , diâmetro do condutor,  $d_{qf}$ , fator de utilização da camada,  $\eta_{qf}$ , fator de utilização da janela,  $K_{qf}$ , número de camadas,  $M_{qf}$ , e razão entre as resis-

3)Calcula-se o número de espiras dos vários enrolamentos. Para tal, utiliza-se de critérios de arredondamento definidos na literatura [78,104,114,115] e das relações de espiras para cada par de enrolamentos primário e secundário.

4)Recalcula-se, através da eq. (7.9), o valor ótimo da indução utilizando-se o número real de espiras de um enrolamento primário.

5)Verifica-se se o valor ótimo da indução é menor ou igual ao valor máximo permitido. Em caso afirmativo, prossegue-se com a etapa 7, caso contrário, com a etapa 6. Os cálculos descritos nas etapas de número 7 a 18 devem ser realizados para todos os enrolamentos.

6)Escolhe-se o próximo núcleo de maior volume e retorna-se à etapa 2. Caso nenhum dos núcleos satisfaça à esta condição, então um outro tipo de núcleo, cuja série contemple núcleos de maior volume, um outro tipo de material ou um aumento na frequência de chaveamento deve ser considerado.

7)No caso de um enrolamento com condutores laminares, o número de camadas é dado por :

$$M_{ql} = N_{ql} \quad (7.28)$$

O número necessário de condutores laminares em paralelo, é dado por :

$$F_{ql} = \frac{l_{efql}}{J_{efo}} \frac{1}{bh_{ql}} \quad (7.29)$$

com

$$b = B_J \quad (7.30)$$

O fator de utilização da janela, é dado por :

$$K_{ql} = \frac{N_{ql}h_{ql}b}{A_J} F_{ql} \quad (7.31)$$

Com isto, os valores iniciais de  $h_{ql}$ ,  $F_{ql}$ ,  $F_{qf}$ ,  $M_{qle}$  e de  $M_{qf}$  podem ser calculados. O valor de  $h_{ql}$  é obtido a partir da eq. (3.34) com  $F_{rql} = 1$ . Os demais valores são calculados através das eqs. (7.29), (7.35), (7.33) e (7.32), respectivamente. Estes valores devem ser arredondados para o inteiro mais próximo.

8) Calcula-se os valores de  $h_{ql}$  e de  $X_{qf}$  que minimizem (vide item 3.4 e 7.4), respectivamente, as funções  $\underline{P}\{h_{ql}, \bar{\varphi}_{jq}, M_{ql}, i_{ql}(t)\}$  e  $\underline{P}\{X_{qf}, \bar{\varphi}_{jqf}, M_{qle}, i_{qf}(t)\}$ , definidas a partir da eq. (3.12).

9) Calcula-se, através da eq. (7.37), a espessura ótima dos condutores laminares equivalentes.

$$h_{qleo} = \left\{ \frac{M_{qle} b}{N_{qf} F_{qf}} \delta_1^2 X_{qfo}^2 \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (7.37)$$

Sendo :

$X_{qfo}$  - valor de  $X_{qf}$  que minimiza a função  $\underline{P}\{X_{qf}, \bar{\varphi}_{jqf}, M_{qle}, i_{qf}(t)\}$

10) Calcula-se, através das eqs. (7.38) e (7.39), a razão ótima entre as resistências efetiva e em CC.

$$F_{rqlo} = \frac{R_{eql}}{R_{ccql}} = h_{qlo} \underline{P}\{h_{qlo}, \bar{\varphi}_{jq}, M_{ql}, i_{ql}(t)\} \quad (7.38)$$

$$F_{rqfo} = \frac{R_{eqf}}{R_{ccqf}} = X_{qfo} \underline{P}\{X_{qfo}, \bar{\varphi}_{jqf}, M_{qle}, i_{qf}(t)\} \quad (7.39)$$

11) Calcula-se, através das eqs. (7.31) e (7.34), os respectivos fatores de utilização da janela.

12) Calcula-se, através da eq. (7.22), a densidade de corrente ótima nos enrolamentos.

número deve ser inteiro e a variação no número de espiras por camada não deve ser maior do que um [40,78], de modo que não resultem diferentes fatores de utilização da camada. Por outro lado, um fator de utilização da camada muito pequeno pode comprometer a hipótese de que as linhas de fluxo sejam paralelas às camadas dos enrolamentos. Entretanto, com este fator na faixa de 0,4 a 0,7, um erro inferior a 20% entre os resultados obtidos com a aproximação de camada fina (modelo unidimensional) e aqueles obtidos com programas de cálculo de campo (modelo bidimensional) tem sido encontrado [85]. Também, com este fator em torno de 0,6, este erro é mínimo. Assim, a fim de não alterar o número de espiras do enrolamento, uma solução de compromisso deve ser tomada na escolha do feixe ou do fio litz de condutores circulares. A fim de obter um valor mais realístico para o número de camadas, considera-se que o diâmetro externo do feixe de condutores ou do fio litz a ser utilizado no q-ésimo enrolamento seja  $D_{qf}$  e utiliza-se, ao invés da eq. (7.32), a seguinte expressão :

$$M_{qf} = \frac{D_{qf}N_{qf}}{b - D_{qf}} \quad (7.43)$$

Nesta expressão, considera-se que não há espaçamento entre as espiras e que pode haver uma variação de até uma espira por camada. Portanto, o diâmetro externo ideal do feixe ou do fio litz de condutores circulares é aquele para o qual o número de camadas resulta o mais próximo de um valor inteiro. A definição de um critério mais preciso a nível, por exemplo, da tolerância para o arredondamento do número de camadas requer a implementação computacional deste procedimento e a execução de projetos que forneçam subsídios para tal. Jongasma [78] propôs o seguinte critério :se o valor de  $M_{qf}$  for superior em até 10% ao correspondente inteiro menor, então o enrolamento pode ser realizado com este valor inteiro. Caso contrário, o valor de  $M_{qf}$  deve ser arredondado para o inteiro maior. Neste caso, uma vez escolhido o diâmetro do condutor e o número de condutores no feixe ou no fio litz e tendo-se definido o número de camadas do q-ésimo enrolamento, pode-se calcular o número de camadas de condutores laminares equivalentes (eq. (7.32)), a espessura destas camadas (eq. (7.42)), o fator de utilização da camada (eq. (7.33)), o fator de utilização da janela pelo enrolamento (eq. (7.34)) e a magnitude da densidade de corrente nos enrolamentos (eq. (7.35)). Esta magnitude, por sua vez, deve



Caso a perda por correntes circulantes no núcleo não possa ser ignorada, então as magnitudes ótimas da indução magnética e da densidade de corrente, para a qual a capacidade de transferência de potência resulta maximizada, não podem ser expressas analiticamente. Entretanto, pode-se facilmente mostrar que estes valores coincidem com aqueles para eficiência máxima qualquer que seja o comportamento da perda por correntes circulantes com a indução magnética. O procedimento de projeto ora apresentado não sofre qualquer alteração, exceto no que se refere ao cálculo destes valores. Considerando-se a eq. (7.14) pode-se obter a seguinte equação para o cálculo de  $B_0$  :

$$\frac{y+2}{4} C_m f^x B_0^y + \frac{A_e K_v^2}{8\pi\rho_f} f^2 B_0^2 = \frac{1}{2V_e} \frac{\Delta T}{R_T} \quad (7.44)$$

A perda total nos enrolamentos sob a condição de máxima eficiência é dada por :

$$P_{con} = \left( \frac{y}{2} C_m f^x B_0^y + \frac{A_e K_v^2}{8\pi\rho_f} f^2 B_0^2 \right) V_e \quad (7.45)$$

Donde, considerando-se a eq. (7.13), pode-se obter a magnitude ótima da densidade de corrente. Portanto, o procedimento de projeto proposto é aplicável mesmo nos casos em que a perda por correntes circulantes no núcleo deve ser levada em consideração. Uma estimativa inicial desta perda poderia ser realizada com base na magnitude máxima da indução magnética. Neste caso, o valor da resistividade do ferrite deveria, idealmente, ser especificado em função da frequência e da temperatura do ponto mais quente.

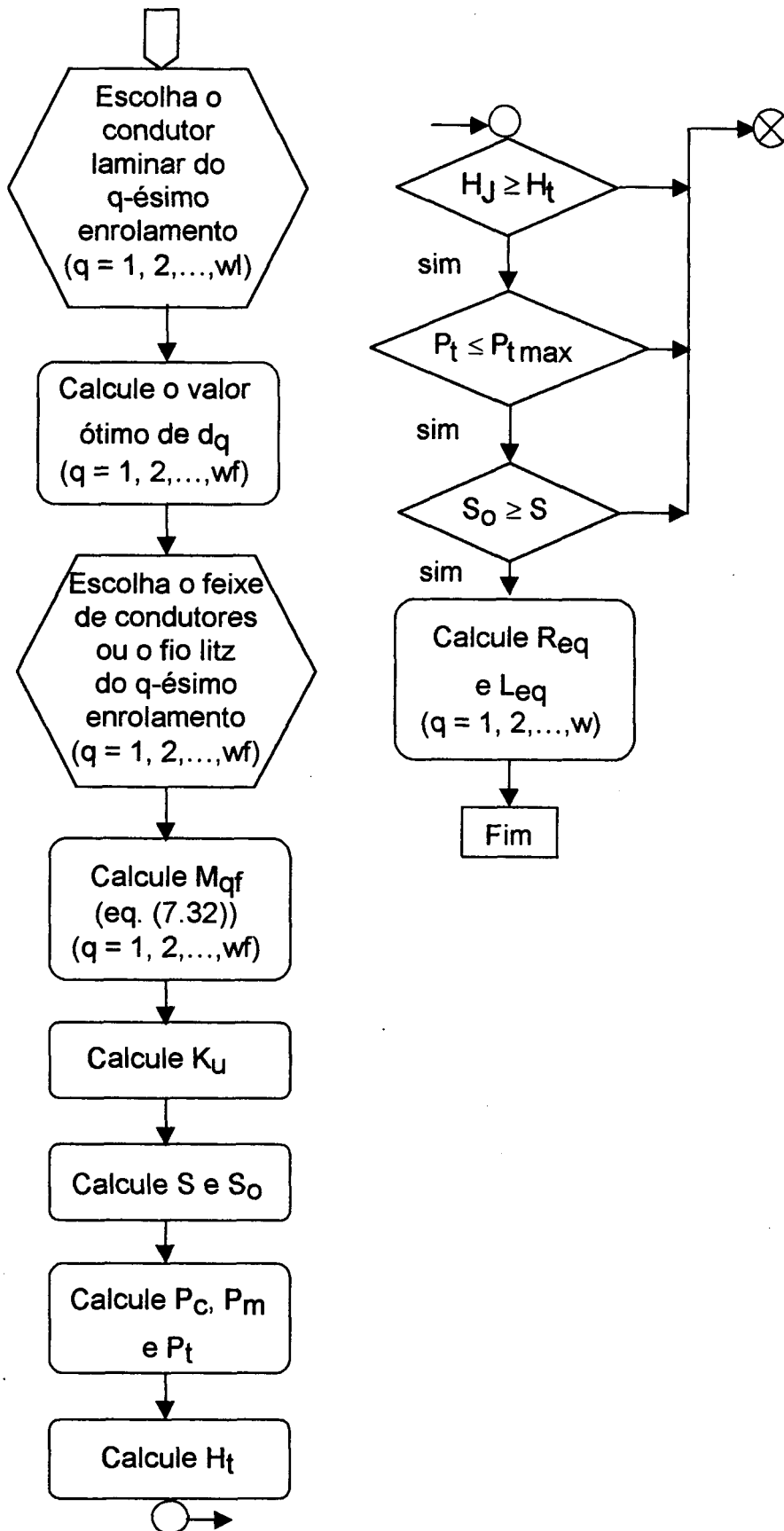


Figura 7.2 - Diagrama de blocos ilustrando as etapas do processo de otimização do projeto de transformadores multienrolamentos.

O procedimento descrito mais adiante para a otimização do projeto de indutores é análogo àquele apresentado anteriormente para a otimização do projeto de transformadores multienrolamentos e, da mesma forma, inicia-se pelo estudo analítico do problema e pela definição dos vetores de constantes e de variáveis, das condições de igualdade e de desigualdade e da função objetivo. Este estudo pressupõe que as variações na permeabilidade do material, devidas, por exemplo, às variações na componente contínua da corrente e na tensão aplicada ao indutor, não causem variações apreciáveis na indutância. Em outras palavras, as análises que seguem são restritas a indutores lineares. Vários métodos têm sido propostos para linearizar a relação B-H de um material magnético [40]. Dentre estes, certamente o mais simples e comum tem sido o de introdução de um entreferro no circuito magnético. Com a introdução de um entreferro, a indutância diminui e torna-se menos sensível às variações na permeabilidade do material magnético. Portanto o núcleo comporta-se como se tivesse uma permeabilidade efetiva relativa,  $\mu_e$ , tal que :

$$L = \mu_0 \mu_e \frac{A_e N^2}{l_e} \quad (7.46)$$

com

$$\mu_e = \frac{1}{\frac{A_e l_g}{A_g l_e} + (1 - \frac{l_g}{l_e}) \mu_\Delta} \quad (7.47)$$

Dessa forma, para obter a indutância requerida exige-se, após a introdução do entreferro, um maior número de espiras. Felizmente, a indutância é proporcional ao número de espiras ao quadrado e os inconvenientes deste aumento podem ser considerados menores face ao aumento da capacidade de armazenamento de energia sem que ocorra a saturação do material magnético. Estes efeitos estão intrinsecamente relacionados à menor inclinação do laço de histerese com relação ao eixo-H após a introdução do entreferro.

A perda total no indutor é dada por :

$$P_t = P_c + P_m \quad (7.48)$$

com

$$P_c = \frac{1}{\sigma_c} K_u A J_t F_r J_{ef}^2 \quad (7.49)$$

incremental. Portanto, um procedimento de projeto para uma indutância mínima submetida a um valor máximo de  $I_{CC}$  e mínimo de  $\Delta V = V_f + V_a$  resultaria num indutor que satisfaz as especificações práticas. A rigor tal procedimento de projeto deveria levar em consideração as características não-lineares do material magnético [120,121]. Todavia, mesmo neste caso, o ajuste final da permeabilidade efetiva, através do ajuste fino do entreferro, é uma necessidade prática.

Por analogia com a otimização do projeto de transformadores multienrolamentos, verifica-se destas equações que a otimização do projeto de um indutor está relacionada à otimização da permeabilidade efetiva do núcleo. Portanto, os valores ótimos de  $B$  e  $J_{ef}$  que minimizam a perda total e que permitem selecionar o núcleo de menor volume, estão diretamente relacionados ao valor ótimo da referida permeabilidade.

Considerando-se as equações anteriores, obtém-se as seguintes expressões para as perdas no enrolamento e no núcleo :

$$P_c = \frac{I_{ef}^2 F_r L}{\sigma_c K_u A J A_e \mu_o \mu_e} I_{ef}^2 \quad (7.58)$$

$$P_m = C_{mf}^x \left( \frac{\Delta I}{2} \sqrt{\frac{L}{V_e}} \right)^y V_e (\mu_o \mu_e)^{\frac{y}{2}} \quad (7.59)$$

Portanto :

$$P_t = \frac{I_{ef}^2 F_r L}{\sigma_c K_u A J A_e \mu_o \mu_e} I_{ef}^2 + C_{mf}^x \left( \frac{\Delta I}{2} \sqrt{\frac{L}{V_e}} \right)^y V_e (\mu_o \mu_e)^{\frac{y}{2}} \quad (7.60)$$

Observa-se da eq. (7.58), que a perda no enrolamento é inversamente proporcional à permeabilidade efetiva. De fato, para um dado núcleo e para uma dada indutância, quanto maior for esta permeabilidade menor será o número de espiras do enrolamento e, portanto, menor será sua resistência CC. Esta redução no número de espiras pode levar também à redução do número de camadas do enrolamento e, portanto, da perda por correntes circulantes no mesmo. Por outro lado, observa-se da eq. (7.59) que quanto maior for a permeabilidade efetiva maior será a perda magnética. Isto se deve ao respectivo aumento da excursão da indução magnética ( $\Delta B$ ). Isto significa que a perda total pode ser otimizada com relação à permeabilidade efetiva. Portanto, derivando-se a eq. (7.60) com relação a  $(\mu_o \mu_e)$  e igualando-se o resultado a zero, obtém-se a seguinte

$$J_{\text{efo}} = \left\{ \frac{y}{y+2} \frac{\Delta T}{R_T} \frac{\sigma_c}{K_u A_J l_t F_r} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7.68)$$

O valor ótimo da densidade de corrente pode ainda ser maximizado através da otimização do projeto do enrolamento, como no caso de transformadores.

Portanto, a eq. (7.55) pode ser reescrita como se segue :

$$L_{\text{plef}} = K_u A_J A_e J_{\text{efo}} B_o \quad (7.69)$$

A eq. (7.64) estabelece a natureza do problema aqui tratado. Ela permite determinar a permeabilidade efetiva ótima, para a qual a perda total resulta mínima e a capacidade de armazenamento de energia do indutor resulta máxima. Desta equação e da eq. (7.66), pode-se concluir que existe uma freqüência, denominada freqüência de transição, na qual o valor da permeabilidade efetiva é tal que o valor da indução magnética é igual àquele de saturação do material na temperatura correspondente. Para freqüências inferiores a esta, o projeto do indutor estaria limitado pela saturação do núcleo. Por outro lado, para freqüências superiores, o projeto estaria limitado pelas perdas no núcleo, exigindo-se para a indução valores inferiores àquele de saturação. Neste caso, a conseqüente redução da permeabilidade efetiva pode requerer um entreferro elevado, o que não é desejável já que o espraiamento das linhas de campo magnético pode resultar em perdas elevadas no enrolamento. Portanto, a operação em freqüências elevadas pode requerer materiais cuja permeabilidade normal seja inferior àquela, por exemplo, de ferrites. Este é tipicamente o caso em indutores ressonantes operando em freqüências elevadas. Existem atualmente materiais de baixa permeabilidade nos quais o entreferro encontra-se distribuído. Dentre estes, destacam-se os núcleos de pó de ferro (iron powder cores) e de pó de níquel-ferro (molypermalloy powder - MPP - cores). Estes núcleos, geralmente disponíveis na forma toroidal, apresentam perdas e induções magnéticas de saturação superiores àquelas verificadas em ferrites. Suas permeabilidades efetivas, tipicamente entre 5 e 550, são predefinidas e sua utilização em freqüências elevadas é restrita devido à perda magnética [113]. Com núcleos de entreferro distribuído elimina-se o espraiamento de campo e suas conseqüências. Fixados todos os parâmetros envolvidos na eq. (7.64), o volume do núcleo ideal é aquele para o qual o valor ótimo da indução,  $B_o$ , resulta inferior e o mais próximo possível do valor de saturação, respeitada

$d$ , e do condutor isolado,  $d_i$ ), circulares em feixe e fio litz (diâmetro de cada condutor ( $n_u$ ),  $d_f$ , diâmetro externo,  $D_f$ , e número de condutores do fio,  $N_f$ );

#### 7.4.1.2 - Dados Fornecidos pelo Projetista

As informações requeridas do projetista são as seguintes :

- Tipo de material magnético;
- Tipo de núcleo magnético (EE, EC, ETD, PM, PQ, RM, etc);
- Máxima elevação de temperatura ( $\Delta T$ );
- Fator de utilização da janela (estimativa inicial para  $K_U$ , em geral,  $\leq 0,7$ );
- Freqüência da forma de onda de tensão no indutor ( $f$ );
- Indução magnética máxima (definida em função do tipo de material magnético e da temperatura máxima de operação) ( $B_{max}$ );
- Tipo de condutor a ser utilizado no enrolamento (circular em feixe ou fio litz);
- Indutância requerida  $L$  (H) e;
- Dados relativos à forma de onda da corrente ( $\Delta I$ ,  $I_{cc}$ ,  $I_{ef}$ ,  $I_{efj}$ ) e número de harmônicas de corrente a serem consideradas ( $j_{max}$ ).

Vale lembrar, que num indutor a razão entre as condições de contorno para o enrolamento ( $\bar{\phi}_j$ ) é igual a zero.

As informações contidas no banco de dados permanente e aquela fornecidas pelo projetista constituem o vetor de constantes, [C]. No procedimento de otimização descrito a seguir, o vetor [X] é constituído pelas seguintes variáveis :

- Permeabilidade efetiva, ( $\mu_o \mu_e$ );
- Magnitude da indução magnética,  $B$ ;
- Magnitude da densidade de corrente eficaz,  $J_{ef}$ ;
- Número de espiras,  $N$ , número de camadas de condutores laminares

3)Calcula-se, através da eq. (7.67), o número de espiras do enrolamento e arredonda-se o valor obtido para o inteiro maior.

4)Recalcula-se o valor ótimo da permeabilidade efetiva utilizando-se o número real de espiras do enrolamento.

5)Calcula-se, através da eq. (7.66), o valor ótimo da indução magnética.

6)Verifica-se se o valor ótimo da indução é menor ou igual ao valor máximo permitido. Em caso afirmativo, prossegue-se com a etapa 8, caso contrário, com a etapa 7.

7)Escolhe-se o próximo núcleo de maior volume e retorna-se à etapa 2. Caso nenhum dos núcleos satisfaça à esta condição, então um outro tipo de núcleo, cuja série contemple núcleos de maior volume, um outro tipo de material ou um aumento na frequência de chaveamento deve ser considerado.

8)No caso de um enrolamento constituído por um feixe torcido de condutores circulares ou por fio litz (vide itens 4.2 a 4.4), o número de camadas é dado, de acordo com a eq. (4.7), por :

$$M_f = \frac{M_{le}}{\sqrt{F_f}} \quad (7.71)$$

com

$$M_{le} = \frac{N_f h_{le}}{\eta_f b} F_f \quad (7.72)$$

$$K_f = \frac{N_f h_{le}^2}{A_J} F_f \quad (7.73)$$

$$F_f = \frac{l_{eff}}{J_{efo}} \frac{1}{h_{le}^2} \quad (7.74)$$

Portanto, a otimização do projeto do enrolamento envolve um procedimento iterativo o qual exige valores iniciais para  $J_{efo}$ ,  $\eta_f$  e  $h_{le}$ . No procedimento que se segue, adota-se os seguintes valores iniciais :  $h_{le} = \delta_1$ ,  $\eta_f = 0,49$  e  $F_{ff} = 1$ . Portanto, o valor ini-

arredonda-se o valor obtido para o inteiro mais próximo.

15) Calcula-se, através da eq. (7.78), o fator de utilização da camada.

$$\eta_f = \frac{N_f h_{le0}}{M_{le} b} F_f \quad (7.78)$$

16) Calcula-se, através da eq. (7.79), o número de camadas de condutores laminares equivalentes e arredonda-se o valor obtido para o inteiro mais próximo.

$$M_{le} = \frac{N_f h_{le0}}{\eta_f b} F_f \quad (7.79)$$

17) Compara-se o valor atual do número de camadas de condutores laminares equivalentes com o valor anterior e, caso não sejam iguais, retorna-se ao passo 9.

18) Calcula-se, através da eq. (7.80), o diâmetro ótimo de cada condutor do feixe ou do fio :

$$d_{fo} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} h_{le0} \quad (7.80)$$

19) Escolhe-se, com base nos dados geométricos de condutores, o feixe ou o fio litz cujo diâmetro dos condutores individuais seja o mais próximo ao valor ótimo. O número de condutores em paralelo deve, preferencialmente, ser obtido a partir da eq. (7.74), respeitando-se a magnitude ótima da densidade de corrente. O número de camadas do enrolamento é dado pela eq. (7.71), onde devem ser considerados os valores atuais de  $M_{le}$  e  $F_f$ . Todavia, sempre que possível, a escolha do diâmetro e do número de condutores no feixe ou no fio litz deve levar em consideração o número real de camadas resultante no enrolamento, como para o caso de transformadores. Uma vez escolhido o diâmetro do condutor e o número de condutores no feixe ou no fio litz e tendo-se definido o número de camadas do enrolamento, pode-se calcular o número de camadas de condutores laminares equivalentes (eq. (7.71)), a espessura destas camadas (eq. (7.80)), o fator de utilização da camada (eq. (7.72)), o fator de utilização da janela pelo enrola-



27) O cálculo do entreferro é algo complicado pelo fato de que a permeabilidade incremental, sob as condições de operação impostas pela aplicação, e o espraçamento das linhas de campo não são de fácil determinação. A suposição de que toda a energia esteja armazenada no entreferro tem sido a abordagem mais simples a este problema. Isto pressupõe que a permeabilidade efetiva seja muito menor do que a permeabilidade incremental, o que é razoável em frequência elevadas [98]. Neste caso, ignorando-se o espraçamento do campo, resulta a seguinte expressão para a permeabilidade efetiva :

$$\mu_e \cong \frac{l_e}{l_g} \quad (7.83)$$

Portanto, o entreferro ótimo pode ser calculado através da seguinte equação :

$$l_{go} \cong \frac{l_e}{\mu_{eo}} \quad (7.84)$$

Um ajuste fino do entreferro é, em geral, requerido quando da implementação do conversor.

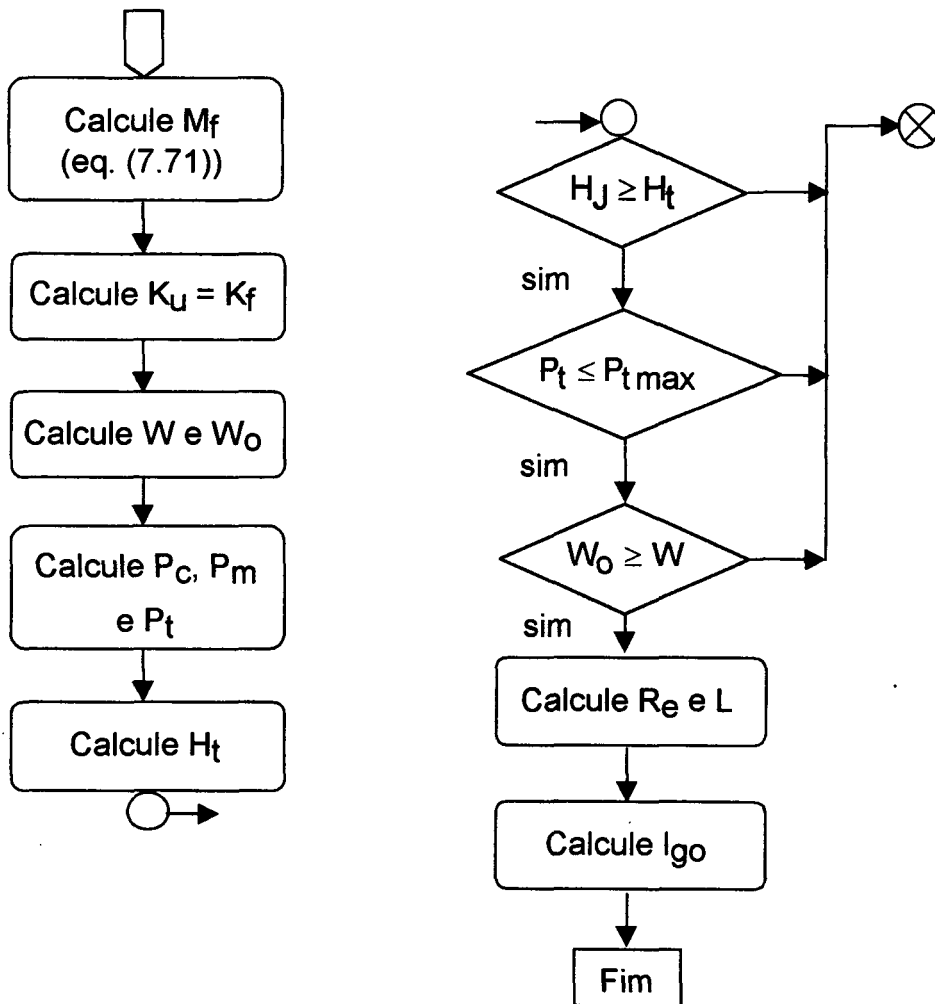


Figura 7.4 - Diagrama de blocos ilustrando as etapas do processo de otimização do projeto de indutores.

#### 7.4.1.4 - Extensão dos Procedimentos de Otimização do Projeto de Transformadores Multienrolamentos e de Indutores a Indutores Acoplados

O procedimento para a otimização do projeto de indutores acoplados e, particularmente, de “transformadores flyback” pode ser estabelecido com base nos procedimentos anteriormente descritos. De fato, no caso de um indutor acoplado multienrolamentos, o procedimento de otimização envolve, como no caso de indutores, a otimização da permeabilidade efetiva, do entreferro e do número de espiras do enrolamento primário e, como no caso de transformadores, o cálculo do número de espiras dos demais enrolamentos e a maximização da densidade de corrente através da otimização de seus projetos. A função objetivo é idêntica. Naturalmente, neste caso as dimensões geométricas do núcleo devem ser suficientes para acomodar todos os itens a serem inseridos em sua

- selecionar o núcleo de menor volume com capacidade suficiente para acomodar os itens a serem inseridos em sua janela e para transferir a potência requerida, sob as condições de máxima eficiência e elevação de temperatura menor ou igual ao valor predefinido e;
- Calcular a resistência e a indutância de dispersão efetivas de todos os enrolamentos.

2) No caso de indutores, particularmente aqueles de filtragem e ressonantes, e de indutores acoplados, particularmente os “transformadores flyback”, realizar todas as etapas anteriores, exceto que neste caso o critério de seleção do núcleo é sua capacidade de armazenamento de energia, já que esta é a principal função destes componentes. Por sua vez, o procedimento de otimização baseia-se na otimização da permeabilidade efetiva do núcleo. Para a realização do indutor, pode-se utilizar núcleos de ferrite, cuja permeabilidade é relativamente elevada, ou núcleos toroidais de pó de ferro ou de pó de níquel-ferro nos quais o entreferro encontra-se distribuído. No primeiro caso, o valor ótimo do entreferro pode ser obtido em função da permeabilidade efetiva ótima, enquanto que, nos demais casos um material com permeabilidade efetiva próxima ao valor ótimo deve ser escolhido. É possível aplicar a modelagem da perda por correntes circulantes em enrolamentos apresentada neste trabalho à núcleos toroidais. Entretanto, isto requer sua adaptação à esta geometria de núcleo.

O autor entende que a implementação computacional dos procedimentos de otimização aqui propostos no programa descrito na referência [123] é perfeitamente exequível.

discreta de Fourier. Estes aspectos evidenciam as principais características deste sistema de medição.

Os resultados experimentais obtidos através deste sistema, embora não extensivos, ilustram seu desempenho, a metodologia adotada para sua operação e a modelagem da perda em dois tipos de material ferrite, sendo um deles de origem nacional. Apesar de que estes resultados tenham sido obtidos em frequências de até 100 kHz, outros em frequências muito superiores podem ser obtidos com elevada precisão. A aplicação do sistema à medição e caracterização da perda sob polarização CC é também perfeitamente possível. Neste caso, a implementação do cálculo da permeabilidade incremental é simples, já que as excursões das magnitudes da indução e do campo magnéticos são calculadas na atual versão computacional. Por sua vez, sua aplicação ao caso de excitação de onda quadrada demandaria um sistema de excitação cuja tensão e frequência pudessem ser automaticamente controladas, por exemplo, através do gerador de funções. Destaca-se ainda, que embora as análises teóricas indiquem que a redução na densidade de perda magnética com a introdução de um entreferro ocorra tão somente devido à redução do volume de material magnético, entende-se que este não seja necessariamente o caso prático. De fato, com a introdução de um entreferro a distribuição do fluxo magnético no interior do núcleo e, portanto, a perda magnética podem alterar-se substancialmente. O sistema de medição desenvolvido permite, naturalmente, realizar esta investigação.

A modelagem unidimensional da potência dissipada e da energia magnética armazenada em enrolamentos foi apresentada. Através de uma abordagem generalizada, obtida com a solução exata do problema em coordenadas cilíndricas, as análises foram inicialmente conduzidas para excitação senoidal. As soluções para a densidade de corrente e para o campo magnético na  $n$ -ésima camada condutora permitiram o entendimento dos fenômenos básicos relativos aos efeitos pelicular e de proximidade e a introdução de uma série de soluções aproximadas. Estas soluções foram estudadas em detalhes com o objetivo de estabelecer as condições sob as quais são válidas. O problema de otimização (minimização) da perda por correntes circulantes foi então investigado. Estas análises, até então realizadas para a  $n$ -ésima camada condutora e para excitação senoidal, foram estendidas para enrolamentos multicamadas e para excitação periódica não-senoidal. A aplicação desta modelagem e da técnica de otimização da perda, até então restritas a enrolamentos constituídos de condutores laminares, a enrolamentos com condutores circulares, simples ou em feixe planar, ou com fio litz foi descrita. O conceito de ortogonalidade entre os efeitos pelicular e de proximidade foi revisto e, com base nele, a

térmico mais simples, em que se utiliza a resistência térmica do componente, foram levantadas e a modelagem térmica unidimensional de componentes com núcleo pote foi descrita. Resultados experimentais, obtidos em ambos os casos, evidenciaram as dificuldades envolvidas nesta modelagem e os cuidados que se deve ter na utilização do modelo térmico mais simples.

Finalmente, novos procedimentos para a otimização do projeto de transformadores multienrolamentos, de indutores e de indutores acoplados, incluindo-se a otimização das perdas por correntes circulantes em seus enrolamentos, foram propostos. Estes procedimentos permitem selecionar o núcleo de menor volume com capacidade suficiente para acomodar os itens a serem inseridos em sua janela e para transferir a potência ou armazenar a energia requerida, sob as condições de máxima eficiência e de elevação de temperatura menor ou igual a um valor predefinido.

Considerando-se as análises aqui apresentadas, propõe-se, como tópicos para pesquisas futuras,

- a inclusão na modelagem da perda magnética do efeito da polarização CC e sua caracterização através do sistema de medição realizado;
- o desenvolvimento de um sistema de alimentação de onda quadrada cuja tensão de saída e frequência possam ser controladas através de um gerador de funções e a implementação da função de controle no sistema de medição da perda magnética;
- o estudo da influência do entreferro, de sua posição e de sua distribuição sobre a perda magnética e sobre a perda por correntes circulantes em enrolamentos utilizando-se os sistemas de medição realizados;
- a verificação da validade do modelo de camada fina para enrolamentos constituídos de condutores circulares em feixe torcido ou de fio litz utilizando-se o sistema de medição realizado;
- a verificação da validade do modelo de camada fina sob excitação não-senoidal utilizando-se a modelagem e o sistema de medição aqui desenvolvidos e;
- a implementação computacional dos procedimentos de otimização propostos.

Sendo :

$J_n(x)$  - função de Bessel do primeiro tipo e de ordem  $n$ .

$Y_n(x)$  - função de Bessel do segundo tipo e de ordem  $n$ .

Todavia, caso a linguagem computacional utilizada não inclua aritmética complexa, então podem ser utilizadas as seguintes expressões :

$$\text{Ber}_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!(k+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n} \cos\left(\frac{2k+3n}{4}\pi\right)$$

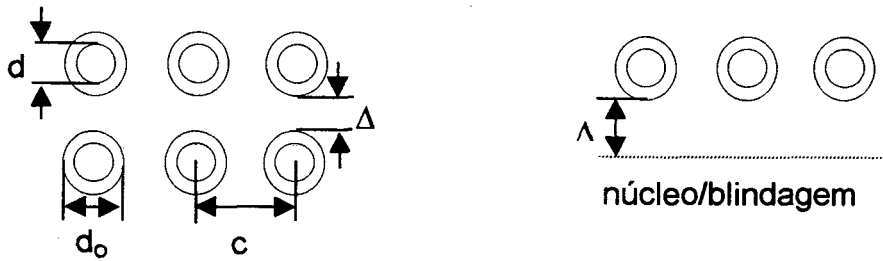
$$\text{Bei}_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!(k+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n} \text{sen}\left(\frac{2k+3n}{4}\pi\right)$$

$$\begin{aligned} \text{Ker}_n(x) = & -\left[\ln\left(\frac{x}{2}\right) + \tau\right]\text{Ber}_n(x) + \frac{\pi}{4}\text{Bei}_n(x) + \\ & \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k-1)!}{2k!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k-n} \cos\left(\frac{2k+3n}{4}\pi\right) + \\ & \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k!(k+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n} [\Phi(k) + \Phi(k+n)] \cos\left(\frac{2k+3n}{4}\pi\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kei}_n(x) = & -\left[\ln\left(\frac{x}{2}\right) + \tau\right]\text{Bei}_n(x) - \frac{\pi}{4}\text{Ber}_n(x) + \\ & - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k-1)!}{2k!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k-n} \text{sen}\left(\frac{2k+3n}{4}\pi\right) + \\ & \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k!(k+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n} [\Phi(k) + \Phi(k+n)] \text{sen}\left(\frac{2k+3n}{4}\pi\right) \end{aligned}$$

gadas, comumente, duas diferentes técnicas. Em uma destas, a curva do módulo da impedância de circuito aberto (ou de curto-circuito) em função da frequência, vista de um dado enrolamento com os demais em circuito aberto (ou em curto-circuito), deve ser obtida. Esta curva permite obter as frequências de ressonância paralela e série, relacionadas, respectivamente, às ressonâncias entre a capacitância própria daquele enrolamento e a respectiva indutância de circuito aberto (indutância magnetizante) e entre aquela capacitância e a respectiva indutância de curto-circuito (indutância de dispersão). Sendo tais indutâncias passíveis de medição direta, a capacitância própria do referido enrolamento pode então ser calculada [125]. A outra técnica consiste em igualar a energia armazenada na capacitância própria à energia total armazenada nas capacitâncias distribuídas [40].

Os efeitos de capacitâncias parasitas e de indutâncias de dispersão tendem a reduzir drasticamente o desempenho de conversores PWM à medida em que a frequência de comutação se eleva. Isto se deve ao fato de que a respectiva energia reativa armazenada deve ser dissipada à cada ciclo de operação. As conseqüentes oscilações podem provocar sobretensões ou sobrecorrentes nos semicondutores. Portanto, o projeto de transformadores para conversores PWM requer a minimização destes efeitos. Por outro lado, o projeto para conversores ressonantes pode requerer, em função de sua topologia [126], valores mais específicos para a indutância de dispersão e para a capacitância própria do primário. Os efeitos de capacitâncias parasitas são particularmente importantes em transformadores projetados para aplicações em altas tensões. Neste caso, tanto estes efeitos quanto aqueles relacionados à indutância de dispersão podem ser maiores do que aqueles em transformadores para aplicações em baixas tensões. O aumento na indutância de dispersão se deve às exigências de isolamento. Devido à tais exigências, configurações de enrolamento entrepostas não são utilizadas nestes transformadores. Quando a relação de espiras do secundário para o primário aumenta, o efeito capacitivo do secundário refletido ao primário torna-se significativo. Este é o caso em transformadores elevadores de tensão. Algumas técnicas de enrolamento podem ser utilizadas para reduzir este efeito. Uma destas consiste em seccionalizar o enrolamento secundário. Esta técnica, em particular, além de dificultar a construção do transformador pode resultar num aumento considerável da indutância de dispersão.



$$e = \Delta + d_0 - 1,15d + 0,26c$$

$$e = \Delta + 0,5(d_0 - 1,15d + 0,26c)$$

Figura B.2 - Espessura efetiva do dielétrico.

No caso de duas superfícies cilíndricas concêntricas de diâmetros "a" e "b" ( $a < b$ ) e de comprimentos iguais a 'w' ( $w \gg b-a$ ), a capacitância  $C_0$  é dada por :

$$C_0 = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_0 w}{\ln(b/a)} \quad (\text{B.3})$$

A figura B.3 mostra um enrolamento com "p" camadas e seccionalizado em "q" seções. Sejam  $C_l$  e  $C_m$  as capacitâncias em baixa frequência, calculadas através da eq. (B.3), respectivamente, entre camadas adjacentes e entre uma camada e blindagem ou núcleo, as quais poderiam ser medidas de per si com as demais camadas desconectadas.

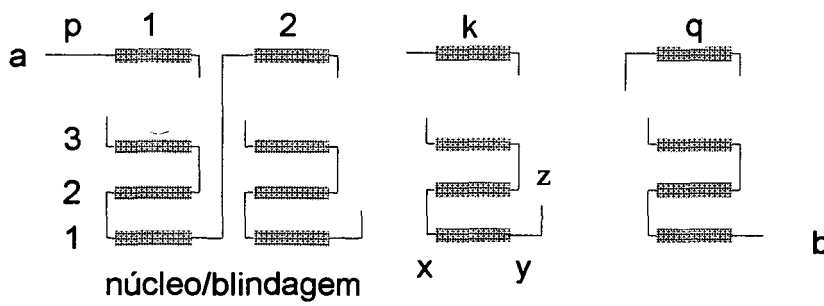


Figura B.3 - Enrolamento de p camadas e q seções.

Para o cálculo da capacitância própria deste enrolamento utilizar-se-á da igualdade entre a energia armazenada nesta capacitância e aquela armazenada nas capacitâncias distribuídas. Para a configuração mostrada na figura B.3, tem-se :



- $C_{ls}$  , entre camadas adjacentes do enrolamento secundário;
- $C_{lp}$  , entre camadas adjacentes do enrolamento primário;
- $C_{sp}$  , entre a camada mais externa do enrolamento primário e a camada mais interna do enrolamento secundário por seção e;
- $C_{pn}$  , entre a camada mais interna do enrolamento primário e o núcleo.

Para a configuração apresentada, tem-se :

$$V_a = V_s \quad (B.12)$$

$$V_b = V_p \quad (B.13)$$

$$V_{xy} = \frac{V_s}{pq} \quad (B.14)$$

$$V_{ay} = k \frac{V_s}{q} \quad (B.15)$$

$$V_{y(k)} = \frac{q-k}{q} V_s \quad (B.16)$$

$$V_{x(k)} = \frac{V_s}{pq} (1+p(q-k)) \quad (B.17)$$

$$V_{zy} = \frac{2V_s}{pq} \quad (B.18)$$

$$V_w = \frac{2V_p}{r} \quad (B.19)$$

Logo :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} C_p V_p^2 = & q(p-1) \frac{C_l}{2} \frac{V_{zy}^2}{3} + \sum_{k=1}^q \frac{C_{sp}}{6} [(V_{y(k)})^2 + (V_{y(k)})(V_{x(k)}) + (V_{x(k)})^2] \\ & + (r-1) \frac{C_{lp}}{2} \frac{V_w^2}{3} + \frac{C_{pn}}{2} \frac{(V_p/r)^2}{3} \end{aligned} \quad (B.20)$$

Se, por exemplo,  $q = 3$ , resulta :

mentos (dimensão “e”, figura B.1), utilizar blindagens (obtendo-se duas capacitâncias em série). Todas estas técnicas para a redução dos efeitos capacitivos implicam no aumento da indutância de dispersão, de acordo com as expressões descritas em [74]. Para uma dada relação de espiras, esta indutância é fortemente dependente do número de espiras.

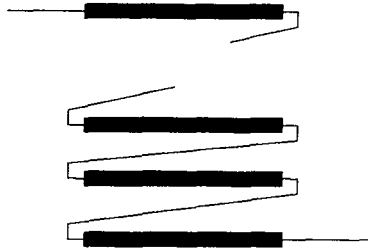


Figura B.5 - Conexão transversal entre camadas.

### B.3 - Modelagem eletrostática de transformadores de dois enrolamentos [125]

Magneticamente, um transformador de dois enrolamentos é um circuito de duas portas. Eletrostaticamente, uma terceira porta deve ser considerada, tendo em vista que existem correntes circulando entre os dois enrolamentos. Estas correntes dependem essencialmente da tensão entre enrolamentos. Portanto, sua matriz capacitância inclui seis valores independentes. A figura B.6 mostra uma topologia de circuito equivalente para o transformador de dois enrolamentos na qual estão incluídos os seis capacitores que o modelam eletrostaticamente.

Se  $C_{ij}$  representa um elemento qualquer da matriz capacitância, então a energia eletrostática instantânea total, é dada por :

$$W = \frac{1}{2} C_{11} V_1^2 + \frac{1}{2} C_{22} V_2^2 + \frac{1}{2} C_{33} V_3^2 + C_{12} V_1 V_2 + C_{13} V_1 V_3 + C_{23} V_2 V_3 \quad (\text{B.22})$$

Esta energia deve ser igual àquela relacionada ao circuito da figura B.6, dada por :

$$W = \frac{1}{2} k_1 V_1^2 + \frac{1}{2} k_2 V_2^2 + \frac{1}{2} k_3 V_3^2 + \frac{1}{2} k_4 (V_1 - V_2 - V_3)^2 + \frac{1}{2} k_5 (V_2 + V_3)^2 + \frac{1}{2} k_6 (V_1 - V_2)^2 \quad (\text{B.23})$$

Tabela 1 - Relações entre as capacitâncias  $C_1$  a  $C_3$  e  $C_{ij}$ .

<p>B e D conectados :</p> $V_3 = 0$ $C_1 + C_2 = C_{11} + N^2 C_{22} + 2N C_{12}$ $C_1 + C_3 = C_{11}$ $C_2 + C_3 = N^2 C_{22}$
<p>A e C conectados :</p> $V_3 = V_1 - V_2$ $C_1 + C_2 = C_{11} + C_{33} + 2C_{13} + N^2(C_{22} + C_{33} - 2C_{23})$ $C_1 + C_3 = C_{11} + C_{33} + 2C_{13}$ $C_2 + C_3 = N^2(C_{22} + C_{33} - 2C_{23})$
<p>B e C conectados :</p> $V_3 = -V_2$ $C_1 + C_2 = C_{11} + N^2(C_{22} + C_{33} - 2C_{23}) + 2N(C_{12} - C_{13})$ $C_1 + C_3 = C_{11}$ $C_2 + C_3 = N^2(C_{22} + C_{33} - 2C_{23})$
<p>A e D conectados :</p> $V_3 = V_1$ $C_1 + C_2 = C_{11} + C_{33} + 2C_{13} + N^2 C_{22} + 2N(C_{12} + C_{23})$ $C_1 + C_3 = C_{11} + C_{33} + 2C_{13}$ $C_2 + C_3 = N^2 C_{22}$
<p>Nenhuma Conexão :</p> $V_3 = -\frac{C_{13}V_1 + C_{23}V_2}{C_{33}}$ $C_1 + C_2 = C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} + N^2(C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}}) + 2N(C_{12} - \frac{C_{13}C_{23}}{C_{33}})$ $C_1 + C_3 = C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}}$ $C_2 + C_3 = N^2(C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}})$

$$\begin{aligned}
k_1 &= C_{11} + C_{13} \\
k_2 &= C_{22} + C_{23} \\
k_3 &= C_{13} + C_{33} - C_{12} - C_{23} \\
k_4 &= -C_{12} \\
k_5 &= C_{12} + C_{23} \\
k_6 &= C_{12} - C_{13}
\end{aligned}
\tag{B.29}$$

#### B.4 - Exemplo de Cálculo da Capacitância Própria do Enrolamento Primário

A figura B.8 mostra a configuração física dos enrolamentos de um transformador utilizada para exemplificar o cálculo da capacitância própria do enrolamento primário. Desta figura, observa-se que o enrolamento secundário é dividido em 3 seções. Neste caso, pode-se utilizar a eq. (B.21), sendo :

$$p = 3$$

$$n = 23,4$$

$$C_{lp} = 0 \quad (\text{o enrolamento possui uma única camada})$$

Para o cálculo de  $C_{ls}$ , a capacitância entre camadas adjacentes do enrolamento secundário, de  $C_{sp}$ , a capacitância entre a camada mais externa do enrolamento primário e a camada mais interna do enrolamento secundário por seção, e de  $C_{pn}$ , a capacitância entre a camada mais interna do enrolamento primário e o núcleo, considerando-se que a permissividade relativa do carretel e dos isolantes seja  $\epsilon_r = 1,6$  e que o comprimento médio das espiras seja igual a 38,6 mm. Portanto :

$$C_{ls} = (8,854 \times 10^{-12})(1,6) \left( \frac{1}{5 \times 10^{-5}} \right) (38,6 \times 10^{-3}) \left( \frac{5,33 \times 10^{-3}}{3} \right) = 19,4 \text{ pF}$$

$$C_{ps} = (8,854 \times 10^{-12})(1,6) \left( \frac{1}{1 \times 10^{-4}} \right) (38,6 \times 10^{-3}) \left( \frac{5,33 \times 10^{-3}}{3} \right) = 9,7 \text{ pF}$$

$$C_{pn} = (8,854 \times 10^{-12})(1,6) \left( \frac{1}{2 \times 10^{-3}} \right) (38,6 \times 10^{-3}) (5,33 \times 10^{-3}) = 1,5 \text{ pF}$$

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Jordan, H. Die Ferromagnetischen konstanten für schwache wechselfelder. Elek. Nach. Tech., v.1, p.7-29, 1924.
- [2] Takach, M.D., Lauritzen, P.O. Survey of magnetic core models. IEEE APEC Proc., p.560-66, 1995.
- [3] Conroy, D.K., Pierce, G.F., Troyk, P.R. Measurement techniques for design of high-frequency SMPS transformers. IEEE APEC Proc., p.341-51, 1988.
- [4] Bowman, J.K. et al. A calorimetric method for measurement of total loss in a power transformer. IEEE PESC Proc., p.633-40, 1991.
- [5] Lord Rayleigh. Notes on electricity and magnetism III. On the behavior of iron and steel under the operation of feeble magnetic forces. Phil. Mag., v.23, p.225, 1887.
- [6] Weiss. Éclairage Électrique, v.8, p.436, 1896.
- [7] Wien, M. Ueber die magnetisierung durch wechselstrom. Ann. Phys.Chem., v.66, n.13, p.859-953, 1898.
- [8] Kelsall, G.A. Permeameter for alternating current measurements at small magnetizing forces. J. Opt. Soc. Am. Rev. Sci. Instr., v.8, n.2, p.329-38, 1924.
- [9] Lindenhovius, H.J., Breggen, J.C. The measurement of permeability and magnetic losses of non conducting ferromagnetic material at high frequencies. Philips Res. Rep., v.3, n.1, p.37-45, 1948.
- [10] Haas, P.H. A radiofrequency permeameter. J. Res. NBS, v.51, n.5, p.221-8, 1953.
- [11] Rasmussen, A.L., Enfield, A.W., Hess, A. Advances in the design and application of the radiofrequency permeameter. J. Res. NBS, v.56, n.5, p.261-8, 1956.
- [12] Hoer, C.A., Rasmussen, A.L. Equations for the radiofrequency magnetic permeameter. J. Res. NBS, v.67C, n.1, p.69-76, 1963.
- [13] Hoer, C.A., Harrington, R.D. Parallel reversible permeability measurement techniques from 50kc/s to 3Gc/s. J. Res. NBS, v.67C, n.3, p.259-65, 1963.
- [14] Rasmussen, A.L., Powell, R.C. A low-impedance maxwell bridge for measuring toroidal magnetic materials from 1kc to 100kc. Proc. IRE, v.50, n.12, p. 2505-6, 1962.
- [15] Christensen, B. Radio Frequency B-H Tracer and power measurement of ferrites. AIEE Conf. Magn. Mat., v.T-78, p.361-4, 1955.

- [32]Goldberg, A.F. High field properties of nickel-zinc ferrites at 1-10MHz. IEEE APEC Proc., p.311-18, 1988.
- [33]Weiss, P. L'Hypothèse du Champ Moléculaire et la Propriété Ferromagnétique. J. Phys., v.6, 1907.
- [34]Landau, L., Lifshitz, E. On the Theory of the Dispersion of Magnetic Permeability in Ferromagnetic Bodies. Phys. Z. Sowjet., v.8, p.153-169, 1935.
- [35]Kittel, C. Physical Theory of Ferromagnetic Domains. Rev. Mod. Phys., v.21, n.4, p.541-83, 1949.
- [36]Néel, L. Propriétés d'un Ferromagnétique Cubique en Grains Fins. Compt. Rend., v. 224, p.1488-90, 1947.
- [37]Rankis, G. Dynamics of Magnetization in Polycrystalline Ferrites. Zinatne, Riga, p.25-32, 1981 (em Russo).
- [38]Gradzki, P.M. Core Loss Characterization and Design Optimization of High-Frequency Power Ferrite Devices in Power Electronics Applications. Virginia : VPEC, 1992, 251 p. (Ph.D. Dissertation).
- [39]Bertotti, G. Space-Time Correlation Properties of the Magnetization Process and Eddy Current Losses :Applications. J. Appl. Phys., v.55, n.12, p.4339-55, 1984.
- [40]Snelling, E.C. Soft Ferrites, Properties and Applications. 2. ed. New York: Butterworths & Co. Ltd, 366 p., 1988.
- [41]Legg, V.E. Magnetic measurements at low flux densities using the alternating current bridge. Bell Syst. Tech. J., v.15, p.39-62, 1936.
- [42]Watson, J.K., Amoni, S. Using parallel complex permeability for ferrite characterization. IEEE Trans. on Magn., v.25, n.5, sept. 1989.
- [43]Johnson, L., Lagnado, I., Hammond, R. Design considerations for low profile high performance inductors and transformers. HFPC Proc., p.140-55, may 1992.
- [44]Zhang, J., Skutt, G., Lee, F.C. Some Practical Issues Related to Core Loss Measurement Using Impedance Analyzer Approach. IEEE APEC Proc., p.547-53, 1995.
- [45]Chen, D.Y. Comparisons of high frequency magnetic core losses under two different driving conditions :A sinusoidal voltage and a square-wave voltage. IEEE PESC Proc., p.237-41, 1978.
- [46]Batista, A.J. Caracterização da Perda Magnética em Ferrites. Québec :LEEPCI de l'Université Laval, 152 p., 1997 (Relatório de Estágio de Pesquisa, CAPES/PDEE).

- [66]Cohen, L. The Influence of frequency on the resistance and inductance of solenoidal coils. U.S. Bureau of Standards Bulletins, v.4, n.1, p.161-78, 1907.
- [67]Butterworth, S. Eddy current losses in cylindrical conductors with special applications to the alternating resistance of short coils. Phil. Trans., v.222, p.57-100, 1921.
- [68]Butterworth, S. Note on the alternating current resistance of single layer coils. Physical Review, v.23, p.752-5, 1924.
- [69]Butterworth, S. On the alternating current resistance of solenoidal coils. Proc. of the Royal Society, v.107, p.693-715, 1925.
- [70]Arnold, A.H.M. The alternating-current resistance of tubular conductors. Journ. IEE, v.78, p.580-93, 1936.
- [71]Arnold, A.H.M. The alternating-current resistance of hollow, square conductors. Journ. IEE, v.82, p.537-45, 1938.
- [72]Bennet, E.,Larson, S.C. Effective resistance of alternating currents of multilayer windings. Trans. AIEE, v.59, p.1010-7, 1940.
- [73]Long, T.H. Eddy-current resistance of multilayer coils. Trans. AIEE, v.64, p.712-18, 1945.
- [74]Dowell, P.L. Effects of eddy currents in transformers windings. Proc. IEE, v.113, n.8, p.1387-94, 1966.
- [75]Venkatraman, P.S. Winding eddy current losses in switch mode power transformers due to rectangular wave currents. Proc. Powercon 11, A-1, p.1-11, 1984.
- [76]Carsten, B. High frequency conductor losses in switchmode magnetics. Proc. HFPC, p.155-76, 1986.
- [77]Severns, R. A simple, general method for calculating HF winding losses for arbitrary current waveforms. Proc. HFPC, p.149-59, 1991.
- [78]Jongsma, J. High-frequency ferrite power transformer and choke design, Part 3: Transformer winding design. Philips Electronic Components and Materials Technical Publication, n.207, 1986.
- [79]Perry,M.P. Multiple layer series connected winding design for minimum losses. IEEE Trans. Power App. and Sys., v.98, n.1, p.116-23, 1979.
- [80]Perry,M.P. On calculating losses in current carrying conductors in an external magnetic field. IEEE Trans. Magn., v.17, n.5, p.2486-8, 1981.
- [81]Vandelac, J.P., Ziogas, P.D. A novel approach for minimizing high frequency transformer copper losses. IEEE PESC Proc., p.355-67, 1987.

- [98]Grosner, N.R. Transformers for Electronic Circuits. 2.ed. New York :McGraw-Hill Book Company, 467p., 1983.
- [99]Mulder, S.A. Application note on the design of low profile high frequency transformers. Philips Components, 1990.
- [100]Bracke, L.P.M. Optimizing the power density of ferrite-cored transformers. PCI, v.8, n.19, 1982.
- [101]Viarouge, P. Éléments de Dimensionnement des Composants Magnétiques en Électronique de Puissance. INEP/UFSC, 53 p., 1994.
- [102]Gu, Wen-Jian, Liu, R. A Study of volume and weight vs. frequency for high-frequency transformers. IEEE PESC Proc., p.1123-9, 1993.
- [103]Coonrod, N.R. Transformer computer design aid for higher frequency switching power supplies. IEEE Trans. on Power Eletrocnics, v.1, n.4, p.248-56, 1986.
- [104]Unitrode Switching Regulated Power Supply Design Seminar Manual, 1986.
- [105]Ferrite Materials and Components Catalog. 8.ed. Philips Components.
- [106]Batista, A.J., Fagundes, J.C.S., Viarouge, P. Thermal Considerations About Magnetic Components Used in High Frequency Static Converters. Anais do COBEP'95, p. 295-300, 1995.
- [107]Bracke, L.P.M. Progress in SMPS magnetic component optimisation. Philips, TP-106.
- [108]Batista, A.J., Fagundes, J.C.S., Viarouge, P. Thermal Modeling of Pot Core Magnetic Components Used in High Frequency Static Converters. IEEE Trans. on Magnetics, v. 33, n. 2, p. 1710-13, 1997.
- [109]Incropera, F.P., Witt, D.P. Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa. 3. ed. Rio de Janeiro :Guanabara Koogan, 455 p., 1992.
- [110]Hadi, L.M. Modélisation Magnétique et Thermique des Machines Électriques par Schémas Équivalents. Thèse de Doctorat de l'I.N.P. Toulouse,1987.
- [111]Petkov, R. Optimum Design of a High Power, High Frequency Transformer. IEEE Trans. on Power Electronics, v. 11, n. 1, p. 33-42, 1996.
- [112]Kurita, H. et al. Dielectric loss of high voltage/high frequency transformers used in switching power supply for space. IEEE PESC Proc., p.1120-26, 1988.
- [113]McLyman, W.T. Designing Magnetic Components for High Frequency DC-DC Converters. Michigan :KgMagnetics Inc., 437 p., 1993.
- [114]Barbi, I. Projeto de Fontes Chaveadas. Florianópolis :INEP/UFSC, 229 p., 1990.



## O Autor

O autor nasceu em Uruana-GO, mas viveu sua infância em Itaguaru-GO. Graduou-se em Engenharia Elétrica na Universidade Federal de Goiás e, em 1991, obteve o Grau de Mestre na área de Sistemas de Energia na Universidade Federal de Uberlândia. Sua dissertação, intitulada "Contribuições Para a Modelagem de Motores de Indução em Estudos de Estabilidade Transitória", foi realizada sob a orientação do Prof. José Carlos de Oliveira.

Em 1994, iniciou seu doutoramento na Universidade Federal de Santa Catarina, na área de Sistemas de Energia, especialidade de Eletrônica de Potência. No período de maio de 1996 a junho de 1997, esteve em Quebec-Canadá realizando um estágio de pesquisa na Université Laval no contexto do Programa de Doutorado no País com Estágio no Exterior (Doutorado Sanduíche) da Capes. Sob a supervisão do Prof. Philippe Viarouge desenvolveu, durante este estágio, os sistemas de medição controlados por computador descritos nesta tese.

Desde 1985 atua como professor na Escola de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Goiás. Seus interesses em pesquisa envolvem temas ligados à análise, modelagem, implementação computacional e validação experimental de modelos, eletromagnetismo, máquinas elétricas, componentes magnéticos para alta frequência e conversores estáticos.